Assimilation de données images pour les fluides

2013-07-11

| Estimation de la vitesse des courants marins à partir de séquences d'images satellitaires |
|--|
| Sébastien Beyou |
| Invia Resset - Britages Atlastique |
| 12 juillet 2013 |
| |

Estimation de la vitesse des courants marins à partir de séquences d'images satellitaires

Sébastien Beyou

Inria Rennes – Bretagne Atlantique

12 juillet 2013



• transition : illustration du problème

Sébastien Beyou

Illustration

Contexte : illustration

Assimilation de données images pour les fluides

objectif final

2013-07-11

- images une fois par jour
- température de surface MetOp AVHRR
- données manquantes
- assimilation de données : reconstruction du phénomène à partir d'un modèle+observations

ontexte : illustration

 \rightarrow objectif : gain en connaissance du phénomène, par ex en météo : meilleure initialisation

transition : expérience synthétique

Contexte : illustration

Assimilation d'images représentant des phénomènes fluides

Illustration

Assimilation de données images pour les fluides

Contexte : illustration

Assimilation d'images représentant des phénomènes fluides

- expérience synthétique : créée par simulation
- 2D incompressible

2013-07-11

 déplacement d'un traceur passif (pas d'influence sur le mouvement du fluide)

3/43

• transition : problème du filtrage

Assimilation de données : filtrage stochastique

Assimilation de données

Assimilation de données images pour les fluides

- 11 └─Contexte Contexte Assimila Eloc Contexte Assimila Assi
 - Assimilation de données
 - Assimilation de données : filtrage stochastique

Assimilation de données : filtrage stochastique

- \bullet Estimation du processus stochastique $(\mathbf{x}_k)_{k\geq 0}$ à partir des observations $(\mathbf{y}_k)_{k\geq 1}$
- Modèle : , Temps continu : $d\mathbf{x}_{i} = \mathcal{M}(\mathbf{x}_{i})dt + \mathbf{Q}_{i}dB_{i}$, Temps discret : $\mathbf{x}_{h} = \mathcal{M}(\mathbf{x}_{h-1}) + \mathbf{Q}_{h}w_{h}$

o Observations : $\mathbf{y}_k = \mathcal{N}(\mathcal{H}(\mathbf{x}_k), \mathbf{R}_k)$

- Estimation du processus stochastique (x_k)_{k≥0}
 à partir des observations (y_k)_{k>1}
- Modèle :

4/43

- Temps continu : $d\mathbf{x}_t = \mathcal{M}(\mathbf{x}_t)dt + \mathbf{Q}_t dB_t$
- Temps discret : $\mathbf{x}_k = \mathcal{M}(\mathbf{x}_{k-1}) + \mathbf{Q}_k w_k$
- Observations : $\mathbf{y}_k = \mathcal{N}(\mathcal{H}(\mathbf{x}_k), \mathbf{R}_k)$

- Cadre du filtrage stochastique : processus, modèle, obs
- insister : le résultat cherché est un processus stochastique, i.e. une famille de v.a.



transition : deux types de résolution, 1re : variationnelle



Assimilation de données

Assimilation de données : approche variationnelle

k

Assimilation de données images pour les fluides

Contexte

2013-07-11

- Assimilation de données
 - -Assimilation de données : approche variationnelle



état prédit (vorticité) (**x**k)_k≥0



k-1

observation (traceur passif) (yk)k≥1





Sébastien Beyou Assimilation de données images pour les fluides



Assimilation de données : approche variationnelle

Assimilation de données

Assimilation de données images pour les fluides

Contexte

2013-07-11

- Assimilation de données
 - -Assimilation de données : approche variationnelle





observation (traceur passif) (yk)k≥1



5/43

Sébastien Beyou

k

k-1



Assimilation de données

Assimilation de données : approche variationnelle

Assimilation de données images pour les fluides

Contexte

2013-07-11

- Assimilation de données
 - -Assimilation de données : approche variationnelle





observation (traceur passif) (yk)k≥1

k-1



5/43

Sébastien Beyou

k



Assimilation de données

Assimilation de données : approche variationnelle

Assimilation de données images pour les fluides

Contexte

2013-07-11

- Assimilation de données
 - -Assimilation de données : approche variationnelle





observation (traceur passif) (yk)k≥1

k-1



5/43

Sébastien Beyou

k



Assimilation de données : approche variationnelle

Assimilation de données images pour les fluides

└── Contexte

2013-07-11

- Assimilation de données
 - Assimilation de données : approche variationnelle





5/43

Contexte

Assimilation de données

Assimilation de données : approche variationnelle

Assimilation de données images pour les fluides

Contexte

2013-07-11

- Assimilation de données
 - -Assimilation de données : approche variationnelle





5/43

Assimilation de données : approche variationnelle

Sur une fenêtre temporelle [0, T] :

- Calcul de l'ébauche $\mathbf{x}_{k\cdot k+T}^{\mathrm{b}}$
- Assimilation : minimisation au sens des moindres carrés :

$$\mathbf{x}_{k:k+T}^{a} = \underset{\mathbf{x}_{k:k+T}}{\operatorname{argmin}} \underbrace{\sum_{j=0}^{T} \|\mathbf{y}_{k+j} - \mathbf{H}(\mathbf{x}_{k+j})\|_{\mathbf{R}_{k+j}}^{2} + \|\mathbf{x}_{k} - \mathbf{x}_{k}^{b}\|_{\mathbf{B}_{k}}^{2}}_{J(\mathbf{x}_{k:k+T})}$$

Assimilation de données

(Le Dimet et Talagrand, 1986)

2013-07-11 Contexte Assimilation de données -Assimilation de données : approche variationnelle

Assimilation de données images pour les fluides

- ilation de données : approche variationnell Sur une fenêtre temporelle [0, 7] · Assimilation : minimisation au sens des moindres carrés
 - $\mathbf{x}_{k:k+T}^{a} = \operatorname{argmin} \sum \|\mathbf{y}_{k+j} \mathbf{H}(\mathbf{x}_{k+j})\|_{\mathbf{R}_{k+1}}^{2} + \|\mathbf{x}_{k} \mathbf{x}_{k}^{b}\|_{\mathbf{R}_{k}}^{2}$

