HAL
open science

# Optimisation des capacités de franchissement des robots mobiles hybrides "roues-pattes"

Jarrault Pierre

## To cite this version:

Jarrault Pierre. Optimisation des capacités de franchissement des robots mobiles hybrides "roues-pattes". Automatique / Robotique. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2013. Français. NNT : . tel-00867306

**HAL Id: tel-00867306**

**https://theses.hal.science/tel-00867306v1**

Submitted on 28 Sep 2013

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# THÈSE DE DOCTORAT

*présentée à*

l'UNIVERSITÉ PIERRE ET MARIE CURIE

*par*

**Pierre Jarrault**

*Pour obtenir le grade de*

**DOCTEUR de l'UNIVERSITÉ PIERRE ET MARIE CURIE**

*Spécialité*

MÉCANIQUE - ROBOTIQUE

École doctorale de Sciences mécaniques, acoustique, électronique et robotique de Paris

# Optimisation des capacités de franchissement des robots mobiles hybrides "roues-pattes"

*Soutenue le 4 Septembre 2013*

*devant le jury composé de :*

| | | |
|---|---|---|
| M. Saïd ZEGHLOUL | Professeur à l'Université de Poitiers | *Rapporteur* |
| M. Daniel SIDOBRE | Maître de conférences à l'Université Toulouse III | *Rapporteur* |
| M. Philippe WENGER | Directeur de recherche à l'IRCCyN | *Examinateur* |
| M. Faïz BEN AMAR | Professeur à l'UPMC | *Examinateur* |
| M. Philippe BIDAUD | Professeur à l'UPMC | *Directeur de thèse* |
| M. Christophe GRAND | Maître de conférences à l'UPMC | *Encadrant* |

## Optimisation des capacités de franchissement des robots mobiles hybrides "roues-pattes"

Les recherches présentées dans ce rapport de thèse portent sur l'optimisation des capacités de franchissement des robots mobiles hybrides "roues pattes".

On considère qu'un robot est en mesure de franchir un obstacle s'il est capable, pour chaque configuration géométrique des contacts rencontrée durant le franchissement, d'équilibrer les actions extérieures qu'il subit tout en préservant l'adhérence des contacts. Notre approche consiste à optimiser la répartition des efforts de contact afin de maximiser un critère qualifiant la performance du franchissement. Pour cela, nous mettons à profit deux caractéristiques des robots poly-articulés. D'une part, la redondance d'actionnement permet l'application de forces internes modifiant la répartition des efforts entre les différents points de contact. D'autre part, la redondance cinématique permet de changer la position du point d'application des forces de gravité en déplaçant le centre de masse relativement à la position des contacts, modifiant ainsi l'espace des solutions au problème de distribution des forces.

Le critère utilisé qualifie la robustesse du franchissement vis-à-vis des incertitudes de la commande en efforts. Elle est choisie à partir d'une analyse comparative des différents critères utilisés dans le domaine de la préhension dextre.

L'algorithme de commande que nous développons permet le contrôle simultané des mouvements du robot et des efforts aux contact. Il est d'abord validé par une série de simulations dynamiques puis vérifié sur le prototype de robot hybride HyLoS 2. Ce robot à 4 "roues-pattes" possède 16 ddl et est en mesure de franchir un obstacle représenté par une pente de 60 ° ayant une hauteur de 19 cm alors que le rayon de ses roues est de 7 cm.



**Mots clés** Robot mobile, Franchissement, Redondance, Hybride roue-patte, Commande de posture, Commande en efforts, Frottement articulaire, Stabilité.

## Optimization of crossing capabilities for "wheel-legged" hybrid mobile robots

The research presented in this thesis report focuses on the optimization of crossing capabilities for "wheel-legged" hybrid mobile robots.

We consider that a robot is able to overcome an obstacle if he is able, for each geometric configuration of the contact points encountered during the crossing , to balance the external forces applied to it while maintaining contact adhesion. Our approach consist in using two features of poly-articulated robots in order to optimize the distribution of contact forces. Firstly, the actuation redundancy allows the application of internal forces. Secondly, the kinematic redundancy allows to change the CoM position, changing the set of possible solutions to the force distribution problem.

The criterion used for the optimization measures the contacts stability robustness relatively to uncertainties in the force control. It was chosen based on a comparative analysis of different criteria used in the field of grasping.

The resulting control algorithm allows for simultaneous control of both robot movements and contact forces. Experimental results on robot HyLoS 2 show that the algorithm allow for the crossing of an obstacle represented by a slope of 60 $^{\circ}$ with a height of 19 cm, while the wheels radius is only 7 cm.


**Key Words** Mobile robot, Obstacle crossing, Redundancy, wheel-legged hybrid, postural control, force control, joint friction, Contact stability.

# Table des matières

**Introduction** **1**

**1 Contexte et problématique** **3**
1.1 Introduction . . . . . 3
1.1.1 Contexte . . . . . 3
1.1.2 Architecture de contrôle . . . . . 4
1.2 État de l'art sur les systèmes de locomotion pour le franchissement 5
1.2.1 Suspensions passives . . . . . 6
1.2.2 Suspensions actives . . . . . 8
1.2.3 Systèmes hybrides "roues-pattes" . . . . . 9
1.2.4 Les robots hybrides "roues-pattes" HyLoS . . . . . 11
1.3 Problématique du franchissement . . . . . 13
1.4 Approche . . . . . 16
1.4.1 Analogie locomotion-préhension . . . . . 16
1.4.2 Approche pour les robots mobiles hybrides "roues-pattes" . 17
1.5 Structure du document . . . . . 18

**2 Éléments de modélisation** **21**
2.1 Modélisation des robots hybrides "roues-pattes" . . . . . 22
2.1.1 Paramétrage du système . . . . . 22
2.1.2 Modèle cinématique . . . . . 23
2.1.3 Modèle quasi-statique . . . . . 24
2.1.4 Modèle de contact . . . . . 25
2.2 Gestion de la redondance du système . . . . . 28
2.2.1 Optimisation de la distribution des forces . . . . . 28
2.2.2 Détermination de la posture optimale . . . . . 30
2.2.3 Résolution de l'optimisation . . . . . 33
2.3 Conclusion . . . . . 36

**3 Étude des critères de stabilité** **37**
3.1 Description des critères . . . . . 38
3.1.1 Marge du GWS optimal . . . . . 38
3.1.2 Marge du GWS sous-optimal . . . . . 43
3.1.3 Rapport entre force tangentielle et force normale . . . . . 45
3.1.4 Perturbation admissible au niveau des contacts . . . . . 47
3.1.5 Inégalités matricielles linéaires (LMI) . . . . . 48
3.2 Analyse numérique des critères de stabilité . . . . . 49
3.2.1 Influence de la position du centre de masse . . . . . 50
3.2.2 Résultats numériques des marges de stabilité pour le franchissement d'obstacle . . . . . 54
3.2.3 Comparaison des marges de stabilité . . . . . 61
3.2.4 Marge utilisée . . . . . 63
3.3 Conclusion . . . . . 64

**4 Commande des robots mobiles "roues-pattes"** **65**
4.1 Algorithme de commande . . . . . 65
4.1.1 Contrôle forces/mouvement . . . . . 68
4.1.2 Asservissement de la posture du robot . . . . . 69
4.1.3 Maintien des points de contact . . . . . 70
4.1.4 Déplacement global du robot . . . . . 72
4.1.5 Non-holonomie . . . . . 74
4.1.6 Asservissement cinématique . . . . . 75
4.2 Simulation . . . . . 76
4.2.1 Description du robot et mise en place de la commande . . . 76
4.2.2 Passage d'une marche . . . . . 77
4.2.3 Passage d'un terrain quelconque . . . . . 81
4.3 Conclusion . . . . . 85

**5 Développements expérimentaux** **87**
5.1 Description du robot . . . . . 88
5.1.1 Architecture mécatronique . . . . . 88
5.1.2 Architecture électronique . . . . . 90
5.1.3 Architecture logicielle . . . . . 92
5.2 Évaluation du frottement dans les articulations . . . . . 92
5.2.1 Description des frottements et protocole expérimental . . . . 93
5.2.2 Évaluation et qualification du frottement pour un axe . . . . 94
5.3 Commande du robot . . . . . 98
5.3.1 Modification de l'algorithme de commande . . . . . 98
5.3.2 Considérations pratiques . . . . . 99
5.4 Franchissement d'obstacle . . . . . 99

**Conclusion et perspectives** **105**

**A Détermination de l'espace admissible pour le centre de masse** **117**
A.1 Robot de simulation . . . . . 117
A.2 Robot HyLoS 2 . . . . . 118

# Table des figures


1.1 Exemples d'environnements non-structurés, naturel (à gauche) et sinistré (à droite) . . . . . 4
1.2 Schéma de commande classique pour la navigation de robots mobiles d'après [Siegwart 04] . . . . . 5
1.3 Le robot *Nomad* (RI/CMU) . . . . . 6
1.4 Le robot *Curiosity* (JPL/NASA) . . . . . 6
1.5 Suspension de type *Rocker-Bogie* . . . . . 7
1.6 Le robot *Shrimp* (EPFL) . . . . . 7
1.7 Le robot *Lama* (Alcatel/LAAS) . . . . . 8
1.8 Le robot *RobuROC 6* (Robosoft) . . . . . 8
1.9 Le robot *Quince* (CIT) . . . . . 9
1.10 Le robot *Packbot* (IRobot) . . . . . 9
1.11 Le robot *Octopus* (EPFL) . . . . . 9
1.12 Le robot *Azimut* (Laborius) . . . . . 9
1.13 Le robot *Athlete* (JPL) . . . . . 10
1.14 Le robot *Workpartner* (ALT/HUT) . . . . . 10
1.15 Le *Multi Tasking Robot* (ARL/UoR) . . . . . 10
1.16 Tableau récapitulatif des caractéristiques des différents robots mobiles présentés . . . . . 11
1.17 Les robots HyLoS (à droite) et HyLoS II (à gauche) . . . . . 12
1.18 Péristaltisme . . . . . 13
1.19 Terrains accidentés quelconques . . . . . 14
1.20 Faibles discontinuités . . . . . 14
1.21 Efforts développés durant le franchissement de faibles discontinuités 15
1.22 Fortes discontinuités . . . . . 15
1.23 Analogie préhension-locomotion . . . . . 16

2.1 Paramétrage du système . . . . . 23
2.2 Rapport entre force normale et force tangentielle pour une roue sur sol cohésif (Modèle de [Wong 01]) . . . . . 26

2.3 Rapport entre force normale et force tangentielle pour une roue sur sol cohésif (Modèle de Coulomb) . . . . . 26
2.4 Approximation du cône de frottement par une pyramide . . . . . 27
2.5 Paramétrage intermédiaire pour l'expression de la posture . . . . . 31
2.6 Non dérivabilité de la fonction max . . . . . 34

3.1 Boule résiduelle dans l'espace des forces [Barthelemy 08] . . . . . 39
3.2 Méthode de détermination du rayon de la boule résiduelle . . . . . 41
3.3 Deux situations où la marge $\Phi_{t/n}$ est la même . . . . . 46
3.4 Perturbations admissibles ${}^{(k)}\mathbf{f}_r$ au niveau du contact . . . . . 47
3.5 Plus petite erreur admissible $\mathbf{f}_p$ au niveau du contact . . . . . 48
3.6 Configuration du robot pour les tests numériques . . . . . 50
3.7 Espace de stabilité donné par le critère $\Phi_{GO}$ pour $\beta = \pi/2$ rad et $\mu = 0.8$ . . . . . 51
3.8 Espace de stabilité donné par le critère $\Phi_{GSO}$ pour $\beta = \pi/2$ rad et $\mu = 0.8$ . . . . . 51
3.9 Espace de stabilité donné par le critère $\Phi_{GO}$ pour $\beta = \pi/2$ rad et $\mu = 0.8$ . . . . . 52
3.10 Espace de stabilité donné par le critère $\Phi_{GSO}$ pour $\beta = \pi/2$ rad et $\mu = 0.8$ . . . . . 52
3.11 Espace de stabilité donné par le critère $\Phi_{t/n}$ pour $\beta = \pi/2$ rad et $\mu = 0.8$ (critère à minimiser) . . . . . 53
3.12 Espace de stabilité donné par le critère $\Phi_{FCR}$ pour une pente de $\beta = \pi/2$ rad et $\mu = 0.8$ . . . . . 53
3.13 Espace de stabilité pour $\beta = 0.5$ rad et $\mu = 1.1$ . . . . . 54
3.14 Espace de stabilité pour $\beta = 0.5$ rad et $\mu = 0.5$ . . . . . 55
3.15 Espace de stabilité pour $\beta = \pi/2$ rad et $\mu = 1.1$ . . . . . 55
3.16 $1^{\text{ere}}$, $k^{\text{eme}}$ et $30^{\text{eme}}$ étapes du franchissement . . . . . 56
3.17 Position optimale du centre de masse pour différentes pentes et coefficients de frottement en utilisant la marge $\Phi_{GO}$ . . . . . 57
3.18 Marge de stabilité $\Phi_{GO}$ pour différentes pentes et coefficients de frottement . . . . . 57
3.19 Position optimale du centre de masse pour différentes pentes et coefficients de frottement en utilisant la marge $\Phi_{GSO}$ . . . . . 58
3.20 Marge de stabilité $\Phi_{GSO}$ pour différentes pentes et coefficients de frottement . . . . . 59
3.21 Position optimale du centre de masse pour différentes pentes et coefficients de frottement en utilisant la marge $\Phi_{FCR}$ . . . . . 60
3.22 Marge de stabilité $\Phi_{FCR}$ pour différentes pentes et coefficients de frottement . . . . . 61
3.23 Évaluation du franchissement avec la marge $\Phi_{GSO}$ . . . . . 62

3.24 Évaluation du franchissement avec la marge $\Phi_{FCR}$ . . . . . 62
3.25 Évaluation du franchissement avec la marge $\Phi_{t/n}$ . . . . . 63

4.1 Exemple de partitionnement des variables articulaires . . . . . 67
4.2 Schéma de commande du robot . . . . . 67
4.3 Espace atteignable du CoM pour des pattes en position nominale . 71
4.4 Espace atteignable du CoM pour des pattes repliées . . . . . 71
4.5 Espace atteignable du CoM pour des pattes proches d'une singularité . . . . . 71
4.6 Détermination de la position désirée d'un point de contact . . . . . 72
4.7 Détermination de la vitesse des roues . . . . . 73
4.8 Schéma cinématique d'une patte du robot de simulation . . . . . 77
4.9 Étapes du passage des pattes avant lors du franchissement d'une marche en simulation . . . . . 78
4.10 Étapes du passage des pattes arrière lors du franchissement d'une marche en simulation . . . . . 78
4.11 Positions désirée et effective du châssis pour le franchissement d'une marche . . . . . 79
4.12 Marges de stabilité prévue et mesurée durant le franchissement d'une marche . . . . . 79
4.13 Marges de stabilité durant le franchissement d'une marche lorsque les actionneurs sont bruités . . . . . 81
4.14 Obstacle utilisé . . . . . 82
4.15 Forme de l'obstacle en haut de la pente . . . . . 82
4.16 Franchissement des pattes avant sur un obstacle quelconque . . . . 82
4.17 Franchissement des pattes arrière sur un obstacle quelconque . . . 83
4.18 Positions désirée et effective du châssis pour le franchissement d'un obstacle quelconque . . . . . 84
4.19 Marges de stabilité prévue et mesurée durant le franchissement d'un obstacle quelconque . . . . . 84

5.1 Le HyLoS 2 . . . . . 87
5.2 Patte du HyLoS2 . . . . . 88
5.3 Paramètres géométriques du système de transmission . . . . . 89
5.4 Schéma du système de transmission du premier axe de la patte . . 89
5.5 Coefficient entre force de poussée du vérin et couple articulaire pour le premier axe d'une patte . . . . . 91
5.6 Tableau récapitulatif des capacités articulaires . . . . . 91
5.7 Architecture électronique du HyLoS2 . . . . . 92
5.8 Amplitude de la friction en fonction de la vitesse de l'articulation [Waiboer 05] . . . . . 93

5.9 Méthode d'identification de la stiction . . . . . 95
5.10 Force de poussée du vérin nécessaire à la mise en mouvement de l'articulation . . . . . 95
5.11 Force de viscosité au niveau du vérin ($V = 0.8$ mm/s) . . . . . 96
5.12 Force de viscosité au niveau du vérin ($V = 1.4$ mm/s) . . . . . 97
5.13 Couple de viscosité de l'articulation en fonction de sa vitesse . . . . 97
5.14 Franchissement des pattes avant . . . . . 100
5.15 Franchissement des pattes arrière . . . . . 100
5.16 Positions longitudinales désirée et effective durant le franchissement 101
5.17 Orientation du châssis durant le franchissement . . . . . 101
5.18 Marge de stabilité prévue par le robot durant le franchissement . . 102
5.19 Carte de stabilité pour la montée suivi de la descente d'une marche 107

A.1 Espace atteignable pour le centre du châssis . . . . . 118
A.2 Espace opérationnel d'une pattes du HyLoS 2 . . . . . 119

# Nomenclature

$\mathrm{A}_i$ matrice de contrainte de frottement du $i^{eme}$ point de contact
A matrice regroupant les matrices de contrainte de frottement de tous les points de contact
$C_i$ point de contact de la $i^{eme}$ roue avec le sol
$\mathbf{e}_i$ position du point de contact $C_i$ dans le repère $\Re_r$
$\mathbf{e}$ vecteur contenant les positions de tous les points de contact dans le repère $\Re_r$
$\mathbf{f}_i$ vecteur de la force de contact roue/sol au point de contact $C_i$, exprimée dans le repère $\Re_{c_i}$
$\mathbf{f}_e$ résultante du torseur des efforts extérieurs exprimées dans le repère fixe $\Re_0$
$\mathbf{f}$ vecteur contenant toutes les forces de contact exprimées dans leurs repères respectifs $\mathrm{R}_{C_i}$
$\mathrm{H}(\mathbf{p})$ Expression des contraintes sur l'espace atteignable du châssis par rapport au point de référence $R$
$\mathrm{J}_i$ matrice jacobienne de la $i^{eme}$ patte exprimée dans le repère $\Re_p$
J matrice regroupant les matrices jacobiennes de toutes les pattes
L matrice de locomotion du robot
$\mu$ coefficient de frottement aux contacts roue-sol
$n$ nombre de pattes du robot
$n_m$ nombre d'articulation du robot
$m$ masse du robot
$\mathbf{m}_e$ moment du torseur des efforts extérieurs exprimées dans le repère fixe $\Re_0$
$\boldsymbol{\omega}$ vitesse de rotation du châssis dans le repère $\Re_0$
$\mathbf{p}_0$ position du centre du châssis dans le repère $\Re_0$
$\mathbf{p}$ position du centre du châssis dans le repère $\Re_r$
$\mathbf{p}_i$ position du $i^{eme}$ point de contact dans le repère $\Re_p$
$\boldsymbol{\phi}$ vecteur contenant les angles de lacet, tangage et roulis définissant l'orientation du châssis dans le repère $\Re_0$
$\Phi_{GO}$ marge de stabilité du GWS optimal
$\Phi_{GSO}$ marge de stabilité du GWS sous-optimal
$\Phi_{t/n}$ marge de stabilité des rapports des forces de contact

$\Phi_{FCR}$ marge de stabilité des forces de contact résiduelles
$\mathbf{q}$ vecteur des positions articulaires du robot
$\Re_0 = (O, \mathbf{x}_0, \mathbf{y}_0, \mathbf{z}_0)$ repère global fixe placé au point O
$\Re_{c_i} = (C_i, \mathbf{x}_{c_i}, \mathbf{y}_{c_i}, \mathbf{z}_{c_i})$ repère du i$^{eme}$ contact, placé au point de contact
$\Re_p = (P, \mathbf{x}_p, \mathbf{y}_p, \mathbf{z}_p)$ repère lié au châssis et placé en son centre $P$
$\Re_r = (R, \mathbf{x}_0, \mathbf{y}_0, \mathbf{z}_0)$ repère de référence pour la définition de posture, placé au point de référence $R$
$\mathrm{R}_{C_i}$ matrice de passage de la base de $\Re_{c_i}$ à la base de $\Re_p$
$\mathrm{R}_p$ matrice de passage de la base de $\Re_p$ à la base de $\Re_0$
$R$ point de référence défini comme étant l'isobarycentre des points de contact
$\mathbf{r}$ position du point de référence dans le repère $\Re_0$
$\mathbf{r}_i$ position du $i^{eme}$ point de contact dans le repère $\Re_0$
$\boldsymbol{\tau}$ vecteur des couples articulaires du robot
$\boldsymbol{\tau}_g$ vecteur des efforts généralisés liés à la gravité des segments du robot
$\boldsymbol{\tau}_{max}$ vecteur des couples articulaires maximum du robot
$\mathrm{T}_\phi$ matrice de découplage permettant de passer de la dérivé du vecteur d'orientation $\dot{\boldsymbol{\phi}}$ à la vitesse de rotation $\boldsymbol{\omega}$
$\mathbf{x}_G$ position du centre de masse du robot dans le repère $\Re_r$
$\mathbf{x}_{r_i}$ vecteur de déplacement de la $i^{eme}$ roue selon les contraintes de non-holonomie
$\mathbf{w}$ vecteur contenant les termes du torseur des efforts extérieurs appliqués au robot et exprimé au point $P$, centre du châssis, $\mathbf{w} = [\mathbf{f}_e^T \ \mathbf{m}_e^T]^T$
$\mathbf{z}_{c_i}$ vecteur unitaire de la normale au plan de contact du point $C_i$
$\mathbf{z}_{r_i}$ vecteur unitaire de l'axe de la $i^{eme}$ roue par rapport au repère fixe

# Introduction

Les recherches présentées dans ce rapport de thèse portent sur l'optimisation des capacités de franchissement des robots mobiles poly-articulés. Les travaux précédents effectués à l'Institut des Systèmes Intelligents et de Robotique sur les systèmes de locomotion en milieu accidenté ont abouti à la conception initiale d'un prototype de robot mobile hybride dit "roues-pattes", le *HyLoS II*. Ce robot à 16 degrés de liberté possède une suspension active sous forme de pattes et utilise des roues comme moyen de propulsion. Le but de notre étude est d'élaborer une méthode de commande tirant parti de la haute mobilité et de la redondance d'actionnement de ce type de système, pour permettre le franchissement d'obstacles importants tels que ceux rencontrés dans des zones sinistrées.

Considérant que les problèmes de franchissement d'obstacles sont étroitement liés aux problèmes de maintien de la continuité des contacts roues-sol, notre approche consiste à déterminer les efforts entre les roues et le sol garantissant l'équilibre statique du robot tout en maintenant l'adhérence. La gestion de ces efforts est possible grâce à la redondance d'actionnement, qui permet la création de forces internes modifiant la répartition des forces entre les points de contact. Cette méthode revient, en partie, à considérer le robot comme un système préhenseur saisissant le sol. Les travaux dans le domaine de la préhension sont en effet basés sur les conditions de stabilité des forces de contact. On peut donc, à partir d'une modélisation quasi-statique similaire à celle utilisée pour ces problèmes, appliquer les méthodes d'optimisation utilisant la redondance d'actionnement des préhenseurs tout en y intégrant la possibilité de déplacement du centre de masse des robots hybrides "roues-pattes".

En vue de pouvoir appliquer la méthode de commande développée dans ce travail de thèse sur des robots réels, nous portons une attention particulière à la présence d'incertitudes dans le contrôle des efforts. Ces incertitudes sont notamment liées à la présence de frottements dans les transmissions mécaniques, aux erreurs d'estimation des plans de contact, etc... . A ce titre, nous proposons une étude comparative des différents critères de stabilité existant dans la littérature. A travers une analyse théorique de la signification de chacun d'eux, puis grâce à une comparaison de résultats numériques obtenus par simulation, nous établis-

sons un classement déterminant la capacité de chaque critère à supporter de fortes incertitudes sur l'application des forces de contact.

Nous mettons ensuite en place un algorithme de commande de robots hybrides "roues-pattes" utilisant à la fois l'optimisation des forces de contact et l'optimisation de la position du centre de masse du robot. Les performances obtenues sont analysées à travers une série de simulations dynamiques puis validées par des tests expérimentaux sur le robot HyLoS2.

L'évaluation expérimentale de notre approche, nous a conduit à réaliser des développements expérimentaux importants. Sur la base d'une première réalisation de la structure mécanique du robot, le système de commande du robot Hylos 2 a été complétement développé dans le cadre de cette thèse. Nous avons ainsi défini et implémenté l'architecture électronique et informatique nécessaire à la mise en œuvre de nos lois de commande. Enfin, une série d'expériences permettant de qualifier les performances du système lors du franchissement d'obstacle ont été réalisées sur ce robot.

# Chapitre 1

# Contexte et problématique

## 1.1 Introduction

### 1.1.1 Contexte

Les robots mobiles autonomes terrestres (UGV - *Unmanned Ground Vehicle*) sont des systèmes utilisés pour évoluer dans des environnements trop dangereux pour l'homme ou inaccessibles. Ils servent entre autres à l'exploration spatiale, au déminage et plus récemment à la recherche de victimes dans des zones sinistrées et à l'inspection d'environnements radioactifs.

S'il doit agir dans un environnement structuré, le système est souvent développé spécifiquement pour lui correspondre, tandis que dans le cas qui nous intéresse, à savoir celui d'un environnement non-structuré, le robot doit être capable de s'adapter aux variations des propriétés physiques (sable, gravier, ...) et géométriques (obstacles, pentes, ...) du sol. Cette nécessité d'adaptation pose de nombreuses difficultés, notamment lors de la présence d'obstacles.

Plusieurs robots mobiles ont déjà fait leurs preuves dans la navigation sur des terrains naturels lorsque le nombre d'obstacles est limité, les exemples les plus connus étant les robots d'exploration martienne tels que le *Sojourner* en 1997 ou plus récemment le robot *Curiosity* en 2011 [Seeni 10]. Par contre, dans les situations où le chemin est encombré, comme dans les zones sinistrées, les résultats d'essais réels sont plus mitigés avec [Murphy 08] :

- des succès en environnements structurés lors de l'ouragan Katrina (Mississippi, USA, 2005) où un robot mobile à chenille a été déployé pour rechercher des victimes dans un appartement, ou encore lors de l'accident de la centrale nucléaire de Fukushima (Japon, 2011) où des robots *Quince* ont été utilisés afin d'effectuer des mesures radiométriques à l'intérieur des installations [Nagatani 12] ;
- des échecs en environnements non-structurés lors du glissement de terrain

de La Conchita (Californie, USA, 2005) et de l'explosion des mines de Sago (Virginie, USA, 2006) où les robots ont été très rapidement bloqués par des obstacles, une racine d'arbre dans le premier cas, et un rail imprévu dans la spécification de la mission dans le second.

Ces résultats montrent un cruel manque d'adaptabilité des robots pour le franchissement de terrains inconnus.

FIGURE 1.1 – Exemples d'environnements non-structurés, naturel (à gauche) et sinistré (à droite)

### 1.1.2 Architecture de contrôle

La navigation de robots mobiles en environnement non structuré est généralement effectuée grâce à une architecture de commande telle que celle décrite dans la Fig. 1.2.

Cette architecture contient trois grandes parties qui sont : la perception, la décision et l'action.

La partie perception lit les données fournies par les capteurs puis les compile afin d'obtenir une représentation de l'environnement. La partie décision doit alors choisir, sur la base de cette représentation, la trajectoire ou le chemin que le robot devra emprunter afin d'atteindre son objectif. Cette étape peut être réalisée automatiquement ou par un opérateur. La dernière partie, l'action, consiste en l'application des mouvements nécessaires au suivi de la trajectoire choisie. Ils sont réalisés par la coordination des actionneurs du robot entre eux. C'est sur cette partie que se concentre notre étude. Tout d'abord, quels sont les mouvements permettant le franchissement des obstacles se trouvant sur la trajectoire choisie lors de la phase de décision, et finalement quelles sont les consignes à transmettre aux actionneurs pour leur réalisation.

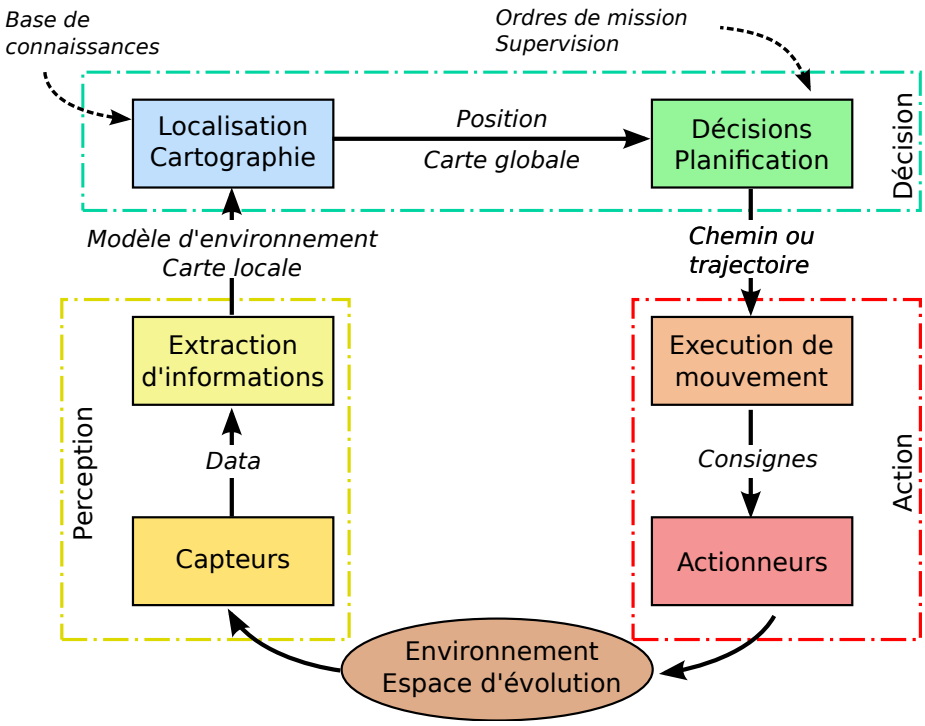


FIGURE 1.2 – Schéma de commande classique pour la navigation de robots mobiles d'après [Siegwart 04]

## 1.2 État de l'art sur les systèmes de locomotion pour le franchissement

Les véhicules terrestres sont généralement équipés d'un des trois organes de propulsion suivants : des roues, des chenilles ou des pattes. Chacun de ces systèmes possède ses avantages et ses inconvénients.

La locomotion à roues offre la plus grande rapidité d'avance et la plus faible consommation d'énergie, mais a une capacité de traction limitée lorsque le terrain est fortement accidenté ou que le sol n'est pas cohésif. Les chenilles permettent de pallier ce manque en offrant une plus grande surface de contact. Elles sont cependant plus lentes à cause de leur encombrement et les frottements générés, notamment lors des rotations, rendent ce type de locomotion plus coûteux en énergie. Finalement, les systèmes à pattes offrent la plus grande capacité d'adaptation aux variations géométriques du sol, mais elles sont plus lentes que les autres systèmes et doivent supporter leur poids en permanence, consommant ainsi une grande quantité d'énergie, même au repos.

Différents prototypes de robots mobiles terrestres possédant des châssis articulés avec une structures cinématiques originales ont été imaginés pour améliorer ou combiner les avantages de ces modes de locomotion. La conception de ces structures est basée sur l'ajout de mobilités internes offrant soit une capacité accrue d'adaptation au terrain, soit des options de franchissement supplémentaires. On distingue deux catégories, les robots à mobilités internes passives et ceux à mobilités internes actives.

### 1.2.1 Suspensions passives

Les robots à mobilités internes passives possèdent une architecture mécanique donnant aux roues la capacité de s'adapter aux variations de géométrie du sol sans l'aide de capteur ou d'actionneur commandé.

La solution la plus classique pour des véhicules à quatre roues est le système de différentiel. En reliant les roues droites et gauches par une liaison pivot non actionnée, les deux côtés du robot prennent un angle de tangage différent, évitant ainsi les pertes de contact roues/sol. Le robot *Nomad* [Shamah 98] (Fig. 1.3) est par exemple équipé de ce type de suspension, il pèse 725 kg et mesure $2.4 \times 2.4 \times 2.4$ m, sa vitesse maximum est de 1.8 km/h.

Une autre structure passive, pour les robot à six roues, est la suspension de type *Rocker-Bogie* [Harrington 04], représentée Fig. 1.5. Elle équipe notamment les robots d'exploration spatiale utilisés par la NASA comme par exemple le robot *Curiosity* [Grotzinger 12] (Fig. 1.4). Celui-ci mesure 3 m de longueur pour 2.8 m de largeur et 2.2 m de hauteur, il pèse environ 900 kg et est capable de franchir des obstacles d'une hauteur égale au diamètre de ses roues, c'est à dire 50 cm. Sa vitesse de pointe est de 0.15 km/h.

FIGURE 1.3 – Le robot *Nomad* (RI/CMU)

FIGURE 1.4 – Le robot *Curiosity* (JPL/NASA)

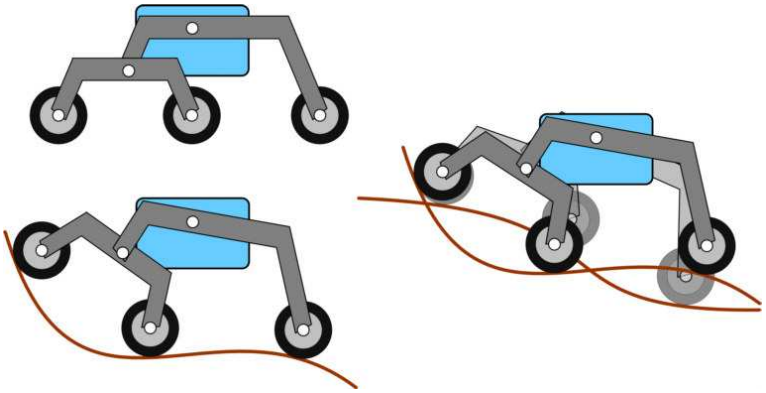

FIGURE 1.5 – Suspension de type *Rocker-Bogie*

D'autres structures cinématiques, plus complexes, ont vu le jour. Par exemple, le robot *Shrimp* [Siegwart 02] (Fig. 1.6) dont le système passif présente de très bonnes capacités de franchissement. Il possède une structure mécanique permettant l'adaptation des contacts au sol, notamment grâce à une fourche avant dont le centre instantané de rotation est situé en-dessous de l'axe de la roue, mais aussi un système de ressorts reliant les différentes parties du robot entre elles, offrant une aide au franchissement d'obstacles. Ses dimensions sont de 60 cm en longueur, 35 cm en largeur et 23 cm en hauteur. Il pèse 3.1 kg et est capable de franchir des marches représentant deux fois le diamètre de ses roues, soit des obstacles de 22 cm.

FIGURE 1.6 – Le robot *Shrimp* (EPFL)

Bien que permettant le déplacement sur des sols à géométries variées, l'absence d'actionnement des articulations internes de ces robots limite les capacités

d'adaptation à des situations imprévues.

### 1.2.2 Suspensions actives

Une grande variété de suspensions actives existe, permettant l'utilisation de plusieurs modes de locomotion.

Les robots à modules articulés tels que le *Lama* [Kemurdjian 92] (Fig. 1.7) ou le *RobuROC6* (Fig. 1.8) sont constitués de trois modules, chacun composé d'un essieu et de deux roues. Ils sont reliés entre eux par des liaisons leur permettant un mouvement de tangage et/ou de roulis indépendant de celui des autres. Le *RobuROC6* [Robosoft 08] mesure 150 cm en longueur et 78 cm en largeur, il pèse 160 kg et peut atteindre une vitesse de 13 km/h. Il est en mesure de franchir des obstacles d'une hauteur égale au rayon de ses roues, soit 25 cm.

FIGURE 1.7 – Le robot *Lama* (Alcatel/LAAS)

FIGURE 1.8 – Le robot *RobuROC 6* (Robosoft)

Les robots à chenilles articulées tel que le *Quince* [Nagatani 11] (Fig. 1.9) utilisé lors des opérations de Fukushima ou encore le *Packbot* (Fig. 1.10) sont composés de plusieurs ensembles de chenilles orientables les uns par rapport aux autres. Ils peuvent donc adapter la surface de contact à la géométrie du terrain ou encore utiliser les sous-ensembles comme bras pour escalader les obstacles. Le *Quince* est capable de franchir des escaliers composés de marches d'une hauteur de 42 cm, sa vitesse de pointe est de 3 km/h et il pèse 20 kg.

Le robot *Octopus* [Lauria 02] (Fig. 1.11) est un robot poly-articulé à roues possédant 14 degrés de liberté motorisés. Il est composé de deux sous-ensembles agissant de manière coordonnée en créant des forces internes pour franchir les obstacles. Ses dimensions sont de $43 \times 42 \times 23$ cm, il pèse 10 kg.

Le robot *Azimut* [Michaud 05] (Fig. 1.12) possède une structure particulière le rendant capable d'utiliser les trois modes de locomotion classiques. Il est composé

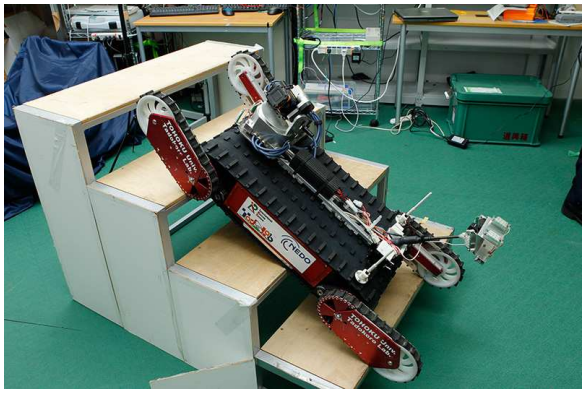

FIGURE 1.9 – Le robot *Quince* (CIT)

FIGURE 1.10 – Le robot *Packbot* (IRobot)

de quatre éléments orientables identiques qui, en fonction de leur orientation, permettent d'utiliser soit des roues, soit des chenilles, soit des pattes. Il mesure entre 70 et 110 cm en longueur (en fonction de la position des éléments orientables) pour 70 cm de largeur, il pèse 60 kg.

FIGURE 1.11 – Le robot *Octopus* (EPFL)

FIGURE 1.12 – Le robot *Azimut* (Laborius)

### 1.2.3 Systèmes hybrides "roues-pattes"

Les robots hybrides "roues-pattes" sont des robots combinant les modes de locomotion à pattes et à roues :

Le robot *Athlete* [Wilcox 07] (Fig. 1.13) est composé de six ensembles "roue-patte" à six degrés de liberté chacun, ils sont placés autour d'un châssis hexagonal de 6 m d'envergure. Son poids total est de 1200 kg. Il peut atteindre une vitesse

de 10 km/h et la taille de ses pattes lui permet de marcher sur des obstacles importants.

Le robot *Workpartner* [Halme 03] (Fig. 1.14) possède quatre ensembles "roue-patte" pouvant se mouvoir dans le plan sagittal. Ils possèdent trois degrés de liberté chacun en incluant la rotation de la roue. Il mesure 1.4 m en longueur et 1.2 m en largeur, sa hauteur peut varier entre 0.5 et 1.2 m. Il pèse 160 kg et peut atteindre une vitesse de 12 km/h.

FIGURE 1.13 – Le robot *Athlete* (JPL)

FIGURE 1.14 – Le robot *Workpartner* (ALT/HUT)

Le *Multi Tasking Robot* [Bouloubasis 07] (Fig. 1.15) possède lui aussi quatre ensembles "roue-patte", sa cinématique lui permet de franchir des obstacles d'une hauteur égale à deux fois et demi le diamètre de ses roues, soit une hauteur totale de 43 cm. Il peut atteindre une vitesse de 25 km/h.

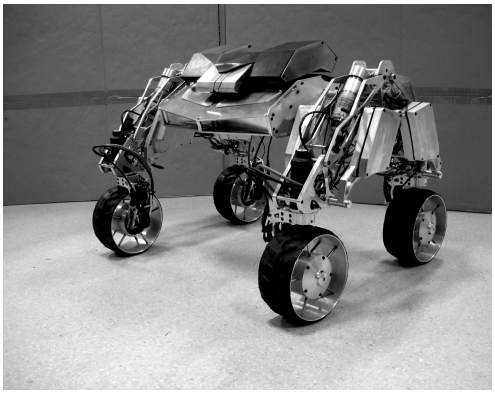

FIGURE 1.15 – Le *Multi Tasking Robot* (ARL/UoR)

Le tableau récapitulatif de la Fig. 1.16 rappelle les caractéristiques de ces systèmes.

| Robot | Longueur | Poids | Vitesse | Hauteur d'obstacle |
|---|---|---|---|---|
| *Nomad* | 2.4 m | 725 kg | 1.8 km/h | N/A |
| *Curiosity* | 3 m | 900 kg | 0.15 km/h | 50 cm (D) |
| *Shrimp* | 0.6 m | 3.1 kg | N/A | 22 cm (2×D) |
| *RobuROC 6* | 1.5 m | 160 kg | 13 km/h | 25 cm (D/2) |
| *Quince* | N/A | 20 kg | 3 km/h | 42 cm |
| *Octopus* | 0.43 m | 10 kg | N/A | N/A |
| *Athlete* | 6 m | 1200 kg | 10 km/h | N/A |
| *WorkPartner* | 1.4 m | 160 kg | 12 km/h | N/A |
| *Multi Tasking Robot* | N/A | N/A | 25 km/h | 43 cm (2.5×D) |
| *HyloS 2* | 54 cm | 20.5 kg | 1.8 km/h | 19 cm (1.2×D) |

FIGURE 1.16 – Tableau récapitulatif des caractéristiques des différents robots mobiles présentés

### 1.2.4 Les robots hybrides "roues-pattes" HyLoS

Les travaux de l'Institut des Systèmes Intelligents et de Robotique (ISIR) en matière de robotique mobile ont porté sur l'étude des structures mécaniques visant à améliorer les capacités de franchissement. Les études effectuées dans [Grand 04a] et [Besseron 08a] ont conduit au développement de deux prototypes de robots hybrides à haute mobilité dit "roues-pattes". Ces robots, nommés HyLoS pour *Hybrid Locomotion System* (Fig. 1.17) sont des robots à quatre roues utilisant des pattes comme moyen de suspension. Ils combinent les avantages des systèmes à roues, comme la vitesse, aux avantages des systèmes à pattes, comme la capacité d'adaptation et l'actionnement redondant.

Ces robots sont capables de se déplacer en utilisant différents modes de locomotion à choisir en fonction des propriétés physiques et géométriques du sol [Grand 05]. Grâce à leur structure mécanique dérivée à la fois des systèmes à roues et des systèmes à pattes, les robots hybrides peuvent naturellement utiliser soit la marche soit le roulement, mais leurs options de locomotion ne se limitent pas à cela. L'originalité de leur structure leur permet d'utiliser d'autre modes de déplacement qui sont énumérés ci-après.

Le mode de suspension active consiste à profiter de la redondance d'actionnement des pattes pour donner aux roues un comportement similaire à celui obtenu avec une suspension ressort-amortisseur classique. Ce mode est mis en œuvre par l'application de forces dépendant du déplacement de la roue par rapport à une po-

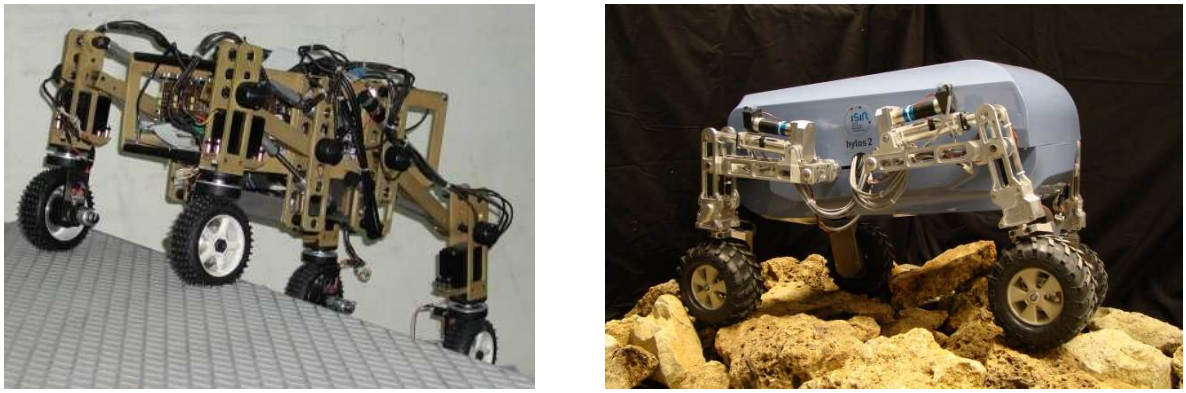

FIGURE 1.17 – Les robots HyLoS (à droite) et HyLoS II (à gauche)

sition désirée. L'intérêt est de pouvoir modifier en ligne les paramètres de raideur et d'amortissement en fonction de la situation *via* des algorithmes adaptatifs.

