HAL
open science

Modélisation de signaux longs multicomposantes modulés non linéairement en fréquence et en amplitude Suivi de ces composantes dans le plan temps-fréquence

Zhong-Yang Li

To cite this version:

Zhong-Yang Li. Modélisation de signaux longs multicomposantes modulés non linéairement en fréquence et en amplitude Suivi de ces composantes dans le plan temps-fréquence. Traitement du signal et de l'image [eess.SP]. Université de Grenoble, 2013. Français. NNT : . tel-00848347v1

HAL Id: tel-00848347

https://theses.hal.science/tel-00848347v1

Submitted on 26 Jul 2013 (v1), last revised 23 Jan 2014 (v2)

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITÉ DE GRENOBLE

THÈSE

Pour obtenir le grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE GRENOBLE

Spécialité : **Signal, image, parole, télécommunication (SIPT)**

Arrêté ministériel : 7 Août 2006

Présentée par

Zhongyang LI

Thèse dirigée par **Mme. Nadine MARTIN**

préparée au sein **du laboratoire Grenoble, images, parole, signal, automatique (GIPSA-Lab)**
et de **l'école doctorale d'électronique, électrotechnique, automatique et traitement du signal**

Modélisation de signaux longs multicomposantes modulés non linéairement en fréquence et en amplitude

Suivi de ces composantes dans le plan temps-fréquence

Thèse soutenue publiquement le **9 Juillet 2013**,
devant le jury composé de :

Mme. Corinne MAILHES
Professeur, INP-ENSEEIHT Toulouse, Rapporteur
M. Pascal LARZABAL
Professeur, Université Paris Sud, Rapporteur
M. Philippe GUÉGUEN
Directeur de recherche CNRS, ISTerre Grenoble, Président, Examinateur
M. Laurent SIMON
Professeur, Université du Maine, Examinateur
Mme. Nadine MARTIN
Directeur de recherche CNRS, GIPSA-Lab, Directrice de thèse

Remerciements

Je tiens à remercier d'abord ma directrice de thèse Mme. Nadine Martin pour son suivi, son encadrement et son encouragement tout au long de ces trois ans de thèse. Avec ses fortes compétences et notamment sa patience, elle m'a énormément aidé quand je me suis bloqué par des problèmes difficiles techniques et linguistiques. Je remercie également Mme. Michelle Vieira pour ses collaborations et pour m'avoir conseillé et écouté.

J'exprime mes remerciements à toute l'équipe SAIGA, en particulier à Florent Chatelain, Pierre Granjon, Fatima Nasser, Gildas Rivière, Gailène Phua, Timothée Geber, Marcin Firla... qui m'ont donné beaucoup d'inspirations et de suggestions durant la préparation de ma présentation orale.

J'apprécie profondément les assistances de toutes les personnes qui m'ont donné l'honneur de composer le jury de ma thèse. Merci d'abord à M. Philippe Guéguen, qui a présidé le jury. Merci à mes deux rapporteurs, Mme. Corinne Mailhes et M. Pascal Larzabal pour leurs lectures et leurs corrections détaillées du mémoire de thèse. Ma considération va aussi à M. Laurent Simon, mon examinateur pour avoir pris le temps d'expertiser mes travaux. Merci notamment à certaines d'entre eux qui ont dû faire un très long trajet pour venir écouter ma soutenance.

Je remercie M. Gang Feng qui m'a encouragé de poursuivre mon parcours académique en France et qui m'a offert une opportunité précieuse de connaître le laboratoire Gipsa-lab. Merci au directeur du GIPSA-lab, M. Jean-Marc Thiriet, pour m'avoir accueilli au sein de son laboratoire. Mon remerciement va aussi à M. Jérôme Mars, responsable du département Images-Signal particulièrement pour ses discussions très sympathiques et très motivantes.

Je tiens à remercier le ministère de l'éducation de la république populaire de Chine, le service de l'éducation de l'Ambassade de Chine en France et le China Scolarship Concil pour m'avoir fourni le financement et les aides nécessaires durant ma thèse.

Je voudrais adresser mes gratitudes à tous(tes) mes amis(es) à l'intérieur et l'extérieur du laboratoire. Mes remerciements vont à Raluca Vlad et Vincent Debusschere, couple amoureux qui a sympathisé avec moi dès notre connaissance. Je regrette de ne pas pouvoir les connaître encore plus tôt. Merci aussi à Cécile Fiche, mon ancienne collègue chaleureuse qui m'a offert deux ans de souvenirs très amicaux et une visite provençale inoubliable. Je remercie Kai Wang, Xiyan He qui n'ont jamais hésité de partager leurs connaissances très profitables et leurs bonheurs. Merci à Fatima Nasser, de qui j'ai reçu beaucoup de plaisirs à la fois dans le plan scientifique et dans la vie privée. Merci à Damien Roque, Rodrigo Cabras Farial, Jérémie Boulanger avec qui j'ai eu de bons moments ensembles. Merci aussi à Hao Gong, Weiyuan Ni, Haiyang Ding qui sont à la fois mes amis depuis très longtemps et mes voisins. Merci également à tous(tes) mes autres amis(es) chinois(es), notamment à ceux qui ont contribué à préparer mon super pot de thèse avec des nourritures savoureuses et une ambiance bien amicale.

Je ne vais jamais oublier d'avoir reçu les vœux cordiaux de Yichun Wang dans les derniers jours de sa vie. Le moral qu'il a toujours montré lors de la bataille contre sa maladie fut la source de ma force psychologique.

Je prie ceux que j'ai oublié de mentionner de bien vouloir m'excuser. Mais vous êtes sûrement dans mes pensées.

Je n'oublie pas de remercier Guanghan Song, ma future épouse. J'ai traversé des moments si difficiles que j'ai perdu ma confiance d'aller jusqu'au bout du tunnel. A tous ces moments, elle était là sans aucun doute pour me réconforter et me soutenir avec son amour.

En fin, je remercie mes parents et ma famille pour leurs écoutes, leurs patiences et leurs soutiens. Même par téléphone j'ai toujours pu sentir leurs sollicitudes sincères.

Table des matières

1 Introduction **1**

2 Contexte de recherche **5**

2.1 Problème posé 6

2.2 Etat de l'art 6

2.2.1 Méthodes non paramétriques d'estimation de l'amplitude et de la fréquence 7

2.2.1.1 Dérivée de la phase brute 7

2.2.1.2 Opérateur d'énergie de Teager-Kaiser 10

2.2.1.3 Estimateur à partir d'une représentation temps-fréquence . . . 14

2.2.1.4 Décomposition modale empirique 17

2.2.1.5 Synchrosqueezing 20

2.2.1.6 Couplage des pics 22

2.2.2 Méthodes paramétriques 24

2.2.2.1 Modulation linéaire de fréquence 24

2.2.2.2 Signaux à phase polynomiale 25

2.2.2.3 Modélisation locale des modulations d'amplitude et de fréquence 28

2.3 Approche proposée 31

2.4 Modèle général du signal 32

2.4.1 Modèle global 33

2.4.1.1 Hypothèse d'unicité 33

2.4.1.2 Fréquence instantanée 34

2.4.1.3 Morts et naissances de composantes 34

2.4.2 Modèle local sur segments courts 34

2.4.2.1 Modèle à amplitude polynomiale 36

2.4.2.2 Modèle à amplitude amortie 36
2.4.2.3 Modèle avec mort et naissance 37
2.4.2.4 Paramètres du modèle 40
2.5 Vue d'ensemble de l'algorithme proposé 41

3 Initialisation temps-fréquence non paramétrique 45

3.1 Synoptique d'initialisation 46
3.2 Test d'hypothèse pour la détection et la suppression de pics 49
3.3 Estimation de la ligne de fond de bruit 50
3.3.1 Méthodes existantes 51
3.3.2 Filtrage P-passe 54
3.3.2.1 La première itération 54
3.3.2.2 Suppression de pics détectés 54
3.3.2.3 Filtrage moyen du spectre sans pic 55
3.4 Détection de pics sur des spectres locaux 56
3.4.1 Définition d'un pic 57
3.4.2 Définition de l'amplitude et de la fréquence d'un pic 57
3.5 Suivi temporel des modulations avec morts et naissances 58
3.5.1 Suivi temporel par un classifieur non supervisé 59
3.5.1.1 Partitionnement non hiérarchique 60
3.5.2 Étapes détaillées du suivi temporel de modulations 61
3.5.2.1 Étapes initiales du suivi temporel 61
3.5.2.2 Calcul du centroïde d'une composante 63
3.5.2.3 Divergence totale d'amplitude et de fréquence 64
3.5.2.4 Pré-sélection de paires pic-composantes 66
3.5.2.5 Critère de discrimination 66
3.5.2.6 Création d'une nouvelle composante 68

3.6 Performances sur des signaux simulés 70
3.6.1 Signaux multicomposantes simulés sans mort et naissance 70
3.6.2 Signaux multicomposantes simulés avec morts et naissances 75
3.7 Applications sur des signaux réels 76
3.7.1 Vibrations ambiantes d'un bâtiment 78
3.7.2 Vibration d'un bâtiment lors d'un séisme 80
3.7.3 Chant de canari 81

4 Segmentation, estimation locale et fusion 85

4.1 Segmentation non séquentielle 86
4.1.1 Choix initial de segment 89
4.1.2 Critère 1 : taille minimale de segment 90
4.1.3 Critère 2 : nombre de morts et naissances 91
4.1.4 Critère 3 : non-linéarités des fonctions de modulation 93
4.1.4.1 Évaluation de la non-linéarité en fréquence 94
4.1.4.2 Approximation de l'amplitude polynomiale 98
4.1.4.3 Approximation de l'amplitude amortie 99
4.1.5 Résultats de segmentation 100
4.2 Estimation des paramètres du modèle local 105
4.2.1 Définition de la méthode MV 105
4.2.2 Estimation des paramètres par une optimisation stochastique 106
4.2.2.1 Paramètres et réglages initiaux 108
4.2.2.2 Mise à jour des paramètres au cours des itérations 110
4.2.2.3 Variances pour la génération de candidat 113
4.2.2.4 Décroissance de la température 114
4.2.3 Performances de la modélisation locale 115
4.2.3.1 Analyse des performances sur des signaux simulés 116

4.2.3.2 Analyse des performances sur des signaux réels 127

4.3 Fusion des modulations 130

4.3.1 Fusion des segments et les modulations 131

4.3.2 Fusion des modulations sur le segment fusionné Seg^p_{fus} 131

4.3.2.1 Fenêtre de pondération 132

4.3.2.2 Suivi temporel des composantes locales 134

4.3.2.3 Fusion de la fonction indicatrice 135

4.3.2.4 Fusion de l'amplitude et la fréquence 138

4.4 Étude des performances de l'estimation 139

4.4.1 Estimation des modulations sur le signal simulé 139

4.4.2 Estimation des modulations sur les signaux réels 144

5 Conclusions et Perspectives **149**

6 Publications **155**

Bibliographie **157**

Chapitre 1

Introduction

Dans le cadre d'un signal modulé, les informations et les caractéristiques du signal sont portées par ses fonctions de modulation. Selon les applications, les types de modulation peuvent être très variés. L'étude et l'analyse des fonctions de modulation du signal est un sujet qui a beaucoup d'attrait pour de nombreuses applications.

Cette thèse se focalise sur un modèle très général de signaux non stationnaires qui se composent d'une partie déterministe et d'un bruit additif. Si la partie déterministe contient une seule sinusoïde modulée simultanément en amplitude et en fréquence (ou en phase), le signal est dit monocomposante. Si la partie déterministe est la somme de plusieurs composantes, le signal est dit multicomposante. Les signaux réels étudiés sont souvent multicomposantes, par exemple un signal acoustique constitue de plusieurs harmoniques ou une vibration comportant plusieurs modes.

Par ailleurs, il existe deux types de fonctions de modulation : les fonctions de modulation linéaires et celles non-linéaires. La notion de « linéarité » dépend du contexte d'application. En général, un signal modulé non linéairement variera plus fortement en temps. Les non-linéarités les plus difficiles à traiter sont la mort et la naissance d'une composante, qui représentent les discontinuités de cette composante.

Il existe de nombreuses méthodes pour extraire la fréquence instantanée d'un signal monocomposante modulé seulement en fréquence. Ces méthodes sont en général relativement simples, telles que la dérivée de la phase ou la transformée de Wigner-Ville. Pour des signaux monocomposantes plus complexes, les méthodes telles que la transformée d'Hilbert ou l'opérateur Teager-Kaiser permettent de traiter des signaux monocomposantes modulés à la fois en amplitude et en fréquence. Les signaux multicomposantes nécessitent des techniques plus complexes de traitement. Les techniques permettant de traiter les signaux multicomposantes modulés à la fois en amplitude et en fréquence sont apparues plus récemment, notamment dans le domaine du traitement de la parole et de signaux acoustiques. Ces méthodes sont capables d'analyser les signaux multicomposantes modulés non linéairement. Des méthodes paramétriques font une hypothèse sur le type des fonctions de modulation. L'estimation de ces modulations conduit à l'estimation des paramètres du modèle. La demande de nouvelles méthodes dans ce contexte est importante. Pour beaucoup de méthodes existantes, l'estimation des morts et naissances est encore un problème ouvert.

Dans cette thèse, nous nous intéressons à l'étude des signaux non stationnaires modulés

non linéairement en amplitude et en fréquence avec morts et naissances des composantes. L'idée est de gérer simultanément les difficultés suivantes :

- Existence de plusieurs composantes
- Modulations fortement non linéaires
- Durée relativement longue du signal
- Morts et naissances des composantes.

Les méthodes existantes ont des limitations sur plusieurs aspects. Beaucoup de méthodes pour estimer la fréquence instantanée du signal, telles que la transformée de Wigner-Hough et la fonction d'ambiguïté d'ordre élevé, ne permettent pas l'estimation de l'amplitude instantanée du signal, qui est le but principal de cette thèse. Quelques méthodes ne s'adaptent pas au contexte du signal multicomposante, telles que la transformée d'Hilbert et l'opérateur de Teager-Kaiser. Pour pouvoir appliquer ces méthodes sur des signaux multicomposantes, les composantes de signaux doivent d'abord être séparées. Les méthodes à cet effet, telles que la décomposition empirique modale et ses variantes, ne peuvent pas offrir une précision satisfaisante quand les composantes du signal sont fortement modulées ou quand le signal est bruité.

De plus, beaucoup de méthodes non paramétriques sont basées sur une représentation temps-fréquence du signal. En conséquent, leurs précisions sont plus ou moins limitées par les résolutions temporelles et fréquentielles de la représentation temps-fréquence. Les méthodes paramétriques ne souffrent pas de ce problème, mais le type de non-linéarité des fonctions de modulation est restreint par le choix du modèle. Pour approximer des fonctions de modulation non linéaires, le modèle nécessite un grand nombre de paramètres. Lorsque le nombre est très élevé, l'estimation des paramètres sera difficile.

Des travaux antérieurs [Jabloun 2007b] sont parvenus à une solution valide de ce problème. Le noyau de la méthode proposée est une modélisation locale, appliquée sur un segment court. La modélisation locale réalise une analyse à une très petite échelle temporelle grâce à une représentation polynomiale de l'amplitude et de la fréquence d'une composante. Les fonctions de modulation en amplitude et en fréquence sont segmentées de telle manière que des polynômes d'ordre faible sont suffisants pour approximer leurs variations locales sur chaque segment. Cette technique s'avère avoir de très hautes résolutions en temps et en fréquence. L'estimation des paramètres est effectuée par un estimateur du maximum de vraisemblance à l'aide d'une optimisation stochastique.

Basée sur cette modélisation locale, deux méthodes de modélisation ont été proposées respectivement pour deux types de signaux :

- Multicomposante non linéaire de durée courte
- Monocomposante non linéaire de durée longue

La modélisation du premier type de signal a été réalisée à l'aide d'un modèle local de signal multicomposante. Celle du deuxième type repose sur une procédure «segmentation, modélisation locale et fusion» adaptée uniquement aux signaux monocompantes. Les deux méthodes ont des limitations dans notre contexte. Pour la première, la modélisation des signaux multicomposantes n'est pas applicable aux signaux longs. Pour la deuxième, les étapes de segmentation et de fusion ne sont définies que pour des signaux monocomposantes. De plus, ces deux mé-

thodes ne considèrent pas les morts et naissances des composantes, car la modélisation locale est uniquement valable pour des fonctions de modulation sans aucune rupture.

Inspirée par ces méthodes, cette thèse a pour objet de proposer une nouvelle technique de modélisation locale adaptée aux signaux multicomposantes non linéaires de durée longue. Souhaitant préserver la modélisation locale sur un signal long, la méthode proposée devra reposer sur un schéma «initialisation,segmentation, modélisation locale et fusion». Il est aussi très important de pouvoir considérer les morts et naissances de plusieurs composantes.

Cette thèse est donc dédiée à la résolution des problèmes suivants liés à la nature du signal étudié :

- Afin d'estimer un signal de durée longue par une modélisation locale, le signal entier doit d'abord être découpé en segments courts en tenant compte des degrés de non-linéarités des fonctions de modulation et des morts et naissances des composantes. Il est alors nécessaire de concevoir une méthode de segmentation qui s'adapte au contexte du signal multicomposante. Il est aussi nécessaire de pouvoir fixer les paramètres initiaux du modèle local.
- Pour un signal long, les fonctions de modulation modélisées sur les segments doivent être fusionnées sur la durée totale. Dans un contexte de signal multicomposante, la fusion doit gérer les recouvrements entre plusieurs segments et la correspondance des fonctions de modulation entre les différents segments.
- Pour assurer la robustesse de l'algorithme, il est important de résoudre le problème de l'initialisation en proposant une estimation préliminaire du nombre de composantes, des fonctions de modulation et des morts et naissances des composantes.
- Il est important que toutes les étapes de l'algorithme tiennent compte des morts et naissances des composantes. En particulier, le modèle local doit pouvoir en tenir compte dans le but d'une détection précise de ces instants de rupture.

Cette thèse est organisée en 3 parties. Dans le Chapitre 2, nous présentons l'état de l'art des méthodes paramétriques et non paramétriques proposées dans la littérature. Pour chaque méthode, nous mettons l'accent sur le type de signaux envisagés et le modèle du signal supposé. Ensuite nous introduisons brièvement le principe de la méthode proposée, ainsi que les modèles proposés. Le Chapitre 3 est dédié à une méthode d'initialisation non paramétrique. La segmentation, la modélisation locale et la fusion sont détaillées dans le Chapitre 4. Les résultats sont présentés après la description de chaque étape afin d'illustrer les performances.

Dans «Conclusions et Perspectives», nous mettons en évidence les contributions de ce travail et nous précisons les améliorations potentielles pour guider les développements futurs.

Chapitre 2

Contexte de recherche

Sommaire

2.1 Problème posé **6**
2.2 Etat de l'art **6**
2.2.1 Méthodes non paramétriques d'estimation de l'amplitude et de la fréquence 7
2.2.1.1 Dérivée de la phase brute 7
2.2.1.2 Opérateur d'énergie de Teager-Kaiser 10
2.2.1.3 Estimateur à partir d'une représentation temps-fréquence 14
2.2.1.4 Décomposition modale empirique 17
2.2.1.5 Synchrosqueezing 20
2.2.1.6 Couplage des pics 22
2.2.2 Méthodes paramétriques 24
2.2.2.1 Modulation linéaire de fréquence 24
2.2.2.2 Signaux à phase polynomiale 25
2.2.2.3 Modélisation locale des modulations d'amplitude et de fréquence 28
2.3 Approche proposée **31**
2.4 Modèle général du signal **32**
2.4.1 Modèle global 33
2.4.1.1 Hypothèse d'unicité 33
2.4.1.2 Fréquence instantanée 34
2.4.1.3 Morts et naissances de composantes 34
2.4.2 Modèle local sur segments courts 34
2.4.2.1 Modèle à amplitude polynomiale 36
2.4.2.2 Modèle à amplitude amortie 36
2.4.2.3 Modèle avec mort et naissance 37
2.4.2.4 Paramètres du modèle 40
2.5 Vue d'ensemble de l'algorithme proposé **41**

Dans ce chapitre, nous adressons le problème posé et nous décrivons l'approche proposée. La nature du signal va nous orienter vers une méthode d'estimation valable dans un contexte très général. Après l'introduction des hypothèses générales, les méthodes existantes sont présentées dans le paragraphe 2.2, chacune est une solution proposée pour une hypothèse particulière. En général, les méthodes font partie de deux catégories : celles paramétriques et non-paramétriques. Donc nous présentons les méthodes selon ces deux catégories.

Dans le paragraphe 2.3, nous présentons en grandes lignes l'approche proposée. L'hypothèse considérée ici est plus générale par rapport à celles de l'état de l'art, l'approche proposée a pour objectif de traiter des signaux plus complexes que ceux traités par des méthodes existantes. Alors, nous allons discuter cette approche avec celles de l'état de l'art afin de mettre en lumière ses avantages.

2.1 Problème posé

Le signal multicomposante est composé d'une somme de plusieurs signaux déterministes à bande spectrale étroite, chacun étant appelé une composante. Pour des signaux réels, les composantes sont souvent de nombre inconnu, et noyées dans un bruit additif. L'objectif de cette thèse est d'estimer les composantes dans un signal bruité, sans connaître leur nombre *a priori*. Nous supposons que chaque composante puisse être caractérisée par sa modulation d'amplitude et celle de fréquence, le problème d'estimation des composantes devient un problème d'estimation de leur nombre et leurs fonctions de modulation.

Une hypothèse particulière sur la nature du signal étudié est souvent associée à la méthode d'estimation. Comme discuté dans l'état de l'art, les hypothèses des méthodes existantes comme par exemple la présence d'une seule composante, une amplitude constante, une modulation linéaire ou polynomiale en fréquence, *etc.*, simplifient le problème envisagé. Nous proposons de traiter des signaux composés de plusieurs composantes, modulées à la fois en amplitude et en fréquence par des fonctions fortement non linéaires et de type arbitraire. Aucune contrainte n'est imposée sur le type de non-linéarité des modulations.

En accord avec des signaux réels où les composantes présentent des discontinuités, l'approche proposée doit maîtriser aussi les discontinuités des composantes, notamment les morts et les naissances. Nous procédons dans le paragraphe suivant à l'introduction des méthodes existantes pour estimer les fonctions de modulation des signaux non stationnaires.

2.2 Etat de l'art

Dans la littérature, les signaux étudiés sont modulés en amplitude, en fréquence ou en phase. Les méthodes pour analyser ces signaux peuvent être séparées en général deux catégories : celles non paramétriques qui ne font pas d'hypothèse sur le type de non-linéarité du signal, celles paramétriques qui sont basées sur un modèle spécifique des fonctions de modulation.

Chaque méthode est basée sur une hypothèse unique, qui caractérise la nature du signal traité, ainsi que le contexte d'estimation. Dans chaque catégorie des méthodes, nous allons présenter des méthodes à partir de celle qui a l'hypothèse la plus simple, et jusqu'à celle qui est basée sur une hypothèse très sophistiquée.

2.2.1 Méthodes non paramétriques d'estimation de l'amplitude et de la fréquence

Les méthodes non paramétriques ne supposent aucune hypothèse sur le type de non-linéarité des fonctions de modulation. L'objectif de ces méthodes est d'identifier les modulations de forme inconnue. Nous exposons d'abord une méthode d'estimation de la fréquence instantanée par le calcul de la dérivée de la phase brute. Cette méthode permet d'estimer seulement la modulation de fréquence, de plus elle est valable uniquement pour des signaux monocomposantes. Ensuite, nous introduisons l'opérateur de Teager-Kaiser qui permet d'estimer également l'amplitude instantanée d'un signal monocomposante. Étant un outil très employé, la représentation temps-fréquence distribue l'énergie du signal traité dans le plan temps-fréquence. Sur une représentation temps-fréquence, un grand nombre de méthodes ont été proposées pour extraire les trajectoires d'amplitude et de fréquence. Toutefois, une représentation temps-fréquence subit toujours des inconvénients telles que la présence des termes d'interférence et la limitation de résolution. La décomposition modale empirique est une technique qui décompose les signaux multicomposantes en plusieurs composantes. Finalement, nous exposons un méthode de suivi temporel qui permet de traiter les morts et naissances des signaux multicomposantes de parole.

2.2.1.1 Dérivée de la phase brute

Considérons un signal réel de phase instantanée $\phi(t)$ et d'amplitude $A(t)$:

$$y_r(t) = A(t)cos(\Phi(t)) \tag{2.1}$$

Un tel signal est appelé un signal monocomposante. Une représentation complexe de $y_r(t)$ s'écrit

$$y(t) = A(t)e^{j\Phi(t)} \tag{2.2}$$

Si $y(t)$ n'a pas d'énergie aux fréquences négatives. il est dit signal analytique. Bedrosian a proposé trois contraintes sur les modulations $A(t)$ et $\Phi(t)$ afin de construire le signal analytique [Bedrosian 1962] :

1. $\frac{d\Phi(t)}{dt} >> 2\pi f_{max}$, où f_{max} est la fréquence maximale de $A(t)$;
2. $A(t)$ est impérativement à bande étroite.
3. les spectres de l'amplitude $A(t)$ et de la fréquence $F(t) = \frac{d\Phi(t)}{dt}$ ne se chevauchent pas.

Si les contraintes sont respectées, nous pouvons alors interpréter l'amplitude et la phase instantanée respectivement par le module et l'argument du signal analytique. Des contraintes plus fortes que celles de Bedrosian ont été discutées dans la littérature [Loughlin 1996][Huang 2009]. Dans [Picinbono 1997], l'auteur a souligné que les contraintes de Bedrosian, si elles sont appliquées pour caractériser un signal modulé par une phase non linéaire, ne sont plus valables. La phase doit respecter une structure générale, telle que :

$$e^{j\Phi(t)} = b(t)e^{j(\omega_0 t+\theta)} \tag{2.3}$$

où $b(t)$ est une fonction de Blaschke avec ses pôles définis dans la partie positive du plan complexe. ω_0 est une fréquence constante, et θ une valeur arbitraire. De plus $b(t)$ est forcément une fonction complexe de module 1 :

$$b(t) = e^{j\Phi_b(t)} \tag{2.4}$$

de phase $\Phi_b(t)$. Le signal $y(t)$ est analytique si la phase $\Phi(t)$ ne présente pas de discontinuité, et peut s'écrire :

$$\Phi(t) = \omega_0 t + \theta + \Phi_b(t) \tag{2.5}$$

Pour des signaux faiblement modulés, il suffit d'imposer la contrainte de Bedrosian. Nous exposons maintenant des méthodes pour estimer les modulations d'amplitude et de fréquence de tels signaux. Un exemple des méthodes non paramétriques est l'estimation de la fréquence instantanée d'un signal monocomposante $y(t)$ par la dérivée de la phase brute $\phi(t)$. En pratique l'observation est un signal réel $y_r(t)$. Pour pouvoir effectuer l'estimation à partir du signal analytique $y(t)$, on doit calculer la partie imaginaire $y_i(t)$ avec la transformée d'Hilbert [Gabor 1946], notée $\mathcal{H}\{\cdot\}$:

$$\begin{array}{rcl} y(t) & = & y_r(t) + jy_i(t) \\ y_i(t) & = & \mathcal{H}\{y_r(t)\} \end{array} \tag{2.6}$$

Le signal $y(t)$ est un signal analytique si la transformée d'Hilbert de la partie réelle $A(t)cos(\Phi(t))$ donne exactement la conjugaison $A(t)sin(\Phi(t))$:

$$y_i(t) = \mathcal{H}\{y_r(t)\} = A(t)sin(\Phi(t)) \tag{2.7}$$

Pour un signal analytique, la définition de l'amplitude et de la phase n'est pas toujours unique. On impose donc les contraintes suivantes [Cohen 1999][Loughlin 1996][Vakman 1996] pour assurer l'unicité de la définition :

1. $A(t) > 0, \forall t \in \mathbb{R}$.
2. $\Phi(t)$ ne subit pas de discontinuité.

Sous ces contraintes, la phase et l'amplitude instantanée du signal monocomposante correspondent respectivement à l'argument et au module du signal :

$$\begin{array}{rcl} A(t) & = & |y(t)| = \sqrt{\Re\{y(t)\}^2 + \Im\{y(t)\}^2} \\ \tan(\Phi(t)) & = & \frac{\Im\{y(t)\}}{\Re\{y(t)\}} \end{array} \tag{2.8}$$

La fréquence instantanée est estimée par convention par la dérivée de la phase :

$$F(t) = \frac{1}{2\pi}\frac{d\Phi(t)}{dt} \tag{2.9}$$

Dans le cas de signal à temps discret, l'implémentation de (2.9) devient une différentiation discrète de la phase. De cette manière, plusieurs stratégies d'estimation de la fréquence instantanée ont été étudiées dans [Boashash 1992].

Afin de présenter les propriétés de cet estimateur, nous illustrons les méthodes à l'aide d'un signal simulé monocomposante $y_r[n]$ de 629 points, échantillonné à 100 Hz défini comme :

$$\begin{array}{ll} y_r[n] = s_r[n] + b_r[n] & n = 1, \ldots, N \\ s_r[n] = A[n]cos\left(\sum_{i=1}^{n} 2\pi F[i]\right) & \end{array} \tag{2.10}$$

$b_r[n]$ correspond à un bruit blanc Gaussien réel, de moyenne nulle de variance σ^2 défini par un RSB (Rapport Signal-à-Bruit) égal à 15 dB. Le RSB est défini comme suivant :

$$RSB = 10log_{10}\left(\frac{\sum_{n=1}^{N}|A[n]|^2}{\sigma^2}\right) \tag{2.11}$$

Nous considérons une amplitude $A[n]$ quadratique et une fréquence $F[n]$ quadratique :

$$\begin{aligned} F[n] &= 5 + \left(\tfrac{3}{2}N\right)^3 n - \left(\tfrac{3}{2}\right)^4 \\ A[n] &= 10(n - \tfrac{N}{2})^2 - 15(n - \tfrac{N}{2}) + 100 \end{aligned} \tag{2.12}$$

Le signal $y_r[n]$ ainsi généré et son spectrogramme sont présentés dans la figure 2.1.

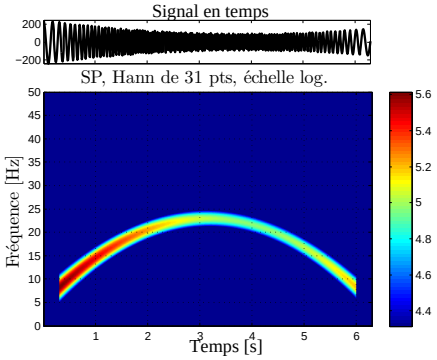


FIGURE 2.1 – En haut : signal sinusoïdal monocomposante y_r défini dans (2.10), de $N = 629$ points, échantillonné à 100Hz, avec un RSB de 15dB. En bas : Spectrogramme du signal y_r en échelle logarithmique, obtenu avec une fenêtre de Hann de 31 points.

La fréquence instantanée du signal y_r est estimé à partir du signal analytique $y[n]$, par la dérivée de la phase. De cette manière, 4 estimateurs de fréquence instantanée sont basés respectivement sur 4 façons de réaliser la discrétisation de la dérivée :

1. Dérivée finie avant : $F[n] = \frac{1}{2\pi}(\Phi[n+1] - \Phi[n])$;
2. Dérivée finie arrière : $F[n] = \frac{1}{2\pi}(\Phi[n] - \Phi[n-1])$;
3. Dérivée finie centrale : $F[n] = \frac{1}{4\pi}(\Phi[n+1] - \Phi[n-1])$;
4. Dérivée finie centrale lissée [Kay 1988] : $F[n] = \frac{h[n]}{4\pi}(\Phi[n+1] - \Phi[n-1])$,

où $h[n]$ est une fenêtre de lissage de taille M, définie comme :

$$h[n] = \frac{1.5M}{M^2 - 1}\left[1 - \left(\frac{n - M/2 + 1}{N/2}\right)^2\right] \tag{2.13}$$

où M est choisie manuellement à une valeur intermédiaire pour équilibrer l'effet de réduction de variance et l'effet de délai temporel.

Les résultats d'estimation de ces estimateurs sont présentés dans la figure 2.2.

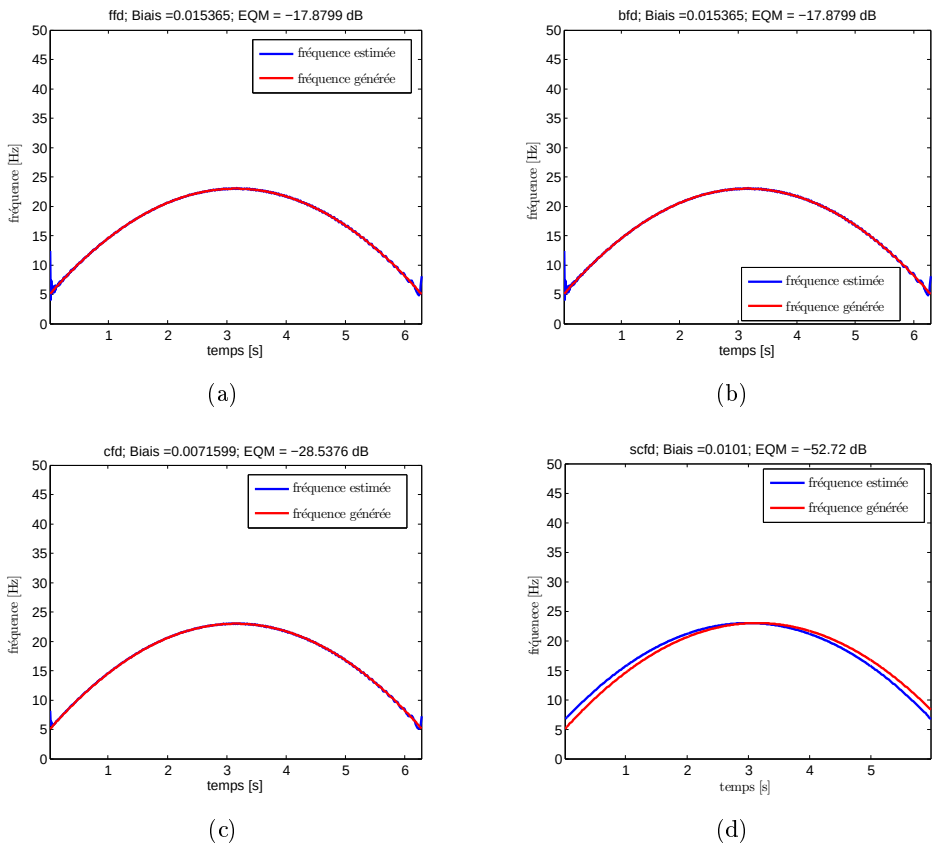


FIGURE 2.2 – Estimation de la fréquence instantanée F_n du signal sinusoïdal monocomposante y_r défini dans (2.10) par 4 estimateurs de dérivée de la phase brute. Le biais d'estimation, ainsi que l'EQM (erreur quadratique moyenne) et la variance, sont affichées au dessus de chaque courbe. (a) Dérivée finie avant. (b) Dérivée finie arrière. (c) Dérivée finie centrale. (d) Dérivée finie centrale lissée

Parmi les résultats présentés dans la figure 2.2, l'estimateur de la dérivée finie avant et arrière ont des performances quasiment équivalentes, celui de la dérivée finie centrale a une variance et une EQM d'estimation évidemment réduite. Cependant, grâce à l'utilisation d'une fenêtre de lissage, l'estimateur de la dérivée centrale lissée a l'erreur de l'estimation la plus faible. Mais pour la même raison, un délai temporel de 15 points est introduit puisque la fréquence instantanée est moyennée sur $M/2 = 16$ fois plus d'échantillons.

2.2.1.2 Opérateur d'énergie de Teager-Kaiser

L'opérateur d'énergie de Teager-Kaiser (TK) est un outil de suivi d'énergie. il est notamment adapté aux signaux réels monocomposantes, qui s'écrivent :

$$y(t) = A(t)\cos(\phi(t)) \tag{2.14}$$

D'après [Maragos 1993a], l'opérateur TK $\mathbf{\Psi}(y(t))$ est défini par :

$$\mathbf{\Psi}(y(t)) = \dot{y}^2(t) - \ddot{y}(t)y(t) \tag{2.15}$$

$\dot{y}(t)$ et $\ddot{y}(t)$ étant respectivement la dérivée première et seconde de $y(t)$. (2.15) nous permet d'identifier l'amplitude et la fréquence du signal à temps continu par :

$$F(t) = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{\mathbf{\Psi}(\dot{y}(t))}{\mathbf{\Psi}(y(t))}} \tag{2.16}$$

$$A(t) = \frac{\mathbf{\Psi}(y(t))}{\sqrt{\mathbf{\Psi}(\dot{y}(t))}} \tag{2.17}$$

La version discrète de l'opérateur TK donne lieu à l'algorithme discret de séparation d'énergie (DESA : discrete energy separation algorithm). La réalisation de l'opérateur en version discrète consiste d'abord à approximer $\mathbf{\Psi}(y(t))$ par :

$$\begin{array}{l} y[n] = A[n]\cos(\phi[n]) \\ \mathbf{\Psi}(y[n]) \approx A^2[n]sin^2(\Omega[n]) \end{array} \tag{2.18}$$

où n est l'indice de temps discret. $\Omega[n]$ est la fréquence angulaire instantanée du signal, calculée par la dérivée discrète de la phase $\Phi[n]$:

$$\Omega[n] = \frac{d_d\Phi[n]}{d_d n} \tag{2.19}$$

$\frac{d_d\Phi[n]}{d_d n}$ est la dérivée numérique de $\Phi[n]$ par rapport à n. Selon la façon de discrétiser la dérivée de la phase, 3 versions de cet algorithme existent [Maragos 1993b][Maragos 1993a].

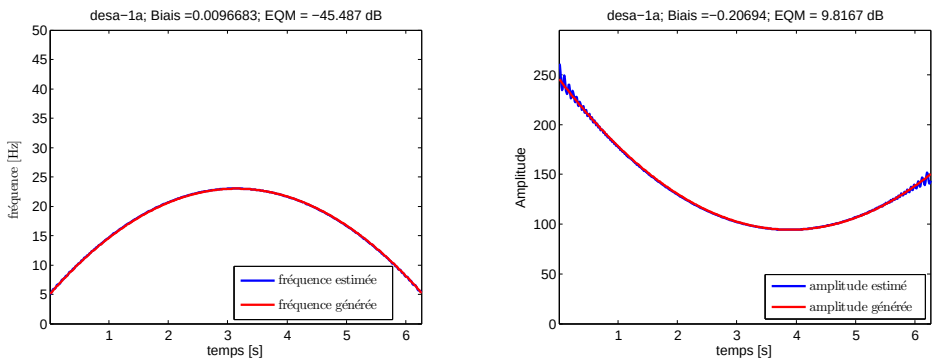
DESA1-a utilise une dérivée asymétrique à l'ordre 1 pour réaliser la dérivée numérique de phase :

$$\mathbf{\Psi}(y[n]) \approx 4A^2[n]sin^2(\Omega[n](n-0.5)/2)sin^2(\Omega[n](n-0.5)) \tag{2.20}$$

Ainsi, l'équation (2.16) revient à :

$$\begin{array}{l} F[n] = \frac{F_e}{2\pi}\arccos(1 - \frac{\mathbf{\Psi}(\dot{y}[n])}{2\mathbf{\Psi}(y[n])}) \\ |A[n]| = \sqrt{\frac{\mathbf{\Psi}(y[n])}{1-\left(1-\frac{\mathbf{\Psi}(\dot{y}[n]))}{2\mathbf{\Psi}(y[n])}\right)^2}} \\ \dot{y}[n+1] = y[n] - y[n-1] \end{array} \tag{2.21}$$

Le DESA-1a est une version simple à programmer, puisqu'il permet d'estimer l'amplitude et la fréquence à chaque instant n avec seulement deux échantillons $y[n]$ et $y[n-1]$. Selon les conclusions provenant des expérimentations dans [Maragos 1993a], le DESA-1a présente une précision relativement faible, comme présentée dans la figure 2.3. De plus l'estimation de la fréquence instantanée par le DESA-1a est sensible au bruit.



(a) (b)

FIGURE 2.3 – Estimation de la fréquence instantanée $F[n]$ et l'amplitude instantanée $A[n]$ du signal sinusoïdal monocomposante y_r défini dans (2.10) par le DESA-1a. Le biais d'estimation, ainsi que l'EQM (erreur quadratique moyenne) et la variance, sont affichées au dessus de chaque courbe.

DESA-1 utilise une dérivée symétrique à l'ordre 1 pour calculer la dérivée numérique de phase, en supposant que :

$$\frac{\mathbf{\Psi}(y[n]-y[n-1])+\mathbf{\Psi}(y[n+1]-y[n])}{2} \approx 4A^2[n]sin^2(\Omega[n]/2)sin^2(\Omega[n]) \tag{2.22}$$

Substituant cette équation dans (2.16), la DESA-1 est obtenu par :

$$\begin{aligned} F[n] &= \tfrac{F_e}{2\pi}\arccos(1-\tfrac{\mathbf{\Psi}(\dot{y}[n])+\mathbf{\Psi}(\dot{y}[n+1])}{4\mathbf{\Psi}(y[n])}) \\ |A[n]| &= \sqrt{\frac{\mathbf{\Psi}(y[n])}{1-(1-\frac{\mathbf{\Psi}(\dot{y}[n])+\mathbf{\Psi}(\dot{y}[n+1])}{4\mathbf{\Psi}(y[n])})^2}} \\ \dot{y}[n+1] &= y[n]-y[n-1] \end{aligned} \tag{2.23}$$

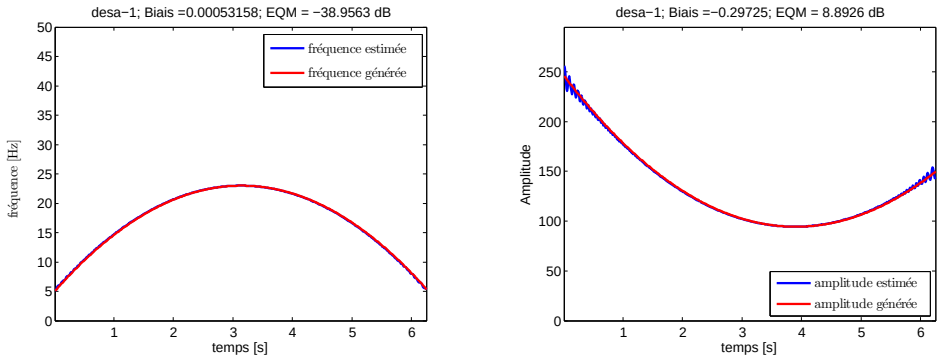
Le DESA-1 possède une bonne qualité d'estimation grâce à l'utilisation d'une dérivée symétrique au coût d'une petite augmentation de la complexité. C'est la version la plus robuste de DESA, car il n'est pas nécessairement soumis à la contrainte de bande de fréquence (2.26). Cette propriété permet d'appliquer le DESA-1 sur une plus grande variété de signaux. Son insensibilité au bruit est un autre avantage principal, comme l'illustre la figure 2.4.

DESA-2 est différent par rapport à DESA-1 vu qu'il calcule directement la dérivée seconde de la phase :

$$\mathbf{\Psi}(y[n+1]-y[n-1]) \approx A^2[n]sin^4(\Omega[n]) \tag{2.24}$$

Ainsi, l'équation (2.16) devient le DESA-2 :

$$\begin{aligned} F[n] &= \tfrac{F_e}{4\pi}\arccos(1-\tfrac{\mathbf{\Psi}(\ddot{y}[n])}{2\mathbf{\Psi}(y[n])}) \\ |A[n]| &= \tfrac{2\mathbf{\Psi}(y[n])}{\mathbf{\Psi}(\ddot{y}[n])} \\ \ddot{y}[n+1] &= y[n+1]-y[n-1] \end{aligned} \tag{2.25}$$



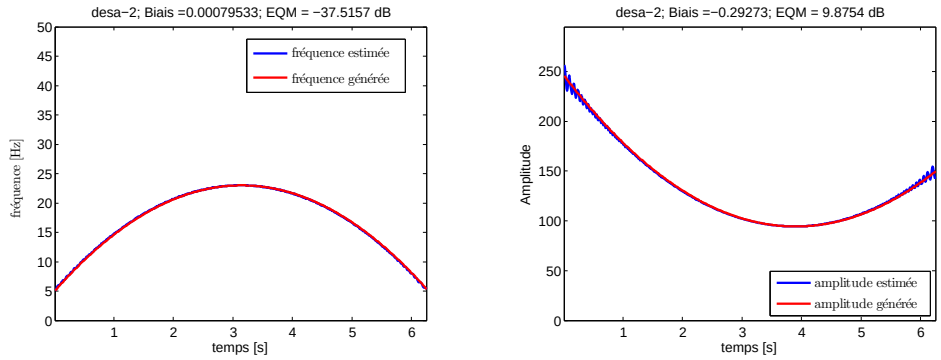
(a) (b)

FIGURE 2.4 – Estimation de la fréquence instantanée $F[n]$ et l'amplitude instantanée $A[n]$ du signal sinusoïdal monocomposante y_r défini dans (2.10) par le DESA-1. Le biais d'estimation, ainsi que l'EQM (erreur quadratique moyenne) et la variance, sont affichées au dessus de chaque courbe.

Une grand inconvénient du DESA-1a est qu'il est applicable seulement pour des signaux à basse-fréquence, c'est-à-dire des signaux dont la fréquence ne dépasse pas 1/4 de la fréquence d'échantillonnage :

$$0 < F[n] < \frac{F_e}{4} \tag{2.26}$$

Dans les situations réelles, si le signal possède une fréquence élevée au delà de $\frac{F_e}{4}$, il est néccessaire de doubler la fréquence d'échantillonnage afin de pouvoir utiliser cette méthode. De plus, les performances du DESA-2 sont légèrement inférieures à celle du DESA-1 et du DESA-1a, comme l'illustre la figure 2.5.



(a) (b)

FIGURE 2.5 – Estimation de la fréquence instantanée F_n et l'amplitude instantanée $A[n]$ du signal sinusoïdal monocomposante y_r défini dans (2.10) par le DESA-2. Le biais d'estimation, ainsi que l'EQM (erreur quadratique moyenne) et la variance, sont affichées au dessus de chaque courbe.

Cependant, parmi les 3 versions de DESA, le DESA-2 est le plus rapide et plus simple. En résumé, les algorithmes DESAs sont bien adaptés aux signaux faiblement modulés et noyés dans un bruit relativement faible. En général, ces algorithmes ont l'avantage d'être faciles à implémenter. De plus, ces algorithmes sont calculés avec une fenêtre de seulement un ou deux points, ainsi, l'effet du fenêtrage est très faible par rapport aux autres méthodes (e.g. méthodes temps-fréquences, finie centrale lissée de la phase brute). Le choix de la version de DESA dépend du contexte d'application. Par exemple, si la largeur de bande de fréquence du signal étudié est inconnue, il faut éviter d'utiliser la méthode de DESA-2.

2.2.1.3 Estimateur à partir d'une représentation temps-fréquence

Une représentation temps-fréquence est une fonction bi-dimensionnelle dans le plan temps-fréquence. Elle permet de construire une distribution en temps et en fréquence sans connaître aucun modèle du signal. Selon la définition de [Cohen 1989], une forme générale de la représentation temps-fréquence faisant référence à la classe de Cohen s'écrit :

$$\mathcal{TFR}(t,\omega) = \frac{1}{4\pi}\int\int\int e^{-j\theta t - j\tau\omega + j\theta u}\phi(\theta,\tau) \times y^*(u-\frac{\tau}{2})y(u+\frac{\tau}{2})dud\tau d\theta \tag{2.27}$$

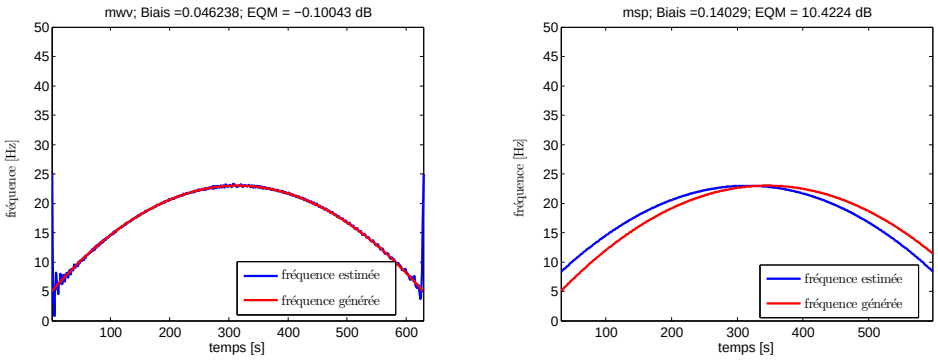
où t et ω correspondent respectivement aux variables de temps et de fréquence. $\mathcal{TFR}(t,\omega)$ est la représentation temps-fréquence du signal. A partir de cette représentation, la trajectoire fréquentielle du signal $y[n]$ peut être estimée par plusieurs approches. Parmi celles-ci, la méthode la plus simple pour des signaux monocomposantes est de calculer la fréquence moyenne par rapport à la distribution à chaque instant t, définie d'une telle manière que :

$$F(t) = \frac{1}{2\pi}\frac{\int \omega\mathcal{TFR}(t,\omega)d\omega}{\int \mathcal{TFR}(t,\omega)d\omega} \tag{2.28}$$

La fréquence $F(t)$ ainsi obtenue est aussi appelée le premier moment conditionnel de fréquence [Boashash 1992]. $F(t)$ est équivalente à la dérivée de la phase, même si le signal monocomposante étudié est non-analytique [Cohen 1989]. En effet, cette estimation s'adapte aux signaux complexes monocomposantes même si les contraintes de Bedrosian [Boashash 1992][Loughlin 1996] ne sont pas vérifiées. Les résultats d'estimation sont présentés dans la figure 2.6 avec la distribution de Wigner-Ville et le spectrogramme.

Le comportement de ces estimateurs sur deux représentations temps fréquence est évidemment différent. L'estimation par la distribution de Wigner-Ville présente une variance importante, puisque le calcul du premier moment de fréquence est perturbé par la présence du bruit. Au contraire, l'estimateur basé sur le spectrogramme a une estimation de fréquence plus lissée, mais il subit un biais dû à l'effet de moyennage. Pour réduire ce biais, la taille de la fenêtre doit être diminuée.

Dans le contexte d'un signal monocomposante à faible niveau de bruit et à faible non-stationnarité, la trajectoire fréquentielle et celle d'amplitude sont repérables par les maximaux pics sur la représentation temps-fréquence. Donc il est intuitif d'estimer la fréquence et l'amplitude instantanées à partir des arguments des pics de la représentation temps-fréquence



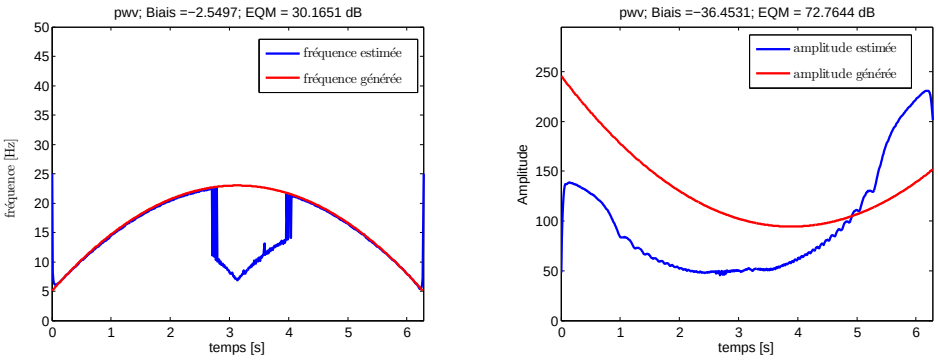
(a) (b)

FIGURE 2.6 – Estimation de la fréquence instantanée $F[n]$ du signal sinusoïdal monocomposante $y_r[n]$ défini dans (2.10) par l'estimateur par la fréquence moyenne sur la distribution de Wigner-Ville et le spectrogramme. Le biais d'estimation, ainsi que l'EQM (erreur quadratique moyenne) et la variance, sont affichées au dessus de chaque courbe. (a) Résultat sur la distribution Wigner-Ville du signal. (b) Résultat sur le spectrogramme du signal.

[Boashash 1992] :

$$F(t) = \frac{1}{2\pi} \underset{\omega}{\operatorname{argmax}} \mathcal{TFR}(t, \omega) \tag{2.29}$$

Les résultats d'estimation de fréquence instantanée par cette approche sont présentés dans les figures suivantes. Dans la figure 2.7, les résultats sont obtenus en utilisant la distribution de Wigner-Ville, dont les résolutions temporelle et fréquentielle sont très élevées, pourtant la perturbation liée aux les termes d'interférences est forte.



(a) (b)

FIGURE 2.7 – Estimation de la fréquence instantanée $F[n]$ et l'amplitude instantanée $A[n]$ du signal sinusoïdal monocomposante $y_r[n]$ défini dans (2.10) par l'estimateur par le pic sur la distribution de Wigner-Ville du signal. Le biais d'estimation, ainsi que l'EQM (Erreur Quadratique Moyenne) et la variance, sont affichées au dessus de chaque courbe.

L'estimation de la fréquence instantanée sur la distribution de Wigner-Ville ne présente pas

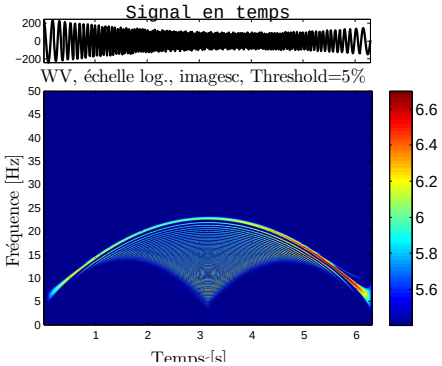
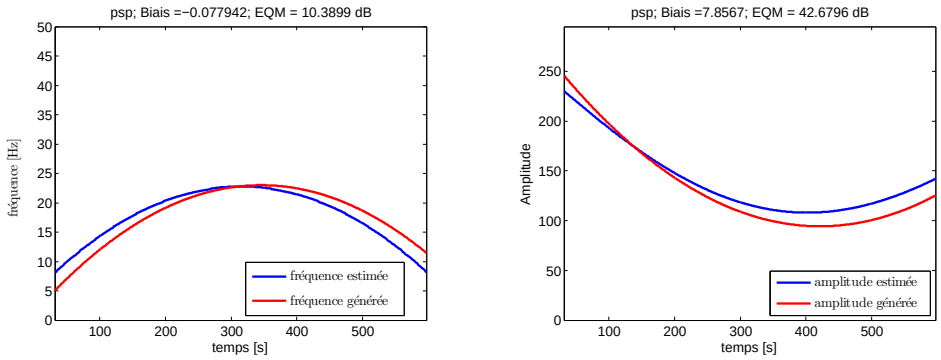


FIGURE 2.8 – Distribution de Wigner-Ville du signal sinusoïdal monocomposante $y_r[n]$ défini dans (2.10) en échelle logarithmique.

de délai temporel, mais elle est sévèrement pertubée par la présence des termes d'interférence illustrée dans la figure.2.8. Lorsque les termes d'interférences ont une puissance plus haute que les autotermes, l'estimation de la fréquence instantanée n'est plus valable en localisant des pics de plus haute puissance. Ce défaut est une limitation principale de la distribution de Wigner-Ville pour cette application. En revanche, les termes d'interférences peuvent être diminués grâce à l'utilisation de la fenêtre glissante, comme dans le spectrogramme. Dans 2.9, l'estimateur est basé sur le spectrogramme dont la résolution est plus faible que la distribution de Wigner-Ville. De plus, à cause d'un effet de fenêtrage, un délai temporel important est introduit.



(a) (b)

FIGURE 2.9 – Estimation de la fréquence instantanée $F[n]$ et l'amplitude instantanée $A[n]$ du signal sinusoïdal monocomposante $y_r[n]$ défini dans (2.10) par l'estimateur par le pic sur le spectrogramme du signal avec une fenêtre de Hann de 31 points. Le biais d'estimation, ainsi que l'EQM (erreur quadratique moyenne) et la variance, sont affichées au dessus de chaque courbe.

Par rapport à l'estimateur du premier moment (2.28), l'estimation de la fréquence instantanée par arguments de pics est plus robuste au bruit. Toutefois l'estimation est plus sensible à l'existence des termes d'interférence. L'estimation de l'amplitude est toujours perturbée, car

le bruit intervient aussi à la valeur maximale de chaque trame temporelle. L'estimation basée sur le spectrogramme du signal souffre toujours d'un délai à cause de l'effet de moyennage temporel.

La détection de pics a été étendue à des signaux multicomposantes [Boashash 1992], grâce à une méthode de suivi [Rankine 2007][Hussain 2002], ou à l'aide de la transformée de Hough [Katkovnik 1997][Katkovnik 1998][Rankine 2007].

Les performances de ces méthodes sont potentiellement limitées par la nature de la représentation temps-fréquence, notamment sa résolution restreinte et la présence des termes d'interférences. Malheureusement, il n'existe pas une représentation «optimale», car ces deux aspects sont contradictoires de la contrainte d'Heisenberg. La réduction des termes d'interférence est plus importante dans le contexte de signaux multicomposantes, une haute résolution est privilégiée pour des signaux non-stationnaires. Ce réglage est réalisé par le choix du noyau de la représentation temps-fréquence [Cohen 1989], selon le contexte particulier d'analyse [Claasen 1980][Hussain 2002][Dong 2012].

2.2.1.4 Décomposition modale empirique

La Décomposition Modale Empirique (EMD) est un outil adapté aux signaux multicomposantes. Un fort intérêt a été porté à cette méthode dans plusieurs domaines d'applications [Huang 1998][Coughlin 2004][Wu 2004][Bouchikhi 2010]. Le signal est considéré comme étant une somme d'ondelettes, qui font référence au terme «fonction modale intrinsèque». soumis aux deux conditions suivantes [Huang 1998] :

1 Sur la durée totale du signal, le nombre total d'extrema $N_{extrema}$ et le nombre de passages au zéro N_{zero} doit respecter : $|N_{extrema} - N_{zero}| \leq 1$.

2 Sur la durée totale du signal, deux enveloppes, celle supérieure calculée sur les maxima du signal et celle inférieure calculée sur les minima doivent toujours s'annuler.

La décomposition modale empirique extrait les fonctions intrinsèques modales comme des oscillations à forme sinusoïdale de manière automatique, selon le processus de tamisage (en anglais : sifting process). Sans aucune utilisation de filtrage ni de forme spécifique d'ondelettes, le processus de tamisage est constitué d'un algorithme itératif purement guidé par les données :

1. Fixer un seuil ε ; Initialiser l'indice de fonctions modales intrinsèques. $j \leftarrow 1$.
2. Initialiser le résidu $r_{j-1} \leftarrow y[n]$, où $y[n]$ est le signal à traiter.
3. Extraire la j-ième fonction modale intrinsèque de manière suivante :
   (a) Initialiser l'indice de tamisage $i \leftarrow 1$ et le résultat de tamisage $h_{j,i-1}[n] \leftarrow r_{j-1}[n]$;
   (b) Extraire les minima et les maxima locaux de $h_{j,i-1}[n]$.
   (c) Calculer les enveloppes supérieures $U_{j,i-1}$ et inférieures $L_{j,i-1}$ par l'interpolation des minima et des maxima locaux via une spline cubique.
   (d) Calculer la moyenne des enveloppes $\mu_{j,i-1}[n] = \frac{U_{j,i-1}+L_{j,i-1}}{2}$.
   (e) Mettre à jour le tamisage $h_{j,i}[n] = h_{j,i-1}[n] - \mu_{j,i-1}[n]$, $i \leftarrow i+1$.

(f) Vérifier la condition d'arrêt $\mathcal{ET} = \sum_{n=1}^{N} \| \frac{h_{j,i-1}[n]-h_{j,i}[n]}{h_{j,i-1}[n]} \|^2$.

(g) Répéter les étapes de (b) à (f) jusqu'à $\mathcal{ET} < \varepsilon$; Assigner éventuellement la j-ième FMI $FMI_j[n] \leftarrow h_{j,i}[n]$.

4. Mettre à jour le résidu $r_j[n] = r_{j-1}[n] - FMI[n]$.
5. Retourner à l'étape 3 avec $j \leftarrow j+1$ pour obtenir les fonctions modales intrinsèques suivantes, jusqu'à ce que le nombre d'extrema de $r_j[n]$ soit inférieur ou égal à 2.
6. J=j

Finalement, le signal $y[n]$ est décomposé en J fonctions modales intrinsèques, et un résidu $r_J[n]$ qui n'est plus oscillant :

$$y[n] = \sum_{j=1}^{J} FMI_j[n] + r_J[n] \tag{2.30}$$

Dans cet algorithme, l'écart-type de tamisage $\mathcal{ET}$ est un critère de contrôle. Le nombre de fonctions modales intrinsèques souhaitées est réglé en choisissant expérimentalement le seuil ε de l'écart-type. Chaque fonction modale intrinsèque correspond à une oscillation d'amplitude lissée et de fréquence variant lentement, Cela facilite l'estimation de sa fréquence et son amplitude instantanée. En appliquant ensuite la transformée d'Hilbert [Huang 2005] ou l'opérateur d'énergie de Teager-Kaiser[Maragos 1993a][Cexus 2006], l'amplitude et la fréquence des fonction modales intrinsèques sont estimées de la même façon qu'un signal monocomposante modulé à bande étroite .

La décomposition modale empirique est un outil applicatif qui n'a pas encore de justification théorique, donc ses performances et ses limitations doivent être testées expérimentalement. Il faut aussi noter qu'un signal sinusoïdal échantillonné n'est pas forcément une fonction modale intrinsèque. En réalité, l'utilisation de cette méthode est aussi limitée dans le contexte du signal fortement bruité et le contexte multicomposante avec des fréquences très proches [Kaslovsky 2010][Huang 2009].

Deux inconvénients de la décomposition modale empirique limitent son application. D'abord, l'extraction des fonctions modales intrinsèques souffre du problème de «mélange de modes», qui se manifeste typiquement quand les fonctions modales intrinsèques sont d'amplitude exceptionnellement variée, ou quand une fonction modale intrinsèque ne correspond pas à une vraie composante. La deuxième difficulté de la décomposition modale empirique est la dépendance du choix subjectif du seuil de tamisage ε, qui est critique pour l'extraction des fonctions modales intrinsèques.

Les performances de cette méthode sont illustrées sur un signal de 629 points, échantionné à 100 Hz et composé de deux sinusoïdes (*c.f.* la figure 2.10), une modulée en fréquence et en amplitude comme dans (2.12), l'autre modulée par une fréquence quadratique et une amplitude constante. Le RSB global est fixé à 15 dB.

Notons que les deux composante s'approchent en fréquence, jusqu'à une différence de fréquence de 2 Hz au dernier instant $n = 629$. La proximité de deux composantes est une

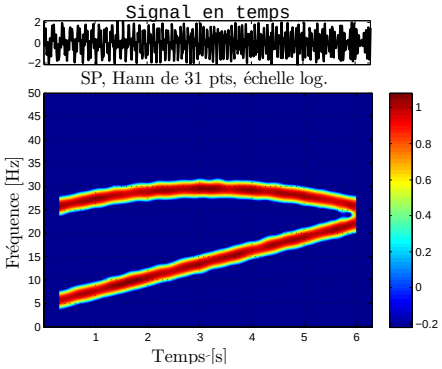


FIGURE 2.10 – En haut : signal sinusoïdal de deux composantes de $N = 629$ points, échantillonné à 100 Hz, avec un RSB de 15 dB. En bas : Spectrogramme de ce signal en échelle logarithmique, obtenu avec une fenêtre de Hann de 31 points.

des causes de mélange de modes. Dans ce cas, il est nécessaire de choisir un seuil ε de faible valeur. Nous appliquons la décomposition modale empirique sur ce signal avec $\varepsilon = 0.01$, et nous obtenons 8 fonctions modales intrinsèques présentées dans la figure 2.11 :

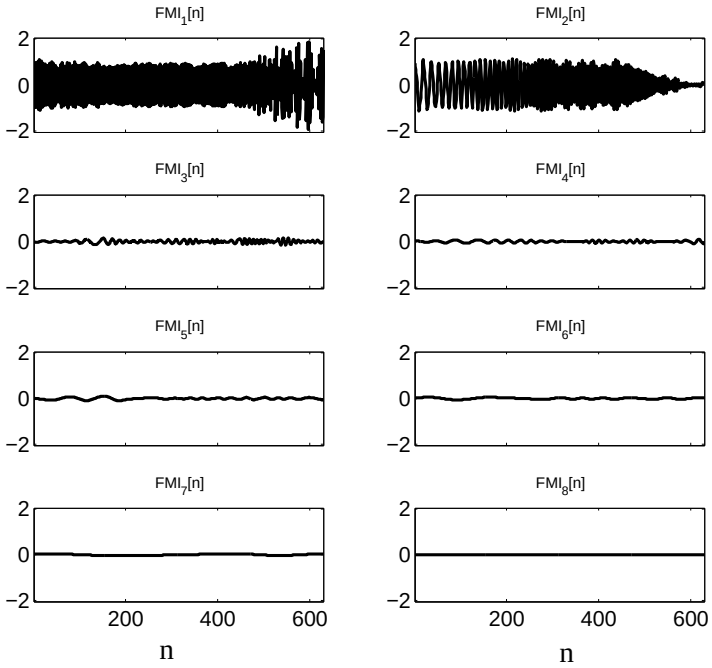
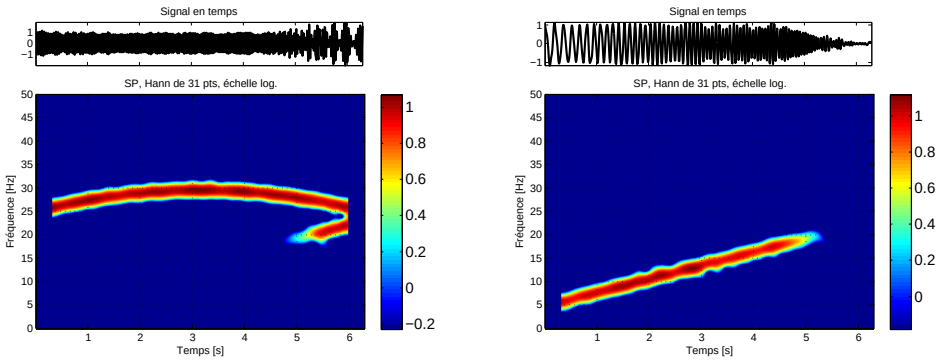


FIGURE 2.11 – 8 fonctions modales intrinsèques obtenues à partir du signal double composante de la figure 2.10 par la décomposition modale empirique avec le seuil $\varepsilon = 0.01$.

