



**HAL**  
open science

# Etude déterministe et probabiliste du comportement des tunnels

Guilhem Mollon

► **To cite this version:**

Guilhem Mollon. Etude déterministe et probabiliste du comportement des tunnels. Génie civil. INSA de Lyon, 2012. Français. NNT: . tel-00880461

**HAL Id: tel-00880461**

**<https://theses.hal.science/tel-00880461>**

Submitted on 6 Nov 2013

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

N° d'ordre

Année 2010

Thèse

# Etude déterministe et probabiliste du comportement des tunnels

Présentée devant  
L'institut national des sciences appliquées de Lyon

Pour obtenir  
Le grade de docteur

Formation doctorale : Génie Civil  
École doctorale : École doctorale MEGA de Lyon

Par  
Guilhem MOLLON

Soutenue le 06 décembre 2010 devant la Commission d'examen

**Jury :**

**Pr. Denis Breysse (Président)**  
**Pr. Patrick De Buhan (Rapporteur)**  
**Pr. Alaa Chateauneuf (Rapporteur)**  
**Pr. Richard Kastner (Examineur)**  
**M. Alain Guilloux (Examineur)**  
**Dr. Daniel Dias (Directeur de thèse)**  
**Pr. Abdul-Hamid Soubra (Directeur de thèse)**

---

Laboratoire de recherche : Laboratoire de Génie Civil et d'Ingénierie  
Environnementale



**INSA Direction de la Recherche - Ecoles Doctorales – Quadriennal 2007-2010**

<b>SIGLE</b>	<b>ECOLE DOCTORALE</b>	<b>NOM ET COORDONNEES DU RESPONSABLE</b>
<b>CHIMIE</b>	<p><u>CHIMIE DE LYON</u> <a href="http://sakura.cpe.fr/ED206">http://sakura.cpe.fr/ED206</a></p> <p>M. Jean Marc LANCELIN</p> <p>Insa : R. GOURDON</p>	<p>M. Jean Marc LANCELIN</p> <p>Université Claude Bernard Lyon 1 Bât CPE 43 bd du 11 novembre 1918 69622 VILLEURBANNE Cedex Tél : 04.72.43 13 95 Fax : lancelin@hikari.cpe.fr</p>
<b>E.E.A.</b>	<p><u>ELECTRONIQUE,</u> <u>ELECTROTECHNIQUE,</u> <u>AUTOMATIQUE</u></p> <p><a href="http://www.insa-lyon.fr/eea">http://www.insa-lyon.fr/eea</a></p> <p>M. Alain NICOLAS Insa : C. PLOSSU ede2a@insa-lyon.fr Secrétariat : M. LABOUNE AM. 64.43 – Fax : 64.54</p>	<p>M. Alain NICOLAS</p> <p>Ecole Centrale de Lyon Bâtiment H9 36 avenue Guy de Collongue 69134 ECULLY Tél : 04.72.18 60 97 Fax : 04 78 43 37 17 eea@ec-lyon.fr Secrétariat : M.C. HAVGOUDOUKIAN</p>
<b>E2M2</b>	<p><u>EVOLUTION, ECOSYSTEME,</u> <u>MICROBIOLOGIE,</u> <u>MODELISATION</u> <a href="http://biomserv.univ-lyon1.fr/E2M2">http://biomserv.univ-lyon1.fr/E2M2</a></p> <p>M. Jean-Pierre FLANDROIS Insa : H. CHARLES</p>	<p>M. Jean-Pierre FLANDROIS</p> <p>CNRS UMR 5558 Université Claude Bernard Lyon 1 Bât G. Mendel 43 bd du 11 novembre 1918 69622 VILLEURBANNE Cédex Tél : 04.26 23 59 50 Fax 04 26 23 59 49 06 07 53 89 13 e2m2@biomserv.univ-lyon1.fr</p>
<b>EDISS</b>	<p><u>INTERDISCIPLINAIRE</u> <u>SCIENCES-SANTE</u></p> <p>Sec : Safia Boudjema M. Didier REVEL Insa : M. LAGARDE</p>	<p>M. Didier REVEL</p> <p>Hôpital Cardiologique de Lyon Bâtiment Central 28 Avenue Doyen Lépine 69500 BRON Tél : 04.72.68 49 09 Fax :04 72 35 49 16 Didier.revel@creatis.uni-lyon1.fr</p>
<b>INFOMATHS</b>	<p><u>INFORMATIQUE ET</u> <u>MATHEMATIQUES</u> <a href="http://infomaths.univ-lyon1.fr">http://infomaths.univ-lyon1.fr</a> M. Alain MILLE</p>	<p>M. Alain MILLE</p> <p>Université Claude Bernard Lyon 1 LIRIS - INFOMATHS Bâtiment Nautibus 43 bd du 11 novembre 1918 69622 VILLEURBANNE Cedex Tél : 04.72. 44 82 94 Fax 04 72 43 13 10 <a href="mailto:infomaths@bat710.univ-lyon1.fr">infomaths@bat710.univ-lyon1.fr</a> - <a href="mailto:alain.mille@liris.cnrs.fr">alain.mille@liris.cnrs.fr</a></p>

<b>Matériau x</b>	<p><b><u>MATERIAUX DE LYON</u></b></p> <p>M. Jean Marc PELLETIER</p> <p>Secrétariat : C. BERNAVON 83.85</p>	<p>M. Jean Marc PELLETIER</p> <p>INSA de Lyon MATEIS Bâtiment Blaise Pascal 7 avenue Jean Capelle 69621 VILLEURBANNE Cédex Tél : 04.72.43 83 18 Fax 04 72 43 85 28 Jean-marc.Pelletier@insa-lyon.fr</p>
<b>MEGA</b>	<p><b><u>MECANIQUE, ENERGETIQUE, GENIE CIVIL, ACOUSTIQUE</u></b></p> <p>M. Jean Louis GUYADER</p> <p>Secrétariat : M. LABOUNE PM : 71.70 -Fax : 87.12</p>	<p>M. Jean Louis GUYADER</p> <p>INSA de Lyon Laboratoire de Vibrations et Acoustique Bâtiment Antoine de Saint Exupéry 25 bis avenue Jean Capelle 69621 VILLEURBANNE Cedex Tél :04.72.18.71.70 Fax : 04 72 43 72 37 mega@lva.insa-lyon.fr</p>
<b>ScSo</b>	<p><b><u>ScSo*</u></b></p> <p>M. OBADIA Lionel</p> <p>Insa : J.Y. TOUSSAINT</p>	<p>M. OBADIA Lionel</p> <p>Université Lyon 2 86 rue Pasteur 69365 LYON Cedex 07 Tél : 04.78.77.23.88 Fax : 04.37.28.04.48 Lionel.Obadia@univ-lyon2.fr</p>

\*ScSo : Histoire, Géographie, Aménagement, Urbanisme, Archéologie, Science politique, Sociologie, Anthropologie

*A Maman,  
à Kokan.*

---

# Remerciements

Ma plus profonde gratitude va bien évidemment à mes directeurs de thèse Daniel DIAS et Abdul-Hamid SOUBRA. Ce travail n'aurait pas été le même sans leur apport et leurs constants encouragements. Je n'oublierai pas ces trois années passées sous leur direction.

Je me dois également de remercier chaudement le Professeur Kok-Kwang PHOON de la National University of Singapore, pour son accueil et sa collaboration au cours de mon fructueux séjour de recherche à Singapour. J'ai passé en Asie sept mois particulièrement enrichissants, tant d'un point de vue professionnel que personnel. Pour cette expérience, je me dois de remercier une fois encore Daniel et Abed, qui m'ont aidé et encouragé à mettre en œuvre ce projet.

J'adresse mes plus vifs remerciements à Messieurs Patrick DE BUHAN et Alaa CHATEAUNEUF, qui ont accepté d'être rapporteurs de cette thèse. Je remercie également Messieurs Richard KASTNER, Denis BREYSSE, et Alain GUILLOUX d'avoir bien voulu participer au jury d'évaluation de ce travail.

Enfin, sur un plan plus personnel, j'associe à cet hommage mes amis et collègues du LGCIE, doctorants ou permanents, ainsi que mes proches, amis et famille, sans oublier ma compagne Florence. La vie ne saurait se résumer au travail, merci à vous de me le rappeler jours après jours.

---

# Résumé

Les travaux présentés dans ce mémoire s'attachent à étudier le comportement des tunnels creusés à faible profondeur à l'aide d'un tunnelier à front pressurisé, en se penchant plus particulièrement sur deux aspects fondamentaux lors de l'excavation : la stabilité du front de taille à l'effondrement et au refoulement, et l'apparition de mouvements de sol en surface. L'étude est menée sous un angle déterministe puis probabiliste.

Dans un premier temps, un certain nombre de modèles analytiques de détermination des pressions limites d'effondrement et de refoulement sont développés à partir d'observations effectuées sur des modèles numériques. Deux de ces modèles analytiques présentent, respectivement pour des sols frottants et non frottants, des résultats très satisfaisants à la fois en termes de pressions limites et de faciès de rupture. Par ailleurs, des modèles numériques de différents degrés de complexité sont programmés afin d'évaluer les mouvements de sol induits par l'excavation et leur propagation jusqu'à la surface.

Les modèles déterministes ainsi définis sont ensuite utilisés dans un cadre probabiliste. La méthode de la surface de réponse stochastique par collocation est présentée, validée, et perfectionnée afin de rendre possible pour un faible coût calculatoire des études paramétriques sur les propriétés probabilistes des variables d'entrée des modèles. La propagation de l'incertitude au travers des modèles déterministes de stabilité et de mouvements de sol est évaluée, et des méthodes de dimensionnement probabiliste sont proposées.

Dans une dernière partie, la variabilité spatiale du sol est prise en compte par l'intermédiaire de la théorie des champs aléatoires, et appliquée à un modèle analytique 2D d'effondrement d'un front de taille. Ce modèle, développé dans le but de prendre en compte cette variabilité spatiale pour des temps de calcul inférieurs à ceux des modèles numériques, est validé numériquement et soumis à des tirages aléatoires en grand nombre. L'effet de la variabilité est évaluée, et des phénomènes nouveaux liés à cette variabilité sont mis en lumière.

Mots-clés : Tunnel, Méthodes probabilistes, Analyse limite, Stabilité, Tassement

---

# Abstract

The work presented in this manuscript aims at studying the behaviour of shallow tunnels excavated with pressurized shields, by investigating two fundamental points : the stability of the tunnel face with respect to collapse and blow-out, and the occurrence of soil movements at the ground surface. The study first deals with deterministic aspects, and then focuses on a probabilistic approach.

In a first time, several analytical models for the determination of the collapse and blow-out limit pressures are developed from observations of numerical results. Two of these models, respectively for frictional and purely cohesive soils, appear to provide very satisfying results, both for the computation of the limit pressures and for the assessment of the failure shape. Moreover, two numerical models of increasing complexity are programmed in order to evaluate the soil movements induced by the excavation, and their propagation to the ground surface.

These deterministic models are then used in a probabilistic framework. The Collocation-based Stochastic Response Surface Methodology is presented, validated, and generalized in order to make possible at a limited computational cost a complete parametric study on the probabilistic properties of the input variables. The uncertainty propagation through the models of stability and ground movements is evaluated, and some methods of reliability-based design are proposed.

In a last part of the manuscript, the spatial variability of the soil is taken into account using the random fields theory, and applied to a 2D analytical model of tunnel face collapse. This model, developed in order to take into account this variability for much smaller computation times than numerical models, is validated numerically and submitted to extensive random samplings. The effect of the spatial variability is evaluated, a emerging phenomena related to this variability are pointed out.

Key-words: Tunnel, Probabilistic methods, Limit analysis, Stability, Settlement

---

# Table des matières

<b>REMERCIEMENTS</b>	<b>6</b>
<b>RESUME</b>	<b>7</b>
<b>ABSTRACT</b>	<b>8</b>
<b>TABLE DES MATIERES</b>	<b>9</b>
<b>INTRODUCTION GENERALE</b>	<b>14</b>
<b>CHAPITRE 1. ETUDE BIBLIOGRAPHIQUE</b>	<b>18</b>
<b>Introduction</b>	<b>19</b>
<b>A. Méthodes probabilistes et fiabilistes</b>	<b>21</b>
1. Origines de la variabilité	21
2. Quantification et modélisation des incertitudes	22
3. Modélisation en variables aléatoires	24
a. Principes généraux	24
b. Méthodes de calcul de la probabilité de ruine	25
c. Méthode de la surface de réponse stochastique par collocation	26
d. Méthode de calcul de la probabilité de ruine basée sur l'indice de fiabilité	29
4. Modélisation de l'aléa en champs aléatoires	32
<b>B. Stabilité du front de taille d'un tunnel</b>	<b>35</b>
1. Etude expérimentale de l'instabilité	35
2. Approches de type équilibre limite	40
3. Approches par analyse limite	43
a. Principes de l'analyse limite	43
b. Applications de l'analyse limite en sols purement cohérents	45
c. Applications de l'analyse limite en sols frottants	48
4. Méthodes numériques d'étude de la stabilité d'un front de taille	49
<b>C. Mouvements de sol engendrés par le creusement d'un tunnel</b>	<b>52</b>
1. Description générale des mouvements de sol observés <i>in situ</i>	53
2. Approches par modélisation physique	57
3. Méthodes empiriques et semi-empiriques de prédiction des déplacements	58
4. Méthodes analytiques de prédiction des déplacements	61
5. Méthodes numériques de prédiction des déplacements	63
6. Prise en compte du bâti en surface	68
<b>Conclusion</b>	<b>70</b>

<b>CHAPITRE 2. MODELISATION DETERMINISTE DU COMPORTEMENT DES TUNNELS</b>	<b>72</b>
<b>Introduction</b>	<b>73</b>
<b>A. Modèles numériques d'étude de la stabilité d'un front de taille</b>	<b>75</b>
1. Modèle numérique N1	75
2. Modèle numérique N2	80
<b>B. Mécanisme translationnel M1 en blocs coniques tronqués</b>	<b>88</b>
1. Principes du mécanisme M1	88
2. Champs de vitesses et géométries des mécanismes de poussée et butée	89
3. Calcul des pressions limites d'effondrement et de refoulement	91
<b>C. Mécanisme translationnel M2 en blocs tronqués obtenus par discrétisation</b>	<b>94</b>
1. Principes du mécanisme M2	94
2. Génération d'un mécanisme à un seul bloc	95
3. Génération d'un mécanisme multibloc	98
4. Equation de bilan des puissances	100
5. Impact du nombre de blocs	102
6. Mécanismes critiques d'effondrement	104
<b>D. Mécanisme rotationnel M3</b>	<b>108</b>
1. Principes du mécanisme M3	108
2. Champ de vitesse	109
3. Construction géométrique de la surface de rupture 3D	112
4. Equation de bilan des puissances	117
5. Mécanismes de rupture critiques	120
6. Prise en compte d'une rupture par traction	123
<b>E. Mécanisme de rupture M4 en quart de tore pour un sol purement cohérent</b>	<b>129</b>
1. Principe du mécanisme M4	129
2. Champ de vitesse	130
3. Equation du bilan des puissances :	135
<b>F. Mécanismes de rupture M5 en quart de tore pour un sol purement cohérent</b>	<b>139</b>
1. Champ de vitesse	139
2. Cas de la rupture par refoulement	145
<b>G. Comparaison des modèles d'analyse de stabilité du front de taille</b>	<b>146</b>
1. Récapitulatif des modèles utilisés	146
2. Comparaison des modèles en sol purement frottant	148
3. Comparaison des modèles en sol frottant et cohérent	151
4. Comparaison des modèles en sol purement cohérent	153
5. Abaques de dimensionnement des pressions limites	158

<b>H. Modèles numériques d'évaluation des mouvements de sol en cours d'excavation</b>	<b>161</b>
1. Principes de l'étude	161
2. Modèle T1	162
a. Présentation du modèle	162
b. Cuvettes de tassement	163
c. Etude paramétrique	164
3. Modèle T2	165
a. Présentation du modèle	165
b. Cuvettes de tassement	168
c. Autres mouvements de sol induits par le creusement	174
<b>Conclusion</b>	<b>177</b>
<b>CHAPITRE 3. ETUDE PROBABILISTE EN VARIABLES ALEATOIRES</b>	<b>178</b>
<b>Introduction</b>	<b>179</b>
<b>A. Analyse fiabiliste par la méthode de la surface de réponse</b>	<b>181</b>
1. Principes de l'étude	181
2. Analyse fiabiliste à l'ELU et à l'ELS par la méthode de la surface de réponse	181
3. Résultats de l'état limite ultime	183
4. Résultats de l'état limite de service	188
5. Etude comparée de l'ELU et de l'ELS	194
<b>B. Analyse probabiliste par la méthode CSRSM - Présentation, validation et extension de la méthode</b>	<b>197</b>
1. Introduction	197
2. Présentation de la CSRSM	198
3. Validation de la CSRSM	201
4. Extension de la CSRSM pour l'étude paramétrique des variables d'entrée	204
<b>C. Application de la CSRSM à l'étude de stabilité d'un front de taille en sol frottant</b>	<b>209</b>
1. Principes de l'étude	209
2. Cas d'un sol purement frottant	212
a. Calcul de référence	212
b. Etude paramétrique sur la distribution des pressions limites	213
c. Impact du scénario probabiliste sur la distribution des pressions limites	219
d. Etude paramétrique sur les probabilités de ruine	220
e. Impact du scénario probabiliste sur les probabilités de ruine	224
3. Cas d'un sol frottant et cohérent	226
4. Comparaison avec une approche en facteur de sécurité	226
<b>D. Application de la CSRSM à l'étude de stabilité d'un front de taille en sol non frottant</b>	<b>230</b>
1. Principes de l'étude	230
2. Calcul de référence	232
3. Etude paramétrique sur la distribution des pressions limites	233
4. Impact du scénario probabiliste sur la distribution des pressions limites	239
5. Etude paramétrique sur les probabilités de ruine	240
6. Impact du scénario probabiliste sur les probabilités de ruine	246
7. Méthodes de dimensionnement	247

<b>E. Application de la CSRSM à l'étude probabiliste des déplacements de sol induits par une excavation au tunnelier pressurisé</b>	<b>254</b>
1. Principe de l'étude	254
2. Caractérisation probabiliste des variables de sortie	257
3. Probabilités de défaillance	269
<b>Conclusion</b>	<b>277</b>
<b>CHAPITRE 4. ETUDE PROBABILISTE EN CHAMPS ALEATOIRES</b>	<b>279</b>
<b>Introduction</b>	<b>280</b>
<b>A. Validation d'un mécanisme 2D d'analyse de stabilité d'un tunnel en sol purement frottant et spatialement variable</b>	<b>282</b>
1. Principes de l'étude	282
2. Présentation du modèle analytique proposé	283
3. Présentation du modèle numérique de référence	291
4. Validation du modèle analytique en sol homogène	293
5. Validation du modèle analytique en sol hétérogène	299
a. Introduction artificielle de faiblesses locales	299
b. Modélisation en champ aléatoire	305
<b>B. Application du mécanisme 2D d'analyse limite à l'étude de stabilité d'un front de taille en présence d'une variabilité spatiale</b>	<b>309</b>
1. Principes de l'étude	309
2. Génération des champs aléatoires	310
3. Paramètres de discrétisation	311
4. Surfaces de réponse	313
5. Simulations de Monte-Carlo	315
6. Etude des ruptures multiples	319
7. Etude du cas limite $L/D=0$	325
<b>Conclusion</b>	<b>328</b>
<b>CONCLUSION GENERALE</b>	<b>330</b>
<b>BIBLIOGRAPHIE</b>	<b>333</b>
<b>ANNEXES</b>	<b>346</b>
<b>Annexe 1. Calcul des coefficients adimensionnels du mécanisme M1</b>	<b>347</b>
1. Géométrie	347
2. Cinématique	348
3. Expressions de $N_\gamma$ et $N_s$	349
<b>Annexe 2. Génération d'un nouveau point du mécanisme M2</b>	<b>350</b>
<b>Annexe 3. Calcul des volumes et surfaces du modèle M2</b>	<b>353</b>
<b>Annexe 4. Génération d'un nouveau point du mécanisme M3</b>	<b>355</b>

<b>Annexe 5. Calcul du flux de vitesse du mécanisme M4 au travers d'un plan <math>\Pi_\beta</math></b>	<b>359</b>
<b>Annexe 6. Indices de Sobol' obtenues lors de l'étude de la stabilité d'un front de taille</b>	<b>361</b>
<b>Annexe 7. Application de la CSRSM à la stabilité en sols frottants et cohérents</b>	<b>367</b>
1. Calcul de référence	367
2. Etude paramétrique sur la distribution des pressions limites	369
3. Impact du scénario probabiliste sur la distribution des pressions limites	378
4. Etude paramétrique sur les probabilités de ruine	379
5. Impact du scénario probabiliste sur les probabilités de ruine	386

---

# Introduction générale

Dans un contexte de prise de conscience environnementale et d'engorgement croissant des centres urbains, les modes de transport par voie souterraine sont appelés à se développer considérablement. Les techniques d'excavation de tunnels à faible profondeur à l'aide de tunneliers à bouclier pressurisé sont en progrès constant, mais ce genre d'ouvrage reste généralement très onéreux pour les collectivités locales. Aux coûts importants liés à l'excavation s'ajoutent les éventuelles dépenses liées à des sinistres apparaissant en cours de chantier. Une juste gestion des risques s'impose dès la conception, dans un contexte où n'importe quel incident peut avoir de graves conséquences du fait de la densité de bâti en surface. Deux des principaux types de sinistres susceptibles de se produire lors d'un chantier de tunnel sont pris en compte dans ce travail de thèse : l'instabilité du front de taille, par effondrement ou refoulement du sol en avant du tunnelier, présente un danger certain pour les ouvriers du chantier, et peut également conduire à des mouvements de sol brutaux en surface (de type fontis, affaissement, ou soulèvement) ; par ailleurs, indépendamment de phénomènes aussi violents, le fonctionnement normal d'un tunnelier à bouclier pressurisé modifie l'équilibre mécanique et hydrogéologique du sol en place et est susceptible d'engendrer des mouvements de sol jusqu'en surface, ce qui est préjudiciable au patrimoine bâti.

Ces phénomènes sont relativement bien connus et documentés dans la littérature, et de nombreux modèles déterministes existent pour les prédire et les quantifier. Les méthodes de conception et de dimensionnement adoptées par l'ingénieur de manière conventionnelle consistent à utiliser l'un de ces modèles déterministes, en lui adjoignant un facteur de sécurité prenant en compte un ensemble d'incertitudes. Ces incertitudes incluent un aléa sur les propriétés de sol (soit parce que leur variabilité naturelle empêche leur connaissance précise, soit parce que les campagnes de reconnaissance géotechniques sont incomplètes ou faussées), et une incertitude de modèle. Si cette méthode de dimensionnement a fait ses preuves, elle a néanmoins des défauts. D'une part, des sinistres se produisent encore occasionnellement, mettant en lumière le fait que le facteur de sécurité choisi peut être ponctuellement insuffisant en sous-estimant le niveau d'incertitude du problème. D'autre part, si l'incertitude est plus faible que prévue, un facteur de sécurité donné peut conduire à des dimensionnements peu économiques. Une approche plus rationnelle de ces incertitudes semble nécessaire.

