



HAL
open science

MODÈLE MATHÉMATIQUE D'ACQUISITION DES INVARIANTS PERCEPTIFS

Bernard Victorri

► **To cite this version:**

Bernard Victorri. MODÈLE MATHÉMATIQUE D'ACQUISITION DES INVARIANTS PERCEPTIFS. Géométrie différentielle [math.DG]. Université de Montréal, 1981. Français. NNT: . tel-00858733

HAL Id: tel-00858733

<https://theses.hal.science/tel-00858733>

Submitted on 5 Sep 2013

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Université de Montréal

**MODÈLE MATHÉMATIQUE
D'ACQUISITION DES INVARIANTS
PERCEPTIFS**

Bernard Victorri

**Département de physique
Faculté des arts et des sciences**

**Thèse présentée à la faculté des études supérieures
en vue de l'obtention du grade de
Philosophiae Doctor (Ph.D.)**

février 1981

REMERCIEMENTS

Je tiens avant tout à remercier mon directeur de thèse, Jean-Robert Derome, dont l'amitié et le soutien constant m'ont stimulé et inspiré tout au long de ce travail.

Parmi les nombreuses autres personnes qui m'ont aidé à un moment ou un autre, qu'il me soit permis de citer spécialement Alain Vinet, dont les contributions ont été considérables au cours de l'année où nous avons travaillé ensemble, et Lynn Marie Caissie qui s'est chargée de la dactylographie

TABLE DES MATIERES

INTRODUCTION.....	7
1- Perception et invariants perceptifs	7
2- La théorie de Descartes	8
3- Quelques repères historiques.....	9
4- La recherche contemporaine	12
5- L'état du problème des invariants perceptifs	14
6- Plan de cette étude.....	16
Chapitre I : ORGANISATION TOPOLOGIQUE DES RÉGIONS CÉRÉBRALES.....	18
1- L'organisation en colonnes du cortex visuel	18
2- Multiplicité des représentations sensorielles et motrices	21
3- La notion de répertoire	23
4- Variétés réceptrices et champs récepteurs généralisés	25
5- Position du corps et groupe moteur.....	27
6- Hiérarchie des répertoires.....	29
Chapitre II : PLASTICITÉ DU SYSTÈME NERVEUX.....	32
1- Plasticité de la perception.....	32
2- Stabilisation des répertoires	36
3- Psychologie de l'apprentissage	37
4- Neurophysiologie de l'apprentissage et "éléments" d'un répertoire	42
Chapitre III : STABILISATION D'UN RÉPERTOIRE	46
1- Présentation du modèle	46
1.1- Structure d'un répertoire	46
1.2- Activité d'un répertoire.....	46
1.3- Renforcement d'un répertoire	48
1.4- Processus d'apprentissage.....	49
1.5- Stabilisation d'un répertoire.....	50
2- Modèles d'apprentissage et processus de Markov.....	50
2.1- Modèles d'apprentissage.....	51
2.2- Processus de Markov associé à un modèle d'apprentissage	51
2.3- Modèles "contractants"	52
2.4- Événements macroscopiques.....	54
2.5- Caractère contractant de notre modèle	55

2.6- Régularité des processus de Markov associés à notre modèle	56
2.7- Remarques	58
3- Dynamique associée à un apprentissage à faible coefficient de renforcement	59
3.1- La théorie générale	60
3.2- Comportement asymptotique du processus	61
3.3- Etude de deux cas simples	63
3.4- Extension et conclusions	67
Chapitre IV : FONCTION D'UN REPERTOIRE	69
1- La relation input-output dans un répertoire stabilisé	69
1.1- Métrique riemannienne sur X et Y	69
1.2- Répertoires disjoints	71
1.3- Répertoire à renforcement sélectif	73
2- Caractéristiques de l'apprentissage pour un répertoire	75
2.1- Evolution dans le temps	75
2.2- Généralisation	76
2.3- Réversibilité de l'apprentissage	77
2.4- Problème de la mémoire à long terme	78
3- Répertoires et "classeurs de forme"	78
4- Répertoires et opérations "continues" sur les inputs	81
5- Non-fiabilité des neurones	82
6- Conclusion	84
Chapitre V : COORDINATION SENSORI-MOTRICE	85
1- Mouvements d'orientation par rapport à des stimuli éloignés	85
1.1 Mouvements des yeux	86
1.2- Stimuli simultanés	87
1.3- Mouvement de la tête	89
1.4- Mouvements d'autres parties du corps	90
2- Mouvements dépendant de la distance du stimulus	91
2.1- La vision binoculaire	91
2.2- Autres sources d'information pour la perception des distances	92
2.3- Les autres modalités perceptives	94
2.4- Représentation interne égocentrique	95
3- Hiérarchie des répertoires sensori-moteurs	95
3.1- Répertoires en "série"	96
3. 2- Répertoires "en parallèle"	97

3.3- Systèmes de répertoires	99
Chapitre VI : INVARIANCE PERCEPTIVE ET GEOMETRIE DE LA PERCEPTION ...	100
1- Perception et invariance perceptive.....	100
2- Invariance locale par rapport aux mouvements du corps	101
3- Invariance globale par rapport aux mouvements du corps.....	103
4- Mouvements des objets	104
5- Invariance d'un objet par rapport à son propre mouvement.....	106
6- Mesures perceptives	109
7- La géométrie de l'espace perceptif	110
CONCLUSION	114
1- Aspects mathématiques	114
2- Aspects psychologiques et épistémologiques	115
3- Aspects neurophysiologiques	116
BIBLIOGRAPHIE	119

SOMMAIRE

Dans cette étude, on cherche à résoudre un problème qui est au cœur de toute théorie de la perception : celui de l'invariance perceptive. Plus précisément, on cherche à modéliser les mécanismes neurophysiologiques qui sous-tendent l'acquisition de cette propriété fondamentale du système perceptif, qui consiste à "reconnaître" l'invariance de certaines qualités des objets dans l'environnement, malgré la diversité de formes que peut présenter l'information que le système en reçoit.

Le point de départ est essentiellement neurophysiologique. À partir de la description du comportement et de l'organisation des neurones dans différentes régions du cerveau, spécialement des neurones impliqués dans la perception visuelle, on définit la notion de *répertoire*, qui va être le concept de base de notre modèle. Un répertoire est conçu comme le support neuronal de toute activité perceptive ; muni de deux variétés différentielles, la variété réceptrice et la variété effectrice, il est composé d'*éléments* qui représentent les unités fonctionnelles de notre modèle. Les données psychologiques et neurophysiologiques sur les capacités d'adaptation et d'apprentissage du système nerveux nous conduisent à définir une dynamique de renforcement sur les répertoires. Cette dynamique consiste en des modifications des *poids* des éléments du répertoire, c'est-à-dire de leur contribution à son comportement global.

On démontre alors que, dans des conditions convenables, le répertoire va *se stabiliser* sous l'effet du renforcement et s'adapter aux contraintes environnementales auxquelles il est soumis. La théorie mathématique utilisée pour faire cette démonstration est celle des processus de Markov telle qu'elle a été développée par Norman (1972) pour les modèles d'apprentissage. On s'intéresse particulièrement à certains types de répertoires (répertoires *disjoints* et répertoires à *renforcement sélectif*) pour lesquels les processus stochastiques d'apprentissage se ramènent, en première approximation, à des processus dynamiques déterministes.

On discute alors des points forts et des faiblesses du modèle, en comparant ses performances d'une part à la réalité biologique qu'il est censé représenter et d'autre part à d'autres types de modélisation qui ont pu être proposés.

On essaie ensuite d'appliquer le modèle à la résolution du problème posé : on prouve que la stabilisation de répertoires bien choisis permet de rendre compte de l'acquisition d'invariants perceptifs impliqués dans des comportements sensori-moteurs simples. Au passage, on est amené à se poser le problème de la stabilisation de *systèmes de répertoires* et on le résout en partie.

Enfin, on essaie de généraliser ces résultats à des processus perceptifs plus complexes, ce qui nous conduit à lier la notion d'invariants perceptifs à celle d'action de groupes de Lie sur des variétés et l'on montre l'intérêt de cette approche dont la première formulation remonte à Poincaré (1902, 1905).

INTRODUCTION

1- Perception et invariants perceptifs

Qu'est-ce que la perception ? Quel rapport y a-t-il entre perception et sensation ? Il y a autant de réponses à ces questions qu'il y a de théories de la perception. Par exemple Hebb (1966, p. 336) définit la sensation comme "the activity of receptors and specific afferent pathways" et la perception comme "the activity of mediating processes initiated by sensation", tandis que Gibson (1966, pp. 1-6) considère qu'il s'agit de deux processus indépendants l'un de l'autre ("perception is not based on having sensations, but on detecting information"). Quant à Corso (1967, p. 187), il nie que l'on puisse différencier les deux notions ("their distinction as separate systematic concepts has not been established in the scientific vocabulary"). A vrai dire, la seule chose que l'on puisse affirmer sans grand risque d'être contredit, c'est qu'il faudra attendre d'avoir complètement élucidés les mécanismes physiologiques qui sous-tendent l'activité perceptive, avant qu'une définition irréfutable puisse s'imposer.

Dans cette étude, nous ne nous poserons pas le problème général de ce qu'est la perception, mais nous nous limiterons à un problème de perception bien précis, celui des invariants perceptifs. Introduisons-le par un exemple, que nous empruntons à Yost (1974, p. 24) et que nous nous permettons de citer au long :

Suppose that under normal conditions an observer looks obliquely, and from several feet away, at an old British penny that lies on a table in a well-lighted room.

Keeping his eyes — the example would be better if he were using only one eye — on the penny, he approaches the table until he is looking straight down at it. He would now probably claim to know that the following sentences are true :

- (i) The penny was round and brown throughout the interval of his approach to the table.
- (ii) What was presented to him in the center of his visual field was at first thinly elliptical and a bright whitish yellow, then increasingly fatter and darker, until at the end it was circular and brown.
- (iii) What was presented to him in the center of his visual field throughout the approach was identical with the penny, or at least the top surface of the penny.

Ainsi, alors que l'image que nous renvoie un objet au cours de notre déplacement se transforme et que nous sommes conscients de ces transformations, nous sommes en même temps conscients du fait que l'objet lui-même ne s'est pas transformé, et qu'il possède des qualités propres : forme, couleur, ... : il faut donc bien admettre que les processus cérébraux mis en œuvre pendant que nous regardons l'objet ont abouti à la reconnaissance d'*invariants* qui caractérisent l'objet en question. Ce sont ces processus qui nous conduisent à conclure à l'existence d'un monde extérieur indépendant de nos propres déplacements. Toute activité perceptive implique donc de la part de notre cerveau un travail de reconnaissance d'invariants dans la diversité infinie des inputs qui se présentent à nos organes sensoriels.

Nous avons choisi un exemple de perception visuelle, mais cela est vrai qu'il s'agisse de perception auditive, tactile, vestibulaire, etc. De même, dans notre exemple l'objet restait fixe et nous nous déplaçons, mais des phénomènes du même genre accompagnent la perception d'un objet mobile par un observateur fixe : il aura conscience du mouvement, mais

en même temps il percevra que l'objet ne se déforme pas malgré les transformations que subit l'image qu'il reçoit sur sa rétine.

Il faut noter aussi une différence perceptive essentielle entre ce dernier exemple (objet mobile et observateur fixe) et l'exemple de Yost (objet fixe et observateur en mouvement) : alors que dans les deux cas l'image de l'objet se déplace sur la rétine, nous sommes capables de percevoir que l'objet s'est réellement déplacé dans l'espace dans un cas et qu'il est resté fixe dans l'autre. On appelle *invariance spatiale* (Von Holst et Mittelstaedt, 1950) cette discrimination des mouvements réels ; elle est fondamentale : sinon, puisque notre corps et nos yeux en particulier sont le plus souvent en mouvement, le monde nous apparaîtrait constamment agité des mouvements les plus divers et y déceler des invariances de forme serait infiniment plus complexe.

L'objet de cette étude sera donc d'essayer de comprendre et d'expliquer les processus cérébraux qui permettent la reconnaissance de ces invariants perceptifs. En nous attaquant à ce problème précis, qui est au cœur même de toute théorie de la perception, nous espérons pouvoir contribuer, de façon très limitée certes, mais instructive, à la compréhension du problème plus général et plus vaste de la perception, qui n'est lui-même à son tour qu'un aspect très parcellaire de ce qui constitue un des plus grands défis de la Science contemporaine : comprendre notre propre cerveau !

Comme nous l'avons noté, ce sont tous les systèmes perceptifs qui sont concernés par ce problème d'invariance ; cependant nous nous concentrerons essentiellement sur le système visuel, qui a été de loin le plus étudié, sans perdre de vue que le principe explicatif doit dépasser les spécificités propres de la vision pour être applicable à tous les autres sens.

2- La théorie de Descartes

Cela fait longtemps que la réflexion sur ce problème a commencé : sans remonter jusqu'à Empédocle ou Démocrite, on peut sans doute attribuer à Descartes, au XVII^{ème} siècle, la première théorie "psycho-physiologique" cohérente de la perception (Pastore, 1971). Nous allons nous arrêter un instant sur cette théorie, qui, comme nous le verrons, s'avère riche d'enseignements, malgré son caractère grossièrement naïf aux yeux du physiologiste contemporain.

Descartes (1637) avait une conception de l'œil et de son rôle sur laquelle il n'y a rien à redire : la pupille fait du globe oculaire une "camera obscura" et le cristallin permet de focaliser les images sur la rétine. Par contre on n'avait aucune idée à l'époque du fonctionnement du système nerveux ; il imagine donc que les nerfs sont des canaux qui contiennent des petits fils (qu'il appelle "filets") et des "esprits animaux" (sorte de fluide) dont les mouvements obéissent aux lois de la mécanique. Ainsi quand un rayon lumineux frappe la rétine, il met en mouvement les "filets" du nerf optique qui vont transmettre l'information au cerveau. De même un mouvement moteur est la conséquence du mouvement des esprits animaux qui viennent gonfler les muscles concernés. Le siège de la perception, comme de toutes les fonctions psychiques, est situé dans une partie centrale du cerveau, "la glande pinéale". Celle-ci est à l'intérieur d'une cavité dans laquelle aboutissent tous les nerfs sensoriels et d'où partent tous les nerfs moteurs. Chaque image formée sur la rétine va ainsi être transmise par les filets du nerf optique et va s'imprimer sur la glande pinéale, ce qui provoque la sensation de "voir" l'objet correspondant.

Comment, dans ce schéma, Descartes explique-t-il les invariants perceptifs ? Il choisit l'exemple de l'invariance des dimensions d'un objet par rapport à sa distance à l'observateur : plus un objet est loin, plus son image sur la rétine est petite, mais cela ne nous empêche pas d'apprécier correctement ses dimensions ; c'est ce que l'on appelle aujourd'hui l'*invariance de taille* (size constancy). Descartes remarque que selon la distance de l'objet, nous ajustons d'une part la forme du cristallin (accommodation), d'autre part l'angle entre les directions des deux yeux (convergence binoculaire), de manière à produire une image nette et bien centrée. Il suppose alors qu'en effectuant ces ajustements, la glande pinéale du même coup se rapproche ou s'éloigne dans sa cavité : ainsi si l'objet est loin, la glande pinéale, en se rapprochant, recevra une impression de même taille que si l'objet était près de l'œil et la glande loin de la paroi de la cavité où aboutit le nerf optique.

Cette explication peut faire sourire par son ingénuité, mais elle force aussi l'admiration par son ingéniosité. En effet, à partir des lois de la mécanique et de l'optique géométrique (qui, ne l'oublions pas, étaient les seules lois physiques connues à cette époque), Descartes forge une théorie cohérente de la perception, compatible avec quelques faits expérimentaux dont il pouvait disposer.

Nous retiendrons particulièrement deux idées fortes, toujours en vigueur de nos jours, et dont Descartes détient incontestablement la paternité :

- le "postulat psycho-physique" (Pastore, 1971) : Descartes suppose que chaque état psychique (perception, sensation de douleur, rêve, ...) correspond biunivoquement à un état physique du système nerveux. Il suffit de remplacer les termes "forme et mouvement de la glande pinéale" par "activité physico-chimique des neurones des différents centres nerveux" pour se rendre compte que les psychophysiologistes modernes fonctionnent toujours sur le même postulat ;

- le rôle des mouvements moteurs dans la formation des invariants perceptifs : comme nous l'avons vu à propos de l'invariance de taille, Descartes fonde son explication sur l'interaction entre une information motrice (en l'occurrence accommodation et convergence) et l'information sensorielle. Cette interaction, qui sera démontrée expérimentalement par Helmholtz (1867), et à laquelle Poincaré (1902) donnera une élégante formulation mathématique, est essentielle dans les discussions actuelles sur le sujet, et sera un fondement de notre propre modèle.

3- Quelques repères historiques

Il ne saurait être question de faire en quelques pages un historique complet de notre sujet ; il faudrait y consacrer une thèse entière. Mais il est quand même important de signaler quelques-unes des démarches qui ont été proposées dans le passé, ne serait-ce que pour se faire une idée, même vague et partielle, de la genèse du contexte des recherches actuelles. Voici donc quelques "flashes" historiques, qui n'ont, répétons-le, aucunement la prétention de donner une vue rigoureuse et exhaustive de l'histoire des invariants perceptifs.

Après Descartes, c'est Berkeley qui, au début de XVIII^{ème} siècle, développera une "nouvelle théorie de la vision" (1709) dont l'influence dominera toutes les discussions sur le sujet jusqu'à la fin du XIX^{ème} siècle (Boring, 1942 ; Pastore, 1971). Un de ses apports les plus significatifs sera d'avoir introduit la nécessité de l'apprentissage dans la perception, ce qui en fera le chef de file de l'école "empiriste", par opposition à Descartes qui développait sur ce point des

thèses innéistes. Pour Berkeley et ses successeurs, la justesse de nos perceptions provient de l'expérience accumulée depuis la naissance : si l'on est capable d'apprécier la taille d'un objet quelle que soit la distance d'où on l'observe, c'est parce qu'en manipulant des objets (le sens tactile a une grande importance pour Berkeley) au cours de l'enfance, nous avons pu établir une relation entre mouvement de convergence des yeux et distance :

Not that there is any natural or necessary connection between the sensation we perceive by the turns of the eyes, and the greater or lesser distance. But because the mind has by constant experience found the different sensations corresponding to the different dispositions of the eyes, to be attended each with a different degree of distance in the object: there has grown up an habitual or customary connection, between those two sorts of ideas (Berkeley cité par Boring, 1942, p. 272).

Ainsi les invariants perceptifs ne seraient pas innés, mais acquis. Ce débat sur l'inné et l'acquis se poursuivra et se poursuit encore de nos jours ; cependant le phénomène sur lequel Berkeley a attiré l'attention, et qui s'est trouvé amplement confirmé par la suite, c'est celui d'une structuration progressive de la perception. Si empiristes et innéistes, associationnistes et structuralistes continuent à diverger sur la part exacte qu'il faut attribuer à l'expérience par rapport à la programmation génétique, tout le monde s'accorde pour reconnaître que l'activité cérébrale se structure peu à peu, et que, corollairement, notre système perceptif s'organise et se stabilise par étapes.

C'est au milieu du XIX^{ème} siècle que l'étude des perceptions prendra une forme plus quantitative et précise avec l'apparition de la psychophysique. L'expérimentation devient systématique et les faits commencent à s'accumuler, permettant aux théories d'être plus étoffées et plus étayées. La physiologie du système nerveux a fait aussi de sérieux progrès, et le modèle mécanique de Descartes fait place à une analogie plus adéquate : les fibres nerveuses sont assimilées à des fils de télégraphe parcourus par des signaux dont on a découvert l'existence et mesuré la vitesse : les influx nerveux. La figure la plus éminente de cette époque est sans doute H. van Helmholtz, qui publiera entre 1856 et 1867 une œuvre monumentale : le *Handbuch der Physiologischen Optik* (1867). Pour ce qui est des invariants perceptifs, Helmholtz souligne l'importance de l'information motrice qui, dit-il, peut provenir soit de "l'intensité de l'effort volontaire", autrement dit de la commande motrice elle-même (c'est ce que l'on appellera la décharge corollaire), soit de la tension des muscles et du "résultat de l'effort", c'est-à-dire, dans la terminologie moderne, des inputs proprioceptifs. Il démontre expérimentalement le rôle de cette information en ce qui concerne l'invariance spatiale, à partir des faits suivants :

– Si l'on frappe doucement un globe oculaire avec le doigt, l'autre œil étant fermé, on percevra un mouvement de l'objet fixe que l'on regarde, alors que le même mouvement de l'œil, mais effectué volontairement par les muscles oculaires conduit à la perception que l'objet n'a pas bougé. Dans les deux cas l'image de l'objet sur la rétine a bougé, mais dans le premier cas, l'invariance de sa position n'est pas perçue parce que l'information motrice correspondante a fait défaut.

– Par contre si l'on recommence l'expérience avec une "post image" (after-image en anglais, on dit aussi "image consécutive"), c'est-à-dire avec l'impression visuelle qui persiste après que l'on ait porté son regard sur une source lumineuse intense, on obtient des résultats opposés. La post-image ne semble pas bouger quand on manipule le globe oculaire. Par contre un mouvement est perçu quand l'œil bouge naturellement. Ici la post-image est fixe sur la rétine ;

l'information motrice, quand elle est reçue, est donc interprétée comme le fait que la post image a bougé avec l'œil.

– De même, si les muscles de l'œil sont paralysés et que le sujet essaie de tourner son regard, il aura l'impression que la scène visuelle s'est mise en mouvement. Là, l'œil restant de fait fixe et l'image sur la rétine aussi, l'information motrice erronée cause à elle seule l'illusion de mouvement.

Helmoltz pense, comme Berkeley, que cette interaction sensori-motrice est acquise par l'expérience. Et il cite à l'appui de ses dires, d'une part l'observation de très jeunes enfants¹, d'autre part l'expérimentation avec des prismes. Si l'on porte des lunettes prismatiques qui dévient des rayons lumineux d'une vingtaine de degrés, et que l'on essaie d'attraper un objet les yeux fermés après l'avoir attentivement regardé, on va la manquer, Cependant, si l'on porte ces lunettes quelque temps en manipulant des objets et que l'on recommence l'expérience, on ne fait plus d'erreur (même si l'on utilise une main qui n'a pas auparavant manipulé d'objets). C'est au contraire quand on enlève les lunettes que le même phénomène réapparaît. Ce type d'expériences, qui illustrent les capacités d'apprentissage et d'adaptabilité du système perceptif constitue encore aujourd'hui un domaine important de recherche.

Au début du XX^{ème} siècle, les diverses théories de l'apprentissage, aussi bien de Pavlov que des behavioristes américains, vont alimenter les théories empiristes de la perception d'un langage et de concepts nouveaux ; on cherche alors à interpréter les acquisitions perceptives en termes de réflexes conditionnés, de renforcement, etc. Tout s'articule autour du célèbre schéma S-R (stimulus-réponse).

Mais dans le même temps, un courant diamétralement opposé va naître : la Gestalt-théorie ou théorie de la forme. Les Gestaltistes récuse l'analogie du télégraphe. S'appuyant sur la perception d'un certain nombre de figures complexes, en particulier les figures ambiguës (qui peuvent donner lieu à deux interprétations : quand on les regarde assez longtemps, notre perception de la figure oscille régulièrement entre les deux interprétations, l'une excluant l'autre), ils veulent développer l'idée que la perception d'une forme ne peut se réduire à la perception des éléments qui la constituent, mais dépend de facteurs organisationnels globaux ; et ils échaudent une hypothèse physiologique, la "théorie du champ", cohérente avec leur corps de données expérimentales : un objet dans le champ visuel provoquerait l'apparition d'un potentiel dans le cerveau dont la forme serait topologiquement équivalente à la forme de l'objet. Cette hypothèse séduisante s'avèrera malheureusement fautive, mais l'apport de la Gestalt n'en demeure pas moins fondamental. En effet le problème de la transmission locale de stimuli qui sont interprétés globalement par le système perceptif reste posé de nos jours avec autant d'acuité.

Avant de passer à des développements plus contemporains de notre sujet, il nous faut encore parler d'une contribution dont l'intérêt est plus spécifiquement mathématique : celle de Poincaré (1902, 1905). Celui-ci va esquisser une formulation des rapports sensori-moteurs à l'aide de la toute jeune théorie des groupes de transformations que Sophus Lie avait élaborée à la fin du siècle dernier. Poincaré considère l'ensemble des mouvements moteurs dont est capable l'organisme comme un groupe de transformations qui va agir sur nos différents

1. et aussi ses propres souvenirs : il raconte ainsi qu'alors que, très jeune, il se promenait avec sa mère au pied d'une tour sur laquelle se trouvaient des gens, il aurait demandé à sa mère d'attraper et de lui donner ce qu'il prenait pour des marionnettes à portée de main de sa mère. Ceci est un exemple frappant s'il en est de l'absence de l'invariance de taille aux premiers âges de la vie.

champs sensoriels. A partir de la simple idée que les stimuli auxquels nous sommes le plus souvent exposés proviennent d'objets qui restent fixes pendant nos mouvements, il en déduit que l'expérience quotidienne nous permet d'établir une relation d'équivalence entre les divers éléments du groupe moteur qui induisent la même transformation de nos champs sensoriels ; et qu'ainsi se structure dans notre cerveau une représentation du groupe des déplacements qui nous rend aptes à juger le mouvement réel des objets extérieurs, et les transformations de leur image dans les champs sensoriels. Ainsi la notion d'invariant perceptif se trouve-t-elle liée à la notion d'invariant par un groupe de transformations, une des notions les plus fécondes et les plus unificatrices des mathématiques. Nous reviendrons en détail sur ce formalisme mathématique ; il nous permettra d'interpréter de manière opératoire les concepts les plus récents de la neurophysiologie moderne.

4- La recherche contemporaine

Ce qui caractérise la situation actuelle, c'est l'incroyable diversité des moyens d'investigation, qui ont conduit à l'accumulation d'un grand nombre de faits d'expérience, extrêmement dispersés et disparates, dont une vision synthétique et la revue systématique apparaissent aujourd'hui humainement impossibles, malgré les efforts de nombreux auteurs (citons entre autres le *Handbook of Perception*, en cours d'édition, qui doit contenir 10 volumes, et le *Handbook of Sensory Physiology* qui en est à son 22^{ème} volume !)¹.

Les psychologues, utilisant des protocoles d'expérimentation de plus en plus rigoureux et des techniques souvent très raffinées, se sont lancés dans l'étude détaillée de toutes sortes d'aspects de la perception. Certains se sont spécialisés dans la mesure des réponses à des stimuli élémentaires (barres et points lumineux sur un écran : étude des seuils de perception, stimulus au repos, en mouvement, éclairage stroboscopique, influence d'un stimulus sur un autre, etc. cf. Jameson et Hurvich, 1972) ; d'autres se penchent sur des figures plus structurées (grilles de différentes fréquences spatiales, mouvements complexes d'une partie de la figure, les dessins ambigus chers aux Gestaltistes, textures obtenues par des procédés aléatoires, utilisation du stéréoscope, etc. cf. Held, Leibowitz et Teuber, 1978). Toutes les illusions visuelles classiques ont été répertoriées, analysées, mesurées et un grand nombre de nouvelles illusions ont été découvertes (en particulier des illusions de mouvement cf. MacKay, 1958). Les mouvements des yeux ont été étudiés avec une grande précision (Alpern, 1972). Des appareils ingénieux ont été mis au point pour stabiliser l'image sur la rétine (Yarbus, 1967).

L'adaptabilité du système visuel a été mise à l'épreuve à l'aide de lunettes renversantes, toute sortes de prismes, etc. (Kohler, 1961 ; Held, 1965). Des expériences de déprivation sensorielle (on enferme le sujet pendant plusieurs jours dans une pièce où toute stimulation visuelle et auditive est absente) ont été tentées, chez l'animal d'abord (Riesen, 1947), puis chez l'homme (Heron, Doane et Scott, 1956). Les opérations de la cataracte ont permis de répondre à une très vieille question, posée par Molineux en 1680 : si un aveugle de naissance recouvrait la vue, que pourrait-il percevoir (Yon Senden, 1932 ; Gregory et Wallace, 1963) ? Toujours à propos des aveugles, des techniques de "substitution sensorielle" (l'aveugle manipule une

1. On comprendra que dans ces conditions les références qui vont suivre n'ont aucunement la prétention d'être complètes. Pour chaque domaine évoqué, on a cité soit un article de revue, soit une recherche particulièrement représentative.

caméra reliée à un dispositif qui transforme l'image filmée en stimulation tactile dans son dos ou sur son doigt) se sont montrées très révélatrices et d'une efficacité remarquable (Bach y Rita, 1972). Les perceptions de l'enfant et même du nourrisson (Vurpillot, 1972) ont fait l'objet d'une attention particulière. On s'est aussi penché sur les capacités de discrimination visuelle des animaux, d'un bout à l'autre de l'échelle de l'évolution...

Mais c'est dans le domaine de la neurophysiologie que les progrès ont été les plus remarquables. La technique des microélectrodes, permettant d'enregistrer l'activité individuelle d'un neurone, va provoquer une véritable révolution dans l'approche des problèmes de perception. Introduite dès 1935 au niveau de la rétine par Hartline (1935), cette méthode va conduire au concept de champ récepteur d'un neurone (pour la rétine Kuffler, 1953, et pour le cortex visuel Hubel et Wiesel, 1959). Depuis, une véritable cartographie de nombreuses "aires" corticales et subcorticales a été réalisée, et elle se poursuit encore. Dans cette tâche, les chats et les singes sont les principaux "collaborateurs" des chercheurs. Les psychologues ont pu montrer une corrélation entre certains résultats psychologiques obtenus avec des humains et les études neurophysiologiques chez d'autres mammifères (Jung, 1973 ; Maffei, 1978), ouvrant ainsi la voie à une jonction entre ces deux niveaux d'analyse. Il faut aussi noter que la recherche, qui se faisait au début uniquement sur des animaux paralysés par anesthésie, a bientôt pu se pratiquer sur des singes éveillés, permettant ainsi d'étudier au niveau neuronal l'effet des mouvements de l'organisme (Wurtz, 1969).

Cette technique des microélectrodes a bien sûr des limites. Leur pénétration dans le tissu cérébral perturbe peut-être le fonctionnement normal des neurones (selon l'image d'un neurophysiologiste, cela revient un peu à vouloir étudier ce qui se passe dans un bâtiment en y envoyant quelques obus pour voir l'intérieur !). Seuls les neurones ayant une activité régulière et assez précise ont la chance de pouvoir être répertoriés. On est encore très peu capable d'enregistrer en même temps plusieurs neurones impliqués dans la même tâche afin de pouvoir faire des corrélations. Enfin la variété de stimuli présentés à l'animal est forcément très restreinte : on n'est jamais sûr d'avoir trouvé le "bon" stimulus auquel le neurone répondrait de façon maximale. Néanmoins on a aujourd'hui une base neurophysiologique solide sur laquelle fonder des hypothèses théoriques. On a découvert des types de neurones dont l'activité et l'organisation topographique se retrouvent de préparation en préparation. Les résultats sont trop systématiques et généraux pour qu'il ne s'agisse pas là d'une donnée irréfutable de notre système nerveux. Si l'on peut encore hésiter sur le sens de l'activité du neurone, on sait le genre de choses qu'il fait et en tout cas on est certain de ce qu'il ne fait pas. Toute théorie qui n'en tient pas compte peut donc à bon droit être rejetée.

Il faut aussi noter l'avènement d'une neurophysiologie de l'apprentissage : on a trouvé le corrélat neuronal de nombre de concepts psychologiques, comme l'habituation, la sensibilisation, le réflexe conditionné, etc. (Thompson et Spencer, 1966). L'étude de certains invertébrés, comme l'Aplysie, qui possèdent un nombre restreint de gros neurones, identifiables individuellement de préparation en préparation, se montre particulièrement fructueuse et prometteuse dans ce domaine (Kandel, 1976). Enfin, toute une littérature, parfois contradictoire, s'est développée sur l'ontogénèse du système visuel d'animaux élevés dans des conditions spéciales de stimulation visuelle (chatons soumis dès leur naissance à un environnement formé, par exemple, uniquement de barres verticales cf. Pettigrew, 1978).

Tandis que se développaient et se diversifiaient les approches expérimentales, une approche purement théorique naissait et allait connaître rapidement un grand succès : la

neurocybernétique. Dès ses débuts à la fin des années 40, la cybernétique se donnait comme double but, d'une part bien sûr de concevoir des machines artificielles "intelligentes", mais aussi de proposer des modèles de fonctionnement du cerveau, les deux étant indissociablement liés. Pour construire de telles machines on s'inspire de la physiologie du cerveau, et inversement, en analysant les problèmes rencontrés lors de leur conception, on peut juger de la validité de telle ou telle hypothèse biologique, et suggérer de nouvelles expériences. Comme l'adit le neurophysiologiste A.V. Napalkov :

We believe that new research methods, engendered by the development of cybernetics lead to a radical change in the methods which so far have been used in the study of brain. They enable the researcher to pass mere accumulation of facts to purposeful experimental investigations based on an elaborate scientific theory (Olson et Schadé, 1965 ; p. 6).

On doit à Pitts et McCulloch (1947) le premier modèle cybernétique de perception visuelle et auditive. Mais c'est avec la construction du perceptron (Rosenblatt, 1958) que va se déclencher la prolifération de modèles de toutes sortes et la recherche active dans ce domaine que l'on appelle la reconnaissance de forme ("Pattern Recognition" ; pour une revue voir Young et Calvert, 1974, et Verhagen, Duin, Green, Joosten et Verbeek, 1980). Certains de ces "classificateurs de forme" viennent au monde tout équipés, prêts à fonctionner. D'autres au contraire possèdent des connexions aléatoires ("random nets") et doivent avant d'être fonctionnels, subir une période d'apprentissage. Les uns ont une mémoire "innée" des formes qu'ils ont à reconnaître et travaillent en comparant la forme perçue à cette mémoire ("template matching"), alors que les autres ont tout à apprendre et parfois même par auto-apprentissage (sans informations sur la validité de leurs réponses). Certains font une analyse "syntaxique" de l'image dont ils détectent certains éléments, tels qu'angles, lignes horizontales et verticales..., d'autres font une analyse "harmonique" (transformation de Fourier). Beaucoup sont spécialisés dans la lecture des lettres ou des chiffres... Leur rapport avec le système visuel est plus ou moins étroit, mais la plupart des concepts issus de ces recherches se sont avérés du plus grand intérêt pour les théories de la perception.

5- L'état du problème des invariants perceptifs

Que devient, dans cette avalanche de faits expérimentaux et d'outils théoriques nouveaux, notre problème d'invariance perceptive ? Eh bien, il semble que l'on ne soit guère plus avancé que du temps d'Helmholtz (Jung, 1972). Bien sûr la métaphore du télégraphe a fait place à une analogie plus moderne : l'ordinateur. Mais l'idée du rôle fondamental que doit jouer l'information motrice, développée par Helmholtz, reste à l'ordre du jour, sans qu'on ait pu mettre le doigt sur les mécanismes physiologiques de cette interaction.

Von Holst (Von Holst et Mittelstaedt, 1950 ; Von Holst, 1957) a fait une série d'expériences, tant sur l'invariance spatiale (une mouche à qui l'on tourne la tête de 180° par rapport à son corps perd ses capacités d'invariance spatiale : chacun de ses mouvements provoque un réflexe de poursuite, comme si elle avait perçu un mouvement de l'environnement), que sur l'invariance de taille (si l'on bloque artificiellement l'accommodation du cristallin, le sujet n'est plus capable d'apprécier la taille d'un objet), ou sur d'autres invariances encore (sens de l'horizontalité chez le poisson). Il en tire le "principe de réafférence" selon lequel le cerveau doit d'une certaine manière "soustraire" l'information motrice de l'information sensorielle pour obtenir une perception correcte. Qu'il s'agisse ou non d'une soustraction au sens strict, cela reste controversé (MacKay, 1973), mais le principe de

réafférence lui-même n'est pas remis en question. La plupart des théories psychologiques contemporaines (Gibson, 1950, 1966 ;Hebb, 1949, 1959 ;Gaarder, 1975 ; Piaget, 1961 ;Held, 1965 ; Taylor, 1962), si elles diffèrent radicalement sur les principes et les concepts utilisés, s'accordent sur l'importance d'une conception "active" du système perceptif. La vieille tradition de la chaîne S-R est abandonnée ; toute perception provient d'une interaction entre stimuli et activité propre de l'organisme.Comme le dit Von Holst :

Perception itself convinces us of the fact that internal processes are continuously operating within us to move what is seen to and fro, to make it larger or smaller, to alter its proportions, bend its lines and to paint the world with bright colours. It is thanks to such forces that we do not respond to "stimuli" but instead see *objects* and are able to recognize them in different situations (1957 ; p. 219).

Cette importance a été illustrée de manière spectaculaire pour la vision. Yarbus (1967) a en effet démontré que les petits mouvements de l'œil et de la tête qui accompagnent inévitablement toute fixation du regard, sont*indispensables* à la perception. Si, à l'aide d'un dispositif ingénieux, on supprime ces mouvements en maintenant les stimuli visuels rigoureusement fixés sur la rétine, l'image disparaît rapidement et on ne "voit" plus les stimuli.

Cependant comme nous le disions, les mécanismes exacts de cette interaction entre information sensorielle et motrice restent un mystère. Et sur ce point l'expérimentation contemporaine, loin de simplifier le problème, a mis en évidence sa complexité insoupçonnée : pour chaque invariance considérée, plusieurs processus distincts semblent coopérer, rendant difficile toute interprétation d'un fait expérimental, le plus concluant soit-il en première analyse. Ainsi, pour prendre l'exemple de l'invariance de taille, si l'accommodation et la convergence binoculaire jouent un rôle indéniable, les effets de perspective dans l'environnement, la connaissance préalable de l'objet, ... sont des facteurs non négligeables qui peuvent contrebalancer les premiers. "The study of perceptual constancy reveals once again the problems facing the theories in perception : an apparently unitary perceptual phenomenon (or category of phenomena) may have a multiplicity of causes or contributing factors" (Dodwell, 1978 ; pp. 538-539). Toute tentative d'explication globale apparaît donc vite comme simpliste et court le risque,avant même d'être complètement formulée, d'être contredite par des faits expérimentaux déjà établis.

Dans ces conditions, on peut comprendre une tendance très nette, comme dans d'autres domaines de la psychologie, à renoncer aux théories générales pour ce que Dunham (1977) appelle les "miniature theories", modèles parcellaires chargés de ne rendre compte que d'un corpus limité de faits expérimentaux.

Côté cybernétique, on s'est penché aussi sur le problème d'invariance dès le début. Ainsi le modèle de Pitts et McCulloch (1947) propose une solution mathématiquement raisonnable : le cortex visuel calculerait un certain nombre d'invariants par rapport au groupe des rotations, translations... Chaque forme, où qu'elle se présente dans le champ visuel, serait "reconnue" grâce à la valeur de ces invariants (si un nombre suffisant d'invariants est calculé, deux formes distinctes différeraient de valeur pour au moins un des invariants). Malheureusement, les découvertes neurophysiologiques devaient réduire à néant cette hypothèse que Pribam (1966) qualifiera de "brilliant, lively, productive and wrong" ! Les espoirs que le perceptron et ce type de classeurs de forme avaient suscitées sont quelque peu retombés quand Minsky et Papert (1967) ont démontré mathématiquement que celui-ci ne pouvait pas reconnaître des invariants élémentaires par les groupes géométriques les plus simples. Et bien que des

solutions plus sophistiquées (Uhrét-Vossler, 1961, par exemple) aient été proposées, ce problème d'invariance reste la principale épine dans le pied (ou plutôt dans l'œil !) de tous les classeurs de forme. La raison essentielle, comme l'ont souligné plusieurs auteurs (Gyr, Brown, Willey et Zivian, 1966 ; Cellieriet, Papert et Voyat, 1968 ; Zusne, 1970), tient à ce que les classeurs de forme sont passifs, alors qu'on a vu l'importance des mouvements actifs de l'organisme dans la genèse des invariants. Zusne (1970) est donc parfaitement en droit de dresser ce réquisitoire :

The most important problem is the problem of invariance. It has not been solved for pattern recognition by machines, although the theoretical problems associated with it have been handled since the birth of cybernetics. If it had, there would be no need to write more programs or to fail to follow an initial report of a surprisingly high success rate demonstrated by a particular program. The reason is that the problem of how invariance is achieved in a living organism is still unsolved. Indications are that much more than repeated visual experience of the same pattern under different conditions is involved. A most important factor is kinesthetic feedback, as well as inputs from other senses modalities, as in the fact that form in everyday life is not a two-dimensional array of points but a surface or object and is perceived under continuous series of transformations as the perceiver moves in three-dimensional space. Reafference, to use this term in Von Holst's sense, but applying it to cover other similar concepts, including Gibson's, is most certainly an essential variable contributing to the existence of perceptual invariance. Reafference, except perhaps only in the sense of experimenter-provided feedback to the machine about its performance, has not been incorporated in pattern recognition programs in any important sense (pp. 83-84).

Un autre type de modèle intéressant du point de vue des invariants perceptifs a connu un certain succès ces dernières années : le cortex visuel ferait une sorte d'"hologramme" qui analyserait l'image en termes de fréquences spatiales (Maffei, 1978). Un certain nombre de faits tant psychologiques (Blakemore et Campbell, 1969) que neurologiques (Campbell, Cooper et Enroth-Cugell, 1969) semblent en effet militer en faveur d'une telle hypothèse. Un tel système aurait l'avantage d'expliquer l'invariance par rapport à la position de l'image sur la rétine, puisque la décomposition en fréquences spatiales est invariante par translation. Dans la même veine Blaivas (1975, 1977) propose une décomposition suivant les harmoniques sphériques, fonctions propres du groupe de rotations de l'œil, le groupe $SO(3)$. Le travail d'Hoffman (1966, 1970, 1978) part d'un point de vue plus général : considérant le champ visuel comme une variété différentiable, il identifie les neurones du système visuel aux champs vectoriels induits sur cette variété par les différents groupes de transformation (groupes de Lie), ou plus exactement leurs opérateurs infinitésimaux, qui sont impliqués dans les invariances.

Ainsi les idées de Poincaré, que nous avons évoquées brièvement, ont fait leur chemin : nous aurons l'occasion de discuter ces différents modèles, puisque notre travail s'inscrit en droite ligne dans ce courant d'idées.

6- Plan de cette étude

De ce rapide survol de l'état de la recherche, on peut tirer un certain nombre de leçons. Il n'est pas possible de "couvrir" l'ensemble des champs expérimentaux qui peuvent s'offrir au théoricien. Tout en restant attentif aux principaux résultats obtenus par les différentes disciplines concernées, il faut donc faire un certain nombre de choix, pour pouvoir construire un modèle présentant un minimum de cohérence, quitte à relever par la suite les difficultés que pose tel ou tel fait expérimental.

Notre point de départ sera résolument neurophysiologique : comme nous l'avons dit, toute théorie se doit aujourd'hui d'être compatible avec les résultats obtenus dans ce domaine au cours des vingt dernières années. Nous essaierons donc, dans un premier chapitre, de dégager les concepts essentiels introduits par les neurophysiologistes, Nous montrerons en quoi le langage des variétés différentielles peut être utile pour décrire l'activité des aires sensorielles et en particulier formaliser la notion de champ récepteur. Nous étendrons ce formalisme aux activités motrices du système nerveux, de manière à avoir un cadre dans lequel analyser l'interaction sensori-motrice.

Dans le deuxième chapitre, nous nous pencherons sur l'aspect dynamique de l'organisation nerveuse : l'adaptabilité. Nous en étudierons les principales caractéristiques, et nous verrons quel type d'exigences elle pose à notre modèle. Ainsi se trouvera posé le problème des processus d'apprentissage grâce auxquels le système perceptif peut se structurer.

Les troisième et quatrième chapitres seront consacrés à la formalisation mathématique du modèle. Nous essaierons de traduire les phénomènes d'apprentissage à l'aide de la théorie des processus de Markov et nous interpréterons les résultats de cette théorie dans le cadre du modèle.

Nous aurons alors tout l'appareil mathématique nécessaire pour élaborer une théorie de la structuration des invariants perceptifs (cinquième et sixième chapitres). Cette théorie n'aura pas la prétention de résoudre complètement le problème, mais simplement de présenter un point de vue nouveau sur cette question, et nous discuterons de l'intérêt de cette approche en la comparant avec diverses théories contemporaines de l'invariance perceptive.

Enfin nous conclurons en essayant de dresser un bilan de notre travail et de voir comment il s'insère dans les recherches actuelles sur le fonctionnement du cerveau.

Chapitre I :

ORGANISATION TOPOLOGIQUE DES RÉGIONS CÉRÉBRALES

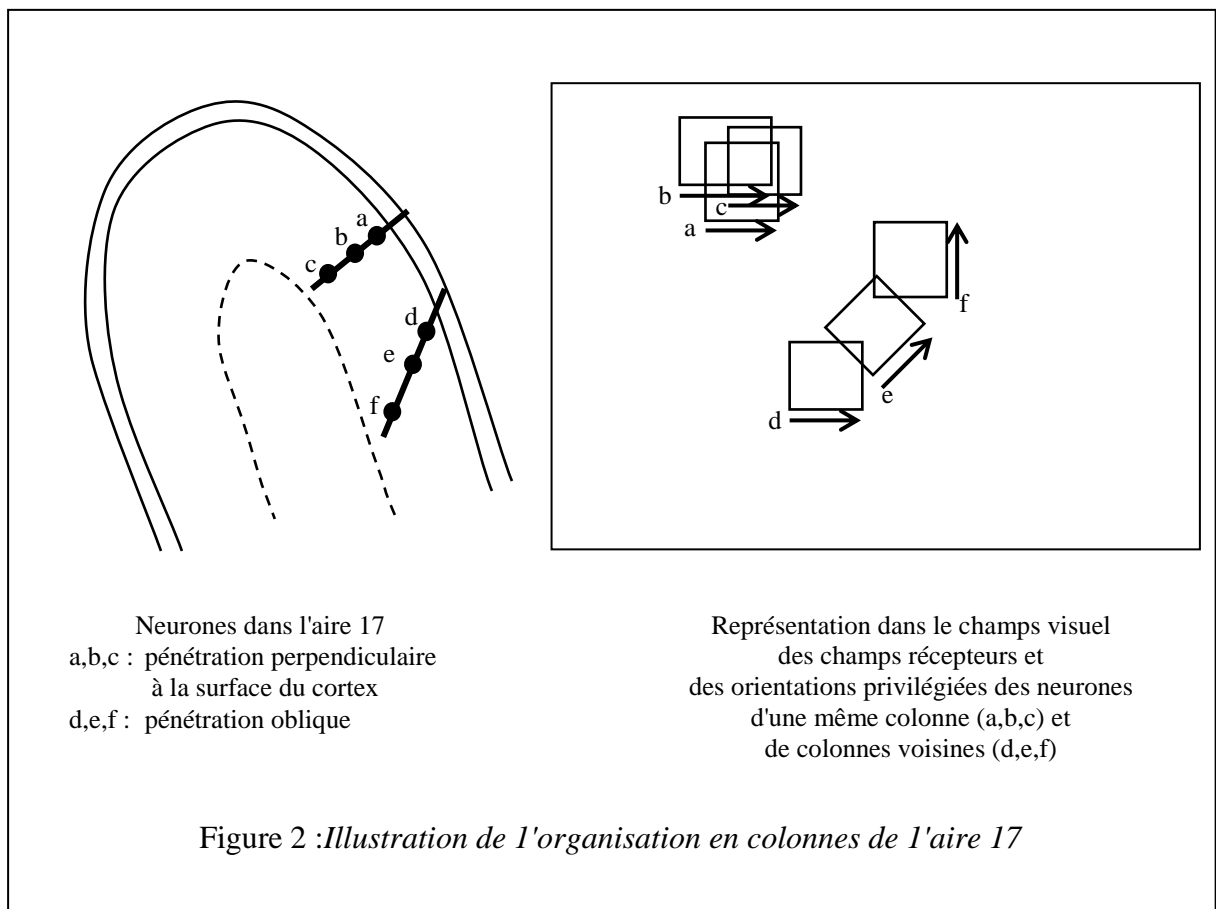
A l'intérieur des grandes divisions anatomiques du cerveau : cortex, noyaux sous-corticaux, cervelet..., les physiologistes ont mis en évidence un certain nombre de régions dont l'organisation topologique est tout à fait remarquable. Ainsi, pour ce qui est du cortex, on a pu localiser un cortex visuel, un cortex auditif, un cortex somatique et un cortex moteur. Dans chacune de ces régions, on peut retrouver une sorte de représentation déformée des organes sensoriels ou moteurs correspondants. Par exemple, un stimulus visuel se projetant sur un coin de la rétine va activer une partie bien définie du cortex visuel et l'on peut établir une correspondance point par point entre la rétine et cette région du cerveau, le centre de la rétine (la "fovea", caractérisée par une très grande densité de photorécepteurs) occupant une place démesurée par rapport à la périphérie. Cette organisation du cortex visuel, que les physiologistes ont appelée "rétinotopique" constitue une *représentation topologique* de la rétine, en ce sens que deux points voisins sur la rétine sont représentés par des neurones voisins dans le cortex visuel. De même, le cortex somatique ou le cortex moteur représentent une véritable cartographie du corps, dans laquelle les mains, les pieds et le visage (et plus particulièrement les doigts et la bouche) occupent beaucoup plus de place que tout le reste du corps. Mais là encore, malgré les déformations, les propriétés topologiques sont localement conservées par cette représentation.

La technique des microélectrodes a confirmé l'existence de ces représentations et a permis d'analyser plus finement l'organisation de ces régions. De plus, elle a permis la découverte de représentations semblables dans d'autres aires du cerveau, que l'on avait baptisées "aires associatives", et pour lesquelles on ne soupçonnait pas une organisation locale aussi stricte. Ceci a bien entendu sensiblement bouleversé la conception traditionnelle du fonctionnement du cortex, et nous allons essayer de présenter brièvement la nouvelle vision du cerveau qui en émerge. Mais auparavant, penchons-nous sur le détail organisationnel d'une des aires qui a été étudiée le plus à fond, et qui nous servira d'exemple tout au long de ce chapitre : le cortex visuel.

1- L'organisation en colonnes du cortex visuel

Le cortex visuel, que l'on appelle aussi l'aire 17, suivant une classification due à Brodmann, reçoit massivement ses afférences de la voie visuelle : les neurones du nerf optique se projettent en effet en grand nombre sur une structure sous-corticale, le corps genouillé latéral, qui à son tour est directement reliée à l'aire 17. L'étude systématique des neurones de l'aire 17 a été entreprise par Hubel et Wiesel, qui ont été les grands pionniers en ce domaine. Travaillant d'abord sur le chat (Hubel et Wiesel, 1959,1962), puis sur le singe (Hubel et Wiesel, 1968,1974), ils ont établi les résultats suivants :

- Chaque neurone de l'aire 17 ne répond à des stimuli lumineux que s'ils sont localisés dans une petite partie du champ visuel, caractéristique du neurone en question : c'est ce qu'on



– Les colonnes sont à leur tour organisées de manière topologique : les neurones de deux colonnes voisines auront des champs récepteurs voisins et seront sensibles à des orientations voisines. L'ensemble des colonnes couvre ainsi toutes les orientations pour tout le champ visuel. Dans cette représentation, la fovéa occupe une plus grande place que la périphérie et les champs récepteurs qui lui correspondent sont nettement plus petits.

Enfin Hubel et Wiesel classent les neurones en "simples", "complexes" et "hypercomplexes" suivant certaines propriétés fonctionnelles. Les cellules simples sont caractérisées par des champs récepteurs dans lesquels on peut distinguer des zones inhibitrices et excitatrices, tandis que les cellules complexes ont un comportement plus "intégré". Quant aux hypercomplexes, elles ne sont pas sélectives à de simples barres, mais à des formes de stimuli plus complexes (angles, par exemple).

Les principaux résultats d'Hubel et Wiesel : organisation en colonnes, spécificité au mouvement et à l'orientation, seront totalement confirmés par les autres expérimentateurs. Cependant la classification en simples, complexes et hypercomplexes, et la nature même des stimuli préférentiels va être l'objet d'une longue controverse. En effet, plusieurs groupes de chercheurs (Campbell, Cooper et Enroth-Cugel, 1969 ; Maffei et Fiorentini, 1973 ; Glezer, Ivanoff et Tscherbach, 1973) ont utilisé comme stimuli non plus des barres mais des "grilles" lumineuses formées de plusieurs barres de même orientation se déplaçant perpendiculairement à leur orientation ; et ils ont découvert que chaque neurone réagissait spécifiquement à un certain espacement entre les barres, c'est-à-dire à une bande de fréquences spatiales. Ces neurones étaient-ils des "détecteurs de bords" (edge-detectors) ou

des "analyseurs de fréquence spatiale" (spatial frequency analysers) ? La psycho-physique fournissait des arguments aux deux thèses. Finalement l'opinion qui semble prévaloir (Schiller, Finlay, Volman, 1976 ; Maffei, Morrone, Pirchio et Sandini, 1979), c'est que les neurones réagissent aux deux types de stimuli, sans que l'on puisse déduire la réaction à l'un de la spécificité à l'autre. De même la classification en simples, complexes et hypercomplexes semble faire place à une classification en "toniques" (sustained) et "phasiques" (transient), tous les autres critères s'étant révélés peu probants (Schiller, Finlay, Volman, 1976) et il semble que cela corresponde à deux fonctions différentes du système visuel : analyse des mouvements et analyse des formes (Poggio, Doty, Talbot, 1977 ; Kulikowski et Tolhurst, 1973).

Nous reviendrons plus en détail sur ces problèmes quand nous étudierons l'invariance de forme. De même, contentons-nous de signaler au passage, sans nous y attarder, qu'il existe d'autres spécificités des colonnes de l'aire 17 : sensibilité à la couleur chez le singe, et dominance oculaire (les colonnes sont en général plus sensibles aux inputs provenant d'un œil que de l'autre, et cette dominance varie d'une colonne à l'autre). Pour l'instant, nous retiendrons surtout la conclusion générale suivante : on trouve dans l'aire 17 une représentation à caractère topologique du champ visuel, chaque neurone étant affecté à une petite région du champ visuel et réagissant spécifiquement à certaines caractéristiques *locales* du stimulus dans cette région, en particulier sa vitesse de déplacement.

2- Multiplicité des représentations sensorielles et motrices

Après l'aire 17, Hubel et Wiesel se sont attaqués à deux aires "associatives" voisines, les aires 18 et 19, dont on savait qu'elles jouaient un rôle dans la perception visuelle. Là aussi, ils ont découvert une organisation en colonnes, respectant les mêmes principes : topographie du champ visuel et sélectivité à l'orientation et au mouvement, mais avec des différences dans les autres caractéristiques (pas de cellules "simples", beaucoup plus d' "hypercomplexes") (Hubel et Wiesel, 1965).