Le nombre de composantes n'égale pas au nombre vrai de composantes, puisque il n'y a pas de mécanisme automatique pour déterminer le nombre correct des fonctions modales intrinsèques. Facile à observer visuellement, un maximum d'énergie est concentré sur deux

fonctions les plus énergétiques $FMI_1[n]$ et $FMI_2[n]$, la correspondance de ces fonctions et les composantes réelles doit être évaluée sur le plan temps-fréquence. Nous présentons les spectrogrammes de $FMI_1[n]$ et $FMI_2[n]$ dans la figure 2.12 :



(a) (b)

FIGURE 2.12 – Spectrogrammes des fonctions modales intrinsèques $FMI_1[n]$ et $FMI_2[n]$ dans la figure 2.11. (a) $FMI_1[n]$ et le spectrogramme en échelle logarithmique obtenu avec une fenêtre Hann de 31 points. (b) $FMI_2[n]$ et le spectrogramme en échelle logarithmique obtenu avec une fenêtre Hann de 31 points.

Dans la figure 2.12, le mélange de modes est évident. Les fonctions intrinsèques $FMI_1[n]$, $FMI_2[n]$ ne correspondent pas aux composantes réelles. En fait, $FMI_1[n]$ contient une partie de $s_2[n]$ qui aurait dû extraite dans $FMI_2[n]$. Cependant, $FMI_2[n]$ ne contient que la partie restante de $s_2[n]$. Le mélange de mode dans ce cas dépend de la proximité fréquentielle des composantes et du choix du seuil ε. Le mélange est réalisé quand la différence fréquentielle des deux composantes est de l'ordre de 7-9 Hz. En revanche, un seuil ε de valeur plus faible permet de réduire le mélange au coût d'une boucle plus longue de tamisage lors de l'extraction de chaque fonction modale intrinsèque. Malheureusement il est toujours impossible d'éviter le mélange de modes malgré le choix de ε.

Pour développer une variante de la décomposition modale empirique qui évite la mélange de mode et la dépendance du choix manuel de ε, la méthode de Décomposition Modale Empirique d'Ensemble (en anglais : Ensemble Empirical Mode Decomposition), proposée dans [Wu 2009] maitrise l'extraction de FMIs sans mélange de modes et sans choix subjectif de ε. Cette méthode est adaptée aux données par l'emploi des caractéristiques statistiques du bruit.

2.2.1.5 Synchrosqueezing

Le synchrosqueezing [Meignen 2012][Daubechies 2011] est une méthode d'estimation des multimodulations sans mort et naissance. Cette méthode est inspirée par la décomposition modale empirique, donc elles partagent des démarches générales et des philosophies assez similaires. Le synchosqueezing est basé sur une définition différente des modes et un schéma différent de la construction des composantes. Pour cette méthode, le signal $y(t)$ est décomposé

en plusieurs modèles d'oscillation, notamment les types de mode intrinsèque (IMT : Intrinsic Mode Type) $y_k(t)$ tels que :

$$y(t) = \sum_{k=1}^{K} y_k(t) \tag{2.31}$$

$$y_k(t) = A_k(t)cos(j\phi_k(t)) \tag{2.32}$$

Le IMT $y_k(t)$ est défini comme une sinusoïde modulée en amplitude par $A_k(t)$ et en phase par $\phi_k(t)$. L'amplitude et la phase sont soumises au contraintes suivantes :

$$A_k \in C^1(\mathbb{R}) \cap L^\infty \tag{2.33}$$

$$\inf_{t\in\mathbb{R}} \phi'_k(t) > 0, \quad \sup_{t\in\mathbb{R}} \phi'_k(t) < \infty, \quad \sup_{t\in\mathbb{R}} \phi''_k(t) < \infty \tag{2.34}$$

$$|A'_k(t)|, |\phi''_k(t)| \leq \varepsilon|\phi'_k(t)|, \forall t \in \mathbb{R} \tag{2.35}$$

Dans cette définition, ε est un coefficient de précision. Un IMT ainsi calculé est appelé un IMT à précision ε. Un signal multicomposante est la somme de K IMTs à précision ε. Cette définition diffère d'une fonction modale intrinsèque en ces contraintes. En effet, l'amplitude et la fréquence d'un IMT sont toujours positives et lentement variantes puisque leurs dérivées sont bornées par la phase instantanée et le coefficient ε. ε est à choisir manuellement et est souvent petit. Cette contrainte a pour effet de garantir que l'amplitude varie moins rapidement que la phase, et aussi que la fréquence ne possède pas de saut ou de changement fort. Concernant la relation entre l'amplitude et la phase, cette contrainte est similaire de celle de Bedrosian. Lorsque le modèle 2.31 est soumis à la contrainte 2.33 et une composante du signal, le IMT apporte une meilleure correspondance avec une composante physique qu'une fonction modale intrinsèque de la décomposition modale empirique.

L'objectif principal de la méthode du synchrosqueezing est d'extraire les IMTs à partir d'une transformée en ondelette ré-allouée du signal. Notons la transformée en ondelette comme $W_y(t, f)$:

$$W_y(t, f) = \int s(t)\sqrt{f}\overline{\psi\left(\frac{\tau - t}{f}\right)}d\tau \tag{2.36}$$

$\psi(\cdot)$ est le noyau avec laquelle la répartition de puissance peut être concentrée sur la fréquence instantanée du signal. Les trajectoires qui correspondent aux fréquences instantanées des composantes sont extraites à partir de cette représentation temps-fréquence ré-allouée par :

$$\phi'_k(t) \approx w(t, f) \tag{2.37}$$

$$w(t, f) = -\frac{1}{2\pi j W_y(t, f)} \frac{\partial W_y(t, f)}{\partial t} \tag{2.38}$$

si (t, f) satisfait :

$$1 - \Delta_\psi < f\phi'(t) < 1 + \Delta_\psi \tag{2.39}$$

Δ_ψ est la quantité minimale telle que la transformée de Fourier de ψ est incluse dans $[\xi_\psi - \Delta_\psi, \xi_\psi + \Delta_\psi]$, où ξ_ψ est la fréquence correspondant au maximum de la transformée de Fourier de ψ.

Une différence majeure du synchrosqueezing par rapport à la décomposition empirique modale est que cet algorithme cherche d'abord à estimer la fréquence instantanée, et ensuite à reconstruire les types de modes intrinsèques par les fréquences estimées. Ainsi, l'estimation de la fréquence instantanée est plus précise et robuste. De plus, la composante reconstruite a une interprétation physique plus logique.

Toutefois, l'application du synchrosqueezing est limitée aux signaux sans mort et naissance, car la définition du IMT ne permet pas la discontinuité de composante. La ré-allocation de puissance est valide seulement pour un signal avec un niveau modéré du bruit.

2.2.1.6 Couplage des pics

Dans [McAulay 1986], une méthode non paramétrique est proposée pour l'analyse des signaux de parole représentés par :

$$y(t) = \sum_{k=1}^{K(t)} A_k(t) e^{j\Phi_k(t)} \tag{2.40}$$

où $y(t)$ est un signal de parole avec un nombre $K(t)$ de composantes variant dans le temps. Cette définition permet de désigner les morts et naissances des composantes par l'évolution de $K(t)$. Chaque composante est considérée modulée à la fois en amplitude $A_k(t)$ et en phase $\Phi_k(t)$. L'originalité de cette méthode est le suivi de morts et naissances des composantes.

Liée à la nature des signaux de parole, la méthode est capable d'extraire des fonctions de modulation avec morts et naissances des composantes. Le signal est transformé dans le plan temps-fréquence par la transformée de Fourier à court terme avec une fenêtre glissante de Hamming. Les pics sur la représentation temps-fréquence contiennent l'information sur l'amplitude et la fréquence instantanée de toutes les composantes. Ces pics sont détectés à chaque instant de la représentation temps-fréquence.

La classification des pics est réalisé instant par instant sur la représentation temps-fréquence avec un classifieur pic-composante, comme dans la figure 2.13 [McAulay 1986].

Le classifieur est basé sur la proximité de fréquence entre deux pics. Cette stratégie vise à suivre des modulations en utilisant les pics détectés à chaque instant. Elle maitrise aussi le suivi de la variation de fréquence, la mort et naissance des composantes, ainsi que la suppression des faux pics détectés à cause de fuites d'énergie. La classification des pics ainsi conçue comporte 3 étapes :

1. **Couplage candidature entre deux instants :** Supposons qu'il y avait K_n pics détectés à l'instant n, dont les valeurs de fréquence sont notées : $\omega_n^1, \ldots, \omega_n^{K_n}$. La méthode fait une tentative d'association de ces pics avec les K_{n-1} pics déjà détectés à l'instant précédent $n-1$: $\omega_{n-1}^1, \ldots, \omega_{n-1}^{K_{n-1}}$.
   (a) $k = 1$;
   (b) Comparer la fréquence du pic k à instant n avec celles de tous les pics à instant

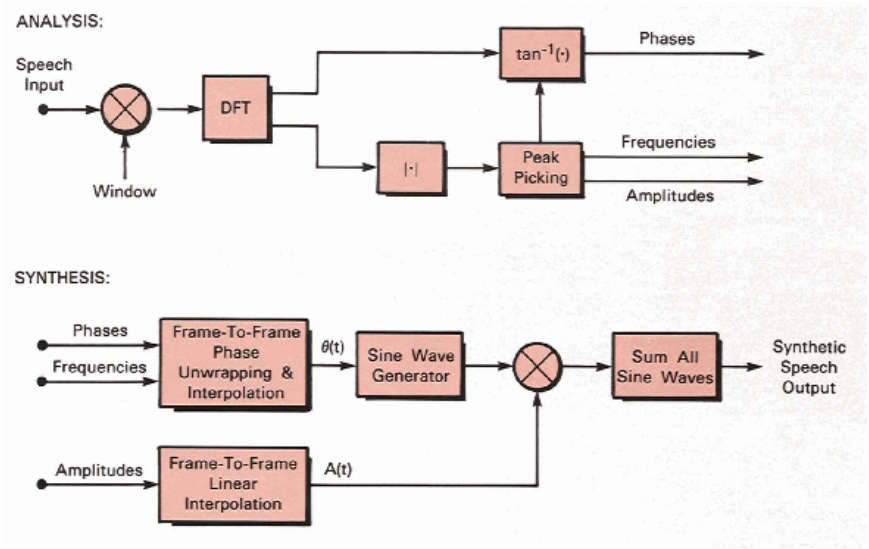


FIGURE 2.13 – Organigramme de la méthode de couplage de pics pour des signaux de parole [McAulay 1986].

$n-1$. Mémoriser le pic k' à l'instant $n-1$ si la différence fréquentielle de ces deux pics $|\omega_n^k - \omega_{n-1}^{k'}|$ est minimum parmi ω_n^k et $n-1$: $\omega_{n-1}^1, \ldots, \omega_{n-1}^{K_{n-1}}$.

(c) Enregistrer ω_n^k et $\omega_{n-1}^{k'}$ comme un couplage candidature si $|\omega_n^k - \omega_{n-1}^{k'}| < \Delta$, où Δ est un seuil *a priori* choisi. Sinon, abandonner le pic $\omega_{n-1}^{k'}$. La trajectoire k' est considérée morte.

2. **Suivi et mort des trajectoires :** Si un tel candidat existe, il est enregistré comme un couplage définitif, sinon, la trajectoire est considérée morte à instant n.
3. **Naissance d'une trajectoire :** Si tous les pics détectés à l'instant précédent $n-1$ sont couplés avec des pics à l'instant n, chaque pic restant non couplé à l'instant n est considéré comme la naissance d'une nouvelle trajectoire.

Ainsi, cette méthode est capable de suivre les trajectoires de fréquence d'un signal multi-composante. De plus, il permet d'identifier des morts et naissances des composantes automatiquement comme dans la figure 2.14.

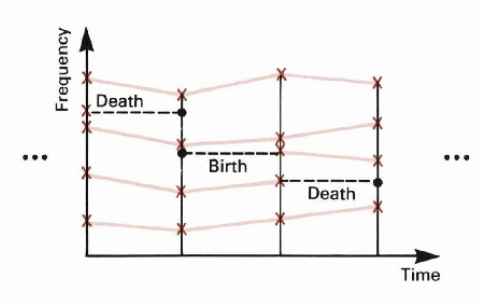


FIGURE 2.14 – Illustration de 3 possibilités du suivi temporel : le suivi des composantes toujours vivantes, la naissance de composantes, et la mort de composantes [McAulay 1986].

Toutefois, cette méthode ne peut être appliquée que sur le signal de parole car une représentation particulière du signal est employée. Pour l'utilisation sur d'autres signaux, un classifieur doit tenir en compte du fait que la proximité de fréquence n'est pas suffisante, à cause de la présence des modulations en amplitude. De plus, les composantes des signaux que nous envisagerons ne subissent pas seulement une mort ou une naissance, mais plutôt une chaine de morts et renaissances en temps. C'est donc indispensable de développer un classifieur dans nos travaux qui permette de suivre la renaissance de composantes.

2.2.2 Méthodes paramétriques

Par rapport aux méthodes non paramétriques, les méthodes paramétriques doivent supposer un modèle du signal où la variation d'amplitude, de fréquence, ou de phase est exprimée par une fonction. L'estimation des modulations, ainsi que la reconstruction du signal sont soumises à la recherche des paramètres du modèle. Nous considérons d'abord le signal à modulation linéaire de fréquence comme un modèle simple, l'ordre de la phase est alors limitée à 2. Le modèle de signal à phase polynomiale permet de modéliser une phase avec un ordre arbitraire. Pour des signaux modulés en amplitude et en fréquence par des fonctions fortement non-linéaires, un modèle défini sur un segment court a été proposé.

2.2.2.1 Modulation linéaire de fréquence

Pour illustrer le principe de modélisation, la modulation linéaire de fréquence est un modèle simple du signal monocomposante modulé en fréquence, qui s'écrit :

$$y[n] = Ae^{2\pi j(f_0 n + \frac{k}{2}n^2 + \phi_0)} + e[n], \text{ pour } n = 1, \ldots, N \tag{2.41}$$

$y[n]$ dénote un signal complexe à modulation linéaire de fréquence en temps discret n noyé dans un bruit blanc gaussien $e[n]$. L'amplitude du signal A est une valeur constante. N est le nombre d'échantillons. Ce type de signal est modulé en fréquence par une fonction linéaire $f_0 + kn$, où f_0 est la fréquence pour $n = 1$, k est appelé la taux de modulation de fréquence. ϕ_0 est la phase initiale.

À partir du modèle (2.41), une méthode a été proposée dans [Djuric 1990] pour estimer les paramètres f_0, k, et ϕ_0 en faisant l'hypothèse que le bruit additif soit équivalent à une perturbation aléatoire $\phi_e[n]$ ajoutée sur la phase $\Phi[n]$:

$$\begin{array}{rcl} y[n] & = & Ae^{2\pi j(f_0 n + \frac{k}{2}n^2 + \phi_0 + \phi_e[n])} \\ \Phi[n] & = & 2\pi f_0 n + \frac{k}{2}n^2 + \phi_0 + \phi_e[n] \end{array} \tag{2.42}$$

D'après ce modèle, à partir de la phase brute $\Phi[n]$:

$$\begin{array}{rcl} \mathbf{\Delta}^2\Phi[n] & = & tan^{-1}(y[n]y^*[n-1]y^*[n-1]y[n-2]) \\ \mathbf{\Delta}\Phi[n] & = & \mathbf{\Delta}^2\Phi[n] + \mathbf{\Delta}\Phi[n-1] \end{array} \tag{2.43}$$

où * dénote la conjugaison complexe, $\mathbf{\Delta}$ dénote l'opérateur de dérivée en temps discrète tel que :

$$\Phi[n] = \mathbf{\Delta}\Phi[n] + \Phi[n-1] \tag{2.44}$$

Les paramètres du signal à modulation linéaire de fréquence $\theta = [\phi_0, f, k]^\top$ sont estimés avec :

$$\hat{\theta} = (G^\top G)^{-1} G^\top \mathbf{\Phi} \tag{2.45}$$

où

$$\begin{aligned} \mathbf{\Phi} &= \Phi[1], \ldots, \Phi[N] \\ G &= \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1^2 \\ 1 & 2+1 & 4+1 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & N & N^2 \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{2.46}$$

Des méthodes plus robustes sont appliquées pour estimer les paramètres de ce type de signal, telles que la représentation temps-fréquence [Barbarossa 1993], le maximum de vraisemblance [Abatzoglou 1986], la méthode Monte-Carlo par chaînes de Markov [Lin 2000], la réduction d'ordre [Kumaresan 1987], et autres [Xia 2000],[Wang 2006].

De plus les modèles plus compliqués du signal à modulation linéaire de fréquence sont considérés. Dans [Ikram 1997], un modèle multicomposante qui consiste en une somme de signaux à modulation linéaire de fréquence a été utilisé, dans [O'Shea 2004], un modèle a été proposé pour des signaux modulés en fréquence par une fonction quadratique. Un tel modèle permet étudier des signaux modulés en phase de plus forte non-linéarité.

2.2.2.2 Signaux à phase polynomiale

Selon le théorème de Stone-Weierstrass, toute fonction continue définie sur une durée finie peut être approchée uniformément par des fonctions polynomiales. Un modèle à phase polynomiale d'ordre supérieur permet donc d'approximer la forte non-linéarité. Les signaux conformes à ce modèle sont appelés les signaux à phase polynomiale (ou PPS : *polynomial phase signal*) [Peleg 1991]. Le modèle d'un PPS s'écrit :

$$y[n] = Ae^{j\Phi[n]} = Ae^{j\sum_{m=0}^{M}\phi_m n^m} \tag{2.47}$$

où n est l'indice discret de temps, $n \in [1, \ldots, N]$, avec N le nombre total d'échantillons. A est l'amplitude constante, $\Phi[n]$ est la phase instantanée approximée par un polynôme à l'ordre M. $\phi_0, \ldots, \phi_M$ sont les paramètres inconnus de la phase. Dans [Peleg 1991][Friedlander 1993][Peleg 1995], une méthode itérative a été proposée pour estimer ces paramètres. Correspondant au modèle considéré, cette méthode est appelée la fonction d'ambiguïté d'ordre supérieur HAF (Higher order Ambiguity Function). L'idée essentielle de la HAF est de réduire l'ordre de la phase polynomiale grâce à un opérateur $\mathcal{MOS}_M\{y[n], \tau\}$

qui correspond au moment d'ordre M du signal $y[n]$ avec un retard τ, avec τ et M choisis empiriquement :

$$\begin{array}{rcl} \mathcal{MOS}_1\{y[n],\tau\} & = & y[n] \\ \mathcal{MOS}_2\{y[n],\tau\} & = & y[n]y^*[n-\tau], \\ \mathcal{MOS}_M\{y[n],\tau\} & = & \mathcal{MOS}_2\{\mathcal{MOS}_{M-1}\{y[n],\tau\},\tau\}, \text{ pour } M>2 \end{array} \tag{2.48}$$

Selon cette équation, la méthode comporte $M-1$ itérations, Dans chaque itération, le moment à l'ordre 2 $\mathcal{MOS}_2\{\cdot\}$ sert à décrémenter l'ordre de la phase par 1, selon [Peleg 1995] :

$$\begin{array}{rcl} \mathcal{MOS}_2\{y[n],\tau\} = y[n]y^*[n-\tau] & = & Ae^{j(\Phi[n]-\Phi[n-\tau])} \\ \Phi[n]-\Phi[n-\tau] & = & \sum\limits_{m=1}^{M} \phi_m n^m - \phi_m (n-\tau)^m \\ & = & \sum\limits_{m=1}^{M} C_m^M (-\tau)^{M-m} n^m \\ & = & M\tau a_M n^{M-1} + \sum\limits_{m=0}^{M-2} a_m n^m \end{array} \tag{2.49}$$

Avec un ordre descendant, les paramètres sont estimés l'un après l'autre avec la HAF,

$$\hat{\phi}_0,\ldots,\hat{\phi}_M = \mathcal{HAF}_M\{\mathbf{y},\tau\}, \tag{2.50}$$

où $\mathbf{y} = [y[1],\ldots,y[N]]$, $\mathcal{HAF}_M\{\cdot\}$ est la HAF à l'ordre M, qui consiste en les étapes suivantes :

1. Estimation de l'ordre supérieur M :
   (a) m=0 ;
   (b) Calculer le spectre Fourier de la HAF du signal à l'ordre m : $|\mathbf{F}\{\mathcal{MOS}_m\{y[n],\tau\}\}|$, $\mathbf{F}\{\cdot\}$ désigne la transformé de Fourier discrète ;
   (c) Si le spectre est à bande large, $m \leftarrow m+1$, puis retourner à l'étape.1(b). Sinon, calculer le paramètre du polynôme à l'ordre m :
   $\hat{\phi}_m = \frac{1}{m!\tau^{m-1}} \underset{\alpha}{\operatorname{argmax}} |\mathbf{F}\{\mathcal{MOS}_m\{y[n],\tau\}\}|$,
   où $\mathbf{F}\{\cdot\}$ désigne la transformée de Fourier discrète ;
   (d) $M = m$, aller à l'étape.2 ;
2. Initialiser la séquence $y^M[n]$: $y^M[n] = y[n]$;
3. Calculer le paramètre du polynôme à l'ordre m :
   $\hat{\phi}_m = \frac{1}{m!\tau^{M-1}} \underset{\alpha}{\operatorname{argmax}} |\mathbf{F}\{\mathcal{MOS}_m\{y[n],\tau\}\}|$;
4. $y^{m-1}[n] = y^m[n]e^{-j\hat{\phi}_m n^m}$;
5. $m \leftarrow m-1$. Si $m \geq 1$, avancer à 2, sinon, $\hat{\phi}_0 = arg\{y^0[n]\}$, $\hat{A} = \frac{1}{N}|\sum\limits_{1}^{N} y^0[n]|$.

L'algorithme HAF a été utilisé dans un contexte très large grâce à sa simplicité de mise en œuvre [Peleg 1991][Peleg 1995][Peleg 1996][Riera Guasp 2011]. Toutefois, étant un scénario typiquement sous-optimal, la qualité d'estimation du paramètre d'ordre faible dépend fortement de la précision des paramètres précédemment obtenus aux ordres supérieurs. Le degré du polynôme est donc limité par la propagation de l'erreur. La non-linéarité de la phase est ainsi restreinte. Les performances ont été présentés dans [Peleg 1995], [Peleg 1993].

Les variantes de la HAF permettent d'estimer des PPS monocomposante de types divers, tels que des PPSs à amplitude aléatoire [Francos 1995] [Ghogho 1999], et des PPSs modulés en amplitude [Morelande 2002][Zhou 1996].

Dans [Barbarossa 1996] et [Barbarossa 1998], le problème de termes d'interférence a été mis en évidence, ce qui empêche l'application de la HAF à des signaux multicomposantes. Cette contrainte a motivé la proposition d'une méthode adaptée au contexte multi-composantes, la méthode «Produit de HAF» (PHAF : Productive Higher order Ambiguity Function) [Barbarossa 1998]. Elle est notamment adapté aux signaux multicomposantes à phase polynomial d'ordre forcément constant, qui s'écrit :

$$y[n] = \sum_{k=1}^{K} A_k e^{j\Phi_k[n]} = \sum_{k=1}^{K} A_k e^{j \sum_{m=0}^{M} \phi_k^m n^m} \tag{2.51}$$

où K est le nombre de composantes, chaque composante k est une forme complexe d'amplitude constante A_k et modulée en phase par $\Phi_k[n]$. M est l'ordre constant de la phase.

La PHAF a l'avantage d'une meilleure robustesse vis-à-vis du bruit et a pour effet d'éliminer les termes d'interférences grâce à deux variations par rapport à la HAF conventionnelle :

1. Utilisation de la HAF multi-retards, soit différentes valeurs de retard τ_m^k associé à chaque ordre de paramètre m et à chaque composante.
2. Produit des HAFs comme (2.52) en utilisant un facteur d'échelle P_M^l.

$$\mathcal{PHAF} = \prod_{k=1}^{K} \mathbf{mr}\mathcal{HAF}^M\{\mathbf{y}, P_l^M, \tau_k^{M-1}\} \tag{2.52}$$

où $\mathbf{mr}\mathcal{HAF}_M\{\cdot\}$ désigne la HAF multi-retards, $\tau_k^{M-1} = [\tau_k^1, \ldots, \tau_k^m, \ldots, \tau_k^{M-1}]$ est le vecteur de retards. Pour cette méthode, une valeur unique τ_k^m est utilisée lors du calcul du moment instantané d'ordre m de composante k. Le facteur d'échelle $P_l^M = \frac{\prod_{m=1}^{M-1} \tau_k^m}{\prod_{m=1}^{M-1} \tau_1^m}$ sert d'une part à amplifier les auto-termes et d'autre part à diminuer les termes d'interférence. Néanmoins, il est notamment difficile de trouver un ensemble de retards qui optimise l'estimation de ces paramètres. De plus, l'estimation des paramètres correspond toujours à repérer le pic du spectre obtenu par une transformée de Fourier. Cette opération restreint l'application sur des signaux de faible durée.

Pour renforcer la robustesse de l'estimation face aux signaux bruités ou courts, la phase polynomiale d'ordre élevé, les solutions proposeés dans [Wang 2009] [Stankovic 1997] ne prennent en compte que les paramètres d'ordre pair.

Le besoin d'une meilleure robustesse de l'estimation de paramètres a suscité l'utilisation d'une approche statistique. Dans [Abatzoglou 1986], le maximum de vraisemblance a été utilisé pour estimer les paramètres des signaux à fréquence linéaire. Les PPS à plus grand ordre de phase exigent une méthode d'optimisation plus élaborée afin de trouver la solution optimale. Dans [Kay 1996][Saha 2002][Cheng 2011], la fonction de vraisemblance de tels signaux est assimilée à une fonction multi-dimensionnelle non-linéaire. L'échantillonnage pondéré a été utilisé pour ce problème difficile. Dans [Angeby 2000], la méthode des moindres carrés

non-linéaires instantanés a été proposée pour l'estimation du PPS monocomposante à amplitude constante. Afin d'assurer la convergence de la recherche des solutions optimales des moindres carrés fortement non-linéaires, une amélioration de cette méthode a été proposée dans [Pham 2007], en utilisant la technique de Nelder–Mead à la place de Quasi-Newton. Dans [Djurovic 2012b][Djurovic 2012a], l'algorithme génétique a été a été testé sur des signaux à phase polynomiale d'ordre jusqu'à 10.

2.2.2.3 Modélisation locale des modulations d'amplitude et de fréquence

Avec un modèle défini sur la durée totale du signal, l'estimation d'une modulation fortement non-linéaire exige l'augmentation de l'ordre du polynôme. Dans ce cas, l'estimation d'un grand nombre de paramètres est souvent difficile. Une solution alternative a donc été proposée, solution basée sur le découpage d'un signal non-stationnaire en segments courts en espérant une non-stationnarité locale moins forte sur des segments courts de telle sorte qu'un polynôme à un ordre réduit est approprié pour approximer la variation locale.

Modèle local monocomposante Dans [Jabloun 2007a], un tel modèle local pour des signaux monocomposantes a été proposé. Ce modèle est défini sur un segment avec un faible nombre d'échantillons :

$$\begin{array}{rcl} y[n] & = & s[n] + e[n] \text{ pour } -\frac{N}{2} \leq n \leq \frac{N}{2} \\ s[n] & = & A[n]e^{j\Phi[n]} \end{array} \tag{2.53}$$

l'indice de temps n est centré sur un segment de taille $N+1$, l'observation bruité $y[n]$ consiste en un signal déterministe $s[n]$ et un bruit blanc gaussien additif $e[n]$. Le signal $s[n]$ est modélisé de la manière suivante :

$$\begin{array}{rcl} A[n] & = & \sum\limits_{m=0}^{M_A} a_m g_m[n] \\ \Phi[n] & = & 2\pi \left(\sum\limits_{\mu=-\frac{N}{2}}^{n} F[\mu] - \sum\limits_{\mu=-\frac{N}{2}}^{0} F[\mu] \right) + \phi_0 \\ F[n] & = & \sum\limits_{m=0}^{M_F} f_m g_m[n] \end{array} \tag{2.54}$$

Selon cette définition, le signal $s[n]$ est modulé à la fois en amplitude $A[n]$ et en fréquence $F[n]$. Les modulations sont approximées localement par un polynôme orthonormal $g_m[n]$ défini sur le segment étudié, où m désigne l'ordre du polynôme. M_A, M_F sont les degrés d'approximation d'amplitude et de fréquence. a_m, f_m sont des paramètres d'amplitude et de fréquence. Ces paramètres, ainsi que la phase initiale ϕ_0 constituent un vecteur de paramètres à estimer :

$$\boldsymbol{\theta} = [\phi_0, a_0, \ldots, a_{M_A}, f_0, \ldots, f_{M_F}]^\top \tag{2.55}$$

Pour trouver une estimation des paramètres $\boldsymbol{\theta}$ qui caractérise le modèle du signal $s[n]$, deux approches sont considérées [Jabloun 2007b]. Dans la première méthode, basée sur le maximum de vraisemblance, les paramètres sont considérés comme des variables déterministes

[Jabloun 2007a][Jabloun 2008]. La deuxième méthode construit une inférence Bayésienne qui assimile les paramètres inconnus a des variables aléatoires régies par une densité de probabilité [Jabloun 2007b].

Dans l'approche de maximum de vraisemblance, étant donné la définition du modèle local (2.53)(2.54), la fonction de vraisemblance est définie par :

$$\mathcal{MV}(\boldsymbol{\theta}) = \mathcal{P}(\mathbf{y}|\boldsymbol{\theta})(\pi\sigma^2)^{-(N+1)} exp\left(-\frac{1}{\sigma^2}\sum_{n=-\frac{N}{2}}^{\frac{N}{2}} |y[n]-s[n]|^2\right) \tag{2.56}$$

où $\mathbf{y} = [y[-\frac{N}{2}], \ldots, y[\frac{N}{2}]]$, σ^2 est la variance du bruit $e[n]$. Sous l'hypothèse de bruit blanc gaussien additif, la maximisation de cette fonction correspond à un problème de moindres carrés :

$$\begin{aligned} \hat{\boldsymbol{\theta}} &= \underset{\boldsymbol{\theta}}{\operatorname{argmax}}\, \mathcal{MV}(\boldsymbol{\theta}) \\ &= \underset{\boldsymbol{\theta}}{\operatorname{argmax}}\, |y[n]-s[n]|^2 \end{aligned} \tag{2.57}$$

La solution du problème (2.53) est une optimisation multi-dimensionnelle. La forte non-linéarité de la fonction d'objectif nécessite l'utilisation d'une technique d'optimisation stochastique, telle que le recuit simulé [Kirkpatrick 1983], qui permet d'échapper à des nombreux extrema locaux. La convergence vers la solution optimale par cette méthode est assurée si les configurations de l'algorithme sont proprement choisies.

Dans l'approche Bayésienne, l'inférence sur les paramètres inconnus dépend entièrement de la loi *a posteriori* $\mathcal{P}(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{y})$ définie par :

$$\mathcal{P}(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{y}) = \frac{\mathcal{P}(\mathbf{y}|\boldsymbol{\theta})\mathcal{P}(\boldsymbol{\theta})}{\mathcal{P}(\mathbf{y})} \tag{2.58}$$

où $\mathcal{P}(\mathbf{y}|\boldsymbol{\theta})$ est la fonction de vraisemblance, $\mathcal{P}(\boldsymbol{\theta})$ est la loi *a priori*, qui implique une connaissance sur les paramètres du problème avant l'observation des données, ainsi que l'incertitude liée à ces informations. Dans [Jabloun 2007b] et [Vieira 1999], la loi invariante a été considérée, soit :

$$\mathcal{P}(\boldsymbol{\theta}) = \mathbf{c} \tag{2.59}$$

$\mathbf{c}$ désigne un vecteur à valeurs constantes de même dimension que $\boldsymbol{\theta}$. La simulation directe de $\boldsymbol{\theta}$ selon la loi *a posteriori* est très difficile, la méthode MCMC (Monte-Carlo par la Chaîne de Markov) est une solution dans ce cas. Les échantillons de $\boldsymbol{\theta}$ sont tirés itérativement selon une loi conditionnelle qui s'approche finalement de la loi de cible $\mathcal{P}(\boldsymbol{\theta}|\mathbf{y})$ avec une chaîne suffisamment longue. L'algorithme de Metropolis-hastings s'applique sans connaître la loi conditionnelle. Cet estimateur est détaillé dans [Jabloun 2007b], [Vieira 1999], [Greenwalt 1968], [Robert 2006].

Modèle local multicomposante Malgré le choix entre ces deux estimateurs de paramètres, l'estimation locale peut facilement être étendue aux signaux multicomposantes, définis comme :

$$\begin{aligned} y[n] &= s[n] + e[n] \text{ pour } -\tfrac{N}{2} \leq n \leq \tfrac{N}{2} \\ s[n] &= \sum_{k=1}^{K} A_k[n] e^{j\Phi_k[n]} \end{aligned} \tag{2.60}$$

où K désigne le nombre de composantes et est supposé connu. Chaque composante k est assimilée à un signal à bande étroite modulé à la fois en amplitude et en fréquence par un polynôme d'ordre constant M_A et M_F, comme dans (2.54) :

$$\begin{aligned} A_k[n] &= \sum_{m=0}^{M_A} a_{k,m} g_m[n] \\ \Phi[n] &= 2\pi \left(\sum_{\mu=-\frac{N}{2}}^{n} F_k[\mu] - \sum_{\mu=-\frac{N}{2}}^{0} F_k[\mu] \right) + \phi_{0,k} \\ F_k[n] &= \sum_{m=0}^{M_F} f_{k,m} g_m[n] \end{aligned} \tag{2.61}$$

Le vecteur de paramètres inconnus $\boldsymbol{\theta}$ dans (2.54) devient dans le modèle multicomposantes une matrice de K lignes, où chaque ligne correspond au vecteur des paramètres inconnus de la composante k :

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\theta} &= [\boldsymbol{\theta}_1, \ldots, \boldsymbol{\theta}_k, \ldots, \boldsymbol{\theta}_K] \\ \boldsymbol{\theta}_k &= [\phi_{0,k}, a_{0,k}, \ldots, a_{M_A,k}, f_{0,k}, \ldots, f_{M_F,k}]^\top \end{aligned} \tag{2.62}$$

L'estimation des paramètres respecte les même processus que dans le cas monocomposante, car l'estimateur des paramètres et le scénario d'estimation sont compatibles avec un modèle multicomposante [Jabloun 2008]. Les détails de l'analyse des signaux multicomposantes ont été exposés dans [Jabloun 2008].

Cette estimation locale est une stratégie optimale par rapport à la HAF ou la PHAF. De plus, le modèle s'applique sur des signaux modulés à la fois en amplitude et en fréquence, aucune contrainte n'est imposée sur le type de non-linéarité des modulations. Comme tous les paramètres du modèle sont estimés en même temps en utilisant la technique d'optimisation stochastique, le problème de la propagation d'erreur est évité. De plus, l'estimateur ne dépend pas d'informations spectrales fournies par la transformée de Fourier, il ne requiert donc pas l'observation d'un grand nombre d'échantillons.

Estimation des signaux longs monocomposantes par le modèle local Toutefois, l'estimation par cette technique décrite dans le paragraphe précédent est limitée conjointement par le degré de non-stationnarité et la taille de segment. Cette taille doit être assez faible pour que les variations locales d'amplitude et de fréquence puissent être approximées par des polynômes à faible degré. En réalité, on a souvent besoin d'analyser un signal long dont les modulations sont fortement non-linéaires sur la durée totale. Dans le cadre des signaux monocomposantes, pour pouvoir utiliser le modèle local sur des signaux longs, une stratégie de segmentation-estimation-fusion a été développée dans [Jabloun 2007a]. Une méthode de segmentation non séquentielle pour des signaux monocomposante a été proposée. Le signal est découpé en segments courts du signal étudié. Ces segments sont prélevés à partir du spectrogramme en cherchant les lieu de puissance importante. Les modulations d'amplitude et de fréquence sont initialisées en localisant une trajectoire suivie par les maxima des spectres locaux. Cette première étape est essentielle pour assurer une bonne estimation locale ensuite, car d'une part chaque segment doit être choisi avec précaution selon la distribution temporel

d'énergie et la non-stationnarité locale, d'autre part les paramètres initiaux du modèle local sont calculés à partir des modulations initialisées. Dès que les segments sont définis, un modèle local est appliqué en prenant en compte les paramètres initiaux du modèle local, les paramètres optimaux du modèle sont estimés par la méthode de maximum de vraisemblance. Finalement, les résultats d'estimation sur tous des segments sont fusionnés afin de fournir l'estimation des modulations sur la durée totale du signal. Pour le problème envisagé dans cette thèse. Cette méthode a deux limitations majeures :

1. La stratégie de segmentation n'est pas capable de traiter les signaux multicomposantes, puisque le suivi temporel est applicable pour une seule composante.
2. Ni l'initialisation, ni la modélisation locale ne sont capables de traiter les morts et naissances de composantes. Il faut supposer *a priori* la continuité de la composante sur la durée totale du signal.

La question laissée ouverte pour cette technique locale était comment traiter des signaux longs et multicomposantes de nombre de composantes inconnu avec des morts et naissances, qui sont un type des signaux rencontrés très souvent. Dans cette thèse, nous nous intéressons à l'application de l'estimation locale sur des signaux plus généraux.

2.3 Approche proposée

Étant donné ce signal multicomposante modulé à la fois en amplitude et en fréquence, nous proposons une méthode nous permettant d'estimer les fonctions de modulation. Le traitement de la forte non-stationnarité nécessite que l'estimation soit effectuée sur un faible nombre d'échantillons. Par conséquent, un modèle local défini sur des segments courts est utilisé de telle sorte que la non-linéarité de l'amplitude et de la fréquence puisse être approximée par des fonctions discrètes. Le choix des fonctions est libre selon le type de non-linéarité des modulations concernées, comme par exemple des fonctions polynomiales, exponentielles ou des processus aléatoires. La fonction de vraisemblance est utilisée pour estimer les paramètres du modèle. L'estimation des paramètres en tant qu'un problème d'optimisation multidimentionnelle, est résolue par une méthode méta-heuristique.

Pour pouvoir initialiser les paramètres des modèles locaux et aussi pour découper le signal en segments, l'algorithme nécessite une phase d'initialisation qui estime le nombre de composantes et des modulations par une approche non paramétrique. Dans la phase d'initialisation, les pics de la représentation temps-fréquence sont détectés par une méthode en fonction des données, et finalement ils sont regroupés par une méthode de classification.

Une telle stratégie possède plusieurs avantages par rapport aux méthodes existantes. Grâce à l'utilisation d'un modèle local, l'estimation des modulations n'est pas limitée par le problème de résolution, comme dans les méthodes basées sur la représentation du signal [Katkovnik 1997][Katkovnik 1998][Rankine 2007]. Cependant, il n'est pas limité non plus par le type de de non-linéarité des modulations car la modélisation est effectuée sur des segments courts. Contrairement à la méthode de HAF, l'algorithme proposé ne nécessite pas un modèle d'ordre élevé.

Un autre objet principal est l'estimation de plusieurs composantes sans connaître le vrai nombre de composantes. Les méthodes existantes permettent d'estimer les fonctions de modulation de façon non paramétrique [McAulay 1986] [Huang 1998] et paramétrique [Barbarossa 1998]. Plus avantageuse que la méthode de suivi temporel de trajectoires fréquentielle [McAulay 1986], l'approche proposée est en fait une étape d'initialisation. Comme un avantage par rapport à la méthode de suivi temporel proposée dans le contexte des signaux vocaux [McAulay 1986], l'étape d'initialisation est capable de suivre les modulations des signaux de type générique en prenant en compte à la fois l'amplitude et la fréquence. L'approche proposée est donc adaptée aux signaux modulés à la fois en amplitude et en fréquence. Les méthodes basées sur la décomposition modale empirique, comme par exemple la transformée d'Hilber-Huang, et celle de Teager-Huang, sont capables aussi d'estimer l'amplitude et la fréquence instantanée des plusieurs fonctions modales intrinsèques. Toutefois, l'interprétation de ces fonctions ne correspond pas toujours aux vraies composantes modulées. Au contraire, l'approche proposée cherche directement à modéliser les fonctions de modulation d'amplitude et de fréquence du signal. De cette manière, elle est plus robuste au bruit. La PHAF proposé dans [Barbarossa 1998] permet seulement l'estimation des fonctions de modulation de phase par des polynômes d'ordre supérieur et constant. Cependant, l'étape de modélisation de l'approche proposée est plus flexible sur cet aspect car un ordre unique est estimé pour chaque modulation sur chaque segment.

Ce travail vise à combiner les avantages de la modélisation multicomposante locale [Jabloun 2008] et de la modélisation des signaux monocomposantes longs [Jabloun 2007b]. Par rapport au méthodes existantes, ces méthodes possèdent des performances renforcées au coût d'une plus grande charge de calcul. La modélisation effectuée localement sur une durée faible a une meilleure précision et une robustesse vis-à-vis de la présence du bruit et de la non-stationnarité du signal. Nous proposons de développer une approche de modélisation locale pour des signaux longs multicomposantes avec des morts et naissances. L'approche globale est un scénario de «initialisation-segmentation-modélisation-fusion». Dans la phase d'initialisation, le nombre de composantes et les modulations sont estimés par une méthode non paramétrique. Ensuite, le signal est divisé en plusieurs segments où la modélisation est effectuée. L'estimation finale des fonctions de modulation est fournie par la méthode de fusion. Nous procédons dans la suite à la description générale de cette approche.

2.4 Modèle général du signal

L'algorithme proposé se résume en 4 étapes, l'initialisation, la segmentation, la modélisation locale et la fusion. Chaque étape correspond à un modèle du signal. Dans l'étape de l'initialisation, l'estimation est basée sur un modèle du signal multicomposante, dont chaque composante est caractérisée par des fonctions de modulation d'amplitude et de fréquence. Ce modèle, défini sur la durée totale du signal sans supposer aucun type de modulation, est appelé le modèle global.

Lorsqu'on est concentré sur un segment court, l'estimation des fonctions de modulation

est basée sur un modèle local ayant une définition polynomiale des modulations étudiées. Avec ce modèle, l'algorithme est capable d'approximer les modulations fortement non linéaires par des polynômes de faible degré.

Dans ce paragraphe, nous introduisons ces deux types de modèles. Avec des définitions spécifiques des morts et naissances, les deux modèles sont tous les deux adaptés aux composantes discontinues. Nous allons expliquer particulièrement les définitions des morts et naissances pour mettre l'accent sur cet avantage de l'algorithme proposé.

2.4.1 Modèle global

Le signal discret $y[n]$ qu'on étudie est modulé à la fois en amplitude et en fréquence, noyé dans un bruit blanc gaussien $e[n]$ de moyenne nulle et de variance inconnue. Le modèle global est défini par :

$$\begin{aligned} y[n] &= s[n] + e[n] \qquad\qquad 1 \leq n \leq N \\ s[n] &= \sum_{k=1}^{K} s_k[n] \\ s_k[n] &= I_k[n] A_k[n] e^{j\Phi_k[n]} \end{aligned} \tag{2.63}$$

où N est le nombre d'échantillons, n est l'indice de temps. K est le nombre de composantes. Chaque composante k a une forme complexe $s_k[n]$ modulée en amplitude par $A_k[n]$ et en phase par $\Phi_k[n]$ avec des morts et naissances caractérisées par $I_k[n]$. $s_k[n]$ est la représentation analytique de composante k, dont le spectre ne possède aucun contenu en fréquences négatives, l'amplitude $A_k[n]$ et la phase $\Phi_k[n]$ correspondent respectivement au module et à l'argument de $s_k[n]$:

$$\begin{aligned} \Phi_k[n] &= atan\left(\frac{\Im\{s_k[n]\}}{\Re\{s_k[n]\}}\right) \\ A_k[n] &= |s_k[n]| = \sqrt{\Re\{s_k[n]\}^2 + \Im\{s_k[n]\}^2} \end{aligned} \tag{2.64}$$

où $\Re\{\cdot\}$ et $\Im\{\cdot\}$ désignent la partie réelle et la partie imaginaire.

2.4.1.1 Hypothèse d'unicité

Selon la définition d'un signal analytique monocomposante comme rappelée dans le paragraphe 2.2.1.1, il faut imposer les contraintes de Bedrosian sur l'amplitude et la fréquence de chaque composante k pour assurer l'unicité de la définition. Par conséquent, nous faisons l'hypothèse que l'amplitude de chaque composante est strictement positive, et que la phase ne subit pas de discontinuités [Cohen 1999].

1. $\Phi_k[n+1] - \Phi[n] >> \omega_{max}$, où ω_k^{max} est la fréquence angulaire maximale de $A_k(t)$;
2. $A_k(t)$ est impérativement à bande étroite.

2.4.1.2 Fréquence instantanée

La fréquence instantanée d'un signal analytique est définie comme étant la dérivée de la phase divisée par 2π. Ainsi, la fréquence instantanée de la composante k s'écrit :

$$F_k[n] = \frac{1}{2\pi}(\Phi_k[n+1] - \Phi_k[n]) \tag{2.65}$$

Lorsque les composantes d'un signal ne présentent pas d'absence au cours du temps, les composantes sont toutes activées au début de l'enregistrement et persistent jusqu'à la fin. Dans ce cas, la fréquence instantanée (2.65) est toujours définie. Dans nos travaux, il est important de prendre en compte les morts et naissances des composantes.

2.4.1.3 Morts et naissances de composantes

Considérons tout d'abord la mort d'une composante k comme l'annulation de $s_k[n]$ sur une fenêtre temporelle. Sur cette fenêtre, la définition de l'amplitude et de la phase n'existent pas puisque l'équation (2.64) n'est plus valable. Pour éviter l'ambiguïté de la définition, nous introduisons une fonction indicatrice $I_k[n]$ pour signaler les morts et les naissances comme :

$$I_k[n] = \begin{cases} 1 \text{ et } A_k[n] \neq 0 & \text{si la composante } k \text{ existe à l'instant } n \\ 0 \text{ et } A_k[n] = 0 & \text{si la composante } k \text{ n'existe pas à l'instant } n \end{cases} \tag{2.66}$$

Notons que cette définition de $I_k[n]$ fait correspondre des morts à des valeurs nulles de l'amplitude. Ainsi, la fréquence instantanée de la composante k est définie de la façon suivante :

$$F_k[n] = \frac{1}{2\pi}(\Phi_k[n+1] - \Phi_k[n])I_k[n] \tag{2.67}$$

Une fréquence de valeur nulle n'a pas d'interprétation physique valide mais a pour rôle d'indiquer l'ambiguïté de fréquence pendant la mort d'une composante. Nous supposons également la contrainte que la fréquence est positive et inférieure à la moitié de la fréquence d'échantillonnage F_e,

$$0 < F_k[n] < \frac{F_e}{2} \tag{2.68}$$

2.4.2 Modèle local sur segments courts

L'estimation des multimodulations à partir du modèle global est difficile à cause de la forte non-stationnarité du signal. C'est pourquoi nous envisageons ici d'appliquer un modèle paramétrique local, c'est-à-dire sur un segment court, où l'approximation de la non-linéarité des modulations est plus facile. La longueur de segment est en général de l'ordre de quelques périodes de la composante de plus basse fréquence. Il a été démontré dans [Rife 1974] que dans le cadre de l'estimation de la fréquence et de la phase par maximum de vraisemblance, la variance de l'estimation dépend du point d'origine du modèle. Le positionnement optimal du point d'origine est de le référencer au centre, comme dans [Jabloun 2007a]. La symétrie du

modèle ainsi défini est donc importante pour minimiser l'erreur d'estimation sur la fréquence et la phase. Supposons que le signal entier soit découpé en M_{seg} segments, chaque segment i étant constitué de $N^{[i]}+1$ points, le modèle local sur le segment i s'écrit :

$$\begin{aligned} Seg^{[i]} &= [\mu^{[i]} - \tfrac{N^{[i]}}{2}, \ldots, \mu^{[i]} + \tfrac{N^{[i]}}{2}] \qquad i = 1, \ldots, M_{seg} \\ s^{[i]}[n] &= \sum_{k=1}^{K^{[i]}} I_k^{[i]}[n] A_k^{[i]}[n] e^{j\Phi_k^{[i]}[n]} \\ s^{[i]}[n] &= s[n], \qquad \text{lorsque } n \in Seg^{[i]} \end{aligned} \tag{2.69}$$

où i est l'indice des segments, $K^{[i]}$ est le nombre de composantes comprises dans le segment i. $A_k^{[i]}$ et $\Phi_k^{[i]}[n]$, $I_k^{[i]}[n]$ sont l'amplitude, la phase et la fonction indicatrice de la composante k sur ce segment. $\mu^{[i]}$ est le centre du segment i. Le nombre d'échantillons de segment $N^{[i]}+1$ est faible pour que la non-linéarité des modulations soit approximée localement. Ce modèle est donc centré sur la fenêtre $-\frac{N^{[i]}}{2}, \ldots, \frac{N^{[i]}}{2}$.

De plus, pour éviter la propagation d'erreur lors du calcul de la fréquence par la dérivée de la phase, il est plus avantageux de modéliser la fréquence $F_k^{[i]}$ directement et de déduire finalement la phase comme :

$$\Phi_k^{[i]}[n] = 2\pi \left(\sum_{\mu=-\frac{N^{[i]}}{2}}^{n} F_k^{[i]}[\mu - \mu^{[i]}] - \sum_{\mu=-\frac{N^{[i]}}{2}}^{0} F_k^{[i]}[\mu - \mu^{[i]}] \right) + \phi_k^{[i]} \tag{2.70}$$

où $\phi_k^{[i]}$ est la phase initiale du segment i vérifiant $\phi_k^{[i]} = \Phi_k^{[i]}[\mu^{[i]}]$.

Sur un segment court, nous supposons que des fonctions non-linéaires sont capables d'approximer localement les modulations non-linéaires. Nous proposons un modèle local défini sur un segment avec un faible nombre d'échantillons, sur lequel l'amplitude $A_k^{[i]}$ et la fréquence $\Phi_k^{[i]}[n]$ peuvent être approximées par une fonction discrète non-linéaire.

Le choix d'une telle fonction est assez large, ces fonctions doivent appartenir un espace vectoriel et une série arbitraire à valeur réelle doit pourvoir être approchée uniformément par les fonctions de cet espace. De plus, toutes les fonctions de cet espace doivent être définies par une combinaison linéaire de fonctions indépendantes, qui sont les fonctions de base de cet espace.

Pour faciliter l'approximation, il est préférable d'utiliser des fonctions de base orthonormale. C'est un choix contribuant au découplage des paramètres d'amplitude et de fréquence [Jabloun 2007b].

2.4.2.1 Modèle à amplitude polynomiale

Un choix classique de base de fonctions d'approximation consiste à utiliser l'espace vectoriel des polynômes muni du produit scalaire défini par :

$$\begin{aligned} &< \mathcal{P}_{m_1}, \mathcal{P}_{m_2} >= \sum_{n=-\frac{N^{[i]}}{2}}^{\frac{N^{[i]}}{2}} \mathcal{P}_{m_1}[n]\mathcal{P}_{m_2}[n] \\ &\text{pour } n \in \left[-\frac{N^{[i]}}{2}, \ldots, \frac{N^{[i]}}{2}\right], \text{ et } (m_1, m_2) \in \mathbb{N}^2 \end{aligned} \tag{2.71}$$

où $< \cdot >$ dénote le produit scalaire de deux vecteurs, m_1, m_2 désigne l'ordre du polynôme. La base de cet espace est orthonormale :

$$< \mathcal{P}_{m_1}^{orth}, \mathcal{P}_{m_2}^{orth} >= \begin{cases} 1 & m_1 = m_2 \\ 0 & m_1 \neq m_2 \end{cases} \tag{2.72}$$

Nous avions déjà proposé cette base polynomiale orthonormale en temps discret dans [Jabloun 2007a][Jabloun 2008]. Utilisant cette base pour approximer l'amplitude et la fréquence dans une fenêtre courte, un modèle local à amplitude $A_k^{[i]}[n]$ et à fréquence $F_k^{[i]}[n]$, à temps discret $n = -\frac{N_i}{2}, \ldots, \frac{N_i}{2}, n \in \mathbb{R}$ est défini par :

$$\begin{aligned} A_k^{[i]}[n] &= \sum_{m=0}^{M_{k,\rho}^{[i]}} \rho_{k,m}^{[i]} g_m[n - \mu^{[i]}] \\ F_k^{[i]}[n] &= \sum_{m=0}^{M_{k,\eta}^{[i]}} \eta_{k,m}^{[i]} g_m[n - \mu^{[i]}] \end{aligned} \tag{2.73}$$

où $g_m[n]$ est la fonction de base à l'ordre m. $M_{k,\rho}^{[i]}$ et $M_{k,\eta}^{[i]}$ sont les ordres des polynômes. $\rho_{k,m}^{[i]}$ et $\eta_{k,m}^{[i]}$ sont des paramètres d'amplitude et de fréquence.

Le modèle vise à caractériser les variations de l'amplitude et de la fréquence par des polynômes orthonormaux à temps discret et d'ordre faible, avec $g_m[n] = \mathcal{P}_m^{orth}[n]$ où l'ordre du polynôme $m \in \mathbb{R}$.

2.4.2.2 Modèle à amplitude amortie

Pour certains types de signaux, tels que des signaux sismiques et des courants transitoires des circuits électriques, l'amplitude instantanée est de forme amortie exponentielle. Considérons la sortie d'un système idéal masse-ressort-amortisseur invariant en temps, avec une masse, un facteur de raideur et un coefficient d'amortissement fixés, la réponse $y(t)$ est une fonction exponentielle :

$$y(t) = e^{\lambda t} \tag{2.74}$$

Dans le cas amorti, où la valeur propre λ est un nombre complexe $-\alpha + j\omega$, la réponse est une exponentielle complexe à enveloppe amortie, telle que :

$$y(t) = e^{-\alpha t} e^{j\omega t} \tag{2.75}$$

où on considère que l'amplitude est le module de $y(t)$, et que la phase est l'intégrale de la fréquence angulaire ω par rapport à t, soit :

$$\begin{aligned} &y(t) = e^{-\alpha t} e^{j\omega t} = A(t) e^{\phi(t)} \\ &A(t) = e^{-\alpha t}, \\ &\phi(t) = \omega t, \\ &F(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d\phi(t)}{dt} = \frac{\omega}{2\pi} \end{aligned} \tag{2.76}$$

Dans cette équation, α est appelé le taux d'amortissement, et sert à caractériser la vitesse de l'amortissement de l'amplitude. Pour un système stable, la fréquence angulaire ω et le taux d'amortissement α sont constants. La fréquence $F(t)$ ne dépend pas du temps non plus.

Si on considère le cas où la réponse à amplitude amortie $y(t)$ présente une forte non-stationnarité à cause de la variation du taux d'amortissement et de la fréquence angulaire, il est alors préférable de caractériser ces variations par des fonctions fortement non-linéaires. Par conséquent, le taux d'amortissement α devient la fonction d'amortissement $\alpha(t)$, et la fréquence angulaire ω devient alors $\omega(t)$. L'amplitude $A(t)$ la phase $\phi(t)$ et la fréquence $F(t)$ se réduisent également à :

$$\begin{aligned} &A(t) = \Lambda_0 e^{-\int_0^t \alpha(u)du} \\ &\phi(t) = \phi_0 + \int_0^t \omega(u)du \\ &F(t) = \frac{1}{2\pi} \frac{d\phi(t)}{dt} = \frac{\omega(t)}{2\pi} \end{aligned} \tag{2.77}$$

Élargissons cette définition sur des signaux court multicomposantes à temps discret, nous obtiendrons un modèle local multicomposante à amplitude amortie :

$$\begin{aligned} &\alpha_k^{[i]}[n] = \sum_{m=0}^{M_{k,\alpha}^{[i]}} \alpha_{k,m}^{[i]} g_m[n - \mu^{[i]}] \\ &A_k^{[i]}[n] = \Lambda_k^{[i]} exp(- \sum_{\mu=-\frac{N^{[i]}}{2}}^{n} \alpha_k^{[i]}[\mu - \mu^{[i]}] + \sum_{\mu=-\frac{N^{[i]}}{2}}^{0} \alpha_k^{[i]}[\mu - \mu^{[i]}]) \\ &F_k^{[i]}[n] = \sum_{m=0}^{M_{k,\eta}^{[i]}} \eta_{k,m}^{[i]} g_m[n - \mu^{[i]}] \end{aligned} \tag{2.78}$$

où $\alpha_k^{[i]}[n]$ est la fonction d'amortissement. Dans ce modèle que nous proposons, nous cherchons à décomposer $\alpha_k^{[i]}[n]$ et $F_k^{[i]}[n]$ dans une base polynomiale orthonormale $g_m[n] = \mathcal{P}_m^{orth}[n]$ en utilisant les paramètres $\alpha_{k,m}^{[i]}$ et $\eta_{k,m}^{[i]}$. $\Lambda_k^{[i]}$ est l'amplitude initiale référencée au centre du segment i, soit $\Lambda_k^{[i]} = A_k^{[i]}[\mu^{[i]}]$.

2.4.2.3 Modèle avec mort et naissance

Les morts et les naissances d'une composante k sont déterminées par sa fonction indicatrice $I_k[n]$ (2.66) qui est une fonction rectangulaire. Les changements de valeurs correspondent aux morts et naissances de la composante. Plus précisément, une mort correspond à un instant où la fonction indicatrice devient nulle. Au contraire, une naissance correspond à un instant où cette fonction change de 0 à 1. Nous proposons de détecter les morts et les naissances en

modélisant la fonction indicatrice $I_k[n]$ sur un segment court i par une fonction notée $I_k^{[i]}[n]$, en imposant une contrainte qu'un segment comporte au maximum une mort et une naissance.

Les fonctions indicatrices locales ainsi définies peuvent être modélisées par deux fonction de Heaviside. Il suffit d'utiliser deux paramètres pour modéliser localement une fonction indicatrice $I_k^{[i]}[n]$, un pour déterminer l'instant de mort comme $n_{k-}^{[i]}$ et un autre pour déterminer l'instant de naissance comme $n_{k+}^{[i]}$ comme :

$$I_k^{[i]}[n] = \begin{cases} H[n - n_{k+}^{[i]} - 1](1 - H[n - n_{k-}^{[i]}]) & \text{si } n_{k+}^{[i]} < n_{k-}^{[i]} \\ 1 - H[n - n_{k-}^{[i]} - 1] + H[n - n_{k+}^{[i]}] & \text{si } n_{k-}^{[i]} < n_{k+}^{[i]} \end{cases} \tag{2.79}$$

où $H[\cdot]$ est une fonction de Heaviside. $n_{k-}^{[i]}$ et $n_{k+}^{[i]}$ sont les paramètres indiquant la mort et la naissance respectivement et soumis aux contraintes suivantes :

$$\begin{array}{l} n_{k+}^{[i]} \in \mathbb{R}, n_{k-}^{[i]} \in \mathbb{R} \\ n_{k+}^{[i]}, n_{k-}^{[i]} \in [-\frac{N^{[i]}}{2} - 1, \frac{N^{[i]}}{2} + 1] \end{array} \tag{2.80}$$

et :

$$|n_{k+}^{[i]} - n_{k-}^{[i]}| > 1 \tag{2.81}$$

car la mort et la naissance ne peuvent pas se produire en même temps. La définition de ce modèle est séparée en deux types selon l'ordre de ces deux évènements *c.f.* figure 2.15 : un type de modèle comporte une durée active au sein du segment si $n_{k+}^{[i]} < n_{k-}^{[i]}$, et l'autre a une absence au sein du segment si $n_{k+}^{[i]} < n_{k-}^{[i]}$. Comme discuter par la suite, la fonction indicatrice ainsi définie permet de modéliser six modes de mort et naissance.

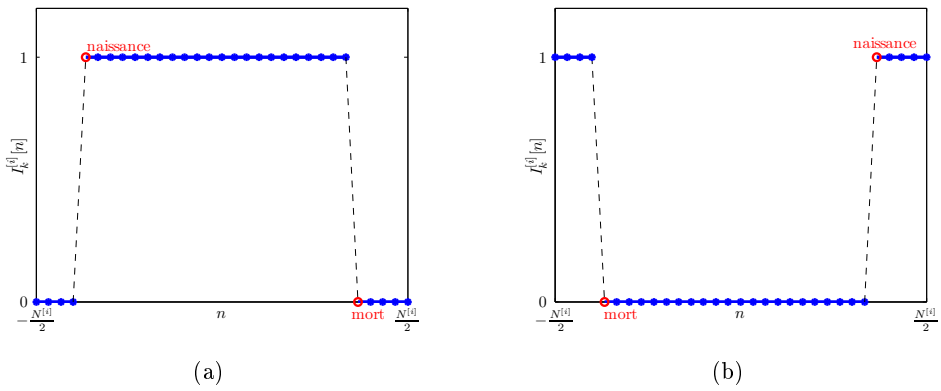


FIGURE 2.15 – Exemples de deux types de définition du modèle de fonction indicatrice *c.f.* (2.79) sur un segment de 31 points. (a) fonction indicatrice d'une naissance et puis une mort, $n_{k+}^{[i]} < n_{k-}^{[i]}$ (b) fonction indicatrice d'une mort et puis une naissance, $n_{k-}^{[i]} < n_{k+}^{[i]}$

Une mort et une naissance Supposons que dans un segment une composante meurt et puis nait ou l'ordre inverse, les instants de la mort et de la naissance sont dans le segment :

$$\begin{aligned} &-\frac{N^{[i]}}{2} \leq n_{k+}^{[i]} < n_{k-}^{[i]} < \frac{N^{[i]}}{2} \\ &\text{ou } -\frac{N^{[i]}}{2} \leq n_{k-}^{[i]} < n_{k+}^{[i]} < \frac{N^{[i]}}{2} \end{aligned} \tag{2.82}$$

La fonction indicatrice dans ce cas correspond à une très courte apparition ou une absence d'une composante car la taille du segment est souvent petite. L'estimation d'un tel changement rapide est un avantage important de ce modèle, car les autres méthodes, en particulier celles basées sur une représentation temps-fréquence souffre de l'effet de moyennage.

Une seule mort ou une seule naissance Dans les cas où les morts et les naissances sont moins fréquentes que dans le cas précédent, le modèle permet aussi d'estimer une seule mort (2.83)ou une seule naissance (2.84) :

$$\begin{aligned} &n_{k+}^{[i]} = -\frac{N^{[i]}}{2} - 1, -\frac{N^{[i]}}{2} < n_{k-}^{[i]} \leq \frac{N^{[i]}}{2} + 1 \\ &\text{ou } n_{k-}^{[i]} = -\frac{N^{[i]}}{2} - 1, -\frac{N^{[i]}}{2} < n_{k+}^{[i]} \leq \frac{N^{[i]}}{2} \end{aligned} \tag{2.83}$$

$$\begin{aligned} &-\frac{N^{[i]}}{2} \leq n_{k+}^{[i]} < \frac{N^{[i]}}{2}, n_{k-}^{[i]} = \frac{N^{[i]}}{2} + 1 \\ &\text{ou } n_{k-}^{[i]} = -\frac{N^{[i]}}{2} - 1, -\frac{N^{[i]}}{2} < n_{k+}^{[i]} \leq \frac{N^{[i]}}{2} \end{aligned} \tag{2.84}$$

Une fonction indicatrice avec une mort ou une naissance est capable d'être approximée en tant que $n_{k-}^{[i]} < n_{k+}^{[i]}$ et $n_{k+}^{[i]} < n_{k-}^{[i]}$. La naissance se trouve au début d'un segment, et la mort se trouve à la fin, comme le montre la figure 2.16.

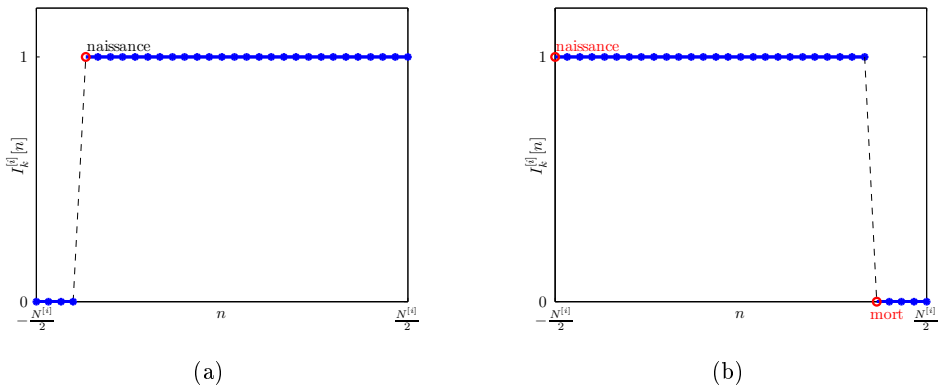


FIGURE 2.16 – Exemples de fonction indicatrice "une seule mort ou une seule naissance" sur un segment de 31 points. (a) fonction indicatrice d'une naissance. (b) fonction indicatrice d'une mort.