Les méthodes probabilistes répondent à cette problématique. Ces méthodes consistent à modéliser l'aléa sur les grandeurs d'intérêt (paramètres de sol, géométrie des systèmes, chargements, etc.) sous forme mathématique. Des modélisations de la dispersion de ces grandeurs sous forme de variables aléatoires ou de champs aléatoires sont possibles, et des méthodes mathématiques plus ou moins sophistiquées permettent d'évaluer la transmission de cette dispersion au travers d'un modèle déterministe. Par ce processus, on est à même de caractériser de manière probabiliste, en sortie de modèle, un certain nombre de variables d'intérêt liées à la conception du système considéré. Par la suite, la définition de différents seuils arbitraires correspondant à un non-fonctionnement du système permet de définir une probabilité de défaillance du système pour une conception donnée. Il est même possible d'aboutir *in fine* à un dimensionnement du système en visant une probabilité de défaillance cible, considérée par le décideur comme acceptable. C'est l'objet des méthodes de dimensionnement fiabilistes, qui se distinguent des méthodes fondées sur le facteur de sécurité par le fait qu'elles reposent sur une quantification rationnelle de l'incertitude sur les paramètres du projet.

Les modèles déterministes les plus à même de proposer des prédictions fiables sont les modèles numériques de type éléments finis ou différences finies. Ils présentent l'avantage de modéliser très finement la géométrie souvent complexe des projets, et sont capables de prendre en compte des modèles de comportement complexes pour le sol excavé. Dans le cas particulier de l'excavation des tunnels par tunnelier pressurisé, ils sont parfois incontournables du fait du caractère hautement tridimensionnel du système modélisé. Ces performances ont néanmoins des coûts de mise en œuvre et des temps de calcul souvent rédhibitoires.

La méthode la plus simple et la plus robuste pour évaluer la propagation d'incertitude au travers d'un modèle est la méthode de Monte-Carlo. Celle-ci consiste à effectuer des tirages aléatoires des variables d'entrée du modèle en très grand nombre, à évaluer la ou les réponses du modèle pour chacun de ces tirages, et à effectuer des traitements statistiques sur ces réponses. Pour les ordres de grandeur de probabilité de défaillance intéressant les décideurs, il n'est pas rare d'avoir à envisager  $10^5$  ou  $10^6$  tirages. On conçoit bien que ce genre d'opération n'est pas applicable aux modèles numériques avec les moyens informatiques actuels. Cette thèse se propose de répondre à cette problématique en l'attaquant sous deux angles : d'une part il est proposé de développer de nouveaux modèles analytiques fournissant des prédictions aussi fiables que les modèles numériques pour un coût calculatoire nettement plus réduit, et d'autre part il est proposé d'utiliser des méthodes probabilistes plus sophistiquées afin de réduire au minimum le nombre d'appels au modèle déterministe.

Le premier chapitre de cette thèse présente les résultats d'une recherche bibliographique. Cette recherche s'est intéressée dans un premier temps aux méthodes probabilistes et fiabilistes, puis aux phénomènes liés à l'instabilité du front de taille d'un tunnel et aux mouvements de terrain qu'une excavation est susceptible de provoquer.

Le deuxième chapitre s'attache à la modélisation déterministe de ces phénomènes. Pour l'étude de la stabilité, des modèles numériques de référence sont d'abord programmés, puis utilisés à des fins de validation d'un certain nombre de modèles analytiques. Ceux-ci présentent des améliorations sensibles des meilleurs modèles existants pour la prédiction des phénomènes d'effondrement et de refoulement, et fournissent des résultats très proches de ceux des modèles numériques pour un coût calculatoire beaucoup plus réduit. Une modélisation numérique fine des opérations de creusement par tunnelier pressurisé est ensuite effectuée, afin de prédire efficacement les mouvements de terrains en résultant.

Dans un troisième chapitre, plusieurs méthodes probabilistes sont appliquées aux problèmes de stabilité et de mouvements de sol, après modélisation de l'aléa sous forme de variables aléatoires. La méthode de la surface de réponse stochastique par collocation est utilisée en particulier, car elle permet une estimation de la propagation d'incertitude pour un coût calculatoire très réduit. Cette méthode est présentée, validée, et améliorée, puis appliquée aux meilleurs modèles déterministes définis dans le chapitre 2. Des méthodes de dimensionnement fiabilistes sont proposées.

Le quatrième et dernier chapitre présente les résultats obtenus lors d'un séjour de recherche à Singapour, en collaboration avec le Professeur Kok-Kwang Phoon, de la National University of Singapore. Ce chapitre propose une ouverture à un

niveau de complexité supérieur, en modélisant l'aléa sur les paramètres de sol à partir de champs aléatoires et non plus de variables aléatoires. Un modèle analytique bidimensionnel d'effondrement d'un front de taille excavé dans un sol purement frottant est développé et validé. Une étude probabiliste par Monte-Carlo permet de mettre en avant l'importance considérable des échelles de fluctuation des paramètres de sol, ainsi qu'un certain nombre de phénomènes émergents provoqués par la variabilité spatiale de ces paramètres.

Les résultats présentés dans ce manuscrit ont fait l'objet de plusieurs publications en revues internationales à comités de lecture (Mollon et al. [2009a, 2009b], Mollon et al. [2010], et Mollon et al. [2011a, 2011b, 2011c]). Il reste néanmoins dans cette thèse un certain nombre de recherches à valoriser par d'autres publications.

---

# Chapitre 1. Etude bibliographique

---

## *Introduction*

---

Ce premier chapitre propose une revue bibliographique des connaissances utiles à la compréhension de ce travail de thèse. Dans la section A, les principes et méthodes de la théorie de la fiabilité sont présentés. Les incertitudes sur les grandeurs géotechniques sont décrites et quantifiées à partir de campagnes d'essais, puis la modélisation mathématique de ces incertitudes sous la forme de variables aléatoires ou de champs aléatoires est détaillée. Les méthodes d'étude de la propagation de ces incertitudes au travers d'un modèle déterministe et de calcul d'une probabilité de défaillance sont ensuite décrites. Une large place est accordée à la méthode de la surface de réponse stochastique par collocation, qui permet d'obtenir des résultats probabilistes à faible coût en remplaçant le modèle déterministe par un méta-modèle analytique. Les méthodes de génération et de discrétisation d'un champ aléatoire sont ensuite développées afin d'être applicables aux cas où la variabilité spatiale d'un sol doit être modélisée.

La section B s'intéresse aux phénomènes d'instabilité du front de taille d'un tunnel. La rupture d'un front est décrite par l'intermédiaire de simulations expérimentales proposées dans la littérature, en sol purement cohérent et en sol frottant. Les méthodes analytiques reposant sur les principes de l'équilibre limite sont ensuite abordées, puis la théorie de l'analyse limite et ses applications au calcul de la stabilité d'un front de taille sont présentées. Les hypothèses et limites de cette théorie sont discutées. Dans un dernier temps, les méthodes numériques basées sur la mécanique des milieux continus (méthode des éléments finis ou méthode des différences finies) ou sur la modélisation de comportements à l'échelle de la particule (méthode des éléments discrets) sont décrites à partir d'exemples de la littérature d'applications à la stabilité d'un front de taille.

Dans la section C, le comportement en déformation d'un massif de sol excavé est étudié à partir d'observations et de campagnes de mesures *in situ* réalisées sur divers chantiers d'excavation de tunnel. Les mouvements de sol horizontaux et verticaux observés sont décrits qualitativement, puis un panorama des méthodes empiriques de prédiction de ces mouvements après observation sur chantier est

proposé. Les méthodes reposant sur une modélisation physique de l'excavation (en centrifugeuse et sous gravité réelle) sont présentées, ainsi que les méthodes analytiques utilisées pour la prédiction des mouvements de sol. Les hypothèses de ces méthodes sont généralement trop restrictives pour en faire des outils de prédiction fiables, c'est la raison pour laquelle une dernière partie s'intéresse aux méthodes de modélisation numérique d'une excavation. Il apparaît que les simulations tridimensionnelles sont relativement lourdes à mettre en place mais sont les seules à même de prendre en compte toute la complexité des phénomènes en jeu lors du creusement et donc de fournir une prévision valable des mouvements de sol.

---

## *A. Méthodes probabilistes et fiabilistes*

---

### **1. Origines de la variabilité**

Les incertitudes géotechniques peuvent être classées en trois catégories : celles liées à la variabilité naturelle du sol, celles liées à l'erreur de mesure, et celles liées à l'erreur de modélisation (Kulhawy [1992]). La première source d'incertitude est inévitable, et résulte des processus géologiques complexes qui ont contribué à la formation et à la modification progressive du sol considéré. La seconde incertitude est liée à (i) l'appareil de mesure, (ii) l'opérateur des mesures, et (iii) au manque de connaissance liée à des mesures ou des reconnaissances géotechnique incomplètes. Cette source d'incertitude peut être réduite par des moyens de mesure appropriés. La troisième incertitude est liée à l'utilisation de modèles de comportement théoriques qui ne peuvent qu'approximer le comportement réel du sol. Le simple choix de deux paramètres de modèle (tel que l'angle de frottement et la cohésion pour un modèle de Mohr-Coulomb) est une source d'erreur, indépendamment de l'estimation ou de la mesure de ces paramètres. Un modèle de transformation est en effet nécessaire pour convertir les mesures des essais en des valeurs des propriétés du sol que l'ingénieur pourra utiliser dans ses modèles de calcul. Une incertitude est ainsi introduite car les modèles de transformation utilisent des procédures de lissage empiriques (Phoon et Kulhawy [1999]).

## 2. Quantification et modélisation des incertitudes

Une étude exhaustive des données de nombreux essais *in situ* (CPT, SPT, Vane Shear Test...) et de laboratoire (essais triaxiaux C.D., U.U., C.U.) a été réalisée par Phoon et Kulhawy [1999]. A partir de cette étude, les intervalles de coefficients de variation (le coefficient de variation d'une grandeur étant défini comme le rapport entre l'écart-type et la moyenne de cette grandeur) pour les paramètres de sol ont pu être estimés. Il en ressort que la cohésion non drainée ( $c_u$ ) a un coefficient de variation compris entre 10% et 55%. Cherubini et al. [1993] ont rassemblé les valeurs de coefficient de variation de la cohésion non drainée proposées par plusieurs auteurs, et ont fourni l'intervalle très large 12%-145%. Ils ont également observé que la variabilité diminuait pour les faibles valeurs de la cohésion, et ont préconisé des valeurs de 12% à 45% pour des sols moyennement raides à raides. Pour les sols mous à grande variabilité, la valeur du COV de la cohésion peut être considérée comme raisonnable jusqu'à une limite de 80%.

Pour l'angle de frottement interne, un intervalle de coefficient de variation plus restreint que celui de la cohésion est proposé dans la littérature. Pour les sols ayant un angle de frottement moyen compris entre 20° et 40°, Phoon et Kulhawy [1999] proposent de considérer un coefficient de variation compris entre 5% et 15%.

Il apparaît également dans la littérature (Bauer et Pula [2000]) que les sols à faibles caractéristiques élastiques présentent une variabilité importante de leurs propriétés élastiques. Les valeurs couramment citées (Baecher et Christian [2003], Nour et al. [2002]) pour le COV du module d'Young sont comprises entre 2% et 50%. Phoon et Kulhawy [1999] proposent la valeur de 30%. Il semble que la variabilité du coefficient de Poisson puisse être négligée.

Il est proposé dans la littérature de considérer une corrélation entre les paramètres de cisaillement ( $\phi$  et  $c$ ) d'un sol. De nombreux auteurs (Wolff [1985], Yuceman et al. [1973], Lumb [1970], Cherubini [2000]) proposent des valeurs négatives comprises entre -0.7 et -0.24. Fenton et Griffiths [2003] proposent néanmoins de considérer dans leur étude paramétrique non seulement une corrélation négative mais aussi une corrélation positive entre  $c$  et  $\phi$ .

L'échelle de fluctuation d'une propriété reflète le degré de dépendance de cette propriété entre deux points en fonction de la distance qui les sépare. Plusieurs auteurs (Chiasson et al. [1995], Soulie et al. [1990], Popescu [1995], Lacasse et Nadim [1996], Phoon et Kulhawi [1999]) ont fourni des échelles de fluctuation de la cohésion du sol à partir des mesures d'essais en laboratoire et *in situ*. Les échelles de fluctuation horizontales sont comprises entre 5 et 40 mètres,

et les échelles verticales sont nettement plus réduites (0.5 à 6 mètres). Ces grandeurs restent néanmoins peu documentées.

Si l'incertitude sur les propriétés de sol est correctement évaluée et quantifiée, il est souhaitable de déterminer comment cette incertitude se traduit sur l'ouvrage considéré au niveau d'un certain nombre de grandeurs d'intérêt pour l'ingénieur. Ces grandeurs peuvent caractériser le fonctionnement d'un ouvrage géotechnique ou sa sécurité. Dans cet objectif, il est nécessaire d'évaluer la propagation d'incertitude au travers d'un modèle déterministe du système géotechnique étudié. Par modèle déterministe, on entend toute méthode permettant d'obtenir une estimation quantitative de la grandeur d'intérêt (appelée variable de sortie), pour un certain nombre de données (appelées variables d'entrée). Il peut s'agir d'une équation mathématique, d'un modèle analytique ou empirique, d'une simulation numérique, etc. L'étude de la propagation d'incertitude a pour objet de caractériser de manière probabiliste la variable de sortie à partir des caractéristiques probabilistes des variables d'entrée. Lorsque cette caractérisation est effectuée, la définition d'un ou plusieurs critères de défaillance permet d'accéder à la donnée la plus intéressante pour l'ingénieur, à savoir la probabilité de défaillance.

Pour la modélisation des variables d'entrée, l'ingénieur a deux solutions correspondant à deux niveaux de complexité successifs :

- Si l'on s'intéresse à des grandeurs n'ayant pas d'extension spatiale (c'est-à-dire n'étant pas susceptible de prendre une valeur différente selon le point de l'espace considéré), ou si l'on souhaite négliger la variabilité spatiale d'une variable, on peut modéliser l'aléa sous forme de variables aléatoires. Dans ce cas, les variables aléatoires d'entrée du modèle déterministe ne sont caractérisées que par leur distribution statistique, et éventuellement par leurs coefficients de corrélation. Une telle modélisation des paramètres mécaniques du sol ne saurait être qu'une approximation, puisqu'elle fait abstraction des variations spatiales apportées par l'histoire géologique souvent complexe des sites considérés.
- Dans le cas où la variabilité spatiale du sol est prise en compte, les variables aléatoires d'entrée peuvent être modélisées par l'intermédiaire de champs aléatoires, pour lesquels la valeur numérique de la variable dépend des coordonnées spatiales du point considéré. Dans ce cas, une variable d'entrée est caractérisée par sa distribution statistique et par ses éventuels coefficients de corrélation avec d'autres variables, mais également par une fonction d'autocorrélation. Celle-ci caractérise la corrélation entre deux points du système en fonction de leurs positions respectives.

### 3. Modélisation en variables aléatoires

#### a. Principes généraux

La prise en compte des incertitudes sur les variables d'un système pour l'estimation de sa sécurité repose sur les opérations préliminaires suivantes :

- choix d'un type d'indicateur de la sécurité du système : indice de fiabilité ou probabilité de défaillance.
- modélisation de l'aléa sur les  $n$  variables aléatoires d'entrée (rangées dans un vecteur  $x$ ) : choix de lois statistiques pour représenter leurs distributions, et de coefficients de corrélations. Dans ces lois statistiques sont inclus les moments principaux (moyenne, écart-type, coefficient d'asymétrie, coefficient d'aplatissement, etc.) ainsi que le coefficient de variation de chaque variable (noté COV, et défini comme le rapport de l'écart-type à la moyenne).
- choix d'un modèle déterministe fiable, fournissant une ou plusieurs valeurs de sortie (rangées dans le vecteur  $U$ ), fixes pour un jeu de variables d'entrée données (ces variables comprenant les variables aléatoires du vecteur  $x$ , plus éventuellement un ensemble de variables déterministes dont l'aléa est négligé).
- choix d'un seuil sur chaque variable aléatoire de sortie (vecteur  $U$ ), tel que le système est considéré comme défaillant dès lors qu'il est franchi. En présence de plusieurs variables aléatoires de sortie, la défaillance est admise dès qu'au moins un des seuils est franchi.

Lorsque ces étapes ont été réalisées, il est nécessaire de définir une fonction dite « de performance », notée  $G(x)$ . Il y a autant de fonctions de performances que de variables de sorties pertinentes (c'est-à-dire de variables de sorties munies d'un seuil que l'on ne souhaite pas dépasser). Une fonction de performance  $G$  est une fonction des variables aléatoires d'entrée, et dépend du modèle déterministe et du seuil de la variable de sortie considérée. Elle doit satisfaire aux contraintes suivantes :

- si  $G(x) < 0$  : le système est défaillant (c'est-à-dire que le seuil fixé est dépassé)
- si  $G(x) > 0$  : le système est en sécurité

- si  $G(x)=0$  : le système est au bord de la défaillance

L'indicateur de sécurité le plus souhaitable est la probabilité de défaillance. Plusieurs méthodes de détermination de cette probabilité sont présentées dans la suite de cette section. La méthode de Monte-Carlo est la méthode la plus évidente et la plus fiable, mais son coût calculatoire est très élevé. La méthode des tirages d'importance permet, dans une certaine mesure, de réduire le nombre d'appels au modèle déterministe, mais est susceptible de se montrer moins fiable dans le cas d'une surface d'état limite tourmentée, et nécessite la connaissance du point de conception (défini comme le point de défaillance le plus probable). Un autre type de méthodes permet de substituer au modèle déterministe un méta-modèle analytique. C'est le cas de la méthode de la surface de réponse stochastique par collocation (CSRSM). Le calage du méta-modèle s'effectue à partir d'un nombre réduit d'appels au modèle d'origine, et l'application de la méthode de Monte-Carlo peut ensuite s'effectuer sur le méta-modèle pour un coût calculatoire très faible. Des méthodes approchées de calcul de la probabilité sont également présentées. Ces méthodes sont fondées sur la détermination du point de conception et sur une approximation locale de la surface d'état limite autour de ce point.

## b. Méthodes de calcul de la probabilité de ruine

La méthode la plus robuste et la plus célèbre de détermination d'une probabilité de défaillance est la méthode de Monte-Carlo (MC). Des échantillons des variables aléatoires d'entrée sont générés en grand nombre, conformément aux lois de distributions de chaque variable et aux éventuels coefficients de corrélation les liant. Pour chaque échantillon  $x_i$  la variable de sortie est calculée par appel au modèle déterministe, et la valeur de  $G(x_i)$  est obtenue. Un estimateur non-biaisé de la probabilité de défaillance est fourni par l'expression :

$$\bar{P}_f = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N I(x_i) \quad (1.1)$$

Dans cette équation,  $N$  est le nombre d'échantillons et  $I(x_i)$  est une fonction telle que  $I(x_i)=1$  si  $G(x_i)<0$  et  $I(x_i)=0$  sinon. Puisque cet estimateur dépend des échantillons aléatoires choisis pour le calcul, il s'agit également d'une variable aléatoire, dont le coefficient de variation chute avec le nombre  $N$  d'échantillons et est donné par :

$$COV(\bar{P}_f) = \sqrt{\frac{(1-P_f)}{P_f N}} \quad (1.2)$$

Cette expression montre que le COV de cet estimateur dépend également de la probabilité cible. On montre que, pour obtenir un COV inférieur à 0.3 (correspondant à un estimateur de qualité modeste), il est nécessaire d'utiliser un nombre d'échantillons égal à :

$$N \approx 10/P_f \quad (1.3)$$

L'ordre de grandeur des probabilités qui intéressent l'ingénieur en génie civil se trouve généralement entre  $10^{-3}$  et  $10^{-5}$ , ce qui conduit à un nombre d'échantillons nécessaires tout à fait rédhibitoire dès lors que le modèle déterministe a un coût calculatoire non-négligeable.

La méthode des tirages d'importance (Importance Sampling ou IS) permet dans une certaine mesure de s'affranchir de cet inconvénient, car elle nécessite le recours à beaucoup moins d'échantillons aléatoires. Dans cette approche, la densité de probabilité utilisée pour l'échantillonnage  $f(\cdot)$  est décalée au point de conception dans le but de concentrer les échantillons dans la région de grande densité de probabilité de défaillance. Un estimateur de la probabilité de ruine est obtenu par (Melchers [1999]) :

$$\bar{P}_f = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N I(v_i) \frac{f(v_i)}{h(v_i)} \quad (1.4)$$

Dans cette expression,  $h$  est la nouvelle densité de probabilité utilisée pour l'échantillonnage et centrée au point de conception, et  $v$  est le vecteur des valeurs générées avec cette nouvelle densité de probabilité. Le coefficient de variation de cet estimateur est bien plus faible que celui de la méthode MC pour un même nombre d'échantillons, et s'obtient par (Melchers [1999]) :

$$COV(\bar{P}_f) = \frac{1}{P_f} \sqrt{\frac{1}{N} \left( \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left( I(v_i) \frac{f(v_i)}{h(v_i)} \right)^2 - (P_f)^2 \right)} \quad (1.5)$$

### c. Méthode de la surface de réponse stochastique par collocation

De nombreux problèmes d'ingénierie nécessitent le recours à des modèles numériques « lourds », reposant par exemple sur la méthode des éléments finis, et dont les temps de calculs se prêtent mal à une étude probabiliste. La méthode de la surface de réponse stochastique par collocation (Isukapalli et al. [1998], Isukapalli

[1999], Berveiller et al. [2006], Sudret et al. [2006], Sudret [2007], Phoon et Huang [2007], Huang et al. [2009]) est une des solutions à ce problème. L'objectif de la méthode de la surface de réponse stochastique par collocation (ou CSRSM, pour Collocation-based Stochastic Response Surface Methodology) est de définir un méta-modèle approché qui vient se substituer au modèle déterministe dans les études probabilistes, et dont le temps de calcul est quasi-instantané. Ce méta-modèle (ou PCE pour Polynomial Chaos Expansion) s'exprime dans une base nommée chaos polynomial. Pour un chaos polynomial d'ordre  $n$ , les vecteurs de cette base sont des polynômes orthogonaux (Hermite, Legendre, etc.) multidimensionnels de degrés  $\leq n$ . Pour un jeu donné de paramètres d'entrée (i.e. corrélations et distributions statistiques des différentes variables aléatoires d'entrée), on peut déterminer les coefficients du chaos par un nombre réduit d'appels au modèle déterministe.

