



Filtrage programmable et mémoire quantique dans Er 3+ YSO

Vianney Damon

► To cite this version:

Vianney Damon. Filtrage programmable et mémoire quantique dans Er 3+ YSO. Autre [cond-mat.other]. Université Paris Sud - Paris XI, 2012. Français. NNT : 2012PA112023 . tel-00877060

HAL Id: tel-00877060

<https://theses.hal.science/tel-00877060>

Submitted on 25 Oct 2013

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

UNIVERSITE PARIS 11 - ORSAY

THÈSE

Pour obtenir le grade de

Docteur de l'Université Paris XI

École doctorale : Ondes et Matière

présentée par

Vianney Damon

**Filtrage programmable et mémoire quantique
dans Er^{3+} : YSO**

Soutenue le 13 février 2012 devant le jury composé de :

M. Pierre CHAVEL	: Examineur
M. François RAMAZ	: Rapporteur
M. Philippe GOLDNER	: Rapporteur
M. Loïc MORVAN	: Examineur
M. Jean-Louis LE GOUËT	: Directeur de Thèse
M. François REPTIN	: Invité
M. Vincent CROZATIER	: Invité

Laboratoire Aimé Cotton - Campus d'Orsay
bât 505, 91405 Orsay

à Ivan et sa famille,
à mes filleuls, Côme et Domitille.

😊Merci😊

Je commence évidemment par remercier Ivan Lorgeré, qui m’a fait l’honneur de me choisir comme thésard. Bien plus qu’un choix par défaut, il m’a fait confiance en m’appuyant sans réserve auprès de la DGA, ce qui n’a pas manqué de les décider. Je garde de lui le souvenir de quelqu’un d’engagé, de généreux, et plein d’enthousiasme dans tout ce qu’il entreprend. Je remercie aussi Perola Milman, sa femme, qui m’a fait le plaisir et l’honneur d’assister à ma soutenance.

C’est tout naturellement que je continue ces remerciements avec Jean-Louis Le Gouët, qui s’est immédiatement donné corps et âme pour reprendre la direction de ma thèse, en plus de celles de trois autres thésards. La reprise de ma thèse ne lui a pas été aisée, car la thématique n’était pas de son choix, et il lui a fallu un effort conséquent pour en maîtriser tous les tenants et aboutissants. En plus de m’avoir aidé (le mot est faible) à mener ma thèse à son terme, et de m’avoir beaucoup appris sur la recherche en général, Jean-Louis m’a permis de changer de point de vue sur plusieurs aspects de société, ce qui me fait aujourd’hui envisager l’avenir d’une façon différente.

Je continue avec Thierry Chanelière, qui m’a toujours volontiers aidé en absence de Jean Louis. « Il n’a pas les deux pieds dans le même sabot » est selon moi l’expression qui le qualifie le mieux. Que ce soit au niveau scientifique ou au niveau sportif, il est vraiment très difficile à suivre ! Il a même lancé la tradition des gouters, où tout le monde se réunit une fois par semaine pour découvrir les talents culinaires d’un volontaire parfois désigné d’office. C’est comme cela que j’ai pu découvrir la tarte au potimarron ! Je lui souhaite bonne chance dans sa nouvelle aventure de père de famille.

Je remercie aussi les membres du jury, à savoir Pierre Chavel, Vincent Crozatier, Philippe Goldner, François Ramaz, François Reptin et enfin Loïc Morvan. Je remercie plus particulièrement Pierre Chavel d’avoir accepté la présidence du Jury, François Ramaz pour la grande attention qu’il a portée au manuscrit et qui saute aux yeux à la lecture de son rapport, et enfin Vincent Crozatier, qui n’a jamais hésité à venir combler le grand vide laissé par le départ d’Ivan. Et puis parce qu’il est quand même vraiment sympa ! (il faut parfois savoir dire les choses simplement !)

Je remercie la DGA pour avoir financé cette thèse, et de m’avoir soutenu jusqu’au

bout malgré la disparition d'Ivan.

Je m'attaque maintenant à la fine équipe, à savoir Romain, Jérôme, Matthieu et Bobby (du calme les filles, je ne vous ai pas oubliées!). Avec Romain les choses n'ont pas toujours été faciles, car connaître précisément le fond de sa pensée n'est pas chose aisée, c'est sûrement le tempérament des montagnards! Finalement la pratique sportive nous a fourni un bon terrain d'entente, et je lui souhaite le meilleur dans sa recherche d'emploi et dans sa progression au développé couché! Jérôme m'a tout de suite paru plus accessible, même s'il préférerait quand même garder son verbe pour les thésardes!(sacré Gégé). Je tiens surtout ici à le remercier avec Romain d'être venu à ma soutenance, leur présence (avec celle de Robert Marino) m'a fait chaud au cœur. Matthieu est arrivé en cours de route, j'ai apprécié sa façon de s'effacer devant... à peu près tout le monde en fait!! Et cela malgré des compétences indéniables (je garde un souvenir amusé de la première fois que je t'ai vu tenir une guitare, où tu prétendais « gratouiller un peu », Jérôme et moi tu nous as autant éblouis qu'amusés!) Et enfin, le dernier, mais pas des moindres, j'ai nommé Robert-Christopher Tongning, le Chinois qui se prend pour un Camerounais (ou l'inverse?) et qui a amené dans ses bagages une certaine joie de vivre. Je garde un souvenir super sympa du premier repas au cesfo avec lui, où son stage en Chine a beaucoup inspiré Thierry qui nous a fait rire jusqu'au moment du café!

Je remercie Anne et Héloïse, qui ont repris d'une main de fer ma manip, en l'automatisant et en lui faisant cracher des résultats encourageants! Leur arrivée (ou retour pour Anne) et celle de Maria Florenzia, ont fortement féminisé l'équipe, jusqu'à peut-être créer des jalousies!! Je souhaite un bon retour à Maria Florenzia et espère qu'elle aura un jour la curiosité de goûter un civet de mara pour pouvoir enfin me dire comment c'est! Je souhaite aussi bon courage à Anne qui vient de prendre 35 ans de labo ferme, et lui souhaite plein de bonheur dans sa famille qui s'agrandit, et que les prochains soient aussi réussis que la première! Bien sur, je tiens à être la première personne à remercier la régente du goûter hebdomadaire, pas la peine de dire que c'est Héloïse, tout le monde le sait déjà!
😊

Je passe maintenant aux équipes techniques. Contrairement aux habitudes je ne vais pas vous remercier pour vos services, aussi cruciaux et déterminants qu'ils aient été. En effet, votre réputation n'est plus à faire! Non, je préfère parler des bonnes rigolades que l'on a pu partager, et qui permettent de garder le moral! Je commence donc par les plus sérieux, à savoir le bureau d'étude, constitué par Bruno et Pascal. Je remercie Pascal pour ses efforts capillaires indéniables. On ne l'a jamais vu arriver au labo mal coiffé, pas un seul matin. Cet effort me semble tout à fait important, et en rapport étroit avec le rayonnement international auquel notre labo est destiné (Non ça n'est pas pour ça?) Je remercie Bruno pour les grandes discussions que nous avons pu avoir et toutes les choses sûrement capitales qu'il m'a dites, mais que je n'ai malheureusement pas comprises! N'empêche

qu'on aura bien rigolé !

L'électronique, avec Jean-Paul et Alain....très bon public ! Ils sont des instruments performants pour mesurer l'effet comique d'une histoire ☺

et bien sûr, il y a la fine équipe numéro deux, j'ai nommé Gozlanus, Pinky-tyboun et le grand (par sa barbe) Barbidou !!

Chouettes garçons et chouette ambiance !

Je n'ai pas beaucoup interagi avec la mécanique, à part bien sûr avec Henri, qui a comme moi un goût prononcé pour l'organisation, ce qui implique d'avoir toujours un calendrier sous les yeux !

Enfin je salue le petit couple formé par Alain Bouyssy et Hervé Michel. Alain ne semble jamais fatigué et Hervé semble toujours heureux, c'est beau l'amour ! Je salue aussi bien sur le corse d'adoption, Didier Bouly, j'espère qu'il finira par retrouver la santé !! Enfin, la dernière mais pas des moindres, je remercie Sylvie pour sa joie de vivre communicative, pour sa fraîcheur et surtout sa simplicité qui fait parfois cruellement défaut au monde de la recherche ! (j'écris ça depuis Cotonou !)

Reste maintenant à remercier tous les autres pour l'ambiance du labo, en particulier Oussama, avec qui j'ai partagé les derniers mois de détresse, Nadia pour sa bonne humeur à toute épreuve, Karim, Hans et Thomas pour les bonnes rigolades (même si les blagues de Karim, malgré tous ses efforts, font parfois « flop »), Paul, qui est le seul thésard à avoir fait une petite soirée super sympa chez lui, et enfin Vincent, qui m'a fait découvrir la tarte au potiron...je sais maintenant que je n'aime pas ça...quoique, avec du sel et des lardons !! Désolé pour cette petite taquinerie, qui aime bien châtie bien ☺

Il reste Mickaël, Aurore, Cytlalie et Guillaume qui sont venu diversifier notre groupe au moment des repas au cesfo.

Je remercie ma mère qui s'est bien dépensée pour que je puisse offrir un pot qui traduise un tant soit peu l'affection que je portais aux membres du labo. On a partagé trois années de vie, et malgré tous nos différents, je n'ai pas réussi à en détester un seul, bien au contraire !!

...Voilà, l'angoisse m'étreint, je sens que j'oublie quelqu'un, voir quelques uns, je me rassure en me disant que ça ne ruinera pas leur vie, et je mise sur le fait qu'ils ne liront jamais ces quelques lignes !! Pour les courageux qui veulent continuer et lire la thèse je souhaite bonne chance, et pour les autres, une bien bonne journée !

Table des matières

1	Introduction générale	15
2	Production tout optique de forme arbitraire large bande	19
2.1	Compression d'impulsions et imagerie temporelle	20
2.1.1	Principe de la compression d'impulsions	20
2.1.2	Lentille temporelle	21
2.2	Façonnage spectral et étirement temporel	22
2.2.1	Façonnage spectral	23
2.2.2	Etirement temporel dans une ligne dispersive	24
2.2.3	Façonnage en lumière incohérente	26
2.3	Éléments dispersifs	28
2.3.1	fibres optiques	28
2.3.2	réseau de Bragg à pas linéairement variable	28
2.4	Paramètres critiques pour la production de forme arbitraire	30
2.5	Conclusion	32
3	Interaction résonnante de la lumière avec la matière	33
3.1	Filtrage à travers un milieu absorbant	34
3.1.1	Equation d'onde	34
3.1.2	Susceptibilité, coefficient d'absorption et causalité	35
3.1.3	Filtrage de l'onde incidente	36
3.1.4	Surmodulation sinusoïdale du coefficient d'absorption	37
3.1.5	Résolution spectrale et bande passante	37
3.2	Structure microscopique et coefficient d'absorption	38
3.2.1	Système matériel	38
3.2.2	Densité de polarisation	39
3.2.3	Excitation des atomes par la lumière : équation de Bloch	40
3.2.4	Réponse linéaire à l'échelle atomique	42

TABLE DES MATIÈRES

3.3	Modification du profil d'absorption par la lumière, écho de photon à trois impulsions	43
3.3.1	Expression plus générale du coefficient d'absorption	43
3.3.2	Population des niveaux au deuxième ordre de perturbation	43
3.3.3	Modification des populations par une séquence de deux impulsions	44
3.3.4	Echo à trois impulsions	45
3.4	Echo à deux impulsions : remise en phase par une impulsion π dans un milieu d'épaisseur optique quelconque	46
3.4.1	Echo à deux impulsions	46
3.4.2	Vecteur de Bloch	47
3.4.3	Renversement de phase et inversion de population	48
3.4.4	Refocalisation des cohérences	49
3.4.5	Résolution de l'équation d'onde	51
3.5	Ions de terres rares en matrice cristalline	52
3.5.1	Structure électronique	52
3.5.2	Largeur homogène	53
3.5.3	Cas de $\text{Er}^{3+}:\text{YSO}$	56
3.6	Conclusion	57
4	Application à la génération de formes	59
4.1	Filtre dispersif programmable	60
4.1.1	Programmation du cristal : gravure d'un filtre à pas variable	61
4.1.2	Transmission à travers le cristal programmé	61
4.1.3	Limitations	65
4.2	Réalisations expérimentales	66
4.2.1	Analyse spectrale	66
4.2.2	Production de formes arbitraires	68
4.3	Conclusion	70
5	Production de forme arbitraire large bande avec un laser agile en fréquence à $1.5\ \mu\text{m}$	71
5.1	Introduction	71
5.2	article : <i>Broadband photonic arbitrary waveform generation using a frequency agile laser at $1.5\ \mu\text{m}$</i>	73
6	Renaissance d'un écho réduit au silence	81
6.1	Introduction	81
6.2	article : <i>Revival Of a Silenced Echo</i>	83

7 Conclusion générale	97
------------------------------	-----------

Table des figures

2.1	Deux approches sont envisagées pour la production de formes arbitraires. L'une est liée à la compression d'impulsions, l'autre au façonnage spectral dans le plan de symétrie d'une ligne à dispersion nulle. Dans les deux cas la propagation dans une ligne dispersive établit un lien entre le contrôle d'une forme temporelle et l'imagerie spatiale.	20
2.2	Conjugaison de Fourier à travers une lentille. L'objet est accolé à la lentille. La multiplication par le facteur de phase $e^{i\pi x^2/(\lambda f)}$, à la traversée de la lentille, est suivie par la convolution par le facteur de phase de Fresnel $e^{-i\pi x^2/(\lambda f)}$. Un processus non-linéaire, décrit comme un glissement de fréquence, suivi de la propagation dans un élément dispersif, conduit à une transformation analogue dans le domaine temporel.	22
2.3	Ligne à dispersion nulle. En absence du masque de phase toutes les composantes spectrales de l'impulsion accumulent la même phase en traversant le dispositif. En présence du masque de phase, la différence de phase et/ou d'amplitude entre deux composantes spectrales de l'impulsion est uniquement due au masque de phase. La durée de la forme à la sortie du dispositif est inversement proportionnelle à la résolution spectrale du façonnage par le masque de phase	23
2.4	L'impulsion large bande est envoyée dans le guide d'onde. Des boucles de différents diamètres, résonnantes à des longueurs d'ondes différentes (matérialisé par des couleurs différentes), sont accolées au guide. Le couplage par onde évanescente élimine les fréquences résonnantes avec chaque boucle. La fréquence de résonance et l'intensité du couplage de chaque boucle peut être ajustée par chauffage local.	24
2.5	projection temporelle du spectre d'une impulsion par passage dans une ligne dispersive	24

TABLE DES FIGURES

2.6	chambre noire spatiale (a) et temporelle (b). La chambre noire permet de former une image sans optique de focalisation. Dans les deux cas, l'ouverture d ou $1/\delta$ doit satisfaire la condition de Fraunhofer : $d^2 \ll \lambda L_i$ ou $\mu_i \delta^2 \ll 1$	25
2.7	façonnage en lumière incohérente. (a) masque spectral $\left \tilde{M}(\omega) \right ^2$ de pas b , inséré dans une ligne à dispersion nulle (LDN); (b) transformée de Fourier $ M(t) ^2$ du masque; (c) profil temporel de l'impulsion à l'entrée de la LDN ($b\tau \approx 1$); (d) profil temporel de l'impulsion à la sortie de la LDN, en l'absence d'élargissement spectral par une fibre microstructurée; (e) profil temporel de l'impulsion à la sortie de la LDN, lorsque son spectre est préalablement étalé sur toute la largeur du masque par une fibre microstructurée; (f-h) à la sortie de la LDN, l'impulsion est injectée dans un élément dispersif de coefficient μ . Son profil temporel est représenté pour différentes valeurs de μ	27
2.8	Chaque composante spectrale de l'impulsion large bande est réfléchiée à une profondeur différente dans le réseau. En réflexion, l'espacement temporel entre chaque composante spectrale est proportionnel à leur écart fréquentiel.	29
3.1	comportement respectif de $\alpha(\omega)$ et de $R(t)$. Les fonctions de réponse associées aux coefficients d'absorption (a) et (c) sont tracées en (b) et (d) respectivement. Le coefficient d'absorption (c) présente une surmodulation sinusoïdale qui se traduit par le décalage temporel d'une partie de la réponse correspondante.	35
3.2	Élargissement homogène et creusement spectral	39
3.3	Profils spectraux. La largeur relative des impulsions lumineuses est indiquée en (a) et (d). L'impulsion π modifie profondément le coefficient d'absorption ((b) et (e)) et l'indice de réfraction ((c) et (f)). Seule la région spectrale éclairée par la première impulsion participe à la formation de l'écho. Cet intervalle est délimité par les zones grises. Le coefficient d'absorption est inversé sur cet intervalle par l'impulsion π . L'indice de réfraction, quasiment uniforme sur cette fenêtre avant l'application de l'impulsion π , présente ensuite une forte variation autour de ω_0	47
3.4	Processus de couplage avec les phonons	54
3.5	Processus de couplage ion-matrice et ion-ion par basculements de spins	55

- 4.1 séquence complète de programmation puis de filtrage, représentée dans le plan temps-fréquence. Les rectangles en trait plein et les lignes pointillées représentent respectivement la variation de l'amplitude et de la fréquence des champs lumineux. Les deux champs de gravure sont simultanément allumés à l'instant t_0 . A partir d'une valeur initiale commune ω_0 , leurs fréquences se séparent ensuite. Elles sont en effet balayées avec des taux différents r_1 et r_2 . La bande passante du filtre est limitée à Δ . Pour que le cristal se comporte comme une ligne dispersive, il faut que ω soit supérieur à $\omega_{\min} = \omega_0 + \sqrt{\frac{\pi}{2}}\sqrt{-r_3}$ où $1/r_3 = 1/r_1 - 1/r_2$. Par ailleurs, le retard de groupe maximum τ_g^{max} doit rester très inférieur à T_2 . Sur ce schéma, le champ de lecture ne porte pas de signal radio-fréquence. La lecture donne alors naissance à un signal de durée $1/\Delta$ centré à l'instant t_3 où le champ de lecture atteint la fréquence ω_0 60
- 4.2 séquence de gravure/filtrage, lorsque qu'un signal $S(t)$ est transposé sur le champ de lecture. Dans le plan temps fréquence le champ de lecture est représenté par un segment de droite de pente r_3 qui coupe l'axe des fréquences d'équation $\omega = \omega_0$ en $t = t_3$. Chaque composante spectrale de fréquence f de $S(t)$ donne naissance à un segment de droite situé à $\pm 2\pi f$ de la porteuse. Seule la composante de fréquence positive contribue au signal de sortie en raison de la causalité. On a représenté des composantes en f et f' , ainsi que les signaux de sortie correspondant situés en $\tau = -2\pi f/r_3$ et $\tau' = -2\pi f'/r_3$ du signal de la porteuse. 64
- 4.3 autres configurations de gravure du filtre dispersif. La gravure est effectuée (a) par une impulsion de durée inférieure à $1/\Delta$, suivie d'une impulsion de durée $-\Delta/r_3$, (b) par deux impulsions de durée $-2\Delta/r_3$, soumises à des balayage en fréquence de signes opposés. La durée de gravure, réduite à $-\Delta/r_3$ environ, est sensiblement inférieure à celle obtenue lorsque les deux champs de gravure subissent un balayage de fréquence de même signe. En contrepartie, l'intensité requise est plus élevée. On a représenté la variation d'amplitude (trait plein), et de fréquence (pointillés) des champ excitateurs. 67

Chapitre 1

Introduction générale

Le présent travail s'inscrit dans le cadre de l'application des ions de terre rare en matrice cristalline (ITRMC) au traitement du signal. Nous appuyant sur le processus d'écho de photon, nous avons construit un dispositif de production de formes arbitraires large bande et démontré un nouveau protocole de mémoire quantique pour la lumière.

Dès l'origine, la spectroscopie laser des gaz atomiques et moléculaires surpasse en résolution toutes les techniques antérieures en donnant accès à des structures "sub-Doppler", beaucoup plus fines qu'une raie habituellement élargie par effet Doppler. Le phénomène emblématique du "Lamb dip" [1] repose sur un effet de saturation qui modifie localement le profil d'absorption sur un intervalle spectral aussi étroit que la largeur homogène de la raie. Très tôt apparaît l'idée d'appliquer ce mécanisme au stockage d'information dans un matériau solide [2,3], en utilisant le matériau photosensible comme un filtre programmable. On espère ainsi dépasser la densité limite de stockage imposée par la diffraction, en ajoutant la dimension spectrale aux trois dimensions spatiales habituelles. La très faible largeur homogène des raies d'absorption dans les ITRMC place ces matériaux en très bonne position pour cette application. Des recherches actives se poursuivent dans ce but pendant une dizaine d'années, à partir du milieu des années 80 [4]. Malgré d'excellentes performances en termes de densité et de capacités de stockage, de temps d'accès et de vitesse de transfert, ces mémoires optiques souffrent d'une limitation inacceptable pour le marché de masse. Elles fonctionnent seulement à la température de l'hélium liquide.

En quête d'une niche technologique qui s'accommoderait de la contrainte cryogénique, on observe qu'il est peut-être maladroit de traiter sur un pied d'égalité les dimensions spatiales et la dimension spectro temporelle, comme le font les mémoires. Dès le début des années 80 on avait envisagé l'utilisation de ces filtres programmables comme processeurs optiques [5], mais il faut attendre le milieu des années 90 pour voir émerger les premières démonstrations expérimentales. La rencontre des ITRMC avec la communauté du RADAR s'avère décisive. Les cristaux sont transformés en processeurs optiques pour

les signaux RF sur porteuse optique. Les recherches portent sur la production de retards vrais [6, 7], la reconnaissance de forme temporelle par corrélation [8], ainsi que l'analyse spectrale [9–13].

La plupart de ces expériences exploitent les propriétés des ITRMC par l'intermédiaire d'un écho de photon à trois impulsions. Dans ce processus de mélange à 4 ondes résolu dans le temps, l'écho est proportionnel au produit de corrélation des trois impulsions incidentes [5]. On peut aussi considérer que la troisième impulsion traverse un filtre linéaire programmé par les deux premières impulsions.

Dans ce mémoire, nous étudions un protocole de production de forme arbitraire fondé sur l'écho de photon à trois impulsions. Ce travail s'inscrit dans le cadre d'un programme poursuivi par de nombreux laboratoires à travers le monde. En faisant un détour par un signal optique large bande, finalement converti en signal électronique par un détecteur rapide, on cherche à dépasser à terme les performances de l'électronique ultra rapide. La plupart des recherches actuelles font appel à des techniques tout optiques, combinant masques spectraux, mélanges d'ondes et fibres dispersives. L'utilisation des filtres programmables à base d'ITRMC a donné lieu à une première démonstration expérimentale en 2007 [14]. Cependant les auteurs ont recours à une électronique ultrarapide pour balayer la fréquence optique à l'aide d'un modulateur électro-optique placé à la sortie d'un laser stabilisé. Finalement, la bande passante de la forme produite ne dépasse pas celle de l'électronique utilisée. Nous apportons plusieurs améliorations à cette première étude. En particulier nous évitons l'utilisation d'électronique rapide en balayant directement la fréquence d'un laser accordable spécialement conçu pour la programmation spectrale des ITRMC.

Le processus d'écho de photon intervient aussi dans le domaine des mémoires quantiques, qui prend son essor à la fin des années 90. A la suite d'une démonstration spectaculaire de ralentissement de la lumière [15], un vif intérêt se porte sur la capture d'un signal lumineux non classique par un ensemble d'atome, suivi de sa réémission à l'identique. Le protocole envisagé découle de la transparence induite électromagnétiquement (EIT) [16] et les premières démonstrations expérimentales sont réalisées dans des vapeurs atomiques [17, 18] et des nuages d'atomes froids [19]. Traversant la fenêtre de transparence ouverte par le champ de couplage, l'impulsion lumineuse ralentit et se contracte au point d'être entièrement contenue dans le matériau. Le profil temporel de l'impulsion se traduit par une distribution longitudinale d'excitation dont la progression est stoppée par extinction du champ de couplage. Le rétablissement du champ de couplage rétablit la propagation de l'excitation qui restitue l'impulsion initiale à la sortie du matériau. La largeur homogène de la transition de capture limite la bande passante de la mémoire.

L'écho de photon à deux impulsions (2PE) semble offrir une alternative à l'EIT pour la réalisation d'une mémoire quantique. Dans la limite semi-classique, émis avec un retard

ajustable, le signal d'écho possède en effet les mêmes caractéristiques spatiales et spectro-temporelles que l'impulsion initiale. Il semble alors aisé de franchir le pas entre régime semi-classique et régime quantique.

Dans l'expérience de 2PE, l'impulsion incidente est d'abord capturée par le milieu photosensible. La polarisation macroscopique du milieu disparaît rapidement à mesure que la phase relative des cohérences atomiques augmente. Une impulsion intense, accordée à la transition de capture, est alors utilisée pour remettre en phase les cohérences atomiques et provoquer l'émission du signal d'écho. Au lieu de saisir le profil temporel de l'impulsion incidente sous forme de distribution spatiale de l'excitation le long de l'axe de propagation, comme le fait l'EIT, le 2PE répartit les composantes spectrales du signal sur la largeur inhomogène du profil d'absorption. Il offre donc potentiellement une bande passante beaucoup plus grande que l'EIT ainsi qu'une grande capacité de stockage.

Le 2PE se distingue nettement du filtrage programmable considéré dans la première partie de la thèse. Ce dernier repose sur le façonnage du profil d'absorption qui filtre ensuite une impulsion sonde. Entre l'entrée et la sortie de l'impulsion sonde, le milieu matériel ne subit aucune transformation. Il en va tout autrement de l'écho à deux impulsions où le milieu est profondément modifié par le passage de l'impulsion de rephasage pendant la traversée du milieu par l'impulsion sonde.

La transformation subie sous l'effet de l'impulsion de rephasage interdit en fait l'utilisation du 2PE comme mémoire quantique. En effet, non seulement cette impulsion renverse la phase atomique mais elle inverse aussi la population, transportant tous les atomes dans le niveau supérieur de la transition de capture. Le milieu devient amplificateur. Les propriétés quantiques du signal sont alors effacées par le bruit de gain et d'émission spontanée. Des solutions proposées sous le nom de "Controlled Reversible Inhomogeneous Broadening" (CRIB) ont contourné l'obstacle en évitant l'excitation de la transition de capture par une impulsion de rephasage [20–23]. Dans ce mémoire, nous revisitons l'interdiction d'appliquer des impulsions de rephasage sur la transition de capture.

Le chapitre 2 passe en revue les dispositifs purement optiques de production de formes arbitraires large bande. Nous insistons sur la dualité espace-temps liée à la similitude formelle entre dispersion et diffraction de Fresnel. Les différents montages sont ainsi interprétés en termes d'imagerie temporelle. Le chapitre 3 traite de la propagation à travers un milieu absorbant. Après une première présentation en termes de réponse linéaire, nous adoptons une approche microscopique en termes de matrice densité et d'équation de Bloch, utilisant le thème unificateur de l'écho de photon. Nous décrivons les systèmes matériels utilisés dans nos expériences. Dans le chapitre 4 nous montrons qu'il est possible de tirer parti de l'excitation résonnante d'atomes à deux niveaux pour façonner une ligne dispersive doté de performances inaccessibles aux dispositifs habituellement utilisés en optique. Nous analysons la première expérience de production de forme arbitraire réalisée sur cette

base. Le chapitre 5 est consacré à l'expérience de production de forme que nous avons réalisée dans l' $\text{Er}^{3+}:\text{YSO}$ à $1.5\mu\text{m}$ à l'aide d'un laser agile en fréquence. Le problème de la mémoire quantique est enfin abordé dans le chapitre 6.

Chapitre 2

Production tout optique de forme arbitraire large bande

De multiples applications reposent sur la production et l'utilisation de formes arbitraires large bande. Parmi elles on peut citer les RADAR très haute résolution, les dispositifs de télécommunication micro-ondes, le stockage d'informations, mais aussi l'observation et la manipulation de dispositifs quantique ou moléculaire [24–26]. Nombre de ces applications demandent l'utilisation de formes arbitraires avec des bandes passantes dépassant les 10 GHz. La bande passante des générateurs de forme arbitraire électroniques ne dépasse pas actuellement 5 GHz. La forme numérisée est stockée dans une mémoire tampon, dont la capacité peut atteindre 2 Giga échantillons, ce qui correspond à des formes pouvant aller jusqu'à 100 ms à 5 GHz [27]. La bande passante accessible avec une telle méthode est limitée par l'utilisation de ces CNA qui opèrent aujourd'hui à 20 Giga échantillons par secondes, ce qui correspond à une bande passante analogique de 5 GHz. Pour éviter le goulot d'étranglement que représente l'utilisation de ces CNA, d'autres méthodes sont proposées. Nous nous intéressons aux méthodes hybrides, qui tirent profit de la grande bande passante offerte par l'optique.

Le signal électronique de forme arbitraire est obtenu à partir d'une forme optique arbitraire recueillie sur un détecteur très rapide. Ainsi la conversion du signal optique en signal électronique est-elle entièrement analogique. Elle n'est pas limitée par les performances des CNA. Comme la production de formes optiques très large bande ne nécessite pas d'électronique rapide, cette approche suscite aujourd'hui un vif intérêt.

Les architectures envisagées dans ce chapitre associent un dispositif de façonnage spectro-temporel et un élément dispersif. La présence de l'élément dispersif trouve des racines profondes dans la dualité temps-espace, relevée dès 1969 par E.B. Treacy qui notait : "*the amplitude and phase functions are subjected to the same integral transform in diffraction and in pulse compression*" [28]. La propagation d'une forme temporelle dans

un élément dispersif est analogue à la propagation d'une forme spatiale dans l'espace libre en optique diffractive paraxiale. Imagerie, diffraction de Fresnel et de Fraunhofer, toujours sous-jacentes, peuvent servir de fil conducteur à l'analyse des architectures utilisées pour la génération de formes (voir Fig. 2.1).

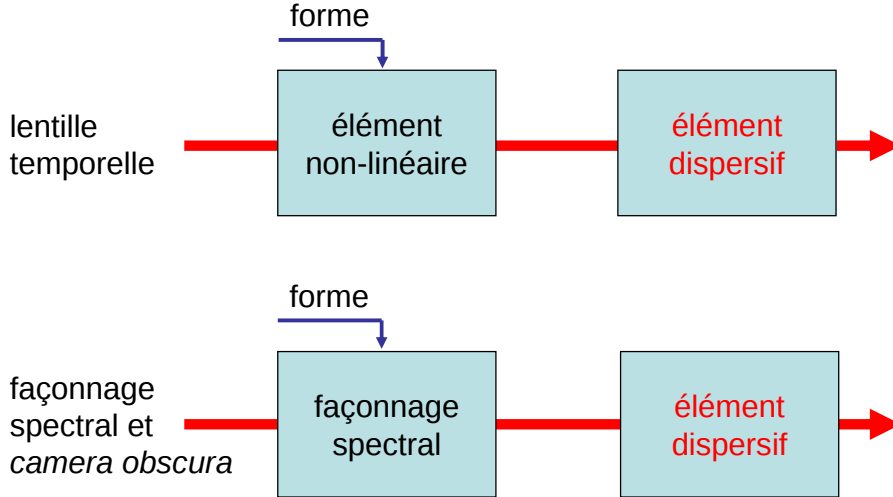


FIGURE 2.1 – Deux approches sont envisagées pour la production de formes arbitraires. L'une est liée à la compression d'impulsions, l'autre au façonnage spectral dans le plan de symétrie d'une ligne à dispersion nulle. Dans les deux cas la propagation dans une ligne dispersive établit un lien entre le contrôle d'une forme temporelle et l'imagerie spatiale.

2.1 Compression d'impulsions et imagerie temporelle

Une partie des recherches sur la production de formes arbitraires dérive de travaux initialement dédiés à la compression d'impulsions. Les premières recherches sont publiées au début des années 1970. Aux modulateurs électro-optiques (EO) d'abord utilisés pour élargir le spectre [29] se substitue l'automodulation de phase dans une fibre optique [30–32]. La compression à quelques dizaines de femtosecondes est atteinte dès le début des années 1980. La connexion avec l'imagerie temporelle n'est pas envisagée. L'association de la dispersion et d'un effet non-linéaire renvoie plutôt aux solitons [30].

2.1.1 Principe de la compression d'impulsions

Un calcul élémentaire permet de saisir le principe général de ces expériences. Considérons un champ d'amplitude complexe $\mathcal{E}_{\text{in}}(t)e^{i\omega_0 t}$. L'étape d'automodulation de phase ou de modulation EO consiste essentiellement à provoquer un glissement de fréquence linéaire [32] qu'on peut décrire comme un facteur de phase quadratique de la forme $e^{irt^2/2}$,

où r représente le taux de glissement de fréquence. Le passage dans l'élément dispersif ne crée pas de nouvelles fréquences, à la différence de la première étape, mais décale temporellement les différentes composantes spectrales. Un retard de groupe linéaire en fréquence a pour effet de multiplier l'amplitude spectrale par un facteur de phase quadratique de la forme $e^{i\mu\omega^2/2}$, ou à convoluer l'amplitude temporelle par le facteur de phase $e^{-it^2/(2\mu)}$. Au total, le champ sortant s'écrit :

$$\begin{aligned}\mathcal{E}_{\text{out}}(t) &= \frac{1}{\sqrt{2\pi\mu}} \int dt' \mathcal{E}_{\text{in}}(t') e^{irt'^2/2} e^{-i(t-t')^2/(2\mu)} \\ &= \frac{e^{-it^2/(2\mu)}}{\sqrt{2\pi\mu}} \int dt' \mathcal{E}_{\text{in}}(t') e^{i\frac{1}{2}(r-\frac{1}{\mu})t'^2} e^{itt'/\mu}\end{aligned}\quad (2.1)$$

Lorsque $\mu r = 1$, la phase quadratique disparaît sous le signe somme. L'intégrale se réduit à une transformation de Fourier de sorte que :

$$\mathcal{E}_{\text{out}}(t) = \frac{e^{-it^2/(2\mu)}}{\sqrt{2\pi\mu}} \tilde{\mathcal{E}}_{\text{in}}(-t/\mu) \quad (2.2)$$

C'est une situation très favorable pour comprimer une impulsion lumineuse. Si T représente la durée de l'impulsion initiale $\mathcal{E}_{\text{in}}(t)$, alors la largeur de $\tilde{\mathcal{E}}_{\text{in}}(\omega)$ est de l'ordre de $1/T$, tandis que la durée de $\mathcal{E}_{\text{out}}(t)$ est proche de μ/T . Pour comprimer l'impulsion initiale, c'est à dire $T' \ll T$ (ou $T' \approx \frac{\mu}{T}$ est la durée de l'impulsion compressée), il suffit de satisfaire la condition $\mu \ll T^2$ ou $rT^2 \gg 1$.

2.1.2 Lentille temporelle

Le lien avec l'imagerie spatiale est remarqué en 1983. La compression d'impulsion est alors analysée en termes de conjugaison de Fourier à travers une lentille temporelle [33]. Le facteur de phase temporel $e^{irt^2/2}$ opère en effet comme le facteur de phase spatial $e^{i\pi x^2(\lambda f)}$ qui, en optique paraxiale, décrit l'action d'une lentille mince de distance focale f à la distance x de l'axe optique (voir Fig. 2.2). La simple multiplication de $\mathcal{E}_{\text{in}}(t)$ par ce facteur indique que l'objet $\mathcal{E}_{\text{in}}(t)$ est accolé à la lentille. La convolution par le facteur de phase $e^{-it^2/(2\mu)}$ décrit un processus analogue à la diffraction de Fresnel jusqu'au plan focal image lorsque $\mu r = 1$.

La formation d'image à travers une lentille temporelle est abordée quelques années plus tard [34]. Cette fois deux zones dispersives encadrent l'élément non-linéaire, ce qui rend possible la formation d'une image temporelle de l'impulsion initiale. Une analyse approfondie de la dualité temps-espace est présentée dans la Ref. [35].

On a recours à différents processus non-linéaires pour effectuer la première étape, celle de dilatation spectrale. Le mélange à deux ondes a été étudié à cette fin et mis en œuvre dans une expérience d'imagerie [36,37]. Cependant, le mélange à quatre ondes dans

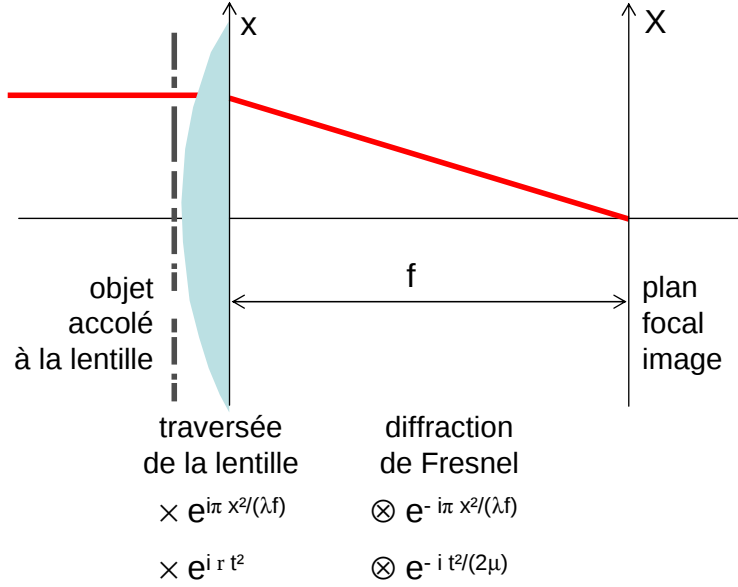


FIGURE 2.2 – Conjugaison de Fourier à travers une lentille. L’objet est accolé à la lentille. La multiplication par le facteur de phase $e^{i\pi x^2/(\lambda f)}$, à la traversée de la lentille, est suivie par la convolution par le facteur de phase de Fresnel $e^{-i\pi x^2/(\lambda f)}$. Un processus non-linéaire, décrit comme un glissement de fréquence, suivi de la propagation dans un élément dispersif, conduit à une transformation analogue dans le domaine temporel.

un guide d’onde de silice [38] semble s’imposer aujourd’hui. Les développements les plus récents portent sur l’association de deux lentilles temporelles dans un véritable télescope temporel [39, 40]

La seconde étape, à savoir la traversée d’un élément dispersif, semble s’accommoder d’un faible taux de dispersion μ puisque la condition de compression exige que μ soit beaucoup plus petit que le carré de la durée de l’impulsion initiale. Nous reviendrons sur ce point.