(Le Dimet et Talagrand, 1985)

- modèle non-linéaire gaussien, obs non-linéaire gaussienne
- 4D-Var, utilisé opérationnellement dans plusieurs instituts météo

transition : 2e type de résolution du filtrage : séquentiel, linéaire-gaussien d'abord





Assimilation de données

Assimilation de données : approche séquentielle

k

Assimilation de données images pour les fluides

Contexte

2013-07-11

- Assimilation de données
 - -Assimilation de données : approche séquentielle



état prédit (vorticité) (x^f_k)_{k≥0}



k-1

observation (traceur passif) (yk)k≥1





Sébastien Beyou

Assimilation de données images pour les fluides



Assimilation de données : approche séquentielle

k

Assimilation de données

Assimilation de données images pour les fluides

Contexte

2013-07-11

- Assimilation de données
 - -Assimilation de données : approche séquentielle





observation (traceur passif) (yk)k≥1



7/43

k-1

Sébastien Beyou Assimilation de données images pour les fluides



Assimilation de données : approche séquentielle

Assimilation de données

k+2

Assimilation de données images pour les fluides

Contexte

2013-07-11

- Assimilation de données
 - -Assimilation de données : approche séquentielle





7/43



Assimilation de données : approche séquentielle

Assimilation de données images pour les fluides

└── Contexte

2013-07-11

- Assimilation de données
 - Assimilation de données : approche séquentielle







Assimilation de données : approche séquentielle

Assimilation de données images pour les fluides

└── Contexte

2013-07-11

- Assimilation de données
 - Assimilation de données : approche séquentielle







Assimilation de données : approche séquentielle

Assimilation de données images pour les fluides

└─ Contexte

2013-07-11

- Assimilation de données
 - Assimilation de données : approche séquentielle





Illustration Assimilation de données

Assimilation de données : approche séquentielle

Assimilation de données images pour les fluides

└── Contexte

2013-07-11

- Assimilation de données
 - Assimilation de données : approche séquentielle





7/43



Assimilation de données : approche séquentielle

Illustration Assimilation de données Assimilation de données images pour les fluides

└─ Contexte

2013-07-11

- Assimilation de données
 - Assimilation de données : approche séquentielle

Assimilation de données : approche séquentielle

Filtre bayésien optimal :

 $\rho(\mathbf{x}_{0:k}|\mathbf{y}_{1:k}) \sim \rho(\mathbf{y}_k|\mathbf{x}_k)\rho(\mathbf{x}_k|\mathbf{x}_{k-1})\rho(\mathbf{x}_{0:k-1}|\mathbf{y}_{1:k-1})$

Filtre bayésien optimal :

 $p(\mathbf{x}_{0:k}|\mathbf{y}_{1:k}) \sim p(\mathbf{y}_k|\mathbf{x}_k)p(\mathbf{x}_k|\mathbf{x}_{k-1})p(\mathbf{x}_{0:k-1}|\mathbf{y}_{1:k-1})$

• transition : linéaire-gaussien

Illustration Assimilation de données

Assimilation de données : approche séquentielle

• Cas linéaire-gaussien : équations de Kalman

(Kalman, 1960)

Prédiction
$$\begin{cases} \mu_k^{\rm f} = \mathbf{M}_k \mu_{k-1}^{\rm a} \\ \mathbf{P}_k^{\rm f} = \mathbf{M}_k \mathbf{P}_{k-1}^{\rm a} \mathbf{M}_k^{\rm T} + \mathbf{Q}_k \end{cases}$$

Analyse
$$\begin{cases} \mathbf{K}_{k} = \mathbf{P}_{k}^{\mathrm{f}} \mathbf{H}^{\mathsf{T}} (\mathbf{H} \mathbf{P}_{k}^{\mathrm{f}} \mathbf{H}^{\mathsf{T}} + \mathbf{R})^{-} \\ \mathbf{x}_{k}^{\mathrm{a}} = \mu_{k}^{\mathrm{f}} + \mathbf{K}_{k} (\mathbf{y}_{k} - \mathbf{H} \mu_{k}^{\mathrm{f}}) \\ \mathbf{P}_{k}^{\mathrm{a}} = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_{k} \mathbf{H}) \mathbf{P}_{k}^{\mathrm{f}} \end{cases}$$

• Cas linéaire-gaussien-grande dimension : <u>EnKF</u> (Evensen, 1994, 2003) \rightarrow approximation par un ensemble de *N* particules :

$$\mathbf{x}_{k} = [\mathbf{x}_{k}^{(1)}, \dots, \mathbf{x}_{k}^{(N)}]$$
$$\mu_{k} \approx \frac{1}{N} \mathbf{x}_{k} \mathbf{1}_{N} \quad \text{et} \quad \mathbf{P}_{k} \approx \frac{1}{N-1} \mathbf{x}_{k} \mathbf{x}_{k}^{T}$$

Sébastien Bevou

Assimilation de données images pour les fluides

Assimilation de données images pour les fluides

└─_ Contexte

07-11

2013-(

- Assimilation de données
 - Assimilation de données : approche séquentielle

Introd with a subscription of subscription in the subscription of the subscription of

- approche séquentielle : cas modèle linéaire-opérateur d'obs linéaire-densités gaussiennes
- deux étapes
- matrices de covariance : pas possible en grande dimension (calcul et stockage) : approximation
- EnKF : +échantillonnage de l'obs $y_k + \varepsilon_{k,i}$

transition : ETKF



Assimilation de données : approche séquentielle

- Cas linéaire-gaussien : équations de Kalman
- Cas linéaire-gaussien-grande dimension : <u>EnKF</u>
 → approximation par un ensemble de N particules :

$$\mathbf{x}_k = [\mathbf{x}_k^{(1)}, \dots, \mathbf{x}_k^{(N)}]$$

 $\mu_k pprox \frac{1}{N} \mathbf{x}_k \mathbf{1}_N$ et $\mathbf{P}_k pprox \frac{1}{N-1} \mathbf{x}_k \mathbf{x}_k^T$