D'autres régions à caractère visuel ont été depuis analysées, et une équipe de chercheurs, qui en poursuit l'étude chez le chat depuis 1975 (Tusa, Palmer et Rosenquist, 1975 ; Tusa, Palmer et Rosenquist, 1978 ; Palmer, Rosenquist, Tusa, 1978 ; Tusa, Rosenquist, Palmer, 1979) en est à la treizième représentation corticale du champ visuel ! Partout on retrouve cette organisation en colonnes, mais la topographie du champ visuel peut être parfois plus complexe que dans l'aire 17. D'autre part les champs récepteurs sont souvent plus grands : le cas extrême étant une région inférotemporale chez le singe (Gross, 1973) où les champs récepteurs sont de l'ordre de $10^\circ \times 10^\circ$ et comprennent toute la fovéa toute entière.

Les autres modalités sensorielles n'échappent pas à cette étonnante prolifération de "cartes" sensorielles. A côté des aires auditive et somatique "primaires", de nombreuses aires ont été découvertes qui possèdent une organisation topologique du champ correspondant (Diamond, 1979). Dans les aires somatiques, par exemple, on trouve aussi une organisation en colonnes (Montcastle, 1957) à l'intérieur desquelles les neurones possèdent des champs récepteurs localisés au même endroit. Ces champs récepteurs sont de deux sortes : les uns sont localisés sur la peau et correspondent donc au sens tactile proprement dit ; les autres sont localisés aux articulations et aux muscles de la même région du corps, et ils correspondent à ce que l'on appelle la proprioception, c'est-à-dire l'information concernant la position des différentes

parties du corps. Là encore, les neurones, en plus d'être sélectifs à leur champ récepteur, sont sélectifs à certaines caractéristiques du stimulus (Sakata et Iwamura, 1978), en particulier le mouvement d'un stimulus dans une direction donnée sur la peau, ou un mouvement précis d'une articulation. Signalons en particulier que ce que l'on appelle le "cortex moteur", qui correspond à l'aire 4 de Brodmann, fait aussi partie de ces aires somatiques organisées en colonnes de neurones possédant les mêmes champs récepteurs (Welt, Ascholl, Kameda et Brooks, 1967).

Ainsi, la distinction entre aires sensorielles et aires associatives et même motrice s'estompe quelque peu. Bien sûr les aires sensorielles "primaires" (pour la vision : l'aire 17) reçoivent massivement un input sensoriel d'un noyau sous-cortical spécialisé (pour la vision : le corps genouillé latéral). Mais Diamond (1979) a pu prouver que la plupart des aires "associatives" reçoivent aussi directement des afférences sensorielles de zones sous corticales entourant ces noyaux spécialisés. Si l'on ajoute à cela leur organisation topographique, on admettra avec Diamond qu'elles ont droit elles aussi au nom d'aires sensorielles.

Qu'en est-il alors de l'activité motrice du cortex ? Nous venons de voir que le "cortex moteur" était lui aussi une aire somatique et mérite donc plutôt le nom de "cortex sensori-moteur" ("motorsensory", dit Woolsey, 1965). L'intégration sensori-motrice y est très forte, puisqu'on a pu démontrer, relativement récemment (Asanuma, 1975) que les cellules de chaque colonne du cortex moteur non seulement possédaient des champs *récepteurs* localisés au même endroit, mais aussi commandaient le même type de mouvement musculaire, ce qu'on peut traduire en disant que leurs champs *effecteurs* sont localisés dans la même région. Mais il existe d'autres aires qui possèdent une représentation motrice, par exemple, une aire frontale chez le singe qui code les mouvements des yeux (Robinson et Fuchs, 1969). De plus, si beaucoup de mouvements moteurs "passent" par le cortex moteur, on a pu démontrer que ces mouvements sont souvent engendrés dans d'autres régions du cortex (Porter, 1973 ; Massion, 1978). Il est souvent difficile de savoir si un neurone moteur participe effectivement à l'exécution d'un mouvement, ou s'il ne fait que transmettre l'information à d'autres zones du cerveau qu'un tel mouvement est programmé (c'est ce que l'on appelle la décharge corollaire) : ainsi, si une stimulation artificielle de l'aire frontale à laquelle nous venons de faire allusion provoque bien un mouvement de l'œil, lors des mouvements naturels des yeux, ces neurones réagissent *pendant* le mouvement et non pas *avant* (Bizzi et Schiller, 1970). Ceci semble prouver que, dans les conditions naturelles, ils ne sont pas à l'origine du mouvement mais participent à la décharge corollaire. L'activité motrice du cortex est donc beaucoup plus diffuse qu'il ne semble au premier abord, et Diamond (1979) a pu affirmer, en analysant les projections efférentes des diverses régions du cortex, que toutes les aires corticales pouvaient être qualifiées de motrices !

Ainsi toutes les aires sont à la fois sensorielles et motrices. De même que, au niveau psychologique, les théories S-R ont fait place à des théories de la perception fondées sur l'interaction sensori-motrice, il faut aussi, au niveau physiologique, renoncer à la traditionnelle division du travail dans le cortex en aires sensorielles, qui recevrait l'information, associatives, qui la traiteraient, et motrice chargée de transmettre la réponse de l'organisme. Une nouvelle conception du cortex émerge, que Diamond (1979) a remarquablement systématisée, et que nous pouvons résumer ainsi :

– Il existe trois ou quatre grandes zones, qui couvrent à peu près tout le cortex (à l'exception sans doute de certaines régions frontales), qui sont caractérisées chacune par une modalité perceptive prédominante : visuelle, auditive, somatique et peut-être viscérale.

– Chaque zone est subdivisée en un certain nombre d'aires qui sont une représentation plus ou moins topographique du champ sensoriel correspondant.

– Dans chaque zone, une aire privilégiée reçoit massivement l'information sensorielle correspondante d'un noyau sous-cortical précis alors que les autres reçoivent une information plus diffuse des régions sous-corticales entourant ce noyau.

– Toutes ces aires communiquent entre elles soit par des liaisons cortico-corticales, soit en passant par des couches sous-corticales. Ces liens sont plus étroits à l'intérieur d'une même zone, mais des projections polysensorielles ne sont pas exclues (ainsi l'aire 7 semble être spécialisée dans le traitement d'informations provenant à la fois de la main et de l'œil (Sakata et Iwamura, 1978)).

– Toutes les aires peuvent être à l'origine de mouvements moteurs. Cette information motrice circule dans diverses régions du cortex (décharge corollaire) en même temps qu'elle est envoyée aux centres nerveux plus périphériques responsables du mouvement des muscles.

Jusqu'à présent nous n'avons parlé que du cortex. Mais les principes que nous venons d'énoncer s'appliquent pratiquement sans modification à d'autres centres cérébraux. Ainsi, pour ce qui est de la vision, il existe, à part le corps genouillé latéral dont nous avons vu le rôle de relais vers l'aire 17, un autre centre sous-cortical recevant directement l'input rétinien : le colliculus supérieur. Celui-ci est aussi organisé en colonnes de manière rétinotopique, et chaque colonne comporte des cellules sensorielles (dans les couches superficielles), qui réagissent essentiellement aux mouvements des stimuli, et des cellules motrices (dans les couches profondes). L'intégration sensori-motrice est aussi forte : la stimulation des cellules motrices d'une colonne va provoquer un mouvement rapide des yeux (saccade) qui conduit à diriger le regard vers (*i.e.* centrer la fovéa sur) la partie du champ visuel à laquelle sont sensibles les cellules sensorielles de la même colonne (Robinson, 1972 ; Goldberg et Wurtz, 1972 ; Wurtz et Goldberg, 1972). D'autre part il existe des liaisons étroites, dans les deux sens, entre le colliculus supérieur et les diverses aires visuelles du cortex. Autre exemple important, le cervelet, qui est à lui tout seul un petit cerveau, en ce sens qu'il possède une représentation de tous les champs sensoriels et qu'il est impliqué, en liaison étroite avec le cortex, dans la plupart des mouvements moteurs (Eccles, Ito et Szentagothai, 1967). Là aussi, intégration sensori-motrice et représentation topographique sont la règle...

3- La notion de répertoire

Une question que l'on peut se poser est de savoir pourquoi il existe tant de cartographies différentes pour la même modalité perceptive. Plusieurs auteurs (Zeki, 1975 ; Allman, 1977) émettent l'hypothèse que chaque représentation serait spécialisée dans la perception d'une qualité particulière des stimuli. Ainsi, Zeki pense avoir trouvé l'aire responsable de la discrimination des couleurs (Zeki, 1973) et de la discrimination des mouvements (Zeki, 1974). Chaque "aire" servirait donc de support à une activité "psychique" différente. Allman donne une justification évolutive très intéressante de cette spécialisation :

As the results of genetic mutations, whole visual areas might have been replicated in the cortex where previously only one or two had existed. In following generations, a gradual modification of

one or both of the areas would occur, with a gradual divergence of structure and function. The idea is similar to that of the paleontologist Gregory who proposed that a common mechanism of evolution has been the sudden replication or duplication of body parts followed by a divergence of structure and function. A comparable view has also been developed by the geneticist Ohno who stressed the role of gene duplication and redundancy in evolution. Duplicated genes escape the pressures of natural selection operating on the original gene and thereby can accumulate mutations which enable the new gene to perform previously non-existent functions. It seems possible that the (visual) system might have become replicated, starting out as almost identical mirror images and developing distinct patterns of structure and function over many generations (1977, p. 38).

Il est cependant difficile de suivre entièrement ces auteurs et d'attribuer ainsi à chaque aire corticale une fonction perceptive spécifique et unique. En effet les expériences d'ablations localisées de régions corticales n'ont jamais donné de résultats bien probants (Doty, 1973). Les déficits constatés ne sont jamais très marqués et, de toute manière, sont transitoires : l'animal récupère relativement vite la plupart de ses facultés perceptives antérieures, ce qui prouve que les différentes régions cérébrales peuvent se substituer les unes aux autres (nous reviendrons dans le prochain chapitre sur cet aspect de la plasticité du système nerveux). Mais d'un autre côté, on est bien obligé d'admettre que la plupart des opérations perceptives, et en tout cas les plus élémentaires, ont lieu dans ces ensembles de neurones. Le seul aspect contestable de l'hypothèse de ces auteurs, c'est la correspondance biunivoque entre une opération perceptive et une aire corticale.

La situation est certainement plus complexe que cela, ce qui n'est pas très surprenant en biologie : il est très fréquent qu'une même fonction (par exemple le métabolisme d'un sucre, la régulation de la pression artérielle par vasoconstriction, la production d'une hormone, le contrôle de la composition ionique du milieu extracellulaire, etc.) soit effectuée dans différentes parties du corps par un même mécanisme, et que réciproquement plusieurs fonctions soient effectuées par la même structure organique (par exemple la même paroi membranaire sert de support à la régulation de la concentration d'une foule de molécules et d'ions différents). Pour modéliser une fonction biologique, le physiologiste est donc le plus souvent amené à essayer de dégager les mécanismes fonctionnels des structures physiologiques sous-jacentes.

Pour tenir compte de cette complexité, nous définirons un *répertoire*¹ comme étant le *support neuronal* de toute *activité perceptive*. Un répertoire de neurones sera donc organisé comme les ensembles de neurones que nous avons décrits, mais nous nous garderons bien de toute identification simpliste. La même aire corticale, par exemple, pourra être le siège de plusieurs répertoires, des neurones d'une même colonne pouvant, en effet, avoir un rôle fonctionnel différent : à la limite, le même neurone peut être imaginé comme participant à plusieurs répertoires différents, s'il est impliqué dans plusieurs activités distinctes. Inversement deux aires corticales (ou une aire corticale et un noyau sous-cortical) pourront faire partie du même répertoire s'ils contribuent tous les deux à la même fonction perceptive.

La définition d'un répertoire implique donc la possibilité de décomposer la perception en un certain nombre d'activités perceptives distinctes : reconnaissance du mouvement, analyse du mouvement, localisation dans l'espace, reconnaissance de forme, etc. Comme nous le verrons quand nous discuterons des expériences d'adaptabilité au prochain chapitre, il y a de bonnes raisons qui militent en faveur d'une telle décomposition. Ce qui caractérisera un

1. Nous empruntons ce terme à Edelman (1976).

répertoire, ce sera donc le type d'information qu'il reçoit et le type d'analyse qu'il en fait. Le résultat de cette analyse est utilisé, conjointement à celle d'autres répertoires, par le reste du système pour produire des comportements adaptés de l'organisme, qui peuvent aller de réponses motrices très simples, réflexe d'orientation ou mouvement de poursuite, par exemple, à des réactions beaucoup plus complexes : verbalisation, écriture...

De quels types d'information peut disposer un répertoire ? Nous avons vu que la plupart des régions cérébrales avaient accès à des informations sensorielles sur le monde extérieur ("exteroception"), sur les mouvements du corps ("proprioception" et décharges corollaires) et sur l'activité d'autres régions cérébrales. Donc, suivant le degré de complexité de l'activité perceptive qui lui est associée, un répertoire recevra une ou plusieurs sortes de ces inputs. La contrainte la plus importante que nous impose la neurophysiologie, c'est que chaque élément du répertoire n'est sensible qu'à une petite partie de l'information transmise au répertoire, ce que nous traduisons en parlant du caractère local de l'organisation d'un répertoire. Or la plupart des activités perceptives présentent un caractère global. Reconnaître la forme d'un objet, sa couleur, ou même la localiser dans l'espace indépendamment de notre propre position, cela réclame de pouvoir "intégrer" l'information parvenue de différentes parties du répertoire. C'est de cette articulation local-global que surgit le problème des *invariants perceptifs* ; pour pouvoir faire son travail, le répertoire doit être un "détecteur d'invariance". Prenons un exemple simple, celui de la détection des mouvements et de son corollaire, l'invariance spatiale. Nous avons vu dans l'introduction que pour reconnaître les mouvements réels dans l'environnement, malgré les mouvements de notre propre corps, il fallait que le système dispose à la fois de l'information sensorielle et de l'information motrice. On peut donc imaginer, pour chaque modalité perceptive (vision, audition...), un répertoire "détecteur de mouvements" qui reçoit à la fois les informations sensorielles et les informations motrices pertinentes. Chaque élément de ce répertoire n'est sensible qu'à certaines caractéristiques locales (en particulier certaines vitesses de déplacement) de stimuli localisés dans une petite partie du champ sensoriel. De plus il n'est sensible qu'à certains mouvements du corps. Il faudra donc expliquer, à partir de ces limitations, comment le répertoire dans son ensemble pourra indiquer au reste du système si un mouvement a eu lieu dans l'environnement. Ce répertoire sera, du même coup, le siège d'une propriété globale, l'invariance spatiale, alors que chacun de ses neurones ne réagit que localement aux mouvements des stimuli et du corps.

4- Variétés réceptrices et champs récepteurs généralisés

Essayons maintenant de donner un contenu plus précis à cette notion d'organisation "locale" d'un répertoire. Les physiologistes utilisent le concept de champ récepteur pour indiquer la région spatiale à laquelle est sensible un neurone. Mais comme nous l'avons vu à propos de l'aire 17, la spécificité d'un neurone ne se limite pas à ces paramètres spatiaux : d'autres paramètres, l'orientation des "barres", la couleur, la fréquence spatiale... jouent un rôle analogue et doivent être placés sur le même pied. Pour prendre un exemple, une barre bleue et une barre rouge situées au même endroit vont exciter deux séries de neurones différents, tout comme le feraient deux barres bleues situées en deux endroits différents. Autre exemple, empruntée cette fois-ci à l'audition : les neurones auditifs ne sont sensibles qu'à une bande souvent étroite de fréquences sonores et les aires auditives présentent une organisation que l'on qualifie de "tonotopique". Il faut donc généraliser la notion de champ récepteur pour

tenir compte de cette diversité de paramètres auxquels sont sensibles les neurones. Certains physiologistes (Braddik, Campbell et Atkinson, 1978) font un pas dans cette direction en parlant de "champ récepteur à l'orientation" ou "à la couleur" d'un neurone visuel.

Mathématiquement, on peut rassembler ces notions de façon naturelle : nous appellerons *variété réceptrice* d'un répertoire l'espace sur lequel sont définis tous les paramètres auxquels sont sensibles les neurones du répertoire, et *champ récepteur généralisé* (on dira souvent simplement champ récepteur dans ce qui suit) d'un neurone la partie de la variété réceptrice à laquelle il est sensible. Cette appellation de variété se justifie entièrement. En effet chaque caractéristique à laquelle est sensible un neurone est définie sur une surface à une ou plusieurs dimensions que l'on peut munir sans difficultés d'une structure de variété différentielle¹. Ainsi la localisation d'un input visuel (par un seul œil) est donnée par deux paramètres qui indiquent la direction des rayons lumineux incidents par rapport à l'axe de l'œil : si l'on tient compte des limitations de notre champ visuel, on voit que l'espace de définition de ces paramètres est assimilable à une partie ouverte de la sphère S^2 , donc une sous-variété de dimension 2 de S^2 ; l'orientation d'une "barre" lumineuse est donnée par un paramètre réel défini modulo π , c'est-à-dire sur un espace isomorphe S^1 ; la fréquence sonore est donnée par un paramètre réel défini entre deux bornes, donc sur un intervalle ouvert de \mathbb{R} (isomorphe à \mathbb{R} lui-même) ; la localisation d'un input tactile est définie sur une surface à deux dimensions assez compliquée, à savoir la surface du corps humain, etc. Un répertoire sensible à plusieurs de ces caractéristiques aura une variété réceptrice qui sera le produit cartésien des variétés définissant chaque caractéristique, qu'on peut donc munir de la structure de variété produit.

Mais en fait, chaque neurone n'est pas uniquement spécifique à certaines valeurs des paramètres qui définissent un stimulus, il est aussi spécifique à certains changements de ces paramètres : la vitesse de déplacement d'un stimulus par exemple. Donc, en toute généralité, il nous faut considérer le *fibré tangent* de la variété réceptrice (rappelons que le fibré tangent d'une variété est l'ensemble des espaces tangents en chacun de ses points muni d'une structure de variété canonique qui rend différentiable l'application "projection" qui envoie tout vecteur tangent sur le point de la variété auquel il est attaché). Le champ récepteur de tout neurone du répertoire est donc en fait une partie du fibré tangent de la variété réceptrice.

On peut alors traduire les découvertes d'Hubel et Wiesel et d'autres concernant l'organisation des aires cervicales par cette phrase : la disposition géométrique des neurones dans une aire cervicale respecte en général la topologie de la variété réceptrice, en ce sens que deux neurones voisins physiquement auront en général des champs récepteurs voisins suivant la topologie du fibré tangent de la variété réceptrice. Ceci montre l'importance structurelle de cette topologie : chaque répertoire envoyant des projections efférentes à d'autres répertoires, l'anatomie même de ces projections permet le respect de certaines caractéristiques topologiques de répertoire en répertoire, au fur et à mesure que le traitement de l'information progresse.

1. Pour toutes les définitions et propriétés élémentaires concernant les variétés et les groupes de Lie que nous utiliserons, nous renvoyons à n'importe quel manuel de base, par exemple Brickell et Clark (1970) et Cohn (1957).

5- Position du corps et groupe moteur

Passons maintenant au codage de l'information concernant la position et les mouvements du corps. Tout naturellement, les paramètres qui définissent la position relative d'un membre ou de toute autre partie du corps vont être les différents angles que font les os entre eux aux articulations concernées. En gros, on peut classer les articulations en deux catégories : les unes ne permettent que des rotations autour d'un axe (par exemple : articulations des phalanges, genou, etc.) et leur position sera déterminée par un seul paramètre angulaire ; les autres permettent toutes les rotations autour d'un point fixe (par exemple : cou, poignet, épaule, etc.) et la connaissance de leur position réclamera la donnée de trois paramètres (les angles d'Euler, par exemple). Notons que les mouvements de l'œil, bien qu'il ne s'agisse pas d'une articulation au sens strict, peuvent être classés dans cette deuxième catégorie puisque ce sont des rotations autour d'un point fixe (le centre du globe oculaire)¹. Les variétés sur lesquelles sont définis ces paramètres sont donc identifiables respectivement à la variété sous-jacente à l'ensemble des rotations autour d'un axe, et autour d'un point fixe. Il s'agit donc en fait des *groupes de Lie* $SO(2)$ et $SO(3)$ (rappelons qu'un groupe de Lie est à la fois un groupe et une variété différentielle et même analytique tel que les deux structures soient compatibles). Plus précisément, si l'on tient compte des contraintes qui s'exercent sur une articulation (des rotations de 180° ou plus sont rarement permises), il faudra nous limiter à une partie ouverte de $SO(2)$ ou $SO(3)$ contenant l'identité, c'est-à-dire ce que l'on appelle un *groupe de Lie local*.

Si l'on considère à la fois toutes les articulations, on peut se représenter n'importe quelle position du corps par rapport à une position prise comme référence (position de "repos") comme un élément du produit cartésien de tous les groupes locaux associés à chaque articulation : il est facile de munir ce produit cartésien d'une structure canonique de groupe de Lie local, c'est ce que l'on appellera le *groupe moteur général*. La plupart du temps, cependant, nous n'aurons pas affaire à toutes les articulations à la fois, mais seulement à un petit nombre d'entre elles. Nous nous limiterons donc à des groupes moteurs restreints, produits cartésiens d'un plus petit nombre de groupes élémentaires. Notons que ces groupes restreints sont des projections du groupe moteur général, et qu'on peut aussi les identifier à des sous-groupes de ce grand groupe. En effet, si l'on numérote toutes les articulations de 1 à N et que l'on appelle G_i le groupe local correspondant à la $i^{\text{ème}}$ articulation, le groupe général s'appelant $G = \prod_{i=1}^N G_i$, le groupe restreint $G' = \prod_{i=1}^p G_i$ ($p < N$) est isomorphe au sous-groupe de G constitué de tous les éléments $(g_i)_{i=1 \dots N}$ tel que $g_i \in G_i$ et $g_i = \text{id}_{G_i}$ pour $p + 1 \leq i \leq N$.

Ceci étant, nous pouvons maintenant traduire ce que nous avons vu à propos de la proprioception en disant qu'un répertoire recevant un input proprioceptif possède, comme composante de sa variété réceptrice, un groupe moteur de ce type. Là encore, la plupart des neurones proprioceptifs étant sensibles à la vitesse de rotation d'une articulation en sus de la position, nous devons considérer que les champs récepteurs sont des parties du *fibré tangent* de ce groupe de Lie local.

Pour les commandes motrices, c'est-à-dire l'aspect *effecteur* d'un répertoire, la situation est semblable à bien des égards. La plupart des auteurs s'entendent pour distinguer les

1. Il existe d'autres mouvements d'origine musculaire qui ne sont pas liés à des articulations. Par exemple, les mouvements de la langue, des changements d'expression faciale (froncements de sourcils...) ou encore le contrôle de l'ouverture de la pupille et de la forme du cristallin. La discussion qui suit se limite aux mouvements assimilable à des rotations, mais on pourra facilement se convaincre qu'elle pourrait se généraliser à d'autres mouvements (d'autres groupes de Lie seraient impliqués, en plus de $SO(2)$ et de $SO(3)$).

mouvements rapides, appelés aussi balistiques ou saccadiques, et les *mouvements lents* qui sont soit des mouvements de poursuite d'un objet mobile (en général mouvement des yeux et de la tête, ou mouvement de la main), soit de petits mouvements de stabilisation d'une posture. La distinction est particulièrement nette pour les mouvements des yeux (Yarbus, 1976 ; Alpern, 1972), mais semble en fait très générale (Kornhuber, 1971 ; Massion, 1978 ; Fromm et Evarts, 1977). Dans un mouvement balistique, le mouvement tout entier serait codé, et une fois déclenché il se poursuit sans pouvoir être modifié en cours d'exécution (pas de contrôle par "feed-back" pendant l'activité musculaire). Par contre les mouvements de poursuite et de stabilisation sont sous contrôle permanent, ce qui laisse supposer que c'est la vitesse du mouvement qui est codée à chaque instant. Les auteurs cités ont mis en évidence des circuits neuronaux différents pour ces deux grandes classes de mouvement. Il est cependant difficile, dans l'état actuel de la littérature, de préciser davantage comment est codée exactement une commande motrice. Même pour l'aire motrice primaire, il n'a pas encore été établi avec certitude si l'activité d'un neurone est liée à la contraction d'un seul muscle ou de plusieurs muscles impliqués dans le même mouvement (Massion, 1978). Entre les neurones qui sont à l'initiative d'un mouvement (neurones que l'on ne sait d'ailleurs pas localiser en général), ceux qui transmettent la commande aux noyaux moteurs spécialisés, et ceux qui commandent directement l'activité des muscles (motoneurones), bien des boucles de "feed-back" et de "feed-forward" interviennent (Berthoz, 1978) qui transforment le codage initial. De plus, une commande motrice n'est pas le résultat de l'activité d'un neurone isolé, mais plutôt du "pattern" d'activité de tout un ensemble de neurones (Humphrey, Schmidt et Thompson, 1970).

Dans cette situation, nous allons donc devoir formuler un certain nombre d'hypothèses, qui sont sûrement de grossières simplifications de la réalité, mais qui présentent une certaine cohérence avec les données expérimentales disponibles et les résultats que nous avons systématisés jusqu'ici. Nous allons supposer qu'à tout répertoire qui est à l'origine des mouvements moteurs on peut associer une *variété effectrice*, qui sera un groupe moteur restreint. Chaque neurone du répertoire sera affublé d'un *champ effecteur*. Dans le cas d'un mouvement balistique, ce champ effecteur sera une petite partie du groupe moteur lui-même. Par contre, dans le cas d'un mouvement "lent", nous avons vu que c'était la vitesse du mouvement qui était codée : cette vitesse peut être considérée comme un élément de l'espace tangent à l'identité du groupe, c'est-à-dire un opérateur infinitésimal du groupe. Le champ effecteur sera alors une petite partie de cet espace tangent, qui forme, rappelons-le, l'*algèbre de Lie* du groupe local en question. Enfin, le mouvement moteur ainsi déclenché sera le résultat du "pattern" d'activité de tout le répertoire : un mouvement moteur aura plus de "chances" d'être déclenché, en un sens que nous préciserons, s'il fait partie des champs effecteurs de neurones les plus excités du répertoire.

Pour ce qui est du mouvement des yeux, la formulation que nous venons de donner correspond bien à la description par les neurophysiologistes des neurones responsables des saccades oculaires (Robinson et Fuchs, 1969 ; Robinson, 1972). Par contre, on n'a pas isolé jusqu'à présent de neurones responsables du mouvement de poursuite qui ne codent que la vitesse du mouvement. Ceux qui ont été étudiés dans diverses régions du cerveau (Robinson et Fuchs, 1969 ; Robinson, 1975 ; Luscher et Fuchs, 1972) ne semblent coder le mouvement de poursuite que pour certaines positions de l'œil : leurs champs effecteurs seraient donc, un peu à la manière des champs récepteurs proprioceptifs, une petite partie du fibré tangent du groupe moteur plutôt que de l'espace tangent à l'identité uniquement. La différence n'est cependant pas énorme. En effet, dans un groupe de Lie, on peut identifier de façon canonique l'espace

tangent en un point quelconque avec l'espace tangent à l'identité. La prise en compte de ces données expérimentales n'apporterait donc qu'une modification mineure aux développements qui vont suivre. Nous n'en tiendrons pas compte, d'une part pour simplifier l'exposé et d'autre part parce que ces neurones ne semblent pas être ceux qui sont à l'origine du mouvement de poursuite (les neurones qui seraient les mieux "placés" pour le programmer initialement sont ceux des aires 17, 18 ou 19 et ceux-ci pourraient fort bien ne coder que la vitesse du mouvement, étant donnée leur type d'organisation, indépendante de la position de l'œil).

6- Hiérarchie des répertoires

Les outils que nous nous sommes donnés tout au long de ce chapitre vont nous permettre de rendre compte d'un certain nombre de comportements simples. Nous ne savons pas encore quelles règles vont nous permettre de décrire l'activité d'un répertoire (nous attendons pour cela d'avoir étudié au deuxième chapitre les principes de plasticité qui régissent le comportement neuronal), mais nous savons déjà que nous pouvons munir ces répertoires de variétés réceptrices et effectrices qui caractérisent le type d'activité perceptive qu'ils pourront sous-tendre. Mais il faut noter que les variétés que nous avons décrites ne sauraient rendre compte que d'activités sensori-motrices relativement simples et que plus l'activité perceptive considérée sera complexe, plus les variétés correspondantes le seront aussi. Les répertoires concernés ne pourront plus être considérés comme recevant directement des inputs sensoriels et comme conduisant directement à des outputs moteurs. Leurs afférences proviendront d'autres répertoires qui auront déjà sensiblement transformé les données sensori-motrices et leurs efférences devront, avant d'être transformées en commande motrice, être transmises à d'autres répertoires. Seule une telle hiérarchisation des répertoires peut expliquer toute la complexité du système perceptif.

Prenons un exemple : un chat se promène dans une pièce quand une souris passe dans son champ visuel. Le chat tourne son regard vers la souris, la suit des yeux un instant, puis finit par lui sauter dessus. Examinons les différentes activités perceptives qui se sont sûrement produites dans le cerveau du chat :

1) Alors qu'il marchait, le chat a pu détecter un mouvement dans son champ visuel et avoir un comportement "oculomoteur" approprié (en fait impliquant sans doute des mouvements de la tête autant que des yeux) : mouvements d'orientation et de poursuite visuelle.

2) Le chat a pu ensuite bondir sur sa proie, ce qui implique, d'une certaine manière, une reconnaissance de la distance qui le séparait de la souris et la mise en œuvre des mouvements moteurs appropriés.

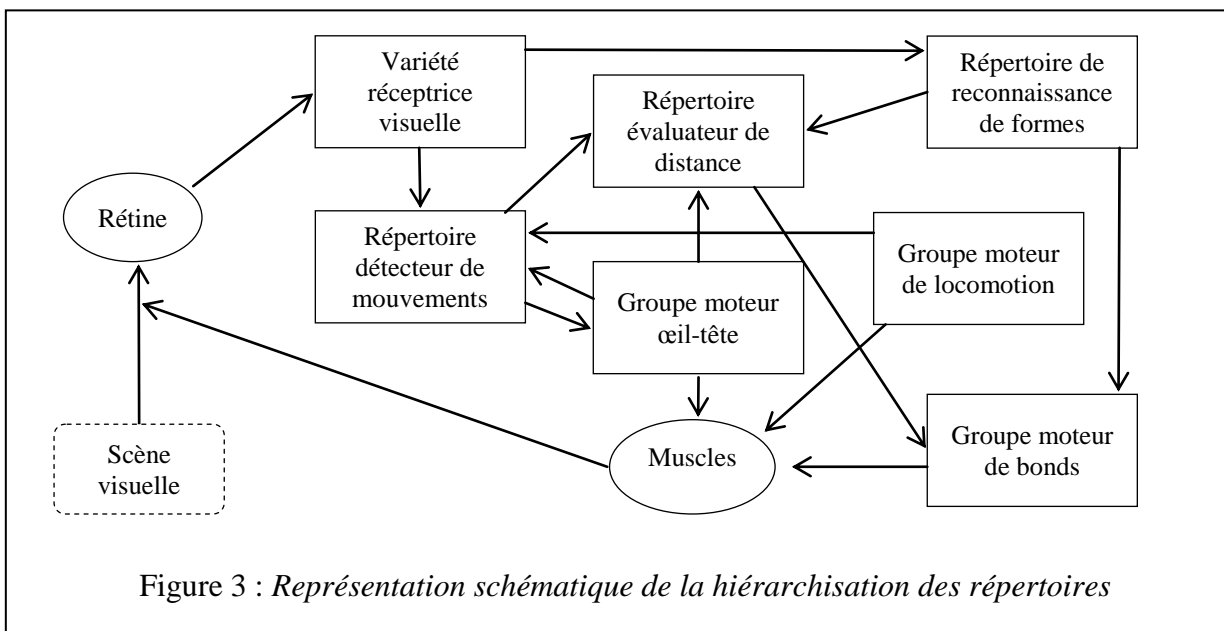
3) Enfin, on peut aussi penser que si le chat a bondi, c'est qu'il a "reconnu" la souris, c'est-à-dire qu'il y a eu reconnaissance de forme de l'input visuel et mise en relation avec un comportement global de chasseur.

La première série d'activités implique un ou plusieurs répertoires (peu nous importe à ce stade d'analyse) qui reçoivent à la fois l'information visuelle et l'information sur le mouvement des pattes, donc une variété réceptrice qui soit le produit cartésien d'une variété "visuelle" et du groupe moteur responsable de la locomotion. L'output consiste en un mouvement balistique (orientation) et un mouvement de poursuite, donc deux variétés effectrices : le groupe moteur yeux-tête et l'algèbre de Lie associée.

La deuxième série implique un répertoire un peu plus complexe. En effet, pour évaluer la distance qui sépare le chat de la souris, il faut d'abord "isoler" la souris des autres inputs sensoriels. Si l'on suppose que la souris est le seul objet mobile dans l'environnement, le premier répertoire "détecteur de mouvement" accomplit cette tâche. On peut donc admettre que le deuxième répertoire reçoit un input du premier répertoire. De plus, pour jouer son rôle "d'évaluateur de distance", il faut qu'il reçoive aussi l'information concernant la convergence et l'accommodation oculaires. Ce qui lui impose donc une variété réceptrice nettement plus complexe. Par contre, sa variété effectrice peut être considérée comme (relativement !) simple : il s'agira du groupe moteur responsable des "bonds".

Enfin, la troisième série d'activités implique un répertoire de "reconnaissance de forme" dont la variété réceptrice doit aussi tenir compte de l'activité du premier répertoire et surtout, sans doute, d'une sérieuse transformation des données de l'input visuel. Sa variété effectrice, quant à elle, ne peut pas être décrite en termes de commandes motrices précises mais plutôt de commandes destinées au premier et au deuxième répertoire, exprimant une "motivation" à continuer le comportement de chasse.

De plus, le rapport entre le deuxième et le troisième répertoire est sûrement plus complexe que cela. En effet, si la souris s'arrête, le premier répertoire ne pourra plus isoler la souris du reste de l'input visuel. Or, il est peu probable que cela empêcherait le chat de sauter sur la souris (ce serait vrai pour des animaux moins cognitivement évolués : une grenouille, par exemple, ne peut attraper de mouches que si elles sont en mouvement). Il faut donc admettre que l'input du deuxième répertoire dépend pour cette tâche aussi de l'activité du troisième répertoire (processus d'"attention").



Cet exemple tout simple¹ montre déjà clairement en quoi cette hiérarchisation des répertoires (figure 3) rend vite inextricable tout problème concret de perception. Cependant,

1. On peut le compliquer à loisir. Par exemple, en tenant compte des inputs auditifs et olfactifs qui doivent jouer un rôle non négligeable ou, de manière plus profonde, en supposant que notre chat est doué de la parole (ou, si l'on préfère, qu'il s'agit d'un humain) ; il faudrait alors rendre compte de réactions motrices de verbalisation du genre "Tiens, une souris... attention, elle s'éloigne !" qui impliquent une conceptualisation de la

on doit noter un facteur unificateur dans les trois répertoires que nous avons essayé de décrire : chacun d'eux est voué à la reconnaissance d'un invariant perceptif, invariance spatiale pour le premier, invariance de distance (lié étroitement à l'invariance de taille dont nous avons parlé dans l'introduction) pour le second, invariance de forme pour le troisième. On peut donc nourrir l'espoir qu'en étudiant la façon dont se forment ces invariants dans les répertoires sensori-moteurs les plus simples, on explicite des mécanismes généraux qui éclairent un peu le fonctionnement des répertoires plus complexes. C'est ce point de vue que nous adopterons systématiquement dans ce travail.

notion de souris et de la notion de distance, donc des répertoires encore plus haut dans la hiérarchie... On ne peut d'ailleurs pas exclure la possibilité que le chat ait cette capacité de conceptualisation, même s'il n'a pas "les mots pour le dire".

Chapitre II : PLASTICITÉ DU SYSTÈME NERVEUX

Une qualité remarquable du système nerveux est son adaptabilité à l'environnement dans lequel évolue l'organisme. De ce point de vue, tout organisme vivant se différencie radicalement des automates classiques, en ce sens que même ses comportements les plus élémentaires sont susceptibles de modifications qui permettent à l'animal de tirer parti, dans certaines limites bien entendu, des contraintes environnementales auxquelles il est soumis. Les invariants perceptifs n'échappent pas à cette règle. Comme nous allons le voir, on ne peut pas supposer qu'ils sont acquis une fois pour toutes, de manière rigide. Que l'on modifie systématiquement les informations que le sujet reçoit du monde extérieur, et les invariants perceptifs vont se modifier en conséquence. L'importance de ces transformations est telle qu'il nous a semblé justifié d'en faire, de concert avec leur organisation topologique, un principe fondamental de fonctionnement de nos répertoires.

1- Plasticité de la perception

A l'aide de lunettes déformantes, on peut transformer à volonté l'image qui parvient à la rétine : inversions, déplacements, déformations de toutes sortes, et étudier ainsi l'adaptabilité du système visuel. Stratton (1897) fut le premier à étudier l'effet du renversement de l'image. Mais c'est à Kohler (1961) que l'on doit l'étude la plus complète et la plus diversifiée de ce genre d'expériences. Le sujet porte des lunettes déformantes en permanence pendant une période qui peut aller d'une semaine à plusieurs mois. Au début, bien entendu, le monde apparaît complètement déformé et en particulier tout mouvement du sujet provoque la perception de mouvements et de déformations de l'environnement. Inutile de dire que toute tâche motrice impliquant la vision devient impossible à réaliser. Cependant, relativement vite (quelques heures à quelques jours suivant le type de lunettes) un certain nombre de perceptions redeviennent normales. Le sujet ne perçoit plus de mouvements lors de ses propres déplacements (invariance spatiale) ; La coordination œil-main se remet en place et lui permet donc d'attraper des objets qui sont dans son champ visuel. De même la locomotion redevient possible en évitant les obstacles. Petit à petit les déformations (courbure apparente des lignes droites, par exemple, avec des lunettes prismatiques) disparaissent. Il faut cependant près d'une semaine avant que les objets ne soient perçus systématiquement à l'endroit, quand on porte des lunettes renversantes. Mais inévitablement, tôt ou tard, toutes les perceptions visuelles sont adaptées aux nouvelles conditions. Si on enlève à ce moment-là les lunettes, toutes les aberrations perceptives recommencent à se manifester en sens inverse, et mettent plus ou moins de temps à disparaître graduellement (jusqu'à plusieurs semaines pour les expériences les plus longues !).

Ces expériences montrent donc que la mise en place des invariants perceptifs dépend de manière essentielle de l'expérience perceptive quotidienne de l'individu et qu'ils ne sont pas "codés" une fois pour toutes dans les centres nerveux. Mais il y a plus : si une déformation de l'image visuelle dépend d'une condition particulière, par exemple la direction du regard, le

système s'adapte spécifiquement à cette condition, et restitue à la longue la forme réelle quelle que soit la direction du regard. Citons Kohler (1961) :

It is known that the deflection of rays by a prism is minimum when the subject is looking through the center of the prism. As soon as the subject deviates from this line of vision, either horizontally or vertically, the distortions increase : angles become even more acute or obtuse, and lines which were close to being perpendicular or horizontal now appear markedly slanted. Furthermore, the quality of the perceptual alteration depends on the direction in which the subject's line of vision deviates. Thus, the same object appears thin when viewed through one side of the prism, and broadened when viewed through the other side, objectively horizontal or vertical lines are displaced one way when seen from below and another way when seen from above. And all this takes place for the same retinal area, the center of normal accurate vision. The question therefore arises : what are the aftereffects of so many different and contrasting sensory influences ?

The situational aftereffect provides the answer ; it is an aftereffect whose characteristics depend on particular conditions, in this case on the direction of the line of vision. Thus, the separation between two poles was decreased when looked at from the left, and increased when looked at from the right ! Earlier, during the wearing of spectacles, the reverse had occurred. In other words, what we have here is a special kind of negative aftereffect : it occurs only when the total situation is the same as the one in which the prism-induced alterations originally occurred. This principle is applicable to all other aftereffects as well : those involving deformation, obliquities, apparent movements, etc.(p. 39).

De même, les aberrations chromatiques dues au prisme sont rectifiées sélectivement. Lors du port de lunettes prismatiques, toute surface éclairée est colorée en jaune-rouge sur l'un de ses bords, disons le bord de droite, et en bleu sur l'autre bord, le bord de gauche. L'effet disparaît avec le port prolongé des lunettes, mais réapparaît en sens inverse quand on les enlève : le bord de droite paraît bleu et celui de gauche jaune-rouge ! La perception de la couleur, aussi bien que celle de la taille ou de la courbure, peut être contingente à certaines caractéristiques de position. Ceci est décisif : nous avons noté au premier chapitre que l'existence de neurones sensibles spécifiquement à une caractéristique du stimulus (la couleur rouge, par exemple) ne suffisait pas à expliquer la perception de cette caractéristique. Nous en avons ici une confirmation. Contrairement à ce qu'on peut penser a priori, et que nombre de modèles de perception supposent implicitement, ce n'est pas parce qu'un neurone est spécifiquement excité par le rouge qu'il va "coder" cette caractéristique au niveau perceptif. La perception de la couleur ou de toute autre propriété des objets extérieurs est le résultat de processus internes dans lesquels les informations des neurones sensoriels sont transformées et interprétées en fonction de "normes", d'invariances issues de l'expérience quotidienne.

Une autre leçon que l'on peut tirer de ces expériences, c'est l'autonomie des différentes activités perceptives. Lors du port de lunettes déformantes, certains types de perception, comme la détection du mouvement réel ou la coordination œil-main, sont plus rapidement corrigés que d'autres, ce qui milite en faveur de la notion de répertoires distincts et hiérarchiquement organisés, les répertoires les plus simples s'adaptant les premiers, tandis que les plus complexes qui dépendent pour leur fonctionnement des précédents, mettent plus de temps à se réorganiser.

Une expérience, menée par Heron, Doane et Scott (1956) apporte une preuve encore plus directe au fait qu'il n'existe pas de "standards" de perception indépendants de l'expérience. On isole un individu pendant près d'une semaine dans une pièce où toute stimulation sensorielle est bannie le plus possible : lunettes empêchant toute vision, insonorisation, gants, etc... Quand le sujet sort de cet état de privation sensorielle, il éprouve le même type de difficultés

qu'après le port de lunettes déformantes : le monde extérieur semble bouger à chacun de ses mouvements, les murs semblent déformés, etc. Tout cela se remet en place au bout de quelques heures, avec toujours le même décalage : certains invariants sont réacquis plus vite que d'autres. Dans ce cas, la démonstration est particulièrement claire. La perception de l'espace n'a pas été systématiquement déformée par un appareil quelconque ; c'est uniquement l'absence prolongée d'expériences perceptives qui a entraîné la disparition des invariances.

On peut rattacher à ce corps de données une foule d'expériences d'adaptation limitée d'une caractéristique perceptive. Par exemple, on présente à un sujet des lignes courbées toutes dans le même sens. Après inspection prolongée, d'une part la courbure paraît beaucoup moins prononcée au sujet, et d'autre part si on lui présente une ligne droite, il la percevra courbée dans le sens opposé. L'effet consécutif ne dure en général que quelques minutes (Gibson, 1933). L'illusion de la "chute d'eau" en est un autre exemple. Après avoir observé quelque temps le mouvement d'une chute d'eau, on a l'impression en regardant des objets fixes qu'ils se meuvent dans la direction opposée. Diverses perturbations de l'invariance spatiale peuvent être ainsi obtenues (MacKay, 1958). L'observation d'une spirale en rotation, par exemple, induira ensuite la perception d'une dilatation ou d'une contraction d'une scène fixe suivant le sens de rotation de la spirale. Pratiquement toutes les caractéristiques perceptives peuvent être ainsi "adaptées", y compris la fréquence spatiale de grilles, ce qui a été beaucoup étudié ces dernières années, en relation avec la découverte neurophysiologique des neurones "analyseurs de fréquence spatiale" de l'aire 17 (Blakemore et Campbell, 1969).

Un certain nombre d'expériences menées sur de jeunes animaux laissent à penser que les premiers apprentissages perceptifs de l'individu à partir de sa naissance obéissent aux mêmes règles de plasticité. Par exemple, le jeune chaton qui a subi par chirurgie une rotation d'un œil de 90° dans son orbite développera néanmoins un comportement perceptif normal (Mitchel, Giffin, Muir, Blakemore et Van Sluyters, 1976). Mais il faut reconnaître qu'en général les expériences sur le développement de la perception chez le jeune animal (soumis à toutes sortes d'environnements) et chez l'enfant sont beaucoup plus difficiles à interpréter (pour une revue particulièrement documentée et critique, voir Gibson, 1967). Sans entrer dans le détail, disons que l'on retrouve là aussi l'importance décisive de l'expérience (ce qui ne veut pas dire que rien n'est inné, mais que même s'il existe des mécanismes innés, un minimum de stimulation extérieure est nécessaire pour qu'ils restent fonctionnels), et l'apparition graduelle des divers invariants perceptifs (par "stades", pour employer le vocabulaire piagétien). Comme le dit Gibson (1967), en comparant le développement perceptif dans l'enfance et les expériences d'adaptation à des lunettes déformantes :

My view is that the goal of learning and what is learned are in one important respect similar, both in development and in rehabilitation. The goal of spatial perception is the search for invariants, for a world of constancy and rigidity. In the infant, head movements, eye movements, reaching movements and eventually locomotor movements accompany exploratory looking and aiming at a target. A target can be seen only, or can also be grasped, or can be stepped on. From the flux of inputs, both visual and proprioceptive, an invariant multimodal stimulus relationship is gradually extracted and comes to monitor activity. There can even be conscious search for this multimodal monitoring stimulation. (...)

How is this similar to learning in the rehabilitation experiments ? I think it is because the conflict produced by displacement of one sensory system forces a search for new invariants. This search may be successful sooner or later, depending on what kind of a transform of the original stimulus array has been imposed, and how the subject explores the new array (p. 210).

Held et Hein ont mis en évidence un facteur essentiel dans ces apprentissages : les mouvements actifs du sujet. Qu'il s'agisse du développement de la perception visuelle chez le chaton (Held et Hein, 1963) ou de la coordination œil-main chez l'homme portant des lunettes prismatiques (Held et Hein, 1958), il faut que le sujet puisse faire volontairement les mouvements appropriés pour que l'apprentissage réussisse. Les mêmes mouvements, mais passivement subis par le sujet, sont inefficaces :

We have concluded that movement-produced visual stimulation is essential for the development of these forms of behavior. Apparently, movement with its accompanying range in visual stimulation allows the organism to take advantage of certain invariances entailed in its relation with a stable environment (Held, 1964, p. 3).

Notons que si la vision a été, de loin, le sens le plus étudié relativement à ces phénomènes, certaines expériences aboutissent aux mêmes conclusions pour l'audition, par exemple (déplacement systématique de la localisation apparente des sons :Held, 1955). Enfin, il nous faut parler d'un dernier type d'expériences, qui, par leur côté très spectaculaire, illustrent à merveille les similitudes entre les divers systèmes sensoriels de même que les principales leçons que nous avons essayé de dégager. Il s'agit de la technique de substitution sensorielle mise au point par plusieurs équipes de chercheurs, dont Bach-y-Rita (1972) et ses collaborateurs, pour essayer de remédier à la cécité. Cette technique consiste à placer dans le dos d'un aveugle (ou sur le ventre, ou même sur un seul doigt) un tableau de petites électrodes stimulant chacune un petit carré de peau (sans sensation douloureuse, bien entendu) ; une caméra miniature de télévision est reliée à cet appareil et commande l'activation des électrodes, de telle sorte que l'image filmée s'"imprime" dans le dos de l'aveugle sous forme de stimulation tactile. On présente dans le champ de la caméra divers objets et l'on essaie d'apprendre à l'aveugle à les reconnaître. Tant que la caméra est fixe et sous le contrôle de l'expérimentateur, l'aveugle perçoit la stimulation comme étant localisée dans son dos et a beaucoup de mal à discriminer les objets les plus simples. Par contre, si l'on donne le contrôle de la caméra au sujet, la situation change du tout au tout. Très rapidement la stimulation n'est pas perçue comme une sensation dans le dos, mais comme provenant d'un objet localisé dans l'espace. Une véritable "vision" en trois dimensions est progressivement acquise, avec perception des distances, du mouvement, coordination œil-main, et une discrimination des formes tout à fait remarquable.

Par exemple, avec un tableau de seulement 400 points de stimulation dans le dos, un sujet expérimenté pouvait faire le genre de constatation suivantes (Bach-y-Rita, 1972) : "That is Betty ; she is wearing her hair down today and does not have her glasses on ; her mouth is open, and she is moving her right hand from her left side to the back of her head". L'invariance spatiale est ici aussi liée à l'accomplissement de mouvements moteurs actifs : un sujet qui avait l'habitude de manier le "zoom" de la caméra sans problèmes, a eu un mouvement brusque de recul et de protection quand un expérimentateur a manipulé le zoom à son insu. Ce qui conduit Bach-y-Rita à proposer (1972) :

A plausible hypothesis is that a translation of the input that is precisely correlated with self-generated movements is the necessary and sufficient condition for the experienced phenomena to be attributed to a stable outside world (p. 99).

Ainsi, la mise en relation d'une classe de mouvements moteurs avec une classe d'inputs sensoriels donne lieu à l'établissement d'un véritable "organe perceptif" nouveau, auquel on peut donner le nom de "système visuel", bien que l'œil en soit totalement absent, puisqu'il

exécute l'essentiel des performances de la vision normale, y compris certaines illusions comme celle de la chute d'eau (Bach-y-Rita, 1972).

Comme Bach-y-Rita le fait remarquer, on peut rapprocher ces faits des automatismes perceptifs que l'on peut acquérir dans la conduite automobile, par exemple. Là encore il y a mise en relation de mouvements moteurs spécifiques (du pied pour freiner, accélérer, débrayer ; des mains pour tourner, changer de vitesse, ...) avec des inputs sensoriels (visuels bien sûr, mais aussi auditifs : bruit du moteur, ...) et l'automatisation de la conduite s'effectue quand les invariants perceptifs correspondants sont acquis. On pourrait multiplier à l'infini ce genre d'exemples...

2- Stabilisation des répertoires

En résumé, tous les exemples de plasticité de la perception que nous avons rapidement passés en revue conduisent aux conclusions suivantes :

- Le cerveau est particulièrement apte à mettre en relation les informations les plus diverses qui lui parviennent, qu'elles soient d'ordre sensoriel ou moteur.

- Chaque fois que cette mise en relation permet de détecter des associations qui se reproduisent systématiquement au cours de l'activité du sujet, un apprentissage de ces associations a lieu. Les invariants perceptifs correspondants se mettent en place et sont interprétés par le sujet comme des propriétés du monde extérieur.

- Le maintien de ces invariances dépend de leur renforcement constant par l'expérience quotidienne. Si les associations auxquelles elles correspondent sont systématiquement transformées (lunettes déformantes, par exemple), après une période de perturbation, de nouveaux invariants, adaptés aux nouvelles conditions, se mettent en place.

- L'acquisition de ces différents invariants se fait de manière relativement autonome, les plus simples (c'est-à-dire les plus directement reliés aux informations sensori-motrices) se mettant en place les premiers.

Essayons maintenant d'interpréter ces principes à l'aide de la notion de répertoire. Notons d'abord que la description du cerveau que nous avons faite au premier chapitre rend tout à fait crédible la possibilité de mise en relation d'informations issues des différents organes sensoriels et moteurs. L'interrelation des différentes "aires" corticales, la multiplicité des représentations topologiquement organisées, et aussi la généralité des "décharges corollaires" permettent en effet de comprendre que les inputs sensoriels et les commandes motrices les plus divers peuvent converger dans de nombreuses régions du cerveau. On peut donc raisonnablement imaginer que tout est en place pour qu'un répertoire avec n'importe quel type de variété réceptrice et de variété effectrice puisse exister. L'idée intéressante, c'est qu'un tel répertoire ne sera fonctionnel que s'il existe une certaine régularité dans ses inputs au cours de l'activité du sujet. Un apprentissage peut alors avoir lieu et l'activité du répertoire va s'organiser, conduisant à des outputs adaptés à la situation. On dira que *le répertoire s'est stabilisé* sous l'effet de l'apprentissage. Le résultat de cette stabilisation, c'est que les répertoires deviennent capables de détecter des invariants perceptifs, la hiérarchie des répertoires correspondant à la hiérarchie dans l'acquisition de ces invariants. Si les conditions changent, le répertoire se *déstabilise*. Son activité ne conduisant plus aux associations sensori-motrices habituelles, la même "dynamique" d'apprentissage qui avait permis sa stabilisation

va contribuer à le désorganiser et éventuellement à le restabiliser si de nouvelles associations sont possibles. De quelle "dynamique" s'agit-il et comment peut-elle expliquer ces phénomènes, c'est ce qu'il nous faut maintenant découvrir en étudiant les lois qui régissent les phénomènes d'apprentissage.

Mais avant d'en venir là, une dernière remarque sur la localisation des répertoires : nous avons fait allusion, dans le premier chapitre, aux difficultés que l'on rencontre pour localiser telle ou telle fonction perceptive en pratiquant des ablations cervicales. Cela s'explique bien si l'on considère qu'il existe de nombreuses régions où peuvent converger les données nécessaires à la stabilisation d'un répertoire. En admettant qu'à peu près les mêmes "lois" régissent l'apprentissage dans ces diverses régions, il n'y a aucune raison pour qu'une fonction donnée soit localisée dans un endroit unique. Et même si cela était, la disparition de cette région entraînerait aussitôt la mise en place d'un répertoire analogue ailleurs, ce qui explique que l'animal recouvre ses facultés (à moins, bien entendu, d'une ablation qui élimine pratiquement complètement toute information provenant d'un sens donné). Que l'on pense à la substitution sensorielle : il faut bien, dans ce cas, reconnaître que des répertoires inusités ont pu se former dans des régions qui, a-t-on envie de dire, n'étaient pas prévues pour cela !

