

# Caractérisation physique de matériaux poreux pour l'étude des interactions acoustique/structure

Philippe Leclaire

## ▶ To cite this version:

Philippe Leclaire. Caractérisation physique de matériaux poreux pour l'étude des interactions acoustique/structure. Sciences de l'ingénieur [physics]. Université Paris-Diderot - Paris VII, 2005. tel-00871339

## HAL Id: tel-00871339 https://theses.hal.science/tel-00871339

Submitted on 9 Oct 2013

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers. L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



Distributed under a Creative Commons Attribution - NonCommercial - ShareAlike 4.0 International License

# UNIVERSITE PARIS 7 – D. DIDEROT

# HABILITATION A DIRIGER DES RECHERCHES

# Caractérisation physique de matériaux poreux pour l'étude des interactions acoustique/structure

Philippe Leclaire\*

Soutenue à l'Université D. Diderot le 2 Décembre 2005

Membres du jury :

- Claude Depollier(R)Vincent Martin(R)Daniel Royer,(R)Frédéric Cohen-TénoudjiWalter Lauriks,Alain MerlenKalan Merlen
- Prof. Université du Maine
  - Directeur de recherche, CNRS
  - Prof. Université Paris 7
  - Prof. Université Paris 7 Prof. K. U. Leuven Prof. Université de Lille I

<sup>\*</sup> Laboratorium voor Akoestiek en Thermische Fysica, K. U. Leuven, Celestijnenlaan 200D, 3001 Heverlee, Belgique

#### REMERCIEMENTS

Cette thèse d'habilitation résume les travaux de recherche que j'ai effectués et que j'ai encadrés dans différentes institutions depuis 1994.

Mon intérêt pour les milieux poreux date de mes études doctorales à l'Université Paris 7 dont le sujet était la propagation acoustique dans les sols gelés. Cette recherche fut co-dirigée par Messieurs F. Cohen-Ténoudji et J. Aguirre-Puente, que je voudrais remercier. F. Cohen-Ténoudj est professeur à l'Université Paris 7 et J. Aguirre-Puente fut directeur de recherche au CNRS. C'est au cours de ces recherches doctorales que je fus introduit aux concepts, aux paramètres physiques associés aux milieux poreux et à la propagation acoustique. Mon intérêt pour ce sujet n'a pas cessé depuis.

Je voudrais remercier les membres du jury d'habilitation qui ont accepté d'évaluer ce travail: C. Depollier (rapporteur), V. Martin (rapporteur), D. Royer (rapporteur pour Paris 7), F. Cohen-Ténoudji , W. Lauriks et A. Merlen.

Je tiens à exprimer ma gratitude à mes collègues de Belgique et aux personnes avec lesquelles j'ai travaillé durant mes séjours au Laboratoire ATF de la K.U. Leuven. Un grand merci aux professeurs W. Lauriks, C. Glorieux et J. Thoen pour leur aide précieuse et renouvelée. Un grand merci à L. Kelders et L. Boeckx avec qui j'ai eu grand plaisir à travailler durant leur thèse de doctorat ainsi qu'au professeur J. F. Allard, au professeur B. Castagnède et au Dr M. Melon de l'Université du Maine.

Mes remerciements vont aussi au Dr K. V. Horoshenkov, au professeur D. C. Hothersall, de l'Université de Bradford (UK) et au Dr M. J. Swift avec qui j'ai travaillé durant sa thèse de doctorat.

Je remercie également les professeurs A. Cummings et K. Attenborough de l'Université de Hull (UK) pour leur aide ainsi que H. Aygun, H. C. Shin et tous les chercheurs du centre d'acoustique de l'Université de Hull.

Enfin, je voudrais adresser des remerciements particuliers à F. Cohen-Ténoudji, V. Martin et W. Lauriks pour leurs encouragements et leur soutien dans la soumission de cette thèse d'habilitation à diriger des recherches.

## TABLE DES MATIERES

RESUME	7
INTRODUCTION	11
A. PARAMETRES PHYSIQUES DE LA PROPAGATION ACOUSTIQUE DANS LES MATERIAUX POREUX SATURES D'AIR	13
Introduction	13
A 2 Définition des principaux paramètres	14
A.3. Propagation acoustique dans les matériaux à squelette élastique – Théorie de Biot	18
A.4. Propagation dans les matériaux à squelette rigide – Le modèle du fluide équivalent	18
A.5. Impédance caractéristique dans l'approximation du squelette rigide	20
A.6. Conditions aux limites à l'interface entre un fluide et un milieu poreux	20
A.7. Impédance de surface d'une couche poreuse dans l'approximation du squelette rigide	21
A.8. Remarque sur les impédances caractéristique et de surface de la couche	21
A 9 Mesure de la tortuosité et des longueurs caractéristiques par méthodes ultrasonores	21
A 9 1 Dispositif expérimental et signaux	22
A.9.2. Mesure de la tortuosité par méthode ultrasonore	26
A.9.3. Mesure simultanée des longueurs caractéristiques visqueuse et thermique	27
A.9.4. Mesure simultanée de la tortuosité et des longueurs caractéristiques	
visqueuse et thermique	28
A.10. Diffusion à haute fréquence et limite des modèles classiques	30
A.11. Conclusion	34
B. CONTRIBUTION A L'ETUDE DE VIBRATIONS DE STRUCTURES INCLUANT	
DES MATERIAUX POREUX	37
Introduction	37
B.1. Un modèle analytique des vibrations de flexion de plaques poreuses minces	38
B.1.1. Les relations contraintes-déformations de Biot dans un milieu poreux infini	38
B.1.2. Moments de flexion et de torsion	38
B.1.3. Relations entre les moments	40
B.1.4. Equations de l'équilibre statique	40
B.1.1. Equations d'equilibre dynamique pour les vibrations de plaques poreuses	41 42
B 1 2 1 La méthode de Galerkin	42 42
B.1.2.2. Solutions	
B.1.2.3. Plaque chargée par un fluide environnant	44
B.1.2.4. Simulation numérique de la réponse de la plaque	45
B.2. Formule approchée des fréquences naturelles de résonance d'une plaque poreuse	45
B.3. Influence des paramètres physiques sur les résonances	47
B.3.1. Influence de la porosité	47
B.3.2. Influence de la tortuosité - forces inertielles	48
B.3.3. Influence de la permeabilite - Frequence d'amortissement maximal –	40
FOICE de Incuoir	49
	51
B.5 Conclusion	51

## Page

C. ETUDE DES ONDES GUIDEES POUR LA DETERMINATION DES PROPRIETES	
MECANIQUES DE MATERIAUX POREUX ATTENUANTS	57
Introduction	57
C.1. Préambule: les problèmes énergétiques liés à la propagation d'ondes guidées	
dans des matériaux atténuants	58
C.2. Principe expérimental	59
C.3. Ondes guidées dans une couche de matériau poreux sur un substrat rigide	59
C.3.1. Modélisation des ondes guidées dans un matériau poreux sur un substrat rigide	59
C.3.1.1. Matériau non poreux sur un substrat rigide	60
C.3.1.2. Les équations de Biot de la poroélasticité	60
C.3.1.3. Conditions aux limites	61
C.3.1.3. Choix des fonctions pour les potentiels des déplacements	61
C.3.1.4. Déterminant des conditions aux limites – Equation de dispersion	63
C.3.2. Configuration expérimentale	64
C.3.3. Profil d'ondes stationnaires, transformée de Fourier spatiale et vitesses de	
phase	65
C.3.4. Application à une mousse de Mélamine hautement poreuse et ajustement des	
modules élastiques complexes	66
C.3.4.1. Courbes de dispersion théoriques	67
C.3.4.2. Interprétation des résultats numériques	69
C.3.4.3. Aiustement des courbes de dispersion	
C 4 Ondes guidées dans une couche de matériau poreux saturé de fluide	
dans les conditions de Lamb	72
C 4 1 Potentiels des déplacements	72
C 4 2 Conditions aux limites sur les contraintes normales et sur les déplacements	73
C 4 3 Déterminant des conditions aux limites	73
C 4 4 Courbes de dispersion	75
C.4.5 Configuration expérimentale	75 77
C 4.6 Profil d'ondes stationnaires	// 78
C.4.7. Vitassas da phasa avpárimentalas at comparaison avac las prédictions	78
C.4.7. Vitesses de plase experimentales et comparaison avec les predictions	07 08
REFERENCES	83
DEDSDECTIVES	80
1 Introduction	09
1. Introduction	
2. Les perspectives	89
2.A. Caracterisation physique de materiaux poreux	89
2.B. Vibration de structures incluant des milieux poreux	90
2.C. Ondes guidees dans les milieux poreux, dans les materiaux fortement	00
attenuants et dans la matiere molle	92
3. Communication et exploitation des résultats	93
C.V	97
ACTIVITES APRES LA THESE	98
PUBLICATIONS PERSONNELLES	101
SYNTHESE DES RECHERCHES DOCTORALES	105
RECUEIL D'ARTICLES	107

#### RESUME

Cette thèse d'habilitation synthétise les dix ans de recherche qui suivirent ma thèse de doctorat dans les domaines des paramètres physiques et de l'acoustique des milieux poreux et des interactions fluide/squelette. Ce mémoire est divisé en trois parties principales A, B et C correspondant aux trois principales périodes de ma carrière scientifique: la période entre 1994 et 1997 passée au Laboratorium voor Akoestiek en Thermische Fysica de la K. U. Leuven en Belgique en collaboration avec le Laboratoire d'Acoustique de l'Université du Maine au Mans, la période entre 1997 et 2003 passée à Bradford (UK) en tant que chercheur (1997-2000) et les trois années passées à Hull (UK) en tant que maître de conférences (2000-2003), et enfin la période 2003 jusqu'à la date présente passée à nouveau au Laboratorium voor Akoestiek en Thermische Fysica.

La première partie de ce mémoire est consacrée aux paramètres physiques des milieux poreux et à leur caractérisation.

Suite aux travaux théoriques importants de Biot qui fut un pionnier dans le domaine, la propagation acoustique dans les milieux poreux saturés de fluide est maintenant relativement bien connue grâce aux nombreuses contributions depuis les années 1970-80 d'une communauté scientifique assez large.

Cependant, l'une des difficultés majeures rencontrées dans la pratique était l'absence d'information sur certains paramètres définis dans le domaine des hautes fréquences de Biot, dans les modèles les plus élaborés.

Les hautes fréquences de Biot sont telles que l'épaisseur de peau visqueuse des ondes est petite devant les dimensions caractéristiques des pores mais ces fréquences demeurent inférieures aux basses fréquences des modèles de diffusion de sorte que les longueurs d'ondes restent très grandes devant les dimensions des hétérogénéités (diffuseurs).

Dans ce contexte, notre principale contribution fut la proposition de méthodes originales basées sur la propagation d'ultrasons aériens ou dans un gaz saturant le matériau poreux pour la mesure de la tortuosité et des longueurs caractéristiques visqueuse et thermique.

Ces recherches ont donné lieu à plusieurs thèses de doctorat conduites à Leuven et au Mans, en particulier, la thèse de Luc Kelders soutenue à la K. U. Leuven en 1998.

Les autres faits et résultats marquants de ces recherches sont:

- la caractérisation complète pour la première fois grâce à ces expériences, de certains matériaux jusqu'alors inconnus.
- la réalisation d'un banc de mesure ultrasonore pour la mesure des paramètres haute fréquence. Le dispositif est maintenant couramment utilisé à la demande d'industriels et a été installé dans plusieurs laboratoires, notamment au Japon.
- la réponse à une question sur l'origine de l'excès d'atténuation observé à haute fréquence et non prédit par les modèles basés sur la théorie de Biot. Dans la plupart des matériaux utilisés en acoustique, cet excès d'atténuation est dû à la diffusion, lorsque les longueurs d'ondes ne peuvent plus être considérées comme grandes devant les dimensions des hétérogénéités. Dans ce cas, les modèles basés sur des phases effectives ne sont plus valables et doivent faire place aux modèles de diffusion.

Les recherches sur la caractérisation des paramètres physiques des milieux poreux et sur les relations entre ces paramètres continuent. Récemment, des recherches ont été entreprises par Z. E. A. Fellah, C. Depollier et al. au Laboratorium voor Akoestiek en Thermische Fysica à Leuven et au Laboratoire d'acoustique de l'Université du Maine et une nouvelle méthode basée sur la réflexion des ondes ultrasonores a été développée dans le but d'augmenter le domaine d'applicabilité des méthodes ultrasonores.

Une approche temporelle des signaux ultrasonores transitoires transmis et réfléchis dans les couches poreuses a été proposée par ces auteurs et de nouvelles méthodes sont en cours d'étude pour la caractérisation de matériaux inhomogènes. Un certain nombre de ces méthodes sont basées sur des résultats établis en électromagnétisme.

La partie B de ce mémoire étudie l'influence des paramètres physiques des milieux poreux sur les vibrations de plaques poreuses et les interactions fluide/squelette. Un modèle analytique de la vibration en flexion de plaques poreuses basé sur l'application de la théorie classique des plaques minces et la poroélasticité de Biot a été proposée.

Ce problème n'a que très peu été étudié analytiquement. La raison principale en est sans doute la grande puissance et la flexibilité du traitement numérique de ce type de problème. Quel peut être l'intérêt de ce genre d'étude analytique, confinée à des géométries simples éloignées des situations réelles lorsque des problèmes plus complexes peuvent être résolus numériquement?

Le but principal de cette étude a été de mieux comprendre l'influence des paramètres physiques définis dans la partie A sur les caractéristiques de la vibration. Ici, un intérêt particulier est porté sur la physique des interactions entre la phase solide et la phase fluide au cours de la vibration.

La thèse de doctorat de M. J. Swift soutenue à l'Université de Bradford en 2000 à été consacrée à la fabrication et à l'étude des propriétés physiques et acoustiques de matériaux recyclés. Durant ces recherches, un procédé de fabrication de plaques poreuses minces, absorbantes et relativement rigides a été développé. Les matériaux produits ont été caractérisés et étudiés expérimentalement en vibration. Le procédé a fait l'objet d'un brevet et a permis la création d'une entreprise satellite (spin off) à l'université de Bradford.

Les avancées qui ont résulté de ces recherches furent:

- la proposition d'un modèle analytique de la vibration en flexion d'une plaque poreuse mince relativement rigide saturée par un fluide. Le modèle est valable pour des matériaux relativement rigides lorsque les longueurs d'onde acoustiques sont plus grandes que l'épaisseur de la plaque, ce qui est souvent le cas.
- la proposition d'une formule analytique approchée donnant les fréquences de résonances de la plaque en fonction des paramètres physiques du matériau et des conditions de bord.
- l'étude détaillée de l'influence de la porosité, de la tortuosité et de la perméabilité sur les fréquences de résonance et sur l'amortissement. On trouve que les fréquences de résonance augmentent avec la porosité et la perméabilité, et diminuent lorsque la tortuosité augmente alors que l'amortissement augmente avec la porosité, diminue lorsque la tortuosité augmente et atteint un maximum en fonction de la perméabilité à une fréquence caractéristique du milieu poreux

- la découverte d'une fréquence d'amortissement maximal de la plaque vibrante liée aux propriétés du matériau (porosité, tortuosité et perméabilité). Cette fréquence est donnée par la fréquence caractéristique de Biot divisée par la tortuosité.

Le modèle rend compte de la réponse élastique instantanée de la plaque et du mouvement relatif entre le solide et le fluide. Il inclut l'amortissement structural (lié aux parties imaginaires du module d'Young et du coefficient de Poisson) et aussi les pertes par friction visqueuse, entre le solide et le fluide.

Des renseignements qualitatifs ont été obtenus lors de l'étude de l'influence de la tortuosité et de la perméabilité. Ainsi, les résonances de plaques poreuses sont fortement liées à l'existence de forces d'inertie et de forces de friction. Ces forces sont associées aux échanges de quantité de mouvement et aux mouvements relatifs entre le solide et le fluide. Il apparaît que des variations des forces d'inertie sont accompagnées par des variations inverses des forces de friction.

Nous pensons que ces renseignements sont importants et qu'une bonne compréhension des phénomènes physiques accompagnant les vibrations peut certainement contribuer à une bonne formulation numérique des vibrations de structures complexes incluant des matériaux poreux.

La dernière partie de ce mémoire traite de la propagation d'ondes guidées dans des couches poreuses et dans des matériaux mous pour la caractérisation de leurs propriétés élastiques et viscoélastiques.

Cette étude apporte une contribution à la détermination des propriétés mécaniques du squelette solide et complète l'étude des paramètres physiques des milieux poreux.

L'un des avantages de la propagation guidée pour l'étude de matériaux fortement atténuants est qu'elle permet de concentrer l'énergie dans l'épaisseur d'une couche. Quant aux ondes stationnaires, elles permettent non seulement de concentrer l'énergie à une fréquence donnée mais aussi de travailler avec des plaques dont les dimensions sont finies (par rapport aux longueurs d'onde).

Ces travaux, aussi bien expérimentaux que théoriques, font suite à des travaux d'Allard et al. sur la propagation d'ondes de Rayleigh dans des matériaux poreux pour la détermination du module de cisaillement à haute fréquence. L'idée est de faire la jonction entre les méthodes vibratoires classiques de mesure à basse fréquence des modules élastiques et la méthode basée sur l'onde de Rayleigh dans le but de caractériser des matériaux mous dans un large domaine de fréquences.

Une partie importante de la thèse de doctorat de L. Boeckx soutenue en février 2005 est consacrée à ce sujet.

La principale difficulté rencontrée fut la génération et la détection d'ondes guidées dans ce type de matériau très atténuant et dans le même temps très dispersif à certaines fréquences.

Des résultats dignes d'intérêt dans cette étude sont certainement:

- la proposition d'une méthode d'excitation et de détection d'ondes guidées dans des matériaux très atténuants basée sur l'établissement d'ondes stationnaires dans le matériau, l'idée étant d'exciter le matériau mou avec une sinusoïde continue dans le but de maximiser l'énergie appliquée à une fréquence donnée.
- l'observation pour la première fois de plusieurs modes guidés dans de la matière très molle tels que les modes  $A_0$ ,  $S_0$  et  $A_1$  dans une couche de mousse polyuréthane hautement poreuse montée dans les conditions de Lamb.

- la détermination des courbes de dispersion expérimentales à partir du tracé du profil d'ondes stationnaires et de la transformée de Fourier spatiale de ce profil fournissant les périodicités spatiales des différents modes susceptibles de se propager à une fréquence donnée.
- la caractérisation des propriétés élastiques et viscoélastiques de mousses polyuréthane dans un domaine de fréquences compris entre 50 Hz et 4 kHz, typiquement.
- la description théorique faisant intervenir la théorie des modes guidés et les équations de la poroélasticité dans des couches de matériau placées dans différentes configurations.
- la prédiction de l'existence de deux familles de modes guidés dans les couches poreuses et la confirmation de l'existence de modes symétriques et antisymétriques lorsqu'une couche poreuse est placée dans les conditions de Lamb où les fluides environnant les deux faces de la couche sont les mêmes.

Suite à ces travaux et en application de cette technique de détection d'ondes guidées, des recherches sur les propriétés mécaniques de matériaux mous tel que des gels, du caoutchouc ou des films de liquide très visqueux appliqués sur un substrat rigide ont débuté au Laboratorium voor Akoestiek en Thermische Fysica.

Une collaboration avec l'ECIME de l'université de Cergy Pontoise vise à caractériser la transition liquide-solide de milieux gélifs tels que du yaourt. Des gels synthétiques ou biologiques affichent des propriétés acoustiques étonnantes qui demandent à être étudiées plus précisément.

Une autre étude est en actuellement en cours en collaboration avec l'Université du Maine sur la propagation d'ondes de surface et d'ondes guidées dans des milieux granulaires et des sables.

D'autres perspectives de recherche font intervenir le banc ultrasonore développé à Leuven et au Mans. Il existe par exemple un intérêt particulier pour le vieillissement de la mie de pain, un milieu poreux bien connu et apprécié.

#### INTRODUCTION

La propagation acoustique dans les milieux poreux saturés d'air est d'une grande importance pour l'étude des propriétés acoustiques de matériaux, les problèmes d'isolation sonore et la réduction de vibrations. Une référence majeure et relativement récente dans ce domaine est le livre de J. F. Allard [1], qui fournit le cadre théorique pour résoudre un grand nombre de ces problèmes.

L'intérêt pour la propagation dans les matériaux poreux date de Lord Rayleigh à la fin du XIX<sup>ème</sup> siècle. Une contribution substantielle fut apportée plus tard par Zwikker et Kosten [2] qui proposèrent un modèle de la propagation dans des matériaux contenant des pores cylindriques en tenant compte des interactions visqueuses et thermiques.

En 1956, M. A. Biot [3] publia un modèle très élaboré de la propagation acoustique dans les milieux poreux saturés de fluide incluant les différents couplages entre les phases, la perte d'amplitude des ondes due aux frictions visqueuses entre le solide et le fluide ainsi que l'élasticité du squelette.

La théorie de Biot resta pourtant relativement méconnue jusque dans les années 70-80, années à partir desquelles elle connut un regain d'intérêt qui n'a pas cessé depuis. La communauté scientifique s'est aperçue du grand potentiel de cette théorie dans de nombreuses applications telles que la géophysique, la prospection pétrolière, l'industrie automobile ou la médecine avec l'étude de la propagation ultrasonore dans les os. Le modèle d'Allard, ainsi que beaucoup des modèles acoustiques des milieux poreux développés récemment sont basés sur cette théorie.

Cette thèse d'habilitation synthétise dix ans de recherche et d'encadrement dans les domaines des matériaux, de l'acoustique des milieux poreux, des interactions fluide/squelette et de la propagation guidée dans des couches poreuses. Ce mémoire est divisé en trois parties principales A, B et C.

La partie A présente les résultats de mes recherches entre 1994 et 1997 au Laboratorium voor Akoestiek en Thermische Fysica de la K. U. Leuven en Belgique en collaboration avec le Laboratoire d'Acoustique de l'Université du Maine au Mans. Les principaux sujets développés en Belgique furent la caractérisation physique de matériaux absorbants et la validation de modèles théoriques.

La principale contribution scientifique apportée par notre équipe lors de mon séjour à Leuven fut certainement la proposition de méthodes ultrasonores nouvelles pour la caractérisation des propriétés physiques et acoustiques de matériaux poreux absorbants. Ces expériences ont abouti à la caractérisation de matériaux acoustiques sans paramètre ajustable pour la première fois et à la description de la propagation à haute fréquence lorsque les modèles basés sur des phases effectives, dont le modèle de Biot, doivent céder la place aux modèles de diffusion.

La partie B résume mes activités durant les trois années passées à Bradford (UK) en tant que chercheur (1997-2000) et les trois années passées à Hull (UK) en tant que Maître de conférence (2000-2003). Ces années furent consacrées à l'étude de l'influence de paramètres physiques sur les vibrations de plaques poreuses et aux interactions fluide/squelette en milieu poreux. Ce problème est beaucoup plus contemporain et n'a été que très peu étudié. Ici, le problème est

traité analytiquement et un intérêt particulier est porté sur la physique des interactions entre la phase solide et la phase fluide au cours de la vibration.

Le but principal de cette étude a été de mieux comprendre l'influence des paramètres physiques définis en première partie du mémoire sur les caractéristiques de la vibration. Les géométries étudiées restent assez simples. Cependant, nous pensons que l'intégration du modèle dans des méthodes numériques élaborées devrait permettre de résoudre des problèmes pratiques plus complexes. Le modèle est présenté de manière concise, autant que possible et l'influence des paramètres physiques est étudiée en détails.

Durant ces recherches, une thèse de doctorat conduite à l'Université de Bradford à été consacrée à la fabrication et à l'étude des propriétés physiques et acoustiques de matériaux recyclés. Des plaques poreuses minces, absorbantes et relativement rigides ont été produites et étudiées expérimentalement en vibration. Le procédé de fabrication a fait l'objet d'un brevet. Les résultats des tests de vibration sont comparés aux prédictions du modèle théorique.

La dernière partie expose les travaux de recherche et d'encadrement effectués à la K. U. Leuven au cours de mon deuxième séjour en Belgique, depuis 2003 jusqu'à ce jour. Le sujet de mes recherches actuelles est la propagation à l'interface entre un fluide et un milieu poreux, et les ondes guidées dans des couches poreuses appliquées à la détermination des propriétés élastiques et viscoélastiques de matériaux mous.

Des études théoriques et expérimentales récentes ont démontré la possibilité de faire se propager des ondes de surface structurales de type ondes de Rayleigh dans des mousses polyuréthane. Ces études ont fourni des informations nouvelles sur le module de cisaillement à très hautes fréquences dans une région inexplorée jusqu'à présent.

Suite à ces travaux, nous avons mis au point une nouvelle technique d'excitation et de détection d'ondes guidées dans des couches poreuses minces. Cette étude est destinée à couvrir le domaine de fréquences inexploré entre les techniques vibratoires classiques de mesure de propriétés mécaniques, valables aux basses fréquences, et la méthode basée sur l'onde de Rayleigh à haute fréquence. Cette technique consiste à exciter et à détecter des ondes stationnaires dans la couche et à déterminer les périodicités spatiales associées à la propagation des différents modes. Les ondes excitées sont sinusoïdales et continues (non localisées dans le temps) dont les fréquences peuvent être variées. Ce type d'excitation présente le gros avantage par rapport à une excitation en impulsion, de permettre de fournir plus d'énergie par fréquence et par conséquent d'augmenter le rapport signal sur bruit, qui est un paramètre critique dans l'étude de ce type de matériau mou très amortissant. Les applications de ces travaux concernent la détermination des propriétés élastiques et viscoélastiques de matériaux absorbants.

### A. PARAMETRES PHYSIQUES DE LA PROPAGATION ACOUSTIQUE DANS LES MATERIAUX POREUX SATURES D'AIR

#### Introduction

La Figure A.1 montre un exemple de mousse polyuréthane réticulée (à pores ouverts) hautement poreuse couramment utilisée en ingénierie acoustique. Il est à noter dès à présent que le choix de cet exemple de matériau ne restreint en aucun cas la généralité des résultats qui suivent.

Ce type de matériau peut être vu comme une collection de ponts de solide reliés entre eux et formant des structures 3-D telles que des dodécaèdres.

Pour ces matériaux comme pour les matériaux fibreux de type laine de verre, la majeure partie du volume est occupée par l'air et il est difficile de parler de « pores ». A défaut de terme plus approprié, nous allons pourtant utiliser ce terme pour le reste de cette étude, le « pore » étant considéré comme « l'espace autre que celui occupé par le solide ».



Figure A.1. Exemple de mousse polyuréthane réticulée

La description théorique de la propagation acoustique dans les milieux poreux saturés de fluide a constamment progressé, en particulier depuis les années 1970-80. La physique de la propagation en milieu poreux est maintenant relativement bien connue grâce aux contributions de nombreux chercheurs, notamment américains, anglais et français.

Cependant, l'inconvénient majeur des modèles théoriques les plus généraux est la nécessité de connaître certains paramètres intervenant à haute fréquence, intimement liés à la structure du matériau au niveau des pores.

Dans ce contexte, une collaboration entre Leuven et Le Mans entre 1994 et 1997 a abouti à l'établissement de méthodes de mesure de paramètres physiques importants basées sur la transmission d'ultrasons aériens dans des matériaux hautement poreux de type mousses polyuréthane. Ces matériaux sont importants en ingénierie acoustique. A la suite de l'application de ces méthodes, il fut possible de déterminer des paramètres de certains de ces matériaux, jusqu'alors inconnus et de prédire leurs propriétés acoustiques sans paramètre ajustable. Le principe de la méthode a été amélioré et le dispositif expérimental commence à être commercialisé, notamment au Japon.

Un état de l'art de la modélisation acoustique des milieux poreux est présenté dans cette partie, ainsi que les paramètres physiques intervenant dans ces modèles. Le principe des méthodes ultrasonores développées à Leuven et au Mans est ensuite expliqué et des résultats expérimentaux sont donnés. Les expériences conduites au cours de ces recherches ont abouti à une meilleure connaissance de la propagation à haute fréquence dans ces matériaux et ont notamment montré la limite des modèles classiquement utilisés. Il est montré à la fin de cette première partie, que les modèles classiques ne sont plus valables à très haute fréquence et que des modèles de diffusion doivent être considérés pour les matériaux que nous avons étudiés.

#### A.1. Les modèles et les paramètres de la propagation dans les milieux poreux

Dans beaucoup de situations pour les matériaux saturés d'air, on peut considérer que le squelette poreux est beaucoup plus rigide et lourd que l'air et un modèle simplifié de fluide équivalent peut être utilisé. Les principaux paramètres physiques des matériaux poreux peuvent être introduits dans cette approximation. Les propriétés mécaniques du squelette solide seront étudiées plus tard dans ce mémoire.

La résistivité au passage de l'air (ou la perméabilité) a rapidement été identifiée comme étant l'un des paramètres d'importance (avec la porosité et la densité du fluide) pour la modélisation acoustique, résultant en modèles semi-empiriques simples [4-7].

Dans le cadre de la théorie de Biot, des contributions importantes à la modélisation de la propagation dans les milieux poreux ont été apportées par Attenborough, Johnson et al., puis Allard.

Attenborough [8,9] a montré l'importance de la tortuosité et de paramètres liés à la complexité de la géométrie des pores à haute fréquence.

Johnson et al. [10] apportèrent une contribution substantielle en introduisant les concepts de tortuosité et de perméabilité dynamiques pour décrire les interactions visqueuses entre le solide et le fluide en fonction de la fréquence. Johnson et al. ont également introduit le concept physique de longueur caractéristique visqueuse  $\Lambda$  pour intégrer la complexité de la géométrie des pores à haute fréquence lors des écoulements visqueux.

Pour les matériaux absorbants saturés d'air, la déformation de l'air est isotherme aux basses fréquences et adiabatique aux hautes fréquences. Champoux et Allard [11] ont ensuite défini une longueur caractéristique thermique  $\Lambda$ ', puis Lafarge, Allard et al. [12] ont défini une compressibilité dynamique incluant cette longueur.

Les raffinements les plus récents pour le modèle de Biot incluent le concept de perméabilité thermique [13] reliée à la constante de piégeage [14] et une modification du modèle de Johnson et al. conduisant à une nouvelle limite basse fréquence pour la perméabilité dynamique [15].

Umnova et al. [16] ont proposé un modèle de la propagation dans les milieux granulaires basé sur l'existence d'une cellule d'influence entourant les particules.

Burridge et Keller [17] ont montré que les équations de la poroélasticité de Biot pouvaient être obtenues sous certaines conditions sur la viscosité, à partir d'une méthode d'homogénéisation développée entre autres par Sanchez Palencia [18] et Bensoussan et al. [19]. Auriault et al. [20] ont également appliqué une méthode d'homogénéisation à un milieu périodique déformable pour obtenir des résultats similaires à ceux de Biot et en particulier une généralisation de la loi de Darcy conduisant à la définition de coefficients de Darcy (perméabilités) généralisés.

La théorie et les méthodes d'homogénéisation sont au-delà de notre domaine d'étude et les principaux paramètres physiques étudiés sont ceux de la théorie de Biot et des modèles dérivés de cette théorie.

#### A.2. Définition des principaux paramètres

La **porosité** ouverte (ou connectée)  $\phi$  est le rapport du volume d'air dans les pores connectés à l'extérieur et du volume total de l'échantillon:

$$\phi = \frac{V_p}{V_T},\tag{A.1}$$

où  $V_p$  est le volume des pores connectés [21]. On définit également une porosité piégée correspondant aux inclusions de vide dans le solide.

La résistivité au passage de l'air [22,23] est définie comme

$$\sigma = \frac{\Delta P}{Q \,\ell},\tag{A.2}$$

où  $\Delta P$  est une différence de pression exercée à travers le matériau, Q le débit par unité de surface et  $\ell$  l'épaisseur de l'échantillon.