• Variante de l'EnKF : ETKF

(Tippett et al., 2003)

- \rightarrow étape d'analyse déterministe
- \rightarrow famille des filtres « racine carrée »

Assimilation de données images pour les fluides

└── Contexte

2013-07-1

- Assimilation de données
 - Assimilation de données : approche séquentielle

Assimilation de données : approche séquentielle

 ◆ Cas linéaire-gaussien : équations de Kalman
 ◆ Cas linéaire-gaussien-grande dimension : <u>EnKE</u> → approximation par un ensemble de N particules :

$$\begin{split} \mathbf{x}_k = [\mathbf{x}_k^{(1)}, \dots, \mathbf{x}_k^{(N)}] \\ \mu_k \approx \frac{1}{N} \mathbf{x}_k \mathbf{1}_N \quad \text{et} \quad \mathbf{P}_k \approx \frac{1}{N-1} \mathbf{x}_k \mathbf{x}_k^{\top} \end{split}$$

Variante de l'EnKF : <u>ETKF</u> (Topers et al., 2003)
 → étape d'analyse déterministe
 → famille des filtres « racine carrée »

ETKF : analyse déterministe
 → s'affranchir de l'échantillonnage

 transition : filtre particulaire : plus général, mais même approche avec des particules

Algorithme Illustration Équations générales Filtre de Kalman d'ensemble pondéré (WEnKF) Assimilation de données images pour les fluides

Filtres particulaires

2013-07-11

└─Filtres particulaires

Filtres particulaires

Filtres particulaires

Filtres particulaires

Filtres particulaires

Algorithme Illustration Équations générales Filtre de Kalman d'ensemble pondéré (WEnKF)

Filtres particulaires : algorithme

Représentation des états par un système de particules pondérées :

$$\widehat{p}(\mathbf{x}_k|\mathbf{y}_{1:k}) = \sum_{i=1}^N w_k^{(i)} \,\delta_{\mathbf{x}_k^{(i)}}$$

À chaque observation, deux ou trois étapes :

- proposition : déplacement de chaque particule selon la loi de proposition π
- pondération : calcul de la vraisemblance de chaque particule au regard des observations
- rééchantillonnage : duplication des particules les plus vraisemblables

Assimilation de données images pour les fluides

Filtres particulaires : algorithme

Représentation des états par un système de particules pondérées

$$\hat{p}(\mathbf{x}_{k}|\mathbf{y}_{1:k}) = \sum_{i=1}^{N} w_{k}^{(i)} \delta_{\mathbf{x}_{i}^{i}}$$

À chaque observation, deux ou trois stapes : proposition : déplacement de chaque particule selon la loi de proposition : o pontérazion : calcul de la vraisemblance de chaque particule au regard des deservations or réchantitionnage : deplaction des particules les plus vraisemblaties

• **x**_t : distributions de proposition et a posteriori

• transition : illustration filtre particulaire

Algorithme Illustration Équations générales Filtre de Kalman d'ensemble pondéré (WEnKF)

Filtres particulaires : illustration

Assimilation de données images pour les fluides

- Filtres particulaires
- Illustration

2013-07-11

Filtres particulaires : illustration





Algorithme Illustration Équations générales Filtre de Kalman d'ensemble pondéré (WEnKF)

Filtres particulaires : équations générales

Assimilation de données images pour les fluides Filtres particulaires Équations générales Filtres particulaires : équations générales

Fitnes particulaires : équations générales (contra e.s., 188) a proposition: $\kappa_n^{(2)} \sim \pi(\kappa_n^{(2)}(m_{n-1}^{(2)}, y_{1,1}) + 1 \dots N)$ a genération: $w_1^{(2)} \sim w_1^{(2)}(m_{n-1}^{(2)}(m_{n-1}^{(2)}, y_{n-1})) = 1 \dots N$ a félometingen N ministration en anticologie and the N ministration of the solution of the

(Gordon et al., 1993)

1 proposition :

$$\mathbf{x}_k^{(i)} \sim \pi(\mathbf{x}_k | \mathbf{x}_{0:k-1}^{(i)}, \mathbf{y}_{1:k}), \ i = 1 \dots N$$

2 pondération :

$$w_k^{(i)} = w_{k-1}^{(i)} \frac{p(\mathbf{y}_k | \mathbf{x}_k^{(i)}) \, p(\mathbf{x}_k^{(i)} | \mathbf{x}_{k-1}^{(i)})}{\pi(\mathbf{x}_k^{(i)} | \mathbf{x}_{0:k-1}^{(i)}, \mathbf{y}_{1:k})}, \, i = 1 \dots N$$

Algorithme Illustration Équations générales Filtre de Kalman d'ensemble pondéré (WEnKF

Filtres particulaires : exemple du filtre bootstrap

Assimilation de données images pour les fluides Filtres particulaires Équations générales Filtres particulaires : exemple du filtre bootstrap

iltres particulaires : exemple du filtre bootstrag

 $\mathbf{x}_{k}^{(i)} \sim p(\mathbf{x}_{k} | \mathbf{x}_{k-1}^{(i)}), i = 1...N$

 $w_k^{(i)} = w_{k-1}^{(i)} p(\mathbf{y}_k | \mathbf{x}_k^{(i)}), i = 1 \dots N$ **9** rééchantilenseites indices des nouvelles particules tirés selon une loi multinomiale : les nouvelles poids sont tous 1/N

(Gordon et al., 1993)

proposition

pondération

(Gordon et al., 1993)

proposition :

$$\mathbf{x}_k^{(i)} \sim p(\mathbf{x}_k | \mathbf{x}_{k-1}^{(i)}), \ i = 1 \dots N$$

2 pondération :

 $w_k^{(i)} = w_{k-1}^{(i)} p(\mathbf{y}_k | \mathbf{x}_k^{(i)}), \ i = 1 \dots N$

Algorithme Illustration Équations générales Filtre de Kalman d'ensemble pondéré (WEnKF)

