HAL
open science

Optimisation du contraste dans les images polarimétriques : étude théorique, algorithmes et validation expérimentale

Guillaume Anna

▶ **To cite this version:**

Guillaume Anna. Optimisation du contraste dans les images polarimétriques : étude théorique, algorithmes et validation expérimentale. Autre [cond-mat.other]. Université Paris Sud - Paris XI, 2013. Français. NNT : 2013PA112143 . tel-00874686

HAL Id: tel-00874686

https://theses.hal.science/tel-00874686v1

Submitted on 18 Oct 2013

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITE PARIS-SUD

ECOLE DOCTORALE : STITS

Laboratoire Charles Fabry de l'Institut d'Optique

DISCIPLINE PHYSIQUE

THESE DE DOCTORAT

soutenue le 02/10/2013

par

Guillaume ANNA

Optimisation du contraste dans les images polarimétriques : étude théorique, algorithmes et démonstration expérimentale

---

Directeur de thèse François Goudail Professeur

Composition du jury :

Ali Mohammad-Djafari	Examinateur	Directeur de recherche
Claude Amra	Rapporteur	Directeur de recherche
François Chapeau-Blondeau	Rapporteur	Professeur
Veronique Serfaty	Correspondant DGA	Ingénieur
Philippe Adam	Correspondant DGA	Ingénieur
Daniel Dolfi	Encadrant Thales	Ingénieur - HDR

Remerciements

Ce travail de thèse a été réalisé en collaboration entre le laboratoire Charles Fabry et Thales Research and Technology. Je tenais à remercier chaleureusement mon directeur de thèse François Goudail pour tout son soutien et ses enseignements au cours de ma thèse. Je tenais également à remercier Daniel Dolfi pour m'avoir permis de travailler en collaboration avec ses équipes et avoir suivi avec tant d'intérêt l'ensemble de mes travaux de thèse.

J'aimerais ensuite remercier M. Amra et M. Chapeau-Blondeau pour s'être acquittés de la tache de rapporteur et pour l'attention qu'ils ont porté à mes travaux, Mme Serfaty et M. Adam d'avoir accepté de faire partie du jury de thèse et M. Mohammad-Djafari pour avoir présidé le jury.

Je souhaite remercier Hervé Sauer pour son implication dans mes travaux et ses nombreux conseils qui m'ont énormément aidé tout au long de ma thèse.

Je remercie chaleureusement Enric Garcia-Caurel du laboratoire PICM de l'école Polytechnique ainsi que Razvigor Ossikovski et Antonello De Martino pour avoir partagé avec moi l'ensemble de leur expertise en imagerie polarimétrique et avoir mis à notre disposition leur matériel expérimental.

Un grand merci à Nicolas Bertaux et Frederic Galland de l'Institut Fresnel ainsi que Patrick Feneyrou de Thales Research and Technology avec qui j'ai pris un grand plaisir à travailler dans le cadre du projet ANR-ASTRID Autopol.

Je souhaite également remercier l'ensemble de l'équipe SCOP qui m'a accueilli pendant ces trois années de thèse et notamment Matthieu Boffety, Caroline Kulcsar, Jean Taboury, Pierre Chavel, Henri-François Raynaud, Sebastien De Rossi, Franck Delmotte, Gaetano Sivo, Martin Piponnier, Hu Haofeng, Jean Minet, Marius Peloux, Lyes Nechak et Ryadh Fezzani.

Je souhaite aussi remercier l'ensemble des personnes avec qui j'ai pu travailler occasionnellement, ou bien tout simplement discuter autour d'un petit café et qui ont ainsi contribué à rendre ces trois années de thèse aussi agréables : Fabienne Bernard, Lionel Jacubowiez, Thierry Avignon, Cedric Lejeune, Arnaud Dubois, Marc Hanna, Jean-Louis Meyzonette, Isabelle Ribet, Anne-Lise Coutrot, Buntha Ea-Kim, Charles Bourassin, Xavier Delen, Samuel Lellouch, Adrien Aubourg, Ronan Bourgain, Margaux Barbier, Antoine Federici, Guillaume Druart, Pauline Trouve, Ryochi Horisaki et tous les autres.

Enfin, je tenais à remercier ma famille et mes proches qui m'ont soutenu tout au long de ces trois années de thèse.

Table des matières

Introduction générale **7**

1 Formalismes de la polarisation et de la théorie de la détection **11**
1.1 Formalisme de la polarisation 11
1.1.1 Polarisation d'une onde électromagnétique 11
1.1.2 Transformations de l'état de polarisation par un composant optique 17
1.1.3 Association de plusieurs éléments polarimétriques 18
1.1.4 Quelques composants élémentaires de polarisation 18
1.2 Formalisme la théorie de la détection pour l'optimisation du contraste 21
1.2.1 Position du problème 21
1.2.2 Qualité de la séparation de classes 22
1.2.3 Définition d'un critère de séparabilité 23
1.3 Conclusion 24

2 Conception d'un imageur polarimétrique pour l'optimisation du contraste **27**
2.1 Comparaison de différents imageurs polarimétriques pour l'optimisation du contraste dans les images 27
2.1.1 Architecture d'un imageur polarimétrique actif 27
2.1.2 Quelques imageurs polarimétriques courants 28
2.1.3 Choix de l'imageur pour l'optimisation du contraste 31
2.1.4 Conclusion 35
2.2 Conception et réalisation d'un imageur polarimétrique scalaire 35
2.2.1 Génération et analyse d'états de polarisation 35
2.2.2 Montage expérimental 38
2.2.3 Validation expérimentale 39
2.3 Conclusion 42

3 Etude de l'influence de la statistique du bruit sur l'optimisation du contraste **43**
3.1 Influence du bruit sur l'optimisation du contraste en imagerie polarimétrique . . 44
3.1.1 Définition du critère de séparabilité en fonction du bruit de mesure 44
3.1.2 Comparaison des contrastes optimaux en fonction du bruit de mesure . . 47
3.1.3 Exemples et discussion 48
3.2 Algorithmes de calcul rapide des états optimaux 55
3.2.1 Algorithme de calcul en présence de bruit additif gaussien 55
3.2.2 Algorithme de calcul en présence de bruit de Poisson 57
3.2.3 Algorithme de calcul en présence de bruit Gamma 59
3.2.4 Comparaison des méthodes de recherche des états optimaux 61

3.3 Optimisation du contraste en présence d'inhomogénéité spatiale des propriétés polarimétriques . . . 62
3.3.1 Modélisation du bruit dû à des fluctuations polarimétriques spatiales dans la scène . . . 62
3.3.2 Exemples simulés et réels . . . 63
3.4 Conclusion . . . 68

4 Imagerie polarimétrique insensible aux variations d'intensité spatiales 71
4.1 Imagerie GSC . . . 72
4.2 Optimisation du contraste en imagerie GSC . . . 72
4.2.1 Critère de contraste en imagerie GSC . . . 73
4.2.2 Optimisation en présence de bruit de Poisson . . . 74
4.2.3 Optimisation en présence de bruit spatial . . . 77
4.3 Comparaison de performances : influence du nombre de degrés de liberté . . . 79
4.3.1 Étude sur une scène simulée perturbée par du bruit spatial . . . 81
4.3.2 Application à une scène réelle . . . 83
4.4 Conclusion . . . 86

5 Application de l'imagerie polarimétrique scalaire à un scénario multicibles 89
5.1 Classification de régions à partir de données à N dimensions . . . 89
5.1.1 Définition d'un classifieur . . . 89
5.1.2 Application à des données à 16 dimensions : la matrice de Mueller . . . 91
5.2 Optimisation des images acquises pour un scénario multicibles . . . 93
5.2.1 Définition d'un critère de séparabilité à N dimensions . . . 94
5.2.2 Optimisation sous contraintes à N dimensions . . . 96
5.2.3 Simulation d'un scénario de séparation de 4 objets d'intérêt . . . 96
5.2.4 Application à un exemple réel : détection de 3 cibles sur un fond. . . . 104
5.3 Conclusion . . . 105

6 Automatisation d'un imageur polarimétrique actif pour l'optimisation du contraste 107
6.1 Architecture de la méthode d'optimisation . . . 108
6.2 Choix de l'algorithme de segmentation . . . 110
6.3 Exemples : simulations et scène réelle . . . 111
6.3.1 Simulation . . . 111
6.3.2 Application à des images réelles . . . 114
6.4 Conclusion . . . 114

Conclusion générale 116

ANNEXE 119

A Exemples de matrices de Mueller usuelles 121
A.1 Polariseur linéaire . . . 121
A.2 Lame de phase . . . 121

B Produit de Kronecker **123**
B.1 Définition . . . 123
B.2 Propriétés . . . 123
B.2.1 Bilinéarité, associativité . . . 123
B.2.2 Propriétés avec le produit matriciel usuel . . . 124
B.2.3 Trace et Déterminant . . . 124
B.2.4 Transposition . . . 124
B.2.5 Equations matricielles . . . 124

C Algorithme de recherche de minimum global ***Shuffled Complex Evolution*** **(SCE)** **127**
C.1 Introduction . . . 127
C.2 Algorithme d'optimisation . . . 127

D Conception et étalonnage d'un générateur de polarisation **131**
D.1 Orientation des cristaux liquides . . . 131
D.2 Etalonnage des cellules à cristaux liquides . . . 132
D.2.1 Description du montage . . . 135
D.2.2 Etalonnage des 4 retardateurs à cristaux liquides . . . 135
D.2.3 Exemples & Conclusion . . . 139

Liste de publications et communications **141**

Bibliographie **143**

Introduction générale

La perception du monde de chaque être vivant dépend des capacités sensorielles dont la nature l'a doté. Ces capacités sont le fruit d'une lente sélection au cours des siècles en fonction de l'environnement dans lequel évolue l'être vivant dans le but d'assurer sa survie. Parmi elles, l'une des plus importantes est la **vision** qui permet à chacun de se situer et de s'orienter dans l'espace où il évolue. L'homme, par exemple, qui est un être vivant essentiellement le jour et donc dans un environnement fortement éclairé par le soleil, a développé une excellente capacité à mesurer l'intensité de la lumière dans le spectre du visible (400nm-800nm). Cependant, une telle faculté est inutile pour les êtres vivant essentiellement la nuit comme les chauves souris. Celles-ci ont alors développé un autre de leur sens qu'est l'ouie afin d'étudier les échos des ondes sonores qu'elles émettent et ainsi pouvoir visionner leur environnement. Ce type de vision leur permet alors de percevoir des détails différents de ceux perçus par l'homme et c'est pourquoi celui-ci a essayé de développer des senseurs imitant ce comportement afin d'améliorer artificiellement ses propres capacités. Ces travaux de recherche ont alors abouti à la création d'imageurs exceptionnels comme le sonar, ou encore l'échographe. Ainsi, en copiant la nature, l'homme cherche à repousser les limites de sa propre perception du monde.

La polarisation est l'une de ces informations auxquelles l'homme est insensible alors qu'elle est une information primordiale pour certains animaux afin se repérer (abeilles, crevettes mantes, papillons,...). Celle-ci a été observée pour la première fois par Malus en 1809 qui avait remarqué le phénomène de polarisation de la lumière par réflexion. Depuis l'homme n'a cessé de s'intéresser à cette information qui se trouve là où il y a de la lumière, notamment en cherchant des formalismes permettant de la décrire [1, 2], mais aussi en concevant des systèmes capables de la mesurer [3, 4, 5] afin d'obtenir des images ayant des contrastes différents de ceux que nous percevons avec nos yeux. Aujourd'hui, les applications de l'imagerie polarimétrique sont très nombreuses. On peut citer par exemple les domaines de la télédétection, du biomédical ou encore de la vision à travers les milieux turbulents [6, 7, 8, 9].

L'objectif de cette thèse est de poursuivre l'effort de recherche visant à obtenir des images polarimétriques à fort contraste afin de faciliter la détection et la reconnaissance d'objets d'intérêt moins visibles avec des imageurs fonctionnant sur d'autres principes. Pour cela, dans un premier temps, l'objectif est de réaliser un imageur capable de générer et analyser n'importe quel état de polarisation (totalement polarisé). Puis, dans un deuxième temps, afin d'exploiter de manière optimale les performances de cet imageur, notre but sera de développer les algorithmes d'optimisation et de traitement du signal nous permettant d'acquérir les images ayant le meilleur contraste possible.

Après une brève introduction sur le formalisme utilisé dans le chapitre 1, nous présentons et comparons les différents types d'imageurs polarimétriques existants pour une application de type *optimisation du contraste*. Cette première étude, réalisée dans le chapitre 2, nous permet de démontrer que l'imagerie polarimétrique scalaire est celle qui permet toujours d'atteindre les meilleures performances en terme de contraste et justifie donc notre choix de concevoir un tel

imageur.

C'est pourquoi, dans le chapitre 3, nous décrivons les étapes de conception et de réalisation d'un imageur polarimétrique scalaire qui nous servira par la suite à valider nos algorithmes. Nous présentons notamment une étude de ses performances en terme de précision sur la génération des états de polarisation mais aussi sur l'uniformité d'illumination.

Une fois l'imageur opérationnel, il est nécessaire de développer des algorithmes permettant de calculer les états de polarisation optimaux qui vont nous permettre d'obtenir les images avec le meilleur contraste entre un objet et un fond. Nous démontrons notamment au cours de ce manuscrit que ces états dépendent de nombreux paramètres liés aux conditions de mesure et présentons des études réalisées dans des scénarios pouvant être rencontrés en imagerie active.

Nous commençons par étudier, dans le chapitre 4, l'influence des bruits de mesure ainsi que des propriétés polarimétriques de la scène sur le choix des états de polarisation optimaux sous l'hypothèse que la source de lumière illuminant la scène est uniforme en intensité. Cependant, une telle hypothèse n'est pas souvent vérifiée sur les imageurs réels, c'est pourquoi dans le chapitre 5, nous poursuivons notre étude en nous intéressant à un type d'imagerie insensible aux variations spatiales d'intensité de la source qui peuvent être particulièrement néfastes dans le cadre d'une application de type détection ou reconnaissance.

Toutes ces études sont réalisées pour des scénarios de type détection d'une cible sur un fond. Cependant, dans certains scénarios de mesure, il peut être intéressant de distinguer plusieurs objets dans une même scène. C'est pourquoi, dans le chapitre 6, nous considérons un scénario de type multicibles où l'on souhaite optimiser la séparabilité entre plusieurs objets d'intérêt.

Enfin, afin de pouvoir optimiser de manière optimale le contraste dans une image polarimétrique, il est nécessaire de connaître les propriétés polarimétriques des objets d'intérêt. Or ce processus requiert le plus souvent une intéraction avec un utilisateur. Afin d'améliorer les performances de notre imageur et notamment le rendre plus autonome, nous finissons donc par présenter dans le chapitre 7 une méthode d'acquisition visant à optimiser de manière non supervisée (ou semi-supervisée) le contraste dans les images polarimétriques. Cette méthode d'acquisition repose sur l'utilisation conjointe d'un imageur polarimétrique adaptatif et d'un algorithme de segmentation par contour actif.

Chapitre 1

Formalismes de la polarisation et de la théorie de la détection

L'optimisation du contraste dans les images polarimétriques est un sujet recouvrant à la fois le domaine de l'imagerie polarimétrique et celui du traitement du signal. Ces deux domaines font appel à des formalismes particuliers. C'est pourquoi, dans ce chapitre introductif, nous commençons par présenter le formalisme relatif à ces deux domaines qu'il est nécessaire de bien définir afin de faciliter la compréhension des raisonnements et résultats qui seront présentés tout au long de ce manuscrit.

1.1 Formalisme de la polarisation

L'imagerie polarimétrique active consiste à analyser les propriétés polarimétriques de la scène observée en utilisant une source de lumière polarisée et en analysant la polarisation de la lumière émergeante. Dans cette première partie, nous introduisons le formalisme relatif à l'étude de la polarisation d'une onde électromagnétique qui sera ensuite utilisé tout au long de ce manuscrit. Nous commençons par présenter le formalisme mathématique utilisé pour décrire les différents états de polarisation d'une onde électromagnétique ainsi que son interaction avec des matériaux. Nous concluons cette partie en présentant quelques composants polarimétriques élémentaires dont les propriétés seront utilisées dans la suite du manuscrit.

1.1.1 Polarisation d'une onde électromagnétique

La notion de polarisation est une propriété intrinsèque à certaines classes d'ondes dites vectorielles dont la lumière fait partie. En effet, la lumière est une Onde Electro-Magnétique (OEM) constituée d'un champ électrique $\mathbf{E}$ et d'un champ magnétique $\mathbf{B}$, tous deux oscillant perpendiculairement à la direction de propagation de l'onde si celle-ci évolue dans un milieu homogène. C'est l'évolution temporelle de ces champs qui caractérise l'état de polarisation de la lumière. Il est d'usage en optique d'utiliser l'évolution du champ électrique $\mathbf{E}$ comme référence, les propriétés du champ magnétique $\mathbf{B}$ pouvant par la suite être obtenues directement en appliquant les équations de Maxwell [10, 11]. Pour une onde plane se propageant dans un milieu homogène suivant l'axe z, le vecteur champ électrique oscille dans le plan xy et la trajectoire décrite par l'extrémité de ce vecteur définit la nature de la *polarisation de l'onde*.

- Si la trajectoire décrite par le vecteur $\mathbf{E}$ est complètement *aléatoire*, l'évolution du champ électrique ne peut être décrite que de manière statistique et la lumière est dite **totalement dépolarisée**.

- Si au contraire la trajectoire est *totalement déterministe* et, dans le cas général, forme une ellipse, la lumière est dite **totalement polarisée**.
- Enfin il existe un état intermédiaire où la lumière est dite **partiellement polarisée**. Cet état peut être décrit comme la superposition statistique pondérée d'une contribution totalement polarisée et d'une contribution dépolarisée. La pondération relative des deux contributions est décrite, nous le verrons par la suite, par ce que l'on nomme le *degré de polarisation*.

Différents formalismes peuvent être utilisés pour décrire la polarisation de la lumière, mais tous ne permettent pas de prendre en compte tous les états présentés ci-dessus. Dans la suite, nous présenterons d'abord le formalisme de Jones, qui est limité à l'étude des systèmes non-dépolarisants, puis nous présenterons le formalisme de Stokes permettant de décrire des états partiellement polarisés.

1.1.1.1 Etats totalement polarisés : Formalisme de Jones

Considérons une onde plane monochromatique, de longueur d'onde λ, se propageant dans un milieu homogène selon l'axe z. Son champ électrique évolue temporellement dans le plan xy et peut être décrit par :

$$\mathbf{E} = \begin{bmatrix} E_x(z,t) \\ E_y(z,t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A_x \cos(\omega t - kz) \\ A_y \cos(\omega t - kz - \phi) \end{bmatrix} \tag{1.1}$$

où A_x (respectivement A_y) est l'amplitude réelle positive suivant l'axe O_x (respectivement O_y), $k = 2\pi/\lambda$ est le vecteur d'onde, $\omega = kc$ est la pulsation, et ϕ est le déphasage entre les deux composantes orthogonales du champ $E_x(z,t)$ et $E_y(z,t)$. On démontre facilement que, dans ce cas, la trajectoire suivie par l'extrémité du champ est décrite par l'équation suivante :

$$\left(\frac{E_x}{A_x}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{A_y}\right)^2 - 2\cos(\phi)\frac{E_y E_y}{A_x A_y} = \sin^2(\phi) \tag{1.2}$$

qui correspond à l'équation d'une ellipse, que l'on nomme *ellipse de polarisation*. La forme de cette ellipse dépend des trois paramètres indépendants que sont les amplitudes des deux composantes orthogonales A_x et A_y ainsi que leur déphasage ϕ. Elle peut être décrite sous la forme d'un vecteur complexe $\mathbf{j}$, appelé **vecteur de Jones**, ayant l'expression suivante :

$$\mathbf{j} = \begin{bmatrix} A_x \\ A_y e^{i\phi} \end{bmatrix} \tag{1.3}$$

Ces paramètres, permettant de décrire l'ellipse, ne sont pas uniques et il est parfois plus intéressant d'utiliser d'autres jeux de paramètres afin de décrire un même état de polarisation. Ces ensembles de paramètres sont reliés par des relations bijectives qui assurent l'unicité de la représentation. Dans notre cas, les paramètres (I, α, ε) sont très couramment utilisés, I représentant l'intensité de l'onde et (α, ε) l'azimut et l'ellipticité de l'ellipse (voir figure 1.1). Ces grandeurs sont reliées aux paramètres (A_x, A_y, ϕ) par les formules suivantes [12] :

$$\begin{aligned} I &= A_x^2 + A_y^2 \\ \tan(2\alpha) &= \frac{2A_xA_y}{A_x^2 - A_y^2}\cos(\phi) \\ \sin(2\epsilon) &= \frac{2A_xA_y}{A_x^2 + A_y^2}\sin(\phi) \end{aligned} \tag{1.4}$$

Le sens de rotation de l'ellipse dépend du signe de ϕ (ou de manière équivalente de ε) :

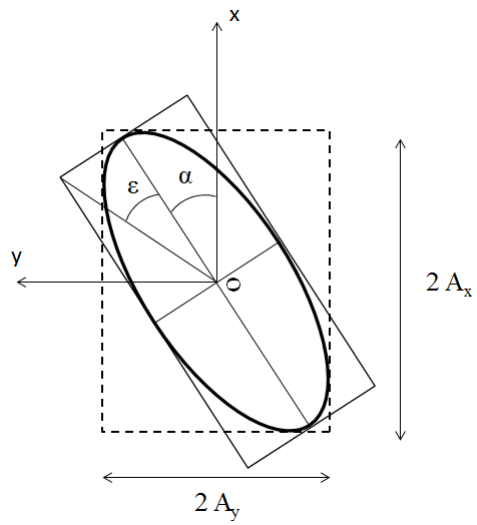


FIGURE 1.1 – Ellipse de polarisation d'azimuth α et d'ellipticité ε.

- si $\phi > 0$ ($\varepsilon > 0$), on parle de polarisation « gauche » (dans le sens trigonométrique).
- si $\phi < 0$ ($\varepsilon < 0$), on parle de polarisation « droite ».
- si $\phi = 0$, la polarisation est linéaire.

1.1.1.2 Etats partiellement polarisés : Formalisme de Stokes

Vecteur de Stokes

Dans le cas d'une lumière totalement polarisée, nous venons de voir que l'évolution du champ électrique est déterministe et peut être totalement décrite par un vecteur 2D (vecteur de Jones) dépendant de 3 paramètres (A_x,A_y,ϕ) ou (I,α,ε). Cependant, ce formalisme devient insuffisant lorsqu'il est nécessaire de décrire la lumière partiellement polarisée. En effet, dans ce cas, le vecteur de Jones devient aléatoire et les seules composantes liées aux intensités mesurables sont les moments statistiques d'ordre 2 du champ. Ces moments peuvent être regroupés dans une matrice de covariance Γ qui sert donc à décrire l'état de polarisation observé. Cette matrice est définie à partir des composantes du vecteur de Jones aléatoire par :

$$\Gamma = \langle \mathbf{j}\mathbf{j}^* \rangle = \begin{bmatrix} \langle |j_x|^2 \rangle & \langle j_x j_y^* \rangle \\ \langle j_x^* j_y \rangle & \langle |j_y|^2 \rangle \end{bmatrix} \tag{1.5}$$

avec $\langle \cdot \rangle$, l'opérateur mathématique représentant une moyenne d'ensemble.

Dans la pratique, cette matrice est peu utilisée et on lui préfère une représentation vectorielle qui lui est complètement équivalente du fait de la relation bijective les reliant. Ce vecteur $\mathbf{S}$ permettant de décrire la lumière partiellement polarisée est appelé *vecteur de Stokes* et est relié aux composantes de la matrice de covariance Γ selon la simple relation :

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & i & -i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \langle |j_x|^2 \rangle \\ \langle |j_y|^2 \rangle \\ \langle j_x^* j_y \rangle \\ \langle j_x j_y^* \rangle \end{bmatrix} \tag{1.6}$$

Il peut être aussi décrit à partir de mesures d'intensité selon la relation :

$$\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \langle |j_x|^2 \rangle + \langle |j_y|^2 \rangle \\ \langle |j_x|^2 \rangle - \langle |j_y|^2 \rangle \\ \langle j_x^* j_y \rangle + \langle j_x j_y^* \rangle \\ i(\langle j_x^* j_y \rangle - \langle j_x j_y^* \rangle) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_x + I_y \\ I_x - I_y \\ I_{+45^o} - I_{-45^o} \\ I_G - I_D \end{bmatrix} \tag{1.7}$$

où I_x, I_y et $I_{\pm 45^o}$ sont respectivement les intensités associées aux polarisations linéaires suivant les axes x, y et $\pm 45^o$ et I_G, I_D sont les intensités associées aux polarisations circulaires « gauche » et « droite ».

Cette expression du vecteur de Stokes nous permet d'observer que la composante $S_0 = I_x + I_y$ correspond à l'intensité I du champ mesurable avec un capteur conventionnel. On remarque aussi que les différentes composantes ne sont pas indépendantes ce qui se traduit par le fait que tous les vecteurs définis dans $\mathbb{R}^4$ ne sont pas des vecteurs de Stokes. L'inégalité de Cauchy-Schwartz appliquée aux éléments de la matrice de covariance nous permet notamment d'écrire la relation suivante :

$$S_0^2 \geq S_1^2 + S_2^2 + S_3^2 \tag{1.8}$$

Degré de polarisation

L'inégalité présentée dans l'équation 1.8 traduit aussi la capacité du vecteur de Stokes à modéliser la dépolarisation de la lumière. Pour mieux le comprendre, il faut considérer de nouveau la matrice de covariance Γ définie dans l'équation 1.5. Comme cette matrice est hermitienne et définie positive du fait de sa définition, sa décomposition en valeurs propres peut s'écrire sous la forme :

$$\Gamma = V \Delta V^\dagger \quad \text{avec} \quad \begin{cases} \Delta = \begin{bmatrix} \mu_1 & 0 \\ 0 & \mu_2 \end{bmatrix} & \mu_1 \geq \mu_2 \geq 0 \\ V = \begin{bmatrix} \mathbf{v}_1 & \mathbf{v}_2 \end{bmatrix} & \text{matrice unitaire} \quad VV^\dagger = I_d \end{cases} \tag{1.9}$$

l'opérateur $\dagger$ représentant la transposition conjuguée d'une matrice complexe. Il est alors possible de définir ce que l'on nomme le *degré de polarisation* (P) en utilisant les valeurs propres de la matrice Δ :

$$P = \frac{\mu_1 - \mu_2}{\mu_1 + \mu_2} \tag{1.10}$$

Comme $\mu_1 \geq \mu_2 \geq 0$, ce degré de polarisation est compris entre 0 et 1.

- Si $P = 1$, cela signifie que $\mu_2 = 0$ et que la matrice de covariance peut s'écrire sous la forme :

$$\Gamma = \mu_1 \mathbf{v}_1 \mathbf{v}_1^\dagger \tag{1.11}$$

  ce qui correpond à la matrice de covariance d'une lumière purement polarisée dont le vecteur de Jones est donc déterministe et égal à $\mathbf{u} = \sqrt{\mu_1}\mathbf{v}_1$. Ce cas correspond donc à une **lumière purement polarisée** et le vecteur de Jones de la lumière est associé à la valeur propre non nulle de sa matrice de covariance (qui est singulière).
- Si $P = 0$, cela signifie que $\mu_1 = \mu_2 = 1$ et donc que les deux composantes du champ sont totalement décorrelées. Ce cas correspond donc à la définition d'une **lumière totalement dépolarisée**.
- Enfin, il existe le cas intermédiaire où $0 < P < 1$. Dans ce cas, la lumière est dites **partiellement polarisée** et peut être vue comme la somme incohérente d'une lumière

purement polarisée et d'une lumière totalement dépolarisée :

$$\Gamma = V \begin{bmatrix} \mu_1 & 0 \\ 0 & \mu_2 \end{bmatrix} V^\dagger = V \begin{bmatrix} \mu_1 - \mu_2 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} V^\dagger + V \begin{bmatrix} \mu_2 & 0 \\ 0 & \mu_2 \end{bmatrix} V^\dagger = \underbrace{(\mu_1 - \mu_2)\mathbf{v}_1\mathbf{v}_1^\dagger}_{\text{polarisée}} + \underbrace{\mu_2 \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}}_{\text{dépolarisée}} \tag{1.12}$$

Le vecteur propre $\mathbf{v}_1$, associé à la plus grande valeur propre, est alors appelé **état de polarisation principal** de la lumière.

Le degré de polarisation P, ainsi défini, permet donc de « quantifier » le caractère aléatoire du champ électrique de la lumière. Il est donc intéressant de pouvoir l'exprimer en fonction des composantes du vecteur de Stokes, plus couramment utilisées, et dont on sait qu'elles sont liées par une relation bijective aux composantes de la matrice de covariance. Pour cela, nous allons utiliser les relations suivantes :

$$\begin{aligned} \mathrm{Tr}(\Gamma) &= \Gamma_{xx} + \Gamma_{yy} = \mu_1 + \mu_2 \\ \mathrm{Det}(\Gamma) &= \Gamma_{xx}\Gamma_{yy} - |\Gamma_{xy}|^2 = \mu_1\mu_2 \end{aligned} \tag{1.13}$$

avec Tr et Det les opérateurs mathématiques représentant respectivement la trace et le déterminant d'une matrice.

On peut alors facilement montrer que :

$$\begin{aligned} P^2 &= 1 - 4\frac{\mu_1\mu_2}{(\mu_1+\mu_2)^2} \\ &= 1 - 4\frac{\Gamma_{xx}\Gamma_{yy} - |\Gamma_{xy}|^2}{(\Gamma_{xx}+\Gamma_{yy})^2} \end{aligned} \tag{1.14}$$

et en utilisant l'expression du vecteur de Stokes définie Eq. 1.7, on obtient l'expression finale du degré de polarisation :

$$P = \frac{\sqrt{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2}}{S_0} \tag{1.15}$$

Cette expression est celle la plus couramment utilisée pour définir le degré de polarisation. Elle est en accord avec l'inégalité présentée Eq. 1.8 qui traduit ici de nouveau le fait que le degré de polarisation est toujours compris entre 0 et 1. Avec cette nouvelle expression, une lumière sera totalement polarisée si les composantes de son vecteur de Stokes vérifient la relation $S_0^2 = S_1^2 + S_2^2 + S_3^2$ alors qu'une lumière totalement dépolarisée sera caractérisée par la relation $S_1^2 + S_2^2 + S_3^2 = 0$.

Sphère de Poincaré

Nous savons maintenant qu'une onde de polarisation quelconque peut être décrite complètement par un ensemble de quatre paramètres que sont son intensité I, son degré de polarisation P, son azimuth α et son ellipticité ε :

$$\begin{bmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix} = I \begin{bmatrix} 1 \\ P\cos(2\alpha)\cos(2\epsilon) \\ P\sin(2\alpha)\cos(2\epsilon) \\ P\sin(2\epsilon) \end{bmatrix} \tag{1.16}$$

Vecteur de Stokes	linéaire vertical totalement polarisé	elliptique partiellement polarisé	totalement dépolarisé
$\begin{bmatrix} 1 \\ P\cos(2\alpha)\cos(2\epsilon) \\ P\sin(2\alpha)\cos(2\epsilon) \\ P\sin(2\epsilon) \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0.2 \\ 0.3 \\ -0.1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$

Table 1.1 – Exemples de vecteurs de Stokes.

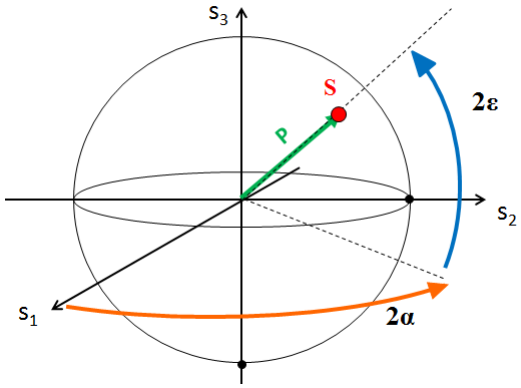


Figure 1.2 – Position d'un état de polarisation **S** d'azimuth α, d'ellipticité ε et de degré de polarisation P sur la sphère de Poincaré.

Cependant la représentation d'un espace à quatre dimensions est trop complexe pour représenter clairement et simplement un état de polarisation. Afin de simplifier le problème, par convention, seules les propriétés polarimétriques de la lumière sont représentées en utilisant ce que l'on nomme le *vecteur de Stokes réduit*. Ce vecteur de Stokes réduit est obtenu en normalisant le vecteur de Stokes de la lumière par son premier coefficient S_0 associé à l'intensité du champ. Le tableau 1.1 présente quelques exemples de vecteurs de Stokes normalisés.

Ce nouveau vecteur ne dépend alors plus que de 3 paramètres que sont $s_1 = S_1/S_0$, $s_2 = S_2/S_0$ et $s_3 = S_3/S_0$ qui forment un repère cartésien dans lequel il est possible de représenter les états de polarisation. Il est intéressant de noter que les paramètres $(2\alpha, 2\varepsilon, P)$ sont en fait les coordonnées sphériques des points représentant chaque état de polarisation dans ce même repère cartésien. Ainsi, un état totalement polarisé se trouvera sur la sphère de rayon 1 appelée *sphère de Poincaré*, alors qu'un état totalement dépolarisé se retrouvera au centre de cette même sphère (voir figure 1.2). Enfin, un état partiellement polarisé correspondra à un point à l'intérieur de la sphère de Poincaré, son azimuth et son ellipticité étant donnés par son état de polarisation principal.

Cette sphère est un moyen simple de se représenter graphiquement les états de polarisation et permet de visualiser rapidement la nature de ces états. En effet, en utilisant cette convention de représentation, les états de polarisation linéaire sont situés au niveau du plan équatorial. Les états de polarisation circulaires « droit » et « gauche » se situent respectivement au pôle sud et nord de la sphère. Tout les points ne se situant pas dans l'une de ces configurations sont associés à des polarisations elliptiques dont le sens de rotation est défini par l'hémisphère où ils se situent (voir figure 1.3).

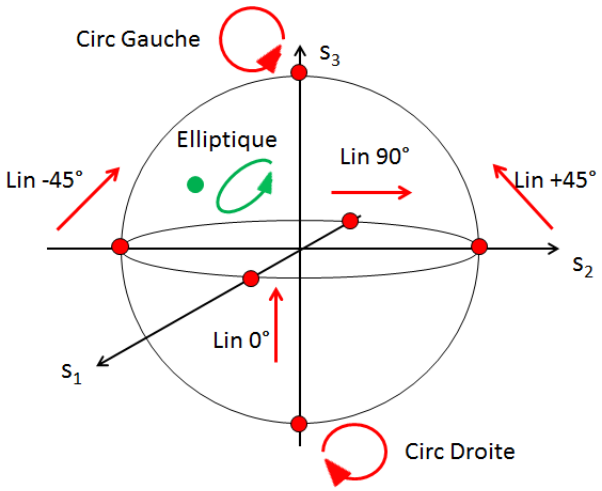


FIGURE 1.3 – Position de différents états de polarisation sur la sphère de Poincaré (Lin : linéaire, Circ : circulaire).

1.1.2 Transformations de l'état de polarisation par un composant optique

Lors de l'interaction d'un faisceau lumineux avec un matériau, les propriétés du champ électrique du faisceau peuvent être modifiées ce qui se traduit par un changement de son état de polarisation. Ce changement peut être modélisé par une transformation linéaire du vecteur de Jones ou du vecteur de Stokes caractérisant la polarisation du faisceau incident [13].

1.1.2.1 Matrices de Jones. Matériaux non-dépolarisant

Dans le cadre de l'étude d'un milieu non-dépolarisant, il est possible d'appliquer le formalisme des vecteurs de Jones. L'interaction entre l'onde polarisée incidente et le milieu peut alors s'écrire sous la forme :

$$\mathbf{u}' = J\mathbf{u} \Leftrightarrow \begin{bmatrix} u'_1 \\ u'_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} J_{11} & J_{12} \\ J_{21} & J_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \tag{1.17}$$

avec J, une matrice complexe de dimension 2×2 caractérisant le matériau, **u** et **u'** respectivement les vecteurs de Jones caractérisant l'état de polarisation de la lumière incidente et émergeante. La matrice J ainsi définie est appelée *matrice de Jones*. Elle ne peut modéliser que des matériaux non-dépolarisants.

1.1.2.2 Matrices de Mueller. Cas général.

Si l'on souhaite pouvoir modéliser les effets de dépolarisation, il est nécessaire de passer au formalisme de Stokes. Or, on peut démontrer, à partir des relations liant vecteurs de Jones et vecteurs de Stokes, qu'une relation linéaire entre les vecteurs de Jones lors de l'interaction avec un matériau, comme celle présentée Eq. 1.17, induit une relation linéaire entre les vecteurs de Stokes. L'interaction d'une onde polarisée avec un matériau en utilisant le formalisme de Stokes peut alors s'écrire sous la forme :

$$\begin{bmatrix} S'_0 \\ S'_1 \\ S'_2 \\ S'_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_{00} & M_{01} & M_{02} & M_{03} \\ M_{10} & M_{11} & M_{12} & M_{13} \\ M_{20} & M_{21} & M_{22} & M_{23} \\ M_{30} & M_{31} & M_{32} & M_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix} \tag{1.18}$$

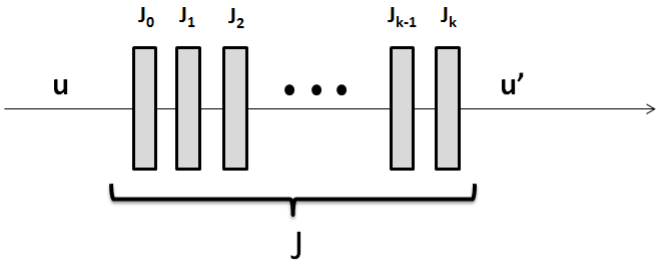


Figure 1.4 – Interaction d'un état de polarisation avec k couches de matériaux.

où M est une matrice de dimension 4×4 caractérisant le matériau et **S** et **S'** respectivement les vecteurs de Stokes caractérisant les propriétés de la lumière incidente et émergeante. Cette matrice M modélisant la réponse polarimétrique du matériau est appelée *Matrice de Mueller*. Comme le vecteur de Stokes permet de représenter des états partiellement polarisés, la matrice de Mueller peut décrire le comportement dépolarisant des matériaux.

1.1.3 Association de plusieurs éléments polarimétriques

Les relations reliant l'état de polarisation incident et l'état de polarisation émergeant étant linéaires, il est simple de modéliser la traversée successive de plusieurs matériaux. L'état de polarisation $\mathbf{u}'$ ou $\mathbf{S}'$ après intération avec k matériaux successifs de matrice J_k (voir fig. 1.4) ou M_k, se déduit du vecteur incident $\mathbf{u}$ ou $\mathbf{S}$ selon la relation :

$$\begin{aligned} \mathbf{u}' &= J_k J_{k-1} ... J_1 J_0 \mathbf{u} \\ \mathbf{S}' &= M_k M_{k-1} ... M_1 M_0 \mathbf{S} \end{aligned} \tag{1.19}$$

Il est intéressant de noter que ces relations peuvent être simplifiées et écrites sous la forme :

$$\begin{aligned} \mathbf{u}' &= J\mathbf{u} \\ \mathbf{S}' &= M\mathbf{S} \end{aligned} \tag{1.20}$$

avec $J = J_k J_{k-1} ... J_1 J_0$ et $M = M_k M_{k-1} ... M_1 M_0$, J et M étant alors respectivement une matrice de Jones et une matrice de Mueller caractérisant l'ensemble du milieu comprenant les k éléments rencontrés par l'onde.

1.1.4 Quelques composants élémentaires de polarisation

Dans ce manuscrit, nous serons amenés à utiliser à plusieurs reprises quelques composants élémentaires de polarisation tels que des polariseurs, des déphaseurs (ou retardateurs) ou encore des dépolariseurs. Nous allons présenter succintement les caractéristiques de ces différents composants ainsi que les matrices définissant leurs propriétés polarimétriques. La majeure partie de notre étude ayant portée sur des milieux dépolarisants, seules les matrices de Mueller de ces composants seront présentées [13, 14].

1.1.4.1 Polariseurs

Le polariseur est un composant appartenant à la classe des diatténuateurs. Ces éléments polarimétriques sont caractérisés par deux états propres, appelés aussi *axes neutres*, correspondant

Polariseur Vertical	Polariseur Horizontal	Polariseur à $+45^o$
$\frac{\tau}{2}\begin{bmatrix}1&1&0&0\\1&1&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{bmatrix}$	$\frac{\tau}{2}\begin{bmatrix}1&-1&0&0\\-1&1&0&0\\0&0&0&0\\0&0&0&0\end{bmatrix}$	$\frac{\tau}{2}\begin{bmatrix}1&0&1&0\\0&0&0&0\\1&0&1&0\\0&0&0&0\end{bmatrix}$
Polariseur linéaire incliné d'un angle α		
$\frac{\tau}{2}\begin{bmatrix}1&\cos(2\alpha)&\sin(2\alpha)&0\\\cos(2\alpha)&\cos^2(2\alpha)&\cos(2\alpha)\sin(2\alpha)&0\\\sin(2\alpha)&\cos(2\alpha)\sin(2\alpha)&\sin^2(2\alpha)&0\\0&0&0&0\end{bmatrix}$		

TABLE 1.2 – Exemples de matrices de Mueller de différents polariseurs ayant un taux de transmission $\tau \in [0, 1]$.

aux états de polarisation qui ne sont pas modifiés lors de l'interaction avec le matériau. Ces deux états, correspondant le plus souvent à des états de polarisation orthogonaux, sont différenciés par leur transmission. L'état principal du diattenuateur correspondant à l'état propre ayant la transmission maximale. Plus l'état de polarisation incident s'écarte de l'état de polarisation principal du polariseur, plus sa transmission sera faible. Elle sera minimale lorsque celui-ci sera parallèle au second axe du diatténuateur.

Dans le cas des polariseurs parfaits, la transmission devient nulle lorsque la polarisation incidente est orthogonale à l'état principal du polariseur. La majorité des polariseurs vendus dans le commerce sont des polariseurs linéaires, mais il est possible d'en créer pour n'importe quel état de polarisation sur la sphère de Poincaré en utilisant des combinaisons de composants polarimétriques. Le tableau 1.2 regroupe les matrices de Mueller de quelques polariseurs parfaits couramment utilisés.

1.1.4.2 Déphaseur (ou Retardateur)

Les lames de phase « pures » sont définies comme des composants non dépolarisants n'introduisant que du déphasage entre leurs états propres. Ces deux axes sont définis comme *rapide* ou *lent* selon le déphasage qu'ils subissent. L'axe pour lequel le déphasage introduit est le plus élevé correspond à l'axe lent alors que celui introduisant le déphasage le plus faible correspond à l'axe rapide.

La matrice de Mueller d'un déphaseur « pur » ayant des états propres linéaires et orthogonaux, incliné d'un angle θ et induisant un déphasage ϕ entre ces deux états propres est de la forme :

$$M_D(\theta,\phi) = \begin{bmatrix}1 & 0 & 0 & 0\\ 0 & \cos^2(2\theta)+\cos(\phi)\sin^2(2\theta) & \cos(2\theta)\sin(2\theta)[\cos(\phi)-1] & -\sin(\phi)\sin(2\theta)\\ 0 & \cos(2\theta)\sin(2\theta)[\cos(\phi)-1] & \cos^2(2\theta)\cos(\phi)+\sin^2(2\theta) & -\sin(\phi)\cos(2\theta)\\ 0 & \sin(\phi)\sin(2\theta) & \sin(\phi)\cos(2\theta) & \cos(\phi)\end{bmatrix} \tag{1.21}$$

L'effet de ce type de composant sur un état de polarisation est une rotation sur la sphère de Poincaré autour de la direction définie par l'axe rapide comme le présente la figure 1.5.

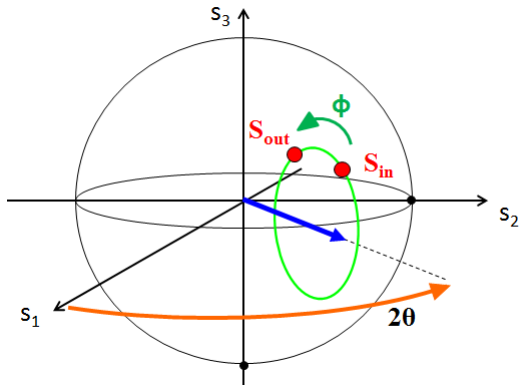


Figure 1.5 – Génération d'un état de polarisation S_{out} à partir d'un état de polarisation S_{in} en utilisant un déphaseur ayant un axe rapide orienté selon un angle θ et induisant un déphasage ϕ.

Matériau purement dépolarisant	Matériau purement dépolarisant isotrope	Matériau totalement dépolarisant
$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & b & 0 \\ 0 & 0 & 0 & c \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

Table 1.3 – Exemples de matrices de Mueller de matériaux dépolarisants.

1.1.4.3 Dépolariseurs

Les dépolariseurs sont des éléments optiques qui, comme leur nom l'indique, diminuent le degré de polarisation P de la lumière incidente. Il existe un grand nombre de modèles de matrices de Mueller permettant de représenter les effets de dépolarisation [15]. Dans le cadre de notre étude, nous serons essentiellement amenés à travailler avec la forme la plus simple de ces dépolariseurs qui est donnée par une matrice de Mueller diagonale dont les coefficients dépendent de la nature du dépolariseur (voir tableau 1.3).

Pour ce type de composants, il est possible de définir un pouvoir dépolarisant comme :

$$\Delta = 1 - \frac{|a| + |b| + |c|}{3} \tag{1.22}$$

Ce facteur vaut 1 pour un milieu totalement dépolarisant et tend vers 0 pour un milieu peu dépolarisant. Par exemple, le miroir, dont la matrice de Mueller en réflexion est donnée par :

$$M_{miroir} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} \tag{1.23}$$

est un matériau qui conserve le degré de polarisation de la lumière incidente car son pouvoir de dépolarisation est nul.

Dans cette première partie, nous avons eu l'occasion de présenter le formalisme relatif à la polarisation qui nous sera utile tout au long de ce manuscrit. Nous allons maintenant nous

intéresser à un tout autre domaine, qui est celui de la théorie de la détection, nécessaire pour l'ensemble de nos travaux relatifs à l'optimisation du contraste.

1.2 Formalisme la théorie de la détection pour l'optimisation du contraste

L'objectif de l'optimisation du contraste dans les images est de faciliter la prise de décision de l'observateur quant à la présence ou non de certains évènements ou objets. Cette décision est d'autant plus simple que les statistiques des données correspondant aux différents objets à discriminer sont différentes. Dans cette partie, nous présentons une brève introduction sur le problème de l'optimisation de la séparabilité entre plusieurs ensembles statistiques. Nous présentons notamment le critère de séparabilité que nous serons amenés à utiliser afin d'estimer le contraste dans les images acquises.

1.2.1 Position du problème

Considérons un échantillon statistique χ de taille N correspondant au signal mesuré. Celui-ci appartient à un ensemble Ω qui est en général un sous-espace de $\mathbb{R}^N$. Le signal χ peut donc être représenté comme un point de l'ensemble Ω. L'ensemble Ω est lui-même divisé en plusieurs régions, chacune étant associée à un évènement ou objet. La décision portée sur l'échantillon χ dépend alors de l'appartenance de son point dans l'ensemble Ω à l'une ou l'autre des régions. Si l'échantillon χ se trouve dans la région ω_k, il sera associé à la classe γ_k.

Un algorithme de discrimination va donc associer à chacune des classes γ_k une région ω_k de l'espace Ω des signaux possibles. Cette opération revient à définir la « frontière » entre les différentes régions que l'on appelle *surface discriminante* (voir figure 1.6). Il est intéressant de noter que, comme le signal χ appartient forcément à Ω, l'ensemble des régions ω_k forment une partition de l'espace Ω [16, 17, 18].

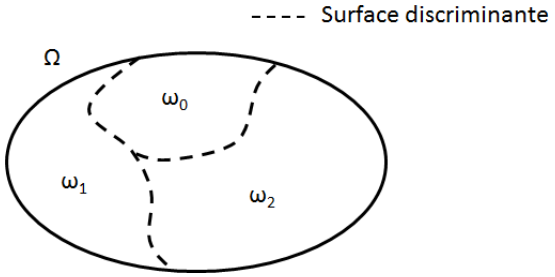


FIGURE 1.6 – Représentation de l'ensemble Ω auquel appartient le signal χ mesuré. L'ensemble Ω est divisé en trois régions $\omega_k, k = \{0, 1, 2\}$ formant une partition de tout l'espace. Ces régions sont séparées par la *surface discriminante*.

En pratique, si l'on prend le cas simple de la séparation de deux événements, on définit une fonction scalaire à valeur réelle $g(\chi)$ du signal mesuré, telle que :

- si $g(\chi) < \lambda$, on affecte le signal à la classe γ_0
- si $g(\chi) \geq \lambda$, on affecte le signal à la classe γ_1

La fonction $g(\chi)$ est couramment appelée *fonction discriminante* ou *détecteur* et l'objectif est alors de définir le meilleur seuil λ permettant de s'assurer que l'on réalise le moins d'erreur

	Classe détectée : γ_0	Classe détectée : γ_1
Classe effective : γ_0	vrai γ_0	faux γ_1
Classe effective : γ_1	faux γ_0	vrai γ_1

Table 1.4 – Ensemble des décisions possibles lors de la classification de données parmi 2 classes.

de classification possible. Dans la suite, nous présentons comment évaluer les performances de séparabilité ainsi que le critère que nous utiliserons pour les quantifier.

1.2.2 Qualité de la séparation de classes

Arriver à séparer de manière optimale deux classes correspond à définir un classifieur qui aura la probabilité la plus faible de se tromper lors de l'attribution d'un signal à une classe. Il est donc nécessaire de définir précisément quelles sont les décisions qui peuvent être prises par l'algorithme ainsi que les erreurs qui peuvent en découler afin de pouvoir définir l'algorithme optimal.

Dans l'ensemble de ce manuscrit, la majorité de nos travaux se base sur la séparation d'une cible par rapport à un fond ce qui correspond à la séparation de deux classes d'objets. C'est pourquoi dans la suite, le raisonnement sera réalisé pour $k = \{0, 1\}$. Une étude plus détaillée du cas multiclasses sera présentée dans le chapitre 5 relatif à ce scénario.

Commençons par introduire quelques définitions qui vont nous permettre par la suite de donner l'expression de plusieurs types d'erreurs :

- La probabilité *a priori*, notée $\mathcal{P}(\gamma_k)$, est la probabilité d'observer un élément de la classe γ_k indépendamment de la mesure d'un signal. Dans tous les cas, on vérifie $\mathcal{P}(\gamma_0) + \mathcal{P}(\gamma_1) = 1$ puisque le signal appartient forcément à l'une des deux classes.
- La vraisemblance, notée $\mathcal{P}(\chi|\gamma_k)$, est définie comme la probabilité d'observer une réalisation du signal connaissant la classe à laquelle il appartient.
- La densité de probabilité conjointe, notée $\mathcal{P}(\chi, \gamma_k)$, peut être écrite à partir de la probabilité *a priori* et de la vraissemblance en utilisant la relation de Bayes :

$$\mathcal{P}(\chi, \gamma_k) = \mathcal{P}(\chi|\gamma_k)\mathcal{P}(\gamma_k) \tag{1.24}$$

- La densité de probabilité *a posteriori*, notée $\mathcal{P}(\gamma_k|\chi)$, correspond à la probabilité que le signal χ observé correspond à la classe γ_k.

Définition de deux types d'erreur

Si l'on considère un algorithme de séparation de deux classes, il n'existe que 4 résultats possibles après décision. Ces résultats sont présentés dans le tableau 1.4 [19].

Intéressons nous particulièrement aux deux erreurs pouvant être réalisées. Elles correspondent à associer le signal à la classe γ_k alors qu'il appartient à la classe γ_q avec $q \neq k$ et $q = \{0, 1\}$, $k = \{0, 1\}$. Les probabilités d'occurence de ces erreurs notées $\mathcal{P}_{01}$ et $\mathcal{P}_{10}$ sont égales à :

$$\mathcal{P}_{01} = \int_{\omega_1} \mathcal{P}(\chi|\gamma_0) d\chi \tag{1.25}$$

$$\mathcal{P}_{10} = \int_{\omega_0} \mathcal{P}(\chi|\gamma_1) d\chi \tag{1.26}$$

La séparabilité des deux classes γ_k, $k \in \{0, 1\}$ est alors d'autant plus importante que ces deux valeurs sont faibles. Afin de minimiser ces deux probabilités d'erreur, plusieurs solutions

sont alors envisageables. La première consiste à modifier les vraisemblances $\mathcal{P}(\chi|\gamma_k)$ associées à chacune des classes afin que celle-ci soient facilement discernables. Cette étape se réalise le plus souvent lors de l'acquisition des données. La seconde consiste à optimiser la surface discriminante séparant les domaines ω_1 et ω_2. Il s'agit d'une étape de traitement applicable sur les données acquises dont les vraisemblances sont déjà définies.

Dans les deux cas, la minimisation de chacune des probabilités $\mathcal{P}_{01}$ et $\mathcal{P}_{10}$ se fait de manière conjointe. Ainsi, minimiser la probabilité $\mathcal{P}_{10}$ tend à faire augmenter la probabilité $\mathcal{P}_{01}$. L'objectif est alors de trouver le meilleur compromis permettant de minimiser au mieux les deux probabilités d'erreur.

Représentation graphique des erreurs

Afin de pouvoir visualiser plus facilement ce concept d'erreur de classification, considérons deux ensembles de données ayant les vraissemblances $\mathcal{P}(\chi|\gamma_0)$ et $\mathcal{P}(\chi|\gamma_1)$. Celles-ci sont représentées sur la figure 1.7. Si l'on considère maintenant que l'on a un seuil de séparation égal à λ, les probabilités d'erreurs qui peuvent être réalisées lors de la classification des données sont proportionnelles aux aires rouge et verte.