Aucune mort ou aucune naissance Lorsque la composante est active ou inactive tout au long du segment, le modèle offre une fonction indicatrice sans mort ou naissance. Si

la fonction indicatrice est active sur la durée totale du segment :

$$n_{k+}^{[i]} = -\frac{N^{[i]}}{2} - 1, n_{k-}^{[i]} = \frac{N^{[i]}}{2} + 1 \tag{2.85}$$

ou au contraire, si la fonction indicatrice est muette :

$$n_{k-}^{[i]} = -\frac{N^{[i]}}{2} - 1, n_{k+}^{[i]} = \frac{N^{[i]}}{2} \tag{2.86}$$

Selon la definition, un modèle sans mort ou sans naissance est assimilé comme les cas particulier des définitions (2.83)(2.84) ayant les paramètres $n_{k+}^{[i]}$ et $n_{k-}^{[i]}$ non inclus dans le segment, *c.f.* la figure 2.17 :

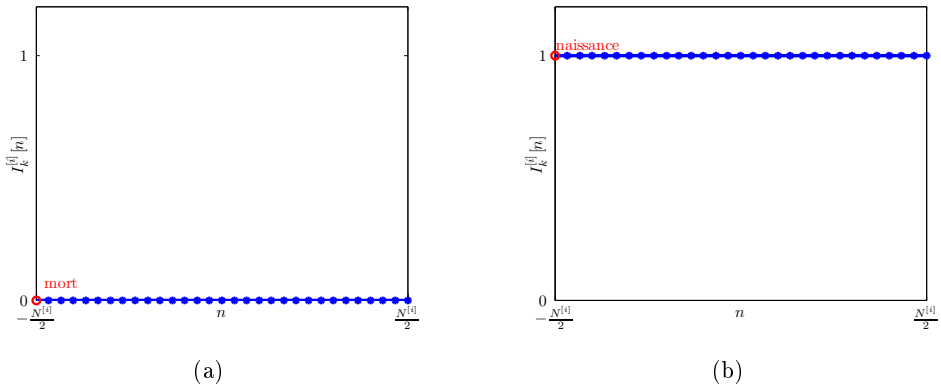


FIGURE 2.17 – Exemples de fonction indicatrice "aucune mort ou auccune naissance" sur un segment de 31 point. (a) fonction indicatrice d'une naissance. (b) fonction indicatrice d'une mort.

Avec un tel modèle local de la fonction indicatrice, la mort et la naissance de composante peuvent être approximées sur un segment très court en ajoutant les deux paramètres supplémentaires $n_{k+}^{[i]}$ et $n_{k-}^{[i]}$. La définition d'amplitude et de fréquence dans (2.69) et (2.70) est seulement valide si la fonction indicatrice est non nulle.

2.4.2.4 Paramètres du modèle

En général, les paramètres de la composante k du modèle se décomposent en trois vecteurs, et ce quel que soit le choix des fonctions de base :

1. le vecteur des paramètres de la fonction indicatrice est noté $\boldsymbol{\theta}_{k,I}^{[i]}$:

$$\boldsymbol{\theta}_{k,I}^{[i]} = [n_{k+}^{[i]}, n_{k-}^{[i]}] \text{ (2.79)} \tag{2.87}$$

2. le vecteur des paramètres de l'amplitude est noté $\boldsymbol{\theta}_{k,A}^{[i]}$:

$$\boldsymbol{\theta}_{k,A}^{[i]} = \begin{cases} [\rho_{k,0}^{[i]}, \ldots, \rho_{k,M_{k,\rho}^{[i]}}^{[i]}] & \text{pour le modèle à amplitude polynomiale (2.73)} \\ \Lambda_k^{[i]}, \alpha_{k,0}^{[i]}, \ldots, \alpha_{k,M_{k,\alpha}^{[i]}}^{[i]} & \text{pour le modèle à amplitude amortie (2.78)} \end{cases} \tag{2.88}$$

3. le vecteur des paramètres de la fréquence est noté $\boldsymbol{\theta}_{k,F}^{[i]}$,

$$\boldsymbol{\theta}_{k,F}^{[i]} = [\eta_{k,0}^{[i]}, \ldots, \eta_{k,M_{k,\eta}^{[i]}}^{[i]}] \text{ (2.73) et (2.78)} \tag{2.89}$$

4. la phase initiale est notée $\phi_k^{[i]}$, soit l'ensemble de paramètres à estimer sur le segment i représenté par $\boldsymbol{\theta}^{[i]}$:

$$\begin{aligned} &\boldsymbol{\theta}^{[i]} = \{\boldsymbol{\theta}_1^{[i]}, \ldots, \boldsymbol{\theta}_k^{[i]}, \ldots, \boldsymbol{\theta}_{K^{[i]}}^{[i]}\} \\ &\text{avec} \qquad \boldsymbol{\theta}_k^{[i]} = [\boldsymbol{\theta}_{k,I}^{[i]}, \boldsymbol{\theta}_{k,A}^{[i]}, \boldsymbol{\theta}_{k,F}^{[i]}, \phi_k^{[i]}] \quad \text{pour la composante } k \end{aligned} \tag{2.90}$$

Le nombre de paramètres du modèle est limité par le nombre d'échantillons compris dans le segment afin d'éviter un problème sous-déterminé. La contrainte suivante est donc imposée sur le modèle :

$$N^{[i]} > \sum_{k=1}^{K^{[i]}} \dim\{\boldsymbol{\theta}_k^{[i]}\} \tag{2.91}$$

où $\dim\{\cdot\}$ représente la dimension du vecteur$\{\cdot\}$. Pour les deux modèles proposés, cette contrainte se réduit à une limite sur le degré de liberté, qui varie selon de choix des modèles. Pour le modèle à amplitude polynomiale (2.73), cette contrainte devient :

$$N^{[i]} > \sum_{k=1}^{K^{[i]}} M_{k,\rho}^{[i]} + M_{k,\eta}^{[i]} + 5 \tag{2.92}$$

Pour le modèle à amplitude amortie, la fonction d'amortissement plutôt que l'amplitude est directement modélisée, comme dans (2.78), et la contrainte (2.91) devient :

$$N^{[i]} > \sum_{k=1}^{K^{[i]}} M_{k,\rho}^{[i]} + M_{k,\eta}^{[i]} + 6 \tag{2.93}$$

2.5 Vue d'ensemble de l'algorithme proposé

À partir du modèle global du signal (2.63), l'objectif est l'estimation du nombre de composante K, de l'amplitude instantanée et la fréquence instantanée des composantes. À cause de la forte non-stationarité du signal étudié et de la non-linéarité des modulations, nous proposons de décomposer le signal en segments courts, sur lesquels le modèle local (2.69) ou (2.70)(2.79) est appliqué pour affiner les résultats d'estimation. Ces résultats sont finalement fusionnés segment par segment pour former l'estimation finale de tous les paramètres du modèle global.

L'algorithme proposé est dédié à l'estimation des multimodulations non-linéaires. Toutefois, la forte non-linéarité des modulations exige que l'estimation soit mise au point sur des segments courts, où un modèle local du signal est applicable sans information *a priori* sur le type de non-stationnarité ou de non-linéarité. Les modulations estimées localement sur des segments sont assemblées pour former l'estimation finale. L'objectif sous-jacent de l'estimation est de trouver un ensemble de paramètres déterministes $\hat{\boldsymbol{\theta}}^{[i]}$ qui maximise la fonction de vraisemblance,

$$\begin{aligned} MV(\boldsymbol{\theta}) &= Prob(\hat{\mathbf{s}}^{[i]} = \mathbf{s}^{[i]} | \boldsymbol{\theta}) \\ \hat{\boldsymbol{\theta}}^{[i]} &= \underset{\boldsymbol{\theta}^{[i]} \in \mathbb{R}^{\dim\{\boldsymbol{\theta}^{[i]}\}}}{\operatorname{argmax}} \; MV(\boldsymbol{\theta}^{[i]}) \end{aligned} \tag{2.94}$$

soit la densité de probabilité d'obtenir une reconstruction exacte du signal local $s[n], n \in Seg^{[i]}$ par une réalisation du modèle $\hat{\mathbf{s}}^{[i]}$. La maximisation de la fonction de vraisemblance (2.94) est un problème d'optimisation non linéaire multidimensionnelle, pour lequel aucune solution analytique n'existe. Nous proposons de résoudre ce problème par une technique d'optimisation stochastique, qui permet de surmonter les pièges des maxima locaux et de progresser vers le maximum global. Pour trouver la solution optimale du problème de maximum de vraisemblance, nous considérons une méta-heuristique qui consiste en une chaîne d'itérations qui échantillonne les solutions aléatoires. La solution optimale est approchée progressivement par un apprentissage sur les échantillons. Le point de départ de cet apprentissage ainsi que les paramètres initiaux du modèle sont importants. Vue qu'aucune connaissance n'est disponible *a priori*, telle que la segmentation du signal et les composantes existantes sur chaque segment, l'algorithme que nous proposons nécessite une phase d'initialisation pour récupérer ces informations.

L'objectif de la phase d'initialisation est double. L'objectif principal est d'estimer le nombre de composantes sur la durée totale du signal. De plus, cette phase doit identifier la fonction de modulation d'amplitude et la fonction de modulation de fréquence de chaque composante ainsi que les morts et naissances. À partir des multimodulations ainsi obtenues, le signal est divisé en segments courts sur lesquels le modèle choisi (2.73)(2.78) est capable d'approximer les modulations locales. La taille du segment est réglée en fonction de l'erreur d'approximation. En même temps, les paramètres initiaux du modèle sont initialisés.

Dans la phase d'initialisation, nous proposons d'estimer les multimodulations par une approche non paramétrique basée sur une représentation temps fréquence du signal. Nous proposons de détecter les pics par un test de Neyman-Pearson avec une probabilité de fausse alarme fixée. Les pics détectés sont connectés en séquence afin de construire les modulations instant par instant. Le principe de ce suivi temporel est de combiner deux pics voisins les plus proches en amplitude et en fréquence. Nous proposons un classifieur composante-pic pour calculer la proximité de pics et décider automatiquement de la classification des pics.

En résumé, les étapes de l'algorithme proposé sont représentées avec plus de détail dans la Fig.2.18.

L'étape d'initialisation et ses paramètres seront détaillés dans le chapitre 3. La segmentation, la modélisation, et la fusion seront développées dans le chapitre 4.

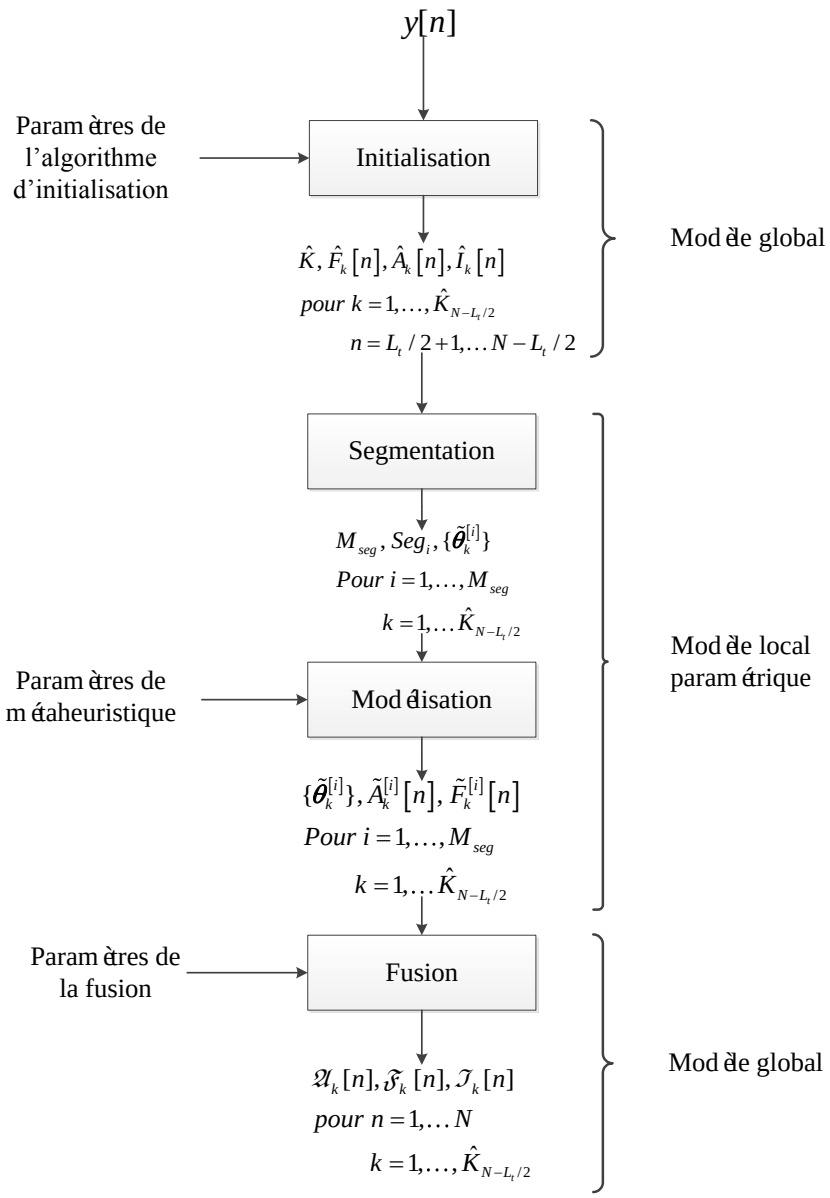


FIGURE 2.18 – Organigramme de l'algorithme proposé. Étant donné le signal d'entrée $y[n]$, l'algorithme permet d'estimer le nombre de composante $\tilde{K}$, les fonctions de modulation d'amplitude et de fréquence $\hat{A}_k[n]$, $\hat{F}_k[n]$, ainsi que les fonctions indicatrice $\hat{I}_k[n]$. Il est composé de 4 étapes principales.

Chapitre 3

Initialisation temps-fréquence non paramétrique

Sommaire

3.1 Synoptique d'initialisation **46**
3.2 Test d'hypothèse pour la détection et la suppression de pics **49**
3.3 Estimation de la ligne de fond de bruit **50**
3.3.1 Méthodes existantes 51
3.3.2 Filtrage P-passe 54
3.3.2.1 La première itération 54
3.3.2.2 Suppression de pics détectés 54
3.3.2.3 Filtrage moyen du spectre sans pic 55
3.4 Détection de pics sur des spectres locaux **56**
3.4.1 Définition d'un pic 57
3.4.2 Définition de l'amplitude et de la fréquence d'un pic 57
3.5 Suivi temporel des modulations avec morts et naissances **58**
3.5.1 Suivi temporel par un classifieur non supervisé 59
3.5.1.1 Partitionnement non hiérarchique 60
3.5.2 Étapes détaillées du suivi temporel de modulations 61
3.5.2.1 Étapes initiales du suivi temporel 61
3.5.2.2 Calcul du centroïde d'une composante 63
3.5.2.3 Divergence totale d'amplitude et de fréquence 64
3.5.2.4 Pré-sélection de paires pic-composantes 66
3.5.2.5 Critère de discrimination 66
3.5.2.6 Création d'une nouvelle composante 68
3.6 Performances sur des signaux simulés **70**
3.6.1 Signaux multicomposantes simulés sans mort et naissance 70
3.6.2 Signaux multicomposantes simulés avec morts et naissances 75
3.7 Applications sur des signaux réels **76**
3.7.1 Vibrations ambiantes d'un bâtiment 78
3.7.2 Vibration d'un bâtiment lors d'un séisme 80
3.7.3 Chant de canari 81

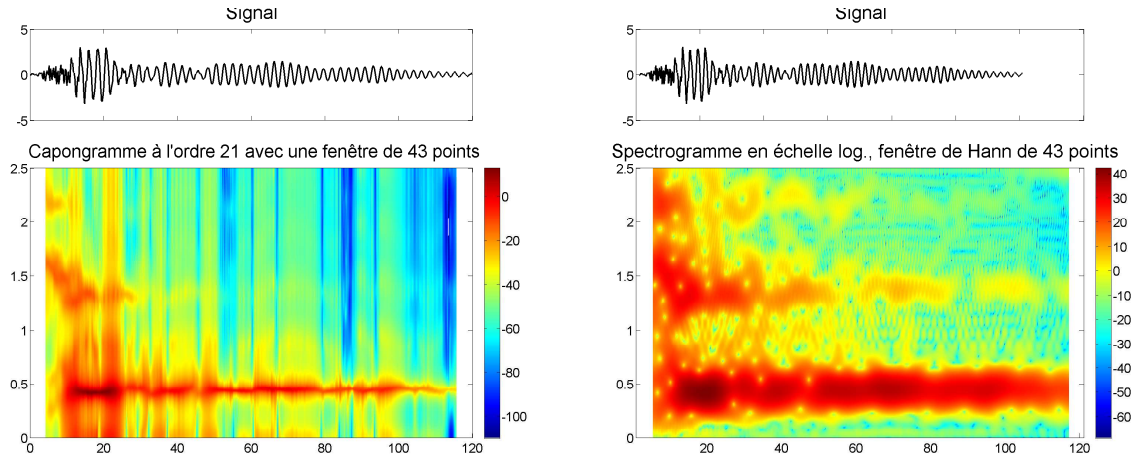
Dans ce chapitre, nous présentons une technique d'estimation des fonctions de modulation d'amplitude et de fréquence d'un signal multicomposante. Cette méthode d'estimation ne

suppose aucun modèle sur les fonctions de modulation étudiées et elle sert également d'étape d'initialisation de l'algorithme complet. Les résultats d'estimation, telles que les modulations, le nombre de composantes, les morts et les naissances sont fournis comme les informations préliminaires pour mettre en œuvre les étapes de segmentation et de modélisation locale.

Dans la suite, nous allons introduire le synoptique d'initialisation, et les trois étapes principales de l'initialisation : la détection de pics, l'estimation de la ligne de fond de bruit, et le suivi temporel de modulation avec morts et naissances.

3.1 Synoptique d'initialisation

L'objectif est d'effectuer une estimation des fonctions de modulation d'amplitude et dee fréquence à partir d'une analyse temps-fréquence du signal multicomposante. La représentation temps-fréquence est un outil connu pour fournir une distribution de puissance en temps et en fréquence. La représentation temps-fréquence idéale d'un signal monocomposante correspond dans le plan temps-fréquence à une série de pics qui contiennent la fréquence instantanée et l'amplitude instantanée du signal. Dans le cas de signaux multicomposantes (2.63), la représentation temps-fréquence se traduit pour chaque composante k par une trajectoire de fréquence et d'amplitude, comme dans la figure 3.1.



(a) (b)

FIGURE 3.1 – Deux représentations temps-fréquence d'un signal sismique de 120 s (soit 600 points), sous-échantillonné à 5 Hz, avec $N_f = 505$ échantillons de fréquence. (a) Capongramme avec une fenêtre de 43 points (8.6 s) ; (b) Spectrogramme avec une fenêtre de Hann of 43 points (8.6 s).

Les fonctions de modulation de fréquence et d'amplitude peuvent être suivies avec des pics détectés dans le plan temps-fréquence. Vis-à-vis des perturbations inévitables de la représentation temps-fréquence, notamment la limitation de la résolution fréquentielle et la présence

de termes d'interférence, le choix de la représentation temps-fréquence est important. Comme dans la figure 3.1, nous préférons utiliser le Capongramme pour l'estimation de la fréquence à cause d'une résolution fréquentielle relativement élevée, et en revanche le spectrogramme pour l'estimation de l'amplitude en raison de son faible biais d'estimation.

Le Capongramme [Martin 2006] est défini par :

$$\mathcal{C}_y[n,f] = \mathcal{CAP}\{\mathbf{y}|\mathbf{w}, M_{cap}, N_f\} = \left| \frac{1}{\mathbf{E}_f^H \mathbf{R}_{yw}^{-1} \mathbf{E}_f} \right|^2 \tag{3.1}$$

où $\mathbf{y} = [y[1], \ldots, y[n], \ldots, y[N]]$, M_{cap} est l'ordre de l'estimateur de Capon, N_f est le nombre d'échantillons de fréquence. $\mathbf{E}_f = [1, e^{\frac{2\pi jf}{F_e}}, \ldots, e^{\frac{2\pi j(M_{cap}-1)f}{F_e}}]$, $\mathbf{R}_{yw}$ est la matrice de covariance de dimension $M_{cap} \times M_{cap}$ du signal tronqué dans une fenêtre rectangulaire $\mathbf{w} = [w[-L_t, \ldots, L_t]]$ de $2L_t + 1$ points centrée sur n. Le spectrogramme est défini par :

$$\mathcal{C}_y[n,f] = \mathcal{SPECTRO}\{\mathbf{y}|\mathbf{w}, N_f\} = \left| \sum_{l=-L_t}^{L_t} \mathbf{w}^*[l-n] y[l] e^{-\frac{2\pi jf}{2L_t+1}} \right|^2 \tag{3.2}$$

où $\mathbf{w} = [w[-L_t, \ldots, L_t]]$ est une fenêtre temporelle. La fenêtre de Hann correspond à un bon compromis entre la résolution et les problèmes de fuite d'énergie.

De plus, nous devrons élaborer une méthode robuste de suivi temporel capable de suivre les composantes faibles ainsi que les absences de composantes, et capable d'exclure les faux pics qui correspondent au bruit. Basée sur la représentation temps-fréquence $\mathcal{C}_y[n,f]$ du signal $y[n]$ en temps discret n, le suivi temporel est un processus itératif qui doit répondre aux 2 questions suivantes :

1. Comment détecter les pics qui correspondent aux trajectoires des composantes ?
2. Comment utiliser les pics détectés afin de reconstruire les composantes ?

Les réponses à ces deux questions constituent le thème principal de ce chapitre. La détection de pics avec un seuil fixé, comme dans [Rankine 2007][Hussain 2002], devient très difficile à utiliser pour des signaux fortement modulés en amplitude. Donc nous avons besoin d'une méthode de détection de pics robuste et adaptative aux données. Une coupe de $\mathcal{C}_y[n,f]$ à l'instant n, notée :

$$\mathcal{C}_y^{(n)}[f] = \mathcal{C}_y[n,f] \tag{3.3}$$

est un spectre «local» correspondant à une distribution spectrale instantanée de puissance. Pour des signaux fortement non stationnaires, nous proposons dans le paragraphe 3.2 de construire un test d'hypothèse de Neyman-Pearson pour détecter les pics du spectre local. Le test est réalisé avec une probabilité de fausse alarme de détection $\mathcal{PFA}_d$ et à partir d'une ligne de fond $\gamma^{(n)}[f]$ à estimer. La ligne de fond est estimée par un filtre multipasse et est notée $\hat{\gamma}^{(n)}[f]$. Le processus d'estimation de cette ligne de fond est décrit dans le paragraphe 3.3. L'algorithme complet d'initialisation est représenté dans la figure 3.2.

Les pics détectés sont associés instant par instant grâce à un classificateur pic-composante. Un classificateur intuitif est d'évaluer la proximité de fréquence entre deux pics, comme dans

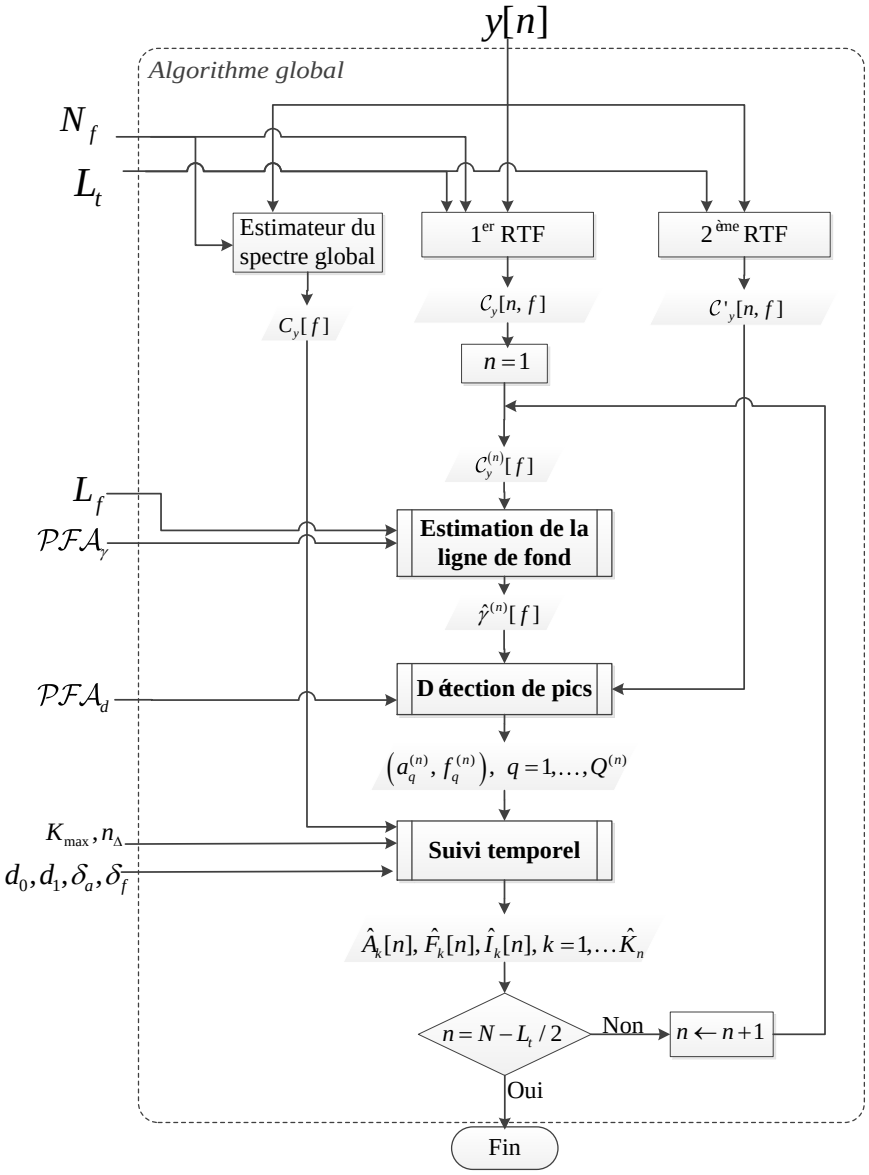


FIGURE 3.2 – Organigramme de l'initialisation. Étant donné le signal d'entrée $y[n]$, l'algorithme permet d'estimer le nombre de composantes $\hat{K}_n$, les fonctions de modulation d'amplitude et de fréquence $\hat{A}_k[n]$, $\hat{F}_k[n]$, ainsi que les fonctions indicatrices $\hat{I}_k[n]$. C'est un algorithme itératif où chaque itération est composée de 3 étapes principales : l'estimation de la ligne de fond, la détection de pics, et le suivi temporel de modulations.

[Rankine 2007][McAulay 1986], et de sélectionner par la suite les deux pics les plus proches. L'association des pics est acceptée si la différence absolue de fréquence est inférieure à un seuil choisi. Néanmoins, dans notre contexte où les pics possèdent des valeurs d'amplitude très variées, nous proposons un classificateur pic-composante pour regrouper les pics avec

les composantes, qui sont des classes de pics. Le classificateur doit évaluer la distance entre chaque composante et chaque pic détecté à chaque instant avec prise en compte simultanée de l'amplitude et la fréquence, comme décrit dans le paragraphe 3.5. De cette manière, le suivi temporel maîtrise aussi les morts et les naissances.

Les pics détectés sont associés instant par instant grâce à un classificateur pic-composante. Un classificateur intuitif est d'évaluer la proximité de fréquence entre deux pics, comme dans [Rankine 2007][McAulay 1986], et de sélectionner par la suite les deux pics les plus proches. L'association des pics est acceptée si la différence absolue de fréquence est inférieure à un seuil choisi. Néanmoins, dans notre contexte où les pics possèdent des valeurs d'amplitude très variées, nous proposons un classificateur pic-composante pour regrouper les pics avec les composantes, qui sont des classes de pics. Le classificateur doit évaluer la distance entre chaque composante et chaque pic détecté à chaque instant avec prise en compte simultanée de l'amplitude et la fréquence, comme décrit dans le paragraphe 3.5. De cette manière, le suivi temporel maîtrise aussi les morts et les naissances.

3.2 Test d'hypothèse pour la détection et la suppression de pics

Une fois que le signal $y[n]$ est caractérisé dans le plan temps-fréquence par $\mathcal{C}_y[n, f]$, la bonne interprétation des spectres locaux est essentielle pour identifier les composantes. À cause de la présence du bruit et les limitations des performances de l'estimateur spectral utilisé, il est difficile de distinguer visuellement la présence des composantes. Une méthode de détection de pics associée aux propriétés statistiques de l'estimateur des spectres, doit permettre d'interpréter automatiquement le contenu du spectre.

Le spectre local $\mathcal{C}_y^{(n)}[f]$ qui correspond au morceau du signal $y[n - \frac{L_t}{2}, \ldots, n + \frac{L_t}{2}]$ peut être décomposé comme :

$$\mathcal{C}_y^{(n)}[f] = \mathcal{C}_s^{(n)}[f] + \mathcal{C}_e^{(n)}[f] \tag{3.4}$$

où $\mathcal{C}_s^{(n)}[f]$ est le spectre du signal déterministe $s[n]$, $\mathcal{C}_e^{(n)}[f]$ est le spectre de la partie aléatoire $e[n]$. L'objectif du détecteur est de décider pour chaque fréquence f et à partir de $\mathcal{C}_y^{(n)}[f]$ si le signal est constitué uniquement du bruit $e[n]$ ou de la somme du signal pur $s[n]$ plus du bruit $e[n]$. Pour chaque fréquence f, La détection conduit à un test statistique entre les deux hypothèses suivantes :

$$\begin{aligned} \mathcal{H}_0 : &\quad \mathcal{C}_y^{(n)}[f] = \mathcal{C}_e^{(n)}[f] \\ \mathcal{H}_1 : &\quad \mathcal{C}_y^{(n)}[f] = \mathcal{C}_s^{(n)}[f] + \mathcal{C}_e^{(n)}[f] \end{aligned} \tag{3.5}$$

Dans notre cas, la densité probabilité sous $\mathcal{H}_1$ est inconnue, un détecteur de pics spectraux est proposé dans [Durnerin 1999] pour l'analyse de spectres génériques. Il est basé sur un test d'hypothèse Neyman-Pearson, qui fait un choix entre deux hypothèses à partir de leur rapport de vraisemblances. Ce type de test a l'avantage d'avoir une puissance statistique élevée, autrement dit, une faible probabilité de fausse alarme. Le test est défini comme suit :

$$\mathcal{PFA} = p(T[f] > \lambda | \mathcal{H}_0), \text{ où } T[f] = \frac{\mathcal{C}_y^{(n)}[f]}{\mathcal{C}_e^{(n)}[f]} \tag{3.6}$$

où λ est un seuil choisi. $\mathcal{PFA}$ est la probabilité de fausse alarme, soit la probabilité de retenir $\mathcal{H}_1$ alors que $\mathcal{H}_0$ est vraie. Pour chaque fréquence f, la décision entre $\mathcal{H}_0$ et $\mathcal{H}_1$ est :

$$T[f] \underset{\mathcal{H}_0}{\overset{\mathcal{H}_1}{\gtrless}} \lambda \tag{3.7}$$

Le choix du seuil de détection λ dépend de la probabilité de fausse alarme $\mathcal{PFA}$:

$$\mathcal{PFA} = \int_{2\lambda}^{+\infty} p_{\mathcal{H}_0}(x)dx \tag{3.8}$$

où $p_{\mathcal{H}_0}(x)$ est une densité de probabilité d'une variable aléatoire x, sous l'hypothèse H_0. Donc une fois que la probabilité de fausse alarme est fixée, le seuil λ de détection peut être obtenu par l'inversion de (3.8). Dans ce test, $\mathcal{PFA}$ est *a priori* choisi, λ est calculé à partir de $\mathcal{PFA}$ en utilisant les propriétés statistiques de l'estimateur de spectre. Il a été démontré dans [Durnerin 1999] et [Martin 2011] que tous les estimateurs de type Fourier et de type Capon sous l'hypothèse $\mathcal{H}_0$ peuvent être considérés proportionnels à une variable aléatoire χ_2^2 qui suit une loi gamma de degré de liberté équivalent 2. La variable aléatoire $T[f]$ suit donc une loi χ_2^2 :

$$T[f] \sim \chi_2^2 \tag{3.9}$$

Nous en déduisons le seuil de détection par :

$$\mathcal{PFA} = \int_{2\lambda}^{+\infty} p_{\chi_2^2}(x)dx \tag{3.10}$$

Le test d'hypothèse devient :

$$\mathcal{C}_y^{(n)}[f] \underset{\mathcal{H}_0}{\overset{\mathcal{H}_1}{\gtrless}} \lambda \times \mathcal{C}_e^{(n)}[f]. \tag{3.11}$$

En pratique, la probabilité de fausse alarme $\mathcal{PFA}$ doit être choisie expérimentalement. La ligne de fond $\mathcal{C}_e^{(n)}[f]$ est inconnue et donc doit être estimée. En conséquence, la qualité de la détection dépend d'une part d'une probabilité de fausse alarme bien choisie, et d'autre part d'une bonne estimation de $\mathcal{C}_e^{(n)}[f]$ qui nous aide à identifier la ligne de fond du spectre.

Dans l'algorithme complet (*c.f.* Figure 3.2), cette méthode de détection est utilisée dans deux étapes en utilisant deux différentes probabilités de fausse alarme. Dans l'estimation de la ligne de fond, les pics vérifiant l'hypothèse $\mathcal{H}_1$ doivent être éliminés par ce test statistique avec une probabilité de fausse alarme notée $\mathcal{PFA}_\gamma$. Dans la détection de pics, le test est appliqué avec une autre probabilité de fausse alarme notée $\mathcal{PFA}_d$. Nous présentons ces deux étapes respectivement dans le paragraphe 3.3 et 3.4.

3.3 Estimation de la ligne de fond de bruit

La ligne de fond du spectre est uniquement associée à la partie aléatoire du signal *c.f.* (2.63). Le problème d'estimation de cette ligne de fond est particulièrement important lors

de l'analyse du bruit coloré, où le spectre du bruit présente une variation importante. Dans notre problème, l'estimation de la ligne de fond du spectre est important puisque la méthode de détection dépend de la ligne de fond du bruit estimée (*c.f.* (3.20)).

Deux types d'erreurs sont souvent rencontrés lors de l'estimation de la ligne de fond : la sous-estimation et la surestimation. Pour le premier cas, une partie des composantes est identifiée comme associée au bruit, la présence d'une composante ne peut donc pas être détectée. Le deuxième type d'erreur, au contraire, implique qu'une partie spectrale associée au bruit correspond à une composante. Cette erreur provoque la détection d'une fausse composante. L'estimation doit éviter ces deux erreurs afin d'assurer la robustesse de l'algorithme aux non-stationnarités du signal étudié.

La ligne de fond est estimée pour le spectre local à chaque n donné. Ainsi, cette approche s'adapte aux différentes réalisations. Comme le spectre local est calculé sur une fenêtre relativement courte, l'estimation de la ligne de fond est perturbée par certaines difficultés, telles que l'effet de la taille de fenêtre, la résolution qui en découle de fréquence et le biais élevé.

L'estimateur de la ligne de fond de spectre est un filtre non linéaire, qui extrait la partie aléatoire en éliminant la partie déterministe. Avant de présenter la méthode utilisée, nous exposons d'abord quelques méthodes d'estimation de la ligne de fond dans le paragraphe 3.3.1.

3.3.1 Méthodes existantes

La méthode monopasse estime la ligne de fond directement comme la sortie d'un filtre non linéaire qui supprime la partie énergétique du spectre, comme dans la figure 3.3. C'est un type d'estimateur relativement simple. En revanche, la qualité d'estimation est purement dépendant de la nature de l'estimateur et des paramètres choisis. Nous présentons dans la suite quelques méthodes dans cette catégorie.

FIGURE 3.3 – Le principe d'un filtrage monopasse. L'estimation de la ligne de fond $\hat{\mathcal{C}}_e^{(n)}[f]$ est la sortie d'un filtre dont l'entrée $\mathcal{C}_y^{(n)}[f]$ est la densité spectrale de puissance du signal $y[n]$.

Filtrage médian Ce filtre fait glisser une fenêtre de $2L_f+1$ points sur le spectre $\mathcal{C}_e^{(n)}[f]$, en remplaçant le point central par la valeur médiane des points compris dans la fenêtre :

$$\hat{\mathcal{C}}_e^{(n)}[f] = \mathcal{FILT}_{med}\{\mathcal{C}_y^{(n)}[f-L_f,\ldots,f+L_f]\} \tag{3.12}$$

où $\mathcal{C}_y^{(n)}[f]$ est un spectre général, $\mathcal{FILT}_{med}\{\cdot\}$ est le filtrage médian. Pour éliminer les composantes dans le résultat de filtrage, il est important de fixer correctement la taille de la fenêtre de lissage $2L_f+1$ relative à la bande passante à -3 dB B_{-3dB} de l'estimateur du spectre, en particulier $2L_f+1>2B$ [Durnerin 1999]. Le choix de la taille de la fenêtre est un compromis entre la préservation des détails du spectre et l'effet de lissage. Cet algorithme est simple, rapide et notamment utile pour éliminer les pics isolés d'amplitude importante. Cependant, il a tendance à sous-estimer la ligne de fond [Durnerin 1999].

Filtrage percentile Ce filtrage est plus général que le précédent. Dans une fenêtre glissante de $2L_f+1$ centrée sur f, les échantillons du spectre sont classés en ordre croissant comme :

$$\mathcal{C}_y^{(n)}[f-L_f,\ldots,f+L_f] \rightarrow [C_0,\ldots,S_{q_{per}},\ldots,C_1] \tag{3.13}$$

q_{per} est le percentile compris entre 0 et 1. C_0 et C_1 sont respectivement les éléments minimal et maximal du vecteur $[\mathcal{C}[f-L_f],\ldots,\mathcal{C}[f-f+L_f]]$. L'élément $C_{q_{per}}$ associé à un percentile q_{per} dans (3.13) est le résultat du filtrage percentile $\mathcal{FILT}_{per}\{\mathcal{C}[f-L_f,\ldots,f+L_f]|q_{per}\}$:

$$\hat{\mathcal{C}}_e^{(n)}[f] = \mathcal{FILT}_{per}\{\mathcal{C}_y^{(n)}[f-L_f,\ldots,f+L_f]|q_{per}\} \tag{3.14}$$

Le comportement du filtre percentile change avec des différentes valeurs de q_{per}. Le filtrage médian est un cas particulier avec $q_{per}=0.5$. Une valeur de q_{per} très élevée a tendance à sur-estimer la ligne du fond. Dans le cas contraire, un q_{per} petit conduit à une sous-estimation de la ligne de fond [Wan 2003]. Dans la plupart des situations où aucune connaissance n'est supposée sur le niveau du bruit, le choix de q_{per} doit être proche de 0.5 comme dans [Stahl 2000]. Toutefois, ce choix est flexible selon le contexte d'application. Dans [Ris 2001], le percentile a été ajusté à 0.2 dans un contexte de reconnaissance automatique de la parole.

Filtrage à réponse impulsionnelle infinie d'ordre 1 est une méthode récursive [Busson 2010] proposée dans un contexte du spectre local $\mathcal{C}_y^{(n)}[f]$. La suppression des composantes est réalisée de façon suivante :

$$\hat{\mathcal{C}}_e^{(n)}[f] = (1+A)\mathcal{C}_y^{(n)}[f] + A\hat{\mathcal{C}}_e^{(n)}[f-1] \tag{3.15}$$

où le coefficient du filtre $A = e^{-\frac{(1-\tau)L_t}{\tau_i F_e}}$, τ et L_t sont le taux de recouvrement et la taille de la fenêtre utilisée pour calculer la représentation temps-fréquence. F_e est la fréquence d'échantillonnage, τ_i est le coefficient de lissage. Le choix de τ_i est critique pour une bonne estimation. Malheureusement, ce paramètre constant n'est pas adapté au contexte de fortes non-stationnarités. Si des composantes isolées existent, elle induit une sur-estimation de la ligne de fond.

Dans la littérature, des méthodes monopasses plus compliquées sont proposées pour les contextes particuliers telles que [Cohen 2002] [Martin 2001] [Rangachari 2006].

Méthodes multipasses Pour des signaux bruités, l'estimation de la ligne de fond par une méthode monopasse est souvent difficile car le rapport signal à bruit est inconnu. Sans une référence *a priori* du bruit, le réglage de q_{per} est purement lié aux expérimentations comme illustré dans la figure 3.4 [Wan 2003]. La relation entre le percentile et le rapport signal-à-

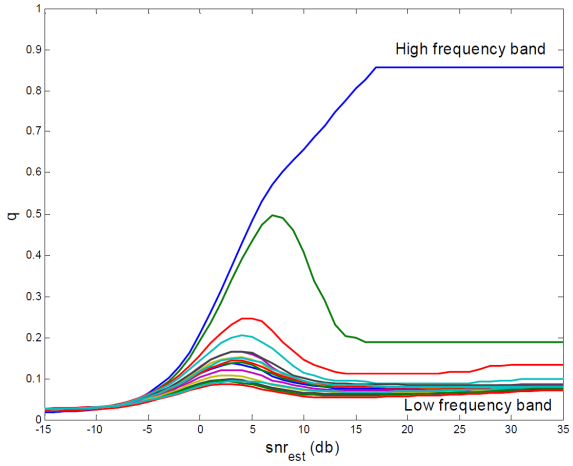


FIGURE 3.4 – Choix du percentile q_{per} selon le rapport signal à bruit SNR en échelle logarithmique. Les courbes de différentes couleurs correspondent aux différentes bandes de fréquence [Wan 2003].

bruit ne peut être construite expérimentalement car il est difficile de régler la valeur de q_{per} en fonction du rapport signal à bruit. Le choix correct du percentile est donc très difficile. Contrairement aux méthodes monopasses, les méthodes multipasses comportent plusieurs étapes. Au cout d'une plus grande complexité, une bonne estimation par les méthodes multipasses est moins dépendante du réglage.

Ces méthodes sont souvent utilisées dans le cas d'un bruit fort ou d'un bruit coloré. Le débruitage et la reconnaissance des signaux vocaux sont typiquement l'application de ce type de méthodes. Dans [Wan 2003], l'estimation de la ligne de fond est constituée de deux itérations successives, chacune étant un filtrage percentile. La première passe a pour objectif de faire une première estimation de la ligne de fond. Dans la deuxième itération, le résultat d'estimation est affiné en choisissant un percentile adaptatif au niveau du bruit et en utilisant un choix expérimental de q_{per}. La ligne de fond estimée est la sortie de la deuxième itération. Cette méthode permet une bonne estimation de la ligne de fond en évitant la dépendance d'un choix manuel de q_{per}. Dans [Deng 2003][Yao 2002], un modèle mixte a été construit en connaissant le principe et la nature statistique du bruit. Les paramètres sont estimés récursivement par une méthode bayésienne. En résumé, les méthodes multipasses ont en général l'avantage d'être robustes et adaptatives [Benveniste 1990][Frenkel 1999][Krishnamurthy 1993].

3.3.2 Filtrage P-passe

Pour toutes ces raisons, nous considérons une méthode P-passe proposée dans [Durnerin 1999] pour estimer la ligne de fond de chaque spectre local $\mathcal{C}_y^{(n)}[f]$. La méthode comporte P itérations de filtrage non linéaire. L'estimation de la ligne de fond est affinée à chaque passe p et notée $\hat{\gamma}_p^{(n)}$.

Dans la première itération, une première estimation de la ligne de fond est réalisée avec un filtrage médian. Dans les $P-1$ itérations suivantes, la ligne de fond est amélioré en deux sous-étapes : la première sous-itération vise à fournir un spectre modifié sans composante, ce spectre est lissé dans la deuxième sous-étape par un filtrage moyen. Cet algorithme est résumé dans la figure 3.5 pour un spectre local donné, noté $\mathcal{C}_y^{(n)}[f]$.

3.3.2.1 La première itération

La première itération de la méthode multipasse est une estimation préliminaire de la ligne de fond. Nous choisissons le filtrage médian pour éliminer les composantes :

$$\hat{\gamma}_1^{(n)}[f] = \mathcal{FILT}_{med}\{\mathcal{C}_y^{(n)}[f-L_f,\ldots,f+L_f]\} \tag{3.16}$$

la taille de la fenêtre de lissage $2L_f+1$ est choisie entre $3B_{-3dB}$ et $4B_{-3dB}$ où B_{-3dB} est la largeur de bande passante à -3dB de l'estimateur du spectre local. Cette largeur de bande pour des estimateurs de type Fourier a été calculée dans [Durnerin 1999].

Notons que la première passe est effectuée une seule fois dans le scénario complet. Dans la suite, nous allons introduire les 2 sous-étapes des $p-1$ passes suivantes soit d'abord la détection des pics puis le filtrage moyen sur le nouveau spectre en éliminant les pics détectés.

3.3.2.2 Suppression de pics détectés

À partir de la ligne de fond estimée $\hat{\gamma}_{p-1}^{(n)}[f]$ dans la dernière passe $p-1$, nous cherchons à calculer un spectre modifié, sur lequel les pics détectés sont enlevés et un filtrage moyen est effectué pour mettre à jour la ligne de fond estimée. En effet, nous devons d'abord détecter les pics du spectre local, par la méthode exposée dans le paragraphe 3.2 comme :

$$\mathcal{C}_y^{(n)}[f] \underset{\mathcal{H}_0}{\overset{\mathcal{H}_1}{\gtrless}} \lambda \times \hat{\gamma}_{p-1}^{(n)}[f] \tag{3.17}$$

où λ est calculé avec une probabilité de fausse alarme $\mathcal{PFA}_\gamma$ uniquement utilisée lors de l'estimation de la ligne de fond.

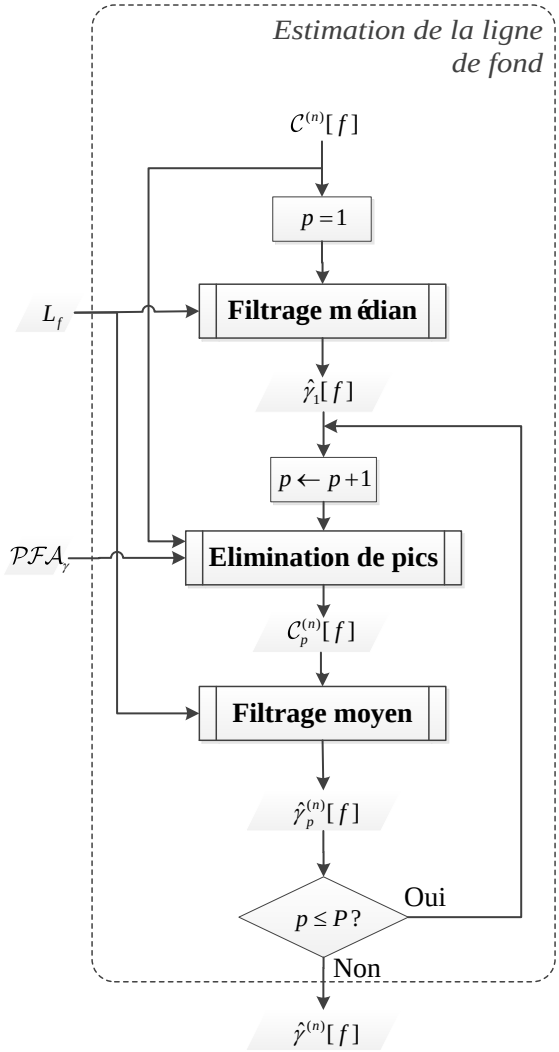


FIGURE 3.5 – Organigramme du bloc d'estimation de la ligne de fond $\hat{\gamma}^{(n)}$ par un filtrage P-passe. L'entrée du bloc est le spectre local $\mathcal{C}_y^{(n)}[f]$, la méthode est paramétrée par L_f tel que $2L_f + 1$ soit la taille de la fenêtre glissante du filtre et une probabilité de fausse alarme $\mathcal{PFA}_\gamma$.

3.3.2.3 Filtrage moyen du spectre sans pic

La ligne de fond du spectre local est mis à jour par un filtrage moyen. Ce filtrage est effectué sur un spectre en excluant les pics détectés dans la sous-étape précédente. Autrement

dit, les pics qui vérifient l'hypothèse $\mathcal{H}_1$ ne participent pas au filtrage de façon suivante :

$$\hat{\gamma}_p^{(n)}[f] = \frac{\sum_{i=f-L_f}^{f+L_f} (\mathcal{C}_y^{(n)}[i] I^{(n)}[i])}{\sum_{i=f-L_f}^{f+L_f} I^{(n)}[i]} \tag{3.18}$$

où $I^{(n)}[f]$ est une fonction indicatrice, définie comme :

$$I^{(n)}[f] = \begin{cases} 1 & \text{si } \mathcal{C}_y^{(n)}[f] \text{ vérifie l'hypothèse } \mathcal{H}_1 \\ 0 & \text{si } \mathcal{C}_y^{(n)}[f] \text{ vérifie l'hypothèse } \mathcal{H}_0 \end{cases} \tag{3.19}$$

Sous une hypothèse du bruit blanc, le choix du nombre de passes P est fixé expérimentalement. En général, l'estimation de la ligne de fond converge après 3 à 5 passes. Une illustration de l'estimation est présentée dans la figure 3.6.

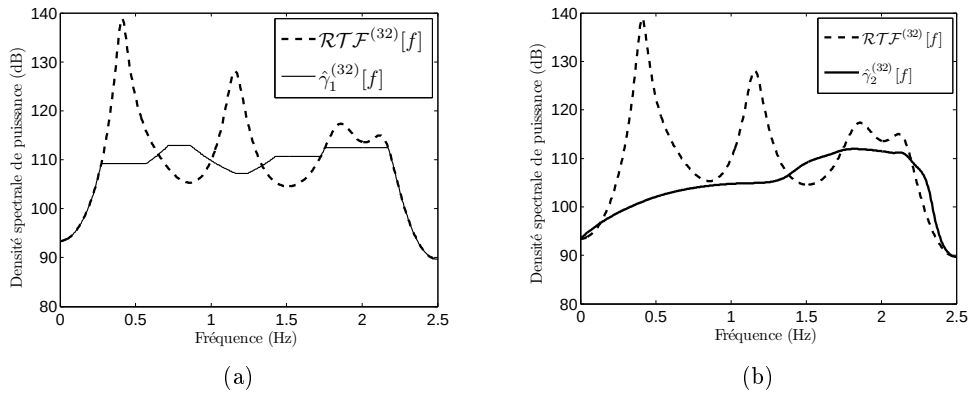


FIGURE 3.6 – La ligne de fond estimée à partir du Capongramme de la figure 3.1(a) à instant $n = 32$. Les lignes de fond estimées après la première passe et la deuxième passe sur $\mathcal{C}_y^{(32)}[f]$, $f = 1, \ldots, N_f$, $N_f = 505$ sont présentées dans (a) et (b). (a) La première passe : $\hat{\gamma}_1^{(n)}[f]$ obtenu par un filtrage médian de $2L_f + 1 = 169$ points ; (b) La dernière passe : $\hat{\gamma}_2^{(32)}[f]$ obtenu par un filtrage moyen de $2L_f + 1 = 169$ points sur le spectre modifié dont les pics détectés avec $\mathcal{PFA}_{\hat{\gamma}} = 0.1$ sur $\hat{\gamma}_1^{(32)}[f]$ sont enlevés.

3.4 Détection de pics sur des spectres locaux

Lorsqu'un signal monocomposante est représenté dans le plan temps-fréquence, la distribution de puissance est concentrée sur un seul pic pour chaque spectre local, pic qui correspond à la fréquence instantanée du signal. Dans le cas multicomposante, la puissance est concentrée sur plusieurs pics.

Dans ce paragraphe, nous présentons l'application du test Neyman-Pearson dans un contexte de détection de pics. La détection est appliquée sur un spectre locale et avec la ligne de fond estimée. Pour un instant n donné, la détection de pic est un test d'hypothèses :

$$\mathcal{C}_y^{(n)}[f] \underset{\mathcal{H}_0}{\overset{\mathcal{H}_1}{\gtrless}} \lambda \times \hat{\gamma}^{(n)}[f] \tag{3.20}$$

où $\hat{\gamma}^{(n)}[f]$ est la ligne de fond estimée de $\mathcal{C}_y^{(n)}[f]$. L'objectif de la détection de pic est de déterminer le nombre $Q^{(n)}$ de pics qui correspondent au signal pur $s[n]$ et d'estimer pour chaque pic q, ses valeurs d'amplitude et de fréquence c'est-à-dire :

$$[a_q^{(n)}, f_q^{(n)}], \qquad q = 1, \ldots, Q^{(n)} \tag{3.21}$$

3.4.1 Définition d'un pic

Le mot «pic» ne correspond pas seulement à une fréquence pure. Un pic q comporte l'ensemble des points du spectre compris entre f_{q-} et f_{q+}, tel que :

$$f_q^{(n)} = \underset{f_{q-} \leq f \leq f_{q+}}{\operatorname{argmax}} \mathcal{C}_y^{(n)}[f] \tag{3.22}$$

où f_{q-} et f_{q+} sont les fréquences de deux minima locaux voisins. F_e est la fréquence d'échantillonnage. Le maximum local dans cet ensemble doit vérifier l'hypothèse $\mathcal{H}_1$:

$$\mathcal{C}_y^{(n)}\left[f_q^{(n)}\right] > \lambda \times \hat{\gamma}^{(n)}\left[f_q^{(n)}\right] \tag{3.23}$$

3.4.2 Définition de l'amplitude et de la fréquence d'un pic

Lorsqu'un pic q est détecté à partir du spectre local $\mathcal{C}_y^{(n)}[f]$, on obtient la fréquence de ce pic. Toutefois, à cause du compromis entre le biais et la variance de l'estimateur de la densité spectrale de puissance, il est difficile d'obtenir une bonne estimation à la fois en fréquence et en amplitude. En effet, nous utilisons l'estimateur de Capon pour l'estimation de fréquence comme (3.22) puisqu'il a une variance minimale. Un autre estimateur de biais faible (*e.g.* estimateur Fourier) peut être utilisée pour l'estimation d'amplitude. Ce second estimateur spectral donne lieu à une nouvelle représentation temps-fréquence $\mathcal{C}'_y[n, f]$ (*e.g.* spectrogramme). $\mathcal{C}'_y[n, f]$ doit être calculée avec la même longueur de fenêtre $2L_t + 1$ et le même nombre d'échantillons N_f de chaque spectre local $\mathcal{C}'^{(n)}_y[f]$. À partir de $\mathcal{C}'^{(n)}_y[f]$, nous obtenons l'estimation de l'amplitude du pic q :

$$a_q^{(n)} = \mathcal{C}'^{(n)}_y\left[f_q^{(n)}\right] \tag{3.24}$$

La détection de pics est présentée dans la figure 3.7 sur un exemple utilisant le Capongramme du signal de la figure 3.1. Avec le même choix de $\mathcal{PFA}_d$ et la manière de l'estimation

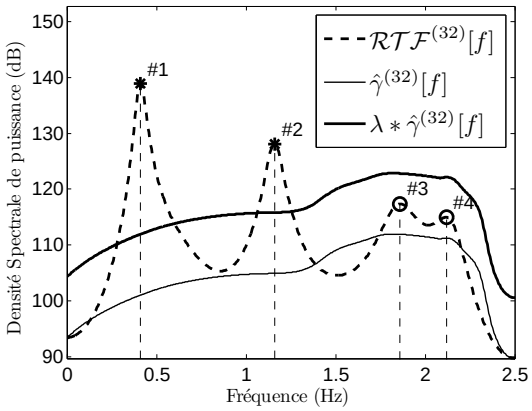


FIGURE 3.7 – Détection de pics sur un spectre local à $n = 32$ du Capongramme de la figure 3.1(a) par un seuil λ calculé avec $\mathcal{PFA}_d = 0.1$, et la ligne de fond $\hat{\gamma}^{(32)}[f]$ estimée. (*) Pics détectés vérifiant $\mathcal{H}_1$. ($\circ$) maxima locaux vérifiant $\mathcal{H}_0$.

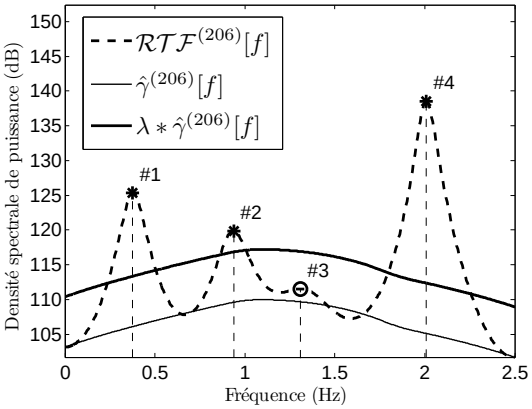


FIGURE 3.8 – Détection de pics sur un spectre local à $n = 206$ du Capongramme de la figure 3.1(a) par un seuil λ calculé avec $\mathcal{PFA}_d = 0.1$, et la ligne de fond $\hat{\gamma}^{(206)}[f]$ estimée de la même manière que dans la figure 3.7. (*) Pics détectés vérifiant $\mathcal{H}_1$. ($\circ$) maxima locaux vérifiant $\mathcal{H}_0$.

de la ligne de fond, nous obtenons un résultat de détection différent à instant $n = 206$. Les figures 3.7 et 3.8 sont une illustration de l'adaptabilité de la méthode de détection. Grâce à un test d'hypothèses tenant compte des propriétés de l'estimateur, le choix manuel du seuil de détection λ est évité. De plus, la ligne de fond estimée à partir du spectre local assure la robustesse vis-à-vis de la non-stationnarité du signal.

3.5 Suivi temporel des modulations avec morts et naissances

La détection de pics permet de connaître l'apparition des composantes dans le plan temps-fréquence. La trajectoire d'une composante est composée d'un ensemble de pics. Il faut donc

insérer après la détection de pics une étape de suivi temporel qui permet d'associer les pics aux composantes. Nous supposons que les pics appartenant à une même composante présentent une proximité évidente à la fois en amplitude et en fréquence. À partir de cette supposition, nous proposons une méthode de suivi temporel qui consiste à mettre à jour automatiquement les composantes instant par instant avec les pics détectés. Cette technique conduit à une classification de vecteurs bi-dimensionnels. La décision de classifier est effectuée sur un critère de divergence de pic-composante.

L'évaluation de la divergence est un aspect critique pour une bonne classification. Puisque les modulations d'amplitude et de fréquence correspondent aux valeurs d'amplitude et de fréquence des pics, ce critère doit tenir compte de la divergence en fréquence et en amplitude entre deux pics. Nous appelons ce critère la divergence totale puisqu'il réalise une évaluation à la fois de la divergence en amplitude et en fréquence.

De plus, à cause de la variation considérable des modulations liées à la non-stationnarité du signal, les pics d'une même composante peuvent présenter des divergences de niveau très variable. Pour assurer une classification correcte, il est nécessaire de choisir un critère de discrimination robuste vis-à-vis de cette variation de divergence.

Nous exposons dans la suite en détail les aspects importants du suivi temporel de modulations. D'abord, la théorie de classification est présentée. Ensuite, la divergence totale d'amplitude et de fréquence ainsi que le critère de discrimination sont introduits. Finalement, nous expliquons comment créer une nouvelle composante.

3.5.1 Suivi temporel par un classifieur non supervisé

Lorsqu'on obtient les pics détectés à chaque instant, on cherche à mettre à jour les composantes définies comme des ensembles de pics. Ce problème est typiquement un problème de partitionnement de données [Jan 1999].

Le partitionnement de données est une classification non supervisée, pour laquelle, un ensemble de données est divisé en plusieurs sous-ensembles. Chaque sous-ensemble partage des caractéristiques communes, souvent soumises à des critères de proximité. Dans notre cas, les pics à un instant donné n sont assimilés à des données à classifier, les composantes suivies jusqu'à l'instant précédent $n-1$ sont des sous-ensembles de pics. La proximité en amplitude et en fréquence est le critère de classification, c'est donc un critère non statistique.

Le suivi temporel par une classification pic-composante correspond à un problème de partitionnement de données, dont on ne suppose aucune description *a priori* de composantes ou de pics. Cette classification est en effet purement régie par les données. Elle consiste d'abord à calculer la distance de chaque association pic-composante, et ensuite à sélectionner une association de distance la plus faible. Cette association est finalement acceptée ou refusée selon un critère de discrimination sur la distance.

3.5.1.1 Partitionnement non hiérarchique

Pour réaliser la classification pic-composante, il s'agit de regrouper les pics détectés en plusieurs composantes. Si deux composantes n'ont pas de superposition, elles n'ont pas de pic commun. De plus, toutes les composantes partagent le même niveau d'importance. Une telle classification correspond bien à un partitionnement non hiérarchique.

Les méthodes de partitionnement non hiérarchique, telle que les K voisins les plus proches [Aha 1991][Cunningham 2007], les K-moyennes [Richard 2001], DBSCAN [Sander 1998][Ester 1996], sont souvent utilisées dans l'apprentissage automatique, la reconnaissance de formes, la bioinformatique, l'analyse d'image, *etc.* Ce type de classifeur vise à formuler un nombre pré-déterminé de classes avec les données, sans connaissance *a priori* sur les propriétés statistiques. En effet, il est important de faire des hypothèses sur la proximité des données et de choisir un critère de proximité pour regrouper les données dans des classes différentes.

L'exemple le plus simple de ce type est le classifieur des K-moyennes. Pour déterminer la partitionnement d'un objet $\mathbf{q}$, ce classifieur comporte deux étapes : la première étape calcule la centroïde de chacune des K classes, où $K \in \mathbb{N}^+$. La deuxième phase sélectionne la classe $\mathbf{u}_{q_k}$ ayant le plus proche centroïde par rapport à l'objet à classifier. L'erreur quadratique moyenne entre l'objet et le centroïde de la classe sert au critère de distance :

$$\Delta_D(\mathbf{q}, \mathbf{u}_k) = |\mathbf{q} - \mathbf{u}_k| = \left(\sum_{j \leq J} |q_j - u_{k,j}|^2 \right)^{\frac{1}{2}} \tag{3.25}$$

où $\mathbf{u}_k$ est le k-ième point de la classe $\mathbf{U}$. L'objet et les centroïdes de classes s'exprimentn comme des vecteurs de J dimensions. q_j et $u_{k,j}$ sont les éléments du $\mathbf{q}$ et $\mathbf{u}_k$ respectivement. La classe du centroïde le plus proche $\mathbf{u}_{q_k}$ est sélectionnée par :

$$q_k = \underset{1 \leq k \leq K}{\operatorname{argmin}} \, \Delta_D(\mathbf{q}, \mathbf{u}_k) \tag{3.26}$$

La méthode de suivi temporel des modulations suit un schéma similaire au classifieur des k-moyennes. Nous cherchons à regrouper les pics par leur proximité en amplitude et en fréquence. Nous proposons une métrique de distance en amplitude et en fréquence, appelée la divergence totale. Les pics sont des objets à regrouper et les classes contenant des pics d'amplitude et de fréquence similaires correspondent à une composante. L'amplitude et la fréquence d'une composante sont représentées par son centroïde. Pour obtenir leur distance, il suffit de calculer l'erreur Euclidienne entre l'objet et le centroïde de la classe. La décision d'association est effectuée en sélectionnant la classe avec le centroïde le plus proche. Toutefois, le suivi temporel des modulations présente les différences suivantes :

1. Pour un instant donné, une composante peut être associée avec au maximum un pic. Dans le classifieur des k-moyennes, il n'y a pas de notion de temps, et le nombre des objets associés avec une classe n'est pas limité.

2. Les pics d'une composante suivie sont mémorisés dans une séquence temporelle. Dans le classifieur des K-moyennes, les points d'une classe mémorisés ne respectent pas cet ordre.
3. un pic est rejetable s'il présente une distance excessive selon le critère de discrimination. Cependant, dans le classifieur des k-moyennes, un objet fait toujours partie d'une classe.
4. on n'utilise que les pics détectés à n_Δ instants les plus récents dans le contexte du suivi temporel des modulations. En revanche, le classifieur des K-moyennes utilise la base entière des classes.

Dans les paragraphes suivants, nous allons présenter le classifieur pic-composante que nous proposons et les étapes essentielles du classifieur, telles que la métrique de distance, la pré-sélection de la paire pic-composante, et le critère de discrimination.

3.5.2 Étapes détaillées du suivi temporel de modulations

Nous introduisons maintenant la conception du classifieur pic-composante. Pour un n donné, l'objectif est faire une association pic-composante exclusive. Dans ce contexte, chaque pic détecté est un objet à classifier, et les composantes déjà suivies jusqu'à l'instant $n-1$ sont les classes. Le classifieur présenté dans la figure 3.9 permet de résoudre les problèmes principaux du suivi temporel, tel que l'existence de plusieurs composantes, les morts et les naissances de composantes et la non-linéarité de modulations.

À chaque instant n, le centroïde de chaque composante est d'abord calculé à partir des n_Δ enregistrements les plus récents pour représenter l'amplitude et la fréquence de la composante. Ensuite, une matrice de divergence totale est calculée dont chaque élément correspond à la distance entre un pic et le centroïde d'une composante. Basée sur cette matrice, une étape de pré-sélection tire les paires pic-composantes à associer. Finalement, le critère de discrimination détermine l'association des paires pré-sélectionnées en évaluant la divergence totale. Ces étapes importantes du suivi seront présentées dans les paragraphes suivants.