Au lieu de façonner l’enveloppe temporelle de l’onde lumineuse, on peut opérer dans le domaine spectral et mettre en forme le spectre de l’onde. Nous examinons maintenant cette approche.

2.2 Façonnage spectral et étirement temporel

Comme les architectures dérivées de la compression d’impulsions, celles qui s’appuient sur le façonnage spectral associent deux dispositifs. Le premier vise à dissocier les composantes spectrales d’une impulsion brève initiale afin de les moduler séparément. A la sortie de ce premier dispositif, les composantes spectrales sont réunies dans un signal qui reste très bref. On a alors recours à un élément dispersif pour étirer le signal dans le temps.

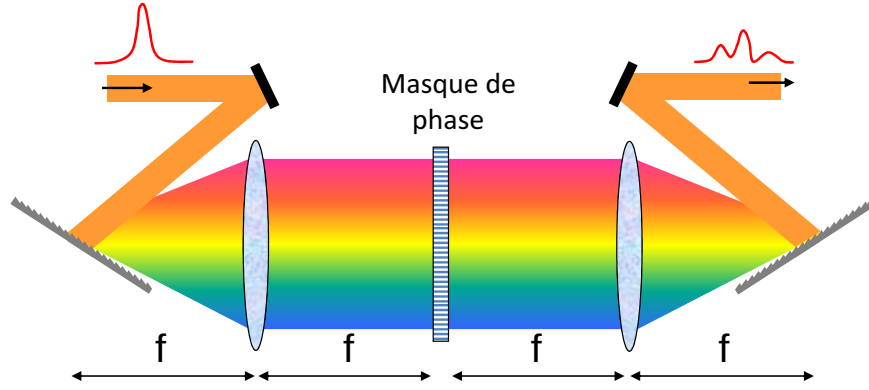


FIGURE 2.3 – Ligne à dispersion nulle. En absence du masque de phase toutes les composantes spectrales de l'impulsion accumulent la même phase en traversant le dispositif. En présence du masque de phase, la différence de phase et/ou d'amplitude entre deux composantes spectrales de l'impulsion est uniquement due au masque de phase. La durée de la forme à la sortie du dispositif est inversement proportionnelle à la résolution spectrale du façonnage par le masque de phase

2.2.1 Façonnage spectral

Le façonnage spectral s'est développé avec la mise au point de la ligne à dispersion nulle, constituée de deux réseaux conjugués l'un de l'autre à travers un télescope à deux lentilles [41, 42]. Comme illustré sur la Fig. 2.3, la séparation spatiale des composantes spectrales est optimale dans le plan de symétrie du dispositif. Un masque ou un modulateur à cristaux liquides placé dans ce plan permet de contrôler séparément la phase et/ou l'amplitude des différentes composantes spectrales. Le masque façonne le spectre sur une largeur Δ avec la résolution δ . La durée de la forme émise est donc limitée à $1/\delta$ et peut présenter des détails temporels aussi brefs que $1/\Delta$. La résolution δ atteint au mieux quelques GHz [43], ce qui correspond à une durée maximale de quelques centaines de picosecondes. Encore cette résolution exceptionnelle requiert-elle un encombrant dispositif de 1m de distance focale.

Plus récemment, une technique d'optique intégrée, beaucoup plus compacte, a été proposée pour agir séparément sur les composantes spectrales de l'impulsion initiale. Les composantes spectrales sont prélevées par des micro-boucles résonnantes couplées à un guide d'onde [44], comme le montre la Fig. 2.4. La fréquence de résonance de chaque boucle est ajustée séparément par chauffage local. Les fréquences sélectionnées sont soustraites au spectre du signal transmis par le guide. La résolution ultime atteint là aussi quelques GHz, au prix de pertes importantes [45]. La durée de l'impulsion façonnée ne dépasse donc pas, au mieux, quelques centaines de picosecondes. Par ailleurs la bande passante

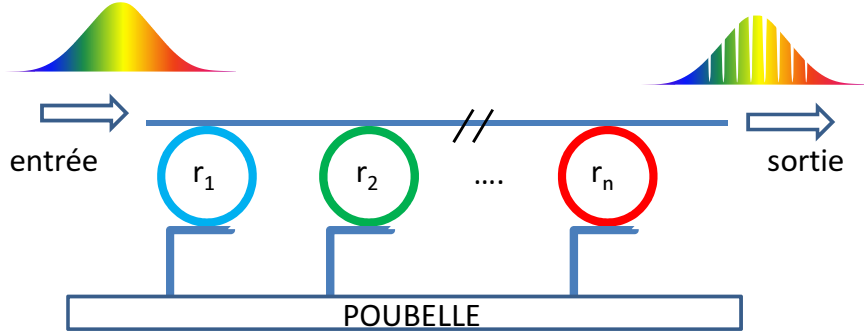


FIGURE 2.4 – L’impulsion large bande est envoyée dans le guide d’onde. Des boucles de différents diamètres, résonnantes à des longueurs d’ondes différentes (matérialisé par des couleurs différentes), sont accolées au guide. Le couplage par onde évanescente élimine les fréquences résonnantes avec chaque boucle. La fréquence de résonance et l’intensité du couplage de chaque boucle peut être ajustée par chauffage local.

du détecteur chargé de convertir le signal optique en signal électronique atteint au mieux quelques centaines de GHz. Le produit temps-bande passante de la forme produite ne peut donc dépasser une modeste valeur de quelques dizaines. L’étirement du signal dans un élément dispersif, proposée à partir du début des années 2000 [44, 46, 47], améliore significativement ce paramètre.

2.2.2 Etirement temporel dans une ligne dispersive

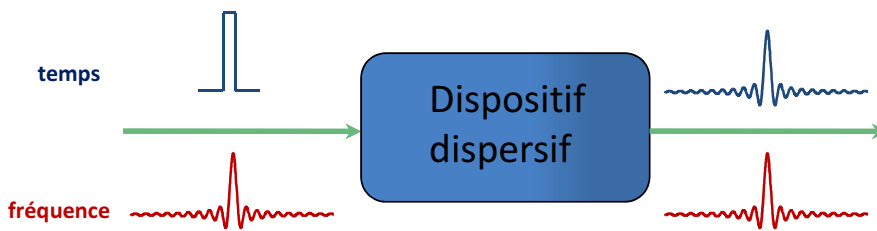


FIGURE 2.5 – projection temporelle du spectre d’une impulsion par passage dans une ligne dispersive

Le principe est le suivant. Comme on l’a déjà vu en Section 2.1.1, la propagation dans une ligne dispersive peut se décrire comme une convolution par un facteur de phase quadratique de la forme $e^{-it^2/(2\mu)}$. Le champ transmis s’écrit donc :

$$\mathcal{E}_{\text{out}}(t) = \frac{e^{-it^2/(2\mu)}}{\sqrt{2\pi\mu}} \int dt' \mathcal{E}_{\text{in}}(t') e^{-it'^2/(2\mu)} e^{itt'/\mu} \quad (2.3)$$

Comme on l'a déjà noté, cette expression est proche de celle de la diffraction de Fresnel dans l'espace libre. On retrouverait celle-ci en remplaçant le temps par une coordonnée spatiale transverse et μ par le produit de la distance axiale z par la longueur d'onde.

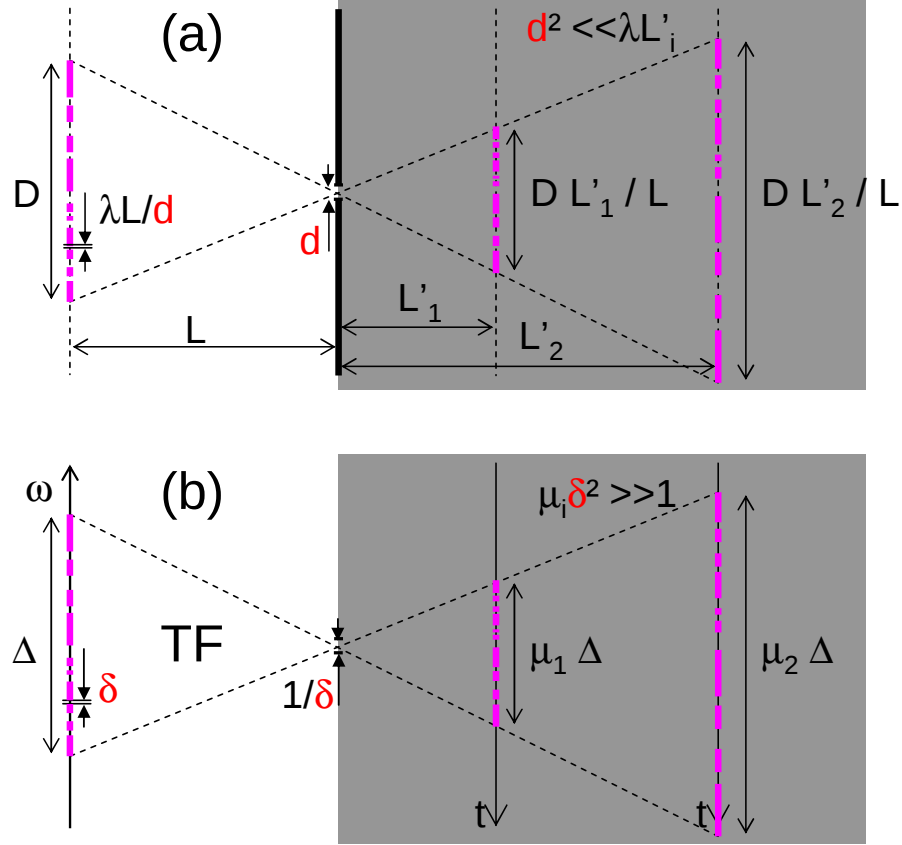


FIGURE 2.6 – chambre noire spatiale (a) et temporelle (b). La chambre noire permet de former une image sans optique de focalisation. Dans les deux cas, l'ouverture d ou $1/\delta$ doit satisfaire la condition de Fraunhofer : $d^2 \ll \lambda L_i$ ou $\mu_i \delta^2 \gg 1$.

Si $\mathcal{E}_{\text{in}}(t')$ est beaucoup plus courte que $\sqrt{\mu}$, on peut négliger la phase quadratique sous le signe somme. Compte tenu de la préparation de l'impulsion à travers le masque spectral de résolution δ , cette condition s'écrit encore : $\delta \sqrt{\mu} \gg 1$. C'est l'équivalent spectro-temporel de l'approximation de Fraunhofer en théorie de la diffraction. Le champ transmis $\mathcal{E}_{\text{out}}(t)$ se réduit alors à :

$$\mathcal{E}_{\text{out}}(t) = \frac{e^{-it^2/(2\mu)}}{\sqrt{2\pi\mu}} \tilde{\mathcal{E}}_{\text{in}}(-t/\mu) \quad (2.4)$$

On retrouve exactement l'expression obtenue plus haut dans le cadre de l'imagerie temporelle à travers une lentille. On réalise donc la projection temporelle du spectre de $\mathcal{E}_{\text{in}}(t)$, comme l'illustre la Fig. 2.5. Cette fois il s'agit d'imagerie sans optique de focalisation,

comme dans une chambre noire (Voir Fig. 2.6). Dans les refs [46, 47], la diffraction de Fraunhofer n'est pas mentionnée. Il est surprenant que l'étude de Brian Kolner en 1994 sur la dualité temps-espace n'ait pas plus rapidement conduit à explorer les conditions de Fraunhofer, a priori plus simples que celles de l'imagerie. La condition de Fraunhofer temporelle est évoquée dans un article sur les antennes RADAR [48], mais c'est seulement en 1999 qu'elle est mentionnée dans le domaine optique. Elle apparaît liée aux franges de Talbot temporelles dans une expérience d'écho de photon [49], ainsi que dans la perspective de l'analyse spectrale d'un signal par transposition fréquence-temps (Wavelength-to-time mapping) [50, 51].

2.2.3 Façonnage en lumière incohérente

L'impulsion lumineuse à l'entrée du dispositif a été jusqu'ici considérée comme cohérente, limitée par transformée de Fourier. La production de formes arbitraires peut cependant être étendue aux impulsions incohérentes. Dans un article récent [46], l'impulsion ultra-courte initiale, limitée par transformée de Fourier, s'élargit spectralement en traversant une fibre microstructurée, du type de celles utilisées dans les sources Supercontinuum.

Quoiqu'élargie spectralement, l'impulsion conserve sa durée initiale τ . Elle se comporte comme un train d'impulsions élémentaires contiguës limitées par transformée de Fourier, de durée égale à l'inverse de la largeur Δ du supercontinuum, et non corrélées entre elles. Le spectre de chaque impulsion élémentaire couvre le masque spectral $\tilde{M}(\omega)$ inséré dans la ligne à dispersion nulle. D'après l'Eq. 2.4, la p -ième impulsion élémentaire, centrée en t_p , est décrite à la sortie par un profil d'intensité $i_{\text{out}}(t - t_p)$, proportionnel à : $\left| \tilde{M}[-(t - t_p)/\mu] \right|^2$. Il faut pour cela que la condition de Fraunhofer $\delta^2 \mu \gg 1$ soit satisfaite par la résolution δ du masque. L'intensité totale, obtenue en sommant les contributions des impulsions élémentaires, est proportionnelle au produit de convolution de $\left| \tilde{M}[-t/\mu] \right|^2$ par le profil temporel de l'impulsion cohérente initiale, de durée τ .

On en déduit que la forme produite à la sortie est modulée avec la résolution δ du masque $\tilde{M}(\omega)$, pourvu que la durée τ de l'impulsion initiale vérifie la relation : $T < \mu\delta$.

Une impulsion cohérente de durée T , de largeur spectrale $1/T$ comprise entre δ et Δ , permet d'utiliser $1/(\delta T)$ éléments du masque. Le seul élargissement par la fibre microstructurée n'apporte aucun gain en termes de capacité d'information dans la forme issue du dispositif de façonnage spectral : les structures de durée $1/\Delta$ sont brouillées par le profil temporel de durée T , de sorte que la capacité reste égale à $1/(\delta T)$. En revanche, en combinant l'élargissement par la fibre microstructurée et l'étirement dans la ligne dispersive, on peut transmettre à la forme temporelle la capacité Δ/δ du masque pourvu que soient satisfaites les deux conditions $T < \mu\delta$ et $\delta^2 \mu \gg 1$.

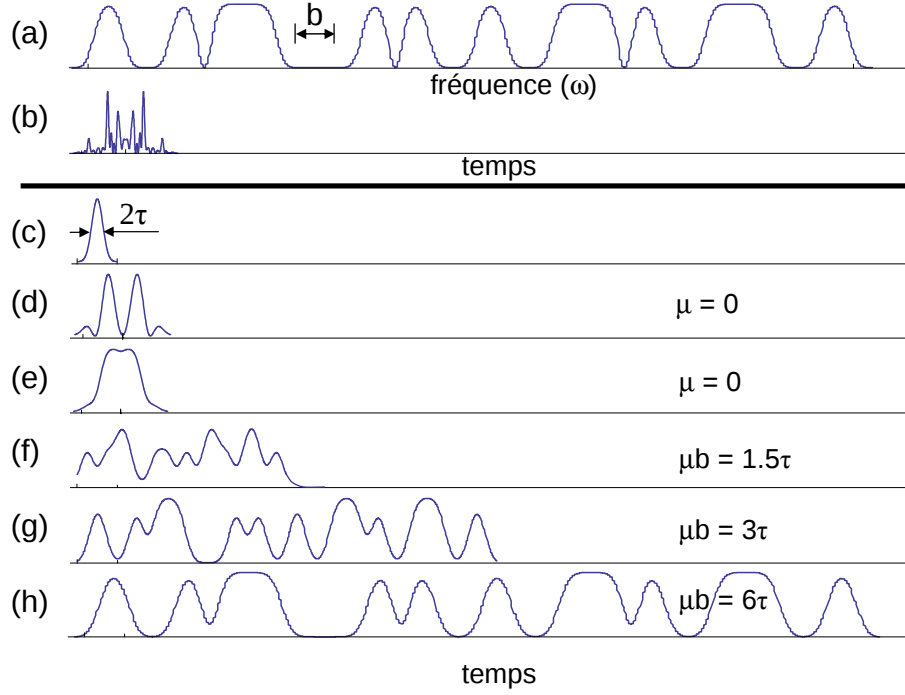


FIGURE 2.7 – façonnage en lumière incohérente. (a) masque spectral $|\tilde{M}(\omega)|^2$ de pas b , inséré dans une ligne à dispersion nulle (LDN) ; (b) transformée de Fourier $|M(t)|^2$ du masque ; (c) profil temporel de l'impulsion à l'entrée de la LDN ($b\tau \approx 1$) ; (d) profil temporel de l'impulsion à la sortie de la LDN, en l'absence d'élargissement spectral par une fibre microstructurée ; (e) profil temporel de l'impulsion à la sortie de la LDN, lorsque son spectre est préalablement étalé sur toute la largeur du masque par une fibre microstructurée ; (f-h) à la sortie de la LDN, l'impulsion est injectée dans un élément dispersif de coefficient μ . Son profil temporel est représenté pour différentes valeurs de μ .

2.3 Eléments dispersifs

2.3.1 fibre optique

La fibre optique tire partie de la grande épaisseur géométrique du matériau pour produire un effet de dispersion d'indice significatif. En première approximation, l'indice de réfraction varie linéairement en fonction de la fréquence. Au voisinage de la fréquence centrale ω_0 , la phase spatiale du champ lumineux se développe sous la forme

$$\frac{z}{c}\omega n(\omega) = \frac{z}{c} \left\{ \omega \left[n(\omega_0) - \omega_0 \frac{\partial n}{\partial \omega_0} \right] + \omega^2 \frac{\partial n}{\partial \omega_0} \right\} \quad (2.5)$$

En accord avec l'expression utilisée dans le paragraphe 2.1, le pouvoir dispersif de la ligne est donné par :

$$\mu = 2 \frac{z}{c} \frac{\partial n}{\partial \omega_0} \quad (2.6)$$

et apparaît bien proportionnel à la longueur de la fibre.

Dans la Ref. [44] la dispersion est produite par une fibre optique. Dans un premier temps le spectre d'une impulsion ultra courte (100 fs) est modifié à l'aide de micro-boucles résonantes. La résolution du façonnage étant limitée à 60 GHz environ, la durée de l'impulsion à la sortie du dispositif est d'une dizaine de ps. L'impulsion passe ensuite dans une fibre optique de 5.5 Km de long. En raison de la dispersion chromatique linéaire dans la fibre, chaque composante spectrale traverse les 5.5 Km avec une vitesse différente. L'enveloppe temporelle de l'impulsion ultra courte est étirée, donnant lieu à un profil temporel qui est proportionnel au spectre (les composantes spectrales voyageant le plus rapidement formant le début de la forme et celle voyageant le plus lentement formant la fin). La forme ainsi obtenue est longue de 1 ns avec une bande passante de 1.3 THz.

2.3.2 réseau de Bragg à pas linéairement variable

Les réseaux de Bragg à pas linéairement variable (RBPLV) peuvent aussi être utilisés comme ligne dispersive. Ils sont largement utilisés dans le cadre de la télécommunication par fibre optique comme compensateur de dispersion. En télécommunication, le transport par fibre optique étire le signal et limite ainsi la bande passante transmissible. L'utilisation en fin de ligne d'un RBPLV permet d'obtenir sur une distance très courte une forte dispersion, avec un taux opposé à celui causé par le transport dans la fibre. En ajustant les paramètres du RBPLV, une dispersion exactement opposée à celle accumulée lors du transport de l'information dans la fibre peut être obtenue [52].

La dispersion dans un RBPLV se démarque de celle obtenue dans une fibre par la taille réduite de la ligne dispersive, par le retard maximal accessible entre deux composantes spectrales données, mais aussi par la bande passante du signal que l'on peut disperser.

Pour un RBPLV de longueur L , la différence de retard de groupe sur une bande passante

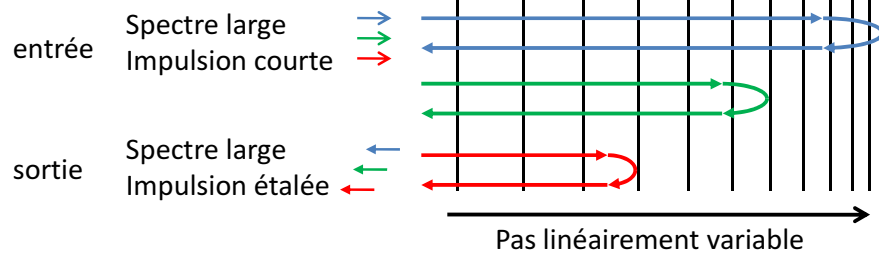


FIGURE 2.8 – Chaque composante spectrale de l’impulsion large bande est réfléchi à une profondeur différente dans le réseau. En réflexion, l’espacement temporel entre chaque composante spectrale est proportionnel à leur écart fréquentiel.

B , calculée sur un aller retour, est égale à $2\frac{n_{eff}L}{c}$. Il s’ensuit que :

$$2\frac{n_{eff}L}{c} \sim B\mu \quad (2.7)$$

ou n_{eff} représente l’indice de refraction et c la vitesse de la lumière dans le vide. Ici encore, la durée de l’impulsion à la sortie est directement reliée à la longueur de la ligne. Le produit $B\mu$ correspondant à la durée maximale de l’impulsion après passage dans le RBPLV.

La figure 2.8 permet de comprendre la relation 2.7. En effet, la durée maximale accessible pour une impulsion après réflexion dans le RBPLV est donnée par le temps nécessaire à la lumière pour effectuer l’aller retour du guide d’onde, car les fréquences les plus faibles sont immédiatement réfléchies par le RBPLV tandis que les fréquences les plus élevées doivent traverser toute sa longueur avant d’être à leur tour réfléchies.

Pour un RBPLV avec une longueur donnée, il existe donc un compromis entre la bande passante B et le pouvoir dispersif μ . La plupart des filtres disponibles dans l’industrie ne dépassent pas les 10 cm. Dans le but d’alléger cette contrainte, des recherches sont en cours pour produire des filtres de Bragg de 1 mètre.

Wang et al. [53] rapportent l’utilisation d’un réseau de Bragg pour la production de formes arbitraires. Leur réseau est long de 50 mm et possède une bande passante de 12 nm, ce qui représente, à $1.5\mu m$ (notre longueur d’onde de travail) une bande passante d’environ 1600 GHz. Le réseau est divisé en 17 sous parties. La réflexion d’une impulsion picoseconde dans ce réseau produit une forme d’une durée d’environ 800 picosecondes avec un produit temps bande passante de 17.

2.4 Paramètres critiques pour la production de forme arbitraire

Rappelons que ces recherches poursuivent l'objectif de produire des formes arbitraires très large bande. On peut fixer à 100GHz la largeur de bande Δ_{out} visée à la sortie de ces dispositifs. Cela correspond à la bande passante des détecteurs optiques actuels les plus rapides. Le produit temps×bande passante nous offre un autre point de référence. Ce nombre, que nous noterons N , rend compte de la quantité d'information transportée dans la forme arbitraire. On cherche à atteindre de grandes valeurs de N . Le tableau 2.4 récapitule les paramètres mis en jeu.

	lentille temporelle	façonnage spectral
bande passante entrée : Δ_{in}	$\frac{1}{\tau} \ll \Delta_{\text{out}}$	$\Delta \approx 100\text{nm}$
résolution	$\frac{1}{T}$	δ
N (entrée)	$\frac{T}{\tau}$	$\frac{\Delta}{\delta}$
bande passante sortie : $\Delta_{\text{out}} \approx 100\text{GHz}$	$\frac{T}{\mu}$	$\frac{1}{\mu\delta} \ll \delta$
durée de la forme	$\frac{\mu}{\tau} \ll T$	$\mu\Delta$
N (sortie)	$\frac{\mu}{\tau} \times \frac{T}{\mu}$	$\mu\Delta \times \frac{1}{\mu\delta}$

TABLE 2.1 – paramètres de génération de forme

Dans le cas de la lentille temporelle, l'impulsion initiale $\mathcal{E}_{\text{in}}(t)$ subit tout d'abord un glissement de fréquence à la vitesse r pendant sa durée T sur un intervalle spectral $\Delta = rT$, qui représente aussi l'ouverture de la lentille temporelle. Le temps caractéristique d'évolution de $\mathcal{E}_{\text{in}}(t)$ étant noté τ , la capacité d'information de l'impulsion est donnée par $N = T/\tau$. La largeur spectrale Δ_{in} de $\mathcal{E}_{\text{in}}(t)$, de l'ordre de $1/\tau$, doit évidemment satisfaire la condition $\Delta_{\text{in}} \ll \Delta$, puisque le glissement de fréquence a précisément pour objectif d'étaler le spectre à l'entrée du dispositif. Après la traversée de la lentille temporelle,

un élément dispersif, tel que $\mu = 1/r$, regroupe les termes spectraux, de sorte que Δ_{out} , bande passante en sortie, coïncide avec Δ , tandis $1/\Delta$ représente la résolution temporelle en sortie. La capacité d'information étant conservée, la durée de la forme en sortie est donnée par : $N/\Delta = 1/(r\tau) = \mu\Delta_{\text{in}} \ll \mu\Delta$. Cette condition nous permet de fixer une limite supérieure à N , compte tenu des performances des lignes dispersives optiques.

Une fibre optique standard présente une dispersion de retard de groupe de 17ps/nm/km à la longueur d'onde télécom de 1.55 μ m. A cette longueur d'onde, un intervalle spectral de 1nm correspond environ à 130 GHz. Pour 10km de fibre, $\mu = 170\text{ps/nm}$ et, pour $\Delta_{\text{out}} = \Delta = 100$ GHz, la capacité d'information doit satisfaire $N \ll 13$. La limitation est imposée par la faible valeur de μ . Un réseau de Bragg à pas variable améliore un peu la performance. Un tel dispositif permet d'atteindre une dispersion de retard de groupe de l'ordre de 1ns sur la bande passante choisie, ce qui représente un gain d'un facteur proche de 8 par rapport à la fibre de 10km, ce qui conduit à $N \ll 100$.

Le façonnage spectral met en jeu des paramètres très différents. Le masque inséré dans la ligne à dispersion nulle peut couvrir un intervalle spectral Δ de plusieurs dizaines de nanomètres. Il sera seulement limité par la fenêtre de transparence de la silice, large de 100 nm environ à 1.55 μ m, si le signal est injecté dans une fibre optique en sortie de ligne. Alors que l'élément dispersif rassemble les composantes spectrales dans le cas de la lentille temporelle, il les sépare au contraire dans le cas du façonnage spectral. Ainsi la fréquence optique glisse-t-elle continûment à mesure que la forme produite défile sur le détecteur. Le signal recueilli par le détecteur présente donc une largeur spectrale instantanée bien inférieure à Δ . Si δ représente la résolution du masque, la détection requiert une bande passante Δ_{out} de l'ordre de $1/(\mu\delta)$. Par ailleurs la condition de Fraunhofer impose que $1/(\mu\delta) \ll \delta$. En visant toujours une bande passante de l'ordre de 100GHz, on aboutit donc à $\delta \gg 100$ GHz et $N = \Delta/\delta \ll 130$, dans l'hypothèse où $\Delta = 100$ nm. Il est remarquable que la borne supérieure de N ne dépend pas de μ . Encore faut-il s'assurer que cette borne supérieure reste compatible avec les valeurs accessibles de μ .

Ceci est en effet vérifié. Si $\delta = 0.5$ THz, $\mu\delta^2 \approx 30$ pour 1km de fibre, ce qui vérifie la condition de Fraunhofer.

Les deux approches conduisent à un faible produit temps $\times$ bande passante. La faible valeur de N semble inévitable dans le cas du façonnage spectral. Au contraire, il semble possible d'accroître N en augmentant le taux de dispersion μ dans le cas de la lentille temporelle.

2.5 Conclusion

Nous avons présenté des techniques tout-optique de production de formes arbitraires large bande. Nous avons dégagé le lien étroit de ces techniques de façonnage spectro-temporel avec l'optique paraxiale, la diffraction de Fresnel et l'approximation de Fraunhofer. En raison de cette dualité espace-temps, la propagation dans des éléments dispersifs joue, dans le façonnage spectro-temporel, un rôle aussi essentiel que la diffraction dans l'espace libre en optique.

Nous avons montré que la durée de la forme émise est proportionnelle à la longueur de ligne dispersive mise en jeu. Dans l'état de l'art actuel, les lignes dispersives ne permettent pas de dépasser des durées de l'ordre de la nanoseconde.

L'allongement des lignes se heurte à des problèmes techniques comme les pertes pour les fibres ou la stabilité pour les RBPLV. Il est clairement impossible d'atteindre la microseconde en multipliant par 1000 la longueur des lignes dispersives.

Dans les chapitres suivants nous aborderons une approche différente où la ligne dispersive est remplacée par un milieu absorbant. Cette fois, la durée de la forme émise est indépendante de la taille de la ligne mais elle est liée aux propriétés atomiques de la matière. Au niveau microscopique, l'absorption est liée à un phénomène de résonance. C'est alors la qualité de la résonance du centre absorbant (durée de l'excitation) qui limite la durée de la forme émise.

Chapitre 3

Interaction résonnante de la lumière avec la matière

La production de formes arbitraires, telle qu'elle est décrite dans le chapitre précédent, associe filtrage par un masque spectral et dispersion dans une fibre. La dispersion est indispensable pour allonger la durée de la forme au-delà de la centaine de picosecondes. Il est cependant difficile de dépasser une durée de quelques nanosecondes et l'étirement est limité par la longueur de la fibre. A une durée imposée par des considérations géométriques nous allons substituer un autre temps caractéristique, celui lié à la largeur des résonances atomiques.

L'excitation résonnante des atomes par la lumière se manifeste par les raies d'absorption dont la largeur reflète le caractère résonnant de l'excitation. Plus la raie est fine, plus l'oscillation microscopique, à l'échelle de l'atome, dure longtemps. Dans un solide, on peut observer des largeurs de raie inférieures à 100Hz [54], ce qui correspond à une durée de vie de plusieurs millisecondes. Comme nous allons le montrer, le filtrage d'une impulsion lumineuse avec la résolution liée à la résonance atomique permet d'étirer une forme temporelle bien au-delà des valeurs atteintes par dispersion dans une fibre.

Il nous faut d'abord établir le cadre d'analyse de l'interaction résonnante de la matière avec le rayonnement. Une première approche, formelle et macroscopique, permet de dégager les propriétés générales du filtrage à travers un milieu absorbant. L'étude microscopique permet ensuite de préciser les paramètres physiques mis en jeu.

3.1 Filtrage à travers un milieu absorbant

3.1.1 Equation d'onde

La propagation d'une onde plane $E(z, t)$ à travers un milieu diélectrique est décrite par l'équation d'onde :

$$\frac{\partial^2 E(z, t)}{\partial z^2} - \mu_0 \epsilon_0 \frac{\partial^2 E(z, t)}{\partial t^2} = \mu_0 \frac{\partial^2 P(z, t)}{\partial t^2} \quad (3.1)$$

où, dans la limite de l'optique linéaire, la densité de polarisation macroscopique $P(t)$ s'exprime comme une réponse linéaire du milieu matériel à l'excitation optique :

$$P(z, t) = \epsilon_0 \int dt' R(t - t') E(z, t') \quad (3.2)$$

Nous supposons d'emblée le milieu uniforme de sorte que la réponse $R(t - t')$ est indépendante de z . Pour satisfaire la condition de causalité, $R(z, t - t')$ s'annule lorsque $t' > t$. La polarisation ne peut en effet dépendre que des valeurs du champ antérieures à l'instant d'observation. Comme la polarisation apparaît sous la forme d'un produit de convolution, il est naturel de recourir à une transformation de Fourier temps-fréquence pour résoudre l'équation d'onde qui devient :

$$\frac{\partial^2 \tilde{E}(z, \omega)}{\partial z^2} + \mu_0 \epsilon_0 \omega^2 \tilde{E}(z, \omega) = -\mu_0 \omega^2 \tilde{P}(z, \omega) \quad (3.3)$$

La transformée de Fourier de la polarisation s'écrit :

$$\tilde{P}(z, \omega) = \epsilon_0 \chi(\omega) \tilde{E}(z, \omega) \quad (3.4)$$

où $\chi(\omega)$, transformée de Fourier de $R(t)$, représente la susceptibilité électrique. Substituant dans l'Eq. 3.3 on obtient :

$$\frac{\partial^2 \tilde{E}(z, \omega)}{\partial z^2} + k^2 [1 + \chi(\omega)] \tilde{E}(z, \omega) = 0 \quad (3.5)$$

où $k = \omega/c$. La solution est immédiate :

$$\tilde{E}(z, \omega) = A e^{ik\sqrt{1+\chi(\omega)}z} + B e^{-ik\sqrt{1+\chi(\omega)}z} \quad (3.6)$$

On se place dans l'hypothèse où $|\chi(\omega)| \ll 1$, ce qui permet de remplacer $\sqrt{1 + \chi(\omega)}$ par le développement au premier ordre $1 + \chi(\omega)/2$.

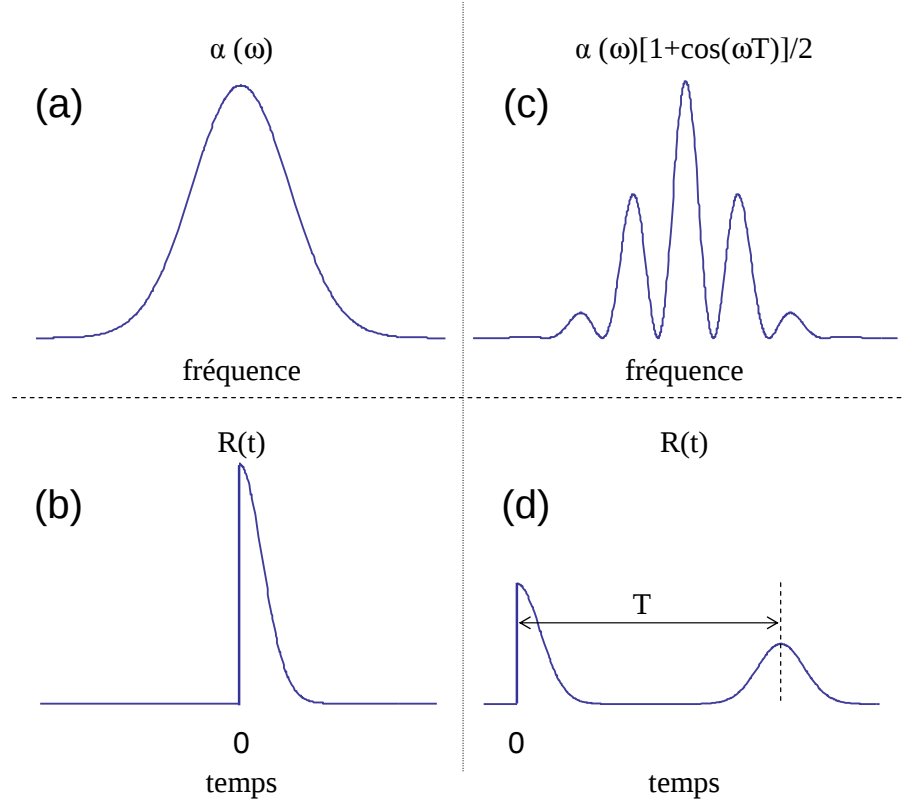


FIGURE 3.1 – comportement respectif de $\alpha(\omega)$ et de $R(t)$. Les fonctions de réponse associées aux coefficients d'absorption (a) et (c) sont tracées en (b) et (d) respectivement. Le coefficient d'absorption (c) présente une surmodulation sinusoïdale qui se traduit par le décalage temporel d'une partie de la réponse correspondante.

3.1.2 Susceptibilité, coefficient d'absorption et causalité

La partie imaginaire $\chi''(\omega)$ de la susceptibilité est reliée au coefficient d'absorption linéaire $\alpha(\omega)$ par :

$$\alpha(\omega) = -k\chi''(\omega) \quad (3.7)$$

D'autre part, le caractère causal de la réponse se traduit dans le domaine spectral par les relations de Kramers-Krönig qui mettent en jeu la transformation de Hilbert :

$$\mathcal{H}\{f\}(x) = \frac{1}{\pi} \text{P} \int dx' \frac{f(x')}{x - x'} \quad (3.8)$$

où P désigne la partie principale de Cauchy. En particulier :

$$\chi'(\omega) = \mathcal{H}\{\chi''\}(\omega) \quad (3.9)$$

Finalement, $\chi(\omega)$ s'exprime en fonction de $\alpha(\omega)$ sous la forme :

$$\chi(\omega) = -\frac{1}{k} [\mathcal{H}\{\alpha\}(\omega) + i\alpha(\omega)] \quad (3.10)$$

Par transformation de Fourier inverse, on obtient la fonction réponse $R(t)$:

$$R(t) = \frac{1}{2\pi} \int d\omega \chi(\omega) e^{-i\omega t} = -\frac{i}{k} \frac{1}{2\pi} \int d\omega \alpha(\omega) e^{-i\omega t} [1 + \text{sign}(t)] \quad (3.11)$$

qui, en accord avec la condition de causalité, s'annule pour $t < 0$. Le comportement respectif de $\alpha(\omega)$ et de $R(t)$ est illustré sur la Fig. 3.1(a,b)

3.1.3 Filtrage de l'onde incidente

Compte tenu de l'Eq. 3.10, la solution qui se propage vers les z croissant à partir de l'entrée située en $z = 0$ s'écrit :

$$\tilde{E}(z, \omega) = \tilde{E}(0, \omega) e^{-ik[1+\chi(\omega)/2]z} \quad (3.12)$$

L'hypothèse $|\chi(\omega)| \ll 1$ consiste à supposer la profondeur d'absorption $1/\alpha(\omega)$ beaucoup plus grande que la longueur d'onde lumineuse.