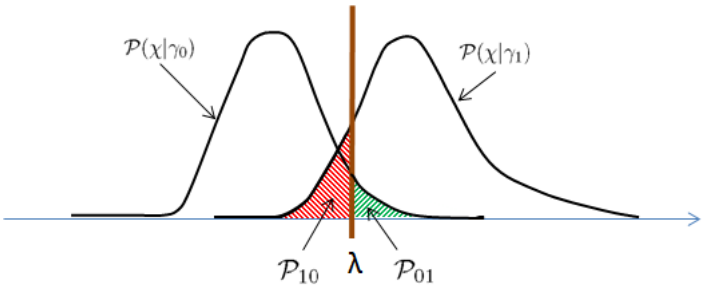


FIGURE 1.7 – Représentation des probabilité d'erreur $\mathcal{P}_{01}$ et $\mathcal{P}_{10}$ pour un seuil de séparation λ lorsque les vraissemblances de chacune des régions à distinguer sont égales à $\mathcal{P}(\chi|\gamma_0)$ et $\mathcal{P}(\chi|\gamma_1)$.

Ce schéma permet alors de comprendre que, plus la zone de recouvrement entre les deux vraisemblances est importante, plus il sera difficile de minimiser les différentes probabilités d'erreur. On observe aussi le fait que si l'on modifie la valeur du seuil λ qui définit la séparation entre les régions ω_k, on modifie les valeurs de $\mathcal{P}_{10}$ et $\mathcal{P}_{01}$ simultanément, l'une augmentant lorsque l'autre diminue.

1.2.3 Définition d'un critère de séparabilité

Dans la partie précédente, nous venons de voir que l'ensemble des probabilités d'erreur est minimale lorsque la séparabilité des données est optimale. Cependant le calcul de ces probabilités est souvent complexe lorsque les statistiques étudiées s'écartent du modèle gaussien [20]. Dans la suite de ce manuscrit, nous serons amenés à travailler avec des données ayant des statistiques variées, c'est pourquoi il est nécessaire de définir un critère capable de caractériser la séparabilité de deux ensembles statistiques quelconques. Pour cela, nous nous basons sur des résultats publiés récemment [21] qui ont démontré que, dans le cadre d'un problème de séparabilité entre deux classes, la distance de Bhatacharyya était un critère efficace et robuste pour quantifier la séparabilité entre les données.

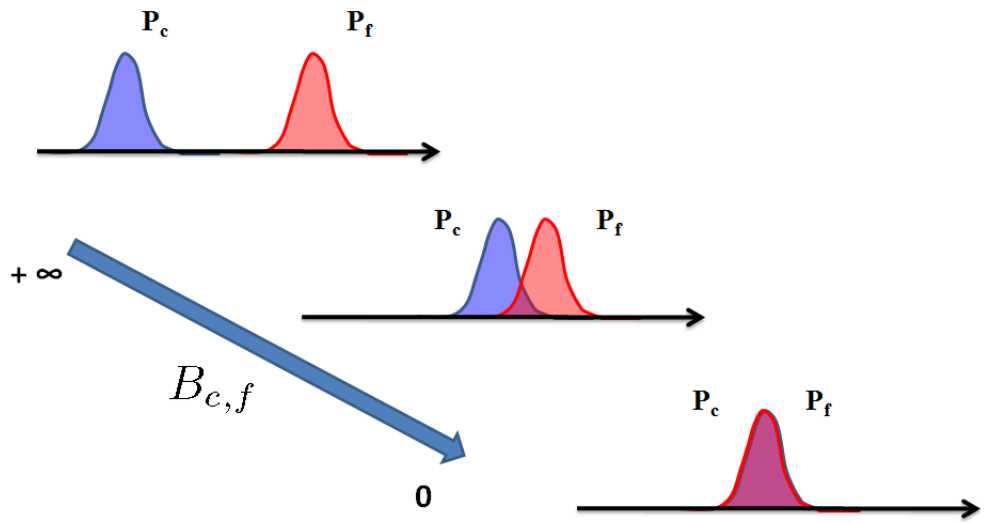


Figure 1.8 – Evolution de la valeur de la distance de Bhattacharyya en fonction du recouvrement des densités de probabilités P_c et P_f des deux populations à distinguer.

La distance de Bhattacharyya est un exposant asymptotique de la probabilité d'erreur dans un problème de discrimination. Pour comprendre cette notion, considérons deux fonctions de densité de probabilité $P_c(x)$ et $P_f(x)$. Dans notre cas, il s'agit des densités de probabilité correspondant aux statistiques de bruit dans les régions associées à la cible (c) et au fond (f). La distance de Bhattacharyya associée à ces deux ensembles est donnée par la formule :

$$B_{c,f} = -\log\left[\int_{\mathcal{D}} [P_c(x)P_f(x)]^{1/2} dx\right] \tag{1.27}$$

avec $\mathcal{D}$, le domaine de définition associé à P_c et P_f. La distance de Bhattacharyya est donc une valeur scalaire qui quantifie la similarité entre deux densités de probabilité. Elle est comprise dans l'intervalle $[0; +\infty[$ et vaut 0 lorsque les deux densités de probabilité sont égales et $+\infty$ lorsque les deux densités de probabilité n'ont pas de zones de recouvrement dans leurs statistiques. La figure 1.8 illustre ce principe. Cette évolution est en accord avec la théorie de la détection que nous avons présenté dans la partie précédente qui démontre que plus l'aire de recouvrement entre les densités de probabilité des deux régions est importante, plus les probabilités d'erreur sont importantes.

Une propriété très interessante de cette distance est que, si n est la taille de l'échantillon, la probabilité d'erreur dans le choix de savoir si un élément a été généré à partir de la loi de probabilité P_c ou P_f se comporte en $e^{-nB_{c,f}}$ lorsque n tend vers l'infini. C'est cette relation étroite entre la distance de Bhattachryya et les probabilités d'erreur, lorsque les statistiques sont estimées avec un nombre suffisant de données, qui fait de celle-ci un bon critère pour l'estimation de la séparabilité des données. Le tableau 1.5 présente quelques exemples d'expression de la distance de Bhattacharyya pour des statistiques de données qui seront rencontrées au cours de ce manuscrit.

1.3 Conclusion

Dans ce premier chapitre, nous avons rappelé différents formalismes relatifs aux domaines de la polarisation et du traitement du signal. Dans une première partie, nous avons rappelé les

Statistique (moyenne,variance)	Densité de Probabilité	Distance de Bhattachryya
Gaussien (λ, σ^2)	$\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} e^{-\frac{(x-\lambda)^2}{2\sigma^2}}$	$\frac{(\lambda_c-\lambda_f)^2}{8\sigma^2}$
Poisson (λ, λ)	$e^{-\lambda} \frac{\lambda^x}{x!}$	$\frac{1}{4}\left(\sqrt{\lambda_c} - \sqrt{\lambda_f}\right)^2$
Gamma ordre 1 (λ, λ^2)	$\frac{e^{-x/\lambda}}{\lambda}$	$\log\left[\frac{1}{2}\left(\sqrt{r} + \frac{1}{\sqrt{r}}\right)\right]$

TABLE 1.5 – Exemples d'expressions de la distance de Bhattacharyya pour des données de statistique gaussienne, poissonnienne et gamma d'ordre 1 avec $u = \{c, f\}$ et $r = \lambda_c/\lambda_f$.

notions de base ainsi que les principaux outils mathématiques relatifs à la polarisation. Les formalismes de Jones et de Stokes relatifs à l'étude de milieux non dépolarisants et dépolarisants ont notamment été présentés. Nous avons conclu cette première partie en définissant succinctement les matrices de Mueller de certains composants polarimétriques couramment rencontrés. La seconde partie de ce chapitre était, quant à elle, dédiée à une courte étude du problème de la séparabilité de données en traitement du signal. Nous avons notamment défini la distance de Bhattacharyya qui sera le critère utilisé tout au long de ce manuscrit afin de quantifier la séparabilité des données dans les images.

Ces images étant obtenues à partir de l'observation des propriétés polarimétriques de la lumière, celles-ci requièrent l'utilisation d'un imageur non conventionnel. Dans le chapitre suivant, nous présentons la conception et la réalisation de l'imageur qui servira ensuite à valider nos algorithmes d'optimisation du contraste.

Chapitre 2

Conception d'un imageur polarimétrique pour l'optimisation du contraste

Alors que l'imagerie conventionnelle consiste à analyser l'intensité de la lumière provenant d'une scène, l'imagerie polarimétrique se base sur l'analyse de l'information contenue dans l'état de polarisation de la lumière. L'observation et l'analyse de cette nouvelle information permet alors d'obtenir des images qui auront des contrastes différents de ceux obtenus avec les autres imageurs. Ces imageurs polarimétriques peuvent être séparés en deux grandes classes. La première est constituée des imageurs passifs qui ne font que mesurer l'état de polarisation de la lumière diffusée par une scène. Leurs applications sont multiples comme la reconstitution d'objets 3D [22, 23] ou la surveillance militaire [24]. La seconde correspond aux imageurs dits actifs, plus complets mais aussi plus complexes, qui sont capables d'illuminer la scène avec un faisceau polarisé et d'analyser l'état de polarisation de la lumière diffusée par la scène. Ces imageurs permettent notamment de caractériser totalement les propriétés polarimétriques d'une scène et trouvent de nombreuses applications dans les domaines de la télédétection [25], de la médecine [26], de l'industrie [27].

Dans le cadre de notre étude, nous nous intéresserons essentiellement à cette seconde classe d'imageurs qui, bien qu'ils soient plus complexes, permettent d'obtenir, comme nous le verrons, de très bonnes performances en terme d'*augmentation de contraste*. Dans une première partie, nous présentons différents types d'imageurs polarimétriques et comparons leur performances dans le cadre de l'optimisation du contraste entre deux objets d'intérêt afin de déterminer quel imageur permet d'accéder aux meilleures performances dans ce cadre d'étude. Puis, dans une seconde partie, nous décrivons la conception et la réalisation de l'imageur qui nous servira dans la suite à valider nos algorithmes d'optimisation du contraste.

2.1 Comparaison de différents imageurs polarimétriques pour l'optimisation du contraste dans les images

2.1.1 Architecture d'un imageur polarimétrique actif

Il existe de nombreuses architectures d'imageurs polarimétriques, toutes optimisées pour répondre à un besoin précis [24, 28, 29, 30]. Cependant la structure de base de ces imageurs reste généralement la même. La figure 2.1 représente un schéma simplifié de cette structure. Le

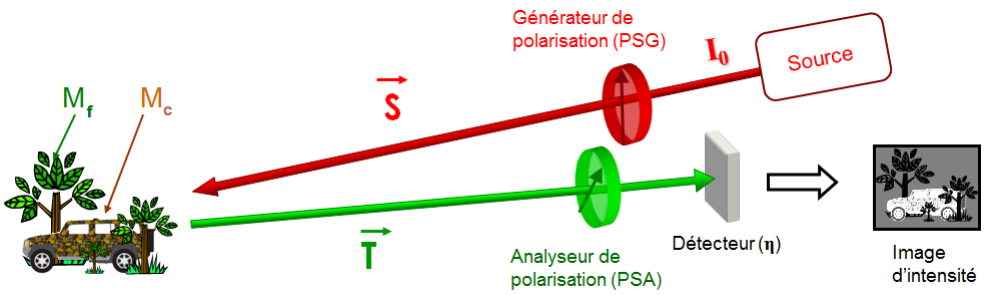


Figure 2.1 – Architecture générale d'un imageur actif en réflexion.

« bloc d'illumination » est composé d'une source lumineuse d'intensité I_0 qui peut être cohérente (laser,...) ou non (source blanche halogène,...) suivie de ce que l'on nomme un *générateur de polarisation* (PSG pour Polarization State Generator). Ce dispositif, dont la composition dépend des applications, permet de contrôler la polarisation de l'onde qui va illuminer la scène avec le plus souvent pour objectif final d'avoir une illumination la plus uniforme possible en polarisation. La lumière en sortie du dispositif d'illumination, dont l'état de polarisation est défini par le vecteur de Stokes $\mathbf{S}$, va ensuite être diffusée par la scène et va voir son état de polarisation changer en fonction du milieu rencontré. La lumière provenant de la scène est ensuite analysée à l'aide d'un « bloc d'imagerie » polarimétrique. Celui-ci est composé d'un dispositif appelé *analyseur de polarisation* (PSA pour Polarization State Analyzer) suivi d'un filtre spectral de faible largeur spectrale et d'une caméra CCD conventionnelle. L'analyseur de polarisation est en fait un diatténuateur dont la transmission est maximale pour les ondes polarisées selon le vecteur de Stokes $\mathbf{T}$ et minimale pour les ondes dont la polarisation est orthogonale à $\mathbf{T}$, $\mathbf{T}$ étant l'état de polarisation principal que l'on souhaite analyser. Le filtre spectral est utilisé pour s'assurer d'un contrôle précis de la polarisation car le générateur et l'analyseur de polarisation ont souvent des réponses très chromatiques (utilisation de milieux biréfringents, lames de phase,...). Enfin, la caméra permet de compter les photons qui ont réussi à passer ce filtre de polarisation afin de restituer une image en niveaux de gris.

2.1.2 Quelques imageurs polarimétriques courants

Le schéma de la figure 2.1 représente la structure de base des imageurs polarimétriques à partir de laquelle différents types d'imageurs peuvent être conçus. Nous allons présenter quelques uns de ces imageurs et leurs applications.

2.1.2.1 Imagerie polarimétrique scalaire

L'imagerie polarimétrique scalaire constitue la base de l'imagerie polarimétrique. Celle-ci consiste à acquérir une image d'intensité en illuminant la scène à l'aide d'un faisceau dont l'état de polarisation est défini par un vecteur de Stokes $\mathbf{S}$ et en analysant la lumière provenant de la scène en utilisant un PSA dont l'état principal est donné par le vecteur de Stokes $\mathbf{T}$. Dans ces conditions, si les propriétés du matériau ou du milieu rencontré par l'onde sont définies par une matrice de Mueller M, l'intensité mesurée par le détecteur est donnée par la simple relation :

$$I = \eta I_0 \mathbf{T}^T M \mathbf{S} \tag{2.1}$$

où η représente l'efficacité quantique du détecteur. Par convention et afin de simplifier les notations au cours de ce manuscrit, nous utiliserons la notation $I_0' = \eta I_0$.

En fonction du couple d'états de polarisation utilisé en illumination et en analyse, l'intensité mesurée par le détecteur va changer. Cette propriété amène à la principale application de ce type d'imageur qui est l'optimisation du contraste. En effet, en configurant de manière optimale les états de polarisation du PSG et du PSA, il est possible d'améliorer la séparabilité d'objets d'intérêt dans les images d'intensité, comme nous le verrons tout au long de ce manuscrit. C'est aussi à partir de ces images scalaires que fonctionnent tout les autres imageurs polarimétriques qui, nous allons le voir, ont besoin d'acquérir plus d'une image pour extraire les informations recherchées.

2.1.2.2 Imagerie polarimétrique à états orthogonaux

L'imagerie polarimétrique à états orthogonaux, plus connue sous le nom d'imagerie OSC pour *Orthogonal State Contrast*, consiste à acquérir deux images polarimétriques scalaires obtenues en conservant le même état de polarisation d'illumination et en utilisant deux états de polarisation d'analyse orthogonaux [31, 32, 33, 34]. Les deux intensités mesurées, lors de l'observation d'un matériau de matrice de Mueller M, sont données par les formules :

$$\begin{aligned} I_x &= I_0' \mathbf{T}^T M \mathbf{S} \\ I_y &= I_0' \mathbf{T}_\perp{}^T M \mathbf{S} \end{aligned} \tag{2.2}$$

où $\mathbf{T}_\perp$ représente l'état de polarisation orthogonal à $\mathbf{T}$. A partir de ces deux images, il est possible de calculer deux images d'intérêt que sont l'image d'intensité I_s de la scène ainsi qu'une image de contraste polarimétrique notée P_{OSC}, qui sont définies par :

$$\begin{aligned} I_s &= I_x + I_y \\ P_{OSC} &= \frac{I_x - I_y}{I_x + I_y} \end{aligned} \tag{2.3}$$

Le paramètre P_{OSC} ainsi défini est couramment appelée *degré de polarisation*. Cependant nous lui préfèrerons le nom de P_{OSC} car son nom de degré de polarisation n'est justifié que dans le cas où l'état de polarisation de l'onde après interaction avec le milieu est parallèle à l'état d'analyse $\mathbf{T}$. Dans ce cas, on montre facilement que ce paramètre est effectivement égal au degré de polarisation comme nous l'avons défini dans le premier chapitre de ce manuscrit.

2.1.2.3 Imagerie de Stokes

L'imagerie de Stokes appartient aux systèmes d'imagerie qui peuvent être à la fois passifs ou actifs [7, 35, 36, 37, 38]. En effet, selon les besoins, cet imageur, qui permet d'analyser la polarisation de la lumière provenant de la scène, peut être utilisé en présence d'une source de lumière contrôlée polarimétriquement ou simplement en présence d'un éclairage ambiant dont les propriétés polarimétriques peuvent être inconnues. Le principe de cet imageur est de réaliser 4 mesures d'intensité en utilisant différents états de polarisation $\mathbf{T}_n$ ($n \in [1,4]$) d'analyse et d'inverser ensuite les données pour remonter au vecteur de Stokes de la lumière observée. Ce problème linéaire peut se modéliser sous la forme d'un simple produit matriciel défini par les équations suivantes :

$$\mathbf{I_m} = W \mathbf{S_{obj}} \tag{2.4}$$

où $\mathbf{S}_{obj}$ est le vecteur de Stokes de la lumière provenant de la scène, $\mathbf{I}_m$ est un vecteur contenant les quatre mesures d'intensité mesurées à partir des 4 vecteurs de Stokes $\mathbf{T}_n$ contenus dans les lignes de la matrice W :

$$W = \begin{bmatrix} \mathbf{T_1} & \mathbf{T_2} & \mathbf{T_3} & \mathbf{T_4} \end{bmatrix}^T \tag{2.5}$$

Si la matrice W est bien conditionnée, il est alors possible d'utiliser sa matrice inverse pour estimer la valeur du vecteur de Stokes de l'objet observé suivant la formule :

$$\mathbf{S_{obj}} = W^{-1}\mathbf{I_m} \tag{2.6}$$

où W^{-1} représente la matrice inverse de la matrice W. W représente un degré de liberté de l'imageur qui peut être utilisé pour réduire la propagation du bruit lors de l'inversion des données [39, 40, 41, 42].

Dans la pratique, la quatrième composante du vecteur de Stokes, associée aux polarisations circulaires, est parfois négligée car sa mesure requiert l'analyse d'états de polarisation non linéaires et donc l'utilisation de déphaseurs (comme des lames $\lambda/4$) dont les propriétés sont souvent très chromatiques. Seules les composantes S_0, S_1 et S_2 sont alors mesurées ce qui permet de réduire le nombre d'images à acquérir à seulement 3. Ces imageurs permettent de mesurer ce que l'on appelle communément le *degré de polarisation linéaire* de la lumière (P_L) qui est défini comme :

$$P_L = \frac{\sqrt{S_1^2 + S_2^2}}{S_0} \tag{2.7}$$

2.1.2.4 Imagerie de Mueller

L'imagerie de Mueller est le stade le plus complet de l'imagerie polarimétrique car elle consiste à caractériser complètement les propriétés polarimétriques d'une scène en mesurant sa matrice de Mueller complète. Pour cela, il est nécessaire d'acquérir un nombre $N \geq 16$ d'images en utilisant pour chacune d'elles un couple différent d'états de polarisation en illumination et en analyse. Les intensités I_n mesurées en utilisant un couple d'état de polarisation $(\mathbf{T}_n, \mathbf{S}_n)$ respectivement en analyse et illumination sont alors définis par la relation :

$$I_n = I_0' \mathbf{T_n}^T M \mathbf{S_n} \tag{2.8}$$

Cette expression peut être réécrite sous la forme d'un produit de vecteurs en utilisant les propriétés du produit de Kronecker [43] qui donne :

$$I_n = I_0'[\mathbf{T}_n \otimes \mathbf{S}_n]^T \mathbf{V_M} = I_0' \mathbf{W_n}^T \mathbf{V_M} \tag{2.9}$$

où $\otimes$ représente le produit de Kronecker (présenté en annexe B) et $\mathbf{V_M}$, le vecteur obtenu en lisant la matrice M dans le sens lexicographique. Cette forme vectorielle permet alors de formuler sous forme matricielle la réalisation des N mesures d'intensité :

$$\mathbf{I_N} = I_0' W_{(T,S)} \mathbf{V_M} \tag{2.10}$$

avec $W_{(T,S)}$, la matrice de dimension N $\times$ 16 contenant les vecteurs de mesure $\mathbf{W_n}$:

$$W_{(T,S)} = \begin{bmatrix} \mathbf{W_1} & \mathbf{W_2} & \dots & \mathbf{W_n} \end{bmatrix}^T \tag{2.11}$$

et $\mathbf{I_N}$ le vecteur de dimension N contenant les intensités obtenues I_n avec les N vecteurs de mesure $\mathbf{W_n}$.

Afin d'estimer la valeur de la matrice de Mueller, il est nécessaire de pouvoir inverser la matrice W. Dans la pratique, cette matrice est souvent de dimension 16 $\times$ 16 et un choix adéquat des couples d'états $(\mathbf{T_n}, \mathbf{S_n})$ permet d'inverser la matrice en propageant le moins d'erreurs possible [44, 45, 46, 47]. Si, pour des raisons particulières, $N \geq 16$, il est aussi possible d'utiliser la pseudo-inverse W^{pi} pour retrouver la matrice M. Cette dernière est définie par :

$$W^{pi} = [W^T W]^{-1} W^T \tag{2.12}$$

L'imagerie de Mueller est utilisée dans de nombreuses applications où une analyse approfondie des matériaux est nécessaire, comme pour l'étude des propriétés structurale de la matière, ou encore lorsque plusieurs phénomènes tels que la dépolarisation, la biréfringence ou autres viennent se mélanger pour donner au matériau une réponse polarimétrique complexe. Les applications les plus courantes de ces imageurs se situent donc dans le domaine médical [48, 49] ou dans l'étude de la matière (couches minces,...)[50, 51, 52].

2.1.3 Choix de l'imageur pour l'optimisation du contraste

Nous venons de voir qu'il existe plusieurs imageurs polarimétriques, ayant chacun leurs spécificités, et pouvant tous être potentiellement utilisés dans une application d'optimisation de contraste. L'objectif de cette partie est donc de comparer leurs performances afin de sélectionner celui qui permettra d'atteindre les meilleures performances possibles en terme de séparation de données dans les images. Pour cela, nous allons considérer deux scénarios de mesure dans lesquels les acquisitions des images d'intensité réalisées par les différents imageurs peuvent être perturbées par deux types de bruit couramment rencontrés dans le domaine de l'optique que sont le bruit additif gaussien (pouvant modéliser le bruit de détecteur) et le bruit de Poisson (résultant de la nature discrète des photons provenant de la scène). L'objectif est d'optimiser la séparabilité entre une cible dont la matrice de Mueller sera notée M_c et un fond de matrice de Mueller M_f. Pour cela, il est possible de réaliser N images d'intensité en illuminant la scène avec N différents couples d'état de polarisation en illumination et en analyse ($\mathbf{S_n}$,$\mathbf{T_n}$). Le temps d'acquisition total alloué à l'acquisition des données est supposé constant et égal à t_0. Enfin, le flux provenant de la source est supposé ne pas varier dans le temps, ce qui permet de considérer I'_0 (défini dans l'équation 2.1) comme étant proportionnel au temps d'intégration (t) de chaque image.

2.1.3.1 Définition d'un critère de performance

La première étape de notre étude consiste à déterminer un critère de performance qui va nous permettre d'évaluer les capacités de chaque imageur à optimiser le contraste entre deux objets d'intérêt. Ce critère est la distance de Bhattacharyya qui a été définie dans le premier chapitre de ce manuscrit.

Les densités de probabilité associées à un bruit additif gaussien et poissonnien étant différentes, l'expression de la distance de Bhattacharyya l'est aussi. L'expression de ces distances est exprimée dans [21] :

$$\begin{aligned} \mathcal{B}_{gau} &= \frac{1}{4}\frac{(i_c - i_f)^2}{\sigma_c^2 + \sigma_f^2} + \frac{1}{2}\log\left[\frac{1}{2}\left(\frac{\sigma_c + \sigma_f}{\sqrt{\sigma_c \sigma_f}}\right)\right] \\ \mathcal{B}_{poi} &= \frac{1}{2}(\sqrt{i_c} - \sqrt{i_f})^2 \end{aligned} \tag{2.13}$$

où i_u et σ_u sont respectivement l'intensité moyenne et la variance dans la zone $u = \{c, f\}$. Il est intéressant de noter que, dans le cas d'un bruit additif, la variance du bruit est identique sur les deux régions *cible* et *fond* et la distance de Bhattacharyya $\mathcal{B}_{gau}$ peut être simplifiée sous la forme :

$$\mathcal{B}_{gau} = \frac{1}{8}\frac{(i_c - i_f)^2}{\sigma^2} \tag{2.14}$$

où σ^2 est la variance du bruit additif.

2.1.3.2 Comparaison de performances pour la séparabilité de données dans les images

Maintenant que nous avons défini un critère nous permettant d'estimer les performances d'un imageur en terme de contraste, nous allons pouvoir comparer les différentes architectures d'imageur polarimétrique présentées en début de chapitre.

Imagerie Scalaire

Dans le cas de l'imagerie scalaire, l'objectif est de ne réaliser qu'une seule image optimale afin de tirer parti de l'ensemble du temps t_0 alloué à l'acquisition des données et ainsi maximiser le contraste. L'intensité mesurée en utilisant un couple d'états de polarisation ($\mathbf{T}$,$\mathbf{S}$) est alors donnée par la formule :

$$i_u^{scal} = I_0' \mathbf{T}^T M_u \mathbf{S} \tag{2.15}$$

À partir de cette expression, il est possible de définir la valeur du contraste dans nos deux scénarios de mesure que sont la présence de bruit gaussien ou poissonnien :

$$\begin{aligned} \mathcal{B}_{gau}^{scal} &= \frac{{I_0'}^2}{8} \frac{(\mathbf{T}^T M_c \mathbf{S} - \mathbf{T}^T M_f \mathbf{S})^2}{\sigma^2} = \frac{{I_0'}^2}{8} \frac{(\mathbf{T}^T \Delta M \mathbf{S})^2}{\sigma^2} \\ \mathcal{B}_{poi}^{scal} &= \frac{I_0'}{2} \left(\sqrt{\mathbf{T}^T M_c \mathbf{S}} - \sqrt{\mathbf{T}^T M_f \mathbf{S}} \right)^2 \end{aligned} \tag{2.16}$$

avec $\Delta M = M_c - M_f$. Il est alors possible d'optimiser les couples d'états ($\mathbf{T}$,$\mathbf{S}$) afin de maximiser les valeurs de ces contrastes. Le couple d'états optimaux est noté $(\mathbf{T}_{gauss,max}, \mathbf{S}_{gauss,max})$ dans le cadre de l'optimisation en bruit gaussien et $(\mathbf{T}_{poi,max}, \mathbf{S}_{poi,max})$ dans le cadre de l'optimisation en présence de bruit de Poisson. Ces couples permettent de définir les grandeurs $(\Delta M)_{max}$ et $(\sqrt{\Delta M})_{max}$ tels que :

$$\begin{aligned} (\Delta M)_{max} &= (\mathbf{T}_{gauss,max}^T \Delta M \mathbf{S}_{gauss,max})^2 \\ (\sqrt{\Delta M})_{max} &= \left(\sqrt{\mathbf{T}_{poi,max}^T M_c \mathbf{S}_{poi,max}} - \sqrt{\mathbf{T}_{poi,max}^T M_f \mathbf{S}_{poi,max}} \right)^2 \end{aligned} \tag{2.17}$$

Nous nommerons par la suite respectivement $\mathcal{B}_{gau,max}^{scal}$ et $\mathcal{B}_{poi,max}^{scal}$ les valeurs maximales du contraste qui peuvent être atteintes dans chacun des scénarios étudiés et nous avons donc les relations :

$$\begin{aligned} \mathcal{B}_{gau,max}^{scal} &= \frac{{I_0'}^2}{8\sigma^2} (\Delta M)_{max} \\ \mathcal{B}_{poi,max}^{scal} &= \frac{I_0'}{2} (\sqrt{\Delta M})_{max} \end{aligned} \tag{2.18}$$

Imagerie de Stokes

Dans le cadre de l'imagerie de Stokes, il est nécessaire d'acquérir au minimum 4 images si l'on veut pouvoir estimer complètement le vecteur de Stokes. Le temps d'acquisition total étant fixe, il est alors nécessaire de diminuer le temps d'intégration (t) alloué à l'acquisition de chaque image qui, dans ce cas, sera égal à $t_0/4$. Dans ces conditions, l'intensité mesurée en utilisant un couple d'états de polarisation $(\mathbf{T_n}, \mathbf{S_n})$ est alors donnée par la formule :

$$[i_u]_n = \frac{I_0'}{4} {\mathbf{T_n}}^T M_u \mathbf{S_n} \tag{2.19}$$

Le nombre d'images acquises étant supérieur à 1, il est nécessaire de définir la distance de Bhattacharyya associée à N mesures. Pour cela, il faut prendre en compte que les deux bruits perturbant les acquisitions sont tous les deux totalement décorrélés d'une image à l'autre. Grâce à cela, la distance de Bhattacharyya à N dimensions est la somme des distances dans chaque dimension ce qui se traduit par :

$$\begin{aligned} \mathcal{B}_{gau}^{Stokes} &= \frac{{I_0'}^2}{8}\frac{1}{4^2}\frac{\sum_{n=1}^{4}(\mathbf{T_n}^T\Delta M\mathbf{S_n})^2}{\sigma^2} \\ \mathcal{B}_{poi}^{Stokes} &= \frac{I_0'}{2}\frac{1}{4}\sum_{n=1}^{4}\left(\sqrt{\mathbf{T_n}^T\Delta M_c\mathbf{S_n}} - \sqrt{\mathbf{T_n}^T\Delta M_f\mathbf{S_n}}\right)^2 \end{aligned} \tag{2.20}$$

A partir de ces expressions, on peut alors noter que, du fait de l'expression des grandeurs $(\Delta M)_{max}$ et $(\sqrt{\Delta M})_{max}$ définies Eq. 2.17, on a les relations suivantes :

$$\begin{aligned} \forall(\mathbf{T}_n,\mathbf{S}_n),\ n\in[1,4]\quad \mathcal{B}_{gau}^{Stokes} &\leq \frac{{I_0'}^2}{8}\frac{1}{4^2}\frac{\sum_{n=1}^{4}(\Delta M)_{max}}{\sigma^2} \\ \mathcal{B}_{poi}^{Stokes} &\leq \frac{I_0'}{2}\frac{1}{4}\sum_{n=1}^{4}(\sqrt{\Delta M})_{max} \end{aligned} \tag{2.21}$$

ce qui correspond à :

$$\begin{aligned} \forall(\mathbf{T}_n,\mathbf{S}_n),\ n\in[1,4]\quad \mathcal{B}_{gau}^{Stokes} &\leq \frac{\mathcal{B}_{gau,max}^{scal}}{4} \\ \mathcal{B}_{poi}^{Stokes} &\leq \mathcal{B}_{poi,max}^{scal} \end{aligned} \tag{2.22}$$

Ainsi, le contraste obtenu à l'aide d'un imageur de Stokes, pour un temps d'acquisition t_0 donné, sera toujours au moins 4 fois plus faible que le contraste obtenu à l'aide d'une unique image optimisée lorsque le bruit perturbant les acquistions est de type additif gaussien. Cela provient du fait que le rapport signal à bruit au sein des images décroit en $1/N$, avec N, le nombre d'images à acquérir, car le bruit est indépendant de l'intensité mesurée.

Le cas du bruit de Poisson est différent. En effet, dans ce cas, le contraste obtenu avec l'imagerie de Stokes est toujours inférieur ou égal au contraste optimal obtenu avec une unique image optimisée. Ce résultat vient du fait que le bruit de Poisson a une variance proportionnelle à la valeur moyenne de l'intensité reçue par le détecteur. Ainsi, le Rapport Signal sur Bruit (RSB), défini comme le rapport entre l'intensité moyenne du signal au carré sur sa variance, ne chute pas en $1/N^2$ mais en $1/N$ avec le nombre N d'images acquises. L'acquisition de nouvelles images peut alors potentiellement compenser la chute du contraste due à la diminution du temps d'intégration pour les images. Il est cependant important de noter que, dans la majorité des cas, le contraste obtenu avec un imageur de Stokes sera inférieur à celui obtenu avec une image optimale. En effet, afin de pouvoir estimer avec le moins d'erreurs possible le vecteur de Stokes de la lumière rétrodiffusée par une scène, les couples d'états de polarisation utilisés pour acquérir les images se doivent de vérifier certaines contraintes [39, 40, 42]. Ces contraintes font qu'ils sont le plus souvent très loin des couples d'états optimaux maximisant le contraste. C'est pourquoi, dans la majorité des cas, l'imagerie polarimétrique scalaire donnera de meilleurs contrastes que ceux obtenus avec un imageur de Stokes, que le bruit perturbant les acquisitions soit additif gaussien ou bien de Poisson.

Imagerie de Mueller

Le raisonnement peut être étendu au cas de l'imagerie de Mueller où le nombre minimal d'images à acquérir augmente considérablement et devient égal à 16. Ce type d'imagerie permet de caractériser complètement les propriétés polarimétriques de l'objet, mais impose, en contre-partie, une grande diminution du temps d'intégration alloué pour l'acquisition de chaque image. L'intensité mesurée est alors égale à :

$$[i_u]_n = \frac{I_0'}{16}\mathbf{T_n}^T M_u \mathbf{S_n} \tag{2.23}$$

ce qui amène aux expressions de contraste suivantes :

$$\begin{aligned} \mathcal{B}_{gau}^{Mueller} &= \frac{{I_0'}^2}{8}\frac{1}{16^2}\frac{\sum_{n=1}^{16}(\mathbf{T}_n^T \Delta M \mathbf{S}_n)^2}{\sigma^2} \\ \mathcal{B}_{poi}^{Mueller} &= \frac{I_0'}{2}\frac{1}{16}\sum_{n=1}^{16}(\sqrt{\mathbf{T}_n^T \Delta M_c \mathbf{S}_n} - \sqrt{\mathbf{T}_n^T \Delta M_f \mathbf{S}_n})^2 \end{aligned} \tag{2.24}$$

L'expression des grandeurs $(\Delta M)_{max}$ et $\sqrt{(\Delta M)}_{max}$, définies Eq. 2.17, nous permet alors d'obtenir les relations suivantes :

$$\begin{aligned} \forall(\mathbf{T}_n, \mathbf{S}_n),\ n \in [1,4] \quad \mathcal{B}_{gau}^{Mueller} &\leq \frac{\mathcal{B}_{gau,max}^{scal}}{16} \\ \mathcal{B}_{poi}^{Mueller} &\leq \mathcal{B}_{poi,max}^{scal} \end{aligned} \tag{2.25}$$

Tout comme dans le cadre de l'imagerie de Mueller, les états de polarisation utilisés dans le cadre de l'acquisition d'une image de Mueller sont contraints afin de minimiser la propogation d'erreurs lors de l'estimation des propriétés polarimétriques de la scène [45, 46, 47]. Cette contrainte a alors pour conséquence que, dans la grande majorité des cas, le contraste obtenu en imagerie de Mueller en présence de bruit additif gaussien mais aussi de Poisson est inférieur à celui obtenu avec un système d'imagerie scalaire optimisé.

Comparaison des résultats

L'ensemble des expressions des contrastes obtenues dans nos deux scénarios d'étude et avec chaque imageur est regroupé dans le tableau 2.1.

Imageur	$\mathcal{B}_{gau}$	$\mathcal{B}_{poi}$
Scalaire	$\frac{{I_0'}^2}{8\sigma^2}(\mathbf{T}^T\Delta M\mathbf{S})^2 = \mathcal{B}_{gau,max}$	$\frac{I_0'}{2}(\sqrt{\mathbf{T}^T\Delta M_c\mathbf{S}} - \sqrt{\mathbf{T}^T\Delta M_f\mathbf{S}})^2 = \mathcal{B}_{poi,max}$
Stokes	$\frac{{I_0'}^2}{8\sigma^2}\frac{1}{4^2}\sum_{n=1}^{4}(\mathbf{T}_n^T\Delta M\mathbf{S}_n)^2 \leq \frac{\mathcal{B}_{gau,max}}{4}$	$\frac{I_0'}{2}\frac{1}{4}\sum_{n=1}^{4}(\sqrt{\mathbf{T}_n^T\Delta M_c\mathbf{S}_n} - \sqrt{\mathbf{T}_n^T\Delta M_f\mathbf{S}_n})^2 \leq \mathcal{B}_{poi,max}$
Mueller	$\frac{{I_0'}^2}{8\sigma^2}\frac{1}{16^2}\sum_{n=1}^{16}(\mathbf{T}_n^T\Delta M\mathbf{S}_n)^2 \leq \frac{\mathcal{B}_{gau,max}}{16}$	$\frac{I_0'}{2}\frac{1}{16}\sum_{n=1}^{16}(\sqrt{\mathbf{T}_n^T\Delta M_c\mathbf{S}_n} - \sqrt{\mathbf{T}_n^T\Delta M_f\mathbf{S}_n})^2 \leq \mathcal{B}_{poi,max}$

Table 2.1 – Comparaison des contrastes obtenus à partir de différents imageurs polarimétriques.

On notera que l'étude des deux scénarios est très similaire même si l'expression du contraste est différente. En effet, cette similarité provient du fait que, dans les deux cas, le bruit est décorrélé d'une image à l'autre, ce qui rend possible de sommer quadratiquement les contrastes entre les deux objets dans chacune des images. Cependant le contraste dans le cadre d'un bruit additif gaussien est proportionnel à ${I_0'}^2$ alors que le contraste dans le cadre du bruit Poissonnien est proportionnel à I_0'. C'est ce résultat qui traduit la différence de performances entre les deux scénarios.

2.1.4 Conclusion

Dans cette première partie, nous avons présenté l'architecture générale des imageurs polarimétriques et décrit le principe de fonctionnement de certains d'entre eux. Nous les avons ensuite comparés pour deux scénarios de mesure mettant en jeu différents bruits de mesure que sont le bruit additif gaussien et le bruit de Poisson. L'étude a alors permis de montrer que l'**imagerie scalaire** permettait toujours d'atteindre le contraste le plus élevé après optimisation des états de polarisation en illumination et en analyse. Nous avons notamment montré que les performances en terme de contraste apportées en présence de bruit additif gaussien sont au moins 4 fois supérieures à celles obtenues à l'aide d'un imageur de Stokes et au moins 16 fois supérieures à celles obtenues à l'aide d'un imageur de Mueller classique si l'on considère le temps total d'acquisition des données comme fixe.

C'est pourquoi nous avons choisi de réaliser un imageur polarimétrique scalaire qui, en plus de fournir les meilleures performances pour l'optimisation du contraste, peut être utilisé pour fonctionner en imageur de Stokes ou de Mueller.

Le choix de l'imageur étant réalisé, il est maintenant nécessaire de le concevoir. La seconde partie de ce chapitre est donc consacrée à la conception et à la réalisation d'un tel imageur.

2.2 Conception et réalisation d'un imageur polarimétrique scalaire

L'extraction d'informations polarimétriques requiert l'acquisition d'images scalaires obtenues en utilisant différents couples d'états de polarisation en illumination et en analyse. Le nombre d'états à générer dépend alors de l'application souhaitée. Par exemple, dans le cadre de l'imagerie de Mueller, il est nécessaire de pouvoir générer 4 états de polarisation à l'aide du PSG et de pouvoir analyser 4 états de polarisation à l'aide du PSA. L'acquisition des données peut alors être optimisée en étalonnant le système pour ces 8 états de polarisation soit au travers d'une optimisation de l'imageur en lui même soit à l'aide de calibrations spécifiques [53]. Cependant, dans le cadre de l'imagerie polarimétrique scalaire, il est nécessaire de pouvoir générer et analyser, avec une bonne précision, n'importe quel état de polarisation sur la sphère de Poincaré si l'on veut pouvoir atteindre le contraste optimal et cela dans un temps assez court afin de permettre des applications *temps réel*.

Ainsi, dans une première partie, nous commençons par comparer les technologies existantes afin de pouvoir générer n'importe quel état de polarisation sur la sphère de Poincaré. Puis, dans une seconde partie, nous présentons l'architecture globale de l'imageur avant de présenter des résultats expérimentaux permettant d'évaluer ses performances.

2.2.1 Génération et analyse d'états de polarisation

2.2.1.1 Comparaison des technologies existantes

Aujourd'hui, différentes configurations permettent de générer n'importe quel état de polarisation sur la sphère de Poincaré [54, 55, 56]. L'objectif de cette partie est de les comparer afin de déterminer laquelle correspond le plus à notre application.

Polariseur et lame de phase tournants

La première configuration est totalement mécanique. Elle met en jeu un polariseur et une lame

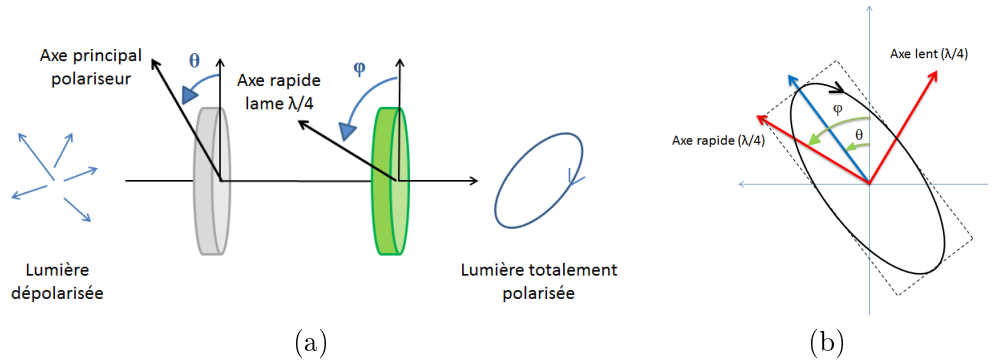


Figure 2.2 – (a) Schéma d'un générateur de polarisation à partir d'un polariseur et d'une lame quart d'onde. (b) Génération d'un état de polarisation quelconque à partir d'un polariseur et d'une lame de quart d'onde orientés respectivement à θ et φ.

de phase (quart d'onde) qu'il est possible de faire tourner mécaniquement autour de leur axe optique à l'aide d'un moteur pas à pas ou manuellement (voir figure 2.2.a). L'état de polarisation qui est généré à partir d'un polariseur orienté d'un angle θ et d'une lame quart d'onde orientée d'un angle ψ est donné par la relation :

$$\mathbf{S} = M_{\lambda/4}(\psi)M_P(\theta) = \begin{bmatrix} 1 \\ \cos(2(\theta-\psi)) \;\; \cos(2\psi) \\ \cos(2(\theta-\psi)) \;\; \sin(2\psi) \\ -\sin(2(\theta-\psi)) \end{bmatrix} \tag{2.26}$$

avec $M_{\lambda/4}(\psi)$ et $M_P(\theta)$ respectivement les matrices de Mueller d'une lame quart d'onde orientée selon un angle ψ et d'un polariseur orienté selon un angle θ. Les définitions de ces matrices sont données dans l'annexe A de ce manuscrit.

Les avantages principaux de cette architecture sont la précision sur la génération des états et sa capacité à être achromatique. En effet, il existe des technologies permettant de rendre achromatique sur une large plage de longueurs d'ondes des lames de phase comme les lames quart d'onde [57, 58]. Cette technologie couplée avec un moteur pas à pas permettant une rotation précise des éléments optiques permet alors de générer avec une grande précision et sur une large plage de longueurs d'ondes, n'importe quel état de polarisation sur la sphère de Poincaré. L'inconvénient majeur de cette configuration est que les moteurs pas à pas précis sont souvent lents alors que les moteurs rapides ont besoin de se réétalonner souvent du fait du risque de « saut de pas ».

Polariseur fixe et déphaseur variable tournant

Une seconde configuration permettant de générer n'importe quel état de polarisation sur la sphère de Poincaré consiste à utiliser un polariseur fixe suivi d'un déphaseur à retard variable qui puisse tourner autour de son axe optique et qui puisse générer un déphasage continu entre 0 et λ (voir figure 2.3).

L'état de polarisation qui est généré à partir d'un polariseur orienté à 0° suivi d'un déphaseur à retard variable dont l'axe rapide est orienté selon un angle ψ et induisant un retard δ est donné

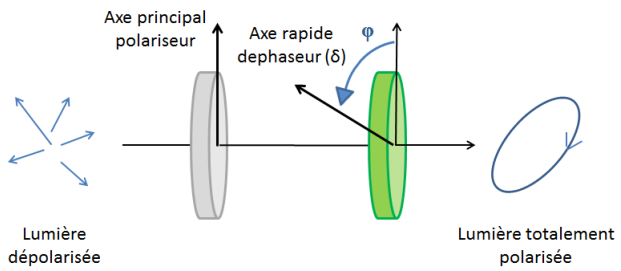


FIGURE 2.3 – Schéma d'un générateur de polarisation à partir d'un polariseur fixe et d'un déphaseur à retard variable (δ) tournant.

par la relation :

$$\mathbf{S} = M_\Phi(\theta,\psi)M_P(0^\circ) = \begin{bmatrix} 1 \\ \cos^2(\theta) + \cos(\psi)\sin^2(\theta) \\ \cos(\theta)\sin(\theta)\left(-1+\cos(\psi)\right) \\ \sin(\theta)\sin(\psi) \end{bmatrix} \tag{2.27}$$

La technologie la plus fiable aujourd'hui pouvant jouer le rôle du déphaseur est celle des cristaux liquides et notamment les cristaux liquides nématiques. Il existe bien sûr d'autres types de cristaux liquides mais leur contrôle est souvent moins précis et ils ne permettent pas toujours de contrôler de manière continue le déphasage (exemple, les cristaux ferroélectriques).

Les cristaux liquides nématiques sont des matériaux biréfringents, composés de molécules fortement anisotropes qui, sous l'action d'un champ électrique, ont tendance à toutes s'aligner dans la même direction. L'ensemble se comporte alors comme une lame de phase dont le déphasage induit dépend de 3 paramètres que sont Δn, la biréfringence effective du cristal liquide, λ, la longueur d'onde de travail et d l'épaisseur du milieu traversé :

$$\delta = \frac{2\pi d \Delta n}{\lambda} \tag{2.28}$$

Combiné avec un système mécanique de rotation pas à pas qui permet de faire tourner l'axe rapide du déphaseur, il est possible de générer n'importe quel état sur la sphère de Poincaré. Ce système hybride à l'avantage de n'avoir qu'un seul module devant subir une rotation. Cependant la vitesse de réponse des cristaux liquides étant largement supérieure au temps nécessaire pour réaliser des rotations précises avec un moteur pas à pas, c'est de nouveau cette mécanique qui détermine le temps de réponse du système. De plus, en comparaison avec la première configuration, il n'est pas possible d'utiliser le système pour réaliser des mesures multispectrales simultanées car nous venons de voir que le déphasage induit par les cristaux liquides dépend de la longueur de travail. Enfin, l'utilisation de cristaux liquides implique des contraintes plus lourdes que l'utilisation d'une lame $\lambda/4$. Nous aurons l'occasion de les revoir, mais nous pouvons déjà citer le positionnement de l'axe rapide, l'étalonnage de la courbe tension-retard ou encore l'influence de la température.

Polariseur fixe et deux déphaseurs variables fixes

Ce dernier système ne comprend que des éléments fixes et ne requiert donc plus de mouvements mécaniques. Il est composé d'un polariseur fixe suivi de deux déphaseurs à retard variable dont les axes rapide sont orientés respectivement à 45° et 90° de la direction du polariseur (voir figure 2.4).

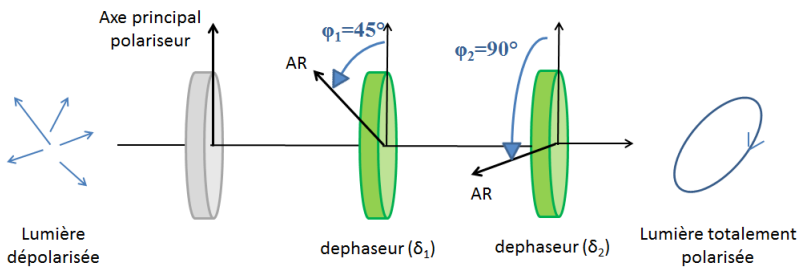


Figure 2.4 – Schéma d'un générateur de polarisation à partir d'un polariseur fixe et de deux à retard variable (δ_1,δ_2) donc les axes rapides (AR) sont orientés respectivement à 45° et 90°.

L'état de polarisation qui est alors généré par ce système est donné par la formule :

$$\mathbf{S} = M_\Phi(90°, \psi_2) M_\Phi(45°, \psi_1) M_P(0°) = \begin{bmatrix} 1 \\ \cos(\psi_1) \\ \sin(\psi_1)\sin(\psi_2) \\ \sin(\psi_1)\cos(\psi_2) \end{bmatrix} \tag{2.29}$$

Ce système a un temps de réponse lié à celui des cristaux et est donc très rapide comparé aux deux systèmes présentés précédemment. Cependant, l'utilisation de deux cellules à cristaux liquides requiert d'importantes contraintes d'éclairage et de positionnement pour obtenir une bonne précision sur la génération des états de polarisation.

2.2.1.2 Choix du module de génération et d'analyse des états de polarisation

Le tableau 2.2 rassemble l'ensemble des conclusions relatives à chacune des configurations.

Configuration	Polariseur tournant lame $\lambda/4$ tournante	Polariseur fixe déphaseur variable tournant	Polariseur fixe 2 déphaseurs variables fixes
Rapidité	- -	- -	++
Précision	++	+	+
Contraintes	++	+	+

Table 2.2 – Comparaison des différentes architectures possibles de générateur et analyseur de polarisation. Les notes allant par ordre croissant d'intérêt de $--$ à $++$.

Même si les deux premières configurations offrent une bonne précision sur la génération des états de polarisation, il est impossible de réaliser des mesures *temps réel* avec de tels imageurs. Augmenter cette vitesse reste aujourd'hui extrêmement onéreux si l'on ne souhaite pas diminuer la précision des mesures en faisant des erreurs de positionnement. Ce type d'architecture convient donc plutôt à l'étude de scènes statiques. Dans notre cas, c'est donc plutôt le troisième système qui répond le plus à nos besoins. Celui-ci requiert, en échange d'un temps de réponse extrêmement court, certaines contraintes mécaniques et optiques qui peuvent être maîtrisées si elles sont bien évaluées. C'est pourquoi nous avons choisi de concevoir notre imageur sur ce principe.

2.2.2 Montage expérimental

La figure 2.5 représente un schéma de notre imageur polarimétrique scalaire. Le système d'illumination est composé d'une source blanche halogène fibrée (Fs). En sortie de la fibre est placé un composant optique (Sl) permettant de réduire l'angle d'éclairement de 70° en sortie

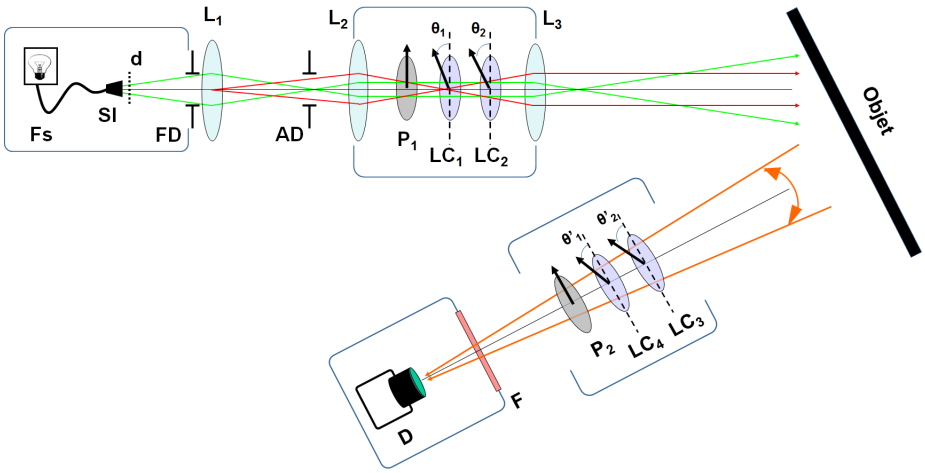


FIGURE 2.5 – Schéma de l'imageur polarimétrique scalaire avec Fs la source blanche fibrée, Sl le spotlight de chez LINOS, d un diffuseur, L_1 et L_2 les lentilles de l'éclairage Khöler, L_3 la lentille de collimation, F le filtre spectral et D le détecteur CCD. Le générateur et l'analyseur de polarisation sont composés de deux cellules à cristaux liquides à retard variable LC et d'un polariseur P.

de la fibre à seulement 15° ce qui permet de limiter les dimensions du système ainsi que d'avoir un éclairement plus important de la scène car l'on conserve plus de photons. Un diffuseur (d) est ensuite utilisé pour améliorer l'homogénéité du faisceau au niveau du diaphragme de champ FD. En utilisant un ensemble de deux lentilles L_1, L_2 ainsi qu'un diaphragme d'ouverture AD, nous réalisons un système d'illumination Khöler qui va nous permettre d'illuminer le générateur de polarisation avec une ouverture numérique assez faible et de manière uniforme. Ainsi, le diaphragme de champ éclairé uniformément par la source est imagé au centre des cristaux et l'image de la source fibrée qui n'est pas du tout uniforme est renvoyée à l'infini. Ce système optique est nécessaire car les cristaux liquides ont une acceptance angulaire critique. Si l'ouverture numérique avec laquelle on éclaire les cristaux est trop importante, le déphasage induit par les cristaux et donc la polarisation dans le champ risque d'être différente de celle sur l'axe ce qui serait très dommageable pour notre application. Grâce à cette configuration, le générateur de polarisation qui est composé d'un polariseur fixe (P_1) suivi de deux retardateurs variables à cristaux liquides (LC_1,LC_2), est éclairé avec un angle maximal de 3° et de manière uniforme. L'image uniforme en polarisation et en intensité est ensuite renvoyée à l'infini en direction de la scène à l'aide d'une lentille L_3.

La lumière rétrodiffusée par la scène est ensuite analysée par un analyseur de polarisation qui est composé, tout comme le générateur de polarisation, d'un polariseur fixe (P_2) et de deux retardateurs variables à cristaux liquides (LC_1,LC_2). L'analyseur de polarisation est suivi d'un filtre spectral (F) centrée à 640 nm et ayant une largeur spectrale de 10 nm. Ce filtre permet de s'assurer que l'on contrôle avec précision le déphasage induit par les cristaux qui dépend de la longueur d'onde. Enfin les photons ayant traversé le filtre sont collectés par une caméra CCD 14 bits (D) qui génère des images d'intensité.