Le péristaltisme est un mode de locomotion qui consiste en une séquence de mouvements assurant le déplacement de chaque patte l'une après l'autre, mais sans perte de contact comme lors de la marche. Le mouvement des pattes est assuré par l'utilisation conjointe des mobilités de la patte et de la roue dans un schéma de commande en effort assurant une pression de contact constante et réglable. La coordination du mouvement "roue-patte" permet alors d'assurer un roulement sans glissement au niveau de la roue. Le déplacement effectif du véhicule correspond au transfert du centre de masse du robot qui est obtenu par un actionnement coordonnée des mobilités internes (les roues étant bloquées et fixes par rapport au sol). La séquence de mouvement du mode péristaltique est représentée sur la figure 1.18. Dans le cas de robots à quatre "roues-pattes", il est possible d'utiliser deux types d'allure, l'une symétrique et l'autre dissymétrique. Les résultats de [Grand 04a] montre que ce mode de locomotion présente une meilleure traction que le roulement classique sur des sols non-cohésifs et permet une meilleure stabilité que la marche [Halme 03].

Le roulement avec reconfiguration est un mode de locomotion où la traction est entièrement réalisée par les roues du robot mais où les mobilités supplémentaires apportées par la structure poly-articulée vont être utilisées à différentes fins :

- adapter la géométrie des contacts afin d'assurer la meilleure stabilité ou la meilleure traction possible ;
- placer le centre de masse de façon à éviter les renversements ou pour répartir équitablement les efforts de pesanteur entre les différentes pattes en vue d'une amélioration de la traction.

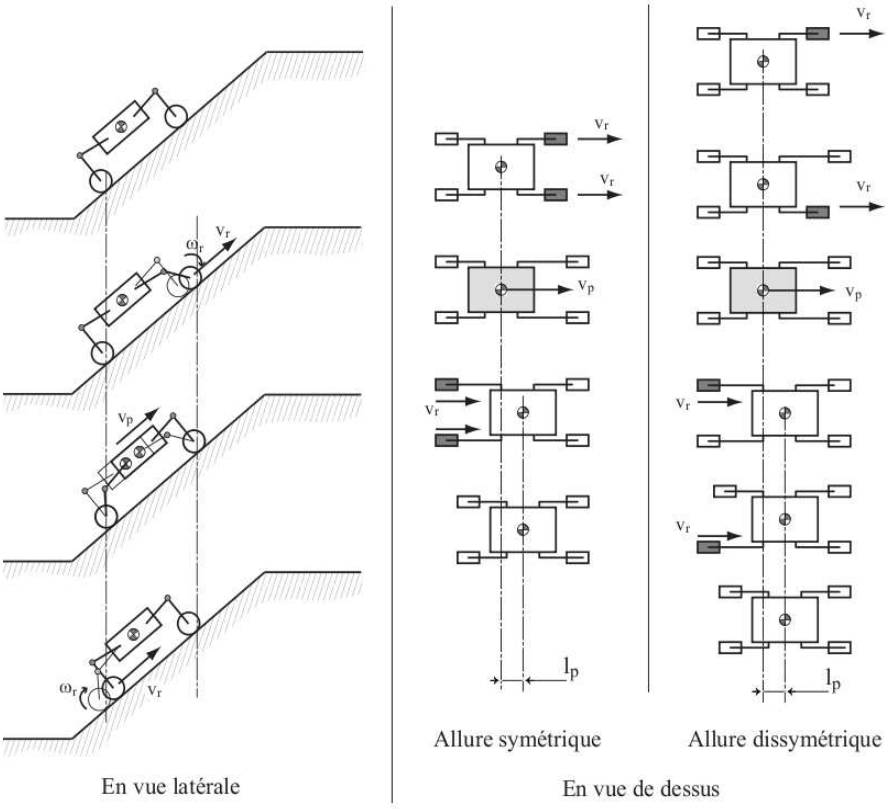


FIGURE 1.18 – Péristaltisme

## 1.3 Problématique du franchissement

L'aptitude d'un robot mobile à franchir un obstacle est liée à sa capacité à produire les efforts nécessaires au déplacement de son centre de masse à travers la zone de terrain difficile. Il y a différentes façons d'appréhender un franchissement qui dépendent de la géométrie et de la nature physique du sol. On considère ici des obstacles canoniques franchis de manière frontale et représentés par une succession de pente dans le plan sagittal du robot. Ainsi, dans le cas de sols cohésifs, on peut distinguer trois grandes catégories d'obstacles en fonction de leur hauteur $h$ et de l'angle $\beta$ que forme la pente avec l'horizontale : les terrains accidentés quelconques représentés par une série de faibles pentes, les faibles discontinuités qui correspondent à une forte pente de hauteur faible et les fortes discontinuités qui présentent une forte pente de hauteur élevée.

On considère que l'on est dans le cas du franchissement de terrains accidentés quelconques (Fig. 1.19) lorsque l'angle formé entre l'horizontale et le sol ne dépasse

pas l'angle de frottement du contact roue/sol. Cet angle, qui détermine les limites où les contacts vont glisser et que l'on notera $\alpha$ est généralement inférieur à 45 °. Le robot n'aura aucun problème à produire les forces de contact nécessaires à son déplacement, par contre la géométrie du terrain peut mettre le robot en danger de renversement ou provoquer des pertes de contact qui vont diminuer la traction globalement disponible. L'utilité principale des robots hybrides dans ce cas de figure est leur capacité de reconfiguration. En plaçant de manière adéquate le centre de masse du système relativement aux points de contact, on peut diminuer la propension du robot à se retourner. Un algorithme de commande visant à trouver une posture optimale pour le renversement est décrit dans [Besseron 08a]. La posture du robot peut aussi être asservie autour d'une posture sous-optimale permettant d'améliorer la stabilité et la traction du robot en répartissant également le poids entre chaque patte [Grand 04a].

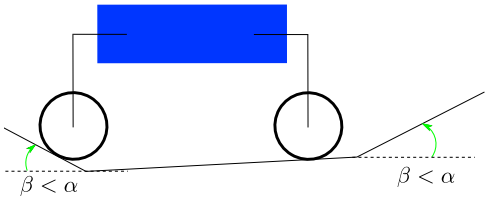


FIGURE 1.19 – Terrains accidentés quelconques

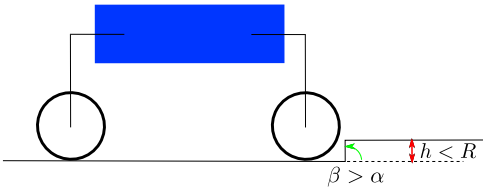


FIGURE 1.20 – Faibles discontinuités

Le franchissement de faibles discontinuités (Fig. 1.20) regroupe les cas où le robot doit franchir un obstacle formé d'une pente dont l'angle d'inclinaison est supérieur à l'angle de frottement du contact roue/sol, mais dont la hauteur est inférieure au rayon des roues. Si le robot roule suffisamment vite, l'inertie et la déformation de la roue permettront le passage de l'obstacle malgré le glissement possible du contact. En effet, le point de contact étant situé en-dessous du centre de la roue, la force d'inertie créera un moment qui la fera tourner autour de ce point. De plus, sa déformation au-dessus de l'obstacle provoquera une force de réaction verticale qui l'aidera à monter (Fig. 1.21). Plus l'inertie sera importante, plus le moment et la déformation seront forts.

Pour faciliter ce passage, il faut diminuer la charge subie par la roue en cours de franchissement. Il y a plusieurs façons d'arriver à ce résultat :

- utiliser un système de suspension actif ou passif adéquat qui va permettre le mouvement de la roue indépendamment du reste du véhicule ;
- déplacer le centre de masse afin que le poids supporté par cette roue soit moindre ;
- créer une force inertielle supplémentaire qui va affecter la distribution des forces à l'instant où la roue est entrain de franchir.

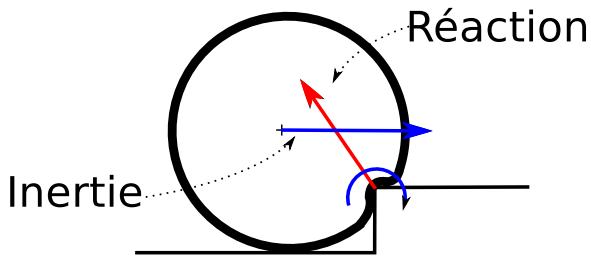


FIGURE 1.21 – Efforts développés durant le franchissement de faibles discontinuités

Les deux dernières méthodes sont notamment utilisées par les cyclistes tout-terrain pour placer leur roue avant sur un obstacle. Ils vont se pencher vers l'arrière (déplacement du centre de masse) et créer une impulsion soulageant le poids sur la roue avant (inertie). La situation idéale est atteinte lorsque les forces de contact sont concentrées sur les roues qui ne sont pas en cours de franchissement. Cependant, le choc du robot sur l'obstacle peut alors entraîner le renversement du système. Il faut donc trouver un compromis entre stabilité et franchissement.

Le dernier cas est le franchissement de fortes discontinuités (Fig. 1.22). On se trouve dans cette catégorie lorsque la hauteur de l'obstacle est supérieure au rayon de la roue et que l'angle entre le plan de contact et l'horizontale est supérieur à l'angle de frottement du contact roue-sol. Dans ce cas, la déformation de la roue ne créera pas une force verticale suffisante et l'altitude du point de contact sera trop proche de celle du centre de la roue. La composante verticale de la force de réaction du sol ainsi que le moment autour du point de contact seront beaucoup plus faibles, ils seront même nuls dans le cas du franchissement d'une pente de 90 ° .

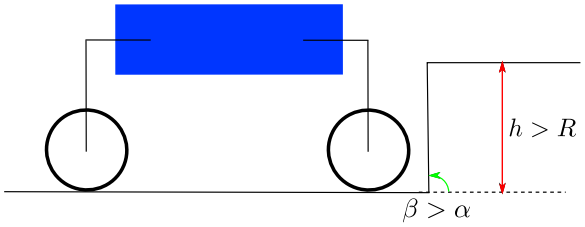


FIGURE 1.22 – Fortes discontinuités

Un déplacement suivant un mode de locomotion de type enjambement utilisant le mouvement alternatif des pattes semble le plus approprié, cependant ce type de déplacement est lent et ne permet pas de passer un obstacle dont la hauteur est

supérieure au débattement maximum entre les pattes d'un même côté (avant ou arrière).

Notre objectif est de proposer une alternative au mode de déplacement à contacts intermittents pour le franchissement de fortes discontinuités. En effet, les inconvénients de la marche font que l'on préfère disposer d'une solution de déplacement à contacts continus par roulement. Cette solution nécessite la création d'efforts de contact garantissant l'équilibre des forces subies par le robot. La difficulté venant du fait que les conditions d'adhérence des contacts ne permettent pas toujours la production d'efforts suffisant à la compensation du poids du système. Plus spécifiquement, la force qui peut être produite tangentiellement au plan de contact est limitée par les propriétés physiques de l'interface roue-sol et par l'intensité de la force normale qui y est appliquée. Si elle n'est pas suffisante, il y aura une perte d'adhérence et l'équilibre sera compromis.

## 1.4 Approche

### 1.4.1 Analogie locomotion-préhension

Ce type de problème est similaire à ceux rencontrés dans le domaine de la préhension dextre, où une main (ou tout système de préhension) doit appliquer des forces au niveau des points de contact pour compenser toutes les autres actions subies par l'objet. On peut même pousser l'analogie encore plus loin en considérant qu'un robot mobile poly-articulé est en fait un système de préhension qui va saisir le sol (Fig. 1.23). Cette comparaison a déjà été mentionnée dans [Cheng 91] où l'auteur pose le problème de distribution des forces de contact de manière similaire pour les deux applications (système de préhension/véhicule).

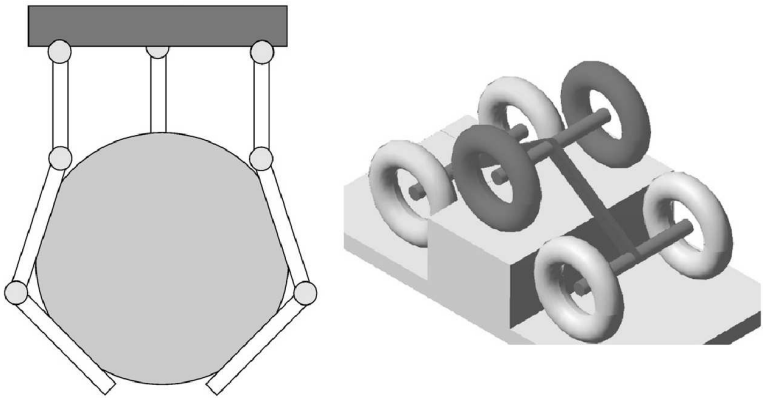

FIGURE 1.23 – Analogie préhension-locomotion

L'approche généralement utilisée pour la préhension se divise en deux parties :
- trouver la position des doigts sur l'objet offrant la meilleure saisie ;
- trouver un ensemble de forces internes modifiant les conditions d'adhérence des contacts de manière à permettre la production des efforts tangentiels requis.

La première étape consiste à trouver les positions sur l'objet qui vont donner une saisie dite "*form closure*" ou "*force closure*", c'est-à-dire une saisie qui permet de transmettre des efforts à l'objet dans toutes les directions. Obtenir ce type de prise pour un robot mobile sur le sol est la plupart du temps impossible car cela nécessite d'avoir des contacts "encerclant" l'objet saisi, or le sol possède rarement une géométrie adéquate. Bien que la sélection des positions des roues sur le sol puisse avoir un apport important pour les problèmes de franchissement, nous ne traiterons pas cet aspect dans le cadre de cette étude.

La deuxième étape consiste à profiter de la redondance d'actionnement des préhenseurs en appliquant un ensemble de forces internes, s'annulant les unes les autres, qui vont modifier individuellement les conditions d'adhérence de chaque contact. Ces forces existent du fait que, en fonction du nombre de points de contact, le problème de répartition des efforts peut être sous-déterminé, il y a donc une infinité de combinaisons de forces pouvant résoudre le problème d'équilibre statique. On peut alors modifier les composantes normales aux contacts et ainsi augmenter les forces tangentielles qui y sont applicables. On obtient généralement une solution satisfaisant à la fois les contraintes physiques du contact et les équations d'équilibre par maximisation d'un critère représentant un aspect critique du problème (consommation d'énergie, maintien de la prise, ...).

### 1.4.2 Approche pour les robots mobiles hybrides "roues-pattes"

Notre approche est basée sur le même principe que pour les problèmes de préhension : moduler les forces normales aux contacts afin de pouvoir atteindre les forces tangentielles nécessaires au franchissement. Cependant, à la différence des problèmes de préhension, l'application de forces internes n'est pas la seule manière d'y arriver. La redondance cinématique des robots mobiles hybrides permet en effet de modifier la position du centre de masse du système par rapport aux points de contact. On peut donc choisir la position du point d'application des forces de gravité et des forces inertielles, changer la définition du problème et ainsi offrir un nouvel espace de solutions. C'est même cette capacité qui peut avoir le plus d'effet sur le franchissement [Sreenivasan 94]. Notre objectif est donc d'établir une méthode de détermination de la position du centre de masse et des forces de contact permettant le franchissement par roulement de fortes discontinuités.

Pour qu'une telle méthode fonctionne, il faut que le système soit capable d'asservir les forces de contact avec une précision suffisante à la garantie du maintien des conditions de non-glissement. On doit donc disposer de capteurs spécifiques, ce qui pose des problèmes de coût et d'encombrement. Le robot HyLoS2, que nous utiliserons pour évaluer notre méthode, ne dispose d'ailleurs pas de tels capteurs, il ne peut contrôler les forces de contact qu'à travers la boucle de courant des servo-moteurs d'actionnement des articulations. Pour ces raisons, l'étude que nous proposons s'effectue dans un cadre où l'incertitude sur les forces de contact est grande. Cela a plusieurs conséquences sur les choix que nous ferons. Tout d'abord, nous utiliserons une modélisation quasi-statique pour déterminer les modèles d'optimisation des forces de contact et de la position du centre de masse. En effet, l'utilisation d'un modèle dynamique, outre les problèmes de temps de calcul et d'identification de paramètres qu'elle pose, n'a de sens que si le contrôle des couples actionneurs est suffisamment précis pour compenser les effets que celui-ci décrit. Nous considérerons donc que les mouvements du robot sont suffisamment lents pour pouvoir négliger les effets dynamiques et que la masse du robot est concentrée en son centre de gravité. Les seules forces subies par le robot seront son poids ainsi que les forces de contact roues-sol.

Ensuite, nous résoudrons l'indétermination liée à la redondance d'actionnement et à la redondance cinématique en optimisant les forces et la position du centre de masse de façon à maximiser un critère de performance. Celui-ci rend compte de la robustesse de la stabilité des contacts vis-à-vis des incertitudes sur les forces qui y sont appliquées.

Afin que la faible précision des couples actionneurs perturbe le moins possible les mouvements du robot, nous élaborerons un algorithme de commande contrôlant de manière découplée les mouvements du robot et les forces de contact.

## 1.5 Structure du document

Dans le chapitre 2, nous présentons le paramétrage et la modélisation cinémato-statique des robots hybrides "roues-pattes". Ce modèle établit les relations entre les vitesses opérationnelles et articulaires, ainsi que la relation entre les forces de contact et le torseur des efforts extérieurs. Nous rappelons également comment sont formulées les conditions d'adhérence des contacts frictionnels par le modèle de Coulomb en considérant les moments de frottement comme négligeables. Ces modèles sont mis en œuvre dans la recherche d'une solution pour la distribution des forces de contact respectant les conditions d'adhérence. Il s'agit d'un problème sous-déterminé, résolu par la maximisation d'un critère qualifiant la stabilité des contacts lors du franchissement. Sur la base du modèle cinémato-statique, nous définissons également le problème d'optimisation permettant de trouver la position

optimale du centre de masse maximisant le critère de stabilité. Nous montrons ensuite par quelles approches ces deux problèmes d'optimisation peuvent être résolus dans un contexte expérimental où les capacités de calcul sont limitées.

Le chapitre 3 aborde la définition du critère qualifiant la stabilité du robot lors du franchissement. La première partie présente l'état de l'art sur les critères de stabilité utilisés pour les problèmes de préhension. Chacun d'eux est décrit par leurs expressions mathématiques et par leurs significations physiques, puis intégré aux deux problèmes d'optimisation du chapitre 2. La deuxième partie offre une étude comparative de ces critères à travers l'analyse de résultats numériques. Différentes simulations simples correspondant à des situations de franchissement d'obstacles sont effectuées. Les comportements obtenus par l'utilisation de chacun des critères sont présentés puis comparés afin de déterminer lequel est le mieux adapté à notre cas.

Le chapitre 4 présente l'algorithme de commande de robot hybride "roues-pattes" que nous avons mis en place. Il décrit les méthodes de contrôle de chaque variable d'état du système qui comprend la position et l'orientation du châssis ainsi que les positions des points de contact entre eux. Ces variables sont asservies conjointement aux forces de contact grâce à une méthode de commande par impédance. L'algorithme en question est ensuite étudié à travers différentes simulations dynamiques comprenant le franchissement d'une marche, avec et sans bruit affectant les couples actionneurs, ainsi que le franchissement d'un obstacle plus générique.

Finalement, le chapitre 5 apporte la validation expérimentale de nos travaux. Il présente le robot HyLoS2 et fournit une étude quantifiant l'effet des frottements dans les chaînes de transmission de mouvements. Ces frottements modifient les couples appliqués par les moteurs aux articulations des pattes. Ils représentent la plus grande source d'incertitude sur le contrôle des forces de contact. Une méthode d'atténuation de leurs effets est proposée afin d'augmenter les performances du robot. La dernière partie du chapitre présente les résultats obtenus lors du franchissement d'un obstacle canonique constitué d'un plan incliné suivi d'un plan horizontal.

# Chapitre 2

# Éléments de modélisation

L'approche que nous utilisons pour notre étude considère que le robot est en mesure de franchir un obstacle si, pour toutes les configurations géométriques de contacts rencontrées au cours du temps, il peut produire des forces compensant son poids et les efforts d'inertie tout en évitant le glissement des roues sur le sol et les pertes de contact. L'objectif de ce chapitre est donc d'établir une méthode de détermination des forces de contact, modulées par la génération de forces internes, et de la position du centre de masse du système, garantissant cet équilibre.

Nous décrivons dans une première partie, le modèle cinémato-statique des robots hybrides "roues-pattes", conduisant aux équations de mouvement d'une part et aux équations dites de distribution des forces d'autre part. Ces équations permettent de déterminer les efforts de contact équilibrant les actions extérieures subies par le système. Les contraintes que ces efforts doivent respecter afin de maintenir l'adhérence sont dérivées du modèle de frottement de Coulomb.

La seconde partie met à profit la redondance d'actionnement et la redondance cinématique des robots hybrides en formulant deux problèmes d'optimisation. Le premier permet, pour une posture donnée du robot, de déterminer les forces de contact maximisant un critère qui sera choisi dans le chapitre 3. Il est construit à partir des équations de distribution des forces et des contraintes de frottement décrites dans la première partie. Le second permet, pour une configuration géométrique des contacts fixe, de déterminer la position optimale du centre de masse du système, il est posé en établissant une relation linéaire entre les forces de contact et la position du point d'application des forces de gravité et d'inertie. La fin de cette partie discute des méthodes possibles pour la résolution de ces problèmes.

## 2.1 Modélisation des robots hybrides "roues-pattes"

On considère la classe des robots hybrides "roues-pattes" constitués d'un châssis auquel sont attachés $n$ ensembles "roue-patte". Chacun de ces ensembles forme une chaîne cinématique série composée de plusieurs segments articulés et terminée par une roue. Le nombre total d'articulations actionnées est $n_m$. Chacun des corps constituant le système est considéré comme rigide. Les hypothèses utilisées pour la modélisation sont les suivantes : les roues sont des corps de révolution tels que la géométrie de contact résultante soit considérée, par approximation, comme un contact ponctuel. De plus, ces contacts seront considérés comme permanents et ne transmettant aucun moment. Les liaisons du robot sont considérées comme étant parfaites.

Les modélisations cinématiques et quasi-statiques de ces robots ont été décrites dans [Grand 04a], [Besseron 08a] et [Grand 10], elles sont reprises ici pour une meilleure compréhension.

### 2.1.1 Paramétrage du système

Cette section a pour but de présenter les différentes notations et variables que nous utiliserons dans la suite de ce mémoire. Certains des éléments décrits ici sont représentés sur la Fig. 2.1.

On définit tout d'abord les repères de coordonnées suivants :
- $\Re_0 = (O, \mathbf{x}_0, \mathbf{y}_0, \mathbf{z}_0)$ le repère fixe placé au point d'origine $O$ ;
- $\Re_p = (P, \mathbf{x}_p, \mathbf{y}_p, \mathbf{z}_p)$ le repère attaché au châssis, il est placé en son centre $P$ considéré comme étant son centre de masse ;
- $\Re_{c_i} = (C_i, \mathbf{x}_{c_i}, \mathbf{y}_{c_i}, \mathbf{z}_{c_i})$ le repère de contact de la $i^{eme}$ roue avec le sol, $\mathbf{z}_{c_i}$ étant la direction normale au plan de contact, il est placé au point de contact $C_i$.

On définit ensuite les paramètres suivants :
- $\mathbf{p}_0$ le vecteur définissant la position du centre du châssis dans le repère $\Re_0$ ;
- $\boldsymbol{\phi} = [\theta \ \psi \ \varphi]^T$ le vecteur contenant les angles respectivement de lacet, de tangage et de roulis, définissant l'orientation du châssis par rapport au repère $\Re_0$ ;
- $\mathbf{q}$ le vecteur contenant les positions articulaires du robot.

On peut regrouper ces éléments en un vecteur suffisant pour décrire l'état du système :

$$\boldsymbol{\chi}^T = \left[\mathbf{p}_0^T \ \boldsymbol{\phi}^T \ \mathbf{q}^T\right] \tag{2.1}$$

On note par ailleurs :
- $\mathbf{p}_i$, le vecteur de la position du i$^{eme}$ point de contact $C_i$ dans le repère $\Re_p$ ;
- $\mathrm{R}_p$, la matrice de rotation de la base du repère $\Re_p$ par rapport au repère $\Re_0$ ;

- $\boldsymbol{\omega} = \mathrm{T}_\phi \dot{\boldsymbol{\phi}}$, le vecteur donnant la vitesse instantanée de rotation du châssis par rapport au repère $\Re_0$, exprimé dans le repère $\Re_0$. $\mathrm{T}_\phi$ étant une matrice de découplage [Khalil 99] ;
- $\mathbf{v} = [\dot{\mathbf{p}}_0{}^T \ \boldsymbol{\omega}^T]^T$, le vecteur contenant les composantes du torseur de vitesse absolue du châssis.

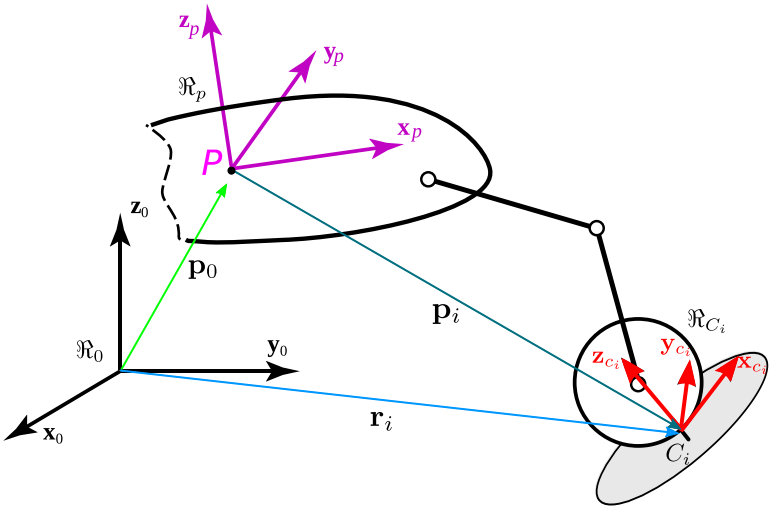


FIGURE 2.1 – Paramétrage du système

### 2.1.2 Modèle cinématique

On établit le modèle cinématique du robot en exprimant les vitesses des points de contact par rapport au repère $\Re_0$. La position $\mathbf{r}_i$ d'un point de contact dans le repère $\Re_0$ est donnée par :

$$\mathbf{r}_i = \mathbf{p}_0 + \mathrm{R}_p \mathbf{p}_i \tag{2.2}$$

on obtient la vitesse par dérivation :

$$\dot{\mathbf{r}}_i = \dot{\mathbf{p}}_0 + \mathrm{R}_p \dot{\mathbf{p}}_i + \dot{\mathrm{R}}_p \mathbf{p}_i \tag{2.3}$$

or $\dot{\mathrm{R}}_p \mathbf{p}_i = \boldsymbol{\omega} \times \mathrm{R}_p \mathbf{p}_i$ et $\dot{\mathbf{p}}_i = \mathrm{J}_i(\mathbf{q}_i)\dot{\mathbf{q}}_i$ [Sciavicco 00], avec $\mathrm{J}_i(\mathbf{q}_i)$ la matrice jacobienne de la patte $i$ et $\mathbf{q}_i$ le vecteur de ses positions articulaires. On a donc :

$$\dot{\mathbf{r}}_i = \dot{\mathbf{p}}_0 + \mathrm{R}_p \mathrm{J}_i(\mathbf{q}_i)\dot{\mathbf{q}}_i - \mathrm{R}_p \mathbf{p}_i \times \boldsymbol{\omega} \tag{2.4}$$

ce qui donne en projection dans le repère $\Re_p$ :

$$\begin{aligned} \mathrm{R}_p^T \dot{\mathbf{r}}_i &= \mathrm{R}_p^T \dot{\mathbf{p}}_0 + \mathrm{J}_i(\mathbf{q}_i)\dot{\mathbf{q}}_i - \mathbf{p}_i \times \mathrm{R}_p^T \boldsymbol{\omega} \\ &= \mathrm{J}_i(\mathbf{q}_i)\dot{\mathbf{q}}_i + \begin{bmatrix} \mathrm{R}_p^T & -\tilde{\mathbf{p}}_i \mathrm{R}_p^T \end{bmatrix} \mathbf{v} \\ &= \mathrm{J}_i(\mathbf{q}_i)\dot{\mathbf{q}}_i + \mathrm{L}_i(\mathbf{q}_i, \boldsymbol{\phi})\mathbf{v} \end{aligned} \tag{2.5}$$

avec $\tilde{\mathbf{p}}_i$ la matrice de pré-produit vectoriel associée au vecteur $\mathbf{p}_i$ tel que $\mathbf{p}_i \times \boldsymbol{\omega} = \tilde{\mathbf{p}}_i \boldsymbol{\omega}$.

Afin de pouvoir plus tard travailler sur les forces de contact dans leurs repères respectifs, et ainsi avoir une formulation simple des contraintes de frottement, on projette ces équations dans le repère $\Re_{c_i}$ associé au contact :

$$\mathrm{R}_{C_i}^T \mathrm{R}_p^T \dot{\mathbf{r}}_i = \mathrm{R}_{C_i}^T \mathrm{J}_i(\mathbf{q}_i)\dot{\mathbf{q}}_i + \mathrm{R}_{C_i}^T \mathrm{L}_i(\mathbf{q}_i, \boldsymbol{\phi})\mathbf{v} \tag{2.6}$$

où $\mathrm{R}_{C_i}$ est la matrice de rotation du repère de contact $\Re_{c_i}$ par rapport au repère du châssis $\Re_p$.

Finalement, on obtient le modèle cinématique en regroupant les équations de chaque patte :

$$\mathrm{L}(\mathbf{q}, \boldsymbol{\phi})\mathbf{v} + \mathrm{J}(\mathbf{q})\dot{\mathbf{q}} = \mathbf{v}_c \tag{2.7}$$

avec $\mathrm{L}(\mathbf{q}, \boldsymbol{\phi})$ la matrice de locomotion de dimension $3n \times 6$ donnée par :

$$\mathrm{L}(\mathbf{q}, \boldsymbol{\phi}) = \begin{bmatrix} \mathrm{R}_{C_1}^T \mathrm{L}_1(\mathbf{q}_1, \boldsymbol{\phi}) \\ \mathrm{R}_{C_2}^T \mathrm{L}_2(\mathbf{q}_2, \boldsymbol{\phi}) \\ \vdots \\ \mathrm{R}_{C_n}^T \mathrm{L}_n(\mathbf{q}_n, \boldsymbol{\phi}) \end{bmatrix}$$

$\mathrm{J}(\mathbf{q})$ la matrice jacobienne totale de dimension $3n \times n_m$ donnée par :

$$\mathrm{J}(\mathbf{q}) = \mathrm{diag}(\mathrm{R}_{C_i}^T \mathrm{J}_i(\mathbf{q}_i))$$

et $\mathbf{v}_c$ le vecteur des vitesses des points de contact donné par :

$$\mathbf{v}_c = \begin{bmatrix} \mathrm{R}_{C_1}^T \mathrm{R}_p^T \dot{\mathbf{r}}_1 \\ \mathrm{R}_{C_2}^T \mathrm{R}_p^T \dot{\mathbf{r}}_2 \\ \vdots \\ \mathrm{R}_{C_n}^T \mathrm{R}_p^T \dot{\mathbf{r}}_n \end{bmatrix}$$

elles correspondent aux vitesses de glissement et de décollement des contacts roue/sol.

Pour simplifier les expressions dans la suite de ce mémoire, on ne précisera plus les dépendances de la matrice de locomotion et de la matrice jacobienne. Elles seront notées respectivement L et J.

### 2.1.3 Modèle quasi-statique

On note :

- $\mathbf{f}_i = [f_{x_i} \quad f_{y_i} \quad f_{z_i}]^T$ le vecteur des composantes de la force appliquée par le sol sur la roue au $i^{eme}$ point de contact. Il est exprimé dans le repère $\Re_{c_i}$ ;

- $\mathbf{f} = [\mathbf{f}_1^T \;\; \mathbf{f}_2^T \;\; \cdots \;\; \mathbf{f}_n^T]^T$ le vecteur regroupant toutes les forces de contact ;
- $\mathbf{w}$ le vecteur contenant les composantes du torseur des efforts extérieurs, c'est-à-dire le poids du robot ainsi que les forces inertielles, exprimés au centre du châssis. Il est donné dans le repère $\Re_0$ par $\mathbf{w} = [\mathbf{f}_e^T \;\; \mathbf{m}_e^T]^T$, avec $\mathbf{f}_e$ la résultante et $\mathbf{m}_e$ le moment ;
- $\boldsymbol{\tau}_a$ le vecteur des efforts généralisés des liaisons articulaires.

La puissance virtuelle $P^*$ pour un ensemble de vitesses virtuelles admissibles $(\mathbf{v}^*, \dot{\mathbf{q}}^*, \mathbf{v}_c^*)$ est donnée par :

$$P^* = \mathbf{w}^T\mathbf{v}^* + \boldsymbol{\tau}_a^T\dot{\mathbf{q}}^* + \mathbf{f}^T\mathbf{v}_c^* \tag{2.8}$$

en remplaçant $\mathbf{v}_c^*$ par son expression donnée dans (2.7), on obtient :

$$\begin{aligned} P^* &= \mathbf{w}^T\mathbf{v}^* + \boldsymbol{\tau}_a^T\dot{\mathbf{q}}^* + \mathbf{f}^T(\mathrm{L}\mathbf{v}^* + \mathrm{J}\dot{\mathbf{q}}^*) \\ &= (\mathbf{w}^T + \mathbf{f}^T\mathrm{L})\mathbf{v}^* + (\boldsymbol{\tau}_a^T + \mathbf{f}^T\mathrm{J})\dot{\mathbf{q}}^*) \end{aligned} \tag{2.9}$$

D'après le principe des puissances virtuelles dans le cas d'un mouvement quasi-statique, $P^* = 0 \; \forall \; (\mathbf{v}^*, \dot{\mathbf{q}}^*)$ ce qui est équivalent à :

$$-\mathrm{L}^T\mathbf{f} = \mathbf{w} \tag{2.10}$$

et

$$-\mathrm{J}^T\mathbf{f} = \boldsymbol{\tau}_a \tag{2.11}$$

Les efforts généralisés $\boldsymbol{\tau}_a$ sont une combinaison des couples actionneurs $\boldsymbol{\tau}$ et des efforts généralisés liés à la gravité des segment du robot $\boldsymbol{\tau}_g = f(\mathbf{q}, \boldsymbol{\phi})$ selon la relation $\boldsymbol{\tau}_a = \boldsymbol{\tau} + \boldsymbol{\tau}_g$, la relation (2.11) peut alors s'écrire :

$$\boldsymbol{\tau} = -\mathrm{J}^T\mathbf{f} - \boldsymbol{\tau}_g \tag{2.12}$$

L'équation (2.10) permet de déterminer les forces de contact nécessaires à la production (ou la compensation) d'un effort extérieur appliqué au châssis, on l'appelle l'équation de distribution des forces. L'équation (2.12) permet d'une part de déterminer les couples articulaires produisant les forces de contact désirées et, d'autre part, d'exprimer les contraintes d'actionnement liées aux couples maximum $\boldsymbol{\tau}_{\max}$ que peuvent produire les moteurs :

$$-\boldsymbol{\tau}_{\max} < -\mathrm{J}^T\mathbf{f} - \boldsymbol{\tau}_g < \boldsymbol{\tau}_{\max} \tag{2.13}$$

### 2.1.4 Modèle de contact

Pour pouvoir garantir l'équilibre quasi-statique du système sur le sol, il est important d'étudier les forces de traction produites au niveau des points de contact ainsi que les conditions de perte d'adhérence.

Le déplacement d'un robot mobile à roues est obtenu par la génération d'efforts tangentiels aux contacts roues-sol. Ces efforts dépendent de la nature physique des matériaux en contact, du taux de glissement et de la force normale appliquée au contact [Wong 01]. Le rapport $\mu(s)$ entre force normale et tangentielle en fonction du taux de glissement $s$ pour un contact pneumatique sur sol cohésif est représenté Fig. 2.2. Ce rapport possède un maximum $\mu_s$ pour un certain taux de glissement $s_0$. L'effort tangentiel de traction est donc limité par les conditions d'adhérence, la seule possibilité pour l'accroître est alors d'augmenter la force normale au contact.

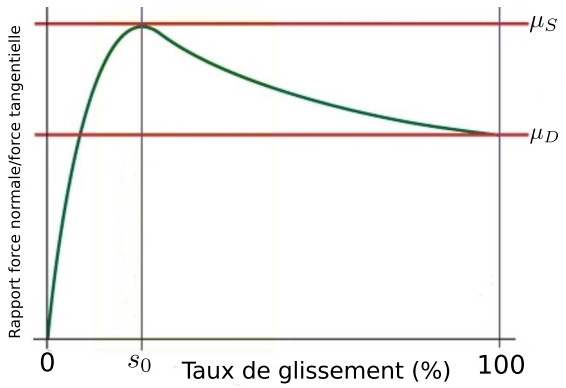


FIGURE 2.2 – Rapport entre force normale et force tangentielle pour une roue sur sol cohésif (Modèle de [Wong 01])

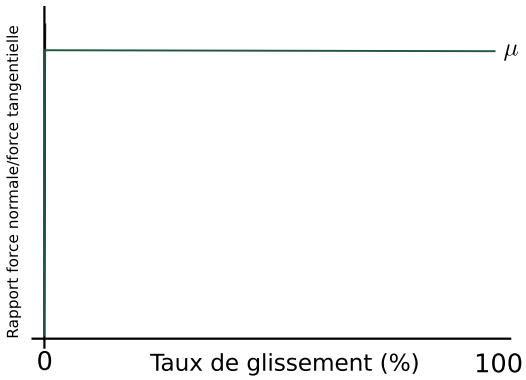


FIGURE 2.3 – Rapport entre force normale et force tangentielle pour une roue sur sol cohésif (Modèle de Coulomb)

L'utilisation de ce modèle demande la détermination empirique de la courbe $\mu(s)$ et la mesure en ligne du taux de glissement. On préfère utiliser le modèle de frottement de Coulomb (Fig. 2.3) qui ne nécessite que d'estimer le coefficient de frottement statique $\mu$ fonction des matériaux en contact. Ce modèle stipule que le glissement entre les deux matériaux en contact n'interviendra que si le module de la force tangentielle au contact est supérieur au module de la force normale pondéré par le coefficient de frottement. On dit alors que la force de contact sort du cône de frottement défini par le vecteur normal au contact et par l'angle $\alpha = tan^{-1}(\mu)$.

Si on considère des moments de frottements nuls, les équations décrivant les contraintes de non-glissement et de contact unilatéral sont données par :

$$\begin{array}{rcl} \|\mathbf{f}_t\| & < & \mu\|\mathbf{f}_n\| \\ \mathbf{f}_n^T \mathbf{z}_{c_i} & > & 0 \end{array} \tag{2.14}$$

où $\mathbf{f}_t$ représente la force tangentielle au contact et $\mathbf{f}_n$ est la composante normale de la force de contact. En exprimant la force dans le repère local de contact $\Re_{c_i}$, on obtient :

$$\begin{array}{rcl} \mu^2 f_{z_i}^2 - f_{x_i}^2 - f_{y_i}^2 & > & 0 \\ f_{z_i} & > & 0 \end{array} \tag{2.15}$$

Ces contraintes peuvent être linéarisées de manière conservative en remplaçant le cône de frottement par une pyramide inscrite dans ce cône. On utilisera la représentation proposée par [Kerr 86] et illustrée Fig. 2.4, le polyèdre convexe est alors décrit par :

$$\begin{array}{c} -\frac{\mu}{\sqrt{2}} f_{z_i} < f_{x_i} < \frac{\mu}{\sqrt{2}} f_{z_i} \\ -\frac{\mu}{\sqrt{2}} f_{z_i} < f_{y_i} < \frac{\mu}{\sqrt{2}} f_{z_i} \end{array} \tag{2.16}$$

On remarque que si $f_{z_i}$ est négatif, ces contraintes ne peuvent être respectées, les inégalités (2.16) garantissent donc que $f_{z_i} > 0$.

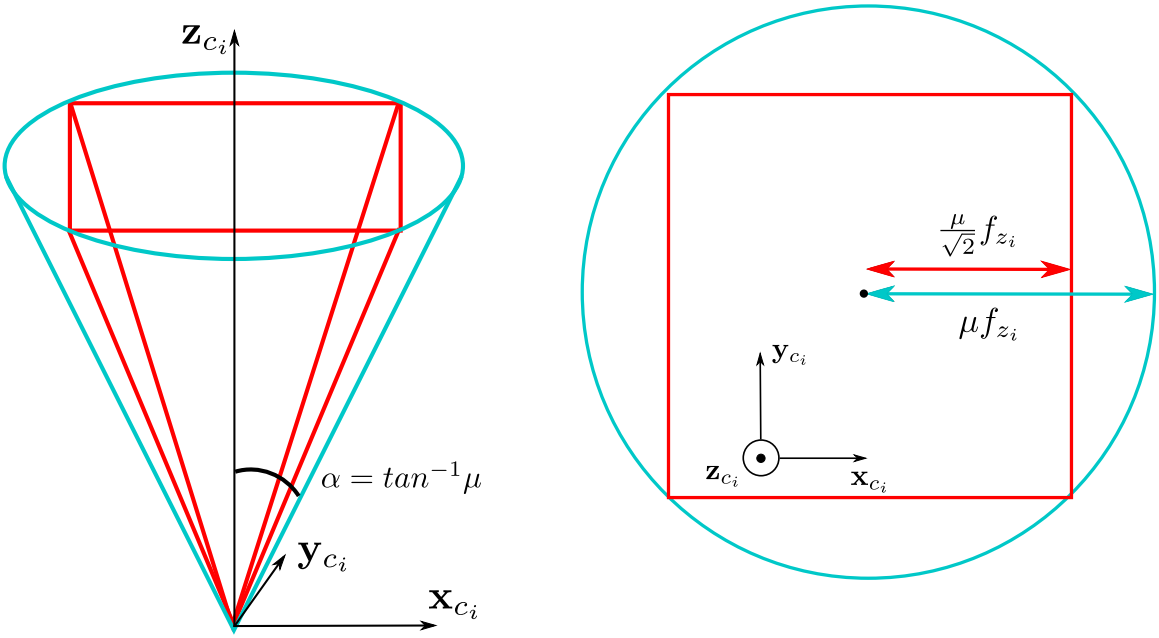


FIGURE 2.4 – Approximation du cône de frottement par une pyramide

On les exprime sous forme matricielle :

$$\mathrm{A}_i \mathbf{f}_i > \mathbf{0} \tag{2.17}$$

avec

$$\mathrm{A}_i = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \frac{\mu_i}{\sqrt{2}} \\ -1 & 0 & \frac{\mu_i}{\sqrt{2}} \\ 0 & 1 & \frac{\mu_i}{\sqrt{2}} \\ 0 & -1 & \frac{\mu_i}{\sqrt{2}} \end{bmatrix}$$

En posant $\mathrm{A} = \mathrm{Blockdiag}(\mathrm{A}_i)$, on regroupe les contraintes de tous les contacts en un seul système d'inégalités :

$$\mathrm{A}\mathbf{f} > \mathbf{0} \tag{2.18}$$

## 2.2 Gestion de la redondance du système

Les robots hybrides "roues-pattes" présentent deux types de redondance que l'on souhaite mettre à profit pour l'amélioration de la stabilité, une redondance d'actionnement et une redondance cinématique.