Par ailleurs, dans l'hypothèse de faible épaisseur optique, on peut développer l'Eq. 3.12 sous la forme :

$$\tilde{E}(z, \omega) = \tilde{E}(0, \omega) - \frac{1}{2} [\alpha(\omega)z - iH\{\alpha\}(\omega)z] \tilde{E}(0, \omega) e^{-ikz} \quad (3.13)$$

Le premier et le second terme à droite correspondent respectivement au champ directement transmis et à la réponse radiative du milieu matériel. Le filtrage spectral du champ incident par $\alpha(\omega)$ apparaît bien dans cette expression. Il est cependant partiellement masqué à la fois par la composante directement transmise et par le terme dispersif, exprimé par $H\{\alpha\}(\omega)z$. Ce dernier empêche d'atteindre, dans le filtrage, la résolution promise par $\alpha(\omega)$. En effet, une structure étroite de $\alpha(\omega)$, située par exemple à ω_0 donne naissance, à grande distance spectrale, à une variation parasite, en $1/(\omega - \omega_0)$, associée à $H\{\alpha\}(\omega)z$.

Comme on l'a rappelé, le terme dispersif est lié à la causalité. La distorsion apportée par ce terme reflète la construction de la réponse à partir d'une excitation incomplète. La réponse démarre en effet avant la fin de l'impulsion incidente, dès que le champ extérieur commence à exciter la matière. Si on pouvait décaler l'émission de la réponse après la fin de l'impulsion incidente, la condition de causalité serait automatiquement satisfaite. On éliminerait alors la discontinuité requise par la causalité.

Une translation correspond, dans l'espace de Fourier conjugué, à une modulation périodique. Cette propriété se rencontre par exemple dans les réseaux de diffraction. La modulation périodique dans l'espace des positions se traduit, dans l'espace conjugué du vecteur d'onde, par le décalage angulaire du faisceau incident par rapport à sa direction initiale.

Puisque temps et fréquence sont des variables conjuguées de Fourier, le décalage temporel de la réponse radiative doit pouvoir être obtenu par l'inscription, dans le profil d'absorption, d'une modulation périodique.

3.1.4 Surmodulation sinusoïdale du coefficient d'absorption

Supposons qu'on puisse écrire $\alpha(\omega)$ sous la forme :

$$\alpha(\omega) = \alpha_M(\omega) [1 + \kappa \cos(\omega T)] \quad (3.14)$$

où $\alpha_M(\omega)$ représente le filtre, c'est à dire le "paysage" spectral qu'on souhaite inscrire dans le spectre d'une impulsion lumineuse incidente. Le filtre porte une surmodulation sinusoïdale, de profondeur κ , dont la période $2\pi/T$ est supposée beaucoup plus petite que l'intervalle caractéristique d'évolution de $\alpha_M(\omega)$. De ce fait, la transformée de Hilbert de $\alpha(\omega)$ se simplifie sous la forme :

$$H\{\alpha\}(\omega) \approx H\{\alpha_M\}(\omega) + \kappa \alpha_M(\omega) H\{\cos(\omega T)\} \quad (3.15)$$

En utilisant la relation :

$$H\{e^{i\omega T}\} = -ie^{i\omega T} \text{sign}(T), \quad (3.16)$$

on vérifie aisément que :

$$\alpha(\omega) - iH\{\alpha\}(\omega) \approx \alpha_M(\omega) - iH\{\alpha_M\}(\omega) + \kappa \alpha_M(\omega) e^{-i\omega T} \quad (3.17)$$

La composante surmodulée de $\alpha(\omega)$ se retrouve donc telle quelle dans $\chi(\omega)$, sans la distorsion qu'apporte habituellement la composante dispersive. Comme illustré sur la Fig. 3.1(c,d), la composante de la fonction de réponse $R(t)$ associée à la surmodulation, décalée vers les temps positifs, n'est pas tronquée par la condition de causalité : $R(t) = 0$ pour $t < 0$.

Reportant l'Eq. 3.17 dans l'Eq. 3.13, et effectuant la transformation de Fourier inverse, on voit apparaître dans le champ transmis la composante :

$$E_s(z, t) = -\frac{1}{2} \kappa \frac{1}{2\pi} \int \alpha_M(\omega) \tilde{E}(0, \omega) e^{i\omega(t-T) - ikz} d\omega \quad (3.18)$$

Ce signal, décalé de T par rapport au champ directement transmis et aux composantes associées à $H\{\alpha_M\}(\omega)$, est émis après extinction de ces termes et apparaît donc sur fond noir. Il reflète directement le filtrage, c'est à dire le masquage, de $\tilde{E}(0, \omega)$ par $\alpha_M(\omega)$.

3.1.5 Résolution spectrale et bande passante

Le filtre $\alpha_M(\omega)$ est à l'évidence caractérisé par deux paramètres : la bande passante et la résolution. La quantité d'informations transportée par la lumière filtrée est limitée par le rapport de la bande passante et de la résolution spectrale.

La résolution détermine la limite supérieure de la durée du train d'onde, égale à l'inverse de l'intervalle caractéristique de variation du paysage spectral décrit par $\alpha_M(\omega)$.

Nous touchons ici l'objectif poursuivi dans ce chapitre : allonger la forme temporelle par filtrage, en affinant la résolution du filtre. Celle-ci est fixée par la finesse des raies atomiques, reflet du caractère résonnant de l'interaction.

La bande passante correspond à la largeur $\alpha_M(\omega)$. Elle définit la durée minimale des détails temporels du train d'onde issu du filtrage. Pour transporter beaucoup d'information, il faut disposer d'une bande passante de largeur beaucoup plus grande que la résolution. Il en est ainsi lorsque le profil d'absorption $\alpha_M(\omega)$ résulte de la combinaison de différentes raies individuelles, décalées en fréquence les unes par rapport aux autres.

Dans le paragraphe suivant nous établissons plus précisément le lien entre la structure microscopique du milieu matériel et la fonction $\alpha(\omega)$.

3.2 Structure microscopique et coefficient d'absorption

3.2.1 Système matériel

Nous considérons un modèle très simple qui, nous le verrons, rend bien compte de situations expérimentales réelles. L'absorption est due à un ensemble d'atomes à deux niveaux $|1\rangle$ et $|2\rangle$ reliés par une transition dipolaire électrique de fréquence ω_{12} . La durée de vie du niveau supérieur de la transition est noté T_1 . Le caractère résonnant de la transition nous importe particulièrement. Il est mesuré par la largeur homogène γ_h ou la durée de vie $T_2 = \pi/\gamma_h$ des états de superposition de $|1\rangle$ et $|2\rangle$.

Les atomes, immobiles, sont répartis de façon quasi-uniforme dans une lame diélectrique transparente d'épaisseur L . La permittivité relative de la matrice diélectrique est prise égale à 1, ce qui allège les calculs et permet d'ignorer les conditions de réflexion et de transmission aux dioptries.

Cependant la matrice diélectrique agit sur les atomes. D'une part, la matrice intervient comme un environnement local, propre à chaque atome, qui déplace les niveaux d'énergie de façon spécifique et différenciée. Cela se traduit par un déplacement de la fréquence de transition. Les fréquences de résonance des atomes se trouvent ainsi réparties suivant une loi de distribution de largeur γ_{inh} , désignée comme la largeur inhomogène de la transition. Dans l'hypothèse où $\gamma_{inh} \gg \gamma_h$, γ_{inh} représente aussi la largeur spectrale du coefficient d'absorption $\alpha(\omega)$. Dans les cristaux inorganiques dopés par des ions de terres rares la largeur inhomogène γ_{inh} se situe entre 1 et 100 GHz [55]. D'autre part, le couplage à la matrice subit des fluctuations au cours du temps. Elles se traduisent par un élargissement des raies individuelles, c'est à dire par une augmentation de γ_h ou une réduction de T_2 . En général $T_2 \ll T_1$. Dans les ions de terres rares en matrice cristalline, la largeur γ_h atteint typiquement quelques kHz ou dizaines de kHz à la température de l'hélium liquide, mais une largeur d'une centaine de Hertz a été observée sur la transition à $1.5\mu\text{m}$ dans

$\text{Er}^{3+}:\text{YSO}$ [56,57].

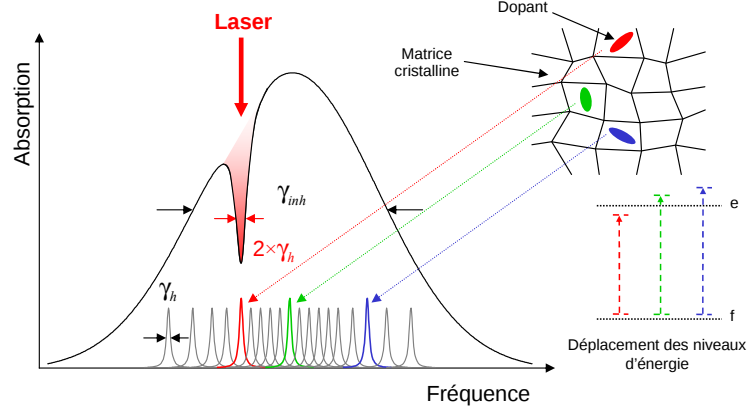


FIGURE 3.2 – Élargissement inhomogène d’une transition d’un atome à deux niveaux inséré dans une matrice cristalline et creusement spectral.

Distinguer les interactions lentement variables, responsables du déplacement des raies, des fluctuations rapides, responsables de l’élargissement homogène peut sembler arbitraire. On peut imaginer au contraire que les interactions avec l’environnement couvrent un spectre continu de temps caractéristiques. Cependant cette séparation correspond bien à notre réalité expérimentale.

Le formalisme des vecteurs d’état n’est pas adapté à la description d’un système simple en interaction avec un environnement complexe. D’un point de vue dynamique, l’environnement apparaît seulement comme une source de relaxation. On préfère donc le formalisme de la matrice densité. Chaque atome est décrit par une matrice densité réduite 2×2 , obtenue en effectuant, sur l’environnement, la trace partielle de la matrice densité totale.

Les éléments diagonaux ρ_{11} et ρ_{22} de la matrice densité d’un atome représentent la population des niveaux. La population ρ_{22} du niveau excité décroît avec le taux $1/T_1$, alimentant la population ρ_{11} du fondamental avec le même taux. La condition de trace unité de la matrice densité se traduit par $\rho_{11} + \rho_{22} = 1$. Les éléments non-diagonaux $\rho_{12} = \rho_{21}^*$ représentent la cohérence atomique qui relaxe avec le taux $1/T_2$.

3.2.2 Densité de polarisation

La densité de polarisation $P(\vec{r}, t)$ établit le lien indispensable entre l’image microscopique, donnée par les atomes à deux niveaux, et l’aspect macroscopique décrit par l’équation d’onde.

Considérons la somme $\hat{O} = \sum_{j \in V} \mu_j$ des dipôles atomiques μ_j contenus dans un volume élémentaire V . Ce volume est assez grand pour représenter un bon échantillon de la distribution inhomogène, et assez petit pour voir en tout point le même champ électromagnétique. La densité de polarisation est exprimée comme la valeur moyenne de l'observable quantique $\hat{O}$:

$$P(\vec{r}, t) = \frac{1}{V} \text{Tr} \left[\left(\sum_{j \in V} \mu_j \right) \mathbf{R} \right] \quad (3.19)$$

où Tr et $\mathbf{R}$ représentent respectivement la trace et l'opérateur densité de l'ensemble des N atomes contenus dans V . Dans l'hypothèse où l'état atomique est complètement séparable, $\mathbf{R}$ se factorise comme le produit $\rho_1 \otimes \dots \otimes \rho_j \otimes \dots \otimes \rho_N$ des opérateurs densités individuels et la polarisation se réduit à :

$$P(\vec{r}, t) = \frac{1}{V} \sum_{j \in V} \text{Tr} (\mu_j \rho_j) \quad (3.20)$$

Pour effectuer la somme, on s'appuie sur l'hypothèse d'une distribution spatiale uniforme. Seule la fréquence de transition distingue les atomes. On obtient finalement :

$$P(\vec{r}, t) = \mathcal{N} \mu_{12} \int d\omega_{12} G(\omega_{12}) [\rho_{12}(\omega_{12}; \vec{r}, t) + \text{c.c.}] \quad (3.21)$$

où $\mathcal{N} = N/V$ désigne la densité volumique des atomes et $G(\omega_{12})$ représente la distribution inhomogène, normalisée suivant la relation :

$$\int d\omega_{12} G(\omega_{12}) = 1 \quad (3.22)$$

La présence du seul élément de matrice $\rho_{12}(\omega_{12}; \vec{r}, t)$ dans l'Eq. 3.21 résulte du caractère non-diagonal de l'opérateur moment dipolaire.

Dans la section 3.1, nous avons décrit la propagation d'une onde en nous appuyant sur l'hypothèse de réponse linéaire exprimée par l'Eq. 3.2. La description microscopique va nous permettre de préciser les conditions de validité de cette hypothèse.

3.2.3 Excitation des atomes par la lumière : équation de Bloch

Dans l'approximation semi-classique, le hamiltonien d'un atome à deux niveaux en interaction dipolaire électrique avec le champ scalaire $E(\vec{r}, t)$ s'écrit :

$$H = H_0 + \mu E(\vec{r}, t) \quad (3.23)$$

où H_0 représente le hamiltonien atomique. Nous nous limitons à une description de l'interaction dipolaire dans l'approximation scalaire. Les états propres de H_0 sont séparés par l'énergie $\hbar\omega_{12}$. La matrice densité obéit à l'équation d'évolution :

$$\dot{\rho} = -\frac{i}{\hbar} [H, \rho] + \left. \frac{d\rho}{dt} \right|_{\text{relax}} \quad (3.24)$$

où le terme $\left. \frac{d\rho}{dt} \right|_{relax}$ rend compte de la relaxation du niveau supérieur vers le fondamental avec le taux $\gamma_2 = 1/T_1$, et de la décroissance de la cohérence avec le taux $\gamma_{12} = 1/T_2$. En décrivant le champ comme une onde progressive :

$$E(\vec{r}, t) = \frac{1}{2} \mathcal{E}(\vec{r}, t) e^{i(\omega_0 t - \vec{k} \cdot \vec{r})} + \text{c.c.} \quad (3.25)$$

et en se plaçant dans l'approximation de l'onde tournante, qui consiste à négliger les composantes oscillant à $2\omega_{12}$, on met, après quelques étapes de calcul, l'équation de la matrice densité sous la forme :

$$\begin{cases} \dot{n}_{12}(\omega_{12}; \vec{r}, t) = i [\Omega(\vec{r}, t) \tilde{\rho}_{21}(\omega_{12}; \vec{r}, t) - \Omega^*(\vec{r}, t) \tilde{\rho}_{12}(\omega_{12}; \vec{r}, t)] - \gamma_2 [n_{12}(\omega_{12}; \vec{r}, t) - n_{12}^{(0)}] \\ \dot{\tilde{\rho}}_{12}(\omega_{12}; \vec{r}, t) = -\frac{i}{2} \Omega(\vec{r}, t) n_{12}(\omega_{12}; \vec{r}, t) + (i\Delta - \gamma_{12}) \tilde{\rho}_{12}(\omega_{12}; \vec{r}, t) \end{cases} \quad (3.26)$$

où nous avons introduit les notations suivantes :

$$\begin{cases} n_{12} = \rho_{11} - \rho_{22} \\ \tilde{\rho}_{12} = \rho_{12} e^{-i(\omega_0 t - \vec{k} \cdot \vec{r})} = \tilde{\rho}_{21}^* \\ \Omega(\vec{r}, t) = \frac{\mu_{12} \mathcal{E}(\vec{r}, t)}{\hbar} \\ \Delta = \omega_{12} - \omega_0 \end{cases} \quad (3.27)$$

La différence de population à l'équilibre thermodynamique est représentée par $n_{12}^{(0)}$. Elle est proche de 1. Le remplacement de ρ_{12} par $\tilde{\rho}_{12}$ correspond au passage dans le référentiel du champ tournant. Le couplage de l'atome avec le champ est représenté par la fréquence de Rabi $\Omega(\vec{r}, t)$. Enfin Δ représente le désaccord entre la fréquence de transition ω_{12} et la fréquence ω_0 de l'onde incidente.

Par intégration formelle de l'Eq. 3.26, on obtient :

$$\tilde{\rho}_{12}(\omega_{12}; \vec{r}, t) = \tilde{\rho}_{12}(t_0) e^{(i\Delta - \gamma_{12})(t - t_0)} - \frac{i}{2} \int_{t_0}^t \Omega(\vec{r}, t') n_{12}(\omega_{12}; \vec{r}, t') e^{(i\Delta - \gamma_{12})(t - t')} dt' \quad (3.28)$$

$$\begin{aligned} n_{12}(\omega_{12}; \vec{r}, t) = & n_{12}^{(0)} + \left[n_{12}(\omega_{12}; \vec{r}, t_0) - n_{12}^{(0)} \right] e^{-\gamma_2(t - t_0)} \\ & + i \int_{t_0}^t [\Omega(\vec{r}, t') \tilde{\rho}_{21}(\omega_{12}; \vec{r}, t') - \Omega^*(\vec{r}, t') \tilde{\rho}_{12}(\omega_{12}; \vec{r}, t')] e^{-\gamma_2(t - t')} dt' \end{aligned} \quad (3.29)$$

L'expression intégrale permet en principe d'obtenir la solution de l'équation de la matrice densité à tous les ordres de perturbations dépendant du temps. Par récurrence, les ordres impairs et pairs successifs alimentent respectivement la cohérence et la population.

A l'ordre zéro de perturbation, $\tilde{\rho}_{12}^{(0)}(\omega_{12}; \vec{r}, t) = 0$ et $n_{12}^{(0)}(\omega_{12}; \vec{r}, t) = 1$. La cohérence apparaît au premier ordre lorsque, dans l'Eq. 3.28, on remplace $n_{12}(\omega_{12}; \vec{r}, t')$ par $n_{12}^{(0)}(\omega_{12}; \vec{r}, t') = 1$. On obtient ainsi :

$$\tilde{\rho}_{12}^{(1)}(\omega_{12}; \vec{r}, t) = -\frac{i}{2} \int_{-\infty}^t \Omega(\vec{r}, t') e^{(i\Delta - \gamma_{12})(t - t')} dt' \quad (3.30)$$

En insérant $\tilde{\rho}_{12}^{(1)}(\omega_{12}; \vec{r}, t)$ dans l'Eq. 3.29, on obtient ensuite la perturbation des populations à l'ordre 2 :

$$n_{12}^{(2)}(\omega_{12}; \vec{r}, t) = -\frac{1}{2} \int_{-\infty}^t dt' \int_{-\infty}^{t'} dt'' \left[\Omega(\vec{r}, t') \Omega^*(\vec{r}, t'') e^{(-i\Delta - \gamma_{12})(t' - t'')} + \Omega^*(\vec{r}, t') \Omega(\vec{r}, t'') e^{(i\Delta - \gamma_{12})(t' - t'')} \right] e^{-\gamma_{12}(t - t')} \quad (3.31)$$

En substituant alternativement cohérence et population dans l'équation intégrale, on progresse vers les ordres de perturbations plus élevés.

3.2.4 Réponse linéaire à l'échelle atomique

Lorsque $|n_{12}^{(2)}(\omega_{12}; \vec{r}, t)| \ll 1$, la cohérence est correctement décrite par l'expression au premier ordre donnée par l'Eq. 3.30. C'est la limite de la réponse linéaire. Nous obtenons la densité de polarisation dans cette limite en substituant l'Eq. 3.30 dans l'Eq. 3.21 :

$$P(\vec{r}, t) = -\frac{i}{2} \mathcal{N} \frac{|\mu_{12}|^2}{\hbar} \int_{-\infty}^t dt' \mathcal{E}(\vec{r}, t') e^{i(\omega_0 t' - \vec{k} \cdot \vec{r})} \int d\omega_{12} e^{(i\omega_{12} - \gamma_{12})(t - t')} G(\omega_{12}) + \text{c.c.} \quad (3.32)$$

Nous retrouvons bien la structure postulée précédemment dans l'étude macroscopique, intégrant les contributions des interactions antérieures à l'instant d'observation t .

De l'expression atomique de la polarisation, on déduit aisément celles de la susceptibilité et de l'absorption, deux paramètres clefs de l'étude macroscopique menée en Section 3.1. Avec le changement de variable $t' \rightarrow \tau = t - t'$, l'Eq. 3.32 devient :

$$P(\vec{r}, t) = -\frac{i}{2} \mathcal{N} \frac{|\mu_{12}|^2}{\hbar} \int_0^\infty d\tau \mathcal{E}(\vec{r}, t - \tau) e^{i(\omega_0 t - \vec{k} \cdot \vec{r})} \int d\omega_{12} e^{[i(\omega_{12} - \omega_0) - \gamma_{12}]\tau} G(\omega_{12}) + \text{c.c.} \quad (3.33)$$

Finalement, par transformation de Fourier temps-fréquence et identification avec l'Eq. 3.4, on obtient la susceptibilité en fonction des paramètres atomiques sous la forme :

$$\chi(\omega) = \mathcal{N} \frac{|\mu_{12}|^2}{\hbar \epsilon_0} \int d\omega_{12} \frac{1}{\omega_{12} - \omega + i\gamma_{12}} G(\omega_{12}) \quad (3.34)$$

Compte tenu de la définition donnée par l'Eq. 3.7, le coefficient d'absorption s'écrit :

$$\alpha(\omega) = \alpha_0(\omega) \int d\omega_{12} \mathcal{L}(\omega_{12} - \omega) \frac{G(\omega_{12})}{G(\omega)} \quad (3.35)$$

où :

$$\alpha_0(\omega) = \mathcal{N} \frac{\omega}{c} \frac{|\mu_{12}|^2}{\hbar \epsilon_0} \pi G(\omega) \quad (3.36)$$

et

$$\mathcal{L}(\omega) = \frac{1}{\pi} \frac{\gamma_{12}}{\omega^2 + \gamma_{12}^2} \quad (3.37)$$

Il apparaît comme la convolution du profil homogène, représenté par la Lorentzienne $\mathcal{L}(\omega)$, avec la distribution inhomogène $G(\omega_{12})$.

Dans l'hypothèse d'un profil homogène beaucoup plus étroit que $G(\omega_{12})$, le coefficient d'absorption ne révèle rien des propriétés résonnantes de l'excitation atomique. Cependant nous avons vu plus haut qu'au deuxième ordre de perturbation, l'excitation lumineuse peut modifier la population des niveaux atomiques, ce qui doit se répercuter sur la forme du profil d'absorption. Nous examinons cet effet dans le paragraphe suivant.

3.3 Modification du profil d'absorption par la lumière, écho de photon à trois impulsions

3.3.1 Expression plus générale du coefficient d'absorption

Dans le paragraphe précédent, le coefficient d'absorption est calculé à partir de la distribution thermodynamique d'équilibre des atomes, pour laquelle $n_{12}^{(0)}(\omega_{12}; \vec{r}, t) = 1$. Cependant, après excitation lumineuse, les atomes ne reviennent pas instantanément dans le fondamental. Même dans le cas d'une transition optique, comme nous le verrons plus loin, le retour à l'équilibre d'un atome à deux niveaux peut requérir plus d'une dizaine de millisecondes. Pour décrire l'absorption d'une impulsion sonde, il suffit alors d'insérer la valeur actuelle $n_{12}(\omega_{12}; \vec{r}, t)$ de la différence de population dans l'Eq. 3.35 qui devient :

$$\alpha(\omega; \vec{r}, t) = \alpha_0(\omega) \int d\omega' \mathcal{L}(\omega' - \omega) n_{12}(\omega'; \vec{r}, t) \frac{G(\omega')}{G(\omega)} \quad (3.38)$$

Lorsque la largeur homogène est beaucoup plus petite que l'intervalle caractéristique d'évolution de $n_{12}(\omega'; \vec{r}, t)G(\omega')$, on peut faire sortir cette quantité de l'intégrale sur ω' en $\omega' = \omega$. L'expression se simplifie ainsi sous la forme :

$$\alpha(\omega; \vec{r}, t) = \alpha_0(\omega) n_{12}(\omega; \vec{r}, t) \quad (3.39)$$

où on a tiré parti de la relation de normalisation : $\int d\omega \mathcal{L}(\omega) = 1$. Nous allons maintenant calculer la population hors d'équilibre à la suite d'une excitation lumineuse.

3.3.2 Population des niveaux au deuxième ordre de perturbation

Sous l'effet d'une excitation lumineuse, la modification des populations apparaît au deuxième ordre de perturbation. Elle est décrite par l'Eq. 3.31. Si l'échantillon est illuminé pendant un temps très court par rapport à T_1 autour de l'instant $t = t_0$, l'Eq. 3.31 prend

la forme :

$$n_{12}^{(2)}(\omega_{12}; \vec{r}, t) = -\frac{1}{2}e^{-\gamma_2(t-t_0)} \int_{-\infty}^t dt' \int_{-\infty}^{t'} dt'' \left[\Omega(\vec{r}, t') \Omega^*(\vec{r}, t'') e^{(-i\Delta - \gamma_{12})(t' - t'')} \right. \\ \left. + \Omega^*(\vec{r}, t') \Omega(\vec{r}, t'') e^{(i\Delta - \gamma_{12})(t' - t'')} \right] \quad (3.40)$$

En remplaçant $e^{-\gamma_{12}\tau}$ par $\int d\Delta \mathcal{L}(\Delta) e^{i\Delta\tau}$ et en utilisant la propriété :

$$\int_{-\infty}^x dx' \int_{-\infty}^{x'} dx'' f(x', x'') = \frac{1}{2} \int_{-\infty}^x dx' \int_{-\infty}^x dx'' f(x', x''), \text{ si } f(x', x'') = f(x'', x'),$$

on met aisément $n_{12}^{(2)}(\omega_{12}; \vec{r}, t)$ sous la forme :

$$n_{12}^{(2)}(\omega_{12}; \vec{r}, t) = -\frac{1}{2}e^{-\gamma_2(t-t_0)} \int d\Delta' \mathcal{L}(\Delta') \left| \int_{-\infty}^t dt' \Omega(\vec{r}, t') e^{-i(\Delta - \Delta')t'} \right|^2 \quad (3.41)$$

Lorsque l'observation est effectuée après l'extinction de l'onde excitatrice, on peut déplacer vers $+\infty$ la borne supérieure d'intégration sur t' et $n_{12}^{(2)}(\omega_{12}; \vec{r}, t)$ se simplifie encore sous la forme :

$$n_{12}^{(2)}(\omega_{12}; \vec{r}, t) = -\frac{1}{2}e^{-\gamma_2(t-t_0)} \int d\Delta' \mathcal{L}(\Delta') \left| \tilde{\Omega}(\vec{r}, \Delta - \Delta') \right|^2 \quad (3.42)$$

où $\tilde{\Omega}(\vec{r}, \Delta)$ représente la transformée de Fourier temps-fréquence de $\Omega(\vec{r}, t)$. Si l'intervalle spectral caractéristique d'évolution de $\left| \tilde{\Omega}(\vec{r}, \Delta - \Delta') \right|^2$ est grand par rapport à la largeur homogène, l'expression de $n_{12}^{(2)}(\omega_{12}; \vec{r}, t)$ se réduit à :

$$n_{12}^{(2)}(\omega_{12}; \vec{r}, t) = -\frac{1}{2}e^{-\gamma_2(t-t_0)} \left| \tilde{\Omega}(\vec{r}, \omega_{12} - \omega_0) \right|^2 \quad (3.43)$$

La modification de la différence de population au deuxième ordre de perturbation est proportionnelle au spectre de puissance de la fréquence de Rabi du champ excitateur.

3.3.3 Modification des populations par une séquence de deux impulsions

Le milieu matériel est désormais éclairé successivement par deux impulsions respectivement centrées en $t = t_1$ et $t = t_2$, se propageant suivant les vecteurs d'onde $\vec{k}_1$ et $\vec{k}_2$. Les spectres des deux impulsions sont centrés en ω_0 . Pour simplifier le problème nous supposons le milieu optiquement mince, de sorte que l'amplitude des champs ne varie pas dans l'épaisseur de l'échantillon. Si la première impulsion, se propageant suivant $\vec{k}_1$, est choisie comme référence pour la définition de $\tilde{\rho}_{12}$, la fréquence de Rabi totale s'écrit :

$$\Omega(\vec{r}, t) = \frac{\mu_{12}}{\hbar} \left[\mathcal{E}_1(t - t_1) + \mathcal{E}_2(t - t_2) e^{i(\vec{k}_1 - \vec{k}_2) \cdot \vec{r}} \right] \quad (3.44)$$

Par transformation de Fourier on obtient :

$$\left| \tilde{\Omega}(\vec{r}, \Delta) \right|^2 = \frac{\mu_{12}^2}{\hbar^2} \left[\left| \tilde{\mathcal{E}}_1(\Delta) \right|^2 + \left| \tilde{\mathcal{E}}_2(\Delta) \right|^2 + \tilde{\mathcal{E}}_1^*(\Delta) \tilde{\mathcal{E}}_2(\Delta) e^{-i(\Delta t_{12} + \vec{K} \cdot \vec{r})} + \text{c.c.} \right] \quad (3.45)$$

où $t_{12} = t_2 - t_1$ et $\vec{K} = \vec{k}_2 - \vec{k}_1$. Nous nous plaçons dans le cadre des hypothèses suivantes :

- $2\pi/t_{12}$ est plus grand que la largeur homogène,
- l'intervalle spectral caractéristique de variation de $\tilde{\mathcal{E}}_1(\Delta) \tilde{\mathcal{E}}_2(\Delta)$ est plus grand que $2\pi/t_{12}$

La population $n_{12}(\omega_{12}; \vec{r}, t)$ modifiée par l'excitation des deux impulsions s'écrit alors comme $1 - n_{12}^{(2)}(\omega_{12}; \vec{r}, t)$, $n_{12}^{(2)}(\omega_{12}; \vec{r}, t)$ étant obtenu par substitution de l'Eq. 3.45 dans l'Eq. 3.43.

3.3.4 Echo à trois impulsions

Remplaçant $n_{12}(\omega_{12}; \vec{r}, t)$ dans l'Eq. 3.39 par l'expression que nous venons d'obtenir, nous constatons que le coefficient d'absorption présente précisément la surmodulation sinusoïdale que nous avons postulée en Section 3.1.4 :

$$\alpha_s(\omega; \vec{r}, t) = -\frac{1}{2} \alpha_0(\omega) \frac{|\mu_{12}|^2}{\hbar^2} e^{-\gamma_2(t-t_0)} \tilde{\mathcal{E}}_1^*(\omega - \omega_0) \tilde{\mathcal{E}}_2(\omega - \omega_0) e^{-i[(\omega - \omega_0)t_{12} + \vec{K} \cdot \vec{r}]} + \text{c.c.} \quad (3.46)$$

En accord avec l'Eq. 3.18, un champ sonde $E_3(\vec{r}, t)$, se propageant suivant $\vec{k}_3$, donne alors naissance au signal :

$$\mathcal{E}_s(\vec{r}, t) = \frac{1}{4\pi} \frac{|\mu_{12}|^2}{\hbar^2} e^{-\gamma_2(t-t_0)} e^{-i(\vec{k}_3 + \vec{K}) \cdot \vec{r}} \int d\omega \alpha_0(\omega) \tilde{\mathcal{E}}_1^*(\omega - \omega_0) \tilde{\mathcal{E}}_2(\omega - \omega_0) \tilde{\mathcal{E}}_3(\omega - \omega_0) e^{i(\omega - \omega_0)(t-t_{12})} \quad (3.47)$$

Comme nous l'avons déjà vu en Section 3.1.4, la surmodulation spectrale de période $2\pi/t_{12}$ retarde la réponse de t_{12} par rapport à l'impulsion sonde. Cette réponse, émise dans la direction $\vec{k}_3 + \vec{K}$, décalée dans le temps par rapport à la sonde d'un intervalle égal à la séparation des deux premières impulsions, est appelée écho de photon à trois impulsions.

Le signal $\mathcal{E}_s(\vec{r}, t)$ est ici obtenu comme résultat du filtrage spectral de l'impulsion sonde par le matériau préalablement programmé par les deux premières impulsions. On peut également donner de ce processus une description temporelle. La première impulsion crée à l'instant t_1 une cohérence atomique que la seconde impulsion convertit en population à l'instant t_2 . Pendant l'intervalle t_{12} une cohérence oscillant à la fréquence ω_{12} construit une phase $\phi(\omega_{12}, t_2) = \omega_{12}t_{12}$. Les cohérences distribuées spectralement suivant $G(\omega_{12})$ se déphasent donc entre elles. A partir de la population formée à l'instant t_2 , la troisième impulsion crée, à l'instant t_3 une cohérence de phase initiale $-\phi(\omega_{12}, t_2)$ qui évolue ensuite

avec la même vitesse angulaire ω_{12} que précédemment. A l'instant t la phase a donc la forme $\phi(\omega_{12}, t) = \omega_{12}(t - t_3 - t_{12})$. Toutes les cohérences se retrouvent en phase à l'instant $t_3 + t_{12}$ pour émettre le signal d'écho.

Le schéma temporel nous permet, sans détailler le calcul, de prévoir que $\mathcal{E}_s(\vec{r}, t)$ subit une décroissance de la forme $e^{-2\gamma_{12}t_{12} - \gamma_2 t_{23}}$ en fonction de l'intervalle entre les impulsions. En effet la relaxation des cohérences, pendant un intervalle total de $2 \times t_{12}$, et des populations, pendant l'intervalle $t_3 - t_2$, est respectivement décrite par les taux γ_{12} et γ_2 .

Toute cette étude repose sur des hypothèses de champ faible et de faible épaisseur optique. Ces hypothèses assurent la linéarité du signal en fonction des trois champs mis en œuvre. En contrepartie la formation de l'écho se révèle très peu efficace. Dans le paragraphe suivant nous adoptons un point de vue différent. Au lieu d'aborder la formation de l'écho en termes de filtrage, nous suivons l'idée de remise en phase des cohérences dont nous recherchons les conditions optimales de réalisation.

3.4 Echo à deux impulsions : remise en phase par une impulsion π dans un milieu d'épaisseur optique quelconque

3.4.1 Echo à deux impulsions

La formation de l'écho à trois impulsions fait successivement intervenir l'atome par le biais de la cohérence, puis de la population des niveaux, enfin à nouveau par l'intermédiaire de la cohérence. Si on fusionne la deuxième impulsion avec la troisième en réduisant à zéro l'intervalle t_{23} , la formation de l'écho, à deux impulsions cette fois, met seulement en jeu l'évolution de la cohérence atomique.

Comme on l'a vu plus haut, la remise en phase des cohérences résulte d'une inversion de phase, produite en deux temps dans l'écho à trois impulsions, mais réalisée maintenant par la seule deuxième impulsion. Au cours de cette inversion de phase, la cohérence $\tilde{\rho}_{21}(\omega_{12}; \vec{r}, t_2^{(+)})$, conjuguée de $\tilde{\rho}_{12}(\omega_{12}; \vec{r}, t_2^{(+)})$, se construit à partir de $\tilde{\rho}_{12}(\omega_{12}; \vec{r}, t_2^{(-)})$, où $t_2^{(\pm)}$ renvoie à l'instant immédiatement antérieur ou postérieur à l'impulsion appliquée en t_2 . Le maximum d'efficacité est atteint lorsque $\tilde{\rho}_{21}(\omega_{12}; \vec{r}, t_2^{(+)}) = \tilde{\rho}_{12}(\omega_{12}; \vec{r}, t_2^{(-)})$. Nous allons examiner de plus près les implications et les conditions de cette inversion maximale.

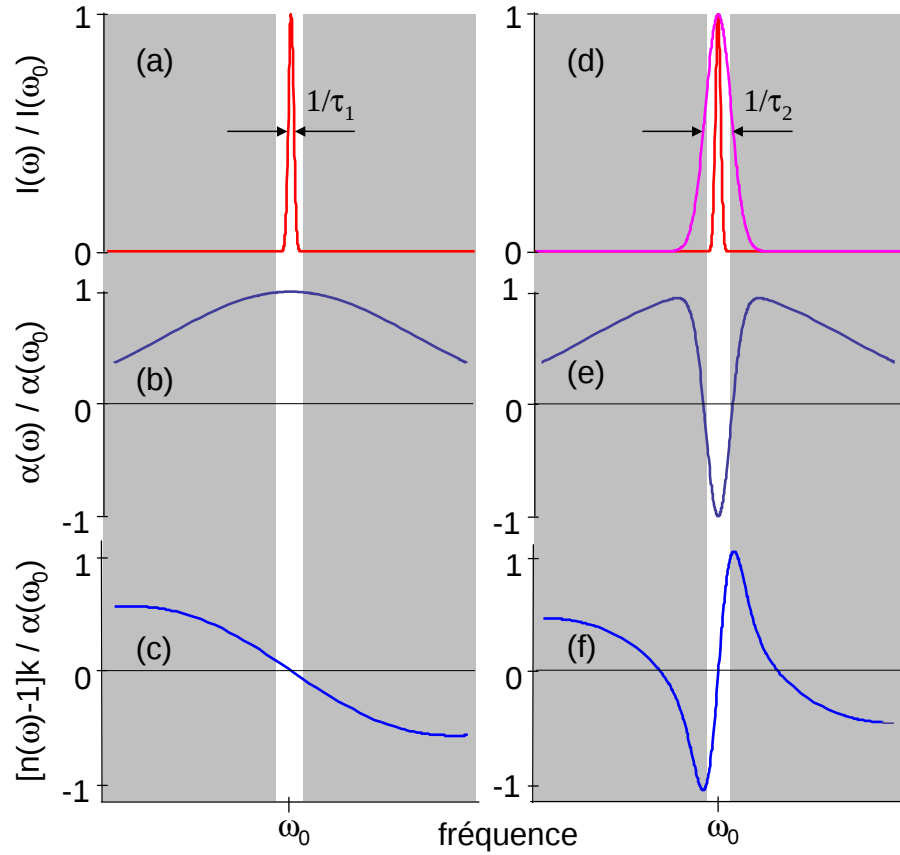


FIGURE 3.3 – Profils spectraux. La largeur relative des impulsions lumineuses est indiquée en (a) et (d). L'impulsion π modifie profondément le coefficient d'absorption ((b) et (e)) et l'indice de réfraction ((c) et (f)). Seule la région spectrale éclairée par la première impulsion participe à la formation de l'écho. Cet intervalle est délimité par les zones grises. Le coefficient d'absorption est inversé sur cet intervalle par l'impulsion π . L'indice de réfraction, quasiment uniforme sur cette fenêtre avant l'application de l'impulsion π , présente ensuite une forte variation autour de ω_0 .