3- Psychologie de l'apprentissage

Traditionnellement, on distingue trois grandes classes d'apprentissages (Rescorla et Holland, 1976 ; Berlucci et Buchtel, 1975 ; Manning, 1976) : l'habituation (et son corollaire, la sensitisation), le conditionnement classique ou pavlovien, le conditionnement instrumental appelé aussi opérant. Ces deux dernières classes constituent les apprentissages associatifs (plusieurs stimuli sont en jeu), par opposition à la première qui concerne la réponse à un seul stimulus. Une littérature imposante a été consacrée à l'étude de ces apprentissages depuis le début du siècle ; il ne saurait être question d'essayer d'en faire le tour. Notre but sera simplement d'en retirer quelques idées-forces, en nous appuyant particulièrement sur les approches nouvelles qui se sont développées ces dernières années. Ce qui caractérise avant tout ces formes d'apprentissage, c'est leur universalité. L'habituation, surtout, considérée comme le plus élémentaire des phénomènes d'apprentissage, est répandue dans tout le règne animal, depuis les premières ébauches de système nerveux chez les invertébrés les plus primitifs jusqu'au cortex humain. Elle intervient aussi bien dans les activités réflexes élémentaires, que dans les comportements psychologiques les plus sophistiqués. Mais cela est vrai aussi des apprentissages associatifs, que l'on a cru longtemps l'apanage des centres nerveux supérieurs (Pavlov pensait même que seul le cortex était le lieu du conditionnement). Certains vers de terre peuvent effectuer avec succès de tels apprentissages, et on a aussi prouvé qu'ils étaient possibles chez le rat "spinal" (décérébré). Citons Berlucci et Buchtell (1975) :

It is clear from the experiments described that all sections of the mammalian neuraxis have the capacity to sustain plastic changes in behavior which fulfill the most rigorous criteria for learning (entendez "associative learning") (p. 490).

Cette universalité permet d'affirmer que les mécanismes neuronaux sous-jacents, que l'on commence à peine à découvrir, sont une propriété fondamentale de toute organisation nerveuse. L'habituation a été définie comme "the relatively persistent waning of a response as a result of repeated stimulation which is not followed by any kind of reinforcement" (Thorpe,

1963). La sensitisation, à l'opposé, est une augmentation générale, non-spécifique, des réponses de l'organisme en présence d'un stimulus "important" ou inattendu". Comme le disent Thompson, Graves, Tayler et Roener (1973) :

Responses to environmental changes are the most fundamental behavioral property of organisms. If the stimulus does not have strong consequences for the organism, repetition results in decrement or habituation of the response. If the consequences are stronger, the response may increase or sensitize with repetition. These two phenomena, habituation and sensitization, are perhaps the most elementary forms of behavioral plasticity. If a strong extra stimulus is given following habituation of a response, to some other stimulus, the response typically increases or "dishabituates." Thompson and Spencer (1966) first presented evidence that dishabituation is in fact a superimposed sensitization rather than a specific disruption only of the habituated response, and they suggested that the amplitude of the response to repeated stimulation depends on the balance existing between these two processes. Graves and Thompson (1970) recently developed this idea into a dual-process theory of habituation in which the strength of behavioral response elicited by repeated stimulation is assumed to be the net outcome of two inferred independent processes of habituation and sensitization.

Les conditionnements associatifs sont une forme plus élaborée d'apprentissage et plusieurs auteurs (Wells, 1975 ; Manning, 1976) ont émis l'hypothèse qu'ils pourraient être issus de la sensitisation au cours de l'évolution. Alors que cette dernière consiste en une augmentation générale des réponses, lors des apprentissages associatifs on assiste à une augmentation *spécifique* de la réponse "adaptée" à la stimulation en question. La différence entre le conditionnement pavlovien et le conditionnement instrumental est essentiellement définie en termes de protocoles de laboratoire. Dans le conditionnement pavlovien, on associe un stimulus quelconque (stimulus conditionnel SC) à un stimulus dont on sait qu'il provoque une réponse donnée de l'organisme (stimulus et réponse inconditionnels SI et RI). L'exemple classique est celui du chien de Pavlov auquel on fait entendre une sonnerie (SC) puis on lui présente de la nourriture (SI) ce qui le fait saliver (RI). Au bout d'un certain nombre de fois où cette association est faite, la simple sonnerie fait saliver le chien (réponse conditionnelle RC). Par contre dans le conditionnement instrumental, on ne présente le stimulus qui sert de renforcement (nourriture ou choc, par exemple) que si l'animal fait une réponse donnée face à la situation d'apprentissage, et l'on remarque, pour prendre là aussi l'exemple le plus classique, qu'un rat va abaisser un levier plus souvent s'il déclenche ainsi l'apparition de nourriture.

En fait, bien que la différence soit claire au niveau du comportement de l'expérimentateur, de nombreux auteurs se sont demandés si la différence était aussi claire au niveau du comportement de l'animal, qui est, en principe, celui qui nous intéresse ! En effet, dans le conditionnement opérant se trouvent naturellement tous les éléments du conditionnement pavlovien. On peut considérer que la vue du levier et le mouvement du rat lui-même (du moins, la décharge corollaire et l'input proprioceptif qui l'accompagnent) sont des stimuli conditionnels qui sont associés au stimulus inconditionnel qu'est l'apparition de nourriture. Effectivement, ces dernières années, les études se sont multipliées qui montrent que l'animal réagit à l'instrument qui fournit le renforcement comme s'il s'agissait de la nourriture elle-même (ou du choc lui-même) (pour une revue, voir Garcia et Levine, 1976). Par exemple, un pigeon ne va pas piquer de son bec un voyant lumineux de la même manière s'il est récompensé par des grains ou par de l'eau ; il "picore" le voyant dans un cas et le "suce" dans l'autre (Jenkins et Moore, 1973). Plusieurs théoriciens ont donc expliqué le conditionnement opérant en termes d'apprentissage pavlovien (Rescorla et Rolland, 1976 ; Asratyan, 1978) : l'animal ne ferait que reproduire ses comportements de "recherche de nourriture" ou d'évitement devant la situation expérimentale qui a été associée, par conditionnement

pavlovien, à la nourriture ou au choc. Cela expliquerait aussi pourquoi certains conditionnements sont impossibles. Entre autres, Sevenster (1973) a montré que l'on pouvait entraîner un poisson mâle à mordre une barre si la récompense était l'apparition d'un autre mâle avec qui il pouvait se battre, mais que l'apprentissage échouait si la récompense était l'apparition d'une femelle à qui "faire la cour". Dans ce cas, le poisson faisait des mouvements typiques de cour à la barre mais ne la mordait que rarement, "par erreur", si l'on peut dire !

D'un autre côté, il faut aussi reconnaître que dans tout conditionnement pavlovien, il y a un renforcement de type instrumental. En effet, tout "stimulus inconditionnel" n'a cette propriété de déclencher systématiquement la "réponse inconditionnelle" que parce que justement il est biologiquement significatif pour l'organisme ; il peut donc agir comme renforcement (Richelle, 1968). On a bien essayé de prouver, par des protocoles plus compliqués (Rescorla et Rolland, 1976) qu'il pouvait y avoir association entre deux stimuli "neutres". Mais, d'une part, l'effet est toujours faible, et d'autre part, il est toujours difficile de s'assurer de la "neutralité" totale d'un stimulus, puisque la valeur biologique d'un stimulus reste une notion difficile à cerner, malgré les efforts des théoriciens (Dunham, 1977).

Bien des difficultés de la psychologie de l'apprentissage semblent dues à l'utilisation systématique du paradigme S-R. Nous avons vu combien ce paradigme était inadéquat pour rendre compte de la complexité de l'interaction sensori-motrice. Une vision plus "intégrée" du comportement clarifierait bien des données dans ce domaine aussi. C'est ainsi que dans le conditionnement pavlovien, on a cherché à savoir si le stimulus conditionnel était associé au stimulus (liaison SC-SI) ou à la réponse (liaison SC-RI) inconditionnels. Malgré de nombreux efforts, aucune des deux hypothèses n'a pu supplanter l'autre, ce qui fait dire à Rescorla et Rolland (1976) qu'il s'agit là peut-être d'un faux débat :

Thus some authors have suggested that the organism uses both stimulus and response properties of events in learning relations. It may, however, be a historical anachronism to acknowledge only stimulus and response aspects of events. More generally, perhaps we should recognize that events have multiple properties about which organisms can learn. Presumably, much of that learning takes place simply as a result of presentation of these events (...) (p. 179).

En adoptant ce point de vue, on peut du même coup éviter les distinctions, sujettes à caution, entre les types de conditionnement et aboutir aux énoncés de principe très généraux suivants :

- A toute interaction entre l'organisme et l'environnement, on peut associer une certaine "valeur biologique" pour l'organisme.
- Si une interaction a une valeur biologique nulle ou négative, les réponses de l'organisme dans l'interaction vont diminuer si l'événement se reproduit.
- Si au contraire une interaction présente une valeur biologique positive, les réponses produites par l'organisme augmenteront à la présentation suivante.

Cette formulation en termes d'*interaction* permet à la fois de rendre compte des situations les plus simples (par exemple, l'habituation : une séquence stimulus-réponse ayant une valeur biologique nulle, la réponse s'éteint progressivement) et des apprentissages plus complexes où une série de comportements intégrés sont associés et où le schéma S-R est insatisfaisant.

Bien sûr, il reste le problème de définir cette notion de "valeur biologique". Dans le cadre général des théories de l'apprentissage, cela semble très difficile. Les concepts de motivation, instinct...viennent interférer avec celui d'apprentissage, et la situation devient inextricable, à moins d'être simplifiée de manière caricaturale. Mais rappelons que nous ne voulons pas faire

une théorie générale, mais simplement expliquer les apprentissages perceptifs. Et dans ce domainous constaterons que le simple bon sens nous permettra d'assigner une valeur biologique à une interaction. Par exemple, nous n'aurons pas à hésiter pour un comportement d'orientation à donner une valeur positive aux interactions qui permettent de centrer un stimulus visuel sur la fovéa et à donner une valeur négative à celles qui s'éloignent de ce résultat. Il est évident que cette opération de centration présente tout un tas d'avantages pour tout comportement ultérieur vis-à-vis de ce stimulus.

Cela étant, venons-en aux lois qui régissent la dynamique d'un processus d'apprentissage. Malgré des variations quantitatives importantes, ces lois ont été vérifiées sur toutes sortes de préparations et on peut en donner la description qualitative suivante :

- Etablissement d'un apprentissage : avec la répétition de la situation d'apprentissage, les réponses de l'organisme se modifient de manière typique. En général, pour des situations simples, la réponse croît ou décroît suivant le cas, d'abord rapidement, puis de plus en plus lentement et finit par tendre vers une valeur limite, suivant une progression que l'on a souvent représentée par une exponentielle négative en fonction du temps (figure 4). Pour des comportements plus complexes, on observe d'abord une sorte de période de latence, au cours de laquelle la croissance du pourcentage de bonnes réponses est faible, ce qui conduit à des courbes d'apprentissage en "S" (figure 5).

- Extinction : si l'on cesse de présenter le renforcement dans une situation expérimentale, la réponse (ou l'absence de réponse) initiale se rétablit progressivement. L'apprentissage est donc réversible. Dans le cas de l'habituation, le simple fait de ne plus présenter le stimulus pendant une période suffisamment longue suffit à faire réapparaître la réponse (récupération spontanée).

- Réapprentissage : la réversibilité n'est cependant pas totale. Si après extinction, on recommence le même apprentissage, celui-ci va être plus rapide et plus tenace. Les constantes de temps et autres coefficients impliqués dans un apprentissage sont donc fonction de toute l'expérience passée de l'animal.

- Généralisation : un apprentissage ne se limite pas stricto sensu aux conditions qui ont permis sa mise en place, mais se généralise, à un moindre degré, aux conditions voisines. Par exemple, le chien de Pavlov conditionné à un son de 1000 Hz salivera moins, mais salivera quand même à un son de 1500 Hz. Toutes les dimensions suivant lesquelles on peut modifier la situation expérimentale sont susceptibles de présenter, plus ou moins fortement, une telle généralisation, que l'on a souvent exprimée par une courbe en "cloche" pour une dimension donnée (figure 6).

- Discrimination : bien entendu, si la nourriture accompagne systématiquement le son de 1000 Hz et pas celui de 1500 Hz, la salivation du chien de Pavlov devient spécifique au son de 1000 Hz. Le résultat de deux apprentissages sur des conditions voisines conduit donc à une superposition des effets de chacun (dans notre exemple, conditionnement pavlovien à 1000 Hz et habituation à 1500 Hz).

On voit le parti que l'on peut tirer de ces lois pour expliquer la stabilisation d'un répertoire. Nous avons dit que cette stabilisation intervenait quand des associations systématiques avaient lieu dans les inputs du répertoire. En effet, ces associations vont permettre au renforcement de jouer un rôle organisateur. Certaines réponses du répertoire vont croître, d'autres décroître, et le répertoire deviendra fonctionnel. L'effet continu du renforcement entraînera une discrimination de plus en plus fine et maintiendra la stabilisation du répertoire.

Si la corrélation entre entrées et sorties du répertoire cesse de produire le même effet (lunettes déformantes, par exemple), alors la dynamique du renforcement explique la déstabilisation du répertoire et l'acquisition de nouvelles réponses.

Pour décrire cela dans le détail, nous avons besoin de descendre au niveau du neurone, et donc d'étudier les phénomènes au niveau neurophysiologique

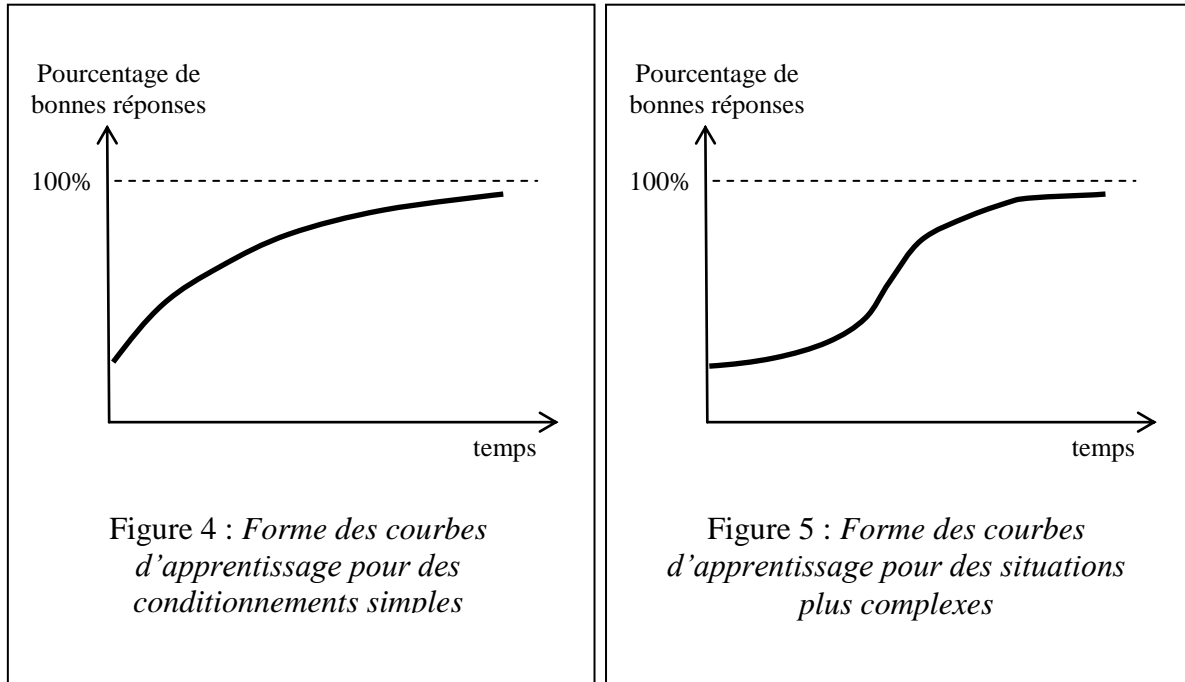


Figure 4 : *Forme des courbes d'apprentissage pour des conditionnements simples*

Figure 5 : *Forme des courbes d'apprentissage pour des situations plus complexes*

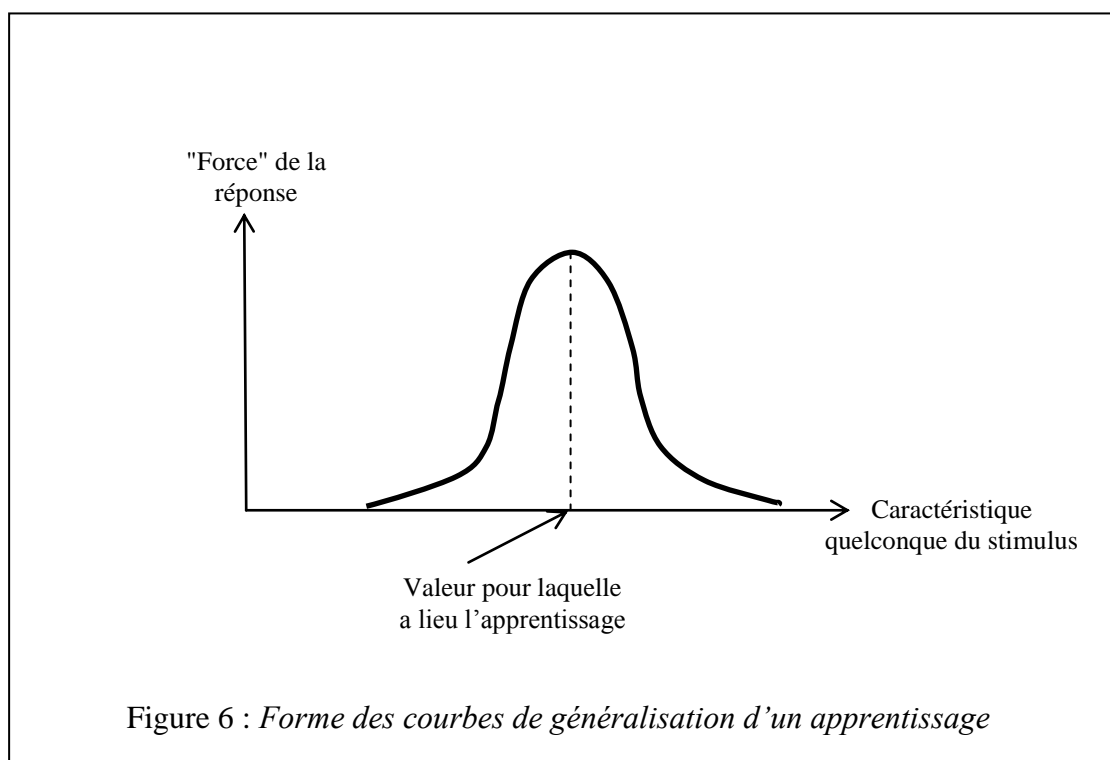


Figure 6 : *Forme des courbes de généralisation d'un apprentissage*

4- Neurophysiologie de l'apprentissage et "éléments" d'un répertoire

Il y a maintenant un consensus quasi-général parmi les physiologistes pour attribuer les apprentissages à des modifications au niveau des synapses qui relient les neurones. On a pu penser un moment que les apprentissages de longue durée pouvaient être codés dans certaines macromolécules, comme l'ARN, à l'intérieur des neurones (Hydén, 1967). Mais cette hypothèse a dû être rejetée pour diverses raisons (Eccles, 1970 ;Szentagothai, 1971). Par contre, les preuves s'accumulent en faveur des modifications synaptiques (Krasne, 1976 ;Berlucchi et Buchtell, 1975). C'est que l'organisation synaptique présente toutes les caractéristiques nécessaires pour sous-tendre les processus d'apprentissage : la diversité des transmetteurs synaptiques, la complexité des réactions biochimiques, la géométrie variable des synapses, la convergence et l'interrelation de centaines de terminaisons synaptiques sur la même dendrite d'un neurone, permettent au relais synaptique de modifier de manière spécifique, pour des temps très courts comme pour des périodes très prolongées, la transmission de l'information d'un neurone à un autre.

On a même mis en évidence, pour des préparations simples, comme le réflexe spinal du chat (Thompson et Spencer, 1966) et certains invertébrés (Kandel, 1976 ;Krasne, 1976), une relation directe entre un processus d'apprentissage (habituation en général) et l'activité d'une synapse. On a aussi montré que la maturation du système nerveux était étroitement corrélée à des modifications du nombre et de la forme des synapses (Berlucchi et Buchtell, 1975).

Est-ce à dire que le problème est sur le point d'être réglé et que l'on va pouvoir bientôt pointer du doigt les modifications synaptiques associées à chaque apprentissage comportemental ? Loin de là. Il y a un monde entre la simplicité des quelques réactions élucidées et la complexité des phénomènes d'apprentissage en général. Même les processus les plus simples comme l'habituation d'un réflexe sont sous contrôle des centres nerveux supérieurs (Krasne, 1976). Le renforcement n'est sûrement pas régi par les mêmes mécanismes pour un réflexe de l'animal décérébré et pour le comportement "naturel" d'un animal possédant toutes ses facultés, pour lequel on a mis en évidence, en particulier, le rôle spécifique dans le renforcement de certains centres sous-corticaux (le système limbique :Smythies, 1970). L'idée même d'un principe général d'isomorphisme (à chaque type d'apprentissage un type d'organisation synaptique) a été sérieusement mis en doute par Krasne (1976) qui montre qu'il faut plutôt se contenter de l'affirmation plus vague, mais néanmoins intéressante d'un certain "parallélisme" entre phénomènes comportementaux et physiologiques :

The notion that there might be close parallels between behavioral changes and the neuronal changes that cause them remains viable (p. 410).

Bref, on peut tenir pour acquis que tout apprentissage comportemental est la traduction de l'augmentation (ou de la diminution) de l'activité de certaines unités physiologiques sous l'effet d'un renforcement. Mais la nature exacte de ces unités reste dans l'ensemble inconnue. Il peut s'agir d'une simple synapse, d'une coopération entre plusieurs synapses, d'un neurone, ou même, comme de nombreux modèles le proposent, d'un réseau de plusieurs neurones présentant une savante interaction entre synapses excitatrices et inhibitrices (voir Brindley, 1967, 1974). Toutes ces hypothèses sont permises, et représentent sans doute, comme souvent en biologie, chacune une partie de la réalité.

Nous n'allons donc pas essayer de préciser davantage dans notre modèle quelles sont ces unités. Ce que nous allons simplement supposer, c'est que la relation entre l'entrée et la sortie d'un répertoire est régie par un grand nombre de telles unités, que nous appellerons *éléments du répertoire*, et qui sont caractérisées par les règles de plasticité que nous avons définies plus haut. A chaque élément nous associerons un nombre (compris entre 0 et 1, par exemple), que nous appellerons le *poids de l'élément* qui caractérisera l'état d'apprentissage dans lequel il se trouve. Selon le renforcement auquel il est soumis, le poids de chaque élément sera donc plus ou moins élevé, et sa contribution au pattern de sortie du répertoire pourra être plus ou moins importante.

Le scénario que nous proposons est donc le suivant : chaque input à l'entrée du répertoire est susceptible de provoquer l'activation d'un certain nombre d'éléments du répertoire qui conduisent chacun à un output différent (un mouvement moteur différent dans les cas les plus simples). En l'absence de renforcement, tous ces éléments vont être activés autant (ou aussi peu) et le pattern de sortie du répertoire pour un input donné sera très uniforme. Le répertoire ne pourra pas contribuer à "sélectionner" un comportement précis. Par contre, si sous l'effet du renforcement, quelques éléments ont des poids très élevés et les autres des poids très faibles, le pattern de sortie sera très spécifique et le répertoire contribuera fortement au comportement de l'animal.

Le "cas de figure" le plus simple auquel un tel schéma peut s'appliquer est celui d'un groupe de neurones "sensoriels", ayant chacun un petit champ récepteur sur une variété sensorielle donnée, dont les axones se projettent sur un noyau de motoneurones codant un groupe de mouvements déterminés. Supposons aussi que chaque neurone sensoriel peut activer un grand nombre de ces motoneurones, chacun par l'intermédiaire d'une synapse spécifique. Les éléments de notre répertoire seront dans ce cas les synapses en question. Si elles ont toutes le même poids pour un neurone sensoriel donné, l'excitation de celui-ci se traduira par une probabilité uniforme pour n'importe quel des motoneurones d'être excité. Par contre, si certaines synapses ont été renforcées positivement et d'autres négativement, la probabilité d'excitation de certains motoneurones va être plus grande. Notre répertoire devient sélectif, chaque neurone "sensoriel" a acquis un champ effecteur spécifique. De plus, on voit comment cette stabilisation du répertoire peut se faire progressivement. Les premières excitations, "au hasard", de certains motoneurones conduisent à des mouvements plus ou moins appropriés de l'organisme. Les synapses correspondantes vont donc être renforcées positivement ou négativement suivant le résultat et le processus continue jusqu'à stabilisation du poids de toutes les synapses.

Plusieurs remarques s'imposent sur le scénario que nous proposons, et l'illustration que nous venons d'en donner.

La première concerne cette notion de probabilité que nous venons d'introduire, quelque peu subrepticement. La plupart des formalisations mathématiques des processus d'apprentissage font appel, comme nous le verrons au prochain chapitre, à des notions probabilistes, et cela peut se justifier à différents niveaux. D'une part, par la non-fiabilité des neurones (nous aurons l'occasion d'y revenir longuement) : le neurone n'est pas un composant électronique d'ordinateur, et la fréquence de ses décharges est modulée par toutes sortes de facteurs physiologiques qu'on peut adéquatement représenter par du "bruit" aléatoire. D'autre part, il s'agit de probabilités par rapport à l'activité d'un répertoire. En fait, il faut imaginer que ces motoneurones sont sous l'influence de l'activité de nombreux répertoires reflétant toute la

complexité du fonctionnement du cerveau. On admettra aisément qu'il n'est pas possible de rendre compte simultanément de tout ce qui peut s'y passer et qu'il est donc raisonnable de considérer ces influences du reste du cerveau comme un processus probabiliste venant interférer avec l'activité perceptive limitée que nous voulons étudier. Enfin, le résultat de ce processus aléatoire, c'est-à-dire le choix d'un petit groupe de motoneurones bien spécifiques qui vont s'activer à l'exclusion de tous les autres, peut aussi se justifier. Il existe en effet à tous les niveaux de l'organisation nerveuse un jeu d'inhibition latérale (Von Bekesy, 1967) qui explique aisément que le petit groupe de motoneurones excités les premiers et le plus fort fassent "taire" provisoirement les autres, permettant ainsi l'exécution d'un mouvement déterminé.

La deuxième remarque concerne la notion de champ récepteur et effecteur d'un neurone. Dans l'exemple que nous avons donné, on peut remarquer que chaque neurone sensoriel semble acquérir progressivement un champ effecteur de plus en plus limité. C'est que chaque neurone était constitué de *plusieurs éléments* du répertoire (les synapses de sortie). La possibilité de modifier indépendamment ces éléments a conduit à un affinement du champ effecteur de ces neurones. De même, en supposant que chaque neurone a un champ effecteur limité fixe, mais qu'il est sensible à des inputs variés, et en faisant porter le jeu du renforcement sur les synapses d'entrée (qui seraient alors nos éléments du répertoire), on aboutirait à un répertoire qui se stabiliserait par affinement des champs récepteurs de chaque neurone. Enfin, en imaginant une organisation plus complexe (et l'on verra à la toute fin de ce travail combien l'anatomie des "colonnes" corticales se prête bien à ces considérations), on peut obtenir des répertoires qui se stabiliseraient par affinement progressif des champs récepteurs et effecteurs des neurones impliqués. Dans tous les cas de figure, on peut rendre compte de ces résultats par l'existence d'éléments du répertoire ayant chacun un petit champ récepteur et un petit champ effecteur, et pouvant subir indépendamment des modifications de poids. Il faut noter que l'on a mis en évidence, au cours du développement ontogénétique de l'animal, un affinement aussi bien des champs récepteurs pour des neurones sensoriels (Barlow et Pettigrew, 1971) que des champs effecteurs pour des neurones moteurs (De Ajuriaguerra, 1978).

Enfin, notre troisième remarque consistera en une réflexion sur la démarche de modélisation que nous avons suivie au cours de ces deux chapitres. De même que nous avons défini, en l'absence de données précises sur la localisation des fonctions perceptives dans le cerveau, la notion opératoire de répertoire, de même nous avons essayé de pallier les insuffisances des connaissances neurophysiologiques sur l'apprentissage en définissant une autre notion opératoire, celle d'élément du répertoire. Nous nous retrouvons donc avec des unités abstraites (unité globale d'activité perceptive, et unité locale d'action du renforcement) que nous avons munies des principales propriétés que possèdent les réalités physiologiques qu'ils sont censés modéliser. Une telle modélisation a l'avantage d'être relativement indépendante de toute hypothèse précise sur le détail de l'interaction neuronale, ce qui lui laisse le maximum de chances de ne pas être prise en défaut par le progrès de nos connaissances en ce domaine, qui, n'en doutons pas, va s'accélérer au cours des prochaines années. Mais au-delà de ces considérations, son principal avantage est de mettre en évidence les principes organisateurs fondamentaux sur lesquels nous allons fonder notre explication de

l'invariance perceptive¹, sans les noyer parmi les hypothèses plus précises qu'il nous faudra faire pour rendre compte de tel ou tel comportement perceptif particulier. Bien entendu, l'envers de la médaille, c'est que sur ces principes abstraits nous ne pouvons que construire une théorie abstraite et que, quels que soient les efforts que nous ferons par la suite pour justifier expérimentalement les résultats obtenus, la validité de la théorie dépendra avant tout de la validité de ces principes de départ, qui constituent, il faut le reconnaître, des hypothèses assez fortes et invérifiables en tant que telles. Nous espérons, cependant, que la démarche que nous avons suivie au cours de ces deux chapitres pour motiver leur introduction les aura rendues suffisamment plausibles pour rendre la théorie intéressante.

1. Un des intérêts d'avoir défini des principes abstraits consiste en la possibilité de rendre compte de phénomènes manifestement différents dans leur réalité biologique par le même processus dynamique. Pour prendre un exemple, les qualités perceptives "innées" de certains animaux posent le même type de problèmes que les capacités acquises, dans la mesure même où le caractère inné ou acquis de certains comportements peut varier d'une espèce à l'autre : ainsi nous avons signalé qu'un chaton à qui l'on tournait un œil de 90° s'adaptait à cette condition. Mais la même expérience chez la grenouille échoue. L'animal ne recouvre plus un comportement normal et continue d'avoir un comportement moteur inadéquat (Sperry, 1951). Or, en fin de compte, une invariance perceptive innée n'est devenue innée que parce qu'elle a été *acquise* par l'espèce au cours de l'évolution phylogénétique. Ne pourrait-on pas alors représenter les pressions de la sélection naturelle comme une sorte de renforcement conduisant à la stabilisation génétique de certains répertoires, l'aspect probabiliste étant dans ce cas joué par les mutations? Cette hypothèse, un peu hardie, avouons-le, permettrait alors d'appliquer la même théorisation aux invariances innées et acquises. Rassurons le lecteur, nous nous en tiendrons dans ce travail aux aspects acquis dont nous avons vu l'importance, chez les mammifères en tout cas. Nous ne faisons cette réflexion que pour illustrer l'intérêt de dégager les mécanismes abstraits des processus physiologiques qui les sous-tendent.

Chapitre III : STABILISATION D'UN RÉPERTOIRE

Nous avons laissé entendre, dans le deuxième chapitre, que la dynamique de renforcement dont nous avons affublé les éléments de nos répertoires permettrait d'expliquer la stabilisation de ces répertoires sous l'action de l'environnement. Le but de ce chapitre est de donner un contenu mathématique précis à ces notions et d'étudier les conditions dans lesquelles une telle stabilisation peut avoir lieu.

Nous allons d'abord présenter de façon relativement informelle les différents constituants de notre modèle. Ceci motivera l'introduction du formalisme de la théorie générale des processus stochastiques d'apprentissage, et c'est dans le cadre de cette théorie que nous pourrons donner une définition opérationnelle de notre modèle.

1- Présentation du modèle

1.1- Structure d'un répertoire

Un répertoire, que nous noterons R , va être muni de deux variétés différentielles : la *variété réceptrice* X et la *variété effectrice* Y . Tout $x \in X$ sera appelé un *input* pour le répertoire et tout $y \in Y$ un *output*. Un couple (x, y) sera un *événement* pour le répertoire et le produit cartésien $E = X \times Y$ sera l'*espace des événements*.

Un répertoire est constitué d'un nombre fini, n , d'éléments du répertoire : $R = \{r_i\}_{i=1 \dots n}$. Chaque élément r_i va posséder un *champ récepteur* $U_i \subset X$ et un *champ effecteur* $V_i \subset Y$. $U_i \times V_i$ va donc être une partie de l'espace des événements E , qui représente ce qu'on appellera le *champ d'activité* de r_i . Tout événement (x, y) devra être dans le champ d'activité d'au moins un élément du répertoire. Nous supposons donc que les $U_i \times V_i$ forment un recouvrement de E : $\bigcup_{i=1}^n (U_i \times V_i) = E$ (figure 7). De plus chaque élément est affublé d'un *poids* z_i , modifiable par apprentissage. Il serait naturel de définir z_i sur l'intervalle $[0, 1]$, mais pour des raisons qui apparaîtront claires par la suite, la valeur 0 doit être exclue. Nous allons donc nous donner un nombre strictement positif ε , très "petit" par rapport à 1, fixé une fois pour toutes, et nous définirons les poids z_i comme éléments de l'intervalle $I = [\varepsilon, 1]$.

1.2- Activité d'un répertoire

L'arrivée d'un input $x \in X$ à un instant donné provoque l'activation d'un certain nombre d'éléments r_i (ceux pour lesquels $x \in U_i$). Cette activation sera plus ou moins forte suivant le poids z_i de l'élément et suivant la sensibilité de l'élément à l'input x . Ce qui nous conduit donc à définir une *fonction de sensibilité* $\psi_i : U_i \rightarrow \mathbb{R}^{+*}$ (ensemble des réels strictement positifs) pour chaque r_i . Nous supposons alors que le degré d'activation de l'élément r_i est proportionnel à $z_i \psi_i(x)$ si $x \in U_i$, et nul si $x \notin U_i$.

L'activation de certains r_i va à son tour déterminer un output $y \in Y$. Pour les raisons que nous avons évoquées à la fin du chapitre précédent, nous utiliserons un formalisme probabiliste pour la détermination de cet output. La probabilité du choix d'un y donné sera plus forte si les éléments dont le champ effecteur contient y sont plus activés que les autres.

Ceci suggère donc d'associer à chaque r_i une *probabilité d'output* μ_i sur Y , concentrée dans le champ effecteur V_i . La probabilité d'output du répertoire sera alors une comme pondérée des probabilités d'output de chaque élément, suivant son degré d'activation. Donnons un sens rigoureux à cette formulation. Il faut d'abord définir sur Y une structure d'espace mesurable ; nous prendrons pour cela la σ -algèbre \mathcal{Y} des boréliens de Y^1 . Chaque V_i devra alors être un borélien de Y , et μ_i une probabilité sur (Y, \mathcal{Y}) vérifiant : $\forall B \in \mathcal{Y}, \mu_i(B) = \mu_i(B \cap V_i)$. Dans toute la suite on notera $z = (z_i)$ le vecteur de I^n dont la $i^{\text{ème}}$ composante est z_i . Pour un input x donné et des poids z fixés, la probabilité d'output du répertoire va donc être

$$\mu(x, z) = \frac{\sum_{i=1}^n z_i \psi_i(x) \mu_i}{\sum_{i=1}^n z_i \psi_i(x)}$$

les sommes étant étendues à tous les éléments du répertoire, avec la convention $\psi_i(x) = 0$ pour $x \notin U_i$. Il est facile de vérifier qu'il s'agit bien là d'une probabilité sur (Y, \mathcal{Y}) puisque $\sum_{i=1}^n z_i \psi_i(x)$ ne peut jamais s'annuler (pour tout x il existe au moins un i tel que $x \in U_i$ donc tel que $\psi_i(x) > 0$, et $z_i \in [\varepsilon, 1]$ ne peut jamais être nul), et que $\mu(x, z)(Y) = 1$.

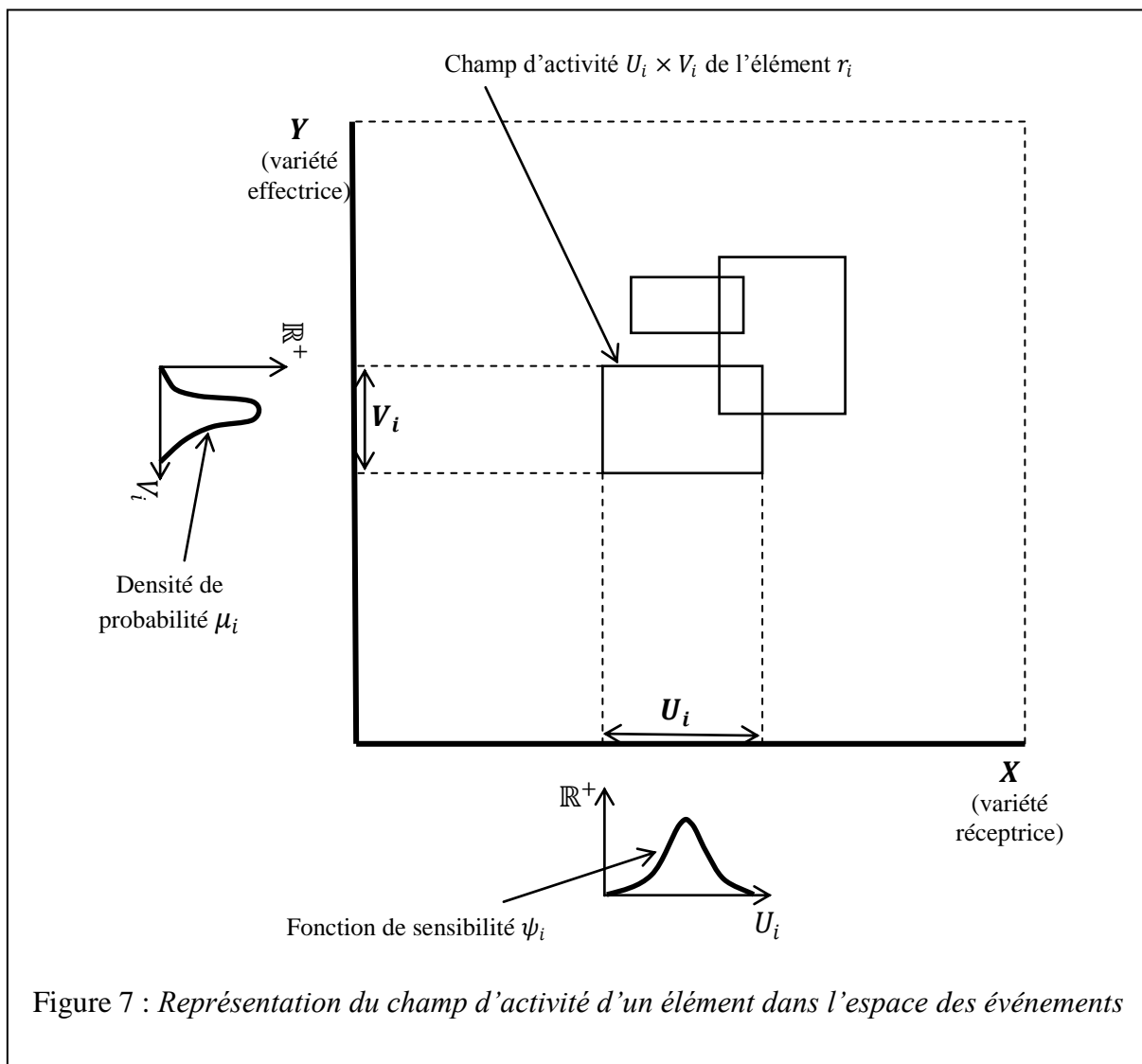


Figure 7 : Représentation du champ d'activité d'un élément dans l'espace des événements

1. Pour toutes les notions de base de la théorie des probabilités, nous renvoyons à n'importe quel ouvrage de référence, par exemple, Neveu (1970) ou Loève (1963).

1.3- Renforcement d'un répertoire

La dynamique du renforcement va provenir du fait que dans un environnement donné, chaque événement (x, y) va avoir une certaine "valeur biologique" pour l'organisme. On va donc supposer que l'on peut associer à un environnement donné une partition de E en deux parties : E^+ l'ensemble des *événements positifs* pour l'organisme et E^- l'ensemble des *événements négatifs*¹. Si l'environnement change (par exemple à la suite du port de lunettes déformantes dans le cas d'un répertoire visuel), cette partition va changer. Pour un input donné ce ne seront plus les mêmes réponses qui seront bénéfiques pour l'organisme. Supposons donc donnée une partition de E en E^+ et E^- et voyons ce qui arrive quand l'événement (x, y) se produit. Si l'événement est positif (resp. négatif), les éléments r_i ayant directement contribué à cet événement vont voir leur poids z_i augmenter (resp. diminuer). Les autres éléments, eux, verront leur poids inchangé.

On est donc amené à définir pour chaque r_i un *champ de renforcement* $C_i \subset E$: l'occurrence de (x, y) modifiera z_i si et seulement si $(x, y) \in C_i$. Il est naturel de poser $C_i \subset U_i \times V_i$, et nous n'excluons pas la possibilité que C_i soit strictement contenu dans $U_i \times V_i$. En effet, on peut penser que les régions de $U_i \times V_i$ pour lesquelles ψ_i ou μ_i prennent de faibles valeurs peuvent être considérées comme marginales pour l'élément r_i et l'occurrence d'un événement dans ces régions peut avoir un effet de renforcement négligeable pour le poids z_i . Par contre, il est essentiel que les C_i , forment un recouvrement de E : $\bigcup_{i=1}^n C_i = E$. En effet, tout événement doit modifier le poids d'au moins un élément du répertoire pour que sa "valeur biologique" puisse avoir un effet sur le répertoire (figure 8).

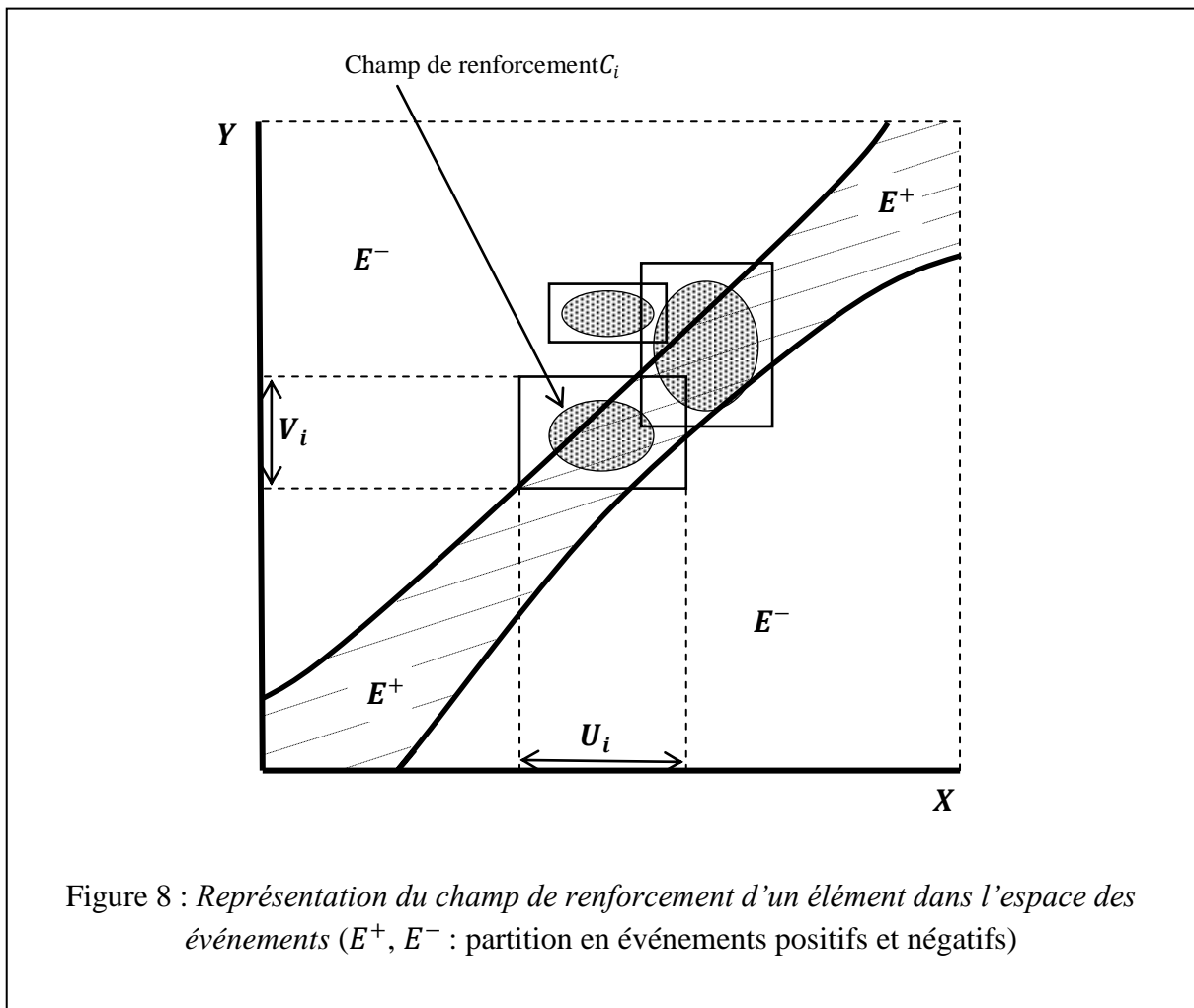
On est donc conduit à définir une *fonction de renforcement* $u : X \times Y \times I^n \rightarrow I^n$ de la manière suivante : Si u_i est la $i^{\text{ème}}$ composante de u ,

$$\begin{aligned} u_i(x, y, z) &= z_i && \text{si } (x, y) \notin C_i \\ u_i(x, y, z) &= \alpha^+(z_i) && \text{si } (x, y) \in C_i \cap E^+ \\ u_i(x, y, z) &= \alpha^-(z_i) && \text{si } (x, y) \in C_i \cap E^- \end{aligned}$$

où α^+ et α^- sont des fonctions de I dans I que l'on appellera respectivement *renforcements positif* et *négatif*.

Penchons-nous maintenant sur la forme précise que l'on peut donner à α^+ et α^- . La forme des courbes d'apprentissage (exponentielle négative en fonction du temps : voir chapitre II, figure 4) permet de penser que la variation du poids à chaque renforcement positif (resp. négatif) est proportionnel à la distance qui le sépare du poids maximum (resp. minimum). Une telle loi se traduit donc par : $\alpha^+(\xi) - \xi = a^+(1 - \xi)$ et $\alpha^-(\xi) - \xi = a^-(\varepsilon - \xi)$ pour tout $\xi \in I$, où a^+ et a^- sont deux nombres compris strictement entre 0 et 1, que l'on appellera les *coefficients de renforcement*.

1. Un événement de valeur biologique nulle sera classé comme négatif puisque l'on sait que l'habituacion tend à diminuer l'occurrence de tels événements. Aucun événement ne sera donc considéré comme "indifférent" pour l'organisme.



1.4- Processus d'apprentissage

Un processus d'apprentissage va consister en une suite d'événements (x, y) , constitués de l'arrivée d'un input et du choix d'un output, chaque événement modifiant certains des poids z_i , ce qui va modifier la probabilité de l'output suivant, pour le prochain input. Nous avons mis en place un mécanisme de choix des outputs et un mécanisme de modification des poids. Il ne reste plus qu'à préciser la loi d'arrivée des inputs. Pour cela nous supposons que, dans un environnement donné, la loi de probabilité régissant le choix des inputs reste constante dans le temps¹.

A nouveau, pour pouvoir parler de probabilité d'input, il nous faut munir la variété réceptrice X d'une structure d'espace probabilisable. Nous choisirons là aussi la σ -algèbre \mathcal{X} des boréliens de X , et pour que les expressions que nous allons être amenés à écrire aient un sens, il nous faut supposer que chaque U_i est un borélien de X , chaque C_i est un borélien de

1. Cette hypothèse, assez simpliste, signifie en fait que la probabilité de présentation des inputs est indépendante de l'activité du sujet. Or ceci n'est justifié qu'au début de l'apprentissage. Par la suite, le sujet ayant acquis une certaine maîtrise de son environnement, son activité va modifier son rapport à l'environnement, donc la probabilité de présentation des inputs. Nous supposons que cette modification est suffisamment lente dans le temps et qu'il se présente toujours suffisamment de situations "imprévues" pour que l'on puisse considérer que la probabilité en question reste en première approximation constante sur de longs intervalles de temps.

$X \times Y$, muni de la σ -algèbre produit $\mathcal{X} \otimes \mathcal{Y}$, et que les fonctions ψ_i sont mesurables sur (X, \mathcal{X}) . De plus, il nous faudra imposer que E^+ et E^- soient des boréliens de $X \times Y$.

Appelons π la probabilité d'input, constante dans le temps, définie sur (X, \mathcal{X}) par un environnement donné. Nous pouvons alors représenter notre processus d'apprentissage par une suite de variables aléatoires (X_t, Y_t, Z_t) ¹, où $t \in \mathbb{N}$ est une variable discrète représentant le temps, et X_t, Y_t, Z_t sont des variables aléatoires à valeurs dans X, Y et I^n respectivement, dont les lois de probabilités sont données par les relations suivantes :

– X_t admet, pour tout t , la probabilité $\pi : P(X_t \in A) = \pi(A) \quad \forall A \in \mathcal{X}$.

– Z_0 admet une probabilité quelconque sur (I^n, \mathcal{J}^n) (où \mathcal{J}^n est la σ -algèbre des boréliens de I^n), que l'on appellera *probabilité initiale* des poids de R .

– Y_t est défini pour tout t par une probabilité de transition, qui ne dépend que de X_t et de Z_t :

$$P(Y_t \in B \mid X_t = x, Z_t = z) = \frac{\sum_{i=1}^n z_i \psi_i(x) \mu_i(B)}{\sum_{i=1}^n z_i \psi_i(x)} \quad \forall B \in \mathcal{Y}$$

(il est facile de constater qu'il s'agit bien d'une probabilité de transition, probabilité sur (Y, \mathcal{Y}) pour x, z fixés et fonction mesurable sur $(X \times I^n, \mathcal{X} \otimes \mathcal{J}^n)$ pour B fixé).

– Enfin Z_{t+1} est défini par $Z_{t+1} = u(X_t, Y_t, Z_t)$.

1.5- Stabilisation d'un répertoire

Un processus d'apprentissage pour un répertoire se présente donc comme un processus stochastique sur les poids des éléments du répertoire, dans un environnement donné. Ce qui va nous intéresser, c'est de savoir ce que l'on peut dire, pour *tassez grand*, de la loi de probabilité de Z_t . Nous allons d'abord voir dans quelles conditions on peut affirmer que la loi de probabilité de Z_t converge vers une loi de probabilité limite, *indépendante de la loi de probabilité initiale* des poids. C'est là en effet une première notion de stabilisation du répertoire. Sous l'effet de l'apprentissage, les poids ne doivent plus dépendre de leur valeur initiale mais uniquement du type de renforcement auxquels ils ont été soumis.

Nous essaierons ensuite d'étudier de plus près cette loi limite afin de voir dans quelles conditions la distribution limite des poids est très concentrée autour d'une seule valeur. Dans ce cas on pourra, en première approximation, affirmer que les poids tendent vers une seule valeur limite, indépendante de leur valeur initiale, ce qui représente une notion de stabilisation beaucoup plus forte que la précédente. Le processus aléatoire pourra en effet être alors approximé par un processus dynamique déterministe, permettant de prédire avec un minimum d'incertitude la valeur des poids à la fin de l'apprentissage.

Pour réaliser ce programme nous allons montrer comment notre modèle s'insère dans la théorie générale des processus stochastiques d'apprentissage, telle qu'elle a été développée par les théoriciens de la psychologie de l'apprentissage.

2- Modèles d'apprentissage et processus de Markov

Sous ce titre : "Markov Processes and Learning Models", Norman (1972) présente une synthèse très complète d'une série de modèles qui ont été étudiés ces dernières années par de

1. Notons que Z_t est un vecteur aléatoire de n composantes : $Z_t = (z_{i,t})$ où $z_{i,t}$ prend ses valeurs dans I .

nombreux chercheurs. Il n'est pas possible de résumer en quelques pages ce travail. Nous nous contenterons donc d'en extraire les résultats qui s'appliquent à notre modèle, et nous renvoyons le lecteur à l'ouvrage lui-même pour les démonstrations et le contexte général.

2.1- Modèles d'apprentissage

Le point de départ de Norman est la définition d'un "processus aléatoire à connexions complètes" qu'il appelle par la suite plus simplement "modèle d'apprentissage" :

Définitions : On appelle "modèle d'apprentissage" un système $\{(Z, \mathcal{Z}), (E, \mathcal{E}), p, u\}$ dans lequel :

- (Z, \mathcal{Z}) est un espace mesurable appelé *espace des états* ;
- (E, \mathcal{E}) est un espace mesurable appelé *espace des événements* ;
- p est une probabilité de transition définie sur $(Z \times E)$;
- u est une fonction de $E \times Z$ dans Z mesurable par rapport à $(\mathcal{E} \otimes \mathcal{Z})$ et \mathcal{Z} .

Une suite de variables aléatoires $(Z_t, E_t)_{t \in \mathbb{N}}$ où Z_t est à valeurs dans (Z, \mathcal{Z}) et E_t dans (E, \mathcal{E}) est appelée *processus d'apprentissage* associé au modèle si $Z_{t+1} = u(Z_t, E_t)$ et $P(E_t \in A | Z_t, E_{t-1}, Z_{t-1}, \dots) = p(Z_t, A)$ pour tout $A \in \mathcal{E}$.

Ainsi, si Z_t représente l'état dans lequel se trouve l'organisme à l'instant t , $p(Z_t, \cdot)$ va représenter la probabilité régissant l'occurrence de l'événement E_t et $u(E_t, \cdot)$ la transformation que subit l'état de l'organisme à la suite de la présentation de E_t .

Notre première proposition va consister à vérifier que notre modèle est bien un modèle d'apprentissage au sens de Norman :

Proposition : La donnée d'un répertoire et d'un environnement définit un modèle d'apprentissage $\{(Z, \mathcal{Z}), (E, \mathcal{E}), p, u\}$ dans lequel :

- $(Z, \mathcal{Z}) = (I^n, \mathcal{J}^n)$ est l'espace des poids des éléments du répertoire.
- $(E, \mathcal{E}) = (X \times Y, \mathcal{X} \otimes \mathcal{Y})$ est l'espace des événements pour le répertoire.
- u est la fonction de renforcement définie par :

$$u_i(x, y, z) = z_i \text{ si } (x, y) \notin C_i$$

$$u_i(x, y, z) = \alpha^+(z_i) \text{ si } (x, y) \in C_i \cap E^+$$

$$u_i(x, y, z) = \alpha^-(z_i) \text{ si } (x, y) \in C_i \cap E^-$$

- p est la probabilité de transition définie par :

$$p(z, A) = \int_A \frac{\sum_{i=1}^n z_i \psi_i(x) \mu_i(dy)}{\sum_{i=1}^n z_i \psi_i(x)} \pi(dx)$$

pour tout $A \in \mathcal{E}$ et tout $z \in I^n$, et où π est fixé, une fois pour toutes, par la donnée de l'environnement.

Il est facile de constater que u et p vérifient bien les conditions de mesurabilité imposées et que leur expression correspond bien à la description que nous avons donné du comportement d'un répertoire : la probabilité de $dx \times dy$ est bien le produit par $\pi(dx)$ de la probabilité de dy pour x donné.