La redondance d'actionnement est liée à l'hyperstatisme du système : pour une configuration géométrique donnée, il existe une infinité de répartitions des couples articulaires permettant de résoudre les équations (2.10) et (2.11). Cette indétermination correspond à la possibilité de générer des forces internes qui ne modifient pas le torseur résultant des efforts exercés sur le robot. Ce phénomène peut être mis à profit pour moduler l'amplitude et la direction des forces de contact, notamment en augmentant la composante normale aux points où le glissement est plus probable. Résoudre cette indétermination revient alors à choisir un ensemble de forces internes parmi celles respectant les contraintes du problème. La solution est obtenue par optimisation de la distribution des forces de contact maximisant un critère de stabilité $\Phi$ qualifiant les performances du système durant le franchissement.

La redondance cinématique permet de modifier la position $\mathbf{p}_0$ du châssis sans changer la position des points de contact roues-sol. Il est donc possible de déplacer le point d'application des efforts gravitationnels et inertiels, ce qui va modifier l'espace des solutions du problème de distribution des forces.

On peut trouver la position du châssis $\mathbf{p}_0$, ainsi que le vecteur des forces de contact correspondant $\mathbf{f}$, qui maximisent le critère $\Phi$ en résolvant un problème d'optimisation qui sera de la forme :

$$\begin{array}{lrcl} \text{Trouver } \mathbf{f} \text{ et } \mathbf{p}_0 \text{ maximisant} & \Phi(\mathbf{f}, \mathbf{p}_0) & & \\ \text{sous contraintes :} & & & \\ & a(\mathbf{f}, \mathbf{p}_0) & = & b \\ & c(\mathbf{f}, \mathbf{p}_0) & > & d \end{array} \tag{2.19}$$

En pratique, à un instant donné, la position du châssis ne correspond pas nécessairement à la position optimale, il faut donc aussi déterminer les forces de contact correspondant à la position courante. On doit donc résoudre deux problèmes d'optimisation différents correspondant au problème de distribution des forces et au problème de détermination de posture.

Cette section présente la formulation de ces deux problèmes et fournit quelques éléments utiles à la résolution des optimisations de type MiniMax auxquelles on sera confronté dans les chapitres suivants.

### 2.2.1 Optimisation de la distribution des forces

A partir des éléments de modélisation décrits dans la section précédente, on peut mettre en forme le problème d'optimisation dit de distribution des forces,

consistant à trouver les forces de contact solutions de (2.10), respectant les contraintes (2.13) et (2.18), et optimisant une marge de stabilité $\Phi(\mathbf{f})$, dépendant des forces de contact, sous la forme :

$$\begin{array}{lrcl} \text{Trouver } \mathbf{f} \in \mathbb{R}^{3n} \text{ maximisant} & & \Phi(\mathbf{f}) & \\ \text{Respectant :} & & & \\ & \mathrm{L}^T\mathbf{f} & = & -\mathbf{w} \\ & \mathrm{A}\mathbf{f} & > & \mathbf{0} \\ & -\mathrm{J}^T\,\mathbf{f} & < & \boldsymbol{\tau}_{max} - \boldsymbol{\tau}_g \\ & \mathrm{J}^T\,\mathbf{f} & < & \boldsymbol{\tau}_{max} + \boldsymbol{\tau}_g \end{array} \tag{2.20}$$

Ce problème d'optimisation comporte $3n$ variables, six contraintes d'égalités et $(2n_m + 4n)$ contraintes d'inégalités. Dans [Cheng 90], les auteurs proposent de réduire la taille du problème en le formulant de manière compacte, avec moins de variables et en supprimant les contraintes d'égalités.

Pour cela, on exprime la solution des équations de distribution des forces (2.10) comme :

$$\mathbf{f} = \mathbf{f}_p + \mathbf{f}_h \tag{2.21}$$

où $\mathbf{f}_p$ est une solution particulière choisie arbitrairement et $\mathbf{f}_h$ une solution homogène, c'est à dire solution de l'équation :

$$\mathrm{L}^T\mathbf{f} = \mathbf{0} \tag{2.22}$$

La solution particulière doit être choisie, soit en rendant le système d'équations déterminé par l'ajout de contraintes sur les variables, soit en utilisant une pseudo-inverse de la matrice $\mathrm{L}^T$. Dans notre cas, nous utiliserons la pseudo-inverse de Moore-Penrose :

$$\mathbf{f}_p = -\left(\mathrm{L}^T\right)^+ \mathbf{w} \tag{2.23}$$

L'optimisation se fait à partir de la solution homogène, représentant dans notre cas les forces internes. Cette partie de la solution appartient au noyau de la matrice de locomotion transposée, noyau dont la dimension est $l = 3n - \mathrm{rang}(\mathrm{L}^T)$. Les forces internes peuvent être exprimées comme une combinaison linéaire de vecteurs formant une base du noyau :

$$\mathbf{f}_h = \mathrm{N}_L\mathbf{x}_L \tag{2.24}$$

où $\mathrm{N}_L$ est une matrice regroupant un ensemble de vecteurs formant une base du noyau de la matrice $\mathrm{L}^T$, $\mathbf{x}_L$ est le vecteur de taille $l$ regroupant les coefficients de la combinaison. $\mathrm{N}_L$ est obtenue par une décomposition en valeurs singulières de $\mathrm{L}^T$.

Les forces de contact sont finalement données par :

$$\mathbf{f} = \mathbf{f}_p + \mathrm{N}_L\mathbf{x}_L \tag{2.25}$$

quel que soit $\mathbf{x}_L \in \mathbb{R}^l$, elles seront solution de (2.10), on peut donc retirer les contraintes d'égalité associées du problème de distribution des forces :

$$\begin{array}{l} \text{Trouver } \mathbf{x}_L \in \mathbb{R}^l \text{ maximisant } \ \phi(\mathbf{f}_p + \mathrm{N}_L\mathbf{x}_L) \\ \text{Respectant :} \\ \qquad\qquad \begin{array}{rcl} \mathrm{A}\mathrm{N}_L\mathbf{x}_L & > & -\mathrm{A}\mathbf{f}_p \\ -J^T\mathrm{N}_L\mathbf{x}_L & < & J^T\mathbf{f}_p + \boldsymbol{\tau}_{max} - \boldsymbol{\tau}_g \\ J^T\mathrm{N}_L\mathbf{x}_L & < & -J^T\mathbf{f}_p + \boldsymbol{\tau}_{max} + \boldsymbol{\tau}_g \end{array} \end{array} \tag{2.26}$$

### 2.2.2 Détermination de la posture optimale

La posture optimale est celle conduisant à la meilleure distribution des forces de contact selon la marge de stabilité choisie.

#### Paramétrage de la posture

La posture du robot est définie par la position et l'orientation du châssis relativement aux points de contact. On introduit les paramètres intermédiaires suivants (Fig. 2.5) :

- $\mathbf{r}$ la position d'un point de référence $R$ défini comme étant l'isobarycentre des points de contact du système :

$$\mathbf{r} = \mathbf{p}_0 + \mathrm{R}_p \frac{\sum_{i=1}^{n} \mathbf{p_i}}{n}$$

  Ce point définit la position du robot dans l'espace ;
- $\Re_r = (R, \mathbf{x}_0, \mathbf{y}_0, \mathbf{z}_0)$ le repère attaché au point de référence et utilisant la base du repère $\Re_0$.

La posture du robot est alors définie par :

- $\mathbf{p}$ la position du centre du châssis dans le repère $\Re_r$ ;
- $\mathbf{e}_i$ les positions des points de contact dans le repère $\Re_r$.

L'orientation du châssis ne modifiant pas la répartition des forces de contact, nous ne la prendrons pas en compte dans l'optimisation, elle sera spécifiée en entrée de l'algorithme de commande.

Étudions comment la posture du robot, définie par le vecteur $\mathbf{p}$, affecte les différents éléments du problème de distribution des forces.

#### Influence de la posture sur la distribution des forces de contact

Une variation de la posture du robot entraine une modification de la position du centre de masse dans le repère $\Re_p$ car les différents éléments du robot ne se

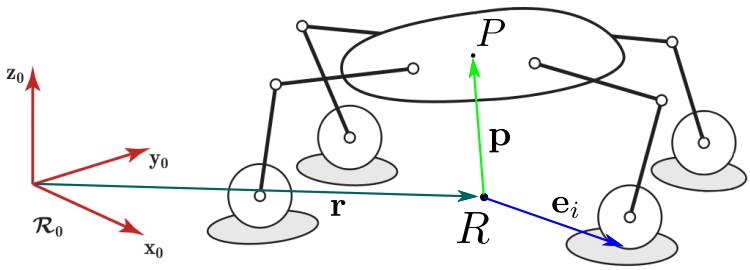


FIGURE 2.5 – Paramétrage intermédiaire pour l'expression de la posture

déplacent pas de la même manière. La position du point $G$, centre de masse du robot, dans le repère $\Re_r$ est donnée par :

$$\mathbf{x}_G = \frac{m_p\mathbf{p} + \overline{m}_p\overline{\mathbf{x}}_G(\mathbf{p})}{m} \tag{2.27}$$

où $m$ est la masse totale du système, $m_p$ la masse du châssis, $\overline{m}_p = m - m_p$ la somme des masses de tous les corps du robot excepté le châssis et $\overline{\mathbf{x}}_G(\mathbf{p}) = f(\mathbf{q})$ représente la position du centre de masse du robot sans prendre en compte le châssis.

La matrice de locomotion L dépend des positions $\mathbf{e}_i$ des points de contact par rapport au châssis, elle est donc modifiée par un changement de posture *via* la matrice de pré-produit vectoriel $\tilde{\mathbf{p}}_i$ de l'équation (2.5). Plutôt que de déterminer la matrice L en fonction du vecteur $\mathbf{p}$, on considère un point d'application fixe pour les forces extérieures, par exemple le point $R$. Le torseur correspondant sera alors fonction de la position du châssis. Le vecteur contenant les composantes du torseur des efforts exprimé au point $R$ est donné dans le repère $\Re_0$ par :

$$\mathbf{w}_R = \mathbf{w}_G - \begin{bmatrix} 0_{3\times3} \\ \tilde{\mathbf{f}}_e \end{bmatrix} \mathbf{x}_G \tag{2.28}$$

où $\mathbf{w}_G$ est le torseur des actions extérieurs exprimé au centre de masse et $\tilde{\mathbf{f}}_e$ est la matrice de pré-produit vectoriel associé à la résultante de ce torseur. En remplaçant $\mathbf{x}_G$ par son expression donnée en (2.27), on obtient :

$$\mathbf{w}_R = \mathbf{w}(\mathbf{p}) - \begin{bmatrix} 0_{3\times3} \\ \tilde{\mathbf{f}}_e \end{bmatrix} \frac{m_p}{m}\mathbf{p} \tag{2.29}$$

avec

$$\mathbf{w}(\mathbf{p}) = \mathbf{w}_G - \begin{bmatrix} 0_{3\times3} \\ \tilde{\mathbf{f}}_e \end{bmatrix} \frac{\overline{m}_p}{m}\overline{\mathbf{x}}_G(\mathbf{p})$$

en posant $\mathrm{E} = \frac{m_p}{m} \begin{bmatrix} 0_{3\times3} \\ \tilde{\mathbf{f}}_e \end{bmatrix}$, le vecteur contenant les composantes du torseur des efforts extérieurs exprimé au point $R$ est :

$$\mathbf{w}_R = \mathbf{w}(\mathbf{p}) - \mathrm{E}\mathbf{p} \tag{2.30}$$

De même, le torseur de la $i^{\text{ème}}$ force de contact $\mathbf{f}_i$ exprimé au point $R$ dans le repère $\Re_0$ est donnée par :

$$\begin{bmatrix} \mathrm{R}_p\mathrm{R}_{C_i}\mathbf{f}_i \\ \mathbf{e}_i \times \mathrm{R}_p\mathrm{R}_{C_i}\mathbf{f}_i \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathrm{R}_p\mathrm{R}_{C_i} \\ \tilde{\mathbf{e}}_i\mathrm{R}_p\mathrm{R}_{C_i} \end{bmatrix} \mathbf{f}_i = \mathrm{L}_{Ri}^T\mathbf{f}_i \tag{2.31}$$

En regroupant les matrices $\mathrm{L}_{Ri}$, on obtient la matrice de locomotion $\mathrm{L}_R$ exprimée au point $R$ :

$$\mathrm{L}_R = \begin{bmatrix} \mathrm{R}_{C_1}^T\mathrm{L}_{R_1} \\ \mathrm{R}_{C_2}^T\mathrm{L}_{R_2} \\ \vdots \\ \mathrm{R}_{C_n}^T\mathrm{L}_{R_n} \end{bmatrix} \tag{2.32}$$

Les équations de distribution des forces s'écrivent :

$$\mathrm{L}_R^T\mathbf{f} = -\mathbf{w}(\mathbf{p}) + \mathrm{E}\mathbf{p} \tag{2.33}$$

En regroupant les variables $\mathbf{f}$ et $\mathbf{p}$ dans un seul vecteur $\mathbf{y}$, on obtient :

$$\mathrm{G}\mathbf{y} = -\mathbf{w}(\mathbf{p}) \tag{2.34}$$

avec

$$\mathrm{G} = [\mathrm{L}_R^T \ -\mathrm{E}]$$

et

$$\mathbf{y} = \begin{bmatrix} \mathbf{f} \\ \mathbf{p} \end{bmatrix}$$

On a alors une seule expression ayant comme inconnues à la fois les forces de contact et la position du centre de masse.

La matrice E n'est pas de rang plein, un déplacement du centre de masse le long de l'axe de $\mathbf{f}_e$ ne change pas le moment équivalent au point de référence.

### Contraintes d'actionnement

Le deuxième élément du problème d'optimisation qui est modifié par la posture est l'ensemble des contraintes d'actionnement (2.13). La jacobienne J et le vecteur $\boldsymbol{\tau}_g$ des couples de compensation de la gravité dépendent des positions articulaires des pattes, or un déplacement du centre de masse par rapport aux points de contact

crée nécessairement une modification de ces positions. Cette dépendance est liée au modèle géométrique inverse des pattes et varie donc selon leur conception mécanique. Dans le cas où les pattes sont constituées de liaisons prismatiques, les jacobiennes des pattes sont constantes. Par contre, dans le cas où les liaisons des pattes sont de type pivot, leurs expressions sont non linéairement dépendantes du vecteur des positions articulaires. De manière générale, on a :

$$-\boldsymbol{\tau}_{\max} < -\mathrm{J}(\mathbf{p})^T\mathbf{f} - \boldsymbol{\tau}_g(\mathbf{p}) < \boldsymbol{\tau}_{\max} \tag{2.35}$$

### Espace atteignable

La position du centre du châssis relativement aux points de contact du robot est limitée par les capacités géométriques des pattes. Le robot ne peut pas atteindre une posture provoquant des positions $\mathbf{p}_i$ des points de contact en dehors des limites de l'espace opérationnel des pattes.

L'espace admissible du centre du châssis dépend des butées articulaires et de la géométrie des pattes, on l'exprime globalement sous la forme :

$$H(\mathbf{p}) > 0 \tag{2.36}$$

L'obtention de l'espace admissible et donc de la forme de $\mathrm{H}(\mathbf{p})$ est détaillée dans l'annexe A en considérant la cinématique particulière du robot utilisé dans les simulations et celle du robot HyLoS 2.

Finalement, le problème d'optimisation de posture s'exprime comme :

$$\begin{array}{l}\text{Trouver } \mathbf{y} \in \mathbb{R}^{3n+3} \text{ maximisant } \phi(\mathbf{y}) \\ \text{Respectant :} \\ \qquad\qquad \begin{array}{rcl} \mathrm{G}\mathbf{y} + \mathbf{w}(\mathbf{p}) & = & \mathbf{0} \\ \overline{\mathrm{A}}\mathbf{y} & > & \mathbf{0} \\ -\overline{\mathrm{J}}(\mathbf{p})^T\mathbf{y} + \boldsymbol{\tau}_g(\mathbf{p}) & < & \boldsymbol{\tau}_{max} \\ \overline{\mathrm{J}}(\mathbf{p})^T\mathbf{y} - \boldsymbol{\tau}_g(\mathbf{p}) & < & \boldsymbol{\tau}_{max} \\ H(\mathbf{p}) & > & \mathbf{0} \end{array}\end{array} \tag{2.37}$$

avec $\overline{\mathrm{A}} = [\mathrm{A} \;\; 0_{3n\times 3}]$ et $\overline{\mathrm{J}} = [\mathrm{J} \;\; 0_{n_m\times 3}]$.

## 2.2.3 Résolution de l'optimisation

### Formulation des problèmes MiniMax

On verra dans le chapitre suivant que les critères de performance que l'on utilise pour l'optimisation sont souvent de la forme $\max(\boldsymbol{\phi}(\mathbf{x}))$ ou $\min(\boldsymbol{\phi}(\mathbf{x}))$, $\boldsymbol{\phi}(\mathbf{x})$ étant un vecteur Qu'il s'agisse de maximiser un critère utilisant la fonction min() ou de

minimiser un critère utilisant la fonction max(), on peut toujours se ramener à un problème de la forme :

$$\begin{array}{l} \text{Trouver } \mathbf{x} \text{ minimisant } \quad \max(\boldsymbol{\phi}(\mathbf{x})) \\ \text{Respectant :} \\ \qquad\qquad \begin{array}{rcl} \mathbf{a}(\mathbf{x}) & = & \mathbf{b} \\ \mathbf{c}(\mathbf{x}) & < & \mathbf{d} \end{array} \end{array} \tag{2.38}$$

Ce problème n'est pas facile à résoudre car la fonction $\max(\boldsymbol{\phi}(\mathbf{x}))$ n'est pas dérivable aux points où le terme de $\boldsymbol{\phi}$ étant maximum change (Fig. 2.6).

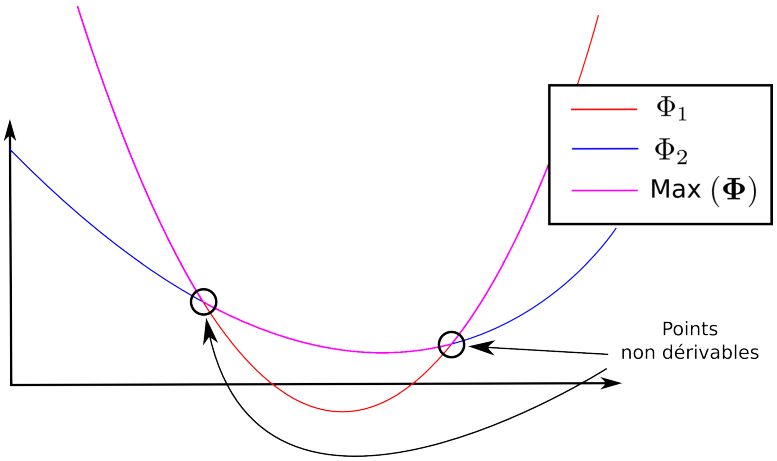


FIGURE 2.6 – Non dérivabilité de la fonction max

Cette discontinuité du gradient du critère d'optimisation crée des instabilités dans les algorithmes de résolution. Pour pallier cette difficulté, une méthode couramment utilisée est de transformer le problème en un problème équivalent pouvant être résolu par des algorithmes classiques :

$$\begin{array}{l} \text{Trouver } [\mathbf{x}^T \ \lambda]^T \text{ minimisant } \ \lambda \\ \text{Respectant :} \\ \qquad\qquad \begin{array}{rcl} \mathbf{a}(\mathbf{x}) & = & \mathbf{b} \\ \mathbf{c}(\mathbf{x}) & < & \mathbf{d} \\ \boldsymbol{\phi}(\mathbf{x}) & \leq & \lambda \mathbf{1}_{[k\times 1]} \end{array} \end{array} \tag{2.39}$$

où $\lambda$ est un scalaire, $\mathbf{1}_{[k\times 1]} = [1 \ 1 \ \cdots \ 1]^T$ est un vecteur colonne de dimension $k = \mathbf{dim}(\boldsymbol{\phi}(\mathbf{x}))$.

L'inconvénient de cette méthode est que le problème équivalent a une dimension supplémentaire et possède davantage de contraintes, il est donc plus long à résoudre. L'avantage est sa simplicité d'implémentation.

Il existe aussi des méthodes spécifiques aux problèmes MiniMax qui sont utiles pour atteindre des temps de convergence plus faibles.

Dans le cas de problèmes où les contraintes et les fonctions de $\boldsymbol{\phi}(\mathbf{x})$ sont affines ou linéaires, on parle alors d'approximation de Chebychev, [Armstrong 78] résout le problème (2.39) en utilisant un algorithme du simplexe modifié, prenant en compte les propriétés de la fonction MiniMax. [Abdelmalek 75, Bartel 78, Brannigan 85] utilisent un algorithme du simplexe adapté directement au problème (2.38).

Pour les cas où le problème présente des non-linéarités, [Dutta 77] montre que la solution optimale peut être trouvée à partir d'une suite numérique obtenue par résolution d'une succession de problèmes quadratiques. [He 07] propose une fonction lagrangienne modifiée adaptée aux spécificités des problèmes MiniMax, [Murray 80, Panier 91, Zhu 04, Jian 07] proposent des variantes de la méthode d'optimisation SQP (*Sequential Quadratic Programming*).

### Méthode de résolution utilisée

Dans la suite de notre étude, nous utiliserons des méthodes de résolution classiques sur le problème (2.39), notamment :

- l'algorithme du simplexe [Dantzig 55] si les éléments du problème sont linéaires ;
- l'algorithme du point intérieur [Byrd 00] si certains éléments du problème sont non-linéaires.

Dans le cas de l'utilisation de notre méthode sur un système embarqué où la capacité de calcul est faible et où la fréquence de résolution est critique, on préfère considérer des problèmes linéaires car leur temps de résolution est plus faible. Les contraintes du problème de distribution des forces (2.26) sont linéaires, celui-ci ne pose donc aucune difficulté tant que le critère d'optimisation est lui aussi linéaire. Par contre, les contraintes du problème d'optimisation de posture (2.37) contiennent des termes dépendant non-linéairement de la position du châssis, le torseur des efforts extérieurs $\mathbf{w}(\mathbf{p})$ ainsi que les contraintes de l'espace atteignable $\mathrm{H}(\mathbf{p})$. A cela s'ajoute la jacobienne des pattes $\mathrm{J}(\mathbf{q})$ et le vecteur des couples de compensation de la gravité $\boldsymbol{\tau}_g(\mathbf{q})$ qui dépendent indirectement de la posture car le vecteur des positions articulaires est obtenu à partir des positions $\mathbf{p}_i$ des points de contact par rapport au châssis.

La méthode la plus simple pour obtenir un problème linéaire est de fixer les contraintes concernées, si possible de manière conservative :

- le centre de masse du robot est considéré fixe par rapport au point de référence $R$ et placé au centre du châssis, les variations de sa position causées par les mouvements des segments des pattes sont négligées ;
- l'espace atteignable est réduit à un cube inscrit dans l'espace $\mathrm{H}(\mathbf{p}) < 0$ ;

- les contraintes d'actionnement qui dépendent des jacobiennes des pattes deviennent $\mathbf{f}_{min} < \mathbf{f} < \mathbf{f}_{max}$ où $\mathbf{f}_{min}$ et $\mathbf{f}_{max}$ contiennent les contraintes maximum et minimum sur les forces de contact, contraintes correspondantes aux pires valeurs que les matrices jacobiennes puissent atteindre.

L'approximation sur les contraintes d'actionnement peut entraîner une limitation supplémentaire de l'espace atteignable du centre de masse. Il faut en effet s'assurer que les pattes soient éloignées des configurations singulières pour que $\mathbf{f}_{min}$ et $\mathbf{f}_{max}$ soient suffisamment grands. L'utilisation de ces simplifications diminue grandement les capacités de franchissement du robot en limitant les mouvements et les forces qu'il peut produire.

On préfère donc utiliser une autre méthode de simplification qui consiste à donner à tous ces termes une valeur fixe correspondant à la posture courante du robot. Le raisonnement derrière cette méthode est que, même si la position obtenue n'est initialement pas exacte, les approximations provoqueront de moins en moins d'erreurs au fur et à mesure que le robot s'approche de la configuration optimale, le résultat convergera donc finalement vers la solution optimale. Bien que moins limitante que la méthode précédente, différents problèmes peuvent survenir avec son utilisation :

- la convergence des solutions successives n'est pas garantie ;
- la solution obtenue à un temps $t$ peut mener à l'instant $t+1$ à une posture rendant le problème (2.26) infaisable.

Pour les cas qui seront présentés dans ce mémoire, des tests numériques préalables ont montré que l'utilisation de cette méthode était stable, c'est donc celle que nous avons utilisée.

## 2.3 Conclusion

A partir des équations du modèle cinémato-statique des robots hybrides "roues-pattes", ce chapitre aboutit à la formulation des deux problèmes d'optimisation permettant de mettre à profit la redondance de ce type de système. Ces problèmes servent à déterminer l'ensemble des forces de contact roue/sol ainsi que la position du châssis relativement aux points de contact garantissant l'équilibre statique du robot et maximisant un critère de performance.

La dernière partie propose des méthodes de résolution adaptées à un cadre expérimental où les capacités de calcul sont limitées, elle met l'accent sur le cas de l'optimisation de critère MiniMax qui concerne quatre des cinq critères présentés au chapitre suivant.

# Chapitre 3

# Étude des critères de stabilité

Dans la suite de ce mémoire, le terme de stabilité sera utilisé pour se référer au maintien des contacts roues/sol ainsi que de leur adhérence. Le robot est donc considéré stable lorsque les contraintes du modèle de frottement de Coulomb (2.16) sont respectées.

Le chapitre précédent a abouti à la formulation de deux problèmes d'optimisation donnant les forces de contact et la position du châssis en fonction d'un critère qui déterminera le comportement du robot. On souhaite utiliser un critère conduisant à un franchissement robuste vis-à-vis des effets susceptibles d'affecter la stabilité du système. Les phénomènes en cause peuvent être regroupés en plusieurs catégories :

- les forces de perturbations qui sont les efforts non prévues appliquées au système, par exemple des forces inertielles ou un résidu lié à une erreur d'estimation de la gravité ;
- les incertitudes sur les forces de contact qui sont dues aux bruits de mesure des capteurs, aux problèmes de précision des asservissements et aux frottements dans les transmissions de mouvements ;
- les erreurs d'estimation de l'orientation des plans de contact et du coefficient de frottement.

Les études de stabilité effectuées jusqu'à présent dans le cadre de la robotique mobile cherchent majoritairement à définir une métrique évaluant les risques de renversement du système sans évaluer les risques liés aux propriétés frictionnelles des contacts roues-sol [Messuri 85, Iagnemma 03, Grand 04b, Besseron 08b]. Un état de l'art de ces critères est proposé dans [Garcia 02]. Dans le cas des systèmes hybrides "roues-pattes" et plus généralement des systèmes à roues franchissant des obstacles pentus, le roulement rend les problèmes d'adhérence inévitables puisque le robot n'enjambe pas le terrain. C'est notamment sur cet aspect que l'analogie avec la préhension prend tout son sens, le respect des contraintes de contact est l'aspect critique de ces problèmes.

Nous proposons l'étude et la comparaison de plusieurs critères de stabilité couramment utilisés dans ce domaine et que l'on a choisis pour leur capacité à représenter les différents phénomènes susceptibles de rompre la stabilité du système. Dans un premier temps, nous décrivons chacun d'eux et les intégrons à la formulation des problèmes de distribution des forces et de détermination de posture (sections 2.2.1 et 2.2.2). Une attention particulière sera donnée à leur signification physique ainsi qu'aux problèmes qui peuvent survenir dans le cadre de la détermination de la position du châssis, aspect qui n'existe pas en préhension dextre et qui n'a donc pas été prévu lors de la définition de ces critères. Dans un second temps, nous comparons les comportements provoqués par l'utilisation de quatre de ces critères en réalisant deux séries de tests numériques qui consistent à :

- déterminer les valeurs de chacun d'eux en fonction de la position du centre de masse pour une configuration géométrique des contacts fixe. On obtient ainsi une carte de stabilité permettant d'évaluer l'espace des postures stables ;
- déterminer la position optimale du châssis lors du franchissement d'un obstacle, simulé par une série discrète de posés successifs du robot le long d'un obstacle. Ce test permet d'obtenir le comportement produit par la procédure d'optimisation, pour chaque marge, durant le franchissement.

# 3.1 Description des critères

## 3.1.1 Marge du GWS optimal

### Définition

Le premier critère que nous présentons est basé sur l'utilisation de l'espace des efforts admissibles par le système ou GWS (*Grasp Wrench Space*). Cet espace regroupe l'ensemble des actions applicables exprimées au centre de masse de l'objet saisi, il représente les forces et moments que le système peut produire *via* les contacts tout en respectant leurs contraintes. Il s'exprime mathématiquement de la manière suivante :

$$W = \{\mathbf{w} : \exists \mathbf{f} \text{ tel que } -\mathrm{L}^T\mathbf{f} = \mathbf{w} \text{ et } \mathrm{A}\mathbf{f} > 0\} \tag{3.1}$$

Soit $W_i$ l'espace contenant la totalité des torseurs applicables par le $i^{eme}$ point de contact, le GWS s'exprime par [Ferrari 92] :

$$W = \oplus_i(W_i) \tag{3.2}$$

où $\oplus$ désigne la somme de Minkowski. Vu que les contraintes de contact forment des polyèdres convexes, les espaces $W_i$ et $W$ sont aussi des polyèdres convexes (Fig. 3.1).

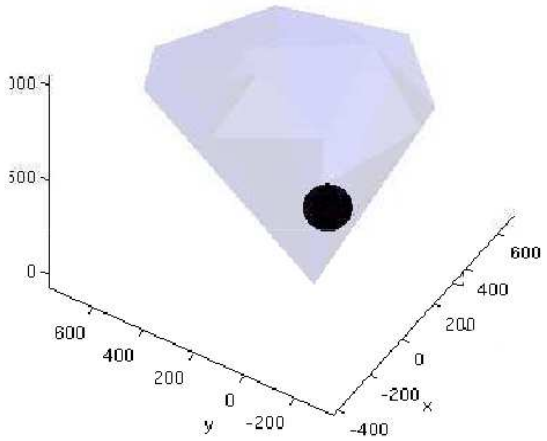


FIGURE 3.1 – Boule résiduelle dans l'espace des forces [Barthelemy 08]

Dans [Li 88], l'auteur utilise cet espace pour déterminer si une saisie peut être qualifiée de *force closure* ou non. Il montre en effet que cette propriété est équivalente à avoir l'origine de l'espace des forces, c'est-à-dire le torseur nul, incluse dans le GWS. Il définit ensuite une première métrique de stabilité pour la détermination d'une configuration de saisie optimale vis-à-vis d'une tâche. La tâche étant définie par une force à produire au niveau du centre de masse, il calcule la force maximum qui peut être produite dans la direction de la tâche. Dans notre cas, en choisissant comme direction l'accélération nécessaire au franchissement de l'obstacle, l'utilisation de cette méthode donnerait la solution offrant la meilleure traction.

Le premier critère que l'on se propose d'étudier est une généralisation de ce principe proposée par [Kirkpatrick 92, Ferrari 92]. Ils maximisent le rayon de la plus grande boule centrée à l'origine et inscrite dans le GWS. Cette valeur correspond à la norme de la plus grande force qui peut être produite sans connaissance préalable de sa direction.

### Application à la robotique mobile

Plusieurs limitations surviennent lorsque l'on souhaite adapter ce principe à notre cas.

La notion de *force closure* n'a pas de sens pour un robot mobile, il est très rare que les points de contact forment un ensemble capable de produire des forces dans toutes les directions, la façon la plus simple de s'en rendre compte est d'imaginer dans quelles situations le robot est en mesure d'empêcher quelqu'un de le soulever. Le rayon de la boule est donc très souvent nul car l'origine de l'espace des forces

est sur les limites du GWS. Dans [Hirukawa 06], l'auteur résout ce problème en montrant que l'on peut déterminer la stabilité d'un robot humanoïde en vérifiant que le torseur des efforts extérieurs est à l'intérieur du GWS. Cela traduit le fait que le robot a besoin d'une force extérieure, par exemple la gravité, pour garantir le maintien de ses contacts. A partir de là, [Barthelemy 08] propose d'utiliser le rayon de la boule résiduelle, c'est à dire la plus grande hypersphère incluse dans le GWS et centrée sur le vecteur $\mathbf{w}$ contenant les termes du torseur des efforts extérieurs connus. La marge correspond alors à la plus grande force qui peut être produite en plus de la force prévue par la tâche, ce qui peut être interprété comme la plus grande perturbation supportable par le système.

Ensuite, ce type de marge souffre de la non-homogénéité de l'espace des efforts, on mesure en effet soit un moment, soit une force. Il peut être nécessaire d'appliquer un facteur d'échelle à l'espace des moments en fonction des dimensions du système. De plus, le rayon obtenu peut varier en fonction du point où l'on exprime les moments issues d'une force perturbatrice. Dans[Borst 04], l'auteur discute de ces problèmes et des adaptations possibles pour s'en affranchir. Dans notre cas, les perturbations susceptibles d'affecter le système sont liées à la gravité et à l'inertie, on peut donc les exprimer au niveau du centre de masse, point d'application de ces forces. Nous ne considérerons aucun moment de perturbation afin de ne pas être affectés par les problèmes de non-homogénéité.

Une autre limitation est que ce critère de stabilité est uniquement conçu pour évaluer la configuration géométrique du système. En effet, les limites du GWS ne dépendent pas des forces de contact choisies pour compenser les efforts extérieurs connus, son utilisation ne nous permet donc pas de résoudre l'intégralité de notre problème. Il faut utiliser une autre marge de stabilité pour déterminer les forces de contact.

Dans la suite de ce mémoire, on nommera le rayon de la boule résiduelle le critère du GWS optimal (GO) et on la notera $\Phi_{GO}$. La partie qui suit explique les difficultés de calcul de cette marge et formule les problèmes d'optimisation des forces et d'optimisation de la posture l'utilisant.

### Méthode de calcul du critère

Le GWS est habituellement déterminé en calculant numériquement la somme de Minkowski des espaces $W_i$, on obtient alors l'expression matricielle de ses facettes. La distance entre le centre de la boule et chaque facette est alors calculée par optimisation linéaire et la marge correspond à la plus petite d'entre elles. Lorsque l'on considère des variations de la position du centre de masse, l'expression numérique des espaces $W_i$ ne peut pas être obtenue et la méthode devient impossible. [Yoshikawa 88, Colette 08] font une approximation du rayon de la boule résiduelle en calculant la norme des perturbations admissibles dans un nombre de directions

choisies de l'espace des forces. On considère alors que la plus petite de ces valeurs correspond au rayon. Il est quasiment certain que la vrai boule résiduelle soit plus petite que l'approximation obtenue, rendant la perturbation admissible surévaluée. Une illustration de cette méthode dans le cas d'un espace des forces en deux dimensions est donnée Fig. 3.2. Les directions choisies doivent balayer le plus possible l'espace des forces, plus on utilise de directions plus les probabilités d'avoir une erreur importante seront faibles, mais plus les calculs seront longs.

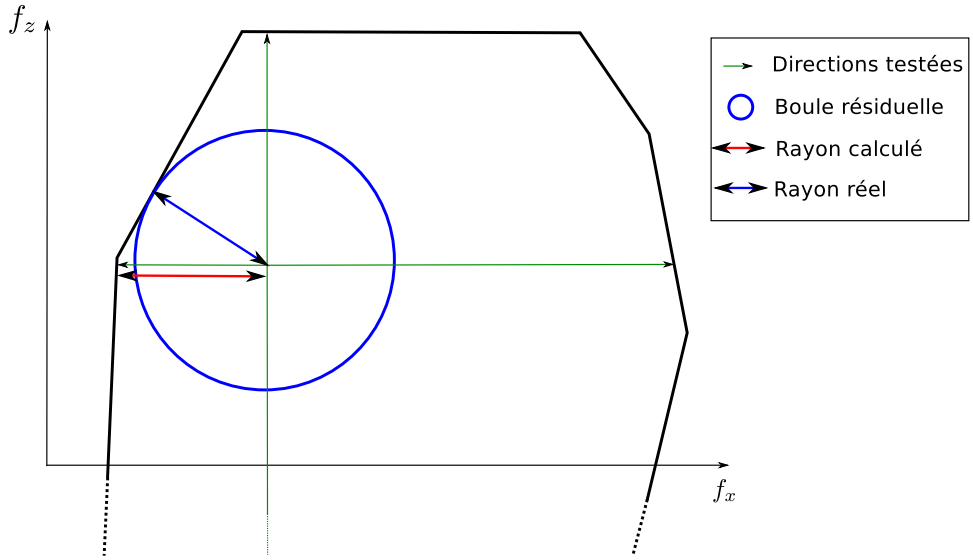


FIGURE 3.2 – Méthode de détermination du rayon de la boule résiduelle

### Application au robot HyLoS

Les équations de distribution des forces du robot soumis à une perturbation pour une position du centre de masse fixe sont données par :

$$-\mathrm{L}^T\mathbf{f} = \mathbf{w} + \delta\mathbf{w} \tag{3.3}$$

où $\delta\mathbf{w}$ est la perturbation subie exprimée au niveau du centre de masse. On note $\mathbf{u} = [\mathbf{u}_f^T\ \mathbf{u}_m^T]^T$ le vecteur contenant les composantes de la direction $\mathbf{u}_f$ de la force de perturbation et du moment associé $\mathbf{u}_m$ exprimée au centre du châssis. On s'intéresse uniquement aux forces de perturbation appliquées au niveau du centre de masse, $\mathbf{u}_m$ est donc égale au vecteur nul s'il est exprimé au centre de masse. On donne la perturbation en fonction de la norme $\lambda$ de la force et du vecteur $\mathbf{u}$ :

$$\delta\mathbf{w} = \lambda\mathbf{u} \tag{3.4}$$

l'équation 3.3 devient :

$$-\left[\mathrm{L}^T\ \mathbf{u}\right]\begin{bmatrix}\mathbf{f}\\ \lambda\end{bmatrix}=\mathbf{w} \tag{3.5}$$

Le problème du GWS Optimal revient alors à trouver les répartitions des forces ${}^i\mathbf{f}$ permettant de compenser les plus grandes perturbations selon les directions ${}^i\mathbf{u}$ considérées :

$$\begin{array}{lrcl}
\text{Trouver } {}^i\mathbf{f}\in\mathbb{R}^{3n} \text{ maximisant} & & & {}^i\lambda \\
\text{Respectant :} & & & \\
 & \left[\mathrm{L}^T\ {}^i\mathbf{u}\right]\begin{bmatrix}{}^i\mathbf{f}\\ {}^i\lambda\end{bmatrix} & = & -\mathbf{w} \\
 & \mathrm{A}^i\mathbf{f} & > & \mathbf{0}
\end{array} \tag{3.6}$$

Les forces de contact doivent donc être déterminées séparément pour chacune des directions, et nous donnent la perturbation maximum correspondante. La marge de stabilité est alors la norme de la plus petite de ces perturbations : $\Phi_{GO}=\min({}^i\lambda)$. En aucun cas, ces forces ne doivent être appliquées car elles sont en limite de violation des contraintes de contact et donc sujettes à de probables problèmes de stabilité. La résolution de ce problème ne sert que comme moyen d'évaluation d'une configuration géométrique.

Intégrons maintenant la position du centre de masse au problème. On part des équations (2.34) exprimant les équations quasi-statiques en fonction de la posture du robot :

$$\left[\mathrm{L}_R^T\ -\mathrm{E}\right]\begin{bmatrix}\mathbf{f}\\ \mathbf{p}\end{bmatrix}=-\mathbf{w}(\mathbf{p}) \tag{3.7}$$

La perturbation exprimée au point de référence $R$ est donnée par :

$$\delta\mathbf{w}_R=\begin{bmatrix}\lambda\mathbf{u}_f\\ \lambda\mathbf{u}_m-\lambda\mathbf{u}_f\times\mathbf{p}\end{bmatrix} \tag{3.8}$$

que l'on écrit sous la forme :

$$\delta\mathbf{w}_R=\lambda\mathbf{u}-\lambda\mathrm{U}\mathbf{p} \tag{3.9}$$

où la matrice U est donnée par :

$$\mathrm{U}=\begin{bmatrix}0_{3\times3}\\ \tilde{\mathbf{u}}_f\end{bmatrix} \tag{3.10}$$

Les équations de distribution des forces sont alors donnée par :

$$[\mathrm{L}_R^T \ -\mathrm{E}] \begin{bmatrix} \mathbf{f} \\ \mathbf{p} \end{bmatrix} = -\mathbf{w}(\mathbf{p}) - \lambda\mathbf{u} + \lambda\mathrm{U}\mathbf{p} \tag{3.11}$$

Le problème n'est plus linéaire car $\lambda$ et $\mathbf{p}$ sont des variables du problème d'optimisation. Pour exprimer les contraintes d'égalité plus simplement, on réalise un changement de variables : $\boldsymbol{\rho} = \lambda\mathbf{p}$ :

$$\begin{bmatrix} \mathrm{L}_R^T & -\mathrm{E} & \mathbf{u} & -\mathrm{U} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{f} \\ \mathbf{p} \\ \lambda \\ \boldsymbol{\rho} \end{bmatrix} = -\mathbf{w} \tag{3.12}$$

Le problème de détermination du centre de masse par la méthode du GWS optimal devient :

Trouver les ${}^i\mathbf{f}$ et $\mathbf{p}$ maximisant $\Phi_{GO} = \min({}^i\lambda)$
Respectant :

$$\begin{bmatrix} \mathrm{L}_R^T & {}^1\mathbf{u} & {}^1\mathrm{U} & & 0 & & -\mathrm{E} \\ & & & \ddots & & & \vdots \\ 0 & & & & \mathrm{L}_R^T & {}^k\mathbf{u} & {}^k\mathrm{U} & -\mathrm{E} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^1\mathbf{f} \\ {}^1\lambda \\ {}^1\boldsymbol{\rho} \\ \vdots \\ {}^k\mathbf{f} \\ {}^k\lambda \\ {}^k\boldsymbol{\rho} \\ \mathbf{p} \end{bmatrix} = -\mathbf{w} \tag{3.13}$$

$$\begin{aligned} \mathrm{A}^i\mathbf{f} &> \mathbf{0} \\ {}^i\boldsymbol{\rho} &= {}^i\lambda\mathbf{p} \end{aligned}$$

où $k$ est le nombre de directions considérées.

Pour les tests numériques de la seconde partie de ce chapitre, nous prendrons six directions pour le calcul de cette marge. Elles correspondent aux deux sens de chacun des axes du repère $\Re_0$.

### 3.1.2 Marge du GWS sous-optimal

#### Définition

Le GWS garantit seulement l'existence d'une solution à la compensation des efforts qu'il contient. Pour que le robot reste stable, il faut qu'il soit en mesure de

détecter une force de perturbation, de résoudre le nouveau problème de distribution des forces et de mettre en œuvre la solution. Si elle n'est pas détectée, les frottements présents dans les articulations transmettront une partie de cette perturbation jusqu'aux points de contact, et modifieront les forces qui y sont appliquées. Pour pallier ce problème, on peut utiliser l'espace décrit dans [Yoshikawa 88]. Pour une répartition des forces de contact donnée, l'auteur définit un espace $W^*$ contenant les perturbations dont la compensation selon une heuristique choisie ne rend pas le système instable :

$$W^* = \{\delta\mathbf{w} \text{ tel que } \mathrm{A}(\mathbf{f} + \delta\mathbf{f}) > 0 \text{ avec } \delta\mathbf{f} = h(\delta\mathbf{w})\} \tag{3.14}$$

où $\delta\mathbf{w}$ représente une perturbation au niveau du centre de masse et $h(\delta\mathbf{w})$ est la fonction heuristique donnant la modification des forces de contact provoquée par la perturbation. Cet espace, que l'on appellera GWS "sous-optimal", fournit une indication sur les conséquences immédiates de l'application d'une perturbation. Il contient tous les efforts que le système peut supporter sans avoir à adapter les consignes d'actionnement. La marge de stabilité du GWS "sous-optimal" (GSO) est alors donnée par le rayon de la boule résiduelle dans cet espace, nous la noterons $\Phi_{GSO}$. Dans [Colette 08], l'auteur adapte cette méthode en y ajoutant la détermination de la position du centre de masse d'un robot humanoïde.

