



HAL
open science

Contribution à la conception et à la modélisation d'actionneurs piézoélectriques cylindriques à deux degrés de liberté de type rotation et translation

Marc Budinger

► **To cite this version:**

Marc Budinger. Contribution à la conception et à la modélisation d'actionneurs piézoélectriques cylindriques à deux degrés de liberté de type rotation et translation. Vibrations [physics.class-ph]. Institut National Polytechnique de Toulouse - INPT, 2003. Français. NNT: . tel-00864606

HAL Id: tel-00864606

<https://theses.hal.science/tel-00864606>

Submitted on 22 Sep 2013

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE

présentée
pour obtenir le diplôme de

DOCTEUR DE L'INSTITUT NATIONAL POLYTECHNIQUE DE
TOULOUSE
Spécialité : Génie Électrique

par

Marc BUDINGER

Contribution à la conception et à la modélisation d'actionneurs piézoélectriques cylindriques à deux degrés de liberté de type rotation et translation

Soutenue le 26 mai 2003 devant le jury composé de :

MM.	Ph. KAPSA	Président
	M. CRIVII	Rapporteur
	B. SEMAIL	Rapporteur
	M. AMIET	
	B. NOGAREDE	
	J-F. ROUCHON	

Thèse préparée au Laboratoire d'Electrotechnique et d'Electronique
Industrielle
de l'ENSEEIH - Unité Mixte de Recherche du CNRS N° 5828

Remerciements

Le travail présenté dans ce mémoire a été réalisé au Laboratoire d'Electrotechnique et d'Electronique Industrielle (LEEI) de l'Ecole Nationale Supérieure d'Electronique, d'Electrotechnique, d'Informatique, d'hydraulique et de Télécommunications de Toulouse (ENSEEIHT).

Tout d'abord, je tiens à remercier Monsieur B. NOGAREDE, Professeur à l'ENSEEIHT, pour la confiance qu'il m'a témoigné en m'accueillant dans le groupe « Machines et Mécanismes Electroactifs » et pour avoir mis à ma disposition les moyens et les conseils nécessaires à l'aboutissement de ce travail.

J'adresse mes plus vifs remerciements à Monsieur J-F. ROUCHON, maître de conférence à l'ENSEEIHT, pour la très grande disponibilité qu'il a sans cesse manifestée à mon égard, pour l'aide amicale qu'il m'a apportée et pour les précieux conseils qu'il m'a prodigués.

Je tiens à remercier les membres du jury pour avoir accepté d'examiner ce travail :

- Monsieur P. KAPSA, Directeur du Laboratoire de Tribologie et Dynamique des Systèmes, pour l'honneur qu'il m'a fait d'accepter la présidence de ce jury.
- Monsieur M. CRIVII, Adjoint Scientifique à l'Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, pour avoir bien voulu assurer la charge de rapporteur de ce travail et pour l'ensemble des ses remarques.
- Madame B. SEMAIL, Professeur à l'Ecole Polytechnique Universitaire de Lille, pour avoir bien voulu assurer la charge de rapporteur et pour les suggestions constructives apportées sur mon travail.
- Monsieur M. AMIET, Ingénieur à la DGA, initiateur du sujet de cette thèse.

Je souhaite aussi exprimer mes chaleureux remerciements :

- A Messieurs Dominique HARRIBEY et Robert LARROCHE, ingénieur d'étude et adjoint technique au LEEI, pour leur disponibilité et leurs compétences ;
- A l'ensemble de l'équipe EM² pour m'avoir aidé à découvrir le monde de la recherche ;
- A l'ensemble du personnel scientifique, administratif et technique du laboratoire ;
- A Frédéric GIRAUD, doctorant et bientôt maître de conférence au Laboratoire d'Electrotechnique et d'Electronique de Puissance, pour les discussions fructueuses que nous avons eues concernant les moteurs piézoélectriques et leur commande ;
- A l'ensemble des doctorants et des stagiaires du laboratoire que j'ai pu côtoyé durant ces dernières années.

Enfin, je réserve une place toute particulière à ma famille et à ma femme qui n'ont eu cesse de m'encourager et de m'aider à poursuivre mes études pendant ces dernières années.

Résumé

Ce travail de thèse porte sur le développement et la modélisation d'actionneurs piézo-électriques à densité d'efforts élevés et pouvant produire des mouvements de rotation et de translation.

Une étude comparative des différentes structures d'actionneurs a mis en évidence le potentiel électromécanique intéressant de l'actionneur cylindrique à rotation de mode. Une étude approfondie de ce dernier a été entreprise et a permis de le modéliser analytiquement par des schémas de Mason ou par des méthodes variationnelles. Cette dernière approche a permis également de retrouver les paramètres électromécaniques du moteur à partir de simulations par éléments finis (ANSYS). Des prototypes d'actionneurs diphasés et monophasés ont été réalisés et ont permis de valider les modèles développés. Leurs alimentations résonantes associées ont également été étudiées.

L'objectif suivant a été d'intégrer au sein de la structure du moteur à rotation de mode un dispositif permettant d'assurer le degré de liberté supplémentaire en translation. Le choix s'est porté ici sur un fonctionnement original de type inchworm permettant de découpler cette fonction du mouvement rotatif résonant. Un prototype a permis de valider le principe de fonctionnement en translation de l'actionneur. Une alimentation MLI à commutation douce a été réalisée afin de pouvoir générer les formes d'ondes exigeant une large plage de fréquences (du continu à plusieurs dizaines de kHz).

Mots Clés

- Actionneurs piézoélectriques
- Actionneurs multidegrés de liberté
- Matériaux électroactifs
- Modélisation pour la conception
- Alimentation résonante et MLI
- Moteur à rotation de mode
- Moteur inchworm

Abstract

The work presented in this thesis concerns the design and modeling of piezoelectric actuators with high force in translation and rotational movements.

A comparative study of the various actuators structures highlighted the interesting electromechanical potential of cylindrical rotating mode motor. This motor has been then studied in order to obtain an analytical model by using Mason diagrams and variational principles. This last approach has also been used to find the electromechanical parameters of the motors with FEM simulations (ANSYS). Two phases and single phase motors have been realized and have validated the developed models. Their associated resonant supplies were also studied.

Next, an additional degree of freedom in translation has been added to the rotating mode motor. An original Inchworm principle has allowed to uncouple this function from the resonant rotary movement. This principle has been validated thanks to a prototype realized in the laboratory. A ZVS-PWM inverter has also been achieved in order to generate the waveforms with a broad frequencies band (DC to several tens of kHz).

Keywords

- Piezoelectric actuators
- MDOF actuators
- Electroactif materials
- Modeling for design
- Power supplies (resonant, PWM)
- Rotating mode motor
- Inchworm motor

Table des matières

Introduction générale	1
Chapitre 1 Matériaux et structures	
1 – Introduction	5
2 - Matériaux constitutifs d'un actionneur piézoélectrique	6
2.1 - Milieux mécaniques élastiques : théorie des poutres	
2.2 - Milieux diélectriques	
2.3 - Milieux piézoélectriques : analogie masse-ressort, lois locales	
3 - De la céramique massive au moteur piézoélectrique	16
3.1 - Transducteurs à débattements limités	
3.2 - Actionneurs quasi-statiques	
3.3 - Actionneurs résonnants	
4 - Critères comparatifs des actionneurs piézoélectriques	28
4.1 - Coefficient de couplage	
4.2 - Précontrainte	
4.3 - Contact	
4.4 - Vitesse	
4.5 - Tableau comparatif	
5 - Actionneurs à plusieurs degrés de liberté	32
5.1 - Composition de liaisons cinématiques	
5.2 - Actions de plusieurs transducteurs élémentaires identiques sur un élément mobile	
5.3 - Intégration en un actionneur	36
6 - Actionneur en rotation et translation	
6.1 - Objet de l'étude	
6.2 - Tableau comparatif	
6.3 - Concept préconisé et problématique de la conception	
Chapitre 2 Modélisation du moteur à rotation de mode	
1 - Objectifs de la modélisation pour la conception	39
2 - Modélisation par schémas électriques équivalents	39
2.1 - Similitudes entre le transducteur Langevin et le moteur à rotation de mode	

2.2 - Rappels sur la modélisation par schémas électriques équivalents dans le cas du transducteur Langevin	
2.3 - Du cylindre métallique au micromoteur à rotation de mode	
2.4 - Modélisation par schémas de Mason du moteur à rotation de mode centimétrique	
2.5 - Conclusion sur la modélisation par schémas équivalents	
3 - Modélisation analytique et numérique par approche variationnelle	75
3.1 - Lagrangien et méthode variationnelle	
3.2 - Exemple simple d'un Langevin composite	
3.3 - Modélisation variationnelle simplifiée du moteur à rotation de mode	
4 - Conclusion	95

Chapitre 3 Alimentation et commande du moteur à rotation de mode

1 - Introduction	97
2 - Caractéristiques et alimentation d'une charge piézoélectrique résonante	97
2.1 - Etude d'une charge piézoélectrique en vue de son alimentation	
2.2 - Alimentations classiques	
3 - Alimentation et commande du moteur à rotation de mode l'aide d'un onduleur à résonance	106
3.1 - Onduleur à résonance à filtre LC	
3.2 - Présentation de la stratégie de commande	
3.3 - Modélisation dynamique du moteur	
3.4 - Implantation de la commande	
4 - Moteur monophasé : simplification de l'alimentation	120
4.1 - Introduction	
4.2 - Structure du moteur à rotation de mode monophasé	
4.3 - Electronique d'alimentation et de commande	
5 - Conclusion	128

Chapitre 4 Actionneur piézoélectrique à deux degrés de liberté en translation et rotation

1 - Intégration de la fonction translation dans une structure de moteur à rotation de mode	129
1.1 - Moyens d'obtention d'un mouvement linéaire	
1.2 - Descriptif de la structure	
1.3 - Principe du mouvement en translation	
1.3 - Principe du mouvement de rotation	
1.4 - Formes d'ondes d'alimentation	

2 - Etude des coques	138
2.1 - Principe	
2.2 - Simulations ANSYS	
2.3 - Essais de la coque de diamètre 58 mm	
3 - Choix des céramiques	147
4 - Calcul des modes de résonance du moteur	148
5 - Etude du moteur assemblé	149
5.1 - Déformées des coques	
5.2 - Mouvement de translation	
5.3 - Efforts	
6 - Conclusion	156
Chapitre 5 Alimentation polyvalente à large bande passante pour le pilotage combiné de l'actionneur en mode résonnant ou quasistatique	
1 - Introduction	157
2 - Filtre LC et charge piézoélectrique	157
3 - Onduleur à commutation douce	159
4 - Réalisation pratique et formes d'ondes	161
5 - Comparaison des alimentations en terme d'encombrement	167
5.1 - Etude dimensionnelle de l'actionneur	
5.2 - Alimentations linéaires	
5.3 - Onduleurs à résonance	
5.4 - Onduleurs MLI	
5.5 - Influence de la conception de l'actionneur sur l'encombrement de l'alimentation	
6 - Conclusion	175
Conclusion générale	177
Annexe 1 Déformations élastiques dans les milieux isotropes et anisotropes	181
1 - Module d'élasticité ou module d'Young	
2 - Coefficients de Lamé	
3 - Module de rigidité (cisaillement)	
4 - Influence du cisaillement dans la flexion d'une poutre	
5 - Matrice de déformation	
6 - Matrice de contrainte	
7 - Matrice de raideur	
8 - Propriétés physiques de matériaux isotropes	
Annexe 2 Relations matricielles de la piézoélectricité - Matériaux piézoélectriques	189

sous ANSYS

- 1 - Système d'axes sous ANSYS
- 2 - Matrices caractéristiques
- 3 - Relations de passages

Annexe 3 Compléments de calcul concernant la modélisation du moteur à rotation de mode 198

- 1 - Déformations d'une poutre en flexion
- 2 - Etablissement du schéma équivalent en flexion
- 3 - Coefficients caractéristiques de la section d'une poutre en flexion
- 4 - Calcul des paramètres électromécaniques d'un transducteur Langevin⁷
- 5 - Calcul des paramètres électromécaniques d'un stator de moteur à rotation de mode
- 6 - Utilisation des matrices de transfert pour l'établissement du Lagrangien d'un Langevin composite
- 7 - Obtention des paramètres électromécaniques d'un transducteur annulaire

Annexe 4 Détermination du schéma équivalent d'un transducteur par mesure d'admittance 211

- 1 - Circuit équivalent
- 2 - Mesure d'admittance et détermination du schéma équivalent
- 3 - Mesure d'amplitude vibratoire et détermination du facteur d'effort
- 4 - Exemple de mesures

Annexe 5 Pertes dans le stator des moteurs résonants 219

- 1 - Pertes diélectriques
 - 1.1 - Angle de perte
 - 1.2 - Céramiques douces et dures
- 2 - Pertes mécaniques
 - 2.1 - Coefficient de qualité mécanique
 - 2.2 - Matériaux viscoélastiques
 - 2.3 - Matériaux rigides
 - 2.4 - Influence des matériaux
- 3 - Pertes aux interfaces
 - 3.1 - Influence de l'état de surface
 - 3.2 - Influences des efforts de cisaillement
- 5 - Comparaison des pertes

Bibliographie

Notations

Ψ	Angle de rotation d'une section
a	Demie largeur de contact (Théorie de Hertz)
a_T	Coefficient de Timoshenko
e	Constante piézoélectrique
k	Coefficient de couplage
V	Volume
ω	Pulsation
ρ	Densité
γ	Coefficient de Poisson
μ	Coefficient de frottement (Loi de Coulomb)
α	Déformation angulaire
ϵ^S	Constante diélectrique à S constant
A	Aire de la section
C	Module d'Young ou d'élasticités
C_0	Capacité bloquée
c^D, c^E	Module d'élasticité à D ou E constant
D	Induction électrique
D_s	Coefficient de perte mécanique
E	Champ électrique
E_θ	Tension équivalente pour le mouvement tangentiel
E_r	Tension équivalente pour le mouvement radial
F	Effort
F_{pres}	Effort presseur sur le stator
G	Module de Coulomb
H	Constante piézoélectrique
I	Moment d'inertie
K	Raideur
k, k_1, k_2	Nombre d'onde
L	Longueur de la poutre
	Inductance
L	Lagrangien
l_c	Largeur du contact
L_n	Charge linéique (Théorie de Hertz)
M	Moment de flexion
	Mutuelle
N	Facteur d'effort
P	Pression de contact ou polarisation électrique
P_θ	Puissance du mouvement tangentiel
P_0	Pression de contact maximal (Théorie de Hertz)
P_r	Puissance du mouvement radial

r, r_i, r_e	Rayon du cylindre
r_{eq}	Rayon du cylindre équivalent (Théorie de Hertz)
S	Déformation
T	Contrainte
\mathbf{T}	Energie cinétique
U, u	Déplacement
V	Tension d'alimentation
\mathbf{V}	Potentiel de forces conservatives
\mathbf{V}_e	Pseudo-potentiel de forces extérieures

Introduction générale

Afin de répondre aux nombreuses actions mécaniques rencontrées dans les applications embarquées, tout en respectant conjointement des contraintes liées à l'intégration et au poids, tel qu'en aéronautique par exemple, les industriels sont à la recherche de nouveaux concepts de motorisation visant à regrouper différentes fonctions motrices dans le minimum de volume. Si les actionneurs électriques présentent naturellement des avantages de souplesse, de mise en place et de commande, la génération directe d'efforts importants dans plusieurs configurations cinématiques (rotation, translation) les rendrait encore plus intéressants : une alternative prometteuse réside alors dans l'utilisation d'actionneurs à base de matériaux électroactifs, permettant au travers d'une même structure mécanique, de générer des déplacements suivant plusieurs degrés de liberté, associés à des efforts élevés. C'est au travers de cet objectif que la DGA a initié une étude portant sur la réalisation d'actionneurs en rotation et translation à base d'actionneurs piézoélectriques pour des applications aéronautiques sur la base d'un cahier des charges indicatif de la société Matra BAE Dynamics.

Les moteurs piézoélectriques sont relativement récents par rapport à leurs homologues électromagnétiques [SAS]. Certains, plus abouties sur le plan technologique ont déjà démontré par leurs caractéristiques électromécaniques, leur intérêt dans des applications industrielles de grandes diffusions telles que la motorisation d'objectifs photographiques [CAN @]. Les principes fondamentaux qui les gouvernent diffèrent des structures électromagnétiques classiques par de nombreux points et induisent des caractéristiques électromécaniques finales bien différentes, notamment par les densités de contraintes transmises par contact, nettement plus élevées que celles obtenues par des interactions magnétiques à distance [NOG]. Quant au choix de la structure de l'actionneur, les deux familles d'actionneurs piézoélectriques, qu'elles soient quasistatiques ou résonantes, distinctes quant au principe même de la conversion électromécanique de l'énergie, viennent élargir le choix des structures d'actionneurs disponibles pour le concepteur. Aussi, la combinaison de deux degrés de liberté au sein d'une même structure électromécanique peut prendre différentes formes en réalisant ces deux mouvements au sein d'une même structure résonante telle que celle réalisée par [GAL], ou en réalisant une structure multi-actionneurs où chacun d'entre eux assure une fonction motrice [CED @].

L'objectif de cette thèse résulte sur le plan technologique dans l'obtention d'un actionneur et de son alimentation présentant plusieurs degrés de liberté en rotation et translation et l'originalité du travail présenté ici réside dans la nature de la configuration recherchée, c'est-à-dire des mouvements de rotation et de translation, et dans l'intégration de

ceux-ci au sein d'une structure d'actionneur unique. Sur le plan méthodologique, le travail s'est axé sur la modélisation comportementale de la structure résonante de l'actionneur par schéma équivalent et par principe variationnels associés à une simulation numérique sous ANSYS.

Cette thèse se subdivise donc en cinq chapitres : un premier chapitre sur les matériaux et structures, puis deux chapitres sur la structure permettant de réaliser le mouvement de rotation et sur son alimentation et enfin deux chapitres sur la structure permettant de réaliser le mouvement de translation et de rotation et sur son alimentation.

Le premier chapitre de cette thèse débute par une présentation des propriétés fondamentales des matériaux piézoélectriques et des diverses possibilités de les utiliser afin d'aboutir à des fonctions motrices. La suite du chapitre analyse les paramètres importants à la réalisation d'une « bonne » conversion d'énergie. Les résultats de cette analyse sont enfin utilisés pour étudier le potentiel de différentes structures de conversion permettant d'obtenir des efforts importants en rotation et translation tel que le nécessite le cahier des charges indicatif de l'industriel applicateur.

Le second chapitre concerne la modélisation et la réalisation de la fonction rotation. La structure de l'actionneur choisie suite aux résultats obtenus dans le premier chapitre est le moteur à rotation de mode. L'objectif est ici de modéliser de manière globale le moteur afin d'obtenir ses caractéristiques électromécaniques. La forme assez simple du moteur va permettre d'aborder différentes méthodes de modélisation. La première méthode utilise la structure cylindrique, empilée pour mettre en œuvre la théorie des poutres afin d'exprimer les déformées de manière analytique. Cette approche conduit à une description analogue à celle des schémas de Mason [GON] classiquement utilisés en piézoélectricité. La seconde méthode, utilisant une méthode variationnelle par Lagrangien [GIR], permet l'obtention de résultats analytiques en s'appuyant sur certaines données de la modélisation par schémas équivalents, permettant ainsi de formuler les résultats de manière synthétique. Cette dernière approche plus générale offre également la possibilité de calculer les paramètres électromécaniques par éléments finis.

Le troisième chapitre aborde le problème de l'alimentation du moteur à rotation de mode. Après avoir fait le point sur les différentes familles de structures d'alimentations exploitables, une maquette d'onduleur à résonance est présentée. La suite du chapitre étudie la commande à base d'une boucle à verrouillage de phase pour contrôler l'amplitude des vibrations du moteur. Enfin, afin de simplifier l'alimentation, une variante monophasé du moteur à rotation de mode est proposée.

Le quatrième chapitre concerne la réalisation de la fonction translation. La difficulté dans cette étude est d'ajouter ce mouvement de translation au mouvement de rotation réalisé par le moteur à rotation de mode. Après un bilan des différents principes permettant d'assurer un mouvement linéaire, la structure de l'actionneur choisie assurant la combinaison des deux degrés de liberté souhaités est présentée. Basée sur un fonctionnement quasistatique de type Inchworm, elle présente l'intérêt d'utiliser les mêmes céramiques piézoélectriques que celles nécessaires à la partie rotative. Des simulations par éléments finis et des essais valident le principe de fonctionnement original de cette fonction translation.

Le cinquième chapitre a pour objectif de réaliser un onduleur apte à fournir les tensions nécessaires à l'alimentation du moteur présenté dans le chapitre précédent. Les formes d'ondes et les fréquences d'utilisation conduisent à chercher à obtenir un onduleur MLI à large bande passante. Une première partie présente alors les particularités d'une charge piézoélectrique par rapport à ce type d'alimentation. Une seconde permet de comparer l'encombrement relatif des différentes familles d'alimentation (linéaire, résonante, MLI) par rapport à la taille du moteur.

Chapitre 1

Matériaux et structures

1 - Introduction

Dans le domaine des applications embarquées, un grand nombre de fonctions nécessitant une action mécanique peut être relevé :

- Dans le spatial [COS 01] et notamment dans les satellites : le déploiement et l'orientation de panneaux solaires ou d'antennes, l'ouverture et la fermeture de couvercles de protection pour des instruments de mesures, l'action de bras motorisés de manipulation, de mécanismes d'éjection de sondes, ...
- Dans l'automobile [SCH 01] avec la multiplication des fonctions de confort : vitre et siège électriques, miroir orientable, ouverture/fermeture de porte, ...
- Dans l'aéronautique [SAG 99] : ouverture/fermeture de vanne de carburant, de trappe, le positionnement d'antenne, les commandes de vol, ...

Ces exemples sont caractérisés par une diversité et une multiplicité des fonctions dans un même système embarqué. L'électricité, par rapport aux autres possibilités de mise en mouvement, présente des avantages en terme de souplesse de mise en œuvre et de commande. Elle permet également de pouvoir partager les sources énergétiques d'autres appareils électroniques déjà présents et peut aider à optimiser les flux de puissance entre diverses fonctions qui n'opèrent pas forcément simultanément.

Les applications présentées possèdent un point commun : la génération d'un travail ponctuel de déplacement pour réaliser une action mécanique particulière. La notion de moteur, liée à l'obtention d'une puissance mécanique continue, laisse la place ici à celle d'actionneur. Les caractéristiques mécaniques à mettre en œuvre balayent, pour un mouvement rotatif, une gamme de couple de 0,1 N.m à 10 N.m et une plage de vitesses allant de quelques tr/min. à plusieurs centaines de tr/min. Le rendement, souvent recherché dans les fonctions purement motrices, perd de son importance et passe en second plan derrière des critères d'encombrement, d'intégration ou de simplification fonctionnelle. L'entraînement direct de la charge mécanique sans réducteur et la possibilité de combiner plusieurs actions au sein d'un même actionneur participent à l'optimisation de ces différents critères.

Les actionneurs à base de matériaux électroactifs ou de céramiques piézoélectriques, constituent une solution prometteuse pour atteindre ces différents objectifs. En effet, le

principe d'une transmission par friction des efforts volumiques intenses générés donne lieu à une grande variété d'architectures électromécaniques. En outre, l'élément mobile bénéficie par principe d'un verrouillage naturel voire d'un guidage intégré, ce qui favorise l'intégration multidimensionnelle.

L'étude développée dans ce mémoire s'inscrit dans le cadre du PEA ACTEL (Projet d'Etude Amont ACTIONNEURS Electriques) de la DGA/DSP. Elle considère en particulier le cas de l'actionnement cylindrique (2 degrés de liberté) en rotation et translation, fonctionnalités relativement représentatives des besoins exprimés par la société Matra BAE Dynamics.

Ce chapitre débute par la présentation des propriétés des matériaux piézoélectriques et des différentes familles d'actionneurs possibles. Il se poursuit par une comparaison afin de choisir des structures aptes à générer des efforts importants. Il se termine sur la manière de les combiner afin de générer la fonction verrou recherchée.

2 - Matériaux constitutifs d'un actionneur piézoélectrique

Une machine électromagnétique classique comporte divers matériaux comme du fer, du cuivre ou des aimants. Son concepteur peut ne s'intéresser dans un premier temps qu'aux propriétés électromagnétiques de ces matériaux et de leur assemblage. Ces dernières suffisent effectivement pour déterminer les caractéristiques électromécaniques du moteur. Les aspects thermiques puis mécaniques n'interviennent dans la conversion électromécanique que comme des facteurs limitant les performances (échauffement, tenue mécanique).

Pour un moteur piézoélectrique cette approche est impossible, un couplage fort existe entre les propriétés électriques et mécaniques des matériaux et de l'ensemble du moteur. Ces propriétés et les lois régissant les matériaux rencontrés dans un moteur piézoélectrique sont rappelés brièvement dans la suite de l'exposé.

2.1 - Milieux mécaniques élastiques : théorie des poutres

Un actionneur piézoélectrique est constitué de milieux déformables comme des céramiques piézoélectriques ou un support métallique sur lequel elles sont le plus souvent accolées. Des efforts appliqués à ces matériaux élastiques se traduisent par des déformées. Les lois de comportement liant ces deux grandeurs efforts/déformées sont linéaires pour des petites déformées et prennent des expressions assez simples dans certaines configurations géométriques. Pour des pièces élancées suivant une direction privilégiée, certaines déformations dans les sections droites peuvent être négligées et aboutissent à la théorie des poutres. Ces relations fondamentales de la résistance des matériaux seront très souvent utilisées dans le reste du mémoire.

2.1.1 - Traction-Compression

Une poutre de longueur L et de section droite A soumise à un effort de traction F variable a un comportement décrit par la courbe de contrainte /déformation de la **Figure 1.1**. La relation liant la contrainte $T=F/A$ à la déformation ou allongement relatif $S=\Delta L/L$ est élastique linéaire pour des contraintes inférieures à la limite élastique T_e . Au-delà le comportement est élasto-plastique (le matériau ne retrouvera pas son état initial) jusqu'à la rupture.

Les céramiques sont des matériaux fragiles et ont une zone de comportement plastique très réduite contrairement aux métaux et aux matériaux ductiles. Elles ont de plus une limite élastique plus importante en compression qu'en traction.

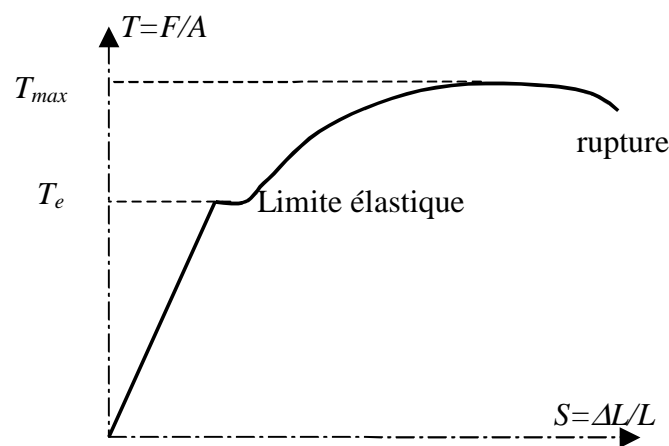


Figure 1.1 - Courbe de contrainte/déformation d'un essai de traction pour un matériau ductile

La relation de comportement en traction/compression pour la zone linéaire permet de définir le module d'Young ou d'élasticité c :

$$\frac{F}{A} = c \frac{\Delta L}{L} \text{ ou } T = cS \quad (1.1)$$

La traction induit également une contraction de la section A dont le rayon r diminue, dans le cas d'une poutre cylindrique, en suivant la loi de Hooke :

$$\frac{\Delta r}{r} = -\gamma \frac{\Delta L}{L}, \quad (1.2)$$

γ étant le coefficient de Poisson (environ 0,3 pour les métaux courants).

La poutre déformée stocke une énergie élastique W_m . A une variation de la déformée ΔL de la poutre correspond une variation de W_m qui s'exprime par :

$$dW_m = F.d(\Delta L) \quad (1.3)$$

La variation de la densité volumique d'énergie potentielle de déformation s'obtient en divisant cette quantité par le volume $d\mathcal{V}$ de l'élément de poutre considéré. Elle s'exprime en fonction de la contrainte T et de la déformation S :

$$\frac{dW_m}{d\mathcal{V}} = \frac{F}{A} \cdot \frac{d(\Delta L)}{L} = T \cdot dS \quad (1.4)$$

2.1.2 - Cisaillement

Une poutre peut également subir une contrainte de cisaillement lorsque ses sections droites sont soumises à des efforts F_{cis} tangentiels (**Figure 1.2**). La déformation angulaire α résultante peut se calculer à l'aide du module d'élasticité en cisaillement G :

$$\alpha = \frac{T}{G} \text{ avec } T = F_{cis}/A \quad (1.5)$$

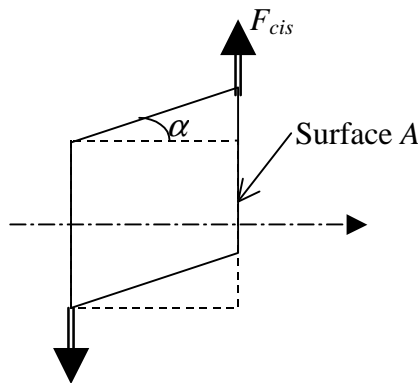


Figure 1.2 - Contrainte de cisaillement

2.1.3 - Flexion

Lorsqu'une poutre est soumise à deux moments M_f et $-M_f$, comme représentée **Figure 1.3**, elle subit une déformée de flexion avec une moitié supérieure sollicitée en compression et une moitié inférieure en traction. La zone non contrainte (ni tendue, ni comprimée) est nommée fibre neutre.

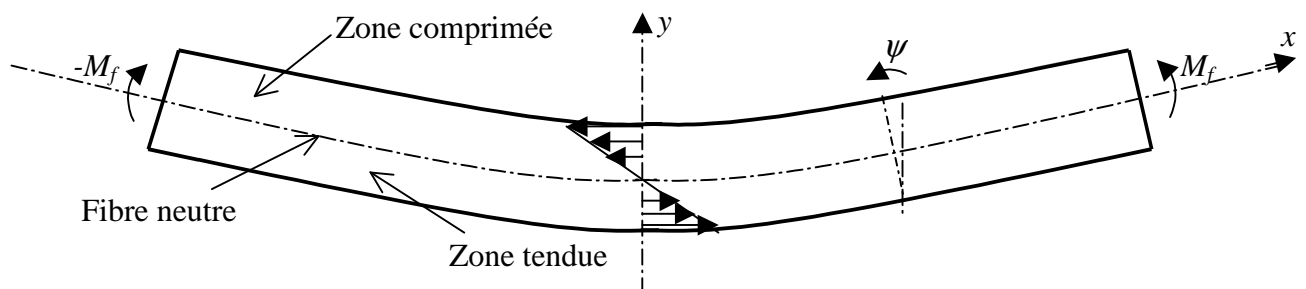


Figure 1.3 - Poutre en flexion

En supposant que chaque section droite de la poutre tourne sans se gauchir autour de l'axe normal (hypothèse de Bernoulli) d'un angle $\psi(x)$, la déformation $S(y)$ en un point d'ordonnée y d'une section droite est donnée par :

$$S(y) = \frac{d\psi}{dx} y \quad (1.6)$$

D'où la contrainte $T(y)$:

$$T(y) = c \frac{d\psi}{dx} y \quad (1.7)$$

Par intégration de cette contrainte sur la section A , le moment de flexion M_f est obtenu :

$$M_f = \iint_A T(y)y dA = cI \frac{d\psi}{dx} \quad \text{avec } I = \iint_A y^2 dA \quad (1.8)$$

2.2 - Milieux diélectriques

Les milieux diélectriques, bien qu'isolants et donc sans charges libres, possèdent cependant des propriétés électriques [BFR]. Un condensateur plan voit ainsi augmenter la quantité de charges libres portées par ses armatures lorsqu'est introduit un matériau isolant (**Figure 1.4**). Ce matériau possède en effet des charges liées (qui ne peuvent se déplacer librement) qui sous l'action d'un champ électrique extérieur subissent un déplacement microscopique appelé polarisation.

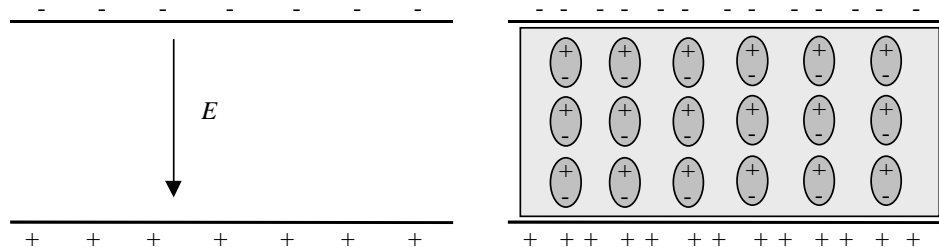


Figure 1.4 - Effet de la polarisation

La polarisation du matériau est une moyenne volumique fonction des différents types de charges q_i mises en jeu, de leurs déplacements δ_i et de leur densité volumiques n_i :

$$P = \sum_i n_i q_i \delta_i \quad (1.9)$$

La densité de charges libres est exprimée par la relation :

$$\text{div}(D) = \rho \quad (1.10)$$

Où D , l'induction électrique est définie par :

$$D = \epsilon_0 E + P \quad (1.11)$$

La variation de densité volumique d'énergie électrique s'exprime par :

$$\delta W_e = EdD \quad (1.12)$$

2.2.1 - Polarisation induite

La polarisation, présente au sein du matériau diélectrique, peut être induite par le champ électrique extérieur. Différents phénomènes conduisent à ce réarrangement de charges (**Figure 1.5**):

- La *polarisation électronique* par déformation du nuage électronique autour du noyau atomique ;
- La *polarisation ionique* par déplacement des ions dans le réseau cristallin ;
- La *polarisation d'orientation* par rotation des molécules polaires selon une direction privilégiée par le champ extérieur.

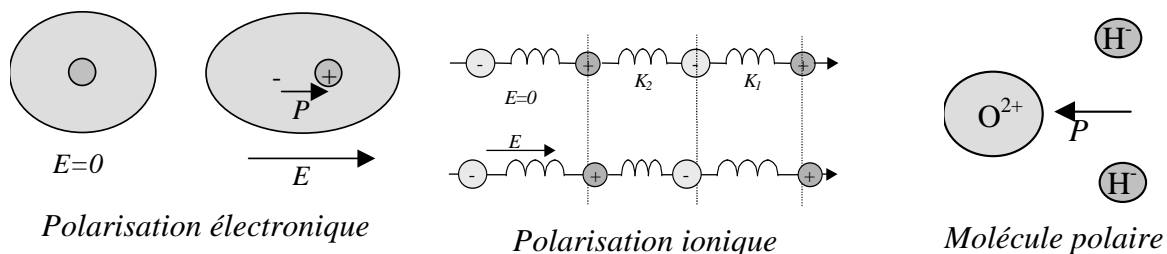


Figure 1.5 - Polarisation induite

Dans de nombreux cas cette polarisation P est proportionnelle au champ électrique E :

$$P = \epsilon_0 \chi E \quad (1.13)$$

D'où :

$$D = \epsilon_0 \epsilon_r E \text{ avec } \epsilon_r = 1 + \chi \quad (1.14)$$

2.2.2 - Polarisation spontanée

Certains matériaux présentent une polarisation spontanée le long d'un axe privilégié. Les corps ferroélectriques peuvent voir cette polarisation modifiée et renversée par un champ électrique externe. Cette polarisation spontanée peut s'expliquer par une configuration particulière de l'énergie totale subie par un ion de la maille cristalline [UCH]. Cette énergie est la somme :

- De l'énergie de couplage du dipôle, formé par le déplacement de cet ion, avec le champ local dû à la polarisation du matériau ;
- De l'énergie élastique due à son déplacement au sein de la structure cristalline.

La **Figure 1.6** représente ces deux énergies et leur somme. Dans cet exemple, il existe deux positions d'équilibre stable pour des polarisations non nulles.

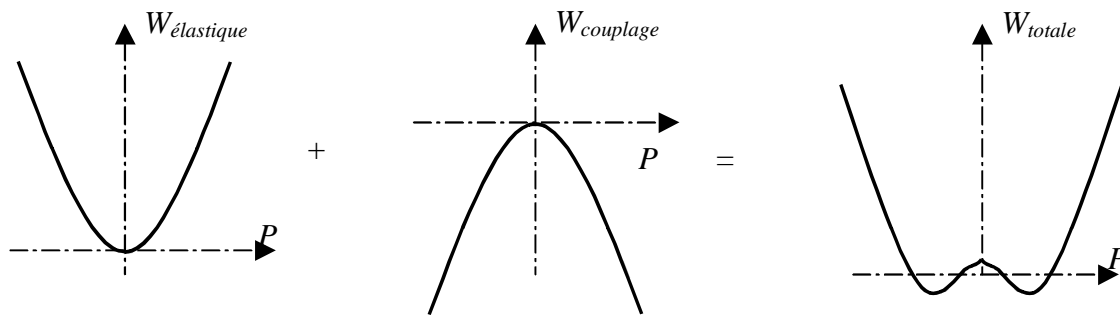


Figure 1.6 - Origine de la polarisation spontanée

La barrière de potentiel séparant les différentes positions d'équilibre devient inférieure à l'énergie d'agitation thermique pour des températures supérieures à la température de Curie : la polarisation spontanée disparaît (dépoléarisation).

2.3 - Milieux piézoélectriques : analogie masse-ressort, lois locales

La piézoélectricité est la propriété que possèdent certains corps qui peuvent se polariser électriquement sous l'action d'un effort mécanique (effet direct) et de se déformer lorsqu'un champ électrique leur est appliqué (effet inverse). La structure cristalline de ces matériaux est dépourvue de centre de symétrie.

2.3.1 - Lien entre polarisation et déformation élastique

Une représentation unidimensionnelle (**Figure 1.7**) d'une structure cristalline à l'aide de ressorts peut permettre d'expliquer de manière simple le mécanisme physique du phénomène [DIE].

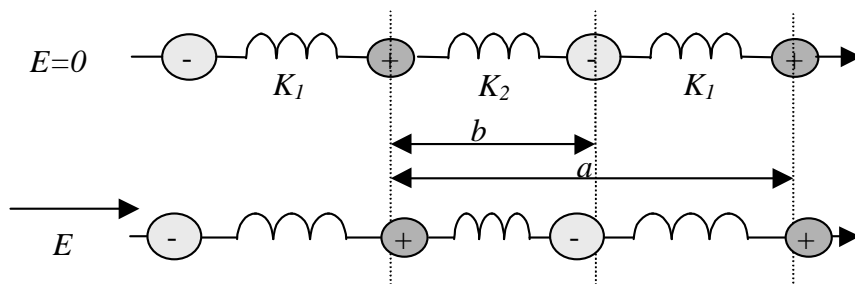


Figure 1.7 - Piézoélectricité dans un cristal ionique dissymétrique

Les charges $-q$ et $+q$ sont reliées par des ressorts de constantes de rappel K_1 et K_2 différentes. La maille cristalline est ainsi dissymétrique. La chaîne peut être divisée en mailles de longueur a , comportant deux dipôles de moments $q.(a-b)/2$ et $-qb/2$, d'où un moment dipolaire par molécule de :

$$p_0 = \frac{q}{2}(a - 2b) \quad (1.15)$$

Cette expression conduit à plusieurs observations :

- Au repos, une polarisation par unité de volume est non nulle si b est différent de $a/2$;
- Sous l'action d'une contrainte, la chaîne se déforme, la modification des distances a et b entraîne une variation de la polarisation ;
- Les ions positifs et négatifs se déplaçant en sens opposés sous l'action d'un champ électrique et les ressorts n'ayant pas la même raideur, il en résulte une déformation.

Cherchons maintenant les relations liant les grandeurs mécaniques (contrainte T et déformation S) et les grandeurs électriques (champ E et polarisation induite P ou induction $D = \epsilon_0 E + P$). L'équilibre statique de chaque ion donne (avec Δ symbolisant les variations de grandeurs par rapport au repos à champ nul) :

$$-qE + K_1 \Delta(a - b) - K_2 \Delta b = 0 \quad (1.16)$$

La force exercée par la partie de droite de la chaîne sur la partie de gauche est différente pour les ressorts de raideur K_1 ou K_2 :

$$F_1 = K_1 \Delta(a - b) \text{ ou } F_2 = K_2 \Delta b \quad (1.17)$$

Une section du matériau comporte un grand nombre N de chaînes par unité de surface. La contrainte mécanique T , i.e. la force par unité de surface vaut donc :

$$T = \frac{N}{2} K_1 \Delta(a - b) + \frac{N}{2} K_2 \Delta b \quad (1.18)$$

La polarisation induite est la variation de polarisation (avec n le nombre de molécules par unité de volume et $N=na$) :

$$P = \Delta P = \frac{nq}{2}(\Delta a - 2\Delta b) = \frac{Nq}{a}(\Delta a - 2\Delta b) \quad (1.19)$$

Or l'équation d'équilibre (1.16) permet d'écrire :

$$\Delta b = \frac{-qE}{K_1 + K_2} + \frac{K_1}{K_1 + K_2} \Delta a \quad (1.20)$$

d'où l'expression de P :

$$P = \frac{Nq}{a} \left(\frac{2qE}{K_1 + K_2} + \frac{K_1 - K_2}{K_1 + K_2} \Delta a \right) \quad (1.21)$$

La polarisation P est la somme de deux termes :

- Le premier, proportionnel au champ électrique, définit la polarisation ionique du cristal ;

- Le second, proportionnel à la déformation $S=\Delta a/a$, traduit l'effet piézo-électrique direct.

La première équation caractéristique des matériaux piézoélectriques peut être déduite de $D = \varepsilon_0 E + P$ en y remplaçant P par l'expression trouvée précédemment. Cette équation relie l'induction électrique au champ électrique et à la déformation mécanique :

$$D = \varepsilon E + eS \quad (1.22)$$

Une expression de la contrainte est obtenue de la même manière en remplaçant Δb dans (1.18) :

$$T = cS - eE \quad (1.23)$$

2.3.2 - Relations fondamentales de la piézoélectricité

L'exemple précédent a conduit à un jeu d'équations exprimées en fonction des paramètres E et S . Un coefficient de couplage e présent dans les expressions des termes mécanique T et électrique D traduit l'effet direct et inverse de la piézoélectricité. Une approche thermodynamique permet de retrouver cette réversibilité [IKE]. Un matériau piézo-électrique peut voir son énergie interne évoluer par l'échange d'une quantité de travail (mécanique ou électrique) ou d'une quantité de chaleur :

$$dU = \delta W + \delta Q \quad (1.24)$$

$$dU = TdS + EdD + \theta d\sigma \quad (1.25)$$

Cette énergie interne est fonction de l'entropie σ et du déplacement électrique D . Il est plus courant de travailler à température et champ électrique constants, d'où l'intérêt d'introduire l'enthalpie libre G :

$$dG = d(U - ED - \theta\sigma) = TdS - DdE - \sigma d\theta \quad (1.26)$$

Ce potentiel thermodynamique définit une différentielle exacte. D'où :

$$\left(\frac{\partial D}{\partial S}\right)_{E,\theta} = -\left(\frac{\partial T}{\partial E}\right)_{S,\theta} = e \quad (1.27)$$

Une variation de charges électriques sous l'action d'un déplacement implique donc bien la création d'un effort sous l'action d'un champ électrique. De cette relation peut également être déduit le couple d'équation suivant fonction des paramètres S et E :

$$\begin{cases} T = c^E S - eE \\ D = \varepsilon^S E + eS \end{cases} \quad (1.28)$$

Le choix de paramètres différents permet de définir d'autres équations caractéristiques du milieu piézoélectrique :

$$\begin{cases} T = c^D S - hD \\ E = -hS + \beta^S D \end{cases} \quad \begin{cases} S = s^E T + dE \\ D = dT + \epsilon^T E \end{cases} \quad \begin{cases} S = s^D T + gD \\ E = -gT + \beta^T D \end{cases} \quad (1.29)$$

2.3.3 - Matériaux polycristallins

Les matériaux piézoélectriques utilisés couramment sont les céramiques PZT (plomb, zirconium et titane) qui ne deviennent piézoélectriques qu'après avoir subi un traitement particulier : la polarisation (**Figure 1.8**). Elles sont constituées de domaines ferroélectriques qui s'orientent au hasard pendant la fabrication. L'application d'un champ électrique élevé (jusqu'à environ 4 kV/mm) pour une température de 100 °C environ permet d'aligner ces domaines. La polarisation ainsi réalisée disparaît au-dessus de la température de Curie (entre 200 et 400 °C).

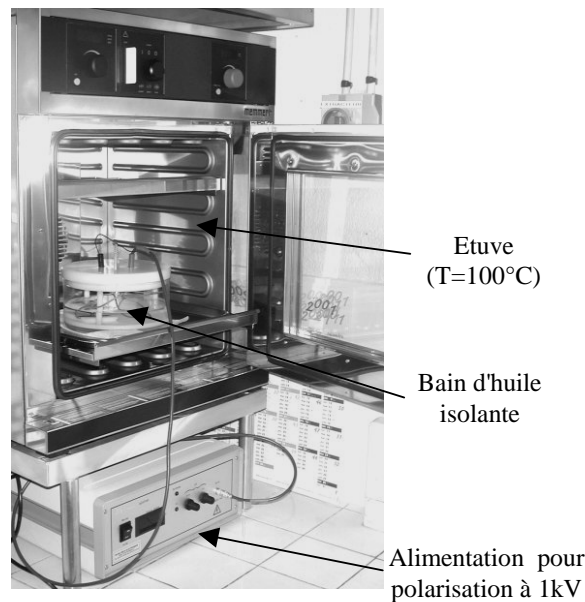


Figure 1.8 - Banc de polarisation

Un bloc de céramique soumis à un champ électrique croissant de sens opposé à la polarisation initiale voit ses dipôles progressivement se retourner : le bloc passe d'abord par une étape de contraction puis d'élongation (**Figure 1.9**).

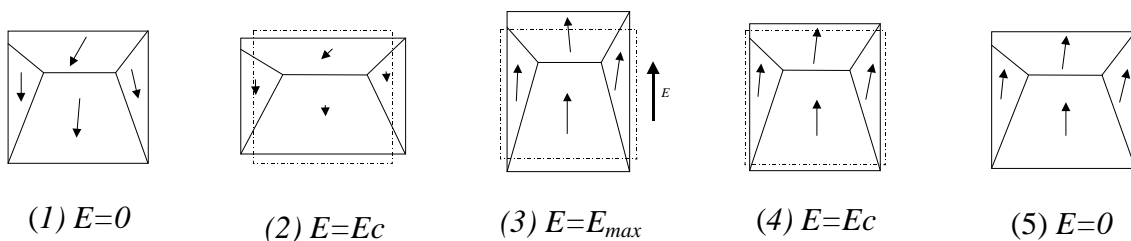


Figure 1.9 - Rotation des domaines sous l'action d'un champ de forte valeur [SAS]

Si un champ de valeur opposée est ensuite appliqué, le phénomène inverse va se produire et la déformation suit un cycle de polarisation suivant l'allure de la **Figure 1.10**.

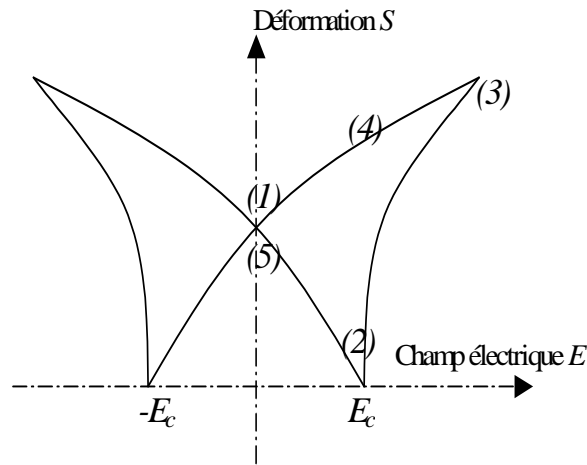


Figure 1.10 - Cycle de polarisation d'un matériau piézo-électrique [SAS]

La céramique sera utilisée pour des valeurs de champ électrique bien plus faibles. Les déformations se feront donc autour du point d'intersection avec l'axe des ordonnées. La courbe pourra alors être assimilée à sa tangente. Le signe de la pente de cette droite (i.e. le sens de la polarisation) dépendra du signe de la dernière tension de grande amplitude appliquée.

2.3.4 - Différents modes de couplage

L'analogie unidimensionnelle présentée auparavant présente un caractère simpliste. Les équations de la piézoélectricité sont en réalité formulées de manière tensorielle. L'**Annexe 1** donne un rappel sur les déformations élastiques des milieux anisotropes, dont font partie les céramiques piézoélectriques. De plus, le couplage entre la direction du champ électrique et la direction de déformation peut se faire selon plusieurs directions que l'on peut classer selon trois modes principaux : longitudinal (33), transversal (31) et de cisaillement (15). La **Figure 1.11** donne une représentation graphique de ces trois modes de couplage définis par deux chiffres : le premier correspond à la direction du champ électrique appliqué, le second à l'axe selon lequel lieu la déformation.

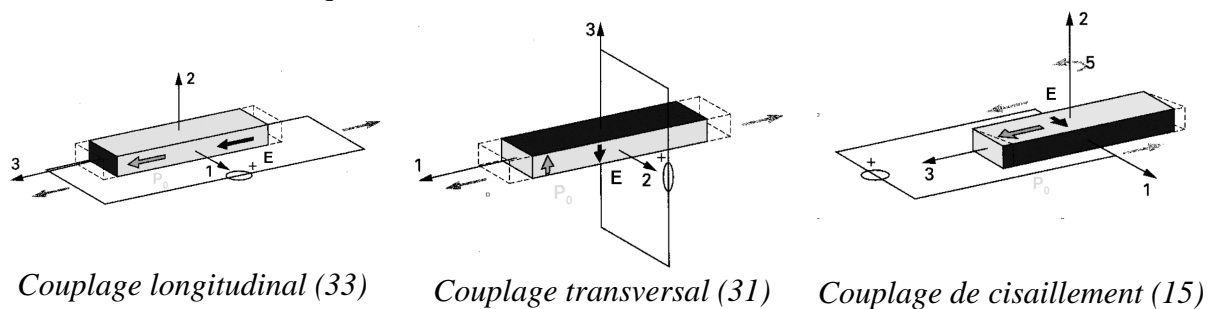


Figure 1.11 - Les différents types de couplage [NOG]

3 - De la céramique massive au moteur piézoélectrique

Le but de ce paragraphe est de présenter les différentes technologies d'actionneurs piézoélectriques en partant de la céramique massive pour arriver aux structures quasistatiques ou résonnantes.

3.1 - Transducteurs à débattements limités

Une première catégorie d'actionneur est caractérisée par le fait de ne pouvoir réaliser qu'un mouvement d'amplitude limitée. Ce débattement limité peut être obtenu par l'utilisation directe d'un des modes de couplage présentés précédemment ou par l'amplification d'une de ces déformées.

3.1.1 - Céramiques massives et multicouches

Une céramique peut être directement utilisée pour générer des déplacements micrométriques sous des efforts importants. L'équation mécanique $T = cS - eE$ montre que pour un champ électrique donné, la contrainte est fonction linéaire de la déformation :

- le déplacement est maximum pour un effort nul ;
- l'effort est maximal pour une déformation nulle.

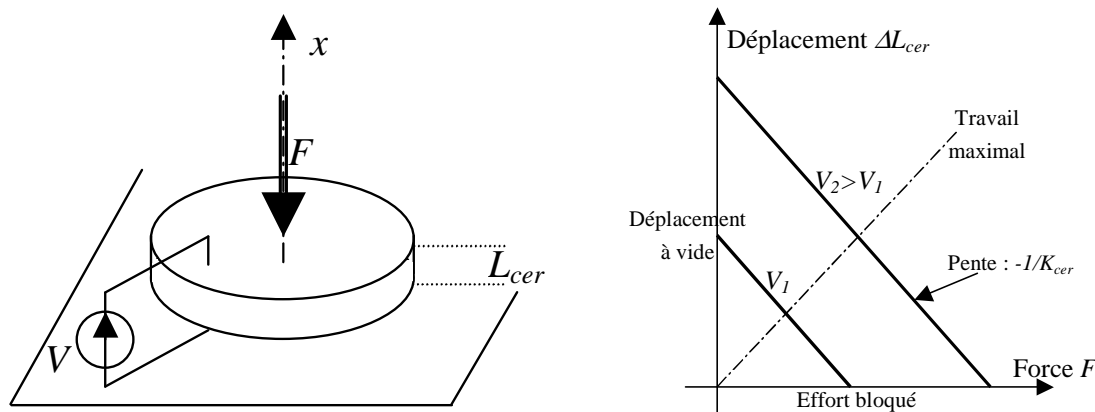
L'intégration de cette équation locale sur une céramique de section A et d'épaisseur L_{cer} permet de définir les paramètres globaux souvent utilisés. L'effort F s'exprime ainsi par l'équation mécanique suivante :

$$F = -K_{cer} \cdot \Delta L_{cer} + N \cdot V, \quad (1.30)$$

avec :

- $K_{cer} = cA / L_{cer}$, la raideur de la céramique en N/m ;
- $N = eA / L_{cer}$, le facteur d'effort exprimé en N/V.

La représentation graphique de cette équation est donnée sur la **Figure 1.12**. Le travail fourni est maximal pour le point médian de cette droite.



Les céramiques sont souvent utilisées en statique sous la forme d'un empilement multicouches de fines tranches (une centaine de μm) de matériaux actifs comme représenté sur la **Figure 1.13**. Cette disposition permet de diminuer les tensions d'alimentation tout en utilisant la céramique au maximum des champs électriques admissibles (la tension applicable n'est alors pas bidirectionnelle pour éviter la dépolarisation du cycle de la **Figure 1.10**).

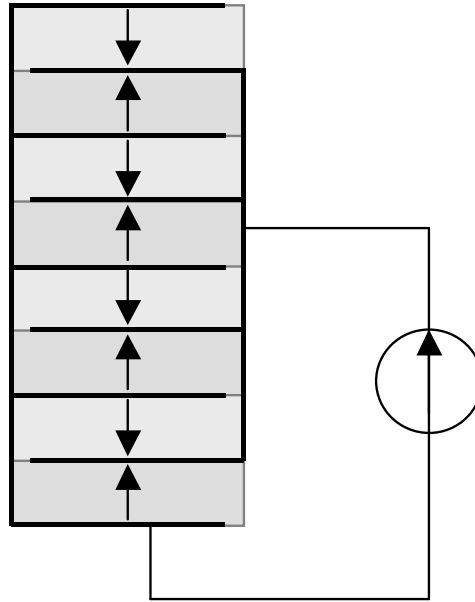


Figure 1.13 - Céramique multicouche

Utilisée par exemple pour le micropositionnement en optique, la céramique multicouche P-802.10 de PI (Physik Instrumente) [PI @], de dimension $6*6*18$ mm, développe, sous 100 V en point médian, un effort de 750 N (soit une contrainte de 20 MPa) pour un déplacement à vide de $7.5 \mu\text{m}$ et 1500 N en effort bloqué (soit une contrainte de 40 MPa). Les déformées accessibles sont de l'ordre de 1000 ppm de l'épaisseur totale.

L'équation électrique locale $D = \epsilon E + eS$ permet d'exprimer la charge Q_c sur l'électrode de la céramique :

$$Q_c = C_0 \cdot V + N \cdot \Delta L_{cer} \quad , \quad (1.31)$$

avec $C_0 = \epsilon A / L_{cer}$ la capacité bloquée de la céramique.

Il est possible de donner une représentation électrique de l'équation mécanique en se basant sur l'analogie électromécanique du **Tableau 1.1** où une tension représente un effort et une charge un déplacement.

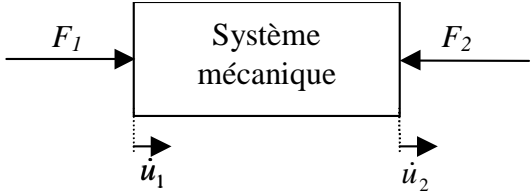
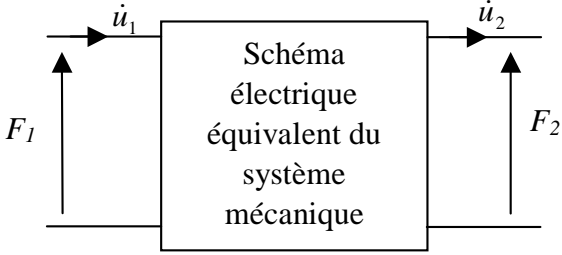
Grandeurs mécaniques	Grandeurs électriques
	
Force (N)	Tension (V)
Vitesse (m/s)	Courant (A)
Déplacement (m)	Charge électrique (C)
Amortissement (N.s/m)	Résistance (Ω)
Souplesse (m/N)	Capacité (F)
Masse (kg)	Inductance (H)

Tableau 1.1 - Analogie électromécanique

Afin de faire apparaître cette analogie électromécanique, il est possible de réécrire l'équation mécanique en notation complexe :

$$F = -K_{cer} \cdot \Delta L_{cer} + N \cdot V = -\frac{K_{cer}}{j\omega} \cdot \Delta \dot{L}_{cer} + N \cdot V \tag{1.32}$$

Dans cette équation, la vitesse vibratoire est équivalente à un courant et la raideur peut être assimilée à l'inverse d'une capacité.

L'équation électrique peut également être réécrite sous la forme suivante :

$$I = j\omega \cdot A \cdot D = jC_0 \omega \cdot V + N \cdot \Delta \dot{L}_{cer} \tag{1.33}$$

Un transformateur électromécanique de rapport N permet de lier l'équation électrique à l'équation mécanique dans un seul schéma représenté sur la **Figure 1.14**.

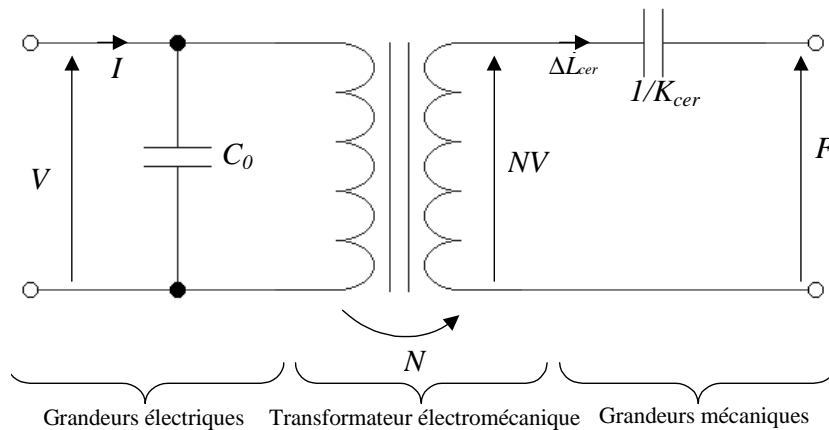


Figure 1.14 - Schéma électrique équivalent de la céramique

3.1.2 - Transducteurs à déformée amplifiée

Les déformées accessibles en utilisant directement une céramique massive ou multicouche restent de faibles valeurs. Certaines applications, pouvant se contenter d'efforts de moindre valeur mais exigeant des déplacements de plus grandes importances, utilisent des transducteurs à déformée amplifiée. Ces derniers peuvent être obtenus de différentes manières (**Figure 1.15**) :

- Par la flexion hors plan induite par la déformée transverse de céramiques de polarité opposée (multimorphe ou bender en multicouches) [NOL @] ou d'une céramique accolée à un matériau passif (bimorphe) [PI @] ;
- Par amplification (de la déformée d'un barreau multicouche) par effet levier (où une lame mince tient lieu de rotule) ou déformation d'une coque (flextenseur) [CED @].

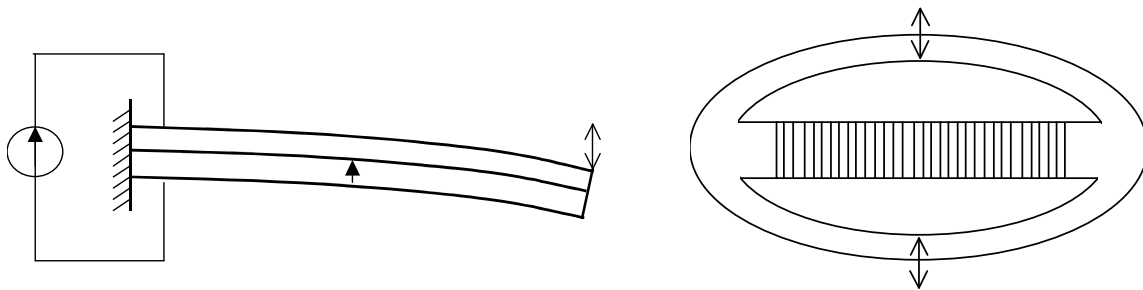


Figure 1.15 - Exemples d'actionneurs à déformée amplifiée (bimorphe, flextenseur)

Ces actionneurs conservent des caractéristiques effort/déplacement linéaires. Une comparaison de ces différents transducteurs à déformée limitée peut être faite sur un graphe effort bloqué/déplacement à vide. Le graphique de la **Figure 1.16** donne des exemples de caractéristiques pour différents constructeurs [PI @][NOL @][CED @] et pour une masse identique de céramique mise en jeu (environ 3 g).

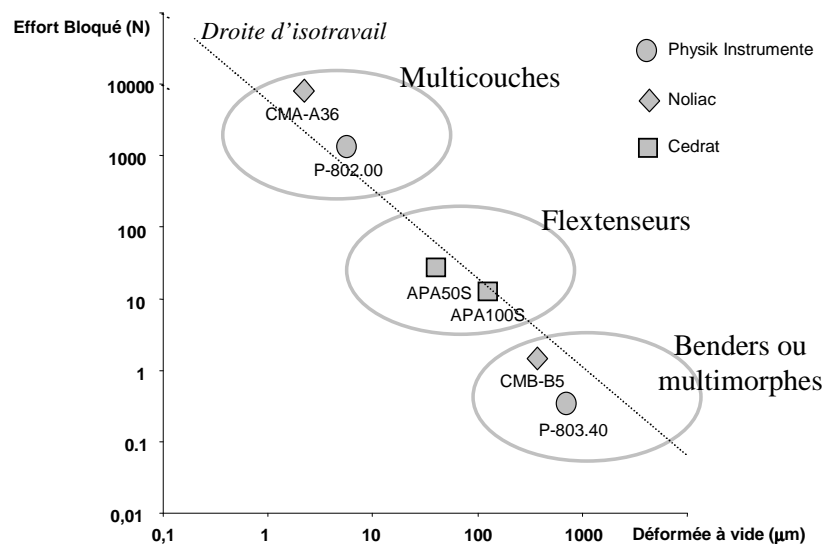


Figure 1.16 - Effort/Déplacement pour différents transducteurs à déformée limitée

Ces différentes configurations d'actionneurs permettent pour un même volume de céramique d'obtenir un travail mécanique identique. Ils sont en effet répartis le long d'une droite définissant un produit $F.\Delta L$ constant. Les flex tenseurs (ou actionneurs à effet levier) constituent une solution intermédiaire, en terme de déformée et d'effort, entre les multicouches et les multimorphes.

3.2 - Actionneurs quasi-statiques

Les transducteurs présentés précédemment ne peuvent générer que des déplacements d'amplitudes limitées. Les moteurs quasistatiques ou Inchworm permettent d'obtenir un mouvement illimité en répétant, à l'aide de plusieurs transducteurs et à basse fréquence (quelques centaines d'Hertz), un cycle élémentaire d'avance pas à pas. Ce type de moteur est constitué de trois organes actionnés indépendamment par des céramiques : deux pinces, les préhenseurs, et un actionneur modifiant la distance séparant ces derniers. Le cycle de fonctionnement se décompose en plusieurs phases comme l'indique la **Figure 1.17** :

- Etat 1 : Les deux préhenseurs ensèrent le guide ;
- Etat 2 : L'un des préhenseurs est libéré tandis que l'autre continue à enserrer le guide ;
- Etat 3 : L'actionneur s'allonge afin de déplacer le préhenseur libre, l'autre jouant le rôle de point fixe ;
- Etats 4-5 : Lorsque l'actionneur est arrivé à sa course maximale, les préhenseurs sont commandés de manière complémentaire pour inverser leurs états ;
- Etat 6 : L'actionneur est rétracté ramenant le préhenseur ouvert ;
- Etat 7 : Finalement les préhenseurs sont commandés pour ramener le cycle à l'état 1.

Burleigh Instruments [BUR @] produit depuis 25 ans, sur ce principe, des moteurs linéaires de très grande précision ($\sim 4\text{nm}$) avec pour exemple de caractéristiques principales : un effort de 10 N pour une vitesse de 1,5 mm/s et une masse de 300 g. Des versions développant des efforts plus importants (200 N) et utilisant des céramiques multicouches sont citées dans la littérature [BI 97]. Au début des années 90, la NASA a réalisé un moteur rotatif (12 N.m, 0,5 tr/min) en utilisant comme éléments actifs des matériaux magnétostrictifs. Le LEEI [GIR-A][SAL] a utilisé des céramiques piézoélectriques multicouches en mode piston (longitudinal) pour réaliser un actionneur de 2 N.m, 1,5 tr/min.

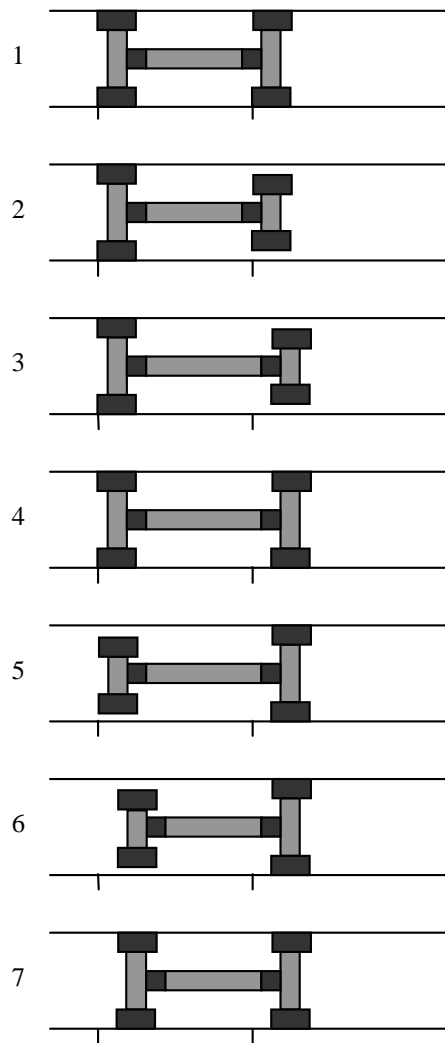


Figure 1.17 - Cycle de fonctionnement du moteur Inchworm linéaire

Ces moteurs sont caractérisés par leur haute résolution, utile pour des applications en micropositionnement, et leur fort couple massique. Ils présentent néanmoins une très faible vitesse, d'où une puissance limitée pour un rendement très médiocre. Les électroniques d'alimentation sont le plus souvent linéaires et dissipent l'énergie réactive apportée pour charger la capacité importante des céramiques multicouches et pour déformer la structure élastique mécanique.

3.3 - Actionneurs résonnants

3.3.1 - Principe de base

Une augmentation de la fréquence d'utilisation permet d'augmenter la puissance mécanique générée. De plus, en se plaçant à la résonance mécanique, l'énergie de déformation élastique est compensée par l'énergie cinétique et l'alimentation n'a plus besoin de fournir cette énergie réactive. La transmission de l'effort dans les actionneurs résonnants doit cependant se réaliser suivant certaines conditions. Les déformations générées par les

céramiques ont alors pour but de créer un mouvement elliptique des points matériels d'une face du stator. La pièce mobile, plaquée contre le stator vibrant, est alors entraînée par friction. Le mouvement elliptique d'un point se décompose en deux composantes (**Figure 1.18**) :

- Une composante *normale* F_n , qui contrôle la force de friction en compensant l'effort axial F appliqué par un ressort sur la pièce mobile ;
- Une composante *tangentielle* F_t , qui induit la force motrice exprimée par la loi de Coulomb $F_t = \mu F_n$.

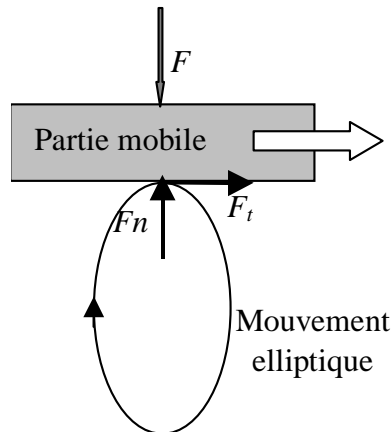


Figure 1.18 - *Mouvement elliptique d'un point matériel*

Si le contact sur le sommet de l'ellipse est supposé ponctuel et sans glissement, la vitesse de la partie mobile est alors égale à la vitesse du point matériel. Elle est donc proportionnelle à la fréquence de vibration (le plus souvent ultrasonore) et à l'amplitude des déplacements (quelques microns) et donne classiquement des vitesses de quelques dizaines de cm par seconde. Pour un rotor de diamètre 60 mm, des vitesses de rotation de l'ordre d'une centaine de tours par minute (soit environ 2 Hz) sont obtenues. Ce principe permet d'avoir l'équivalent d'un réducteur de vitesse au rapport de transformation énorme (passage de 40 kHz à 2 Hz, soit une division de la fréquence par 20000).

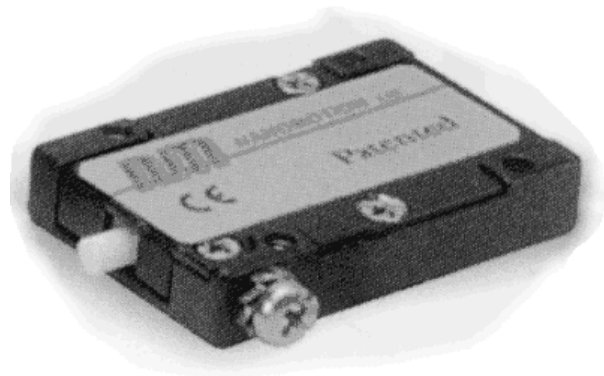
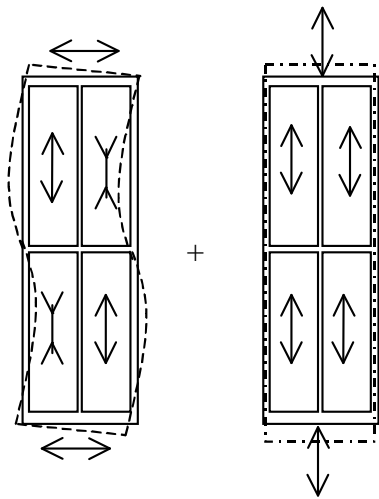
3.3.2 - Actionneurs à onde stationnaire

Le mouvement elliptique utilisé pour générer le mouvement par friction peut être obtenu en certains points d'un transducteur en combinant deux ondes stationnaires. Ces mouvements peuvent être excités :

- Par deux phases alimentées en quadrature et utilisant les mouvements vibratoires de deux modes différents. Les entreprises Nanomotion [NAN @] et Cedrat [CED @] commercialise des actionneurs basés sur ce principe en utilisant les modes de flexion et longitudinal d'une céramique rectangulaire, pour le premier (**Figure 1.19**), et deux modes d'une coque métallique pour le second (**Figure 1.20**). Le

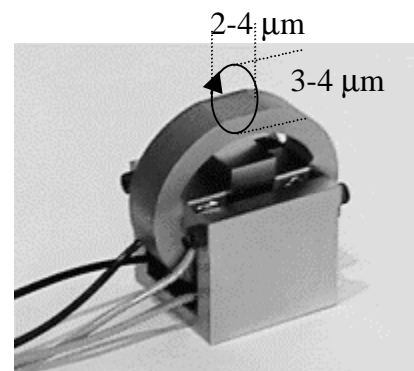
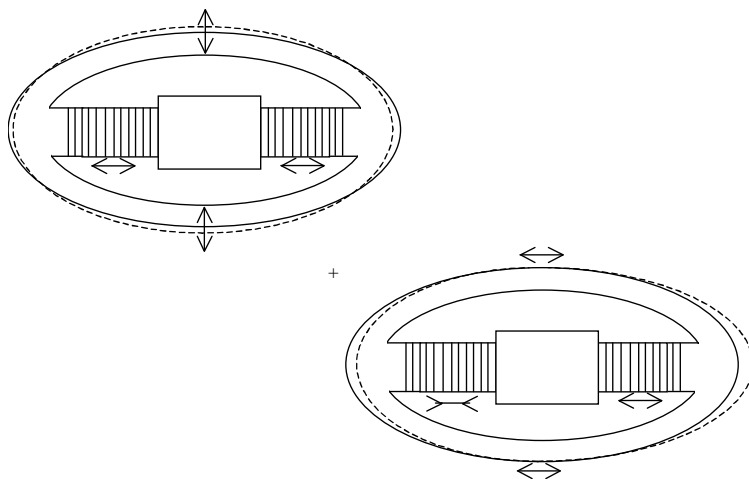
mouvement obtenu est bidirectionnel en jouant sur le signe du déphasage de l'alimentation.

- Par une phase excitant le transducteur selon une direction, le contact excitant le second mouvement nécessaire à l'obtention d'une ellipse. Le mouvement obtenu est unidirectionnel. La compagnie Micropulse [MIC @] obtient un actionneur bidirectionnel en disposant deux céramiques commandant chacune un sens (Figure 1.21).



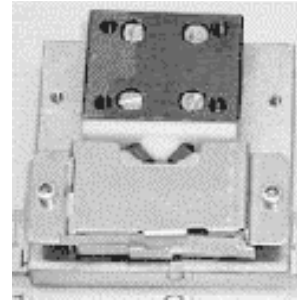
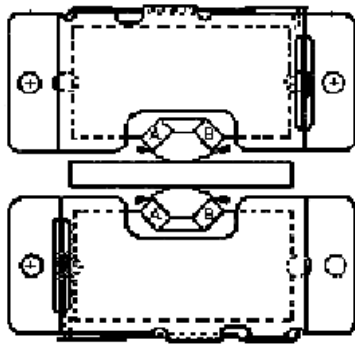
Vitesse max. : 250 mm/s
 Effort max. : 4 N
 Fréquence : 40 kHz
 Poids : 20 g

Figure 1.19 - Actionneur HRI de Nanomotion



Vitesse max. : 100 mm/s
 Effort max. : 15 N
 Fréquence : 22 kHz
 Poids : 80 g

Figure 1.20 - Actionneur UPD20 de CEDRAT



Vitesse max. : 50 mm/s

Effort max. : 2 N

Fréquence : 134 kHz

Poids : 22 g

Figure 1.21 - Actionneur L-104 de MicroPulse

3.3.3 - Actionneurs à onde progressive

Le mouvement elliptique recherché est ici généré, comme l'illustre la **Figure 1.22**, lors du passage d'une onde progressive de flexion. Cette onde est obtenue en superposant deux vibrations stationnaires forcées de deux modes orthogonaux de même nature.

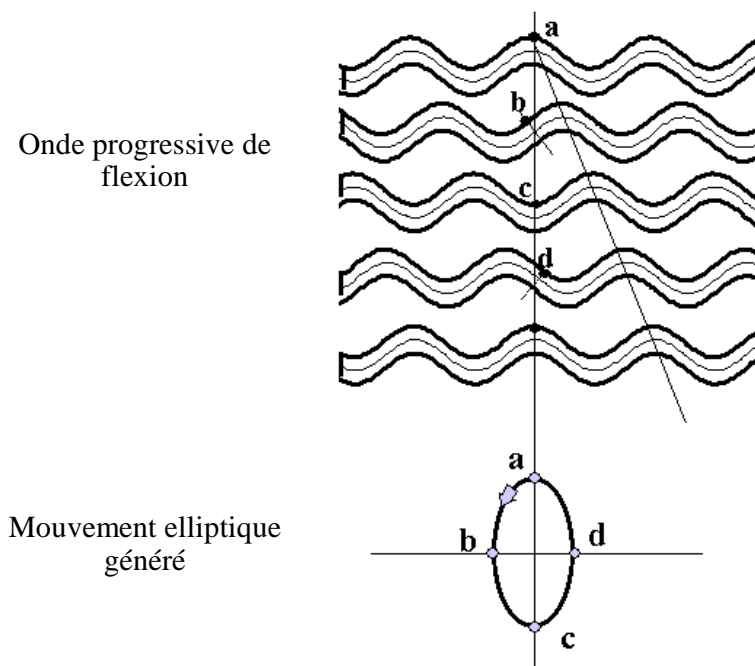


Figure 1.22 - Mouvement elliptique au passage d'une onde progressive de flexion [ROU]

Les modes utilisés peuvent être les modes propres en flexion d'un anneau (selon la circonférence) ou d'un cylindre (selon l'axe longitudinal). La première configuration correspond au moteur à onde progressive commercialisé par l'entreprise Shinsei [SHI @] ou par Canon dans ses objectifs photographiques [CAN @]. La deuxième correspond au moteur à rotation de mode qui sera développé dans la suite du mémoire.

Le moteur à onde progressive annulaire (**Figure 1.23**) est constitué d'un stator en bronze sur lequel est collé un anneau de céramique. Ce stator est relié au bâti par un voile de découplage qui évite d'étouffer les vibrations ultrasonores. Il est muni de dents qui modifient peu la rigidité de l'anneau et amplifient les mouvements générés. Ces dents permettent l'évacuation des particules d'usure. Une couche de matériau de friction y est également déposée pour améliorer la transmission du couple et stabiliser les performances dans le temps. Le rotor est en dural compliant pour s'adapter au stator et sert d'élément élastique pour calibrer l'effort presseur appliqué via le roulement par le bâti.

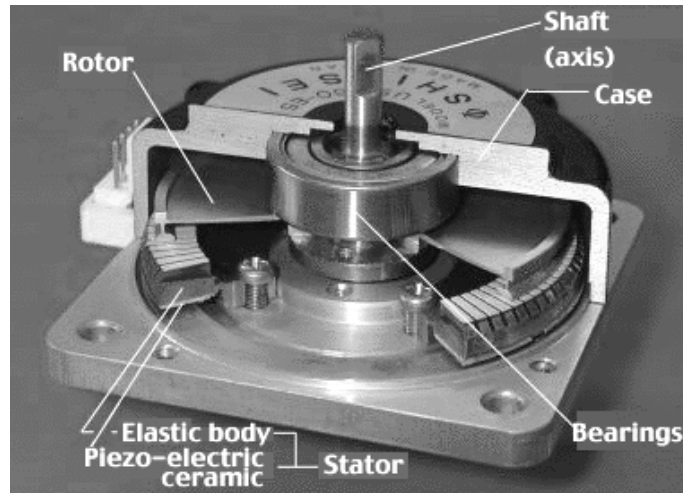


Figure 1.23 - Vue éclatée d'un moteur à onde progressive [SHI @]

Le mode de flexion utilisé ici est celui de rang neuf : le contact se fait sur neuf points. L'anneau de céramique a des polarisations alternées qui excitent les deux modes de résonance : à chacun de ses modes correspond un secteur décalé entre eux d'un quart de longueur d'onde. Les deux phases correspondantes sont alimentées par deux tensions déphasées de 90° qui génèrent l'onde progressive d'une manière analogue à la création d'un champ tournant dans une machine électromagnétique diphasée.

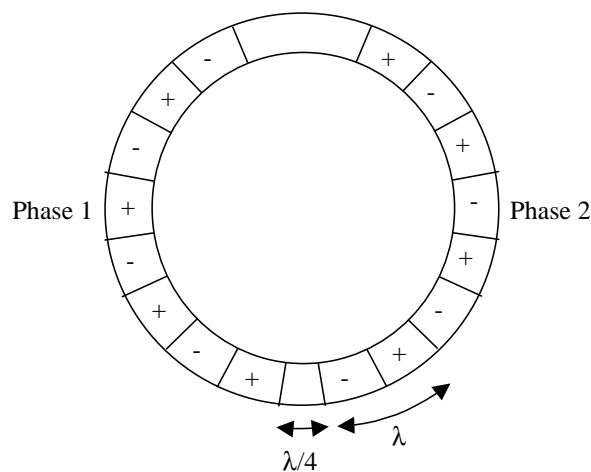


Figure 1.24 - Disposition des polarisations sur la céramique et alimentation

Un moteur à rotation de mode (**Figure 1.25**) utilise les 2 modes de flexion orthogonaux d'une poutre cylindrique composée de céramiques piézo-électriques encadrées par des contre masses. Le tout est précontraint par une vis. La partie mobile est plaquée contre l'extrémité du cylindre par un ressort.

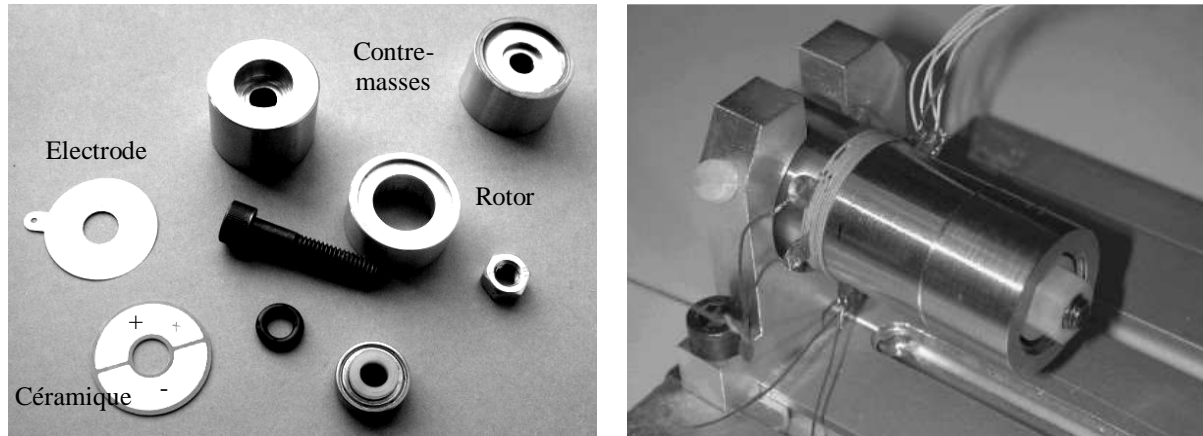


Figure 1.25 - Vue éclatée et assemblée d'un moteur à rotation de mode

Le mode de résonance utilisé ici est le premier mode de flexion libre-libre de la poutre composée par les céramiques et les contre-masses (**Figure 1.26**). Libre-libre signifie que les deux extrémités sont laissées libres de se déplacer. Encastrer l'une d'elle induirait des contraintes très importantes dans la section immobilisée.

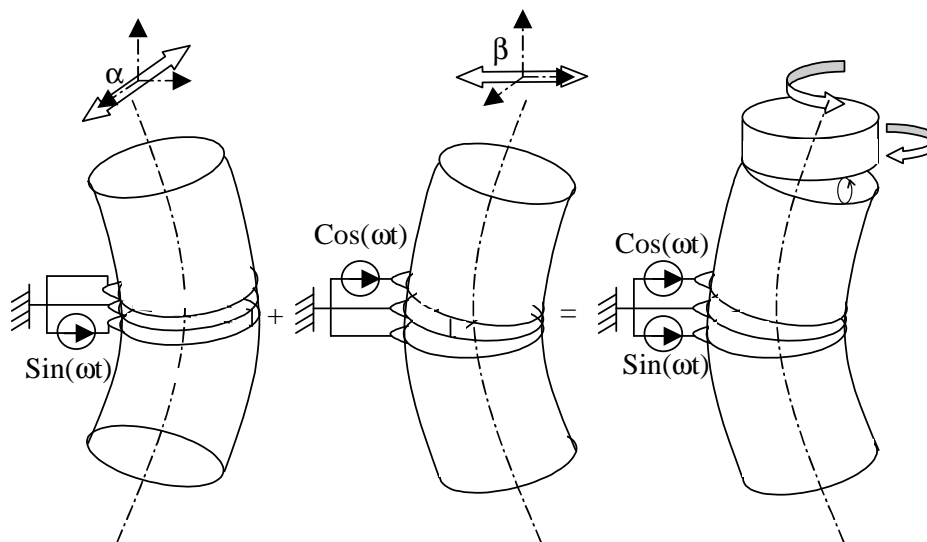


Figure 1.26 - Modes de flexion libre-libre et onde progressive

Les céramiques utilisées pour exciter le stator du moteur sont des disques avec des polarisations opposées sur chaque moitié. Elles sont disposées orthogonalement pour exciter chacune un mode de flexion. Elles sont alimentées par des sources de tensions sinusoïdales hautes fréquences (plusieurs dizaines de kHz) en quadrature.