3.5.2.1 Étapes initiales du suivi temporel

Les composantes sont initialement vides avec les modulations nulles :

$$\begin{array}{l} \hat{F}_k[n] = 0, \hat{A}_k[n] = 0 \\ \forall k \in \mathbb{N}^+, \quad k \leq K, \qquad n \in \mathbb{N}^+, \quad 1 \leq n \leq N \end{array} \tag{3.27}$$

où $\hat{F}_k[n]$ et $\hat{A}_k[n]$ dénotent l'estimation de $F_k[n]$ et $A_k[n]$. Depuis l'instant d'activation $n_{(init)}$ défini comme l'instant où les premiers pics sont détectés, ces pics créent directement au maximum K_{max} composantes avec K_{max} *a priori* décidé. Si le nombre de pics détectés $Q^{(n_{init})}$ est supérieur au K_{max}, seuls les K_{max} pics les plus puissants sont pris en compte. Sinon les

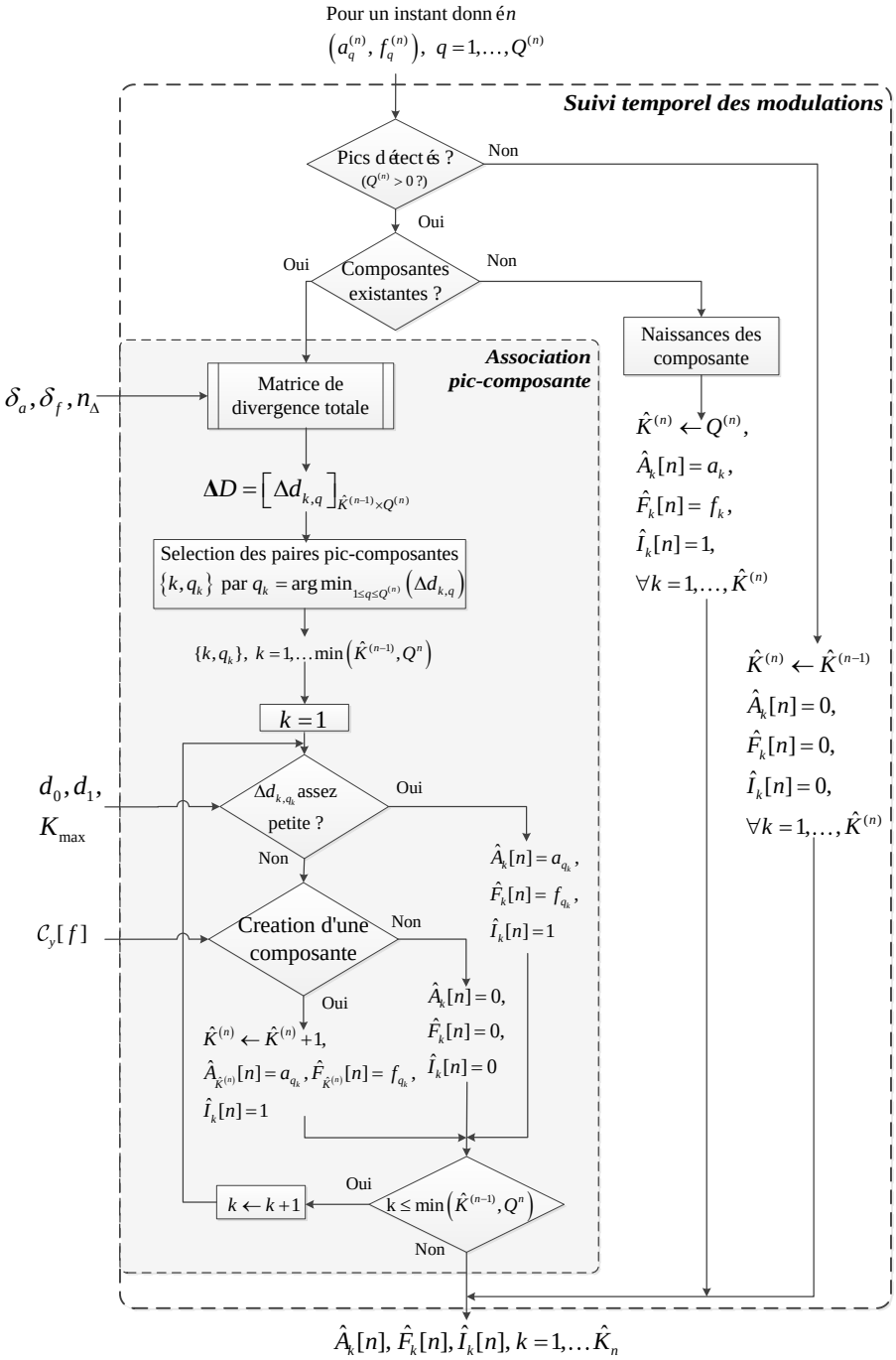


FIGURE 3.9 – Organigramme du bloc du suivi temporel. Pour un instant n donné, l'algorithme du suivi temporel a pour objet de mettre à jour les composantes et leurs fonctions de modulation $A_k[n]$, $F_k[n]$, $I_k[n]$, $k = 1, \ldots, K$ avec les pics détectés $(a_q^{(n)}, f_q^{(n)})$, $q = 1, \ldots, Q^{(n)}$.

$Q^{(n_{init})}$ pics sont directement enregistrés comme les $Q^{n_{init}}$ composantes à l'instant n_{init} :

$$\begin{array}{l}\hat{F}_k[n_{init}] = f_k^{(n_{init})} \times \frac{F_e}{2N_{\mathcal{C}}} \\ \hat{A}_k[n_{init}] = a_k^{(n_{init})} \\ k = 1, \ldots, \hat{K}_{n_{init}} \text{ où } \hat{K}^{(n_{init})} = Q^{(n_{init})} \\ \exists n_{init} \in \mathbb{N}^+, n \geq L_t + 1, \qquad \text{tel que } \forall n < n_{init}, k \leq K_{max}, \quad \hat{F}_k[n] = 0, \hat{A}_k[n] = 0\end{array} \tag{3.28}$$

où n_{init} est le premier instant non nul de la composante k :

$$\exists n_{init} \in \mathbb{N}^+, n \geq L_t + 1, \qquad \text{tel que } \forall n < n_{init}, k \leq K, \quad \hat{F}_k[n] = 0, \hat{A}_k[n] = 0 \tag{3.29}$$

3.5.2.2 Calcul du centroïde d'une composante

Lorsque les premiers points des composantes sont enregistrés, la classification vise à associer les pics détectés à chaque instant n aux composantes existantes. La classification est donc effectuée localement. Autrement dit, seules les composantes suivies récemment sont considérées. il est nécessaire de noter un nombre de points non morts les plus récemment suivis. Ce nombre est considéré comme le rayon de suivi n_Δ, $n_\Delta \in \mathbb{N}^+$. Le processus de la classification n'utilise au maximum que n_Δ points non morts les plus récents. Supposons qu'il y ait $\hat{K}^{(n)}$ composantes actives à instant n,

$$\begin{array}{l}\mathbf{U}_k^{(n)} = \{(A_k[n_1^k], F_k[n_1^k]), \ldots, (A_k[n_{n_\Delta}^k], F_k[n_{n_\Delta}^k])\} \\ \text{où } 1 < n_1^k < n_{n_\Delta}^k \leq n\end{array} \tag{3.30}$$

où k est l'indice de composante, $\{n_1^k, \ldots, n_{n_\Delta}^k\}$ sont les instants non morts les plus récents jusqu'à n. Avec une telle technique, on est capable de maîtriser les morts et les renaissances des composantes. Le suivi est encore applicable même si la composante est morte à l'instant n, car le suivi prend en compte seulement les points non-morts les plus récents. Le suivi temporel est ainsi robuste vis-à-vis de la disparition de composantes.

Plus particulièrement, dans un sous-ensemble des points, il est intuitif d'associer un plus haut niveau de confiance au point suivi le plus récent. Nous nous intéressons donc à calculer le centroïde pondéré. Une plus forte pondération sur un instant proche assigne une plus grande importance des nouveaux points. Ainsi, la composante k est caractérisée par le centroïde physique plutôt que le centroïde géométrique. Le centroïde physique $\overline{\mathbf{u}}_k^{(n)}$ de $\mathbf{U}_k^{(n)}$ est définie comme :

$$\begin{array}{l}\overline{\mathbf{u}}_k^{(n)} = [\overline{A}_k^{(n)}, \overline{F}_k^{(n)}] \\ \overline{A}_k^{(n)} = \dfrac{\sum\limits_{\mu \in \{n_1^k, \ldots, n_{n_\Delta}^k\}} A_k[\mu] m(n-\mu)}{\sum\limits_{\mu \in \{n_1^k, \ldots, n_{n_\Delta}^k\}} m(n-\mu)} \\ \overline{F}_k^{(n)} = \dfrac{\sum\limits_{\mu \in \{n_1^k, \ldots, n_{n_\Delta}^k\}} F_k[\mu] m(n-\mu)}{\sum\limits_{\mu \in \{n_1^k, \ldots, n_{n_\Delta}^k\}} m(n-\mu)} \\ \mu \in \mathbb{N}^+, \quad 1 \leq \mu \leq n\end{array} \tag{3.31}$$

où $m(\Delta n)$ est une pondération à valeur positive associée à un pas temporel Δn, qui devient plus faible lorsque le pas augmente. Elle est définie par :

$$m(\Delta n) = e^{-\frac{1}{\Delta n^2}}; \qquad \Delta n \in \mathbb{N}^+, \quad 0 \leq \Delta n \leq n-1 \tag{3.32}$$

Ce choix permet de minimiser l'influence des composantes mortes depuis longtemps. Dans le cas le plus simple où le rayon de suivi $n_\Delta = 1$, le sous-ensemble contient un seul point et donc son centroïde est le point lui-même. Dans la plupart des situations, le rayon de suivi n'est pas nécessairement grand. En fait, le choix de ce rayon a pour effet de changer le comportement de suivi : plus adapté au dynamisme lorsque le rayon est petit, ou au contraire, plus adapté à la stationnarité avec un rayon grand. Normalement, on obtiendra un bon suivi avec n_Δ compris entre 1 et 5. Le centroïde ainsi calculé d'une composante donne une amplitude et une fréquence «moyennes» pour pouvoir procéder au suivi temporel.

Dans la suite, un classificateur réalise une décision d'association pic-composante en utilisant ces valeurs comme la fréquence et l'amplitude moyenne d'une composante. Le scénario du classifieur à chaque instant n se décompose en 2 étapes : d'abord, une matrice de divergence est calculée, qui contient les valeurs de distance de tous les pics et de toutes les composantes évaluées par une métrique de distance ; ensuite, les associations pic-composante correctes sont sélectionnées à partir de la matrice de divergence obtenue et selon un critère de discrimination.

3.5.2.3 Divergence totale d'amplitude et de fréquence

Le premier problème qui apparaît dans la phase de suivi est l'évaluation de la divergence entre deux pics, sachant qu'un pic est un vecteur de deux dimensions correspondant à l'amplitude et à la fréquence du pic. $\Delta a_{k,q}$ est donc la divergence d'amplitude entre le pic q et la composante k, $\Delta f_{k,q}$ est la divergence de fréquence :

$$\begin{aligned} \Delta a_{k,q} &= |a_q^{(n)} - \overline{A}_k^{(n-1)}| \\ \Delta f_{k,q} &= |f_q^{(n)} - \overline{F}_k^{(n-1)}| \end{aligned} \tag{3.33}$$

$a_q^{(n)}$, $f_q^{(n)}$ sont l'amplitude et la fréquence du pic q détecté à instant n comme dans (3.22)(3.24), $\overline{A}_k^{(n-1)}$ et $\overline{F}_k^{(n-1)}$ sont l'amplitude et la fréquence du centroïde de composante k obtenue à instant $n-1$.

L'objectif est de sélectionner pour un n donné, les associations pic-composante parmi les $Q^{(n)} \times \hat{K}^{(n-1)}$ associations possibles. Pour chaque association envisagée entre le pic q et la composante k, on calcule la divergence d'amplitude $\Delta a_{k,q}$ et de fréquence $\Delta f_{k,q}$, ce qui nous permet de construire deux matrices $\mathbf{\Delta A}$ et $\mathbf{\Delta F}$ de dimension $Q^{(n)} \times \hat{K}^{(n-1)}$ qui contiennent toutes les divergences possibles d'amplitude et de fréquence :

$$\begin{aligned} &\mathbf{\Delta A} = [\Delta a_{k,q}]_{\hat{K}^{(n-1)} \times Q^{(n)}} \\ &\mathbf{\Delta F} = [\Delta f_{k,q}]_{\hat{K}^{(n-1)} \times Q^{(n)}} \\ &k, q \in \mathbb{N}^+, \quad k \leq \hat{K}^{(n-1)}, \qquad q \geq Q^{(n)} \end{aligned} \tag{3.34}$$

TABLE 3.1 – Matrices de divergence d'amplitude et de fréquence des pics $q = 1, 2$ de la figure 3.7 et de deux composantes $k = 1, 2$ déjà suivies jusqu'à instant $n = 32$ à partir du Capongramme de la figure 3.1(a) en utilisant $\mathcal{PFA}_d = \mathcal{PFA}_\gamma = 0.1$, $n_\Delta = 1$. Les éléments minima sont marqués en gras.

Éléments des matrices $\mathbf{\Delta A}$ et $\mathbf{\Delta F}$			pic q	
			1	2
Composante k	1	$\Delta f_{k,q}$	**0**	0.75
		$\Delta a_{k,q}$	**5.44**	25.89
	2	$\Delta f_{k,q}$	0.75	**0.005**
		$\Delta a_{k,q}$	20.34	**0.04**

Un exemple des matrices de divergence $\mathbf{\Delta A}$ et $\mathbf{\Delta F}$ est présenté dans le tableau 3.1. Dans $\mathbf{\Delta A}$ et $\mathbf{\Delta F}$, une différence énorme d'échelle peut exister entre les divergences d'amplitude et celles de fréquence. Pour éliminer cette différence, chaque matrice doit être normalisée par l'élément maximal :

$$\begin{aligned} \mathbf{\Delta \overline{A}} &= [\Delta \overline{a}_{k,q}]_{\hat{K}^{(n-1)} \times Q^{(n)}} \\ \mathbf{\Delta \overline{F}} &= [\Delta \overline{f}_{k,q}]_{\hat{K}^{(n-1)} \times Q^{(n)}} \\ \Delta \overline{a}_{k,q} &= \frac{a_q^{(n)} - \overline{A}_k^{(n)}}{\Delta a_{max}} \Delta \overline{f}_{k,q} = \frac{f_q^{(n)} - \overline{F}_k^{(n)}}{\Delta f_{max}} \end{aligned} \tag{3.35}$$

où Δa_{max} et Δf_{max} sont les éléments maximaux de $\mathbf{\Delta A}$ et de $\mathbf{\Delta F}$. Après la normalisation, les divergences absolues $\Delta a_{k,q}$, $\Delta f_{k,q}$ deviennent les divergences normalisées $\Delta \overline{a}_{k,q}$, $\Delta \overline{f}_{k,q}$, qui sont bornées sur $[0, 1]$.

Dans une technique de classification, la comparaison des divergences est essentielle pour décider une association. Cette comparaison consiste à calculer une divergence scalaire $\Delta d_{k,q}$ par une métrique de distance évaluée à partir d'une divergence vectorielle. La métrique très souvent utilisée est la distance euclidienne :

$$\Delta d_{k,q}^{euc} = \sqrt{\Delta \overline{a}_{k,q}^2 + \Delta \overline{f}_{k,q}^2} \tag{3.36}$$

Selon la définition, cette métrique assigne autant d'importance à la divergence normalisée d'amplitude et de fréquence. Cependant, les composantes sont en général séparées en fréquence plus distinctement qu'en amplitude. Ceci nous a motivé à biaiser cette métrique envers la divergence de fréquence. Par conséquent, nous utilisons une variation de la distance Euclidienne en ajoutant deux facteurs de pondération δ_f et δ_a, de telle manière que :

$$\Delta d_{k,q} = \sqrt{\delta_a^2 \Delta \overline{a}_{k,q}^2 + \delta_f^2 \Delta \overline{f}_{k,q}^2}, \quad \delta_a^2 + \delta_f^2 = 1 \tag{3.37}$$

$$\mathbf{\Delta D} = [\Delta d_{k,q}]_{\hat{K}^{(n-1)} \times Q^{(n)}} \tag{3.38}$$

Nous appelons la divergence ainsi obtenue la divergence totale. Le choix de δ_f et δ_a dépend de la nature du signal. Si les composantes ont des niveaux de fréquence très différents, nous choisissons δ_f 2 à 3 fois plus grand que δ_a. En réalité, ces valeurs doivent être choisies et optimisées expérimentalement.

3.5.2.4 Pré-sélection de paires pic-composantes

Une contrainte particulière du suivi temporel est que les paires à associer sont exclusives. Comme à un instant donné, un pic peut être associé avec une seule composante, et une composante peut être associée avec un seul pic. La pré-sélection des paires pic-composantes a pour objet de choisir les paires pic-composantes de divergences totales les plus faibles. Elle est un processus itératif tel que :

1. $k = 1$.
2. Sélectionner un pic q_k, tel que $q_k = \text{argmin}_{1 \leq q \leq Q^{(n)}} \{\Delta d_{k,q}\}$.
3. Masquer la ligne k et la colonne q de la matrice de divergence totale $\mathbf{\Delta D}$, les éléments correspondants ne participent plus jamais dans les itérations suivantes.
4. Si $k < min(\hat{K}^{(n-1)}, Q^{(n)})$, alors $k \leftarrow k + 1$ et retourner à étape 2, sinon quitter le processus.

Chaque fois qu'une association d'un pic q et d'une composante k est faite, les autres possibilités relatives à k et q sont désactivées pour ne pas intervenir lors des instants futurs. De cette manière, on évite les associations redondantes.

3.5.2.5 Critère de discrimination

De plus, l'avantage particulier de ce critère est que nous pouvons non seulement accepter une association mais aussi rejeter un pic ou créer une nouvelle composante. Cette règle d'acceptation nous permet d'une part d'exclure les faux pics liés au bruit ou aux termes d'interférence de la représentation temps-fréquence et d'autre part, de suivre les composantes qui sont activées au cours de l'observation.

Considérons l'association du pic q et de la composante k, la règle d'acceptation est en résumé un seuillage défini comme :

1. une association définitive si la divergence totale $\Delta d_{k,q} \leq d_0$, où d_0 est un seuil fort,
2. une association ambigüe si la divergence totale $\Delta d_{k,q} > d_0$, mais elle vérifie un règle alternative,
3. une non-association si la divergence totale $\Delta d_{k,q}$ est trop élevée.

Cette règle est assez prudente grâce à l'utilisation de 2 seuils différents. Par conséquent, trois résultats sont possibles. En bref, nous privilégions toujours une divergence faible d'association. Ces trois résultats sont maintenant détaillés.

Association définitive : Dans ce contexte, l'amplitude et la fréquence du pic q sont assignées comme les fonctions de modulation d'amplitude et de fréquence à l'instant n, et la fonction indicatrice vaut 1 :

$$\begin{aligned} \hat{A}_k[n] &= a_q^{(n)} \\ \hat{F}_k[n] &= f_q^{(n)} \\ \hat{I}_k[n] &= 1. \end{aligned} \tag{3.39}$$

Association ambigüe : Il est très difficile de fixer parfaitement le seuil d_0 car il est impossible de connaître le niveau exact de divergence d'une association correcte. Si le seuil est trop fort, on risque de refuser une association correcte, ou contrairement, on risque d'associer un faux pic avec une composante. L'objectif du seuil est de trouver le meilleur compromis. Dans notre cas, nous préférons choisir un seuil très fort pour exclure les faux pics, puisqu'ils causent des discontinuités des modulations, qui est une erreur fatale pour le suivi. Par conséquent, nous allons refuser plus d'associations correctes.

La solution pour réduire cette erreur de refus est de permettre une autre possibilité d'association moins fiable que l'association définitive. C'est l'association ambigüe. On est dans ce cas si la divergence totale n'est pas qualifiée par une association définitive. Un paire de la composante k et du pic q est acceptée sous conditions suivantes :

1. Générer une variable aléatoire u avec une loi uniforme $\mathcal{U}[0,1]$,
2. Si $u < \eta(\Delta d_{k,q})$, accepter l'association comme dans (3.39). Refuser sinon.

avec $\eta(\Delta d)$ une fonction de la divergence, comprise dans $[0,1]$:

$$\eta(\Delta d) = exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{\Delta d - d_0}{\sigma(1-d_0)}\right)^2\right) \qquad \text{pour } \Delta d > d_0 \tag{3.40}$$

Cette fonction diminue exponentiellement lors de l'augmentation de la divergence. σ est un réel constant qui contrôle le taux d'atténuation. En effet, si $\Delta d_{k,q}$ est important, la possibilité d'accepter l'association est très faible. Pour faciliter le choix de paramètres, σ est déterminé par $\sigma = \frac{1-d_0}{d_1-d_0}\sqrt{2log(10^3)}$ où d_1 est le niveau de divergence qui correspond à $\eta(d_1) = 10^{-3}$. Ainsi, on choisit d_1 au lieu de σ.

L'association ambigüe nous permet de réduire la dépendance au choix de d_0. Dans le cas d'une non-association, la divergence a souvent une valeur élevée. La première cause est l'apparition des faux pics. Néanmoins, elle peut aussi signaler l'apparition d'une nouvelle composante.

L'impact des facteurs de pondération δ_a et δ_f et des seuils d_0 et d_1 est illustré dans le tableau 3.2, la figure 3.10, et la figure 3.11. Dans le cas de la non-association du pic q, la

TABLE 3.2 – La matrice de divergence totale générée avec $\mathbf{\Delta\overline{A}}$ et $\mathbf{\Delta\overline{F}}$ dans la figure 3.1 d'après (3.38)et $n_\Delta = 1$ avec deux configuration : $\delta_f = \delta_a$ et $\delta_f = 2\delta_a$. Les éléments minima sont marqués en épais.

Élément de la matrice de divergence totale $\mathbf{\Delta D}$			pic q	
			1	2
composante k	1	$\delta_f = 2\delta_a$	***0.21***	1.41
		$\delta_f = \delta_a$	***0.12***	1.41
	2	$\delta_f = 2\delta_a$	*1.26*	**0.006**
		$\delta_f = \delta_a$	*1.35*	**0.008**

composante est assimilée morte, car aucun pic ne peut lui être associé :

$$\begin{aligned} \hat{A}_k[n] &= 0 \\ \hat{F}_k[n] &= 0 \\ \hat{I}_k[n] &= 0 \end{aligned} \tag{3.41}$$

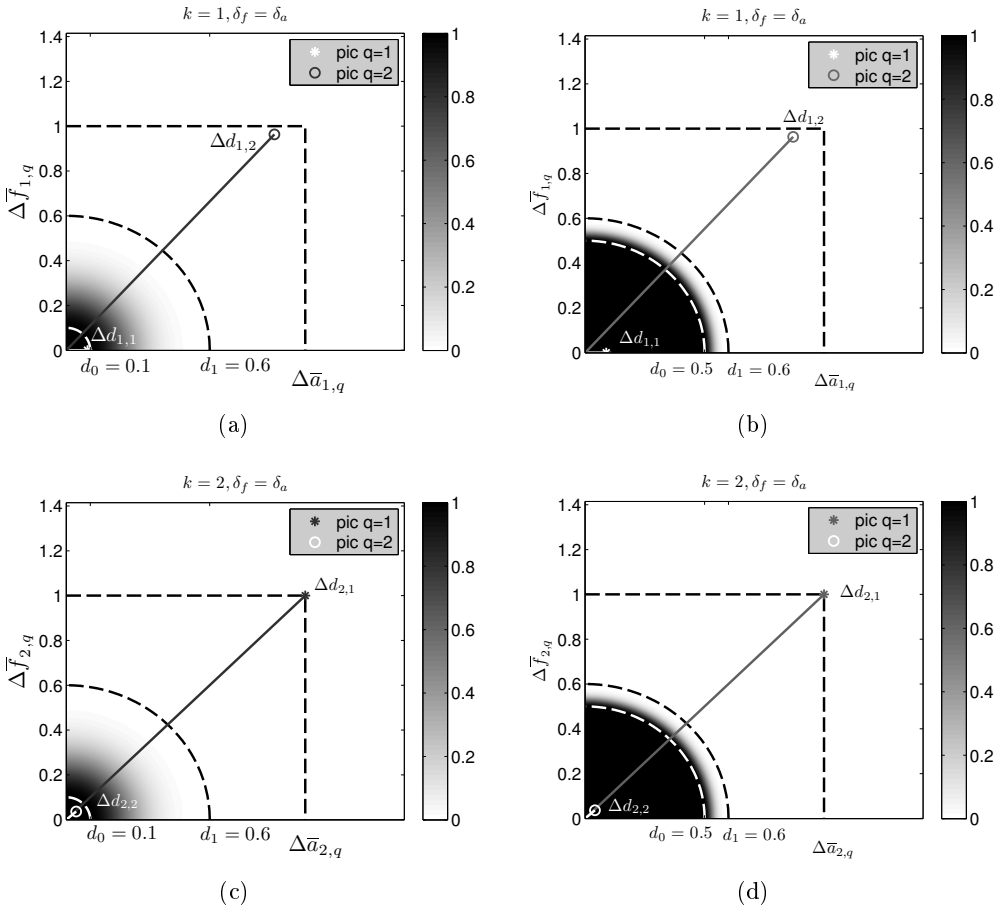


FIGURE 3.10 – Impact de d_0 and d_1 sur la tolérance contre des divergences totales présentées dans le tableau 3.1 avec $\delta_f = \delta_a$. d_0 correspond au rayon de la cercle interne, d_1 correspond au rayon du cercle externe. La fonction $\eta(\Delta_d)$ est représentée par l'échelle de gris de fond. δ_a est égale à la largeur du le cadre, δ_f est égale à l'hauteur. La longueur du vecteur indique la valeur de divergence totale $\Delta_{k,q}$ du tableau 3.2, où q est marqué par l'échelle du gris.(a) $k = 1$, $d_0 = 0.1$, $d_1 = 0.6$. (b) $k = 1$, $d_0 = 0.5$, $d_1 = 0.6$. (c) $k = 2$, $d_0 = 0.1$, $d_1 = 0.6$. (d) $k = 2$, $d_0 = 0.5$, $d_1 = 0.6$.

3.5.2.6 Création d'une nouvelle composante

Dans chaque association pic-composante refusée selon le critère d'association, le pic peut néanmoins correspondre au début d'une nouvelle composante.

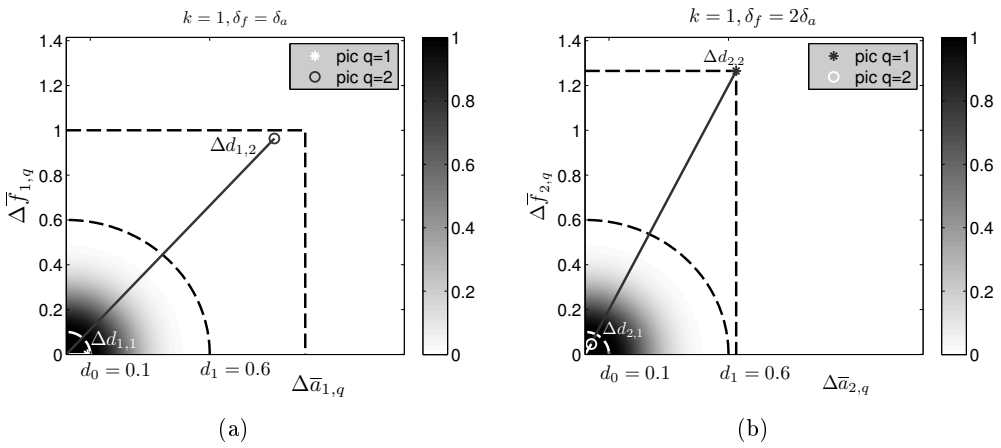


FIGURE 3.11 – Impact de δ_a et δ_f illustré par le tableau 3.1. d_0 correspond au rayon du cercle interne, d_1 correspond au rayon de la cercle externe. La longueur du vecteur indique la valeur de divergence totale $\Delta_{k,q}$ du tableau 3.2, où q est marqué par l'échelle du gris. (a) $k = 1$, $\delta_f = \delta_a$. (b) $k = 1$, $\delta_f = 2 \times \delta_a$.

Comme le montre la figure 3.12, le spectre global du signal calculé avec les mêmes réglages et le même nombre de points que pour les spectres locaux permet de définir les bandes d'énergie du signal analysé. Sur le spectre global, un test de Neyman-Pearson est appliqué pour détecter les bandes d'énergie les plus importantes.

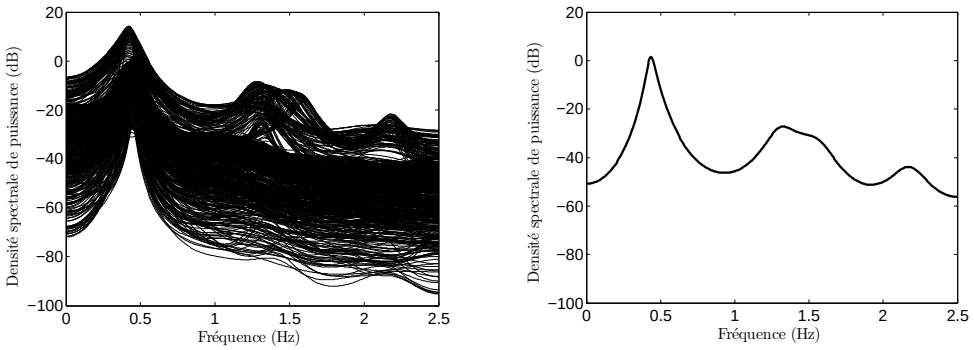
Pour chaque association pic-composante refusée, si la fréquence du pic vérifie l'hypothèse $\mathcal{H}_1$ du test sur le spectre global, une nouvelle composante sera créée avec ce pic. Sinon, le pic est considéré un pic de bruit et est définitivement rejeté.

Notons que la création d'une nouvelle composante n'est valable que s'il existe une composante inactive (lorsque le nombre des composantes déjà suivies $\hat{K}^{(n-1)}$ est inférieur à un nombre K_{max} *a priori* choisi).

En détail, les parties énergétiques sont détectées par la méthode de détection décrite dans le paragraphe 3.2 comme :

$$\mathcal{C}_y[f_q^{(n)}] \underset{\mathcal{H}_0}{\overset{\mathcal{H}_1}{\gtrless}} \lambda \times \hat{\gamma}_y[f_q^{(n)}] \tag{3.42}$$

où $\mathcal{C}_y^{(n)}[f]$ est le spectre global du signal $y[n]$, calculé avec le même estimateur que $\mathcal{C}'[n, f]$ dans (3.24) de N_f points. λ est le seuil de détection calculé avec $\mathcal{PFA}_d$. $\hat{\gamma}_y[f]$ est l'estimation de la ligne de fond du spectre global obtenue par la méthode présentée dans le paragraphe 3.3 avec le même choix de paramètres que pour un spectre local. $f_q^{(n)}$ est la fréquence du pic q. Si cette fréquence correspond à une partie vérifiant l'hypothèse $\mathcal{H}_1$ du test Neyman-Pearson



(a) (b)

FIGURE 3.12 – Comparaison d'un spectre local et des spectres locaux superposés obtenus avec les mêmes réglages de l'estimateur Capon pour le même signal. (a) Spectres locaux superposés du Capongramme de la figure 3.1(a). (b) Filtrage Capon à l'ordre 21 du signal de la figure 3.1, avec une fenêtre rectangulaire de 43 points, et $N_f = 505$ échantillons de fréquence.

(*c.f.* (3.11)), le pic est enregistré comme le début d'une composante :

$$\begin{array}{lll} \hat{K}^{(n)} = \hat{K}^{(n-1)} + 1 & & \\ \hat{F}_{\hat{K}^{(n)}}[i] = 0, & \hat{A}_{\hat{K}^{(n)}}[i] = 0, & \forall i < n \\ \hat{F}_{\hat{K}^{(n)}}[n] = f_q^{(n)}, & \hat{A}_{\hat{K}^{(n)}}[n] = a_q^{(n)} & \end{array} \tag{3.43}$$

Sinon, le pic est abandonné.

3.6 Performances sur des signaux simulés

Dans ce paragraphe, les performances de l'algorithme d'initialisation seront évaluées concernant des aspects divers. La précision de l'estimation de fréquence et d'amplitude sous plusieurs niveaux du bruit est d'abord mise en évidence sur des signaux multicomposantes sans mort ou naissance. Ensuite, pour évaluer la qualité de l'estimation des morts et naissances des composantes, l'algorithme d'initialisation est appliqué sur des signaux simulés avec trois types de mort et naissance tels que : des morts et naissances qui se produisent simultanément sur plusieurs composantes, sur des instants différents ou sur une durée très courte.

3.6.1 Signaux multicomposantes simulés sans mort et naissance

D'abord, nous faisons l'analyse sur des signaux multicomposantes simulés avec plusieurs choix de réglages de l'algorithme. Parmi les paramètres de réglages présentés dans la figure 3.2, K_{max}, $\mathcal{PFA}_d$, $\mathcal{PFA}_\gamma$, n_Δ, δ_a, δ_f, d_0, d_1 sont choisis manuellement. L'algorithme doit manifester une bonne robustesse au changement de ces paramètres.

Dans les applications réelles, les composantes peuvent être modulées en amplitude avec de fortes variations. Pour ce cas, le signal multicomposante doit se composer de composantes d'amplitudes très variées. Considérons d'abord les signaux sans mort ou naissance, où les modulations d'amplitude et de fréquence ne possèdent pas de valeurs nulles. Un signal synthétique est généré avec 3 composantes de $N = 600$ points, échantillonné à $F_e = 20$ Hz, et avec un RSB global à 15 dB défini comme la puissance moyenne du signal déterministe $\frac{1}{N}\sum_{n=1}^{N}|s[n]|^2$ divisée par la variance du bruit σ^2. Les fonctions de modulation d'amplitude et de fréquence des trois composantes sont affichées dans la figure 3.13.

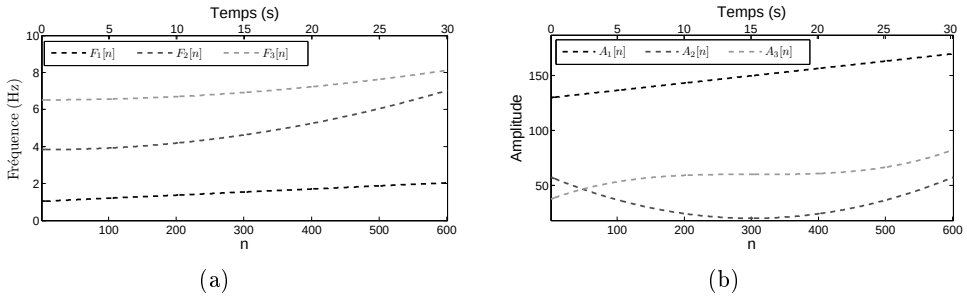


FIGURE 3.13 – Les fonctions de modulation des 3 composantes générées du signal simulé. (a) Fonctions de modulation de fréquence $F_k[n]$. (b) Fonctions de modulation d'amplitude $A_k[n]$.

Pour des signaux fortement non stationnaires, il est difficile de caractériser le niveau instantané du bruit par le RSB global car le rapport est relativement plus important pour une composante ou un segment d'amplitude faible. Pour le signal généré, le RSB local le plus faible se trouve à instant $n = 298$, où la composante la plus puissante est environ 50 fois plus forte que celle qui est la plus faible. Le RSB a un impact important. L'effet du RSB local est illustré pour les trois composantes dans la figure 3.14.

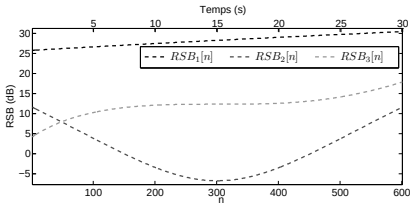
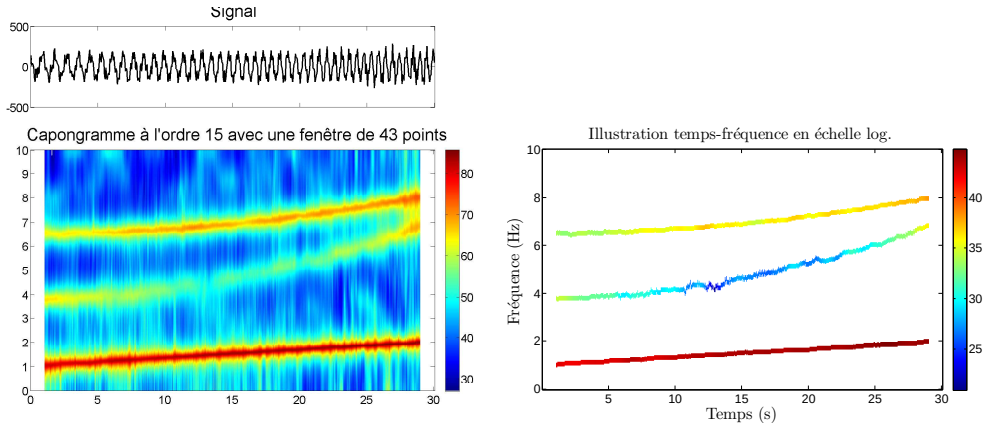


FIGURE 3.14 – RSBs locaux des trois composantes de la figure 3.13 du signal simulé, avec un RSB global de 15dB .

Dans le Capongramme du signal présenté dans la figure 3.15, les composantes 1 et 3 sont relativement puissantes et la composante 2 est aussi faible que le bruit de fond.

Les composantes d'amplitude importante peuvent être estimées plus facilement que celle d'amplitude faible car il est plus facile pour la méthode de détection de retrouver les pics d'amplitude importante. Cependant, la détection des pics liée à la composante dépend beau-



(a) (b)

FIGURE 3.15 – (a) Capongramme du signal simulé avec 3 composantes définies dans la figure 3.13, généré à un RSB global de 15dB. (b) Illustration temps-fréquence des Fonctions de modulation estimées de la figure 3.16 par la méthode d'initialisation proposée. Dans cette illustration les composantes extraites sont représentées par des trajectoires en couleur d'une telle manière que les fonctions de modulation de fréquence correspondent aux trajectoires dans le plan temps-fréquence, et les fonctions de modulation d'amplitude sont indiquées par les couleurs.

coup du choix de $\mathcal{PFA}_d$. Pour illustrer cet effet, le comportement de l'algorithme proposé est étudié avec deux configurations de paramètres :

Conf.1 $K_{max} = 3$, $\mathcal{PFA}_d = 0.1$, $\mathcal{PFA}_\gamma = 0.3$, $n_\Delta = 1$, $\delta_f = \delta_a$, $d_0 = 0.5$, $d_1 = 0.6$

Conf.2 $K_{max} = 3$, $\mathcal{PFA}_d = 0.1$, $\mathcal{PFA}_\gamma = 0.1$, $n_\Delta = 1$, $\delta_f = \delta_a$, $d_0 = 0.5$, $d_1 = 0.6$

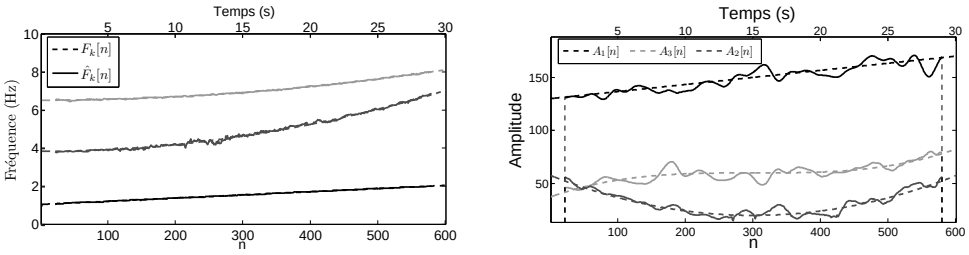
Les résultats de ces deux configurations sont présentés dans la figure 3.16 et 3.17. Les fonctions de modulation estimées correspondent bien à celles générées. De plus les deux estimations ne présentent pas de différence importante sur les composantes puissantes 1 et 3. Néanmoins, la partie la plus faible de la composante 2 subit une discontinuité sous la configuration *Conf.2*, à qui correspond au cas où la ligne de fond est obtenue avec la probabilité de fausse alarme $\mathcal{PFA}_\gamma$ la plus faible. Comme déjà discuté, le choix d'une petite valeur risque de sous-estimer la présence d'une composante faible. Il est donc normal d'utiliser une probabilité de fausse alarme importante afin de détecter une composante faible comme dans la configuration *Conf.2*.

Changeons maintenant le nombre maximal de composantes K_{max} dans la configuration *Conf.1* qui intervient dans l'étape du suivi temporel et dans la création de composante. On obtient les 2 configurations de paramètres suivantes :

Conf.3 $K_{max} = 2$, $\mathcal{PFA}_d = 0.1$, $\mathcal{PFA}_\gamma = 0.3$, $n_\Delta = 1$, $\delta_f = \delta_a$, $d_0 = 0.5$, $d_1 = 0.6$

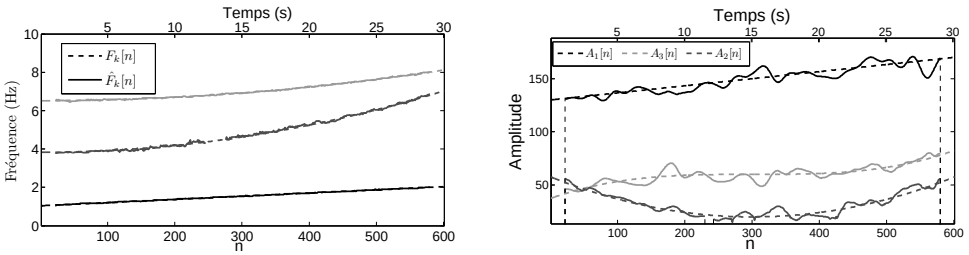
Conf.4 $K_{max} = 4$, $\mathcal{PFA}_d = 0.1$, $\mathcal{PFA}_\gamma = 0.3$, $n_\Delta = 1$, $\delta_f = \delta_a$, $d_0 = 0.5$, $d_1 = 0.6$

Dans le cas idéal, le nombre de composantes obtenues doit être identique quel que soit le nombre de composantes supposées. En effet, nous espérons d'obtenir le bon nombre de composantes même si nous avons choisi $K_{max} = 2$ ou $K_{max} = 4$. Les résultats sont présentés dans la figure 3.18 et 3.19.



(a) (b)

FIGURE 3.16 – Fonctions de modulation de fréquence et d'amplitude du signal simulé de la figure 3.13, estimées à partir du Capongramme de la figure 3.15 par la méthode d'initialisation avec la configuration *Conf.1*. Traits discontinus : modulations générées, Traits continus : Modulations estimées. (a) Fonctions de modulation de fréquence estimées avec la configuration *Conf.1*. (b) Fonctions de modulation d'amplitude estimées avec la configuration *Conf.1*.

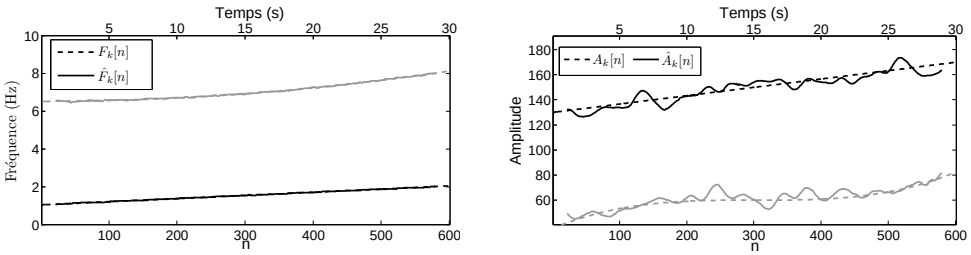


(a) (b)

FIGURE 3.17 – Fonctions de modulation de fréquence et d'amplitude du signal simulé de la figure 3.13, estimées à partir du Capongramme de la figure 3.15 par la méthode d'initialisation avec la configuration *Conf.2*. Traits discontinus : fonctions de modulation générées. Traits continus : Fonctions de modulation estimées. (a) Fonctions de modulation de fréquence estimées avec la configuration *Conf.2*. (b) Fonctions de modulation d'amplitude estimées avec la configuration *Conf.2*.

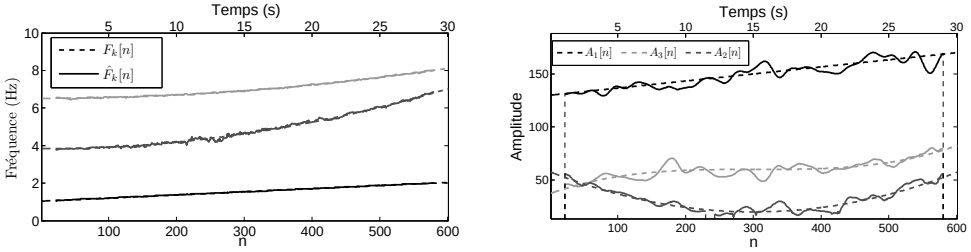
En comparant les résultats obtenus avec les réglages des configurations *Conf.1* et *Conf.4*, on remarque que les fonctions de modulation estimées sont presque équivalentes lorsqu'on suppose $K_{max} = 2$ et $K_{max} = 4$. Par contre, avec la configuration *Conf.3* où $K_{max} = 2$ qui est inférieur au nombre réel de composantes, seules les deux composantes les plus puissantes sont préservées.

L'influence des autres paramètres et le comportement de l'estimateur pour les différentes configurations des paramètres sont étudiés en changeant le RSB global du signal simulé. Les erreurs absolues moyennes (EAMs) de l'estimation de la composante 1 sont présentées dans le tableau 3.3. Considérons la configuration *Conf.1* comme la configuration de référence, chaque ligne du tableau correspond aux résultats d'un paramètre de *Conf.1* modifiée.



(a) (b)

FIGURE 3.18 – Fonctions de modulation de fréquence et d'amplitude du signal simulé de la figure 3.13, estimées à partir du Capongramme de la figure 3.15 par la méthode d'initialisation avec la *Conf.3*. Traits discontinus : fonctions de modulation générées, Traits continus : Fonctions de modulation estimées. (a) Fonctions de modulation de fréquence estimées avec la *Conf.3*. (b) Fonctions de modulation d'amplitude estimées avec la *Conf.3*.



(a) (b)

FIGURE 3.19 – Modulations de fréquence et d'amplitude du signal simulé de la figure 3.13, estimées à partir du Capongramme de la figure 3.15 par la méthode d'initialisation avec la *Conf.4*. Traits discontinus : fonctions de modulation générées, Traits continus : fonctions de modulation estimées. (a) Fonctions de modulation de fréquence estimées avec la *Conf.4*. (b) Fonctions de modulation d'amplitude estimées avec la *Conf.4*.

TABLE 3.3 – EAMs des modulation d'amplitude et de fréquence $\hat{F}_1[n]$, $\hat{A}_1[n]$ calculée avec 50 realisations du bruit, en utilisant la configuration *Conf.1* et les configurations modifiées sur $\mathcal{PFA}_d$, $\frac{\delta_f}{\delta_a}$, d_0 or d_1.

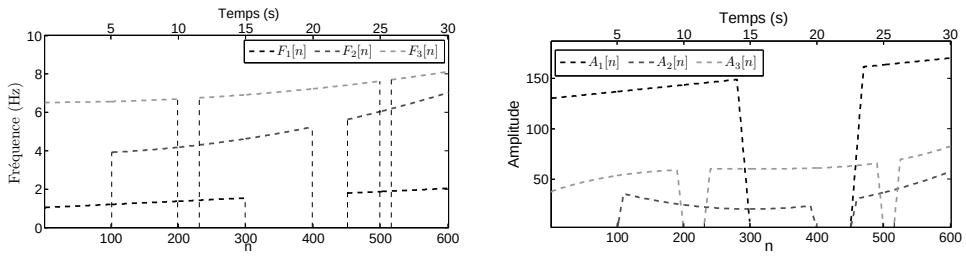
	Configurations		RSB (dB)			
			15	10	5	0
EAMs de $\hat{A}_1[n]$	*Conf.1*		1.02	1.42	1.93	4.34
	$\mathcal{PFA}_d$	0.1	0.87	1.04	1.74	9.80
		0.5	0.88	1.22	2.19	3.83
	$\frac{\delta_f}{\delta_a}$	4	0.89	1.22	1.62	4.18
		1	0.89	1.26	2.03	3.43
	d_0	0.2	0.99	1.24	2.05	4.02
		1	0.97	1.22	1.68	3.39
	d_1	0.5	0.91	1.36	1.62	3.21
		0	0.96	1.07	1.94	3.26
EAMs de $\hat{F}_1[n]$ $(10^{-2}Hz)$	*Conf.1*		3.31	6.92	9.56	18.96
	$\mathcal{PFA}_d$	0.1	2.39	5.42	11.07	20.37
		0.5	2.36	5.32	9.42	19.22
	$\frac{\delta_f}{\delta_a}$	4	3.30	5.15	7.61	16.46
		1	3.55	5.51	10.80	17.97
	d_0	0.2	3.60	5.65	11.45	22.62
		1	3.37	6.17	10.53	18.32
	d_1	0.5	4.06	5.45	8.42	18.02
		0	3.22	5.66	8.00	16.31

Selon le tableau 3.3. les performances de l'initialisation sont assez robustes. Pour toutes les configurations, les EAMs de fréquence sont toujours de l'ordre de 10^{-2} et celles d'amplitude sont aussi faibles. Les performances ne sont pas sévèrement dégradées jusqu'à un RSB global de 0 dB pour lequel le bruit est aussi fort que le signal. Une augmentation exceptionnelle de la EAM se trouve lorsque $\mathcal{PFA}_d = 0.1$ et le RSB global est 0 dB car le détecteur a tendance à considérer la composante comme du bruit. Dans ce cas, une $\mathcal{PFA}_d$ plus grande est préférée, les faux pics peuvent être exclus dans la phase de suivi temporel.

3.6.2 Signaux multicomposantes simulés avec morts et naissances

Dans ce paragraphe, nous étudions l'identification des morts et des naissances de composantes. Un nouveau signal synthétique est généré à partir de de celui utilisé dans le pa-

ragraphe précédent avec certaines morts et naissances des composantes. Le signal comporte donc $N = 600$ points, échantillonné à $F_e = 20$ Hz, et avec un RSB global de 15 dB, comme présenté dans la figure 3.20.



(a) (b)

FIGURE 3.20 – Fonctions de modulation d'amplitude et de fréquence générées avec des morts et naissances, les composantes sont distinguées par une échelle du gris. Les instants des mort et naissances sont marqués par les lignes verticales discontinues. (a) Fonctions de modulation de fréquence $F_k[n]$ (b) Fonctions de modulation d'amplitude $A_k[n]$.

Les morts de chaque composante du signal étudié dans ce paragraphe sont :

$$\text{k=1} \;\; n = 300, \ldots, 450\,;$$
$$\text{k=2} \;\; n = 1, \ldots, 100, \text{ et } n = 400, \ldots, 450\,;$$
$$\text{k=3} \;\; n = 200, \ldots, 230, \text{ et } n = 500, \ldots, 515.$$

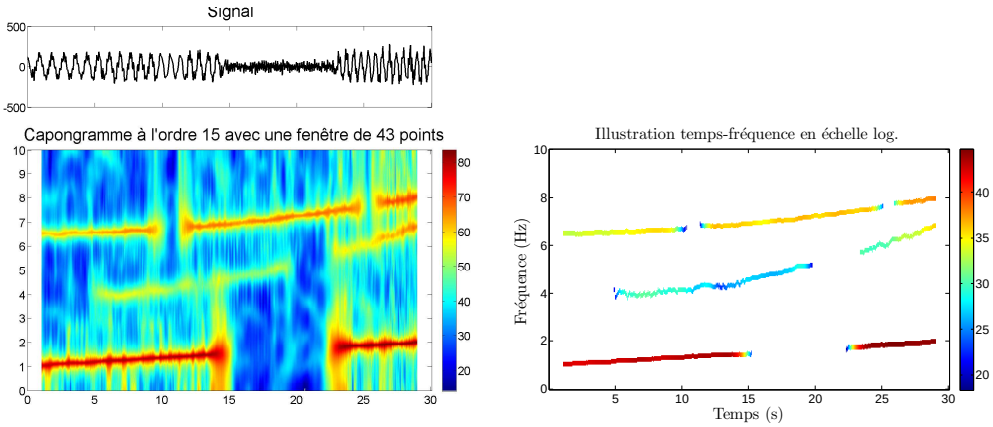
Le Capongramme du signal simulé est affiché dans la figure 3.21. Sur le Capongramme, il est bien clair que les absences courtes sont perturbées par la fuite d'énergie et par la présence du bruit pendant une absence. L'estimateur doit identifier les morts dans ces cas particulièrement difficiles. Dans la figure 3.22, les modulations estimées avec *Conf.1* sont présentées.

Les parties «vivantes» des modulations sont estimées précisément comme dans la figure 3.22. Les morts et les renaissances sont identifiées avec un délai temporel, où la mort ressemble plus à une atténuation progressive qu'une vraie rupture.

À cause de l'effet de moyennage attribué à la fenêtre glissante $\mathbf{w}$ de $2L_t + 1$ points lors du calcul de la représentation temps-fréquence, l'estimation des instants des morts et naissances sans délai temporel est difficile. Mais le délai d'estimation peut être réduit en utilisant une fenêtre $\mathbf{w}$ plus courte. Néanmoins l'utilisation d'une fenêtre très courte n'est pas une solution valable pour tous les cas puisqu'elle dégrade la résolution fréquentielle de la représentation temps-fréquence. Cet effet sera finalement évité par une approche paramétrique proposée dans le chapitre 4.

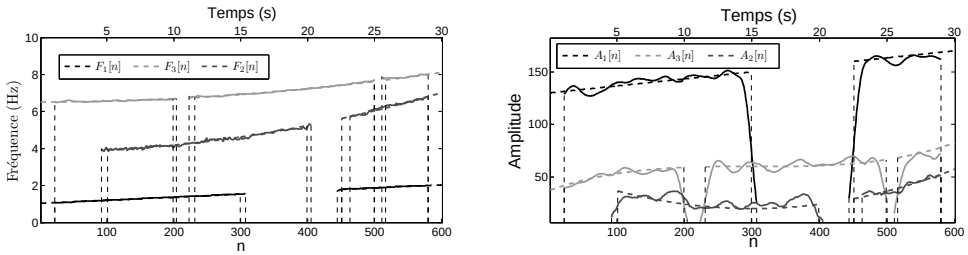
3.7 Applications sur des signaux réels

L'analyse des signaux réels est un challenge pour l'estimateur car il n'y a pas de connaissance disponible *a priori* du nombre de composantes et du type de modulation. Nous présen-



(a) (b)

FIGURE 3.21 – (a) Capongramme du signal simulé des trois composantes définies dans la figure 3.20, généré à un RSB global de 15 dB. (b) Illustration temps-fréquence des Fonctions de modulation estimées de la figure 3.22 par la méthode d'initialisation proposée. Dans cette illustration les composantes extraites sont représentées par des trajectoires en couleur d'une telle manière que les fonctions de modulation de fréquence correspondent aux trajectoires dans le plan temps-fréquence, et les fonctions de modulation d'amplitude sont indiquées par les couleurs.



(a) (b)

FIGURE 3.22 – Fonctions de modulation de fréquence et d'amplitude du signal simulé de la figure 3.20, estimées à partir du Capongramme de la figure 3.21(a) par la méthode d'initialisation avec la configuration *Conf.1*. Traits discontinus : modulations générées, Traits continus : Modulations estimées. Les instants des morts et naissances sont marqués par les lignes verticales discontinues. (a) Fonctions de modulation de fréquence $\hat{F}_k[n]$ (b) Fonctions de modulation d'amplitude $\hat{A}_k[n]$.

tons dans la suite des signaux réels multicomposantes de types et de sources très différentes : un signal de vibration ambiante d'un bâtiment civil, un signal sismique observé sur un bâtiment, et finalement un signal du chant de canari.

3.7.1 Vibrations ambiantes d'un bâtiment

Pour mieux comprendre le comportement et l'endommagement d'un bâtiment particulier lors d'un séisme, une analyse est souvent effectuée sur des signaux vibratoires mesurés par des vibromètres ou des accéleromètres. Cette étude vibratoire fournit les paramètres modaux du bâtiment, tels que la fréquence modale, l'amortissement ou les déformées modales, qui sont les indications les plus importantes pour caractériser un bâtiment. L'estimation des paramètres modaux d'un bâtiment est un centre d'intérêt du projet ANR-URBASIS,.

Un moyen d'estimation des paramètres modaux est d'estimer d'abord les fonctions de modulation d'amplitude et de fréquence du signal vibratoire, puis de traduire les modulations estimées vers les paramètres modaux. De cette manière, nous pouvons non seulement estimer ces paramètres mais aussi suivre leurs variations.

Selon deux types de sources de sollicitation, les mouvements d'un bâtiment appartiennent à deux catégories. Pour la première, le bâtiment est excité par un mouvement faible, stationnaire et perpétuel du sol. Dans ce cas on parle de vibrations ambiantes. Dans la deuxième catégorie, le bâtiment est excité par un choc soudain d'énergie, qui a souvent une énergie plus importante. Dans ce cas, on parle de vibrations lors d'un séisme. Les signaux sont non stationnaires pour ces deux catégories.

La vibration ambiante est le mouvement du bâtiment en période normale. Il est beaucoup plus faible et plus régulier que celui lors d'un séisme. Pour une vibration ambiante, les fréquences des composantes sont quasiment constantes, car le bâtiment n'est pas endommagé lors d'une vibration ambiante.

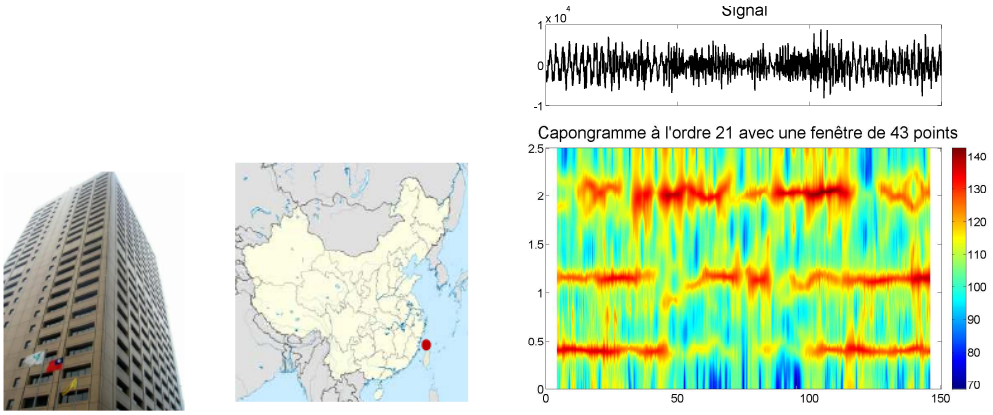
Nous montrons un exemple de vibration ambiante dans la figure 3.23, un signal est mesuré au sommet de la tour de Taïpo de 27 étages, située à Taïpeï, République de Chine (Taïwan) par un accéléromètre trois-axe (horizontale, longitudinale, et de torsion) durant 15 minutes et échantillonné à 200 Hz.

Nous faisons l'analyse uniquement sur les données de la direction longitudinale. Pour éliminer les composantes à haute fréquence qui n'ont que peu d'intérêt, nous présentons dans la figure 3.23(b) le signal de la direction longitudinale sous-échantillonné à 5Hz.

Sur la représentation du signal réechantillonné, il existe visuellement trois composantes, sur bandes fréquentielles quasiment invariantes, plus précisément, à environ 0.4 Hz, 1.2Hz et 2.0Hz. Toutefois, les niveaux d'amplitude sont tous varient tous au cours du temps. A certains instants, les composantes peuvent être considérées comme mortes.

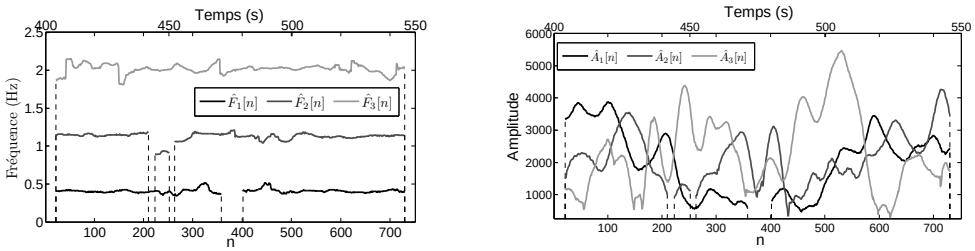
Nous considérons que le signal est composé de trois composantes, d'après l'observation visuelle. Ainsi, l'estimation met en évidence 3 composantes dont chacune varie à l'intérieur d'une petite bande de fréquence. Avec la configuration *Conf.1* de facteur de pondération $\delta_f = 2\delta_a$, le suivi temporel des modulations a tendance à tolérer la variation d'amplitude plutôt que celle de fréquence. Nous obtiendrons donc les résultats de la figure 3.24.

Les fonctions de modulation en fréquence et en amplitude obtenues sont simultanément



(a) (b)

FIGURE 3.23 – (a) La tour de Taïpo au centre-ville de Taïpeï, Taïwan et sa localisation géographique. (b) Le Capongramme de la vibration ambiante mesurée au sommet de la tour, direction longitudinale, 400 s à 550 s, reéchantillonnée à 5Hz.



(a) (b)

FIGURE 3.24 – Fonctions de modulation de fréquence et d'amplitude du signal de vibration ambiante de la figure 3.23, estimées à partir du Capongramme de la figure 3.23(b) par la méthode d'initialisation avec la configuration *Conf.1*. Traits discontinus : fonctions de modulation générées, Traits continus : fonctions de modulation estimées. Les instants des morts et naissances sont marqués par les lignes verticales discontinues. (a) Fonctions de modulation de fréquence $\hat{F}_k[n]$ (b) Fonctions de modulation d'amplitude $\hat{A}_k[n]$.

affichées dans le plan temps-fréquence *c.f.* figure 3.25. Les trois composantes sont suivies à la fois, chacune présente une faible variation en fréquence et une variation importante d'amplitude. Cette estimation est particulièrement utile pour étudier les paramètres modaux sur une très courte période. Pour les algorithmes existants, il est difficile d'effectuer une analyse à cette échelle temporelle. L'algorithme est aussi capable d'identifier les instants où les composantes disparaissent.

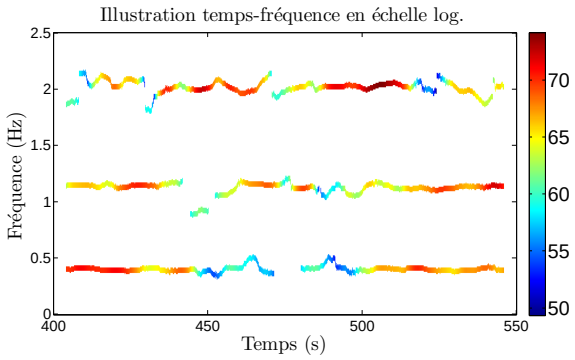


FIGURE 3.25 – Illustration temps-fréquence des résultats d'estimation de la figure 3.24 obtenus par la méthode d'initialisation proposée. Dans cette illustration les composantes extraites sont représentées par des trajectoires en couleur de telle manière que les fonctions de modulation de fréquence correspondent aux trajectoires dans le plan temps-fréquence, et les fonctions de modulation d'amplitude sont indiquées par les couleurs.

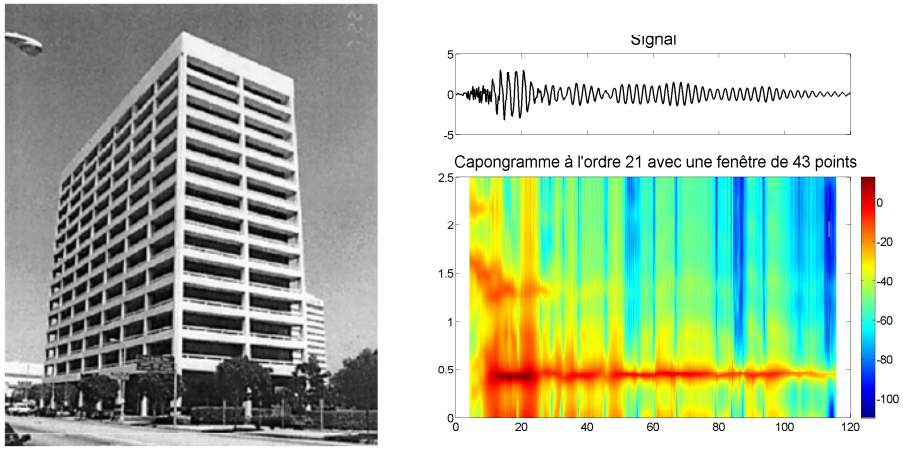
3.7.2 Vibration d'un bâtiment lors d'un séisme

Contrairement à une vibration ambiante, la vibration d'un bâtiment lors d'un séisme varie sensiblement au cours du temps. Si le dégât structurel est assez important, il peut mener à un changement des fréquences modales.

Nous présentons un exemple de ce type de vibration. Une vibration sismique d'un bâtiment commercial à Sherman Oaks en Californie, États-Unis, *c.f.* figure 3.26(a) a été mesuré le 17 Janvier, 1994, le séisme étant de magnitude est 6,4. L'observation est dans une seule direction durant 60 s, soit 3000 échantillons. Pour simplifier l'analyse, nous réechantillonnons le signal à 5 Hz. Sur ce nouveau signal, nous étudions les 3 composantes à plus basse fréquence, dont les énergies sont les plus fortes, comme présentées dans la figure 3.26(b).

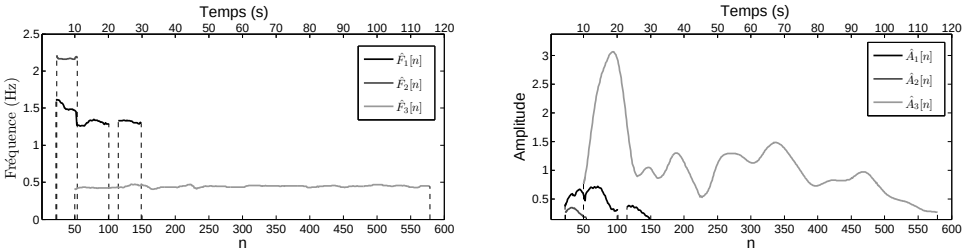
Dans un enregistrement sismique, la puissance n'est pas distribuée uniformément sur les composantes. En fait, il existe une composante «principale» qui concentre la puissance, les autres deux étant activées au moment de l'excitation, et puis s'amortissant rapidement et pouvant être considérées comme mortes. Dans les résultats d'initialisation de la configuration *Conf.1*, l'algorithme est capable d'estimer les composantes pour des échelles d'amplitude très différentes, et de suivre l'évolution des modulations d'amplitude et de fréquence. Ces détails sont présentés dans la figure 3.27.

L'illustration temps-fréquence des résultats est présentée dans la figure 3.28. La composante principale est activée à environ 10 s, avec une fréquence quasiment constante et une amplitude importante. Les autres sont activées plus tôt et ont des variations d'amplitude moins fortes. En résumé, il est difficile de trouver un comportement commun des modulations d'amplitude et de fréquence pour les trois composantes. Ceci est un problème à interpréter par les physiciens.



(a) (b)

FIGURE 3.26 – (a) Bâtiment étudié à Sherman Oaks en Californie, États-unis. (b) Signal de la vibration sismique du bâtiment réechantillonné à 5 Hz, lors d'un séisme à magnitude 6,4, le 17 Janvier 1994.



(a) (b)

FIGURE 3.27 – Fonctions de modulation de fréquence et d'amplitude du signal sismique de la figure 3.28(a), estimées à partir du Capongramme de la figure 3.1(a) par la méthode d'initialisation avec la configuration *Conf.1*. Traits discontinus : fonctions de modulation générées, Traits continus : fonctions de modulation estimées. Les instants des morts et naissances sont marqués par les lignes verticales discontinues. (a) Fonctions de modulation de fréquence $\hat{F}_k[n]$ (b) Fonctions de modulation d'amplitude $\hat{A}_k[n]$.