### Choix de l'heuristique

La difficulté d'utilisation de cette méthode réside dans la définition de la fonction $h(\delta\mathbf{w})$ qui doit décrire la répercussion naturelle des perturbations au niveau des forces de contact. Cette répercussion dépend de la rigidité des articulations, des lois de comportement des éléments du robot et des caractéristiques du contact roue/sol. Sans information préalable sur un système mécanique particulier, nous utiliserons la pseudo-inverse de la matrice de locomotion pour obtenir le vecteur $\delta\mathbf{f}$ durant les tests numériques de ce chapitre. En prenant encore $\delta\mathbf{w} = \lambda\mathbf{u}$, on a :

$$\delta\mathbf{f} = \lambda(\mathrm{L}^T)^+(\mathbf{u}) \tag{3.15}$$

### Application au robot HyLoS

On décrit maintenant la formulation des problèmes d'optimisation utilisant ce critère. Le problème est de maximiser la norme $\lambda$ de la perturbation admissible dans toutes les directions, il se formule de la manière suivante :

$$
\begin{array}{lll}
\text{Trouver } \mathbf{f} \in \mathbb{R}^{3n} \text{ maximisant} & \Phi_{GSO} = \lambda & \\
\text{Respectant :} & & \\
& \mathrm{L}^T\mathbf{f} & = & -\mathbf{w} \\
& \begin{bmatrix} \mathrm{A} & \mathrm{A}(\mathrm{L}^T)^+({}^1\mathbf{u}) \\ \vdots & \vdots \\ \mathrm{A} & \mathrm{A}(\mathrm{L}^T)^+({}^k\mathbf{u}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{f} \\ \lambda \end{bmatrix} & > & \mathbf{0}
\end{array}
\tag{3.16}
$$

En appliquant la même méthode qu'à la section précédente, on intègre la position du centre de masse aux équations :

$$
\delta\mathbf{f} = \lambda(\mathrm{L}_R^T)^+({}^i\mathbf{u}) + (\mathrm{L}_R^T)^+({}^i\mathrm{U})\boldsymbol{\rho} \tag{3.17}
$$

avec $\boldsymbol{\rho} = \lambda\mathbf{p}$.

Le problème devient :

$$
\begin{array}{lll}
\text{Trouver } [\mathbf{f}^T\ \mathbf{p}^T]^T \in \mathbb{R}^{3n+3} \text{ maximisant} & \Phi_{GSO} = \lambda & \\
\text{Respectant :} & & \\
& [\mathrm{L}_R^T\ -\mathrm{E}] \begin{bmatrix} \mathbf{f} \\ \mathbf{p} \end{bmatrix} & = & -\mathbf{w} \\
& \begin{bmatrix} \mathrm{A} & \mathrm{A}(\mathrm{L}_R^T)^+({}^1\mathbf{u}) & \mathrm{A}(\mathrm{L}_R^T)^+({}^1\mathrm{U}) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathrm{A} & \mathrm{A}(\mathrm{L}_R^T)^+({}^k\mathbf{u}) & \mathrm{A}(\mathrm{L}_R^T)^+({}^k\mathrm{U}) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{f} \\ \lambda \\ \boldsymbol{\rho} \end{bmatrix} & > & \mathbf{0} \\
& \boldsymbol{\rho} & = & \lambda\mathbf{p}
\end{array}
\tag{3.18}
$$

Dans la suite, on utilisera les mêmes directions de perturbation que pour la marge précédente.

### 3.1.3 Rapport entre force tangentielle et force normale

Un autre critère d'optimisation possible, introduit par [Ji 88] et [Demmel 89] pour des systèmes de préhension à trois doigts, est le rapport entre la force tangentielle et la force normale au contact, pour le contact où ce rapport est le plus grand. Les méthodes associées ont été généralisées pour les systèmes à pattes [Klein 90, Gardner 91] puis pour la répartition des forces sur les systèmes hybrides [Sreenivasan 94, Iagnemma 00, Lamon 05].

Cette marge revient à considérer l'angle entre la force et la normale au contact là où cet angle est le plus grand. Plus elle est petite, plus le système est stable. La solution obtenue avec ce type de critère correspond à celle supportant le mieux les

erreurs d'estimation du coefficient de frottement mais aussi à celle supportant le mieux les erreurs d'estimations des plans de contact [Schwartz 92]. De plus, l'optimisation de ce critère va tendre à augmenter la traction disponible [Abdallah 07].

L'information donnée par cette marge est adimensionnelle, et sa comparaison avec les incertitudes liées à l'asservissement des forces n'a pas vraiment de sens. Il peut être dangereux d'utiliser cette marge pour déterminer la position optimale du centre de masse lorsque des erreurs sur les forces de contact sont probables. On risque en effet d'arriver à des cas limites tels que celui montré dans la Fig 3.3.

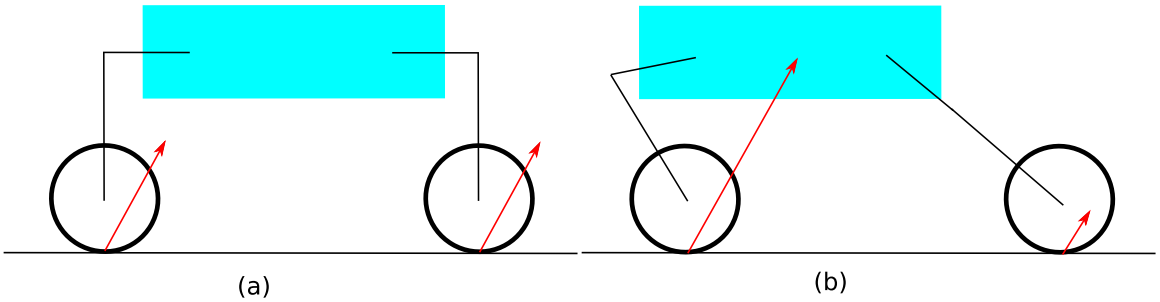


FIGURE 3.3 – Deux situations où la marge $\Phi_{t/n}$ est la même

Cette figure montre deux situations où le critère est équivalent, pourtant dans le cas (b) une plus petite perturbation peut faire basculer le robot en arrière et une faible erreur sur les forces de contact de la roue avant peut provoquer une perte d'adhérence.

Dans la suite, on appellera cette marge la marge des rapports des forces de contact (T/N), et on la notera $\Phi_{t/n}$. Son intégration aux problèmes d'optimisation ne présente aucune difficulté, il suffit de remplacer le critère $\Phi$ dans le problème de distribution des forces et dans le problème de détermination de posture (sections 2.2.1 et 2.2.2) par :

$$\Phi_{t/n} = \max(|\frac{f_{x1}}{f_{z1}}|, |\frac{f_{y1}}{f_{z1}}|, \cdots, |\frac{f_{xn}}{f_{zn}}|, |\frac{f_{yn}}{f_{zn}}|) \tag{3.19}$$

La minimisation de $\Phi_{t/n}$ va naturellement tendre à inclure les forces de contact dans le cône de frottement de Coulomb. Tant que le coefficient de frottement est le même pour tous les contacts, les équations de contraintes (2.18) sont superflues et peuvent être remplacées par les contraintes $f_{zi} > 0$. Si l'optimisation du rapport des forces donne une solution instable, c'est qu'il n'existe pas de solution satisfaisant toutes les contraintes.

### 3.1.4 Perturbation admissible au niveau des contacts

[Kerr 86, Galvez 03] proposent un critère d'optimisation qui est aussi utilisé comme méthode d'évaluation d'algorithmes de commande par [Buss 96]. Il consiste à évaluer les forces tangentielles aux contacts nécessaires à la rupture des contraintes (Fig. 3.4).

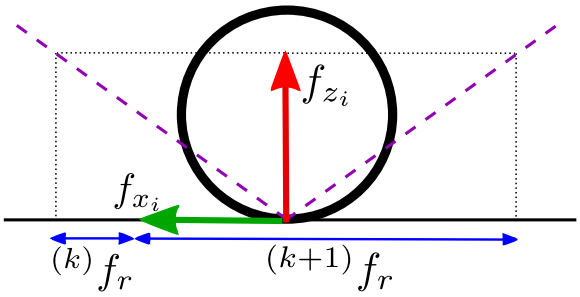


FIGURE 3.4 – Perturbations admissibles $^{(k)}\mathbf{f}_r$ au niveau du contact

Dans le cas où on utilise la linéarisation des contraintes de frottements décrite par (2.16), le vecteur regroupant toutes ces forces est nommé $\mathbf{f}_r$ et est solution de :

$$\mathrm{A}\mathbf{f} - \mathbf{f}_r = \mathbf{0} \tag{3.20}$$

Il est donc donné par :

$$\mathbf{f}_r = \mathrm{A}\mathbf{f} \tag{3.21}$$

On définit alors le critère des forces résiduelles de contact (FCR) comme étant le plus petit terme de ce vecteur :

$$\Phi_{FCR}(\mathbf{f}) = \min(\mathbf{f}_r) = \min(\mathrm{A}\mathbf{f}) \tag{3.22}$$

Il représente la plus petite erreur sur la force de contact tangentielle qui est supportable au niveau d'un point de contact. $\Phi_{FCR}(\mathbf{f}) > 0$ garantit que toutes les contraintes de contact sont respectées, les contraintes (2.16) peuvent donc être omises lors de la formulation des problèmes d'optimisation.

Ce critère permet d'obtenir le module $f_p$ de la plus petite erreur en force que les contacts peuvent subir (Fig. 3.5) :

$$f_p = \Phi_{FCR}(\mathbf{f}) \cos(\tan^{-1}(\mu)) \tag{3.23}$$

Il aboutit donc à la solution permettant de résister le plus aux effets affectant les forces de contact comme par exemple les incertitudes du contrôle en effort.

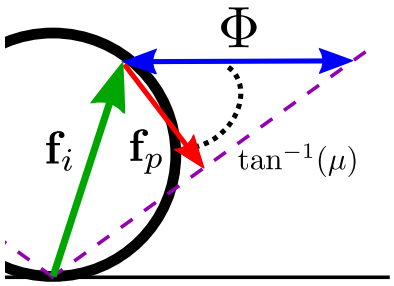


FIGURE 3.5 – Plus petite erreur admissible $\mathbf{f}_p$ au niveau du contact

### 3.1.5 Inégalités matricielles linéaires (LMI)

[Buss 96, Han 00] ont montré qu'en utilisant les termes du vecteur de la force de contact, on peut former une matrice symétrique P dont les valeurs propres correspondent aux expressions des contraintes de frottement non linéarisées. Cette matrice est donnée par

$$\mathrm{P}_i = \begin{bmatrix} \mu f_{z_i} & 0 & f_{y_i} \\ 0 & \mu f_{z_i} & f_{x_i} \\ f_{y_i} & f_{x_i} & \mu f_{z_i} \end{bmatrix} \tag{3.24}$$

Ses valeurs propres sont :

$$\begin{array}{rcl} \lambda_1 & = & \mu f_{z_i} \\ \lambda_2 & = & \mu f_{z_i} - \sqrt{f_{x_i}^2 + f_{y_i}^2} \\ \lambda_3 & = & \mu f_{z_i} + \sqrt{f_{x_i}^2 + f_{y_i}^2} \end{array} \tag{3.25}$$

Si la matrice est semi-définie positive, alors les valeurs propres sont positives ou nulles et les contraintes de frottement sont respectées. Cela permet de remplacer la série de contraintes non linéaires par des inégalités matricielles linéaires (LMI pour *Linear Matrix inequalities*). Le critère à minimiser est formulé comme suit :

$$\Phi_{LMI}(\mathbf{f}) = \mathrm{B}(\mathbf{f}) + \log(\det(P^{-1})) \tag{3.26}$$

où $\mathrm{B}(\mathbf{f})$ est un critère secondaire servant souvent à diminuer la consommation d'énergie. Cette expression peut être écrite sous la forme :

$$\Phi_{LMI}(\mathbf{f}) = \mathrm{B}(\mathbf{f}) + \sum_{i=1}^{n} [-\log(\mu f_{z_i}) - \log(\mu^2 f_{z_i}^2 - f_{x_i}^2 - f_{y_i}^2)] \tag{3.27}$$

Le critère d'optimisation augmente alors rapidement lorsque l'un des termes correspondant aux contraintes (2.15) s'approche de zéro. L'intérêt de ce critère par rapport aux forces de contact résiduelles, outre l'absence de linéarisation des

contraintes de contact, réside dans l'utilisation du logarithme. Les variations du critère liées au respect des contraintes de contact sont de plus en plus faibles à mesure que les forces de contact résiduelles augmentent. Le logarithme donne donc un poids plus important au critère secondaire lorsque la stabilité n'est pas critique.

Cette méthode a été utilisée pour la distribution des forces de traction des robots mobiles dans [Benamar 09].

L'utilisation des LMI donnera un comportement proche de celui obtenu par les forces de contact résiduelles car la grandeur physique qui est évaluée est similaire. Vu que l'intégration à ce critère de la modification de posture est difficile et qu'il est redondant avec le critère $\Phi_{FCR}$, nous ne l'utiliserons pas dans l'évaluation numérique qui suit.

## 3.2 Analyse numérique des critères de stabilité

On réalise des tests numériques pour étudier le comportement des marges de stabilité $\Phi_{GO}$, $\Phi_{GSO}$, $\Phi_{t/n}$ et $\Phi_{FCR}$. Deux séries de calculs sont effectuées, la première consiste à placer le robot dans une situation géométrique correspondant à une étape du franchissement d'un obstacle et à résoudre le problème de distribution des forces (2.26) pour différentes positions du centre de masse. Les résultats permettront d'étudier les variations des marges de stabilité en fonction de la posture et de déterminer l'ensemble des positions du centre de masse pour lesquelles le système est stable et que l'on appellera l'espace de stabilité du centre de masse.

La seconde vise à établir et à comparer les comportements issus de l'utilisation de chaque marge de stabilité pour le franchissement d'un obstacle. On résout pour cela le problème de détermination de posture (2.37) pour des situations géométriques successives correspondant aux différentes étapes du passage de l'obstacle.

Le robot simulé est un robot mobile poly-articulé à quatre "roues-pattes" (Fig. 3.6), les obstacles sont représentés par des plans inclinés d'un angle $\beta$ autour de l'axe latéral $\mathbf{y}_0$ et sont franchis par les pattes avant du robot. Les positions des points de contact sont déterminées par les distances les séparant les uns des autres selon chaque axe du repère global : 60 cm selon l'axe $\mathbf{x}_0$ entre les pattes avant et arrière, 30 cm selon l'axe $\mathbf{y}_0$ entre les pattes de droite et de gauche, la distance verticale $h$ entre les pattes avant et arrière varie en fonction de l'avancement du robot sur l'obstacle. Le centre de masse est considéré comme étant situé au centre du châssis. La seule force extérieure subie par le robot est son poids qui est de 100 N. Aucune contrainte sur l'amplitude des forces ou sur la position du centre de masse n'est imposée afin de ne pas influencer les résultats par une structure mécanique restrictive.

Lorsque le problème d'optimisation est linéaire, nous utilisons un algorithme du simplexe [Dantzig 55] pour le résoudre, sinon nous utilisons un algorithme du

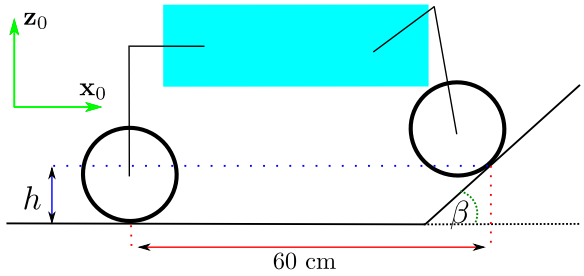


FIGURE 3.6 – Configuration du robot pour les tests numériques

point intérieur [Byrd 00] avec comme point initial le résultat donné par le problème des forces de contact résiduelles qui est linéaire.

### 3.2.1 Influence de la position du centre de masse

Pour chacun des critères de stabilité, on résout le problème de distribution des forces pour différentes positions du centre de masse en gardant la position des contacts identique. Vu que l'obstacle envisagé est frontal, les résultats sont symétriques selon l'axe longitudinal, on ne les donnera que pour le demi-plan où la position latérale est positive. La position des points de contact est choisie telle que $h = 30$ cm. Afin de bien visualiser les zones d'instabilité sur les courbes, on fixe la marge à une valeur fixe représentée en blanc sur les figure dès que le résultat obtenu est instable. Dans les autres cas, la marge tracée est celle donnée par la résolution du problème de distribution des forces.

#### Variations sagittales

On a vu à la section 2.2.2 que la variation de position du centre de masse le long de l'axe des forces extérieures ne faisait pas varier les forces de contact. Comme les marges $\Phi_{t/n}$ et $\Phi_{FCR}$ mesurent une grandeur au niveau des points de contact, elles ne varient pas lorsque le centre de masse se déplace verticalement. Par contre, les marges $\Phi_{GO}$ et $\Phi_{GSO}$ étant basées sur l'estimation de perturbations qui peuvent avoir n'importe quelle direction, elles peuvent varier quel que soit le changement de posture. On voit cependant sur les Fig. 3.7 et Fig. 3.8, donnant les marges $\Phi_{GO}$ et $\Phi_{GSO}$ en fonction de la position du centre de masse dans le plan sagittal ($\mathbf{x}_0$, $\mathbf{z}_0$), que la partie horizontale de l'espace de stabilité ne change pas lorsque le centre de masse se déplace verticalement.

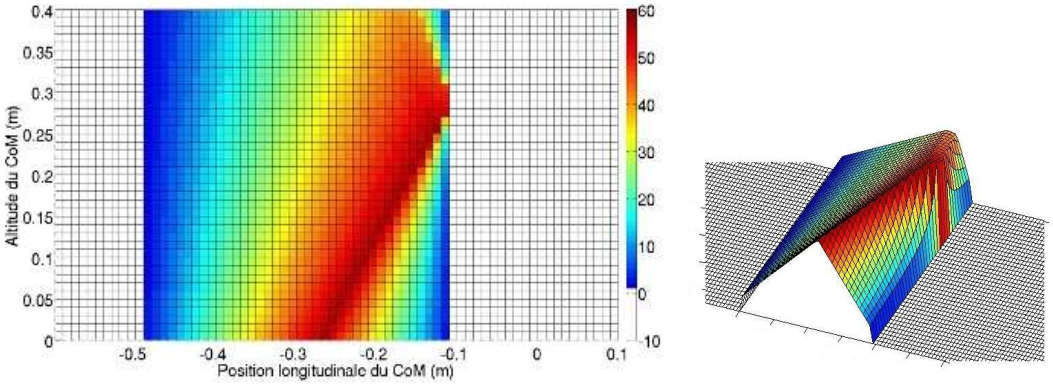


FIGURE 3.7 – Espace de stabilité donné par le critère $\Phi_{GO}$ pour $\beta = \pi/2$ rad et $\mu = 0.8$

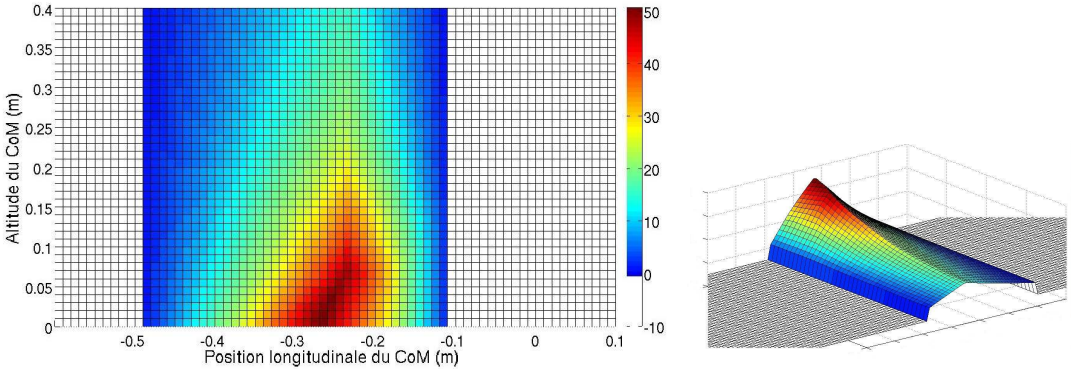


FIGURE 3.8 – Espace de stabilité donné par le critère $\Phi_{GSO}$ pour $\beta = \pi/2$ rad et $\mu = 0.8$

### Variations horizontales

On trace les marges $\Phi_{GO}$ (Fig. 3.9), $\Phi_{GSO}$ (Fig. 3.10), $\Phi_{t/n}$ (Fig. 3.11) et $\Phi_{FCR}$ (Fig. 3.12) en fonction de la position du centre de masse dans le plan horizontal $(\mathbf{x}_0, \mathbf{y}_0)$ pour une pente $\beta = \pi/2$ rad et un coefficient de frottement $\mu = 0.8$. On remarque d'abord que les espaces de stabilité sont identiques dans les quatre cas, les contraintes de contact sont en effet les mêmes quelle que soit la méthode utilisée, il est donc normal que l'espace pour lequel une solution au problème de distribution des forces existe soit le même. On voit ensuite que les surfaces formées par les marges peuvent avoir des arêtes horizontales, la position optimale peut donc ne pas être unique, c'est un problème lié à l'utilisation des fonctions min et max comme nous l'avons expliqué à la section 2.2.3.

Plus spécifiquement, il est possible que la marge $\Phi_{GO}$ (Fig. 3.9) donne une

position optimale en bordure de l'espace de stabilité. Cela signifie que dans certains cas, une erreur de positionnement du centre de masse peut donner une situation irrécupérable d'instabilité.

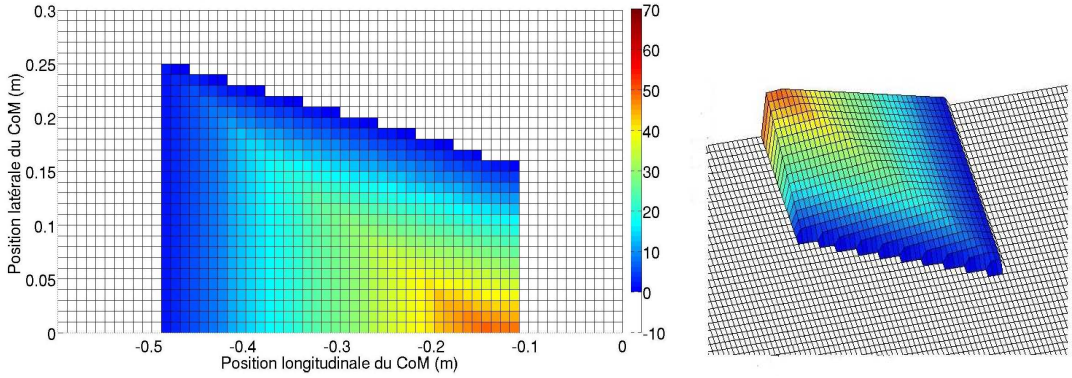


FIGURE 3.9 – Espace de stabilité donné par le critère $\Phi_{GO}$ pour $\beta = \pi/2$ rad et $\mu = 0.8$

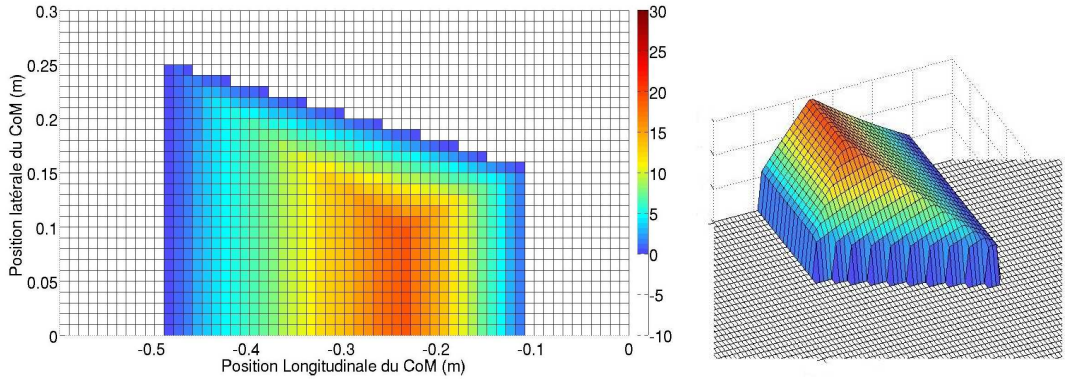


FIGURE 3.10 – Espace de stabilité donné par le critère $\Phi_{GSO}$ pour $\beta = \pi/2$ rad et $\mu = 0.8$

### Études du domaine de stabilité

On regarde maintenant les effets de différentes pentes et de différents coefficients de frottement sur l'espace de stabilité. Comme celui-ci est identique quelle que soit la marge employée, nous nous contenterons d'observer les résultats donnés par la méthode FCR. On prendra comme élément de comparaison le critère du polygone de sustentation [McGhee 68], c'est-à-dire l'espace à l'intérieur du polygone

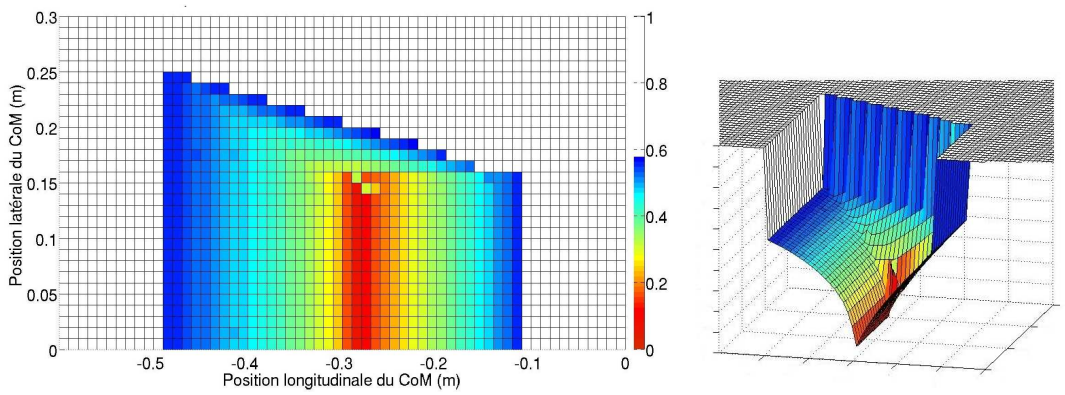


FIGURE 3.11 – Espace de stabilité donné par le critère $\Phi_{t/n}$ pour $\beta = \pi/2$ rad et $\mu = 0.8$ (critère à minimiser)

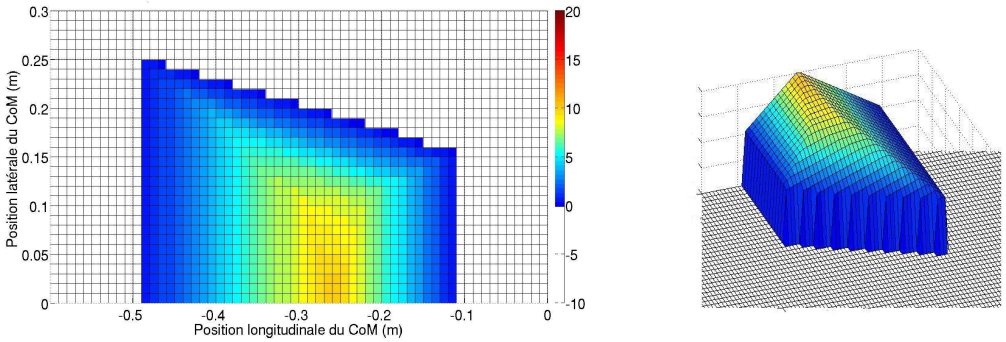


FIGURE 3.12 – Espace de stabilité donné par le critère $\Phi_{FCR}$ pour une pente de $\beta = \pi/2$ rad et $\mu = 0.8$

formé par les points de contact. Dans notre cas, cet espace est donné par

$$\begin{bmatrix} -0.3 \\ -0.15 \\ -\infty \end{bmatrix} < \mathbf{p} < \begin{bmatrix} 0.3 \\ 0.15 \\ \infty \end{bmatrix}$$

Il est tracé en pointillés noirs sur les Fig. 3.13 et celles qui suivent.

On distingue trois cas. Dans le premier (Fig. 3.13), l'angle de frottement ($\alpha = tan^{-1}(\mu)$) est supérieur à celui de la pente de l'obstacle. Si les forces de contact sont colinéaires aux poids, elles seront à l'intérieur du cône de frottement et aucune force interne ne sera nécessaire au maintien de l'adhérence. Le seul risque d'instabilité vient alors du renversement. L'espace de stabilité correspond au polygone de sustentation. Le robot est capable d'évoluer sur ce type de terrain même si toutes les pattes du robot se trouvent sur la pente.

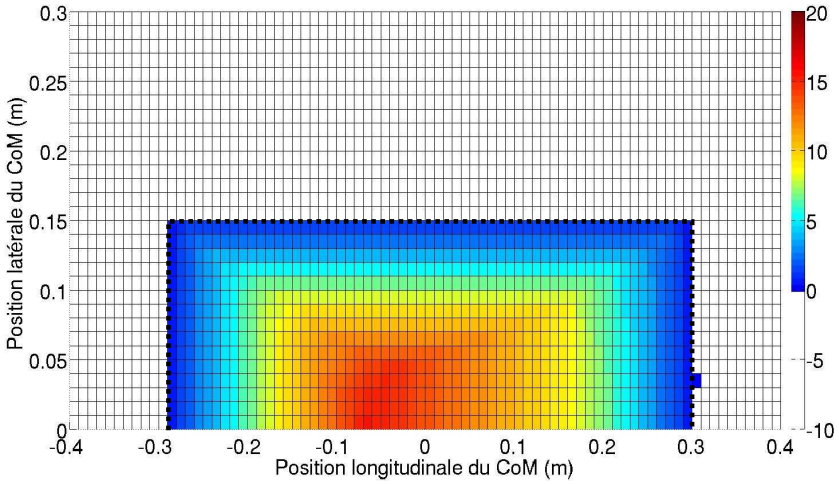


FIGURE 3.13 – Espace de stabilité pour $\beta = 0.5$ rad et $\mu = 1.1$

Dans le deuxième cas (Fig. 3.14), l'angle de frottement est inférieur à la pente de l'obstacle, le robot doit nécessairement produire des forces internes pour éviter les pertes d'adhérence. L'espace de stabilité est inclus dans le polygone de sustentation mais ne le contient pas forcément dans son intégralité, il se réduit au fur et à mesure que l'angle de la pente augmente et/ou que le coefficient de frottement diminue. Le robot est incapable de maintenir l'adhérence si toutes les pattes sont sur de telles pentes, il faut qu'au moins l'une d'entre elles soit sur une pente stable (*ie* l'angle de frottement est supérieur à la pente) pour permettre la production de forces internes.

Le dernier cas (Fig. 3.15) est une extension du précédent. Si la pente et le coefficient de frottement sont suffisamment importants, le robot peut produire des forces qui, grâce à la friction des roues sur le sol, empêcheront le renversement même si le centre de masse est à l'extérieur du polygone de sustentation. On est alors dans un cas limite où l'interruption des forces internes provoque un renversement immédiat du robot. Cependant, la position optimale du centre de masse reste à l'intérieur du polygone de sustentation quelle que soit la marge de stabilité considérée. Le cas limite n'est donc pas rencontré lors du franchissement d'un obstacle tel que ceux utilisés lors de nos test.

### 3.2.2 Résultats numériques des marges de stabilité pour le franchissement d'obstacle

Dans cette section, on simule le franchissement d'un plan incliné par le robot, celui-ci est successivement placé dans des configurations géométriques correspon-

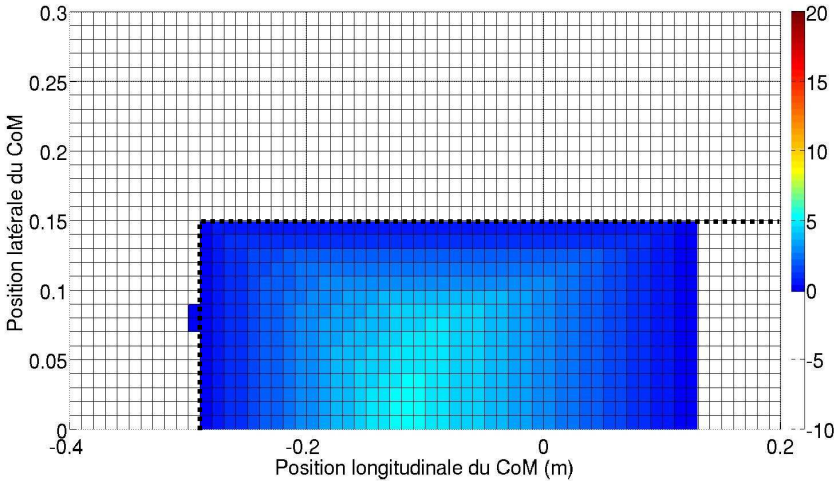


FIGURE 3.14 – Espace de stabilité pour $\beta = 0.5$ rad et $\mu = 0.5$

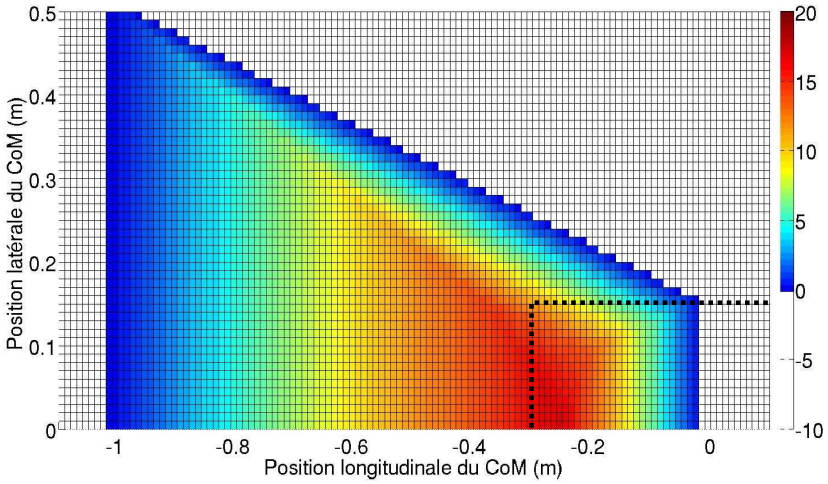


FIGURE 3.15 – Espace de stabilité pour $\beta = \pi/2$ rad et $\mu = 1.1$

dant aux étapes du franchissement, c'est-à-dire que les pattes avant montent de 2 cm à chaque étape (Fig. 3.16). L'altitude du centre de masse ne fait pas partie du problème d'optimisation pour certaines des marges utilisées. Afin de pouvoir comparer les différentes marges dans les mêmes conditions, on définit une loi d'évolution *a priori* telle que la position verticale du centre de masse augmente de 1 cm à chaque étape, son altitude à la première étape est de 30 cm. On considère trente étapes par simulation, la hauteur finale des roues avant est donc de 60 cm.

Étant donné que l'obstacle est frontal et qu'aucune force latérale n'est appliquée

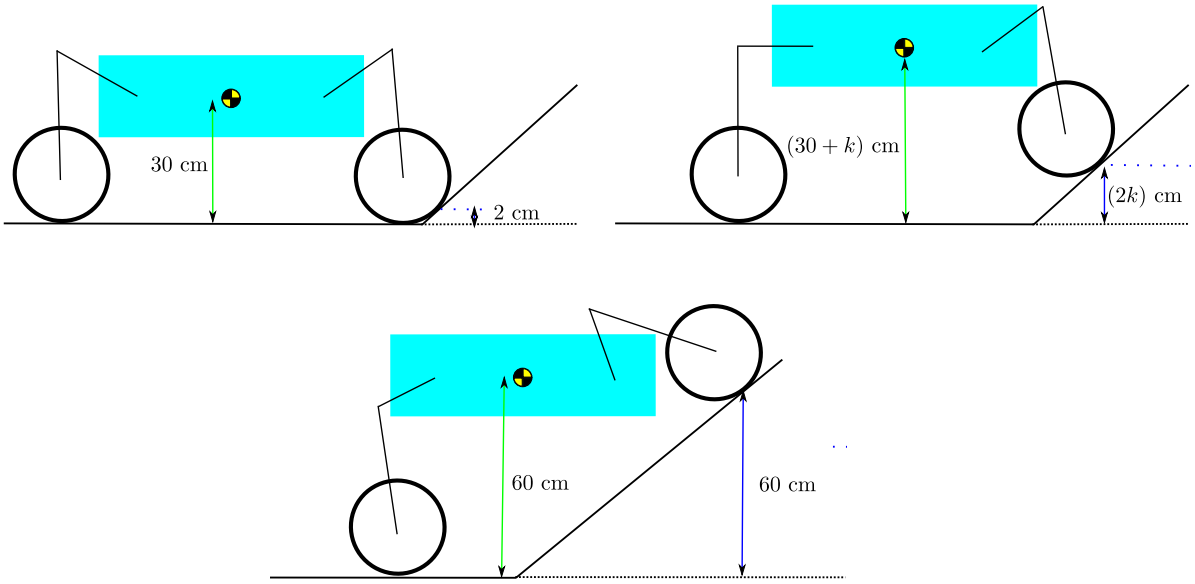


FIGURE 3.16 – 1$^{\text{ere}}$, $k^{\text{eme}}$ et 30$^{\text{eme}}$ étapes du franchissement

au robot, la position latérale optimale est toujours nulle, on ne donnera donc que la position longitudinale donnée par l'optimisation.

Les résultats sont d'abord donnés pour chaque marge de stabilité, ils seront comparés dans un second temps. Ils correspondent aux cas suivants :

- $\mu = 0.5$ et $\beta = 0.5$ rad
- $\mu = 0.5$ et $\beta = \pi/2$ rad
- $\mu = 0.8$ et $\beta = 1.1$ rad
- $\mu = 1.1$ et $\beta = 0.5$ rad
- $\mu = 1.1$ et $\beta = 1.1$ rad
- $\mu = 1.1$ et $\beta = \pi/2$ rad

### Marge du GWS optimal ($\Phi_{GO}$)

Les trajectoires du centre de masse produites par la marge $\Phi_{GO}$ dans les différents cas sont tracées Fig. 3.17, les marges de stabilité correspondantes sont données Fig. 3.18.

On remarque que les courbes correspondant à des pentes de 0.5, 1.1, et $\pi/2$ rad pour un coefficient de frottement de 1.1 sont quasiment confondues. Cette invariance selon l'inclinaison de l'obstacle montre que c'est le coefficient de frottement qui dicte le comportement du critère dans ces trois cas. Ce phénomène s'explique par le fait que le coefficient de frottement est suffisant pour que les problèmes

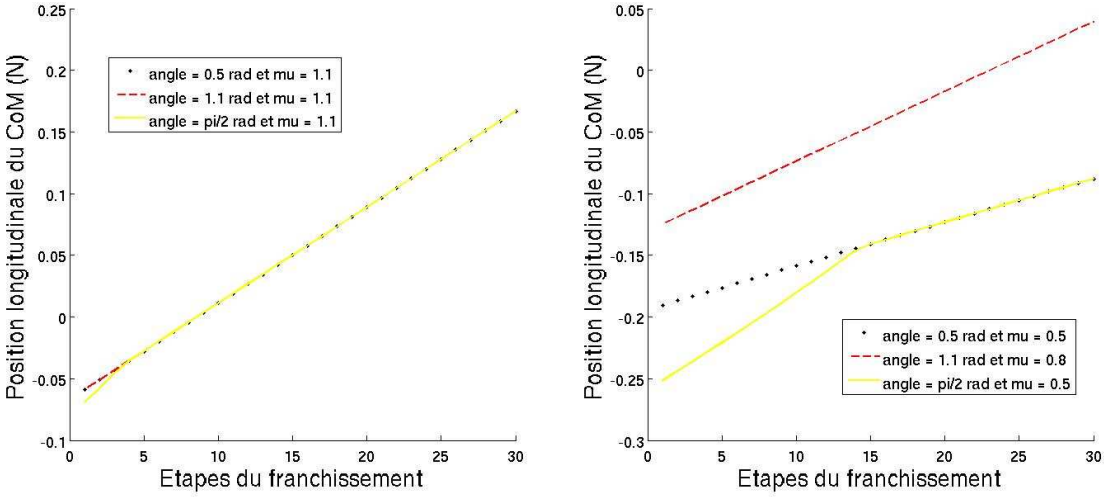


FIGURE 3.17 – Position optimale du centre de masse pour différentes pentes et coefficients de frottement en utilisant la marge $\Phi_{GO}$

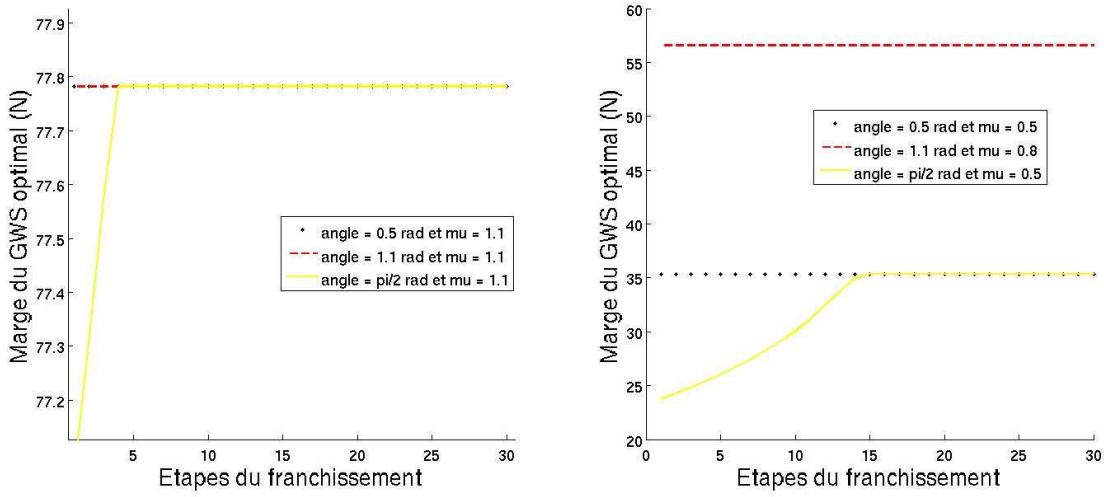


FIGURE 3.18 – Marge de stabilité $\Phi_{GO}$ pour différentes pentes et coefficients de frottement

de renversement soient autant critiques que les problèmes d'adhérence. Comme les positions des points de contact sont les mêmes quelle que soit la pente, les perturbations produisant un renversement sont les mêmes également.

Sur les courbes correspondant à un coefficient de frottement de 0.5 et des pentes de $\pi/2$ et 0.5 rad, les marges sont d'abord distinctes. Le robot à besoin

de créer des forces internes plus importantes pour assurer l'adhérence des pattes avant lorsque la pente est plus grande, il décale donc son centre de masse vers l'arrière afin de compenser cet effet. Les courbes se rejoignent ensuite lorsque les axes des forces internes permettent une adhérence suffisante sur les pattes avant et que les renversements deviennent plus probables.

Globalement, une fois le point limite atteint où les renversements sont autant probables que les glissements, la position du centre de masse évolue de manière linéaire et la marge reste constante. Lorsque le robot monte l'obstacle, le centre de masse prend de l'altitude, augmentant ainsi le moment associé à une perturbation horizontale. Il doit donc faire avancer son centre de masse pour que son poids compense ce moment. La marge reste constante car la perturbation provoquant un renversement n'est pas modifiée pour autant. Ce comportement est visible sur la figure montrant l'espace de stabilité vertical de ce critère (Fig. 3.7) où on voit clairement que la marge maximale suit une ligne sur le plan sagittal.