3.3.4 - Schéma équivalent à la résonance

La **Figure 1.27** représente un système résonant élémentaire (à constantes localisées) constitué d'une céramique, d'un ressort de raideur K et d'une masse M . La masse de la céramique piézoélectrique est négligée car les amplitudes des vibrations développées à son niveau, et donc l'énergie cinétique, restent négligeables.

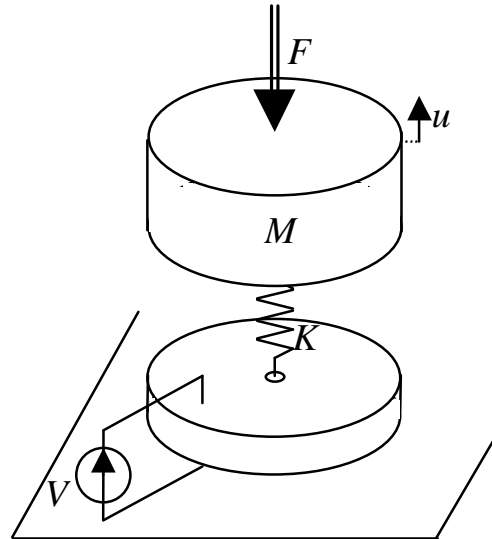


Figure 1.27 - Système résonant élémentaire

L'analogie électromécanique qui a permis de modéliser une céramique piézoélectrique par un schéma électrique équivalent permet également de donner la représentation **Figure 1.28** de ce système résonant où l'effort F est supposé être un frottement fluide : $F = \alpha \dot{u}$.

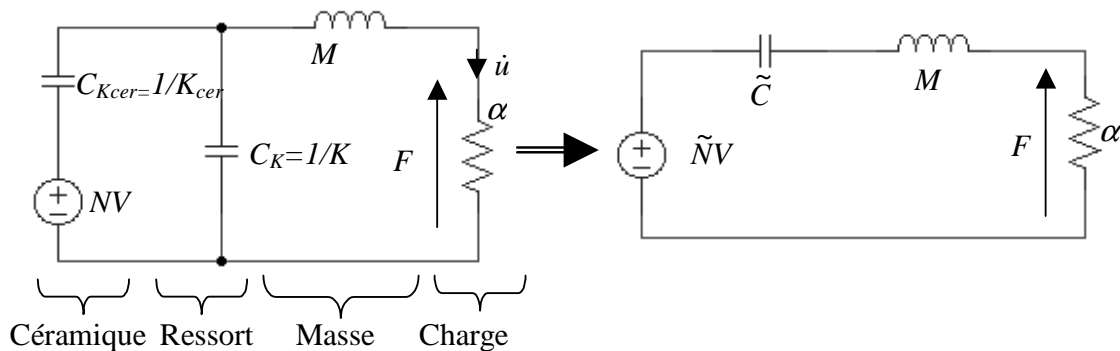


Figure 1.28 - Schéma électrique équivalent du système mécanique résonant

L'ensemble peut donc se résumer à un schéma électrique résonant RLC excité par une source de tension. La capacité et le facteur d'effort mis en jeu s'expriment par les expressions suivantes :

$$\tilde{C} = C_{Kcer} // C_K = C_{Kcer} + C_K \tag{1.34}$$

$$\tilde{N} = \frac{C_{Kcer}}{C_{Kcer} + C_K} N = \frac{C_{Kcer}}{\tilde{C}} N \quad (1.35)$$

La représentation complète du comportement électrique du transducteur ainsi réalisé est obtenue sur la **Figure 1.29** en ajoutant le transformateur électromécanique de rapport \tilde{N} et la capacité bloquée de la céramique piézoélectrique. Le passage du circuit RLC au primaire du transformateur permet d'obtenir le schéma équivalent simplifié $RLC//C_0$.

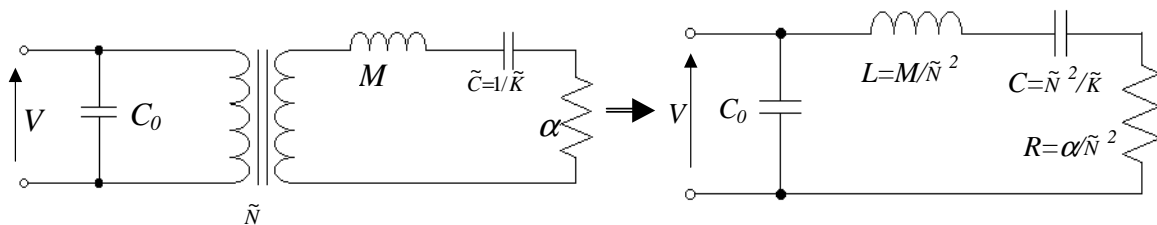


Figure 1.29 - Schéma électrique équivalent du transducteur

4 - Critères comparatifs des actionneurs piézoélectriques

La conversion d'énergie dans un moteur piézo-électrique passe par plusieurs étapes et revêt différentes formes :

- Une conversion électro-mécanique au niveau de la céramique constituant le matériau actif qui cède à la structure mécanique une énergie de déformation élastique ;
- Une conversion mécano-mécanique par friction à l'interface stator/rotor qui transforme les déformations de petites amplitudes en mouvements utiles de grandes amplitudes.

Pour avoir une conversion efficace de cette énergie, il faut chercher à optimiser chacune de ces étapes. La suite du paragraphe présente les grandeurs et les critères permettant de juger de l'aptitude à réaliser ces différentes conversion d'énergie.

4.1 - Coefficient de couplage

Le coefficient de couplage k exprime l'aptitude d'un système à convertir l'énergie. Cette conversion d'énergie peut se faire par exemple :

- De l'énergie électrique vers l'énergie mécanique par l'intermédiaire d'un transducteur piézoélectrique ;
- De l'énergie électrique vers l'énergie électrique par l'intermédiaire d'un transformateur électromagnétique.

La notion de couplage sur le cas du transformateur est d'un abord plus courant. Ses équations au primaire et au secondaire peuvent s'écrire en complexe :

$$\begin{aligned} V_1 &= jL_1\omega I_1 + jM\omega I_2 \\ V_2 &= jM\omega I_1 + jL_2\omega I_2 \end{aligned} \quad (1.36)$$

Ces équations peuvent se réécrire de manière à faire apparaître la représentation de la **Figure 1.30** du transformateur avec inductances de fuite au secondaire :

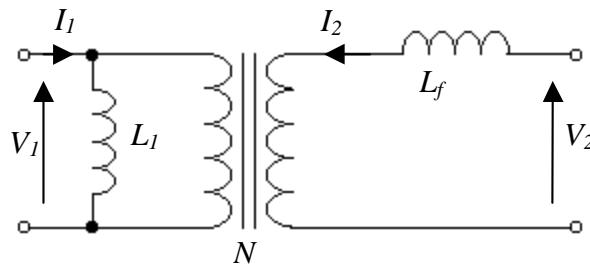


Figure 1.30 - Schéma équivalent d'un transformateur avec inductances de fuite au secondaire

Sur cette représentation, différentes grandeurs apparaissent :

- $N = \frac{M}{L_1}$, le rapport de transformation du transformateur ;
- $L_f = L_2(1 - k^2)$, les inductances de fuite ramenées au secondaire ;
- $k^2 = \frac{M^2}{L_1 L_2}$, le coefficient de couplage exprimant la qualité du bobinage.

L'inductance de fuite ramenée au primaire s'exprime par :

$$L_{eq} = \frac{L_f}{N^2} = \frac{L_1}{k^2} - L_1 \quad (1.37)$$

D'où une nouvelle expression pour le coefficient de couplage k :

$$k^2 = \frac{L_1}{L_1 + L_{eq}} \quad (1.38)$$

Un coefficient k proche de 1 signifie une inductance de fuite faible et des bobinages bien couplés.

Pour une céramique piézoélectrique seule, le schéma électrique équivalent est celui de la **Figure 1.14**. La capacité secondaire peut se ramener au primaire et donne C_{eq} . Par analogie avec le premier exemple, le coefficient de couplage de la céramique peut s'écrire :

$$k^2 = \frac{1/C_0}{1/C_0 + 1/C_{eq}} = \frac{C_{eq}}{C_0 + C_{eq}} \quad (1.39)$$

Le coefficient de couplage k peut donc s'obtenir de différentes manières :

- En effectuant le rapport de l'énergie mécanique transformée ($1/2 C_{eq} V^2$ par exemple) sur l'énergie totale apportée ($1/2 (C_{eq} + C_0) V^2$) ;
- En rapportant le terme énergétique de couplage (M par exemple) au carré sur le produit des termes énergétiques propres (L_1 et L_2).

A l'aide de cette dernière définition, il est possible de définir l'expression du couplage local en partant du jeu d'équation :

$$\begin{cases} S = s^E T + dE \\ D = dT + \varepsilon^T E \end{cases}$$

$$k_{ij}^2 = \frac{d_{ij}^2}{\varepsilon_{ii}^T s_{jj}^E} \quad (1.40)$$

La céramique P1 89 de Quartz et Silice est par exemple caractérisée par les valeurs numériques du **Tableau 1.2**. Selon le mode utilisé, le couplage est plus ou moins fort : le plus élevé est le k_{33} (mode longitudinal ou piston).

Mode	Coefficient de couplage	Valeur numérique
Longitudinal (piston)	k_{33}	0,65
Transversal	k_{31}	0,32
Cisaillement	k_{15}	0,51

Tableau 1.2 - Coefficients de couplages de la céramique P1 89 de Quartz & Silice

Pour une céramique accolée à une structure mécanique comme pour le cas du transducteur résonant (**Figure 1.27**), le coefficient de couplage de l'ensemble n'est plus celui de la céramique seule. Pour le cas d'une raideur K faible par rapport à celle de la céramique, le schéma équivalent de la **Figure 1.28** a pour :

- Facteur d'effort : $\tilde{N} \approx \frac{K}{K_{cer}} N$;
- Capacité équivalente : $C_{eq} = \frac{\tilde{N}^2}{K} = \frac{K}{K_{cer}} \frac{N^2}{K_{cer}}$.

D'où le coefficient de couplage :

$$k_r^2 = \frac{C_{eq}}{C_0 + C_{eq}} \approx \frac{C_{eq}}{C_0} \approx \frac{K}{K_{cer}} k^2 \quad (1.41)$$

L'ajout d'un matériaux passif dégrade donc le couplage électromécanique, et ce d'autant plus que ce matériau est souple.

4.2 - Précontrainte

Une céramique n'a pas la même contrainte limite en traction (25 MPa) ou en compression (500 MPa). Pour l'utiliser au mieux, il faut la précontraindre pour l'utiliser uniquement en compression. Un transducteur Langevin ou les moteurs à structure empilée se

prêtent bien à cette précontrainte par l'intermédiaire d'une vis. Un moteur à onde progressive utilisant le couplage transverse des céramiques collées s'y prête quant à lui moins bien.

4.3 - Contact

4.3.1 - Contact permanent ou intermittent

Les actionneur résonants peuvent se classer en deux sous-groupes : à onde stationnaire ou à onde progressive. Ils ont un contact stator vibrant/rotor différent :

- Pour l'onde progressive, les sommets des ventres de flexion sont toujours en contact avec le rotor : le *contact est permanent* ;
- Pour les ondes stationnaires, le contact n'a lieu qu'au sommet du mouvement elliptique d'un point unique : le *contact est intermittent*.

Pour ce dernier cas, l'effort macroscopique généré est une moyenne temporelle des efforts intermittents, l'inertie de la structure servant de filtre. Pour atteindre un niveau d'effort identique, il faut utiliser des niveaux de pression de contact plus importants que pour une structure à onde progressive. La surface active est également de plus faible dimension. Ces deux points sont pénalisants en terme d'usure. L'onde progressive utilise donc de manière plus efficace une structure vibrante au niveau du contact.

4.3.2 - Coefficient de frottement statique ou dynamique

Quelque soit le type d'actionneur, l'effort est transmis au niveau d'une surface de contact. Cependant il existe des différences au niveau des vitesses relatives entre stator et rotor selon le type de structure :

- Pour les actionneurs résonants, les différents points matériels de la surface de contact n'ont pas la même vitesse : il y a donc obligatoirement glissement entre rotor et les points matériels du stator et donc *frottement avec glissement* ;
- Pour les actionneurs quasistatiques, la vitesse relative est nulle d'où *frottement sans glissement*.

Ces deux types de contact sont caractérisés par des coefficients de frottement différents. Le **Tableau 1.3** donne quelques exemples numériques.

Couple	Coef. Statique	Coef. Dynamique
Bronze-polymere (polyester chargé PTFE)	0,35	0,2-0,25
Acier-acier (avec traitement de surface structurel pour éviter le grippage)	0,7	

Tableau 1.3 - Exemples de coefficients de frottement

4.4 - Vitesse

Les actionneurs quasistatiques et résonnants vont donner par leur principe même des vitesses fortement différentes. Si les déformations sont du même ordre de grandeur (10 μm) bien qu'obtenues différemment (excitation à la résonance d'une structure mécanique ou utilisation directe de la déformation de "grande" amplitude d'une céramique multicouche), les fréquences mises en jeu sont bien différentes : 40 kHz couramment pour les actionneurs résonnants, 100 Hz pour les quasistatiques. Un ordre de grandeur de la vitesse linéaire est donnée par le produit déformation.fréquence. Soit pour :

- les moteurs quasistatiques : 1 mm/s, soit environ pour un rotor de rayon centimétrique 1 tr/min ;
- Les moteurs résonnants : 40 cm/s, soit 400 tr/min pour un rayon de 1 cm.

5 - Actionneurs à plusieurs degrés de liberté

5.1 - Composition de liaisons cinématiques

Il est possible d'obtenir une action à plusieurs degrés de liberté à l'aide d'une chaîne cinématique composée d'actionneurs et de liaisons mécaniques simples à un degré de liberté. Cette démarche est appliquée dans le cas de moteurs électromagnétiques. Des réducteurs pourront être ajoutés pour obtenir les vitesses et les efforts nécessaires.

Pour obtenir un mouvement de translation avec un actionneur électromagnétique, il est possible d'utiliser des moteurs linéaires à aimants permanents, homologues des moteurs synchrones rotatifs, qui ont des courses de grandes amplitudes. Pour des courses plus faibles de l'ordre du centimètre, des actionneurs à bobines mobiles ou aimant mobiles peuvent être utilisés. Ils sont conçus pour des applications nécessitant des vitesses importantes. Le constructeur suisse Etel [ETE @] possède une gamme dont les efforts vont de 1 à 700 N, et les courses jusqu'à 50 mm.

Pour atteindre des vitesses plus faibles, il faut se tourner vers des solutions moteurs rotatifs et vis à billes. Haydon Switch and Instruments, Inc [HSI @] commercialise des actionneurs :

- linéaire constitué d'un moteur pas à pas et d'une vis à bille ;
- linéaire et rotatif constitué d'un moteur pas à pas, d'un frein électromagnétique et d'une vis à bille. Le frein électromagnétique bloque la rotation de la vis à bille et transforme le mouvement de rotation du moteur en mouvement linéaire. La rotation n'est possible qu'aux deux positions extrêmes de la course linéaire.



	Actionneurs linéaires avec moteurs pas à pas.	Actionneur linéaire et rotatif 7,5 degrés: pas à pas
		
Diamètres	Ø 15, 20, 26, 36 et 46 mm.	
Efforts	0,6 à 225 N.	15 N.cm 225 N
Vitesse		3000 tr/mn. 152,4 mm/s maxi
Course	25 à 150 mm.	25 à 150 mm.

Figure 1.31 - Caractéristiques des actionneurs Haydon Switch and Instruments, Inc

Un autre constructeur, l'américain Newport [NEW @] commercialise également un actionneur rotatif/linéaire pour du positionnement de précision dans l'industrie micro-électronique. L'ensemble est constitué :

- D'un moteurs pas-à-pas et d'une vis à bille pour la translation ;
- D'un moteur pas-à-pas et d'engrenages à vis sans fin pour la rotation ;
- D'une structure mécanique très rigide et de capteurs de position pour atteindre les précisions de positionnement recherchées.

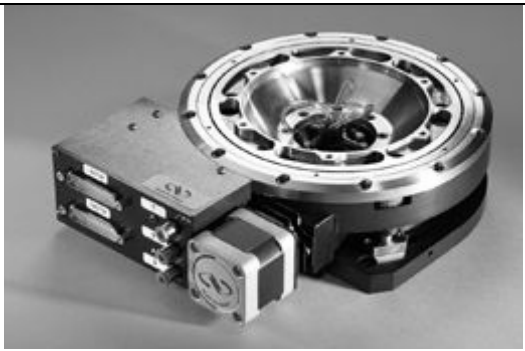
Course	10 mm +- 175°	
Résolution	1,5 micron 0,002 degré	
Capacité de charge	10 kg	
Encombrement	55*185*245 mm	
Poids	4,75 kg	

Figure 1.32 - Actionneur ZVR10 de Newport

5.2 - Actions de plusieurs transducteurs élémentaires identiques sur un élément mobile

Les actionneurs piézoélectriques résonants permettent d'exercer un effort localisé sur une pièce mobile. Ces efforts peuvent être réalisés selon plusieurs directions et permettent donc de multiplier les degrés de mobilité. Des actionneurs sphériques ont par exemple été

réalisés au LMARC [FER] : quatre stators élémentaires dans lesquels sont générées des ondes progressives assurent par paire deux degrés de rotation de la sphère (**Figure 1.33**). Les constructeurs Nanomotion, Micropulse et Cedrat proposent également d'utiliser leur transducteurs afin de réaliser des mouvements rotatifs ou linéaires ou de les combiner en vue de multiplier les degrés de liberté.

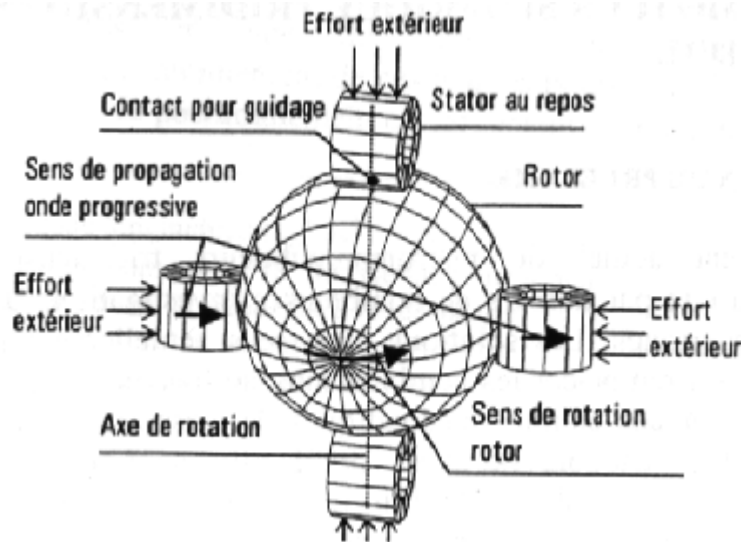


Figure 1.33 - Moteur sphérique du LMARC [FER]

Les dispositifs précédemment exposés permettent de se passer d'une chaîne cinématique composée de plusieurs liaisons à un degré de liberté complètement découplées. Ils ont cependant certaines limitations pour des applications à densités d'efforts élevés. Le dispositif actionnant un degré de liberté peut exercer un couple résistant lorsqu'il n'est pas activé, bridant ainsi en partie l'action de l'autre dispositif. Pour limiter cette influence les aires de contact entre partie active et partie mobile doivent rester localisées, limitant par ce fait les densités d'effort transmissibles. Il est également possible de le débrayer partiellement en l'excitant selon un mouvement stationnaire non moteur.

5.3 - Intégration en un actionneur

La recherche d'une intégration mécanique optimale conduit à chercher à obtenir plusieurs mouvements à l'aide d'un transducteur unique. Cette multiplication des degrés de liberté peut être faite de différente manière :

- En combinant différents principes d'actionneurs dans une même structure ;
- En utilisant un même principe selon plusieurs directions pour réaliser les différentes actions.

Il est possible d'exploiter les différents modes de couplage d'une céramique pour multiplier les possibilités d'actions. La **Figure 1.34** donne ainsi l'exemple d'un transducteur 3 degrés de liberté en XYZ obtenu en sommant les déformées de céramiques multicouches

empilées et exploitées selon des couplages longitudinaux (k_{33}) ou de cisaillement (k_{15}). Les déplacements restent cependant de très faibles amplitudes et réservent ces solutions au domaine du micro-positionnement.

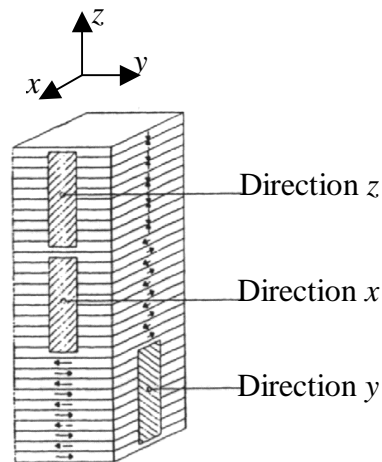


Figure 1.34 - Céramique multicouche à 3 degrés de liberté

Un autre moyen de combiner plusieurs actions est d'utiliser différents modes de résonance d'un transducteur. Le LEEI [GAL] et le LMARC [FER] ont réalisé notamment un translateur XY à onde stationnaire. Il utilise deux modes de vibrations en flexion dans les directions X et Y d'une plaque métallique. Des céramiques judicieusement placées permettent d'exciter l'un ou l'autre de ces modes. Les paramètres mécaniques sont choisis de manière à avoir un découplage fréquentiel de ces modes. Des plots permettent de sélectionner des points vibrants dans une même direction X ou Y selon le mode excité.

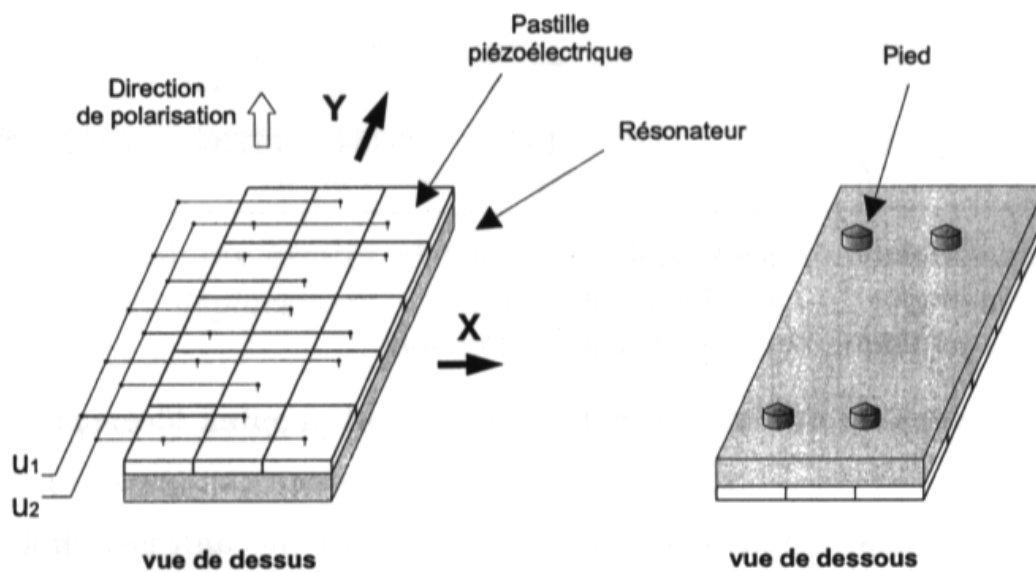


Figure 1.35 - Translateur à onde stationnaire [GAL]

6 - Actionneur en rotation et translation

6.1 - Objet de l'étude

Le but de l'étude demandée par la DGA est de s'intéresser à la fonction verrou réalisant une liaison cinématique pivot-glissant. Les spécifications exprimées par la société Matra Bae Dynamics sont résumées dans le **Tableau 1.4** :

Type	Actionneur à 2 degrés de liberté translation – rotation
Mouvement	Commande indépendantes selon les deux degrés de liberté
Fonction Rotation	Vitesse nominale : 60 tr/min Couple nominal : 0,5 N.m Couple arrêt : 1,5 N.m
Fonction Translation	Course : 5 mm Effort Nominal : 50 N
Au repos	Verrouillage de la translation et de la rotation
Encombrement	50*56*75 mm
Masse	< 800 g
Alimentation	28 V continu
Utilisation	30 s sur 30 min

Tableau 1.4 – Cahier des charges MBDA

Cet actionneur est donc principalement caractérisé par :

- Des densités d'efforts importantes en rotation et en translation ;
- Une gestion de deux degrés de liberté de type rotation-translation.

6.2 - Tableau comparatif

Le **Tableau 1.5** résume les caractéristiques des différents actionneurs piézo-électriques développés dans les parties précédentes. Un signe ☺ indiquera une caractéristique s'adaptant particulièrement aux objectifs recherchés .

Structure	Couplage Céramique	Précontrainte	Vitesse	Déplacement Réversible	Contact	Mouvement Possible
Inchworm	k_{33} ☺	Possible ☺	1 mm/s	Oui ☺	Permanent / Statique ☺	Rotation + Translation ☺
Résonnant stationnaire 1 actionneur	k_{31}	Difficile	40 cm/s ☺	Non	Intermittent / Dynamique	Translation + Rotation ☺
Résonnant stationnaire 2 actionneurs	K_{33} ☺	Possible ☺	40 cm/s ☺	Oui ☺	Intermittent / Dynamique	Translation + Rotation ☺

Résonnant Onde progressive	k_{31}	Difficile	40 cm/s ☺	Oui ☺	Permanent ☺/ Dynamique	Rotation
Résonnant Rotation de mode	k_{33} ☺	Possible ☺ Réglable par vis ☺	40 cm/s ☺	Oui ☺	Permanent ☺/ Dynamique	Rotation

Tableau 1.5 - *Tableau comparatif des actionneurs piézoélectriques*

Le moteur à rotation de mode présente le plus grand nombre de points positifs ☺ afin de réaliser la fonction rotation [BUD 02a]. L'actionneur Inchworm présente également de l'intérêt en terme de génération d'efforts et peut permettre de réaliser un mouvement de translation.

6.3 - Concept préconisé et problématique de la conception

Pour la fonction verrou recherchée, le but est de réaliser un actionneur intégré réalisant de manière compact les deux degrés de liberté. Au vu des efforts et vitesses envisagés, l'actionneur piézoélectrique à rotation de mode semble intéressant pour réaliser la fonction rotation. Il possède en effet un potentiel électromécanique et un contact de bonne qualité. Sa structure cylindrique permet d'espérer lui ajouter un mouvement de translation. Pour le mouvement en translation, les actionneurs à ondes progressives sont peu performants. C'est l'actionnement quasistatique ou Inchworm qui permet d'espérer les efforts les plus importants. Ils ne développent pas de fortes vitesses mais ce point reste compatible avec le cahier de charge. Ce principe permet également de se découpler fréquentiellement du fonctionnement rotatif. Le but est donc de réaliser un actionneur cylindrique donc les céramiques pourraient exploiter la structure :

- en résonant, pour la fonction rotation sur le principe d'un moteur à rotation de mode ;
- en quasistatique, pour la fonction translation sur le principe d'un translateur Inchworm.

Le reste du mémoire s'attachera à étudier chacune de ces fonctions. Un effort de modélisation pour la conception sera entrepris. La recherche d'alimentations adaptées indissociables de ces moteurs fera partie également de l'étude de chaque fonction.

Chapitre 2

Modélisation du moteur à rotation de mode

1 - Objectifs de la modélisation pour la conception

Le premier chapitre a permis de mettre en évidence un potentiel intéressant dans les caractéristiques du moteur à rotation de mode. Il peut servir à réaliser la fonction rotation de l'actionneur cylindrique à deux degrés de liberté. L'objectif de ce chapitre est de modéliser ce moteur en vue d'obtenir ses caractéristiques électromécaniques (comme le couple, la vitesse ou la tension d'alimentation). L'approche orientée dimensionnement doit également permettre d'obtenir des grandeurs critiques telles que les contraintes mécaniques maximales dans les céramiques ou dans le contact stator/rotor. Le choix de la modélisation s'est d'abord porté sur les schémas électriques équivalents de Mason d'usage courant en piézoélectricité et compatible avec la structure empilée du moteur. En se basant sur les équations dynamiques développées dans la première partie, une approche analytique variationnelle sera ensuite abordée afin d'établir un modèle synthétique. Cette approche énergétique qui s'appuie sur l'établissement d'un Lagrangien du moteur permettra également d'utiliser, lors de la conception, des logiciels d'éléments finis tel qu'ANSYS.

2 - Modélisation par schémas électriques équivalents

2.1 - Similitudes entre le transducteur Langevin et le moteur à rotation de mode

Le moteur à rotation de mode possède une structure empilée qui s'assimile fortement à celle d'un transducteur Langevin (**Figure 2.1**). Tous les deux sont en effet constitués de céramiques piézoélectriques insérées entre deux contre-masses métalliques. Le tout est précontraint par une vis. Ceci permet d'assurer une bonne cohésion de l'ensemble sans avoir recours au collage et fait travailler les céramiques uniquement en compression. L'ensemble est excité à la résonance de manière à bénéficier de l'amplitude dynamique et d'obtenir un déplacement maximum à l'extrémité des contre-masses.

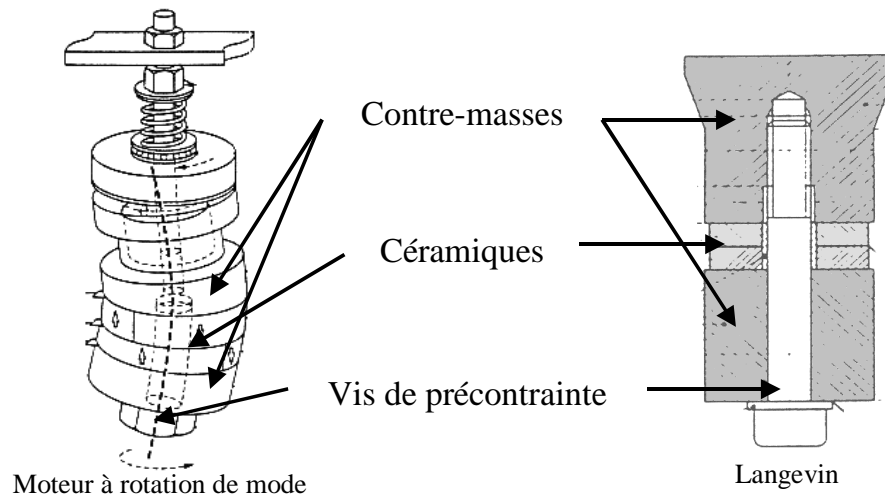


Figure 2.1 - Structures du transducteur Langevin et du moteur à rotation de mode

Ils diffèrent sur les modes de résonance utilisés : flexion pour le moteur à rotation de mode, longitudinal pour le langevin. Il est cependant intéressant de voir comment a été modélisé ce dernier qui fait partie des premiers transducteurs piézo-électriques conçus en électroacoustique (notamment pour une utilisation dans les sonars). Pour étudier ces derniers, Mason a établi, à l'aide d'une analogie électromécanique, des schémas électriques équivalents. Cette méthode permet d'étudier des structures composites par association de schémas élémentaires et d'introduire facilement le couplage électromécanique.

2.2 - Rappels sur la modélisation par schémas électriques équivalents dans le cas du transducteur Langevin

2.2.1 - Onde longitudinale dans un milieu élastique

Contrairement au premier chapitre, où cette analogie électromécanique a déjà été utilisée sur des éléments à constantes localisées, les grandeurs caractéristiques des énergies élastiques et cinétiques sont réparties tout le long du transducteur en vibration. L'établissement de la loi régissant ces vibrations passe par le calcul de l'équation d'onde longitudinale dans une poutre. Cette équation peut être obtenue en isolant une tranche élémentaire d'épaisseur dx d'une poutre de section A . Les déplacements u et les actions F ont lieu dans l'axe longitudinal comme l'indique la **Figure 2.2**.

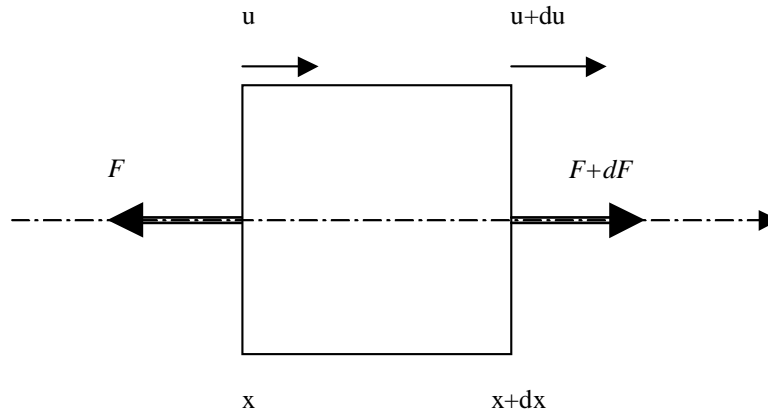


Figure 2.2 - Tranche élémentaire d'une poutre en mouvement

En appliquant à ce volume élémentaire le principe fondamental de la dynamique, l'équation suivante est obtenue :

$$\rho A dx \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = F + \frac{\partial F}{\partial x} dx - F \quad (2.1)$$

soit :

$$\rho A \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial F}{\partial x} \quad (2.2)$$

Or $T = cS$ (équation (1.1) du **Chapitre 1**), et d'autre part $T = \frac{F}{A}$ et $S = \frac{\partial u}{\partial x}$, d'où :

$$\rho \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (2.3)$$

En supposant la solution de cette équation fonction sinusoïdale du temps, la notation complexe suivante : $u = Ue^{j\omega t}$ peut être adoptée. L'équation différentielle de propagation de l'onde élastique devient alors :

$$-\omega^2 \frac{\rho}{c} U = \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} \quad (2.4)$$

Elle admet des solutions du type :

$$U = \alpha e^{-jkx} + \beta e^{jkx}, \text{ avec } k^2 = \omega^2 \frac{\rho}{c} \quad (2.5)$$

Les coefficients α et β dépendent des conditions aux limites.

2.2.2 - Barreau non piézoélectrique de longueur infinie

Dans un premier temps, le milieu est considéré comme non piézo-électrique et de longueur infinie. Il ne se propage qu'une onde progressive. Son équation se réduit au terme correspondant à une onde se déplaçant vers les x positifs :

$$U = \alpha e^{-jkx} \quad (2.6)$$

Peut alors être définie l'impédance élastique caractéristique du barreau. Elle est donnée par le rapport entre l'effort $F = -AT$ et la vitesse de vibration \dot{u} :

$$Z_c = \frac{F}{\dot{u}} = \frac{-AT}{\dot{u}} = \frac{A.c.jk.U}{j\omega U} = cA \frac{k}{\omega} \quad (2.7)$$

2.2.3 - Barreau non piézo-électrique de longueur finie

L'onde ici n'est plus unidirectionnelle, il peut exister une composante incidente et une réfléchie. Elle prend donc l'expression générale de l'équation (2.5). A l'aide des conditions aux limites, par exemple les vitesses aux extrémités du barreau $x=0$ et $x=L$, les coefficients α et β sont déduits:

$$\begin{aligned} \dot{U}_0 = \dot{U}(0) &= j\omega(\alpha + \beta) \\ \dot{U}_L = \dot{U}(L) &= j\omega(\alpha e^{-jkL} + \beta e^{+jkL}) \end{aligned}$$

D'où :

$$\begin{aligned} \alpha &= \frac{-\dot{U}_0 e^{jkL} + \dot{U}_L}{2\omega \sin(kL)} \\ \beta &= \frac{\dot{U}_0 e^{-jkL} - \dot{U}_L}{2\omega \sin(kL)} \end{aligned} \quad (2.8)$$

En injectant ces coefficients dans l'expression des contraintes internes $T = c\partial u / \partial x$ (avec c la constante élastique du matériau), les efforts $F(x) = -AT(x)$ aux extrémités du barreau peuvent être déterminés :

$$\begin{aligned} F_0 = F(0) &= Z_c \left(\frac{\dot{U}_0}{j \tan(kL)} - \frac{\dot{U}_L}{j \sin(kL)} \right) \\ F_L = F(L) &= Z_c \left(\frac{\dot{U}_0}{j \sin(kL)} - \frac{\dot{U}_L}{j \tan(kL)} \right) \end{aligned} \quad (2.9)$$

expressions que l'on peut noter également sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} F_0 &= Z_c \left(\frac{\dot{U}_0 - \dot{U}_L}{j \sin(kL)} + j \tan\left(k \frac{L}{2}\right) \dot{U}_0 \right) \\ F_L &= Z_c \left(\frac{\dot{U}_0 - \dot{U}_L}{j \sin(kL)} - j \tan\left(k \frac{L}{2}\right) \dot{U}_L \right) \end{aligned} \quad (2.10)$$

Ces dernières équations peuvent prendre la représentation graphique de la **Figure 2.3**. Ce quadripôle est le schéma électrique équivalent de Mason du barreau métallique.

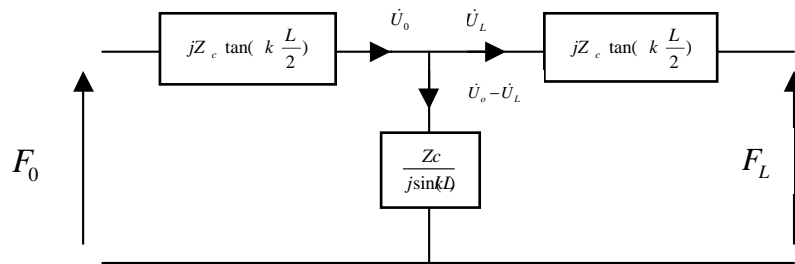


Figure 2.3 - Schéma électrique équivalent

2.2.4 - Calcul d'une fréquence de résonance

Le cas d'une poutre encastree-libre présente comme conditions aux limites :

- En $x=0$, l'encastrement, donc pas de déplacement : $\dot{U}_0=0$;
- En $x=L$, la section libre, donc pas de contrainte : $F_L=0$.

Le schéma équivalent correspondant est obtenu en court-circuitant la branche correspondant à la section $x=L$ et en ouvrant le circuit en $x=0$. Dans cette configuration, la résonance correspond à une vitesse vibratoire non nulle ($\dot{U}_L \neq 0$), soit une impédance résultante nulle, d'où la condition :

$$\frac{Z_c}{j \sin(kL)} + jZ_c \tan(k \frac{L}{2}) = 0 \tag{2.11}$$

Vérifiée pour les pulsations :

$$\omega = \frac{\pi}{2L} (2n - 1) \sqrt{\frac{c}{\rho}} \tag{2.12}$$

Pour l'exemple d'une pièce d'aluminium de longueur 10 mm, le premier mode a pour pulsation $\omega = 803.10^3 \text{ rad.s}^{-1}$ soit une fréquence $f = 128 \text{ kHz}$ avec une densité $\rho = 2690 \text{ kg/m}^3$ et un module d'élasticité $c = 7,03.10^{10} \text{ N/m}^2$.

2.2.5 - Représentation par matrices de transfert

Le schéma équivalent décrit précédemment peut également être représenté par une matrice de transfert. Cette dernière lie les vitesses de déformation et les efforts d'une section à ceux de l'autre section. En effet :

$$\begin{aligned} \dot{U}_L &= \dot{U}_0 \cos(kL) - F_0 \frac{j \sin(kL)}{Z_c} , \\ F_L &= -\dot{U}_0 j \sin(kL) + F_0 \cos(kL) \end{aligned} \tag{2.13}$$

peut s'écrire sous forme matricielle :

$$\begin{pmatrix} F_L \\ \dot{U}_L \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(kL) & -Z_c j \sin(kL) \\ -\frac{j \sin(kL)}{Z_c} & \cos(kL) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F_0 \\ \dot{U}_0 \end{pmatrix} \quad (2.14)$$

La résonance en encastré-libre correspond à $\dot{U}_0=0$ et $F_L=0$, et donc à $\cos(kL)=0$. Le résultat précédent est retrouvé.

La matrice de transfert d'une structure constituée de couches de différentes natures est le produit matriciel des matrices de transfert de chacune des couches.

2.2.6 - Barreau piézo-électrique de longueur finie

Dans ce cas, la contrainte dans le matériau est exprimée par $T=c^E S - eE$, équation à laquelle s'ajoute $D=\epsilon^S E + eS$. Les coefficients utilisés ici sont ceux du couplage longitudinal (33 en notation ingénieur). Pour ce type de déformation, champ E et déformation S sont colinéaires et peuvent donc interagir : E peut donc ne pas être constant sur toute l'épaisseur de la céramique. Par contre la céramique isolante et sans charges électriques libres permet de poser $\text{div}D=0$. D est par conséquent constant sur toute la longueur de la céramique. T s'exprime donc ici de manière privilégiée en fonction de D et S :

$$T = c^D S - hD \quad \text{avec} \quad c^D = c^E + \frac{e^2}{\epsilon^S} \quad \text{et} \quad h = \frac{e}{\epsilon^S} \quad (2.15)$$

Cette expression peut se mettre sous la forme :

$$T + hD = c^D S \quad (2.16)$$

Les résultats précédents s'appliquent maintenant à $T+hD$ au lieu de T . D étant également constant sur une section, l'intégration de ces équations locales permet d'obtenir les expressions suivantes liant les grandeurs mécaniques :

$$\begin{aligned} F_0 + hDA &= Z_c \left(\frac{\dot{U}_0 - \dot{U}_L}{j \sin(kL)} + j \tan\left(k \frac{L}{2}\right) \dot{U}_0 \right) \\ F_L + hDA &= Z_c \left(\frac{\dot{U}_0 - \dot{U}_L}{j \sin(kL)} - j \tan\left(k \frac{L}{2}\right) \dot{U}_L \right) \end{aligned} \quad (2.17)$$

Pour les expressions des grandeurs électriques, le courant de déplacement traversant une section A est donné par :

$$I = j\omega DA \quad (2.18)$$

La tension entre les faces métallisées est l'intégration du champ électrique sur la longueur de la céramique :

$$V = \int_0^L E dx \quad (2.19).$$

Or $D = \varepsilon^s E + eS$, donc $E = \frac{D}{\varepsilon^s} - h \frac{du}{dx}$, ce qui donne :

$$V = \frac{DL}{\varepsilon^s} - h(U_L - U_0) = \frac{L}{j\omega \varepsilon^s A} I - \frac{h}{j\omega} (\dot{U}_L - \dot{U}_0) \quad (2.20)$$

En posant C_0 la capacité bloquée de la céramique :

$$C_0 = \frac{\varepsilon^s A}{L}, \quad (2.21)$$

l'expression (2.20) devient :

$$I = j\omega C_0 V + hC_0 (\dot{U}_L - \dot{U}_0) \quad (2.22)$$

Le terme hDA est homogène à une force et vaut :

$$F = hDA = \frac{hI}{j\omega} = hC_0 V + \frac{h^2 C_0}{j\omega} (\dot{U}_L - \dot{U}_0) \quad (2.23)$$

d'où :

$$V = \frac{F}{hC_0} - \frac{1}{jC_0 \omega} hC_0 (\dot{U}_L - \dot{U}_0) \quad (2.24)$$

Ces deux dernières équations peuvent être représentées par le circuit **Figure 2.4** qui comprend un transformateur électromécanique de rapport hC_0 . Une céramique peut donc se représenter par le schéma complet de la **Figure 2.5**.

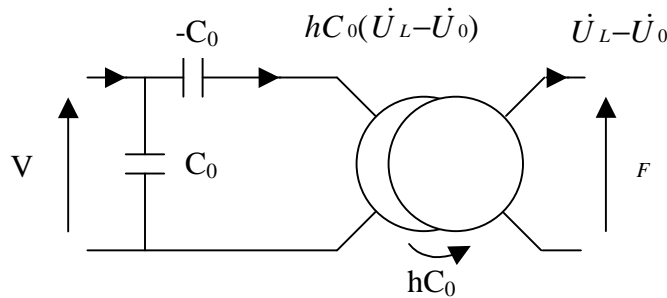


Figure 2.4 - Transformateur électromécanique

Les équations (2.17) peuvent prendre la forme matricielle suivante :

$$\begin{pmatrix} N_L - F \\ \dot{U}_L \end{pmatrix} = (T_c) \begin{pmatrix} N_0 - F \\ \dot{U}_0 \end{pmatrix} \quad (2.25)$$

$$\begin{pmatrix} N_L \\ \dot{U}_L \end{pmatrix} = (T_c) \begin{pmatrix} N_0 \\ \dot{U}_0 \end{pmatrix} + (I_2 - T_c) \begin{pmatrix} F \\ 0 \end{pmatrix}, \quad (2.26)$$

avec (Tc) la matrice de transfert de la céramique court-circuitée. Elle se calcule comme un corps élastique non piézo-électrique avec comme constante élastique c^D .

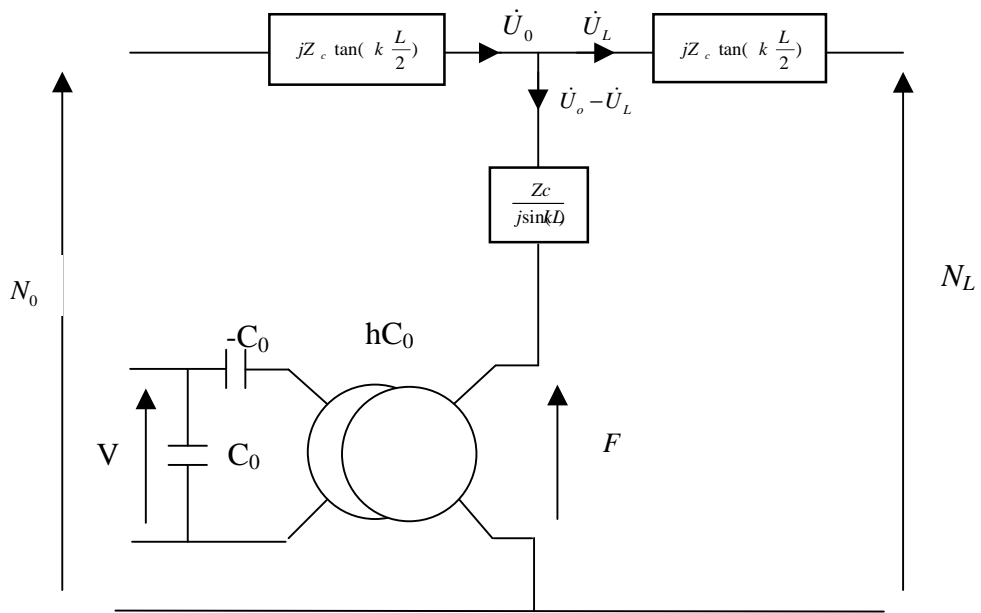


Figure 2.5 - Schéma électrique équivalent d'un barreau piézoélectrique

2.2.7 - Détermination de l'impédance d'un Langevin

2.2.7.1 - Description du transducteur

Un transducteur Langevin simplifié est constitué :

- D'une céramique piézo-électrique fine de 1 mm d'épaisseur (P1 89 de Quartz & Silice) ;
- De deux contre-masses en aluminium de longueur 40 mm encadrant cette céramique.

La précontrainte de l'ensemble par une vis n'est pas prise en compte. Les trois éléments sont supposés collés.

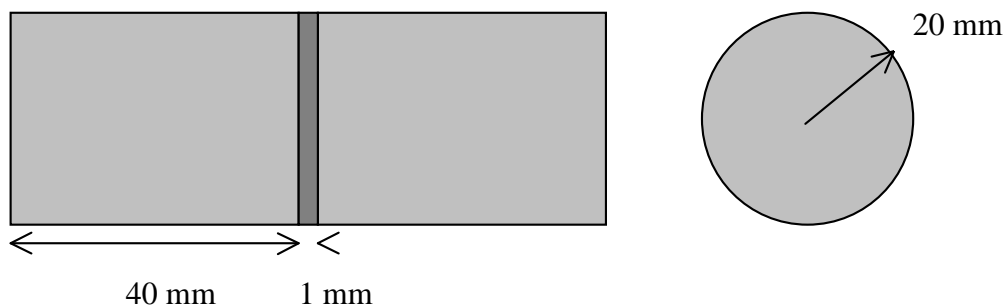


Figure 2.6 - Géométrie du transducteur

2.2.7.2 - Calcul de l'admittance par schémas équivalents

Chaque élément du Langevin peut être représenté par un schéma électrique équivalent. L'assemblage du transducteur se traduit par la mise en série des différents schémas. On suppose le Langevin non chargé : les extrémités des contre-masses sont totalement libres et sans contraintes. Cela se traduit par un court-circuit aux extrémités du schéma équivalent de l'ensemble.

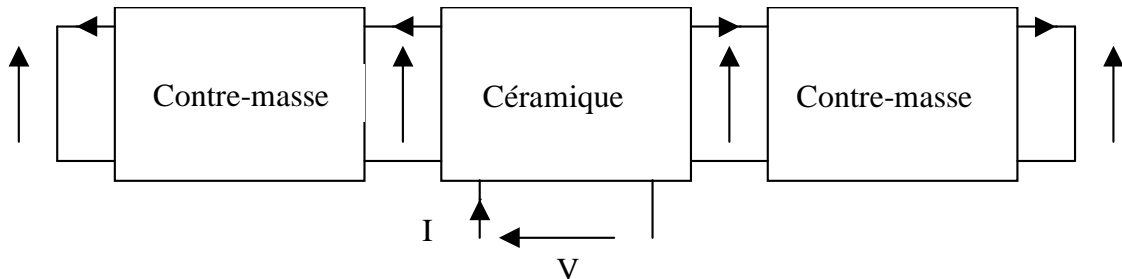


Figure 2.7 – Schéma global d'un Langevin obtenu par assemblage de trois schémas équivalents

Pour calculer l'admittance du Langevin, il suffit de calculer l'admittance équivalente de l'ensemble du circuit représenté ci-dessus.

2.2.7.3 - Calcul de l'admittance par éléments finis

Une analyse harmonique sous ANSYS permet d'obtenir l'admittance en fonction de la fréquence. Au vue des symétries du problème, l'étude peut être réduite à un quart de 10° d'une contre-masse et d'une demi céramique. En éléments finis, une condition de symétrie bloque la translation perpendiculaire au plan de symétrie pour tous les nœuds qui s'y trouvent [CRA].

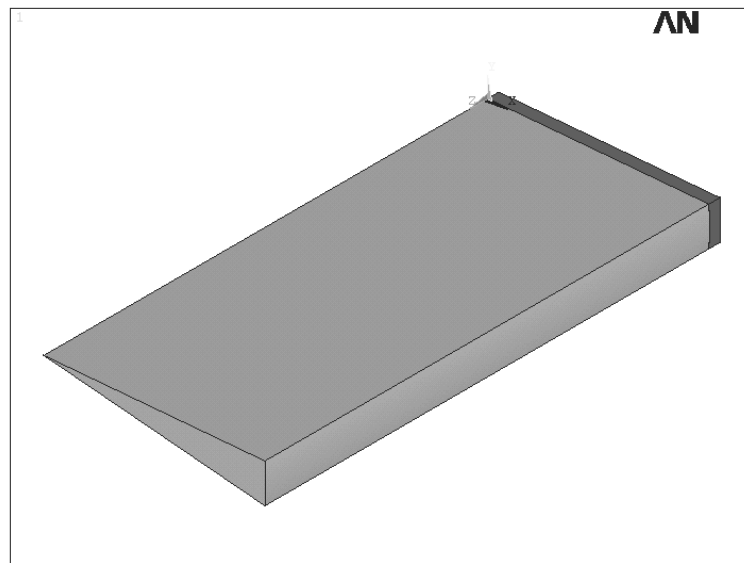


Figure 2.8 - Langevin modélisé sous ANSYS

Les différentes étapes à mener sous ANSYS pour faire cette étude sont :

- Dans le module *Preprocessor* : définition du type d'élément, des matériaux, de la géométrie, du maillage ;
- Dans le module *Solution* : choix du type d'analyse (harmonique), définition des symétries, des tensions appliquées sur les électrodes (0 et 0,5 V), de la gamme de fréquence à balayer ;
- Dans le module *Time History Postprocessor* : lecture des charges apparaissant sur une électrode, calcul du courant qui correspond ici à l'admittance (la tension appliquée est de 1 V).

La **Figure 2.9** représente les résultats obtenus par schémas équivalents (en trait plein) et sous ANSYS (points). Le modèle de Mason présente une très bonne concordance avec les résultats de ANSYS.

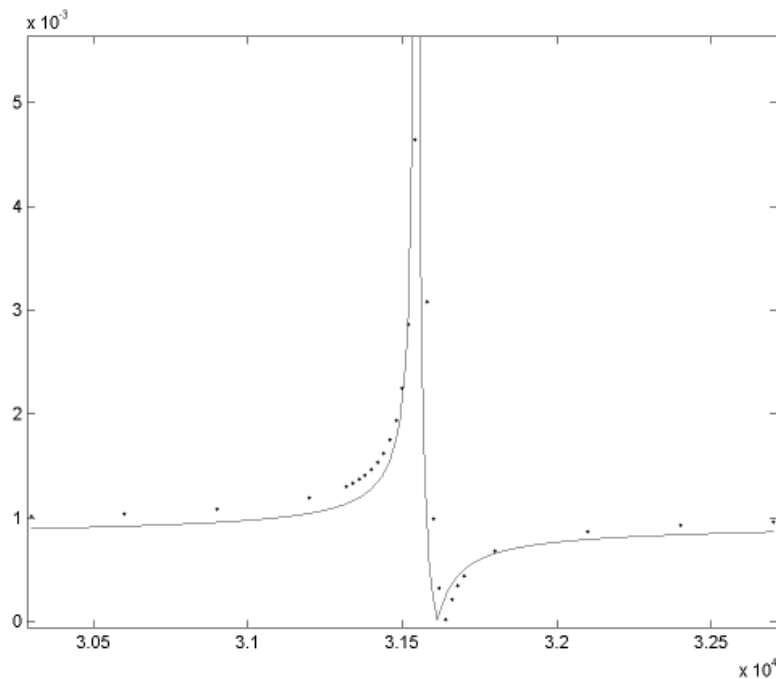


Figure 2.9 - Module de l'admittance du Langevin calculé par schéma équivalent (trait plein) et par ANSYS (points) en fonction de la fréquence

2.3 - Du cylindre métallique au micromoteur à rotation de mode

L'exemple du transducteur longitudinal Langevin a montré que la modélisation par schémas de Mason débute par une étude du comportement dynamique du transducteur. Cette étape aboutit à une représentation des phénomènes vibratoires par un quadripôle électrique équivalent. La prise en compte de l'effet piézoélectrique passe ensuite par l'ajout, au circuit équivalent obtenu précédemment, d'un transformateur électromécanique. Cette démarche va être appliquée ici à un micromoteur à rotation de mode.

2.3.1 - Description du micromoteur étudié

Cet actionneur millimétrique est décrit dans l'article [MOR 96] et constitue grâce à sa structure extrêmement simple un bon exemple de début d'étude. Le transducteur est constitué d'un stator cylindrique et de deux rotors précontraints par un ressort. La géométrie du stator, représentée sur la **Figure 2.10**, se présente sous la forme d'un tube en titane (longueur 10 mm, diamètre extérieur 2,4 mm, diamètre intérieur 1,9 mm) sur lequel a été déposée une fine couche de céramique PZT et quatre électrodes. Le film de PZT est déposé à l'aide d'un procédé hydrothermal dans une solution contenant des ions Pb^{2+} et Zr^{4+} . Ces ions réagissent avec le titane du substrat, qui constitue le dernier élément du PZT, dans un autoclave à 160 °C et sous 6 atmosphères pendant 48 heures. Le film PZT est polarisé selon son épaisseur. La vibration en flexion est générée en utilisant le couplage transverse piézoélectrique (mode 31) et en alimentant les phases du moteur avec les tensions représentées **Figure 2.10** (les fils d'alimentation sont placés au niveau d'un nœud de vibration).

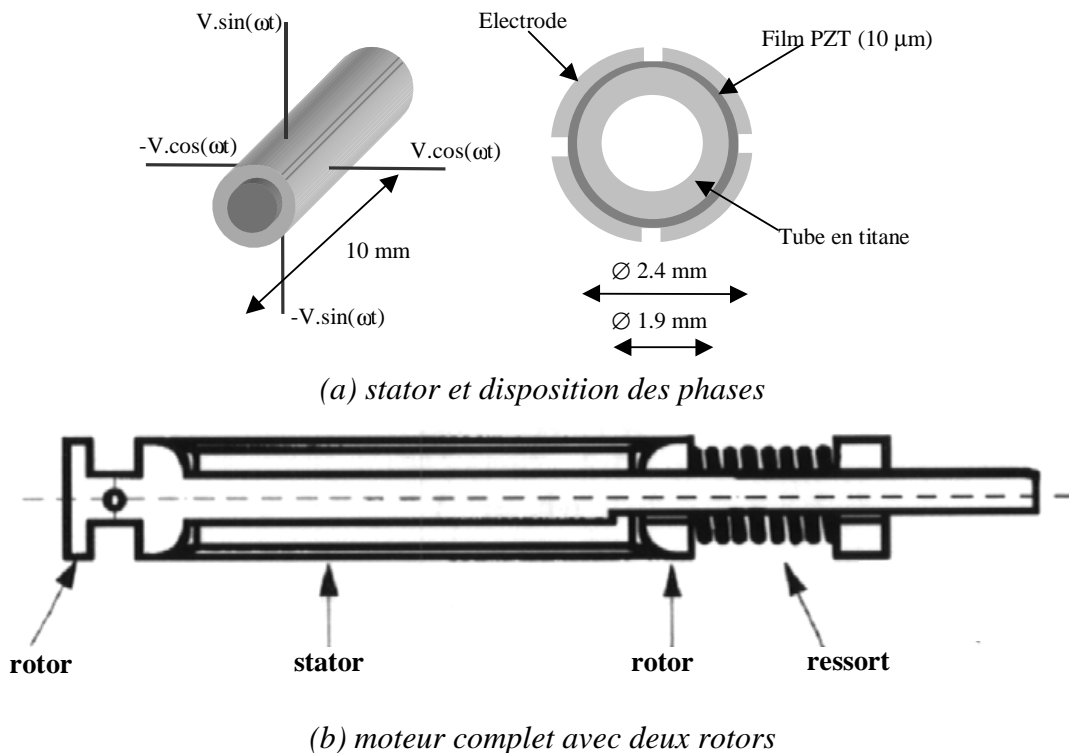


Figure 2.10 - Structure du micro moteur [MOR 96]

L'épaisseur des céramiques et des électrodes est négligeable devant l'épaisseur du titane. La description analytique de ce moteur en est simplifiée. Son comportement dynamique vibratoire, comme son mode de résonance par exemple, sera essentiellement déterminé par la partie métallique en titane du stator.

2.3.2 - Schéma équivalent d'un cylindre métallique en flexion – Cas d'un stator de moteur à rotation de mode

L'étude des vibrations en flexion d'un tube métallique peut aider à quantifier le comportement dynamique du stator du transducteur. Comme pour le cas des ondes longitudinales, un modèle « poutre » de résistance des matériaux peut être utilisé. Pour établir l'équation d'onde, une tranche élémentaire (représentée **Figure 2.11**) d'une poutre de section A et de moment d'inertie I est isolée. Les déplacements orthogonaux ou de rotation sont notés u ou Ψ . Les efforts internes se réduisent à un moment et à du cisaillement notés respectivement M et F_{cis} .

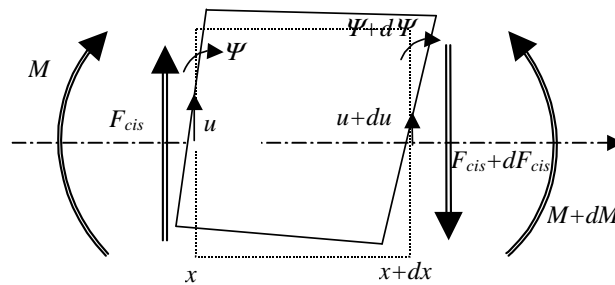


Figure 2.11 - Tranche élémentaire d'une poutre en flexion

Le principe fondamental de la dynamique appliqué à ce volume élémentaire donne :

$$\rho A \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = -\frac{\partial F_{cis}}{\partial x} \quad \text{et} \quad \rho I \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} = \frac{\partial M}{\partial x} - F_{cis} \quad (2.27)$$

Les équations de la résistance des matériaux donnent :

$$\frac{\partial \Psi}{\partial x} = \frac{M}{cI} \quad \text{et} \quad \Psi - \frac{F_{cis}}{a_T AG} = \frac{\partial u}{\partial x} \quad (2.28)$$

Les poutres étudiées ici sont relativement courtes : le moment d'inertie $\rho I dx (\partial^2 \Psi / \partial t^2)$ de la section et l'effet de cisaillement $F_{cis} / (a_T SG)$ ne seront pas négligés [TIM]. Une explication du coefficient correcteur a_T est donné en **Annexe 1**. L'équation d'onde s'écrit donc finalement :

$$cI \frac{\partial^4 u}{\partial x^4} + \frac{\rho^2 I}{a_T G} \frac{\partial^4 u}{\partial t^4} + \rho S \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \left(\rho I + \frac{c \rho I}{a_T G} \right) \frac{\partial^4 u}{\partial t^2 \partial x^2} \quad (2.29)$$

En supposant la solution de cette équation fonction sinusoïdale du temps, la notation complexe suivante : $u=Ue^{j\omega t}$ est adoptée. L'équation différentielle de propagation de l'onde élastique devient alors :

$$cI \frac{\partial^4 U}{\partial x^4} + \omega^2 \rho I \left(1 + \frac{c}{a_T G} \right) \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \left(\omega^4 \frac{\rho^2 I}{a_T G} - \omega^2 \rho S \right) U = 0 \quad (2.30)$$

Elle admet des solutions du type :

$$U(x) = A \sin(k_1 x) + B \cos(k_1 x) + C \operatorname{sh}(k_2 x) + D \operatorname{ch}(k_2 x), \quad (2.31)$$

où k_1 et k_2 sont des coefficients fonction de la pulsation et de la géométrie et A , B , C et D sont des paramètres fonctions des conditions aux limites. L'**Annexe 3** présente les expressions de ces coefficients ainsi que ceux qui pourront apparaître dans la suite du paragraphe.

Comme pour le transducteur Langevin, il est possible d'exprimer ces équations sous la forme d'un schéma électrique équivalent. Les grandeurs privilégiées sont ici les moments et les angles de flexion des sections de la poutre. En effet, les céramiques piézoélectriques n'excitent la structure en flexion que par des moments purs. Il est possible de supposer que sur la poutre de longueur L , seuls des moments purs M_1 et M_2 seront appliqués sur les sections extrêmes S_1 et S_2 (les efforts de cisaillement F_{cis1} et F_{cis2} y sont alors nuls).

En partant de l'expression générale (2.31) du déplacement orthogonal U , l'expression du moment est :

$$M(x) = \alpha_M (A \sin(k_1 x) + B \cos(k_1 x)) + \beta_M (C \operatorname{sh}(k_2 x) + D \operatorname{ch}(k_2 x)) \quad (2.32)$$

L'expression des angles est donnée par :

$$\psi(x) = \alpha_\psi (A \cos(k_1 x) - B \sin(k_1 x)) + \beta_\psi (C \operatorname{ch}(k_2 x) + D \operatorname{sh}(k_2 x)) \quad (2.33)$$

et l'expression du cisaillement par :

$$F_{cis}(x) = \alpha_T (A \cos(k_1 x) - B \sin(k_1 x)) + \beta_T (C \operatorname{ch}(k_2 x) + D \operatorname{sh}(k_2 x)) \quad (2.34)$$

Les coefficients A , B , C et D peuvent être déterminés à l'aide des conditions aux limites des sections S_1 et S_2 . Supposer que les contraintes de cisaillement y sont nulles permet de trouver deux relations liant ces coefficient. Les expressions des angles ψ_1 et ψ_2 pour ces sections S_1 et S_2 permettent d'obtenir deux autres relations. Il est alors possible de déterminer les quatre coefficients A , B , C et D en fonctions des déformées angulaires ψ_1 et ψ_2 ou des vitesses angulaires associées $\dot{\psi}_1$ et $\dot{\psi}_2$. Il est alors possible de réécrire les expressions des moments M_1 et M_2 pour les sections S_1 et S_2 sous la forme :

$$M_1 = M\left(-\frac{L}{2}\right) = \tilde{\alpha} \psi_1 + \tilde{\beta} (\dot{\psi}_1 - \dot{\psi}_2) \quad (2.35)$$

$$M_2 = M\left(+\frac{L}{2}\right) = -\tilde{\alpha} \psi_2 + \tilde{\beta} (\dot{\psi}_1 - \dot{\psi}_2) \quad (2.36)$$

avec :

$$\tilde{\alpha} = \frac{\alpha_M \beta_T \tan(k_1 L / 2) - \beta_M \alpha_T \tanh(k_2 L / 2)}{j\omega (\beta_\psi \alpha_T - \alpha_\psi \beta_T)} \quad (2.37)$$

$$\tilde{\beta} = j \frac{\frac{\alpha_M \beta_T}{\sin(k_1 L)} - \frac{\beta_M \alpha_T}{\sinh(k_2 L)}}{\omega(\beta_\psi \alpha_T - \alpha_\psi \beta_T)} \quad (2.38)$$

Ces dernières équations peuvent être transcrites sous la forme du schéma électrique équivalent de la **Figure 2.12**. Ce schéma est du même type que celui obtenu dans la transducteur Langevin avec cependant des grandeurs mises en jeu différentes : effort normal et vitesse vibratoire longitudinale pour le transducteur longitudinal, moment et vitesse vibratoire angulaire pour le transducteur en flexion.

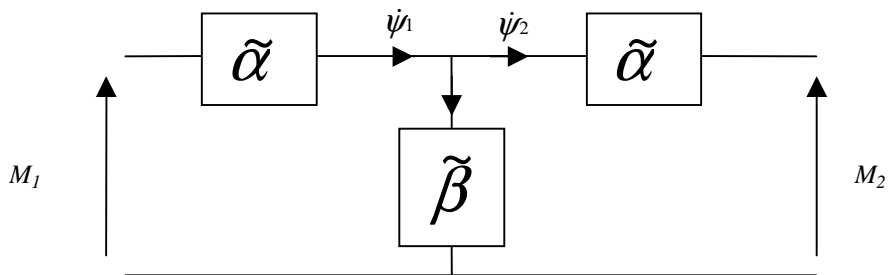


Figure 2.12 - Schéma électrique équivalent

Il est également possible de représenter ce schéma électrique sous la forme d'une matrice de transfert :

$$\begin{pmatrix} M_2 \\ \dot{\psi}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 + \tilde{\alpha}/\tilde{\beta} & -\tilde{\alpha}(2 + \tilde{\alpha}/\tilde{\beta}) \\ -1/\tilde{\beta} & 1 + \tilde{\alpha}/\tilde{\beta} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} M_1 \\ \dot{\psi}_1 \end{pmatrix} \quad (2.39)$$

2.3.3 - Validation de la fréquence de résonance et de la déformée

Ce schéma équivalent peut permettre de calculer les fréquences de résonance en flexion. Pour un cylindre libre-libre, les extrémités ne subissent aucun moment : ces conditions aux limites sont donc équivalentes à des courts-circuits. Le schéma, dans ces conditions, prend alors la forme de la **Figure 2.13**.

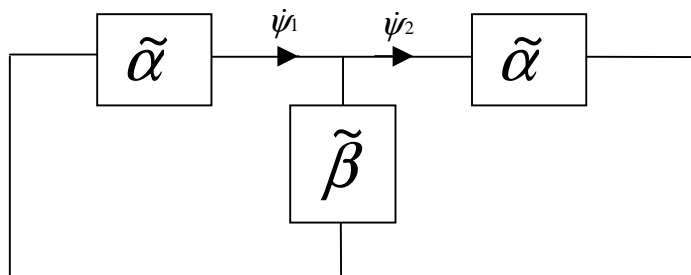


Figure 2.13 - Schéma équivalent pour les conditions aux limites libre-libre

Il y a résonance lorsque l'impédance équivalente $Z_{eq} = \tilde{\beta} + \tilde{\alpha}/2$ s'annule. Pour le stator du micromoteur, l'épaisseur des parties actives est négligeable. Sa fréquence de résonance est donc bien approchée par celle du tube en titane et du schéma équivalent correspondant. Pour la géométrie de la **Figure 2.10**, la fréquence du premier mode de flexion libre-libre est estimée à 109 kHz, valeur proche des 109.6 kHz mesurés expérimentalement par [MOR 98].

La configuration du micromoteur présente un rapport longueur/rayon de 10. Il est possible de vouloir utiliser des stators présentant des rapports différents avec des poutres plus courtes. Une modélisation du cylindre sous le logiciel d'éléments finis ANSYS et un calcul de mode propre peut permettre d'obtenir par voie numérique cette fréquence de résonance et de comparer ces résultats aux calculs analytiques. Pour la modélisation numérique, seul un huitième du cylindre peut être décrit. Des conditions de symétrie permettent de limiter le nombre de nœuds. Le premier mode de flexion donne la déformée représentée **Figure 2.14**.

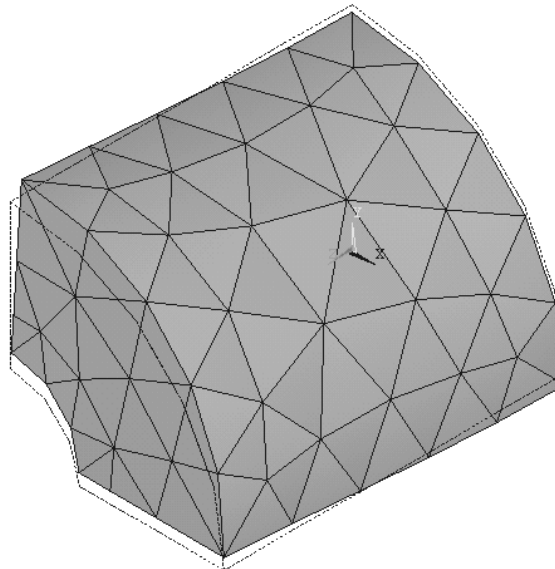


Figure 2.14 - Premier mode de flexion d'un cylindre sous ANSYS

Le mode de résonance trouvé peut être utilisé pour exprimer les déformées orthogonales et angulaires. La **Figure 2.15** présente les résultats obtenus par le modèle et par ANSYS pour un cylindre d'acier dans deux configurations géométriques différentes (cylindre long et court). Le cas du cylindre court, avec un rapport longueur/rayon inférieur à 3,5, tend vers la limite de validité de la théorie des poutres. Le modèle conserve tout de même une assez bonne précision : moins de 3 % d'erreur sur la fréquence de résonance et moins de 10 % d'erreur sur la déformée angulaire Ψ .

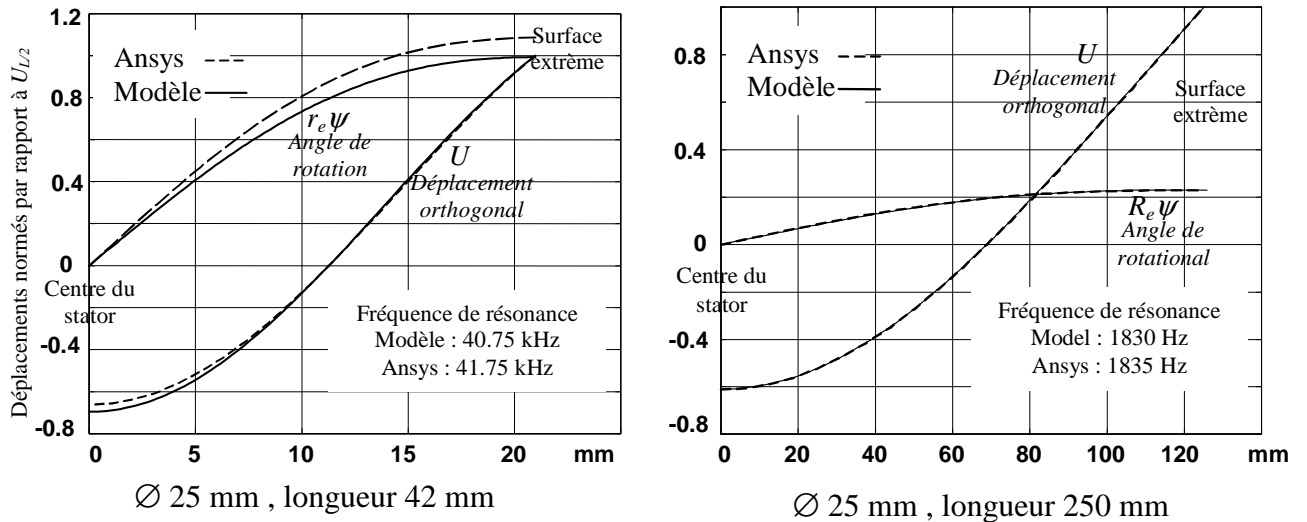


Figure 2.15 - Déformations à la résonance d'un cylindre d'acier

2.3.4 - Etude de la cinématique des vibrations

Les déformées en flexion du cylindre induisent des déplacements au bout du stator. Ce sont ces déplacements qui sont exploités au niveau du contact stator/rotor. La **Figure 2.16** représente ces déformées pour un mouvement de flexion. Les phases du moteur sont placées orthogonalement et excitent en quadrature de phase les modes de flexion.

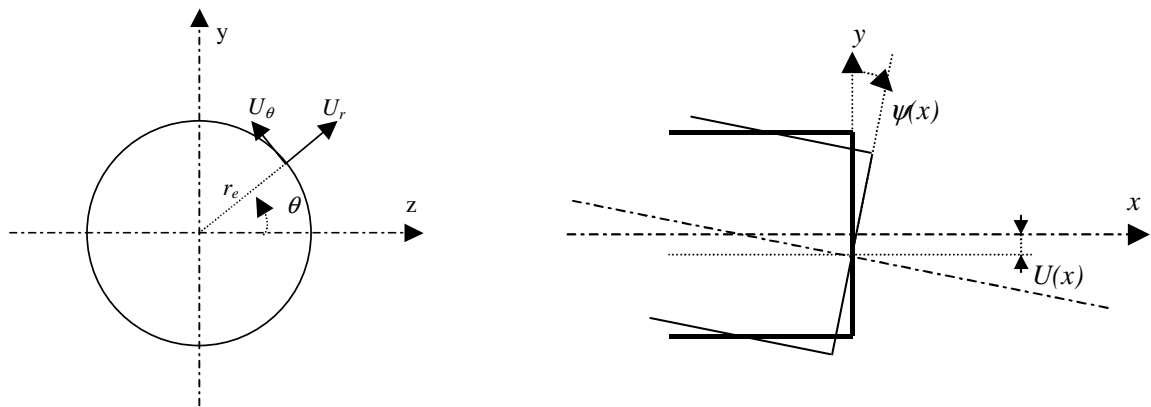


Figure 2.16 - Déformations en extrémités du stator

Les déformées peuvent s'écrire :

Pour le premier mode :

$$\begin{cases} U_x^1 = -r_e \psi_0 \sin \theta . e^{j\omega t} \\ U_y^1 = U_0 . e^{j\omega t} \end{cases}$$

Pour le second mode :

$$\begin{cases} U_x^2 = -r_e \psi_0 \cos \theta . e^{j\omega t + \frac{\pi}{2}} \\ U_z^2 = U_0 . e^{j\omega t + \frac{\pi}{2}} \end{cases}$$

Pour la résultante :

$$\begin{cases} U_x = -r_e \psi_0 e^{j\omega t + \theta + \frac{\pi}{2}} \\ U_y = U_0 . e^{j\omega t} \\ U_z = U_0 . e^{j\omega t + \frac{\pi}{2}} \end{cases} \quad (2.40)$$

La résultante peut également s'exprimer dans un repère de coordonnées cylindriques :

$$\begin{cases} U_r = U_0 \cos(\omega t + \theta) \\ U_\theta = U_0 \sin(\omega t + \theta) \\ U_x = -r_e \psi_0 \cos(\omega t + \theta) \end{cases} \quad (2.41)$$

Sur le pourtour du stator, il y a donc bien l'apparition d'une onde progressive. Elle est composée de deux mouvements elliptiques (**Figure 2.17**) :

- Un premier, tangentiel et moteur, selon U_x et U_θ ;
- Un second, radial et parasite, selon U_x et U_r .

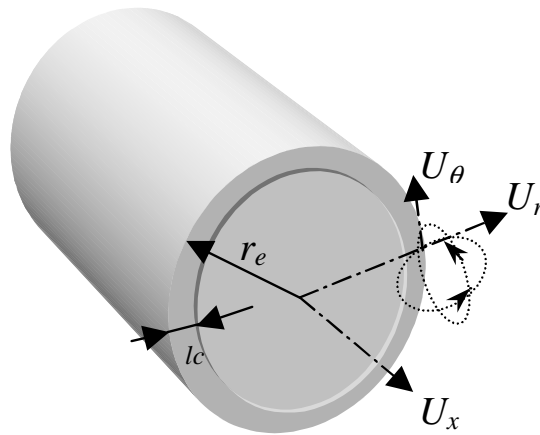


Figure 2.17 - Composantes radiales et tangentielles de vibrations

Le contact avec le rotor, supposé ici ponctuel, a lieu pour U_x maximum. Les vitesses des différents mouvements elliptiques ont alors pour expression :

- $\begin{cases} \dot{U}_\theta = U_0 \omega \cos(\omega + \theta) \approx -U_0 \omega \\ U_x = -r_e \psi_0 \cos(\omega t + \theta) \approx r_e \psi_0 \end{cases}$, pour le mouvement utile
- $\begin{cases} \dot{U}_r = U_0 \omega c \sin(\omega + \theta) \approx 0 \\ U_x = -r_e \psi_0 \cos(\omega t + \theta) \approx -r_e \psi_0 \end{cases}$, pour le mouvement parasite.

Le mouvement parasite a une vitesse nulle ou faible au moment du contact stator/rotor. Les pertes engendrées par ce dernier restent donc limitées si la zone de contact est de dimensions réduites. Il est également possible d'éliminer totalement cette composante parasite en inclinant la zone de contact (**Figure 2.18**).

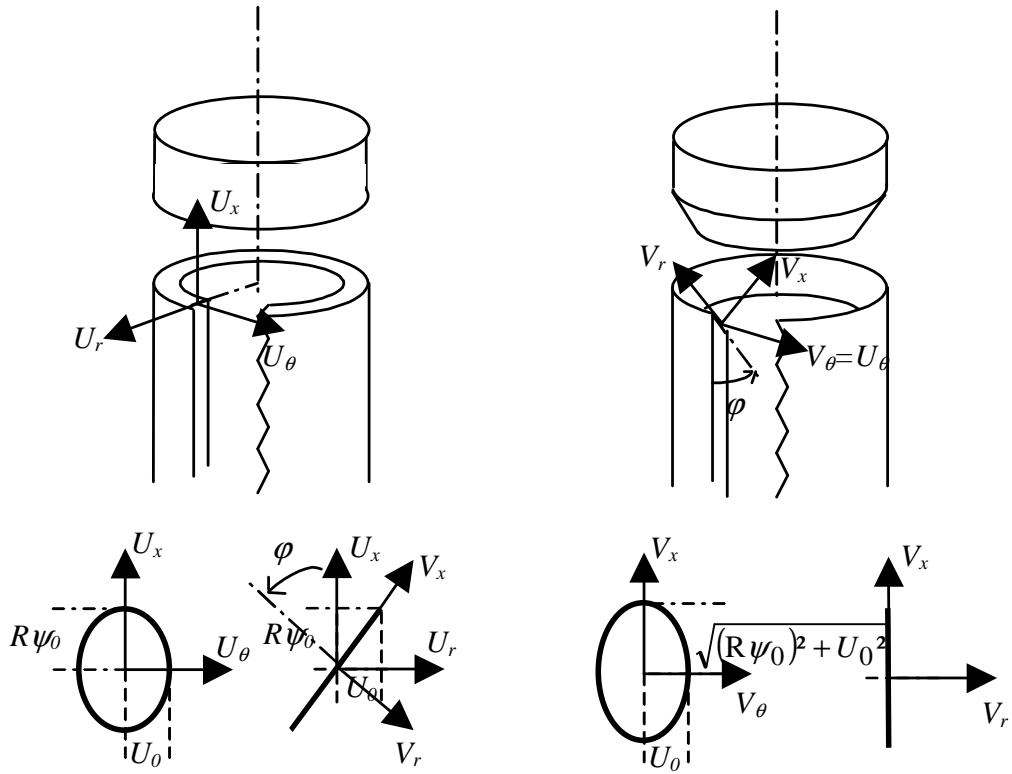


Figure 2.18 - Bande de contact inclinée

En effet, les déformées exprimées dans un repère V , incliné de φ par rapport à l'ancien repère de coordonnées cylindriques, deviennent :

$$\begin{pmatrix} V_r \\ V_\theta \\ V_x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sin(\varphi) & 0 & \cos(\varphi) \\ 0 & 1 & 0 \\ -\cos(\varphi) & 0 & \sin(\varphi) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} U_r \\ U_\theta \\ U_x \end{pmatrix} \quad (2.42)$$

$$\begin{pmatrix} V_r \\ V_\theta \\ V_x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} (U_0 \sin(\varphi) - r_e \psi_0 \cos(\varphi)) \cos(\omega t + \theta) \\ U_0 \sin(\omega t + \theta) \\ (-U_0 \cos(\varphi) - r_e \psi_0 \sin(\varphi)) \cos(\omega t + \theta) \end{pmatrix} \quad (2.43)$$

Pour obtenir une onde progressive pure sans mouvement parasite radial, la composante V_r doit être nulle quel que soit θ . Pour cela, l'angle φ doit vérifier la relation suivante :

$$U_0 \sin(\varphi) - r_e \psi_0 \cos(\varphi) = 0 \quad (2.44)$$

D'où :

$$\tan(\varphi) = \frac{r_e \psi_0}{U_0} = \frac{1}{\Theta}, \quad (2.45)$$

avec Θ , le facteur d'ellipse rapport de la vitesse tangentielle sur la vitesse normale.

Pour cette valeur , les amplitudes vibratoires deviennent :

$$\begin{pmatrix} V_r \\ V_\theta \\ V_x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ U_0 \sin(\omega t + \theta) \\ -U_0 \sqrt{1 + \tan^2(\varphi)} \cos(\omega t + \theta) \end{pmatrix} \quad (2.46)$$

La hauteur d'onde passe ainsi de $r_e \psi_0$ à $U_0 \sqrt{1 + \tan^2(\varphi)} = r_e \psi_0 \sqrt{1 + (U_0 / r_e \psi_0)^2}$ et s'en trouve donc amplifiée.

Pour déterminer la valeur de l'angle φ , il reste à établir la relation liant ψ_0 et U_0 . La déformée U de la ligne neutre s'exprime par la relation (2.31) :

$$U(x) = A \sin(k_1 x) + B \cos(k_1 x) + C \operatorname{sh}(k_2 x) + D \operatorname{ch}(k_2 x)$$

Le stator étant symétrique et en posant l'origine des axes x en son milieu, les paramètres A et C sont nuls. Il est possible d'exprimer les coefficients B et D restant en fonction de l'angle ψ_0 à l'extrémité du stator grâce aux relations établies au paragraphe 2.3.2 - :

$$B = \frac{\beta_T}{2 \sin(k_1 L / 2) (\alpha_\psi \beta_T - \beta_\psi \alpha_T)} 2\psi_0 \quad (2.47)$$

$$D = B \frac{\alpha_T}{\beta_T} \frac{\sin(k_2 \frac{L}{2})}{\operatorname{sh}(k_2 \frac{L}{2})} \quad (2.48)$$

D'où :

$$\Theta = \frac{U_0}{r_e \psi_0} = \frac{1}{r_e (\alpha_\psi \beta_T - \beta_\psi \alpha_T)} \left(\frac{\beta_T}{\tan(k_1 L / 2)} + \frac{\alpha_T}{\tanh(k_2 L / 2)} \right) \quad (2.49)$$

Pour la géométrie de stator de la **Figure 2.10**, l'angle d'inclinaison à adopter est d'environ $24,5^\circ$ (valeur proche des $25,5^\circ$ calculés par éléments finis par [MOR 96]) et permet d'obtenir une onde progressive pure sans mouvement parasite radial.