Dans ce manuscrit, le chaos est formé par des polynômes d'Hermite multidimensionnels, et les coefficients du chaos sont déterminés par régression à partir de la réponse du modèle déterministe en un certain nombre de points de collocation. Les  $n_v$  variables aléatoires doivent être représentées dans le chaos polynomial par autant de variables standards (variables normales centrées et réduites) nommées  $\xi_i$ . Pour un PCE d'ordre  $n$  donné, les points de collocation disponibles sont déterminés dans l'espace standard  $(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_{n_v})$  : chacune des variables standards peut prendre les valeurs des racines du polynôme d'Hermite de degré  $n+1$ , et les points de collocation disponibles résultent de l'ensemble des combinaisons de ces racines. Il est à noter que cette méthode de choix des points de collocation n'est pas obligatoire, mais correspond à la pratique usuelle de la CSRSM. Les polynômes d'Hermite à une seule variable sont définis par la relation de récurrence suivante :

$$He_0(\xi) = 1 \quad ; \quad He_{n+1}(\xi) = \xi \cdot He_n(\xi) - n \cdot He_{n-1}(\xi) \quad (1.6)$$

Par conséquent, les premiers polynômes d'Hermite monodimensionnels sont :

$$He_1(\xi) = \xi \quad (1.7)$$

$$He_2(\xi) = \xi^2 - 1 \quad (1.8)$$

$$He_3(\xi) = \xi^3 - 3\xi \quad (1.9)$$

$$He_4(\xi) = \xi^4 - 6\xi^2 + 3 \quad (1.10)$$

$$He_5(\xi) = \xi^5 - 10\xi^3 + 15\xi \quad (1.11)$$

Un polynôme d'Hermite multidimensionnel est défini par le produit de plusieurs polynômes d'Hermite monodimensionnels de différentes variables. Pour  $n_v$  variables, son expression générale est donnée par :

$$\Gamma_{i_1, i_2, \dots, i_{n_v}}(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_{n_v}) = He_{i_1}(\xi_1) \cdot He_{i_2}(\xi_2) \cdot \dots \cdot He_{i_{n_v}}(\xi_{n_v}) \quad (1.12)$$

Pour un usage simplifié dans les formules mathématiques, les polynômes d'Hermite multidimensionnels sont souvent renommés et classés à l'aide d'un indice unique, comme par exemple :

$$\Gamma_{i_1, i_2, \dots, i_{n_v}}(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_{n_v}) = \psi_k(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_{n_v}) \quad (1.13)$$

Les  $p$  polynômes  $\psi_k$  d'ordre  $(i_1 + i_2 + \dots + i_{n_v}) \leq n$  forment la base d'un chaos polynomial d'ordre  $n$ . Pour deux variables standards, la variable de sortie  $U$  peut être calculée à partir du chaos polynomial d'ordre  $n$  comme suit :

$$U = \sum_{i=1}^p a_i \cdot \Gamma_{i_1, i_2, \dots, i_{n_v}}(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_{n_v}) = \sum_{i=1}^p a_i \cdot \psi_i(\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_{n_v}) \quad (1.14)$$

Dans cette expression, les termes  $\Gamma_i$  sont des polynômes d'Hermite multidimensionnels, qui constituent les vecteurs de la base du chaos polynomial. Les coefficients  $a_i$  du chaos sont les inconnues du problème, et sont déterminés par régression linéaire à partir de la réponse du modèle déterministe en un certain nombre de points de collocations. L'équation (1.14) vient alors se substituer au modèle déterministe dans n'importe quelle méthode probabiliste ou fiabiliste (Monte-Carlo, Tirages d'Importance, FORM, etc.). Le détail du formalisme de la CSRSM est fourni dans Sudret [2007] ou Phoon et Huang [2007]. On peut également citer un développement récent de la CSRSM permettant de réduire sensiblement le nombre de coefficients du chaos polynomial, et donc le nombre d'appels nécessaires au modèle déterministe (Blatman et Sudret [2010]). Cette méthode est fondée sur un algorithme adaptatif utilisant un polynôme creux, et permet d'appliquer la CSRSM de manière efficace pour un plus grand nombre de variables aléatoires.

Les indices de Sobol' [1993] permettent d'évaluer la sensibilité de la dispersion d'une variable de sortie aux dispersions respectives des variables d'entrée. Plus précisément, ils indiquent la part de la variance de la variable aléatoire de sortie due à chaque variable aléatoire (ou groupe de variables aléatoires) d'entrée d'un modèle. Ces indices sont généralement calculés par une méthode de Monte-Carlo, mais ce calcul peut avoir un coût rédhibitoire si le nombre de variables aléatoires est élevé (Sudret [2007]). Ils sont néanmoins extrêmement utiles pour évaluer la contribution de chaque variable d'entrée à la dispersion de la sortie. Sudret [2007] a proposé une méthode de détermination des

indices de Sobol' à partir de l'approximation d'un modèle déterministe par chaos polynomial. Cette méthode propose de changer l'ordre des termes du PCE et de les rassembler en catégories incluant uniquement une variable aléatoire (ou un groupe de variables aléatoire). Les indices de Sobol' peuvent ensuite être calculés par l'expression suivante :

$$SU_{\alpha} = \frac{\sum a_{\alpha}^2 \cdot E(\psi_{\alpha}^2)}{\sigma^2} \quad (1.15)$$

où  $\sigma^2$  est la variance totale de la variable de sortie, donnée par :

$$\sigma^2 = \sum a^2 \cdot E(\psi^2) \quad (1.16)$$

Dans l'équation (1.15), le terme  $\alpha$  indique que la sommation s'effectue uniquement sur les termes du chaos polynomial relatifs à une variable (ou groupe de variable) donnée. En respectant la notation de l'équation (1.15), le terme  $E(\psi_k^2)$  se calcule par (Sudret et al. [2006]) :

$$E(\psi_i^2) = i_1! i_2! \dots i_{nv}! \quad (1.17)$$

Il peut être facilement prouvé que la somme de tous les indices de Sobol' d'une variable de sortie est égale à 1.

#### **d. Méthode de calcul de la probabilité de ruine basée sur l'indice de fiabilité**

La méthode la plus simple pour estimer une probabilité de ruine reste néanmoins la méthode FORM (First Order Reliability Method), qui consiste à substituer à la surface d'état limite  $G(x)=0$  un hyperplan tangent à cette surface au point de conception. Ceci revient à linéariser la surface d'état limite à proximité du point de conception. Dans ce cas, la probabilité de défaillance est obtenue directement par l'expression :

$$P_f \approx \Phi(-\beta_{HL}) \quad (1.18)$$

Dans cette expression,  $\Phi$  est la loi de distribution cumulée d'une variable normale centrée réduite. Il s'agit néanmoins d'une méthode approchée, puisque la surface d'état limite n'est généralement pas un hyperplan. Nous allons présenter dans ce qui suit les méthodes existantes pour le calcul d'un indice de fiabilité. L'indice de fiabilité le plus courant est celui d'Hasofer et Lind [1974]. Sa formulation matricielle est donnée par Ditlevsen [1981] :

$$\beta_{HL} = \min_{x \in F} \sqrt{(x - \mu)^T C^{-1} (x - \mu)} \quad (1.19)$$

Dans cette expression,  $x$  représente le vecteur des  $n$  variables aléatoires,  $\mu$  correspond au vecteur des valeurs moyennes respectives de ces variables,  $F$  représente le sous-espace des variables aléatoires pour lequel le système est mis en défaillance, et  $C$  est la matrice de covariance des variables aléatoires, dont le terme général est :

$$C_{i,j} = \sigma_i \cdot \sigma_j \cdot \rho_{i,j} \quad (1.20)$$

où  $\sigma_i$  est l'écart type de la variable  $i$ , et  $\rho_{i,j}$  est le coefficient de corrélation entre les variables  $i$  et  $j$ . La forme quadratique de l'équation (1.19) représente l'équation d'un ellipsoïde de dimension  $n$ . La minimisation de l'équation (1.19) est réalisée sous une contrainte qui peut s'écrire  $G(x) \leq 0$ , dans laquelle la surface d'état limite  $G(x)=0$  sépare le domaine à  $n$  dimensions des variables aléatoires d'entrée en deux régions : une région de défaillance  $F$  représentée par  $G(x) \leq 0$ , et une région de sécurité représentée par  $G(x) > 0$ .

La méthode classique pour calculer  $\beta_{HL}$  par l'équation (1.19) est fondée sur la transformation de la surface d'état limite, initialement définie dans l'espace des variables physiques. Cette surface doit être exprimée dans l'espace des variables aléatoires normales, centrées, réduites et décorrélées, que l'on appelle également espace standard. La plus courte distance entre l'origine de cet espace et la surface d'état limite est égale à l'indice de fiabilité  $\beta_{HL}$ .

Une interprétation intuitive de l'indice de fiabilité a été proposée par Low et Tang [1997, 2004]. Le concept d'ellipsoïde d'iso-probabilité (ou d'ellipse d'iso-probabilité en dimension 2) conduit à une méthode de calcul de l'indice de fiabilité plus simple, car utilisable dans l'espace des variables physiques d'origine (figure 1.1). Low et Tang [1997, 2004] ont démontré que l'indice de fiabilité de Hasofer-Lind était égal au rapport des axes entre l'ellipsoïde de dispersion critique (c'est-à-dire le plus petit ellipsoïde de dispersion tangent à la surface d'état limite) et l'ellipsoïde de dispersion unitaire (c'est-à-dire celui obtenu pour  $\beta_{HL}=1$  dans l'équation (1.19), sans tenir compte de la minimisation). Ils ont également démontré que trouver l'ellipsoïde de dispersion critique revenait à trouver le point de défaillance le plus probable, situé au point de tangence entre l'ellipsoïde et la surface d'état limite, et appelé point de conception (figure 1.1).

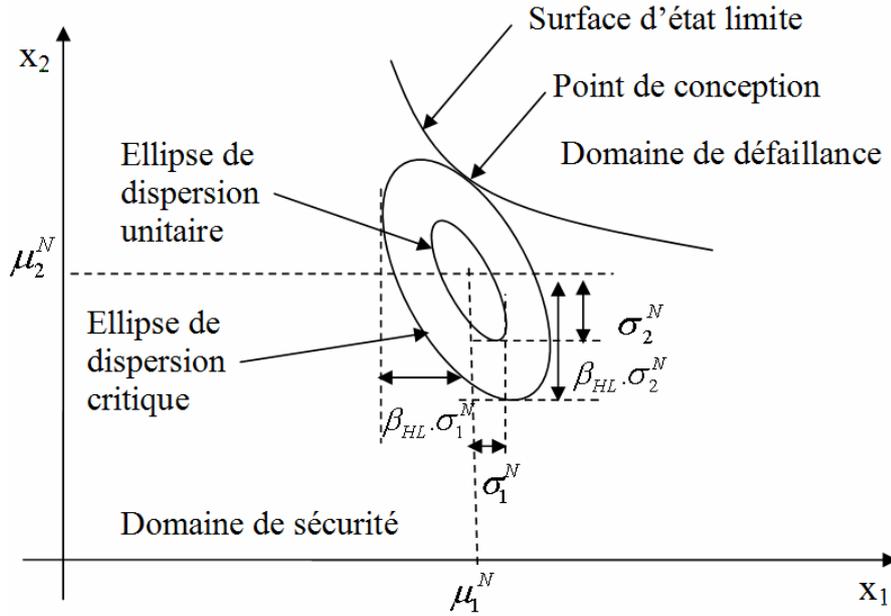


Figure 1.1. Ellipse de dispersion critique dans l'espace physique

Lorsque les distributions statistiques des variables d'entrée suivent une loi non-normale, La transformation de Rackwitz et Fiessler [1978] est utilisée pour calculer la moyenne équivalente normale ( $\mu_N$ ) et l'écart-type équivalent normal ( $\sigma_N$ ). Ces paramètres étant valables pour un point de conception donné, il est nécessaire de les recalculer à chaque pas lors de l'optimisation utilisée pour résoudre l'équation (1.19). Plusieurs algorithmes de recherche de l'indice de fiabilité existent, tels que l'algorithme de premier ordre de Hasofer-Lind-Rackwitz-Fiessler (HLRF), ou les algorithmes de second ordre (méthode de Newton etc..). Ces algorithmes sont basés sur des processus itératifs nécessitant le calcul des dérivées partielles de la fonction de performance  $G$ .

Lorsque le modèle déterministe utilisé implique des temps de calcul relativement longs, on peut utiliser la méthode des surfaces de réponse pour obtenir le point de conception. Plusieurs algorithmes existent pour cette détermination, parmi lesquels l'algorithme proposé par Tadjira et al. [2000]. Cette méthode consiste à approximer une fonction de performance par une fonction explicite des variables aléatoires, et à améliorer cette approximation par itérations successives. On utilise un polynôme du second degré sans termes croisés comme approximation, de forme générale :

$$G(x) = a_0 + \sum_{i=1}^n a_i \cdot x_i + \sum_{i=1}^n b_i \cdot x_i^2 \quad (1.21)$$

Dans cette expression,  $n$  représente le nombre de variables,  $x_i$  représente la variable  $i$  parmi les  $n$ , et les coefficients  $a_i$  et  $b_i$  sont à déterminer. Lorsque l'on dispose d'une approximation satisfaisante de la fonction de performance réelle, on détermine l'indice de fiabilité  $\beta_{HL}$  par l'équation (1.22) :

$$\beta_{HL} = \min_{G(x) \leq 0} \sqrt{(x - \mu)^T C^{-1} (x - \mu)} \quad (1.22)$$

Dans cette expression,  $x$  est le vecteur des  $n$  variables aléatoires,  $\mu$  est le vecteur de leurs moyennes, et  $C$  est leur matrice de covariance. La contrainte sur la minimisation stipule que la fonction  $G(x)$  définie par l'équation (1.21) doit être négative, donc que le point  $x$  appartient au domaine de défaillance. Le point  $x$  résultant de la minimisation est le point de conception, c'est-à-dire le point de défaillance le plus probable. L'algorithme RSM utilisé suit les étapes suivantes :

- Etape 1 : évaluer la fonction de performance  $G$  au point moyen  $\mu$  et aux  $2n$  points  $\mu \pm k \cdot \sigma$ , où  $k$  est généralement égal à 1 (bien que ce ne soit pas une condition nécessaire au fonctionnement de l'algorithme). Cette étape est effectuée à l'aide du modèle déterministe correspondant à la fonction de performance étudiée.
- Etape 2 : caler les coefficients  $a_i$  et  $b_i$  de l'équation (1.21) sur les  $2n+1$  valeurs calculées dans l'étape 1. Ceci fournit une approximation provisoire de la fonction de performance autour du point moyen  $\mu$ .
- Etape 3 : résoudre l'équation (1.22), pour obtenir un point de conception et un indice de fiabilité provisoires.
- Etape 4 : reprendre l'étape 1, mais en se plaçant autour du point de conception provisoire et non autour de la moyenne. Itérer les étapes 1 à 4 jusqu'à obtenir convergence de l'indice de fiabilité.

## 4. Modélisation de l'aléa en champs aléatoires

Les variables modélisées sur un milieu continu sont susceptibles de suivre des variations spatiales. Ceci est particulièrement vrai pour les propriétés de sol, puisque celles-ci dépendent des aléas de l'histoire géologique du site. Pour tenir compte de la dépendance spatiale de ces variables, il est possible de les modéliser sous forme de champs aléatoires. Un tel champ est défini par une distribution statistique et par une fonction d'autocorrélation. Il s'agit d'une variable continue, définie dans un espace de 2 ou 3 dimensions dans la plupart des applications géotechniques. Selon le modèle déterministe dans lequel ce champ est injecté il

peut être possible de conserver sa continuité, mais il est parfois nécessaire de le discrétiser. C'est le cas par exemple lorsque l'on souhaite appliquer un champ à un modèle numérique maillé, auquel cas il faut appliquer une valeur discrète de la variable en question à chaque maille (Youssef Abdel Massih [2007]). Pour générer un champ aléatoire, plusieurs méthodes existent dans la littérature. Certaines d'entre elles se proposent d'appliquer directement une valeur discrète à certains points, ou d'effectuer un moyennage spatial sur un élément (Vanmarcke et Grigoriou [1983]). D'autres méthodes utilisent des développements en séries pour représenter un champ aléatoire par une série de variables aléatoires. Parmi ces méthodes, on peut citer la méthode spectrale (Shinozuka et Deodatis [1991]), la méthode d'expansion en séries orthogonales (OSE), ou la méthode de discrétisation par estimation linéaire optimale (EOLE). La méthode d'expansion en séries de Karhunen-Loeve (méthode KL) appartient à cette même famille, et a été choisie pour la génération des champs utilisés dans ce manuscrit. Dans le cadre de l'expansion KL, un champ aléatoire est exprimé de la manière suivante (Huang et al. [2001]) :

$$\varpi(X, \theta) = \bar{\varpi}(X) + \sum_{k=1}^{\infty} \xi_k(\theta) \cdot \left[ \sqrt{\lambda_k} \cdot f_k(X) \right] \quad (1.23)$$

Dans cette expression,  $X$  représente le vecteur des coordonnées spatiales dans l'espace considéré,  $\theta$  est la variable relative au tirage aléatoire,  $\bar{\varpi}(X)$  représente la valeur moyenne du champ au point  $X$ ,  $\xi_k(\theta)$  est une variable aléatoire normale centrée et réduite, et  $\lambda_k$  et  $f_k(X)$  sont respectivement les valeurs propres et fonctions propres de la fonction de covariance  $C(X_1, X_2)$ . D'après le théorème de Mercer (Huang et al. [2001]), la fonction de covariance a la décomposition spectrale suivante :

$$C(X_1, X_2) = \sum_{i=1}^{\infty} \lambda_i \cdot f_i(X_1) \cdot f_i(X_2) \quad (1.24)$$

Les valeurs et fonctions propres sont solutions de l'équation de l'intégrale de Fredholm du second type, donnée par :

$$\int_D C(X_1, X_2) \cdot f_i(X_1) dX_1 = \lambda_i \cdot f_i(X_2) \quad (1.25)$$

Dans un cadre pratique, la série de Karhunen-Loeve exprimée dans l'équation (1.23) est tronquée après un nombre  $M$  de termes. Par ailleurs, on ne considèrera dans ce manuscrit que des champs aléatoires homogènes (c'est-à-dire dont la moyenne est constante sur le domaine de génération) et de dimension 2. On aura donc l'expression générale suivante :

$$\bar{\omega}(x, y, \theta) = \bar{\omega} + \sum_{k=1}^M \xi_k(\theta) \cdot [\sqrt{\lambda_k} \cdot f_k(x, y)] \quad (1.26)$$

La résolution pratique de l'équation de Fredholm est très délicate dans un cadre général et nécessite la plupart du temps le recours à des méthodes numériques. Néanmoins, dans le cas d'une fonction de covariance exponentielle et d'un domaine rectangulaire, cette résolution peut être effectuée analytiquement. Une telle fonction de covariance s'exprime par :

$$C(X_1, X_2) = \sigma^2 \cdot \exp\left(-\frac{|x_1 - x_2|}{L_x} - \frac{|y_1 - y_2|}{L_y}\right) \quad (1.27)$$

Où  $\sigma^2$  est la variance du champ cible. Dans ce cas, les valeurs et fonctions propres sont fournies par Ghanem et Spanos [1991]. Le champ obtenu est gaussien, de moyenne  $\bar{\omega}$  et d'écart-type  $\sigma$ .

---

## B. Stabilité du front de taille d'un tunnel

---

### 1. Etude expérimentale de l'instabilité

Le phénomène d'instabilité du front de taille d'un tunnel pressurisé peut être dû à un défaut de pression de soutènement (auquel cas l'instabilité se traduit par un effondrement du sol vers l'intérieur du tunnel) ou au contraire à une trop grande pression appliquée (auquel cas l'instabilité se produit par refoulement du sol vers la surface). Le premier type d'instabilité est le seul à avoir été étudié expérimentalement. Les notations utilisées sont récapitulées sur la figure 1.2.

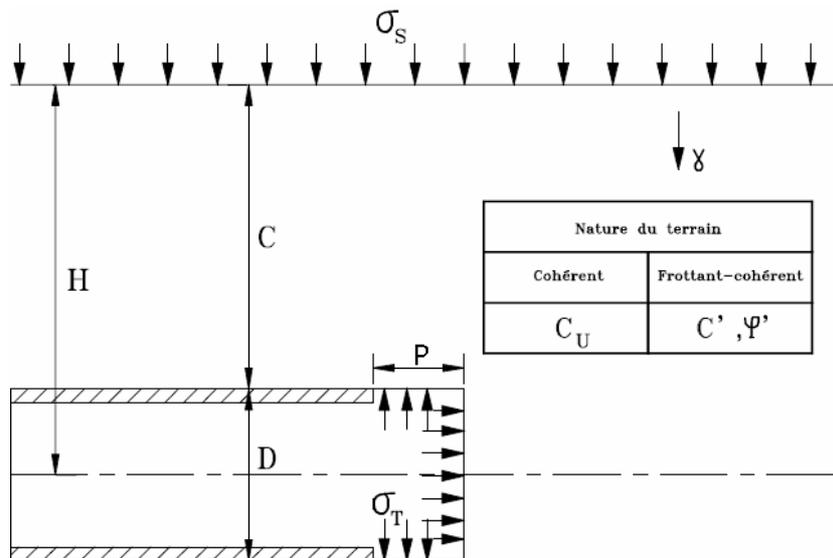


Figure 1.2 : Géométrie et notations (issu de Dias [1999])

En milieu purement cohérent, divers auteurs ont mené des expériences de laboratoire afin de définir la limite de stabilité du front. Broms et Bennermark [1967] ont effectué des essais d'extrusion (figure 1.3) sur de l'argile dans une cellule triaxiale. Ils ont défini à partir de ces expérimentations une grandeur adimensionnelle appelée facteur de charge, qui s'exprime par :

$$N = \frac{\sigma_s + \gamma H - \sigma_t}{c_u} \quad (1.28)$$

Dans cette expression,  $\sigma_s$  et  $\sigma_t$  sont les pressions appliquées respectivement à la surface du sol et au front de taille,  $H$  est la profondeur de l'axe du tunnel, et  $\gamma$  et  $c_u$  sont respectivement le poids volumique et la cohésion non drainée du sol. Les expériences menées par Broms et Bennermark [1967] montrent que la stabilité à l'effondrement est maintenue pour des valeurs de facteur de charge inférieures à 6 ou 7. Il est néanmoins avéré que la stabilité peut être affectée par d'autres grandeurs, telles que la profondeur relative  $C/D$  du tunnel, ou la longueur non-revêtue  $P/D$ .

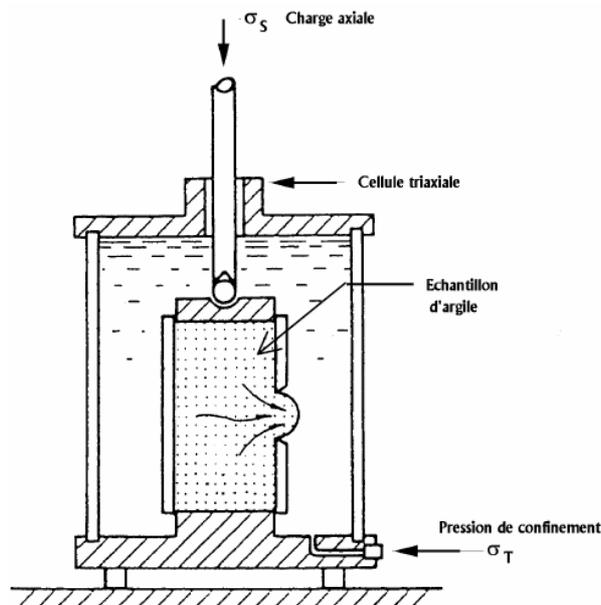


Figure 1.3. Essais d'extrusion (issu de Broms et Bennermark [1967])

Kimura et Mair [1981] ont réalisé des essais en centrifugeuse sur de l'argile consolidée et ont obtenu une valeur critique de  $N$  comprise entre 5 et 10. La figure 1.4 montre un exemple d'effondrement de front de taille obtenu lors de ces travaux. L'incidence relative de  $C/D$  et  $P/D$  sont également étudiées, et il apparaît que la stabilité augmente lorsque la profondeur est plus importante et la longueur non-revêtue plus faible. Schofield [1980] et Peck [1969] proposent des valeurs de  $N$  comprises entre 5 et 7.