### Marge du GWS sous-optimal ($\Phi_{GSO}$)

La trajectoire du centre de masse ainsi que la marge de stabilité donnée par la maximisation de $\Phi_{GSO}$ sont respectivement tracées dans les Fig. 3.19 et 3.20.

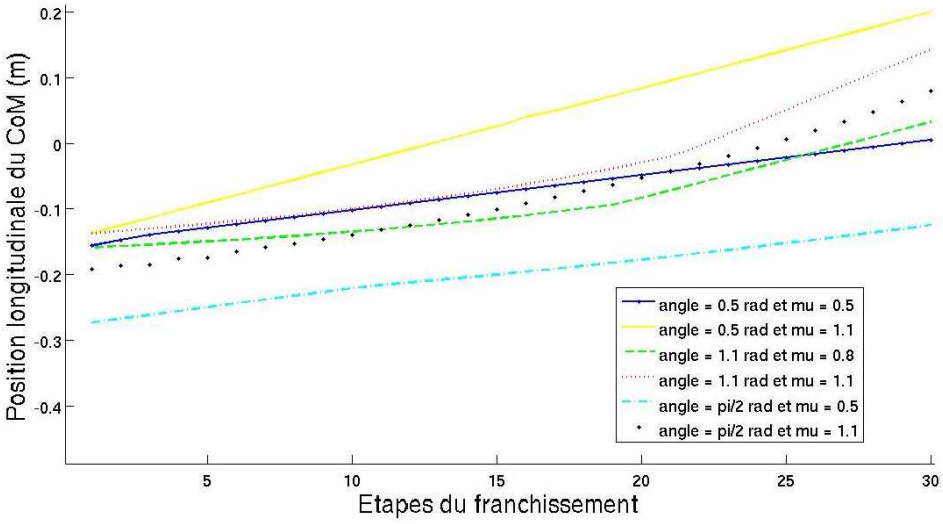


FIGURE 3.19 – Position optimale du centre de masse pour différentes pentes et coefficients de frottement en utilisant la marge $\Phi_{GSO}$

La perturbation admissible donnée par la marge $\Phi_{GSO}$ est plus faible que celle donnée par la marge $\Phi_{GO}$ car cette méthode doit faire un compromis en trouvant une répartition des forces capable de supporter des perturbations dans plusieurs

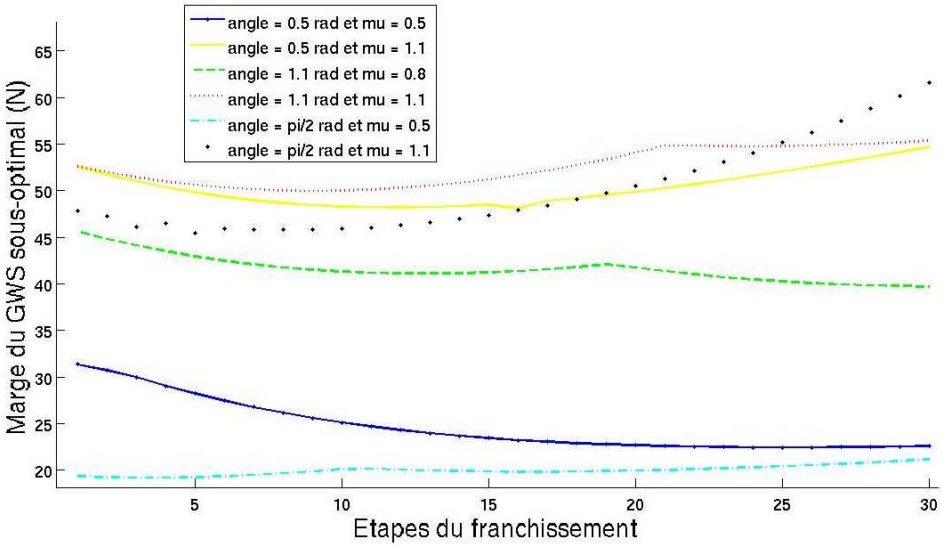


FIGURE 3.20 – Marge de stabilité $\Phi_{GSO}$ pour différentes pentes et coefficients de frottement

directions, là où la méthode du GO trouve une répartition différente pour chacune d'elles. Pour les mêmes raisons, les cas où les résultats sont identiques n'apparaissent pas, l'optimisation n'arrive pas à une stabilité suffisante pour que les problèmes de renversement soient aussi critiques que les problèmes d'adhérence. Les cassures observées sur les courbes de position optimale et de marge de stabilité sont un phénomène récurant des problèmes de MiniMax et correspondent aux moments où la direction de la plus petite perturbation supportable change.

### Marge des rapports des forces de contact ($\Phi_{t/n}$)

On passe ensuite aux résultats donnés par la marge $\Phi_{t/n}$. Cette marge a la particularité de ne pas prendre en compte le coefficient de frottement, seule la pente de l'obstacle affectera les résultats. L'optimisation est effectuée pour des pentes de 0.5 rad, 0.8 rad et $\pi/2$ rad. Les résultats sont constants et similaires à chaque simulation, on ne les tracera donc pas. La position longitudinale optimale est comprise entre $-0.300$ m et $-0.298$ m, soit quasiment à la verticale des points de contact arrière. La marge est de l'ordre de $10^{-3}$ pour les trois pentes, les forces tangentielles de contact sont donc extrêmement faibles. Ce résultat était prévisible d'après les résultats de la section précédente (Fig. 3.11), la situation est alors similaire à celle montrée dans la Fig 3.3, le robot place tout son poids sur les pattes où la pente est la plus faible, il produit alors de petites forces internes (environ 0.1 Newton dans le cas d'une pente de $\pi/2$ rad) afin que les forces normales appliquées

à la partie du sol la plus pentue ne soient pas nulles.

### Marge des forces de contact résiduelles ($\Phi_{FCR}$)

Les résultats obtenus par la maximisation de $\Phi_{FCR}$ sont donnés Fig. 3.21 pour la position du centre de masse et Fig. 3.22 pour la marge de stabilité.

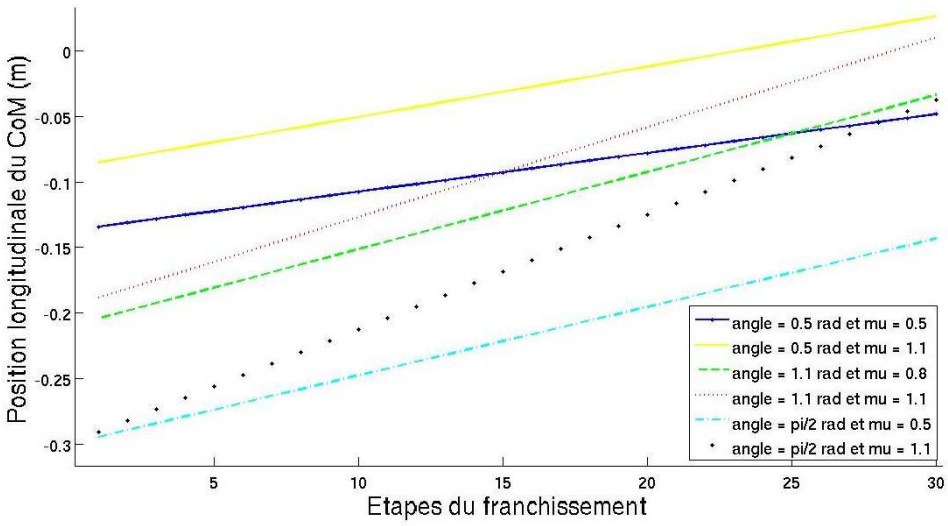


FIGURE 3.21 – Position optimale du centre de masse pour différentes pentes et coefficients de frottement en utilisant la marge $\Phi_{FCR}$

La première chose que l'on remarque est que pour un obstacle donné, la marge de stabilité optimale est constante durant tout le franchissement. Un examen plus approfondi des résultats de chaque simulation montre que les forces de contact elles-mêmes sont constantes au cours du temps. On peut expliquer ce phénomène de la manière suivante : les équations de compensation d'une force (sans prendre en compte le moment) dépendent uniquement des matrices de rotation des plans de contact. Vu que dans notre cas ces matrices sont constantes, la répartition des forces compensant le poids du robot l'est aussi. Le problème revient alors à trouver le point de l'espace où le moment équivalent à cette répartition des forces est égal aux moments extérieurs subis par le robot, ce point est la position optimale du centre de masse. Comme la simulation fait monter les pattes avant linéairement sur l'obstacle, la position du centre de masse change également linéairement.

Le deuxième point intéressant est que, contrairement à ce que l'on pourrait prédire intuitivement, la marge de stabilité peut être plus importante lorsque l'obstacle est plus pentu. Cela est dû au fait que, au fur et mesure que la pente augmente, les forces internes deviennent de plus en plus bénéfiques pour la marge, le robot a

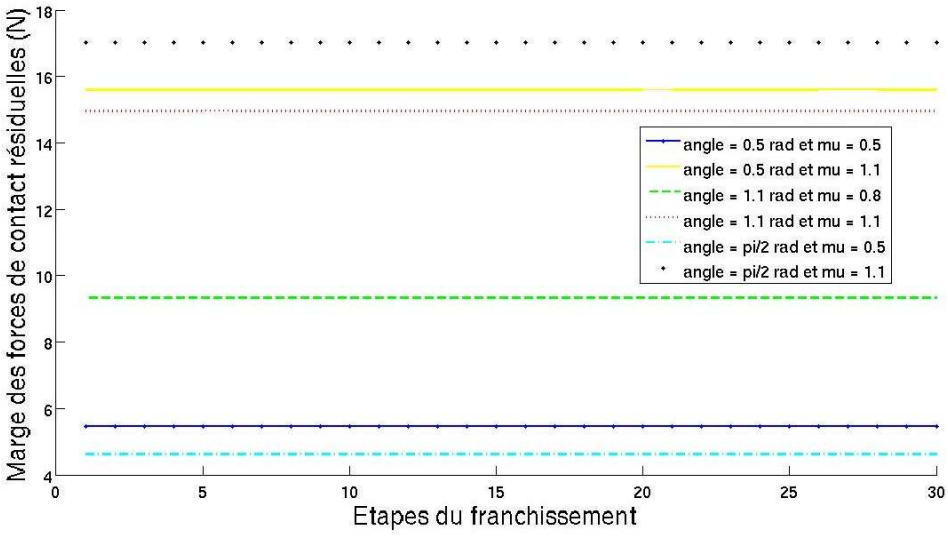


FIGURE 3.22 – Marge de stabilité $\Phi_{FCR}$ pour différentes pentes et coefficients de frottement

alors plus de marge de manœuvre pour améliorer sa stabilité. Il ne faut cependant pas oublier que les contraintes présentes lors d'une situation réelle peuvent empêcher cette accroissement de la marge, par exemple les limites d'actionnement du robot peuvent empêcher l'application de forces de contact suffisantes.

### 3.2.3 Comparaison des marges de stabilité

Maintenant que l'on a analysé le comportement de chacun des algorithmes d'optimisation, on souhaite les comparer les uns par rapport aux autres. Pour cela, nous avons utilisé la méthode suivante. A partir des données obtenues lors des simulations de franchissement de la section 3.2.2, nous utilisons les forces de contact issues de la maximisation d'une des marge de stabilité afin d'évaluer le franchissement avec les autres marges. La marge $\Phi_{GO}$ ne permettant pas d'évaluer la distribution des forces de contact, on ne peut évaluer son comportement avec les autres marges de stabilité, et vice versa. Elle sera donc écartée de cette comparaison.

Les résultats étant qualitativement similaires dans chacun des cas simulés, on présente uniquement la comparaison pour un coefficient de frottement de 0.8 et une pente de 1.1 rad. La marge $\Phi_{GSO}$ évaluant les résultats obtenus par la maximisation des trois critères est donnée Fig. 3.23, la marge $\Phi_{FCR}$ est donnée Fig. 3.24 et la marge $\Phi_{t/n}$ est donnée Fig. 3.25.

La courbe donnée par l'optimisation selon une marge est évidemment la meilleure

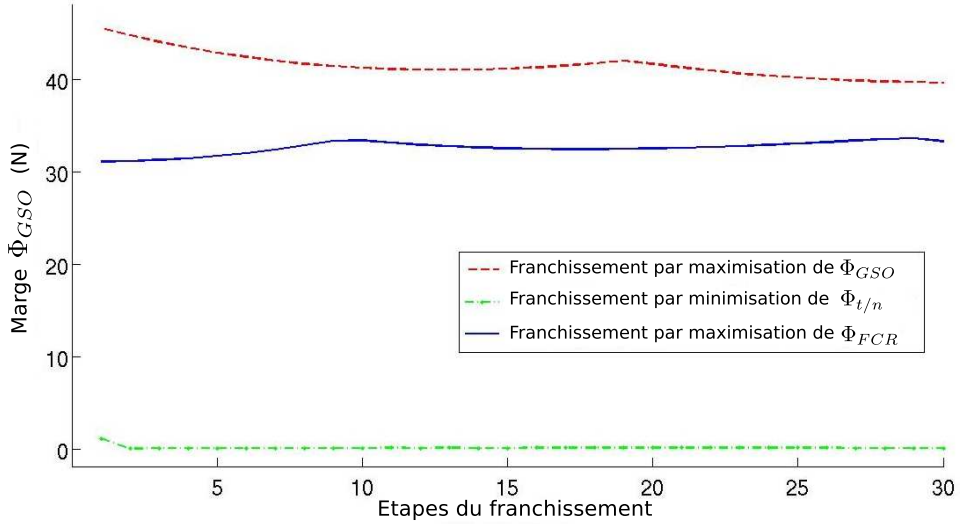


FIGURE 3.23 – Évaluation du franchissement avec la marge $\Phi_{GSO}$

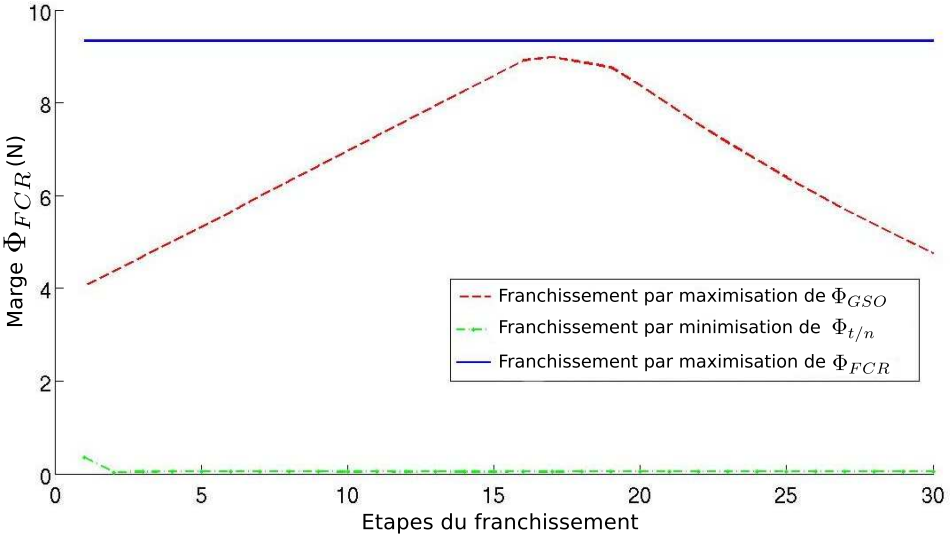


FIGURE 3.24 – Évaluation du franchissement avec la marge $\Phi_{FCR}$

lorsqu'elle est évaluée par cette même marge, les éléments intéressants de la comparaison viennent donc de l'évaluation des autres méthodes.

Tout d'abord, la minimisation de $\Phi_{t/n}$ donne une marge $\Phi_{FCR}$ et une marge $\Phi_{GSO}$ proches de zéro. On a en effet déjà vu que cette méthode réalisait un franchissement en équilibre sur les pattes arrière, ce qui explique son inaptitude à rejeter des perturbations, que ce soit au niveau du centre de masse ou au niveau

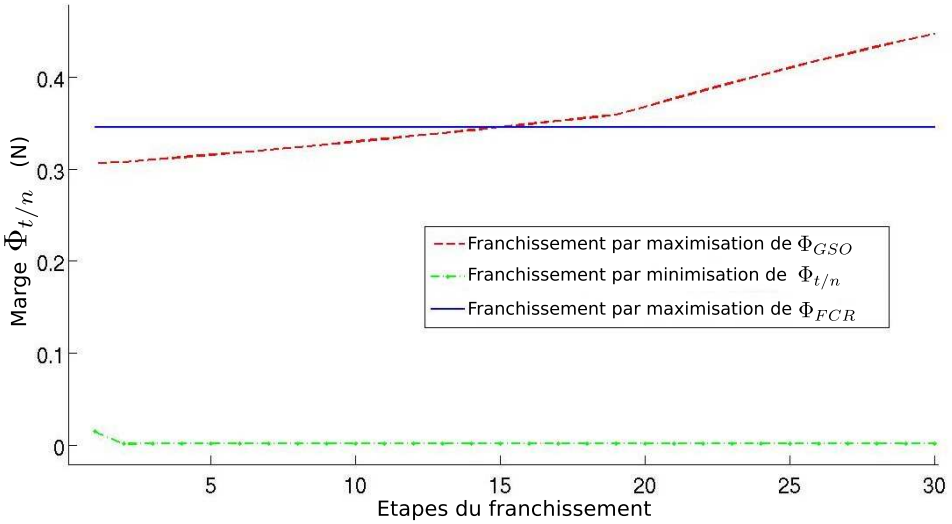


FIGURE 3.25 – Évaluation du franchissement avec la marge $\Phi_{t/n}$

des contacts. Cette méthode n'est donc absolument pas conseillée pour le franchissement d'obstacles avec reconfiguration.

Les deux autres méthodes permettent chacune un compromis entre les deux types d'erreur à prendre en compte. Sur la totalité des tests effectués, c'est à dire sur l'ensemble des simulations de la section 3.2.2, la maximisation de $\Phi_{FCR}$ donne une marge $\Phi_{GSO}$ comprise entre 58% et 89% de la valeur optimale (celle obtenue par maximisation de $\Phi_{GSO}$) et la maximisation de $\Phi_{GSO}$ donne une marge $\Phi_{FCR}$ comprise entre 16% et 96% de la valeur optimale (celle obtenue par la maximisation de $\Phi_{FCR}$). La méthode GSO donne donc un compromis moins efficace mais reste totalement utilisable si l'application des forces de contact est relativement bien maîtrisée. Elles donnent toutes les deux des résultats similaires lorsqu'elles sont évaluées par la marge $\Phi_{t/n}$, elle peuvent donc supporter des erreurs d'évaluation des plans de contact de la même manière.

### 3.2.4 Marge utilisée

Finalement, les marges de stabilité que nous avons étudiées peuvent se regrouper en deux catégories :

- celles mesurant les perturbations admissibles au niveau d'un point du châssis. Ce sont les marges $\Phi_{GO}$ et $\Phi_{GSO}$ ;
- celles mesurant les perturbations admissibles au niveau de la distribution des forces de contact. Ce sont les marges $\Phi_{FCR}$ et $\Phi t/n$.

Dans notre cas, on souhaite pouvoir franchir des terrains accidentés tout en supportant de fortes incertitudes au niveau du contrôle des forces de contact, les perturbations au niveau du centre de masse seront limitées aux accélérations et aux erreurs d'estimation de la direction de la gravité. La marge $\Phi t/n$ n'étant pas adaptée aux modifications de posture du robot, la marge de stabilité $\Phi_{FCR}$ est la plus appropriée. C'est donc celle que nous utiliserons dans la suite de ce mémoire.

Cependant, en fonction de la situation, la plus petite force résiduelle de contact peut rester fixe lorsque des variables du problème varient. La solution des problèmes d'optimisation n'est alors pas unique et les résultats peuvent être discontinus entre chaque résolution. On ajoute donc à la marge de stabilité un terme prenant en compte les forces résiduelles au niveau de tous les contacts. On note ${}^{(k)}f_r$ les éléments du vecteur $\mathbf{f}_r = \mathrm{A}\mathbf{f}$ représentant chacun la force de contact admissible dans une direction selon un des deux sens possibles. En considérant que les forces résiduelles selon les deux sens de chaque direction ont des indices consécutifs, le critère que l'on utilise est donné par :

$$\Phi(\mathbf{f}) = \min(\mathbf{f}_r) + 0.01 \sum_{k=1}^{2n} \min_{i=2k-1}^{2k}({}^{(i)}f_r) \tag{3.28}$$

## 3.3 Conclusion

Ce chapitre a pour but de déterminer un choix pertinent de critère d'optimisation au regard des conditions dans lesquelles notre approche devra être mise en œuvre. La première partie présente cinq marges de stabilité candidates qui peuvent se regrouper en deux catégories :

- celles mesurant les perturbations admissibles au niveau d'un point du châssis ;
- celles mesurant les perturbations admissibles au niveau de la distribution des forces de contact.

Nous avons décrit les significations physiques de chacune d'entre elles et nous les avons intégrées aux problèmes d'optimisation rencontrés lors de l'application de notre approche.

La deuxième partie du chapitre propose la comparaison de quatre de ces marges à travers une série de tests numériques simulant le franchissement d'un obstacle frontal. Finalement, compte tenu du fait que le robot *HyLoS2* présente de fortes incertitudes dans l'application des efforts de contact, le choix porte sur la marge des forces de contact résiduelles qui mesure les incertitudes acceptables au niveau de ces efforts.

Le chapitre suivant porte sur l'intégration de l'optimisation des forces de contact et de la posture à un algorithme de commande dédié au franchissement d'obstacle.

# Chapitre 4

# Commande des robots mobiles "roues-pattes"

Nous avons proposé une méthode d'optimisation de la distribution des forces de contact et de la posture d'un robot mobile "roues-pattes" permettant de maximiser sa stabilité et ses capacités de franchissement, à l'aide d'un critère de stabilité. Il s'agit maintenant d'intégrer les deux problèmes d'optimisation à un schéma de commande permettant de contrôler simultanément les forces de contact et les mouvements du système.

Ce chapitre présente l'architecture de commande correspondante, mise en œuvre lors du franchissement d'obstacle. Elle est évaluée en simulation dynamique pour des cas de franchissement canoniques.

## 4.1 Algorithme de commande

Dans cette partie, on rappelle que le robot ne permet pas un contrôle précis des forces de contact à cause de la présence d'importants frottements au niveau de ses articulations. Cette hypothèse est importante pour déterminer certains choix de méthode par rapport à d'autres.

L'algorithme de commande que nous proposons de mettre en place est capable de contrôler simultanément les forces de contact et la posture du robot *via* l'asservissement en couple de ses articulations. En ce qui concerne les mouvements du robot, on réalise un partitionnement du vecteur des variables articulaires de la manière suivante :

$$\mathbf{q} = \begin{bmatrix} \mathbf{q}_p \\ \mathbf{q}_c \\ \mathbf{q}_r \end{bmatrix} \tag{4.1}$$

$\mathbf{q}_p$ regroupe les articulations choisies pour produire les mouvements de translation

des centres des roues par rapport au châssis, $\mathbf{q}_c$ regroupe les articulations choisies pour maintenir l'orientation des roues relativement aux plans de contact et $\mathbf{q}_r$ contient les rotations des roues autours de leurs axes. Ce partitionnement permet le contrôle découplé des différents paramètres géométriques et cinématiques qui sont (Fig. 4.1) :

- $\boldsymbol{\zeta} = [\mathbf{p}^T \quad \boldsymbol{\phi}^T]^T$, le vecteur contenant la position du châssis $\mathbf{p}$ ainsi que son orientation $\boldsymbol{\phi}$ dans le repère $\Re_r = (R, \mathbf{x}_0, \mathbf{y}_0, \mathbf{z}_0)$. La position désirée $\mathbf{p}^d$ est donnée par le problème d'optimisation de posture et l'orientation $\boldsymbol{\phi}^d$ est une entrée de l'algorithme définie *a priori*. L'asservissement de la posture résulte en la spécification du vecteur $\mathbf{v}_p$ contenant les vitesses de translation des centres des roues dans le repère $\Re_p$ provoquant le mouvement du châssis. Ces mouvements n'impliquent aucun roulement des roues sur le sol ;
- $\mathbf{e} = [\mathbf{e}_1^T \quad \cdots \quad \mathbf{e}_n^T]^T$ le vecteur contenant les positions des points de contact dans le repère $\Re_r$. Leur contrôle sert à maintenir la position des contacts les uns par rapport aux autres selon une configuration de référence $\mathbf{h}$ qui est une entrée de l'algorithme définie *a priori*. L'asservissement calcule le vecteur $\mathbf{v}_c$ contenant les vitesses de déplacement des roues dans le repère $\Re_r$. Ces vitesses impliquent à la fois une translation des roues par rapport au châssis et un roulement sur les différents plans de contact ;
- $\dot{\mathbf{r}}$ la vitesse du point de référence $R$ dans le repère $\Re_0$ définissant la vitesse absolue du robot. Elle est obtenue par un déplacement par roulement coordonné des roues le long des différents plans de contact. Ce mouvement est spécifié par le vecteur $\mathbf{v}_r$, contenant les vitesses des roues dans le repère $\Re_0$. Il est calculé à partir d'une vitesse nominale $\mathbf{v}_n$ du point de référence $R$ par rapport au repère fixe $\Re_0$ qui est une des consignes d'entrée de l'asservissement ;
- $\mathbf{q}_c$ le vecteur des coordonnées articulaires dédiées au maintien des contraintes d'orientation de la roue par rapport au sol. Ces contraintes servent à garantir que la rotation des roues ne provoquera pas de glissement des points de contact, elles comprennent le maintien de la direction des roues ainsi que de l'angle de chasse des pattes. Cet asservissement donne lieu à l'application des vitesses articulaires $\dot{\mathbf{q}}_c^d$.

Le contrôle de ces éléments débouche sur une spécification des vitesses articulaires $\dot{\mathbf{q}}^d$ du robot qui doivent être appliquées tout en s'assurant que les forces de contact soient bien celles données par la résolution du problème de distribution des forces.

Pour la résolution des problèmes de distribution des forces et d'optimisation de posture, on considère que le vecteur $\mathbf{w}$ ne contient que les forces de gravité. Dans le cas où une roue est en double contact avec l'environnement, il est possible, voire probable, que le robot ne soit pas dans une configuration permettant le respect

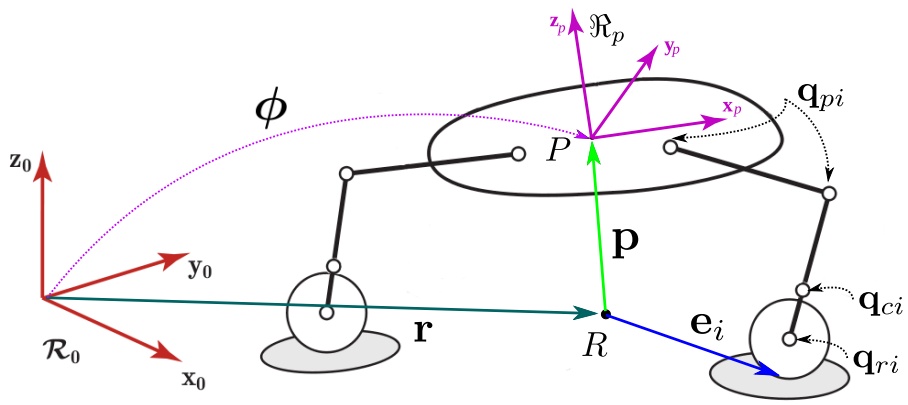


FIGURE 4.1 – Exemple de partitionnement des variables articulaires

des contraintes de frottement sur le nouveau plan de contact. Dans ce cas, la distribution des forces est résolue en prenant en compte l'ancien plan de contact et la consigne $\mathbf{v}_n$ servant à spécifier la vitesse du robot est remplacé par le vecteur nul. Le nouveau plan de contact n'est pris en compte que lorsque la position du centre de masse est suffisamment proche de la position optimale.

Le schéma représentant l'algorithme est donné Fig.(4.2), les différents éléments le composant sont détaillés dans la suite de cette section. La méthode de commande simultanée des forces et du mouvement est détaillée en premier lieu. La méthode de détermination des mouvements est ensuite décrite pour chacune des variables d'états données précédemment.

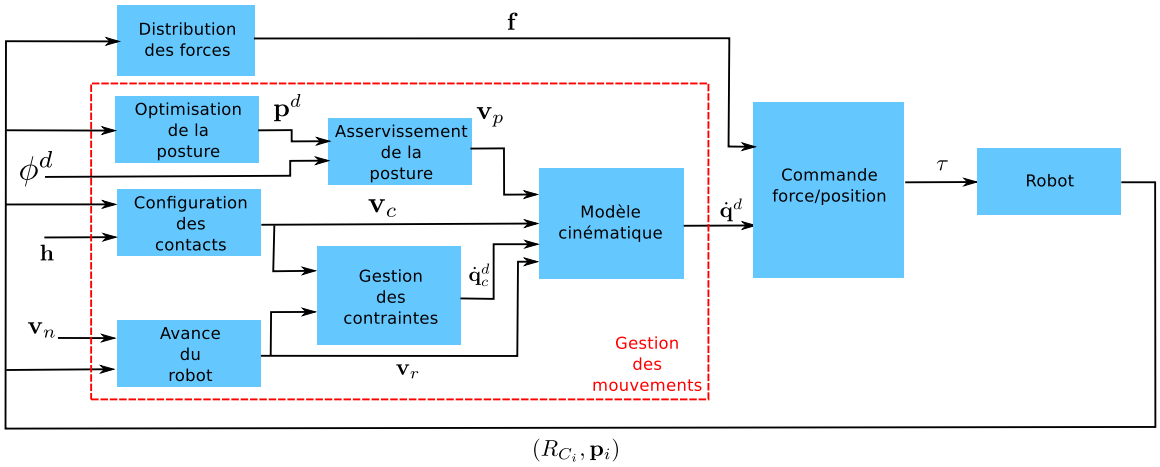


FIGURE 4.2 – Schéma de commande du robot

### 4.1.1 Contrôle forces/mouvement

La principale difficulté de la mise en place de notre approche réside dans le contrôle conjoint des forces de contact et des mouvements à partir d'une modélisation quasi-statique du système. Tout mouvement du robot est susceptible d'engendrer une modification des forces de contact car il doit s'appuyer sur le sol pour compenser l'inertie et les effets dynamiques internes. Cette problématique de commande en effort et en position a suscité un grand intérêt dans la littérature, notamment pour le contrôle des robots manipulateurs. Les méthodes qui ont vu le jour jusqu'à présent peuvent être séparées en deux groupes principaux [Yoshikawa 00] :

- les méthodes inspirées du contrôle en impédance [Hogan 84] ;
- les méthodes inspirées du contrôle hybride force/vitesse ou force/position [Raibert 81, Fisher 92].

Le contrôle en impédance, aussi connu sous le nom de contrôle en raideur, vise à établir une relation entre la force de contact produite et l'écart en position de l'effecteur. Elle permet ainsi de faire un compromis entre la précision du contrôle en effort et la précision du contrôle en position. Plus la raideur utilisée est importante, et plus la position sera commandée précisément au détriment de la consigne d'effort. Appliquée à notre cas, cette méthode permet de définir la force de contact d'une patte dans l'espace opérationnel telle que :

$$\mathbf{f}_i^d = \mathrm{K}_{pi}(\mathbf{p}_i^d - \mathbf{p}_i) + \mathrm{K}_{ci}(\dot{\mathbf{p}}_i^d - \dot{\mathbf{p}}_i) + \mathbf{f}_i \tag{4.2}$$

où $\mathrm{K}_{pi}$ et $\mathrm{K}_{ci}$ sont respectivement les matrices diagonales contenant la raideur et l'amortissement désiré dans chaque direction de l'espace, $\mathbf{f}_i$ est la force de contact donnée par la résolution du problème de distribution des forces. On peut alors modifier la raideur en la rendant faible dans les directions où le contrôle en effort est plus important et forte dans les directions où la position est plus importante.

Le contrôle hybride utilise deux boucles de commande séparées, une contrôlant la vitesse de l'effecteur dans un sous-espace choisi, et l'autre contrôlant les forces de contact dans le sous-espace complémentaire. Ces sous-espaces doivent être choisis de façon à ce que les deux asservissements ne se perturbent pas l'un l'autre. Il faut notamment que le vecteur de la vitesse désirée et celui des efforts désirés soient orthogonaux l'un de l'autre [Villani 08], c'est-à-dire que $\mathbf{f}_i^T \dot{\mathbf{p}}_i^d = 0$. Les couples articulaires sont alors donnés par :

$$\boldsymbol{\tau}_i = \boldsymbol{\tau}_{fi} + \boldsymbol{\tau}_{pi} \tag{4.3}$$

où $\boldsymbol{\tau}_{fi}$ est le vecteur contenant les couples articulaires résultant du calcul de l'asservissement des forces (généralement de la forme PID) et $\boldsymbol{\tau}_{pi}$ est le vecteur contenant

les couples articulaires résultant du calcul de l'asservissement de position (de la forme PD).

Dans notre cas, les forces de contact doivent être contrôlées dans toutes les directions de translation, les mouvements possibles concernent uniquement les rotations de la roue autour du point de contact. Dans le cas de roulement sans glissement, la vitesse instantanée du point de contact est nulle, les deux sous-espaces sont donc bien les compléments orthogonaux l'un de l'autre. On peut alors spécifier une vitesse de déplacement au centre de la roue et trouver la vitesse de rotation correspondante. Comme la rotation ne peut se faire qu'autour de l'axe de la roue, on ne peut spécifier la vitesse que dans la direction perpendiculaire simultanément à cet axe et à la normale au contact.

Afin de prendre en compte les incertitudes des asservissements en effort, on préfère utiliser la méthode par impédance qui est connue comme étant plus stable [Yoshikawa 00]. Cependant, la relation (4.2) n'est pas toujours adaptée car les couples articulaires sont déterminés à partir des positions et des vitesses exprimées dans l'espace opérationnel. Si on souhaite intégrer une compensation de la friction des articulations dans l'algorithme, il est préférable de contrôler les vitesses au niveau articulaire (cf section 5.3.1 sur l'application de la commande au robot HyLoS2).

En supposant la transparence des transmissions mécaniques, on détermine les couples à appliquer à partir des vitesses articulaires désirées $\dot{\mathbf{q}}^d$ et des forces de contact $\mathbf{f}$ obtenu par optimisation :

$$\boldsymbol{\tau} = \mathrm{K}_q(\dot{\mathbf{q}}^d - \dot{\mathbf{q}}) + \boldsymbol{\tau}_g + \mathrm{J}^T\mathbf{f} \tag{4.4}$$

le vecteur $\dot{\mathbf{q}}^d$ devant être spécifié par les autres éléments de l'algorithme de commande.

On note que le terme $\mathrm{J}^T\mathbf{f}$ ne prend en compte aucun terme de correction des forces de contact. Les systèmes étudiés dans la suite de ce mémoire, qu'ils soient virtuels ou réels, ne disposant pas de capteur d'effort, l'application des forces de contact se fait via la commande des couples moteur sans retour possible sur les efforts réellement appliqués.

### 4.1.2 Asservissement de la posture du robot

A partir de la position optimale donnée par le problème d'optimisation de posture et de l'orientation désirée spécifiée en entrée, on détermine les vitesses de translation et de rotation désirées du châssis dans le repère $\Re_r$ par :

$$\dot{\mathbf{p}}^d = \mathrm{K}_v(\mathbf{p}^d - \mathbf{p}) \tag{4.5}$$

et

$$\boldsymbol{\omega}^d = \mathrm{T}_\phi \mathrm{K}_\phi(\boldsymbol{\phi}^d - \boldsymbol{\phi}) \tag{4.6}$$

où $\mathrm{K}_v$ et $\mathrm{K}_\phi$ sont des matrices de gains diagonales. Le mouvement est produit en appliquant une vitesse aux pattes relativement au châssis, mouvement qui doit se faire sans modification de la configuration des contacts. Les vitesses désirées $\mathbf{v}_{pi}$ des points de contact dans le repère $\Re_p$ doivent donc produire une vitesse du châssis dans le repère $\Re_r$ défini par $\mathbf{v}^d$ et $\boldsymbol{\omega}^d$ tout en maintenant les positions $\mathbf{e}_i$ des points de contact dans le repère $\Re_r$ fixes. Ces positions étant données en fonction de la position du châssis $\mathbf{p}$ et de la position de chaque patte $\mathbf{p}_i$ par :

$$\mathbf{e}_i = \mathbf{p} + \mathrm{R}_p \mathbf{p}_i \tag{4.7}$$

Leurs vitesses sont donc données par :

$$\dot{\mathbf{e}}_i = \dot{\mathbf{p}} + \mathrm{R}_p \dot{\mathbf{p}}_i + \boldsymbol{\omega} \times \mathrm{R}_p \mathbf{p}_i \tag{4.8}$$

En remplaçant chaque terme par sa valeur désirée, avec $\dot{\mathbf{e}}_i = 0$, on obtient la vitesse de chaque patte en projection dans le repère du châssis :

$$\mathbf{v}_{pi} = \dot{\mathbf{p}}_i = -\mathrm{R}_p^T \dot{\mathbf{p}}^d + \mathbf{p}_i \times \mathrm{R}_p^T \boldsymbol{\omega}^d \tag{4.9}$$

On les regroupe dans le vecteur $\mathbf{v}_p = [\mathbf{v}_{p1}^T \quad \cdots \quad \mathbf{v}_{pn}^T]^T$, il sera transmis à l'asservissement cinématique pour déterminer les vitesses articulaires du robot.

### 4.1.3 Maintien des points de contact

Les roues doivent s'adapter à la géométrie du sol tout en permettant un débattement du châssis assez grand (Fig 4.3). En effet, si plusieurs pattes se retrouvent proches d'une singularité géométrique, les mouvements internes peuvent devenir impossibles (Fig 4.5), et si les points de contact sont trop proches, l'espace de stabilité sera trop petit (Fig 4.4).

On asservit donc les points de contact autour de positions qui sont déterminées à partir d'une configuration nominale transmise en entrée de l'algorithme de commande. Cette configuration est définie par le vecteur $\mathbf{h}$ contenant les positions $\mathbf{h}_i$ des points de contact dans le plan horizontal du repère $\Re_r$, la position verticale étant déterminée par la géométrie du sol.

Soit $\mathbf{h}_i = [h_{ix} \; h_{iy} \; 0]$ le vecteur de la position désirée du $i^{eme}$ point de contact dans le plan horizontal $(R, \mathbf{x}_0, \mathbf{y}_0)$ du repère $\Re_r$ et $\mathbf{e}_i^*$ la projection du points de contact dans ce même plan. On veut déterminer une position $\mathbf{e}_i^d$ se situant sur le plan de contact et dont la projection sur le plan horizontal est proche de $\mathbf{h}_i$. Le

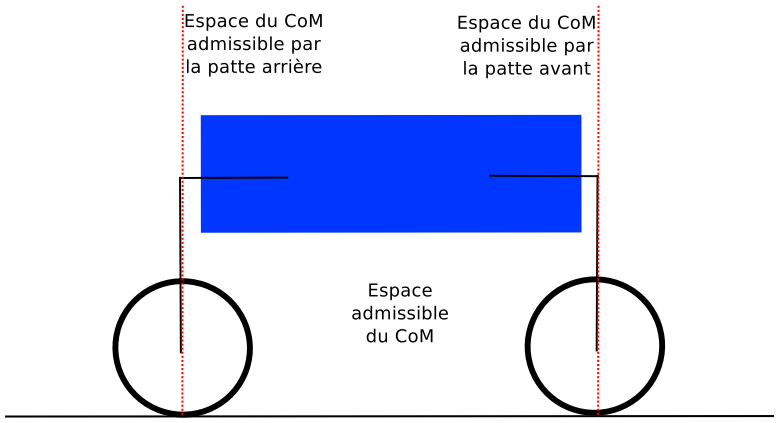


FIGURE 4.3 – Espace atteignable du CoM pour des pattes en position nominale

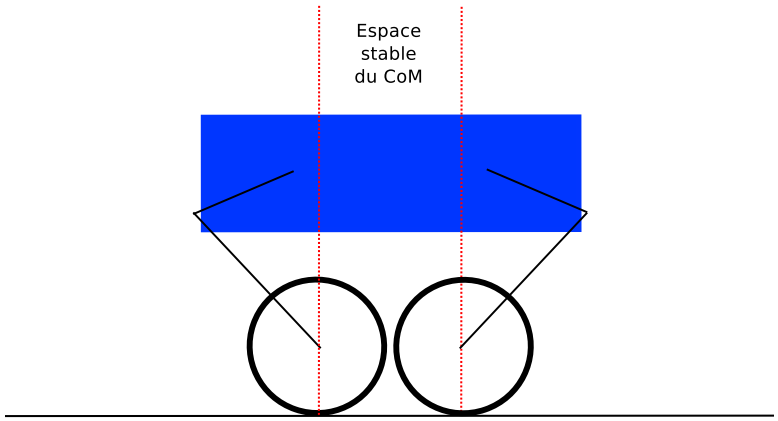


FIGURE 4.4 – Espace atteignable du CoM pour des pattes repliées

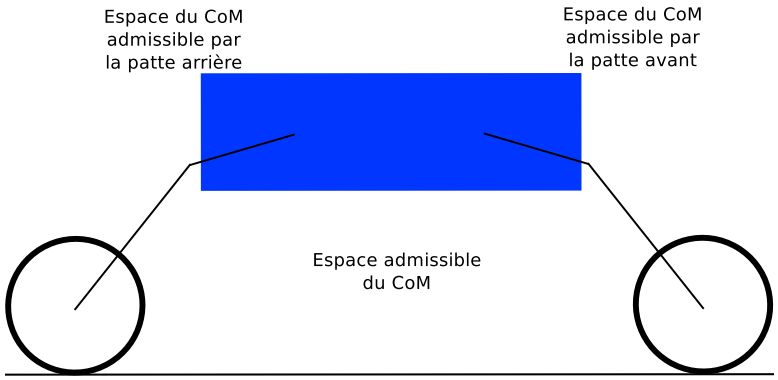


FIGURE 4.5 – Espace atteignable du CoM pour des pattes proches d'une singularité

déplacement doit se faire selon une direction donnée par le vecteur commun entre le plan de contact et le plan $((\mathbf{h}_i - \mathbf{e}_i^*), \mathbf{z}_0)$. Ce vecteur est donné par :

$$\mathbf{u}_{ei} = -\frac{((\mathbf{h}_i - \mathbf{e}_i^*) \times \mathbf{z}_0) \times \mathbf{z}_{ci}}{\|((\mathbf{h}_i - \mathbf{e}_i^*) \times \mathbf{z}_0) \times \mathbf{z}_{ci}\|} \tag{4.10}$$

La position désirée de la roue $\mathbf{e}_i^d$ (Fig. 4.6) est alors donné par la projection du vecteur d'erreur $(\mathbf{h}_i - \mathbf{e}_i^*)$ sur le vecteur $\mathbf{u}_{ei}$ :

$$\mathbf{e}_i^d = \mathbf{e}_i + ((\mathbf{h}_i - \mathbf{e}_i^*)^T \mathbf{u}_{ei})\mathbf{u}_{ei} \tag{4.11}$$

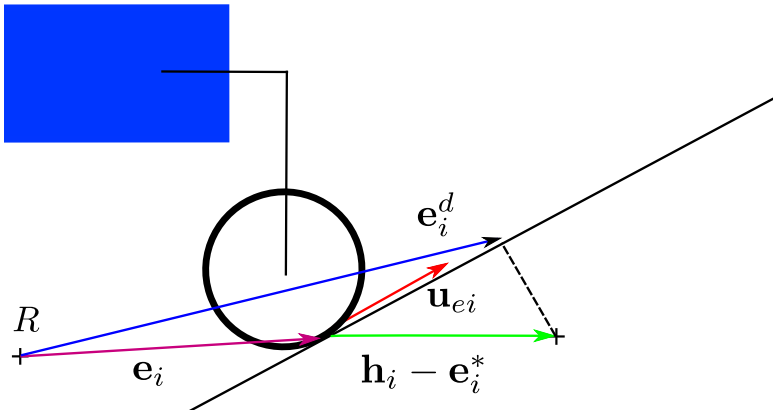


FIGURE 4.6 – Détermination de la position désirée d'un point de contact

Une fois la position désirée du point de contact connue, on calcule la vitesse de déplacement $\mathbf{v}_{ci}$ associée :

$$\mathbf{v}_{ci} = \mathrm{K}_e(\mathbf{e}_i^d - \mathbf{e}_i) \tag{4.12}$$

Cette vitesse est la vitesse désirée du centre de la roue dans le repère $\Re_r$, la vitesse du point de contact est en effet nulle d'après les conditions de non-glissement. On regroupe les termes ainsi obtenus dans le vecteur $\mathbf{v}_c = [\mathbf{v}_{c1}^T \quad \cdots \quad \mathbf{v}_{cn}^T]^T$, qui est transmis à l'asservissement cinématique.