2.3.5 - Modélisation de l'effet piézoélectrique

Pour compléter le schéma équivalent du stator, il faut introduire le transformateur correspondant à la conversion électromécanique de l'énergie et calculer pour cela le facteur d'effort. Le film PZT est présent sur tout le long du stator et est utilisé selon le couplage transverse 31. Le champ électrique peut être supposé constant sur l'épaisseur du matériau piézoélectrique. Le jeu d'équation à utiliser est :

$$\begin{aligned} T_1 &= c_{11}^E S_1 - e_{31} E_3 \\ D_3 &= \epsilon_{33}^S E_3 + e_{31} S_1 \end{aligned} \quad (2.50)$$

Avec :

$$S_1(y) = (d\psi / dx)y$$

$$E_3 = -V / L_{cer} \tag{2.51}$$

La contrainte s'exprime par :

$$T_1 = c_{11}^E S_1 + e_{31} \frac{V}{L_{cer}} \tag{2.52}$$

Le moment généré par le matériau piézoélectrique est obtenu en intégrant cette contrainte sur la surface active de la céramique :

$$M = \iint T_1(y)y dA = c_{11}^E \frac{d\psi}{dx} \iint y^2 dA + e_{31} \frac{V}{L_{cer}} \iint |y| dA, \tag{2.53}$$

qui peut également s'écrire sous la forme suivante :

$$M = c_{11}^E I \frac{d\psi}{dx} + NV, \tag{2.54}$$

avec :

$$I = \iint y^2 dA \text{ et } N = \frac{e_{31}}{L_{cer}} \iint |y| dA \tag{2.55}$$

Une expression de la forme $M = cI(d\psi / dx)$ peut être observée. Elle correspond à l'élasticité du milieu. Le terme supplémentaire correspond au moment généré $\Gamma = NV$. Le schéma équivalent du stator (**Figure 2.12**) peut donc être complété par un transformateur de rapport N . Le schéma équivalent global d'une phase du stator est représenté **Figure 2.19** où C_0 est la capacité de la céramique.

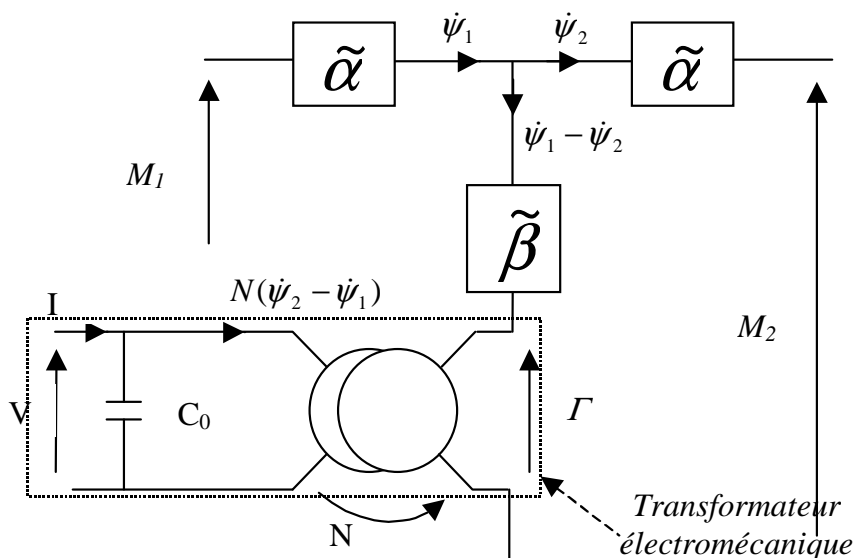


Figure 2.19 - Schéma équivalent du stator

2.3.6 - Calcul des caractéristiques électromécaniques du moteur

Pour obtenir les caractéristiques électromécaniques du moteur, il est nécessaire de modéliser le contact entre le stator et le rotor. Dans le cas du micromoteur, il est raisonnable de considérer dans un premier temps que le contact est ponctuel. L'effort presseur appliqué par le ressort est en effet de faible valeur comparativement à la raideur du contact et la zone de contact reste de faible dimension. L'effort transmis est exprimé par la loi de Coulomb :

$$F_t = \mu F_n \quad (2.56)$$

L'effort normal à la surface de contact est lié à l'effort presseur (appliqué par le ressort) par la relation suivante :

$$F_n = \frac{F_{pres}}{\sin(\varphi)} \quad (2.57)$$

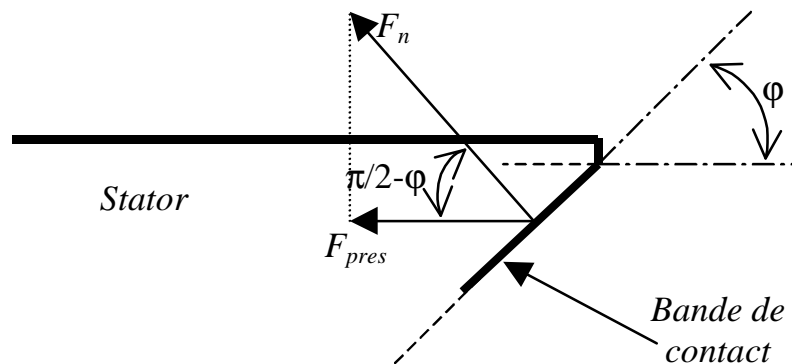


Figure 2.20 - Effort Normal au contact stator/rotor

Les deux rotors créent donc un couple mécanique C sur l'arbre d'expression :

$$C = 2r_e F_t = 2\mu r_e \frac{F_{pres}}{\sin(\varphi)} \quad (2.58)$$

La vitesse maximale transmissible au rotor correspond à la vitesse \dot{V}_θ au niveau du contact de la composante tangentielle du mouvement elliptique :

$$\dot{V}_\theta = U_0 \omega \quad (2.59)$$

d'où :

$$\Omega_{\max} = \frac{U_0 \omega}{r_e} \quad (2.60)$$

La caractéristique couple/vitesse du moteur prend alors la forme de la **Figure 2.21**.

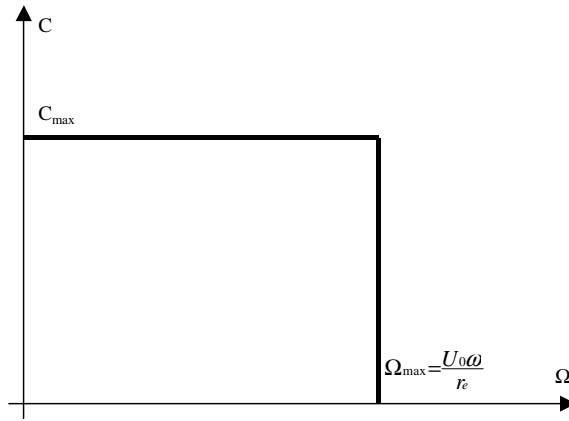


Figure 2.21 - Caractéristique Couple/Vitesse dans le cas d'un contact ponctuel

La puissance mécanique générée est :

$$P = C_{\max} \cdot \Omega_{\max} = \frac{2\mu F_{pres} U_0 \omega}{\sin(\varphi)} \quad (2.61)$$

Dans le schéma équivalent de la **Figure 2.19** cette puissance peut être calculée par l'expression :

$$P = 4 \frac{1}{2} \text{Re}[M_2 \dot{\psi}_2^*] = 2 \text{Re}[M_2 \dot{\psi}_2^*] \quad (2.62)$$

Le coefficient 4 dans la dernière équation permet de prendre en compte que le moteur possède deux phases et deux rotors. Cette expression peut être réécrite en tenant compte de l'expression (2.49) :

$$2 \text{Re}[M_2 \dot{U}_2^*] = 2 \text{Re}[r_e \Theta M_2 \dot{\psi}_2^*] = r_e \Theta P \quad (2.63)$$

D'où :

$$P = \frac{2 \text{Re}[M_2 \dot{U}_2^*]}{r_e \Theta} \quad (2.64)$$

En supposant \dot{U}_2 , $\dot{\psi}_2$ et M_2 en phase, l'expression finale de M_2 est :

$$M_2 = \frac{r_e \Theta P}{2U_0 \omega} = \mu r_e \Theta \frac{F_{pres}}{\sin(\varphi)} \quad (2.65)$$

Le schéma équivalent du stator (**Figure 2.19**) doit être complété par :

- Une résistance R pour tenir compte des pertes mécaniques au sein du stator ;
- Une source de tension $E = \mu r_e \Theta F_{pres} / \sin(\varphi)$ en phase avec le courant motionnel pour représenter la puissance développée par le mouvement vibratoire au niveau de contact.

Le schéma équivalent du micromoteur obtenu est donné par la **Figure 2.22**.

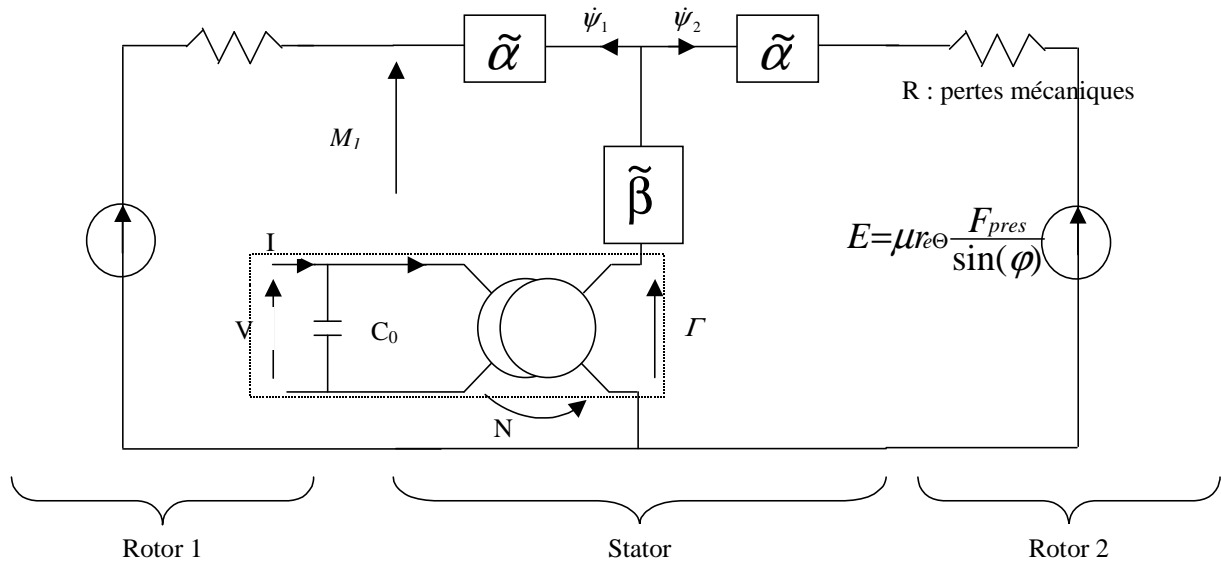


Figure 2.22 - Schéma équivalent du micromoteur

Autour de la fréquence de résonance du mode considéré, la partie dynamique du schéma équivalent peut être représentée par un circuit RLC. Le schéma se simplifie et prend la forme de la **Figure 2.23**. A partir de l'impédance $Z(\omega) = \beta(\omega) + \alpha(\omega)/2$, il est possible de calculer les différents paramètres L et C :

$$Z(\omega) = jL\omega + \frac{1}{jC\omega} = j\sqrt{\frac{L}{C}} \left(\frac{\omega}{\omega_0} + \frac{\omega_0}{\omega} \right) \quad (2.66)$$

D'où :

$$L = \frac{1}{2} \frac{\partial(\text{Im}(Z))(\omega_0)}{\partial\omega} \quad \text{et} \quad C = \frac{1}{L\omega_0^2} = \frac{2}{\frac{\partial(\text{Im}(Z))(\omega_0)}{\partial\omega} \omega_0^2} \quad (2.67)$$

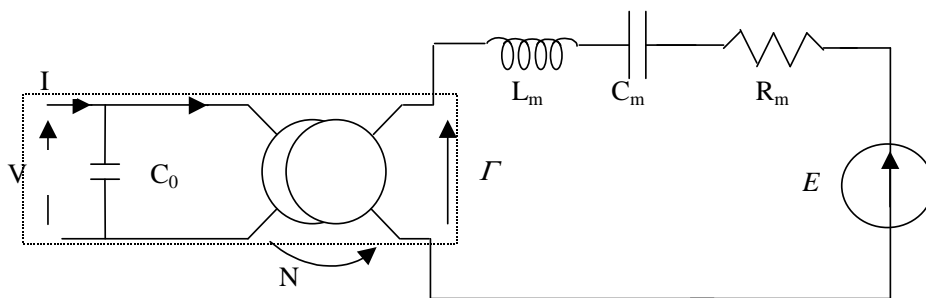


Figure 2.23 - Schéma équivalent autour de la fréquence de résonance du mode utilisé

L'article [MOR 98] donne des résultats d'essais intéressants sur un prototype de micromoteur dont le stator a la géométrie de la **Figure 2.10** et une bande de contact inclinée de 25,5°. Un premier essai, stator seul sans rotor, donne une fréquence de résonance de 109

kHz et un coefficient de qualité mécanique de 330. La permittivité relative du film PZT est estimée par la mesure de capacité à 460. Ce matériau PZT issu d'un processus de dépôt ne possède pas les caractéristiques du matériau brut notamment pour le coefficient e_{31} qui est ici assez faible. Il est fixé à $0,4 \text{ C/m}^2$ dans le modèle pour obtenir un niveau vibratoire comparable aux mesures (160 nm pp) sous 5 Vpp d'alimentation. Les différents paramètres du modèle sont ainsi déterminés et permettent d'obtenir les grandeurs du schéma équivalent du stator (**Tableau 2.1**).

L_m	C_m	Q_m	R_m	N	C_0
44,5 pF	52,8 mF	330	88 n Ω	1,6 $\mu\text{Nm/V}$	7,6 nF

Tableau 2.1 – Paramètres du schéma équivalent

L'article reporte également deux essais, sous 10 Vpp et 15 Vpp d'alimentation, avec les rotors préchargés d'un effort de 4,4 mN par un ressort. Le coefficient de frottement μ est fixé à environ 0,2 dans le modèle (valeur couramment utilisée dans les moteurs à ondes progressives). Le **Tableau 2.2** reporte les grandeurs mesurées sur le moteur et obtenues par le modèle pour chacun des deux essais.

	Essai 1		Essai 2	
	Mesure	Modele	Mesure	Modele
Couple (μNm)	7	5,5	6,3	5,5
Vitesse (tr/min)	430	430	880	880
Tension (Vpp)	10	11,8	15	16,5

Tableau 2.2 – Comparaison des caractéristiques électromécaniques

2.3.7 - Conclusion

La modélisation aboutit donc à une représentation par schéma équivalent simple. Elle permet de prédire, avec une assez bonne précision (moins de 20 % d'erreur) et à partir des grandeurs géométriques du moteur, le niveau de couple et de tension d'alimentation pour une vitesse donnée.

2.4 - Modélisation par schémas de Mason du moteur à rotation de mode centimétrique

2.4.1 - Différences entre la version micrométrique et centimétrique du moteur

Ce paragraphe va décrire la modélisation par schémas équivalents du moteur à rotation de mode dans une version centimétrique. Le principe de fonctionnement est le même que pour le micromoteur : une onde progressive est générée à l'extrémité d'un cylindre en excitant (en quadrature de phase) les deux premiers modes de flexion libre-libre. Le matériau piézoélectrique n'est cependant pas utilisé de la même manière. Il est pris en sandwich entre

deux contre-masses métalliques. L'ensemble, empilé et précontraint par une vis, constitue le stator cylindrique qui ne peut plus être considéré comme réalisé à l'aide d'un seul type de matériau. L'obtention de la partie dynamique du schéma équivalent devra prendre en compte cette hétérogénéité. Les céramiques sont utilisées selon un couplage et une géométrie différente, d'où une détermination du facteur d'effort à mener différemment. Le facteur d'effort sera de bien plus forte valeur et permettra d'exercer une précharge importante sur le rotor. La zone de contact entre le rotor et la stator ne pourra plus alors être considérée comme ponctuelle.

2.4.2 - Schéma équivalent du stator : obtention par matrices de transfert

L'obtention du schéma équivalent d'un transducteur Langevin composite se fait en mettant en série les schémas des différentes parties du transducteur (ou en multipliant les différentes matrices de transfert). Le stator du moteur à rotation de mode a un comportement dynamique qui peut également se modéliser par un schéma équivalent en M et $\dot{\psi}$. Pour obtenir ce dernier, il est cependant nécessaire de tenir compte des efforts de cisaillement présents aux interfaces entre les différentes parties du stator. Une mise en série des schémas équivalents négligerait ces efforts en les supposant nuls à chaque frontière entre deux matériaux différents. Les équations des déformées et des efforts obtenus dans les parties précédentes peuvent être exprimés par une matrice de transfert d'ordre 4 en M , $\dot{\psi}$, T et \dot{U} . L'expression analytique de ses composants est décrite dans l'article [ZHO 00]. Pour une céramique ou une contre-masse, les grandeurs caractéristiques des deux faces extrêmes sont reliées par une expression de la forme suivante:

$$\begin{pmatrix} M_2 \\ \dot{\Psi}_2 \\ T_2 \\ \dot{U}_2 \end{pmatrix} = (\mathbf{M}_{ij}) \begin{pmatrix} M_1 \\ \dot{\Psi}_1 \\ T_1 \\ \dot{U}_1 \end{pmatrix} \quad (2.68)$$

L'assemblage des éléments du stator est obtenu en multipliant les différentes matrices de transfert :

$$(\mathbf{M}) = \prod_k (\mathbf{M}_k) \quad (2.69)$$

La matrice résultante exprime le comportement dynamique du stator et peut servir par exemple à trouver la fréquence de résonance. Pour le mode de flexion libre-libre, les conditions aux limites sont sur les faces extérieures :

$$T_1 = T_2 = 0 \text{ et } M_1 = M_2 = 0$$

D'où :

$$T_2 = 0 = \mathbf{M}_{32}\dot{\Psi}_1 + \mathbf{M}_{34}\dot{U}_1 \text{ et } M_2 = 0 = \mathbf{M}_{12}\dot{\Psi}_1 + \mathbf{M}_{14}\dot{U}_1 \quad (2.70)$$

La fréquence de résonance satisfait donc la relation :

$$\mathbf{M}_{12} \mathbf{M}_{34} = \mathbf{M}_{14} \mathbf{M}_{32} \quad (2.71)$$

Pour le stator complet, la notation peut être allégée. En effet, en supposant $T_1 = T_2 = 0$ sur les surfaces extérieures, la relation suivante peut être établie :

$$\dot{U}_1 = -\frac{1}{\mathbf{M}_{34}} (\mathbf{M}_{31} M_1 + \mathbf{M}_{32} \psi_1) \quad (2.72)$$

La matrice de transfert d'ordre 4 peut être réduite à une matrice du seconde ordre privilégiant les grandeurs M et ψ :

$$\begin{pmatrix} M_2 \\ \psi_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{M}_{11} - \mathbf{M}_{14} \mathbf{M}_{34} / \mathbf{M}_{34} & \mathbf{M}_{12} - \mathbf{M}_{14} \mathbf{M}_{32} / \mathbf{M}_{34} \\ \mathbf{M}_{21} - \mathbf{M}_{24} \mathbf{M}_{31} / \mathbf{M}_{34} & \mathbf{M}_{22} - \mathbf{M}_{24} \mathbf{M}_{32} / \mathbf{M}_{34} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} M_1 \\ \psi_1 \end{pmatrix} \quad (2.73)$$

De cette dernière matrice, il est possible de calculer les impédances $\tilde{\alpha}$ et $\tilde{\beta}$ du schéma équivalent du stator (matrice (2.39)).

2.4.3 - Obtention du facteur d'effort.

Le schéma équivalent du stator doit être complété par le facteur d'effort des céramiques pour obtenir une modélisation globale de la conversion électromécanique. Les céramiques assemblées et en mouvement ont des déformées (observées sous ANSYS) schématisées sur la **Figure 2.24**. Il est donc possible de supposer que les sections restent planes et pivotent d'un angle ψ . Comme pour les vibrations longitudinales [IKE], une analyse unidimensionnelle selon l'axe x peut être utilisée. De plus, la composante du champ électrique E selon cet axe ne peut être supposée constante sur l'épaisseur de la céramique. L'absence de charges libres permet par contre d'écrire que $\partial D / \partial x = 0$. Le déplacement électrique D est donc constant selon x , mais sera fonction ici de l'ordonnée y .

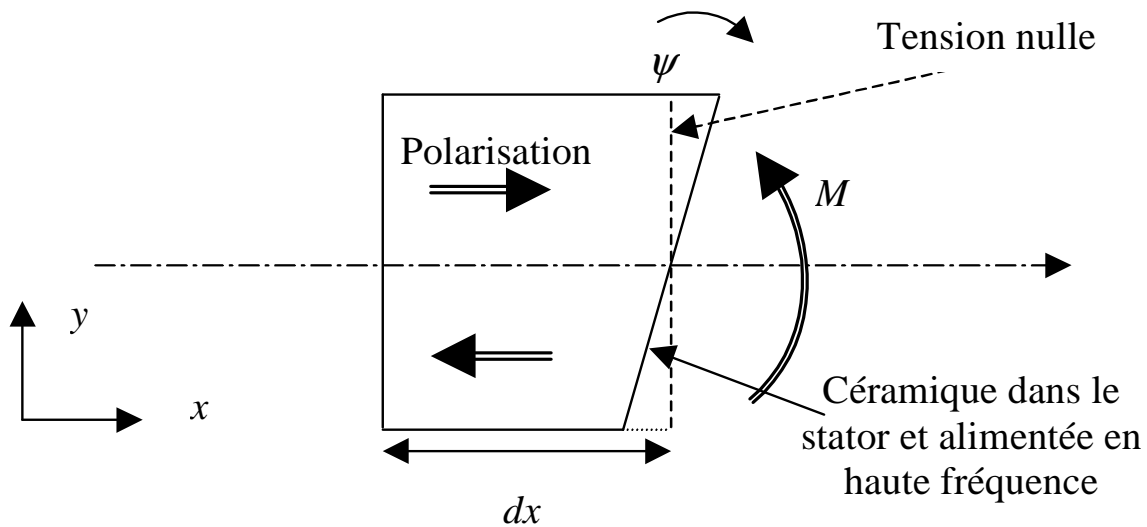


Figure 2.24 - Déformée de la céramique

La contrainte T se note :

$$T(y) = c^D S(y) - hD(y) \text{ avec } S(y) = (d\psi / dx)y \quad (2.74)$$

Comme $D(y)$ est constant sur l'épaisseur de la céramique, il est égal à sa valeur moyenne selon l'axe x . Partant de :

$$D(y) = \varepsilon^S E(y) + eS(y) \quad (2.75)$$

Et en moyennant sur l'épaisseur de la céramique :

$$\begin{aligned} D(y) &= \langle D(y) \rangle = \varepsilon^S \langle E(y) \rangle + e \langle S(y) \rangle \\ &= \varepsilon^S \frac{V}{L_{cer}} + e \frac{\Psi_2 - \Psi_1}{L_{cer}} y \end{aligned} \quad (2.76)$$

D'où l'expression de l'effort T :

$$\begin{aligned} T(y) &= c^D \frac{d\psi}{dx} y - h e \frac{\Psi_2 - \Psi_1}{L_{cer}} y - h \varepsilon^S \frac{V}{L_{cer}} \\ &= c^D \frac{d\psi}{dx} y - \frac{e^2}{\varepsilon^S} \frac{\Psi_2 - \Psi_1}{L_{cer}} y - e \frac{V}{L_{cer}} \end{aligned} \quad (2.77)$$

Le moment M est déduit de l'intégration de $T(y).y$ sur la surface de la céramique :

$$M = \iint_{\text{section}_A} T(y)y dA = c^D \frac{d\psi}{dx} \iint y^2 dA - \frac{e^2}{\varepsilon^S} \frac{\Psi_2 - \Psi_1}{L_{cer}} \iint y^2 dA - e \frac{V}{L_{cer}} \iint |y| dA \quad (2.78)$$

Equation qui peut également s'écrire sous la forme suivante :

$$M + \frac{e^2}{\varepsilon^S} \frac{\Psi_2 - \Psi_1}{L_{cer}} I + e \frac{V}{L_{cer}} I_p = c^D I \frac{d\psi}{dx} \quad (2.79)$$

Avec :

$$I = \iint y^2 dA \text{ et } I_p = \iint |y| dA \quad (2.80)$$

Une expression de la forme $M = cI(d\psi / dx)$ peut de nouveau être trouvée. Le terme supplémentaire correspond à un moment Γ . Le facteur d'effort N_{cer} de la céramique seule peut en être déduit :

$$N_{cer} = \frac{e}{L_{cer}} I_p \quad (2.81)$$

Avant d'introduire le transformateur électromécanique dans le schéma équivalent du stator, il faut tenir compte du gain vibratoire G_v du transducteur entre le matériau

piézoélectrique et les surfaces extrêmes du stator. Le courant $\dot{\psi}_1 - \dot{\psi}_2$ de la branche du schéma équivalent correspond en effet aux vitesses vibratoires des surfaces extrêmes du stator et non des faces du matériau piézoélectrique seul. Ce gain vibratoire diminue dans les mêmes proportions les efforts sur les surfaces extérieures et peut s'obtenir à l'aide de la matrice de transfert de la contre-masse. Le facteur de force global du transducteur est alors :

$$N = \frac{N_{cer}}{G_v} = \frac{e}{G_v L_{cer}} I_p \quad (2.82)$$

Un schéma équivalent du même type que celui trouvé à la **Figure 2.19** est ainsi obtenu. La capacité bloquée C_0 s'exprime à l'aide de :

$$C_0 = \frac{\varepsilon^S A}{L_{cer}} \quad (2.83)$$

2.4.4 - Expression du contact rotor/stator par la théorie de Hertz

La zone de contact entre le rotor et le stator n'est plus considérée comme ponctuelle et nécessite un traitement particulier mené ici à l'aide de la théorie de Hertz.

2.4.4.1 - Expression de la zone de contact

Si l'on suppose que le stator vibrant est équivalent à une portion de cylindre et le rotor à un plan, le contact rotor/stator est équivalent à un contact cylindre/plan de longueur $2a$ et de largeur l_c (**Figure 2.25**). La théorie de Hertz permet d'obtenir l'étendue de la zone du contact ainsi que la répartition de pression p [JOH].

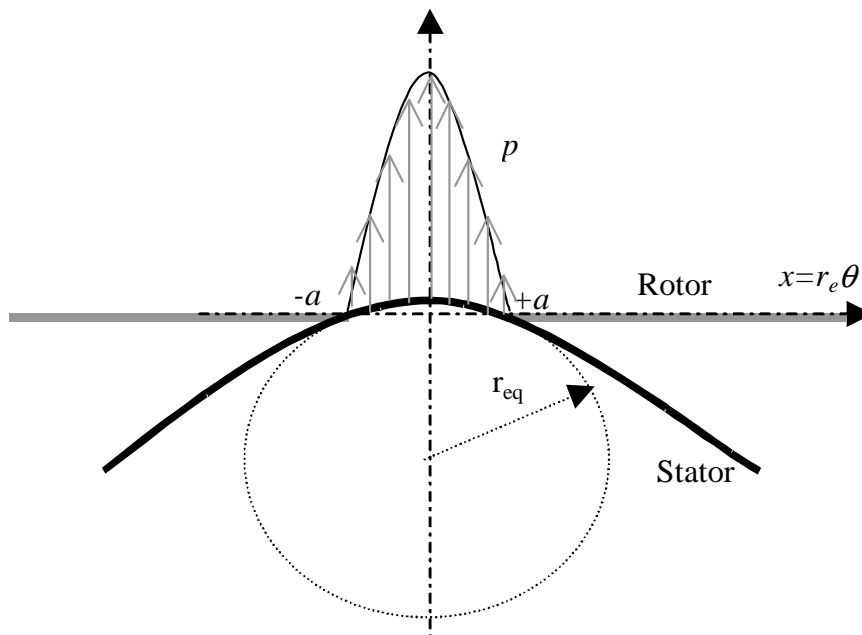


Figure 2.25 - Distribution de pression dans le contact Stator/Rotor

La coordonnée x indique ici la position sur le périmètre extérieur du stator. La déformation y engendrée par l'onde progressive a pour expression pour $t=0$:

$$y = r_e \Psi_0 \cos(\theta) = r_e \Psi_0 \cos(x/r_e) \quad (2.84)$$

Le rayon r_{eq} du cylindre équivalent prend alors pour expression :

$$r_{eq} = 1 / \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{r_e}{\Psi_0} \quad (2.85)$$

La longueur du contact prend alors la valeur :

$$a = 2 \left(\frac{L_n r_{eq}}{\pi c^*} \right)^{1/2} \quad (2.86)$$

avec :

- $L_n = \frac{F_{pres}}{l_c}$, la charge linéique où l_c est la largeur de contact ;
- $\frac{1}{c^*} = \frac{1 - \gamma_{stator}^2}{c_{stator}} + \frac{1 - \gamma_{rotor}^2}{c_{rotor}}$, le module d'élasticité équivalent.

La répartition de pression p est donnée par :

$$p = P_0 \left(1 - \left(\frac{x}{a} \right)^2 \right)^{1/2} \quad \text{avec} \quad P_0 = \frac{2L_n}{\pi a} \quad (2.87)$$

2.4.4.2 - Calcul de la courbe couple/vitesse à mouvement vibratoire donné

La vitesse tangentielle \dot{u}_θ est déduite de la partie tangentielle U_θ du mouvement elliptique (v est considéré comme constante sur la petite largeur de contact l_c) :

$$\dot{U}_\theta = U_0 \omega \cos(x/r_e) \quad (2.88)$$

Sur la **Figure 2.26**, l'abscisse b correspond au point pour lequel la vitesse particulière du stator est égale à la vitesse tangentielle V_r du rotor :

$$V_r = \dot{U}_\theta = U_0 \omega \cos(b/r_e) \quad \text{et} \quad b = r_e \cdot \cos^{-1}(V_r / U_0 \omega) \quad (2.89)$$

Le signe de l'effort fourni au rotor dépend de la vitesse relative :

- Pour $\dot{u}_\theta > V_r$ ou $-b < x < b$: positif ;
- Pour $\dot{u}_\theta < V_r$ ou $-a < x < -b$ et $b < x < a$: négatif.

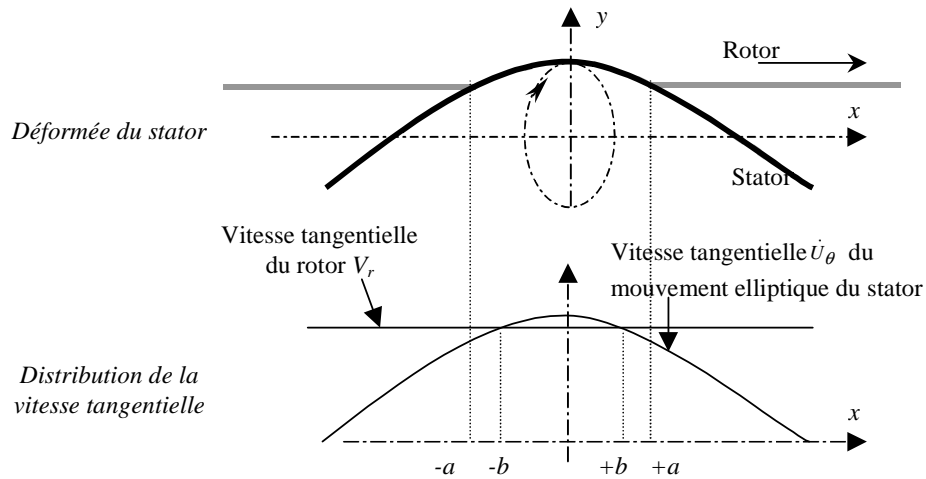


Figure 2.26 - Distribution de la vitesse tangentielle

En prenant une loi de frottement de type $dF = \mu \cdot p \cdot sg(\dot{U}_\theta - V_r) dS$ (avec un coefficient de frottement constant), le couple C_m se calcule de la façon suivante :

$$C_m = 2\mu r_e \left(\int_0^b p(x) w_c dx - \int_b^a p(x) w_c dx \right) = 2\mu l_c r_e P_0 \left(\int_0^b \sqrt{1 - (x/a)^2} dx - \int_b^a \sqrt{1 - (x/a)^2} dx \right)$$

$$C_m = 2\mu a l_c r_e P_0 \left(\arcsin\left(\frac{b}{a}\right) + \frac{b}{a} \sqrt{1 - \left(\frac{b}{a}\right)^2} - \frac{\pi}{4} \right) \quad (2.90)$$

Pour les vitesses faibles ($b \geq a$), il prend la valeur maximale suivante :

$$C_{\max} = \frac{\pi}{2} \mu a l_c r_e P_0 = \mu F_{pres} r_e \quad (2.91)$$

A l'aide de ces expressions, la caractéristique courbe/vitesse prend pour forme celle de la **Figure 2.27**.

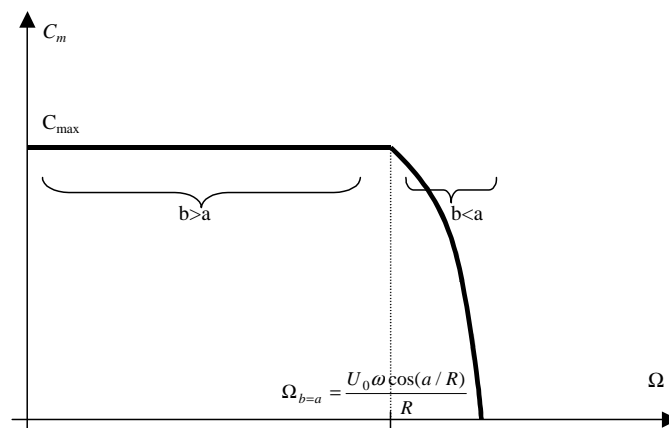


Figure 2.27 - Caractéristique couple/vitesse

2.4.4.3 - Expression de la conversion mécano/mécanique dans les schémas équivalents

Pour les points de fonctionnement correspondant à la partie $b > a$ de la caractéristique couple/vitesse, il est possible d'écrire la puissance totale développée au niveau du contact pour le mouvement tangentiel sous la forme suivante :

$$P_{\theta} = 2\mu \int_0^a p(x) \cdot l_c \cdot v(x) dx = 2\mu l_c U_0 \omega P_0 \int_0^a \sqrt{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2} \cos\left(\frac{x}{r_e}\right) dx \quad (2.92)$$

En approximant $\sqrt{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2}$ par $\cos\left(\frac{\pi x}{2a}\right)$, P_{θ} devient :

$$P_{\theta} = 2\mu l_c U_0 \omega P_0 \int_0^a \cos\left(\frac{\pi x}{2a}\right) \cos\left(\frac{x}{r_e}\right) dx,$$

$$P_{\theta} = \mu l_c U_0 \omega P_0 \cos\left(\frac{a}{r_e}\right) \frac{\pi a}{\left(\frac{\pi}{2}\right)^2 - \left(\frac{a}{r_e}\right)^2} \quad (2.93)$$

Dans les schémas équivalents, la puissance P_{θ} peut être calculée par (avec un coefficient 2 pour prendre en compte que le moteur est diphasé) :

$$P_{\theta} = 2 \frac{1}{2} \operatorname{Re}[M\dot{\psi}^*] = \operatorname{Re}[M\dot{\psi}^*] \quad (2.94)$$

Le circuit équivalent est exprimé en fonction de la vitesse angulaire $\dot{\psi}$. Ce circuit peut permettre également de déterminer la vitesse vibratoire \dot{U} . Cette relation est donnée par l'équation :

$$r_e \Theta = \frac{\dot{U}_1}{\dot{\psi}_1} = -\frac{M_{32}}{M_{34}} \quad (2.95)$$

L'expression (2.94) peut être réécrite à l'aide de (2.95) et donne :

$$\operatorname{Re}[M\dot{U}^*] = \operatorname{Re}[r_e \Theta M\dot{\psi}^*] = r_e \Theta \operatorname{Re}[M\dot{\psi}^*] = r_e \Theta P$$

$$P = \frac{\operatorname{Re}[M\dot{U}^*]}{r_e \Theta} \quad (2.96)$$

En supposant \dot{U}_2 , $\dot{\psi}_2$ et M_2 en phase, l'expression final de M_2 devient :

$$M_{\theta} = M = \frac{r_e \Theta P}{U_0 \omega} = \mu l_c r_e \Theta P_0 \cos\left(\frac{a}{r_e}\right) \frac{\pi a}{\left(\frac{\pi}{2}\right)^2 - \left(\frac{a}{r_e}\right)^2} \quad (2.97)$$

De même pour le mouvement radial parasite, la puissance P_r développée peut être écrite par :

$$P_r = 2\mu l_c U_0 \omega P_0 \int_0^a \cos\left(\frac{\pi x}{2a}\right) \sin\left(\frac{x}{r_e}\right) dx$$

$$P_r = \mu l_c U_0 \omega P_0 2a \frac{\frac{a}{r_e} - \frac{\pi}{2} \sin\left(\frac{a}{r_e}\right)}{\left(\frac{a}{r_e}\right)^2 - \left(\frac{\pi}{2}\right)^2} \quad (2.98)$$

Comme pour P_θ , à cette puissance correspond une tension équivalente M_r :

$$M_r = \mu l_c r_e \Theta P_0 2a \frac{\frac{a}{r_e} - \frac{\pi}{2} \sin\left(\frac{a}{r_e}\right)}{\left(\frac{a}{r_e}\right)^2 - \left(\frac{\pi}{2}\right)^2} \quad (2.99)$$

Le schéma équivalent du moteur (**Figure 2.28**) peut donc se compléter en ajoutant :

- Une résistance R pour tenir compte des pertes mécaniques au sein du stator (cette résistance peut être remplacée par l'utilisation de constantes élastiques complexes);
- Une source de tension M_θ pour représenter la puissance développée au niveau du mouvement vibratoire tangentiel (Equation (2.97));
- Une source de tension M_r pour représenter la puissance développée au niveau du mouvement vibratoire radial (Equation (2.99)).

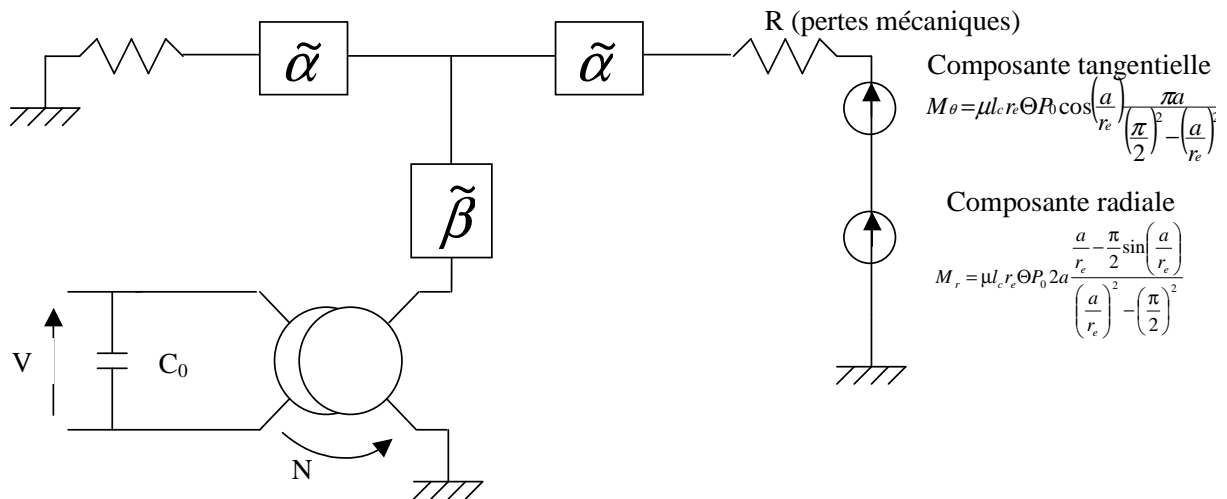


Figure 2.28 - Schéma équivalent du moteur

2.4.4.4 - Pertes dans le contact

Le paragraphe précédent a permis d'exprimer la puissance mécanique développée au niveau du contact stator/rotor et de la représenter dans les schémas équivalents. Seule une

partie de cette puissance est motrice. Le rapport de cette puissance utile sur la puissance totale permet de définir un rendement de contact pour la conversion mécano-mécanique de l'énergie. La **Figure 2.29** représente la courbe couple/vitesse obtenue précédemment ainsi que le rendement entre la puissance mécanique du moteur sur l'arbre et la puissance mécanique injectée dans le contact. Le rendement maximal est obtenu pour des vitesses du rotor supérieures à la vitesse vibratoire en limite de contact (soit pour $b < a$).

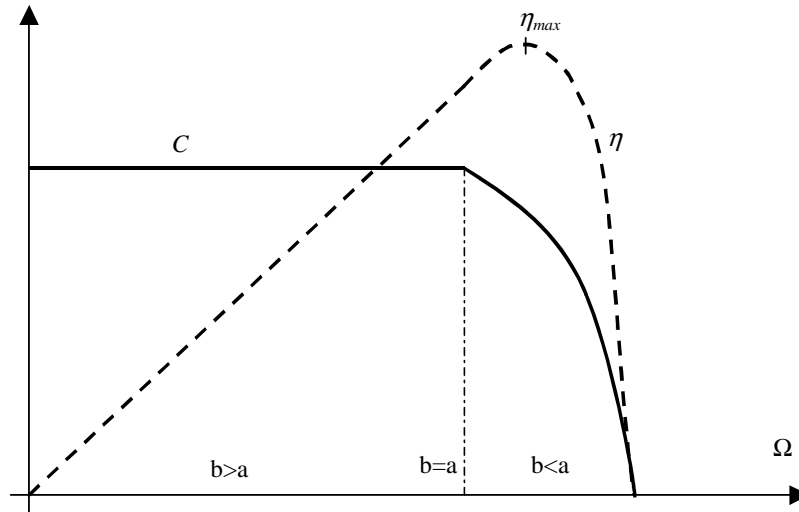


Figure 2.29 - Couple et rendement du contact en fonction de la vitesse

Le calcul de la puissance mécanique du moteur et de la puissance dissipée au contact pour cette zone de fonctionnement va permettre d'évaluer le rendement maximal du contact. Pour simplifier les calculs, la répartition de pression p est approximée ici par :

$$p = P_0 \left(1 - \left(\frac{\theta}{\theta_a} \right)^2 \right)^{1/2} \approx P_0 \cos \left(\frac{\pi \theta}{2 \theta_a} \right), \quad (2.100)$$

où les longueurs de contact sont exprimées sous forme angulaire ($\theta = x/r_e$).

Le couple prend alors pour expression :

$$C = \frac{4}{\pi} \mu \theta_a l_c r_e P_0 \left(2 \sin \left(\frac{\pi \theta_b}{2 \theta_a} \right) - 1 \right) \quad (2.101)$$

La puissance mécanique utile a pour expression :

$$P_{mec} = C \Omega = \frac{4}{\pi} \mu \theta_a r_e l_c U_0 \omega P_0 \cos(\theta_b) \left(2 \sin \left(\frac{\pi \theta_b}{2 \theta_a} \right) - 1 \right) \text{ car } \Omega = \frac{U_0 \omega}{r_e} \cos(\theta_b) \quad (2.102)$$

La puissance totale développée au contact, en négligeant le mouvement radial, est :

$$P_{contact} = \mu c U_0 \omega P_0 \cos(\theta_a) \frac{\pi \theta_a}{(\pi/2)^2 - \theta_a^2}, \quad (2.103)$$

d'où un rendement de contact de :

$$\eta_{contact} = \frac{4 \cos(\theta_b)}{\pi^2 \cos(\theta_a)} \left((\pi/2)^2 - \theta_a^2 \right) \left(2 \sin\left(\frac{\pi \theta_b}{2 \theta_a}\right) - 1 \right) \text{ pour } \theta_b < \theta_a \quad (2.104)$$

Ce rendement de contact est donc directement fonction de la longueur de contact. La **Figure 2.30** représente pour chaque demi angle de contact θ_a le rendement au point optimal de fonctionnement. Un taux de contact supérieur à 50 % (correspondant à un demi-angle de contact de 90°) donne un rendement de contact inférieur à 50 %.

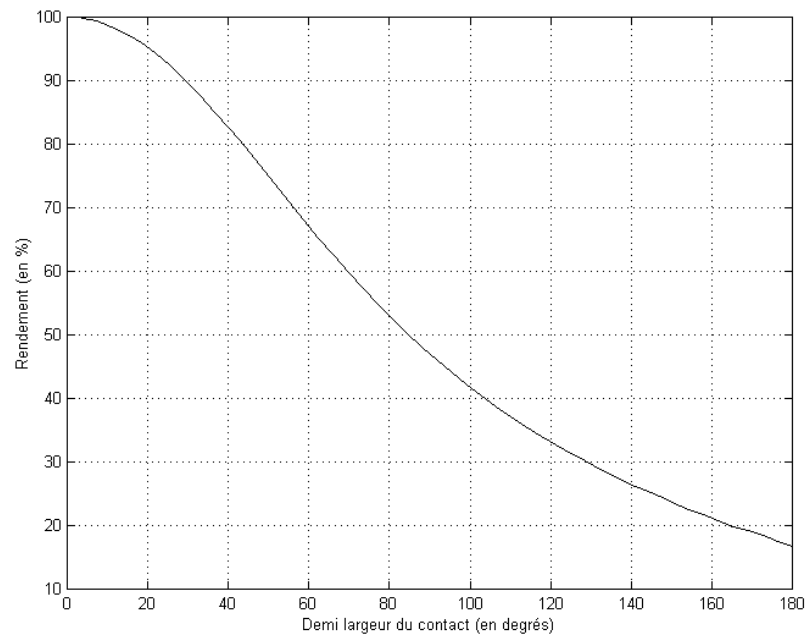


Figure 2.30 - Rendement en fonction du taux de contact

2.4.5 - Validation du modèle

Pour valider la modélisation de la conversion électromécanique au sein du stator, il est possible de calculer le coefficient de couplage k d'un transducteur élémentaire (2 contre-masse en acier de 20 mm de longueur et 25 mm de diamètre, et deux céramiques PC5H de 1 mm d'épaisseur) : un écart de 7 % est obtenu entre ANSYS et les résultats de modélisation. Pour cette géométrie, on note également 10 % d'erreur sur le gain vibratoire (8,5 modèle – 7,6 ANSYS).

Pour la modélisation globale du moteur, il est possible d'étudier le cas du moteur représenté sur la **Figure 2.31** et réalisé selon la géométrie décrite ci-dessous :

- Deux contre-masses en acier;
- Deux phases de deux céramiques (Morgan PC5H);
- Un rotor placé contre l'une des contre-masses.

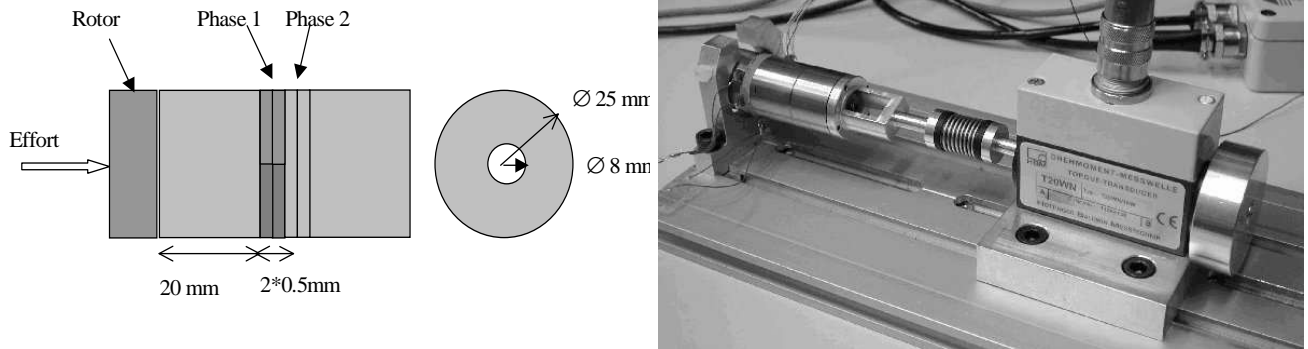


Figure 2.31 - Moteur à rotation de mode

Le schéma équivalent du moteur à une forme identique à celui de la **Figure 2.28**. Les caractéristiques électromécaniques du moteur peuvent être calculées en suivant l'algorithme présenté **Figure 2.32** (programmé ici avec Matlab).

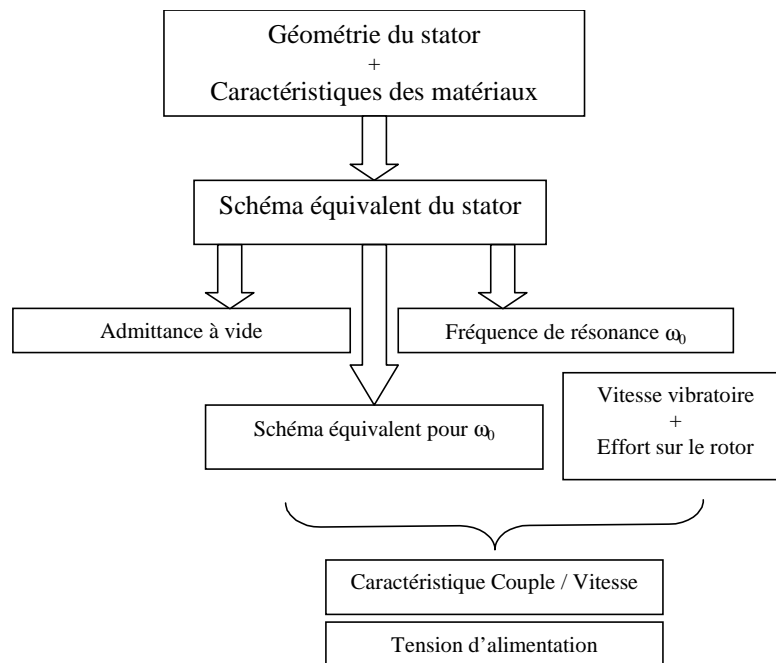


Figure 2.32 - Calcul des caractéristiques électromécaniques

Plusieurs résultats intéressants (**Figure 2.33**) peuvent être obtenus comme :

- L'admittance à vide du stator, utile pour obtenir un schéma équivalent d'une phase du moteur et pour dimensionner l'électronique d'alimentation, présente ici une fréquence de résonance autour de 39,7 kHz ;
- La caractéristique couple/vitesse : un couple de 0,15 N.m sous 55 V est obtenu. La courbe couple/vitesse mesurée est indiquée par des étoiles (*) sur le tracé provenant des résultats de modélisation ;
- La tension d'alimentation (risque de dépolarisation des céramiques pour un champs électrique trop important) ;
- La distribution de pression de contact à l'interface stator/rotor avec ici une pression maximale de 2 MPa ;
- La répartition des contraintes (risque de rupture mécanique) et des déformées : 0,4 µm de déplacement en bout de contre-masse est obtenu ici pour 8 MPa de contrainte au niveau des céramiques ;
- Le rendement du moteur.

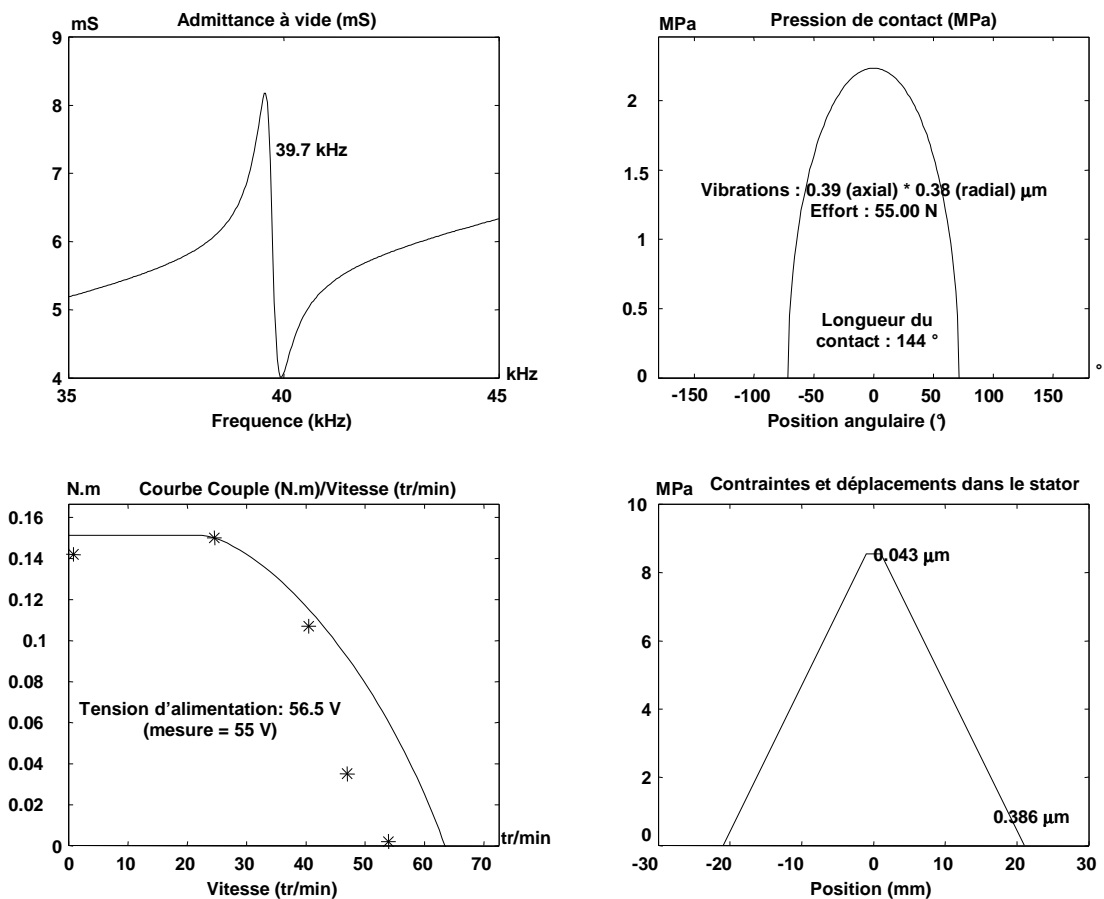


Figure 2.33 - Exemple de résultats

L'accord entre les mesures et la modélisation est satisfaisante. Les écarts observés sur la caractéristique couple/vitesse peuvent être expliqués par la différence entre la fréquence de

résonance réelle et calculée (10 % d'erreur) et par la non linéarité du coefficient de frottement par rapport à la vitesse de glissement.

2.5 - Conclusion sur la modélisation par schémas équivalents

La structure empilée du moteur à rotation de mode a incité à le modéliser par des schémas équivalents. Cette méthode présente des avantages de simplicité dans sa compréhension et sa mise en œuvre, chaque élément étant modélisé individuellement. Elle oblige dans le cas de structure plus complexes à multiplier le nombre de schémas équivalentes (ou matrices de transfert) et ne s'applique pas à toutes les géométries. De plus, elle ne permet pas d'obtenir directement un modèle compact exprimant le comportement du moteur en un minimum d'équations. La suite du chapitre va développer une modélisation par approche variationnelle, basée sur des considérations énergétiques et non d'actions comme précédemment. Elle ne se restreint pas à des géométries empilées (de type barre) et a ainsi été utilisée par [HAG 95] ou [GIR 98] pour modéliser le moteur annulaire à onde progressive. Elle permet également, en réduisant les grandeurs cinématiques au minimum, une description compacte du moteur. Les paramètres finaux modélisant le moteur peuvent s'obtenir à l'aide d'un calcul analytique sur des géométries simples mais également à l'aide de méthodes numériques par éléments finis. Ce dernier point permet d'utiliser la puissance de certains logiciels comme ANSYS et d'élargir la modélisation à des géométries de moteurs plus complexes ou de prendre en compte certains paramètres comme la présence de la vis de précontrainte. La suite du chapitre mettra ainsi l'accent sur cette possibilité qui peut simplifier fortement le travail du concepteur. Les résultats obtenus dans la première partie du chapitre (avec notamment l'expression des déformées et du contact) restent cependant utiles à l'approche variationnelle analytique.

3 - Modélisation analytique et numérique par approche variationnelle

3.1 - Lagrangien et méthode variationnelle

Un calcul d'efforts dans un moteur électromagnétique s'effectue classiquement par variations d'énergie électrique emmagasinée. A cette énergie électrique stockée ne correspond pas d'énergie élastique de déformations mécaniques. Les matériaux et les transducteurs piézoélectriques présentent par contre un couplage fort entre énergie électrique et mécanique (sous forme d'énergie élastique et cinétique en dynamique). Un rappel du calcul d'efforts pour un système électromécanique sans couplage fort entre énergie électrique et mécanique est d'abord abordé. Cette approche insuffisante ici sera complétée, d'une part, par une présentation du Lagrangien d'un système mécanique, qui permet de prendre en compte les termes énergétiques manquants, et d'autre part, par une extension aux problèmes électromécaniques [NOG].

3.1.1 - Calcul d'efforts électromécaniques

Considérons le cas d'un système électromécanique possédant une phase alimentée par une tension v et générant un effort F selon une déformée x . Ce système électrique transforme l'énergie électrique apportée par l'alimentation $\delta W_{a\lim} = v.dq_c$ en une variation d'énergie électrique stockée $dW_E^q(q_c, x)$ et en un travail mécanique $\delta W_{mecc} = F.dx$.

$$vdq_c = dW_E^q(q_c, x) + Fdx \quad (2.105)$$

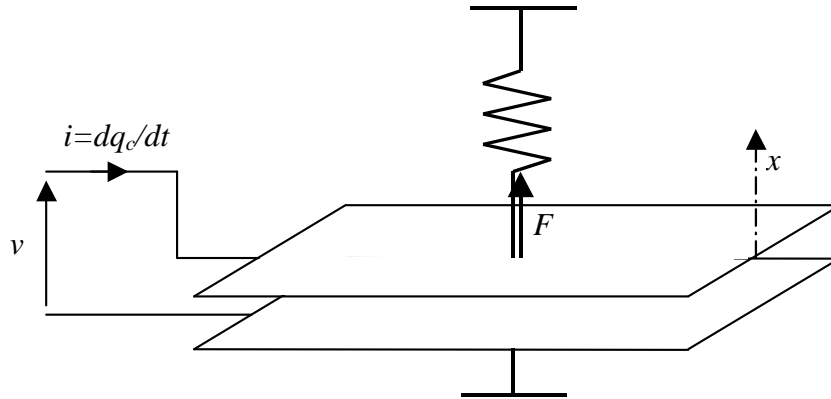


Figure 2.34 - Système électromécanique – Convention électrostatique

Cette équation permettrait d'exprimer F en supposant la variation de charge nulle. Cette hypothèse est rarement vérifiable en pratique, car on dispose généralement d'une source de tension. On préfère donc introduire la coénergie électrique $W_E^v(V, x)$ qui vérifie :

$$W_E^q(q_c, x) + W_E^v(V, x) = vq_c \quad (2.106)$$

Le bilan d'énergie devient alors :

$$Vdq_c = dv.q_c + v.dq_c - dW_E^v(V, x) + Fdx \quad (2.107)$$

$$Fdx = dW_E^v(v, x) - dv.q_c \quad (2.108)$$

En supposant la tension constante, on exprime alors F par :

$$F = \left(\frac{\partial W_E^v(v, x)}{\partial x} \right)_{v=Cte} \quad (2.109)$$

De même en supposant le déplacement constant, on exprime alors q_c par :

$$q_c = \left(\frac{\partial W_E^v(v, x)}{\partial v} \right)_{x=Cte} \quad (2.110)$$

Dans le cas de système linéaire, la coénergie électrique s'exprime par :

$$W_E^v(v, x) = \int_0^v q_c dv = \iiint DdEdv = \frac{1}{2} \int EDdv \quad (2.111)$$

3.1.2 - Lagrangien d'un système mécanique

Le Lagrangien est exprimé en fonction des énergies cinétiques et potentielles du système. Il permet d'en retrouver les équations dynamiques à l'aide des équations de Lagrange. Une démonstration rapide de ces équations peut être faite pour un système de N particules, définies par $3N$ coordonnées \underline{x}_i avec $i \in [1..N]$. Il peut exister dans ce système mécanique des contraintes qui diminuent le nombre de degrés de liberté à n . Ces degrés de liberté s'expriment selon des coordonnées généralisées q_i avec $i \in [1..n]$. On a donc : $\underline{x}_i = \underline{X}_i(q_1, \dots, q_n, t)$

L'énergie cinétique \mathbf{T} de ce système s'exprime en sommant les énergies cinétiques des N particules :

$$\mathbf{T} = \frac{1}{2} \sum m_i \dot{\underline{x}}_i^t \dot{\underline{x}}_i \quad (2.112)$$

Les vitesses de ces particules peuvent être exprimées à l'aide des coordonnées généralisées :

$$\dot{\underline{x}}_i = \frac{d}{dt} \underline{x}_i = \sum \frac{\partial \underline{x}_i}{\partial q_j} \frac{\partial q_j}{\partial t} + \frac{\partial \underline{x}_i}{\partial t} \quad (2.113)$$

L'égalité suivante peut être établie à l'aide de cette relation :

$$\frac{\partial \dot{\underline{x}}_i}{\partial \dot{q}_j} = \frac{\partial \underline{x}_i}{\partial q_j} \quad (2.114)$$

En multipliant cette expression par $\dot{\underline{x}}_i$ et en dérivant selon t , on obtient :

$$\frac{d}{dt} \left(\dot{\underline{x}}_i^t \frac{\partial \dot{\underline{x}}_i}{\partial \dot{q}_j} \right) = \frac{d}{dt} \left(\dot{\underline{x}}_i^t \frac{\partial \underline{x}_i}{\partial q_j} \right) = \frac{d}{dt} \left(\dot{\underline{x}}_i^t \right) \frac{\partial \underline{x}_i}{\partial q_j} + \dot{\underline{x}}_i^t \frac{d}{dt} \left(\frac{\partial \underline{x}_i}{\partial q_j} \right) = \frac{d}{dt} \left(\dot{\underline{x}}_i^t \right) \frac{\partial \underline{x}_i}{\partial q_j} + \dot{\underline{x}}_i^t \frac{\partial \dot{\underline{x}}_i}{\partial q_j}$$

En utilisant le premier terme et le dernier terme de cette expression, il est possible d'écrire que :

$$\frac{1}{2} \frac{d}{dt} \frac{\partial}{\partial \dot{q}_j} \left(\dot{\underline{x}}_i^t \dot{\underline{x}}_i \right) = \frac{d}{dt} \left(\dot{\underline{x}}_i^t \right) \frac{\partial \underline{x}_i}{\partial q_j} + \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial q_j} \left(\dot{\underline{x}}_i^t \dot{\underline{x}}_i \right) \quad (2.115)$$

En multipliant par la masse m_i et en notant \underline{F}_i l'effort $\underline{F}_i = m_i \frac{d}{dt} \left(\dot{\underline{x}}_i \right)$, on obtient en sommant selon i :

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial \mathbf{T}}{\partial \dot{q}_j} = \sum \underline{F}_i^t \frac{\partial \underline{x}_i}{\partial q_j} + \frac{\partial \mathbf{T}}{\partial q_j} = f_j + \frac{\partial \mathbf{T}}{\partial q_j} \quad (2.116)$$

$f_j = \sum \underline{F}_i^t \frac{\partial \underline{x}_i}{\partial q_j}$ est appelée force généralisée. Si de plus certaines forces \underline{F}_i sont

conservatives, i.e. $\underline{F}_i = -\underline{grad}(\mathbf{V})$, ces forces généralisées deviennent alors :

$$f_j = \sum \underline{F}_i^t \frac{\partial \underline{x}_i}{\partial q_j} = -\sum \underline{grad}(\mathbf{V})^t \frac{\partial \underline{x}_i}{\partial q_j} + f_j^e = -\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial q_j} + f_j^e \quad (2.117)$$

Et en notant $\mathbf{L}=\mathbf{T}-\mathbf{V}$ le Lagrangien de système, on obtient l'équation de Lagrange :

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial \mathbf{L}}{\partial \dot{q}_j} - \frac{\partial \mathbf{L}}{\partial q_j} = f_j^e \quad (2.118)$$

Les forces généralisées extérieures f_j^e restantes peuvent également s'inclure dans le Lagrangien du système sous la forme de pseudo-potentiel $V_e = -f_j^e q_j$. On arrive à l'expression $\mathbf{L}=\mathbf{T}-\mathbf{V}-\mathbf{V}_e$ du Lagrangien du système qui vérifie l'équation de Lagrange :

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial \mathbf{L}}{\partial \dot{q}_j} - \frac{\partial \mathbf{L}}{\partial q_j} = 0 \quad (2.119)$$

Dans le cas de système mécanique continu, l'énergie cinétique \mathbf{T} et l'énergie potentielle élastique de déformation \mathbf{V} s'expriment par :

$$\mathbf{T} = \int \frac{1}{2} \rho \dot{u}^2 dv \quad (2.120)$$

$$\mathbf{V} = \int \frac{1}{2} T S dv \quad (2.121)$$

3.1.3 - Lagrangien étendu aux systèmes piézoélectriques

Un système électromécanique génère des efforts qui peuvent s'exprimer par les forces généralisées du Lagrangien présentées précédemment. Ces forces généralisées dérive d'un potentiel, la coénergie électrique W_E^v , et s'expriment par rapport aux coordonnées généralisés par :

$$f_i = \frac{\partial W_E^v}{\partial q_i} \quad (2.122)$$

Dans le Lagrangien d'un transducteur piézo-électrique, au potentiel V de déformation élastique s'ajoute donc le potentiel $-W_E^v$ de la coénergie électrique. De la même manière aux pseudo-potentiel $-f_j^e q_j$ des forces mécaniques s'ajoute le terme vq_c qui permet de tenir compte de l'équation électrique (2.110) établie précédemment. L'équation de Lagrange étendu aux systèmes piézo-électriques devient donc :

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial \mathbf{L}}{\partial \dot{q}_j} - \frac{\partial \mathbf{L}}{\partial q_j} = 0, \quad (2.123)$$

avec pour un système continu :

$$\mathbf{L}(\dot{q}_j, q_j, v) = \frac{1}{2} \int (\rho \dot{u}^2 - TS + ED) d\Omega + \sum f_j^e q_j - v q_c \quad (2.124)$$

3.1.4 - Etablissement des équations dynamiques

Le Lagrangien du système piézoélectrique peut être calculé à l'aide d'une approximation du champ de déplacement u . Cette approximation peut être réalisée à l'aide d'une seule fonction (méthode de Rayleigh) ou d'une somme de fonctions (méthode de Rayleigh-Ritz). La suite du chapitre utilisera la première méthode, toutes les déformations au sein du transducteur seront donc fonction d'un seul paramètre géométrique qui servira de coordonnée mécanique généralisée. L'étude précédente à l'aide des schéma équivalents permet d'obtenir la fréquence de résonance et les équations régissant ces déformées. L'intégration des différentes composantes du Lagrangien donnera une fonction de la forme :

$$\mathbf{L}(\dot{q}, q, v) = \frac{1}{2} M \dot{q}^2 - \frac{1}{2} K q^2 + \frac{1}{2} C_0 v^2 + N v q + f q - v q_c \quad (2.125)$$

L'application des équations de Lagrange selon q et v permettra d'obtenir les équations caractéristiques du transducteurs :

- *Equation mécanique* : $M\ddot{q} + Kq = Nv + f$, avec la masse M , la raideur K , et le facteur d'effort N ;
- *Equation électrique* : $q_c = Nq + C_0 v$, avec la capacité bloquée C_0 .

3.2 - Exemple simple d'un Langevin composite

Un transducteur piézoélectrique est généralement constitué d'une céramique accolée à une structure métallique en contact avec la charge mécanique. On va étudier ici un transducteur simplifié de cette forme en essayant d'obtenir les grandeurs intéressantes en terme de conversion électromécanique de l'énergie : masse, raideur modale et facteur d'effort.

3.2.1 - Géométrie du transducteur

Le transducteur étudié est du type Langevin symétrique. Il est réalisé à l'aide de contre-masses encadrant des céramiques piézoélectriques. Les propriétés mécaniques (densité et élasticité) des différents matériaux sont supposées similaires.

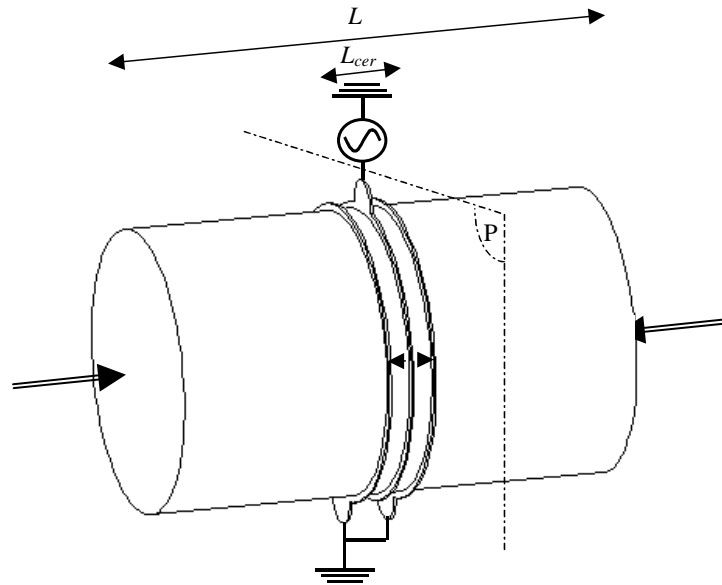


Figure 2.35 - Géométrie du transducteur Langevin

Par symétrie, l'étude peut se réduire à la moitié du transducteur. On suppose le plan de symétrie fixe (Figure 2.35). Le mode de résonance utilisé est le premier mode de vibration longitudinal (plan P encasté, extrémité des contre-masses libres).

3.2.2 - Modélisation analytique du transducteur

L'équation locale de mouvement est obtenu en assimilant le transducteur Langevin à une barre homogène en extension (céramiques et contre-masses sont supposées avoir des caractéristiques mécaniques proches). En x , un élément de longueur dx de cette barre est caractérisé par une déformée $u(x)$ et une vitesse $\dot{u}(x)$ (Figure 2.36).

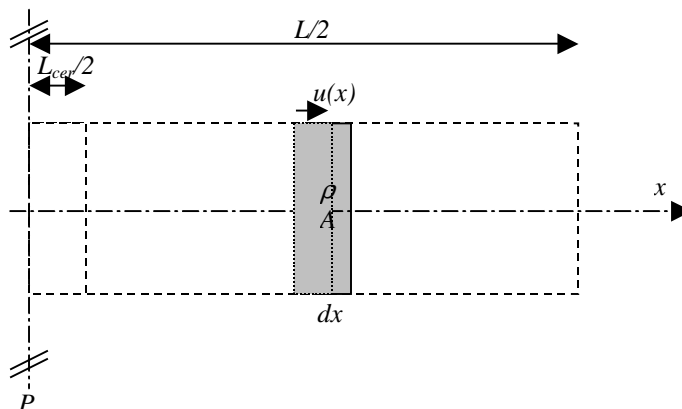


Figure 2.36 - Élément de barre en extension

L'équation locale de mouvement peut être obtenue comme au début du chapitre ou en établissant l'équation de Lagrange d'un élément élémentaire de cette barre [GER] :

$$\rho \ddot{u} - c \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 0 \quad (2.126)$$

Pour des excitations sinusoïdales, la solution de cette équation peut s'écrire sous la forme $u(x,t) = U(x) \cos(\omega t)$. L'équation locale du mouvement s'écrit alors :

$$\rho \omega^2 U + c \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} = 0 \quad (2.127)$$

Elle admet pour solution : $U(x) = a \sin(kx) + b \cos(kx)$ avec $k = \omega \sqrt{\rho/c}$. Pour le premier mode longitudinal encastré libre (déplacement nul en $x=0$ et contrainte nulle en $x=L/2$), on a :

$$U(x) = a \sin\left(\pi \frac{x}{L}\right) \text{ avec } \omega_r = \frac{\pi}{L} \sqrt{\frac{c}{\rho}} \quad (2.128)$$

La contrainte $T(x)$ est alors de la forme :

$$T(x) = c \frac{\partial U(x)}{\partial x} = \pi \frac{ca}{L} \cos\left(\pi \frac{x}{L}\right) \quad (2.129)$$

Le transducteur de type Langevin excite par ses céramiques piézo-électriques l'ensemble de la structure élastique. Pour des fréquences proches de la résonance, la déformée sera semblable à celle d'une barre homogène. On peut noter alors :

$$u(x,t) = U(x) q_u(t) \text{ avec } U(x) = \sin\left(\pi \frac{x}{L}\right), \quad (2.130)$$

où $q_u(t)$ est la position de la face émettrice en extrémité de contre-masse ($U(L/2)=1$).

Le Lagrangien du transducteur s'exprime en sommant les différentes énergies mises en jeu. L'énergie cinétique s'exprime par :

$$\mathbf{T} = \frac{1}{2} \int \rho \dot{u}(x)^2 dv = \frac{1}{2} M \dot{q}_u^2 \quad (2.131)$$

avec :

$$M = 2 \int_0^{L/2} A \rho U(x)^2 dx = A \rho L / 2 \quad (2.132)$$

L'énergie élastique des contre-masses s'exprime par :

$$\mathbf{V}_{\text{CM}} = \frac{1}{2} \int T S dv = \frac{1}{2} K_{\text{CM}} q_u^2 \quad (2.133)$$

avec :

$$K_{CM} = 2 \int_{L_{cer}/2}^{L/2} Ac \left(\frac{\partial U(x)}{\partial x} \right)^2 dx \quad (2.134)$$

Les céramiques comportent quant à elles un terme d'énergie électrique couplé à l'énergie élastique de déformation. Les équations locales liant T , S , D et E sont exprimées en fonction de D (constant sur l'épaisseur de la céramique) et de S (connue par l'expression de $u(x)$):

$$\begin{cases} T = c^D S - hD \\ E = -hS + \beta^S D \end{cases} \quad (2.135)$$

D est constant sur l'épaisseur de la céramique (par de charge libre $\text{div}(D) = 0$). D est donc égal à sa valeur moyenne :

$$D = \langle D \rangle = \frac{\langle E \rangle + h \langle S \rangle}{\beta^S} = \frac{V}{\beta^S L_{cer}/2} + h \frac{u(L_{cer}) - u(0)}{\beta^S L_{cer}/2} \quad (2.136)$$

D'où :

$$\mathbf{V}_{cer} = \frac{1}{2} \int (TS - ED) dv = \frac{1}{2} K_{cer} q_u^2 - \frac{1}{2} C_0 V^2 - N q_u V \quad (2.137)$$

L'**Annexe 3** détaille le calcul des différents paramètres permettant d'établir les expressions des énergies cinétiques et potentielles. Le Lagrangien de l'ensemble s'exprime par :

$$\begin{aligned} \mathbf{L} &= \frac{1}{2} \int (\rho \dot{u}^2 - TS + ED) dv + \sum f_j^e q_j - v q_c \\ &= \frac{1}{2} M \dot{q}_u^2 - \frac{1}{2} K q_u^2 + N q_u V + \frac{1}{2} C_0 V^2 + F q_u - V q_c \end{aligned} \quad (2.138)$$

avec : $K = K_{CM} + K_{cer}$.

L'équation mécanique du transducteur s'obtient en dérivant le Lagrangien selon q_u . Les efforts aux extrémités des contres-masses sont notés F .

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial \mathbf{L}}{\partial \dot{q}_u} - \frac{\partial \mathbf{L}}{\partial q_u} = 0$$

$$M \ddot{q}_u + K q_u = NV + F \quad (2.139)$$

Les pertes mécaniques (assimilées à des pertes visqueuses) peuvent être prises en compte par un terme proportionnel à la vitesse vibratoire \dot{q}_u .

$$M \ddot{q}_u + C \dot{q}_u + K q_u = NV + F \quad (2.140)$$

L'équation électrique s'obtient en dérivant selon V . L'effort correspondant ici à F est la charge q_c fournie par l'alimentation.

$$\frac{\partial \mathbf{L}}{\partial t} - \frac{\partial \mathbf{L}}{\partial \dot{V}} = 0$$

$$q_c = Nq_u + C_0V \quad (2.141)$$

Si on suppose pour la suite que le transducteur est réalisé avec des céramiques d'épaisseurs faibles par rapport à la longueur des contre-masses ($L_{cer} \ll L$), on obtient :

- La raideur modale :
$$K = \left(\frac{\pi}{2}\right)^2 \frac{Ac}{L/2} \quad (2.142)$$

- La masse modale :
$$M = A\rho L/2 \quad (2.143)$$

- La capacité bloquée :
$$C_0 = \frac{2A}{\beta^s L_{cer}/2} = \frac{4\varepsilon^s A}{L_{cer}} \quad (2.144)$$

- Le facteur d'effort :
$$N = \pi \frac{Ah}{\beta^s L/2} = \pi \frac{A}{L/2} e \quad (2.145)$$

3.2.3 - Obtention des paramètres de la modélisation par élément finis

Les calculs numériques, à l'aide de logiciels par éléments finis, généralement rencontrés dans la littérature, portent sur le calcul des modes et des fréquences de résonances, de l'admittance du stator seul ou de la détermination du schéma équivalent à l'aide du calcul de la résonance et de l'antirésonance [BAO 00]. Ils ne caractérisent cependant pas de manière complète la conversion électromécanique de l'actionneur et peuvent être relativement long en temps de calcul (balayage en fréquence d'une excitation harmonique). La méthode proposée ici ne nécessite qu'un calcul de mode de résonance et permet, à l'aide de l'évaluation des énergies cinétiques et élastiques, de déterminer les paramètres introduits précédemment. Le logiciel utilisé pour illustrer cette méthode est ANSYS r5.7. Les différentes étapes à mener sont les suivantes :

- Dans le module *Preprocessor* : définir la géométrie, les matériaux et le maillage du système ;
- Dans le module *Solution* : demander une nouvelle analyse de type Modale (par la méthode de Block-Lanczos) en précisant de calculer les résultats aux éléments (activation du calcul des données énergétiques) et en court-circuitant les céramiques ;
- Dans le module *Postprocessor* : sélectionner le mode désiré et évaluer les énergies cinétiques T et élastiques V , la déformée q_u pour laquelle ces dernières sont calculer et les charges résultantes q_c sur une électrode.

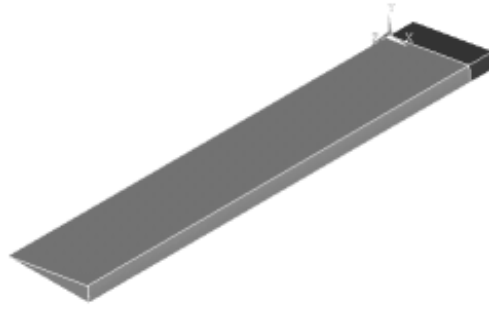


Figure 2.37 - Géométrie du transducteur Langevin pour la simulation (1/72 ième)

Pour le mode de résonance considéré (à la pulsation ω), le **Tableau 2.3** résume les étapes à réaliser pour obtenir les paramètres recherchés.

Grandeur obtenue par Ansys	Commandes Ansys	Paramètre associé
Amplitude de la déformée q_u	Plot Results / Nodal Solution / Translation	
Energie cinétique $T = \frac{1}{2} M \dot{q}_u^2 = \frac{1}{2} M \omega^2 q_u^2$	Element Table / Sum of each item après avoir défini dans la table Element l'énergie cinétique Kene	Masse modale M $M = \frac{2T}{\omega^2 p^2}$
Energie élastique $V = \frac{1}{2} k q_u^2$	Idem que pour T avec ici l'énergie de déformation Sene	Raideur modale $K = \frac{2V}{q_u^2}$
Charge sur une électrode q_c	Nodal Calcs / Total Sum Force Sur les noeuds de l'électrode	Facteur d'effort $N = \frac{q_c}{q_u}$ (V est nul)

Tableau 2.3 – Méthodologie d'obtention des paramètres électromécaniques

Pour un transducteur Langevin de longueur totale 10 cm (L), de diamètre 2 cm, d'épaisseur de céramique (P1 89 de Quartz et Silice) 6 mm (L_{cer}), les résultats obtenus sont présentés dans le **Tableau 2.4**.

	Analytique	ANSYS
Fréquence de résonance	18,898 kHz	18,617 kHz
Raideur K	$1,70 \cdot 10^9$	$1,62 \cdot 10^9$
Masse vibrante M	121 g	118,1 g
Facteur d'effort N	$0,28 \text{ N.V}^{-1}$	$0,283 \text{ N.V}^{-1}$

Tableau 2.4 – Comparaison modélisation analytique / résultats ANSYS

Il y a donc une bonne corrélation entre les résultats obtenus de manière analytique ou numérique. Un maillage fin est cependant nécessaire au niveau du logiciel par éléments finis. Il est également possible de comparer les déformées et les contraintes obtenues (représentées sur la **Figure 2.38**).

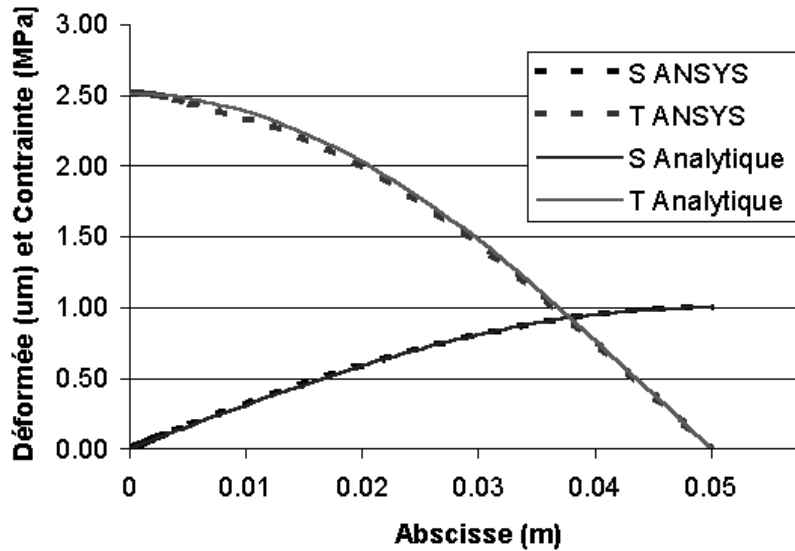


Figure 2.38 - Répartitions de déformation et de contrainte

3.3 - Modélisation variationnelle simplifiée du moteur à rotation de mode

3.3.1 - Calcul des paramètres électromécaniques du stator du moteur

3.3.1.1 - Modélisation analytique du stator

Il est possible de modéliser le stator du moteur à rotation de mode de la même manière que le transducteur Langevin. Pour simplifier l'étude, les céramiques et les contre-masses sont supposées avoir les mêmes caractéristiques mécaniques (élasticité et densité). Les équations des déformées et efforts établis dans le début du chapitre restent valables (la fréquence de résonance peut également être obtenue de la même manière). Le stator étudié ici a une géométrie symétrique selon l'axe longitudinal. Les déformées sont de plus normées par rapport au déplacement $u(t)$ de la ligne neutre en extrémité du stator. Les expressions des déformées peuvent donc s'exprimer par :

$$u(x,t) = U(x)q_u(t) \text{ et } \psi(x,t) = \Psi(x)q_u(t),$$

avec :

$$U(x) = A_u \cos(k_1 x) + B_u \operatorname{ch}(k_2 x)$$

$$\Psi(x) = A_\psi \sin(k_1 x) + B_\psi \operatorname{sh}(k_2 x) \quad (2.146)$$

La grandeur $q_u(t)$, choisie ici comme coordonnée mécanique généralisée, exprime donc le déplacement orthogonal en extrémité de contre-masse ($U(L/2)=1$). L'Annexe 3 donne l'expression analytique des différents coefficients utilisés dans ces déformées. Comme pour l'exemple du transducteur Langevin, le calcul du Lagrangien du stator passe par le calcul de chacune de ses composantes énergétiques. L'énergie cinétique \mathbf{T} du stator s'exprime ainsi par :

$$\mathbf{T} = \frac{1}{2} \int \rho \dot{u}(x)^2 dv = \frac{1}{2} M \dot{q}_u^2 \quad (2.147)$$

Où :

$$M = \int \rho I \Psi(x)^2 + \rho S U(x)^2 dx \text{ avec } I = \iint y^2 dA \quad (2.148)$$

Pour les contre-masses, l'énergie potentielle n'est constituée que d'énergie de déformation élastique. Dans le cas du moteur à rotation de mode, les contraintes en cisaillement ne sont pas négligées et l'expression de cette énergie est de la forme :

$$\mathbf{V}_{CM} = \frac{1}{2} \int TS dv = \frac{1}{2} K_{CM} q_u(t)^2 \quad (2.149)$$

avec :

$$K_{CM} = \int EI \left(\frac{\partial \Psi(x)}{\partial x} \right)^2 + aSG \left(-\Psi(x) + \frac{\partial U(x)}{\partial x} \right)^2 dx \quad (2.150)$$

Pour les céramiques, il faut également prendre en compte un terme énergétique d'origine électrique. Le jeu d'équations locales utilisé est le même que pour le transducteur Langevin. D est constant sur l'épaisseur de la céramique, mais est variable selon la position y (**Figure 2.39**) à cause de la déformation $S = \frac{\partial \Psi(x)}{\partial x} y$ non constante :

$$D(y) = \langle D \rangle = \frac{\langle E \rangle + h \langle S \rangle}{\beta^s} = \frac{V}{\beta^s L_{cer}} + \frac{h}{\beta^s} \frac{\Psi(L_{cer}) - \Psi(0)}{L_{cer}} y \quad (2.151)$$

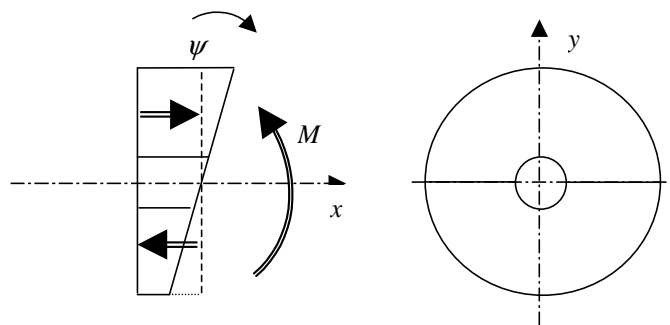


Figure 2.39 - Déformation d'une céramique du stator sous l'action d'une tension

D'où l'expression :

$$\mathbf{V}_{\text{cer}} = \frac{1}{2} \int (TS - ED) dV = \frac{1}{2} K_{\text{cer}} q_u^2 - \frac{1}{2} C_0 v^2 - N q_u \quad (2.152)$$

Le stator est utilisé selon deux modes de résonance, α et β , orthogonaux et de fréquence identique. Pour des actions et des déplacements selon un mode α , le Lagrangien obtenu est de la forme :

$$\mathbf{L}_\alpha = \frac{1}{2} M \dot{q}_{u\alpha}^2 - \frac{1}{2} K q_{u\alpha}^2 + N q_{u\alpha} v_\alpha + \frac{1}{2} C_0 v_\alpha^2 + f_\alpha q_{u\alpha} - v_\alpha q_{c\alpha} \quad (2.153)$$

Le Lagrangien selon le mode β est de la même forme. L'équation mécanique du transducteur est obtenu en dérivant le Lagrangien selon les coordonnées mécaniques q_u :

$$\begin{pmatrix} M & 0 \\ 0 & M \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{q}_{u\alpha} \\ \ddot{q}_{u\beta} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} K & 0 \\ 0 & K \end{pmatrix} \begin{pmatrix} q_{u\alpha} \\ q_{u\beta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} N & 0 \\ 0 & N \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_\alpha \\ v_\beta \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} f_\alpha \\ f_\beta \end{pmatrix} \quad (2.154)$$

avec : $K = K_{CM} + K_{CER}$. On peut ajouter à cette équation un terme de perte mécanique proportionnel à la vitesse vibratoire.