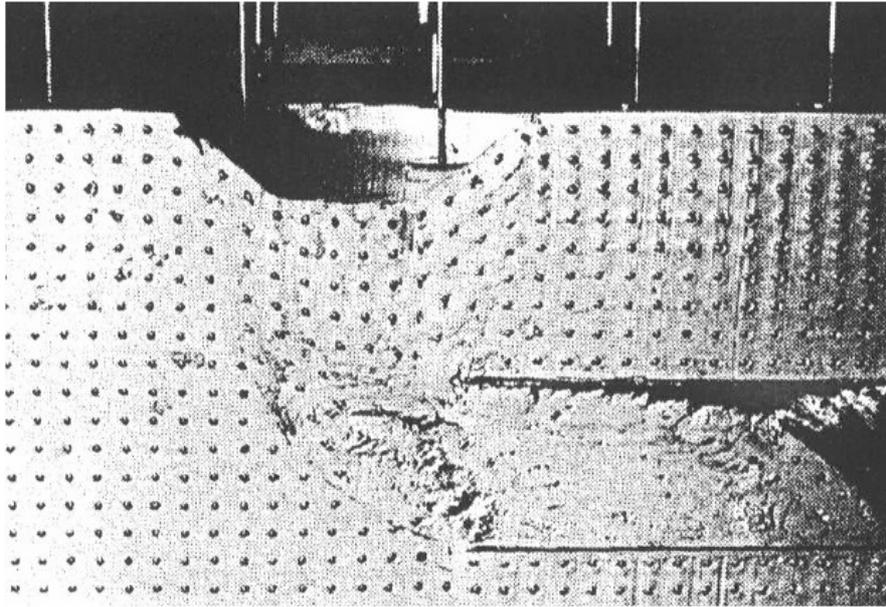


Figure 1.4 : Mécanisme d'extrusion (travaux de Mair rapportés par Schofield [1980])

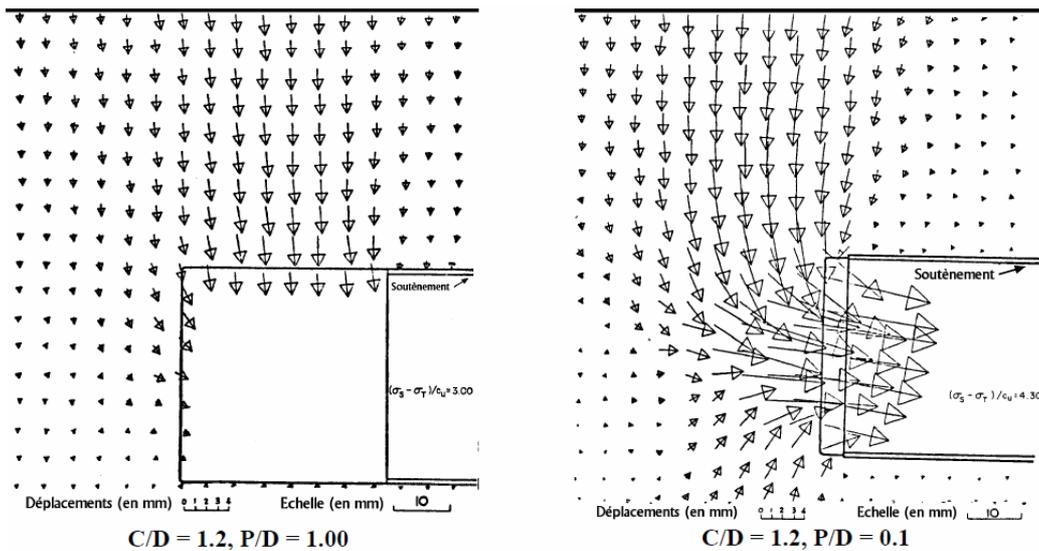


Figure 1.5 : Mouvements de sol observés selon la longueur non revêtue (issu de Casarin et Mair [1981])

Casarin et Mair [1981] proposent à partir d'une étude sur modèle réduit un tracé des vecteurs déplacement autour du front de taille et mettent en exergue l'accélération des mouvements à l'approche de l'instabilité du front et l'impact de la longueur non-revêtue sur l'allure de la rupture (figure 1.5). Peck et al. [1972], Kirkland [1984], et Clough et Smith [1981] proposent des classifications

permettant de corrélérer le facteur de charge  $N$  et les niveaux de déformation du sol. Il est ainsi avéré que de faibles déplacements peuvent apparaître pour des valeurs inférieures à 4 ou 5, et qu'un soutènement du front est indispensable pour des valeurs supérieures à 6 ou 7.

En sol frottant, la publication de référence est celle de Chambon et Corté [1994]. Ces auteurs ont conduit une série d'expérimentations en centrifugeuse sur des matériaux granulaires, qui ont permis de visualiser la zone de rupture (figure 1.6). Leurs résultats montrent que la rupture s'effectue par mouvement rigide d'une masse de sol en forme de cheminée au dessus du front de taille, et que cette cheminée est susceptible d'atteindre la surface du sol si la hauteur de couverture du tunnel est faible. Ces résultats expérimentaux permettent de tracer une courbe reliant la pression appliquée au front et le déplacement du front de taille (figure 1.7), et de faire apparaître un comportement dépendant d'une pression critique ( $P_c$ ) et d'une pression à la rupture ( $P_r$ ). Les essais montrent que les pressions  $P_c$  et  $P_r$  augmentent avec le diamètre du tunnel, mais ne dépendent pas de la profondeur relative de ce tunnel si celle-ci est suffisamment importante. Les auteurs en déduisent que le processus d'effondrement d'un front de taille en sol frottant peut être décomposé en quatre étapes : pour une pression supérieure à  $P_c$ , aucun mouvement n'est observé, puis de faibles mouvements accompagnés de déplacements en surface apparaissent lorsque la pression appliquée est comprise entre  $P_c$  et  $P_r$ . Lorsque la pression appliquée est égale à  $P_r$  le front de taille connaît une rupture localisée, qui se généralise par un écoulement du front dans le tunnel pour des pressions inférieures. Les auteurs montrent également l'influence considérable de la longueur non-revêtue sur la pression limite et sur la forme de l'effondrement.

Takano et al. [2006] présentent les résultats expérimentaux de l'extrusion d'un sable dans un modèle réduit de tunnel de diamètre 120mm. La rupture est observée par tomographie 3D à rayons X, ce qui permet de clarifier la forme du bloc de sol en cours d'effondrement (figure 1.8). Il apparaît que la rupture s'effectue par un mouvement de rotation d'un bloc de sol unique en direction du front de taille. Les auteurs proposent d'approcher la forme de ce bloc en le limitant par deux spirales logarithmiques dans son plan de symétrie verticale, et par une ellipse de section variable dans un plan de coupe horizontale.

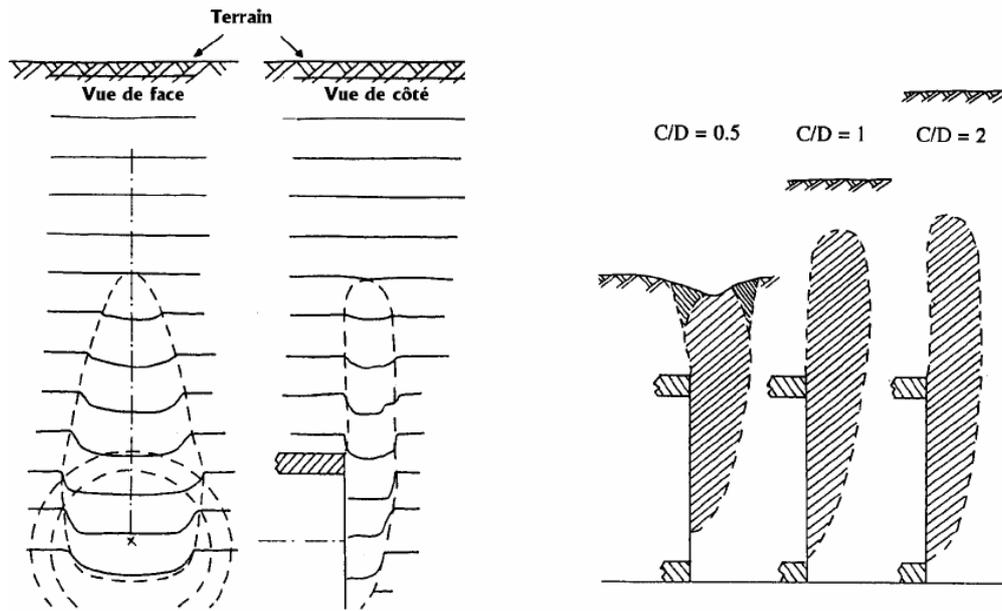


Figure 1.6 : Mécanismes d'effondrement observés expérimentalement (issu de Chambon et Corté [1994])

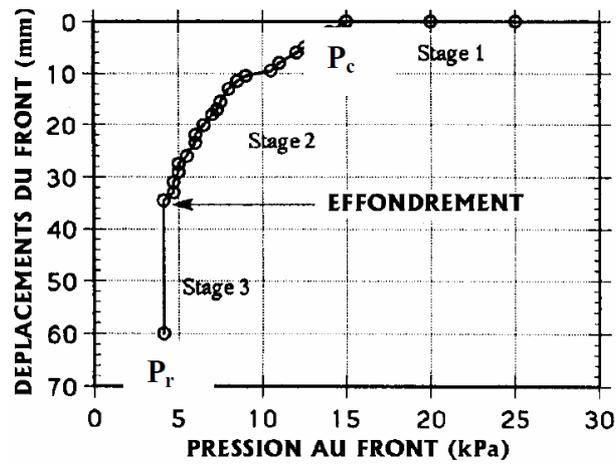


Figure 1.7 : Courbe expérimentale pression/extrusion (issu de Chambon et Corté [1994])

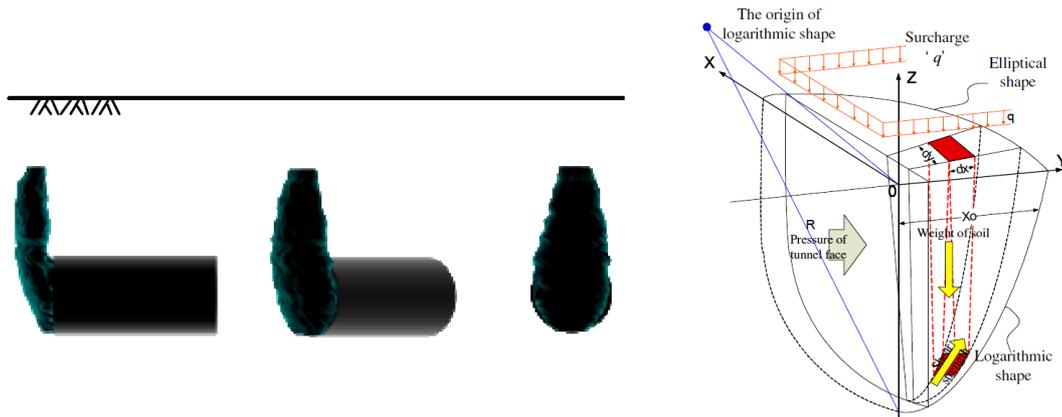


Figure 1.8 : Mécanisme d'effondrement observé par tomographie rayon X, et forme proposée pour le bloc en rupture (issu de Takano et al. [2006])

Kirsch [2009] effectue une expérimentation d'extrusion de sol sous gravité réelle à partir d'un modèle réduit de tunnel de diamètre 100mm. L'évolution de la rupture du sol est suivie par une technique de corrélation d'image (figure 1.9), et montre des formes de ruptures conformes aux observations de Chambon et Corté [1994] et de Takano et al. [2006].

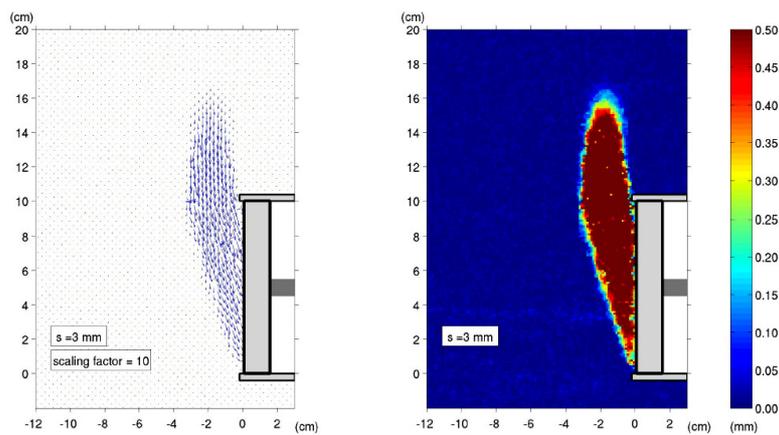


Figure 1.9 : Forme de la rupture déterminée par corrélation d'image (issu de Kirsch [2009])

## 2. Approches de type équilibre limite

Les méthodes fondées sur l'équilibre limite de blocs en glissement tiennent compte de la résistance du terrain au niveau des surfaces de glissement des blocs et imposent la détermination de surcharges imposées à ces blocs (figure 1.10).

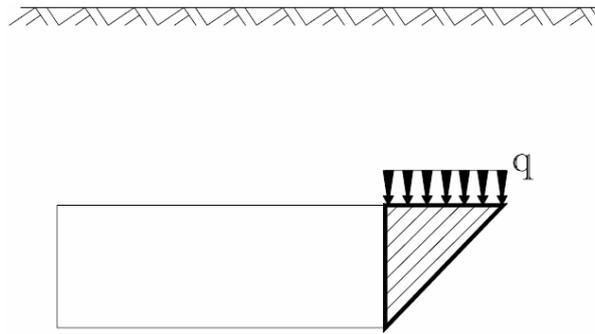


Figure 1.10 : Allure générale des méthodes d'équilibre limite (issu de Dias [1999])

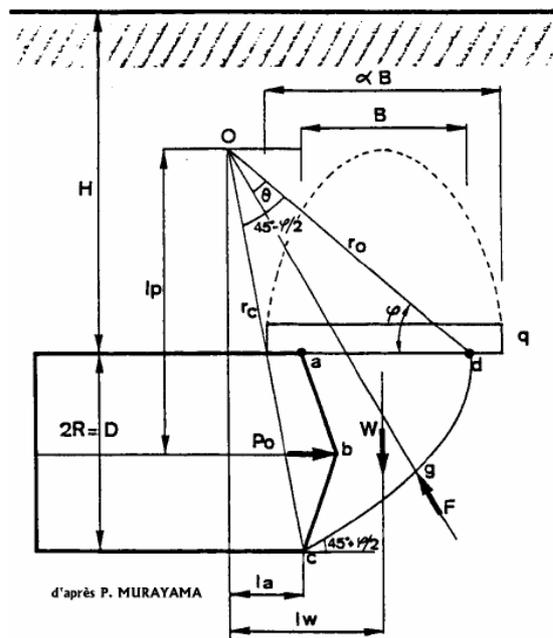


Figure 1.11 : Modèle de Murayama (issu de Pera [1984])

Cette détermination repose sur des hypothèses fortes qui constituent la principale difficulté de ces modèles. Les méthodes existantes permettent la détermination de  $q$ , contrainte verticale supérieure s'exerçant sur le bloc en mouvement, mais cette évaluation est sujette à caution. Si on se place à faible profondeur il est possible d'estimer que cette pression est égale à la pression géostatique en place, et si on considère qu'un effet de voûte se met en place dans le sol on peut utiliser la formule du silo de Terzaghi [1943]. En sol purement cohérent, Ellstein [1986] utilise une méthode d'équilibre limite et propose une expression du facteur de sécurité en bonne concordance avec les résultats expérimentaux de Mair et O'Reilly [1981]. En sol frottant, Murayama (cité par Pera [1984]) propose une approche bidimensionnelle souvent utilisée pour sa

simplicité. Cette méthode est basée sur l'équilibre limite associé à une surface de rupture de type spirale logarithmique (figure 1.11), et admet un schéma de charge de type silo de Terzaghi.

Cornejo [1989] utilise une démarche semblable pour les sols cohérents et granulaires, avec un nombre de paramètres plus important. Vollenweider [1988], Anagnostou et Kovari [1996a et b], et Broere [1998] utilisent le schéma de rupture de Horn [1961] pour déterminer l'expression de la pression de soutènement à appliquer au front (figure 1.12). La charge verticale au niveau du toit de la galerie est calculée par la méthode de Terzaghi, et la méthode prend en compte la mobilisation de la résistance de cisaillement du sol sur les faces latérales et la résultante des pressions interstitielles agissant sur la surface de rupture.

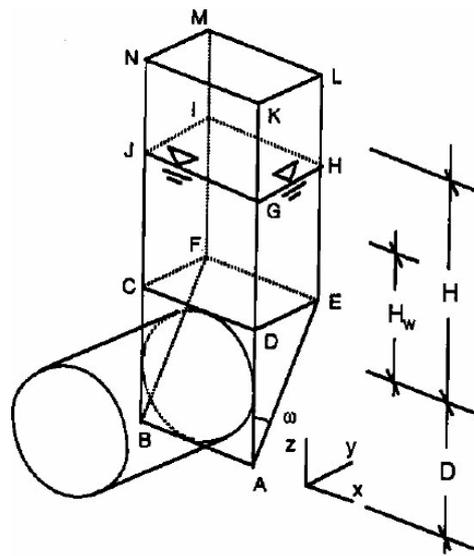


Figure 1.12 : Mécanisme de rupture en équilibre limite (issu de Horn [1961])

Anagnostou et Kovari [1996a] s'intéressent aux boucliers à pression de boue, et effectuent un calcul numérique de ces pressions interstitielles et de leur interaction avec la pénétration du fluide de soutènement (figure 1.13). Ils établissent des abaques permettant une aide au dimensionnement pour les tunnels creusés à l'aide d'un tunnelier à font pressurisé. Les mêmes auteurs (Anagnostou et Kovari [1996b]) s'intéressent également aux tunneliers à pression de terre, en considérant l'effet déstabilisateur des gradients hydrauliques que l'excavation est susceptible de créer en direction du front de taille. Ils établissent qu'il est nécessaire dans ce type d'excavation d'avoir un contrôle étroit de la pression de soutènement mais également de la pression interstitielle dans la chambre d'abattage, mais que ce contrôle est difficile car il dépend des propriétés du sol excavé. L'utilisation du mécanisme de Horn [1961] est étendue au cas d'un sol hétérogène par Broere [1998].

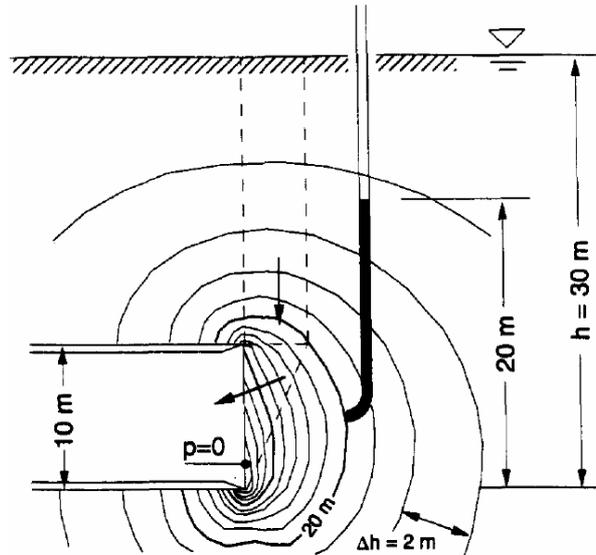


Figure 1.13 : Calcul des gradients hydrauliques provoqués par l'excavation (issu de Anagnostou et Kovari [1996a])

### 3. Approches par analyse limite

#### a. Principes de l'analyse limite

Les approches de calcul à la rupture par analyse limite (Drucker et Prager [1952], Chen [1975], Chen et Liu [1990], De Buhan et Salençon [1993], Drescher et Detournay [1993], Michalowski [1997], Soubra [1999], Soubra et Regenass [2000], Kumar [2004], Michalowski et Drescher [2009], etc.) permettent d'encadrer le domaine de chargement effectivement supporté d'un système géotechnique, en accord avec les conditions d'équilibre et de résistance du massif. La première de ces méthodes, dite statique ou « par l'intérieur », consiste à définir un champ de contraintes compatible avec ces conditions. La seconde, dite cinématique ou « par l'extérieur », est basé sur des mécanismes de rupture virtuels. Ces approches permettent un encadrement rigoureux de la solution pour peu que les hypothèses de l'analyse limite soient respectées. La plus contraignante de ces hypothèses repose sur le principe de normalité de Hill [1950]. Celui-ci stipule que le vecteur représentant le tenseur de vitesse de déformation doit être normal à la surface de charge. Pour un matériau suivant une loi élasto-plastique de type Mohr-Coulomb, ce principe se traduit par une équation simple :

$$\psi = \varphi \quad (1.29)$$

Cette équation exprime une égalité entre l'angle de frottement interne du sol considéré (paramètre de résistance) et son angle de dilatance (paramètre rhéologique). Un sol respectant l'équation (1.29) est dit « associé ». Cette équation est généralement bien respectée dans le cas des argiles en conditions non drainées (sols purement cohérents), mais s'applique difficilement aux sols frottants, pour lesquels on a :

$$0 < \psi < \varphi \quad (1.30)$$

L'analyse limite en sols frottants repose donc sur une hypothèse inexacte. Ce point a fait l'objet de nombreuses recherches. Cette hypothèse est néanmoins appliquée dans la mesure où elle est strictement nécessaire à la démonstration des théorèmes de la borne supérieure et de la borne inférieure, qui sont la base de la théorie de l'analyse limite. Par ailleurs, dans le cadre du théorème cinématique, elle ne remet pas en cause la rigueur des bornes fournies, mais seulement leur « proximité » avec la valeur réelle recherchée. Dans le cadre du théorème cinématique appliqué à un sol frottant, cette hypothèse conduit à une condition géométrique qui implique que le vecteur de discontinuité de vitesse doit faire un angle  $\varphi$  avec les lignes de discontinuité de vitesse. Dans ce cas, l'incrément de déformation plastique est normal au critère de rupture dans un plan de Mohr-Coulomb (et donc au vecteur de contrainte), et le vecteur de contrainte au niveau de la discontinuité n'a aucun effet dissipatif (Chen et Liu [1990], Drescher et Detournay [1993]). La seule dissipation d'énergie dans le système est liée à la cohésion, et le champ de contrainte n'intervient pas dans le calcul de la solution. Dans le cas général d'un sol non associé, les lignes de discontinuité de vitesse ne coïncident plus avec les lignes de contrainte. Ces contraintes ne sont donc plus normales à l'incrément de déformation plastique, et ont un effet dissipatif. Dans ce cas, deux types d'analyse cinématique approchée ont été réalisées dans la littérature en utilisant les expressions suivantes pour le calcul de paramètres ( $c^*$ ,  $\varphi^*$ ) le long des lignes de discontinuités de vitesse (Davis [1968]) :

$$c^* = c \cdot \frac{\cos \psi \cdot \cos \varphi}{1 - \sin \psi \cdot \sin \varphi} \quad (1.31)$$

$$\tan \varphi^* = \frac{\cos \psi \cdot \sin \varphi}{1 - \sin \psi \cdot \sin \varphi} \quad (1.32)$$

Les deux approches sont les suivantes :

- Pour les problèmes ne requérant pas la connaissance de la distribution de contrainte le long des surfaces de discontinuité (comme par exemple dans le cas de mécanismes de rupture par translations de blocs en géométrie plane), et pour lesquels il y a équivalence entre les équations d'équilibre statique et les équations de bilans de puissances,

Drescher et Detournay [1993] ont démontré qu'une solution approchée au problème pouvait être obtenue en supposant un sol ( $c^*$ ,  $\phi^*$ ) fictif avec une loi associée  $\psi^*=\phi^*$ . Ceci est imputable au fait que, dans ce genre de problème, l'équation du bilan des puissances peut être interprété comme une expression du principe des travaux virtuels, et qu'un bilan des puissances « apparentes » peut être effectué en utilisant un champ de vitesse virtuel non contraint par la loi d'écoulement. Puisque la charge limite ne dépend pas de l'orientation de la discontinuité de vitesse, une orientation fictive et une loi d'écoulement fictive  $\psi^*=\phi^*$  sont utilisées de manière à ce que le champ de contrainte n'intervienne pas dans le calcul.