Les mouvements des roues sur les différents plans de contact peuvent modifier la position du point de référence $R$, la configuration des roues convergera vers celle spécifiée par le vecteur $\mathbf{h}$ mais provoquera un faible déplacement de la position globale du robot.

### 4.1.4 Déplacement global du robot

En plus des mouvements internes qui modifient la posture du robot, celui-ci doit se déplacer dans son environnement. Sa position dans l'espace est définie par

la position du point de référence $R$ dans le repère global $\Re_0$. Comme ce point est donné par l'ensemble des points de contact, sa position est contrôlée par un mouvement coordonné des roues entre elles. On définit $\mathbf{u}_n$, la direction désirée du déplacement du robot, et $V_{max}$, la vitesse maximum de déplacement des roues le long des plans de contact. On calcule les vitesses de déplacement des roues à partir de la vitesse nominale $\mathbf{v}_n = V_{max}\mathbf{u}_n$ correspondant à la vitesse que le robot doit avoir lorsque tout les plans de contact sont parallèles à $\mathbf{u}_n$. Il faut alors déterminer la vitesse de chaque roue dans le repère $\Re_0$ de manière à ce qu'elles se déplacent uniformément selon la direction $\mathbf{u}_n$ sans qu'aucune ne dépasse la vitesse maximum $V_{max}$. La direction de déplacement d'une roue est alors donnée par le vecteur $\mathbf{u}_{ri}$ commun au plan de contact et au plan $(\mathbf{u}_n, \mathbf{z}_0)$, il est donnée par :

$$\mathbf{u}_{ri} = -\frac{(\mathbf{u}_n \times \mathbf{z}_0) \times \mathbf{z}_{ci}}{\|(\mathbf{u}_n \times \mathbf{z}_0) \times \mathbf{z}_{ci}\|} \tag{4.13}$$

La vitesse maximum $V_{mi}$ de déplacement de chaque roue selon $\mathbf{u}_n$ est donnée par :

$$V_{mi} = V_{max}\mathbf{u}_{ri}^T\mathbf{u}_n \tag{4.14}$$

Le plus petit des $V_{mi}$ devient la vitesse désirée du point R selon $\mathbf{u}_n$. Chaque roue doit alors se déplacer à une vitesse $V_i = \min(V_{mi})/(\mathbf{u}_{ri}^T\mathbf{u}_n)$ selon la direction $\mathbf{u}_{ri}$ (Fig. 4.7).

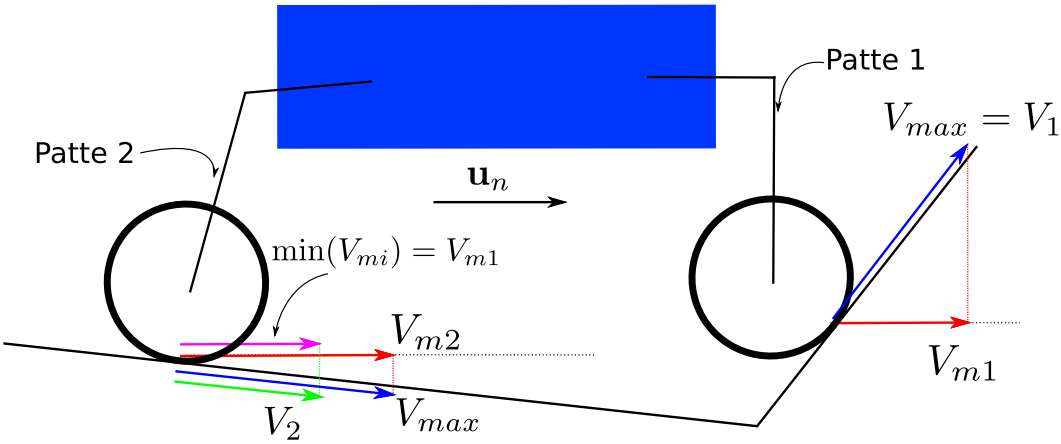


FIGURE 4.7 – Détermination de la vitesse des roues

La vitesse d'avance de chaque roue est donc donnée par :

$$\mathbf{v}_{ri} = V_i\mathbf{u}_{ri} \tag{4.15}$$

Encore une fois, la vitesse du point de contact par rapport au repère fixe reste nulle pour respecter les conditions de non-glissement, les vitesses $\mathbf{v}_{ri}$ sont les vitesses des centres des roues participant au déplacement global du robot.

Dans le cas où $\mathbf{u}_n$ est orthogonal à $\mathbf{u}_{ri}$ (cas où la normale au contact est horizontale), la vitesse de déplacement de la roue est indéterminé, on pose alors $V_i = V_{max}$.

Si le plan de contact est parallèle au plan $(\mathbf{u}_n, \mathbf{z}_0)$, la méthode décrite ne fonctionne pas car la direction $\mathbf{u}_{ri}$ est indéterminée. Si c'est le cas, la direction $\mathbf{u}_n$ est compatible avec l'orientation du contact, on prend alors $\mathbf{u}_{ri} = \mathbf{u}_n$.

Les vitesses des roues dans le repère global sont regroupées dans le vecteur $\mathbf{v}_r = [\mathbf{v}_{r1}^T \quad \cdots \quad \mathbf{v}_{rn}^T]^T$.

### 4.1.5 Non-holonomie

Le déplacement global du robot ainsi que l'asservissement de la configuration des points de contact demande un déplacement des roues sur le sol. Pour que ces déplacements ne provoquent pas de glissement, il faut que la roue soit orientée de manière à ce qu'elle puisse rouler dans la bonne direction. Il faut aussi garder l'axe de la roue perpendiculaire au plan de contact et maintenir l'angle de chasse à une valeur nulle de façon à ce qu'un changement de direction ne modifie pas la position du point de contact. Ces contraintes sont maintenues par des articulations dédiées dont les positions désirées sont calculées pour la configuration courante du robot à partir du modèle géométrique inverse des pattes. Dans la situation idéale, ces positions articulaires correspondent à celles de rotules supportant les axes de rotation des roues, on peut ainsi modifier leur orientation selon toutes les directions.

Le vecteur $\mathbf{q}_c^d$ contenant les positions désirées de ces articulations dépend finalement de l'orientation $\boldsymbol{\phi}$ du robot, de sa configuration articulaire $\mathbf{q}$, de l'orientation des plans de contact donnée par $\mathrm{R}_{ci}$ ainsi que de la direction des vitesses $\mathbf{v}_c$ et $\mathbf{v}_r$. Le vecteur $\mathbf{v}_p$ n'influence pas ces contraintes car le déplacement du châssis dans le repère de référence $\Re_r$ se fait sans modification des points de contact, ils ne provoquent donc pas de roulement des roues.

Une fois obtenu le vecteur $\mathbf{q}_c^d$, on détermine les vitesses des articulations dédiées :

$$\dot{\mathbf{q}}_c^d = \mathrm{K}_c(\mathbf{q}_c - \mathbf{q}_c^d) \tag{4.16}$$

où $\mathrm{K}_c$ est une matrice de gain diagonale.

### 4.1.6 Asservissement cinématique

L'asservissement cinématique est la partie de l'algorithme qui va déterminer les vitesses articulaires produisant les mouvements décrits par les vecteurs $\mathbf{v}_p$, $\mathbf{v}_c$ et $\mathbf{v}_r$ sans modifier les vitesses $\dot{\mathbf{q}}_c^d$.

On traite séparément les vitesses articulaires de la chaîne allant du châssis à la roue et la rotation de la roue. Les premières servent à déterminer les déplacements du centre de la roue par rapport au châssis, la seconde produit le déplacement de la roue dans le repère global.

Pour garantir que les mouvements de la roue soient faisables, si $\mathbf{q}_c \neq \mathbf{q}_c^d$, on pose $\mathbf{v}_c = \mathbf{0}$ et $\mathbf{v}_r = \mathbf{0}$, sinon, on projette les vecteurs $\mathbf{v}_{ci}$ et $\mathbf{v}_{ri}$ sur l'axe de déplacement de la roue $\mathbf{x}_{ri}$ donné par :

$$\mathbf{x}_{ri} = -\mathbf{z}_{ci} \times \mathbf{z}_{ri} \tag{4.17}$$

$\mathbf{z}_{ri}$ étant l'axe de la roue exprimé dans le repère $\Re_0$.

Soit $\mathbf{p}_{ri}$ la position du centre de la roue dans le repère $\Re_p$ du châssis et $\mathbf{e}_{ri}$ sa position dans le repère $\Re_r$, on a :

$$\mathbf{e}_{ri} = \mathbf{p} + \mathrm{R}_p \mathbf{p}_{ri} \tag{4.18}$$

par dérivation, on obtient :

$$\dot{\mathbf{e}}_{ri} = \dot{\mathbf{p}} + \mathrm{R}_p \dot{\mathbf{p}}_{ri} - \mathrm{R}_p \mathbf{p}_{ri} \times \boldsymbol{\omega} \tag{4.19}$$

On projette cette relation dans le repère $\Re_p$ :

$$\mathrm{R}_p^T \dot{\mathbf{e}}_{ri} = \mathrm{R}_p^T \dot{\mathbf{p}} + \dot{\mathbf{p}}_{ri} - \mathbf{p}_{ri} \times \mathrm{R}_p^T \boldsymbol{\omega} \tag{4.20}$$

or $\mathbf{v}_{pi} = -\mathrm{R}_p^T \dot{\mathbf{p}}^d + \mathbf{p}_{ri} \times \mathrm{R}_p^T \boldsymbol{\omega}^d$ et $\dot{\mathbf{e}}_{ri}^d = \mathbf{v}_{ci}$. La vitesse désirée du centre de la roue par rapport au châssis est donc :

$$\dot{\mathbf{p}}_{ri}^d = \mathrm{R}_p^T \mathbf{v}_{ci} + \mathbf{v}_{pi} \tag{4.21}$$

On note :

- $\mathbf{q}_{ci}$ le vecteur des positions des articulations garantes des contraintes de non-holonomie pour la patte considérée ;
- $\mathbf{q}_{pi}$ le vecteur contenant les positions des autres articulations constituant la chaîne entre le châssis et le centre de la roue ;
- $q_{ri}$ la rotation de la roue autour de son axe.

Ces trois termes constituent ensemble le vecteur articulaire d'une patte $\mathbf{q}_i = [\mathbf{q}_{pi}^T \;\; \mathbf{q}_{ci}^T \;\; q_{ri}]^T$

Les matrices jacobiennes associées sont :

– $\mathrm{J}_{ci}$ donnant la vitesse de la roue produite par $\dot{\mathbf{q}}_{ci}$ dans le repère $\Re_p$ ;
– $\mathrm{J}_{pi}$ donnant la vitesse de la roue produite par $\dot{\mathbf{q}}_{pi}$ dans le repère $\Re_p$.

Les vitesses à appliquer aux articulations contenues dans $\mathbf{q}_{pi}$ sont données par :

$$\dot{\mathbf{q}}_{pi}^d = \mathrm{J}_{pi}^{-1}(\dot{\mathbf{p}}_{ri}^d - \mathrm{J}_{ci}\dot{\mathbf{q}}_{ci}^d) \tag{4.22}$$

La vitesse $\dot{q}_{ri}^d$ de la roue est ensuite calculée de manière à ce que sa rotation autour de son axe dans le repère $\Re_0$ soit égale à $-\frac{(\mathbf{v}_{ri}+\mathbf{v}_{ci})}{r}$, $r$ étant le rayon des roues.

## 4.2 Simulation

On réalise une série de simulations dynamiques grâce à l'outil de simulation Bullet. Ce logiciel calcule les accélérations/vitesses/positions d'une chaîne poly-articulée de solides à partir des forces et des couples appliqués par l'utilisateur. La détection des collisions ainsi que la résolution des forces de contact se font de manière interne en suivant la méthode décrite dans [Erleben 04].

La fréquence d'échantillonnage de la loi de commande est synchronisée avec le pas d'intégration du simulateur. Cette fréquence est fixée à 1 kHz.

### 4.2.1 Description du robot et mise en place de la commande

Pour illustrer les capacités de l'algorithme de commande que nous avons mis en place, on choisit de simuler un robot avec une architecture cinématique la plus générique possible, le robot HyLoS 2 étant un cas particulier de cette architecture. Il est composé d'un châssis rectangulaire et de quatre pattes. Le châssis pèse 20 kg, les distances séparant les points d'attache des pattes sont de 21 cm selon la direction longitudinale et de 30 cm selon la direction latérale. Chaque patte possède sept liaisons pivot, les six premières permettent les translations et rotations de la roue dans toutes les directions, la septième correspond à la liaison de la roue autour de son axe et permet au robot de se déplacer en roulant. Le schéma cinématique d'une patte est donné Fig 4.8. La masse totale du robot est de 36 kg

Cette structure est idéale car elle permet de contrôler autant de mobilités que l'algorithme le permet. Le châssis peut se déplacer relativement au repère de référence dans toutes les directions de translation et de rotation. Les roues peuvent se déplacer dans le repère de référence selon toutes les directions de translation, $\mathbf{e} = [\mathbf{e}_1^T\ \mathbf{e}_2^T\ \mathbf{e}_3^T\ \mathbf{e}_4^T]$ est de dimension 12. Finalement, les roues peuvent être orientées suivant trois degrés de liberté et peuvent s'adapter au terrain quelle que soit l'orientation des plans de contact, le vecteur $\mathbf{q}_c$ est de dimension 12.

Le vecteur $\mathbf{q}_c$ contient les positions $q_4$, $q_5$ et $q_6$ de chaque patte, elles représentent la rotule au point $B_i$ du schéma de la Fig. 4.8. Étant situées en bout de la

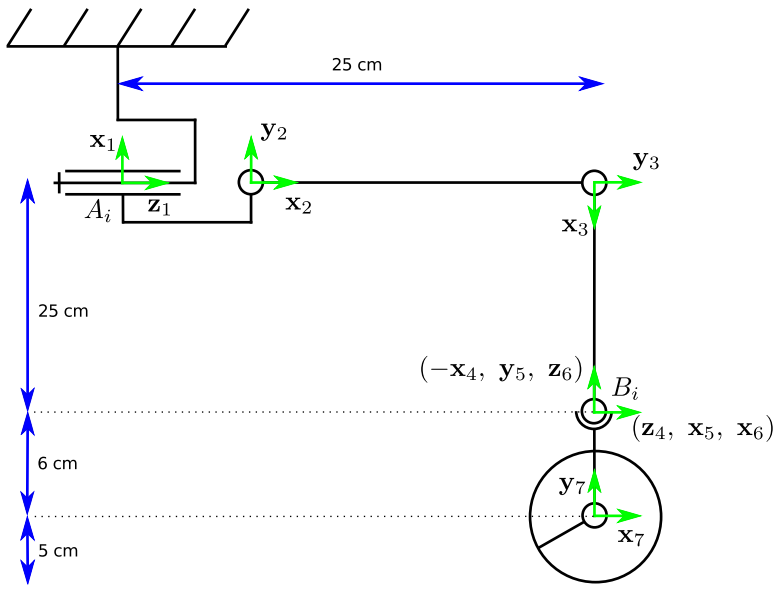


FIGURE 4.8 – Schéma cinématique d'une patte du robot de simulation

chaîne articulée, ces articulations sont adaptées au contrôle de l'orientation de la roue.

Dans toute les simulations, les entrées de l'algorithme de commande sont les mêmes. L'orientation désirée du châssis est $\boldsymbol{\phi}^d = [0 \quad 0 \quad 0]^T$, la vitesse nominale d'avance du robot est $\mathbf{v}_n = V_{max}\mathbf{x}_0$ avec $V_{max} = 0.05$ m/s. Le vecteur $\mathbf{h}$ contient d'abord les positions des points de contact de la posture nominale du robot ($\mathbf{q} = \mathbf{0}$). Lorsque les roues avant ont franchi l'obstacle, ce vecteur est modifié pour rapprocher les points de contact entre eux et augmenter l'espace atteignable du centre de masse.

### 4.2.2 Passage d'une marche

Pour la première simulation, on se place dans un cas canonique qui est le franchissement frontal d'une marche, c'est-à-dire une pente d'angle $\pi/2$, l'obstacle mesure 17 cm de hauteur.

Les figures 4.9 et 4.10 montrent les différentes étapes du franchissement, les images de ces figures seront utilisées pour différencier ces étapes sur les courbes.

La première phase du franchissement correspond à l'approche de l'obstacle, le robot est alors sur un plan horizontal. La deuxième correspond au moment où les roues avant sont en double appui, il y a alors un point en contact avec le sol et un autre avec l'obstacle. Durant cette phase, la distribution des forces prend

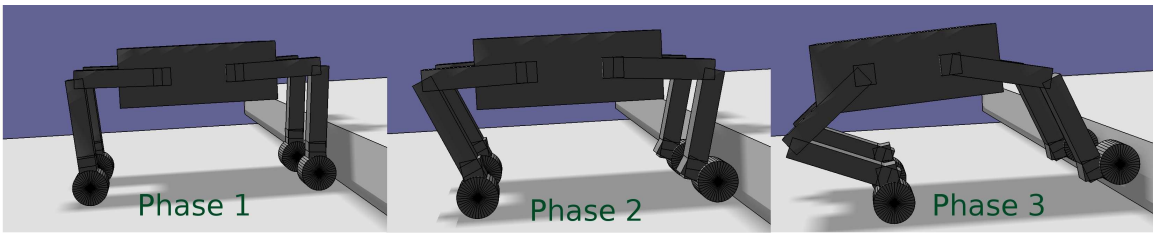


FIGURE 4.9 – Étapes du passage des pattes avant lors du franchissement d'une marche en simulation

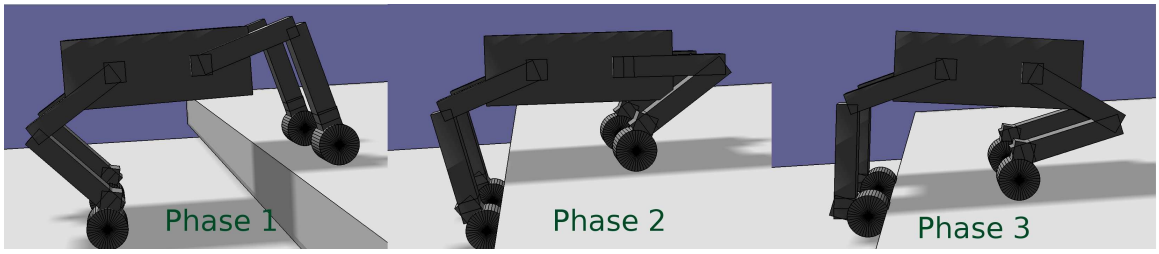


FIGURE 4.10 – Étapes du passage des pattes arrière lors du franchissement d'une marche en simulation

en compte le plan horizontal car la position du châssis ne permet pas encore de monter le front de la marche, le robot n'avance plus. La troisième étape commence lorsque le centre de masse est à moins de 2 cm de sa position optimale, les roues se déplacent alors le long du plan vertical. Ces étapes se répètent pour le passage des pattes arrière du robot. La position désirée du centre du châssis ainsi que sa position réelle durant le franchissement de la marche sont données Fig. 4.11.

Lors des phases 1, aucune force interne n'est nécessaire, la position optimale du châssis est au-dessus du point de référence. Ce point situé au centre du polygone de sustentation permet d'avoir une répartition également distribuée entre les pattes.

Lors des phases 2, l'optimisation entraîne un mouvement du centre de masse vers les roues qui sont sur le plan horizontal, ce qui a deux effets positifs pour le franchissement :

- les pattes sur le plan incliné ayant moins de poids à supporter, la force tangentielle qu'elles doivent produire est plus faible ;
- les autres pattes supportent un poids plus important, elles peuvent créer des forces tangentielles plus fortes pour pousser ou tirer le robot contre l'obstacle et ainsi augmenter la force normale sur le front de la marche.

Au fur et à mesure que le châssis se déplace, la variation des positions articulaires du robot entraîne une faible dérive de la posture optimale. Les contraintes du problème d'optimisation de posture ainsi que la répartition de la masse sont en effet modifiées par les mouvements internes du robot.

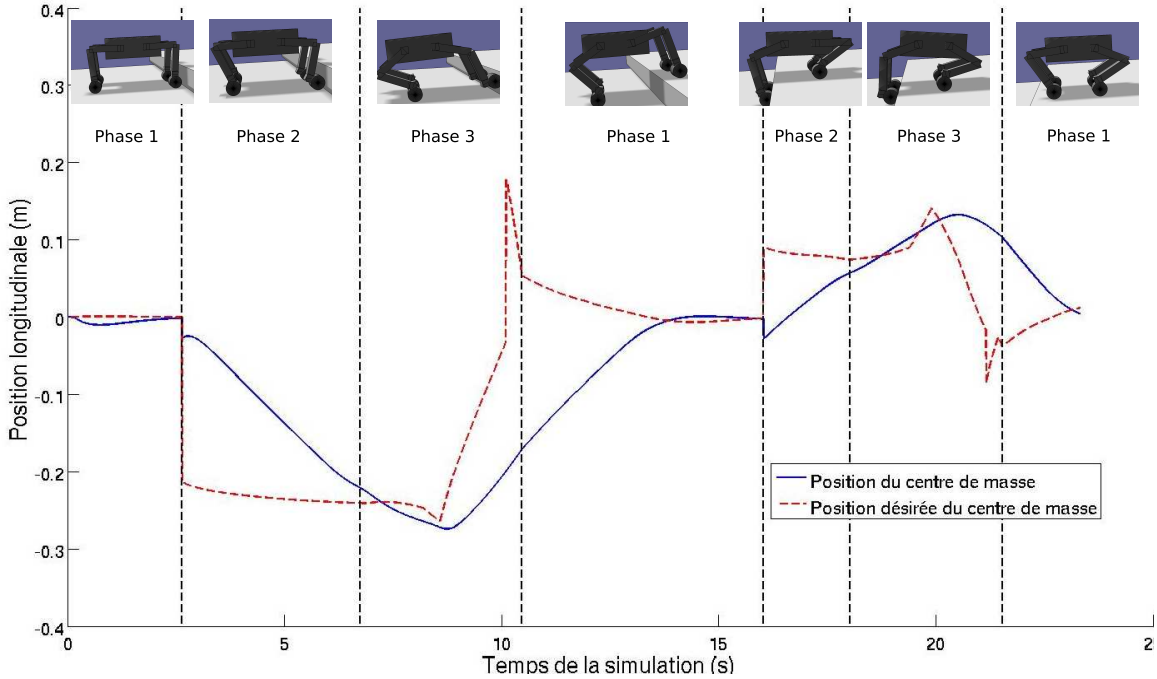


FIGURE 4.11 – Positions désirée et effective du châssis pour le franchissement d'une marche

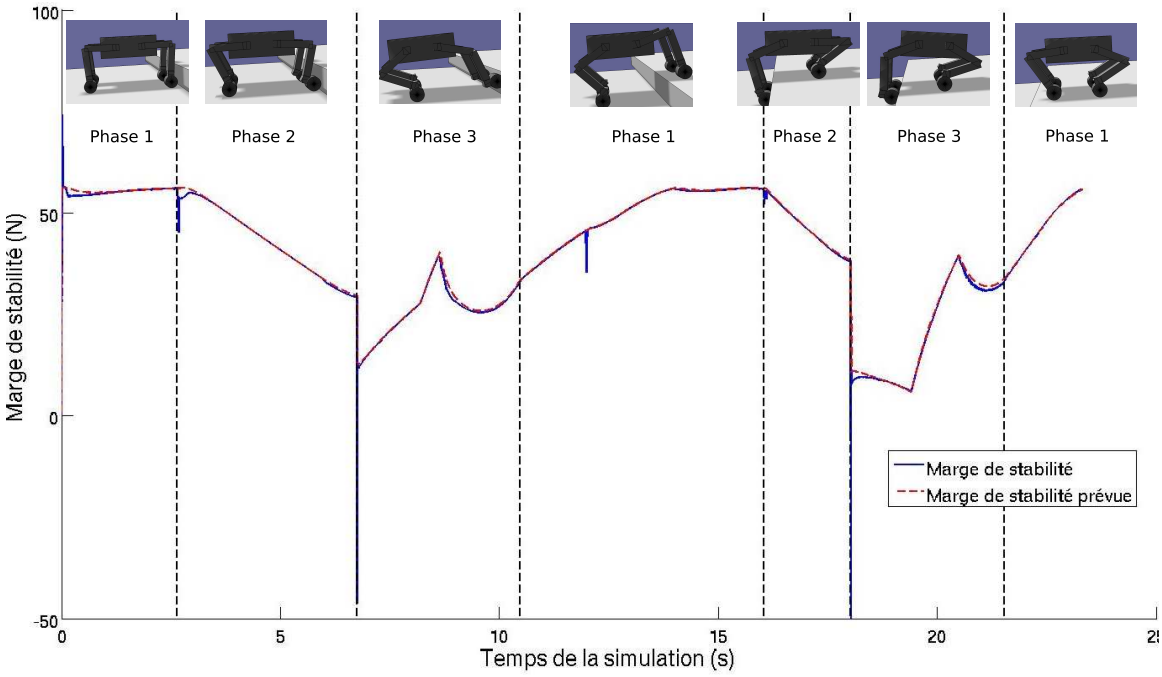


FIGURE 4.12 – Marges de stabilité prévue et mesurée durant le franchissement d'une marche

Durant les phases 3, lorsque les roues arrivent sur l'angle saillant de la marche, l'angle de contact diminue progressivement à cause de la gestion des collisions du simulateur. Celui-ci considère en effet des surfaces arrondies là où les plans de contact forment une discontinuité. La position optimale du centre de masse se rapproche alors du centre géométrique car de moins en moins de forces internes peuvent être appliquées. Durant cette modification progressive, l'angle de contact atteint un seuil pour lequel la position optimale change de signe avant de se rapprocher de la position centrale, ce qui explique le pic au temps $t = 10$ s.

La marge de stabilité prévue ainsi que celle mesurée sont données Fig. 4.12.

Tout d'abord, on remarque que les deux courbes sont très proches l'une de l'autre, cela est dû au fait que les couples appliqués sont rigoureusement ceux demandés par l'algorithme de commande, aucun frottement ni aucune perturbation ne vient les affecter. Les différences sont uniquement dues aux asservissements cinématiques et aux impulsions de forces de contact créées par le simulateur.

La diminution de la marge de stabilité observée durant les phases 2 est due au déplacement progressif du châssis en prévision de l'application des forces sur le plan incliné, une chute discontinue apparaît lors de l'application effective des forces sur la marche. Lorsque les roues arrivent sur l'angle saillant de la marche, la marge diminue car le châssis se retrouve de plus en plus loin de sa position optimale.

Finalement, le robot arrive à franchir la marche avec une marge de stabilité minimum de 6 N, ce qui d'après l'équation (3.23) correspond à une incertitude des forces de contact de 4.46 N ou encore à une erreur de 5% sur les forces appliquées. L'algorithme de commande ne peut donc garantir le franchissement d'un obstacle de cette difficulté que si l'asservissement en effort est relativement efficace. Rappelons cependant que la marge de stabilité utilisée est conservative. Dans le cas du franchissement frontal d'une marche, les forces de contact latérales sont nulles, il n'est donc plus nécessaire d'utiliser la linéarisation (2.17) car les contraintes du cône de frottement sont linéaires dans le plan sagittal du robot. La marge de stabilité mesurée sans prendre en compte la linéarisation des contraintes de frottement atteint un minimum de 27 N soit une incertitude acceptable de 20 N, ce qui représente une imprécision de 22% dans l'asservissement des forces.

Afin de vérifier la robustesse de l'algorithme, on réalise une deuxième simulation où les couples actionneurs sont affectés par un bruit blanc d'amplitude égale à 20% du couple demandé. La marge de stabilité mesurée sans prendre en compte la linéarisation est donnée Fig. 4.13.

Le robot arrive à franchir la marche malgré le bruit affectant les actionneurs, la marge de stabilité reste au-dessus de zéro durant tout le franchissement. Il faut considérer cependant que l'algorithme de commande ne peut pas garantir la

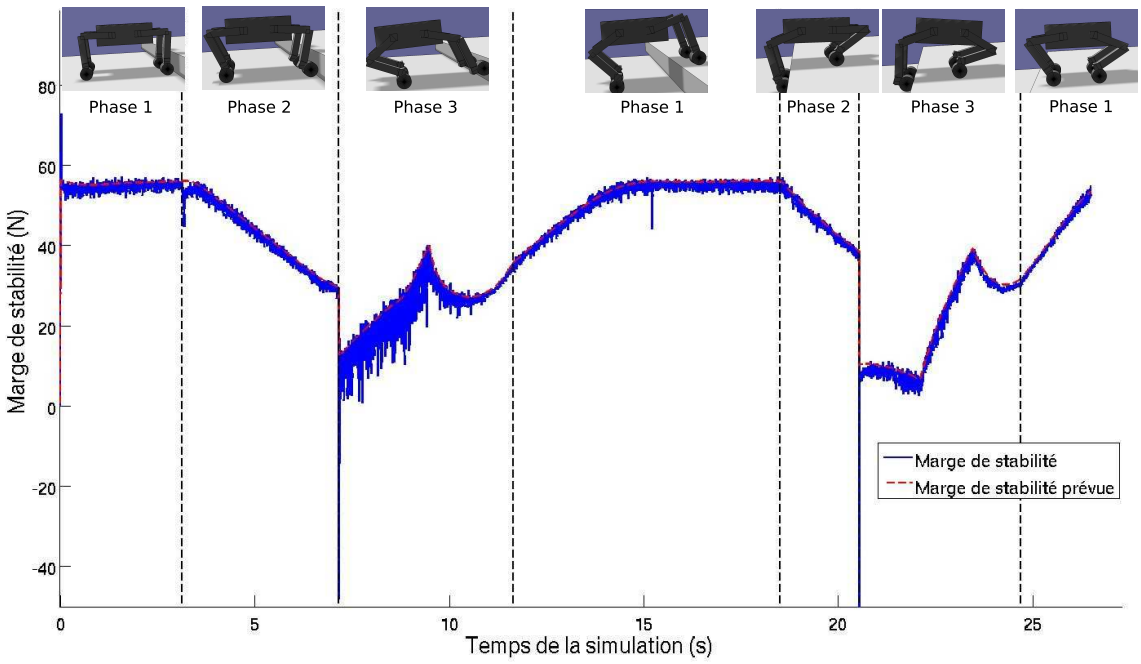


FIGURE 4.13 – Marges de stabilité durant le franchissement d'une marche lorsque les actionneurs sont bruités

stabilité du robot dans ce cas, la marge mesurée à partir de la linéarisation du cône de frottement (2.17) n'est pas positive durant cette simulation, le cas présenté ici a pour unique but de montrer la robustesse du franchissement aux erreurs de la commande en effort.

### 4.2.3 Passage d'un terrain quelconque

On souhaite maintenant montrer que l'algorithme de commande présenté dans ce chapitre fonctionne également pour le franchissement d'un obstacle plus quelconque. On réalise la simulation du franchissement d'un obstacle composé de deux pentes symétriques dont l'angle d'inclinaison est de $60^\circ$, et qui sont respectivement pivotés de $36^\circ$ et $-36^\circ$ autour de l'axe vertical. Les deux plans de contact sont donc sécants et forment l'obstacle de la Fig. 4.14.

Les pentes de l'obstacle sont modélisées grâce à des parallélépipèdes orientés différemment et mis bout à bout. Comme précisé dans le cas du franchissement d'une marche, le simulateur considère que les arêtes de ce type de primitive sont arrondies. Le haut de l'obstacle ne forme donc pas un angle mais est constitué de deux arcs de cercle sécants (Fig. 4.15).

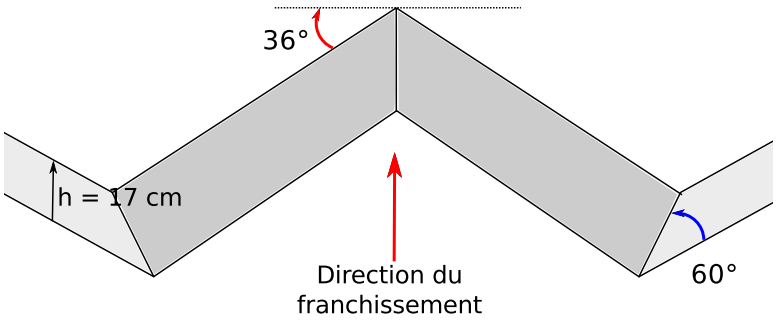


FIGURE 4.14 – Obstacle utilisé

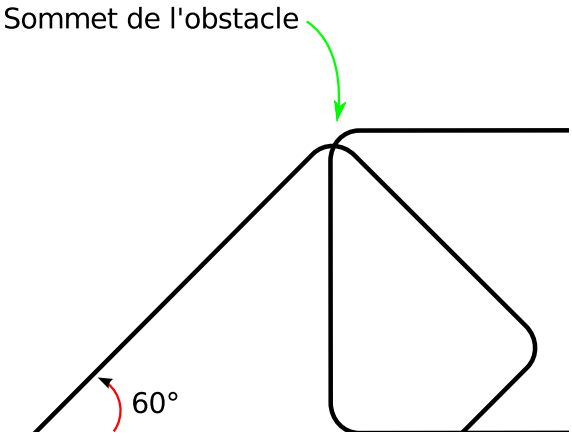


FIGURE 4.15 – Forme de l'obstacle en haut de la pente

Les différentes étapes du franchissement sont similaires à celles du franchissement de la marche de la section précédente et sont montrées Fig. 4.16 et 4.17.

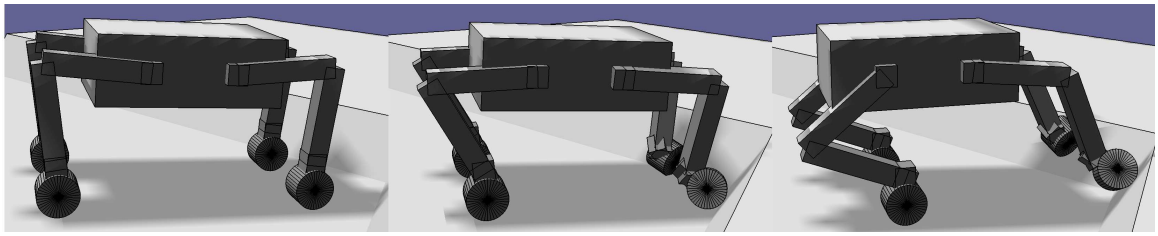

FIGURE 4.16 – Franchissement des pattes avant sur un obstacle quelconque

Les positions désirée et effective du châssis ainsi que les marges de stabilité prévue et mesurée sont données dans les Fig. 4.18 et 4.19.

Notons tout d'abord les quelques irrégularités qui apparaissent sur la courbe

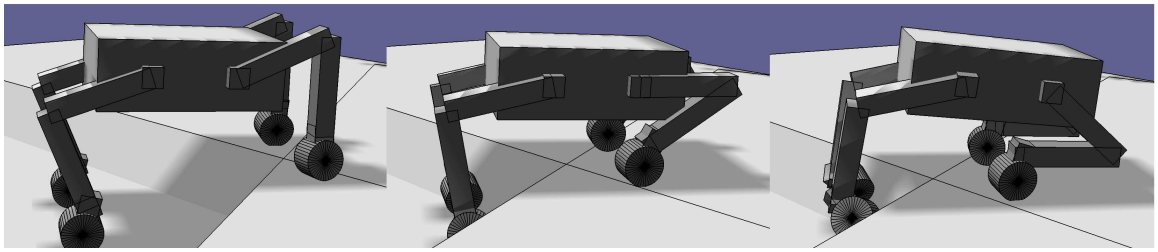

FIGURE 4.17 – Franchissement des pattes arrière sur un obstacle quelconque

de position. Durant les secondes phases du franchissement, c'est à dire lorsque les roues sont en contact à la fois avec le sol et avec l'obstacle, les positions articulaires $\mathbf{q}_c$ garantes du respect des contraintes cinématiques changent. Le mouvement de rotation résultant ne peut se produire tout en maintenant la position des deux points de contact. Il y a nécessairement soit glissement, soit perte de contact sur un des plans. Lorsque le contact entre la roue et l'obstacle est perdu, le changement de la configuration des contacts provoque des irrégularités dans le calcul de la position optimale du châssis. Lorsqu'il y a glissement, la marge de stabilité descend en dessous de zéro pendant un court instant. Lors des phases 3 du franchissement, deux discontinuités successives apparaissent sur la courbe de la position optimale, elles correspondent au moment où les roues atteignent le sommet de l'obstacle. La première est liée à la forme spécifique de l'obstacle décrite à la Fig. 4.15, l'angle de la pente augmente subitement lorsque la roue entre en contact avec le deuxième arrondi avant de diminuer à nouveau. La seconde apparait pour la même raison que lors du franchissement de la marche, l'angle au sommet de l'obstacle diminue progressivement jusqu'à une valeur limite où la position optimale du centre de masse change de signe.

Ces irrégularités ne perturbent que légèrement les forces de contact car les matrices de gain sont choisies de façon à ce que les effets dynamiques agissant sur le système restent faibles.

En ce qui concerne la marge de stabilité, les variations observées durant la phase 3 avant le temps $t = 13s$ sont liées au changement de direction des roues, la discrétisation du cône de frottement étant réalisé relativement au repère de contact, les contraintes de frottement changent légèrement au fur et à mesure de la correction de la configuration de contact. La distribution optimale des forces de contact varie avec les contraintes. Au-delà de ces considérations, les courbes représentant la position optimale du châssis et la marge de stabilité du robot se comportent de façon similaire à celles du franchissement d'une marche. La marge de stabilité est plus élevée pour deux raisons, d'une part la pente de l'obstacle est plus faible et d'autre part l'orientation opposée des deux pentes de l'obstacle permet la création de forces internes selon des axes supplémentaires.

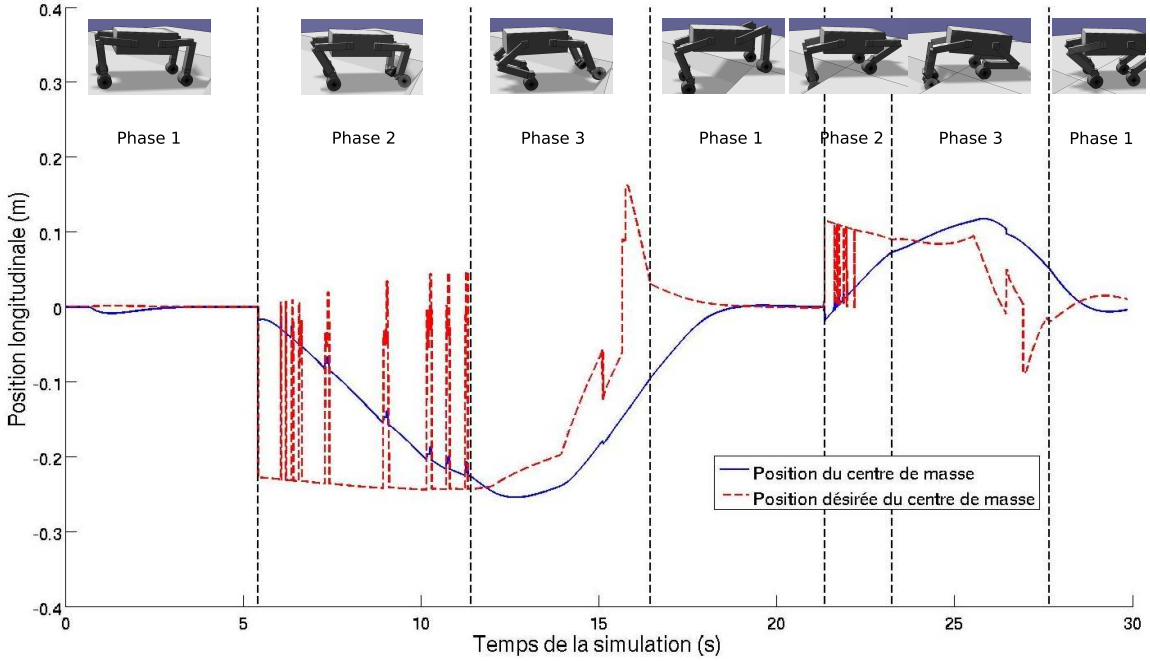


FIGURE 4.18 – Positions désirée et effective du châssis pour le franchissement d'un obstacle quelconque

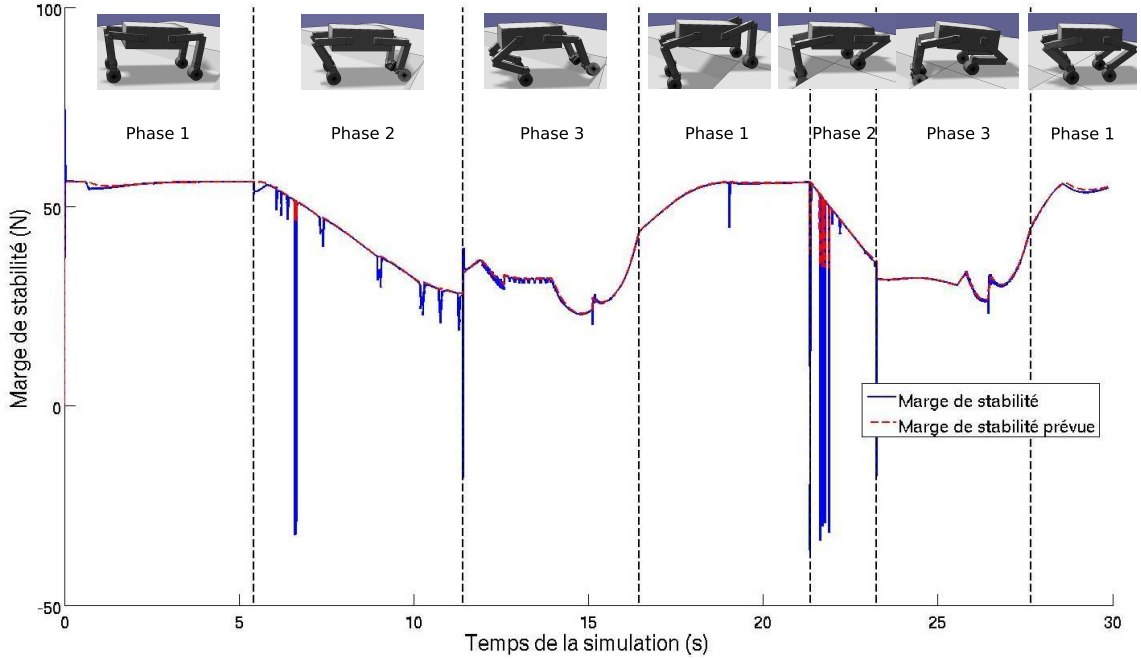


FIGURE 4.19 – Marges de stabilité prévue et mesurée durant le franchissement d'un obstacle quelconque

## 4.3 Conclusion

La première partie de ce chapitre présente un algorithme de commande générique pour le franchissement d'obstacles d'un système de locomotion redondant. Il permet d'exploiter simultanément les forces internes et la mobilité afin d'augmenter l'adhérence des contacts. Cet algorithme doit être adapté à la structure cinématique du robot considéré. Pour cela, on modifie les paramètres géométriques et cinématiques commandés afin de respecter les variables contrôlables du système. Notamment, les consignes $\boldsymbol{\phi}^d$, $\mathbf{p}^d$ et $\mathbf{e}$ peuvent voir leur dimension diminuer en fonction du nombre de degré de liberté des pattes et $\mathbf{q}_c$ doit être modifié pour garantir la commandabilité de l'orientation des roues.