3.4.2 Vecteur de Bloch

Jusqu'ici nous nous sommes contentés d'une résolution perturbative de l'équation de Bloch. Pour considérer l'excitation par des champs d'intensité quelconque, il est commode de séparer explicitement, dans les équations de Bloch, les parties réelle et imaginaire de la cohérence. Ces deux quantités forment alors, avec la différence des populations, les trois composantes d'un vecteur qui évolue dans un espace abstrait appelé sphère de Bloch. Plus

précisément, les composantes du vecteur de Bloch $\vec{B}(\Delta, t)$ sont définies par :

$$\begin{aligned} u(\Delta, t) &= 2 \operatorname{Re}[\tilde{\rho}_{12}(\omega_{12}, t)] \\ v(\Delta, t) &= 2 \operatorname{Im}[\tilde{\rho}_{12}(\omega_{12}, t)] \\ w(\Delta, t) &= -n_{12}(\omega_{12}, t) \end{aligned} \quad (3.48)$$

Substituant ces quantités dans l'Eq. 3.26, on obtient :

$$\begin{aligned} \dot{u}(\Delta, t) &= -\Delta v(\Delta, t) - \operatorname{Im}[\Omega(t)]w(\Delta, t) - \gamma_{12}u(\Delta, t) \\ \dot{v}(\Delta, t) &= \Delta u(\Delta, t) + \operatorname{Re}[\Omega(t)]w(\Delta, t) - \gamma_{12}v(\Delta, t) \\ \dot{w}(\Delta, t) &= -\operatorname{Re}[\Omega(t)]v(\Delta, t) + \operatorname{Im}[\Omega(t)]u(\Delta, t) - \gamma_2(1 + w(\Delta, t)) \end{aligned} \quad (3.49)$$

Sur des échelles de temps courtes par rapport aux temps de relaxation des cohérences et des populations, l'équation de $\vec{B}(\Delta, t)$ se réduit à :

$$\begin{aligned} \dot{u}(\Delta, t) &= -\Delta v(\Delta, t) - \operatorname{Im}[\Omega(t)]w(\Delta, t) \\ \dot{v}(\Delta, t) &= \Delta u(\Delta, t) + \operatorname{Re}[\Omega(t)]w(\Delta, t) \\ \dot{w}(\Delta, t) &= -\operatorname{Re}[\Omega(t)]v(\Delta, t) + \operatorname{Im}[\Omega(t)]u(\Delta, t) \end{aligned} \quad (3.50)$$

Sous forme vectorielle on peut encore l'écrire comme :

$$\dot{\vec{B}}(\Delta, t) = \vec{C}(t) \wedge \vec{B}(\Delta, t) \quad (3.51)$$

décrivant la précession de $\vec{B}(\Delta, t)$ autour du vecteur de contrôle :

$$\vec{C}(t) = \begin{pmatrix} -\operatorname{Re}[\Omega(t)] \\ -\operatorname{Im}[\Omega(t)] \\ \Delta \end{pmatrix} \quad (3.52)$$

3.4.3 Renversement de phase et inversion de population

Une impulsion de vecteur d'onde $\vec{k}_2$, de durée τ_2 telle que $\gamma_{12}\tau_2 \ll 1$, éclaire, à l'instant $t = t_2$, les atomes situés au point $\vec{r}$. On peut donc négliger l'effet de la relaxation pendant la durée de l'impulsion. Un choix de phase convenable permet de définir la fréquence de Rabi $\Omega(t)$ comme un nombre réel. Par ailleurs on s'intéresse seulement aux atomes tels que $\Delta\tau_2 \ll 1$. On peut donc, pendant la durée de l'impulsion, négliger la rotation $\vec{B}(\Delta, t)$ autour de l'axe Ow . Le mouvement de $\vec{B}(\Delta, t)$ se réduit à une précession autour de l'axe Ou à la vitesse angulaire $\Omega(t)$, décrite par le système d'équation :

$$\begin{aligned} \dot{u}(\Delta, t) &= 0 \\ \dot{v}(\Delta, t) &= \Omega(t)w(\Delta, t) \\ \dot{w}(\Delta, t) &= -\Omega(t)v(\Delta, t) \end{aligned} \quad (3.53)$$

dont la solution s'écrit :

$$\begin{aligned} u(\Delta, t_2^{(+)}) &= u(\Delta, t_2^{(-)}) \\ v(\Delta, t_2^{(+)}) &= v(\Delta, t_2^{(-)}) \cos \Theta + w(\Delta, t_2^{(-)}) \sin \Theta \\ w(\Delta, t_2^{(+)}) &= w(\Delta, t_2^{(-)}) \cos \Theta - v(\Delta, t_2^{(-)}) \sin \Theta \end{aligned} \quad (3.54)$$

où $\Theta = \int \Omega(t)dt$ représente l'aire de l'impulsion. On vérifie aisément qu'une impulsion d'aire $\Theta = \pi$ réalise le renversement de phase total recherché, décrit par la relation : $\tilde{\rho}_{21}(\omega_{12}; \vec{r}, t_2^{(+)}) = \tilde{\rho}_{12}^*(\omega_{12}; \vec{r}, t_2^{(+)}) = \tilde{\rho}_{12}(\omega_{12}; \vec{r}, t_2^{(-)})$. La cohérence évolue ensuite librement sous la forme :

$$\tilde{\rho}_{12}(\omega_{12}; \vec{r}, t) = \tilde{\rho}_{12}(\omega_{12}; \vec{r}, t_2^{(+)}) e^{(i\Delta - \gamma_{12})(t - t_2)} = \tilde{\rho}_{12}^*(\omega_{12}; \vec{r}, t_2^{(-)}) e^{(i\Delta - \gamma_{12})(t - t_2)} \quad (3.55)$$

Cette expression vaut dans le référentiel tournant lié à l'impulsion de remise en phase. En effet $\tilde{\rho}_{12}(\omega_{12}; \vec{r}, t)$ a été défini par :

$$\tilde{\rho}_{12}(\omega_{12}; \vec{r}, t) = \rho_{12}(\omega_{12}; \vec{r}, t) e^{-i(\omega_0 t - \vec{k}_2 \cdot \vec{r})} \quad (3.56)$$

en accord avec l'Eq. 3.27. Dans le référentiel initial, indépendant des champs, l'évolution de la cohérence s'écrit :

$$\rho_{12}(\omega_{12}; \vec{r}, t) = \rho_{12}^*(\omega_{12}; \vec{r}, t_2^{(-)}) e^{i\omega_0(t+t_2) + (i\Delta - \gamma_{12})(t - t_2) - 2i\vec{k}_2 \cdot \vec{r}} \quad (3.57)$$

L'impulsion d'aire π a aussi pour effet d'inverser la différence de population puisque $w(\Delta, t_2^{(+)}) = -w(\Delta, t_2^{(-)})$ lorsque $\Theta = \pi$. Si les atomes se trouvent initialement dans le fondamental, l'inversion les portent dans le niveau excité. Le milieu, initialement absorbant, devient amplificateur. Comme illustré sur la Fig. 3.3 d, e, l'impulsion de durée τ_2 n'inverse cependant que les atomes excités à résonance. Ils couvrent un intervalle spectral de l'ordre de $1/\tau_2$ autour de ω_0 , fréquence centrale de l'impulsion.

3.4.4 Refocalisation des cohérences

Nous considérons l'écho formé par une impulsion de faible intensité, de vecteur d'onde $\vec{k}_1$, d'enveloppe $\mathcal{E}_1(\vec{r}, t - t_1)$, de durée τ_1 , centrée en $t = t_1$, suivie d'une impulsion π , de durée τ_2 , centrée en t_2 . Pour tirer pleinement parti du renversement de phase, nous supposons que $\tau_2 \ll \tau_1$ (voir Fig. 3.3 a, d). Ainsi la seconde impulsion interagit-elle efficacement avec tous les atomes sélectionnés, c'est-à-dire initialement excités, par la première impulsion.

Dans l'hypothèse où $\gamma_{12}\tau_1 \ll 1$, et d'après l'Eq. 3.30, la cohérence s'écrit, après le passage de l'impulsion, sous la forme :

$$\rho_{12}(\omega_{12}; \vec{r}, t) = -\frac{i\mu_{12}}{2\hbar} e^{i\omega_0 t + (i\Delta - \gamma_{12})(t - t_1) - i\vec{k}_1 \cdot \vec{r}} \tilde{\mathcal{E}}_1(\vec{r}, \Delta) \quad (3.58)$$

Reportant cette expression dans l'Eq. 3.57, on obtient l'expression de la cohérence après le passage de la seconde impulsion :

$$\rho_{12}(\omega_{12}; \vec{r}, t) = \frac{i\mu_{12}}{2\hbar} \tilde{\mathcal{E}}_1^*(\vec{r}, \Delta) e^{i\omega_0 t - i(2\vec{k}_2 - \vec{k}_1) \cdot \vec{r} + i\Delta(t - t_2 - t_{12}) - \gamma_{12}(t - t_1)} \quad (3.59)$$

Tous les atomes se retrouvent en phase en $t = t_2 + t_{12}$, quelle que soit leur fréquence de transition ω_{12} . Par analogie avec la convergence des rayons lumineux vers un point image, on peut parler de refocalisation des cohérences.

Substituant l'Eq. 3.59 dans l'Eq. 3.21, supposant que la distribution inhomogène $G(\omega_{12})$ est beaucoup plus large que l'intervalle excité par la première impulsion (voir Fig. 3.3 a, b), et utilisant la définition de l'absorption (Eq. 3.36), on obtient la densité de polarisation sous la forme :

$$P_1(\vec{r}, t) = \frac{i\epsilon_0}{k} \alpha_0(\omega_0) \mathcal{E}_1^*(\vec{r}, t_2 + t_{12} - t) e^{i\omega_0 t - i(2\vec{k}_2 - \vec{k}_1) \cdot \vec{r} - \gamma_{12}(t - t_1)} + \text{c.c.} \quad (3.60)$$

L'émission d'un signal d'écho est subordonnée à l'accord de phase spatial de l'onde électromagnétique avec la densité de polarisation qui lui donne naissance. D'après le facteur de phase de la polarisation décrite par l'Eq. 3.60, l'onde émise doit se propager dans la direction $2\vec{k}_2 - \vec{k}_1$ avec un vecteur d'onde de longueur $k = c/\omega_0$. Pour que le déphasage $(|2\vec{k}_2 - \vec{k}_1| - k)L$, accumulé entre l'onde et la polarisation à travers l'échantillon d'épaisseur L , soit très inférieur à π , l'angle $\theta = (\vec{k}_1, \vec{k}_2)$ doit satisfaire la condition d'accord de phase $kL\theta^2 \ll \pi$. Cette condition impose en général que $\vec{k}_1$ et $\vec{k}_2$ soient quasi confondus. Pour établir l'expression de l'écho nous adoptons l'hypothèse simplificatrice $\vec{k}_1 = \vec{k}_2$, tous deux étant dirigés suivant Oz.

Pour calculer le signal d'écho il ne reste plus qu'à utiliser la densité de polarisation comme terme source dans l'équation d'onde. Auparavant il nous faut clarifier les conditions de formation de la polarisation dans un échantillon d'épaisseur quelconque.

Tout d'abord la polarisation en z dépend de l'amplitude de la première impulsion en z . En supposant que l'impulsion pénètre normalement à la face d'entrée située en $z = 0$, le champ est retardé de z/c et décroît en $e^{-\alpha_0(\omega_0)z/2}$:

$$\mathcal{E}_1^*(z, t_2 + t_{12} - t) = \mathcal{E}_1^*(0, t_2 + t_{12} - t + z/c) e^{-\alpha_0(\omega_0)z/2} \quad (3.61)$$

La propagation de l'impulsion π à travers le milieu absorbant demande un examen plus approfondi. Selon le théorème de l'aire établi par McCall et Hahn [58], une impulsion π conserve son aire au cours de sa progression pourvu que soient réunies les trois conditions suivantes :

- l'échantillon est constitué d'un ensemble d'atomes à deux niveaux non dégénérés,
- la raie d'absorption est soumise à un élargissement inhomogène très supérieur à la largeur spectrale de l'impulsion,

– la relaxation des cohérences reste négligeable pendant la durée de l'impulsion. La polarisation semble donc correctement décrite par l'Eq. 3.60 dans le cas d'un milieu d'épaisseur optique quelconque. Cependant la conservation de l'aire semble contradictoire avec la perte d'énergie subie inévitablement par l'impulsion à mesure qu'elle promeut des atomes vers le niveau excité. Cet apparent paradoxe est levé par l'étirement temporel de l'impulsion au cours de sa propagation. Ce faisant, conservant son aire tout en perdant de l'énergie, elle voit aussi se réduire sa largeur spectrale, proportionnelle à l'inverse de sa durée [59]. L'usage de l'Eq. 3.60 sera donc limité au cas d'un milieu suffisamment mince pour que la largeur spectrale de la première impulsion reste partout beaucoup plus petite que celle de l'impulsion π .

3.4.5 Résolution de l'équation d'onde

Le signal d'écho est recherché sous la forme d'une onde progressive :

$$E_e(z, t) = \frac{1}{2} \mathcal{E}_e(z, t) e^{i(\omega_0 t - kz)} + \text{c.c.} \quad (3.62)$$

Substituant cette expression dans l'Eq. 3.1, et se plaçant dans l'approximation de l'enveloppe lentement variable, on met l'équation d'onde sous la forme :

$$\partial_z \mathcal{E}_e(z, t) + \frac{1}{c} \partial_t \mathcal{E}_e(z, t) = -i \frac{k}{\epsilon_0} P(z, t) e^{-i(\omega_0 t - kz)} \quad (3.63)$$

En sus de $P_1(z, t)$, donné par l'Eq. 3.60, la polarisation comprend aussi un terme correspondant à la modification de la cohérence atomique par l'écho lui-même. Il s'agit essentiellement du terme d'amplification de l'écho par le milieu inversé. La solution de l'équation d'onde :

$$\begin{aligned} \partial_z \mathcal{E}_e(z, t) + \frac{1}{c} \partial_t \mathcal{E}_e(z, t) = \\ \alpha_0(\omega_0) \mathcal{E}_1^*(0, t_2 + t_{12} - t + z/c) e^{-\frac{1}{2} \alpha_0(\omega_0) z} e^{-\gamma_{12}(t-t_1)} + \frac{1}{2} \alpha_0(\omega_0) \mathcal{E}_e(z, t) \end{aligned} \quad (3.64)$$

s'écrit finalement :

$$\mathcal{E}_e(L, t) = 2 \mathcal{E}_1^*(0, t_2 + t_{12} - t + L/c) \sinh \left(\frac{1}{2} \alpha_0(\omega_0) L \right) e^{-\gamma_{12}(t-t_1)} \quad (3.65)$$

L'écho est donc proportionnel à l'impulsion initiale, renversée dans le temps. L'efficacité du processus, donnée par :

$$\eta(L) = \left| \frac{\mathcal{E}_e(L, t_2 + t_{12})}{\mathcal{E}_1(0, L/c)} \right|^2 = 4 \sinh^2 \left(\frac{1}{2} \alpha_0(\omega_0) L \right) e^{-4\gamma_{12}t_{12}}, \quad (3.66)$$

croît exponentiellement avec l'épaisseur optique $\alpha_0(\omega_0)L$. Elle est égale à 1 en $\alpha_0(\omega_0)L = 0.96$ lorsque $4\gamma_{12}t_{12} \ll 1$. Une telle efficacité reflète l'amplification de l'écho par le milieu

inversé. Cependant le résultat repose sur l'hypothèse implicite que l'écho ne dépeuple pas le niveau excité, préalablement peuplé par l'impulsion π . D'autre part, dans le terme de polarisation construit par l'écho lui-même, nous n'avons retenu que la contribution d'amplification. Or le profil d'absorption a été fortement modifié par l'impulsion π . Initialement absorbant de façon quasi-uniforme sur un large intervalle spectral, le milieu présente, au moment de l'émission de l'écho, une étroite structure amplificatrice autour de ω_0 . Comme l'illustre la Fig. 3.3, il n'est pas sûr que le terme dispersif lié à cette structure puisse être négligé. Cette approximation mériterait sans doute un examen plus approfondi, surtout qu'il faut tenir compte de l'affinement spectral de l'impulsion π au cours de sa propagation.

3.5 Ions de terres rares en matrice cristalline

3.5.1 Structure électronique

Les terres rares, ou lanthanides, forment un groupe spécial d'éléments de la classification périodique, allant du cérium à l'ytterbium. Leur structure électronique commune est de la forme

$$(\text{cœur})^{46}5s^25p^64f^n5d^16s^2, \text{ avec } 1 \leq n \leq 13.$$

Les ions triplement ionisés perdent les électrons des sous-couches $5d$ et $6s$. Les derniers niveaux d'énergie sont occupés par les électrons de la sous-couche $4f$, bien qu'elle soit plus interne que les sous-couches $5s$ et $5p$. Il s'ensuit que les électrons $4f$ sont écrantés par ceux des sous-couches $5s$ et $5p$. La protection des électrons $4f$ contre les couplages extérieurs se traduit par des raies d'absorption exceptionnellement fines.

Les transitions dipolaires électriques entre états $4f$ sont interdites par parité pour l'ion isolé. Lorsque l'ion est placé dans une matrice hôte, le champ cristallin lève partiellement cette interdiction en raison de mélanges avec les configurations $4f^{(n-1)}5d$, et les transitions $4f - 4f$ deviennent possibles. Ces transitions dites quasi-interdites possèdent une faible force d'oscillateur (de l'ordre de 10^{-7}) et une largeur naturelle très fine, grâce notamment à l'écrantage par les électrons des sous-couches $5s$ et $5p$ [60].

Compte tenu des interactions électroniques et le couplage spin-orbite, les états atomiques de l'ion libre sont les états propres de L^2 , S^2 , et $\vec{J}$. Dans une configuration électronique donnée, le niveau d'énergie de l'ion libre $^{2S+1}L_J$ est $(2J + 1)$ fois dégénéré. En raison de l'écrantage des électrons $4f$ par ceux des sous-couches $5s$ et $5p$, le champ cristallin peut être traité comme une perturbation sur les niveaux de l'ion. Les nombres quantiques L , S et J restent de bons nombres quantiques, et il en résulte que les spectres des ions en matrice cristalline ressemblent à ceux des ions libres. Cependant, la perturbation du champ cristallin lève la dégénérescence des multiplets $^{2S+1}L_J$ de l'ion libre par

effet Stark. Selon que l'ion possède un nombre pair ou impair d'électrons, la levée de dégénérescence est respectivement complète ou partielle. L'ion Erbium (Er^{3+}), doté d'un nombre impair d'électrons, présente une dégénérescence résiduelle. Les niveaux d'énergie sont des doublets, dits de Kramers, et cette dégénérescence ne peut être levée que par effet Zeeman [61]. Nous détaillerons ce point plus tard.

3.5.2 Largeur homogène

La largeur homogène d'une transition, exprimée en s^{-1} , est définie comme

$$\gamma = 2/T_2 \quad (3.67)$$

où T_2 représente la durée de vie de la cohérence atomique associée à la transition considérée. Cette largeur est affectée par différents processus, agissant en particulier sur la phase de la cohérence. Les différents mécanismes de relaxation ajoutent leurs contributions à γ_h sous la forme :

$$\gamma_h = \gamma_{pop} + \gamma_{phonon} + \gamma_{ion-matrice} + \gamma_{ion-ion} + \gamma_{DS}. \quad (3.68)$$

La première contribution, $\gamma_{pop} = 1/T_1$, est fixée par la durée de vie T_1 du niveau excité de la transition. Dans un ion complètement isolé, la largeur homogène se réduit à cette seule contribution. Une grande valeur de T_1 , associée à une transition faible, est nécessaire pour réduire γ_h . Les ions de terres rares, avec leurs transitions quasi-interdites, répondent favorablement à cette première condition.

Phonons

Les phonons contribuent à l'élargissement homogène par l'intermédiaire de deux mécanismes : un processus direct à un phonon (ou processus d'Orbach) et un processus Raman à deux phonons [62]. Ces processus ont lieu principalement entre le niveau fondamental et le sous-niveau Stark immédiatement supérieur, séparés par une énergie ΔE_{Stark} , typiquement de quelques dizaines de cm^{-1} . Dans le cas du processus direct, la probabilité d'apparition varie en $\exp(-\Delta E_{Stark}/kT)$, où T est la température du cristal. Comme les écarts entre sous-niveaux Stark dépendent de la matrice, l'importance de ce processus varie d'un matériau à l'autre pour un même ion. On peut en réduire l'impact en abaissant la température de travail : il devient généralement négligeable en dessous de 2-3 K.

Dans le cas du processus Raman, la probabilité varie en $(T/T_D)^7$ pour les ions non-Kramers et $(T/T_D)^9$ pour les ions de Kramers, où T_D est la température de Debye (plusieurs centaines de Kelvins, variable selon les cristaux). Ce processus devient prédominant par rapport au processus direct lorsque l'écart ΔE_{Stark} est grand (supérieur à 100 cm^{-1}).

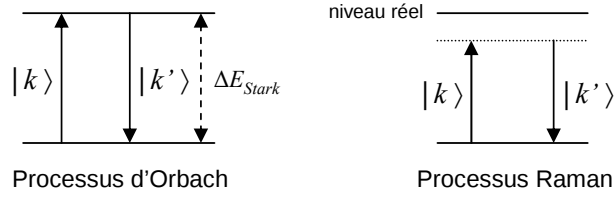


FIGURE 3.4 – Schémas des processus d'Orbach et Raman de couplage par phonons entre deux sous-niveaux Stark séparés par une énergie ΔE_{Stark} . $|k\rangle$ et $|k'\rangle$ représentent les vecteurs d'onde des phonons incidents et diffusés.

typiquement). Cependant, sa forte décroissance avec la température le rend négligeable à quelques Kelvins.

Interactions ion-matrice et ion-ion

Parmi les autres contributions à l'élargissement homogène, on retrouve les interactions entre les ions de terres rares et la matrice ($\gamma_{ion-matrice}$), et entre les ions de terres rares eux-mêmes ($\gamma_{ion-ion}$). Ces deux types d'élargissement proviennent des fluctuations du champ magnétique local.

Dans le premier cas, ces fluctuations résultent des changements d'orientation des spins nucléaires des ions ligands. Le choix de la matrice hôte devient alors primordial : ses atomes doivent présenter de faibles spin et moment nucléaires (I et μ). Dans ce sens, les cristaux à base d'oxyde sont de meilleurs candidats que les matrices fluorées, comme le montre la table 3.1. Ainsi les matrices les plus utilisées sont $Y_3Al_5O_{12}$ (YAG) et Y_2SiO_5 (YSO). Pour plusieurs ions de terres rares, c'est dans cette dernière qu'ont été obtenues les largeurs homogènes les plus fines à basse température [54, 63].

Elément	^{19}F	^{35}Cl	^{139}La	^{27}Al	^{29}Si	^{89}Y	^{16}O
I	1/2	3/2	7/2	5/2	1/2	1/2	0
$\mu(\mu_N)$	2,63	0,82	2,78	3,64	-0,554	-0,137	0

TABLE 3.1 – Spins nucléaires I et moments magnétiques nucléaires μ de quelques éléments intervenants comme ligands.

Les changements d'orientation des spins peuvent survenir en suivant deux processus, comme le présente la figure 3.5 :

- les basculements assistés par phonons, dans lesquels un retournement du spin s'accompagne de l'émission ou l'absorption d'un ou plusieurs phonons. La figure 3.5(a) montre le processus direct à un phonon ;

- les basculements de type *flip-flop*, où deux basculements de spins inverses et simultanés interviennent entre deux ions via interaction magnétique. Ils ont lieu à énergie constante.

En ce qui concerne les interactions ion-ion, elles proviennent principalement des basculements de spin électronique [64]. Elles sont particulièrement marquées pour les ions de Kramers, à cause de la dégénérescence des niveaux d'énergie, et affectent fortement γ_h . Dans ce cas, un basculement de type flip-flop peut survenir à l'intérieur du même doublet, sans déplacement des niveaux d'énergie. La probabilité de basculement décroît avec la distance. On peut aussi rendre le basculement peu probable énergétiquement par l'application d'un champ magnétique. En levant la dégénérescence de Kramers et en séparant les sous-niveaux, le champ magnétique bloque les spins.

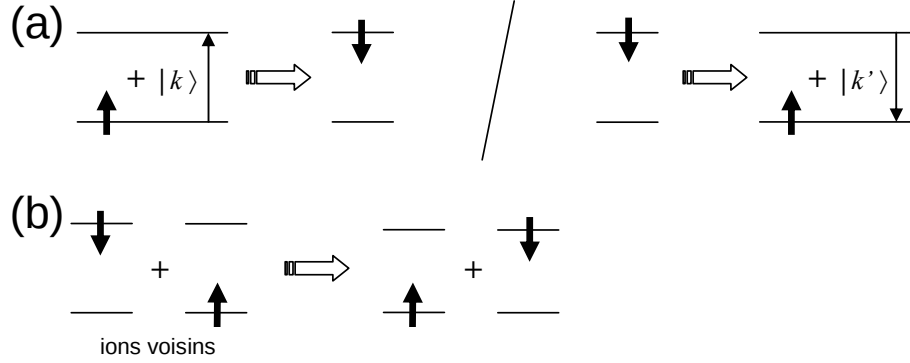


FIGURE 3.5 – Schémas des processus de basculement de spins (a) assistés par un phonon (processus direct) et (b) de type flip-flop. Les flèches épaisses représentent un état de spin. $|k\rangle$ et $|k'\rangle$ représentent les vecteurs d'onde des phonons absorbés ou émis au cours du basculement du spin.

Diffusion spectrale instantanée

Lorsqu'on excite des ions avec un rayonnement laser, on modifie l'interaction entre les ions et l'environnement local. Ceci contribue à un élargissement homogène induit par l'excitation elle-même. C'est ce qu'on appelle la *diffusion spectrale instantanée* (γ_{DS}), également appelée "*excitation-induced spectral diffusion*" [65]. Cette diffusion intervient par couplage dipôle-dipôle entre ions. A nouveau, une faible concentration de dopants permet de limiter cette contribution. Expérimentalement, il faut également veiller à ce que les excitations lumineuses soient de faible intensité.

3.5.3 Cas de $\text{Er}^{3+}:\text{YSO}$

Le dopage d'une matrice d'orthosilicate d'yttrium (YSO) par des ions Er^{3+} se fait par substitution des ions Y^{3+} , dans deux sites cristallins de symétrie C_1 [66], aux propriétés cristallographiques différentes. Ces deux sites possèdent des propriétés optiques différentes, mais seul un des deux nous intéresse ici. Les propriétés données ci-après concernent le site 1. En prenant la place des ions Y^{3+} , l'erbium a pour voisins des atomes d'oxygène et de silicium. L'oxygène a un spin nucléaire nul, et le silicium n'a qu'un seul isotope présent à 4,6 % possédant un spin nucléaire $I = 1/2$ et un faible moment magnétique. Les interactions magnétiques avec la matrice hôte sont donc essentiellement liées à l'yttrium [67], qui possède un moment magnétique nucléaire faible.

Cependant, l'erbium possède un nombre impair d'électrons, ce qui fait de lui un ion de Kramers. Les sous-niveaux Stark des multiplets $^4\text{I}_{15/2}$ et $^4\text{I}_{13/2}$ sont donc doublement dégénérés. Les écarts entre les premiers sous-niveaux Stark de ces multiplets sont, dans le YSO, de l'ordre de 40 cm^{-1} [56]. Le phénomène de décohérence est principalement due aux couplages ion-ion, et le temps de cohérence atteint $3,7 \mu\text{s}$ pour un taux de dopage de 32 ppm [68] en champ magnétique nul.

L'excitation optique des ions en matrice cristalline dépend aussi des propriétés optiques de la matrice elle-même. Le cristal de YSO est biréfringent. Un champ polarisé suivant la ligne neutre D_1 ou D_2 conserve sa polarisation. Par ailleurs, le coefficient d'absorption du cristal dopé varie d'un facteur 3 environ selon que la lumière incidente est polarisée suivant D_1 ou D_2 .

Le temps de cohérence peut être augmenté considérablement par application d'un champ magnétique externe qui lève la dégénérescence de Kramers. Si le champ est suffisamment fort, la séparation entre sous-niveaux Zeeman devient grande devant l'énergie thermique, les fluctuations de spin électronique sont gelées, et le temps de cohérence s'allonge. Le cristal $\text{Er}^{3+}:\text{YSO}$ possède la raie optique la plus fine jamais mesurée dans un solide, avec une largeur homogène de 73 Hz, à 1,5 K, pour un taux de dopage de 0,001 % et un champ magnétique de 7 Teslas [54]. L'effet du champ magnétique dépend de son orientation par rapport à D_1 et D_2 . L'allongement de la durée de vie de la cohérence atteint un maximum lorsque le champ est orienté à 135° de D_1 , dans le plan (D_1, D_2) [69].

Parmi les terres rares, l'ion erbium se distingue par la longueur d'onde d'excitation de la transition $^4\text{I}_{15/2} \leftrightarrow ^4\text{I}_{13/2}$, qui se situe autour de $1,5 \mu\text{m}$, dans la fenêtre télécom. Nous disposons ainsi de toute la technologie de lasers, amplificateurs optiques, modulateurs rapides, etc., généralement développée dans des composants fibrés. Dans notre cristal la transition est centrée à 1536 nm. Le niveau $^4\text{I}_{13/2}$ relaxe radiativement vers le fondamental. C'est essentiellement un système à deux niveaux, bien isolé de la transition vers l'autre sous-niveau Zeeman [70, 71]. La durée de vie du niveau excité est de l'ordre de 10 ms [56,

72].

Dans la perspective d'application au traitement de signaux RF de très large bande, l'élargissement inhomogène de la transition ${}^4I_{15/2} \leftrightarrow {}^4I_{13/2}$ est insuffisant. Il ne dépasse pas 0,5 GHz. Il peut cependant être augmenté par un gradient de champ magnétique. Avec un coefficient Zeeman électronique de 20 GHz/Tesla, un gradient de 0,5 Tesla pour un champ moyen de 1,5 Tesla permettrait d'atteindre une largeur de 10 GHz. Par ailleurs, on étudie d'autres structures cristallines offrant un plus grand élargissement inhomogène. Ainsi, un co-dopage avec des ions Eu^{3+} augmente-t-il la largeur inhomogène jusqu'à 10 GHz, mais s'accompagne également d'un léger accroissement de la largeur homogène [73]. D'autres matrices présentent des largeurs inhomogènes plus grandes, comme le YAG ($\gamma_{inh} \sim 30$ GHz) ou le LiNbO_3 ($\gamma_{inh} \sim 250$ GHz) [54, 74]. Cependant, comme nous l'avons vu précédemment, la matrice de YAG conduit à une augmentation de γ_h . Et pour ce qui concerne le LiNbO_3 , avec sa largeur inhomogène de 280 GHz, il n'a pas encore été exploité dans une application de traitement du signal.

3.6 Conclusion

La production de formes arbitraires à travers des milieux dispersifs a montré ses limites en termes de durée des formes produites. Dans ce chapitre nous nous intéressons à des milieux absorbants et à l'allongement des formes par filtrage, lorsque la résolution du filtre est fixée par la largeur d'une raie d'absorption atomique.

Nous nous heurtons d'abord à un obstacle fondamental, celui de la causalité. Si une transition résonnante absorbe sur un étroit intervalle spectral, la dispersion qui lui est inévitablement associée agit sur un domaine spectral beaucoup plus étendu. Nous contour-nons cet obstacle par surmodulation sinusoïdale du profil d'absorption.

Explorant ensuite la réalisation pratique d'un filtre programmable, nous observons que la surmodulation sinusoïdale intervient naturellement dans l'excitation séquentielle qui conduit au phénomène d'écho de photon.

Nous limitant d'abord à la formation des échos à trois impulsions en régime de champ faible et en milieu optiquement mince, nous nous écartons brièvement de ces hypothèses en examinant la formation d'un écho à deux impulsions dans un milieu épais, avec remise en phase optimale des cohérences par une impulsion π .

Nous disposons maintenant des éléments nécessaires pour programmer, dans un filtre absorbant, une fonction analogue à la dispersion.

Chapitre 4

Application à la génération de formes

Nous revenons maintenant à notre problématique, qui est la production de formes électroniques arbitraires large bande. Pour nous affranchir de la limitation imposée par les convertisseurs numérique-analogique, nous optons pour la production des formes dans le domaine optique. La conversion en signal électronique est effectuée par une photodiode large bande. Les détecteurs rapides, tels que les photodiodes à porteurs légers, permettent d'envisager une bande passante supérieure à 100GHz [75, 76].

Dans le chapitre II, nous avons vu deux approches différentes vers l'obtention d'une forme optique arbitraire large bande. La première est liée à la compression d'impulsions, l'autre est fondée sur le façonnage spectral de l'impulsion. Ces deux méthodes ne présentent pas de limitations intrinsèques concernant la bande passante des formes émises, la limitation étant plutôt imposée par les détecteurs.

Au contraire, nous avons vu que la deuxième méthode possède une limite forte en terme de quantité d'information contenue dans les formes produites. Cette limitation est intrinsèque à la méthode et ne dépend ni de la résolution de la gravure, ni du taux de dispersion de la ligne. L'approche liée à la compression d'impulsion est elle aussi limitée en terme de quantité d'information transportée. Mais à la différence de l'autre approche, cette quantité est intimement liée au taux μ de la ligne dispersive.

Dans ce chapitre nous montrons que les cristaux dopés aux ions de terre rare peuvent avantageusement remplacer la ligne dispersive et permettent d'obtenir des valeurs de μ sans commune mesure avec celles obtenues avec des lignes dispersives classiques. Cette nouvelle donne nous pousse à choisir l'approche liée à la compression d'impulsion en vue d'obtenir des impulsions avec une grande valeur de N .

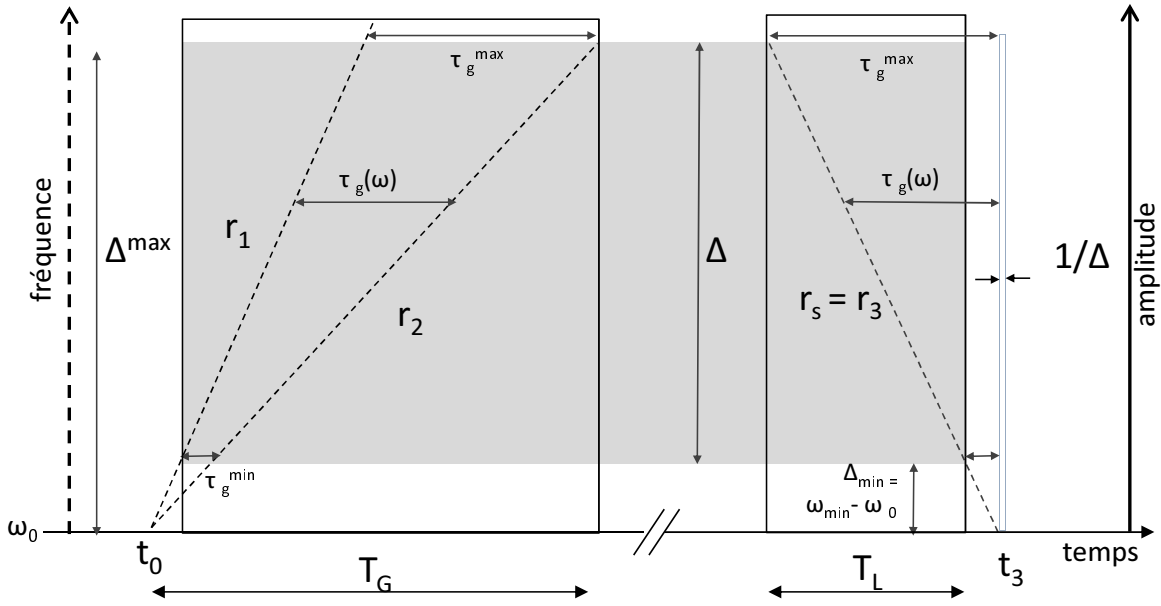


FIGURE 4.1 – séquence complète de programmation puis de filtrage, représentée dans le plan temps-fréquence. Les rectangles en trait plein et les lignes pointillées représentent respectivement la variation de l'amplitude et de la fréquence des champs lumineux. Les deux champs de gravure sont simultanément allumés à l'instant t_0 . A partir d'une valeur initiale commune ω_0 , leurs fréquences se séparent ensuite. Elles sont en effet balayées avec des taux différents r_1 et r_2 . La bande passante du filtre est limitée à Δ . Pour que le cristal se comporte comme une ligne dispersive, il faut que ω soit supérieur à $\omega_{\min} = \omega_0 + \sqrt{\frac{\pi}{2}}\sqrt{-r_3}$ où $1/r_3 = 1/r_1 - 1/r_2$. Par ailleurs, le retard de groupe maximum $\tau_g^{\max}$ doit rester très inférieur à T_2 . Sur ce schéma, le champ de lecture ne porte pas de signal radio-fréquence. La lecture donne alors naissance à un signal de durée $1/\Delta$ centré à l'instant t_3 où le champ de lecture atteint la fréquence ω_0 .