La **perméabilité statique** est souvent utilisée à la place de la résistivité à l'écoulement, en particulier par les hydrauliciens. En acoustique, l'écoulement statique peut être considéré comme la limite basse fréquence de l'écoulement dynamique associé au passage d'une onde. L'écoulement dynamique correspond à un fluide allant et venant dans les pores. La perméabilité statique est définie comme

$$k_0 = \frac{\eta}{\sigma},\tag{A.3}$$

où  $\eta$  est la viscosité dynamique du fluide. k<sub>0</sub> est une constante du matériau et est indépendante du fluide saturant. La résistivité au passage de l'air de mousses polyuréthane utilisées en acoustique varie typiquement entre 10<sup>3</sup> Ns/m<sup>4</sup> et 10<sup>5</sup> Ns/m<sup>4</sup>.

La conséquence de la présence du squelette poreux est que les écoulements de fluide associés au passage d'une onde dans le milieu sont sinueux. La **tortuosité**  $\tau_{\infty}$  caractérise ce phénomène et est définie comme

$$\tau_{\infty} = \frac{\frac{1}{V} \int_{V} v^2 \, dV}{\left(\frac{1}{V} \int_{V} \vec{v} \, dV\right)^2},\tag{A.4}$$

où  $\vec{v}$  est la vitesse microscopique d'écoulement dans les pores pour un fluide sans viscosité. L'intégration est effectuée dans un volume V plus grand que le volume minimum d'homogénéisation. Pour des pores cylindriques avec un diamètre constant et faisant un angle  $\theta$ avec la direction du vecteur d'onde,  $\tau_{\infty} = 1/\cos^2 \theta$ . La tortuosité est toujours supérieure à 1. Brown [24] a montré que la tortuosité peut être évaluée à partir d'une expérience de conductivité électrique. La méthode a été optimisée par Champoux [25].



Figure A.2. Le cas particulier d'un pore cylindrique faisant un angle  $\theta$  avec la direction de propagation.

La longueur caractéristique visqueuse  $\Lambda$  est définie par

$$\frac{2}{\Lambda} = \frac{\int_{A}^{V^2} (\mathbf{r}_w) \, dA}{\int_{V}^{V} v^2(\mathbf{r}) \, dV},$$
(A.5)

où v(r) et v( $r_w$ ) sont les vitesses microscopiques dans le volume et le long de la surface du pore. A fut introduite par Johnson et al. [10] pour tenir compte des frictions visqueuses entre le solide et le fluide. La tortuosité et la longueur caractéristique visqueuse sont des paramètres définis dans la limite des hautes fréquences i.e., lorsque l'épaisseur de peau visqueuse le long des pores devient infiniment petite. Les domaines de fréquences sont précisés un peu plus loin dans ce mémoire.

• 2/

A la suite des travaux de Johnson et al., Champoux et Allard [11] ont défini une **longueur** caractéristique thermique  $\Lambda'$  donnée par

$$\frac{2}{\Lambda'} = \frac{\int dA}{\int dV},$$
(A.6)

qui est analogue à la définition de  $\Lambda$ , à la différence près que les poids v<sup>2</sup> dans l'intégration ont disparus. De par cette définition, la longueur caractéristique thermique représente le rapport moyen du volume des pores et de leur surface.

La Figure A.3 montre un exemple de pore vu en coupe. Il est a noter que les définitions (A.5) et (A.6) sont telles que les régions de constriction (région 1 sur la Figure A.3) ont une grande influence sur la longueur caractéristique visqueuse alors que les régions plus ouvertes (région 2 sur la Figure A.3) contribuent principalement à la valeur de la longueur caractéristique thermique.



Figure A.3. Vue en coupe d'un pore. Région 1: constriction, région 2: région plus ouverte.

En effet, les vitesses d'écoulement sont grandes au niveau des constrictions et contribuent davantage aux intégrales de (A.5) que les régions plus ouvertes. En revanche, le rapport moyen du volume des pores sur leur surface (longueur caractéristique thermique) est principalement déterminé par les régions ouvertes où la surface d'échange entre le solide et le fluide est plus importante.

La tortuosité et les deux longueurs caractéristiques sont définies comme étant des paramètres moyennés permettant de tenir compte de la complexité de la géométrie des pores à haute fréquence. Il est nécessaire ici de préciser quelque peu les **domaines de fréquences**. L'une des principales caractéristiques du modèle de Biot est qu'il s'applique à des fréquences telles que les longueurs d'ondes sont supérieures aux dimensions caractéristiques des hétérogénéités (on emploie aussi souvent les concepts de volume minimum de ou longueur minimale d'homogénéisation). Dans ce domaine de fréquences, deux régimes d'atténuation sont définis, séparés par une **fréquence caractéristique** donnée par

$$f_c = v\phi/k_0, \tag{A.7}$$

où v est la viscosité cinématique du fluide. Cette fréquence est caractéristique des frictions visqueuses entre le fluide et le solide. Nous montrons dans la partie B de ce mémoire qu'une fréquence caractéristique égales à  $f_c/\tau_{\infty}$  existe pour laquelle l'amortissement par friction visqueuse d'une plaque poreuse est maximal.



Figure A.4. Les domaines de fréquences du modèle de Biot.

Il est important de remarquer que le modèle de Biot rend compte des écoulements de type Poiseuille du fluide le long des pores et ne prend tout son sens que lorsque l'épaisseur de peau visqueuse est de l'ordre de grandeur ou plus petite que la taille caractéristique des pores. Prenons l'exemple d'un matériau contenant des pores de quelques dizaines de nanomètres tel que ceux utilisés pour la filtration en chimie. Pour ces matériaux, la perméabilité  $k_0$  est très faible et la fréquence de coupure sera très élevée de sorte que des mesures acoustiques usuelles seront situées dans le domaine des très basses fréquences de Biot, dans un domaine où l'onde rapide de Biot est non dispersive et où l'onde lente ne peut pas se propager. Ces ondes sont décrites dans la section suivante. En termes simples, le matériau apparaît comme un milieu homogène non poreux et le modèle de Biot est valable mais probablement sans grand intérêt pour des fluides relativement visqueux.

Par ailleurs, il est probable que, pour certains matériaux, la fréquence  $f_d$  peut être inférieure à  $f_c$ , par exemple pour des matériaux perforés dont la densité de perforations est relativement faible. Dans ce cas, la diffusion pourrait intervenir avant même que le domaine des hautes fréquences de Biot soit atteint.

#### A.3. Propagation acoustique dans les matériaux à squelette élastique – Théorie de Biot

Le cadre théorique de la propagation acoustique dans les matériaux poreux saturés de fluide est rappelé ici de manière succincte et qualitative. Pour plus de détails, le lecteur est invité à consulter l'article original de Biot [3] ou le livre de J. F. Allard [1] par exemple.

On considère la propagation acoustique dans des milieux poreux pour des longueurs d'onde très supérieures aux dimensions caractéristiques des hétérogénéités. Lorsque le fluide et le solide ont des compressibilités et des densités comparables, des échanges d'énergie de deux types peuvent se produire entre les deux phases lors d'une propagation sans atténuation: ce sont les échanges de quantité de mouvement et les couplages élastiques.

Ceci se traduit par deux équations couplées du mouvement. Dans la première formulation de Biot (1956), le solide et le fluide constituant le milieu poreux sont traités sur un pied d'égalité comme des phases effectives représentant les phases réelles et une équation du mouvement est écrite pour chacune des phases effectives. La conséquence directe de cette approche est la prédiction de l'existence de deux ondes longitudinales dans le milieu poreux appelées par Biot ondes de première et de seconde espèces.

La vitesse de propagation de chacun des modes est obtenue à partir des valeurs propres de  $\tilde{R}^{-1}\tilde{\rho}$  où  $\tilde{R}$  est une matrice des rigidités et  $\tilde{\rho}$  une matrice des masses volumiques. Les termes croisés dans les matrices  $\tilde{R}$  et  $\tilde{\rho}$  correspondent aux couplages élastiques et inertiels, respectivement. Des expressions pour ces coefficients peuvent être obtenues dans les références [3,26]. Les coefficients de ces matrices dépendent des propriétés du milieu poreux incluant l'élasticité et la densité des phases mais aussi la porosité, la résistivité au passage de l'air, etc. i.e., les paramètres définis plus haut. Les ondes de première et de seconde espèces sont aussi appelées onde rapide et onde lente, respectivement. Puisque le fluide ne supporte pas de cisaillement, une seule onde transversale est prédite, dont la vitesse dépend du module de cisaillement du squelette ainsi que des paramètres physiques du milieu poreux.

Les pertes d'amplitude par frictions visqueuses peuvent être incluses en considérant une matrice des densités complexe dépendant de la fréquence. Le principal paramètre régissant ces pertes aux basses fréquences est la résistivité au passage de l'air (ou la perméabilité statique), qui est un paramètre macroscopique mesurable.

Dans le régime des basses fréquences (inférieures à  $f_c$ ), l'onde lente est diffusive et les déplacements du fluide et du solide sont en opposition de phase. Au-delà de la fréquence caractéristique, l'onde lente est propagative. A plus haute fréquence, la complexité de la géométrie des pores ne peut plus être prise en compte par la perméabilité statique seule et les paramètres haute fréquence doivent intervenir. Ce sont les paramètres d'Attenborough [8] ou de Johnson et al. [10] et d'Allard [1].

#### A.4. Propagation dans les matériaux à squelette rigide – Le modèle du fluide équivalent

Les principaux paramètres de la propagation dans les milieux poreux peuvent être définis dans l'approximation du squelette rigide. Un intérêt particulier sera porté plus tard sur les modules élastiques du squelette dans les parties B et C de ce mémoire, lorsque l'approximation du squelette rigide n'est pas effectuée.

Lorsque la densité et la rigidité du fluide sont très inférieures à celles du squelette – cette situation est courante dans les matériaux saturés d'air - l'approximation du squelette rigide peut être effectuée [1]. Dans cette approximation, le solide est immobile et incompressible et une

seule onde se propage, portée par le fluide saturant et dont la vitesse complexe est donnée par

$$V_{\varphi}(\omega) = \sqrt{K(\omega)/\rho(\omega)}, \qquad (A.8)$$

où la masse volumique complexe et le module de compression uniforme sont donnés par

$$\rho(\omega) = \tau_{\infty} \rho_f \left( 1 - j \frac{\omega_c}{\omega} F(\omega) \right), \tag{A.9}$$

$$K(\omega) = \frac{\gamma P_0}{\gamma - (\gamma - 1) \left(1 - j \frac{\omega_c}{B^2 \omega} G(B^2 \omega)\right)^{-1}},$$
(A.10)

où  $\rho_f$  est la masse volumique de l'air,  $\tau_{\infty}$  la tortuosité,  $B^2$  le nombre de Prandtl et  $\gamma$  le rapport des chaleurs spécifiques à pression et à volume constants.  $F(\omega)$  et  $G(B^2\omega)$  sont des fonctions de correction pour les hautes fréquences incluant les paramètres haute fréquence discutés dans la section A.2. La masse volumique complexe reflète l'existence des forces inertielles et des frictions visqueuses dans le milieu poreux. La rigidité complexe inclue les interactions élastiques entre les phases ainsi que les échanges thermiques. Le nombre d'onde complexe associé à la vitesse complexe est donné par

$$k(\omega) = \frac{\omega}{V_{\varphi}(\omega)}.$$
 (A.11)

La partie réelle du nombre d'onde fournit la vitesse de phase et la partie imaginaire fournit l'atténuation de l'onde portée par le fluide. Si le nombre d'onde est écrit

$$k(\omega) = k_R(\omega) - jk_I(\omega), \qquad (A.12)$$

la vitesse du son et l'atténuation sont données par

$$c(\omega) = \frac{\omega}{k_R(\omega)}$$
 et  $\alpha(\omega) = k_I(\omega)$ . (A.13a,b)

La forme des courbes représentant la vitesse de phase et le coefficient d'atténuation est donnée ci-dessous. L'onde dans le fluide est fortement dispersive aux basses fréquences et sa vitesse de phase tend vers une limite qui est inférieure à la vitesse dans l'air libre aux hautes fréquences. La fréquence caractéristique séparant les deux régimes est donnée plus haut (Eq. (A.7).



Figure A.5. Vitesse de phase et atténuation dans un milieu poreux à squelette rigide saturé d'air.  $c_0$  est la vitesse du son dans l'air.

Pour ce qui est de l'atténuation, elle augmente avec la fréquence mais le taux d'augmentation est plus important dans le régime des basses fréquences. En d'autres termes, l'atténuation par cycle est plus importante aux basses fréquences. Dans la limite des hautes fréquences, on peut montrer que l'atténuation varie comme la racine carrée de la fréquence.

Pour des fréquences suffisamment hautes i.e., lorsque l'épaisseur de peau visqueuse

$$\delta = \sqrt{\frac{2\eta}{\omega \rho_f}} \tag{A.14}$$

est petite devant la taille des pores,

$$K \rightarrow \frac{\gamma P_0}{\gamma - (\gamma - 1) \left[ 1 + (-1 + j) \frac{\delta}{\Lambda' B} \right]}$$
(A.15)

et

$$\frac{1}{\rho} \rightarrow \frac{1}{\tau_{\infty} \rho_0} \frac{1}{1 + (1 - j)\frac{\delta}{\Lambda}}.$$
(A.16)

La relation suivante est ensuite obtenue (en négligeant les termes en  $\delta^2$ ):

$$\frac{K}{\rho} = \frac{c_0^2}{\tau_{\infty}} \frac{1}{1 + (1 - j) \ \delta} \left( \frac{1}{\Lambda} + (-1 + \gamma) \frac{1}{\Lambda' B} \right), \tag{A.17}$$

où  $c_0$  est la vitesse du son dans l'air. La limite haute fréquence pour le nombre d'onde complexe est

$$k = \omega \sqrt{\frac{\rho}{K}} = \omega \frac{\sqrt{\tau_{\infty}}}{c_0} \left[ 1 + \frac{\delta (1-j)}{2} \left( \frac{1}{\Lambda} + \frac{(\gamma - 1)}{\Lambda' B} \right) \right].$$
(A.18)

La limite haute fréquence de la courbe de vitesse de phase a été utilisée par Allard et al. [27] pour mesurer la tortuosité.

#### A.5. Impédance caractéristique dans l'approximation du squelette rigide

L'impédance caractéristique (ou itérative) est définie comme le rapport de la pression et de la vitesse particulaire d'une onde se propageant dans un milieu infini. Pour un milieu poreux, elle dépend de la fréquence et est donnée dans l'approximation du squelette rigide par [1]

$$Z_{C} = \rho(\omega) V_{\varphi}(\omega) = \sqrt{\rho(\omega) K_{f}(\omega)}.$$
(A.19)

#### A.6. Conditions aux limites à l'interface entre un fluide et un milieu poreux

On considère à l'interface entre un fluide et un milieu poreux à pores ouverts deux points  $M_1$  et  $M_2$  infiniment proches l'un de l'autre, l'un étant dans le fluide et l'autre dans le milieu poreux.



Figure A.6. Interface entre un milieu poreux et un fluide

Les équations de continuité pour les pressions et les vitesses sont [28]

$$p_2 = p_1, \tag{A.20}$$

$$(\dot{U}_2)_n = \phi(\dot{U}_1)_n + (1-\phi)(\dot{u}_1)_n,$$
 (A.21)

où  $(\dot{U}_1)_n$  et  $(\dot{u}_1)_n$  sont respectivement les composantes normales des vitesses particulaires du fluide et du solide. Dans l'approximation du squelette rigide,  $(\dot{u}_1)_n = 0$  et

$$p_2 = p_1,$$
 (A.22)

$$(\dot{U}_2)_n = \phi(\dot{U}_1)_n.$$
 (A.23)

#### A.7. Impédance de surface d'une couche poreuse dans l'approximation du squelette rigide

L'impédance au point M2 est donnée par

$$Z(M_2) = \frac{p_2}{(\dot{U}_2)_n} = \frac{p_1}{\phi(\dot{U}_1)_n}$$
(A.24)

et la relation entre les impédances de surface est

$$Z(M_2) = \frac{Z(M_1)}{\phi}.$$
(A.25)

Cette relation est très utile pour déterminer l'impédance de surface, puis les coefficients de réflexion et d'absorption pour des matériaux d'épaisseur finie et montés dans certaines configurations. A titre d'exemple, l'impédance de surface d'une couche poreuse d'épaisseur *d* appliquée sur un substrat rigide est donnée par [1]

$$Z(M_2) = -\frac{jZ_c \cot k(\omega)d}{\phi}.$$
 (A.26)

Lorsque la porosité tend vers 0, le milieu devient un solide rigide et l'impédance de surface tend vers l'infini.

Selon la même méthodologie, il est possible de calculer les coefficients de transmission et de réflexion d'une couche poreuse entourée d'air. On peut aussi montrer que les pressions et vitesses sur l'une des faces d'une couche poreuse peuvent être déterminées en fonction des pressions et des vitesses sur la face opposée par l'intermédiaire d'une matrice de transfert [29,1]. Cette élégante formulation conduit à la détermination des propriétés acoustiques de systèmes poreux multicouches.

# A.8. Remarque sur les impédances caractéristique et de surface de la couche de fluide effectif

L'impédance caractéristique donnée par l'Eq. (A.19) correspond à celle du fluide réel dans les pores. Une approche légèrement différente, conduisant au même résultat, consiste à remplacer le milieu poreux à structure rigide saturé de fluide par un fluide équivalent de masse volumique  $\phi \rho(\omega)$  et de module de compression uniforme  $\phi K_f(\omega)$ . Une impédance caractéristique effective est alors définie comme

$$Z_C^{eff} = \sqrt{\phi \,\rho(\omega) \phi \,K_f(\omega)} = \phi \,Z_C \,. \tag{A.27}$$

Cette approche n'à pas de conséquence sur la vitesse de phase et sur les paramètres qui lui sont rattachés. En revanche, l'impédance de surface d'une couche de matériau poreux appliquée sur un substrat rigide est exprimée en fonction de  $Z_C^{eff}$  par

$$Z(M_2) = -\frac{j Z_C^{eff} \cot k(\omega) d}{\phi^2}.$$
 (A.29)

En pratique, cela signifie que l'on peut utiliser (A.26) ou (A.29) indifféremment selon la définition choisie pour la masse volumique et pour le module de compression uniforme du fluide. Le concept de fluide effectif fut introduit par Biot dans son article original de 1956 et peut certainement être considéré comme plus général puisqu'il existe une équivalence formelle entre un fluide et un solide (ceci à une importance lorsque l'approximation du squelette rigide n'est pas effectuée dans le modèle complet de Biot avec squelette élastique).

#### A.9. Mesure de la tortuosité et des longueurs caractéristiques par méthodes ultrasonores

Depuis les travaux théoriques de Johnson et al. [10] et de Champoux et Allard [11], il est devenu clair que la tortuosité ainsi que les deux longueurs caractéristiques  $\Lambda$  et  $\Lambda$ ' jouent des rôles importants dans la propagation acoustique dans les milieux poreux. Le gros problème jusqu'à présent était que ces paramètres sont difficilement mesurables (surtout  $\Lambda$  et  $\Lambda$ ').

La thèse de Luc Kelders [30] présente de façon détaillée la théorie de la propagation acoustique dans les milieux poreux saturés d'air, la théorie complète de Biot avec squelette solide élastique, ainsi que des applications de ces modèles. En particulier, l'une des nombreuses originalités de cette thèse est la présentation de nouvelles méthodes développées au Laboratorium voor Akoestiek en Thermische Fysica de la KU Leuven et au Laboratorie d'Acoustique de l'Université du Maine au Mans pour les mesures de la tortuosité et des longueurs caractéristiques visqueuse et thermique par méthode ultrasonores [31-35].

Ces travaux sont inspirés des travaux de Johnson et al. et de Singer et al. [36-39] sur la propagation dans des milieux poreux saturés d'hélium superfluide, de Nagy et al. [40,41] sur la propagation d'ultrasons aériens dans des roches poreuses et de Allard et al. [27] sur la mesure de la tortuosité par ultrasons aériens.

#### A.9.1. Dispositif expérimental et signaux

La Figure A.7 décrit le principe expérimental. Un générateur de fonctions créé une impulsion qui est amplifiée et envoyée à l'émetteur. L'émetteur converti l'impulsion électrique en impulsion ultrasonore se propageant dans l'air. L'onde ultrasonore traverse le matériau poreux et est reçue par le détecteur. Le signal du détecteur est amplifié et envoyé à l'oscilloscope digital. Les signaux reçus sont analysés dans les domaines temporel et fréquentiel.



Figure A.7. Dispositif expérimental.

La vitesse de phase de l'onde et l'atténuation sont obtenues à partir de la différence de phase et du rapport des amplitudes entre le signal de référence (sans échantillon poreux) et le signal ayant traversé l'échantillon.

Les transducteurs utilisés sont basés sur la vibration d'une membrane constituée d'un film de Mylar dont l'une des faces est recouverte d'aluminium. La membrane est placée sur une électrode plate. L'électrode et la couche d'aluminium forment un condensateur. Une variation de la tension électrique appliquée au système résulte en une vibration de la membrane et une onde acoustique est créée dans l'air.

Le générateur de fonction est de marque Hameg (type HM8180). L'amplificateur de puissance utilisé dans la partie excitation est un ENI (type AP400B) permettant d'amplifier des signaux de contenu fréquentiel pouvant atteindre 500 kHz et plus, selon le modèle utilisé. Le récepteur inclus lui aussi une membrane semi-conductrice de Mylar et est basé sur le principe du microphone à condensateur. Un amplificateur de charge (Cooknell CA6/C) produit une tension de polarisation (100 V) sur le récepteur et amplifie le signal. Différentes épaisseurs du film de Mylar peuvent être utilisées.

La Figure A.8 montre l'amplitude du spectre pour deux épaisseurs de film indiquant le domaine de fréquences susceptible d'être décrit. Ce domaine ne dépend pas seulement des transducteurs mais aussi du matériau étudié dont l'atténuation peut être très élevée à certaines fréquences.



Figure A.8. Spectre d'amplitude pour deux épaisseurs du film de Mylar.

La Figure A.9 montre un exemple de résultat expérimental. Le signal de référence dans l'air ainsi que le signal ayant traversé le matériau sont tracés. Deux effets sont visibles: le signal ayant traversé le matériau est atténué et de plus, ce signal est retardé. Ce retard est en relation directe avec l'influence de la tortuosité.



Figure A.9. Signal dans l'air (haut) et après transmission au travers d'une couche poreuse (bas).

La méthode, devenue classique, de Sachse et Pao [42] est utilisée pour le calcul de la vitesse de phase à partir des résultats expérimentaux. A partir des transformées de Fourier des signaux, la vitesse de phase est donnée par

$$c(\omega) = \frac{1}{\frac{1}{c_0} + \frac{\varphi - \varphi_0}{\omega \,\ell}},\tag{A.30}$$

où  $\ell$  est l'épaisseur de l'échantillon poreux. La vitesse de phase peut donc être calculée à partir des spectres de phase  $\varphi_0$  et  $\varphi$  des signaux de référence et transmis dans l'échantillon, respectivement. Les Figures A.10 et A.11 montrent un exemple de spectres de phase et d'amplitude.



Figure A.10. Exemple de spectre de phase pour une mousse polyuréthane. Trait plein: phase déroulée du signal de référence. Pointillés: phase déroulée du signal transmis dans l'échantillon.



Figure A.11. Exemple de spectre d'amplitude pour une mousse polyuréthane. Trait plein: amplitude du signal de référence. Pointillés: amplitude du signal transmis dans l'échantillon.

Les courbes de vitesses de phase calculées à partir des spectres de phase et l'atténuation des ondes obtenue en effectuant le rapport des amplitudes sont données sur les Figures A.12 et A.13. L'observation des spectres de la figure A.11 montre que la précision des résultats est moindre au-delà de 400 Hz.



Figure A.12. Vitesse de phase dans une mousse polyuréthane.



Figure A.13. Atténuation dans une mousse polyuréthane.

#### A.9.2. Mesure de la tortuosité par méthode ultrasonore

La méthode d'Allard et al [27] pour la mesure de la tortuosité consiste à déterminer la limite haute fréquence de la vitesse de phase sur la Figure A.12. Lorsque l'épaisseur de peau visqueuse tend vers 0 dans l'équation (A.17) cette limite vaut:

$$c_{\rm lim} = \frac{c_0}{\sqrt{\tau_{\infty}}},\tag{A.31}$$

fournissant directement la tortuosité.

#### A.9.3. Mesure simultanée des longueurs caractéristiques visqueuse et thermique

Cette méthode est inspirée des travaux de Johnson et al. [10,38,39] et est basée sur le comportement du facteur de qualité Q et de l'atténuation par cycle 1/Q dans la limite des hautes fréquences. L'atténuation par cycle est définie comme

$$\frac{1}{Q} = \frac{-2k''}{k'},$$
 (A.32)

(dans la convention de signe choisie pour k) où k' et k' sont respectivement les parties réelle et imaginaire du nombre d'onde. La limite haute fréquence de Q $\delta$  peut être obtenue à partir de l'expression (A.18) pour le nombre d'onde:

$$\lim_{\omega \to \infty} Q\delta = \left[\frac{1}{\Lambda} + \frac{\gamma - 1}{B\Lambda'}\right]^{-1}.$$
 (A.33)

Le produit Q $\delta$  converge aux hautes fréquences vers une valeur constante qui ne dépend que du gaz saturant et des longueurs caractéristiques (Figure A.14). La longueur caractéristique  $\Lambda$ ' fut introduite pour tenir compte des échanges thermiques entre le solide et le fluide dans des matériaux saturés de gaz pour lesquels  $\gamma$  peut être sensiblement plus grand que 1. Pour un liquide,  $\gamma$  est proche de 1 et les échanges thermiques jouent un rôle mineur dans l'atténuation des ondes. Une propriété importante sur laquelle cette méthode est basée est que l'introduction de  $\Lambda$ ' dans les équations ne change pas la loi de comportement du nombre d'onde à haute fréquence [31]. Dans l'exemple de la Figure A.14, le paramètre  $\Lambda$ ' fut mesuré par une méthode indépendante, la méthode BET [43-45] qui est basée sur l'adsorption d'un gaz à la surface des particules de solides d'une poudre finement dispersée ou d'un solide poreux. La limite de Q $\delta$  fournit donc une mesure de la longueur  $\Lambda$ . La valeur utilisée pour  $\Lambda$ ' était de 430 µm et la méthode Q $\delta$  fournit une valeur de 180 µm pour  $\Lambda$ .



Figure A.14. Produit  $Q\delta$  en fonction de la fréquence. La flèche indique la valeur limite vers laquelle le produit  $Q\delta$  tend aux hautes fréquences.

Un raffinement important fut plus tard apporté à cette méthode [33] en l'exécution des mesures de transmission ultrasonore lorsque le matériau poreux est saturé par deux gaz différents. Ce raffinement a permis la mesure simultanée des deux longueurs caractéristiques et avec la même précision. La Figure A.15 montre un exemple des résultats de mesures effectuées successivement dans l'air et dans l'hélium. Les paramètres  $\Lambda$  et  $\Lambda$ ' recherchés sont alors simplement obtenus en résolvant le système:

$$\lim_{\omega \to \infty} (Q\delta)_{air} = \left[\frac{1}{\Lambda} + \frac{\gamma_{air} - 1}{B_{air} \Lambda'}\right]^{-1},$$
(A.35)

$$\lim_{v \to \infty} (Q\delta)_{he} = \left[\frac{1}{\Lambda} + \frac{\gamma_{he} - 1}{B_{he} \Lambda'}\right]^{-1}.$$
 (A.36)

où les limites sont lues sur les courbes expérimentales.



Figure A.15. Produit Q8 mesuré sur un même matériau dans deux gaz différents.

# A.9.4. Mesure simultanée de la tortuosité et des longueurs caractéristiques visqueuse et thermique

Cette méthode est basée sur un paramètre correspondant au rapport de la vitesse de référence et de la vitesse dans l'échantillon poreux: l'indice de réfraction n. En se référant à l'équation (A.17) on trouve [46]:

$$n^{2} = \tau_{\infty} \left[ 1 + \delta \left( \frac{1}{\Lambda} + \frac{\gamma - 1}{\Lambda' B} \right) \right], \tag{A.37}$$

valable à haute fréquence. Puisque l'épaisseur de peau visqueuse varie comme l'inverse de la racine carrée de la fréquence, le tracé de n<sup>2</sup> en fonction de  $f^{-1/2}$  (Figure A.16) fournit une droite dont la pente est directement proportionnelle à la quantité (inverse d'une longueur)  $\Lambda^{-1} + (\gamma - 1)/B \cdot (\Lambda')^{-1}$  tandis que l'ordonnée à l'origine fournit la tortuosité. La mesure de n<sup>2</sup> pour un matériau saturé par deux gaz différents fournit un système de deux équations avec les deux inconnues  $\Lambda$  et  $\Lambda'$  [Réfs. 32,33].



Figure A.16. Mesure de la tortuosité, 0000 résultats expérimentaux, ------ ajustement linéaire.



Figure A.17.  $n^2$  mesuré en fonction de  $f^{-1/2}$  dans l'hélium et l'air.

Les propriétés des différents gaz utilisés dans les méthodes présentées plus haut sont données dans le Tableau A.I. Les propriétés du CFC Forane 134a sont aussi affichées. C'est un gaz que nous avons utilisé pour une étude décrite plus loin.

	ρ	γ	η	$B^2$	c <sub>0</sub>
	kg/m <sup>3</sup>		kg/(ms)		m/s
Air	1.213	1.4	1.84 10 <sup>-5</sup>	0.706	343
Helium	0.166	1.667	1.94 10 <sup>-5</sup>	0.68	1007
Forane 134a	4.24	1.118	1.05 10 <sup>-5</sup>	0.61	163

Tableau A.I. Propriétés des gaz utilisés.

Le tableau suivant résume les résultats obtenus pour trois mousses polyuréthane réticulées. Les méthodes  $Q\delta$  et n<sup>2</sup> sont comparées. Les résultats obtenus par la méthode BET au Laboratoire de Chimie des Surfaces de l'Université Pierre et Marie Curie à Paris sont aussi donnés. Les mousses étudiées ont des porosités similaires et très élevées (de l'ordre de 0.97) mais diffèrent du point de vue de leur perméabilités et de la longueur des liens de solides.

	$\Lambda$ (Q $\delta$ )	$\Lambda$ (n <sup>2</sup> )	Λ' (Qδ)	$\Lambda'(n^2)$	Λ' (BET)
	μm	μm	μm	μm	μm
Mousse 1	180	202	429	367	610
Mousse 2	132	134	292	318	370
Mousse 3	249	273	650	672	750

Tableau A.II. Résultats.

#### A.10. Diffusion à haute fréquence et limite des modèles classiques

Sur la Figure A.15, nous pouvons observer une chute du produit Q $\delta$  lorsque la fréquence augmente. Cet effet est une conséquence d'un mécanisme d'atténuation additionnel se produisant à haute fréquence.

La Figure A.18 montre un exemple d'atténuation expérimentale (trait plein) ainsi que le comportement à haute fréquence calculé sur la base du modèle de Biot-Allard [1] (pointillés).

Le comportement attendu pour les hautes fréquences est une dépendance de l'atténuation en  $\sqrt{f}$  .

A partir de la région de fréquences indiquée par la flèche, il apparaît que l'atténuation augmente et dévie sensiblement des valeurs prédites par les modèles classiques [3-10,1].

Nagy et al. [40] et Nagy [41] furent les premiers à observer ce type de comportement aux fréquences ultrasonores dans des échantillons de billes de verre frittés et dans des roches poreuses saturées d'air.

Des excès d'atténuation dans les roches et sols poreux saturés d'eau ou d'huile sont également couramment observés, dont l'origine n'est pas très claire. Un inventaire détaillé des différents mécanismes susceptibles de se produire dans les sols et les roches a été effectué par Gist [47].

Parmis ces mécanismes, seuls deux peuvent être retenus, qui pourraient expliquer les résultats expérimentaux dans des mousses polyuréthane hautement poreuses saturées d'air: ceuxci sont la diffusion par les particules de solide et les micro-écoulements de fluide dus à la rugosité de surface et aux micro-fissures. On pense que la rugosité de surface diminue la perméabilité dynamique du matériau aux hautes fréquences, résultant en une augmentation de l'atténuation.