- Pour les problèmes qui requièrent la détermination de la distribution de contrainte le long des surfaces de discontinuité, il est nécessaire d'utiliser les équations de la statique. Kumar [2004] a par exemple choisi d'appliquer une méthode des tranches (comparable à celle de Fellenius [1936] ou Bishop [1955]) pour approcher la distribution des contraintes normales le long d'une surface de discontinuité et inclure ces contraintes dans le bilan énergétique. Ces approches nécessitent néanmoins de manière systématique des hypothèses fortes sur les champs de contraintes (telles que des hypothèses sur les efforts inter-tranches, par exemple).

Aucune de ces deux approches ne fournit de borne rigoureuse de la charge limite, tandis que l'analyse limite classique permet d'obtenir des résultats rigoureux au prix d'une unique hypothèse. L'essentiel est d'évaluer l'impact de cette hypothèse fautive sur le résultat obtenu.

Dans le cadre de l'effondrement d'un front de taille pressurisé, la pression appliquée au front est une charge résistante, c'est-à-dire qu'elle s'oppose au mouvement d'effondrement. Dans ces conditions, le théorème cinématique (également appelé théorème de la borne supérieure) fournit une borne supérieure de l'opposé de la pression limite d'effondrement ( $-\sigma_c$ ), tandis que le théorème statique (ou théorème de la borne inférieure) en fournit une borne inférieure. Paradoxalement, le théorème de la borne supérieure fournit donc une borne inférieure de  $\sigma_c$ , et inversement. A contrario, dans le cas du refoulement de sol, la pression appliquée au front est effectivement une charge puisqu'elle s'applique dans la même direction que le champ de vitesse. Dans ce cas, le théorème de la borne supérieure fournit une borne supérieure de la pression limite de refoulement  $\sigma_b$ , et réciproquement.

## **b. Applications de l'analyse limite en sols purement cohérents**

Davis et al. [1980] ont travaillé sur un mécanisme cinématique d'effondrement en sol purement cohérent, constitué de deux blocs cylindriques, de

sections elliptiques, animés de mouvements de translation (figure 1.14). Ce mécanisme dépend de trois paramètres géométriques et peut tenir compte d'une éventuelle surcharge appliquée en surface. Davis et al. [1980] ont également proposé deux schémas tridimensionnels basés sur une approche statique, qui font l'hypothèse d'un milieu non pesant, et aboutissent à des valeurs explicites des bornes de  $\sigma_c$ . Leurs résultats prouvent que la borne inférieure de  $\sigma_c$  (fournie par le théorème cinématique) augmente rapidement avec la profondeur, et s'éloigne sensiblement des observations expérimentales.

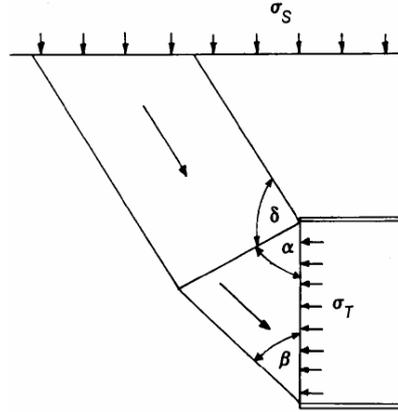


Figure 1.14 : Modèle cinématique d'effondrement (issu de Davis et al. [1980])

Le travail réalisé par Osman et al. [2006] permet d'envisager un nouveau type de mécanismes de rupture en sol purement cohérent dans le cadre du théorème cinématique. Leur méthode, appliquée à la stabilité d'une section circulaire en déformations planes, consiste à définir un champ de déformation continue à volume constant (figure 1.15). Celui-ci repose sur la forme gaussienne des cuvettes de tassement proposée par Peck [1969] :

$$s = s_{\max} \cdot e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{x}{i} \right)^2} \quad (1.33)$$

Cette formule, valable pour le tassement de surface, est extrapolée au tassement à la profondeur  $z$  par l'intermédiaire de formules reposant sur la non-variation du volume de sol. Cette même condition est utilisée pour déterminer les valeurs du déplacement horizontal correspondant, par application de l'équation aux dérivées partielles :

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} = 0 \quad (1.34)$$

La résolution analytique de cette équation permet de décrire un champ de vitesse cinématiquement admissible.

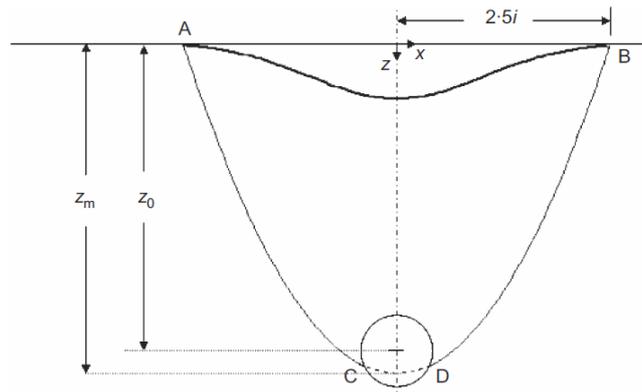


Figure 1.15 : Mécanisme 2D en sol non frottant (issu de Osman et al. [2006])

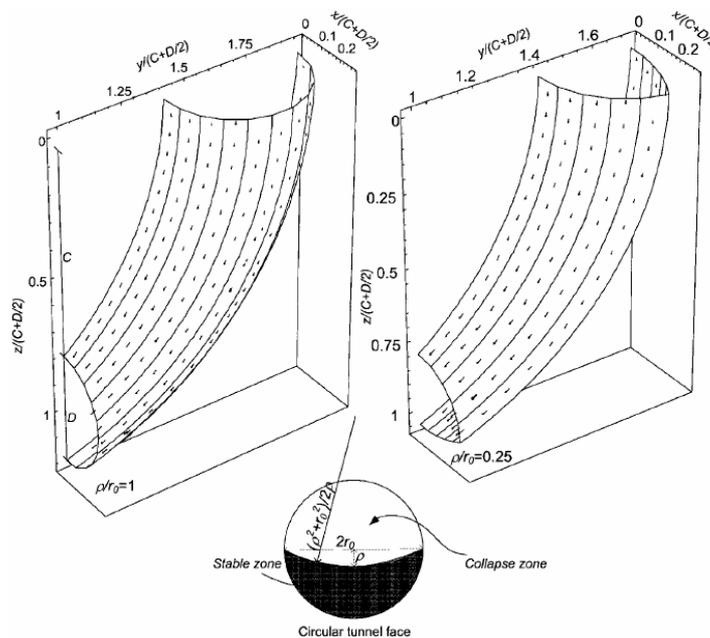


Figure 1.16 : Mécanisme 3D en sol non frottant (issu de Klar et al. [2007])

Klar et al. [2007] poursuivent ce travail en l'extrapolant à une rupture tridimensionnelle. Le champ de vitesse utilisé est identique à un champ de déformation élastique pour lequel le coefficient de Poisson est égal à 0.5. Dans ce cas, la déformation s'effectue à volume constant, et le champ peut être utilisé comme champ de vitesse cinématiquement admissible (figure 1.16). Cette méthode novatrice fournit des bornes inférieures de  $\sigma_c$  proches de celles proposées par Davis et al. [1980]. Cette faible amélioration est à mettre au crédit du champ de vitesse choisi, puisqu'une déformation élastique est foncièrement différente d'une rupture plastique. Il s'agit néanmoins d'une innovation conceptuelle très intéressante.

### c. Applications de l'analyse limite en sols frottants

L'étude de la stabilité du front par l'approche cinématique pour les milieux frottants, plus délicate, a été développée essentiellement par Leca et Dormieux [1990]. Ces auteurs ont étudié par l'analyse limite trois mécanismes cinématiquement admissibles de rupture d'un front de taille (figure 1.17).

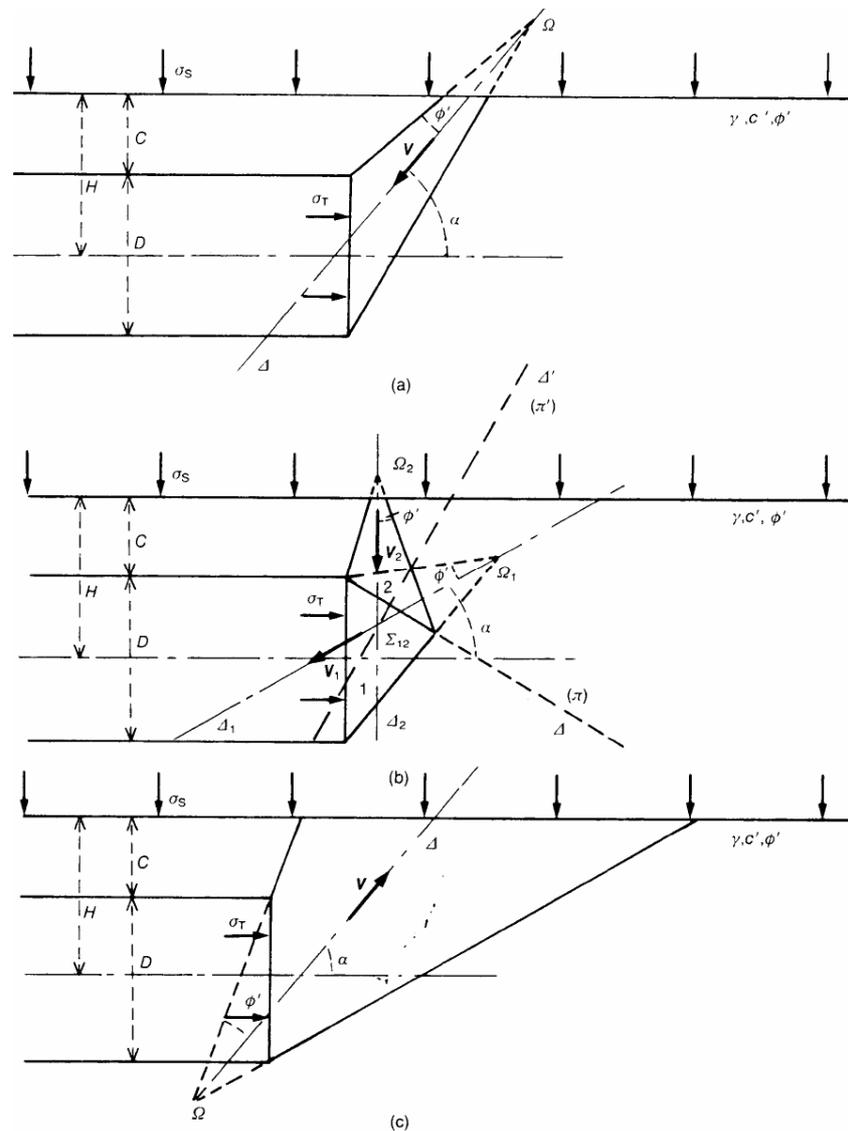


Figure 1.17 : Mécanismes d'analyse limite en sol frottant. a. mécanisme d'effondrement à un bloc ; b. mécanisme d'effondrement à deux blocs ; c. mécanisme de refoulement à un bloc (issu de Leca et Dormieux [1990])

Ces trois mécanismes basés sur le mouvement de blocs rigides en forme de troncs de cônes permettent d'aboutir à une approche par l'extérieur des conditions

de stabilité, à la fois en effondrement (rupture en poussée) et en refoulement (rupture en butée). Les résultats obtenus par l'intermédiaire de ces mécanismes sont applicables à tout type de sol frottant et/ou cohérent. Une comparaison avec les résultats expérimentaux obtenus par Chambon [1990] dans le cas de la rupture en poussée montre une bonne concordance. Le principal inconvénient de l'approche de Leca et Dormieux [1990] réside néanmoins dans le fait que l'intersection entre le premier bloc et le front de taille n'est pas parfaitement circulaire, mais prend la forme d'une ellipse verticale tangente au pied et à la clé du tunnel. Ceci est dû à la forme conique des blocs et au fait que la vitesse du premier bloc n'est pas parfaitement horizontale.

#### 4. Méthodes numériques d'étude de la stabilité d'un front de taille

Romo et Diaz [1981] ont étudié la stabilité du front de taille d'un tunnel creusé par un bouclier pressurisé dans un sol purement cohérent en utilisant la méthode des éléments finis dans une représentation bidimensionnelle plane. Les auteurs présentent leurs résultats (figure 1.18) en termes de surfaces de rupture critiques et de facteur de sécurité le long de ces surfaces (rapport entre la résistance au cisaillement du sol et la contrainte de cisaillement maximale). Pour une profondeur et un facteur de charge donné, le tracé des isovaleurs du facteur de sécurité fait apparaître en zone hachurée les surfaces critiques pour lesquelles le facteur de sécurité est inférieur à 1. Les auteurs observent la concentration de la surface critique devant le front de taille et une augmentation de ces surfaces avec le facteur de charge.

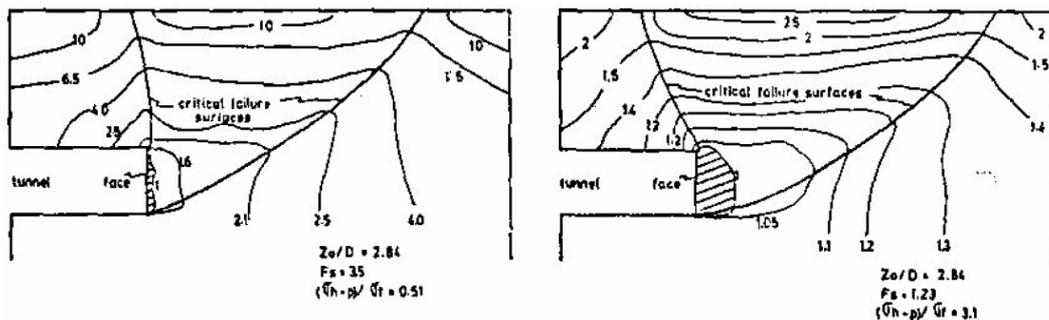


Figure 1.18 : Cartographie des facteurs de sécurité (issu de Romo et Diaz [1981])

La prise en compte de l'élasto-plasticité dans les modèles numériques (De Borst [1988]) est aujourd'hui tout à fait habituelle. Eisenstein et Ezzeldine [1994] proposent une étude de la stabilité d'un front de taille excavé par bouclier

pressurisé, à l'aide d'un modèle numérique tridimensionnel codé en éléments finis. La rupture est obtenue par réduction progressive de la pression appliquée au front. L'influence de la pression appliquée sur les déplacements autour de l'excavation est également étudiée. Dias et al. [2008] conduisent une étude similaire en différences finies, et étudient les ruptures en poussée et en butée (figure 1.19). Ils mettent en valeur les limitations géométriques des mécanismes d'analyse limite cinématique proposés par Leca et Dormieux [1990], en particulier la forme de l'intersection entre le bloc en mouvement et le front de taille. Il apparaît également qu'une rupture en butée n'intéresse pas nécessairement la totalité du front, mais peut être limitée à sa partie supérieure.

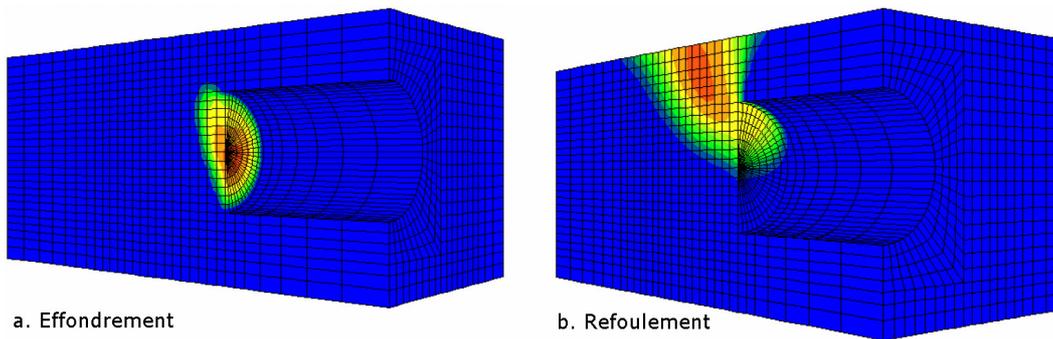


Figure 1.19 : Champs de vitesse en effondrement et en refoulement (issu de Dias et al. [2008])

Vermeer et al. [2002] conduisent une étude de stabilité par éléments finis, consacrée à la fois aux tunnels pressurisés et aux tunnels non soutenus, et mettent en avant les effets de voûte au sein du massif de sol pour des angles de frottement supérieurs à  $20^\circ$  (figure 1.20). Pour ce type de sol, ils mettent en évidence que la profondeur relative du tunnel n'a que peu d'impact sur la stabilité à l'effondrement, et rejoignent donc les conclusions expérimentales de Chambon et Corté [1994].

Une méthodologie différente est appliquée par Augarde et al. [2003], Yamamoto et al. [2009] et Abbo et al. [2009], ainsi que Ukrichton et al. [2003] et Hjiatj et al. [2005] dans le cadre d'autres ouvrages géotechniques. Ces auteurs combinent la méthode des éléments finis et les théorèmes cinématique et statique de l'analyse limite, à la fois dans des sols purement cohérents et dans des sables. Augarde et al. [2003] s'intéressent par exemple à la stabilité d'un tunnel modélisé en 2D longitudinale dans un sol argileux non drainé, et obtiennent des bornes rigoureuses de la pression limite d'effondrement. Ils démontrent également que l'usage d'un facteur de charge comme seul paramètre de la stabilité d'un front de taille n'est pas rigoureux, en particulier dans le cas où la cohésion non drainée du sol augmente avec la profondeur. D'une manière générale, ce type d'approche présente l'avantage de proposer les bornes rigoureuses apportées par l'analyse limite, tout en étant capable de traiter de géométries complexes grâce à une

discrétisation en éléments finis. Pour les problèmes simples, il semble néanmoins que les méthodes d'analyse limite traditionnelles soient moins lourdes à mettre en œuvre.

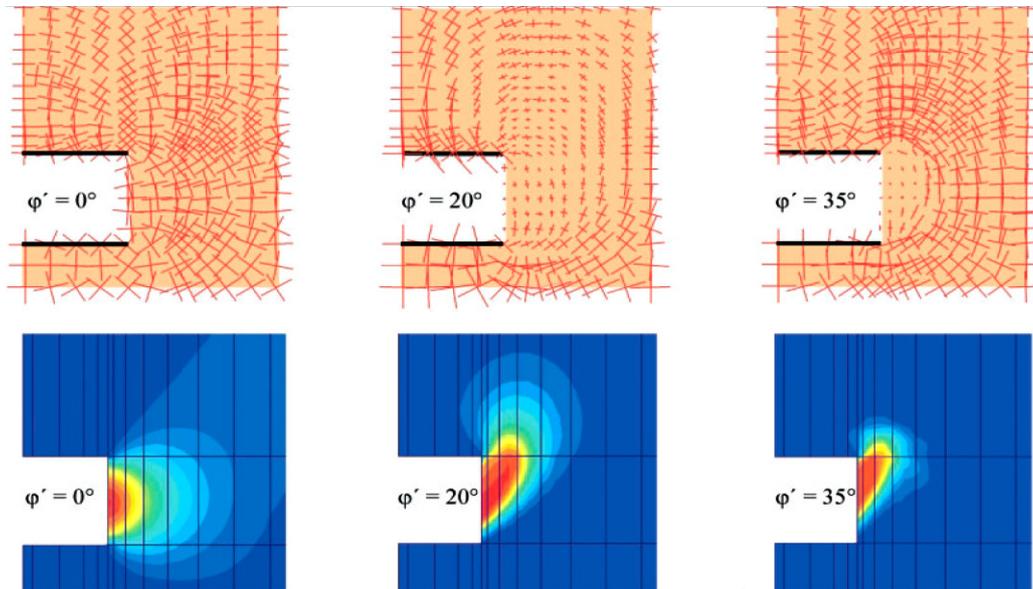


Figure 1.20 : Mise en évidence de l'effet de voûte selon l'angle de frottement (issu de Vermeer et al. [2002])

Maynar et Rodriguez [2005] utilisent la méthode des éléments discrets pour modéliser l'effondrement d'un front de taille, en s'appuyant sur l'exemple de l'extension du métro de Madrid. Dans ce type de méthodes, le sol est modélisé par l'intermédiaire d'éléments indépendants de formes circulaires qui représentent les particules de sol. Il est également possible de combiner plusieurs éléments sphériques sous forme de « clumps » (figure 1.21) pour modéliser des grains de forme irrégulière.

Le processus de modélisation implique une mise en place aléatoire des éléments indépendants, suivie d'une phase de consolidation au cours de laquelle les éléments se réorganisent et les contraintes initiales se mettent en place. La simulation de l'extrusion du front est ensuite effectuée en reculant une plaque fictive à l'intérieur du tunnel (figure 1.22). La pression équivalente est calculée à partir de la somme des efforts appliqués par chacun des éléments de manière indépendante. Cette procédure permet de tracer des courbes faisant correspondre la pression appliquée et l'extrusion du sol, et donc de calculer la pression limite d'effondrement. Parallèlement, les caractéristiques macroscopiques de cisaillement du sol (angle de frottement et/ou cohésion) doivent être déterminées par la simulation d'essais triaxiaux avec le même type d'éléments. Par ailleurs, la même méthode de simulation est utilisée pour déterminer les efforts (poussée, couple de rotation) appliqués par la roue de coupe sur le sol excavé. Une

comparaison de ces grandeurs avec celles mesurées sur le chantier fournit des résultats prometteurs.