2.2.3 Validation expérimentale

Les deux grandes contraintes que doit respecter un imageur polarimétrique scalaire actif sont son uniformité d'illumination en intensité mais aussi en polarisation, ainsi que sa capacité à

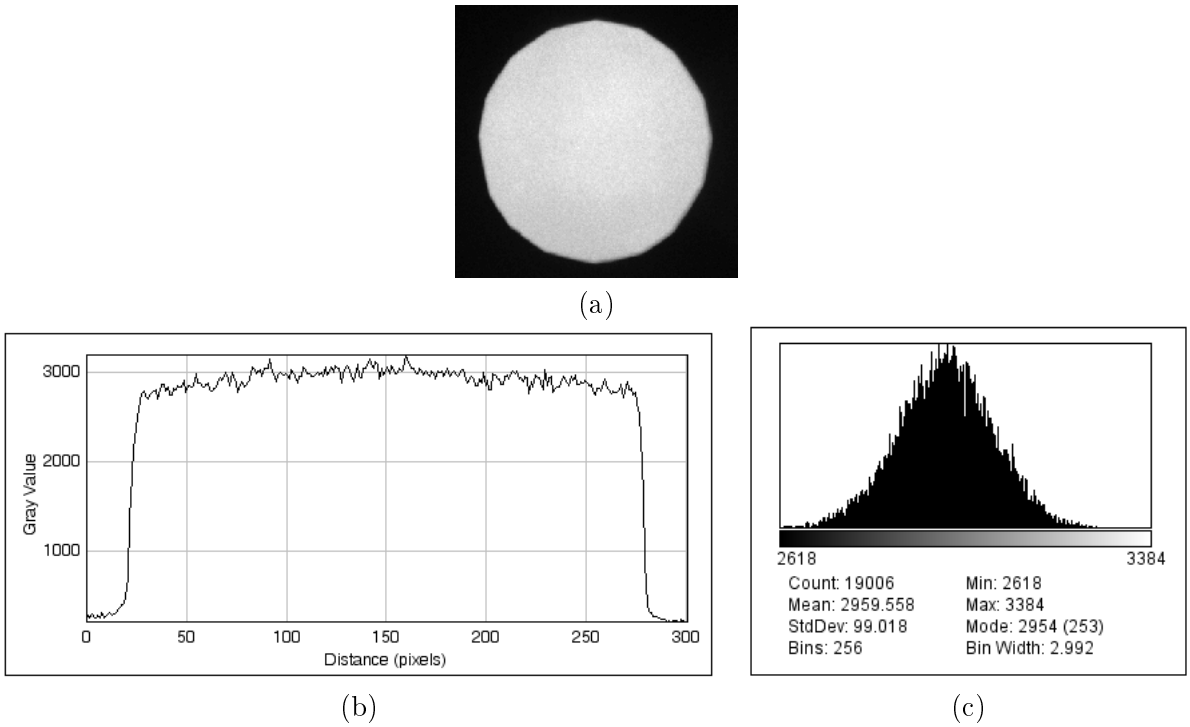


Figure 2.6 – Etude du profil d'intensité du faisceau de l'imageur. (a) Image d'intensité mesurée. (b) Profil d'intensité. (c) Distribution de l'intensité dans la zone éclairée.

pouvoir générer et analyser n'importe quel état de polarisation sur la sphère de Poincaré. Dans cette partie, nous allons vérifier les performances atteintes par notre imageur concernant ces deux points.

2.2.3.1 Uniformité d'illumination

Afin d'analyser l'uniformité du faisceau en illumination et en polarisation nous avons illuminé un mur blanc peu diffusant et uniforme. Le profil d'intensité observé dépend alors des deux paramètres que nous souhaitons analyser. En effet, si l'illumination en intensité n'est pas uniforme, le profil d'intensité mesuré ne le sera pas non plus. De plus, si l'illumination est uniforme en intensité alors que l'uniformité en polarisation n'est pas vérifiée, on observera aussi des fluctuations d'intensité sur l'image en sortie du système polarimétrique. Le profil obtenu est présenté dans la figure 2.6.

On observe que l'uniformité obtenue est assez bonne avec un écart-type du front d'illumination 30 fois inférieur au niveau moyen d'illumination. Ce profil d'intensité est suffisant pour l'ensemble de nos applications.

2.2.3.2 Génération des états de polarisation

Afin d'évaluer les performances de notre imageur pour la génération d'états de polarisation, nous avons utilisé un imageur de Mueller commercial étalonné dont l'accès nous a été donné par des membres du laboratoire LPICM (Physique des Interfaces et Couches Minces) de l'école Polytechnique. Cet imageur nous a notamment permis d'étalonner la courbe reliant la tension appliquée aux cellules de cristaux liquides au retard induit par ceux-ci (une étude du générateur

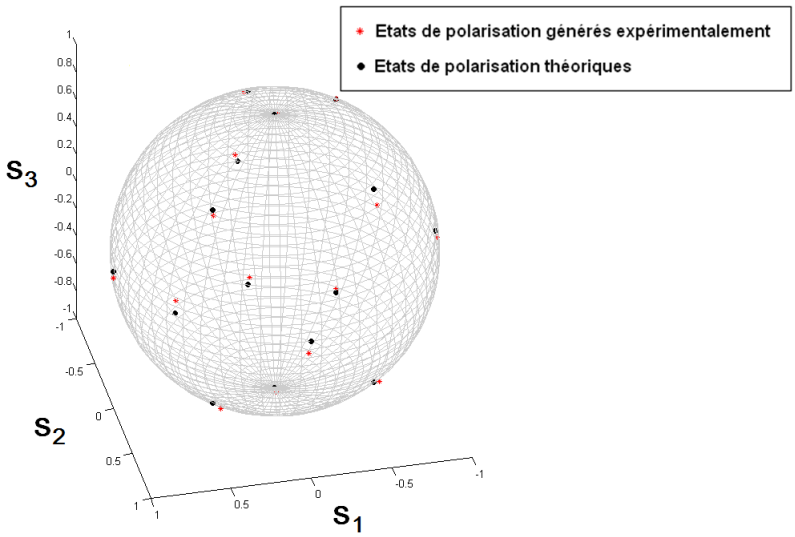


FIGURE 2.7 – Comparaison, sur la sphère de Poincaré, entre les états de polarisation théoriques souhaités et les états de polarisation effectivement générés par le générateur de polarisation.

de polarisation utilisé ainsi qu'un exemple de courbe reliant le retard induit à la tension appliquée aux cristaux liquides est donné dans l'annexe D).

À partir de ces données, il est possible de calculer les tensions à appliquer aux couples de cristaux pour pouvoir générer un état de polarisation donné. Nous avons mesuré les matrices de Mueller de l'ensemble des deux cellules à cristaux liquides pour différentes tensions de commande et comparé l'état de polarisation effectivement généré par l'ensemble des deux cellules à celui que l'on souhaitait générer à partir de nos tensions de commande. Afin de quantifier l'écart entre l'état de polarisation réellement généré et celui souhaité, nous allons utilisé l'angle séparant ces deux états sur la sphère de Poincaré. Cet angle ρ défini entre deux états de polarisation caractérisés respectivement par leur azimut et ellipticité (α_1,ε_1) et (α_2,ε_2) est donné par la relation :

$$\rho = \cos^{-1}\left[\sin(2\varepsilon_1)\sin(2\varepsilon_2) + \cos(2\varepsilon_1)\cos(2\varepsilon_2)\cos(2(\alpha_1 - \alpha_2))\right] \tag{2.30}$$

Nous avons généré 16 états de polarisation répartis sur l'ensemble de la sphère de Poincaré et nous avons obtenu les résultats présentés dans la figure 2.7. L'angle maximal ρ entre les états de polarisation expérimentaux et ceux souhaités est d'environ 4.5°, ce qui représente une erreur maximale sur l'azimuth ou l'ellipticité de 2.25°. Cette précision est suffisante pour notre application qu'est l'optimisation du contraste. Cependant, si une précision plus importante est nécessaire, différentes sources d'erreur peuvent être compensées. La première d'entre elles est le positionnement mécanique des cristaux. En effet, si l'axe rapide des cristaux n'est pas bien orienté et si les cellules de cristaux liquides n'ont pas été tournées dans le plan orthogonal à la direction de propagation de la lumière, les déphasages induits par les cristaux et donc les états générés ne seront pas ceux souhaités. La seconde source potentielle d'erreurs est la dépendance en température des cristaux. En effet, la réponse en tension des cristaux liquides dépend fortement de la température de travail et des fluctuations de la température des cristaux peuvent induire des erreurs lors de la génération des états de polarisation. Pour limiter cet effet dans notre expérience, les cellules de cristaux liquides sont asservies en température.

2.3 Conclusion

Au cours de ce chapitre, nous avons présenté les étapes ayant mené à la conception de l'imageur polarimétrique scalaire qui sera utilisé dans la suite de ce manuscrit afin de valider nos algorithmes d'optimisation de contraste dans les images. Cette conception s'est réalisée en deux étapes. La première a été de choisir la configuration utilisée afin de pouvoir générer et analyser n'importe quel état de polarisation sur la sphère de Poincaré à partir d'une source de lumière dépolarisée. Notre choix s'est alors porté sur l'utilisation de cellules à cristaux liquides qui, en plus d'avoir un temps de réponse très rapide, permettent d'avoir un système fixe ne requérant pas d'actions mécaniques. La seconde a été de concevoir l'ensemble du système optique permettant d'éclairer la scène de manière uniforme, aussi bien en terme de polarisation que d'intensité.

Chapitre 3

Etude de l'influence de la statistique du bruit sur l'optimisation du contraste

L'optimisation du contraste dans les images d'intensité est une problématique de recherche importante en imagerie et trouve des applications dans de très nombreux domaines. Au cours des premiers chapitres de ce manuscrit, nous avons montré que, pour les domaines nécessitant l'acquisition d'images polarimétriques, l'imagerie scalaire était celle permettant d'accéder au meilleur contraste. Cependant ce contraste optimal n'est atteignable que si les états utilisés pour réaliser l'image ont été optimisés auparavant. Il est donc nécessaire de développer des algorithmes capables d'estimer ces états optimaux et notamment de définir des critères de performances permettant de modéliser la capacité de l'imageur à améliorer le contraste dans les images. Ces critères dépendent des conditions de mesures comme la réponse polarimétrique de la scène observée, mais aussi d'autres paramètres comme les bruits perturbant l'acquisition des images qui, comme nous le verrons, pourront avoir une grande influence sur le choix des états de polarisation permettant de maximiser le contraste. L'objectif de ce chapitre est donc, dans une première partie, de montrer l'influence que peut avoir le bruit d'acquisition sur la recherche des états optimaux maximisant le contraste. Pour cela, nous prendrons en compte différentes sources de bruit couramment rencontrées dans le domaine de l'optique que sont le bruit additif gaussien pouvant modéliser un bruit de détecteur, le bruit de Poisson provenant de la nature même du flux de photons rétrodiffusé par la scène ainsi que le bruit Gamma (ou Speckle) qui apparaît notamment lors de l'utilisation de sources cohérentes comme les lasers. Nous montrerons notamment que les états optimaux peuvent être différents dans les trois configurations et qu'il est donc nécessaire de pouvoir les adapter à la scène observée. De plus, afin de pouvoir obtenir un imageur « temps réel », il est nécessaire que ces états de polarisation permettant de maximiser le contraste soient calculés le plus rapidement possible. C'est pourquoi, dans la seconde partie de ce chapitre, nous présentons des algorithmes permettant de réduire considérablement le temps de calcul de ces états optimaux. Enfin, une dernière partie sera consacrée à un bruit moins souvent évoqué dans la littérature mais souvent présent dans les images. Ce bruit provient des fluctuations spatiales des propriétés polarimétriques de la scène elle-même et peut avoir, dans certains scénarios d'imagerie, des effets très néfastes sur le contraste.

3.1 Influence du bruit sur l'optimisation du contraste en imagerie polarimétrique

Le scénario de mesure que nous considérons tout au long de ce chapitre est le suivant. Une cible d'intérêt de matrice de Mueller M^c se trouve sur un fond de matrice de Mueller M^f et l'on souhaite maximiser le contraste entre ces deux objets. Pour cela, nous disposons de plusieurs degrés de liberté que sont les états de polarisation en illumination et en analyse ($\mathbf{S}$,$\mathbf{T}$) qui, une fois appliqués pour observer la scène, permettent d'acquérir pour chaque pixel une intensité :

$$i^u = I_0' \mathbf{T}^T M^u \mathbf{S} \tag{3.1}$$

avec $u = \{c, f\}$. Chaque région sera alors caractérisée par les statistiques de son intensité et nous utiliserons la distance de Bhattacharyya comme critère de séparabilité entre ces deux ensembles.

3.1.1 Définition du critère de séparabilité en fonction du bruit de mesure

3.1.1.1 Bruit additif gaussien (Bruit de détecteur)

Lorsque l'intensité diffusée par la scène est suffisamment faible, le bruit du détecteur peut avoir une variance supérieure à celle due au bruit de photons. Dans ce cas précis, le bruit peut être considéré comme additif et gaussien, de moyenne nulle et de variance σ^2. Cette variance étant indépendante de l'intensité mesurée par le détecteur, la distance de Bhattacharyya caractérisant la séparabilité de la cible et du fond est donnée par la relation [21] :

$$B_{gauss} = \frac{(i^c - i^f)^2}{8\sigma^2} \tag{3.2}$$

Il est intéressant de noter que, dans ce cas particulier, la distance de Bhattacharyya est proportionnelle au rapport de Fisher, qui est l'expression d'un contraste couramment utilisé en théorie de traitement du signal et des images lors du traitement de données dont la statistique est gaussienne.

En utilisant l'expression de l'intensité présentée Eq. 3.1, cette distance peut s'écrire sous la forme :

$$\begin{aligned} B_{gauss} &= \frac{1}{8\sigma^2} I_0'^2 \left(\mathbf{T}^T M^c \mathbf{S} - \mathbf{T}^T M^f \mathbf{S}\right)^2 \\ B_{gauss} &= \frac{1}{2\sigma^2} I_0'^2 \left(\mathbf{T}^T D \mathbf{S}\right)^2 \end{aligned} \tag{3.3}$$

avec

$$D = \frac{M^c - M^f}{2} \tag{3.4}$$

On observe alors que l'expression du contraste dans le cas du bruit additif gaussien ne dépend que de la différence entre les deux matrices de Mueller associées à la cible et au fond. Les états optimaux maximisant le contraste dans ces conditions sont donnés par la relation :

$$(\mathbf{S}_{gau}, \mathbf{T}_{gau}) = \arg\max_{\mathbf{S},\mathbf{T}} \left[|\mathbf{T} D \mathbf{S}|\right] \tag{3.5}$$

3.1.1.2 Bruit de Poisson

Lorsque le flux de photons diffusé par la scène est suffisamment grand, ou lorsque la variance du bruit de détecteur est très faible, le bruit de Poisson résultant de la nature discrète des photons arrivant sur le détecteur est la principale source de bruit dans l'image. Dans ce cas, la lumière provenant de la région $u = \{c, f\}$ peut être modélisée comme une variable aléatoire de Poisson de moyenne i^u. En présence de ce type de bruit, il n'existe pas de définition rigoureuse du contraste, c'est-à-dire qu'il n'existe pas une unique fonction dépendant des intensités moyennes sur les deux régions *cible* et *fond* qui puisse représenter la performance d'un algorithme en terme de traitement du signal. Cependant, la distance de Bhattacharyya fournit une bonne estimation de cette séparabilité et, dans le cas d'un bruit poissonnien, elle prend la forme suivante [21] :

$$B_{poi} = \frac{1}{2}\left(\sqrt{i^c} - \sqrt{i^f}\right)^2 \tag{3.6}$$

En introduisant l'expression de la matrice M telle que :

$$M = \frac{M^c + M^f}{2} \tag{3.7}$$

il est possible de réécrire l'équation 3.6 sous la forme :

$$B_{poi} = \frac{I'_0}{2}\left(\sqrt{\mathbf{T}^T M\mathbf{S} + \mathbf{T}^T D\mathbf{S}} - \sqrt{\mathbf{T}^T M\mathbf{S} - \mathbf{T}^T D\mathbf{S}}\right)^2 \tag{3.8}$$

On observe alors que, contrairement au cas où le bruit est additif et gaussien, en présence de bruit de photons, le contraste dépend non seulement de la différence entre les matrices de Mueller de la cible et du fond D mais aussi de leur somme M, que l'on peut assimiler à la matrice de Mueller « moyenne » de la scène. Les états optimaux maximisant le contraste dans ces conditions sont alors donnés par la relation :

$$(\mathbf{S}_{poi}, \mathbf{T}_{poi}) = \arg\max_{\mathbf{S},\mathbf{T}} [B_{poi}] \tag{3.9}$$

Il est important de noter que, dans la majorité des cas, le bruit de Poisson provenant du signal utile, c'est-à-dire de la lumière provenant seulement de la scène d'intérêt, n'est pas la seule source de bruit. D'autres bruits comme le bruit de détecteur ou encore le bruit de photons provenant de l'éclairage ambiant viennent perturber les mesures. Dans ces conditions, si l'on considère que cette source de bruit suit une loi poissonnienne et correspond à un signal de moyenne i_n, les intensités provenant de la cible et du fond peuvent être modélisées par une variable aléatoire poissonnienne de moyenne :

$$i_u = I'_0 \mathbf{T}^T M^u \mathbf{S} + i_n \tag{3.10}$$

L'expression du contraste est alors simplement obtenue en intégrant cette nouvelle expression de l'intensité au sein de l'expression de la distance de Bhattacharyya donnée dans l'équation 3.6.

3.1.1.3 Bruit Gamma

Dans les deux sections précédentes, nous avons supposé que l'éclairage était incohérent. Dans ce cas, les matrices de Mueller caractérisant des effets de dépolarisation résultent de la somme de plusieurs contributions incohérentes à l'intérieur d'une cellule de résolution (zone de la scène qui correspond à un pixel sur le capteur). Si l'éclairement est cohérent, avec une longueur de cohérence plus grande que la longueur d'interaction à l'intérieur des matériaux constituant la

scène, alors cette somme est cohérente. Par conséquent, l'état de polarisation de la lumière provenant de chaque cellule de résolution est pur, mais peut être différent d'un pixel à l'autre. Dans ce cas, la notion de dépolarisation doit être définie à l'aide des statistiques spatiales qui reflètent un tel désordre spatial.

Chaque cellule de résolution est caractérisée par une matrice de Jones qui est aléatoire. Prenons le cas de l'interaction de la source d'illumination avec une matrice aléatoire Jones J_λ, où λ représente un évènement aléatoire. Puisque les états de polarisation de la lumière incidente ($\mathbf{S}$) et de l'analyseur de polarisation ($\mathbf{T}$) sont supposés purement polarisés, ils peuvent être représentés par des vecteurs de Jones de dimension 2 ($\mathbf{s}_J$,$\mathbf{t}_J$). L'intensité mesurée est alors donnée par la relation :

$$i_\lambda = |\mathbf{t}_J^\dagger J_\lambda \mathbf{s}_J|^2 \tag{3.11}$$

où † représente la transposée conjuguée. Cette expression de l'intensité peut être reformulée en introduisant le vecteur $\mathbf{j}_\lambda$ qui est obtenu en lisant la matrice J_λ dans le sens lexicographique. On obtient alors :

$$\mathbf{i}_\lambda = |[\mathbf{t}_J \otimes \mathbf{s}_J^*]^\dagger \mathbf{j}_\lambda|^2 = |\mathbf{w}^\dagger \mathbf{j}_\lambda|^2 = \mathbf{w}^\dagger \mathbf{j}_\lambda \mathbf{j}_\lambda^\dagger \mathbf{w} \tag{3.12}$$

avec $\otimes$ qui représente le produit de Kronecker et,

$$\mathbf{w} = \mathbf{t}_J \otimes \mathbf{s}_J^* \tag{3.13}$$

Un modèle classique pour $\mathbf{j}_\lambda$ est de considérer qu'il s'agit d'un vecteur aléatoire gaussien de matrice de covariance G définie comme :

$$G = \langle \mathbf{j}_\lambda \mathbf{j}_\lambda^\dagger \rangle \tag{3.14}$$

Cette hypothèse nous permet alors de dire que le produit $\mathbf{w}^\dagger \mathbf{j}_\lambda$ est un nombre complexe aléatoire suivant une loi gaussienne et que l'intensité mesurée i_λ est donc une variable aléatoire suivant une loi exponentielle de moyenne

$$\langle i_\lambda \rangle = \mathbf{w}^\dagger \langle j_\lambda {j_\lambda}^\dagger \rangle \mathbf{w} = \mathbf{w}^\dagger G \mathbf{w} \tag{3.15}$$

En conséquence, si les grains de speckle sont résolus par le détecteur, la distribution spatiale de l'intensité sera exponentielle. Si ce n'est pas le cas, c'est-à-dire si chaque pixel du détecteur voit un nombre L de grains de speckle, ou encore si L images perturbées par des réalisations indépendantes de bruit de speckle sont moyennées, alors l'intensité suivra une loi Gamma d'ordre L [59].

Enfin, il est intéressant de noter que la matrice G contient les mêmes informations que la matrice de Mueller qui peut s'écrire sous la forme [11] :

$$M = A \langle J_\lambda \otimes J_\lambda^* \rangle A^{-1} \tag{3.16}$$

avec

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & i & -i & 0 \end{bmatrix} \tag{3.17}$$

Comme il existe une relation bijective entre les matrices G and $\langle J_\lambda \otimes J_\lambda^* \rangle$ (par simple permutations de certains coefficients), il existe donc aussi une relation entre les matrices G and M et il peut être montré que

$$\langle i_\lambda \rangle = \mathbf{w}^\dagger G \mathbf{w} = \mathbf{T}^T M \mathbf{S} \tag{3.18}$$

Pour résumer, sous une illumination cohérente et en supposant que les directions de diffusion des régions *cible* et *fond* sont réparties dans un angle solide plus grand que celui de la pupille, l'intensité mesurée par le détecteur dans les régions $u \in \{c, f\}$ est une variable aléatoire Gamma d'ordre L et de moyenne spatiale $\mathbf{T}^T M^u \mathbf{S}$.

Considérons maintenant que cette source de bruit est dominante par rapport aux bruits de détecteur et de photons. Dans ce cas, l'expression de la distance de Bhattacharyya caractérisant la séparabilité des régions c et f est donnée par :

$$B_{gam} = L \log \left[\frac{1}{2} \left(\sqrt{r} + \frac{1}{\sqrt{r}} \right) \right] \tag{3.19}$$

où $r = i^c / i^f$ et i_u qui est défini dans l'equation 3.1. Il est possible de réécrire cette expression en introduisant les deux matrices $M = (M^c + M^f)/2$ et $D = (M^c - M^f)/2$ ce qui donne l'expression suivante :

$$B_{gam} = L \log \left[\frac{1}{2} \left(\sqrt{\frac{\mathbf{T}^T M \mathbf{S} + \mathbf{T}^T D \mathbf{S}}{\mathbf{T}^T M \mathbf{S} - \mathbf{T}^T D \mathbf{S}}} + \sqrt{\frac{\mathbf{T}^T M \mathbf{S} - \mathbf{T}^T D \mathbf{S}}{\mathbf{T}^T M \mathbf{S} + \mathbf{T}^T D \mathbf{S}}} \right) \right] \tag{3.20}$$

Cette distance peut être réécrite sous la forme :

$$B_{gam}(x) = L \log \left[\frac{1}{2} g(x) \right] \tag{3.21}$$

avec

$$g(x) = \sqrt{\frac{1+x}{1-x}} + \sqrt{\frac{1-x}{1+x}} \quad \text{and} \quad x = \frac{\mathbf{T}^T D \mathbf{S}}{\mathbf{T}^T M \mathbf{S}} \tag{3.22}$$

Puisque la fonction $g(x)$ est paire, il suffit de l'étudier comme une fonction de $|x| = |\mathbf{T}^T D \mathbf{S}| / \mathbf{T}^T M \mathbf{S}$. La figure 3.1 représente l'évolution de la fonction $B_{gam}(x)$ en fonction de $|x|$. Cette courbe montre que $B_{gam}(x)$ est une fonction croissante de $|x| \in [0; 1]$ ce qui signifie que la valeur maximale de la distance de Bhattacharyya est atteinte lorsque la valeur de $|x|$ est maximale. En conséquence, les états de polarisation en illumination et en analyse qui maximisent la distance de Bhattacharyya en présence de bruit Gamma sont donnés par la relation suivante :

$$(\mathbf{S}_{gam}, \mathbf{T}_{gam}) = \arg\max_{\mathbf{S},\mathbf{T}} \left[\frac{|\mathbf{T}^T D \mathbf{S}|}{\mathbf{T}^T M \mathbf{S}} \right] \tag{3.23}$$

On observe alors que, tout comme dans le cas du bruit de Poisson, le contraste dépend à la fois de la matrice M et de la matrice D.

3.1.2 Comparaison des contrastes optimaux en fonction du bruit de mesure

Dans la partie précédente, nous avons vu que les critères de séparabilité en présence des différentes sources de bruit ont des expressions différentes pour une même scène observée. On peut donc sentir intuitivement que les états ($\mathbf{S}$, $\mathbf{T}$) optimaux qui vont maximiser chacune de ces fonctions ne seront pas les mêmes selon la nature du bruit perturbant les acquisitions.

Afin de pouvoir mieux comparer les expressions du contraste en fonction des trois sources de bruit présentées précédemment, il est intéressant de considérer le cas particulier où les états de polarisation ($\mathbf{S}$, $\mathbf{T}$) sont tels que $|\mathbf{T}^T M \mathbf{S}| >> |\mathbf{T}^T D \mathbf{S}|$ ce qui signifie que la différence d'intensité apportée par les propriétés polarimétriques de la scène est faible par rapport à l'intensité moyenne de la scène. Cette situation est intéressante car elle correspond à faire une étude en limite de détection. Dans ce cas précis, il est possible de réaliser un développement limité au premier ordre

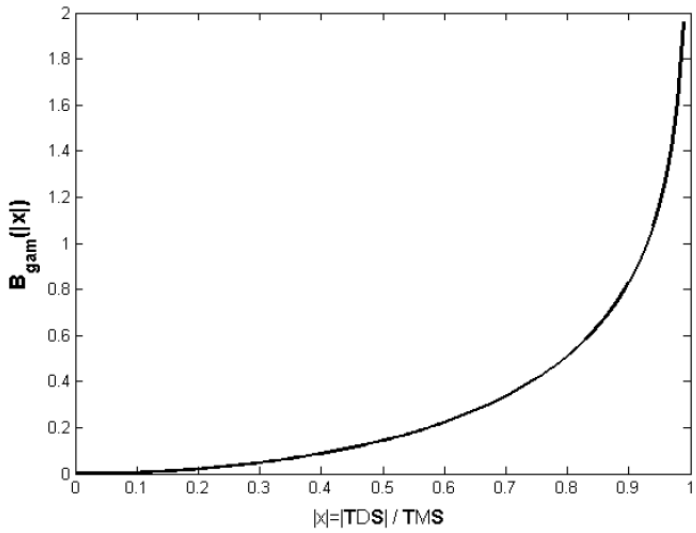


Figure 3.1 – Évolution de la fonction $B_{gam}(x)$ en fonction de $|x| = |\mathbf{T}^T D\mathbf{S}|/\mathbf{T}^T M\mathbf{S}$

des équations 3.8 et 3.20 en fonction du rapport $\mathbf{T}^T D\mathbf{S}/\mathbf{T}^T M\mathbf{S}$. Ce développement nous permet d'obtenir des expressions approchées de la distance de Bhattacharyya qui est alors de la forme :

$$B_{poi}(\mathbf{S},\mathbf{T}) \simeq \frac{I'_0}{2}\frac{\left(\mathbf{T}^T D\mathbf{S}\right)^2}{\mathbf{T}^T M\mathbf{S}} = \frac{1}{4}\frac{\left(2I'_0 \times \mathbf{T}^T D\mathbf{S}\right)^2}{2I'_0 \times \mathbf{T}^T M\mathbf{S}} \tag{3.24}$$

$$B_{gam}(\mathbf{S},\mathbf{T}) \simeq \frac{L}{2}\left(\frac{\mathbf{T}^T D\mathbf{S}}{\mathbf{T}^T M\mathbf{S}}\right)^2 = \frac{1}{2}\frac{\left(2I'_0 \times \mathbf{T}^T D\mathbf{S}\right)^2}{\left(2I'_0 \times \mathbf{T}^T M\mathbf{S}\right)^2/L} \tag{3.25}$$

On observe alors que ces deux expressions sont en fait proportionnelles à des rapports de Fisher. Pour bien le comprendre, il faut tout d'abord noter que le terme $2I'_0 \times \mathbf{T}^T D\mathbf{S}$ qui se trouve au numérateur des deux expressions représente la différence entre les intensités moyennes des deux régions. Ensuite, en présence de bruit de Poisson, le dénominateur $2I'_0 \times \mathbf{T}^T M\mathbf{S}$, qui représente la valeur moyenne de l'intensité diffusée par la scène, peut être considéré comme la variance moyenne des fluctuations d'intensité. De manière similaire, le dénominateur de l'équation 3.25, $(2I'_0 \times \mathbf{T}^T M\mathbf{S})^2/L$ représente la variance des fluctuations dans la scène en présence de bruit Gamma d'ordre L.

En comparant ainsi ces expressions avec celle de B_{gau} présentée dans l'équation 3.3, on peut comprendre intuitivement l'influence de la matrice moyenne M sur le choix des états optimaux maximisant le contraste. En présence de bruit additif gaussien, la matrice M n'apparaît pas dans l'expression de B_{gau} qui ne dépend que de D, ce qui n'est pas le cas en présence de bruit de Poisson et de bruit Gamma. En conséquence, la valeur moyenne de l'intensité diffusée par la scène va jouer un rôle dans le choix des états optimaux en présence de bruit de Poisson et de bruit Gamma, ce qui se comprend facilement quand on sait que pour ces deux types de bruit la variance dans chaque région dépend du niveau moyen d'intensité mesurée.

3.1.3 Exemples et discussion

Maintenant que nous avons défini une expression du contraste en présence des différents bruits de mesure étudiés, nous allons considérer différents scénarios mettant en jeu différents ensembles de cible et de fond à séparer. Pour chacun de ces scénarios, nous présenterons la valeur des

B_{gau}	B_{poi}	B_{gam}
$\frac{I_0'^2}{2\sigma^2}\left(\mathbf{T}^T D\mathbf{S}\right)^2$	$\frac{I_0'}{2}\left(\sqrt{\mathbf{T}^T M\mathbf{S}+\mathbf{T}^T D\mathbf{S}}-\sqrt{\mathbf{T}^T M\mathbf{S}-\mathbf{T}^T D\mathbf{S}}\right)^2$	$L\log\left[\frac{1}{2}\left(\sqrt{r}+\frac{1}{\sqrt{r}}\right)\right]$

TABLE 3.1 – Tableau récapitulatif des expressions des distances de Bhattacharyya en présence de différentes sources de bruits en fonction des matrices $M=(M^c+M^f)/2$, $D=(M^c-M^f)/2$ et $r=(\mathbf{T}^T M\mathbf{S}-\mathbf{T}^T D\mathbf{S})/(\mathbf{T}^T M\mathbf{S}+\mathbf{T}^T D\mathbf{S})$

états optimaux maximisant le contraste ainsi que des images simulées représentant les résultats obtenus lors de l'observation d'une telle scène avec ces mêmes états optimaux.

3.1.3.1 Étude de cas n°1 : contraste entre 2 diatténuateurs purs

Supposons que la cible et le fond se comportent comme des diatténuateurs linéaires, ce qui est une propriété polarimétrique présente dans certains matériaux naturels ou biologiques. Les matrices de Mueller de ce type de composant sont de la forme [15] :

$$P(\gamma,d) \;=\frac{1}{1+d}\begin{pmatrix}1 & d\mathbf{v}_\gamma^T\\ d\mathbf{v}_\gamma & \widetilde{P}_\gamma\end{pmatrix} \tag{3.26}$$

Dans cette expression, $\mathbf{v}_\gamma=(\cos\gamma,\sin\gamma,0)^T$ représente le vecteur de Stokes réduit de l'état propre linéaire du diatténuateur dont l'azimut est défini par γ et la transmission par $t_{max}=1$. L'état propre orthogonal, dont le vecteur de Stokes réduit correspond à $-\mathbf{v}_\gamma$, a une transmission de $t_{min}=(1-d)/(1+d)$, et $d=(t_{max}-t_{min})/(t_{max}+t_{min})$ représente la diatténuation du matériau. De plus, $\tilde{P}_\gamma=\alpha I+(1-\alpha)\mathbf{v}_\gamma\mathbf{v}_\gamma^T$, où I est la matrice identité de dimension 3×3 et $\alpha=(1-d^2)^{1/2}$. Dans le cadre de cet exemple, en se plaçant dans le bon repère d'observation des matériaux, nous considérons que la matrice de Mueller de la cible est donnée par $M^c=P(\varepsilon/2,d)$ et celle du fond par $M^f=P(-\varepsilon/2,d)$, ce qui signifie que l'angle entre les axes principaux des deux diatténuateurs est égal à ε et que les deux matériaux ont la même diatténuation. Dans ces conditions de mesure, l'expression des matrices M et D est donnée par :

$$\begin{aligned}
M &= \frac{1}{1+d}\begin{pmatrix}1 & d\cos(\varepsilon) & 0 & 0\\ d\cos(\varepsilon) & \alpha+(1-\alpha)\cos^2(\varepsilon) & 0 & 0\\ 0 & 0 & \alpha+(1-\alpha)\sin^2(\varepsilon) & 0\\ 0 & 0 & 0 & \alpha\end{pmatrix}\\
D &= \frac{1}{1+d}\begin{pmatrix}0 & 0 & d\sin(\varepsilon) & 0\\ 0 & 0 & (1-\alpha)\cos(\varepsilon)\sin(\varepsilon) & 0\\ d\sin(\varepsilon) & (1-\alpha)\cos(\varepsilon)\sin(\varepsilon) & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0\end{pmatrix}
\end{aligned} \tag{3.27}$$

Considérons tout d'abord le cas du bruit additif gaussien. À partir de l'équation 3.27, il peut être montré que le contraste optimal entre la cible et le fond est obtenu lorsque $\mathbf{S}$ et $\mathbf{T}$ sont linéaires et parallèles. Si nous notons θ l'azimuth de ces états linéaires, l'expression de la distance de Bhattacharyya est de la forme :

$$B_{gau}=\frac{2}{\sigma^2}\left[\frac{I_0'}{(1+d)}\right]^2\left[\sin(\varepsilon)\sin(2\theta)\left(d+(1-\alpha)\cos(\varepsilon)\cos(2\theta)\right)\right]^2 \tag{3.28}$$

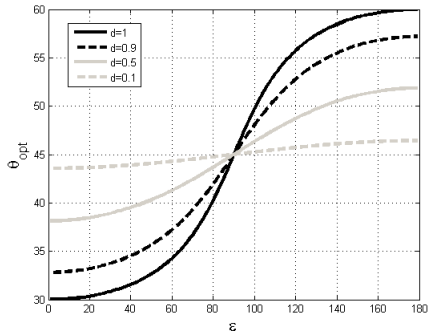


Figure 3.2 – Évolution de l'angle θ_{opt} en fonction de ε pour différentes valeurs du coefficient d en présence de bruit additif Gaussien.

Il est intéressant d'étudier le cas où $d = 1$ et ε est très petit, tel que $\cos\varepsilon \simeq 1$ et $\sin\varepsilon \simeq \varepsilon$. D'un point de vue physique, cela correspond à observer un fond et une cible totalement polarisants, mais étant orientés dans des directions différentes qui font un petit angle ε. Dans ce cas, on obtient une expression de B_{gau} dont le maximum est atteint pour $\theta_{opt} = 30^o$. Ce résultat peut être obtenu après des calculs fastidieux mais simples. L'évolution de la valeur de θ_{opt} en fonction de ε pour différentes valeurs de d est représentée dans la figure 3.2. Sur cette courbe, il est facile d'observer l'évolution de l'état de polarisation optimal en illumination/analyse : lorsque ε est faible, l'azimuth des états optimaux est de 30°. Lorsque ε augmente, θ_{opt} augmente aussi mais plus lentement, de manière que lorsque $\varepsilon = 90^o$ (les deux diattenuateurs sont orthogonaux), on a $\theta_{opt} = 45^o$, ce qui signifie que les états optimaux sont parallèles à l'axe propre de l'un des deux composants.

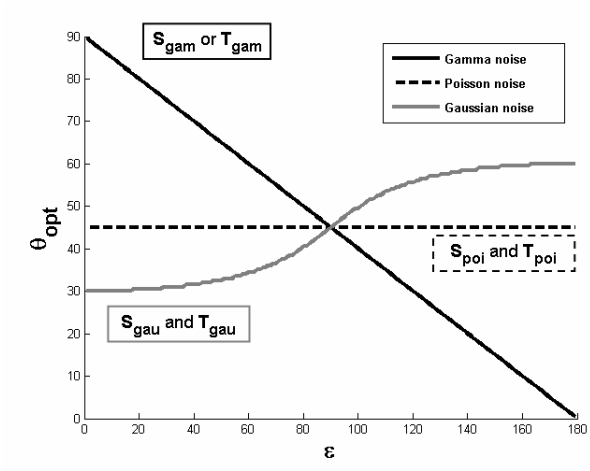
Lorsque l'image est perturbée par du bruit de Poisson, les états maximisant le contraste B_{poi} sont linéaires et aussi parallèles. L'expression du contraste est donnée par l'équation 3.6 avec

$$\begin{aligned} i^c &= \frac{I_0'}{1+d}\left[\left(\frac{1}{2}+\frac{3\alpha}{2}\right)+2d\cos\left(\varepsilon-2\theta\right)+\left(1-\alpha\right)\cos^2\left(\varepsilon-2\theta\right)\right] \\ i^f &= \frac{I_0'}{1+d}\left[\left(\frac{1}{2}+\frac{3\alpha}{2}\right)+2d\cos\left(\varepsilon+2\theta\right)+\left(1-\alpha\right)\cos^2\left(\varepsilon+2\theta\right)\right] \end{aligned} \tag{3.29}$$

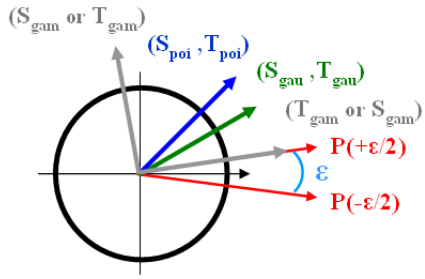
En dérivant cette expression, on montre que le contraste optimal est obtenu lorsque la relation $\sin(\varepsilon + 2\theta) = -\sin(\varepsilon - 2\theta)$ est vérifiée. Les états de polarisation qui maximisent B_{poi} ont donc un azimut $\theta_{opt} = \pm 45^o$. Il est intéressant de noter que cette valeur est indépendante de la valeur de ε et d. Cet exemple montre que, lors de l'observation de certaines scènes, les états optimaux maximisant le contraste en présence de bruit de Poisson ou de bruit additif gaussien peuvent être très différents. Dans notre cas, ils ne sont égaux que lorsque les deux diatténuateurs ont leur axe propre principal orthogonaux ($\varepsilon = 90^o$).

Enfin, lorsque l'image est perturbée par un bruit de type Gamma, il est facilement compréhensible, qu'afin de maximiser le contraste (équation 3.53), il soit nécessaire d'annuler l'une des intensités i_c ou i_f puisque cela amène à un contraste infini. Dans notre cas, cela est possible en prenant des états optimaux $\mathbf{S}$ et $\mathbf{T}$ orthogonaux, l'un d'entre eux étant parallèle à l'axe propre de l'un des diatténuateurs. Cette configuration permet alors d'obtenir une intensité quasiment nulle dans l'une des régions de la scène et, du fait de la nature du bruit Gamma, amène à un contraste infini.

Nous avons représenté dans la figure 3.3(a) la variation de l'azimut des états optimaux en fonction du paramètre ε, en présence des trois sources de bruit étudiées. La figure 3.3(b) donne



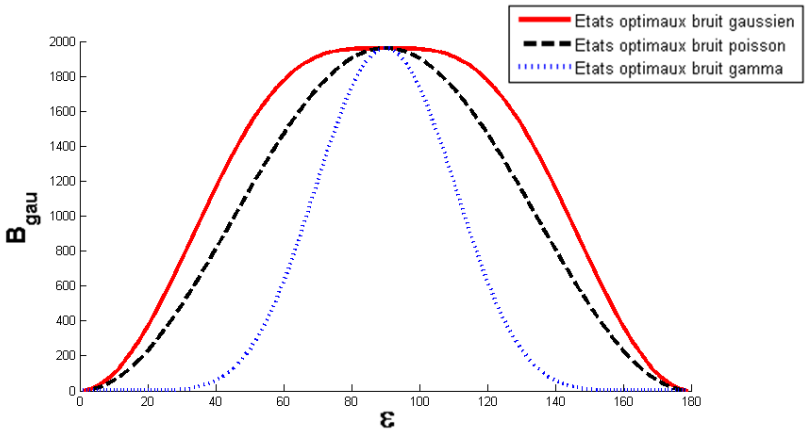
(a)



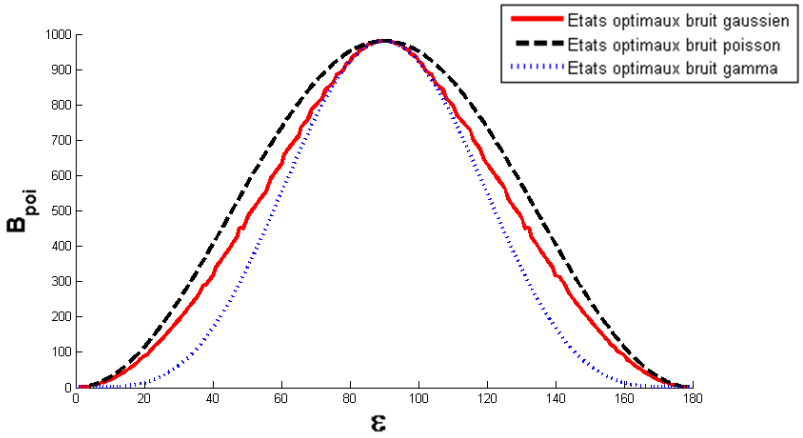
(b)

FIGURE 3.3 – **(a)** Variation de θ_{opt} en fonction de ε dans le cas du scénario présenté dans la Section 3.1.3.1, pour un coefficient de diatténuation $d = 1$, en présence de bruit additif gaussien, de bruit de Poisson, et de bruit Gamma. **(b)** Azimut des états optimaux pour les trois types de bruit, $\varepsilon = 20°$, et $d = 1$.

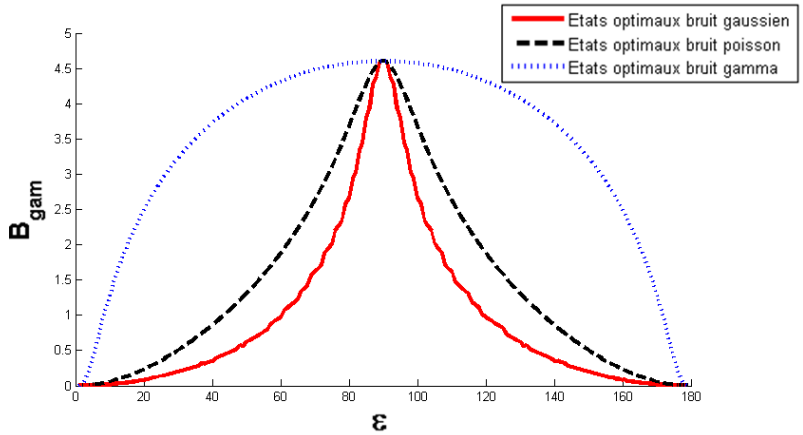
une représentation visuelle de ces azimuts lorsque $\varepsilon = 20°$. Enfin, nous avons représenté figure 3.4 l'évolution de la distance de Bhattacharyya $\mathbf{B}$ en présence des trois sources de bruit. Sur chacune de ces figures, les trois courbes correspondent respectivement au contraste obtenu en utilisant les états optimaux $(\mathbf{S}_{gau}, \mathbf{T}_{gau})$, $(\mathbf{S}_{poi}, \mathbf{T}_{poi})$, et $(\mathbf{S}_{gam}, \mathbf{T}_{gam})$. Comme nous pouvions l'espérer, la courbe obtenue avec les états optimaux pour le bruit étant effectivement présent dans la scène est toujours au dessus des autres courbes. On notera que dans le cas du bruit Gamma (Fig 3.4(c)), nous avons considéré que les états $\mathbf{S}$ and $\mathbf{T}$ étaient partiellement polarisés ($||\mathbf{s}|| = ||\mathbf{t}|| = 0.99$) afin de pouvoir obtenir des valeurs non infinies de contraste. On note aussi que le contraste maximal est toujours obtenu pour $\varepsilon = 90°$. Dans ce cas, les deux diatténuateurs sont orthogonaux et il est alors facile de les distinguer. Les états optimaux sont alors les mêmes dans les trois configurations de bruit : ils ont tous un azimut de 45°.



(a) $(I'_0 = 1000, \sigma^2 = 250)$



(b) $(I'_0 = 1000)$

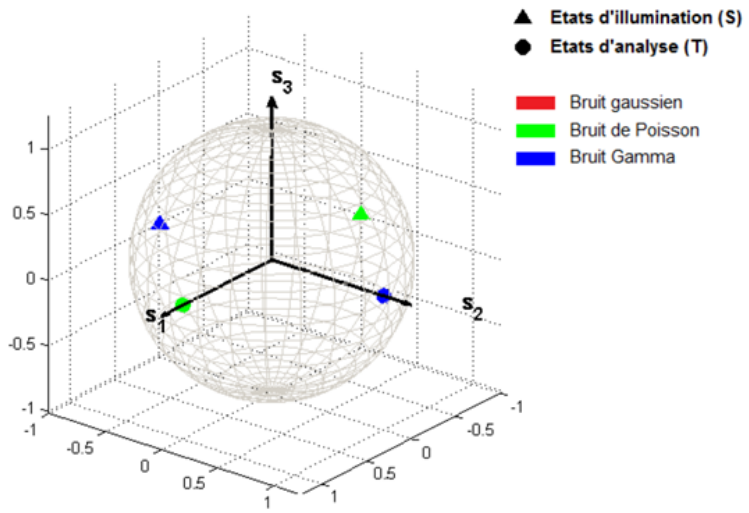


(c) $(I'_0 = 1000)$

Figure 3.4 – Évolution du contraste avec le paramètre ε en présence de bruit additif gaussien (a), de bruit de Poisson (b) et de bruit Gamma (c) pour $d = 1$. La figure (c) est obtenue avec $\mathbf{S}$ et $\mathbf{T}$ partiellement polarisés ($||\mathbf{s}|| = ||\mathbf{t}|| = 0.99$) afin d'obtenir des contrastes qui ne sont pas infinis.

bruit	α_S	ε_S	α_T	ε_T
gaussien	90°	0°	0°	0°
poisson	90°	0°	0°	0°
gamma	-45°	0°	45°	0°

(a)



(b)

FIGURE 3.5 – États optimaux maximisant les distances de Bhattacharyya $\mathcal{B}_{gauss}$, $\mathcal{B}_{poi}$ et $\mathcal{B}_{gam}$.

3.1.3.2 Étude de cas n°2 : contraste entre 2 dépolariseurs purs

Pour cette seconde étude, les matrices de Mueller de la cible et du fond sont données par :

$$M^c = \begin{bmatrix} 0.65 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.27 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.36 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.30 \end{bmatrix} \quad M^f = \begin{bmatrix} 0.60 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.31 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.32 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.15 \end{bmatrix} \tag{3.30}$$

Il s'agit de matrices purement dépolarisantes que l'on peut obtenir lors de l'observation de milieux diffusants ou d'objets tel que du bois par exemple. Les états optimaux sont calculés avec une précision de 1° en azimut et ellipticité en maximisant les différentes valeurs de contraste $\mathcal{B}_{gauss}$, $\mathcal{B}_{poi}$ et $\mathcal{B}_{gam}$ et sont représentés sur la sphère de Poincaré dans la figure 3.5(b). On observe que les états optimaux sont les mêmes en bruit gaussien et de Poisson, mais différents en présence de bruit gamma. Afin de mieux visualiser l'influence que peut avoir un mauvais choix des états d'illumination et d'analyse sur le contraste d'une image, nous représentons dans le tableau 3.2 des images simulées lors de l'observation d'une cible carrée de matrice de Mueller M_c sur un fond de matrice de Mueller M_f à partir des états états optimaux présentés précédemment. Les états optimaux en présence de bruit poissonnien et gaussien étant identiques, les deux cas sont présentés sous la même légende. On observe que si l'on se trompe dans le choix des états optimaux, c'est à dire, par exemple, que l'on utilise les états optimaux en présence de bruit Gamma alors que l'image est en réalité perturbée par un bruit additif gaussien, alors la valeur du contraste peut diminuer de 30% par rapport au contraste maximal obtenu en appliquant les bons états de polarisation. Il est donc important de bien estimer les sources de bruit venant perturber l'acquisition des images afin d'optimiser la séparabilité des deux objets d'intérêt.

3.1.3.3 Étude de cas n°3 : contraste entre 2 dépolariseurs avec de la diattenuation

Nous avons vu dans le cas précédent que les états optimaux maximisant le contraste en présence de bruit de Poisson et de bruit additif gaussien étaient les mêmes. Cependant il ne

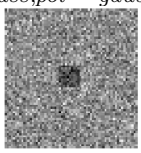
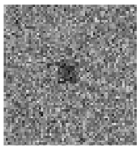
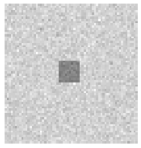
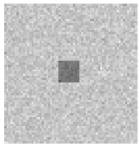
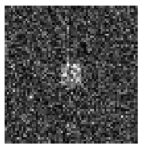
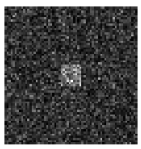
	$(\mathbf{T}^{opt}_{gauss,poi}, \mathbf{S}^{opt}_{gauss,poi})$	$(\mathbf{T}^{opt}_{gam}, \mathbf{S}^{opt}_{gam})$
Bruit Gaussien ($I'_0 = 500$, $\sigma = 63$) $\mathcal{B}_{gauss}$	 0.38	 0.28
Bruit Poisson ($I'_0 = 500$) $\mathcal{B}_{poi}$	 6.25	 5.95
Bruit Gamma ($I'_0 = 500$) $\mathcal{B}_{gam}$	 0.006	 0.008

Table 3.2 – Simulations d'images acquises lors de l'observation d'une cible de matrice de Mueller M_c et d'un fond de matrice de Mueller M_f à partir des états optimaux présentés dans le tableau 3.5(a).

s'agit pas d'un cas général et il existe des cas où ces états sont différents. Pour le constater, considérons l'exemple simple où les matrices de Mueller de la cible et du fond sont données par :

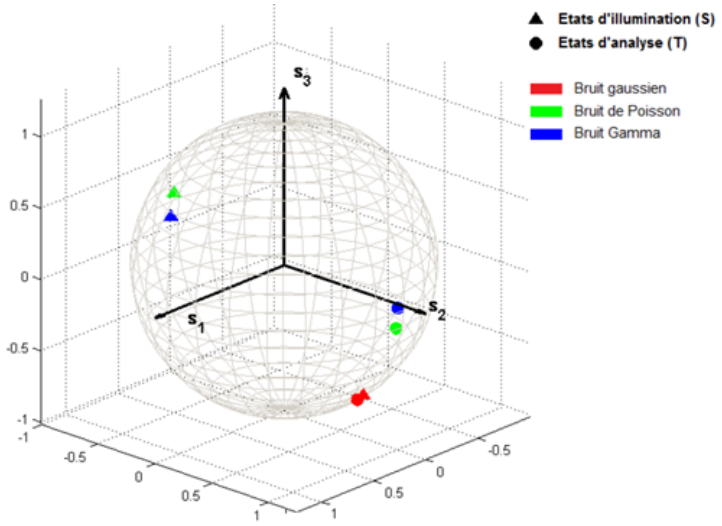
$$M^c = \begin{bmatrix} 0.70 & 0 & 0.20 & 0 \\ 0 & 0.37 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.45 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.30 \end{bmatrix} \quad M^f = \begin{bmatrix} 0.60 & 0 & 0 & 0.20 \\ 0 & 0.31 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.32 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.15 \end{bmatrix} \tag{3.31}$$

Ces nouvelles matrices, tout comme les précédentes, sont en grande partie dépolarisantes mais ont aussi des propriétés de diatténuation non négligeables qui ne s'appliquent pas aux mêmes états de polarisation. Les nouveaux états optimaux associés à la maximisation de B_{gauss}, B_{poi} et B_{gam} sont représentés sur la sphère de Poincaré dans la figure 3.6(b).

On observe que, pour ces conditions d'observation, les états optimaux ne sont pas les mêmes dans le cas où le bruit est gaussien ou de Poisson, alors que l'optimisation du contraste en bruit de Poisson est similaire à celle en bruit Gamma. Ce comportement peut se comprendre du fait de la nature du bruit de Poisson dont la variance est égale à l'intensité moyenne du signal détecté. Selon les cas, s'il est possible de trouver des états optimaux pour lesquels l'une des deux zones d'intérêt à une valeur d'intensité moyenne faible, alors la variance de cette région le sera aussi. Si, de plus, pour ces mêmes états, l'écart d'intensité moyenne entre les deux zones est suffisant, les états optimaux maximisant le contraste seront sûrement aussi ceux obtenus en présence de bruit Gamma, dont la variance est proportionnelle au carré de l'intensité moyenne mesurée, et où l'on recherche donc par tout les moyens à minimiser l'intensité d'une des régions. Dans un autre cas, s'il existe des états de polarisation pour lesquels l'écart entre les intensités moyennes est suffisamment important par rapport aux variances dans les deux régions de la scène, alors les états optimaux en présence de bruit de Poisson seront très proches voire égaux à ceux en bruit additif gaussien dont l'objectif est de maximiser l'écart entre les valeurs d'intensité moyenne (cf. exemple n°2).

bruit	α_S	ε_S	α_S	ε_T
gaussien	45°	-23°	45°	-25°
poisson	-45°	7°	45°	-5°
gamma	-45°	2°	45°	1°

(a)



(b)

FIGURE 3.6 – (a) Etats optimaux maximisant les distances de Bhattacharyya B_{gauss}, B_{poi} et B_{gam}. (b) Représentation des états sur la sphère de Poincaré.