L'équation électrique est obtenue en dérivant le Lagrangien selon les paramètres v :

$$\begin{pmatrix} q_{c\alpha} \\ q_{c\beta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} N & 0 \\ 0 & N \end{pmatrix} \begin{pmatrix} q_{u\alpha} \\ q_{u\beta} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} C_0 & 0 \\ 0 & C_0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_\alpha \\ v_\beta \end{pmatrix} \quad (2.155)$$

3.3.1.2 - Modélisation numérique du stator

Le principe de calcul est identique à celui présenté pour le transducteur Langevin. Ainsi pour le mode de résonance considéré (à la pulsation ω), l'analyse des résultats de simulation permet d'obtenir :

- La déformée orthogonale q_u (ainsi que la déformée axiale qui permet d'obtenir le facteur d'ellipse Θ) en extrémité de contre-masse ;
- La masse modale M : $\mathbf{T} = \frac{1}{2} M \dot{q}_u^2 = \frac{1}{2} m \omega^2 q_u^2$, d'où $M = \frac{2T}{\omega^2 q_u^2}$;
- La raideur modale K : $\mathbf{V} = \frac{1}{2} K q_u^2$, d'où $K = \frac{2V}{q_u^2}$;
- Le facteur d'effort N : $q_c = N q_u + C_b V$ (V est nul), d'où $N = \frac{q_c}{p}$.

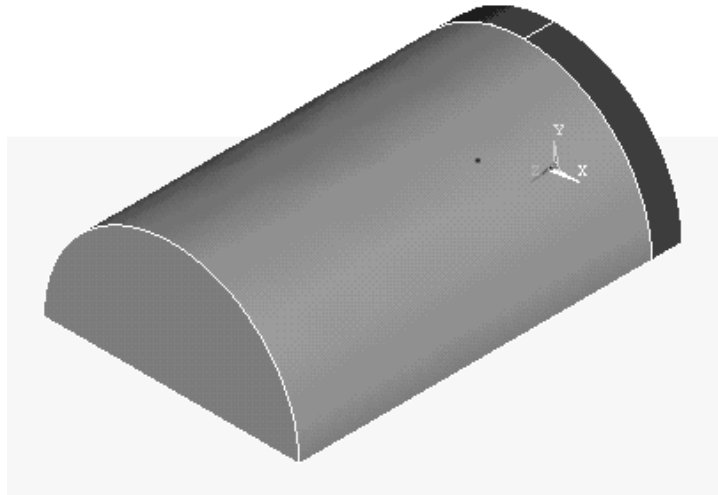


Figure 2.40 - Géométrie du rotor pour la simulation (1/4)

La géométrie est choisie ici de manière à étudier une extrapolation en taille du moteur à rotation de mode. Pour un stator (**Figure 2.40**) de longueur totale 150 mm (L), de diamètre extérieur 50 mm, d'épaisseur de céramique (P1 89 Quartz et Silice) 6 mm (L_{cer}), les résultats obtenus sont présentés dans le **Tableau 2.5**.

	Analytique	ANSYS
Fréquence de résonance	5,20 kHz	5,25 kHz
Raideur K	$7,90 \cdot 10^8$	$7,70 \cdot 10^8$
Masse vibrante M	750 g	730 g
Facteur d'effort N	0,38	0,40

Tableau 2.5 – Comparaison modélisation analytique / résultats ANSYS

On trouve une très bonne corrélation entre les résultats analytiques et numériques (moins de 5 % d'écart) tant au niveau des paramètres électromécaniques que des déformées (**Figure 2.41**). Le modèle analytique considéré est d'autant plus valable que la poutre est longue et la raideur des matériaux utilisés importantes. Pour un stator de longueur 100 mm, les résultats diffèrent de 15 à 20 %. Les déformées sont alors moins bien approximées par le modèle de poutre. Cette dernière géométrie, avec un rapport longueur/diamètre de 2 et un matériau au module d'Young assez faible (80 GPa), constitue un cas limite du modèle analytique.

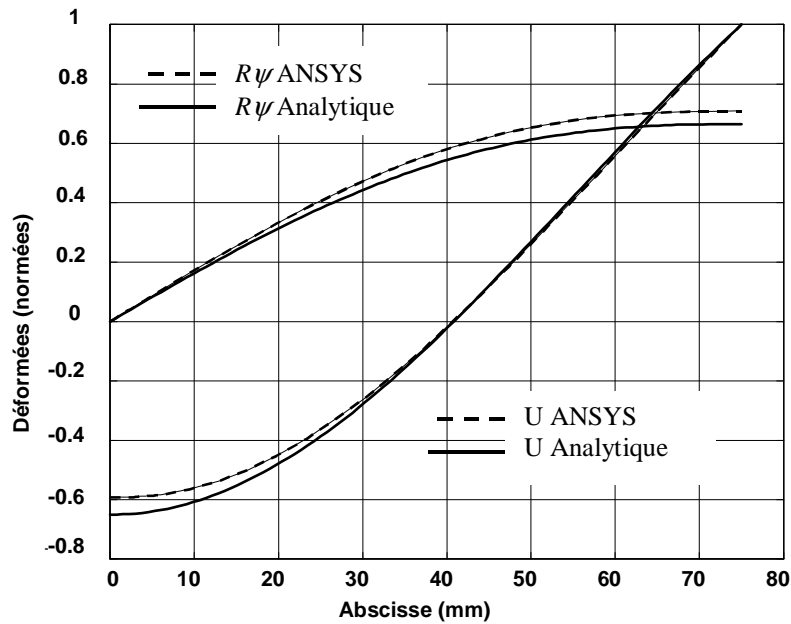


Figure 2.41 - Répartitions des déformations

Notons par ailleurs que la modélisation numérique permet également d'obtenir la répartition des contraintes (notamment au niveau des céramiques), information importante lors du dimensionnement. Ces contraintes sont proportionnelles aux déformées. Il est donc possible de déduire de ces résultats la déformées maximale en extrémité de contre-masse qui pourrait entraîner la rupture de la céramique ou encore le niveau de précontrainte qu'il faudra exercer lors de l'assemblage du stator.

3.3.2 - Prise en compte du contact et obtention des caractéristiques mécaniques du moteur

L'approche variationnelle par Lagrangien a permis d'établir un modèle matriciel simple de la conversion électromécanique et du comportement dynamique du stator. Pour obtenir un modèle complet et global du moteur, il faut prendre en compte la conversion d'énergie mécano-mécanique par frottements qui permet de transformer les vibrations microscopiques du stator en un mouvement continu de rotation du rotor. Cette étape est réalisée de manière analytique en utilisant les expressions déjà présentées dans la première partie du chapitre dans le cadre de la modélisation par schémas équivalents. Une approche numérique est très lourde à mettre en œuvre et n'apporte pas plus de résultats.

3.3.2.1 - Cinématique du contact

Avant de calculer les efforts modaux f correspondant à l'action du rotor sur le stator lors du contact induit par le passage de l'onde progressive, il faut exprimer ces mouvements vibratoires et la cinématique des points matériels du stator participant au contact. Le stator se déforme selon deux modes α et β . Ces déformées ont été normées selon le déplacement

orthogonale $u(L/2,t)=q_u(t)$ en extrémité de contre-masse . La déformée angulaire ψ en cette section est également un paramètre important. Elle est liée à q_u par une relation linéaire (le facteur d'ellipse $\Theta = U / r_e \psi$) fonction de la géométrie du stator et calculable par les expressions établies précédemment.

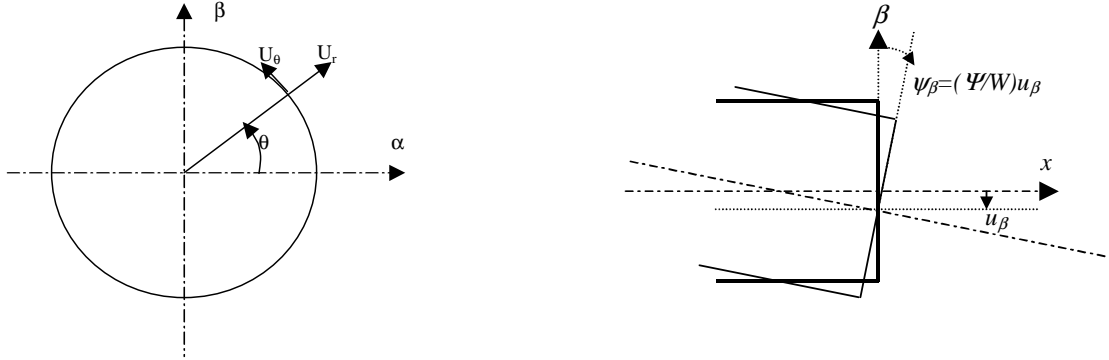


Figure 2.42 - Déformation du stator au niveau du contact

Dans le repère (U_α, U_β, U_x) (Figure 2.42), les déformées sont :

Phase α alimentée	Phase β alimentée	Phases α et β alimentées
$(U^\alpha) = \begin{pmatrix} q_{u\alpha} \\ 0 \\ -\frac{1}{\Theta} \cos(\theta) q_{u\alpha} \end{pmatrix}$	$(U^\beta) = \begin{pmatrix} 0 \\ q_{u\beta} \\ -\frac{1}{\Theta} \sin(\theta) q_{u\beta} \end{pmatrix}$	$(U^T) = (U^\alpha + U^\beta)$ $= \begin{pmatrix} q_{u\alpha} \\ q_{u\beta} \\ -\frac{1}{\Theta} (q_{u\alpha} \cos(\theta) + q_{u\beta} \sin(\theta)) \end{pmatrix}$

Le déplacement total s'exprime donc par la somme de ces deux déplacements et donne dans le repère de coordonnées cylindriques (U_r, U_θ, U_x) :

$$(U^T) = \begin{pmatrix} q_{u\alpha} \cos(\theta) + q_{u\beta} \sin(\theta) \\ -q_{u\alpha} \sin(\theta) + q_{u\beta} \cos(\theta) \\ -\frac{1}{\Theta} (q_{u\alpha} \cos(\theta) + q_{u\beta} \sin(\theta)) \end{pmatrix} \quad (2.156)$$

La position θ_c du point de contact est donnée pour la déformée maximale soit $\frac{dU_x}{d\theta} = 0$, d'où :

$$q_{u\alpha} \sin(\theta_c) - q_{u\beta} \cos(\theta_c) = 0 \quad (2.157).$$

Les déformées en régime permanent sont en quadrature de phase et peuvent se noter :

$$\begin{pmatrix} q_{u\alpha} \\ q_{u\beta} \end{pmatrix} = U \begin{pmatrix} \cos(\omega t) \\ \sin(\omega t) \end{pmatrix} \quad (2.158)$$

Ce qui donne :

$$\left(U^T \right) = \begin{pmatrix} U \cos(\omega t - \theta) \\ U \sin(\omega t - \theta) \\ -\frac{U}{\Theta} \cos(\omega t - \theta) \end{pmatrix} \quad (2.159)$$

Cette expression correspond bien à une onde progressive. Le contact a lieu pour U_x maximum soit pour $\theta_c = \omega t - \pi$.

3.3.2.2 - Expression des efforts généralisés dans le cas d'un contact ponctuel

Les forces au sein du contact sont appliquées selon certaines directions. Les efforts généralisés correspondants s'obtiennent en projetant ces forces selon les coordonnées q_u à l'aide d'expressions du type :

$$F_{r\alpha} = \sum_i F_i \frac{\partial x_i}{\partial q_{u\alpha}} \quad (2.160)$$

Ce qui donne :

$$f_\alpha = -F_N \frac{\partial U_\gamma}{\partial q_{u\alpha}} + F_T \frac{\partial U_\theta}{\partial q_{u\alpha}} = \frac{F_N}{\Theta} \cos(\theta_c) - F_T \sin(\theta_c) \quad (2.161)$$

f_β s'obtient de la même manière, ce qui donne au final :

$$\begin{pmatrix} f_\alpha \\ f_\beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{F_N}{\Theta} \cos(\theta_c) - F_T \sin(\theta_c) \\ \frac{F_N}{\Theta} \sin(\theta_c) + F_T \cos(\theta_c) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\theta_c) & -\sin(\theta_c) \\ \sin(\theta_c) & \cos(\theta_c) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{F_N}{\Theta} \\ F_T \end{pmatrix} \quad (2.162)$$

Dans le cas du régime permanent :

$$\begin{pmatrix} f_\alpha \\ f_\beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{F_N}{\Theta} \cos(\omega t) + F_T \sin(\omega t) \\ -\frac{F_N}{\Theta} \sin(\omega t) - F_T \cos(\omega t) \end{pmatrix} = -\begin{pmatrix} \cos(\omega t) & -\sin(\omega t) \\ \sin(\omega t) & \cos(\omega t) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{F_N}{\Theta} \\ F_T \end{pmatrix} \quad (2.163)$$

Ces efforts complètent l'expression matricielle de l'équation mécanique :

$$\begin{pmatrix} M & 0 \\ 0 & M \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{q}_{u\alpha} \\ \ddot{q}_{u\beta} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} D_S & 0 \\ 0 & D_S \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{q}_{u\alpha} \\ \dot{q}_{u\beta} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} K & 0 \\ 0 & K \end{pmatrix} \begin{pmatrix} q_{u\alpha} \\ q_{u\beta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} N & 0 \\ 0 & N \end{pmatrix} \begin{pmatrix} v_\alpha \\ v_\beta \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} f_\alpha \\ f_\beta \end{pmatrix} \quad (2.164)$$

Dans le cas du régime permanent, cette expression matricielle peut s'exprimer à l'aide de grandeurs complexes :

$$(j\omega M + D_s + \frac{K}{j\omega})j\omega \underline{U} = n\underline{V} - \underline{F} \quad (2.165)$$

avec :

$$q_{u\alpha} = \text{Re}[\underline{U}e^{j\omega t}]$$

$$v_\alpha = \text{Re}[\underline{V}e^{j\omega t}]$$

$$f_\alpha = -\text{Re}[\underline{F}e^{j\omega t}]$$

$$\underline{F} = (\tilde{F}_N + jF_T) \text{ où } \tilde{F}_N = \frac{F_N}{\Theta} \text{ et } F_T = \mu\tilde{F}_N \quad (2.166)$$

Cette notation complexe, traduisant le comportement de moteur en régime permanent, peut également s'exprimer graphiquement par le diagramme vectoriel de la **Figure 2.43**.

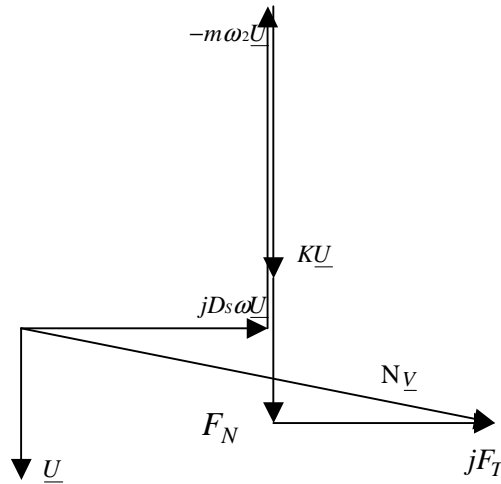


Figure 2.43 - Diagramme vectoriel du moteur en régime permanent

3.3.2.3 - Expression des efforts généralisés dans le cas d'un contact réparti

La raideur de contact n'est pas infinie et la zone de contact n'est pas en réalité ponctuelle. Le calcul des efforts généralisés s'effectue de la même manière en intégrant la répartition d'effort développé à l'interface stator rotor. La longueur de contact a (et de l'angle $\theta = a/r_e$ associé) et l'expression de la répartition de pression p sont données par la théorie de Hertz (**paragraphe 2.4.4** -) dans le cas d'un contact cylindre/plan :

$$p = P_0 \left(1 - \left(\frac{\theta - \theta_c}{\theta_a} \right)^2 \right)^{1/2} \text{ avec } P_0 = \frac{2L_n}{\pi a}$$

L'effort généralisé f_α est la somme des actions exercées par :

- La force normale :

$$f_{\alpha N} = -\int l_c P(\theta) \frac{\partial U_x(\theta)}{\partial q_{u\alpha}} r_e d\theta = \int_{\theta_c - \theta_a}^{\theta_c + \theta_a} l_c \frac{P(\theta)}{\Theta} \cos(\theta) r_e d\theta = \tilde{F}_N \cos(\theta_c)$$

$$\text{avec } \tilde{F}_N = l_c r_e \frac{P_0}{\Theta} \frac{\pi \theta_a}{(\pi/2)^2 - \theta_a^2} \cos(\theta_a) \quad (2.167)$$

- La force de frottement tangentielle :

$$f_{\alpha T} = \int l_c \mu P(\theta) \frac{\partial U_x(\theta)}{\partial q_{u\alpha}} r_e d\theta = - \int_{\theta_c - \theta_a}^{\theta_c + \theta_a} l_c \mu P(\theta) \sin(\theta) r_e d\theta = -F_T \sin(\theta_c)$$

$$\text{avec } F_T = l_c \mu P_0 r_e \frac{\pi \theta_a}{(\pi/2)^2 - \theta_a^2} \cos(\theta_a) \quad (2.168)$$

- La force de frottement radiale :

$$f_{\alpha R} = -F_R \sin(\theta_c)$$

$$\text{avec } F_R = l_c \mu P_0 r_e \frac{2\theta_a}{(\pi/2)^2 - \theta_a^2} \left(\sin(\theta_a) \frac{\pi}{2} - \theta_a \right) \quad (2.169)$$

Les efforts généralisés s'expriment comme précédemment avec l'expression :

$$\begin{pmatrix} f_\alpha \\ f_\beta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\theta_c) & -\sin(\theta_c) \\ \sin(\theta_c) & \cos(\theta_c) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F_N \\ F_T + F_R \end{pmatrix}$$

L'expression de l'équation mécanique en représentation complexe traitée précédemment dans le cas du contact ponctuel reste valable ainsi que sa représentation vectorielle. Seules changent les expressions des efforts traduisant le contact stator/rotor.

3.3.3 - Applications numériques

Deux exemples de géométries de moteur sont considérées ici. Ils permettent de comparer le modèle à des résultats obtenus sur un prototype (de petite taille, décrit en **Annexe 4**) et d'extrapoler les calculs à un actionneur de plus grande taille (150 mm de long, diamètre extérieur de 50 mm, avec six céramiques P1 89 de 1 mm d'épaisseur par phase) dont les paramètres électromécaniques ont été calculés dans le **Paragraphe 3.3.1** - .

Les résultats obtenus sont représentés **Figure 2.44** et **Figure 2.45**. La tension d'alimentation est calculée pour un déphasage vitesse vibratoire / tension de 45 °. Pour le prototype, un écart de 20 % entre mesures et simulation est observé au niveau de la tension et le fréquence d'alimentation. Masse modale, facteur d'ellipse et facteur d'effort sont relativement bien estimés par la simulation (moins de 10 % d'erreur, voir détail des mesures en **Annexe 4**). L'écart sur la fréquence de résonance est essentiellement due à une erreur sur la raideur. Cette grandeur est toujours plus faible en réalité que sur les simulations qui n'ont pas pris en compte la présence des électrodes ou encore l'influence, plus difficile à quantifier, des différentes interfaces dans le stator. L'écart au niveau des caractéristiques couple/vitesse

peut s'expliquer par le choix dans les calculs d'un coefficient de frottement constant. Ce dernier peut en effet varier avec la vitesse de glissement [MIN 96].

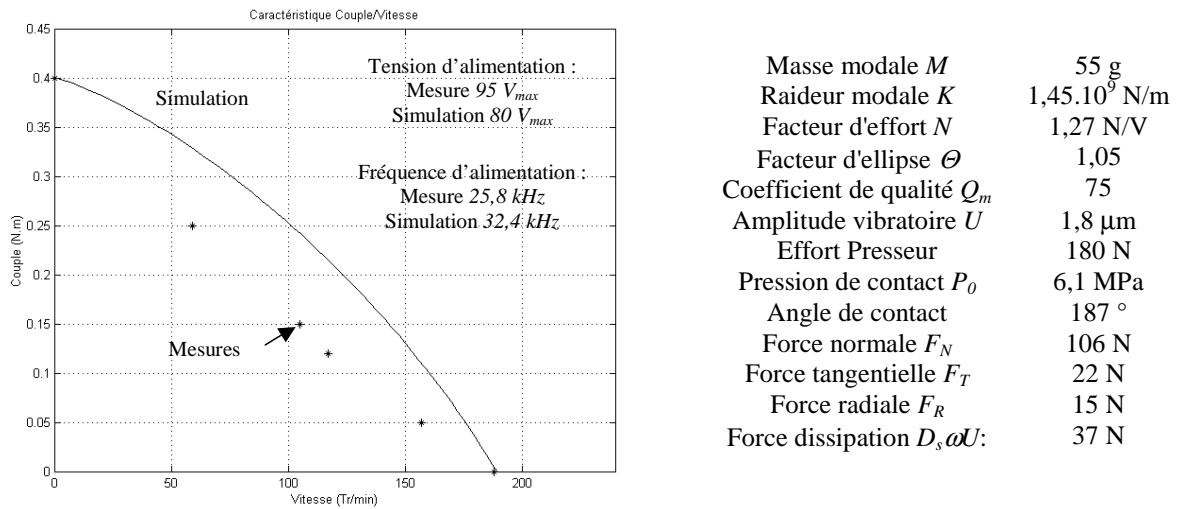


Figure 2.44 - Caractéristique couple/vitesse du prototype de petite taille (45 mm de long) - résultats de simulation et mesures

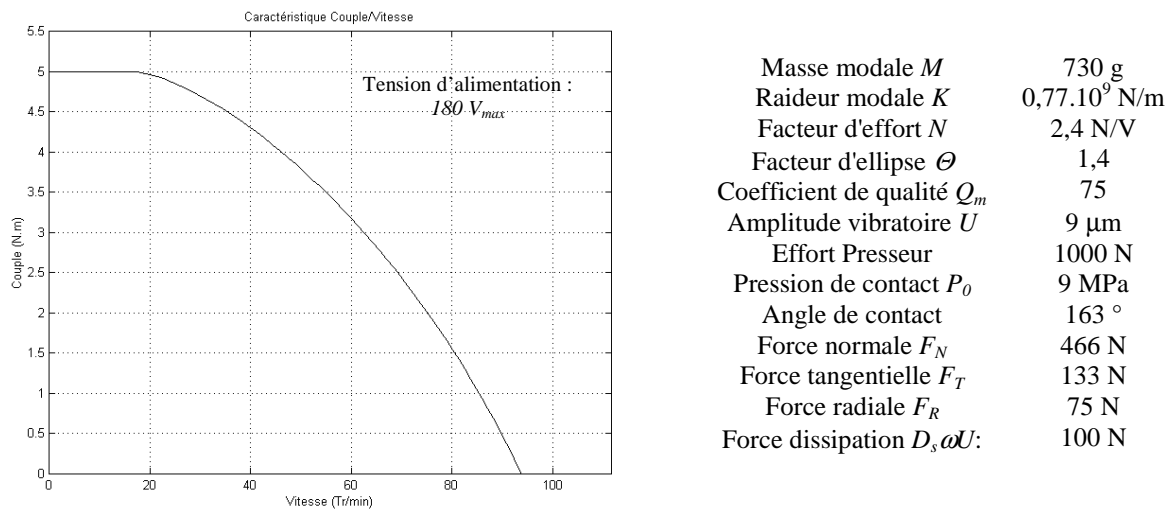


Figure 2.45 - Caractéristique couple/vitesse du moteur de plus grande taille (150 mm de long) – résultats de simulation

Les pertes par dissipation mécanique au sein du stator (représentées dans le schéma équivalent de la Figure 2.43 par l'effort $D_s \omega U$) sont d'amplitudes comparables à la puissance développée au niveau du contact. Une diminution de ces pertes mécaniques statoriques permettrait d'augmenter la vitesse de rotation ou le couple du moteur pour une même tension d'alimentation. L'Annexe 5 présente un bilan des différentes pertes dans stator de moteur à rotation de mode. La nature et le nombre d'interfaces présent dans ce stator influencent fortement le coefficient de qualité mécanique global du transducteur [SEG 01]. Pour

améliorer ce dernier, il est possible de diminuer le nombre de céramiques utilisées (et donc le nombre d'interfaces) en augmentant leur épaisseur et leur tension d'utilisation. Les surfaces des différentes pièces doivent également être soignées en réalisant un polissage fin et en s'assurant d'une bonne planéité [UEH]. Ces pertes prennent d'autant plus d'importance que la taille du moteur augmente. Les performances du moteur seront alors principalement limitées par des critères thermiques. A coefficient de qualité mécanique Q_m donné, la géométrie du moteur peut également être importante. En effet ces pertes sont proportionnelles à la raideur du moteur. Un stator court, et à donc à raideur importante, voit ainsi ces dernières fortement augmenter.

Les pertes dues au mouvement radial sont représentées par l'effort F_R sur le schéma équivalent du moteur. L'inclinaison de la bande de contact permet de les éliminer. Cette disposition présente un second intérêt, car elle augmente également l'amplitude de l'onde progressive vue du rotor et améliore le rendement de contact. Le taux de contact (ou angle de contact) du moteur à rotation de mode est relativement important sur ces simulations. Il se situe en effet à environ 50 % dans les deux cas. L'USR 60 de Shinsei présente pour comparaison un taux d'environ 25 %. La **Figure 2.30** montre que le rendement de contact est directement lié à ce paramètre qui a donc intérêt à ne pas être trop élevé. Ce taux de contact est fonction de l'amplitude vibratoire, de la longueur d'onde, de l'effort presseur et de la raideur des matériaux. La longueur d'onde, dans le cas du moteur à rotation de mode, est relativement importante. Le contact se faisant sur le sommet d'une seule crête, elle correspond à la périphérie du stator et est d'autant plus grande que le rayon du moteur augmente. Le Shinsei ne possède pas ce défaut car le nombre de contact n'est pas limité à une seule zone. Pour diminuer ce taux de contact, il serait cependant possible d'utiliser des couches de frottement dures rapportée sur l'extrémité du stator.

Les pertes mécaniques global du moteur sont la somme des pertes vibratoires au niveau du stator et des pertes par contact. Les premières augmentent avec l'amplitude vibratoire tandis que les secondes diminuent avec ce paramètre. Il existe donc un compromis à réaliser sur ce dernier afin d'atteindre un rendement mécanique optimal.

4 - Conclusion

La structure cylindrique et empilée du moteur à rotation de mode a permis de le modéliser de manière globale selon deux méthodes.

La première est à base des schémas électriques équivalents [BUD 02b] et suit la démarche initiée par Mason pour l'étude des transducteurs piézoélectriques. Cette méthode présente des avantages de simplicité dans sa compréhension et sa mise en œuvre, chaque élément étant modélisé individuellement. Par contre, elle oblige dans le cas de structure plus complexes à multiplier le nombre de schémas équivalents (ou matrices de transfert) et ne s'applique pas à toutes les géométries. D'autre part, elle ne permet pas d'obtenir directement un modèle compact exprimant le comportement du moteur en un minimum d'équations.

La seconde méthode s'appuie sur une approche variationnelle basée sur des considérations énergétiques. Dans ce cas, les paramètres finaux modélisant le moteur peuvent s'obtenir à l'aide d'un calcul analytique sur des géométries simples mais également à l'aide de méthodes numériques par éléments finis. Ce dernier point permet d'utiliser certains logiciels comme ANSYS et d'élargir la modélisation à des géométries de moteurs plus complexes. La formulation par Lagrangien permet d'utiliser des résultats d'origines diverses (éléments finis, méthodes analytiques de description des déformées) et de les exprimer sous une même forme synthétique tenant en quelques équations.

En conclusion, l'approche par schémas équivalents ou matrices de transfert permet donc d'obtenir assez facilement les modes de résonances, les déformées et les contraintes au sein du transducteur. Par contre, il n'est pas aisé, par cette méthode, de mettre en évidence les paramètres électromécaniques fondamentaux. L'approche par Lagrangien présente l'avantage d'obtenir une représentation synthétique du moteur à partir d'une approximation cohérente de la déformée. Il est à noter que ces deux méthodes peuvent être complémentaires dans le sens où l'approche par schémas équivalents peut servir à calculer le Lagrangien et remplacer, pour certaines géométries assez simples (structures empilées mais pouvant être composées de matériaux différents), un logiciel de calcul par d'éléments finis. L'ensemble permet alors d'obtenir rapidement les caractéristiques électromécaniques d'un actionneur.

Enfin, dans le but d'obtenir une modélisation du comportement global du moteur, il est nécessaire de prendre en compte le contact à l'interface stator/rotor. A cette fin, les différentes modélisations du comportement électromécanique du stator peuvent être couplées à une représentation du contact (pression, aire de contact) par la théorie de Hertz. Il est ainsi possible de prédire, en couplant ces résultats au modèle électromécanique de l'actionneur, pour une géométrie donnée : les caractéristiques couple/vitesse, la tension d'alimentation, les contraintes aux niveau des céramiques. Elle permet également de calculer l'angle d'inclinaison de la bande de contact, mais aussi d'estimer la répartition des pertes dans le moteur (pertes mécaniques aux interfaces de frottement, pertes mécaniques dans le stator). Ces différentes approches constituent une base méthodologique nécessaire en vue d'optimiser la conception de ce type d'actionneur.

Chapitre 3

Alimentation et commande du moteur à rotation de mode

1 - Introduction

Le premier objectif de ce chapitre est de caractériser de manière générale une charge piézoélectrique en vue de son alimentation et de présenter les solutions d'alimentations et de commandes classiquement utilisées. Puis un premier exemple d'alimentation adaptée au moteur à rotation de mode sera ensuite présenté. Cet exemple s'appuie sur un onduleur à résonance qui peut être associé à un circuit à boucle à verrouillage de phase (PLL) pour commander de manière efficace le moteur. Il est également possible de simplifier cette alimentation en utilisant une variante du moteur à rotation de mode.

2 - Caractéristiques et alimentation d'une charge piézoélectrique résonnante

2.1 - Etude d'une charge piézoélectrique en vue de son alimentation

Un transducteur piézoélectrique est généralement constitué d'une céramique accolée à une structure métallique en contact avec la charge mécanique. Le transducteur Langevin modélisé dans le chapitre précédent constitue un exemple représentatif de charge piézoélectrique. Cet exemple simple permet d'obtenir des grandeurs intéressantes en terme d'électronique d'alimentation (schéma électrique équivalent, puissance absorbée, facteur de puissance) à partir des caractéristiques intrinsèques des céramiques utilisées pour réaliser le transducteur.

2.1.1 - Schéma équivalent

Un système piézoélectrique résonnant à constantes localisées avait été modélisé sous la forme d'un schéma électrique dans le **Chapitre 1**. Le **Chapitre 2** a montré comment il était possible d'obtenir les équations mécaniques et électriques dans le cas de milieux à constantes réparties. Ces relations ((2.140) et (2.141)) sont de la forme :

$$M\ddot{q}_u + D_s \dot{q}_u + Kq_u = NV + f \quad (3.1)$$

$$q_c = Nq_u + C_0V \quad (3.2)$$

Pour un transducteur Langevin, ces différents paramètres, en supposant que les céramiques sont de faible épaisseur par rapport à la longueur des contre-masses ($L_{cer} \ll L$), prennent pour expressions :

$$K = \left(\frac{\pi}{2}\right)^2 \frac{Ac}{L/2}, M = A\rho L/2, C_0 = \frac{2A\varepsilon^S}{L_{cer}/2}, N = \pi \frac{Ah\varepsilon^S}{L/2} \quad (3.3)$$

De plus l'effort f extérieur sera supposé ici être équivalent à des pertes par frottement fluide et peut être pris en compte en modifiant la valeur du facteur de perte D_s à considérer. Ces équations mécaniques et électriques peuvent se mettre sous la forme d'un schéma électrique équivalent de la même manière que dans le premier chapitre. L'équation électrique permet de voir que le courant $i = \dot{q}$ absorbé par le transducteur comporte deux termes :

- un premier correspondant à une branche électrique constituée par le condensateur bloqué C_0 ;
- un second correspondant au terme mécanique $N\dot{q}_u$ qui constitue la branche motionnelle.

L'équation mécanique peut également se représenter sous forme électrique en considérant le terme \dot{q}_u comme un courant : M devient alors une inductance, D_s une résistance et $1/K$ un condensateur. Un transformateur de rapport N permet de relier équation électrique et mécanique. L'ensemble des équations peut se représenter sous la forme du schéma équivalent **Figure 3.1**.

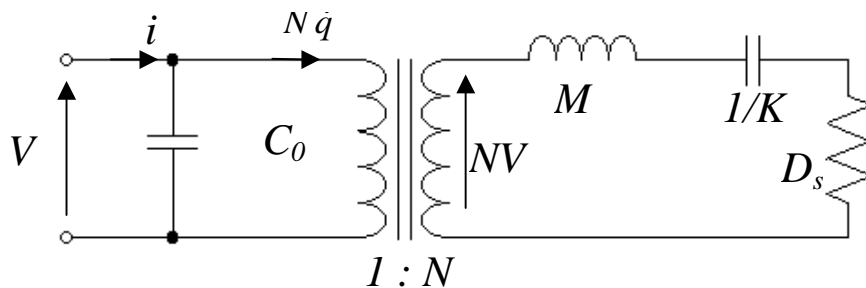


Figure 3.1 - Schéma équivalent électrique des équations

En ramenant les impédances du secondaire au primaire, le schéma équivalent représenté sur la **Figure 3.2** est finalement obtenu.

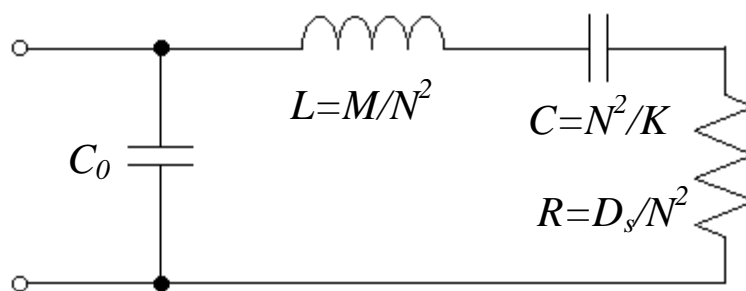


Figure 3.2 - Schéma équivalent électrique

2.1.2 - Coefficient de couplage

Le coefficient de couplage exprime le rapport entre l'énergie transformée et l'énergie stockée sous forme électrique ou mécanique. Les constructeurs donnent des coefficients de couplage pour la céramique seule et dans une configuration géométrique et d'excitation particulière. Par exemple, pour une céramique fine excitée en épaisseur, la P1 89 de *Quartz & Silice* est caractérisée par :

$$k_t^2 = \frac{h^2}{\beta^s c^D} = 0,46 \quad (3.4)$$

Dans le schéma équivalent électrique du transducteur étudié, le coefficient de couplage k s'exprime par :

$$k^2 = \frac{\text{Energie convertie}}{\text{Energie fournie}} = \frac{C}{C + C_0} = \frac{1}{1 + C_0/C} \approx \frac{C}{C_0} \quad (3.5)$$

Or ici :

$$\frac{C}{C_0} = \frac{N^2}{KC_0} = 2 \frac{L_{cer}}{L} \frac{h^2}{\beta^s c} \quad (3.6)$$

Soit :

$$k = \sqrt{2 \frac{L_{cer}}{L}} k_t \quad (3.7)$$

Le transducteur étudié présente donc un coefficient de couplage k inférieur au couplage d'une céramique seule : pour la céramique P1 89 et un rapport $L_{cer}/L=1/20$, $k=0,15$.

2.1.3 - Coefficient de qualité mécanique

La fréquence de résonance de la branche motionnelle, qui correspond à la fréquence de résonance mécanique du transducteur, est donnée par :

$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (3.8)$$

Le facteur de qualité mécanique est donné par :

$$Q_m = \frac{L\omega_0}{R} = \frac{1}{RC\omega_0} \quad (3.9)$$

Pour un transducteur à vide, ce facteur de qualité peut dépasser les 100. Il exprime le gain entre le déplacement à la résonance et le déplacement en très basse fréquence. Le chargement extérieur f augmente la résistance équivalente et diminue ce coefficient de qualité mécanique. Pour les moteurs piézoélectriques résonnants avec rotor, un Q_m équivalent de 20 à 30 est courant.

2.1.4 - Puissance absorbée

Un transducteur piézoélectrique possède des limites d'utilisation. La puissance maximale émise peut ainsi dépendre de contraintes :

- **Thermiques** : les pertes engendrées au sein du transducteur (pertes mécaniques, diélectriques) élève la température qui ne doit pas dépasser certaines valeurs (température de Curie, risque de dépolarisation des céramiques) ;
- **Electriques** : le champ électrique au sein des céramiques peut entraîner la rupture diélectrique, la dépolarisation du milieu actif. Le champ E doit donc rester inférieure à une certaine limite (environ 300 V/mm);
- **Mécaniques** : des contraintes mécaniques trop importantes peuvent entraîner la rupture des parties les plus fragiles (rupture des céramiques non précontraintes pour une contrainte d'environ 25 MPa).

Pour obtenir la puissance maximale du transducteur, ne seront considérées ici que les limites **électriques** et **mécaniques** du transducteur. Le transducteur utilisé dans cette étude est supposé être utilisé en fonctionnement intermittent. Si on suppose les pertes mécaniques au sein du transducteur négligeables et l'amortissement dû uniquement au chargement ($f = D_s \dot{q}_u$), la puissance émise P_e à la résonance vaut :

$$P_e = D_s \dot{q}_u^2 = \frac{V^2}{R} \quad (3.10)$$

Cette puissance est limitée par l'amplitude des vibrations q_u qui induisent des contraintes importantes au niveau des céramiques (relation (2.129)):

$$T_{\max} = T(0) = \pi \frac{c}{L} q_{u \max} \quad (3.11)$$

Au vue de cette formule, les contre-masses permettent d'augmenter la longueur L et donc de diminuer les contraintes au niveau des céramiques pour une déformée q_u donnée. D'autre part, un contrôle de l'amplitude vibratoire permet de protéger le transducteur en évitant la rupture mécanique des céramiques. A ces contraintes et déformées correspond une énergie élastique W_m représentée par l'énergie stockée dans le condensateur de la branche motionnelle :

$$W_m = C Q_m^2 V^2, \text{ avec } V \text{ en valeur efficace} \quad (3.12)$$

La contrainte maximale T_{\max} limite l'énergie élastique à une valeur $W_{m \max}$ et donc la puissance maximale émise :

$$P_{e \max} = \frac{V_{\max}^2}{R} = Q_m C \omega_0 V^2 = \frac{\omega_0 W_{m \max}}{Q_m} \quad (3.13)$$

Pour une contrainte mécanique maximale donnée, disposer d'une charge f à coefficient D_s plus grand (ou qui diminue le coefficient de qualité mécanique global) permet d'augmenter

la puissance émise. La tension d'alimentation V augmente également. Par contre, pour un coefficient de qualité mécanique trop faible, la limite en tension peut être atteinte.

Au champ électrique E_{max} maximal (ou pour la tension d'alimentation V_{max}) applicable à la céramique, correspond une énergie électrique $W_{e\ max}$ stockée dans la capacité bloquée C_0 du schéma équivalent :

$$W_{e\ max} = C_0 V_{max}^2 \quad (3.14)$$

D'où une puissance maximale émise proportionnelle à Q_m pour une utilisation à tension V_{max} donnée :

$$P_{e\ max} = Q_m C \omega_r V_{max}^2 = \omega_r \frac{k^2}{1-k^2} Q_m W_{e\ max} \quad (3.15)$$

car, d'après la relation (3.5) :

$$C_0 = \frac{1-k^2}{k^2} C \quad (3.16)$$

La **Figure 3.3** représente graphiquement la puissance émise en fonction du coefficient de qualité mécanique globale (due ici uniquement à la charge) et des limites mécaniques et électriques du transducteur. Un optimum est obtenu lorsque les limites électrique et mécanique sont atteintes pour une même valeur de Q_m :

$$Q_m = \sqrt{\frac{W_{m\ max}}{\frac{k^2}{1-k^2} W_{e\ max}}} \quad (3.17)$$

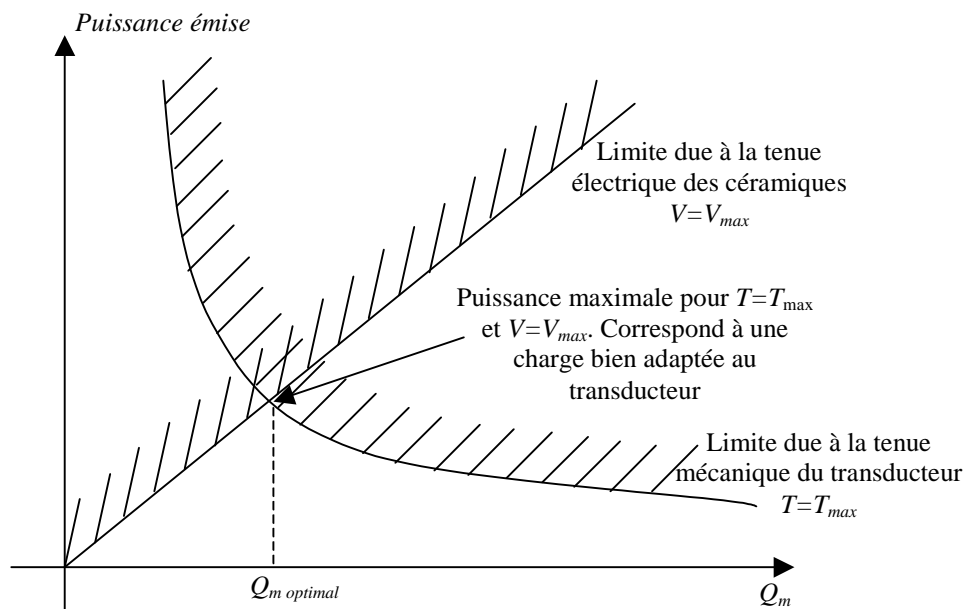


Figure 3.3 - Puissance émise en fonction des limites mécaniques et électriques

Pour un transducteur Langevin simplifié de longueur totale 40 mm ($L=40$ mm), réalisé à l'aide de deux céramiques P1 89 d'épaisseur 1 mm ($L_{cer}=2$ mm) et de rayon 10 mm, le schéma équivalent a pour paramètres :

C_0	K	M	N	L	C
3,7 nF	$3 \cdot 10^9$ N/m	49 g	0,68 N/V	105 mH	155 pF

La fréquence de résonance est d'environ 39,5 kHz. Une contrainte maximale de 20 MPa correspond à une déformée en extrémité de contre-masse de 3,2 μ m. Pour cette déformée l'énergie mécanique stockée $W_m = 1/2 K q_{\max}^2$ est de 15 mJ. Pour un champ électrique maximal de 300 V/mm, l'énergie électrique stockée W_e est de 0,16 mJ. Le coefficient de qualité Q_m permettant l'émission d'une puissance maximale vaut alors environ 50. La puissance absorbée est de 75 W et correspond à un maximum théorique pour ce transducteur sans perte avec une charge bien adaptée.

2.1.5 - Facteur de qualité

Il est possible d'exprimer le facteur de puissance $\cos(\varphi)$ du transducteur à la résonance mécanique :

$$\cos(\varphi) = \frac{P}{S} = \frac{P^2}{\sqrt{P^2 + Q^2}} = \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{1-k^2}{k^2 Q_m}\right)^2}} \quad (3.18)$$

Pour des transducteurs à k faible, il est possible d'approximer $\cos(\varphi)$ par :

$$\cos(\varphi) \approx \frac{k^2 Q_m}{\sqrt{1 + (k^2 Q_m)^2}}, \quad (3.19)$$

ce qui donne par exemple pour $k=0,13$ et $Q_m=20$, $\cos(\varphi) \approx 0,3$.

2.1.6 - Conclusion

Une charge piézoélectrique présentera donc classiquement :

- Une tension d'alimentation haute tension pour atteindre la limite d'utilisation des céramique (100 V_{eff} par exemple pour une céramique de 0,5 mm d'épaisseur) ;
- Un comportement capacitif (la capacité bloquée avec des matériaux ayant des permittivités relatives de l'ordre de 1000) ;
- Un facteur de puissance médiocre même à la fréquence de résonance qui peut valoir plusieurs dizaines de kHz.

2.2 - Alimentations classiques

L'alimentation d'un moteur piézoélectrique nécessite une électronique spécifique qui, à partir d'une source continue ou du réseau, fournit les tensions alternatives hautes tensions (jusqu'à quelques centaines de volts), hautes fréquences (plusieurs dizaines de kHz d'où le qualificatif ultrasonore).

2.2.1 - Alimentations linéaires

Les alimentations linéaires (**Figure 3.4**) constituent une très bonne solution en terme de qualité de signaux (faible distorsion) et bande passante. Elles sont adaptées à l'utilisation en laboratoire lors des étapes d'essais et de conception d'un actionneur ou pour alimenter des charges nécessitant peu de puissance : transducteurs à débattement limité utilisé en positionnement à faible fréquence, actionneurs quasistatiques en fonctionnement intermittent, micromoteurs résonants. Des circuits intégrés ayant des caractéristiques compatibles avec l'alimentation de charges piézoélectriques sont proposées par certains constructeurs dont notamment :

- Apex Microtechnology [APE @] avec une série d'ampli-op de puissance haute tension (par exemple 400 V / 4 A pour l'ampli-op PA 92, 1200 V / 0,75 A pour l'ampli-op PA 89) ;
- STMicroelectronics [STM @] avec les circuits L6270/1 capables d'alimenter jusqu'à 24 nF sous $\pm 40V$ à partir d'une source de tension de 4,5 V (circuit composé d'un élévateur de tension à résonance et de deux ampli-op hautes tensions).

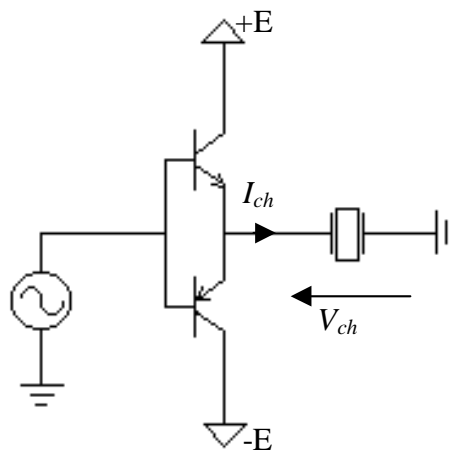


Figure 3.4 – Schéma simplifié d'un étage de sortie (ampli push-pull classe B) d'un amplificateur linéaire

Ces alimentations présentent cependant un rendement médiocre. Pour une charge purement résistive, le rendement maximal d'un amplificateur push-pull classe B est obtenu pour la tension de sortie maximale et se limite à la valeur théorique suivante :

$$\eta = \frac{\int V_{ch}(t)I_{ch}(t)dt}{\int E.I_{ch}(t)dt} = \frac{\int \sin^2(\theta)d\theta}{\int \sin(\theta)d\theta} = \frac{\pi}{4} = 78\% \quad (3.20)$$

L'échauffement des transistors constituant l'étage de sortie est d'autant plus important que la charge est capacitive (**Figure 3.5**). En effet, dans ce cas le maximum de courant appelé a lieu pour la chute de tension maximale aux bornes des transistors.

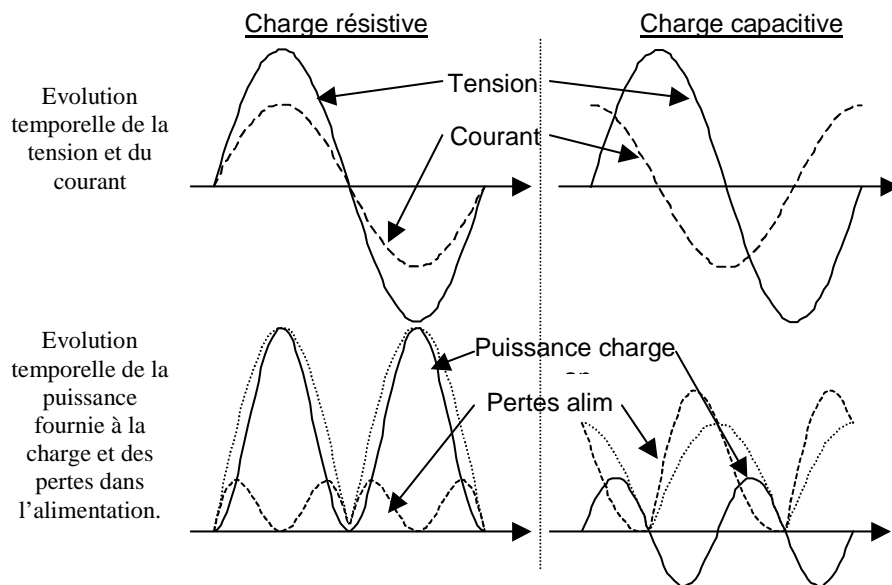


Figure 3.5 - Alimentation linéaire sur charge résistive et capacitive

Les transistors d'une alimentation linéaire se comportent comme des résistances commandables de manière à assurer, par la chute de tension à leurs bornes, la sortie désirée. Lors de la charge d'un condensateur C par une source de tension E via une résistance R , l'énergie W_R dissipée dans la résistance atteint la même valeur que l'énergie finale W_C stockée dans le condensateur. En effet :

$$W_C = \int I(i)V_c(i)dt = \int_0^E CV_c dV_c = \frac{1}{2}CE^2 \quad (3.21)$$

$$W_R = \int I(t)(E - V_c(t))dt = \int_0^E C(E - V_c)dV_c = \frac{1}{2}CE^2 = W_C \quad (3.22)$$

A la décharge cette énergie stockée est également dissipée. Les alimentations linéaires ne sont pas réversibles énergétiquement et pour une charge capacitive nécessitant une puissance réactive Q , une puissance active de $2Q$ sera dissipée dans les transistors de l'étage de sortie. Ces derniers nécessitent donc des radiateurs très volumineux, ce qui les pénalise fortement pour des applications embarquées ou à encombrement réduit. Une alimentation linéaire spécifiée 1 kW sur charge résistive ne pourra ainsi fournir que 110 VAR sur charge capacitive (et environ 30 W de puissance active pour un facteur de puissance de 0,3).

2.2.2 - Onduleurs à résonance

Si la nature, capacitive à faible coefficient de qualité, d'une charge piézoélectrique pénalise les alimentations linéaires, elle s'adapte particulièrement bien à l'utilisation d'onduleurs à résonance. L'association d'un transducteur et d'une inductance accordée sur la fréquence de résonance mécanique permet d'obtenir une charge résonante à coefficient de qualité Q relativement élevé. Ce facteur de surtension est en effet inversement proportionnel au facteur de puissance de la charge piézoélectrique seule :

$$Q = \frac{W_{stockée}}{W_{dissipée}} = \frac{1}{\cos(\varphi)} \quad (3.23)$$

L'ensemble constitue ainsi un filtre sélectif filtrant les harmoniques des créneaux appliqués par un onduleur pleine onde. Différentes structures d'alimentations sont réalisables, la thèse de [PIE] en fait une étude approfondie à l'aide des méthodes de synthèse des convertisseurs statiques. La solution la plus souvent retenue pour des raisons de simplicité est l'onduleur de tension sur la charge constituée par la mise en série de l'élément piézoélectrique et de l'inductance d'accord [CRI 99]. Cette inductance permet ainsi d'éviter de connecter directement une source de tension à un élément capacitif. L'onduleur de tension permet d'utiliser des transistors MOS bien adaptés à la gamme de puissance et de fréquence d'alimentation des actionneurs piézoélectriques. Un onduleur de courant aurait quant à lui nécessité des thyristors de synthèses plus complexes à mettre en œuvre. Un transformateur peut également être ajouté pour adapter le niveau de tension de la source à celui du moteur. L'inductance de fuite (ou magnétisante) de ce dernier peut également alors servir d'inductance d'accord. L'alimentation ainsi réalisée peut prendre la forme de l'onduleur push-pull parallèle (pour simplifier la commande des MOS) de la **Figure 3.6**.

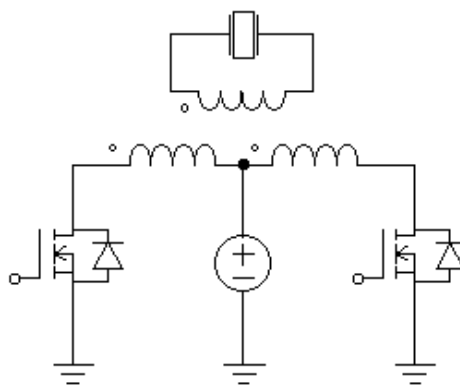


Figure 3.6 - Onduleur push-pull parallèle

3 - Alimentation et commande du moteur à rotation de mode à l'aide d'un onduleur à résonance

L'objectif est ici d'alimenter de manière simple et efficace le moteur à rotation de mode :

- l'onduleur, composé de peu de composants, doit permettre d'imposer deux tensions sinusoïdales en quadrature de phase ;
- une électronique de commande doit permettre de piloter le moteur autour de son point de fonctionnement optimal et de réguler sa vitesse.

3.1 - Onduleur à résonance à filtre LC

3.1.1 - Stabilisation de la tension d'alimentation

Pour alimenter le moteur à rotation de mode, le choix de l'alimentation s'est porté sur un onduleur à résonance à deux transistors MOS pour chaque phase et à un pont diviseur de tension capacitif (**Figure 3.7**). Le circuit d'accord utilisé n'est pas une inductance série seule, comme présenté précédemment, mais un filtre LC. Cette solution avait déjà été utilisée par [PIE] pour, d'une part diminuer légèrement la taille du composant inductif, mais aussi pour stabiliser le gain en tension par rapport à la fréquence qui servait de grandeur de commande du moteur.

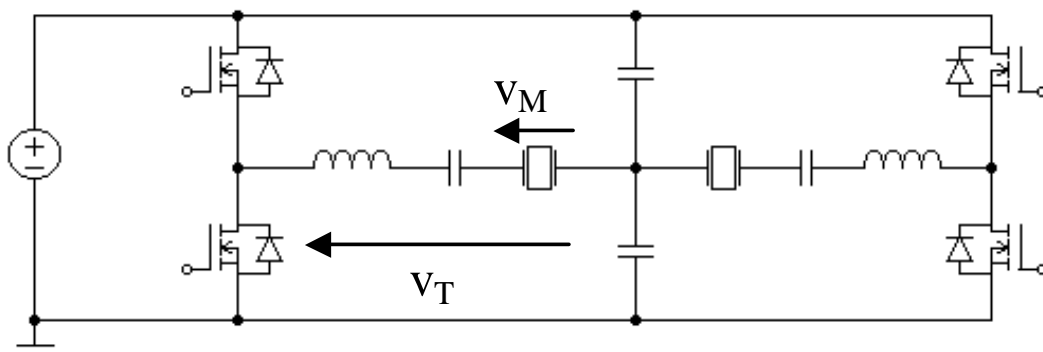


Figure 3.7 - Schéma de l'onduleur diphasé

Dans le cas d'un circuit d'accord à inductance seule, la tension appliquée sur la phase du moteur est sensible, en amplitude et en phase, aux variations de paramètres du schéma équivalent. Le coefficient de qualité Q du circuit ($V_M = Q \cdot \text{fondamental de la tension}$) peut varier avec la qualité du contact stator/rotor et peut donc être fonction de la position du rotor (ce qui pourrait constituer un moyen d'estimer la vitesse du rotor), de la température ou de l'usure de la couche. Ce phénomène est d'autant plus visible sur le moteur à rotation de mode que ce contact ne se fait qu'en un seul point. Les moteurs annulaires à onde progressive profitent quant à eux de plusieurs zones de contacts pour moyennner ce phénomène. Ce problème avait cependant été déjà remarqué par [LIN 99] sur ces actionneurs annulaires : les facteurs de qualité des deux phases pouvaient ne pas être identiques et variables avec les

conditions de fonctionnement du moteur. Pour rendre ce coefficient de qualité constant et unitaire, un circuit de rétroaction d'énergie (par transformateur vers le bus continu) avait été ajouté à un onduleur de courant à résonance. Le filtre LC (**Figure 3.8**), utilisé dans ce travail, permet également de stabiliser, de manière simple, les tensions appliquées sur l'actionneur. Cette simplicité se fait cependant au détriment des pertes par commutation au niveau des MOS. La charge étant en effet essentiellement capacitive, les commutations se font au maximum de courant et non à courant nul.

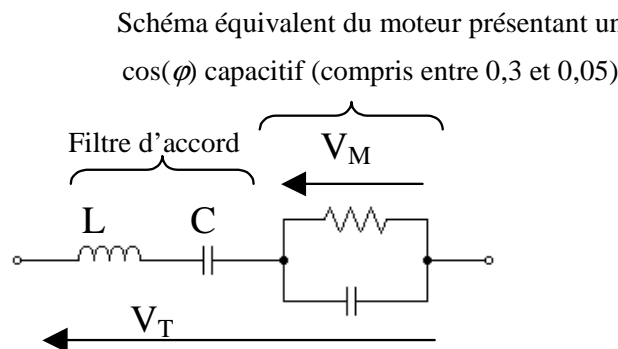


Figure 3.8 - Filtre LC et circuit équivalent du moteur à la résonance mécanique

La **Figure 3.9** représente le diagramme de Bode de la fonction de transfert (V_M/V_T) pour plusieurs résistances de charge dans le schéma équivalent (**Figure 3.8**) d'une phase du moteur. Un onduleur à simple inductance d'accord verrait l'amplitude et la phase de la tension varier de manière importante. L'onduleur à circuit LC fonctionne quant à lui autour d'un point à faible variation de gain et de phase. Ce filtre LC ne laisse ainsi passer que le fondamental de la tension créneau à la fréquence de résonance mécanique du moteur.

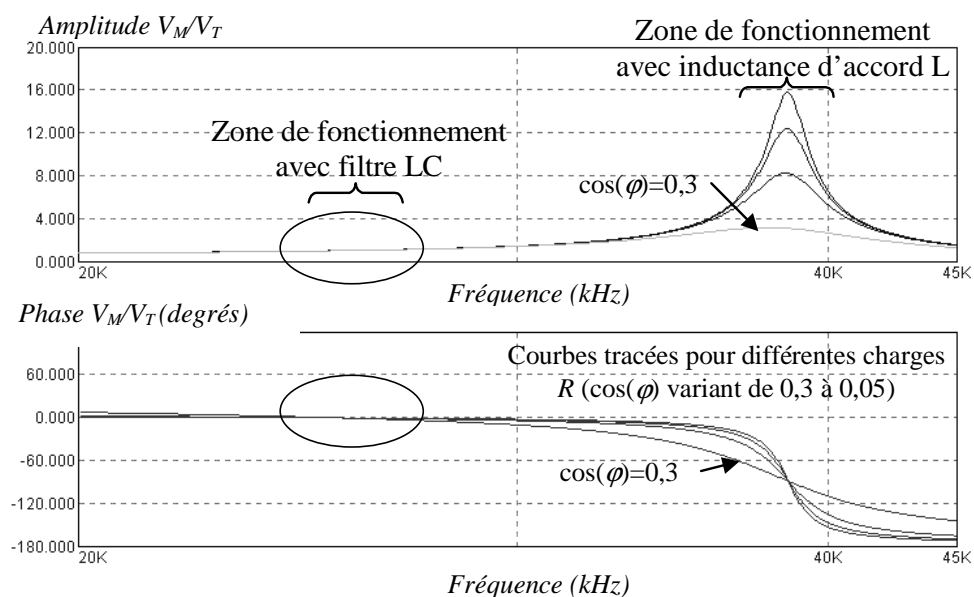


Figure 3.9 - Variation de phase et d'amplitude pour différente résistance de charge

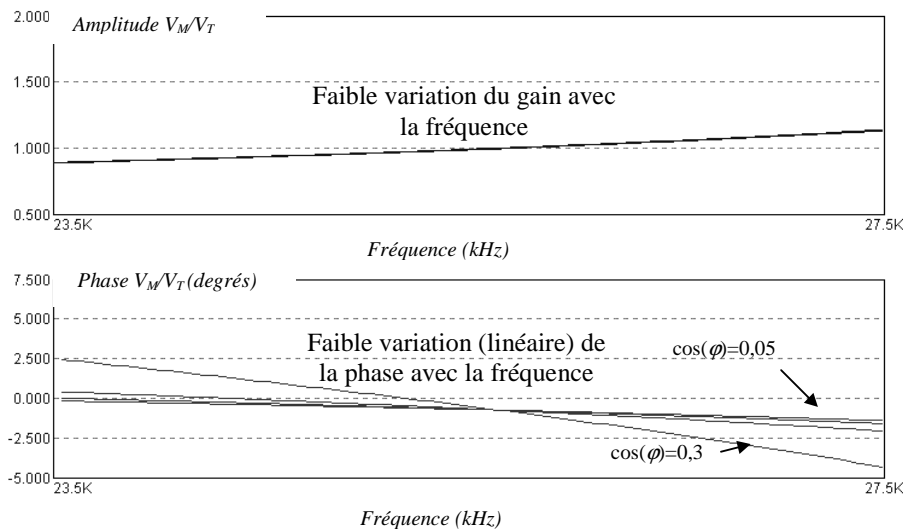


Figure 3.10 - Zoom autour du point de fonctionnement

La **Figure 3.10** montre qu'autour du point de fonctionnement, le déphasage entre le fondamental de la tension créneau appliquée par l'onduleur et la tension appliquée sur la phase du moteur reste faible. Ce faible déphasage est un point positif pour la stabilité d'une commande en boucle fermée de l'onduleur et du moteur. Il peut s'approximer par une fonction linéaire de la fréquence.

3.1.2 - Réalisation pratique et mesure des formes d'ondes

Le filtre LC doit avoir pour résonance série la fréquence de résonance mécanique du moteur. Le choix des valeurs de L et C ne dépend pas de cette seule contrainte. Il existe en effet une seconde fréquence f_{LCC0} fixée par la résonance de l'inductance L et la mise en série de C et C_0 . Le gain en tension est important à cette fréquence comme l'illustre la **Figure 3.9**. Il faut éviter d'amplifier l'harmonique 3 de la tension créneau générée par l'onduleur. Une solution, pour conserver une forme d'onde de bonne qualité, est de choisir L et C afin de fixer cette fréquence f_{LCC0} autour du double de la résonance mécanique [PIE].

Une maquette d'onduleur (**Figure 3.11**) a été réalisée à l'aide de :

- 4 MOS IRF 710 ;
- Deux driver bootstrap IR 2112 d'International Rectifier;
- Une gestion des temps morts par circuit RC-Diode ;
- Une gestion du déphasage en quadrature des deux tensions générées par bascule numérique D (74HCT73).

La commande de l'onduleur se fait par un signal TTL à 4 fois la fréquence de commutation. La **Figure 3.12** présente les formes d'ondes issues de cette alimentation associée à un moteur à rotation de mode : tension V_T de l'onduleur, tensions moteurs V_M filtrées et en quadrature de phases, tension issue de l'électrode de mesure du moteur.

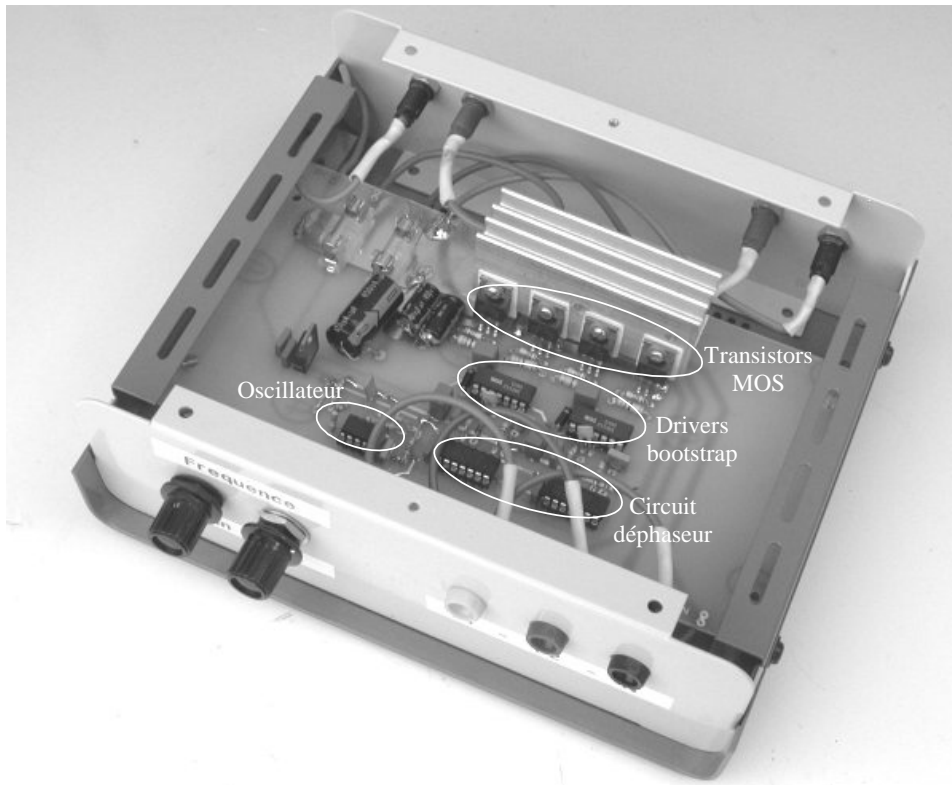


Figure 3.11 - Onduleur à résonance

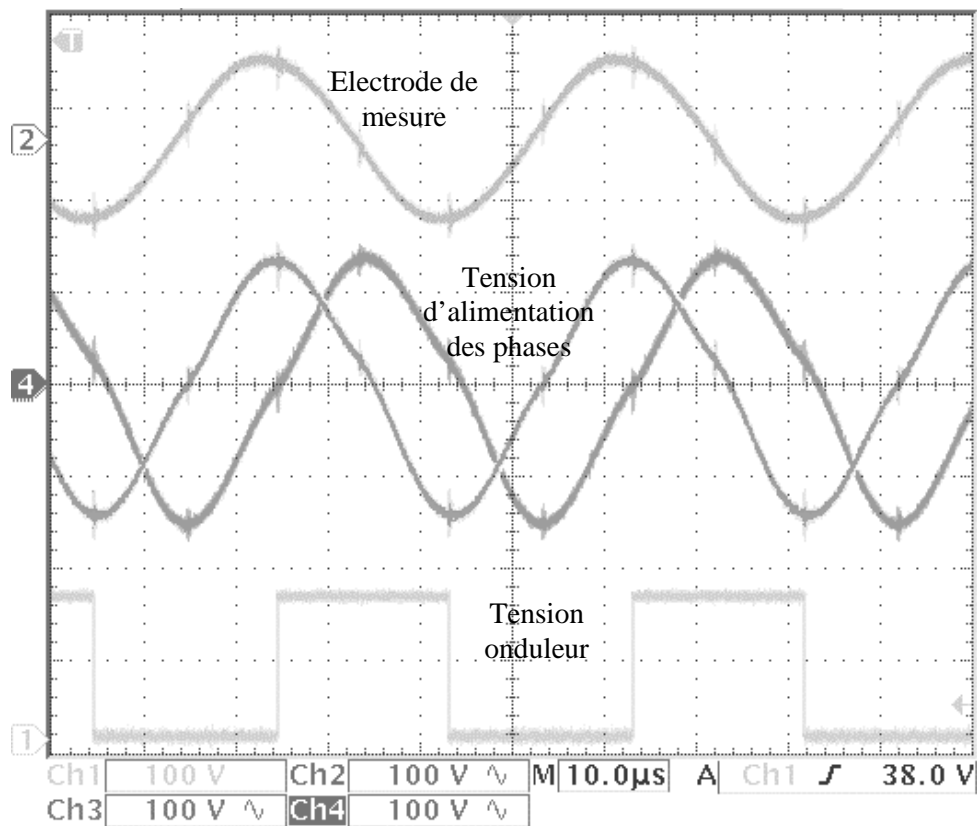


Figure 3.12 - Formes d'ondes de l'alimentation à résonance

3.2 - Présentation de la stratégie de commande

3.2.1 - Variation de vitesse en boucle ouverte

Comme pour le moteur à onde progressive de type annulaire (USR Shinsei), il est possible de faire varier la vitesse en boucle ouverte en modifiant certains paramètres d'alimentation [PIE] comme l'amplitude des tensions, le déphasage ou la fréquence.

Sur le schéma équivalent électrique rappelé sur la **Figure 3.13**, la tension d'alimentation a une influence direct sur le courant de la branche motionnelle et donc sur la vitesse de rotation du moteur. Cette tension doit cependant dépasser une valeur minimale pour lutter contre l'effort de friction au niveau du contact représenté dans le schéma équivalent par une source de tension en phase avec le courant.

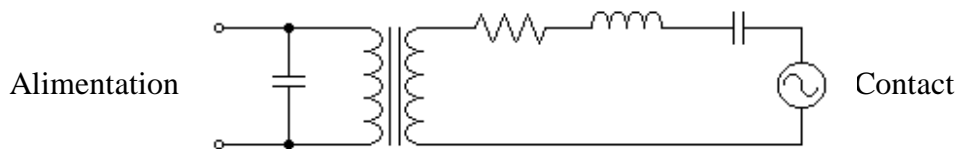


Figure 3.13 - Variation de vitesse par la tension d'alimentation

Le déphasage entre les deux voies d'alimentation permet, par dégradation de l'onde progressive, de diminuer la vitesse tangentielle des vibrations elliptiques et donc de diminuer la vitesse de rotation du moteur. Cette commande se fait cependant au détriment du rendement. Elle peut cependant présenter un intérêt dans la possibilité d'obtenir de très faibles vitesses de rotation tout en maintenant une hauteur d'onde suffisante au fonctionnement du moteur.

La vitesse du moteur est fortement influencée par la fréquence d'excitation, le stator se comportant en effet comme un système mécanique résonant. C'est la modification de cette fréquence qui permet le réglage le plus facile de la vitesse du moteur en boucle ouverte. L'alimentation choisie ne permet de régler que cette fréquence et laisse constante l'amplitude des tensions d'alimentation ainsi que le déphasage entre les deux voies.

3.2.2 - Grandeur de commande

Une commande en boucle fermée doit permettre d'assurer une meilleure dynamique au moteur. L'équation fondamentale sur l'arbre moteur s'écrit :

$$J \frac{d\Omega}{dt} = C_{em} - C_r \quad (3.24)$$

Pour une machine électromagnétique, cette commande va chercher à réguler le couple électromécanique C_{em} du moteur. Ce couple peut être exprimé en fonction de grandeurs

électriques mesurables et être découplé de la vitesse du rotor. Il est fonction de la constante de temps électrique de ces moteurs.

Pour un moteur piézoélectrique, le couple moteur est difficilement exprimable en fonction des grandeurs électriques comme la tension ou le courant de phase. Il passe par l'excitation d'une structure mécanique possédant également une constante de temps. La hauteur d'onde est fonction directe de cette dynamique du stator. Elle est directement observable sur l'électrode de mesure. Les caractéristiques couple/vitesse du moteur sont de plus directement dépendantes de cette grandeur comme l'illustre la **Figure 3.14**. Une commande en boucle fermée du moteur passe donc en premier lieu par le contrôle de l'amplitude des vibrations. Cette commande permet également de protéger le moteur en évitant une rupture des céramiques pour une amplitude de vibration non contrôlée et trop importante. Une structure en cascade permet ensuite d'asservir la grandeur désirée.

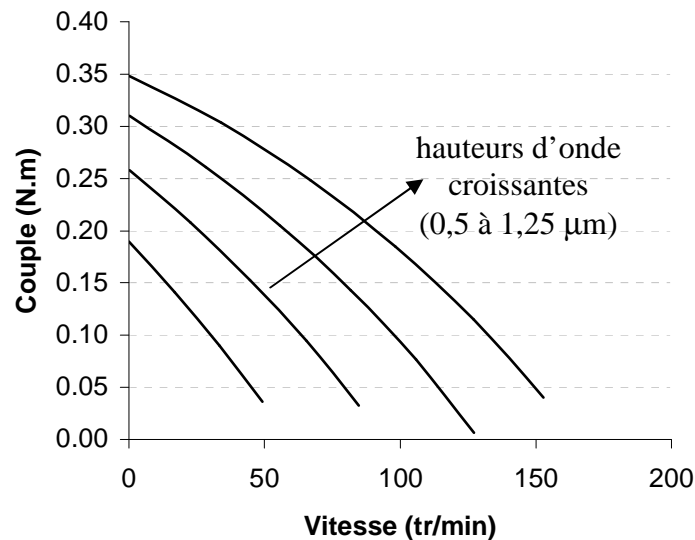


Figure 3.14 - Caractéristiques Couple/Vitesse pour différentes hauteurs d'ondes

3.2.2.1 - Commande en fréquence

Il est possible de faire varier directement la hauteur d'onde avec la fréquence d'alimentation des phases du moteur. Le schéma de commande correspondant est représenté **Figure 3.15**.

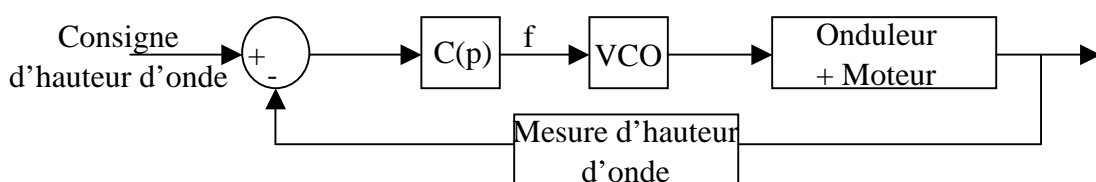


Figure 3.15 - Asservissement fréquentiel de l'amplitude de vibration

La mesure d'hauteur d'onde s'effectue simplement à l'aide d'un détecteur d'amplitude sur l'électrode auxiliaire de mesure. Le calcul du correcteur $C(p)$ nécessite de connaître le comportement dynamique en boucle ouverte du moteur. La **Figure 3.16** représente le type de réponses observables pour des créneaux sur l'entrée du VCO. La réponse d'un système résonant à des échelons de fréquence est non linéaire. L'implantation du correcteur en est donc rendue difficile.

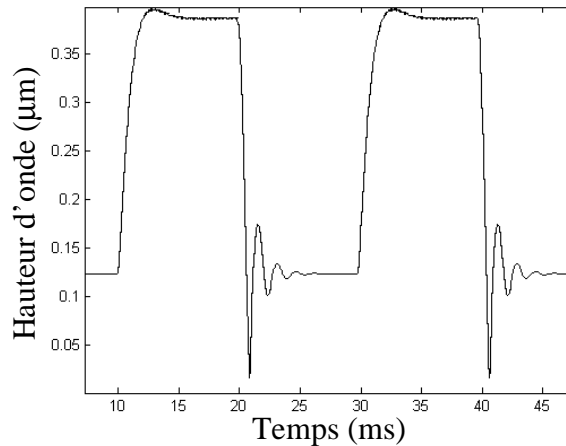


Figure 3.16 - Réponse à un consigne créneau de fréquence

Dans ce type de commande, la fréquence centrale du VCO est réglée à une fréquence proche de la fréquence de résonance du moteur. Mais cette fréquence peut varier avec la température et l'usure du moteur. Pour des actionneurs annulaires de type Shinsei, il faut travailler à des fréquences supérieures à la résonance (pour éviter les phénomènes de saut de fréquence) tout en évitant de s'en approcher trop (risque de rupture des céramiques pour des amplitudes vibratoires trop fortes). Le moteur à rotation de mode ne présente pas ces non-linéarités ou ces risques de destruction mécanique des céramiques (ensemble précontraint) et peut donc travailler à la résonance et au maximum d'amplitude vibratoire. Le schéma de commande en fréquence ne permet pas d'assurer l'obtention de ce type de point de fonctionnement à moins d'identifier en marche la fréquence de résonance du moteur [MAA 99].

3.2.2.2 - Commande en phase

Dans le schéma électrique équivalent du moteur, la résonance mécanique du stator du moteur correspond à la résonance électrique du circuit RLC de la branche motionnelle. Pour cette fréquence, le courant absorbé (comme l'amplitude vibratoire) est maximal mais est également en phase avec la tension d'alimentation. Le courant de la branche motionnelle correspond à la vitesse vibratoire et donc à la dérivée de l'amplitude. Cette dernière a pour image la tension de l'électrode de mesure et est donc déphasée de 90° par rapport au courant motionnel. Assurer un déphasage de 90° entre la tension d'alimentation et la tension mesurée

sur l'électrode auxiliaire garantit ainsi l'obtention de la résonance mécanique et de son suivi en cas de dérive (lors de la montée en température du moteur ou de son usure). Le schéma de la **Figure 3.17**, permet la commande de ce déphasage. Il comprend un comparateur de phase et d'un correcteur assurant une erreur nulle. L'ensemble correspond à une boucle à verrouillage de phase et pourra donc être implanté à l'aide d'un composant PLL standard (4046 par exemple).

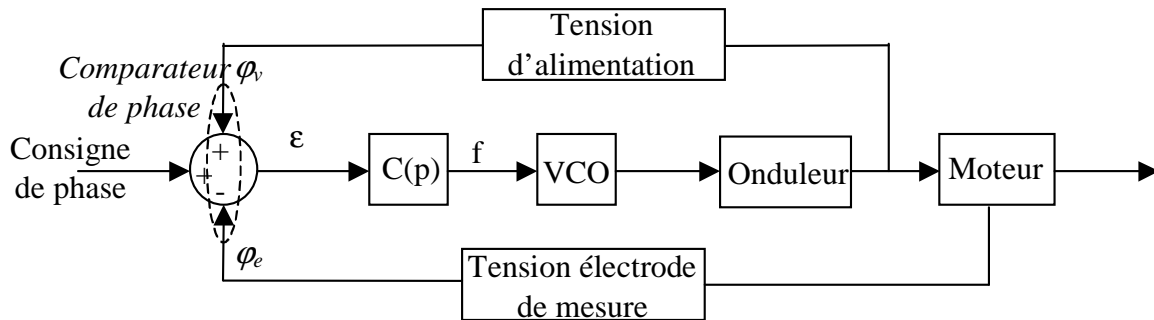


Figure 3.17 - Asservissement en phase

Il est également possible d'utiliser cette consigne de phase pour réguler la hauteur d'onde en éloignant plus ou moins le point de fonctionnement de la résonance mécanique [GIR 01a][GIR]. Les paragraphes suivants mettent en place une modélisation dynamique du moteur et permettent de prévoir la réponse de la hauteur d'onde à un échelon de phase.

3.3 - Modélisation dynamique du moteur

Le moteur à rotation de mode a été modélisé dans les chapitres précédents en régime permanent. L'objectif était alors de caractériser son comportement électromécanique en vue du dimensionnement. Les équations caractéristiques du moteur pouvaient se ramener à une représentation complexe ou à un diagramme par vecteurs de Fresnel. Une extension possible de cette représentation au régime dynamique peut passer par l'utilisation d'un vecteur complexe ou phaseur spatial [VAS]. Le comportement dynamique du moteur peut également être établi à l'aide de la notation matricielle [GIR 01b].

Les paragraphes précédents ont montré que le paramètre important pour une commande efficace réside dans le contrôle de la hauteur d'onde $U(t)$. Cette onde est supposée ici purement progressive, sans composante stationnaire. Elle résulte de la somme des deux composantes U_α et U_β qui s'expriment en fonction de l'angle θ_c définissant le point de contact stator/rotor :

$$U_\alpha = U(t) \cos(\theta_c) \text{ et } U_\beta = U(t) \sin(\theta_c) \quad (3.25)$$

Le vecteur complexe se définit par (**Figure 3.18**):

$$\underline{U} = U_\alpha + e^{j\pi/2} U_\beta = U(t) e^{j\theta_c} \quad (3.26)$$

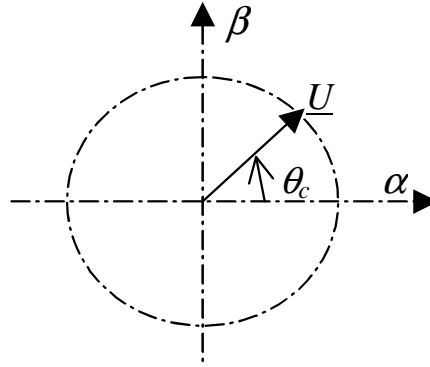


Figure 3.18 - Définition du vecteur complexe

L'équation mécanique du stator peut s'écrire sous forme complexe :

$$M\ddot{\underline{U}} + D_s\dot{\underline{U}} + K\underline{U} = N\underline{V} + \underline{F} \quad (3.27)$$

Avec :

$$\dot{\underline{U}} = \dot{U}e^{j\theta_c} + j\dot{\theta}_c Ue^{j\theta_c} \quad (3.28)$$

$$\ddot{\underline{U}} = \ddot{U}e^{j\theta_c} + 2j\dot{\theta}_c\dot{U}e^{j\theta_c} + j\ddot{\theta}_c Ue^{j\theta_c} - \dot{\theta}_c^2 Ue^{j\theta_c} \quad (3.29)$$

D'où :

$$M(\ddot{U} + 2j\dot{\theta}_c\dot{U} + j\ddot{\theta}_c U - \dot{\theta}_c^2 U) + D_s(\dot{U} + j\dot{\theta}_c U) + KU = e^{-j\theta_c}(N\underline{V} + \underline{F}) \quad (3.30)$$

L'asservissement en phase permet d'imposer la phase entre la mesure de l'amplitude vibratoire et la tension d'alimentation :

$$V_\alpha(t) = V \cos(\theta_c + \varphi) \text{ et } V_\beta(t) = V \sin(\theta_c + \varphi) \quad (3.31)$$

D'où :

$$\underline{V} = Ve^{j(\theta_c + \varphi)} \quad (3.32)$$

$$e^{-j\theta_c} \underline{V} = V \cos(\varphi) + jV \sin(\varphi) \quad (3.33)$$

De la même manière que dans le chapitre 2, l'action des efforts au niveau du contact peut s'écrire à l'aide d'une composante normale F_N (effort presseur du rotor sur le stator) et d'une composante tangentielle F_T (effort à l'origine du couple moteur) :

$$e^{-j\theta_c} \underline{F} = -(F_N + jF_T) \quad (3.34)$$

L'équation mécanique peut alors se projeter sur l'axe réel et imaginaire pour donner:

$$M\ddot{U} - M\dot{\theta}_c^2 U + D_s\dot{U} + KU = NV \cos(\varphi) - F_N \quad (3.35)$$

$$2M\dot{\theta}_c\dot{U} + M\ddot{\theta}_c U + D_s\dot{\theta}_c U = NV \sin(\varphi) - F_T \quad (3.36)$$

A proximité de la résonance, le terme en $\ddot{\theta}_c U$ de la dernière équation est négligeable pour un système peu amorti où une faible variation de la fréquence d'excitation induit une forte variation de l'amplitude vibratoire [GIR 01a]. En effet :

$$\frac{\ddot{\theta}_c U}{\dot{\theta}_c \dot{U}} \approx \frac{\frac{\delta \dot{\theta}_c}{\delta t} U}{\dot{\theta}_c \frac{\delta U}{\delta t}} \approx \frac{\delta \omega}{\omega} \frac{U}{\delta U} \ll 1 \quad (3.37)$$

Sachant que :

$$\dot{\theta}_c = \omega \approx \omega_0, \quad (3.38)$$

l'expression (3.36) se simplifie donc :

$$2M\omega_0 \dot{U} + D_s \omega_0 U = NV \sin(\varphi) - F_T \quad (3.39)$$

L'amplitude de vibration U réagit donc, à une variation de commande en phase φ , comme un système du premier ordre, de constante de temps $\tau = 2M / D_s$. Pour la masse modale $M=60$ g et $D_s=100$ du prototype, cette constante de temps vaut environ 1 ms. Elle peut également s'exprimer à l'aide du coefficient de qualité mécanique Q_m du stator :

$$\tau = \frac{2M}{D_s} = \frac{2Q_m}{\omega_0} \text{ car } Q_m = \frac{M\omega_0}{D_s} \quad (3.40)$$

3.4 - Implantation de la commande

Le paragraphe précédent a permis de démontrer que le moteur asservi en phase a une réponse du premier ordre sur la hauteur d'onde. L'asservissement de la hauteur d'onde peut se ramener au schéma de la figure **Figure 3.19**. Le correcteur $C_{HO}(p)$ peut prendre la forme simple d'un PI.