4.1 Filtre dispersif programmable

Nous avons vu que dans certains matériaux, le profil d'absorption peut être façonné avec une résolution très fine par rapport à sa largeur. Ce façonnage spectral donne lieu à des propriétés de transmission de la lumière tout à fait particulières. Dans cette partie, nous examinons le façonnage du profil d'absorption par impulsions balayées en fréquence, puis nous considérons la transmission d'un signal à travers le matériau ainsi préparé.

4.1.1 Programmation du cristal : gravure d'un filtre à pas variable

Comme illustré sur la Fig. 4.1, le matériau photosensible est simultanément éclairé par les champs $E_1(\vec{r}, t)$ et $E_2(\vec{r}, t)$, tous deux balayés en fréquence avec des taux de glissement différents r_1 et r_2 . Les deux champs, d'amplitude constante, possèdent la même phase et la même fréquence ω_0 à l'origine, en $t=t_0$. Ainsi définis, les champs s'écrivent :

$$E_j(\vec{r}, t) = \mathcal{E}_0 e^{i\omega_0(t-t_0) + \frac{i}{2}r_j(t-t_0)^2 - i\vec{k}_j \cdot \vec{r}}, \quad (4.1)$$

Par transformation de Fourier temps-fréquence nous obtenons :

$$\tilde{E}_j(\vec{r}, \omega) = e^{i\frac{\pi}{4}} \sqrt{\frac{2\pi}{r_j}} \mathcal{E}_0 e^{-i\left[\frac{(\omega-\omega_0)^2}{2r_j} + \omega t_0 + \vec{k}_j \cdot \vec{r}\right]}, \quad (4.2)$$

Comme nous l'avons établi dans le chapitre 3, la population atomique s'exprime en fonction $\left|\tilde{\Omega}(\vec{r}, \omega)\right|^2$, spectre de puissance de la fréquence de Rabi associée à la paire d'impulsions excitatrices. Substituant l'Eq. 4.2 dans l'Eq. 3.45 on obtient :

$$\left|\tilde{\Omega}(\vec{r}, \omega)\right|^2 = 2\pi |\Omega_0|^2 \left[\frac{r_1 + r_2}{r_1 r_2} + \frac{e^{-i\frac{(\omega-\omega_0)^2}{2r_3}}}{\sqrt{r_1 r_2}} e^{-i\vec{K} \cdot \vec{r}} + \text{c.c.} \right], \quad (4.3)$$

où $\vec{K} = \vec{k}_1 - \vec{k}_2$ et $1/r_3 = 1/r_1 - 1/r_2$.

Dans l'hypothèse d'une raie homogène beaucoup plus étroite que le pas de modulation, sur tout le domaine spectral de gravure, et d'une durée de vie du niveau supérieur de la transition très longue par rapport à la durée de l'expérience, le coefficient d'absorption devient, en accord avec les Eqs. 3.39 et 3.40 :

$$\begin{aligned} \alpha(\omega) &= \alpha_0(\omega)(1 - n^{(2)}(\omega; \vec{r}, t)) \\ &= \alpha_0(\omega)\left(1 - \frac{1}{2} \left|\tilde{\Omega}(\vec{r}, \omega)\right|^2\right) \end{aligned} \quad (4.4)$$

Le coefficient d'absorption fait alors apparaître une modulation spectrale à pas variable, identique à celle présentée par le facteur de transmission d'une ligne dispersive. Il faut maintenant calculer le facteur de transmission du cristal pour s'assurer qu'il se comporte bien comme une ligne dispersive.

4.1.2 Transmission à travers le cristal programmé

Comme déjà discuté dans le chapitre 3, le filtrage par un milieu absorbant ne se réduit pas à une simple absorption. Le champ à la sortie du milieu n'est pas directement

proportionnel au profil d'absorption comme le montre l'Eq. 3.13, obtenue dans la limite d'un milieu optiquement mince ($\alpha L \ll 1$).

A l'ordre 0 du développement en puissances de αL , on retrouve à la sortie le même champ qu'à l'entrée. C'est le premier terme de l'Eq. 3.13. Au premier ordre, on voit apparaître la réponse radiative du milieu, constituée d'un terme d'absorption et d'un terme de dispersion.

Dans le cas d'un filtre porteur d'une surmodulation sinusoïdale, l'étude du paragraphe 3.1.4 montre que les contributions de dispersion et d'absorption prennent la même forme, de sorte que le champ filtré est directement proportionnel au profil d'absorption. Cette propriété résulte du décalage temporel subi par la réponse radiative. En effet le décalage est tel que la condition de causalité se trouve automatiquement satisfaite, sans qu'intervienne la discontinuité causale de la fonction de réponse. Le décalage temporel apporte le bénéfice supplémentaire de dégager la réponse du fond constitué par le champ directement transmis.

Sous certaines conditions le filtre à pas variable, programmé dans le cristal, présente les mêmes propriétés.

La composante de dispersion s'obtient par transformée de Hilbert de l'absorption :

$$\begin{aligned} H\{\alpha\}(\omega) &= H\{\alpha_0\}(\omega) - \frac{1}{2} H\{\alpha_0(\omega) \left| \tilde{\Omega}(\vec{r}, \omega) \right|^2\}(\omega) \\ &= \beta H\{\alpha_0\}(\omega) - \left[\alpha_0(\omega) \frac{\pi |\Omega_0|^2 e^{-i\vec{K} \cdot \vec{r}}}{\sqrt{r_1 r_2}} H\{e^{-i\frac{(\omega-\omega_0)^2}{2r_3}}\}(\omega) + \text{c.c.} \right], \end{aligned} \quad (4.5)$$

où $\beta = (1 - \pi |\Omega_0|^2 \frac{r_1+r_2}{r_1 r_2})$. On a sorti de la transformée de Hilbert le profil inhomogène $\alpha_0(\omega)$, lentement variable par rapport à $e^{-i\frac{\Delta^2}{2r_3}}$. On peut développer $H\{e^{-i\frac{(\omega-\omega_0)^2}{2r_3}}\}(\omega)$ sous la forme :

$$\begin{aligned} H\{e^{-i\frac{(\omega-\omega_0)^2}{2r_3}}\}(\omega) &= \frac{1}{\pi} P \int d\omega' \frac{e^{-i\frac{(\omega'-\omega_0)^2}{2r_3}}}{\omega - \omega'} \\ &= e^{-i\frac{(\omega-\omega_0)^2}{2r_3}} \frac{1}{\pi} P \int d\omega' \frac{e^{-i\frac{(\omega'-\omega)^2}{2r_3}} e^{-i(\omega'-\omega)\tau_g(\omega)}}{\omega - \omega'}, \end{aligned} \quad (4.6)$$

où apparaît le retard de groupe $\tau_g(\omega) = \frac{\omega-\omega_0}{r_3}$.

Pour que le filtrage soit effectivement déterminé par le profil d'absorption, il faut que la composante dispersive possède la même forme que l'absorption, c'est à dire que le profil spectral soit invariant par transformée de Hilbert. Nous avons développé l'intégrant comme le produit du facteur quadratique $e^{-i\frac{(\omega'-\omega)^2}{2r_3}}$ par une sinusoïde. Si ce facteur varie lentement par rapport à la sinusoïde au voisinage de la singularité en $\omega' = \omega$, alors on peut le sortir de l'intégrale en ce point. Comme $P \int dx \frac{e^{ixT}}{x} = i \pi \text{signe}(T)$, le profil spectral est alors invariant par transformée de Hilbert.

Ainsi la condition s'écrit-elle $(\omega' - \omega)^2 \ll 2\pi r_3$, soit :

$$\frac{\pi^2}{2r_3\tau_g^2(\omega)} \ll \pi \Rightarrow \tau_g(\omega) \gg \sqrt{\frac{\pi}{2}} \frac{1}{\sqrt{r_3}} \quad (4.7)$$

Cette relation doit être vérifiée pour toute valeur de ω . Comme le retard de groupe $\tau_g(\omega)$ croît linéairement avec ω , la condition impose une borne inférieure $\omega_{\min}$ à ω :

$$\omega_{\min} = \omega_0 + r_3\tau_g^{\min} = \omega_0 + \sqrt{\frac{\pi}{2}}\sqrt{r_3} \quad (4.8)$$

Pour $\omega \gg \omega_{\min}$:

$$\mathcal{H}\{e^{-i\frac{(\omega-\omega_0)^2}{2r_3}}\} = ie^{-i\frac{(\omega-\omega_0)^2}{2r_3}} \quad (4.9)$$

et la composante dispersive s'écrit :

$$\mathcal{H}\{\alpha(\omega)\} = \mathcal{H}\{\alpha_0(\omega)\}\beta - \alpha_0(\omega)\frac{2\pi|\Omega_0|^2}{\sqrt{r_1r_2}}\sin\left(\vec{K}\cdot\vec{r} + \frac{(\omega - \omega_0)^2}{2r_3}\right) \quad (4.10)$$

En combinant les composantes d'absorption et de dispersion nous obtenons finalement, pour $\omega \gg \omega_{\min}$, le facteur de filtrage $\alpha(\omega) - i\mathcal{H}\{\alpha\}(\omega)$ sous la forme :

$$\begin{aligned} \alpha(\omega) - i\mathcal{H}\{\alpha\}(\omega) &= \beta(\alpha_0(\omega) - i\mathcal{H}\{\alpha_0\}(\omega)) \\ &- \alpha_0(\omega)\frac{2\pi|\Omega_0|^2}{\sqrt{r_1r_2}}\left[\cos\left(\vec{K}\cdot\vec{r} + \frac{(\omega - \omega_0)^2}{2r_3}\right) - i\sin\left(\vec{K}\cdot\vec{r} + \frac{(\omega - \omega_0)^2}{2r_3}\right)\right] \\ &= \beta(\alpha_0(\omega) - i\mathcal{H}\{\alpha_0\}(\omega)) - \alpha_0(\omega)\frac{2\pi|\Omega_0|^2}{\sqrt{r_1r_2}}e^{-i\vec{K}\cdot\vec{r} - i\frac{(\omega-\omega_0)^2}{2r_3}}, \end{aligned} \quad (4.11)$$

ce qui fait clairement apparaître le facteur caractéristique d'une ligne dispersive de taux $\mu = -1/r_3$.

Une séquence élémentaire complète, comprenant la gravure du filtre et la transmission d'un champ sonde, est illustrée sur la Fig. 4.1. On peut analyser cette figure en termes d'échos de photons à trois impulsions. Les atomes de fréquence de transition ω interagissent successivement avec les deux champs de gravure. La séparation temporelle $\tau_g(\omega) = -(\omega - \omega_0)/r_3$ entre les deux interactions varie linéairement avec l'écart de fréquence $\omega - \omega_0$. Après excitation à l'instant $t_3 - \tau_g(\omega)$ par le champ de lecture, tous les atomes se retrouvent en phase à l'instant t_3 pour émettre un signal d'écho. Pour chaque classe de fréquence, la remise en phase s'effectue en effet au bout du temps $\tau_g(\omega)$ après interaction avec le champ sonde. Une analyse en termes de retard de groupe est aussi possible. Le filtre présente pour chaque fréquence un retard de groupe $\tau_g(\omega)$. Chaque composante spectrale du champ sonde est donc transmise avec ce retard de groupe. Le glissement de fréquence du champ sonde étant accordé au taux de dispersion du filtre, les

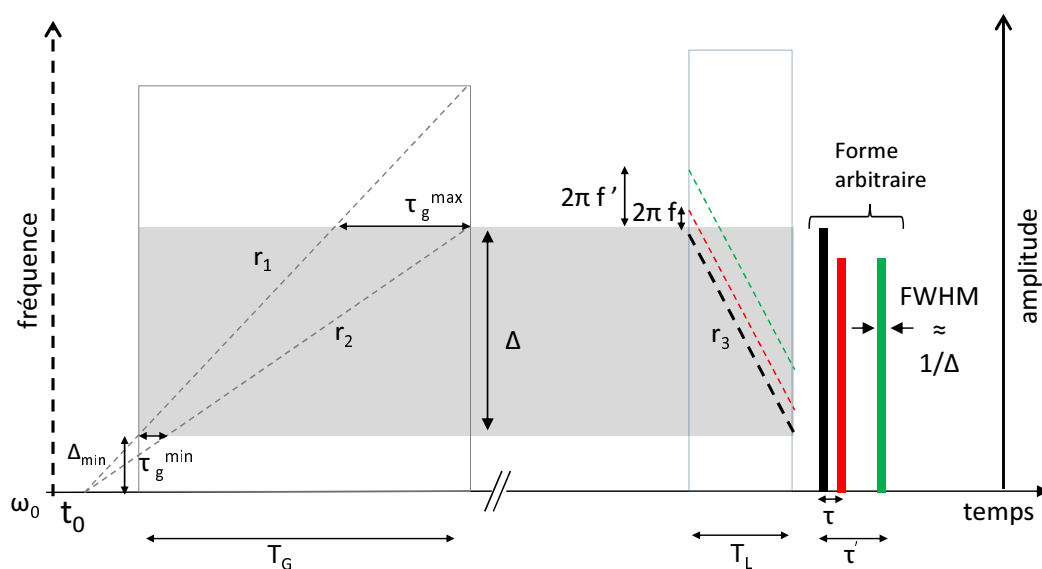


FIGURE 4.2 – séquence de gravure/filtrage, lorsque qu'un signal $S(t)$ est transposé sur le champ de lecture. Dans le plan temps fréquence le champ de lecture est représenté par un segment de droite de pente r_3 qui coupe l'axe des fréquences d'équation $\omega = \omega_0$ en $t = t_3$. Chaque composante spectrale de fréquence f de $S(t)$ donne naissance à un segment de droite situé à $\pm 2\pi f$ de la porteuse. Seule la composante de fréquence positive contribue au signal de sortie en raison de la causalité. On a représenté des composantes en f et f' , ainsi que les signaux de sortie correspondant situés en $\tau = -2\pi f/r_3$ et $\tau' = -2\pi f'/r_3$ du signal de la porteuse.

différentes composantes spectrales sont rassemblées en t_3 , après propagation à des vitesses de groupe différentes caractérisées par le retard de groupe $\tau_g(\omega)$.

S'appuyant sur la même représentation temps-fréquence, la Fig. 4.2 considère le filtrage du champ sonde porteur d'une modulation radiofréquence. Chaque composante de fréquence f du signal RF apporte une contribution à $\pm 2\pi f$ de la porteuse. Seule la composante de fréquence positive satisfait la condition de causalité. Elle donne naissance à une contribution de durée $1/\Delta$, retardée de $-2\pi f/r_3$ par rapport au signal de la porteuse, émis à l'instant t_3 . Se construit ainsi, composante après composante, le déploiement temporel du spectre de la modulation RF.

4.1.3 Limitations

Limitations intrinsèques

Le matériau impose trois limitations à la gravure du filtre. Tout d'abord, la largeur spectrale Δ du filtre est limitée par la largeur Δ_{inh} du profil d'absorption. D'autre part, la durée de l'expérience doit rester courte par rapport à la durée de vie T_1 du niveau excité. Comme la gravure occupe la plus grande partie du temps d'expérience, sa durée T_G doit satisfaire $T_G \ll T_1$. Enfin, le retard de groupe maximal τ_g^{max} doit rester sensiblement inférieur à la durée de vie T_2 des cohérences.

Les lignes dispersives conventionnelles, en particulier les fibres optiques, ne présentent pas de limitation en bande passante, au contraire du matériau absorbant. Cependant une bande passante de plusieurs dizaines de GHz, suffisante pour la production de formes arbitraires, est dès à présent accessible dans les ions de terre rare en matrice cristalline.

La borne supérieure du produit temps-bande passante N est fixée par $N_{\text{max}} = \Delta_{\text{inh}} T_2$. Dans un cristal dopé aux ions de terres rares N_{max} dépasse en général 10^6 à basse température, ce qui promet une capacité bien supérieure à celle des lignes dispersives conventionnelles, discutée au paragraphe 2.4. Il faut cependant nuancer ce propos. Comme dans le cas de la ligne dispersive conventionnelle, on cherche à produire une forme arbitraire de bande passante Δ très supérieure à Δ_{in} , largeur spectrale du signal d'entrée. La capacité $N = \mu \Delta \Delta_{\text{in}}$ reste donc très inférieure à $\mu \Delta^2$. Par ailleurs, $\mu = -1/r_3$ est majoré par T_2/Δ . La capacité reste donc très inférieure à la limite nominale fixée par le produit ΔT_2 . Il n'en demeure pas moins que T_2/Δ dépasse typiquement de 4 à 5 ordres de grandeur le taux de dispersion d'une ligne conventionnelle, sur le même intervalle Δ .

Gravure du filtre

La gravure par exposition simultanée à deux champs balayés en fréquence, adoptée dans notre présentation, offre des performances satisfaisantes. Cette technique permet

en particulier de découpler complètement la durée de la gravure du retard de groupe associé à chaque classe de fréquence. Ainsi la durée de gravure peut-elle excéder très largement la durée de vie des cohérences. L'allongement de la durée de gravure permet de réduire l'intensité lumineuse requise. En contrepartie, en augmentant le temps consacré à la gravure, on réduit le taux de répétition des mesures. D'autres solutions peuvent être envisagées.

Dans l'approche illustrée sur la fig : 4.1.3(a), la gravure est réalisée par une impulsion très courte, suivie d'une impulsion longue, balayée en fréquence. Au cours de cette dernière, La fréquence varie linéairement avec le taux r_3 qui sera ensuite adopté pour le glissement de fréquence du champ sonde. Afin d'exciter simultanément les atomes répartis sur la largeur spectrale Δ du filtre, la première impulsion doit présenter une durée inférieure à $1/\Delta$. Par rapport à la méthode précédente, cette approche permet de réduire fortement la durée de la gravure et d'offrir ainsi un taux de renouvellement élevé. En contrepartie, les deux champs mis en œuvre pour la gravure présentent des propriétés trop différentes pour être délivrés par la même source, ce qui pose des problèmes de synchronisation et d'alignement. De plus, l'impulsion courte doit fournir une puissance si élevée que la tenue au flux de certains composants pourrait se révéler insuffisante.

L'approche illustrée par la Fig : 4.1.3(b) implique deux impulsions balayées en fréquence avec des taux de signes opposés. Un seul laser peut fournir les deux champs. Il faut cependant veiller à minimiser le temps mort entre les deux balayages successifs car la durée totale de la gravure est limitée par le temps de vie des cohérences ($T_g < T_{12}$). La durée de gravure est plus courte que dans la première approche mais, de ce fait, nécessite une intensité plus élevée.

4.2 Réalisations expérimentales

4.2.1 Analyse spectrale

La première démonstration de lentille temporelle dans un cristal dopé aux ions de terre rare est publiée en 2001 par Menager *et al.* [77]. Cette expérience en bande étroite (38 MHz) est réalisée dans une matrice YAG dopée aux ions Thulium. Elle est orientée vers l'analyse spectrale d'un signal radio-fréquence (RF).

Une autre architecture d'analyse spectrale de signal RF sur porteuse optique est développée en parallèle par la même équipe. Elle implique aussi la programmation d'une fonction dans le cristal dopé. On grave dans le cristal un ensemble de réseaux de population dont la direction de diffraction varie en fonction de la fréquence. Ainsi programmé, le cristal accomplit la séparation angulaire des différentes composantes spectrales d'un signal incident. Par cette méthode, baptisée "arc-en-ciel", Lavielle *et al.* [10] atteignent une

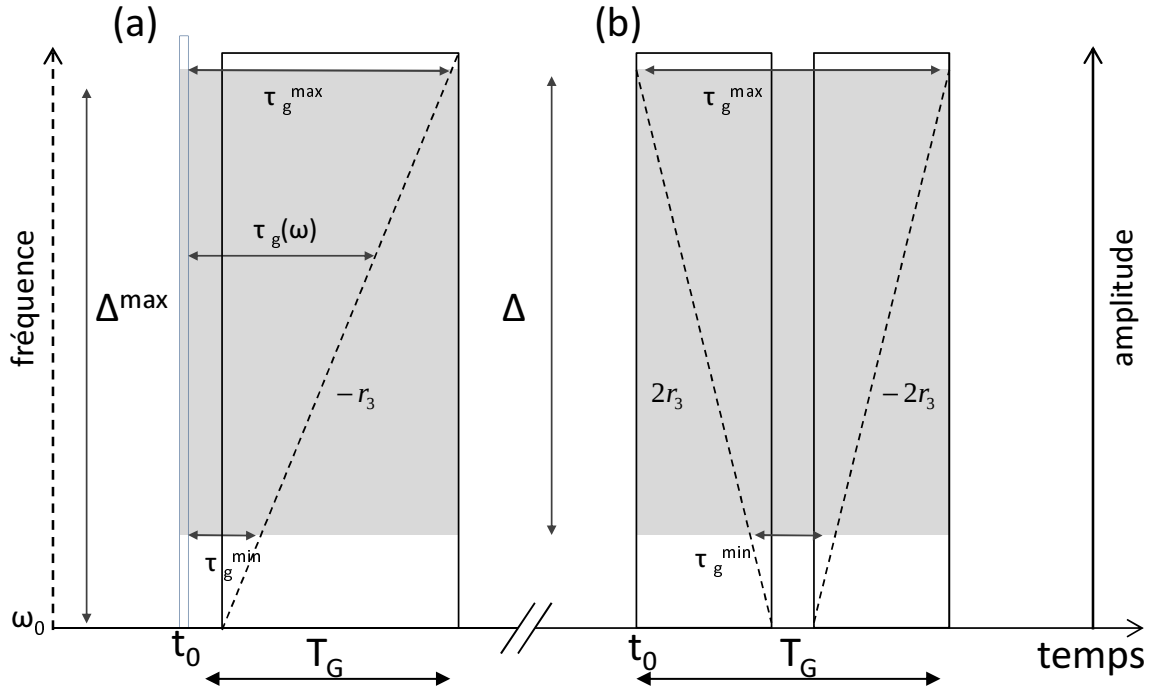


FIGURE 4.3 – autres configurations de gravure du filtre dispersif. La gravure est effectuée (a) par une impulsion de durée inférieure à $1/\Delta$, suivie d’une impulsion de durée $-\Delta/r_3$, (b) par deux impulsions de durée $-2\Delta/r_3$, soumises à des balayage en fréquence de signes opposés. La durée de gravure, réduite à $-\Delta/r_3$ environ, est sensiblement inférieure à celle obtenue lorsque les deux champs de gravure subissent un balayage de fréquence de même signe. En contrepartie, l’intensité requise est plus élevée. On a représenté la variation d’amplitude (trait plein), et de fréquence (pointillés) des champ excitateurs.

bande passante d'analyse de 3.3 GHz avec une résolution de 33 MHz.

La lentille temporelle implique une analyse séquentielle du signal et ne permet pas en principe d'atteindre un taux d'interception de 100%. Le spectre de la forme incidente est en effet délivré après le passage de celle-ci dans le cristal. Au contraire, l'architecture "arc-en-ciel" sépare instantanément et simultanément les différentes composantes spectrales, mais ne donne accès qu'au spectre de puissance. Ainsi les relations de phases entre les différentes composantes spectrales sont-elles perdues.

En 2006, Crozatier *et al.* [12], poursuivant les travaux de Ménager *et al.* sur la lentille temporelle, augmentent la bande passante d'analyse jusqu'à 1.6 GHz avec une résolution de 70 KHz, ce qui correspond à un traitement sur 24000 canaux spectraux. Ils utilisent cette fois un cristal d'orthosilicate d'yttrium (YSO) dopé Erbium.

Un an plus tard, Renner *et al.* [14] proposent d'utiliser la lentille temporelle dans un cristal $\text{Tm}^{3+}:\text{YAG}$ pour la production de forme arbitraire large bande.

4.2.2 Production de formes arbitraires

Choix du cristal

Les auteurs de la Ref. [14] utilisent un grenat d'yttrium et aluminium (YAG) dopé à 0.1% par des ions Thulium ($\text{Tm}:\text{YAG}$). Ce cristal absorbe autour de 793 nm sur un intervalle spectral d'environ 30 GHz. La résolution spectrale de gravure du profil d'absorption est fixée par la largeur homogène de la raie. Celle-ci décroît avec la température, atteignant 30 KHz à 4 Kelvins. L'état supérieur de la transition, d'une durée de vie de 800 μs , relaxe vers un état intermédiaire métastable d'une durée de vie de 10 ms, qui retarde le retour au fondamental. La gravure dans l'état excité disparaît donc en 800 μs mais persiste 10 ms dans l'état fondamental [78]. Puisque seul l'état fondamental participe au filtrage, l'efficacité sur le champ est divisée par deux.

La durée de forme arbitraire doit rester très inférieure à 10 μs , inverse de la largeur homogène du cristal à 4 K. La capacité du filtre, en termes de produit temps-bande passante, dépasse donc 10^5

Gravure du filtre dispersif

La gravure est obtenue par exposition simultanée à deux champs balayés en fréquence, pendant une durée T_g de 1 ms. La gravure couvre un intervalle $\Delta/(2\pi)$, bande passante du filtre, de 3.8 GHz. Pour une classe de fréquence donnée, le retard de groupe $\tau_g(\omega)$ est compris entre $\tau_g^{\min} = \tau_g(\omega_0 + \Delta_{\min}) = 3\mu\text{s}$ et $\tau_g^{\max} = \tau_g(\omega_0 + \Delta_{\min} + \Delta) = 7\mu\text{s}$. Ces deux valeurs fixent la durée T_L de l'impulsion sonde à $T_L = \tau_g^{\max} - \tau_g^{\min} = 4\mu\text{s}$. Le taux de balayage de fréquence de cette impulsion est donc donné par $r_3 = -\Delta/T_L$.

D'après l'Eq. 4.7, la borne inférieure de $\tau_g^{\min}$ est d'autant plus grande que Δ est plus petit. Cependant, même pour $\Delta/(2\pi) = 1\text{GHz}$, la condition prescrite par l'Eq. 4.7 est satisfaite.

Par ailleurs, le temps $\tau_g^{\max}$ reste, comme prévu, inférieur à T_2 .

Production des champs de lecture et de gravure

Le balayage en fréquence des champs de lecture et de gravure peut être produit de différentes manières. Deux solutions sont envisagées dans la Ref. [14].

La première fait appel à un laser accordable. Il faut balayer directement le laser sur l'intervalle Δ en un temps aussi court que T_L . Les auteurs estiment que les lasers accordables ne sont pas encore mûrs pour une telle approche. Selon eux, le temps de cohérence du laser doit être plus long que la durée des impulsions de gravure et de lecture. Comme l'impulsion de gravure dure 1 ms, la source doit offrir une largeur de raie inférieure à 1kHz, inaccessible aux laser accordables disponibles.

Les auteurs se tournent vers l'autre solution qui consiste à déplacer, à l'aide d'un modulateur externe, la fréquence du faisceau issu d'un laser stabilisé. Un modulateur électro optique (MEO), piloté par une électronique ultra-rapide (deux générateurs d'impulsions à 12.5 Giga échantillons par seconde) est utilisé. La fréquence du laser est stabilisée sur un trou spectral de la bande d'absorption du cristal [79]. Avec cette méthode, les auteurs obtiennent un temps de cohérence supérieur à 2 ms, largement suffisant pour réaliser la gravure.

Configuration des faisceaux

Les deux champs de gravure, ainsi que le champ de lecture porteur du signal radiofréquence, se propagent tous les trois dans la même direction. Cette configuration demande quelque précaution car, à la sortie du cristal, le signal produit de l'interaction avec les trois champs reste beaucoup plus faible que les champs excitateurs eux-mêmes. Un modulateur acousto optique, utilisé en obturateur, est placé à la sortie du cristal. Il s'ouvre après l'extinction des trois impulsions excitatrices, assurant ainsi la sélection temporelle du signal pertinent.

Résultat expérimentaux

Les auteurs opèrent d'abord à la limite supérieure de bande passante du dispositif, soit 3.8 GHz. Celle-ci n'est restreinte ni par la largeur inhomogène du cristal (30 GHz), ni par les capacités du modulateur, mais par l'électronique utilisée pour piloter le balayage en fréquence. Sondé par un champ de lecture d'amplitude constante, balayé en fréquence

à la vitesse d'accord avec la ligne dispersive, le dispositif produit une impulsion de 260 ps, soit la plus courte jamais produite à partir d'un cristal dopé aux ions de terre rare.

Les auteurs explorent ensuite la production de forme arbitraire en transposant un signal radiofréquence $S(t)$ sur le champ de lecture à l'aide d'un modulateur acousto-optique (MAO) standard. Pour mener à bien cette démonstration, les auteurs réduisent la bande passante à 1.25 GHz. Ce choix semble motivé par la durée de la forme. En effet, la durée τ_e de la forme produite, $\tau_e = \Delta_{in}/r_3 = \Delta_{in}T_L/\Delta$, est limitée par la condition $T_L < T_2$. Une augmentation de Δ induit donc une réduction de la limite supérieure de τ_e .

Avec $\Delta_{in} < 40$ MHz et $\Delta = 4$ GHz, la durée de la forme produite ne peut excéder 15 ns. Pour se démarquer des expériences fondées sur la dispersion dans une fibre, où τ_e ne dépasse pas 0.5 ns, les auteurs choisissent de gagner deux ordres de grandeurs sur la durée de la forme.

Par ailleurs, le recours à une lentille temporelle n'a de sens que si le signal $S(t)$ conserve une faible largeur spectrale. On cherche en effet à produire une forme large bande à partir d'un générateur électronique de bande plus étroite. En réduisant Δ à 1.25 GHz, les auteurs augmentent τ_e jusqu'à 45 ns. Dans le chapitre suivant nous verrons comment ce compromis peut être évité.

Le signal $S(t)$ est construit à partir de 15 sinusoïdes régulièrement espacées de 3 MHz. Le champ de lecture parcourt 1.25 GHz en $4\mu s$, ce qui correspond à un taux de glissement $r_3/(2\pi) = 3.125 \cdot 10^{14}$ Hz/s. La forme produite est donc composée de 15 impulsions de 0.8 ns régulièrement espacées sur 45 ns.

4.3 Conclusion

La gravure de la bande d'absorption d'un matériau par une paire d'impulsion permet d'obtenir un filtre spectral. Inscrit par une paire d'impulsions balayées en fréquence, le filtre peut se comporter comme une ligne dispersive. Plusieurs expériences de lentille temporelle ont déjà utilisé un tel filtre. Les applications sont tournées vers l'analyse spectrale d'un signal RF sur porteuse optique [12, 77] et la production de forme arbitraire [14].

Le recours à des générateurs électroniques ultra-rapides dans la dernière référence ne permet pas cependant de démontrer l'intérêt de la technique optique de production de forme. La capacité N du dispositif dépasse 50, soit guère plus que les dispositifs tout-optiques conventionnels. Par ailleurs la bande passante reste faible par rapport aux démonstrateurs tout-optiques.

Le chapitre suivant décrit une nouvelle expérience qui évite l'écueil de l'électronique rapide et permet par ailleurs d'augmenter la quantité d'information transportée par la forme arbitraire.

Chapitre 5

Production de forme arbitraire large bande avec un laser agile en fréquence à $1.5 \mu m$

5.1 Introduction

L'expérience de production de forme présentée dans le chapitre précédent se révèle décevante. Alors qu'on prétend s'appuyer sur un effet de lentille temporelle pour dilater la bande passante de la forme émise, on a recours à une électronique très rapide pour assurer, par modulation externe, le balayage spectral du laser. Tout le bénéfice de la lentille temporelle se trouve perdu : la bande passante en sortie ne dépasse pas celle de l'électronique utilisée pour le balayage du laser.

Les auteurs de la Ref. [14] estiment inévitables la modulation externe du laser et l'électronique rapide qu'elle implique. Ils considèrent en effet que la largeur de raie de la source doit rester inférieure à l'inverse du temps de gravure du filtre dispersif. Cela impose une largeur de raie inférieure au kHz, accessible seulement par stabilisation du laser sur une référence spectrale fixe et très étroite.

Nous contestons cette analyse. En effet, si la gravure du filtre requiert une durée totale de l'ordre de la milliseconde, chaque atome impliqué subit deux excitations successives séparées seulement de quelques microsecondes. La première crée une cohérence que la seconde interaction convertit en population. La phase de la cohérence est figée sous forme de modulation de la distribution spectrale des populations. La gravure reste donc insensible aux fluctuations de phase du laser pourvu que celui-ci reste stable pendant les quelques microsecondes qui séparent les deux interactions. Le besoin de stabilité se révélant beaucoup moins sévère que ne le prétend la Ref. [14], un laser accordable apparaît bien adapté à la gravure du filtre.

Dans notre expérience les deux champs de gravure sont fournis par la même source. En effet les taux de balayage de fréquence de ces deux champs restent proches. Leur faible différence est prise en charge par un simple modulateur acousto-optique. Le balayage du laser accordable nécessite quelques précautions. Nous stabilisons le glissement de fréquence par auto-référence à travers un interféromètre de Mach-Zehnder déséquilibré. Cependant, même soigneusement contrôlé, le balayage du laser ne requiert pas d'électronique rapide.

Par ailleurs nous améliorons sensiblement la capacité d'information de la forme arbitraire en changeant d'architecture. Le traitement du signal sur porteuse optique dans les terres rares en matrice cristalline se répartit en deux grandes classes d'expériences. L'une d'elle repose sur la programmation d'une fonction de filtrage dans le cristal. A cette catégorie appartiennent en particulier divers démonstrations d'analyse spectrale [9, 10, 77, 80], ainsi que l'expérience de production de forme présentée dans la Ref. [14]. Une autre approche consiste à enregistrer le signal lui-même dans le matériau photosensible, ou le produit de son intercorrélacion avec un champ référence. Le filtre ainsi gravé perd son caractère de fonction programmée universelle. En contrepartie, il peut présenter des performances originales. Ainsi, dans le domaine de l'analyse spectrale d'un signal RF sur porteuse optique, le cristal joue-t-il alors le rôle d'une mémoire tampon qui, collectant en continu le spectre des signaux incidents, permet d'atteindre une probabilité d'interception de 100% malgré le caractère séquentiel de la lecture [13]. Nous adaptons cette dernière approche à la production de forme arbitraire en transposant le signal générateur de forme sur l'un des champs de gravure.

Dans la Ref. [14] la capacité d'information de la forme arbitraire reste très inférieure à sa borne supérieure ΔT_2 . Comme on l'a déjà vu, cette limitation semble incontournable. On cherche à produire une forme arbitraire de bande passante Δ très supérieure à Δ_{in} , largeur spectrale du signal d'entrée. La capacité $N = \mu \Delta \Delta_{in}$ reste donc très inférieure à $\mu \Delta^2$. Par ailleurs, $\mu = T_2 / \Delta$. Il s'ensuit que N reste très inférieur ΔT_2 .

Les contraintes changent si, au lieu de placer le signal sur le champ de lecture, on le transpose sur l'un des champs de gravure. La quantité d'information stockée dans le cristal est alors donnée par le produit $\Delta_{in} T_G$, où le temps de gravure T_G excède très largement T_2 durée de vie de la cohérence. Tout en respectant la condition $\Delta_{in} \ll \Delta$, on peut ainsi s'approcher de la capacité limite fixée par ΔT_2 . Pour une valeur donnée de Δ_{in} , on gagne environ deux ordres de grandeur en capacité par rapport à la Ref. [14]. Bien sûr, il est impossible de produire des formes différentes à partir du filtre gravé. Le temps requis pour modifier la forme produite est nécessairement supérieur à T_G .

Notre montage diffère par quelques points supplémentaires de celui utilisé dans la Ref. [14]. Tout d'abord nous avons remplacé le thulium, opérant à 793nm, par de l'erbium qui, absorbant autour de 1,5 μm , bénéficie de toute la technologie développée pour les télécommunications optiques. La faible absorption de la silice à cette longueur d'onde est

particulièrement favorable à l'utilisation d'interféromètres fibrés. L'ion erbium est inséré dans un cristal d'orthosilicate d'yttrium (YSO). Le matériau présente alors une bande passante modeste de l'ordre de 1GHz. Nous espérons à terme accroître la bande passante, soit par co-dopage avec de l'euprium [73], soit en remplaçant la matrice de YSO par du niobate de lithium [81].

Enfin, dans notre expérience les deux impulsions de gravure se propagent en sens inverse. La forme arbitraire est alors émise en sens opposé à l'onde de lecture. On améliore ainsi le rapport signal sur bruit à la détection, tout en évitant d'utiliser un obturateur acousto-optique.

5.2 article : *Broadband photonic arbitrary waveform generation using a frequency agile laser at 1.5 μm*

Broadband photonic arbitrary waveform generation using a frequency agile laser at 1.5 μm

Vianney Damon,¹ Vincent Crozatier,² Thierry Chanelière,¹ Jean-Louis Le Gouët,^{1,*} and Ivan Lorgère¹

¹Laboratoire Aimé Cotton, CNRS UPR 3321, Bâtiment 505, Campus Universitaire, 91440 Orsay, France

²FASTLITE, Centre Scientifique d'Orsay, Bâtiment 503, Plateau du Moulon, BP 45, 91401 Orsay, France

*Corresponding author: jean-louis.legouet@lac.u-psud.fr

Received October 7, 2009; revised January 8, 2010; accepted January 11, 2010;
posted January 11, 2010 (Doc. ID 118308); published February 22, 2010

We use a pulse-compression chirp-transform algorithm to generate broadband photonic arbitrary waveforms. A phase-locked frequency agile laser provides the needed broadband frequency scans. We theoretically show and experimentally demonstrate that the residual laser frequency errors do not significantly alter the waveform generation. The experiment exhibits features such as the operation at the telecom wavelength of 1.5 μm , the counterpropagating, crossed-polarized beam configuration, and the storage of the initial waveform in the active medium. The last specificity gives access to large time-bandwidth product values. © 2010 Optical Society of America

OCIS codes: 320.5520, 070.1170, 300.6240.