2.2- Processus de Markov associé à un modèle d'apprentissage

Comme nous l'avons indiqué, ce qui nous importe dans un processus d'apprentissage c'est sa dynamique, c'est-à-dire le comportement de (Z_t) , la suite des états de l'organisme. L'intérêt

de ces modèles provient du fait que les (Z_t) constituent une chaîne de Markov. Norman établit en effet la proposition suivante :

Proposition : Une suite d'états (Z_t) associée à un modèle d'apprentissage est une chaîne de Markov sur l'espace d'état, à probabilité de transition stationnaire, définie par l'opérateur de transition U suivant : $Uf(z) = \int p(z, de) f(u(e, z))$ pour toute f fonction réelle bornée mesurable sur (Z, \mathcal{Z}) .

Rappelons que si une chaîne de Markov est définie par la probabilité de transition stationnaire¹ K , l'espace d'états étant (Z, \mathcal{Z}) , l'opérateur de transition qui caractérise la chaîne est défini par $Uf(z) = \int K(z, dz') f(z')$. Si l'on appelle ν_t la loi de probabilité de Z_t , U est relié à la suite des (ν_t) par la relation : $\int f(z) \nu_{t+1}(dz) = \int (Uf)(z) \nu_t(dz)$ que l'on peut aussi écrire, en terme d'espérance de $f(Z_t)$: $E(f(Z_{t+1})) = E((Uf)(Z_t))$.

L'étude de la chaîne de Markov revient donc à l'étude des itérées $K^{(t)}$ et U^t qui sont définies ainsi :

$$K^{(t+1)}(z, A) = \int K(z, dz') K^{(t)}(z', A)$$

où $z, z' \in Z, A \in \mathcal{Z}$, et $K^{(1)} = K$;

$$U^t f(z) = \int K^{(t)}(z, dz') f(z')$$

Pour pouvoir écrire ces itérées dans le cas d'un modèle d'apprentissage, nous avons besoin des notations suivantes. On notera $e^t = (e_0, e_1, \dots, e_{t-1})$ un élément de E^t (ensemble des suites de t événements). On appelle $u^t : E^t \times Z \rightarrow Z$ la $t^{\text{ème}}$ itérée de u , définie de la façon suivante : $u^{t+1}(e^{t+1}, z) = u(e_t, u^t(e^t, z))$, et p_t , $t^{\text{ème}}$ itérée de p , est la probabilité de transition sur $Z \times \mathcal{E}_t$ définie par :

$$p_{t+1}(z, A) = \int p(z, de_0) \int p_t(u(e_0, z), de_1 de_2 \dots de_t) 1_A(e^{t+1})$$

où 1_A est la fonction caractéristique de $A \in \mathcal{E}^{t+1}$.

En somme, $u^t(e^t, z)$ représente la modification que la suite d'événements e^t a produit sur z et $p_t(z, de^t)$ représente la probabilité de la suite e^t sachant que $Z_0 = z$.

On a alors

$$K^{(t)}(z, A) = \int p_t(z, de^t) 1_A(u^t(e^t, z))$$

$$U^t f(z) = \int p_t(z, de^t) f(u^t(e^t, z))$$

Le comportement de $K^{(t)}$ et U^t quand $t \rightarrow +\infty$ détermine l'évolution du processus d'apprentissage.

2.3- Modèles "contractants"

La démarche de Norman consiste à démontrer que, sous certaines conditions, U^t va converger vers un opérateur U^∞ par rapport à une certaine norme. Cette convergence peut, toujours dans certaines conditions, se traduire par un certain type de convergence pour la loi de probabilité de Z_t , et on peut alors trouver des critères selon lesquels cette loi limite ne dépend pas de la loi de probabilité initiale. Le concept essentiel de cette théorie est celui de

¹ K est définie par $P(Z_{t+1} \in A | Z_t = z) = K(z, A)$ où $A \in \mathcal{Z}$ et $z \in Z$.

modèle contractant ("distance-diminishing" model) dans lequel Z est un espace métrique et la transformation u est une contraction, en un sens à préciser, par rapport à cette métrique. Pour ne pas alourdir l'exposé, nous n'allons pas présenter la théorie dans toute sa généralité, mais nous allons restreindre les définitions et propositions de Norman au seul cas qui nous intéresse.

Essayons d'abord de cerner en quel sens ce peut être une contraction. Supposons donc que Z soit un espace métrique, avec une distance d ; ce serait une contraction au sens le plus simple s'il existait un nombre positif $a < 1$ tel que :

$$\forall e \in E \quad \forall z, z' \in Z \quad d(u(e, z), u(e, z')) \leq a \cdot d(z, z')$$

Mais on peut remarquer que notre modèle n'est pas contractant en ce sens. En effet, chaque événement (x, y) ne renforce que quelques composantes de z (les z_i pour lesquels $(x, y) \in C_i$). En particulier, si (x, y) est positif ($\in E^+$) et si z et z' sont tels que $z_i = z'_i = 1$ pour les i tels que $(x, y) \in C_i$, on aura $d(u(x, y, z), u(x, y, z')) = d(z, z') \neq 0$ si z et z' diffèrent sur les composantes z_j telles que $(x, y) \notin C_j$.

Heureusement, Norman énonce des conditions beaucoup moins fortes sur u , du type

$$\int p(z, de) d(u(e, z), u(e, z')) \leq a \cdot d(z, z')$$

ou même

$$\int p_{t_0}(z, de^{t_0}) d(u^{t_0}(e^{t_0}, z), u^{t_0}(e^{t_0}, z')) \leq a \cdot d(z, z')$$

pour un t_0 fixé. C'est cette définition que nous allons utiliser, mais dans le cadre plus particulier où Z est compact et E fini. Reformulons donc la théorie¹ de Norman dans ce cas précis :

Définition : Nous appellerons modèle contractant un modèle d'apprentissage $\{(Z, \mathcal{Z}), (E, \mathcal{E}), p, u\}$ dans lequel :

- Z est un espace métrique *compact* (et \mathcal{Z} la σ -algèbre de ses boréliens)
- E est un ensemble fini (et \mathcal{E} l'ensemble des parties de E)
- p vérifie la relation

$$\sup_{z \neq z'} \frac{|p(z, e) - p(z', e)|}{d(z, z')} < \infty \quad \forall e \in E$$

- u vérifie la relation

$$d(u(z, e), u(z', e)) \leq d(z, z') \quad \forall e \in E$$

- de plus, pour tout $z \in Z$, il existe un $e^t \in E^t$ vérifiant les deux conditions suivantes :

$$p_t(z, e^t) > 0 \quad \text{et} \quad \sup_{z' \neq z''} \frac{d(u^t(e^t, z'), u^t(e^t, z''))}{d(z', z'')} < 1$$

Le principal résultat de la théorie peut alors s'énoncer ainsi :

Proposition : Soit un modèle contractant de probabilité de transition K . Appelons $\sigma_t(z)$ le support de $K^{(t)}(z, \cdot)$ (le plus petit fermé de Z de probabilité 1 : $K^{(t)}(z, \sigma_t(z)) = 1$). S'il existe un $z \in Z$ tel que $d(\sigma_t(z'), z) \rightarrow 0$ quand $t \rightarrow \infty$ quel que soit $z' \in Z$, alors le processus de Markov associé possède les deux propriétés suivantes, que nous résumerons dorénavant en appelant un tel processus un *processus régulier* :

1. Voir Norman (1972), chapitres 2 et 3, en particulier proposition 1, p. 35, et théorème 6.1, p. 61.

– existence et unicité d'une probabilité ν stationnaire pour le processus

$$\nu(A) = \int K(z, A) \nu(dz) \text{ pour tout } A \in \mathcal{Z}$$

– convergence *en loi* de la suite (Z_t) vers une limite indépendante de la loi de probabilité initiale Z_0 . Plus précisément, si ν_t est la loi de probabilité de Z_t , quelle que soit ν_0 on a : $\int f d\nu_t \rightarrow \int f d\nu$ où ν est la probabilité stationnaire, pour toute fonction f réelle continue définie sur Z (c'est ce que l'on appelle aussi convergence *faible* de ν_t vers ν).

Comment peut-on appliquer ces résultats à nos répertoires ? Avant de déterminer dans quelles conditions le processus est régulier, nous allons d'abord prouver que notre modèle est contractant, au sens que nous avons donné à ce mot. L'espace des événements tel que nous l'avons défini n'est pas un ensemble fini. Mais nous allons prouver que nous pouvons nous ramener à ce cas.

2.4- Événements macroscopiques

On peut constater que deux événements auront la même action de renforcement sur le répertoire s'ils appartiennent aux champs de renforcement des mêmes éléments et s'ils sont "de même signe" (tous deux positifs ou tous deux négatifs). On va donc pouvoir obtenir une partition *finie* de E en regroupant tous les événements qui ont la même action de renforcement, et remplacer notre espace E par un ensemble fini, l'ensemble des éléments de cette partition, que l'on appellera *ensemble des événements macroscopiques*.

Concrètement, considérons la relation d'équivalence sur E définie par

$$e \sim e' \Leftrightarrow (\forall i \in \{1 \dots n\} \quad e \in C_i \Leftrightarrow e' \in C_i)$$

Toute classe d'équivalence peut s'écrire comme une intersection $\bigcap_{i=1}^n D_i$ où D_i est, soit C_i , soit le complémentaire de C_i dans E . Il y en a donc un nombre fini, que nous appellerons m , et nous noterons la partition de E ainsi obtenue $\{\tilde{e}_k\}_{k=1 \dots m}$. Posons alors $\tilde{e}_k^+ = \tilde{e}_k \cap E^+$ et $\tilde{e}_k^- = \tilde{e}_k \cap E^-$. Désignons par $*$ un élément de l'ensemble $\{+, -\}$. On appellera \tilde{e}_k^* un *événement macroscopique* et on notera $\tilde{E} = \{\tilde{e}_k^* ; k \in \{1 \dots m\}, * \in \{+, -\}\}$ l'ensemble des événements macroscopiques. Chaque C_i est une union de certains \tilde{e}_k^* et chaque \tilde{e}_k^* est inclus dans au moins un D_i puisque les $\{C_i\}$ forment un recouvrement de E . De plus, chaque \tilde{e}_k^* est un borélien de E puisque les C_i , E^+ et E^- le sont. Enfin, nous noterons \tilde{E} l'ensemble des parties de \tilde{E} .

Il est clair que si e et e' appartiennent au même \tilde{e}_k^* , on a $u(e, z) = u(e', z) \quad \forall z \in I^n$. On peut donc définir une fonction \tilde{u} de $E \times I^n$ dans I^n par passage au quotient. Si \tilde{u}_i est la $i^{\text{ème}}$ composante de u , on a

$$\tilde{u}_i(\tilde{e}_k^*, z) = z_i \text{ si } \tilde{e}_k^* \not\subset C_i$$

$$\tilde{u}_i(\tilde{e}_k^*, z) = \alpha^*(z_i) \text{ si } \tilde{e}_k^* \subset C_i$$

De même, on a :

$$p(z, \tilde{e}_k^*) = \int_{\tilde{e}_k^*} \frac{\sum_{i=1}^n z_i \psi_i(x) \mu_i(dy)}{\sum_{i=1}^n z_i \psi_i(x)} \pi(dx)$$

On peut alors définir une probabilité de transition \tilde{p} sur $I^n \times \tilde{E}$ par la formule :

$$\tilde{p}(z, A) = \sum_{\tilde{e}_k^* \in A} p(z, \tilde{e}_k^*) \quad \text{pour } z \in I^n \text{ et } A \in \tilde{E}$$

La proposition suivante est alors évidente :

Proposition : Les modèles $\{(I^n, \mathcal{J}^n), (E, \mathcal{E}), p, u\}$ et $\{(I^n, \mathcal{J}^n), (\tilde{E}, \tilde{\mathcal{E}}), \tilde{p}, \tilde{u}\}$ sont équivalents, en ce sens qu'ils déterminent les mêmes processus de Markov associés.

Cela découle directement de l'égalité :

$$Uf(z) = \int_E p(z, de) f(u(e, z)) = \sum_{\tilde{e}_k^* \in A} p(z, \tilde{e}_k^*) f(\tilde{u}(\tilde{e}_k^*, z))$$

Nous allons donc, dorénavant, remplacer notre modèle par le modèle "quotient" équivalent, et, sauf si le contexte prête à confusion, nous supprimerons les "tilde" afin d'alléger l'écriture.

2.5- Caractère contractant de notre modèle

Proposition : Si l'on a, pour tous les éléments du répertoire, l'inégalité stricte

$$\int_{C_i} \mu_i(dy) \pi(dx) > 0$$

le modèle d'apprentissage pour un répertoire est contractant.

Avant de passer à la démonstration de cette proposition, interrogeons-nous sur la signification de la condition imposée. En gros, cela revient à demander que le renforcement du $i^{\text{ème}}$ élément ne soit pas "structurellement" impossible. En effet, si $\int_{C_i} \mu_i(dy) \pi(dx) = 0$ il est bien évident que le $i^{\text{ème}}$ élément ne pourrait aucunement influencer l'occurrence des événements qui le renforcent, soit que sa contribution μ_i à l'output du répertoire soit nulle dans son champ de renforcement (ce qui serait absurde et sera facilement évité dans les modèles concrets que nous proposerons, où au contraire le champ de renforcement correspondra à de fortes valeurs de densité de probabilité pour μ_i), soit que, si le premier écueil est évité, la probabilité d'input soit nulle dans cette région. Cette deuxième condition, qui porte sur l'environnement dans lequel est plongé le répertoire, sera aussi facilement évitée. Il suffira de s'assurer que la probabilité d'input est "bien répartie" sur la variété X , et non concentrée sur une région de X qui exclurait les champs de renforcement de certains éléments du répertoire.

Passons maintenant à la démonstration. Il s'agit de prouver que les conditions définissant un modèle contractant sont bien vérifiées. Pour les quatre premières, il n'y a pas de problème :

- $Z = I^n$ est compact pour la métrique usuelle induite par \mathbb{R}^n .
- E est bien un ensemble fini (dans le modèle quotient¹).
- $p(z, e_k^*)$ est une fonction différentiable en z sur le compact I^n , ce qui implique qu'elle est lipschitzienne.
- $\|u(e_k^*, z) - u(e_k^*, z')\| \leq \|z - z'\|$ puisque les fonctions α^+ et α^- sont des contractions : $|\alpha^*(\xi) - \alpha^*(\xi')| \leq |\xi - \xi'|$

La cinquième condition est plus délicate à vérifier. Nous allons construire une suite de t événements :

$$e^t = (e_{k_0}^*, \dots, e_{k_s}^*, \dots, e_{k_{t-1}}^*) \in E^t$$

1. Rappelons que nous supprimons dorénavant les "tilde" qui caractérisaient le modèle quotient.

où $*_s \in \{+, -\}$ et $\{-, -\}$ et $k_s \in \{1, \dots, m\}$, telle que $p(z, e^t) > 0$ et $u^t(e^t, \cdot)$ vérifie la condition de contraction demandée, pour tout $z \in I^n$. Pour ce faire, remarquons que C_i est une union d'un nombre fini de e_k^* disjoints. Donc, pour tout i , il existe au moins un k et un $*$, que l'on notera $k(i)$ et $*(i)$ tels que

$$\int_{e_{k(i)}^{*(i)}} \mu_i(dy) \pi(dx) > 0$$

Ceci entraîne

$$\int_{e_{k(i)}^{*(i)}} \frac{z_i \psi_i(x)}{\sum_{j=1}^n z_j \psi_j(x)} \mu_i(dy) \pi(dx) > 0$$

pour tout z , puisque $\psi_i(x) > 0$ pour tout $(x, y) \in e_{k(i)}^{*(i)} \subset C_i \subset U_i \times V_i$.

On a donc a fortiori :

$$p(z, e_{k(i)}^{*(i)}) = \int_{e_{k(i)}^{*(i)}} \frac{\sum_{j=1}^n z_j \psi_j(x) \mu_j(dy)}{\sum_{j=1}^n z_j \psi_j(x)} \pi(dx) > 0$$

Posons alors $t = n$ (nombre d'éléments du répertoire) et $e_{k_s}^{*s} = e_{k(s+1)}^{*(s+1)}$. Il est facile de constater que la suite e^t obtenue ainsi vérifie $p(z, e^t) > 0$ quel que soit z puisque c'est un produit fini de termes de la forme $p(\xi_i, e_{k(i)}^{*(i)})$ avec $\xi_i \in I^n$.

De plus $\|u^t(e^t, z') - u^t(e^t, z'')\| \leq \alpha \|z' - z''\|$ avec $\alpha < 1$ puisque, au moins à la $i^{\text{ème}}$ itération de u , la $i^{\text{ème}}$ composante de z' et z'' aura été réellement "contractée" par α^+ et α^- . Plus précisément, si u_i^t est la $i^{\text{ème}}$ composante de u^t , on a :

$$\begin{aligned} |u_i^n(e^n, z') - u_i^n(e^n, z'')| &\leq |u_i^i(e^i, z') - u_i^i(e^i, z'')| \\ &= (1 - a^{*(i)}) |u_i^{i-1}(e^{i-1}, z') - u_i^{i-1}(e^{i-1}, z'')| \\ &\leq (1 - a^{*(i)}) |z'_i - z''_i| \end{aligned}$$

ce qui entraîne l'inégalité écrite plus haut en choisissant $\alpha = \sup((1 - a^+), (1 - a^-))$.

La cinquième condition est donc elle aussi vérifiée.

2.6- Régularité des processus de Markov associés à notre modèle

Proposition : Si la condition $\int_{C_i} \mu_i(dy) \pi(dx) > 0$ pour tout $i \in \{1, \dots, n\}$, qui rend contractant le modèle d'apprentissage pour un répertoire, est respectée, alors le processus de Markov associé au répertoire est régulier.

Il s'agit donc de démontrer qu'il existe un $z \in I^n$, tel que l'on ait, pour tout $z' \in I^n$, $d(\sigma_t(z'), z) \rightarrow 0$ quand $t \rightarrow \infty$, $\sigma_t(z')$ étant le support de la probabilité de $K^{(t)}(z', \cdot)$.

Remarquons d'abord que, si l'on appelle comme ci-dessus $e^t = (e_{k_0}^{*0}, \dots, e_{k_s}^{*s}, \dots, e_{k_{t-1}}^{*(t-1)})$ un élément de E^t , on a :

$$K^{(t)}(z', A) = \sum_{e^t \in E^t} p_t(z', e^t) 1_A(u^t(e^t, z'))$$

$K^{(t)}(z', \cdot)$ est donc une probabilité concentrée en un nombre fini de points, chaque point étant de la forme $u^t(e^t, z')$ et de "masse" $p_t(z', e^t)$. Le principe de la démonstration va consister à trouver une suite de e^t ($t \rightarrow \infty$), tels que $\forall z', p_t(z', e^t) > 0$ et $u^t(e^t, z')$ tende vers un

sommet bien déterminé du cube. En appelant z ce sommet, nous aurons $u^t(e^t, z') \in \sigma_t(z')$ puisque $p_t(z', e^t) > 0$, et donc $d(\sigma_t(z'), z) \rightarrow 0$.

Pour ce faire, nous allons utiliser l'existence, prouvée à la démonstration précédente, pour tout $i \in \{1, \dots, n\}$ d'un $k(i)$ et d'un $*(i)$ tels que l'événement $e_{k(i)}^{*(i)}$ soit de probabilité non-nulle, i.e. $\forall z' p(z', e_{k(i)}^{*(i)}) \neq 0$, et renforce effectivement la $i^{\text{ème}}$ composante de z' :

$$u_i(e_{k(i)}^{*(i)}, z') = \alpha^{*(i)} z'_i$$

Bien entendu, l'événement $e_{k(i)}^{*(i)}$ peut renforcer d'autres composantes que la $i^{\text{ème}}$. Pour simplifier l'écriture, notons c_i l'événement $e_{k(i)}^{*(i)}$, et J_i l'ensemble des composantes renforcées par c_i : $j \in J_i \Leftrightarrow c_i \subset C_j$. Notons enfin $(c_i)^l$ la suite d'événements obtenue par itérations de c_i .

Tout t peut s'écrire $t = n \cdot l + l_0$, où n est le nombre d'éléments du répertoire, l et $l_0 \in \mathbb{N}$, et $l_0 < n$. Il est facile de se convaincre alors que la suite d'événements e^t définie par

$$e^t = ((c_1)^{l+l_0}, (c_2)^l, \dots, (c_i)^l, \dots, (c_n)^l)$$

répond à nos attentes : $p_t(z', e^t) > 0$ et $u^t(e^t, z')$ tend vers un sommet du cube z , défini de la façon suivante : si l'on appelle i_j le plus grand des $i \in \{1, \dots, n\}$ tel que $j \in J_i$ (un tel i_j existe puisque l'on a tel que toujours $j \in J_j$), z est alors défini par : $z_j = 1$ si $*(i_j) = +$ et $z_j = \varepsilon$ si $*(i_j) = -$. Dans la suite d'événements e^t , les "derniers" événements qui modifient la $j^{\text{ème}}$ composante sont les événements c_{i_j} . Quand $t \rightarrow \infty$, $l \rightarrow \infty$, donc $u_j(e^t, z') \rightarrow z_j$, ce qui termine la démonstration.

Ainsi, nous avons prouvé que, dans des conditions très raisonnables, la loi de probabilité des poids du répertoire va tendre sous l'effet de l'apprentissage vers une loi de probabilité stationnaire indépendante des valeurs initiales des poids. C'est là la première notion de stabilisation d'un répertoire à laquelle nous nous proposons d'aboutir.

La proposition très simple suivante va nous permettre de montrer que cette notion suffit, dans un certain nombre de cas, à nous donner une idée de la façon dont évoluent les poids.

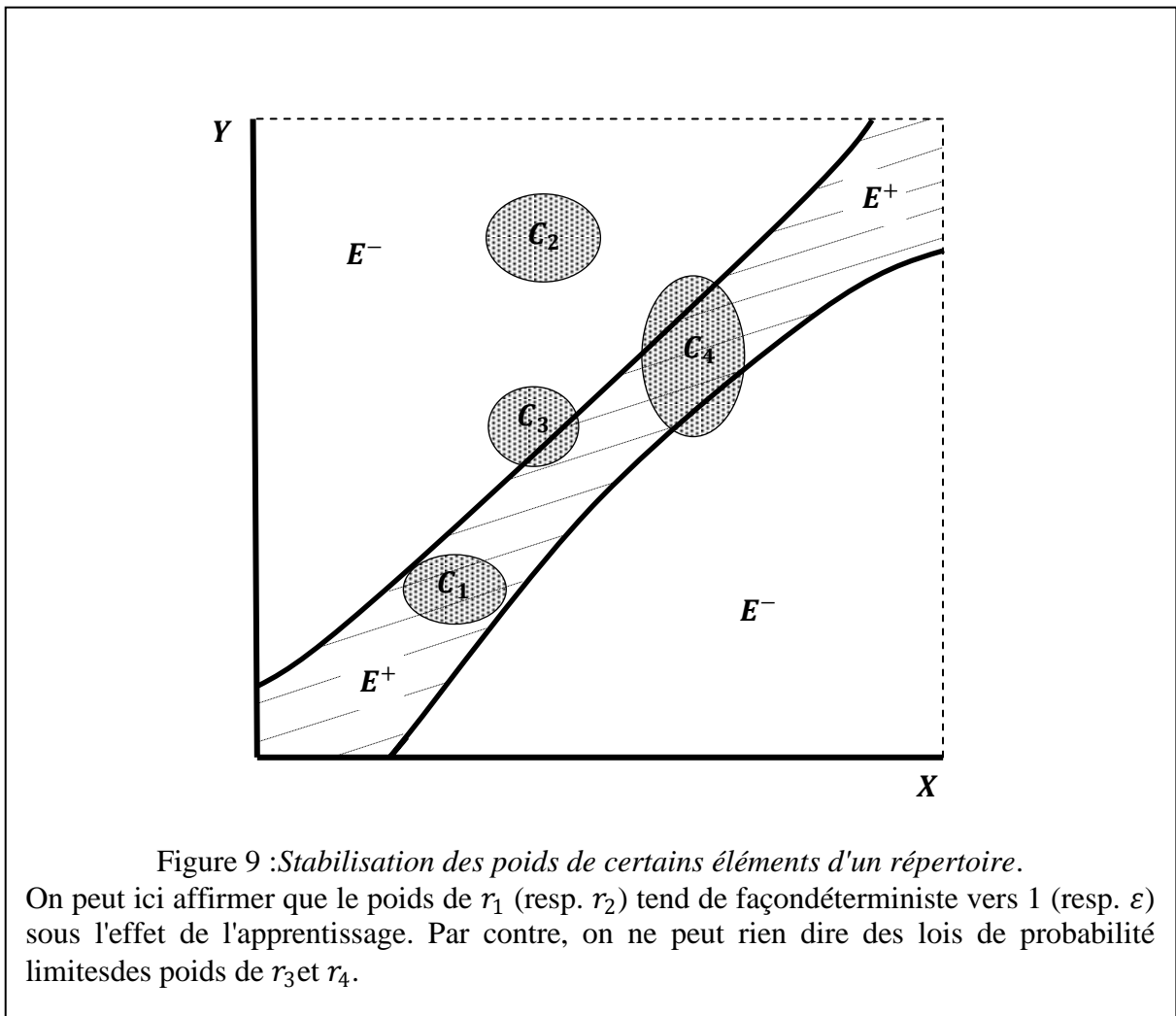
Proposition : Pour tout élément tel que C_i est entièrement contenu dans E^+ (resp. E^-), le poids de cet élément tend de manière déterministe vers sa valeur maximale (resp. minimale ε) sous l'effet de l'apprentissage.

Ceci est évident : si $C_i \subset E^+$, tout événement ne peut que contribuer à augmenter le poids z_i (ou à le laisser inchangé). Les événements le renforçant effectivement ayant une probabilité non nulle, il ne peut que tendre vers 1.

Plus formellement, appelons f_i la projection sur la $i^{\text{ème}}$ composante dans I^n : $f_i(z) = z_i$. On a : $Uf_i(z) = \sum_{e \in E} p(z, e) u_i(e, z)$. Donc, si $C_i \subset E^+$, on tire : $Uf_i(z) > f_i(z)$ si $f_i(z) < 1$, et $Uf_i(z) = f_i(z)$ si $f_i(z) = 1$. Prenons alors un processus (Z_t) obéissant pour tout t à la loi de probabilité stationnaire ν , dont le théorème précédent nous assure l'existence. De la relation générale sur les espérances $E(f(Z_t)) = E(Uf(Z_t))$, on déduit pour ce processus et pour f_i : $E(f_i(Z_t)) = E(Uf_i(Z_t))$. Cette égalité n'est possible que si $Z_{i,t} = f_i(Z_t) = 1$ presque sûrement. La démonstration est la même dans le cas où $C_i \subset E^-$.

Cette proposition est particulièrement intéressante dans le cas où le répertoire comporte un grand nombre d'éléments qui possèdent chacun un petit champ de renforcement C_i (figure 9). "La plupart" de ces champs C_i seront alors soit dans E^+ soit dans E^- et nous pouvons affirmer alors qu'après apprentissage seuls les événements appartenant à E^+ ou "proches" de E^+ auront

une probabilité non négligeable de se produire, ce qui correspond bien à la notion d'un apprentissage "réussi". Nous reviendrons en détail là-dessus au chapitre IV.



Dans la suite de ce chapitre, nous allons essayer de mieux préciser, dans le cas où les coefficients d'apprentissage a^+ et a^- sont petits, quelle est la forme de la distribution limite des valeurs des poids pour les éléments dont le champ de renforcement est "à cheval" entre E^+ et E^- . Mais d'abord quelques remarques s'imposent.

2.7- Remarques

D'abord il faut noter que nous n'avons à aucun moment utilisé la structure topologique de (X, \mathcal{X}) et (Y, \mathcal{Y}) . Le modèle s'applique donc intégralement au cas plus général où X et Y sont des espaces mesurables quelconques, même si les applications que nous avons en tête ne concernent que des variétés différentielles.

Un cas particulier est celui où X ou Y (ou les deux) sont des ensembles finis (variétés de dimension 0). Beaucoup de modèles d'apprentissage ont été élaborés dans ce cas. En particulier, la plupart des classeurs de forme fonctionnent avec un nombre fini d'outputs, et nous aurons l'occasion de regarder de plus près le cas où Y est fini quand nous voudrons comparer notre modèle à certains de ces classeurs de formes.

D'autres hypothèses pourraient être allégées sans nuire aux résultats obtenus. C'est ainsi que la "fonction de pondération" que nous avons choisi $\frac{\sum z_i \psi_i(x) \mu_i}{\sum z_i \psi_i(x)}$ pourrait être remplacée par n'importe quelle autre, en remplaçant par exemple $z_i \psi_i(x)$ par n'importe quelle fonction de z_i et $\psi_i(x)$, à condition qu'elle soit deux fois différentiable en z_i , positive strictement si $\psi_i(x)$ l'est et nulle avec $\psi_i(x)$, sans rien changer à nos résultats.

La condition la plus intéressante à alléger est celle qui porte sur les renforcements α^+ et α^- . En effet, nous les avons supposés linéaires, alors que dans la réalité physiologique (nous aurons l'occasion de voir que les neurones n'ont rien de la fiabilité des composantes d'ordinateur !) cette linéarité ne saurait être qu'une grossière approximation. Il est donc important de remarquer que l'on peut remplacer cette linéarité par des conditions beaucoup moins fortes : comme on pourra facilement s'en convaincre (nous avons pris soin, dans la rédaction des démonstrations, de le mettre en évidence) les seules conditions à imposer à α^+ et α^- sont les suivantes :

- α^+ et α^- doivent être croissantes ;
- $\alpha^+(\xi) > \xi$ si $\xi < 1$ et $\alpha^+(1) = 1$;
- $\alpha^-(\xi) < \xi$ si $\xi > \varepsilon$ et $\alpha^-(\varepsilon) = \varepsilon$;
- α^+ et α^- doivent être contractantes : $\sup_{\xi' \neq \xi''} \frac{|\alpha^*(\xi) - \alpha^*(\xi')|}{|\xi' - \xi''|} < 1$

On peut même remplacer ces fonctions par une famille de telles fonctions indexées par $z, \alpha^+(z, \cdot)$ et $\alpha^-(z, \cdot)$, à condition que la condition de contraction soit uniforme en z :

$$\sup_{z \in I^n} \left(\sup_{\xi' \neq \xi''} \frac{|\alpha^*(z, \xi) - \alpha^*(z, \xi')|}{|\xi' - \xi''|} \right) < 1$$

On peut encore les faire dépendre de (x, y) et donc d'obtenir un renforcement "graduel" suivant que l'événement (x, y) est plus ou moins positif ou négatif, en remplaçant la partition de E en E^+ et E^- par une partition $(E_1^+, E_2^+, \dots, E_p^+, E_1^-, \dots, E_q^-)$, chaque E_i^* ayant sa propre fonction de renforcement.

Ainsi, notre modèle présente une certaine "stabilité structurelle" en ce sens qu'il fait partie d'une famille de modèles assez vaste qui conserve le même type de propriétés.

3- Dynamique associée à un apprentissage à faible coefficient de renforcement

Revenons à notre modèle initial (avec un renforcement linéaire) et supposons que les coefficients de renforcement α^+ et α^- soient "petits". Chaque événement ne modifie donc que faiblement les poids (z_i). Remarquons tout de suite que cela ne signifie pas que l'influence d'un événement sur le répertoire est faible. S'il y a un grand nombre d'éléments dont les champs sont dans la même région de E , un événement va modifier faiblement le poids de chacun de ces éléments, mais comme ils sont nombreux, la probabilité d'output pour le répertoire peut être considérablement modifiée ; chaque élément a un peu "appris" mais le répertoire dans son ensemble a pu beaucoup apprendre.

Les modifications de chaque poids étant faibles à chaque coup, on peut alors espérer que la valeur du poids va se stabiliser autour d'une valeur moyenne, et que la dispersion autour de cette valeur moyenne va être faible.

On va donc se demander ce que devient notre modèle quand a^+ et a^- tendent vers 0. Plus précisément on va considérer la famille de modèles $\{(I^n, \mathcal{J}^n), (E, \mathcal{E}), p, u_\theta\}$ où l'indice θ est un nombre réel de $]0,1[$, chaque modèle ne différant que par sa fonction de renforcement u_θ , plus précisément par les fonctions α_θ^+ et α_θ^- qu'on définit ainsi :

$$\begin{aligned}\alpha_\theta^+(\xi) &= \xi + \theta a^+(1 - \xi) \\ \alpha_\theta^-(\xi) &= \xi + \theta a^-(\varepsilon - \xi)\end{aligned}$$

où a^+ et a^- sont deux réels fixes de l'intervalle $]0,1[$; et on va étudier le comportement des processus de Markov associés (Z_t^θ) quand $\theta \rightarrow 0$.

3.1- La théorie générale

Norman démontre, dans ce domaine qu'il appelle "learning by smallsteps", un certain nombre de théorèmes prouvant que l'on peut alors approximer les processus de Markov considérés par des systèmes dynamiques déterministes.

Le point clé est de considérer la variable aléatoire "accroissement normalisé de Z_t^θ ", à savoir $H_t = \frac{Z_{t+1}^\theta - Z_t^\theta}{\theta}$. Il est facile de voir que cette variable est indépendante de θ , puisque $\frac{u_i(e,z) - z_i}{\theta}$ est soit nul, soit égal à $a^+(1 - z_i)$, soit égal à $a^-(1 - z_i)$.

On appelle alors w la fonction de I^n dans \mathbb{R}^n définie par $w(z) = E(H_t | Z_t^\theta = z)$. Cette fonction représente donc la valeur moyenne de l'accroissement normalisé de Z_t^θ , sachant que $Z_t^\theta = z$. Cette fonction ne dépend pas non plus de θ , puisque sa $i^{\text{ème}}$ composante w_i est donnée par $w_i(z) = \sum_{e \in E} p(z, e) \left(\frac{u_i(e,z) - z_i}{\theta} \right)$.

On considère alors le système dynamique défini par $f'(\tau) = w(f(\tau))$ où f est une fonction de \mathbb{R} dans I^n . Si $f_z(\tau)$ est une solution de cette équation différentielle vérifiant la condition initiale $f_z(0) = z$, les résultats de Norman consistent à prouver que le processus de Markov Z_t^θ vérifiant $Z_0^\theta = z$ ne va pas trop "s'éloigner" de la courbe intégrale $f_z(\tau)$ si θ est petit.

Comme précédemment, nous n'allons pas exposer le travail de Norman dans toute sa généralité, mais simplement reformuler le résultat qui s'applique à notre modèle.

Nous allons avoir besoin des notations suivantes :

– $v_t(\theta, z) = E(Z_t^\theta | Z_0^\theta = z)$ est l'espérance au temps t du processus de Markov Z_t^θ vérifiant $Z_0^\theta = z$.

– $s(z) = E(H_t \widetilde{H}_t | Z_t^\theta = z)$, où \widetilde{H}_t est la transposée du vecteur colonne H_t , est la matrice des moments d'ordre deux de H_t quand $Z_t^\theta = z$ (s est indépendante de θ pour les mêmes raisons que w).

– $r(z) = E(\|H_t\|^3 | Z_t^\theta = z)$.

Le théorème¹ de Norman peut alors s'énoncer ainsi :

Proposition : Si les conditions suivantes sont vérifiées :

- w est deux fois continûment différentiable,
- s est continûment différentiable,
- r est borné,

1. Voir Norman (1972), chapitres 7 et 8 et en particulier le théorème 1.1, p. 118.

alors l'équation différentielle $f'(\tau) = w(f(\tau))$ admet pour tout $z \in I^n$ une solution unique $f_z(\tau)$ vérifiant $f_z(0) = z$ (et restant dans $I^n : \forall \tau \in \mathbb{R}^+, \forall z \in I^n, f_z(\tau) \in I^n$).

Pour tout $T \in \mathbb{R}^+$ on a $v_t(\theta, z) - f_z(\theta t) = O(\theta)$ uniformément en $z \in I^n$ et en $t\theta < T$ et $E\left(\|Z_t^\theta - v_{z_t}(\theta, z)\|^2 \mid Z_0^\theta = z\right) = O(\theta)$ uniformément en $z \in I^n$ et en $t\theta \leq T$.

Dire qu'une expression $g(\theta, t, z)$ est un $O(\theta)$ uniformément en $z \in I^n$ et en $t\theta \leq T$ signifie qu'il existe pour tout $T \in \mathbb{R}^+$ une constante K_T telle que $\|g(\theta, t, z)\| < K_T \theta$ quels que soient $z \in I^n$ et t et θ vérifiant $t\theta \leq T$.

Ainsi cette proposition montre bien que la moyenne $v_t(\theta, z)$ du processus Z_t^θ vérifiant $Z_0^\theta = z$ ne va pas trop s'éloigner de $f_z(\theta t)$ et que la dispersion de Z_t^θ autour de cette moyenne n'est pas trop grande. Mais cela n'est vrai que si $t \leq \frac{T}{\theta}$, ce qui veut dire que ce théorème ne concerne que le *comportement transitoire* du processus. Nous ne pouvons rien affirmer de $v_t(\theta, z)$ quand $t \rightarrow \infty$, c'est-à-dire sur le *comportement asymptotique* du processus.

Norman traite bien ensuite du comportement asymptotique, mais en se limitant alors au cas où Z_t^θ est une variable aléatoire réelle (de dimension 1), utilisant dans ce cas la structure d'ordre de \mathbb{R} pour démontrer un théorème analogue, mais valable pour $t \rightarrow \infty$, en imposant certaines conditions à w .

Nous allons donc essayer, par une approche sensiblement différente, de traiter le cas où Z_t^θ est une variable aléatoire de dimension quelconque.

3.2- Comportement asymptotique du processus

Nous allons démontrer la proposition suivante :

Proposition : Supposons que les conditions de la proposition du paragraphe précédent (§3.1) sont vérifiées et que le processus est régulier, alors s'il existe un $\lambda \in I^n$ tel que toutes les courbes intégrales tendent vers $\lambda : \forall z \in I^n, f_z(\tau) \rightarrow \lambda$ quand $\tau \rightarrow \infty$, le processus *stationnaire* Z_t^θ (dont l'existence et l'unicité sont assurées) vérifie $E(Z_t^\theta) \rightarrow \lambda$ et $E\left(\|Z_t^\theta - \lambda\|^2\right) \rightarrow 0$ quand $\theta \rightarrow 0$.

Remarquons d'abord que, puisque I^n est compact, la convergence de $f_z(\tau)$ est uniforme en z (Norman, p. 122, prouve que $f_z(\tau)$ est continue en (z, τ)). On a donc :

$$\forall \delta > 0, \exists T_0 > 0 \text{ tel que } \tau > T_0 \Rightarrow \|f_z(\tau) - \lambda\| < \frac{\sqrt{\delta}}{2} \forall z \in I^n$$

Appliquons maintenant les résultats de la proposition du paragraphe §3.1 en choisissant $T = T_1 > T_0 + 1$. Il existe K_1 et K_2 , tels que $t\theta < T_1$ entraîne pour tout $z \in I^n$:

$$\|v_t(\theta, z) - f_z(\theta t)\| < K_1 \theta \text{ et } E\left(\|Z_t^\theta - v_t(\theta, z)\|^2 \mid Z_0^\theta = z\right) < K_2 \theta$$

Choisissons alors $\theta < \theta_0$, où $\theta_0 = \inf\left(\frac{\sqrt{\delta}}{2K_1}, \frac{\sqrt{\delta}}{2K_2}, 1\right)$, et t vérifiant $\frac{T_0}{\theta} < t < \frac{T_1}{\theta}$ (un tel t existe toujours). On a démontré que $\forall \delta > 0$, si θ est inférieur à un certain θ_0 (qui ne dépend que de δ), il existe un t (dépendant de δ et θ) tel que les trois inégalités suivantes soient vraies pour tout z :

$$\|f_z(t\theta) - \lambda\| < \frac{\sqrt{\delta}}{2}$$

$$\|v_t(\theta, z) - f_z(\theta t)\| < \frac{\sqrt{\delta}}{2}$$

$$E\left(\|Z_t^\theta - v_t(\theta, z)\|^2 \mid Z_0^\theta = z\right) < \frac{\sqrt{\delta}}{2}$$

On peut donc en déduire que :

$$\forall \delta > 0, \exists \theta_0 > 0, \forall \theta < \theta_0, \exists t_0 \in \mathbb{N}, \forall z \in I^n, E\left(\|Z_{t_0}^\theta - \lambda\|^2 \mid Z_0^\theta = z\right) < \delta$$

Maintenant prenons pour (Z_t^θ) le processus stationnaire, obéissant *quel que soit* à la loi de probabilité stationnaire ν . On a :

$$E\left(\|Z_{t_0}^\theta - \lambda\|^2\right) = \int E\left(\|Z_{t_0}^\theta - \lambda\|^2 \mid Z_0^\theta = z\right) \nu(dz) < \delta$$

d'où $\forall \delta > 0, \exists \theta_0 > 0, \forall \theta < \theta_0, E\left(\|Z_{t_0}^\theta - \lambda\|^2\right) = E\left(\|Z_{t_0}^\theta - \lambda\|^2\right) < \delta$

et l'on a donc bien $E\left(\|Z_{t_0}^\theta - \lambda\|^2\right) \rightarrow 0$ quand $\theta \rightarrow 0$, ce qui implique du même coup $E(Z_t^\theta) \rightarrow \lambda$, puisque $\|E(Z_{t_0}^\theta) - \lambda\|^2 \leq E\left(\|Z_{t_0}^\theta - \lambda\|^2\right)$.

La proposition est donc bien démontrée.

On possède alors un critère qui permet, pour de faibles valeurs du coefficient de renforcement, de remplacer en première approximation notre processus aléatoire par un processus dynamique déterministe beaucoup plus simple à étudier. De plus, nous pouvons dans ce cas parler de stabilisation dans un sens beaucoup plus fort que précédemment. On a, en effet, la certitude que la valeur des poids va se rapprocher sous l'effet de l'apprentissage d'une valeur limite bien déterminée.

Mais il faut bien se rendre compte que, même si l'intérêt théorique d'une telle proposition est indéniable, il va être difficile au niveau de généralité où nous nous plaçons, de démontrer que la dynamique associée à notre modèle répond au critère relativement exigeant que nous avons énoncé. Nous allons bien trouver des cas simples où il est vérifié, mais pour pouvoir dépasser un peu le cadre de ces cas simples, nous allons avoir besoin d'affaiblir un peu le critère sur la dynamique, ce qui, du même coup, affaiblira aussi les conclusions qu'on peut en tirer. C'est le but de la proposition suivante :

Proposition : Supposons que les conditions de la proposition du §3.1 soient vérifiées (processus régulier et conditions sur $w(z)$, $s(z)$, et $r(z)$). Alors s'il existe un $\lambda \in I^n$ et une boule $B_\rho(\lambda)$ centrée en λ de rayon ρ telle que $\forall z \in I^n f_z(\tau) \in B_\rho(\lambda)$ pour τ assez grand, le processus stationnaire (Z_t^θ) vérifie :

$$d(E(Z_t^\theta), B_\rho(\lambda)) \rightarrow 0 \quad \text{et} \quad d\left(E\left(\|Z_t^\theta - \lambda\|^2\right), [0, \rho^2]\right) \rightarrow 0 \quad \text{quand} \quad \theta \rightarrow 0.$$

Cette proposition signifie donc que même si l'on n'est pas sûr que λ soit la limite de toutes les courbes intégrales, il suffit que les "attracteurs" de la dynamique (qu'il s'agisse de points, de cycles limites, ...) ne soient pas trop éloignés de λ pour que les processus de Markov associés concentrent leurs valeurs autour de λ .

La démonstration de cette proposition est entièrement calquée sur la précédente. La seule chose à remplacer, c'est l'expression de la limite de $f_z(\tau)$, à savoir : $\|f_z(\tau) - \lambda\| < \frac{\sqrt{\delta}}{2}$ par la nouvelle condition : $\|f_z(\tau) - \lambda\|^2 < \rho^2 + \frac{\delta}{4}$ et on arrive aussitôt à la nouvelle conclusion :

$$E\left(\|Z_t^\theta - \lambda\|^2\right) < \rho^2 + \delta$$

qui traduit bien le résultat que l'on voulait obtenir.

3.3- Etude de deux cas simples

Exprimons d'abord $w(z)$ dans le cas de nos répertoires :

$$w(z) = \sum_{e \in E} p(z, e) \frac{u_\theta(e, z) - z}{\theta}$$

ce qui donne pour chaque composante $w_i(z)$:

$$w_i(z) = \sum_{e_k^+ \in C_i} p(z, e_k^+) a^+(1 - z_i) + \sum_{e_k^- \in C_i} p(z, e_k^-) a^-(\varepsilon - z_i)$$

Posons :

$$p_i(z) = \sum_{e_k^* \in C_i} p(z, e_k^*) = \int_{C_i} \frac{\sum_{j=1}^n z_j \psi_j(x) \mu_j(dy)}{\sum_{j=1}^n z_j \psi_j(x)} \pi(dx)$$

et :

$$p_i^*(z) = \sum_{e_k^* \in C_i \cap E^*} p(z, e_k^*) = \int_{C_i \cap E^*} \frac{\sum_{j=1}^n z_j \psi_j(x) \mu_j(dy)}{\sum_{j=1}^n z_j \psi_j(x)} \pi(dx)$$

On peut alors écrire :

$$\forall z \in I^n w_i(z) = p_i^+(z) a^+(1 - z_i) + p_i^-(z) a^-(\varepsilon - z_i)$$

La condition pour que le modèle soit contractant s'écrit :

$$\forall z \in I^n p_i(z) = p_i^+(z) + p_i^-(z) > 0 \text{ pour tout } i \in \{1, \dots, n\}$$

Il est facile de constater que $w(z)$ vérifie les conditions imposées (deux fois continûment différentiable). De même, on vérifierait facilement que les conditions sur $s(z)$ et $r(z)$ sont remplies.

Nous voilà donc ramenés à étudier la dynamique définie par le champ $w(z)$ sur I^n . Nous allons prouver que dans deux cas particuliers, le critère de la première proposition du paragraphe précédent (§3.2) est vérifié.

Premier cas : répertoire "disjoint"

Supposons que $C_i = U_i \times V_i$ et que les $U_i \times V_i$ forment un "quadrillage" de E (figure 10). Précisément, supposons qu'il existe une partition finie de X en (X_α) et de Y en (Y_β) , où α et β parcourent deux ensembles finis A et B , et où pour tout élément r_i , il existe un α et un β que l'on notera $\alpha(i)$ et $\beta(i)$ vérifiant $U_i = X_{\alpha(i)}$ et $V_i = Y_{\beta(i)}$ (nous n'excluons pas que plusieurs éléments r_i possèdent le même champ $U_i \times V_i$). De plus les fonctions ψ_i et les probabilités μ_i sont les mêmes si elles possèdent le même support : il existe donc pour chaque α , une fonction ψ_α définie sur X_α telle que $\psi_i = \psi_{\alpha(i)}$ et de même pour chaque β , il existe une probabilité μ_β sur Y_β telle que $\mu_i = \mu_{\beta(i)}$.

On notera $I_{\alpha(i)}$ (resp. $I_{\beta(i)}$) l'ensemble des indices des éléments ayant le même champ récepteur (resp. effecteur) que r_i , i.e. : $j \in I_{\alpha(i)} \Leftrightarrow \alpha(j) = \alpha(i)$ et $j \in I_{\beta(i)} \Leftrightarrow \beta(j) = \beta(i)$. Notons que si $j \notin I_{\beta(i)}$, on a $\mu_j(dy) = 0$ quand $y \in V_i$ (par contre, si $j \in I_{\beta(i)}$, alors $\mu_j(dy) = \mu_i(dy)$).

On peut alors écrire :

$$p_i(z) = \int_{C_i} \frac{\sum_{j \in I_{\alpha(i)} \cap I_{\beta(i)}} z_j \psi_{\alpha(i)}(x) \mu_{\beta(i)}(dy)}{\sum_{j \in I_{\alpha(i)}} z_j \psi_{\alpha(i)}(x)} \pi(dx)$$

et :

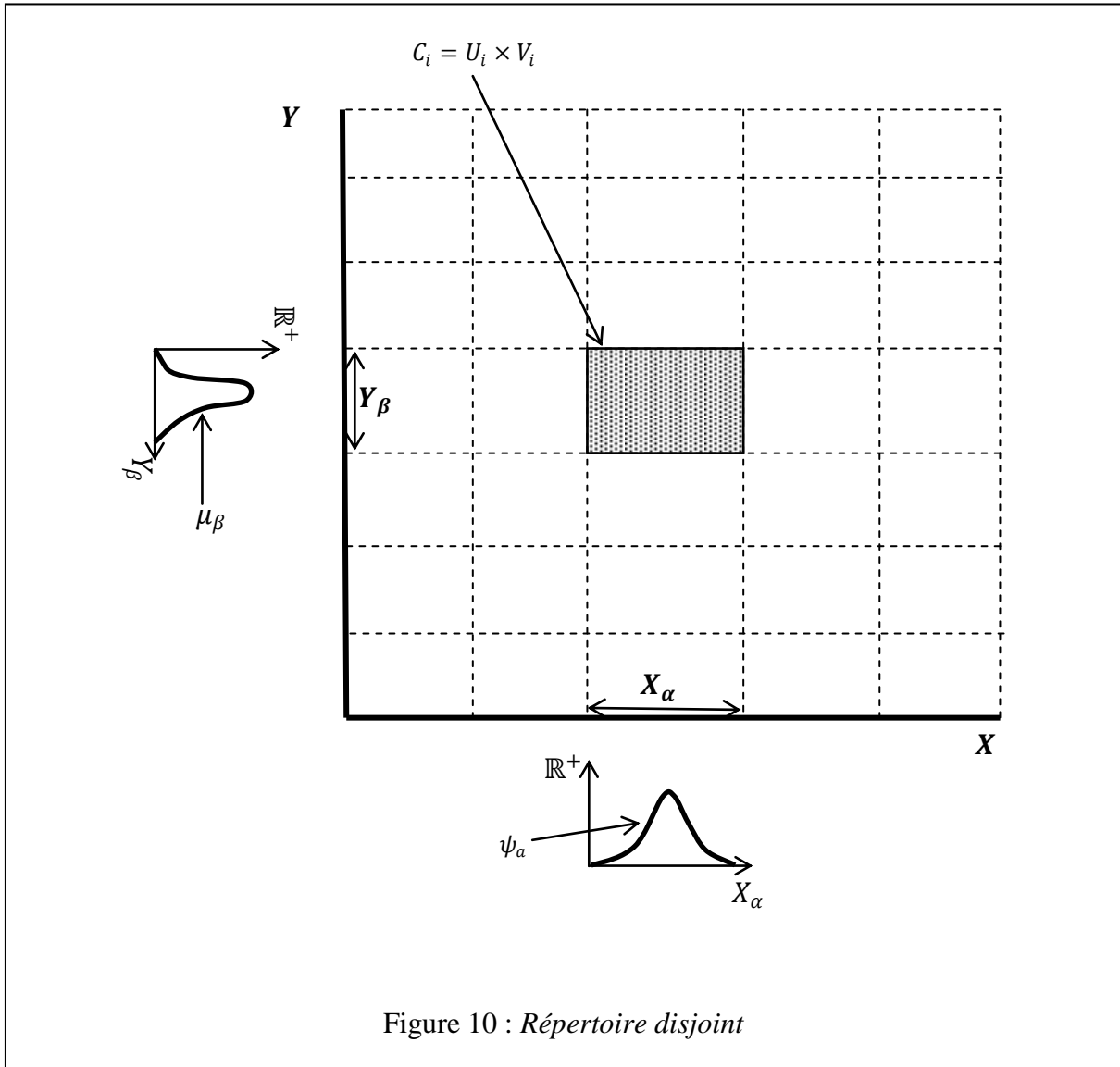


Figure 10 : Répertoire disjoint

$$p_i(z) = \frac{\sum_{j \in I_{\alpha(i)} \cap I_{\beta(i)}} z_j}{\sum_{j \in I_{\alpha(i)}} z_j} \int_{C_i} \mu_{\beta(i)}(dy) \pi(dx)$$

et $p_i^*(z)/p_i(z)$ ne dépend pas de z :

$$\frac{p_i^*(z)}{p_i(z)} = \frac{\int_{C_i \cap E^*} \mu_{\beta(i)}(dy) \pi(dx)}{\int_{C_i} \mu_{\beta(i)}(dy) \pi(dx)} = c_i^*$$

Les deux coefficients c_i^+ et c_i^- représentent la proportion du "volume" de C_i (par rapport à la mesure $\mu_{\beta(i)} \otimes \pi$) qui est occupé respectivement par E^+ et E^- (en particulier $c_i^+ + c_i^- = 1$).

Le champ s'écrit alors :

$$w_i(z) = (c_i^+ a^+(1 - z_i) + c_i^- a^-(\varepsilon - z_i)) p_i(z) = (\lambda_i - z_i) (c_i^+ a^+ + c_i^- a^-) p_i(z)$$

$$\text{avec } \lambda_i = \frac{c_i^+ a^+ + c_i^- a^- \varepsilon}{c_i^+ a^+ + c_i^- a^-}$$

On peut alors prouver que les courbes intégrales du champ $f_z(\tau)$ tendent vers $\lambda = (\lambda_i)$. En effet, $w_i(z)$ est toujours du signe opposé à $z_i - \lambda_i$ et ne s'annule que pour $z_i = \lambda_i$. Donc, si $f_{iz}(\tau)$ est la $i^{\text{ème}}$ composante de $f_z(\tau)$, pour tout z et t on a : $f_{iz}(\tau) < \lambda_i \Leftrightarrow f'_{iz}(\tau) > 0$ et $f_{iz}(\tau) > \lambda_i \Leftrightarrow f'_{iz}(\tau) < 0$, ce qui implique la convergence de $f_{iz}(\tau)$ vers λ_i .

Ainsi, le poids de l'élément r_i va tendre, en première approximation, vers

$$\lambda_i = \frac{c_i^+ a^+ + c_i^- a^- \varepsilon}{c_i^+ a^+ + c_i^- a^-}$$

Analysons un peu ce que cela signifie.

D'abord, si $C_i \subset E^+$, (resp. $C_i \subset E^-$), on retrouve un résultat cohérent avec ce que nous avons démontré dans le cas général. On a alors $c_i^- = 0$ et $\lambda_i = 1$ (resp. $c_i^+ = 0$ et $\lambda_i = \varepsilon$). Le poids tend vers la valeur maximale (resp. minimale).