3.7.3 Chant de canari

Le chant de canari possède un contenu spectral très riche avec la présence de plusieurs composantes avec les modulations d'amplitude et de fréquence variant graduellement, comme illustré dans la figure 3.29. Le signal est de 11.54 s, échantillonné à 22050 Hz. Entre chaque deux cliquetis, il y a une période de silence, où aucune composante n'existe. Typiquement proche des signaux vocaux, les morts et naissances apparaissent assez souvent, notamment aux moments de silence. Pour montrer clairement cet effet, nous faisons l'analyse sur une fenêtre de 1s, de 1.96 s à 2.06 s, comme en figure 3.30.

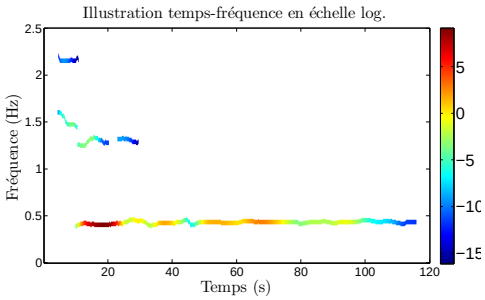


FIGURE 3.28 – Illustrations temps-fréquence des modulations d'amplitude et de fréquence estimées de la figure 3.27 obtenues par la méthode d'initialisation proposée. Dans cette illustration les composantes extraites sont représentées par des trajectoires en couleur d'une telle manière que les fonctions de modulation de fréquence correspondent aux trajectoires dans le plan temps-fréquence, et les fonctions de modulation d'amplitude sont indiquées par les couleurs.

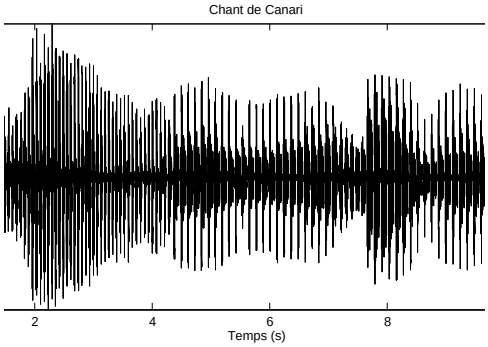


FIGURE 3.29 – Chant de canari de 11.54 s, échantillonné à 22050 Hz.

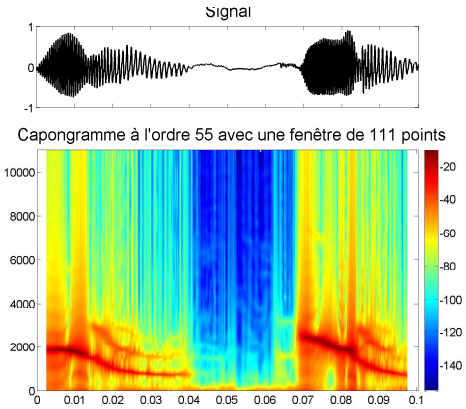
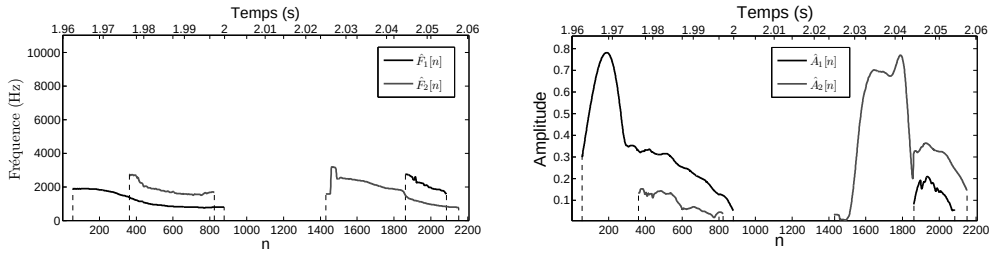


FIGURE 3.30 – Le segment de 1.96s à 2.06 s du chant de canari et son Capongramme à l'ordre 55, calculé avec une fenêtre de 111 pts, et un recouvrement de 110 pts.

Pour récupérer correctement l'absence des composantes, la configuration est modifiée comme : $K_{max} = 2$, $\mathcal{PFA}_d = 0.1$, $\mathcal{PFA}_\gamma = 0.1$, $\delta_f = 2\delta_a$, $d_0 = 1$, $d_1 = 1$, $n_\Delta = 3$. La figure 3.31 présente les modulations des deux composantes principales :



(a) (b)

FIGURE 3.31 – Fonctions de modulation de fréquence et d'amplitude du signal de chant de canari de la figure 3.30(b), estimées à partir du Capongramme de la figure 3.30(b) par la méthode d'initialisation avec $K = 2$, $\mathcal{PFA}_d = 0.1$, $\mathcal{PFA}_\gamma = 0.1$, $\delta_f = 2\delta_a$, $d_0 = 1$, $d_1 = 1$, $n_\Delta = 3$. Traits discontinus : fonctions de modulation générées, Traits continus : fonctions de modulation estimées. Les instants des morts et naissances sont marqués par les lignes verticales discontinues. (a) Fonctions de modulation de fréquence $\hat{F}_k[n]$ (b) Fonctions de modulation d'amplitude $\hat{A}_k[n]$.

L'illustration temps-fréquence des résultats obtenus est présentée en figure 3.32. Les deux

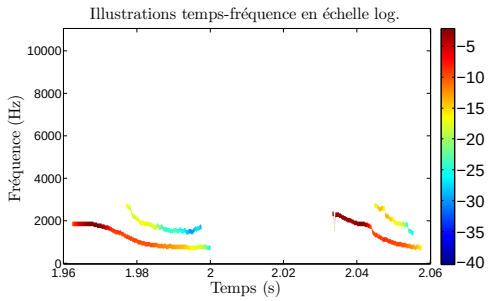


FIGURE 3.32 – Illustration temps-fréquence des résultats d'estimation de la figure 3.31 obtenues par la méthode d'initialisation proposée. Dans cette illustration les composantes extraites sont représentées par des trajectoires en couleur d'une telle manière que les fonctions de modulation de fréquence correspondent aux trajectoires dans le plan temps-fréquence, et les fonctions de modulation d'amplitude sont indiquées par les couleurs.

composantes les plus énergétiques sont détectées. Les trajectoires de fréquence et d'amplitude correspondent à celles de la représentation temps-fréquence. L'algorithme est aussi capable d'estimer la période de silence.

Chapitre 4

Segmentation, estimation locale et fusion

Sommaire

4.1 Segmentation non séquentielle 86
4.1.1 Choix initial de segment 89
4.1.2 Critère 1 : taille minimale de segment 90
4.1.3 Critère 2 : nombre de morts et naissances 91
4.1.4 Critère 3 : non-linéarités des fonctions de modulation 93
4.1.4.1 Évaluation de la non-linéarité en fréquence 94
4.1.4.2 Approximation de l'amplitude polynomiale 98
4.1.4.3 Approximation de l'amplitude amortie 99
4.1.5 Résultats de segmentation 100
4.2 Estimation des paramètres du modèle local 105
4.2.1 Définition de la méthode MV 105
4.2.2 Estimation des paramètres par une optimisation stochastique 106
4.2.2.1 Paramètres et réglages initiaux 108
4.2.2.2 Mise à jour des paramètres au cours des itérations 110
4.2.2.3 Variances pour la génération de candidat 113
4.2.2.4 Décroissance de la température 114
4.2.3 Performances de la modélisation locale 115
4.2.3.1 Analyse des performances sur des signaux simulés 116
4.2.3.2 Analyse des performances sur des signaux réels 127
4.3 Fusion des modulations 130
4.3.1 Fusion des segments et les modulations 131
4.3.2 Fusion des modulations sur le segment fusionné Seg^p_{fus} 131
4.3.2.1 Fenêtre de pondération 132
4.3.2.2 Suivi temporel des composantes locales 134
4.3.2.3 Fusion de la fonction indicatrice 135
4.3.2.4 Fusion de l'amplitude et la fréquence 138
4.4 Étude des performances de l'estimation 139
4.4.1 Estimation des modulations sur le signal simulé 139
4.4.2 Estimation des modulations sur les signaux réels 144

Dans ce chapitre, nous présentons la méthode proposée après l'étape d'initialisation non paramétrique décrite dans le chapitre précédent. L'étape d'initialisation du signal consiste à estimer de façon préliminaire des caractéristiques essentielles du signal, telles que le nombre total des composantes, les fonctions de modulation d'amplitude et de fréquence des composantes, et les fonctions indicatrices qui indiquent les morts et les naissances des composantes. À cause de l'utilisation d'une représentation temps-fréquence, les fonctions de modulation sont initialisées avec un effet de moyennage qui introduit un délai temporel de l'estimation et en particulier une erreur pour l'estimation des morts et naissances. Ce délai dépend de la taille de la fenêtre et ne peut pas être éliminé. De plus, la qualité de l'initialisation est limitée par la résolution fréquentielle de l'estimateur de spectre. Pour résoudre ces difficultés, nous introduisons dans ce chapitre une méthode paramétrique pour l'estimation finale des fonctions de modulation.

Après l'initialisation, la méthode paramétrique proposée se résume en trois étapes, la segmentation, l'estimation locale et la fusion. La plus importante est l'estimation locale, où le signal sera modélisé sur des segments courts par les modèles locaux proposés dans le paragraphe 2.4. Grâce à la modélisation locale, sans contrainte sur les résolutions temporelle ou fréquentielle, la méthode proposée dans ce chapitre réalise une amélioration des fonctions des modulations initialisées.

Pour la modélisation locale, il est nécessaire dans une première étape de décomposer le signal entier en plusieurs segments courts. Ensuite, les fonctions de modulation sont estimées et finalement ces fonctions sont fusionnées sur tous les segments. Les fonctions de modulation initialisées jouent un rôle essentiel. Elles sont utilisées lors de la segmentation du signal et aussi lors de l'initialisation des paramètres du modèle local.

Dans la suite, nous allons d'abord introduire la méthode de segmentation dans le paragraphe 4.1. Ensuite, la modélisation locale est présentée dans le paragraphe 4.2. Finalement, la technique de fusion est introduite dans le paragraphe 4.3.

4.1 Segmentation non séquentielle

Rappelons que l'étape d'initialisation fournit une approximation des caractéristiques du signal $y[n]$ telles que :

1. Nombre de composantes $\hat{K}^{(N-L_t/2)}$
2. Modulations d'amplitude $\hat{A}_k[n]$, pour $k = 1, \ldots, \hat{K}^{(N-L_t/2)}$, $n = 1, \ldots, N$
3. Modulations de fréquence $\hat{F}_k[n]$, pour $k = 1, \ldots, \hat{K}^{(N-L_t/2)}$, $n = 1, \ldots, N$
4. Fonctions indicatrices $\hat{I}_k[n]$, pour $k = 1, \ldots, \hat{K}^{(N-L_t/2)}$, $n = 1, \ldots, N$

L'étape de segmentation vise à découper le signal en segments courts appropriés pour pouvoir appliquer un modèle local. Chaque segment i (noté $Seg^{[i]}$) est une série continue de points

délimitée par un indice inférieure $n_0^{[i]}$ et un indice supérieure $n_1^{[i]}$:

$$Seg^{[i]} = [n_0^{[i]}, n_1^{[i]}] \tag{4.1}$$

$$= [\mu^{[i]} - \frac{N^{[i]}}{2}, \mu^{[i]} + \frac{N^{[i]}}{2}] \tag{4.2}$$

où le centre du segment $\mu^{[i]}$ et la taille du segment $N^{[i]}$ sont définis comme :

$$\mu^{[i]} = \frac{n_0^{[i]} + n_1^{[i]}}{2} \tag{4.3}$$

$$N^{[i]} = n_1^{[i]} - n_0^{[i]} \tag{4.4}$$

L'objectif de la segmentation consiste à sélectionner des segments appropriés pour la modélisation locale. La taille des segments est d'abord initialisée à partir des modulations initialisées. L'idée est ensuite d'estimer toutes les modulations comprises sur ces segments courts à partir d'un modèle local. Finalement, l'algorithme fixe automatiquement la taille des segments avec un critère d'erreur d'approximation minimale. Le choix automatique des segments correspond à la vérification des trois critères suivants :

Critère 1 La taille de segments est contrainte à une taille minimale de segment (2.92) ou (2.93) selon le modèle choisi. Ce critère garantit que les paramètres du modèle correspondent à une solution valide de (2.78) et (2.73). Cette taille minimale N_{min} sert à assurer d'une part que le nombre de points compris dans un segment soit supérieur au nombre total de paramètres du modèle local, d'autre part que le segment soit suffisamment long pour une bonne estimation de la fréquence.

Critère 2 Le deuxième critère concerne le nombre maximal de morts et de naissances comprises dans chaque segment, nombre qui doit s'adapter au modèle de fonction indicatrice (2.79). Selon ce modèle, une composante ne peut pas comporter plus d'une mort et plus d'une naissance dans le segment. Il est donc nécessaire de régler la taille de segment pour que les morts et naissances de toutes des composantes ne dépassent pas le nombre limite.

Critère 3 Le critère 3 est une évaluation des degrés de non-linéarité des fonctions de modulation. Il s'agit d'approximer les fonctions de modulation par des polynômes orthonormaux et d'évaluer les erreurs d'approximation. Cependant, le choix automatique des degrés des polynômes dépend des résultats de l'approximation. Il faut choisir un degré d'approximation optimal parmi plusieurs valeurs.

La segmentation du signal est effectuée segment par segment de façon non séquentielle. Pour chaque segment, l'algorithme proposé extrait un segment initial et ensuite ajuste la taille et la position du segment pour que les trois critères soient vérifiés simultanément.

L'algorithme de segmentation est présenté dans la figure 4.1. Les étapes principales sont détaillées dans les paragraphes suivants.

Dans la figure 4.1, l'extraction d'un segment consiste d'abord à faire un choix préliminaire du centre et de la taille du segment, comme décrit dans le paragraphe 4.1.1, et ensuite à l'ajuster en plusieurs itérations. Dans chaque itération, on cherche à évaluer la qualité du

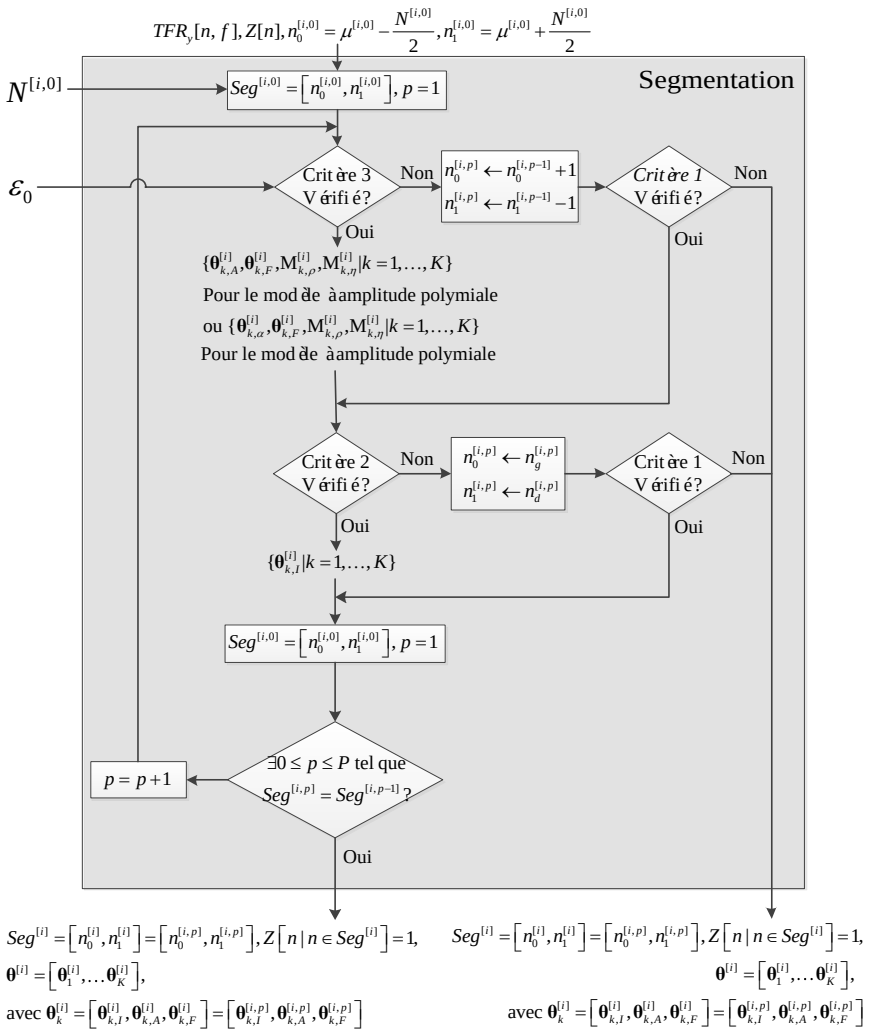


FIGURE 4.1 – L'organigramme de l'algorithme de segmentation. Le choix initial du segment est présenté dans le paragraphe 4.1.1. Les 3 critères sont détaillés dans les paragraphes 4.1.2, 4.1.3 et 4.1.4.

segment extrait en vérifiant 3 critères, notamment la taille minimale de segment (critère 1), les nombres maximaux de morts et naissances (critère 2), et les degrés de non-linéarité (critère 3).

Parmi ces trois critères, celui de la taille minimale de segment est le plus important. Si le nombre de point est inférieur au nombre total des paramètres, l'erreur de modèle sera importante. Nous devons vérifier le critère 1 après chaque modification de segment. Si ce critère n'est pas respecté, la modification de segment n'est pas validée et le choix de l'itération $p-1$ est maintenu.

Lorsque le critère 1 est vérifié, la taille du segment est raffinée progressivement selon les critères 2 et 3, jusqu'à ce que ces deux critères soient satisfaits en même temps. Une convergence rapide avec un petit nombre d'itérations dépend aussi d'un bon choix initial du segment.

La vérification du critère 3 nécessite en général une charge de calcul plus importante. C'est également dans cette étape là que sont estimés les paramètres initiaux du modèle local. Ces paramètres initiaux sont les points d'origine de l'étape suivante qui cherche des paramètres optimaux par une méthode de maximum de vraisemblance.

Si les 3 critères ne sont jamais respectés en même temps, l'itération s'arrête si le résultat à une itération est identique au résultat d'une des itérations précédentes $p = 0, \ldots, p-1$. Nous allons accepter ce choix quel que soit le résultat des vérifications des critères 2 et 3. Cette règle d'arrêt évite un bouclage infini de l'algorithme.

4.1.1 Choix initial de segment

L'extraction des segments est divisée en deux cas, une premier cas où ni les fonctions de modulation initialisées ni la représentation temps-fréquence du signal ne sont connues, et un deuxième cas pour lequel ces informations sont connues. Dans le premier cas, le premier segment $i = 1$ et le dernier segment $i = M_{seg}$ se trouvent au début et à la fin du signal respectivement, où la représentation temps-fréquence n'est pas définie.

L'extraction de ces deux segments $[1, L_t/2+1]$ et $[N - L_t/2, N]$ du signal correspond au premier cas, car la représentation temps-fréquence n'est pas définie et aucune information n'est alors disponible sur le nombre de composantes et les fonctions de modulation. Ces deux intervalles sont enregistrés directement comme le premier et le dernier segment :

$$\begin{aligned} Seg^{[1]} &= [1, N_{init}+1] \\ Seg^{[M]} &= [N - N_{init}+1, N] \end{aligned} \tag{4.5}$$

Pour ces deux segments, la contrainte des morts et naissances ainsi que celle des non-linéarités des composantes ne sont pas applicables. Par conséquent, les paramètres du modèle ne sont pas initialisés dans ces deux segments.

L'extraction des autres segments correspond à l'autre cas et et est restreinte à $[L_t/2+1, N-L_t/2]$ où la représentation temps-fréquence est définie. Dans ce cas, la représentation temps-fréquence et les fonctions de modulation initialisées sont définies et utilisées pour déterminer la position et la taille de chaque segment. Dans cette étape, l'algorithme cherche un premier choix de segment $Seg^{[i,0]}$, défini par le centre $\mu^{[i,0]}$ et la taille de segment $N_{init}+1$, tels que :

$$Seg^{[i,0]} = [\mu^{[i,0]} - \frac{N_{init}}{2}, \ldots, \mu^{[i,0]} + \frac{N_{init}}{2}] \tag{4.6}$$

A partir de la représentation temps-fréquence, l'extraction de segment est centrée sur l'instant $\mu^{[i,0]}$ qui correspond au point le plus puissant dans le plan temps-fréquence.

$$\mu^{[i,0]} = \underset{n \in [\frac{L_t}{2}+1, N-\frac{L_t}{2}], Z[n] \neq 1}{\operatorname{argmax}} \left[\max_f (\mathcal{RTF}_y[n,f]) \right] \tag{4.7}$$

où $Z(n)$ est une fonction indiquant si n est déjà inclus dans un segment existant :

$$Z_k[n] = \begin{cases} 1 \text{ si } n \text{ appartenant à un segment existant} \\ 0 \text{ sinon} \end{cases} \tag{4.8}$$

Une fois le centre $\mu^{[i,0]}$ fixé, la méthode consiste à choisir un segment de taille fixe (N_{init}+1) autour de $\mu^{[i,0]}$, si le segment dépasse l'intervalle $[L_t/2+1, N-L_t/2]$, il est nécessaire de le déplacer suivant :

$$Seg^{[i]} = \begin{cases} [\mu^{[i]} - \frac{N_{init}}{2}, \mu^{[i]} + \frac{N_{init}}{2}] & \text{si } \mu^{[i]} - \frac{N_{init}}{2} \geq L_t/2+1 \\ & \text{et si } \mu^{[i]} + \frac{N_{init}}{2} \leq N - L_t/2 \\ N - N_{init} - L_t/2, N - L_t/2 & \text{si } \mu^{[i]} + \frac{N_{init}}{2} \geq N - L_t/2 \\ L_t/2+1, L_t/2 + N_{init} + 1 & \text{si } \mu^{[i]} - \frac{N_{init}}{2} \leq L_t/2+1 \end{cases} \tag{4.9}$$

La taille initiale de segment ($N_{init}+1$) est forcément impaire et est à fixer manuellement. On suppose que la taille est adéquate si elle est plus grande que deux fois la période maximale de toutes les composantes initialisées et s'il est possible d'approximer les modulations par des polynômes d'ordre 3. Selon la dimension de l'espace des paramètres du modèle local (2.92) (2.93), si tous les ordres d'approximation sont égaux à 3, le modèle à amplitude polynomiale comporte 11 paramètres par composante alors que celui à amplitude amortie comporte 12 paramètres par composante. La taille initiale du segment N_{init} est donc définie par :

$$N_{init} = \sigma_N \cdot \max\left(\frac{2 * F_e}{\min\limits_{1 \leq k \leq K 1 < n < N} \left(\hat{F}_k[n] | \hat{F}_k[n] > 0 \right)}, 11 * K \right) \tag{4.10}$$

Pour un modèle local à amplitude polynomiale et

$$N_{init} = \sigma_N \cdot \max\left(\frac{2 * F_e}{\min\limits_{1 \leq k \leq K 1 < n < N} \left(\hat{F}_k[n] | \hat{F}_k[n] > 0 \right)}, 12 * K \right) \tag{4.11}$$

avec un modèle local à amplitude amortie. K est le nombre de composantes. σ_N est un facteur à choisir expérimentalement, en général $2 < \sigma_N < 5$. Ce segment initial est ensuite à ajuster selon les 3 critères proposés.

Un exemple de l'extraction initiale du segment est présenté dans la figure.4.2 sur le signal simulé et son Capongramme de la figure 3.21 en utilisant les 3 modulations initialisées (*c.f.* figure 3.22). L'algorithme cherche à extraire le deuxième segment ($i = 2$), défini comme $Seg^{[2]} = [n_0^{[2]}, n_1^{[2]}]$.

4.1.2 Critère 1 : taille minimale de segment

L'extraction de chaque segment est contrainte par une taille minimale $N_{min,1}$. Au delà de cette valeur, la taille du segment assure une solution unique du maximum de vraisemblance.

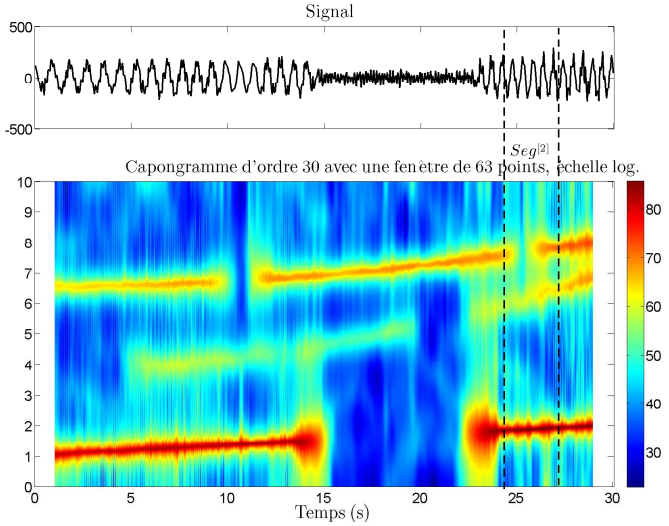


FIGURE 4.2 – Extraction initiale du segment $Seg^{[2]} = [491, 541]$ $(24.5s - 27s)$ du signal simulé dans la figure 3.21 avec $N_{init} + 1 = 51$. L'instant correspondant à la plus haute amplitude est $n = 516$ (25.8 s).

En conséquence, à chaque changement du nombre de paramètres initiaux, la taille minimale du segment doit être vérifiée à nouveau pour que la contrainte (2.92) ou (2.93) soit toujours respectée.

De plus, la bonne estimation de la fréquence de composante nécessite un nombre suffisant de points. La taille du segment doit satisfaire une durée adéquate par rapport aux fréquences de toutes les composantes. Comme nous l'avons choisie dans l'extraction initiale de segments, nous fixons cette taille à deux fois la période de la composante correspondant à la plus basse fréquence :

$$N_{min,2} = 2\frac{F_e}{F_{min}} \tag{4.12}$$

où F_{min} est la fréquence minimale de la composante de plus basse fréquence et $F_{min} \neq 0$. Finalement, la taille de segment est soumise à :

$$N^{[i]} \geq N_{min} = max\left(N_{min,1}, N_{min,2}\right) \tag{4.13}$$

où $N_{min,1}$ est le nombre total des paramètres du modèle local. En général, une plus petite taille de segment conduit à un plus grand nombre de segments.

4.1.3 Critère 2 : nombre de morts et naissances

Les morts et naissances d'une composante sont définies par sa fonction indicatrice (2.66). Dans le contexte d'un segment court, le nombre des morts et naissances est limité par le modèle de fonction indicatrice locale (2.79). Il faut donc s'assurer que chaque composante possède au maximum une mort et une naissance dans le segment choisi. Si une composante a deux ou

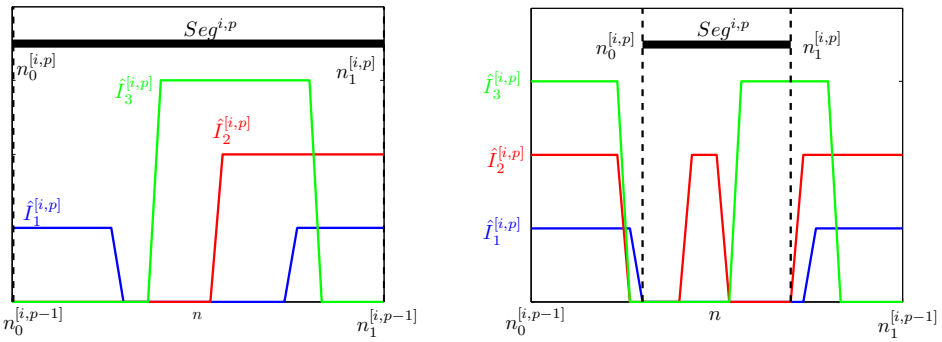
plus morts ou naissances, le processus suivant vise à découper le segment afin de satisfaire le critère 2 :

1. $k = 1$, $n_0^{[i,p]} = \mu^{[i,p]} - \frac{N^{[i,p]}}{2}$, $n_1^{[i,p]} = \mu^{[i,p]} + \frac{N^{[i,p]}}{2}$.
2. Calculer le nombre des morts et naissances pour la composante k dans le segment $Seg^{[i,p]}$ en utilisant les fonctions indicatrices initialisées $\hat{I}_k[n]$. S'il y a plus qu'une mort ou qu'une naissance, procéder à l'étape suivante, sinon, aller à l'étape 4.
3. S'il y a plusieurs morts ou naissances avant le centre du segment $\mu^{[i,p]}$, mettre à jour la borne inférieure du segment $n_0^{[i,p]} \leftarrow max(n_0^{[i,p]}, \tau_{k,g}^{[i]})$, où $\tau_{k,g}^{[i]}$ est la deuxième mort ou naissance avant le centre du segment.

   De la même façon, s'il y a plusieurs morts ou naissances après le centre du segment $\mu^{[i,p]}$, mettre à jour la borne supérieure du segment $n_1^{[i,p]} \leftarrow min(n_1^{[i,p]}, \tau_{k,d}^{[i]})$, où $\tau_{k,d}^{[i]}$ est la deuxième mort ou naissance après le centre du segment.
4. $k = k + 1$; Si $k > K$, aller à l'étape suivante. Sinon, retourner à l'étape 1.
5. $Seg^{[i,p]} = [n_0^{[i,p]}, n_1^{[i,p]}]$.
6. Initialiser les paramètres de mort $\check{n}_{k-}^{[i]}$, $\check{n}_{k+}^{[i]}$ du modèle de fonction indicatrice sur $Seg^{[i]}$ pour toutes les composantes k.

Avec un tel algorithme, le nombre de morts et naissances est limité afin que les composantes soient conformes au modèle de fonction indicatrice, et en même temps, les paramètres de morts $\check{n}_{k-}^{[i]}$ et naissances $\check{n}_{k+}^{[i]}$ sont initialisés. Après cette étape, la taille du segment serait potentiellement réduite. Néanmoins, si les critères 1 et 2 sont en conflit, le segment doit impérativement respecter le critère 1, car une mort ou naissance supplémentaire peut être approchée comme un fort changement d'amplitude, mais une violation de la taille minimale est très critique lors de l'estimation des paramètres du modèle.

Dans la figure 4.3, nous montrons deux résultats de la vérification de ce critère avec trois fonctions indicatrices.



(a) Segment non modifié (b) Segment modifié

FIGURE 4.3 – Deux exemples du critère 2 illustrés avec 3 fonctions indicatrices. (a) Critère 2 respecté, segment non modifié $Seg^{[i,p]} = Seg^{[i,p-1]}$ car chaque composante a au maximum une mort et une naissance dans $Seg^{[i,p-1]}$. (b) Critère 2 non respecté, segment découpé $Seg^{[i,p]} \neq Seg^{[i,p-1]}$ pour s'assurer que chaque composante a au maximum une mort et une naissance.

4.1.4 Critère 3 : non-linéarités des fonctions de modulation

Dans cette étape, l'algorithme vise à évaluer le degré de non-linéarité de chaque modulation initialisée, et à choisir au final un degré de polynôme qui réalise une approximation satisfaisante de la modulation étudiée. Lorsqu'une fonction de modulation est approximée par un polynôme orthonormal par la méthode des moindres carrées, l'évaluation du degré de non-linéarité consiste à chercher un ordre faible du polynôme, avec une erreur d'approximation suffisamment petite.

Pour chacune des modulations, l'ordre du polynôme orthonormal augmente de 0 jusqu'à 3 au maximum. Selon le théorème de Weierstrass, l'erreur d'approximation diminue si l'ordre du polynôme augmente. Une approximation est réalisée pour chaque ordre. En fixant un seuil ε_0 sur l'erreur d'approximation, l'algorithme s'arrête sur un ordre «optimal» si l'erreur devient plus faible que le seuil choisi.

Notons que cette étape est liée au modèle local utilisé dans la phase suivante (la modélisation locale). Comme il y a deux modèles à amplitude au choix : celui à amplitude polynomiale et celui à amplitude amortie, les méthodes d'approximation sont donc différentes selon le modèle utilisé.

Pour réduire la complexité du modèle, il est nécessaire d'assurer que toutes les modulations peuvent être approchées par un polynôme d'ordre égal ou inférieur au 3. Dans le cas contraire, un ordre du polynôme supérieur à 3 est considéré inapproprié et la non-linéarité de la modulation excessive. La taille du segment est donc à réduire. Le processus suivant est conçu pour vérifier le critère 3.

1. $k = 1$;
2. Si $\exists I_k^{[i]}[n] \neq 0$, initialiser les degrés d'approximation des modulations de la composante k. Sinon, aller à l'étape 3.
   (a) Estimer la fonction de modulation de fréquence $\hat{F}_k[n]$ restreinte au $Seg^{[i]}$ par un polynôme orthonormal à degré d'approximation $\check{M}_{k,\eta}^{[i]}$ avec les paramètres associés $\eta_{k,m}^{[i]}$, pour $m = 0, \ldots, m_{k,\eta}^{[i]}$.
   (b) Si le modèle à amplitude polynomiale (2.73) est utilisé, estimer la modulation d'amplitude $\hat{A}_k[n]$ restreinte au $Seg^{[i]}$ par un polynôme à degré d'approximation $\check{M}_{k,\rho}^{[i]}$ et avec les paramètres associés $\check{\rho}_{k,m}^{[i]}$, pour $m = 0, \ldots, \check{M}_{k,\rho}^{[i]}$.
   (c) Si le modèle à amplitude amortie (2.78) est utilisé, estimer la fonction d'amortissement $\hat{\alpha}_k[n]$ restreinte au $Seg^{[i]}$ par un polynôme orthonormal de degré d'approximation $\check{M}_{k,\alpha}^{[i]}$ et avec les paramètres associés $\alpha_{k,m}^{[i]}$, pour $m = 0, \ldots, \check{M}_{k,\alpha}^{[i]}$.
3. $k \leftarrow k + 1$.
4. Si $k > K$, aller à l'étape suivante. Sinon, retourner à l'étape 2.
5. Pour $k = 1, \ldots, K$, si $\check{M}_{k,\eta}^{[i]} > 3$, $\check{M}_{k,\rho}^{[i]} > 3$, ou $\check{M}_{k,\alpha}^{[i]} > 3$, quitter avec le critère 3 non respecté. Sinon, enregistrer $\check{M}_{k,\eta}^{[i]}$, $\check{M}_{k,\rho}^{[i]}$ ou $\check{M}_{k,\alpha}^{[i]}$ et les paramètres associés comme les degrés de polynôme et les paramètres initiaux pour la modélisation locale.

Si des fortes non-linéarités sont présentes, un polynôme d'ordre 3 n'est pas suffisant. On peut envisager une non-linéarité plus forte. Dans ce cas, si une fonction de modulation nécessite un ordre d'approximation supérieur à 3 à l'itération p, l'algorithme va diminuer le segment par 1 de chaque coté à l'itération suivante $p+1$ et les non-linéarités de toutes les modulations seront évaluées à nouveau à la prochaine itération p.

Les fonctions à approximer dépendent du choix du modèle local. Nous allons détailler les méthodes pour évaluer la non-linéarité de différentes fonctions de modulation dans les paragraphes suivants :

- Approximation polynomiale de la fréquence, qui s'applique pour tous les deux modèles locaux (2.73)(2.78), décrite dans le paragraphe 4.1.4.1.
- Approximation polynomiale d'amplitude, qui est uniquement utilisée pour le modèle à amplitude polynomiale (2.78), décrite dans le paragraphe 4.1.4.2.
- Approximation exponentielle d'amplitude, qui est uniquement utilisée pour le modèle à amplitude amortie (2.78), décrite dans le paragraphe 4.1.4.3.

4.1.4.1 Évaluation de la non-linéarité en fréquence

Pour chaque composante active sur $n \in Seg^{[i]}$, la fonction de modulation initialisée de fréquence $\hat{F}_k[n]$ est approximée par un polynôme orthonormal quel que soit le choix du modèle local. Cette fonction est décomposée sur une base polynomiale orthonormale $g_m[n], n \in Seg^{[i]}$ d'ordre m, $m \in \mathbb{Z}, 0 \leq m \leq 3$. L'erreur d'approximation à chaque ordre m est comparée avec un seuil afin de décider l'ordre d'approximation $M_{k,\eta}^{[i]}$ de cette modulation. Les paramètres du polynôme associés à $M_{k,\eta}^{[i]}$ sont enregistrés comme les paramètres initiaux pour la modélisation locale.

Lorsque les morts de composante existent dans le segment, la fréquence initialisée possède des valeurs nulles. Il est impossible d'approximer directement une modulation de fréquence ayant des valeurs zéros par un polynôme d'ordre faible. Dans ce cas, nous devons effectuer l'approximation sur une fonction compensée où les fréquences nulles sont remplacées. La fonction d'origine peut être reconstruite à partir de celle compensée en utilisant la fonction indicatrice. La méthode de remplissage et de reconstruction est détaillée au paragraphe suivant.

Remplissage des fréquences nulles lors d'une mort de la composante Pour un instant donné $n \in Seg^{[i,p]}$, où la composante k est morte, on a alors la fréquence initialisée $\hat{F}_k[n] = 0$. Deux instants de fréquence non nulle les plus proches autour de n sont utilisés pour construire une fonction linéaire qui remplace la mort : celui avant n, noté n_k^{viv-}, et celui après n, noté n_k^{viv+}. Le remplissage est effectué par :

$$\check{F}_k[n] = \begin{cases} \hat{F}_k[n_k^{viv-}] + (\hat{F}_k[n_k^{viv+}] - \hat{F}_k[n_k^{viv-}])\frac{n-n_k^{viv-}}{n_k^{viv+}-n_k^{viv-}} & \text{si } \hat{F}_k[n] = 0 \\ \hat{F}_k[n] & \text{si } \hat{F}_k[n] \neq 0 \end{cases} \tag{4.14}$$

où $n_k^{viv-} < n$ et $n_k^{viv+} > n$. Le remplissage est appliqué à tous les instants de fréquence nulle dans le segment $Seg^{[i]}$. La modulation de fréquence ainsi compensée $\check{F}_k[n]$ a une non-linéarité

largement réduite puisque les discontinuités sont éliminées par une fonction linéaire, comme le montre la figure 4.4.

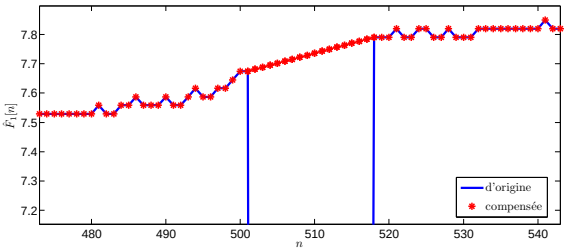


FIGURE 4.4 – Remplissage de la modulation de fréquence initialisée $\hat{F}_1[n]$ de la composante $k = 1$ de la figure 3.22 dans un segment $Seg^{i,p} = [473, 543]$. Une mort qui se trouve au sein du segment $n = 501, \ldots, 518$ est remplie par une fonction linéaire. Les points mis en accent par les étoiles rouges correspondent à la fréquence compensée $\check{F}_1[n]$.

La modulation compensée peut alors être approchée par un polynôme d'ordre faible. Cependant, il est facile de reconstruire la modulation sans remplissage $\hat{F}_k[n]$ en multipliant avec la fonction indicatrice :

$$\hat{F}_k[n] = \hat{I}_k[n]\check{F}_k[n] \tag{4.15}$$

Cette reconstruction est une opération importante lorsqu'on calcule l'erreur entre la modulation approximée par un polynôme et celle initialisée d'origine, comme détaillé au paragraphe suivant.

Choix de l'ordre d'approximation de la fréquence Lorsque la modulation de fréquence est compensée, elle est possible d'être approchée avec un polynôme d'ordre réduit. Dans ce paragraphe nous introduisons la méthode pour choisir l'ordre d'approximation de la fréquence. Le choix de cet ordre a une influence importante pour l'étape de modélisation locale. Un ordre très élevé est coûteux au sens de la charge de calcul. Au contraire, un ordre très faible produit une précision insuffisante d'approximation.

L'ordre d'approximation est choisi automatiquement en évaluant l'erreur d'approximation de la fréquence par des polynômes dont l'ordre varie de 0 à 3. Un ordre est accepté si l'erreur d'approximation est suffisamment petite. De cette manière, l'ordre d'approximation $M_{k,\eta}^{[i]}$ de la fréquence est calculé automatiquement par le processus itératif suivant :

1. $M_{k,\eta}^{[i]} = 0$.
2. Approximer la modulation de fréquence $\check{F}_k^{[i]}[n] \approx \check{F}_k[n]$, $n \in Seg^{[i]}$ par un polynôme orthonormal de l'ordre $M_{k,\eta}^{[i]}$ selon (2.73) ou (2.78) en utilisant une procédure de moindres carrés classique, avec les paramètres du polynôme $\eta_{k,m}^{[i]}$, pour $m = 0, \ldots, m_{k,\eta}^{[i]}$.
3. Initialiser les paramètres de fréquence du modèle local (*c.f.* (2.73) ou (2.78)) par les paramètres $\check{\eta}_{k,m}^{[i]}$, pour $m = 0, \ldots, \check{M}_{k,\eta}^{[i]}$.

4. Évaluer l'erreur quadratique normalisée :

$$\check{\varepsilon}_{k,\eta}^{[i]} = \sum_{n \in Seg^{[i,p]}} \frac{\left|\check{F}_k[n]\hat{I}_k[n] - \hat{F}_k[n]\right|^2}{\left|\max\limits_{n \in Seg^{[i,p]}, \hat{F}_k[n]>0} (\hat{F}_k[n]) - \min\limits_{n \in Seg^{[i,p]}, \hat{F}_k[n]>0} (\hat{F}_k[n])\right|^2} \tag{4.16}$$

5. Si $\check{\varepsilon}_{k,\eta}^{[i]} \leq \varepsilon_0$ quitter. Sinon, aller à l'étape suivante.
6. $\check{M}_{k,\eta}^{[i]} \leftarrow \check{M}_{k,\eta}^{[i]} + 1$.
7. $Si \check{M}_{k,\eta}^{[i]} > 3$, quitter. Sinon retourner à 2.

L'évolution des résultats de l'approximation par le processus proposé est illustrée dans la figure 4.5 par des résultats d'approximation d'ordre 0 à 3. Les erreurs d'approximation entre la fonction approximée et la fonction initialisée d'origine sont présentées dans le tableau 4.1.

Table 4.1 – Erreurs quadratiques moyennes correspondant aux 4 résultats d'approximation par des polynômes orthonormaux de la figure 4.5

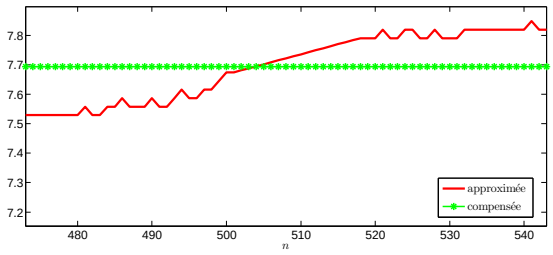
$M_{k,\eta}^{[i]}$	Erreur quadratique moyenne normalisée
0	12.29%
1	0.81%
2	0.59%
3	0.26%

La fréquence approximée $\check{F}^{[i]}$ par un polynôme orthonormal est une approximation de la modulation de fréquence compensée $\check{F}_k[n]$, Pour calculer l'erreur d'approximation en éliminant l'influence du remplissage, il faut multiplier $\check{F}^{[i]}$ par la fonction indicatrice $\hat{I}_k[n]$ comme dans (4.16). L'erreur d'approximation ainsi obtenue correspondant à la figure 4.5 est présenté dans le tableau 4.2 Dans ce tableau, les erreurs à partir de l'ordre 1 deviennent inférieures au

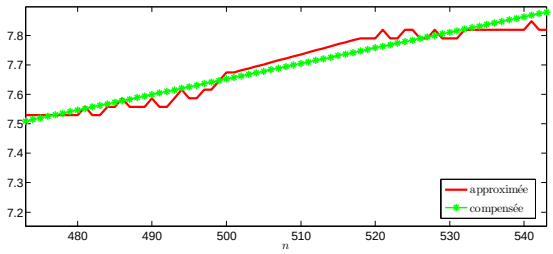
Table 4.2 – Erreurs quadratiques moyennes correspondant aux 4 résultats d'approximation par des polynômes orthonormaux de la figure 4.5 calculé par (4.16)

$M_{k,\eta}^{[i]}$	$\eta_{k,m}^{[i]}$
0	11.75%
1	0.6%
2	0.53%
3	0.23%

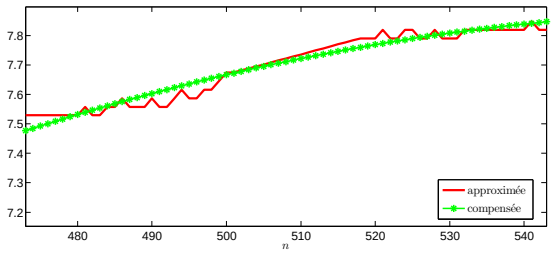
seuil $\varepsilon_0 = 0.05$. L'ordre d'approximation de la fréquence est donc fixée à 1. A cet ordre, l'approximation atteint un bon compromis entre la précision et le nombre de paramètres



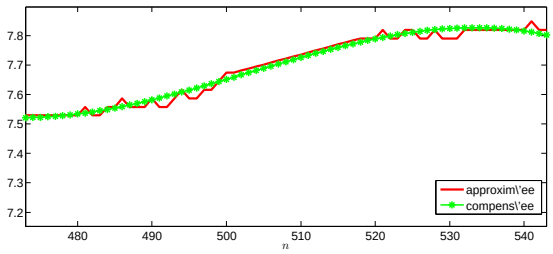
(a) Ordre $\check{M}_{k,\eta}^{[i]} = 0$



(b) Ordre $\check{M}_{k,\eta}^{[i]} = 1$



(c) Ordre $\check{M}_{k,\eta}^{[i]} = 2$



(d) Ordre $\check{M}_{k,\eta}^{[i]} = 3$

FIGURE 4.5 – Résultats d'approximation de la fréquence compensée $\check{F}_1[n]$, $n \in [473, 543]$ par des polynômes orthonormaux avec des ordres variant de 0 à 3.

utilisés (*c.f.* figure 4.6). Le seuil affecte directement la décision de l'ordre initial. Si le seuil est encore plus petit, l'ordre d'approximation sera plus élevé. Il n'existe pas de choix rigoureux au sens mathématique, mais il a suffi d'utiliser $\varepsilon_0 = 0.05$ à 0.1 dans la plupart des exemples traités.

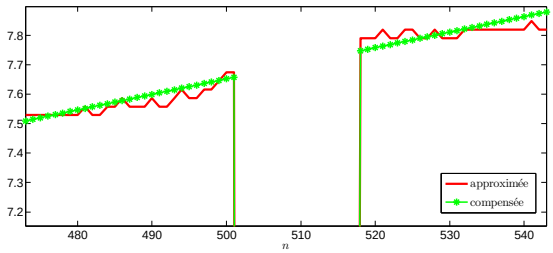


FIGURE 4.6 – Résultat d'approximation de la fréquence initialisée d'origine $\hat{F}_1[n]$, $n \in [473, 543]$ de la figure 4.5 par un polynôme orthonormal de l'ordre $M_{k,\eta}^{[i]} = 1$.

Ce processus est à la fois une évaluation des degrés des non-linéarités des composantes et une partie de l'initialisation du modèle local. A la fin du processus, on obtient à la fois l'ordre du polynôme orthonormal $M_{k,\eta}^{[i]}$ et les paramètres dans cette base polynomiale $\eta_{k,m}^{[i]}$. Ces paramètres initialisés sont le point de départ de la phase suivante qui estime les paramètres par une méthode de maximum de vraisemblance.

Si la variation de la fréquence est si forte que l'ordre d'approximation dépasse 3, la taille de segment doit être diminuée graduellement afin de réduire la non-linéarité. Dans ce cas, le segment est réduit par 1 à chaque coté et tous les 3 critères sont vérifiés à nouveau. La réduction de taille sera poursuivie jusqu'à ce que les ordres d'approximation de toutes les modulations soient inférieurs à 3, ou si le critère 1 concernant la taille minimale de segment n'est plus respecté.

4.1.4.2 Approximation de l'amplitude polynomiale

Pour le modèle à amplitude polynomiale (2.73), la modulation d'amplitude sur un segment i est décomposée directement sur une base polynomiale orthonormale. De même problème que pour la modulation de fréquence, il est nécessaire de remplir les parties lacunaires de l'amplitude par une fonction linéaire dans le segment $Seg^{[i,p]}$.

Pour un point donné $n \in Seg^{[i,p]}$, où l'amplitude initialisée $\hat{A}_k[n]$ de la composante k est nulle, le remplissage de l'amplitude est réalisé de la façon suivante :

$$\check{A}_k[n] = \begin{cases} \hat{A}_k[n_k^{viv-}] + (\hat{A}_k[n_k^{viv+}] - \hat{A}_k[n_k^{viv-}])\frac{n-n_k^{viv-}}{n_k^{viv+}-n_k^{viv-}} & \text{si } \hat{A}_k[n] = 0 \\ \hat{A}_k[n] & \text{si } \hat{A}_k[n] \neq 0 \end{cases} \tag{4.17}$$

où n_k^{viv-} et n_k^{viv+} sont les deux premiers instants avant et après n avec une amplitude $\hat{A}_k[n]$

non nulle. La reconstruction de la fonction de modulation à partir de celle compensée s'écrit :

$$\hat{A}_k[n] = \hat{I}_k[n]\check{A}_k[n] \tag{4.18}$$

Concernant la modulation d'amplitude compensée, l'estimation de l'ordre du polynôme $M_{k,\rho}^{[i]}$ ainsi que les paramètres associés $\rho_{k,m}^{[i]}$, $m = 0, \ldots, m_{k,\rho}^{[i]}$ sont obtenus par :

1. $\check{M}_{k,\rho}^{[i]} = 0$.
2. Approximer l'amplitude $\check{A}_k^{[i]}[n] \approx \check{A}_k[n], n \in Seg^{[i]}$ par un polynôme orthonormal d'ordre $\check{M}_{k,\rho}^{[i]}$ selon (2.73) en utilisant une procédure de moindres carrés classique, de paramètres $\{\rho_{k,m}^{[i]}\}$, pour $m = 0, \ldots, \check{M}_{k,\rho}^{[i]}$.
3. Évaluer l'erreur quadratique normalisée :

$$\check{\varepsilon}_{k,\rho}^{[i]} = \sum_{n \in Seg^{[i,p]}} \frac{\left|\check{A}_k[n]\hat{I}_k[n] - \hat{A}_k[n]\right|^2}{\left|\max\limits_{n \in Seg^{[i,p]}, \hat{A}_k[n]>0}(\hat{A}_k[n]) - \min\limits_{n \in Seg^{[i,p]}, \hat{A}_k[n]>0}(\hat{A}_k[n])\right|^2} \tag{4.19}$$

4. Si $\check{\varepsilon}_{k,\rho}^{[i]} \leq \varepsilon_0$ quitter. Sinon, aller à l'étape suivante.
5. $\check{M}_{k,\rho}^{[i]} \leftarrow \check{M}_{k,\rho}^{[i]} + 1$.
6. $Si \check{M}_{k,\rho}^{[i]} > 3$, quitter. Sinon retourner à 2.

4.1.4.3 Approximation de l'amplitude amortie

Par rapport à l'approximation polynomiale de la fréquence et de l'amplitude, dans le modèle à amplitude amortie (2.78), l'amplitude est approchée par une fonction exponentielle. Dans ce modèle, c'est la fonction d'amortissement $\alpha_k[n]$ à la place de l'amplitude $A_k[n]$ qui est décomposée sur la base polynomiale orthonormale. La première étape de l'approximation de l'amplitude consiste à calculer la fonction d'amortissement à partir de l'amplitude initialisée $\hat{A}_k[n]$. L'amplitude étant une fonction exponentielle définie positive, les parties lacunaires doivent donc être comblées. Étant donné l'approximation exponentielle de l'amplitude, le remplissage est effectué avec une fonction exponentielle. Pour un instant donné $n \in Seg^{[i,p]}$ où l'amplitude initialisée $\hat{A}_k[n]$ de la composante k est nulle, la compensation de l'amplitude est définie par :

$$\check{A}_k[n] = \begin{cases} \exp\{\log(\hat{A}_k[n_k^{viv-}]) + \log\left(\frac{\hat{A}_k[n_k^{viv+}]}{\hat{A}_k[n_k^{viv-}]}\right)\frac{n-n_k^{viv-}}{n_k^{viv+}-n_k^{viv-}}\} & \text{si } \hat{A}_k[n] = 0 \\ \hat{A}_k[n] & \text{si } \hat{A}_k[n] \neq 0 \end{cases} \tag{4.20}$$

Après la compensation, on peut déduire la fonction d'amortissement compensée par :

$$\check{\alpha}_k[n] = \log\left(\frac{\check{A}_k[n-1]}{\check{A}_k[n]}\right) \tag{4.21}$$

la fonction de modulation $\hat{A}_k[n]$ est reconstruite avec la fonction d'amortissement compensée $\check{A}_k[n]$ et la fonction indicatrice $\hat{I}_k[n]$ par :

$$\hat{A}_k[n] = \hat{I}_k[n] \cdot \check{A}_k[\mu^{[i]}] \cdot \exp\left(- \sum_{\mu=n_0^{[i,p]}}^{n} \check{\alpha}_k^{[i]}[\mu] + \sum_{\mu=n_0^{[i,p]}}^{\mu^{[i]}} \check{\alpha}_k^{[i]}[\mu] \right) \tag{4.22}$$

La fonction d'amortissement compensée sera approximée dans la suite par un polynôme orthonormal avec une méthode de moindres carrées. L'ordre d'approximation $\check{M}_{k,\alpha}^{[i]}$ est calculé à partir de la fonction d'amortissement selon un critère sur l'erreur quadratique d'approximation. Les paramètres d'approximation $\alpha_{k,m}^{[i]}$ pour $m = 0, \ldots, \check{M}_{k,\alpha}^{[i]}$ sont obtenus par le processus suivant :

1. $\check{M}_{k,\alpha}^{[i]} = 0$.
2. Approximer la fonction d'amortissement compensée $\check{\alpha}_k^{[i]}[n] \approx \check{\alpha}_k[n]$, $n \in Seg^{[i,p]}$ par un polynôme orthonormal d'ordre $\check{M}_{k,\alpha}^{[i]}$ de paramètres du polynôme,$\Gamma_0^{[i]} = \check{\alpha}_k[\mu^{[i]}]$, $\check{\alpha}_{k,m}^{[i]}$ $(m = 0, \ldots, \check{M}_{k,\alpha}^{[i]})$ selon (2.78) en utilisant une procédure de moindres carrés classiques.
3. Initialiser les paramètres de la fonction indicatrice du modèle local (2.78) par $\check{\alpha}_{k,m}^{[i]}$, pour $m = 0, \ldots, \check{M}_{k,\alpha}^{[i]}$.
4. Évaluer l'erreur quadratique normalisée :

$$\check{\varepsilon}_{k,\alpha}^{[i]} = \sum_{n \in Seg^{[i,p]}} \frac{\left| \check{A}_k[\mu^{[i]}] exp\left(- \sum_{\mu=n_0^{[i,p]}}^{n} \check{\alpha}_k^{[i]}[\mu] + \sum_{\mu=n_0^{[i,p]}}^{\mu^{[i]}} \check{\alpha}_k^{[i]}[\mu] \right) \hat{I}_k[n] - \hat{A}_k[n] \right|^2}{\left| \max_{n \in Seg^{[i,p]}, \hat{A}_k[n]>0} (\hat{A}_k[n]) - \min_{n \in Seg^{[i,p]}, \hat{A}_k[n]>0} (\hat{A}_k[n]) \right|^2} \tag{4.23}$$

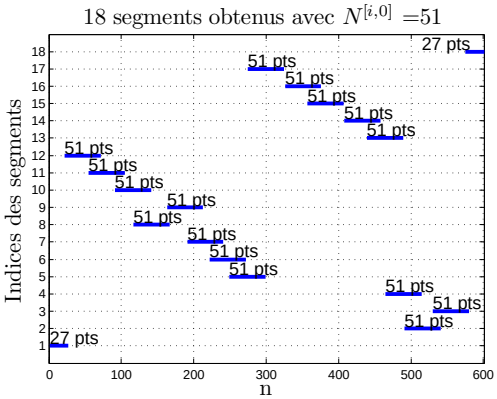
5. Si $\check{\varepsilon}_{k,\alpha}^{[i]} \leq \varepsilon_0$ quitter. Sinon, aller à l'étape suivante.
6. $\check{M}_{k,\alpha}^{[i]} \leftarrow \check{M}_{k,\alpha}^{[i]} + 1$.
7. $Si \check{M}_{k,\alpha}^{[i]} > 3$, quitter. Sinon retourner à 2.

Avec ce processus, l'ordre du polynôme $\check{M}_{k,\alpha}^{[i]}$ est obtenu en comparant l'amplitude initialisée d'origine avec celle approximée. L'amplitude ainsi reconstruite subit en général une erreur plus importante qu'avec une approximation directe par un polynôme, car le calcul de l'amplitude induit une propagation d'erreur de manière exponentielle. Cette approximation exponentielle a tendance à nécessiter un ordre d'approximation plus élevé qu'une approximation polynomiale de l'amplitude. On peut augmenter le seuil d'erreur d'approximation.

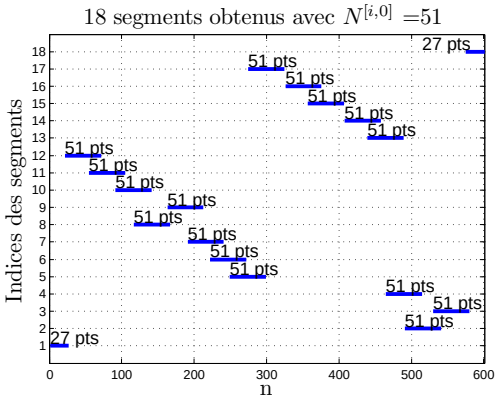
4.1.5 Résultats de segmentation

Dans ce paragraphe, nous présentons quelques exemples de segmentation. D'abord nous montrons les résultats de la segmentation du signal simulé (*c.f.* figure 3.21). Le signal est

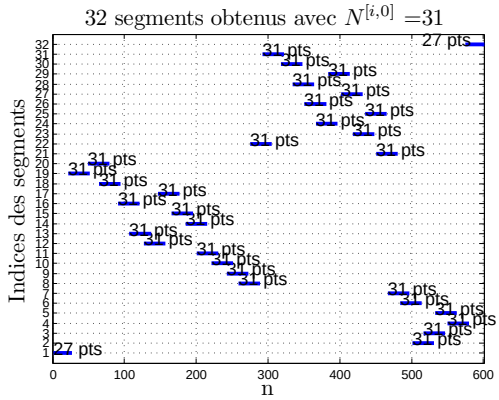
composé de 601 points et de 3 composantes avec des morts et naissances. À partir des résultats de l'initialisation de la figure 3.16, la segmentation est effectuée avec l'algorithme décrit précédemment ce pour le modèle d'amplitude et deux paramètres de la segmentation : la taille initiale N_{init} et le seuil d'approximation ε_0. Ces résultats de segmentation sont présentés dans les figures 4.7 et 4.8.



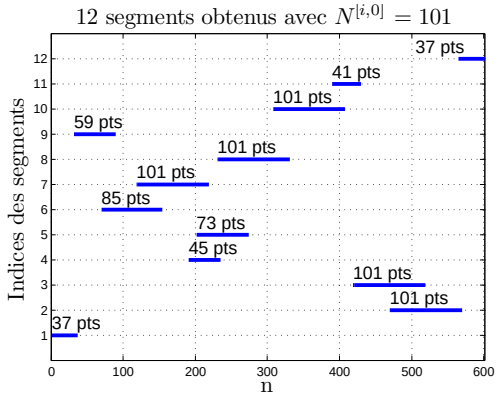
(a) Modèle à amplitude polynomiale, $N_{init} = 51$, $\varepsilon_0 = 0.05$



(b) Modèle à amplitude amortie, $N_{init} = 51$, $\varepsilon_0 = 0.05$



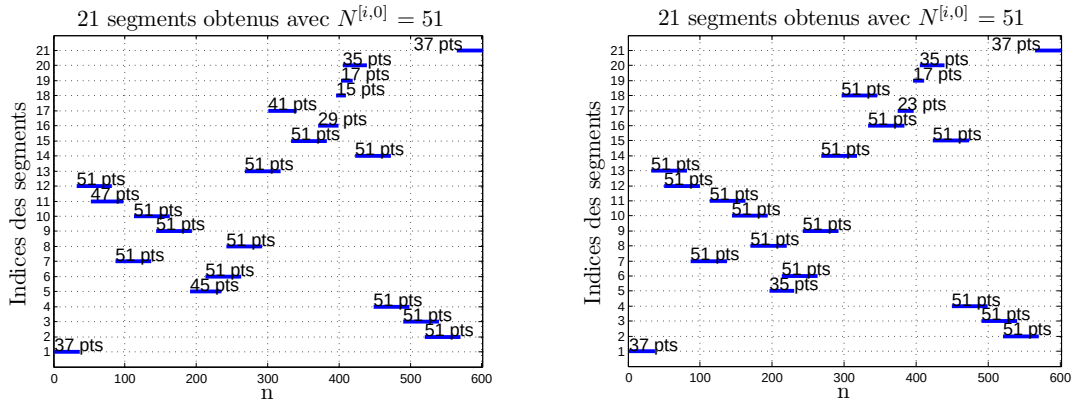
(c) Modèle à amplitude polynomiale, $N_{init} = 31$, $\varepsilon_0 = 0.05$



(d) Modèle à amplitude polynomiale, $N_{init} = 101$, $\varepsilon_0 = 0.05$

FIGURE 4.7 – Résultats de segmentation sous différents modèles locaux avec $\varepsilon_0 = 0.05$ et plusieurs valeurs de N_{init} du signal simulé dans la figure 3.21 en utilisant les modulations initialisées dans la figure 3.16. Chaque trait épais représente un segment prélevé. Sa taille correspond à la longueur du segment indiqué en haut, et sa hauteur correspond à l'indice du segment.

En principe, lorsque ε_0 est élevé et l'erreur d'approximation est relativement faible, les tailles finales des segments dépendent directement de la taille initiale N_{init}. ε_0 contrôle la tolérance de l'erreur d'approximation sur l'initialisation du degré de polynôme. Le choix du modèle local est aussi un aspect important à considérer par l'utilisateur. Le modèle à amplitude polynomiale s'adapte aux signaux ayant des modulations variant lentement. Au contraire,



(a) Modèle à amplitude polynomiale,$N_{init} = 51$, $\varepsilon_0 = 0.02$, à amplitude polynomiale

(b) Modèle à amplitude amortie, $N_{init} = 51$, $\varepsilon_0 = 0.02$

FIGURE 4.8 – Résultats de segmentation de différents modèles locaux avec $\varepsilon_0 = 0.02$ du signal simulé dans la figure 3.21 en utilisant les modulations initialisées dans la figure 3.16. chaque trait épais représente un segment prélevé. Sa taille correspond à la longueur du segment indiqué en haut, et sa hauteur correspond à l'indice du segment.

le modèle à amplitude amortie a une plus grande capacité à approximer les modulations d'amplitude très variables, mais avec un paramètre en plus et une perte d'orthogonalité entre les paramètres d'amplitude et de fréquence.

Dans la figure 4.7(a) et 4.7(b) où ε_0 est relativement élevé, l'algorithme est insensible vis-à-vis de l'erreur d'approximation. En effet, le critère 3 est vérifié sans difficulté. Par conséquent, les longueurs des segments prélevés sont identiques à la taille initiale du segment N_{init} si N_{init} est bien choisi. Dans les applications réelles, il est toujours préférable de choisir une taille initiale relativement petite d'après (4.10) pour éviter de boucler dans la vérification des trois critères. Pourtant quand la valeur N_{init} est très petite (*c.f.* 4.7(c))ou très grande (*c.f.* 4.7(d)), les tailles finales des segments obtenus sont très variées et sont plutôt déterminées par les 3 critères.

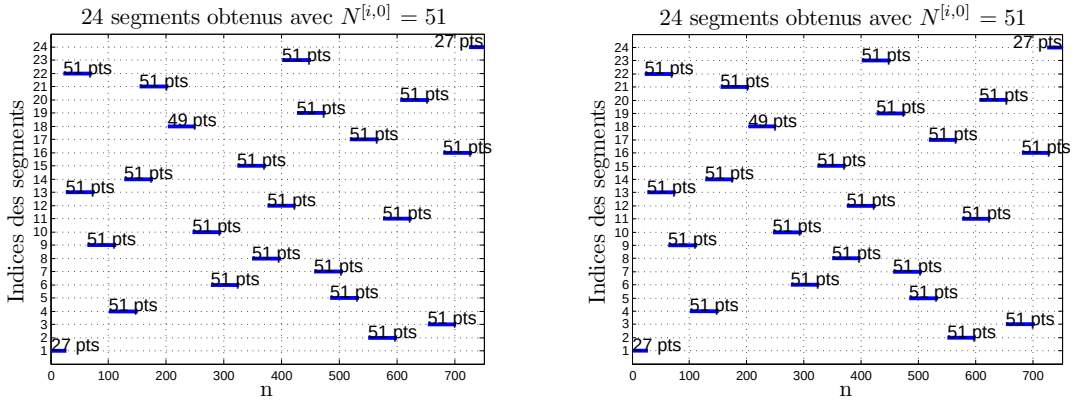
Si on réduit la tolérance d'erreur d'approximation comme dans la figure 4.8, la segmentation a tendance à rejeter les choix initiaux de prélèvement et à mettre en avant le critère 3 lors du prélèvement des segments. Ainsi l'algorithme détermine des segments plus courts et de tailles plus variées.

La figure 4.7(d) présente le cas d'une approximation utilisant modèle à amplitude amortie. Par rapport à la figure 4.7(c), où les même paramètres sont appliqués à un modèle à amplitude polynomiale, les segments prélevés aux dates de forte non-linéarité (environ $n = 300, \ldots, 440$) sont généralement plus longs. Ce résultat met en évidence que le modèle à amplitude amortie s'adapte bien aux signaux de modulations fortement non-linéaires.

Dans tous les cas, le premier et le dernier segment sont toujours de 27 points, malgré le choix des paramètres et le modèle. Ces deux segments sont «aveugles» pour la modélisation

locale, car aucune information n'est disponible sur les modulations.