1. INTRODUCTION

Analog processing based on filtering by rare earth doped crystals (REIC) enjoys unrivaled capabilities in terms of bandwidth and time-to-bandwidth product. Several REIC-based architectures for the processing of optically carried broadband radar signals are today at the stage of transfer to industrial demonstrators. Meanwhile research for new architectures and materials is continuing. The chirp-transform algorithm is a fully coherent optical process which performs time-to-frequency Fourier transform in real time [1]. It was first considered for spectral analysis application [1–3] and can also be applied to wideband arbitrary waveforms generation (AWG) [4,5].

The latter application relies on the strong temporal compression of a much lower bandwidth initial waveform. The REIC-based filter operates in the optical spectral range. Hence the radio frequency (RF) signal to be processed has to be transposed on an optical carrier. The processing bandwidth Δ is limited by the inhomogeneous linewidth of the material absorption profile at the operating wavelength. This bandwidth may reach tens and even hundreds of gigahertz. In the chirp-transform algorithm, the optical carriers are frequency chirped over the bandwidth.

Broadband AWG with REIC technology was demonstrated in thulium doped yttrium aluminum at the wavelength of 793 nm in [5]. The optical carriers were produced by a frequency-stabilized monochromatic laser. The frequency chirp was achieved by external electro-optic modulators (EOMs). Driving the EOMs over a large bandwidth was not easy. Only 20% of the available material bandwidth could be covered, in spite of sophisticated and expensive fast electronic means, such as ultra-fast pulse pattern generators. Anyway, an optical processing protocol is expected to rely on photonics means and is less convincing when depending too much on best electronics. Unlike an external EOM, a frequency agile laser can offer

the straightforward, cheap, and effective full optical way for fast broadband scans [3].

In this paper we reexamine the conditions for performing broadband AWG with a chirped laser. We theoretically and experimentally show that the linewidth and chirp linearity requirements are less severe than mentioned in [4]. In addition we propose a variant of the architecture, offering a much larger time-bandwidth product (TBP). Finally, we perform the experimental demonstration in erbium doped yttrium orthosilicate (Er:YSO), at the wavelength of 1.5 μm , where advanced telecom equipment is available.

2. PHOTON ECHO CHIRP TRANSFORM

The chirp-transform algorithm [6] computes the Fourier transform $\tilde{s}(\nu)$ of a signal $s(t)$ according to

$$|\tilde{s}(f=rt)| = |(s(t)e^{-i\pi t^2}) \otimes e^{i\pi t^2}|, \quad (1)$$

where $\otimes$ stands for the convolution product. The signal is first imparted a linear frequency sweep at rate r followed by a dispersion process at rate $1/r$. This yields the signal Fourier transform, save for a phase factor. One actually obtains the temporal image of the signal spectrum with the time-to-frequency rule $f=rt$.

The chirp-transform algorithm has been extensively used for RF signal processing in compressive receivers using acousto-optic (AO) and surface acoustic wave (SAW) devices [7]. The algorithm can also be implemented with the help of stimulated photon echo (SPE) [1–3]. In the perturbation regime the SPE response can be expressed as the convolution product of the three driving fields according to

$$E_e(t) = E_1^*(-t) \otimes E_2(t) \otimes E_3(t). \quad (2)$$

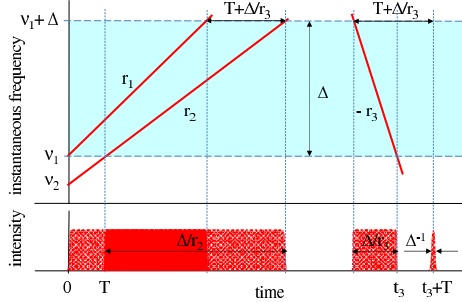


Fig. 1. (Color online) Chirp transform with photon echo: instantaneous frequency and intensity of the driving fields as a function of time. The dispersive filter is engraved by the first two overlapping pulses. Their frequency is scanned at rates r_1 and r_2 , over a spectral interval of width Δ . The probe pulse is chirped at rate $-r_3$ over the same interval. The delay of the first two excitations is a function of frequency that varies from $T=(\nu_1-\nu_2)/r_2$ at ν_1 to $T+\Delta/r_3$ at $\nu_1+\Delta$. The characteristic time evolution of the material response is given by the inverse spectral span Δ^{-1} . The figure illustrates the response to a rectangular probe of duration Δ/r_3 . With respect to the engraving fields, the response undergoes a Δ^2/r_2 compression.

When fields $E_1(t)$ and $E_2(t)$ are chirped at rates r_1 and r_2 , respectively (see Fig. 1), their product $E_1^*(-t) \otimes E_2(t)$ operates as a dispersive (or compressive) filter on the probe $E_3(t)$, making this field undergo dispersion at rate $1/r_3 = 1/r_2 - 1/r_1$. If $E_3(t)$ is chirped at rate $-r_3$ and modulated by a RF signal $s(t)$, the echo power displays the power Fourier transform of $s(t)$ in accordance with Eq. (1).

The compression effect simply reflects the fact that the spectrum of a long monochromatic pulse is a narrow feature. Displaying this feature in the time domain may result in a short pulse. Alternatively, multiplying $s(t)$ by a chirped field can be regarded as a way to spread the spectrum of the signal, making this spectrum cover the entire Δ interval swept by the chirped carrier. The response in the time domain can be made as short as Δ^{-1} , which is Δ^2/r_3 times shorter than the Δ/r_3 -long probe field. The probe pulse and the material response must be contained altogether within the atomic coherence lifetime, which limits the compression effect.

Many REIC offer an inhomogeneous broadening in the multi-gigahertz range, as required to process fast signals. As illustrated in [5], the main difficulty is the production of fast, broadband, phase-coherent optical chirps. In previous works [1–3], we programmed the dispersive filter over Δ with the help of two successive pulses $E_1(t)$ and $E_2(t)$ with opposite chirp rates $-2r$ and $2r$. The signal carrier $E_3(t)$ was chirped at rate $-r$. We directly scanned a frequency agile laser to generate the desired chirp rates. We have developed a specific self-heterodyning servo-loop to improve the linearity and spectral purity of the sweeps [8]. Indeed, the frequency error on the optical chirp must be kept less than the inverse duration of the pulses. The pulse duration, $\Delta/(2r)$ or Δ/r , falls in the microsecond range, to be consistent with the atomic coherence lifetime, and the locked laser satisfies the condition on the frequency error quite easily.

One may question the use of microsecond pulses for storing the dispersive filter $E_1^*(-t) \otimes E_2(t)$. Indeed the programmed filter persists for the typical 10 ms population

lifetime of the REIC bottleneck state. Programming pulses in the millisecond range can engrave the filter more efficiently at lower intensity. Temporally overlapped pulses can achieve such a long storage. Indeed, with r_1 close to r_2 , one can simultaneously stretch the engraving step and satisfy the short probe pulse condition, with $r_3 \gg r_1, r_2$. However, millisecond pulses seem to impose a very demanding condition on laser stability. With frequency errors smaller than the inverse duration of the pulses, laser control in the sub-kilohertz range would be required. We shall address this issue in the next section.

The fields $E_2(t)$ and $E_3(t)$ play symmetric roles in Eq. (2). Therefore the signal to be processed, $s(t)$, can be carried by either $E_2(t)$ or $E_3(t)$. However the two procedures are not equivalent. As already noticed, the filter $E_1^*(-t) \otimes E_2(t)$ is stored in the atomic level population, with a typical lifetime of 10 ms. The probe field $E_3(t)$ is just filtered by this spectral structure. Hence, transposing $s(t)$ on $E_3(t)$ means that the stored operator $E_1^*(-t) \otimes E_2(t)$ only contains the dispersive function. One can use that filter to process many optically carried signals, without any delay between successive readings.

On the contrary, when $s(t)$ is carried by $E_2(t)$, one stores the signal itself in the REIC where it survives for the population lifetime. As a result, one must wait long before processing another signal. Continuous processing is not possible. However this option should not be rejected at once. Remember that the TBP is conserved throughout the processing. The upper limit of the TBP is given by the product of Δ and the coherence lifetime T_2 . Let the engraving pulses temporally overlap, with $r_3 \gg r_1, r_2$. If $s(t)$ is carried by $E_3(t)$, the processor TBP-capacity is given by the product of the probe duration, Δ/r_3 , and the $s(t)$ -bandwidth. To take full advantage of the $\Delta \times T_2$ TBP-capacity, one needs a $s(t)$ -bandwidth of $r_3 T_2$. The same TBP can be reached with a r_2/r_3 times smaller $s(t)$ -bandwidth if $s(t)$ is carried by $E_2(t)$. This attractive feature, illustrated in Fig. 2, may balance the low repetition rate drawback.

The reduction in $s(t)$ -bandwidth can also be viewed as an increase in the compression factor. Reflecting the device's ability to broaden the signal bandwidth, this factor is defined as the ratio of the output Δ bandwidth, and the input $s(t)$ -bandwidth. Hence, for a given β value of the TBP, the compression factor reads as $\Delta^2/(r_3\beta)$ or $\Delta^2/(r_2\beta)$ depending on whether $s(t)$ is carried by $E_3(t)$ or $E_2(t)$. The compression factor is r_3/r_2 times larger when $s(t)$ is carried by $E_2(t)$ instead of $E_3(t)$.

3. IMPACT OF LASER FREQUENCY ERRORS

As noticed above, it has been considered that the laser frequency errors should be kept smaller than the inverse pulse duration. With 1 ms-long programming pulses, a sub-kilohertz frequency precision would be required. Maintaining so small frequency errors is out of reach of available frequency agile lasers. However, to derive this very strict condition, one implicitly assumes that the different fields are uncorrelated. This is not necessarily true when $E_1(t)$ and $E_2(t)$ are overlapped with $r_1 \approx r_2$. Indeed the two fields can be simultaneously derived from a single

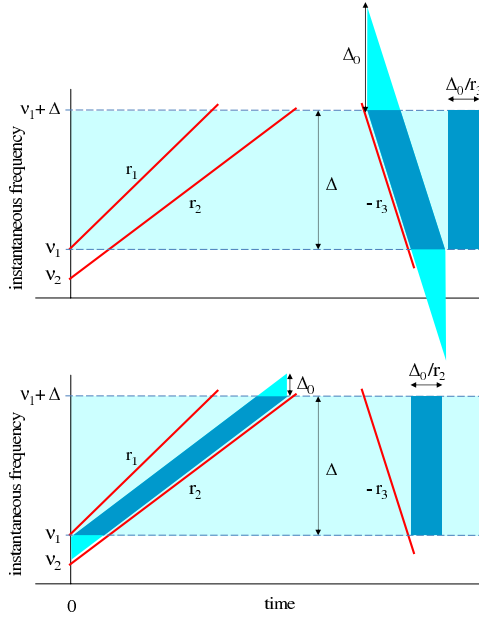


Fig. 2. (Color online) TBP and modulation bandwidth. The signal to be compressed, $s(t)$, is transposed as a single sideband on the optical carrier with the help of a Δ_0 -bandwidth modulator. Depending on whether $s(t)$ is carried by $E_3(t)$ (upper box) or by $E_2(t)$ (lower box), the available TBP is given by $\Delta\Delta_0/r_3$ or by $\Delta\Delta_0/r_2$. For a given TBP, the required modulator bandwidth is r_2/r_3 smaller in the latter case.

source, the chirp difference $r_1 - r_2$ being provided by, e.g., an AO modulator. Then the critical parameter is no longer the inverse field duration.

To be specific, let the frequency agile laser scan begin at time $t=0$. The AO shifter makes the instantaneous frequencies of fields $E_1(t)$ and $E_2(t)$, respectively, evolve as $\nu_1(t) = \nu_1 + r_1 t$ and $\nu_2(t) = \nu_2 + r_2 t$. During engraving, an atom at frequency ν successively interacts with the two fields at times $(\nu - \nu_1)/r_1$ and $(\nu - \nu_2)/r_2$. The interaction with the field depends on the frequency errors that accumulate during the delay $\nu/r_3 + \nu_1/r_1 - \nu_2/r_2$. This time in-

terval varies from $T = (\nu_1 - \nu_2)/r_2$ to $T + \Delta/r_3$ as the laser is scanned from ν_1 to $\nu_1 + \Delta$ and can remain much smaller than the duration of the engraving fields.

Our chirped laser is self-stabilized with an optical phase lock loop (OPLL) [8]. Most of the $1/f$ technical noise is suppressed. We have observed that the surviving frequency fluctuations exhibit a white noise spectrum between 0 and 1 MHz [9]. The average response intensity can be calculated easily within the frame of this simple frequency white noise model. The calculation is detailed in the Appendix. We assume that none of the participating fields carries any additional signal $s(t)$. In other words, each one of $E_1(t)$, $E_2(t)$, and $E_3(t)$ reduces to a single, monotonously chirped monochromatic field. In these conditions, the material response reduces to a single brief emission around time $t = t_3 + T$. As a function of the quiescent laser linewidth $\Gamma/(2\pi)$, the average temporal profile of this short pulse reads as

$$I_e(\tau, \Gamma) = I_e(0, 0) e^{-\Gamma T} \frac{2}{\gamma^2 + (2\pi\Delta\tau)^2} \left[1 - e^{-\gamma} \cos(2\pi\Delta\tau) - \gamma e^{-\gamma} \frac{\sin(2\pi\Delta\tau)}{2\pi\Delta\tau} \right], \quad (3)$$

where $\tau = t - t_3 - T$, and $\gamma = \Gamma\Delta/r_3$.

In the absence of frequency errors, when $\Gamma=0$, $I_e(\tau, \Gamma)/I_e(0, 0)$ reduces to $[\sin(\pi\Delta\tau)/(\pi\Delta\tau)]^2$, which corresponds to the squared Fourier transform of a rectangular pulse [see Fig. 3(b)]. The $\tau_{1/2}$ full width at half maximum equals $0.89\Delta^{-1}$.

As Γ is increased, the frequency errors affect the response in two different ways. First the temporal profile $I_e(\tau, \Gamma)$ is stretched as Γ gets larger than the inverse probe pulse duration. This reflects the loss of coherence between atoms with different transition frequencies. One might expect that $\tau_{1/2}$ tends to the inverse width of a coherently scanned interval given by Γ/r_3 . On the contrary, $\tau_{1/2}$ varies much more slowly, as illustrated in Fig. 3. In other words, the response coherently combines contributions from a spectral interval much broader than r_3/Γ . The frequency errors are more significantly reflected in the decay factor $e^{-\Gamma T}$ that affects the response intensity as a whole. Finally, the pulse compressor should work properly provided $\Gamma T \ll 1$. In the following we experimentally explore the chirped laser capabilities and limitations in this pulse-compression context.

4. EXPERIMENTAL

A. Pulse-Compression Setup

The pulse-compression experiment takes place in 0.005% at. Er^{3+} :YSO at 1.5 μm . At this wavelength a lot of optical telecom devices are available such as erbium-doped fiber amplifiers, pig-tailed modulators, couplers, low-cost fibers, etc. The setup is depicted in Fig. 4. The laser beam is split in two arms that counterpropagate to the crystal. The fields $E_1(t)$ and $E_3(t)$ follow the same path in the opposite direction to the other engraving field $E_2(t)$. The signal $s(t)$ is carried by $E_2(t)$. As noticed in Section 2, this is less demanding in terms of modulation bandwidth than transposing the signal on $E_3(t)$. With the counterpropa-

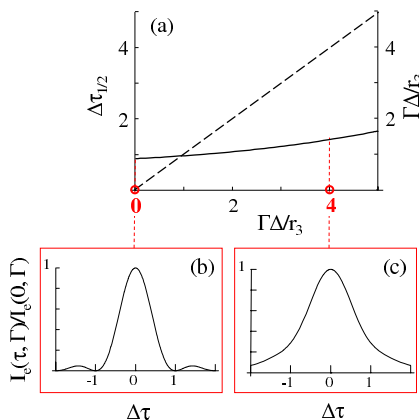


Fig. 3. (Color online) Temporal compression and laser frequency errors. (a) SPE response normalized width $\Delta\tau_{1/2}$ (solid line) and normalized inverse coherently scanned interval $\Delta\Gamma/r_3$ (dashed line) as a function of $\Gamma\Delta/r_3$. [(b) and (c)] Temporal profiles of the SPE response at $\Gamma\Delta/r_3=0$ and 4, respectively.

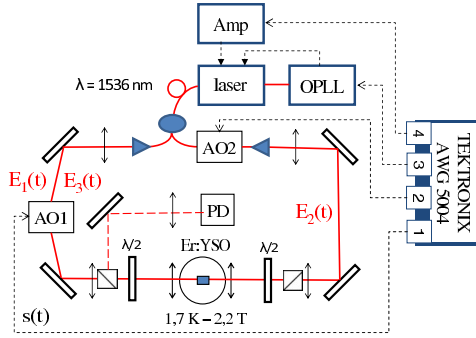


Fig. 4. (Color online) Experimental setup. The chirped laser beam is split in two arms that counterpropagate to the $\text{Er}^{3+}:\text{YSO}$. On one arm, the AO modulator AO2 transposes the signal on $E_2(t)$. On the other arm, the shifter AO1 takes care of $E_1(t)$ and $E_3(t)$ time ordering and provides the chirp rate difference $r_1 - r_2$. $E_1(t)$ and $E_3(t)$ are cross-polarized with $E_2(t)$. The SPE response is detected on photodiode PD.

gating arrangement, one gets rid of spurious echoes that could emerge from the intermixing of the optically carried signal components. The engraving fields are cross-polarized. The SPE response is extracted by a polarizing cube and collected on the photodiode PD. The $\text{Er}^{3+}:\text{YSO}$ crystal sits in a helium bath cryostat. The beams are directed along the b axis in the 7.5 mm-thick crystal. The $E_1(t)$ [respectively, $E_2(t)$] beam waist at the crystal is 45 μm (respectively, 110 μm). The $E_1(t)$ [respectively, $E_2(t)$] power is 7.1 mW (respectively, 5.2 mW). The Kramers degeneracy is lifted by a vertical magnetic field of ≈ 2.2 T. The crystal is birefringent and the optical coherence lifetime T_2 of erbium ions is optimized when the optical axes D_1 and D_2 are oriented at 45° from the magnetic field [10]. In these conditions of temperature and magnetic field size and orientation, $T_2 \approx 150$ μs [3]. Since the crystal neutral lines must be slanted at 45° from the vertical magnetic field, half-wave plates are needed to match their direction with the polarizing cube orientation.

The chirped laser frequency time diagram is given in Fig. 5. To chirp the frequency of the engraving pulses, one scans the laser over 1.5 GHz in 1 ms, which corresponds

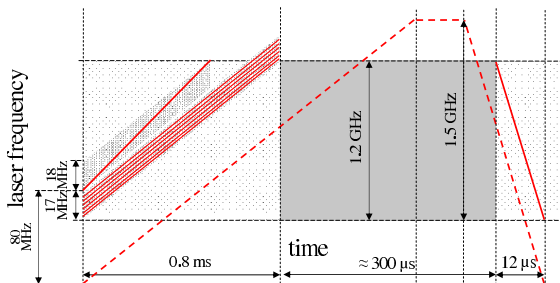


Fig. 5. (Color online) Laser frequency time diagram. The AO modulation operates on top of the laser direct scan to provide the various chirp rates that are needed for engraving and probing. Both AOs offer a bandwidth of ≈ 35 MHz centered at 80 MHz. The 17 MHz-wide lower side of AO2 bandwidth is used to transpose $s(t)$ on $E_2(t)$. The 18 MHz-wide upper side of AO1 bandwidth is used to generate the small $r_1 - r_2$ chirp rate difference needed to match r_3 .

to $r_2 = 1.5 \times 10^{12}$ Hz/s. This is the baseline on top of which AO1 and AO2 operate, making $E_1(t)$ and $E_2(t)$ simultaneously available from the same source.

The probe chirp rate is obtained as the laser is driven back to initial frequency in 15 μs . This corresponds to $r_3 = 10^{15}$ Hz/s. The OPLL does not react instantaneously to the chirp rate change. To account for this latency time, we reduce the working spectral interval to ≈ 1.2 GHz. This imposes a waiting time of ≈ 300 μs between the engraving and the probing steps. The AO device AO1 is opened to let $E_3(t)$ probe the engraved spectral interval.

Both AOs offer a bandwidth of ≈ 35 MHz centered at 80 MHz. On the path followed by $E_2(t)$, one uses the 17 MHz-wide lower side of the AO2 bandwidth to transpose $s(t)$ on $E_2(t)$ (see Fig. 5). The upper side of the AO1 bandwidth is used to generate the small $r_1 - r_2 \approx r_3^2/r_3 = 2.25 \times 10^{10}$ Hz/s chirp rate difference that is needed to match r_3 . This represents a frequency variation of 18 MHz over the explored spectral interval, which indeed matches the upper side of the AO1 bandwidth.

The maximum initial frequency shift of $E_1(t)$ and $E_2(t)$ amounts to 17 MHz. This corresponds to an initial delay $T \approx 11$ μs , consistent with the optical coherence lifetime $T_2 = 150$ μs .

The experiment is controlled by an arbitrary waveform generator [AWG] Tektronix 5004]. This device drives AO1, feeds the signal $s(t)$ to AO2, and controls the laser chirp. The arbitrary waveform generator delivers a voltage ramp to the intra-cavity EOM through a high voltage amplifier and simultaneously acts as a matched local oscillator to the OPLL [8].

B. Results

As a demonstration of the processing capabilities, we generate a sequence of ten shorts pulses by feeding ten evenly spectrally spaced monochromatic waveforms to $E_2(t)$ through AO2. All the waveforms are applied during 0.8 ms, while the laser is scanned over 1.2 GHz. The resulting spectral grating is engraved over the erbium ion absorption profile. With a full width at half maximum of 0.68 GHz, the ion spectral distribution is not uniform over the 1.2 GHz-wide laser scanning range. By optimizing the SPE intensity, we can center the absorption profile within the scanned interval, as illustrated in Fig. 6. Each monochromatic waveform gives rise to a pulse of about 1 ns duration. The temporal profile of each pulse should be given by the power Fourier transform of the absorption profile over the scanned interval.

In a first experiment, the ten monochromatic waveforms at the input of AO2 are spread over an interval of 1.54 MHz. This gives rise to a 1 μs -long burst of ten pulses (see Fig. 7). The pulse duration is close to 1 ns as expected, which represents a 10^6 compression with respect to the input waveform. To observe the decay as a function of T , we increase the spectral spacing of the monochromatic waveforms. As shown in Fig. 8, the burst is stretched to 10 μs , with the same pulse duration. This corresponds to an available TBP of $\approx 10^4$, which represents $\approx 1/10$ of the material maximum capacity in the present magnetic field conditions. The response decay during the burst partly reflects the atomic coherence relaxation at 6.7×10^3 s^{-1} rate. The data fit in Fig. 8 leads to

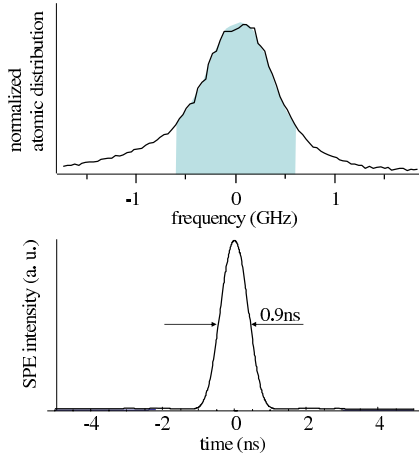


Fig. 6. (Color online) Upper box: experimentally observed spectral distribution of the absorbing ions. The shaded area represents the 1.2 GHz-wide scanning range of the laser. Lower box: power Fourier transform of the spectral distribution over the 1.2 GHz-wide working interval.

a Γ laser frequency error rate of at most $1.1 \times 10^5 \text{ s}^{-1}$, which corresponds to a quiescent laser linewidth of $\approx 20 \text{ kHz}$. According to Eq. (3), the SPE intensity depends on $\gamma = \Gamma \Delta / r_3$ expressing the fraction of Δ that is spanned by the probe during the laser coherence time. With the measured Γ value, one gets $\gamma \approx 1.1$. As can be seen in Fig. 3, with such a γ -value, the pulse width is not affected by the laser frequency errors. Hence, despite the linewidth being much larger than the inverse engraving pulse duration, the processing capabilities are not significantly affected, except for faster decay, and therefore smaller signal-to-noise ratio on long time scales.

In [8] we performed a self-heterodyning measurement of the free running laser coherence time. This time reaches $180 \mu\text{s}$ at 5 mW , which corresponds to a linewidth of 2 kHz . From the analysis of the servo error signal, we also estimated the locked-chirp laser frequency error to $\approx 65 \text{ kHz}$, on a time scale of a few tens of microseconds, with a chirp rate of $6 \times 10^{14} \text{ Hz/s}$. In the present experiment, the 20 kHz quiescent laser linewidth, as deduced

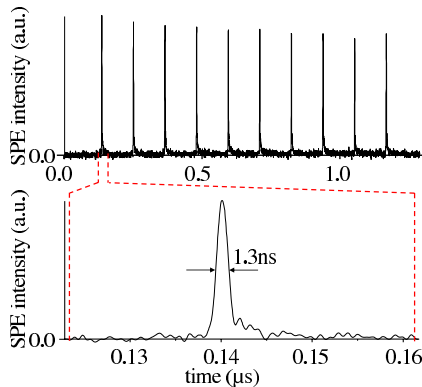


Fig. 7. (Color online) Generation of a $1 \mu\text{s}$ -long burst of ten pulses. The lower box displays the first pulse with a time scale magnification of ≈ 35 . The pulse duration is close to the 1 ns expected value.

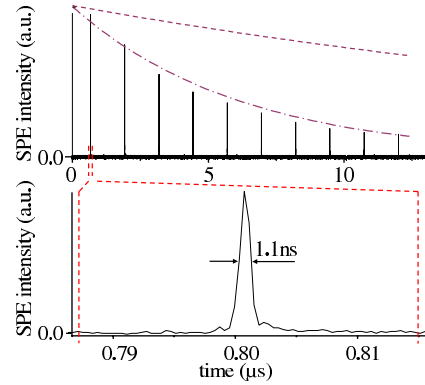


Fig. 8. (Color online) Generation of a $10 \mu\text{s}$ -long burst of ten pulses. The lower box displays the first pulse with a time scale magnification of ≈ 500 . The pulse duration is close to the 1 ns expected value. The dashed (respectively, dotted dashed) line represents the theoretically predicted decay accounting for the $6.7 \times 10^3 \text{ s}^{-1}$ relaxation rate of the optical dipole alone (respectively, accounting for both the optical dipole relaxation and the laser frequency errors at rate $\Gamma = 1.1 \times 10^5 \text{ s}^{-1}$).

from the SPE response decay, appears to be intermediate between these two linewidths. This point should be clarified.

5. CONCLUSION

A locked-chirp frequency agile laser can be stable enough to deliver the millisecond-long engraving pulses for broadband waveform generation using the chirp-transform algorithm. This important result emphasizes the possibility to resort to simple photonic means to synthesize a complex wideband RF signal. We show theoretically and demonstrate experimentally that the laser frequency errors do not significantly alter the signal compression procedure. A 10^4 time-bandwidth product (TBP) has been obtained experimentally. Experiments are conducted at the telecom wavelength in $\text{Er}^{3+}:\text{YSO}$. However this material offers a limited bandwidth. To reach a bandwidth of several tens of gigahertz, alternative materials, such as $\text{Er}^{3+}:\text{LiNbO}_3$, should be investigated.

Note: The research reported in this paper was performed under the smart and enthusiastic guidance of Ivan Lorg  r  . Ivan passed away off Brazil on June 1, 2009, in the crash of the AF447 flight, on his way back from a scientific meeting with Brazilian colleagues.

APPENDIX A: SPE RESPONSE WITH LASER FREQUENCY ERRORS

According to Eq. (2), the statistical average of the SPE response intensity reads as

$$I_e = \int_{\nu_1}^{\nu_1+\Delta} d\nu \int_{\nu_1}^{\nu_1+\Delta} d\nu' \langle \tilde{E}_1^*(\nu) \tilde{E}_2(\nu) \tilde{E}_2^*(\nu') \tilde{E}_1(\nu') \rangle \times \langle \tilde{E}_3(\nu) \tilde{E}_3^*(\nu') \rangle e^{2i\pi(\nu-\nu')t}, \quad (\text{A1})$$

where the probe pulse is assumed to be statistically independent of the engraving pulses. The sum runs over the

Damon *et al.*

Vol. 27, No. 3/March 2010/J. Opt. Soc. Am. B 529

spectral interval Δ , where the excitation is uniformly distributed. The frequency errors are assumed to be described by a stochastic phase $\phi(t)$. An external modulator is used to shift $E_1(t)$ with respect to $E_2(t)$. This operation does not affect the stochastic phase. Therefore the fields can be described as

$$E_j(t) = E_{j0} e^{2i\pi\nu_j t + i\pi\epsilon_j t^2 + i\phi(t)}, \quad (\text{A2})$$

where $\epsilon_{1,2}=1$, $\epsilon_3=-1$, and $1/r_3=1/r_2-1/r_1$. In the frame of the white frequency noise model, the statistical average of a two-time phase factor can be written as

$$\langle e^{i\phi(t)-i\phi(t')} \rangle = e^{(-1/2)\Gamma|t-t'|}, \quad (\text{A3})$$

According to this model, $\tilde{E}_1^*(\nu)\tilde{E}_2(\nu)$ is decorrelated from $\tilde{E}_2^*(\nu')\tilde{E}_1(\nu')$ in Eq. (A1), as soon as $|\nu-\nu'|$ is larger than the frequency interval that is spanned by the chirped laser during the coherence time Γ^{-1} . Therefore, under the assumption that $\Delta \gg r_2\Gamma^{-1}$, the four-field average $\langle \tilde{E}_1^*(\nu)\tilde{E}_2(\nu)\tilde{E}_2^*(\nu')\tilde{E}_1(\nu') \rangle$ reduces to $\langle \tilde{E}_1^*(\nu)\tilde{E}_2(\nu) \rangle \times \langle \tilde{E}_2^*(\nu')\tilde{E}_1(\nu') \rangle$ over most of the integration domain. We perform the calculation under this assumption and will check its validity in the present experiment.

According to Eqs. (A2) and (A3), the two-field average reads as

$$\begin{aligned} \langle \tilde{E}_1^*(\nu)\tilde{E}_2(\nu) \rangle &= E_{10}^* E_{20} \int dt \int dt' \\ &\times e^{2i\pi[(\nu-\nu_1)t - (\nu-\nu_2)t'] - i\pi[r_1 t^2 - r_2 t'^2] - 1/2\Gamma|t-t'|}. \end{aligned} \quad (\text{A4})$$

With the change in variables,

$$t, t' \rightarrow u = t - t', \quad v = \frac{r_1 t - r_2 t'}{r_1 - r_2},$$

the expression reduces to

$$\begin{aligned} \langle \tilde{E}_1^*(\nu)\tilde{E}_2(\nu) \rangle &= \eta \sqrt{r_3} E_{10}^* E_{20} e^{-i\pi(\nu_2 - \nu_1)^2/(r_2 - r_1)} \\ &\times \int df e^{-i(\pi r_3)(\nu - \nu_1 - f + r_3 T)^2} \mathcal{L}(f), \end{aligned} \quad (\text{A5})$$

where $\eta = 1/\sqrt{r_3(r_2 - r_1)}$, $T = (\nu_1 - \nu_2)/r_2$, and

$$\mathcal{L}(f) = \frac{\Gamma}{(2\pi f)^2 + (\Gamma/2)^2}.$$

In quite the same way one obtains the spectral autocorrelation function of the probe field:

$$\begin{aligned} \langle \tilde{E}_3^*(\nu')\tilde{E}_3(\nu) \rangle &= r_3^{-1} |E_{30}|^2 \int df' e^{i(\pi/r_3)[(\nu - \nu_3 + f')^2 - (\nu' - \nu_3 - f')^2]} \mathcal{L}(f'). \end{aligned} \quad (\text{A6})$$

With the help of Eqs. (A5) and (A6), one can rearrange the six-field product as

$$\begin{aligned} &\langle \tilde{E}_1^*(\nu)\tilde{E}_2(\nu) \rangle \langle \tilde{E}_1(\nu')\tilde{E}_2^*(\nu') \rangle \langle \tilde{E}_3^*(\nu')\tilde{E}_3(\nu) \rangle \\ &= \eta^2 |E_{10}|^2 |E_{20}|^2 |E_{30}|^2 e^{-2i\pi(\nu - \nu')(\ell_3 + T)} \\ &\times \int df \int df' \mathcal{L}(f) \mathcal{L}(f') \\ &\times e^{-i(\pi/r_3)(f^2 - f'^2) + 2i\pi[(\nu - \nu_1)r_3 + T]f - 2i\pi[(\nu' - \nu_1)r_3 + T]f'} \\ &\times \int df'' \mathcal{L}(f'') e^{2i\pi(\nu - \nu')f''/r_3}, \end{aligned} \quad (\text{A7})$$

where $\ell_3 = (\nu_3 - \nu_1)/r_3$. Assuming $\Gamma^2 \ll r_3$, we can neglect the quadratic phases. Hence we are simply left with the following product of Lorentzian Fourier transforms:

$$\begin{aligned} &\langle \tilde{E}_1^*(\nu)\tilde{E}_2(\nu) \rangle \langle \tilde{E}_1(\nu')\tilde{E}_2^*(\nu') \rangle \langle \tilde{E}_3^*(\nu')\tilde{E}_3(\nu) \rangle \\ &= \eta^2 |E_{10}|^2 |E_{20}|^2 |E_{30}|^2 e^{-2i\pi(\nu - \nu')(\ell_3 + T)} \\ &\times e^{(-\Gamma/2r_3)[|\nu - \nu_1 + r_3 T| + |\nu' - \nu_1 + r_3 T| + |\nu - \nu'|]}. \end{aligned} \quad (\text{A8})$$

Substitution of Eq. (A8) into Eq. (A1) leads to

$$\begin{aligned} I_e &= \eta^2 |E_{10}|^2 |E_{20}|^2 |E_{30}|^2 \int_{r_3 T}^{\Delta + r_3 T} dv \int_{r_3 T}^{\Delta + r_3 T} dv' \\ &\times e^{2i\pi(\nu - \nu')\tau} e^{-(\nu + \nu' + |\nu - \nu'|)\Gamma/(2r_3)}, \end{aligned} \quad (\text{A9})$$

where $\tau = t - t_3 - T$. Integration is easily performed. Expressing the average response intensity as a function of τ and Γ , one finally obtains

$$\begin{aligned} I_e(\tau, \Gamma) &= I_e(0, 0) e^{-\Gamma\tau} \frac{2}{\gamma^2 + (2\pi\Delta\tau)^2} \left[1 - e^{-\gamma} \cos(2\pi\Delta\tau) \right. \\ &\quad \left. - \gamma e^{-\gamma} \frac{\sin(2\pi\Delta\tau)}{2\pi\Delta\tau} \right], \end{aligned} \quad (\text{A10})$$

where $\gamma = \Gamma\Delta/r_3$.

REFERENCES

1. L. Ménager, J.-L. Le Gouët, and I. Lorgère, "Time-to-frequency Fourier transformation with photon echoes," *Opt. Lett.* **26**, 1397–1399 (2001).
2. V. Crozatier, V. Lavielle, F. Bretenaker, J.-L. Le Gouët, and I. Lorgère, "High resolution radio frequency spectral analysis with photon echo chirp transform in an Er:YSO crystal," *IEEE J. Quantum Electron.* **40**, 1450–1457 (2004).
3. V. Crozatier, G. Gorju, J.-L. Le Gouët, F. Bretenaker, and I. Lorgère, "Wideband and high resolution coherent optical transients with a frequency agile laser oscillator," *Opt. Lett.* **31**, 3264–3266 (2006).
4. Z. W. Barber, M. Tian, R. R. Reibel, and W. R. Babbitt, "Optical pulse shaping using optical coherent transients," *Opt. Express* **10**, 1145–1150 (2002).
5. C. J. Renner, R. R. Reibel, M. Tian, T. Chang, and W. R. Babbitt, "Broadband photonic arbitrary waveform generation based on spatial-spectral holographic materials," *J. Opt. Soc. Am. B* **24**, 2979–2987 (2007).
6. L. I. Bluestein, "A linear filtering approach to the computation of the discrete Fourier transform," *IEEE Trans. Audio Electroacoust.* **AU-18**, 451–455 (1970).
7. M. A. Jack, P. M. Grant, and J. H. Collins, "The theory design and applications of surface acoustic wave Fourier transform processors," *Proc. IEEE* **68**, 450–468 (1980).
8. V. Crozatier, G. Gorju, J.-L. Le Gouët, F. Bretenaker, C.

530 J. Opt. Soc. Am. B/Vol. 27, No. 3/March 2010

Damon *et al.*

- Gagnol, E. Ducloux, and I. Lorgeré, "Phase locking of a frequency agile laser oscillator," *Appl. Phys. Lett.* **89**, 261115 (2006).
9. G. Gorju, V. Crozatier, I. Lorgeré, J.-L. Le Gouët, and F. Bretenaker, "Wideband RF spectral analyzer based on spectral-spatial holography in Tm^{3+} :YAG achieved with a highly stabilized frequency chirped laser," *J. Lumin.* **127**, 110–115 (2007).
 10. T. Böttger, "Laser frequency stabilization to spectral hole burning frequency reference in erbium-doped crystals: material and device optimization," Ph.D.dissertation (Montana State University, 2002).