Si, au contraire, C_i est "à cheval" sur E^+ et E^- (c_i^+ et c_i^- différents de 0), on a

$$\frac{1 - \lambda_i}{\lambda_i - \varepsilon} = \frac{c_i^- a^-}{c_i^+ a^+}$$

On peut alors distinguer trois cas suivant le type de renforcement imposé au répertoire :

– si $a^+ \ll a^-$, c'est-à-dire si le renforcement négatif est beaucoup plus fort que le renforcement positif (l'organisme apprend surtout à éliminer ses erreurs), il suffit que $C_i \cap E^-$ ne soit pas négligeable pour que λ_i soit très proche de ε . En gros, les seuls éléments dont le poids ne sera pas négligeable après apprentissage sont ceux dont le champ de renforcement est pratiquement entièrement dans E^+ .

– si $a^- \ll a^+$, c'est-à-dire si l'on a la situation inverse (l'organisme apprend surtout à renforcer ses succès), alors les seuls éléments dont le poids sera négligeable après apprentissage sont ceux dont le champ de renforcement est pratiquement entièrement dans E^- .

– si $a^- \sim a^+$, nous aurons une gradation des poids beaucoup plus importante. La valeur des poids après apprentissage croît linéairement avec le rapport des "volumes" occupés par E^+ et E^- dans le champ de renforcement.

Nous verrons au chapitre suivant les implications de ces résultats.

Deuxième cas : répertoire "à renforcement sélectif"

Ce cas s'oppose par bien des traits au cas précédent. Pourtant nous allons voir que les conclusions qu'en peut en tirer sont les mêmes. Nous allons supposer qu'il y a un grand nombre d'éléments, et que pour chaque élément r_i , C_i est très petit, $U_i \times V_i$ pouvant être beaucoup plus grand.

L'exemple que nous avons en tête est celui où les fonctions de sensibilité ψ_i et les probabilités d'output μ_i , représentées par les densités de probabilité, sont des surfaces en forme de "cloche" (figure 11) et où un élément n'est renforcé que sur la petite région de $U_i \times V_i$ correspondant aux valeurs maximales de ψ_i et de la densité représentant μ_i (d'où l'expression "renforcement sélectif"). Les champs U_i , de même que les V_i , peuvent se recouvrir largement. Mais C_i étant très petit, les ψ_i et les μ_i peuvent être approximées par des constantes sur C_i .

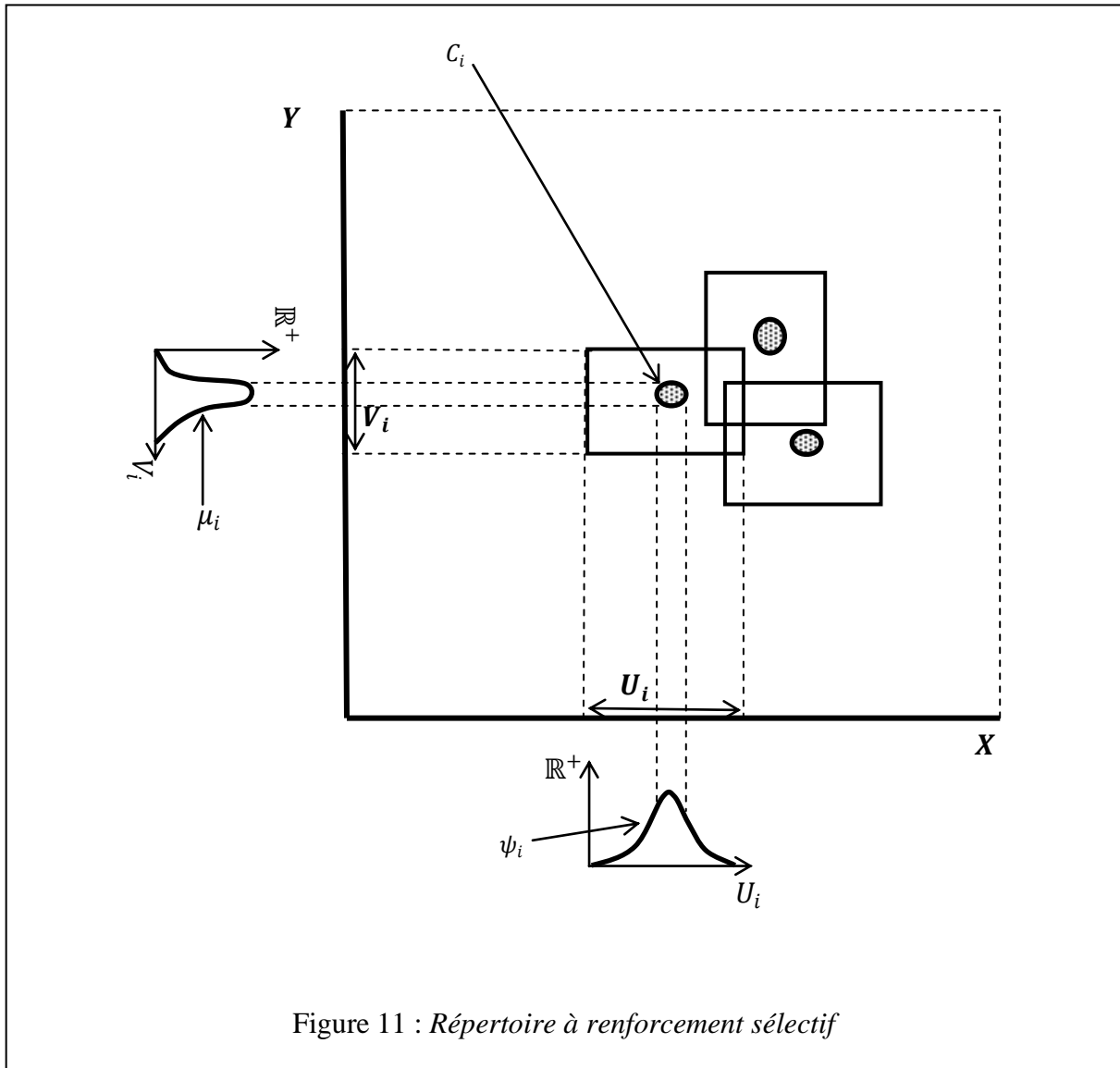


Figure 11 : Répertoire à renforcement sélectif

Plus précisément on va définir deux familles de constantes ψ_{ij} et μ_{ij} à partir des hypothèses suivantes. Pour tout i et pour tout j on suppose que

- soit $C_i \subset U_j \times Y$, soit $C_i \cap (U_j \times Y) = \emptyset$.
- soit $C_i \subset X \times V_j$, soit $C_i \cap (X \times V_j) = \emptyset$.
- si $C_i \subset U_j \times Y$, alors il existe un réel $\psi_{ij} \neq 0$ tel que $\forall (x, y) \in C_i \psi_j(x) = \psi_{ij}$.
- si $C_i \subset X \times V_j$, alors il existe un réel $\mu_{ij} \neq 0$ tel que $\forall (x, y) \in C_i \mu_j(dy) = \mu_{ij} \sigma_i(dy)$, où σ_i est une mesure "standard"¹ définie sur la projection de C_i sur Y .
- si $C_i \cap (U_j \times Y) = \emptyset$, on posera $\psi_{ij} = 0$, et si $C_i \cap (X \times V_j) = \emptyset$, on posera $\mu_{ij} = 0$.

On peut alors écrire :

1. Une telle mesure "standard" existe toujours : Y étant une variété différentielle, on peut toujours la munir d'une structure riemannienne, ce qui détermine sur Y une mesure, qui joue le même rôle que la mesure de Lebesgue dans \mathbb{R}^n muni de la métrique usuelle (voir, par exemple, Loomis et Sternberg, 1968, chapitre 10). On reviendra plus en détail là-dessus au chapitre IV.

$$p_i(z) = \int_{C_i} \frac{\sum_{j=1}^n z_j \psi_{ij} \mu_{ij} \sigma_i(dy)}{\sum_{j=1}^n z_j \psi_{ij}} \pi(dx) = \frac{\sum_{j=1}^n z_j \psi_{ij} \mu_{ij}}{\sum_{j=1}^n z_j \psi_{ij}} \int_{C_i} \sigma_i(dy) \pi(dx)$$

A nouveau, $p_i^*(z)/p_i(z) = c_i^*$ ne dépend pas de z et représente la proportion du "volume" de C_i occupé par E^* . Cette fois-ci, le "volume" en question est calculé à l'aide de la mesure $\sigma_i \otimes \pi$:

$$c_i^* = \frac{\int_{C_i \cap E^*} \sigma_i(dy) \pi(dx)}{\int_{C_i} \sigma_i(dy) \pi(dx)}$$

On a donc encore $w_i(z) = (c_i^+ a^+ (1 - z_i) + c_i^- a^- (\varepsilon - z_i)) p_i(z)$. Et le poids de l'élément r_i va tendre, en première approximation, vers

$$\lambda_i = \frac{c_i^+ a^+ + c_i^- a^- \varepsilon}{c_i^+ a^+ + c_i^- a^-}$$

L'analyse de cette valeur λ_i reste la même que dans le cas du répertoire disjoint.

3.4- Extension et conclusions

Ainsi, nous avons pu mettre en évidence deux types de répertoires pour lesquels l'analyse de la dynamique associée est très simple, et comme nous le verrons au chapitre suivant, ces deux types sont suffisamment riches pour rendre compte de bien des caractéristiques de l'apprentissage perceptif. Cependant, les conditions que nous avons imposées à ces deux types de répertoire ne sauraient être remplies, dans la réalité physiologique, que de manière approchée. Pour les répertoires disjoints, par exemple, on peut envisager le cas où il y a recouvrement sur de petites parties des champs de renforcement. Pour les répertoires à renforcement sélectif, il est encore plus clair que nos ψ_{ij} et μ_{ij} ne sont que des approximations.

Il nous faut donc regarder ce qui se passe pour la dynamique quand les c_i^+ et c_i^- ne sont pas vraiment indépendants de z , mais peuvent varier un peu autour d'une valeur moyenne. Posons donc $p_i^*(z)/p_i(z) = c_i^* (1 + \gamma_i^*(z))$ où les fonctions γ_i^* restent petites sur I_n :

$$\sup_{z \in I_n, * \in \{+, -\}} (|\gamma_i^*(z)|) < \gamma_i \ll 1$$

On a alors :

$$w_i(z) = \left(c_i^+ (1 + \gamma_i^+(z)) a^+ (1 - z_i) + c_i^- (1 + \gamma_i^-(z)) a^- (\varepsilon - z_i) \right) p_i(z)$$

$$w_i(z) = (\lambda_i + \delta_i(z) - z_i) (c_i^+ a^+ + c_i^- a^-) p_i(z)$$

$$\text{avec } \delta_i(z) = \frac{c_i^+ \gamma_i^+(z) a^+ (1 - z_i) + c_i^- \gamma_i^-(z) a^- (\varepsilon - z_i)}{c_i^+ a^+ + c_i^- a^-}$$

On a donc $|\delta_i(z)| < \gamma_i$ et le champ vérifie $w_i(z) > 0$ si $z_i < \lambda_i - \gamma_i$, et $w_i(z) < 0$ si $z_i > \lambda_i + \gamma_i$.

Il existe donc un petit pavé, centré en λ , défini par le produit cartésien des intervalles $[\lambda_i - \gamma_i, \lambda_i + \gamma_i]$, tel que la distance des $f_z(\tau)$ à ce pavé tende vers 0 quand τ tend vers l'infini. La deuxième proposition du paragraphe sur le comportement asymptotique des processus (§3.2) nous assure alors, en prenant une boule $B_\rho(\lambda)$ incluant ce pavé, que les valeurs des poids ne peuvent pas trop s'éloigner des λ_i . Là encore, nous avons une sorte de stabilité structurelle du modèle.

Bien des problèmes se posent encore au niveau théorique. Quels rapports existent-il entre le processus de Markov et la dynamique associée quand les courbes intégrales ne tendent plus (même approximativement) vers le même point attracteur ? Peut-on définir une dynamique quand le renforcement n'est plus qu'approximativement linéaire ? Etc.

Nous arrêtons cependant là notre étude des processus d'apprentissage pour un répertoire. Notre but était en effet limité à mieux saisir la notion de stabilisation d'un répertoire et les résultats que nous avons accumulés au cours de ce chapitre vont nous suffire pour prouver qu'un répertoire peut remplir la fonction psychologique que l'on attend de lui : détecter les invariances perceptives.

Chapitre IV : FONCTION D'UN REPERTOIRE

Nous avons été amenés à définir, au chapitre précédent, deux types de répertoires : les répertoires disjoints et les répertoires à renforcement sélectif, dont l'étude se ramène à celle de processus dynamiques déterministes, qu'il s'agisse du comportement transitoire ou asymptotique. Nous allons maintenant essayer de dégager l'intérêt et les faiblesses de ces deux types de modèles, d'une part en regardant dans quelle mesure ils "collent", au moins qualitativement, à la réalité physiologique et psychologique, d'autre part en comparant leurs performances à celles d'autres modèles qui ont été proposés pour rendre compte des mêmes phénomènes.

1- La relation input-output dans un répertoire stabilisé

Il nous faut d'abord vérifier que la stabilisation de ces répertoires correspond bien à un apprentissage, c'est-à-dire que la probabilité des "bonnes" réponses devient très grande à la fin du processus.

Pour cela, il nous faut étudier la forme de la probabilité de transition P , définie sur $X \times Y$, qui donne la probabilité d'output quand un input est présenté à un répertoire stabilisé.

Avec les notations du chapitre précédent, P s'écrit :

$$P(x, dy) = \frac{\sum_{i=1}^n \lambda_i \psi_i(x) \mu_i(dy)}{\sum_{i=1}^n \lambda_i \psi_i(x)} \text{ avec } \lambda_i = \frac{c_i^+ a^+ + c_i^- a^- \varepsilon}{c_i^+ a^+ + c_i^- a^-}$$

qu'il s'agisse de répertoires disjoints ou à renforcement sélectif.

1.1- Métrique riemannienne sur X et Y

Nous allons avoir besoin, pour étudier P , de pouvoir parler de distances dans $E = X \times Y$. Pour cela, il nous faut définir une métrique sur E , et nous allons essayer d'en trouver une qui soit "naturelle" d'un point de vue physiologique.

Revenons donc à la manière dont nous avons défini les variétés réceptrices et effectrices au chapitre I. Nous avons vu que les neurones étaient sensibles à un certain nombre de caractéristiques du stimulus, et que la variété réceptrice était le produit cartésien des variétés sur lesquelles étaient définies ces caractéristiques. Prenons un exemple : celui des cellules de l'aire 17 sensibles à des "barres". On sait qu'elles sont sensibles, entre autres, à la position spatiale de la barre, à son orientation et à sa longueur. Si l'on s'en tient à ces trois caractéristiques, la variété réceptrice X serait le produit cartésien de trois variétés :

- pour la position spatiale, un ouvert de S^2 que l'on appellera Ω , décrit, par exemple, à l'aide des deux coordonnées polaires r et ϕ du milieu de l'image de la barre sur la rétine.

- pour l'orientation, la variété S^1 , décrite, par exemple, par l'angle ψ de la barre avec l'horizontale.

- pour la longueur, un intervalle ouvert borné de \mathbb{R} , décrit, par exemple, par la longueur l de l'image de la barre sur la rétine.

Dès que l'on définit une métrique riemannienne sur chacune de ces variétés, on peut induire une métrique riemannienne sur la variété produit X . Par exemple, on peut choisir sur Ω la métrique $(dr)^2 + r^2(d\phi)^2$, sur S^1 $(d\psi)^2$, et sur I $(dl)^2$, ce qui donnera sur X la métrique $(dr)^2 + r^2(d\phi)^2 + (d\psi)^2 + (dl)^2$.

Cependant, cette métrique ne va pas être en général la mieux adaptée à notre problème. En effet, nous avons vu au chapitre I que les "cartographies" sensorielles dans le cerveau sont loin d'être "homogènes". Par exemple, le centre de la rétine, la fovéa, est beaucoup mieux représenté dans l'aire 17 que la périphérie ; il y a beaucoup plus de cellules sensibles à cette partie du champ, et leurs champs récepteurs y sont plus petits. De même, il est fort possible, pour l'orientation des barres, qu'il y ait plus de cellules sensibles aux directions proches de l'horizontale ou de la verticale qu'aux directions obliques, et que pour cette dimension aussi, les champs récepteurs ne soient pas de même "taille". Il serait donc judicieux de choisir, pour ces caractéristiques, une métrique qui tienne compte de cette réalité.

Pour ce faire, supposons que nous ayons défini une première métrique riemannienne sur la variété représentant une des caractéristiques du stimulus (par exemple $(dr)^2 + r^2(d\phi)^2$ sur Ω). Grâce à cette métrique, on peut définir une mesure sur cette variété (voir, par exemple, Loomis et Sternberg, 1968). Cela nous permet alors de calculer le "volume" des champs récepteurs pour cette caractéristique (dans le cas de Ω , ce volume serait simplement $\int r dr d\phi$). On peut alors définir, en chaque point de cette variété, la "taille moyenne" des champs récepteurs qui contiennent ce point. Cette fonction "taille moyenne" n'a aucune raison d'être continue, mais s'il y a beaucoup de champs récepteurs, on peut facilement lui substituer une fonction différentiable qui en soit une approximation raisonnable (ainsi, dans le cas de Ω , cette fonction "taille moyenne", notons-la ρ , ne dépendrait que de r : $\rho(r)$ serait très petit tant que r serait plus petit que le rayon de la fovéa, puis serait une fonction croissante de r pour les valeurs plus grandes de r). En divisant alors notre métrique par une puissance convenable de cette fonction (qui est partout positive, bien entendu), on obtient une nouvelle métrique dans laquelle la "taille moyenne" des champs récepteurs est approximativement égale à 1 (dans notre exemple cette nouvelle métrique sur Ω serait $(1/\rho(r))((dr)^2 + r^2(d\phi)^2)$, mais dans le cas général, si Ω est de dimension d , il faudrait diviser par $\rho^{2/d}$).

Bien entendu, cette "normalisation" de la taille moyenne ne saurait être qu'approximative, puisque la normalisation se fait point par point, alors que le volume d'un champ récepteur est une intégrale sur toute une région (plus la taille des champs récepteurs est petite par rapport à la taille de la variété, plus cette approximation est bonne). Néanmoins, cela nous suffira dans l'étude qualitative que nous voulons mener.

Notons au passage que cela impose que la variété elle-même, en tant que recouvrement d'un nombre fini de champs récepteurs de taille finie, ait une taille finie. Ce sera effectivement le cas, tout organe sensoriel ne pouvant opérer que sur des "champs sensoriels" limités. En tout état de cause, chaque caractéristique des stimuli sera définie soit sur une variété compacte soit sur un ouvert borné de \mathbb{R}^n .

On peut alors, en répétant l'opération sur chaque caractéristique, définir une métrique riemannienne sur la variété réceptrice X , pour laquelle la taille moyenne des champs récepteurs sera approximativement égale à 1, et qui représentera mieux le type de cartographie des sens qui peut exister dans les aires corticales. Pour prendre un exemple ailleurs que dans le système visuel, la "surface tactile" d'un doigt, avec une telle métrique normalisée, pourra être aussi grande que celle du dos, et la "variété tactile" ainsi obtenue

ressemblera aux représentations que les physiologistes ont l'habitude de faire des aires tactiles du cortex (où mains, pieds et visage occupent une place démesurée par rapport au reste du corps).

Le même type de normalisation peut être fait sur les variétés représentant les mouvements moteurs de l'organisme. On sait qu'il ya des mouvements qui peuvent être exécutés avec beaucoup plus de finesse que d'autres, et que cela correspond à une innervation plus importante des muscles, et à des neurones dont les champs effecteurs sont plus petits. Nous pouvons là aussi définir une métrique sur le groupe moteur qui respecte cet état de fait.

Nous allons donc supposer dans ce qui suit que les variétés X et Y de nos répertoires sont munies d'une telle métrique, ce qui munit du même coup l'espace des événements $E = X \times Y$ d'une métrique riemannienne. Ces métriques définissent sur chacun des trois espaces X , Y et E , une distance et une mesure, que nous noterons respectivement d et σ dans les trois cas (le contexte sera suffisamment clair pour savoir sur quel espace elles sont définies chaque fois).

1.2- Répertoires disjoints

Rappelons qu'un répertoire disjoint est défini par un "quadrillage" de E à partir de partitions (X_α) et (Y_β) de X et Y (figure 10, chapitre III). Pour chaque élément r_i , il existe un α et un β qu'on note $\alpha(i)$ et $\beta(i)$ tel que $U_i = X_\alpha$ et $V_i = Y_\beta$. De même, tout événement (x, y) est dans une "case" $X_\alpha \times Y_\beta$ et l'on notera $\alpha(x)$ et $\beta(y)$ les indices pour lesquels $x \in X_\alpha$ et $y \in Y_\beta$. Comme au chapitre précédent on notera I_α (resp. I_β) l'ensemble des i pour lesquels $\alpha(i) = \alpha$ (resp. $\beta(i) = \beta$).

Avec la métrique "normalisée" que nous avons définie, on peut supposer qu'en première approximation la taille des différentes "cases" est la même et qu'il y a le même nombre d'éléments par case. On posera donc $\sigma(X_\alpha) = \sigma(Y_\beta) = \sigma(X_\alpha \times Y_\beta) = 1$ pour tout α et β , et l'on appellera m le nombre d'éléments r_i ayant la même $U_i \times V_i$: $m = \text{card}(I_\alpha \cap I_\beta)$ pour tout α et β .

Il est aussi logique de supposer que la probabilité d'output μ_β pour un Y_β est uniforme par rapport à la mesure σ à l'intérieur de Y_β :

$$\forall B \in \mathcal{Y} \quad \mu_\beta(B) = \sigma(B \cap Y_\beta)$$

(on vérifie que l'on a bien : $\mu_\beta(Y_\beta) = \sigma(Y_\beta) = 1$)

La probabilité de transition peut donc s'écrire :

$$P(x, dy) = \frac{\sum_{i \in I_{\alpha(x)} \cap I_{\beta(y)}} \lambda_i \psi_{\alpha(x)}(x) \mu_{\beta(y)}(dy)}{\sum_{i \in I_{\alpha(x)}} \lambda_i \psi_{\alpha(x)}(x)} = \frac{\sum_{i \in I_{\alpha(x)} \cap I_{\beta(y)}} \lambda_i}{\sum_{i \in I_{\alpha(x)}} \lambda_i} \sigma(dy)$$

Ainsi, pour un x donné, $P(x, dy)$ est donné par une densité de probabilité par rapport à σ , qui ne dépend que de la "case" à laquelle appartient (x, y) (fonction constante par morceaux). On remarque aussi que deux éléments définis par la même case ont le même λ_i , puisque

$$c_i^* = \frac{\int_{(X_{\alpha(i)} \times Y_{\beta(i)}) \cap E^*} \sigma(dy) \pi(dx)}{\int_{X_{\alpha(i)} \times Y_{\beta(i)}} \sigma(dy) \pi(dx)}$$

ne dépend que de $\alpha(i)$ et de $\beta(i)$.

Appelons $\lambda_{\alpha, \beta}$ la valeur commune des λ_i tels que $\alpha(i) = \alpha$ et $\beta(i) = \beta$. Comme il y a m éléments dans $I_{\alpha(x)} \cap I_{\beta(y)}$ on a :

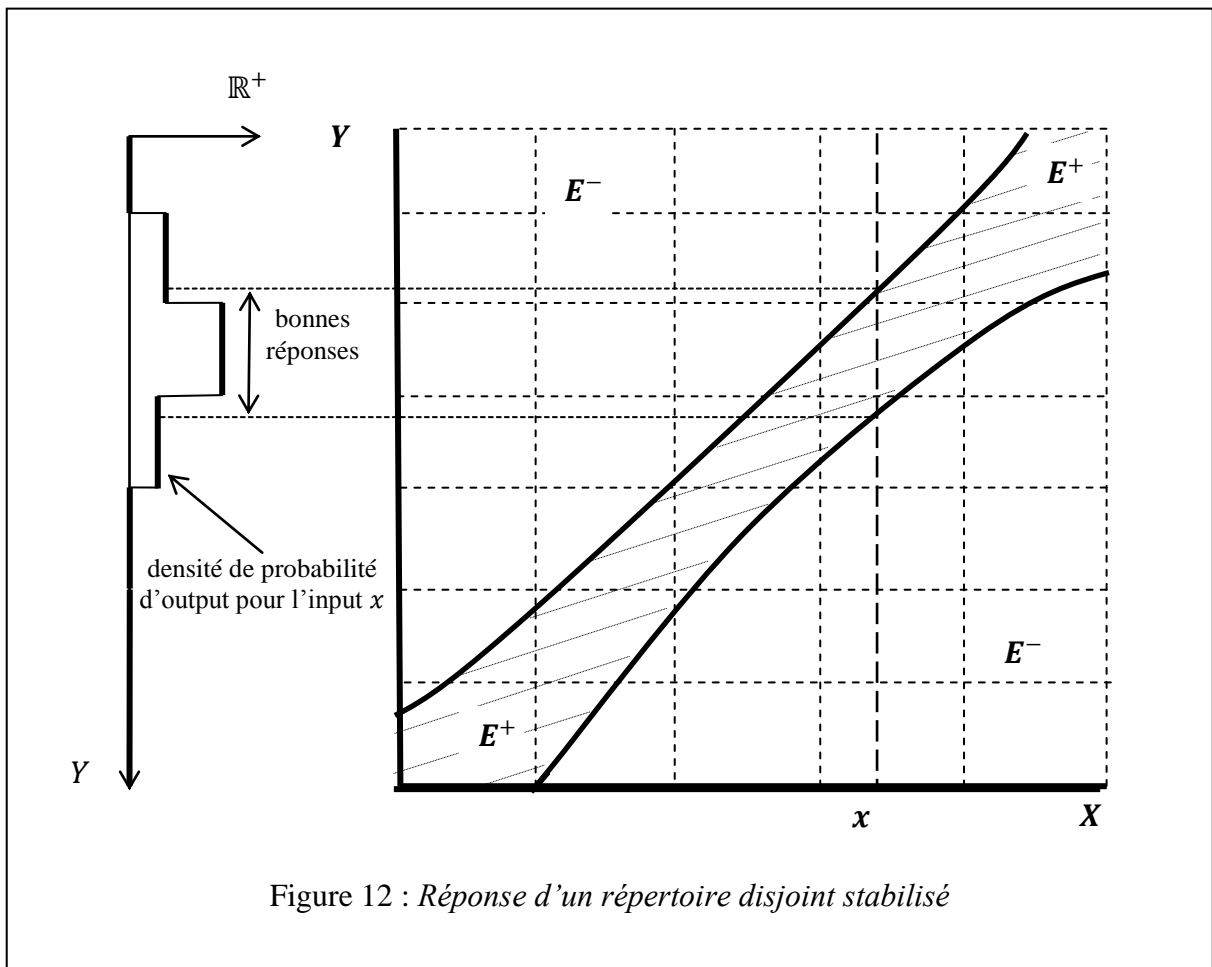


Figure 12 : Réponse d'un répertoire disjoint stabilisé

$$P(x, dy) = \frac{m\lambda_{\alpha(x),\beta(y)}\sigma(dy)}{\sum_{j \in I_{\alpha(x)}} \lambda_j}$$

La densité de probabilité définie sur Y pour un x donné est donc proportionnelle dans chaque Y_{β} à $\lambda_{\alpha(x),\beta}$.

On arrive donc aux conclusions suivantes (figure 12) :

- si $X_{\alpha} \times Y_{\beta} \subset E^{-}$, $\lambda_{\alpha,\beta} = \varepsilon$ et la densité de probabilité est négligeable dans $X_{\alpha} \times Y_{\beta}$.
- si $X_{\alpha} \times Y_{\beta} \subset E^{+}$, $\lambda_{\alpha,\beta} = 1$ et la densité de probabilité est maximum dans $X_{\alpha} \times Y_{\beta}$.
- si $X_{\alpha} \times Y_{\beta}$ est à cheval sur E^{+} et E^{-} , $\lambda_{\alpha,\beta}$ va dépendre du rapport des volumes occupés par E^{+} et E^{-} dans $X_{\alpha} \times Y_{\beta}$ (mesurés par $\pi \otimes \sigma$) et du type de renforcement (rapport a^{-}/a^{+}).

Ainsi on peut affirmer qu'après stabilisation, un répertoire disjoint aura une très forte probabilité de répondre pour un input x donné, par un output y tel que soit $(x, y) \in E^{+}$ ("bonne réponse"), soit (x, y) est à une distance de E^{+} d'au plus le diamètre¹ d'une case $X_{\alpha} \times Y_{\beta}$. Nous appellerons cette distance la *distance de discrimination* du répertoire.

On peut donc résumer ce qui précède en disant que la distance de discrimination d'un répertoire disjoint est de l'ordre des diamètres des champs d'activité (les $U_i \times V_i$).

1. Le diamètre d'une case est défini comme la distance maximum de deux points de la case.

1.3- Répertoire à renforcement sélectif

Un répertoire à renforcement sélectif est caractérisé par le fait que les champs de renforcement C_i sont très petits par rapport aux champs d'activité $U_i \times V_i$. Nous avons déjà signalé que ce type de répertoires pourrait présenter un intérêt biologique quand les fonctions de sensibilité ψ_i et les densités de probabilité représentant μ_i étaient des surfaces en "cloche" et que les champs C_i étaient limités aux valeurs maximales de ces cloches (figure 11, chapitre III).

C'est le cas que nous allons considérer ici. Nous allons donc supposer que les U_i sont des boules pour la métrique définie par la distance d sur X , de centre x_i et que ψ_i peut s'écrire, pour tout $x \in U_i$, $\psi_i(x) = f_i(d(x, x_i))$ où f_i est une fonction décroissante devenant négligeable aux frontières de U_i (par exemple, du type $f_i(\xi) = e^{-4\xi^2/\rho_i^2}$ où ρ_i est le rayon de la boule U_i).

De même, les V_i seront des boules sur Y centrées en y_i et les probabilités μ_i seront du type $\mu_i(dy) = g_i(d(y, y_i))\sigma(dy)$, où g_i est une fonction décroissante devenant négligeable aux frontières de V_i , comme la fonction f_i , mais vérifiant de plus la condition de normalisation $\int_{V_i} g_i(d(y, y_i))\sigma(dy) = 1$

Le volume des U_i et des V_i peut être variable mais pour chaque point (x, y) la moyenne des $\sigma(U_i \times V_i)$ tels que $(x, y) \in U_i \times V_i$ est approximativement 1.

Quant à C_i , ce sera une boule de E centrée en (x_i, y_i) de rayon très petit. On aura donc $\lambda_i = \varepsilon$ dès que (x_i, y_i) est quelque peu éloigné de E^+ et $\lambda_i = 1$ dès que (x_i, y_i) est à l'intérieur de E^+ . Examinons alors $P(x, dy)$:

$$P(x, dy) = \frac{\sum_{i=1}^n \lambda_i \psi_i(x) \mu_i(dy)}{\sum_{i=1}^n \lambda_i \psi_i(x)}$$

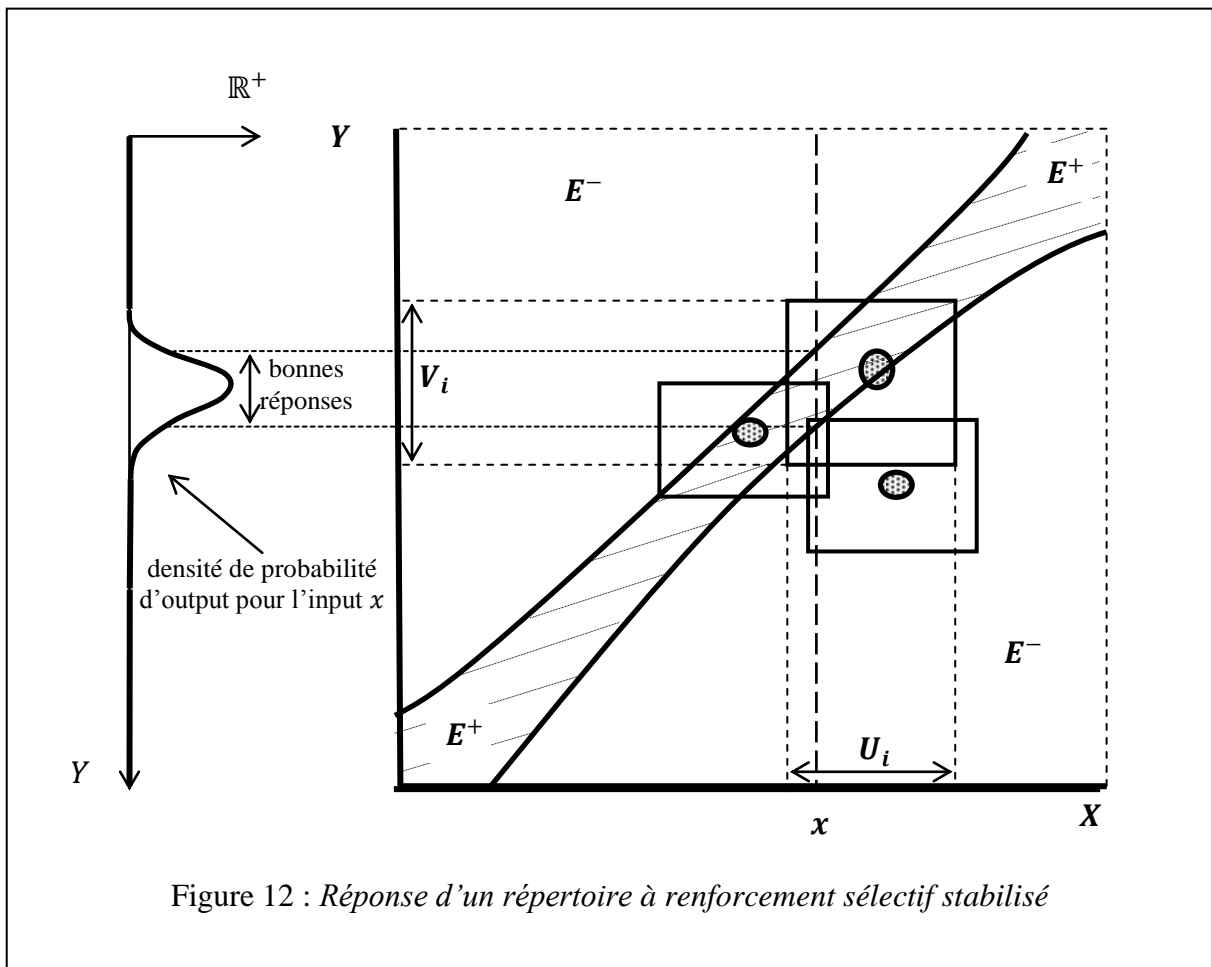
Pour un x donné, le dénominateur de cette expression reste constant. La probabilité va donc varier comme le numérateur de cette expression. Or dans la somme $\sum_{i=1}^n \lambda_i \psi_i(x) \mu_i(dy)$ $\lambda_i \psi_i(x) \mu_i(dy)$ dépend de la distance de (x, y) à (x_i, y_i) et de la position de (x_i, y_i) par rapport à E^+ .

On peut donc en déduire les résultats suivants (figure 13)

– si (x, y) est inclus dans E^+ il y aura dans cette somme un certain nombre de termes pour lesquels (x_i, y_i) est dans E^+ et $d((x, y), (x_i, y_i))$ est petit.

– par contre, dès que (x, y) s'éloigne quelque peu de E^+ , le nombre de termes pour lesquels (x_i, y_i) est dans E^+ (donc λ_i non négligeable) décroît rapidement (comme la puissance $p^{i\text{ème}}$ de $d((x, y), E^+)$ si E est de dimension p). De plus, pour ces termes non négligeables $d((x, y), (x_i, y_i)) \geq d((x, y), E^+)$ et donc $\psi_i(x)$ et $\mu_i(dy)$ décroissent aussi rapidement avec $d((x, y), E^+)$.

Ainsi, même en restant à ce niveau très qualitatif, on peut affirmer que $P(x, dy)$ va décroître très rapidement dès que $(x, y) \notin E^+$, ce qui signifie que la distance de discrimination d'un répertoire à renforcement sélectif sera beaucoup plus petite que le diamètre des champs récepteurs et effecteurs.



Ce résultat est très important car on sait que les capacités de discrimination d'un système perceptif sont beaucoup plus grandes que ne le laisserait supposer la taille des champs récepteurs. L'exemple le plus frappant à cet égard est l'acuité au "vernier" : on est capable de percevoir si deux traits verticaux sont ou non en face l'un de l'autre avec une précision de l'ordre de la seconde d'arc, ce qui est nettement plus petit que la taille du champ récepteur de n'importe quelle cellule visuelle (y compris les cônes et les bâtonnets de la rétine : voir *Matin, 1972*).

Cette propriété donne donc un net avantage aux répertoires à renforcement sélectif par rapport aux répertoires disjoints du point de vue de la vraisemblance physiologique.

2- Caractéristiques de l'apprentissage pour un répertoire

Nous allons essayer, toujours qualitativement, de voir si nos deux types de répertoire rendent compte des diverses caractéristiques de l'apprentissage qui ont été mises en évidence par les psychologues.

2.1- Evolution dans le temps

Nous avons vu que les poids z_i allaient rester proches, durant l'apprentissage, de la solution de l'équation différentielle :

$$\frac{dz_i(t)}{dt} = (\lambda_i - z_i(t))(a^+ c_i^+ + a^- c_i^-) p_i(z(t))$$

$$\text{avec } p_i(z(t)) = \frac{\sum_{j=1}^n z_j(t) \psi_j(x) \mu_j(dy)}{\sum_{j=1}^n z_j(t) \psi_j(x)}$$

Supposons qu'au début de l'apprentissage tous les poids des éléments soient faibles : $z_i(0)$ proche de ε pour tout i , et essayons d'évaluer la "vitesse" avec laquelle $z_i(t)$ tend vers λ_i . Deux cas se présentent :

– $\lambda_i = \varepsilon (C_i \subset E^-)$: on va avoir pour tout t $|\lambda_i - z_i(t)| \leq |\lambda_i - z_i(0)|$. La pente de $z_i(t)$ va donc être toujours faible : $z_i(t)$ va décroître très lentement vers ε ; en gros $z_i(t)$ reste négligeable pour tout t .

– $\lambda_i = 1 (C_i \subset E^+)$: $\frac{dz_i(t)}{dt}$ est alors le produit du terme $\lambda_i - z_i$ qui est d'abord grand mais qui décroît, et du terme $p_i(z(t))$ qui va être au contraire croissant. En effet, $p_i(z(t))$ représente la probabilité d'avoir l'événement $(x, y) \in C_i$ pour les poids $z(t)$. Au départ cette probabilité n'est pas plus forte que pour les autres C_j , mais au fur et à mesure que $z_i(t)$ se rapproche de λ_i cette probabilité grandit.

Dans le cas du répertoire disjoint on peut même dire que $p_i(z(t))$ est pratiquement proportionnel à $z_i(t)$. En effet :

$$p_i(z(t)) = \frac{\sum_{j \in I_{\alpha(i)} \cap I_{\beta(i)}} z_j(t)}{\sum_{j \in I_{\alpha(i)}} z_j(t)} \int_{C_i} \mu_{\beta(i)}(dy) \pi(dx)$$

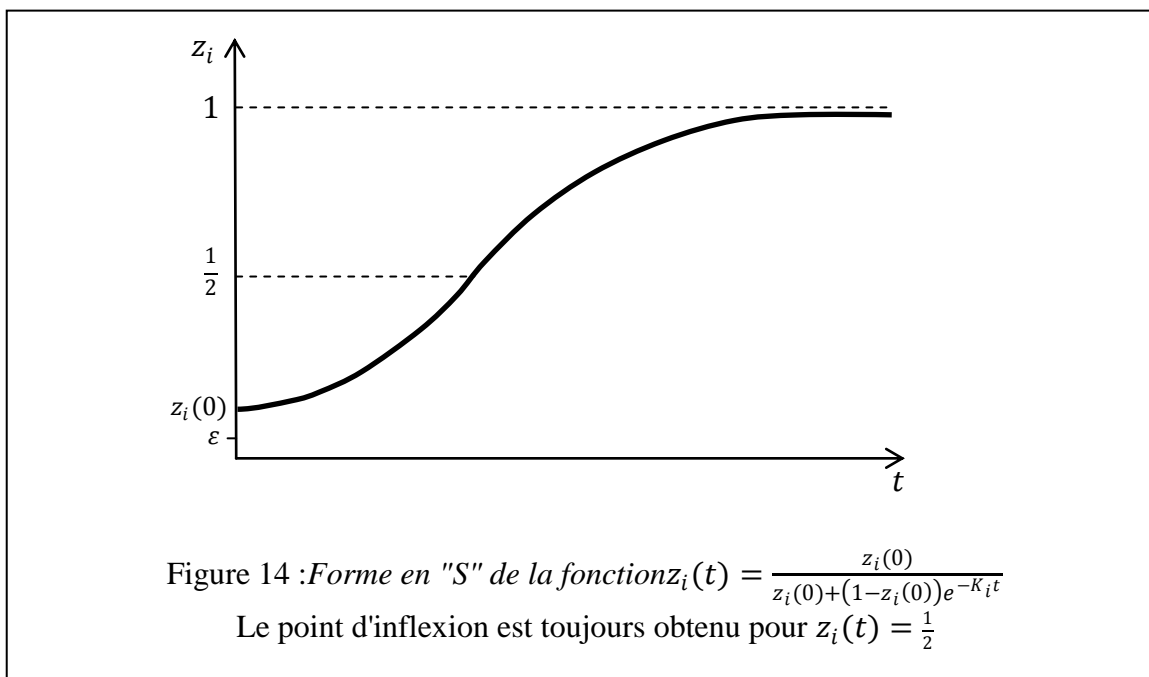
Le dénominateur de cette expression va peu varier avec t puisque la plupart des termes qui le composent vont tendre vers ε , et seulement ceux correspondant aux "bonnes réponses" vont croître. Par contre au numérateur tous les termes $z_j(t)$ tels que $j \in I_{\alpha(i)} \cap I_{\beta(i)}$ correspondent à des "bonnes réponses" et vont donc croître comme $z_i(t)$. On peut donc écrire

$$\frac{dz_i(t)}{dt} = K_i (1 - z_i(t)) z_i(t)$$

La solution de cette équation est

$$z_i(t) = \frac{z_i(0)}{z_i(0) + (1 - z_i(0)) e^{-K_i t}}$$

qui est une courbe en "S" (figure 14).



Dans le cas d'un répertoire à renforcement sélectif on ne peut pas faire une telle approximation, mais le fait que $p_i(z(t))$ croisse aussi avec $z_i(t)$ permet de penser que la forme de la courbe $z_i(t)$ ne sera pas très différente. Ainsi, si l'on considère de plus le fait que le pourcentage de "bonnes réponses" est directement relié à la valeur des poids qui tendent vers 1, on peut penser que les courbes d'apprentissage de nos répertoires auront la forme en S caractéristique des apprentissages complexes (voir chapitre II).

2.2- Généralisation

Une autre caractéristique des apprentissages par un organisme est le phénomène de généralisation : si l'on renforce une réponse de l'organisme à un input donné (le 1000 Hz de la sonnerie du chien de Pavlov), l'animal va avoir tendance à produire la même réponse à un input voisin non renforcé. Pour nos répertoires, la situation analogue consistera à présenter au début d'apprentissage plusieurs fois le même input x , et de tester comment cela a modifié la probabilité d'output pour les inputs voisins de x .

Pour un répertoire disjoint, il est clair que la généralisation va être totale mais limitée : pour tous les inputs appartenant au même X_α que x , la probabilité de réponse sera modifiée autant que pour x . Mais dès que l'on quitte X_α , le renforcement en x n'aura plus aucun effet. Par contre, pour un répertoire à renforcement sélectif, la généralisation sera plus graduelle et plus étendue. En effet, même si la taille moyenne des champs effecteurs et récepteurs est du même ordre de grandeur que pour un répertoire disjoint, il ne s'agit que d'une moyenne. En fait, il y aura des champs récepteurs et effecteurs beaucoup plus grands et d'autres beaucoup plus petits que cette moyenne, et la probabilité d'output va être modifiée sur de plus grandes distances. Mais cette modification sera de moins en moins importante à fur et à mesure que l'on s'éloigne de x .

Là aussi, le répertoire à renforcement sélectif est donc plus proche de la réalité biologique que le répertoire disjoint. Ce point est particulièrement important. Grâce à ce type de généralisation, le répertoire à renforcement sélectif va présenter dès les premiers stades de

l'apprentissage, des modifications de la probabilité d'output qui s'étendent à tout E . Il y aura donc très vite une capacité de *discrimination grossière*, qui s'affinera progressivement avec le temps, comme cela se passe dans les apprentissages biologiques. Au contraire, le répertoire disjoint aura une évolution beaucoup moins graduelle. Tant que toutes les "cases" X_α ne sont pas "touchées", la probabilité d'output pour certains inputs ne peut pas être modifiée.

2.3- Réversibilité de l'apprentissage

L'une des motivations les plus importantes de l'introduction de notre modèle était de pouvoir rendre compte des grandes capacités d'adaptation des systèmes perceptifs. En particulier nous avons vu à quel point le système visuel de l'homme pouvait s'adapter au port de lunettes déformantes.

Porter des lunettes déformantes revient pour nos répertoires à changer radicalement la zone E^+ de renforcement positif. Or, même si le répertoire a été d'abord stabilisé à un certain environnement (donc à un certain E^+), les résultats du chapitre précédent prouvent que le répertoire va se re-stabiliser si l'on introduit un nouvel (E^+) à la place de l'ancien. Examinons en détail ce qui va se passer. Appelons λ_i la valeur du poids de l'élément r_i stabilisé sous l'action de E^+ , et λ_i' la valeur stabilisée sous l'action de (E^+). L'évolution de l'adaptation va être régie par l'équation :

$$\frac{dz_i(t)}{dt} = (\lambda_i' - z_i(t)) (a^+ c_i^{+'} + a^- c_i^{-'}) p_i(z(t)) \text{ avec } z_i(0) = \lambda_i$$

Regardons les deux cas où les modifications vont être importantes :

– si $\lambda_i' = \varepsilon$ et $\lambda_i = 1$: on aura au début de l'apprentissage $|\lambda_i' - z_i(t)|$ et $p_i(z(0))$ tous les deux grands, l'évolution de ces poids va être très rapide. Le répertoire va vite "perdre" des anciennes bonnes réponses.

– si $\lambda_i' = 1$ et $\lambda_i = \varepsilon$: $|\lambda_i' - z_i(t)|$ va être toujours aussi grand mais $p_i(z(0))$ va être très faible. Le répertoire mettra donc beaucoup plus de temps à acquérir les nouvelles bonnes réponses.

On peut donc prédire que l'adaptation va se réaliser en deux temps. D'abord abolition des anciennes bonnes réponses, puis acquisition des nouvelles. Il est intéressant de noter que cette prédiction est confirmée pour les résultats quantitatifs de certaines expériences d'adaptation. Ainsi Gonshor et Melville Jones (1976) ont étudié l'adaptation du réflexe vestibulo-oculaire à des lunettes qui inversaient l'image rétinienne. Ce réflexe consiste à compenser les mouvements de la tête par des mouvements de l'œil en sens opposé, de manière à maintenir constante la direction du regard. Ces mouvements de compensation peuvent être observés même en l'absence d'inputs visuels (dans le noir) ce qui permet d'étudier ce réflexe indépendamment de toute boucle de rétroaction rétinienne. On peut quantitativement caractériser ce réflexe, dont le siège se situe probablement dans le cervelet, en mesurant la vitesse angulaire de la tête u (l'input) et la vitesse de l'œil v (l'output). Dans des conditions normales on a $av = -u$. Mais si l'on porte des lunettes renversantes cette relation devient $v = u$.

Gonshor et Melville Jones ont étudié l'output quand l'input était sinusoïdal, en se limitant aux mouvements horizontaux de la tête et de l'œil. L'output est alors aussi sinusoïdal de même fréquence (si l'on fait abstraction des mouvements saccadiques qui interrompent régulièrement le mouvement continu de l'œil) et ces auteurs ont mesuré le gain et le déphasage du système au cours de l'adaptation aux lunettes renversantes. Les résultats qu'ils ont obtenus sont tout à fait

compatibles avec ce que l'on pourrait attendre d'un répertoire dans lequel X et Y représenteraient respectivement les vitesses horizontales de la tête et de l'œil, E^+ une bande étroite autour de la droite $u = -v$ et (E^+) ' une bande étroite autour de la droite $u = v$. En effet, ils ont observé dans un premier temps (première semaine) une baisse radicale du gain (diminution des anciennes "bonnes réponses"), puis une modification du déphasage atteignant presque 180° et une ré-augmentation du gain au cours de la troisième semaine (augmentation des nouvelles "bonnes réponses"). L'adaptation se fait donc bien en deux étapes, le changement de phase, correspondant au passage des réponses de $u = -v$ à $u = v$, ne se produisant qu'après élimination des anciennes bonnes réponses.

2.4- Problème de la mémoire à long terme

Nous avons signalé qu'une autre caractéristique des apprentissages consistait en une facilitation du réapprentissage. Même quand une réponse conditionnée s'est éteinte, à la suite d'un arrêt du conditionnement, la reprise de la situation expérimentale, même longtemps après, va rétablir le conditionnement beaucoup plus rapidement que la première fois. Il existe donc une sorte de mémoire à long terme qui garde une "trace" de l'apprentissage initial après son extinction. On peut placer dans cette même catégorie la récupération spontanée d'une réponse après habituation. Si l'on arrête de présenter suffisamment longtemps le stimulus habitant, la réponse est restaurée spontanément lorsque le stimulus est représenté, comme si l'organisme se "souvenait" qu'il s'agissait, avant les séances d'habituation, d'une "bonne réponse" pour l'organisme.

Il n'y a rien, dans nos répertoires, qui permettent d'expliquer l'existence d'une telle mémoire, et c'est donc une faiblesse importante de notre modèle. Pour rendre compte de ces phénomènes, il faudrait complexifier grandement la dynamique sur nos répertoires en rajoutant une sorte de "force de rappel" qui tend à faciliter le retour d'un répertoire à des états qui ont été stabilisés dans le passé. Une autre possibilité serait de supposer l'existence d'autres répertoires, recevant les mêmes inputs et codant les mêmes outputs, qui se modifieraient plus lentement que les premiers et dont l'activité, beaucoup plus faible, ne pourrait influencer la probabilité d'output que quand le premier répertoire serait déstabilisé (dans un état où ses poids seraient tous faibles). Il suffit, en effet, de supposer que pendant les périodes de déstabilisation, les outputs qui constituent les "nouvelles bonnes réponses" ont un léger "avantage" de se produire, pour que l'apprentissage se fasse beaucoup plus vite.

3- Répertoires et "classeurs de forme"

Nous avons signalé dans l'introduction l'importance qu'avait prise la cybernétique dans la modélisation des systèmes perceptifs, et en particulier dans le domaine de la reconnaissance des formes ("pattern recognition"). En effet, un certain nombre d'opérations effectuées par les systèmes perceptifs consistent à reconnaître qu'un input donné (par exemple, une forme dessinée sur un tableau) appartient à une classe donnée (par exemple, la classe des dessins représentant la lettre A). Les outputs du système constituent alors un ensemble fini. Le cas d'une réponse verbale, lecture des lettres de l'alphabet, par exemple, est particulièrement frappant, mais il existe une foule d'autres situations où l'ensemble des outputs peut être considéré comme fini. Pour un animal, par exemple, l'apparition d'un autre animal dans son champ visuel va souvent se traduire par des comportements bien typiques dépendant d'une

classification perceptive de ces apparitions : fuite (classe des prédateurs), chasse (classe des proies), approche sexuelle...

Un classeur de formes est une machine qui tente de simuler ce genre de phénomènes. Il possède donc un espace d'inputs (généralement une partie de \mathbb{R}^n , chaque dimension correspondant à une caractéristique quantitative des formes à reconnaître), et un nombre fini d'outputs, les différentes classes de formes que l'on veut reconnaître. Son action revient donc à séparer l'espace des inputs en *bassins*, chaque bassin étant constitué de tous les inputs appartenant à une même classe. On appelle *surfaces de décision* les frontières entre les différents bassins. La plupart de ces machines fonctionnent par apprentissage (pour une revue, voir Nilsson, 1965 ; Duda et Hart, 1973 ; Young et Calvert, 1974). Un certain nombre de paramètres de la machine sont modifiables, et on essaie de les ajuster au cours d'une phase d'apprentissage de la manière suivante : on présente à la machine un input appartenant à une classe donnée. Suivant que la réponse de la machine est correcte ou non, on modifie les paramètres de manière à augmenter les chances que la machine réponde correctement lors d'une nouvelle présentation de cet input. On opère de la même manière pour toute une série d'inputs, qui constituent *l'échantillon d'apprentissage*. A la fin de cette période d'apprentissage la machine doit d'une part classer correctement tous les inputs de l'échantillon, et d'autre part avoir une forte probabilité de classer correctement tout autre input qui lui serait présenté.

L'un des premiers classeurs de formes a été le célèbre perceptron de Rosenblatt (1958), dont les surfaces de décision sont des portions d'hyperplans (chaque bassin doit donc être un polyèdre). Mais Aizerman (cf Aizerman, Braverman et Rozonoer, 1964a ; 1964b) a introduit une famille plus générale de machines, dont les surfaces de décision peuvent avoir des formes plus générales que des hyperplans et dont le perceptron est un cas particulier.

Nous allons exposer rapidement la méthode d'Aizerman, que l'on appelle méthode du potentiel, et nous verrons ensuite les analogies qui existent entre ces machines et nos répertoires.

Aizerman limite d'abord le nombre de classes à deux (il est facile ensuite de généraliser à un plus grand nombre de classes). L'espace des inputs que l'on appellera X est donc séparé en deux bassins A_1 et A_2 . La méthode consiste à construire une *fonction discriminante* D sur X , telle que $x \in A_1 \Leftrightarrow D(x) \geq 0$ et $x \in A_2 \Leftrightarrow D(x) < 0$.

Cette fonction est obtenue par récurrence au cours de la période d'apprentissage. Au temps t , la machine est caractérisée par une certaine fonction D_t que l'on modifie de la façon suivante : Appelons x_t l'input présenté à l'instant t .

– si $x_t \in A_1$ et $D_t(x_t) \geq 0$ ou si $x \in A_2$ et $D(x) < 0$, c'est-à-dire si la machine répond "correctement", on pose $D_{t+1} = D_t$ (on ne change pas la fonction discriminante à cette étape).

– si $x_t \in A_1$ et $D_t(x_t) < 0$, on pose $D_{t+1}(x) = D_t(x) + \alpha_t \phi(x, x_t)$

– si $x_t \in A_2$ et $D_t(x_t) \geq 0$, on pose $D_{t+1}(x) = D_t(x) - \alpha_t \phi(x, x_t)$

où, dans les deux derniers cas, α_t est un coefficient positif ne dépendant que de α_t , et ϕ est une fonction définie sur $X \times X$ que l'on appelle *fonction potentielle*. Le choix de cette fonction est relativement arbitraire, mais on choisit habituellement une fonction de la forme $\phi(x, y) = f(d(x, y))$ où d est une distance sur X et f une fonction décroissante ($\phi(x, x_t)$ est donc une fonction en "cloche" en x , centrée au point x_t).