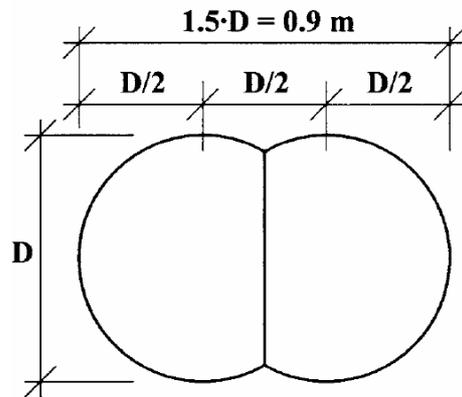


Figure 1.21 : Exemple de « clump » (issu de Maynar et Rodriguez [2005])

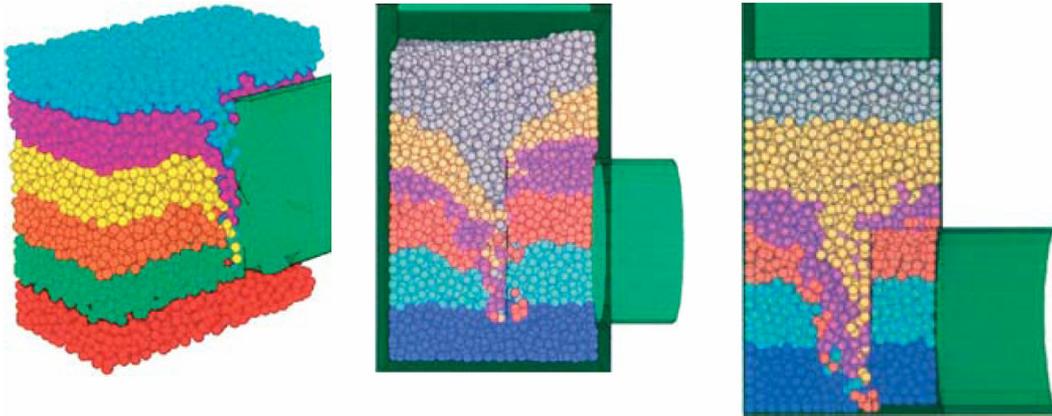


Figure 1.22 : Modélisation d'extrusion par méthode des éléments discrets (issu de Maynar et Rodriguez [2005])

---

## *C. Mouvements de sol engendrés par le creusement d'un tunnel*

---

## 1. Description générale des mouvements de sol observés *in situ*

Les mouvements de sol apparaissant en surface lors du creusement d'un tunnel sont le résultat de phénomènes complexes liés à la transmission vers la surface des mouvements engendrés au voisinage direct de l'excavation. Le creusement d'un tunnel perturbe le champ initial des contraintes et la situation hydrogéologique dans le massif. Cette modification des contraintes se traduit généralement par un déplacement du front vers l'excavation et par une convergence des parois du tunnel. Plusieurs phénomènes concomitants apparaissent au voisinage direct du creusement : Une perte de volume au front de taille, un déplacement de sol vers le vide annulaire laissé par le bouclier lors de sa progression et lors de la pose de soutènement en arrière du front de taille, et une éventuelle déformation du soutènement lors de sa mise en charge. Bernat [1996] propose une répartition des tassements de surface à court terme générés par le creusement au bouclier en fonction de l'origine de ces tassements :

- 10% à 20% sont imputables au front de taille
- 40% à 50% apparaissent au passage du tunnelier
- 30% à 40% apparaissent à l'échappement de la jupe.

Pour ces trois mêmes catégories, Kanayasu et al. [1994] ont réalisé des mesures de tassement sur un tunnel creusé au bouclier, et proposent les pourcentages respectifs suivants : 34%, 38%, et 28%. On note donc des différences importantes entre les deux auteurs. Cording et Hansmire [1977] se sont intéressés au comportement dans une section transversale et aboutissent aux conclusions suivantes (voir figure 1.23) :

- En surface, apparition de zones de compression dans les deux zones latérales
- Zone décomprimée en forme de dôme au dessus de la clé

- Deux zones de distorsion maximale partant à 45° et se propageant verticalement vers la surface
- Resserrement par compression des reins de la cavité.

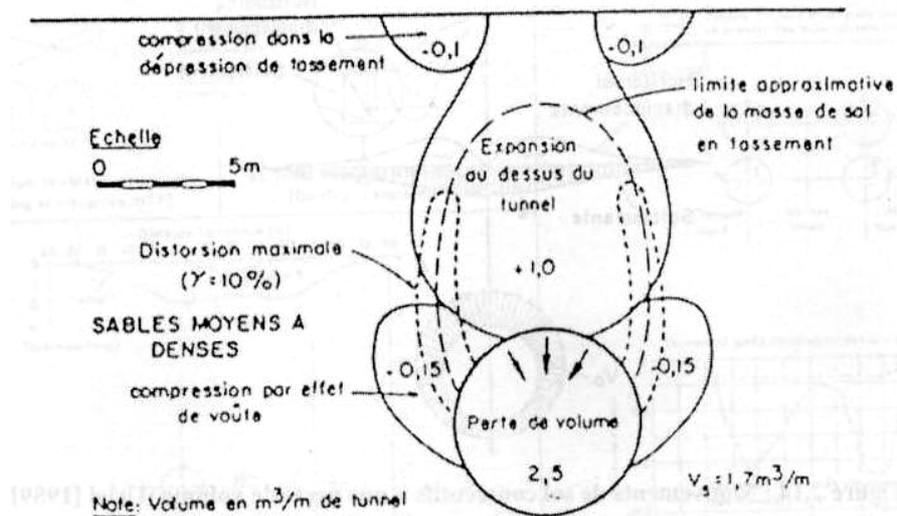


Figure 1.23 : Répartition des volumes de déplacement de sol (issu de Cording et Hansmire [1977])

D'après Schlosser [1989], les mouvements sont imputables à une perte de terrain en volume, qui se traduit en surface par une dépression nommée cuvette de tassement, représentée par Leblais et al. [1995] et proposée en figure 1.24. Les phénomènes s'initiant autour du tunnel se propagent vers la surface selon le temps de réponse du sol et la hauteur de couverture. Ces mouvements subissent un retard par rapport à l'avancement de l'excavation, retard d'autant plus important que la hauteur de couverture augmente. Pour des tunnels peu profonds, l'amortissement est si faible qu'une erreur dans la procédure de creusement peut entraîner une rupture en bloc de toute la couverture (Chapeau [1991]). Ce phénomène est susceptible d'apparaître pour des hauteurs de couverture relatives  $C/D$  inférieures à 1.5 ou 2. Pour des hauteurs supérieures, la notion d'effet de voûte décrite par Lunardi [1997] peut prévenir ce mouvement brutal.

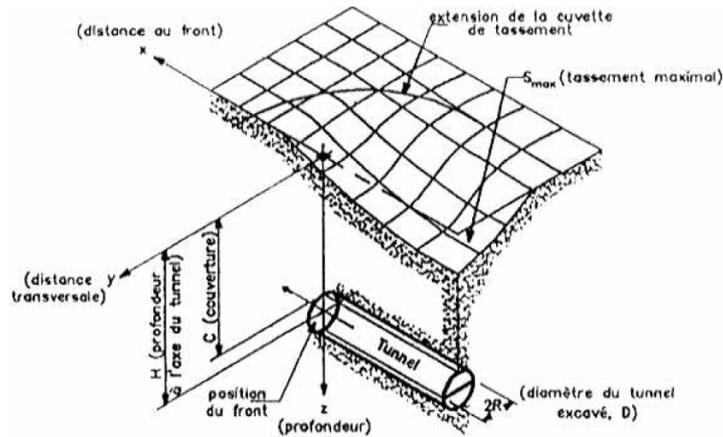


Figure 1.24 Cuvette de tassement 3D (issu de Leblais et al. [1995])

Les mouvements horizontaux provoqués par le creusement peuvent s'obtenir *in situ* par l'intermédiaire de mesures inclinométriques. Les déformées obtenues par cette méthode dans une section transversale au creusement montrent généralement que le terrain situé sous le radier est peu perturbé, et que le terrain situé en surface a tendance à converger vers le centre de la cuvette de tassement. Dans la direction longitudinale, on observe que le terrain en surface bascule généralement vers l'arrière du centre de la cuvette et que le sol situé devant la machine tend à pénétrer dans la galerie par le front de taille. Au cours du creusement au bouclier, le terrain est entraîné vers l'avant. Des résultats obtenus par Bernat [1996] et Ollier [1997] sont proposés sur la figure 1.25.

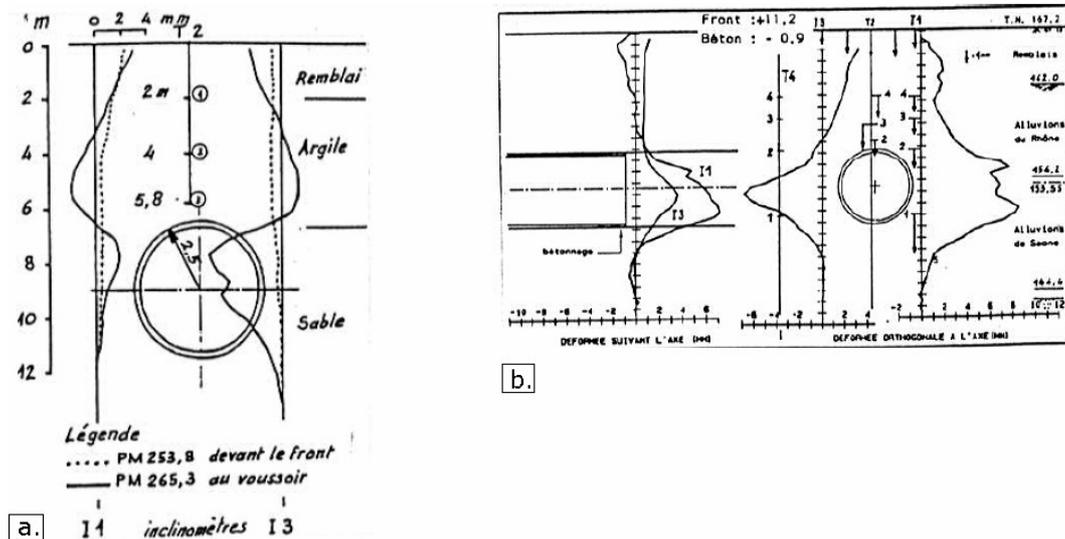


Figure 1.25 : Résultats inclinométriques (a. issu de Bernat [1996] ; b. issu de Ollier [1997])

Serratrice [1999] a mené une étude très complète sur une section de la traversée souterraine de Toulon, en analysant les résultats du plot Chalucet. L'instrumentation de ce plot comprenait quatre couples inclinomètre-extensomètre pour mesurer les déplacements dans les trois dimensions de l'espace en profondeur, et une myriade de plots de nivellement en surface. Les résultats de mesures confirment pour la plupart les observations précédentes. L'étude des tassements de surface montre une variation de la distance d'influence du front de taille (entre 25 et 50 mètres en avant), avec des retards ou des accélérations de tassement selon que le massif de sol est plus ou moins déformable. Un excentrement de la cuvette de tassement a été remarqué (voir figure 1.26), sans doute explicable par une certaine dissymétrie de la structure du terrain.

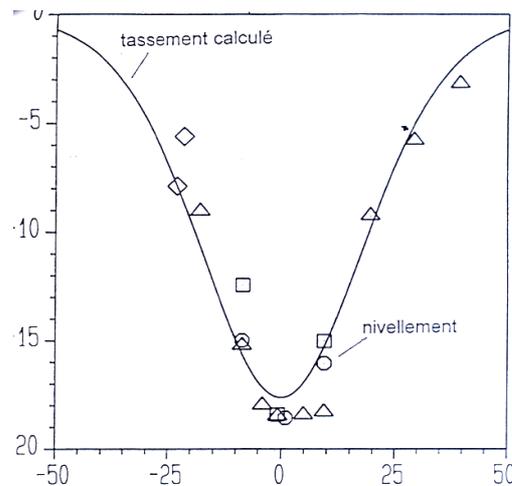


Figure 1.26 : Exemple de cuvette transversale calée sur des résultats expérimentaux (issu de Serratrice [1999])

L'étude des extensomètres montre une succession de compressions-décompressions selon les phases d'avancée du front. Après un léger soulèvement préliminaire, on observe un tassement en tête lorsque l'influence du tunnel se fait sentir en avant du front. Ensuite a lieu une extension de décompression à partir de la clé de voûte au passage du front, qui se propage en profondeur au cours du temps. Finalement les mesures extensométriques mettent en lumière une légère recompression du sol au dessus du tunnel en arrière du front. Les inclinomètres montrent un basculement en tête vers l'arrière lorsque les premiers tassements apparaissent en avant du front, puis vers l'avant après le passage du front (voir figure 1.27). Le sol en tête suit donc directement l'avancée du front. En profondeur, on note l'apparition d'un ventre de déplacement de grande amplitude (environ trois diamètres) vers l'arrière (longitudinalement) et vers le tunnel (transversalement). Les piézomètres installés indiquent que la nappe est très peu affectée par le passage du tunnel.

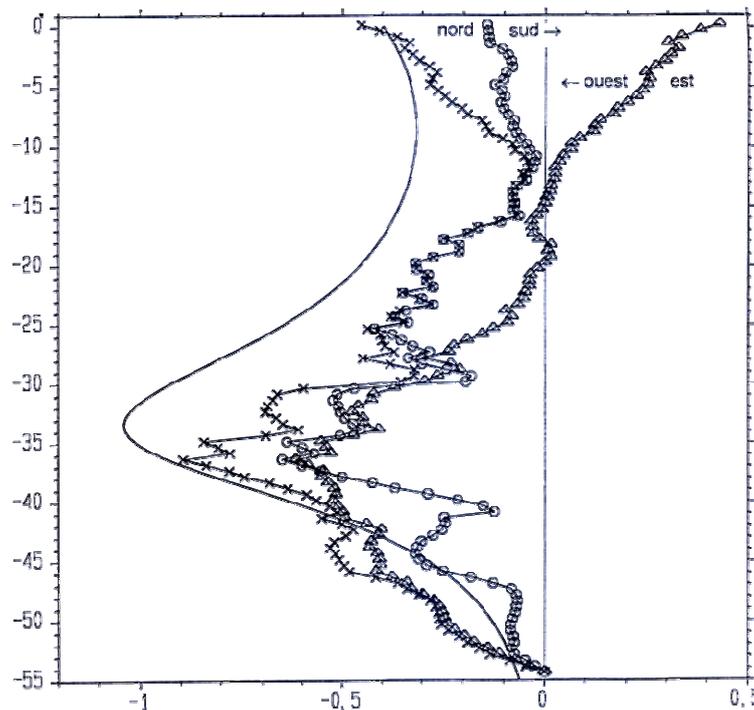


Figure 1.27 : Résultats inclinométriques obtenus sur le chantier de Toulon (issu de Serratrice [1999])

## 2. Approches par modélisation physique

Mair [1979] a effectué une campagne expérimentale d'évaluation des déplacements induits par une excavation en sol purement cohérent à l'aide d'un modèle réduit en centrifugeuse, à 75g et 125g. Un système de prise de vue rapide a permis de suivre la déformation du massif pendant la réduction de la pression d'air appliquée au front de taille. Les cuvettes de tassement observées pour différents diamètres d'excavation et différentes gravités ont démontré la validité des lois de similitudes utilisées. La forme des cuvettes est apparue globalement constante pour une géométrie donnée de l'excavation, ce qui tend à indiquer que cette forme dépend essentiellement de la profondeur de l'excavation.

Branque et al. [2002] présentent des résultats expérimentaux obtenus à l'aide d'un modèle réduit de bouclier à pression de terre à l'échelle 1/10, représenté figure 1.29. Ce bouclier, d'un diamètre de 0.55m, simule les différentes étapes du fonctionnement de ce type de tunnelier : roue de coupe, chambre d'abattage, vis d'extraction du matériau excavé, jupe métallique cylindrique, vérins de poussée. Les premiers résultats obtenus à partir de ce modèle permettent de définir les conditions et limites du régime de creusement à l'équilibre. Il apparaît que le

comportement du massif en régime d'équilibre (c'est-à-dire lorsque la quantité de matériau excavé est égale à la quantité de matériau extrait de la chambre) s'apparente à un régime stationnaire fonction de la distance au bouclier. Cette stationnarité affecte les déplacements de sol en surface, les contraintes horizontales et verticales, et les grandeurs physiques intrinsèques au fonctionnement de la machine. Les régimes de sous-extraction se caractérisent par un accroissement de la quantité de matière dans la chambre d'abattage, et conduisent progressivement à un confinement excessif du front de taille qui peut conduire *in fine* à une plastification du massif par butée et à un refoulement du sol en avant du bouclier. Les régimes de sur-extraction correspondent à une vidange continue de la chambre d'abattage et conduisent à un déconfinement progressif du front, puis à une rupture du massif par effondrement.

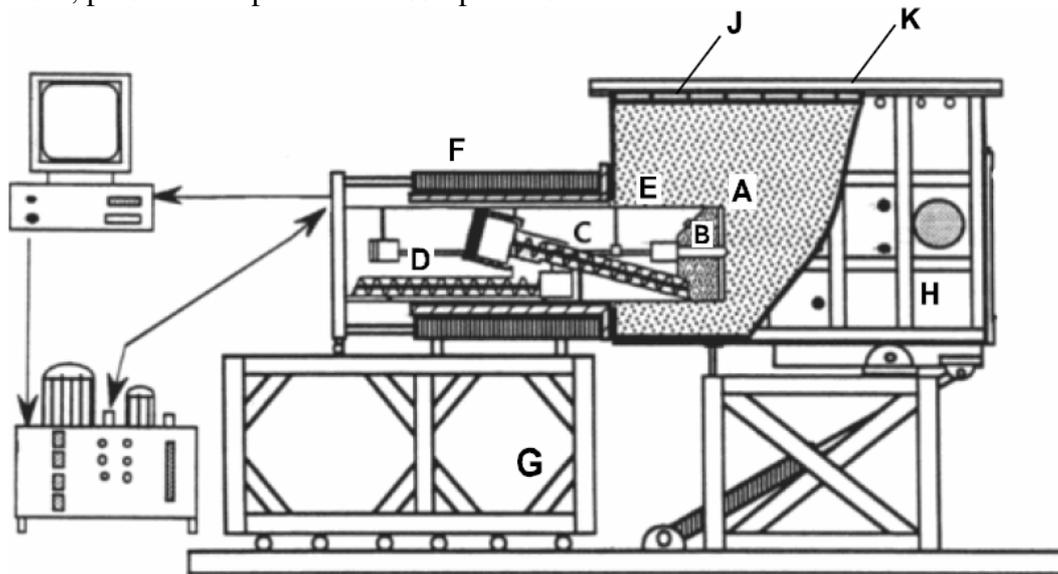


Figure 1.29 : Coupe de modèle réduit de bouclier à pression de terre (issu de Branque et al. [2002])

### 3. Méthodes empiriques et semi-empiriques de prédiction des déplacements

La description tridimensionnelle des cuvettes de tassement peut faire intervenir les trois composantes suivantes (Dias [1999]) : le déplacement longitudinal ( $\delta_l$ ), le déplacement vertical ( $\delta_v$ ), et le déplacement transversal ( $\delta_h$ ). Proche du front les effets tridimensionnels du creusement ne sont pas négligeables, tandis qu'on considère généralement que le champ de déformation est plan lorsqu'on se situe loin en arrière du front. Les méthodes empiriques et semi-empiriques visent à estimer ces paramètres à partir d'un nombre de données

relativement limité telles que la profondeur du tunnel, son diamètre, la nature du massif et la perte de sol engendrée par la technique d'exécution.

Un nombre important de mesures relatives aux tunnels en terrains meubles sont disponibles dans la littérature (Schmidt [1969], Peck [1969], Attewell [1977], Clough et Smith [1981], O'Reilly et New [1982], Rankin [1988]). Ces mesures confirment que la distribution transversale des tassements en surface de tunnel peut convenablement être représentée par une courbe de Gauss. Dans ce cadre, le tassement vertical de surface est approché par l'expression :

$$\delta_v(x) = \delta_{v,\max} \cdot e^{-\left(\frac{x^2}{2i^2}\right)} \quad (1.35)$$

Dans cette expression,  $x$  représente la distance du point considéré à l'axe du creusement,  $\delta_{v,\max}$  est le tassement maximal, et  $i$  est l'abscisse du point d'inflexion de la cuvette. Dans la plupart des cas, les paramètres  $\delta_{v,\max}$  et  $i$  suffisent à recaler la courbe de Gauss sur les mesures *in situ*. Les données expérimentales recueillies sur de nombreux sites ont permis de déduire des lois empiriques reliant  $i$  à des paramètres géométriques ( $C$ ,  $D$ , et  $H$ ) en fonction du sol rencontré. Dias [1999] propose une revue complète des formules proposées par différents auteurs. Ce type de formule ne tient en revanche pas compte du type de terrain traversé ni de la méthode d'excavation employée.

De nombreux auteurs (Sagaseta [1980], Farmer [1977], Poupelloz [1984], Descoedres [1979]) ont proposé des formules empiriques d'estimation de la valeur du tassement maximal  $\delta_{v,\max}$  en fonction de la géométrie de l'excavation et de coefficients à prendre en compte selon le type de terrain rencontré. Dias [1999] propose un récapitulatif complet de ces formules et des coefficients correspondants. Bernat [1996] propose une comparaison de certaines de ces formules avec des mesures effectuées sur le chantier de Vaise, et constate des écarts de 300%. Il semble que les méthodes empiriques proposées surestiment systématiquement les tassements mesurés, car elles ont été calées sur des mesures effectuées il y a de nombreuses années. Les méthodes d'excavations modernes sont sensiblement plus performantes et réduisent la perte de volume et donc l'intensité des tassements observés.

Les tassements verticaux s'accompagnent de déplacements horizontaux qui vont affecter les ouvrages existants, mais peu de travaux traitent du calcul de ces déplacements par des méthodes empiriques ou semi-empiriques. Glossop [1977] propose également une courbe de Gauss pour le calcul de  $\delta_h$ .

A partir de l'étude de la traversée souterraine de Toulon, Serratrice et Magnan [2002] proposent deux méthodes semi-empiriques intéressantes de prévision des cuvettes de tassement à l'avancement, au fur et à mesure du creusement. La première méthode s'appuie sur une généralisation de la formule de Loganathan et

Poulos [1998], appliquée à une cuvette tridimensionnelle. L'expression utilisée est une formule générale à 7 paramètres ( $R$ ,  $H$ ,  $s_0$ ,  $x_0$ ,  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ) dont 4 sont fixés ( $R$ ,  $H$ ,  $a=0.25$  et  $b=1.38$ ) :

$$s(x, y) = s_0 + c \left( \frac{4R^2 h}{h^2 + y^2} \right) \cdot \exp \left( \frac{-by^2}{(h+R)^2} \right) \cdot \left( 1 - \frac{h^2}{h^2 + x^2} \exp \left( \frac{-ax^2}{(h+R)^2} \right) \right) \quad (1.36)$$

$S_0$  (tassement initial du plot considéré),  $x_0$  (origine des  $x$ , distance d'influence en avant du front) et  $c$  (paramètre lié à l'amplitude, en relation avec le paramètre annulaire  $g$ ) sont déterminés par optimisation-régression. Cette méthode, dite du profil en long, repose sur un calage progressif des données d'un plot au cours du temps sur la formulation ci-dessus. Cette méthode testée à posteriori sur les mesures de Toulon, s'est avérée efficace pour un bon nombre de plots, y compris pendant les périodes d'arrêt et de reprise du creusement. On note des difficultés lorsque apparaissent des tassements avant la distance d'influence du front (variations saisonnières, consolidation, jonction des fronts etc.). En pratique, on obtient une prévision du tassement final avec une erreur inférieure à 20% lors du passage du front au droit du plot d'étude.