L'observation de nombreuses mousses polyuréthane réticulées au microscope [48] montre que ces matériaux peuvent être vus comme une collection de ponts de solide reliés entre eux. Les images ne semblent pas confirmer la présence de rugosité ou de micro-fissures à la surface du solide et seule la diffusion a été retenue pour expliquer l'excès d'atténuation observé expérimentalement.

Il est important de préciser que cette conclusion ne s'applique qu'aux mousses polyuréthane étudiées ici. Nagy et Johnson [49] se sont intéressés à la propagation ultrasonore dans des roches saturées d'air à pression variable et ont montré que l'interprétation n'est pas aussi simple pour ce type de matériau.

Revenons aux mousses polyuréthane. Leclaire et al. [50] ont effectué des mesures ultrasonores dans trois gaz saturants différents (Figure A.19) pour confirmer quantitativement la prédominance de la diffusion.

Sur la Figure A.19, on peut observer que la chute du produit Q $\delta$  intervient aux environs de 130 kHz pour le CFC, 260 kHz pour l'air et 760 kHz pour l'hélium. Ces fréquences peuvent être vues comme des « fréquences de coupure ».

Si la décroissance de Q $\delta$  était due à un effet visqueux, elle devrait se produire dans l'hélium ou dans le CFC lorsque les épaisseurs de peau visqueuses sont du même ordre de grandeur que celle dans l'air et le rapport des fréquences de coupure devrait correspondre au rapport des viscosités cinématiques dans les différents gaz, ce qui n'est pas le cas. La viscosité de l'Hélium est approximativement 7.6 fois supérieure à celle de l'air tandis que la viscosité du CFC est 6.2 fois moindre.

Ce qui est remarquable est que le rapport des fréquences de coupure mesurées correspond au rapport des vitesses limites dans le matériau poreux saturé par les différents gaz, qui, incidemment, est également le rapport des vitesses dans les gaz libres.

La conséquence de ce résultat est que la chute du produit Q $\delta$  dans la Figure A.19 est due à la diffusion des ondes par les ponts de solide. En effet, l'amplitude de diffusion dépend du rapport entre la longueur d'onde et la taille des ponts de solide (diffuseurs).

Cet effet est purement géométrique et la longueur d'onde critique (« de coupure ») pour laquelle la diffusion devient importante ne change pas lorsque l'on remplace un gaz par un autre. Par conséquent, le rapport des fréquences de coupure doit correspondre au rapport des vitesses dans les différents gaz, ce qui est le cas.

Les résultats sont résumés dans le Tableau A.III. Les vitesses du son sont de 1007 m/s dans l'hélium, 344 m/s dans l'air et 163 m/s dans le CFC à 20° C.



Figure A.18. Atténuation ultrasonore dans une mousse polyuréthane. Trait plein: mesurée et tirets: attendu.



Figure A.19. Mesures du produit  $Q\delta$  dans une mousse polyuréthane saturée par 3 gaz différents en fonction de la fréquence.

	Fréquence de coupure mesurée (kHz)	Fréquence de coupure attendue pour un effet visqueux (kHz)	Fréquence de coupure attendue pour un effet de diffusion (kHz)
Hélium	760	2000	763
CFC	130	42	124

Tableau A.III. Fréquences de coupures attendues et mesurées.

Une dernière confirmation de l'influence de la diffusion est donnée par la confrontation des résultats expérimentaux à un modèle simple de diffusion. Dans ce modèle, le milieu est considéré comme étant une collection de cylindres identiques rigides (cylindres de Neumann) en concentration relativement faible. L'excès d'atténuation due à la simple diffusion est alors donné par [50,51]

$$\Delta(\text{Im}[k]) = \frac{3}{8}\pi^2 a^4 \text{Re}[k]^3 N, \qquad (A.38)$$

où a est le rayon des cylindres et N est la concentration N =  $(1-\phi)/(\pi a^2)$ .

Dans le domaine des basses fréquences de la diffusion (qui est au-delà du domaine des hautes fréquences pour le modèle de Biot), on peut montrer (voir Réf. [51] par exemple) que la partie réelle de k (ou la vitesse de phase) est moins influencée par la diffusion que la partie imaginaire (atténuation).

Puisque le facteur de qualité Q correspond à l'inverse de l'atténuation par cycle, le résultat suivant est obtenu:

$$\Delta \left(\frac{1}{Q\delta}\right) = \frac{2 \ \Delta(\text{Im}[k])}{\delta \ \text{Re}[k]}.$$
(A.39)

Les Figures A.20 et A.21 comparent la quantité  $\Delta(1/Q\delta)$  calculée théoriquement aux valeurs expérimentales de  $1/Q\delta$  pour deux matériaux différents. On a considéré un diamètre 2a des cylindres de 60 µm pour le premier matériau et de 80 µm pour le deuxième. Ces valeurs furent estimées par observation des échantillons au microscope.



Figure A.20. —  $1/Q\delta$  mesuré dans trois gaz différents, -----excès d'atténuation dû à la diffusion calculé à l'aide d'un modèle simple.



Figure A.21. —  $1/Q\delta$  mesuré dans deux gaz différents, pour une autre mousse ------excès d'atténuation dû à la diffusion calculé à l'aide d'un modèle simple.

#### A.11. Conclusion

Suite aux travaux de Johnson et al. et de Allard, nous avons proposé de nouvelles méthodes permettant la mesure des deux longueurs caractéristiques visqueuse et thermique, basées sur la propagation d'ondes ultrasonores dans différents gaz saturant le milieu poreux. Ces méthodes utilisent le comportement asymptotique à haute fréquence de la vitesse et de l'atténuation des ondes.

Les deux longueurs ont été mesurées simultanément et avec la même précision dans différents matériaux et dont certains étaient jusqu'alors inconnus.

Par ailleurs, ces expériences ont conduit à une meilleure compréhension de la propagation des ondes en milieu poreux dans le domaine des hautes fréquences.

Nous pouvons conclure que l'excès d'atténuation observé dans les mousses poreuses réticulées que nous avons étudiées est dû uniquement à la diffusion ultrasonore.

Bien qu'extrêmement intéressante du point de vue de la description physique de la propagation dans les milieux poreux pour des fréquences au-delà du domaine des hautes fréquences de la théorie de Biot, la diffusion est un phénomène indésirable limitant le domaine d'application des méthodes ultrasonores pour la mesure de la tortuosité et des longueurs caractéristiques.

Ces méthodes sont basées sur la transmission ultrasonore dans des matériaux dont la perméabilité est relativement élevée. Lorsque celle-ci est trop faible, une forte atténuation du signal transmis rend les mesures moins précises.

Des recherches ont été entreprises plus récemment au Laboratorium voor Akoestiek en Thermische Fysica à Leuven et au Laboratoire d'acoustique de l'Université du Maine pour contourner ce problème et augmenter le domaine d'application des méthodes ultrasonores. Celles-ci sont basées sur la réflexion des ondes ultrasonores [52,53], qui dépend elle aussi des paramètres physiques des milieux poreux et sur une approche temporelle des signaux ultrasonores transitoires transmis et réfléchis dans les couches poreuses [54].

Malgré les définitions précises des différents paramètres physiques des milieux poreux et le développement de techniques élaborées de mesure, il serait erroné de penser que la recherche dans ce domaine a plus ou moins fait le tour de la question. Il est important de comprendre qu'il existe des connexions entre les différents paramètres. Bien que très souvent évidentes et intuitives, ces connexions sont mal connues et aucune relation mathématique n'a été clairement établie. A titre d'exemple, on peut citer la (les) connexion(s) entre la porosité et la tortuosité. Excepté pour des géométries clairement définies, il est impossible de changer la porosité d'un matériau sans modifier sa tortuosité. Un autre exemple est l'existence d'une (de) relation(s) entre les dimensions caractéristiques des pores et la perméabilité à l'écoulement. Cette (ces) relation(s) est (sont) inconnue(s) et la recherche dans le domaine reste très ouverte.

Cela dit, les connaissances dont on dispose sont suffisantes pour la caractérisation acoustique de la plupart des matériaux et si le contrôle précis des paramètres reste impossible il est toujours possible de comprendre leur influence. La démarche adoptée consiste à considérer ces paramètres physiques comme indépendants du point de vue de la modélisation et de la simulation numérique.
# **B. CONTRIBUTION A L'ETUDE DE VIBRATIONS DE STRUCTURES INCLUANT DES MATERIAUX POREUX**

# Introduction

Inclure des matériaux poreux dans des structures vibrantes est un sujet de recherche relativement récent. Ces matériaux peuvent avoir un effet significatif sur le bruit rayonné par la structure vibrante. Des couches de matériaux poreux peuvent être utilisées dans des applications liées au bâtiment et au transport.

Les vibrations du matériau poreux doivent parfois être étudiées tout comme celles du reste de la structure. La description détaillée du système passe par une description physique précise des interactions solide-fluide et des vibrations du solide dans une formulation par éléments finis. On peut trouver un état de l'art dans ce domaine dans l'Habilitation à Diriger des Recherches de F. Sgard [55].

Parmis les institutions ayant un intérêt particulier dans les méthodes numériques de calcul de vibrations de structures incluant des matériaux poreux on trouve le Groupe d'Acoustique de l'Université de Sherbrooke, le Laboratoire d'Acoustique de l'Université du Maine, le Laboratoire des sciences de l'Habitat de l'ENTPE à Lyon et les Sociétés LMS à Leuven et FFT à Louvain la Neuve.

Cummings et al. [56] ont étudié l'amortissement du rayonnement d'une plaque de métal par un matériau poreux placé au voisinage de celle-ci. Le problème traité ici est différent et concerne la vibration de la plaque poreuse elle-même.

Dans cette partie B, nous présentons une étude théorique et expérimentale conduite à Bradford et Hull (UK) sur les vibrations de flexion de plaques poreuses rectangulaires minces.

Une approche analytique de ce problème est possible pour des géométries simples comme dans le cas présent [57]. L'avantage réside non pas dans la simplicité des équations, celles-ci restent assez compliquées, mais dans la possibilité de donner une interprétation physique des interactions squelette/acoustique en fonction des paramètres du matériau (porosité, tortuosité, perméabilité) et des paramètres mécaniques (densités, module d'Young, coefficient de Poisson).

Nous nous intéressons en particulier à l'influence des paramètres physiques présentés dans la première partie de ce mémoire et nous espérons contribuer à une meilleure compréhension des phénomènes. L'une des principales conclusions est que la porosité, la tortuosité et la perméabilité jouent des rôles importants durant la vibration de la plaque.

Des expériences en laboratoire ont été effectuées dans lesquelles une plaque poreuse dont les quatre bords sont encastrés est excitée par un bruit blanc produit par un haut-parleur de 40 cm de diamètre. Les plaques sont obtenues à partir de matériaux recyclés se présentant sous la forme de poudre. Les particules, qui proviennent principalement de tableaux de bord de voitures broyés, sont ré-assemblées sous forme de plaques.

Cette technique à été mise au point à l'Université de Bradford lors d'une thèse de doctorat et a été de brevetée [64]. Les résultats présentés ici ont été financés par une bourse du British Engineering and Physical Sciences Research Council (EPSRC) contrat numéro GR/L54905, et ont conduit à l'acceptation par EPSRC du contrat de recherche numéro GR/R43761.

#### **B.1.** Un modèle analytique des vibrations de flexion de plaques poreuses minces

Nous montrons que les vibrations de plaques poroélastiques minces peuvent être décrites à l'aide de la théorie standard des plaques et des interactions fluide/squelette. Ces travaux constituent une continuation des travaux de Théodorakopoulos et Beskos [58] qui ont étudié le cas d'une plaque poreuse à bords posés.

En faisant l'approximation supplémentaire que la plaque est plus mince que n'importe quelle longueur d'onde acoustique, Deux équations beaucoup plus simples de l'équilibre dynamique de la plaque furent obtenues par Leclaire et al. [59], et ceci sans perte majeure de généralité. Les avantages de ce modèle résident en la simplicité et la flexibilité des deux équations de l'équilibre. Celles-ci se prêtent facilement à l'application de méthodes classiques utilisées dans la théorie des plaques [60-62].

L'une d'entre elles, la méthode de Galerkin, a été utilisée pour résoudre les deux équations couplées pour n'importe quelle condition de bord [63]. Ces résultats peuvent avoir un grand intérêt dans l'implémentation de méthodes numériques, pour des géométries complexes.

### **B.1.1.** Les relations contraintes-déformations de Biot dans un milieu poreux infini

Pour un milieu poreux isotrope avec une porosité uniforme et en l'absence de précontrainte les relations contraintes-déformations peuvent être écrites [65]:

$$\sigma_{ij} + \alpha P_f \delta_{ij} = 2\mu \varepsilon_{ij} + \lambda \varepsilon \delta_{ij}, \qquad (B.1a)$$

$$P_f = -\alpha M \varepsilon + M \zeta \,, \tag{B.1b}$$

où  $\sigma_{ij}$  est le tenseur des contraintes totales agissant sur le milieu poreux;  $P_f$  est la pression du fluide dans les pores;  $\delta_{ij}$  est le symbole de Kronecker (la convention de sommation sur les indices répétés est utilisée);  $\lambda$  et  $\mu$  sont les constantes élastiques de Lamé du squelette solide définies pour un milieu isotrope; le coefficient de couplage élastique  $\alpha$  et le module élastique M ont été définis par Biot et Willis [26];  $\varepsilon_{ij}$  est le tenseur des déformations du squelette, exprimé en fonction des composantes du déplacement de solide u dans le système de coordonnées ( $x_1, x_2, x_3$ ):

$$\varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left( u_{i,j} + u_{j,i} \right), \tag{B.2}$$

où ,*j* indique la dérivation spatiale par rapport à  $x_j$ ;  $\varepsilon = div \, u = \varepsilon_{11} + \varepsilon_{22} + \varepsilon_{33}$  est la dilatation du squelette;  $\zeta = -div \, w$  est la variation de teneur en fluide [65] dépendant du déplacement relatif w entre le fluide et le solide; ce déplacement  $w = \phi(U - u)$  fait intervenir le déplacement du fluide U et la porosité.

Si l'on ne tient pas compte des termes contenant le couplage élastique  $\alpha$ , on reconnaît aisément la forme classique des relations contrainte-déformation pour un solide (B.1a) et pour un fluide (B.1b). Ceci découle du fait que le solide et le fluide sont considérés comme des phases effectives dans le modèle de Biot.

## **B.1.2.** Moments de flexion et de torsion

Les dimensions de la plaque sont *a* et *b*, et son épaisseur est *h*. Le système de coordonnées (Fig. B.1) est choisi de telle façon que le plan défini par les axes  $x_1$  et  $x_2$  coïncide avec le plan médian de la plaque avant déformation. Les axes  $x_1$  et  $x_2$  sont respectivement parallèles aux côtés *a* et *b*. L'axe  $x_3$  est normal au plan médian.

On admet que les écoulements du fluide sont normaux au plan  $(x_1, x_2)$  de sorte que  $\zeta = -\partial w/\partial x_3$  ne dépend que de la coordonnée  $x_3$  (Réf. [66]). L'épaisseur de la plaque est considérée plus petite que toute longueur d'onde acoustique et on effectue l'approximation que les variations d'amplitude du déplacement du fluide dans la plaque selon  $x_3$  sont petites. Ceci nous permet d'effectuer la même approximation que dans le cas d'une plaque non poreuse sur la contrainte normale:  $\sigma_{33}=0$ , valide pour des plaques relativement rigides. Les variations d'épaisseur sont négligées et seules les contraintes tangentes à la surface sont considérées.



Figure B.1. Système de coordonnées

Le fait d'appliquer une charge sur l'une des faces ou une contrainte de flambage sur les cotés aura pour conséquence une flexion de la plaque. Dans l'approximation des petits fléchissements souvent effectuée dans la théorie classique des plaques, les composantes des déformations correspondant à un fléchissement du solide  $w_s$  selon  $x_3$  sont données par:

$$\varepsilon_{11} = -x_3 \frac{\partial^2 w_s}{\partial x_1^2}, \quad \varepsilon_{22} = -x_3 \frac{\partial^2 w_s}{\partial x_2^2}, \quad \varepsilon_{12} = -x_3 \frac{\partial^2 w_s}{\partial x_1 \partial x_2}.$$
 (B.3a,b,c)

Ces déformations correspondent à des contraintes internes notées  $\sigma_{ij}$ , différentes de  $\sigma_{ij}$ , à priori. A partir des formules classiques de l'élasticité plane [61], ces contraintes sont données par:

$$\sigma_{11}' = -\frac{Ex_3}{1 - v^2} \left( \frac{\partial^2 w_s}{\partial x_1^2} + v \frac{\partial^2 w_s}{\partial x_2^2} \right),$$
(B.4a)

$$\sigma_{22} = -\frac{Ex_3}{1 - v^2} \left( \frac{\partial^2 w_s}{\partial x_2^2} + v \frac{\partial^2 w_s}{\partial x_1^2} \right), \tag{B.4b}$$

$$\sigma_{12} = -\frac{Ex_3}{1+\nu^2} \left( \frac{\partial^2 w_s}{\partial x_1 \partial x_2} \right), \tag{B.4c}$$

où E est le module d'Young et v le coefficient de Poisson du squelette solide. Ces expressions sont une forme particulière de la loi de Hooke dont l'écriture générale est

$$\sigma'_{ij} = 2\mu'\varepsilon_{ij} + \lambda'\varepsilon\delta_{ij}. \tag{B.5}$$

En identifiant chaque terme dans cette équation avec ceux de (B.1) et en utilisant les relations entre les coefficients élastiques il vient

$$\sigma'_{ij} = \sigma_{ij} + \alpha P_f \delta_{ij}, \qquad (B.6a)$$

$$\lambda' = \lambda = \frac{E\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}, \quad \mu' = \mu = \frac{E}{2(1+\nu)}.$$
 (B.6b,c)

Les contraintes  $\sigma'_{ij}$  sont telles que le milieu poreux se comporte comme un solide homogène possédant des constantes élastiques  $\lambda$  et  $\mu$ .

# **B.1.3.** Relations entre les moments

Les moments de flexion et de torsion associés aux contraintes  $\sigma'_{ii}$  sont donnés par:

$$\boldsymbol{M}_{1}^{'} = \int_{-h/2}^{+h/2} \sigma_{11}^{'} x_{3} \, dx_{3} = -D \left( \frac{\partial^{2} w_{s}}{\partial x_{1}^{2}} + \nu \frac{\partial^{2} w_{s}}{\partial x_{2}^{2}} \right), \tag{B.7a}$$

$$\boldsymbol{M}_{2}^{'} = \int_{-h/2}^{+h/2} \sigma_{22}^{'} x_{3} \, dx_{3} = -D \left( \frac{\partial^{2} w_{s}}{\partial x_{2}^{2}} + v \frac{\partial^{2} w_{s}}{\partial x_{1}^{2}} \right), \tag{B.7b}$$

$$\boldsymbol{M}_{12}^{'} = \int_{-h/2}^{+h/2} \sigma_{12}^{'} x_3 \, dx_3 = -D\left(1 - \nu\right) \left(\frac{\partial^2 w_s}{\partial x_1 \partial x_2}\right),\tag{B.7c}$$

où  $D=Eh^3/12(1-v^2)$  est le coefficient de flexion du squelette solide. En réalité, ces moments ne représentent pas les moments de la plaque. Les vrais moments sont ceux associés aux contraintes  $\sigma_{ij}$ :

$$\boldsymbol{M}_{1} = \int_{-h/2}^{+h/2} \sigma_{11} x_{3} dx_{3}, \quad \boldsymbol{M}_{2} = \int_{-h/2}^{+h/2} \sigma_{22} x_{3} dx_{3}, \quad \boldsymbol{M}_{12} = \int_{-h/2}^{+h/2} \sigma_{12} x_{3} dx_{3}. \quad (B.8a,b,c)$$

De la même manière, on peut définir un moment associé au fluide:

$$I = \int_{-h/2}^{+h/2} P_f x_3 \, dx_3 \,. \tag{B.9}$$

A partir de la définition de la dilatation du squelette solide et en associant (B.3a,b) et (B4a,b), l'Eq. (B.1b) peut être écrite sous la forme:

$$P_{f} = -\frac{\alpha M}{E} (1 - \nu) \left( \sigma_{11}^{'} + \sigma_{22}^{'} \right) + M\zeta .$$
 (B.10)

Dans l'approximation d'une faible variation de l'amplitude du déplacement du fluide, en multipliant chaque terme de cette équation par  $x_3$  et en intégrant selon  $x_3$ , on obtient:

$$I = -\frac{\alpha M}{E} (1 - \nu) \Big( M_1' + M_2' \Big).$$
(B.11)

Les autres relations utiles entre les différents moments peuvent être déduites de (B.6a):

$$M'_{I} = M_{I} + \alpha I$$
,  $M'_{2} = M_{2} + \alpha I$ ,  $M'_{12} = M_{12}$ . (B.12a,b,c)

## **B.1.4.** Equations de l'équilibre statique

En suivant la méthode décrite dans le livre de Timoshenko et Woinowsky [60], et en travaillant avec  $M_1$ ,  $M_2$  et  $M_{12}$  (les vrais moments de la plaque saturée de fluide), on obtient l'équation de l'équilibre statique suivante:

$$\frac{\partial^2 \boldsymbol{M_1}}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 \boldsymbol{M_2}}{\partial x_2^2} - 2\frac{\partial^2 \boldsymbol{M_{12}}}{\partial x_1 \partial x_2} = -q, \qquad (B.13)$$

où q est la charge appliquée à la plaque (q a les dimensions d'une pression).

La combinaison de (B.11), (B.12) et (B.13) conduit à:

$$\left(1+\beta\right)\left(\frac{\partial^2 \boldsymbol{M}_{\boldsymbol{I}}'}{\partial x_1^2}+\frac{\partial^2 \boldsymbol{M}_{\boldsymbol{2}}'}{\partial x_2^2}\right)+\beta\left(\frac{\partial^2 \boldsymbol{M}_{\boldsymbol{2}}'}{\partial x_1^2}+\frac{\partial^2 \boldsymbol{M}_{\boldsymbol{I}}'}{\partial x_2^2}\right)-2\frac{\partial^2 \boldsymbol{M}_{\boldsymbol{I}\boldsymbol{2}}'}{\partial x_1\partial x_2}=-q\,,\tag{B.14}$$

avec  $\beta = \alpha^2 M (1 - \nu) / E$ . L'intérêt d'utiliser  $M'_1$ ,  $M'_2$  et  $M'_{12}$  est que ces moments sont reliés à la déflexion par l'Eq. (B.7).

# B.1.5. Equation de l'équilibre dynamique pour les vibrations de plaques poreuses

La méthode choisie pour obtenir l'équation de l'équilibre dynamique consiste à écrire l'égalité des projections des forces potentielles et d'inertie le long des axes du système de coordonnées. Les forces d'inertie peuvent être obtenues par intégration des dérivées des quantités de mouvement du mélange fluide-solide selon l'épaisseur de la plaque. Dans l'approximation faite sur l'amplitude du déplacement du fluide, les forces d'inertie sont écrites

$$f_i = h \left( \rho \ddot{w}_s + \rho_f \ddot{w} \right) dx_1 dx_2, \qquad (B.15)$$

où  $\rho$  est la masse volumique du mélange fluide-solide et  $\rho_f$  la masse volumique du fluide. La première équation de l'équilibre dynamique en termes de déflexions est obtenue en combinant (B.7), (B.14) et (B.15):

$$(1 + \beta + \beta \nu)D\nabla^4 w_s + h(\rho \ddot{w}_s + \rho_f \ddot{w}) = q, \qquad (B.16)$$

avec  $\nabla^4 = \nabla^2 (\nabla^2)$  et  $\nabla^2 = \partial^2 / \partial x_1^2 + \partial^2 / \partial x_2^2$ . Une seconde relation peut être obtenue à partir de l'Eq. (B.1b). Les forces microscopiques par unité de volume *V* agissant sur le fluide selon  $x_3$  sont:

$$\frac{\partial P_f}{\partial x_3} = \alpha M \left( \frac{\partial^2 w_s}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 w_s}{\partial x_2^2} \right) - M \frac{\partial^2 w}{\partial x_3^2}, \qquad (B.17)$$

tandis que les forces d'inertie par unité de volume sont  $f_i = \rho_f \ddot{w}_s + m\ddot{w}$ . Dans l'approximation sur le déplacement du fluide, le terme contenant la dérivée spatiale de  $\zeta$  est négligé et après intégration,

$$\alpha Mh\left(\frac{\partial^2 w_s}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 w_s}{\partial x_2^2}\right) - h\left(\rho_f \ddot{w}_s + m\ddot{w}\right) = \Delta P, \qquad (B.18)$$

où la constante d'intégration  $\Delta P = P_f(-h/2) - P_f(+h/2)$  est la différence de pression correspondante aux conditions aux limites appliquées sur le fluide à  $x_3 = \pm h/2$ . En insérant l'expression de  $\beta$  dans (B.16), les équations couplées de l'équilibre dynamique sont finalement écrites:

$$\left(D + \frac{\alpha^2 M h^3}{12}\right) \nabla^4 w_s + h \left(\rho \ddot{w}_s + \rho_f \ddot{w}\right) = q, \qquad (B.19a)$$

$$\alpha M h \nabla^2 w_s - h \left( \rho_f \ddot{w}_s + m \ddot{w} \right) = \Delta P \,. \tag{B.19b}$$

La première équation peut être interprétée comme la réponse élastique instantanée de la plaque poreuse saturée de fluide considérée comme une plaque élastique effective alors que la seconde équation décrit le mouvement relatif entre le solide et le fluide. Les interactions élastiques sont quantifiées par les termes où le coefficient de couplage  $\alpha$  apparaît. Les interactions inertielles sont données par les termes contenant les accélérations.

Les dissipations d'énergie par frictions visqueuses peuvent être incluses dans le modèle. Il est naturel d'introduire cette dissipation dans la deuxième équation de l'équilibre qui représente le mouvement relatif fluide-solide accompagné de frictions, d'un déphasage entre les déplacements et d'un effet de retardement [66]. Pour ce faire, on considère un coefficient m complexe dépendant de la fréquence:

$$m(\omega) = \frac{\rho_{22}}{\phi^2} = \frac{\tau(\omega)}{\phi} \rho_f, \qquad (B.20)$$

où  $\omega$  est la fréquence angulaire. Les coefficients *m* et  $\rho_{22}$  furent introduits par Biot [65] et étaient initialement indépendant de la fréquence. La tortuosité dynamique  $\tau(\omega)$  fut introduite par Johnson et al. [10] et est une quantité complexe. Dans le domaine des basses fréquences de Biot,

$$\tau(\omega) = \tau_{\infty} - j \frac{b_f}{\phi \rho_f \omega}, \qquad (B.21)$$

où  $b_f$  est le coefficient de friction de Biot [3] donné par:

$$b_f = \frac{\eta \phi^2}{k_0}.\tag{B.22}$$

Une fonction de correction de la viscosité peut être appliquée à  $b_f$  pour tenir compte des mouvements relatifs fluide-solide dans le domaine des hautes fréquences de Biot. Cette fonction  $F(\omega)$  est la même que celle intervenant dans l'Eq. (A.9) et on considère qu'elle est égale à 1 dans cette étude. En effet, on s'attend à ce que les fréquences de vibration des plaques poreuses soient basses, inférieures à la fréquence caractéristique de Biot.

# B.1.2. Solutions des équations d'équilibre pour différentes conditions de bords

# **B.1.2.1.** La méthode de Galerkin

Cette méthode consiste à multiplier les forces définies dans (B.19a,b) par des fonctions test  $\delta w_s$  et  $\delta w$  et à intégrer ces quantités le long des dimensions de la plaque, les termes intégrés correspondant à des projections dans l'espace des fonctions test.

$$\int_0^b \int_0^a \left[ \left( D + \frac{\alpha^2 M h^3}{12} \right) \nabla^4 w_s + h \left( \rho \ddot{w}_s + \rho_f \ddot{w} \right) - q \right] \delta w_s \, dx \, dy = 0 \,, \tag{B.23a}$$

$$\int_{0}^{b} \int_{0}^{a} \left[ \alpha M h \nabla^{2} w_{s} - h \left( \rho_{f} \ddot{w}_{s} + m(\omega) \ddot{w} \right) - \Delta P \right] \delta w \, dx \, dy = 0 \,. \tag{B.23b}$$

Ces deux équations doivent être résolues simultanément.

Le jeu consiste à trouver une forme appropriée pour les fonctions test telle que des solutions non triviales existent.

Le fait de trouver des solutions à ce système constitue une vérification de la compatibilité des deux équations. La forme choisie pour les fonctions test dicte la forme des solutions et conduit à une forme explicite pour  $w_s$  et w.

# **B.1.2.2.** Solutions

Les solutions  $w_s$  et w, mais aussi  $\delta w_s$ ,  $\delta w$ , q,  $\Delta P$  sont devéloppées sur la base de fonctions propres orthogonales ou quasi-orthogonales  $\Phi_{rn}(x,y)$ . x et y valent pour les coordonnées  $x_1$  et  $x_2$ . Par exemple pour  $w_s$ :

$$w_s(x, y) = \sum_{r=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} W_{rn}^s \Phi_{rn}(x, y) .$$
 (B.24)

La plaque est rectangulaire et deux familles de fonctions sont utilisées, l'une  $\theta_r(x)$  selon l'axe des x parallèle au côté *a* de la plaque et l'autre  $\psi_n(y)$  selon l'axe des y parallèle au côté *b*. Les fonctions propres sont ensuite écrites

$$\Phi_{rn}(x, y) = \theta_r(x).\psi_n(y). \tag{B.25}$$

Une méthode classique pour résoudre les problèmes de vibration de plaques est d'imposer la forme des solutions, d'insérer celles-ci dans les équations (23a,b) et d'en déduire les valeurs des coefficients d'amplitude. Dans ce problème, les inconnues sont les coefficients d'amplitude  $W_m^s$  du déplacement latéral de la plaque et  $W_m$  du déplacement relatif entre le solide et le fluide.

Les fonctions  $\theta_r(x)$  et  $\psi_n(y)$  sont les fonctions propres sur la base desquelles les solutions sont développées dans la méthode. La forme choisie pour  $\theta_r(x)$  et  $\psi_n(y)$  dans cette étude est une combinaison linéaire de fonctions sinusoïdales et hyperboliques:

$$\theta_r(x) = C_{1r} \sin\left(\lambda_r \frac{x}{a}\right) + C_{2r} \cos\left(\lambda_r \frac{x}{a}\right) + C_{3r} \sinh\left(\lambda_r \frac{x}{a}\right) + C_{4r} \cosh\left(\lambda_r \frac{x}{a}\right), \quad (B.26)$$

la même forme étant utilisée pour  $\psi_n(y)$  selon y.