Sans entrer dans le détail, disons que l'on démontre alors que quel que soit l'état initial de la machine (donc quelle que soit la fonction D_0) la suite D_t va converger au bout d'un nombre fini d'étapes vers une fonction D qui sépare correctement l'échantillon d'apprentissage, si d'une part on choisit correctement les coefficients α_t et si d'autre part l'échantillon est effectivement séparable, c'est-à-dire s'il existe une fonction séparant les deux bassins parmi une famille assez vaste de fonctions, déterminée par la forme de la fonction potentielle.

Revenons alors à nos répertoires. Supposons que la variété réceptrice X soit l'espace des formes que l'on veut classer et que la variété effective Y soit l'ensemble fini de m classes : $y = \{y_1, \dots, y_m\}$, chaque élément r_i admettant comme champ effecteur l'un des outputs $y_{k(i)} : V_i = \{y_{k(i)}\}$ et $\mu_i(y_{k(i)}) = 1$.

Appelons $A_1, \dots, A_k, \dots, A_m$ les bassins de X correspondant aux classes $y_1, \dots, y_k, \dots, y_m$. Il est clair qu'en choisissant comme renforcement $E^+ = \bigcup_{k=1}^m (A_k \times \{y_k\})$ notre répertoire va se comporter comme un classificateur de formes, c'est-à-dire qu'après stabilisation, la probabilité de l'output y_k lors de la présentation d'un input $x \in A_k$ sera très grande.

Il faut noter tout de suite une différence fondamentale entre nos répertoires et les classificateurs de forme classiques. Dans nos répertoires, la relation input-output est probabiliste, alors qu'elle est déterministe dans les machines. Cependant, malgré cette différence¹, nous allons voir qu'il existe une ressemblance frappante entre la méthode du potentiel et les répertoires à renforcement sélectif.

En effet, limitons notre ensemble d'outputs à deux éléments : $Y = \{y_1, y_2\}$ et appelons $P_t(x, y_k)$ la probabilité de l'output y_k si l'input x est présenté à l'instant t . On a :

$$P_t(x, y_k) = \frac{\sum_{i \in I_x \cap I_k} z_i(t) \psi_i(x)}{\sum_{i \in I_x} z_i(t) \psi_i(x)}$$

où I_k est l'ensemble des indices i tels que $V_i = \{y_k\}$.

Appelons D_t la fonction : $D_t(x) = \sum_{i \in I_x \cap I_1} z_i(t) \psi_i(x) - \sum_{i \in I_x \cap I_2} z_i(t) \psi_i(x)$

La fonction D_t peut être considérée comme l'analogue de la fonction discriminante puisque $D_t(x) > 0 \Leftrightarrow P_t(x, y_1) > P_t(x, y_2)$.

Regardons alors comment agit le renforcement sur la fonction D_t . Supposons que l'on présente l'input x_t à l'instant t et que l'on ait l'output y_1 . Les seuls coefficients z_i qui vont alors être modifiés vérifient $i \in I_1$ et x_i très proche de x_t (puisque $(x_t, y_1) \in C_i$). Le renforcement va donc consister à *ajouter* à D_t une fonction positive de la forme $\alpha(z(t)) f(d(x, x_t))$ puisque tous les ψ_i des éléments renforcés seront de cette forme (f étant une courbe en "cloche"). De même, si l'on a l'output y_2 , on *retranchera* une fonction de cette forme. Les deux différences à signaler avec la méthode du potentiel, en plus du caractère probabiliste de l'output, sont :

- les coefficients $\alpha(z(t))$ dépendent de la valeur des poids à l'instant t , alors que dans la méthode du potentiel ils ne dépendent pas des poids, mais seulement de t .
- le renforcement a lieu, que la réponse soit bonne ou mauvaise, et pas seulement quand elle est mauvaise.

1. Cette différence provient en partie d'une différence dans les buts poursuivis : nous cherchons, avec nos répertoires, à modéliser le *fonctionnement* du système nerveux, tandis que les concepteurs de machines cherchent en général plutôt à en simuler les *performances*.

Il serait intéressant de pousser plus loin cette comparaison en analysant les avantages respectifs des deux modèles (performances, temps moyen d'apprentissage...). Pour ce qui est de cette étude, nous retiendrons essentiellement les deux conclusions suivantes :

- dans certaines conditions, nos répertoires peuvent jouer le rôle de classeurs de forme.
- l'analogie étroite entre les répertoires à renforcement sélectif et certains classeurs de forme (qui ont fait leurs preuves !) ne peut que confirmer l'espoir que ce type de répertoires représente une modélisation intéressante des systèmes perceptifs.

4- Répertoires et opérations "continues" sur les inputs

Classer des inputs n'est pas le seul type d'opérations dont est capable un système perceptif. Dans de nombreux cas le système semble plutôt faire des opérations "algébriques" sur les inputs. Nous avons déjà parlé, par exemple, du réflexe vestibulo-oculaire où la relation entre l'input u et l'output v est de la forme (dans des conditions "normales") : $v = -u$. Un autre exemple est fourni par la coordination œil-main. Pour pouvoir diriger sa main correctement vers un objet qui fait un angle θ avec l'orientation de son corps, un individu doit "connaître" l'angle ϕ entre la direction de l'objet et la direction de son regard (angle rétinien), l'angle ψ entre la direction de son regard et l'orientation de son corps, et faire en quelque sorte la somme des deux. La relation input-output est dans ce cas $\theta = \phi + \psi$. On pourrait multiplier à l'infini de tels exemples.

Le type de modèles le plus simple et le plus fréquemment utilisé pour rendre compte de telles situations est celui de réseaux de neurones qui réaliseraient ce type d'opérations grâce à la structure de leurs connexions. Ainsi, pour "soustraire" deux informations, on suppose qu'un neurone collecteur reçoit une synapse excitatrice d'un neurone transmettant la première information et une synapse inhibitrice d'un neurone transmettant la deuxième. Ainsi, à chaque type d'opération effectuée, correspondrait une structure de réseau spécialisée.

Ce type de modèles "algébriques", souvent inspirés de l'analogie avec l'ordinateur, prête le flanc à plusieurs critiques :

- d'abord, l'addition, la soustraction, la multiplication par un scalaire, etc. qui sont les "opérations de base" dans ce genre de modèles, ne sont pas des opérations de base pour un neurone. La relation input-output d'un neurone est très fortement non-linéaire. De plus, comme on l'a vu, il y a rarement une relation directe entre la force de réponse d'un neurone et la valeur d'une caractéristique du stimulus. Par exemple, dans le cas d'un neurone codant la vitesse d'un stimulus, le neurone ne va pas doubler la force de sa réponse si la vitesse double, loin de là.

- de plus, il est difficile de tenir compte dans ce genre de modèles des qualités d'adaptation du système. Par exemple, lors du port de lunettes renversantes, un neurone qui "additionnait" en temps normal, va se mettre à "soustraire". Il est toujours possible, bien entendu, d'ajouter à ces modèles un certain nombre de synapses modifiables qui permettent de rendre compte de telle ou telle adaptation (c'est, par exemple, ce que font Gonshor et Melville Jones (1976) pour expliquer l'adaptabilité du réflexe vestibulo-oculaire aux lunettes renversantes). Mais il y a tant de diversité dans les conditions auxquelles le système peut s'adapter (prismes de toutes sortes, lentilles grossissantes...) qu'il faudrait complexifier ce genre de réseau au plus haut

point pour tenir compte de toutes ces possibilités d'adaptation. La simplicité initiale du modèle aurait alors complètement disparue.

– Enfin, comme nous le verrons au paragraphe suivant, la non-fiabilité des neurones rend aussi difficile à accepter ce genre de modèles.

Ceci dit, essayons de voir si nos répertoires peuvent effectuer de telles opérations "algébriques" sans prêter le flanc à ce type de critiques.

Supposons donc que notre répertoire reçoive deux types d'information et que l'output doive être le résultat d'une opération algébrique, au plus généralement continue, entre les deux. Notre variété réceptrice X serait alors le produit cartésien de deux variétés $X' \times X''$, et il existerait une fonction continue $F : X' \times X'' \rightarrow Y$ telle que la "bonne réponse pour $x' \in X'$ et $x'' \in X''$ donnés soit $y = F(x', x'')$. Considérons dans $E = X' \times X'' \times Y$ l'hypersurface G représentant le graphe de la fonction F . Si E^+ se limite à G , l'ensemble des événements positifs aura en général une probabilité nulle et la stabilisation de notre répertoire se réalisera avec tous les poids z_i négligeables (quel que soit $i : c_i^+ = 0$ et $\lambda_i = \varepsilon$), ce qui n'est bien entendu pas satisfaisant. Mais si E^+ est un voisinage de G , par exemple dans le cas d'un répertoire à renforcement sélectif, tous les points de E dont la distance à G est inférieure ou égale à un nombre de l'ordre de grandeur du diamètre de C_i , la stabilisation donnera le résultat escompté, à savoir que les réponses auront une très forte probabilité d'être très proches de la bonne réponse (l'erreur étant de l'ordre de la distance de discrimination du répertoire).

Ainsi, on peut affirmer que nos répertoires peuvent réaliser n'importe quelle opération continue sur les inputs avec une erreur de l'ordre de la capacité de discrimination du système. Il n'est donc pas nécessaire de supposer l'existence de réseaux spécialisés pour réaliser telle ou telle opération. Le même type de répertoire, s'adaptant à différents renforcements, peut remplir cette tâche. Bien entendu, une fois la stabilisation réalisée, les neurones correspondants se comporteront de la même manière que s'ils avaient été connectés spécialement pour faire cette opération. Mais si l'on change les conditions de renforcement, le jeu des poids des synapses les conduira aussitôt à modifier l'opération qu'ils effectuent.

5- Non-fiabilité des neurones

Un problème épineux que rencontre tout modèle du système nerveux concerne la non-fiabilité des composants de ce système. Une citation de McCulloch, Arbib et Cowan (1962) va nous permettre de poser le problème dans toute son ampleur :

Let us begin with the detailed synopsis of our 10^{10} neurons that can scarcely be specified by our genes under fixed proper environmental conditions. Neuroanatomists generally believe that an appreciable number of axons normally grow astray. Estimates of 1% or more are commonly made for various structures. Adjacent similar columns of cells in the cerebral cortex are never exactly alike in their anatomical pictures, and it seems reasonable to believe that, while their synapses are generally specified, the details are left largely to chance. Even if synapses were specified in detail, the random death of at least one neuron a minute would soon disorder the details. Myelination of finer axons, at least in the outer layers of the cerebral cortex, continues to at least the fiftieth year of life. Moreover, the brain exhibits visible pulsations with respiration, and with heartbeat, and also at a higher frequency, recently attributed to rhythmic contractions of glia. Certainly a living brain has no fixed or rigid geometry.

When we turn to other parameters affecting nervous activity, we note that many general chemical changes alter all components similarly. For example, homeostatic mechanisms tend to keep the brain at a pH of approximately 7.2. If it rises to 7.4, the threshold of neurons, soma, and

axon falls to approximately 50% of the normal value, at which high pH, one begins to have spasm of the palms of the feet and hands. When the pH falls to 7.0 the thresholds rise 100%. These are a little more than the changes one can induce safely by hyperventilation and by holding one's breath, and neither of them prevents a diver from performing complicated tasks. Under surgical anesthesia with ether, the pH of the brain is approximately 6.9, but the respiration continues automatically.

Finally, thresholds and strengths of impulses are sensitive to temperature. Yet human brains have been known to work, albeit not too well, at 42°C, not far beneath the lethal temperature. Below 26°C (*body* temperature, not room temperature), mammalian nervous tissue becomes unexcitable – but at several degrees above this temperature, patients, chilled for cardiac surgery, can still think.

It has long been known that bursts of high frequency in nerve cells and their axons affect their recovery time and, consequently, both their thresholds and the strength of their impulses. Moreover, during recovery, their voltage gradients are known to affect other neurons in the vicinity. These effects are large and are easily demonstrated when many components are fired in unison. They must occur normally, to some extent, and may well account for much of the large fluctuation of threshold which we detect in them; but whether these jitters, say some 10% of threshold, are used in signaling or are only noise has not yet been determined.

Be that as it may, one has to admit the possibility of many local random changes for reasons like those given above, and for many little accidents. Finally, since every trigger point is a small area of high specific resistance and must operate at body temperature, the threshold must jitter. (pp. 51-53)

On peut donc relever trois types de variabilité dans le fonctionnement des neurones :

- 1) une variabilité aléatoire locale qui peut être représentée par du "bruit blanc" pour tout neurone.
- 2) une variabilité locale à caractère plus permanent causée par la mort de neurones (un par minute !) ou par leur croissance anormale lors de l'ontogénèse (1% des neurones ou plus).
- 3) une variabilité globale aléatoire atteignant tous les neurones (variation de pH, de température...).

La plupart des auteurs (voir, par exemple, Arbib, 1973) se sont essentiellement attaqués à la première forme de variabilité. À l'aide de méthodes issues de la théorie de l'information, ils ont démontré qu'un système effectuant des opérations algébriques sur l'entrée pouvait donner une réponse fiable en dépit du "bruit" affectant localement les composants, si le système présente suffisamment de *redondance* (en gros, si la même information à l'entrée est traitée par plusieurs canaux en parallèle). Cependant, la redondance ne permet pas d'expliquer à elle seule la fiabilité dans le cas de variabilité du deuxième ou du troisième type. En effet, le cas d'une variabilité du deuxième type (à caractère permanent) va entraîner une erreur *systématique* dans le résultat de l'opération. Cette erreur va être faible, s'il y a beaucoup de redondance, mais son caractère systématique est assez gênant. Au fur et à mesure que les neurones meurent, on aurait une sorte de "dérive" de la sortie de plus en plus accentuée. Le cas d'une variabilité du troisième type est encore plus gênant. Puisque l'erreur est alors dans le même sens pour tous les neurones, la redondance est impuissante à corriger cette erreur. Cela constitue donc une faiblesse des modèles de type algébrique qui semble difficilement évitable.

Analysons maintenant la fiabilité de nos répertoires en présence de ces trois types de variabilité. D'abord, il faut noter que nos répertoires possèdent la redondance nécessaire pour contrer la variabilité du premier type. En effet, chaque input va se trouver dans le champ récepteur de nombreux éléments du répertoire. Le "bruit" qui affecte chaque élément va donc être considérablement réduit quand on fait la somme pondérée de l'activité de ces

cellules. La individuellement. Pour ce qui est de la variabilité du deuxième type, le fait que nos répertoires soient sous contrôle permanent du renforcement va permettre de corriger toute erreur systématique qui s'introduirait du fait de la mort ou du dysfonctionnement de certains éléments. Tout au plus, la perte aléatoire d'un grand nombre d'éléments peut produire une baisse dans les capacités de discrimination du répertoire, mais sans introduire d'erreur systématique.

Enfin, la variabilité du troisième type ne pose pas de problèmes. Puisque la probabilité d'output dépend d'une somme pondérée de l'activité des divers éléments, toute baisse ou hausse de l'activité qui affecterait tous les éléments à la fois n'aurait aucun effet sur le choix de l'output.

6- Conclusion

Ainsi, nous avons pu montrer que nos répertoires, surtout les répertoires à renforcement sélectif, pouvaient être un modèle satisfaisant à bien des égards pour représenter un certain nombre d'activités perceptives. Cette analyse est restée, cependant, à un niveau essentiellement qualitatif. Pour être plus convaincant, il faudrait passer à une étude plus quantitative en étudiant les relations qui existent entre le nombre d'éléments du répertoire, le temps d'apprentissage, la taille des champs récepteurs, effecteurs et de renforcement, la distance de discrimination... Une autre approche intéressante serait la simulation d'un tel modèle sur ordinateur. Les quelques essais que nous avons commencé à faire dans cette direction, en utilisant un ordinateur digital et des répertoires très simples (X et Y à une dimension) sont très prometteurs. Cependant, la taille des mémoires impliquées et le nombre d'opérations à effectuer à chaque unité de temps sont tels que nous avons acquis la conviction qu'un ordinateur entièrement digital n'était pas l'idéal pour ce genre de travail. Un certain nombre d'opérations seraient effectuées de manière plus rapide et efficace par des circuits analogiques, surtout si l'on tient compte du fait que nous n'avons pas besoin d'une grande précision dans la définition d'un certain nombre de fonctions (les fonctions en "cloche" comme $\psi_i, \mu_i \dots$). Un véritable projet de simulation devrait donc être effectué sur machine analogique ou mieux, sur un ordinateur hybride.

Chapitre V : **COORDINATION SENSORI-MOTRICE**

Nous allons maintenant voir comment un répertoire, en se stabilisant, peut devenir le siège d'une invariance perceptive. Comme nous l'avons annoncé à la fin du chapitre I, nous allons d'abord étudier les interactions sensori-motrices les plus simples, pour lesquelles on peut spécifier relativement en détail la nature des variétés réceptrices et effectrices des répertoires considérés. Au chapitre suivant, nous explorerons des généralisations possibles de ces mécanismes d'acquisition d'invariances perceptives à des comportements plus complexes.

Il s'agit donc ici d'expliquer le processus de structuration qui nous permet, au cours de notre développement, de coordonner nos mouvements moteurs, et par exemple d'être capables, en présence d'un objet dans notre champ visuel, de nous diriger vers lui et de le prendre. Comme nous allons le voir, ce type de comportements, aussi simple qu'il paraisse au premier abord, réclame en fait de la part du système nerveux la prise en considération d'une quantité d'informations assez imposante et du même coup le fonctionnement d'un système assez complexe de répertoires. Aussi, afin de rendre l'exposé le plus clair possible, nous allons commencer par étudier une situation comportementale simplifiée au maximum, et nous introduirons des éléments de complexification progressivement, ce qui nous permettra de traiter les problèmes au fur et à mesure qu'ils se présenteront.

Il faut aussi noter que cet essai d'expliquer systématiquement l'ensemble des comportements sensori-moteurs en terme d'acquisitions par renforcement n'est pas le premier du genre. En particulier J.G. Taylor, dans "The Behavioral Basis of Perception" (1962), développe une approche tout à fait similaire. En effet, cet auteur introduit un concept de "système" qui est formellement un produit cartésien "d'ensembles" (qui ressemblent fort à nos variétés réceptrices et effectrices), et qui peut se "stabiliser" par apprentissage, créant ainsi des "relations d'équivalence fonctionnelle" dans le système. Même si le formalisme mathématique utilisé par Taylor se limite à la théorie des ensembles et ne s'appuie pas sur une description des processus au niveau neurophysiologique (n'oublions pas que la notion de champ récepteur émergeait à peine à l'époque où ce livre était écrit), il y a une analogie très nette entre le concept de système chez Taylor et la notion de répertoire que nous avons développée. Aussi, l'ouvrage de Taylor peut-il être considéré comme une référence constante pour ce chapitre, beaucoup d'idées que nous ne ferons qu'aborder ici étant développées avec force détails par Taylor. En particulier, celui-ci relate un certain nombre d'expériences avec des lunettes déformantes, que nous n'aurons pas le loisir d'exposer ici, bien qu'elles soient du plus grand intérêt pour étayer le modèle que nous proposons.

1- Mouvements d'orientation par rapport à des stimuli éloignés

Les mouvements sensori-moteurs les plus élémentaires sont sans doute les mouvements d'orientation. En présence d'un stimulus extérieur, ces mouvements consistent à lui "faire face" : centrer l'image du stimulus sur la rétine, tourner la tête, le tronc et même le corps entier si nécessaire dans la direction du stimulus. Si le stimulus est fixe, un mouvement

balistique des différents organes impliqués suffit. Par contre si le stimulus extérieur est mobile, ce mouvement balistique doit être accompagné d'un mouvement continu, le "mouvement de poursuite", de manière à ce que le sujet continue à faire face au stimulus durant son mouvement.

Pour mener à bien ces mouvements, l'organisme doit donc apprendre à "connaître" la position et la vitesse du stimulus par rapport aux différentes parties du corps qu'il doit mettre en mouvement. Or, bien entendu, cette information ne lui parvient pas directement : toute donnée sur la position et la vitesse du stimulus lui parvient par l'intermédiaire d'organes sensoriels qui sont eux-mêmes en général en mouvement par rapport à la partie du corps considéré. Le problème qui se pose est donc de savoir comment l'organisme apprend à obtenir cette information à partir des données qu'il reçoit.

Pour la clarté de l'exposé, nous allons dans cette première partie nous limiter à des stimuli suffisamment éloignés pour que tout mouvement de translation de tout ou partie du sujet ne modifie que de manière négligeable la direction du stimulus (par exemple, un avion dans le ciel). Un tel stimulus sera donc caractérisé par deux coordonnées angulaires spécifiant la direction du stimulus par rapport à un repère fixe. Mathématiquement, on peut assimiler le stimulus à un élément de la sphère S^2 .

1.1 Mouvements des yeux

Supposons d'abord que le corps de l'observateur, tête comprise, est fixe, et que seuls des mouvements oculaires lui sont permis. Remarquons que cette situation, fréquente au laboratoire, est aussi celle qui prévaut de manière naturelle dans les premiers jours de la vie, où le bébé ne maîtrise pas encore les mouvements de sa tête. La présence d'un stimulus extérieur dans le champ de vision va provoquer, dans ces conditions, une saccade oculaire et un mouvement de poursuite visuel si le stimulus est en mouvement.

Un répertoire "programmant" les saccades oculaires d'orientation est très facile à concevoir. En effet, pour centrer l'image du stimulus sur la fovéa, la seule information dont a besoin le système est la position du stimulus sur la rétine. Tout répertoire, dont la variété réceptrice serait "rétinotopique" (c'est-à-dire dont la valeur de l'input dépendrait, entre autres caractéristiques, de la position de l'image du stimulus sur la rétine) et dont la variété effectrice commanderait les saccades oculaires peut faire l'affaire. L'effet du renforcement va consister à faire correspondre à chaque input codant une position donnée sur la rétine la saccade adaptée à cette position. Remarquons que l'action de ce répertoire n'est pas pour autant "triviale" d'un point de vue informationnel. En effet, nous avons vu que les neurones du système visuel n'étaient pas simplement sensibles à la position de l'image du stimulus sur la rétine mais aussi à d'autres caractéristiques : orientation, vitesse, couleur... Et, comme nous l'avons noté, ces neurones ne peuvent du même coup expliquer à eux seuls la perception de la position ou de la couleur. Deux stimuli dans la même position par rapport à la rétine, mais de couleur différente, exciteront des neurones distincts au même titre que deux stimuli dans des positions différentes. On voit alors que l'importance du répertoire que nous avons décrit dépasse sa simple capacité à déclencher des saccades. En effet, la variété réceptrice de ce répertoire, que nous appellerons S , est une variété dont la dimension peut être considérable. Le répertoire stabilisé va donc créer une relation d'équivalence dans S , si l'on convient d'appeler équivalents deux inputs de S conduisant au même output. L'ensemble des outputs renforcés peut donc être considéré comme le quotient de S par cette relation d'équivalence. Et ce quotient sera naturellement une variété de dimension 2, que nous appellerons L_0 , variété de

"localisation angulaire par rapport à l'oeil". Cette sortie du répertoire peut donc être utilisée par le système comme entrée pour d'autres répertoires hiérarchiquement plus élevés, que la saccade correspondante ait ou non effectivement lieu. L'information reste disponible (quand le répertoire est stabilisé) même si la saccade est inhibée par un centre nerveux supérieur. On peut traduire cela en disant que le répertoire "extraie" l'information de position contenue dans la variété S , ou encore qu'il "calcule" la position angulaire par rapport à la rétine.

Passons maintenant au mouvement de poursuite oculaire. Comme pour les saccades, seule l'information rétinienne est nécessaire, mais cette fois-ci, c'est la vitesse de l'image sur la rétine qui importe. Et de même que la commande motrice consistait dans le cas de la saccade à modifier la position de l'œil, la commande motrice va consister ici à modifier la vitesse de l'œil. Le raisonnement que nous avons fait ci-dessus peut donc se transposer au mouvement de poursuite. On obtient alors un répertoire qui "extraie" l'information de vitesse sur la rétine (c'est-à-dire de vitesse angulaire par rapport à l'œil). Si l'on regroupe les informations transmises par ces deux répertoires, on peut dire que le système perceptif a à sa disposition une représentation de TL_0 , fibré tangent de L_0 .

Bien entendu, le "calcul" de la vitesse et de la position du stimulus ne se fait dans ces répertoires qu'à une certaine approximation. Ceci peut expliquer les petits mouvements de l'œil qui accompagnent toute fixation. Le système doit corriger constamment la vitesse et la position de l'œil, et l'on observe que ces mouvements consistent en des essais de correction de position (petites saccades de quelques minutes d'arc) et de vitesse (essais de correction de la "dérive", mouvement très lent de quelques dizaines de minutes d'arc par seconde, qui accompagne les fixations). De même, corrections de vitesse et de position accompagnent le mouvement de poursuite oculaire, qui n'est jamais parfait.

1.2- Stimuli simultanés

Avant de passer à des mouvements plus complexes, il nous faut soulever un problème. Le raisonnement que nous venons de faire sur la stabilisation de ces répertoires ne fonctionne bien en fait que s'il ne présente qu'un input à la fois. Or, bien évidemment, l'environnement est composé d'une multitude de stimuli qui se présentent simultanément dans le champ visuel. Peut-on alors affirmer que le répertoire va pouvoir se stabiliser correctement dans ces conditions ?

En reprenant le formalisme du chapitre III, supposons que deux inputs x et $x' \in X$ se présentent simultanément et que les "bons" outputs correspondants soient y et y' . Les événements (x, y) et (x', y') vont être renforcés positivement quand ils ont lieu, mais ils vont être accompagnés respectivement par les événements (x', y) et (x, y') qui vont donc aussi être renforcés positivement, puisque le bilan total pour l'organisme est positif. Il existe, cependant, une différence fondamentale entre ces couples. Alors que l'événement (x, y) va toujours être renforcé positivement, l'événement (x', y) ne le sera que si l'input x (ou un input équivalent), est simultanément présent. Si cette situation est relativement peu fréquente¹, on peut penser raisonnablement que le répertoire se stabilisera quand même, surtout si l'apprentissage se fait par "élimination des erreurs" ($a^+ \ll a^-$ dans le formalisme du chapitre III).

1. N'oublions pas que dès que les premiers stades du traitement de l'information sensorielle, seuls les contrastes de "l'image" sensorielle sont transmis : les contours des objets par exemple pour une scène visuelle. Ce qui permet d'affirmer que le nombre des inputs simultanément présents est relativement restreint même dans un environnement naturel.

Essayons de le démontrer plus rigoureusement dans le cas de deux stimuli simultanés. Soit $R = \{r_i\}$ un répertoire de variété réceptrice X et de variété effectrice Y . Comme au chapitre III, on notera $U_i, V_i, \psi_i, \mu_i, z_i$ les caractéristiques de l'élément r_i . Considérons le répertoire fictif \bar{R} , de variété réceptrice $X \times X$ et de variété effectrice Y . A chaque élément $r_i \in R$, on fait correspondre un élément $\bar{r}_i \in \bar{R}$, dont les caractéristiques sont les suivantes :

$$\begin{aligned}\bar{\mu}_i &= \mu_i, & \bar{V}_i &= V_i, & \bar{U}_i &= (U_i \times X) \cup (X \times U_i); \\ \bar{\psi}_i(x, x') &= \psi_i(x) + \psi_i(x') \text{ si } x \text{ et } x' \in U_i \\ \bar{\psi}_i(x, x') &= \psi_i(x) \text{ (resp. } \psi_i(x')) \text{ si } x' \notin U_i \text{ (resp. } x \notin U_i)\end{aligned}$$

Enfin, si E^+ détermine le renforcement pour R , on pose :

$$((x, x'), y) \in \bar{E}^+ \Leftrightarrow (x, y) \in E^+ \text{ ou } (x', y) \in E^+.$$

Il est clair que formellement le comportement de \bar{R} va être équivalent au comportement de R en présence de deux inputs simultanés : un input (x, x') sur \bar{R} va exciter les \bar{r}_i correspondants aux r_i sensibles soit à x , soit à x' ; et un renforcement positif aura lieu sur tous les \bar{r}_i codant le "bon" output y , que $(x, y) \in E^+$ ou $(x', y) \in E^+$.

Comment vont se stabiliser les poids des \bar{r}_i ? Supposons que $a^+ \ll a^-$ et que les champs de renforcement C_i et \bar{C}_i soient égaux aux $U_i \times V_i$ et $\bar{U}_i \times \bar{V}_i$ respectivement (cette deuxième hypothèse simplifie le raisonnement mais n'est pas essentielle). Dans ces conditions, les seuls éléments dont le poids ne sera pas négligeable seront ceux tels $\bar{U}_i \times \bar{V}_i \subset \bar{E}^+$. Dans le cas où $U_i \times V_i \subset E^+$ il est clair que cette condition sera réalisée. Dans le cas contraire il existe des $(x, y) \in U_i \times V_i$ tels que $(x, y) \notin E^+$. Alors on peut affirmer que $(\bar{U}_i \times \bar{V}_i) \cap \bar{E}^-$ ne sera pas vide (il faut noter toutefois que $U_i \times V_i \subset E^-$ n'entraîne pas $\bar{U}_i \times \bar{V}_i \subset \bar{E}^-$!).

Donc les seuls éléments de \bar{R} dont le poids ne sera pas négligeable correspondront effectivement aux éléments de R tels que $U_i \times V_i \subset E^+$: la stabilisation en présence de deux stimuli donne le même résultat qu'en présence d'un seul.

Des considérations expérimentales permettent de concevoir une autre solution à ce problème des stimuli simultanés. Nous avons déjà signalé (chapitre I) que le colliculus supérieur était "bien placé" pour être le siège d'un répertoire codant les saccades oculaires d'orientation. On y trouve en effet des colonnes de neurones contenant à la fois des neurones sensoriels sensibles à la position sur la rétine et des neurones moteurs programmant des saccades oculaires d'orientation. Wurtz et Goldberg (1972) ont étudié l'activité du colliculus supérieur chez le singe éveillé et ont mis en évidence le phénomène suivant : si l'on présente au singe deux stimuli visuels simultanément, et que l'on enregistre l'activité de deux neurones sensoriels sensibles respectivement à chacun des stimuli quand ils sont présentés séparément, on s'aperçoit qu'un seul des deux neurones réagit, et que la saccade du singe qui s'ensuit est orientée vers le stimulus correspondant au neurone excité. On peut interpréter ce résultat en supposant l'existence d'un processus de "sélection" des inputs qui permet au colliculus de ne "traiter" qu'un input à la fois¹. Ce type de processus, appliqué à nos répertoires, permettrait de nous en tenir au modèle de renforcement "d'un événement à la fois", mais il ne permet pas d'expliquer que l'on puisse percevoir simultanément la position de plusieurs stimuli.

En fait, il faut reconnaître que nous sommes encore bien peu armés pour résoudre le problème de la présentation simultanée de plusieurs stimuli : la plupart des expériences

1. On peut imaginer que cette sélection des inputs est due à un processus d'inhibition latérale qui peut passer sous contrôle des centres nerveux supérieurs.

neurophysiologiques ne traitent que des réponses à un stimulus, ce qui s'explique en partie par les difficultés techniques. Il faudra donc attendre que cette question décisive soit l'objet de plus de recherches expérimentales avant de pouvoir y répondre de manière totalement satisfaisante. Pour l'heure, nous nous en tiendrons à supposer que le principe de stabilisation de nos répertoires est encore valable dans les conditions de simultanéité de plusieurs inputs.

1.3- Mouvement de la tête

Supposons maintenant que la tête et les yeux du sujet soient mobiles, le reste du corps étant fixe. Remarquons que là encore cette situation intervient naturellement dans le développement de l'enfant. Intéressons-nous aux mouvements d'orientation de la tête, qui consistent en mouvements balistiques dans la direction du stimulus et en mouvements de poursuite.

Il est clair que l'information rétinienne est absolument insuffisante pour mener à bien ces mouvements. En effet, la position sur la rétine de l'image varie, pour un stimulus donné, avec la position de l'œil par rapport à la tête. Il faut donc imaginer des répertoires qui reçoivent à la fois l'information sensorielle et une information motrice sur la position et la vitesse de l'œil. La variété réceptrice de ces répertoires doit donc être de la forme $S \times M$, produit cartésien d'une variété sensorielle S et d'une variété motrice M .

Dans le cas du répertoire codant les mouvements balistiques, la variété S doit être rétinotopique. Ce peut être, entre autres possibilités, la variété L_0 (sortie du répertoire codant les saccades oculaires). Quant à M , elle doit fournir l'information sur la position de l'œil dans son orbite. Ce doit donc être, comme nous l'avons vu au chapitre I, le groupe de Lie local des mouvements de l'œil, que nous appellerons G_0 (localement isomorphe à $SO(3)$). Le renforcement va créer sur $S \times M$ des classes d'équivalence d'inputs correspondant au même mouvement de la tête renforcé. Et comme ce mouvement ne dépend que de la position du stimulus par rapport à la tête (ou plus précisément de la position "angulaire" : seule la direction du stimulus par rapport à la tête importe), on obtiendra ainsi une variété de sortie L_T de dimension 2, codant la localisation (angulaire) dans un repère lié à la tête. Cette localisation, dans la mesure où elle est indépendante de la position de l'œil dans son orbite, mérite déjà pleinement le nom d'invariant perceptif.

Considérons maintenant les mouvements de poursuite de la tête. C'est l'information sur la vitesse angulaire du stimulus par rapport à la tête qui est ici nécessaire (et suffisante). Or celle-ci est entièrement déterminée par les données suivantes :

- position et vitesse de l'image du stimulus sur la rétine ;
- position et vitesse de l'œil.

Ce qui nous amène à concevoir la variété réceptrice du répertoire impliqué comme étant $TL_0 \times TG_0$. Les classes d'équivalences créées par le renforcement sur cette variété seront caractéristiques chacune d'une vitesse angulaire du stimulus par rapport à la tête. On peut traduire ce fait en disant que ce répertoire "calcule" la vitesse angulaire par rapport à la tête en "soustrayant" la vitesse de l'œil de la vitesse sur la rétine. Du même coup, ce répertoire nous fournit un premier exemple de ce que nous avons appelé l'invariance spatiale : les stimuli fixes par rapport à la tête constituent une classe d'équivalence sur $TL_0 \times TG_0$. Donc, si la tête est fixe et que seuls les yeux bougent, ce répertoire peut contribuer à discriminer le mouvement réel dans l'environnement du mouvement apparent induit sur la rétine par le mouvement de l'œil.

Examinons la coordination entre les mouvements de l'œil et de la tête. Prenons par exemple un stimulus fixe dans l'environnement (le raisonnement est similaire si le stimulus est mobile). Si le sujet cherche à fixer du regard le stimulus, tout mouvement de la tête doit être corrigé par un mouvement de l'œil dans la direction opposée. Cette correction peut s'effectuer par "feed-back visuel", c'est-à-dire par le mécanisme dont nous avons parlé au paragraphe précédent : le mouvement de la tête va induire un mouvement du stimulus par rapport à l'œil ce qui va déclencher un mouvement de poursuite oculaire, c'est-à-dire la correction nécessaire. Mais notons que théoriquement, l'information sur le mouvement de la tête suffit pour déterminer la correction du mouvement de l'œil correspondant. On peut donc envisager qu'un répertoire dont l'entrée serait l'information sur la position et la vitesse de la tête, et la sortie les corrections de vitesse de l'œil pourrait aussi par renforcement déclencher la même correction, par "feed-back vestibulaire" (la principale source d'information sur les mouvements de la tête étant d'origine vestibulaire). Une telle boucle vestibulo-oculaire existe réellement. Nous avons déjà eu l'occasion d'en parler au chapitre IV. On a donc là un exemple de deux sources d'information différentes conduisant à une même commande motrice. Nous verrons que cette situation est très générale. L'intérêt pour le système est évident. En l'absence d'une des sources d'information, il peut continuer à fonctionner correctement. Dans notre cas, cela explique que même si le feed-back visuel fait défaut (lors d'une saccade oculaire, par exemple, où le mouvement est trop rapide pour que la vitesse de l'image sur la rétine soit correctement appréciée, ou lors d'un battement de paupières, ou encore plus simplement dans le noir), mouvements des yeux et de la tête restent coordonnés.

1.4- Mouvements d'autres parties du corps

Les raisonnements que nous avons détaillés à propos des mouvements de la tête peuvent se généraliser sans difficultés aux autres mouvements d'orientation. Ainsi, les mouvements balistiques du tronc pourront être codés par un répertoire recevant l'information adéquate : sa variété réceptrice peut être soit $L_O \times G_O \times G_T$ où G_T représente le groupe des mouvements de la tête, soit $L_T \times G_T$, le répertoire recevant alors l'information du répertoire précédent (celui qui code les mouvements balistiques de la tête). Dans les deux cas, les classes d'équivalence créées par le renforcement représenteront la localisation (angulaire toujours) par rapport au tronc. On peut traiter de la même manière le cas des vitesses, et aussi la coordination entre les différents mouvements considérés.

Ce processus peut donc se poursuivre jusqu'aux mouvements de locomotion (encore une fois, seul l'aspect rotation des mouvements de locomotion nous intéresse pour l'instant). La localisation des stimuli par rapport au bassin sera obtenue par un répertoire codant les mouvements de locomotion nécessaires pour tourner le bassin dans la direction du stimulus. La variété réceptrice d'un tel répertoire peut être de la forme $L_O \times G_O \times G_T \times \dots \times G_A$ où $G_O \times G_T \times \dots \times G_A$ représente le produit cartésien des groupes de mouvements des différentes parties du corps "au-dessus" du bassin qui influencent la position de l'œil par rapport au bassin. Alternativement, ce peut être $L_A \times G_A$ si A est la seule partie du corps directement liée au bassin dont le mouvement influence la position de l'œil par rapport au bassin.

Bien entendu, dans cette formulation on peut remplacer "bassin" par toute autre partie du corps qui semblerait mieux appropriée. En fait, le résultat qui nous importe le plus, c'est que ces répertoires permettent d'obtenir une localisation angulaire des stimuli par rapport à

n'importe quel repère lié au corps. Chacun d'eux représente donc une forme de *localisation égocentrique* des stimuli.

2- Mouvements dépendant de la distance du stimulus

Jusqu'à présent, nous nous sommes limités à des stimuli suffisamment éloignés pour que la seule information utile soit la localisation angulaire du stimulus par rapport au corps. Maintenant nous allons supprimer cette restriction : la distance du stimulus par rapport au corps va donc devenir une variable importante et sa localisation va être caractérisée par un point de la variété \mathbb{R}^3 , et non plus S^2 . D'une part les mouvements d'orientation dont nous avons parlé dépendent de la distance du stimulus quand celui-ci est proche : pour une position donnée de l'œil, le mouvement d'orientation de la tête ne va pas être le même pour deux stimuli à des distances différentes, même s'ils admettent la même projection sur la rétine. D'autre part, d'autres coordinations sensori-motrices, comme la coordination œil-main (mouvement d'attraper un objet perçu visuellement), qui dépendent de la distance de manière essentielle, vont pouvoir maintenant être étudiées.

2.1- La vision binoculaire

Jusqu'à présent, nous n'avons considéré qu'un seul œil. En effet, pour un stimulus éloigné, l'information fournie par un œil suffit entièrement à déterminer la direction dans laquelle se trouve un stimulus. Mais pour traiter de comportements liés à la distance du stimulus, il nous faut introduire la vision binoculaire qui est une des principales sources d'information sur cette distance.

Notons d'abord que les mouvements des yeux sont coordonnés. Leurs axes (l'axe d'un œil est défini comme la direction du regard, i.e. la droite qui joint le centre de l'œil à la pupille, et qui passe donc par la fovéa) sont toujours situés dans un même plan. Cette coordination est vraisemblablement innée, mais remarquons qu'on pourrait très bien l'expliquer par un processus d'apprentissage. En effet, les mouvements d'orientation de chaque œil séparément ne dépendent que de la position de l'image du stimulus sur la rétine de cet œil. L'analyse que nous en avons faite plus haut permet donc de conclure que le renforcement de ces mouvements va aboutir à une coordination des deux yeux.

Passons maintenant aux mouvements de la tête. Un répertoire codant les mouvements de la tête pourrait a priori recevoir soit l'information ne provenant que d'un œil, soit l'information provenant des deux yeux à la fois. Etudions dans quelle mesure de tels répertoires pourraient se stabiliser. Un répertoire ne recevant l'information que d'un œil sera de la forme $L_{O_1} \times G_{O_1}$. Il est clair que des stimuli placés à des distances différentes peuvent produire le même input sur $L_{O_1} \times G_{O_1}$. Comme les mouvements de la tête adaptés à ces différents stimuli sont différents, un tel répertoire n'a aucune chance de se stabiliser, puisqu'il n'est pas soumis à un renforcement constant. Ce répertoire est donc impropre à effectuer la tâche assignée. Par contre, prenons un répertoire recevant l'information des deux yeux. Sa variété réceptrice sera donc de la forme $L_{O_1} \times L_{O_2} \times G_{O_1} \times G_{O_2}$. Un input sur cette variété va caractériser de manière unique la position (distance comprise) du stimulus par rapport à la tête. Le renforcement va donc pouvoir jouer son rôle et stabiliser un tel répertoire.

En fait, si l'on tient compte de la coordination du mouvement des deux yeux, seul un sous-groupe de $G_{O_1} \times G_{O_2}$ est à considérer. De même les inputs de $L_{O_1} \times L_{O_2}$ correspondant à des

stimuli extérieurs décrivent une sous-variété de dimension 3 de $L_{O_1} \times L_{O_2}$. Si l'on connaît la position $l_1 \in L_{O_1}$ de l'image d'un stimulus extérieur sur un œil, la position de l'image sur l'autre œil, l_2 , ne peut être quelconque sur L_{O_2} . Un seul paramètre suffit pour la déterminer : c'est cette variable que les psychologues appellent la "disparité rétinienne".

Passons maintenant aux mouvements qui dépendent de la vitesse du stimulus. La position et la vitesse du stimulus par rapport à la tête sont déterminées de manière unique à partir de l'input qu'il produit sur la variété $TL_{O_1} \times TL_{O_2} \times TG_{O_1} \times TG_{O_2}$. Ainsi, la vitesse d'un stimulus par rapport à la tête, et par extension par rapport à n'importe quelle partie du corps peut être obtenue par des répertoires dont la variété réceptrice contient cette variété.

Les données neurophysiologiques sont en accord avec ces résultats. La plupart des neurones visuels du cortex sont binoculaires (c'est-à-dire qu'ils possèdent un champ récepteur sur chaque rétine) et Hubel et Wiesel (1970) ont mis en évidence dans l'aire 18 des neurones particulièrement sensibles à la disparité rétinienne. Plus récemment Cynader et Regan (1978) ont montré que des neurones de cette même aire étaient sensibles à la vitesse de transformation de la disparité rétinienne, ce qu'ils interprètent à juste titre comme des neurones participant à la détection de la direction du mouvement "en trois dimensions" ("Neurons sensitive to the direction of motion in three-dimensional space").

La question de savoir si le caractère binoculaire des neurones corticaux est inné ou acquis reste encore sujette à controverse (Pettigrew, 1978). Il semble certain néanmoins que, même si ces cellules réagissent dès la naissance de manière binoculaire, l'expérience d'une vision binoculaire normale soit indispensable à la stabilisation de leur comportement. En l'absence d'une telle expérience (privation monoculaire, même simplement sélective à certaines orientations de "barres"), les neurones concernés perdent inévitablement leur caractère binoculaire. Une expérience de Mitchell, Giffin, Muir, Blakemore et Van Sluyters (1976) est particulièrement intéressante dans ce contexte. Ayant chirurgicalement tourné de 90° l'œil d'un chaton, ils ont pu observer que l'animal développait un comportement visuel pratiquement normal, bien que les neurones de son cortex visuel soient majoritairement monoculaires. Malheureusement, on ne sait pas si le système perceptif de ce chat utilisait, pour apprécier les distances, la source d'information binoculaire, ou les autres sources d'information dont nous discuterons l'existence dans un moment. Mais si l'on rapproche ce cas de celui de personnes atteintes de strabisme qui, comme le fait remarquer Taylor (1962), utilisent l'information binoculaire bien que la correspondance entre les deux rétines soit là aussi anormale, on peut penser que la binocularité des cellules du cortex visuel n'est pas une condition sine qua non de la perception binoculaire. En termes de répertoires, ce résultat s'explique parfaitement : si les contraintes dues à des connexions innées empêchent les neurones du cortex visuel de sous-tendre l'activité d'un répertoire binoculaire, ces neurones deviendront monoculaires. Par contre, plus "loin" dans le système nerveux central, la plasticité plus grande permettra à une autre région du cortex d'être le siège des fonctions binoculaires.

2.2- Autres sources d'information pour la perception des distances

Il existe d'autres mécanismes qui coopèrent avec la vision binoculaire pour l'appréciation de la profondeur et qui expliquent, entre autres, que les borgnes soient capables de percevoir les distances. Certaines sources potentielles d'information, comme la perspective ou la texture de l'image rétinienne de scènes visuelles complexes font appel à des processus cognitifs dont

nous dirons quelques mots au prochain chapitre. Mais il existe deux sources d'information dont nous pouvons discuter dès maintenant : l'accommodation et la "parallaxe monoculaire".

L'accommodation est la modification du rayon de courbure du cristallin qui permet de changer sa distance focale. Pour une distance focale donnée, seuls les stimuli se trouvant à certaines distances donnent une image bien focalisée sur la rétine. Les autres donneront une image beaucoup moins nette. L'accommodation peut donc être considérée comme l'analogie pour la distance d'un mouvement d'orientation pour la direction. Accommoder permet d'obtenir une image plus précise du stimulus, de même que centrer l'image sur la fovéa. On comprend dans ces conditions que l'accommodation soit un "mouvement" renforcé par apprentissage, encore que l'on n'ait pas encore, à ma connaissance, mis en évidence les mécanismes neurophysiologiques qui le permettent (à quels paramètres sont sensibles les neurones déclenchant l'accommodation ?). Quoi qu'il en soit, ce mouvement constitue, une fois renforcé, une source d'information qui peut être utilisée par des répertoires monoculaires (du moins pour des distances assez faibles ; pour des stimuli à des distances de plus d'un mètre ou deux, l'état du cristallin ne varie plus).

La parallaxe monoculaire est un phénomène qui avait déjà été remarqué par Helmholtz (1867) mais qui n'a été redécouvert que relativement récemment (Gibson, 1950). Considérons un objet fixe dans l'environnement et un sujet mobile. Le déplacement de l'image de l'objet sur une rétine va dépendre de la distance de l'objet. En particulier, si le mouvement de la tête est une translation et que l'œil continue de fixer le même point (l'œil est donc en rotation), l'image de l'objet se déplacera dans un sens ou dans l'autre suivant qu'il est plus loin ou plus près que le point fixé. Ainsi, la *vitesse* de l'image sur la rétine représente une source d'information potentielle sur la *position* du stimulus, même en vision monoculaire. Bien entendu, cette information est théoriquement ambiguë : un stimulus en mouvement à une certaine distance donnera une image se déplaçant à la même vitesse que celle d'un stimulus fixe à une autre distance. Cependant, si l'observateur fait une série de petits mouvements dans des directions différentes, comme il y a très peu de chances que le stimulus change de direction exactement en même temps que le sujet, on conçoit que l'information sur la vitesse de l'image rétinienne puisse devenir utilisable pour apprécier la distance du stimulus. C'est ce qu'ont montré Rogers et Graham (1979) : en corrélant systématiquement la vitesse de stimuli sur un écran avec les mouvements de la tête d'un sujet qui observait l'écran en vision monoculaire, ils ont obtenu une perception en "relief" de la part de l'observateur : tous les stimuli étaient perçus comme immobiles, les stimuli qui se déplaçaient plus vite étant perçus comme plus proches que ceux qui se déplaçaient moins vite à chaque mouvement de la tête.

Comment interpréter ce résultat en termes de répertoires ? Un répertoire dont la variété réceptrice serait $TL_0 \times TG_0 \times TG_T$ ne pourrait pas, en principe, se stabiliser s'il doit coder un mouvement dépendant de la distance du stimulus. Mais si l'on considère un répertoire dont les inputs seraient constitués de plusieurs inputs successifs sur cette variété, l'information dont il disposerait serait suffisante. En somme, un tel répertoire serait l'équivalent d'un répertoire binoculaire, l'information simultanée provenant des deux yeux étant remplacée par l'information successive obtenue par un œil. Bien entendu, cela implique un processus de mémorisation qui complexifie la notion simple de répertoire que nous avons introduite. Là encore, les données neurophysiologiques ne permettent pas d'étayer suffisamment une telle hypothèse, pour que l'on puisse élaborer un modèle concret de ce type de répertoire.

On aborde avec ce phénomène une dimension nouvelle du rôle des mouvements actifs de l'organisme. Grâce à ces mouvements, le système peut suppléer à certaines déficiences de l'information qu'il reçoit. Cela s'applique particulièrement aux expériences de substitution sensorielle. Nous avons vu qu'il fallait que l'aveugle manipule lui-même sa caméra pour percevoir un environnement en trois dimensions ; cela s'explique bien si l'on considère que l'information que reçoit le sujet est "monoculaire". Les mouvements actifs sont donc un moyen privilégié de percevoir les distances.

2.3- Les autres modalités perceptives

Nous nous sommes concentrés jusqu'à présent sur des stimuli visuels mais il est clair que l'on peut analyser dans le même cadre les mouvements sensori-moteurs concernant des stimuli auditifs, tactiles, olfactifs...

Dans la plupart des cas, nous avons affaire à une situation analogue à la vision monoculaire : l'information directement obtenue par l'organe sensoriel est théoriquement insuffisante pour la localisation dans l'espace à trois dimensions. Le rôle des mouvements actifs sera donc prépondérant.

C'est ainsi que pour la localisation auditive, même un répertoire recevant l'information provenant des deux oreilles semble incapable d'être le siège d'une localisation en trois dimensions : il ne peut pas théoriquement discriminer des stimuli présentant les mêmes différences binaurales. Or, ces différences binaurales (différences de phase pour des sons de basses fréquences, différences d'intensité pour les hautes fréquences) sont les mêmes, à une fréquence donnée, pour de nombreuses positions du stimulus. Par exemple, si l'axe de la tête est vertical, elles seront les mêmes pour deux positions symétriques par rapport au plan vertical passant par les oreilles, ou pour deux positions dans un même plan vertical passant par l'axe de la tête. Cependant, si la tête bouge (rotations autour de l'axe de la tête et rotations dans le plan des oreilles), ces différences binaurales se transformeront différemment suivant la position du stimulus sonore. Là encore, cette information est théoriquement ambiguë. Le stimulus sonore a pu se déplacer avec la tête. Mais si plusieurs mouvements actifs de la tête ont lieu successivement, l'ambiguïté disparaît. Expérimentalement, on constate effectivement (Jeffress, 1975) qu'il s'agit là d'un moyen essentiel pour localiser les sons¹. Bien sûr, d'autres mécanismes, de type cognitifs, coopèrent avec celui-ci. Par exemple, les sons familiers sont transformés différemment suivant leur position avant d'atteindre le tympan à cause de la forme bien particulière du pavillon. La réverbération du son dans une pièce familière fournit aussi une indication sur la position de la source sonore, etc.

La localisation des stimuli olfactifs est sans doute la forme la plus primitive de ce type de mécanismes. Un stimulus olfactif va se traduire par l'existence dans l'environnement d'un gradient de concentration d'un composé chimique. Un répertoire recevant à la fois l'information sur les variations de concentration de ce composé chimique (variation d'intensité de l'input pour les récepteurs olfactifs), et l'information sur les mouvements du corps, va pouvoir coder les mouvements de l'animal lui permettant de "remonter" le gradient de concentration jusqu'au stimulus.

On pourrait interpréter par des mécanismes similaires les moyens plus originaux dont sont dotés certains animaux pour la localisation à distance (chauve-souris, poissons électriques...).

1. C'est bien sûr encore plus vrai pour les animaux qui peuvent bouger leurs oreilles : le lapin, par exemple.

Pour ce qui est des stimuli tactiles, au contraire, l'information transmise est sans ambiguïté du point de vue de la localisation égocentrique. La position et la vitesse d'un stimulus tactile par rapport à n'importe quelle partie du corps pourront donc être déterminées instantanément par les répertoires adéquats. Seulement bien entendu seuls les objets en contact avec le corps pourront être ainsi localisés. L'insuffisance de cette source d'information est donc d'une nature différente, et se rapproche plutôt des restrictions de la vision dues aux limitations du champ visuel. En effet, qu'il s'agisse de la vision ou du toucher, le champ sensoriel présente des limitations qui ne permettent pas au sujet "d'embrasser" à un instant donné l'ensemble de l'espace qui l'entoure. Nous n'avons pas abordé jusqu'à présent ce type d'insuffisances, qui, comme nous allons le voir, sont palliées elle aussi par les mouvements actifs de l'organisme.

2.4- Représentation interne égocentrique

Nous allons raisonner sur l'exemple le plus simple que nous ayons traité, à savoir le comportement face à un stimulus visuel éloigné. Comme nous l'avons dit, un stimulus éloigné peut être représenté par un point de la variété S^2 . Mais à un instant donné, ce stimulus ne pourra être détecté par l'organisme que s'il est dans le champ visuel qui ne couvre qu'une partie de S^2 . Autrement dit, L_0 est une sous-variété propre de S^2 de même dimension, c'est-à-dire un ouvert de S^2 . Ainsi, à un instant donné, le système ne peut localiser qu'une partie des stimuli présents dans l'espace.

Mais chaque fois que l'œil bouge, la partie de l'espace couverte par le champ visuel change. De nouveaux stimuli sont alors détectés et localisés correctement par les répertoires recevant l'information adéquate, alors que d'autres stimuli "disparaissent de la vue" du sujet. Supposons que l'information sur ces derniers stimuli ne soit pas totalement perdue, et qu'elle reste "enregistrée" quelque part grâce à un processus de mémorisation, on comprend alors que les mouvements actifs d'exploration permettent à l'organisme d'obtenir une *représentation interne* ("internalmapping" dit MacKay, 1973 ; cette notion peut être rapprochée aussi de la notion "d'engrammes" qu'utilise Taylor, 1962) de tout l'espace environnant malgré les limitations du champ visuel.

Mathématiquement, on peut interpréter cette "représentation interne" comme une représentation de la variété différentielle S^2 par un système decartes. En effet, pour chaque position de l'œil, la localisation des stimuli d'une partie de l'espace peut être considérée comme un isomorphisme d'un ouvert de S^2 sur L_0 . Si l'on considère toutes les positions possibles de l'œil, les domaines de tous ces isomorphismes forment un recouvrement de S^2 , exactement comme un "atlas" de cartes de S^2 (dans cette interprétation, on assimile L_0 à un ouvert de \mathbb{R}^2 , plutôt que de S^2 ce qui ne présente aucune difficulté théorique). Les classes d'équivalence que nous avons définies sur $L_0 \times G_0$ assurent alors que les différentes cartes se "recollent" correctement sur leurs parties communes.