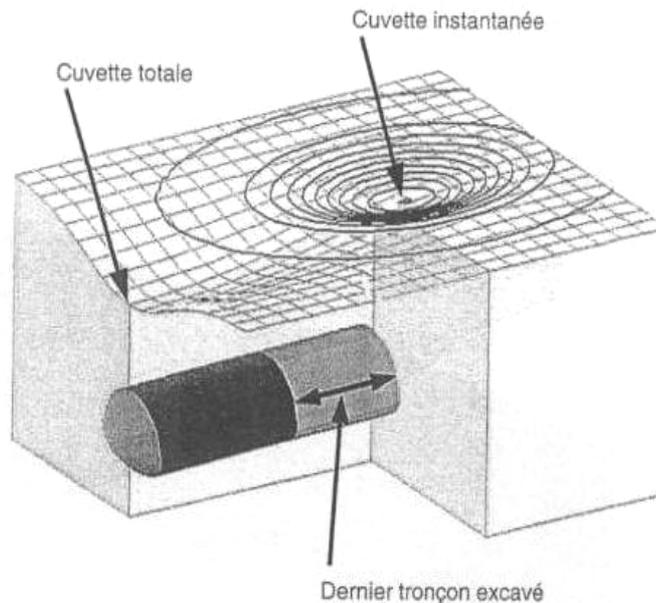


Figure 1.28 : Méthode de la cuvette instantanée (issu de Serratrice et Magnan [2002])

La deuxième méthode représentée sur la figure 1.28, dite des cuvettes instantanées, repose sur une corrélation entre la cuvette élémentaire créée par les 15 derniers mètres d'excavation et la cuvette finale. Le rapport moyen observé est indépendant du terrain traversé et vaut environ  $S_{\text{final}}/S_{15}=2.5$ . On obtient des prévisions très correctes. La distance de 15 mètres est choisie pour s'affranchir

des bruits de fond liés à la mesure, et pour conserver néanmoins un aspect « prévision ». La forme de la cuvette élémentaire renseigne également sur la qualité du sol vers lequel le front se dirige : Si la cuvette est étendue vers l'avant, on va vers une zone plus déformable (tassements plus importants), sinon on se dirige vers une zone plus raide. L'auteur suggère finalement de chercher des corrélations, non plus entre les valeurs de tassement maximal, mais entre les volumes de cuvette élémentaire et de cuvette finale.

D'une manière générale, les formules empiriques font souvent appel à des paramètres difficiles à quantifier, et négligent des paramètres importants tels que la technique d'exécution, l'hétérogénéité des couches ou le coefficient des terres au repos. De plus, ces expressions sont généralement établies à partir d'un nombre réduit de mesures, et il convient de les utiliser avec prudence pour des extrapolations à d'autres chantiers.

#### 4. Méthodes analytiques de prédiction des déplacements

De nombreux auteurs se sont penchés sur le problème des tassements de surface en essayant d'y trouver des solutions analytiques reposant sur les principes généraux de la mécanique. Généralement, la donnée de départ est liée à la perte de volume au voisinage de l'excavation. L'amélioration des techniques de creusement peut permettre de réduire ces pertes, par l'utilisation de boucliers pressurisés (lors des creusements par tunnelier) ou de techniques de soutènement (boulonnage, prévoûtes), ainsi que par le traitement des terrains (inclusions, drainage, injection). D'une manière générale, les pertes de volumes sont assez difficiles à mesurer puisqu'elles mettent en jeu la préconvergence du sol en avant du front, l'extrusion du front, et les défauts de contact entre le soutènement et le sol, phénomènes que l'on a beaucoup de mal à quantifier. Ceci constitue l'une des faiblesses des méthodes analytiques. La résolution des équations de la mécanique dans un massif de sol conduit à la mise en place d'hypothèses fortes. Généralement, on considère un tunnel situé à grande profondeur, circulaire d'axe horizontal, creusé dans une seule couche de terrain homogène, avec un sol non pesant, isotrope, élastique linéaire ou élasto-plastique (Mohr-Coulomb ou Tresca), en petites déformations. Par ailleurs on réalise généralement des études planes. Sous ces hypothèses, on obtient un déplacement radial (fonction de la distance à l'axe) et une perte de volume définis comme ceci :

$$U(r) = -\frac{1+\nu}{E} p \frac{R^2}{r} \quad \text{et} \quad V_t = 2 \frac{1+\nu}{E} p \pi R^2 \quad (1.37)$$

Otéo et Maya [1979] proposent une expression du tassement de la clé de voûte en fonction d'un paramètre de soutènement  $\Psi$ , dont la valeur est généralement comprise entre 0.25 et 0.5 (l'absence de soutènement donne  $\Psi=1$ ) :

$$s_{\text{voûte}} = \Psi (0.85 - \nu) \cdot \gamma D^2 / E \quad (1.38)$$

Cette formule met en avant l'importance considérable du coefficient de Poisson qui détermine les effets de voûte. Un  $\nu$  faible, comme on le rencontre fréquemment dans les massifs fracturés à grande échelle, pose problème dans ces conditions. Rowe et al. [1983] définissent un paramètre de vide annulaire, qui combine les effets des déformations plastiques autour du front, de la sur-excavation en avant du front du fait de la convergence préalable, et du vide de contact terrain-soutènement. Sagaseta [1987] fonde ses calculs sur une perte de volume  $V_L$  localisée dans l'axe du tunnel, en milieu semi-infini élastique linéaire isotrope, et obtient une expression du vecteur déplacement en tout point de la surface en fonction de  $V_L$ . En ajoutant aux hypothèses habituelles les inégalités  $1/3 < \nu < 0.5$  et  $0.5 < K_0 < 1$ , Chapeau [1991] donne une formule simple d'estimation du tassement de surface :  $S = 2\nu R^2 / E$ . Dans un massif d'argile non-drainé, les déformations se font à volume constant et on a égalité entre les pertes de volume et le volume de la cuvette ( $V_L = V_S$ ). Mair et al. [1993] en déduisent les relations suivantes donnant le tassement en surface et en profondeur sur l'axe :

$$\begin{aligned} s_0 &= 0.313 \cdot V_L \cdot D^2 / i = 0.313 \cdot V_L \cdot D^2 / KH \\ s(z, y=0) &= \frac{1.25 \cdot V_L \cdot R^2}{(0.175 + 0.325 \cdot (1 - z/h)) \cdot h} \end{aligned} \quad (1.39)$$

$K$  est ici un coefficient dépendant de la nature du terrain. L'auteur note également une décroissance du paramètre  $i$  de la cuvette avec la profondeur. En réalité, cette approche est limitée par le fait que la transmission des déformations vers la surface dépend des conditions initiales du sol.

Verrjuit et Booker [1996] utilisent pour leur part deux paramètres, une convergence radiale  $\varepsilon = \Delta R / R$  et une variable d'ovalisation  $\delta = \Delta R_v / \Delta R_h$ . Ils obtiennent également le vecteur déplacement dans le plan transversal, et ce quelque soit la valeur de  $\nu$ . Les termes  $\varepsilon$  et  $\delta$  sont donnés en élasticité linéaire à partir de  $G$ ,  $\nu$ ,  $K_0$  et  $p_0$  (pression verticale initiale). Loganathan et Poulos [1998] définissent un paramètre annulaire unique  $g$ , qui prend en compte l'ovalisation de la convergence. Leur méthode n'est cependant utilisable qu'en conditions non-drainées (déplacements instantanés, pas de consolidation). Ce paramètre est ensuite utilisé dans une formulation semi-empirique des cuvettes de tassement. Parallèlement à ces méthodes analytiques, on utilise souvent le paramètre  $\lambda$  (taux

de confinement) pour introduire artificiellement une troisième dimension (axe longitudinal du tunnel ou échelle de temps). Ce paramètre contrôle la variation de pression de confinement radial et intervient dans un nombre important de formulations. Si l'on est capable de déterminer la convergence du sol en fonction de la pression radiale qui est appliquée, on peut reporter sur le même graphe les convergences du sol et du soutènement en fonction de  $\lambda$ . L'intersection de ces deux courbes donne le point d'équilibre.

## **5. Méthodes numériques de prédiction des déplacements**

Les méthodes les plus anciennes de modélisation numérique d'une excavation reposaient sur des approximations bidimensionnelles de trois types (proposées sur la figure 1.30 issue de Dias [1999]) : Les modélisations transversales (représentant un tunnel infiniment long dans la direction de son axe et intéressantes pour représenter le comportement à une certaine distance en arrière du front de taille), les modélisations longitudinales (pour lesquelles le tunnel est considéré comme une excavation de largeur infinie dans la direction transversale), et les modélisations axisymétriques (pour lesquelles l'axe du tunnel est considéré comme un axe de symétrie de révolution du modèle). Les plus répandues restaient les méthodes d'analyse bidimensionnelles en coupe transversale et en déformations planes (AFTES [1983], Kielbessa et Duddeck [1991]). Néanmoins, pour pouvoir simuler les effets tridimensionnels de l'avancement du tunnel, il est nécessaire d'utiliser un paramètre supplémentaire. C'est l'objet des approches par convergence-confinement, reposant sur des considérations semi-empiriques.

Möller et Vermeer [2008] montrent que les approches par réduction de contrainte impliquent d'utiliser des coefficients de déconfinement différents selon que l'on souhaite évaluer les tassements de sol ou les contraintes dans les voussoirs. Les limitations d'une analyse en deux dimensions avec cette méthode sont soulevées. Il est proposé une nouvelle méthode numérique de prévision des tassements de sol et des efforts dans le soutènement, nommée méthode de la pression d'injection (Grout Pressure Method). Cette méthode repose sur une simulation numérique en deux dimensions et semble fournir des résultats satisfaisants.

Hejazi et al. [2008] étudient l'influence de la rigidité des sols lors de la modélisation numérique des ouvrages souterrains, et montrent par une étude paramétrique que l'influence du choix d'un modèle de comportement sur la simulation du creusement d'un ouvrage souterrain dans de l'argile surconsolidée est prépondérante. L'utilisation d'un modèle prenant en compte la non-linéarité et

la rigidité du sol en très petites déformations améliore sensiblement la prédiction des déplacements autour de l'ouvrage. Ils rejoignent en cela les conclusions de Möller et Vermeer [2008], qui pointent également les améliorations apportées par une grande rigidité aux très petites déformations.

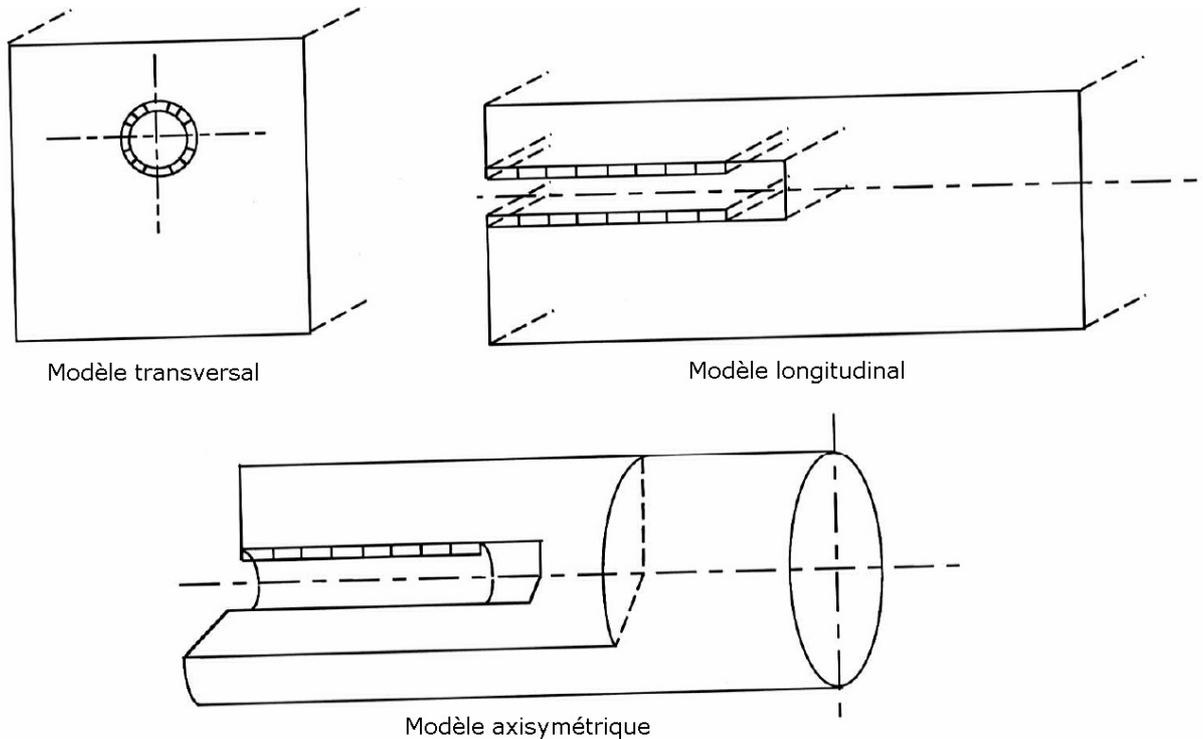


Figure 1.30 : Trois types de modélisation numérique 2D (issu de Dias [1999])

Le seul type d'approche permettant de traiter le problème rencontré dans toute sa complexité consiste à effectuer une modélisation numérique en trois dimensions, car elle permet de prendre en compte la géométrie tridimensionnelle du projet, l'état des contraintes initiales, le phasage complexe et la technologie de creusement, et l'ensemble des phénomènes mis en jeu dans le sol. Cette approche est rendue possible par le progrès constant des outils informatiques, tant d'un point de vue logiciel que matériel. Compte tenu de sa lourdeur, elle est encore réservée au domaine de la recherche ou des gros projets, mais elle reste promise à un bel avenir. On trouve de nombreux auteurs ayant effectué une analyse numérique tridimensionnelle (Mroueh [1998], Mémier et al. [1995], Shahrour et Ghorbanbeigi [1996], Chaffois [1991], Modaressi [1993], Celada et Gonzalez [1997], etc.).

Bourgeois [2002] a réalisé une modélisation de creusement de tunnel en éléments finis très complète, avec pour parti pris de se rapprocher au maximum de la géométrie et du phasage réels de l'ouvrage, en l'occurrence le tunnel nord de la

traversée souterraine de Toulon. Son modèle tridimensionnel est constitué d'un ensemble complexe de voûtes emboîtées, et le phasage du modèle respecte au mieux la réalité, à savoir une succession de phases : réalisation de la saignée des prévoûtes, coulage de la prévoûte, excavation du terrain sur 3 mètres, coulage du radier etc. Les résultats de cette étude confirment certains faits connus : on observe que les cuvettes transversales le long du creusement normalisées à leur valeur maximale se superposent très bien, hormis un léger soulèvement du terrain loin de l'axe et relativement plus important pour les cuvettes de faible tassement. Ce phénomène bien connu résulte de l'utilisation d'un module constant sur toute la hauteur de la couche et du déchargement des couches inférieures par l'excavation du tunnel. Il est avéré qu'un module croissant avec la profondeur permet de s'en affranchir. Par ailleurs, sur les dernières phases d'excavation, les cuvettes longitudinales se superposent très bien par translation, et avancent donc identiquement avec la progression du front. Il est donc correct de donner à la cuvette 3D une expression correspondant au produit d'une fonction de  $x$  et d'une fonction de  $y$ .

Serratrice [2004] réalise 268 calculs élasto-plastiques et 77 calculs élastiques effectués en éléments finis 2D en déformations planes, pour un tunnel circulaire non revêtu, horizontal et creusé à faible profondeur dans un matériau élasto-plastique de type Mohr-Coulomb. Il en tire l'expression suivante pour le tassement maximal  $s_0$  :

$$\begin{cases} \text{si } \lambda < \alpha & s_0 = s_{0e} = \gamma R^2 \lambda (3-\nu) \left( K_0 - \left( \frac{H}{R} - 1 \right)^{1/4} \right) / E \\ \text{si } \lambda \geq \alpha & s_0 = s_{0e} + s_{0p} = s_{0e} \cdot \left( 1 + \left( (\lambda - \alpha) / \beta \right)^3 \right) \end{cases} \quad (1.40)$$

avec  $\mu = \frac{c}{\gamma H} + \frac{1 - \tan(\Pi/4 - \varphi/2)}{3}$      $\alpha = \frac{\mu}{3}$      $\beta = 3\mu$

Cette formule a le mérite de distinguer les composantes élastiques et plastiques de la déformation. Le confinement  $\lambda$  est ici pris comme une donnée. Finalement,  $S_0$  est donné comme fonction de  $R$ ,  $H$ ,  $\gamma$ ,  $E$ ,  $\nu$ ,  $c$ ,  $\varphi$ ,  $K_0$ , et  $\lambda$ . Les paramètres fondamentaux restent  $E$ ,  $c$  et  $\lambda$ .

Pour l'excavation par bouclier pressurisé, Kasper et Meschke [2006] proposent une modélisation tridimensionnelle incluant tous les composants essentiels du bouclier utilisé pour l'excavation, ce qui permet de modéliser pas à pas le processus d'excavation et l'avancement du tunnel, et d'analyser l'influence des paramètres du tunnelier. L'étude est effectuée à faible profondeur en sol cohérent et sous la nappe. L'étude paramétrique porte sur la pression appliquée au front, la pression d'injection, le poids et la longueur de la jupe du bouclier. Les résultats sont évalués en termes de tassements de surface, de mouvements du bouclier, et de charges sur le soutènement. Le sol saturé, les vérins hydrauliques,

le vide annulaire en arrière de la jupe et les voussoirs de soutènement du tunnel sont représentés par des éléments finis volumiques, et le bouclier est modélisé par un corps indéformable et pesant et par des lois de contact/frottement avec le sol environnant. Une excavation en courbe est modélisée (figure 1.31). Il ressort de cette étude que les tassements de surface et les efforts dans le soutènement sont majoritairement influencés par les pressions appliquées (au front et en injection du vide annulaire), tandis que le poids du bouclier a une influence prépondérante sur les mouvements du tunnelier. Les auteurs précisent que leur étude doit être généralisée par de plus nombreuses simulations.

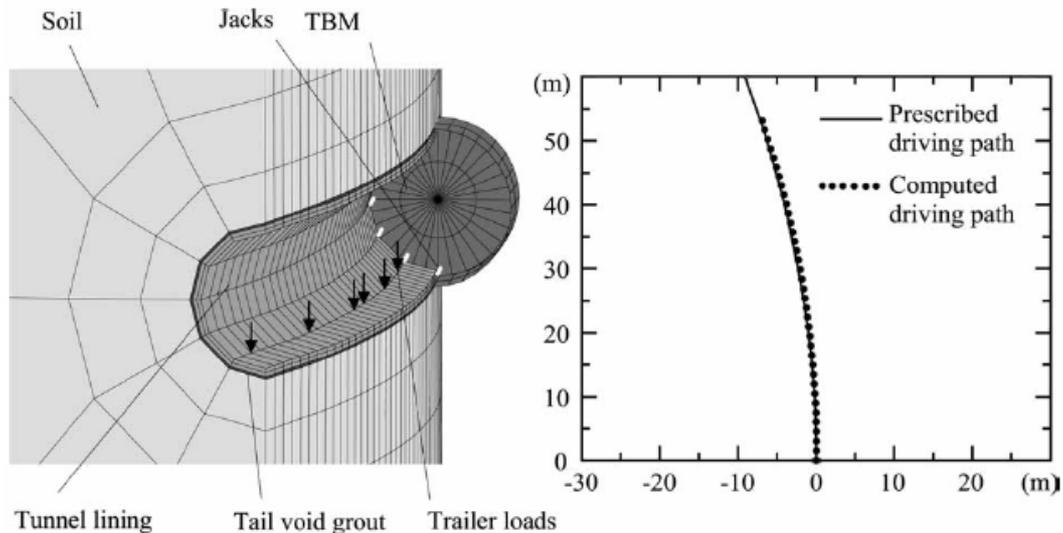


Figure 1.31 : Simulation 3D d'une excavation courbe (issu de Kasper et Meschke [2006])

Mroueh et Shahrour [2008] proposent une simulation 3D simplifiée de l'excavation en généralisant l'approche traditionnelle en convergence-confinement. Cette modélisation utilise deux paramètres ( $L_{dec}$  et  $\alpha_{dec}$ ) qui représentent la longueur de tunnel non-revêtue (jupe et arrière de la jupe) et le déconfinement partiel du sol sur cette longueur. Il est proposé de prendre une longueur  $L_{dec}$  égale au diamètre du tunnel, tandis que le paramètre  $\alpha_{dec}$  est déterminé par calage sur des formules empiriques et ajusté par comparaison avec des tassements enregistrés en projet réel. En dépit de sa simplicité (figure 1.32), le modèle fournit des résultats convaincants en termes de tassements de surface. L'influence des paramètres de déconfinement sur l'étendue des zones de plastification montre que cette étendue augmente avec  $L_{dec}$  et  $\alpha_{dec}$  (figure 1.33). Il est évoqué le tracé d'abaques fournissant les valeurs de ces paramètres en fonction de la configuration de l'excavation (profondeur, diamètre, raideur du soutènement...) et des propriétés du sol traversé.

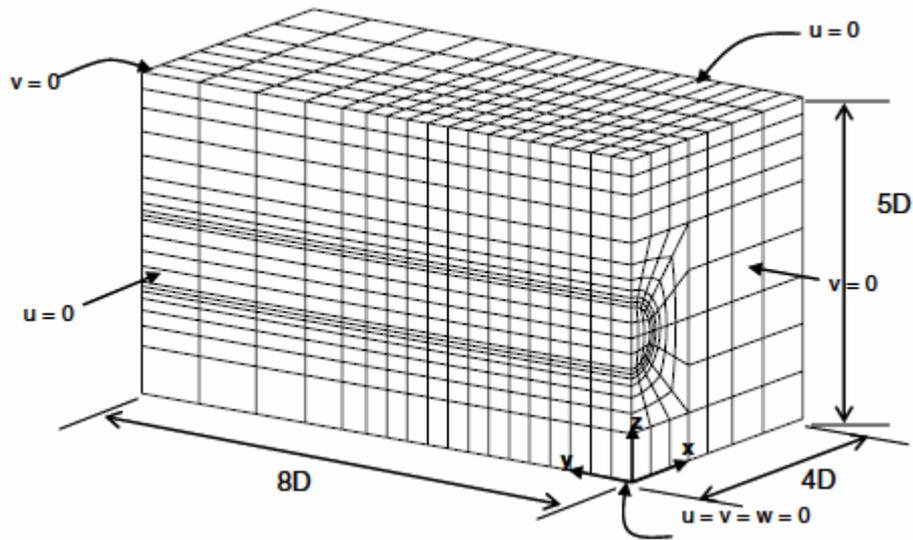


Figure 1.32 : Modèle numérique 3D simplifié (issu de Mroueh et Shahrour [2008])

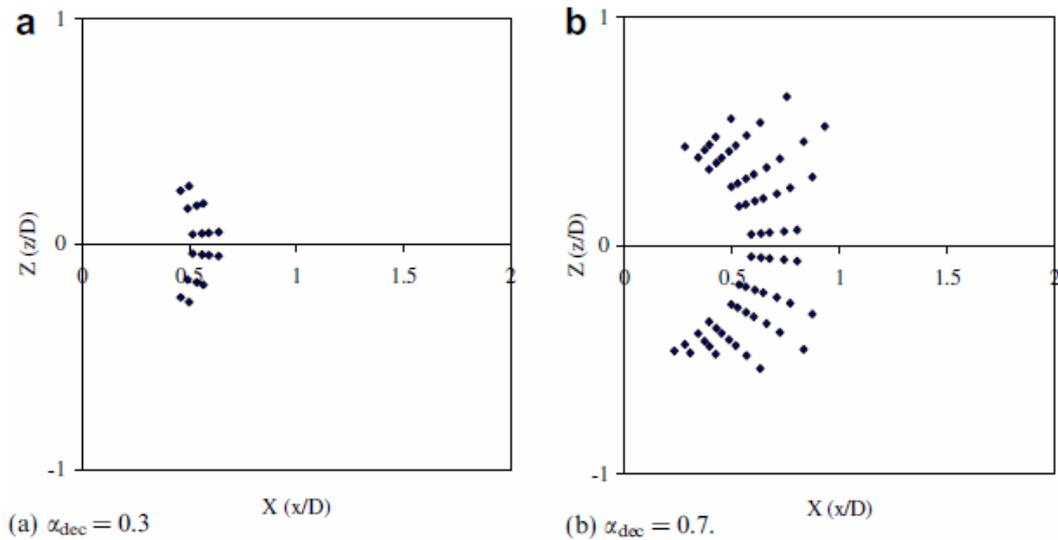


Figure 1.33 : Extension des zones de plastification selon le paramètre de déconfinement (issu de Mroueh et Shahrour [2008])

Une analyse des tassements induits par une excavation mécanisée dans un sol sableux est effectuée par Migliazza et al. [2009], en comparant des méthodes analytiques, empiriques, et numériques. Les tassements obtenus par ces trois techniques sont comparés à des mesures réalisées in situ, lors de l'excavation du métro de Milan. Il apparaît qu'une correspondance optimale apparaît entre les résultats numériques et expérimentaux (figure 1.34), conduisant les auteurs à affirmer que la simulation elasto-plastique en 3D est l'outil idéal pour la prévision de ces phénomènes.