En remplaçant (B.24) dans (B.23a,b) et puisque les fonctions propres et leurs dérivées satisfont à la condition d'orthogonalité (selon le choix des fonctions propres, cette condition pourra être satisfaite de manière approximative seulement), on trouve que les solutions, si elles existent, vérifient le système suivant:

$$\sum_{r=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} (W_{rn}^{s} \left[ \left( D + \frac{\alpha^{2} M h^{3}}{12} \right) (I_{1}I_{2} + 2I_{3}I_{4} + I_{5}I_{6}) - h\rho\omega^{2}I_{2}I_{6} \right]$$

$$-W_{rn}h\rho_{f}\omega^{2}I_{2}I_{6}) = \sum_{r=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} Q_{rn}I_{2}I_{6}$$

$$(B.27a)$$

$$\sum_{r=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} (W_{rn}^{s} \left[ \alpha M h (I_{2}I_{3} + I_{4}I_{6}) + h\rho_{f}\omega^{2}I_{2}I_{6} \right]$$

$$+ W_{rn}hm(\omega)\omega^{2}I_{2}I_{6}) = \sum_{r=1}^{\infty} \sum_{n=1}^{\infty} \Delta P_{rn}I_{2}I_{6}$$

$$(B.27b)$$

où  $(I_1)$ - $(I_6)$  sont les intégrales définies suivantes:

$$I_{1} = \int_{0}^{a} \theta_{r}^{(IV)}(x)\theta_{r}(x)dx, I_{6} = \int_{0}^{a} \theta_{r}(x)\theta_{r}(x)dx, I_{3} = \int_{0}^{a} \theta_{r}^{(II)}(x)\theta_{r}(x)dx,$$
$$I_{5} = \int_{0}^{b} \psi_{n}^{(IV)}(y)\psi_{n}(y)dy, I_{2} = \int_{0}^{b} \psi_{n}(y)\psi_{n}(y)dy, I_{4} = \int_{0}^{b} \psi_{n}^{(II)}(y)\psi_{n}(y)dy.$$

Les exposants (*IV*) et (*II*) correspondent aux dérivées quatrième et seconde, respectivement. La résolution du système (B.27a,b) pour un couple (r,n) fournit les coefficients  $W_{rn}^s$ ,  $W_{rn}$  et les solutions sont données par (B.24) et son équivalent pour w.

Dans un souci de précision et de minimisation du temps de calcul, les intégrales  $(I_1)$ - $(I_6)$  peuvent être calculées à l'aide de la méthode de Gauss-Legendre.

Dans le cas d'une plaque à bords posés, les intégrales prennent une forme simple et une solution similaire à la solution algébrique de Navier [62] pour une plaque poreuse est obtenue.

Les coefficients  $Q_{rn}$  et  $\Delta P_{rn}$  correspondent aux forces d'excitation et sont déterminés par la façon dont la plaque est excitée. Pour une force  $F_0$  localisée en un point  $(x_0, y_0)$  de la surface du solide, les forces  $Q_{rn}.I_2I_6$  et  $\Delta P_{rn}.I_2I_6$  qui apparaissent dans (B.27a,b) sont respectivement égales à  $F_0. \theta_r(x_0). \psi_n(x_0)$  et 0. Si la plaque est excitée acoustiquement par une onde plane d'amplitude  $P_i$ , la pression appliquée sur le mélange fluide-solide et la différence de pression dans le fluide sont distribuées uniformément à la surface de la plaque et dans ce cas [62]:

$$Q_{rn}=\frac{16P_i}{\pi^2 rn},$$

avec (r,n) impaires.

Les coefficients  $C_{1r}$ ,  $C_{2r}$ ,  $C_{3r}$  et  $C_{4r}$  et  $\lambda_r$  dépendent des conditions aux bords de la plaque. Selon les valeurs prises par ces coefficients, toute combinaison impliquant des bords posés, encastrés ou libres est possible. Le déterminant des conditions aux limites [67] contient quatre conditions. Celles-ci déterminent  $\lambda_r$  (à l'aide d'une équation caractéristique) ainsi que trois des quatres coefficients  $C_{ir}$ , donnés relativement au quatrième qui est arbitraire. Le système est ensuite entièrement déterminé par la donnée d'une norme dans l'espace des fonctions propres.

En insérant les fonctions tests dans les doubles séries donnant  $w_s$ , w,  $\delta w_s$ ,  $\delta w$  et q, et en insérant celles-ci dans les équations (B.27a,b), la forme modale des équations de l'équilibre donnant  $W_m^s$  et  $W_m$  est obtenue.

# **B.1.2.3.** Plaque chargée par un fluide environnant

A l'échelle des longueurs d'ondes, la plaque poreuse apparaît comme un milieu continu et les résultats de la théorie classique des plaques peuvent être appliqués au cas poreux.

Il est possible de tenir compte de la charge de fluide à travers un terme de source supplémentaire qui peut intervenir aux côtés des termes d'excitations dans les équations de l'équilibre:

$$f_{mn}^{P} = -j\omega \sum_{pq} Z_{mnpq}^{BF} w_{T}, \qquad (B.28)$$

où  $Z_{mnpq}^{BF}$  est la matrice d'impédance de rayonnement et  $w_T$  est le champ total de déplacement au voisinage de la surface de la plaque.

Le champ total des déplacements dépend de x et de y et est donné par la simple somme  $w_T(x,y) = w_s(x,y) + w(x,y)$  [Réf. 28].

Pour simplifier le problème, cet effet ne fut pas implémenté en première approche [59]. Les résultats expérimentaux obtenus dans l'air montreront que bien la charge de fluide est négligée, la comparaison entre résultats théoriques et expérimentaux est assez bonne. Une étude sur l'influence de la charge de fluide a été proposée récemment [68].

# **B.1.2.4.** Simulation numérique de la réponse de la plaque

Le module de la déflexion, calculé au centre pour une plaque à bords posés est tracé sur la Figure B.2 en fonction de la fréquence pour un matériau de  $0.5 m \times 0.5 m \times 10.70 mm$  saturé d'air.



Figure B.2. Déflexion calculée au centre pour une plaque poreuse simplement supportée saturée d'air.

La plaque étudiée (Y-foam) possède une masse volumique de 353 kg/m<sup>3</sup>, une porosité de 0.69, une tortuosité de 1.3, une perméabilité de  $2.7 \times 10^{-10}$ , un module d'Young de  $2.1 \times 10^7$  N/m<sup>2</sup> et un facteur de perte de 0.1. La masse volumique de l'air est de 1.2 kg/m<sup>3</sup>.

Le panneau est excité soit par une pression acoustique uniforme de 0.1 Pa soit par une force ponctuelle unitaire (1 N) située à  $x_0 = 0.1 m$ ,  $y_0 = 0.15 m$ . Ce sont les valeurs numériques utilisées dans la simulation.

La réponse est calculée dans les deux cas à x = 0.25 m, y = 0.25 m. Ces résultats montrent que la vibration de la plaque possède des pics de résonance à certaines fréquences.

### B.2. Formule approchée des fréquences naturelles de résonance d'une plaque poreuse.

Si le module d'Young E du matériau est beaucoup plus grand que celui du fluide i.e., si E >> M – cette condition sera satisfaite dans beaucoup de cas et en particulier pour une plaque poreuse saturée d'air – seules les interactions inertielles sont considérées dans les équations des plaques, qui peuvent être écrites pour des vibrations libres:

$$D\nabla^4 w_s + h \left( \rho \ddot{w}_s + \rho_f \ddot{w} \right) = 0, \qquad (B.29)$$

$$\rho_f \ddot{w}_s + m(\omega)\ddot{w} = 0. \tag{B.30}$$

Malgré l'écriture temporelle de ces équations, on a pris la liberté d'utiliser le paramètre fréquentiel  $m(\omega)$ , sachant que le régime harmonique sera considéré plus tard.

Ces deux équations peuvent être combinées en une seule équation impliquant la déflexion  $w_s$  seulement. En éliminant  $\ddot{w}$  et en utilisant (B.20)-(B.22) il vient:

$$D\nabla^{4}w_{s} + h \left( \rho - \frac{\tau_{\infty}\phi\rho_{f}}{\tau_{\infty}^{2} + b_{f}^{2} / \omega^{2}\phi^{2}\rho_{f}^{2}} - j \frac{b_{f} / \omega}{\tau_{\infty}^{2} + b_{f}^{2} / \omega^{2}\phi^{2}\rho_{f}^{2}} \right) \ddot{w}_{s} = 0.$$
 (B.31)

L'expression entre parenthèses correspond à la masse volumique effective dynamique

$$\rho' = \rho - \frac{\tau_{\infty} \phi \rho_f}{\tau_{\infty}^2 + b_f^2 / \omega^2 \phi^2 \rho_f^2} - j \frac{b_f / \omega}{\tau_{\infty}^2 + b_f^2 / \omega^2 \phi^2 \rho_f^2},$$
(B.32)

où le coefficient  $b_f = \eta \phi^2 / k_0$  est le coefficient de friction de Biot.

Warburton [69] a proposé une formule approchée donnant les fréquences naturelles de résonance d'une plaque élastique rectangulaire pour toute combinaison des trois conditions de bords de base (posé, encastré, libre).

Dans le but d'évaluer la précision de cette formule, nous avons effectué des expériences sur une plaque d'aluminium rectangulaire dont les dimensions sont  $150 \times 50 \times 0.8$  mm et dont les deux grands bords étaient libres tandis que les deux petits bords étaient encastrés. Nous avons trouvé un excellent accord pour les 7 premières fréquences de résonance avec une erreur inférieure à 3%.

L'établissement d'une formule approchée est également possible pour une plaque poreuse lorsque le module d'Young E du matériau est beaucoup plus grand que celui du fluide.

A partir de l'expression (B.32) et dans le cas non dissipatif, la masse volumique effective est écrite:

$$\rho' = \rho - \frac{\phi}{\tau_{\infty}} \rho_f \,. \tag{B.33}$$

Dans le cas non dissipatif, (B.31) et (B.33) indiquent que le solide et le fluide vibrent en phase dans un rapport d'amplitude de  $1 - \phi / \tau_{\infty}$ .

Dans les restrictions indiquées dans cette section, l'énergie élastique de la plaque poreuse est donnée par (cf. Réf. [61])

$$\mathcal{U} = \frac{1}{2} D \int \int_{\mathcal{S}} \left[ \left( \frac{\partial^2 w_s}{\partial x_1^2} \right)^2 + \left( \frac{\partial^2 w_s}{\partial x_2^2} \right)^2 + 2 \frac{\partial^2 w_s}{\partial x_1^2} \frac{\partial^2 w_s}{\partial x_2^2} + 2 \left( 1 - \nu \right) \left( \frac{\partial^2 w_s}{\partial x_1 \partial x_2} \right)^2 \right] dS, \quad (B.34)$$

où l'intégration est effectuée sur la surface de la plaque. L'énergie cinétique est donnée par

$$\mathcal{T} = \frac{1}{2}h \int \int_{S} \rho' \ddot{w}_{s}^{2} dS , \qquad (B.35)$$

et en appliquant les résultats de Warburton [69], un facteur adimensionel de fréquence est définie par

$$\Omega^{2} = \left(\rho - \frac{\phi}{\tau_{\infty}}\rho_{f}\right) \frac{ha^{4}}{\pi^{4}D} \omega^{2} = G_{x}^{4} + G_{y}^{4} \frac{a^{4}}{b^{4}} + 2\frac{a^{2}}{b^{2}} \left[\nu H_{x}H_{y} + (1-\nu)J_{x}J_{y}\right], \quad (B.36)$$

fournissant des valeurs approchées des fréquences des résonances pour n'importe quelles conditions de bords caractérisées par les valeurs des coefficients  $G_x$ ,  $G_y$ ,  $H_x$ ,  $H_y$ ,  $J_x$  et  $J_y$ . Une table des valeurs prises par ces coefficients est fournie par Warburton.

# **B.3. Influence des paramètres physiques sur les résonances**

L'influence de la porosité et de la tortuosité sur les fréquences de résonance peut être étudiée pour  $b_f = 0$  (i.e., perméabilité infinie), le terme imaginaire de l'Eq. (B.31) affectant principalement le facteur de qualité de la résonance. Puisque la tortuosité est toujours supérieure à 1 et que la porosité est comprise entre 0 et 1, la partie réelle de la densité dynamique  $\rho'$  décroît à mesure que la porosité augmente ou que la tortuosité diminue. En conséquence, les fréquences de résonance, qui varient comme l'inverse de  $\rho'$ , seront plus hautes pour de plus hautes porosités ou pour de plus basses tortuosités. L'Eq. (B.32) montre aussi que la partie réelle de  $\rho'$  augmente avec le rapport  $b_f/\omega$ . En conséquence, les fréquences de résonance augmentent avec la perméabilité.

L'influence de la porosité, de la tortuosité et de la perméabilité sur l'amortissement est étudiée en réintroduisant le coefficient  $b_f$  dans l'Eq. (B.31). Augmenter la tortuosité ou diminuer la porosité ( $\phi^2$  apparaît également dans  $b_f$ ) réduit la partie imaginaire de  $\rho'$  et par conséquent augmente le facteur de qualité. A partir de 0, une augmentation du rapport  $b_{f}/\omega$  (i.e., une décroissance de la perméabilité), résulte en une augmentation de l'amortissement, qui atteint un maximum puis retourne vers la valeur 0 lorsque  $b_{f}/\omega$  tend vers l'infini.

# **B.3.1. Influence de la porosité**

L'influence de la porosité a été étudiée quantitativement et en détails par Theodorakopoulos et Beskos [58] dans le cas d'une plaque de roche poreuse saturée d'eau et dont les bords étaient posés. Les résultats qualitatifs de la section B.3. confirment les conclusions de ces auteurs sur les effets de la porosité.

Nous allons voir dans les deux sous-sections qui suivent que la tortuosité et la perméabilité sont intimement liées aux forces de couplage par inertie et par friction visqueuse, respectivement, lors du mouvement du solide et du fluide.

La tentation est alors très forte d'essayer d'associer plus particulièrement la porosité à un phénomène de couplage non mentionné, en l'occurence le couplage élastique entre les phases. En effet, il apparaît que la porosité joue un rôle essentiel dans les valeurs des modules élastiques des phases et que ceux-ci quantifient les échanges d'énergie potentielle élastique lors des déformations du milieu poreux.

Les expressions des modules élastiques intervenant dans les équations de la poroélasticité statique [26] montrent que seule la porosité intervient. La tortuosité et la perméabilité ne furent introduits que lorsque l'équilibre *dynamique* fut étudié [3] c'est à dire lorsque les mouvements des phases furent considérés.

La porosité peut donc être vue comme le principal facteur (avec bien entendu le facteur  $\alpha$  introduit par Biot et Willis [26]) affectant les couplages élastiques.

Toutefois, et ceci a une grande importance, il est nécessaire de rappeler que les paramètres physiques des milieux poreux ne sont pas indépendants et que des relations mystérieuses non encore élucidées existent entre ces paramètres. Dans le cas général, on ne peut pas faire varier un paramètre sans modifier les autres et tous les paramètres ont une influence, directe ou indirecte, sur les trois types de couplage en milieu poreux. La porosité joue également un rôle dans les échanges d'énergie cinétique et les dissipations par friction visqueuse.

Cela dit, la démarche qui consiste à considérer ces paramètres physiques comme indépendants dans la modélisation et la dans simulation numérique reste valable et fournit de précieux renseignements sur les trois types de couplage.

# **B.3.2.** Influence de la tortuosité – force inertielle

Comme nous l'avons vu qualitativement dans la section B.3, la porosité, la tortuosité et la perméabilité peuvent avoir une forte influence sur la vibration de la plaque poreuse. Dans le développement qui suit, une attention plus particulière est portée sur la tortuosité.

La Figure B.3 montre la région de fréquences de la première résonance pour le module de la déflexion calculé pour une plaque de roche poreuse saturée d'eau.

Il apparaît que le fait d'augmenter la tortuosité décale les résonances vers les basses fréquences et augmente le facteur de qualité en même temps. De plus, la fréquence de résonance et l'amortissement tendent vers une limite à mesure que  $\tau_{\infty}$  augmente.

Une interprétation physique de ce phénomène est qu'une plus grande valeur de la tortuosité, également appelée le 'coefficient de dragage', correspond à des termes inertiels plus importants de sorte que la masse apparente de la plaque est plus grande.

Puisque selon la théorie classique des plaques, les fréquences de résonances sont inversement proportionnelles à la densité, une plus grande densité du matériau poreux résulte en des fréquences de résonance plus basses.

Dans le même temps, il est raisonnable de penser qu'un paramètre de dragage plus élevé correspond à un moindre taux de frictions de sorte que le facteur de qualité est augmenté.

En d'autres termes, augmenter la tortuosité est équivalent à 'draguer' ou 'pousser' plus de fluide. Ceci ne peut se produire que si le fluide ne glisse pas le long du solide, auquel cas il n'y a pas de perte par friction visqueuse.

L'étude de l'influence de la tortuosité donne des renseignements sur les contributions relatives des forces inertielles et de friction. La conclusion que nous pouvons tirer ici est qu'une augmentation (diminution) des forces inertielles est accompagnée d'une diminution (augmentation) des forces de friction.

Ces forces déterminent les fréquences de résonance et l'amortissement.



Figure B.3. Première résonance d'une plaque de roche poreuse saturée d'eau simplement supportée pour différentes valeurs de la tortuosité (entre 1.0 et 3.0).

# **B.3.3.** Influence de la perméabilité - Fréquence d'amortissement maximal - Force de friction

La masse volumique apparente de la plaque donnée par l'Eq. (B.32) peut être écrite

$$\rho' = \rho - \frac{\phi}{\tau_{\infty}} [R(\chi) + jI(\chi)]. \tag{B.37}$$

La fonction  $R(\chi) + j I(\chi)$  donne le changement dans la masse volumique apparente dû au mouvement. Cette fonction est donnée par

$$R(\chi) = \frac{\chi^2}{1 + \chi^2}, \quad I(\chi) = \frac{\chi}{1 + \chi^2},$$
 (B.38)

où  $\chi$  est une fréquence adimensionnelle donnée par

$$\chi = \omega \frac{\tau_{\infty} \phi \rho_f}{b_f} \,. \tag{B.39}$$

Le maximum de  $I(\chi)$  est 1/2 et est atteint pour  $\chi = \chi_0 = 1$ . En conséquence, une fréquence d'amortissement maximal peut être définie et est donnée par

$$\omega_0 = \frac{b_f}{\tau_\infty \phi \rho_f} = \frac{\eta \phi}{k_0 \tau_\infty \rho_f}.$$
 (B.40)

Cette fréquence est presque identique à la fréquence caractéristique de Biot à la différence près qu'elle tient compte de la tortuosité. Elle fut introduite par Dunn [70], avec une justification qualitative, dans l'étude aux basses fréquences des modes de vibration d'un cylindre poreux saturé de fluide.

Ce résultat est certainement digne d'intérêt et mérite une application numérique immédiate. Malheureusement, cette formule montre que pour une plaque saturée d'air, dont la porosité, la tortuosité et la perméabilité sont respectivement de 0,5, 1,5 et  $10^{-10}$  m<sup>2</sup>, la fréquence d'amortissement maximal est de l'ordre de 5000 Hz.

Nous verrons dans la partie expérimentale de cette étude que les résonances des plaques étudiées à Bradford se situent bien en deçà de cette fréquence. Faire coïncider cette fréquence avec la résonance principale d'une plaque serait possible si la perméabilité était augmentée sensiblement, sans trop modifier le coefficient de rigidité. Ceci n'est pas une tâche aisée pour le moment.

Il est possible que cette fréquence puisse jouer un rôle important pour certains matériaux. Les dimensions et les conditions de bord de la plaque peuvent aussi être judicieusement choisies de manière à augmenter la fréquence de résonance.

L'amortissement peut être dû au facteur de perte de la matrice poreuse et aussi aux frictions visqueuses de Biot entre le fluide et le solide qui se produisent dans les pores durant la vibration. L'influence de la perméabilité sur l'amortissement est étudiée numériquement dans le développement qui suit dans le cas d'une roche poreuse saturée d'eau pour lequel un facteur de perte égal à 0 a été considéré (Tableau B.I). L'amortissement dans l'exemple suivant ne peut par conséquent être attribué qu'aux frictions visqueuses.

Le module de la déflexion (unités arbitraires) au voisinage de la plus basse fréquence de résonance a été tracé sur la Figure B.4 en fonction de la fréquence pour différentes valeurs de la perméabilité.

Pour des valeurs faibles de la perméabilité ( $k_0=10^{-11} m^2$ ), la courbe de résonance affiche un pic pointu aux alentours de 21 Hz dans cet exemple. L'aspect pointu du pic implique que la

plaque et le fluide se déplacent pratiquement en phase de sorte que les pertes d'amplitude par frictions visqueuses sont faibles.

Lorsque la perméabilité augmente pour atteindre  $10^{-6} m^2$ , la fréquence de résonance se décale vers une fréquence plus élevée proche de 23 *Hz*. Le pic est aussi très pointu vers cette fréquence.

	Sandstone	Y-Foam	G-Foam	Coustone
Dimension latérale a (m)	4	0.5	0.5	0.5
Dimension latérale b (m)	4	0.5	0.5	0.5
Epaisseur h (mm)	200	10.70	11	11.5
Masse volumique $\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	1582	353	348	1295
Module d'Young's E (Pa)	$6.9 \times 10^{9}$	$2.1 \times 10^{7}$	$4.0 \times 10^{6}$	$3.4 \times 10^{8}$
Facteur de perte	0	0.1	0.15	0.15
Coefficient de Poisson v	0.25	0.35	0.35	0.35
Porosité ø	0.3	0.69	0.74	0.36
Tortuosité $ au_{\infty}$	1.0	1.2	1.2	1.8
Perméabilité $k_0$ (m <sup>2</sup> )	$1 \times 10^{-8}$	$2.7 \times 10^{-10}$	$7.0 \times 10^{-10}$	$4.3 \times 10^{-10}$
$\rho_{\rm f}  (kg/m^3)$	1000	1.213	1.213	1.213

Tableau B.I. Propriétés des plaques poreuses étudiées.



Figure B.4. Effet de la perméabilité sur les pics de résonance.

La caractéristique intéressante est qu'une région existe entre ces 2 valeurs de la perméabilité où l'amplitude de la résonance décroît de façon spectaculaire pour passer par un minimum.

L'interprétation de ce comportement est que pour chaque valeur de la perméabilité, une fréquence  $\omega_m$  existe pour laquelle le décalage de phase entre les mouvements du solide et du fluide est maximum, la perte d'amplitude par friction visqueuse étant maximum au minimum de la résonance.

Puisqu'il n'existe qu'une fréquence d'amortissement maximal, ce phénomène ne devrait se produire qu'à une fréquence pour une valeur donnée de la perméabilité. Des processus similaires devraient être observables dans d'autres régions de fréquences pour d'autres valeurs de la perméabilité.

Dans l'exemple de la Figure B.4, une valeur de  $k_0$  proche de  $2 \times 10^{-9} m^2$  fait que la fréquence d'amortissement maximal coïncide avec la résonance se produisant aux alentours de 22 Hz et rend le pic d'amplitude très amorti.

Ce résultat peut être prédit avec une bonne précision à l'aide de la formule approchée (B.40). Une application numérique pour trois valeurs différentes de la perméabilité indique que l'amortissement par friction visqueuse atteint un maximum à une fréquence proche de 44 Hz pour  $k_0=10^{-9} m^2$ , 21.7 Hz pour  $k_0=2.2 \times 10^{-9} m^2$  et 16 Hz pour  $k_0=3 \times 10^{-9} m^2$ . La Figure B.4 montre l'amortissement maximal correspondant à  $k_0=2.2 \times 10^{-9} m^2$ .

Une interprétation physique des variations de l'amortissement avec la perméabilité peut être donnée à partir d'un argument simple et à partir des conclusions qualitatives de la section précédente sur les contributions relatives des forces inertielles et visqueuses.

Dans la limite d'une perméabilité nulle, le fluide est totalement poussé ou tiré et aucune friction ne devrait se produire, de sorte que la perte d'amplitude par ce mécanisme doit être nulle et un pic pointu est prédit.

Dans la limite d'une perméabilité infinie, des glissements entre le solide et le fluide peuvent se produire mais sans perte d'énergie à cause de la perméabilité infinie. L'atténuation de Biot entre ces deux limites résulte en un maximum d'amortissement.

# B.4. Résultats expérimentaux et comparaison avec les prédictions

Des expériences furent entreprises pour évaluer la validité et la précision du modèle. Le principe expérimental est simple (Figure B.5). Il consiste à exciter une plaque poreuse avec une onde plane créée par un grand haut-parleur de 40 cm de diamètre.

Le haut-parleur est excité par un bruit blanc et le déplacement est mesuré au centre de la plaque à l'aide d'un accéléromètre.

La plaque est placée à environ 20 cm du haut-parleur.

La pression est aussi enregistrée au voisinage de la plaque à l'aide d'un microphone, fournissant une valeur de la pression pour les calculs numériques ainsi qu'un signal de référence pour la fonction de transfert entre le signal de l'accéléromètre et celui du microphone.

Une série de plaques avec les quatre bords encastrés fut étudiée.

Des conditions de bord *ad hoc* furent obtenues à l'aide de deux cadres d'acier de 25 kg chacun.

L'exemple de la Figure B.6 montre une comparaison entre les déflexions calculées et mesurées pour une plaque obtenue à partir de tableaux de bord de voiture recyclés.

Un très bon accord peut être observé entre les résultats théoriques et expérimentaux pour ce qui est de la forme des courbes.

Le léger décalage observé pour les fréquences de résonance peut être dû à l'imprécision dans les déterminations du module d'Young et du coefficient de Poisson utilisés dans le modèle.

Par ailleurs, il est admis que le champ de pression incident est parfaitement uniforme i.e., que la plaque est excitée par une onde plane, ce qui n'est peut être pas le cas.



Figure B.5. Schéma du dispositif expérimental.



*Figure B.6. Déflexion théorique et expérimentale mesurée au centre (Y-foam)* 

Les Figures B.7 et B.8 montrent les résultats pour deux autres plaques (G-foam et Coustone).

La limite basse fréquence du microphone était de 10 Hz, ce qui explique les mauvais résultats observés en dessous de cette fréquence dans la Figure B.7.

Le signal de l'accéléromètre était plus faible dans le cas de la plaque de Coustone et la courbe expérimentale de la Figure B.8 est plus bruitée.



Figure B.7. Déflexion théorique et expérimentale mesurée au centre (G-foam).



Figure B.8. Déflexion théorique et expérimentale mesurée au centre (Coustone).

Les calculs et les expériences furent effectués pour d'autres positions du détecteur.

La Figure B.9 montre les résultats à (14.4 cm, 24 cm) du coin inférieur gauche de la plaque (celle-ci à la forme d'un carré de 50 cm par 50 cm).

Ici encore, on peut considérer que l'accord est bon pour ce qui concerne l'aspect général de la courbe. Les mauvais résultats en dessous de 10 Hz sont dus à la limite basse fréquence du microphone.

La forme des courbes théorique et expérimentale semble indiquer que l'accéléromètre était proche d'un nœud de vibration pour le domaine de fréquences étudié de sorte que seul le mouvement correspondant à la première fréquence de résonance fut détecté.

Il est aussi probable que les pics de résonance de moindre amplitude apparaissant à plus haute fréquence ont été fortement amortis.

La Figure B.10 montre un dernier exemple de signal détecté à (9.6 cm, 24 cm) du bord.



Figure B.9. Déflexion calculée et mesurée à 14.4 cm, 24 cm du coin inférieur gauche de la plaque G-Foam (La plaque est carrée).



Figure B.10. Déflexion calculée et mesurée à 9.6 cm, 24 cm du coin inférieur gauche de la plaque G-Foam (La plaque est carrée).

# **B.5.** Conclusion

Un modèle analytique simple de la vibration en flexion de plaques poreuses basé sur l'application de la théorie classique des plaques minces et la poroélasticité a été proposée.

Pour une plaque plus fine que n'importe quelle longueur d'onde acoustique l'approximation d'une faible variation de l'amplitude du déplacement relatif fluide/solide peut être effectuée et deux équations couplées furent obtenues.

La première caractérise la réponse élastique instantanée de la plaque tandis que la deuxième décrit le mouvement relatif, incluant les pertes par friction visqueuse, entre le solide et le fluide.

La comparaison entre les résultats théoriques et expérimentaux est relativement flatteuse si l'on tient compte de l'amortissement structural de la plaque (lié aux parties imaginaires des modules élastiques de la matrice poreuse).

L'objet de cette étude était principalement de mieux comprendre les mécanismes physiques d'interaction fluide/squelette se produisant au cours de la vibration et le rôle des différents paramètres physiques des milieux poreux.

Une expression approchée des fréquences de résonance fut proposée et une nouvelle fréquence, caractérisant un maximum dans la fonction de dissipation par friction visqueuse fut découverte.

Les résonances de plaques poreuses sont fortement liées à l'existence de forces d'inertie et de forces visqueuses. Ces forces sont associées aux échanges de quantité de mouvement et aux frictions entre le solide et le fluide.

Les paramètres du matériau et les paramètres mécaniques contrôlent les fréquences et le facteur de qualité des pics de résonances. Il apparaît que les fréquences de résonance augmentent avec la porosité et la perméabilité, et diminuent lorsque la tortuosité augmente. L'amortissement augmente avec la porosité et diminue lorsque la tortuosité augmente. L'amortissement atteint un maximum en fonction de la perméabilité à une fréquence caractéristique du milieu poreux.

# C. ETUDE DES ONDES GUIDEES POUR LA DETERMINATION DES PROPRIETES MECANIQUES DE MATERIAUX POREUX ATTENUANTS

# Introduction

Un intérêt grandissant est manifesté pour les applications où la dépendance en fréquence des rigidités du matériau doit être considérée, au sein du modèle complet de Biot pour les matériaux poroélastiques et poroviscoélastiques (Voir Réfs. [1,71,72] et aussi la section B de ce mémoire).

La principale limitation à l'application du modèle complet est le manque de données sur les rigidités dynamiques de la matrice poreuse.

Une nouvelle technique de caractérisation, basée sur les ondes guidées dans des couches poreuses atténuantes est proposée dans la thèse de doctorat de L. Boeckx [73]. Cette étude apporte une contribution importante à la détermination des propriétés mécaniques de la matrice et complète l'étude des paramètres physiques des milieux poreux (section A).

Il est connu depuis longtemps que les ondes de surface à l'interface entre un solide et un fluide et les ondes guidées dans des couches de solide constituent des outils importants pour la détermination des propriétés du matériau (Voir articles de référence [74,75]). Des références théoriques dans ce domaine sont les livres de Royer et Dieulesaint [76], Viktorov [77] et Ewing, Jardetsky et Press [78].

En ce qui concerne les matériaux poreux, des études expérimentales et théoriques sur la propagation d'ondes de surface ont été proposées pour des milieux saturés de liquide [79-81], pour des milieux saturés d'air dans des applications liées à la propagation atmosphérique audessus des sols [82-84] et pour la caractérisation de matériaux dans des matériaux hautement poreux à des fréquences ultrasonores [85,86].

Dans les matériaux saturés d'air, l'approximation du squelette rigide peut souvent être faite et l'étude est souvent restreinte à l'onde se propageant dans l'air au-dessus de l'interface poreuse.

Dans le cas où le squelette est élastique, Allard et al. [87] ont étudié l'onde de Rayleigh dans des matériaux poreux mous pour la détermination du module de cisaillement à très haute fréquence.

La jonction avec le domaine de la caractérisation de matériaux aux fréquences ultrasonores a été effectuée par Allard et al. [88] qui ont étudié les déformations et les vitesses de phase des ondes de surface excitées par laser à l'interface entre un fluide et un solide poreux, dans le régime de Rayleigh.

Les modes de propagation et les coefficients de transmission et de réflexion de plaques poreuses saturées d'eau ont été étudiés théoriquement par Belloncle et al. [89].

Plus récemment, Allard et al. [90] ont proposé une nouvelle méthode de mesure basée sur l'effet de la résonance d'une couche poreuse sur le pôle du coefficient de réflexion, lorsque la longueur d'onde est proche du quart de la longueur d'onde du mode de cisaillement de Biot.

Les méthodes classiques de détermination des modules élastiques d'un matériau font intervenir l'application de vibrations à un échantillon de forme simple (en général une barre, un cube ou une plaque) et dont les dimensions sont inférieures ou de l'ordre des longueurs d'onde étudiées [91-95,30]. Les propriétés (fréquences de résonance, amortissement, comportement dynamique) de la fonction de transfert entre la réponse et l'excitation fournit les propriétés mécaniques de la structure excitée. Cependant, le domaine de fréquences décrit dans ces méthodes est limité aux basses fréquences audibles (en dessous de 400 Hz, typiquement).

Boeckx et al. [96] ont récemment présenté une étude théorique et expérimentale des modes guidés dans des couches poreuses minces saturées d'air et appliquées sur un substrat rigide. Cette étude ainsi que l'étude des couches poreuses dans les conditions de Lamb [97] représente une part importante de la thèse de doctorat de L. Boeckx [73].