La segmentation des signaux réels peut être effectuée avec le réglage $N_{init} = 51$, $\varepsilon_0 = 0.05$, parce que ces paramètres ne dépendent pas des données, et aux choix un des deux modèles locaux, celui à amplitude polynomiale et celui à amplitude amortie. Nous présentons les résultats de segmentation des trois signaux : la vibration ambiante de la figure 3.23, le signal sismique de la figure 3.26 et le chant de canari de la figure 3.30, à partir de leurs modulations initialisées de la figure 3.24, 3.27 et 3.31. Les résultats de segmentation sont présentés de les figures 4.9, 4.10 et 4.11.



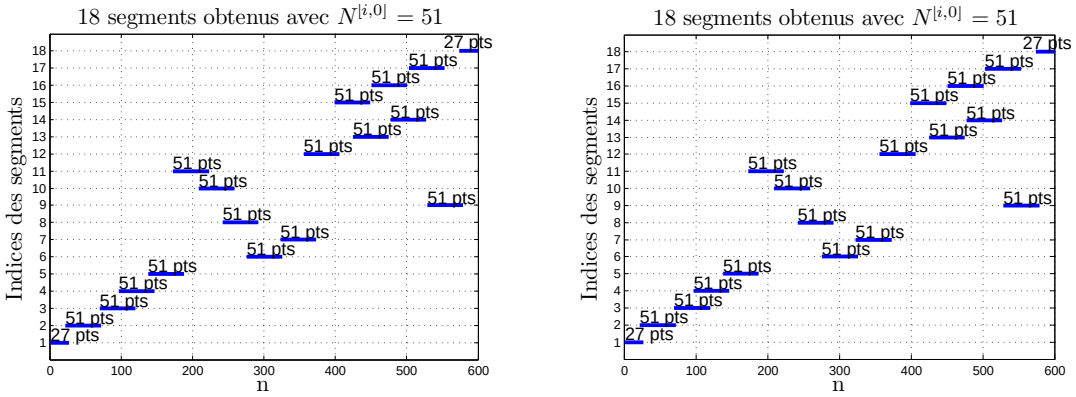
(a) Modèle à amplitude polynomiale, $N_{init} = 51$, $\varepsilon_0 = 0.05$

(b) Modèle à amplitude amortie, $N_{init} = 51$, $\varepsilon_0 = 0.05$

FIGURE 4.9 – Résultats de segmentation du signal de la vibration ambiante de la figure 3.23 avec $N_{init} = 51$, $\varepsilon_0 = 0.05$, à partir des modulations initialisées dans la figure 3.24. Chaque trait épais représente un segment prélevé. Sa taille correspond à la longueur du segment indiqué en haut, et sa hauteur correspond à l'indice du segment.

Segmentation du signal réel de variation ambiante Dans la figure 4.9, le signal de vibration ambiante est constitué de fréquences assez constantes et d'amplitudes très variables. La plupart des segments prélevés vérifient le critère 3, et ces segments sont donc tous à peu près la même longueur pour les deux modèles. Le segment $i = 18$ de 49 points ($Seg^{[18]} = 204, \ldots, 253$) est la seule exception, car il se localise dans un endroit où la composante $k = 2$ présente une chute soudaine difficile à approcher par un polynôme d'ordre faible de longueur de 51 points (*c.f.* la figure 3.24).

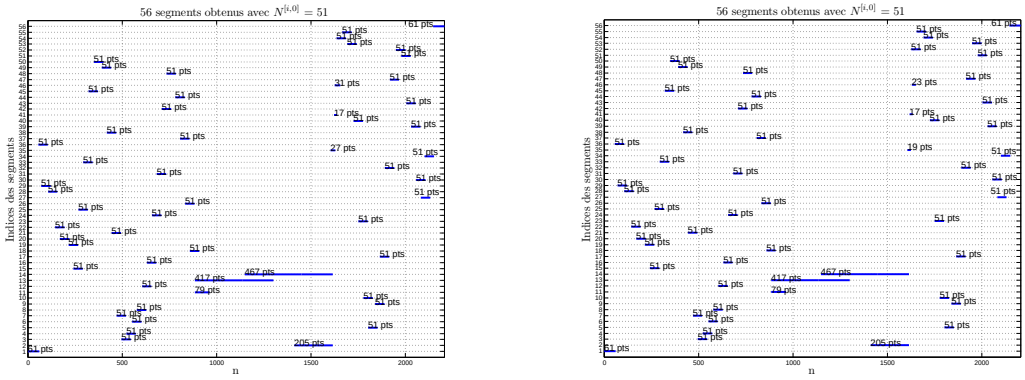
Segmentation du signal sismique La segmentation du signal sismique (*c.f.* figure 4.10)par les deux modèles aboutit aux les mêmes résultats. La partie énergétique de ce signal est concentrée dans les segments 2 à 5, où l'amplitude change rapidement sur une courte durée. Les segments $i \geq 6$ ont une seule composante de l'amplitude amortie. Pour ce signal, le modèle à amplitude amortie s'avère plus adapté que celui à amplitude polynomiale, car l'erreur d'approximation de l'amplitude par ce modèle atteint un niveau plus bas avec un nombre inférieur ou égal de paramètres.



(a) Modèle à amplitude polynomiale,$N_{init} = 51$, $\varepsilon_0 = 0.05$

(b) Modèle à amplitude amortie, $N_{init} = 51$, $\varepsilon_0 = 0.05$

FIGURE 4.10 – Résultats de segmentation du signal sismique dans la figure 3.26 avec $N_{init} = 51$, $\varepsilon_0 = 0.05$, en utilisant les modulations initialisées dans la figure 3.27. chaque trait épais représente un segment prélevé. Sa taille correspond à la longueur du segment indiqué en haut, et sa hauteur correspond à l'indice du segment.



(a) Modèle à amplitude polynomiale, $N_{init} = 51$, $\varepsilon_0 = 0.05$

(b) Modèle à amplitude amortie, $N_{init} = 51$, $\varepsilon_0 = 0.05$

FIGURE 4.11 – Résultats de segmentation du chant de canari dans la figure 3.30 avec $N_{init} = 51$, $\varepsilon_0 = 0.05$, en utilisant les modulations initialisées dans la figure 3.27. Chaque trait épais représente un segment prélevé. Sa taille correspond à la longueur du segment indiqué en haut, et sa hauteur correspond à l'indice du segment.

Segmentation du chant de canari Le chant de canari a la plus forte non-linéarité parmi les trois signaux réels étudiés. Dans la figure 4.11, aux dates où l'amplitude et la fréquence subissent des changements forts, les tailles des segments sont beaucoup réduites par rapport à la taille initiale $N_{init} = 51$ et les recouvrements entre les segments sont aussi très importants. Les segments très longs ($i = 11, 12, 13$) correspondent aux segments muets où aucune composante n'existe. Leurs longueurs dépassent N_{init} puisque l'algorithme de segmentation cherche à prélever le segment muet le plus long possible.

4.2 Estimation des paramètres du modèle local

Après la phase de segmentation proposée dans le paragraphe précédent 4.1, le signal entier est découpé en M_{seg} segments courts. Pour tous les M_{seg} segments notés :

$$Seg^{[i]}, \text{ pour } i = 1, \ldots, m_{seg} \tag{4.24}$$

les modulations sont estimées à nouveau en utilisant le modèle local. Dans ce paragraphe, nous proposons d'utiliser une méthode de Maximum de Vraisemblance (MV) pour estimer les modulations directement par le modèle local défini sur chaque segment. Par rapport aux modulations initialisées dont la précision est dégradée due à l'effet de moyennage, la modélisation peut apporter une amélioration de l'estimation des modulations sans cet effet. En plus, elle permet de modéliser les modulations et de localiser les morts et naissances des composantes à une très petite échelle temporelle.

L'estimation des fonctions de modulation sur un segment correspond à l'estimation des paramètres du modèle. Nous cherchons les paramètres optimaux qui maximisent la fonction de vraisemblance. Dû à la grande complexité du modèle, la solution analytique du problème du maximum de vraisemblance est impossible. Nous proposons de résoudre ce problème par une optimisation stochastique.

Pour estimer les paramètres du modèle, nous utilisons la méthode proposée dans les travaux précédents [Jabloun 2007b], méthode qui a été conçue pour estimer les paramètres du modèle local à amplitude polynomiale sans mort ou naissance (*c.f.* (2.73)) par un estimateur de maximum de vraisemblance. La résolution du maximum de vraisemblance est réalisée par le recuit simulé. Pour la modélisation locale que nous proposons, cette méthode est étendue à plusieurs types de modèles locaux et est initialisée différemment. Dans ce paragraphe, nous allons aborder cette méthode en détaillant la définition de la méthode MV et les démarches du recuit simulé.

4.2.1 Définition de la méthode MV

Sur chaque segment court $Seg^{[i]} = [\mu^{[i]} - \frac{N^{[i]}}{2}, \ldots, \mu^{[i]} + \frac{N^{[i]}}{2}]$, l'observation bornée sur ce segment est notée comme un vecteur $\boldsymbol{Y}^{[i]}$:

$$\boldsymbol{Y}^{[i]} = [y[\mu^{[i]} - \frac{N^{[i]}}{2}], \ldots, y[\mu^{[i]} + \frac{N^{[i]}}{2}]] \tag{4.25}$$

La modélisation cherche à générer une réalisation $\boldsymbol{y}^{[i]}$ par un modèle local avec un ensemble de paramètres $\boldsymbol{\theta}^{[i]}$ tel que :

$$\boldsymbol{y}^{[i]} \approx \boldsymbol{Y}^{[i]} \tag{4.26}$$

Selon la définition (2.63), $\boldsymbol{y}^{[i]}$ peut se décomposer comme :

$$\boldsymbol{y}^{[i]} = \boldsymbol{s}^{[i]} + \boldsymbol{e}^{[i]} \tag{4.27}$$

où $\boldsymbol{s}^{[i]}$ et $\boldsymbol{e}^{[i]}$ correspondent respectivement au signal déterministe à modéliser et au bruit Gaussien additif :

$$\boldsymbol{s}^{[i]} = [s[\mu^{[i]} - \frac{N^{[i]}}{2}], \ldots, s[\mu^{[i]} + \frac{N^{[i]}}{2}]] \tag{4.28}$$

$$\boldsymbol{e}^{[i]} = [e[\mu^{[i]} - \frac{N^{[i]}}{2}], \ldots, e[\mu^{[i]} + \frac{N^{[i]}}{2}]] \tag{4.29}$$

Dans l'estimation par le maximum de vraisemblance, la réalisation $\boldsymbol{y}^{[i]}$ est considérée un vecteur aléatoire généré selon une densité de probabilité $\mathfrak{p}(\boldsymbol{Y}^{[i]} = \boldsymbol{y}^{[i]}|\boldsymbol{\theta}^{[i]})$ en fonction des paramètres déterministes $\boldsymbol{\theta}^{[i]}$. Cette densité de probabilité est appelée la fonction de vraisemblance. Comme son nom l'indique, elle correspond à la densité de probabilité d'obtenir une reconstruction exacte $\boldsymbol{Y}^{[i]} = \boldsymbol{y}^{[i]}$ conditionnellement aux paramètres $\boldsymbol{\theta}^{[i]}$:

$$MV(\boldsymbol{\theta}^{[i]}) = \mathfrak{p}(\boldsymbol{Y}^{[i]} = \boldsymbol{y}^{[i]}|\boldsymbol{\theta}^{[i]}) \tag{4.30}$$

$$= \pi^{-(N^i+1)}|det(\Gamma_y)| \exp\left(-(\boldsymbol{y}^{[i]} - \boldsymbol{s}^{[i]})^{\dagger}\Gamma_Y^{-1}(\boldsymbol{y}^{[i]} - \boldsymbol{s}^{[i]})\right) \tag{4.31}$$

où Γ_Y est la matrice de covariance du signal $\boldsymbol{Y}^{[i]}$, $\dagger$ représente la conjugaison complexe. L'idée fondamentale de l'estimation par maximum de vraisemblance est de trouver un ensemble de paramètres $\boldsymbol{\theta}^{[i]}$ tel que la vraisemblance d'avoir obtenu la réalisation exacte soit maximisée. Sachant que le bruit $\boldsymbol{e}^{[i]}$ est gaussien de variance inconnue σ_e^2, la fonction $MV(\boldsymbol{\theta}^{[i]})$ se réduit à :

$$MV(\boldsymbol{\theta}^{[i]}) = (\pi\sigma_e^2)^{-(N^i+1)} \exp\left(-\frac{1}{\sigma_e^2}\sum_{n=n_0^{[i]}}^{n_1^{[i]}} |y[n] - s[n]|^2\right) \tag{4.32}$$

L'estimateur MV est défini comme :

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}^{[i]} = \underset{\boldsymbol{\theta}\in\mathbb{R}^{dim\{\boldsymbol{\theta}^{[i]}\}}}{\operatorname{argmax}} \; MV(\boldsymbol{\theta}) \tag{4.33}$$

Sous l'hypothèse d'un bruit $\boldsymbol{e}^{[i]}$ blanc gaussien, la maximisation de la fonction de MV est équivalente à la minimisation de la fonction des moindres carrés :

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}^{[i]} = \underset{\boldsymbol{\theta}\in\mathbb{R}^{dim\{\boldsymbol{\theta}^{[i]}\}}}{\operatorname{argmin}} \; MC(\boldsymbol{\theta}) \tag{4.34}$$

$$\text{avec } MC(\boldsymbol{\theta}) = \frac{1}{\sigma_e^2}\sum_{n=n_0^{[i]}}^{n_1^{[i]}} |y[n] - s[n]|^2 \tag{4.35}$$

Pour simplifier le problème d'optimisation, nous utilisons la fonction de moindres carrées au lieu de la fonction MV. Dans la suite, nous discutons la méthode d'estimation des paramètres du modèle obtenu par le minimum global de la fonction MC.

4.2.2 Estimation des paramètres par une optimisation stochastique

Dans ce paragraphe, nous présentons un algorithme d'optimisation stochastique pour estimer les paramètres du modèle. La localisation de la solution optimale du problème MC est

très difficile car la fonction est à la fois multivariable et fortement non linéaire, *c.f.* figure 4.12.

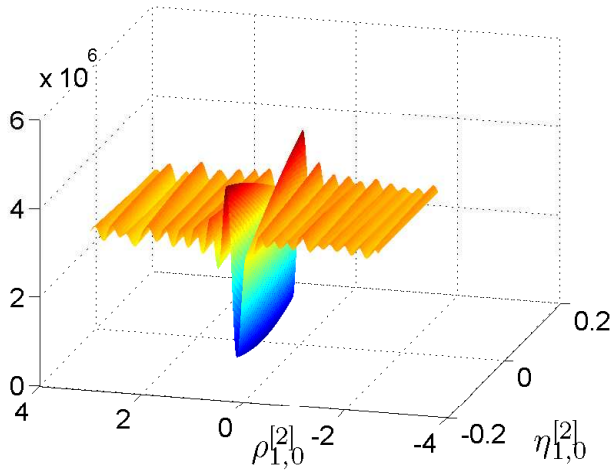


FIGURE 4.12 – Fonction $MC(\boldsymbol{\theta})$ sur le segment $n = 491, \ldots, 541$ par rapport à deux paramètres (paramètres en fréquence d'ordre 0 et 1) associés à la composante $k = 1$ du signal simulé (*c.f.* figure 3.15)

Les collines et les vallées de la fonction $MC(\boldsymbol{\theta})$, *c.f.* dans la figure 4.12 correspondent aux extrema locaux de la fonction MC. Les minima locaux fourvoient la localisation du minimum global. En effet, l'optimisation de cette fonction par les méthodes simples telles que celles de Quasi-Newton ou du gradient ne sont plus applicables, puisqu'un gradient nul ne correspond pas forcément à un extremum global de la fonction. Dans [Jabloun 2007b], l'auteur a proposé de résoudre la mininisation à l'aide de la méthode du recuit simulé. Nous considérons aussi cette méthode d'optimisation stochastique pour trouver le minimum global caché dans les nombreux minima locaux.

Le méthode de recuit simulé est une méthode d'optimisation stochastique, dont la solution optimale est repérée par un échantillonnage aléatoire dans l'espace des paramètres. Comme son nom indique, l'algorithme de recuit simulé est une simulation du processus du recuit dans la métallurgie. La fonction à minimiser ou maximiser, notamment la fonction MC dans le cas présent, est assimilée à la chaleur interne d'un système thermique, et la solution optimale correspond à un état d'équilibre thermique du système. La recherche de la solution optimale ressemble à un processus de refroidissement graduel, dont la vitesse de convergence vers l'état d'équilibre thermique est contrôlée par une température.

D'abord il faut régler les paramètres initiaux du modèle et du recuit simulé. À partir des paramètres initiaux, le recuit simulé fait évoluer aléatoirement les paramètres ainsi que les réglages en P_{rs} itérations.

À chaque itération, le recuit simulé est constitué en 3 sous-étapes : la mise-à-jour des paramètres du modèle qui se résume à la génération des paramètres, un critère d'acceptation

des paramètres, la diminution des variances pour la génération des candidats. Ces sous-étapes sont effectuées en parallèle de la diminution de la température.

La mise-à-jour des paramètres est la partie la plus importante. Un candidat du vecteur des paramètres est généré selon une loi aléatoire. Ce candidat est soit accepté comme la nouvelle solution soit refusé. Le choix est basé sur un critère d'acceptation de Metropolis. L'amélioration itérative des paramètres nécessite trois vecteurs de paramètres :

(I) Le vecteur de paramètres initiaux $\check{\boldsymbol{\theta}}^{[i]}$

(II) Le vecteur de paramètres mémorisé jusqu'à l'itération p : $\hat{\boldsymbol{\theta}}^{[i,p]}$

(III) Le vecteur de paramètres généré à l'itération p : $\tilde{\boldsymbol{\theta}}^{[i,p]}$

Ces trois vecteurs ont la même dimension mais ils interviennent différemment dans l'algorithme. Les paramètres initiaux sont utilisés uniquement dans la première itération. Les deux autres vecteurs de paramètres $\hat{\boldsymbol{\theta}}^{[i,p]}$, $\tilde{\boldsymbol{\theta}}^{[i,p]}$ évoluent à chaque itération p du recuit simulé.

Dans la figure 4.13, nous présentons l'algorithme du recuit simulé. Les démarches complètes seront détaillées dans les paragraphes suivants. En particulier, l'initialisation des paramètres (*c.f.* paragraphe 4.2.2.1), la mise à jour des paramètres du modèle (*c.f.* paragraphe 4.2.2.2), la diminution des variances de la génération des candidats (*c.f.* paragraphe 4.2.2.3) et la diminution de la température (*c.f.* paragraphe 4.2.2.4).

4.2.2.1 Paramètres et réglages initiaux

Paramètres initiaux du modèle local L'optimisation par le recuit simulé est une amélioration progressive des paramètres du modèle local. Avec un schéma itératif et un échantillonnage aléatoire des paramètres, l'algorithme est capable de rejeter une mauvaise solution et donc ne dépend pas fortement de l'initialisation des paramètres. Néanmoins, une bonne estimation peut contribuer à une convergence plus rapide vers les paramètres optimaux.

Les paramètres initiaux du modèle local sont obtenus lors de la segmentation du signal à partir des modulations initialisées (*c.f.* paragraphes 4.1.4.1, 4.1.4.2 et 4.1.4.1).

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}^{[i,0]} = \check{\boldsymbol{\theta}}^{[i]} \tag{4.36}$$

L'ensemble des paramètres initiaux $\check{\boldsymbol{\theta}}^{[i]}$ contient les paramètres de toutes les composantes :

$$\check{\boldsymbol{\theta}}^{[i]} = \{\check{\boldsymbol{\theta}}_k^{[i]}\}, \text{pour } k = 1, \ldots, K \tag{4.37}$$

où $\check{\boldsymbol{\theta}}_k^{[i]}$ est le vecteur des paramètres initiaux de la composante k sur le segment i, défini dans (2.87) et contenant notamment les paramètres de la fonction d'indicatrice $\check{\boldsymbol{\theta}}_{k,I}^{[i]}$, d'amplitude $\check{\boldsymbol{\theta}}_{k,A}^{[i]}$ et de fréquence $\check{\boldsymbol{\theta}}_{k,F}^{[i]}, \phi_k^{[i]}$:

$$\check{\boldsymbol{\theta}}_k^{[i]} = [\check{\boldsymbol{\theta}}_{k,I}^{[i]}, \check{\boldsymbol{\theta}}_{k,A}^{[i]}, \check{\boldsymbol{\theta}}_{k,F}^{[i]}, \check{\phi}_k^{[i]}] \tag{4.38}$$

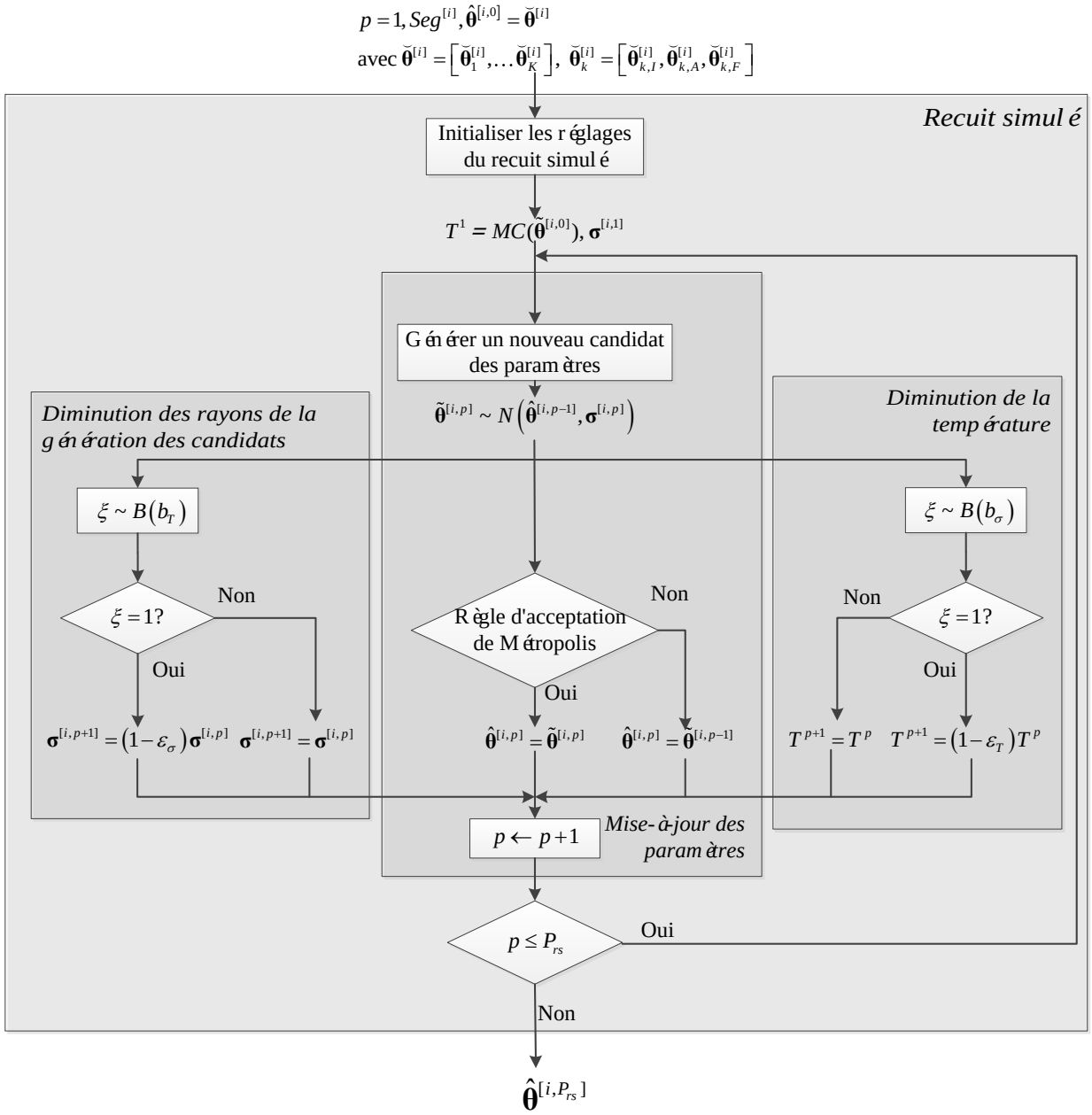


FIGURE 4.13 – L'organigramme du recuit simulé sur un segment i. Commençant par les paramètres intiaux $\breve{\boldsymbol{\theta}}^{[i]}$, l'algorithme fait évoluer les paramètres dans $p = P_{rs}$ itérations et sort au final les paramètres estimés $\hat{\boldsymbol{\theta}}^{[i,P_{rs}]}$. Dans chaque itération, il y a trois sous-étapes principales : la mise-à-jour des paramètres du modèle, la diminution des variances de la génération des candidats, la diminution de la température.

En détail, les paramètres initiaux de chaque composante sont :

$$\check{\boldsymbol{\theta}}_{k,I}^{[i]} = [\check{n}_{k+}^{[i]}, \check{n}_{k-}^{[i]}] \tag{4.39}$$

$$\check{\boldsymbol{\theta}}_{k,F}^{[i]} = [\check{\eta}_{k,1}^{[i]}, \ldots, \check{\eta}_{k,m_{k,\eta}^{[i]}}^{[i]}] \tag{4.40}$$

$$\check{\phi}_{k}^{[i]} = 0 \tag{4.41}$$

$$\check{\boldsymbol{\theta}}_{k,A}^{[i]} = \begin{cases} [\check{\rho}_{k,0}^{[i]}, \ldots, \check{\rho}_{k,m_{k,\rho}^{[i]}}^{[i]}] & \text{pour le modèle à amplitude polynomiale} \\ \check{\Lambda}_{k}^{[i]}, \check{\alpha}_{k,0}^{[i]}, \ldots, \check{\alpha}_{k,m_{k,\alpha}^{[i]}}^{[i]} & \text{pour le modèle à amplitude amortie} \end{cases} \tag{4.42}$$

Les ordres des polynômes concernant l'approximation de la fréquence $\check{M}_{k,\eta}^{[i]}$, de l'amplitude $\check{M}_{k,\rho}^{[i]}$ et de la fonction indicatrice $\check{M}_{k,\alpha}^{[i]}$ sont également initialisés dans l'étape de la segmentation, et sont ensuite invariants pendant la modélisation locale.

Réglages initiaux du recuit simulé Dans l'algorithme de recuit simulé, les réglages de l'algorithme évoluent aussi au cours des itérations. Il est nécessaire de fixer *a priori* les réglages initiaux de l'algorithme, notamment la température initiale T^1 et les variances pour la génération des candidats des paramètres $\boldsymbol{\delta}^{[i,p]}$.

Température initiale La température initiale est celle qui intervient à la première itération $p = 1$. Elle est équivalente à la fonction d'objectif sous les paramètres initiaux $\check{\boldsymbol{\theta}}^{[i]}$:

$$T^1 = T^p|_{p=1} = MC(\check{\boldsymbol{\theta}}^{[i]}) \tag{4.43}$$

Variances initiales pour la génération des candidats Dans le recuit simulé, les nouveaux paramètres sont générés selon une loi gaussienne. Lors la première itération du recuit simulé, il est nécessaire de fixer une variance initiale pour la génération de chaque paramètre. Les variances initiales associées à tous les paramètres s'écrivent comme un ensemble $\check{\boldsymbol{\sigma}}^{[i]}$:

$$\check{\boldsymbol{\sigma}}^{[i]} = \boldsymbol{\sigma}^{[i,1]} \tag{4.44}$$

Les variances initiales de chaque composante k sur chaque segment i sont maintenant détaillés dans le tableau 4.3.

Dans ce tableau, $\mu^{[i]}$ est le centre du segment i, le coefficient $\beta_m^{[i]}$ correspond au maximum du polynôme orthonormal $g_m[n]$ à l'ordre m (*c.f.* Annexe A.5 dans [Jabloun 2007b]).

4.2.2.2 Mise à jour des paramètres au cours des itérations

Le recuit simulé dépend d'une configuration appropriée. Les deux étapes principales du recuit simulé sont décrites dans ce paragraphe. D'abord, un candidat des paramètres est généré

TABLE 4.3 – Variances initiales pour la génération des candidats de chaque composante k

Fréquence ($\{\check{\sigma}_{k,m}^{[i,\eta]}\}$)		$\check{\sigma}_{k,m}^{[i,\eta]} = \frac{1}{2}\beta_m^{[i]}, m = 0, \ldots, m_{k,\eta}^{[i]}$
Phase initiale ($\check{\sigma}_k^{[i,\phi]}$)		$\check{\sigma}_k^{[i,\phi]} = \pi$
Amplitude	modèle à amplitude polynomiale ($\{\check{\sigma}_{k,m}^{[i,\rho]}\}$)	$\check{\sigma}_{k,m}^{[i,\eta]} = \max_{n \in Seg^{[i]}} (\hat{A}_k[n])\beta_m^{[i]}$
	modèle à amplitude amortie ($\{\check{\sigma}_{k,m}^{[i,\alpha]}\}, \check{\sigma}_k^{[i,\Lambda]}$)	$\check{\sigma}_{k,m}^{[i,\alpha]} = log\frac{\max_{n \in Seg^{[i]}}(\hat{A}_k[n])}{\min_{n \in Seg^{[i]}}(\hat{A}_k[n])}\beta_m^{[i]}$ $\check{\sigma}_k^{[i,\Lambda]} = \hat{A}_k[\mu^{[i]}]$

avec une loi gaussienne. Il est donc important d'explorer l'espace de paramètres. Ensuite, le choix du critère déterminant l'acceptation du candidat est fondamental pour une bonne convergence de l'algorithme.

Échantillonnage de la fonction d'objectif À chaque itération p du recuit simulé, l'algorithme génère un nouvel échantillon $\tilde{\boldsymbol{\theta}}^{[i,p]}$ dans l'espace de paramètres. La recherche de la solution est dans un espace de variables à valeurs continues. Par conséquent, le candidat est généré au voisinage de la solution courante. Dans l'ensemble de paramètres $\tilde{\boldsymbol{\theta}}^{[i,p]}$, chaque paramètre m, noté $\tilde{\theta}_m^{[i,p]}$ est tiré selon une loi Gaussienne centrée sur la solution courante et d'une variance $\left(\delta_m^{[i,p-1]}\right)^2$:

$$\tilde{\theta}_m^{[i,p]} = \mathcal{N}\left(\hat{\theta}_m^{[i,p-1]}, \left(\delta_m^{[i,p-1]}\right)^2\right) \tag{4.45}$$

où $\tilde{\theta}_m^{[i,p]}$ est un élément dans le vecteur des paramètres échantillonnés $\tilde{\boldsymbol{\theta}}^{[i,p]}$. Comme illustré dans la figure 4.14, l'échantillonnage de la fonction d'objectif est réalisé en générant les candidats des paramètres.

À chaque échantillonnage, un candidat $\tilde{\theta}^{[i,p]}$ est généré à partir d'une solution courante. Le candidat est soit accepté soit refusé selon un critère d'acceptation. Selon le résulat de la vérification du critère, l'ensemble de paramètres mémorisé $\hat{\theta}^{[i,p]}$ correspond soit au candidat accepté soit à celui mémorisé à l'itération précédente. Les paramètres modifiés de cette manière convergent finalement vers la solution optimale de l'algorithme.

Contraintes sur la génération des candidats En relation avec la physique sous-jacente, la génération des candidats est soumise à plusieurs contraintes, telles que la positivité des fonctions de modulation, les bornes des morts et naissances, et la borne de la phase initiale. À chaque itération p et pour chaque composante k sur chaque segment i, les contraintes des candidats générés sont :

1. Positivité de l'amplitude : l'amplitude $\tilde{A}_k^{[i,p]}[n]$ définie selon (2.73) par les paramètres générés $\{\tilde{\rho}_{k,m}^{[i,p]}\}$, $m = 0, \ldots, \check{M}_{k,\rho}^{[i]}$ est strictement positive :

$$\tilde{A}_k^{[i,p]}[n] > 0, n \in Seg^{[i]} \tag{4.46}$$

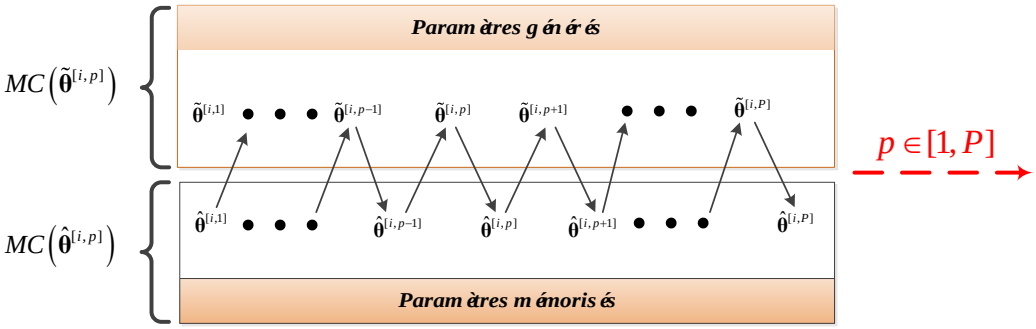


FIGURE 4.14 – Échantillonnage de la fonction d'objectif par la génération des candidats des paramètres. Cet échantillonnge à chaque itération p est réalisé avec deux ensembles de paramètres, celui généré $\tilde{\theta}_m^{[i,p]}$ et celui mémorisé $\hat{\theta}_m^{[i,p-1]}$. Les paramètres générés sont tirés à partir des paramètres mémorisés à l'itération précédente $(p-1)$ selon une loi Gaussienne, et les paramètres mémorisés sont mis à jour avec ceux générés par un critère d'acceptation de Metropolis.

2. Positivité de la fréquence : la fréquence $\tilde{F}_k^{[i,p]}[n]$ définie selon (2.73) par les paramètres générés $\{\tilde{\eta}_{k,m}^{[i,p]}\}$, $m = 0, \ldots, \check{M}_{k,\eta}^{[i]}$ est strictement positive et bornée :

$$0 < \tilde{F}_k^{[i,p]}[n] < \frac{F_e}{2}, n \in Seg^{[i]} \tag{4.47}$$

3. Les paramètres de morts et naissances $\tilde{n}_{k+}^{[i,p]}, \tilde{n}_{k-}^{[i,p]}$ sont bornées entre $[n_0^{[i]} - 1, n_1^{[i]} + 1]$
4. La phase initiale est soumise à $-\pi < \tilde{\phi}_k^{[i,p]} < \pi$

Mise à jour des paramètres par une règle de Métropolis À chaque itération p, dès qu'on obtient un candidat des paramètres générés, il est nécessaire de décider s'il faut mettre à jour les paramètres mémorisés. La règle de Metropolis [Metropolis 1953] prédit que dans un système thermique possédant une énergie E, la possibilité d'atteindre l'équilibre thermodynamique est proportionnelle au facteur de Boltzman $e^{-\frac{E}{K_b T}}$, avec K_b la constante de Boltzman et T la température du système. Dans l'algorithme de recuit simulé [Kirkpatrick 1983], cette règle a été utilisée pour déterminer l'acceptation des candidats. Les paramètres générés sont assimilés à des particules et la fonction d'objectif est assimilée à l'énergie du système. Pour notre problème, la règle d'acceptation est définie comme suit :

1. Générer une variable aléatoire u selon une loi uniforme $U[0, 1]$.
2. Calculer la variation de la fonction d'objectif :

$$\Delta = MC(\tilde{\boldsymbol{\theta}}^{[i,p]}) - MC(\hat{\boldsymbol{\theta}}^{[i,p-1]}) \tag{4.48}$$

où $\tilde{\boldsymbol{\theta}}^{[i,p]}$ est l'ensemble des paramètres générés à l'itération p, $\hat{\boldsymbol{\theta}}^{[i,p-1]}$ est l'ensemble des paramètres mémorisé à l'itération $p-1$.

3. Si $u \leq e^{-\frac{\Delta}{T}}$ avec T la température, mettre à jour les paramètres mémorisés :

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}^{[i,p]} = \tilde{\boldsymbol{\theta}}^{[i,p]} \tag{4.49}$$

Sinon, conserver les paramètres mémorisés précédemment et rejeter le candidat :

$$\hat{\boldsymbol{\theta}}^{[i,p]} = \hat{\boldsymbol{\theta}}^{[i,p-1]} \tag{4.50}$$

Ainsi, l'acceptation des candidats est réalisée automatiquement. Un candidat qui baisse la fonction objectif est sûrement accepté, alors que celui qui augmente la fonction d'objectif sera accepté avec une possibilité contrôlée par la température T. Cette température est une variable critique pour la mise à jour des paramètres.

Avec une température relativement élevée, le facteur $e^{-\frac{\Delta}{T}} \approx 1$, l'algorithme a tendance à accepter presque tous les paramètres générés même si la fonction d'objectif augmente. Dans ce cas, la recherche des paramètres est similaire à une marche aléatoire dans l'espace de paramètres, et l'algorithme a une très forte capacité à sortir des maxima locaux. Lorsque la température est faible, le facteur $e^{-\frac{\Delta}{T}}$ est proche de zéro, l'algorithme va accepter très peu de paramètres qui font augmenter la fonction d'objectif. De cette manière, l'acceptation de paramètres est strictement restreinte à un maximum local, qui correspond souvent au maximum global. Un exemple d'évolution de la fonction d'objectif $MV(\hat{\boldsymbol{\theta}}^{[i,p]})$ est représenté dans la figure 4.15. La convergence de la fonction est atteinte à la fin du processus dans toutes les réalisations.

4.2.2.3 Variances pour la génération de candidat

La variance $\left(\delta_m^{[i,p]}\right)^2$ est la seule variable qui contrôle le rayon du saut lors de la génération du m-ième paramètre noté $\tilde{\theta}_m^{[i,p]}$. Les variances des paramètres de chaque composante forment un vecteur de même dimension du vecteur de paramètres, les variances de paramètres pour toutes les composantes forment donc un ensemble :

$$\boldsymbol{\delta}^{[i,p]} = \{\delta_m^{[i,p]}\} \tag{4.51}$$

où $\delta_m^{[i,p]}$ est la variance associée au paramètre $\theta_m^{[i]}$ dans l'itération p. Pour chaque paramètre, une grande variance permet d'explorer un grand rayon de recherche, et en revanche, une petite variance restreint la recherche dans un petit voisinage. En général, la solution mémorisée s'approche de la solution finale au cours des itérations. Nous préférons alors une grande variance au début de l'algorithme pour échantillonner les paramètres dans un grand domaine et pour pouvoir sauter les maxima locaux plus facilement. Dès que la solution courante est assez proche de la valeur optimale, cette valeur doit être diminuée afin d'assurer la convergence.

En conséquence, un processus pour diminuer graduellement les variances est nécessaire. La diminution des variances commence par les variances initiales définies dans la première itération, noté $\boldsymbol{\delta}^{[i,1]}$. Au lieu de diminuer la variance de façon systématique, des instants de diminution sont sélectionnés d'une manière aléatoire, comme dans [Jabloun 2007b] :

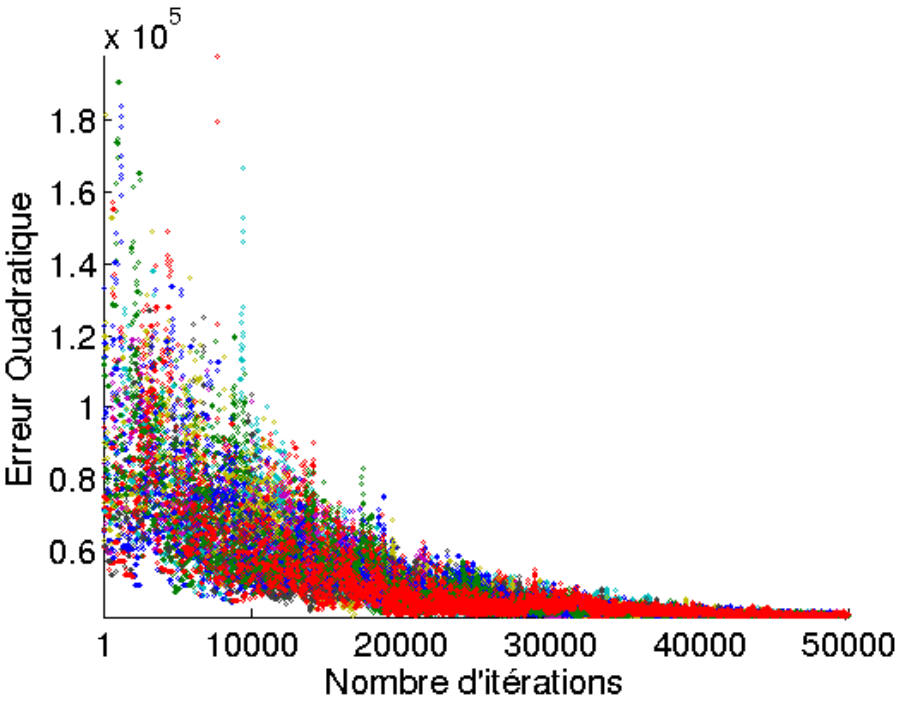


FIGURE 4.15 – Évolution de la fonction d'objectif (erreur quadratique moyenne de la composante $k = 1$ sur le segment $n = 491, \ldots, 541$ en utilisant le modèle local à amplitude polynomiale (*c.f.* (2.73)) au cours de 50000 itérations du recuit simulé. Les 10 différentes couleurs indiquent les 10 réalisations du recuit simulé.

1. Générer $\xi \sim \mathcal{B}(b_\sigma)$, où $\mathcal{B}(b_\sigma)$ est une loi de Bernoulli de paramètre fixé empiriquement à $b_\sigma = 0.01$.
2. Si $\xi = 1$, diminuer la variance $\left(\delta_m^{[i,p]}\right)^2 = (1 - \varepsilon_\delta)\left(\delta_m^{[i,p-1]}\right)^2$, avec une vitesse de décroissance $\varepsilon_\delta = 0.01$. Sinon, la variance est équivalente à celle de l'itération précédente $\left(\delta_m^{[i,p]}\right)^2 = \left(\delta_m^{[i,p-1]}\right)^2$.

La génération des candidats avec une variance réduite dans les itérations est illustrée dans la figure 4.16 sur un seul paramètre. Dans cette figure, l'impact de la décroissance de la variance est évident. Lorsque la variance est grande, les candidats sont générés dans un rayon assez large, et ensuite, la génération de candidats est concentrée sur une valeur proche de la solution finale.

4.2.2.4 Décroissance de la température

En général, la température décroît au fil des itérations pour faciliter l'acceptation des candidats au début de l'algorithme, puis la convergence vers la solution optimale. La vitesse de décroissance est critique pour une estimation réussie. Grâce à une bonne initialisation des paramètres, le processus évolutif du recuit simulé ne dépend pas fortement d'un réglage bien

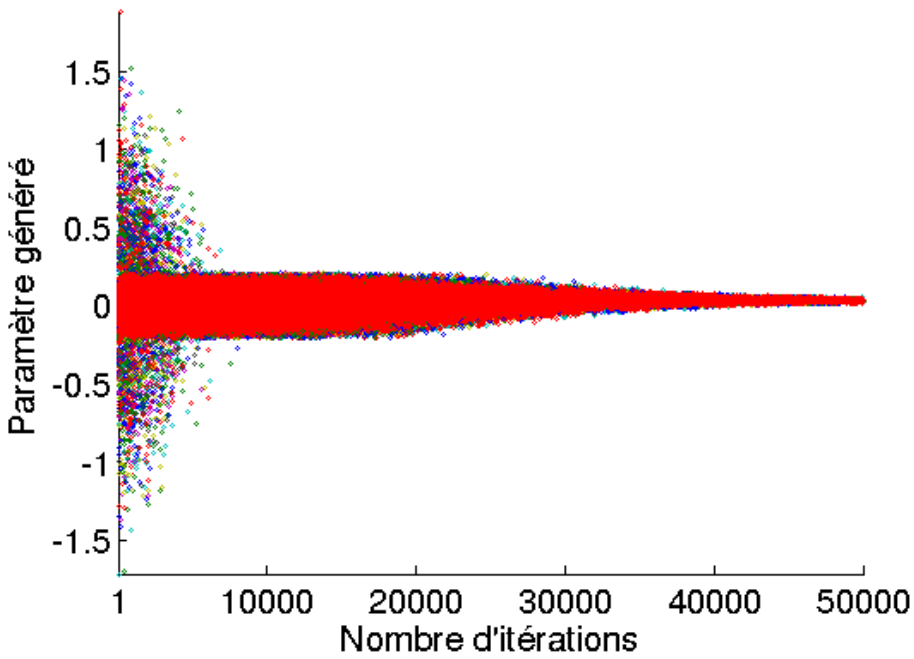


FIGURE 4.16 – Les candidats du paramètre $\tilde{\sigma}_{1,2}^{[2,\eta]}$ générés pendant 50000 itérations du recuit simulé. $\check{\sigma}_{1,2}^{[i,\eta]}$ est le paramètre du polynôme orthonormal à l'ordre 2 de fréquence de la composante $k = 1$ sur $Seg^{[2]} = 491, \ldots, 541$. Les 10 couleurs indiquent les 10 différentes réalisations du recuit simulé.

choisi. Nous choisissons de baisser la température comme suit :

1. Générer $\xi \sim \mathcal{B}(b_T)$, où $\mathcal{B}(b_T)$ est une loi de Bernoulli de paramètre fixé empiriquement à $b_T = 0.01$.
2. Si $\xi = 1$, diminuer la température $T^p = (1 - \varepsilon_T)T^{p-1}$, où la vitesse de décroissance $\varepsilon_T = 0.01$. Sinon, la variance est équivalente à celle de l'itération précédente $T^p = T^{p-1}$.

Dans la figure 4.17, la diminution de la température est illustrée. Dans la figure 4.18, on montre la fonction d'objectif par rapport aux différentes valeurs de la température.

4.2.3 Performances de la modélisation locale

Dans ce paragraphe, nous présentons quelques exemples pour mettre en lumière la qualité de la modélisation sur des signaux simulés et réels. Au lieu d'étudier les performances de l'algorithme sur la durée totale du signal, nous nous intéressons plutôt à évaluer la qualité de lamodélisation sur chaque segment. De plus, la modélisation locale s'applique sur des segments prélevés lors de l'étape de segmentation. Les exemples présentées dans ce paragraphe sont basés sur les résultats de la segmentation du paragraphe 4.1.5.

Pour le signal réel, nous présentons d'abord des fonctions de modulation et des morts

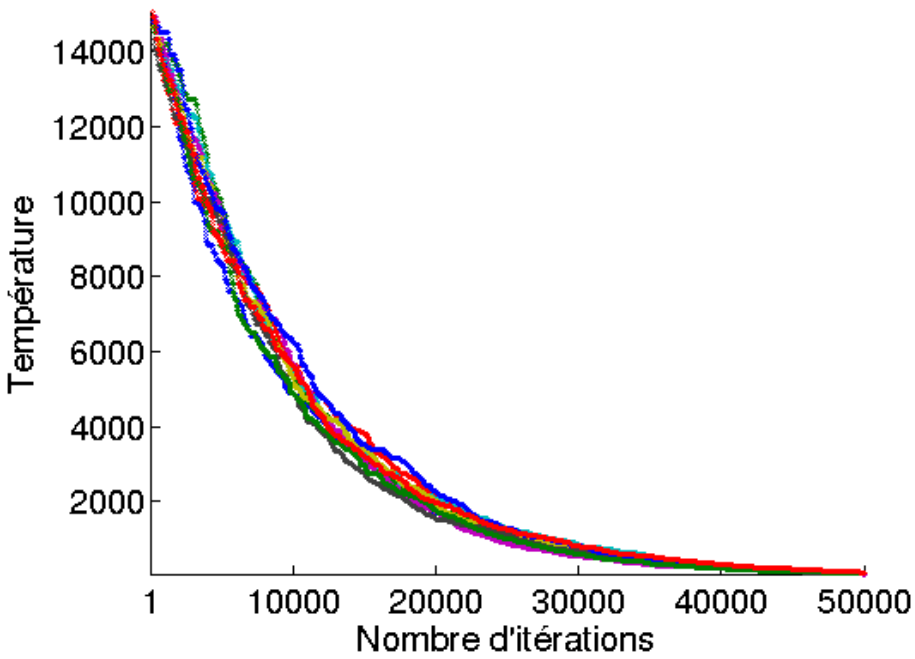


FIGURE 4.17 – L'évolution de la température du recuit simulé T^p par rapport au nombre d'itérations p. Le recuit simulé est appliqué sur le segment $Seg^{[2]} = 491, \ldots, 541$. Les 10 couleurs indiquent les 10 différentes réalisations du recuit simulé.

et naissances estimées par la modélisation locale sur des segments particuliers. Ensuite nous faisons l'analyse de ces estimations sur la durée totale du signal avec 10 réalisations. Les performances de la modélisation sont évaluées par le calcul des erreurs de modélisation sur chaque segment. Nous considérons 3 types d'erreurs : celles sur la reconstruction du signal, celles sur la reconstruction des modulations et celles sur l'estimation des instants des morts et naissances.

En effet, les vraies modulations des signaux réels sont inconnues, il est donc impossible d'évaluer l'erreur de l'estimation des modulations ou les morts et naissances comme pour les signaux simulés. La qualité de la modélisation dans ce cas est plutôt évaluée par l'erreur de reconstruction du signal.

4.2.3.1 Analyse des performances sur des signaux simulés

Exemple d'estimation des modulations Une modélisation locale est appliquée sur le deuxième segment prélevé sur le signal de la figure 4.2, défini comme :

$$Seg^{[2]} = [491, 541] \tag{4.52}$$

Le signal est simulé avec les fonctions de modulation présentées dans la figure 3.20, et la modélisation est mise en œuvre à l'aide des fonctions de modulation initialisées dans la figure

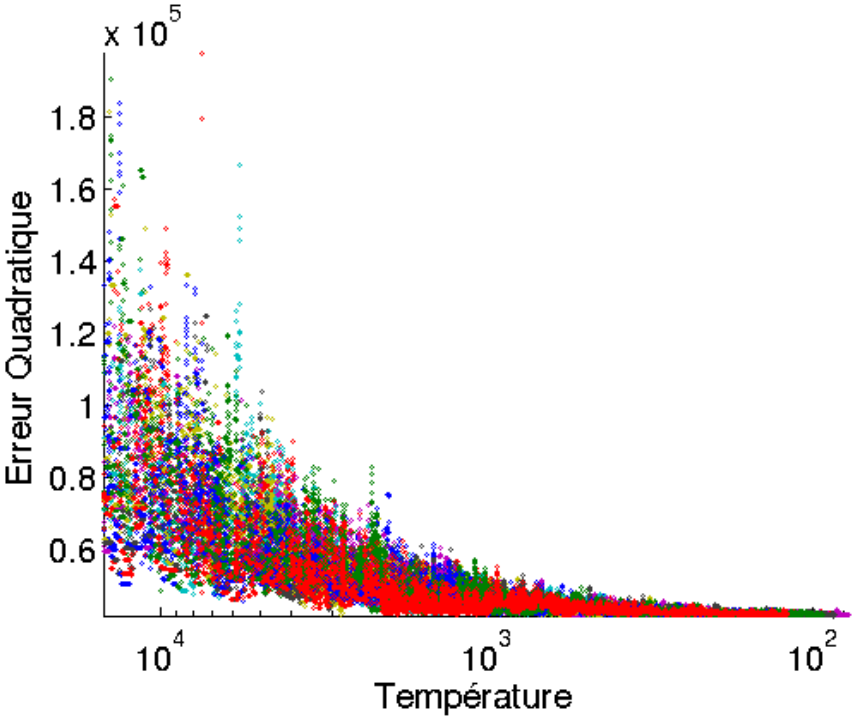


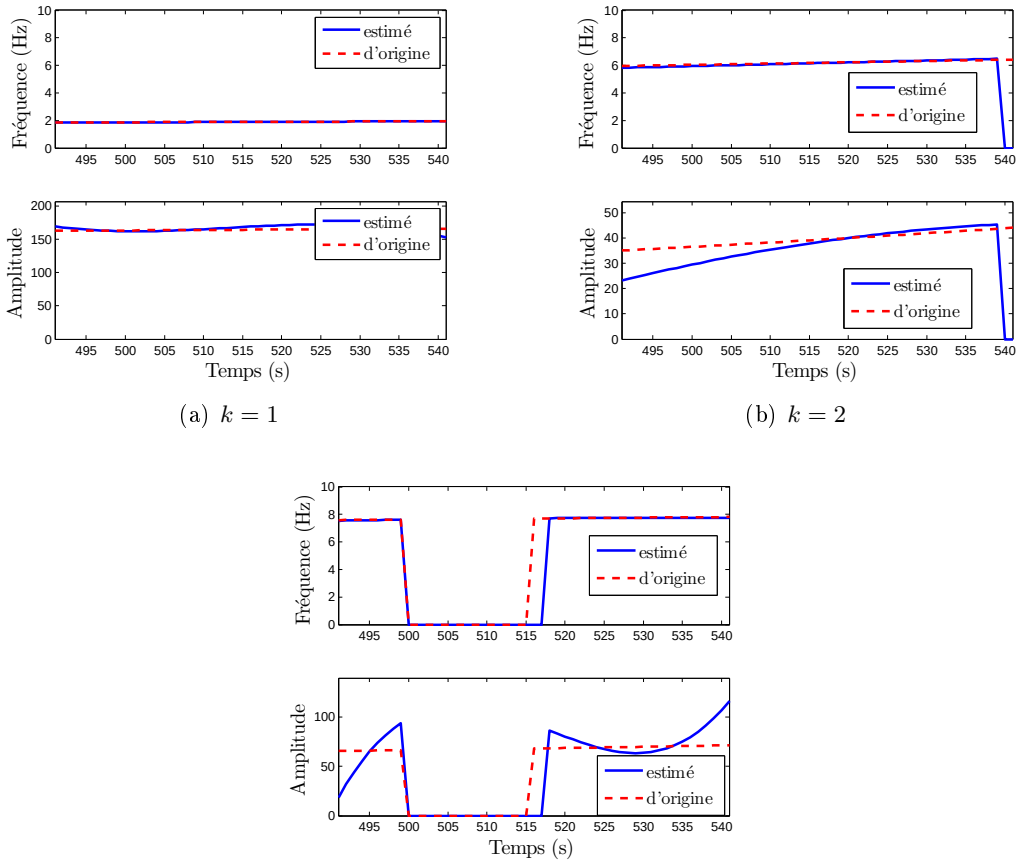
FIGURE 4.18 – Échantillons de la fonction d'objectif par rapport à la température du recuit simulé. Le recuit simulé est appliqué sur le segment $Seg^{[2]} = 491, \ldots, 541$. Les 10 couleurs indiquent les 10 différentes réalisations du recuit simulé. Il n'existe pas de lien direct entre les échantillons de la fonction d'objectif et la température, mais une bonne convergence de l'algorithme doit assurer que les échantillons de la fonction d'objectif soient concentrés au minimum global lorsque la température est faible.

3.22. Les trois modulations obtenues sont présentées dans la figure 4.19.

Les modulations estimées par l'algorithme proposée coïncident bien avec celles d'origine. Les erreurs importantes, telles que celles de l'estimation d'amplitude, ainsi que les fausses morts qui apparaissent aux bords du segment pour $k = 2$ et $k = 3$ seront corrigées lors de l'étape de fusion. Avec ces résultats, le résidu final de la modélisation locale $\hat{s}^{[i]}[n] - s^{[i]}[n]$ est très faible, ce qui indique que les modulations sont correctement estimées, comme on le montre dans la figure 4.20.

Dans la figure 4.21, la répartition d'erreur de la modélisation est illustrée par le spectrogramme de l'erreur entre le signal global et le signal reconstruit par le modèle local sur $Seg^{[2]} = [491, 541]$. Les 3 composantes sont bien prélevées et la distribution du résidu est faible sur ce plan temps-fréquence.

Exemple de l'estimation des morts et naissances L'estimation des morts et naissances est l'objectif principal dans la modélisation locale, car le biais temporel de l'estimation attribué à l'effet de fenêtrage est inévitable dans la méthode d'initialisation. Grâce à l'uti-



(a) $k = 1$ (b) $k = 2$

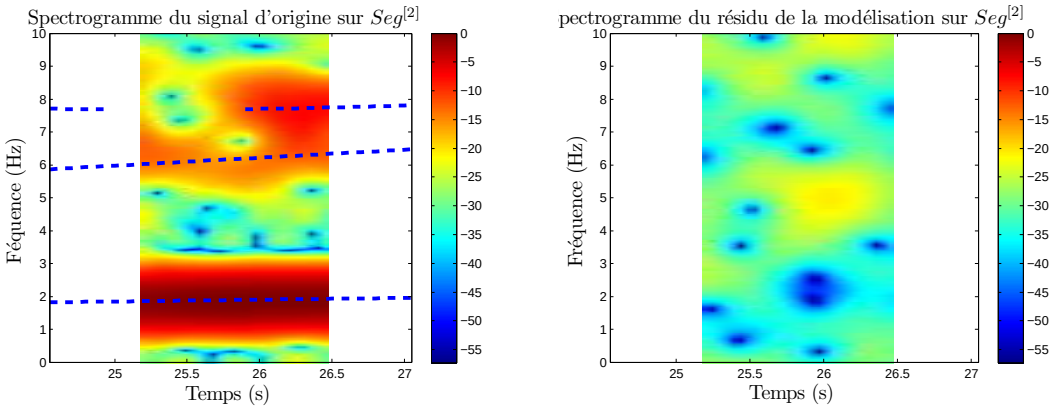
(c) $k = 3$

FIGURE 4.19 – Modulations de fréquence et d'amplitude du signal simulé de la figure 3.20, estimées par la modélisation sur le segment $Seg^{[2]} = [491, 541]$, à l'aide des modulations initialisées dans la figure 3.21(a) par la méthode d'initialisation avec la *Conf.1*

lisation d'un modèle définissant directement la mort et naissance d'une composante, nous obtenons alors une estimation plus précise des morts et naissances.

Dans la figure 4.22, nous montrons l'estimation de la mort et naissance de la composante $k = 1$ du signal simulé de la figure 3.21. D'après les segments obtenus dans la figure 4.7 par la méthode de segmentation proposée, la composante est morte dans le segment $i = 13$ à $n = 300$ et est née dans le segment $i = 14$ à $n = 450$.

Performances de l'estimation de morts et naissances Le délai moyen de mort et naissance initialisée dans la figure 3.21 est dans l'ordre de 5-6 points. Ce délai est éliminé complètement par la modélisation locale dans toutes les réalisations. L'estimation de la fréquence sur ces deux segments est aussi très proche de la fréquence d'origine de la composante. L'estimation de toutes les morts et naissances de ce signal est présentée dans le tableau 4.4.



(a) Spectrogramme du signal d'origine (b) Spectrogramme du résidu de modélisation

FIGURE 4.20 – Spectrogramme du signal simulé d'origine (*c.f.* figure 3.21) sur le segment $Seg^{[2]} = [491, 541]$ et du résidu de modélisation locale par l'approche proposée avec le modèle à amplitude polynomiale (2.73). Les 3 traits correspondent aux trajectoires fréquentielles des 3 composantes estimées par la modélisation locale.

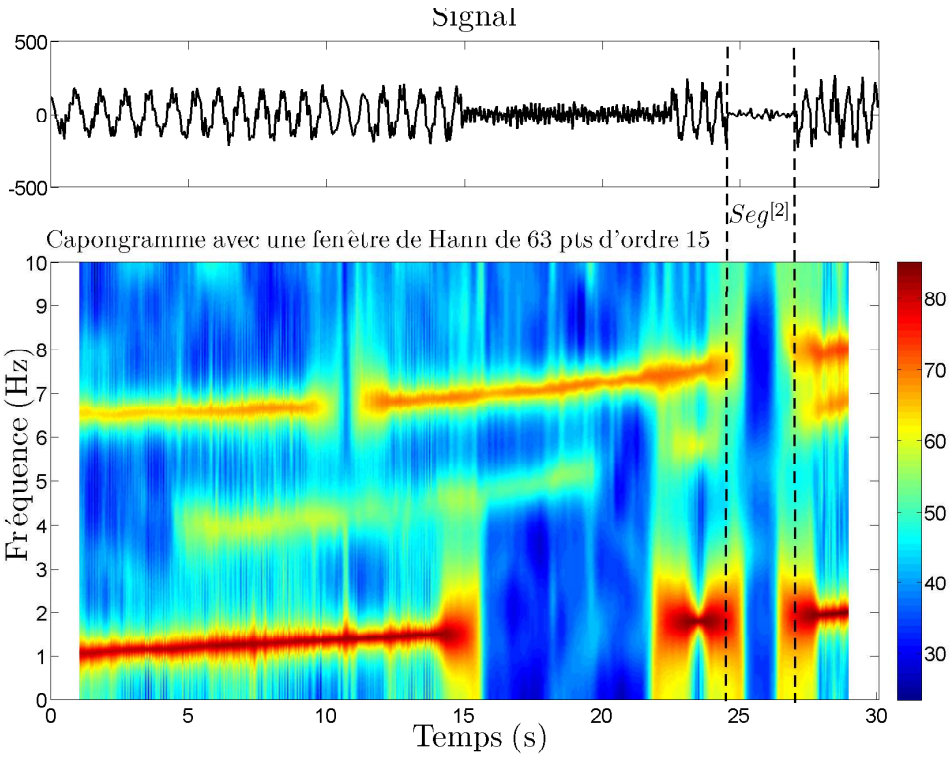
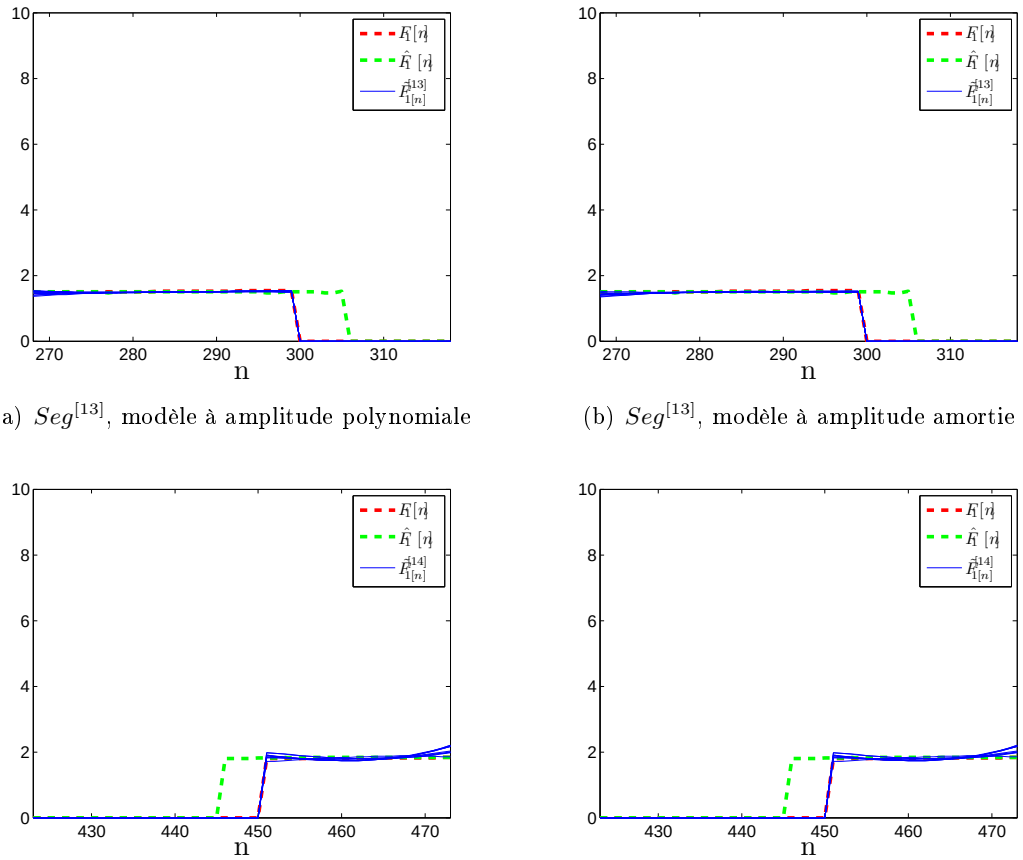


FIGURE 4.21 – Spectrogramme du signal simulé (*c.f.* figure 3.21) en supprimant les 3 composantes estimées sur le segment $n = 491, \ldots, 541$ par la modélisation locale. Les résultats de la modélisation sur ce segment sont illustrés dans la figure 4.20.

Les résultats présentés dans ce tableau sont obtenus à partir des 10 réalisations de l'algorithme. Les morts et naissances estimées par les deux modèles locaux correspondent bien à



(a) $Seg^{[13]}$, modèle à amplitude polynomiale

(b) $Seg^{[13]}$, modèle à amplitude amortie

(c) $Seg^{[14]}$, modèle à amplitude polynomiale

(d) $Seg^{[14]}$, modèle à amplitude amortie

FIGURE 4.22 – Estimation de la mort, de la naissance et de la fréquence de la composante $k = 1$ du signal simulé dans la figure 3.21 par la modélisation locale. Les 10 traits bleus correspondent au dix réalisations de la modélisation. Le trait rouge correspond à la fréquence d'origine et le trait vert correspond à la fréquence initialisée dans la figure 3.16.

celles d'origine. Il n'y a pas de différence importante entre les résultats obtenus avec différents modèles. En particulier, l'estimation des morts et naissances sur des composantes puissantes telles que $k = 1, 3$, ne présente aucune erreur, mais pour la composante d'amplitude faible $k = 2$, la qualité d'estimation est légèrement dégradée. En résumé, nous avons illustré sur cette simulation que les morts et naissances sont correctement estimées par une modélisation locale sans introduire de biais.