Chapitre 6

Renaissance d'un écho réduit au silence

6.1 Introduction

L'écho de photon à deux impulsions, cas particulier de l'écho à 3 impulsions, permet d'enregistrer un signal et de le réémettre ultérieurement, renversé dans le temps. Cet effet de mémoire, connu depuis longtemps, a d'abord motivé la mise au point de mémoires classiques [5, 82].

Comme nous l'avons expliqué dans la section 3.4.3 de ce manuscrit, si l'impulsion centrale du processus a une aire égale à π , alors on peut obtenir des efficacités de restitution très élevées, pour peu que le milieu soit suffisamment épais optiquement. On imagine alors aisément que l'enregistrement, puis la restitution d'un signal très faible, voire d'un photon unique, seraient réalisables avec un processus d'écho de photon. Or, dans le cas de la recherche d'une mémoire quantique, un dispositif qui permette de restituer fidèlement un signal lumineux en respectant ses propriétés éventuellement non-classiques, ce n'est pas aussi simple [83]. En effet, l'impulsion intense utilisée pour la remise en phase des dipôles pose problème. La difficulté ne tient pas tant à la puissance de l'impulsion, qu'au fait qu'elle interagit fortement avec de nombreux atomes. En effet, en même temps qu'elle inverse la phase des cohérences atomiques, cette impulsion inverse aussi les populations atomiques. Dans le cas d'un signal à enregistrer très faible, l'écho est émis à partir d'un milieu amplificateur, ce qui réduit la fidélité de la mémoire. De plus, superposé au signal, on observera un rayonnement d'émission spontanée lié à la désexcitation des atomes vers le niveau fondamental.

Plusieurs protocoles de mémoire quantique inspirés du processus d'écho de photon ont été proposés. Dans ces protocoles, l'impulsion de rephasage est absente, et le rephasage des cohérences est assuré par un mécanisme différent, de façon à éviter les problèmes mentionnés ci-dessus.

- Dans le CRIB (Controlled Reversible Inhomogeneous Broadening) [refs] et le GEM

(Gradient Echo Memory) [refs], l'élargissement inhomogène responsable du déphasage des cohérences est créé artificiellement au moyen d'un champ électrique spatialement inhomogène, à partir d'un profil d'absorption spectralement étroit. Le champ électrique inhomogène est inversé à mi-temps.

- Dans l'AFC (Atomic Frequency Comb) [refs], le profil d'absorption atomique inhomogène initial est modifié de façon à présenter une structure périodique. Le rephasage des cohérences se produit alors à intervalles de temps égaux à l'inverse de la période du peigne d'absorption.

Ces deux approches reposent sur une procédure de préparation du profil d'absorption par pompage optique. De ce fait, l'épaisseur optique résiduelle est réduite, ce qui peut se révéler critique dans la recherche d'une efficacité élevée.

Dans l'article qui suit, nous proposons une troisième approche, là aussi largement inspirée de l'écho de photons à 2 impulsions. Contrairement aux protocoles mentionnés ci-dessus (CRIB, GEM, AFC), notre protocole ne nécessite pas de préparation particulière du profil d'absorption. L'impulsion intense de rephasage est présente, mais l'émission de l'écho est supprimée grâce à une condition d'accord de phase non vérifiée¹. Le milieu est ensuite inversé une seconde fois. Les cohérences se rephasent à nouveau, et cette fois la condition d'accord de phase nécessaire pour émettre un écho est satisfaite. Un deuxième écho est alors émis, à partir d'un milieu non inversé. Ce protocole est ainsi nommé ROSE, Revival Of Silenced Echo. Dans sa configuration contra-propageante, il atteint une efficacité théorique proche de 1, et cela sans émission à travers un milieu inversé, ce qui le rend particulièrement adapté à la réalisation d'une mémoire quantique.

Une des particularités de ce protocole réside dans le fait qu'il y a deux impulsions de rephasage. Il est alors possible d'utiliser des impulsions balayées en fréquences (de type "passage adiabatique") pour chacune des impulsions de rephasage. La bande passante accessible est alors bien plus élevée que celle offerte par une impulsion π . Le premier écho, déjà annihilé par le désaccord de phase, est étalé dans le temps puisque différentes classes de fréquence se rephasent à des instants différents. En revanche, pour le deuxième écho, les retards peuvent être compensés si les deux impulsions sont identiques et l'écho est émis au même instant pour toutes les classes de fréquences concernées [84–87]. Dans notre démonstration, nous utilisons des impulsions de type "Sécante Hyperbolique Complexe" qui sont bien plus robustes à la traversée d'un milieu optiquement épais qu'une impulsion π .

Une partie des expériences rapportées dans cet article ont été réalisées dans un cristal de Tm :YAG. En effet, ce matériau est particulièrement adapté pour une démonstration

1. La condition d'accord de phase dans un processus d'écho à 2 impulsions est décrite dans le chapitre 2.4.4.

de mémoire quantique parce qu'il permet de travailler à une longueur d'onde de 793nm, où des détecteurs de photons uniques sont performants. Or la durée de vie limitée des cohérences optiques dans ce cristal ($T_2 < 50 \mu s$) ne permet pas de démontrer tous les aspects du ROSE. C'est pourquoi on s'est tourné vers l'Er :YSO, qui présente des durées de vie des cohérences optiques nettement supérieures.

6.2 article : *Revival Of a Silenced Echo*

New Journal of Physics

The open-access journal for physics

Revival of silenced echo and quantum memory for light

V Damon, M Bonarota, A Louchet-Chauvet, T Chanelière
and J-L Le Gouët¹

Laboratoire Aimé Cotton, CNRS-UPR 3321, Univ. Paris-Sud, Bât. 505,
91405 Orsay cedex, France

E-mail: jean-louis.legouet@lac.u-psud.fr

New Journal of Physics **13** (2011) 093031 (12pp)

Received 26 April 2011

Published 20 September 2011

Online at <http://www.njp.org/>

doi:10.1088/1367-2630/13/9/093031

Abstract. We propose an original quantum memory protocol. It belongs to the class of rephasing processes and is closely related to two-pulse photon echo. It is known that the strong population inversion produced by the rephasing pulse prevents the plain two-pulse photon echo from serving as a quantum memory scheme. Indeed, gain and spontaneous emission generate prohibitive noise. A second π -pulse can be used to simultaneously reverse the atomic phase and bring the atoms back into the ground state. Then a secondary echo is radiated from a non-inverted medium, avoiding contamination by gain and spontaneous emission noise. However, one must kill the primary echo, in order to preserve all the information for the secondary signal. In the present work, spatial phase mismatching is used to silence the standard two-pulse echo. An experimental demonstration is presented.

Contents

1. Introduction	2
2. Rephasing in the ground state with silenced primary echo	3
3. Optimizing the rephasing step	5
4. Experimental	7
5. Conclusion	10
Acknowledgments	11
References	11

¹ Author to whom any correspondence should be addressed.

1. Introduction

The interaction of quantum light with an ensemble of atoms kindled intense research efforts in the past decade. The emblematic quantum memory challenge includes the conversion of a quantum state of light into an ensemble state of matter and the retrieval of a restored state of light. Light operates as a probe of the ensemble entangled state. Electromagnetically induced transparency (EIT) combined with the DLCZ generation of narrow-band heralded photons led to convincing experimental demonstrations in atomic vapors [1–3]. However, one cannot help but notice the small bandwidth offered by EIT-based protocols. Indeed, the spectrum of the incoming pulse of light has to fit the transparency window that is opened within the homogeneous width of the atomic transition. This practically limits the bandwidth to the megahertz range. To break this barrier, one may map the signal spectral components over the inhomogeneous width of the absorption line, according to the paradigm of the well-known photon echo scheme. In this context, solid state materials such as rare-earth ion-doped crystals (REIC) offer a prime alternative to atomic vapors since they combine the absence of motion with a long coherence lifetime and a large inhomogeneous width.

Although successful as a classical signal storage technique, photon echo does not work right away as a quantum memory procedure, as pointed out by several authors [4–6]. For instance, the two-pulse echo (2PE) suffers from the population inversion produced by the rephasing pulse. To efficiently reverse the phase of atomic coherences and get them phased together at a later time, this pulse has to simultaneously promote the atoms to the upper level of the optical transition. Working in a gain regime, detrimental to fidelity, the inverted medium also relaxes by spontaneous emission (SE), which further increases the intrinsic noise and makes this scheme inappropriate for the recovery of the initial quantum state of light. Last but not least, due to the spatial phase matching requirement, the 2PE signal propagates along the same direction as that of the driving fields. Hence, when composed of a few photons, the echo gets buried in the free induction decay (FID) long tail of the rephasing pulse [4].

To adapt the photon echo to quantum memory requirements, one has to get rid of massive population inversion. Original protocols such as the controlled reversible inhomogeneous broadening (CRIB) [7–10], the gradient echo memory (GEM) [11–16] and the atomic frequency comb (AFC) [17, 18] avoid population inversion. Either the phase reversal is produced by an external electric or magnetic field (CRIB and GEM) or rephasing just results from the initial preparation of the inhomogeneously broadened distribution (AFC). Those techniques have proved very successful in terms of efficiency [15, 19], multi-mode capacity [20, 21] and quantum fidelity [22, 23]. However, they all require a rather complex preparation step. In addition, by removing atoms from the absorption band, the preparation step reduces the intrinsic trapping capability of the medium.

In this paper, returning to 2PE basics, we propose an alternative approach, free from any preparation step. As already noted by Longdell [6, 24], the issue is population inversion and the resulting gain and SE noise, rather than the intense pulse in itself. A second intense pulse is able to bring the atoms back to the ground state, thus suppressing the undesired noise, and to simultaneously reverse the phase of the atoms, making them emit a secondary echo. The whole question is how to silence the primary 2PE and to preserve the integrity of the captured information until the emission of the secondary echo. Longdell [24] proposed to kill the primary echo by Stark-effect-induced interference [25, 26]. Here we propose to rely on spatial phase mismatching, which eliminates the need for an external field. This is explained in section 2,

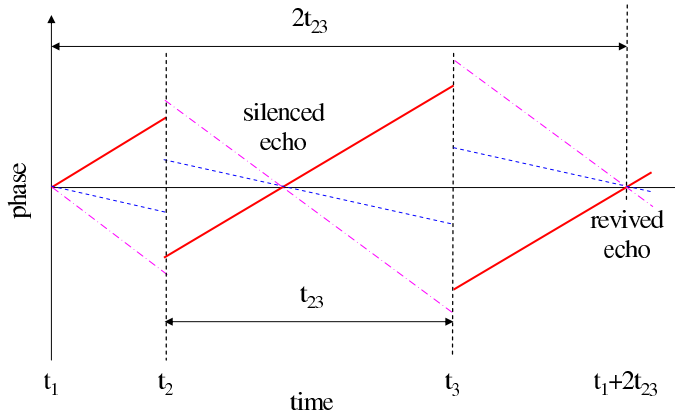


Figure 1. Revival Of Silenced Echo (ROSE). Excitation at time t_1 gives rise to atomic coherences. Departing from their initial common phase, the atomic coherences evolve at different rates, depending on their detuning from a reference. Rephasing pulses are shone at times t_2 and t_3 . The atomic coherences get phased together at time $t_1 + 2t_{12}$ but the primary echo is silenced by spatial phase mismatching. The echo is revived at time $t_2 + 2t_{23}$.

where we describe the storage protocol. In section 3, we discuss rephasing the Bloch vectors with a pair of ARPs. Experimental results are presented in section 4.

2. Rephasing in the ground state with silenced primary echo

Let us consider a simple 2PE scheme, operating on an ensemble of two-level atoms. First a weak pulse, carrying the information to be stored, shines on the storage medium at time t_1 . Then a strong pulse hits the medium at time t_2 , rotating the Bloch vector by an angle of π . The π -rotation simultaneously reverses the inhomogeneous phase shift and promotes the atoms to the upper level. The atomic coherences get phased together again at time $t_e = t_1 + 2t_{12}$, where $t_{ij} = t_j - t_i$, and radiate an echo signal. The optical thickness must be large enough to allow for efficient capture of the initial signal pulse. In such a medium, population inversion by the rephasing pulse yields important gain and SE. Both phenomena affect the fidelity of the information recovery. To bring the atoms back to the ground state, one just has to apply a second π -pulse at time $t_3 > t_e$. As shown in figure 1, a secondary echo is then emitted at time $t'_e = t_1 + 2t_{23}$ from ground state atoms, free of gain and SE noise. However, this simple procedure only enables us to recover a part of the stored information. Another part has already been carried away by the primary echo at time t_e . To avoid this loss of information one has to silence the primary echo.

We rely on spatial phase mismatching to kill the primary echo. The pulses, directed along wavevectors $\vec{k}_1$ and $\vec{k}_2$, give rise to echo emission in the direction $\vec{k}_e = 2\vec{k}_2 - \vec{k}_1$, provided $k_e = |\vec{k}_e|$ is close to $k = |\vec{k}_1| = |\vec{k}_2|$. More precisely, the condition reads: $(k_e - k)L \ll \pi$, where L stands for the medium thickness. Indeed, the radiated field must match the spatial phase of the radiating atomic macroscopic polarization. If $(k_e - k)L > \pi$, no echo is emitted at time t_e but the macroscopic polarization does survive. The violation of the phase matching condition does not affect atomic coherences. The spectral phase shift is reversed anyway at time t_3 and, despite the absence of the primary echo, a secondary echo can be emitted at time

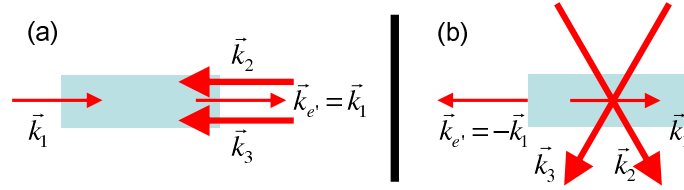


Figure 2. Beam configuration for signal recovery in the forward (a) and backward (b) directions. In (b), the rephasing pulses reach the medium (shaded area) from the sides.

$t'_e = t_1 + 2t_{23}$ provided $\vec{k}_e = 2\vec{k}_3 - \vec{k}_2 = \vec{k}_1 + 2(\vec{k}_3 - \vec{k}_2)$ satisfies the phase matching condition. If $\vec{k}_3 = \vec{k}_2$, emission takes place in the same $\vec{k}_1$ direction as the initial signal, whatever the common wavevector direction of the two rephasing pulses. This occurs, for instance, when the rephasing pulses counterpropagate with the incoming signal, a configuration that strictly forbids the 2PE emission. We coin this process Revival Of Silenced Echo (ROSE), believing that it may give a new start to photon echo in the quantum memory context.

Although three successive pulses are involved in the echo formation, the ROSE scheme strongly differs from what is usually called a ‘three-pulse photon echo’. In the latter process, the atomic coherences resulting from interaction with the first pulse are converted into level population by the second pulse, and restored from population by the third pulse. Instead, all along the present echo process, the captured information is carried only by atomic coherences. The retrieval time of the echo lifts any ambiguity. It equals $t_1 + t_{23} + 2t_{12}$ in the conventional three-pulse echo, instead of $t_1 + 2t_{23}$ in the ROSE scheme.

The CRIB calculations [10] can be extended to ROSE quite directly. As in CRIB, the incoming signal pulse propagates through a spectrally uniform absorbing medium. Moreover, just as in CRIB, the signal is emitted when most atoms sit in the ground state. Hence, when $\vec{k}_3 = \vec{k}_2$, the recovery efficiency in the forward direction (see figure 2(a)) is expected to vary as $(\alpha L)^2 e^{-\alpha L}$, where α stands for the absorption coefficient, and may reach a maximum value of 54% at $\alpha L = 2$, in the absence of coherence relaxation. When the T_2 finite duration of the optical coherence is taken into account, the echo intensity can be expressed as $(\alpha L)^2 e^{-4t_{23}/T_2}$ times the transmitted intensity of the incoming signal, the latter itself being attenuated by the factor $e^{-\alpha L}$.

As in CRIB, a higher efficiency can be expected when the echo is recovered in the backward direction [7, 9, 10, 18]. This occurs when $(\vec{k}_1, \vec{k}_2) = (\vec{k}_2, \vec{k}_3) = \pi/3$, which leads to $\vec{k}_e = -\vec{k}_1$ (see figure 2(b)). Since they illuminate the storage medium from the sides, the rephasing pulses penetrate a shorter distance and may undergo less propagation distortion. In the absence of coherence relaxation, the efficiency equals $(1 - e^{-\alpha L})^2$ and approaches 100% when $\alpha L \gg 1$.

As in CRIB [7, 9] or AFC [18, 27], two additional π -pulses may be used to convert the optical coherence into a ground state coherence and back, should a three-level Λ system be available. This way the storage time may be increased far beyond the optical coherence lifetime.

One may wonder whether the absence of primary echo really preserves the information mapping inside the medium. Indeed, when $(k_e - k)L > \pi$, the echo is killed but radiative emission remains in phase with atomic polarization over the distance $\pi/(k_e - k)$. Therefore, some information can creep in the medium over that coherence length. However, the mapping is not affected provided $\pi/(k_e - k)$ is much smaller than the α^{-1} characteristic distance.

The radiative migration is radically eliminated in counterpropagating configuration when $\vec{k}_2 = -\vec{k}_1$. Then the coherence length reduces to $1/3$ wavelength. When the echo is recovered in the backward direction, with $(\vec{k}_1, \vec{k}_2) = \pi/3$, the coherence distance does not exceed one wavelength.

The ROSE scheme clearly disposes of two insurmountable faults of the conventional 2PE, namely the gain noise and the signal contamination by the FID tail of the rephasing pulses. Spontaneous emission (SE) properties deserve further consideration. During the time interval between the two rephasing pulses, atoms spontaneously decay to the ground state. Those atoms are promoted back to the upper level by the second strong pulse. Therefore, although most atoms sit in the ground state at the moment of the secondary echo, there remains some residual SE noise. In conventional 2PE, when the medium is totally inverted by the rephasing pulse, SE brings a noise of about 1 photon within the time slot and the solid angle of echo emission [4, 6]. After a second rephasing pulse, SE from the few atoms left in the upper level brings a small noise contribution to the retrieved signal. Should only 90% of the atoms be brought back to the ground state, this would still improve the signal-to-noise ratio by a factor of 10 with respect to the 2PE scheme. In addition to those incoherent features, SE is involved in coherent rephasing processes, as discussed in [6]. In the inverted medium, SE can play the role of the first pulse in a 2PE scheme, give rise to an echo after the second rephasing pulse and spoil the ROSE. However, according to the 2PE phase matching condition, the revived SE noise is radiated close to the direction $\vec{k}_3$, at large angular distance from the ROSE.

Finally, the ROSE scheme combines the absence of preparation step with broad-band capability. Unlike the protocols based on a preparation step, such as CRIB, GEM or AFC, the present process does not waste the available optical thickness. All the atoms initially present within the signal bandwidth may participate in the quantum memory. The main spectral width limitation may come from the rephasing pulses. The energy they have to exchange with the medium is indeed proportional to the operation bandwidth. Chirped control pulses offer an advantageous alternative to π -pulses in terms of bandwidth. In the next section we show that they can significantly improve the ROSE rephasing step.

3. Optimizing the rephasing step

In the previous discussion, phase reversal is assumed to be achieved by π -pulses. This may not be the best solution. First, since the spectral range of a π -pulse is determined by its inverse duration, the pulse energy grows quadratically with the spectral width. Broadband operation demands too much energy. Moreover, when propagating through a broadband absorber, a π -pulse converts most of its energy into atomic excitation. According to the numerical solution of the Maxwell–Bloch equations [28], 50% of a rectangular π -pulse is absorbed at depth $z = 1.78/\alpha$. As a consequence, the pulse undergoes strong distortions. Simultaneous energy loss and area conservation, as prescribed by the McCall and Hahn theorem [29], entail temporal stretching, which corresponds to the narrowing of the excited spectral interval as the pulse proceeds deeper and deeper into the medium.

Instead of flipping all the Bloch vectors simultaneously, one may rotate them sequentially with the help of chirped pulses, whose frequency is scanned at a rate r . Under the conditions of adiabatic rapid passage (ARP), the Bloch vector adiabatically follows the driving vector on the Bloch sphere and π -radian flipping can be achieved efficiently over the scanning range of the driving field. Unfortunately, a single ARP generally does not give rise to an echo.

Indeed, because atoms with different frequencies are excited successively, the Bloch vectors cannot be phased together at a later time. More precisely, a τ -long incoming signal cannot be recovered in the shape of a τ -long echo, except when the chirped pulse behaves as a brief excitation, interacting with all the atoms quite simultaneously. Since the scanning time of the initially excited spectral interval is given by $2\pi/(r\tau)$, simultaneous excitation of all the atoms by the ARP requires $2\pi/(r\tau) \ll \tau$, or $\phi \ll 1$ where the refocusing parameter is defined as $\phi = 2\pi/(r\tau^2)$. In this $\phi \ll 1$ situation, the ARP does not represent any improvement with respect to π -pulse excitation.

Although inaccessible to a single ARP in general, refocusing can be achieved by a *pair* of chirped pulses. Then the atomic coherences can be phased together, whatever the size of ϕ . In other words, a *pair* of ARPs is able to give rise to an echo even when the time needed by each ARP to scan the atom ensemble is much larger than the inverse spectral width of this ensemble [30].

The simplest ARP process is obtained by chirping the frequency of a field with a fixed amplitude at a constant rate. However, the field has to be switched on and off at large detunings from the atoms. Finite duration excitation gives rise to oscillatory features [31]. To flip the Bloch vector over a well-defined finite spectral interval, a complex hyperbolic secant (CHS) pulse is more appropriate [32]. High transfer efficiency has been reached over the targeted spectral band, while the atoms are left at rest outside [33, 34].

Frequency chirped pulses seem to be able to keep their properties during propagation through an absorbing material [35]. Specifically, they lose a much smaller fraction of energy than a π -pulse. To illustrate this property, let us consider a CHS pulse. The Rabi frequency and instantaneous frequency temporal variations are, respectively, defined by

$$\Omega(t) = \Omega_0 \operatorname{sech}(\beta(t - t_0)), \quad (1)$$

$$\omega(t) = \omega_0 + \mu\beta \tanh(\beta(t - t_0)). \quad (2)$$

According to equation (2), the field is chirped over a $2\mu\beta$ -wide interval centered at ω_0 . The chirp rate $d\omega(t)/dt$ reaches its maximum value $r_0 = \mu\beta^2$ at $t = t_0$. When the atoms are promoted to the upper level, the energy conveyed to the medium reads as

$$W_{\text{at}} = 2\mu\beta A L n \hbar \omega_0, \quad (3)$$

where L , A and n , respectively, represent the medium length and cross-sectional area and the spectro-spatial atomic density. The incoming energy reads as

$$W_{\text{in}} = \frac{1}{2} A c \epsilon_0 \int dt |\Omega(t) \hbar / d|^2 = A c \epsilon_0 |\Omega_0 \hbar / d|^2 / \beta, \quad (4)$$

where d represents the transition dipole moment. The fraction of incoming energy that is stored in the medium can be expressed in terms of the absorption coefficient $\alpha = \pi \omega_0 d^2 n / (c \hbar \epsilon_0)$ as

$$\frac{W_{\text{at}}}{W_{\text{in}}} = \frac{2}{\pi} \frac{r_0}{\Omega_0^2} \alpha L. \quad (5)$$

Since adiabatic passage precisely requires that $r_0 / \Omega_0^2 \ll 1$ [33], the storage of a small fraction of energy in the medium can be made consistent with the adiabatic condition, whatever be the optical depth αL . As pointed out above, the strong distortion of a π -pulse propagating through an absorbing medium is connected with the loss of an important fraction of initial energy. Traveling through the same medium, a CHS pulse might undergo less distortion, in connection with a much lower energy loss, and preserve its initial properties much deeper into the medium.

4. Experimental

Experimentally we pursue a twofold objective. Firstly, we need to confirm the generation of the revived echo, with the expected efficiency, when the primary echo is silenced by spatial phase mismatching. We concentrate on the counterpropagating configuration (see figure 2(a)) where mismatching is maximum. The two rephasing pulses follow the same path, in an opposite direction to the signal field. Secondly, we want to verify that the second rephasing pulse actually brings the atoms back to the ground state.

A first experiment is conducted in a 0.5 at.% Tm^{3+} :YAG crystal operating at 793 nm. The sample is cooled down to 2.8 K in a variable temperature liquid helium cryostat. The counterpropagating light beams are split from a home-made, extended cavity, continuous wave, ultra-stable semi-conductor laser [36], featuring a stability better than 1 kHz over 10 ms. To manage the rephasing and signal paths separately, we make a small angle of $\approx 2^\circ$ between them. This way we not only extract the echo easily but also further reject reflections from the cryostat windows. Those precautions will prove essential in shot-noise limited measurements.

The signal beam waist is adjusted to $30 \mu\text{m}$, with a rephasing beam 1.6 times bigger. All the fields are polarized along the [001] crystallographic axis [37]. In order to avoid propagation effects, we slightly detune the laser from the absorption line center to $\alpha L = 1.05$.

The rather high Tm^{3+} concentration reduces T_2 to less than $50 \mu\text{s}$, making the ROSE wither fast. This impacts on the parameter accessible range. To simultaneously satisfy $T_2\beta \gg 1$ and $\mu\beta^2 \ll \Omega_0^2$ (adiabatic passage condition), one is led to the minimum $\mu = 2$ acceptable value, with $\beta/(2\pi) = 120 \text{ kHz}$. Hence, population is inverted over a $\mu\beta/\pi = 480 \text{ kHz}$ -wide spectral interval.

With a rephasing pulse separation of $t_{23} = 13 \mu\text{s}$, the storage time is equal to $26 \mu\text{s}$. The $3.5 \mu\text{s}$ -long (full-width at half-maximum) incoming signal and the recovered ROSE are displayed in figure 3(a). Spatial-mode filtering through a single-mode fiber at the crystal output efficiently rejects stray light from the CHS rephasing pulses. Those pulses are monitored with a control detector, as shown in figure 3(b). As can be seen in this figure, we truncate CHS waveforms to $6\beta^{-1}$. The recovery efficiency of $\approx 10\%$ is consistent with the $(\alpha L)^2 e^{-\alpha L - 4t_{23}/T_2}$ predicted value, setting $T_2 = 42 \mu\text{s}$. The latter T_2 value agrees with independent measurements.

The refocusing parameter defined in section 3 reads as $\phi = 2\pi/(\mu\beta^2\tau^2)$. To accomodate the incoming pulse bandwidth, CHS parameters must satisfy $\mu\beta\tau > \pi$, which results in $\phi < 2\mu/\pi$. With $\mu = 2$, ϕ remains close to unity, thus allowing for some refocusing of the Bloch vectors after the first CHS pulse. It may be interesting to check that complete refocusing can be achieved by a pair of CHS, even when $\phi \gg 1$, i.e. when coherences cannot be phased together after a single CHS. These conditions are met in the next experiment.

We undertake the second experiment in a 0.005 at.% Er^{3+} :YSO, 7.5 mm-thick, crystal at $1.5 \mu\text{m}$. This material offers attractively slow relaxation rates that allow time for the ROSE to bloom. The upper level decays in 10 ms and we have measured an optical coherence lifetime T_2 as large as $230 \mu\text{s}$. To reach such a high T_2 value, one cools down the crystal to 2 K and one lifts the Kramers degeneracy with a magnetic field of $\approx 2.2 \text{ T}$. The light beams are directed along the b axis, perpendicular to the magnetic field. The crystal is birefringent and T_2 is optimized when the neutral lines D_1 and D_2 are oriented at 45° from the magnetic field [38]. In spite of its attractive T_2 figure, Er^{3+} :YSO exhibits some drawbacks with respect to Tm^{3+} :YAG. In YSO, the host matrix birefringence should affect side illumination in the configuration described in figure 2(b). Besides, in Er^{3+} :YSO one does not enjoy a Λ three-level system configuration as in

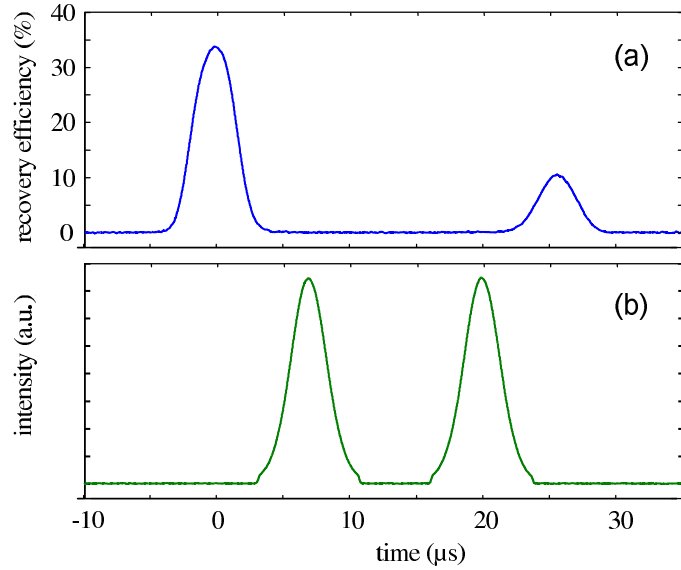


Figure 3. ROSE in Tm^{3+} :YAG. Opacity is adjusted to $\alpha L = 1.05$. The incoming pulse and the echo are displayed in (a). Counterpropagating with the CHS rephasing pulses, they are monitored with a control detector and represented in (b). In (a), efficiency refers to the intensity of the incoming signal, measured at the input side of the crystal.

Tm^{3+} :YAG, which is required for optical-to-spin coherence conversion (see [39] and references therein). Last but not least, single-photon detectors are more efficient at Tm^{3+} :YAG transition wavelength.

The light source is an erbium-doped fiber, distributed feedback, commercial laser (KOHERAS). This source features good stability, with a coherence time larger than 1 ms and a jitter of a few kHz over 100 μs . The rephasing beam is 2.5 times bigger than the signal beam, whose beam waist is measured to be 45 μm at the crystal. All the fields are polarized along D_1 . The opacity αL reaches ≈ 2 at the line center. The echo is extracted by a beam splitter and collected on a photodiode.

First we check the inversion efficiency of a CHS pulse with parameters $\beta = 125 \times 10^3 \text{ s}^{-1}$ and $\mu = 10$, corresponding to excitation over a 400 kHz-wide interval. As before, the CHS duration is limited to $6\beta^{-1}$. Slightly detuning the laser from the line center, we measure an opacity $\alpha L = 0.71$. A 3 μs -long (full-width at half-maximum) Gaussian-shaped signal pulse is shone through the crystal. We successively detect the transmitted profile before and after inversion by a counterpropagating CHS pulse (figure 4). The pulse sequence is repeated at 10 Hz rate. We observe an amplification factor of 3.55. Through a totally inverted medium, with an upper-level population $n_b = 1$, this factor should reach $e^{2\alpha L} = 4.13$. The measured factor corresponds to $n_b = \text{Ln}(3.55)/(2\alpha L) = 0.89$.

With the same CHS parameter values, the same input signal duration and the same opacity, we check the ROSE process. In the experiment presented in figure 5, the rephasing pulse separation is adjusted to 41 μs , which leads to a storage time of 82 μs . The recovery efficiency, as measured with respect to the incoming pulse at the crystal input, reaches 12%, in excellent agreement with the $(\alpha L)^2 e^{-\alpha L - 4t_{23}/T_2}$ expected value (see section 2). As shown in figure 5

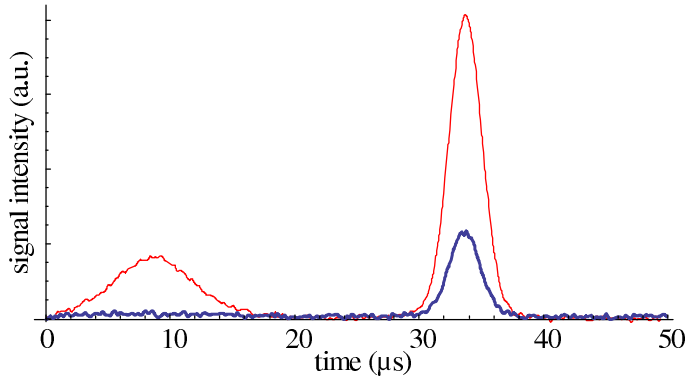


Figure 4. Population inversion by a CHS pulse. A probe pulse is detected before (thick blue line) and after (red thin line) excitation by a 400 kHz-wide CHS pulse. Some stray light from the cryostat windows reveals the CHS profile and time position.

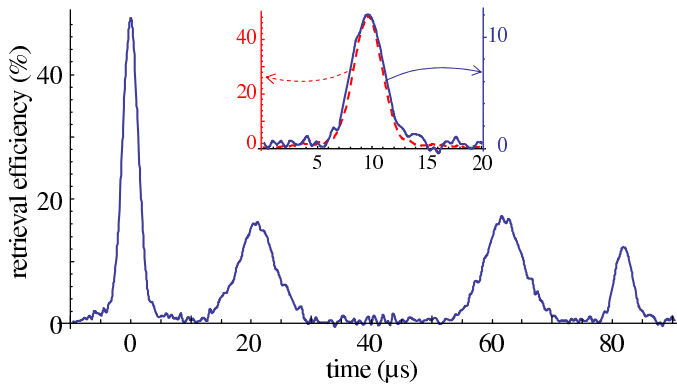


Figure 5. ROSE in $\text{Er}^{3+}:\text{YSO}$. After the arrival of a $3\text{ }\mu\text{s}$ -long weak pulse, two CHS pulses successively illuminate the crystal from the opposite direction. They cover a 0.4 MHz wide spectral interval. Their time separation is adjusted to $41\text{ }\mu\text{s}$. Their time evolution is revealed by reflections from the cryostat windows. The echo is radiated $82\text{ }\mu\text{s}$ after the first pulse. The incoming signal (dashed line) and echo (solid line) temporal profiles are compared in the inset.

(inset), the temporal profile of the echo nearly coincides with that of the incoming pulse, showing that the CHS spectral range is correctly adjusted to the signal width. The refocusing parameter ϕ reaches $2\pi/(\mu\beta^2\tau^2) \approx 4.5$, attesting to the absence of Bloch vector refocusing after the first CHS pulse.

To check the CHS ability to bring ions back to the ground state, we probe the crystal transmission spectrum after illumination by one or two CHS pulses. In order to optimize the beam overlap, we slightly modify the setup. All the light fields now copropagate, being carried by a single beam. The detector is protected from the intense CHS pulses by an acousto-optic modulator operating as an optical switch. The transmitted light is detected through a pinhole that selects the uniformly excited central region of the crystal. The CHS pulses are defined by the same β and μ values as above. The Rabi frequency is adjusted to $\approx 3.5 \times 10^6\text{ s}^{-1}$. The

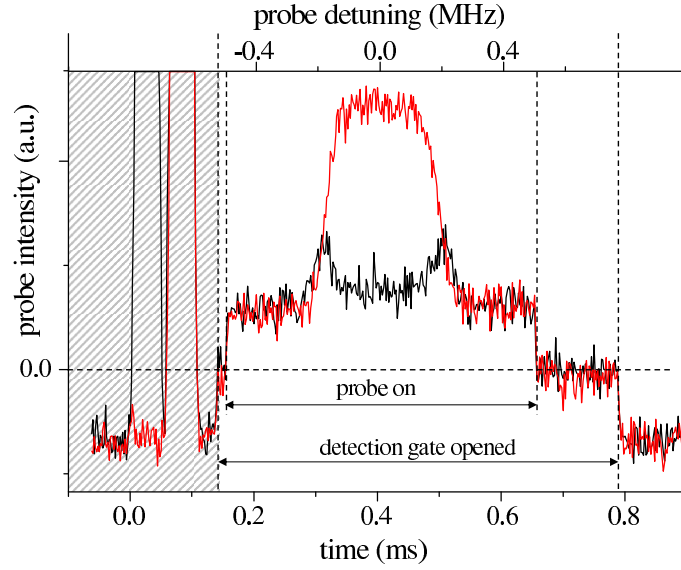


Figure 6. The transmission spectrum is probed after illumination by one (red line) or two (black line) CHS pulses. The probe pulse is scanned over 1 MHz in 0.5 ms. The upper level population reaches 0.7 after one CHS and drops to less than 0.1 after the second CHS. The opacity is adjusted to $\alpha L = 1.0$.

probe field is scanned over a 1 MHz-wide interval in 0.5 ms. The recorded spectra are displayed in figure 6. The inverted interval edges are not vertical. Instead they exhibit a finite width of ≈ 50 kHz, consistent with the computed value obtained with $\mu = 10$ and a finite pulse duration of $6\beta^{-1}$. The laser being tuned to $\alpha L = 1.0$, the upper-level population reaches 0.7 after one CHS and drops to less than 0.1 after the second CHS. As discussed in section 2, this should be enough to reduce the spontaneous emission noise by 10 with respect to the conventional 2PE scheme.

5. Conclusion

We have described an original ROSE scheme where an echo signal is radiated from ground state atoms with optimum efficiency. This process remedies the conventional photon echo drawbacks [4, 5, 24] in the prospect of quantum storage. In the small optical thickness regime, optimum recovery efficiency has been reached experimentally. Complex hyperbolic secant pulses, more robust to propagation than π -pulses, have proved efficient in rephasing the atomic coherences. With respect to previously proposed schemes such as CRIB and AFC, ROSE avoids complex and optical-depth consuming preparation steps while preserving the photon echo broadband and multimode capability.