Filtres particulaires : filtre de Kalman d'ensemble pondéré

Assimilation de données images pour les fluides

Filtres particulaires

2013-07-11

- Filtre de Kalman d'ensemble pondéré (WEnKF)
 - Filtres particulaires : filtre de Kalman d'ensemble pondéré

Filtres particulaires : filtre de Kalman d'ensemble pondéré

 $\label{eq:production} \begin{array}{c} (\text{Payatakis is } zk, 2010) \\ \hline \textbf{y} \quad \text{proposition par EnKF} (ETKF): \\ & \textbf{x}_k^{1(2)} \sim p(\textbf{x}_k|\textbf{x}_k^{(1)}|), i=1 \ldots N \\ & \textbf{x}_k = [\textbf{x}_k^{(1)}, \ldots, \textbf{x}_k^{(D)}] = \mu^a \textbf{1}_N^c + \textbf{x}_k^c \textbf{A}_k \\ \hline \textbf{y} \quad \text{pondivation}: \end{array}$

 $w_k^{(i)} = w_{k-1}^{(i)} \rho(\mathbf{y}_k | \mathbf{x}_k^{(i)}), i = 1 \dots N$

 $\label{eq:product} \begin{array}{c} \frac{rééchantillonnage}{1} : N \mbox{ indices des nouvelles particules très selon} \\ \hline \\ \frac{rééchantillonnage}{1} : les nouveaux poids sont tous 1/N \end{array}$

(Papadakis et al., 2010)

proposition par EnKF/ETKF :

$$\begin{split} \mathbf{x}_{k}^{\mathrm{f},(i)} &\sim p(\mathbf{x}_{k} | \mathbf{x}_{k-1}^{(i)}), \ i = 1 \dots N\\ \mathbf{x}_{k} &= [\mathbf{x}_{k}^{(1)}, \dots, \mathbf{x}_{k}^{(N)}] = \mu^{\mathrm{a}} \mathbf{1}_{N}^{\mathrm{T}} + \mathbf{x}_{k}^{\mathrm{f}'} \mathbf{A}_{k} \end{split}$$

2 pondération :

 $w_k^{(i)} = w_{k-1}^{(i)} p(\mathbf{y}_k | \mathbf{x}_k^{(i)}), \ i = 1 \dots N$

Modèle et bruit dynamiques Opérateurs d'observation Assimilation multi-échelles Autres comparaisons Expérimentation réaliste en mer d'Iroise

Application aux fluides

Assimilation de données images pour les fluides

Application aux fluides

2013-07-11

Application aux fluides

Application aux fluides

Application au filtrage de mouvements fluides à partir d'images

Application au filtrage de mouvements fluides à partir d'images

Modèle et bruit dynamiques Opérateurs d'observation Assimilation multi-échelles Autres comparaisons Expérimentation réaliste en mer d'Iroise

Application aux fluides

Assimilation de données images pour les fluides

└─Application aux fluides

Application aux fluides

Modèle et bruit dynamiques
 Opérateurs d'observation
 Assimilation multi-échelles
 Expérimentation réaliste en mer d'Iroise

présenter le plan

2013-07-11

- Modèle et bruit dynamiques
- Opérateurs d'observation
- Assimilation multi-échelles
- Expérimentation réaliste en mer d'Iroise

transition : RMSE

Modèle et bruit dynamiques Opérateurs d'observation Assimilation multi-échelles Autres comparaisons Expérimentation réaliste en mer d'Iroi

Modèle dynamique

Assimilation de données images pour les fluides Application aux fluides Modèle et bruit dynamiques

└──Modèle dynamique

2013-07-11

Modèle dynamique

Modèle vorticité-vitesse : → transport de la vorticité ξ_{χ} → obtantion de la vitesse v_g par résolution d'une équation de Poisson dans l'espace de Fourier

 $\partial_t \xi_t + \mathbf{v}_t \cdot \nabla \xi_t = \nu \Delta \xi_t$

- modèle continu déterministe
- transport et diffusion de la vorticité

Modèle vorticité-vitesse :

 \rightarrow transport de la vorticité ξ_t

 \rightarrow obtention de la vitesse \mathbf{v}_t par résolution d'une équation de Poisson dans l'espace de Fourier

 $\partial_t \xi_t + \mathbf{v}_t \cdot \nabla \xi_t = \nu \Delta \xi_t$

Modèle et bruit dynamiques Opérateurs d'observation Assimilation multi-échelles Autres comparaisons Expérimentation réaliste en mer d'Irois

Bruit dynamique

Deux façons d'appliquer le bruit dynamique :

- physique déterministe
- physique stochastique

Deux formes spatiales de bruit dynamique :

- bruit à covariance décroissante
- Ø bruit autosimilaire

Assimilation de données images pour les fluides Application aux fluides Modèle et bruit dynamiques Bruit dynamique

2013-07-11

Bruit dynamique

Deux façons d'appliquer le bruit dynamique physique déterministe physique stochastique

Deux formes spatiales de bruit dynamique p bruit à covariance décroissante p bruit autosimilaire

Modèle et bruit dynamiques Opérateurs d'observation Assimilation multi-échelles Autres comparaisons Expérimentation réaliste en mer d'Irc

Bruit dynamique : application du bruit

Deux façons d'appliquer le bruit dynamique :

- physique déterministe : calcul déterministe par le modèle suivi d'une perturbation
- **②** physique stochastique : schéma d'Euler-Maruyama
 → introduction d'une petite perturbation à chaque temps dynamique

$$\partial_t \xi_t + \mathbf{v}_t \cdot \nabla \xi_t = \nu \Delta \xi_t + \sigma dB_t$$

Assimilation de données images pour les fluides

Application aux fluides

2013-07-11

- └──Modèle et bruit dynamiques
 - Bruit dynamique : application du bruit

Bruit dynamique : application du bruit

Deux façom d'appliquer le bruit dynamique :) Physique diterministe : calcul diterministe par le modèle suivi d'une perturbation) Physique stochastique : schéma d'Euler-Maruyana – introduction d'une pette perturbation à c'haque temps dynamique $\partial_t c'_n + v_n \cdot \nabla_{c'_n} = \nu \Delta_{c'_n} + \sigma dB_c$