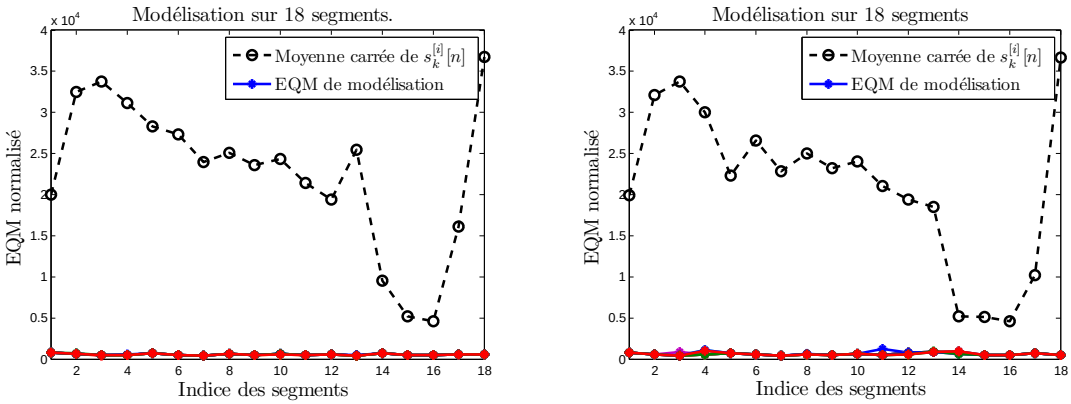
Analyse d'erreur de la reconstruction du signal Une bonne modélisation doit assurer que le résidu de la reconstruction du signal par segment soit faible. Pour évaluer le niveau du résidu de la modélisation par rapport au signal d'origine sur chaque segment, nous calculons l'erreur quadratique moyenne de la modélisation sur le segment i.

Sur les segments obtenus avec $N_{init} = 51$ dans la figure 4.7(a), les erreurs de modélisation

TABLE 4.4 – Résultats d'estimation des morts et naissances du signal simulé de la figure 3.21 en utilisant les deux modèles locaux à partir du résultat de la segmentation dans la figure 4.7

Type de discontinuité			Naissances					Morts			
Instant n			100	231	450	450	516	200	300	400	500
Segment i			7	5	14	14	3	5	13	18	3
Composante k			2	3	1	2	3	3	1	2	3
Modèle à amplitude	polynomiale	moyenne	100	231	450	450	516	200	300	400	500
		écart-type	0	0	0	0.1	0	0	0	0	0
	amortie	moyenne	100	231	450	450	516	200	300	400	500
		écart-type	0	0	0	0.1	0	0	0	0	0

du signal simulé dans la figure 3.21 sont illustrées dans la figure 4.23. La modélisation par les

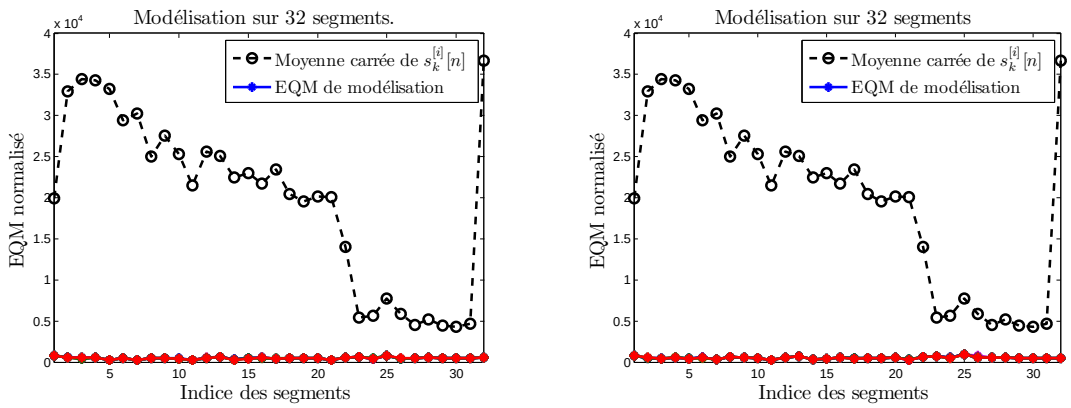


(a) Modèle à amplitude polynomiale (b) Modèle à amplitude amortie

FIGURE 4.23 – Erreurs Quadratiques Moyennes (EQMs) de la modélisation locale du signal de la figure 3.21 par deux modèles à partir du résultat de la segmentation avec $N_{init} = 51$, $\varepsilon_0 = 0.05$ et les modulations initialisées dans la figure 3.16.

deux modèles présente des niveaux d'erreur assez uniformes. Les erreurs sont inférieures de 1%, soit environ le niveau du bruit seul. Ceci indique que les modulations sont correctement estimées. Notons que dans les segments $i = 14, \ldots, 18$, la remontée de la courbe est attribuée à un faible RSB local, et elle n'indique pas une augmentation d'erreur de modélisation. Les erreurs peuvent être encore réduites en utilisant les segments plus courts, comme dans la figure 4.24.

Analyse d'erreur de modélisation de l'amplitude et de la fréquence La qualité de l'estimation de l'amplitude et de la fréquence a une influence importante sur les modulations fusionnées au final. Dans ce paragraphe, les erreurs de modélisation des modulations sont illustrées avec le signal simulé de la figure 3.21 sur chaque segment. La modélisation est



(a) Modèle à amplitude polynomiale

(b) Modèle à amplitude amortie

FIGURE 4.24 – Erreurs Quadratiques Moyennes (EQMs) de la modélisation locale du signal de la figure 3.21 par deux modèles à partir du résultat de la segmentation avec $N_{init} = 31$, $\varepsilon_0 = 0.05$ et les modulations initialisées dans la figure 3.16.

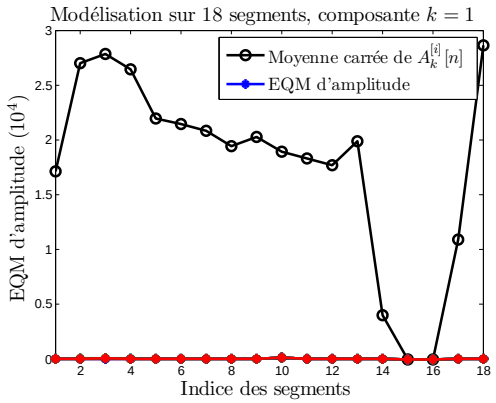
effectuée par deux types de modèle et deux valeurs de N_{init} sur les segments obtenus dans la figure 4.7(a) et à partir des modulations initialisées dans la figure 3.16.

Dans les figures 4.25 et 4.26, les courbes présentent une tendance commune : les erreurs en amplitude et en fréquence sont relatives au rapport signal à bruit. Celles obtenues sur la composante $k = 1$, dont l'amplitude est la plus importante parmi les trois composantes, sont les plus faibles. En revanche, les erreurs sur la composante $k = 2$ sont les plus élevées. Ces erreurs sont reparties assez uniformément sur tous les segments et sont assez faibles par rapport à la puissance moyenne du signal d'origine. Notons que les erreurs relativement importantes d'estimation des modulations ont très peu d'influence sur la reconstruction du signal, comme on le montre dans la figure 4.23.

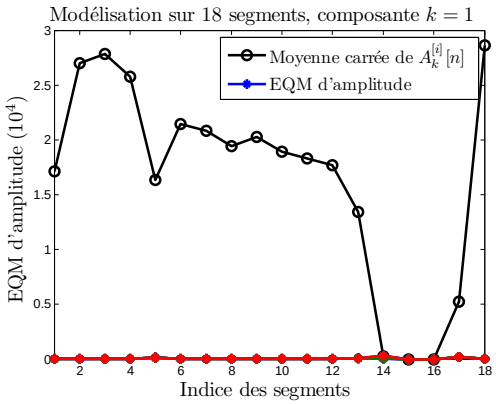
Les erreurs en fréquence sont plutôt attribuées aux erreurs d'estimation des morts et naissances. Pour chaque composante existant à chaque segment, lors de la modélisation de la fonction indicatrice, des erreurs peuvent se produire aux deux bords du segment si l'amplitude est faible. Grâce à l'étape suivante de fusion, l'erreur de l'estimation de la fonction indicatrice peut être éliminée par le résultat estimé sur un segment voisin.

Les résultats de la modélisation sur des segments obtenus avec $N_{init} = 31$ sont présentés dans les figures 4.27 et 4.28. Par rapport à ces résultats, les erreurs d'estimation des modulations sur des segments plus courts sont toujours faibles. Les erreurs obtenues pour la composante $k = 2$ sont relativement élevées par rapport à celles de la figure 4.25(c)(d) et la figure 4.26(c)(d). Ceci est dû au fait que les erreurs de l'estimation des morts et naissances aux bords des segments sont plus significatives lorsque les segments sont plus courts.

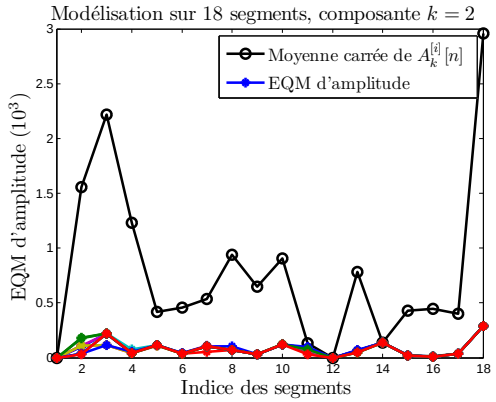
Les deux modèles locaux, celui à amplitude polynomiale et celui à amplitude amortie présentent des performances équivalentes lors de l'estimation des modulations simulées. Leurs différentes définitions de l'amplitude ne présentent pas de difficulté d'adaptabilité dans ce



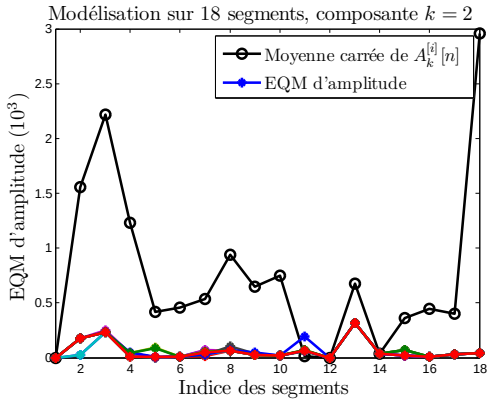
(a) $k = 1$, Modèle à amplitude polynomiale



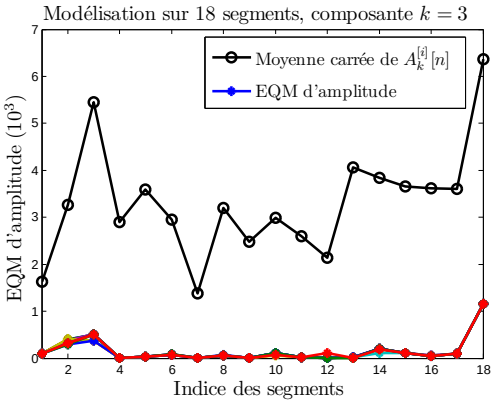
(b) $k = 1$, Modèle à amplitude amortie



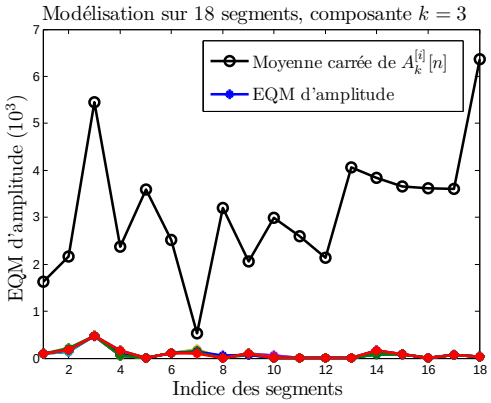
(c) $k = 2$, Modèle à amplitude polynomiale



(d) $k = 2$, Modèle à amplitude amortie



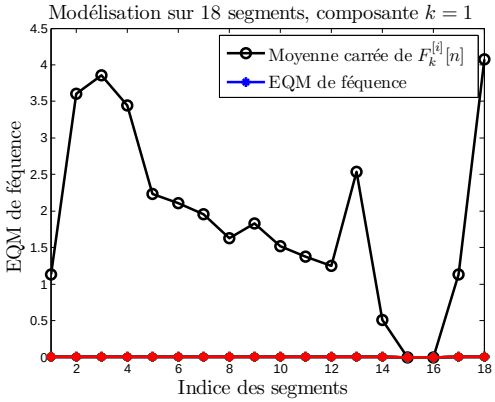
(e) $k = 3$, Modèle à amplitude polynomiale



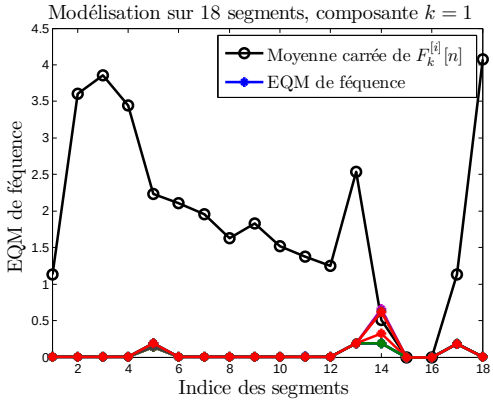
(f) $k = 3$, Modèle à amplitude amortie

FIGURE 4.25 – Erreurs Quadratiques Moyennes (EQMs) de la modélisation des modulations d'amplitude des 3 composantes sur les segments obtenus avec $N_{init} = 51$ du signal de la figure 3.21 par deux modèles à partir des modulations initialisées dans la figure 3.16.

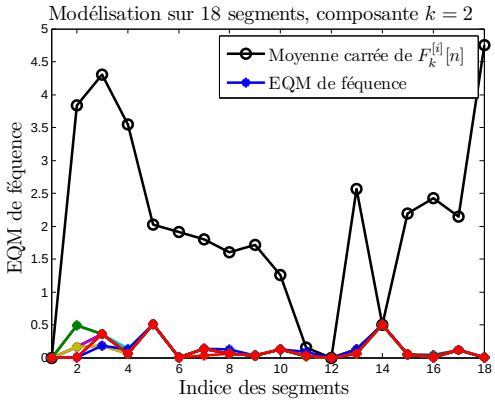
contexte de segment court.



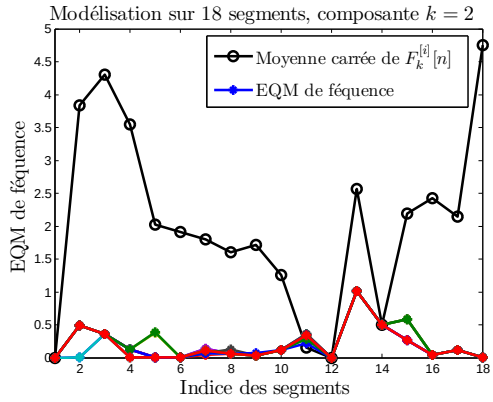
(a) $k = 1$, Modèle à amplitude polynomiale



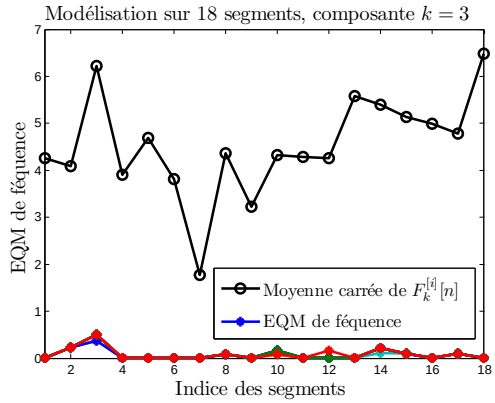
(b) $k = 1$, Modèle à amplitude amortie



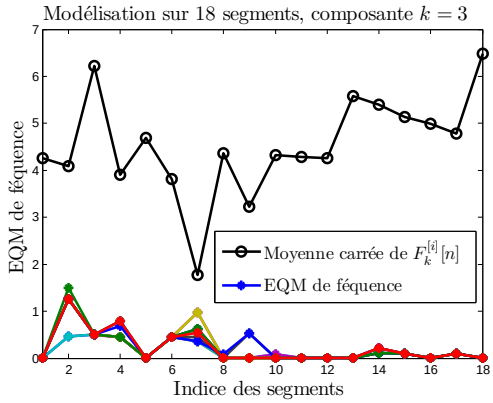
(c) $k = 2$, Modèle à amplitude polynomiale



(d) $k = 2$, Modèle à amplitude amortie



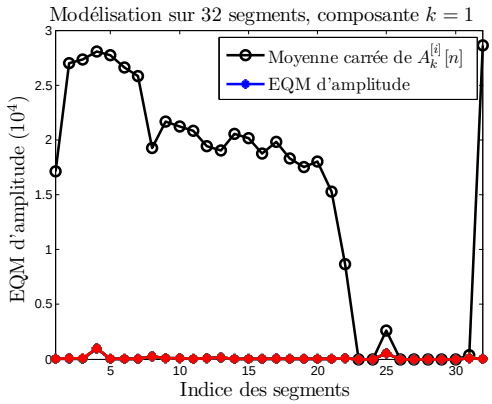
(e) $k = 3$, Modèle à amplitude polynomiale



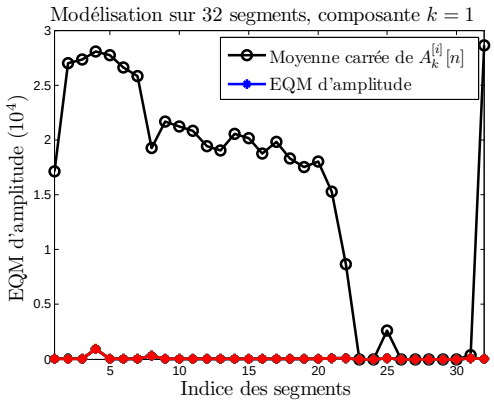
(f) $k = 3$, Modèle à amplitude amortie

FIGURE 4.26 – Erreurs Quadratiques Moyennes (EQMs) de la modélisation des modulations de fréquence des 3 composantes sur les segments obtenus avec $N_{init} = 51$ du signal de la figure 3.21 par deux modèles à partir des modulations initialisées dans la figure 3.16.

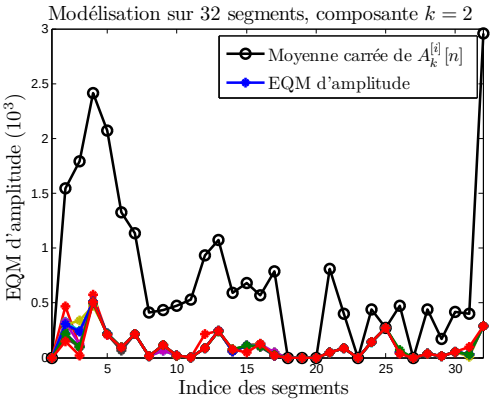
En général, les erreurs de modélisation sont faibles pour une composante de forte amplitude. La composante $k = 1$ ayant l'amplitude la plus élevée présente des niveaux d'erreur



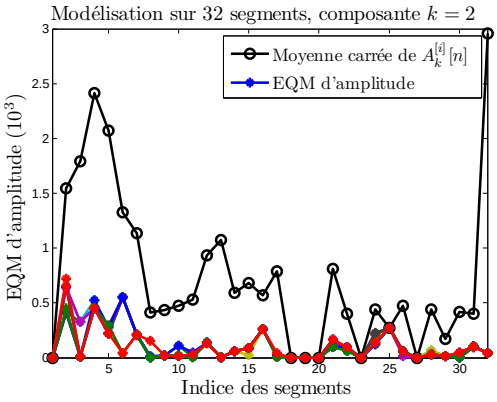
(a) $k = 1$, modèle à amplitude polynomiale



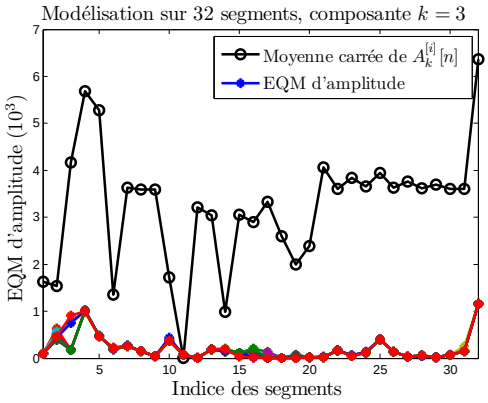
(b) $k = 1$, modèle à amplitude amortie



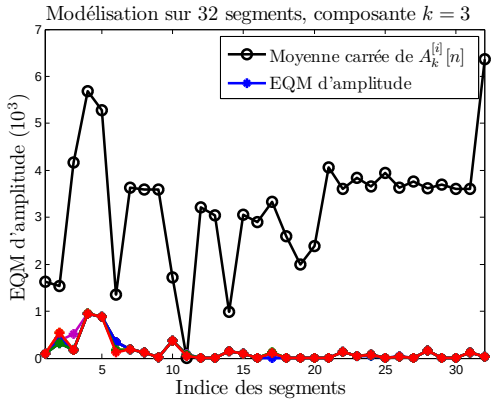
(c) $k = 2$, modèle à amplitude polynomiale



(d) $k = 2$, modèle à amplitude amortie



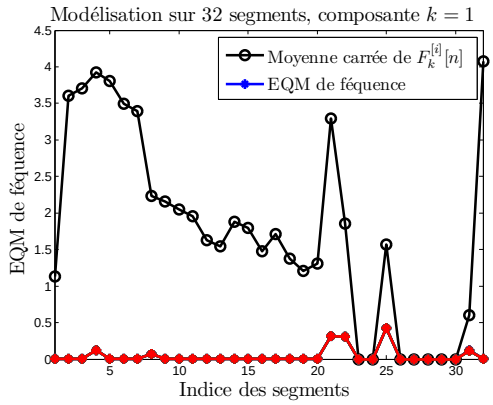
(e) $k = 3$, modèle à amplitude polynomiale



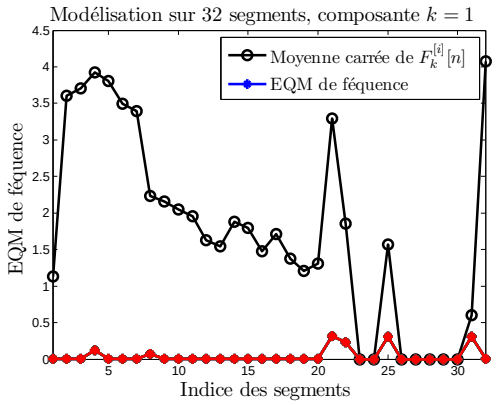
(f) $k = 3$, modèle à amplitude amortie

FIGURE 4.27 – Erreurs Quadratiques Moyennes (EQMs) de la modélisation des modulations d'amplitude des 3 composantes sur les segments obtenus avec $N_{init} = 31$ du signal de la figure 3.21 par deux modèles à partir des modulations initialisées dans la figure 3.16.

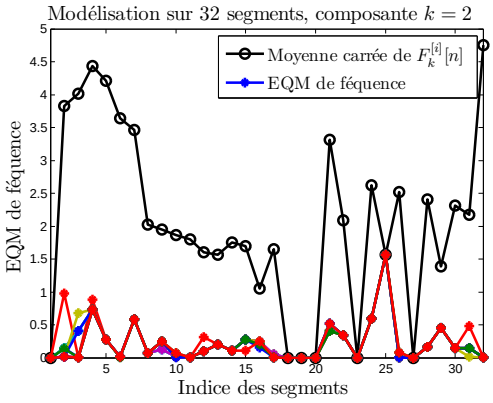
très faibles par rapport aux modulations d'origine. Au contraire, les erreurs de la composante $k = 2$ sont relativement plus élevées. Lorsque la composante a très peu de point vivant sur



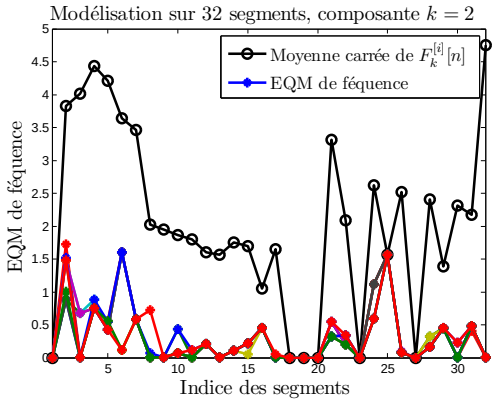
(a) $k = 1$, modèle à amplitude polynomiale



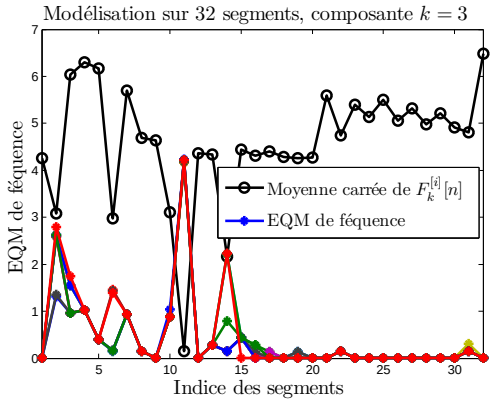
(b) $k = 1$, modèle à amplitude amortie



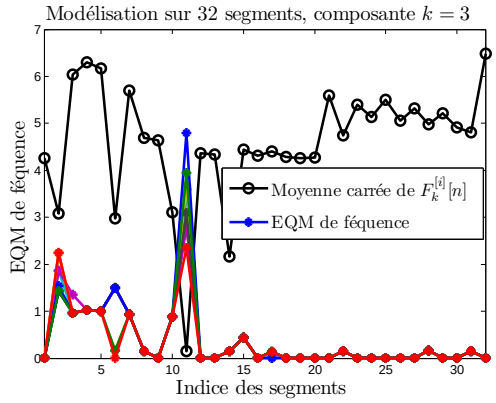
(c) $k = 2$, modèle à amplitude polynomiale



(d) $k = 2$, modèle à amplitude amortie



(e) $k = 3$, modèle à amplitude polynomiale



(f) $k = 3$, modèle à amplitude amortie

FIGURE 4.28 – Erreurs Quadratiques Moyennes (EQMs) de la modélisation des modulations de fréquence des 3 composantes sur les segments obtenus avec $N_{init} = 31$ du signal de la figure 3.21 par deux modèles à partir des modulations initialisées dans la figure 3.16.

un segment, l'erreur obtenue sur chaque segment est augmenté à cause d'un effet de bords, qui conduit à une modélisation moins précise aux bords du segment qu'au centre. Des recou-

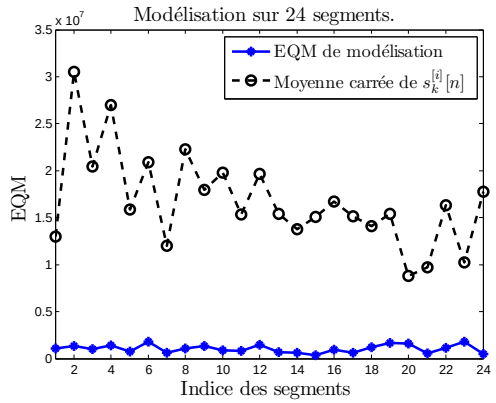
vrements entre les segments ont pour effet de corriger ce type d'erreur avec des modulations estimées au centre d'un autre segment. Cette correction est réalisée d'une façon automatique par l'algorithme de fusion décrite dans le paragraphe 4.3.

4.2.3.2 Analyse des performances sur des signaux réels

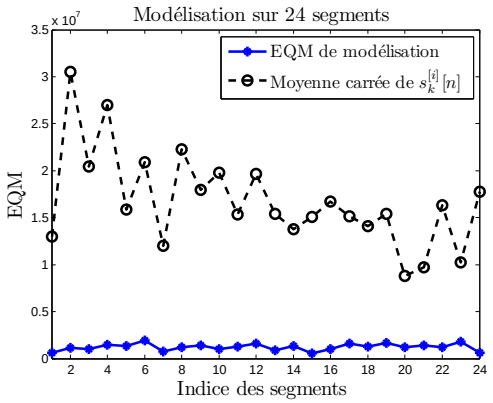
Dans ce paragraphe, la modélisation locale est appliquée sur les signaux réels, notamment la vibration ambiante, le signal sismique et le chant de canari. Pour ces signaux, les performances sont jugées d'une part par l'évaluation subjective des modulations estimées en comparant avec la représentation temps-fréquence du signal et d'autre part par les erreurs de reconstruction du signal sur les segments. Chaque signal est modélisé avec 4 réglages de l'algorithme, qui diffèrent selon la taille initiale du prélèvement de segment ($N_{init} = 31$ et $N_{init} = 51$) ou le modèle local utilisé (celui à amplitude polynomiale et celui à amplitude amortie).

Modélisation de la vibration ambiante *c.f.* figure 3.23 Par nature, la vibration ambiante est un signal non stationnaire ayant des composantes d'amplitudes très variables car la source de sollicitation est considérée comme un bruit blanc. L'application sur ce type de signal requiert une forte capacité à estimer les amplitudes non-linéaires sur une très courte durée.

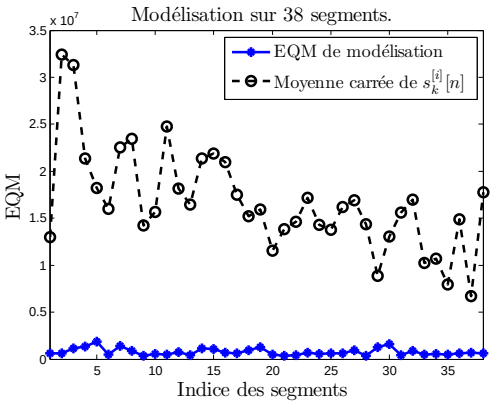
Dans la figure 4.29, la méthode de modélisation locale offre une très haute résolution temporelle, qui nous permet de retrouver les variations de plusieurs modulations sur une trentaine de points. C'est une précision que l'initialisation par la représentation temps-fréquence ne peut pas offrir. Sur tous les segments où la modélisation locale est effectuée, une bonne estimation des modulations d'amplitude correspond aux faibles niveaux d'erreurs de modélisation.



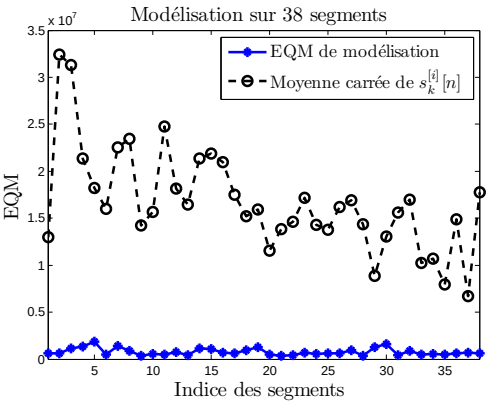
(a) $N_{init} = 51$, modèle à amplitude polynomiale



(b) $N_{init} = 51$, modèle à amplitude amortie



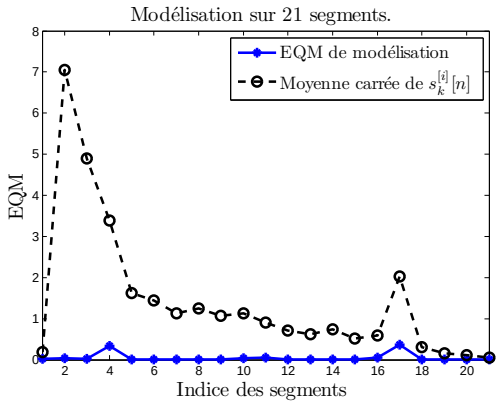
(c) $N_{init} = 31$, modèle à amplitude polynomiale



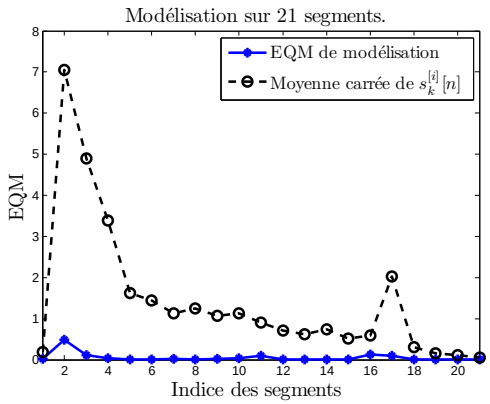
(d) $N_{init} = 31$, modèle à amplitude amortie

FIGURE 4.29 – Erreurs Quadratiques Moyennes (EQMs) par segment de la modélisation locale du signal de vibration ambiante de la figure 3.23 par deux modèles avec deux valeurs de N_{init}. La modélisation est effectuée à partir des modulations initialisées dans la figure 3.24.

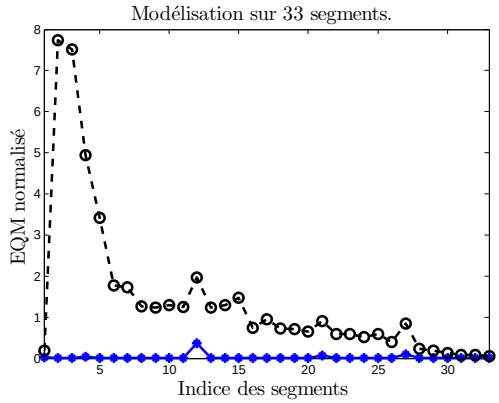
Modélisation du signal sismique *c.f.* figure 3.26 Le signal sismique présente apparemment une atténuation d'amplitude. En fait, le signal est composé d'une composante principale de forte puissance et les autres harmoniques diminuent rapidement. Dans la figure 4.30, les erreurs faibles et uniformes de reconstruction sont obtenues sur tous les segments du signal, malgré les niveaux très variables de l'amplitude du signal d'origine.



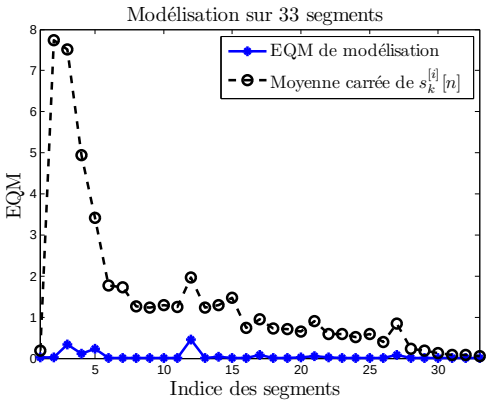
(a) $N_{init} = 51$, modèle à amplitude polynomiale



(b) $N_{init} = 51$, modèle à amplitude amortie



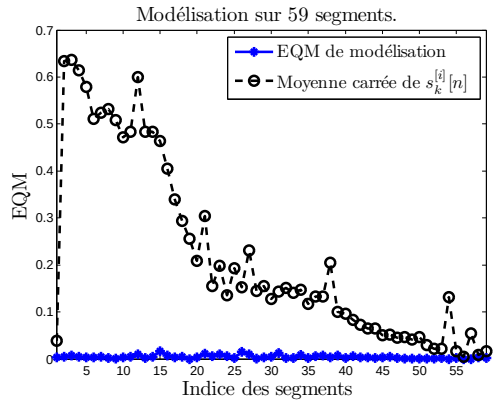
(c) $N_{init} = 31$, modèle à amplitude polynomiale



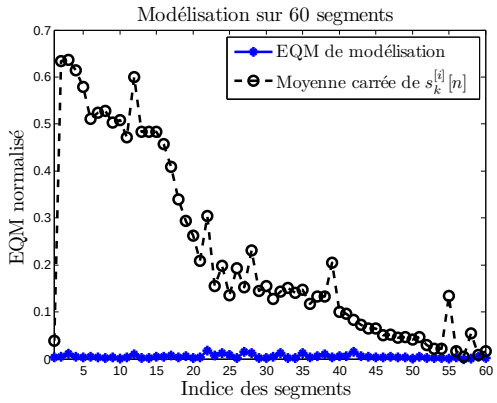
(d) $N_{init} = 31$, modèle à amplitude amortie

FIGURE 4.30 – Erreurs Quadratiques Moyennes (EQMs) par segment de la modélisation locale du signal sismique (*c.f.* figure 3.26) par deux modèles avec deux valeurs de N_{init}. La modélisation est effectuée à partir des modulations initialisées dans la figure 3.27.

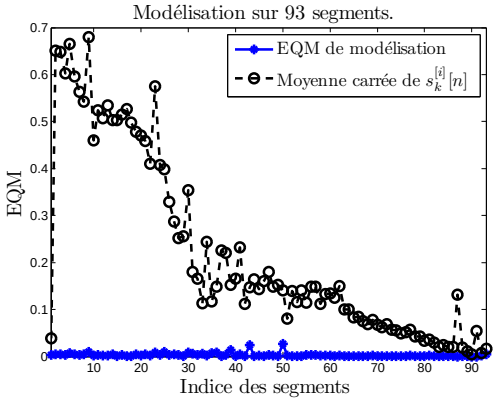
Modélisation du chant de canari *c.f.* figure 3.30 Le chant de canari possède à la fois une amplitude et une fréquence fortement non-linéaires. Les erreurs de modélisation par l'algorithme proposé sont illustrées dans la figure 4.31. Avec $N_{init} = 51$, il peut exister un changement maximal d'amplitude d'environ 25% et un changement de fréquence d'environs 400 Hz. L'algorithme a réussi à récupérer les composantes sur tous les segments avec des résidus assez faibles. Ces résultats mettent en lumière la robustesse de l'algorithme proposé face aux fortes non-linéarités des composantes. Avec des segments plus courts où $N_{init} = 31$, les résidus sont en général encore plus faibles qu'avec $N_{init} = 51$.



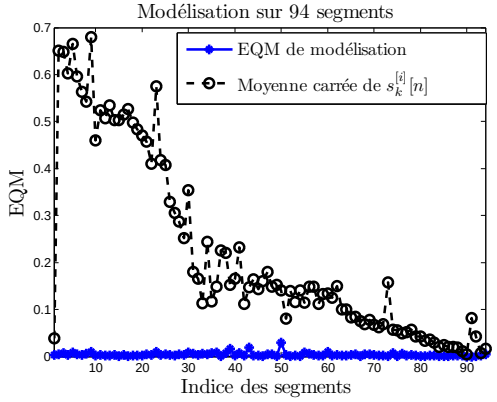
(a) $N_{init} = 51$, modèle à amplitude polynomiale



(b) $N_{init} = 51$, modèle à amplitude amortie



(c) $N_{init} = 31$, modèle à amplitude polynomiale



(d) $N_{init} = 31$, modèle à amplitude amortie

FIGURE 4.31 – Erreurs Quadratiques Moyennes (EQMs) par segment de la modélisation locale du chant de canari (*c.f.* figure 3.30) par deux modèles avec deux valeurs de N_{init}. La modélisation est effectuée à partir des modulations initialisées dans la figure 3.16.

4.3 Fusion des modulations

Une fois que les résultats de modélisation sont obtenus sur tous les segments, il est nécessaire de fusionner les modulations estimées sur les segments afin de construire l'estimation

finale des modulations sur la durée totale du signal. Le problème principal de la fusion est de gérer les recouvrements entre segments, en particulier les recouvrements où il y a des morts et naissances. La fusion a également pour objet d'assurer la continuité des modulations finales.

4.3.1 Fusion des segments et les modulations

Dans ce paragraphe, nous introduisons la fusion à la fois des segments et des fonctions de modulation. La fusion des segments est un processus itératif faisant croître progressivement le segment fusionné avec les segments environnants, les modulations étant fusionnées en même temps que les segments. Le processus s'arrête si le segment fusionné est égal à la durée totale du signal. Le segment fusionné est mis à jour dans chaque itération p comme :

$$Seg^p_{fus} = Seg^p_{gauche,1} \bigcup \ldots \bigcup Seg^p_{gauche,m_{gauche}} \bigcup Seg^{p-1}_{fus} \bigcup Seg^p_{droite,1} \bigcup \ldots \bigcup Seg^p_{droite,m_{droite}} \tag{4.53}$$

où le segment fusionné Seg^p_{fus} est le résultat de fusion à l'itération p, et Seg^{p-1}_{fus} est celui à l'itération précédente $p-1$. Le segment fusionné initial (où $p = 0$) est le deuxième segment prélevé :

$$Seg^0_{fus} = Seg^{[2]} \tag{4.54}$$

Dans (4.53), $Seg^p_{gauche,1}, \ldots, Seg^p_{gauche,m_{gauche}}$ sont les M_{gauche} segments conjoints à gauche de Seg^{p-1}_{fus}, tandis que $Seg^p_{droite,1}, \ldots, Seg^p_{droite,m_{droite}}$ sont les M_{droite} segments conjoints à droite. Un segment "conjoint" doit avoir un recouvrement avec un segment fusionné Seg^{p-1}_{fus}. La fusion de segments est illustrée sur la figure 4.32. Les segments environnants à fusionner à l'itération (p) se trouvent de chaque coté de Seg^{p-1}, avec un recouvrement d'au minimum 1 point.

Le processus de la fusion est illustré dans la figure 4.33.

Les segments $Seg^{[i]}$, $i = 1, \ldots, m_{droite}$ et les modulations modélisées $\tilde{I}^{[i]}_{k^{[i]}}[n]$, $\tilde{A}^{[i]}_{k^{[i]}}[n]$, $\tilde{F}^{[i]}_{k^{[i]}}[n]$, $k = 1, \ldots, K_{max}$ sont l'entrée de l'algorithme de fusion. La sortie de l'algorithme, $\mathfrak{I}^p_k[n]$, $\mathfrak{A}^p_k[n]$ et $\mathfrak{F}^p_k[n]$ sont les modulations estimées finales de l'algorithme complet.

4.3.2 Fusion des modulations sur le segment fusionné Seg^p_{fus}

Sur chaque nouveau segment obtenu Seg^p_{fus} dans l'itération p, il y a trois types de fonctions à fusionner, d'abord la fonction indicatrice, qui définit les morts et naissances des composantes, puis les fonctions de modulation de fréquence et d'amplitude. La difficulté de la fusion des fonctions de modulation est de gérer les endroits conjoints ou avec des recouvrements. Il est nécessaire de lisser les différences et les discontinuités entre les modulations obtenues localement à ces endroits.

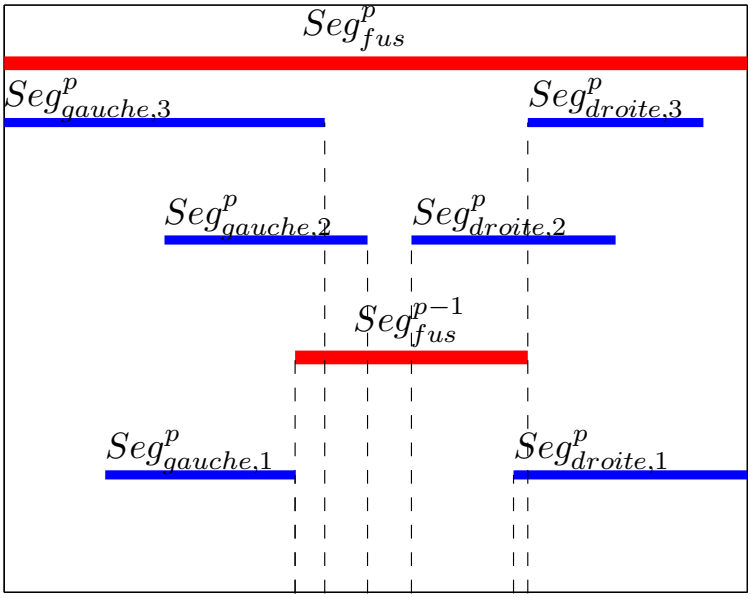


FIGURE 4.32 – Le segment à fusionner Seg^{p-1}, les segments environnants $Seg^p_{gauche,1}, \ldots, Seg^p_{gauche,3}$, et $Seg^p_{droite,1}, \ldots, Seg^p_{droite,3}$, et le résultat de la fusion Seg^p.

4.3.2.1 Fenêtre de pondération

Les modulations estimées lors de la modélisation locale ont par définition une erreur plus importante aux deux extrémités de segments par rapport au centre [Francos 1995][Jabloun 2007b][Li 2011]. Il est donc intuitif d'utiliser une fenêtre de lissage pour supprimer les perturbations aux bords de segment. Nous proposons d'appliquer une fenêtre Gaussienne sur chaque segment mettant l'accent sur le centre plutôt que sur les bords :

$$w^{[i]}[n] = \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{n-\mu^{[i]}}{\sigma_w}\right)^2\right), n \in Seg^{[i]} \tag{4.55}$$

où $\mu^{[i]}$ est le centre du segment i, et σ_w est une constante. Cette fonction s'adapte bien au problème de fusion grâce aux propriétés suivantes :

1. La définition de la fenêtre est valable quel que soit le type de modulation. Cette propriété assure que la même méthode est applicable pour fusionner l'amplitude, la fréquence et la fonction indicatrice.
2. La fenêtre est définie positive sur sa durée totale. Cette propriété évite l'erreur d'interprétation des modulations, où les valeurs nulles ou négatives ne sont pas permises.
3. La fenêtre est symétrique par rapport au centre du segment, puisque la répartition d'erreur est symétrique par rapport au centre du segment [Jabloun 2007b].

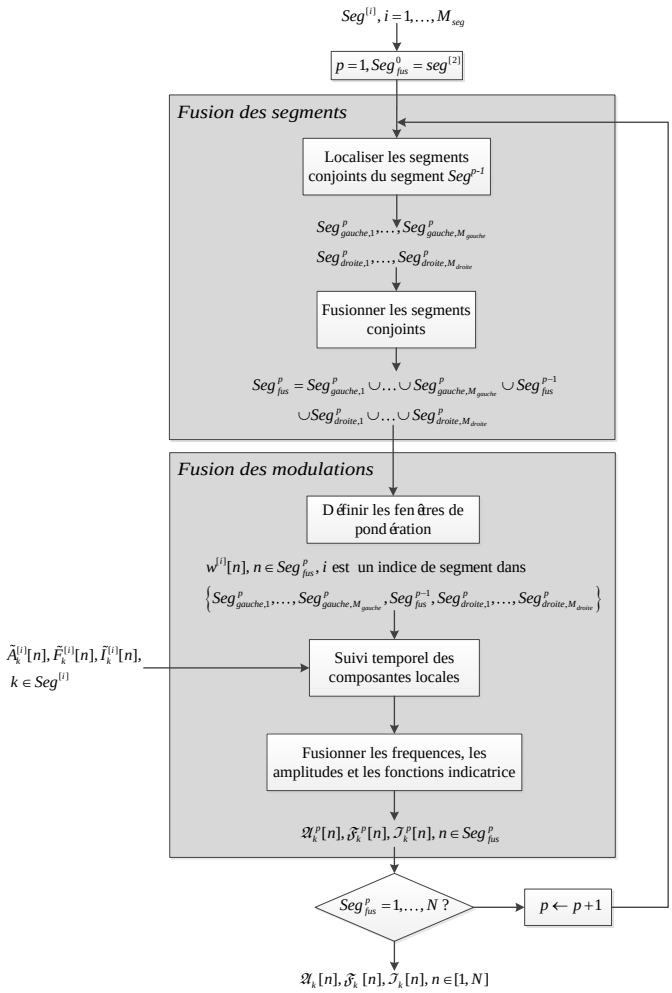


FIGURE 4.33 – L'organigramme de la fusion des segments et les modulations

4. La fenêtre ne dépend pas de la longueur totale du segment. Cette propriété assure que la taille de segment n'intervient pas sur la pondération des modulations. Ainsi, les modulations sur un segment court ne souffrent pas d'une diminution brutale sur les bords.

Les fenêtres définies avec différentes valeurs de σ_w sont illustrées dans la figure 4.34 sur un segment de 41 points.

Le choix de σ_w intervient pour la suppression des effets de bord. Avec une valeur plus petite, la fenêtre décroit plus rapidement. Et en effet, les points qui s'éloignent du centre de segment sont associés à un poids plus faible. En pratique, nous préférons choisir σ_w relativement faible tel que :

$$\sigma_w << \frac{N^{[i]}}{2} \tag{4.56}$$

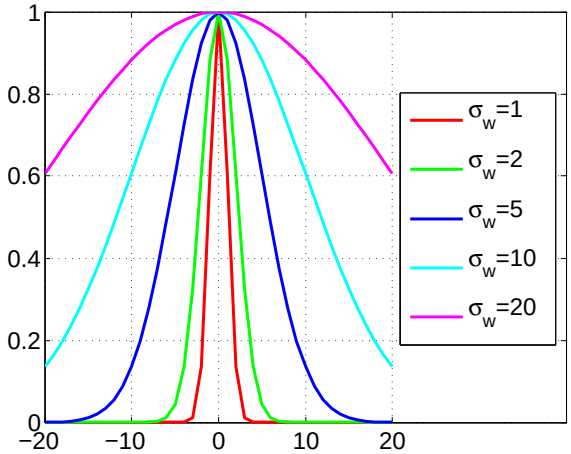


FIGURE 4.34 – La fenêtre de pondération définie par (4.55) sur un même nombre de points avec différentes valeurs de σ_w.

afin de réduire les erreurs aux bords de segments.

4.3.2.2 Suivi temporel des composantes locales

Après la phase de modélisation locale, certaines modulations estimées n'ont pas conservé les indices définis lors de l'initialisation non paramétrique, particulièrement $Seg^{[1]}$ et $Seg^{[M_{seg}]}$ où l'initialisation des paramètres du modèle est très mauvaise. Nous devons appliquer un suivi temporel des modulations par segment afin de connecter automatiquement les modulations appartenant à la même composante. Dans cette étape, toutes les modulations sur les segments $Seg^{p}_{gauche,1}, \ldots, Seg^{p}_{gauche,m_{gauche}}$ et $Seg^{p}_{droite,1}, \ldots, Seg^{p}_{droite,m_{droite}}$ sont mises en ordre en référence au segment fusionné Seg^{p-1}_{fus}.

Nous le montrons sur le segment fusionné Seg^{p-1}_{fus} et un segment environnant à fusionner $Seg^{[i]}$. Chaque composante k sur le segment Seg^{p-1}_{fus} sera associée à une composante $k^{[i]}$ sur le segment $Seg^{[i]}$, où la composante $k^{[i]}$ est à déterminer par la méthode de suivi temporel proposé dans le paragraphe 3.5. Les composantes sur ces deux segments sont caractérisées par les valeurs moyennes de l'amplitude et de la fréquence :

$$\overline{a}^{p-1}_{fus,k} = \sum_{n \in Seg^{p-1}_{fus}} \tilde{A}^{[i]}_{k}[n] w^{p-1}_{fus}[n] \tag{4.57}$$

$$\overline{f}^{p-1}_{fus,k} = \sum_{n \in Seg^{p-1}_{fus}} \tilde{F}^{[i]}_{k}[n] w^{p-1}_{fus}[n] \tag{4.58}$$

Dans ces équations, $\tilde{A}^{[i]}_{k}$ et $\tilde{F}^{[i]}_{k}$ sont respectivement l'amplitude et la fréquence de la composante k, et $w^{p-1}_{fus}[n]$ est la fenêtre de pondération définie dans (4.55) sur le segment fusionné Seg^{p-1}_{fus}.

$\overline{a}^{p-1}_{fus,k}$ et $\overline{f}^{p-1}_{fus,k}$ sont l'amplitude et la fréquence moyenne de la composante k sur le segment fusionné représentant la composante k.

Toutes les composantes sur le segment i à fusionner sont représentées par les valeurs moyennes d'amplitude et de fréquence $[\overline{a}^{[i]}, \overline{f}^{[i]}]$ calculées de la même manière que (4.57) :

$$\overline{a}^{[i]}_{\kappa} = \sum_{n \in Seg^{[i]}} \tilde{A}^{[i]}_{\kappa}[n] w^{[i]}[n] \tag{4.59}$$

$$\overline{f}^{[i]}_{\kappa} = \sum_{n \in Seg^{[i]}} \tilde{F}^{[i]}_{\kappa}[n] w^{[i]}[n] \tag{4.60}$$

$$\text{pour } 1 < \kappa < K \tag{4.61}$$

où $\tilde{A}^{[i]}_{\kappa}[n]$ et $\tilde{F}^{[i]}_{\kappa}[n]$ sont l'amplitude et la fréquence de la composante κ estimée sur le segment i. $w^{[i]}[n]$ est la fenêtre définie sur le segment i.

Le suivi temporel dans ce contexte a pour objectif de trouver une composante du segment i, qui a la valeur moyenne d'amplitude et celle de fréquence les plus proches de $[\overline{a}^{p-1}_{fus,k}, \overline{f}^{p-1}_{fus,k}]$. Nous utilisons à nouveau la méthode proposée dans (3.5) basée sur la matrice de divergence total :

$$\mathbf{\Delta D} = [\Delta \overline{a}_{k,\kappa}]_{K \times k} \tag{4.62}$$

avec

$$\Delta d_{k,\kappa} = \sqrt{\delta_a \Delta \overline{a}^2_{k,\kappa} + \delta_f \Delta \overline{f}^2_{k,\kappa}} \tag{4.63}$$

où les paramètres $n_\Delta = 1$, δ_a,δ_f ont les même valeurs que dans l'initialisation non paramétrique. Les divergences normalisées d'amplitude et de fréquence sont calculées suivant :

$$\begin{aligned} \mathbf{\Delta \overline{A}} &= [\Delta \overline{a}_{k,\kappa}]_{K \times K} \\ \mathbf{\Delta \overline{F}} &= [\Delta \overline{f}_{k,\kappa}]_{K \times K} \\ \Delta \overline{a}_{k,\kappa} &= \frac{\overline{a}^{p-1}_{fus,k} - \overline{a}^{[i]}_{\kappa}}{\Delta a_{max}} \Delta \overline{f}_{k,q} = \frac{\overline{f}^{p-1}_{fus,k} - \overline{f}^{[i]}_{\kappa}}{\Delta f_{max}} \end{aligned} \tag{4.64}$$

avec Δa_{max} et Δf_{max} les valeurs maximales des matrices de divergence $\mathbf{\Delta \overline{A}}$ et $\mathbf{\Delta \overline{F}}$.

Avec la matrice de divergence totale ainsi calculée, la pré-sélection décrite dans le paragraphe 3.5.2.4 et le critère de discrimination décrit dans le paragraphe 3.5.2.5 sont appliqués avec les paramètres $d_0 = d_1 = 1$. Le critère de discrimination détermine une association entre la composante k sur le segment fusionné Seg^{p-1}_{fus} et la composante $k^{[i]}$ sur le segment $Seg^{[i]}$. Une fois cette association établie, les fonctions sur les deux segments, telles que les fonctions indicatrices, les fonctions de modulation d'amplitude et celles de fréquence des deux composantes seront assemblées afin de produire les fonctions correspondantes de la composante k définies sur le segment fusionné.

4.3.2.3 Fusion de la fonction indicatrice

D'abord, la fusion s'applique sur la fonction indicatrice afin d'obtenir les morts et naissances des composantes. La démarche est la suivante :

1. $k = 1$
2. Fusionner la fonction indicatrice de la composante k sur le segment fusionné Seg^p_{fus}.
   (a) Sélectionner un segment noté $Seg^{[i]}$ qui constitue le segment fusionné Seg^p_{fus}, où

$$Seg^{[i]} \in \{Seg^p_{gauche,1}, \ldots \bigcup Seg^p_{gauche,m_{gauche}}, Seg^{p-1}_{fus}, Seg^p_{droite,1}, \ldots, Seg^p_{droite,m_{droite}}\} \tag{4.65}$$

   i. Étendre la définition de la fonction indicatrice $\tilde{I}^{[i]}_{k^{[i]}}[n]$ de $Seg^{[i]}$ à Seg^p_{fus} :

$$\tilde{I}^{[i]}_{fus,k^{[i]}}[n] = \begin{cases} \tilde{I}^{[i]}_{k^{[i]}}[n] \text{ si } n \in Seg^{[i]} \\ 0 \text{ sinon} \end{cases} \tag{4.66}$$

   où $n \in Seg^p_{fus}$, $k^{[i]}$ est calculé avec la méthode de suivi temporel dans le paragraphe 4.3.2.2.

   ii. Étendre la définition de la fenêtre de pondération $w^{[i]}[n]$ à Seg^p_{fus} :

$$w^{[i]}_{fus}[n] = \begin{cases} w^{[i]}[n] \text{ si } n \in Seg^{[i]} \\ 0 \text{ sinon} \end{cases} \tag{4.67}$$

   où $n \in Seg^p_{fus}$.

   (b) S'il y a des segments non sélectionnés dans 4.65, retourner à l'étape 2.1. Sinon, aller à l'étape suivante.

   (c) Calculer la fonction indicatrice fusionnée $\mathfrak{I}^p_k[n]$:

$$I^{fus,p}_k[n] = \frac{\sum\limits_{i \in \mathbf{M}^p} \tilde{I}^{[i]}_{fus,k^{[i]}}[n] w^{[i]}_{fus}[n]}{\sum\limits_{i \in \mathbf{M}^p} w^{[i]}_{fus}[n]} \tag{4.68}$$

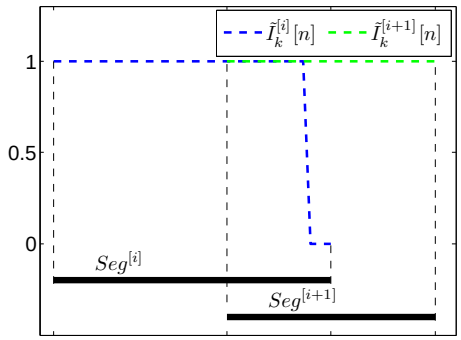
$$\mathfrak{I}^p_k[n] = arrondi\left(I^{fus,p}_k[n]\right) \tag{4.69}$$

   où $\mathbf{M}^p$ correspond à l'ensemble des indices des segments dans (4.65), $arrondi(\cdot)$ est l'opérateur de l'arrondi arithmétique à nombre entier.

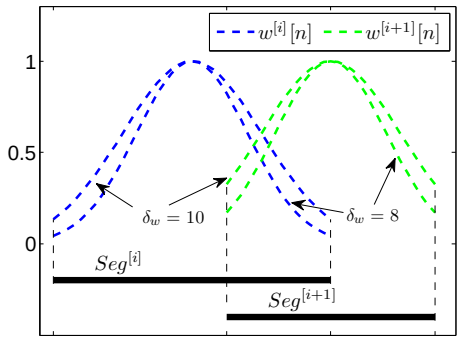
3. $k \leftarrow k + 1$
4. Si $k \leq K$, retourner à l'étape 2. Sinon quitter.

Avec ce processus, la fonction indicatrice est recalculée sur Seg^p_{fus} en considérant les résultats d'estimation sur tous les segments englobés. Les résultats sont moyennés avec les fenêtres de pondérations et finalement arrondies aux valeurs 0 ou 1. Suivant la définition de (2.66), les morts et naissances identifiées à partir de cette nouvelle fonction $\mathfrak{I}^p_k[n]$ contribuent à un grand gain de précision par rapport à celles initialisées.

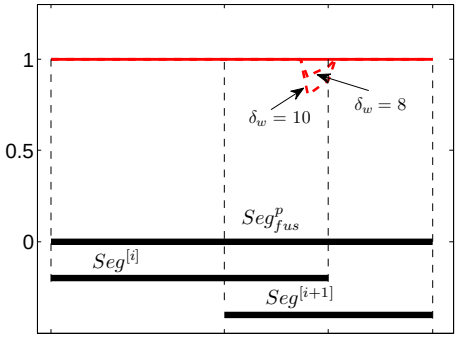
Dans la figure 4.35, on illustre le processus de fusion de la fonction indicatrice sur deux segments conjoints. $Seg^{[i]}$ est de 41 points, $Seg^{[i+1]}$ est de 31 points, et il y a un recouvrement de 15 points entre eux. Les fonctions indicatrices sont définies comme dans la figure 4.35(a), où celle sur $Seg^{[i]}$ a une fausse mort au bord à droite, qui doit être corrigée dans l'étape de



(a) Les fonctions indicatrices à fusionner sur deux segments conjoints



(b) Les fenêtres de pondération utilisées pour la fusion



(c) Les résultat de fusion de la fonction indicatrice

FIGURE 4.35 – Exemple de la fusion des fonctions indicatrices sur deux segments avec deux valeurs de $\sigma_w = 8, 10$. (a) Les deux segments et les fonctions indicatrices. Celles définie sur $Seg^{[i]}$ a une fausse mort à la fin du segment, mort qui correspond à une erreur de modélisation. Nous cherchons à éliminer cette erreur dans l'étape de fusion. (b) les fenêtres de pondération définies sur les deux segments (–) avec différentes valeurs de $\sigma_w = 8, 10$. (c) Les deux courbes en tirets correspondent aux fonctions $I_k^{fus,p}[n]$ (*c.f.*(4.68)) calculées avec $\sigma_w = 8$ et $\sigma_w = 10$. Les traits pleins correspondent aux fonctions indicatrices fusionnées sur Seg_{fus}^{p} (*c.f.*(4.68)).

fusion. Dans 4.35(b), on montre les fenêtres de pondération avec deux valeurs de σ_w. Dans 4.35(c), le résultat de fusion est présenté.

Dans cette figure, la fausse mort est corrigée grâce à la pondération qui lui associe une poids relativement faible. L'influence de σ_w est bien évidente, une valeur faible est préférée dans ce cas pour diminuer les erreurs au niveau du recouvrement.

4.3.2.4 Fusion de l'amplitude et la fréquence

La fusion de l'amplitude et de la fréquence est réalisée de la même manière que celle de la fonction indicatrice :

1. $k = 1$
2. Fusionner l'amplitude et la fréquence de la composante k sur le segment fusionné Seg^p_{fus}
   (a) Sélectionner un segment noté $Seg^{[i]}$ constituant Seg^p_{fus}, où

$$Seg[i] \in \{Seg^p_{gauche,1}, \ldots \bigcup Seg^p_{gauche,m_{gauche}}, Seg^{p-1}_{fus}, Seg^p_{droite,1}, \ldots, Seg^p_{droite,m_{droite}}\} \tag{4.70}$$

   i. Étendre la définition de la modulation d'amplitude $\tilde{A}^{[i]}_{k^{[i]}}[n]$ de $Seg^{[i]}$ à Seg^p_{fus} :

$$\tilde{A}^{[i]}_{fus,k^{[i]}}[n] = \begin{cases} \tilde{A}^{[i]}_{k^{[i]}}[n] \text{ si } n \in Seg^{[i]} \\ 0 \text{ sinon} \end{cases} \tag{4.71}$$

   où $n \in Seg^p_{fus}$, $k^{[i]}$ est calculé avec la méthode de suivi temporel dans le paragraphe 4.3.2.2.

   ii. Étendre la définition de la modulation de fréquence $\tilde{A}^{[i]}_{k^{[i]}}[n]$ de $Seg^{[i]}$ à Seg^p_{fus} :

$$\tilde{F}^{[i]}_{fus,k^{[i]}}[n] = \begin{cases} \tilde{F}^{[i]}_{k^{[i]}}[n] \text{ si } n \in Seg^{[i]} \\ 0 \text{ sinon} \end{cases} \tag{4.72}$$

   iii. Étendre la définition de la fenêtre de pondération $w^{[i]}[n]$ à Seg^p_{fus} :

$$w^{[i]}_{fus}[n] = \begin{cases} w^{[i]}[n] \text{ si } n \in Seg^{[i]} \\ 0 \text{ sinon} \end{cases} \tag{4.73}$$

   où $n \in Seg^p_{fus}$.

   (b) S'il y a des segments non sélectionnés dans 4.70, retourner à l'étape 2.1. Sinon, aller à l'étape suivante.

   (c) Calculer la modulation d'amplitude et de fréquence :

$$\mathfrak{A}^p_k[n] = \frac{\sum_{i \in \mathbf{M}^p} \tilde{A}^{[i]}_{fus,k^{[i]}}[n] w^{[i]}_{fus}[n]}{\sum_{i \in \mathbf{M}^p} w^{[i]}_{fus}[n]} \tag{4.74}$$

$$\mathfrak{F}^p_k[n] = \frac{\sum_{i \in \mathbf{M}^p} \tilde{F}^{[i]}_{fus,k^{[i]}}[n] w^{[i]}_{fus}[n]}{\sum_{i \in \mathbf{M}^p} w^{[i]}_{fus}[n]} \tag{4.75}$$

   où $\mathbf{M}^p$ correspond à l'ensemble des indices des segments dans (4.70).
3. $k \leftarrow k + 1$
4. Si $k \leq K$, retourner à l'étape 2. Sinon quitter.

De cette manière, les modulations obtenues sur chaque segment sont identifiées et lissées automatiquement. La sortie de la méthode de fusion, notamment les fonctions de modulation d'amplitude et de fréquence ainsi que les fonctions indicatrices, constitue le résultat final de l'algorithme complet. Dans le paragraphe suivant, nous présentons les résultats de la fusion sur des signaux simulés et réels.

4.4 Étude des performances de l'estimation

Dans ce paragraphe, nous allons étudier les performances de la méthode «segmentation-modélisation-fusion» avec des signaux simulés et réels sur la durée totale du signal. Pour réaliser ces études, il faut fusionner les résultats de la modélisation locale sur tous les segments. Les analyses faites dans ce paragraphe sont donc basées sur les résultats de la méthode de fusion.

Comme dans les paragraphes précédents, avec les signaux simulés, nous allons étudier la précision de l'estimation des modulations et les morts et naissances à l'aide des modulations d'origine. Pour les signaux réels, les résultats seront analysés d'une manière subjective en considérant l'interprétation physique des résultats.

Dans la figure 4.36, nous montrons les fonctions de modulation estimées par des illustrations temps-fréquence, sur lesquelles les trajectoires dans le plan temps-fréquence correspondent aux fonctions de modulation de fréquence des composantes. Les couleurs des trajectoires indiquent les fonctions de modulation d'amplitude.