Il est montré que deux familles d'ondes guidées peuvent se propager dans la couche poreuse: les modes portés par le squelette et les modes portés par le fluide saturant. Les modes de structure ont pour vitesses limites à haute fréquence la vitesse du mode de Rayleigh et la vitesse de l'onde transversale alors que les modes dans le fluide ont pour vitesse limite l'onde de Biot de seconde espèce.

Parallèlement, un nouveau principe expérimental a été mis au point pour la détermination des vitesses de phase dans les matériaux atténuants.

La principale contribution de ce travail est la possibilité d'accéder au domaine de fréquences intermédiaire (entre 200 Hz et 1.5 kHz, typiquement, et au-delà de 4 kHz plus récemment) entre les fréquences décrites par les méthodes classiques basées sur la fonction de transfert aux basses fréquences et la méthode de caractérisation par onde de Rayleigh dans la limite des hautes fréquences.

# C.1. Préambule: les problèmes énergétiques liés à la propagation d'ondes guidées dans des matériaux atténuants

Une difficulté rencontrée lors de l'étude des ondes de structure dans des matériaux tels que des mousses polyuréthane est le niveau élevé de l'amortissement. Par ailleurs, une atténuation substantielle est introduite par les frictions visqueuses et les échanges thermiques entre le fluide et le solide.

La méthode basée sur la propagation d'impulsions courtes dans des couches de matériau infinies, une technique standard utilisée dans le domaine des ultrasons laser, peut difficilement être appliquée de par le fait que les ondes sont très rapidement atténuées et qu'il n'y a pas assez d'énergie par fréquence pour obtenir des résultats sensibles.

Dans le but d'appliquer plus d'énergie par fréquence, une excitation par train d'ondes sinusoïdales peut être envisagée et la détection peut se faire à des distances plus grandes. Des résultats expérimentaux obtenus à l'aide de ces signaux ont été présentés à Kyoto [98]. Il fut possible de détecter plusieurs modes à des fréquences particulières où les vitesses des différents modes sont très différentes.

Le gros inconvénient de cette méthode est qu'elle requièrt des signaux de durée relativement importante pour exciter le matériau avec assez d'énergie. La seule situation dans laquelle il est possible d'observer plusieurs modes, éventuellement, est celle où les vitesses des modes sont très différentes les unes des autres. Ceci se produit dans des domaines restreints de fréquences. Dans les régions où deux modes ont des vitesses similaires, les trains d'ondes se superposent et il n'est pas possible de distinguer les différents modes. Le signal de la source étant à bande étroite, une analyse temps-fréquence pour séparer les modes ne peut pas être appliquée.

# C.2. Principe expérimental

Une nouvelle méthode d'excitation et de détection d'ondes guidées a été proposée. Cette méthode est basée sur la création d'ondes stationnaires dans la couche excitée harmoniquement à des fréquences qui peuvent varier à la demande et sur la transformée de Fourier spatiale du profil d'ondes stationnaires pour identifier les différents modes guidés.

Le principe de cette méthode est similaire à celui des mesures effectuées dans un tube à impédance pour la mesure des propriétés acoustiques de matériaux. La mesure en tube à impédance utilise la réflexion d'une onde incidente pour créer un champ d'ondes stationnaires dans le tube.

Un principe similaire a été utilisé par Kelders et al. [99] pour la détection d'ondes de surface à des fréquences ultrasonores au-dessus de surfaces rugueuses à structure périodique.

Les avantages décisifs de cette méthode sont que plus d'énergie peut être délivrée à une fréquence particulière lorsqu'une excitation harmonique est utilisée, que l'énergie est concentrée dans l'épaisseur de la couche, que les signaux n'ont pas besoin d'être localisés dans le temps et que le profil des ondes stationnaires peut être déterminé simplement par un balayage par le détecteur de la surface de la couche le long de la direction de propagation.

La transformée de Fourier spatiale du profil de la surface détecte toutes les composantes spatiales et fournit les nombres d'onde  $k_j$  des différents modes se propageant dans la couche à la fréquence angulaire  $\omega$ . Les vitesses de phase des différents modes indicés *j* sont alors données par

$$V_j(\omega) = \frac{\omega}{k_j}.$$
 (C.1)

Le spectre spatial obtenu à partir de la transformée de Fourier fournit non seulement les fréquences spatiales mais aussi des informations sur l'atténuation des modes.

## C.3. Ondes guidées dans une couche de matériau poreux sur un substrat rigide

La plaque est collée sur un substrat rigide de sorte que la surface supérieure est libre et que la surface inférieure est immobile.

Les résultats théoriques de notre étude sont présentés dans la section suivante. Des résultats pour un solide homogène (non poreux) d'épaisseur *H* sont d'abord présentés. Ces résultats seront utiles pour la modélisation des milieux poreux.

La configuration et les détails expérimentaux sont présentés dans la section C.3.2 et appliqués à une mousse de Mélamine hautement poreuse dans la section C.3.4 pour la détermination des propriétés mécaniques de mousses poreuses.

### C.3.1. Modélisation des ondes guidées dans un matériau poreux sur un substrat rigide

Un modèle pour matériau non poreux est d'abord présenté. En pratique, de nombreux matériaux ont une grande porosité, une grande perméabilité et une tortuosité proche de 1. Pour ces matériaux, les couplages inertiels et de friction sont relativement faibles et ce modèle devrait raisonnablement décrire le cas poreux.

Le modèle pour matériau poreux pour lesquels le couplage est plus élevé est présenté plus loin.

# C.3.1.1. Matériau non poreux sur un substrat rigide

La configuration pour une couche de solide élastique étendue sur un substrat rigide ainsi que le système de coordonnées est donné sur la Figure C.1.



Fig. C.1. Configuration expérimentale et système de coordonnées.

Selon la procédure standard (Royer et Dieulesaint [76]), en choisissant les potentiels des déplacements comme des combinaisons linéaires de sinus et de cosinus, et en appliquant les conditions aux limites appropriées aux interfaces, la relation de dispersion suivante est obtenue:

$$-4k^{2}(k^{2}-q^{2}) - \left[\frac{k^{2}}{pq}(k^{2}-q^{2})^{2} + 4k^{2}pq\right]\sin pH\sin qH +$$

$$\left[4k^{4} + (k^{2}-q^{2})^{2}\right]\cos pH\cos qH = 0$$
(C.2)

où k, p et q sont des nombres d'onde définis dans la théorie classique de Rayleigh-Lamb. La résolution numérique de cette équation et l'étude du comportement à haute fréquence montrent que le premier mode tend vers le mode de Rayleigh tandis que les modes d'ordres supérieurs tendent vers le mode de cisaillement.

Ces résultats ne tiennent pas compte de la présence du fluide au-dessus de la couche. La charge du fluide peut être prise en compte en remplaçant le 0 dans le membre de droite de l'équation de dispersion par un terme de fluide (Voir Viktorov [77] p.117 pour le cas de Lamb).

La principale conséquence de la présence du fluide est l'existence d'une onde amortie selon la direction y, donc *localisée* au-dessus de la couche (onde de Scholte) et/ou la possibilité pour les modes dans la couche de *rayonner* de l'énergie dans le fluide (leaky Rayleigh wave ou leaky Lamb modes).

La nature des modes (localisés ou rayonnants) sera déterminée par le nombre d'onde dans le fluide environnant. Une grande partie de la littérature est consacrée à l'étude des ondes de surface et guidées dans des matériaux chargés de fluide. Le lecteur est invité à consulter la thèse de K. Van de Rostyne [100] pour plus d'informations. La présence du fluide ne sera pas négligée dans les sections suivantes où un matériau poreux est étudié.

# C.3.1.2. Les équations de Biot de la poroélasticité

Une forme des équations de Biot légèrement différente de celle de la partie B (Eq. B.1a) est utilisée. Dans les équations de la poroélasticité de Biot [65], le tenseur des contraintes totales  $\sigma_{ij}$ et la pression  $P_f$  du fluide dans les pores sont donnés par

$$\sigma_{ij} = 2\mu\varepsilon_{ij} + \delta_{ij} \left(\lambda_c \varepsilon - \alpha M \zeta\right),$$
  

$$P_f = -\alpha M \varepsilon + M \zeta,$$
(C.3a,b)

avec

$$\lambda_c = \lambda + \alpha^2 M , \qquad (C.4)$$

Les paramètres de ces équations ont été définis dans la Partie B de ce mémoire.

# C.3.1.3. Conditions aux limites

La plaque poreuse est positionnée de la même manière que la plaque élastique de la section C.3.1.1 et le système de coordonnées est le même. Les conditions aux limites s'écrivent alors: A y = 0:

$$\sigma_{12} = 0$$
, (C.5a)

 $\sigma_{22} = -p$  (où *p* est la pression du fluide environnant), (C.5b)

$$P_f = p , \qquad (C.6)$$

 $u_y + w_y = U_f$  (où  $U_f$  est le déplacement de matière dans le fluide environnant). (C.7)

A 
$$y = H$$
:

$$u_y = 0,$$
 (C.8a)

$$u_x = 0, \tag{C.8b}$$

$$w_x = 0. \tag{C.8c}$$

# C.3.1.3. Choix des fonctions pour les potentiels des déplacements

La méthode des potentiels est utilisée. Deux ondes de compression et une onde de cisaillement peuvent se propager dans un milieu poreux saturé de fluide et les déplacements de matière sont écrits en termes de deux potentiels scalaires  $\varphi_1$  et  $\varphi_2$  et d'un potentiel vecteur  $\psi$ :

$$\boldsymbol{u} = \nabla \varphi_1 + \nabla \varphi_2 + \nabla \times \boldsymbol{\psi} , \qquad (C.9)$$

$$\boldsymbol{w} = \boldsymbol{\phi}(\boldsymbol{U} - \boldsymbol{u}) = \boldsymbol{\phi}\nabla\varphi_1(\mu_1 - 1) + \boldsymbol{\phi}\nabla\varphi_2(\mu_2 - 1) + \boldsymbol{\phi}\nabla\times\psi(\mu_3 - 1)$$
(C.10)

où les coefficients  $\mu_1$ ,  $\mu_2$  et  $\mu_3$  correspondent aux rapports des déplacements du fluide et du solide [71]:

$$\mu_i = \frac{U_i}{u_i} = \frac{Pk_i^2 - \omega^2 \rho_{11}}{\omega^2 \rho_{12} - Qk_i^2}, \quad i = 1, 2 \text{ et } \mu_3 = \frac{U_3}{u_3} = -\frac{\rho_{12}}{\rho_{22}}.$$
 (C.11a,b)

Dans ces expressions,  $k_i$  (i = 1,2) sont les nombres d'onde des ondes longitudinales de Biot. Les coefficients élastiques P et Q furent définis par Biot et Willis [26] Ceux-ci peuvent être reliés aux modules de compression uniforme du fluide  $K_f$  et du solide  $K_s$ .

Les approximations suivantes peuvent être utilisées pour des milieux hautement poreux, relativement rigide et saturés d'air [71]:

$$P \approx \frac{2}{3}\mu + \lambda + \frac{(1-\phi)}{\phi}K_f, \ Q \approx K_f(1-\phi).$$
(C.12a,b)

Les relations suivantes sont également nécessaires [26]:

$$\alpha = \left(1 - \frac{Q}{R}\right)\phi$$
 et  $M = \frac{R}{\phi^2}$ , (C.13a,b)

avec  $R \approx \phi K_f$  Les coefficients de la matrice des densités sont donnés par [3]

$$\rho_{11} = (1 - \phi) \rho_s + (\tau_{\infty} - 1) \phi \rho_f , \qquad (C.14)$$

$$\rho_{12} = -(\tau_{\infty} - 1)\phi\rho_f, \qquad (C.15)$$

$$\rho_{22} = \tau_{\infty} \phi \rho_f \,. \tag{C.16}$$

Les vitesses de Biot sont données par [3]

$$\frac{1}{V_{Li}^2} = \frac{1}{2} \frac{P\rho_{22} + R\rho_{11} - 2Q\rho_{12}}{PR - Q^2} \left[ 1 \pm \left( 1 - 4 \frac{\left(PR - Q^2\right)\left(\rho_{11}\rho_{22} - \rho_{12}^2\right)}{\left(P\rho_{22} + R\rho_{11} - 2Q\rho_{12}\right)^2} \right)^{1/2} \right], \quad i = 1, 2$$
(C.17)

$$V_T = \sqrt{\frac{\mu}{\left(1 - \phi\right)\rho_s + \left(1 - \frac{1}{\tau_{\infty}}\right)\phi\rho_f}}$$
(C.18)

Les atténuations par frictions visqueuses et par échanges thermiques peuvent être incluses par l'intermédiaire d'une tortuosité dynamique  $\tau(\omega)$  remplaçant  $\tau_{\infty}$  [Réf. 10] et d'une compressibilité complexe [12]. Celles-ci impliquent la résistivité au passage de l'air  $\sigma$  et les deux longueurs caractéristiques  $\Lambda$  et  $\Lambda'$ .

Une combinaison linéaire de sinus et de cosinus est choisie pour les trois potentiels dans la couche poreuse:

$$\varphi_1 = (A_1 \cos p_1 y + A_2 \sin p_1 y) e^{i(\omega t - kx)}, \qquad (C.19)$$

$$\varphi_2 = (B_1 \cos p_2 y + B_2 \sin p_2 y) e^{i(\omega t - kx)}, \qquad (C.20)$$

$$\psi = (C_1 \cos qy + C_2 \sin qy)e^{i(\omega t - kx)}, \qquad (C.21)$$

$$\varphi_f = D e^{\gamma y} e^{i(\omega t - kx)} \text{ pour } y \le 0.$$
(C.22)

où  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $B_1$ ,  $B_2$ ,  $C_1$ ,  $C_2$  et D sont des constantes. Les potentiels dépendent de x et de y et satisfont les équations de propagation

$$\nabla^{2} \varphi_{1} - \frac{1}{V_{L1}^{2}} \frac{\partial^{2} \varphi_{L1}}{\partial t^{2}} = 0, \ \nabla^{2} \varphi_{2} - \frac{1}{V_{L2}^{2}} \frac{\partial^{2} \varphi_{L2}}{\partial t^{2}} = 0 \ \text{et} \ \nabla^{2} \psi - \frac{1}{V_{T}^{2}} \frac{\partial^{2} \psi}{\partial t^{2}} = 0. \quad (C.23a,b,c)$$

Des solutions harmoniques en  $\omega$  et k conduisent à

$$\frac{\partial^2 \varphi_1}{\partial y^2} + p_1^2 \varphi_1 = 0, \quad \frac{\partial^2 \varphi_2}{\partial y^2} + p_2^2 \varphi_2 = 0 \quad \text{et} \quad \frac{\partial^2 \psi}{\partial y^2} + q^2 \psi = 0. \quad (C.24a,b,c)$$

où les coefficients  $p_1$ ,  $p_2$  et q sont des nombres d'onde associés à la propagation de l'onde rapide, de l'onde lente et de l'onde de cisaillement de Biot, respectivement:

$$p_1^2 = \frac{\omega^2}{V_{L1}^2} - k^2, \ p_2^2 = \frac{\omega^2}{V_{L2}^2} - k^2 \text{ et } q^2 = \frac{\omega^2}{V_T^2} - k^2.$$
 (C.25a,b,c)

Le fluide entourant la couche est inclus dans le modèle et un potentiel  $\varphi_{f}$ , associé à une onde dans le fluide doit être défini. Ce potentiel satisfait

$$\nabla^2 \varphi_f - \frac{1}{V_f^2} \frac{\partial^2 \varphi_f}{\partial t^2}, \ \frac{\partial^2 \varphi_f}{\partial y^2} - \gamma^2 \varphi_f = 0.$$
(C.26a,b)

La dépendance de  $\varphi_f$  en y est telle que

$$\gamma^2 = k^2 - \frac{\omega^2}{V_f^2},\tag{C.27}$$

où  $V_f$  est la vitesse de l'onde libre dans le fluide environnant. Les principales caractéristiques des composantes des nombres d'onde dans le fluide sont les suivantes:

i)  $\text{Im}(k) \ge 0$ . Cette condition doit toujours être satisfaite et assure que l'amplitude de l'onde décroît lorsque *x* augmente. La définition utilisée pour k est k = Re(k) + i Im(k).

ii)  $\text{Re}(\gamma) > 0$ . Ceci correspond à une onde dans le fluide localisée au-dessus de l'interface i.e., une onde de Scholte (solide semi-infini) ou une onde A (plaque).

iii)  $\operatorname{Re}(\gamma) = 0$  et  $\operatorname{Im}(\gamma) > 0$ . Cette situation correspond à une onde qui peut se propager dans le demi-espace au-dessus de l'interface sans être localisé près de l'interface. Ceci est rendu possible si la condition de rayonnement  $\operatorname{Re}(\gamma) = 0$  ainsi que la condition de causalité  $\operatorname{Im}(\gamma) > 0$ pour que l'onde dans le fluide s'éloigne de l'interface sont remplies. Dans ce cas, les modes guidés dans la couche rayonnent de l'énergie dans le fluide environnant. Puisque  $\gamma = \omega \sqrt{1/V^2 - 1/V_f^2}$ , la vitesse de phase d'un mode guidé doit être supérieure à la vitesse de l'onde libre dans le fluide pour que ce mode rayonne de l'énergie. Puisque les vitesses de phase peuvent changer avec la fréquence et croiser la valeur  $V_f$ , la nature des modes peut aussi changer.

# C.3.1.4. Déterminant des conditions aux limites – Equation de dispersion

Les déplacements  $u_x$  et  $u_y$  sont obtenus à partir des dérivées spatiales des potentiels dans l'Eq. (C.9):

$$u_{x} = \frac{\partial \varphi_{1}}{\partial x} + \frac{\partial \varphi_{2}}{\partial x} + \frac{\partial \psi}{\partial y} \text{ et } u_{y} = \frac{\partial \varphi_{1}}{\partial y} + \frac{\partial \varphi_{2}}{\partial y} - \frac{\partial \psi}{\partial y}.$$
 (C.28a,b)

De la même manière, les composantes des déplacements relatifs w sont obtenues à partir de l'Eq. (C.10). Les autres paramètres et les éléments des tenseurs des contraintes et des déformations sont calculés à l'aide des Eqs. (C.3) à (C.8). Après avoir exprimé les 7 conditions aux limites (C.5)-(C.8), un déterminant 7 par 7 est obtenu:

Les coefficients du déterminant sont donnés par:

$$\begin{array}{lll} D_{12} = -2ikp_1, & D_{53} = -p_2 \sin p_2 H, \\ D_{14} = -2ikp_2, & D_{54} = p_2 \cos p_2 H, \\ D_{15} = k^2 - q^2, & D_{55} = ik \cos qH, \\ D_{21} = -2\mu p_1^2 - \left(k^2 + p_1^2\right) (\lambda_c + \alpha M \phi(\mu_1 - 1)), & D_{56} = ik \sin qH, \\ D_{23} = -2\mu p_2^2 - \left(k^2 + p_2^2\right) (\lambda_c + \alpha M \phi(\mu_2 - 1)), & D_{61} = -ik \cos p_1 H, \\ D_{26} = 2ikq\mu, & D_{62} = -ik \sin p_1 H, \\ D_{27} = -K_f \left(-k^2 + \gamma^2\right), & D_{63} = -ik \cos p_2 H, \\ D_{31} = \left(k^2 + p_1^2\right) M \left(\alpha + \phi(\mu_1 - 1)\right), & D_{64} = -ik \sin p_2 H, \\ D_{33} = \left(k^2 + p_2^2\right) M \left(\alpha + \phi(\mu_2 - 1)\right), & D_{65} = -q \sin qH, \\ D_{37} = K_f \left(-k^2 + \gamma^2\right), & D_{66} = q \cos qH, \\ D_{42} = p_1 \left(1 + \phi(\mu_1 - 1)\right), & D_{71} = -\phi(\mu_1 - 1)p_1 \sin p_1 H, \\ D_{44} = p_2 (1 + \phi(\mu_2 - 1)), & D_{72} = \phi(\mu_1 - 1)p_1 \cos p_1 H, \\ D_{45} = ik (1 + \phi(\mu_3 - 1)), & D_{73} = -\phi(\mu_2 - 1)p_2 \sin p_2 H, \\ D_{47} = -\gamma, & D_{74} = \phi(\mu_2 - 1)p_2 \cos p_2 H, \\ D_{52} = p_1 \cos p_1 H, & D_{76} = i\phi(\mu_3 - 1)k \cos qH, \\ \end{array}$$

Trouver les zéros de ce déterminant i.e., résoudre l'équation

$$Det(\omega, k, H, \dots) = 0, \qquad (C.30)$$

fournit une relation entre  $\omega$  et *k*, l'équation de dispersion. Cette relation n'est pas explicite et doit être déterminée numériquement.

Une méthode exhaustive fut utilisée pour résoudre (C.30). Celle-ci consiste, pour chaque fréquence  $\omega$ , à établir une discrétisation assez fine de k, de calculer les valeurs discrètes correspondantes des coefficients  $p_1$ ,  $p_2$  et q ainsi que de tous les coefficients du déterminant, de calculer ce déterminant et enfin de trouver les valeurs de k qui l'annulent.

Les valeurs de k doivent être complexe si l'on désire déterminer des modes atténués et une discrétisation à 2 dimensions doit être effectuée. Plus de détails sur la méthode utilisée dans cette étude pour trouver les zéros du déterminant sont donnés dans la section C.3.4.1.

# C.3.2. Configuration expérimentale

La configuration expérimentale est donnée sur la Figure C.2. où une couche de matériau est collée sur une table optique en marbre très lourde faisant office de substrat rigide. Le matériau est excité à l'une des extrémités à l'aide d'une plaque fine d'aluminium solidaire d'un pot vibrant et attachée au matériau à l'aide de ruban adhésif double face. Le pot vibrant est excité par un signal continu sinusoïdal dont la fréquence peut varier. Une terminaison rigide (un bloc de métal plus lourd et plus rigide que le matériau) est collée à l'autre extrémité de la couche de sorte que les ondes incidentes peuvent être réfléchies.

Les ondes stationnaires sont créées par la superposition de l'onde incidente et de l'onde réfléchie à la terminaison rigide. Le déplacement vertical de la surface du matériau est mesuré à

l'aide d'un vibromètre laser focalisé en permanence sur une bande réfléchissante collée sur la surface. Le point de mesure peut être déplacé selon une ligne colinéaire à la direction de propagation.

Le dispositif est entièrement automatisé. Pour chaque fréquence, le chemin indiqué par la bande réfléchissante est balayé par le rayon laser et l'amplitude et la phase du déplacement sont enregistrées pour chaque position. Le pas de mesure varie typiquement entre 1 et 5 mm.



Figure C.2. Dispositif expérimental pour la génération et la détection d'ondes stationnaires dans une couche de matériau sur un substrat rigide.

# C.3.3. Profil d'ondes stationnaires, transformée de Fourier spatiale et vitesses de phase

Une fois les données enregistrées, le profil de déplacement de la surface est reconstruit et la transformé de Fourier spatiale de ce profil est calculée.

La Figure C.3. montre des exemples de profils d'onde stationnaires (a et b) mesurés à 424 Hz (a et c) et 1041 Hz (b et d) ainsi que les amplitudes de leur transformées de Fourier spatiales respectives (c et d). Toutes les unités verticales sont arbitraires.

Les pics observés dans les spectres spatiaux fournissent les fréquences spatiales des différents modes guidés se propageant dans la couche de matériau et les vitesses de phase correspondantes sont obtenues en divisant la fréquence  $\omega$  par les valeurs des fréquences spatiales mesurées.

Les modes les plus rapides sont ceux dont la fréquence spatiale est la plus basse.

Les différences d'amplitude des pics sont dues au fait que la détection a lieu dans une direction normale à la surface et les modes de plus forte amplitude sont ceux dont le déplacement est principalement selon l'axe y.

La source et l'adaptation d'impédance entre la source et le matériau sont aussi d'une grande importance dans l'uniformité de l'amplitude de la source avec la fréquence.

En pratique, l'échauffement de la source et les déformations non linéaires dans le matériau près de la source limitent l'amplitude maximum applicable.



Figure C.3. a) et b): Profils d'ondes stationnaires. c) et d): Transformées de Fourier spatiales. a) et c) 424 Hz, b) et d) 1041Hz.

# C.3.4. Application à une mousse de Mélamine hautement poreuse et ajustement des modules élastiques complexes

Une mousse de Mélamine d'épaisseur 10 cm (les paramètres du matériau sont donnés dans le Tableau C.I.) a été étudiée théoriquement et expérimentalement selon la technique décrite dans les sections précédentes).

Tortuosité $ au_{_{\infty}}$	Résistivité au passage de l'air σ (Ns/m <sup>4</sup> )	Dimension visqueuse Λ (mm)	Dimension thermique Λ' (μm)	Densité de la matrice ρ (kg/m³)	Porosité ¢
1.01	12000	100	150	13.96	0.98

Table C.I. Paramètres de la mousse de Mélamine

# C.3.4.1. Courbes de dispersion théoriques

Les courbes de dispersion calculées pour ce matériau sont présentées sur la Figure C.4. La partie réelle de la vitesse de phase est donnée sur la Figure C.4a et la partie imaginaire sur la Figure. C.4b.

Un module de cisaillement  $\mu$  de 110000 Pa, obtenu à partir de la limite haute fréquence des résultats expérimentaux et un coefficient de Poisson  $\nu$  de 0.25 ont été utilisés dans la simulation. Des parties imaginaires de 10% de leurs valeurs respectives ont été ajoutées à ces coefficients pour simuler l'atténuation du squelette.

La simulation inclut également les mécanismes d'atténuation de Biot et Allard.

Les modes amortis furent obtenus par la recherche des zéros du déterminant (C.29) dans le plan complexe.

Un algorithme numérique simple fut développé, qui semble donner de bons résultats. L'idée est d'isoler les maxima de la surface représentée par  $|Det(\omega, k, H, ....)|^{-1}$  dans le plan complexe k, qui revient à résoudre (C.30) mais avec le gros avantage que cette fonction est réelle et donc plus facile à manipuler.

Numériquement, cette fonction peut être représentée par une grande matrice pour laquelle l'indice de la ligne et l'indice de la colonne de chaque valeur correspond aux valeurs discrétisées des parties réelles et imaginaires de k.

La recherche des racines fut effectuée dans une routine Matlab dans laquelle une matrice plus petite fut utilisée pour 'balayer' la plus grande matrice des données et pour trouver les maxima locaux. La taille de la petite matrice peut être choisie de sorte qu'il n'y a qu'un seul maximum à l'intérieur.

Le maximum trouvé dans la petite matrice ne doit pas se trouver sur l'un des bords car cela ne correspond pas forcément à un maximum de la grande matrice des données. Plusieurs méthodes simples peuvent être utilisées pour implémenter cette condition.

Cet algorithme de recherche de zéros de l'équation (C.30) est simple et assez rapide pour notre étude.

Pour illustrer la recherche de racines dans le plan complexe, la Figure C.5 montre le tracé du contour de la fonction  $|Det(\omega, k, H, ....)|^{-1}$  à 2000 Hz pour la mousse de Mélamine. La convention de signes utilisée dans l'algorithme numérique était  $k = \operatorname{Re}(k) - i \operatorname{Im}(k)$  et le quadrant inférieur droit de l'espace des k est utilisé.

Les points correspondent aux racines trouvées numériquement.

Le triangle vers le bas, le losange, le triangle vers la droite et le triangle vers le haut sont des solutions triviales de l'Eq. (C.30) et correspondent respectivement au nombre d'onde de la première et deuxième ondes de Biot, de l'onde de Biot transversale et de l'onde libre dans le fluide environnant (ces modes ne sont pas tracés dans la Figure C.4).

Chaque mode fut calculé séparément à l'aide d'un algorithme de suivi des branches dans lequel une racine est suivie des hautes jusqu'aux basses fréquences.



Figure C.4. Courbes de dispersion calculées pour une mousse de Mélamine de 0.1 m d'épaisseur. a) Partie réelle et b) partie imaginaire de la vitesse de phase.

Figure C.5. Recherche des racines de *l'équation* (*C*.30) dans le plan complexe k à 2000 Hz. Les points correspondent aux racines trouvées numériquement. Le triangle vers le bas, le losange, le triangle vers la droite et le triangle vers le haut correspondent respectivement au nombre d'onde de la première et deuxième ondes de Biot, de l'onde de Biot transversale et de l'onde libre dans le fluide environnant.

# C.3.4.2. Interprétation des résultats numériques

L'interprétation est facilitée en considérant, en première approche, le cas purement théorique d'une couche poreuse avec un couplage nul entre les deux ondes de Biot. Dans cette situation, on peut considérer deux familles de modes guidés dans la couche poreuse: les ondes portées par la structure et celles portées par le fluide dans les pores.

Le résultat nouveau est l'existence possible d'une deuxième famille d'ondes guidées associées à l'onde de seconde espèce de Biot. Ce résultat est une conséquence directe de l'addition d'un terme contenant le potentiel scalaire  $\varphi_2$  dans l'Eq. (C.9).

Une autre conséquence de la nature poreuse du matériau est la perte d'amplitude par friction visqueuse et par échanges thermiques résultant en une atténuation plus grande pour les modes guidés en milieux poreux. En moyenne et pour tous les modes de la Figure C.4, environ 15% d'amortissement supplémentaire doit être attribuée aux atténuations de Biot et Allard. Ce résultat n'est valable que pour le matériau étudié dans cette étude.

Les atténuations de Biot et Allard devrait en général avoir un effet sur l'amortissement des modes mais aussi sur leur dispersion.

L'existence d'une seconde famille d'ondes guidées a une conséquence nouvelle très intéressante. Lorsque la fréquence augmente, on peut observer que la ligne mince pointillée et que la ligne mince pleine tendent vers la vitesse de l'onde de Biot de seconde espèce.

Dans le matériau étudié, l'onde de Biot de seconde espèce est plus rapide que l'onde de première espèce à haute fréquence (ceci est valable lorsque le couplage entre les phases est rigoureusement nul) et est plus lente que l'onde libre dans l'air environnant.

Les courbes sont tracées dans un plus grand domaine de fréquences dans la Figure C.6, montrant clairement les deux familles de modes guidés.

La vitesse de l'onde de cisaillement intervient comme la vitesse limite vers laquelle les vitesses des modes portés par la structure tendent (excepté pour le premier mode qui tend vers le mode de Rayleigh).

Si ce résultat peut être attendu pour un solide non poreux, l'existence d'une seconde vitesse limite dans les milieux poreux correspondant à la vitesse de l'onde de Biot de seconde espèce est nouvelle.

Ce comportement peut être lié au fait que les modes portées par le fluide se propagent dans une « plaque de fluide équivalent ». Dans une telle plaque, la vitesse de cisaillement est nulle et les modes tendent vers les modes de compression dans la limite des hautes fréquences [101].

L'existence de vitesses limite transversale et longitudinale peut aussi être observée dans des matériaux pour lesquels le couplage entre les ondes de compression et de cisaillement est faible tels que des plaques de plastique hautement atténuantes [102].

Les mécanismes d'atténuation dans la plaque poreuse et la présence d'air environnant la plaque sont responsables des maxima observés sur les courbes de dispersion des Figures C.4. et C.6.



Figure C.6. Partie réelle des courbes de dispersion calculées en fonction de la fréquence jusqu'à 10 kHz pour une mousse de Mélamine de 0.1 m d'épaisseur.

# C.3.4.3. Ajustement des courbes de dispersion

La nouvelle technique expérimentale fut utilisée pour déterminer les vitesses de phase dans une couche de Mélamine hautement poreuse.

Un signal sinusoïdal continu avec des fréquences entre 150 Hz et 1500 Hz fut appliqué.

Les mesures furent effectuées à une température de 21° C et les variations restèrent dans une limite de 5% de cette valeur.

Deux maxima purent être suivis dans le domaine de fréquences des mesures. Ceux-ci correspondent aux deux premiers modes des courbes de dispersion. Les résultats sont tracés sur la Figure C.7. Plusieurs points de mesure semblent montrer l'existence d'un troisième mode. Les lignes pleines correspondent à des courbes ajustées pour lesquelles le module de cisaillement eût la possibilité de varier.