- déterministe : on part de la position initiale de la particule; modèle; perturbation
- schéma d'Euler-Maruyama : on part de la position initiale de la particule; modèle où une petite perturbation est appliquée à chaque itération

Modèle et bruit dynamiques Opérateurs d'observation Assimilation multi-échelles Autres comparaisons Expérimentation réaliste en mer d'Iro

Bruit dynamique : application du bruit

Deux formes spatiales de bruit dynamique :

bruit à covariance décroissante

(Evensen, 2003)

$$\hat{q}(x_n, y_m) = \sum_{l=0}^{N-1} \sum_{p=0}^{M-1} \hat{q}(\kappa_l, \gamma_p) e^{i(\kappa_l x_n + \gamma_p y_m)} \Delta k$$
$$\hat{q}(\kappa_l, \gamma_p) = \frac{c}{\sqrt{\Delta k}} e^{-\left(\frac{\kappa_l}{\sigma_1}\right)^2 - \left(\frac{\gamma_p}{\sigma_2}\right)^2} e^{2\pi i \phi_{l,p}}$$
$$\phi_{l,p} \sim \mathcal{U}(0, 1)$$

Ø bruit autosimilaire

Assimilation de données images pour les fluides Application aux fluides Modèle et bruit dynamiques Bruit dynamique : application du bruit

Bruit dynamique : application du bruit

Due transmissions spatialize de fairé dynamission :
(2) Inité à l'encentration destructures :

$$\begin{cases}
q(u_{11}, y_{12}) = \sum_{l=0}^{l} \sum_{j=0}^{l} q(u_{11}, y_{j}) e^{i(u_{11}, y_{12})} \\
q(u_{11}, y_{21}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{i}{2}} q^{-\frac{i}{2}} (\frac{1}{\sqrt{2}})^{-\frac{i}{2}} e^{i(u_{11}, y_{12})} \\
q(u_{11}, y_{21}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{i}{2}} q^{-\frac{i}{2}} (\frac{1}{\sqrt{2}})^{-\frac{i}{2}} e^{i(u_{11}, y_{12})} \\
q(u_{11}, y_{21}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{i}{2}} q^{-\frac{i}{2}} q^{$$

- bruit spécifié pour obtenir une covariance décroissante
- longueur de décorrélation paramétrable
- bruit non-gaussien

Modèle et bruit dynamiques

Bruit dynamique : application du bruit

Deux formes spatiales de bruit dynamique :

1 bruit à covariance décroissante

2 bruit autosimilaire

$$\begin{cases} \forall \mathbf{x} \in \mathbb{R}^{d}, \ d\mathbf{Y}_{t}(\mathbf{x}) = \psi * d\mathbf{B}_{t}(\mathbf{x}) \in \mathbb{R}^{d} \\ \psi(\mathbf{x}) = \|\mathbf{x}\|^{\alpha/2} * \phi_{\kappa,\epsilon}(\mathbf{x}) \\ d\mathbf{Z}_{t} = d\mathbf{Y}_{t} - \nabla G * \operatorname{div} (d\mathbf{Y}_{t}) \\ = \underbrace{(\delta - \mathbf{H}(G))}_{\mathcal{P}_{d}} * d\mathbf{Y}_{t} \end{cases}$$

Assimilation de données images pour les fluides 2013-07-11 Application aux fluides Modèle et bruit dynamiques

ruit dynamique : application du bruit Deux formes spatiales de bruit dynamique bruit à covariance décroissante bruit autosimilaire $\forall x \in \mathbb{R}^d$, $d\mathbf{Y}_t(x) = \psi * d\mathbf{B}_t(x) \in \mathbb{R}^d$ $\psi(\mathbf{x}) = \|\mathbf{x}\|^{\alpha/2} * \phi_{\mathbf{x},\mathbf{x}}(\mathbf{x})$ $d\mathbf{Z}_{r} = d\mathbf{Y}_{r} - \nabla G + div(d\mathbf{Y}_{r})$ $= (\delta - H(G)) * dY_t$

- bruit spécifié dans Fourier : bruit gaussien avec un spectre en loi de puissance dans une gamme d'échelles donnée
- objectif : mimer une cascade énergétique turbulente
- gamme d'échelles : grande et petite échelle

Bruit dynamique : application du bruit

Bruit dynamique : spectres



Evensen 2003



Modèle et bruit dynamiques

Spectres

Assimilation de données images pour les fluides Application aux fluides

Modèle et bruit dynamiques

2013-07-11

Bruit dynamique : spectres



- exemples de réalisation + spectres
- spectre AS : pente et gamme d'échelles spécifiées
- spectre AS : possibilité de combiner plusieurs bruits AS sur des gammes différentes

• transition : rappel du scénario, erreur, résultats

Autosimilaire

24/43

Aparté : séquence de test

Modèle et bruit dynamiques

Assimilation de données images pour les fluides 2013-07-11 Application aux fluides Modèle et bruit dynamiques

-Aparté : séquence de test



- modèle : 2D incompressible, déterministe, code spectral, forçage inconnu
- notre modèle est spatial (advection), forçage différent, mais résolution à la même échelle
- introduire la RMSE
- mentionner : autre comparaison à la fin : en échelle

Mesure d'erreur principale : erreur quadratique moyenne à partir de la vérité ξ_{t}^{true}

$$RMSE(\hat{\xi}_t) = \sqrt{\sum_{i=1}^n (\hat{\xi}_{t,i} - \xi_{t,i}^{\text{true}})^2}$$

transition : exemple de résultat

Modèle et bruit dynamiques Opérateurs d'observation Assimilation multi-échelles Autres comparaisons Expérimentation réaliste en mer d'Iroise

Bruit dynamique : résultat

Assimilation de données images pour les fluides

└─Application aux fluides

2013-07-11

- Modèle et bruit dynamiques
 - Bruit dynamique : résultat



Modèle et bruit dynamiques

Bruit dynamique : résultats



FIGURE: Comparaison des bruits micro (physique stochastique, pointillés) et macro (physique déterministe, traits pleins) pour différents bruits dynamiques.