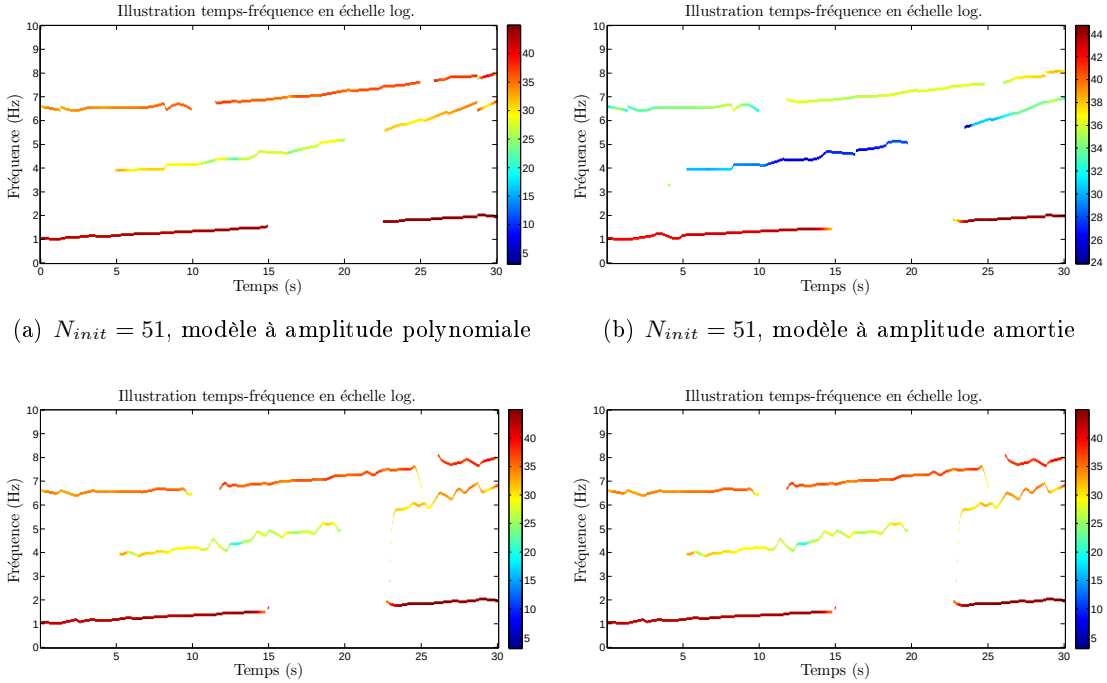
4.4.1 Estimation des modulations sur le signal simulé

Dans le paragraphe 3.6.2 nous avons présenté un signal simulé de trois composantes avec des morts et naissances de 601 points échantillonné à 20Hz dans la figure 3.21. Les modulations d'amplitude $\hat{A}_k[n]$ et de fréquence $\hat{F}_k[n]$ ainsi que les fonctions indicatrices des 3 composantes sont initialisées dans la figure 3.16 par la méthode d'initialisation. La segmentation et la modélisation locale ont été appliquées à partir des modulations initialisées dans la figure 4.7 et le paragraphe 4.2.3.1.

Les fonctions de modulation modélisées sont obtenues dans 10 réalisations. Les résultats de la fusion des modulations modélisées forment les modulations estimées au final des 3 composantes. On montre les modulations moyennées des 10 réalisations dans la figure 4.36.

Les modulations obtenues après l'étape de fusion sont visuellement très proches de celles d'origine. Pour démontrer la précision de l'estimation finale des modulations, les erreurs entre les modulations d'origines et celles estimées sont évaluées dans les figures 4.37, 4.38 et 4.39, qui correspondent aux erreurs des amplitudes, des fréquences et des fonctions indicatrices.

Quel que soit le modèle utilisé et la taille initiale de segmentation, les erreurs normalisées



(a) $N_{init} = 51$, modèle à amplitude polynomiale

(b) $N_{init} = 51$, modèle à amplitude amortie

(c) $N_{init} = 31$, modèle à amplitude polynomiale

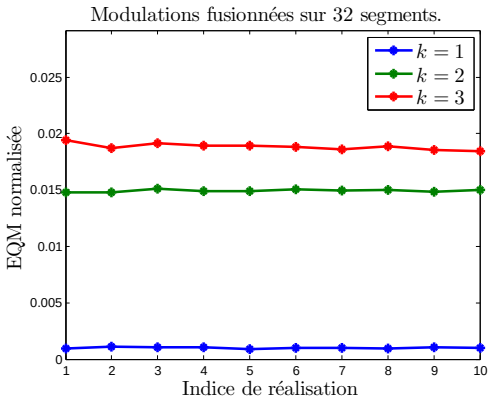
(d) $N_{init} = 31$, modèle à amplitude amortie

FIGURE 4.36 – Illustrations temps-fréquence des modulations fusionnées, basées sur les résultats de modélisation locale. Chaque illustration correspond aux modulations moyennées dans 10 réalisations de la modélisation.

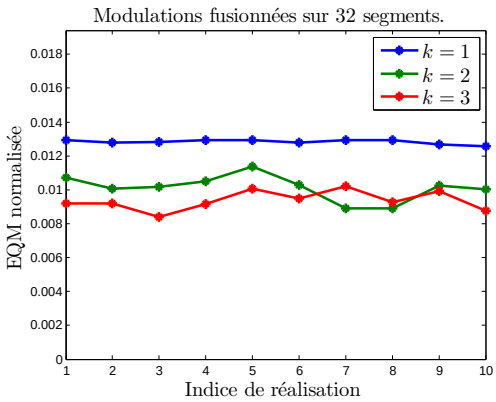
d'estimation d'amplitude pour toutes les 10 réalisations et pour toutes les composantes sont inférieures à 0.027, un niveau presque négligeable. C'est une illustration de la bonne robustesse de la modélisation locale et de la méthode de fusion. En fait, les erreurs sont largement réduites par rapport à l'étape d'initialisation. Dans l'algorithme d'initiation on obtient des erreurs quadratiques moyennes égale à 0.0183, 0.0519 et 0.165 pour les composantes $k = 1, 2, 3$.

Les erreurs en fréquence des résultats finaux sont presque nulles (de l'ordre de 10^{-4} à 10^{-3}). Par rapport à l'étape d'initialisation où les erreurs étaient égales à 0.0911, 0.0397 et 0.0342 pour les composantes $k = 1, 2, 3$ respectivement, la stratégie de «segmentation-modélisation-fusion» contribue à un grand gain en performance. La réduction d'erreur est attribuée à une estimation plus précise en temps, qui ne souffre pas d'effet de fenêtrage. En particulier, pour ce signal où il existe plusieurs morts et naissances, l'amélioration de l'estimation des fréquences est plus évidente grâce à une localisation exacte des morts et naissances par la modélisation locale.

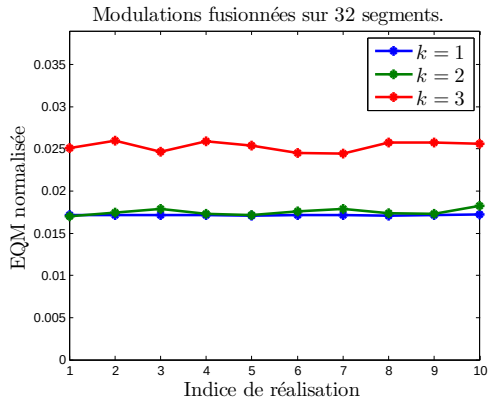
Les performances de l'estimation des morts et naissances sont illustrées avec les erreurs sur les fonctions indicatrices. Dans la plupart des cas, Ces erreurs sont nulles, c'est-à-dire que toutes les morts et naissances étant localisées parfaitement. Pour les réalisations 5 et 7, il y a de très faibles erreurs sur la composante $k = 2$ qui correspondent à une erreur d'estimation de 1 point de la mort à $n = 450$ (*c.f.* tableau 4.4). Notons que les erreurs calculées à partir des



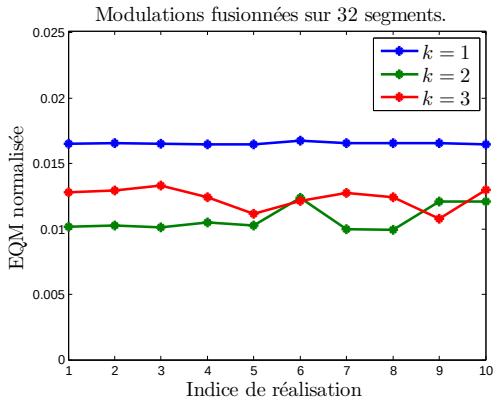
(a) $N_{init} = 51$, modèle à amplitude polynomiale



(b) $N_{init} = 51$, modèle à amplitude amortie



(c) $N_{init} = 31$, modèle à amplitude polynomiale



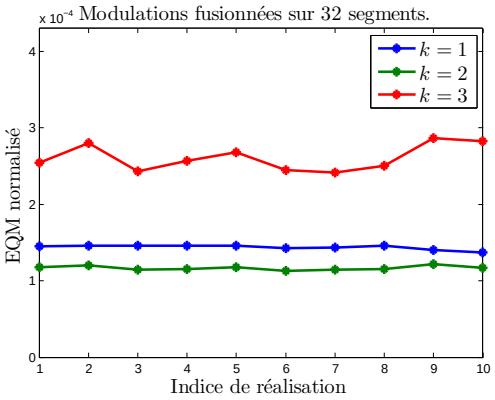
(d) $N_{init} = 31$, modèle à amplitude amortie

FIGURE 4.37 – Erreurs Quadratiques Moyennes (EQMs) d'estimation de l'amplitude de 10 réalisations calculées avec les modulations d'origine et celles estimées après la fusion.

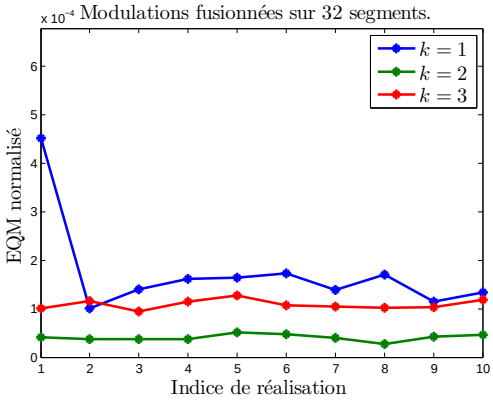
fonctions indicatrices initialisées sont 0.031, 0.1217, 0.0426 pour les composantes $k = 1, 2, 3$ respectivement. La modélisation locale, même avec une charge de calcul plus lourde (3-5 heures pour obtenir les résultats de la figure 4.37), est toujours avantageuse par rapport à la méthode d'initialisation en vue de l'estimation des morts et naissances.

Les résultats ci-dessus sont basés sur le signal simulé avec les fonctions de modulation de la figure 3.20 et avec un Rapport-Signal-à-Bruit (RSB) global de 15 dB. Pour démontrer la robustesse de l'algorithme proposé, nous présentons les résulats de l'algorithme sur des signaux simulés avec les mêmes fonctions de modulation mais avec un bruit plus important. Notons que le RSB pour chaque composante est normalement souvent plus faible que le RSB global. Dans le tableau 4.5, on montre le RSB pour chaque composante avec différents niveaux de RSB global.

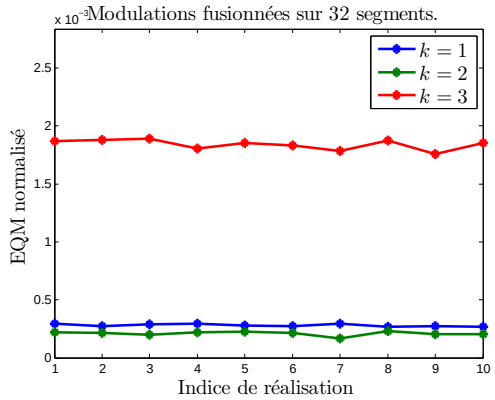
Dans ce tableau, le niveau du bruit pour une composante est relativement forte si l'amplitude de la composante est faible (*e.g.* $k = 2$). L'algorithme est appliqué sur un signal simulé avec les fonctions de modulation de la figure 3.20 et sur un signal de 600 pts. Les erreurs abso-



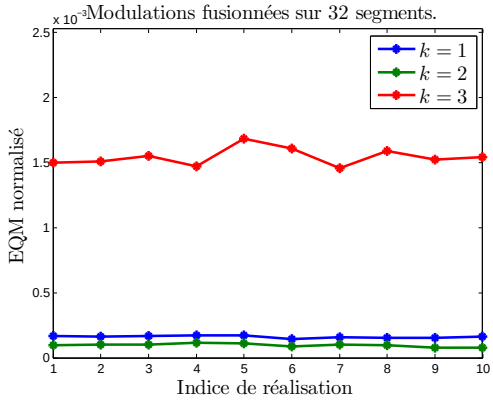
(a) $N_{init} = 51$, modèle à amplitude polynomiale



(b) $N_{init} = 51$, modèle à amplitude amortie



(c) $N_{init} = 31$, modèle à amplitude polynomiale



(d) $N_{init} = 31$, modèle à amplitude amortie

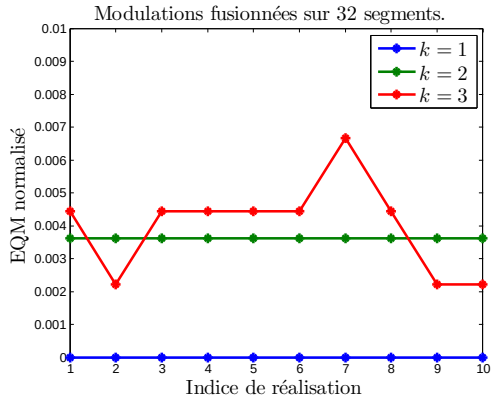
FIGURE 4.38 – Erreurs Quadratiques Moyennes (EQMs) d'estimation de la fréquence de 10 réalisations calculées avec les modulations d'origine et celles estimées après la fusion.

TABLE 4.5 – RSB (en dB) de chaque composante pour différents niveaux de RSB global pour le signal simulé de 600 pts constitué des fonctions de modulation de la figure 3.20.

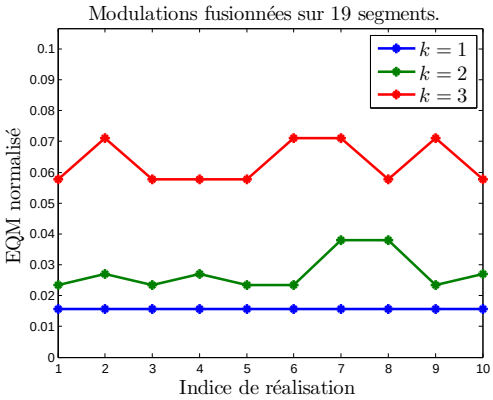
Composante	RSB global du signal (dB)			
	15	10	5	0
$k = 1$	6.84	1.84	-3.16	-8.61
$k = 2$	0.14	-4.86	-9.86	-14.86
$k = 3$	3.38	-1.62	-6.62	-11.62

lues moyennes d'estimation de la fréquence et de l'amplitude de chaque composante $k = 1, 2, 3$ et pour un RSB global de 15 dB, 10 dB, 5 dB et 0 dB sont présentées dans les tableaux 4.6 et 4.7 respectivement.

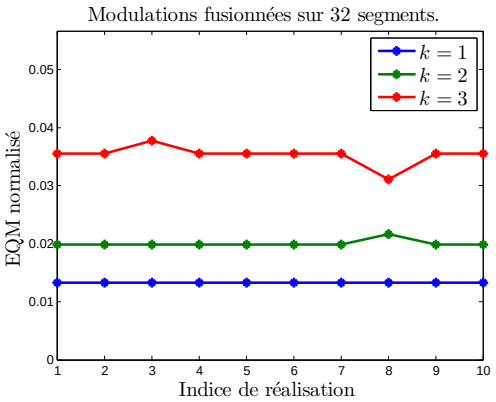
À chaque RSB global, les erreurs dans les tableaux 4.6 et 4.7 sont plus faibles pour les composantes qui ont des amplitudes plus importantes. Les erreurs correspondant à la compo-



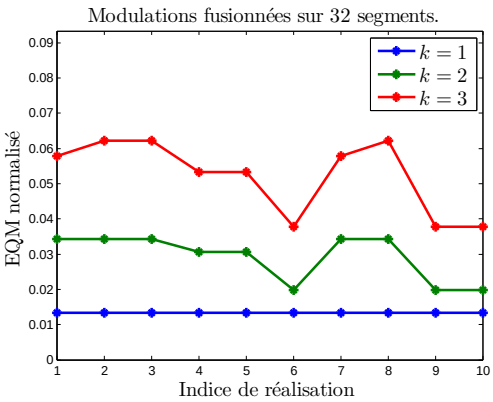
(a) $N_{init} = 51$, modèle à amplitude polynomiale



(b) $N_{init} = 51$, modèle à amplitude amortie



(c) $N_{init} = 31$, modèle à amplitude polynomiale



(d) $N_{init} = 31$, modèle à amplitude amortie

FIGURE 4.39 – Erreurs Quadratiques Moyennes (EQMs) d'estimation de la fonction indicatrice de 10 réalisations calculées avec les modulations d'origine et celles estimées après la fusion.

TABLE 4.6 – Erreurs absolues moyennes (en Hz) en fréquence de chaque composante des signaux simulés avec les fonctions modulations de la figure 3.20 et sous plusieurs RSBs globaux

Composante	RSB global du signal (dB)			
	15	10	5	0
$k = 1$	6.1×10^{-4}	1×10^{-2}	4.3×10^{-2}	4×10^{-2}
$k = 2$	5.3×10^{-2}	8×10^{-2}	1.5×10^{-1}	1.5×10^{-1}
$k = 3$	8.9×10^{-4}	2.8×10^{-2}	6.9×10^{-2}	1.5×10^{-1}

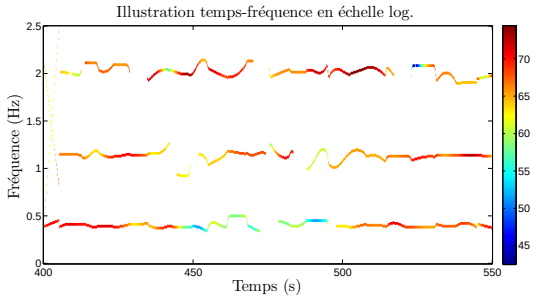
sante $k = 2$ sont les plus élevées car cette composante est aussi faible ou encore plus faible que le bruit additif (*c.f.* 4.5). Toutefois, les erreurs correspondant à la composante d'amplitude forte ($k = 1$) sont relativement faibles. Pour cette composante, les erreurs en fréquence sont très faibles (10^{-4} à 10^{-2}) pour les 4 RSBs globaux mais celles en amplitude augmentent de façon non négligeable quand le RSB global diminue.

TABLE 4.7 – Erreurs absolues moyennes en amplitude de chaque composante des signaux simulés avec les fonctions modulations de la figure 3.20 et sous plusieurs RSBs globaux

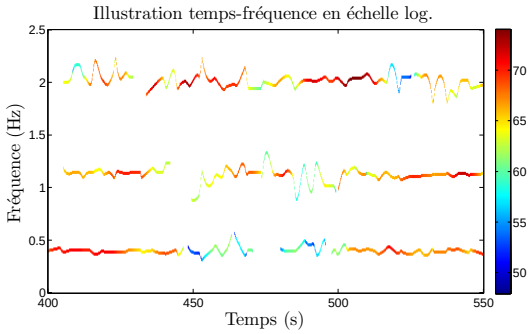
Composante	RSB global du signal (dB)			
	15	10	5	0
$k = 1$	0.14	0.52	0.96	1.34
$k = 2$	0.17	0.63	1.3	1.76
$k = 3$	0.12	0.6	0.72	1.55

4.4.2 Estimation des modulations sur les signaux réels

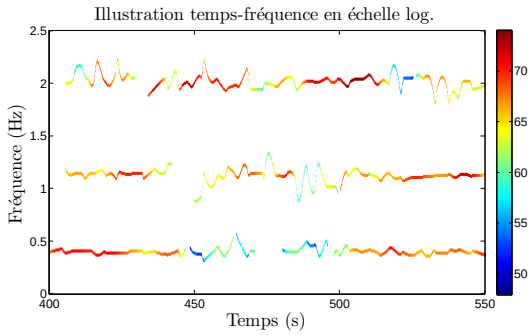
Nous allons ici présenter les résultats de fusion pour trois signaux réels : la vibration ambiante du bâtiment Taipo de la figure 3.23, le signal sismique de la figure 3.26 et le chant de canari de la figure 3.30. L'objectif de l'algorithme est d'estimer les modulations sur la durée totale du signal. La qualité d'estimation peut être évaluée avec la correspondance entre la représentation temps-fréquence du signal d'origine et l'illustration temps-fréquence des modulations fusionnées.



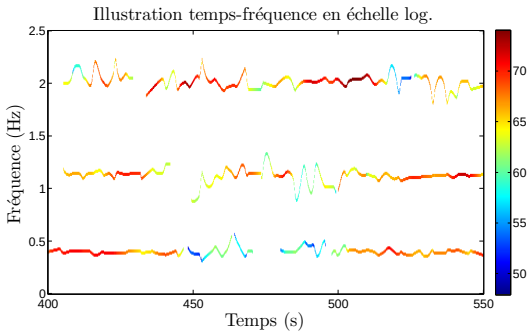
(a) $N_{init} = 51$, modèle à amplitude polynomiale



(b) $N_{init} = 51$, modèle à amplitude amortie



(c) $N_{init} = 31$, modèle à amplitude polynomiale

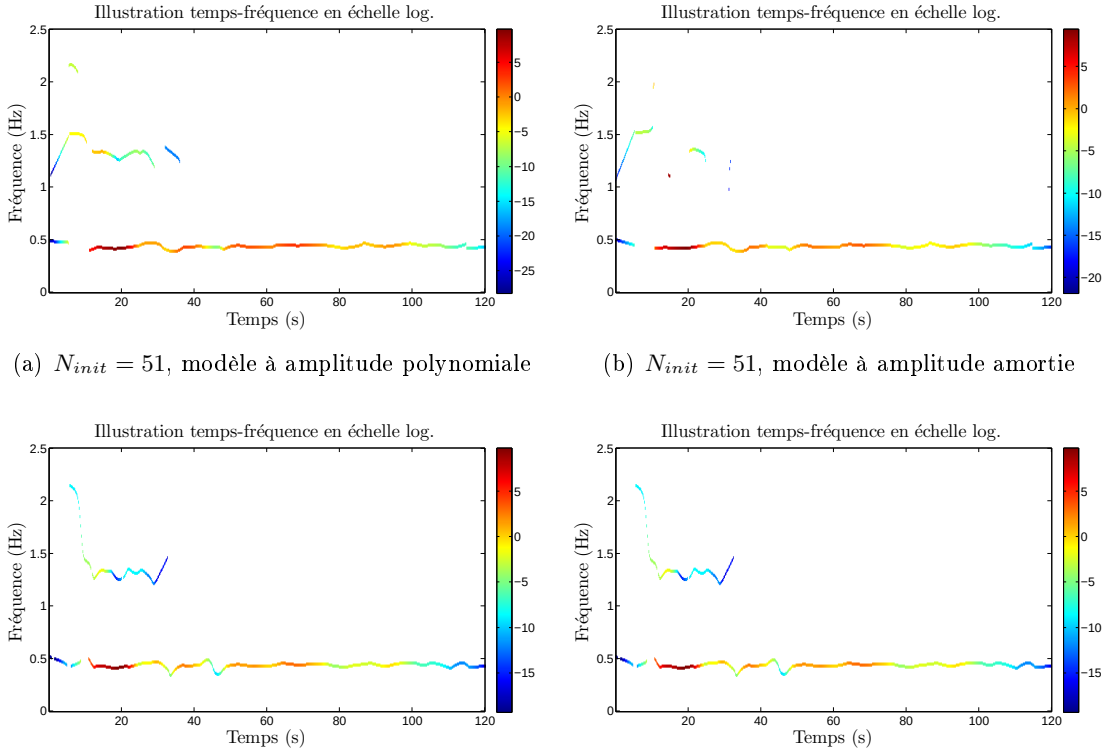


(d) $N_{init} = 31$, modèle à amplitude amortie

FIGURE 4.40 – Estimation des modulations du signal de vibration ambiante dans la figure 3.23 par l'algorithme proposé avec 4 réglages différents.

Dans la figure 4.40, on montre les résultats de fusion pour la vibration ambiante. Ce signal a principalement trois harmoniques, à environ 0.4 Hz, 1.2 Hz, 2 Hz, qui sont les fréquences de résonance du bâtiment. Ses amplitudes sont aussi fortement non-linéaires caractérisées par une sollicitation aléatoire convoluée avec les réponses impulsionnelles de la structure. L'estimation de l'évolution instantanée de ces modulations de fréquence a attiré beaucoup d'intérêt, mais il est très difficile de les suivre par les méthodes classiques qui nécessitent un grand nombre de points. La modélisation locale permet de définir la fréquence et l'amplitude à chaque point. En effet, l'algorithme proposé est capable de suivre les fortes variations des trois composantes en amplitude et en fréquence. Dans la figure 4.40, on voit évidemment les trois composantes autour de trois fréquences de résonance. Leurs modulations peuvent être estimées par les 4 réglages de l'algorithme.

Les modulations estimées à partir du signal sismique (*c.f.* figure 3.26) sont présentées dans la figure 4.41. Il y a une composante principale à la plus basse fréquence avec une très forte amplitude. L'algorithme proposé est capable d'estimer cette trajectoire de fréquence qui présente une très petite variance par rapport à la fréquence de résonance, et aussi de suivre l'amplitude qui présente un maximum à 17 s et qui s'atténue ensuite graduellement. L'évolution de l'amplitude ainsi estimée est une indication importante du début exact du séisme. De plus, l'algorithme proposé récupère une partie non initialisée de la composante à plus haute fréquence au début du signal. Cette partie présente une remontée importante en fréquence.



(a) $N_{init} = 51$, modèle à amplitude polynomiale

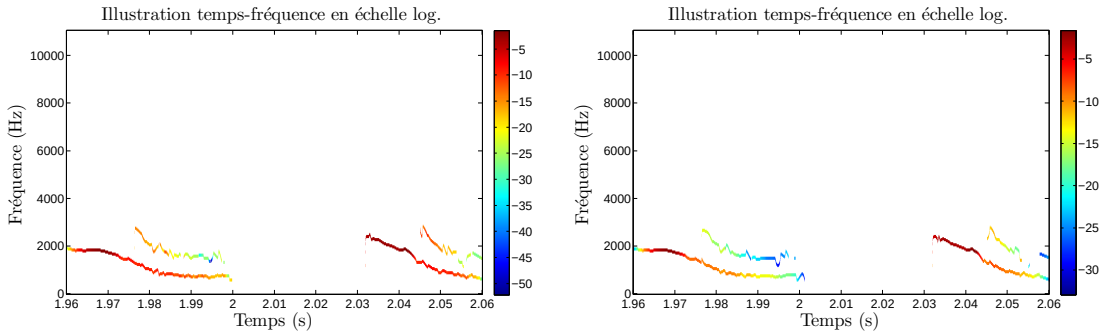
(b) $N_{init} = 51$, modèle à amplitude amortie

(c) $N_{init} = 31$, modèle à amplitude polynomiale

(d) $N_{init} = 31$, modèle à amplitude amortie

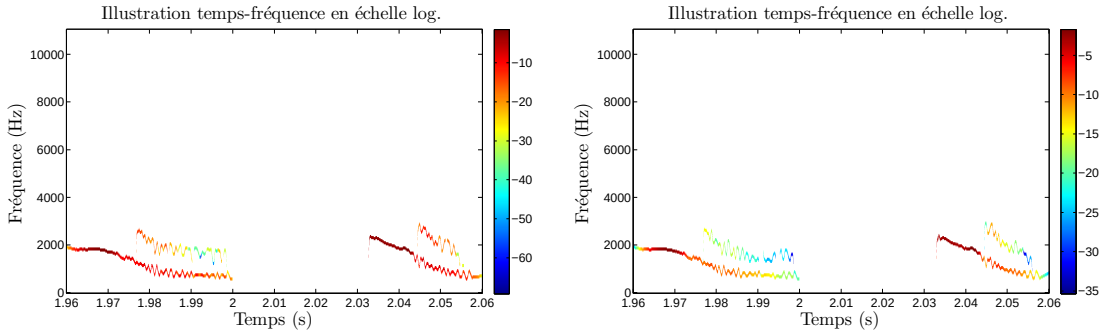
FIGURE 4.41 – Estimation des modulations du signal sismique dans la figure 3.26 par l'algorithme proposé avec 4 réglages différents.

La modélisation locale des modulations du chant de canari dans la figure 4.42 extrait deux composantes correspondant aux deux harmoniques du signal. Les instants d'activation des deux harmoniques sont différents et sont correctement identifiés par l'algorithme proposé. L'estimation de la composante principale, qui se trouve en basse fréquence, fournit une reconstruction précise de la décroissance de la fréquence et des bosses en amplitude. L'estimation de l'autre harmonique est plus difficile car son amplitude est environ 12 dB plus faible que la composante principale. Grâce à la modélisation locale qui élimine le délai temporel de l'estimation, la durée de silence au sein du signal entier est correctement identifiée à $n = 882, \ldots, 1582$ (2,000 s - 2,032 s) et est plus courte que celle calculée dans l'étape d'initialisation (1.997 s - 2,025 s , *c.f.* figure 3.32).



(a) $N_{init} = 51$, modèle à amplitude polynomiale

(b) $N_{init} = 51$, modèle à amplitude amortie



(c) $N_{init} = 31$, modèle à amplitude polynomiale

(d) $N_{init} = 31$, modèle à amplitude amortie

FIGURE 4.42 – Estimation des modulations du chant de canari dans la figure 3.30 par l'algorithme proposée avec 4 réglages différents.

Chapitre 5

Conclusions et Perspectives

Cette thèse est dédiée à l'analyse et à la caractérisation des modulations des signaux multicomposantes. Les signaux étudiés possèdent des propriétés difficiles pour les méthodes classiques, telles que

1. Forte non-stationnarité.
2. Existence de plusieurs composantes.
3. Modulations intenses à la fois en amplitude et en fréquence.
4. Présence des morts et naissances des composantes.

Étant intéressé par l'analyse, la modélisation et en particulier l'estimation des modulations des morts et naissances de ce type de signaux, un algorithme d'estimation des multimodulations est proposé pour traiter les signaux présentant ces particularités, sans besoin de connaître des informations *a priori* sur le signal étudié. L'algorithme a été présenté au cours de 3 chapitres.

Dans le Chapitre 2, dans un premier temps l'état de l'art a été synthétisé. Les méthodes existantes sont présentées en deux catégories : celles non paramétriques et celles paramétriques. Ces méthodes ont été discutées pour une grande variété de types des signaux, tels que

1. Signaux monocomposantes modulés en fréquence sans mort ou naissance
2. Signaux monocomposantes modulés à la fois en amplitude et en fréquences sans mort ou naissance
3. Signaux multicomposantes modulés en fréquence sans mort ou naissance
4. Signaux multicomposantes modulés à la fois en amplitude et en fréquence sans mort ou naissance
5. Signaux multicomposantes modulés à la fois en amplitude et en fréquence avec mort ou naissance
6. Signaux multicomposantes de durée courte modulés à la fois en amplitude et en fréquence sans mort ou naissance

Les méthodes présentées ont plus ou moins des limitations sur le type de modulations, les résolutions en temps et en fréquence, la sensibilité au bruit, la cohérence avec une interprétation physique, etc. Ces difficultés ont nécessité de proposer une méthode originale pour estimer les signaux dans un contexte plus général, en particulier une méthode capable d'estimer directement les morts et naissances des composantes.

Dans un deuxième temps, le chapitre 2 introduit l'algorithme proposé qui se résume en 4 étapes séquentielles : initialisation, segmentation, modélisation et fusion. Cet algorithme nous permet de proposer une estimation originale des multimodulations, incluant :

1. Estimation automatique du nombre de composantes
2. Estimation directe des morts et naissances des composantes
3. Estimation non paramétrique des modulations à partir d'une représentation temps-fréquence du signal
4. Estimation paramétrique des modulations, des morts et des naissances adaptée à la nature des signaux grâce à une modélisation locale

Dans l'étape d'initialisation, on cherche à estimer automatiquement le nombre de composantes et à suivre les trajectoires d'amplitude et de fréquence sur une représentation temps-fréquence. L'initialisation est déjà une méthode indépendante d'estimation des multimodulations, et en particulier elle permet d'estimer directement les morts et naissances des composantes. Concernant l'algorithme global, l'initialisation joue le rôle de fournir les informations inconnues qui sont essentielles pour effectuer l'estimation finale.

Dans les étapes suivantes, l'estimation des modulations est réalisée sur plusieurs segments courts, chacun étant sélectionné par la méthode de segmentation. De cette manière, la forte non-stationnarité du signal et la forte non linéarité des modulations sont réduites sur les segments, où une estimation de petite échelle temporelle est possible. Cette estimation locale est plus précise que l'initialisation en vue d'une meilleure résolution temporelle et fréquentielle.

Ces 4 étapes de l'algorithme complet effectuent une estimation précise et autonome des multimodulations avec ses morts et naissances.

Pour caractériser le signal étudié, deux catégories de modèles de signaux multicomposantes qui diffèrent en échelle temporelle ont été proposées. Notons que ces deux types de modèles sont capables de caractériser directement les multimodulations des signaux ainsi que les morts et naissances.

La première catégorie de modèle est définie sur la durée totale du signal. Elle est proposée pour caractériser un signal multicomposante par ses modulations d'amplitude et de fréquence, en particulier pour caractériser les modulations avec des morts et naissances. Elle ne suppose aucune forme spécifique des modulations et est applicable sur la durée total du signal. De plus, nous introduisons une fonction indicatrice pour chaque composante afin de décrire les morts et les naissances de la composante. Les résultats montrent que ce modèle est capable de suivre les fortes variations en amplitude et en fréquence de plusieurs composantes pour plusieurs types de signaux.

En particulier, la fonction indicatrice proposée est valable pour définir non seulement les morts et les naissances de composantes mais aussi les renaissances. C'est un avantage important par rapport aux méthodes existantes.

La deuxième catégorie de modèle est définie sur un segment très court en supposant une forme polynomiale des fonctions de modulation. Ce modèle est utilisé pour la modélisation locale. Les modulations étudiées sont approximées par des polynômes orthonormaux de faible degré. Deux types de modèles originaux ont été proposés. Le premier approxime l'amplitude et la fréquence par une fonction polynomiale. Le deuxième approxime une amplitude amortie

en introduisant un coefficient d'amortissement par une fonction polynomiale. Tous les modèles proposés sont adaptés aux morts et naissances des composantes.

Une originalité commune à ces deux modèles locaux est la définition directe des morts et naissances par un modèle local de la fonction indicatrice. En utilisant deux paramètres supplémentaires, l'algorithme proposé est capable d'estimer au maximum une mort et une naissance pour chaque composante dans un segment court. Ce point est une contribution importante par rapport aux méthodes existantes, l'estimation des morts et naissances par ce modèle ne souffre d'aucun délai temporel.

Il y a deux contributions dans les modèles proposés. D'abord, le modèle à amplitude amortie est un modèle local original proposé dans le contexte des signaux de vibration de bâtiments, dont l'amplitude peut être représentée par une fonction exponentielle. Avec ce modèle, l'algorithme proposé est capable d'estimer une amplitude exponentielle qui intéresse les physiciens.

Le chapitre 3 est dédié à l'initialisation non paramétrique des multimodulations. À partir d'une représentation temps-fréquence, nous proposons une méthode de détection du nombre et de la position des pics sur chaque spectre local. Les pics détectés sont connectés par une technique de suivi temporel qui gère automatiquement les variations en amplitude et en fréquence des composantes, ainsi que les morts et naissances.

L'algorithme d'initialisation s'adapte à la variation et à la richesse des signaux grâce à deux étapes essentielles : la détection de pics et le suivi temporel de composantes.

Grâce à l'utilisation des propriétés statistiques de l'estimateur, les pics de chaque spectre local sont détectés par une méthode de détection qui est insensible aux réglages. Elle est composée de deux sous-étapes : la première estime la ligne de fond de chaque spectre local, la deuxième détecte les pics qui émergent de la ligne de fond estimée. Ces deux sous-étapes sont basées sur un test de Neyman-Pearson avec un seuil déterminé par une probabilité de fausse alarme.

La méthode de détection, à l'origine proposée dans [Durnerin 1999] est modifiée afin de pouvoir s'appliquer à des spectres locaux. La probabilité de fausse alarme est en général plus élevée que dans le cas d'un signal long. De plus, la condition d'arrêt basée sur le test de la blancheur du bruit n'est plus applicable dans le contexte d'un spectre local. Cette difficulté nous impose d'utiliser un nombre fixé d'itérations.

Avec une telle méthode, l'algorithme proposé détecte les pics correspondant aux composantes de chaque spectre local. Un inconvénient est l'apparition des faux pics à cause d'une probabilité élevée de fausses alarmes. Heureusement, ces faux pics peuvent être éliminés dans l'étape de suivi temporel.

La non-stationnarité du signal et la non-linéarité des modulations rend complexe la détermination des associations pic-composante et le suivi des morts et naissances de chaque composante. Le suivi temporel proposé offre une reconstruction automatique des composantes en connectant les pics détectés.

Un classificateur pic-composante a été proposé pour connecter les pics en séquence. Ce classificateur a une forte capacité à suivre plusieurs composantes quelles que soit leurs variations grâce à une matrice de divergence totale et un critère d'acceptation proposées dans cette thèse.

Dans la matrice de divergence totale proposée, chaque élément correspond à une distance en amplitude et en fréquence entre un pic et une composante déjà suivie. Avec cette matrice, une sélection des associations optimales est transformée en une recherche des valeurs minimales des éléments de cette matrice. Par rapport aux métriques de distance utilisées dans d'autres méthodes de suivi, cette matrice prend en compte non seulement la distance en fréquence mais aussi celle en amplitude. Ainsi, la conception de la matrice de divergence totale contribue à la bonne robustesse et à la simplicité du suivi temporel.

Pour filtrer les faux pics et pour garantir une association correcte, un critère d'acceptation adapté au contexte considéré dans cette thèse a été conçu. Ce critère sert à déterminer si une association sélectionnée dans la matrice de divergence totale peut être validée. Il est défini par une valeur faible de la divergence totale de l'association pic-composante. Le critère d'acceptation est défini avec un seuillage stochastique en vue de réduire les perturbations aléatoires dues à la présence du bruit.

Les résultats d'initialisation sur les signaux simulés et réels ont prouvé la bonne précision de l'algorithme proposée d'initialisation et la capacité d'identifier correctement les morts et les naissances. L'analyse sur les erreurs d'estimation des modulations a mis en évidence la robustesse de l'algorithme au bruit ainsi que la faible sensibilité au réglage de l'algorithme. Sur des signaux réels, les composantes extraites automatiquement sont validées par des experts dans le domaine.

Le chapitre 4 s'inspire fortement des travaux antérieurs [Jabloun 2007b], qui proposent une modélisation pour des signaux longs monocomposantes, et une autre pour les signaux courts multicomposantes. Cette thèse s'est concentrée sur une technique d'estimation des modulations pour des signaux plus généraux. Grâce aux modèles locaux du signal multicomposante proposée dans le chapitre 2, l'algorithme proposé est capable d'estimer les modulations, les morts et les naissances directement à partir des paramètres du modèle. L'algorithme proposé dans ce chapitre est en trois étapes : segmentation, modélisation et fusion.

Pour diviser le signal entier en segments courts, nous avons proposé une méthode de segmentation adaptée au contexte du signal multicomposante. Avec 3 contributions majeures, cette étape est combinée étroitement avec un modèle local, c'est-à-dire que les segments sont ajustés afin de contenir des modulations appropriées pour le modèle choisi. La segmentation tient compte des morts et naissances des composantes puisque le modèle local est adapté à au maximum une mort et une naissance pour chaque composante. Les paramètres initiaux du modèle local sont initialisés en même temps. Ainsi la sensibilité du choix de la taille initiale des segments est réduite. À l'aide des modulations initialisées, l'algorithme va diminuer automatiquement la taille du segment si les modulations sont excessivement non linéaires.

Par rapport au travail précédent [Jabloun 2007b], la modélisation proposée dans cette thèse est basée sur la même méthodologie sauf que celle-ci permet de modéliser directement les morts et naissances de composantes. De plus, la modélisation s'avère aussi efficace avec un modèle locale à amplitude amortie. Les précisions de modélisation correspondant au modèle à amplitude polynomiale et celui à amplitude amortie sont presque équivalentes.

La méthode de fusion peut connecter automatiquement les fonctions indicatrices, les modulations d'amplitude et de fréquence estimées à partir du modèle local. Comme dans la méthode de suivi temporel, la fusion regroupe les modulations. Avec des contraintes conjointes en amplitude et en fréquence, cette propriété est importante afin d'éviter le problème de mixage de mode comme dans la décomposition modale empirique.

La fusion a pour objectif de lisser les modulations obtenues sur les différents segments. Pour cet objet, une fenêtre de pondération a été développée. La fusion effectuée avec cette fenêtre est valable quel que soit le type de modulation à fusionner. De plus, considérant qu'on obtient souvent des segments de taille très variée, la fenêtre ne dépend pas de la taille du segment.

Un autre avantage de la fusion par rapport à celle utilisée dans [Jabloun 2007b] est que celle proposée dans cette thèse peut maîtriser des recouvrements sans limitation sur le nombre de segments recouvrés, la position et le taux de recouvrement.

Les résultats sur les signaux simulés et réels indiquent la validité de ces trois étapes et de l'algorithme complet. La segmentation a choisi automatiquement la taille et la position de chaque segment. Un modèle local sur un segment ainsi trouvé peut offrir une précision suffisante pour caractériser les modulations, les morts et les naissances. Les résultats de la modélisation présentent des niveaux de résidu très faibles ($< 1\%$ en puissance moyenne). L'estimation des fonctions de modulation est d'une meilleure qualité sur une composante de puissance importante par rapport à une composante de puissance faible.

Quelques perspectives sont proposées au suivant, pour la continuation et l'amélioration de ce travail.

Réduction de la charge de calcul Pour avoir les fonctions de modulation de la Figure 3.24 sur un signal de 600 points de 3 composantes, l'algorithme complet nécessite environ 3 à 5 heures. La majorité de la charge de calcul provient de la modélisation locale du signal. Donc le temps de calcul croit avec le nombre de composantes, la taille du signal et le nombre d'itérations dans le recuit simulé. Pour réduire le temps de calcul, nous pouvons améliorer la qualité d'initialisation avant la phase de modélisation locale. En effet, si la solution de l'étape d'initialisation est assez proche de la solution optimale, le recuit simulé nécessitera moins d'itérations pour converger.

Extension à des signaux plus complexes Il s'agit d'étendre la méthode proposée à des composantes qui se croisent dans le plan temps-fréquence et à des composantes de

fréquences très proches.

La difficulté de l'algorithme proposé lors d'un croisement des composantes est liée à la représentation temps-fréquence, qui ne peut pas fournir une résolution suffisante pour séparer les composantes croisées ou proches. La première solution est d'utiliser un choix alternatif pour initialiser les composantes. L'autre choix est de retrouver les composantes correctes dans l'étape de modélisation locale.

Optimisation stochastique plus performante Dans les résultats finaux, la qualité de la modélisation locale d'une composante forte surpasse celle d'une composante faible. Des composantes trop faibles en amplitude sont mal estimées. Cet effet est lié au fait qu'une composante faible a une influence très faible sur la fonction de moindres carrées. Dans ce cas, nous pourrions envisager d'optimiser une fonction d'objectif plus adaptée au type de composante (*e.g.* fonction de vraisemblance ou coefficient de corrélation). Nous pourrions aussi employer une technique d'optimisation stochastique plus sensible à un petit changement de la fonction d'objectif [Vieira 1999][Li 2011].

Chapitre 6

Publications

1. Zhongyang Li, Nadine Martin, *A time-frequency based method for estimating non-linear frequency and amplitude modulations of multicomponent signal*, soumis à IEEE Transactions On Signal Processing, 2013
2. Fatima Nasser, Zhongyang Li, Nadine Martin, Michelle Vieira, Philippe Guéguen, *Seismic Response Analysis of Different Buildings using Time- Invariant and Time- Variant Damping Coefficients*, The Ninth International Conference on Condition Monitoring and Machinery Failure Prevention Technologies
3. Zhongyang Li, Nadine Martin, Michelle Vieira, Philippe Guéguen, *Damped-amplitude and polynomial frequency model for short-time ambient vibrations of a building*, Proceedings of CM/MFPT 2011
4. Zhongyang Li, Nadine Martin, Michelle Vieira, Philippe Guéguen, *Parameter estimation of short-time multi-component signals using damped-amplitude and polynomial-frequency model*, SSP 2011 Proceedings - 2011 IEEE Workshop on Statistical Signal Processing (SSP2011)

Bibliographie

[Abatzoglou 1986] T. J. Abatzoglou. *Fast maximum likelihood joint estimation of frequency and frequency rate.* IEEE Transactions on Aerospace Electonic System, vol. 6, pages 708–715, 1986. (Cité en pages 25 et 27.)

[Aha 1991] D.W. Aha, D. Kibler et M.K. Albert. *Aha, D.W., Kibler, D., & Albert, M.K.* Machine Learning, vol. 6, pages 37–66, 1991. (Cité en page 60.)

[Angeby 2000] J. Angeby. *Estimating signal parameters using the nonlinear instantaneous least squares approach.* IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 48, Issue 10, pages 2721–2732, 2000. (Cité en page 27.)

[Barbarossa 1993] S. Barbarossa. *Detection and estimation of the instantaneous frequency of polynomial-phase signals by multilinear time-frequency representations.* In IEEE Signal Processing Workshop on Higher-Order Statistics, pages 168–172, South Lake Tahoe, CA, USA, Juin 1993. (Cité en page 25.)

[Barbarossa 1996] S. Barbarossa, A. Porchia et A. Scaglione. *Multiplicative multilag higher-order ambiguity function.* Proc. Int. Conf. Acoustics, Speech and Signal Processing, vol. 5, pages 3022–3026, 1996. (Cité en page 27.)

[Barbarossa 1998] S. Barbarossa, A. Scaglione et G.B. Giannakis. *Product high-order ambiguity function for multicomponent polynomial-phase signal modeling.* IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 46, Issue 3, pages 691–708, 1998. (Cité en pages 27 et 32.)

[Bedrosian 1962] E. Bedrosian. *The analytic representation of modulated waveforms.* Proceedings of the IRE, vol. 50, Issue 10, pages 2071–2076, 1962. (Cité en page 7.)

[Benveniste 1990] A. Benveniste, M. Metivier et P. Priouret. Adaptive Algorithms and Stochastic Approximations - Applications of Mathematics. New York : Springer, 1990. (Cité en page 53.)

[Boashash 1992] B. Boashash. *Estimating and interpreting the instantaneous frequency of a signal. II. Algorithms and applications.* Proceedings of the IEEE, vol. 80, Issue 4, pages 540–568, 1992. (Cité en pages 8, 14, 15 et 17.)

[Bouchikhi 2010] A. Bouchikhi. *Analyse des signaux AM-FM par transformé de Huang-Teager : Application à l'acoustique sous-marine.* PhD thesis, Université de Rennes 1, 2010. (Cité en page 17.)

[Busson 2010] S. Busson et C. Gervaise. *Statistical underwater noise level estimation for marine mammal whistle detection.* In 10ième Congrè Francais d'Acoustique, 2010. (Cité en page 52.)

[Cexus 2006] J. Cexus et A. Boudraa. *Nonstationary signals analysis by Teager-Huang Transform (THT).* In EURASIP, 2006. (Cité en page 18.)

[Cheng 2011] H. Cheng, D. Zeng, J. Zhu et B. Tang. *Maximum likelihood estimation of co-channel multicomponent polynomial phase signals using importance sampling.* Progress In Electromagnetics Research C, vol. 23, pages 111–122, 2011. (Cité en page 27.)

[Claasen 1980] T. Claasen et W. Mecklenbrauker. *The Wigner Distribution - A Tool for Time-Frequency Signal Analysis, Part III : Relations With Other Time Frequency Signal Transforms.* Phllips J. Res., vol. 35, pages 372–389, 1980. (Cité en page 17.)

[Cohen 1989] L. Cohen. *Time-frequency distributions-a review.* Proceedings of the IEEE, vol. 77, Issue 7, pages 941–981, 1989. (Cité en pages 14 et 17.)

[Cohen 1999] L. Cohen, P. Loughlin et D. Vakman. *On an ambiguity in the definition of the amplitude and phase of a signal.* Signal Processing, vol. 79, Issue 3, pages 301–307, 1999. (Cité en pages 8 et 33.)

[Cohen 2002] I. Cohen. *Noise estimation by minima controlled recursive averaging for robust speech enhancement.* IEEE Signal Processing Letters, vol. 9, pages 12–15, 2002. (Cité en page 52.)

[Coughlin 2004] K.T. Coughlin et K.K. Tung. *11-year solar cycle in the stratosphere extracted by the empirical mode decomposition method.* Advances in Space Research, vol. 34, Issue 2, pages 323–329, 2004. (Cité en page 17.)

[Cunningham 2007] P. Cunningham et S.J. Delany. *k-Nearest Neighbour Classifiers.* Rapport technique, Technical Report UCD-CSI-2007-4, 2007. (Cité en page 60.)

[Daubechies 2011] I. Daubechies, J. Lu et H. Wu. *Synchrosqueezed wavelet transforms : An empirical mode decomposition-like tool.* Applied and Computational Harmonic Analysis, vol. 30, pages 243–261, 2011. (Cité en page 20.)

[Deng 2003] L. Deng. *Recursive estimation of nonstationary noise using iterative stochastic approximation for robust speech recognition.* IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing, vol. 11, pages 568–580, 2003. (Cité en page 53.)

[Djuric 1990] P. Djuric et S. Kay. *Parameter estimation of Chirp signals.* IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing, vol. 38, pages 2118–2126, 1990. (Cité en page 24.)

[Djurovic 2012a] I. Djurovic et M. Simeunovic. *Recent advances in the estimation of the polynomial-phase signals.* In Mediterranean Conference on Embedded Computing, pages 124–127, 2012. (Cité en page 28.)

[Djurovic 2012b] I. Djurovic, M. Simeunovic et B. Lutovac. *Are genetic algorithms useful for the parameter estimation of FM signals ?* Digital Signal Processing, 2012. (Cité en page 28.)

[Dong 2012] Y. Dong et Y. Cui. *Analysis of a New Joint Time-Frequency Distribution of Suppressing Cross-Term.* Research Journal of Applied Sciences, Engineering and Technology, vol. 4(11), pages 1580–1584, 2012. (Cité en page 17.)

[Durnerin 1999] M. Durnerin. *A strategy for interpretation in spectral analysis (in French).* PhD thesis, Institut National Polytechnique de Grenoble, France, 1999. (Cité en pages 49, 50, 52, 54 et 151.)

[Ester 1996] Martin. Ester, Hans-peter. Kriegel, Jorg. S et Xiaowei. Xu. *A density-based algorithm for discovering clusters in large spatial databases with noise.* Proceedings of the Second International Conference on Knowledge Discovery and Data Mining (KDD-96), pages 226–231, 1996. (Cité en page 60.)

[Francos 1995] J. Francos et B. Friedlander. *Bounds for estimation of multi-component signals with random amplitude and deterministic phase.* IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 43, pages 1161–1172, 1995. (Cité en pages 27 et 132.)

[Frenkel 1999] L. Frenkel et M. Feder. *Recursive expectation-maximization (EM)algorithms for time-varying parameters with applications to multiple target tracking.* IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 42, pages 306–320, 1999. (Cité en page 53.)

[Friedlander 1993] B. Friedlander. *Parametric signal analysis using the polynomial phase transform.* IEEE Workshop Higher-order statistics, pages 151–159, 1993. (Cité en page 25.)

[Gabor 1946] D. Gabor. *Theory of communications.* Journal of IEE, vol. 93, pages 429–457, 1946. (Cité en page 8.)

[Ghogho 1999] S. Ghogho, A. Nandi et A. Swami. *Cramer-Rao bounds and maximum likelihood estimation for random amplitude phased-modulated signals.* IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 47, pages 2905–2916, 1999. (Cité en page 27.)

[Greenwalt 1968] C. Greenwalt. Bird Song : Acoustics and physiology. Smithsonian Institution press, 1968. (Cité en page 29.)

[Huang 1998] N.E. Huang, Z. Shen, S.R. Long, M.C. Wu, H.H. Shih, Q. Zheng, N.C. Yen, C.C. Tung et H.H. Liu. *The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis.* Proceedings of the royal society A, vol. 459, no. 2037, pages 2317–2345, 1998. (Cité en pages 17 et 32.)

[Huang 2005] N.E. Huang et Samuel S.P. Shen. Hilbert-Huang Transform And Its Applications. London : World Scientific, 2005. (Cité en page 18.)

[Huang 2009] a.l. Huang N.E. *On Instantaneous Frequency.* Advances in Adaptive Data Analysis, vol. 1, pages 177–229, 2009. (Cité en pages 7 et 18.)

[Hussain 2002] Z.M. Hussain. *Adaptive instantaneous frequency estimation of multicomponent FM signals using quadratic time-frequency distributions.* IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 50, Issue 8, pages 1866–1876, 2002. (Cité en pages 17 et 47.)

[Ikram 1997] M. Z. Ikram, K. Abed Meraim et Y. Hua. *Fast quadratic phase transform for estimating the parameters of multicomponent Chirp signals.* Digital Signal Processing, vol. 0, pages 127–135, 1997. (Cité en page 25.)

[Jabloun 2007a] M. Jabloun. *Modélisation de signaux fortement non-stationnaires phase et à amplitude locales polynomiales.* PhD thesis, l'Ecole Doctorale EEATS, 2007. (Cité en pages 28, 29, 30, 34 et 36.)

[Jabloun 2007b] M. Jabloun, F. Leonard, M. Vieira et N. Martin. *A New Flexible Approach to Estimate the IA and IF of Nonstationary Signals of Long-Time Duration.* IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 55, pages 3633–4644, 2007. (Cité en pages 2, 28, 29, 32, 35, 105, 107, 110, 113, 132, 152 et 153.)

[Jabloun 2008] M. Jabloun, F. Leonard, M. Vieira et N. Martin. *Estimation of the Amplitude and the Frequency of Nonstationary Short-time Signals.* Signal Processing, vol. 88, Issue 7, pages 1636–1655, 2008. (Cité en pages 29, 30, 32 et 36.)

[Jan 1999] A.K. Jan, M.N. Murty et P.J. Flynn. *Data Clustering : A Review.* ACM Computing Surveys, vol. 31, pages 264–323, 1999. (Cité en page 59.)

[Kaslovsky 2010] D.K. Kaslovsky et G.M. Francois. *Noise corrusption of empirical mode decompositon and its effect on instant frequency.* Advances in Adaptive Data Analysis, vol. 2(3), pages 373–396, 2010. (Cité en page 18.)

[Katkovnik 1997] V. Katkovnik. *Nonparametric estimation of instantaneous frequency.* IEEE Transactions on Information Theo, vol. 30, pages 183–189, 1997. (Cité en pages 17 et 31.)

[Katkovnik 1998] V. Katkovnik et L Stankovic. *Instantaneous frequency estimation using the Wigner distribution with varying and data-driven window length.* IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 46, pages 2315–2325, 1998. (Cité en pages 17 et 31.)

[Kay 1988] S. Kay. *Statistically/computationally efficient frequency estimation.* In Proc. ICASSP 88, pages pp2292–2295, New York, 1988. (Cité en page 9.)

[Kay 1996] S. Kay et S. Saha. *mean likelihood frequency estimation.* IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 32, pages 378–387, 1996. (Cité en page 27.)

[Kirkpatrick 1983] S. Kirkpatrick, C. Gelatt et Jr.M.P. Vecchi. *Optimization by simulated annealing.* Science, vol. 220-4598, pages 345–358, 1983. (Cité en pages 29 et 112.)

[Krishnamurthy 1993] V. Krishnamurthy et J. Moore. *Online estimation of hidden markov model parameters based on the Kullback-Leibler information mature.* IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 41, pages 2557–2573, 1993. (Cité en page 53.)

[Kumaresan 1987] R. Kumaresan et S. Verma. *On estimating the parameters of chirp signals using rank reduction techniques.* In Proceedings of the 21st Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers, pages 555–558, 1987. (Cité en page 25.)

[Li 2011] Z. Li, N. Martin, M. Vieira et P. Guegen. *Parameter estimation of short-time multi-component signals using damped-amplitude & frequency polynomial-frequency model.* In IEEE Workshop on Statistical Signal processing, pages 545–548, 2011. (Cité en pages 132 et 154.)

[Lin 2000] C. Lin et P. Djuric. *Estimation of chirp signals by MCMC.* In Proceedings on IEEE International Conference on Acoustics, Speech, and Signal Processing, volume 1, pages 265–268, 2000. (Cité en page 25.)

[Loughlin 1996] P. J. Loughlin et . Tacer. *On the amplitude and frequency-modulation decomposition of signals.* J. Acoust. Soc. Am., vol. 100(3), pages 1594–1601, 1996. (Cité en pages 7, 8 et 14.)

[Maragos 1993a] P. Maragos, J.F. Kaiser et T. Quatieri. *Energy separation in signal modulation to speech analysis.* IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 41, pages 3024–3051, 1993. (Cité en pages 11 et 18.)

[Maragos 1993b] P. Maragos, J.F. Kaiser et T. F. Quatieri. *On amplitude and frequency demodulation using energy operators.* IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 40, pages 1532–1550, 1993. (Cité en page 11.)

[Martin 2001] R. Martin. *Noise power spectral density estimation based on optimal smoothing and minimum statistics.* IEEE Transactions on Speech and Audio Processing, vol. 9, pages 504–512, 2001. (Cité en page 52.)

[Martin 2006] N. Martin. Minimum Variance, Spectral Analysis. Editeur HERMES, May, 2006 2006. (Cité en page 47.)

[Martin 2011] N. Martin. Spectral Analysis, Parametric, Non-parametric and Advanced Methods. WILEY-VCH, 2011. (Cité en page 50.)

[McAulay 1986] R. McAulay. *Speech analysis/Synthesis based on a sinusoidal representation.* IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing, vol. 34, Issue 4, pages 744–754, 1986. (Cité en pages 22, 23, 32, 48 et 49.)

[Meignen 2012] S. Meignen, T. Oberlin et S. McLaughlin. *A New Algorithm for Multicomponent Signals Analysis Based on SynchroSqueezing : With an Application to Signal Sampling and Denoising.* IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 60, pages 5787–5798, 2012. (Cité en page 20.)

[Metropolis 1953] N. Metropolis, A.W. Rosenbluth, M.N. Rosenbluth, A.H. Teller et E. Teller. *"Equations of State Calculations by Fast Computing Machines.* Journal of Chemical Physics, vol. 21(6), pages 1087–1092, 1953. (Cité en page 112.)

[Morelande 2002] M.R. Morelande et A.M. Zoubir. *On the performance of cyclic moments-based parameter estimators of amplitude modulated polynomial phase signals.* IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 50, pages 590–606, 2002. (Cité en page 27.)

[O'Shea 2004] P. O'Shea. *A fast algorithm for estimating the parameters of a quadratic FM signal.* IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 52, pages 385–393, 2004. (Cité en page 25.)

[Peleg 1991] S. Peleg et B. Porat. *Estimation and classification of polynomial-phase signals.* IEEE Transactions on Information Theory, vol. 37, pages 422–430, 1991. (Cité en pages 25 et 26.)

[Peleg 1993] S. Peleg, B. Porat et B. Friedlander. *The achievable accuracy in estimating the instantaneous phase and frequency of a constant amplitude.* IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 71, pages 2216–2224, 1993. (Cité en page 26.)

[Peleg 1995] S. Peleg et B. ; Friedlander. *The discrete polynomial-phase transform.* IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 43, Issue 8, pages 1901–1914, 1995. (Cité en pages 25 et 26.)

[Peleg 1996] S. Peleg et B. Friedlander. *Multicomponent signal ana using the polynomial-phase transform.* IEEE Transactions on Aerospace and Electric Systems, vol. 32, pages 378–387, 1996. (Cité en page 26.)

[Pham 2007] D. S. Pham et A. M. Zoubir. *Analysis of Multicomponent Polynomial Phase Signals.* IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 55, Issue 1, pages 56–65, 2007. (Cité en page 28.)

[Picinbono 1997] B. Picinbono. *On instantaneous amplitude and phase of signals.* IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 45, Issue 3, pages 552–560, 1997. (Cité en page 7.)

[Rangachari 2006] S. Rangachari et C. Loizou. *A noise-estimation algorithm for highly non-stationary environments.* Speech Communication, vol. 48, pages 220–231, 2006. (Cité en page 52.)

[Rankine 2007] L. Rankine, M. Mesbaha et B. Boashash. *IF estimation for multicomponent signals using image processing techniques in the time-frequency domain.* Signal Processing, vol. 87, Issue 6, pages 1234–1250, 2007. (Cité en pages 17, 31, 47, 48 et 49.)

[Richard 2001] O. D. Richard, Peter E. H. et G. S. David. Pattern Classification. Wiley-Interscience, 2001. (Cité en page 60.)

[Riera Guasp 2011] M. Riera Guasp, J. Roger Folch, J.A. Antonino Daviu, J. Perez Cruz et R. Puche Panadero. *Diagnosis of induction motor faults in time-Varying conditions using the polynomial-phase transform of the current.* IEEE Transactions on Industrial Electronics, vol. 58, pages 1428–1439, 2011. (Cité en page 26.)

[Rife 1974] Rife et Boorstyn. R. *Single-tone parameter estimation from discrete-time observations.* IEEE Transactions on Information Theory, vol. 20, pages 591–598, 1974. (Cité en page 34.)

[Ris 2001] C. Ris et S. Dupont. *Assessing local noise level estimation methods : application to noise robust ASR.* Speech Communication, vol. 34, pages 141–158, 2001. (Cité en page 52.)

[Robert 2006] C. Robert. Méthodes de Monte-Carlo par chaînes de Markov. Springer-Verlag France, Paris, 2006. (Cité en page 29.)

[Saha 2002] S. Saha et S.M. Kay. *Maximum likelihood parameter estimation of superimposed chirps using Monte Carlo importance sampling.* IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 50, Issue 2, pages 224–230, 2002. (Cité en page 27.)

[Sander 1998] Jorg. Sander, Martin. Ester, Hans-Peter. Kriegel et Xiaowei. Xu. *Density-Based Clustering in Spatial Databases : The Algorithm GDBSCAN and Its Applications.* Data Mining and Knowledge Discovery, vol. 2, pages 169–194, 1998. (Cité en page 60.)

[Stahl 2000] A. Stahl V. Fischer et R. Bippus. *Quantile based noise estimation for spectral subtraction and Wiener filtering.* IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing, vol. 3, pages 1875–1878, 2000. (Cité en page 52.)

[Stankovic 1997] L. Stankovic. *Local Polynomial Wigner distribution.* IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 59, pages 123–128, 1997. (Cité en page 27.)

[Vakman 1996] D. Vakman. *On the analytic signal, the Teager-Kaiser energy algorithm, and other methods for defining amplitude and frequency.* IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 44, Issue 6, pages 791–797, 1996. (Cité en page 8.)

[Vieira 1999] M. Vieira. *Estimation Bayésienne par des méthodes MCMC - application à la surveillance des moteurs asynchrones.* PhD thesis, Université de Nice - Sophia-Antipolis Faculté des sciences, 1999. (Cité en pages 29 et 154.)

[Wan 2003] H. Wan. *Two-pass quantile based noise spectrum estimation.* Center of Spoken Language Understanding, OGI, 2003. (Cité en pages 52 et 53.)

[Wang 2006] P. Wang et J. Yang. *Multicomponentchirp signals analysis using product cubic phase function.* Digital Signal Processing, vol. 16, pages 654–669, 2006. (Cité en page 25.)

[Wang 2009] P. Wang, H. Li et B. Himed. *Instantaneous frequency rate estimation for high-order poly-phase transform.* IEEE Signal Processing Letters, vol. 16, pages 282–285, 2009. (Cité en page 27.)

[Wu 2004] Z. Wu et N.E. Huang. *study of the characteristics of white noise using the Empirical Mode Decomposition method.* Proc. R. Soc. Lond. A 8, vol. 460, pages 1597–1611, 2004. (Cité en page 17.)

[Wu 2009] Z. Wu et N. Huang. *Ensemble empirical mode decomposition : a noise data analysis method.* Advanced in Adaptive Data Analysis, vol. 1, pages 1–41, 2009. (Cité en page 20.)

[Xia 2000] X. Xia. *Discrete chirp-Fourier transform and its application to chirp rate estimation.* IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 48, pages 3122–3133, 2000. (Cité en page 25.)

[Yao 2002] K. Yao et S. Nakamura. *Sequential noise compensation by sequential Monte Carlo method.* Advanced Neural Information Processing Systems, vol. 14, pages 1213–1220, 2002. (Cité en page 53.)

[Zhou 1996] G. Zhou, G.B. Giannakis et A. Swami. *On polynomial phase signals with time-varying amplitudes.* IEEE Transactions on Signal Processing, vol. 44, pages 848–861, 1996. (Cité en page 27.)

Résumé : Cette thèse propose une nouvelle méthode pour modéliser les fonctions non linéaires de modulation d'amplitude et de fréquence de signaux multicomposantes non stationnaires de durée longue. La méthode repose sur une décomposition du signal en segments courts pour une modélisation locale sur les segments. Pour initialiser la modélisation, nous avons conçu une première étape qui peut être considérée comme un estimateur indépendant et non paramétrique des fonctions de modulation. L'originalité de l'approche réside dans la définition d'une matrice de convergence totale intégrant simultanément les valeurs d'amplitude et de fréquence et utilisé pour l'association d'un pic à une composante selon un critère d'acceptation stochastique. Suite à cette initialisation, la méthode estime les fonctions de modulation par enchainement des étapes de segmentation, modélisation et fusion. Les fonctions de modulation estimées localement par maximum de vraisemblance sont connectées dans l'étape de fusion, qui supprime les discontinuités, et produit l'estimation globale sur la durée totale du signal. Les étapes sont conçues afin de pouvoir modéliser des signaux multicomposantes avec des morts et naissances, ce qui en fait une de ses originalités par rapport aux techniques existantes. Les résultats sur des signaux réels et simulés ont illustré les bonnes performances et l'adaptabilité de la méthode proposée.

Mots clés : Traitement du signal, Amplitude, Fréquence, Signaux multicomposantes, Morts et naissances, Signaux non stationnaires, Temps-fréquence, Modélisation, Maximum de vraisemblance

---

Abstract : In this thesis, a novel method is proposed for modeling the non-linear amplitude and frequency modulations of non-stationary multi-component signals of long duration. The method relies on the decomposition of the signal into short time segments to carry out local modelings on these segments. In order to initialize the modeling, a first step is designed which can be considered as an independent estimator of the modulations over the entire duration of the signal. The originality of this approach lies in the definition of the total divergence matrix integrating simultaneously the amplitude and frequency values, which are employed for the association of a peak to a component according to a stochastic acceptation criteria. Following the initialization, the proposed method estimates the modulations by the step sequence of segmentation, modeling and fusion. The locally obtained modulation functions estimated by maximum likelihood are finally connected in the fusion step which suppresses their discontinuity and yields the global estimation over the entire signal duration. All these steps are defined in order to be able to model multicomponent signals with births and deaths, making one of its original features compared to existing techniques. The results on real and simulated signals have shown the good performance and adaptability of the proposed method.

Keywords : Signal processing, Amplitude, Frequency, Multi-component signals, Births and deaths, Time-frequency, Non-stationary signals, Modeling, Maximum likelihood