Ce raisonnement peut bien évidemment se généraliser à la localisation des stimuli visuels à "trois dimensions" (c'est-à-dire en tenant compte de la profondeur) et à la localisation tactile. Dans les deux cas, c'est \mathbb{R}^3 qui doit prendre la place de S^2 .

3- Hiérarchie des répertoires sensori-moteurs

En résumé, les différents exemples de coordination sensori-motrice que nous avons présentés peuvent être expliqués par la stabilisation de répertoires qui recevraient

l'information sensori-motrice nécessaire. En se stabilisant, ces répertoires deviendraient du même coup le siège d'invariants perceptifs de localisation égocentrique. Une précision est ici nécessaire : nous n'avons pas prétendu que la *perception* de cette localisation, qui est un phénomène cognitif, avait lieu dans ces répertoires sensori-moteurs. En ce sens, nous nous différencions de Taylor (1962), pour qui la perception est le résultat direct de la stabilisation de ces répertoires sensori-moteurs. Comme nous le verrons au chapitre suivant, la complexité des phénomènes cognitifs rend difficilement crédible cette conception "réductionniste" de la perception.

Quant à nous, la seule chose que nous affirmons, c'est que déjà au niveau sensori-moteur l'action du renforcement peut expliquer le "calcul automatique" par les répertoires concernés de certains invariants.

Cependant, même à ce niveau relativement élémentaire, il faut reconnaître que notre modèle de stabilisation des répertoires est loin d'être complet. Nous avons déjà signalé la difficulté d'expliquer la stabilisation d'un répertoire en présence de plusieurs inputs simultanés. D'autres difficultés surgissent du fait que nous ne devons pas envisager un répertoire isolé, mais de nombreux répertoires organisés de manière hiérarchique, et fonctionnant à partir du même stimulus extérieur. Peut-on affirmer dans ces conditions que ces répertoires vont pouvoir se stabiliser ?

3.1- Répertoires en "série"

Considérons d'abord le problème de la stabilisation de deux répertoires placés "en série" : c'est-à-dire tels que les outputs du premier constituent une partie de l'input du second. Nous avons vu que cette situation pouvait être très fréquente. Dans la plupart des cas que nous avons décrits, le premier répertoire était muni lui-même directement d'une sortie motrice. Il est alors clair que le renforcement produit par cette sortie motrice va permettre la stabilisation du premier répertoire. Avant que celui-ci ne se stabilise, le fonctionnement du deuxième répertoire va être très erratique. En effet, pour un stimulus extérieur donné, l'output du premier répertoire va être très variable suivant l'état de ce répertoire. Le renforcement sur le deuxième répertoire, qui dépend de la relation entre son output et le stimulus extérieur, va du même coup être très variable. Or la condition d'un renforcement constant est une condition essentielle pour nos résultats sur la stabilisation. Par contre, dès que le premier répertoire est stabilisé, la relation stimulus extérieur-input du deuxième répertoire devient constante et le deuxième répertoire peut se stabiliser. Nous obtiendrons donc dans ces conditions une stabilisation par "stades", dans laquelle les mouvements les plus directement reliés à l'organe sensoriel sont acquis les premiers, cette acquisition étant une condition nécessaire pour l'acquisition de mouvements plus complexes.

C'est bien ce que l'on observe dans la réalité. Nous avons signalé que l'enfant n'acquiert que progressivement la coordination sensori-motrice (depuis les mouvements de l'œil, puis de la tête, jusqu'à la locomotion). On peut penser que cette maîtrise progressive des mouvements correspond à la stabilisation progressive des répertoires sensori-moteurs impliqués. De même, lors du port de lunettes déformantes, on observe cette même progression par étapes dans la réorganisation sensori-motrice, ce qui prouve que le problème n'est pas uniquement une question de maturation au niveau musculaire, ce qui constituait une explication plausible chez l'enfant.

Cette évolution par stades n'est pas sans rappeler la "théorie des stades" de Piaget (1947). Celui-ci décrit aussi bien les acquisitions sensori-motrices que cognitives de l'enfant comme

un processus d'interaction entre le sujet et l'environnement. A une étape donnée, le sujet posséderait un certain nombre de schèmes mentaux adaptés à son niveau d'activité. Mais au fur et à mesure que ce niveau d'activité s'élève, un processus "d'assimilation-accommodation" (assimilation de l'environnement aux schèmes et accommodation des schèmes à l'environnement) va conduire à un certain déséquilibre et finalement à une "rééquilibration", c'est-à-dire à la mise en place de nouveaux schèmes, mieux adaptés au niveau d'activité du sujet. C'est le début d'un nouveau stade, chaque stade étant d'ailleurs caractérisé par l'acquisition d'invariants par un groupe (ou "groupement") d'opérations.

On voit combien ce concept de stades est compatible avec la notion de stabilisation de répertoires, au moins au niveau sensori-moteur. L'utilisation de nouveaux mouvements moteurs rend en effet inadéquats les répertoires déjà stabilisés pour la maîtrise de ces nouveaux mouvements : d'où un déséquilibre qui ne peut être conjuré que par la stabilisation de nouveaux répertoires, qui s'accompagne de l'acquisition de nouveaux invariants.

3. 2- Répertoires "en parallèle"

Nous avons vu que le plus souvent plusieurs sources d'information pouvaient être utilisées pour coder le même mouvement moteur. L'utilisation systématique par le système de toutes les sources disponibles pose le double problème suivant : si deux répertoires possèdent la même sortie motrice, comment expliquer d'une part que si les deux répertoires possèdent chacun une entrée suffisante pour déterminer le "bon" output, ils puissent se stabiliser et "coopérer" dans leur activité simultanée, et d'autre part que si l'un des deux répertoires ne peut pas se stabiliser à cause d'une entrée inadéquate, cela n'empêche pas l'autre repertoire de se stabiliser et de coder la bonne réponse motrice, malgré l'activité du premier.

Selon notre modèle, un input à l'entrée d'un repertoire provoque une probabilité d'output sur sa variété effectrice, qui dépend de l'input et des poids des éléments du repertoire. Si le repertoire est stabilisé, cette probabilité va être "concentrée" autour des bonnes réponses adaptées à l'input donné, tandis que s'il ne l'est pas, la probabilité d'output va être beaucoup plus dispersée. L'hypothèse fondamentale que nous allons faire dans le cas où plusieurs répertoires agissent en "parallèle" sur la même sortie motrice, c'est que la probabilité d'un mouvement est une somme pondérée de la probabilité d'output de ces répertoires.

Plus précisément, soit $R = \{r_i\}$ et $R' = \{r'_j\}$ deux répertoires de même variété effectrice Y et de variétés réceptrices X et X' respectivement. On appellera $U_i, V_i, \psi_i, \mu_i, z_i$ (resp. $U'_j, V'_j, \psi'_j, \mu'_j, z'_j$) les diverses caractéristiques de l'élément $r_i \in R$ (resp. $r'_j \in R'$), les notations étant celles du chapitre III. Considérons le repertoire $\bar{R} = R \cup R'$, union des deux répertoires, défini de la manière suivante :

– La variété effectrice de \bar{R} est Y ; sa variété réceptrice \bar{X} est la partie de $X \times X'$ composée de couples d'inputs (x, x') admissibles, c'est-à-dire pouvant provenir d'un même stimulus extérieur.

– Pour tout $\bar{r}_k \in \bar{R}$, si $\bar{r}_k = r_i$ on a : $\bar{U}_k = (U_i \times X') \cap \bar{X}$, $\bar{V}_k = V_i$, $\bar{\psi}_k(x, x') = \psi_i(x)$, $\bar{\mu}_k = \mu_i$, et $\bar{z}_k = z_i$, et si $\bar{r}_k = r'_j$ on a : $\bar{U}_k = (X \times U'_j) \cap \bar{X}$, $\bar{V}_k = V'_j$, $\bar{\psi}_k(x, x') = \psi'_j(x')$, $\bar{\mu}_k = \mu'_j$, et $\bar{z}_k = z'_j$

Il est clair que ce repertoire \bar{R} va fonctionner comme les deux répertoires R et R' en parallèle. En effet, tout stimulus extérieur va donner lieu à un couple d'inputs (x, x') , l'activité $\bar{z}_k \bar{\psi}_k(x, x')$ de l'élément \bar{r}_k ne va dépendre que de x si $\bar{r}_k = r_i$: $\bar{z}_k \bar{\psi}_k(x, x') = z_i \psi_i(x)$, et que de x' si $\bar{r}_k = r'_j$: $\bar{z}_k \bar{\psi}_k(x, x') = z'_j \psi'_j(x')$. Et la probabilité d'output va bien

être une somme des probabilités d'output des éléments de R et de R' , pondérés par le niveau d'activité de chaque élément, ce qui correspond bien à notre hypothèse.

Considérons d'abord le cas où les deux répertoires R et R' peuvent se stabiliser, c'est-à-dire reçoivent chacun une information non ambiguë sur le stimulus extérieur. On peut alors définir un renforcement constant E^+ et E'^+ sur chaque répertoire, et pour tout couple (x, x') admissible, on a $(x, y) \in E^+ \Leftrightarrow (x', y) \in E'^+$. Cela permet de définir un renforcement constant sur R , de la façon suivante : $((x, x'), y) \in \bar{E}^+ \Leftrightarrow (x, x')$ admissible et $(x, y) \in E^+$. Grâce à ce renforcement, le répertoire "formel" \bar{R} va se stabiliser, ce qui signifie que R et R' vont se stabiliser s'ils fonctionnent en parallèle. Ainsi, en présence de plusieurs sources d'information différentes non ambiguës, le système va se comporter comme s'il était constitué d'un seul répertoire, mais dont le nombre d'éléments serait la somme du nombre d'éléments de tous les répertoires concernés. Il est intéressant de discuter de la précision obtenue sur le codage du mouvement moteur. En effet, les diverses sources d'information ne sont pas forcément équivalentes de ce point de vue. Par exemple, nous avons signalé que, pour la localisation auditive, les différences binaurales de phase jouaient un plus grand rôle pour les basses fréquences que pour les hautes (la différence de phase devenant trop petite pour permettre une discrimination). A l'inverse, les différences d'intensité sont plus efficaces aux hautes fréquences (la tête agit alors comme un "écran", en diminuant l'intensité des sons qui parviennent à l'oreille la plus éloignée). Comment le système peut-il "choisir" dans chaque cas la source d'information la plus précise ? Ce phénomène très général s'explique très bien dans notre modèle. En effet, l'efficacité d'une source d'information peut se mesurer en termes du rapport de la "taille" de E^+ par rapport à la taille des champs d'activité. Si l'on se place dans la métrique que nous avons définie au chapitre IV (normalisant la taille moyenne des champs d'activité), la "distance" de discrimination est constante. On voit alors que la source d'information sera d'autant plus efficace que la zone E^+ sera plus "large". Or, si dans une région donnée de l'espace des inputs \bar{X} , la largeur du E^+ correspondant est plus grande que celle du E'^+ , il y aura beaucoup plus d'éléments de R renforcés positivement dans cette région que d'éléments de R' . Dans la somme pondérée que constitue la probabilité d'output, les éléments de R vont donc dominer, ce qui explique que la précision obtenue soit celle de R . Dans les régions où les deux sources d'information sont aussi efficaces, les deux répertoires contribueront autant à la réponse, donc \bar{R} sera au moins aussi précis que R ou R' isolément (et vraisemblablement plus précis : en effet, l'on peut penser que l'augmentation du nombre d'éléments constitue dans ce cas un facteur d'augmentation de la précision).

Considérons maintenant le cas où l'un des deux répertoires, R' par exemple, ne peut pas se stabiliser parce qu'il dispose d'une source d'information insuffisante. Dans ce cas, on peut encore définir un renforcement constant E^+ sur R et en déduire un renforcement constant sur \bar{R} en posant, comme tout à l'heure $((x, x'), y) \in \bar{E}^+$ si (x, x') est admissible et $(x, y) \in E^+$. Le fait que R' ne possède pas de source d'information suffisante va se traduire par le fait que le même x' va se produire dans des couples admissibles (x_1, x') et (x_2, x') correspondant à des "bonnes" réponses différentes, i.e. tels que $((x_1, x'), y) \in \bar{E}^+$ et $((x_2, x'), y) \in \bar{E}^-$. Autrement dit, les champs d'activité des éléments $\bar{r}_k = r'_j \in R'$ seront en partie dans \bar{E}^+ et en partie dans \bar{E}^- . Si l'on suppose que le renforcement se fait surtout par élimination des erreurs ($a^+ \ll a^-$) tous les éléments de R' vont avoir des poids négligeables après stabilisation. Ainsi R' n'interviendra pas dans le choix de la réponse.

Les conclusions que l'on peut tirer de tous ces résultats permettent d'expliquer comment le système peut tirer parti de toutes les sources d'informations efficaces pour coder les bons mouvements moteurs. On peut en effet imaginer qu'a priori, pour n'importe quelle source d'information disponible, qu'elle soit efficace ou pas, un répertoire codant ces mouvements moteurs et recevant cette source d'information existe. Si la source s'avère efficace, ce répertoire va participer au codage, augmentant ainsi sa précision. Si la source s'avère inefficace, tous les poids des éléments du répertoire deviennent négligeables et il n'intervient tout simplement pas dans le processus. Une telle hypothèse est bien sûr difficile, sinon impossible, à vérifier expérimentalement. Même chez les invertébrés comme l'Aplysie, le principal moyen de détecter la présence d'un contact synaptique entre deux neurones est de vérifier que l'excitation du premier modifie l'activité du second (Castellucci, communication personnelle). Dans le cas où le poids d'une telle synapse serait nul, elle ne serait pas détectée. Mais cette hypothèse est tout de même rendue plausible par la diversité même des sources d'information auxquelles est sensible le système perceptif. Seul un principe général tel que celui que nous avons décrit permet d'expliquer une telle souplesse et un tel "éclectisme" de la part du système.

3.3- Systèmes de répertoires

Les deux exemples que nous avons traités (répertoires en série et répertoires en parallèle) donnent une certaine idée de la façon dont peuvent fonctionner simultanément un ensemble de répertoires. Mais il faut reconnaître que cela est très insuffisant. En effet, même si l'on reste au niveau sensori-moteur, ce sont des dizaines de répertoires, entretenant entre eux des relations complexes, qu'il faudrait considérer. Ainsi se trouve posé le problème de *systèmes de répertoires*, et c'est la stabilisation de tels systèmes qu'il faudrait étudier. Dans une telle théorie, un répertoire serait un élément du système, et ce sont les relations entre ces éléments qui seraient l'objet de l'étude. Il faudrait définir des opérations entre répertoires ("l'union" de deux répertoires "en parallèle" en est un exemple), et définir une notion de stabilité s'appuyant sur la notion de stabilisation des répertoires.

A ce sujet, le fait d'avoir pu décrire l'évolution d'un répertoire à l'aide d'une dynamique peut se révéler très féconde. L'action des autres répertoires sur un répertoire donné pourrait peut-être être interprétée comme une modification de certains paramètres définissant cette dynamique. C'est sur des idées semblables que Ashby (1952 ; 1956) a construit une théorie des systèmes multistables ("multistablesystems") dont il suggère de façon convaincante l'application possible à une théorie du fonctionnement du cerveau, et sur laquelle Taylor (1962) s'appuie largement pour construire son propre modèle.

Si déjà au niveau sensori-moteur le besoin d'une telle théorie se fait sentir, cela va être d'autant plus vrai au niveau cognitif. Là, les répertoires ne sont plus directement reliés, ni à des entrées sensorielles, ni à des sorties motrices. La neurophysiologie ne fournit plus d'indices pour le choix de variétés réceptrices et effectrices. Le renforcement lui-même perd le caractère intuitif qui nous a permis de travailler jusqu'ici. En l'absence d'une théorie générale des systèmes de répertoires et de données neurophysiologiques, il ne saurait donc être question de modéliser avec pertinence les processus cognitifs. Nous allons donc devoir nous contenter, dans le dernier chapitre, de poser quelques jalons vers une telle modélisation en nous appuyant essentiellement sur les données psychologiques et les quelques principes de base qui se sont avérés féconds dans ce chapitre.

Chapitre VI : **INVARIANCE PERCEPTIVE ET** **GEOMETRIE DE LA PERCEPTION**

1- Perception et invariance perceptive

Au chapitre précédent, nous ne nous sommes intéressés qu'à des comportements extrêmement simples, impliquant un nombre assez limité de répertoires. Cependant, même à ce niveau élémentaire, nous avons pu montrer que l'exécution de mouvements appropriés par l'organisme était possible que si les répertoires considérés devenaient en se stabilisant le siège d'invariants perceptifs.

Si l'on veut étendre notre modèle à des comportements plus élaborés, comme la description verbale de l'environnement dans lequel se trouve un sujet, il faut envisager des systèmes de répertoires beaucoup plus complexes. Les invariants perceptifs mis en jeu dans ces comportements seront aussi beaucoup plus variés. En plus des invariants de localisation, les invariants de taille, d'orientation, de forme, etc. interviendront aussi dans ce genre de processus.

Notre hypothèse va consister à supposer que ces invariances sont le résultat de la stabilisation de répertoires impliqués dans l'exécution de ces comportements et qu'ils sont ainsi le fruit d'un apprentissage. Cette hypothèse est cohérente avec ce que nous avons vu de l'adaptabilité du système perceptif, et les principes généraux de l'activité neuronale.

Cependant, en l'absence de données neurophysiologiques, il nous semblerait tout à fait vain de vouloir exhiber concrètement des systèmes de répertoires capables d'être le support de tel ou tel comportement complexe. En effet, alors que l'on peut se faire une idée relativement précise de la manière dont sont codées au niveau neuronal les entrées sensorielles et les sorties motrices, "le reste", c'est-à-dire toutes les activités intermédiaires que l'on regroupe sous le terme de processus cognitifs, est encore pour l'essentiel inconnu. Sous quelle forme est codée l'information visuelle au sortir des aires 17, 18 et 19 ? Quels sont les rapports entre l'information visuelle et le langage ? Comment sont codés les mots qui expriment un percept ? Autant de questions pour l'instant sans réponse.

Nous allons donc devoir nous en tenir à une discussion à un niveau très général et plutôt que de résoudre les problèmes, essayer de les poser correctement dans le cadre de notre modèle.

Comme nous l'avons dit dès l'introduction, à cette insuffisance des connaissances neurophysiologiques correspond une floraison de théories psychologiques, qui s'appuient chacune sur un certain nombre de faits d'expérience (de nature psychologique) pour privilégier des conceptions différentes de la perception. Gibson (1967) classe ces théories en trois grands courants : un courant qui privilégie l'aspect moteur de l'activité perceptive ("response-oriented theories") selon lequel toute discrimination perceptive serait le fait de mouvements moteurs différents face aux stimuli ; un deuxième courant se caractérise par l'importance donnée à des schémas cognitifs proprement dits ("cognitive theories"), dont le type d'organisation expliquerait la transformation de sensations en perceptions ; enfin, un

troisième courant, auquel adhère l'auteur elle-même, met l'accent sur la discrimination à l'entrée du système ("stimulus-oriented theories").

L'existence de ces théories concurrentes (qui, répétons-le, s'appuient toutes sur des faits expérimentaux) peut être considérée comme l'indice du haut niveau de complexité des activités perceptives et ne peut que nous conforter dans l'idée qu'il est impossible, en l'état actuel des choses, de construire un modèle précis des activités perceptives. Chacune de ces théories doit refléter une partie de la réalité, et tout système concret de répertoires que l'on essaierait d'élaborer serait aux prises avec les mêmes difficultés. Suivant que l'on privilégiera, dans le système de répertoires, la discrimination effectuée par les répertoires d'entrée, de sortie, ou par l'organisation du système lui-même, on se placera dans l'un des trois courants que nous avons cités.

2- Invariance locale par rapport aux mouvements du corps

Au chapitre précédent, nous nous sommes limités à un seul type d'invariance : l'invariance de localisation. En effet, pour étudier les comportements sensori-moteurs les plus simples, nous avons pu nous restreindre à des stimuli suffisamment petits pour pouvoir les assimiler à des points. Dès que l'on lève cette restriction, et que l'on considère de véritables objets, d'autres caractéristiques interviennent : forme, taille, orientation..., pour ne nous en tenir qu'à des caractéristiques perceptibles visuellement. L'image rétinienne d'un tel objet va être complexe et peut être décrite en termes de couleurs, texture, contours... Mais comme nous le savons, le système visuel va procéder, dans les premiers stades à une analyse *locale* de cette image rétinienne : les neurones du cortex visuel, par exemple, ne seront pas directement sensibles au contour tout entier, mais à des "éléments de contour", des "petites barres" de position et d'orientation données.

Le premier problème qui se pose est celui de la dépendance par rapport aux mouvements du corps de cette information locale. Prenons un élément de contour de position et d'orientation fixe dans l'espace. Les deux images rétiniennes de ce stimulus vont être deux petites barres dont les positions et orientations dépendent de la position des yeux dans l'espace. Remarquons que pour une position donnée des yeux, la donnée des deux images détermine entièrement le stimulus. On peut donc réitérer le raisonnement que nous avons fait au chapitre précédent et imaginer un répertoire sensible à la fois aux deux images et aux mouvements moteurs, dont la stabilisation entraînerait la "reconnaissance" par le répertoire de la position et de l'orientation dans l'espace de l'élément de contour considéré. De même un "élément de texture" de l'objet, par exemple une alternance locale de lignes noires et blanches d'orientation donnée sur la surface de l'objet donnera sur les deux rétines deux "grilles" de position, d'orientation et de fréquence spatiale données qui pourront de même être analysées par un répertoire adéquat dont la sortie donnerait les caractéristiques réelles de l'élément de texture en question.

Ainsi, toute caractéristique locale de l'objet pourrait être reconnue par le système indépendamment de la position des yeux dans un repère lié au corps (repère égocentrique).

Il peut être intéressant de noter que ces invariants perceptifs locaux sont aussi des invariants au sens mathématique, et que l'on peut spécifier concrètement l'action du groupe moteur dont ils sont les invariants. En effet, d'une manière générale, soient S une variété sensorielle et M une variété motrice, sous-groupe du groupe moteur général. Soit V une variété, qu'on appellera

"variété des stimuli extérieurs", telle qu'un point de V spécifie les différentes caractéristiques d'un stimulus extérieur auquel nous nous intéressons. Par exemple, si les stimuli sont des points lumineux (non colorés), la variété V sera tout simplement \mathbb{R}^3 , un stimulus étant déterminé par ses trois coordonnées dans un repère fixe, donné une fois pour toutes (indépendant de la position du sujet). Si les stimuli sont "très éloignés", on peut considérer que V est S^2 , chaque stimulus étant déterminé par sa position "angulaire" par rapport au repère fixe. Si les stimuli sont des "barres" lumineuses, la variété V aura six dimensions (trois coordonnées pour le centre de la barre, deux pour son orientation dans l'espace et une pour la longueur de la barre), etc.

Supposons maintenant qu'une partie du corps (le bassin, par exemple) soit fixe et reste fixe sous l'action de M , et que tout $m \in M$ spécifie l'état et la position de l'organe sensoriel considéré. Si S est une source d'information "suffisante" pour le stimulus, cela signifie que S et V sont de même dimension et qu'il existe une application injective f_m de S dans V , pour tout m donné. Cela permet de définir une application injective f de $S \times M$ dans $V \times M$, par : $f(s, m) = (f_m(s), m)$.

Nous supposons que cette application f est différentiable. C'est donc un difféomorphisme de $S \times M$ dans sur un ouvert U de $V \times M$.

Dans un premier temps supposons que $U = V \times M$, c'est-à-dire que f est un difféomorphisme de $S \times M$ sur $V \times M$. Donnons-nous alors un sous-groupe G de M . L'action "naturelle" de G va consister à modifier l'organe sensoriel sans modifier les stimuli extérieurs. On peut donc définir cette action sur $V \times M$ par les transformations t_g qui pour tout $g \in G$ donnent : $t_g(v, m) = (v, gm)$. C'est une action à gauche : $t_{g_2 g_1} = t_{g_2} \circ t_{g_1}$.

Maintenant regardons comment G agit sur $S \times M$. Le même stimulus v va donner l'input pour la position m et l'input s' pour la position $m' = gm$. On a donc $f(s, m) = (v, m)$ et $f(s', m') = (v, m')$ d'où :

$$(s', m') = f^{-1} \circ t_g \circ f(s, m) = f^{-1} \circ t_g \circ f(s, m)$$

ce que l'on peut représenter par le diagramme commutatif suivant :

$$\begin{array}{ccc} S \times M & \xrightarrow{f} & V \times M \\ \downarrow f^{-1} \circ t_g \circ f & & \downarrow t_g \\ S \times M & \xrightarrow{f} & V \times M \end{array}$$

L'action du groupe G sur $S \times M$ peut donc s'écrire $T_g(s, m) = f^{-1} \circ t_g \circ f(s, m)$ ce qui définit bien une action à gauche :

$$T_{g_2 g_1} = f^{-1} \circ t_{g_2 g_1} \circ f = f^{-1} \circ t_{g_2} \circ f \circ f^{-1} \circ t_{g_1} \circ f = T_{g_2} \circ T_{g_1}$$

C'est ce que nous voulions démontrer.

En fait, l'hypothèse $U = V \times M$ n'est pas toujours vérifiée. Par exemple, en ce qui concerne la vision, le champ visuel d'un œil est limité : l'image de S par f_m sera donc un ouvert strictement inclus dans V .

Dans ce cas ce n'est pas tout le groupe G qui agit sur $S \times M$: il faut se limiter à un ouvert de G contenant l'identité (groupe local)¹ défini pour chaque (s, m) par les éléments $g \in G$ tels que $(f_m(s), gm) = t_g \circ f(s, m)$ appartienne à U .

3- Invariance globale par rapport aux mouvements du corps

Le passage de ces caractéristiques locales aux propriétés globales de l'objet pose le difficile problème du mécanisme de reconnaissance de forme utilisé par le système perceptif. Le système fait-il une analyse syntaxique de l'image, reconnaissant un contour grâce à ses angles, extrémités, courbures des côtés, etc. ou bien procède-t-il à une reconnaissance globale de la forme prise comme un tout ? L'existence dans le cortex visuel de neurones sensibles spécifiquement à certains angles ou extrémités de lignes (les cellules "hypercomplexes" de Hubel et Wiesel, 1965) semble militer en faveur d'une analyse syntaxique, défendue depuis longtemps par certains psychologues (Hebb, 1949, entre autres). Mais d'autre part, les Gestaltistes ont mis en évidence le fait que les formes globales possèdent des propriétés perceptives inexplicables en termes de leurs composantes.

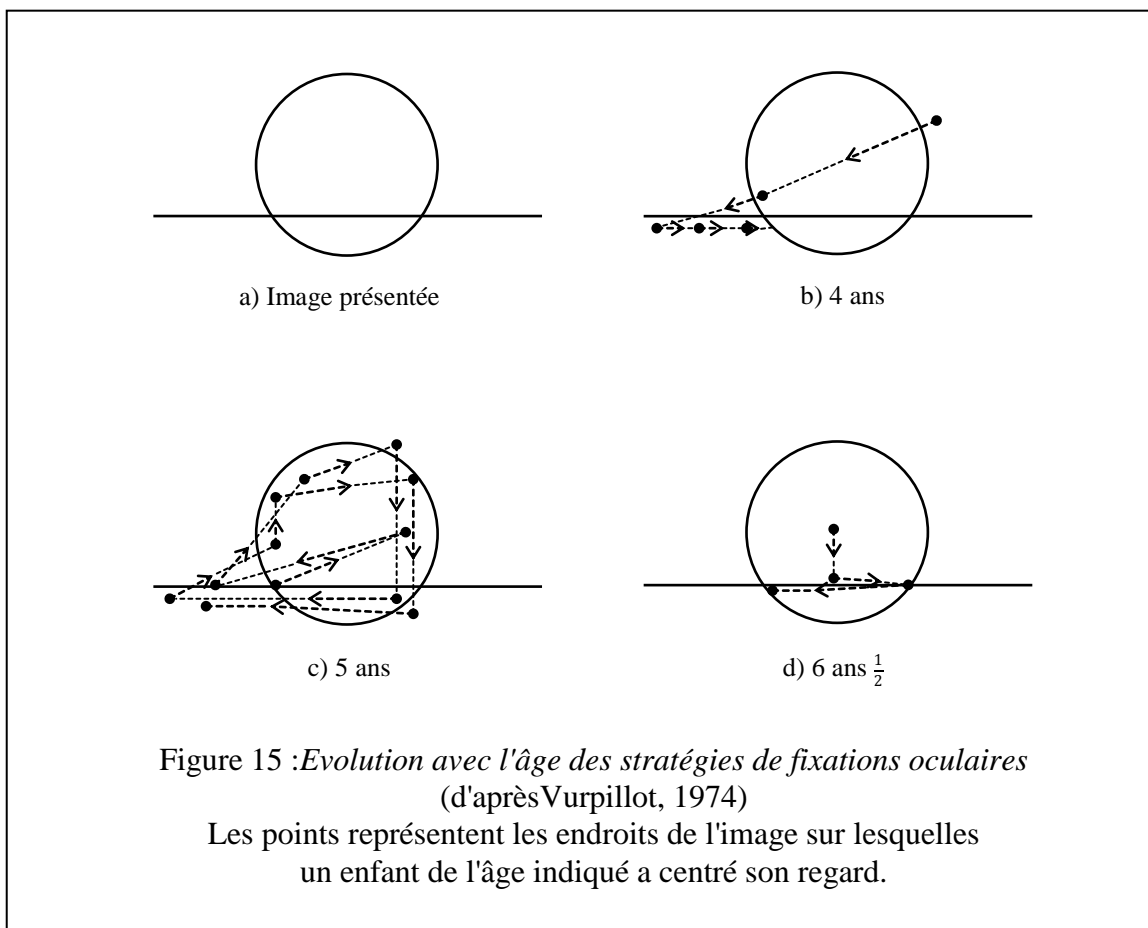
Quoiqu'il en soit, l'invariance de ces processus de reconnaissance de forme, aussi divers puissent-ils être, par rapport aux mouvements du corps peut aisément s'expliquer. En effet, il suffit de supposer que ces processus n'utilisent pas directement l'information rétinienne mais l'information locale obtenue après l'action d'un répertoire du type de ceux que nous avons décrit plus haut. Cette information étant déjà invariante par rapport aux mouvements du corps, l'invariance de la reconnaissance de forme serait automatiquement acquise.

L'existence d'un tel mécanisme d'invariance est d'autant plus fondamentale que la reconnaissance visuelle d'une forme n'est en général pas instantanée. On a pu en effet montrer (Yarbus, 1967) que lors de l'observation d'une forme, les yeux effectuaient des mouvements saccadiques caractéristiques consistant à centrer sur la fovéa certains éléments de la forme à discriminer : angles et intersections pour une figure géométrique, yeux, bouche, etc. pour un visage humain. Cette stratégie de centrations successives n'est pas étonnante puisque nous savons que la fovéa permet une discrimination beaucoup plus fine que le reste de l'œil. Ainsi, toutes les caractéristiques locales importantes de l'objet peuvent être tout à tour obtenues avec le maximum de précision. Mais bien entendu, pour pouvoir utiliser cette suite d'informations, le système doit les recevoir dans un système de coordonnées indépendant du mouvement des yeux, et pour cela un mécanisme assurant l'invariance des caractéristiques locales de l'objet par rapport aux mouvements des yeux s'avère indispensable.

Il faut noter que cette stratégie qui régit les saccades oculaires face à une forme donnée change avec l'âge et devient de plus en plus efficace (figure 15). On peut donc penser qu'elle est, elle aussi, soumise à un apprentissage. C'est cette activité du sujet durant la phase de reconnaissance de forme qui distingue le plus radicalement le système perceptif des machines à classer les formes construites jusqu'ici, et c'est peut-être l'un des facteurs qui explique la différence de performance entre ces machines et le système biologique. Certaines machines (Uhr et Vossler, 1966) opèrent bien une sorte de "balayage" de l'image à la recherche

1. L'action globale du groupe G peut être reconstruite au niveau de la "représentation interne" que nous avons définie au chapitre précédent. En effet, si l'on considère que cette représentation interne est un système de "cartes" de la variété V , les actions locales définies ici sur les cartes pourront se "recoler" pour définir une action globale au niveau de la représentation interne elle-même.

d'éléments distinctifs. Mais ce "balayage" est programmé une fois pour toutes, indépendamment de la forme actuellement observée. On conçoit que le système visuel, qui adapte constamment les mouvements oculaires à la forme en train d'être reconnue, puisse opérer avec beaucoup plus de souplesse et d'efficacité.



Il nous semble donc qu'il y a là une voie de recherche intéressante dans le domaine de la reconnaissance de forme. Il s'agirait d'envisager des machines qui "apprendraient" (la complexité et la souplesse du processus le rendant difficilement programmable a priori) à faire, à partir d'une première reconnaissance grossière de l'image, des "mouvements actifs" ou leur équivalent (simulation d'un "zoom" sur une partie de la figure ou d'une rotation, par exemple) permettant une discrimination précise de l'image. Bien entendu, de telles machines devraient être dotées d'un mécanisme d'invariance par rapport à leurs propres mouvements, à l'instar du système visuel.

4- Mouvements des objets

Jusqu'ici, nous n'avons considéré que des objets fixes. Envisageons maintenant ce qui se passe lorsque l'objet est lui-même aussi en mouvement. Au niveau des caractéristiques locales de l'objet, nous n'avons qu'à répéter le raisonnement que nous avons tenu au chapitre précédent. Un répertoire recevant à la fois l'information sur les images rétiniennes d'une caractéristique

locale et leurs vitesses de transformation, et l'information sur la position des yeux et leur vitesse, permettra de discriminer le mouvement réel du mouvement apparent sur les rétines de cette caractéristique locale. Ainsi, l'invariance spatiale peut être obtenue uniquement à partir de l'analyse locale de l'objet.

Mais la perception du type de mouvement qui anime l'objet pose à nouveau le problème du passage du local au global. En effet, on peut considérer qu'à la sortie du répertoire dont nous venons de parler, le système a à sa disposition l'information sur le mouvement réel de tous les éléments locaux de l'objet. Chaque information locale peut être interprétée comme un certain vecteur tangent sur une certaine variété. Un vecteur tangent de ce type ne suffit pas à lui seul pour reconstituer le type de mouvement dont il est issu. Par exemple, la donnée de la position et de la vitesse d'un point de l'objet ne suffit pas à déterminer si l'objet est animé d'un mouvement de translation ou de rotation sur lui-même. Il faut donc que le système utilise simultanément plusieurs informations locales (le champ de vecteurs dans son ensemble) pour discriminer le type de mouvement effectué. Une célèbre expérience confirme le caractère global de la perception des mouvements. On sait qu'un point sur un cercle décrit une cycloïde si le cercle roule sans glisser sur une droite. Si l'on présente à un sujet un point lumineux sur la circonférence d'une roue elle-même plongée dans l'obscurité, le sujet perçoit que le point lumineux décrit une cycloïde quand on fait rouler la roue. Mais si l'on allume en même temps un deuxième point lumineux au centre de la roue, le sujet ne perçoit plus de mouvement cycloïdique mais un mouvement de rotation du premier point par rapport au second superposé à un mouvement de translation de la figure dans son ensemble.

Johansson, dans une série d'expérience (pour une revue, voir Johansson, 1977) a systématiquement étudié la perception de mouvements résultant du mouvement simultané de plusieurs points lumineux. Les conditions étaient telles qu'aucune source d'information (ni binoculaire, ni monoculaire) n'était disponible pour apprécier les distances. Les résultats obtenus sont éloquentes :

- Chaque fois que les mouvements des différents points pouvaient être interprétés comme mouvements d'éléments d'un même corps solide se déplaçant dans l'espace, c'est cette interprétation qui était le percept dominant (par exemple, le mouvement de deux points dans un plan frontal était interprété comme un déplacement dans l'espace à trois dimensions, souvent complexe, d'une barre rigide dont on ne verrait que les extrémités ; le mouvement de trois points comme le déplacement des sommets d'un triangle, etc.).

- Quand une telle interprétation n'était pas possible, le percept obtenu privilégiait systématiquement une organisation globale plutôt que le mouvement de points isolés : chaque fois que le mouvement pouvait évoquer le mouvement d'une forme familière non-rigide, c'est ce percept qui dominait (par exemple, certains mouvements de quatre points évoquaient les quatre coins d'une feuille de papier en train de se plier). Le résultat le plus spectaculaire est obtenu avec ce que Johansson appelle le "mouvement biologique". Citons-le :

Our second example is found in an investigation of "biological motion", the complex motion pattern generated by the skeletal bones of man under various kinds of locomotion. Johansson (1973) attached small bright spots to the ten main joints of a coworker and recorded with film and video techniques the motion tracks of these spots seen against a totally dark background. (They) are unavoidably seen as representing a person walking, running, dancing, etc. It seems as if the very complexity of the pattern is a highly favorable condition for perceptual efficiency even under non-redundant conditions of stimulus information. In a subsequent investigation Johansson (1976) has shown that such a perceptual organization of a pattern of moving dots is a primary act. Exposure times down to a tenth of a second have proved to be sufficient for perceptual organization

of the dot pattern, yielding a correct interpretation in fully naive observers. The path lengths of the different dots under this time interval extend over only 1'-18' of visual angle ! (1977, p. 390).

Cette dernière remarque est particulièrement importante : elle prouve en effet que la reconnaissance du mouvement ne se fait pas à partir d'une "intégration" temporelle des vitesses à chaque instant, mais directement à partir de la donnée du "champ de vitesses" instantané.

Ces résultats sont difficilement conciliables avec une organisation a priori de la reconnaissance du mouvement. Par contre, si l'on admet que la reconnaissance du mouvement se fait conjointement à la reconnaissance de forme par apprentissage, on conçoit aisément que le mouvement de formes familières, aussi complexe soit-il, soit facilement reconnu par le système perceptif. Le rôle privilégié des déplacements rigides dans la perception du mouvement s'explique, dans cette hypothèse, par le fait que la plupart des objets de notre environnement sont des corps solides tridimensionnels.

Réciproquement, on voit que la donnée du mouvement d'éléments locaux d'un objet est une source très efficace d'information sur la forme tridimensionnelle de l'objet. On peut se demander si une telle source d'information n'est pas utilisée même quand l'objet est au repos. En effet, nous avons vu que le sujet était lui-même très souvent en mouvement. Or, tout déplacement infinitésimal du sujet est équivalent du point de vue de l'image rétinienne à un déplacement infinitésimal de l'objet face à un observateur fixe. Le mécanisme d'invariance spatiale permet de discriminer entre ces deux situations et donc de percevoir l'objet comme fixe quand c'est le cas. Mais cela n'empêcherait pas le système d'utiliser parallèlement cette information rétinienne (champ de vitesses sur la rétine) pour reconnaître plus facilement la forme tridimensionnelle de l'objet en question. Cette information sur la vitesse apparente sur la rétine jouerait ainsi, au niveau de la reconnaissance de forme, un rôle analogue à l'information de la parallaxe monoculaire pour l'évaluation de la distance, dont nous avons discuté au chapitre précédent.

5- Invariance d'un objet par rapport à son propre mouvement

Lorsqu'un objet se déplace dans l'environnement, certaines de ses caractéristiques varient : essentiellement sa position et son orientation dans un repère fixe. Par contre, d'autres caractéristiques restent invariantes : sa taille, sa couleur, sa forme... Reconnaître le mouvement auquel est soumis un objet, c'est reconnaître que ses caractéristiques de position et d'orientation ont varié. Nous venons de voir les problèmes que posaient cette reconnaissance du mouvement et les liens étroits qu'ils entretenaient avec les problèmes de reconnaissance de forme. C'est dans le cadre de cette interaction que l'on peut essayer de comprendre comment le système perceptif détecte ce qui reste invariant lors du mouvement d'un objet.

Prenons un exemple simple : un enfant manipule une règle d'une certaine longueur. Chaque fois que la règle bouge, les images de la règle sur les rétines se transforment. L'enfant, grâce aux répertoires assurant l'invariance perceptive par rapport à ses propres mouvements, peut percevoir que cette transformation correspond à un mouvement réel de la règle. Prenons alors un répertoire qui soit sensible à la fois à la position des deux extrémités de la règle (variété réceptrice $\mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3$, chaque input étant un couple de points de \mathbb{R}^3). Tout déplacement de la règle va transformer l'input d'un tel répertoire, et si l'on considère l'ensemble des déplacements possibles, l'input va décrire une partie de la variété réceptrice, qui sera une orbite dans

cette variété de l'action du groupe des déplacements euclidiens. Ces orbites forment une partition de la variété, chaque orbite étant caractérisée par la valeur d'un paramètre invariant sous l'action du groupe. Dans notre cas, cet invariant sera tout simplement la longueur de la règle.

D'une manière plus générale, prenons un objet quelconque et supposons qu'il donne naissance, après un processus de reconnaissance de forme, à un input dans un répertoire adéquat. Nous pouvons supposer que cet input est invariant par rapport aux mouvements du sujet. Mais si l'objet se déplace, l'input va se transformer, et décrire une orbite sur la variété réceptrice du répertoire de l'action du groupe des déplacements.

Ainsi, si ce répertoire se stabilise en respectant ces orbites, (c'est-à-dire de manière à ce qu'une classe d'équivalence d'inputs conduisant au même output soit constituée de telles orbites), il deviendra apte à détecter les caractéristiques intrinsèques de l'objet, indépendamment de sa position et de son orientation dans l'espace. La reconnaissance de forme devient alors invariante non seulement par rapport aux mouvements du sujet, mais aussi par rapport aux mouvements de l'objet.

Dans cette perspective, la perception d'un objet comme étant "le même", quelle que soit sa position dans l'espace, serait acquise au cours du développement perceptif. Ce dernier point a été mis en évidence en particulier par Piaget (1947) qui a montré, par exemple, qu'un bébé ne reconnaissait pas, dans les premiers stades de sa vie, son biberon si on le plaçait à 180° de son orientation habituelle, et qui a insisté sur l'importance de la manipulation des objets dans le développement de la perception visuelle chez le jeune enfant.

Une conséquence particulièrement importante de cette théorie, c'est que le groupe local de transformations par rapport auquel la perception de la forme d'un objet va être invariante dépend du type de mouvements familiers auquel est soumis cet objet. Ainsi, peut-on expliquer que certains objets soient "reconnus" quelle que soit leur position dans l'espace, tandis que certains autres, par exemple un visage, ou une lettre de l'alphabet, n'admettent qu'un groupe local plus restreint (un visage tourné à 180° est très difficilement reconnaissable, ce qui s'explique par le fait que l'on voit rarement les gens "tête en bas" !).

Pour des objets non-rigides (exemples : feuille de papier, animal...) le groupe de transformations admissibles pourrait être plus grand que les simples déplacements euclidiens. Il faut, bien entendu, prendre dans ce cas la notion de "forme" dans une acception plus large. Il est difficile de parler de forme intrinsèque au sens strict pour un objet "déformable". Il est cependant indéniable que quelque chose (la "nature" de l'objet ?) se conserve au cours de ses déformations. C'est à cela que seraient sensibles les répertoires correspondants.

On voit donc que dans notre conception les "percepts" dépendent autant de la forme du stimulus qui est présenté que du groupe de transformations admissibles de cette forme.

A cette conception s'opposent d'autres théories qui ont cherché aussi à expliquer l'invariance de la reconnaissance de forme par rapport aux déplacements de l'image à partir des données neurophysiologiques récentes.

L'une des plus importantes, qui connaît un grand succès depuis quelques années, s'appuie sur la découverte de neurones "analyseurs de fréquence spatiale" pour supposer que la reconnaissance de forme se fait à partir d'une transformation de Fourier de l'image rétinienne, dans chaque direction (Glezer, Ivanoff et Tscherbach, 1973 ; Maffei, 1978). L'invariance d'une telle décomposition par rapport aux translations dans le plan frontal serait ainsi automatique.

Blaivas (1975, 1977) propose, dans la même veine, une décomposition par rapport aux harmoniques sphériques, qui ont l'avantage d'être la famille des fonctions propres du groupe $SO(3)$ tout entier.

Remarquons d'abord que ce type de transformations ne permet pas, à lui seul, de résoudre le problème du passage du local au global. En effet, ce qui semble établi au niveau neurophysiologique, c'est que certains neurones sont localement (dans les limites de leur champ récepteur) sensibles à certaines fréquences spatiales. Or, un déplacement global ne respectera évidemment pas cet aspect local : le problème reste donc posé avec autant d'acuité dans ces théories.

De plus, ces transformations n'expliquent pas du tout comment sont acquises les invariances par rapport à d'autres mouvements que les translations, ou à la rigueur les déplacements dans un plan frontal : qu'en est-il, en particulier, des déplacements "en profondeur" (comme, par exemple, les rotations par rapport à un axe vertical) ?

Certains auteurs ont essayé d'introduire plus de "souplesse" dans leurs modèles. Ainsi, Dodwell (1967) émet l'hypothèse que le système visuel opère par transformations conformes à partir de l'image visuelle, ce qui lui permet d'expliquer l'adaptation aux lunettes déformantes. La famille des transformations conformes (du moins si l'on se restreint à un espace visuel à deux dimensions) est, en effet, assez "grande" pour représenter pratiquement toute déformation de l'image due à des lunettes. Cependant, on ne comprend pas pourquoi on devrait privilégier cette famille par rapport à d'autres transformations différentiables : rien ne le justifie, ni au niveau psychologique, ni au niveau neurophysiologique.

La théorie de l'invariance perceptive qui présente d'un point de vue mathématique le plus d'élégance et d'envergure est sans doute celle d'Hoffman (1966, 1970, 1978). Hoffman prend comme point de départ que le champ visuel est une variété différentielle, et il fait correspondre à chaque type d'invariance le groupe de transformations dont les orbites définissent cet invariant. Considérant alors l'algèbre de Lie du groupe, il dresse une table associant à toute transformation perceptive les dérivées de Lie correspondantes, ce qui lui permet de discuter des phénomènes perceptifs avec le "vocabulaire" de cette puissante théorie mathématique. En particulier, il prédit, à partir de la nécessité de la clôture de la multiplication dans l'algèbre de Lie, l'existence de nouveaux invariants perceptifs, et il explique aussi le développement perceptif par "stades" chez l'enfant. Cette théorie a attiré l'attention de plusieurs spécialistes de la perception (Jung, 1973 ; Bresson, 1972 ; Zusne, 1970 ; Dodwell, 1978). Cependant, l'aspect neurophysiologique de la théorie prête le flanc à de sérieuses critiques. En effet, selon Hoffman, les neurones du cortex visuel seraient des "générateurs infinitésimaux" des invariances. Concrètement, il suppose que chaque image sur la rétine se traduit par un champ vectoriel dans le cortex le long des neurones visuels et que la forme anatomique même de ces neurones en ferait des détecteurs d'invariants. À chaque forme de neurone (cellules pyramidales, étoilées, "en corbeille", etc.) est associée un élément de l'algèbre de Lie d'un groupe de transformations, la forme des courbes invariantes dans \mathbb{R}^2 ou \mathbb{R}^3 par cet élément de l'algèbre et la forme du neurone se ressemblant (par exemple, aux neurones étoilés correspond l'élément de l'algèbre de Lie engendrant les dilatations, etc.). Le déplacement de l'influx nerveux dans ces neurones décrirait donc automatiquement les orbites de l'image rétinienne pour les groupes à un paramètre correspondant à ces opérateurs infinitésimaux. Cette théorie, aussi ingénieuse soit-elle, semble en contradiction avec les faits neurophysiologiques :

il est difficile, en effet, d'admettre que la géométrie des neurones représente avec quelque exactitude des familles de courbes (droits, cercles, hyperboles) dont a besoin la théorie.

6- Mesures perceptives

Une des activités cognitives sous-tendues par les systèmes perceptifs consiste à évaluer les différentes caractéristiques des stimuli physiques auxquels ils sont sensibles. Ainsi, par exemple, le système visuel permet au sujet de "mesurer" la distance d'un objet, sa taille... À partir de ces mesures, les psychologues ont cherché à tirer les "lois" de la perception, et essayé de découvrir à partir de ces lois les mécanismes de fonctionnement du système perceptif.

L'exemple le plus connu est celui de la perception de la taille. En variant systématiquement les conditions dans lesquelles le sujet voit un objet donné (par exemple, en modifiant artificiellement la convergence binoculaire), et en lui demandant d'évaluer à la fois la taille de l'objet et sa distance, on aboutit à la loi d'Emmert : la taille perçue varie proportionnellement avec la taille de l'image rétinienne et inversement proportionnellement avec la distance perçue. Autrement dit, taille et distance perçues sont toujours corrélées pour une image rétinienne donnée, même quand aucune de ces mesures perceptives ne correspond à la réalité physique. L'existence d'une telle loi a souvent poussé les psychologues (cf. pour une revue, Epstein, Park et Casey, 1961 ; Epstein, 1973) à supposer que le système perceptif évaluait la taille d'un objet à partir de la taille rétinienne et d'une évaluation de la distance de l'objet.

Remarquons d'abord que l'existence de la loi ne justifie pas à elle seule le mécanisme proposé. Oyama (1977) a montré, à partir d'une analyse statistique, que la nature de la corrélation entre taille et distance perçue ne pouvait s'interpréter en termes de relations causales entre l'évaluation de la distance et celle de la taille, ce qui le conduisit bien entendu à rejeter l'existence d'un tel mécanisme.

Mais, plus fondamentalement, ce type d'explication présente le défaut essentiel de supposer que la taille de l'image rétinienne serait, elle, directement disponible pour le système perceptif. Or, nous avons vu que l'analyse de l'image dans les premiers stades du système est locale et que rien ne permet de supposer l'existence de neurones directement sensibles à la taille de l'image, qui est une propriété globale. Il faudrait donc supposer l'existence de deux mécanismes : un premier qui servirait à évaluer la taille rétinienne et un deuxième qui corrigerait cette évaluation à l'aide de l'évaluation de la distance.

Cette étape intermédiaire--calcul de la taille rétinienne--apparaît donc a priori superflue, et nous allons voir qu'il est possible d'imaginer un mécanisme rendant compte de la corrélation taille-distance sans faire appel à cette étape intermédiaire.

En effet, nous avons vu que l'on pouvait concevoir des répertoires d'invariance permettant d'obtenir la position réelle des éléments locaux d'une figure par rapport à un repère égocentrique. L'évaluation de la taille à partir d'une telle représentation ne pose pas de problème théorique. Il suffit, par exemple, d'imaginer un répertoire recevant l'information sur les deux extrémités d'un segment de droite ; chaque input de ce répertoire serait, comme nous avons déjà eu l'occasion de le dire, un couple de points de \mathbb{R}^3 , et la longueur du segment (qui caractérise chaque orbite de la variété réceptrice sous l'action du groupe des déplacements) pourrait être détectée par ce répertoire stabilisé sous l'action d'un renforcement adéquat.

La corrélation entre distance perçue et taille perçue s'expliquerait alors facilement : toute mésestimation de la distance proviendrait d'une représentation erronée des deux extrémités du segment dans le repère égocentrique et conduirait automatiquement à une mésestimation de la longueur dans le répertoire correspondant qui utilise cette représentation comme input.

Ce raisonnement, que nous venons de tenir à propos de la taille, pourrait bien entendu se généraliser à n'importe quelle caractéristique globale des objets. Si l'on admet qu'il existe des répertoires recevant l'ensemble des informations locales nécessaires à la détermination de ces caractéristiques, leur évaluation pourra être obtenue par simple renforcement.

7- La géométrie de l'espace perceptif

Résumons-nous. Nous avons vu, tout au long de ce chapitre, que les invariances perceptives pouvaient être acquises par apprentissage par le système perceptif. L'idée essentielle à la base de notre modèle consiste à imaginer pour chaque invariance un répertoire dont la stabilisation produirait des classes d'équivalences d'inputs qui seraient constituées d'orbites dans une variété réceptrice de l'action d'un groupe. Ce groupe peut être, suivant le cas, soit une partie du groupe moteur, soit un groupe de transformations agissant sur les objets de l'environnement.

L'un de ces groupes joue de toute évidence un rôle privilégié : le groupe euclidien des déplacements de l'espace. En effet, la plupart des mouvements de l'organisme (à une exception notable : la convergence binoculaire ; nous verrons plus loin l'importance de cette exception) peuvent être considérés comme des éléments de ce groupe. De plus, parmi les mouvements des objets, les déplacements sont toujours présents (et même sont les seuls mouvements possibles pour les objets rigides).

C'est sur la base de ces considérations que l'on doit, nous semble-t-il, répondre à une question qui a fait couler beaucoup d'encre : "quelle est la géométrie de la perception visuelle ?" En effet, Felix Klein, dans son célèbre "Programme d'Erlangen", de 1872, définissait une géométrie comme l'étude des propriétés des figures qui sont invariantes sous l'action d'un groupe donné. Il mettait ainsi en évidence que les différentes géométries ne devaient pas être classées suivant l'espace sur lequel on travaillait, mais suivant le groupe de transformations qui agissait sur cet espace de manière "naturelle" (c'est-à-dire en conservant les propriétés sur lesquelles on travaillait).

Si l'on adopte ce point de vue, on conclut donc que l'espace perceptif est essentiellement euclidien, puisque le groupe des déplacements joue un rôle essentiel dans la détermination des invariants perceptifs. C'est à cette conclusion qu'était arrivé Poincaré (1902, 1905) à partir de considérations analogues : Poincaré se posait la question de savoir en quoi l'espace euclidien à trois dimensions s'imposait comme une conception naturelle de l'environnement quotidien. Discutant à tour de rôle de l'espace moteur, de l'espace visuel et de l'espace tactile, il montre que, si a priori ces espaces sont distincts et possèdent un nombre considérable de dimensions pour le système nerveux, l'expérience nous apprend à considérer comme équivalents certains de leurs éléments, et que les classes d'équivalence ainsi constituées sont l'espace à trois dimensions et le groupe des déplacements de cet espace.