Assimilation de données images pour les fluides 2013-07-11 Application aux fluides Modèle et bruit dynamiques

Bruit dynamique : résultats



- bruit micro = physique stochastique; macro=physique déterministe
- ici, physique déterministe plus adaptée
- ici, différentes expériences modifiant la petite échelle du bruit dynamique

Modèle et bruit dynamiques Opérateurs d'observation Assimilation multi-échelles Autres comparaisons Expérimentation réaliste en mer d'Iroise

Bruit dynamique : résultats



FIGURE: Comparaison des bruits d'Evensen et autosimilaire avec 50 particules (gauche) et 400 particules (droite).

Assimilation de données images pour les fluides

Application aux fluides

2013-07-11

- Modèle et bruit dynamiques
 - Bruit dynamique : résultats



 comparaison EV/AS : AS systématique en-dessous, en petit et grand nombre de particules

Modèle et bruit dynamiques Opérateurs d'observation Assimilation multi-échelles Autres comparaisons Expérimentation réaliste en mer d'Iroise

Opérateurs d'observation

Assimilation de données images pour les fluides Application aux fluides Opérateurs d'observation Opérateurs d'observation

Opérateurs d'observation

hypothèse de base : conservation de la luminance :

 $\forall x, \frac{dl_t(x)}{dt} = \partial_t I_t(x) + \mathbf{v}_t \cdot \nabla I_t(x) = 0$

 ajout d'une contrainte supplémentaire :
 g'résolution locale : méthode de Lucas-Kanade et méthodes de corrélations
 g'ontrainte globale : méthodes de Horn et Schunk

• hypothèse de base : conservation de la luminance :

$$orall \mathbf{x}, \quad rac{dI_t(\mathbf{x})}{dt} = \partial_t I_t(\mathbf{x}) + \mathbf{v}_t \cdot \nabla I_t(\mathbf{x}) = 0$$

- ajout d'une contrainte supplémentaire :
 - résolution locale : méthode de Lucas-Kanade et méthodes de corrélations
 - 2 contrainte globale : méthodes de Horn et Schunk

Modèle et bruit dynamiques Opérateurs d'observation Assimilation multi-échelles Autres comparaisons Expérimentation réaliste en mer d'Iroise

Opérateurs d'observation

Deux alternatives testées :

- Estimation de mouvement par flot optique
- Recalage direct des images

Assimilation de données images pour les fluides Application aux fluides Opérateurs d'observation Opérateurs d'observation

2013-07-11

Opérateurs d'observation

Opérateurs d'observation

Opérateurs d'observation

Assimilation de données images pour les fluides 2013-07-11 Application aux fluides Opérateurs d'observation

Opérateurs d'observation

Opérateurs d'observation

Deux alternatives testées · Estimation de mouvement par flot optiqu · Flot optique de Lucas-Kanade stochastique (Corosti et Miesis, 2011) Estimation de l'incertitude associée au mouvement estimé · Recalage direct des images

Deux alternatives testées :

- Estimation de mouvement par flot optique
 - Flot optique de Lucas-Kanade stochastique (Corpetti et Mémin, 2011)
 - Estimation de l'incertitude associée au mouvement estimé
 - Estimation multi-échelles
- Recalage direct des images

Modèle et bruit dynamiques Opérateurs d'observation Assimilation multi-échelles Autres comparaisons Expérimentation réaliste en mer d'Iroise

Opérateurs d'observation

Deux alternatives testées :

- Estimation de mouvement par flot optique
- Recalage direct des images
 - sous l'hypothèse de conservation de la luminance

 $I(\mathbf{x} + d(\mathbf{x}), t + \Delta t) - I(\mathbf{x}, t) = 0$

 $\min_{d(\mathbf{x})} I(\mathbf{x} + d(\mathbf{x}), t + \Delta t) - I(\mathbf{x}, t)$

• pas de méthode intermédiaire

Assimilation de données images pour les fluides Application aux fluides Opérateurs d'observation Opérateurs d'observation

Opérateurs d'observation

Deux alternatives testées : • Estimation de mouvement par flot optique • Recalage direct des images

sous l'hypothèse de conservation de la luminance

 $I(\mathbf{x}+d(\mathbf{x}),t+\Delta t)-I(\mathbf{x},t)=0$

, l'assimilation cherchera le déplacement d(x) qui minimise la différence entre l'image et l'image recalée

 $\min_{d(x)} l(x + d(x), t + \Delta t) - l(x, t)$

, pas de méthode intermédiaire

Assimilation multi-échelles

Assimilation multi-échelles

Assimilation de données images pour les fluides 2013-07-11 Application aux fluides Assimilation multi-échelles

Assimilation multi-échelles

imilation multi-échelles

· Estimation incrémentale des échelles à chaque temps d'assimilation · Après l'assimilation à la première échelle : assimilation de l'anomalie en s'appuvant sur l'image recalés

- Estimation incrémentale des échelles à chaque temps d'assimilation
- Après l'assimilation à la première échelle : assimilation de l'anomalie en s'appuyant sur l'image recalée

(Beyou et al., NMTMA, 2013)

Modèle et bruit dynamiques Opérateurs d'observation Assimilation multi-échelles Autres comparaisons Expérimentation réaliste en mer d'Iroi

Assimilation multi-échelles : méthode

Assimilation de données images pour les fluides

Application aux fluides

07-11

2013-

- Assimilation multi-échelles
 - Assimilation multi-échelles : méthode

proportion par ExKC multi-schelles :
 apticum where therein the therein the second secon

milation multi-échelles : méthode

rééchantillonnage

1 proposition par EnKF multi-échelles :

- prédiction selon le modèle
- assimilation par EnKF à partir d'une observation de vitesse Lucas-Kanade grande échelle
- étapes suivantes : recalage de l'image et assimilation de l'anomalie restante
- 2 pondération
- rééchantillonnage

Modèle et bruit dynamiques Opérateurs d'observation Assimilation multi-échelles Autres comparaisons Expérimentation réaliste en mer d'Irois