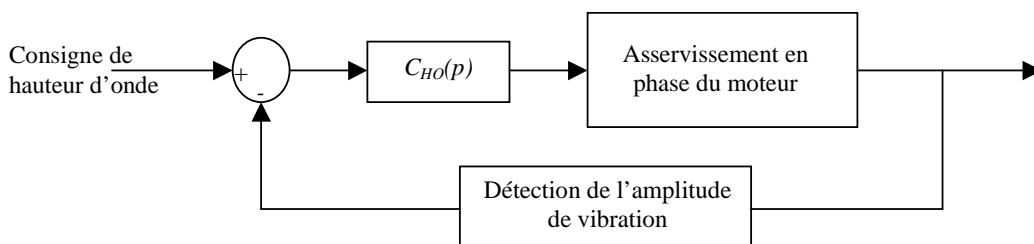


Figure 3.19 - Schéma de l'asservissement de la hauteur d'onde

La suite du paragraphe décrit la réalisation et la modélisation de la boucle d'asservissement de phase.

3.4.1 - Circuits utilisés pour réaliser l'asservissement en phase

Le schéma de la **Figure 3.20** décrit les circuits utilisés pour réaliser l'asservissement de phase. L'ensemble est entièrement analogique. En effet les fréquences utilisées sont trop

élevées pour pouvoir utiliser facilement un correcteur numérique avec convertisseur analogique-numérique.

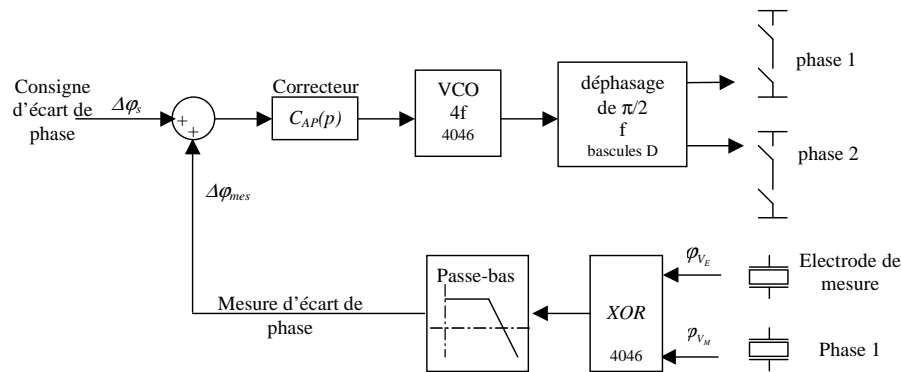


Figure 3.20 - Implantation de l'asservissement en phase

L'asservissement de la différence de phase entre la tension de l'électrode auxiliaire et la tension d'alimentation est réalisé à l'aide d'une PLL (Phase locked loop ou boucle à verrouillage de phase) HEF 4046 (alimenté à $V_{cc}=5\text{ V}$). Le comparateur de phase utilisé est de type 1 ou à comparateur numérique à OU exclusif plus filtre passe-bas de constante de temps τ_{PB} . La consigne de phase est soustraite au résultat du comparateur de phase. Le résultat passe par le correcteur $C_{AP}(p)$ pour assurer une erreur nulle sur l'ensemble. La sortie du correcteur est appliquée à l'entrée de l'oscillateur commandé en tension (VCO). Le signal TTL délivré par l'oscillateur commande l'onduleur de tension.

3.4.2 - Modélisation de la boucle en phase

Le calcul du correcteur $C_{AP}(p)$ nécessite la modélisation de l'ensemble des composants de la boucle. Les variables seront considérées autour de leur valeur moyenne. L'objectif de la boucle d'asservissement est de piloter l'écart de phase entre la tension moteur V_M et la tension d'électrode de mesure V_E . La modélisation se fait donc autour de cette grandeur $\Delta\varphi = \varphi_{V_M} - \varphi_{V_E}$. Les différents blocs rencontrés dans cette boucle sont schématisés sur la

Figure 3.21.

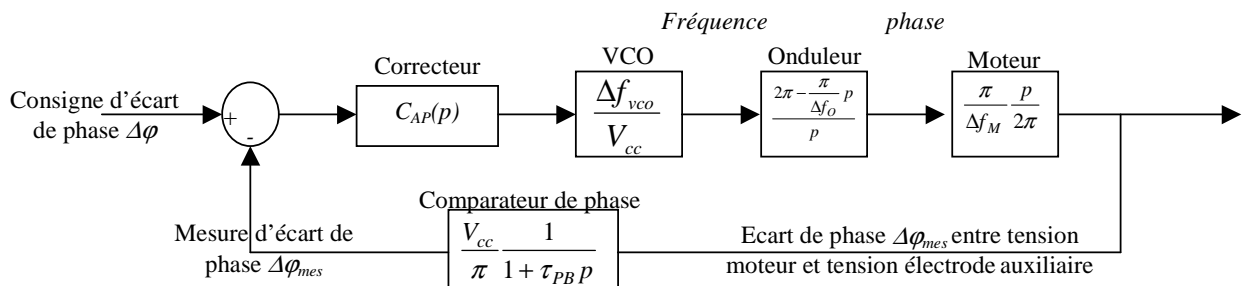


Figure 3.21 - Schéma bloc de la boucle d'asservissement en phase

Ils correspondent à :

- La mesure de l'écart de phase qui est réalisée à l'aide du comparateur de phase de gain V_{cc}/π et d'un filtre passe-bas de fonction de transfert $1/(1 + \tau_{PB}p)$;
- Au correcteur de fonction de transfert $C_{AP}(p)$;
- L'oscillateur commandé en tension qui est réglé pour balayer une plage de fréquence Δf_{VCO} autour de sa fréquence centrale. Il se modélise donc par un gain $\Delta f_{VCO}/V_{cc}$;
- Un bloc onduleur (**Figure 3.22**) qui permet d'obtenir la phase de la tension appliquée au moteur. La fonction de transfert $2\pi/p$ permet de passer de la fréquence à la phase. Le bloc $\pi/\Delta f_0$ permet de prendre en compte le déphasage engendré par le filtre LC entre la tension appliquée par l'onduleur (V_T sur la **Figure 3.7**) et la tension effectivement aux bornes du moteur (V_M sur la **Figure 3.7**).

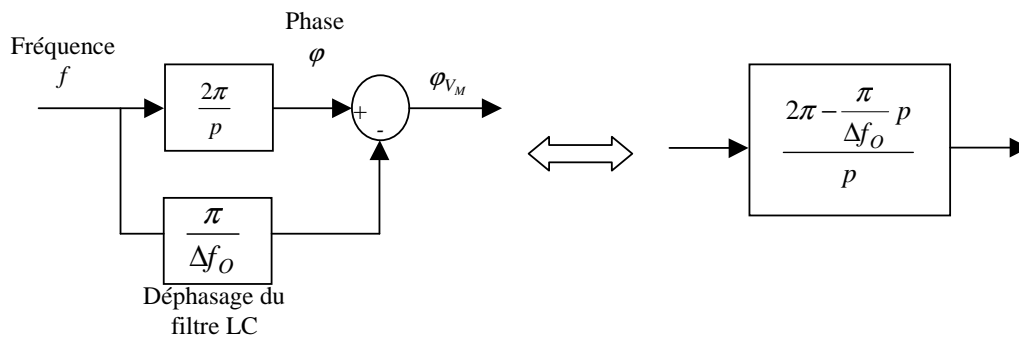


Figure 3.22 - Bloc onduleur

- Un bloc moteur qui, de la même manière que le bloc onduleur, exprime le déphasage entre la tension sur la phase du moteur et l'électrode de mesure. La phase ϕ_{V_E} de la tension mesurée sur l'électrode de mesure s'exprime en fonction de la phase ϕ_{V_M} de la tension moteur à l'aide de la fonction de transfert $1 - \frac{p}{2\pi} \frac{\pi}{\Delta f_M}$, où $p/2\pi$ permet d'exprimer la fréquence à partir de la phase et $\pi/\Delta f_M$ correspond à l'approximation de la pente de la variation de phase (**Figure 3.23 (a)**). Le bloc représenté **Figure 3.23 (b)** permet alors de calculer l'écart de phase $\Delta\phi = \phi_{V_M} - \phi_{V_E}$ à partir de la phase ϕ_{V_M} .

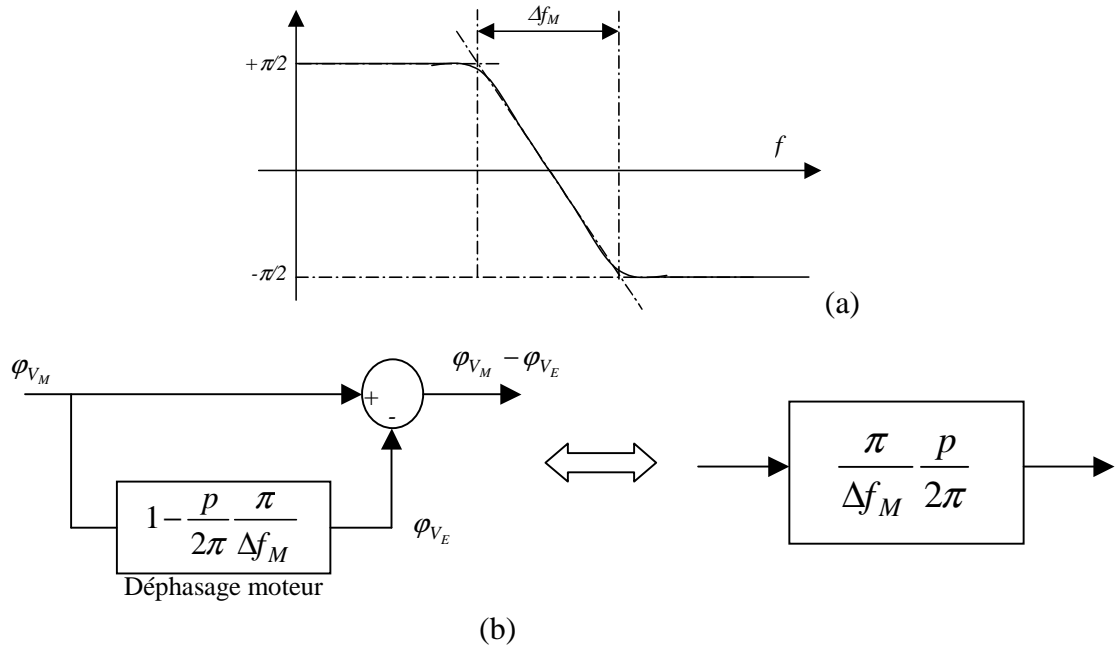


Figure 3.23 - Prise en compte du déphasage entre tension moteur et électrode de mesure

La fonction de transfert en boucle ouverte sans correcteur est :

$$H_{BO}(p) = \frac{\Delta f_{VCO}}{\Delta f_M} \frac{1 - \frac{p}{2\Delta f_O}}{1 + \tau_{PB} p} \quad (3.41)$$

Des mesures sur le prototype ont donné : $\Delta f_{VCO}=5kHz$, $\Delta f_M=2.25kHz$, $\Delta f_0=81kHz$, $\tau_{PB}=10\mu s$. Un correcteur intégral pur $C(p)=1/\tau_i p$, avec $\tau_i=260\mu s$, permet d'assurer une erreur statique nulle sans nuire à la stabilité de la boucle fermée. La bande passante de la boucle fermée est de 10 kHz. La constante de temps de l'asservissement de phase est négligeable devant la constante de temps mécanique du stator.

3.4.3 - Essai statique et dynamique de la commande en phase

En statique et pour le stator seul, l'équation (3.39) établit une relation sinusoïdale entre la phase et la hauteur d'onde. La **Figure 3.24** montre que les mesures, réalisées pour une consigne de phase variable, suivent effectivement cette relation.

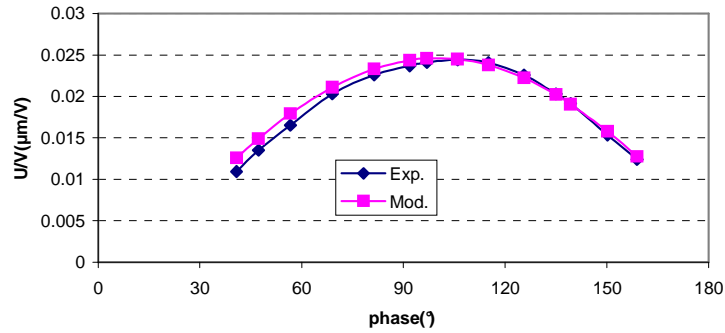


Figure 3.24 - Mesures statiques pour le stator à vide

Cette équation (3.39) prédit également une réponse du premier ordre à un échelon de phase, évolution confirmée par la mesure (**Figure 3.1**). La constante de temps de 1 ms correspond aux paramètres calculés par la modélisation.

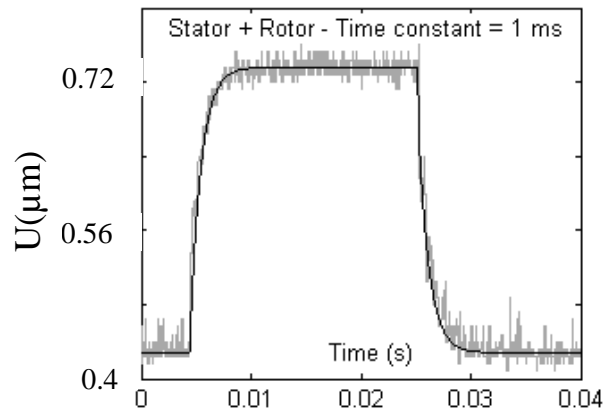


Figure 3.25 - Réponse à un échelon de phase

L'asservissement en phase permet donc bien d'obtenir une commande linéaire du moteur. Une boucle en cascade autour de cet asservissement (**Figure 3.19**) permet de contrôler la hauteur d'onde. La **Figure 3.26** montre la réponse dynamique d'un tel asservissement réalisé à l'aide d'un simple correcteur PI. L'asservissement d'autres grandeurs comme le couple [GIR] ou la vitesse peuvent s'obtenir à l'aide de boucles en cascades autour de cette commande de la hauteur d'onde.

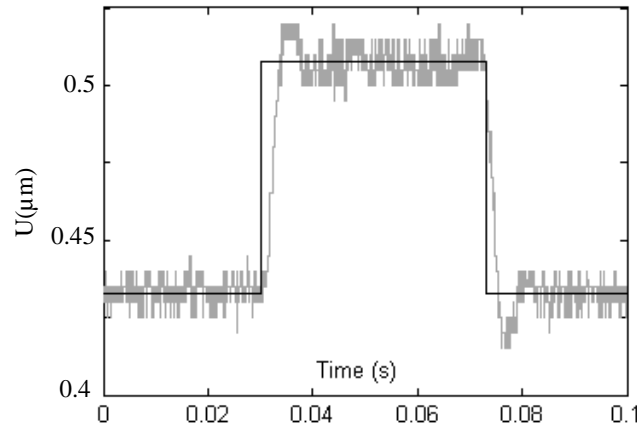


Figure 3.26 - Réponse dynamique de l'asservissement de la hauteur d'onde

4 - Moteur monophasé : simplification de l'alimentation

4.1 - Introduction

L'onduleur à résonance décrit précédemment dans le chapitre peut sembler complexe (2 phases, 2 circuits réactifs, 4 interrupteurs) au vu de certaines applications et du niveau de puissance mis en jeu. Pour remédier à ce problème, le LEEI avait développé [PIE] [HEN 01] une alimentation simplifiée pour actionneur à onde progressive. Cette structure, représentée sur la **Figure 3.27**, minimise le nombre de composants actifs (1 interrupteur) en utilisant deux quadripôles passifs pour alimenter en quadrature les deux phases du moteur à partir d'une seule source alternative de tension.

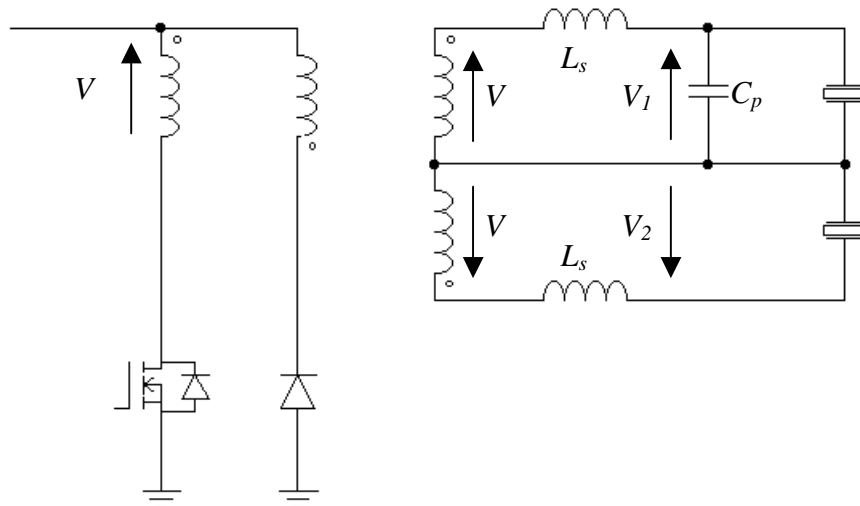


Figure 3.27 - Schéma de l'alimentation simplifiée

La source de tension alternative est obtenue à l'aide d'une alimentation à découpage de type FORWARD (sans diodes de redressement) à transformateur à deux secondaires. Les quadripôles sont constitués pour une phase d'une inductance série L_s et d'un condensateur

parallèle C_p , et pour l'autre phase d'une inductance L_s seule. La **Figure 3.28** représente la réponse fréquentielle de ces quadripôles associés aux phases du moteur. Il est possible d'obtenir un déphasage de 90° entre les deux tensions d'alimentations V_1 et V_2 pour la fréquence f_c . Un fonctionnement correct de l'actionneur est obtenu en faisant coïncider cette fréquence f_c avec la fréquence de résonance du moteur.

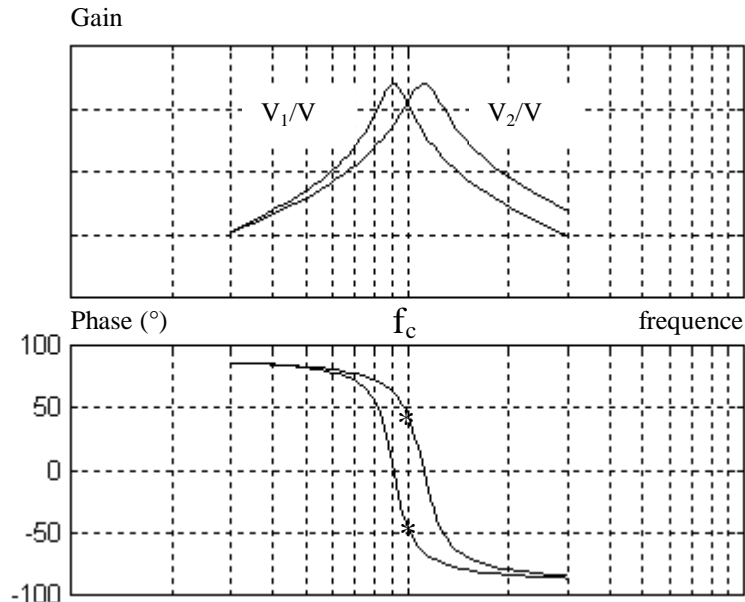


Figure 3.28 - Réponse en fréquences des quadripôles

Le moteur alimenté de cette manière n'a qu'un seul sens de rotation. L'ensemble quadripôles-moteur à onde progressive pourrait se comparer à certains moteurs électromagnétiques monophasés. Dans les chapitres précédents, des analogies électromécaniques ont été utilisées afin de modéliser les structures piézoélectriques : les inductances et condensateurs y ont des équivalents mécaniques. Il peut donc sembler envisageable d'obtenir la fonction des quadripôles électriques au sein même du moteur et d'avoir ainsi directement un moteur monophasé.

4.2 - Structure du moteur à rotation de mode monophasé

Dans l'alimentation simplifiée présentée précédemment, le déphasage des tensions d'alimentation est obtenue en introduisant une dissymétrie dans les circuits réactifs de l'alimentation. Le moteur monophasé à rotation de mode utilise quant à lui une dissymétrie géométrique de son stator pour obtenir le déphasage en quadrature des vibrations en extrémité des contre-masses. Cette dissymétrie peut être obtenue, comme le montre la **Figure 3.29**, en disposant des alésages dans les contre-masses métalliques du stator. Cette dissymétrie pourrait également être réalisée au niveau de la fixation du stator au bâti.

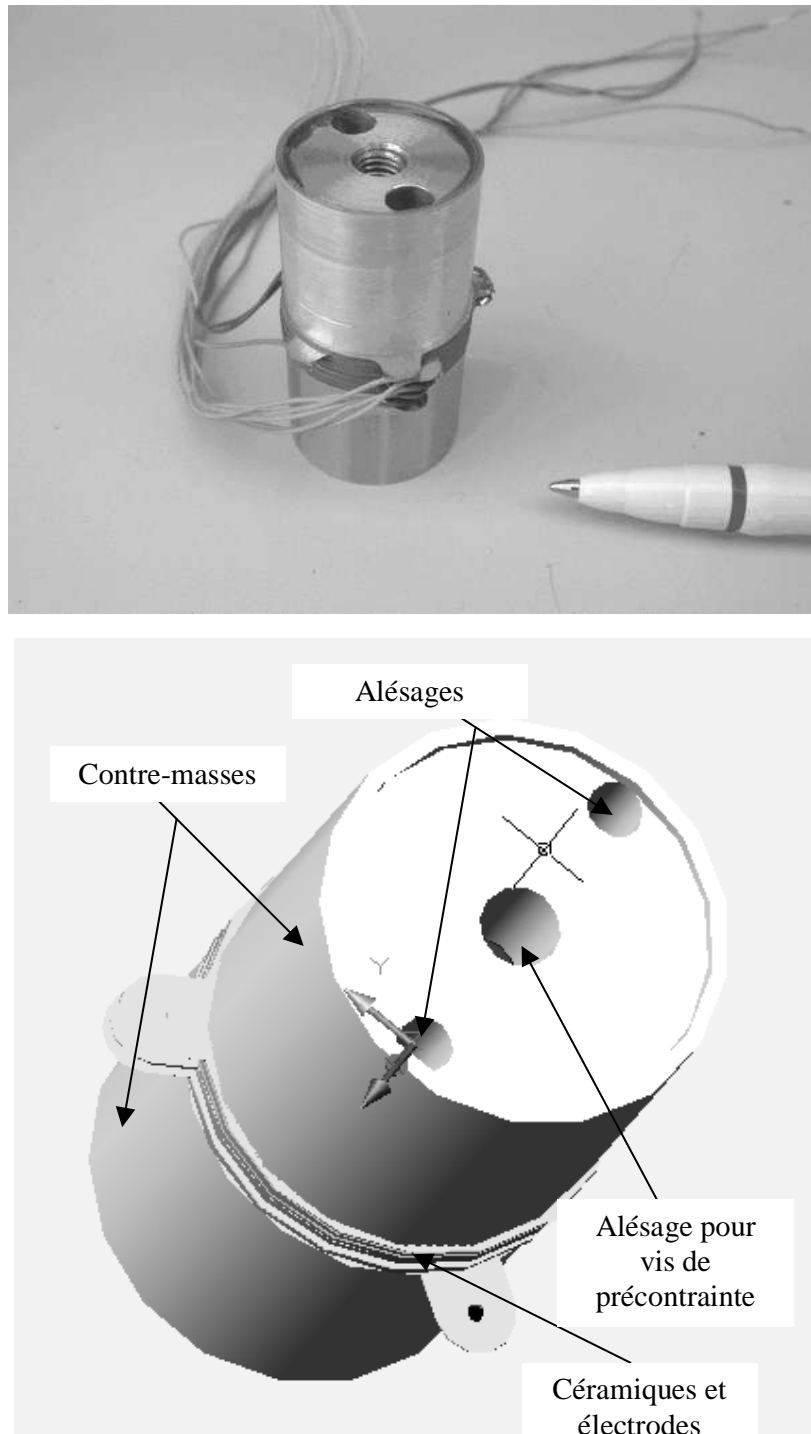


Figure 3.29 - Stator du moteur monophasé

Contrairement au moteur diphasé (**Figure 3.30 (a)**), les deux modes orthogonaux de flexion libre-libre de la version monophasée n'ont pas la même fréquence de résonance. Ces deux modes (**Figure 3.30 (b)** et **(c)**), ne voient pas la même section d'où une différence sur l'inertie et la raideur.

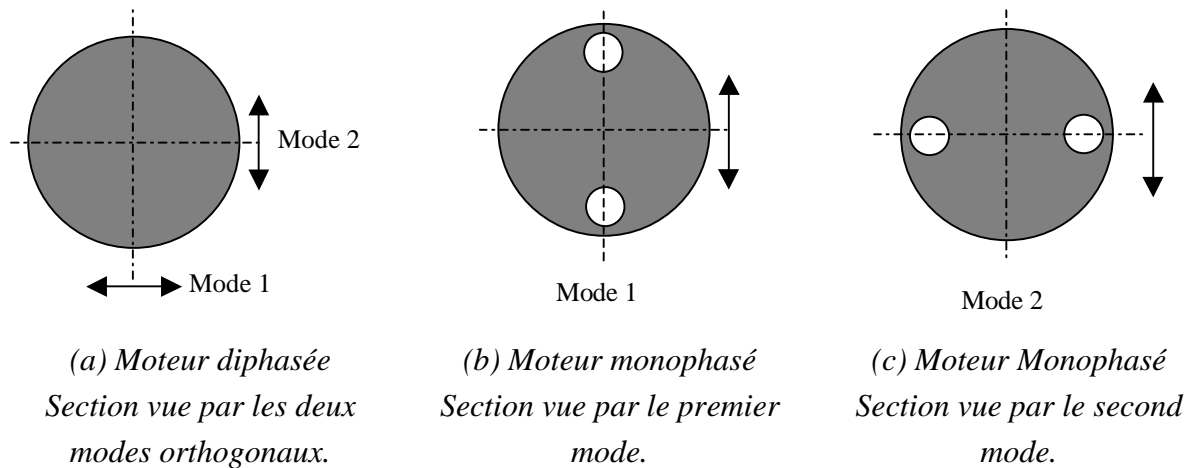


Figure 3.30 - Exemple de dissymétrie dans la section des contre-masses

Les céramiques doivent être placées de manière à exciter ces deux modes. Elles peuvent être agencées selon deux dispositions :

- **Figure 3.31 (a)** : les céramiques sont disposées orthogonalement de manière à exciter chacune un mode de flexion ;
- **Figure 3.31 (b)** : les céramiques sont disposées à 45 degrés par rapport à l'axe de symétrie.

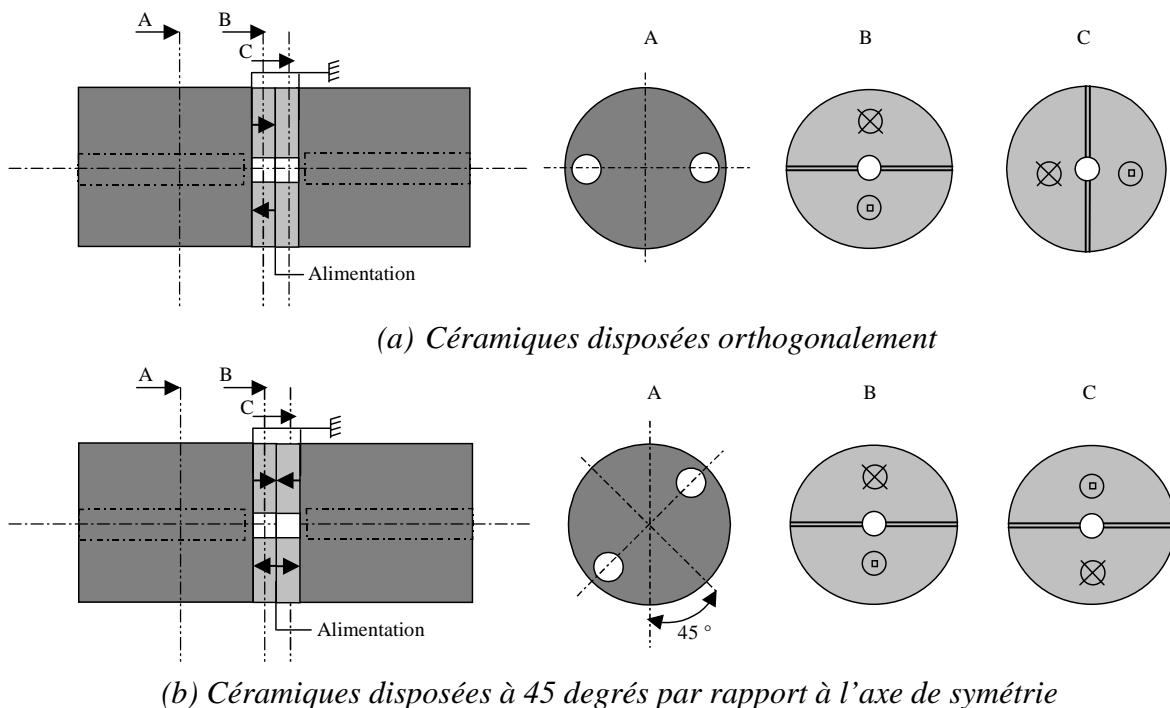


Figure 3.31 - Disposition des céramiques pour exciter les modes de résonances

Un prototype de moteur a été réalisé pour valider le principe de fonctionnement. Les céramiques (2 ensembles de 4 céramiques) sont disposées orthogonalement (**Figure 3.34 (a)**) de manière à pouvoir exciter chaque mode indépendamment lors des mesures. La **Figure 3.32** représente l'admittance (en Bode et Nyquist) selon l'un de ces modes. Cette mesure permet, comme l'**Annexe 3** le détaille, de déterminer le schéma équivalent (**Figure 3.33**) autour de la résonance.

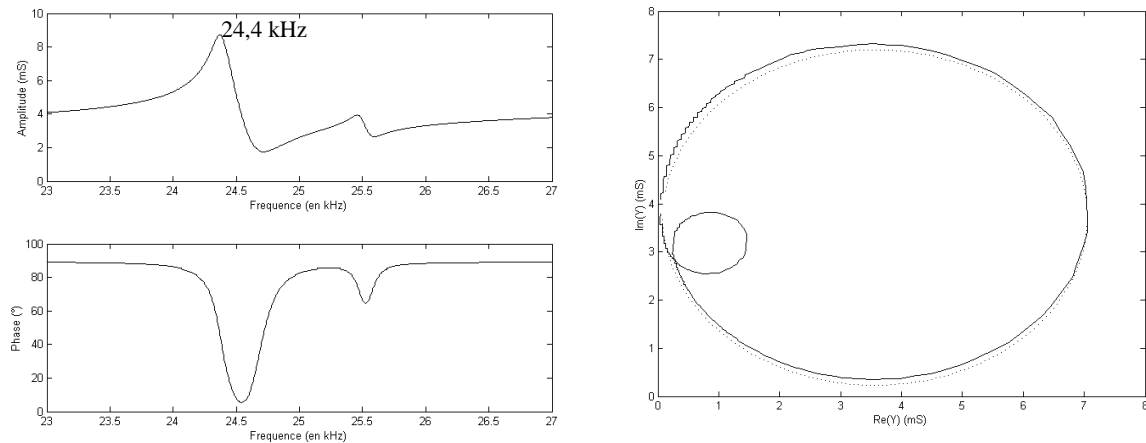


Figure 3.32 - Admittance autour du premier mode

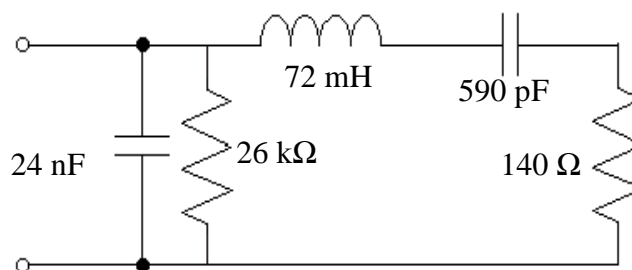


Figure 3.33 - Schéma équivalent

La fréquence de résonance du mode considéré est d'environ 24,4 kHz. Cette phase est également légèrement couplée avec le mode orthogonal (qui sera principalement excitée par l'autre ensemble de céramiques). Ceci explique l'apparition d'une résonance de faible amplitude à 25,3 kHz. Les deux modes ont donc bien des fréquences de résonance différentes d'environ 900 Hz. Une mesure de l'amplitude vibratoire à la résonance permet de déterminer le facteur d'effort N (0,49 N/V). Les masses et raideurs généralisées peuvent en être déduits (**Tableau 3.1**). Une simulation (**Figure 3.34**) sous ANSYS de ce mode permet également d'obtenir ces grandeurs.

	Mesures	ANSYS
Fréquence f_0	24,4 kHz	28,6 kHz
Rapport $U/R\psi$	1,60	1,70
Masse M	17,60 g	17,98 g
Raideur K	$4,14 \cdot 10^8$ N/m	$5,79 \cdot 10^8$ N/m

Tableau 3.1 – Comparaison (mesure et ANSYS) des masses et raideurs généralisées du moteur monophasé

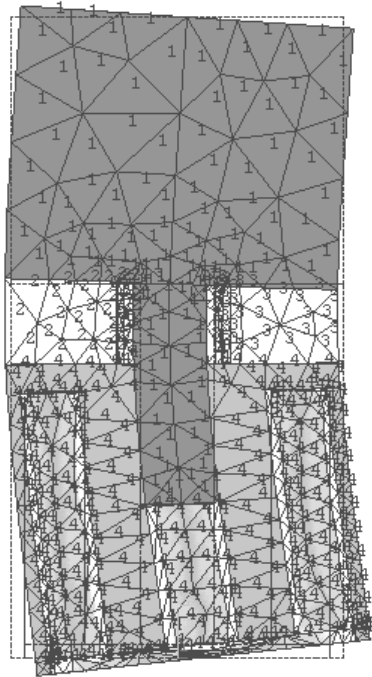


Figure 3.34 - Simulation ANSYS d'un mode de résonance

Le moteur peut se modéliser par l'équation mécanique suivante :

$$\begin{pmatrix} M_1 & 0 \\ 0 & M_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{q}_{u\alpha} \\ \ddot{q}_{u\beta} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} D_{s1} & 0 \\ 0 & D_{s2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \dot{q}_{u\alpha} \\ \dot{q}_{u\beta} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} K_1 & 0 \\ 0 & K_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} q_{u\alpha} \\ q_{u\beta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} N_1 \\ N_2 \end{pmatrix} V \quad (3.42)$$

Les masses et raideurs généralisées sont ici différentes pour tenir compte de l'écart sur la fréquence de résonance des deux modes orthogonaux. L'écriture matricielle peut s'écrire sous la forme des deux équations complexes (relation (3.43)) et prendre la représentation graphique de la **Figure 3.35**.

$$\begin{aligned} jM_1\omega\dot{U}_\alpha + D_{s1}\dot{U}_\alpha + \frac{K_1}{j\omega}U_\alpha &= N_1V \\ jM_2\omega\dot{U}_\alpha + D_{s2}\dot{U}_\alpha + \frac{K_2}{j\omega}U_\alpha &= N_2V \end{aligned} \quad (3.43)$$

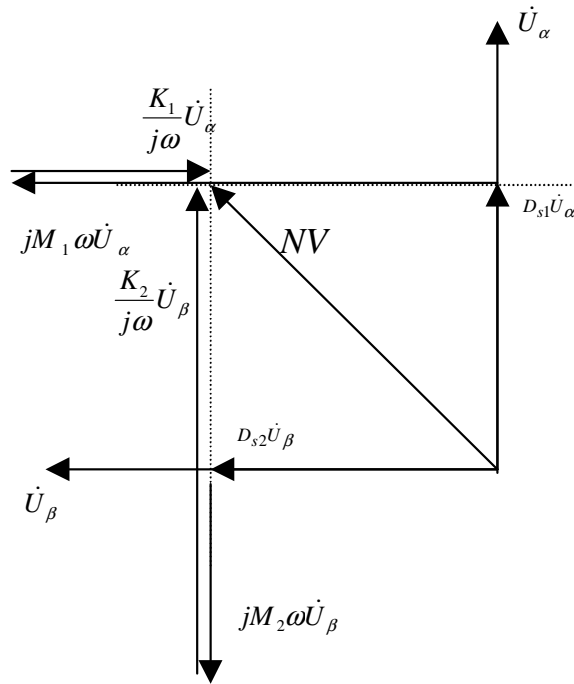


Figure 3.35 - Représentation par phaseur spatial du fonctionnement du moteur monophasé

L'obtention d'une onde progressive en extrémité de contre-masse est obtenue pour des vibrations U_α et U_β en quadrature de phase. La **Figure 3.35** illustre cette configuration. La pulsation ω et la charge D_s (somme des pertes mécaniques internes et charge utile) d'utilisation doivent vérifier :

$$M_1\omega - \frac{K_1}{\omega} = D_{s1} = D_{s2} = M_2\omega - \frac{K_2}{\omega} \quad (3.44)$$

Ou encore :

$$\omega = \frac{\omega_1 + \omega_2}{2} \text{ avec } \omega_1 = \sqrt{\frac{K_1}{M_1}} \text{ et } \omega_2 = \sqrt{\frac{K_2}{M_2}} \quad (3.45)$$

$$Q_m = \frac{\omega}{\omega_2 - \omega_1} \text{ avec } Q_m = \frac{\sqrt{KM}}{D_s} \quad (3.46)$$

Pour le prototype, la fréquence d'utilisation est de 24,85 kHz (fréquence médiane entre 24,4 et 25,3 kHz) et la charge (pression du ressort sur le rotor) doit correspondre à un coefficient de qualité mécanique Q_m d'environ 27.

4.3 - Electronique d'alimentation et de commande

L'électronique d'alimentation peut se résumer dans le schéma de la **Figure 3.36**. Elle se rapproche d'une alimentation à découpage de type FORWARD sans diodes au secondaire. Le transformateur permet :

- D'adapter le niveau de tension à celui du moteur ;
- D'assurer l'isolement galvanique ;
- D'obtenir la résonance par son inductance de fuite au secondaire avec la capacité du moteur.

Le soin à apporter ici se situe au niveau du calcul de cette inductance de fuite.

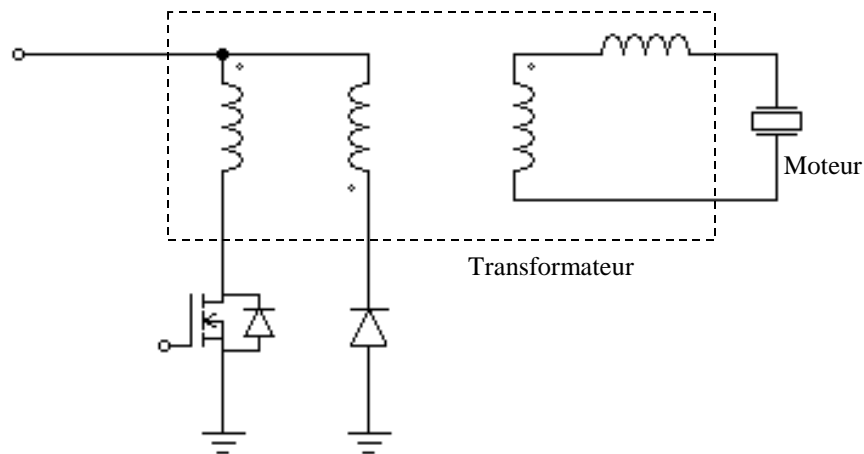


Figure 3.36 - Schéma d'un exemple d'alimentation simplifiée possible

Le moteur ainsi alimenté n'a qu'un seul sens de rotation. Certaines applications peuvent nécessiter deux sens de rotation commandés manuellement. La **Figure 3.37** présente une configuration de transformateur à deux enroulements de sortie permettant la rotation du moteur dans un sens ou dans l'autre suivant le sens de branchement de l'un des secondaires.

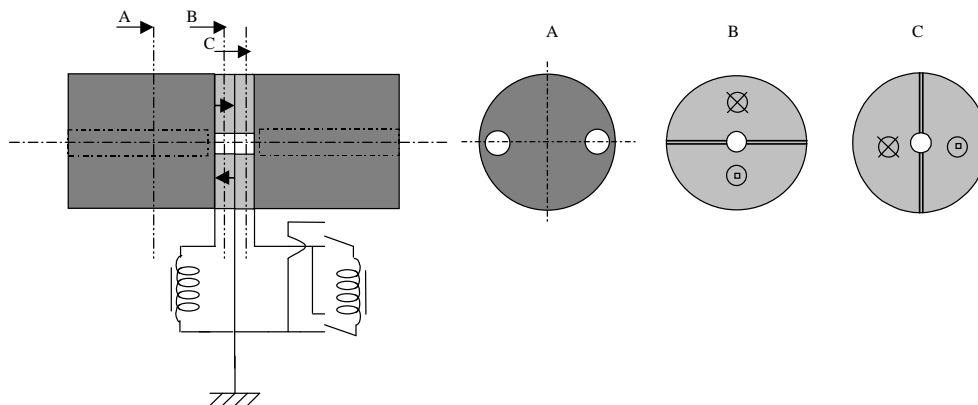


Figure 3.37 - Configuration d'alimentation permettant l'obtention de deux sens de rotation

4.4 - Conclusion concernant le moteur monophasé

Le moteur à rotation de mode monophasé constitue une solution intéressante pour des applications ne nécessitant qu'un sens de rotation. Il utilise et amplifie volontairement la

dissymétrie qui pourrait déjà exister par les imperfections de construction du moteur. Cette dissymétrie permet de n'avoir qu'une phase d'alimentation et simplifie grandement celle-ci qui peut se contenter d'un seul interrupteur commandé. Cette solution est alors équivalente, en terme de nombre de composants actifs, aux alimentations les plus simples des moteurs à courant continu.

5 - Conclusion

Le moteur à rotation de mode peut être alimenté de manière simple par un onduleur à résonance. Un circuit d'accord par filtre LC permet de stabiliser en phase et en amplitude les tensions d'alimentation du moteur. L'amplitude de la hauteur d'onde est la grandeur à piloter dans un moteur piézoélectrique résonant afin de contrôler la conversion d'énergie électromécanique. Elle est en effet issue de la conversion électromécanique et influence grandement le comportement de la conversion mécano-mécanique au niveau de l'interface stator/rotor. Son contrôle permet également d'éviter une rupture mécanique du moteur et de compenser les dérives en fréquence de l'actionneur. Une circuit à base de PLL permet d'asservir en phase le moteur et de linéariser la réponse en amplitude vibratoire [BUD 02c] et de s'adapter aux dérives de la fréquence de résonance du moteur. Il est également possible de simplifier encore l'alimentation en utilisant une variante du moteur à rotation de mode. La fin du chapitre a ainsi présenté un moteur à rotation de mode monophasé, qui a par ailleurs fait l'objet d'une démarche de protection par brevet [BUD]. Cette structure de moteur permet de retrouver l'équivalent du déphasage de tension réalisé par le quadripôle d'une alimentation simplifiée au sein même de la structure mécanique du moteur.

Chapitre 4

Actionneur piézoélectrique à deux degrés de liberté en translation et rotation

1 - Intégration de la fonction translation dans une structure de moteur à rotation de mode

1.1 - Moyens d'obtention d'un mouvement linéaire

Les chapitres précédents ont porté sur l'étude détaillée du moteur rotatif à rotation de mode. L'objectif de ce chapitre est d'ajouter un mouvement de translation au moteur à rotation de mode afin d'obtenir un actionneur à deux degrés de liberté en rotation et translation. Différentes solutions peuvent être mises en œuvre pour atteindre ce but.

Une première solution consiste à réaliser la conversion d'un mouvement rotatif en translation à l'aide d'une liaison hélicoïdale. Ce type d'action couramment utilisé avec des moteurs électromagnétiques conventionnels peut également être réalisée avec un moteur à rotation de mode. Ce dernier apporterait les avantages des actionneurs piézoélectriques en terme de couple et éviterait l'introduction d'un réducteur pour diminuer la vitesse de rotation. La chaîne cinématique s'en trouverait simplifiée et faciliterait l'intégration du mouvement de rotation et de translation en un seul dispositif. La **Figure 4.1** représente l'association cinématique de deux actionneurs rotatifs pour obtenir les mouvements de rotation et de translation recherchés. Le mouvement de rotation s'obtient en pilotant le moteur lié à la liaison glissière qui transmet le couple sans bloquer la translation. Afin d'obtenir la rotation seule, l'autre moteur doit alors tourner à la même vitesse. Le mouvement de translation est obtenu lors de la rotation de la liaison hélicoïdale et pour la liaison glissière bloquée en rotation par le premier moteur. Bien qu'il soit possible d'imaginer de fusionner les deux moteurs en un seul actionneur à deux rotors tournant à des vitesses différentes (**Figure 4.2**), ce dispositif devra toujours comporter des liaisons mécaniques pour obtenir le mouvement de translation. Ce dernier point conduit à rechercher des solutions permettant de créer directement ce mouvement.

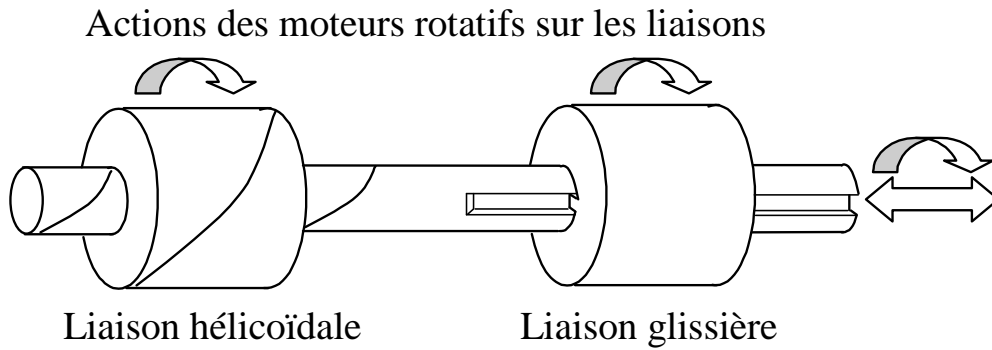


Figure 4.1 - Obtention d'un mouvement de translation et rotation par combinaison de deux actionneurs rotatifs

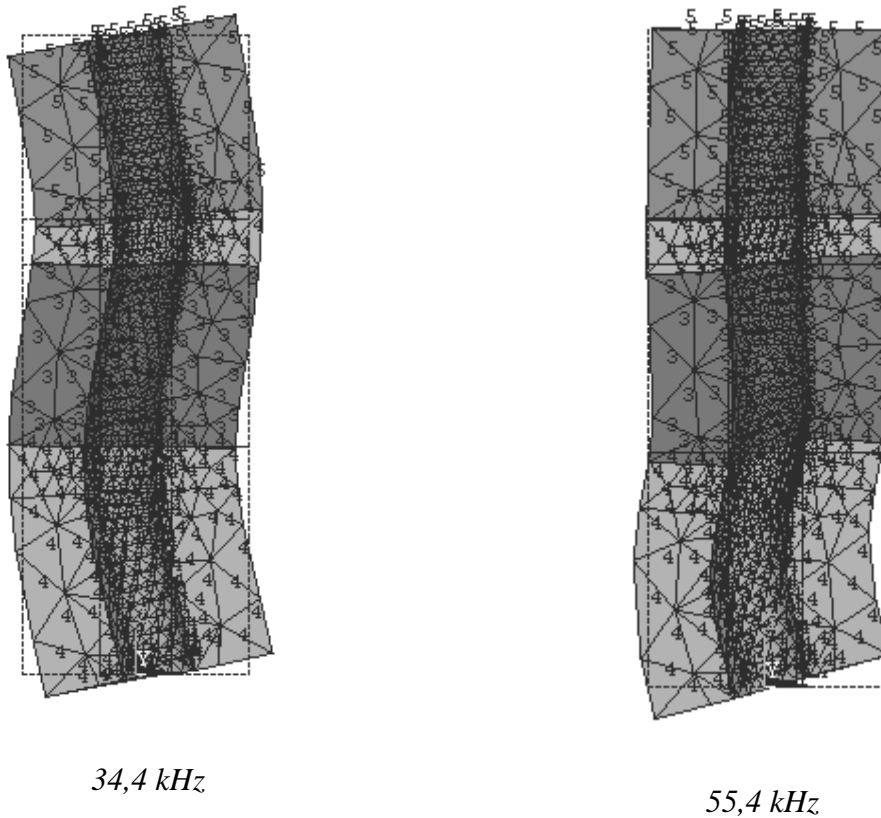


Figure 4.2 - Modes de résonance utilisables pour obtenir un actionneur à deux rotors indépendants

Une autre solution consiste à ajouter, en extrémité du moteur rotatif, un actionneur à débattement limité pour obtenir le mouvement linéaire. Le travail à fournir qui correspond à un effort de 50 N pour une déformée de 5 mm nécessite théoriquement 50 cm^3 (ou 350 g) de céramiques pour une contrainte de 20 MPa et une déformée de 500 ppm. Mais pour rester dans un rapport section/longueur de céramique raisonnable, il faudrait fortement amplifier les

déformées des céramiques. De plus ces céramiques s'ajouteraient à celles déjà utilisées par le moteur à rotation de mode. L'ensemble constituerait pas une intégration optimale.

Il est également possible d'obtenir des mouvements de translation à l'aide d'actionneurs résonants à ondes stationnaires. La référence [HE 98] décrit ainsi un moteur utilisant les déplacements de certains points d'une poutre en flexion pour engendrer un mouvement linéaire. Le translateur plan présenté dans le premier chapitre [GAL][FER] utilise les mêmes actions pour engendrer son déplacement. Ce principe qui pourrait s'appliquer au moteur à rotation de mode en utilisant la déformée de flexion naturellement excitée par les céramiques. Les fréquences d'utilisation pour les fonction rotation et translation seraient cependant identiques et les mouvements ne seraient pas découplés.

D'autres actionneurs résonants à ondes stationnaires [HEM 00][NAN @] utilisent la combinaison d'ondes stationnaires de différentes natures pour générer un déplacement elliptique. Il serait imaginable d'utiliser les modes de flexion et longitudinal du stator à rotation de mode pour générer un mouvement elliptique au niveau d'un point établissant la liaison stator/bâti. Cette solution n'est cependant pas choisie car elle nécessite d'accorder les deux fréquences de résonance.

Une solution utilisant le principe des actionneurs à ondes progressives qui possèdent un contact de bonne qualité peut également être envisagée. Ces actionneurs ont cependant fait l'objet de très peu de réalisation en version linéaire. Il est en effet difficile d'obtenir une onde progressive dans une direction linéaire non rebouclée sur elle-même comme dans le cas d'un anneau. Les conditions aux limites génèrent en effet des discontinuités qui entraînent une réflexion de l'onde et l'établissement d'une onde stationnaire et non progressive. Il est alors nécessaire d'absorber cette onde par des transducteurs judicieusement placés et accordés [KUR 89] ou par des éléments dissipatifs [ROH 01]. L'ensemble perd nettement en simplicité et en efficacité.

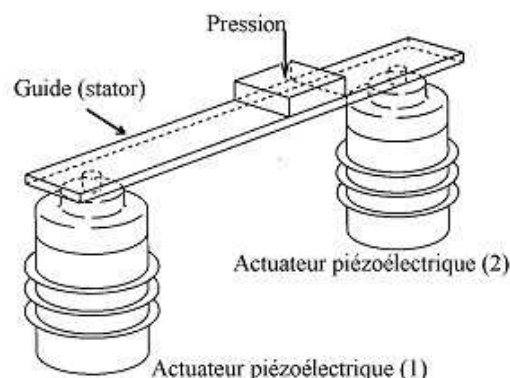


Figure 4.3 - Moteur linéaire à onde progressive [SAS]

Suite à cette analyse, le choix pour la réalisation du mouvement de translation s'est porté sur le principe des actionneurs quasistatiques qui permettent de générer des mouvements

de translation à faible vitesse et avec des efforts relativement importants. Ces caractéristiques sont compatibles avec l'application recherchée. De plus, les faibles fréquences d'utilisation en translation facilitent le découplage avec la fonction rotation résonante à haute fréquence. Ce chapitre va décrire l'adaptation du principe de cet actionneur à une structure constituant déjà un moteur à rotation de mode. Cette adaptation devra prendre en compte une contrainte sur les céramiques. En effet, afin d'obtenir une intégration optimale, les mêmes céramiques doivent être utilisées pour la réalisation des fonctions translation et rotation.

1.2 - Descriptif de la structure

Le stator de la structure, surnommée Quasimodo et représentée sur la **Figure 4.5** et **Figure 4.4**, comporte :

- Deux contre-masses ;
- Deux coupleurs ;
- Quatre céramiques multicouches ;
- Deux pinces sous la forme de coques déformables ;
- Des vis de précontrainte pour les céramiques.

Cette structure est basée sur celle du moteur à rotation de mode. Les contre-masses ont été divisées en deux parties s'emboîtant l'une dans l'autre (nommées coupleur et contre-masse dans ce chapitre). Les céramiques annulaires du deuxième chapitre sont remplacées par quatre céramiques multicouches (2 par phases). Les mouvements possibles, représentés en **Figure 4.6**, sont :

- Une rotation du rotor par rapport au stator ;
- Une translation du stator en entier par rapport au bâti.

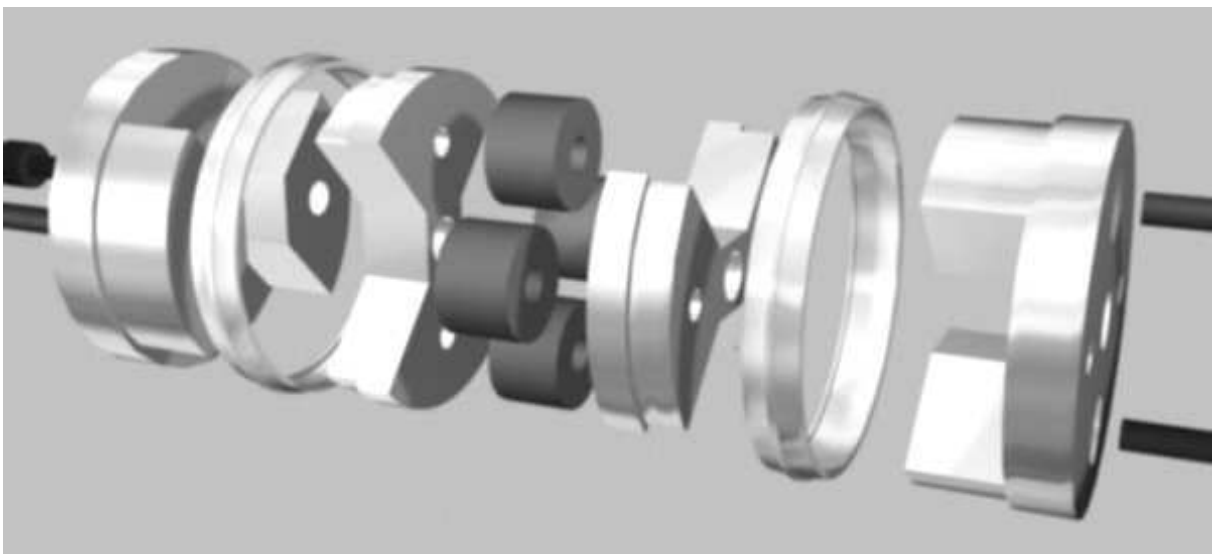


Figure 4.4 - Vue éclatée du stator de *QUASIMODO* (contre-masses, coupleurs, céramiques, coques, vis)

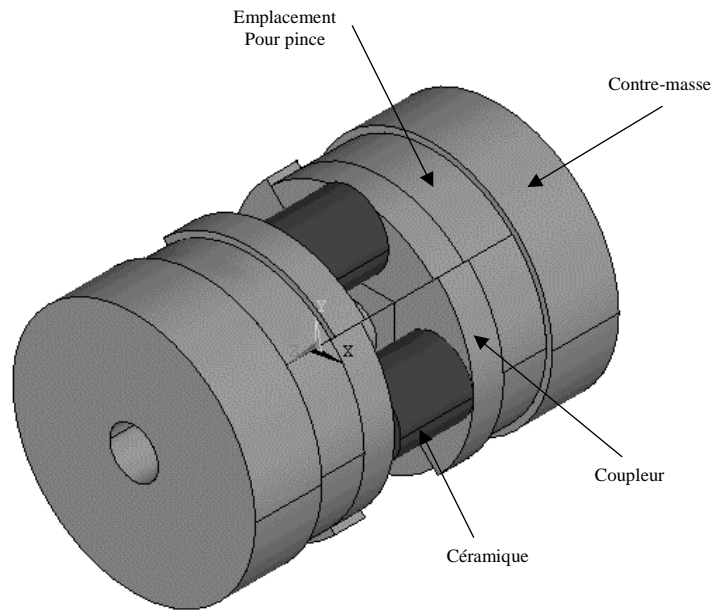


Figure 4.5 - Schéma du stator de QUASIMODO (contre-masses, coupleurs, céramiques)

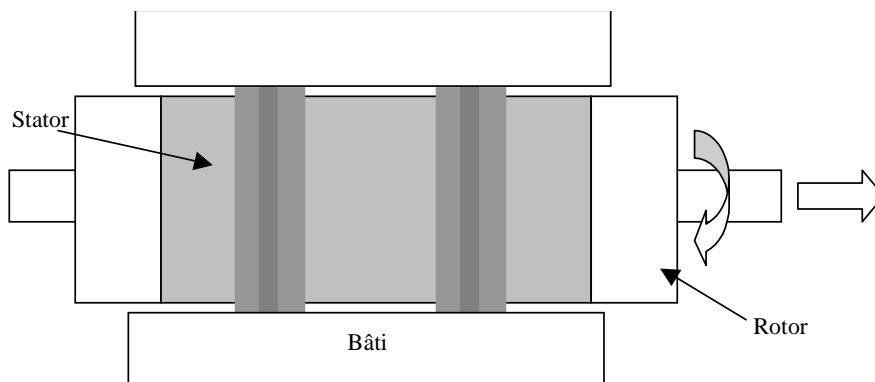
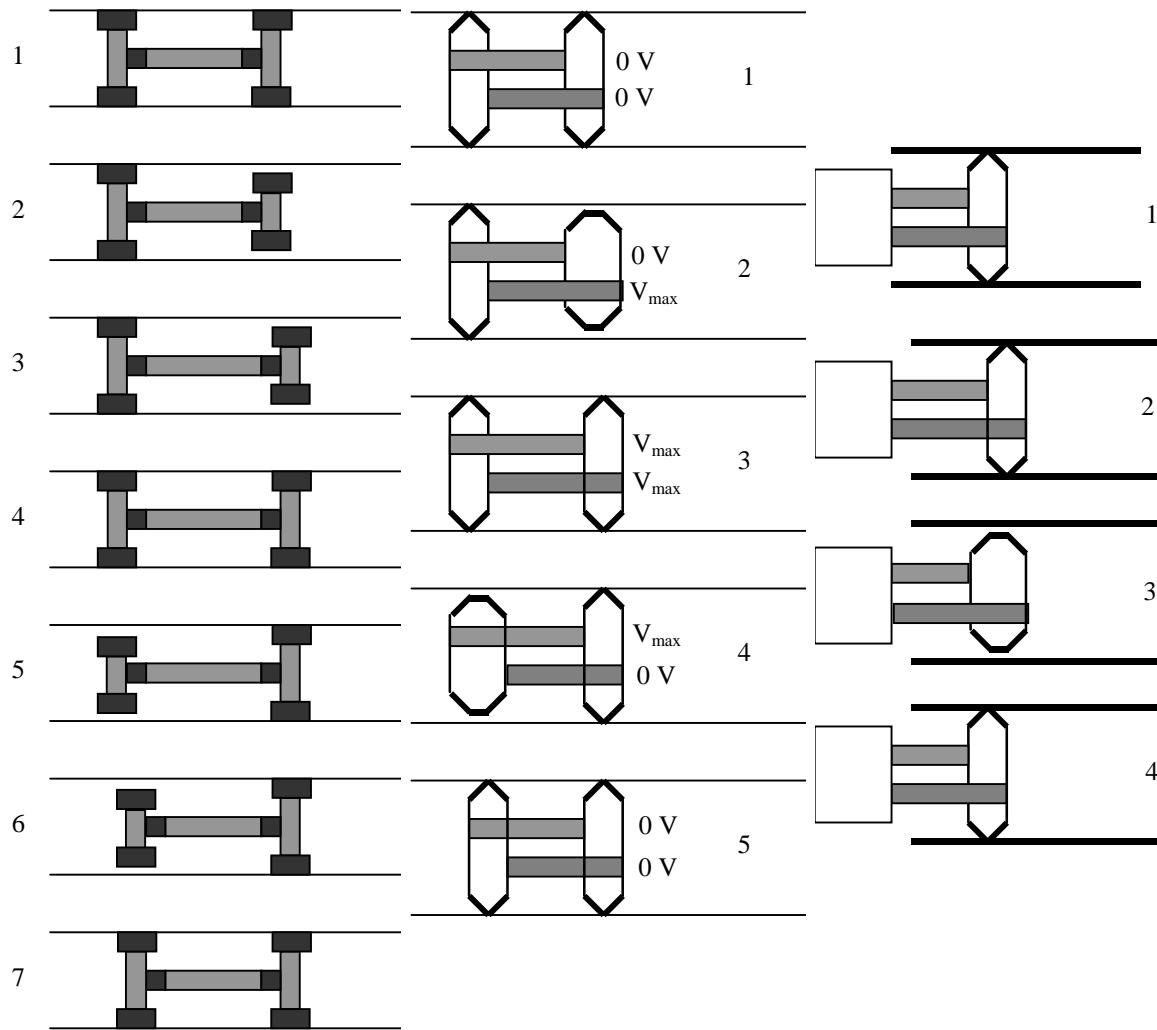


Figure 4.6 - Logement du moteur dans son bâti

1.3 - Principe du mouvement en translation

Conformément aux schémas de la **Figure 4.7**, le mouvement de translation est obtenu en exploitant en régime quasistatique la déformation d'éléments piézoélectriques. Ce principe de mouvement en translation est de type « inchworm linéaire ». Les solutions classiques de ce type comportent trois céramiques actives (figure (a)) : une pour la fonction « actionneur », deux pour les fonctions « préhenseur ». Le concept préconisé ici repose sur l'obtention combinée de ces deux fonctions à l'aide d'un même ensemble d'éléments piézoélectriques. Par conséquent seulement deux paires d'éléments sont désormais nécessaires. La fonction de préhension est obtenue à partir d'un fonctionnement en « mode différentiel » des deux paires, comme l'illustre la **Figure 4.7 (b)**. Pour exploiter ce « mode différentiel », on utilise des

pinces constituées de coques métalliques souples, représentées **Figure 4.8**, qui se déforment radialement pour un effort axial appliqué sur les faces.



(a) Translation par Inchworm classique

(b) Translation dans QUASIMODO

(c) Translation avec partie mobile passive

Figure 4.7 - Mouvement de translation en Inchworm

L'obtention d'un pas se décompose en 5 étapes :

- **Etape 1** : les deux éléments piézoélectriques sont au repos sous 0 V, les deux coques sont embrayées et maintiennent le stator dans le bâti.
- **Etape 2** : un des éléments s'allonge lorsque il est alimenté sous la tension V_{max} et réalise un déplacement axial de la face extérieure d'une des coques. Cette dernière se déforme radialement et se libère du bâti. L'autre coque subit un effort de compression sur la face intérieure qui ne peut entraîner qu'une extension radiale de la coque et le maintien de cette dernière en position embrayé. Elle constitue ainsi un point fixe.

- **Etape 3 :** Le second élément piézoélectrique est alimenté sous la tension V_{max} et s'allonge pour atteindre la même longueur que le premier élément. La coque libre se recomprime et embraye de nouveau la bâti.
- **Etape 4 :** Le premier élément piézoélectrique est maintenant alimenté sous 0 V et diminue de longueur. Ce déplacement libère la seconde coque du bâti. La première constitue maintenant le point fixe.
- **Etape 5 :** Le second élément piézoélectrique est alimenté sous 0 V et se rétracte également. La seconde coque se recomprime et embraye le bâti. La configuration obtenue ici est identique à l'étape 1. Une avance d'un pas élémentaire a été réalisée.

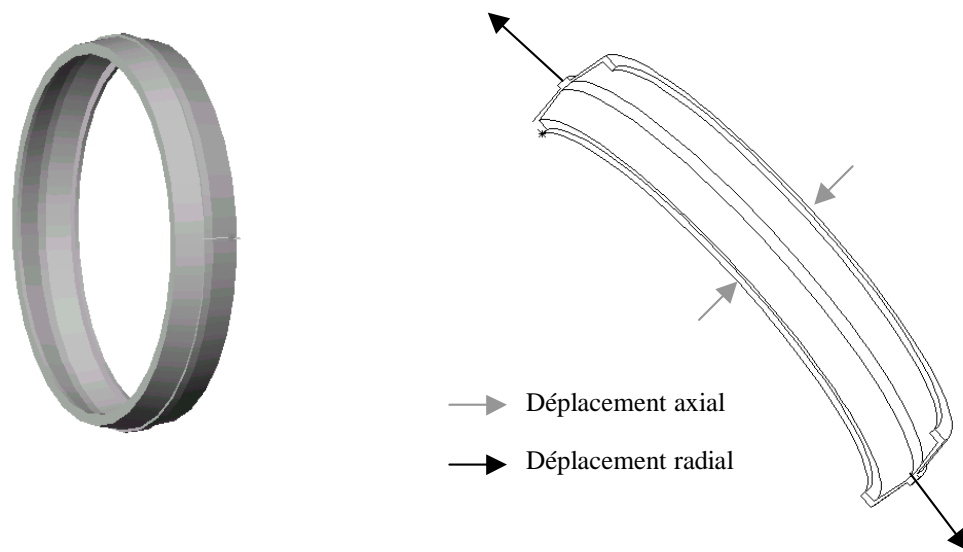


Figure 4.8 - Pince sous forme d'une coque souple

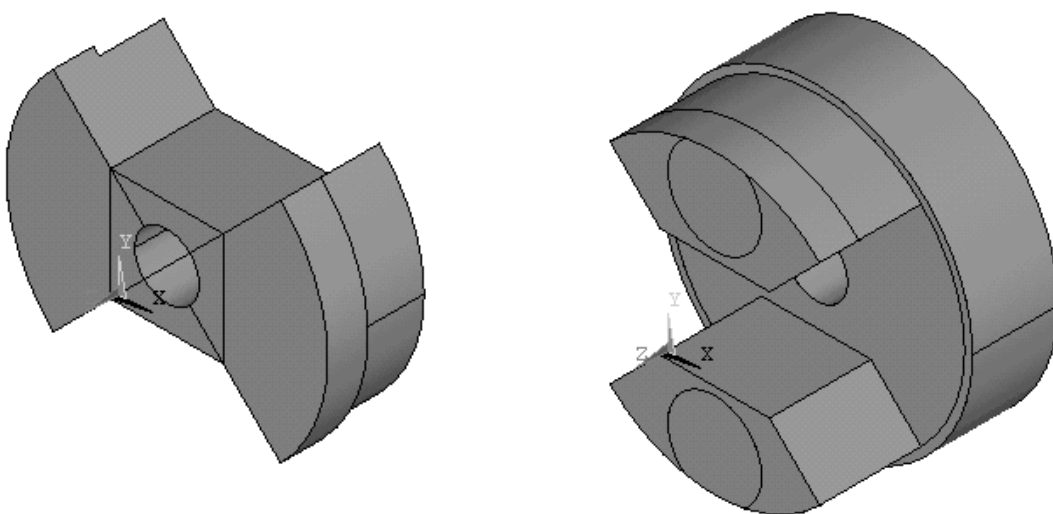


Figure 4.9 - Vue 3D du coupleur et d'une contre-masse

Chaque pince est comprimée entre une contre-masse et le coupleur représentés **Figure 4.9**. La géométrie de ces pièces fait qu'une contre-masse est actionnée par une paire de céramiques et le coupleur par l'autre paire. C'est donc la différence d'élongation entre les deux paires de céramiques qui assure l'embrayage et le débrayage de la pince.

Remarquons que si l'élément mobile correspond à la partie passive, comme dans le cas de la **Figure 4.7(c)**, la fonction « actionneur » correspond alors à un pilotage en mode « commun » des deux éléments.

Chaque céramique est précontrainte par une vis. Cette disposition permet d'une part de protéger et d'utiliser de manière optimale les céramiques et d'autre part d'assurer la cohésion de l'ensemble du stator et un verrouillage au repos de la fonction translation.

1.4 - Principe du mouvement de rotation

Le mouvement de rotation est obtenu en exploitant un effet de rotation de mode. Ce mode correspond à la flexion en régime libre-libre du cylindre constituant le stator, les nœuds de vibration étant situés au niveau des pinces précédemment décrites.

Conformément au principe déjà utilisé dans les chapitres précédents, l'onde progressive en extrémité de la contre-masse résulte de combinaison de deux modes orthogonaux de flexion libre-libre excités temporellement en quadrature de phase. Chaque mode est excité par une paire de céramiques alimentées en opposition. Cette disposition permet d'utiliser les mêmes éléments actifs que ceux qui servent au mouvement de translation (**Figure 4.10**).

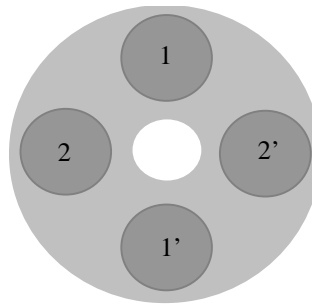


Figure 4.10 - Disposition des céramiques

La forme du coupleur et des contre-masses représentés sur la **Figure 4.9** permet aux céramiques de transmettre leurs déformées à la structure et d'assurer un bon couplage : l'effort des céramiques passe directement par le coupleur ou les contre-masses qui sont des pièces rigides.

1.5 - Formes d'ondes d'alimentation

Les 4 pieds de céramique représentés sur la **Figure 4.11** doivent être alimentés par 4 sources de tension indépendantes de manière à pouvoir utiliser le moteur selon ses deux degrés de liberté.

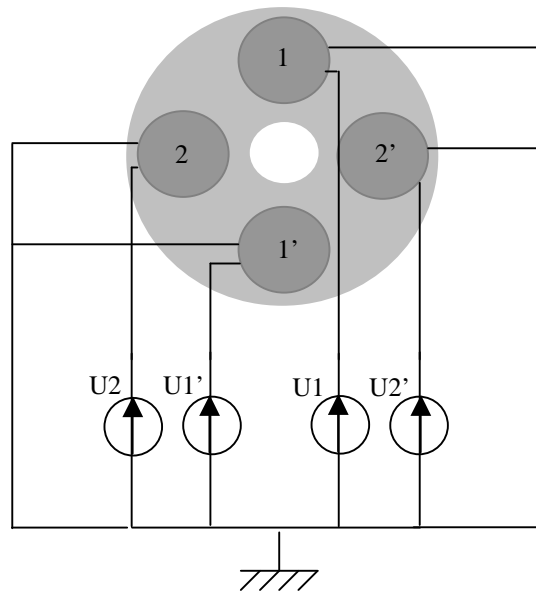


Figure 4.11 - Alimentation indépendante des 4 céramiques

A chaque degré de liberté correspond une forme d'onde (**Figure 4.12**):

- Le mouvement de translation est obtenu en alimentant les pieds 1 et 1' par des tensions trapézoïdales en quadrature de phase avec les tensions d'alimentations des pieds 2 et 2'. C'est le signe du déphasage qui fixe le sens de déplacement. Les fréquences d'alimentation sont basses afin d'éviter d'exciter tout mode de résonance.
- Le mouvement de rotation est obtenu en alimentant les pieds 1 et 1' en opposition de phase par des tensions sinusoïdales. Les pieds 2 et 2', également en opposition de phase, sont alimentés en quadrature de phase avec les tensions d'alimentation des pieds 1 et 1'. C'est encore le signe du déphasage qui fixe le sens de déplacement. La fréquence d'alimentation correspond au premier mode de flexion libre-libre. Dans le cas d'utilisation de céramiques multicouches, il est nécessaire d'ajouter une tension continue afin de toujours avoir les tensions d'alimentation positives.

Pour n'obtenir qu'un mouvement de translation, avec le principe mis en œuvre dans cette étude, deux alimentations suffiraient. Un actionneur Inchworm classique nécessite quant à lui trois alimentations.

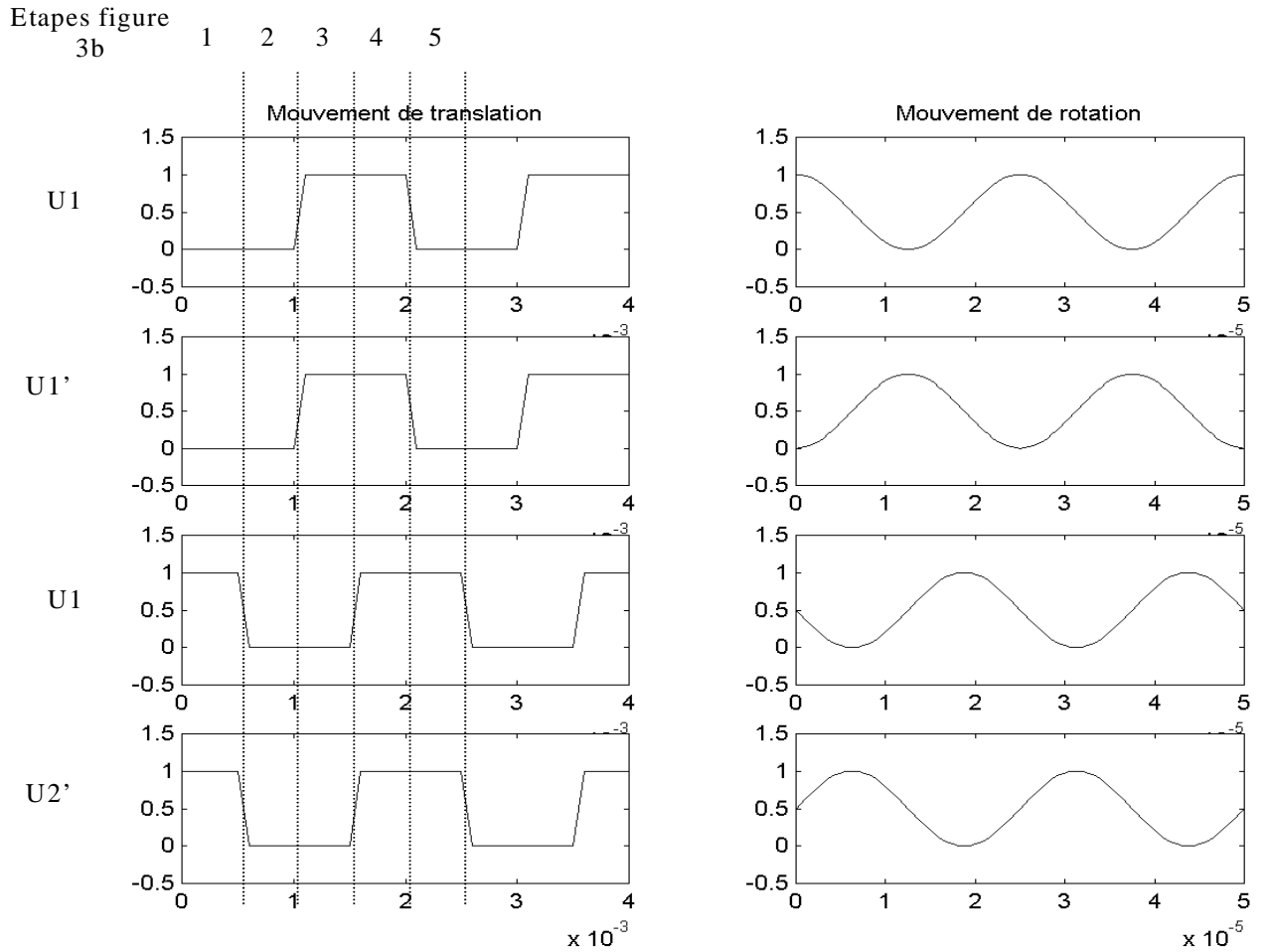


Figure 4.12 - Allures des tensions d'alimentations selon le type de mouvement

2 - Etude des coques

2.1 - Principe

La coque se présente sous la forme de la **Figure 4.13**. Maintenue et précontrainte entre les deux sous-ensembles d'une contre-masse, elle permet de transformer un déplacement axial en un déplacement radial. Le déplacement axial permettra de dégager ou non la coque du support du bâti. La coque joue donc le rôle d'un élément préhenseur utilisé dans les moteurs quasi-statiques. Sa section est définie selon le schéma de la **Figure 4.14**. Elle peut être réalisée avec différents matériaux : acier, aluminium, titane.

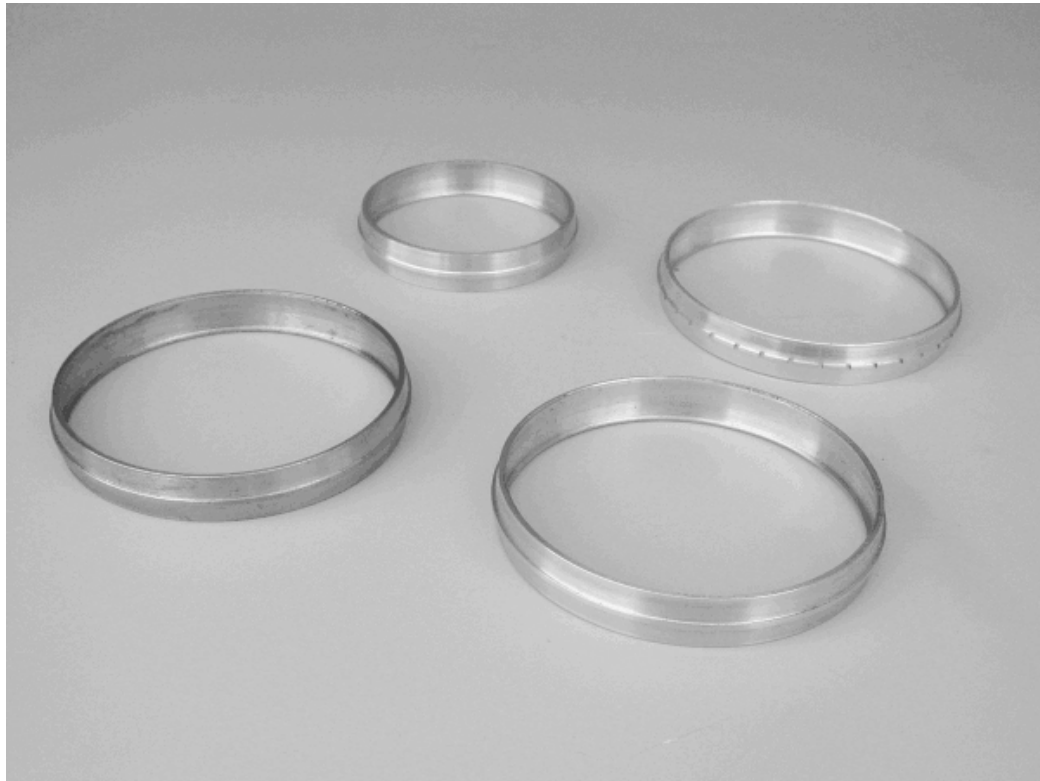


Figure 4.13 - Coques élastiques

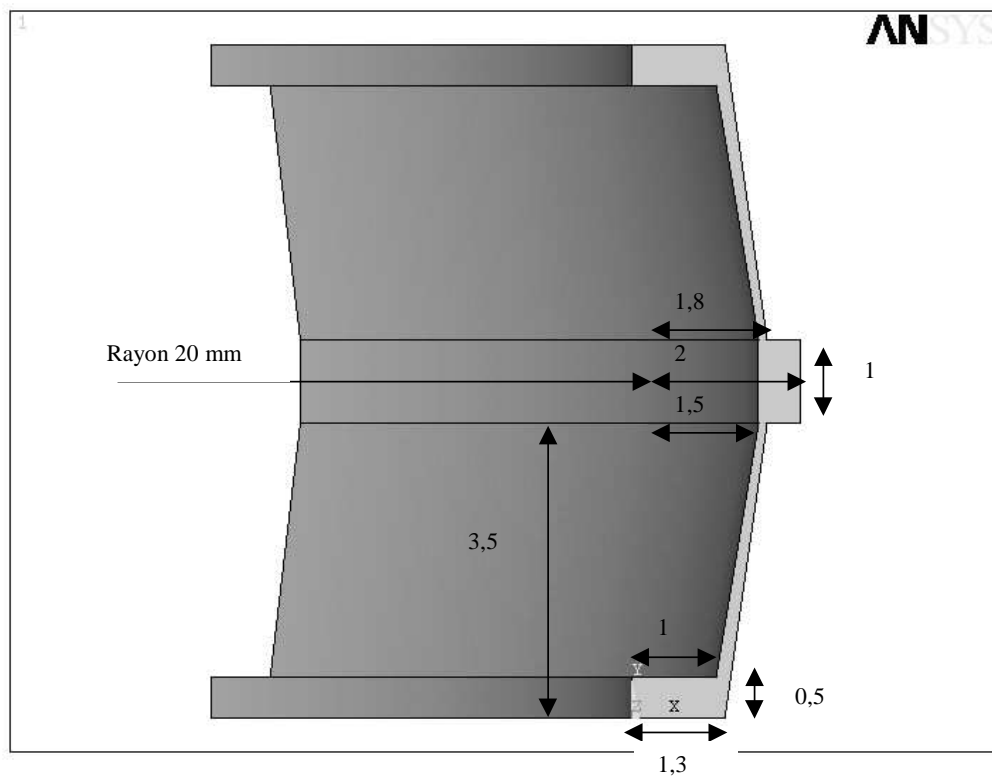


Figure 4.14 - Section d'une coque de 40 mm de diamètre

2.2 - Simulations ANSYS

Ces simulations doivent permettre d'affiner la géométrie de la coque en vue de répondre aux objectifs suivants :

- Essayer d'obtenir une amplitude de déplacement radial supérieure au déplacement axial (amplification des déformées) ;
- Calculer la raideur apparente de la pièce vue par les céramiques (raideur axiale) ;
- Calculer les déformées engendrées par les efforts que doit fournir le moteur en déplacement linéaire.

2.2.1 - Choix du matériau

Le **Tableau 4.1** donne les caractéristiques de différents matériaux.