Les paramètres physiques des milieux poreux: la porosité, la perméabilité, la tortuosité, les longueurs caractéristiques visqueuse et thermique furent mesurés (voir la première partie de ce mémoire).

Initialement, le coefficient de Poisson complexe fut également autorisé à varier. Cependant, nous avons remarqué que la procédure d'ajustement était très peu sensible aux valeurs du coefficient de Poisson. Celui-ci resta relativement constant à une valeur voisine de 0.2, avec une partie imaginaire de l'ordre de 5% de la valeur réelle. Dans la procédure d'ajustement, les résultats expérimentaux furent identifiés aux deux premiers modes de la Figure C.4 (indiqués par la ligne pleine moyenne et les tirets). Ceci fournit indirectement une valeur initiale pour le module de cisaillement puisque le premier mode tend vers le mode de Rayleigh dans la limite des hautes fréquences, qui dépend du module de cisaillement. Cette valeur initiale fut utilisée dans l'ajustement.

Une valeur du module de cisaillement et de sa partie imaginaire fut obtenue à chaque fréquence en minimisant la différence entre la partie réelle des vitesses de phase théoriques et expérimentales pour les deux modes choisis. Les résultats de l'ajustement pour le module de cisaillement sont donnés dans la Figure C.8.



Figure C.7. Vitesses de phase mesurées (cercles) et modes ajustés (trait pleins) pour la mousse de Mélamine.

Les valeurs mesurées furent comparées à d'autres mesures. Dans la référence [103], des essais de vibration sur la Mélamine fournirent une variation du module d'Young entre  $1.5 \times 10^5 Pa$  et  $2.3 \times 10^5 Pa$  entre 200 Hz et 1000 Hz. Considérant un coefficient de Poisson voisin de 0.2, le module de cisaillement correspondant est compris entre  $6.2 \times 10^4 Pa$  et  $9.6 \times 10^4 Pa$ . Dans le même domaine de fréquences, les résultats que nous avons obtenus varient entre  $7 \times 10^4 Pa$  et  $10 \times 10^4 Pa$  et sont en bon accord avec les résultats de la référence [103] avec une différence entre 4 % et 11 %.

Ce type de matériau possède une anisotropie non négligeable et la façon dont il a été coupé peut être l'une des explications des différences observées.



Figure C.8. Partie réelle et imaginaire du module de cisaillement ajusté. La partie imaginaire est tracée en pourcentage de la partie réelle (facteur de perte).
# C.4. Ondes guidées dans une couche de matériau poreux saturé de fluide dans les conditions de Lamb

Une nouvelle configuration expérimentale a été étudiée dans laquelle les deux faces de la couche poreuse (à pores ouverts) sont en contact avec un fluide. Ces conditions expérimentales sont celles de Lamb lorsque la plaque est chargée par un fluide (ou par deux fluides différents).

Il a été possible d'effectuer des mesures de vitesse de phase pour deux matériaux différents entre 80 Hz et 4 kHz.

Le développement théorique qui suit montre que des modes symétriques et antisymétriques peuvent exister dans une plaque poreuse si la couche poreuse est chargée par le même fluide des deux cotés.

#### C.4.1. Potentiels des déplacements

Une plaque poreuse d'épaisseur H est chargée par deux fluides différents dans le cas général:



Figure C.9. Couche de matériau poreux dans les conditions de Lamb et système de coordonnées.

La propagation dans le milieu poreux est décrite par deux potentiels scalaires  $\varphi_1$  et  $\varphi_2$ associés aux deux ondes longitudinales de Biot et par un potentiel vecteur  $\psi$  associé à l'onde de cisaillement. Les potentiels  $\varphi_1^f$  et  $\varphi_2^f$  sont définis pour les ondes longitudinales dans les fluides environnants. Ces potentiels satisfont les équations de propagation

$$\nabla^2 \varphi_1 - \frac{1}{V_{L_1}^2} \partial_t^2 \varphi_1 = 0, \ \nabla^2 \varphi_2 - \frac{1}{V_{L_2}^2} \partial_t^2 \varphi_2 = 0, \ \nabla^2 \psi - \frac{1}{V_T^2} \partial_t^2 \psi = 0,$$
(C.31a,b,c)

$$\nabla^2 \varphi_1^f - \frac{1}{V_{F_1}^2} \partial_t^2 \varphi_1^f = 0, \ \nabla^2 \varphi_2^f - \frac{1}{V_{F_2}^2} \partial_t^2 \varphi_2^f = 0, \qquad (C.32a,b)$$

où  $V_{L1}$  et  $V_{L2}$  sont les vitesses des deux ondes de compression de Biot [3] et  $V_T$  la vitesse de l'onde de cisaillement. Ces vitesses sont données par les Eqs. (C.17) et (C.18). Les vitesses dans les fluides environnants sont  $V_{F1}$  et  $V_{F2}$ .

Des solutions harmoniques sont choisies pour le temps t et selon l'axe des x. Pour la dépendance selon y, la combinaison linéaire de sinus et cosinus hyperboliques proposée par Ewing, Jardetsky et Press (Réf. [78], section 6.1) est choisie pour les trois potentiels dans la couche poreuse. La motivation pour ce choix est que l'existence de modes symétriques et antisymétriques n'est pas évidente, *a priori*, dans un matériau poreux et une forme générale est choisie. Les potentiels sont écrits:

$$\varphi_1 = \left(A_1 \cosh(p_1 y) + A_2 \sinh(p_1 y)\right) e^{i(\omega t - kx)}, \qquad (C.33)$$

$$\varphi_2 = \left(B_1 \cosh(p_2 y) + B_2 \sinh(p_2 y)\right) e^{i(\omega t - kx)}, \qquad (C.34)$$

$$\psi = \left(C_1 \cosh(qy) + C_2 \sinh(qy)\right) e^{i(\omega t - kx)},\tag{C.35}$$

$$\varphi_1^f = D_1 e^{-\gamma_1 y} \text{ pour } y \ge H / 2,$$
 (C.36)

$$\varphi_2^f = D_2 e^{\gamma_2 y} \text{ pour } y \le H/2.$$
 (C.37)

où  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $B_1$ ,  $B_2$ ,  $C_1$ ,  $C_2$ ,  $D_1$  et  $D_2$  sont des constantes, k la composante selon x des nombres d'onde et  $p_{1,2}$ , q,  $\gamma_{1,2}$  leur composantes selon y.

En remplaçant les expressions des différents potentiels dans les Eqs. de propagation (C.31) et (C.32), les relations suivantes sont obtenues:

$$p_{1,2}^2 - k^2 + \frac{\omega^2}{V_{L_{1,2}}^2} = 0, \ q^2 - k^2 + \frac{\omega^2}{V_T^2} = 0 \ \text{et} \ \gamma_{1,2}^2 - k^2 + \frac{\omega^2}{V_{F_{1,2}}^2} = 0.$$
 (C.38a,b,c)

#### C.4.2. Conditions aux limites sur les contraintes normales et sur les déplacements

Les conditions aux limites sur les contraintes normales et tangentielles à  $y = \pm H/2$  sont données par

$$\sigma_{vv}^f = -\phi P_{1,2},\tag{C.39}$$

$$\sigma_{yy}^{s} = -(1 - \phi)P_{1,2}, \tag{C.40}$$

$$\sigma_{xy}^s = 0, \qquad (C.41)$$

où  $P_{1,2}$  sont les pressions exercées par les fluides 1 et 2 à  $y = \pm H/2$ ;  $\sigma_{yy}^f$  et  $\sigma_{yy}^s$  sont les contraintes de Biot selon l'axe des y pour le fluide et pour le solide effectifs (la formulation de Biot, 1956 a été choisie). Une condition supplémentaire est donnée par la continuité des déplacements normaux aux interfaces  $y = \pm H/2$ :

$$(1-\phi)u_{y}+\phi U_{y}=U_{y}^{F}, \qquad (C.42)$$

où  $u_y$  et  $U_y$  sont les composantes normales des déplacements du solide et du fluide u et U dans le milieu poreux, respectivement et  $U^F$  la composante normale du déplacement du fluide environnant (l'indice 1 ou 2 pour le fluide 1 ou 2 a été oublié pour simplifier l'écriture).

#### C.4.3. Déterminant des conditions aux limites

Les contraintes de Biot sont données par

$$\sigma_{yy}^{s} = \left[ \left( P - 2N_{s} + \mu_{1}Q \right) \left( p_{1}^{2} - k^{2} \right) + 2N_{s}p_{1}^{2} \right] \varphi_{1} + \left[ \left( P - 2N_{s} + \mu_{2}Q \right) \left( p_{2}^{2} - k^{2} \right) + 2N_{s}p_{2}^{2} \right] \varphi_{2} + j2N_{s}k\partial_{y}\psi,$$
(C.43)

$$\sigma_{yy}^{f} = (Q + \mu_1 R) (p_1^2 - k^2) \varphi_1 + (Q + \mu_2 R) (p_2^2 - k^2) \varphi_2, \qquad (C.44)$$

$$\sigma_{xy}^{s} = 2N_{s} \left[ -jk\partial_{y}\varphi_{1} - jk\partial_{y}\varphi_{2} + \frac{1}{2} \left(q^{2} + k^{2}\right)\psi \right], \qquad (C.45)$$

où les coefficients  $\mu_1$ ,  $\mu_2$  et  $\mu_3$  ont été définis plus haut.  $N_s$  est le module de cisaillement (représenté par  $\mu$  plus haut).

En remplaçant les potentiels (C33) - (C37) dans les conditions aux limites (C.39) – (C.42) pour les deux cotés de la plaque, un système de 8 équations avec les 8 inconnues  $A_1, A_2, B_1, B_2, C_1, C_2, D_1$  et  $D_2$  est obtenu. La relation entre  $\omega$  et k i.e., l'équation de dispersion est donnée par:

$$-jkp_{1}s_{1} - jkp_{1}c_{1} - jkp_{2}s_{2} - jkp_{2}c_{2} \frac{1}{2}(k^{2} + q^{2})c_{q} \frac{1}{2}(k^{2} + q^{2})s_{q} = 0 = 0$$

$$M_{1}c_{1} - M_{1}s_{1} - M_{2}c_{2} - M_{2}s_{2} = 0 = 0 - \phiP_{1} = 0$$

$$N_{1}c_{1} - N_{1}s_{1} - N_{2}c_{2} - N_{2}s_{2} - j2N_{s}kqs_{q} - (1 - \phi)P_{1} = 0$$

$$K_{1}s_{1} - K_{1}c_{1} - K_{2}s_{2} - K_{2}c_{2} - K_{3}c_{q} - K_{3}s_{q} - (1 - \phi)P_{1} = 0$$

$$M_{1}c_{1} - M_{1}s_{1} - M_{2}c_{2} - M_{2}s_{2} = 0 = 0 = 0$$

$$M_{1}c_{1} - M_{1}s_{1} - M_{2}c_{2} - M_{2}s_{2} - jkp_{2}c_{2} - \frac{1}{2}(k^{2} + q^{2})c_{q} - \frac{1}{2}(k^{2} + q^{2})s_{q} = 0$$

$$M_{1}c_{1} - M_{1}s_{1} - M_{2}c_{2} - M_{2}s_{2} - j2N_{s}kqs_{q} - j2N_{s}kqc_{q} = 0 - (1 - \phi)P_{2}$$

$$-K_{1}s_{1} - K_{1}c_{1} - K_{2}s_{2} - K_{2}c_{2} - K_{3}c_{q} - K_{3}s_{q} = 0 - \gamma_{2}e^{-\gamma_{2}\frac{H}{2}}$$

$$(C.46)$$

avec

$$\begin{split} M_{1} &= \left(R + \mu_{1}Q\right)\left(p_{1}^{2} - k^{2}\right), & P_{2} &= K_{f_{2}}\left(\gamma^{2} - k^{2}\right)e^{-\gamma_{2}H_{2}}, \\ M_{2} &= \left(R + \mu_{2}Q\right)\left(p_{2}^{2} - k^{2}\right), & s_{1} = \sinh\left(p_{1}H_{2}\right), \\ N_{1} &= \left(P - 2N_{s} + \mu_{1}Q\right)\left(p_{1}^{2} - k^{2}\right) + 2N_{s}p_{1}^{2}, & s_{2} = \sinh\left(p_{2}H_{2}\right), \\ N_{2} &= \left(P - 2N_{s} + \mu_{2}Q\right)\left(p_{2}^{2} - k^{2}\right) + 2N_{s}p_{2}^{2}, & s_{q} = \sinh\left(qH_{2}\right), \\ K_{1} &= \left(\left(1 - \phi\right) + \mu_{1}\phi\right)p_{1}, & c_{1} = \cosh\left(p_{1}H_{2}\right), \\ K_{2} &= \left(\left(1 - \phi\right) + \mu_{2}\phi\right)p_{2}, & c_{2} = \cosh\left(p_{2}H_{2}\right), \\ K_{3} &= jk\left(\left(1 - \phi\right) + \mu_{3}\phi\right), & c_{q} = \cosh\left(qH_{2}\right). \\ P_{1} &= K_{f_{1}}\left(\gamma^{2} - k^{2}\right)e^{-\gamma_{1}H_{2}}, \end{split}$$

Ce déterminant décrit la dispersion de modes guidés dans une couche poreuse à pores ouverts et entourée par deux fluides différents. Un exemple d'une telle situation pourrait être une couche poreuse immergée dans de l'eau dans une cuve avec la surface supérieure de la couche coïncidant avec l'interface entre l'eau et l'air. Dans ce cas, le fluide saturant serait l'eau.

Dans le cas où les deux fluides entourant la couche poreuse et le fluide dans les pores seraient les mêmes,

$$\gamma_1 = \gamma_2 = \gamma \text{ et } P_1 = P_2 = P.$$
 (C.47)

Il est très intéressant de noter la symétrie du déterminant (C.46). En oubliant momentanément les deux dernières colonnes, on peut remarquer que les 4 dernières lignes sont obtenues à partir des 4 premières en changeant le signe des coefficients où le sinus hyperbolique intervient ( $s_1$ ,  $s_2$  et  $s_q$ ). Cette propriété peut être utilisée pour écrire le déterminant d'une façon différente. En ajoutant ou en soustrayant des lignes, il est possible de créer de nouvelles lignes sans changer la valeur du déterminant. Il est également possible de créer de nouvelles colonnes sans changer le déterminant en ajoutant ou en soustrayant des colonnes. Cette dernière propriété est liée au fait que transposer un déterminant ne change pas sa valeur.

En utilisant ces propriétés et si les conditions (C.47) sont remplies, on peut écrire le déterminant sous la forme:

	0	0	0	0	0	$\left(k^2+q^2\right)c_q$	$-2jkp_2c_2$	$-2 jkp_1c_1$
	0	0	0	0	$-2\phi P$	0	$2M_2s_2$	$2M_1s_1$
(C, 19)	0	0	0	0	$-2(1-\phi)P$	$j4N_skqs_q$	$2N_{2}s_{2}$	$2N_1s_1$
(C.48)	0	0	0	0	$2\gamma e^{-\gamma H/2}$	$2K_3c_q$	$2K_{2}c_{2}$	$2K_1c_1$
=0.	0	$\left(k^2+q^2\right)s_q$	$-2jkp_2s_2$	$-2jkp_1s_1$	0	0	0	0
	$-2\phi P$	0	$2M_{2}c_{2}$	$2M_1c_1$	0	0	0	0
1	$-2(1-\phi)P$	$j4N_skqc_q$	$2N_{2}c_{2}$	$2N_1c_1$	0	0	0	0
	$2\gamma e^{-\gamma H/2}$	$2K_3s_q$	$2K_2s_2$	$2K_1s_1$	0	0	0	0

Ce déterminant est bloc diagonal et l'équation de dispersion est finalement écrite comme le produit de deux déterminants 4 par 4:

Le tracé des courbes de dispersion associées aux deux déterminants 4 par 4 montre que le premier déterminant dans le membre de gauche de l'Eq. (C.49) correspond à des modes antisymétriques tandis que le second correspond à des modes symétriques. Il est également intéressant de remarquer que ces deux déterminants peuvent être déduit l'un de l'autre en inter changeant les sinus et cosinus hyperboliques.

L'existence de modes symétriques (S) et antisymétriques (A) est une conséquence directe de la symétrie du système fluide-plaque-fluide. Ceci se traduit mathématiquement par la possibilité de réduire le déterminant (C.48) en un produit de deux déterminants plus petits.

La résolution de l'équation (C.48) est alors simplifiée de par le fait qu'on peut traiter les deux petits déterminants séparément dans la résolution de (C.49).

Physiquement, ceci se traduit par un découplage des modes S et des modes A qui peuvent se croiser. Les modes d'une même famille ne peuvent pas se croiser entre eux.

#### C.4.4. Courbes de dispersion

Les courbes de dispersion pour une mousse polyuréthane hautement poreuse (Mousse 1) furent calculées et sont tracées sur la figure C.10.

Les propriétés des matériaux sont données dans le tableau C.II. Le même algorithme numérique que celui décrit plus haut fut utilisé pour résoudre l'Eq. (C.49).

On peut remarquer que pour certains modes, les courbes de dispersion sont similaires à celles obtenues dans la théorie de Lamb pour un solide élastique. Des modes  $A_0$  et  $S_0$  pour milieux poreux peuvent être identifiés aux basses fréquences.

La disparition des fréquences de coupure et la présence de maxima qui peuvent être observées pour des modes d'ordres supérieurs sont la conséquence de l'inclusion des mécanismes d'atténuation dans le modèle. Ces mécanismes sont l'amortissement de structure classique (liés aux modules élastiques complexes) et les mécanismes d'atténuation de Biot (visqueux et thermique). Les parties imaginaires des nombres d'ondes i.e., les atténuations (Figure C.10b) sont très utiles pour la prédiction des modes qui peuvent être observés et les régions de fréquences où ils devraient apparaître. Les modes susceptibles d'être observés sont ceux qui ont la plus petite atténuation c'est à dire:  $A_0$ ,  $S_0$  et  $A_1$ . Des morceaux d'autres modes devraient être observables lorsque leurs parties imaginaires sont petites.

Comme dans l'étude précédente, une deuxième famille de modes associée à la présence de fluide est prédite et pourrait être observée à des fréquences de l'ordre de 100 kHz et au-delà.



Figure C.10. Courbes de dispersion théoriques pour des ondes guidées dans un matériau poreux (Mousse 1). a) Partie réelle de la vitesse de phase et b) partie imaginaire du nombre d'onde.

Table C.II. Propriétés des matériaux

	Tortuosité $ au_{_{\infty}}$	Résistivité au passage de l'air σ (Ns/m <sup>4</sup> )	Dimension visqueuse Λ (mm)	Dimension thermique Λ' (μm)	Densité de la matrice $\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	Porosité φ
Mousse 1	1.4	130000	60	180	59	0.98
Mousse 2	1.1	5000	50	150	32	0.98

## C.4.5. Configuration expérimentale

La configuration expérimentale est donnée sur la Figure C.11a et sur la photographie du dispositif (Fig. C.11b). Le matériau est entouré d'air et les deux extrémités de l'échantillon sont collés sur des terminaisons rigides sur lesquelles les ondes sont parfaitement réfléchies (le matériau est beaucoup moins lourd et rigide que les terminaisons).

La méthode expérimentale est la même que celle décrite plus haut.

Le principal avantage de cette nouvelle configuration expérimentale est que le profil d'ondes stationnaires devrait être symétrique par rapport au plan vertical qui coupe le matériau en deux parties égales, que les déplacements aux deux terminaisons rigides sont nuls, de sorte que la périodisation du profil d'ondes stationnaires dans l'implémentation numérique de la transformée de Fourier n'introduit pas de discontinuités et aucun fenêtrage spatial est nécessaire (ceci n'était pas le cas dans le premier dispositif expérimental décrit en première partie de ce chapitre).

Les principaux inconvénients sont que des matériaux très mous auront tendance à fléchir et que l'excitation et la détection ont lieu sur des faces opposées, ce qui risque de réduire la limite haute fréquence mesurable. La source ligne attachée au milieu de l'échantillon peut aider à réduire le fléchissement.



b)

Figure C.11. a) Simulation par éléments finis de la déformation à 200 Hz d'une plaque élastique (non poreuse) avec les propriétés effectives de la mousse 1 dans les conditions de Lamb pour une source ligne située au centre. b) Photographie du dispositif expérimental.

#### C.4.6. Profil d'ondes stationnaires

Des exemples de profils d'ondes stationnaires mesurés sont donnés sur la Figure C.12 pour la mousse 1 à 202 Hz et 600 Hz.

A basse fréquence, entre 50 et 400 Hz, seul le pic d'amplitude correspondant au mode  $A_0$  put être observé (ceci devient clair lorsque l'on trace les résultats expérimentaux sur les vitesses de phase et que la comparaison avec la théorie est effectuée). Il est généralement difficile d'exciter et de détecter le mode  $S_0$  aux basses fréquences.

Lorsque la fréquence augmente, des modes d'ordres supérieurs apparaissent et le profil d'ondes stationnaires devient plus compliqué.

L'excitation d'ondes stationnaires à plus haute fréquence devient de plus en plus difficile à cause d'une plus grande atténuation et du fait que la détection a lieu sur la face opposée.



*Figure C.12. a) et b): Profils d'ondes stationnaires. c) et d): Transformées de Fourier spatiales. a) et c) 202 Hz, b) et d) 600 Hz.* 

#### C.4.7. Vitesses de phase expérimentales et comparaison avec les prédictions

Les vitesses de phase dans deux mousses différentes ont été étudiées. Le premier matériau (mousse 1) a déjà été étudié par la méthode utilisant l'onde de Rayleigh décrite dans la référence [87]. La vitesse de phase mesurée par cette méthode était proche de  $V_{Rayl} = 44$  m/s qui correspond à un module de cisaillement de 125 kPa pour un coefficient de Poisson de 0.3.

Les mesure d'ondes de Rayleigh ont été effectuées à 2 kHz, 3.4 kHz et 4 kHz. Dans l'étude présente, les résultats expérimentaux et théoriques pour les deux mousses sont donnés sur les Figures C.13a et C.13b. Les triangles correspondent aux mesures en ondes de Rayleigh.

Un algorithme d'ajustement fut utilisé dans le but de déterminer la dépendance fréquentielle du module de cisaillement. Des variations du module de cisaillement de l'ordre de 10% pour le premier échantillon (mousse 1) et de 5 % pour le deuxième furent obtenues dans le domaine de fréquences étudié.

Ces variations sont assez faibles et pour cette raison, il fut décidé d'effectuer la comparaison entre les résultats expérimentaux et théoriques avec une valeur constante du module de cisaillement. Les valeurs utilisées dans le modèle étaient de 127 kPa pour la mousse 1 et de 61 kPa pour la mousse 2.

La bonne correspondance entre les résultats expérimentaux et théoriques semble montrer que les modes  $A_0$ ,  $S_0$  et  $A_1$  furent détectés et mesurés.

Sur la Figure C.13a cependant, une plus grande différence entre résultats théoriques et expérimentaux peut être observée vers 700 Hz. Ceci peut être expliqué par le fait que l'erreur de mesure est plus grande pour des vitesses de phase plus élevées.



Figure C.13. Vitesses de phase expérimentales et théoriques dans des mousses poreuses saturées d'air. a) mousse 1 et b) mousse 2. Les triangles correspondent à des mesures en ondes de Rayleigh [86].

En considérant une erreur nulle sur la fréquence, l'erreur est donnée par:

$$\frac{\Delta V_{\varphi}}{V_{\varphi}} = \left| \frac{\Delta k}{k} \right|. \tag{C.50}$$

Puisque  $\Delta k$  peut être considéré comme constant dans tout le domaine de fréquences spatiale étudié, le rapport  $|\Delta V/V|$  est plus élevé pour les valeurs plus faibles de *k*. Il est par conséquent difficile de mesurer avec précision les parties très dispersives des modes d'ordres élevés.

Par ailleurs, la Figure C.10b montre que l'atténuation des modes augmentent près des fréquences de coupures, rendant la détection de ces modes difficile et augmentant l'erreur de mesure.

Une autre source d'erreur est la différence d'amplitude des modes. Le spectre est dominé dans un grand domaine de fréquences par le mode  $A_0$ , rendant l'estimation des vitesses de phase correspondant à des maxima de moindre amplitude moins précise.

La largeur des pics d'amplitude dans le spectre spatial est aussi une cause d'erreur. Ainsi, le croisement des courbes de dispersion est décrit de manière moins précise.

Le système de détection est tel que les modes pour lesquels le déplacement de matière est principalement parallèle à la surface de la couche seront détectés avec une précision moindre.

Enfin, le fléchissement de l'échantillon et l'anisotropie peuvent aussi être des sources d'erreur.

#### C.5. Conclusion

Une nouvelle méthode expérimentale pour la mesure des vitesses de phase des modes guidés dans des couches poreuses molles saturées d'air a été proposée.

Cette méthode consiste à exciter et à détecter des ondes stationnaires dans la couche et à déterminer les périodicités spatiales associées à la propagation des différents modes.

Les ondes excitées sont sinusoïdales et continues (non localisées dans le temps) dont les fréquences peuvent être variées. Ce type d'excitation présente le gros avantage par rapport à une excitation en impulsion, de permettre de fournir plus d'énergie par fréquence et par conséquent d'augmenter le rapport signal sur bruit, qui est un paramètre critique dans l'étude de ce type de matériaux très amortissants.

Les vitesses de phase sont obtenues en divisant la fréquence de travail par les fréquences spatiales obtenues à partir de la transformée de Fourier spatiale du profil d'ondes stationnaires.

Deux configurations expérimentales ont été étudiées théoriquement et expérimentalement. Dans la première, la couche poreuse est appliquée sur un substrat rigide et le matériau est excité à l'une de ses extrémités. L'autre extrémité est appliquée à une terminaison rigide en métal réfléchissant parfaitement les ondes incidentes et de fait, créant le profil d'ondes stationnaires recherché.

L'étude théorique montre que l'atténuation de Biot (visqueuse et thermique) intervient en plus de l'atténuation structurale liée aux parties imaginaires des modules élastiques du matériau.

Par ailleurs, on trouve que deux familles d'ondes stationnaires peuvent se propager dans une couche poreuse. Si l'on oublie momentanément le couplage entre les phases, on peut conclure que l'une des familles de modes est portée par la structure et à pour vitesses limites à haute

fréquence la vitesse l'onde de Rayleigh pour le premier mode et la vitesse du mode cisaillement pour les autres.

L'autre famille est portée par le fluide et a pour vitesse limite la vitesse du mode longitudinal de seconde espèce de Biot. Ce résultat surprenant est lié au fait que l'air dans les pores peut être vu comme une plaque de fluide équivalent dont la vitesse limite est celle du mode longitudinal (le fluide ne peut pas conserver de déformations de cisaillement).

On pense que les couplages (élastique, inertiel et de friction) entre les phases ont pour conséquence le couplage entre les deux familles de modes.

Une première confirmation expérimentale a été obtenue par le relativement bon accord entre les vitesses de phase théoriques et expérimentales (parties réelles seulement).

La comparaison théorie/expérience est compliquée par le fait que le premier matériau étudié possède des propriétés mécaniques dépendant de la fréquence.

Un autre point de vue consiste à considérer que le modèle est valide et robuste et à utiliser les données théoriques et expérimentales pour déterminer les variations des modules élastiques du matériau avec la fréquence. Adoptant ce point de vue, il a été possible de déterminer le module de cisaillement d'une mousse de Mélamine hautement poreuse dans un domaine de fréquences compris entre 150 et 1.5 kHz, domaine qui n'était pas accessible par d'autres méthodes jusqu'à présent.

Une deuxième configuration expérimentale a été étudiée dans laquelle le matériau est placé dans les conditions de Lamb. Dans cette configuration, le matériau est entouré de fluide et ses deux extrémités sont collées à des terminaisons rigides.

Le matériau est excité au centre et le profil d'onde stationnaire est symétrique par rapport au plan vertical (sagittal) qui coupe le matériau en deux parties égales.

L'étude théorique confirme l'existence d'ondes guidées portées par le fluide. Il a également été montré que des modes symétriques et antisymétriques existent dans les milieux poreux si le fluide saturant et les fluides entourant la couche poreuse sont les mêmes.

Des expériences ont été conduites sur deux mousses élastiques différentes et les trois premiers modes de Lamb (A0, S0 et A1) ont été détectés.

L'accord entre la théorie et les expériences peut être considéré comme très bon et un large domaine de fréquences a été étudié, compris entre 80 Hz et 4 kHz.

## REFERENCES

[1] J. F. Allard, *Propagation of Sound in Porous Media: Modeling Sound Absorbing Materials*, Chapman & Hall, London, 1993.

[2] C. Zwikker and C. W. Kosten, Sound absorbing materials, Elsevier, New York, 1949.

[3] Biot, M. A., "Theory of elastic wave propagation in a fluid-saturated porous solid", J. Acoust. Soc. Am. 28, 168-191 (1956).

[4] M. E. Delany and E. N. Bazley "Acoustical characteristics of fibrous absorbent materials" Appl. Acoust. **3**, 105-116 (1970).

[5] Y. Miki, "Acoustical models of porous materials - Modification of Delany-Bazley model" J. Acoust. Soc. of Japan **11**, 19-24 (1990).

[6] D. K. Wilson, "Relaxation-matched modeling of sound propagation in porous media, including fractal pore surfaces", J. Acoust. Soc. Am. **94**: 1136–1145 (1993).

[7] N. Voronina, "Acoustic properties of fibrous materials", Appl. Acoust. 42, 65-174 (1994).

[8] K. Attenborough "Acoustical characteristics of porous materials" Physics reports **82**, 179-227 (1982).

[9] K. Attenborough "Acoustical characteristics of rigid fibrous absorbents and granular materials", J. Acoust. Soc. Am. **73**, 785-799 (1983).

[10] D. L. Johnson, J. Koplik and R. Dashen, "Theory of dynamic permeability and tortuosity in fluid-saturated porous media," J. Fluid. Mech. **176**, 379-402 (1987).

[11] Y. Champoux and J. F. Allard, "Dynamic tortuosity and bulk modulus in air saturated porous media", J. Appl. Phys. **70**, 1975-1979 (1991).

[12] D. Lafarge and P. Lemarinier and J. F. Allard and V. Tarnow, "Dynamic compressibility of air in porous structures at audible frequencies," J. Acoust. Soc. Am. **102**, 1995-2006 (1997).

[13] D. Lafarge, *Propagation du son dans les matériaux poreux à structure rigide saturés par un fluide viscothermique: définition des paramètres géométriques, analogie électromagnétique, temps de relaxation*, thèse de doctorat de l'Université du Maine, France (1993).

[14] A. Debray, J. F. Allard, W. Lauriks and L. Kelders, "Acoustical measurement of the trapping constant of porous materials", Rev. Sci. Inst. **68**, 4462-4464 (1997).

[15] S. R. Pride, F. D. Morgan and A. F. Gangi, "Drag force of porous medium acoustics", Phys. Rev. B 47, 4964-4978 (1993).

[16] O. Umnova, K. Attenborough and K. M. Li, "A cell model for the acoustical properties of packings of spheres", Acustica-Acta Acustica **87**, 226-235 (2001).

[17] R. Burridge and J. B. Keller, "Poroelasticity equations derived from microstructure" J. Acout. Soc. Am. **70**, 1140-1146 (1981).

[18] E. Sanchez-Palencia, *Non Homogeneous Media and Vibration Theory*, Lecture Notes in Physics **127**, Springer Verlag, New York, 1980.

[19] A. Benssousan, J. L. Lions and G. Papanicolau, *Asymptotic Analysis for Periodic Structures*, North Holland, 1978.

[20] J. L. Auriault, L. Borne and R. Chambon "Dynamics of porous saturated media, checking the generalized law of Darcy", J. Acout. Soc. Am. **77**, 1641-1650 (1985).