Tout comme dans l'exemple précédent, afin de mieux visualiser les résultats obtenus, le tableau 3.3 représente des images simulées lors de l'observation d'une cible carrée de matrice de Mueller M_c et d'un fond de matrice de Mueller M_f à partir des états optimaux présentés précédemment. Les états optimaux dans le cas de bruit de Poisson et Gamma étant très similaires, les images obtenues sont très proches c'est pourquoi nous regroupons les deux cas sous la même légende. On observe de nouveau avec cet exemple que, selon le bruit perturbant l'image, le choix des états optimaux peut avoir de grandes conséquences sur le contraste des images. Ainsi, dans cet exemple, l'utilisation des états optimaux pour un bruit de Poisson sur une scène perturbée par du bruit additif gaussien a pour conséquence de faire chuter d'un facteur 4 le contraste par rapport à celui obtenu dans l'image optimale.

3.2 Algorithmes de calcul rapide des états optimaux

Dans la partie précédente, nous avons montré que le bruit peut avoir une influence notable dans le choix des états optimaux permettant de maximiser le contraste. Il est donc intéressant de pouvoir estimer la valeur de ces états le plus rapidement possible afin de les adapter au mieux à la scène observée. Dans cette partie, nous présentons donc 3 algorithmes de calcul différents permettant de calculer en quelques millisecondes les états optimaux en fonction des matrices de Mueller de la cible et du fond ainsi que du bruit perturbant les acquisitions.

3.2.1 Algorithme de calcul en présence de bruit additif gaussien

Ce premier algorithme a été développé par Goudail et *al.* [38] et a servi de base de réflexion pour la recherche des autres algorithmes qui seront ensuite présentés. Il est présenté ici sous une forme légèrement différente de celle qui a été publiée.

Dans le cas où l'acquisition des images est perturbée par un bruit additif et gaussien, la séparabilité des deux régions correspondant à la cible et au fond est donnée par l'expression de

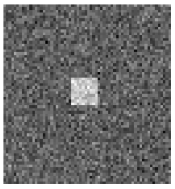
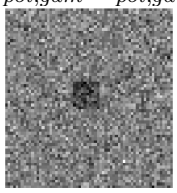
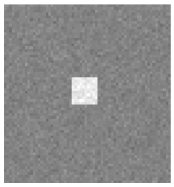
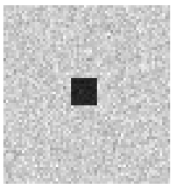
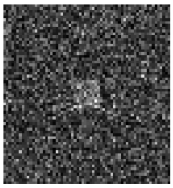
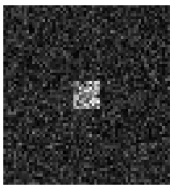
	$(\mathbf{T}^{opt}_{gauss}, \mathbf{S}^{opt}_{gauss})$	$(\mathbf{T}^{opt}_{poi,gam}, \mathbf{S}^{opt}_{poi,gam})$
Bruit Gaussien ($I'_0 = 500$,$\sigma = 63$) $\mathcal{B}_{gauss}$	 2.14	 0.58
Bruit Poisson ($I'_0 = 500$) $\mathcal{B}_{poi}$	 18.5	 26.9
Bruit Gamma ($I'_0 = 500$) $\mathcal{B}_{gam}$	 0.01	 0.09

Table 3.3 – Simulations d'images acquises lors de l'observation d'une cible de matrice de Mueller M_c et d'un fond de matrice de Mueller M_f à partir des états optimaux présentés dans le tableau 3.6(a).

la distance de Bhattacharyya suivante :

$$\mathcal{B}_{gau} = \frac{{I'_0}^2}{2\sigma^2} \left(\mathbf{T}^T D \mathbf{S}\right)^2 \tag{3.32}$$

Les termes de proportionnalité n'influençant pas l'optimisation, maximiser le contraste revient à trouver les états optimaux $\mathbf{T}_{gau,opt}$ et $\mathbf{S}_{gau,opt}$ tel que :

$$(\mathbf{S}_{gau,opt}, \mathbf{T}_{gau,opt}) = \arg\max_{\mathbf{S},\mathbf{T}} \left[|\mathbf{T} D \mathbf{S}|\right] = \arg\max_{\mathbf{S},\mathbf{T}} \mathcal{F}_{gau}(\mathbf{S}, \mathbf{T}) \tag{3.33}$$

Afin de simplifier les calculs, nous utiliserons dans la suite la paramétrisation de la matrice de Mueller :

$$M = \begin{bmatrix} M_{00} & \mathbf{m}^T \\ \mathbf{n} & \tilde{D} \end{bmatrix} \tag{3.34}$$

Cette paramétrisation requiert d'utiliser le vecteur de Stokes sous sa forme :

$$S = \begin{bmatrix} 1 \\ \mathbf{s} \end{bmatrix} \tag{3.35}$$

où $\mathbf{s}$ représente le vecteur de Stokes réduit. La fonction $\mathcal{F}_{gau}$ devient alors une fonction des vecteurs de Stokes réduit ($\mathbf{s}$,$\mathbf{t}$) qui s'écrit sous la forme

$$\begin{aligned} \mathcal{F}_{gau}(\mathbf{s}, \mathbf{t}) &= |M_{00} + \mathbf{t}^T \mathbf{n} + \mathbf{m}^T \mathbf{s} + \mathbf{t}^T \tilde{D} \mathbf{s}| \\ &= |M_{00} + \mathbf{m}^T \mathbf{s} + \mathbf{t}^T (\mathbf{n} + \tilde{D} \mathbf{s})| \end{aligned} \tag{3.36}$$

L'équation 3.36 permet alors de conclure facilement que la valeur maximale de $\mathcal{F}_{gau}$ est atteinte pour une valeur de $\mathbf{t}$ égale à :

$$\mathbf{t} = \text{sign}\left(M_{00} + \mathbf{m}^T\mathbf{s}\right)\left(\mathbf{n} + \tilde{D}\mathbf{s}\right) \tag{3.37}$$

où sign(x) est la fonction retournant 1 si $x \geq 0$ et -1 dans le cas contraire. Ainsi, en présence de bruit additif gaussien, les états de polarisation optimaux en illumination et en analyse sont liés par l'équation 3.37. La recherche des états optimaux ne se réalise donc que sur 2 paramètres que sont l'azimut et l'ellipticité de l'état de polarisation en illumination ($\mathbf{s}$), l'état d'analyse ($\mathbf{t}$) se déduisant du premier grâce à l'équation 3.37.

Pour résumer l'algorithme d'optimisation en présence de bruit gaussien consiste à :

- Générer un ensemble de vecteurs de Stokes balayant toute la sphère de Poincaré $\mathbf{s}$ à partir de 2 paramètres que sont l'azimut (α) et l'ellipticité (ε). Puis, pour chaque vecteur $\mathbf{s}$:
  - Calculer le vecteur de Stokes d'analyse conjoint à chacun de ces vecteurs en utilisant l'équation :
  $$\mathbf{t} = \text{sign}\left(M_{00} + \mathbf{m}^T\mathbf{s}\right)\left(\mathbf{n} + \tilde{D}\mathbf{s}\right) \tag{3.38}$$
  - Calculer la valeur de la distance de Bhatacharyya associée $\mathcal{B}_{gau}$ et conserver le couple ($\mathbf{s}$,$\mathbf{t}$) maximisant cette distance

3.2.2 Algorithme de calcul en présence de bruit de Poisson

L'expression de la distance de Bhattacharyya en présence de bruit de Poisson est plus complexe que celle en bruit additif gaussien qui était linéaire en $\mathbf{s}$ et $\mathbf{t}$. Ainsi afin de mieux comprendre le principe de l'algorithme d'optimisation, nous commencerons par traiter le problème d'un point de vue mathématique puis nous l'appliquerons à notre objectif d'optimisation du contraste.

3.2.2.1 Base de l'optimisation

Considérons le problème de la minimisation d'une fonction $\mathcal{F}(\mathbf{x})$ de la forme

$$\mathcal{F}(\mathbf{x}) = \sqrt{A_0 + \mathbf{x}^T\mathbf{w}_a} - \sqrt{B_0 + \mathbf{x}^T\mathbf{w}_b} \tag{3.39}$$

où A_0, B_0 sont des valeurs scalaires et $\mathbf{x}$, $\mathbf{w}_a$, $\mathbf{w}_b$ sont des vecteur de dimension 3 tels que :

$$\begin{aligned} \forall\mathbf{x}, \quad & A_0 + \mathbf{x}^T\mathbf{w}_a > 0 \\ & B_0 + \mathbf{x}^T\mathbf{w}_b > 0 \end{aligned} \tag{3.40}$$

Notre objectif est de trouver le vecteur $\mathbf{x}$ qui minimise $|\mathcal{F}(\mathbf{x})|^2$ sous la contrainte que :

$$\|\mathbf{x}\|^2 = 1 \tag{3.41}$$

avec ||...|| qui représente la norme euclidienne. Cela correspond à trouver les extrema de la fonction $\mathcal{F}(\mathbf{x})$. Afin de résoudre ce problème, nous utilisons les multiplicateurs de Lagrange. La fonction de Lagrange associée à $\mathcal{F}(\mathbf{x})$ est donnée par l'équation :

$$\mathcal{L}(\mathbf{x}, \mu) = \sqrt{A_0 + \mathbf{x}^T\mathbf{w}_a} - \sqrt{B_0 + \mathbf{x}^T\mathbf{w}_b} - \mu(\mathbf{x}^T\mathbf{x} - 1) \tag{3.42}$$

où ν est le paramètre de Lagrange. La dérivation de cette fonction en fonction de $\mathbf{x}$ amène à l'equation :

$$\mathbf{w}_a - \mathbf{w}_b\sqrt{\frac{A_0 + \mathbf{x}^T\mathbf{w}_a}{B_0 + \mathbf{x}^T\mathbf{w}_b}} = \mu'\mathbf{x} \tag{3.43}$$

avec μ', le nouveau paramètre de Lagrange défini comme :

$$\mu' = \left(2\sqrt{A_0 + \mathbf{x}^T\mathbf{w}_a}\right)\mu \tag{3.44}$$

Afin de simplifier l'équation 3.61, nous introduisons un nouveau paramètre défini par :

$$\tau = \sqrt{\frac{A_0 + \mathbf{x}^T\mathbf{w}_a}{B_0 + \mathbf{x}^T\mathbf{w}_b}}\ , \tag{3.45}$$

Ce paramètre nous permet de réécrire l'équation 3.43 sous la forme :

$$\mathbf{w}_a - \mathbf{w}_b\tau = \mu'\mathbf{x} \tag{3.46}$$

En utilisant maintenant la propriété que $\|\mathbf{x}\|^2 = 1$, on obtient à partir de l'équation 3.46 :

$$\mu' = \pm||\mathbf{w}_a - \mathbf{w}_b\tau|| \tag{3.47}$$

On peut alors introduire cette expression de μ' dans l'equation 3.46, et on obtient l'expression suivante de $\mathbf{x}$:

$$\mathbf{x} = \pm\frac{\mathbf{w}_a - \mathbf{w}_b\tau}{||\mathbf{w}_a - \mathbf{w}_b\tau||} \tag{3.48}$$

Finalement, en injectant cette expression de $\mathbf{x}$ dans l'équation 3.45, on obtient une équation ne dépendant plus que du paramètre τ. Après des calculs fastidieux mais simples, il est possible de démontrer que cette équation est égale à l'équation du 6ème ordre suivante :

$$C_6\tau^6 + C_5\tau^5 + C_4\tau^4 + C_3\tau^3 + C_2\tau^2 + C_1\tau + C_0 = 0 \tag{3.49}$$

dont les coefficients sont définis par :

$$\begin{aligned}
C_6 &= {B_0}^2||\mathbf{w}_b||^2 - ||\mathbf{w}_b||^4\\
C_5 &= -2({\mathbf{w}_a}^T\mathbf{w}_b){B_0}^2 + 2({\mathbf{w}_a}^T\mathbf{w}_b)||\mathbf{w}_b||^2\\
C_4 &= {B_0}^2||\mathbf{w}_a||^2 - 2||\mathbf{w}_b||^2B_0A_0 - ({\mathbf{w}_a}^T\mathbf{w}_b)^2 + 2(\mathbf{w}_a\cdot\mathbf{w}_b)||\mathbf{w}_b||^2\\
C_3 &= 4({\mathbf{w}_a}^T\mathbf{w}_b)B_0A_0 - 2({\mathbf{w}_a}^T\mathbf{w}_b)^2 - 2||\mathbf{w}_a||^2||\mathbf{w}_b||^2\\
C_2 &= -2||\mathbf{w}_a||^2B_0A_0 + {A_0}^2||\mathbf{w}_b||^2 + 2({\mathbf{w}_a}^T\mathbf{w}_b)||\mathbf{w}_a||^2 - ({\mathbf{w}_a}^T\mathbf{w}_b)^2\\
C_1 &= -2({\mathbf{w}_a}^T\mathbf{w}_b){A_0}^2 + 2||\mathbf{w}_a||^2({\mathbf{w}_a}^T\mathbf{w}_b)\\
C_0 &= ||\mathbf{w}_a||^2{A_0}^2 - ||\mathbf{w}_a||^4
\end{aligned} \tag{3.50}$$

La résolution de cette équation peut alors amener à 3 types de solutions : réelles positives, réelles négatives et complexes. Dans notre cas, seules les valeurs réelles positives sont considérées du fait de l'expression de τ qui est un rapport de deux valeurs positives (voir équations 3.40 et 3.45). Chacune des solutions réelles et positives servent ensuite à calculer la valeur de $\mathbf{x}$ en utilisant l'équation 3.48 puis la valeur de $\mathcal{F}$ en utilisant l'équation 3.39. Le vecteur optimal $\mathbf{x}$ est celui qui maximise la valeur de $|\mathcal{F}(\mathbf{x})|^2$.

3.2.2.2 Calcul du contraste optimal

Afin de pouvoir appliquer l'algorithme de recherche de maximum présenté dans la partie précédente, il est nécessaire de réécrire la fonction $\mathcal{B}_{poi}$ sous une forme similaire à celle présentée équation 3.39. On obtient le résultat suivant :

$$\mathcal{B}_{poi} = \frac{I'_0}{2}\left(\sqrt{Q^c + \mathbf{t}^T\mathbf{w}^c} - \sqrt{Q^f + \mathbf{t}^T\mathbf{w}^f}\right)^2 \tag{3.51}$$

avec

$$\begin{aligned} Q^u &= M_{u00} + \mathbf{m}_u^T \mathbf{s} \\ \mathbf{w}^u &= \mathbf{n}_u + \tilde{D}_u \mathbf{s} \end{aligned} \tag{3.52}$$

avec $u = \{c, f\}$. L'algorithme de recherche des états optimaux maximisant le contraste consiste alors à :

- Générer un ensemble de vecteurs de Stokes balayant toute la sphère de Poincaré $\mathbf{s}$ à partir de 2 paramètres que sont l'azimuth (α) et l'ellipticité (ε). Puis, pour chaque vecteur $\mathbf{s}$:
  - Calculer les valeurs des paramètres Q^u et $\mathbf{w}^u$, $u \in \{c, f\}$, définis dans l'équation 3.52.
  - Calculer les coefficients de l'équation linéaire d'ordre 6 définis dans l'équation 3.50 et résoudre l'équation 3.49.
  - Sélectionner les racines réelles positives et calculer le vecteur $\mathbf{t}$ associé en utilisant l'équation 3.48.
  - Calculer la valeur de $\mathcal{B}_{poi}$ définie équation 3.51 et conserver le vecteur $\mathbf{t}$ qui amène à la valeur maximale de ce critère. Il s'agit du vecteur de Stokes optimal en analyse qui, associé au vecteur $\mathbf{s}$ l'ayant généré, permet d'atteindre le meilleur contraste entre la cible et le fond.
- Conserver le couple ($\mathbf{t}$,$\mathbf{s}$) maximisant $\mathcal{B}_{poi}$.

3.2.3 Algorithme de calcul en présence de bruit Gamma

L'algorithme d'optimisation que nous venons de présenter pour calculer les états optimaux en présence de bruit de Poisson a pu être développé grâce à l'étude de travaux menés sur l'optimisation du contraste en présence de bruit de Speckle dans le domaine du radar [60, 61, 62, 63, 64]. En effet, les radaristes s'intéressent depuis de nombreuses années au problème d'optimisation du contraste dans les images polarimétriques en présence de bruit de Speckle. Cependant, du fait que les états de polarisation perçus par les senseurs sont localement totalement polarisés, les algorithmes d'optimisation se basent sur le formalisme de Jones. Seuls quelques algorithmes prennent en compte la dépolarisation « spatiale » de la scène observée et nous présentons ici un algorithme basé sur des travaux qui ont fait le sujet d'un brevet concernant l'optimisation du contraste en radar en prenant en compte le formalisme de Mueller [65].

Dans la première partie de ce chapitre, nous avons vu que l'expression de la distance de Bhattacharyya caractérisant la séparation de deux zones *cible* et *fond* perturbées par un bruit Gamma d'ordre L était égale à :

$$B_{gam}(\mathbf{T}, \mathbf{S}) = L \log \left[\frac{1}{2} \left(\sqrt{r} + \frac{1}{\sqrt{r}} \right) \right] \tag{3.53}$$

où $r = i^c / i^f = \mathbf{T}^T M_c \mathbf{S} / \mathbf{T}^T M_f \mathbf{S}$. Or cette fonction est convexe pour $r \in [0; +\infty[$ avec un minimum atteint en $r = 1$. Maximiser cette distance de Bhattacharyya est donc équivalent à chercher les couples ($\hat{\mathbf{T}}_\mathbf{n}$,$\hat{\mathbf{S}}_\mathbf{n}$), avec $n \in \{1, 2\}$ tels que :

$$\begin{aligned} (\hat{\mathbf{T}}_\mathbf{1}, \hat{\mathbf{S}}_\mathbf{1}) &= \arg \max_{(\mathbf{T},\mathbf{S})} \left[\frac{\mathbf{T}^T M_c \mathbf{S}}{\mathbf{T}^T M_f \mathbf{S}} \right] \\ (\hat{\mathbf{T}}_\mathbf{2}, \hat{\mathbf{S}}_\mathbf{2}) &= \arg \min_{(\mathbf{T},\mathbf{S})} \left[\frac{\mathbf{T}^T M_c \mathbf{S}}{\mathbf{T}^T M_f \mathbf{S}} \right] \end{aligned} \tag{3.54}$$

puis de calculer la distance de Bhattacharyya B_{gam} définie équation 3.53 pour chacun de ces couples et conserver celui qui amène au meilleur contraste.

Pour cela, considérons la fonction :

$$\mathcal{F}_{gam}(\mathbf{T},\mathbf{S}) = \frac{\mathbf{T}^T M_c \mathbf{S}}{\mathbf{T}^T M_f \mathbf{S}} \tag{3.55}$$

Considérons que l'état de polarisation $\mathbf{S}$ est fixé et que l'état de polarisation $\mathbf{T}$ en analyse peut varier. Dans ce cas, il est possible de définir un vecteur de Stokes intermédiaire de la manière suivante :

$$\mathbf{S}^u = M_u \mathbf{S} = \begin{bmatrix} S_0^u \\ \mathbf{s^u} \end{bmatrix} \tag{3.56}$$

avec $u = \{c, f\}$. Le formalisme utilisé pour le vecteur de Stokes d'analyse $\mathbf{T}$ est alors :

$$\mathbf{T} = \begin{bmatrix} 1 \\ \mathbf{t} \end{bmatrix} \tag{3.57}$$

Comme les états d'illumination et d'analyse sont supposés totalement polarisés, leur vecteur de Stokes réduit se doit d'être de norme 1 ce qui se traduit alors par la relation :

$$\mathbf{t}^T \mathbf{t} = 1 \tag{3.58}$$

En utilisant ce formalisme, maximiser $\mathcal{F}_{gam}$ devient équivalent à maximiser le rapport :

$$\mathcal{F}_{gam} = \frac{S_0^c + \mathbf{t}^T \mathbf{s}^c}{S_0^f + \mathbf{t}^T \mathbf{s}^f} \tag{3.59}$$

Afin de maximiser cette fonction tout en respectant la contrainte définie équation 3.58, nous utilisons les multiplicateurs de Lagrange. La fonction de Lagrange associée est donnée par :

$$\mathcal{L}(\mathbf{t},\mu) = \frac{S_0^c + \mathbf{t}^T \mathbf{s}^c}{S_0^f + \mathbf{t}^T \mathbf{s}^f} - \mu(\mathbf{t}^T \mathbf{t} - 1) \tag{3.60}$$

Afin de trouver les extrema de cette fonction, il est nécessaire d'annuler la dérivée par rapport à $\mathbf{t}$ ce qui nous amène au résultat suivant :

$$\mathbf{s}^c - \mathbf{s}^f \frac{S_0^c + \mathbf{t}^T \mathbf{s}^c}{S_0^f + \mathbf{t}^T \mathbf{s}^f} = \mu' \mathbf{t} \tag{3.61}$$

avec μ', un nouveau paramètre de Lagrange défini comme :

$$\mu' = 2(S_0^b + \mathbf{t}^T \mathbf{s}^b)\mu \tag{3.62}$$

On peut alors voir apparaître dans l'équation 3.61 l'expression de $\mathcal{F}_{gam}$. Afin de simplifier les notations, $\mathcal{F}_{gam}$ sera noté τ :

$$\tau = \mathcal{F}_{gam} = \frac{S_0^c + \mathbf{t}^T \mathbf{s}^c}{S_0^f + \mathbf{t}^T \mathbf{s}^f} \tag{3.63}$$

En utilisant maintenant le fait que $\mathbf{t}^T \mathbf{t} = 1$, on obtient la relation :

$$\mu' = \pm ||\mathbf{s}^c - \mathbf{s}^f \tau|| = \pm \sqrt{(\mathbf{s}^c - \mathbf{s}^f \tau)^T (\mathbf{s}^c - \mathbf{s}^f \tau)} \tag{3.64}$$

En injectant cette expression de μ' dans l'équation 3.61, on obtient finalement l'expression de $\mathbf{t}$ suivante :

$$\mathbf{t} = \pm \frac{\mathbf{s}^c - \mathbf{s}^f \tau}{||\mathbf{s}^c - \mathbf{s}^f \tau||} \tag{3.65}$$

En combinant finalement les équations 3.63 et 3.65, on peut facilement montrer que les valeurs extrémales de τ sont données par l'équation :

$$(S_0^{f^2} - ||\mathbf{s}^f||^2)\tau^2 - 2(S_0^c S_0^f - \mathbf{s}^{cT}\mathbf{s}^f)\tau + (S_0^{c2} - ||\mathbf{s}^c||^2) = 0 \tag{3.66}$$

Cette équation a été obtenue en choisissant $\mathbf{t} = +(\mathbf{s}^c - \mathbf{s}^f\tau)/(||\mathbf{s}^c - \mathbf{s}^f\tau||)$.

Si $S_0^{f^2} - ||\mathbf{s}^f||^2 = 0$, cela signifie que la lumière provenant du fond est totalement polarisée. Le contraste optimal est alors obtenu en annulant l'intensité provenant de la région du fond ce qui consiste à analyser la lumière provenant de la scène avec un état de polarisation $\mathbf{T}$ orthogonal à l'état de polarisation diffusé par le fond :

$$\mathbf{t} = -\frac{\mathbf{s}^b}{||\mathbf{s}^b||} \tag{3.67}$$

Cette configuration permet alors d'accéder à un contraste infini.

Dans le cas où $S_0^{f^2} - ||\mathbf{s}^f||^2 \neq 0$, les valeurs optimales de τ sont données par :

$$\tau_{max} = \frac{(S_0^c S_0^f - \mathbf{s}^{cT}\mathbf{s}^f) + \sqrt{(S_0^c S_0^f - \mathbf{s}^{cT}\mathbf{s}^f)^2 - (S_0^{c2} - ||\mathbf{s}^c||^2)(S_0^{f^2} - ||\mathbf{s}^f||^2)}}{(S_0^{f^2} - ||\mathbf{s}^f||^2)} \tag{3.68}$$

et

$$\tau_{min} = \frac{(S_0^c S_0^f - \mathbf{s}^{cT}\mathbf{s}^f) - \sqrt{(S_0^c S_0^f - \mathbf{s}^{cT}\mathbf{s}^f)^2 - (S_0^{c2} - ||\mathbf{s}^c||^2)(S_0^{f^2} - ||\mathbf{s}^f||^2)}}{(S_0^{f^2} - ||\mathbf{s}^f||^2)} \tag{3.69}$$

τ_{max} correspond à la valeur maximale qui peut être atteinte par le rapport $\mathbf{T}^T M_c \mathbf{S}/\mathbf{T}^T M_f \mathbf{S}$ alors que τ_{min} correspond à la valeur minimale qui peut être atteinte par le rapport $\mathbf{T}^T M_c \mathbf{S}/\mathbf{T}^T M_f \mathbf{S}$ lorsque l'on applique l'état de polarisation $\mathbf{s}$ en illumination. Les états de polarisation $\mathbf{t}$ permettant d'accéder à ces deux valeurs τ_{max} et τ_{min} peuvent alors être obtenues en appliquant l'équation 3.65.

Sachant cela, les différentes étapes de l'algorithme sont les suivantes :

- Générer un ensemble de vecteurs de Stokes balayant toute la sphère de Poincaré $\mathbf{s}$ à partir de 2 paramètres que sont l'azimut (α) et l'ellipticité (ε). Puis, pour chaque vecteur $\mathbf{s}$:
  - Calculer les valeurs des paramètres S^c et S^f présentés équation 3.56.
  - Calculer les valeurs extrémales de τ définies équation 3.68 et 3.69 et conserver l'état $\mathbf{s}_1$ qui maximise τ_{max} et l'état $\mathbf{s}_2$ qui minimise τ_{min}.
- Calculer les vecteurs $\mathbf{t}_1$ et $\mathbf{t}_2$ associés respectivement à $\mathbf{s}_1$ et $\mathbf{s}_2$ en utilisant l'équation 3.65.
- Calculer la valeur du contraste B_{gam} à partir de l'équation 3.53 pour chacun des couples $(\mathbf{t}_1, \mathbf{s}_1)$ et $(\mathbf{t}_2, \mathbf{s}_2)$.
- Conserver le couple ($\mathbf{t}$,$\mathbf{s}$) qui maximise le contraste B_{gam}

3.2.4 Comparaison des méthodes de recherche des états optimaux

Nous venons de présenter 3 algorithmes permettant de diminuer le temps de calcul des états optimaux dans les différentes configurations où le bruit perturbant l'acquisition des images est additif gaussien, poissonnien ou Gamma. Le tableau 3.4 compare les temps de calcul obtenus à partir d'algorithmes de recherche exaustifs balayant toute la sphère de Poincaré avec un pas de 1° en azimut et ellipticité aussi bien en illumination qu'en analyse et les algorithmes présentés

précédemment. Les calculs ont été réalisés sous MATLAB® à l'aide d'un ordinateur ayant un processeur Intel Core 2 CPU 6300 @ 1.86 GHz et 2 Go de RAM.

Bruit	additif gaussien	Poisson	Gamma
Recherche exaustive	> 15 min	> 15 min	> 15 min
Algorithmes optimisés	100 ms	190 ms	150 ms

Table 3.4 – Comparaison des temps de calcul entre algorithmes itératifs et algorithmes optimisés pour une précision sur les états de polarisation égale à 1°.

On observe que le temps de calcul à partir des algorithmes exhaustifs est beaucoup trop lent pour pouvoir être utilisé dans la pratique ce qui confirme l'intérêt que peut avoir l'optimisation de tels algorithmes de recherche d'états optimaux. Il est aussi intéressant de noter que les algorithmes présentés dans cette partie requièrent tous une optimisation sur 2 paramètres qui se réalise ici selon un schéma de recherche totalement exhaustif. Un balayage plus astucieux de ces paramètres pourrait donc sûrement réduire encore le temps de calcul des algorithmes.

3.3 Optimisation du contraste en présence d'inhomogénéité spatiale des propriétés polarimétriques

Dans la première partie de ce chapitre, nous avons présenté l'influence que peuvent avoir les bruits de mesure sur l'optimisation du contraste. Cependant, ces bruits ne sont pas les seuls à venir perturber l'acquisition d'images polarimétriques. À ces bruits peuvent venir s'additionner des fluctuations spatiales d'intensité dues à des variations spatiales des propriétés polarimétriques de la scène. Dans cette dernière partie, nous considèrerons que l'acquisition des images est perturbée par deux sources de bruit que sont le bruit de détecteur modélisé par une variable aléatoire gaussienne de moyenne nulle et d'écart-type σ et le bruit spatial dont nous introduisons un modèle.

3.3.1 Modélisation du bruit dû à des fluctuations polarimétriques spatiales dans la scène

L'objectif est de maximiser le contraste entre deux zones dont les propriétés polarimétriques fluctuent spatialement. Chaque pixel appartenant à la région $u \in \{c, f\}$ est caractérisé par une matrice de Mueller M^u s'écartant de la matrice de Mueller moyenne $\langle M^u \rangle_{sp}$ ($\langle \cdot \rangle_{sp}$ définissant la moyenne d'ensemble sur des données spatiales) et ces fluctuations spatiales peuvent être modélisées par leur matrice de covariance définie comme :

$$\Gamma^u = \left\langle (\mathbf{V}_{M^u} - \langle \mathbf{V}_{M^u} \rangle_{sp})(\mathbf{V}_{M^u} - \langle \mathbf{V}_{M^u} \rangle_{sp})^T \right\rangle_{sp} \tag{3.70}$$

avec $\mathbf{V}_{M^u}$ le vecteur de dimension 16 obtenu en lisant la matrice M^u dans le sens lexicographique. Cette notation nous permet de réécrire l'expression de l'intensité mesurée par le détecteur lorsque le pixel observe la matrice de Mueller M^u sous la forme :

$$i^u = I_0'[\mathbf{T} \otimes \mathbf{S}]^T \mathbf{V}_{M^u} + n \tag{3.71}$$

avec $\otimes$ qui représente le produit de Kronecker et n, une variable aléatoire de moyenne nulle et de variance σ^2. On peut alors noter que i^u est une variable aléatoire dont les propriétés statistiques dépendent de la région u observée. Si on suppose que les fluctuations spatiales des propriétés

polarimétriques de la scène sont indépendantes du bruit de mesure n, ce qui est le cas dans le cadre d'un bruit de détecteur additif, l'expression de la valeur moyenne et de la variance de i^u sont alors données par les formules suivantes :

$$\langle i^u \rangle_{sp} = I_0'[\mathbf{T} \otimes \mathbf{S}]^T \langle \mathbf{V}_{M^u} \rangle_{sp} \tag{3.72}$$

et

$$\mathrm{var}[i^u]_{sp} = I_0'^2 [\mathbf{T} \otimes \mathbf{S}]^T \Gamma^u [\mathbf{T} \otimes \mathbf{S}] + \sigma^2 \tag{3.73}$$

À partir de ces informations, il nous est possible de définir un critère de séparabilité qui, dans la suite, devra être maximisé pour améliorer les performances de détection dans l'image. En supposant que les fluctuations spatiales dans la scène ont une statistique gaussienne, il est possible d'utiliser le critère de Fisher afin de quantifier cette séparabilité :

$$\mathcal{F}(\mathbf{S}, \mathbf{T}) = \frac{[\langle i^c \rangle_{sp} - \langle i^f \rangle_{sp}]^2}{\mathrm{var}[i^c]_{sp} + \mathrm{var}[i^f]_{sp}} \tag{3.74}$$

En utilisant les équations 3.72 et 3.73, cette expression peut se réécrire sous la forme :

$$\mathcal{F}(\mathbf{S}, \mathbf{T}) = \frac{[\mathbf{T} \otimes \mathbf{S}]^T \Gamma^{tot} [\mathbf{T} \otimes \mathbf{S}]}{[\mathbf{T} \otimes \mathbf{S}]^T \Gamma^{fluct} [\mathbf{T} \otimes \mathbf{S}] + \frac{1}{RSB}} \tag{3.75}$$

où $\Gamma^{fluct} = \Gamma^c + \Gamma^f$ est la matrice de covariance moyenne des fluctuations spatiales de l'image et

$$\Gamma^{tot} = \left\langle (\langle \mathbf{V}_{M^c} \rangle_{sp} - \langle \mathbf{V}_{M^f} \rangle_{sp})(\langle \mathbf{V}_{M^c} \rangle_{sp} - \langle \mathbf{V}_{M^f} \rangle_{sp})^T \right\rangle_{sp} \tag{3.76}$$

est la matrice de covariance interclasse qui représente la différence entre les matrices de Mueller moyennes dans les deux régions de la scène, et RSB, le rapport signal sur bruit associé au bruit additif gaussien et défini comme $RSB = I_0'^2/\sigma^2$.

3.3.2 Exemples simulés et réels

En optimisant la fonction $\mathcal{F}$ définie dans l'équation 3.75, l'objectif est de trouver un compromis entre la séparation des valeurs moyennes d'intensité entre les deux régions et la suppression des fluctuations spatiales d'intensité dûes à l'inhomogénéité de la scène. Afin d'illustrer ce propos, nous commençons par étudier les résultats obtenus à partir d'une scène simulée avant d'appliquer notre méthode à une scène réelle.

3.3.2.1 Simulation

La scène est composée d'une cible et d'un fond caractérisés par leur matrice de Mueller moyenne M_u et leur matrice de covariance Γ_u, avec $u = \{c, f\}$. Les matrices de Mueller sont générées à partir du modèle défini par Lu et Chipman [15] qui permet de décomposer toute matrice de Mueller physique en un produit d'un dépolariseur (M_Δ), d'un déphaseur (M_R) et d'un diattenuateur (M_D) :

$$M = M_\Delta M_R M_D \tag{3.77}$$

Ce modèle nous permet notamment de faire fluctuer la matrice M en faisant varier des paramètres physiques définissant chaque matrice de la décomposition. Ainsi, pour cette simulation, ce sont les paramètres de la matrice de dépolarisation ainsi que le retard induit par la matrice de déphasage qui fluctuent de manière indépendante et suivant une statistique gaussienne autour de leur valeur

Critère optimisé	$\mathcal{G}$	$\mathcal{F}$
Etats optimaux$(\alpha_s, \varepsilon_s, \alpha_t, \varepsilon_t)$	(0°,-5°,-5°,-10°)	(40°,35°,-75°,10°)

Table 3.5 – Comparaison des états optimaux obtenus lors de la prise en compte ou non des fluctuations spatiales des propriétés polarimétriques de la scène avec $\mathcal{G} = (< i^c >_{sp} - < i^f >_{sp})^2$.

moyenne. Les matrices de Mueller moyennes de la cible et du fond estimées à partir d'une réalisation de 10^5 matrices sont données par :

$$M_c = \begin{bmatrix} 0.64 & 0.03 & 0.00 & -0.00 \\ 0.02 & 0.33 & 0.03 & 0.03 \\ 0.00 & -0.03 & 0.24 & 0.02 \\ 0.00 & -0.01 & -0.02 & 0.16 \end{bmatrix} \quad M_f = \begin{bmatrix} 0.64 & 0.00 & 0.01 & 0.05 \\ 0.00 & 0.21 & 0.00 & -0.01 \\ 0.00 & 0.01 & 0.20 & 0.00 \\ 0.01 & 0.01 & 0.00 & 0.16 \end{bmatrix} \tag{3.78}$$

Afin de caractériser complètement les fluctuations de ces matrices, il serait nécessaire de présenter leur matrice de covariance Γ_u. Cependant, du fait de sa grande taille (16×16), celle-ci est difficilement représentable. Afin de simplifier les explications, nous ne présentons donc que les coefficients qui se trouvent sur sa diagonale qui correspondent aux variances respectives de chacun des coefficients des matrices de Mueller. Ces variances sont regroupées dans les matrices $VAR[M_u]$ données par :

$$\begin{array}{cc} VAR[M_c] = 10^{-3} & VAR[M_f] = 10^{-3} \\ \begin{bmatrix} 1.02 & 0.00 & 0.16 & 0.04 \\ 0.02 & 6.28 & 0.30 & 0.21 \\ 0.02 & 0.11 & 0.06 & 0.10 \\ 0.00 & 0.04 & 0.04 & 0.06 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0.58 & 0.16 & 1.03 & 0.00 \\ 0.02 & 6.34 & 0.04 & 0.04 \\ 0.10 & 0.03 & 0.06 & 0.03 \\ 0.00 & 0.00 & 0.02 & 0.06 \end{bmatrix} \end{array} \tag{3.79}$$

Le calcul des états maximisant le contraste lors de la prise en compte ou non de la présence des fluctuations spatiales se réalise à l'aide d'un algorithme de recherche exhaustif consistant à balayer l'ensemble de la sphère de Poincaré avec un pas de 5° en azimut et en ellipticité. Les résultats obtenus sont présentés dans le tableau 3.5. L'optimisation du premier critère $\mathcal{G}$ correspond à optimiser de contraste en supposant que les acquisitions sont perturbées par du bruit additif gaussien indépendant de l'intensité mesurée. Le second critère $\mathcal{F}$ prend en compte la variance de l'intensité dans chacune des régions de l'image. On observe alors que les états optimaux maximisant le contraste dans les deux cas ne sont pas les mêmes. Pour comprendre ce résultat, nous calculons la matrice

$$D = M_c - M_f = \begin{bmatrix} 0.00 & 0.03 & -0.01 & -0.05 \\ 0.02 & 0.10 & 0.03 & 0.04 \\ 0.00 & -0.02 & 0.04 & 0.02 \\ -0.01 & -0.02 & -0.01 & 0.00 \end{bmatrix} \tag{3.80}$$

On observe que la différence maximale est obtenue au niveau du coefficient M_{11} qui va donc influencer le choix des états optimaux en l'absence de la prise en compte des fluctuations spatiales. Les états optimaux, dans ces conditions qui correspondent en fait à la prise en compte d'un bruit additif gaussien, sont donc très proches de polarisations linéaires avec un angle de 0°. Cependant, si l'on regarde maintenant les matrices de variance des coefficients définis dans l'équation 3.79, on observe que c'est aussi pour ce même coefficient M_{11} que la variance est la plus forte. Cela va se traduire sur les images d'intensité par, certes une différence de valeurs moyennes d'intensité importante, mais aussi de très fortes fluctuations. La figure 3.7(a) représente une image simulée à partir des matrices de Mueller générées dans cet exemple. La figure

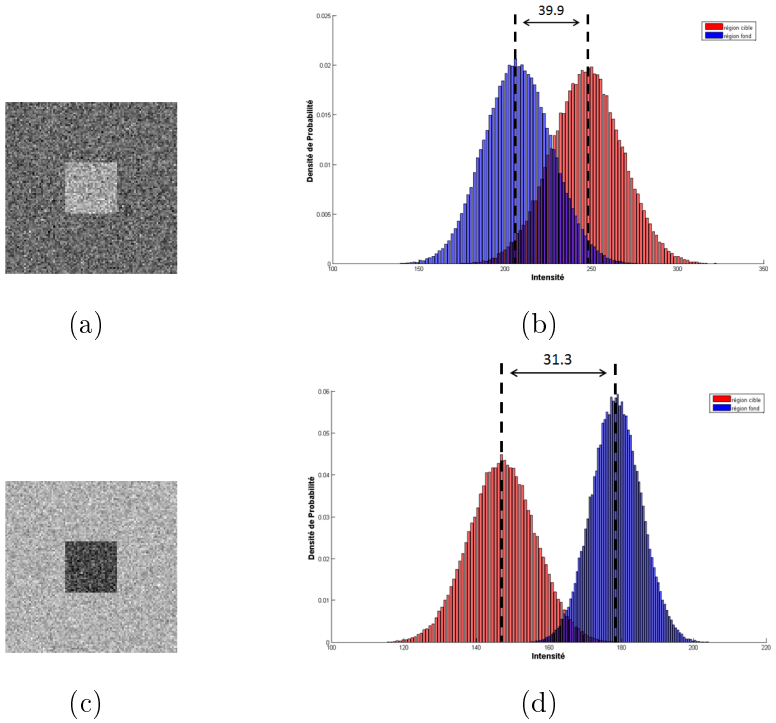


FIGURE 3.7 – Simulations et histogrammes des images obtenues en observant la scène présentée section 3.3.2.1 en appliquant les états optimaux définis dans le tableau 3.5.

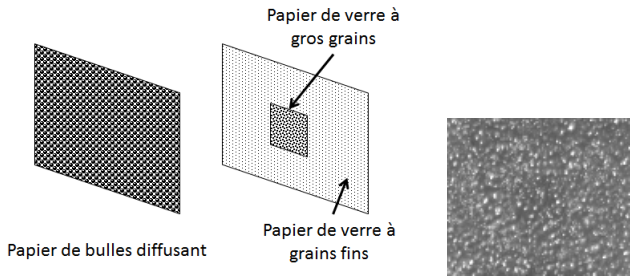
3.7(b) représente l'histogramme des intensités obtenu à partir d'un ensemble de 10^5 matrices ayant servi à la génération de l'image. On observe que l'image est très bruitée ce qui se traduit sur l'histogramme par des densités de probabilité très larges et une large plage de recouvrement entre la densité de probabilité de la cible et du fond. Ce recouvrement implique, comme nous avons pu le voir dans le premier chapitre de ce manuscrit, de fortes probabilités d'erreur lors de l'application d'algorithmes de classification.

Si maintenant on prend en compte le fait que les matrices de Mueller fluctuent spatialement, on observe que les états optimaux ne sont plus du tout des états linéaires orientés à 0°. Les états maximisant alors le contraste permettent d'obtenir l'image présentée figure 3.7(c) ainsi que les densités de probabilité présentées figure 3.7(d). On observe alors que la différence de valeur moyenne entre la cible et le fond est plus faible (31.3 au lieu de 39.9). Cependant, comme la variance des intensités dans la zone de la cible et du fond est plus faible, la zone de recouvrement entre les deux densités de probabilité est beaucoup plus faible, ce qui entraine une très grande diminution de la probabilité d'erreur.

Cet exemple nous permet de nouveau d'observer l'influence que peut avoir une mauvaise estimation de la statistique du bruit sur le choix des états optimaux et donc sur le contraste final dans les images d'intensité. Dans la suite, nous confirmons ces observations en présentant des résultats expérimentaux réalisés lors de l'observation d'une scène présentant des fluctuations de ses propriétés polarimétriques.

3.3.2.2 Validation expérimentale

Afin de valider expérimentalement les résultats présentés, nous avons appliqué notre approche à l'observation d'une scène réelle dont les propriétés polarimétriques fluctuent spatialement. Le



(a) (b)

Figure 3.8 – (a) Schéma de la scène observée. (b) Image d'intensité

$(\alpha_s, \varepsilon_s)$	$(\alpha_t, \varepsilon_t)$	$\mathcal{F}$
$(-60^o, 0^o)$	$(70^o, 20^o)$	0.06

Table 3.6 – États optimaux maximisant le contraste sous l'hypothèse de bruit additif gaussien et contraste $\mathcal{F}$ obtenu. α et ε représentent respectivement l'azimut et l'ellipticité des états de polarisation.

schéma de la scène observée est présenté figure 3.8(a) et la figure 3.8(b) représente l'image d'intensité obtenue avec un imageur conventionnel. On observe que la cible est totalement indiscernable du fond et que l'on est en présence de fluctuations spatiales importantes. Les matrices de Mueller moyennes de la cible et du fond sont données par :

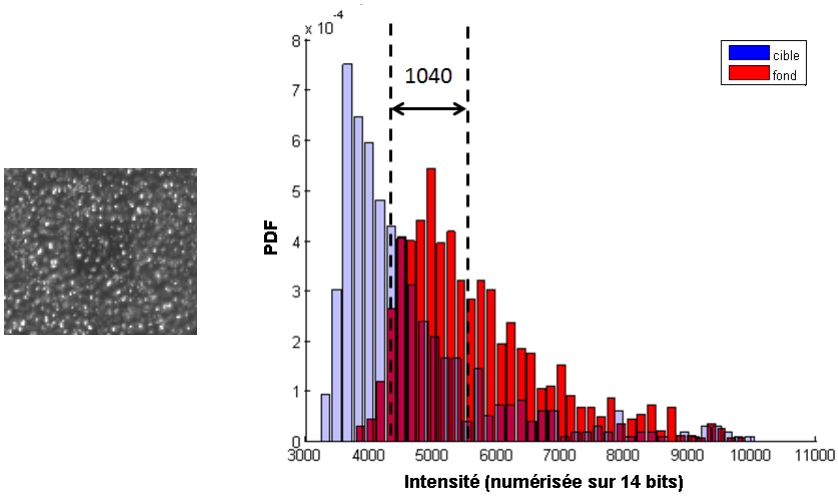
$M_c = 3026\times$	$M_f = 3374\times$

$$\begin{bmatrix} 1.00 & 0.03 & 0.00 & 0.00 \\ -0.02 & 0.34 & -0.02 & 0.00 \\ 0.00 & -0.03 & -0.36 & 0.10 \\ 0.00 & -0.01 & -0.11 & -0.26 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 1.00 & 0.04 & -0.01 & 0.00 \\ -0.03 & 0.50 & -0.02 & 0.01 \\ 0.00 & -0.03 & -0.45 & 0.23 \\ 0.00 & 0.00 & -0.26 & -0.34 \end{bmatrix} \tag{3.81}$$

Ces deux matrices sont essentiellement dépolarisantes et induisent aussi un déphasage sûrement dû à une certaine biréfringence induite par les bulles de plastique.

Dans un premier temps, nous ne prenons pas en compte l'influence que peut avoir la présence de fluctuations spatiales dans la scène et considérons que le bruit perturbant l'image est de type additif gaussien. Dans ces conditions, les états maximisant le contraste sont donnés dans le tableau 3.6.

On observe que ces états n'ont pas de relation de parallélisme ou d'orthogonalité et, une fois appliqués à l'imageur, permettent d'obtenir l'image présentée figure 3.9(a). On observe que l'on arrive à distinguer un peu la cible par rapport au fond mais que de fortes fluctuations d'intensité diminuent fortement le contraste entre les deux régions d'intérêt. Afin de mieux quantifier cette faible séparabilité, nous avons affiché dans la figure 3.9(b) la densité de probabilité (DP) en intensité dans chacune des régions cible et fond. On observe que la différence de valeur moyenne entre les deux régions est de l'ordre de 1040. Cette valeur peut sembler importante mais ne traduit pas directement la séparabilité des données. On observe notamment une zone de recouvrement très importante entre la densité de probabilité de la zone cible et celle de la zone fond ce qui se traduit en traitement du signal par une forte probabilité d'erreur de non détection ou de fausse alarme. Le contraste est donc ici très faible et de l'ordre de 0.06 si l'on applique la formule présentée équation 3.74.



(a) (b)

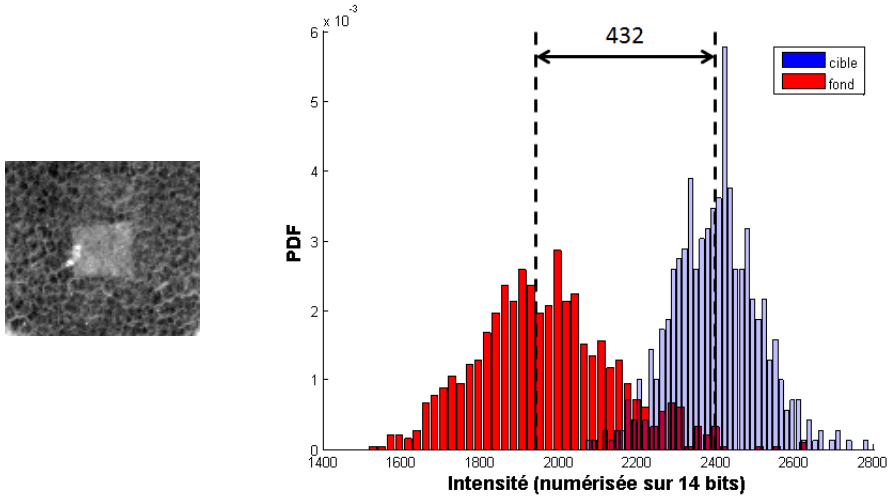
FIGURE 3.9 – (a) Image obtenue en appliquant les états de polarisation maximisant le contraste sous l'hypothèse de la présence de bruit additif gaussien. (b) Densité de probabilité des intensités dans les régions de la cible et du fond.

$(\alpha_s, \varepsilon_s)$	$(\alpha_t, \varepsilon_t)$	$\mathcal{F}$
$(-75^o, 5^o)$	$(-15^o, -10^o)$	1.15

TABLE 3.7 – États optimaux et contraste obtenus sous l'hypothèse de la présence de fluctuations spatiales des propriétés polarimétriques dans la scène. α et ε représentent respectivement l'azimut et l'ellipticité des états de polarisation.

Considérons maintenant que l'on tient compte de la présence de fortes fluctuations spatiales dans la scène. Dans ces conditions, les nouveaux états optimaux maximisant le contraste sont donnés dans le tableau 3.7. On observe que ces états sont différents de ceux obtenus avec l'hypothèse de la présence de bruit additif gaussien. En appliquant ces états de polarisation à l'aide de notre imageur, nous obtenons l'image présentée figure 3.10(a). On observe que le contraste a été augmenté de manière significative non seulement par rapport à l'image d'intensité obtenue avec un imageur conventionnel mais aussi par rapport à l'image obtenue en utilisant les états optimaux en présence de bruit additif gaussien. La figure 3.10(b) représente les densités de probabilité des deux régions cible et fond dans cette image. On remarque tout d'abord que la différence de valeur moyenne entre la zone cible et la zone fond est plus faible que dans le cas de l'utilisation des états optimaux en présence de bruit additif Gaussien. Cependant la variance de l'intensité dans chacune des deux régions est elle aussi beaucoup plus faible et ainsi la zone de recouvrement entre les deux densités de probabilité est elle aussi beaucoup plus faible. Cela se traduit par une valeur de contraste plus élevée et donc des probabilités de non détection et de fausse alarme plus faibles. Cette valeur est égale à 1.15 ce qui représente un gain d'un facteur 19 par rapport au cas précédent où l'on avait considéré que le bruit perturbant l'acquisition de l'image était de type additif gaussien.

Ainsi, le bruit spatial peut avoir des conséquences très néfastes sur les performances de détection s'il est mal pris en compte. Une bonne caractérisation de la scène permet de choisir au mieux les états de polarisation maximisant le contraste et ainsi atteindre des performances optimales.



(a) (b)

Figure 3.10 – (a) Image obtenue en appliquant les états de polarisation maximisant le contraste sous l'hypothèse de fluctuations spatiales. (b) Densité de probabilité des intensités dans les régions de la cible et du fond.

3.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons démontré l'importance de prendre en compte la statistique du bruit pour optimiser le contraste dans les images polarimétriques scalaires. Nous avons notamment étudié le cas de trois bruits, liés au processus de détection, couramment rencontrés dans le domaine de l'optique que sont le bruit additif gaussien, le bruit de Poisson et le bruit Gamma, ainsi qu'un bruit dû aux fluctuations spatiales des propriétés polarimétriques dans la scène. Nous avons montré que, en fonction de la scène observée, les états optimaux peuvent être différents pour chacune des configurations de mesure, ce qui impose de pouvoir calculer avec une bonne précision ces états. De plus, ce calcul doit être réalisé le plus rapidement possible si l'on souhaite pouvoir travailler en « temps réel ». Pour répondre à cette problématique, nous avons présenté trois algorithmes permettant de réduire de manière significative le temps de calcul des états optimaux dans le cas où les bruits de mesure sont de type additif gaussien, poissonnien ou Gamma.

Enfin, les bruits de mesure ne sont pas les seuls bruits pouvant venir perturber les algorithmes de classification. Certaines variabilités intrinsèques à la scène comme les fluctuations spatiales des propriétés polarimétriques peuvent avoir d'importantes conséquences sur les résultats de la classification. C'est pourquoi nous avons proposé un formalisme permettant de modéliser ce type de bruit et ainsi le prendre en compte lors de l'optimisation des états de polarisation permettant de maximiser le contraste. Les résultats théoriques et expérimentaux ont alors permis de montrer qu'une bonne estimation de ces fluctuations peut permettre d'augmenter significativement le contraste dans les images.

Les résultats présentés dans ce chapitre nous ont permis de montrer l'importance de l'optimisation des états de polarisation afin de maximiser le contraste dans les images. Cette optimisation nous permet notamment de minimiser l'influence de certaines sources de bruit. Cependant, d'autres paramètres peuvent venir troubler les performances en terme de classification de données dans les images. L'un de ces paramètres est la variation spatiale d'intensité due à des fluctuations spatiales de la réflectance de la scène ou de l'intensité d'illumination. C'est pourquoi le chapitre

suivant traite de l'optimisation du contraste dans ces conditions de mesure plus défavorables.

Chapitre 4

Imagerie polarimétrique insensible aux variations d'intensité spatiales

L'un des principaux problèmes dans le cadre de la détection de cibles dans une scène est d'être robuste à la présence de fluctuations, tels que les fluctuations d'intensité. En effet, dans certains cas, l'intensité lumineuse est utile pour discriminer les régions d'intérêt. Ainsi, un objet brillant est facilement distinguable d'un morceau de tissu noir car la quantité de lumière retrodiffusée par chacun d'eux est différente. Cependant, dans d'autres cas, cette information peut se révéler néfaste pour la classification en apportant des données non utiles. Un exemple simple serait alors de considérer deux cibles identiques sur un fond éclairé non uniformément. Même si les deux cibles sont identiques, leur réponse sur l'image d'intensité sera différente ce qui se traduit au niveau de l'algorithme de classification par l'observation de classes d'objets distinctes. Dans de tels scénarios, on souhaiterait pouvoir ne travailler que sur des données insensibles à de telles fluctuations, ce qui correspond, dans notre cas, à des images ne dépendant que des propriétés polarimétriques de la scène et non de sa réflectivité.

Pour répondre à ce besoin, différentes stratégies d'imagerie polarimétrique ont été conçues. En particulier, les décompositions ont été proposées pour extraire les propriétés polarimétriques à partir de mesures d'intensité [15, 66, 67]. Cependant, la façon la plus simple de supprimer l'influence des fluctuations d'intensité sur le contraste est d'utiliser l'imagerie polarimétrique à états orthogonaux (OSC en anglais pour Orthogonal State Contrast) [68]. Cette technique consiste à illuminer la scène avec un état de polarisation donné et de réaliser l'acquisition de deux images d'intensité en utilisant deux états de polarisation orthogonaux en analyse (voir chapitre 2). L'image d'OSC est alors obtenue en calculant le rapport entre la différence des images pixel par pixel et leur somme. L'imagerie OSC est notamment connue comme un moyen efficace d'estimer le degré de polarisation de la lumière rétrodiffusée par la scène dans certaines conditions de mesure et a été utilisée dans de nombreuses applications [68, 69, 70].