La seconde partie présente un ensemble de simulations représentant le franchissement de différents obstacles. Le robot parvient effectivement à les franchir même lorsqu'un bruit important dans les articulations affecte l'application des forces de contact.

# Chapitre 5

# Développements expérimentaux

L'approche pour le contrôle du franchissement d'obstacle que nous avons proposée dans le cadre de cette thèse a été évaluée expérimentalement sur le robot Hylos 2. Il s'agit d'un système hybride "roues-pattes" réalisé et mis au point pour ce travail. Dans ce chapitre, nous présentons dans une première partie l'architecture mécatronique du robot. Puis, nous décrivons la procédure suivie pour évaluer l'effet des frottements dans le système d'actionnement, nous nous intéressons particulièrement à leurs effets sur les incertitudes dans la commande des efforts de contact. Dans une troisième partie, nous introduisons les modifications apportés à l'algorithme de commande pour l'adapter aux spécificités du robot. Enfin les résultats expérimentaux relatifs au franchissement d'un obstacle canonique sont analysés dans la dernière partie.

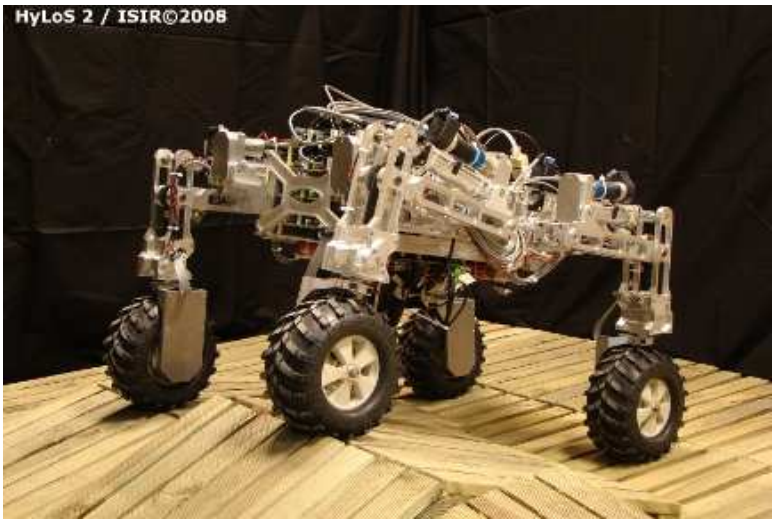


FIGURE 5.1 – Le HyLoS 2

## 5.1 Description du robot

### 5.1.1 Architecture mécatronique

Le Hylos 2 est présenté à la Fig. 5.1, les détails sur sa structure mécanique peuvent être retrouvés dans [Besseron 08a]. Il est composé d'un châssis rectangulaire contenant tout le matériel de traitement électronique nécessaire à sa commande, et mesure 47 cm en longueur pour 22 cm de largeur. Quatre pattes sont attachées sur les côtés du châssis, chacune d'elle étant constituée de deux segments rigides reliés par une liaison pivot. La patte est elle même reliée au châssis par une autre liaison pivot. Les deux segments mesurent 20 cm et 22 cm. Une roue d'un diamètre de 14 cm est située à la fin de la chaîne articulée. Les pattes forment finalement des ensembles 2R plan auxquels sont attachées des roues motrices (Fig. 5.2). Le poids de l'ensemble est de 20.5 Kg.

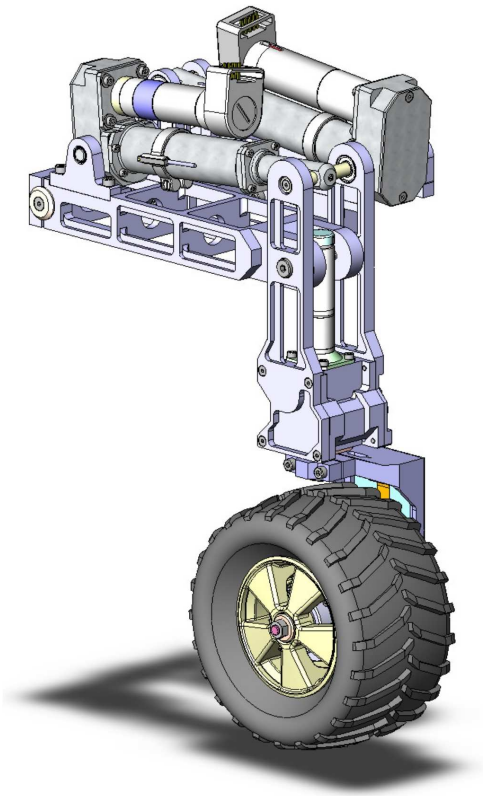

FIGURE 5.2 – Patte du HyLoS2

Les liaisons reliant les segments rigides sont actionnées par un vérin à vis-à-billes, les paramètres géométriques des systèmes de transmission sont donnée Fig.

5.3, le schéma cinématique illustrant le mécanisme d'actionnement de la première liaison est donné Fig. 5.4.

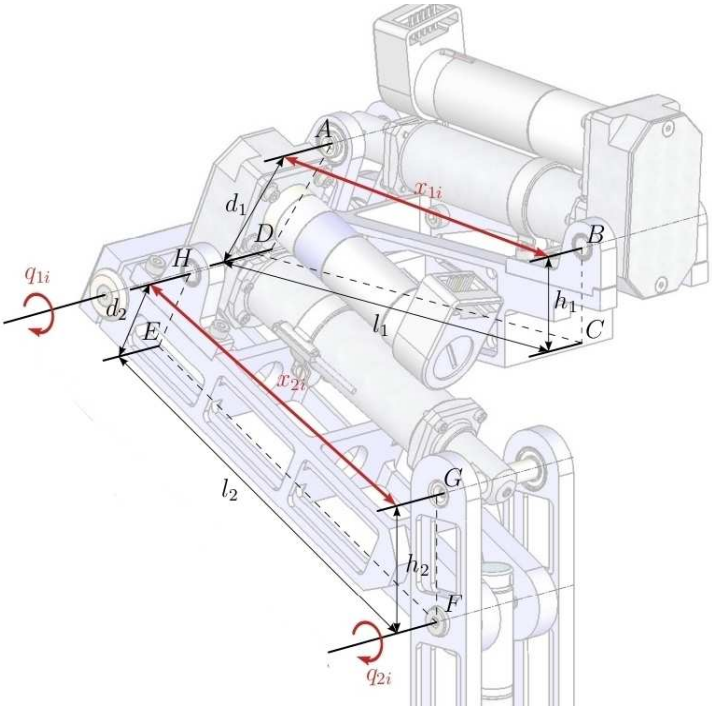


FIGURE 5.3 – Paramètres géométriques du système de transmission

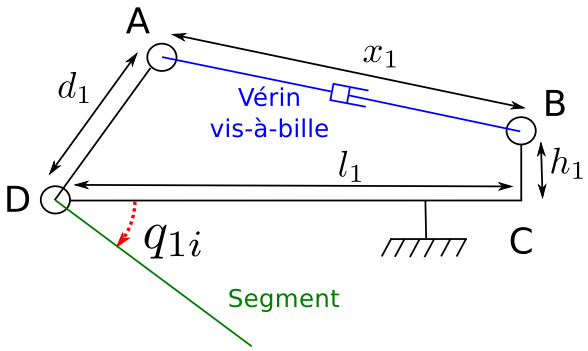


FIGURE 5.4 – Schéma du système de transmission du premier axe de la patte

Les transformations géométriques et cinématiques entre le moteur et l'articulation sont donc non-linéaires, les modèles géométriques permettant de passer des longueurs des vérins aux positions articulaires sont donnés pour chaque patte par :

$$q_{1i} = -\frac{\pi}{2} + \cos^{-1}\left(\frac{d_1^2 + l_1^2 + h_1^2 - x_1^2}{2d_1\sqrt{l_1^2 + h_1^2}}\right) + \tan^{-1}\left(\frac{h_1}{l_1}\right) \tag{5.1}$$

$$q_{2i} = \frac{\pi}{2} - \cos^{-1}\left(\frac{h_2^2 + l_2^2 + d_2^2 - x_2^2}{2h_2\sqrt{l_2^2 + d_2^2}}\right) - \tan^{-1}\left(\frac{d_2}{l_2}\right) \tag{5.2}$$

Les modèles cinématiques permettant de passer des vitesses des vérins aux vitesses articulaires sont donnés par :

$$\dot{q}_{1i} = \frac{x_1\dot{x}_1}{d_1\sqrt{l_1^2 + h_1^2}\sqrt{1 - \left(\frac{d_1^2+l_1^2+h_1^2-x_1^2}{2d_1\sqrt{l_1^2+h_1^2}}\right)^2}} \tag{5.3}$$

$$\dot{q}_{2i} = -\frac{x_2\dot{x}_2}{h_2\sqrt{l_2^2 + d_2^2}\sqrt{1 - \left(\frac{h_2^2+l_2^2+d_2^2-x_2^2}{2h_2\sqrt{l_2^2+d_2^2}}\right)^2}} \tag{5.4}$$

Le couple articulaire obtenu en fonction de la force de poussée $f_1$ ou $f_2$ du vérin est donné par :

$$\tau_{1i} = f_1 d_1 \sin\left(\cos^{-1}\left(\frac{x_1^2 + d_1^2 - l_1^2 - h_1^2}{2x_1 d_1}\right)\right) \tag{5.5}$$

$$\tau_{2i} = -f_2 h_2 \sin\left(\cos^{-1}\left(\frac{x_2^2 + h_2^2 - l_2^2 - d_2^2}{2x_2 h_2}\right)\right) \tag{5.6}$$

où $h_i$, $l_i$ et $d_i$ sont les paramètres géométriques du système d'actionnement et $x_i$ est la longueur du vérin. Le coefficient entre la force de poussée du vérin et le couple articulaire pour le premier axe des pattes est tracé Fig. 5.5 en fonction de la position de l'articulation.

Le vérin en lui même est actionné *via* un système poulie-courroie par un moto-réducteur. Chacun des moteurs du robot est équipé d'un codeur 500 points et les vérins possèdent des capteurs de fin de course permettant d'initialiser la position des articulations en s'activant lorsque la liaison approche d'une des butées articulaires.

Le tableau de la Fig. 5.6 donne les détails sur les capacités des articulations du robot. Les couples et vitesses maximum des articulations des pattes varient en fonction de la position, il ne sont donc pas inclus dans le tableau. A titre indicatif, le couple maximum est de 240 Nm pour le premier axe de chaque patte et de 88Nm pour le second, leurs vitesses maximales sont respectivement 6.5 $^\circ$ /s et 7.5 $^\circ$ /s.

### 5.1.2 Architecture électronique

Les différents algorithmes et asservissements permettant le contrôle du robot sont exécutés à différents niveaux matériels. Le schéma global présentant l'architecture de commande est donné Fig. 5.7. Chacun des moteurs actionnant les

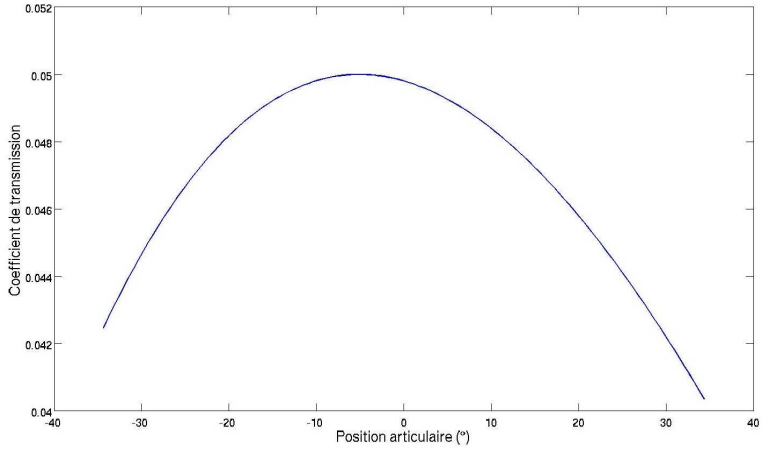


FIGURE 5.5 – Coefficient entre force de poussée du vérin et couple articulaire pour le premier axe d'une patte

| | | |
|---|---|---|
| Rapport de réduction | moteurs des vérins<br>moteur des roues | 1/35<br>1/51 |
| Pas de vis des vérins | | 2 mm/tour |
| Vitesse maximum | vérin 1<br>vérin 2<br>roue | 5.7 mm/s<br>6.7 mm/s<br>1 tour/s |
| Couple moteur maximum | moteur 1<br>moteur 2<br>roue | 44 mNm<br>16 mNm<br>40 mNm |
| Force de poussée maximum | vérin 1<br>vérin 2<br>roue | 4800 N<br>1750 N<br>2 Nm |

FIGURE 5.6 – Tableau récapitulatif des capacités articulaires

vérins est commandé par une carte d'asservissement *Digiflex Performance Servo Drive* DZCANTE-020L080 développée par la société *Advanced Motion Control*. Ces cartes réalisent un asservissement suivant trois boucles imbriquées en courant, vitesse et position qui peuvent être configurées séparément. Les rétro-actions en vitesse et en position peuvent être désactivées. Elles gèrent également le comptage des codeurs. Elles communiquent, à la fréquence de 1 Mbit/s, *via* un Bus CAN avec un PC 104 embarqué suivant le protocole CANopen CiA DSP402[1]. Les cartes d'axe sont configurées pour réaliser un asservissement en courant permettant de

1. http://www.can-cia.org

contrôler l'effort de poussée des vérins. Cet effort est alors régulé au niveau du PC104 pour réaliser la commande combinée force/vitesse décrite au chapitre 4.

Les moteurs des roues sont commandés en courant par des cartes BE15A8 développées elles aussi par la société *Advanced Motion Control*. Elles sont contrôlées par le PC *via* une carte d'entrée/sortie analogique DMM-16. Leurs codeurs sont gérés par un micro-contrôleur LPC1768 connecté au PC par port USB. Le robot dispose d'une centrale inertielle XSens connecté par USB permettant de mesurer l'orientation du châssis.

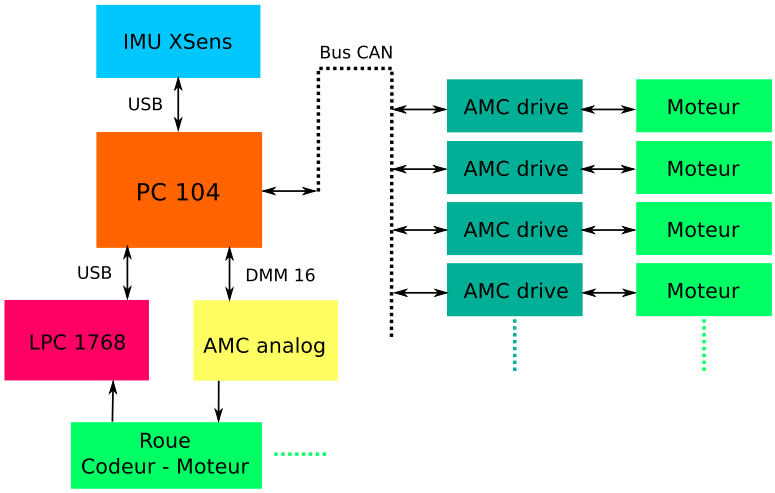


FIGURE 5.7 – Architecture électronique du HyLoS2

### 5.1.3 Architecture logicielle

Le PC 104 du robot dispose du système d'exploitation temps réel Linux Xenomai et utilise le *middleware* ROS [2] (*Robot Operating System*) [Quigley 09]. L'architecture de contrôle du robot est divisé en deux nœuds ROS. L'un est dédié à la communication en temps réel avec les cartes de commande d'axe et à l'asservissement combinée force/vitesses des articulations. Il est exécute à la fréquence de 100Hz. L'autre nœud résout les problèmes d'optimisation et calcule les vitesses articulaires désirées. Il est exécuté à la fréquence de 20 Hz.

## 5.2 Évaluation du frottement dans les articulations

Le robot HyLoS 2 ne dispose pas de capteur d'effort pour assurer la bonne application des forces de contact, leur contrôle se fait donc par la mesure de cou-

2. http://www.ros.org

rant au niveau des actionneurs. Aucun asservissement ne peut venir corriger les perturbations les affectant. Dans notre cas, la plus grande source d'erreur provient de la friction présente dans les moteurs et surtout dans la chaîne de transmission des vérins. Cette section présente une évaluation expérimentale de ces frottements pour un des moteurs du robot.

Cette partie de nos travaux ne vise pas à mettre en place un modèle de compensation des frottements. Comme nous le verrons par la suite, leurs effets sont très variables et dépendent de multiples paramètres évoluant dans le temps. De plus, la compensation efficace des frottements nécessite l'usage de capteurs dont le HyLoS 2 ne dispose pas. Notre étude vise plutôt à déterminer l'amplitude des perturbations présentes sur le robot et à comprendre quels sont les phénomènes prédominants pour tenter de diminuer leurs effets.

### 5.2.1 Description des frottements et protocole expérimental

Les phénomènes mécaniques responsables des frottements sont variés. Ils sont dus entre autres à l'élasticité des surfaces mécaniques en contact, à leur état de surface, au type et à la répartition du lubrifiant utilisé, etc. Une description détaillée de ces phénomènes peut être trouvée dans les travaux de [Armstrong-Helouvry 94].

Les frottements se manifestent de trois manières différentes selon la vitesse de l'articulation (Fig. 5.8) :

- la stiction à vitesse nulle,
- l'effet Stribeck à vitesse faible,
- la viscosité aux vitesses supérieures.

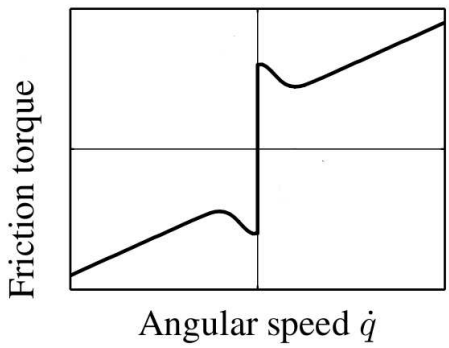


FIGURE 5.8 – Amplitude de la friction en fonction de la vitesse de l'articulation [Waiboer 05]

La stiction se traduit par une force qui empêche l'articulation de se mettre en mouvement, elle est plus forte que les deux autres et est responsable des phé-

nomènes de *Stick/Slip* observés sur les systèmes contrôlés en position par des asservissements PID. L'effet Stribeck est caractérisé par une chute continue de l'amplitude des frottements à très basse vitesse suivie d'une augmentation linéaire liée à la viscosité.

Différents modèles incluant tout ou partie de ces phénomènes ont été développés afin de permettre une compensation de leurs effets, on pourra retrouver ces modèles ainsi que leurs applications dans les travaux de [Olsson 98].

La friction ne dépend pas uniquement de la vitesse de l'articulation, mais aussi de la température et surtout de sa position. Dans [Armstrong 88], l'auteur présente des résultats d'identification montrant que les frottements varient de manière cyclique en fonction de la position. Dans [Popovic 98], l'auteur propose une méthode d'analyse spectrale des frottements en fonction de la position de l'articulation et montre que la fréquence des variations correspond aux dimensions des engrenages de la chaîne de transmission. Il en conclut qu'une identification est nécessaire après chaque intervention de maintenance sur les systèmes de transmissions du robot.

### 5.2.2 Évaluation et qualification du frottement pour un axe

Nous souhaitons identifier l'importance des frottements à la fois en fonction de la vitesse et de la position. On réalise pour cela une série d'expériences telles que celles proposées dans [Armstrong 88] et [Popovic 98]. Durant tous ces essais, le vérin a été désolidarisé des segments de la patte pour supprimer les variations de charge liées aux effets de la gravité. La chaîne de transmission utilisée pour les tests comprend les engrenages de réduction du moteur, la poulie-courroie ainsi que la vis-à-billes.

Tout d'abord, on évalue la stiction à l'aide des expériences dites de *Break-away*. L'objectif de ce test est de mesurer le couple nécessaire à la mise en mouvement de l'articulation, et cela pour différentes positions de celle-ci. Le protocole détaillé est le suivant (Fig. 5.9) : on applique une rampe de courant au moteur et on mesure le déplacement de l'articulation, lorsque il dépasse un seuil indiquant que l'élasticité de l'articulation a été vaincue, on relève le courant du moteur. On répète le processus pour différentes positions sur toute la course du vérin.

Dans notre cas, le courant est incrémenté avec une période de 6 ms, la rampe de courant est de 0.25 A/s soit une rampe de 473 N/s si on considère la force de poussée équivalente du vérin.

On fait l'expérience cinq fois, les résultats filtrés sont donnés à la Fig. 5.10. Le filtre est un passe-bas du premier ordre ayant pour fréquence de coupure 4000 $m^{-1}$.

Les cinq courbes présentent une corrélation évidente de la stiction en fonction de la position, la première courbe montre un décalage par rapport aux quatre

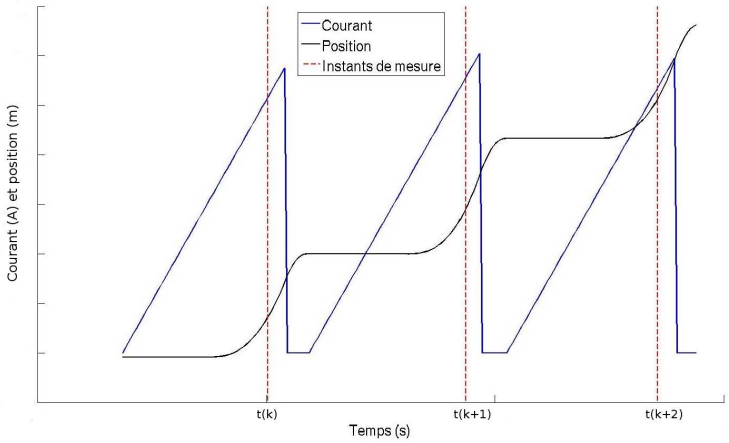


FIGURE 5.9 – Méthode d'identification de la stiction

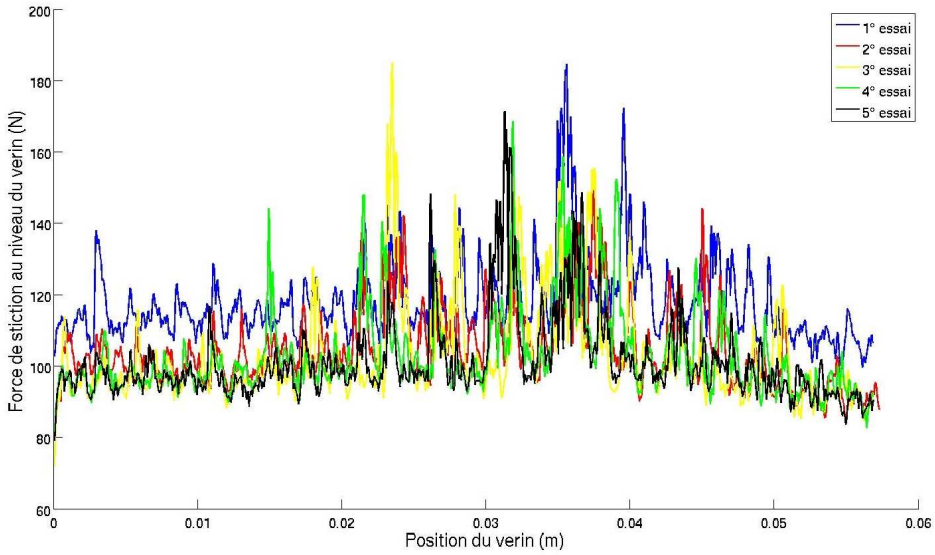


FIGURE 5.10 – Force de poussée du vérin nécessaire à la mise en mouvement de l'articulation

autres, cela est dû au fait que le premier essai se fait à froid. Une fois le mécanisme chauffé, les résultats deviennent plus répétables.

Le couple de friction équivalent qui affectera l'asservissement des forces est obtenu à partir de la relation (5.5). Sa valeur moyenne est de 4.85 Nm et elle varie entre 4 Nm et 7 Nm. Cela représente une erreur moyenne sur les forces de contact comprise entre 20 N et 40 N en fonction de la configuration de la patte.

Nous continuons notre analyse expérimentale en mesurant les effets de la viscosité. Pour cela, la carte du moteur est paramétrée pour effectuer un asservissement en vitesse. On applique une vitesse constante sur toute la course du vérin et on mesure le courant appliqué par la carte à chaque pas de temps. Si aucune friction n'est présente, le couple moteur nécessaire au maintien de la vitesse est nulle du moment qu'elle a été atteinte. Le courant résultant de l'asservissement correspond donc au frottement qui freine le mouvement du vérin.

Ce protocole est répété pour différentes vitesses et on réalise les mesures cinq fois par vitesse. Des exemples sont donnés pour une vitesse du vérin de 0.8 mm/s Fig. 5.11 et pour une vitesse de 1.4 mm/s Fig. 5.12, ce qui correspond respectivement à des vitesses articulaires de 1 $^\circ$/s et 1.6 $^\circ$/s. Ces données sont filtrées par un filtre passe-bas de fréquence de coupure 4000 m$^{-1}$. Encore une fois, on distingue bien la corrélation des variations de friction avec la position.

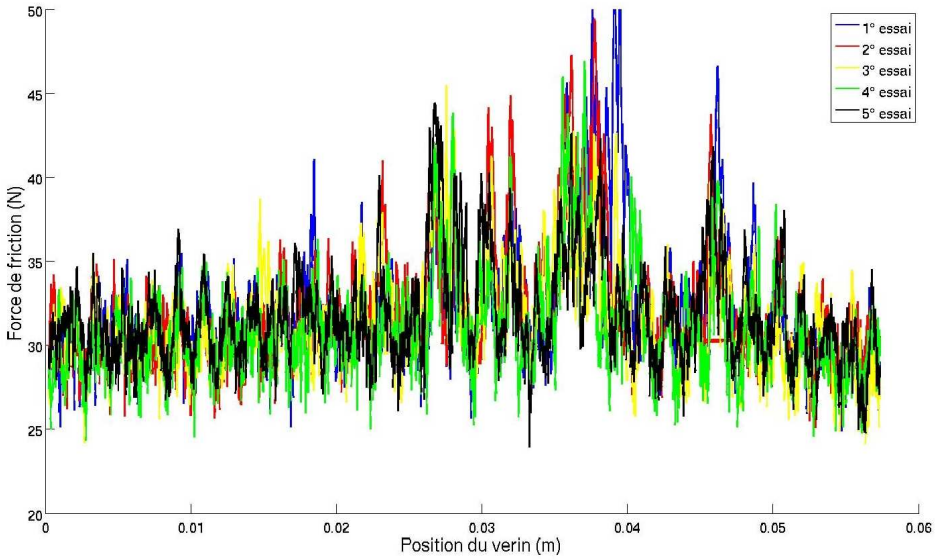


FIGURE 5.11 – Force de viscosité au niveau du vérin ($V = 0.8$ mm/s)

Le couple de frottement moyen équivalent au niveau de l'articulation, obtenu à partir de la relation (5.5), est de 1.6 Nm et varie entre 1.3 Nm et 2 Nm pour le cas où la vitesse du vérin est de 1.4 mm/s. Cela représente une erreur moyenne sur les forces de contact comprise entre 6 N et 13 N en fonction de la configuration de la patte.

La friction moyenne sur toute la course de l'articulation en fonction de sa vitesse est représentée Fig. 5.13. L'effet Stribeck n'est pas visible car il n'apparaît que pour des vitesses très faibles qui ne font pas partie de notre échantillon de mesure.

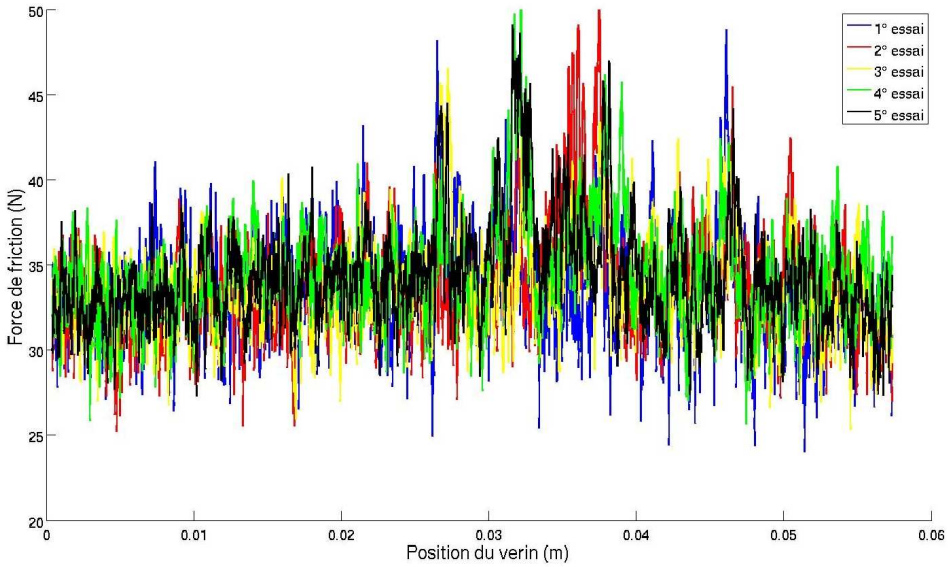


FIGURE 5.12 – Force de viscosité au niveau du vérin ($V = 1.4$ mm/s)

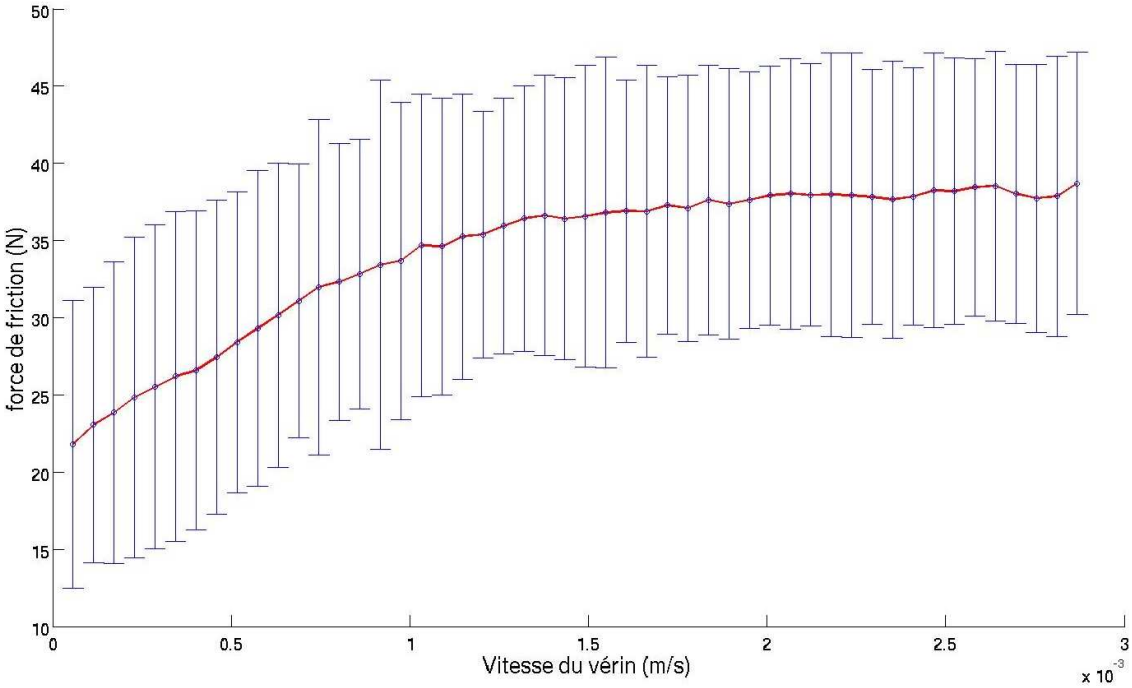


FIGURE 5.13 – Couple de viscosité de l'articulation en fonction de sa vitesse

Au vu des données obtenues dans cette section, il apparaît clairement qu'il

est préférable d'avoir des articulations en mouvement afin de diminuer les effets de stiction au niveau des frottements articulaires. On souhaite donc modifier la commande décrite au chapitre précédent pour prendre en compte ces nouveaux éléments.

## 5.3 Commande du robot

### 5.3.1 Modification de l'algorithme de commande

Deux variations apparaissent par rapport au modèle utilisé dans les simulations du chapitre précédent, la transmission non linéaire des articulations des pattes d'une part, et la friction très importante d'autre part.

La non-linéarité du coefficient de transformation entre force de poussée du vérin et couple articulaire ne pose pas de problème pour l'optimisation de la distribution des forces car elle se fait à posture constante. Par contre, l'optimisation de position du châssis implique des changements de ce coefficient, ce qui modifiera les contraintes de limite d'actionnement. On traite cette non-linéarité de la même manière que les autres avec la méthode décrite dans la section 2.2.3 qui consiste à fixer le coefficient à sa valeur courante.

En ce qui concerne la friction, on a vu que les perturbations étaient moindres lorsque les articulations étaient en mouvement. On souhaite donc s'assurer qu'elles sont en mouvement permanent durant les périodes où la précision du contrôle en effort est critique. Il faut en plus que le couple produisant ce mouvement soit de même signe que celui produisant les forces de contact. Si cela n'est pas le cas, les deux couples pourraient s'annuler et empêcher le mouvement désiré.

On spécifie deux modes de fonctionnement, le premier mode correspond aux situations où le robot n'applique que peu de forces internes, il est enclenché lorsque la stabilité n'est pas menacée, c'est-à-dire lorsque les angles de contact sont suffisamment faibles. Ce mode correspond à la commande décrite dans le chapitre précédent, le contrôle de la posture est superposé à la commande en effort, les gains des asservissements cinématiques sont réglés à une valeur élevée. Le second mode correspond aux moments où les forces internes sont indispensables au maintien de la stabilité, il est enclenché lorsque l'inclinaison d'au moins un plan de contact est supérieur à l'angle de frottement du contact roue-sol. Lorsque ce mode est enclenché, on modifie les vitesses articulaires de la manière suivante : si la vitesse désirée est de même signe que le couple désiré et qu'elle est suffisamment importante, rien ne change. Sinon, on fixe la vitesse à une faible valeur dans le sens du couple demandé. Cette valeur doit être choisie de façon à ce que l'asservissement en vitesse de l'articulation puisse vaincre la stiction. La vitesse désirée $\dot{q}_k^{d'}$ de la k$^{eme}$ articulation est donnée par :

$$\begin{cases} \dot{q}_k^{d'} = a\frac{\tau_k^d}{|\tau_k^d|} & \text{si} \quad \frac{\tau_k^d}{|\tau_k^d|} \neq \frac{\dot{q}_k^d}{|\dot{q}_k^d|} \text{ ou } |\dot{q}_k^d| < a \\ \dot{q}_k^{d'} = \dot{q}_k^d & \text{sinon} \end{cases} \tag{5.7}$$

où $a$ est la valeur de la vitesse garantissant que l'asservissement cinématique pourra vaincre la stiction, et $\tau_k^d$ contient le couple nécessaire à l'application des forces de contact et à la compensation de la gravité.

Il convient de noter que ce mode de fonctionnement ne garantit plus le contrôle complet des mouvements du robot, il est possible que sa posture s'éloigne continuellement de la posture optimale, le robot ne peut donc fonctionner sous ce mode indéfiniment. Il peut aussi engendrer des discontinuités dans la commande et provoquer des oscillations du robot lorsque les couples désirés sont proches de zéro.

### 5.3.2 Considérations pratiques

La structure mécanique du robot rend impossible le contrôle des forces de contact latérales tout en ayant une configuration géométrique permettant un roulement dans la direction longitudinale, notre méthode n'est donc applicable que pour le franchissement d'une pente frontale. Vu l'absence de capteur d'effort, l'application des forces de contact se fait à travers la commande en couple des moteurs des vérins (boucle de courant). Elle se fait donc en présence d'incertitudes liées aux frottements dans les chaines de transmission de mouvement.

Le coefficient de frottement des roues sur l'obstacle est déterminé expérimentalement : le robot est posé sur une surface plane faite de la même matière que l'obstacle utilisé pour nos tests et les roues du robot sont bloquées, on augmente progressivement l'angle d'inclinaison de la surface. L'angle de frottement correspond à l'inclinaison pour laquelle les roues du robot glissent sur le sol. Le coefficient équivalent obtenu est de 0.9.

Les angles de contact sont pré-déterminés et transmis en entrée de l'algorithme de commande.

## 5.4 Franchissement d'obstacle

Notre méthode de contrôle est évaluée en imposant au robot de franchir un obstacle réalisé en bois contre-plaqué, il est constitué d'une pente formant un angle de 60 ° avec le sol suivi d'un plan horizontal, la hauteur de ce plan est de 19 cm.

Une série de clichés présentant le robot en train de franchir l'obstacle sont montrées Fig. 5.14 et Fig. 5.15.

Le robot franchit l'obstacle avec succès. On trace les courbes de la position du châssis ainsi que sa position désirée à la Fig. 5.16.

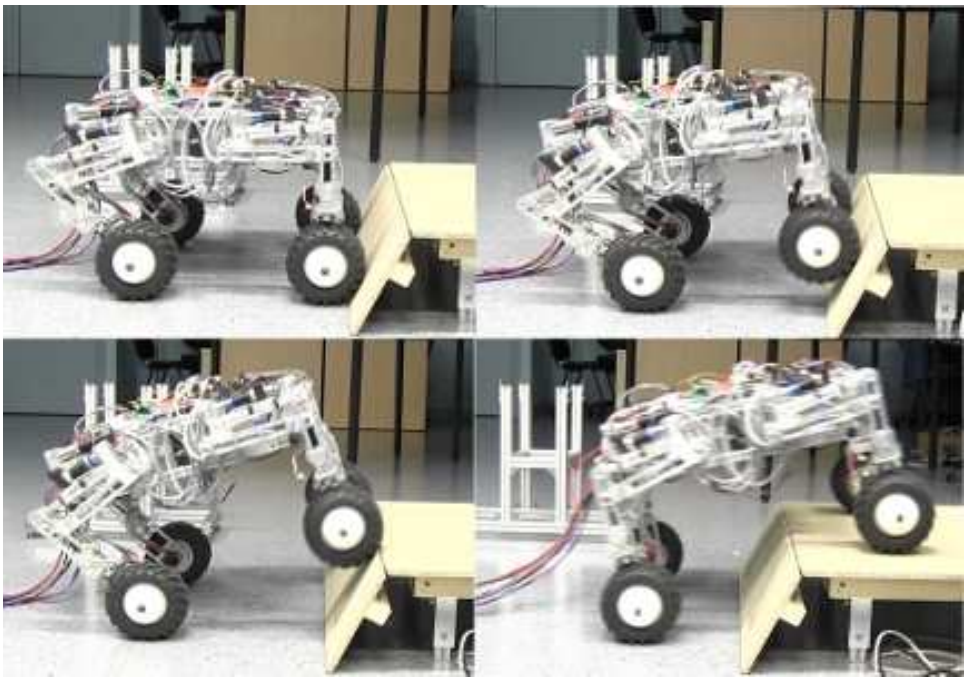

FIGURE 5.14 – Franchissement des pattes avant

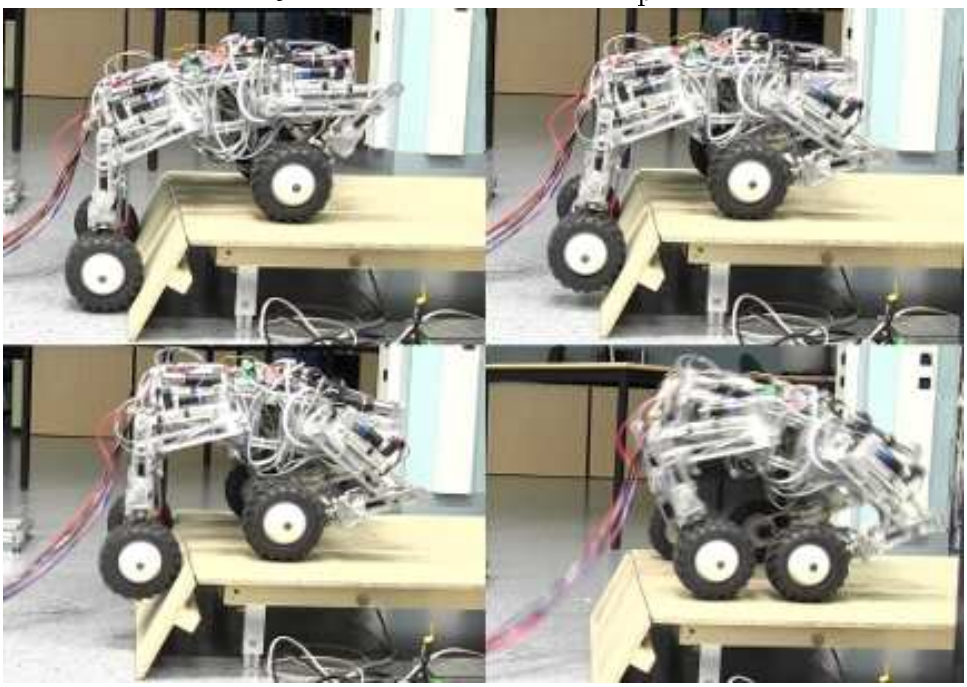

FIGURE 5.15 – Franchissement des pattes arrière

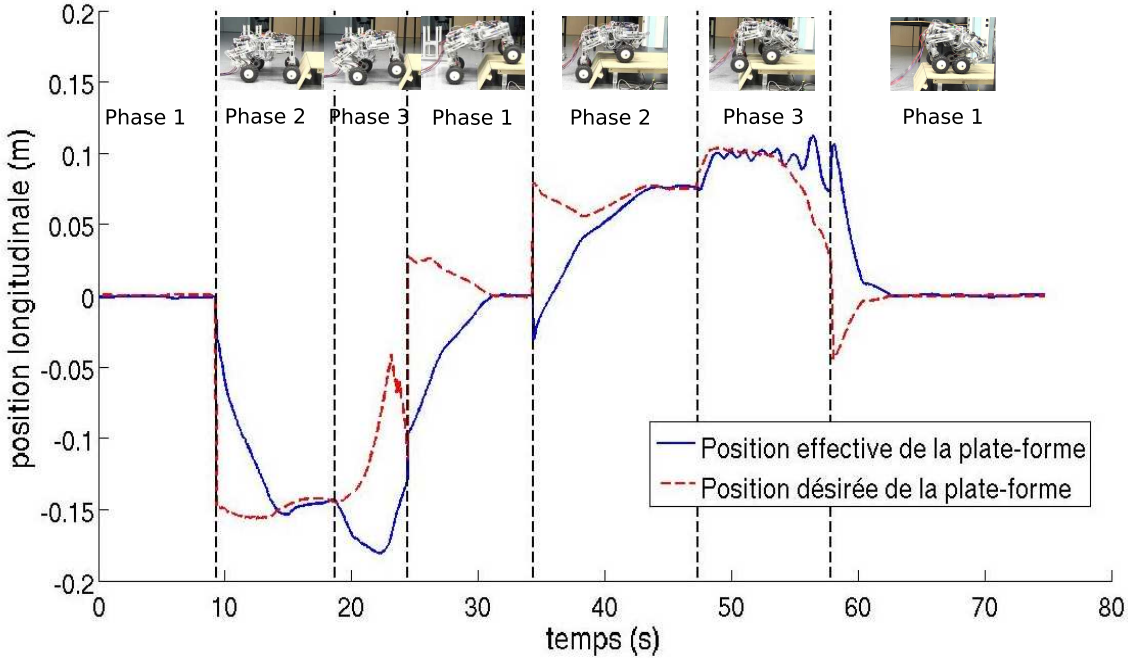


FIGURE 5.16 – Positions longitudinales désirée et effective durant le franchissement

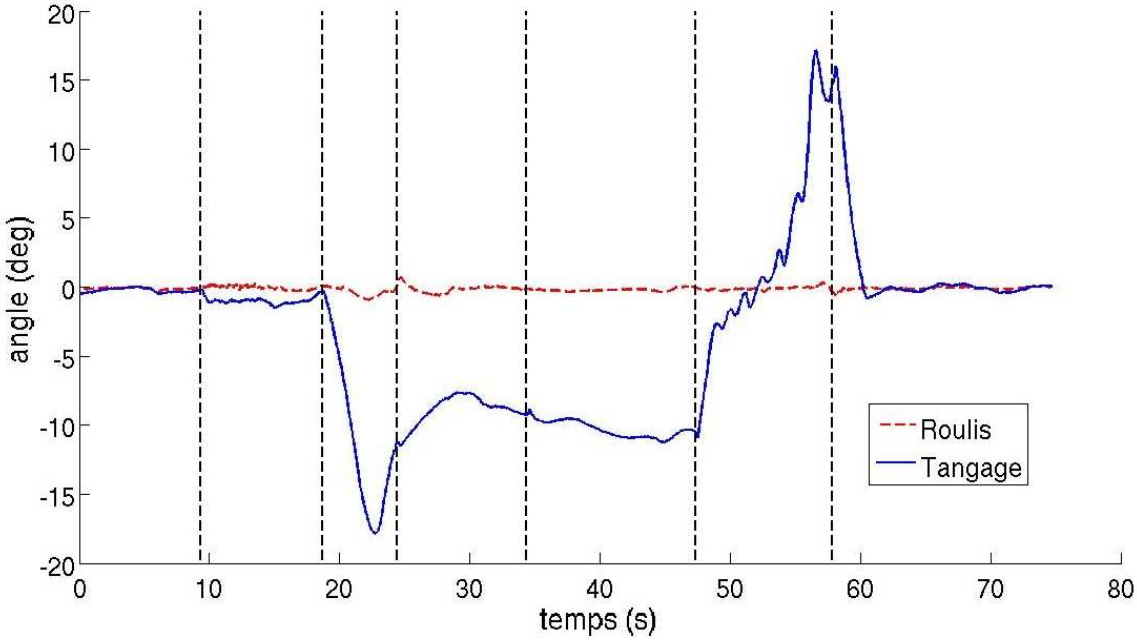


FIGURE 5.17 – Orientation du châssis durant le franchissement

Durant les phases 1 et 2, le mode de fonctionnement correspond à celui où l'asservissement de la posture est le plus important, les phases 3 sont effectuées avec le mode de fonctionnement où le contrôle en effort est le plus important. Ce mode de fonctionnement explique les irrégularités entre la position désirée et la position effective durant ces phases de franchissement. Durant le passage des pattes avant, la châssis semble se déplacer vers l'arrière alors que la position optimale se rapproche du centre du polygone de sustentation. Les pattes avant du robot sont en fait en train de s'écarter des pattes arrière à cause des vitesses spécifiées par la compensation des frottements. Ce mouvement provoque un déplacement vers l'avant du point de référence $R$, ce qui provoque un changement du vecteur $\mathbf{p}$ donnant la position du châssis dans le repère $\Re_r$. Pour le passage des pattes arrière on observe des oscillations de la posture du robot. Ce phénomène est dû au fait que les couples désirés de certaines articulations soient proches de zéro, la vitesse désirée change successivement de signe à mesure que le couple passe d'une valeur positive à négative. Dans notre cas, le couple de ces articulations change de signe lorsque le tangage du robot atteint un certain seuil. Le changement de vitesse articulaire entre alors en résonance avec les oscillations du robot, comme on peut le voir Fig. 5.17 durant la seconde phase 3.