The ROSE scheme can be extended to Raman excitation, in situations where the Raman transition may offer a large bandwidth, such as in a vapor, where non-collinear signal and coupling beams make the inhomogeneous broadening adjustable [40]. The primary echo can be killed by just switching off the coupling beam at the rephasing time. One needs two sublevels only in the ground state, instead of three as in [40].

Acknowledgments

We acknowledge stimulating and fruitful discussions with J J Longdell. This work was supported by the European Commission through the FP7 QuRep project, by the national grant ANR-09-BLAN-0333-03 and by the Direction Générale de l'Armement.

References

- [1] Chanelière T, Matsukevich D, Jenkins S, Lan S, Kennedy T and Kuzmich A 2005 *Nature* **438** 833
- [2] Eisaman M D, André A, Massou F, Fleischhauer M, Zibrov A and Lukin M D 2005 *Nature* **438** 837
- [3] Appel J, Figueroa E, Korystov D, Lobino M and Lvovsky A I 2008 *Phys. Rev. Lett.* **100** 093602
- [4] Ruggiero J, Le Gouët J L, Simon C and Chanelière T 2009 *Phys. Rev. A* **79** 053851
- [5] Sangouard N, Simon C, Minář J V, Afzelius M, Chanelière T, Gisin N, Le Gouët J L, de Riedmatten H and Tittel W 2010 *Phys. Rev. A* **81** 062333
- [6] Ledingham P M, Naylor W R, Longdell J J, Beavan S E and Sellars M J 2010 *Phys. Rev. A* **81** 012301
- [7] Moiseev S A and Kröll S 2001 *Phys. Rev. Lett.* **87** 173601
- [8] Nilsson M and Kröll S 2005 *Opt. Commun.* **247** 393
- [9] Kraus B, Tittel W, Gisin N, Nilsson M, Kröll S and Cirac J I 2006 *Phys. Rev. A* **73** 020302
- [10] Sangouard N, Simon C, Afzelius M and Gisin N 2007 *Phys. Rev. A* **75** 032327
- [11] Alexander A L, Longdell J J, Sellars M J and Manson N B 2006 *Phys. Rev. Lett.* **96** 43602
- [12] Hétet G, Longdell J J, Alexander A L, Lam P K and Sellars M J 2008 *Phys. Rev. Lett.* **100** 23601
- [13] Hétet G, Longdell J J, Sellars M J, Lam P K and Buchler B C 2008 *Phys. Rev. Lett.* **101** 203601
- [14] Longdell J J, Hétet G, Lam P K and Sellars M J 2008 *Phys. Rev. A* **78** 032337
- [15] Hedges M P, Longdell J J, Li Y and Sellars M J 2010 *Nature* **465** 1052
- [16] Lauritzen B, Minář J, de Riedmatten H, Afzelius M, Sangouard N, Simon C and Gisin N 2010 *Phys. Rev. Lett.* **104** 080502
- [17] de Riedmatten H, Afzelius M, Staudt M U, Simon C and Gisin N 2008 *Nature* **456** 773
- [18] Afzelius M, Simon C, de Riedmatten H and Gisin N 2009 *Phys. Rev. A* **79** 052329
- [19] Bonarota M, Ruggiero J, Le Gouët J L and Chanelière T 2010 *Phys. Rev. A* **81** 033803
- [20] Usmani I, Afzelius M, de Riedmatten H and Gisin N 2010 *Nat. Commun.* **1** 1
- [21] Bonarota M, Le Gouët J L and Chanelière T 2011 *New J. Phys.* **13** 013013
- [22] Saglamyurek E, Sinclair N, Jin J, Slater J A, Oblak D, Bussièrès F, George M, Ricken R, Sohler W and Tittel W 2011 *Nature* **469** 512
- [23] Clausen C, Usmani I, Bussièrès F, Sangouard N, Afzelius M, de Riedmatten H and Gisin N 2011 *Nature* **469** 508
- [24] McAuslan D, Ledingham P, Naylor W, Beavan S, Hedges M, Sellars M and Longdell J 2011 *Phys. Rev. A* **84** 022309
- [25] Meixner A J, Jefferson C M and Macfarlane R M 1992 *Phys. Rev. B* **46** 5912
- [26] Chanelière T *et al* 2008 *Phys. Rev. B* **77** 245127
- [27] Afzelius M *et al* 2010 *Phys. Rev. Lett.* **104** 040503
- [28] Ruggiero J, Chanelière T and Le Gouët J L 2010 *J. Opt. Soc. Am. B* **27** 32
- [29] McCall S L and Hahn E L 1969 *Phys. Rev.* **183** 457
- [30] Lauro R, Chanelière T and Le Gouët J L 2011 *Phys. Rev. B* **83** 035124
- [31] Vitanov N V and Garraway B M 1996 *Phys. Rev. A* **53** 4288
- [32] Roos I and Mølmer K 2004 *Phys. Rev. A* **69** 022321
- [33] de Seze F, Dahes F, Crozatier V, Lorgère I, Bretenaker F and Le Gouët J L 2005 *Eur. Phys. J. D* **33** 343
- [34] Rippe L, Nilsson M, Kröll S, Klieber R and Suter D 2005 *Phys. Rev. A* **71** 062328
- [35] Zafarullah I, Tian M, Chang T and Babbitt W R 2007 *J. Lumin.* **127** 158
- [36] Crozatier V, de Seze F, Haals L, Bretenaker F, Lorgère I and Le Gouët J L 2004 *Opt. Commun.* **241** 203

- [37] Sun Y, Wang G M, Cone R L, Equall R W and Leask M J M 2000 *Phys. Rev. B* **62** 15443
- [38] Böttger T 2002 Laser frequency stabilization to spectral hole burning frequency reference in erbium-doped crystals: material and device optimization *PhD Thesis* Montana State University, Bozeman, MT
- [39] Louchet A, Le Du Y, Bretenaker F, Chanelière T, Goldfarb F, Lorgère I, Le Gouët J-L, Guillot-Noël O and Goldner P 2008 *Phys. Rev. B* **77** 195110
- [40] Le Gouët J-L and Berman P R 2009 *Phys. Rev. A* **80** 012320

Chapitre 7

Conclusion générale

J’ai présenté deux expériences liées aux échos de photon dans des ions de terres rares en matrice cristalline. L’une vise à la production de signaux électroniques de forme arbitraires, l’autre à la réalisation d’une mémoire quantique pour la lumière. Dans les deux cas le système atomique choisi – l’ion erbium trivalent – permet de travailler dans la bande télécom à $1.5\mu\text{m}$.

La première partie de ma thèse se situe dans le droit fil des recherches sur l’image-rie temporelle, conduites au laboratoire depuis une dizaine d’années [11, 12, 77, 88]. Bien que cette thématique se soit développée dès le début des années 80 en optique dispersive conventionnelle, les recherches menées au LAC se distinguent par l’utilisation d’un filtre programmable comme élément dispersif. On atteint ainsi des taux de dispersion inaccessibles à l’optique conventionnelle. Ces recherches étaient orientées jusqu’ici vers l’analyse spectrale de signaux radiofréquences sur porteuse optique. Mon travail représente notre première incursion dans le domaine de la production de formes arbitraires (PFA). De nombreuses équipes misent en effet sur un détour par l’optique pour produire des séquences ultra-rapides, faute de faire sauter le verrou de la conversion numérique analogique par voie électronique.

Par rapport à une première étude de PFA par filtrage dispersif programmable [14], mon travail apporte plusieurs améliorations. Tout d’abord, à la différence de notre devancier, nous balayons directement la fréquence du laser de programmation du filtre dispersif, sans recourir à l’électronique rapide. Contrairement à ce que prévoit la Ref. [14], le signal produit se construit de façon cohérente sur toute la largeur du filtre bien que le laser présente une largeur de raie très supérieure à l’inverse du temps nécessaire à la programmation. En d’autres termes, la durée des signaux produits coïncide bien avec l’inverse de la bande passante du filtre. Seule la durée totale de la forme produite est affectée par les fluctuations de phase du laser, en accord avec l’analyse théorique que nous présentons. Par ailleurs nous nous approchons beaucoup plus que nos prédécesseurs de la capacité

d'information limite fixée par le produit de la bande passante et du temps de cohérence atomique. Alors que la forme arbitraire est codée sur le faisceau sonde dans la Ref. [14], nous enregistrons ce code dans le filtre programmable, en même temps que la fonction dispersive. Nous gagnons ainsi deux ordres de grandeurs sur la quantité d'information transportée par la forme arbitraire.

Cependant, la bande passante du dispositif reste modeste. Elle ne dépasse pas 1 GHz, loin des 100 GHz accessibles aux détecteurs ultra-rapides actuellement disponibles. Pour réaliser une avancée significative par rapport à l'électronique conventionnelle, c'est pourtant ce niveau de performance qu'il faut viser. La bande passante est d'abord limitée par la largeur de la raie d'absorption de Er :YSO. La même matrice cristalline, co-dopée avec des ions d'euprimum, offre une bande passante de 10GHz [54]. Au-delà de 10GHz, un changement de matrice est nécessaire. Plusieurs centaines de GHz deviendraient accessibles dans le niobate de lithium [74, 81]. Ces matériaux ont fait l'objet d'études spectroscopiques mais n'ont pas encore été testés comme filtres programmables. Les démonstrations de traitement du signal dans les ions de terres rares en matrice cristalline n'ont pas dépassé pour l'instant une bande passante de 10 GHz [13]. Une autre limite s'impose, celle du domaine de balayage du laser accordable.

Un prisme électro-optique intra-cavité assure le balayage rapide, sans saut de mode et reproductible de la fréquence du laser. Il faut cependant payer le prix de la haute tension électrique appliquée au prisme. On est vite limité par la bande passante de l'amplificateur haute tension requis pour le pilotage du prisme ainsi que par les problèmes de claquage, même si un intervalle de 50 GHz a pu être couvert ainsi [89]. Pour réduire la tension de contrôle on cherche à remplacer le prisme par un guide d'onde électro-optique et de premiers résultats encourageants ont été obtenus [90].

Nous avons vu que la durée de la forme produite dépend de la pureté spectrale du laser. Son amélioration dépend de l'asservissement. La bande passante et la sensibilité de l'asservissement sont liées à la différence de marche de l'interféromètre de Mach Zehnder sur lequel le laser est verrouillé en phase. Jusqu'à présent, un compromis a dû être trouvé entre ces deux paramètres, car une variation de la différence de marche améliore l'un en dégradant l'autre. Il semble pourtant qu'il soit possible de se défaire de cette contrainte. En effet, Sheard et al. [91] sont parvenus à asservir leur laser avec une bande passante 50 fois supérieure à l'inverse de la différence de marche de leur interféromètre.

Par ailleurs, une publication récente [92] soulève la question de la sensibilité de la position des raies spectrales aux variations de pression et de température dans des conditions analogues à celles de nos expériences. Un déplacement de 5 kHz/mbar est mesuré dans un cristal de Eu :YSO refroidi à 5K. Une fluctuation de pression de quelques millibars pourrait donc induire un déplacement de raie du même ordre de grandeur que la largeur de raie laser déduite de notre modèle. Ce point mérite une étude approfondie.

La deuxième partie de ma thèse présente un nouveau protocole de mémoire quantique pour la lumière, inspiré du processus d'écho de photon à deux impulsions (2PE). Le processus 2PE, seul, ne convient pas au stockage quantique. Le signal restitué est en effet pollué par l'émission spontanée et stimulée résultant de l'inversion de population associée à la remise en phase des cohérences atomiques. Nous évitons cette difficulté en ramenant les atomes dans le fondamental à l'aide d'une seconde impulsion de rephasage. Il faut cependant empêcher l'émission d'un premier écho qui emporterait une partie de l'information stockée. Pour réduire cet écho au silence, nous avons recours à la condition d'accord de phase spatial, par exemple en envoyant le signal à stocker en sens contraire des impulsions intenses de rephasage. Cette configuration de contre propagation apporte un bénéfice supplémentaire. Elle évite la contamination de l'écho par le pied des impulsions de rephasage. On sait en effet que ces impulsions s'étirent considérablement lors de leur propagation à travers un milieu absorbant [83, 93].

A la différence des autres approches, telles que "controlled reversible inhomogeneous broadening" (CRIB), "gradient echo memory" (GEM) et "atomic frequency comb" (AFC) [22, 23, 94, 95], le nouveau protocole ne nécessite pas de façonnage préalable du profil d'absorption. C'est un point essentiel. La préparation initiale se révèle très coûteuse en densité optique. Son absence permet de disposer de l'intégralité de la densité optique du matériau. Par ailleurs on ne peut se satisfaire d'atomes à deux niveaux lorsque la préparation est requise. Il faut en effet mettre en réserve les atomes indésirables dans un troisième niveau. Le couplage optique vers un quatrième niveau se révèle même nécessaire dans le cas de l'AFC pour reconstruire le signal vers l'arrière et dépasser 54% d'efficacité. La palette des matériaux potentiels s'ouvre largement si on peut se contenter d'atomes à deux niveaux.

Dans l'expérience de démonstration, nous mesurons une efficacité de restitution en très bon accord avec les prédictions théoriques. Par ailleurs le profil temporel de l'écho reproduit bien celui du signal initial. D'autre part nous avons pu remplacer les impulsions π habituelles par des passages adiabatiques rapides (PAR). A notre connaissance, c'est la première fois qu'une paire de PAR est utilisée dans le domaine optique pour refocaliser les cohérences, bien que cette technique soit connue en imagerie par résonance magnétique nucléaire et qu'elle ait été récemment illustrée dans le contexte de la manipulation radio-fréquence des ITRMC [87]. Nous attendons beaucoup des PAR qui devraient, bien mieux que les impulsions π , conserver leurs propriétés de renversement d'état en se propageant à travers un milieu optiquement épais.

L'expérience réalisée offre des performances encore modestes en termes de bande passante, d'épaisseur optique et de durée de stockage. Une puissance laser plus élevée devrait permettre d'augmenter la bande passante et l'épaisseur optique. La durée de stockage dépend de la durée de vie des cohérences. Actuellement de $250\mu\text{s}$ sous un champ magnétique

externe de 2 Teslas environ, elle dépasse 500 μs sous un champ de 3 Teslas.

La démonstration sera pleinement convaincante lorsque nous démontrerons la réduction du bruit d'émission spontanée par rapport à un milieu inversé. On pourra alors remplacer le signal classique utilisé actuellement par un signal quantique — par exemple un photon annoncé.

Finalement, le protocole est aussi efficace que le CRIB, pourtant beaucoup plus difficile à mettre en place expérimentalement. Cependant, l'écho étant émis vers l'avant, l'efficacité maximale théorique n'est que de 54% (et non pas 100% comme c'est le cas pour une émission vers l'arrière). Le temps de stockage démontré de la mémoire est actuellement d'une centaine de μs . Cette valeur est imposée par le temps de cohérence de notre cristal. En modifiant les conditions de champs magnétique, le temps de cohérence (et donc la durée de stockage) peut atteindre de 500 μs . Il faut noter que cette durée est exceptionnellement grande, car elle est atteinte avec un simple système à deux niveaux, donc sans convertir les cohérences optiques en cohérences Zeeman. Enfin, même si nous avons choisi de faire notre démonstration expérimentale avec des impulsions de faible bande passante, la bande passante de stockages de la mémoire n'est pas intrinsèquement limitée (contrairement aux mémoires découlant de l'EIT). La bande passante démontrée dans nos travaux est en fait limitée par le manque de puissance de notre laser. En effet, pour retourner de manière efficace le milieu, l'impulsion assurant le passage adiabatique doit satisfaire en chaque instants la condition $\Omega^2/r \gg 1$ où r est le taux de balayage de l'impulsion. Comme Ω^2 est limité par la faible puissance de notre laser, et la durée des passages adiabatiques est limitée par le temps de cohérence du cristal, nous avons donc ajusté la bande passante de stockage pour que la relation soit toujours vérifiée.

Pour converger vers une mémoire quantique fonctionnelle, un effort de recherche supplémentaire doit être fourni. La prochaine étape devant être une démonstration avec une lumière non classique. En effet, la transmission d'une impulsion sonde montre que 90% des populations sont revenues à l'état fondamental au moment de l'écho, mais dans notre expérience, les impulsions stockées sont relativement intenses et l'impact sur le bruit au moment de la lecture de l'écho n'est pas mesurable.

Enfin, pour obtenir une efficacité théorique maximale de 100%, avec une réémission du signal vers l'arrière, une forte modification de la configuration des faisceaux est nécessaire. Les impulsions de rephasage doivent éclairer latéralement le cristal. Pour couvrir toute l'épaisseur traversée par la sonde, les impulsions doivent être émises sous la forme d'une nappe de lumière. Cette configuration n'est pas évidente à mettre en oeuvre, mais elle permet en plus d'une réémission vers l'arrière, de diminuer fortement l'épaisseur de cristal qu'elles doivent traverser. Une efficacité de 100% ne pouvant être atteinte qu'avec un cristal fortement absorbant, cette alternative permet d'éviter aux impulsions de rephasage les problèmes liés aux inhomogénéités de l'excitation dans l'épaisseur du cristal.

Bibliographie

- [1] Willis E. Lamb. Theory of an optical maser. *Phys. Rev.*, 134 :A1429–A1450, Jun 1964.
- [2] A. Szabo. Frequency selective optical memory, US patent 3 896 420, July 1975.
- [3] G. Castro, D. Haarer, R. M. Macfarlane, and H. P. Trommsdorff. Frequency selective optical data storage system, US patent 4 101 976, July 1978.
- [4] H. Lin, T. Wang, and T.W. Mossberg. Demonstration of 8-gbit/in.² areal storage density based on swept-carrier frequency-selective optical memory. *Opt. Lett.*, 20 :1658, 1995.
- [5] T.W. Mossberg. Time-domain frequency-selective optical data storage. 7 :77, 1982.
- [6] K.D. Merkel and W.R. Babbitt. Optical coherent-transient true-time-delay regenerator. *Opt. Lett.*, 21 :1102, 1996.
- [7] R.R. Reibel, Z.W. Barber, J.A. Fischer, M. Tian, and W.R. Babbitt. Broadband demonstrations of true-time delay using linear sideband chirped programming and optical coherent transients. *J. Lumin.*, 107 :103, 2004.
- [8] Z. Cole, T. Böttger, R. Krishna-Mohan, R. Reibel, W.R. Babbitt, R.L. Cone, and K.D. Merkel. Coherent integration of 0.5 ghz spectral holograms at 1536 nm using dynamic biphase codes. *Appl. Phys. Lett.*, 81 :3525, 2002.
- [9] V. Lavielle, I. Lorgeré, J.-L. Le Gouët, S. Tonda, and D. Dolfi. Wideband versatile radio-frequency spectrum analyzer, ». *Opt. Lett.*, 28 :384–386, 2003.
- [10] V. Lavielle, F. de Sèze, I. Lorgeré, and J.-L. le Gouët. Wideband radio frequency spectrum analyzer : improved design and experimental results. *J. Lumin.*, 107 :75, 2004.
- [11] V. Crozatier, V. Lavielle, F. Bretenaker, J.-L. le Gouët, and I. Lorgeré. High-resolution radio frequency spectral analysis with photon echo chirp transform in an er :yso crystal. *IEEE J. Quantum Electron.*, 40 :1450, 2004.
- [12] V. Crozatier, G. Gorju, J.-L. Le Gouët, F. Bretenaker, and I. Lorgeré. Wide band and high resolution coherent optical transients with a frequency agile laser oscillator. *Opt. Lett.*, 31 :3264–3266, 2006.

BIBLIOGRAPHIE

- [13] G. Gorju, V. Crozatier, I. Lorgeré, J.-L. le Gouët, and F. Bretenaker. 10-GHz bandwidth RF spectral analyzer with MHz resolution based on spectral hole burning in Tm^{3+} :YAG. *IEEE Photon. Technol. Lett.*, 17 :2385, 2005.
- [14] Christoffer J. Renner, Randy R. Reibel, Mingzhen Tian, Tiejun Chang, and W. Randall Babbitt. Broadband photonic arbitrary waveform generation based on spatial-spectral holographic materials. *J. Opt. Soc. Am. B*, 24(No12) :2979–2987, 2007.
- [15] L.V. Hau, S.E. Harris, Z. Dutton, and C.H. Behroozi. Light speed reduction to 17 metres per second in an ultracold atomic gas. *Nature*, 397 :594, 1999.
- [16] S.E Harris. Electromagnetically induced transparency. *Physics Today*, 50 :36–42, 1997.
- [17] D. F. Phillips, A. Fleischhauer, A. Mair, R. L. Walsworth, and M. D. Lukin. Storage of light in atomic vapor. *Phys. Rev. Lett.*, 86 :783–786, Jan 2001.
- [18] M.D. Eisaman, A. André, F. Massou, M. Fleischhauer, A. S. Zibrov, and M. D. Lukin. Electromagnetically induced transparency with tunable single-photon pulses. *Nature*, 438 :837–841, 2005.
- [19] T. Chanelière, D. N. Matsukevich, S. D. Jenkins, S.-Y. Lan, T. A. B. Kennedy, and A. Kuzmich. Storage and retrieval of single photons transmitted between remote quantum memories. *Nature*, 438 :833–836, 2005.
- [20] S. A. Moiseev and S. Kröll. Complete reconstruction of the quantum state of a single-photon wave packet absorbed by a doppler-broadened transition. *Phys. Rev. Lett.*, 87(17) :173601, Oct 2001.
- [21] M. Nilsson and S. Kroll. Solid state quantum memory using complete absorption and re-emission of photons by tailored and externally controlled inhomogeneous absorption profiles. *Opt. Commun.*, 247 :393–403, 2005.
- [22] Morgan P. Hedges, Jevon J. Longdell, Yongmin Li, and Matthew J. Sellars. Efficient quantum memory for light. *Nature*, 465 :1052–1056, 2010.
- [23] M. Hosseini, B. M. Sparkes, P.K. Lam, and B.C. Buchler. High efficiency coherent optical memory with warm rubidium vapour. *Nat. Commun.*, 2 :174, 2011.
- [24] W.S. Warren, H. Rabitz, and M. Dahleh. Coherent control of quantum dynamics - the dream is alive. *Science*, 259 :1581–1589, 1993.
- [25] J. L. Krause, R.M. Whitnell, K. R. Wilson, Y. Yan, and S. Mukamel. Optical control of molecular dynamics : Molecular cannons, reflectrons, and wave-packet focusers. *J. Chem. Phys.*, 99 :6562–6578, 1993.
- [26] M.M. Wefers, H. Kawashima, and K.A. Nelson. Automated multidimensional coherent optical spectroscopy with multiple phase-related femtosecond pulses. *J. Chem. Phys.*, 102 :9133–9136, 1995.

- [27] M8190a 12 gsa/s arbitrary waveform generator. Technical report.
- [28] E.B. Treacy. Optical pulse compression with diffraction gratings. *IEEE J. Quantum Electron.*, 5 :454, 1969.
- [29] D. Grischkowsky. Optical pulse compression. *Appl. Phys. Lett.*, 25 :566, 1974.
- [30] L. F. Mollenauer, R. H. Stolen, and J. P. Gordon. Experimental observation of picosecond pulse narrowing and solitons in optical fibers. *Phys. Rev. Lett.*, 45 :1095, 1980.
- [31] C. V. Shank, R. L. Fork, R. Yen, R. H. Stolen, and W. J. Tomlinson. Compression of femtosecond optical pulses. *Appl. Phys. Lett.*, 40(9) :761–763, 1982.
- [32] W. J. Tomlinson, R. H. Stolen, and C. V. Shank. Compression of optical pulses chirped by self-phase modulation in fibers. *J. Opt. Soc. Am. B*, 1 :139, 1984.
- [33] T. Jansson. Real-time fourier transformation in dispersive optical fibers. *Opt. Lett.*, 8 :232–234, 1983.
- [34] Brian H. Kolner and Moshe Nazarathy. Temporal imaging with a time lens. *Opt. Lett.*, 14 :630, 1989.
- [35] Brian H Kolner. Space-time duality and the theory of temporal imaging. *IEEE J. Quant. Electron.*, 30 :1951, 1994.
- [36] C. V. Bennett and B.H. Kolner. Upconversion time microscope demonstrating 103 x magnification of femtosecond waveforms. *Opt. Lett.*, 24 :783–785, 1999.
- [37] Corey V. Bennett and Brian H. Kolner. Principles of parametric temporal imaging - part i : System configurations. *IEEE J. Quant. Electron.*, 36 :430, 2000.
- [38] R. Salem, M.A. Foster, A.C. Turner, D.F. Geraghty, M. Lipson, and A.L. Gaeta. Optical time lens based on four-wave mixing on a silicon chip. *Opt. Lett.*, 33 :1047, 2008.
- [39] Y. Okawachi, R. Salem, M.A. Foster, A.C. Turner-Foster, M. Lipson, and A.L. Gaeta. High-resolution spectroscopy using a frequency magnifier. *Opt. Exp.*, 17 :5691, 2009.
- [40] M.A. Foster, R. Salem, Y. Okawachi, A.C. Turner-Foster, M. Lipson, and A.L. Gaeta. Ultrafast waveform compression using a time-domain telescope. *Nature Photon.*, 3 :581, 2009.
- [41] C. Froehly, B. Colombeau, and M. Vampouille. Shaping and analysis of picosecond light pulses. *Prog. in Opt.*, 20 :65–153, 1983.
- [42] A. M. Weiner. Femtosecond pulse shaping using spatial light modulators. *Rev. Sci. Instrum.*, 71(No. 5) :1929, 2000.
- [43] Z. Jiang, D. E. Leaird, and A.M. Weiner. Line-by-line pulse shaping control for optical arbitrary waveform generation. *Opt. Exp.*, 13 :10431, 2005.

BIBLIOGRAPHIE

- [44] Maroof H. Khan, Hao Shen, Yi Xuan, Zhao Lin, Shijun Xiao, Daniel E. Leaird, Andrew M. Weiner, and Minghao Qi. Ultrabroad-bandwidth arbitrary radiofrequency waveform generation with a silicon photonic chip-based spectral shaper. *Nature Photonics*, 4 :117 – 122, 2010.
- [45] Shijun Xiao, Maroof H. Khan, Hao Shen, and Minghao Qi. Compact silicon microring resonators with ultra-low propagation loss in the c band. *Opt. Exp.*, 15(No.22) :14467, 2007.
- [46] Jason Chou, Yan Han, and Bahram Jalali. Adaptive rf-photonic arbitrary waveform generator. *IEEE Phot. Tech. Lett.*, 15(No.4) :581, 2003.
- [47] I.S. Lin, J.D. McKinney, and A.M. Weiner. Photonic synthesis of broadband microwave arbitrary waveforms applicable to ultra-wideband communication. *IEEE Micro. Wireless Comp. Lett.*, 15 :226, 2005.
- [48] A. Shlivinski, E. Heyman, and R. Kastner. Antenna characterization in the time domain. *IEEE Trans. on Ant. and Propag.*, 45 :1140, 1997.
- [49] L. Ménager, I. Lorgeté, J.-L. Le Gouët, K. Mohan, and S. Kröll. Time-domain fresnel-to-fraunhofer diffraction with photon echoes. *Opt. Lett.*, 24 :927–929, 1999.
- [50] J. Azana, L.R. Chen, M.A. Muriel, and P.W.E. Smith. Experimental demonstration of real-time fourier transformation using linearly chirped fibre bragg gratings. *Electron. Lett.*, 35 :2223–2224, 1999.
- [51] J. Azana and M.A. Muriel. Real-time optical spectrum analysis based on the time-space duality in chirped fiber gratings, ». *IEEE J. Quant. Electron.*, 36 :517–526, 2000.
- [52] N.M. Litchinitser, M. Sumetsky, and P.S. Westbrook. Fiber-based tunable dispersion compensation. *J. Opt. Fiber. Commun. Rep.*, 4 :41–85, 2007.
- [53] Chao Wang and Jianping Yao. Large time-bandwidth product microwave arbitrary waveform generation using a spatially discrete chirped fiber bragg grating. *J. Light-wave Tech.*, 28(Issue 11) :1652–1660, 2010.
- [54] Y. Sun, C.W. Thiel, R.L. Cone, R.W. Equall, and R.L. Hutcheson. Recent progress in developing new rare earth materials for hole burning and coherent transient applications. *J. Lumin.*, 98 :281, 2002.
- [55] R.M. Macfarlane. High-resolution spectroscopy of rare-earth doped insulators : a personnel perspective. *J. Lumin.*, 13 :1, 2002.
- [56] T. Böttger. *Laser frequency stabilization to spectral hole burning frequency references in erbium-doped crystals : material and device optimization*. PhD thesis, Université de Bozeman, Montana, 2002.

- [57] C. W. Thiel T. Böttger, Y. Sun and R. L. Cone. Material optimization of $\text{Er}^{3+}:\text{Y}_2\text{SiO}_5$ at 1.5 μm for optical processing, memory, and laser frequency stabilization applications. *Proc. SPIE*, 51 :4988, Mar 2003.
- [58] S. L. McCall and E. L. Hahn. Self-induced transparency by pulsed coherent light. *Phys. Rev. Lett.*, 18 :908–911, 1967.
- [59] J. Ruggiero, T. Chanelière, and J.-L. Le Gouët. Coherent response to optical excitation in a strongly absorbing rare-earth ion-doped crystal. *J. Opt. Soc. Am. B*, 27 :32, 2010.
- [60] R.M. Macfarlane and R.M. Shelby. *Spectroscopy of solids containing rare earth ions*. North-Holland, 1987.
- [61] A. Messiah. *Mécanique quantique, tome II*. Dunod, 1964.
- [62] R. Orbach. Linewidth and temperature shift of the r lines in ruby. *Proc. R. Soc. London Ser. A*, 264 :458, 1961.
- [63] R. Yano, M. Mitsunaga, and N. Uesugi. Ultralong optical dephasing time in $\text{Eu}^{3+}:\text{Y}_2\text{SiO}_5$. *Opt. Lett.*, 16 :1884, 1991.
- [64] R. Yano, M. Mitsunaga, and N. Uesugi. Stimulated-photon-echo spectroscopy. i. spectral diffusion in $\text{Eu}^{3+}:\text{Y}_2\text{SiO}_5$. *Phys. Rev. B*, 45 :12 752, 1992.
- [65] J. Huang, J.M. Zhang, A. Lezama, and T.W. Mossberg. Excess dephasing in photon-echo experiments arising from excitation-induced electronic level shifts. *Phys. Rev. Lett.*, 63 :78, 1989.
- [66] B.A. Maksimov, Yu.A. Kharitonov, V.V. Ilyukhin, and N.B. Belov. Crystal structure of Y-oxysilicate $\text{Y}_2(\text{SiO}_4)\text{O}$. *Sov. Phys. Doklady*, 13 :1188, 1969.
- [67] T. Böttger, C.W. Thiel, Y. Sun, and R.L. Cone. Optical decoherence and spectral diffusion at 1.5 μm in $\text{Er}^{3+}:\text{Y}_2\text{SiO}_5$ versus magnetic field, temperature, and Er^{3+} concentration. *Phys. Rev. B*, 73 :075 101, 2006.
- [68] R.M. Macfarlane, T.L. Harris, Y. Sun, R.L. Cone, and R.W. Equall. Measurement of photon echoes in $\text{Er}^{3+}:\text{Y}_2\text{SiO}_5$ at 1.5 μm with a diode laser and an amplifier. *Opt. Lett.*, 22 :871, 1997.
- [69] Thomas Böttger, C. W. Thiel, R. L. Cone, and Y. Sun. Effects of magnetic field orientation on optical decoherence in $\text{Er}^{3+}:\text{Y}_2\text{SiO}_5$. *Phys. Rev. B*, 79 :115104, Mar 2009.
- [70] S. R. Hastings-Simon, B. Lauritzen, M. U. Staudt, J. L. M. van Mechelen, C. Simon, H. de Riedmatten, M. Afzelius, and N. Gisin. Zeeman-level lifetimes in $\text{Er}^{3+}:\text{Y}_2\text{SiO}_5$. *Phys. Rev. B*, 78 :085410, Aug 2008.

BIBLIOGRAPHIE

- [71] B. Lauritzen, S. R. Hastings-Simon, H. de Riedmatten, M. Afzelius, and N. Gisin. State preparation by optical pumping in erbium-doped solids using stimulated emission and spin mixing. *Phys. Rev. A*, 78 :043402, Oct 2008.
- [72] C. Li, C. Wyon, and R. Moncorgé. Spectroscopic properties and fluorescence dynamics of Er^{3+} and Yb^{3+} in Y_2SiO_5 . *IEEE J. Quantum Electron.*, 28 :1209, 1992.
- [73] Thomas Böttger, C. W. Thiel, R. L. Cone, and Y. Sun. Controlled compositional disorder in bottgerprocspieprovides a wide-bandwidth spectral hole burning material at $1.5\ \mu\text{m}$. *Phys. Rev. B*, 77 :155125, Apr 2008.
- [74] C.W. Thiel, Y. Sun, T. Böttger, W.R. Babbitt, and R.L. Cone. Optical decoherence and persistent spectral hole burning in $\text{Tm}^{3+} : \text{LiNbO}_3$. *J. Lumin.*, 130(9) :1598 – 1602, 2010. Special Issue based on the Proceedings of the Tenth International Meeting on Hole Burning, Single Molecule, and Related Spectroscopies : Science and Applications (HBSM 2009) - Issue dedicated to Ivan Lorgere and Oliver Guillot-Noel.
- [75] H. Ito, S. Kodama, Y. Muramoto, T. Furuta, T. Nagatsuma, and T. Ishibashi. High-speed and high-output InP/InGaAs uni-traveling-carrier photodiodes. *IEEE J. Selected Topics in Quantum Electronics*, 10 :709–727, 2004.
- [76] Tadao Nagatsuma and Hiroshi Ito. *Advances in Photodiodes*. InTech, 2011.
- [77] L. Ménager, J.-L. Le Gouët, and I. Lorgère. Time-to-frequency fourier transformation with photon echoes. *Opt. Lett.*, 26 :1397, 2001.
- [78] K.D. Merkel and W.R. Babbitt. Optical coherent transient continuously programmed continuous processor. *Opt. Lett.*, 24 :172–174, 1999.
- [79] P.B. Sellin, N. M. Strickland, T. Böttger, J. L. Carlsten, and R.L. Cone. Laser stabilization at 1536 nm using regenerative spectral hole burning. *Phys. Rev. B*, 63 :155111, 2001.
- [80] L. Ménager, I. Lorgère, J.-L. le Gouët, D. Dolfi, and J.-P. Huignard. Demonstration of a radio-frequency spectrum analyzer based on spectral hole burning. *Opt. Lett.*, 26 :1245, 2001.
- [81] C.W. Thiel, R.M. Macfarlane, T. T.Böttger, Y. Sun, R.L. Cone, and W.R. Babbitt. Optical decoherence and persistent spectral hole burning in $\text{Er}^{3+} : \text{LiNbO}_3$. *J. Lumin.*, 130 :1603–1609, 2010.
- [82] N. W. Carlson, W. R. Babbitt, and T. W. Mossberg. Storage and phase conjugation of light pulses using stimulated photon echoes. 8 :623–625, 1983.
- [83] J. Ruggiero, J.-L. Le Gouët, Ch. Simon, and T. Chanelière. Why the two-pulse photon-echo is not a good quantum memory protocol. *Phys. Rev. A*, 79 :053851, 2009.

- [84] S Conolly, G Glover, D. Nishimura, and A Macovski. A reduced power selective adiabatic spin-echo pulse sequence. *Magn. Reson. Med.*, 18 :28–38, 1991.
- [85] R.A. De Graaf and K. Nicolay. Adiabatic rf pulses : Applications to in vivo nmr. *Concepts in Magnetic Resonance*, 9 :247–268, 1997.
- [86] M Garwood and L DelaBarre. The return of the frequency sweep : Designing adiabatic pulses for contemporary nmr. *J. of Magn. Reson.*, 153 :155–177, 2001.
- [87] R. Lauro, T. Chanelière, and J.-L. Le Gouët. Adiabatic refocusing of nuclear spins in Tm^{3+} : YAG. *Phys. Rev. B*, 83(3) :035124, Jan 2011.
- [88] L. Ménager, I. Lorgère, J.-L. le Gouët, R. Krishna-Mohan, and S. Kröll. Time-domain fresnel-to-fraunhofer diffraction with photon echoes. *Opt. Lett.*, 24 :927, 1999.
- [89] L. Levin. Mode-hop-free electro-optically tuned diode laser. *Opt. Lett.*, 27 :237, 2002.
- [90] V. Crozatier, B.K. Das, G. Baili, G. Gorju, F. Bretenaker, J.-L. Le Gouët, I. Lorgère, and W. Sohler. Highly coherent electronically tunable waveguide extended cavity diode laser. *IEEE Photon. Technol. Lett.*, 18 :1527–1529, 2006.
- [91] B. S. Sheard, M.B. Gray, and D.E. McClelland. High-bandwidth laser frequency stabilization to a fiber-optic delay line. *Appl. Opt.*, 45 :8491–8499, 2006.
- [92] M.J. Thorpe, L. Rippe, T.M. Fortier, M.S. Kirchner, and T. Rosenband. Frequency stabilization to 6×10^{-16} via spectral-hole burning. *Nature Photon.*, 5 :688–693, 2011.
- [93] J. Ruggiero, T. Chanelière, and J.-L. Le Gouët. Coherent response to optical excitation in a strongly absorbing rare-earth ion-doped crystal. *J. Opt. Soc. Am. B*, 27(1) :32–37, Jan 2010.
- [94] C. Clausen, I. Usmani, F. Bussièrès, N. Sangouard, M. Afzelius, H. de Riedmatten, and N. Gisin. Quantum storage of photonic entanglement in a crystal. *Nature*, 469 :508–511, 2011.
- [95] E. Saglamyurek, N. Sinclair, J. Jin, J. A. Slater, D. Oblak, F. Bussièrès, M. George, R. Ricken, W. Sohler, and W. Tittel. Broadband waveguide quantum memory for entangled photons. *Nature*, 469 :512–515, 2011.