Matériau	Module d'Young (G Pa)	Coef. de poisson	Densité (kg/m ³)
Acier	210	0.33	7500
Aluminium	75	0.34	2700
Titane	105	0.34	4500

Tableau 4.1 – Caractéristiques mécaniques de différents matériaux

Plus le module d'Young est important plus la coque doit être fine. Pour des raisons d'usinage, l'acier ne peut donc être utilisé. L'aluminium possède de mauvaises caractéristiques en terme de contact, mais une anodisation permet d'améliorer ce point. Les pinces du prototype seront donc en aluminium. Elles auraient aussi pu être en titane qui possède également de bonnes propriétés, qu'elles soient mécaniques ou tribologiques mais reste cependant d'usage plus coûteux .

2.2.2 - Compression axiale de 10 µm

Le but des simulations est d'obtenir l'amplitude du déplacement radial correspondant à un déplacement axial de 10 µm. Pour des contraintes de fabrication, l'épaisseur de la coque a été choisie de manière à être la plus épaisse possible tout en assurant une multiplication des déformées : l'épaisseur est donc de 0,3 mm. La **Figure 4.15** présente les déformées radiales pour un déplacement axial de 10 µm d'une des faces de la coque. En simulation, un déplacement sur le rayon de 11,5 µm est obtenu, soit une variation de 23 µm sur le diamètre de la pièce, d'où une multiplication de 2,3 de la déformée.

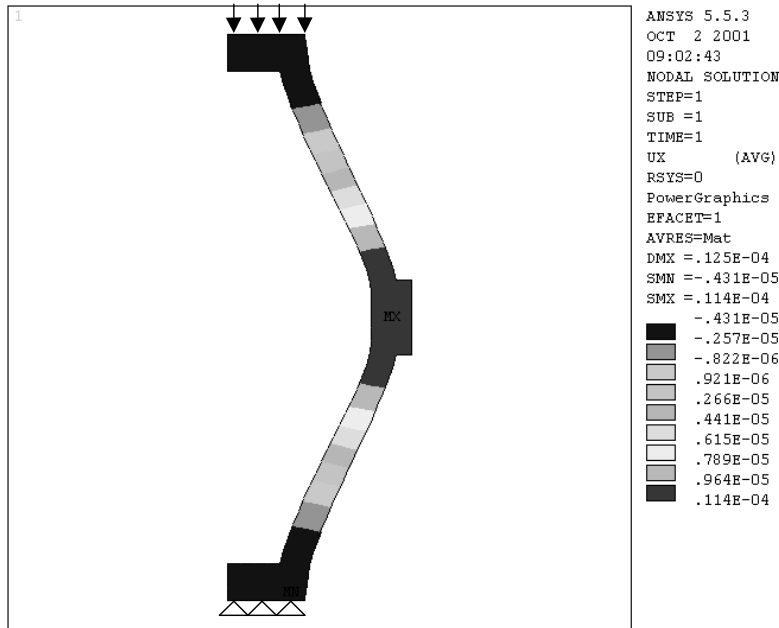


Figure 4.15 - Compression de 10 μm des faces



Figure 4.16 - Coque de 44 mm de diamètre et son support d'essai

Cependant, les essais réels n'ont pas révélé cet effet multiplicateur de déformée. Un contact engendrant une répartition d'effort constante sur toute la face est en effet nécessaire. Mais la présence de congés d'usinage dans la pièce support de la coque (**Figure 4.16**) entraîne au contraire un contact concentré sur la circonférence intérieure de la coque. Les déformées

résultantes radiales sont alors d'amplitudes bien plus faibles. Cette configuration correspond à la **Figure 4.17** et la simulation ne donne plus que 3 μm de déformée radiale.

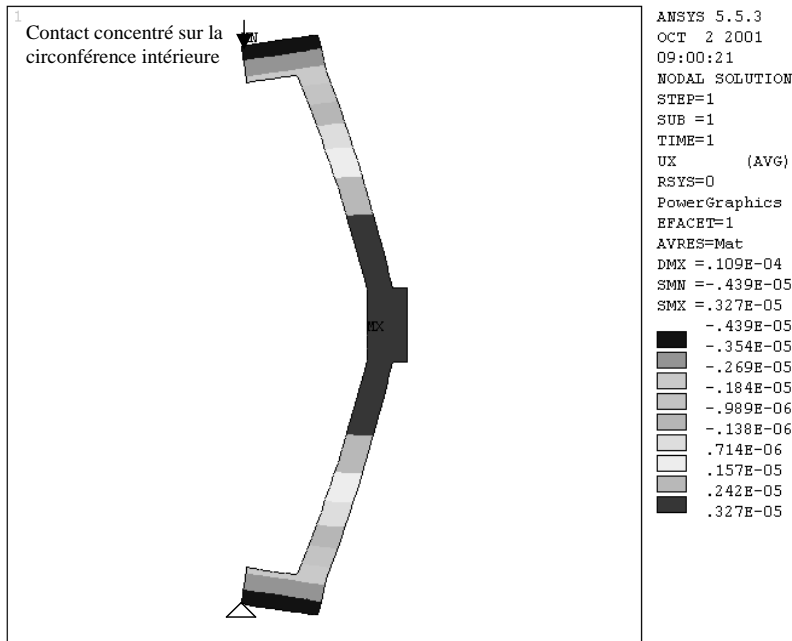


Figure 4.17 - Compression de 10 μm de l'arête intérieure des faces

Un contact concentré sur la circonférence extérieure de la coque (**Figure 4.18**) permet quant à lui de conserver des déformées résultantes radiales acceptables.

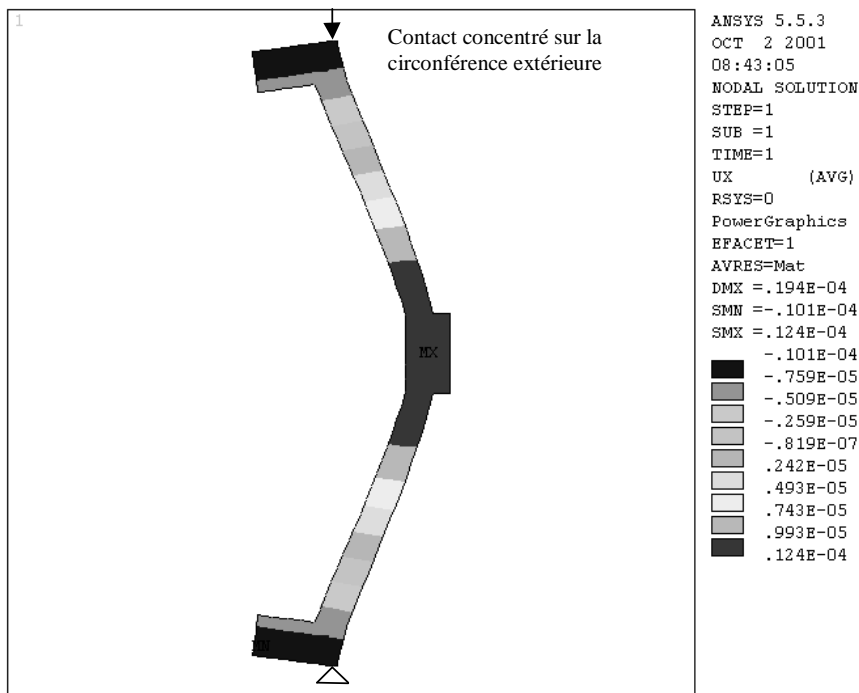


Figure 4.18 - Compression de 10 μm de l'arête extérieure des faces

Pour s'assurer de cette configuration, il est possible d'usiner la pièce avec un épaulement sur l'arête extérieure selon le schéma de la **Figure 4.19**. Dans ces conditions, la déformée radiale sur le rayon est de $13,5 \mu\text{m}$ soit $27 \mu\text{m}$ sur le diamètre, ce qui correspond à une multiplication de 2,7 de la déformée. Dans ce cas, la contrainte maximale dans la coque est de 80 MPa, valeur nettement inférieure à la limite élastique de l'aluminium.

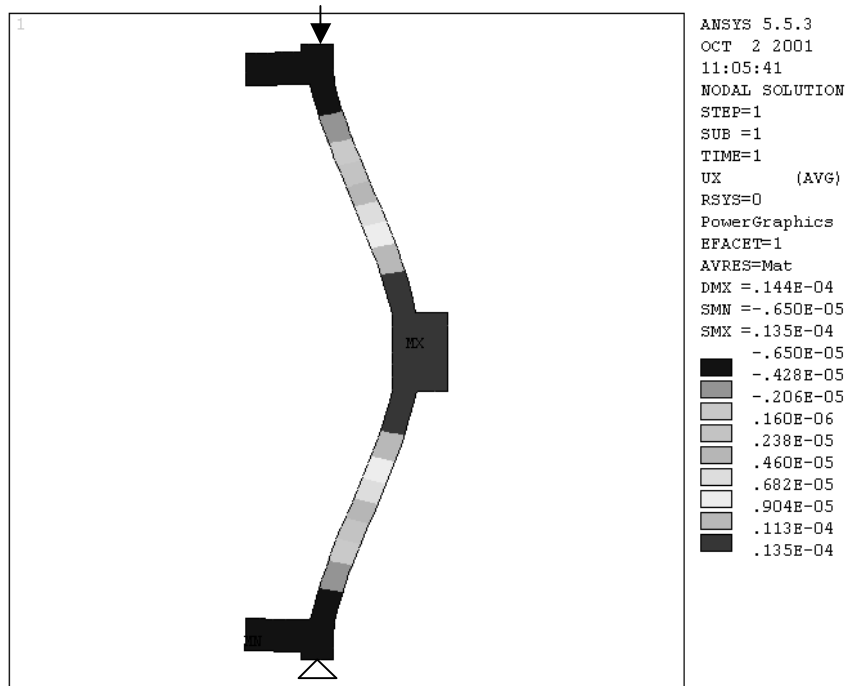


Figure 4.19 - Compression de $10 \mu\text{m}$ sur l'épaulement de la coque

2.2.3 - Effort radial, tangentiel et axial

La finalité du moteur est de pouvoir réaliser un effort axial en translation. Cet effort devra être transmis au bâti par l'intermédiaire des coques. Cet effort de frottement entre la coque et la bâti signifie la présence :

- D'un effort tangentiel par rapport aux coques qui correspond à l'effort axial du moteur ;
- D'un effort de compression radiale sur la coque pour pouvoir générer par frottement sec l'effort tangentiel déjà cité.

Les déformées de la coque calculées précédemment pourront donc être modifiées par la présence de ces efforts. Les amplitudes de déformations doivent rester suffisamment grandes pour assurer l'embrayage/débrayage des pinces. Les coques doivent donc être suffisamment rigides par rapport aux efforts tangentiels et radiaux afin que les déformées engendrées par ces derniers soient de faible amplitude par rapports aux mouvements utiles. Les simulations des **Figure 4.20** et **Figure 4.21** permettent de visualiser les déformées de la

coques sous une action de 100 N en radial ou tangentiel. Les déformées sont dans les deux cas inférieures à $0,3 \mu\text{m}$ et sont donc négligeables par rapport aux déformées de la coque qui assurent sont débrayage/embrayage.

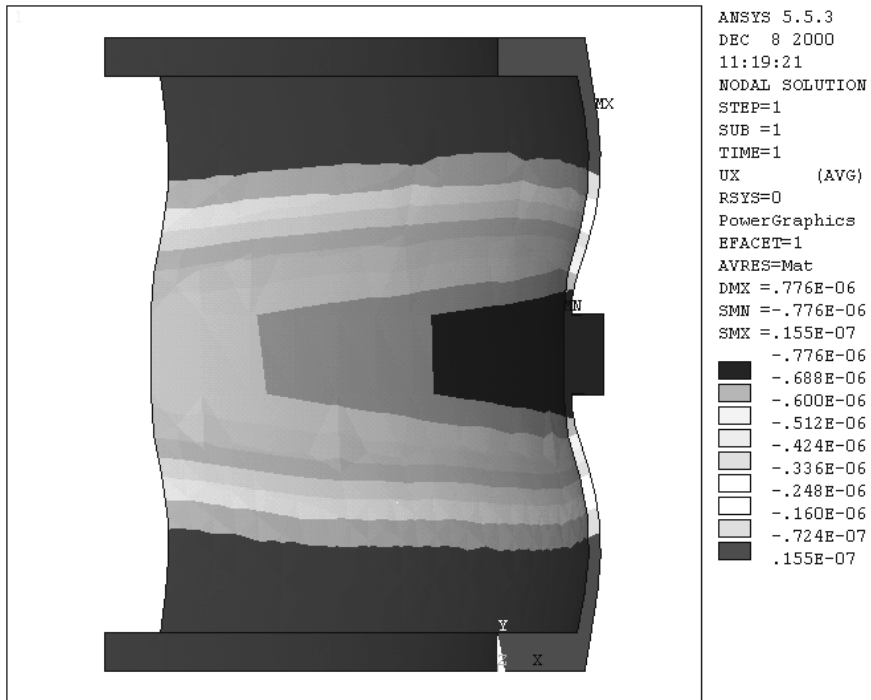


Figure 4.20 - Compression radiale sous 100 N

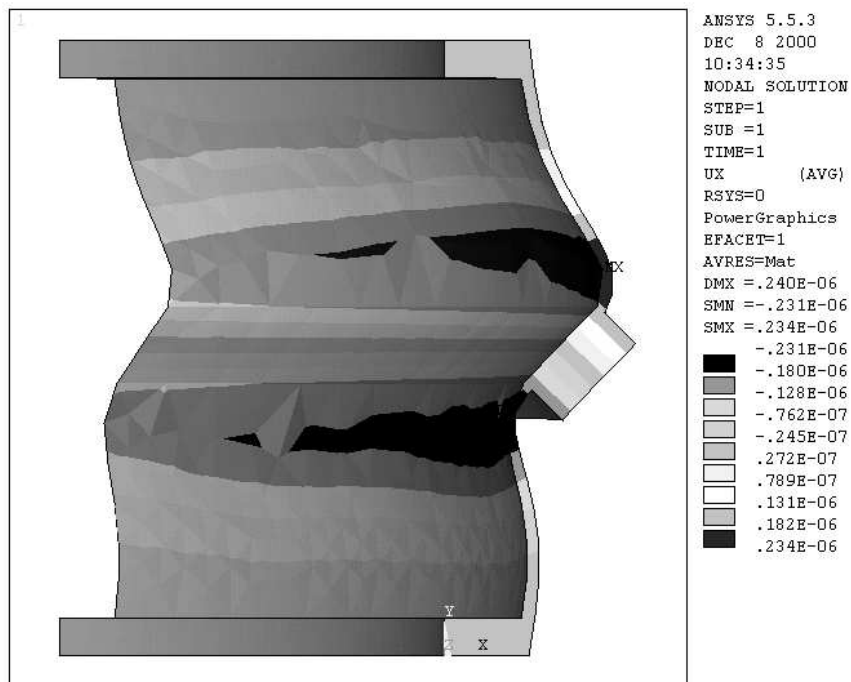


Figure 4.21 - Effort tangentiel de 100 N

Il est également intéressant d'estimer la raideur qu'oppose la coque aux céramiques. Un effort de 1000 N appliqué sur les faces de cette dernière induit une déformée axiale de 30 μm . La raideur est donc d'environ 33 N/ μm et est négligeable devant celle des céramiques.

2.3 - Essais de la coque de diamètre 58 mm

Une coque avec un épaulement privilégiant le contact sur la circonférence extérieure a été usinée. En aluminium, elle présente un diamètre extérieur de 58 mm.

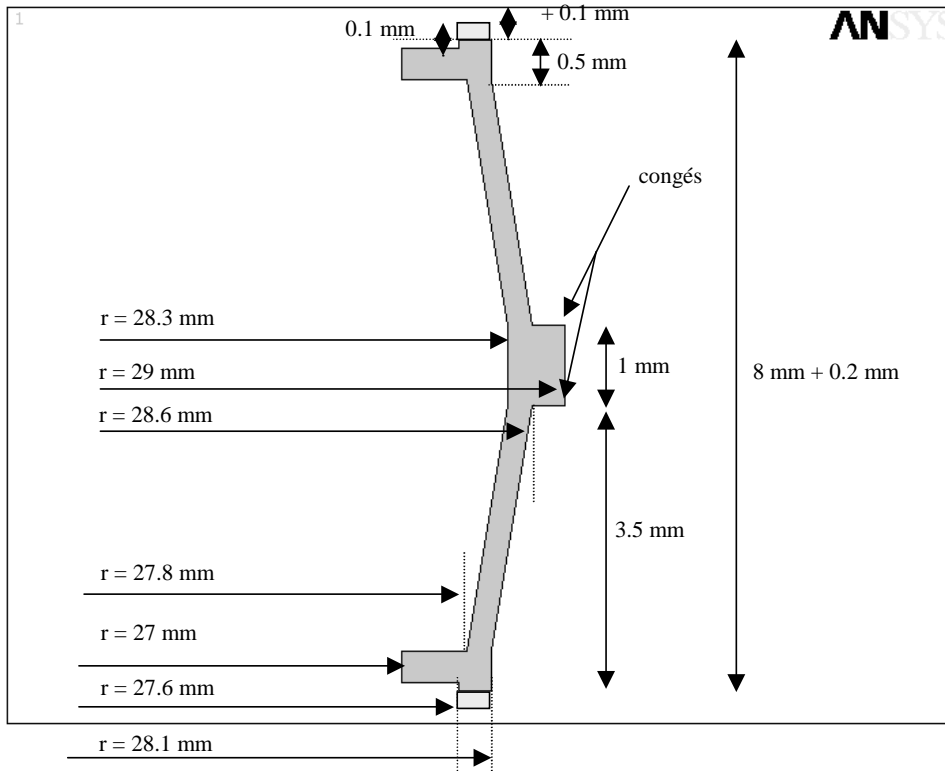


Figure 4.22 - Section d'une coque de 58 mm de diamètre

La coque a été essayée en compression à l'aide de deux céramiques multicouches de PI [PI @]. Une déformée axiale de 8 μm donne une déformée radiale non constante sur le pourtour variant entre 4 et 7 μm . Le gain moyen en déformée est de 1,375 sur le diamètre. Le gain théorique en déformée n'est donc pas atteint.

Pour minimiser l'énergie de déformation de la coque, des rainures sur la périphérie de la coque ont été usinées (**Figure 4.23**). Deux types de mesures de déformation ont été effectués. Une première, en compression à l'aide de deux céramiques multicouches PI et en mesurant la déformée à l'aide d'un comparateur, a donné une déformée radiale de 6 μm pour une déformée axiale de 6 μm . Une seconde, en comprimant la coque à l'aide d'un étai et en mesurant la déformation à l'aide d'un palmeur, a donné les résultats de la **Figure 4.24**. Ces deux mesures donnent un gain, entre la déformée axiale et la variation de diamètre, de l'ordre de 2. Ce résultat est supérieur à celui de la coque sans rainures. Cette déformée n'est

cependant obtenue que pour les parties de coques subissant effectivement un effort (contact entre le coupleur et la contre-masse) comme indiqué sur la **Figure 4.24**.



Figure 4.23 - Coque 58 mm rainurée

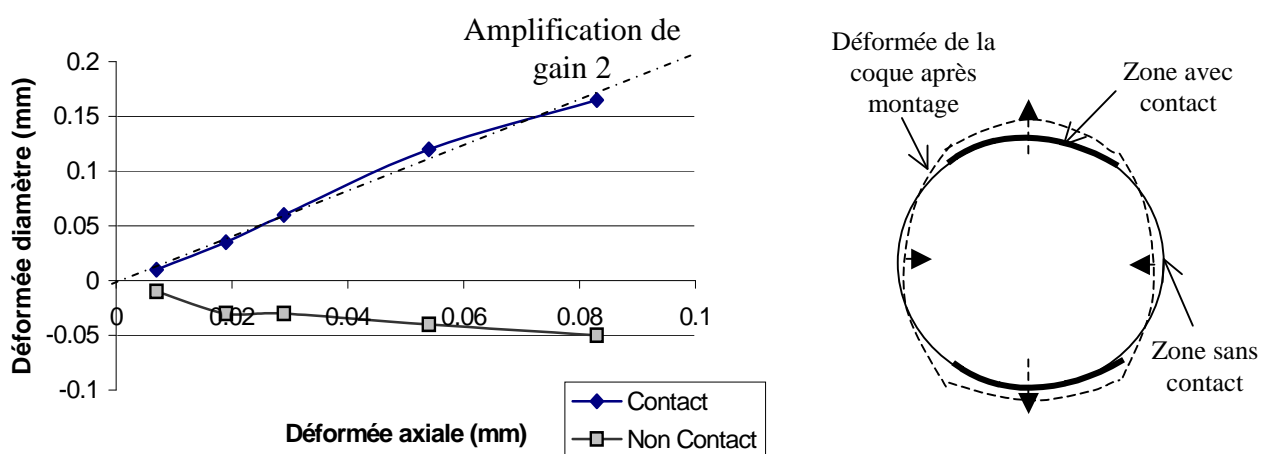


Figure 4.24 – Mesures et répartition des déformées de la coque 58 mm rainurée

Pour tester l'aptitude à constituer une pince, la coque rainurée a été montée en compression à l'aide de céramiques multicouches dans un alésage. Avec des céramiques PI (11*11*18 mm, 100 V), la déformation de la coque a permis de soulever une masse de :

- 330 g (poids de l'alésage en aluminium) pour une tension minimale de 30 V ;
- 620 g (poids du stator) pur une tension minimale de 60 V.

3 - Choix des céramiques

L'actionneur présente deux modes de fonctionnement différents : un premier, quasistatique, où sont recherchées des déformées de fortes amplitudes à faible fréquence d'excitation, un second, résonant, où les fréquences d'excitation sont beaucoup plus importantes et les déformées des céramiques peuvent être de plus faibles valeurs. Pour atteindre des déformées d'amplitude suffisante sous des tensions raisonnables, la technologie multicouche a été choisie. Une forme annulaire permet de régler la précontrainte de chaque céramique par une vis.

Deux types de céramiques piézoélectriques multicouches ont été testées. Elles proviennent du constructeur Danois Noliac (anciennement Ferroperm). Elles peuvent être alimentées entre 0 et 200 V. L'anneau élémentaire a une épaisseur de 2 mm pour un diamètre extérieur de 20 mm et un diamètre intérieur de 12 mm.

Les premières étaient des céramiques dures (Noliac est un des seuls constructeurs à proposer des céramiques dures multicouches) à faibles pertes afin de pouvoir travailler à la résonance. Le conditionnement de ces dernières étaient sous forme d'anneaux individuels de 2 mm d'épaisseur. Chaque pied était réalisé en empilant trois stacks de 2 mm. Les essais n'ont cependant pas été concluants : la faible déformée de 6 μm de ces céramiques, probablement perdue dans le jeu des différentes interfaces du montage mécanique, était insuffisante pour assurer une déformation radiale des coques. De plus, un claquage électrique entre les céramiques et les pièces mécaniques du stator a débouché sur la rupture mécanique d'un pied de céramiques.

Les secondes céramiques ont été choisies à base de matériaux piézoélectriques doux pour augmenter les déformées et favoriser le fonctionnement du moteur en translation. Le conditionnement était cette fois-ci sous la forme de stacks de 8 mm d'épaisseurs réalisés à partir de 3 anneaux de 2 mm et de deux plaques isolantes de 1 mm. Les essais décrits dans la suite du chapitre ont été réalisés en prenant pour chaque pieds deux stacks de 8 mm. Les caractéristiques de ces céramiques multicouches sont données dans le tableau suivant :

Propriétés	Spécifications
Matériau piézoélectrique	PZT - S1 (doux intermédiaire)
Diamètre extérieur	20 mm
Diamètre intérieur	12 mm
Epaisseur	8 mm (dont 2*1 mm d'isolant aux extrémités)
Tension maximale	200 V
Déplacement à vide	8,8 μm
Effort bloqué	12000 N
Capacité	2330 nF
Température Curie, Travail	350 °C, 150 °C

Tableau 4.1 - Caractéristiques d'un stack Noliac

4 - Calcul des modes de résonance du moteur

Le mouvement de rotation est obtenu en excitant le stator selon son premier mode de flexion libre-libre de la même manière que les moteurs à rotation de mode étudiés dans le chapitre 2. La flexion est obtenue sous l'action des pieds de céramiques multicouches (2 par mode de flexion). La **Figure 4.25** représente ce mode de résonance pour la structure considérée avec des céramiques multicouches de 6 mm d'épaisseur. L'utilisation de céramiques plus épaisses induit des modes de torsion de fréquence proche à celle du mode de flexion.

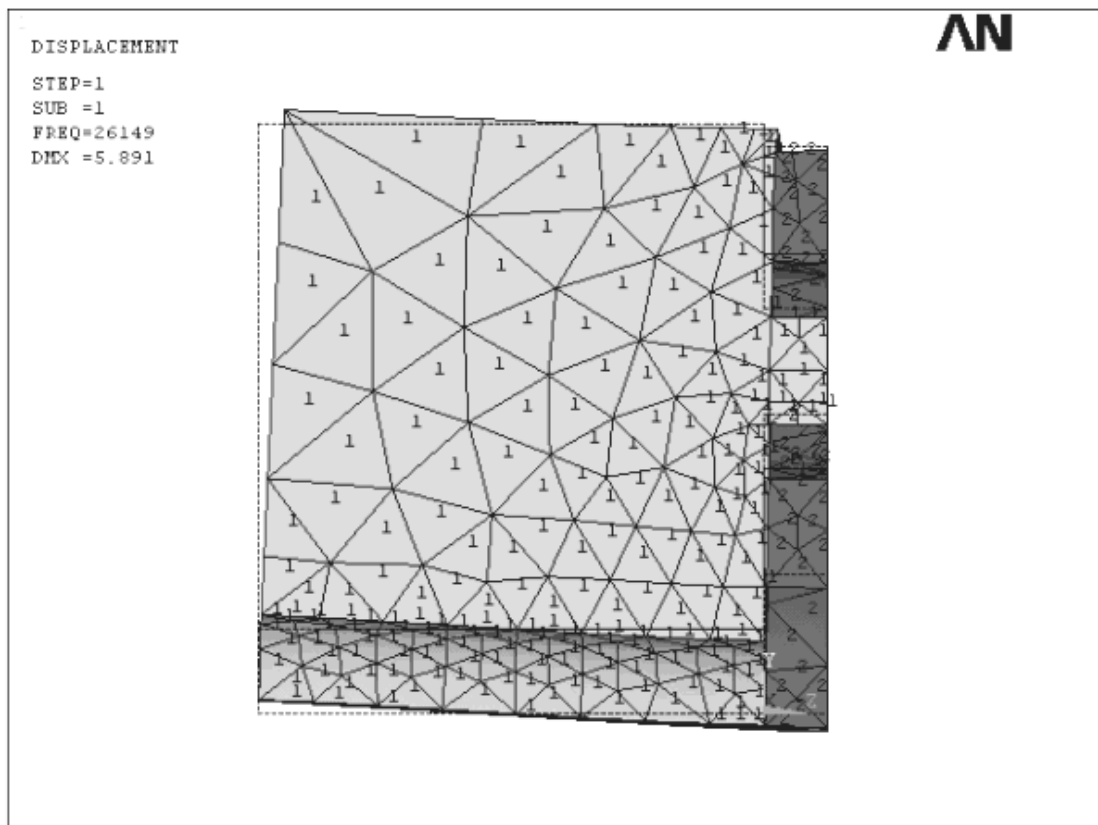


Figure 4.25 - Mode de résonance en flexion du moteur

Les paramètres électromécaniques du moteur peuvent également être obtenus par simulation numérique. Le tableau suivant résume les résultats obtenus sous ANSYS. La contrainte maximale dans les céramiques est d'environ 20 MPa pour 1 μm de déformée orthogonale. Cette valeur est importante et limitera l'amplitude vibratoire utilisable. Il serait possible de diminuer cette contrainte en choisissant un matériau pour les contre-masses plus léger et moins raide tel qu'un alliage d'aluminium.

Grandeurs obtenues par ANSYS (1/8 de la géométrie est simulée)	Paramètres électromécaniques déduits
Déformées : Orthogonale : $U = 3.658$ Axiale : $r_e \psi = 5.867$	Facteur d'ellipse : $\Theta = 0,62$
Energie élastique : $V = 0,1404.10^{11}$	Raideur modale : $K = 16.8.10^9$ N/m
Energie cinétique : $T = 0,1404.10^{11}$	Masse modale : $M = 724$ g
Charge : $Q_c = 1,007$	Facteur d'effort : $\underline{N} = 1,1$ N/V (pour 2 plots massif de 2*3 mm d'épaisseur)
Contrainte max. : $T_{\max} = 0,8.10^{14}$	Contrainte par μm de déformée orthogonale $U : 22$ MPa / μm

Tableau 4.2 - Calcul des paramètres électromécaniques

Pour ce stator avec deux rotors et pour une déformée de 1 μm , il est possible d'espérer obtenir un couple bloqué de 2,5 N.m pour une vitesse à vide de 60 tr/min. La tension d'alimentation pour céramiques multicouches (chaque couche a environ 65 μm d'épaisseur) serait d'environ 8 V crête. Il est à noter que la contrainte maximale limite l'amplitude vibratoire et induit un taux de contact relativement important (angle de contact de 186 °, pour 3 MPa d'effort presseur maximal). La raideur de la structure entraînerait des pertes mécaniques dans le stator importantes. L'échauffement du moteur limiterait également l'amplitude vibratoire d'utilisation.

5 - Etude du moteur assemblé

5.1 - Déformées des coques

Les coques assemblées avec le reste du stator subissent des déformations. Les schémas de la **Figure 4.29** indiquent les dimensions extérieures et les déformations des deux coques pour différentes configurations :

- Coques seules non contraintes : le diamètre extérieur est de 58 mm, les coques sont circulaires ;
- Coques précontraintes par les différentes pièces du moteur : le contact ne s'effectue sur les deux faces d'une coque que sur deux quarts de la circonférence, les déformées radiales de compression ne s'effectuent qu'à ces endroits et ovalisent la forme générale des coques.
- Coques précontraintes par les différentes pièces du moteur et mise sous tension d'une paire de céramiques : la mise sous tension d'une paire de céramiques (**Figure 4.29(a)**) ou de l'autre (**Figure 4.29(b)**) lors d'essais réalisés sous 150 V engendre des déformées axiales et radiales sur les coques,

ces déformées n'ayant lieu qu'au niveau des deux quarts de circonférence déjà cités.

Les déformées sous l'action des céramiques ne concernent qu'une zone limitée des coques. La fonction d'embrayage/débrayage des coques ne peut donc s'effectuer sur la globalité de la circonférence. Le support du moteur représenté sur la **Figure 4.26** a donc été usiné en privilégiant les contacts au niveau de ces zones. Il prend la forme de deux anneaux fendus et reliés pour permettre de régler la précontrainte sur chacune des deux coques.

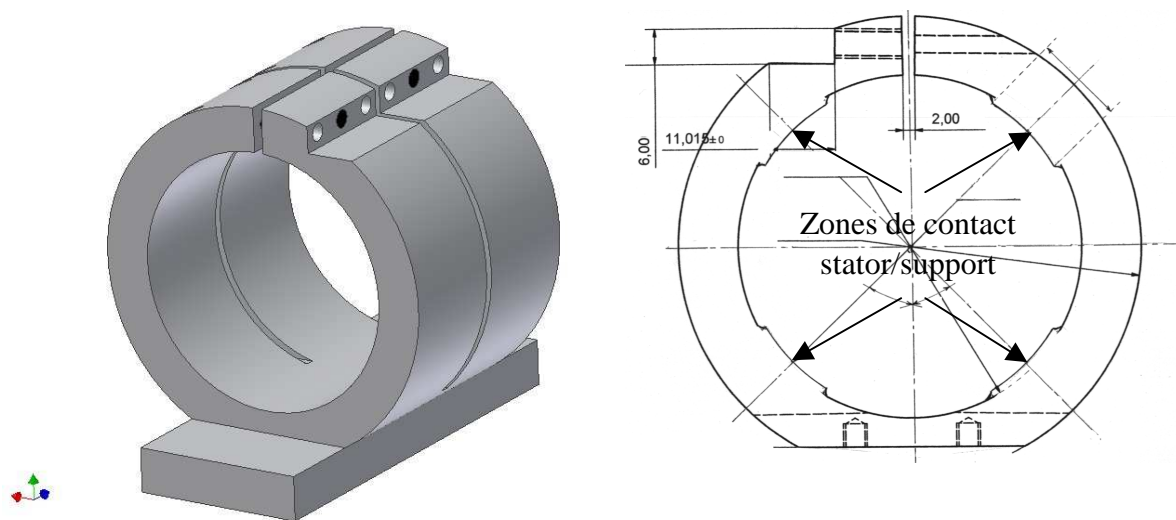


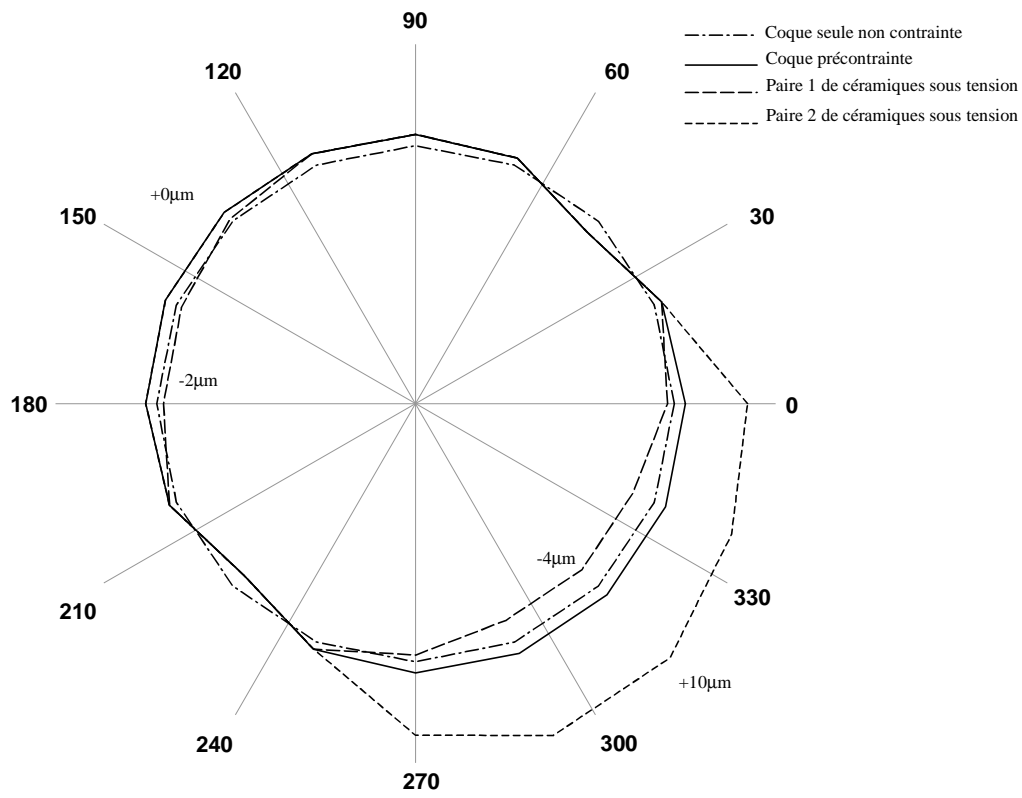
Figure 4.26 - Support du moteur



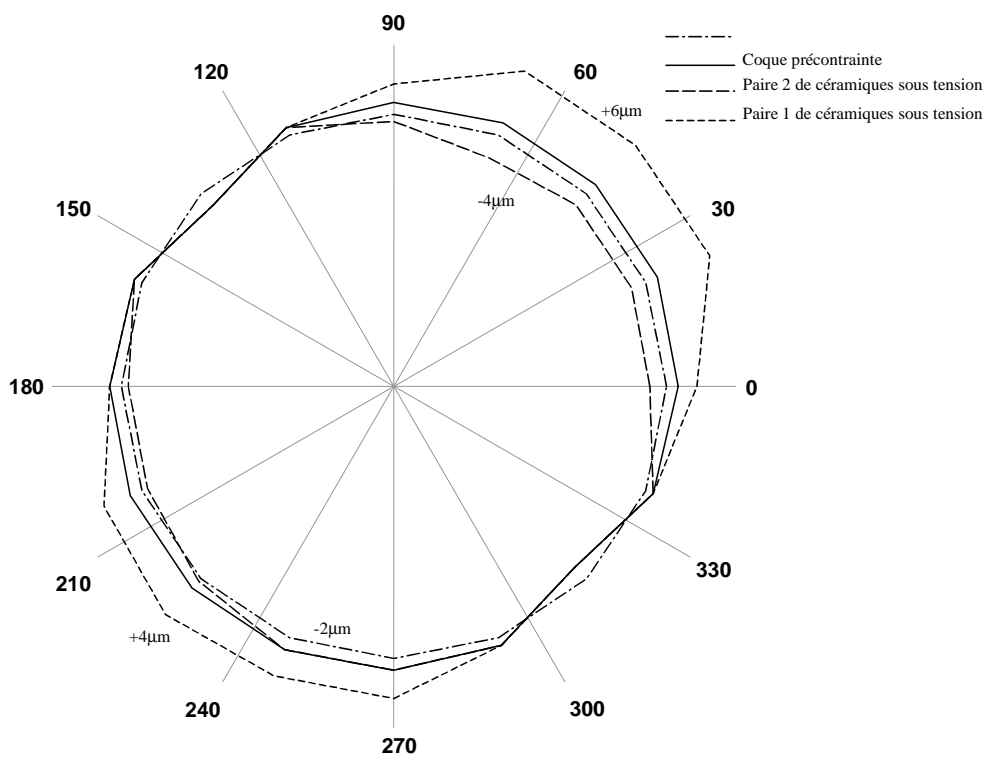
Figure 4.27 - Pièces du moteur non assemblées



Figure 4.28 - Stator assemblé



(a)



(b)

Figure 4.29 - Déformées des coques assemblées

5.2 - Mouvement de translation

Une fois le moteur placé dans son support, des essais du mouvement en translation ont été effectués et ont permis de valider le principe de fonctionnement. Les coques étaient faiblement précontraintes par le support. L'alimentation a été réalisée par un amplificateur linéaire double voie réalisé au laboratoire (amplitude maximale de 120 V). Les deux signaux de commande étaient trapézoïdaux et déphasés de 90 degrés. Le signe du déphasage a permis de piloter le sens de déplacement. Des essais de 1000 pas en avant et de 1000 pas en arrière ont été effectués à 120 V pour différentes fréquences (25, 50, 75 et 100 Hz) et à 50 Hz pour différentes tensions (45, 65, 90 et 120 V). La **Figure 4.31** et la **Figure 4.32** rassemblent les courbes des déplacements mesurés sur la maquette. La première série d'essais à tension maximale de 120 V présente un pas d'avance moyen d'environ 3 μm et une vitesse proportionnelle à la fréquence d'alimentation qui se situe autour de 0,2 $\text{mm}\cdot\text{min}^{-1}\cdot\text{Hz}^{-1}$. Le second essai présente un pas d'avance moyen proportionnel à la tension d'alimentation (0,03 $\mu\text{m}\cdot\text{V}^{-1}$) sauf pour la tension minimale d'alimentation de 45 V.



Figure 4.30 - Moteur dans son support lors d'un essai en translation

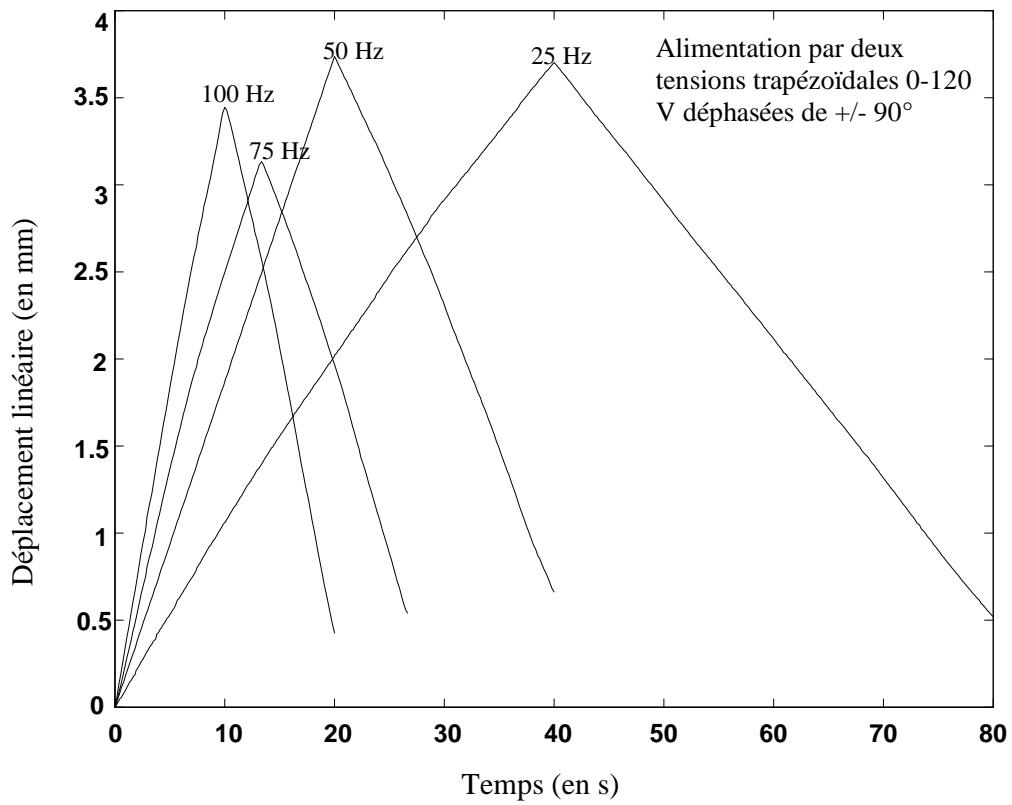


Figure 4.31 - Déplacement linéaire pour différentes fréquences d'alimentation

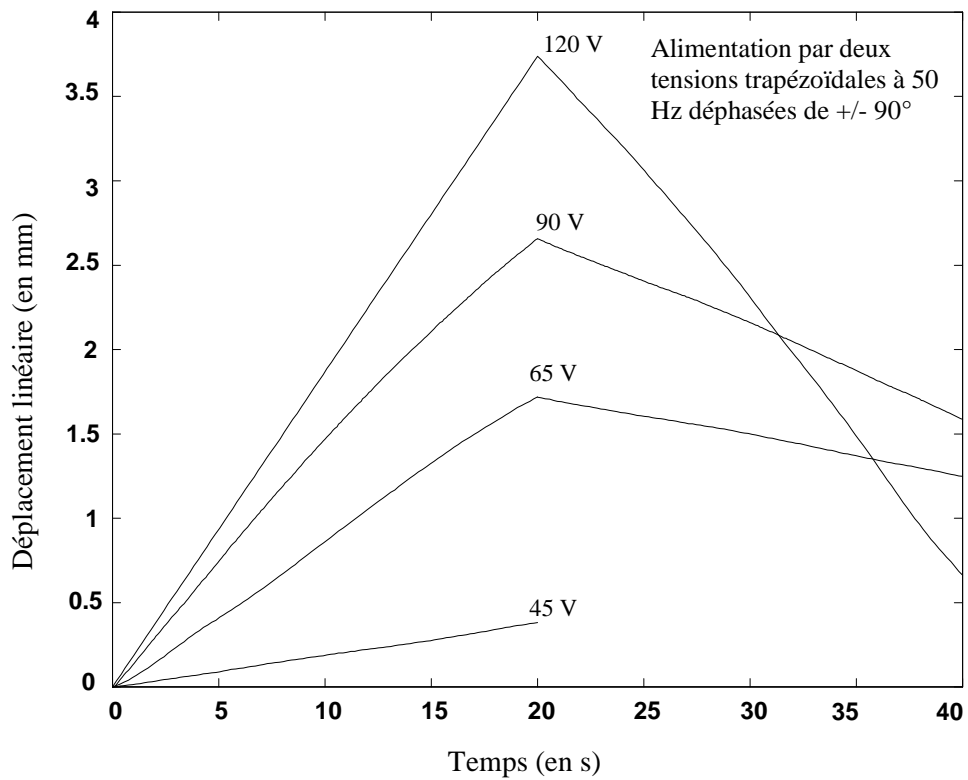


Figure 4.32 - Déplacement linéaire pour différentes tensions d'alimentation

5.3 - Efforts

Les essais précédents ont été faits pour un moteur sans chargement axial et pour un effort de serrage des coques faible. Des essais en chargement ont été réalisés à l'aide de poids suspendus à une poulie. Le moteur dans les conditions précédentes a pu développer un effort d'environ 1 N. Cet effort est nettement inférieur aux performances escomptées. Pour pouvoir développer des efforts plus importants, la coque doit être précontrainte de manière plus importante afin d'augmenter l'effort normal et permettre ainsi d'augmenter la force transmissible par frottement. Dans ces conditions, le moteur reste immobile. La déformée des coques sous l'action des céramiques reste insuffisante pour débrayer les pinces. Les pinces non débrayées transmettent d'ailleurs un mouvement vibratoire au support. L'effort de précontrainte engendre donc dans ces conditions des déformées au niveau des coques qui ne sont pas négligeables devant les déformées de débrayage/embrayage. Les calculs préalables avaient supposé un contact coque/support réparti sur l'ensemble de la circonférence en supposant une déformation homogène de la coque. Cette dernière ne se déforme pas en réalité de manière uniforme, son ovalisation induit un contact avec le support limité à deux zones de faibles dimensions. Une simulation ANSYS de ce type de contact et un effort de 1 N donne une déformée de $0,5 \mu\text{m}$. Cette déformée est largement supérieure à celle obtenue pour des efforts de 100 N répartie sur la totalité de la circonférence (paragraphe 2.2.3 -).

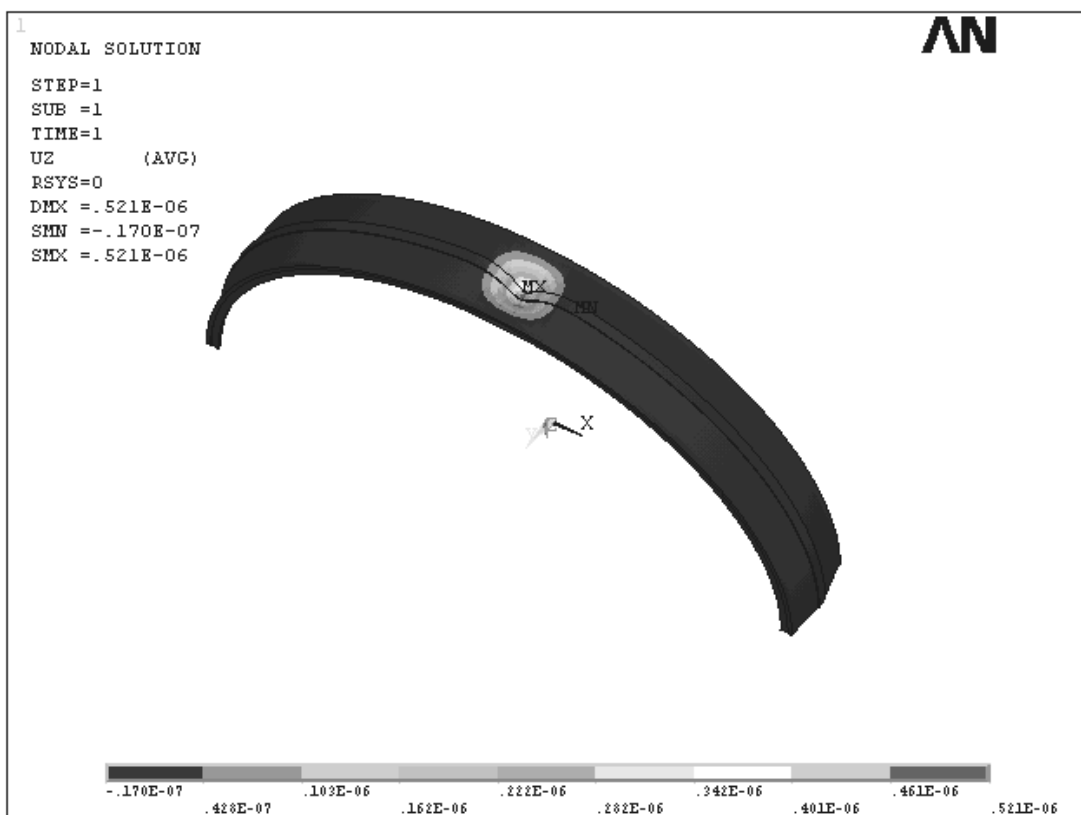


Figure 4.33 - Déformation de la coque avec contact ponctuel

Les éléments préhenseurs (**Figure 4.34**) des futurs prototypes devront prendre en compte cette localisation du contact Stator/Support. Au lieu de se présenter sous la forme de coques de révolution, ils pourront être réalisés à l'aide de lames localisées au niveau des points d'appui du stator et suffisamment raide pour transmettre les efforts désirés.

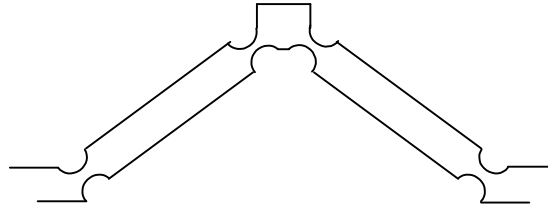


Figure 4.34 - Section d'un préhenseur sous forme de lames articulées

6 - Conclusion

Ce chapitre a présenté l'intégration au sein de la structure du moteur à rotation de mode d'un actionneur inchworm quasistatique. Cette intégration a conduit à proposer une structure originale qui combine les deux fonctions de rotation et de translation et qui a fait l'objet d'une démarche de protection par brevet. Le principe de fonctionnement de la fonction linéaire de l'actionneur est original et se distingue des moteurs inchworm traditionnels par le fait qu'il réalise le débrayage et l'avance d'une pince dans une même séquence : en effet, le mouvement de translation est obtenu par la déformée en mode commun des éléments actifs et le débrayage est assuré par la déformée différentielle de ces deux mêmes éléments, chaque élément étant constitué ici par une paire de céramiques. Le blocage hors alimentation est réalisé par la déformation radiale des coques élastiques, déformation assurée par la précontrainte des vis d'assemblage du stator. Cette particularité permet de diminuer le nombre de céramiques à commander et se contente de deux éléments électroactifs. Le sens de déplacement est donné par le déphasage entre les tensions d'alimentation. Une maquette du moteur a été réalisée et a permis de valider ce principe de fonctionnement. L'effort généré reste cependant de faible valeur (inférieur à 1 N). Les coques utilisées pour réaliser les pinces d'embrayage/débrayage apparaissent trop souples pour pouvoir concilier la fonction débrayage et la génération d'efforts importants.

Chapitre 5

Alimentation polyvalente à large bande passante pour le pilotage combiné de l'actionneur en mode résonnant ou quasistatique

1 - Introduction

Un onduleur à résonance a une plage de fonctionnement réduite à une bande de fréquence étroite. Il est de plus dédié à une charge électrique particulière. L'actionneur présenté dans le chapitre précédent nécessite l'alimentation des phases sous des formes d'ondes :

- rectangulaires basses fréquences (moins d'un kHz) pour un fonctionnement quasi-statique ;
- sinusoïdales hautes fréquences (plusieurs kHz) pour un fonctionnement résonant.

L'objectif est ici de réaliser une alimentation apte à délivrer ces types de signaux sur une charge piézoélectrique et possédant donc une large bande passante. Une solution connue s'impose : l'onduleur MLI.

2 - Filtre LC et charge piézoélectrique

Un actionneur piézo-électrique se comporte comme une charge capacitive. Pour l'alimenter à l'aide d'un onduleur de tension, il est donc nécessaire de placer un filtre LC afin d'assurer la compatibilité des sources.

Le dimensionnement de ce filtre dépend du rapport tension sur courant d'alimentation E/I (**Figure 5.1**). Un actionneur piézo-électrique présente des tensions élevées vis à vis des puissances mises en jeu. Comparativement à un moteur électromagnétique qui est caractérisé par un rapport tension sur courant d'alimentation E/I faible (environ 20 pour un moteur à courant continu de 5W), l'actionneur piézoélectrique est caractérisé par un rapport E/I beaucoup plus important (environ 200 pour un actionneur à onde progressive de même puissance 5 W). Afin de dimensionner le filtre, il est intéressant d'exprimer les éléments L et C en fonction de ce rapport.

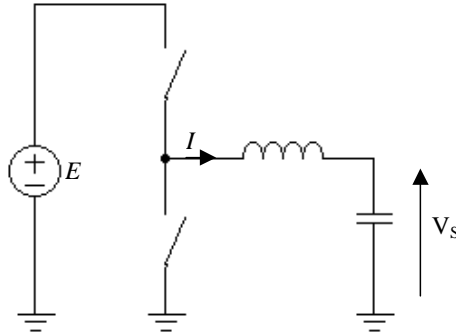


Figure 5.1 - Filtre LC

En supposant l'ondulation de tension V_s négligeable et le rapport cyclique fixé à 0,5 , l'inductance L du filtre se calcule à l'aide de l'expression suivante :

$$L = \frac{E}{4f\Delta I} = \frac{(E/I)}{4f(\Delta I/I)} \propto (E/I) \quad (5.1)$$

En supposant l'ondulation de courant triangulaire, la capacité du filtre prend pour expression :

$$C = \frac{\Delta I}{8f\Delta V_s} = \frac{(\Delta I/I)}{8f(\Delta V_s/E)(E/I)} \propto \frac{1}{(E/I)} \quad (5.2)$$

Dans ces expressions :

- α est un signe de proportionnalité ;
- f est la fréquence de découpage ;
- $\Delta I / I$ est l'ondulation relative de courant par rapport à la valeur nominale ;
- $\Delta V_s / E$ est l'ondulation relative de tension par rapport au bus continu.

Pour une charge électromagnétique classique où l'effort est fonction du courant, l'ondulation de courant $\Delta I / I$ est classiquement choisie autour de 30 %. Le rapport E/I étant de faible valeur, les valeurs d'inductances correspondantes restent faibles. Pour ce type de charge le filtrage s'effectue donc principalement par l'inductance.

Pour l'actionneur piézo-électrique, le rapport E/I étant important, le filtrage s'effectue essentiellement par la capacité. Limiter l'ondulation de courant dans l'inductance à 30% entraînerait des valeurs très importantes pour l'inductance. Il est donc préférable de choisir une ondulation de courant $\Delta I / I$ plus grande.

Remarquons aussi que la capacité du moteur piézoélectrique peut être suffisamment grande pour constituer la capacité du filtre. Dans ces conditions, le filtre LC ne se compose donc que de l'inductance et du condensateur naturellement présent dans la phase de l'actionneur piézo-électrique.

Il est également intéressant d'observer l'influence du filtre sur la bande passante de l'alimentation :

- Pour un filtre LC où l'inductance et la capacité ne sont pas fixées, la fréquence de coupure s'exprime par :

$$f_c = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{\frac{E}{4f\Delta I} \frac{\Delta I}{8f\Delta V_s}}} = \frac{f}{8\sqrt{2\pi}} \sqrt{\frac{\Delta V_s}{E}} \quad (5.3)$$

Il existe donc un compromis entre la bande-passante et la forme d'onde de la tension générée.

- Pour un filtre où la capacité est fixée (par celle du transducteur par exemple), la fréquence de coupure s'exprime par :

$$f_c = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} = \frac{1}{2\pi\sqrt{C \frac{(E/I)}{4f(\Delta I/I)}}} = \frac{1}{\pi\sqrt{C(E/I)}} \sqrt{f \frac{\Delta I}{I}} \quad (5.4)$$

La fréquence de coupure est d'autant plus basse que l'ondulation de courant est faible. Pour obtenir une alimentation à large bande passante, il est donc préférable d'utiliser des ondulations de courant importantes, ce qui est compatible avec les conclusions précédentes.

3 - Onduleur à commutation douce

La structure d'alimentation d'une phase est donnée sur la **Figure 5.1** où les condensateurs du filtre sont remplacés par la capacité bloquée du schéma équivalent du moteur.

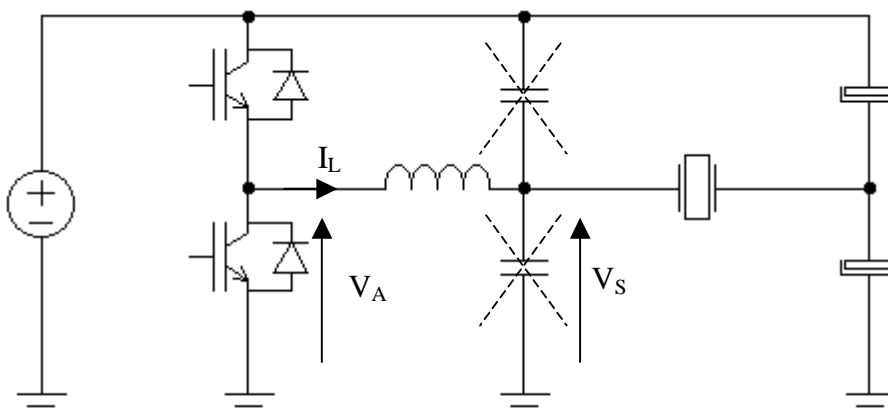


Figure 5.2 - Schéma de l'onduleur

Les ondulations de courant importantes peuvent permettre d'utiliser l'onduleur dans un fonctionnement particulier [FOC][BEN]. En effet, selon l'amplitude des oscillations de courant, les interrupteurs ont deux types différents de comportement en commutation :

- Pour des ondulations de courant inférieures à l'amplitude moyenne du courant, le blocage et l'amorçage du transistor doivent être commandés (**Figure 5.3 (a)**). Pour ces commutations commandées, la trajectoire du point de fonctionnement peut s'éloigner des axes courant et tension avec l'apparition de pertes par commutation.
- Des ondulations de courant fortes conduisent quant à elles à des courants négatifs et positifs sur une période de découpage (**Figure 5.3 (b)**). Cette alternance du courant permet de ne commander les transistors qu'au blocage, à l'aide d'une logique thyristor dual. Un onduleur réalisé suivant ce principe de la commutation douce voit ses pertes par commutations diminuer. En effet l'amorçage est spontané et donc sans perte. Le blocage commandé est aidé par les capacités intrinsèques des interrupteurs. Ceci permet d'augmenter la fréquence de découpage et d'atteindre des valeurs suffisantes (500 kHz) pour reconstituer une sinusoïde de tension de plusieurs dizaines de kHz.

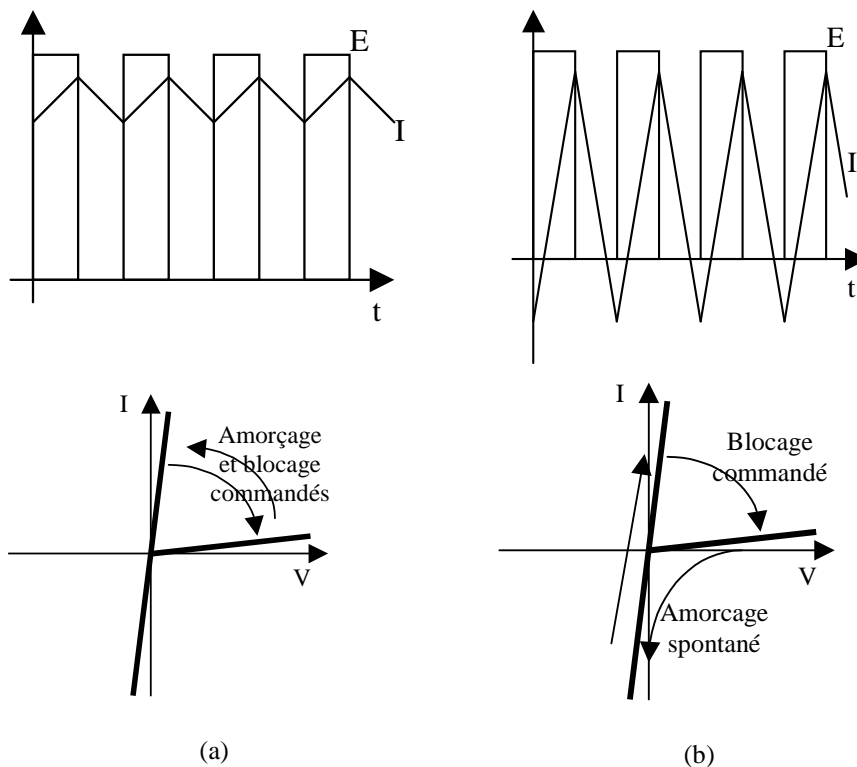


Figure 5.3 - Commutation des interrupteurs selon l'amplitude d'ondulation du courant

Un onduleur MLI est classiquement piloté à fréquence fixe et rapport cyclique variable. Ce type de commande ne convient pas au fonctionnement en commutation douce. En effet, l'ondulation de courant est exprimée par la relation suivante :

$$\Delta I = \frac{\alpha(1-\alpha)E}{Lf} \quad (5.5)$$

Elle est donc variable avec le rapport cyclique α et est alors fonction de la tension de sortie V_s . Pour conserver un fonctionnement à commutation spontanée, le courant de charge doit être inférieur à l'ondulation de courant. Sur une charge principalement capacitive, cet appel de courant est maximal pour les tensions V_s minimales et maximales, soit pour les ondulations de courants minimales. La zone de fonctionnement en est donc fortement réduite. Pour rendre indépendant le courant de charge de la tension de sortie, il faut donc trouver un circuit de commande qui permet d'avoir une ondulation de courant constante dans l'inductance L . Au vue des fréquences mises en jeu, le circuit de commande doit être analogique. La variation du courant I_L est décrit par l'équation suivante :

$$V_A - V_S = L \frac{dI_L}{dt} \quad (5.6)$$

La **Figure 5.4** donne le schéma de l'oscillateur à hystérésis qui constitue le générateur de signaux MLI. Cet oscillateur est gouverné par le même type d'équation que la relation (5.6) : il reproduit par les tensions V_{GE} d'entrée, V_{GI} de sortie de l'intégrateur, V_{GS} de sortie du trigger de Schmidt, les grandeurs du circuit de puissance V_A , V_S et ΔI_L . La tension V_{GI} et par conséquent l'ondulation de courant ΔI_L sont limitées par les tensions de basculement du trigger de Schmidt. Ce circuit de commande permet donc de restituer en sortie de l'onduleur la référence V_s avec une ondulation de courant ΔI_L constante.

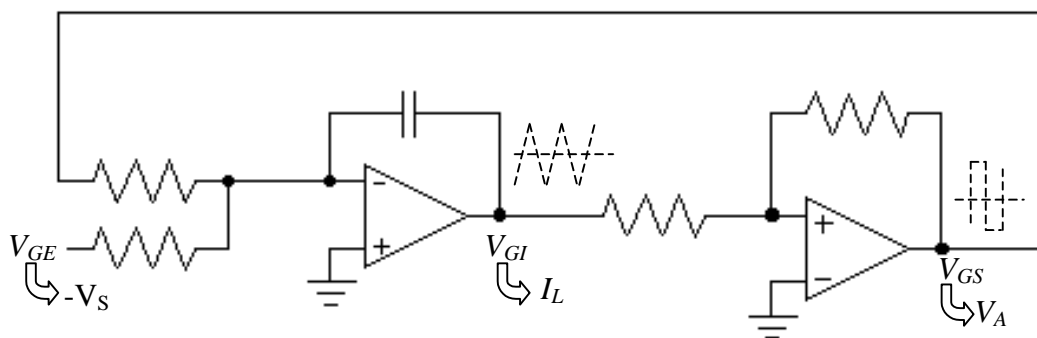


Figure 5.4 - Circuit de commande à fréquence variable

4 - Réalisation pratique et formes d'ondes

La logique thyristor dual est obtenue habituellement à l'aide de circuits à alimentations isolées. A chaque interrupteur correspond :

- un optocoupleur pour transmettre les ordres de commandes ;
- une logique n'autorisant la commande qu'au blocage ;

- un driver ;
- une alimentation DC/DC isolée pour alimenter ces différents circuits.

L'ensemble reste de taille réduite comparativement à une alimentation de forte puissance. Dans le cadre des actionneurs piézoélectrique de puissance relativement faible, il faut rechercher des solutions permettant de réaliser cette commande rapprochée de manière encore plus compacte. La **Figure 5.5** présente une solution à base d'un driver de MOS de type boot-strap. Ces derniers sont simples et compacts à mettre en œuvre. Ils ne nécessitent pas l'emploi de transformateurs pour isoler la commande à référence flottante du MOS supérieur. Le driver utilisé est l'IR2113 d'International Rectifier [IRF @]. L'ajout de composants à la sortie du driver permet d'interdire l'amorçage d'un transistor MOS tant que sa diode interne ne conduit pas. Un transistor PNP est ajouté à cette fin et ne devient passant que lorsqu'un courant suffisant peut se développer dans sa base. Ce courant de base est commandé par une diode et n'apparaît que lorsque la tension V_{DS} du MOS devient inférieure à la tension de commande du driver, i.e. lorsque la diode interne du MOS est devenue passante. Le blocage, quant à lui, est commandé, la décharge du courant de grille se faisant par une diode en anti-parallèle avec le transistor PNP. La logique à thyristor dual ne nécessite pas d'introduction de temps morts. Les ordres de commande provenant du générateur MLI peuvent être directement appliqués aux entrées du driver.

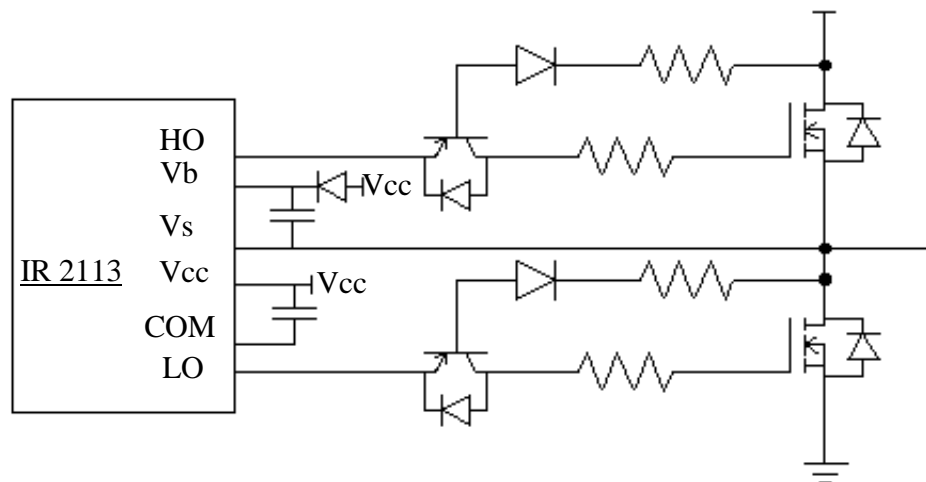


Figure 5.5 - Commande rapprochée des transistors MOS

Une maquette d'onduleur a été dimensionnée pour une tension de bus de 200 V, un courant de sortie de 2 A et une fréquence de découpage moyenne de 400 kHz. Une photo de ce prototype est présentée sur la **Figure 5.6** sur laquelle peuvent être retrouvés : le générateur MLI à fréquence variable, la commande rapprochée des MOS et la logique thyristor dual associée, les MOS de puissance et l'inductance du filtre.

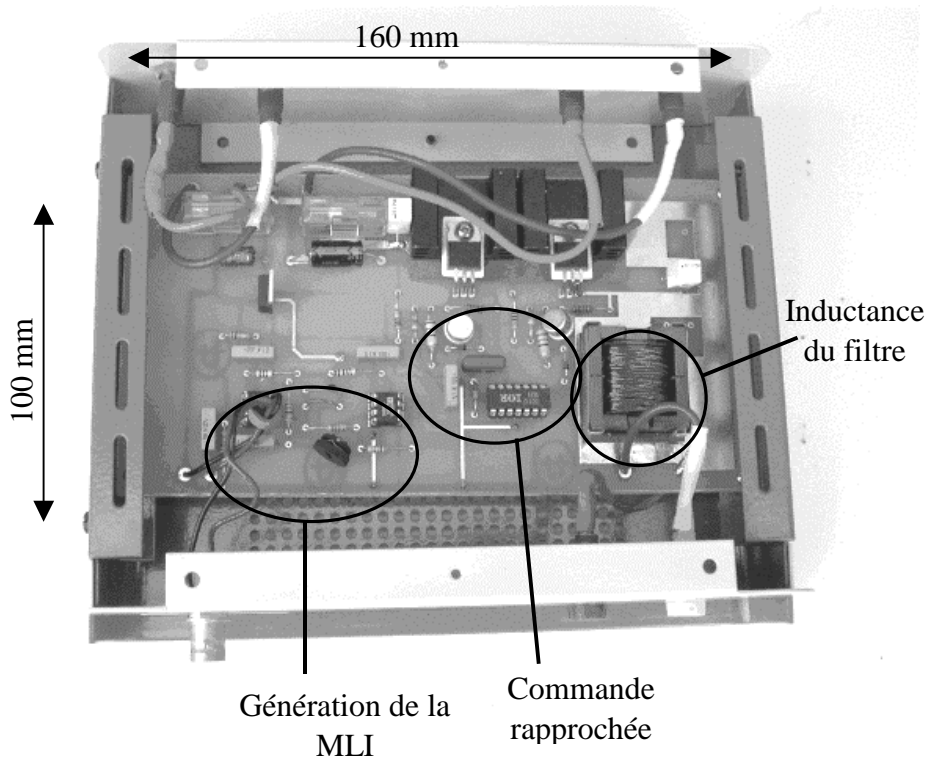


Figure 5.6 - Maquette de l'onduleur PWM-ZVS

Afin de vérifier le bon fonctionnement de l'onduleur, différents essais ont été réalisés. Un premier, représenté dans la **Figure 5.7** et la **Figure 5.8**, a permis de vérifier l'obtention effective de la logique thyristor dual, i.e. de l'amorçage du transistor après la mise en conduction de sa diode de corps. La tension de commande sur la grille du transistor ne passe bien à l'état haut qu'après la diminution de tension aux bornes de l'interrupteur considéré.

Deux caractéristiques de fonctionnement découlent de ce type de commande. Tout d'abord, l'onduleur ne peut démarrer qu'à tension nulle au niveau du bus continu. La tension nominale ne peut donc être obtenue que par la suite. Le second point concerne le comportement de l'onduleur face à une surcharge en courant, due à un court-circuit par exemple. Le niveau de courant moyen appelé devient dans ce cas supérieur à l'ondulation de courant et les commutations devraient alors se faire à blocage et amorçage commandés. L'amorçage commandé ne pouvant se faire, l'onduleur s'arrête de lui-même et se protège ainsi des risques de pertes excessives.

Les deux essais suivant avaient pour but d'illustrer le fonctionnement de l'onduleur en hautes fréquences sinusoïdales et en basses fréquences avec une forme de tension quelconque. La **Figure 5.11** représente ainsi la tension d'alimentation du moteur Quasimodo pour un signal d'entrée trapézoïdale à 50 Hz. Le bus continu était de 170 V et le moteur est équivalent à un condensateur de 10 μF . La **Figure 5.12** représente la tension de sortie pour un signal d'entrée sinusoïdale de 15 kHz. Le bus continu était de 150 V et la charge équivalente à un condensateur de 200 nF.

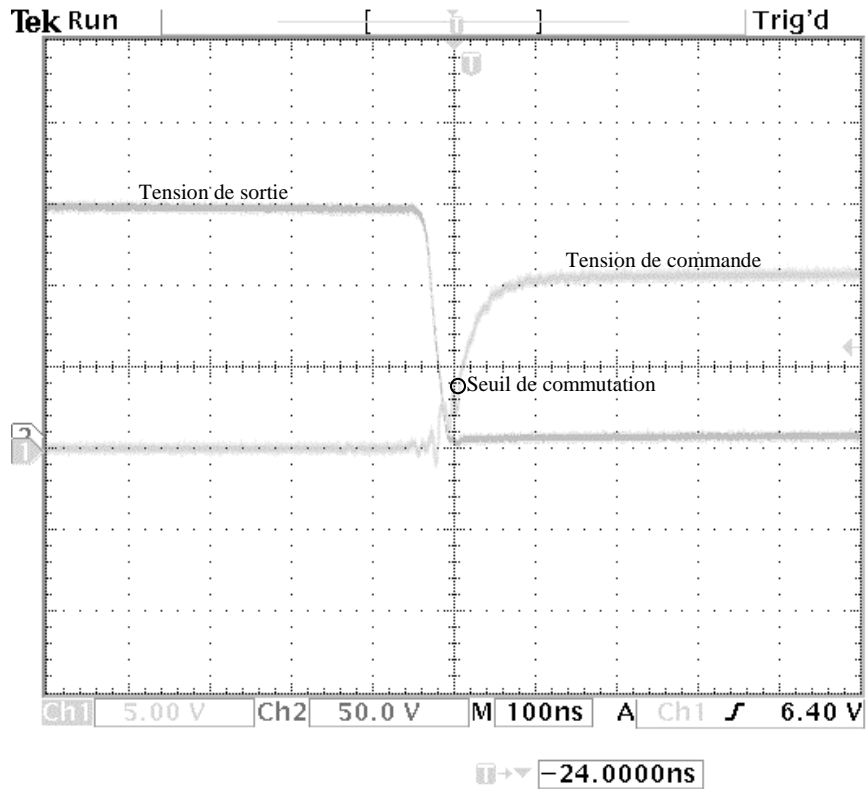


Figure 5.7 - Tension grille et drain sur interrupteur du bas

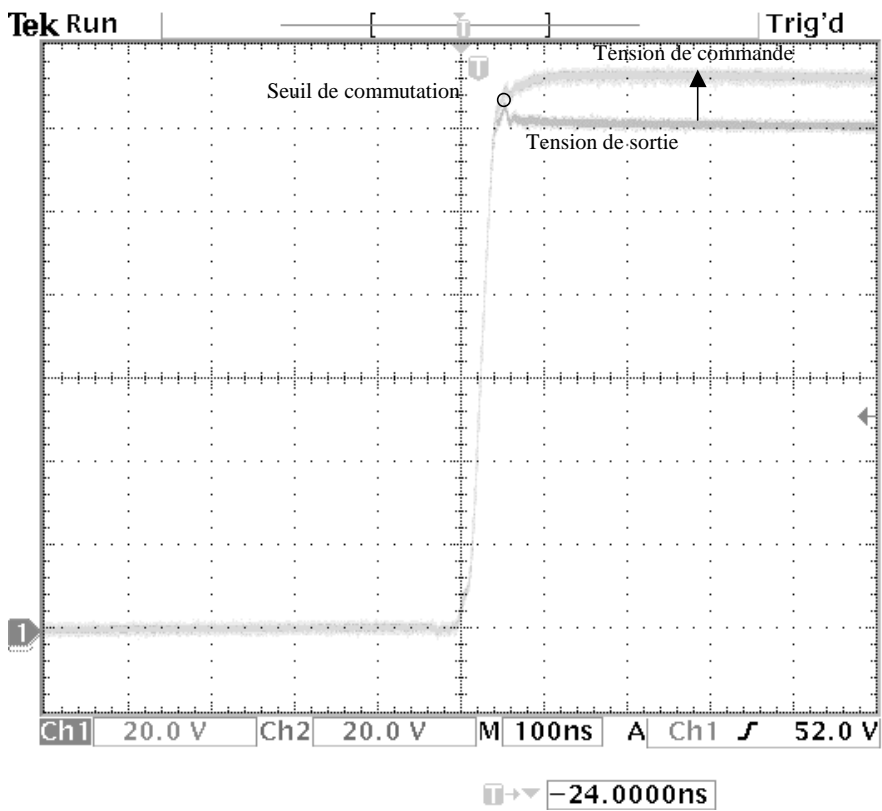


Figure 5.8 - Tension grille et source sur interrupteur du haut

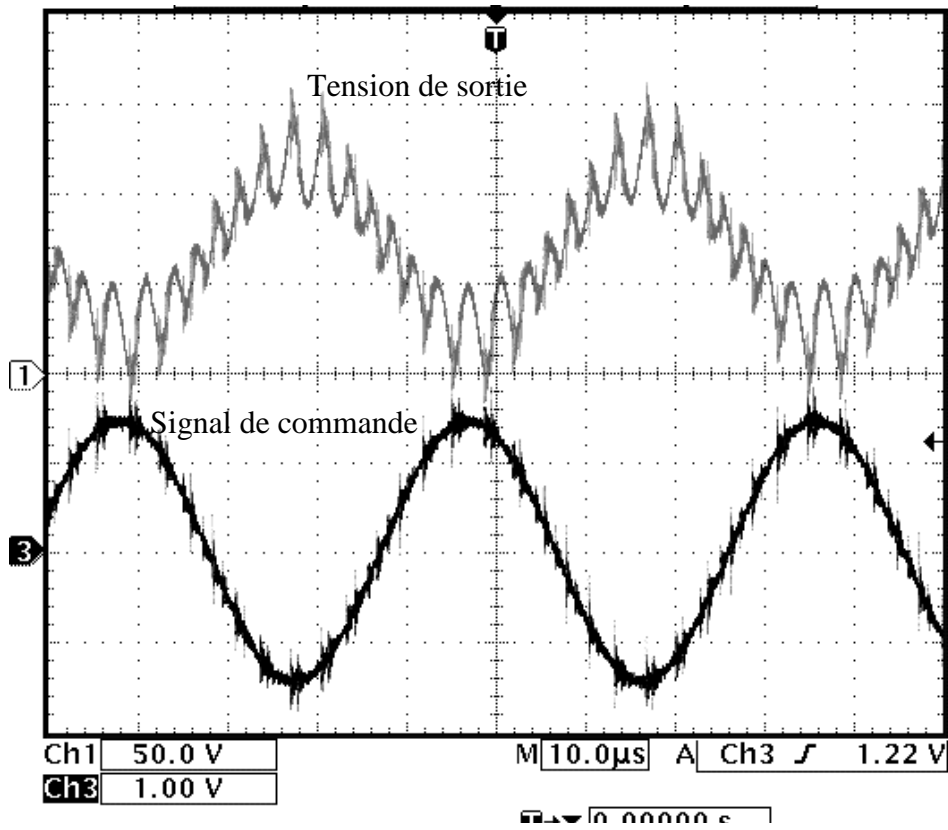


Figure 5.9 - Sinusoïde de 25 kHz sur une charge équivalente de 20 nF

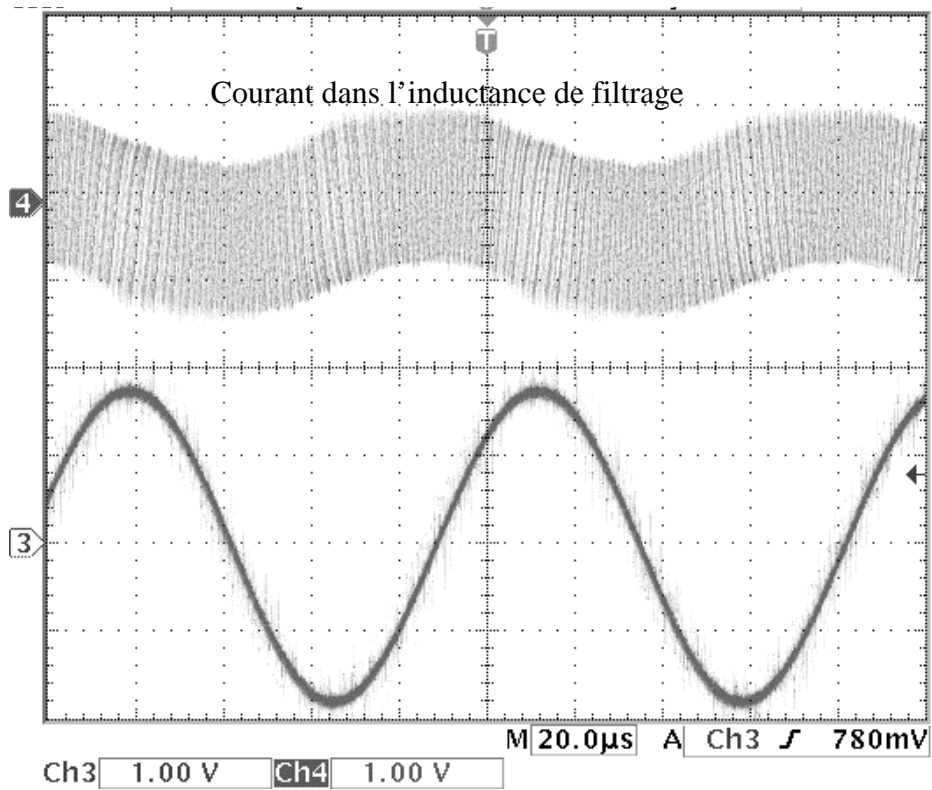


Figure 5.10 - Courant dans l'inductance du filtre pour une charge de 40 nF

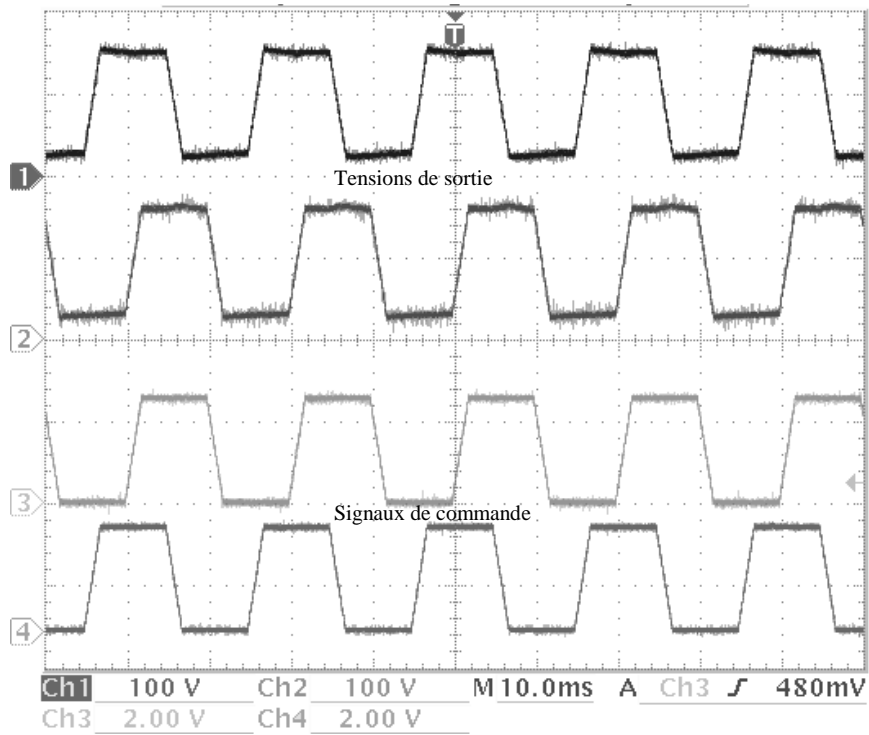


Figure 5.11 - Créneaux à 50 Hz sur le moteur Quasimodo (charge équivalente de 10 μ F)

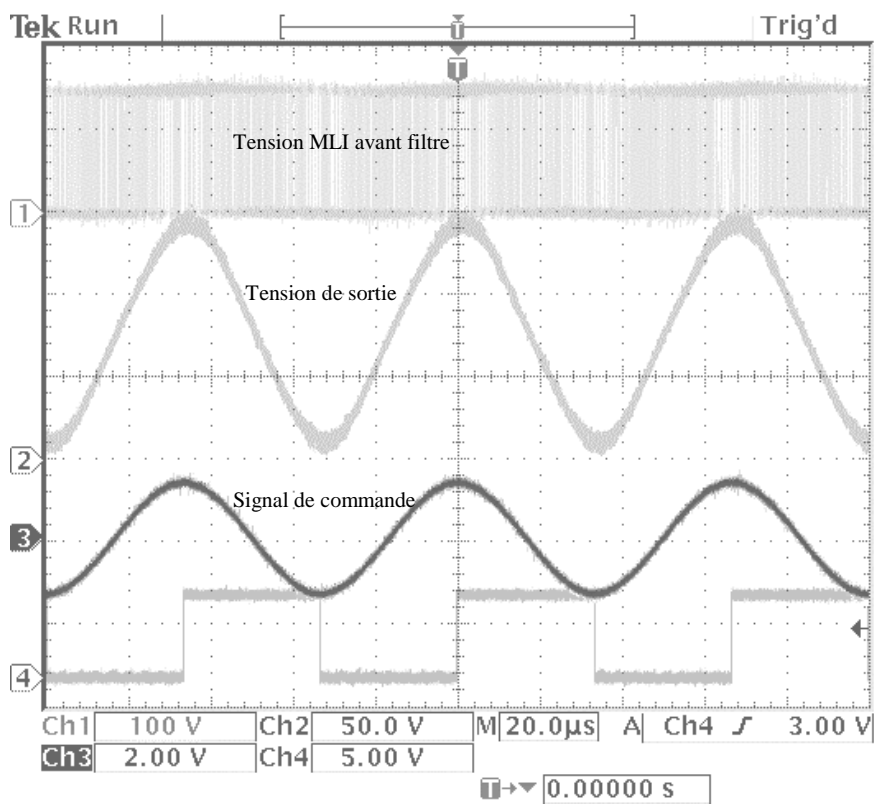


Figure 5.12 - Sinusoïde de 15 kHz sur une charge de 200 nF

5 - Comparaison des alimentations en terme d'encombrement

L'onduleur MLI présenté précédemment avait une fréquence de découpage élevée afin d'assurer une large bande passante. L'utilisation de fréquences élevées dans les convertisseurs est également recherchée afin de diminuer la taille des éléments passifs tels que les transformateurs ou les filtres. Les actionneurs piézo-électriques sont souvent pénalisés par la taille de leur alimentation : radiateurs volumineux pour les alimentations linéaires, éléments réactifs encombrants pour les onduleurs à découpage. Ce paragraphe propose d'effectuer une étude dimensionnelle de ces alimentations. Le but recherché est d'évaluer leur encombrement relativement à celui l'actionneur. Les dimensions géométriques seront notées $[L]$ pour une longueur, $[L]^2$ pour une surface, $[L]^3$ pour un volume.