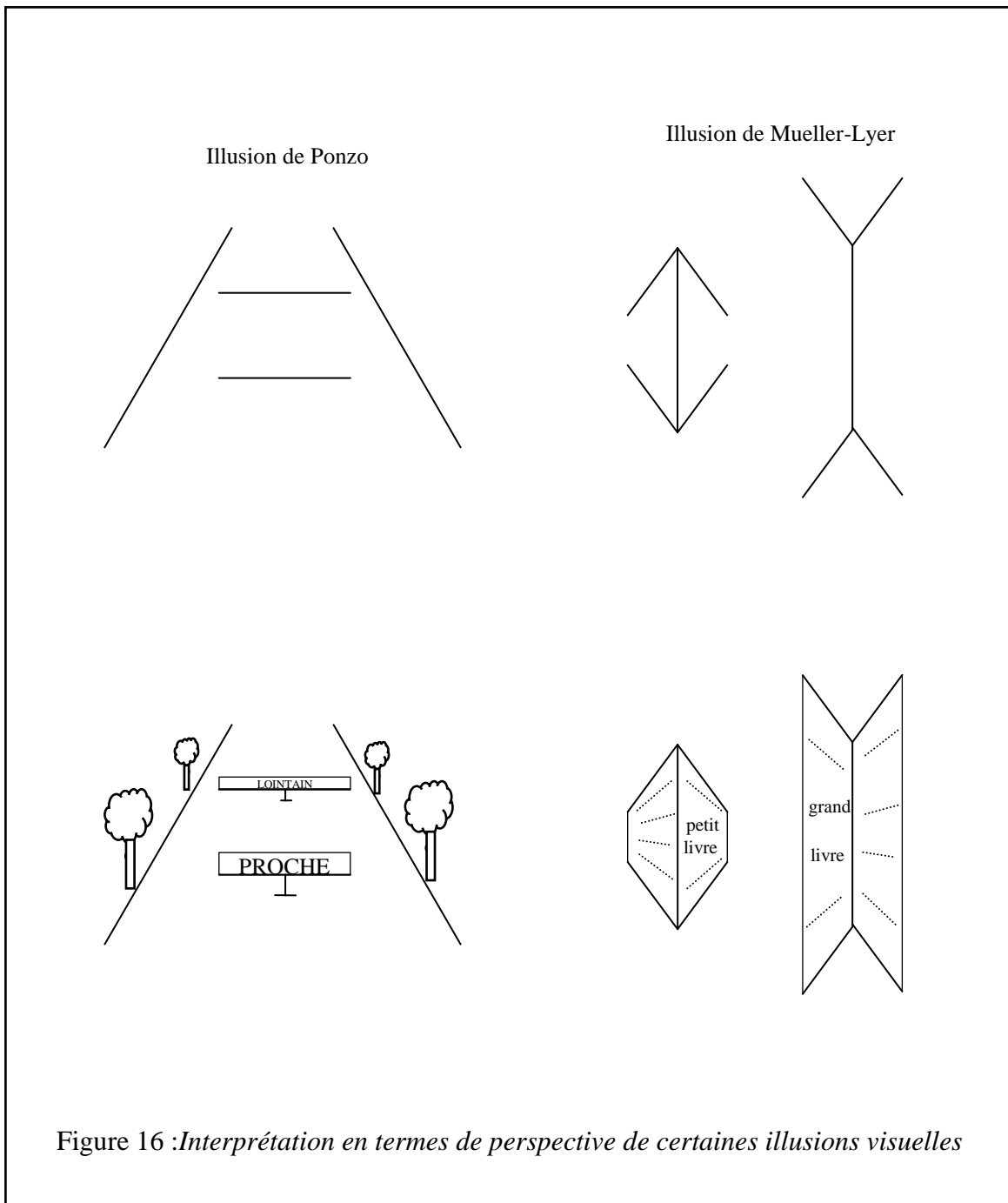
Cette conception a été combattue par plusieurs auteurs, pour des raisons diverses, et nous allons maintenant discuter des diverses alternatives proposées par ceux-ci.

Johansson (1977) rejette l'idée d'un espace perceptif euclidien à partir des expériences que nous avons citées sur le mouvement de points lumineux, qui démontrent, à son avis, le caractère projectif de cet espace. En effet, dit-il, le mouvement de deux points lumineux dans un plan frontal n'est pas interprété comme tel mais comme un mouvement dans l'espace à trois dimensions, ce qui met en évidence la capacité du système visuel à détecter les invariants projectifs des figures. Nous avons noté que, dans les expériences, aucune source d'information sur la distance des points lumineux n'était disponible. Donc, a priori, l'image sur la rétine est insuffisante à déterminer le percept ; plusieurs percepts différents pourraient découler de cette image et il est vrai que ces différents percepts possibles sont projectivement équivalents. Mais justement, ce que fait le système nerveux, c'est privilégier, parmi ces percepts équivalents, celui qui correspond à un mouvement conservant un invariant *métrique* de la figure : la distance entre deux points. Ainsi, loin de justifier l'abandon d'une conception euclidienne de l'espace perceptif, ces expériences nous semblent au contraire un bon argument pour le démontrer. Le caractère projectif évident du système optique constitué par l'œil ne doit pas nous faire perdre de vue (si l'on peut dire !) que cela ne détermine en rien la nature du groupe conservant les propriétés perceptives des stimuli.

Une autre objection aux thèses de Poincaré sur le rôle du groupe des déplacements est venue de Piaget (1947). Celui-ci rejette l'idée que l'organisation de la perception mette en évidence un véritable groupe à cause des illusions visuelles. Par contre, il oppose aux activités perceptives, soumises donc à certaines erreurs, les activités intellectuelles proprement dites et réserve à ces activités plus élaborées une organisation cognitive compatible avec la notion de groupe mathématique. Effectivement, certaines illusions visuelles se traduisent par des erreurs dans l'appréciation des propriétés métriques des figures. Pour ne citer que les plus célèbres, l'illusion de Ponzo et celle de Mueller-Lyer (figure 16) conduisent toutes les deux à des erreurs dans l'appréciation de la longueur de segments de droite.

Il existe de nombreuses théories sur les illusions visuelles et il est impossible de les discuter en quelques lignes. Signalons simplement que l'une des théories parmi les plus courantes (Gregory, 1968, 1970 ; Coren et Girgus, 1977) fait appel aux invariances perceptives elles-mêmes pour expliquer ce genre d'illusions. En effet, on peut supposer que la plupart des images à deux dimensions que nous voyons sont en fait des représentations en perspective d'une réalité à trois dimensions. Aussi, le système visuel aurait développé, pour interpréter correctement ces images, des mécanismes d'invariance fondés non pas sur l'appréciation des distances réelles des stimuli, mais sur d'autres sources d'information qui sont présentées aussi bien dans une scène visuelle en trois dimensions que dans une reproduction de la scène en deux dimensions : essentiellement la perspective.

Ainsi, l'on peut rapprocher les situations présentées dans ces illusions de situations dans lesquelles la mesure perceptive de la longueur des segments correspondrait à une interprétation correcte de la scène visuelle (figure 16). Les illusions seraient alors un sous-produit d'un mécanisme d'invariance fonctionnant correctement dans des conditions a priori ambiguës. Bref, cette situation serait tout à fait analogue aux "illusions" de mouvement en trois dimensions provoquées dans les expériences de Johansson.



Des arguments de nature sociologique viennent conforter cette théorie : ces illusions seraient un produit culturel dû à l'abondance dans nos civilisations des reproductions graphiques. Ainsi, des villageois ougandais, non-scolarisés, ne sont pas sensibles à l'illusion de Ponzo, alors que des étudiants de collège ougandais le seraient (Leibowitz et Pick, 1972). On voit une fois de plus le rôle fondamental de l'expérience dans la structuration de la perception.

C'est à ce rôle de l'expérience que l'on peut imputer une autre déviation de l'espace perceptif par rapport à l'espace euclidien. Dans le domaine des très grandes distances, il est clair que les limitations imposées à nos déplacements et les limites de notre sensibilité à la distance nous conduisent à des erreurs : ainsi, peut-on comprendre que la taille et la distance

perçues pour des objets célestes comme la lune et les étoiles n'aient rien à voir avec leur taille et leur distance réelles.

Signalons enfin une dernière théorie de l'espace visuel qui se démarque des précédentes par les conditions spéciales que l'on impose au sujet. Luneburg (1947), Blank (1978) et d'autres ont étudié avec précision la perception binoculaire dans des conditions où tout mouvement du sujet (autre que celui des yeux) était impossible. D'autre part, les stimuli (essentiellement des points lumineux) étaient eux aussi immobiles. On conçoit que, dans ces conditions, où toute intervention du groupe des déplacements est impossible, l'espace perceptif puisse différer quelque peu du modèle euclidien. En fait, si la source d'informations sur le mouvement des yeux était très précise, il ne devrait pas y avoir de déviation par rapport aux conditions normales, mais si l'on admet une certaine imprécision, corrigée d'habitude par les mouvements de la tête (parallaxe monoculaire, etc.), certaines différences perceptives pourront se manifester. C'est effectivement ce que constatent les auteurs : des points lumineux perçus comme étant à la même distance de l'observateur ne sont pas réellement sur un même cercle centré sur le sujet mais plutôt sur un cercle (dit de Vieth-Mueller) passant par les deux yeux. La distance serait donc évaluée principalement par l'angle de convergence des yeux fixant un point, à l'exclusion de tout autre paramètre (direction du regard, entre autres). De même, des points alignés perceptuellement avec le sujet sont situés sur des hyperboles passant par un œil plutôt qu'alignés effectivement, etc. Ces faits ont conduit ces auteurs à proposer un espace perceptif binoculaire qui soit de nature hyperbolique, plutôt qu'euclidienne. Ils ont en effet démontré que si l'on ne tenait compte, comme seule source d'information proprioceptive, que de l'angle de convergence entre les deux yeux, les formules de transformations de l'input pour un mouvement oculaire donné (donc l'action du groupe des mouvements binoculaires) conservaient une métrique riemannienne de courbure négative constante et que l'on pouvait, en faisant certaines hypothèses, identifier cette métrique avec la métrique subjective suggérée par l'expérimentation.

Cette théorie ne semble cependant pas expliquer tous les faits expérimentaux. Foley (1972) et Blank (1978) se demandent, par exemple, s'il ne faudrait pas envisager un espace riemannien à courbure variable.

Quoi qu'il en soit, il semble clair que l'aspect euclidien de l'espace visuel n'est obtenu que dans les conditions normales de vision, en particulier quand les déplacements actifs du sujet sont possibles. Toute restriction dans les conditions de vision entraîne une ambiguïté plus ou moins importante que le système interprète suivant son "expérience" (il est intéressant de noter à ce sujet que les différences perceptives entre différents sujets sont très importantes dans les expériences de Luneburg et de Blank). Cette expérience contribue le plus souvent à suppléer à l'absence d'informations en supposant des invariances euclidiennes dans l'espace perceptif (expériences de Johansson, illusions visuelles...). La perception binoculaire d'un observateur fixe constitue, pour la plupart des sujets, une exception : il semble que le rôle fondamental joué par la convergence binoculaire dans ce cas, conduise à des déviations faibles mais systématiques de la métrique euclidienne.

CONCLUSION

Nous allons essayer, au terme de ce travail, de récapituler divers aspects de la démarche que nous avons entreprise, en nous efforçant essentiellement d'ouvrir des perspectives de recherche. En effet, en l'état actuel de nos connaissances dans ce domaine, l'intérêt de tels modèles doit être plus d'aider à se poser des problèmes que de prétendre apporter des solutions définitives.

1- Aspects mathématiques

Au niveau d'un répertoire, nous nous sommes limités à des résultats qualitatifs : critères de stabilisation, forme des courbes d'apprentissage, etc. Nous l'avons fait délibérément parce que nous voulions tenter de donner le maximum de généralité à notre modèle. Mais si l'intérêt d'un travail qualitatif est indéniable, il faut se rendre compte que toute notion de "vraisemblance" du modèle dépend de manière critique de certains aspects quantitatifs. Ainsi, il serait essentiel d'avoir une idée des temps d'apprentissage impliqués, du rapport entre le nombre d'éléments d'un répertoire et la finesse de discrimination possible, etc., pour pouvoir juger de la possibilité réelle pour un tel modèle de fonctionner. Si, par exemple, le temps nécessaire pour être "proche" de l'état stable est démesurément "grand", il est clair que même si théoriquement la stabilisation peut être atteinte, pratiquement le modèle n'a plus d'intérêt. On peut bien entendu essayer d'obtenir directement les relations quantitatives qui donnent ces caractéristiques importantes en fonction des paramètres initiaux du répertoire (nombre d'éléments, coefficient d'apprentissage, diamètre des champs récepteurs et effecteurs, etc.). Mais la complexité du modèle rend relativement vite les calculs inextricables, surtout si l'on ne veut pas s'en tenir aux exemples les plus simples de répertoires. Aussi, pour avancer dans ce problème, la simulation digitale ou analogique semble, comme nous l'avons signalé à la fin du chapitre IV, la voie la plus prometteuse.

Le deuxième aspect qui nous semble mériter une étude approfondie concerne les systèmes de répertoires. Les deux exemples simples que nous avons traités, répertoires "en série" et "en parallèle", montrent que l'on peut obtenir rapidement quelques résultats intéressants. Mais pour aller plus loin, il faudrait développer sûrement un autre formalisme, comme nous l'avons suggéré à la fin du chapitre V. L'intérêt d'une telle étude serait de découvrir les propriétés nouvelles de ces systèmes de répertoires, que ne posséderait pas chaque répertoire isolément, mais qui émergerait du système global. En effet, si la notion de répertoire peut rendre compte des comportements sensori-moteurs les plus simples, on a vu que l'étude des activités cognitives plus générales réclamait de se placer à un niveau de complexité plus élevé, que seuls des systèmes de répertoires seraient peut-être en mesure de fournir.

Enfin, il faut relever aussi un point que nous n'avons fait qu'aborder en passant et qui pourrait se révéler assez fécond : le lien entre répertoires et classeurs de formes. Nous avons simplement montré le parallèle que l'on pouvait faire entre un certain type de répertoires (les répertoires à renforcement sélectif) et la méthode dite "du potentiel" en reconnaissance de formes. Le problème de comprendre comment le système nerveux peut "apprendre" à reconnaître les formes est crucial non seulement dans l'étude du fonctionnement du cerveau lui-

même, mais aussi dans la réalisation de machines artificielles dotées d'un système perceptif. En effet, de telles machines doivent classer les formes suivant les mêmes critères que nous le faisons, pour pouvoir être utiles. Il est donc essentiel de faire le lien entre l'apprentissage avec renforcement tel que nous le connaissons dans le système nerveux et les techniques adoptées en intelligence artificielle. Là encore, tout ou presque reste à faire, mais toute piste allant dans cette direction ne peut être que bienvenue.

2- Aspects psychologiques et épistémologiques

Le but que nous nous étions fixé, fournir une "explication" de l'existence des invariants perceptifs, n'a été rempli que très partiellement. Nous n'avons pu décrire relativement en détail un mécanisme d'acquisition que pour certains invariants perceptifs parmi les plus simples : ceux que nous avons appelés invariants "locaux" par rapport aux mouvements moteurs du sujet. Pour ce qui est des invariants "globaux" ou de l'invariance par rapport aux mouvements des objets, nous avons dû nous contenter de quelques indications. Même dans les cas où nous avons pu être plus précis (chapitre V), bien des idées sont restées assez vagues. A plusieurs reprises, nous avons dû faire appel à une notion de "mémoire", dont nous n'avons jamais spécifié le mécanisme. La notion même de renforcement positif et négatif a été acceptée un fois pour toutes, sans que nous nous posions là non plus le problème de préciser à chaque fois en quoi l'action induite allait être positive ou négative pour le sujet.

Cependant, ces résultats, même s'ils sont très limités, ouvrent à notre avis une perspective des plus intéressantes. En effet, nous avons pu montrer qu'une même structure de base, le répertoire, pouvait, dans des conditions convenables de renforcement, effectuer n'importe quelle opération (continue) sur les informations disponibles pour "calculer" un invariant perceptif. Ainsi, nul n'est besoin de supposer que ces fonctions sont programmées a priori dans le système. Notre modèle s'écarte donc radicalement de l'analogie courante de nos jours entre le fonctionnement du cerveau et celui de l'ordinateur. Le rôle de l'apprentissage se limite pas, dans notre modèle, à ajuster quelques paramètres de fonctions préprogrammées dans la structure des connexions nerveuses. Il joue un véritable rôle organisateur dans le processus de stabilisation des répertoires. Un même type de connexions peut conduire par apprentissage à des types de fonctionnement bien différents.

Est-ce à dire que la conception du système perceptif qui se dégage de ce modèle est totalement "empiriste", pour reprendre la terminologie de Cellérier, Papert et Voyat (1968) qui, les premiers, ont proposé de classer les systèmes cybernétiques (modèles théoriques et machines) suivant la conception épistémologique qu'ils révélaient plus ou moins explicitement ? A notre avis, pas du tout. En effet, si l'apprentissage contribue à la spécificité du fonctionnement de chaque répertoire, il n'en reste pas moins que la structure a priori du système joue également un rôle important dans la détermination de son comportement. Déjà au niveau d'un répertoire, si l'apprentissage permet la stabilisation, et donc l'organisation fonctionnelle du répertoire, c'est parce que celui-ci possède au départ une certaine structure, essentiellement topologique (forme "qualitative" des champs et des diverses fonctions $\psi_i, \mu_i \dots$), qui existe a priori, indépendamment de toute expérience avec l'environnement. Au niveau des systèmes de répertoires, le rôle de la structure a priori du système est encore plus clair. En effet, le niveau de complexité des invariants que celui-ci pourra détecter va dépendre avant tout de la manière dont les différents répertoires sont

agencés. Plus il y aura d'informations de sources diverses de mises en commun, plus le comportement pourra être riche.

Ainsi, il nous semble que dans ce modèle, l'organisation fonctionnelle est le fruit d'une interaction entre le système et son environnement, dans laquelle la structure "innée" et l'expérience jouent tous les deux un rôle essentiel : la structure de départ détermine le type d'invariants que le système serait susceptible de détecter et l'apprentissage détermine la forme exacte de ces invariants, s'ils existent dans l'environnement, bien entendu.

Si l'on ajoute à cela le rôle essentiel que jouent dans le modèle les mouvements actifs de l'organisme pour la détermination des invariants perceptifs, en particulier au niveau des étapes du développement progressif du système (stabilisation de répertoires en série), on admettra que ce modèle relève non pas d'une conception empiriste mais s'inscrit plutôt dans le cadre de la théorie piagétienne de "l'épistémologie génétique" qui met l'accent sur cette dualité entre structure interne et action de l'environnement.

3- Aspects neurophysiologiques

Mais au-delà de ces considérations d'ordre psychologique, le véritable critère permettant de juger de l'intérêt du modèle se situe au niveau de la réalité qu'il est censé représenter, c'est-à-dire au niveau neuronal.

Comme nous l'avons dit dès l'introduction, et répété à plusieurs reprises, nous pensons en effet que ce sont les progrès de la neurophysiologie qui permettront, en révélant la structure exacte des connexions nerveuses et leur développement, de trancher entre les diverses hypothèses qui peuvent fleurir au niveau psychologique. Non pas que nous pensions, de manière réductionniste, que tout doit être traité au niveau du neurone et que la psychologie va disparaître au fur et à mesure que la neurophysiologie va progresser ! Loin de là, la psychologie pourra que s'affirmer davantage en tant qu'étude, au niveau global, des systèmes de neurones, quand on connaîtra mieux le détail de l'organisation neuronale.

La question qui se pose n'est pas tant de savoir si notre modèle a quelque chance de représenter, même grossièrement et maladroitement, la réalité au niveau neuronal : trop d'inconnues subsistent encore pour que l'on ne puisse pas balayer systématiquement toute prétention de cet ordre à l'heure actuelle. La question est plutôt de savoir si ce modèle se situe dans une bonne direction, c'est-à-dire s'il permet, par les concepts qu'il introduit, de poser de bonnes questions, susceptibles de faire avancer un tant soit peu la recherche.

Nous avons bien pris soin, en définissant les répertoires d'éviter toute identification avec une subdivision corticale. Il ne s'agissait pas d'une simple précaution formaliste. En effet, le nombre de répertoires qu'il nous a fallu introduire pour rendre compte uniquement des coordinations sensori-motrices les plus simples, montre à l'évidence que l'identification "un répertoire = une aire corticale" serait totalement absurde. On est donc amené à supposer que la même aire corticale serait le siège de nombreux répertoires. Localement, cela signifierait que des neurones voisins (ou peut-être même un même neurone ?) pourraient participer à l'activité de répertoires différents. Comment concrètement cela serait-il possible ?

Pour répondre à cette question, et d'une manière générale pouvoir mieux juger de la pertinence du modèle, il faut nous pencher sur la structure corticale fine, telle qu'elle a été étudiée ces dernières années par différents chercheurs, et spécialement par Szentágothai (1972,

1973, 1975). L'image qui en ressort est que, malgré la diversité de structure des différentes régions du néocortex, on retrouve des caractéristiques semblables, qui semblent être fondamentales. Szentágothai (1972) en donne la description suivante :

(1) a fairly uniform principle of lamination, (2) a relatively uniform main cell type : the pyramids, (3) certain characteristic types of interneurons or Golgi second type cells, (4) an essential similarity in the organization of input channels : association afferents, commissural afferents, specific and non (or less) specific subcortical afferents, and (5) an essential similarity in the organization of the output lines, mainly the axons of pyramid neurons. This gives us the confidence that in spite of obvious differences in detailed structure and even more inconspicuous differences in connections with other regions of the CNS, certain "units" or neocortical tissue might be built on the basis of the same fundamental principle, i.e., they might be essentially similar as devices for processing neural information.

Ainsi, la structure corticale serait fondamentalement la même dans toutes les régions du néocortex, la spécificité de chaque région provenant essentiellement de la nature des connexions avec les autres parties du cerveau.

Quant aux "unités" locales construites sur le même principe dont parle Szentágothai, ce ne sont autres que les "colonnes" mises en évidence au niveau fonctionnel dans de nombreuses aires spécialisées (cf. chapitre I). Le détail des connexions dans ces colonnes fait l'objet de nombreuses recherches. Très grossièrement, on peut en schématiser, en les simplifiant à l'extrême, les composantes essentielles de la manière suivante :

- les principaux "outputs" des colonnes sont les axones de grosses cellules, les cellules pyramidales.

- les "inputs" des colonnes sont de deux types : les afférences "spécifiques" provenant généralement d'un noyau sous-cortical précis et les afférences non-spécifiques ou "associatives" provenant d'autres parties du néocortex (y compris de l'autre hémisphère).

- le "traitement" de ces deux sortes d'inputs est très différent. Les afférences spécifiques font synapse sur des interneurons situés dans les couches moyennes, dont l'action globale va être, en gros, d'exciter très spécifiquement les cellules pyramidales adjacentes. Par contre, les afférences associatives montent jusque dans les couches superficielles et là s'étendent sur des distances assez considérables, faisant synapse avec un nombre très grand de cellules pyramidales.

Ainsi, une cellule pyramidale est soumise à deux types d'influences : grâce aux afférences spécifiques, à une information très bien localisée provenant d'un noyau sous-cortical, et grâce aux afférences associatives, à une information beaucoup plus diffuse provenant d'autres régions. On ne peut qu'être frappé par l'analogie de cette organisation avec la structure mathématique de produit cartésien. En effet, la colonne peut être considérée comme une manière de "coupler" l'information spécifique sous-corticale avec l'information provenant d'autres endroits ! On peut donc souligner que c'est exactement le type d'organisation qui serait nécessaire pour un répertoire dont la variété réceptrice serait constituée par le produit cartésien de deux variétés représentant chacune un type d'information différent. Nous avons vu le rôle constant de ce type de répertoires à propos de la coordination sensori-motrice (chapitre V). Les cellules pyramidales d'une même aire corticale participeraient alors à l'activité de tel ou tel répertoire suivant le type d'afférences non-spécifiques qu'elles recevraient.

Bien entendu, l'apparente simplicité qui se dégage de notre description est tout à fait trompeuse. En fait, le niveau de complexité des contacts synaptiques entre le millier de neurones qui constituent une colonne dépasse largement celui de n'importe quel circuit intégré

électronique, et le détail de son fonctionnement reste un mystère pratiquement complet. Cependant, les quelques grandes lignes qui se dégagent permettent d'espérer que l'on arrivera un jour à lever un peu de voile sur ce mystère et, qui sait, arriver à comprendre les mécanismes fondamentaux du fonctionnement de notre propre pensée.

BIBLIOGRAPHIE

- AIZERMAN, M.A., BRAVERMAN, E.M. et ROZONOER, L.I. (1964a). Theoretical Foundations of the Potential Function Method in Pattern Recognition Learning, *Automation and Remote Control*, 25, 821-37.
- AIZERMAN, M.A., BRAVERMAN, E.M. et ROZONOER, L.I. (1964b), The Probability Problem of Pattern Recognition Learning and the Method of Potential Functions, *Automation and Remote Control*, 25, 1175-90.
- ALLMAN, J.M. (1977). Evolution of the Visual System in the Early Primates, in J. Sprague et A. Epstein (Ed.) : *Progress in Psychobiol.-and Physiol. Psychol.*, Vol. 7. New York : Academic Press.
- ALPERN, M. (1972), Eye Movements, in *Handbook of Sensory Physiology*, VII/4 : *Visual Psychophysics*. New York : Springer Verlag.
- ARBIB, M.A. (1973). Automation Theory in the Context of Theoretical Neurophysiology, in R. Rosen (Ed.) : *Foundation of Mathematical Biology*, Vol. III.
- ASANUMA, H. (1975). Recent Developments in the Study of the Columnar Arrangement of Neurons Within the Motor Cortex, *Physiol. Rev.*, 55, 143-56.
- ASHBY, W.R. (1952). *Design for a Brain*. London : Chapman et Hall.
- ASHBY, W.R. (1956). *An Introduction to Cybernetics*. London : Chapman et Hall.
- ASRATYAN, E.A. (1978). Réflexes conditionnés et comportements, *La Recherche*, 87, 237-45.
- BACH Y RITA, P. (1972). *Brain Mechanisms in Sensory Substitution*, New York : Academic Press.
- BARLOW, H.B. et PETTIGREW, J.D. (1971). Lack of Specificity of Neurons in the Visual Cortex of Young Kittens, *J. Physiol.*, 218, 98-100.
- BERKELEY, G. (1709). An Essay Towards a New Theory of Vision, in A.A. Luce et T.E. Jessop (Ed.) : *Works*. London, 1953.
- BERLUCCHI, G. et BUCHTEL, H.A. (1975). Some Trends in Neurological Study of Learning, in S. Gazzaniga et C. Blakemore (Ed.) : *Handbook of Psychobiology*. New York : Academic Press.
- BERTHOZ, A. (1978). Rôle de la proprioception dans le contrôle de la posture et du geste, in H. Hecquen et M. Jeannerod (Ed.) : *Du contrôle moteur à l'organisation du geste*. Paris : Masson.
- BIZZI, E. et SCHILLER, P.H. (1970). Single Unit Activity in the Frontal Eye Fields of Unanesthetized Monkeys during Eye and Head Movement, *Exp. Brain Res.*, 10, 151-58.
- BLAIVAS, A.S. (1975). Visual Analysis : Theory of Lie-Group Representations I, *Math. Biosci.*, 28, 45-67.
- BLAIVAS, A.S. (1977). Visual Analysis : Theory of Lie-Group Representations II, *Math. Biosci.*, 35, 101-149.
- BLAKEMORE, C. et CAMPBELL, F.W. (1969). On the Existence in the Human Visual System of Neurons Selectively Sensitive to the Orientation and Size of Retinal Images, *J. Physiol.*, 203, 237-260.

- BLANK, A.A. (1978). Metric Geometry in Human Binocular Perception :Theory and Fact, in E.L.J. Leeuwenberg et H.F.J.M. Buffart (Ed.) :*Formal Theories of Visual Perception*. New York : Wiley.
- BORING, E.G. (1942). *Sensation and Perception in the History of Experimental Psychology*, New York : Appleton, Century et Crofts.
- BRADDICK, O., CAMPBELL, F.W. et ATKINSON, J. (1978), Channels in Vision : Basic Aspects, in *Handbook of Sensory Physiology, VIII : Perception*. Berlin : Springer Verlag.
- BRESSON, F. (1972). Aspects génétiques de la perception, in H. Hecaen(Ed.) :*Neuropsychologie de la perception visuelle*. Paris : Masson.
- BRICKELL, F. et CLARK, R.S. (1970). *Differentiable Manifolds, An Introduction*. London : Van Nostrand Reinhold.
- BRINDLEY, G.S. (1967). The Classification of Modifiable Synapses and their use in Models for Conditioning, *Proc. Roy. Soc. B.*, 168, 361-76.
- BRINDLEY, G.S. (1974). The Potentialities of Different Kinds of Modifiable Synapses, *Journal of Theor. Biol.*, 43, 393-96.
- CAMPBELL, F.W., COOPER, G.F. et ENROTH-CUGELL, C. (1969). The Spatial Selectivity of the Visual Cells of the Cat, *J. Physiol.*, 203, 223-35.
- CELLERIET, G., PAPERT, S. et VOYAT, G. (1968). Cybernétique et épistémologie, *Etudes d'épistémologie génétique XXII*. Paris : Presses Universitaires de France.
- COHN, P.M. (1957). *Lie Groups*. Cambridge : University Press.
- COREN, S. et GIRGUS, J.S. (1977). Illusions and Constancies, in w. Epstein(Ed.) :*Stability and Constancy in Visual Perception*.--New York : Wiley.
- CORSO, J.F. (1967). *The Experimental Psychology of Sensory Behavior*. New York : Holt, Rinehart et Winston.
- CYNADER, M. et REGAN, D. (1978). Neurons in Gat Parastriate Cortex Sensitive to the Direction of Motion in Three-Dimensional Space, *J. Physiol.*, 274, 549-69.
- DE AJURIAGUERRA, J. (1978). Ontogenèse de la motricité, in H. Hecaen et M. Jeannerod (Ed.) :*Du contrôle moteur à l'organisation du geste*. Paris : Masson.
- DESCARTES, R. (1637). Discours de la méthode, in C. Adam et P. Tannery :*Œuvres de Descartes*. Paris : J. Vrin, 1967.
- DESCARTES, R. (1637). Dioptrique, in C. Adam et P. Tannery :*Œuvres de Descartes*. Paris : J. Vrin, 1967.
- DIAMOND, I.T. (1979). The Subdivisions of Neocortex : A Proposal to Revise the Traditional View of Sensory, Motor and Association Areas, in J.M. Sprague et A.N. Epstein (Ed.) :*Progress in Psychobiol. and Physiol. Psychol.*, Vol. 8. New York : Academic Press,
- DODWELL, P.C. (1967). A Model for Adaptation to Distortions of the Visual Field, in W. Wathen-Dunn (Ed.) :*Models for the Perception of Speech and Visual Form*. Mass. : M.I.T. Press.
- DODWELL, P.C. (1978). Human Pattern and Object Perception, in *Handbook of Sensory Physiology, VIII : Perception*. New York : Springer Verlag.
- DOTY, R.W. (1973). Ablations of Visual Areas in the Central Nervous System, *Handbook of Sensory Physiology, VII/3B*. New York : Springer Verlag.

- DUDA, R.O. et HART, P.E. (1973). *Pattern Classification and Scene Analysis*. New York : Wiley.
- DUNHAM, P.J. (1977). *Experimental Psychology : Theory and Practice*. New York : Harper et Row.
- ECCLES, J.C. (1970). *Facing Reality : Philosophical Adventures of a Brain Scientist*. New York : Springer Verlag.
- ECCLES, J.C., ITO, M. et SZENTAGOTHAÏ, J. (1967). *The Cerebellum as a Neuronal Machine*. Berlin : Springer Verlag.
- EDELMAN, G.M (1976). Group Degenerate Selection and Phasic Reentrant Signaling : A Theory of Higher Brain Function, in G.M. Edelman et V.B. Mountcastle : *The Mindful Brain*. Mass. : M.I.T. Press.
- EPSTEIN, W. (1973). The Process of "Taking-Into-Account" in Visual Perception, *Perception*, 2, 267-85.
- EPSTEIN, W., PARK, J. et CASEY, A. (1961). The Current Status of the Size-Distance Hypothesis, *Psychological Bulletin*, 58, 491-514.
- FOLEY, J.M. (1972). The Size-Distance Relation and Intrinsic Geometry of Visual Space, *Vision Research*, 12, 323-32.
- FROMM, C. et EVARTS, E.V. (1977). Relation of Motor Cortex Neurons to Precisely Controlled and Ballistic Movements, *Neurosci. Lett.*, 1, 259-65.
- GAARDER, K.R. (1975). *Eye Movements, Vision and Behavior*. New York : Wiley.
- GARCIA, J. et LEVINE, M.S. (1976). Learning Paradigms and the Structure of the Organism, in R. Rosenzweig et E.L. Bennet (Ed.) : *Neural Mechanisms of Learning and Memory*. Mass. : M.I.T. Press.
- GIBSON, J.J. (1933). Adaptation, After Effect and Contrast in the Perception of Curved Lines, *J. Exp. Psychol.*, 16, 1-31.
- GIBSON, J.J. (1950). *The Perception of the Visual World*. Boston : Houghton.
- GIBSON, J.J. (1966). *The Senses Considered as Perceptual Systems*. Boston : Houghton Mifflin.
- GIBSON, J.J. (1967). *Principles of Perceptual Learning and Development*. New York : Appleton, Century et Crofts.
- GLEZER, V.D., IVANOFF, V.A. et TSCHERBACH, T.W. (1973). Investigation of Complex and Hypercomplex Receptive Fields of Visual Cortex of the Cat as Spatial Frequency Filters, *Vision Research*, 13, 1875-1904. -
- GOLDBERG, M.E. et WURTZ, R.H. (1972). Activity of Superior Colliculus in Behaving Monkey, I et II, *J. Neurophysiol.*, 35, 542-74.
- GONSHOR, A. et MELVILL JONES, G. (1976). Short Term Adaptive Changes in the Human Vestibule Ocular Reflex. *Arc, J. Physiol.*, 256, 361-79.
- GONSHOR, A. et MELVILL JONES, G. (1976). Extreme Vestibule Ocular Adaptation Induced to Prolonged Optical Reversal of Vision, *J. Physiol.*, 256, 381-414.
- GREGORY, R.L. (1968). Visual Illusions, *Scientific American*, 219, 66-76.
- GREGORY, R.L. (1970). *The Intelligent Eye*. London : Weidenfeld et Nicolson.
- GREGORY, R.L. et WALLACE, J.G. (1963). Recovery from Early Blindness : A Case Study, *Monog. Supp. 2, Quart. J. Exp. Psychol.*

- GROSS, C.G. (1973). Inferotemporal Cortex and Vision, in E. Stellar et J.M. Sprague (Ed.) : *Progress in Physiol. Psychol.*, Vol. 5. New York : Academic Press.
- GROVES, P.M. et THOMPSON, R.F. (1970). Habituation : A Dual Process Theory, *Psychol. Rev.*, 77, 419-50.
- GYR, J.W., BROWN, J.S., WILLEY, R. et ZIVIAN, A. (1966). Computer Simulation and Psychological Theories of Perception, *Psychol. Bull.*, 65, 174-92.
- HARTLINE, H.K. (1935). Impulses in Single Optic Nerve Fibres of the Vertebrate Retina, *Amer. J. Physiol.*, 113, 59.
- HEBB, D.O. (1949). *The Organization of Behavior*. New York : Wiley.
- HEBB, D.O. (1966). *A Textbook of Psychology*. Philadelphia : Saunders.
- HELD, R. (1955). Shifts in Binaural Localization after Prolonged Exposure to Atypical Combinations of Stimuli, *Amer. J. Psychol.*, 68, 526-48.
- HELD, R. (1964). Our Understanding of Perception, *Tech. Rev. M.I.T.*, 67, 1-3.
- HELD, R. (1965). Plasticity in Sensory Motor Systems, *Scientific American*, 213, 84-94.
- HELD, R. et HEIN, A.V. (1958). Adaptation of Disarranged Eye-Hand Coordination Contingent upon Re-afferent Stimulation, *Percept. Motor Skills*, 8, 87-90.
- HELD, R. et HEIN, A.V. (1963). Movement Produced Stimulation in the Development of Visually Guided Behavior, *J. Comp. Physiol. Psychol.*, 56, 872-76.
- HELD, R., LEIBOWITZ, H.W. et TEUBER, H.L. (Ed.) (1978). *Handbook of Sensory Physiology, VIII : Perception*. New York : Springer Verlag.
- HELMHOLTZ, (von) H. (1867). *Helmholtz's treatise on Psychological Optics*, J.P.C. Southall (Ed.). New York : Dover, 1962.
- HERON, W., DOANE, B.K. et SCOTT, T.H. (1956). Visual Disturbances after Prolonged Perceptual Isolation, *Canad. J. Psychol.*, 10, 13-8.
- HOFFMAN, W.C. (1966). The Lie Algebra of Visual Perception, *J. Math. Psychol.*, 3, 65-98. (Errata, *ibid.*, 4, 348-49, 1967).
- HOFFMAN, W.C. (1970). Higher Visual Perception as Prolongation of the Basic Lie Transformation Group, *Math. Biosci.*, 6, 437-71.
- HOFFMAN, W.C. (1978). The Lie Transformation Group Approach to Visual Neuropsychology, in E.L.J. Leeuwenberg et H.F.M.J. Buffart (Ed.) : *Formal Theories of Visual Perception*. New York : Wiley.
- HUBEL, D.H. et WIESEL, T.N. (1959). Receptive Fields of Single Neurons in the Cat's Striate Cortex, *J. Physiol.*, 148, 574-91.
- HUBEL, D.H. et WIESEL, T.N. (1962). Receptive Fields, Binocular Interaction and Functional Architecture in the Cat's Visual Cortex, *J. Physiol.*, 160, 106-54.
- HUBEL, D.H. et WIESEL, T.N. (1965). Receptive Fields and Functional Architecture in Two Non-Striate Visual Areas (18 and 19) of the Cat, *J. Neurophysiol.*, 28, 229-89.
- HUBEL, D.H. et WIESEL, T.N. (1968). Receptive Fields and Functional Architecture of Monkey Striate Cortex, *J. Physiol.*, 195, 215-43.

- HUBEL, D.H. et WIESEL, T.N. (1970). Cells Sensitive to Binocular Depth in Area 18 of the Macaque Monkey Cortex, *Nature*, 225, 41-42.
- HUBEL, D.H. et WIESEL, T.N. (1974). Sequence Regularity and Geometry of Orientation Columns in the Monkey Striate Cortex, *J. Comp. Neural.*, 158, 267-93.
- HUMPHREY, D.R., SCHMIDT, E.M. et THOMPSON, W.D. (1970). Predicting Measures of Motor Performance from Multiple Cortical Spike Trains, *Science*, 170, 758-62.
- HYDEN, H. (1967). Biochemical Changes Accompanying Learning, in G.C. Quarton, T. Malnechuk et F.O. Schmitt (Ed.) : *The Neurosciences*. New York : Rockefeller University Press.
- JAMESON, D. et HURVICH, L.M. (Ed.) (1972). *Handbook of Sensory Physiology. VII/4 : Visual Psychophysics*. New York : Springer Verlag.
- JEFFRESS, L.A. (1975). Localization of Sound, in *Handbook of Sensory Physiology, Vol. V/2*. New York : Springer Verlag.
- JENKINS, H. et MOORE, B. (1973). The Form of the Auto-Shaped Response with Food or Water Reinforcers, *J. Exp. Analysis of Behav.*, 20, 163-81.
- JOHANSSON, G. (1973). Visual Perception of Biological Motion and a Model for its Analysis, *Perception and Psychophysics*, 14, 201-11.
- JOHANSSON, G. (1976). Spatio-Temporal Differentiation and Integration in Visual-Motion Perception, *Psychol. Res.*, 38, 379-93.
- JOHANSSON, G. (1977). Spatial Constancy and Motion in Visual Perception, in W. Epstein (Ed.) : *Stability and Constancy in Visual Perception*. New York : Wiley.
- JUNG, R. (1972). How Do We See with Moving Eyes, in J. Dichgans et E. Bizzi (Ed.) : *Cerebral Control of Eye Movements and Motion Perception*, Bibliotheca Ophthalmologica, 82. Bâle : Karger.
- JUNG, R. (1973). Visual Perception and Neurophysiology, in *Handbook of Sensory Physiology. VII/3*, 3-132. New York : Springer Verlag.
- KANDEL, E.R. (1976). *Cellular Basis of Behavior*. San Francisco : Freeman.
- KOHLER, I. (1961). The Formation and Transformation of the Visual World, *Psychol. Iss.*, 3/4, Mono. 12.
- KORNHUBER, H.H. (1971). Motor Functions of Cerebellum and Basal Ganglia : The Cerebellocortical Saccadic (Ballistic) Clock, The Cerebello-nuclear Hold Regulator, and the Basal Ganglia Ramp (Voluntary Speed Smooth Movements) Generator, *Kybernetik*, ~.157-62.
- KRASNE, F.B. (1976). Invertebrate Systems as a Means of Gaining Insight into the Nature of Learning and Memory, in R. Rosenzweig et E. L. Bennet (Ed.) : *Neuronal Mechanisms of Learning and Memory*. Mass. : M. I. T. Press.
- KUFFLER, S.W. (1953). Discharge Patterns and Functional Organization of Mammalian Retina, *J. Neurophysiol.*, 16, 37-68.
- KULIKOWSKI, J.J. et TOLHURST, D.J. (1973). Psychophysical Evidence for sustained and Transient Detectors in Human Vision, *J. Physiol.*, 232, 149-62.
- LEIBOWITZ, H.W. et PICK, H.A. (1972). Cross-cultural and Educational Aspect of the Ponzo Perspective Illusion, *Perception and Psychophysics*, 12, 430-32.
- LOEVE, M. (1963). *Probability Theory*. New Jersey : Van Nostrand.

- LOOMIS, L.H. et STERNBERG, S. (1968). *Advanced Calculus*. Mass. :Addison-Wesley.
- LUNEBURG, R.K. (1947). *Mathematical Analysis of Binocular Vision*.New Jersey : Princeton University Press.
- LUSCHEI, E.S. et FUCHS, A.F. (1972). Activity of Brain Stem Neuronsduring Eye Movements of Alert Monkey, *J. Neurophysiol.*, 12_, 445-61.
- McCULLOCH, W.S., ARBIB, M.A. et COWAN, J.D. (1962). NeurologicalModels and Integrative Processes, in M.C. Yovits, G.T. Jacobs etG.D. Goldstein (Ed.) :*Self-Organizing Systems*. New York : SpartanBooks.
- MACKAY, D.M. (1958). Moving Visual Images Produced by Regular StationaryPatterns, *Nature*, 181, 362-63.
- MACKAY, D.M. (1973). Visual Stability and Voluntary Eye Movement, in*Handbook of Sensory Physiology*, VII/3. New York : Springer Verlag.
- MAFFEI, L. (1978). Spatial Frequency Channels : Neural Mechanisms, in*Handbook of Sensory Physiology*, VIII : *Perception*. New York : SpringerVerlag.
- MAFFEI, L. et FIORENTINI, A. (1973). The Visual Cortex as a SpatialFrequency Analyzer, *Vision Res.* ,11. • 1255-67.
- MAFFEI, L., MORRONE, C., PIRCHIO, M., SANDINI, G. (1979).Responses of Visual Cortical Cells to Periodic and Non-PeriodicStimuli,*J. Physiol.*, 296, 27-47.
- MANNING, A. (1976). Animal Learning : Ethological Approaches, inR. Rosenzweig et E.L. Bennet (Ed.) :*Neuronal Mechanisms of Learningand Memory*. Mass. : M. I. T. Press.
- MASSION, J. (1978). Le système pyramidal : données récentes, in H.Hecaen et M. Jeannerod (Ed.) :*Du contrôle moteur à l'organisationdu geste*. Paris : Masson.
- MATIN, L. (1972). Eye Movements and Perceived Visual Direction, in*Handbook of Sensory Physiology*, Vol. VII/4. New York : SpringerVerlag.
- MINSKY, M.L. et PAPER, S. (1967). Linearly Unrecognizable Patterns,*Math.Aspects of Computer Science. Proc. Symp. Appl. Math.*, 19,176-217. American Mathematic Society, Providence, Rhode Island.
- MITCHELL, D.E., GIFFIN, F., MUIR, D., BLAKEMORE, C. et VAN SLUYTERS,R.C. (1976). Behavioral Compensation of Cats to Early Rotation ofOne Eye, *Exp. Brain Res.*, 25, 109-113.
- MOUNTCASTLE, V.B. (1957). Modality and Topographie Properties ofSingle Neurons of Cat's Somatic Sensory Cortex, *J. Neurophysiol.*,20, 408-34.
- NEVEU, J. (1970). *Bases mathématiques du calcul des probabilités*.Paris : Masson.
- NILSSON, N.J. (1965). *Learning Machines*. New York : McGraw-Hill.
- NORMAN, M.F. (1972). *Markov Processes and Learning Models*. New York :Academic Press.
- OLSON, G.E. et SCHADE, J.P. (1965). A Tribute to Norbert Wiener, inN. Wiener et J.P. Schade (Ed.) :*Cybernetics of the Nervous System,Progress in Brain Research*, Vol. 17. Amsterdam : Elsevier.
- OYAMA, T. (1977). Analysis of Causal Relations in Perceptual Constancies,in w. Epstein (Ed.) :*Stability and Constancy in VisualPerception*. New York : Wiley.
- PALMER, L.A., ROSENQUIST, A.C. et TUSA, R.J. (1978).The RetinotopicOrganization of Lateral Suprasylvian visual Areasin the Cat,*J. Comp. Neural.*, 177,237-56.

- PASTORE, N. (1971). *Selective History of Theories of Visual Perception 1650-1950*. London : Oxford University Press.
- PETTIGREW, J.D. (1978). The Paradox of the Critical Period for Striate Cortex, in C.W. Cotman (Ed.) : *Neuronal Plasticity*. New York : Raven Press.
- PIAGET, J. (1947). *La psychologie de l'intelligence*. Paris : Armand Colin.
- PIAGET, J. (1961). *Les mécanismes perceptifs*. Paris : Presses Universitaires de France.
- PITTS, W.H. et McCULLOGH, W.S. (1947). How We Know Universals. The Perception of Auditory and Visual Forms. *Bull. Math. Biophysics*, 2, 124-47.
- POGGIO, G.F., DOTY, R.W. et TALBOT, W.H. (1977). Foveal Striate Cortex of Behaving Monkey : Single-Neuron Responses to Square-Wave Gratings During Fixation of Gaze, *J. Neurophysiol.*, 40, 1369-91.
- POINCARÉ, H. (1902). *La science et l'hypothèse*. Paris : Flammarion, 1970 •
- POINCARÉ, H. (1905). *La valeur de la science*. Paris : Flammarion, 1970.
- PORTER, R. (1973). Functions of the Mammalian Cerebral Cortex in Movement, in G.A. Kerkut et J.W. Phillis (Ed.) : *Progress in Neurobiology*, Vol. I. Oxford : Pergamon Press.
- PRIBAM K. (1966). Brilliant, Lively, Productive and Wrong, *Contemp. Psychol.*, 11, 580-81.
- RESCORLA, R.A. et ROLLAND, P.C. (1976). Some Behavioral Approaches to the Study of Learning, in R. Rosenzweig et E.L. Bennet (Ed.) : *Neuronal Mechanisms of Learning and Memory*. Mass. : M.I.T. Press.
- RICHELLE, M. (1968). Conditionnement, *Encyclopedia Universalis*, Vol. 4. Paris.
- RIESEN, A.H. (1947). The Development of Visual Perception in Man and Chimpanzee, *Science*, 106, 107-8.
- ROBINSON, D.A. (1972). Eye Movements Evoked by Collicular Stimulation in the Alert Monkey, *Vision Research*, 12, 1795-1808.
- ROBINSON, D.A. (1975). Oculomotor Control Signals, in G. Lennerstrand et P. Bach y Rita (Ed.) : *Basic Mechanisms of Ocular Mobility and Their Clinical Implications*. Oxford : Pergamon Press.
- ROBINSON, D.A. et FUCHS, A.F. (1969). Eye Movements Evoked by Stimulation of the Frontal Eye Fields, *J. Neurophysiol.*, 32, 637-48.
- ROGERS, B. et GRAHAM, M. (1979). Motion Parallax as an Independent Cue for Depth Perception, *Perception*, 8, 125-34.
- ROSENBLATT, F. (1958). The Perceptron : A Probabilistic Model for Information Storage and Organisation in the Brain, *Psychol. Rev.*, 65, 386-408.
- SAKATA, H. et IWAMURA, Y. (1978). Cortical Processing of Tactile Information in the First Somatosensory and Parietal Association Areas in the Monkey, in G. Gordon (Ed.) : *Active Touch*. Oxford : Pergamon Press.
- SCHILLER, P.H., FINLAY, B.L. et VOLMAN, S.F. (1976). Quantitative Studies of Single-cell Properties in Monkey Striate Cortex, *J. Neurophysiol.*, 36, 1289-1374.
- SEVENSTER, P. (1973). Incompatibility of Response and Reward, in R.A. Hinde et J. Stevenson-Hinde (Ed.) : *Constraints on Learning*. New York : Academic Press.

- SMYTHIES, J. (1970). *Brain Mechanisms and Behaviour*. New York :AcademicPress.
- SPERRY, R.W. (1951). Mechanisms of Neural Maturation, in S.S. Stevens(Ed.) :*Handbook of Experimental Psychology*. New York : Wiley.
- STRATTON, G.M. (1897). Vision Without Inversion of the Retinal Image, *Psychol. Rev.*, 4, 341-60, 463-81.
- SZENTAGOTHAI, J. (1971). Memory Functions and the Structural Organization of the Brain, in G. Adams (Ed.) :*Biology of Memory, Symposia Biologica Hungarica*, 10.
- SZENTAGOTHAI, J. (1972). The Basic Neuronal Circuit of the Neocortex, in H. Petsche et M.A.B. Brazier (Ed.) :*Synchronization of EEG Activities in Epilepsies*. New York : Springer Verlag.
- SZENTAGOTHAI, J. (1973). Synaptology of the Visual Cortex, in R. Jung(Ed.) :*Handbook of Sensory Physiology, VII/3B*. New York : SpringerVerlag.
- SZENTAGOTHAI, J. (1975). The "Module-Concept" in Cerebral Cortex Architecture, *Brain Research*, 95, 475-96.
- TAYLOR, J.G. (1962). *The Behavioural Basis of Perception*. New Haven :Yale University Press.
- THOMPSON, R.F. et SPENCER, W.A. (1966). Habituation : A Model Phenomenon for the Study of Neuronal Substrates of Behavior, *Psychol. Rev.*, 73/1, 16-43.
- THOMPSON, R.F., GROVES, P.M., TEYLER, T.J. et ROEMER, R.A. (1973). A Dual-Process Theory of Habituation : Theory and Behavior, in H.V.S. Peeke et M.J. Herz (Ed.) :*Habituation*. New York :Academic Press.
- THORPE, W.H. (1963). *Learning and Instinct in Animals*. London :Methnen.
- TUSA, R.J., PALMER, L.A. et ROSENQUIST, A.C. (1975). The Retinotopic Organization of the Visual Cortex in the Cat, *Neurosci. Abs.*, 1, 52.
- TUSA, R.J., PALMER, L.A. et ROSENQUIST, A.C. (1978). The Retinotopic (Striate Cortex) Organization of Area 17 in the Cat, *J. Comp. Neurol.*, 177, 213-36.
- TUSA, R.J., ROSENQUIST, A.C. et PALMER, L.A. (1979). Retinotopic Organization of Areas 18 and 19 in the Cat, *J. Comp. Neurol.*, 185, 657-78.
- UHR, L. et VOSSLER, C. (1961). Suggestions for Self Adapting Computer Model of Brain Functions, *Behav. Sci.*, 6, 91-7.
- UHR, L. et VOSSLER, c. (1966). A Pattern Recognition Program that Generates, Evaluates and Adjusts its Own Operators, in L. Uhr(Ed.) :*Pattern Recognition*. New York : Wiley.
- VERHAGEN, C.J.D.M., DUIN, R.P.W., GROEN, F.C.A., JOOSTEN, J.C. et VERBEEK, P.W. (1980). Progress Report on Pattern Recognition, *Reports on Progress in Physics*, 43, 785-831.
- VON BEKESY, G. (1967). *Sensory Inhibition*. New Jersey : Princeton University Press.
- VON HOLST, E. et MITTELSTAEDT, H. (1950). The Reafference Principle, in E. Von Holst :*The Behavioural Physiology of Animals and Man*. Florida : University of Miami Press, 1973.
- VON HOLST, E. (1957). Active Functions of Human Visual Perception, in E. Von Holst :*The Behavioural Physiology of Animals and Man*. Florida : University of Miami Press, 1973.
- VON SENDEN, M. (1932). *Space and Sight : The Perception of Space and Shape in the Congenitally Blind Before and After Operation*. London :Methnen, 1960. .

- VURPILLOT, E. (1972). Quelques données sur les structures visuelles du nourrisson, in H. Hecaen (Ed.) : *Neuropsychologie de la perception visuelle*. Paris : Mssson.
- VURPILLOT, E. (1974). Le monde visuel des enfants, *La Recherche*, 5, 242-50.
- WELLS, M.J. (1975). Evolution and Associative Learning, in P. Usherwood (Ed.) : "*Simple" Nervous Systems*. London : Edward Arnold.
- WELT, C., ASCHOLL, J., KAMEDA, K. et BROOKS, V.B. (1967). Intracortical Organization of Cat's Sensory Motor Neurons, in D.P. Purpura et M.D. Yahr (Ed.) : *Symposium on the Neurophysiological Basis of Normal and Abnormal Motor Activities*. New York : Raven.
- WOOLSEY, C.N. (1965). Organization of Somatic Sensory and Motor Areas of the Cerebral Cortex, in H.F. Harlow and C.N. Woolsey (Ed.) : *Biological and Biochemical Bases of Behavior*. Wisconsin : University of Wisconsin Press.
- WURTZ, R.H. (1969). Comparison of Effects of Eye Movements and Stimulus Movements of Striate Cortex Neurons of the Monkey, *J. Neurophysiol.*, 32, 987-94.
- WURTZ, R.H. et GOLDBERG, M.E. (1972). Activity of Superior Colliculus in Behaving Monkey, III et IV, *J. Neurophysiol.*, 35, 575-96.
- YARBUS, A.L. (1967). *Eye Movements and Vision*. New York : Plenum Press.
- YOST, R.M. (1974). Some Philosophical Problems of Perception, in E.C. Carterette et M.P. Friedman (Ed.) : *Handbook of Perception*, Vol. I. New York : Academic Press.
- YOUNG, T.Y. et CALVERT, T.W. (1974). *Classification, Estimation and Pattern Recognition*. New York : Elsevier.
- ZEKI, S.M. (1973). Colour Coding in Rhesus Monkey Prestriate Cortex, *Brain Research*, 53, 422-27.
- ZEKI, S.M. (1974). Functional Organization of a Visual Area in the Posterior Bank of the Superior Temporal Sulcus of the Rhesus Monkey, *J. Physiol.*, 236, 549-73.
- ZEKI, S.M. (1975). The Functional Organization of Projections from Striate to Prestriate Visual Cortex in the Rhesus Monkey, *Cold Spring Harbor*, 40, 591-600.
- ZUSNE, L. (1970). *Visual Perception of Form*. New York : Academic Press.