Dans ce chapitre, nous proposons une généralisation de l'imagerie OSC, que nous appelerons GSC pour General State Contrast, en permettant l'optimisation indépendante des états de polarisation d'illumination et d'analyse utilisés pour réaliser les images. Cette étude vient contribuer aux récents efforts de recherche réalisés dans la même direction [71, 72, 73, 74].

Dans une première partie, nous définissons un critère de qualité de l'image obtenue pour une application de détection de cible, ce qui nous fournira un moyen quantitatif d'évaluer l'amélioration apportée par l'apport de degrés de libertés supplémentaires. Ces critères sont alors appliqués à différents scénarios de mesure mettant en jeu des bruits d'acquisition différents. Nous considérons notamment le cas d'acquisitions d'images en présence de bruit de Poisson ainsi qu'en

présence de fluctuations spatiales. Enfin, dans une dernière partie, nous présentons une synthèse comparative de différents imageurs insensibles aux fluctuations d'intensité et exploitant un nombre différents de degrés de libertés pour améliorer le contraste.

4.1 Imagerie GSC

L'imagerie GSC est une extension de l'imagerie OSC qui a été présentée dans le second chapitre de ce manuscrit. Tout comme pour l'imagerie OSC, l'imagerie GSC consiste à acquérir deux images permettant de générer une image composite « insensible » aux variations de l'intensité d'éclairement de la scène ainsi qu'à la réflectivité des éléments de la scène (M_{00}). L'expression générale de l'image GSC est donnée par l'expression :

$$\mathcal{R} = \frac{i_1 - i_2}{i_1 + i_2} \tag{4.1}$$

avec i_n, $i \in \{1, 2\}$, l'intensité mesurée en utilisant un couple d'états de polarisation d'illumination et d'analyse ($\mathbf{S}_n$,$\mathbf{T}_n$) quelconque. En utilisant le fait que l'expression de l'intensité mesurée i_n en fonction de la matrice de Mueller M observée est donnée par :

$$i_n = I'_0 \mathbf{T}_n^T M \mathbf{S}_n \tag{4.2}$$

et en appliquant le formalisme de la matrice de Mueller,

$$M = \begin{bmatrix} M_{00} & \mathbf{m}^T \\ \mathbf{n} & \tilde{D} \end{bmatrix} = M_{00} \begin{bmatrix} 1 & \mathbf{m}'^T \\ \mathbf{n}' & \tilde{D}' \end{bmatrix} \tag{4.3}$$

il est possible d'exprimer $\mathcal{R}$ sous la forme :

$$\mathcal{R} = \frac{\mathbf{m}'^T(\mathbf{s}_1 - \mathbf{s}_2) + (\mathbf{t}_1 - \mathbf{t}_2)^T \mathbf{n}' + \mathbf{t}_1^T \tilde{D}' \mathbf{s}_1 - \mathbf{t}_2^T \tilde{D}' \mathbf{s}_2}{2 + \mathbf{m}'^T(\mathbf{s}_1 + \mathbf{s}_2) + (\mathbf{t}_1 + \mathbf{t}_2)^T \mathbf{n}' + \mathbf{t}_1^T \tilde{D}' \mathbf{s}_1 + \mathbf{t}_2^T \tilde{D}' \mathbf{s}_2} \tag{4.4}$$

On observe alors que $\mathcal{R}$ est indépendant à la fois de l'intensité d'éclairement I'_0 qui pourrait varier d'un pixel à un autre de la scène ainsi que de la réflectivité (M_{00}). Cette expression correspond à la valeur obtenue dans l'image composite GSC, l'imagerie OSC correspondant alors à un cas particulier où les états d'illumination et d'analyse sont reliés par les relations suivantes :

$$\begin{aligned} &\mathbf{s}_2 = \mathbf{s}_1 \\ &\mathbf{t}_1 = \mathbf{s}_1 \quad \mathbf{t}_2 = -\mathbf{s}_1 \end{aligned} \tag{4.5}$$

On comprend alors que l'imagerie GSC offrant plus de degrés de liberté que l'imagerie d'OSC, elle permet, dans certains cas, d'améliorer les performances de détection en rendant possible l'atteinte de nouveaux contrastes supérieurs à ceux fournis par l'imagerie OSC. L'objectif est alors de pouvoir déterminer les états de polarisation permettant d'atteindre de telles performances.

4.2 Optimisation du contraste en imagerie GSC

Considérons un système d'imagerie polarimétrique qui acquiert deux images en utilisant deux couples différents d'états de polarisation d'illumination et d'analyse :

$$i_1^k = I'_0 \ \mathbf{T}_1^T M_k \mathbf{S}_1 \quad \text{and} \quad i_2^k = I'_0 \ \mathbf{T}_2^T M_k \mathbf{S}_2 \tag{4.6}$$

où k représente le numéro du pixel (par simplicité d'écriture, nous considérons que l'image est vectorisée ce qui permet de traiter les données pixel selon une unique dimension) et M_k représente la matrice de Mueller associée au pixel k. L'image GSC est ensuite obtenue à partir de ces deux images selon la formule :

$$\mathcal{R}_k(\theta) = \frac{i_1^k - i_2^k}{i_1^k + i_2^k} = \frac{\mathbf{T}_1^T M_k \mathbf{S}_1 - \mathbf{T}_2^T M_k \mathbf{S}_2}{\mathbf{T}_1^T M_k \mathbf{S}_1 + \mathbf{T}_2^T M_k \mathbf{S}_2} \tag{4.7}$$

avec θ, l'ensemble des paramètres définissant les états de polarisation en illumination et en analyse (azimuth et ellipticité de chaque état). En pratique, les images acquises à partir de la formule donnée dans l'équation 4.6 sont perturbées par du bruit, et l'image brute $\mathcal{R}_k$ résultant de la combinaison de ces deux images est souvent peu exploitable. Afin de réduire ces perturbations, il est nécessaire d'estimer une nouvelle valeur de chaque pixel en utilisant les valeurs contenues par les pixels voisins correspondant à un ensemble Ω_k de N pixels autour du pixel k. L'image finale de GSC est alors obtenue selon la formule :

$$\mathcal{R}_k(\theta) = \frac{\sum_{l\in\Omega_k} \mathbf{T}_1^T M_l \mathbf{S}_1 - \sum_{l\in\Omega_k} \mathbf{T}_2^T M_l \mathbf{S}_2}{\sum_{l\in\Omega_k} \mathbf{T}_1^T M_l \mathbf{S}_1 + \sum_{l\in\Omega_k} \mathbf{T}_2^T M_l \mathbf{S}_2} \tag{4.8}$$

Il a été notamment démontré que, en présence de bruit additif gaussien et poissonnien, de petits voisinages de l'ordre de 3×3 (N=9) ou 5×5 (N=25) pixels permettent de réduire de manière significative le bruit perturbant l'image GSC tout en ayant un impact limité sur la résolution de l'image [75, 76]. Il peut être aussi noté que, si une résolution maximale est requise, il est possible de réaliser temporellement et non plus spatialement ce moyennage afin de réduire le bruit.

Notre objectif est donc de trouver l'ensemble de paramètres θ qui optimise le contraste entre une cible d'intérêt et un fond dans l'image GSC finale. Pour cela, il est nécessaire de commencer par définir un critère de contraste. Celui-ci est ensuite utilisé pour améliorer le contraste dans des images réelles qui seront acquises dans différentes conditions de mesure.

4.2.1 Critère de contraste en imagerie GSC

Les critères de contraste sont des grandeurs dépendant de la statistique du bruit venant perturber les données. Dans le cadre de l'utilisation d'images classiques pour la détection de cible, les bruits de mesure ont des lois statistiques connues et facilement modélisables comme le bruit de détecteur (additif gaussien) ou encore le bruit de photons (poissonnien). Cependant, du fait de la nature de l'image de GSC qui est issue d'un ratio d'images, il est beaucoup plus difficile d'exprimer la statistique du bruit perturbant les images de GSC. Ainsi, afin de simplifier les calculs, nous supposons que la densité de probabilité des intensités dans les deux régions cible et fond de l'image GSC est gaussienne, de moyenne spatiale $< \mathcal{R}^u > (\theta)$, $u = \{c, f\}$, et de variance spatiale $\sigma_u^2(\theta)$. Il s'agit bien sûr d'un modèle approximatif, mais il a été démontré que, en présence de faible bruit additif gaussien ainsi qu'en présence de bruit de Poisson, la densité de probabilité en intensité de l'image de GSC est proche d'une statistique gaussienne [77]. De plus, nous montrons dans la suite que ce modèle permet, pour une première approche, d'apporter des améliorations significatives en terme de détection sur des images réelles. Sous ces hypothèses, nous utilisons la distance de Bhattacharyya comme critère de contraste, qui s'écrit alors sous la forme suivante :

$$\mathcal{B}(\theta) = \frac{1}{4}\frac{\left[\langle\mathcal{R}^c(\theta)\rangle - \langle\mathcal{R}^f(\theta)\rangle\right]^2}{\sigma_c^2(\theta) + \sigma_f^2(\theta)} + \frac{1}{2}\log\left[\frac{1}{2}\left(\frac{\sigma_c(\theta)}{\sigma_f(\theta)} + \frac{\sigma_f(\theta)}{\sigma_c(\theta)}\right)\right] \tag{4.9}$$

M^f	M^c
$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.80 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.84 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.60 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.80 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.87 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.65 \end{bmatrix}$

Table 4.1 – Matrices de Mueller moyennes de la cible (c) et du fond (f).

où $\theta = \{\mathbf{S}_1, \mathbf{T}_1, \mathbf{S}_2, \mathbf{T}_2\}$. Notre objectif est alors de trouver l'ensemble de paramètres θ permettant de maximiser ce critère. Pour cela, nous utilisons l'algorithme SCE (Shuffled Complex Evolution), afin de trouver un maximum global de la fonction $\mathcal{B}(\theta)$ (voir annexe C).

4.2.2 Optimisation en présence de bruit de Poisson

L'objectif de cette section est d'étudier l'influence que peut avoir le rapport signal sur bruit des images d'intensité utilisées dans le calcul des images GSC sur le choix des états optimaux d'illumination et d'analyse ainsi que sur les performances de détection. Nous supposons que l'intensité d'illumination est non uniforme et que la source de bruit dominante est le bruit de Poisson qui apparaît lors du processus d'acquisition des images par le détecteur. Une expression approchée de la variance de l'image de GSC dans ces conditions a récemment été déterminée par Bénière et *al.* [76] et est donnée par l'expression suivante :

$$\sigma^2 = \frac{(1 - \mathcal{R}^2)}{N i_{tot}} \tag{4.10}$$

où N est la dimension du voisinage à partir duquel est estimée la valeur du GSC (voir Eq. 4.8), $\mathcal{R}$ est la vraie valeur de l'image GSC et i_{tot} est la somme des deux images d'intensité :

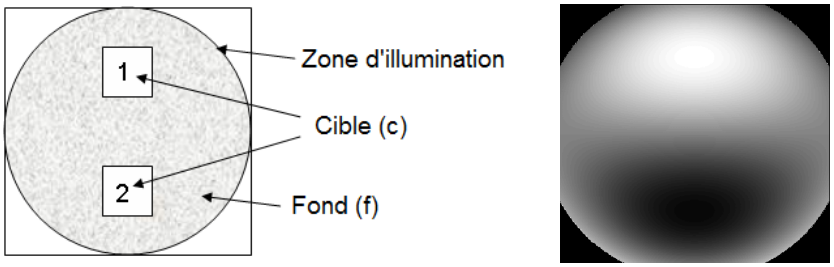
$$i_{tot} = i_1 + i_2 \tag{4.11}$$

les intensités i_1 et i_2 étant définies dans l'équation 4.6. Il est intéressant de noter en observant l'équation 4.10 que même si la vraie valeur $\mathcal{R}$ de l'image GSC ne dépend pas de la valeur de l'intensité de la source (ce qui représente notamment l'intérêt de cette valeur), ce n'est pas le cas de sa variance σ^2. En effet, plus la valeur de l'intensité i_{tot} est importante, plus la variance de l'image de GSC est faible. Ce phénomène peut s'expliquer par le fait que le rapport signal sur bruit dans les images d'intensité i_1 et i_2 augmente en $\sqrt{i_{tot}}$, ce qui améliore au final l'estimation de $\mathcal{R}$. Cette observation est critique en présence de fortes non uniformités d'illumination.

Afin de s'en convaincre, considérons un exemple simulé. Le schéma de la scène est présenté figure 4.1(a). Celle-ci est composée de pièces carrées formées du même matériau qui constituent la cible (c) à détecter sur le fond uniforme (f). Les matrices de Mueller moyennes de la cible et du fond sont données dans le tableau 4.1. Celles-ci sont diagonales, ce qui signifie que les matériaux observés sont essentiellement dépolarisants. Nous simulons une non-uniformité d'illumination aves des variations lentes. L'image qui serait obtenue avec un imageur standard sensible seulement à la réflectivité des objets dans la scène est représentée dans la figure 4.1(b). On observe alors les variations spatiales d'intensité, et on peut remarquer que, comme la cible et le fond ont la même réflectivité (M_{00}), il est impossible de les distinguer sur cette image.

Afin d'illustrer l'influence de l'intensité d'illumination sur l'image de GSC, nous commençons par déterminer l'ensemble de paramètres θ qui maximise le critère suivant :

$$\mathcal{D}(\theta) = \Big[\langle \mathcal{R}^c(\theta) \rangle - \langle \mathcal{R}^f(\theta) \rangle\Big]^2 \tag{4.12}$$



(a) (b)

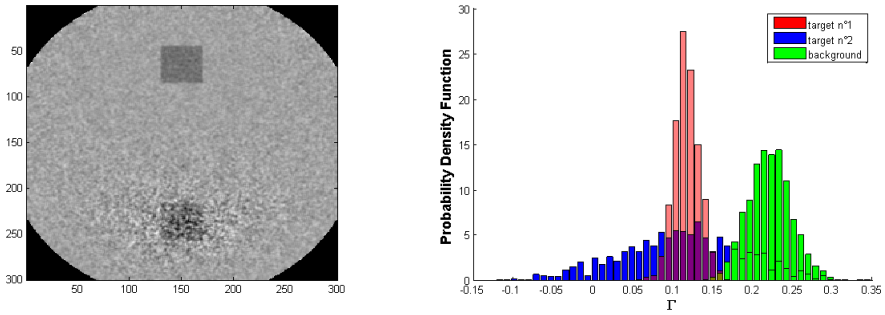
FIGURE 4.1 – **(a)** Schéma de la scène. **(b)** Image d'intensité.

Criterion	$\mathbf{S}_1$	$\mathbf{T}_1$	$\mathbf{S}_2$	$\mathbf{T}_2$
$\mathcal{D}(\theta)$	$(-90^o, 0^o)$	$(0^o, 0^o)$	$(-45^o, 0^o)$	$(45^o, 0^o)$
$\mathcal{B}(\theta)$	$(0^o, 45^o)$	$(0^o, -45^o)$	$(0^o, 45^o)$	$(0^o, 45^o)$

TABLE 4.2 – États optimaux permettant de maximiser les critères $\mathcal{D}(\theta)$ (voir Eq. 4.12) et $\mathcal{B}(\theta)$ (voir Eq. 4.9). Ceux-ci sont présentés sous la forme (α,ε), où α représente l'azimut et ε l'ellipticité de l'état de polarisation.

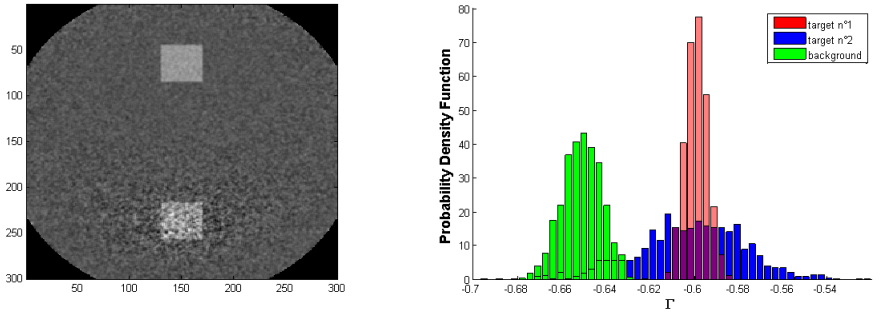
Ce critère est une simple différence au carré entre les deux valeurs moyennes des régions cible et fond dans l'image de GSC. Il ne prend donc pas en compte les variations possibles de la variance du bruit en fonction de θ. L'ensemble des états d'illumination et d'analyse qui maximise ce critère est donné table 4.2. On observe alors que ces états optimaux ne correspondent pas à un système d'imagerie OSC classique puisque les deux états d'illumination sont différents et que les états d'illumination et d'analyse sont orthogonaux lors de l'acquisition de chacune des images d'intensité. L'image de GSC obtenue dans ces conditions de mesure est présentée figure 4.2(a) et la densité de probabilité en intensité associée aux deux zones cibles (dans la lumière et dans le noir) ainsi que la densité de probabilité de la zone centrale de l'image sont données dans la figure 4.2(b). On remarque alors que, comme on pouvait s'y attendre, la valeur moyenne des valeurs de $< \mathcal{R}^c >$ est la même pour les deux cibles. En effet, les deux régions ayant les mêmes propriétés polarimétriques, celles-ci sont sensées avoir la même valeur moyenne $< \mathcal{R}^c >$. Cependant on note aussi que la variance des données dans chacune de ces régions est différente. La variance dans la zone cible peu éclairée est beaucoup plus élevée que celle de la zone cible où l'éclairement est plus important. Ce résultat est en accord avec l'expression de la variance définie dans l'équation 4.10, qui montre que la variance est inversement proportionnelle à l'intensité moyenne d'éclairement i_{av}. La différence de valeur moyenne entre les zones cible et le fond est de l'ordre de 0.12. Cependant le taux de recouvrement entre la cible dans la pénombre et le fond est important ce qui risque de se traduire par un nombre d'erreurs de fausse alarme et non détection important si l'on applique un algorithme de classification.

Considérons maintenant que nous prenons en compte l'influence de l'intensité d'éclairement sur la variance dans l'image de GSC. Dans ces conditions, la distance de Bhattacharyya à maximiser est donnée par l'équation 4.9, avec $\sigma_u^2(\theta)$ définie équation 4.10. L'optimisation est réalisée en considérant les conditions de détection les plus difficiles, c'est à dire en considérant la plus petite intensité d'illumination qui arrive sur la cible (Ces régions se situent en bas de l'image présentée figure 4.1). En effet, c'est pour cette configuration que la variance dans l'image de GSC sera la plus élevée. L'ensemble des états d'illumination et d'analyse maximisant le contraste est



(a) (b)

Figure 4.2 – **(a)** Image GSC de la scène présentée figure 4.1 après optimisation du paramètre $\mathcal{D}(\theta)$. **(b)** Densités de probabilité de la région cible et de la région fond.



(a) (b)

Figure 4.3 – **(a)** Image GSC de la scène présentée figure 4.1 après optimisation du critère $\mathcal{B}(\theta)$. **(b)** Densités de probabilité des cibles et du fond.

présenté dans le tableau 4.2. Ces états sont circulaires et donc différents de ceux obtenus lors de l'optimisation du critère $\mathcal{D}(\theta)$. Ces nouvelles conditions de mesure amènent donc à de nouvelles densités de probabilité des zones cible et fond qui sont représentées figure 4.3(b), l'image optimale de GSC associée à ces mesures étant donné figure 4.3(a). On remarque alors que la différence entre les valeurs moyenne des zones cible et fond n'est plus que de 0.05, ce qui est deux fois plus faible que dans le cas de l'optimisation du critère $\mathcal{D}(\theta)$. Cependant, le contraste a été augmenté de manière significative comme en témoigne le très faible recouvrement entre les densités de probabilité associées aux zones cible et à la zone de fond. Prendre en compte la présence de non uniformité d'illumination lors de l'optimisation du contraste dans des images GSC permet donc d'augmenter significativement les performances de détection.

Dans cette partie, nous avons analysé l'influence du bruit de Poisson sur l'optimisation des images GSC pour des applications de type détection. Nous avons notamment montré que les variations de bruit dans l'image GSC en fonction de l'intensité d'éclairement doivent être prises en compte afin de bien estimer les états de mesure qui vont amener au meilleur contraste. Nous avons aussi montré que la distance de Bhattacharyya offre une bonne capacité d'estimation de performances pour la détection et que l'optimisation de l'image GSC doit être réalisée entre la cible et le fond dans la zone la plus sombre de l'image, car il s'agit de la zone où le bruit risque

d'être le plus important dans l'image de GSC.

4.2.3 Optimisation en présence de bruit spatial

Considérons maintenant que la source principale de bruit dans la scène ne provient plus du processus de détection (bruit de Poisson) mais des fluctuations spatiales des propriétés polarimétriques de la scène. Ces fluctuations sont souvent plus complexes que les bruits de mesure et difficilement modélisables. Cependant, tout comme dans le cas du bruit de Poisson, la caractérisation de ce bruit et sa prise en compte peut permettre d'augmenter significativement les performances de détection. Afin de s'en convaincre, considérons une scène réelle composée d'une cible et d'un fond. La cible est constituée d'un morceau d'adhésif transparent posé sur un polariseur, lui même placé devant une feuille de papier diffusant. L'ensemble est placé derrière un milieu composé de petites bulles de plastique permettant de simuler la non-uniformité spatiale de la scène. Une simple image d'intensité ne permet pas de distinguer la cible du fond comme en témoigne l'image présentée figure 4.4(b). Dans un premier temps, nous ne prenons pas en compte la présence de fluctuations spatiales dans la scène ce qui revient à maximiser le critère $\mathcal{D}(\theta)$ présenté dans l'équation 4.12. L'ensemble des états optimaux permettant de maximiser ce critère sont donnés dans le tableau 4.3 et l'image GSC résultante est présentée figure 4.5(a). On observe alors qu'il est maintenant possible de distinguer la cible du fond en comparaison avec le résultat obtenu avec une simple image d'intensité. Cependant, de fortes fluctuations spatiales viennent diminuer fortement le contraste entre la cible et le fond et seront la source de nombreuses erreurs de classification.

Afin d'améliorer ce résultat, nous allons maintenant prendre en compte la présence de ces fluctuations spatiales en optimisant la distance de Bhattacharyya donnée équation 4.9. Contrairement au cas où le bruit est additif gaussien ou poissonnien, il nous est impossible de définir une expression analytique de la variance de ce bruit dont la statistique dépend entièrement de la scène observée. Il est donc nécessaire d'estimer les variances de chacune des régions $\sigma_u^2(\theta)$ à partir de base de données contenant des ensembles de matrices de Mueller associées aux objets d'intérêt dans la scène. Considérons Ω_u, un ensemble de données contenant N_u pixels representatifs de la région $u \in \{c, f\}$. La valeur de la variance de la région u dans l'image GSC peut alors être estimée comme :

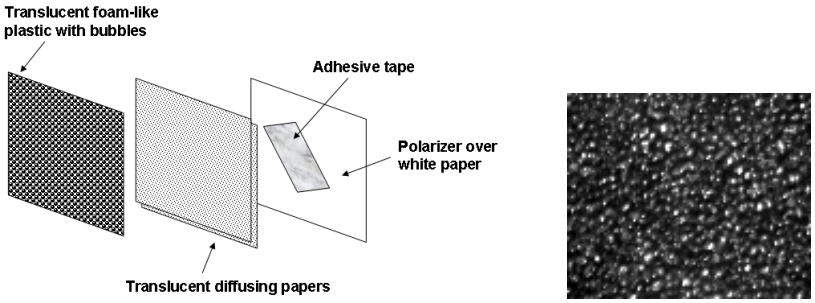
$$\sigma_u^2(\theta) = \frac{1}{N_u} \sum_{k \in \Omega_u} \left(\mathcal{R}_k^u(\theta) - \overline{\mathcal{R}^u}(\theta) \right)^2 \tag{4.13}$$

avec

$$\overline{\mathcal{R}^u}(\theta) = \frac{1}{N_u} \sum_{k \in \Omega_u} \mathcal{R}_k^u(\theta) \tag{4.14}$$

En prenant en compte alors les variations spatiales des propriétés polarimétriques de la scène, on observe dans le tableau 4.3 que l'ensemble des états optimaux maximisant la distance de Bhattacharyya définie dans l'équation 4.9 est différent de celui maximisant le critère $\mathcal{D}(\theta)$ ne prenant pas en compte la présence de ces fluctuations. Ces états sont elliptiques et n'ont pas de relation simple d'orthogonalité ou de parallélisme entre eux. L'image GSC finale est elle aussi différente (voir figure 4.5(b)) et il est maintenant beaucoup plus facile de discerner la cible du fond puisque la variance dans les deux zones de l'image est beaucoup plus faible.

Pour conclure, tout comme dans le cadre de l'imagerie scalaire, l'estimation du bruit perturbant les images et sa prise en compte permet d'augmenter significativement le contraste dans les images GSC. Les bruits de mesure, tel que le bruit additif gaussien et le bruit de Poisson, ont des statistiques analytiques facilitant leur prise en compte. D'autres bruits, tel que le bruit spatial, demandent quand à eux une étude plus approfondie et spécifique à la scène observée.

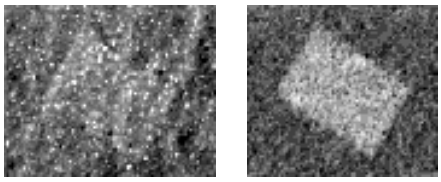


(a) (b)

Figure 4.4 – **(a)** Schéma de la scène. **(b)** Image d'intensité de la scène.

(α,ε)	$\mathbf{S}_1$	$\mathbf{T}_1$	$\mathbf{S}_2$	$\mathbf{T}_2$
$\mathcal{D}$	$(5^o, -21^o)$	$(-60^o, -4^o)$	$(28^o, -11^o)$	$(45^o, -6^o)$
$\mathcal{B}$	$(11^o, -8^o)$	$(37^o, 15^o)$	$(31^o, 6^o)$	$(-80^o, 7^o)$

Table 4.3 – États optimaux permettant de maximiser les critères $\mathcal{D}(\theta)$ (voir Eq. 4.12) et $\mathcal{B}(\theta)$ (voir Eq. 4.9).



(a) (b)

Figure 4.5 – Images GSC de la scène présentée Fig. 4.4 après optimisation des critères **(a)** $\mathcal{D}(\theta)$, **(b)** $\mathcal{B}(\theta)$.

4.3 Comparaison de performances : influence du nombre de degrés de liberté

L'objectif de l'imagerie GSC est de combiner deux images polamétriques distinctes d'une même scène afin d'obtenir une nouvelle image ne dépendant que des propriétés polarimétriques de la scène et « indépendante » de l'intensité de la source utilisée pour illuminer la scène et des fluctuations de réflectivité. Pour cela, il est possible d'acquérir séquentiellement des ensembles de deux images afin de calculer l'image GSC résultante. Cependant l'acquisition non simultanée des images peut engendrer des problèmes de recalage en particulier si certains objets de la scène sont en mouvement. De récentes recherches ont notamment amenés à la création d'un imageur polarimétrique permettant d'acquérir simultanément deux images polarimétriques dont les états d'analyse sont orthogonaux via l'utilisation d'un cube séparateur de polarisation [34]. Le système proposé ne permet que d'analyser des états de polarisation linéaires orthogonaux mais celui-ci peut être améliorer afin d'analyser n'importe quel couple d'états orthogonaux sur la sphère de Poincaré et cela toujours de manière simultanée. Dans cette dernière partie, nous comparerons donc les performances qui peuvent être atteintes avec différents types d'imageurs polarimétriques ayant chacun un nombre différent de degrés de liberté afin d'optimiser le contraste.

Le tableau 4.4 rassemble les caractéristiques des 5 configurations d'imagerie que nous allons comparer et qui sont décrites dans la suite de cette section. Il est important de noter que l'optimisation d'un plus grand nombre de degrés de liberté requiert un temps de calcul plus élevé ainsi que des systèmes plus onéreux.

Configuration n° 1

La première configuration étudiée consiste à mesurer l'image OSC en utilisant des polariseurs linéaires fixes. L'état de polarisation en illumination reste linéaire avec un azimut égal à 0° entre les deux acquisitions et les états d'analyse utilisés pour l'acquisition des deux images sont linéaires et orthogonaux avec des azimuts de 0° et 90°. Cette première configuration n'offre donc aucun degré de liberté pour optimiser le contraste. Elle peut être réalisée très simplement à l'aide d'un polariseur fixe en illumination et d'un cube séparateur de polarisation fixe en analyse.

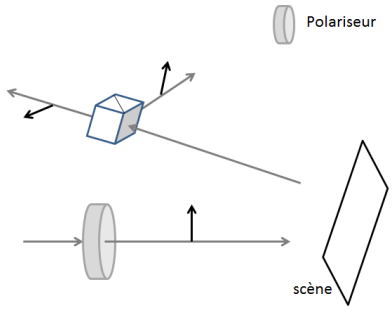


FIGURE 4.6 – Schéma de la configuration n°1. Aucun degré de liberté.

Configuration n° 2

La seconde configuration consiste à conserver la même configuration que pour le cas n^o1 mais en donnant la possibilité de changer l'azimut (α) de l'état de polarisation linéaire de la lumière incidente. L'état d'illumination est conservé pour les deux acquisitions et les deux états d'analyse sont respectivement parallèles et orthogonaux à l'état d'illumination. L'azimut de l'état d'illumination (α) représente donc l'unique degré de liberté permettant d'optimiser le contraste.

Cette configuration, un peu plus complexe que la précédente, requiert la possibilité de pouvoir tourner le polariseur en illumination ainsi que le cube séparateur de polarisation en analyse.

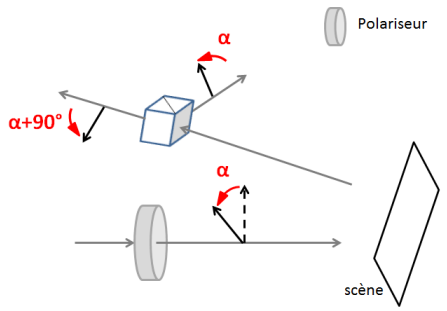


Figure 4.7 – Schéma de la configuration n°2. Degré de liberté : azimut α.

Configuration n° 3

La troisième configuration étudiée consiste maintenant à permettre de changer à la fois l'azimuth et l'ellipticité de l'état d'illumination. Tout comme précédemment, l'état d'illumination est conservé pour les deux acquisitions et les deux états d'analyse sont respectivement parallèles et orthogonaux à l'état d'illumination. Les degrés de liberté de cette configuration sont donc au nombre de deux que sont l'azimut (α) et l'ellipticité (ε) de l'état de polarisation en illumination. Afin de pouvoir réaliser cet imageur, il est nécessaire d'avoir accès à un générateur de polarisation complet en illumination comme ceux présentés dans le second chapitre de ce manuscrit ainsi qu'un analyseur de polarisation, constitué des mêmes éléments que le PSG mais utilisant un cube séparateur à la place du polariseur afin d'acquérir simultanément les deux images.

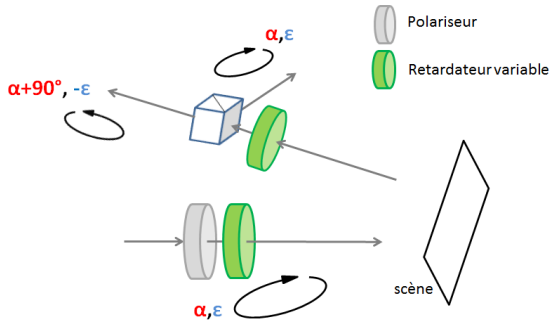


Figure 4.8 – Schéma de la configuration n°3. Degrés de liberté : azimut α et ellipticité ε.

Configuration n° 4

La quatrième configuration permet l'optimisation séparée des états d'illumination et d'analyse. L'état d'illumination est conservé entre les deux acquisitions et peut être n'importe où sur la sphère de Poincaré. Les deux états d'analyse restent orthogonaux mais leur azimut et ellipticité peuvent varier indépendamment de celle de l'état d'illumination. Il est intéressant de noter que ce système, qui offre un total de 4 degrés de liberté que sont les azimuts et ellipticités des états de polarisation en illumination et en analyse, ne requiert aucune évolution de montage en comparaison de la configuration n^o3. Seul le temps de calcul pour la détermination des états optimaux augmente entre les configurations 3 et 4.

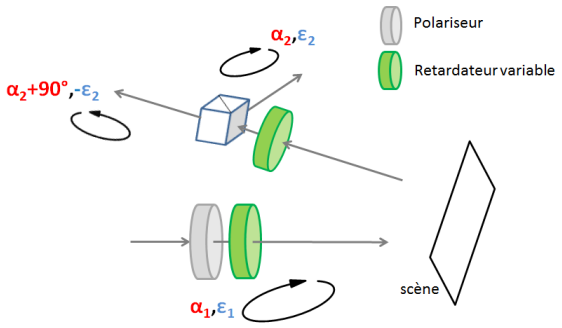


FIGURE 4.9 – Schéma de la configuration n°4. Degrés de liberté : azimut et ellipticité en illumination $(\alpha_1, \varepsilon_1)$ et en analyse $(\alpha_2, \varepsilon_2)$.

Configuration n° 5

Enfin, la cinquième et dernière configuration correspond à la configuration la plus générale de l'imagerie GSC présentée dans ce chapitre. Les états d'illumination et d'analyse peuvent être optimisés indépendamment pour chacune des images et peuvent se trouver n'importe où sur la sphère de Poincaré. Cette configuration correspond donc à un nombre de degrés de liberté égal à 8 ce qui est le double de la configuration précédente. Elle requiert d'utiliser un polariseur et non plus un cube séparateur de polarisation en analyse ce qui impose d'acquérir de manière séquentielle les deux images nécessaires à l'obtention de l'image GSC finale.

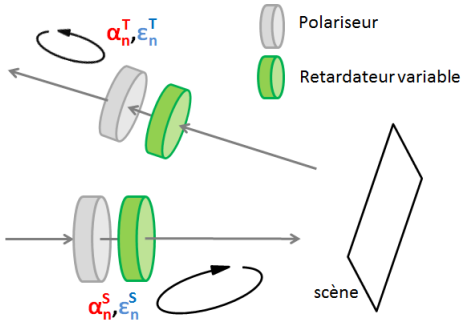


FIGURE 4.10 – Schéma de la configuration n°5. Degré de liberté : azimut et ellipticité en illumination $(\alpha_n^S, \varepsilon_n^S)$ et en analyse $(\alpha_n^T, \varepsilon_n^T)$, avec $n \in \{1, 2\}$.

Les propriétés de ces différentes configurations sont résumées dans le tableau 4.4.

4.3.1 Étude sur une scène simulée perturbée par du bruit spatial

Considérons tout d'abord une scène composée d'une cible et d'un fond dont les matrices de Mueller moyennes sont données dans le tableau 4.5. Les matrices de Mueller dans chacune des régions fluctuent spatialement et la variance de chacun des coefficients des matrices cible et fond sont données dans le tableau 4.6.

On observe que la variance n'est pas uniforme sur tous les coefficients et ce sont ces fluctuations qui engendrent le bruit dominant dans les images d'intensité obtenues à l'aide de l'imageur. Afin de comparer les performances obtenues avec les différents imageurs présentés dans la partie 4.3, nous maximisons la distance de Bhattacharyya définie dans l'équation 4.9 en utilisant les différents degrés de liberté offerts par chacune des configurations de mesure. Les états obtenus

Configuration	degrés de liberté	$\mathbf{S}_1$	$\mathbf{T}_1$	$\mathbf{S}_2$	$\mathbf{T}_2$
Cas n^o1	0	α fixé ε fixé	$\mathbf{S}_1$	$\mathbf{S}_1$	$\mathbf{S}_1^\perp$
Cas n^o2	1	α varie ε fixé	$\mathbf{S}_1$	$\mathbf{S}_1$	$\mathbf{S}_1^\perp$
Cas n^o3	2	α varie ε varie	$\mathbf{S}_1$	$\mathbf{S}_1$	$\mathbf{S}_1^\perp$
Cas n^o4	4	α_1 varie ε_1 varie	$\mathbf{S}_1$	α_2 varie ε_2 varie	$\mathbf{T}_1^\perp$
Cas n^o5	8	$(\alpha_1, \varepsilon_1)$	$(\alpha_2, \varepsilon_2)$	$(\alpha_3, \varepsilon_3)$	$(\alpha_4, \varepsilon_4)$

Table 4.4 – Différentes configurations d'imagerie polarimétrique comparées avec (α, ε) qui représentent l'azimut et l'ellipticité des états de polarisation et $^\perp$ l'indice représentant le caractère orthogonal d'un état de polarisation par rapport à un autre.

M^c	M^f
$\begin{bmatrix} 0.64 & 0.01 & 0.00 & 0.00 \\ 0.01 & 0.32 & 0.03 & 0.03 \\ 0.00 & -0.03 & 0.24 & 0.02 \\ 0.00 & -0.01 & -0.01 & 0.16 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.64 & 0.00 & 0.01 & 0.00 \\ 0.00 & 0.29 & 0.08 & 0.08 \\ 0.00 & -0.09 & 0.23 & 0.06 \\ 0.00 & -0.03 & -0.05 & 0.15 \end{bmatrix}$

Table 4.5 – Matrices de Mueller moyennes de la cible (c) et du fond (f).

$VAR[M^c] = 10^{-3}$	$VAR[M^f] = 10^{-3}$
$\begin{bmatrix} 0.57 & 0.00 & 0.17 & 0.04 \\ 0.00 & 1.57 & 0.24 & 0.17 \\ 0.02 & 0.11 & 0.57 & 0.10 \\ 0.00 & 0.05 & 0.04 & 0.06 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.57 & 0.04 & 0.16 & 0.04 \\ 0.01 & 0.99 & 2.85 & 2.11 \\ 0.03 & 1.99 & 0.64 & 1.61 \\ 0.00 & 0.52 & 0.61 & 0.61 \end{bmatrix}$

Table 4.6 – Matrices contenant la variance des différents coefficients des matrices de Mueller de la cible (c) et du fond (f).

(α, ε)	$\mathbf{S}_1$	$\mathbf{T}_1$	$\mathbf{S}_2$	$\mathbf{T}_2$
Case n^o1	$(0^o, 0^o)$	$(0^o, 0^o)$	$(0^o, 0^o)$	$(90^o, 0^o)$
Case n^o2	$(-82^o, 0^o)$	$(-82^o, 0^o)$	$(-82^o, 0^o)$	$(8^o, 0^o)$
Case n^o3	$(-84^o, 23^o)$	$(-84^o, 23^o)$	$(-84^o, 23^o)$	$(6^o, -23^o)$
Case n^o4	$(-42^o, -20^o)$	$(-64^o, 1^o)$	$(-42^o, -20^o)$	$(26^o, -1^o)$
Case n^o5	$(-31^o, -1^o)$	$(17^o, -17^o)$	$(90^o, -6^o)$	$(-54^o, 18^o)$

TABLE 4.7 – États optimaux pour différentes configurations de mesure en présence de la scène simulée.

dans chacun des cas d'étude sont présentés dans le tableau 4.7 et les images simulées obtenues ainsi que leur histogramme sont donnés dans la figure 4.11.

On observe que, plus le nombre de degrés de liberté augmente, plus la distance de Bhattacharyya obtenue dans la configuration optimale augmente aussi. Dans le cadre de cette simulation, on observe qu'il faut attendre de pouvoir découpler les états d'illumination et d'analyse pour obtenir un bon contraste (voir configuration 4 et 5) et que l'utilisation de tout les degrés de liberté possibles au travers de la configuration n°5 permet de doubler le contraste par rapport à la configuration n°4.

Cette première étude met donc en avant deux points importants. Le premier est l'utilité, dans ce cas précis, d'avoir un système flexible polarimétriquement avec un nombre maximal de degrés de liberté. Un imageur simple n'utilisant que des polariseurs linéaires ne permet d'atteindre que de très faibles performances en terme de séparabilité de la cible et du fond. Le second point est que, dans certains cas, pouvoir optimiser l'état d'illumination et d'analyse pour chacune des images acquises permet d'obtenir un bien meilleur contraste que dans le cas où les état d'analyse sont forcément orthogonaux. Cependant, il ne faut pas oublier que ce système impose une acquisition séquentielle des deux images alors que la première configuration peut acquérir simultanément les deux images nécessaires à l'obtention de l'image GSC. De plus, il se peut que, dans certains cas, l'utilisation de tous les degrés de liberté n'apporte pas forcément un gain significatif du contraste par rapport au cas où les états d'analyse sont orthogonaux. C'est à l'utilisateur de définir au mieux ses besoins et de choisir le système qui correspond le plus à ses attentes.

4.3.2 Application à une scène réelle

Considérons maintenant une scène réelle composée d'une cible placée derrière un milieu diffusant dont les propriétés polarimétriques varient spatialement. Le schéma de la scène ainsi que l'image d'intensité obtenue en l'observant à l'aide d'un imageur conventionnel sont donnés dans la figure 4.12. On constate qu'il est impossible de déterminer la position de la cible du fait notamment de la présence de fortes fluctuations d'intensité spatiales. Afin d'améliorer la séparabilité de la cible et du fond, nous réalisons différentes images GSC en optimisant les degrés de liberté offerts par chacune des configurations présentées précédemment. L'ensemble des résultats obtenus sont regroupés dans le tableau 4.8. Ce tableau regroupe pour chacun des systèmes étudiés l'image optimale associée et les densités de probabilité associées à chacune des régions cible et fond de la scène. Le tableau 4.9 présente les états optimaux ayant servi à l'acquisition des images.

On observe dans le tableau 4.8 que le contraste dans les images reste très faible jusqu'à ce que l'on puisse découpler complètement les deux images nécessaires au calcul de l'image GSC finale. En effet, tant que les états de polarisation utilisés en analyse restent orthogonaux, le contraste

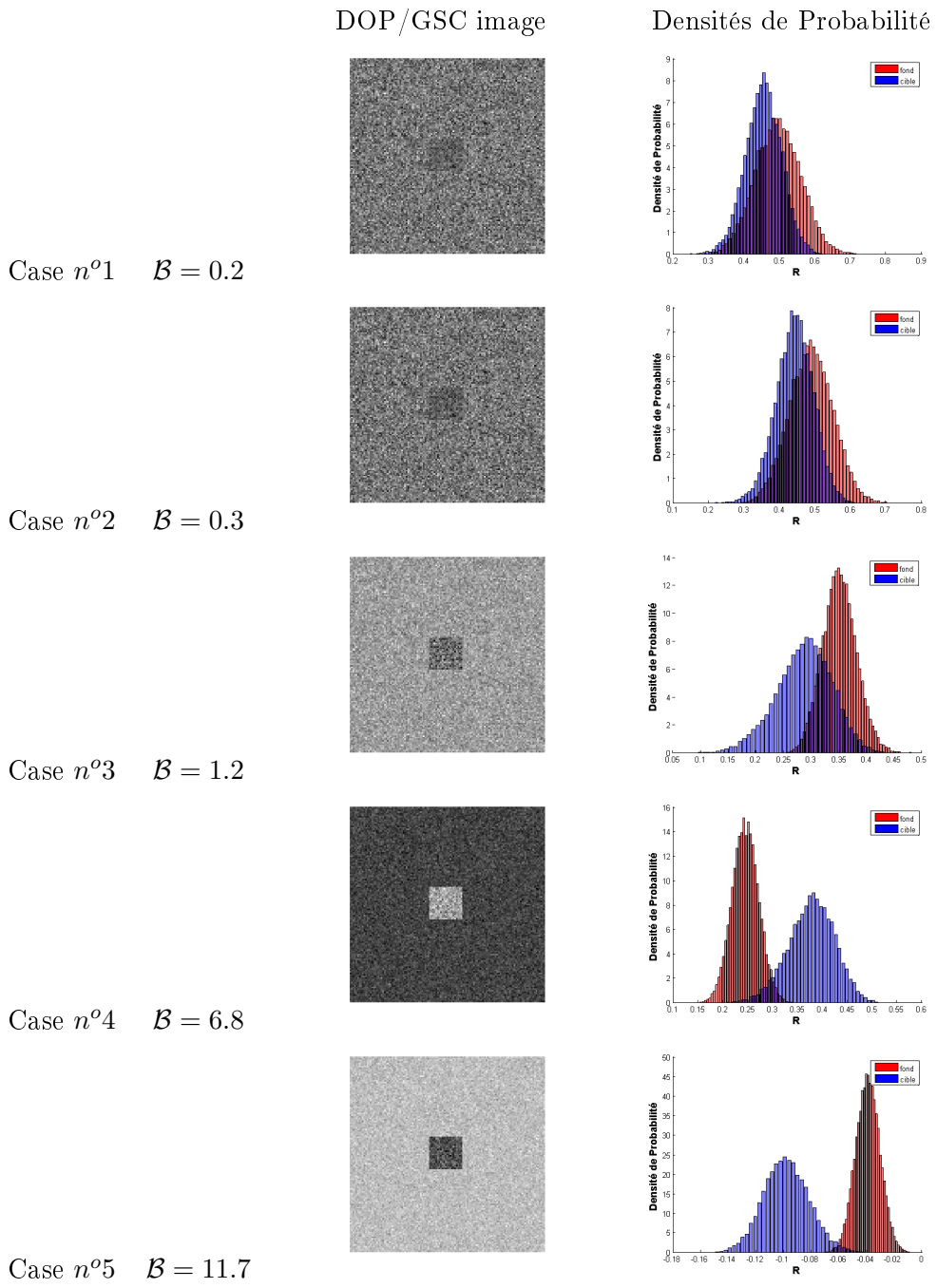


Figure 4.11 – Comparaison des performances obtenues avec les différentes configurations comparées pour la scène simulée.

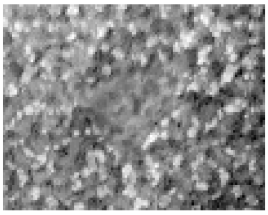
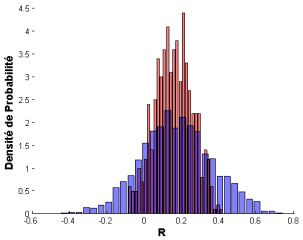
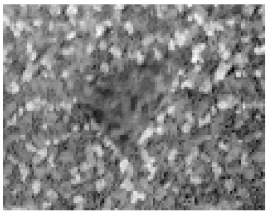
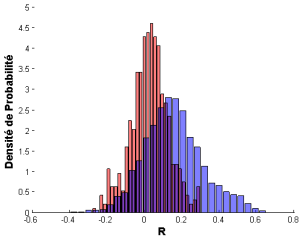
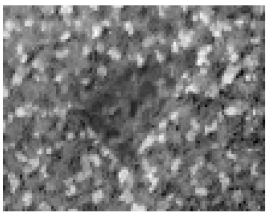
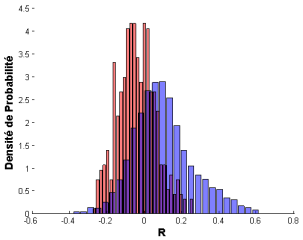
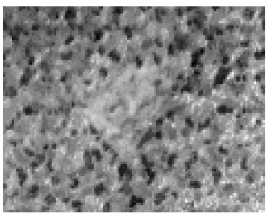
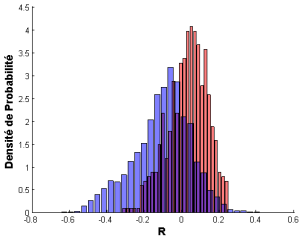
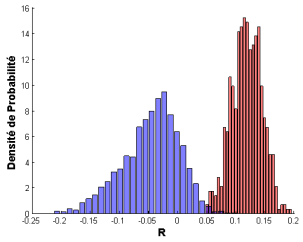
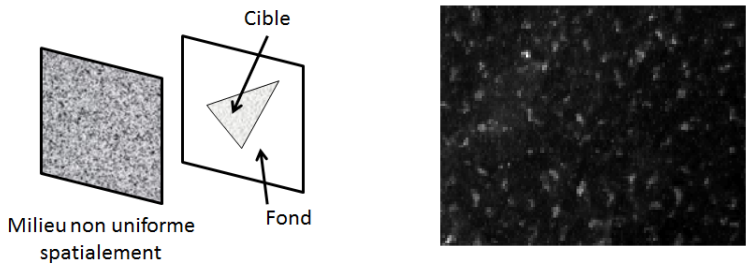
Configuration n°...(Séparabilité=...)	Image optimale	DP
n°1 ($\mathcal{B} = 0.005$)		
n°2 ($\mathcal{B} = 0.452$)		
n°3 ($\mathcal{B} = 0.535$)		
n°4 ($\mathcal{B} = 0.532$)		
n°5 ($\mathcal{B} = 8.766$)		

TABLE 4.8 – Comparaison des résultats obtenus avec les différents systèmes présentés dans la partie 4.3 lors de l'observation de la scène représentée figure 4.12.



(a) (b)

Figure 4.12 – (a) Schéma de la scène utilisée pour comparer les performances des différents systèmes d'imagerie GSC. (b) Image en intensité de la scène.

Système n°...(Séparabilité=...)	Image n°1 $(\alpha_s, \varepsilon_s)(\alpha_t, \varepsilon_t)$	Image n°2 $(\alpha_s, \varepsilon_s)(\alpha_t, \varepsilon_t)$
n°1 ($\mathcal{B} = 0.005$)	(0°,0°)(0°,0°)	(0°,0°)(90°,0°)
n°2 ($\mathcal{B} = 0.45$)	(-76°,0°)(-76°,0°)	(-76°,0°)(14°,0°)
n°3 ($\mathcal{B} = 0.53$)	(-76°,7°)(-76°,7°)	(-76°,7°)(14°,-7°)
n°4 ($\mathcal{B} = 0.53$)	(-72°,12°)(15°,0°)	(-72°,12°)(-75°,0°)
n°5 ($\mathcal{B} = 8.77$)	(-35°,9°)(18°,4°)	(74°,-14°)(-59°,5°)

Table 4.9 – États de polarisation optimaux obtenus pour les différents systèmes présentés dans la partie 4.3 lors de l'observation de la scène représentée figure 4.12.

reste faible ($\mathcal{B} = 0.532$) et ce n'est qu'en utilisant tous les degrés de liberté offerts par la technique du GSC que l'on arrive à augmenter le contraste significativement ($\mathcal{B} = 8.766$). On a donc un gain de l'ordre de 16 sur la séparabilité des deux régions entre les deux systèmes d'imagerie 4 et 5.

Cet exemple permet donc de mettre en avant le gain que peut apporter l'imagerie GSC notamment par rapport à des systèmes plus simples comme ceux présentés dans cette partie. Cependant il ne s'agit pas d'un cas général. En effet, si la cible est statique ou son déplacement reste faible durant le temps d'acquisition des deux images nécessaires pour le calcul de l'image GSC, le système n°5 utilisant tous les degrés de liberté possibles donnera toujours les meilleures performances. Cependant il se peut aussi que dans certains cas l'optimisation de la séparabilité amène à des états optimaux qui soient très proches de ceux pouvant être atteint à l'aide du système n°4. Dans ces conditions l'utilisation du système n°5 n'apportera que peu de gain par rapport au système n°4 qui permet notamment d'acquérir de manière simultanée les deux images nécessaires au calcul de l'image GSC finale.

Le choix du système dépend donc de l'application pour laquelle l'utilisateur souhaite utiliser l'imagerie GSC ainsi que des performances que l'on souhaite atteindre.

4.4 Conclusion

Dans ce chapitre nous avons présenté un concept d'imagerie polarimétrique permettant d'obtenir des images insensibles aux fluctuations d'intensité et ne dépendant que des propriétés polarimétriques de la scène observée. Son inconvénient majeur est que, puisque l'image recherchée est issue d'un rapport d'images bruitées, le bruit est renforcé dans les régions présentant des valeurs de faible intensité. Afin de prendre ce fait en compte, nous avons proposé une méthode pour

maximiser la séparabilité entre une cible d'intérêt et un fond en optimisant les états de polarisation d'illumination et d'analyse. Cette méthode permet de déterminer le meilleur compromis entre la séparation des classes et la minimisation des fluctuations de l'image GSC.

Un des avantages de l'approche proposée est qu'elle nous a permis d'effectuer une comparaison objective de la performance de différents systèmes d'imagerie GSC ayant différents degrés de liberté. Il est ainsi possible d'évaluer la valeur ajoutée de chaque degré de liberté dans une application donnée. Nous avons démontré l'efficacité de cette approche dans un exemple d'application, où faire usage de l'ensemble des 8 degrés de liberté apporte une amélioration significative de la capacité de discrimination. Bien sûr, dans la pratique, ce gain doit être pondéré en prenant en compte les coûts et la complexité croissante généralement associée à l'augmentation du nombre de degrés de liberté. Cependant, l'approche que nous proposons fournit des éléments objectifs pour réaliser ce choix.

L'ensemble des études réalisées jusqu'à présent ont eu pour but l'optimisation du contraste dans différentes conditions de mesure pouvant être rencontrées lors d'acquisition d'images réelles. Cependant ces études se limitent au cas de la séparation de deux objets d'intérêt : une cible et un fond. Dans le cas d'images réelles plus complexes, il peut être notamment nécessaire de s'intéresser à un nombre plus important d'éléments ce qui rend l'optimisation des états de polarisation plus complexe. C'est pourquoi nous proposons de nous intéresser à ce cas plus général dans la suite de ce manuscrit.

Chapitre 5

Application de l'imagerie polarimétrique scalaire à un scénario multicibles

La plupart des études menées dans le cadre de l'optimisation du contraste dans les images considèrent un scénario où un objet d'intérêt doit être séparé d'un fond. Cependant il existe des cas où la détection et la reconnaissance de plusieurs objets d'intérêt dans une même scène peuvent être requises et dans ce cas, les conditions de mesure optimisées pour un cas mono-cible ne sont plus optimales. Dans ce chapitre, nous considérons le problème de l'optimisation de la séparabilité d'un nombre arbitraire d'objets ayant des propriétés polarimétriques différentes. Ce scénario est plus complexe que celui à deux objets car il requiert l'utilisation de nouveaux degrés de liberté pour améliorer les performances de détection. En particulier, il devient nécessaire d'acquérir un nombre d'images optimales plus important du fait qu'un nombre plus important de données est nécessaire pour séparer les différents objets d'intérêt. Cette évolution a des conséquences sur l'expression du critère de séparabilité des classes ainsi que sur la méthode permettant de le maximiser.