[21] Y. Champoux, M. R. Stinson and G. A. Daigle, "Air-based system for the measurement of porosity", J. Acoust. Soc. Am. **89**, 910-916 (1991).

[22] M. R. Stinson and G. A. Daigle, "Electronic system for the measurement of flow resistance", J. Acoust. Soc. Am. 83, 2422-2428 (1988).

[23] <u>ISO 9053:1991</u> Acoustics - Materials for acoustical applications - Determination of airflow resistance.

[24] R. Brown, "Connection between the formation factor for electrical resistivity and fluidsolid coupling factors in Biot's equations for acoustic waves in fluid-filled porous media" Geophysics **45**, 1269-1275 (1980).

[25] Y. Champoux, *Etude expérimentale du comportement acoustique des matériaux poreux à structure rigide*, PhD thesis, Carlton University, Canada, 1991.

[26] M. A. Biot and D. G. Willis, 'The elastic coefficients of the theory of consolidation', J. Appl. Mech. **24**, 594-601 (1957).

[27] J. F. Allard, B. Castagnède, M. Henry and W. Lauriks "Evaluation of the tortuosity in acoustic porous materials saturated by air" Rev. Sci. Inst. **65**, 7654-755 (1994).

[28] H. Deresiewicz and R. Skalak, "On uniqueness in dynamic poroelasticity", Bull. Seism. Soc. Am. **53**, 783-788 (1963).

[29] W. Lauriks, P. Mees and J. F. Allard, "The acoustic transmission through layered systems", J. Sound Vib. **155**, 125-132 (1992).

[30] L. Kelders, Karakterisatie van poreuze materialen – Studie van het geluidsveld boven een, poreuze laag, Doctoraatthesis, Katholieke Universiteit Leuven, België, 1998.

[31] P. Leclaire, L. Kelders, W. Lauriks, C. Glorieux and J. Thoen, "Determination of the viscous characteristic length in air-filled porous materials by ultrasonic attenuation measurements", J. Acoust. Soc. Am. **99**, 1944-1948 (1996).

[32] N. Brown, M. Melon, V. Montembault, B. Castagnède, W. Lauriks and P. Leclaire, "Evaluation of the viscous characteristic length of air saturated porous materials from the ultrasonic dispersion curve", C. R. Acad. Sci. Paris, **322 Série IIb**, 121-127 (1996).

[33] P. Leclaire, L. Kelders, W. Lauriks, M. Melon, N. Brown and B. Castagnède, "Determination of the viscous and thermal characteristic lengths of plastic foams by ultrasonic measurements in helium and air," J. Appl. Phys. **80**, 2009-2012 (1996).

[34] M. Melon, *Caractérisation de matériaux poreux par ultrasons basse-fréquence (20-500 kHz)*, thèse de doctorat de l'Université du maine, 1996.

[35] B. Castagnède, M. Henry, P. Leclaire, L. Kelders and W. Lauriks, 'Acoustical characterization of fibrous materials and modelisation with no adjustable parameters', C. R. Acad. Sci., Paris, **323**, Série IIb, 177-183 (1996).

[36] D. L. Johnson, T. J. Plona, C. Scala, F. Pasierb and H. Kojima, "Tortuosity and acoustic slow waves", Phys.Rev.Lett. **49**, 1840-1844 (1982).

[37] D. Singer, F. Pasierb, R. Ruel and H. Kojima, "Multiple scattering of second sound in superfluid II-filled porous medium", Phys. Rev. B 30, 2909-2912 (1984).

[38] D. L. Johnson, D. L. Hemmick and H. Kojima, "Probing porous media with first and second sound. I. Dynamic permeability", J. Appl. Phys. **76**, 104-114 (1994).

[39] D.L. Johnson, D. L. Hemmick and H. Kojima, "Probing porous media with first and second sound. II. Acoustic properties of water-saturated porous media", J. Appl. Phys. **76**, 115-125 (1994).

[40] P. B. Nagy, L. Adler and B. Bonner, "Slow wave propagation in air-filled porous materials and natural rocks", Appl. Phys. Lett. 56, 504-506 (1990).

[41] P. B. Nagy, "Slow wave propagation in air-filled permeable solids", J. Acoust. Soc. Am. 93, 3224-3234 (1993).

[42] W. Sachs and Y. Pao, "On the determination of phase and group velocities of dispersive waves in solids", J. Appl. Phys. **49**, 4320-4327 (1980).

[43] P. Lemarinier, M. Henry, J. F. Allard, J. L. Bonardet and A. Gédéon, "Connection between the dynamic bulk modulus of air in a porous medium and the specific surface, J. Acoust. Soc. Am. **97**, 3478-3482 (1995).

[44] M. Henry, P. Lemarinier, J. F. Allard, J. L. Bonardet and A. Gédéon, "Evaluation of the characteristic dimensions for porous sound-absorbing materials", J. Appl. Phys. **77**, 17-20 (1995).

[45] S. Brunauer, P. H. Emmet and E. Teller "Adsorption of gases in multimolecular layers", J. Am. Chem. Soc. **60**, 309-319 (1938).

[46] N. Brown, B. Castagnède, W. Lauriks and M. Melon, "Experimental study of dispersion of ultrasonic waves in porous materials", C. R. Acad. Sci. Paris, **319 Série II**, 393-399 (1994).

[47] G. A. Gist, "Fluid effects on velocity and attenuation in sandstones," J. Acoust. Soc. Am. **96**, 1158–1173 (1994).

[48] N. C. Hilyard and A. Cunningham, Low Density Cellular Plastics: Physical Basis of Behaviour, Chapman & Hall, London, 1994.

[49] P. B. Nagy and D. L. Johnson, *Improved materials characterization by pressure*dependent ultrasonic attenuation in air-filled permeable solids, Appl. Phys. Lett., **68**, 3707-3709 (1996).

[50] P. Leclaire, L. Kelders, W. Lauriks, J. F. Allard and C. Glorieux, 'Ultrasonic wave propagation in reticulated foams saturated by different gases - High frequency limit of the classical models', Appl. Phys. Lett. **69**, 2641-2643 (1996).

[51] C. A. Condat, "Acoustic localization and resonant scattering", J. Acoust. Soc. Am. 83, 441-452 (1988)

[52] Z. E. A. Fellah, C. Depollier, S. Berger, W. Lauriks, P. Trompette and J. Y. Chapelon, "Determination of transport parameters in air-saturated porous materials via reflected ultrasonic waves", J. Acoust. Soc. Am. **114**, 2561-2569 (2003).

[53] Z. E. A. Fellah, S. Berger, W. Lauriks, C. Depollier, C. Aristegui and J. Y. Chapelon "Measuring the porosity and the tortuosity of porous materials via reflected waves at oblique incidence", J. Acoust. Soc. Am. **113**, 2424-2433 (2004).

[54] Z. E. A. Fellah and C. Depollier, "Transient acoustic wave propagation in rigid porous media: A time-domain approach", J. Acoust. Soc. Am. **107**, 683-688 (2000).

[55] F. Sgard, Modélisation par élément finis des structures multi-couches complexes dans le domaine des basses fréquences, thèse d'habilitation à diriger des recherches, Université Claude Bernard Lyon 1, 2002.

[56] A. Cummings, H. Rice and R. Wilson, "Radiation damping in plates, induced by porous media". J. Sound Vib. **221**, 143-167, (1999)

[57] K. V. Horoshenkov and K. Sakagami, "A simple method to calculate the acoustic response of a thin, baffled, simply supported poroelastic plate", J. Acoust. Soc. Am. **110**, 904-917 (2001).

[58] D. D. Theodorakopoulos and D. E. Beskos, 'Flexural vibration of poroelastic plates', Acta Mechanica **103**, 191-203 (1994).

[59] P. Leclaire, A. Cummings and K. V. Horoshenkov, 'Transverse vibration of a thin rectangular porous plate saturated by a fluid', J. Sound Vib. **247**, 1-18 (2001).

[60] S. Timoshenko and S. Woinowsky, *Theory of Plates and Shells*, Mac Graw-Hill, New York, 1959.

[61] W. Nowacki, *Dynamics of elastic systems*, Chapman & Hall, London, 1963.

[62] R. Szilard, *Theory and Analysis of Plates: Classical and Numerical Methods*, Prentice-Hall, Englewood, New Jersey, 1974.

[63] P. Leclaire, K. V. Horoshenkov, M. J. Swift and D. C. Hothersall, 'The vibrational response of a clamped rectangular porous plate', J. Sound Vib. **247**, 19-31 (2001).

[64] M. J. Swift, *Physical Properties of Recycled Granular Materials*, Ph.D Thesis, University of Bradford (UK), 2000.

[65] M. A. Biot, 'Mechanics of deformation and acoustic propagation in porous media', J. Appl. Phys. **33**, 1482-1498 (1962).

[66] M. A. Biot, 'Theory of buckling of a porous slab and its thermoelastic analogy', J. Appl. Mech. ASME **31**, 194-198 (1964).

[67] D. Young, "Vibration of rectangular plates by the Ritz method", J. Appl. Mech. **50**, 448-453 (1950).

[68] H. Aygun, P. Leclaire, K. Attenborough and A. Cummings, "Effects of Fluid Loading on Elastic Porous Plate Vibration", Proc. Internoise, Prague, 2004.

[69] G. B. Warburton, "The vibration of rectangular plates", Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, **168**, 371-384 (1954).

[70] K. J. Dunn, "Acoustic attenuation in fluid-saturated porous cylinders at low frequencies", J. Acoust. Soc. Am. **79**, 1709-1721 (1986).

[71] A. Bardot, B. Brouard and J. F. Allard, "Frame decoupling at low frequency in thin porous layers saturated by air," J. Appl. Phys. **79**, 8223-8229 (1996).

[72] J. F. Allard, C. Depollier, Ph. Guignouard and P. Rebillard, "Effect of resonance on the surface impedance of glass wool of high density and thickness," J. Acoust. Soc. Am. **98**, 999-1001 (1991).

[73] L. Boeckx, Study of the sound field in and above porous materials – Application to characterization of sound absorbing materials, Ph.D Thesis, K. U. Leuven, Belgium, 2005.

[74] D. E. Chimenti, "Guided waves in plates and their use in materials characterization," Appl. Mech. Rev. **50**, 247-284 (1997).

[75] C. Glorieux, K. Van de Rostyne, J. D. Beers, W. Gao, S. Petillion, N. Van Riet, K. A. Nelson, J. F. Allard, V. E. Gusev, W. Lauriks, and J. Thoen, "Acoustic waves at interfaces studied by laser ultrasonics, Rev. Sci. Inst. **74**, 465-469 (2003).

[76] D. Royer and E. Dieulesaint, *Elastic waves in solids: Free and guided propagation v.1*, (Springer Verlag, Berlin, 1999).

[77] I. A. Viktorov, Rayleigh and Lamb waves, (Plenum Press, New York, 1967).

[78] W. M. Ewing, W. S. Jardetsky and F. Press, *Elastic waves in layered media*, (Mc Graw-Hill, New York, 1957).

[79] H. Deresiewicz, "The effect of boundaries on wave propagation in a liquid-filled porous solid. IV. Surface waves in a half space," Bull. Seismol. Soc. Am. **52**, 627-638 (1962).

[80] S. Feng and D. L. Johnson, "High-Frequency acoustic properties of a fluid/porous solid interface. I. New surface mode," J. Acoust. Soc. Am. **74**, 906-914 (1983).

[81] S. Feng and D. L. Johnson 2, "High-Frequency acoustic properties of a fluid/porous solid interface. II. The 2D reflection Green's function," J. Acoust. Soc. Am. **74**, 915-924 (1983).

[82] K. Attenborough, "Review of ground effects on outdoor sound propagation from continuous broadband sources," Applied Acoustics **24**, 289-319 (1988).

[83] K. Attenborough, "Solid particle motion induced by a point source above a poroelastic half-space", J. Acoust. Soc. Am. **86**, 1085-1092 (1989).

[84] K. Attenborough, Y. Chen, "Surface waves at an interface between air and an air-filled poroelastic ground", J. Acoust. Soc. Am. **87**, 1010-1016 (1990).

[85] L. Kelders, W. Lauriks and J. F. Allard, "Surface waves above thin porous layers saturated by air at ultrasonic frequencies," J. Acoust. Soc. Am. **104**, 882-889 (1998).

[86] W. Lauriks, L. Kelders and J. F. Allard, "Surface waves and leaky waves above a porous layer," Wave Motion **28**, 57-67 (1998).

[87] J. F. Allard, G. Jansens, G. Vermeir and W. Lauriks, "Frame-borne surface waves in air-saturated porous media," J. Acoust. Soc. Am. **111**, 690-696 (2002).

[88] J. F. Allard, M. Henry, C. Glorieux, S. Petillion and W. Lauriks, "Laser-induced surface modes at an air-porous medium interface," J. Appl. Phys. **93**, 1298-1304 (2003).

[89] G. Belloncle, H. Franklin, F. Luppé and J. M. Conoir, "Normal modes of a poroelastic plate and their relation to the reflection and transmission coefficients," Ultrasonics **41**, 207-216 (2003).

[90] J. F. Allard, M. Henry, L. Boeckx, P. Leclaire and W. Lauriks, "Acoustical measurement of the shear modulus for thin porous layers," J. Acoust. Soc. Am. **117**, 1737-1743 (2005).

[91] T. Pritz, "Transfer function method for investigating the complex modulus of acoustic materials: rod-like specimen", J. Sound Vib. **81**, 359-376 (1982).

[92] T. Pritz, "Frequency dependence of frame dynamic characteristics of mineral and glass wool materials", J. Sound Vib. **106**, 161-169 (1986).

[93] T. Pritz, "Dynamic Young's Modulus and loss factor of plastic foams for impact sound isolation", J. Sound Vib. **178**, 315-322 (1994).

[94] T. Pritz, "Measurement methods of complex Poisson's ratio of viscoelastic materials," Appl. Acoust. **60**, 279-292 (2000).

[95] A. Sfaoui, "On the viscoelasticity of the polyurethane foam", J. Acoust. Soc. Am. 97, 1046-1052 (1995).

[96] L. Boeckx, P. Leclaire, P. Khurana, C. Glorieux, W. Lauriks and J. F. Allard, "Investigation of the phase velocities of guided acoustics waves in soft porous layers," J. Acoust. Soc. Am., **117**, 545-554 (2005).

[97] L. Boeckx, P. Leclaire, P. Khurana, C. Glorieux, W. Lauriks and J. F. Allard, "Guided elastic waves in porous materials saturated by air under Lamb conditions", J. Appl. Phys., **97**, 094911-8, (2005).

[98] L. Boeckx, P. Leclaire, C. Glorieux, W. Lauriks and J. F. Allard, "Measuring the dynamic shear modulus of poroelastic foams in the audible frequency range," Proc. International Congress in Acoustics, Kyoto  $4^{th} - 9^{th}$  April 2004.

[99] L. Kelders, J. F. Allard and W. Lauriks, "Ultrasonic surface waves above rectangulargroove gratings", J. Acoust. Soc. Am. **103**, 2730-2733, (1998).

[100] K. Van de Rostyne, "Laser ultrasonic study of wave propagation at fluid-solid interfaces," Ph.D. thesis, Katholieke Universiteit Leuven, Belgium, 2001.

[101] H. Überall, B. Hosten, M. Deschamps and A. Gérard, "Repulsion of phase-velocity dispersion curves and the nature of plate vibrations," J. Acoust. Soc. Am. **96**, 908-917 (1994).

[102] C. W. Chan and P. Cawley, "Lamb waves in highly attenuative plastic plates," J. Acoust. Soc. Am. **104**, 874-881 (1998).

[103] L. Jaouen, "Contribution à la caractérisation mécanique de matériaux poroviscoélastiques en vibro-acoustique," (Contribution to the mechanical characterization of poroviscoelastic materials in vibroacoustics) Ph.D. thesis, Université de Sherbrooke, Canada, 2003.

#### PERSPECTIVES

#### **1. Introduction**

Trois sujets principaux de recherche ont été exposés dans cette thèse d'habilitation: la caractérisation physique de matériaux poreux (A), les vibrations de flexion d'une plaque poreuse mince (B) et la propagation d'ondes de surface et d'ondes guidées dans des couches poreuses (C).

Les deux derniers sujets représentent des exemples d'interaction fluide-structure et ont été étudiés de manière analytique dans le soucis de mieux comprendre l'influence des paramètres physiques exposés dans la partie A.

Dans la section suivante, nous exposons les idées qui ont émergées de ces travaux. Les perspectives scientifiques et technologiques sont présentées dans un ordre correspondant aux trois sujets principaux de ce mémoire (A, B et C).

Des considérations plus pragmatiques liées à la communication et à l'exploitation des résultats sont exposées dans la dernière section.

## 2. Les perspectives

#### 2.A. Caractérisation physique de matériaux poreux

A la suite des travaux d'Allard et al. [1], de Brown et al. [2], de Leclaire et al. [3-5], de Castagnède et al. [6], et de Melon [7], un dispositif de mesure des paramètres haute fréquence des milieux poreux a été proposé.

La caractérisation physique de matériaux poreux est un sujet fascinant qui reste certainement très ouvert. Les recherches sur les méthodes ultrasonores ont été poursuivies, en particulier par Fellah et al. [8-10].

## Aspects scientifiques à développer:

Nous avons mentionné des relations évidentes et intuitives entre les paramètres physiques des milieux poreux (porosité, tortuosité, perméabilité, longueurs caractéristiques visqueuse et thermique) mais ces relations restent mystérieuses. La manière d'aborder le problème demande à être pensée entièrement mais il n'en demeure pas moins qu'il serait hautement souhaitable dans le futur, d'éclaircir quelque peu le mystère et de tenter d'établir des relations mathématiques entre ces paramètres ou du moins des formules empiriques. L'étude de géométries simples serait bien sur la première approche à adopter (et peut être la seule possible). Cette recherche serait certainement d'une très grande utilité mais elle est également très risquée.

L'étude des matériaux poreux qui affichent des inhomogénéités et de l'anisotropie dans leurs propriétés est certainement un domaine à explorer. Les matériaux à double porosité en sont un exemple [11] Les travaux en cours à Leuven constituent une continuation des recherches sur les méthodes ultrasonores de caractérisation et sont pour beaucoup basées sur les théories et méthodes électromagnétiques. L'un des aspects sur lequel l'attention est portée est l'étude par ces méthodes, des inhomogénéités dans l'épaisseur du matériau. Ces travaux, principalement théoriques pour le moment, sont d'un grand intérêt et devraient être poursuivis. L'uns des résultats souhaitables est l'obtention des profils dans l'épaisseur des propriétés physiques et le calcul des propriétés acoustiques et mécaniques qui leurs sont associés. Le développement d'autres méthodes de caractérisation basées sur différents phénomènes tels que la calorimétrie, l'électromagnétisme ou l'éléctricité est souhaitable. On pense par exemple à des mesures de la tortuosité par courant de Foucault ou à des mesures de gradient de température dans un matériau chauffé à l'une de ses extrémités, qui devraient dépendre directement de la perméabilité et de la surface d'échange entre le solide et le fluide.

Une méthode de caractérisation des propriétés mécaniques des mousses polyuréthane est envisagée. Cette méthode serait basée sur l'effet produit par l'application du matériau sur la surface d'un transducteur résonant. On pense que le matériau peut introduire une impédance de charge et modifier les caractéristiques de la résonance du transducteur.

#### Perspectives technologiques:

D'un point de vue technologique, la poursuite des recherches consiste en une étude plus systématique des paramètres qui influencent la propagation dans les milieux poreux saturés d'air. La mise au point d'un système automatisé permettant d'effectuer une cartographie de certains paramètres (à commencer par la porosité et la tortuosité) à la surface d'un échantillon poreux est l'une des applications envisageables. L'effet des inhomogénéités sur les propriétés acoustiques globales du matériau étudié découlerait naturellement de cette étude. Ces études sont certainement d'un grand intérêt pour le contrôle de la qualité de fabrication des mousses polyuréthane utilisées dans diverses applications.

La caractérisation des milieux poreux trouve également des applications importantes dans le domaine du biomédical. L'une des études en cours dans de nombreuses institutions dans le monde est la caractérisation par ultrasons aériens et aquatiques d'os bovins et humains. Les résultats présentés dans cette thèse (caractérisation physique des milieux poreux et aussi propagation guidée dans les couches poreuses) peuvent certainement apporter une contribution dans le domaine.

Par ailleurs, une étude sur la caractérisation ultrasonore du pain est en cours. Cette étude, qui en est au stade préliminaire est d'un grand intérêt. Le dispositif d'ultrasons aériens devrait fournir des renseignements utiles sur la structure poreuse de la mie de pain, sur les modifications avec le temps de cette structure. Le but est d'être en mesure de caractériser le vieillissement du pain et sa déshydratation. L'étude des propriétés mécaniques du squelette sera sans aucun doute également essentielle dans la caractérisation du vieillissement.

## 2.B. Vibration de structures incluant des milieux poreux

Les vibrations de structures incluant des milieux poreux dans les applications technologiques concrètes font intervenir des géométries complexes et ne peuvent par conséquent être étudiées que numériquement. Notre contribution a été uniquement analytique et fut focalisée sur l'aspect physique de la vibration. Les perspectives proposées ici sont purement scientifiques. Cependant, nous pensons que les résultats présentés dans cette thèse apportent un éclairage nouveau sur les vibrations de structures poreuses et peuvent ouvrir de nouvelles perspectives dans les études numériques avec applications plus concrètes.

#### Aspects scientifiques à développer:

Le modèle des vibrations de plaques poreuses peut certainement être d'un grand intérêt dans l'implémentation de codes d'éléments finis pour des géométries complexes. Une première étape consiste modéliser numériquement une plaque poreuse à l'aide des deux équations couplées de l'équilibre dynamique (B.19a,b) et à effectuer une comparaison avec les résultats du modèle purement analytique.

Par ailleurs, une étude est actuellement en cours pour l'évaluation de l'effet des vibrations d'une plaque poreuse sur l'impédance de surface, sur les coefficients de réflexion et d'absorption [12]. Une première étude expérimentale effectuée à Kobé au Japon [13] a montré que le coefficient d'absorption peut être sensiblement amélioré aux très basses fréquences (région où l'absorption est mauvaise en général) grâce à la vibration de flexion de la plaque. Ici, l'absorption classique des milieux poreux est utilisée et de surcroît, la vibration de la plaque de dimensions finie est exploitée pour 'encaisser' ou 'absorber' des surpressions à certaines fréquences, résultant en une amélioration de l'absorption aux très basses fréquences. Si cette idée, émise dans un projet de recherche accordé par EPSRC (contrat numéro GR/L54905) et dont les auteurs sont Dr K. V. Horoshenkov et les professeurs D. C. Hothersall et A. Cummings, est belle et originale, l'implémentation en est encore au stade du défrichage et beaucoup reste à faire. En particulier, l'expérience de Kobé devrait certainement être poursuivie. Celle-ci nécessite une infrastructure particulière, à savoir: un tube a impédance de section rectangulaire et de grandes dimensions correspondant aux dimensions de la plaque vibrante. Cette expérience pourrait être effectuée à plus haute fréquence et à échelle réduite. En ce qui concerne l'aspect théorique, la définition d'une impédance globale, intégrée sur la surface de la plaque est nécessaire. Cette impédance devrait être reliée à des coefficients de réflexion et d'absorption globaux.

Un problème important qui demande de l'attention est certainement la détermination de la puissance rayonnée par la plaque poreuse. On pense que la détermination de cette quantité, ainsi que d'autres indicateurs vibroacoustiques passe par la connaissance du champ de déplacement total au voisinage de la surface de la plaque. Puisque le champ total est donné par  $w_T(x,y) = w_s(x,y) + w(x,y)$ , ce calcul requiert la détermination de  $w_s$  et de w à beaucoup de positions sur la plaque. La Figure 1.*a* montre un exemple de calcul des déformations d'une plaque poreuse à une fréquence de 28 *Hz*.



*(a)* 

*(b)* 

Figure 1. (a) Déformation à 28 Hz d'une plaque poreuse saturée de fluide dont deux côtés consécutifs sont libres et deux côtés consécutifs sont encastrés. (b) Distribution de l'énergie sur la surface. Dans cet exemple, la plaque est excitée par une force ponctuelle située à (0.15 m, 0.3 m).

La vitesse quadratique moyenne et par conséquent la distribution d'énergie vibratoire sont représentées sur la Figure 1.*b*. Les méthodes holographiques de détermination des champs de pression proche et lointain seront certainement très utiles. Une étude comparative sur des plaques poreuses entre les résultats donnés par les tests d'holographie en champ libre [14,15] effectués couramment au Mans et à Leuven et les résultats donnés par le banc holographique du Laboratoire de Mécanique Physique de Paris est envisagée.

# **2.C.** Ondes guidées dans les milieux poreux, dans les matériaux fortement atténuants et dans la matière molle

Une étude théorique et une nouvelle méthode de mesure des vitesses de phase des différents modes guidés se propageant dans des matériaux poreux relativement mous et fortement amortissants ont été proposées [16,17].

L'application directe de cette étude fut la caractérisation des propriétés élastiques de matériaux dans un large domaine de fréquences, non exploré jusqu'à présent, incluant les fréquences décrites par les méthodes vibratoires classiques [18-21] et la limite des hautes fréquences de la caractérisation par onde de Rayleigh structurale [22].

Rappelons que dans nos expériences, les ondes excitées sont sinusoïdales et continues (non localisées dans le temps) dont les fréquences peuvent être variées. Ce type d'excitation présente le gros avantage par rapport à une excitation en impulsion, de permettre de fournir plus d'énergie par fréquence et par conséquent d'augmenter le rapport signal sur bruit, qui est un paramètre critique dans l'étude de ce type de matériau très amortissant. Par ailleurs, la propagation guidée et les ondes stationnaires permettent de concentrer l'énergie dans l'épaisseur d'une couche mince de dimensions latérales finies. La réduction de l'épaisseur de la couche étudiée devrait alors permettre d'augmenter la distance de la propagation guidée.

#### Aspects scientifiques à développer:

Des études sur l'amélioration des conditions expérimentales sont nécessaires, en particulier sur la source, pour augmenter le domaine des fréquences explorées. En effet, l'une des principales limitations des expériences est l'absence d'une source ligne fiable pour l'excitation d'ondes planes stationnaires, permettant d'atteindre de très hautes fréquences avec suffisamment d'amplitude. Une excitation magnétoélectrique peut par exemple être testée. Par ailleurs, des expériences réalisées avec une source dont l'amplitude varie avec la fréquence sont souhaitables, l'idée étant de réduire l'amplitude aux basses fréquences et par conséquent d'éviter les non linéarités des déformations du matériau et d'augmenter l'amplitude aux hautes fréquences.

Un aspect très important à développer est l'intégration de modèles de viscoélasticité dans le modèle des modes guidés. Les modèles de viscoélasticité devraient fournir des relations fonctionnelles entre le module d'Young et la fréquence  $E(\omega)$  et entre le module de cisaillement et la fréquence  $\mu(\omega)$ . Ces fonctions devraient ensuite être incluses dans le modèle des modes guidés, dans lequel les coefficients E et  $\mu$  seraient remplacés par  $E(\omega)$  et  $\mu(\omega)$ . Le reste du traitement et la résolution numérique de l'équation de dispersion ne devraient pas être modifiés de façon significative. Le progrès réalisé par l'inclusion de la viscoélasticité dans le modèle serait la possible caractérisation de matériaux viscoélastiques. Ceci peut être réalisé par l'ajustement du modèle viscoélastique des ondes guidées aux résultats expérimentaux. Des modèles simples de viscoélasticité peuvent être testés tels que les modèles de Maxwell, de Kelvin-Voigt ou de Zener [23]. La principale difficulté pour le moment est de trouver un matériau connu dont les transitions viscoélastiques de ses coefficients sont dans le domaine de fréquences mesuré. Lorsque ce matériau sera trouvé, les expériences pourront être conduites et les différents modèles de viscoélasticité pourront être testés. Les amplitudes des pics du spectre spatial, non exploitées jusqu'à présent, devraient fournir de précieux renseignements sur les parties imaginaires du module de cisaillement et du coefficient de Poisson.

Nous pensons qu'il serait d'un grand intérêt de tenter d'étendre les résultats d'Allard et al. [22] et les résultats de notre étude sur les modes guidés aux matériaux anisotropes tels que des laines de verre. L'effort à fournir est principalement théorique. En effet, l'étude expérimentale de ces matériaux ne devrait pas créer de nouveau problème insurmontable. La démarche initiale serait de se placer dans des conditions expérimentales assez simples et décrites par un modèle. Deux cas sont à envisager principalement: un matériau avec isotropie transversale et un matériau orthotrope. La méthode des ondes partielles [24], bien adaptée à la description de milieux anisotropes, devrait être envisagée à la place de la méthode des potentiels utilisée jusqu'à présent. La première étape dans la formulation en ondes partielles consisterait à retrouver les principaux résultats obtenus par la méthode des potentiels.

L'étude plus approfondie des ondes dans le fluide environnant la couche poreuse devrait être d'un grand intérêt pour l'étude de la propagation dans des guides d'ondes dont la surface intérieure est recouverte d'une couche poreuse. La configuration de base à considérer en premier lieu serait celle où la couche est étendue sur un substrat rigide.

Par ailleurs, V. Martin, A. Cummings et C. Gronier [25] ont étudié le couplage d'une onde acoustique avec la paroi élastique d'un guide d'onde. Il est établi dans ce domaine qu'il existe un mode rapide propagatif et plusieurs modes lents qui peuvent se propager à des fréquences supérieures à leur fréquence de coupure respective. Ces auteurs ont proposé une méthode originale d'identification des modes couplés et ont réussi à observer directement le mode rapide ainsi que le premier mode lent, séparément. Chacun des modes fut isolé par élimination de l'autre mode par contrôle actif. Les courbes de dispersion des modes couplés rapide et lent affichent des similarités avec certains modes prédits dans la théorie des ondes guidées dans les solides (poreux ou non) et cette technique de contrôle actif des modes pourrait s'avérer très utile dans la caractérisation des matériaux par ondes guidées.

L'observation, pour la première fois, de plusieurs modes guidés dans un milieu poreux fortement atténuant ouvre certainement de nouvelles perspectives fascinantes. L'intérêt ici n'est pas tant l'aspect poreux du matériau que son caractère fortement atténuant.

Ainsi, la méthode basée sur les ondes guidées harmoniques ou impulsionnelles, stationnaires ou propagatives peut certainement être d'un grand intérêt pour la caractérisation d'autres matériaux fortement atténuants tels que des liquides très visqueux, du caoutchouc, des polymères en général ou des gels. Les gels synthétiques et biologiques affichent des propriétés mécaniques et acoustiques (et aussi thermiques) étonnantes qui demandent à être étudiées plus précisément. Certaines de ces études ont débuté devraient apporter des renseignements très utiles sur les propriétés de la matière molle. Les tissus biologiques entrent certainement dans la catégorie des matériaux qui pourraient être étudiés de cette manière.

Entre autres possibilités, une excitation par laser pulsé des ondes guidées peut être envisagée. Dans ce cas, la technique basée sur la création d'un profil d'ondes stationnaires pour augmenter l'énergie par fréquence est inapplicable puisqu'elle fait intervenir des signaux harmoniques. Cependant, la procédure qui consiste, en détection, à effectuer un balayage par vibromètre laser de la surface du matériau reste valable. L'avantage d'effectuer ce balayage par rapport à une mesure ponctuelle classiquement effectuée est la plus grande précision des résultats, la possibilité de caractériser l'évolution des signaux dans le temps, dans l'espace et dans les espaces des nombres d'ondes et des fréquences.

Les sables et les matériaux granulaires mais aussi les ciments et les bétons font certainement également partie des matériaux qui peuvent être étudiés par ondes guidées. On pense en particulier à une expérience dans laquelle on effectuerait des mesures de vitesse et d'atténuation des ondes guidées dans une faible épaisseur de ciment en cours de prise.