5.1 - Etude dimensionnelle de l'actionneur

Pour un actionneur piézo-électrique, les échanges d'énergie électrique sont fortement réactives et dépendent donc majoritairement de l'énergie électrique stockée dans le matériau actif capacitif. Cette énergie W_{piezo} prend pour expression :

$$W_{piezo} = \frac{1}{2} CV^2 \approx \frac{1}{2} \epsilon E^2 [L_{piezo}]^3 \quad (5.7)$$

5.2 - Alimentations linéaires

L'élément le plus volumineux d'une alimentation linéaire est le radiateur nécessaire à la dissipation des pertes des transistors. Dans le cas d'une charge piézo-électrique, ces pertes P_{th} sont essentiellement dues au courant capacitif et valent le double de la puissance réactive Q nécessaire pour alimenter l'actionneur :

$$P_{th} = 2Q = 2\omega W_{piezo} \quad (5.8)$$

Cette puissance thermique P_{th} est dissipée par convection et radiation au niveau du radiateur. Ces moyens de dissipation thermiques peuvent se représenter par les formules suivantes [WIL] :

$$P_{convection} = 3 [L_{radiateur}]^2 (T - T_a)^{1,25} \quad (5.9)$$

$$P_{rayonnement} = 5.10^{-8} [L_{radiateur}]^2 (T^4 - T_a^4), \quad (5.10)$$

soit pour une température ambiante T_a de 25°C et un radiateur à la température T de 80°C :

$$P_{th} = P_{convection} + P_{rayonnement} = k_{rad} [L_{radi}]^2 \quad (5.11)$$

avec : $k_{rad} = 3(T - T_a)^{1,25} + 5.10^{-8} (T^4 - T_a^4) = 665$.

On en déduit l'estimation de l'ordre de grandeur du radiateur :

$$[L_{radiateur}] = \sqrt{\frac{2\omega W_{piezo}}{k_{rad}}} = \sqrt{\frac{\omega \epsilon}{k_{rad}}} E [L_{piezo}]^{3/2} \approx \sqrt{\omega} [L_{piezo}]^{3/2} \quad (5.12)$$

Sachant que pour un transducteur Langevin comme celui présenté dans le chapitre 2 :

$$\omega = \sqrt{\frac{K}{M}} = \frac{\pi}{2} [L_{Langevin}]^{-1} \sqrt{\frac{c}{\rho}} \approx 4800 [L_{Langevin}]^{-1} \approx 240 [L_{piezo}]^{-1}, \quad (5.13)$$

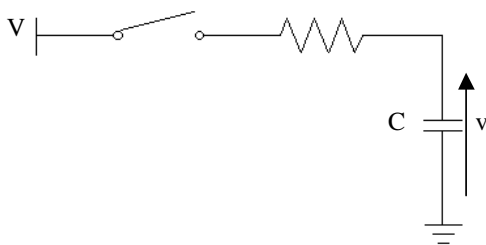
on obtient :

$$[L_{radiateur}] \approx 15 [L_{piezo}]$$

$$\frac{[L_{radiateur}]}{[L_{piezo}]} \approx C_{te} \quad (5.14)$$

L'encombrement de l'alimentation est nettement supérieur à celui du moteur et ce quelle que soit la taille de l'actionneur. Ce type d'alimentation qui utilise la chute de tension aux bornes d'un élément dissipatif est donc assez pénalisé par son encombrement. Elle ne nécessite cependant pas d'éléments inductifs, ce qui peut présenter un avantage en terme d'intégration dans le cas des micro-actionneurs.

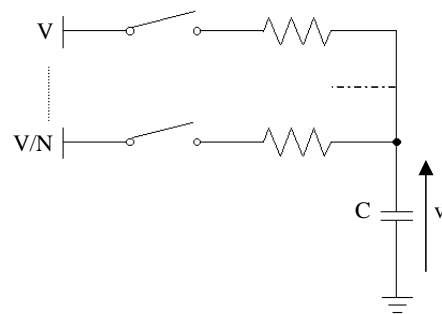
Il existe également un moyen de diminuer les pertes des transistors en multipliant les niveaux d'alimentations. La **Figure 5.13** fait un bilan de l'énergie dissipée lors de la charge d'une capacité à une tension V à l'aide d'une seule source de tension ou de N sources. Un gain N sur les pertes est obtenu. En contre-partie, le nombre d'interrupteurs utilisés est important.



Chargement de C de 0 à V :

$$W_C = \int_0^V v dq = \frac{1}{2} CV^2$$

$$W_R = \int_0^V (V - v) dq = \frac{1}{2} CV^2$$



Chargement de C de $k \frac{V}{N}$ à $(k+1) \frac{V}{N}$:

$$W_C = \int_{kV/N}^{(k+1)V/N} v dq = \frac{1}{2} C \frac{V^2}{N}$$

$$W_R = \int_{kV/N}^{(k+1)V/N} (V - v) dq = \frac{1}{2} C \frac{V^2}{N^2}$$

Chargement de C de 0 à V en N pas :

$$W_C = \frac{1}{2} CV^2$$

$$W_R = \frac{1}{2N} CV^2$$

Figure 5.13 - Bilan des pertes

5.3 - Onduleurs à résonance

Dans un onduleur à résonance, l'élément le plus volumineux est l'inductance du circuit d'accord. Cette dernière a pour objet de compenser l'énergie réactive capacitive de l'actionneur piézoélectrique. L'énergie magnétique W_{mag} stockée dans cette inductance sera donc égale à l'énergie W_{piezo} évaluée précédemment.

$$W_{mag} = W_{piezo} \quad (5.15)$$

Pour une inductance L parcourue par un courant I :

$$W_{mag} = \frac{1}{2} LI^2 = \frac{1}{2} n \phi I = \frac{1}{2} k_{cu} B J A_{fer} A_{cu} = \frac{1}{2} k_{cu} B J [L_{bob}]^4, \quad (5.16)$$

d'où :

$$[L_{bob}] = \left(\frac{\epsilon E^2}{k_{cu} B J} \right)^{1/4} [L_{piezo}]^{3/4} \approx (3,2 \cdot 10^{-3})^{1/4} [L_{piezo}]^{3/4} \quad (5.17)$$

avec :

- E le champ électrique d'utilisation du matériau piézoélectrique ($3 \cdot 10^5$ V/m) ;
- ϵ la permittivité de la céramique ($1000 \cdot \epsilon_0$)
- k_{cu} le coefficient d'utilisation de la surface bobinable du pot ferrite (0,5) ;
- B l'induction (0,25 T) ;
- J la densité de courant ($3 \cdot 10^6$ A/m²).

Le rapport des dimensions n'est plus ici constant. La taille de l'élément inductif tend à diminuer avec l'augmentation de la taille de l'actionneur :

$$\frac{[L_{bob}]}{[L_{piezo}]} \approx C^{te} [L_{piezo}]^{-1/4} \quad (5.18)$$

L'encombrement de l'actionneur et du bobinage sont comparables pour une dimension de l'ordre de 3,2 mm.

Un onduleur à résonance peut également comporter un transformateur pour adapter le niveau de tension à celui de l'actionneur. La taille de ce transformateur est fonction de la puissance apparente le traversant, ici principalement due à la puissance réactive de l'actionneur.

$$S = \sum_{\text{phases}} V_k I_k = \omega k_{cu} B J [L_{\text{transfo}}]^4 \approx 2Q = 2\omega W_{\text{piezo}}, \quad (5.19)$$

d'où :

$$[L_{\text{transfo}}] = [L_{\text{bob}}] \quad (5.20)$$

L'inductance d'accord et le transformateur élévateur ont des encombrements similaires.

5.4 - Onduleurs MLI

L'élément le plus encombrant dans l'onduleur MLI présenté dans ce chapitre est l'inductance du filtre. Comme pour l'inductance de l'onduleur à résonance, son encombrement peut être déterminé par le produit $A_{\text{fer}} A_{\text{Cu}}$. Dans ce cas, la variation d'induction à la fréquence de découpage MLI doit être limitée pour limiter les pertes magnétiques. Comme l'indique la référence [FOR], l'évaluation de ces pertes peut être faite à partir de la partie alternative de l'induction (**Figure 5.14**). La section de fer A_{fer} est définie à l'aide de cette induction.

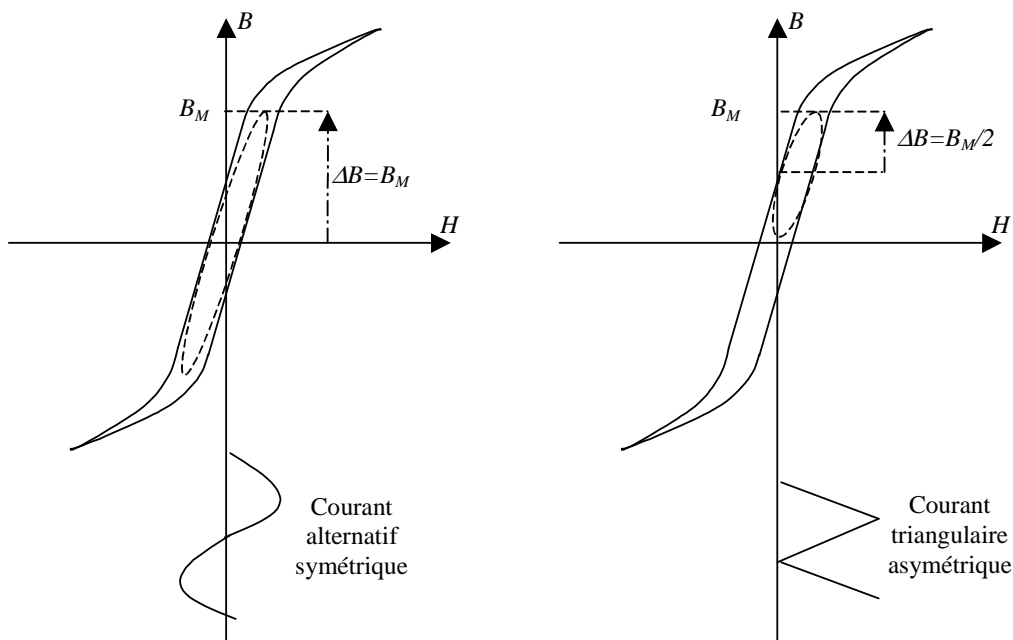


Figure 5.14 - Pertes par hystérésis

La section de cuivre A_{Cu} est définie à l'aide la valeur efficace du courant traversant l'inductance. Ce dernier peut être approximé, comme représenté sur la **Figure 5.15**, par un signal triangulaire d'amplitude ΔI à la fréquence MLI dont la valeur moyenne I_M varie sinusoidalement à la fréquence fondamentale d'alimentation du transducteur.

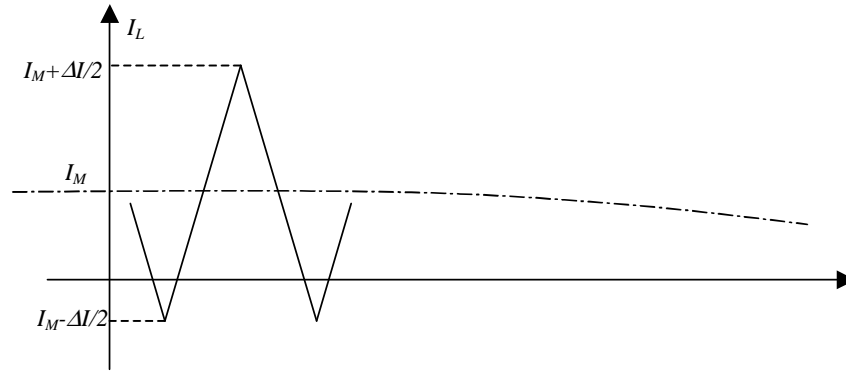


Figure 5.15 - Courant triangulaire dans l'inductance du filtre

Sur une période du signal triangulaire haute fréquence, le courant efficace prend pour expression :

$$I_{eff}^2 = \frac{1}{T} \int_0^T i(t)^2 dt = I_M^2 + \frac{\Delta I^2}{12} \quad (5.21)$$

Sur une période du signal sinusoïdal, en supposant I_M de valeur crête $\Delta I/2$, le courant efficace prend pour valeur moyenne l'expression suivante :

$$I_{eff}^2 = \langle I_M^2 \rangle + \frac{\Delta I^2}{12} = \frac{\Delta I^2}{8} + \frac{\Delta I^2}{12}, \quad (5.22)$$

d'où :

$$I_{eff} = \sqrt{\frac{5}{6}} \frac{\Delta I}{2} \quad (5.23)$$

Le produit du flux et du courant efficace permet de retrouver le produit $A_{fer}A_{Cu}$ caractéristique de l'inductance :

$$n\Phi I_{eff} = k_{cu} J B A_{fer} A_{cu} = k_{cu} J B [L_{MLI}] \quad (5.24)$$

Le flux $n\Phi$ correspond à la variation de courant $\Delta I/2$. Cette ondulation de courant a été dimensionnée pour correspondre au courant absorbé par la charge (principalement la capacité C du transducteur) :

$$n\Phi = L \Delta I / 2 \text{ avec } \Delta I / 2 = C \omega V \quad (5.25)$$

L'inductance L est définie par (5.1) de manière à avoir une ondulation de courant suffisante ($\Delta I / I = 2$). L'expression (5.24) peut donc s'exprimer en fonction de l'énergie W_{piezo} :

$$\Phi I_{eff} = L \frac{\Delta I}{2} \sqrt{\frac{5}{6}} \frac{\Delta I}{2} = \sqrt{\frac{5}{6}} \frac{\omega}{4\alpha f} C V^2 = \sqrt{\frac{5}{6}} \frac{\omega}{4\alpha f} 2W_{piezo} \quad (5.26)$$

De cette relation, il est possible d'exprimer la taille de l'inductance de l'onduleur MLI $[L_{MLI}]$ par rapport à la taille de l'élément piézoélectrique $[L_{piezo}]$:

$$[L_{MLI}] = \left(\sqrt{\frac{5}{6}} \frac{\omega}{4\alpha f} \frac{\epsilon E^2}{k_{cu} BJ} \right)^{1/4} [L_{piezo}]^{3/4} \quad (5.27)$$

Il est également intéressant de comparer l'encombrement relatif de l'onduleur à résonance et de l'onduleur MLI :

$$\frac{[L_{reso}]}{[L_{mli}]} = \left(\frac{B_{mli}}{B_{reso}} \sqrt{\frac{6}{5}} \frac{4\alpha f}{\omega} \right)^{1/4} \quad (5.28)$$

Avec :

- f la fréquence de découpage MLI ;
- ω la pulsation d'alimentation du transducteur ;
- B_{mli} et B_{reso} les inductions utilisées dans les pots ferrites ;

Pour conserver des températures raisonnables, les inductions utilisables dans les pots ferrites diminuent avec la fréquence d'utilisation. En effet les pertes magnétiques s'expriment par des expressions du type :

$$P = C^{te} f^x B^y \quad (5.29)$$

Pour conserver une densité de perte identique, les inductions utilisées doivent respecter la relation suivante :

$$\frac{B_{mli}}{B_{reso}} = \left(\frac{f_{reso}}{f_{mli}} \right)^{x/y} \quad \text{avec} \quad \frac{x}{y} \approx 0,5 \quad (5.30)$$

D'où :

$$\frac{[L_{reso}]}{[L_{mli}]} = \left(\left(\frac{f_{mli}}{f_{reso}} \right)^{1-x/y} \sqrt{\frac{6}{5}} \frac{4\alpha}{2\pi} \right)^{1/4} \quad (5.31)$$

Cette augmentation des pertes magnétiques avec la fréquence diminue de manière importante le gain en taille escomptable par l'augmentation de la fréquence de découpage. Pour un rapport 10 entre fréquence de découpage et fondamental (et un rapport cyclique de 0,8), le gain en volume n'est ainsi que de 55 %.

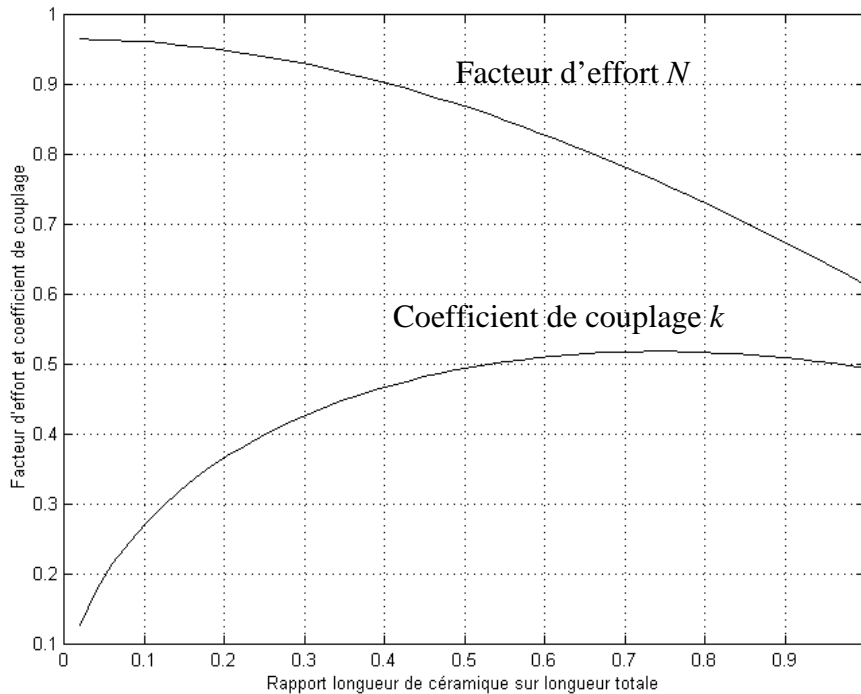
5.5 - Influence de la conception de l'actionneur sur l'encombrement de l'alimentation

Quelque soit le type d'alimentation envisagé, le paramètre dimensionnant de son encombrement est l'énergie réactive W_{piezo} stockée dans le transducteur. Pour diminuer cette dernière sans modifier les performances mécaniques de l'actionneur, il faut augmenter le couplage k de l'actionneur. Cet objectif peut être atteint en augmentant la proportion de céramique active dans l'actionneur ou en y concentrant l'énergie de déformation par une géométrie adaptée. Le coefficient de couplage est en effet fonction de l'écart entre la résonance et l'antirésonance, donc de la différence de raideur de la céramique en court-circuit

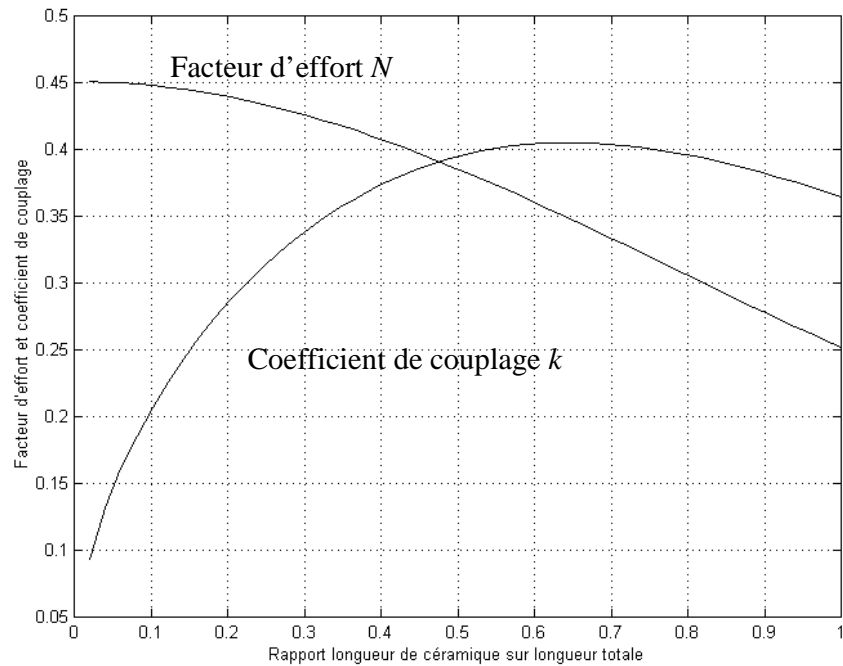
ou en circuit ouvert. Plus la céramique influence la fréquence de résonance du transducteur, plus le coefficient de couplage de ce dernier sera élevé.

Les deux exemples, représentés sur les **Figure 5.16** (a) et (b), traitent d'un actionneur cylindrique (25 mm de diamètre, 40 mm de long, céramiques P1 89) dans la configuration d'un transducteur Langevin (mode longitudinal) ou d'un stator de moteur à rotation de mode (en flexion). Céramiques et contre-masse ont des propriétés mécaniques identiques. Pour des proportions faibles de céramiques, un doublement de l'épaisseur des matériaux actifs diminuent faiblement le facteur d'effort et double pratiquement le coefficient de couplage. Pour une tension identique d'alimentation, l'énergie réactive à traiter par l'alimentation sera divisée par deux. Il est donc préférable d'utiliser des céramiques massives épaisses représentant une partie importante de l'actionneur que des céramiques multicouches d'épaisseur réduite et représentant un volume moindre. Les deux solutions peuvent avoir le même facteur d'effort mais différeront fortement sur le coefficient de couplage global et sur l'énergie réactive mis en jeu.

Il est également possible d'augmenter le coefficient de couplage en utilisant des céramiques de diamètres inférieurs aux contre-masses ou en utilisant des contre-masses de module d'Young plus élevé. Dans ces configurations géométriques, les céramiques ont en effet une plus grande importance sur la fréquence de résonance de l'ensemble du transducteur.



(a) *Transducteur Langevin*



(b) Stator de moteur à rotation de mode

Figure 5.16 - Evolution du facteur d'effort et coefficient de couplage en fonction de la proportion de céramique

6 - Conclusion

Ce chapitre avait pour but de réaliser un onduleur apte à fournir les tensions nécessaires à l'alimentation du moteur à deux degrés de liberté. Les formes d'ondes et les fréquences d'utilisation conduisent à s'orienter vers une structure d'onduleur MLI à large bande passante. Il est nécessaire de placer un filtre LC entre cet onduleur de tension et la charge piézoélectrique de nature capacitive. Le comportement relativement haute tension / faible courant de ce type de charge et la recherche de fréquence de fonctionnement élevée mènent à de fortes ondulations de courant. Il est alors intéressant d'utiliser les interrupteurs MOS de l'onduleur en thyristors duaux. Ce mode de fonctionnement permet d'obtenir des commutations douces. La fréquence de découpage peut alors augmenter sans échauffement excessif des composants de puissance. Des maquettes d'onduleur 200V / 2 A ont été réalisées et ont permis d'alimenter des charges capacitives sur une large bande de fréquences. La fréquence de découpage se situait à environ 400 kHz et les tensions restituées pouvaient dépasser la dizaine de kHz.

Afin de mettre en évidence les paramètres influençant la taille de l'alimentation, une étude dimensionnelle a été menée et a permis de comparer l'encombrement relatif des différentes familles d'alimentation (linéaire, résonante, MLI) par rapport à la taille du moteur. Le paramètre prépondérant est, dans chacun des cas, l'énergie réactive contenue dans la

charge piézoélectrique. Malgré l'utilisation de fréquences de découpage élevées, les onduleurs MLI ne permettent que de diminuer légèrement l'encombrement des composants réactifs par rapport aux onduleurs à résonance.

Ils trouvent pleinement leur intérêt par rapport à d'autres critères. Contrairement aux onduleurs à résonance, les onduleurs MLI se sont pas dédiés à une charge particulière (l'inductance n'est pas accordée sur la capacité bloquée de l'actionneur). De plus, ils s'adaptent aux applications nécessitant des formes d'ondes diverses (sinusoïdes, trapèzes, ...).

Conclusion générale

Le travail exposé dans ce mémoire a porté sur les structures d'actionneurs à base de matériaux électroactifs permettant l'obtention au sein de cette même structure de deux degrés de liberté en rotation et translation. Le choix de la technologie à base de matériaux électroactifs de types piézoélectriques et de la structure de conversion électromécanique associée ont été orientés par un cahier des charges indicatif de la société Matra BAE Dynamics. Ce travail a conduit à l'élaboration d'une nouvelle structure d'actionneur mettant en œuvre deux concepts de conversion électromécanique de l'énergie, quasistatique et résonant, correspondant à chacun des deux mouvements visés, respectivement la translation et la rotation. En outre, une étude plus précise de la structure de conversion au sein de laquelle sont élaborés les deux degrés de liberté, la structure à rotation de mode, a fait l'objet d'un développement plus particulier en modélisant la conversion électromécanique analytiquement et numériquement. L'alimentation et la commande de chacune des fonctions motrices ont été développées, comparées en terme de performances et d'extrapolation vers des tailles supérieures. Enfin, l'actionneur et son alimentation ont été réalisés et caractérisés permettant ainsi d'assurer la validité d'un tel concept.

Le premier chapitre débute par une introduction des fondamentaux tel que des notions de base de résistance des matériaux. Les propriétés des matériaux piézoélectriques et leurs possibilités d'utilisation dans différentes structures d'actionneurs ont ensuite été présentées. La représentation par schémas équivalents, qui est utilisée par la suite, est également introduite sur des exemples élémentaires et permet de définir certaines grandeurs (comme le coefficient de couplage) permettant de comparer les différentes structures d'actionneurs piézoélectriques. Cette comparaison met en évidence le potentiel intéressant du moteur à rotation de mode en terme de conversion électromécanique de l'énergie. Ce moteur présente en outre, de par sa forme cylindrique, une forte adéquation avec l'application finale visée.

Le second chapitre concerne la modélisation et la réalisation de moteurs à rotation de mode. L'objectif est d'améliorer la compréhension globale de ces moteurs afin d'aider à leur conception. Leurs structures relativement simples permettent d'aborder leur modélisation selon deux méthodes.

La première, par schémas équivalents, s'est inspirée des méthodes classiques de Mason et a privilégié les grandeurs propres aux modes de résonance en flexion (moments et déformées angulaires des sections du stator). L'ensemble permet de déterminer la fréquence de résonance du transducteur et de connaître les déformées du stator. La cinématique du

contact stator/rotor est alors déduite et l'inclinaison de la bande de contact peut être justifiée et calculée analytiquement. La transmission d'efforts au niveau du contact stator/rotor est prise en compte dans les schémas équivalents sous forme de tensions équivalentes. La répartition de pression correspondante est obtenue à l'aide de la théorie de Hertz en assimilant le contact à celui d'un cylindre/plan. L'ensemble permet d'obtenir les caractéristiques électromécaniques du moteur tels que le couple, la vitesse ou la tension d'alimentation.

La description analytique de la déformée obtenue par cette première étude permet également d'aborder la description de la conversion d'énergie électromécanique par une méthode variationnelle. Cette déformée permet d'établir simplement le Lagrangien du transducteur. Il est ensuite possible d'obtenir les équations mécaniques et électriques régissant de manière synthétique le comportement du moteur autour du mode de résonance. Le contact est pris en compte sous la forme de forces modales extérieures qui s'expriment sous une forme similaire aux tensions mises en évidence auparavant. Cette méthode présente également l'avantage de pouvoir obtenir les paramètres du moteur à partir de calculs numériques par éléments finis. Une méthodologie d'obtention de ces résultats avec le logiciel ANSYS est décrite.

Le troisième chapitre traite de l'alimentation du moteur à rotation de mode. Il met en évidence l'intérêt d'utiliser un filtre LC comme circuit d'accord dans un onduleur à résonance. Cette solution déjà utilisée par ailleurs [PIE] permet de minimiser en amplitude et en phase les variations de la tension d'alimentation qui peuvent apparaître lors d'une variation des paramètres du schéma équivalent du moteur. Ce phénomène est d'autant plus sensible ici que le moteur à rotation de mode ne comporte qu'un seul point de contact. Cette alimentation peut être complétée par un circuit de commande réalisé à l'aide d'une boucle à verrouillage de phase. Cet asservissement de l'écart de phase entre la tension d'alimentation du moteur et l'amplitude vibratoire permet de linéariser le comportement dynamique du moteur. Le modèle du moteur établi précédemment en régime permanent et étendu aux régimes transitoires permet en effet de vérifier que l'amplitude de la hauteur d'onde répond comme un premier ordre aux variations de consigne sur l'écart de phase. La hauteur d'onde peut alors être asservie. Dans le but de simplifier l'alimentation et de diminuer le nombre de composants actifs nécessaires, une variante monophasée du moteur à rotation de mode est ensuite présentée dans ce même chapitre. Le principe de ce moteur est basé sur l'exploitation d'une dissymétrie de la géométrie du stator de manière à obtenir deux fréquences de résonance en flexion libre-libre légèrement différentes. Le déphasage entre les deux ondes vibratoires s'obtient naturellement pour une fréquence d'utilisation intermédiaire à ces deux fréquences.

Sur la base des connaissances relatives à la modélisation de l'actionneur à onde progressive de type rotation de mode élaborée au deuxième chapitre, une structure d'actionneur à deux degrés de liberté a été élaborée, reprenant pour la partie rotative l'actionneur résonant auquel est greffée une structure d'actionneur de type Inchworm

quasistatique. Ce dernier permet de réaliser le mouvement supplémentaire en translation nécessaire à l'obtention d'un actionneur à deux degrés de liberté en translation et rotation. Le développement de cet actionneur fait l'objet du quatrième chapitre. Le principe de fonctionnement de cet actionneur linéaire est original et se distingue des moteurs Inchworm traditionnels par le fait qu'il réalise le débrayage et l'avance d'une pince dans un même mouvement. Cette particularité permet de diminuer le nombre de céramiques à commander et se contente de deux ensembles électroactifs. Le sens de déplacement est donné par le déphasage entre les tensions d'alimentation. Une maquette du moteur a été réalisée et a permis de vérifier ce principe de fonctionnement. L'effort généré reste cependant de faible valeur (inférieur à 1 N). Les coques utilisées pour réaliser les pinces d'embrayage/débrayage apparaissent en effet trop souples pour supporter les efforts normaux nécessaires à l'obtention d'efforts plus importants. Elles avaient été initialement dimensionnées pour un contact réparti mais, en pratique, le contact s'avère être localisé.

Enfin, le cinquième chapitre a présenté un onduleur apte à fournir les tensions nécessaires à l'alimentation du moteur à deux degrés de liberté. Les formes d'ondes et les fréquences d'utilisation conduisent à chercher à obtenir un onduleur MLI à large bande passante. Il apparaît alors nécessaire de placer un filtre LC entre cet onduleur de tension et la charge piézoélectrique de nature capacitive. Le comportement relativement haute tension / faible courant de ce type de charge et la recherche de fréquence de fonctionnement élevée mène à de fortes ondulations de courant. Il est alors intéressant d'utiliser les interrupteurs MOS de l'onduleur en thyristors duaux. Ce mode de fonctionnement permet d'obtenir des commutations douces. La fréquence de découpage peut alors augmenter sans échauffement excessif des composants de puissance. Des maquettes d'onduleur 200V / 2 A ont été réalisées et ont permis d'alimenter des charges capacitives sur une large bande de fréquences. La fréquence de découpage se situait à environ 400 kHz et les tensions restituées pouvaient dépasser la dizaine de kHz.

Afin de mettre en évidence les paramètres influençant la taille de l'alimentation, et dans la perspective d'extrapoler la géométrie de l'actionneur vers des tailles supérieures, une étude dimensionnelle a été menée et a permis de comparer l'encombrement relatif des différentes familles d'alimentation (linéaire, résonante, MLI) par rapport à la taille du moteur. Le paramètre prépondérant est, dans chacun des cas, l'énergie réactive contenue dans la charge piézoélectrique. Malgré l'utilisation de fréquences de découpage élevées, les onduleurs MLI ne permettent que de diminuer légèrement l'encombrement des composants réactifs par rapport aux onduleurs à résonance. Ils trouvent pleinement leur intérêt par rapport à d'autres critères : contrairement aux onduleurs à résonance, les onduleurs MLI se sont pas dédiés à une charge particulière, l'inductance n'étant pas accordée sur la capacité bloquée de l'actionneur, ils s'adaptent aux applications nécessitant des formes d'ondes diverses telles que des sinusoïdes, des trapèzes,

Ce travail a permis de démontrer la validité du principe de fonctionnement d'une structure d'actionneur à deux degrés de liberté. Afin d'améliorer l'effort généré par l'actionneur, un nouveau prototype comportant des éléments préhenseurs plus rigides doit être réalisé. L'ensemble comportant des céramiques moins longues pourrait également être excité à la résonance et utiliser la fonction rotation du moteur.

Il serait également intéressant d'étudier de manière plus approfondie chaque degré de liberté dans le cadre d'une augmentation des efforts ou de la puissance générée. De nombreuses applications sont également intéressées par un mouvement de translation ou de rotation seul. Pour le mouvement de translation, le concept original, développé ici pour l'actionneur à deux degrés de liberté, conserverait l'avantage sur un Inchworm classique de se contenter de deux voies d'alimentation. Afin d'augmenter les efforts, il serait intéressant de tester sur ce type de structure la transmission d'efforts par obstacle à l'aide de micro dentures. Ces dernières pourraient être de forme triangulaire d'angle au sommet compatible avec le mouvement d'embrayage/débrayage de la pince.

Pour l'actionneur à rotation de mode, il serait également intéressant de réaliser des prototypes de plus forte puissance. Au vue des conclusions des différents chapitres, la structure devrait tendre vers les choix technologiques suivant : un contact incliné pour diminuer les pertes par mouvement radial et augmenter la hauteur d'onde apparente, deux rotors pour obtenir à même pertes vibratoires un meilleur rendement au niveau du contact, l'utilisation de céramiques massives et relativement épaisses pour diminuer le nombre d'interfaces (augmentation du coefficient de qualité mécanique) et représentant un volume important du transducteur (augmentation du coefficient de couplage et diminution de la taille de l'alimentation), un contrôle de la planéité et du polissage des différentes surfaces, des contre-masses en matériau à faibles pertes (alliage d'aluminium par exemple) avec un traitement de surface pour augmenter la durée de vie (dépôt d'alumine), une alimentation résonante à filtre LC bien choisie pour diminuer la taille de l'inductance d'accord, L'augmentation de la taille et des performances sera certainement limitée par des considérations thermiques. Une étude liant les pertes dans le stator et dans le contact pourrait être réalisée pour visualiser l'effet de la géométrie du moteur sur la puissance ou le couple massique.

Annexe 1

Déformations élastiques dans les milieux isotropes et anisotropes

Cette annexe résume les grandeurs couramment utilisées en résistance des matériaux et en mécanique des déformations des solides élastiques.

1 - Module d'élasticité ou module d'Young

Le module d'élasticité ou module d'Young c est obtenu par un essai de traction sur une éprouvette de géométrie donnée par la **Figure A1.1**. Un effort F induit une déformée dL .

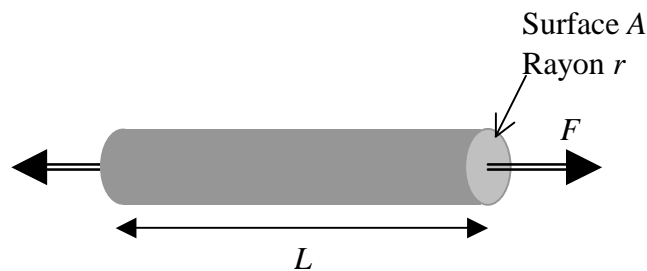


Figure A1.1 - Essai de traction

Le module d'Young ou d'élasticité c établit le lien linéaire entre effort et déformée :

$$T=cS \text{ ou } S=sT \quad (1.1)$$

avec :

$$T = \frac{F}{A} \quad \text{La contrainte } T \text{ dans la section } A$$

$$S = \frac{dL}{L} \quad \text{La déformée } S \text{ de la longueur } L$$

c Le module d'Young

s Le module de souplesse

La traction induit également une contraction de la section A , le rayon diminue en suivant la loi de Hooke :

$$\frac{dr}{r} = -\gamma \frac{dL}{L} \quad (1.2)$$

avec :

γ Le coefficient de poisson

Le volume V de l'éprouvette varie selon l'expression :

$$\frac{dV}{V} = (1-2\gamma) \frac{T}{c} \quad (1.3)$$

Cette variation de volume ne pouvant qu'être positive pour un effort de traction, le coefficient de poisson doit être inférieur à 0,5. Il se situe généralement au environ de 0,3 pour les matériaux métalliques ou les céramiques.

2 - Coefficients de Lamé

Les coefficients de Lamé se définissent pour un volume soumis à une superposition de contraintes. La **Figure A1.2** représente un parallélépipède rectangle soumis à trois contraintes T_i .

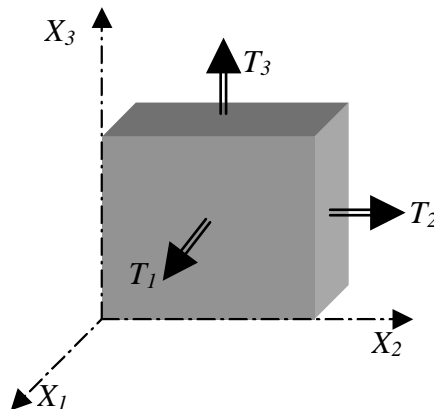


Figure A1.2 - Volume soumis à une superposition de contraintes

Les déformées sont la superposition des actions selon les 3 axes :

$$S_i = \frac{T_i}{c} - \frac{\gamma}{c} \sum_{j \neq i} T_j \quad (1.4)$$

La dilatation volumique permet de lier la somme des déformée et la somme des contraintes :

$$\frac{dV}{V} = \sum S_i = \frac{1-2\gamma}{c} \sum T_i \quad (1.5)$$

On en déduit :

$$S_i = \frac{1+\gamma}{c} T_i - \frac{\gamma}{c} \sum T_j = \frac{1+\gamma}{c} T_i - \frac{\gamma}{1-2\gamma} \sum S_j \quad (1.6)$$

$$T_i = \frac{c}{1+\gamma} S_i + \frac{c\gamma}{(1+\gamma)(1-2\gamma)} \sum S_j \quad (1.7)$$

La contrainte selon une direction est donc fonction de la déformée relative selon cette direction et de la dilatation volume :

$$T_i = 2\mu S_i + \lambda \sum S_j \quad (1.8)$$

avec :

$$\mu = \frac{E}{2(1+\gamma)}$$

$$\lambda = \frac{\gamma E}{(1+\gamma)(1-2\gamma)}$$

Les coefficients de Lamé

3 - Module de rigidité (cisaillement)

Un essai en cisaillement permet de définir le module de rigidité G .

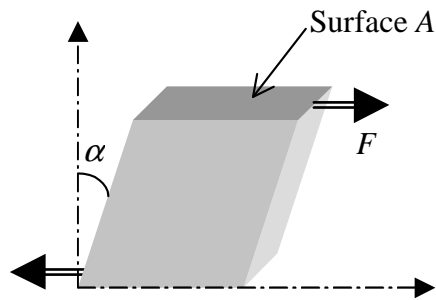


Figure A1.3 - Contrainte de cisaillement

La déformation donnée par l'angle α est exprimée par :

$$\alpha = \frac{F}{G} \quad (1.9)$$

avec :

$$T = \frac{F}{A}$$

La contrainte de cisaillement

Le volume reste invariable (dilatation volumique nulle) et on peut démontrer que :

$$G = \mu$$

4 - Influence du cisaillement dans la flexion d'une poutre

Lorsqu'une poutre est soumise à deux moments M_f et $-M_f$, comme représentée **Figure A1.4**, elle subit une déformée de flexion avec une moitié supérieure sollicitée en compression

et une moitié inférieure en traction. La zone non contrainte (ni tendue, ni comprimée) est nommée fibre neutre.

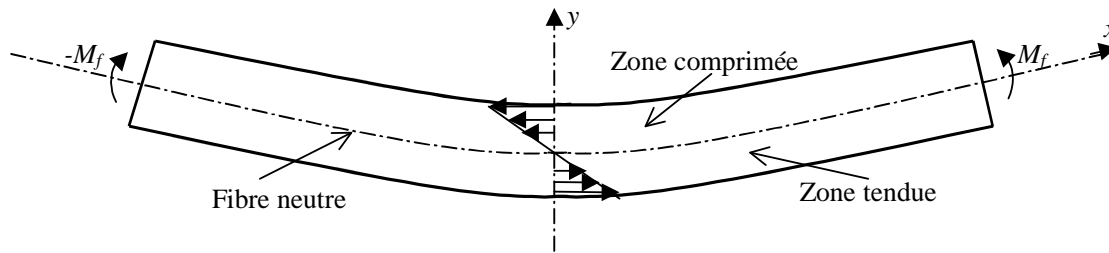


Figure A1.4 - Poutre en flexion

En supposant que chaque section droite de la poutre tourne sans se gauchir autour de l'axe normale (hypothèse de Bernoulli) d'un angle $\psi(x)$, la déformation $S(y)$ en un point d'ordonnée y d'une section droite est donnée par :

$$S(y) = \frac{d\psi}{dx} y \quad (1.10)$$

D'où la contrainte $T(y)$:

$$T(y) = c \frac{d\psi}{dx} y \quad (1.11)$$

Par intégration de cette contrainte sur la section A , le moment de flexion M_f est obtenu :

$$M_f = \iint_A T(y) y dA = c I \frac{d\psi}{dx} \quad \text{avec} \quad I = \iint_A y^2 dA \quad (1.12)$$

Le calcul classique de la déformée de la ligne neutre d'une poutre en flexion néglige les effets de cisaillements. Pour des poutres courtes, ces effets deviennent importants et ont une influence notable sur les déformées. Sans cisaillement la relation entre la déformée $u(x)$ de la ligne neutre et l'angle de déformée ψ d'une section est :

$$\psi = \frac{\partial u}{\partial x} \quad (1.13)$$

L'effort cisaillement F_{cis} modifie cette relation en introduisant un glissement entre les sections et la relation précédente devient :

$$\psi - \frac{F_{cis}}{a_T A G} = \frac{\partial u}{\partial x} \quad (1.14)$$

La contrainte de cisaillement moyenne dans une section est donnée par F_{cis} / A . La répartition de cette contrainte n'est pas uniforme et est maximale au niveau de la ligne neutre. Le coefficient a_T (de Timoshenko) exprime cette majoration par rapport à la contrainte moyenne. Ces contraintes de cisaillement peuvent s'évaluer à partir des contraintes normales

des sections. On sait de plus que les contraintes de cisaillement en un point d'une section sont égales aux contraintes de cisaillement du plan parallèle à la ligne neutre ($T_{xy}=T_{yx}$). En isolant un élément de longueur dx de poutre suivant la forme de la **Figure A1.5**.

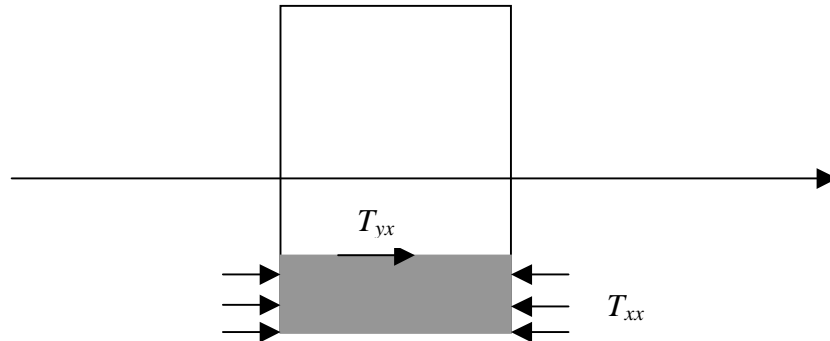


Figure A1.5 - Elément de poutre en flexion

L'équilibre de cet élément nous donne avec b la largeur de la poutre :

$$bT_{yx}dx = \int T_{xx}(x+dx)dA - \int T_{xx}(x)dA \quad (1.15)$$

Or $T_{xx}(x) = \frac{M(x)}{I}y$ et $\frac{dM}{dx} = F_{cis}$, on arrive alors à l'expression :

$$T_{yx} = \frac{F_{cis}}{Ib} \int ydA \quad (1.16)$$

Cette intégrale, prise sur la moitié de la poutre, donne la contrainte de cisaillement au niveau de la ligne neutre. En prenant le rapport de ce résultant avec la contrainte moyenne de cisaillement on obtient après calcul et pour la géométrie qui nous intéresse (un cylindre creux de rayons R_e et R_i) :

$$\alpha r = \frac{3}{4} \frac{(R_e^2 + R_i^2)(R_e - R_i)}{(R_e^3 - R_i^3)} \quad (1.17)$$

5 - Matrice de déformation

Un solide décrit dans une base (X_1, X_2, X_3) subit une déformation infiniment petite. Un point M se déplace en M' et ses nouvelles coordonnées sont exprimées dans l'ancienne base par :

$$\begin{pmatrix} x_1' \\ x_2' \\ x_3' \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 + \epsilon_{11} & \epsilon_{12} & \epsilon_{13} \\ \epsilon_{21} & 1 + \epsilon_{22} & \epsilon_{23} \\ \epsilon_{31} & \epsilon_{32} & 1 + \epsilon_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \quad (1.18)$$

La matrice liant les coordonnées avant et après déformation est la somme d'une matrice unité et d'une matrice (ϵ_{ij}) de déplacements pouvant résulter :

- D'une simple rotation (Ω_{ij}) comme dans le cas des solides indéformables de solide ;
- D'une déformée (S_{ij}) réelle de la matière.

La matrice de rotation (Ω_{ij}) est antisymétrique :

$$(\Omega_{ij}) = \vec{\Omega} \wedge \overrightarrow{OM} = \begin{pmatrix} \Omega_1 \\ \Omega_2 \\ \Omega_3 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & -\Omega_3 & \Omega_2 \\ \Omega_3 & 0 & -\Omega_1 \\ -\Omega_2 & \Omega_1 & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} \quad (1.19)$$

La matrice de déformation (S_{ij}) est symétrique et peut se définir à l'aide des déformées $\overrightarrow{MM'} = (u_i)$:

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \quad (1.20)$$

Les termes diagonaux S_{ii} représentent les déformées dans les directions des axes X_i . Les termes non diagonaux S_{ij} représentent les demi-variantions d'angle droit entre les axes X_i et X_j comme l'illustre la **Figure A1.6**.

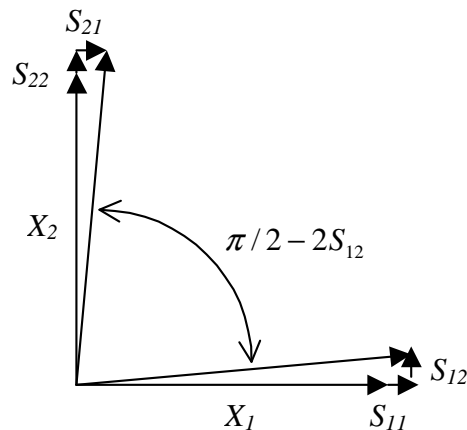


Figure A1.6 - Déformation angulaire

6 - Matrice de contrainte

Les actions s'exerçant sur une surface élémentaire dS au sein d'un solide se réduise à une force $\vec{T}.dS$.

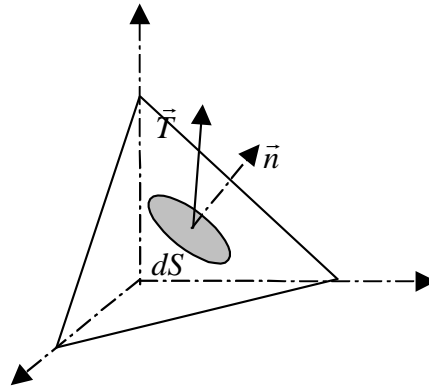


Figure A1.7 - Vecteur contrainte

Les composantes du vecteur contrainte \vec{T} s'exprime à l'aide de la matrice de contraintes (T_{ij}) au point considéré et du vecteur unitaire \vec{n} normal à la surface dS :

$$(T) = (T_{ij})(n) \quad (1.21)$$

La matrice de contraintes (T_{ij}) est symétrique pour respecter l'équilibre statique (moment résultant nul) d'un volume élémentaire.

7 - Matrice de raideur

Les matrices de contraintes (T_{ij}) et de déformées (S_{ij}) sont symétriques. Sur 9 composantes, seules 6 sont indépendantes. La notation ingénieur écrit ces composantes sous forme d'un vecteur :

$$\begin{pmatrix} S_{11} & S_{12} & S_{13} \\ & S_{22} & S_{23} \\ & & S_{33} \end{pmatrix} \text{ devient ainsi } \begin{pmatrix} S_1 = S_{11} \\ S_2 = S_{22} \\ S_3 = S_{33} \\ S_4 = S_{23} \\ S_5 = S_{13} \\ S_6 = S_{12} \end{pmatrix} \quad (1.22)$$

Pour de petites déformations, il existe une relation linéaire entre contraintes et déformées qui se note :

$$(T) = (C_{ij})(S) \quad (1.23)$$

avec :

$$(C_{ij}) \quad \text{La matrice de raideur de } 6 \times 6 \text{ composantes}$$

Le nombre de coefficients indépendants se réduit :

- Par des considérations énergétiques : $C_{ij} = C_{ji}$;
- Par des propriétés de symétrie du matériau.

Un matériau isotrope transverse (symétrie de rotation autour d'un axe) ne possède ainsi que 5 coefficients indépendants. Sa matrice de raideur se note :

$$(C_{ij}) = \begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ & C_{11} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ & & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ & & & C_{44} & 0 & 0 \\ & & & & C_{44} & 0 \\ & & & & & C_{66} \end{pmatrix} \text{ avec } C_{66} = C_{11} - C_{12} \quad (1.24)$$

Un matériau isotrope n'a que deux coefficients indépendants (les coefficients de Lamé). Sa matrice de raideur se note :

$$(C_{ij}) = \begin{pmatrix} \lambda + 2\mu & \lambda & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ & \lambda + 2\mu & \lambda & 0 & 0 & 0 \\ & & \lambda + 2\mu & 0 & 0 & 0 \\ & & & 2\mu & 0 & 0 \\ & & & & 2\mu & 0 \\ & & & & & 2\mu \end{pmatrix} \quad (1.25)$$

8 - Propriétés physiques de matériaux isotropes

Le tableau suivant résume les grandeurs mécaniques caractéristiques de matériaux isotropes pouvant être utilisés dans des transducteurs piézoélectriques.

Métal	Module de Young E (Gpa)	Coefficient de Poisson γ	Contrainte maximale T_{\max} (Mpa)	Densité ρ (kg/m ³)	Coefficient de qualité Q_m
Acier Outil	210	0,29	550	7850	1400
Bronze	130	0,34	370	8500	17000
Laiton naval	90	0,33	150	8370	3000
Titane	105	0,34	720	4900	2400
Aluminium AU4G	75	0,34	190	2790	50000
Alumine Al₂O₃	300 à 400			3900	
Laiton	92	0,33		7300	
Polymère PEEK	3,72				100 (50 kHz)

Tableau A1.1 – Propriétés mécaniques de matériaux isotropes

Annexe 2

Relations matricielles de la piézoélectricité - Matériaux piézoélectriques sous ANSYS

Les équations de la piézo-électricité sont traitées sous ANSYS avec la formulation suivante :

$$\begin{aligned} (T) &= (C^E)(S) - (e)(E) \\ (D) &= (e)^t(S) + (\epsilon^S)(E) \end{aligned} \quad (2.1)$$

1 - Système d'axes sous ANSYS

Classiquement les vecteurs de ces équations sont exprimés en notation ingénieur. On a ainsi les déformées :

- En élongation selon les axes X_1, X_2 et X_3 notées 1, 2 et 3 ;
- En cisaillement autour des axes X_1 (dans le plan X_2X_3), X_2 (plan X_1X_3), et X_3 (plan X_1X_2) notées 4, 5 et 6.

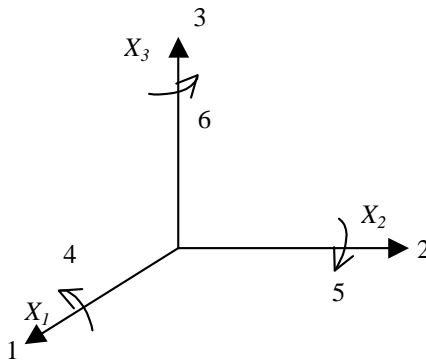


Figure A2.1 - Notation ingénieur classique

Mais sous Ansys la convention en cisaillement diffère. Les déformées sont notées autour des axes X_3 (plan X_1X_2), X_1 (plan X_2X_3) et X_2 (plan X_1X_3) avec les numéros 4, 5 et 6.

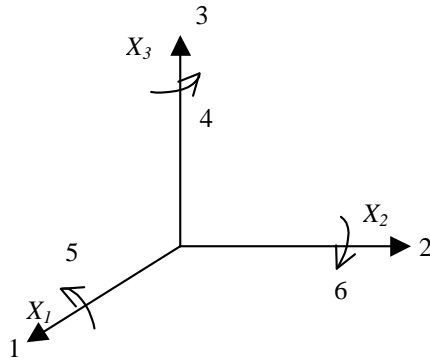


Figure A2.2 - Notation ANSYS

Les 4,5 et le 6 des documents constructeurs deviennent donc 5,6, et 4.

2 - Matrices caractéristiques

En notation classique (constructeurs), la matrice (e) présente la forme suivante :

$$(e) = \begin{pmatrix} e_{11} & e_{12} & e_{13} \\ e_{21} & e_{22} & e_{23} \\ e_{31} & e_{32} & e_{33} \\ e_{41} & e_{42} & e_{43} \\ e_{51} & e_{52} & e_{53} \\ e_{61} & e_{62} & e_{63} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & e_{31} \\ 0 & 0 & e_{31} \\ 0 & 0 & e_{33} \\ 0 & e_{51} & 0 \\ e_{51} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (2.2)$$

Elle devient sous ANSYS :

$$(e) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & e_{31}^3 \\ 0 & 0 & e_{31}^6 \\ 0 & 0 & e_{33}^9 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & e_{51}^{14} & 0 \\ e_{51}^{16} & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (2.3)$$

Avec en exposant le numéro associé à la position dans le tableau décrivant le matériau sous ANSYS. Pour définir ce tableau ,on utilise les fonctions suivantes :

TB,PIEZ,nb	Le tableau à activer correspond à la matrice piézoélectrique (e) du matériau nb .
TBDATA, posi,valeur	Définition des coefficients de la matrice e par leur position ($posi$) et leur valeur ($valeur$).

La matrice raideur à champs électrique constant (C^E) (matrice symétrique) prend la forme suivante sous ANSYS :

$$(C^E) = \begin{pmatrix} c_{11}^1 & c_{12}^2 & c_{13}^3 & 0 & 0 & 0 \\ & c_{11}^7 & c_{13}^8 & 0 & 0 & 0 \\ & & c_{33}^{12} & 0 & 0 & 0 \\ & & & c_{66}^{16} & 0 & 0 \\ & & & & c_{44}^{19} & 0 \\ & & & & & c_{44}^{21} \end{pmatrix} \quad (2.4)$$

Coefficients à rentrer avec :

TB,ANEL,nb	Le tableau à activer correspond à la matrice raideur du matériau <i>nb</i> .
TB,DATA, posi,valeur	Définition des coefficients de la matrice (C^E) par leur position (<i>posi</i>) et leur valeur (<i>valeur</i>).

Reste la matrice permittivité à déformée constante :

$$(\epsilon^S) = \begin{pmatrix} \epsilon_{11}^S & 0 & 0 \\ 0 & \epsilon_{11}^S & 0 \\ 0 & 0 & \epsilon_{33}^S \end{pmatrix} \quad (2.5)$$

Coefficients à rentrer avec :

MP,PERX,nb,eps_11	Définition du ϵ_{11}^S du matériau <i>nb</i> .
MP,PERZ,nb,eps_33	Définition du ϵ_{33}^S du matériau <i>nb</i> .

Les permittivités peuvent être entrées avec des valeurs relatives par rapport à celle du vide ($8,85 \cdot 10^{-12}$).

3 - Relations de passages

Les données constructeurs sont généralement exprimées en fonction des grandeurs d et S^E (constante de charge et de souplesse) . Il faut donc pouvoir exprimer e et C^E en fonction de ces dernières. On a :

$$(C^E) = (S^E)^{-1} \quad (2.6)$$

$$(e) = (S^E)^{-1} (d)^t = (C^E) (d)^t \quad (2.7)$$

Les données constructeurs fournissent rarement la totalité des paramètres nécessaires pour reconstruire les matrices entières. On peut cependant obtenir de résultats de simulation cohérents (dans les modes transverses et longitudinaux) avec :

- S_{11}^E et S_{33}^E ;
- d_{31} et d_{33} .

Avec d'obtenir e et C^E , il faut reconstituer d et S^E à partir des coefficients données plus des coefficients approchés :

- S_{13}^E et S_{12}^E sont semblables aux termes diagonaux multipliés par le coefficient de poisson (environ 0,3) ;
- S_{44}^E , S_{66}^E et d_{15} ont peu d'importance (sauf dans le cas d'utilisation de ce mode).

<p>P1 89 (céramique dure)</p> $(e) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -6.17 \\ 0 & 0 & -6.17 \\ 0 & 0 & 13.91 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 12.86 & 0 \\ 18.86 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ $(c^E) = \begin{pmatrix} 154 & 82 & 81 & 0 & 0 & 0 \\ & 154 & 81 & 0 & 0 & 0 \\ & & 130 & 0 & 0 & 0 \\ & & & 36 & 0 & 0 \\ & & & & 46 & 0 \\ & & & & & 46 \end{pmatrix} \cdot 10^9$ $(\epsilon^S) = \begin{pmatrix} 1142 & 0 & 0 \\ 0 & 1142 & 0 \\ 0 & 0 & 668 \end{pmatrix} \cdot \epsilon_0$	<p>P1 91 (céramique douce)</p> $(e) = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -4.83 \\ 0 & 0 & -4.83 \\ 0 & 0 & 24.44 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 17.11 & 0 \\ 17.11 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ $(c^E) = \begin{pmatrix} 121 & 76 & 73 & 0 & 0 & 0 \\ & 121 & 73 & 0 & 0 & 0 \\ & & 101 & 0 & 0 & 0 \\ & & & 22 & 0 & 0 \\ & & & & 34 & 0 \\ & & & & & 34 \end{pmatrix} \cdot 10^9$ $(\epsilon^S) = \begin{pmatrix} 1820 & 0 & 0 \\ 0 & 1820 & 0 \\ 0 & 0 & 1461 \end{pmatrix} \cdot \epsilon_0$
---	---

Caractéristiques de matériaux (Notation ANSYS)

4 - Caractéristiques physiques de céramiques piézoélectriques

Le tableau suivant résume les grandeurs caractéristiques de quelques matériaux piézoélectriques de différents constructeurs (Morgan Matroc, Quartz & Silice et Noliac) :

	Morgan Matroc		Quartz & Silice		Noliac	
	PC4	PC5H	P1 81	P1 91	Pz26	Pz27
Permittivité relative ϵ_{33}^T	1000	3200	1150	3400	1300	1800
Perte diélectrique $\tan(\delta)$	0,002 <small>0,01 à 4 kV/cm</small>	0,018	0,002	0,020	0,003	0,017

Coef. de couplage						
k_{31}	0,31	0,35	0,32	0,35	0,33	0,33
k_{33}	0,71	0,72	0,65	0,75	0,68	0,70
k_t	0,45	0,50	0,46	0,49	0,47	0,47
Constante de charge						
d_{31}	-104	-250	-108	-247	-130	-170
d_{33}	287	620	240	600	290	425
Coef. de qualité Q_m	1200 500 à 14 MPa	65 25 à 14 MPa	1000	60	1000	80
Compliance Mécanique ($10^{-12}m^2/N$)						
S_{33}^E	14,7	21,9	13,25	21,41	20	23
S_{11}^E	11,7	17,7	10,66	16,71	13	17
S_{33}^D	7,4	10,5	7,63	9,29	11	12
S_{11}^D	10,8	15,5	9,52	14,65	12	15
Densité (kg/m ³)	7600	7400	7650	7410	7700	7700
Température de Curie (°C)	300	200	320	220	330	350

Tableau A2.1 – Propriétés physiques de matériaux piézoélectriques

Remarques :

- La limite élastique des céramiques est d'environ 500 MPa en compression , 25-30 MPa en traction ;
- Une dépolarisation peut apparaître par l'action d'une contrainte excessive à environ 40 MPa (à 100 °C) .

Annexe 3

Compléments de calcul concernant la modélisation du moteur à rotation de mode

Cette annexe présente certains calculs utiles à la modélisation du moteur à rotation de mode. Ces résultats précisent ou complètent le contenu du **Chapitre 2 – Modélisation du moteur à rotation de mode**.

1 - Déformations d'une poutre en flexion

Le moteur à rotation de mode utilise le premier mode de flexion libre-libre d'un stator assimilable à une poutre courte. Les expressions des déformées engendrées sont utiles à la modélisation par schéma équivalent ou à l'établissement du Lagrangien du stator.

Ces déformées peuvent être obtenues en appliquant le principe fondamental de la dynamique sur une tranche élémentaire (**Figure A3.1**) de cette poutre. L'équation différentielle, en notation complexe, régissant ces déformées a pour expression :

$$cI \frac{\partial^4 U}{\partial x^4} + \omega^2 \rho I \left(1 + \frac{c}{a_r G} \right) \frac{\partial^2 U}{\partial x^2} + \left(\omega^4 \frac{\rho^2 I}{a_r G} - \omega^2 \rho S \right) U = 0 \quad (3.1)$$

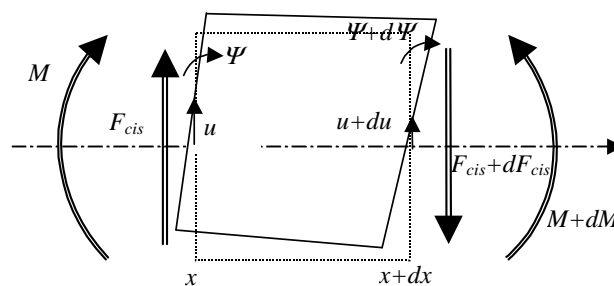


Figure A3.1 - Tranche élémentaire d'une poutre en flexion

La solution de cette équation différentielle permet d'exprimer le déplacement orthogonal U . Il est ensuite possible de déduire de ce résultat les expressions des efforts et déformée M , F_{cis} et ψ . Le **Tableau 3.1** résume l'ensemble de ces expressions. Les coefficients A_u , B_u , C_u et D_u sont fonctions des conditions aux limites.

Déformées et efforts	Coefficients associés
Déformée orthogonale : $U(x) = A_u \sin(k_1 x) + B_u \cos(k_1 x) + C_u \operatorname{sh}(k_2 x) + D_u \operatorname{ch}(k_2 x)$	$k_1 = \sqrt{\frac{\sqrt{\Delta} + \rho I \left(1 + \frac{c}{arG}\right) \omega^2}{2cI}}$ $k_2 = \sqrt{\frac{\sqrt{\Delta} - \rho I \left(1 + \frac{c}{arG}\right) \omega^2}{2cI}}$ $\Delta = \left(\rho I \left(1 + \frac{c}{arG}\right) \omega^2\right)^2 + 4cI\rho S \omega^2 \left(1 - \frac{\rho I}{arSG} \omega^2\right)$
Moment : $M(x) = \alpha_M (A_u \sin(k_1 x) + B_u \cos(k_1 x)) + \beta_M (C_u \operatorname{sh}(k_2 x) + D_u \operatorname{ch}(k_2 x))$	$\alpha_M = cI \left(\frac{\rho \omega^2}{arG} - k_1^2\right)$ $\beta_M = cI \left(\frac{\rho \omega^2}{arG} + k_2^2\right)$
Déformée angulaire : $\psi(x) = \alpha_\psi (A_u \cos(k_1 x) - B_u \sin(k_1 x)) + \beta_\psi (C_u \operatorname{ch}(k_2 x) + D_u \operatorname{sh}(k_2 x))$	$\alpha_\psi = \frac{k_1 (\alpha_M + arSG)}{arSG - \rho I \omega^2}$ $\beta_\psi = \frac{k_2 (\beta_M + arSG)}{arSG - \rho I \omega^2}$
Effort de cisaillement : $F_{cis}(x) = \alpha_r (A_u \cos(k_1 x) - B_u \sin(k_1 x)) + \beta_r (C_u \operatorname{ch}(k_2 x) + D_u \operatorname{sh}(k_2 x))$	$\alpha_r = arSG (\alpha_\psi - k_1)$ $\beta_r = arSG (\beta_\psi - k_2)$

Tableau A3.1 - Expressions des déformées et efforts au sein d'une poutre en flexion

2 - Etablissement du schéma équivalent en flexion

La configuration du stator du moteur à rotation de mode permet de faire certaines hypothèses qui vont permettre d'exprimer les coefficients A_u , B_u , C_u et D_u . Elles sont de deux ordres :

- Pour un cylindre en flexion libre-libre les contraintes de cisaillement sur les faces extrêmes sont négligeables ;
- Les céramiques piézoélectriques génèrent dans le stator des efforts sous la forme de moments purs ; les grandeurs à privilégier sont donc les moments M et les déformées associées ψ .

L'hypothèse des efforts de cisaillement nuls sur les sections S1 et S2 extrêmes (en $x=-L/2$ et $x=L/2$) permet d'établir les relations suivantes :

$$\begin{aligned} F_{cis1} &= F_{cis}\left(-\frac{L}{2}\right) = 0 \\ \Rightarrow \alpha_r \left(A \cos\left(k_1 \frac{L}{2}\right) + B \sin\left(k_1 \frac{L}{2}\right) \right) + \beta_r \left(C \operatorname{ch}\left(k_2 \frac{L}{2}\right) - D \operatorname{sh}\left(k_2 \frac{L}{2}\right) \right) &= 0 \end{aligned} \quad (3.2)$$

$$\begin{aligned} F_{cis2} &= F_{cis}\left(+\frac{L}{2}\right) = 0 \\ \Rightarrow \alpha_r \left(A \cos\left(k_1 \frac{L}{2}\right) - B \sin\left(k_1 \frac{L}{2}\right) \right) + \beta_r \left(C \operatorname{ch}\left(k_2 \frac{L}{2}\right) + D \operatorname{sh}\left(k_2 \frac{L}{2}\right) \right) &= 0 \end{aligned} \quad (3.3)$$

D'où les relations entre coefficients A_u , B_u , C_u et D_u :

$$\alpha_r A \cos\left(k_1 \frac{L}{2}\right) = -\beta_r C \operatorname{ch}\left(k_2 \frac{L}{2}\right) \quad (3.4)$$

$$\alpha_r B \sin\left(k_1 \frac{L}{2}\right) = \beta_r D \operatorname{sh}\left(k_2 \frac{L}{2}\right) \quad (3.5)$$

Les expressions des angles ψ_1 et ψ_2 (pour les section en $x=-L/2$ et $x=L/2$) sont :

$$\psi_1 = \psi_1(-L/2) = \alpha_\psi \left(A \cos(k_1 L/2) + B \sin(k_1 L/2) \right) + \beta_\psi \left(C \operatorname{ch}(k_2 L/2) - D \operatorname{sh}(k_2 L/2) \right) \quad (3.6)$$

$$\psi_2 = \psi_2(+L/2) = \alpha_\psi \left(A \cos(k_1 L/2) - B \sin(k_1 L/2) \right) + \beta_\psi \left(C \operatorname{ch}(k_2 L/2) + D \operatorname{sh}(k_2 L/2) \right) \quad (3.7)$$

D'où :

$$A = \frac{\beta_r}{2 \cos(k_1 L/2) (\alpha_\psi \beta_r - \beta_\psi \alpha_r)} (\psi_1 + \psi_2) \quad (3.8)$$

$$B = \frac{\beta_r}{2 \sin(k_1 L/2) (\alpha_\psi \beta_r - \beta_\psi \alpha_r)} (\psi_1 - \psi_2) \quad (3.9)$$

Tous les coefficients A_u , B_u , C_u et D_u étant déterminés, les expressions des moments peuvent s'écrire :

$$\begin{aligned} M_1 &= M\left(-\frac{L}{2}\right) = \\ &= \frac{(\psi_1 + \psi_2)}{2(\alpha_\psi \beta_r - \beta_\psi \alpha_r)} \left(-\alpha_M \beta_r \tan(k_1 L/2) + \beta_M \alpha_r \tanh(k_2 L/2) \right) \\ &+ \frac{(\psi_1 - \psi_2)}{2(\alpha_\psi \beta_r - \beta_\psi \alpha_r)} \left(\alpha_M \beta_r \cotan(k_1 L/2) + \beta_M \alpha_r \operatorname{cotanh}(k_2 L/2) \right) \end{aligned} \quad (3.10)$$

et

$$\begin{aligned}
 M_2 = M(+\frac{L}{2}) = & \\
 & - \frac{(\psi_1 + \psi_2)}{2(\alpha_\psi \beta_T - \beta_\psi \alpha_T)} (-\alpha_M \beta_T \tan(k_1 L/2) + \beta_M \alpha_T \tanh(k_2 L/2)) \\
 & + \frac{(\psi_1 - \psi_2)}{2(\alpha_\psi \beta_T - \beta_\psi \alpha_T)} (\alpha_M \beta_T \cotan(k_1 L/2) + \beta_M \alpha_T \cotanh(k_2 L/2))
 \end{aligned} \tag{3.11}$$

qui peuvent également se réécrire sous la forme exprimable sous la forme du schéma électrique de la figure **Figure A3.2** :

$$M_1 = M(-\frac{L}{2}) = \tilde{\alpha} \psi_1 + \tilde{\beta} (\psi_1 - \psi_2) \tag{3.12}$$

$$M_2 = M(+\frac{L}{2}) = -\tilde{\alpha} \psi_2 + \tilde{\beta} (\psi_1 - \psi_2) \tag{3.13}$$

avec :

$$\tilde{\alpha} = \frac{\alpha_M \beta_T \tan(k_1 L/2) - \beta_M \alpha_T \tanh(k_2 L/2)}{j\omega(\beta_\psi \alpha_T - \alpha_\psi \beta_T)} \tag{3.14}$$

$$\tilde{\beta} = j \frac{\frac{\alpha_M \beta_T}{\sin(k_1 L)} - \frac{\beta_M \alpha_T}{\sinh(k_2 L)}}{\omega(\beta_\psi \alpha_T - \alpha_\psi \beta_T)} \tag{3.15}$$

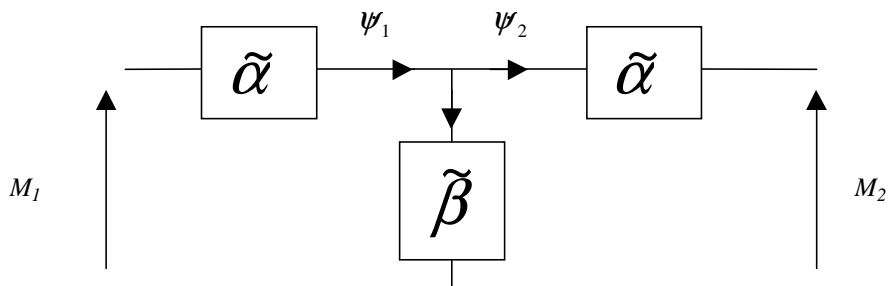


Figure A3.2 - Schéma électrique équivalent

3 - Coefficients caractéristiques de la section d'une poutre en flexion

La modélisation par schéma équivalent ou par Lagrangien nécessite l'établissement de certains paramètres caractéristiques de la section du stator du moteur considérée. Le **Tableau 3.2** donne leur expression analytique pour certaines géométries de moteurs.

Coefficient	Géométrie	Expression
$I = \iint y^2 dA$ <p>Moment quadratique en flexion d'une poutre.</p>		$I = \frac{\pi}{4} (r_e^4 - r_i^4)$
		$I = \pi (r_e^4 - r_i^4) + 2y_c^2 \pi (r_e^2 - r_i^2)$
$I_p = \iint y dA$ <p>Coefficient intervenant dans l'expression du facteur d'effort.</p> $N = \frac{e_{31}}{L_{cer}} \iint y dA$ <p>pour les moteurs micrométriques</p> $N = \frac{e_{33}}{L_{cer}} \iint y dA$ <p>pour les moteurs centimétriques</p>		$I_p = 2\sqrt{2} r_e^2 L_{cer}$
		$I_p = \frac{4}{3} (r_e^3 - r_i^3)$
		$I_p = \frac{2\sqrt{2}}{3} (r_e^3 - r_i^3)$
		$I_p = \frac{4}{3} (r_e^3 - r_i^3) + \pi y_c (r_e^2 - r_i^2)$

Tableau A3.2 - Coefficients caractéristiques de la section

4 - Calcul des paramètres électromécaniques d'un transducteur Langevin

Dans le cas d'un transducteur Langevin simplifié (par la supposition que les céramiques et les contre-masses ont les mêmes propriétés mécaniques) de longueur total $2L$, la déformée peut être approximée par :

$$u(x,t) = U(x) \cdot q_u(t) \text{ avec } U(x) = \sin\left(\pi \frac{x}{L}\right), \quad (3.16)$$

avec $q_u(t)$ la déformée en extrémité de transducteur.

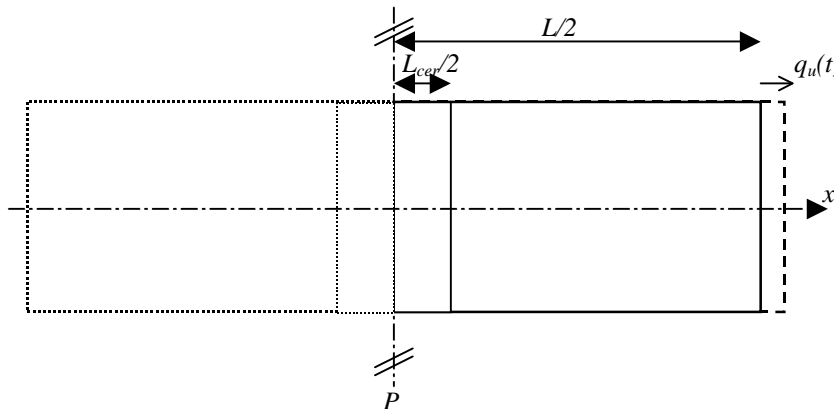


Figure A3.3 - Géométrie du transducteur

Les équations piézoélectriques s'expriment dans cette configuration par :

$$\begin{cases} T = c_D S - h D \\ E = -h S + \beta_s D \end{cases} \quad (3.17)$$

avec :

$$D = \langle D \rangle = \frac{\langle E \rangle + h \langle S \rangle}{\beta_s} = \frac{V}{\beta_s (L_{cer}/2)} + h \frac{u(L_{cer}/2) - u(0)}{\beta_s (L_{cer}/2)} \quad (3.18)$$

Ces différentes expressions permettent d'établir le Lagrangien du transducteur et d'obtenir les paramètres électromécaniques associés : la masse modale M , la raideur modale K , le facteur d'effort N , la capacité bloquée C_0 . Les expressions de ces paramètres sont données dans le **Tableau A3.3**.

Energie	Grandeurs associées	Expressions des paramètres
Energie cinétique $T = \frac{1}{2} \int \rho \dot{u}^2 dV$	$T = \frac{1}{2} M \dot{q}_u^2$ avec $M = 2 \int_0^{L/2} A \rho U(x)^2 dx$	Masse modale $M = A \rho L / 2$

<p>Energies potentielles dans les contre-masses</p> $V = \frac{1}{2} \int TS dv$	$V = \frac{1}{2} K_{CM} q_u^2$ <p>avec</p> $K_{CM} = 2 \int_{L_{cer}/2}^{L/2} Ac \left(\frac{\partial u(x)}{\partial x} \right)^2 dx$	<p>Raideur des contre-masses</p> $K_{CM} = Ac \left(\frac{\pi}{L} \right)^2 \left(L/2 - L_{cer}/2 - \frac{L}{2\pi} \sin \left(\pi \frac{L_{cer}}{L} \right) \right)$
<p>Energies potentielles dans les céramiques</p> $V = \frac{1}{2} \int (TS - ED) dv$	$V = \frac{1}{2} K_{cer} q_u^2 - \frac{1}{2} C_0 V_2 - N q_u V$ <p>avec</p> $C_0 = 2 \int_0^{L_{cer}/2} \frac{A}{\beta_s (L_{cer}/2)^2} dx$ $K_{cer} = 2 \int_0^{L_{cer}/2} Ac_D \left(\frac{\partial U(x)}{\partial x} \right)^2 - \frac{Ah_2}{\beta_s (L_{cer}/2)^2}$ $N = 2 \int_0^{L_{cer}/2} \frac{Ah\beta_s}{(L_{cer}/2)^2} (U(L_{cer}/2) - U(0)) dx$	<p>Capacité bloquée</p> $C_0 = 2 \frac{A}{\beta_s L_{cer}} = 2 \frac{\epsilon_s A}{L_{cer}}$ <p>Raideur des céramiques</p> $K_{cer} = Ac \left(\frac{\pi}{2L} \right)^2 \left(L_{cer} + \frac{L}{\pi} \sin \left(\pi \frac{L_{cer}}{L} \right) \right) - 2 \frac{Ah_2}{\beta_s (L_{cer}/2)^2} \sin \left(\frac{\pi}{2} \right)$ <p>Facteur d'effort</p> $N = 2 \frac{Ah}{\beta_s (L_{cer}/2)^2} \sin \left(\frac{\pi}{2} \frac{L_{cer}}{L} \right)$

Tableau A3.3 - Paramètres électromécaniques du transducteur Langevin

5 - Calcul des paramètres électromécaniques d'un stator de moteur à rotation de mode

Le stator simplifié (par la supposition que les céramiques et les contre-masses ont les mêmes propriétés mécaniques) du moteur à rotation de mode est symétrique et de longueur total L . Dans ce cas les équations du paragraphe 1 de cette annexe peuvent se simplifier selon les expressions suivantes :

Déformées et efforts	Coefficients associés
$U(x) = A \cos(k_1 x) + B \operatorname{ch}(k_2 x)$	$k_1 = \sqrt{\frac{\sqrt{\Delta} + \rho l \left(1 + \frac{c}{a_T G} \right) \omega^2}{2cl}} \quad k_2 = \sqrt{\frac{\sqrt{\Delta} - \rho l \left(1 + \frac{c}{a_T G} \right) \omega^2}{2cl}}$ $\Delta = \left(\rho l \left(1 + \frac{c}{a_T G} \right) \omega^2 \right)^2 + 4cl\rho S \omega^2 \left(1 - \frac{\rho l}{a_T S G} \omega^2 \right)$
$M(x) = \alpha_M A \cos(k_1 x) + \beta_M B \operatorname{ch}(k_2 x)$	$\alpha_M = cI \left(\frac{\rho \omega^2}{a_T G} - k_1^2 \right)$ $\beta_M = cI \left(\frac{\rho \omega^2}{a_T G} + k_2^2 \right)$
$\Psi(x) = -\alpha_\psi A \sin(k_1 x) + \beta_\psi B \operatorname{sh}(k_2 x)$	$\alpha_\psi = \frac{k_1 (\alpha_M + a_T S G)}{a_T S G - \rho l \omega^2}$ $\beta_\psi = \frac{k_2 (\beta_M + a_T S G)}{a_T S G - \rho l \omega^2}$
$T(x) = -\alpha_T A \sin(k_1 x) + \beta_T B \operatorname{sh}(k_2 x)$	$\beta_T = a_T S G (\beta_\psi - k_2)$ $\alpha_T = a_T S G (\alpha_\psi - k_1)$

Tableau A3.1 - Expressions des déformées et efforts pour une poutre symétrique

Les déformées utiles à l'établissement du Lagrangien seront :

$$u(x,t) = U(x)q_u(t) \text{ et } \psi(x,t) = \Psi(x)q_u(t) \quad (3.19)$$

avec

$$U(x) = A_u \cos(k_1 x) + B_u \operatorname{ch}(k_2 x) \text{ et } \Psi(x) = A_\psi \sin(k_1 x) + B_\psi \operatorname{sh}(k_2 x) \quad (3.20)$$

Les coefficients k_1 et k_2 étant connus, il reste à déterminer les inconnues A_u et B_u qui doivent permettre de respecter les conditions aux limites suivantes :

$$U(L/2) = 1 \text{ e } T(L/2) = 0 \quad (3.21)$$

D'où :

$$A_u = B_u \frac{\beta_r \operatorname{sh}(k_2 L/2)}{\alpha_r \sin(k_1 L/2)} \text{ et } B_u = \frac{1}{\frac{\beta_r \operatorname{sh}(k_2 L/2)}{\alpha_r \tan(k_1 L/2)} + \operatorname{ch}(k_2 L/2)} \quad (3.22)$$

$$A_\psi = -\alpha_\psi A_u \text{ et } B_\psi = \beta_\psi B_u \quad (3.23)$$

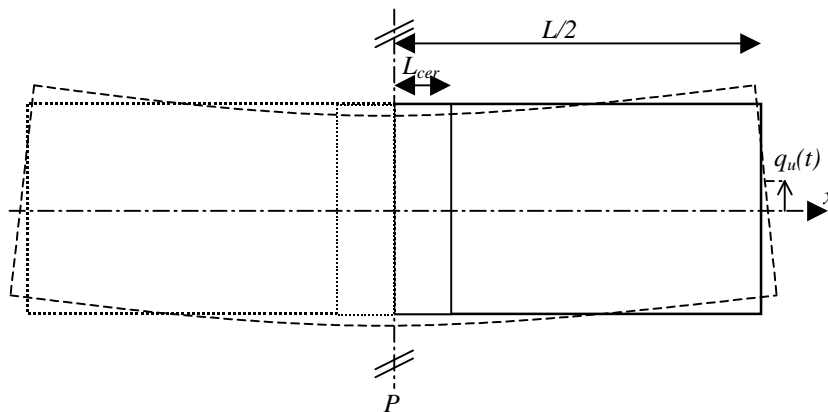


Figure A3.4 - Géométrie du transducteur

Les équations piézoélectriques s'expriment dans cette configuration par :

$$D(y) = \langle D \rangle = \frac{\langle E \rangle + h \langle S \rangle}{\beta_s} = \frac{V}{\beta_s L_{cer}/2} + \frac{h}{\beta_s} \frac{\psi(L_{cer}) - \psi(0)}{L_{cer}/2} y \quad (3.24)$$

Ces différentes expressions permettent d'établir le Lagrangien du stator et d'obtenir les paramètres électromécaniques associés : la masse modale M , la raideur modale K , le facteur d'effort N , la capacité bloquée C_0 . Les expressions de ces paramètres sont données dans le **Tableau A3.4**.