Dans une première partie, nous définissons la méthode de classification qui est appliquée aux données acquises afin de classifier les objets dans la scène puis nous appliquons ce classifieur à des données de type matrice de Mueller. Dans une seconde partie, nous introduisons une méthode permettant d'optimiser la séparabilité des objets en utilisant un nombre minimal d'images. Nous présentons le critère de séparabilité ainsi que l'algorithme de calcul utilisé pour le maximiser avant de présenter des résultats obtenus sur des scènes simulées et réelles.

5.1 Classification de régions à partir de données à N dimensions

5.1.1 Définition d'un classifieur

Avant de définir une méthode d'acquisition d'images optimisant la séparabilité des objets qu'elles contiennent, il est important de définir quel classifieur sera utilisé afin de distinguer ces objets. Ce classifieur se doit d'être capable d'utiliser des données à N dimensions.

Pour cela, considérons que notre scène est composée de K régions ayant de propriétés polarimétriques différentes, indéxées par l'indice $k \in [1, K]$. Nous supposons que nous avons accès à une base de données contenant les propriétés polarimétriques (matrices de Mueller) des objets recherchés et qu'il est possible d'acquérir N images polarimétriques en utilisant N couples dif-

férents d'états de polarisation d'illumination ($\mathcal{S} = [\mathbf{S}_1, ..., \mathbf{S}_N]$) et d'analyse ($\mathcal{T} = [\mathbf{T}_1, ..., \mathbf{T}_N]$). Pour chaque pixel p de la scène, les N mesures d'intensité réalisées peuvent être rassemblées dans un vecteur $\mathbf{x_p}$ de dimension N défini par :

$$\mathbf{x_p} = \begin{bmatrix} i_1^p \\ i_2^p \\ ... \\ i_N^p \end{bmatrix} \quad \text{avec} \quad i_n^p = I_0' \mathbf{T}_n^T M^p \mathbf{S}_n \tag{5.1}$$

où M^p, est la matrice de Mueller de la région correspondant au pixel p et $i_n^p, n \in [1, N]$, l'intensité associée au pixel p projeté sur les états de polarisation $\mathbf{S}_n$ et $\mathbf{T}_n$. Chaque pixel de la scène peut donc être représenté par un point dans un espace à N dimensions et notre objectif est de séparer au mieux ces points en fonction des éléments de la scène auxquels ils appartiennent.

Le choix d'un classifieur dépend du domaine d'application ainsi que des statistiques du bruit perturbant les images, qui peut être un bruit de mesure ou bien un bruit spatial par exemple. Afin de simplifier les calculs, nous supposons que la somme de toutes ces perturbations produit une statistique gaussienne dans les images d'intensité. La fonction de densité de probabilité associée à chacune des K classes d'objets se trouvant dans l'image est alors donnée par :

$$\forall\ k \in [1, K], \quad DP_k(\mathbf{x}) = \frac{1}{\sqrt{2\pi \det(\Gamma_k)}} \exp\left[-\frac{1}{2}(\mathbf{x} - \overline{\mathbf{x}}_k)^T \Gamma_k^{-1} (\mathbf{x} - \overline{\mathbf{x}}_k)\right] \tag{5.2}$$

où det désigne le déterminant d'une matrice carré, $\overline{\mathbf{x}}_\mathbf{k}$ et Γ_k sont respectivement la moyenne et la matrice de covariance du vecteur d'intensité $\mathbf{x}$ associé à la classe k. À partir de cette expression de la fonction de densité de probabilité, il est possible de calculer la log-vraissemblance associée à chacune des classes :

$$L_k = \log[DP_k(\mathbf{x})] = -\frac{1}{2}\log\left[2\pi \det(\Gamma_k)\right] - \frac{1}{2}(\mathbf{x} - \overline{\mathbf{x}}_k)^T \Gamma_k^{-1} (\mathbf{x} - \overline{\mathbf{x}}_k) \tag{5.3}$$

Cette log-vraisemblance permet de définir le classifieur du Maximum de Vraissemblance (MV), que nous allons utiliser dans la suite, qui consiste à associer un pixel à la classe k si la valeur de L_k pour ce pixel est supérieure à $L_{k'}$, $\forall k' \in [1, K]$ et $k' \neq k$.

$$\hat{k} = \arg \max_{k \in [1,K]} [L_k] \tag{5.4}$$

La figure 5.1 permet d'illustrer cette méthode.

En pratique, les valeurs moyennes $\overline{\mathbf{x}}_\mathbf{k}$ ainsi que les matrices de covariance Γ_k de chacune des classes d'objets d'intérêt peuvent être estimées à partir de bases de données $\mathcal{M}_k$ contenant un nombre P_k de matrices de Mueller. À partir de ces données, P_k valeurs de $\mathbf{x}_k^p$, $p \in [1, P_k]$, peuvent être calculées en utilisant l'équation 5.1 et il est alors possible d'estimer les valeurs de $\overline{\mathbf{x}}_\mathbf{k}$ et Γ_k en utilisant les formule suivantes :

$$\widehat{\overline{\mathbf{x}}}_\mathbf{k} = \frac{1}{P_k} \sum_{p=1}^{P_k} \mathbf{x_k^p} \tag{5.5}$$

$$\widehat{\Gamma}_k = \frac{1}{P_k} \sum_{p=1}^{P_k} (\mathbf{x_k^p} - \overline{\mathbf{x}}_\mathbf{k})(\mathbf{x_k^p} - \overline{\mathbf{x}}_\mathbf{k})^T \tag{5.6}$$

Afin de s'assurer du fonctionnement de cette méthode, nous allons l'appliquer sur des données à 16 dimensions. Ces données sont les 16 images d'intensité acquises lors de l'analyse des propriétés polarimétriques d'une scène inconnue contenant des objets d'intérêt.

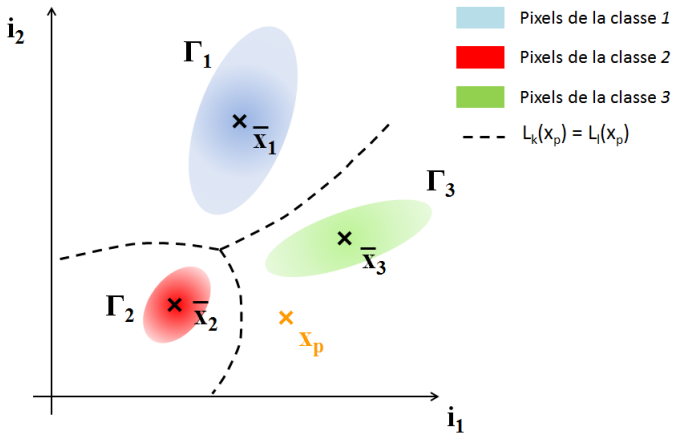
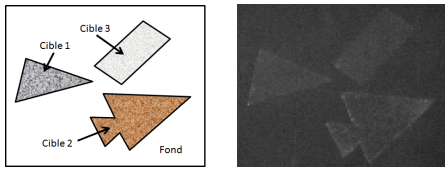


FIGURE 5.1 – Détermination de la classe d'un pixel. Les lignes noires correspondent aux pixels tels que la log-vraisemblance associée à plusieurs classes est égale. Pour cet exemple, le pixel x_p appartient à la classe 3.



(a) (b)

FIGURE 5.2 – (a) Schéma de la scène. (b) image d'intensité.

5.1.2 Application à des données à 16 dimensions : la matrice de Mueller

La matrice de Mueller est une information importante dans le domaine de la polarimétrie car elle caractérise complètement le comportement polarimétrique d'un matériau. Afin d'acquérir cette matrice de dimension 4×4, il est nécessaire d'acquérir 16 images d'intensité qui permettent, par simple combinaison linéaire, d'obtenir directement l'expression de la matrice (cf chapitre 1). Comme il existe une relation bijective entre ces images d'intensité et la matrice de Mueller elle même, les informations contenues par chacun des ensembles de 16 images est la même. Cependant, comme la matrice de Mueller est issue d'une combinaison linéaire d'images, ces données ne sont pas totalement indépendantes les unes des autres, notamment au niveau des statistiques de bruit. Ainsi, afin de simplifier le raisonnement, nous travaillerons plutôt avec les données d'intensité brutes. Chacune des images est alors perturbée par un bruit qui peut être considéré comme indépendant d'une image à l'autre.

Le schéma de la scène que nous considérons ainsi que l'image d'intensité obtenue en utilisant un imageur conventionnel sont présentés figure 5.2. On observe que les cibles sont discernables à l'aide de leurs bords mais leurs régions intérieures ont une réflectivité proche de celle du fond. Si l'on acquiert maintenant les 16 images nécessaires à la mesure de la matrice de Mueller de la scène, on observe les résultats présentés dans la figure 5.3. On observe que les images sont bruitées. Cela provient du fait que le temps d'intégration associé à l'acquisition de chacune des images n'est que de 10 ms (le temps total alloué à une mesure complète est de 160 ms). La scène ayant une faible réflectivité, le flux rétrodiffusé par la scène est très faible pour de faibles temps d'intégration, et le bruit dominant est alors le bruit de la caméra qui est additif gaussien.

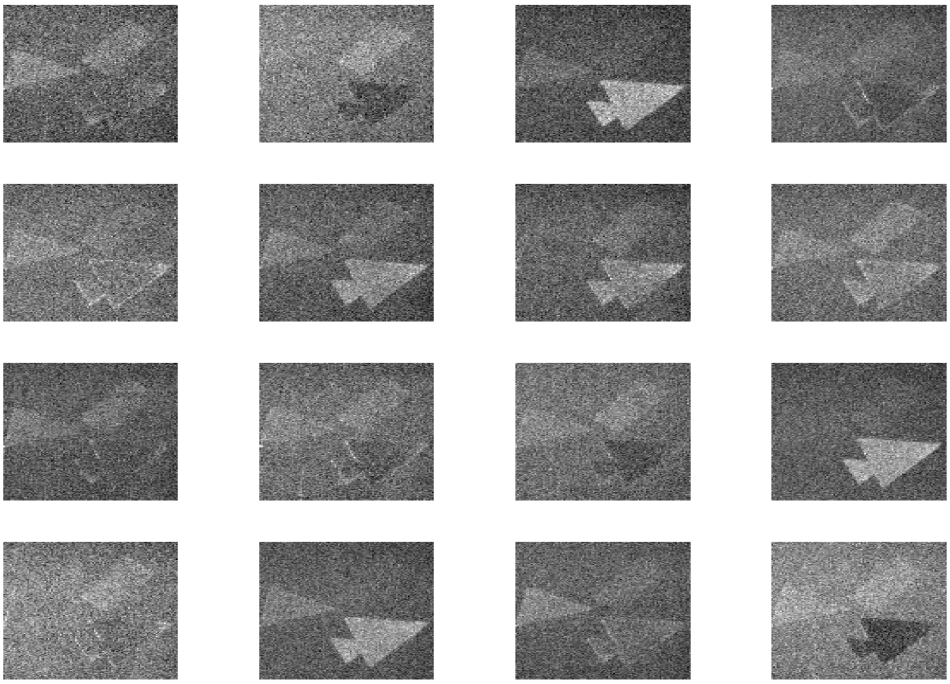


Figure 5.3 – Images d'intensité permettant l'estimation de la matrices de Mueller de la scène présentée figure 5.2.

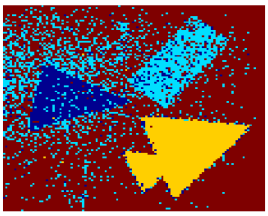


Figure 5.4 – Résultat de la classification sur les données 16D obtenues en réalisant les images nécessaires à l'estimation de la matrice de Mueller de la scène présentée figure 5.2.

Si l'on applique maintenant notre algorithme de classification en prenant en compte les statistiques du bruit, on obtient le résultat présenté figure 5.4. On observe qu'il y a de nombreuses erreurs de classification des données. Cela est dû à la présence d'un bruit important dans les images du fait du très faible temps d'intégration alloué à l'acquisition de chacune des images. Afin de pouvoir améliorer les performances de classification, nous proposons une méthode d'acquisition permettant d'optimiser le choix des images acquises tout en réduisant leur nombre ce qui permet d'augmenter le temps d'intégration qui leur est alloué.

5.2 Optimisation des images acquises pour un scénario multi-cibles

Dans cette partie, notre objectif est de déterminer l'ensemble d'images permettant de maximiser la séparabilité de différents objets d'intérêt dans la scène. Pour cela, nous allons réécrire l'expression de l'intensité mesurée lors de l'acquisition d'une image à partir d'états de polarisation de mesure ($\mathbf{T}_n$,$\mathbf{S}_n$) sous une forme vectorielle :

$$\begin{aligned} i_n &= I'_0 \mathbf{T}_n^T M \mathbf{S}_n \\ &= I'_0 \mathbf{q}_n^T \mathbf{w} \end{aligned} \tag{5.7}$$

avec $\mathbf{q}_n = \mathbf{T}_n \otimes \mathbf{S}_n$, $\otimes$ désignant le produit de Kronecker et $\mathbf{w}$, le vecteur obtenu en lisant la matrice M dans le sens lexicographique :

$$\mathbf{w} = \begin{bmatrix} M_{00} \\ M_{01} \\ M_{02} \\ ... \\ M_{33} \end{bmatrix} \tag{5.8}$$

Sous cette formulation, chaque pixel de la scène peut être perçu comme un point dans un espace à 16 dimensions défini par les différentes composantes de la matrice de Mueller. Chaque objet ayant des propriétés polarimétriques différentes, et chaque pixel d'un même objet n'étant pas caractérisé exactement par la matrice de Mueller moyenne de l'objet, ceux-ci sont représentés dans cet espace à 16 dimensions par un nuage de points que l'on souhaite le plus distinct possible des autres nuages, ce qui traduit une bonne séparabilité de ce dernier.

En utilisant maintenant différents couples d'états de polarisation $\mathbf{q}_n$, il est possible de projeter ces points dans une direction de l'espace pour laquelle la séparabilité des données est maximale. Le problème est alors d'être capable de calculer la ou les projections qui permettent de maximiser la séparabilité des ensembles de points associés à chacune des classes. Ce problème a été résolu depuis longtemps dans le domaine de la détection et porte le nom d'Analyse Linéaire Discriminante (Linear Discriminant Analysis (LDA) en anglais) [20]. Cette méthode montre que pour séparer K objets d'intérêt dans un espace à N dimensions, il est suffisant d'acquérir $K-1$ projections optimales de ces données afin d'obtenir les meilleures performances en terme de séparabilité. Ces $K-1$ projections correspondent aux vecteurs propres d'une matrice globale dépendant des matrices de covariance interclasses et intraclasses. Cependant, cette solution n'est valide que si le domaine de définition associé aux différentes projections est dans $\mathbb{R}^N$. Or, dans notre cas, nous avons vu, dans le premier chapitre de ce manuscrit, que le domaine de définition des vecteurs de Stokes n'était qu'un sous espace de $\mathbb{R}^4$ et donc, a fortiori, le domaine de définition des vecteurs $\mathbf{m} = \mathbf{T} \otimes \mathbf{S}$ n'est qu'un sous espace de $\mathbb{R}^{16}$, ce qui implique que nous ne pouvons pas appliquer

directement la théorie de la LDA afin de trouver l'ensemble des images optimales permettant de séparer aux mieux nos objets d'intérêt dans la scène. Notre objectif est donc de définir, en prenant en compte les domaines de définition dûs au formalisme de Stokes/Mueller, un critère ainsi qu'une méthode qui, tout comme le fait la LDA, permet de définir les projections permettant de séparer de manière optimale les différentes classes d'intérêt.

5.2.1 Définition d'un critère de séparabilité à N dimensions

Les statistiques de chacune des classes k, et donc les performances du classifieur, dépendent de l'ensemble des couples d'états d'illumination et d'analyse ($\mathcal{S} = [\mathbf{S}_1, ..., \mathbf{S}_N]$ et $\mathcal{T} = [\mathbf{T}_1, ..., \mathbf{T}_N]$) utilisés pour acquérir les images d'intensité. Notre objectif est donc d'optimiser ces ensembles afin de maximiser la séparabilité des données. Pour cela, il est nécessaire de définir un critère de séparabilité à optimiser. Ce critère sera donc une fonction de ces deux ensembles $C(\mathcal{T}, \mathcal{S})$ et les ensembles de projections optimales seront alors donnés par la relation :

$$(\widehat{\mathcal{S}}, \widehat{\mathcal{T}}) = \arg\max_{\mathcal{S},\mathcal{T}} [C(\mathcal{S}, \mathcal{T})] \tag{5.9}$$

Le critère de séparabilité adéquat pour un problème de discrimination multi-classes est la probabilité d'erreur bayésienne. Celle-ci implique une somme d'intégrales de fonctions de densité de probabilité sur les régions de décision, chacune de ces intégrales étant pondérée par l'importance relative des différents types d'erreurs (erreurs de classification entre les paires de classes). Toutefois, ce critère est difficile à calculer et à optimiser. C'est pourquoi nous allons utiliser un critère de séparabilité qui est sous-optimal, mais plus facile à calculer : la distance de Bhattacharyya.

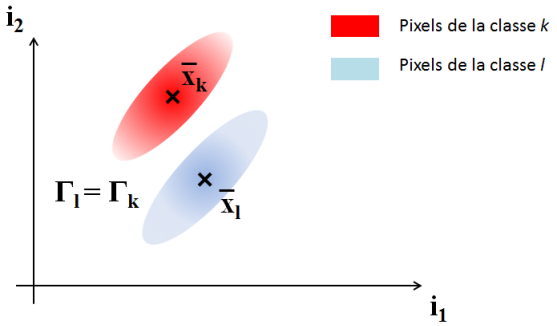
Dans le cas où les données traitées suivent une statistique gaussienne, la distance de Bhattacharyya dans un espace à N dimensions entre deux classes k et l est donnée par la formule suivante :

$$B_{k,l}(\mathcal{S}, \mathcal{T}) = \frac{1}{8}(\overline{\mathbf{x}}_\mathbf{k} - \overline{\mathbf{x}}_\mathbf{l})^T \left[\frac{\Gamma_k + \Gamma_l}{2}\right]^{-1} (\overline{\mathbf{x}}_\mathbf{k} - \overline{\mathbf{x}}_\mathbf{l}) + \frac{1}{2}\log\left[\frac{\det\left(\frac{\Gamma_k+\Gamma_l}{2}\right)}{\sqrt{\det(\Gamma_k)\det(\Gamma_l)}}\right] \tag{5.10}$$

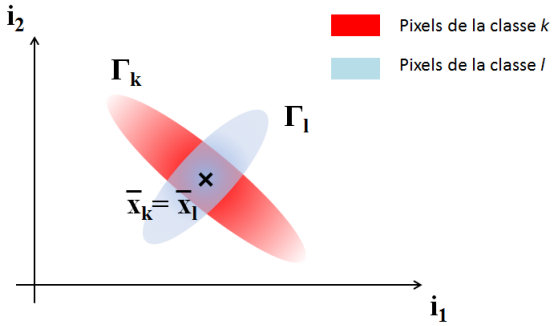
Cette distance est composée de deux termes. Le premier est proportionnel au rapport de Fisher et dépend à la fois de la différence de valeur moyenne entre les deux régions ainsi que de leurs matrices de covariance. Le second ne dépend que des matrices de covariance des deux classes k et l. Ce dernier terme est le plus souvent négligeable en comparaison avec le premier, qui prend en compte les valeurs moyennes des deux classes. Cependant, dans le cas où les valeurs moyennes sont très proches et que donc le premier terme est quasiment nul, ce second terme permet d'évaluer si la simple connaissance des variances permet d'obtenir une discrimination des classes. En effet, deux statistiques peuvent avoir la même moyenne et rester en grande partie distinguable du fait de leur variance. La figure 5.5 permet d'illustrer ces possibilités.

À partir de cette distance nous sommes donc capables d'estimer la séparabilité de 2 classes dans un espace à N dimensions. Lorsque le nombre de classes est supérieur à 2, plusieurs approches peuvent être considérées afin de déterminer un critère $\mathcal{C}$ de séparabilité de l'ensemble des classes. Dans ce manuscrit, nous utiliserons une approche de type *min/max* qui consiste à maximiser la distance de Bhattacharyya interclasse minimale entre tous les objets d'intérêt. Cela se traduit par la recherche des ensembles d'états de mesure définis par :

$$C(\mathcal{S}, \mathcal{T}) = \min_{\forall(k,l), k\neq l} [B_{k,l}(\mathcal{S}, \mathcal{T})] \tag{5.11}$$



$$\mathcal{B}_{k,l} \sim \frac{1}{8}(\overline{x}_k - \overline{x}_l)^T \left[\frac{\Gamma_k + \Gamma_l}{2}\right]^{-1} (\overline{x}_k - \overline{x}_l)$$



$$\mathcal{B}_{k,l} \sim \frac{1}{2} \log \left[\frac{\det\left(\frac{\Gamma_k + \Gamma_l}{2}\right)}{\sqrt{\det(\Gamma_k)\det(\Gamma_l)}}\right]$$

FIGURE 5.5 – Étude de l'influence des termes constituant la distance de Bhattacharyya présentée équation 5.10. Dans le premier cas, les deux classes ont la même matrice de covariance mais pas la même valeur moyenne, le second terme de la distance de Bhattacharyya est donc nul. Dans le second cas, les deux classes ont la même valeur moyenne mais pas les mêmes matrices de covariance. Dans ce cas, c'est le premier terme de la distance de Bhattachryya qui est nul.

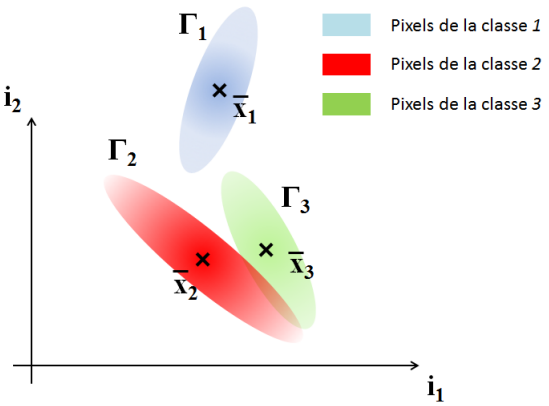


Figure 5.6 – Exemple de données acquises à partir de deux projections. Le critère de contraste $\mathcal{C}$ est alors égal à la distance de Bhattacharyya $\mathcal{B}_{2,3}$.

Ainsi, plus ce critère sera grand, plus la distance minimale entre deux classes de la scène sera grande et donc plus les classes seront distinguables. La figure 5.6 illustre cette définition. L'objectif est donc de déterminer les ensembles optimaux $(\widehat{\mathcal{S}}, \widehat{\mathcal{T}})$ qui maximisent ce critère.

5.2.2 Optimisation sous contraintes à N dimensions

La minimisation du critère de séparabilité défini dans l'équation 5.11 ne correspondant pas à la minimisation d'un système linéaire, qui aurait pu se résoudre de manière analytique, il est nécessaire de choisir un algorithme de recherche non conventionnel qui permet à la fois de faire une minimisation sous contrainte mais aussi une recherche de minimum global. En effet, l'espace de définition des vecteurs de Stokes n'étant qu'un sous espace de $\mathbb{R}^4$, les paramètres à optimiser ne peuvent se déplacer librement et doivent être bornés afin de ne pas donner de solution non physique. Ensuite, dans le cadre d'une approche de type *min/max*, la présence de nombreux maxima locaux peut venir fausser le résultat final qui ne sera donc pas l'ensemble des images permettant de séparer au mieux les différentes classes. Une recherche de maximum global est donc nécessaire. Pour cela, nous utilisons l'algorithme SCE présenté en annexe C de ce manuscrit [78].

5.2.3 Simulation d'un scénario de séparation de 4 objets d'intérêt

Dans l'ensemble des simulations que nous allons présenter, le temps d'acquisition total est considéré comme étant fixe et égal à t_0. Cette hypothèse implique que si le nombre d'images à acquérir est égal à n, le temps d'intégration alloué à l'acquisition de chaque image est égal à t_0/n.

5.2.3.1 Scène perturbée par des fluctuations polarimétriques spatiales et du bruit additif gaussien

Dans ce premier exemple servant à illustrer notre méthode d'optimisation, nous considérons 4 cibles d'intérêt dans la scène qui est donc composée d'un fond (f) et de 3 objets (1,2,3). Chacun de ces éléments est caractérisé par des propriétés polarimétriques qui lui sont propres qui sont

$$M_f = 10^{-6} \quad \begin{bmatrix} 5.74 & 0.00 & 163.82 & 40.94 \\ 0.56 & 15.66 & 9.91 & 7.22 \\ 22.56 & 4.41 & 0.66 & 4.45 \\ 2.63 & 2.09 & 1.67 & 0.65 \end{bmatrix} \qquad M_1 = 10^{-6} \quad \begin{bmatrix} 2.58 & 0.41 & 1.63 & 0.00 \\ 0.03 & 15.93 & 0.84 & 0.26 \\ 0.23 & 1.89 & 0.64 & 1.79 \\ 0.00 & 0.20 & 1.27 & 0.64 \end{bmatrix}$$

$$M_2 = 10^{-6} \quad \begin{bmatrix} 5.79 & 0.41 & 1.65 & 0.41 \\ 0.30 & 966.48 & 497.71 & 398.60 \\ 0.28 & 330.97 & 231.22 & 430.36 \\ 0.07 & 258.05 & 110.83 & 171.70 \end{bmatrix} \qquad M_3 = 10^{-3} \quad \begin{bmatrix} 0.01 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 3.69 & 1.65 & 1.34 \\ 0.00 & 0.96 & 0.78 & 1.37 \\ 0.00 & 4.59 & 1.51 & 3.10 \end{bmatrix}$$

TABLE 5.1 – Variances des différents coefficients des matrices de Mueller des objets (1,2,3) et du fond (f).

définies par les matrices de Mueller suivantes :

$$\begin{aligned} M_f &= \begin{bmatrix} 0.64 & 0.01 & 0.00 & 0.00 \\ 0.01 & 0.32 & 0.03 & 0.03 \\ 0.00 & -0.03 & 0.24 & 0.02 \\ 0.00 & -0.01 & -0.02 & 0.16 \end{bmatrix} & M_1 &= \begin{bmatrix} 0.64 & 0.00 & 0.01 & 0.01 \\ 0.00 & 0.16 & 0.00 & -0.01 \\ 0.00 & 0.00 & 0.24 & 0.00 \\ 0.00 & 0.02 & 0.00 & 0.20 \end{bmatrix} \\ M_2 &= \begin{bmatrix} 0.64 & 0.00 & 0.01 & 0.00 \\ 0.00 & 0.15 & 0.13 & -0.13 \\ 0.00 & -0.11 & 0.20 & 0.07 \\ 0.00 & 0.10 & 0.01 & 0.13 \end{bmatrix} & M_3 &= \begin{bmatrix} 0.64 & 0.00 & 0.00 & 0.00 \\ 0.00 & 0.15 & 0.12 & -0.12 \\ 0.00 & -0.10 & 0.20 & 0.06 \\ 0.00 & 0.21 & 0.03 & 0.28 \end{bmatrix} \end{aligned} \tag{5.12}$$

La répartition des objets dans la scène est donnée dans la figure 5.8. Le bruit perturbant l'acquisition des images provient de deux sources distinctes que sont des fluctuations spatiales des propriétés polarimétriques et un bruit additif gaussien provenant de la caméra de variance σ^2. Les matrices de covariance des fluctuations spatiales étant trop grandes pour être directement représentées, le tableau 5.1 ne contient que les coefficients diagonaux des matrices de covariance de chacune des cibles qui correspondent aux variances de chacun des coefficients des différentes matrices de Mueller.

L'intensité I'_0 provenant de la source est égale à 4000 et le bruit de détecteur a une variance égale à $\sigma^2 = 100$. La figure 5.7 représente l'évolution du critère d'optimisation $\mathcal{C}$ en fonction du nombre d'images acquises. On observe que le contraste augmente lorsque le nombre d'images acquises passe de une à deux images puis diminue lorsque le nombre d'images acquises est supérieur ou égal à 3. Afin d'observer l'allure des premiers ensembles d'images acquises, nous avons affiché dans la figure 5.8 les images obtenues lorsque l'on a optimisé l'acquisition de 1, 2, 3 ou 4 images. La distribution d'intensité dans chacune des régions de la scène est présentée pour chacune des configurations dans la figure 5.9.

On observe que lorsque l'on a accès à une unique image, il est possible de distinguer visuellement les 3 cibles sur le fond mais que le contraste est un peu faible entre les cibles 1 et 2. Ceci se traduit par un recouvrement non négligeable entre leur densité de probabilité comme nous pouvons l'observer dans la figure 5.9. Lorsque l'on passe a l'acquisition de deux images, on observe que celles-ci ont un rôle complémentaire. En effet, la première image dans la scène permet de distinguer les cibles 1 et 2 du fond et de la cible 3. Cette image permet aussi de distinguer un peu les cibles 1 et 2 entre elles. Cependant la cible 3 et le fond ont un contraste

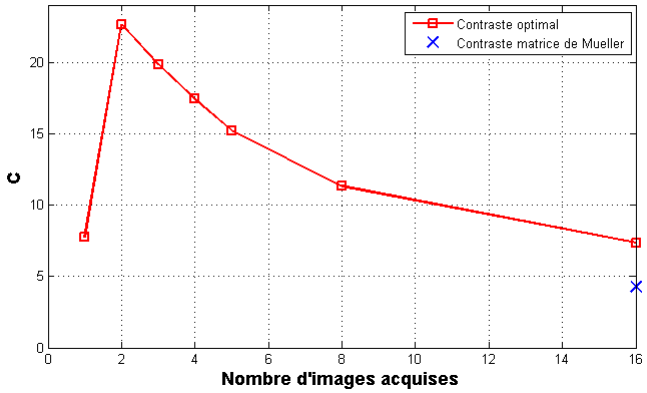


Figure 5.7 – Évolution du critère de contraste $\mathcal{C}$ en fonction du nombre d'images acquises. Le temps de pose total pour acquérir une séquence d'image est fixe et l'acquisition des images est perturbé par la présence de fluctuations spatiales des propriétés polarimétriques ainsi que du bruit additif gaussien.

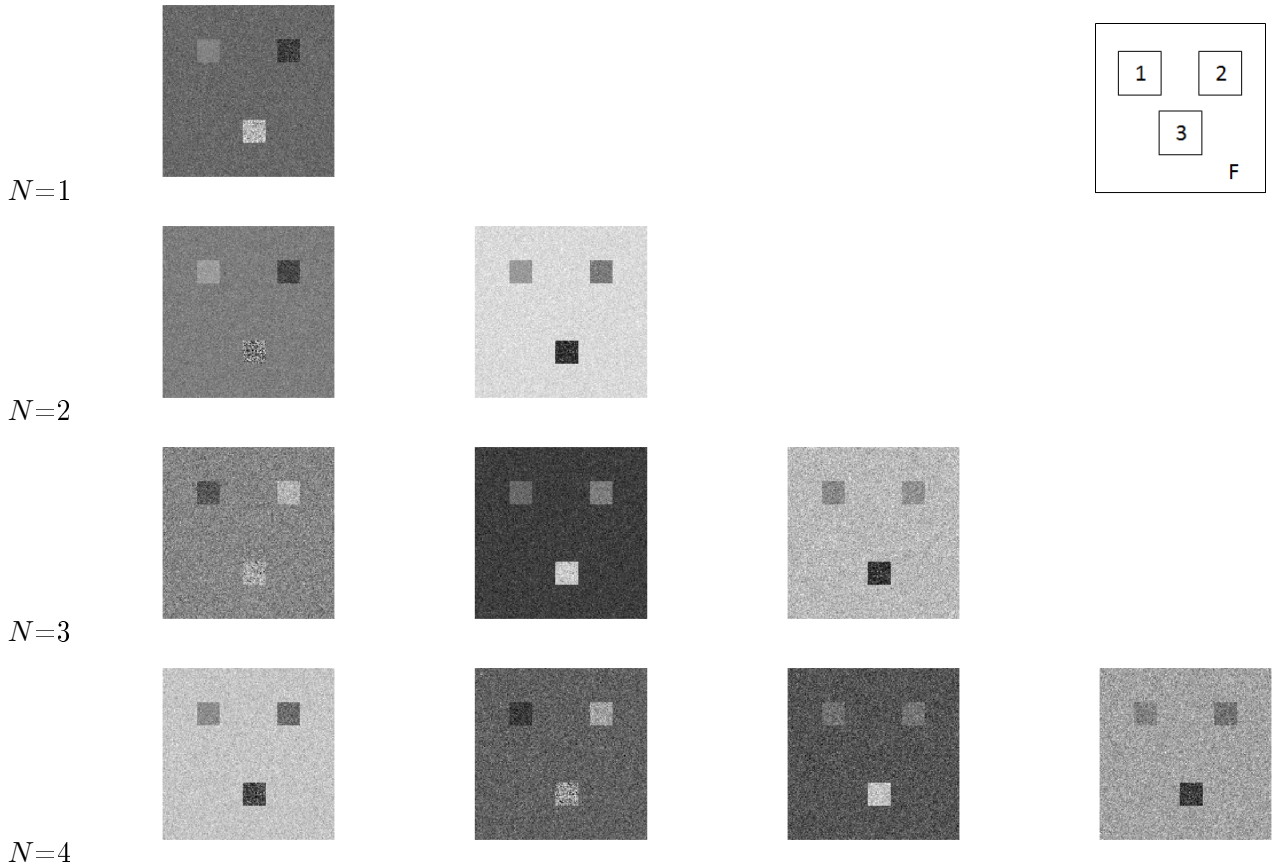


Figure 5.8 – Images optimales pour un nombre N={1,2,3,4} d'images acquises. La scène contient des fluctuations polarimétriques spatiales et l'acquisition des images est perturbée par un bruit additif gaussien de variance $\sigma^2 = 100$. L'intensité provenant de la source est égale à $I'_0 = 4000$.

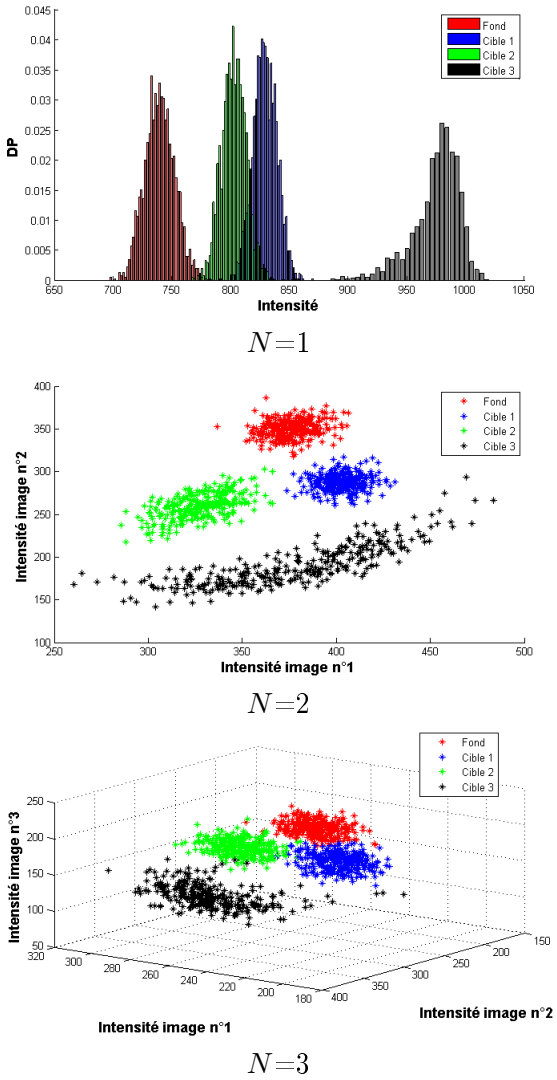


FIGURE 5.9 – Distributions en intensité obtenues pour un nombre N={1,2,3} d'images acquises. La scène est perturbée par des fluctuations polarimétriques spatiales.

assez faible sur cette image. Cette information manquante est fournie par la seconde image qui permet de très bien distinguer ces deux éléments. Par contre, on observe que cette seconde image ne permet pas de bien distinguer la cible 1 de la cible 2, cette information étant déjà apportée par la première image. C'est cette complémentarité qui permet notamment d'augmenter le contraste de 300%. Lorsque l'on augmente le nombre d'images acquises à $N = 3$, on observe dans la figure 5.8 que l'on obtient un nouvel ensemble d'images complémentaires. On remarque aussi que l'on perçoit de plus en plus de bruit dans les images. En effet, alors que les variations d'intensité dues aux fluctuations polarimétriques de la scène vont voir leur amplitude diminuée avec le temps d'intégration de chaque image, ce n'est pas le cas du bruit additif gaussien dont les fluctuations sont indépendantes de l'intensité détectée. Ainsi, le bruit gaussien, lorsque l'on acquiert trop d'images, devient un bruit de plus en plus important et celui-ci tend à diminuer fortement les performances de détection. Plus le nombre d'images acquises est important, plus le RSB est faible, et comme l'information apportée par une nouvelle image est plus faible que la perte due à la division du temps d'intégration, le contraste ne fait que chuter pour $N \geq 3$.

Il est intéressant de noter que, lorsque l'on acquiert 16 images afin de séparer au mieux les objets dans la scène, les couples d'états optimaux ne corrrespondent pas à ceux du tétraèdre régulier permettant d'acquérir les coefficients de la matrice de Mueller avec le moins de bruit possible [45, 47]. Le contraste obtenu en utilisant ces états est représenté sur la figure 5.7 (croix bleue). On observe que ce contraste est beaucoup plus faible que celui obtenu avec seulement 2 images optimisées. On remarque aussi que les performances obtenues avec l'ensemble de 16 images optimales sont meilleures que celles obtenues avec les 16 images d'intensité servant à l'estimation de la matrice de Mueller. Ce résultat était prévisible car les images acquises pour calculer la matrice de Mueller sont contraintes afin de faciliter l'inversion des données. Elles ne sont donc pas, dans la majorité des cas, optimisées pour une application de type *optimisation du contraste*.

5.2.3.2 Scène perturbée par du bruit de Poisson

Dans ce second exemple servant à illustrer notre méthode d'optimisation, nous considérons de nouveau 4 régions d'intérêt dans la scène qui est donc composée d'un fond et de 3 objets. Cependant les bruits perturbant les acquisitions de mesure sont maintenant le bruit de Poisson et le bruit additif gaussien provenant de la caméra. Ce dernier est considéré comme faible devant le bruit de Poisson quel que soit le nombre d'images N acquises avec $N \leq 16$. Chacune des régions est caractérisée par ses propriétés polarimétriques qui lui sont propres et qui sont définies par les matrices de Mueller suivantes :

$$\begin{array}{cc} M_f & M_1 \\ \begin{bmatrix} 0.7 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.4 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.49 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.4 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0.7 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.46 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.45 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.4 \end{bmatrix} \\ M_2 & M_3 \\ \begin{bmatrix} 0.7 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0.46 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.35 \end{bmatrix} & \begin{bmatrix} 0.7 & 0.01 & 0 & 0 \\ 0 & 0.44 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.4 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.39 \end{bmatrix} \end{array} \tag{5.13}$$

La répartition des objets dans la scène est donnée dans la figure 5.11. Les bruits de mesure étant indépendants d'une image à l'autre, on peut modéliser la matrice de covariance Γ_k par une

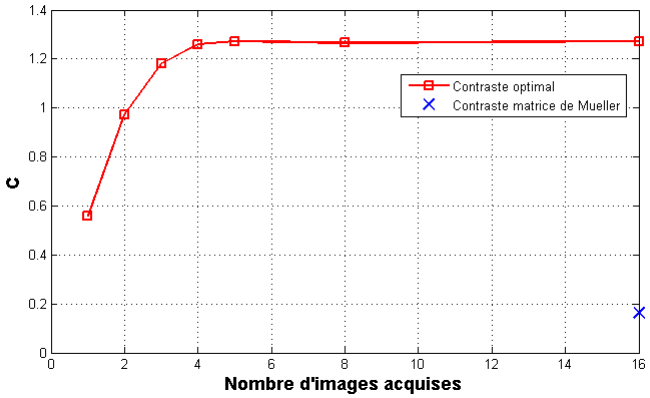


FIGURE 5.10 – Évolution du critère de contraste $\mathcal{C}$ en fonction du nombre d'images acquises. L'acquisition des images est perturbée par du bruit de Poisson.

matrice diagonale donc les coefficient diagonaux sont égaux à :

$$\Gamma_k(a,b) = \begin{cases} i_n^k + \sigma_b^2 \text{ si } a = b \\ 0 \text{ si } a \neq b \end{cases} \tag{5.14}$$

avec σ_b^2 la variance du bruit additif de la caméra et $\sigma_b^2 << i_n^k$ avec $n \in [1,16]$ et $k \in [1,4]$. La figure 5.10 représente l'évolution du critère d'optimisation $\mathcal{C}$ en fonction du nombre d'images acquises. On observe que le contraste augmente avec le nombre d'images acquises, mais que cette évolution n'est pas linéaire. En effet, lorsque l'on augmente le nombre d'images optimisées de 1 à 4, le contraste entre les différentes régions augmente avec le nombre d'images acquises pour passer de $C = 0.56$ avec une unique image optimisée à $C = 1.26$ avec un ensemble de 4 images optimisées. Cependant, l'utilisation d'ensemble d'images optimisées avec $N > 5$ ne permet plus d'améliorer le contraste. Dans ces conditions, il n'est pas nécessaire d'augmenter indéfiniment le nombre d'images à acquérir afin d'améliorer le contraste. Un ensemble optimal de 4 images permet de maximiser la séparabilités des objets dans la scène.

Afin d'observer l'allure des images acquises, nous avons affiché dans la figure 5.11 les images obtenues lorsque l'on a optimisé l'acquisition de 1, 2, 3 ou 4 images. La distribution d'intensité dans chacune des régions de la scène est présentée pour chacune des configurations dans la figure 5.12.

On observe que lorsque l'on a accès à une unique image, il est possible de distinguer visuellement les 3 cibles sur le fond mais que le contraste global reste assez faible comme en témoigne le recouvrement non négligeable entre les densités de probabilité de certaines régions de l'image (voir figure 5.11). Lorsque l'on passe a l'acquisition de deux images, on observe que celles-ci ont un rôle complémentaire. En effet, la première image dans la scène permet de distinguer la cibles 2 du reste des autres régions. Cependant les cibles 1 et 3, ainsi que le fond, ne sont pas distinguables sur cette image. Cette information manquante est fournie par la seconde image qui permet de bien distinguer ces trois éléments. Cependant, dans cette image, les cibles 2 et 3 sont quasiment indiscernables entre elles. C'est cette complémentarité qui permet notamment d'augmenter le contraste de 73%. Lorsque l'on augmente le nombre d'images pouvant être acquises à N=3, on observe dans la figure 5.11 que l'on retrouve une des images optimales obtenue dans le cas N=2. Les deux autres images qui viennent complèter cet ensemble sont, quant à elles, différentes de la seconde image obtenue avec N=2. L'ensemble de ces deux images permet d'obtenir un meilleur contraste que l'unique image acquise lorsque N=2 et permet donc d'améliorer encore le contraste

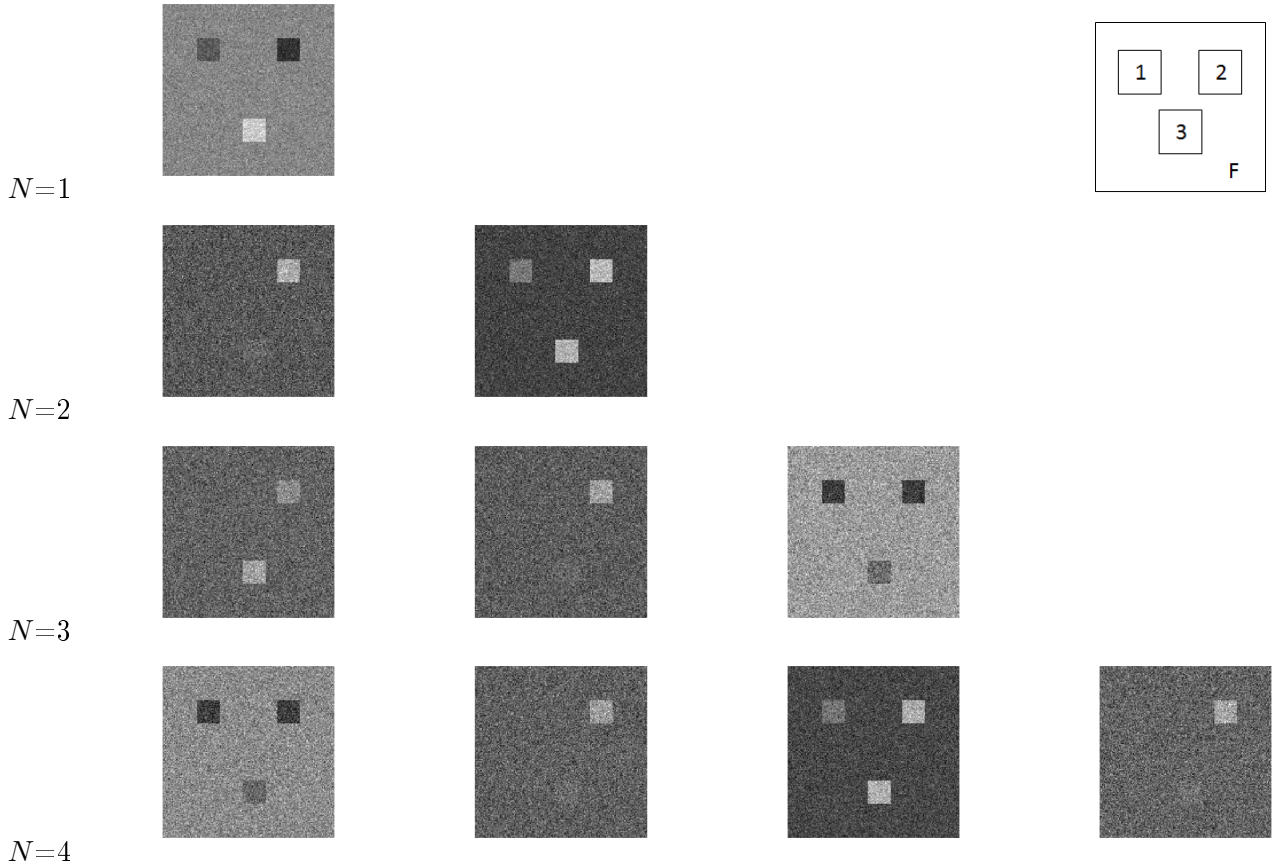
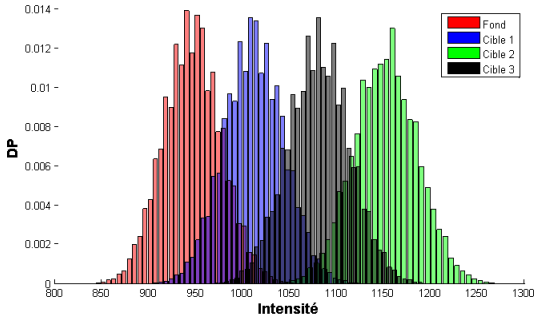
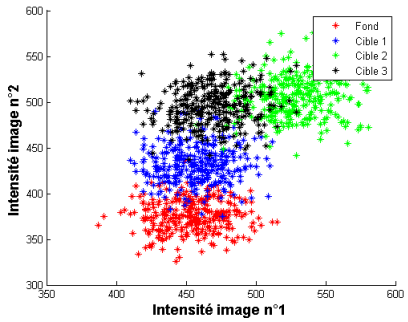


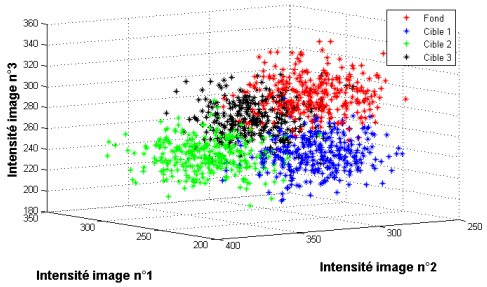
Figure 5.11 – Images optimales pour un nombre N={1,2,3,4} d'images acquises. L'acquisition des images est perturbée par du bruit de Poisson.



N=1



N=2



N=3

FIGURE 5.12 – Distributions en intensité obtenues pour un nombre N={1,2,3} d'images acquises. L'acquisition des images est perturbée par du bruit de Poisson. L'intensité provenant de la source est égale à $I'_0 = 3000$.

entre les différentes régions. Le même raisonnement peut être appliqué pour N=4. Cependant, à partir de N=5, on observe que certaines images obtenues dans le cas N=4 sont acquises plusieurs fois. Cette méthode, qui correspond à un « effet de moyennage », permet de compenser la perte de RSB dans les images du fait de la diminution du temps d'intégration mais ne permet plus d'augmenter le contraste. L'ensemble d'images permettant de maximiser le contraste entre les objets de la scène étant déjà défini, augmenter le nombre d'images à acquérir revient à moyenner les images optimales pour augmenter la séparabilité des régions. Or, contrairement au cas où le bruit est additif gaussien, ce moyennage permet de compenser la chute d'intensité dans les images du fait de la diminution du temps d'intégration lorsque N augmente. Cela est possible car le bruit de Poisson dépend de l'intensité mesurée et diminue aussi lorsque l'intensité diminue. Cela se traduit par une variation quasi-constante du contraste lorsque l'on augmente le nombre d'images avec $N \geq 4$.

Il est intéressant aussi de noter que, lorsque l'on acquiert 16 images afin de séparer au mieux les objets dans la scène, les couples d'états optimaux ne corrrespondent pas à ceux du tétraèdre régulier permettant d'acquérir les coefficients de la matrice de Mueller avec le moins de bruit possible [45, 47]. Le contraste obtenu en utilisant ces états est représenté sur la figure 5.10 (croix bleue). On observe que celui-ci est 8 fois inférieur au contraste obtenu avec 16 images optimales et est même 3 fois inférieur au contraste obtenue avec une image optimale. L'utilisation de la matrice de Mueller n'est donc pas optimale dans le cadre de la détection et la reconnaissance de cibles multiples dans une scène si l'on considère que l'on travaille à temps d'acquisition total fixe.

Nous venons de présenter des résultats théoriques mettant en avant notre approche pour la séparabilité de multiples cibles dans la même scène. Nous avons notamment observé que l'optimisation du nombre d'images à acquérir peut être critique en présence de certains bruits comme celui issu de fluctuations spatiales des propriétés polarimétriques. Nous allons maintenant appliquer notre approche à un cas d'imagerie réel.

5.2.4 Application à un exemple réel : détection de 3 cibles sur un fond.

Considérons maintenant de nouveau la scène présentée figure 5.2. Nous avions constaté que les résultats de la classification à partir des 16 images nécessaires à l'estimation de la matrice de Mueller donnaient de nombreuses erreurs du fait du faible rapport signal sur bruit dans les images acquises. Si l'on applique maintenant notre méthode à cette scène en optimisant un nombre N croissant d'images optimales à acquérir, on obtient les résultats expérimentaux présentés figure 5.13. Cette courbe représente l'évolution du critère de séparabilité C en fonction du nombre d'images acquises. L'optimisation des états de polarisation pour chacune des images a été réalisée sous l'hypothèse de la présence de bruit de Poisson ainsi que d'un bruit additif gaussien. On observe tout d'abord que la séparabilité des régions optimale n'est pas obtenue pour un nombre d'images égal à 16 et que, pour ce grand nombre d'images, le séparabilité obtenue est très faible. La séparabilité optimale est en fait obtenue pour un nombre d'images égal à 2 puis celle-ci diminue avec le nombre d'images acquises. Les images acquises pour $N = \{1, 2, 3, 4\}$ sont présentées dans la figure 5.14 avec les états de polarisation utilisés pour leur acquisition. On observe tout d'abord que, plus le nombre d'images à acquérir est important, plus on voit apparaître un bruit uniforme sur les images qui correspond au bruit additif de la caméra. Ensuite, on observe, tout comme dans le cadre des exemples simulés, la complémentarité des images entre elles lorsque N augmente, afin de maximiser la séparabilité des données. La figure 5.15 présente les résultats de la classification dans les cas $N = 1$, $N = 2$ et $N = 16$. On observe que le taux d'erreur est bien minimal pour $N = 2$ ce qui est en accord avec les valeurs du critère

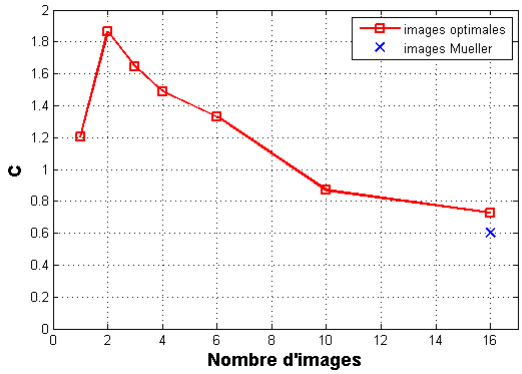


FIGURE 5.13 – Evolution du critère de contraste C en fonction du nombre d'images acquises lors de l'observation de la scène présentée figure 5.2.

de séparabilité C. Enfin, si l'on compare la valeur du critère de séparabilité C obtenu avec les 16 images optimisées et avec les 16 images nécessaires à l'estimation de la matrice de Mueller (croix bleue), on observe que celui-ci est légèrement plus important ce qui se traduit par un taux d'erreur plus faible lors de la classification.

Cet exemple vient confirmer nos études préliminaires réalisées sur la méthode que nous proposons pour séparer au mieux différents objets d'intérêt dans une même scène. Le résultat majeur à noter est que, dans certains cas, il n'est pas nécessaire d'acquérir l'ensemble de la matrice de Mueller de la scène pour maximiser la séparabilité des données. En effet, les images acquises par ce processus ne sont pas optimisées et leur grand nombre impose un temps d'intégration faible pour l'acquisition de toutes les images. Une meilleure séparabilité peut être obtenue en trouvant le bon compromis entre nombre d'images nécessaire pour avoir une bonne séparabilité moyenne des données et un bruit qui n'est pas trop important du fait du temps d'intégration alloué à l'acquisition des images.

5.3 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons présenté une méthode permettant d'optimiser la séparabilité de plusieurs objets d'intérêt à partir de mesures polarimétriques. Nous avons notamment montré que, dans certaines conditions de mesure, notamment quand le temps alloué à l'ensemble de l'acquisition des données est fixe, augmenter le nombre d'images à acquérir ne permet pas forcément d'augmenter la séparabilité des données dans la scène. Ce type d'approche peut être intéressante dans différents domaines tel que le contrôle industriel où des matériaux peuvent être classés en fonction de leur réponse à différents états de polarisation ou encore en imagerie afin d'améliorer la distinction de plusieurs objets d'intérêt présents dans une même scène.