Assimilation multi-échelles : résultat



FIGURE: RMSE en vorticité (à gauche) et en vitesse (à droite) de différentes méthodes : Corpetti et Mémin (2011), Yuan et al. (2007), Héas et al. (2009), Papadakis et al. (2007), WEnKF-1L, WEnKF-3L. Assimilation de données images pour les fluides

Application aux fluides

2013-07-1

- Assimilation multi-échelles
 - Assimilation multi-échelles : résultat



FIGURE: RMSE en vortiché (à gauche) et en vinese (à droite) de différentes méthodes : Cospetti et Ménin (2011), Yuan et al. (2007), Héas et al. (2009), Popadakis et al. (2007), WENKF-1L, WENKF-1L

- deux groupes : flots optiques en haut, assimilations en bas
- cyan : assimilation variationnelle
- vert, noir : WEnKF 1L et 3L

transition : film de savon

Modèle et bruit dynamiques Opérateurs d'observation Assimilation multi-échelles Autres comparaisons Expérimentation réaliste en mer d'Iroi

Assimilation multi-échelles : résultat

Assimilation de données images pour les fluides

Application aux fluides

2013-07-11

- Assimilation multi-échelles
 - Assimilation multi-échelles : résultat

milation multi-échelles : résultat

 $\label{eq:FRUERE} \mbox{Images et cartes de vitesse et vorticité pour (a) SLK ; (b) WErdF IL ; (c) \\ \mbox{WErdF IL sur les images 96 et 96 (première et deuxières cangles respectivement).}$



FIGURE: Images et cartes de vitesse et vorticité pour (a) SLK ; (b) WEnKF 1L ; (c)

WEnKF 3L sur les images 86 et 96 (première et deuxième rangées respectivement).

Sébastien Beyou Assimilation de données images pour les fluides

Modèle et bruit dynamiques Opérateurs d'observation Assimilation multi-échelles Autres comparaisons Expérimentation réaliste en mer d'Iroi

Autres comparaisons : ETKF vs. WETKF

Assimilation de données images pour les fluides Application aux fluides Autres comparaisons Autres comparaisons : ETKF vs. WETKF





FIGURE: Comparaison des ETKF et WETKF pour différents bruits dynamiques.

WETKF proche de l'ETKF

2013-07-1

 l'association WETKF+bruit autosimilaire est généralement meilleure ETKF+AS

Modèle et bruit dynamiques Opérateurs d'observation Assimilation multi-échelles Autres comparaisons Expérimentation réaliste en mer d'Irois

Autres comparaisons : échelles reconstruites

Assimilation de données images pour les fluides Application aux fluides Autres comparaisons

2013-07-1

└──Autres comparaisons : échelles reconstruites



tres comparaisons : échelles reconstruites





Quantité d'énergie de l'erreur par incrément logarithmique Énergie relative de l'erreur entre l'assimilation et la vérité selon les échelles.

- 1er : distribution de l'énergie de l'erreur pour différents nb de particules (rouge=vérité)
- 2e : erreur relative de l'energie de l'erreur par rapport à l'énergie de la vérité

 \rightarrow à la barre 10% d'erreur relative : 50 particules=pas bon, à partir de 100=meilleur jusque dans les échelles moyennes

Modèle et bruit dynamiques Opérateurs d'observation Assimilation multi-échelles Autres comparaisons Expérimentation réaliste en mer d'Irc

Autres comparaisons : séquence de température de surface dans le Pacifique



FIGURE: Assimilation des courants à partir d'une séquence satellite de la température de l'océan Pacifique près de l'Amérique centrale.

Assimilation de données images pour les fluides

Application aux fluides

2013-07-

- Autres comparaisons
 - └──Autres comparaisons : séquence de température de surface dans le Pacifique



- observations satellite MetOp AVHRR (infrarouge) : SST
- modèle 2D vorticité-vitesse
- données manquantes : covariance d'erreur forte

transition : Iroise

Expérimentation réaliste en mer d'Iroise

Modèle et bruit dynamiques Opérateurs d'observation Assimilation multi-échelles Autres comparaisons Expérimentation réaliste en mer d'Iroise

2013-07-11

- Application aux fluides
 - Expérimentation réaliste en mer d'Iroise
 - Expérimentation réaliste en mer d'Iroise



- Espace d'état 3D avec plusieurs variables océaniques (résolution 1,5km; dimension : 2.10⁶ points)
- Espace d'observation : vitesse 2D en surface donnée par deux radars côtiers (résolution 1,5km et 3,0km; dimension : 17600 points) (société Actimar)
- Modèle dynamique : ROMS
- Schéma WETKF 100 particules
- Bruit dynamique de type autosimilaire sur la surface



© IGN 2012 - www.geoportail.gouv.fr/mentions-legales

Modèle et bruit dynamiques Opérateurs d'observation Assimilation multi-échelles Autres comparaisons Expérimentation réaliste en mer d'Iroise

Expérimentation réaliste en mer d'Iroise : résultat

Assimilation de données images pour les fluides

Application aux fluides

2013-07-11

- Expérimentation réaliste en mer d'Iroise
 - Expérimentation réaliste en mer d'Iroise : résultat



FIGURE: Ensur quadratique recyence entre l'observation et l'assimilation pour la vitess de surface.



 $\ensuremath{\mathbf{F}}\xspace{10pt}$ GURE: Erreur quadratique moyenne entre l'observation et l'assimilation pour la vitesse de surface.

Modèle et bruit dynamiques Opérateurs d'observation Assimilation multi-échelles Autres comparaisons Expérimentation réaliste en mer d'Iroise

Expérimentation réaliste en mer d'Iroise : résultat

Assimilation de données images pour les fluides

Application aux fluides

2013-07-11

- Expérimentation réaliste en mer d'Iroise
 - Expérimentation réaliste en mer d'Iroise : résultat





FIGURE: Suivi de l'assimilation entre les 182^{e} et 185^{e} temps d'assimilation (soit après 60 heures) avec un bruit d'observation fort ($50 cm. s^{-1}$) — composante est-ouest.