Energie	Grandeurs associées	Expressions des paramètres
Energie cinétique	$T = \frac{1}{2} M \dot{q}_u^2$	Masse modale $M = M_{rot} + M_{tra}$

$T = \frac{1}{2} \int \rho \dot{u}^2 dv$	<p style="text-align: center;">avec</p> $M = \int \rho I \Psi(x)^2 + \rho A U(x)^2 dx$	<p style="text-align: center;">avec</p> $M_{rot} = 2\rho I (A_{\psi}^2 I_1 + B_{\psi}^2 I_2 + 2A_{\psi} B_{\psi} I_3)$ $M_{tra} = 2\rho A (A_u^2 J_1 + B_u^2 J_2 + 2A_u B_u J_3)$
<p style="text-align: center;">Energies potentielles élastiques</p> $V = \frac{1}{2} \int TS dv$	<p style="text-align: center;">$V = \frac{1}{2} K q_u^2$</p> <p style="text-align: center;">avec</p> $K = \int_{-L/2}^{+L/2} EI \left(\frac{\partial \Psi(x)}{\partial x} \right)^2 + aSG \left(-\Psi(x) + \frac{\partial U(x)}{\partial x} \right)^2 dx$	<p style="text-align: center;">Raideur totale</p> $K = K_{flex} + K_{cis}$ <p style="text-align: center;">avec :</p> $K_{flex} = 2EI (A_{\psi}^2 k_1^2 J_1 + B_{\psi}^2 k_2^2 J_2 + 2A_{\psi} B_{\psi} k_1 k_2 J_3)$ $K_{cis} = 2a_T AG \left((A_{\psi} + A_u k_1)^2 I_1 + (B_u k_2 - B_{\psi})^2 I_2 - 2(A_{\psi} + A_u k_1)(B_u k_2 - B_{\psi}) I_3 \right)$
<p style="text-align: center;">Energies potentielles dans les céramiques</p> $V = \frac{1}{2} \int (TS - ED) dv$	$C_0 = \int_0^{L_{cer}/2} \frac{A}{\beta s (L_{cer}/2)^2} dx$ $N = \frac{1}{2} \int_0^{L_{cer}/2} 2h \varepsilon_s I_p \frac{\Psi(L_{cer}/2)}{(L_{cer}/2)^2} dx$ <p style="text-align: center;">pour une céramique comprise entre $x=0$ et $x=L_{cer}/2$</p>	<p style="text-align: center;">Capacité bloquée</p> $C_0 = \frac{A}{\beta s (L_{cer}/2)} = \frac{\varepsilon_s A}{(L_{cer}/2)}$ <p style="text-align: center;">Facteur d'effort</p> $N = h \varepsilon_s I_p \frac{\Psi(L_{cer}/2)}{(L_{cer}/2)}$
	$C_0 = \int_{-L_{cer}/2}^{L_{cer}/2} \frac{A}{\beta s (L_{cer}/2)^2} dx$ $N = \frac{1}{2} \int_{-L_{cer}/2}^{L_{cer}/2} 2h \varepsilon_s I_p \frac{\Psi(L_{cer}/2)}{(L_{cer}/2)^2} dx$ <p style="text-align: center;">pour deux céramiques comprise entre $x=-L_{cer}/2$ et $x=L_{cer}/2$</p>	<p style="text-align: center;">Capacité bloquée</p> $C_0 = \frac{2A}{\beta s (L_{cer}/2)} = \frac{2\varepsilon_s A}{(L_{cer}/2)}$ <p style="text-align: center;">Facteur d'effort</p> $N = 2h \varepsilon_s I_p \frac{\Psi(L_{cer}/2)}{(L_{cer}/2)}$

Tableau A3.4 - Paramètres électromécaniques du transducteur Langevin

Les différents paramètres exprimés dans le **Tableau A3.4** sont fonction des intégrales suivantes :

$$I_1 = \int_0^{L/2} \sin^2(k_1 x) dx = \int_0^{L/2} \frac{1 - \cos(2k_1 x)}{2} dx = \frac{1}{2} \left[x - \frac{1}{2k_1} \sin(2k_1 x) \right]_0^{L/2} \quad (3.25)$$

$$I_2 = \int_0^{L/2} sh^2(k_2 x) dx = \int_0^{L/2} \frac{sh(2k_2 x) - 1}{2} dx = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{2k_2} ch(2k_2 x) - x \right]_0^{L/2} \quad (3.26)$$

$$I_3 = \int_0^{L/2} \sin(k_1 x) sh(k_2 x) dx = \frac{1}{1 + (k_1/k_2)^2} \left[\frac{1}{k_1} \sin(k_1 x) ch(k_2 x) - \frac{k_1}{k_2^2} \cos(k_1 x) sh(k_2 x) \right]_0^{L/2} \quad (3.27)$$

$$J_1 = \int_0^{L/2} \cos^2(k_1 x) dx = \int_0^{L/2} \frac{1 + \cos(2k_1 x)}{2} dx = \frac{1}{2} \left[x + \frac{1}{2k_1} \sin(2k_1 x) \right]_0^{L/2} \quad (3.28)$$

$$J_2 = \int_0^{L/2} ch^2(k_2 x) dx = \int_0^{L/2} \frac{ch(2k_2 x) + 1}{2} dx = \frac{1}{2} \left[\frac{1}{2k_2} sh(2k_2 x) + x \right]_0^{L/2} \quad (3.29)$$

$$J_3 = \int_0^{L/2} \cos(k_1 x) ch(k_2 x) dx = \frac{1}{1 + (k_1/k_2)^2} \left[\frac{1}{k_2} \cos(k_1 x) sh(k_2 x) + \frac{k_1}{k_2^2} \sin(k_1 x) ch(k_2 x) \right]_0^{L/2} \quad (3.30)$$

6 - Utilisation des matrices de transfert pour l'établissement du Lagrangien d'un Langevin composite

Il est possible d'utiliser de manière complémentaire l'approche par matrice de transfert (ou schémas équivalents) et l'approche Lagrangienne pour modéliser un transducteur composite (constitué d'éléments possédant des propriétés mécaniques différentes). Les matrices de transfert permettent d'exprimer la fréquence de résonance et les déplacements du mode considéré. L'intégration des contraintes et des déformations correspondantes permet alors d'obtenir le Lagrangien du transducteur. Cette démarche est illustrée ici sur un transducteur Langevin. Dans ce cas, le déplacement longitudinal d'une section peut s'exprimer par la relation suivante :

$$U = A_u \cos(kx) + B_u \sin(kx), \text{ avec } k = \omega \sqrt{\rho/c} \quad (3.31)$$

La contrainte prend alors pour expression :

$$T = c \frac{\partial u}{\partial x} = c(-A_u k \cos(kx) + B_u k \sin(kx)) \quad (3.32)$$

Pour un élément de longueur L , il est possible d'établir le lien entre les efforts et déplacements d'une section à une autre à l'aide d'une matrice de transfert :

$$\begin{pmatrix} F_L \\ \dot{U}_L \end{pmatrix} = (T_{ij}) \begin{pmatrix} F_0 \\ \dot{U}_0 \end{pmatrix} \quad (3.33)$$

où :

$$(T_{ij}) = \begin{pmatrix} \cos(kL) & -Z_c j \sin(kL) \\ -\frac{j \sin(kL)}{Z_c} & \cos(kL) \end{pmatrix} \text{ et } Z_c = cA \frac{k}{\omega} = A \sqrt{\rho c} \quad (3.34)$$

La matrice de transfert globale s'obtient en effectuant le produit des matrices des n éléments composant le transducteur.

$$(T^G) = \prod_{k=1}^n (T^k) \quad (3.35)$$

La résonance a lieu pour des efforts nuls sur les extrémités du transducteurs. La matrice globale du transducteur vérifie donc à cette fréquence la relation suivante :

$$\begin{pmatrix} 0 \\ \dot{U}_L \end{pmatrix} = (T^G) \begin{pmatrix} 0 \\ \dot{U}_0 \end{pmatrix} \text{ ou encore : } T_{12} = 0 \quad (3.36)$$

Pour cette fréquence, il est alors possible de déterminer les déplacements aux niveaux de chaque interface relativement au déplacement U_0 de l'extrémité active du transducteur. Pour simplifier les calculs par la suite, l'amplitude vibratoire U_0 est supposé unitaire.

$$\begin{pmatrix} F \\ \dot{U}_i \end{pmatrix} = \prod_{k=1}^i (T^k) \begin{pmatrix} 0 \\ \dot{U}_0 \end{pmatrix} \quad (3.37)$$

Ces déplacements permettent d'obtenir les coefficients A_u et B_u pour chaque élément i du transducteur.

$$\begin{aligned} A_u^i &= U_0^i \\ B_u^i &= \frac{U_L^i - U_0^i \cos(k_i L_i)}{\sin(k_i L_i)} \end{aligned} \quad (3.38)$$

L'expression analytique des déformées permet ensuite d'établir le Lagrangien du transducteur en sommant la contribution de chacun des éléments. Pour les éléments passifs du transducteur, on obtient ainsi :

$$\begin{aligned} M_i &= \rho A_i \int_0^{L_i} (U_i(x))^2 dx = \rho A_i (A_u^{i2} I_1 + 2A_u^i B_u^i I_3 + B_u^{i2} I_2) \\ K_i &= c A_i \int_0^{L_i} \left(\frac{\partial U_i(x)}{\partial x} \right)^2 dx = c A_i ((A_u^i k_i)^2 I_2 + 2k_i^2 A_u^i B_u^i I_3 + (B_u^i k_i)^2 I_1) \end{aligned} \quad (3.39)$$

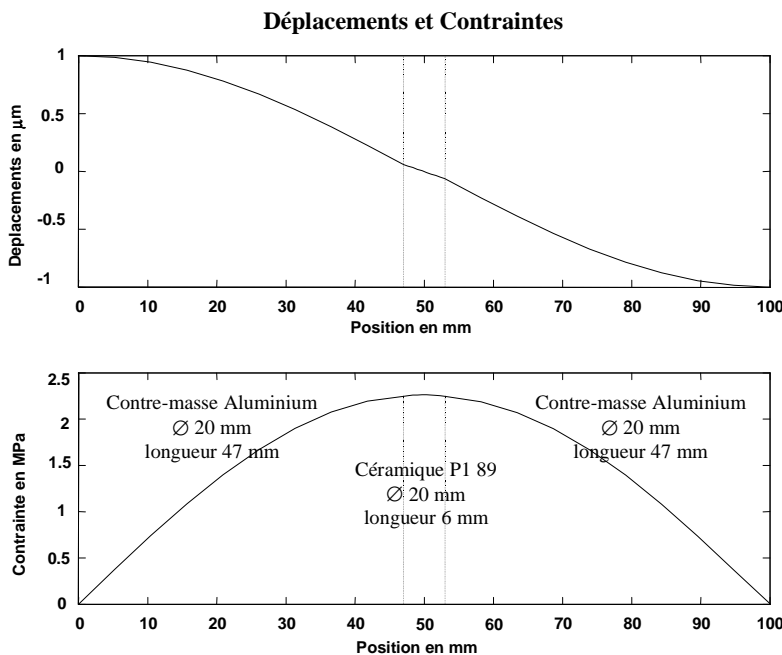
où :

$$\begin{aligned} I_1 &= \int_0^{L_i} \cos^2(k_i x) dx = \frac{1}{2} \left(L_i + \frac{1}{2k_i} \sin(2k_i L_i) \right) \\ I_2 &= \int_0^{L_i} \sin^2(k_i x) dx = \frac{1}{2} \left(L_i - \frac{1}{2k_i} \sin(2k_i L_i) \right) \\ I_3 &= \int_0^{L_i} \sin(k_i x) \cos(k_i x) dx = \frac{1}{2k_i} \sin^2(2k_i L_i) \end{aligned} \quad (3.40)$$

Pour l'élément piézoélectrique, aux termes M_i et K_i s'ajoutent les coefficients suivant :

$$\begin{aligned} C_0 &= \frac{A_{cer} \mathcal{E}_s}{L_{cer}} \\ N &= \frac{A_{cer} e}{L_{cer}} (A_u^{cer} (\cos(k_{cer} L_{cer}) - 1) + B_u^{cer} \sin(k_{cer} L_{cer})) \end{aligned} \quad (3.41)$$

Les exemples des **Figure A3.5** et **Figure A3.6** représentent les résultats obtenus pour une configuration symétrique (aluminium/céramique/aluminium) ou asymétrique (aluminium/céramique/acier) de transducteurs Langevin.



Paramètres électromécaniques

Masse modale
 $M = 41,52 \text{ g}$

Raideur modale
 $K = 1,11 \cdot 10^9 \text{ N/m}$

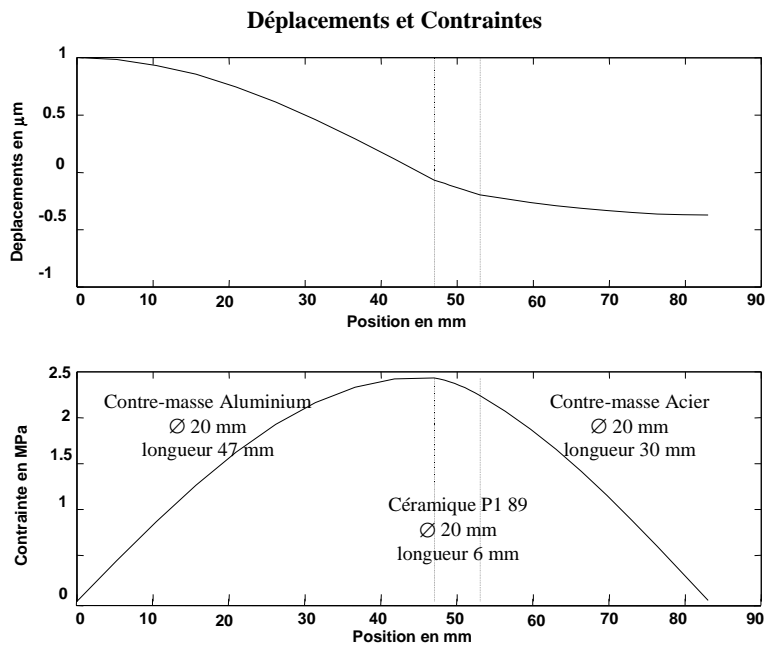
Fréquence de résonance
 $F_0 = 26,04 \text{ kHz}$

Capacité bloquée
 $C_0 = 0,31 \text{ nF}$

Facteur d'effort
 $N = 0,09 \text{ N/V}$

Coefficient de couplage
 $k = 15,32 \%$

Figure A3.5 - Langevin symétrique Aluminium / Céramique / Aluminium



Paramètres électromécaniques

Masse modale
 $M = 26,52 \text{ g}$

Raideur modale
 $K = 0,84 \cdot 10^9 \text{ N/m}$

Fréquence de résonance
 $F_0 = 28,25 \text{ kHz}$

Capacité bloquée
 $C_0 = 0,31 \text{ nF}$

Facteur d'effort
 $N = 0,09 \text{ N/V}$

Coefficient de couplage
 $k = 18,41 \%$

Figure A3.6 - Langevin asymétrique Aluminium / Céramique / Acier

7 - Obtention des paramètres électromécaniques d'un transducteur annulaire

Les modélisations mises en œuvre dans cette thèse avaient pour objectif de simuler des actionneurs cylindriques. La modélisation par Lagrangien et éléments finis peut également être appliquée à d'autres configurations de moteurs dont notamment l'actionneur à onde progressive de forme annulaire (Shinsei). La **Figure A3.7(a)** représente la répartition des polarisations et des phases pour un actionneur tel que l'USR 60. Il est possible de réduire l'étude numérique à une portion du stator en appliquant des conditions de symétrie. La **Figure A3.7(b)** représente la géométrie modélisée sous ANSYS avec des céramiques en P1 89 et une partie métallique en bronze.

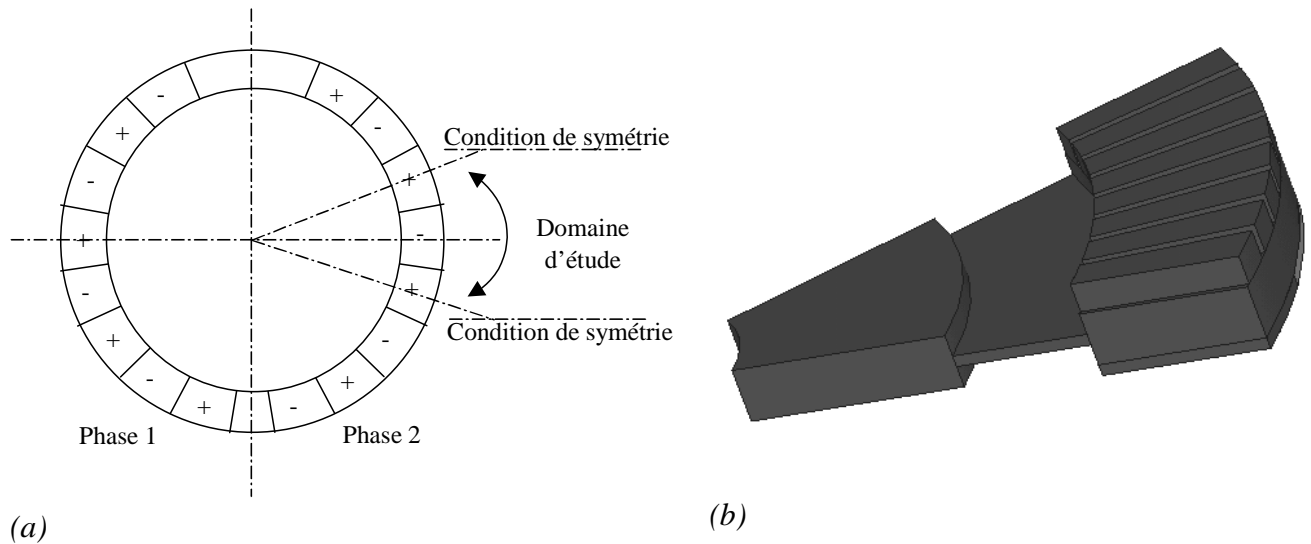


Figure A3.7 - Modélisation d'un actionneur annulaire de type Shinsei, ($\varnothing 60 * \varnothing 45 * 4,5$ mm)

Une étude modale permet d'obtenir les modes de résonance de l'actionneur. La **Figure A3.8** représente le mode de flexion utile au fonctionnement du moteur en onde progressive. Comme dans le **Chapitre 2**, il est alors possible d'obtenir les paramètres électromécaniques du stator en faisant évaluer par le logiciel les déformées au niveau du contact, l'énergie cinétique, l'énergie élastique et les charges développées au niveau des électrodes.

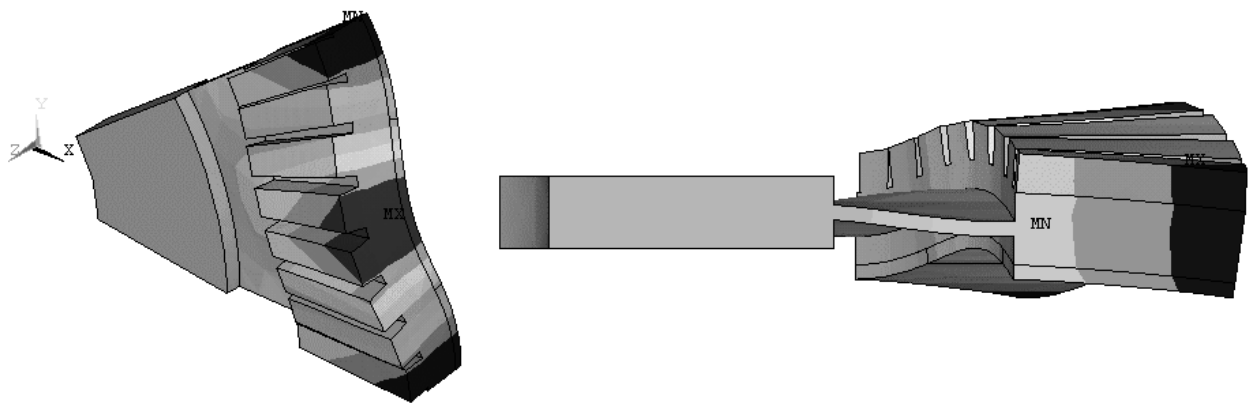


Figure A3.8 - Déformées du mode de résonance en flexion (43 kHz)

Il peut être intéressant de simuler un stator de moteur à rotation de mode ayant la même masse de céramique active et de bronze et présentant une fréquence de résonance pratiquement identique. La **Figure A3.9** représente la géométrie de ce stator de moteur à rotation de mode.

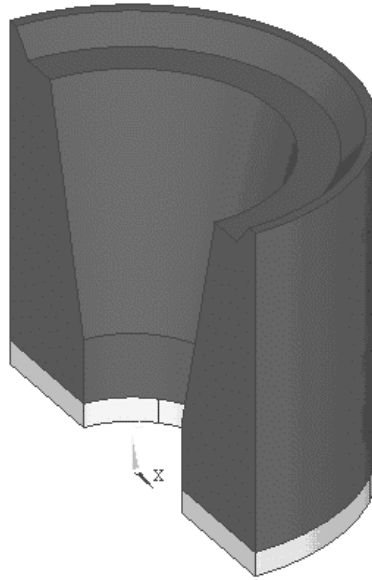


Figure A3.9 - Stator de moteur à rotation de mode ($\varnothing 20 * \varnothing 8 * 30$ mm)

Le **Tableau A3.4** compare les résultats obtenus pour ces deux types d'actionneurs. Le moteur annulaire de type Shinsei possède un bon potentiel en terme de couple massique car, à poids égal et à facteur d'effort pratiquement identique, il présente un rayon plus important. Il a également l'avantage de répartir le contact sur plusieurs points. Par contre en terme de conversion d'énergie, il possède un moins bon facteur de couplage, des contraintes plus importantes sur les céramiques ce qui limite l'amplitude des vibrations et la puissance maximale. Le moteur à rotation de mode semble donc présenter sur ces points et grâce également à la précontrainte des céramiques un potentiel plus intéressant en terme de puissance massique.

Paramètres électromécaniques	Moteur à onde progressive (annulaire)	Moteur à rotation de mode	Remarques
Fréquence de résonance	43 kHz	41 kHz	
Facteur d'ellipse	0,6	0,8	
Masse modale	33 g	27 g	
Raideur modale	2,5 GN/m	1,8 GN/m	
Facteur d'effort	0,55 N/V	0,60 N/V	
Contrainte maximale	17 MPa/ μ m	7,6 MPa/ μ m	Contrainte dans les céramiques pour une déformée tangentielle au contact
Capacité bloquée	6,5 nF	7,8 nF	
Coefficient de couplage	13,9 %	16,1 %	Écart de 35 % sur k^2

Couple maximal (150 V)	1,2 N m	0,5 Nm	Pour 150 V avec la moitié de cette tension générant un effort utile
Pertes par μm de déformée	6,7 W/ μm	4,7 W/ μm	Pour $Q_m=100$
Puissance par μm de déformée	11,3 W/ μm	11,8 W/ μm	Puissance évaluée avec le couple max.
Déformée maximale	1,5 μm	3,3 μm	Pour une contrainte max. de 25 MPa
Vitesse maximale	130 tr/min	817 tr/min	Pour la déformée max.
Puissance massique maximale	0,4 W/g	1,4 W/g	Evaluée avec couple et vitesse max.

Tableau A3.4 - Comparaison des caractéristiques électromécaniques

Précontraindre les céramiques permet également de linéariser le comportement en fréquence du moteur. Les céramiques présentent en effet une raideur non linéaire lorsqu'elles sont soumises à des efforts de traction trop importants. La **Figure A3.10** représente graphiquement la différence de comportement entre une céramique précontrainte ou non.

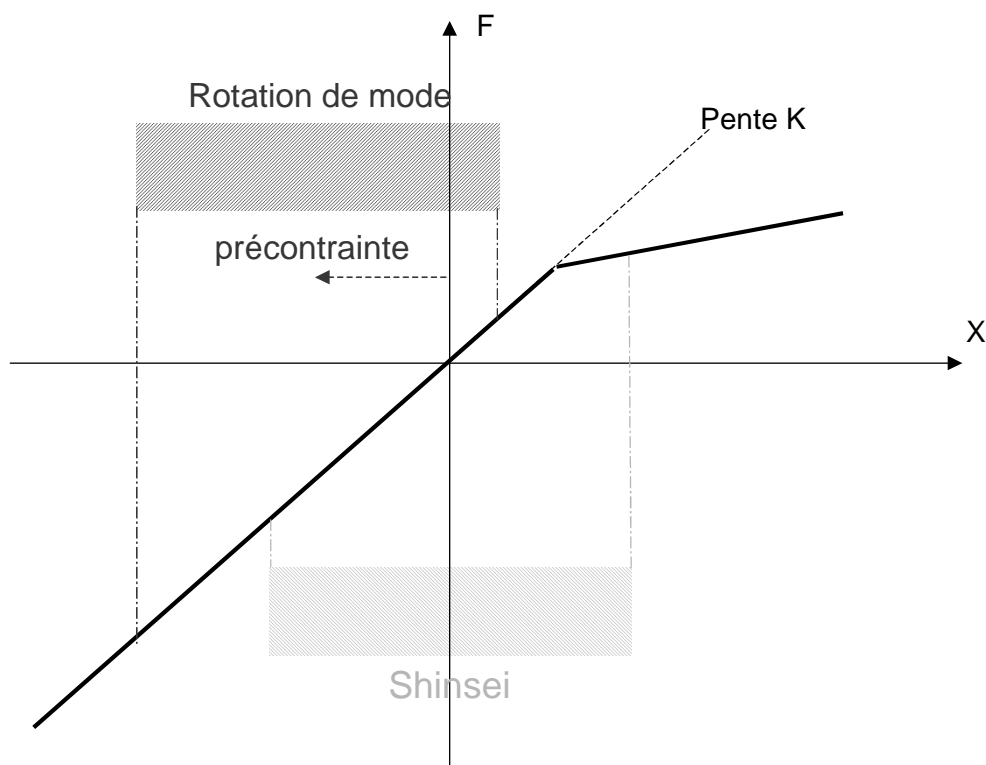


Figure A3.10 - Raideur non linéaire

La **Figure A3.11** donne la réponse en fréquence d'un système masse-ressort. Pour une raideur non linéaire le phénomène de Pull-Out apparaît. Ce dernier oblige à utiliser un balayage décroissant en fréquence pour obtenir des hauteurs d'ondes importantes.

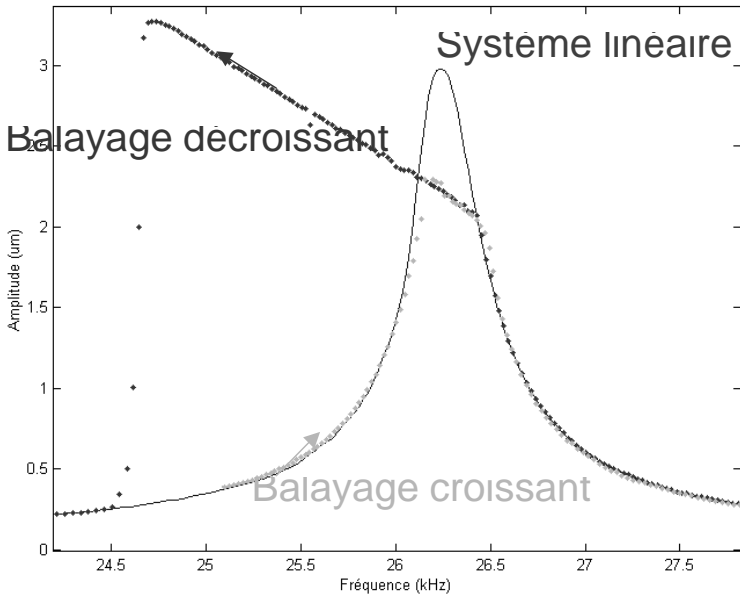


Figure A3.11 - Phénomène de Pull-Out

Annexe 4

Détermination du schéma équivalent d'un transducteur par mesure d'admittance

1 - Circuit équivalent

Le schéma équivalent d'un transducteur piézo-électrique prend la forme de la **Figure A4.1** et se compose de deux branches en parallèles autour du mode de résonance considéré :

- Une première branche (branche statique) traduisant l'effet purement électrique du comportement capacitif du matériau piézo-électrique et constitué de la capacité bloquée C_0 et d'une résistance R_0 (pour les pertes diélectriques) ;
- Une seconde branche correspondant à la résonance mécanique du mode considéré (branche motionnelle) et constitué du circuit résonant RLC (analogue électrique d'un système résonant mécanique masse-ressort).

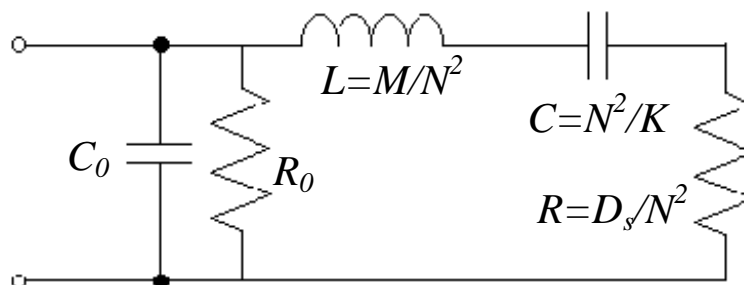


Figure A4.1 - Schéma équivalent électrique

Il est intéressant de tracer l'admittance correspondant à ce schéma équivalent. Cette grandeur est plus intéressante que l'impédance car :

- le schéma est constitué de branches en parallèle ;
- l'alimentation se fait le plus souvent à tension constante. La partie réelle et imaginaire de l'admittance sont donc représentatives de la puissance active et réactive absorbée.

L'admittance de la branche motionnelle RLC dans le plan de Nyquist est un cercle de rayon $1/2R$ centré sur le point $(1/2R, 0)$ représenté **Figure A4.2** .

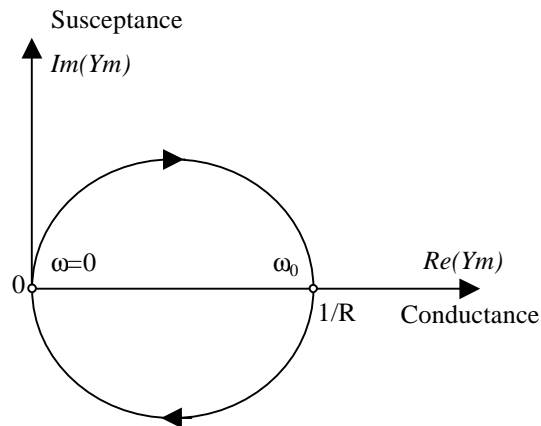


Figure A4.2 - Admittance motionnelle dans le plan de Nyquist

L'ajout de la branche statique R_0C_0 permet d'aboutir au diagramme de la **Figure A4.3** représentatif du circuit équivalent complet.

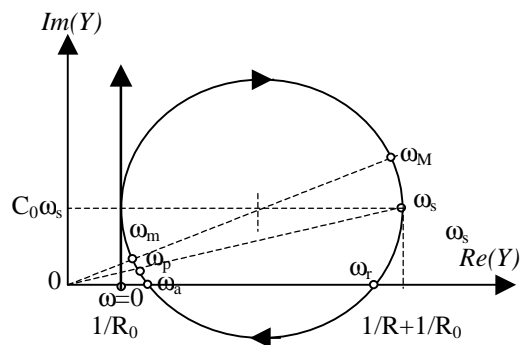


Figure A4.3 - Admittance du circuit équivalent dans le plan de Nyquist

Ce diagramme dans le plan de Nyquist est caractérisé par plusieurs fréquences :

Fréquences	Caractéristiques
Résonance série ω_s	$\omega_s = \frac{1}{\sqrt{LC}}$
Résonance parallèle ω_p	$\omega_p = \frac{1}{\sqrt{L \frac{CC_0}{C+C_0}}}$
Minimum d'admittance ω_m	$Mini(Y)$
Maximum d'admittance ω_M	$Maxi(Y)$
Résonance ω_r	$Re(Y) = 0$
Antirésonance ω_a	$Re(Y) = 0$

Tableau A4.1- Fréquences caractéristiques d'un transducteur piézoélectrique

Si le coefficient de qualité Q de la branche motionnelle est suffisamment grand ($Q \gg 10$), les fréquences série et parallèle peuvent s'écrire :

$$\omega_s = \frac{\omega_M + \omega_r}{2} \text{ et } \omega_p = \frac{\omega_m + \omega_a}{2} \quad (4.1)$$

Avec :

$$Q = \frac{L\omega_s}{R} = \frac{1}{RC\omega_s} = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} = \frac{\omega_s}{\Delta\omega_{-3dB}} \quad (4.2)$$

2 - Mesure d'admittance et détermination du schéma équivalent

L'obtention de l'admittance du transducteur peut s'effectuer à l'aide d'un analyseur de signaux (HP3562) capable de mesurer la fonction de transfert entre deux canaux C_1 et C_2 pour une bande de fréquence balayée par le signal source S . L'admittance est obtenue par la fonction de transfert reliant une mesure de courant à la tension appliquée au transducteur (**Figure A4.4**):

$$\underline{F} = \frac{C_2}{C_1} = \frac{I}{V} = \underline{Y} \quad (4.3)$$

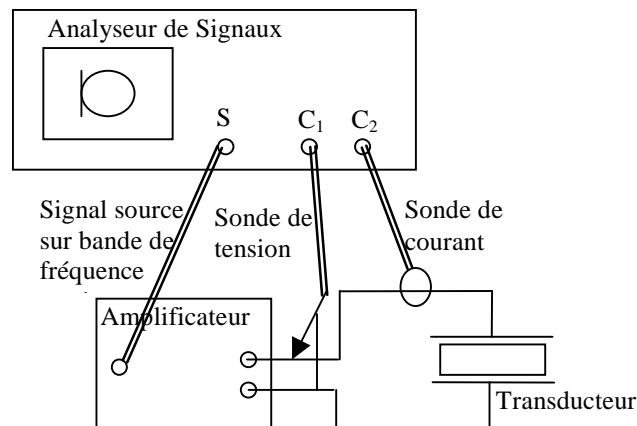


Figure A4.4 - Mesure d'admittance

L'admittance ainsi obtenue permet de déterminer l'ensemble des éléments du circuit équivalent :

- Résistances R_0 et R :

$$R_0 = \frac{1}{\text{Re}(\underline{Y}(\omega))} \text{ pour } \omega \ll \omega_s \quad (4.4)$$

$$\frac{1}{R} = \text{Re}(\underline{Y}(\omega_s)) - \frac{1}{R_0} \quad (4.5)$$

- Condensateurs C_0 et C :

$$C_0 = \frac{\text{Im}(Y(\omega_s))}{\omega_s} \quad (4.6)$$

$$C = C_0 \left(\frac{\omega_p^2 - \omega_s^2}{\omega_s^2} \right) \quad (4.7)$$

- Inductance L :

$$L = \frac{1}{C_0(\omega_p^2 - \omega_s^2)} \quad (4.8)$$

3 - Mesure d'amplitude vibratoire et détermination du facteur d'effort

Il est également intéressant d'obtenir le circuit équivalent sous la forme de la **Figure A4.5** avec représentation de la branche motionnelle par le biais d'un transformateur électromécanique. Cette représentation permet de prendre en compte le facteur d'effort N de la structure selon le mode mécanique représentée par la masse M et la raideur K . Une mesure d'amplitude vibratoire permet d'obtenir le facteur d'effort N . En effet le courant dans la branche motionnelle est l'image de la vitesse vibratoire \dot{q} :

$$\underline{Y}_m(\omega_r) = \frac{I_m}{\underline{V}} = \frac{1}{R} = \frac{N\dot{q}}{\underline{V}} \quad (4.9)$$

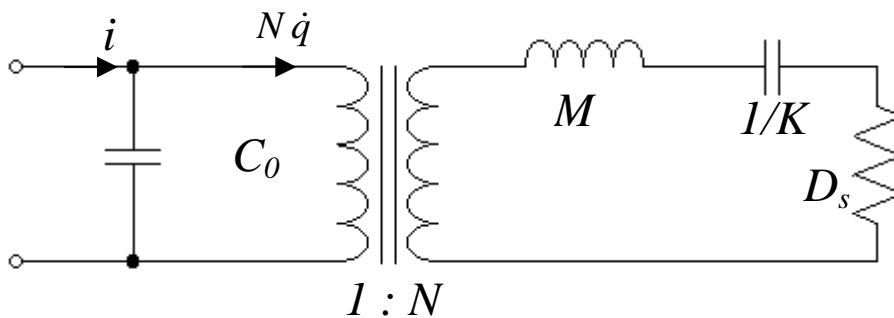


Figure A4.5 - Circuit équivalent avec transformateur électromécanique

La vitesse vibratoire \dot{q} peut être obtenue à l'aide d'une mesure de vibrations par interférométrie laser (vibromètre OFV512 de Polytec) pour une tension d'alimentation \underline{V} et à la fréquence de résonance mécanique. L'ensemble des éléments de ce circuit équivalent ont alors pour expressions :

- Facteur d'effort N :

$$N = \frac{1}{R} \left(\frac{\dot{q}}{\underline{V}} \right)^{-1} \quad (4.10)$$

- Raideur K :

$$K = \frac{N^2}{C} \quad (4.11)$$

- Masse M :

$$M = LN^2 \quad (4.12)$$

- Dissipation D_s :

$$D_s = RN^2 \quad (4.13)$$

4 - Exemple de mesures

L'exemple suivant est celui du stator d'un prototype de moteur à rotation de mode diphasé constitué de :

- 2 contre-masse en acier de 20 mm de long et 25 mm de diamètre;
- 2 phases orthogonales de 4 céramiques PC4 (0,5 mm d'épaisseur pour chaque céramique) ;

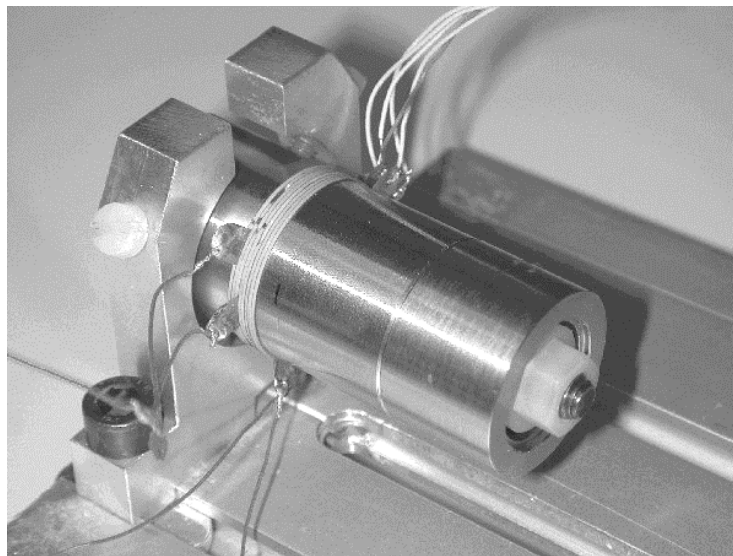
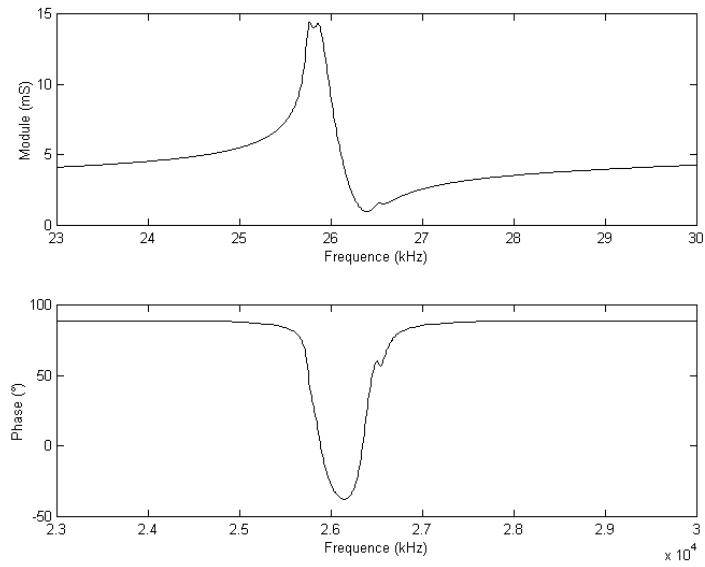
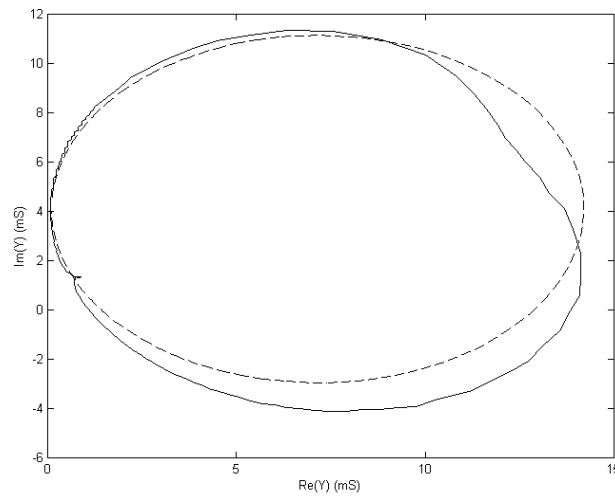


Figure A4.6 - Moteur à rotation de mode

Les mesures d'admittance et de vitesse vibratoire sont effectuées sur une phase alimentée sous $5 V_{max}$, l'autre étant court-circuitée. Les **Figure A4.7** (a) et (b) représente l'admittance de cette phase dans les représentations de Bode et de Nyquist. La fréquence de résonance du mode de flexion considéré à lieu pour 25,3 kHz. Une perturbation provenant du mode orthogonal de flexion déforme légèrement les caractéristiques. Les deux modes n'ont donc pas exactement des fréquences identiques. Ce phénomène est certainement due à une dissymétrie du montage mécanique. Ces relevés d'admittance permettent d'obtenir le circuit équivalent d'une phase du stator à vide et est représenté **Figure A4.8**. L'admittance de ce circuit , est également représenté en pointillé sur la **Figure A4.7** (b).



(a) Bode



(b) Nyquist

Figure A4.7 - Admittance d'une phase du stator du moteur à rotation de mode

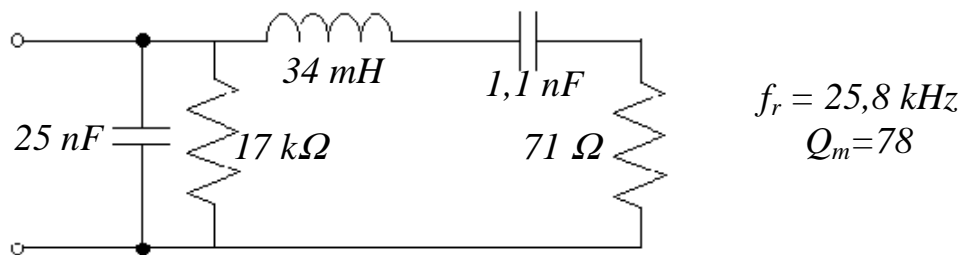


Figure A4.8 - Circuit équivalent obtenu à partir de la mesure d'admittance

Pour obtenir le facteur d'effort N du moteur, une mesure de la vitesse vibratoire sur la déformée orthogonale en extrémité de contre-masse a été faite et est représentée **Figure A4.9**. Ce facteur d'effort permet de calculer par la suite les masses et raideurs du mode mécanique considéré. Les résultats obtenus sont résumés dans le **Tableau A4.2**.

	Mesures	ANSYS	Ecart
Fréquence de résonance	25,8 kHz	32,4 kHz	20 %
Rapport $U/R\psi$	1,05	1,045	0,5 %
Masse M	55 g	60 g	8 %
Raideur K	$1,45 \cdot 10^9$ N/m	$2,50 \cdot 10^9$ N/m	40 %
Dissipation D_s	114 N/m.s ⁻¹	122 N/m.s ⁻¹ ⁽¹⁾	7 %
Facteur d'effort N	1,27 N/V	1,52 N/V 1,31 N/V ⁽²⁾	16 % 3 %

Tableau A4.2 – Paramètres électromécaniques du prototype

⁽¹⁾ Valeur calculée en prenant un coefficient de qualité mécanique de 100.

⁽²⁾ Valeur calculée en prenant en compte une surface inactive de céramique.

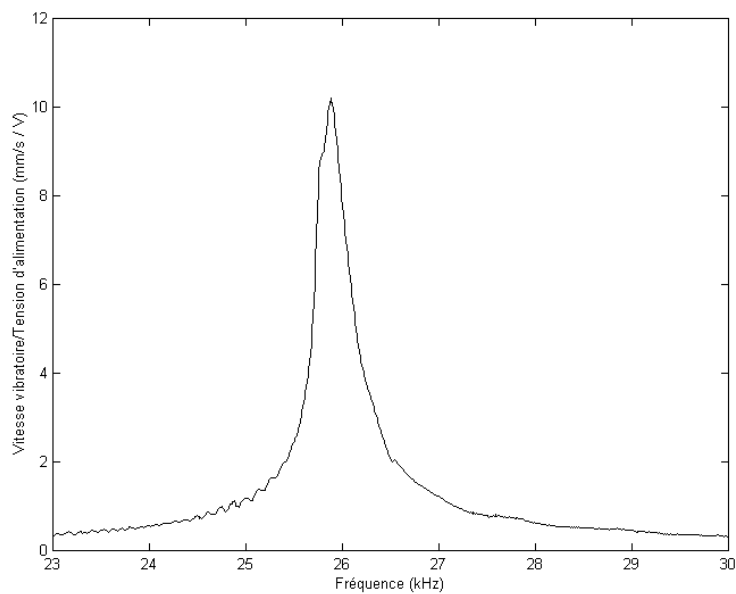


Figure A4.9 - Vitesse vibratoire pour une tension d'alimentation donnée

Annexe 5

Pertes dans le stator des moteurs résonants

Les moteurs résonants ne doivent pas dépasser certaines limites d'utilisation comme les contraintes mécaniques ou le champ électrique dans les céramiques pour éviter une rupture ou une dépolarisation du matériau actif. Pour un transducteur utilisé en fonctionnement intense, la température du moteur peut devenir un paramètre prépondérant. Elle ne doit pas dépasser la température de Curie pour éviter la dépolarisation des céramiques. Les constructeurs recommandent d'ailleurs souvent une température d'utilisation inférieure à cette dernière. Cette température est fonction des pertes au sein du stator qui peuvent s'ajouter aux pertes au niveau du contact stator/rotor : pertes diélectriques dans les céramiques, pertes mécaniques dans le stator, pertes par frottement au niveau des différentes interfaces. Cette annexe présente ces différentes pertes et les illustre de mesures effectuées sur des prototypes de transducteurs Langevin (25 mm de diamètre, 2 céramiques de 0,5 mm d'épaisseur en PC4 ou PC5H, 2 contre-masses de 20 mm de long en acier, bronze ou aluminium) ou d'un moteur à rotation de mode.

1 - Pertes diélectriques

1.1 - Angle de perte

Un condensateur plan à diélectrique avec perte alimenté par une tension sinusoïdale dissipe une puissance active qui correspond à une composante du courant absorbé en phase avec la tension (**Figure A5.1 (a)**). Au sein du matériau, cet angle de perte correspond à un retard de l'induction électrique D sur le champ électrique E . L'énergie dissipée correspond alors à l'aire balayée par le point de fonctionnement (E, D) dans la **Figure A5.1 (b)**.

Pour tenir compte de ce déphasage, la permittivité linéaire peut prendre une forme complexe. L'expression $D = \varepsilon E$ devient ainsi en notation complexe :

$$D = \varepsilon^* E \text{ avec } \varepsilon^* = \varepsilon(1 - j \tan(\delta)) \quad (5.1)$$

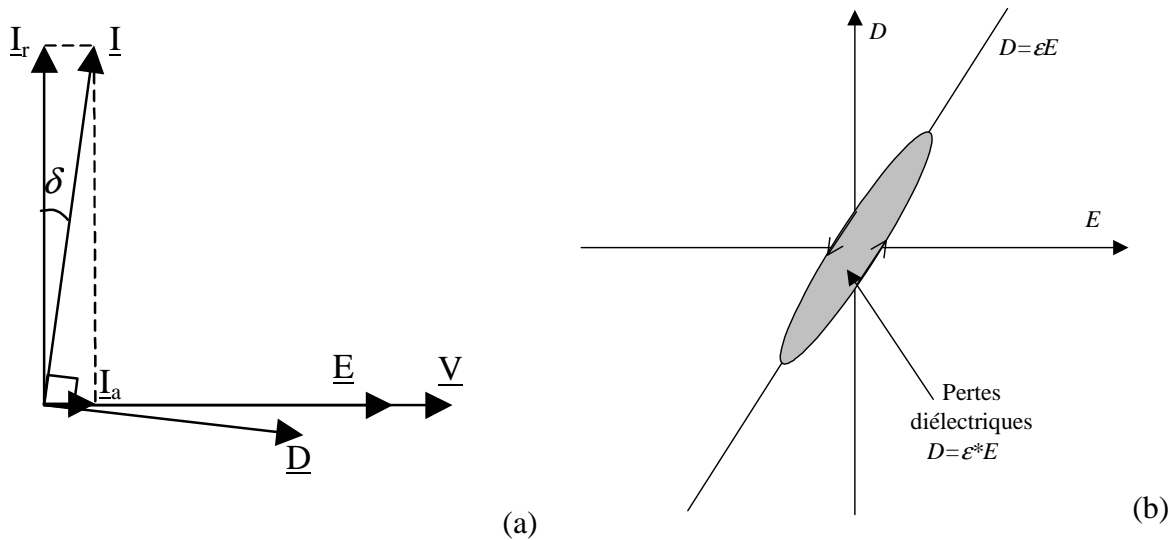


Figure A5.1 - Angle de perte diélectrique

Le calcul de la puissance active P absorbée par le condensateur permet de déterminer l'expression de la densité de pertes diélectriques P_v :

$$P = \frac{1}{2} \operatorname{Re}[VI^*] = \frac{1}{2} \operatorname{Re}[EL_{cer} j\omega D^* A] = \frac{1}{2} L_{cer} A E_2 \omega \epsilon \tan(\delta) \quad (5.2)$$

$$P_v = \frac{1}{2} E_{\max}^2 \omega \epsilon \tan(\delta) \quad (5.3)$$

Ces pertes diélectriques sont souvent représentées par une résistance R_0 en parallèle avec la capacité bloquée C_0 de la céramique piézo-électrique :

$$R_0 = \frac{1}{C_0 \omega \tan(\delta)} \quad (5.4)$$

Cette représentation n'est valable qu'autour d'une fréquence donnée. De plus l'angle de perte peut varier avec la fréquence et le niveau de tension appliquée sur la céramique. Le niveau de champ électrique entraîne les plus fortes variations : la céramique PC4 de Morgan [MOR @] voit ainsi son $\tan(\delta)$ passé de 0,4 % pour des tensions de quelques V/mm à 4 % sous 0,4 kV/mm.

1.2 - Céramiques douces et dures

Dans le schéma équivalent d'un transducteur piézoélectrique (**Figure A5.2**), la branche statique constituée d'une capacité bloquée C_0 et d'une résistance R_0 représente l'effet de ces pertes diélectriques.

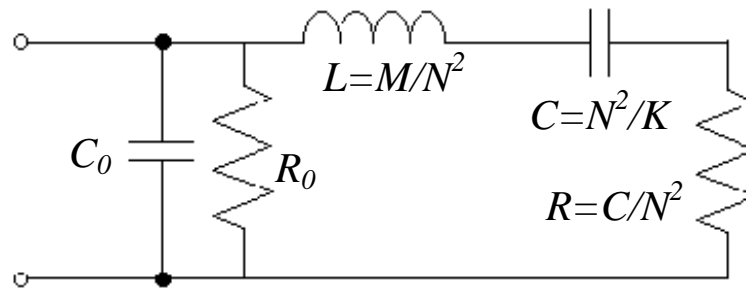


Figure A5.2 - Schéma équivalent électrique

Des mesures admittances pour des fréquences éloignées de la résonance mécanique du transducteur permettent d'évaluer l'angle de pertes du matériau actif. Afin de comparer, l'influence du type de céramique, deux transducteurs Langevin avec des contre-masse en aluminium ont été réalisés avec des céramiques dures (PC4) et douces (PC5H) de Morgan Matroc. Au vue des résultats de la **Figure A5.3**, la céramique douce présente des pertes diélectriques nettement supérieures. L'augmentation sensible de ces pertes avec la tension d'alimentation est également présente.

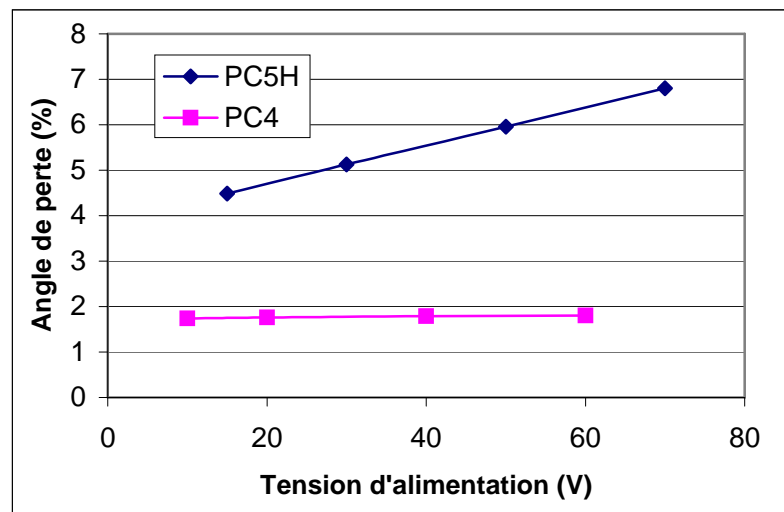


Figure A5.3 - Evolution de l'angle de perte en fonction de la tension d'alimentation (pour une fréquence d'alimentation de 40 kHz)

2 - Pertes mécaniques

2.1 - Coefficient de qualité mécanique

Un matériau élastique dissipe également de l'énergie lors d'une déformation cyclique. Ces pertes se traduisent par un retard de la déformée S sur la contrainte T . Sur un cycle, l'énergie dissipée correspond ainsi à l'aire balayée par le point de fonctionnement (T,S) dans la **Figure A5.4**.

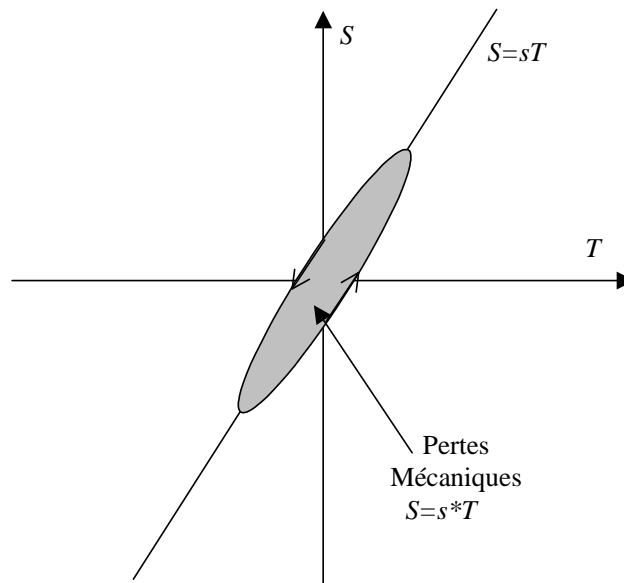


Figure A5.4 - Constantes élastiques complexes

Pour tenir compte de ce déphasage entre contrainte et déformée, il est possible d'adopter la notation complexe suivante pour la souplesse s :

$$S = s^* T \text{ avec } s^* = s(1 - j \tan(\phi)) \quad (5.5)$$

qui se note également pour la compliance c :

$$T = c^* S \text{ avec } c^* = c(1 + j \tan(\phi)) \quad (5.6)$$

L'angle de perte est lié au coefficient de qualité Q du matériau par la relation :

$$Q = \frac{1}{\tan(\phi)} \quad (5.7)$$

Ces pertes mécaniques ont une influence directe sur les performances mécaniques du moteur. En effet, l'effort généré par la tension d'alimentation sert à fournir l'effort utile au niveau du contact et à compenser les pertes vibratoires dans le stator. Un niveau de perte moindre permettrait d'obtenir à tension égale un effort plus important.

2.2 - Matériaux viscoélastiques

Pour les matériaux à faible module de Young, tels que les polymères, l'angle de perte ϕ est fortement fonction de la fréquence. Les matériaux viscoélastiques ont des pertes de type frottements visqueux qui peuvent s'exprimer par les équations suivantes :

$$T = cS + \eta \dot{S} \quad (5.8)$$

D'où la compliance élastique complexe :

$$c^* = c \left(1 + j \frac{\omega \eta}{c} \right) \quad (5.9)$$

L'angle de perte est alors proportionnel à la fréquence :

$$\tan(\phi) = \frac{\omega\eta}{c} \quad (5.10)$$

2.3 - Matériaux rigides

Pour les matériaux rigides, tels que les métaux, cet angle de perte est beaucoup plus faible et varie peu avec la fréquence [PRI 98] (pour les fréquences d'utilisation des moteurs piézoélectriques). Le coefficient de qualité peut varier cependant avec la contrainte : Q passe ainsi de 600 sous faible contrainte à 180 sous 7 MPa pour la céramique PC4 de Morgan [MOR].

Pour les structures composées de matériaux rigides, le coefficient de qualité mécanique Q_m de l'ensemble est fonction directement du coefficient de qualité Q des matériaux mis en jeu. Pour une structure composée d'un seul matériau, il est possible d'obtenir le facteur de perte de l'équation mécanique par la prise en compte des grandeurs complexes :

$$M\ddot{p} + K^*p = NV \quad (5.11)$$

Avec : $K^* = K(1 + j/Q)$ car la raideur est proportionnelle au module d'élasticité du matériau. D'où autour de la résonance ω_0 , l'expression finale suivante :

$$M\ddot{p} + D_s\dot{p} + Kp = NV \text{ avec } D_s = K/Q\omega_0 \quad (5.12)$$

et :

$$Q_m = \frac{K}{C\omega_0} = Q \quad (5.13)$$

Pour un transducteur composé de plusieurs matériaux, la raideur K est la somme des raideurs K_i des différents éléments (obtenues lors du calcul du Lagrangien de l'ensemble du transducteur). Ce qui donne en complexe :

$$K^* = \sum_i K_i^* = \sum_i K_i(1 + j/Q_i) \quad (5.14)$$

relation qui permet d'obtenir le coefficient D_s d'amortissement et le coefficient de qualité mécanique Q_m de l'ensemble :

$$D_s = \frac{1}{\omega_0} \sum_i \frac{K_i}{Q_i} \quad (5.15)$$

$$\frac{1}{Q_m} = \frac{1}{K} \sum_i \frac{K_i}{Q_i} \quad (5.16)$$

La dernière expression montre que les parties du transducteur soumises aux plus fortes déformations (et participant le plus à la raideur de l'ensemble) comme les céramiques influencent grandement le coefficient de qualité mécanique de l'ensemble.

2.4 - Influence des matériaux

La mesure du coefficient de qualité mécaniques pour différents matériaux de contre-masses ou différents types de céramiques peut permettre d'évaluer l'influence respective de ceux-ci. La mesure doit s'effectuer à amplitude vibratoire constante afin de s'affranchir des variations de paramètres avec la hauteur d'onde ou les contraintes. L'amplitude vibratoire peut être mesurée à l'aide d'un interféromètre laser. L'acuité à la résonance peut être obtenue à l'aide de 3 points définissant l'atténuation à -3 dB:

- Un premier, pour une tension donnée, en se plaçant à la résonance et en relevant l'amplitude vibratoire ;
- Deux autres, pour une tension d'alimentation $\sqrt{2}$ fois supérieure, en relevant les fréquences pour lesquelles l'amplitude vibratoire est la même que précédemment.

Des transducteurs Langevin réalisés avec des matériaux de contre-masse différents (acier outil, bronze, aluminium) ont été testés. L'aluminium semble présenter les meilleurs caractéristiques vibratoires en terme de pertes mécaniques. Il est à remarquer que le bronze utilisé ici n'était pas du bronze béryllium.

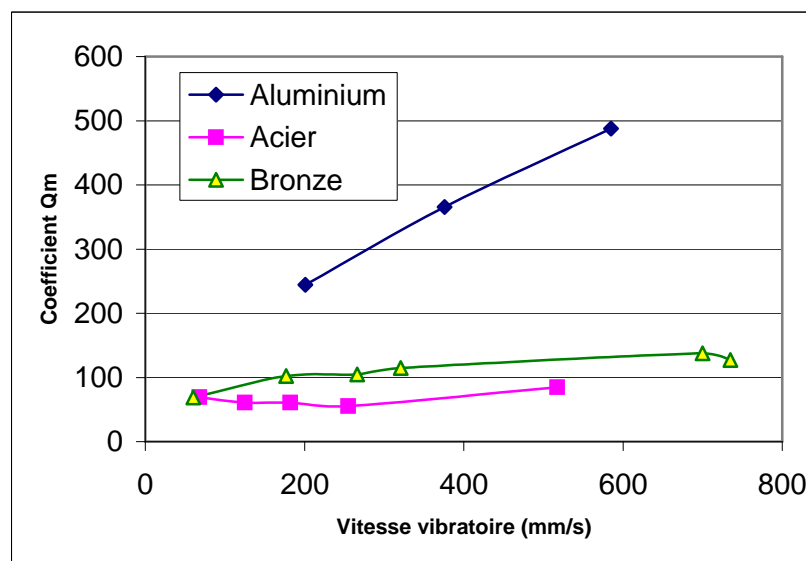


Figure A5.5 - Evolution du coefficient de qualité mécanique en fonction de la vitesse vibratoire (tension d'alimentation variant de 10 à 80 V)

3 - Pertes aux interfaces

Le facteur de qualité mécanique du stator réel est inférieur à celui calculé en ne tenant compte que des pertes mécaniques au sein des matériaux. Il existe d'autres sources de pertes au niveau des interfaces de l'assemblage vissé du stator.

3.1 - Influence de l'état de surface

L'état de surface des différentes interfaces d'un transducteur vissé influence fortement le coefficient mécanique de l'ensemble. Un polissage des différentes surfaces (électrodes, céramiques, contre-masses), afin d'atteindre une rugosité de quelques microns, a ainsi permis de doubler le coefficient de qualité mécanique d'un transducteur Langevin en bronze (**Figure A5.6**). De plus, ce coefficient devient moins sensible à la vitesse vibratoire. Cette opération de polissage ne doit cependant pas détériorer la planéité des zones de contact (en érodant par exemple plus les bords que le centre).

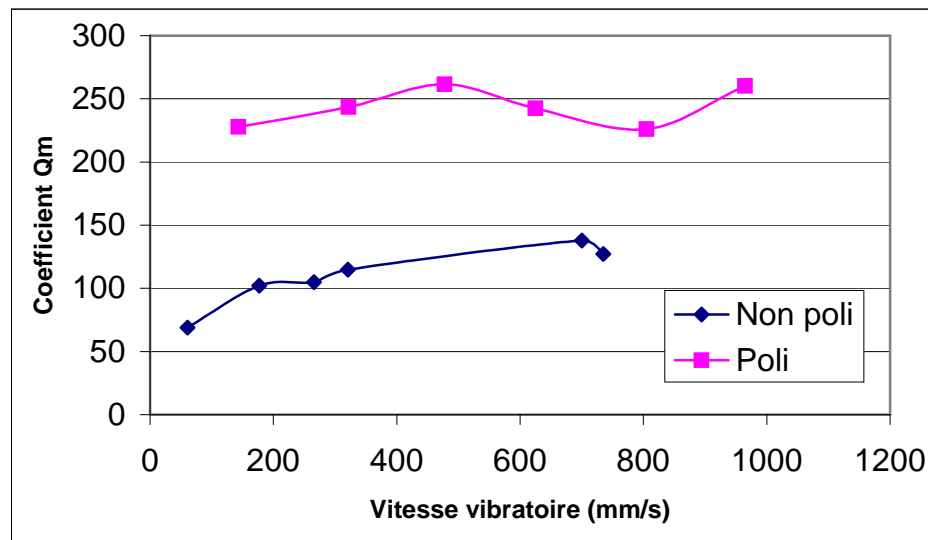


Figure A5.6 - Evolution du coefficient de qualité mécanique pour deux états de surface différents (transducteur à contre-masses en bronze)

3.2 - Influences des efforts de cisaillement

Une dissipation d'énergie a effectivement lieu lors du glissement partiel (appelé microslip en anglais) de certaines parties des zones de contact mis en jeu. Il est possible d'illustrer ce phénomène sur l'exemple unidimensionnel [SEG 01] d'une poutre élastique semi-infinie prise dans un étau appliquant une pression N uniformément répartie (**Figure A5.7**). Une force alternative tangentielle F est appliquée sur l'extrémité de la poutre. Cet effort se traduit par un glissement d'une partie de la poutre sur une longueur L .

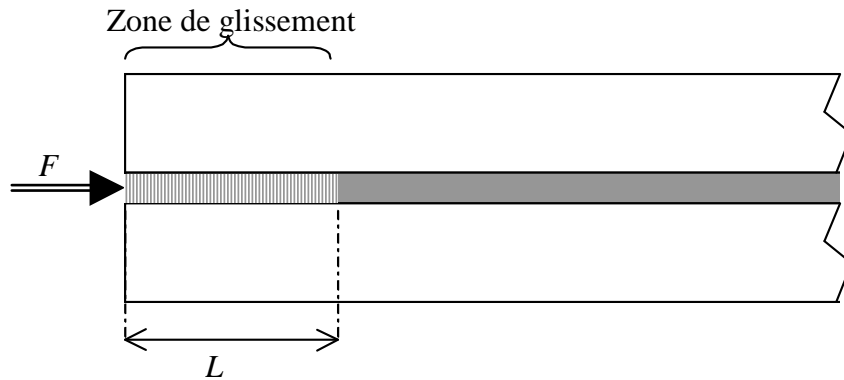


Figure A5.7 - Illustration unidimensionnelle du micro glissement

Le déplacement $u(x)$ induit par la force tangentielle F provoque du frottement sur la paroi des étaux. D'où l'équation suivante :

$$EA \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = 2\mu N \quad (5.17)$$

Qui admet les conditions aux limites :

- $u(x) = 0$ pour $x \geq L$
- $u'(L) = 0$
- $u'(0) = -F/EA$

Le déplacement $u(x)$ a donc pour expression :

$$u(x) = \frac{N\mu}{EA} (L-x)^2 \text{ pour } 0 < x < L \text{ avec } L = \frac{F}{2N\mu} \quad (5.18)$$

L'énergie dissipée par frottement sur un cycle alternatif se calcule à l'aide de l'intégrale :

$$W = 4 \int_0^L 2N\mu u(x) dx = \frac{2}{3} \frac{F^3}{EA(2N\mu)^2} \quad (5.19)$$

Cet exemple simple permet cependant d'obtenir deux résultats qui restent vrais pour toute interface transmettant un effort tangentiel de cisaillement :

- La zone de glissement augmente avec l'effort appliqué ;
- L'énergie de dissipation est proportionnelle au cube de l'amplitude de l'effort.

La **Figure A5.8** représente l'effort de cisaillement F_{cis} dans une poutre (25 mm de diamètre et de 40 mm de long) en flexion. L'effort de cisaillement est maximal au niveau de deux nœuds de vibration et est proportionnel à la raideur du matériau utilisé.

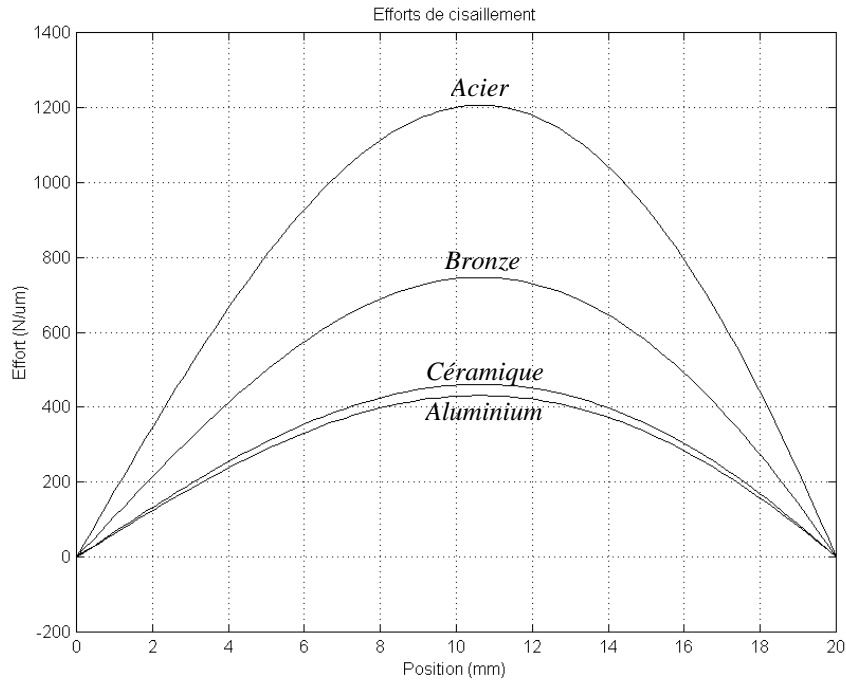


Figure A5.8 - Répartition de l'effort tangentiel sur un cylindre d'acier en flexion
(représentation sur un demi-cylindre)

Les efforts de cisaillement sont proportionnels à l'amplitude vibratoire et donc à la vitesse vibratoire. Les pertes par glissement partiel évolue donc avec le cube de la vitesse vibratoire ou le cube du courant de la branche motionnelle de la **Figure A5.2**. La résistance équivalente est donc croissante et le coefficient de qualité mécanique Q_m décroissant. La **Figure A5.9** représente l'évolution de ce coefficient pour un stator de moteur à rotation de mode excité selon son premier mode de flexion. Ce type d'évolution décroissante n'apparaît pas pour les transducteurs Langevin excité selon un mode longitudinal et ne présentant donc pas d'efforts dynamiques de cisaillement. Le stator du moteur a été alimenté à vide (sans rotor) pour des tensions comprises entre 10 et 120 V. Les amplitudes vibratoires obtenues lors de cet essai ont donc dépassées celles en fonctionnement en charge (avec rotor). Le coefficient de qualité correspondant à un point de fonctionnement réel se situe donc entre 90 et 100.

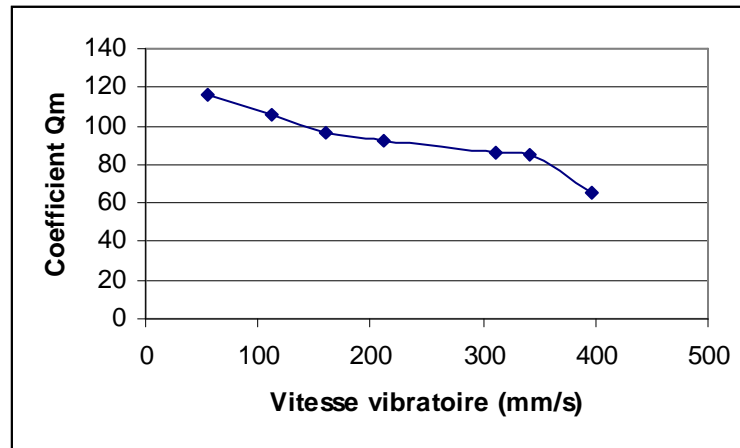


Figure A5.9 - Evolution du coefficient de qualité mécanique en fonction de la vitesse vibratoire pour un moteur à rotation de mode

4 - Comparaison des pertes

Les pertes dans un stator de moteur résonant sont d'origines diélectrique ou mécaniques. Elles sont représentées au niveau du schéma équivalent électrique **Figure A5.2** par les résistances R_0 et R qui peuvent être exprimées à partir des grandeurs $\tan(\delta)$ et Q_m . Le rapport des pertes mécaniques sur les pertes diélectriques pour un stator non chargé peut se calculer par l'expression suivante :

$$\frac{P_{diélectrique}}{P_{mécanique}} = \frac{V^2/R_0}{V^2/R} = \frac{R}{R_0} = \frac{1/Q_m C \omega}{1/C_0 \omega \tan(\delta)} = \frac{C_0 \tan(\delta)}{C Q_m} \approx \frac{\tan(\delta)}{k^2 Q_m} \ll 1 \quad (5.20)$$

Dans un actionneur résonant, les pertes diélectriques sont donc nettement inférieures aux pertes mécaniques. Ces pertes mécaniques sont de plus fonction des matériau passifs et actifs choisi et du soin apporté à la conception du transducteur (état de surface). Ces pertes mécaniques dans le stator sont du même ordre de grandeur que celles dissipées dans le contact et présentent des caractères antagonistes. En effet une augmentation de l'amplitude vibratoire diminue la longueur du contact, et minimise les pertes au contact stator/rotor, mais par contre, augmente les pertes mécaniques dans le stator. Un compromis en terme de rendement apparaît donc sur l'amplitude vibratoire de fonctionnement.

Bibliographie

Livres, notes de cours et thèses

- [BEN] S. Ben Doua, *Analyse des contraintes de commutation dans les convertisseurs statiques. Onduleurs à modulation de largeur d'impulsion à commutation douce « PWM-ZVS »*, Thèse LEEI-ENSEEIH.
- [BFR] M. Bertin, J-P. Faroux, J. Renault, *Electromagnétisme 4 – Milieux diélectriques et milieux aimantés*, Dunod
- [CRA] J-C. Craveur, *Modélisation des structures, calcul par éléments finis*, Masson
- [DIE] E. Dieulesaint, D. Royer, *Ondes élastiques dans les solides*, Masson, 1974, pp. 204-207.
- [FER] A. Ferreira, *Conception, modélisation théorique et caractérisation des moteurs piézo-électriques mono et multi-degrés de liberté : applications à la microrobotique et aux micromachines*, Thèse Université de Franche-Comté.
- [FOR] JP. Ferrieux, F. Forest, *Alimentations à découpage – Convertisseurs à résonance*, Masson
- [GAL] F. Galliano, *Conception et mise en œuvre d'un actionneur piézoélectrique plan à onde stationnaire*, Thèse LEEI-ENSEEIH.
- [GER] M. Geradin, D. Rixen, *Théorie des vibrations (application à la dynamique des structures)*, Masson.
- [GIR-A] Ch. Giraud-Audine, *Contribution à la modélisation Analytique d'Actionneurs Piézoélectriques en vue de leur conception et dimensionnement*, Thèse LEEI-ENSEEIH.
- [GIR] F. Giraud, *Modélisation causale et commande d'un actionneur piézo-électrique à onde progressive*, Thèse LEEP-EUDIL.
- [GON] P. Gonnard, *Transducteurs piézo-électriques pour l'émission*, Notes de cours INSA Lyon.
- [IKE] T. Ikeda, *Fundamentals of Piezoelectricity*, Oxford Science Publications.

- [JOH] K.L. Johnson, *Contact Mechanics*, Cambridge University Press 1985
- [LAC] G. Lacroux, *Les actionneurs électriques pour la robotique et les asservissements*, Tec & Doc.
- [LAL] S. Lalanne, *Mécanique des vibrations linéaires*, Masson.
- [PIE] E. Piccourt, *Caractérisation électromécanique et alimentation électronique des moteurs piézo-électriques*, Thèse LEEI-ENSEEIH.
- [ROU] J-F. Rouchon, *Approche tribologique du fonctionnement des moteurs à ultrasons à onde progressive*, Thèse LTDS-Centrale Lyon
- [SAS] T. Sashida , T. Kenjo, *An introduction to ultrasonic motors*, Clarendon Press, OXFORD, 1993.
- [TIM] S. Timoshenko, *Résistance des matériaux*, Dunod.
- [UEH] S. Ueha, Y. Tomikawa, *Ultrasonic Motors*, Oxford Science Publication, 1993
- [VAS] P. Vas, *Vector Control of AC Machines*, Oxford science publications
- [WIL] T. Wildi, *Electrotechnique*, De Boeck Université

Documentations constructeurs

- [CAN a] Canon, *EF Lens Work II*, plaquette de présentation des optiques Canon
- [MAT] Morgan Matroc, *Data Book for Designers*, Piezoelectric Ceramics
- [RTC] RTC, *Manuel d'application, Céramiques piézo-électriques PXE*, édition 1981

Articles

- [BAO 00] Bao X., Bar-Cohen Y., *Complete modeling of rotary ultrasonic motors actuated by traveling flexural waves*, Proceedings of SPIE's 7th Annual International Symposium on Smart Structures and Materials, 1-5 march, 2000, Newport, CA.
- [BI 97] Z. Bi, *Developing a linear piezomotor with nanometer resolution and high stiffness*, IEEE/ASME Transactions on mechatronics, vol. 2. N° 1, mars 1997
- [BUD 02a] M. Budinger, J-F. Rouchon, C. Henaux, B. Nogarede, *Un exemple de motorisation piézo-électrique et de son alimentation associée pour applications « embarquées »*, REE, février 2002.

- [BUD 02b] M. Budinger, C. Henaux, J-F. Rouchon and B. Nogarede, *Development of an artificial hand with piezoelectric actuators*, ELECTROMOTION, Vol. 9, number 2, p 87, April - June 2002.
- [BUD 02c] M. Budinger, F. Giraud, J-F Rouchon, B. Lemaire-Semail, B. Nogarede, *Feeding and control electronic of a piezoelectric actuator*, ACTUATOR'2002, juin 2002, Bremen, Allemagne
- [CEB 94] D. Cebon, M.F. Ashby, *Material selection for precision instruments*, Meas. Science and Technology, Vol. 5, pp 296-306, 1994
- [COS 01] P. Coste, E. Favre, *Tendance dans la sélection des actionneurs et mécanismes spatiaux*, EF'2001, 14-15 novembre 2001, Nancy
- [CRI 99] M. Crivii, M. Jufer, *DC to AC converters for piezoelectric motors*, EPE'99
- [DUO 96] K. Duong, *Design and performance of a rotary motor driven by piezoelectric stack actuators*, Jpn. J. Appl. Phys., Vol. 36 (1996), pp. 6334-6341, Part1., N°12, December 1996.
- [GIR 01a] F. Giraud, B. Lemaire-Semail, *Commande en phase d'un moteur piézo-électrique à onde progressive*, MAGELEC 2001, 13-14 decembre 2001, Toulouse.
- [GIR 01b] F. Giraud, B. Semail-Lemaire, J-P. Hautier, *Modèle dynamique d'un moteur piézoélectrique à onde progressive*, Revue Internationale de Génie Electrique, Vol. 3 / 4, 2001, pp 411-430.
- [GRE 99] D.L. Gregory, D.O. Smallwood, R.G. Coleman, M.A. Nusser, *Experimental studies to investigate damping in frictional shear joints*, Proceedings of the 70th Shock and Vibration Symposium (1999).
- [HAG 95] N.W. Hagood, A.J. McFarland, *Modeling of a piezoelectric rotary ultrasonic motor*, IEEE Transactions on ultrasonic, Ferroelctrics and Frequency Control, Vol. 42., N°. 2., March 1995.
- [HE 98] S. He, W. Chen, X. Tao, Z. Chen, *Standing wave bi-directional linearly moving ultrasonic motor*, IEEE transactions on UFFC, Vol. 45, n°5, sept. 1998.
- [HEM 00] T. Hemsel, J. Wallaschek, *Survey of the present state of the art of piezoelectric linear motors*, Ultrasonics 38, 2000, p 37-40.
- [HEN 01] C.Henaux, JF.Rouchon, B.Nogarede, *Development of a simplified supply for diphased piezoelectric motors*, EPE'01
- [KUR 89] M. Kurosawa, S. Ueha, *High speed ultrasonic linear motor with high transmission efficiency*, Ultrasonics 27, 1989, p 39-44.

- [KUR 89] M. Kurosawa et al., *An ultrasonic motor using bending vibrations of a short cylinder*, IEEE Transactions on ultrasonics ferroelectrics and frequency control, vol. 36, n° 5, sept. 1989.
- [KUR 98] M. Kurosawa, *Transducer for high speed and large thrust ultrasonic linear motor using two sandwich-type vibrators*, IEEE Transactions on ultrasonic, Ferroelectrics and Frequency Control, Vol. 45., N°. 5., September 1998.
- [LIN 99] F-J. Lin, R-Y. Duan, J-C. Yu, *An ultrasonic motor drive using a current-source parallel-resonant inverter with energy feedback*, IEEE Transactions on Power Electronics, Vol. 14, n°1, January 1999.
- [MAA 99] J. Maas, T. Grostollen, *High performance speed control for ultrasonic motors*, IEEE/ASME international conference on advanced intelligent mechatronics, pp 91-96, Atlanta, sept. 1999.
- [MES 98] Messine F., Nogarede B., Lagouanelle J.-L., *Optimal design of electromechanical actuators : a new method based on global optimization*, IEEE transactions on magnetics, 1998, vol. 34, n° 1, pp. 299-308
- [MIN 96] Minotti P. et al., *Moteur piezo-électrique à onde progressive : I. modélisation de la conversion d'énergie mécanique à l'interface stator/rotor*, Journal de Physique III., 1996, vol. 6, n°10, p. 1315-1337
- [MOR 95] T. Morita et al., *An ultrasonic micromotor using a bending cylindrical transducer based on PZT thin film*, Sensors and Actuators A, Vol. 50 (1995), pp. 75-80
- [MOR 96] T. Morita et al., *Design of a cylindrical ultrasonic micromotor to obtain mechanical output*, Jpn. J. Appl. Phys., Vol. 35 (1996), pp. 3251-3254
- [MOR 98] T. Morita et al., *A cylindrical micro ultrasonic motor using PZT thin film depositad by single process hyrdothermal method*, IEEE Transactions on ultrasonics ferroelectrics and frequency control, vol. 45, n° 5, sept. 1998.
- [MOR 99] T. Morita et al., *Cylindrical micro ultrasonic motor utilizing bulk lead zirconate titanate (PZT)*, Jpn. J. Appl. Phys., Vol. 38 (1999), pp. 3347-3350
- [NOG 00] B. Nogarede et al., *Matériaux électroactifs et génie biomédical : étude d'une prothèse de la main actionnée par une motorisation piézoélectrique*, MGE 2000, dec. 2000, Lille, France
- [NOG 96] B. Nogarede, *Moteurs piézoélectriques*, Techniques de l'Ingénieur, *Traité Génie Electrique*, D 3765, 20p, juillet 1996.
- [PIN 01] Pin Lu et al., *A kinematic analysis of cylindrical ultrasonic micromotors*, Sensors and Actuators A 87 (2001) 194-197

- [PRI 98] T. Pritz, *Frequency dependence of complex moduli and complex poisson's ratio of real solid*, Journal of Sound and Vibration (1998) 214 (1), p83-104
- [QUA 98] C. Quanfang, *Development of mesoscale actuator device with microinterlocking mechanism*, Journal of Intelligent Material Systems and Structures, Vol. 9 – June 1998.
- [ROH 01] Y. Roh, S. Lee, W. Han, *Design and fabrication of a new traveling wave-type ultrasonic linear motor*, Sensors and Actuators A, 2001, p 205-210.
- [ROU 95] J.F. Rouchon, Ph. Kapsa, *The elastic contact area between a sinusoidal indenter and a layered solid : application to calculation of ultrasonic motors performances*, International Tribology Conference, oct. Nov. 1995, Yokohama, Japan.
- [SAG 99] A. Sagansan, S. Boyer, *Les actionneurs électriques et l'aéronautique*, CEMD'99, 4 février 1999, Cachan
- [SCH 01] H.P. Schoner, *Automotive applications of unconventional actuators*, MAGELEC 2001, 13-14 décembre 2001, Toulouse
- [SEG 01] D.J. Segalman, *An initial overview of Iwan modeling for mechanical Joints*, Sandia Report, march 2001
- [UCH 01] K. Uchino, S. Hirose, *Loss mechanisms in piezoelectrics : how to measure different losses separately*, IEEE transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics and Frequency Control, Vol. 48, n°1, january 2001.
- [ZHO 00] G. Zhou, *The performance and design of ultrasonic vibration system for flexural mode*, Ultrasonics 38 (2000), Elsevier Science, pp. 979-984

Brevets

- [BUD] M. Budinger, J-F. Rouchon, B. Nogarede, *Moteur électroactif monophasé*, demande de brevet d'invention n° 02 10755.
- [CAN b] Canon, *Vibration driven motor*, brevet canadien CA2048400
- [FOC] H. Foch, J. Roux, *Dispositifs statiques de conversion d'énergie électrique à semi-conducteurs*, US Patent 82 14192.

Sites internet

- [AMR @] aml.seas.ucla.edu, Active Materials Research Group, University of Californy

- [APE @] www.apexmicrotech.com , *Apex Microtechnology*
- [BUR @] www.burleigh.com, *Burleigh Instruments, Inc.*
- [CAN @] www.canon.com , *Canon*
- [CED @] www.cedrat-grenoble.fr, *Cedrat.*
- [CRO @] www.crouzet.com, *Crouzet Automatisme*
- [ETE @] www.etel.ch, *Etel*
- [FER @] www.ferroperm-piezo.com, *Ferroperm piezoceramics A/S*
- [HSI @] www.hsi-inc.com, *Haydon Switch and Instrument*
- [IRF @] www.irf.com , *International Rectifier*
- [MAX @] www.mpm.maxonmotor.com, *Maxon Motors*
- [MIC @] www.micropulsesystems.com, *Micropulse*
- [MOR @] www.morganelectroceramics.com , *Morgan Matroc*
- [NAN @] www.nanomotion.com, *Nanomotion*
- [NEW @] www.newport.com, *Newport Corporation*
- [NOL @] www.noliac.com, *Noliac*
- [PI @] www.physikinstrumente.com, *Physik Instrumente (PI).*
- [SHI @] www.tky.3web.ne.jp/~usrmotor/English/html/index.html , *Shinsei Inc.*
- [STM @] www.st.com , *ST Microelectronics*