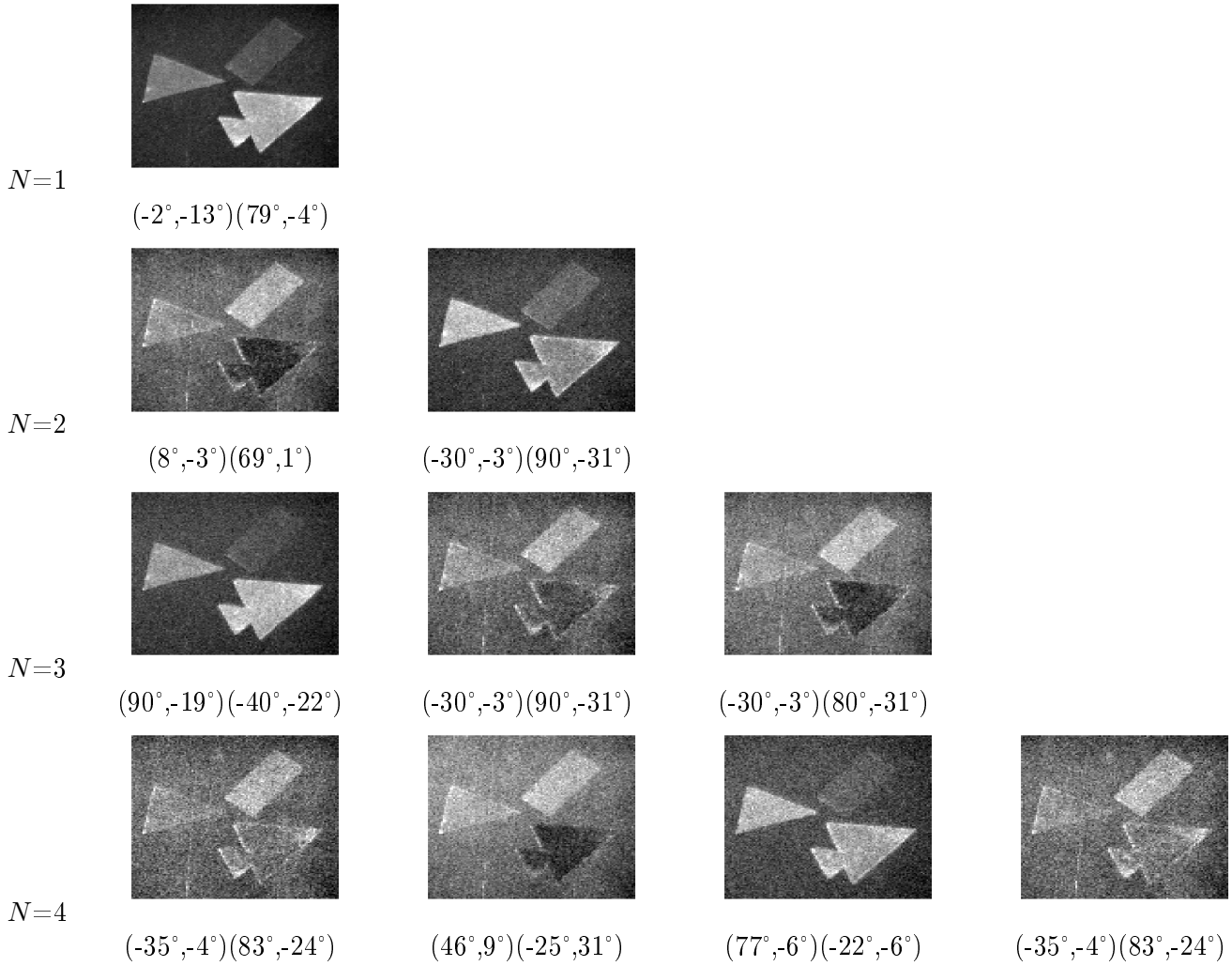
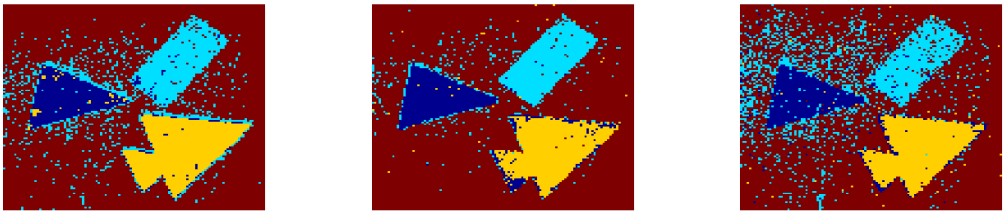


Figure 5.14 – Images optimales pour un nombre N={1,2,3,4} d'images acquises. Les états de polarisation utilisé pour leur acquisition sont caractérisés par leur azimut et ellipticité en illumination et analyse $(\alpha_s, \varepsilon_s)(\alpha_t, \varepsilon_t)$.



(a) N=1 ($\mathcal{C}$=1.21) (b) N=2 ($\mathcal{C}$=1.87) (c) N=16 ($\mathcal{C}$=0.75)

Figure 5.15 – Résultats de la classification à partir d'un ensemble de N images optimales obtenues lors de l'observation de la scène présentée figure 5.2.

Chapitre 6

Automatisation d'un imageur polarimétrique actif pour l'optimisation du contraste

Au cours des chapitres précédents, nous avons présenté différents algorithmes de calcul permettant de maximiser le contraste entre une ou plusieurs régions d'intérêt au sein d'une même image. Cependant ceux-ci ne peuvent fonctionner de manière optimale que si les propriétés polarimétriques de chacune des régions d'intérêt sont connues. Afin d'obtenir cette information, différentes méthodes peuvent être envisagées. La première consiste à utiliser une base de données afin de calculer *a priori* les états de polarisation optimaux entre deux objets d'intérêt. Cette méthode convient aux scénarios où l'on recherche toujours les mêmes éléments dans une même configuration de mesure (étude d'échantillons en biologie par exemple,...). Cependant, si l'on n'a pas accès à ces informations au préalable, il est nécessaire d'acquérir cette information en temps réel en mesurant la matrice de Mueller de la scène (voir figure 6.1(a)) et en extrayant les propriétés polarimétriques des différentes zones d'intérêt. Or cette seconde méthode requiert une information importante qu'est la localisation des régions d'intérêt (voir figure 6.1(b)). Pour cela, un opérateur extérieur peut venir sélectionner des régions choisies à partir de l'observation des images de Mueller. Cependant, une telle opération n'est pas toujours réalisable, soit, par exemple, car un opérateur ne peut pas être dédié à cette tâche, soit parce que la scène évolue trop vite et que l'optimisation doit se faire en « temps réel ». Dans ces conditions, il est nécessaire de développer une méthode permettant de détecter et de segmenter de manière automatique (ou semi-automatique) des objets dans les images polarimétriques.

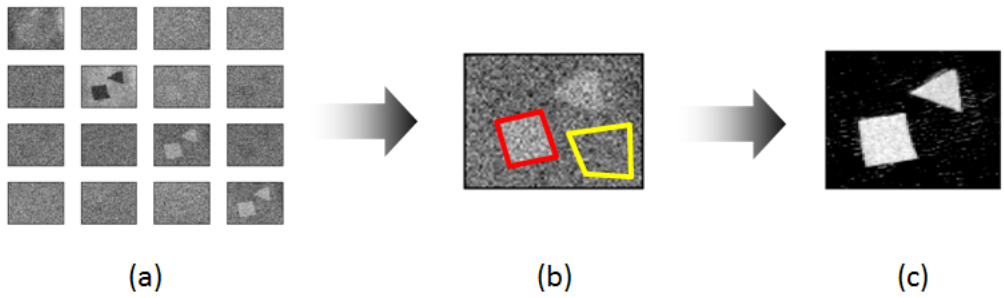


Figure 6.1 – Protocole de mesure permettant l'optimisation du contraste à l'aide d'images polarimétriques scalaires. (a) Acquisition des propriétés polarimétriques de la scène (matrice de Mueller). (b) Sélection des zones d'intérêt que l'on souhaite distinguer. (c) Optimisation des états de polarisation en illumination et en analyse afin d'obtenir une image à fort contraste.

Dans ce dernier chapitre, nous présentons une première approche ayant pour but d'automatiser l'optimisation du contraste dans les images polarimétriques scalaires. Nous commencerons par décrire l'architecture globale de la méthode avant de présenter succinctement l'algorithme de segmentation utilisé dans celle-ci. Enfin, nous analyserons les premiers résultats obtenus sur des images simulées et réelles.

6.1 Architecture de la méthode d'optimisation

L'architecture globale de la méthode d'optimisation automatique que nous proposons est illustrée dans la figure 6.2. Celle-ci est basée sur l'interaction itérative entre un imageur polarimétrique scalaire capable de générer des images polarimétriques optimisées et d'un algorithme de segmentation permettant de segmenter les images fournies par l'imageur.

Afin de pouvoir calculer les états optimaux maximisant le contraste entre deux objets d'intérêt dans une scène, il est nécessaire de connaître les propriétés polarimétriques de la scène observée. Ainsi, la première étape de notre méthode consiste à acquérir la matrice de Mueller complète de la scène en un temps t_0 défini par le temps caractéristique d'évolution de la scène (figure 6.2(a)). Plus la scène évolue lentement, plus le temps t_0 peut être élevé et plus le rapport signal sur bruit dans les images acquises sera élevé. Un total de 16 images étant nécessaire pour extraire toute la matrice de Mueller, le temps d'intégration alloué à chaque image est donc égal à $t_0/16$. Il est important de noter que, même si les images de Mueller sont très bruitées, celles-ci permettent tout de même d'estimer les états optimaux si les régions d'intérêt ne sont pas trop inhomogènes et petites. En effet, les propriétés polarimétriques étant alors estimées sur un grand nombre d'échantillons, il est possible, par effet de « moyennage spatial », d'améliorer l'estimation de ces propriétés malgré la présence du bruit.

Une fois les images de Mueller acquises, il est nécessaire de détecter et segmenter les objets d'intérêt dans la scène. Dans notre cas, il s'agit de définir deux régions (*cible* et *fond*). Pour cela, nous utilisons un algorithme de segmentation rapide (décrit dans la section 2 de ce chapitre), adapté à des données de dimension 16, et capable de réaliser la segmentation en quelques millisecondes. Cet algorithme peut alors être utilisé dans différents scénarios. Le premier consiste à considérer que l'observateur a des connaissances *a priori* sur la cible recherchée. Ces connaissances peuvent provenir d'une base de données acquises sur d'autres échantillons de même nature ou d'une sélection d'un échantillon faite par l'opérateur. Dans ces conditions, l'algorithme va chercher à segmenter une région de la scène ayant des propriétés polarimétriques les plus proches de

celles définies par l'observateur. Un deuxième scénario pouvant être envisagé consiste à considérer que l'on a aucune information *a priori* sur l'objet recherché dans la scène et que l'on cherche à segmenter la région ayant les propriétés polarimétriques les plus différentes dans la scène. Dans les deux configurations, on obtient alors une première estimation de la forme de la cible (figure 6.2(b)). Si le bruit perturbant les images de Mueller est suffisamment faible et si la scène est assez contrastée au niveau de ses propriétés polarimétriques, cette première étape peut être suffisante pour bien segmenter la cible. Dans ces conditions, il suffit alors d'estimer les propriétés polarimétriques de l'ensemble des pixels à l'intérieur et à l'extérieur de la région segmentée, c'est à dire la matrice de Mueller moyenne et la matrice de covariance des deux régions, afin de calculer les états de polarisation optimaux maximisant le contraste et ainsi les appliquer à l'aide de l'imageur.

Cependant, dans le cas où le RSB est trop faible, cette première étape peut amener à l'extraction d'une forme très approximative de l'objet. Ce résultat reste cependant d'un grand intérêt car il nous donne une position et une forme approximative de l'objet. Ainsi, à partir de ce résultat, et en utilisant les résultats obtenus lors de l'acquisition de la matrice de Mueller complète, il est possible d'estimer les propriétés polarimétriques de l'ensemble des pixels à l'intérieur et à l'extérieur de la région segmentée et de calculer les états optimaux $(\mathbf{S}_1, \mathbf{T}_1)$ maximisant le contraste entre les deux zones segmentées. Ces états optimaux sont biaisés du fait de la mauvaise estimation des propriétés polarimétriques de la cible et du fond. Cependant, si la segmentation n'est pas trop mauvaise et englobe globalement l'objet d'intérêt (voir les exemples présentés dans la suite du chapitre), une fois les états de polarisation appliqués à l'aide de l'imageur, il est possible d'acquérir une unique image dont le contraste a été un peu augmenté et surtout dont le temps d'intégration sera égal à t_0 ce qui permet d'augmenter le rapport signal sur bruit dans l'image (figure 6.2(c)).

À partir de la nouvelle image acquise, et en utilisant comme point de départ pour la segmentation le résultat de la segmentation obtenue à l'étape précédente, on obtient une nouvelle estimation de la forme de l'objet (figure 6.2(d)). La segmentation se réalise cette fois sur des données de dimension 1 moins bruitées ce qui facilite la convergence de l'algorithme. En effet, toutes les images de Mueller, en plus d'être bruitées, ne contiennent pas forcément d'informations importantes afin de séparer la cible du fond. Utiliser de telles images ne fait donc que perturber l'algorithme de segmentation. En utilisant une unique image optimisée, et en utilisant les résultats de la précédente segmentation, il est donc plus facile pour l'algorithme de segmenter correctement la cible. Si celle-ci est alors mieux segmentée qu'à l'étape précédente, on obtient une meilleure estimation des propriétés polarimétriques de la cible et du fond. Ces nouvelles propriétés polarimétriques permettent alors une meilleure estimation des états optimaux à appliquer au PSG et au PSA $(\mathbf{S}_2, \mathbf{T}_2)$ pour avoir une image avec un contraste plus élevé. Ces nouveaux états sont alors appliqués à l'aide de l'imageur et une nouvelle image est acquise (figure 6.2(e)).

Cette nouvelle image peut alors être segmentée afin d'améliorer encore la reconnaissance de l'objet et donc l'estimation de ses propriétés polarimétriques.

Ce processus acquisition / segmentation / estimation des états de polarisation optimaux peut alors être réalisé de manière itérative jusqu'à ce que le contraste entre la cible et le fond soit suffisant et la forme de la cible bien définie (figure 6.2(g)). Le nombre d'itérations nécessaire dépend de la complexité de la scène et de la différence des propriétés polarimétriques entre la cible et le fond.

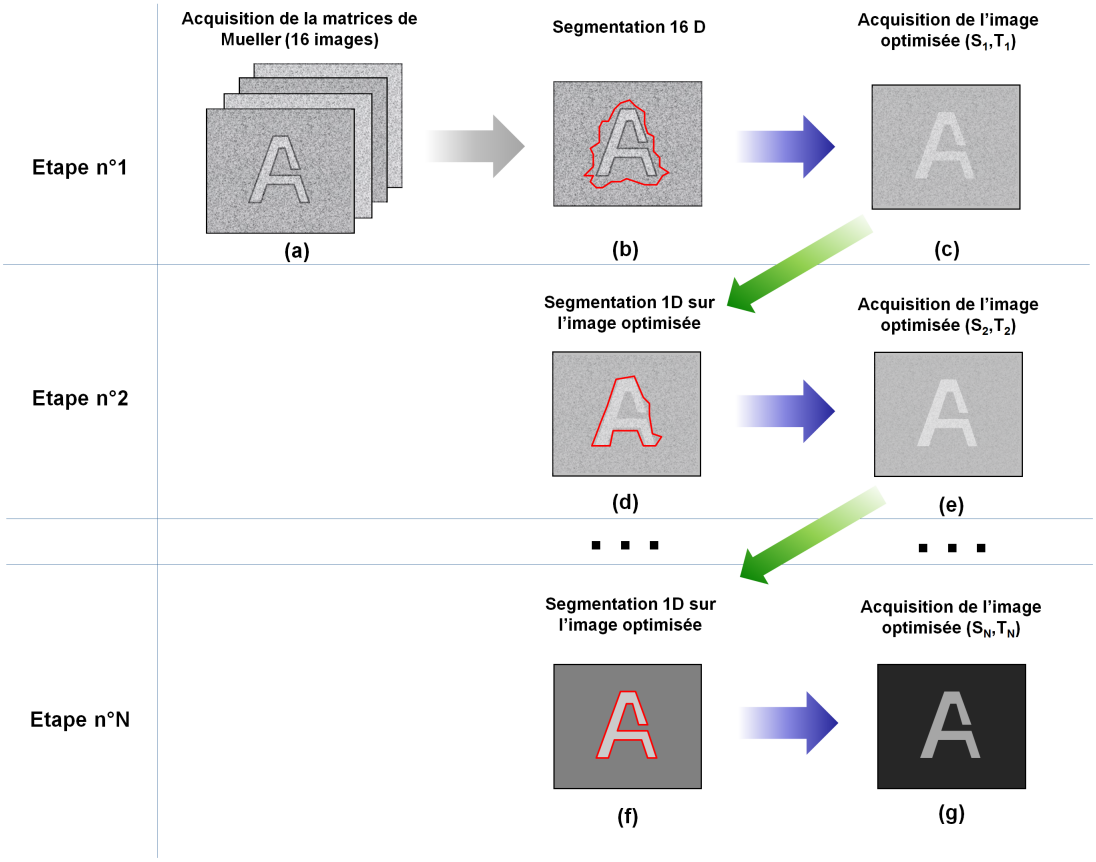


Figure 6.2 – Différentes étapes du protocole d'optimisation automatique du contraste.

Afin que ce processus puisse être appliqué en « temps réel », il est nécessaire que chacune des étapes le constituant soit réalisée le plus rapidement possible. Le temps de réponse des cristaux liquides est de l'ordre de 20 ms et la caméra peut acquérir jusqu'à 60 images par seconde soit une image toutes les 16 ms. L'extraction et l'optimisation des états de polarisation maximisant le contraste se réalise avec un temps moyen de l'ordre de 200 ms. Ainsi, afin de pouvoir réaliser l'ensemble du processus dans un temps plus petit ou de l'ordre de la seconde, il est nécessaire que l'algorithme de segmentation soit très rapide (de l'ordre de quelques ms).

6.2 Choix de l'algorithme de segmentation

Il existe de nombreux types d'algorithmes de segmentation. Ceux-ci ont pour objectif de déterminer la forme d'objets se trouvant dans une scène. Les plus connus sont les *level-sets* (lignes de niveaux) [79], les *snakes* [80] ou encore les algorithmes de détection de bord [81]. Tout ces algorithmes sont modulables afin de répondre à des problématiques spécifiques et peuvent amener, en des temps de calcul très variables, à d'excellentes performances en terme de segmentation si les paramètres d'optimisation ont été correctement définis. Il est donc important de choisir l'algorithme adapté à l'application que nous visons. Celui-ci doit notamment répondre aux problématiques suivantes :

- Pouvoir fonctionner avec des images polarimétriques (multidimensions) pouvant être très bruitées et ayant des contrastes assez faibles.

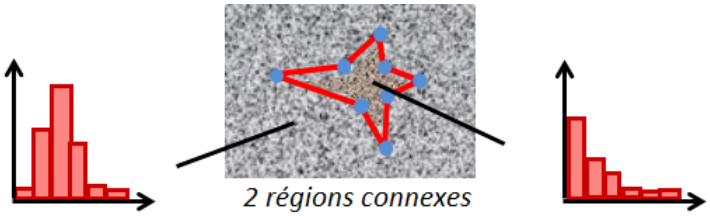


FIGURE 6.3 – Segmentation, à l'aide d'un algorithme de type « snake », d'une image en deux régions dont les propriétés statistiques diffèrent.

- Être le moins supervisé possible en n'étant pas dépendant de la valeur de paramètres arbitraires au niveau du critère d'optimisation (paramètres de régularisation,...).
- Être le plus rapide possible afin de permettre une application « temps réel ».

C'est en prenant en compte l'ensemble de ces contraintes que nous nous sommes tournés vers une architecture de type *snake*. Ce type d'algorithmes de segmentation est l'un des sujets de recherche de l'équipe *Phyti* à l'Institut Fresnel de Marseille depuis plus de 10 ans et c'est en collaboration avec eux que nous essayons de développer notre imageur autonome [82, 83, 84, 85, 86].

L'algorithme de segmentation que nous proposons d'utiliser permet la séparation de la scène en deux régions connexes (Ω_c, Ω_f) à l'aide d'un contour polygonal (Γ) défini par des noeuds (voir figure 6.3). Afin de pouvoir être segmentées, les deux régions doivent se distinguer par leurs densités de probabilité P_{θ_c} et P_{θ_f} dont les paramètres θ_c et θ_f seront estimés au cours de l'optimisation. L'évolution du nombre de noeuds définissant le contour de l'objet ainsi que leur position sont optimisés automatiquement en minimisant la complexité stochastique de l'image (*Minimum Description Length* principle) ce qui permet notamment de ne pas avoir à faire d'hypothèses sur la forme de l'objet et donc de ne pas avoir de paramètres à règler comme des paramètres de régularisation. Les modèles statistiques à l'intérieur des deux régions de la scène sont réestimés à chaque nouvelle évolution du contour sous la forme d'histogramme (lois de probabilités non paramétriques, voir figure 6.3), ce qui implique que l'algorithme ne requiert pas de connaissances *a priori* sur la statistique des deux régions. Enfin, concernant la rapidité de la convergence de l'algorithme, celui-ci atteint des temps de calcul de moins de 10 ms sur des images de taille 256×256 pixels notamment grâce à des accélérations algorithmiques mais aussi une bonne adéquation entre les algorithmes et l'architecture matérielle de l'ordinateur.

6.3 Exemples : simulations et scène réelle

Maintenant que le choix de l'imageur et de l'algorithme de segmentation a été réalisé, afin de valider notre approche, nous allons confronter notre méthode au cas d'une image simulée afin de vérifier que celle-ci fonctionne. Puis, dans un second temps, nous l'appliquerons à des données réelles obtenues à l'aide de notre imageur.

6.3.1 Simulation

Considérons une scène composée d'une cible et d'un fond, tout deux étant représentés dans la figure 6.4. Ces deux régions sont caractérisées par leur matrice de Mueller moyenne ainsi que leur matrice de covariance qui sont présentées dans le tableau 6.1.

M_c	M_f
$\begin{bmatrix} 0.64 & 0.03 & 0.00 & 0.05 \\ 0.02 & 0.32 & 0.03 & 0.02 \\ 0.00 & -0.02 & 0.24 & 0.02 \\ 0.01 & -0.01 & -0.01 & 0.16 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0.64 & 0.00 & 0.06 & 0.00 \\ 0.00 & 0.24 & 0.01 & -0.02 \\ 0.02 & 0.00 & 0.20 & 0.00 \\ 0.00 & 0.01 & 0.00 & 0.13 \end{bmatrix}$
$VAR[M_c] = 10^{-3}$.	$VAR[M_f] = 10^{-3}$.
$\begin{bmatrix} 6.44 & 0.69 & 1.50 & 0.07 \\ 0.20 & 6.23 & 0.52 & 0.28 \\ 0.21 & 0.24 & 1.56 & 0.16 \\ 0.01 & 0.06 & 0.06 & 0.25 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 6.46 & 0.17 & 0.06 & 0.00 \\ 0.02 & 1.58 & 0.04 & 0.03 \\ 0.00 & 0.03 & 0.26 & 0.05 \\ 0.00 & 0.00 & 0.02 & 0.06 \end{bmatrix}$

Table 6.1 – Caractéristiques polarimétriques de la cible et du fond dans la scène simulée.

Figure 6.4 – Schéma de la scène simulée.

L'acquisition des images est perturbée par le bruit de détecteur de type additif gaussien de moyenne nulle et d'écart-type σ et les propriétés polarimétriques des deux régions cible et fond fluctuent spatialement. On considère dans cet exemple que le flux de photons provenant de la source reste constant au cours du temps et que le temps d'acquisition global associé à chaque nouvelle mesure reste constant et égal à t_0. Ainsi, si le nombre d'images à acquérir est égal à n, le temps d'acquisition alloué à chaque image est de t_0/n et l'intensité mesurée à l'aide d'un couple de polarisation $(\mathbf{T}^T, \mathbf{S})$ en observant un objet de matrice de Mueller M est alors égal à :

$$I = I'_0/n\mathbf{T}^T M\mathbf{S} \tag{6.1}$$

Nous définissons aussi un rapport signal sur bruit égal à :

$$RSB = 20\log_{10}\left(\frac{I'_0}{\sigma}\right) \tag{6.2}$$

caractérisant le niveau de bruit additif gaussien dans les images.

Les propriétés polarimétriques (matrices de Mueller moyennes et matrices de covariance) des deux régions sont présentées dans le tableau 6.1. Tout comme dans les chapitres précédents, la matrice de covariance étant de trop grande taille, seuls les coefficients diagonaux (variances des coefficients de la matrice de Mueller) sont répertoriés dans le tableau.

Le RSB est considéré égal à 28 dB avec $I'_0 = 250$. Le point de départ du *snake* correspond à un rectangle centré au centre de l'image. Lorsque l'on acquiert les 16 images d'intensité nécessaires à l'estimation de la matrice de Mueller, le temps d'intégration alloué à chaque image est de $t_0/16$ ce qui provoque une diminution de 24 dB du SNR par image. Si l'on applique l'algorithme de segmentation sur les 16 images d'intensité obtenues, on obtient alors le résultat présenté figure 6.5(a). On observe alors que le contour de la cible est très mal défini même si l'on voit que cette première étape tend à englober la forme globale de la cible. À partir de cette première segmentation, nous pouvons calculer les états optimaux en illumination ainsi qu'en analyse permettant

	$(\alpha_s, \varepsilon_s)$	$(\alpha_t, \varepsilon_t)$
16 Images (Mueller)	...	
Image optimisée (n°1)	(-20°,20°)	(-15°,5°)
Image optimisée (n°2)	(-30°,20°)	(-15°,15°)
Image optimisée (n°3)	(-30°,20°)	(-15°,15°)

TABLE 6.2 – Etats de polarisation optimaux calculés à chaque nouvelles étapes de la méthode.

16 images (Mueller) (-20°,20°)(-15°,5°) (-25°,20°)(-15°,15°)

FIGURE 6.5 – Images et segmentations obtenues pour chaque nouvelles étapes de la méthode.

de maximiser le contraste entre l'ensemble des données à l'intérieur de la zone segmentée et la zone extérieure. On obtient alors les états de polarisation présentés dans le tableau 6.2. Une fois appliqués à l'aide de l'imageur, ces états permettent alors de générer une image plus contrastée qui peut alors servir à réaliser une nouvelle segmentation de la cible. On obtient alors le résultat présenté figure 6.5(b). On observe alors que, grâce à l'optimisation du contraste, la segmentation de l'objet est plus fine que lorsque l'on utilisait les 16 images d'intensité requises pour l'acquisition de la matrice de Mueller de la scène. Cependant, les contours de l'objet ne sont pas parfaitement définis. La segmentation de la cible étant maintenant plus fine, l'estimation des proprités polarimétriques de la cible et du fond l'est aussi. Ainsi, si l'on calcule les nouveaux états optimaux maximisant le contraste entre les deux nouvelles régions définies par l'algorithme de segmentation, nous obtenons les résultats présentés dans le tableau 6.2. On observe que ces états sont différents de ceux obtenus lors de la première étape qui utilisait la segmentation obtenue à partir des 16 images d'intensité requises pour le calcul de la matrice de Mueller. Si l'on applique ces états à notre imageur et que nous appliquons de nouveau notre algorithme de segmentation à cette nouvelle image, nous obtenons le résultat présenté figure 6.5(c). On observe alors que la cible est parfaitement segmentée ce qui montre la convergence et le bon fonctionnement de cette méthode dans ce cas précis. Afin de s'assurer que les états de polarisation appliqués à la scène sont bien les états optimaux, nous calculons de nouveau les états maximisant le contraste entre la cible et le fond et obtenons les mêmes résultats que lors de l'étape précédente. Ce résultat signifie que nous avons estimé les états optimaux dès la seconde boucle de notre algoritme et que les performances de segmentation ne peuvent plus être améliorées par simple optimisation du contraste dans l'image.

Cette première étude nous a donc permis de valider le concept de notre méthode face à une scène simulée. Nous avons notamment pu observer que la méthode pouvait converger en un nombre assez faible d'itérations. Il est donc intéressant de valider maintenant ce concept sur des images réelles.

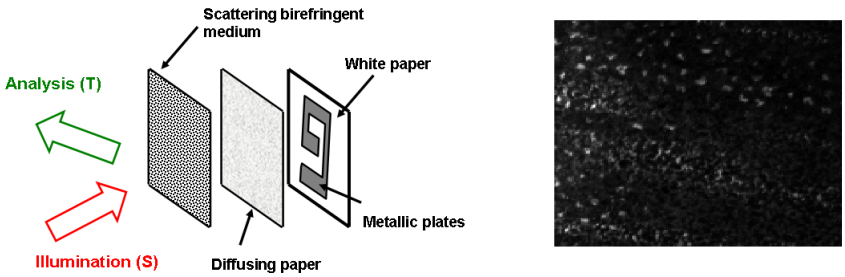
6.3.2 Application à des images réelles

Considérons maintenant une scène réelle qui est présentée dans la figure 6.6(a). La cible est composée de plaques métalliques et le fond de papier blanc diffusant. Tous deux sont placés derrière une pièce de papier diffusant ainsi qu'un matériau biréfringent non uniforme. L'utilisation d'une simple image d'intensité ne permet alors pas de distinguer la cible du fond (voir figure 6.6(b)). Dans un premier temps, nous acquérons la matrice de Mueller complète de la scène avec un temps d'intégration de $t_0/16 = 150\mu s$ pour chacune des 16 images acquises, et nous appliquons l'algorithme de segmentation 16D afin d'extraire une première estimation de la forme de la cible (voir Fig. 6.7, étape 1). Même si le contour obtenu englobe la cible, celui-ci n'est pas bien défini du fait de la présence de bruits d'acquisition mais aussi de bruit spatial dû aux variations des propriétés polarimétriques dans la scène. Nous estimons les propriétés polarimétriques des deux régions définies par le contour de segmentation, et calculons les états optimaux en illumination ainsi que en analyse permettant de maximiser le contraste entre celles-ci. Les états optimaux que nous obtenons sont alors donnés par $\{(53^o, -5^o), (36^o, -5^o)\}$, où chaque état (α, ε) est défini par son azimuth α et son ellipticité ε. En appliquant ces états de polarisation à l'aide de l'imageur, nous acquérons l'image présentée figure 6.7 (étape 2). Dans cette image optimisée, le contraste entre la cible et le fond a été augmenté de manière significative. En utilisant alors cette nouvelle image pour réaliser une segmentation 1D, on obtient une nette amélioration de l'estimation de la forme de la cible. Cependant, comme quelques fluctuations persistent dans l'image, la forme de la cible n'est pas encore parfaitement définie. Afin d'essayer d'améliorer encore le résultat de la segmentation, les nouveaux états optimaux $\{(54^o, -1^o), (35^o, 7^o)\}$ estimés à partir de cette dernière segmentation sont appliqués à l'aide de l'imageur et permettent d'obtenir l'image présentée figure 6.7 (étape 3). Les états optimaux étant très proches de ceux obtenus précédemment, la différence entre les deux images acquises est peu discernable. Cependant, l'acquisition de la nouvelle image, combinée avec un point de départ de l'algorithme déjà optimisé à l'étape précédente, permet de retrouver complètement la forme de la cible. Dans ce cas, une estimation correcte a donc été obtenue en seulement 3 itérations et cela pour un temps global de calcul de l'ordre de 300 ms.

L'amélioration de la séparabilité entre la cible estimée et le fond au cours de l'avancement de la méthode peut être quantifiée en calculant le rapport de Fisher ($\mathcal{F}$) à chacune des étapes. À l'étape 1, puisque les données sont multidimensionnelles, les rapports de Fisher obtenus sont sommés (ce qui n'est qu'une approximation revenant à dire que le bruit perturbant les images n'est pas corrélé d'une image à l'autre). Dans les étapes suivantes, le rapport de Fisher est directement calculé à partir des images optimales obtenues. Les valeurs du rapport de Fisher obtenus à chacune des étapes d'avancement de la méthode sont présentés dans la figure 6.7. On remarque alors que, comme espéré, la valeur du contraste augmente au cours de l'avancement de la méthode.

6.4 Conclusion

Nous avons présenté une méthodologie pour la détection automatique de cible basée sur l'interaction itérative entre un imageur polarimétrique actif et un algorithme rapide de segmentation. Cette méthode ne requiert pas de connaissances *a priori* des propriétés polarimétriques de la scène, et peut amener à l'obtention d'une image à fort contraste exploitable par un observateur humain. Ces résultats illustrent les bénéfices d'intégrer des algorithmes de calcul au cœur des processus d'acquisition d'images, plutôt que de les appliquer sur des données acquises de manière indépendante.



(a) (b)

FIGURE 6.6 – **(a)** Schéma de la scène. **(b)**Image d'intensité.

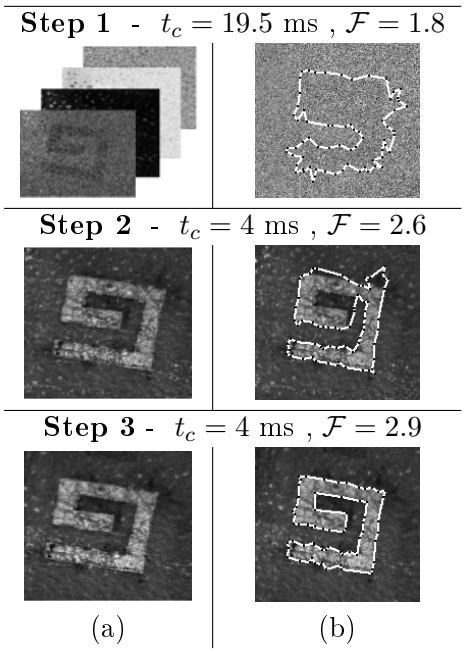


FIGURE 6.7 – **(a)** Données utilisées pour la segmentation (images de 152×162 pixels). **(b)** Résultats de la segmentation. t_c représente le temps de calcul.

Ces résultats ont servi de base à la proposition et à l'obtention d'un projet ANR-ASTRID, répertorié sous le nom d'AUTOPOL, mettant en jeu trois pôles de compétences représentés par l'Institut Fresnel de Marseille (algorithmes de segmentation), Thales Research and Technology (développement, source laser) et le laboratoire Charles Fabry (polarisation, conception optique). Ce projet a débuté au 1er Janvier 2013 et se déroulera sur une durée de 2 ans. Son objectif est de réaliser un imageur polarimétrique fonctionnant en proche infrarouge (longueur d'onde de 1.5 μm) et capable d'optimiser de manière automatique le contraste dans les images polarimétriques. Ce projet demande la conception d'un nouvel imageur qui fonctionnera avec une source laser ainsi qu'un effort de recherche sur l'amélioration des méthodes associant les algorithmes de segmentation et les algorithmes d'optimisation du contraste face à des scènes plus ou moins complexes.

Conclusion générale

Résumé

L'imagerie polarimétrique consiste à acquérir des images contenant des informations relatives aux propriétés polarimétriques de la scène. Il s'agit d'un domaine de recherche très actif qui a amené au développement de nombreux imageurs (actifs ou passifs) basés sur l'analyse de la polarisation rétrodiffusée par une scène. Cependant ces imageurs ne sont pas adaptés un scénario de type « optimisation de contraste » qui est une application couvrant de nombreux domaines de recherche. L'objectif de ma thèse consistait donc à réaliser un imageur capable d'atteindre les meilleures performances possibles en terme de contraste dans les images polarimétriques en utilisant des méthodes optimales de traitement du signal.

Afin de déterminer quel type d'imageur polarimétrique permet d'obtenir les meilleures performances pour notre application, il est nécessaire de définir un critère de qualité permettant de quantifier les performances atteignables avec chaque imageur. Notre choix s'est porté sur la distance de Bhattacharya et, en comparant les résultats obtenus avec les imageurs polarimétriques les plus couramment utilisés, nous avons pu conclure que, pour un temps d'acquisition donné, l'imageur permettant d'atteindre le meilleur contraste entre deux objets d'intérêt est l'imageur scalaire qui n'acquiert qu'une unique image optimisée de la scène. Ce résultat provient notamment du fait que cet imageur est celui offrant le plus de degrés de liberté afin d'optimiser le contraste. Cependant cette grande liberté implique la conception et le contrôle d'un imageur plus complexe que les imageurs classiques comme les imageurs de Stokes et de Mueller.

L'une des contraintes les plus importantes pour ce type d'imagerie est la nécessité de pouvoir générer et analyser n'importe quel état de polarisation sur la sphère de Poincaré. Nous avons donc comparé différents types de générateurs de polarisation afin de déterminer quelle architecture correspondait le mieux à nos besoins. Notre imageur visant des applications de type « temps réel », nous nous sommes orientés vers la technologie des cristaux liquides qui permettent, moyennant quelques contraintes techniques, d'avoir un générateur de polarisation ne nécessitant aucun mouvement mécanique et ayant un temps de réaction très faible. L'imageur que nous avons alors conçu est alors capable de générer n'importe quel état de polarisation sur la sphère de poincaré avec une précision de quelques degrés et cela en un temps de réponse de l'ordre de 20 ms.

Une deuxième contrainte propre aux imageurs polarimétriques scalaires est l'importance de bien choisir les états de polarisation générés et analysés afin d'obtenir une image à fort contraste. En effet, le contraste dans les images polarimétriques varie en fonction des états de polarisation utilisés en illumination et en analyse et nous avons démontré que les états de polarisation maximisant la séparabilité de deux zones d'intérêt dans une image dépendent de nombreux paramètres tels que le bruit perturbant l'acquisition des images ou les propriétés polarimétriques de la scène observée. Afin de pouvoir atteindre les performances optimales de notre imageur, nous avons donc défini un critère de séparabilité visant à quantifier la séparabilité des régions dans l'image acquise en fonction des conditions de mesure où travaille l'imageur. Nous avons aussi proposé

des algorithmes de calcul afin de maximiser ces critères en quelques centaines de millisecondes et ainsi assurer le fonctionnement « temps réel » de l'imageur.

Il est important de noter que l'ensemble de ces études ont été menées sous l'hypothèse que la scène est éclairée uniformément en intensité. Cependant il est parfois difficile de vérifier cette condition (turbulences, source non uniforme,...). Nous nous sommes donc intéressés à un autre type d'imagerie dont le but est d'être insensible aux variations d'illumination. Nous avons alors montré que ce type d'imagerie, que nous avons appelé GSC pour *General State Contrast*, est capable d'améliorer, selon les scénarios, de manière significative le contraste entre deux régions d'intérêt en utilisant tous les degrés de libertés fournis par notre imageur. Cependant il faut aussi retenir que l'insensibilité aux variations d'illumination fournie par cette méthode d'acquisition a un coût et se paye notamment, au niveau de notre système, par la nécessité d'acquérir plusieurs images de manière séquentielle et donc de rendre l'imageur plus lent et sensible aux mouvements de la scène.

Un autre point important concernant les limites des recherches qui ont été réalisées est qu'elles ne considèrent que la séparabilité de deux régions d'intérêt. Or il existe des situations où il est nécessaire de distinguer un plus grand nombre de régions. C'est pourquoi nous nous sommes intéressés à ce scénario multicibles visant à maximiser la séparabilité entre plusieurs régions ayant des propriétés polarimétriques différentes. Nous avons alors démontré, qu'en présence de certaines sources de bruits de mesure, acquérir toute la matrice de Mueller de la scène n'est pas la méthode optimale afin d'optimiser la séparabilité des régions et qu'il vaut mieux acquérir un nombre restreint d'images optimisées si l'on veut atteindre les meilleures performances possibles. Le nombre d'images optimal ainsi que les états de polarisation associés à chacune d'elles dépendent du scénario considéré.

Toutes ces études visant à atteindre les performances optimales de notre imageur nécessitaient d'avoir accès à la réponse polarimétrique des régions d'intérêt que nous souhaitions séparer. La connaissance *a priori* de ces données peut être une hypothèse trop forte dans certains scénarios de mesure, c'est pourquoi nous avons proposé une méthode visant à améliorer l'autonomie de l'imageur pour optimiser le contraste. Cette méthode se base sur l'interaction entre un imageur polarimétrique et un algorithme de segmentation. Son objectif est de permettre la segmentation et l'optimisation du contraste dans des scènes simples sans aucune connaissance *a priori* sur les propriétés polarimétriques des objets d'intérêt. Les premiers résultats obtenus ont pu démontrer les bénéfices que peut apporter une telle approche et offrent ainsi de nombreuses perspectives pour les futurs travaux qui pourront être réalisés.

Perspectives

L'ensemble des études qui ont été menées au cours de ces 3 années de thèse ont permis d'observer l'influence que peuvent avoir différentes perturbations sur l'optimisation du contraste dans les images polarimétriques. Cependant, dans certains scénarios, différents types de perturbations peuvent venir influencer les mesures avec des poids comparables ce qui implique de les considérer simultanément. Etudier l'influence que peut avoir ce type de scénario sur le choix des états de polarisation peut donc s'avérer intéressant.

Ensuite, afin de pouvoir estimer avec une bonne précision les états de polarisation maximisant le contraste, il est nécessaire d'avoir accès à une matrice de Mueller qui ne soit pas trop bruitée. Quantifier l'influence que peut avoir le rapport signal sur bruit dans les images de Mueller sur le choix des états de polarisation optimaux peut donc s'avérer crucial dans certains types d'imagerie où le flux de photons collectés peut être très faible en comparaison du bruit de détecteur par exemple.

Enfin, une perspective très intéressante est l'automatisation de notre imageur. Ce sujet est la base du projet AUTOPOL lancé en Janvier 2013. Son objectif est d'arriver à rendre l'imageur plus autonome pour des applications de type détection ou tracking en implémentant des algorithmes de segmentation de type « contour actif non paramétrique » au sein du processus d'acquisition des images polarimétriques. Cette automatisation ouvre de nombreuses perspectives d'applications dans des domaines très variés.

Annexe A

Exemples de matrices de Mueller usuelles

Cette annexe a pour but de donner l'expression des matrices de Mueller de composants polarimétriques usuels.

A.1 Polariseur linéaire

Matrices de Mueller d'un polariseur linéaire de transmission τ et orienté d'un angle $\theta = 0^\circ$, $\theta = 90^\circ$ et θ quelconque :

$\theta = 0^\circ$	$\theta = 90^\circ$	θ quelconque
$\begin{bmatrix} \tau/2 & \tau/2 & 0 & 0 \\ \tau/2 & \tau/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \tau/2 & -\tau/2 & 0 & 0 \\ -\tau/2 & \tau/2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \tau/2 & (\tau\cos(2\theta))/2 & (\tau\sin(2\theta))/2 & 0 \\ (\tau\cos(2\theta))/2 & (\tau\cos(2\theta)^2)/2 & (\tau\cos(2\theta)\sin(2\theta))/2 & 0 \\ (\tau\sin(2\theta))/2 & (\tau\cos(2\theta)\sin(2\theta))/2 & (\tau\sin(2\theta)^2)/2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$

(A.1)

A.2 Lame de phase

Matrices de Mueller d'une lame de phase de transmission τ dont l'axe rapide est incliné à 0° et induisant un déphasage de $\phi = \pi/2$ (lame $\lambda/4$), un déphasage de $\phi = \pi$ (lame $\lambda/2$) et un déphasage ϕ quelconque :

$(\theta = 0^\circ, \phi = \pi/2)$	$(\theta = 0^\circ, \phi = \pi)$	$(\theta = 0^\circ, \phi)$
$\begin{bmatrix} \tau & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \tau & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \tau \\ 0 & 0 & -\tau & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \tau & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \tau & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\tau & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\tau \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} \tau & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \tau & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \tau\cos(\phi) & -\tau\sin(\phi) \\ 0 & 0 & \tau\sin(\phi) & \tau\cos(\phi) \end{bmatrix}$

(A.2)

Matrices de Mueller d'une lame de phase dont l'axe rapide est incliné selon un angle θ et induisant un déphasage ϕ quelconque :

$$\begin{bmatrix} \tau & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \tau\cos(2\theta)^2 + \tau\cos(\phi)\sin(2\theta)^2 & \tau\cos(2\theta)\sin(2\theta) - \tau\cos(2\theta)\sin(2\theta)\cos(\phi) & \tau\sin(2\theta)\sin(\phi) \\ 0 & \tau\cos(2\theta)\sin(2\theta) - \tau\cos(2\theta)\sin(2\theta)\cos(\phi) & \tau\cos(\phi)\cos(2\theta)^2 + \tau\sin(2\theta)^2 & -\tau\cos(2\theta)\sin(\phi) \\ 0 & -\tau\sin(2\theta)\sin(\phi) & \tau\cos(\theta) * \sin(\phi) & \tau\cos(\phi) \end{bmatrix} \tag{A.3}$$

Annexe B

Produit de Kronecker

En mathématiques le **produit de Kronecker** est une opération portant sur les matrices. Il s'agit d'un cas particulier du produit tensoriel. Il est ainsi dénommé en hommage au mathématicien allemand **Leopold Kronecker**.

B.1 Définition

Soient A une matrice de taille $m \times n$ et B une matrice de taille $p \times q$. Leur produit tensoriel est la matrice $A \otimes B$ de taille mp par nq, définie par blocs successifs de taille $p \times q$, le bloc d'indice (i,j) valant $(a)_{ij} \cdot B$. En d'autres termes :

$$A \otimes B = \begin{pmatrix} a_{11}B & \cdots & a_{1n}B \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1}B & \cdots & a_{mn}B \end{pmatrix} \tag{B.1}$$

Ou encore, en détaillant les coefficients,

$$A \otimes B = \begin{pmatrix} a_{11}b_{11} & a_{11}b_{12} & \cdots & a_{11}b_{1q} & \cdots & \cdots & a_{1n}b_{11} & a_{1n}b_{12} & \cdots & a_{1n}b_{1q} \\ a_{11}b_{21} & a_{11}b_{22} & \cdots & a_{11}b_{2q} & \cdots & \cdots & a_{1n}b_{21} & a_{1n}b_{22} & \cdots & a_{1n}b_{2q} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & & & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{11}b_{p1} & a_{11}b_{p2} & \cdots & a_{11}b_{pq} & \cdots & \cdots & a_{1n}b_{p1} & a_{1n}b_{p2} & \cdots & a_{1n}b_{pq} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \ddots & & \vdots & \vdots & & \vdots \\ \vdots & \vdots & & \vdots & & \ddots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{m1}b_{11} & a_{m1}b_{12} & \cdots & a_{m1}b_{1q} & \cdots & \cdots & a_{mn}b_{11} & a_{mn}b_{12} & \cdots & a_{mn}b_{1q} \\ a_{m1}b_{21} & a_{m1}b_{22} & \cdots & a_{m1}b_{2q} & \cdots & \cdots & a_{mn}b_{21} & a_{mn}b_{22} & \cdots & a_{mn}b_{2q} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & & & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m1}b_{p1} & a_{m1}b_{p2} & \cdots & a_{m1}b_{pq} & \cdots & \cdots & a_{mn}b_{p1} & a_{mn}b_{p2} & \cdots & a_{mn}b_{pq} \end{pmatrix} \tag{B.2}$$

B.2 Propriétés

B.2.1 Bilinéarité, associativité

Le produit de Kronecker est bilinéaire et associatif : sous réserve de compatibilité des tailles pour A, B et C, le produit de Kronecker vérifie les relations suivantes :

$$A \otimes (B + \lambda \cdot C) = (A \otimes B) + \lambda(A \otimes C) \tag{B.3}$$

$$(A + \lambda \cdot B) \otimes C = (A \otimes C) + \lambda(B \otimes C) \tag{B.4}$$

$$A \otimes (B \otimes C) = (A \otimes B) \otimes C \tag{B.5}$$

Il est important de noter que le produit de Kronecker n'est pas commutatif !

$$\forall\ A \neq B, \quad A \otimes B \neq B \otimes A \tag{B.6}$$

Cependant pour toutes matrices A et B, il existe deux matrices de permutation P et Q telles que :

$$A \otimes B = P(B \otimes A)Q \tag{B.7}$$

B.2.2 Propriétés avec le produit matriciel usuel

Le produit de Kronecker vérifie la propriété suivante qui mélange les aspects liés au produit matriciel usuel et au produit de Kronecker :

$$(A \otimes B)(C \otimes D) = (AC) \otimes (BD) \tag{B.8}$$

On peut déduire de cette relation que le produit $(A \otimes B)$ est une matrice inversible si et seulement si A et B sont inversibles. Dans ces conditions, on a la relation :

$$(A \otimes B)^{-1} = A^{-1} \otimes B^{-1} \tag{B.9}$$

B.2.3 Trace et Déterminant

La trace et le déterminant du produit $(A \otimes B)$ sont reliés à la trace et au déterminant des matrice A et B par les relations :

$$\mathbf{Tr}(\mathbf{A} \otimes \mathbf{B}) = \mathbf{Tr}(\mathbf{A})\mathbf{Tr}(\mathbf{B}) \tag{B.10}$$

$$\mathbf{det}(\mathbf{A} \otimes \mathbf{B}) = \mathbf{det}(\mathbf{A})^{\mathbf{m}}\mathbf{det}(\mathbf{B})^{\mathbf{n}} \tag{B.11}$$

où **Tr** désigne l'opérateur calculant la trace d'une matrice et **det** l'opérateur calculant son déterminant.

B.2.4 Transposition

La transposée du produit $(A \otimes B)$ est relié à la transposée des matrices A et B par la relation :

$$(A \otimes B)^T = A^T \otimes B^T \tag{B.12}$$

où ^{T} désigne l'opérateur “transpose".

B.2.5 Equations matricielles

Le produit de Kronecker peut être utilisé afin d'obtenir des représentations simplifiées de certaines équations matricielles. Considérons l'équation suivante :

$$AXB = C \tag{B.13}$$

où A, B , X et C sont des matrices quelconques. Il est possible de réécrire cette équation sous la forme

$$(A \otimes B)\mathrm{vec}(X) = \mathrm{vec}(C) \tag{B.14}$$

avec vec(X) qui représente la vectorisation de la matrice X obtenue en lisant la matrice X dans le sens lexicographique et en groupant ses éléments dans un vecteur colonne.

Références :
Wikipedia : http ://fr.wikipedia.org/wiki/Produit_de_Kronecker

Annexe C

Algorithme de recherche de minimum global *Shuffled Complex Evolution* (SCE)

C.1 Introduction

L'algorithme *Shuffled Evolution Complex* (SCE) est une méthode de calcul qui permet d'optimiser une fonction en essayant d'améliorer itérativement une solution candidate en fonction d'un critère de qualité prédéfini. L'algorithme SCE optimise un problème en ayant une population de solutions candidates. La population est répartie sur plusieurs complexes, chacun contenant un nombre fixe de points. Pendant l'optimisation, chaque complexe évolue sur la base d'un processus de «reproduction» statistique qui utilise des formes géométriques "simplex" afin de diriger la recherche dans le bon sens. Après un nombre défini d'itérations, les complexes sont fusionnés, mélangés et les points sont réattribués à une nouvelle série de complexes afin d'assurer l'échange d'informations. Comme l'optimisation progresse, toute la population a tendance à converger vers la région de l'optimum global, à condition que la taille de la population initiale et le nombre de complexes soient suffisamment grands.

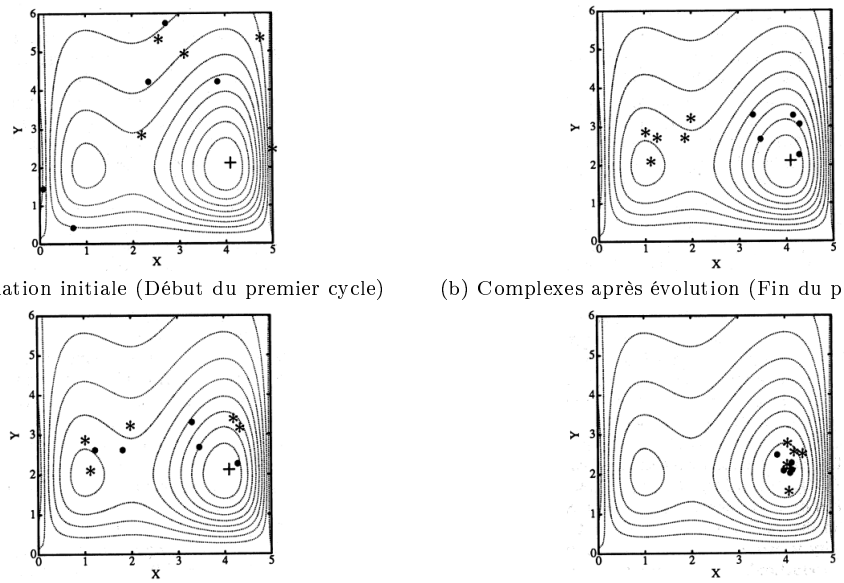
Remarque : l'algorithme SCE a été développé pour trouver le minimum global d'une fonction. Dans notre cas, nous cherchons à maximiser la valeur de notre contraste $\mathcal{C}$. Nous chercherons donc simplement à minimiser la valeur $-\mathcal{C}$ à l'aide de l'algorithme SCE.

C.2 Algorithme d'optimisation

Soit $\mathcal{F} : R^n \rightarrow R$ la fonction qui doit être minimisée. La fonction prend une solution candidate comme argument sous la forme d'un vecteur de nombres réels et produit un nombre réel de sortie qui indique la performance de la solution proposée. Le gradient de $\mathcal{F}$ n'est pas connu. Le but est de trouver une solution a pour laquelle $\mathcal{F}(a) < \mathcal{F}(b)$ pour tous b dans l'espace de recherche, ce qui signifierait a est le minimum global de la fonction $\mathcal{F}$.

Soit Nb_{tot} le nombre total de points dans l'échantillon de population, chacun étant défini par ses coordonnées $x_i \in R^n$ dans l'espace de recherche. Soit $Nb_{complex}$ et Nb_{point} respectivement le nombre de complexes dans un échantillon de population et le nombre de points dans chaque complexe. Nous avons donc la relation : $Nb_{complex} \times Nb_{point} = Nb_{tot}$. Les différentes étapes de l'algorithme sont les suivantes :

1. <u>Génération de l'échantillon initial</u> :
   Génération d'un échantillon de Nb_{tot} points dans l'espace de recherche et calcul de la valeur



(a) Population initiale (Début du premier cycle)

(b) Complexes après évolution (Fin du premier cycle)

(c) Mixage de la population (Début du second cycle)

(d) Complexes après évolution (Fin du second cycle)

Figure C.1 – Evolution des points au cours de deux étapes d'optimisation de l'algorithme SCE.

du critère associée à chaque point de l'échantillon $\mathcal{F}(x_i)$. En l'absence d'information préalable, il est recommandé d'utiliser une distribution de probabilité uniforme pour constituer l'échantillon.