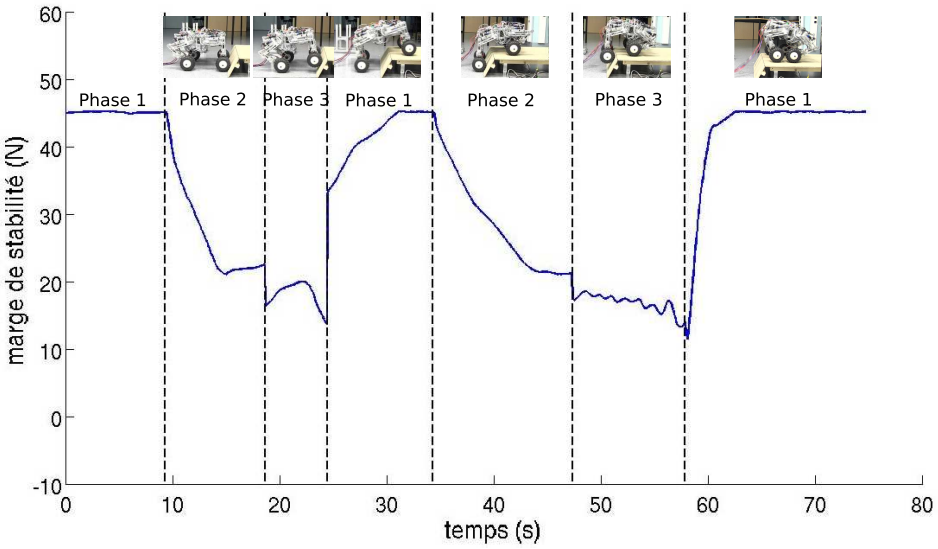


FIGURE 5.18 – Marge de stabilité prévue par le robot durant le franchissement

La marge de stabilité prévue par l'optimisation des forces est donnée Fig. 5.18, la marge de stabilité effective prenant en compte les forces réellement appliquées n'est pas disponible vu que le robot ne dispose pas de capteur pour mesurer les efforts.

La marge de stabilité descend jusqu'à une valeur de 15 N, ce qui correspond

selon la relation (3.23) à une incertitude supportable d'environ 11 N dans les forces de contact. Le franchissement de l'obstacle n'est donc pas garanti compte tenu des erreurs potentielles provoquées par les frottements des articulations. Cependant, la méthode d'atténuation que nous utilisons permet une diminution suffisante de leurs effets.

L'utilisation d'un dispositif de contrôle en effort plus précis permettrait de garantir la franchissabilité de l'obstacle.

Cependant, une telle mesure pose des difficultés en terme d'intégration mécatronique et de coût.

# Conclusion et perspectives

## Contributions

L'objectif de nos travaux était de mettre en place un algorithme de commande pour le franchissement d'obstacles utilisant les capacités des robots hybrides "roues-pattes". Considérant que le franchissement est possible si le robot est capable de maintenir son équilibre statique tout en gardant l'adhérence de ses contacts, nous avons utilisé une méthode permettant de modifier les forces de contact en utilisant conjointement deux particularités de ce type de système :

- la redondance cinématique qui leur permet de déplacer leur centre de masse, changeant ainsi la manière dont les efforts de pesanteur se répartissent au niveau des contacts ;
- la redondance d'actionnement qui leur permet de créer des forces internes, modifiant la direction des forces de contact, et ainsi de respecter les conditions d'adhérence.

En nous plaçant dans le cadre d'une forte incertitude dans l'asservissement des efforts, nous avons mis à profit l'indétermination du problème de distribution des forces afin d'optimiser la robustesse de notre commande. A travers une analyse comparative de différents critères d'optimisation utilisés sur les systèmes de préhension, nous avons pu les évaluer qualitativement en fonction du type de perturbation que le robot est susceptible de subir.

L'algorithme que nous avons mis en place contrôle simultanément les forces de contact roues-sol et les mouvements du robot en faisant un compromis entre couples et vitesses articulaires à l'aide d'une commande par impédance. Son fonctionnement est validé par plusieurs simulations dynamiques comprenant le franchissement frontal d'une marche et le franchissement d'un obstacle quelconque. La robustesse vis-à-vis de l'incertitude des forces de contact est vérifiée par l'ajout d'un bruit blanc sur les couples articulaires.

Finalement, notre approche a été évaluée sur le prototype de robot mobile hybride "roues-pattes" HyLoS2, dont une partie de l'intégration mécatronique a été réalisée dans le cadre de cette thèse. Ce robot ne dispose pas de capteur d'effort et présente un niveau important de frottement au niveau de la transmission de

mouvement, notamment dans les actionneurs linéaires de type vérin éléctrique. Il est néanmoins capable de franchir un obstacle constitué d'un plan incliné suivi d'un plan horizontal. L'inclinaison du plan peut atteindre 60 ° et la hauteur de l'obstacle peut aller jusqu'à 19 cm alors que les roues ont un rayon de 7 cm.

## Perspectives

**Critères d'optimisation** L'utilisation d'une marge de stabilité pour l'optimisation du problème de distribution des forces provoque deux conséquences :

- les forces internes appliquées durant le franchissement sont très importantes ;
- le robot modifie sa posture continuellement afin de s'adapter aux variations du terrain

Ces phénomènes sont indésirables car ils entrainent une forte consommation énergétique. Si le robot dispose des capteurs nécessaires à un contrôle en effort, ou si on connaît avec précision l'erreur maximum au niveau des forces de contact, on peut spécifier la marge de stabilité minimum comme contrainte du problème de distribution des forces. Il devient alors possible d'utiliser un autre critère d'optimisation, tel que la minimisation de la consommation d'énergie.

**Planification** La limite principale de notre algorithme est qu'il utilise une méthode réactive. Cela provoque des moments d'arrêt dans les déplacements du robot, notamment lors des discontinuités de la géométrie du sol. Nous avons ainsi vu à la section 4.2.3, lors des simulations de franchissement d'un obstacle quelconque, que le changement d'orientation des roues posait des problèmes lorsque le robot entrait en contact avec l'obstacle. Il doit aussi attendre d'être dans une posture suffisamment stable pour pouvoir entamer le franchissement. De plus, si le robot doit descendre d'un obstacle plutôt que l'escalader, il n'y a pas de situation de double contact permettant de faire la transition. La chute devient alors inévitable. Un algorithme de planification des mouvements est donc nécessaire pour obtenir un franchissement fluide et sûr. Le robot doit alors être équipé de capteurs lui permettant de connaître la géométrie du sol à l'avance (vision, télémétrie laser).

Une méthode possible consiste à établir une carte de stabilité de l'obstacle (Fig. 5.19). Elle est obtenue en calculant l'espace de stabilité de la section 3.2.1 pour chacune des configurations de contact rencontrées durant le franchissement. On peut alors lui appliquer un algorithme de recherche de chemin pour obtenir une trajectoire stable et continue du centre de masse.

**Configuration des points de contact** Pour utiliser pleinement tout le potentiel des robots mobiles hybrides "roues-pattes", il faudrait être capable de déterminer quel est le placement idéal des roues sur le sol. Cet aspect est encore

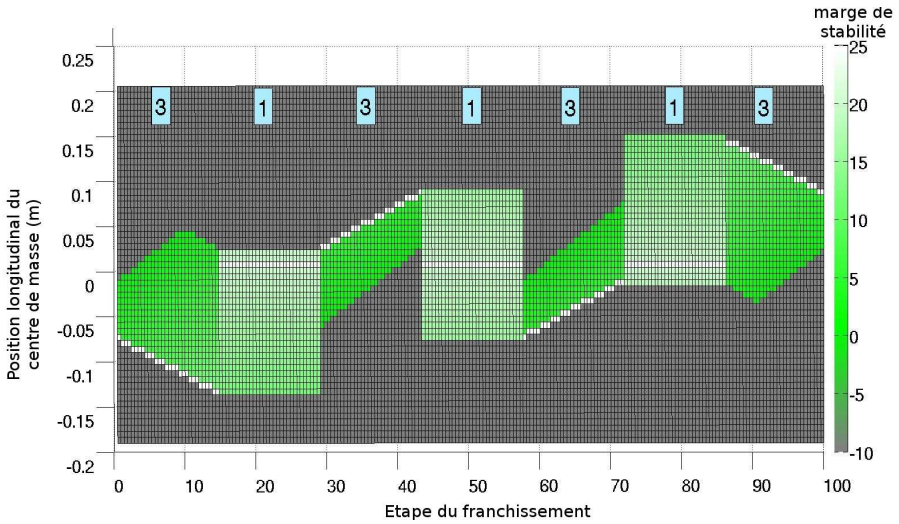


FIGURE 5.19 – Carte de stabilité pour la montée suivi de la descente d'une marche

une fois très proche d'une des problématiques de la préhension dextre. La littérature propose plusieurs méthodes permettant de choisir une prise *force closure* sur un objet, ce qui est une condition suffisante pour que le système puisse réaliser n'importe quelle tâche. Bien que la notion de *force closure* n'ait pas de sens en robotique mobile, nous avons vu à la section 3.1.1 que [Hirukawa 06] résolvait le problème en intégrant un terme de gravité au critère d'évaluation d'une configuration géométrique de contact. On peut alors utiliser des outils similaires à ceux de la préhension pour résoudre ce problème. La difficulté réside dans le fait que, là où une main peut directement saisir un objet en plaçant ses doigts aux endroits spécifiés, un robot mobile doit en permanence recalculer la "prise" pour l'adapter aux variations du terrain, et choisir de quelle manière faire la transition entre la configuration courante et la configuration désirée.

Dans le cas où l'on souhaite déterminer une configuration de contact optimale plutôt que suffisante, on peut utiliser les résultats de [Zuo 99] stipulant que le noyau de la matrice de locomotion peut être obtenu à partir de la position des points de contact, mais l'absence de convexité du problème peut rendre l'obtention d'une solution difficile.

**Applications** Bien que l'optimisation d'un critère de stabilité ne soit pas nécessaire si le système dispose de capteurs adéquats, elle permet d'évaluer les capacités d'un robot durant le franchissement. Les dimensions du robot, ses limites d'actionnement ainsi que sa structure mécanique sont autant d'éléments pouvant réduire les capacités de franchissement d'obstacles. Ainsi, on peut utiliser l'algorithme de

commande décrit dans ce rapport lors de simulations destinées à l'évaluation et à l'optimisation de structures mécaniques particulières, notamment par des algorithmes évolutionnistes.

# Bibliographie


[Abdallah 07] M. E. Abdallah & K. J. Waldron. *An optimal traction control scheme for off-road operation of robotic vehicles.* IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, vol. 12, pages 126–133, 2007.

[Abdelmalek 75] N. Abdelmalek. *Chebyshev Solution of Overdetermined Systems of Linear Equations.* BIT Numerical Mathematics, vol. 15, pages 117–129, 1975.

[Armstrong-Helouvry 94] B. Armstrong-Helouvry, P. Dupont & C. Canudas De Wit. *A survey of Models, Analysis Tools and Compensation Methods for the Control of Machines with Friction.* Automatica, vol. 30, pages 1083–1138, 1994.

[Armstrong 78] R. D. Armstrong & D. S. Kung. *A Dual method for discrete Chebychev curve fitting.* In ACM annual conference, 1978.

[Armstrong 88] B. Armstrong. *Friction : Experimental Determination, Modeling and Compensation.* In IEEE International Conference on Robotics and Automation, 1988.

[Bartel 78] R. H. Bartel, A. R. Conn & C. Charalambous. *On Cline's Direct method for solving Overdeterminated Linear Systems in the linf Sense.* SIAM Journal on Numerical Analysis, vol. 15, pages 255–270, 1978.

[Barthelemy 08] S. Barthelemy & P. Bidaud. *Stability Measure of Postural Dynamic Equilibrium.* In International Symposium of advances in robot Kinematics, 2008.

[Benamar 09] F. Benamar, P. Jarrault, P. Bidaud & C. Grand. *Analysis and optimization of obstacle clearance of articulated rovers.* In IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems, 2009.

[Besseron 08a] G. Besseron. *Contrôle de la stabilité des systèmes locomoteurs à haute mobilité évoluant sur des terrains ac-*

*cidentés*. PhD thesis, Université Pierre et Marie Curie, 2008.

[Besseron 08b] G. Besseron, C. Grand, F. Ben Amar & P. Bidaud. *Decoupled control of the high mobility robot Hylos based on a dynamic stability margin*. In IEEE International Conference on Intelligent Robots and Systems, 2008.

[Borst 04] C. Borst, M. Fischer & G. Hirzinger. *Grasp Planning : How to Choose a Suitable Task Wrench Space*. In IEEE International Conference on Robotics and Automation, pages 319–325, april 2004.

[Bouloubasis 07] A. K. Bouloubasis & G. T. McKee. *The Mobility System of the Multi-Tasking Rover (MTR)*. In IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2007.

[Brannigan 85] M. Brannigan. *Discrete Chebychev Approximation with Linear Constraints*. Journal of Numerical Analysis, vol. 22, pages 1–15, 1985.

[Buss 96] M. Buss, H. Hashimoto & J. B. Moore. *Dextrous Hand Grasping Force Optimization*. IEEE Transactions on Robotics and Automation, vol. 12, no. 3, pages 406–418, June 1996.

[Byrd 00] R.H. Byrd, J. C. Gilbert & J. Nocedal. *A Trust Region Method Based on Interior Point Techniques for Nonlinear Programming*. Mathematical programming, vol. 89, pages 149–185, 2000.

[Cheng 90] F. Cheng & D. E. Orin. *Efficient Algorithm for Optimal Force Distribution - The Compact-Dual LP Method*. IEEE Transactions on Robotics and Automation, vol. 6, pages 178–187, 1990.

[Cheng 91] F. Cheng & D. E. Orin. *Optimal force distribution in multiple-chain robotic systems*. IEEE Transaction on system, man, and cybernetics, vol. 21, pages 13–24, 1991.

[Colette 08] C. Colette, A. Micaelli & C. Andriot. *Robust Balance Optimization Control of Humanoid Robots with Multiple non Coplanar Grasps and Frictional Contacts*. In IEEE International Conferecne on Robotics and Automation, 2008.

[Dantzig 55] G.B. Dantzig, A. Orden & P. Wolfe. *Generalized Simplex Method for Minimizing a Linear Form Under Linear Inequality Restraint.* Pacific Journal of Mathematics, vol. 5, pages 183–195, 1955.

[Demmel 89] J. Demmel & G. Lafferriere. *Optimal Three Finger Grasps.* In IEEE International Conference on Robotics & Automation, 1989.

[Dutta 77] S. R. K. Dutta & M. Vidyasagar. *New algorithms for constrained minimax optimization.* Mathematical Programming, vol. 13, pages 140–155, 1977.

[Erleben 04] K. Erleben. *Stable, Robust, and Versatile Multibody Dynamics Animation.* PhD thesis, University of Copenhagen, 2004.

[Ferrari 92] C. Ferrari & J. Canny. *Planning Optimal Grasps.* In IEEE International Conference on Robotics and automation, 1992.

[Fisher 92] W. D. Fisher & M. S. Mujtaba. *Hybrid Position/Force Control : A Correct Formulation.* International Journal of Robotic Research, vol. 11, pages 299–311, 1992.

[Galvez 03] J. A. Galvez, J. Estremera & P. Gonzalez de Santo. *A new legged-robot configuration for research in force distribution.* Mechatronics, vol. 13, pages 907–932, 2003.

[Garcia 02] E. Garcia, J. Estremera & P. Gonzales de Santos. *A comparative study of stability margins for walking machines.* Robotica, vol. 20, pages 595–606, 2002.

[Gardner 91] J. F. Gardner. *Characteristics and approximations of optimal force distributions in walking machines on rough terrain.* In International conference on advanced robotics, 1991.

[Grand 04a] C. Grand. *Optimisation et commande des modes de déplacement des systèmes locomoteurs hybrides roue-patte. Application au robot Hylos.* PhD thesis, Université Pierre et Marie Curie, 2004.

[Grand 04b] C. Grand, F. Ben Amar, F. Plumet & P. Bidaud. *Stability and traction optimization of a wheel-legged robot.* International Journal of Robotics Research, vol. 23, pages 1041–1058, 2004.

[Grand 05] C. Grand, F. Ben Amar, F. Plumet & P. Bidaud. *Evaluation des modes de déplacement d'un robot à locomotion hybride roue-patte évoluant en milieux naturels.* Mécanique et Industries, vol. 6, pages 353–364, 2005.

[Grand 10] C. Grand, F. Ben Amar & F. Plumet. *Motion kinematics analysis of wheeled-legged robot over 3D surface with posture adaptation.* Mechanism and Machine Theory, vol. 45, no. 3, pages 477–495, March 2010.

[Grotzinger 12] J. P. Grotzinger & *al.* *Mars Science Laboratory Mission and Science Investigation.* Space Science Reviews, vol. 170, pages 5–56, 2012.

[Halme 03] A. Halme, I. Leppänen, J. Suomela, S. Ylönen & I. Kettunen. *Workpartner : Interactive human-like service robot for outdoor applications.* The International Journal of Robotics Research, vol. 22, pages 627 – 640, 2003.

[Han 00] L. Han, J. C. Trinkle & Zexiang Li. *Grasp Analysis as Linear Matrix Inequality Problems.* IEEE Transactions on Robotics and Automation, vol. 16, pages 663–674, 2000.

[Harrington 04] B. D. Harrington & C. Voorhees. *The Challenges of Designing the Rocker-Bogie Suspension for the Mars Exploration Rover.* In Aerospace Mechanisms Symposium, 2004.

[He 07] S. He & Y. Zhao. *A Modified Lagrangian Function Algorithm for MiniMax Problems with Inequality Constraints.* International Journal of Pure and Applied Mathematics, vol. 35, pages 277–290, 2007.

[Hirukawa 06] H. Hirukawa, S. Hattori, K. Harada, S. Kajita, K. Kaneko, F. Kanehiro, K. Fujiwara & M. Morisawa. *A Universal Stability Criterion of the Foot Contact of Legged Robots - Adios ZMP.* In IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2006.

[Hogan 84] N. Hogan. *Impedance Control : An approach to Manipulation.* In American Control Conference, 1984.

[Iagnemma 00] K. Iagnemma, A. Rzepniewski, P. Pirjanian, T. Huntsberger, P. Schenker & S. Dubowsky. *Mobile robot kinematic reconfigurability for rough terrain.* In SPIE Conference on Sensor Fusion and Decentralized Control in Robotic Systems, 2000.

[Iagnemma 03] K. Iagnemma, A. Rzepniewski & S. Dubowsky. *Control of robotic vehicles with actively articulated suspensions in rough terrain.* Autonomous robot, vol. 14, pages 5–16, 2003.

[Ji 88] Z. Ji & B. Roth. *Direct Computation of Grasping Force for Three-Finger Tip-Prehension Grasps.* Trends and Developments in robotics, vol. 15, pages 125–138, 1988.

[Jian 07] J. Jian, R. Quan & Q. Hu. *A New Superlinearly Convergent SQP Algorithm for Nonlinear Minimax Problems.* Acta Mathematicae Applicatae Sinica, vol. 23, pages 395–410, 2007.

[Kemurdjian 92] A. Kemurdjian, V. Gromov, V. Mishkiniyuk, V. Kucherenko & P. Sologub. *Small Marsokhod Configuration.* In IEEE International Conference on Robotics and Automation, 1992.

[Kerr 86] J. Kerr & B. Roth. *Analysis of Multifingered Hand.* The International Journal of Robotic Research, vol. 4, pages 3–17, 1986.

[Khalil 99] W. Khalil & E. Dombre. Modélisation, identification et commande des robots. Hermès Science Publications, 1999.

[Kirkpatrick 92] D. Kirkpatrick, B. Mishra & C. Yap. *Quantitative Steinitz's Theorems with Applications to Multifingered Grasping.* Discrete and Computational Geometry, vol. 7, pages 295–318, 1992.

[Klein 90] C. A. Klein & S. Kittivatcharapong. *Optimal force distribution for the legs of a walking machine with friction cone constraints.* IEEE Transactions on Robotics and Automation, vol. 6, pages 73 – 85, 1990.

[Lamon 05] P. Lamon & R. Siegwart. *Wheel Torque Control in Rough Terrain - Modeling and Simulation.* In IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2005.

[Lauria 02] M. Lauria, Y. Piguet & R. Siegwart. *Octopus : An autonomous wheeled climbing robot.* In International Conference on Climbing and Walking Robots, 2002.

[Li 88] Z. Li & S. S. Sastry. *Task-Oriented Optimal Grasping by Multifingered Robot Hands.* IEEE Journal of Robotics and Automation, vol. 4, pages 32–44, 1988.

[McGhee 68] R. B. McGhee & A. A. Franck. *On the Stability Properties of Quadruped Creeping Gaits.* Mathematical Bioscience, vol. 3, pages 331–351, 1968.

[Messuri 85] D. A. Messuri & C. A. Klein. *Automatic Body Regulation for Maintaining Stability of a Legged Vehicle During Rough-Terrain Locomotion.* IEEE Journal of Robotics and Automation, vol. 1, pages 132–141, 1985.

[Michaud 05] F. Michaud & *al. Multi-Modal Locomotion Robotic Platform Using Leg-Track-Wheel Articulations.* Autonomous Robots, vol. 18, pages 137–156, 2005.

[Murphy 08] R. R. Murphy, S. Tadokoro, D. Nardi, A. Jacoff, P. Fiorini, H. Choset & A. M. Erkmen. Handbook of robotics, chapitre 50 : Search and Rescue Robotics, pages 1151–1173. Springer, 2008.

[Murray 80] W. Murray & M. L. Overton. *A Projected Lagrangian Algorithm for Nonlinear MiniMax Optimization.* SIAM Journal on Scientific Computing, vol. 1, pages 345–370, 1980.

[Nagatani 11] K. Nagatani, S. Kiribayashi, T. Nishimura, Y. Hada, Y. Okada, S. Tadokoro, T. Yoshida & E. Koyanagi. *Redesign of rescue mobile robot Quince –Toward emergency response to the nuclear accidentat Fukushima Daiichi Nuclear Power Station on March 2011.* In IEEE International Symposium on Safety, Security and Rescue Robotics, 2011.

[Nagatani 12] K. Nagatani, S. Kiribayashi, Y. Okada, K. Otake & K. Yoshida. *Emergency Response to the Nuclear Accident at the Fukushima Daiichi Nuclear Power Plants using Mobile Rescue Robots.* Journal of Field Robotics, vol. 30, pages 44–63, 2012.

[Olsson 98] H. Olsson, K. J. Astrom, C. Canudas de Wit, M. Gäfvert & P. Lischinsky. *Friction Models and Friction Compensation.* European Journal of Control, vol. 4, no. 3, pages 176–195, 1998.

[Panier 91] E. R. Panier & A. L. Tits. *Avoiding the Maratos Effect by Means of a Nonmonotone Line Search I. General Constrained Problems.* Journal of Numerical Analysis, vol. 28, pages 1183–1195, 1991.

[Popovic 98] M. R. Popovic & A. A. Goldenberg. *Modeling of Friction Using Spectral Analysis*. IEEE Transactions on Robotics and Automation, vol. 14, pages 114–122, 1998.

[Quigley 09] M. Quigley, K. Conley, B. Gerkey, J. Faust, T. Foote & J. Leibs. *ROS : an open-source Robot Operating System*. In ICRA workshop on open source software, 2009.

[Raibert 81] M. H. Raibert & J. J. Craig. *Hybrid Position/Force Control of Manipulators*. Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control, vol. 102, pages 126–133, 1981.

[Robosoft 08] Robosoft. *robuROC 6 technical specifications*. "http://www.doc-center.robosoft.com/@api/deki/files/6210/=robuROC6_web1.pdf", 2008.

[Schwartz 92] J. T. Schwartz & M. Sharir. *Finding Effective "Force Targets" for Two-Dimensional, Multifinger Grips*. Algorithmica, vol. 8, pages 1–20, 1992.

[Sciavicco 00] L. Sciavicco & B. Siciliano. Modelling and control of robot manipulators. Springer, 2000.

[Seeni 10] A. Seeni, B. Schäfer & G. Hirzinger. *Robot Mobility Systems for Planetary Surface Exploration – State-of-the-Art and Future Outlook : A Literature Survey*. In Aerospace Technologies Advancements, 2010.

[Shamah 98] B. Shamah, D. Apostolopoulos, E. Rollins & W. Whittaker. *Field Validation of Nomad's Robotic Locomotion*. In Carnegie Mellon University Research Showcase, 1998.

[Siegwart 02] R. Siegwart, P. Lamon, T. Estier, M. Lauria & R. Piguet. *Innovative design for wheeled locomotion in rough terrain*. Robotics and autonomous systems, vol. 40, pages 151–162, 2002.

[Siegwart 04] R. Siegwart & I. R. Nourbakhsh. Introduction to autonomous mobile robots, chapitre 1. Introduction, pages 1–12. MIT Press, 2004.

[Sreenivasan 94] S. V. Sreenivasan & B. H. Wilcox. *Stability and Traction Control of an Actively Actuated Micro Rover*. Journal of Robotic Systems, vol. 11, pages 487–502, 1994.

[Villani 08] L. Villani & J. De Schutter. Handbook of robotics, chapitre 7. Force control, pages 161–185. Springer, 2008.

[Waiboer 05] R. Waiboer, R. Aarts & B. Jonker. *Velocity Dependence of Joint Friction in Robotic Manipulators with Gear Transmissions.* In Multibody dynamics, 2005.

[Wilcox 07] B. H. Wilcox, T. Litwin, J. Biesiadecki, J. Matthews, M. Heverly, J. Morrison, J. Townsend, N. Ahmad, A. Sirota & B. Cooper. *ATHLETE : A Cargo Handling and Manipulation Robot for the Moon.* Journal of Field Robotics, vol. 24, pages 421–434, 2007.

[Wong 01] J. Y. Wong. Theory of ground vehicles. Wiley-Interscience, 2001.

[Yoshikawa 88] T. Yoshikawa & K. Nagai. *Evaluation and determination of Grasping Forces for Multi-fingered Hands.* In IEEE Conference on Robotic and Automation, 1988.

[Yoshikawa 00] Tsuneo Yoshikawa. *Force control of robot manipulators.* In IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2000.

[Zhu 04] Z. Zhu. *An SQP Method for solving the Nonlinear Minimax Problem.* Journal of Applied Sciences, vol. 4, pages 498–507, 2004.

[Zuo 99] B. Zuo & W. Qian. *On the Equivalence of Internal and Interaction Forces in Multifingered Grasping.* IEEE Transactions on Robotics and Automation, vol. 15, pages 934–941, 1999.

# Annexe A

# Détermination de l'espace admissible pour le centre de masse

Le problème d'optimisation de posture (2.37) nécessite l'expression des contraintes délimitant l'espace atteignable par le centre du châssis. Nous les avons présentées dans la section 2.2.2 sous la forme :

$$H(\mathbf{p}) > 0 \tag{A.1}$$

Nous détaillons dans cette annexe la méthode de détermination de ces contraintes pour le modèle de robot que nous utilisons en simulation dans le chapitre 4 et pour le robot HyLoS 2.

## A.1 Robot de simulation

L'espace atteignable du centre $P$ du châssis correspond à toute les positions qu'il peut avoir selon les capacités géométriques des pattes. On étudie tout d'abord l'espace que le point $P$ peut atteindre grâce aux mouvements de chaque patte pour une position et une orientation des roues fixes.

L'altitude du châssis ne faisant pas varier la marge de stabilité dans le problème d'optimisation de posture, elle est considérée fixe. En considérant également que l'orientation du châssis est invariante, l'altitude du point d'attache $A_i$ de la $i^{\text{ème}}$ patte sur le châssis est donnée. Dans ces conditions, la structure cinématique d'une patte, décrite à la Fig 4.8, contraint le point $A_i$ à être dans un cercle horizontal. Ce cercle est déterminé par la position du point $B_i$ et par la longueur maximum $L_{max}$ entre les points $A_i$ et $B_i$. On cherche donc à déterminer l'espace atteignable dans le plan horizontal $(\mathbf{x}_0, \mathbf{y}_0)$ Étant donné que l'orientation du châssis est fixe, pour une position du point $A_i$ correspond une unique position du centre $P$ du châssis. On

peut donc obtenir l'ensemble des positions du point $P$ autorisées par les contraintes de la $i^{\text{ème}}$ patte en faisant une translation de ce cercle selon le vecteur $\overrightarrow{A_iP}$.

L'espace horizontal admissible est alors l'intersection des cercles obtenus pour les quatre pattes (Fig. A.1)

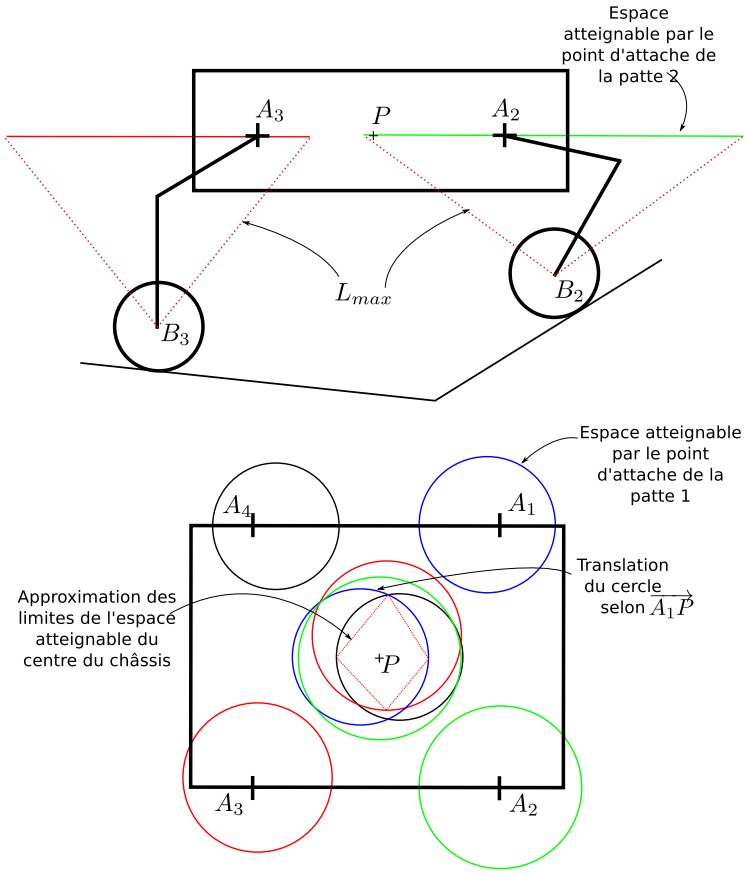


FIGURE A.1 – Espace atteignable pour le centre du châssis

Afin d'obtenir des contraintes linéaires pour le problème d'optimisation, on garde le point $P$ à l'intérieur du quadrilatère joignant les points situés aux extrémités de l'espace admissible. On entend par extrémités les points les plus éloignés selon les directions longitudinale et latérale.

## A.2 Robot HyLoS 2

Dans le cas du robot HyLoS 2, deux différences cinématiques interviennent :

– les mouvements du point $A_i$ sont limités au plan sagittal du châssis ;

– les butées articulaires ajoutent des contraintes à l'espace atteignable.

Nous étudions d'abord l'espace opérationnel des pattes en déterminant l'ensemble des positions que les centres $B_i$ des roues peuvent atteindre. Ces espaces sont ceux de 2R plan soumis à des contraintes de butées articulaires. En notant $q_{ji}^{min}$ la position minimum de la $j^{\text{ème}}$ articulation appartenant à la $i^{\text{ème}}$ patte, et $q_{ji}^{max}$ sa position maximum, on a pour chaque patte :

$$\begin{array}{l} q_{1i}^{min} \leq q_{1i} \leq q_{1i}^{max} \\ q_{2i}^{min} \leq q_{2i} \leq q_{2i}^{max} \end{array} \tag{A.2}$$

On obtient les bornes de l'espace opérationnel d'une patte en fixant successivement l'une des deux articulations à une de ses butées et en faisant varier l'autre sur toute sa course. On obtient alors un arc de cercle correspondant à une des bordures de l'espace (Fig. A.2).

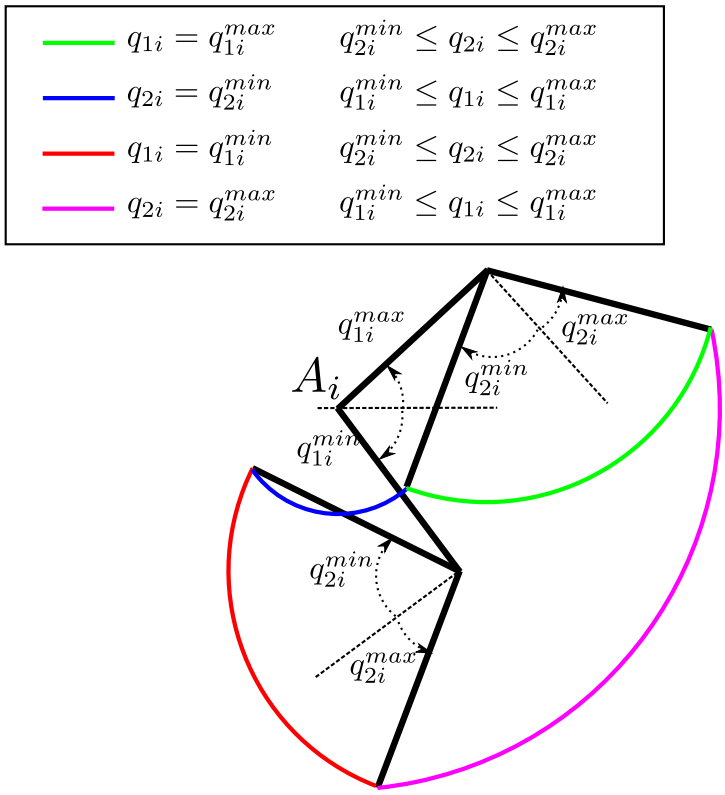


FIGURE A.2 – Espace opérationnel d'une pattes du HyLoS 2

En considérant que l'altitude du châssis ainsi que son orientation sont invariantes, la composante du vecteur $\mathbf{p}'_{ri} = \overrightarrow{A_iB_i}$ selon le vecteur vertical $\mathbf{z_0}$ est

constante. Les positions possibles du centre de la roue par rapport au point d'attache forment donc une droite dans le plan sagittal du robot que l'on écrit sous la forme $\mathrm{B}_i\mathbf{p}'_{ri} = \mathbf{a}_i$. On obtient l'ensemble des positions admissibles pour le centre de la roue en calculant les points d'intersection de cette droite avec les arcs de cercle formant les bornes de l'espace opérationnel. On remarque sur la Fig. A.2 que l'espace opérationnel n'est pas convexe, l'espace admissible du centre de la roue peut être divisé en deux parties. Si tel est le cas, on considère uniquement le segment où le centre de la roue se situe actuellement.

Finalement, les contraintes sur le vecteur $\mathbf{p}'_{ri} = \overrightarrow{A_iB_i}$ sont de la forme :

$$\begin{aligned} \mathrm{B}_i\mathbf{p}'_{ri} &= \mathbf{a}_i \\ b_i \leq \mathrm{D}_i\mathbf{p}'_{ri} &\leq c_i \end{aligned} \tag{A.3}$$

La position du centre du châssis $P$ par rapport au point de référence $R$ étant donnée dans le repère $\Re_r$ par :

$$\mathbf{p} = \overrightarrow{RP} = \overrightarrow{RB_i} + \overrightarrow{B_iA_i} + \overrightarrow{A_iP} \tag{A.4}$$

on remplace le vecteur $\overrightarrow{A_iB_i}$ dans les équations (A.3) par son expression :

$$\mathbf{p}'_{ri} = \overrightarrow{RB_i} + \overrightarrow{A_iP} - \mathbf{p} = \mathbf{d}_i - \mathbf{p} \tag{A.5}$$

Les hypothèses faites impliquent que les vecteurs $\overrightarrow{RB_i}$ et $\overrightarrow{A_iP}$ sont fixes, les contraintes provoquées par la $i^{\text{ème}}$ patte sur la position du châssis sont donc données par :

$$\begin{aligned} -\mathrm{B}_i\mathbf{p} &= \mathbf{a}_i - \mathrm{B}\mathbf{d}_i \\ b_i - \mathrm{D}_i\mathbf{d}_i \leq -\mathrm{D}_i\mathbf{p} &\leq c_i - \mathrm{D}_i\mathbf{d}_i \end{aligned} \tag{A.6}$$

On obtient l'espace admissible pour la position du châssis en regroupant les contraintes obtenues pour chaque patte.

# Publications


1. P. Jarrault, C. Grand, P. Bidaud, *Torque control of poly-articulated mobile robots during obstacle clearance*, In Robot Design, Dynamics and Control, Pages 123-132, 2012

2. P. Jarrault, C. Grand, P. Bidaud, *Robust obstacle crossing of a wheel-legged mobile robot using minimax force distribution and self-reconfiguration*, In IEEE International Conference on Robots and Intelligents Systems, Pages 2753-2758, 2011

3. P. Jarrault, C. Grand, P. Bidaud, *Obstacle crossing with the wheel-legged robot HyLoS based on a robustness criterion on the frictional contacts*, In International Conference on Climbing and Walking Robots, Pages 676-683, 2011

4. P. Jarrault, C. Grand, P. Bidaud, *Large Obstacle Clearance Using Kinematic Reconfigurability for a Rover with an Active Suspension*, In International Conference on Climbing and Walking Robots, Pages 114-121, 2010

5. F. Ben Amar, P. Jarrault, P. Bidaud, C. Grand, *Analysis and optimization of obstacle clearance of articulated rovers*, In IEEE International Conference on Robots and Intelligents Systems, Pages 4128-4133, 2009

6. F. Ben Amar, P. Jarrault, P. Bidaud, C. Grand, *Optimal actuator torques distribution of articulated rovers on rough terrain*, In International Conference on Climbing and Walking Robots, Pages 791-799, 2009

7. P. Bidaud, S. Barthélemy, P. Jarrault, D. Salle, E. Lucet, *Robudog's Design, Modeling and Control*, In International Conference on Climbing and Walking Robots, 2008

## Optimisation des capacités de franchissement des robots mobiles hybrides "roues-pattes"

Les recherches présentées dans ce rapport de thèse portent sur l'optimisation des capacités de franchissement des robots mobiles hybrides "roues pattes".

On considère qu'un robot est en mesure de franchir un obstacle s'il est capable, pour chaque configuration géométrique des contacts rencontrée durant le franchissement, d'équilibrer les actions extérieures qu'il subit tout en préservant l'adhérence des contacts. Notre approche consiste à optimiser la répartition des efforts de contact afin de maximiser un critère qualifiant la performance du franchissement. Pour cela, nous mettons à profit deux caractéristiques des robots poly-articulés. D'une part, la redondance d'actionnement permet l'application de forces internes modifiant la répartition des efforts entre les différents points de contact. D'autre part, la redondance cinématique permet de changer la position du point d'application des forces de gravité en déplaçant le centre de masse relativement à la position des contacts, modifiant ainsi l'espace des solutions au problème de distribution des forces.

Le critère utilisé qualifie la robustesse du franchissement vis-à-vis des incertitudes de la commande en efforts. Elle est choisie à partir d'une analyse comparative des différents critères utilisés dans le domaine de la préhension dextre.

L'algorithme de commande que nous développons permet le contrôle simultané des mouvements du robot et des efforts aux contact. Il est d'abord validé par une série de simulations dynamiques puis vérifié sur le prototype de robot hybride HyLoS 2. Ce robot à 4 "roues-pattes" possède 16 ddl et est en mesure de franchir un obstacle représenté par une pente de 60 ° ayant une hauteur de 19 cm alors que le rayon de ses roues est de 7 cm.

**Mots clés** Robot mobile, Franchissement, Redondance, Hybride roue-patte, Commande de posture, Commande en efforts, Frottement articulaire, Stabilité.

## Optimization of crossing capabilities for "wheel-legged" hybrid mobile robots

The research presented in this thesis report focuses on the optimization of crossing capabilities for "wheel-legged" hybrid mobile robots.

We consider that a robot is able to overcome an obstacle if he is able, for each geometric configuration of the contact points encountered during the crossing , to balance the external forces applied to it while maintaining contact adhesion. Our approach consist in using two features of poly-articulated robots in order to optimize the distribution of contact forces. Firstly, the actuation redundancy allows the application of internal forces. Secondly, the kinematic redundancy allows to change the CoM position, changing the set of possible solutions to the force distribution problem.

The criterion used for the optimization measures the contacts stability robustness relatively to uncertainties in the force control. It was chosen based on a comparative analysis of different criteria used in the field of grasping.

The resulting control algorithm allows for simultaneous control of both robot movements and contact forces. Experimental results on robot HyLoS 2 show that the algorithm allow for the crossing of an obstacle represented by a slope of 60 ° with a height of 19 cm, while the wheels radius is only 7 cm.

**Key Words** Mobile robot, Obstacle crossing, Redundancy, wheel-legged hybrid, postural control, force control, joint friction, Contact stability.