#### Perspective technologique:

Les perspectives technologiques avec applications concrètes concernent la systématisation de la caractérisation mécanique de nouveaux matériaux. Ceci devrait avoir un grand intérêt pour diverses industries. On citera deux exemples: une collaboration avec l'ECIME de l'université de Cergy Pontoise qui a débuté et visant à caractériser la transition liquide-solide de milieux gélifs tels que du yaourt et l'intérêt particulier qu'on des industriels pour des caoutchoucs anisotropes incorporant des fibres. La construction de dispositifs expérimentaux fiables et versatiles est l'une des premières étapes.

### 3. Communication et exploitation des résultats

Le moyen naturel de communication des résultats est la rédaction et la soumission d'articles scientifiques.

Les résultats des recherches devraient bien sur également permettre l'écriture de projets de recherche et la proposition de sujets de thèses de doctorat (à partir des perspectives proposées dans les sections 2A,B,C le nombre de sujets de thèses susceptibles d'être proposées pourrait s'élever à 5 ou 6).

En plus de la publication d'articles, la recherche de collaborations avec des institutions de recherche industrielle, mais aussi la soumission de brevets sont souhaitables. Il est possible voir probable que certaines des idées et méthodes exposées ou envisagées dans ce mémoire puissent faire l'objet de demande de brevets.

L'expérience acquise à Leuven, à Bradford et à Hull montre que la soumission d'un brevet, la création d'entreprises satellites (spin off) ou la commercialisation d'un produit est un exercice délicat et de longue haleine qui demande de l'expérience, de la réflexion et les conseils de professionnels. Le banc ultrasonore installé aux Etats Unis et au Japon fut développé en 1996. Il commence seulement à être commercialisé. Pour cette raison, le brevetage réussi d'une idée ou d'une méthode n'est pas simple car il est difficile financièrement pour une institution de conserver la priorité pour autant d'années. Par ailleurs, le brevetage doit précéder toute publication par les mêmes auteurs d'articles sur le sujet ou sur des sujets similaires.

L'originalité, la faisabilité et surtout la facilité d'utilisation et l'intérêt sont par conséquent des facteurs cruciaux à étudier avec les utilisateurs potentiels tout comme le coût et les moyens de préservation des droits.

<sup>[1]</sup> J. F. Allard, B. Castagnède, M. Henry and W. Lauriks, Rev. Sci. Inst. 65, 7654-755 (1994).

<sup>[2]</sup> N. Brown, M. Melon, B. Castagnède, V. Montembault, W. Lauriks and P. Leclaire, C. R. Acad. Sci., Paris, **322, Série IIb**, 393 (1996).

[3] P. Leclaire, L. Kelders, W. Lauriks, J. F. Allard and C. Glorieux, Appl. Phys. Lett. 69, 2641-2643 (1996).

[4] P. Leclaire, L. Kelders, W. Lauriks, M. Melon, N. Brown, B. Castagnède, J. Appl. Phys. 80, 2009-2012 (1996).

[5] P. Leclaire, L. Kelders, W. Lauriks, C. Glorieux and J. Thoen, J. Acoust. Soc. Am. 99, 1944-1948 (1996).

[6] B. Castagnède, M. Henry, P. Leclaire, L. Kelders and W. Lauriks, C. R. Acad. Sci., Paris, **323**, Série IIb, 177-183 (1996).

[7] M. Melon, *Caractérisation de matériaux poreux par ultrasons basse-fréquence (20-500 kHz)*, thèse de doctorat de l'Université du maine, 1996.

[8] Z. E. A. Fellah, C. Depollier, S. Berger, W. Lauriks, P. Trompette and J. Y. Chapelon, J. Acoust. Soc. Am. **114**, 2561-2569 (2003).

[9] Z. E. A. Fellah, S. Berger, W. Lauriks, C. Depollier, C. Aristegui and J. Y. Chapelon, J. Acoust. Soc. Am. **113**, 2424-2433 (2004).

[10] Z. E. A. Fellah and C. Depollier, J. Acoust. Soc. Am. 107, 683-688 (2000).

[11] X. Olny and C. Boutin, J. Acoust Soc. Am. 114, 73-89 (2003).

[12] Thèse de doctorat de H. Aygun, Université de Hull.

[13] M. J. Swift, K. V. Horoshenkov, P. Leclaire, D. C. Hothersall and H. Torihama, J. Acoust. Soc. Am. 107, 1786-1789 (2000).

[14] M. Tamura, J. Acoust. Soc. Am. 88, 2259-2264, (1990).

[15] M. Tamura, J. F. Allard and D. Lafarge, J. Acoust. Soc. Am. 97, 2255-2262, (1995).

[16] L. Boeckx, P. Leclaire, P. Khurana, C. Glorieux, W. Lauriks and J. F. Allard, J. Acoust. Soc. Am., 117, 545-554 (2005).

[17] L. Boeckx, P. Leclaire, P. Khurana, C. Glorieux, W. Lauriks and J. F. Allard, J. Appl. Phys., **97**, 094911-1-8 (2005).

[18] T. Pritz, J. Sound Vib. 81, 359-376 (1982).

[19] T. Pritz, J. Sound Vib. 106, 161-169 (1986).

[20] T. Pritz, J. Sound Vib. 178, 315-322 (1994).

[21] T. Pritz, Appl. Acoust. 60, 279-292 (2000).

[22] J. F. Allard, G. Jansens, G. Vermeir and W. Lauriks, J. Acoust. Soc. Am. 111, 690-696 (2002).

[23] J. M. Carcione, *Wave fields in real media: wave propagation in Anisotropic, Anelastic and porous media*, Handbook of geophysical exploration, Seismic exploration, Volume 31, Klaus Helbig and Sven Treitel, Eds, Pergamon, 2001.

[24] D. Royer and E. Dieulesaint, *Elastic waves in solids: Free and guided propagation v.1*, (Springer Verlag, Berlin, 1999).

[25] V. Martin, A. Cummings and C. Gronier, J. Sound Vib. 274, 583-603 (2004).

# **CURRICULUM VITAE**

## **Philippe LECLAIRE**

Né le 13 Avril 1966 à Séoul (Corée du sud), Français

## Spécialités

- Ondes et vibrations, Acoustique, Ultrasons, Ondes guidées.
- Matériaux hétérogènes, Milieux poreux.
- Méthode ultrasonore de caractérisation de sols et de matériaux hétérogènes. Caractérisation de matériaux poreux absorbants et de matériaux fibreux par utilisation d'ultrasons aériens (50 kHz - 1 MHz).
- Vibration de plaques poreuses et interactions fluide/structure.
- Ondes de surface et guidées dans des couches de milieux poreux. Application à la détermination des propriétés élastique et viscoélastiques de matériaux poreux dans un large domaine de fréquences.
- Instrumentation

Transducteurs ultrasonores piézoélectriques, transducteurs capacitifs (ultrasons aériens), accéléromètres, microphones, tube à impédance, mesure d'impédance de surface en champs libre (MLSSA).

- Langage de programmation Pascal, Matlab, Labview.

## Formation

**1989-92**: Doctorat en Acoustique, Université Paris 7 (D. Diderot). Propagation acoustique dans les sols gelés, propriétés mécaniques des pergélisols pour applications à la construction de routes et bâtiments et au forage pétrolier en régions froides, en collaboration avec le Laboratoire d'Aérothermique du CNRS à Meudon.

**1988-89**: Diplôme d'Etude Approfondie, Université Paris 7. Stage de DEA au Laboratoire d'Acoustoélectricité de l'Université P. et M. Curie, à l'Ecole Supérieure de Physique Chimie Industrielle de Paris, Génération et détection par Lasers d'ondes élastiques dans les solides.

**1986-88**: Licence puis Maîtrise de Physique et Applications, Université Paris 7. Stage d'étude acoustique de matériaux polymériques. Société Alctra, 1988, Montreuil, 2 mois. Travail d'été à Thomson CGR, 1987, Issy les Moulineaux, 1 mois. Test de durée de vie des électrodes dans les tubes à Rayons X utilisés en radiologie.

**1984-86**: Brevet de Technicien supérieur, Spécialité: Physique, Paris Travail d'été à Thomson CGR, 1986, Issy les Moulineaux, 2 mois, Test de durée de vie des disques tournants dans les tubes à rayons X utilisés en radiologie (travail d'été). Stage de BTS (1ère année), 1985, Société Aérospatiale, Suresnes, 5 semaines. Réflectance électromagnétique diffuse de différents matériaux.

### Langues étrangères

Anglais, Néerlandais (Très bon niveau, Bon niveau)

# **ACTIVITES APRES LA THESE**

## Intitulés des postes

Octobre 2003- : Chercheur K. U. Leuven, Belgique

Octobre 2000-2003: Lecturer (maître de conférences), School of Engineering, University of Hull.

1998-Octobre 2003: Assistant de recherche, Universités de Bradford (UK) et de Hull (UK), Department of Civil and Environmental Engineering (Bradford), School of Engineering (Hull) et à l'Université de Hull (UK) sous contrat EPSRC de 3 ans (British Engineering and Physical Sciences Research Council). Etude acoustique et mécanique des matériaux hétérogènes, matériaux de construction, vibration de plaques poreuses.

1994-97: Postdoctorat à l'Université Catholique de Louvain (Leuven) en Belgique, sur les propriétés acoustiques de mousses polyuréthane et de matériaux fibreux pour applications à la réduction du bruit. Encadrement d'étudiants et de doctorants.

1992-93: Service militaire. Saint Cyr Coëtquidan

## Enseignement

- Thermodynamics and fluid mechanics (1ère année universitaire, 36 heures/an)
- Laboratories in Thermodynamics and Fluid mechanics (2ème année, 36 heures/an)
- Discrete Time Signal Analysis (3ème année, 24 heures/an)
- Novel Functional materials (MSc Advanced materials, 12 heures/an)
- Acoustics and Ultrasonics (3ème année, 2 lectures, 1 tutorial)

## Activités d'encadrement

Entre 1994 et 1997:

- Co-encadrement de projets d'étudiants.
- Co-encadrement de la thèse de doctorat de Luc Kelders, Karakterisatie van poreuze materialen Studie van het geluidsveld boven een poreuze laag, Doctoraatthesis, Katholieke Universiteit Leuven, België, 1998.

Entre 1997 et 2000:

- Co-encadrement de projets d'étudiants.
- Co-encadrement de la thèse de doctorat de M. J. Swift, *Physical Properties of Recycled Granular Materials*, Ph.D Thesis, University of Bradford (UK), 2000.
   Entre 2000 et 2003:

Entre 2000 et 2003:

- Encadrement de divers projets de fin d'année d'étudiants.
- Encadrement du projet MSc. de H. Aygun à l'Université de Hull, Study of the free field surface impedance of porous materials (2002).
- Encadrement de la thèse de doctorat de H. Aygun à l'Université de Hull, entre 2002 à 2003. La direction de cette thèse a été reprise par Dr F. C. Smith et par le professeur K. Attenborough. Cette thèse est en cours.

<u>2003 – présent:</u>

- Co-encadrement de la thèse de L. Boeckx, *Study of the sound field in and above porous materials – Application to characterization of sound absorbing materials*, Ph.D Thesis, K. U. Leuven, Belgium, 2005.

## Activités contractuelles de recherche en milieu universitaire au profit d'industriels

- Dow Chemicals (Benelux et USA), Shell (Europe), Recticel (Europe), Caractérisation physique et acoustique de mousses polyuréthane.
- Atlas Copco Airpower (Belgique), Tests ultrasonores et mesures acoustiques effectuées sur des matériaux hétérogènes.
- LMS (NIT) (Belgique), participation à l'élaboration d'un programme de calcul par éléments finis de performance acoustique de structure contenant des milieux poreux pour l'industrie automobile essentiellement.
- Fiat (Italie), Nissan (Japon), Tests ultrasonores et mesures acoustiques effectuées sur des matériaux fibreux utilisés dans les sièges de voiture.
- Acoustics LTD (UK), Tests physiques, essais mécaniques et acoustiques de plaques poreuses pour applications à l'ingénierie de la construction et au développement de barrières de son.
- Un dispositif expérimental développé à Leuven (Belgique) et à l'Université du Maine au Mans à été installé à United Technology (East Hartford, Connecticut USA). United Technology inclut Pratt & Whitney (motors), Carrier (air conditioning) et Ottis (ascenseurs). Ce dispositif est également installé à Nittobo Acoustic Engineering Co Ltd, Tokyo. Des mesures sur ce banc sont régulièrement effectuées à Leuven pour Nissan, Toyota, Mitsubishi, Honda et Rieter Automotive (Zurich, Suisse).

### Contrats de recherche majeurs

### Obtenus

1 projet Onderzoeksraad (conseil scientifique de la K. U. Leuven), 1995, pour un montant correspondant à 1 an de salaire d'un chercheur junior soit environ 45000 euros. (Principal requérant)

1 projet européen European Network on Noise Control Materials (NOCOMAT) (Réseau BRITE/EURAM avec 18 partenaires), période: 1<sup>er</sup> Janvier 1998 jusqu'au 31 Décembre 2002, Montant du laboratoire ATF: 40000 ECU. (Contributeur)

1 Projet Engineering and Physical Science Research Council – EPSRC (UK), Grant GR/R43761, "The design of noise attenuating devices incorporating elastic porous structures', à l'Univesité de Hull pour un montant de 65000 livres Sterling, 2001. (Principal requérant)

## Soumis

1 projet IWT – Instituut voor de aanmoediging van Innovatie door Wetenschap en Technologie in Vlaanderen, K. U. Leuven (1997). (Principal requérant). 2 projets Engineering and Physical Science Research Council – EPSRC (UK), University of Hull (2002).

(Principal requérant et contributeur).

2 projets pour la commission européenne: Integrated FP6 project Multimat et Projet Marie Curie Multimatter, University of Hull (2003). (Principal requérant et contributeur).

Divers projets internes à l'Université de Hull (équipement et enseignement entre 2002 et 2003). (Contributeur)

1 projet Onderzoeksraad, K. U. Leuven (2004). (Principal requérant)

1 projet Fonds voor Wetenschapelijk Onderzoek - FWO, Vlaanderen, Belgique, K. U. Leuven (2004). (Contributeur).

1 projet IWT, K. U. Leuven (2005 - en cours de préparation). (Contributeur).

## **Informations complémentaires**

- Ai été membre de l'institut d'acoustique en Angleterre (IOA Institute Of Acoustics)
- Ai été membre de jury d'une thèse de doctorat en Angleterre et une en Belgique

## PUBLICATIONS PERSONNELLES

#### **Revues internationales**

L. Boeckx, P. Leclaire, P. Khurana, C. Glorieux, W. Lauriks and J. F. Allard, "Guided elastic waves in porous materials saturated by air under Lamb conditions", J. Appl. Phys., **97**, 094911-8, (2005).

L. Boeckx, P. Leclaire, P. Khurana, C. Glorieux, W. Lauriks and J. F. Allard, "Investigation of the phase velocities of guided acoustic waves in soft porous layers", J. Acoust. Soc. Am., **117**, 545-554 (2005).

J. F. Allard, M. Henry, L. Boeckx, P. Leclaire and W. Lauriks, "Acoustical measurement of the shear modulus for thin porous layers," J. Acoust. Soc. Am. **117**, 1737-1743 (2005).

P. Leclaire, O. Umnova, K. V. Horoshenkov and L. Maillet, 'Porosity measurement by comparison of air volumes', Rev. Sci. Inst. 74, 1366-1370 (2003).

D. T. Blackstock, 'Fundamentals of Physical Acoustics', Book Review by P. Leclaire, Applied Acoustics, (2001).

P. Leclaire, A. Cummings and K. V. Horoshenkov, 'Transverse vibration of a thin rectangular porous plate saturated by a fluid', J. Sound Vib. **247**, 1-18. (doi:10.1006/jsvi.2001.3656) (2001).

P. Leclaire, K. V. Horoshenkov, M. J. Swift and D. C. Hothersall, 'The vibrational response of a clamped rectangular porous plate', J. Sound Vib. **247**, 19-31. (doi:10.1006/jsvi.2000.3657) (2001).

M. J. Swift, K. V. Horoshenkov, P. Leclaire, D. C. Hothersall and H. Torihama, 'On the effect of the bending vibration on the acoustic properties of thin poroelastic plates'. J. Acoust. Soc. Am., **107**, 1786-1789 (2000).

P. Leclaire, M. J. Swift and K. V. Horoshenkov, 'Determining the specific area of porous acoustic materials from water extraction data', J. Appl. Phys. **84**, 6886-6890 (1998).

T. E. Vigran, L. Kelders, W. Lauriks, P. Leclaire and T. Johansen, 'Prediction and measurements on the effect of using small samples in a standing wave tube', Acustica-Acta Acustica **83**, 419-423 (1997).

B. Castagnède, M. Henry, P. Leclaire, L. Kelders and W. Lauriks, 'Acoustical characterization of fibrous materials and modelisation with no adjustable parameters', C. R. Acad. Sci., Paris, **323**, **Série IIb**, 177-183 (1996).

N. Brown, M. Melon, B. Castagnède, V. Montembault, W. Lauriks and P. Leclaire, 'Evaluation of the viscous characteristic length of air-saturated porous materials from the ultrasonic dispersion curve', C. R. Acad. Sci., Paris, **322**, Série IIb, 393 (1996).

P. Leclaire, L. Kelders, W. Lauriks, J. F. Allard and C. Glorieux, 'Ultrasonic wave propagation in reticulated foams saturated by different gases - High frequency limit of the classical models', Appl. Phys. Lett. **69**, 2641-2643 (1996).

P. Leclaire, L. Kelders, W. Lauriks, M. Melon, N. Brown, B. Castagnède, 'Determination of the viscous and thermal characteristic lengths of plastic foams by ultrasonic measurements in helium and air, J. Appl. Phys. **80**, 2009-2012 (1996).

P. Leclaire, L. Kelders, W. Lauriks, C. Glorieux and J. Thoen, 'Determination of the viscous characteristic length in air-filled porous materials by ultrasonic attenuation measurements', J. Acoust. Soc. Am. **99**, 1944-1948 (1996).

P. Leclaire, J. Aguirre-Puente et F. Cohen-Ténoudji, Etude théorique et expérimentale de la propagation acoustique dans les milieux poreux soumis au gel, Can. J. Earth. Sci. **33**, 1511-1519 (1996).

P. Leclaire, F. Cohen-Ténoudji and J. Aguirre-Puente, Observation of two longitudinal and two transverse waves in a frozen porous medium, J. Acoust. Soc. Am. 97, 2052-2055 (1995).

P. Leclaire, F. Cohen-Ténoudji and J. Aguirre-Puente, 'Extension of Biot's theory of wave propagation to frozen porous media', J. Acoust. Soc. Am. **96**, 3753-3768 (1994).

## **Contributions dans des ouvrages**

P. Leclaire, L. Kelders, W. Lauriks, C. Glorieux and J. Thoen, 'Ultrasonic propagation in porous media: Determination of acoustic parameters and high frequency limit of the classical models', In bone research in Biomechanics, Ed. G. Lowet, P. Rugsegger, H. Weinans and A. Meunier, IOS Press, ISBN 90 5199 327 7, 1997.

W. Lauriks and P. Leclaire, "Material testing", In Handbook of signal processing in acoustics, Ed. J. L. Guyader (2004).

## Thèse de doctorat

P. Leclaire, *Propagation Acoustique dans les milieux poreux soumis au gel – Modélisation et expérience*, Présentée à l'Université D. Diderot Paris en 1992.

## Brevet

W. Lauriks, C. Glorieux, P. Leclaire, L. Boeckx and J. Thoen, 'Poroelastic foams', Submitted (2004).

## Conférences

L. Boeckx, L. Kelders, P. Leclaire, P. Khurana, W. Lauriks, "Characterisation of the elastic properties of porous foams", ICSV 12, Lisbon, 11-14 July 2005

P. Khurana, L. Boeckx, P. Leclaire, C. Glorieux and W. Lauriks, "Using structure borne guided acoustic waves to investigate the elastic behavior of soft porous materials", to be presented at 3<sup>rd</sup> Biot Conference, Norman, Oklahoma, USA, 24-27 May 2005.

H. Aygun, P. Leclaire, K. Attenborough and A. Cummings, 'Effect of fluid loading on elastic porous plate vibration', Proc. Internoise 2004.

L. Boeckx, P. Leclaire, C. Glorieux, W. Lauriks and J. F. Allard, 'Measuring the dynamic shear modulus of poroelastic foams in the audible frequency range', International Congress of Acoustics, Kyoto Japan, 4-9 April 2004.

P. Leclaire 'Acoustic and vibrational behaviour of a rectangular porous plate', Invited lecture, 3<sup>rd</sup> European congress on Acoustics in Sevilla, Spain (2002).

P. Leclaire and K. V. Horoshenkov, 'Bending vibration of a rectangular porous plate', Proceedings of the Euronoise 2001 conference, Patras, Greece, 14-17 Jan. 2001.

P. Leclaire, K. V. Horoshenkov, D. C. Hothersall and A. Cummings, 'Vibration and radiated sound power of a porous plate', Acoustics 2000, IOA Spring Meeting, Liverpool, Vol. 2, 367-374, (2000).

P. Leclaire, L. Kelders, W. Lauriks, C. Glorieux and J. Thoen, 'Probing porous media using ultrasonic waves in different saturating gases', Proceedings of the Biot Conference on Poromechanics, Louvain la Neuve, Belgium, 265-270, 14-16 Sept. 1998.

L. Kelders, P. Leclaire, W. Lauriks, J. Thoen and P. Moreau, 'Ultrasonic wave propagation in porous foam saturated by different gases - Determination of the acoustical parameters', Belgische Natuurkundige Vereniging, Brussel (1996).

W. Lauriks, L. Kelders, P. Leclaire, T. E. Vigran 'Ontwikkeling van een model voor de berekening van de akoestische transmissie en absorptie van multilagen' Jaarlijkse Vergadering van de Belgische Akoestische Vereniging ABAV), 23 mei 1996, Kasteel van Arenberg, Leuven.

L. Kelders, P. Leclaire, W. Lauriks and J. Thoen, 'Non-destructive control of plastic foams using air-coupled transducers' Inter Noise Conf. Liverpool, UK (1996).

L. Kelders, P. Leclaire, W. Lauriks and J. Thoen, 'Attenuation measurements in air-filled porous materials at ultrasonic frequencies', Forum Acusticum, 1<sup>st</sup> Conv. Europ. Acoustics Assoc., Antwerpen, Belgium, (1996).

Lauriks, W., Leclaire Ph., "Propagation of sound in porous media- can Biot's theory be applied to the propagation of ultrasonic pulses though trabecular bone", Proc. Conf. of the European Society of Biomechanics 10, Leuven (1996)

P. Leclaire, W. Lauriks, J. Thoen and A. Cops , 'Ultrasonic measurements in solid/solid heterogeneous materials', Proc. 15<sup>Th</sup> Int. Congress in acoustics, Trondheim, Norway (1995).

P. Leclaire, W. Lauriks, A. Cops and J. Thoen, 'A model of the Acoustic propagation in solid/solid heterogeneous materials', Proc. 15<sup>Th</sup> Int. Congress in Acoustics, Trondheim, Norway (1995).

P. Leclaire, W. Lauriks, A. Cops and J. Thoen, 'Experimental study of the propagation of elastic waves in a two continuous solids heterogeneous material', Proc. 11<sup>Th</sup> FASE Symp., Valencia, Spain (1994).

P. Leclaire, J. Aguirre-Puente and F. Cohen-Ténoudji, 'Ondes élastiques dans les milieux poreux soumis au gel, Application à l'étude des sols et des roches en conditions froides', Proc. 7<sup>Th</sup> Int. Symp. on ground Freezing, Nancy, France (1994).

J. F. Thimus, J. Aguirre-Puente, F. Cohen-Ténoudji and P. Leclaire, 'Ultrasonic measurements in frozen soils to -120 C - Results and interpretation using different theoretical models', Proc. VIth Int. Conf. on Permafrost, Beijing, China (1993).

P. Leclaire, F. Cohen-Ténoudji and J. Aguirre-Puente, 'A model of elastic wave propagation in frozen media. Comparison with experiments' Proc. VIth Int. Conf. on Permafrost, BEijing China (1993).

P. Leclaire, F. Cohen-Ténoudji and J. Aguirre-Puente, 'Etude de la propagation acoustique dans les milieux poreux soumis au gel - Modélisation et expérience', Proc. XVIIIème Congrès Int. du Froid, 814-819 (1991).

D. Royer, E. Dieulesaint and P. Leclaire, 'Remote sensing of the thickness of hollow cylinders from optical excitation and detection of Lamb waves', Proc. IEEE Symp., 1163-1166 (1989).

## SYNTHESE DES RECHERCHES DOCTORALES

Mes recherches doctorales ont porté sur la propagation acoustique dans les milieux poreux soumis au gel sous la direction de F. Cohen-Ténoudji et de J. Aguirre-Puente.

Bien que n'ayant pas participé à des travaux d'encadrement ou d'enseignement, c'est au cours de ces recherches que j'ai acquis des connaissances sur les concepts physiques et sur l'acoustique des milieux poreux.

La connaissance des propriétés mécaniques des milieux poreux contenant de l'eau lors de leur congélation est d'un grand interêt dans les domaines des sciences de la terre et du génie civil. Dans le domaine de l'industrie pétrolière, il est important de connaître l'action des contraintes mécaniques sur les oléoducs enfouis dans le pergélisol (sol contenant de la glace en permanence) au cours de cycles gel-dégel.

Du fait de l'existence de phénomènes capilaires et de phénomènes physico-chimiques de surface, les milieux poreux saturés d'eau peuvent contenir de l'eau liquide à des températures très inférieures à zéro degré Celsius. La proportion d'eau liquide dépend de la température et de la granulométrie du milieu.

Une méthode acoustique de suivi du cycle gel-dégel a été mise au point par notre équipe. Cette étude a conduit à l'évaluation de la teneur en eau non gelée en fonction de la température, paramètre d'importance pour l'établissement de modèles physiques et mécaniques des sols gelés. La méthode consiste à faire se propager des ultrasons dans un milieu préalablement congelé.

Cette méthode présente un certain nombre d'avantages par rapport à d'autres techniques métrologiques telles que la conductimétrie, la résonance magnétique nucléaire ou la calorimétrie différentielle. Les avantages sont le faible coût de la méthode, son caractère peu perturbateur, la facilité de mise en oeuvre.

Au cours d'un lent dégel (12 h), les propriétés acoustiques sont enregistrées. L'eau et la glace possèdent des modules élastiques très différents et la vitesse de propagation des ondes subit de grandes variations selon la proportion d'eau liquide.

Les expériences ont été conduites sur différents sols et roches artificiels ou réels. Les résultats sont donnés pour des poudres de verre, du limon de Caen, un bronze fritté<sup>1</sup> et de l'argile surconsolidée de Boom (Belgique)<sup>2</sup>. Les courbes de vitesse de l'onde longitudinale ainsi que le coefficient de Poisson ont été tracés pour ces différents matériaux en fonction de la température. Comme prévu, les résultats indiquent une forte variation des vitesses au cours du dégel et que cette variation n'a pas lieu à zéro degré Celsius mais de façon graduelle, sur une plage de température négative. Pour les milieux non consolidés (poudre de verre, limon de Caen), le tracé du coefficient de Poisson montre une transition entre un état caractéristique d'un solide aux basses températures et un état fluide à mesure que l'on se rapproche de zéro degré Celsius.

Les résultats expérimentaux ont été comparés à différents modèles théoriques<sup>3</sup>. Le modèle de Biot est le plus général et le plus proche de la réalité physique de la propagation. De plus, ce modèle est prédictif. Ainsi, l'existence de deux régimes d'atténuation séparés par une fréquence caractéristique dépendant de l'épaisseur du film d'eau a été vérifiée expérimentalement<sup>4</sup>, ainsi que la possible propagation de deux ondes longitudinales et de deux ondes transversales dans les milieux gelés<sup>5</sup>. L'une des limitations de ce modèle est qu'il

requiert la connaissance de certains paramètres physiques difficilement quantifiables pour le moment. Cependant, ce travail apporte certainement une contribution dans le domaine, du point de vue de la simulation et de la prédiction qualitative de phénomènes.

Des modèles de Biot à trois phases ont également été utilisés par Carcione et al. pour l'étude de la simulation de la propagation dans les pergélisols<sup>6,7</sup>, dans les roches poreuses contenant de l'argile<sup>8</sup> ou dans des milieux saturés d'eau et de gaz<sup>9</sup>.

<sup>1</sup>P. Leclaire, F. Cohen-Ténoudji and J. Aguirre-Puente, Proc. XVIIIème Congrès Int. du Froid, 814-819 (1991).

<sup>2</sup>J. F. Thimus, J. Aguirre-Puente, F. Cohen-Ténoudji and P. Leclaire, VI<sup>th</sup> Int. Conf. on Permafrost, Beijing, China (1993).

<sup>3</sup>P. Leclaire, J. Aguirre-Puente et F. Cohen-Ténoudji, Can. J. Earth. Sci. 33, 1511-1519 (1996).

<sup>4</sup>P. Leclaire, F. Cohen-Ténoudji and J. Aguirre-Puente, J. Acoust. Soc. Am. 96, 3753-3768 (1994).

<sup>5</sup>P. Leclaire, F. Cohen-Ténoudji and J. Aguirre-Puente, J. Acoust. Soc. Am. 97, 2052-2055 (1995).

<sup>6</sup>J. M. Carcione and G. Seriani, Geophys. Prospect. **46**, 441-454 (1998).

<sup>7</sup>J. M. Carcione and G. Seriani, J. Comp. Phys. **170**, 676-695 (2001).

<sup>8</sup>J. M. Carcione, B. Gurevitch and F. Cavallini, Geophys. Prospect. **48**, 539-557 (2000).

<sup>9</sup>D. Gei and J. M. Carcione, Geophys. Prospect. **51**, 141-157 (2003).

## **RECUEIL D'ARTICLES (9 DOCUMENTS)**

P. Leclaire, F. Cohen-Ténoudji and J. Aguirre-Puente, 'Extension of Biot's theory of wave propagation to frozen porous media', J. Acoust. Soc. Am. **96**, 3753-3768 (1994).

P. Leclaire, F. Cohen-Ténoudji and J. Aguirre-Puente, Observation of two longitudinal and two transverse waves in a frozen porous medium, J. Acoust. Soc. Am. **97**, 2052-2055 (1995).

P. Leclaire, L. Kelders, W. Lauriks, C. Glorieux and J. Thoen, 'Determination of the viscous characteristic length in air-filled porous materials by ultrasonic attenuation measurements', J. Acoust. Soc. Am. **99**, 1944-1948 (1996).

P. Leclaire, L. Kelders, W. Lauriks, M. Melon, N. Brown, B. Castagnède, 'Determination of the viscous and thermal characteristic lengths of plastic foams by ultrasonic measurements in helium and air, J. Appl. Phys. **80**, 2009-2012 (1996).

P. Leclaire, L. Kelders, W. Lauriks, J. F. Allard and C. Glorieux, 'Ultrasonic wave propagation in reticulated foams saturated by different gases - High frequency limit of the classical models', Appl. Phys. Lett. **69**, 2641-2643 (1996).

P. Leclaire, A. Cummings and K. V. Horoshenkov, 'Transverse vibration of a thin rectangular porous plate saturated by a fluid', J. Sound Vib. **247**, 1-18. (doi:10.1006/jsvi.2001.3656) (2001).

P. Leclaire, K. V. Horoshenkov, M. J. Swift and D. C. Hothersall, 'The vibrational response of a clamped rectangular porous plate', J. Sound Vib. **247**, 19-31. (doi:10.1006/jsvi.2000.3657) (2001).

L. Boeckx, P. Leclaire, P. Khurana, C. Glorieux, W. Lauriks and J. F. Allard, "Investigation of the phase velocities of guided acoustic waves in soft porous layers", J. Acoust. Soc. Am., **117**, 545-554 (2005).

L. Boeckx, P. Leclaire, P. Khurana, C. Glorieux, W. Lauriks and J. F. Allard, "Guided elastic waves in porous materials saturated by air under Lamb conditions", J. Appl. Phys., **97**, 094911-8 (2005).