2. Classement des points de l'échantillon :
   Trier les points par ordre croissant de valeur de critère de telle sorte que le premier point soit le point ayant la plus petite valeur de critère et le dernier point soit le point ayant la plus grande valeur de critère :

$$\mathcal{F}(x_0) \leq \mathcal{F}(x_1) \leq ... \leq \mathcal{F}(x_i) \leq ... \leq \mathcal{F}(x_{Nb_{tot}}) \tag{C.1}$$

3. Répartition des points dans des complexes :
   Partitionnement de l'échantillon dans $Nb_{complex}$ complexes, chacun contenant Nb_{points} points. Les complexes sont séparés de manière à ce que le premier complexe contient tous les points de rang $Nb_{complex} * (k-1) + 1$, le second complexe tous les points de rang $Nb_{complex} * (k-1) + 2$, et ainsi de suite, avec $k = 1, 2, ..., Nb_{points}$. La figure C.1(a) montre un échantillon de population contenant $Nb_{tot} = 10$ points répartis dans $Nb_{complex} = 2$ complexes. Chaque complexe contient $Nb_{points} = 5$ points qui sont respectivement marqués par $(\cdot)$ et (*). Les lignes de contour représentent une fonction de surface qui a un optimum global situé en (4,2) et un optimum local situé en (1,2).
4. Evolution des complexes :
   Faire évoluer indépendamment chaque complexe en réalisant à chaque fois N_{step} étapes. La figure C.2 illustre la façon dont chaque étape de cette évolution peut être réalisée. Dans la figure C.2, les points noirs $(\cdot)$ indiquent les emplacements des points d'un complexe avant que une étape de l'évolution ne soit réalisée. Un sous-ensemble contenant $N_{subC} = 3$ points (c'est-à-dire formant un triangle dans le cas présent) est choisi selon une distribution de probabilité prédéfinie pour initier une étape de l'évolution. La distribution de probabilité est spécifiée de sorte que les meilleurs points ont une plus grande chance d'être choisis pour former le sous-complexe que les points ayant une faible valeur de la fonction $\mathcal{F}$. Le symbole

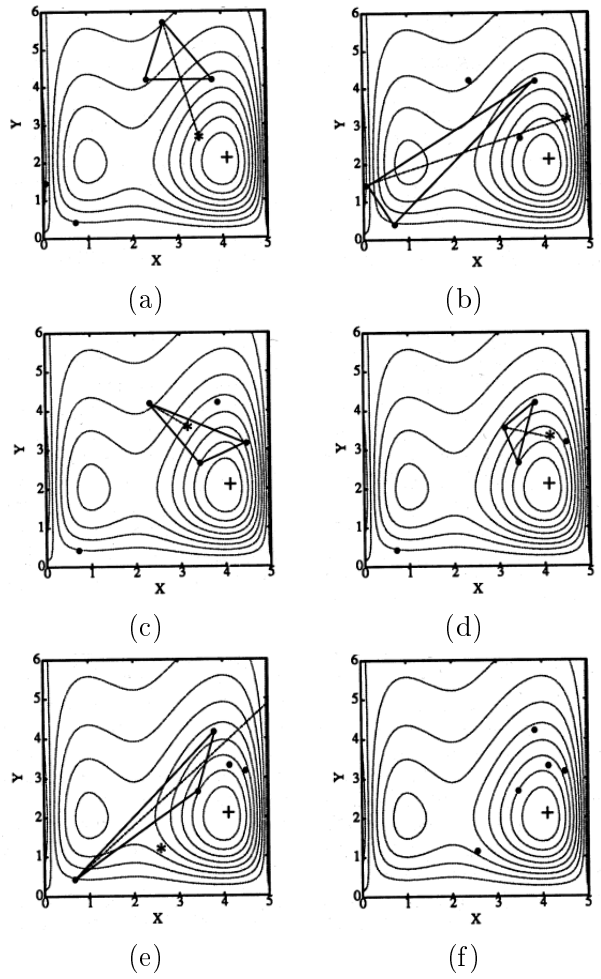


FIGURE C.2 – Génération de nouveaux points à partir d'une étape de réflexion (a,b,d), de contraction (c) et de mutation (e).

(*) représente les nouveaux points générés après les étapes d'évolution. Il existe trois types d'étapes d'évolution : la réflexion, la contraction et la mutation. Les figures C.2(a), C.2(b) et C.2(d) illustrent une étape de "réflexion", qui correspond à réfléchir le pire des point du sous-complexe en fonction du centre de gravité des points autres. Si le point réfléchi a une valeur plus faible du critère que le plus mauvais point du sous-complexe, ce dernier est supprimé et remplacé par le nouveau point. Dans ce cas, une étape de l'évolution est terminée. Dans la figure C.2(c), le nouveau point est générée par une étape de "contraction" (le nouveau point se trouve à mi-chemin entre le plus mauvais point du sous-complexe et le barycentre des autres points). Cette étape est réalisée après qu'une étape de réflexion ait été rejetée pour ne pas avoir permis d'améliorer la valeur du critère. Dans la figure C.2(e), une étape de "mutation" est réalisée en choisissant au hasard un point dans l'espace des paramètres possibles afin de remplacer le plus mauvais point du sous-complexe. Cette étape est réalisée après qu'une étape de réflexion ait été tenté mais que le point obtenu se trouve en dehors de l'espace de définition. Une étape de "mutation" peut aussi être engagée quand à la fois l'étape de réflexion et l'étape de contraction n'améliorent pas la valeur du critère. La figure C.2(f) montre le complexe final après $N_{step} = 5$ étapes d'évolution. La figure C.1(b) montre

les emplacements des points dans les deux complexes qui ont évolué indépendamment à la fin du premier cycle de l'évolution. On peut voir que l'un des complexes (marqué par (*)) converge vers l'optimum local, tandis que l'autre (marqué par $(\cdot)$) converge vers l'optimum global.

5. Mixage des complexes :
   Après chaque cycle, l'ensemble des points dans les complexes sont groupés dans un échantillon de population unique. Tous les nouveaux points sont alors triés par ordre croissant de valeur de critère puis re-partitionner dans $Nb_{complex}$ nouveaux complexes selon la procédure spécifiée à l'étape 3. La figure C.1(c) affiche la nouvelle composition des deux complexes après mixage des points.
6. Vérification de la convergence :

   Si le nombre d'essais dépasse un nombre N_{essai} défini par l'utilisateur, ou si la valeur du critère ne s'est pas améliorée de $N_{\%}$ % en N_{stop} cycles, l'algorithme considère que le point de convergence a été atteint. Dans les autres cas, les mêmes étapes d'optimisation continuent d'être appliquée.
7. Réduction du nombre de complexe :

   Si $Nb_{complex,min}$, le nombre minimal de complexe autorisé par l'utilisateur, est inférieur à $Nb_{complex}$ ($Nb_{complex,min} < Nb_{complex}$), le complexe avec l'ensemble des points ayant le critère le plus faible est supprimé. Le nouveau nombre de complexe est alors égal à $Nb_{complex} = Nb_{complex} - 1$ et $Nb_{tot} = Nb_{complex} \times Nb_{points}$. Cette étape se réalise juste avant de passer l'étape 4. Si $Nb_{complex,min} = Nb_{complex}$, le nombre de complexe n'est pas modifié. newline La figure C.1(d) présente les deux complexes à la fin du second cycle de l'évolution. On observe alors clairement que les deux complexes convergent vers l'optimum global à la fin du deuxième cycle.

Annexe D

Conception et étalonnage d'un générateur de polarisation

Afin de réaliser notre générateur (ou analyseur) de polarisation capable de générer n'importe quel état de polarisation sur la sphère de Poincaré, nous avons fait le choix d'utiliser des composants polarimétriques actifs que sont les cristaux liquides. Cependant, afin de pouvoir générer avec une bonnes précision les états de polarisation souhaités, ces composants doivent être orientés avec précision. De plus, les cristaux liquides sont une technologie beaucoup moins stable dans le temps que des composants passifs comme des polariseurs ou lames de phase, c'est pourquoi il est important de bien connaître la relation reliant la tension de commande au déphasage induit par les cristaux. C'est pourquoi il est nécessaire de pouvoir réétalonner régulièrement le montage afin de s'assurer de son bon fonctionnement.

La première partie de cette annexe présente une manière d'orienter au mieux les cristaux liquides afin de minimiser les erreurs systématiques qui pourraient apparaître lors de la génération des états de polarisation. La seconde sera dédiée à la présentation d'une méthode permettant de recalibrer la courbe reliant la tension appliquée à la cellule de cristal liquide au déphasage induit par celle-ci sans devoir bouger les cristaux ou utiliser un polarimètre.

D.1 Orientation des cristaux liquides

L'orientation des cristaux liquides est un paramètre important pour la réalisation de notre expérience dont le but est de pouvoir générer et analyser n'importe quel état de polarisation totalement polarisé sur la sphère de Poincaré. En effet, si les axes propres des cristaux ne sont pas bien orientés relativement au polariseur (tout les trois formant un générateur de polarisation), alors des erreurs systématiques risquent d'apparaître lors de la génération des états de polarisation, ce qui peut être très dommageable dans le cadre de notre application. Il est donc nécessaire de trouver une méthode permettant d'orienter au mieux le polariseur et les deux cristaux liquides constituant les modules de génération ou d'analyse d'états de polarisation. Cette orientation doit pouvoir être réalisée sans connaître au préalable la réponse en tension des cristaux liquides qui sera elle même l'objet d'un étalonnage par la suite.

Pour répondre à ce problème, nous proposons d'utiliser un schéma de montage présenté dans la figure D.1.

Dans un premier temps, nous allons positionner le LCVR n°1 par rapport à une orientation référencée du polariseur P_1 qui sera celle utilisée dans le montage du générateur de polarisation (PSG) ou analyseur de polarisation (PSA). Pour cela, on commence par placer le polariseur dans

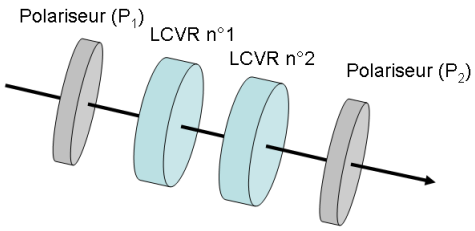


Figure D.1 – Schéma du montage permettant d'orienter les cristaux liquides (LCVR n°1 et 2) par rapport au polariseur P_1

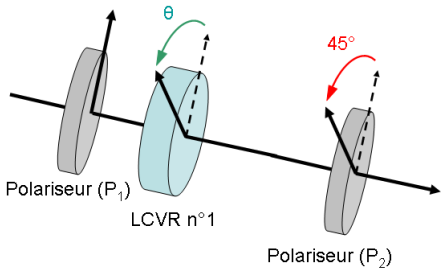


Figure D.2 – Schéma du montage permettant d'orienter le cristal liquide (LCVR n°1) par rapport au polariseur P_1

sa position initiale à 0° d'inclinaison. Le polariseur P_2 est quand à lui orienté à 45° du polariseur P_1 (voir figure D.2). On place ensuite le premier cristal liquide entre les deux polariseurs et on applique une tension variant constamment dans les cristaux (comme une tension sinusoidale ou une tension en dent de scie). Si l'axe rapide du cristal liquide ne se trouve pas exactement à 45° de l'axe du polariseur P_1, l'intensité mesurée en sortie du montage va varier. L'amplitude de cette variation va d'autant diminuer que l'on se rapprochera de cette position optimale. L'objectif est alors de trouver la position des cristaux pour laquelle on n'observe plus de variations d'intensité quel que soit le voltage appliqué aux bornes des cristaux. Ce principe est illustré dans les figures D.3 et D.4.

Une fois le premier LCVR correctement orienté, on peut introduire le second. Afin d'orienter celui-ci, il faut placer le polariseur P_2 à une orientation de 90°. Suivant exactement le même principe que pour le premier LCVR, on cherche à trouver l'orientation du cristal qui minimise les variations d'intensité observées en sortie du montage. Il est important de noter que cette méthode fonctionne quel que soit le voltage (fixe) appliqué au LCVR1 ce qui ne requiert pas de connaitre sa caractéristique de réponse tension-dephasage.

Le PSG et le PSA sont maintenant scellés et les composants correctement orientés relativement entre eux. Il est maintenant nécessaire de caractériser la courbe d'évolution tension-déphasage de chacun des cristaux.

D.2 Etalonnage des cellules à cristaux liquides

Un point crucial afin de générer avec une bonne précision des états de polarisation sur la sphère de Poincaré est de connaître avec précision la relation reliant le déphasage induit par chaque retardateur et les tensions qui leur sont appliquées. L'étude de ces cristaux a notamment montré que cette relation dépendait de nombreux paramètres dont le plus critique est la tem-

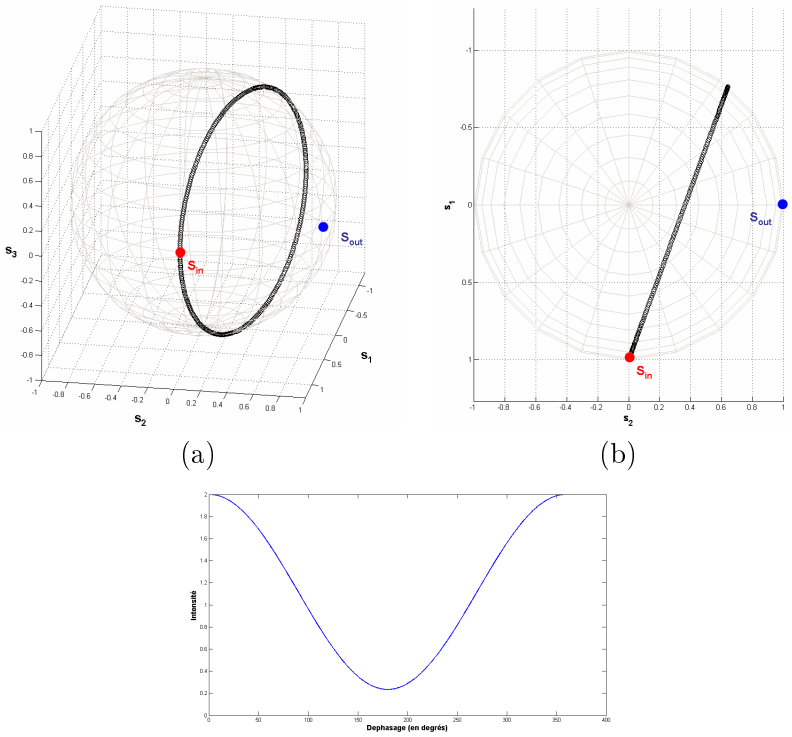


FIGURE D.3 – (a) et (b) Ensemble des états générés sur la sphère de Poincaré à partir d'un LCVR orienté à 35° de l'axe du polariseur P_1. (c) Evolution de l'intensité mesurée en sortie du détecteur en fonction du déphasage appliqué.

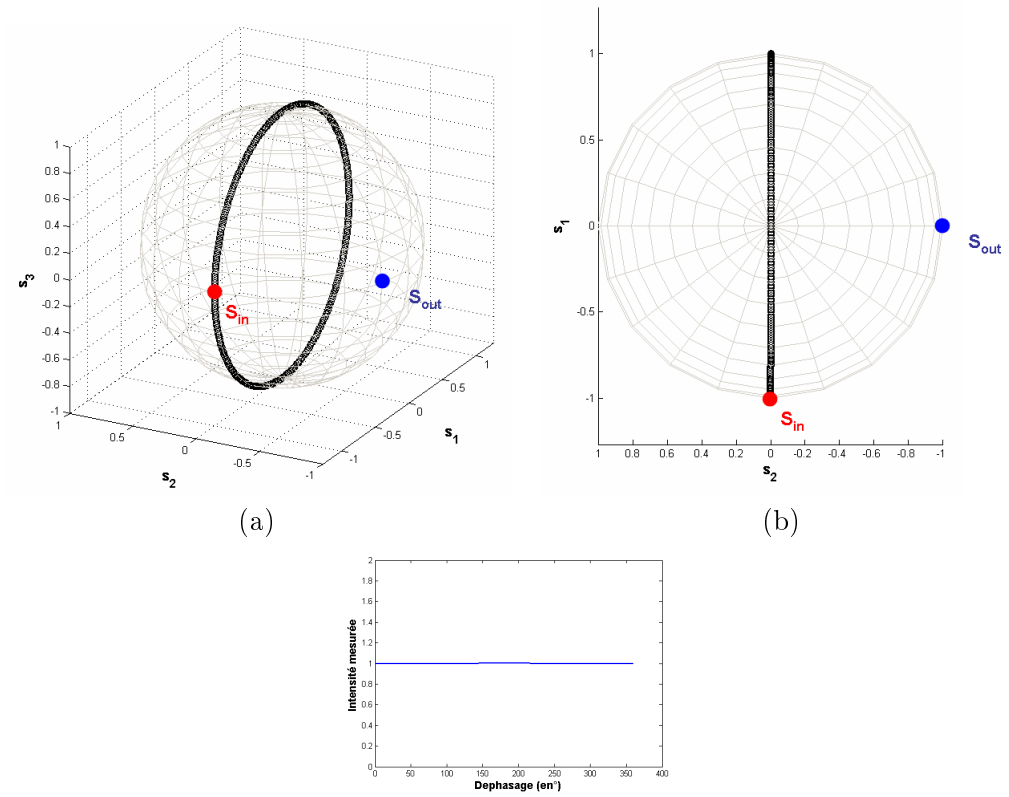


Figure D.4 – (a) et (b) Ensemble des états générés sur la sphère de Poincaré à partir d'un LCVR orienté à 45° de l'axe du polariseur P_1. (c) Evolution de l'intensité mesurée en sortie du détecteur en fonction du déphasage appliqué.

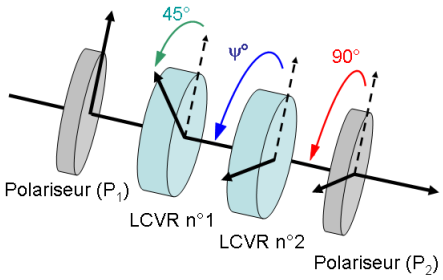


Figure D.5 – Schéma du montage permettant d'orienter le cristal liquide (LCVR n°2) par rapport au polariseur P_1 et au premier LCVR.

pérature. Il est donc intéressant de pouvoir vérifier que ces relations n'ont pas changé après une longue période d'utilisation où, par exemple, les composants ont pu voir leur température changer. Les cristaux ne pouvant généralement plus être déplacés une fois montés, il est nécessaire de développer une méthode ne requérant aucun déplacement de ces composants.

D.2.1 Description du montage

Afin de bien comprendre les différentes étapes d'étalonnage et bien situer les éléments jouant un rôle dans chacune de ces étapes, un schéma simplifié du montage avec les notations associées à chacun des éléments est présenté figure D.6.

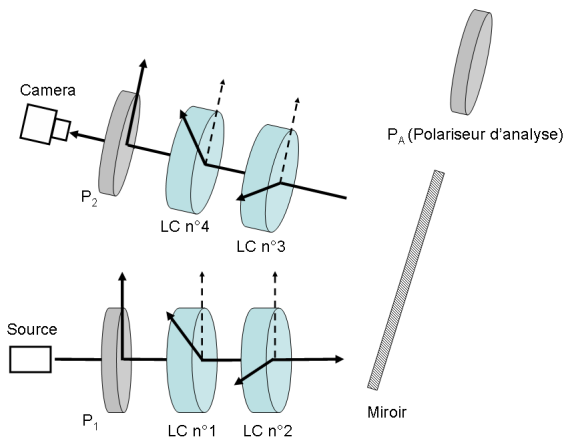


FIGURE D.6 – Schéma simplifié du montage utilisé. (LC : Liquid Crystal)

L'orientation des différents composants optiques est donnée par la direction de leur axe principal par rapport à la direction verticale. Dans le cas d'un polariseur linéaire, l'axe principal est défini par la direction de la polarisation linéaire pour laquelle la transmission est maximale. Dans le cas d'une lame de phase, l'axe principal correspond à l'axe rapide c'est à dire à l'axe neutre dont l'indice est le plus faible.

D.2.2 Etalonnage des 4 retardateurs à cristaux liquides

D.2.2.1 Etalonnage du LC n°1

Afin d'étalonner la première cellule à cristal liquide, le montage présenté fig. D.6 doit être modifié de la manière suivante. Il est nécessaire de retirer le polariseur P_2 qui se trouve en analyse et de positionner le polariseur P_A en sortie du PSG (après le LC n°2) avec un angle d'orientation de 0°. Les tensions appliquées aux LC n°3 à 4 sont fixes et n'ont pas besoin d'être connues. En effet, les cristaux 3 et 4 n'influencent pas la mesure de l'intensité car ils ne sont pas suivis d'un polariseur. Pour le cristal 2, le raisonnement est différent et requiert une étude. Considérons l'ensemble composé de deux polariseurs orientés selon l'axe vertical ($\theta_p = 0$) entourant deux retardateurs à cristaux liquides faisant respectivement un angle $\phi_1 = \pi/4 + \zeta_1$ et $\phi_2 = \pi/2 + \zeta_2$ avec la direction des polariseurs (cf fig **??**). L'intensité mesurée sous la forme :

$$\begin{aligned} I(\delta_1, \delta_2, \zeta_1, \zeta_2) &= S_{P_2}^T M_{LC2} M_{LC1} S_{P_1} \\ &= S_{P_2}^T M_{LC}(\pi/2 + \zeta_2, \delta_2)) M_{LC}(\pi/4 + \zeta_1, \delta_1) S_{P_1} \end{aligned} \tag{D.1}$$

ζ_1 et ζ_2 représente des erreurs de positionnement sur l'orientation des cristaux liquides. En appliquant la méthode de positionnement présentée dans la première partie de cette annexe, cette erreur peut être très inférieure à $\pm 5^o$ (i.e. 0.087 rad) ce qui permet de faire un développement limité en fonction de ces deux variables. L'expression de l'intensité mesurée à l'ordre 2 en ζ_1 et ζ_2 est donnée par :

$$\begin{aligned} I(\delta_1, \delta_2, \zeta_1, \zeta_2) =& 1 - \zeta_1\zeta_2 - \zeta_1^2\left(-1 + \zeta_2^2\right) + \zeta_1\zeta_2(1 + \zeta_1\zeta_2)\cos[\delta_2] \\ &+ \cos[\delta_1]\left(1 + \zeta_1\zeta_2 - \zeta_2^2 + \zeta_1^2\left(-1 + \zeta_2^2\right) - \zeta_2\left(\zeta_1 - \zeta_2 + \zeta_1^2\zeta_2\right)\cos[\delta_2]\right) \\ &+ \frac{\sin[\delta_1]}{2}(\zeta_2\left(2 - \zeta_1^2\right)\sin[\delta_2]) \end{aligned} \tag{D.2}$$

Les termes d'ordre 2 sont alors négligeable et l'on obtient l'expression suivante de l'intensité mesurée :

$$I(\delta_1, \delta_2, \zeta_1, \zeta_2) = 1 + \cos[\delta_1] + \zeta_2 \sin[\delta_1]\sin[\delta_2] \tag{D.3}$$

On observe alors que si $\zeta_2 = 0$, c'est à dire que la cellule de cristal liquide n°2 est parfaitement orientée, alors la mesure de I ne dépend que du déphasage induit par la première cellule à cristal liquide. Lorsque ce n'est pas le cas, un second terme apparaît dans l'expression de l'intensité qui dépend des paramètres δ_1 et δ_2. Ce second terme, bien que très faible car ζ_2 est petit et $\sin[\delta_1]\sin[\delta_2]$ est toujours inférieur ou égal à 1, peut avoir une influence sur les résultats lorsque δ_1 tend vers π, c'est à dire que les premiers termes s'annulent. Afin de pouvoir négliger ce terme, il est nécessaire de faire une petite approximation en appliquant une tension aux bornes de la cellule à cristal liquide n°2 qui génère un déphasage de l'ordre de 0°. Si une erreur de l'ordre de 10° sur le déphasage δ_2 est réalisée lors de l'application de la tension du fait de la connaissance approximative de la relation tension-retard du LC n°2, et que $\zeta_2 = 5^o$, ce qui représente un cas très défavorable, on a alors une erreur sur l'intensité mesurée par rapport au cas où $\zeta_2 = 0$ de :

$$\Delta I = I(\delta_1, 10^o, \zeta_1, 5^o) - I(\delta_1, 0^o, \zeta_1, 0^o) = 0.015 \sin[\delta_1] \tag{D.4}$$

L'erreur maximale est alors atteinte pour $\delta_1 = \pi/2$ et est de 1.5% ce qui reste faible. En se plaçant alors dans ces conditions de mesure, il est donc possible d'approximer l'intensité mesurée par le détecteur par :

$$I(\delta_1, \delta_2, \zeta_1, \zeta_2) = I_0(1 + \cos[\delta_1]) \tag{D.5}$$

L'espression de I en fonction de la tension de commande appliquée à la cellule de cristal liquide n°1 est donnée par :

$$I(V) = I_0(1 + \cos[\delta_1(V)]) \tag{D.6}$$

On fait alors varier la tension aux bornes du LC n°1 sur toute sa plage d'utilisation et on trace l'évolution de l'intensité mesurée à l'aide de la caméra en fonction de la tension appliquée.

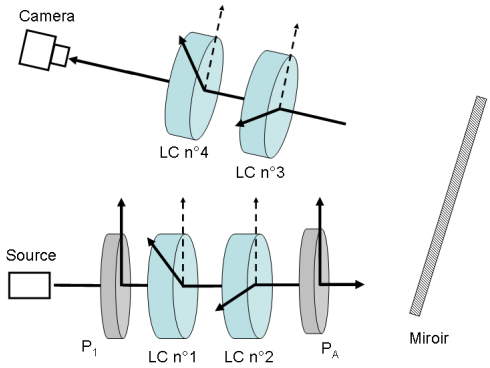


FIGURE D.7 – Schéma du montage permettant l'etalonnage du LCVR n°1

Les courbes obtenues étant des courbes expérimentales, nous les corrigeons de la manière suivante afin de pouvoir les comparer au modèle :

$$I_{corr}(V) = 2\frac{(I(V) - \min[I(V)])}{\max[I(V) - \min[I(V)]]} \tag{D.7}$$

L'intensité corrigée varie donc entre 0 et 2 et peut être comparée au modèle d'évolution de l'intensité présenté Eq. D.11. Le déphasage associé à chaque tension peut alors être calculé en appliquant la formule suivante :

$$\delta_1(V) = \mathrm{acos}[I_{corr}(V) - 1] \tag{D.8}$$

D.2.2.2 Etalonnage du LC n°2

Afin d'étalonner le LC n°2, il faut maintenant changer l'orientation des polariseurs P_1 et P_A en les orientant tous les deux à 45°. Les tensions appliquées aux cristaux liquides n°3 et 4 sont constantes et l'intensité mesurée ne dépend pas de ces valeurs. En effet, tout comme dans le cas précédent, les cristaux 3 et 4 n'influencent pas la mesure de l'intensité car ils ne sont pas suivis d'un polariseur. Le cristal n°1, tout comme dans le cas précédent, demande une étude afin d'estimer son influence sur les mesures. L'expression de l'intensité I à l'ordre 2 en ζ_1 et ζ_2, après suppression des termes d'ordre 2 qui peuvent être négligés, est donnée par l'expression :

$$\begin{aligned} I(\delta_1, \delta_2, \zeta_1, \zeta_2) &= S_{P_2}^T M_{LC2} M_{LC1} S_{P_1} \\ &= S_{P_2}^T M_\Phi(\pi/2 + \zeta_2, \delta_2)) M_\Phi(\pi/4 + \zeta_1, \delta_1) S_{P_1} \\ & 1 + \cos[\delta_2] - \zeta_1 \sin[\delta_2] \sin[\delta_1] \end{aligned} \tag{D.9}$$

de manière analogue au cas précédent, l'erreur introduite par une mauvaise orientation de la première cellule à cristal liquide dépend de δ_1 et δ_2 et est égale à :

$$\Delta I = I(\delta_1, \delta_2, \zeta_1, \zeta_2) - I(\delta_1, 0^o, \zeta_1, 0^o) = -\zeta_1 \sin[\delta_2] \sin[\delta_1] \tag{D.10}$$

En appliquant une tension permettant de générer un déphasage δ_1 nul, ce qui est possible du fait de l'étalonnage du LC n°1 qui vient d'être réalisé, il est possible de rendre ce terme négligeable et ainsi pouvoir estimer l'intensité mesurée par la relation :

$$I(\delta_1, \delta_2, \zeta_1, \zeta_2) = I_0(1 + \cos[\delta_2]) \tag{D.11}$$

Le processus d'inversion des données reste le même que précédemment avec l'application de la formule donnée dans les equations D.7 et D.8.

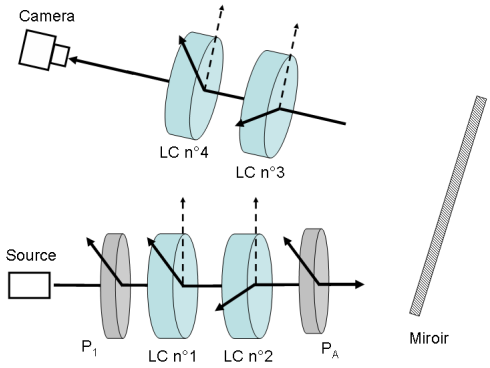


Figure D.8 – Schéma du montage permettant l'etalonnage du LCVR n°2

D.2.2.3 Etalonnage du LC n°3

Les cellules à cristaux liquides composant le PSG étant maintenant étalonnées, il est possible de suivre un procédé similaire afin d'étalonner les cristaux intervenant dans le PSA. Pour cela, il faut changer la configuration du montage en appliquant les modifications suivantes. Tout d'abord, il faut retirer le polariseur P_1 afin qu'une lumière totalement dépolarisée arrive sur le miroir. Ensuite, afin que le PSA puisse fonctionner, il est nécessaire de replacer le polariseur P_2. Enfin, le polariseur P_A est placé en amont du PSG (entre le miroir et le LC n°3). Ainsi, tout comme dans le cadre de l'étalonnage du PSG, les cellules à cristaux liquides 3 et 4 sont entourées de deux polariseurs P_2 et P_A. Les polariseurs P_2 et P_A sont orientés tout les deux à 45° et le même processus d'analyse est répété en faisant varier le voltage au borne du LC n°3 tout en conservant ceux des autres LC constant et en appliquant une tension aux bornes du LC n°4 qui induise un déphasage de l'ordre de 0°.

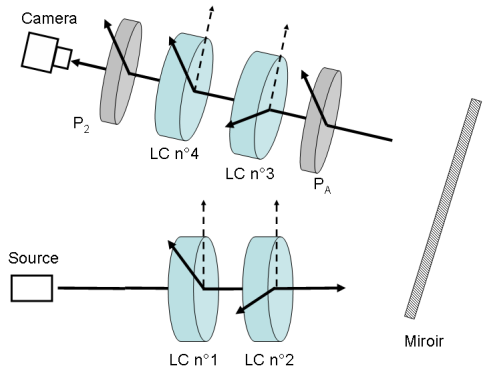


Figure D.9 – Schéma du montage permettant l'étalonnage du LCVR n°3

D.2.2.4 Etalonnage du LC n°4

Enfin, le LC n°4 est étalonné en orientant les polariseurs P_2 et P_A à 0° et en appliquant une tension de contrôle au LC n°3 qui induit un déphsage nul.

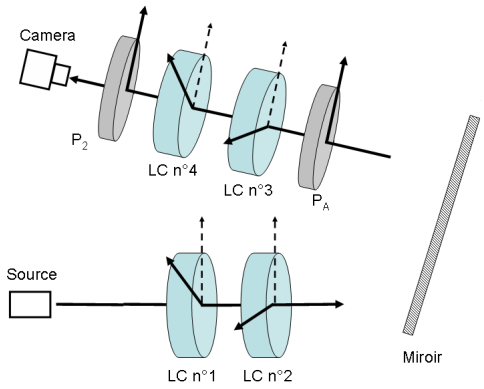
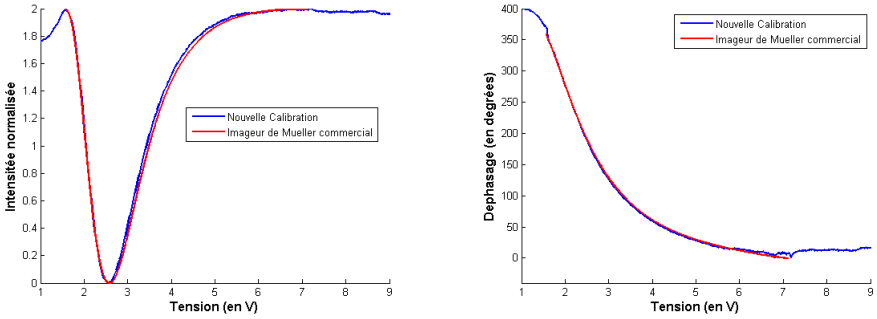


FIGURE D.10 – Schéma du montage permettant l'etalonnage du LCVR n°4

D.2.3 Exemples & Conclusion

Cette première étape de l'étalonnage de notre imageur permet donc d'estimer les relations reliant le déphasage introduit par les cristaux liquides en fonction de la tension de commande qui leur est appliquée. La figure 3 représente la comparaison des résultats obtenus expérimentalement à l'aide de notre méthode à ceux obtenus avec une calibration réalisée pour une des cellules de cristaux liquides à l'aide d'un imageur de Mueller commercial.



(a) (b)

FIGURE D.11 – Résultat de l'étalonnage d'un cristal liquide. (a) Courbe d'intensité normalisée selon l'equation REF en fonction de la tension appliquée aux bornes du LC. (b) Evolution du retard introduit par le LC en fonction de la tension aux bornes du LC.

On observe que les courbes obtenues par les deux méthodes sont quasiment identiques dans leur allure avec de légers écarts pour différentes tensions. Ces écarts, même s'ils ne représentent que quelques degrés de déphasage, ont une incidence sur la génération des états de polarisation à l'aide de notre imageur et doivent donc être pris en compte. La plage d'intérêt des mesure correspond à un déphasage allant de 0 à 2π, qui correspond à la zone de définition de la courbe rouge donnée par l'imageur commercial.

Dans cette première partie nous avons présenté une méthode d'étalonnage permettant d'estimer avec une bonne précision la relation entre la tension de commande appliquée à la cellule de cristal liquide et le retard induit. Grâce à ces données et à une bonne conception des modules de PSG et PSA dans l'orientation de chacun des composants, il est possible de générer avec une bonne précision les états de polarisation sur la sphère de Poincaré.

Liste de publications et communications

Publications dans les revues à comité de lecture

1. G. Anna, F. Goudail, D. Dolfi, *Polarimetric target detection in the presence of spatially fluctuating Mueller matrices*, Opt. Let., 36(23), pp.4590-4592 (2011)
2. G. Anna, F. Goudail, D. Dolfi, *Optimal discrimination of multiple regions with an active polarimetric imager*, Opt. Exp., 19(25), pp.25367-25378 (2011)
3. G. Anna, F. Goudail, P. Chavel, D. Dolfi, *On the influence of noise statistics on polarimetric contrast optimization*, App. Opt., 51(8), pp.1178-1187 (2012)
4. G. Anna, F. Goudail, D. Dolfi, *General state contrast imaging : an optimized polarimetric imaging modality insensitive to spatial intensity fluctuations*, J. Opt. Soc. Am. A, 29(6), pp.892-900 (2012)
5. G. Anna, H. Sauer, F. Goudail, D. Dolfi, *Fully tunable active polarization imager for contrast enhancement and partial polarimetry*, App. Opt., 51(21), pp.5302-5309 (2012)
6. G. Anna, F. Galland, N. Bertaux, F. Goudail, D. Dolfi, *Joint contrast optimization and object segmentation in active polarimetric images*, Opt. Let., 37(16), pp.3321-3323 (2012)
7. G. Anna, F. Goudail, *Optimal Mueller matrix estimation in the presence of Poisson shot noise*, Opt. Exp., 20(19), pp.21331-21340 (2012)
8. G. Anna, F. Goudail, D. Dolfi, *Optimal configurations for active polarimetric imaging systems in the presence of different sources of Poisson shot noise*, Opt. Com., 291, pp.116-123 (2013)
9. H. Hu, E. Garcia-Caurel, G. Anna, and F. Goudail, *Maximum Likelihood method for calibration of Mueller polarimeters in reflection configuration*, App. Opt., 52(25), pp.6350-6358 (2013)
10. H. Hu, G. Anna, and F. Goudail, *On the performance of the physicality-constrained maximum-likelihood estimation of Stokes vector*, App. Opt. (Accepted)

Conférences

1. F. Goudail, G. Anna, *When is polarimetric imaging preferable to intensity imaging for target detection*, Journée Imagerie Optique Non Conventionnelle, ESPCI, Paris, 2011 - Poster
2. F. Goudail, G. Anna, On the optimization of polarimetric Imaging systems for target detection, SPIE Polarization Science and Remote Sensing V, San Diego, California, United States, 2011 - Oral

3. G. Anna, F. Goudail, D. Dolfi, *Optimisation des systèmes d'imagerie polarimétriques actifs*, Journée Électromagnétisme, Polarisation et Optique Statistique, Institut Fresnel, Marseille, 2011 - Oral
4. G. Anna, F. Goudail, D. Dolfi, *Classification de cibles multiples à l'aide d'un imageur polarimétrique actif*, Journée Imagerie Optique Non Conventionnelle, ESPCI, Paris, 2012 - Oral
5. G. Anna, F. Galland, N. Bertaux, F. Goudail, D. Dolfi, *Automatic polarimetric imaging system for contrast optimization using non-parametric statistical snake*, Journée Imagerie Optique Non Conventionnelle, ESPCI, Paris, 2013 - Oral
6. G. Anna, F. Galland, N. Bertaux, M. Boffety, F. Goudail, D. Dolfi, *Semi-supervised contrast enhancement in polarimetric images using non-parametric statistical snake*, 1st EOS Topical Meeting on Frontiers in Optical Imaging, Murten, Suisse, 2013 - Oral
7. G. Anna, F. Lerondeau, M. Boffety, F. Goudail, D. Dolfi, *Design and optimization of a polarization imaging system independent of intensity fluctuations*, 1st EOS Topical Meeting on Frontiers in Optical Imaging, Murten, Suisse, 2013 - Oral

Bibliographie

[1] G. G. Stokes. *Transactions of the Cambridge Philosophical Society*, 9(399), 1852.

[2] R. C. Jones. A new calculus for the treatment of optical systems. *Journal of the Optical Society of America*, 31(7) :488–493, 1941.

[3] D. Brewster. On the compensations of polarized light, with the description of a polarimeter, for measuring degrees of polarization. *Proceedings of the Royal Irish Academy*, 2 :279–282, 1840.

[4] R.M.A. Azzam. Division-of-amplitude photopolarimeter (doap) for the simultaneous measurement of all four Stokes parameters of light. *Optica Acta : International Journal of Optics*, 29(5) :685–689, 1982.

[5] A. De Martino, Y.-K. Kim, E. Garcia-Caurel, B. Laude, and B. Drévillon. Optimized Mueller polarimeter with liquid crystals. *Optics Letters*, 28(8) :616–618, 2003.

[6] J. E. Solomon. Polarization imaging. *Applied Optics*, 20(9) :1537–1544, May 1981.

[7] R. Walraven. Polarization imagery. *Optical Engineering*, 20 :14–18, 1981.

[8] N. Ghosh, M. F. G. Wood, S.-H. Li, R. D. Weisel, B. C. Wilson, R.-K. Li, and I. A. Vitkin. Mueller matrix decomposition for polarized light assessment of biological tissues. *Journal of Biophotonics*, 2 :145–156, 2009.

[9] W.-M. Boerner. Use of polarization in electromagnetic inverse scattering. *Radio Science*, 16 :1037–1045, 1981.

[10] C. Brosseau. *Fundamentals of polarized light - A statistical approach.* John Wiley, New York, 1998.

[11] D. Goldstein. *Polarized Light, 2nd ed.* Marcel Dekker, 2003.

[12] F. Brehat and B. Wyncke. *Représentation des états de polarisation des ondes lumineuses.* Publibook, 2003.

[13] S. Huard. *Polarization of light*, chapter Polarized optical wave. Wiley, Masson, Paris, 1997.

[14] H. G. Tompkins and E. A. Irene. *Handbook of ellipsometry.* William Andrew, Inc, 2005.

[15] S. Y. Lu and R. A. Chipman. Interpretation of Mueller matrices based on polar decomposition. *Journal of the Optical Society of America A*, 13(5) :1106–1113, May 1996.

[16] T. M. Cover and J. A. Thomas. *Elements of Information Theory.* John Wiley and Sons, New York, 1991.

[17] A. Papoulis. *Probability, random variables and stochastic processes.* Mc Graw-Hill, Boston, 1991.

[18] L. L. Scharf. *Statistical Signal Processing*, pages 179–205. Addison-Wesley Publishing Company, Inc., Reading, Massachusetts, 1991.

[19] H. V. Poor. *An introduction to signal detection and estimation.* Springer Verlag, New York, 1994.

[20] R. O. Duda and P. E. Hart. *Pattern classification and scene analysis.* John Wiley and sons, Inc., New York, 1973.

[21] F. Goudail, Ph. Réfrégier, and G. Delyon. Bhattacharyya distance as a contrast parameter for statistical processing of noisy optical images. *Journal of the Optical Society of America A*, 21(7) :1231–1240, 2004.

[22] O. Matoba and B. Javidi. Three-dimensional polarimetric integral imaging. *Optics Letters*, 29 :2375–2377, 2004.

[23] F. A. Sadjadi. Passive three-dimensional imaging using polarimetric diversity. *Optics Letters*, 32(3) :229–231, 2007.

[24] J. S. Tyo, D. L. Goldstein, D. B. Chenault, and J. A. Shaw. Review of passive imaging polarimetry for remote sensing applications. *Applied Optics*, 45(22) :5453–5469, 2006.

[25] G. D. Gilbert and J. C. Pernicka. Improvement of underwater visibility by reduction of backscatter with a circular polarization technique. *Applied Optics*, 06 :741–746, 1967.

[26] A. Pierangelo, A. Benali, M.-R. Antonelli, T. Novikova, P. Validire, P. Gayet, and A. De Martino. Ex-vivo characterization of human colon cancer by Mueller polarimetric imaging. *Optics Express*, 19 :1582–1593, 2011.

[27] F. Meriaudeau, M. Ferraton, C. Stolz, O. Morel, and L. Bigué. Polarization imaging for industrial inspection. *Proceedings SPIE*, 6813 :681308–10, 2008.

[28] J. L. Pezzaniti and D. B. Chenault. A division of aperture MWIR imaging polarimeter. *Proceedings SPIE*, 5888 :239–250, 2005.

[29] G. P. Nordin, J. T. Meier, P. C. Deguzman, and M. W. Jones. Diffractive optical element for Stokes vector measurement with a focal plane array. *Proceedings SPIE*, 3754 :169–177, 1999.

[30] R.M.A. Azzam. A simple Fourier photopolarimeter with rotating polarizer and analyzer for measuring Jones and Mueller matrices. *Optics Communications*, 25(2) :137–140, 1978.

[31] M. P. Rowe, E. N. Pugh, J. S. Tyo, and N. Engheta. Polarization-difference imaging : a biologically inspired technique for observation through scattering media. *Optics Letters*, 20 :608–610, 1995.

[32] N. Engheta, J.S. Tyo, M. P. Rowe, and E. N. Pugh. *Biologically Inspired Polarization-Difference Imaging*, volume 2. 1997.

[33] G. D. Lewis, D. L. Jordan, and P. J. Roberts. Backscattering target detection in a turbid medium by polarization discrimination. *Applied Optics*, 38(18) :3937–3944, 1999.

[34] A. Bénière, F. Goudail, M. Alouini, and D. Dolfi. Design and experimental validation of a snapshot polarization contrast imager. *Applied Optics*, 48 :5764–5773, 2009.

[35] F. Goudail, P. Terrier, Y. Takakura, L. Bigué, F. Galland, and V. Devlaminck. Target detection with a liquid crystal-based passive Stokes polarimeter. *Applied Optics*, 43(2) :274–282, 2004.

[36] S. Breugnot, P. Clemenceau, M. De Geuser, and B. Pouet. Visible Stokes imaging using programmable waveplate based on PLZT ceramic. *Proceedings SPIE*, 6240 :62400I–12, 2006.

[37] J. Zallat, S. Ainouz, and M. P. Stoll. Optimal configurations for imaging polarimeters : impact of image noise and systematic errors. *Journal of Optics A : Pure and Applied Optics*, 8 :807–814, 2006.

[38] F. Goudail and A. Bénière. Optimization of the contrast in polarimetric scalar images. *Optics Letters*, 34 :1471–1473, 2009.

[39] R. M. A. Azzam, I. M. Elminyawi, and A. M. El-Saba. General analysis and optimization of the four-detector polarimeter. *Journal of the Optical Society of America A*, 5 :681–689, 1988.

[40] J. S. Tyo. Noise equalization in Stokes parameter images obtained by use of variable-retardance polarimeters. *Optics Letters*, 25(16) :1198–1200, 2000.

[41] D. S. Sabatke, M. R. Descour, E. L. Dereniak, W. C. Sweatt, S. A. Kemme, and G. S. Phipps. Optimization of retardance for a complete Stokes polarimeter. *Optics Letters*, 25(11) :802–804, 2000.

[42] F. Goudail. Noise minimization and equalization for Stokes polarimeters in the presence of signal-dependent poisson shot noise. *Optics Letters*, 34 :647–649, 2009.

[43] A. N. Langvillea and W. J. Stewart. The Kronecker product and stochastic automata networks. *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 167 :429–447, 2004.

[44] M. H. Smith. Optimization of a dual-rotating-retarder Mueller matrix polarimeter. *Applied Optics*, 41 :2488–2493, 2002.

[45] Y. Takakura and J. Elsayed Ahmad. Noise distribution of Mueller matrices retrieved with active rotating polarimeters. *Applied Optics*, 46 :7354–7364, 2007.

[46] J. S. Tyo, Z. Wang, S. J. Johnson, and B. G. Hoover. Design and optimization of partial Mueller matrix polarizers. *Applied Optics*, 49 :2326–2333, 2010.

[47] G. Anna and F. Goudail. Optimal Mueller matrix estimation in the presence of Poisson shot noise. *Optics Express*, 20(19) :21331–21340, 2012.

[48] A. M. Baldwin, J. R. Chung, J. S. Baba, C. H. Spiegelman, M. S. Amoss, and G. L. Cote. Mueller matrix imaging for cancer detection. In *Engineering in Medicine and Biology Society, 2003. Proceedings of the 25th Annual International Conference of the IEEE*, volume 2, pages 1027–1030 Vol.2, 2003.

[49] A. Pierangelo, S. Manhas, A. Benali, C. Fallet, M.-R. Antonelli, T. Novikova, B. Gayet, P. Validire, and A. De Martino. Ex vivo photometric and polarimetric multilayer characterization of human healthy colon by multispectral Mueller imaging. *Journal of Biomedical Optics*, 17(6) :066009–1–066009–6, 2012.

[50] C. Deumié, H. Giovannini, and C. Amra. Ellipsometry of light scattering from multilayer coatings. *Applied Optics*, 35 :5600–5608, 1996.

[51] E. Garcia-Caurel, A. De Martino, J.-P. Gaston, and L. Yan. Focal point review - application of spectroscopic ellipsometry and Mueller ellipsometry to optical characterization. *Applied Spectroscopy*, 67(1) :1, 2013.

[52] A. Lizana, M. Foldyna, M. Stchakovsky, B. Georges, N. David, and E. Garcia-Caurel. Enhanced sensitivity to dielectric function and thickness of absorbing thin films by combining total internal reflection ellipsometry with standard ellipsometry and reflectometry. *Journal of Physics D : Applied Physics*, 46(10) :105501, 2013.

[53] E. Compain, S. Poirier, and B. Drevillon. General and self-consistent method for the calibration of polarization modulators, polarimeters, and Mueller-matrix ellipsometers. *Applied Optics*, 38(16) :3490–3502, 1999.

[54] J. Liu and R. M. A. Azzam. Polarization properties of corner-cube retroreflectors : theory and experiment. *Applied Optics*, 36(7) :1553–1559, 1997.

[55] K. M. Twietmeyer and R.A. Chipman. Optimization of Mueller polarimeters in the presence of error sources. *Optics Express*, 16 :11589–11603, 2008.

[56] M. Shribak. Complete polarization state generator with one variable retarder and its application for fast and sensitive measuring of two-dimensional birefringence distribution. *Journal of the Optical Society of America A*, 28(3) :410–419, 2011.

[57] P. Hariharan and P. E. Ciddor. Broad-band superachromatic retarders and circular polarizers for the UV, visible and near infrared. *Journal of Modern Optics*, 51(15) :2315–2322, 2004.

[58] A. Saha, K. Bhattacharya, and A. K. Chakraborty. Achromatic quarter-wave plate using crystalline quartz. *Applied Optics*, 51(12) :1976–1980, 2012.

[59] J. W. Goodman. *Statistical Optics*. John Wiley and Sons, Inc., New York, 1985.

[60] A. B. Kostinski and W. M. Boerner. On the polarimetric contrast optimization. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, 35 :988–991, 1987.

[61] A. B. Kostinski, B. D. James, and W. M. Boerner. Optimal polarization of partially polarized waves. *Journal of the Optical Society of America A*, 5(5) :58–64, 1988.

[62] A. B. Kostinski, B. D. James, and W.-M. Boerner. Polarimetric matched filter for coherent imaging. *Canadian Journal of Physics*, pages 871–877, 1988.

[63] A. A. Swartz, H. A. Yueh, J. A. Kong, L. M. Novak, and R. T. Shin. Optimal polarizations for achieving maximal constrast in radar images. *Journal of Geophysical Research*, 93 :15252–15260, 1988.

[64] J. Yang, Y. Yamaguchi, W.-M. Boerner, and S. Lin. Numerical methods for solving the optimal problem of contrast enhancement. *IEEE transactions on geoscience and remote sensing*, 38 :965–971, 2000.

[65] P. C. Dubois and J. J. vanZyl. Method for providing a polarization filter for processing synthetic aperture radar image data, 1991.

[66] R. Ossikovski. Interpretation of nondepolarizing Mueller matrices based on singular-value decomposition. *Journal of the Optical Society of America A*, 25 :473–482, 2008.

[67] H. D. Noble and R. A. Chipman. Mueller matrix roots algorithm and computational considerations. *Optics Express*, 20 :17–31, 2012.

[68] F. Goudail and Ph. Réfrégier. Statistical techniques for target detection in polarisation diversity images. *Optics Letters*, 26(9) :644–646, 2001.

[69] S. Breugnot and P. Clémenceau. Modeling and performances of a polarization active imager at $\lambda = 806$ nm. *Optical Engineering*, 39(10) :2681–2688, 2000.

[70] S. L. Jacques, J. C. Ramella-Roman, and K. Lee. Imaging skin pathology with polarized light. *Journal of Biomedical Optics*, 7(3) :329–340, 2002.

[71] J. S. Tyo, M. P. Rowe, E. N. Pugh, and N. Engheta. Target detection in optical scattering media by polarization-difference imaging. *Applied Opticss*, 35(11) :1855–1870, Apr 1996.

[72] J. S. Tyo, Jr. E. N. Pugh, and N. Engheta. Colorimetric representations for use with polarization-difference imaging of objects in scattering media. *Journal of the Optical Society of America A*, 15 :367–374, 1998.

[73] M. Richert, X. Orlik, and A. De Martino. Adapted polarization state contrast image. *Optics Express*, 17 :14199–14210, 2009.

[74] D. Upadhyay, M. Richert, E. Lacot, A. De Martino, and X. Orlik. Effect of speckle on APSCI method and Mueller imaging. *Optics Express*, 19 :4553–4559, 2011.

[75] A. Bénière, F. Goudail, M. Alouini, and D. Dolfi. Precision of degree of polarization estimation in the presence of additive Gaussian detector noise. *Optics Communications*, 278(2) :264–269, 2007.

[76] A. Bénière, F. Goudail, M. Alouini, and D. Dolfi. Estimation precision of degree of polarization in the presence of signal-dependent and additive poisson noises. *Journal of the European Optical Society - Rapid publications*, 3 :08002, 2008.

[77] A. Bénière, F. Goudail, M. Alouini, and D. Dolfi. Degree of polarization estimation in the presence of nonuniform illumination and additive Gaussian noise. *Journal of the Optical Society of America A*, 25(4) :919–929, 2008.

[78] Q. Y. Duan, V. K. Gupta, and S. Sorooshian. A shuffled complex evolution approach for effective and efficient global minimization. *Journal of Optimization Theory and Applications*, 76(3) :501–521, 1993.

[79] C. Li, C. Xu, C. Gui, and M. D. Fox. Distance regularized level set evolution and its application to image segmentation. *IEEE Transactions on Image Processing*, 19(12) :3243–3254, 2010.

[80] P. Martin, P. Refregier, F. Galland, and F. Guerault. Nonparametric statistical snake based on the minimum stochastic complexity. *IEEE Transactions on Image Processing*, 15(9) :2762–2770, 2006.

[81] J. F. Canny. A computational approach to edge detection. *IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence*, 8(6) :334–343, 1986.

[82] O. Germain and Ph. Réfrégier. Optimal snake-based segmentation of a random luminance target on a spatially disjoint background. *Optics Letters*, 21(22) :1845–1847, 1996.

[83] C. Chesnaud and Réfrégier. Optimal snake region based segmentation for different physical noise model and fast algorithm implementation. In *First International symposium on Physics in Signal and Image Processing*, pages 3–10, 1999.

[84] O. Ruch and Ph. Réfrégier. Minimal-complexity segmentation with a polygonal snake adapted to different optical noise models. *Optics Letters*, 41(13) :977–979, 2001.

[85] F. Galland and P. Réfrégier. Minimal stochastic complexity snake-based technique adapted to an unknown noise model. *Optics Letters*, 30 :2239–2241, 2005.

[86] N. Bertaux, F. Galland, and P. Réfrégier. Multi initialisation segmentation with a non parametric minimum description length snake. *Electronics Letters*, 47 :594–595, 2011.