Conclusion

- Application réussie du filtre de Kalman d'ensemble pondéré aux images de fluides
- Préférence pour un opérateur d'observation donné par une différence d'images recalées
- Démonstration de la faisabilité de l'utilisation d'un WEnKF sur un exemple réel, de très grande dimension
- Plusieurs pistes explorées :
 - Bruit dynamique, et investigation d'un bruit autosimilaire
 - Rééchantillonnage dual
 - Assimilation multi-échelles
 - Quelques autres idées (non-mentionnées ici)

Assimilation de données images pour les fluides

Conclusion

2013-07-1

Conclusion

- Application relative de filter de Kalman d'examible pondéré aux imparse de filiales
 Polifieres d'imparse activité Denomeration de la facilitation d'un WERKF sur un Polifieres d'imparse activité Denomeration de la facilitation d'un WERKF sur un Politation partice activité Denomeration de la facilitation d'un WERKF sur un Politation partice activité Denomeration de la facilitation d'un WERKF sur un Politation partice activité Denomeration de la facilitation d'un WERKF sur un Politation partice activité Denomeration de la facilitation d'un WERKF sur un Denomeration de la facilitation d'un WERKF sur un Denomeration de la facilitation d'un MERKF sur un Denomeration de la facilitation de la facilitation d'un MERKF sur un Denomeration de la facilitation de la facilitation d'un MERKF sur un Denomeration de la facilitation de la facilitation d'un MERKF sur un Denomeration de la facilitation d
- autres idées testées : modification de la vraisemblance, mesures intermédiaires

Merci !

Assimilation de données images pour les fluides

Appendices

2013-07-11

Appendices

Assimilation de données images pour les fluides Fitz de Kalman de transformation d'ensemble (ETKF) Filtre de Kalman de transformation d'ensemble (ETKF) $\frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{1}$

1 Prédiction :

$$\mathbf{x}_{k}^{\mathrm{f},(i)} \sim p(\mathbf{x}_{k} | \mathbf{x}_{k-1}^{(i)}), \ i = 1 \dots N$$
$$\mathbf{x}_{k}^{\mathrm{f}} = [\mathbf{x}_{k}^{\mathrm{f},(1)}, \dots, \mathbf{x}_{k}^{\mathrm{f},(N)}] = \mu_{k}^{\mathrm{f}} \mathbf{1}_{N}^{\mathrm{T}} + \mathbf{x}_{k}^{\mathrm{f}'}$$

Filtre de Kalman de transformation d'ensemble (ETKF)

avec :

•
$$\mu_k^{\text{f}} = \mathbf{x}_k^{\text{f}} \mathbf{1}_N$$
 moyenne de \mathbf{x}_k^{f} ;
• $X_k^{\text{f}'} = \mathbf{x}_k^{\text{f}} - \mu_k^{\text{f}} \mathbf{1}_N^{\tau}$ à moyenne nulle.

Analyse :

$$\mathbf{x}_{k}^{\mathrm{a}} = \mu_{k}^{\mathrm{a}} \mathbf{1}_{N}^{\mathsf{T}} + \mathbf{x}_{k}^{\mathrm{f}'} \mathbf{A}_{k}$$

Assimilation de données images pour les fluides

2013-07-11

Filtre de Kalman de transformation d'ensemble (ETKF)

| Filtre de Kalman de transformation d'ensemble (ETKF) |
|--|
|) Pridiction : $\mathbf{x}_k^f = \mu_k^f 1_N^f + \mathbf{x}_k^f$ |
| \mathbf{a} Analyse : $\mathbf{x}_k^{\mathrm{a}} = \mu_k^{\mathrm{a}} 1_N^{\mathrm{r}} + \mathbf{x}_k^{\mathrm{b}} \mathbf{A}_k$ |
| u calcul de la transformation de la covariance : $D_A = I_N + \frac{1}{N-2} (Hx_A^{\prime\prime})^{\gamma} R^{-1}Hx_A^{\prime\prime} = USU^{\gamma}$ |
| $\Delta_{1} = D^{-1/2} = HS^{-1/2}H^{2}$ |

 $\psi = \frac{\text{calcul de la moyenne a posteriori}}{\mu_h^a = \mu_h^i + \frac{1}{M-1} \mathbf{x}_h^{i'} \mathbf{D}_h^{-1} (\mathbf{H} \mathbf{x}_h^{i'})^T \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{y}_h - \mathbf{H} \mu_h^i)}$

Filtre de Kalman de transformation d'ensemble (ETKF)

Prédiction :

$$\mathbf{x}_k^{\mathrm{f}} = \mu_k^{\mathrm{f}} \mathbf{1}_N^{ au} + \mathbf{x}_k^{\mathrm{f}'}$$

Analyse :

$$\mathbf{x}_k^{\mathrm{a}} = \mu_k^{\mathrm{a}} \mathbf{1}_N^{\mathrm{T}} + \mathbf{x}_k^{\mathrm{f}'} \mathbf{A}_k$$

1 <u>calcul de la transformation de la covariance</u> :

$$\begin{aligned} \mathbf{D}_k &= \mathbf{I}_N + \frac{1}{N-1} (\mathbf{H} \mathbf{x}_k^{\mathrm{f}'})^{\tau} \mathbf{R}^{-1} \mathbf{H} \mathbf{x}_k^{\mathrm{f}'} = \mathbf{U} \mathbf{S} \mathbf{U}^{\tau} \\ \mathbf{A}_k &= \mathbf{D}_k^{-1/2} = \mathbf{U} \mathbf{S}^{-1/2} \mathbf{U}^{\tau} \end{aligned}$$

2 calcul de la moyenne a posteriori :

$$\mu_k^{\mathrm{a}} = \mu_k^{\mathrm{f}} + \frac{1}{N-1} \mathbf{x}_k^{\mathrm{f}'} \mathbf{D}_k^{-1} (\mathbf{H} \mathbf{x}_k^{\mathrm{f}'})^{\mathsf{T}} \mathbf{R}^{-1} (\mathbf{y}_k - \mathbf{H} \mu_k^{\mathrm{f}})$$