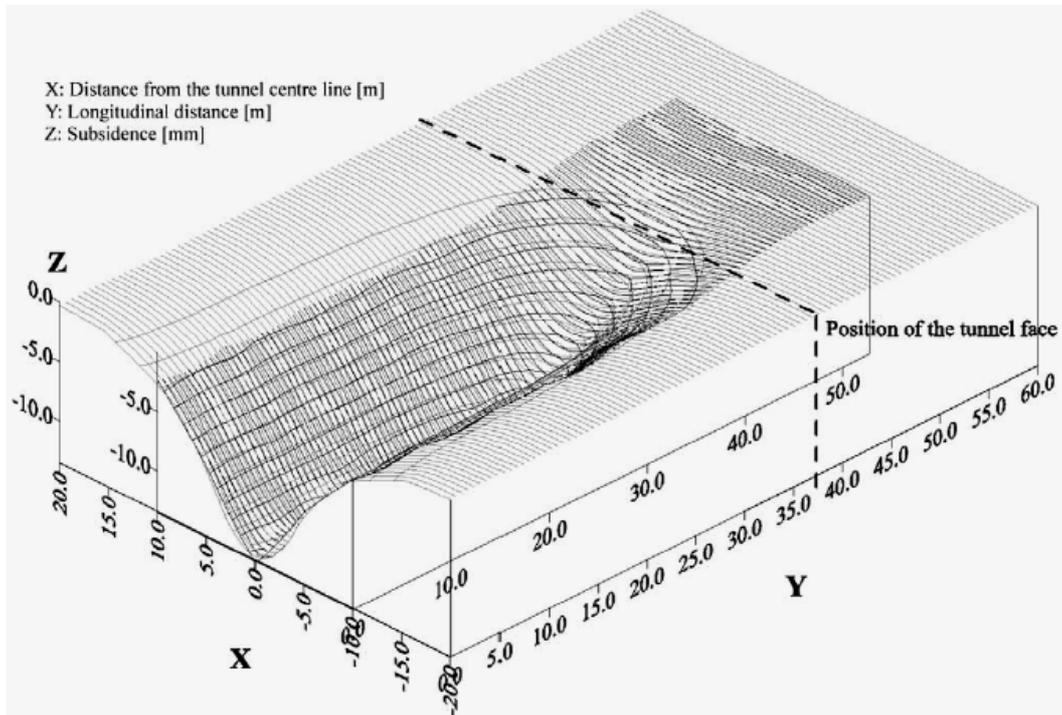


Figure 1.34 : Comparaison de tassements mesurés et calculés (issu de Migliazza et al. [2009])

## 6. Prise en compte du bâti en surface

Le travail de Mroueh et Shahrour [2003], consacré à la modélisation numérique de l'interaction entre l'excavation d'un tunnel et une structure située en surface (figure 1.35), apporte des éléments nouveaux dans la prise en compte du bâti existant. Il apparaît que les efforts induits par le creusement d'un tunnel dépendent largement de la présence ou non d'une structure en surface, et que le fait de négliger la rigidité d'une telle structure conduit à une surestimation des mouvements de sol et donc des efforts induits. L'hypothèse habituelle d'une modélisation de l'excavation en champ libre et de l'application des déplacements obtenus à une structure est très conservatrice. Il est également noté que la prise en compte du poids de la structure dans l'estimation des contraintes initiales du sol est d'un intérêt majeur.

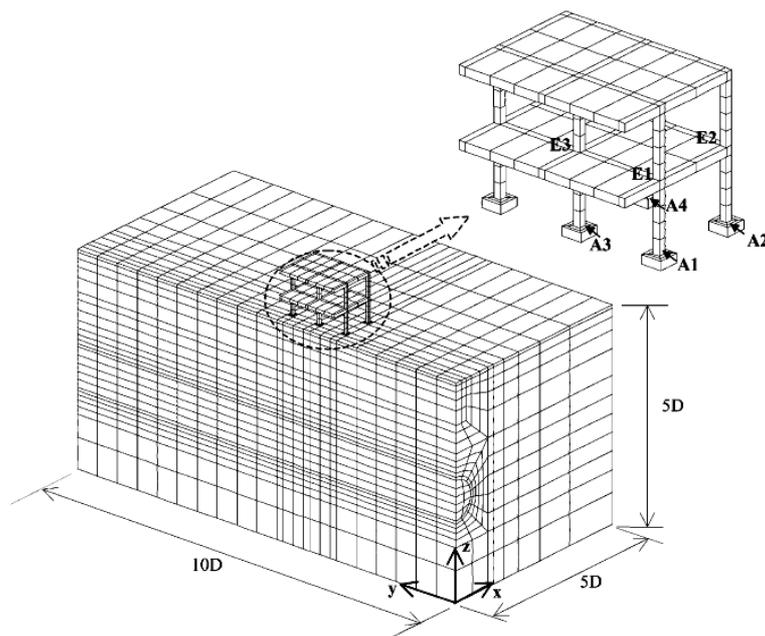


Figure 1.35 : Modèle numérique 3D de prise en compte de l'interaction excavation-bâti  
(issu de Mroueh et Shahrour [2003])

---

## *Conclusion*

---

Une revue bibliographique des thèmes développés dans cette thèse est proposée dans ce premier chapitre. La section A s'intéresse aux méthodes probabilistes et à leur application dans le cadre de la géotechnique. Il apparaît que la variabilité des caractéristiques de sol n'est pas quantifiée avec précision et peut conduire à des niveaux d'incertitudes très variés selon le type de sol, la grandeur considérée, et la qualité des reconnaissances géotechniques effectuées. Les méthodes probabilistes (visant à étudier la propagation de l'incertitude au travers d'un modèle déterministe et à caractériser la distribution statistique d'une variable de sortie) et fiabilistes (visant à déterminer la probabilité de défaillance d'un système vis-à-vis d'un critère de défaillance donné) nécessitent généralement un nombre important d'appels au modèle déterministe utilisé, et sont donc susceptibles de conduire à des temps de calcul rédhibitoires. Un effort doit donc être fait sur la réduction (i) du nombre d'appels au modèle déterministe et (ii) du coût calculatoire de ce modèle.

Le phénomène de l'instabilité du front de taille est développé dans la section B. Il apparaît que la rupture par effondrement du front est bien documentée dans la littérature, et que les modélisations expérimentales du phénomène permettent de connaître avec une bonne précision les mécanismes de ce type de rupture en sols cohérents et/ou frottants. La rupture par refoulement du sol est en revanche nettement moins bien documentée. Si les modèles numériques permettent une simulation très précise de ces phénomènes, leur coût calculatoire ne semble pas permettre de les utiliser dans un cadre probabiliste avec les moyens actuels. Les méthodes analytiques présentent des temps de calcul bien inférieurs, mais proposent généralement une modélisation peu précise des phénomènes. Il semble donc nécessaire de développer de nouveaux modèles analytiques permettant de représenter correctement les différents types de rupture du front de taille pour un coût modeste.

La section C s'intéresse aux mouvements de sol induits par l'excavation d'un tunnel. Les résultats de la littérature montrent que ces mouvements sont généralement bien compris, mais que la complexité des phénomènes en jeu ne permet pas une prévision de ces mouvements par des méthodes simples. Il semble que les seules méthodes précises d'étude de ces mouvements soient les méthodes de modélisation numérique tridimensionnelle. Leur coût calculatoire important est un handicap pour leur utilisation dans un cadre probabiliste, ce qui met en lumière l'importance de choisir une méthode probabiliste limitant autant que possible le nombre d'appels au modèle déterministe.

---

# Chapitre 2. Modélisation déterministe du comportement des tunnels

---

## *Introduction*

---

Dans le cadre de l'excavation d'un tunnel à faible profondeur en site urbain, l'ingénieur se trouve confronté à deux défis principaux. D'une part il est nécessaire de garantir la stabilité du front de taille du tunnel lors de son excavation afin d'assurer la sécurité des ouvriers et d'empêcher des phénomènes dangereux en surface (tels que des fontis ou des refoulements de sol). D'autre part, il doit s'assurer que les opérations d'excavation n'auront pas d'incidence sur le bâti situé en surface. Il est donc nécessaire de disposer de modèles de prédiction fiables pour estimer le domaine de pression admissible au front de taille et l'amplitude des mouvements de terrains provoqués par le creusement.

De nombreux modèles déterministes d'étude de la stabilité d'un front de taille pressurisé existent dans la littérature. Les modèles numériques permettent d'obtenir à la fois une estimation satisfaisante des pressions limites d'effondrement et de refoulement, mais également des faciès de ruptures correspondant aux deux types d'instabilité. La section A de ce chapitre présente deux modèles numériques programmés dans le logiciel commercial Flac3D. La comparaison entre ces deux modèles N1 et N2 démontre l'importance de la finesse du maillage et de la procédure de détermination de la pression limite. Les temps de calcul en jeu ne permettent pas d'envisager l'application des modèles numériques 3D dans un cadre probabiliste avec les moyens de calcul actuels, mais ils peuvent s'avérer très utiles pour la validation de modèles plus simples. Par ailleurs, ils permettent de mettre en lumière les différences de faciès de rupture apparaissant entre différents types de sols.

Plusieurs modèles analytiques de complexité croissante sont ensuite développés à partir du théorème cinématique de l'analyse limite. En sol frottant et/ou cohérent, le mécanisme nommé M1 propose une extension à cinq blocs du mécanisme classique à deux blocs de Leca et Dormieux [1990]. Une méthode de discrétisation spatiale permet de générer la surface externe du mécanisme M2, qui est basé sur les mêmes principes que le mécanisme M1 (plusieurs blocs rigides en translation), mais permet de s'affranchir de son principal défaut (intersection

incomplète entre le front de taille et le premier bloc). Le mécanisme M3 permet de se rapprocher encore plus des formes de rupture observées numériquement, en adoptant à un champ de vitesse cylindrique une méthode de discrétisation comparable à celle de M2. Les mécanismes M4 et M5 sont développés à partir de concepts issus de Klar et al. [2007] afin de s'approcher au mieux d'une rupture par déformation continue du massif de sol sans discontinuité de vitesse, telle qu'elle est généralement observée en sol purement cohérent. Une comparaison avec les résultats numériques montre que le mécanisme M3 fournit de bonnes estimations des pressions limites en sol frottant, mais n'obtient pas de bons résultats en sol purement cohérent. Le mécanisme M5, en revanche, constitue une amélioration très sensible des approches existantes en sol purement cohérent. Ces résultats confirment qu'un modèle basé sur le théorème cinématique de l'analyse limite est d'autant plus performant que le champ de vitesse postulé est proche des observations numériques et expérimentales. A l'issue de cette étude, on dispose donc de deux modèles analytiques permettant d'estimer de manière fiable les pressions limites d'effondrement et de refoulement dans tout type de sol frottant et/ou cohérent, pour des temps de calcul réduits.

La dernière section de ce chapitre présente deux modèles numériques d'étude des mouvements de sol induits par l'excavation d'un tunnel pressurisé. Le modèle T1 est relativement simple et s'intéresse uniquement aux tassements induits par un défaut de pression de soutènement au front de taille, tandis que le modèle T2 propose une modélisation plus complexe de l'ensemble des phénomènes apparaissant autour du tunnelier lors de l'excavation. Le modèle T2 permet d'obtenir non seulement le tassement maximal, mais également un certain nombre d'autres grandeurs (pentes, déformations horizontales, etc.) présentant un intérêt dans leur impact possible sur un éventuel bâti en surface.

---

## *A. Modèles numériques d'étude de la stabilité d'un front de taille*

---

Cette section propose une méthode d'évaluation de la pression d'équilibre limite d'un front de taille par utilisation d'un modèle numérique. La pression limite d'effondrement ( $\sigma_c$ ) est la plus haute pression de fluide appliquée au front pour laquelle la stabilité n'est pas assurée. Un tunnel circulaire de diamètre  $D=10\text{m}$  est considéré, surmonté d'une hauteur de couverture  $C$  variable. Le sol suit une loi élasto-plastique parfaite avec un critère de plasticité de Mohr-Coulomb. La loi d'écoulement est considérée comme associée ou non selon le cas.

### **1. Modèle numérique N1**

On définit un premier modèle de détermination de  $\sigma_c$  appelé N1. Pour ce modèle, la hauteur de couverture  $C$  vaut  $10\text{m}$ , et les dimensions générales sont de  $40\text{m}$  dans la direction  $Y$  (axe du creusement),  $26\text{m}$  dans la direction  $Z$  (axe vertical), et  $50\text{m}$  dans la direction  $X$  (axe transversal au creusement). Ces dimensions sont choisies de manière à ne pas affecter la valeur de la pression limite. Ce modèle est introduit dans le logiciel commercial de calcul en différences finies Flac3D. Bien qu'il s'agisse d'une étude statique, Flac3D utilise les équations de la dynamique pour décrire la cinématique d'effondrement, en introduisant un terme d'amortissement qui permet de dissiper progressivement l'énergie cinétique et de tendre vers la solution statique. Un maillage tridimensionnel est utilisé. Il est composé d'approximativement  $27000$  zones. Le front de taille est divisé en  $198$  zones. Le modèle est présenté sur les figures 2.1 et 2.2. Les conditions aux limites imposent un déplacement nul dans toutes les directions sur la limite inférieure du modèle, et un déplacement nul dans la direction normale au niveau des limites latérales du modèle. Les propriétés élastiques du modèle ( $E=240\text{MPa}$ ,  $\nu=0.3$ ) n'influent pas sur la pression limite

d'effondrement. La valeur élevée du module d'Young est choisie de manière à accélérer les calculs. L'angle de frottement et la cohésion sont variables selon le calcul effectué. Pour ce modèle, l'angle de dilatance  $\psi$  est considéré selon l'hypothèse d'un sol non dilatant ( $\psi = 0$ ). La masse volumique du sol est  $\gamma=18\text{kN/m}^3$ . Un soutènement en béton de 0.4m d'épaisseur est mis en place autour du tunnel. Un modèle élastique parfait ( $E=15000\text{MPa}$ ,  $\nu=0.2$ ) est utilisé pour ce soutènement. Le soutènement est connecté au sol par l'intermédiaire d'éléments d'interface suivant une loi de Mohr-Coulomb avec une cohésion nulle et un angle de frottement égal à deux tiers de celui du sol.

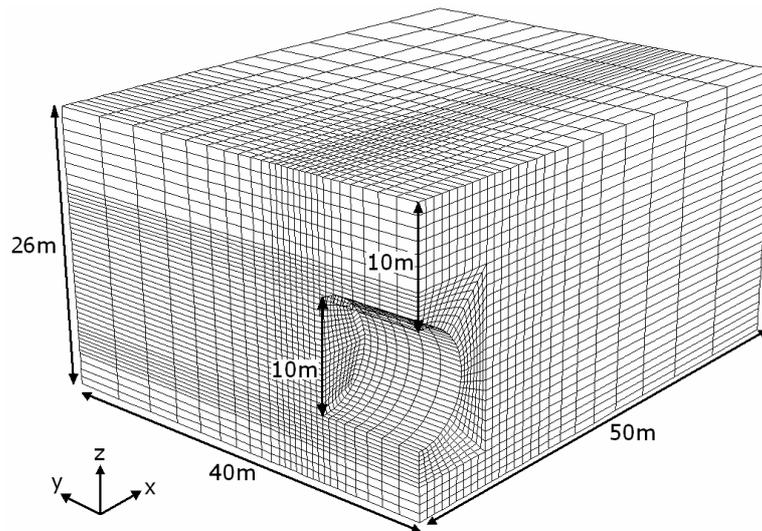


Figure 2.1 : Allure du modèle N1

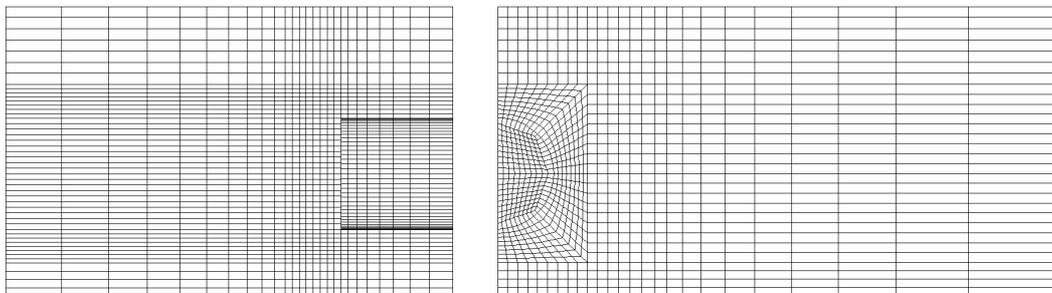


Figure 2.2 : Projections du modèle N1 sur le plan (Y,Z) et sur le plan (X,Z)

L'allure de la déformation du front de taille est a priori inconnue ; il n'est donc pas possible d'effectuer un pilotage en déplacement à partir d'une forme donnée d'extrusion. La seule possibilité offerte par le modèle est de déterminer, pour une pression donnée au front, si le massif de sol est à l'état d'équilibre (i.e. stabilité du front de taille) ou de rupture (i.e. instabilité du front de taille). Ces deux états sont représentés sur la figure 2.3, sous la forme de courbes de vitesse horizontale (figure de droite) et de déplacement horizontal (figure de gauche) du

point situé au centre du front de taille au cours du processus de calcul (représenté sous forme de pas ou de cycles de calcul équivalents à des pseudo-pas de temps) et ce, pour deux pressions appliquées au front. Le calcul est ici effectué sur une argile de faible qualité en conditions drainées ( $\varphi=17^\circ$ ,  $c=7\text{kPa}$ ) à titre d'exemple. On constate que pour une pression appliquée de 30kPa, le déplacement et la vitesse du point considéré augmentent au cours des pas de calcul, traduisant une instabilité du front. On observe d'ailleurs qu'après un certain nombre de pas (supérieur à celui représenté sur la figure 2.3), la vitesse tend vers une valeur constante et non-nulle qui correspond à un régime permanent d'écoulement plastique. Pour une pression de 60kPa, en revanche, la vitesse s'annule après un certain nombre de pas tandis que le déplacement tend vers une valeur fixe, traduisant une stabilisation du front de taille. A partir de ces deux types de courbes, on peut donc en conclure que la pression d'équilibre limite du front est comprise entre 30kPa et 60kPa. On comprend aisément que la valeur exacte de la pression limite n'est pas accessible directement par ce modèle, mais qu'on peut en revanche accéder à un bon encadrement de cette valeur.

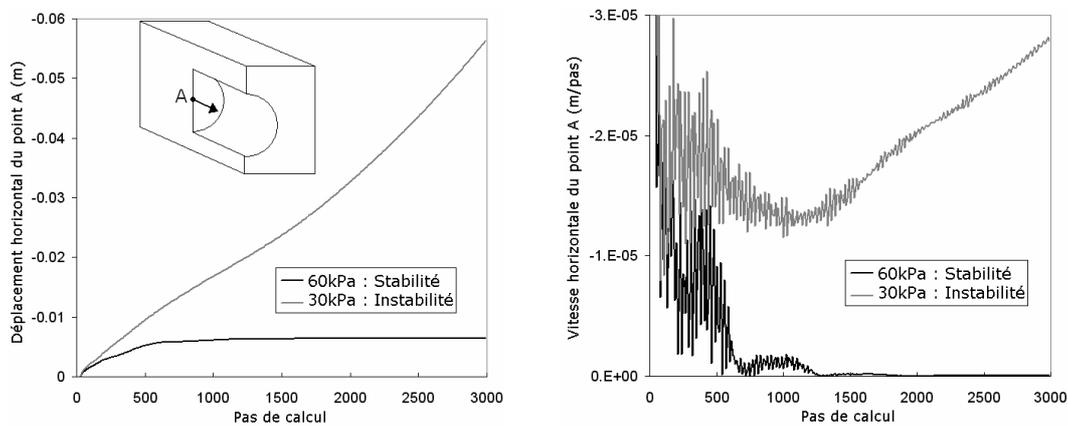


Figure 2.3 : Comportement du front de taille en cas de stabilité ou d'instabilité

Pour déterminer un bon encadrement de  $\sigma_c$  à l'aide de Flac3D, une méthode de pilotage en force est adoptée. Nous avons implémenté une méthode de pilotage « efficace ». Cette méthode est identique à celle utilisée par le logiciel Flac3D pour le calcul du facteur de sécurité, et permet de déterminer par un nombre réduit de pas de calculs si un système est à l'état stable ou instable. On peut s'affranchir de cette méthode pour déterminer l'état de stabilité d'un système en étudiant des courbes telles que celles de la figure 2.3, mais c'est au prix d'un temps de calcul bien plus élevé puisque l'on doit attendre la convergence du modèle vers un des deux états (stable ou instable). La méthode utilisée dans le modèle N1 est résumée dans la figure 2.4.

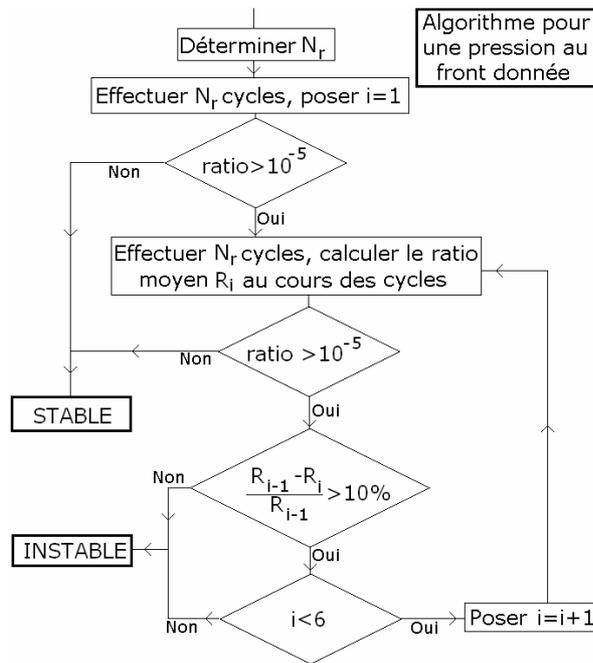


Figure 2.4 : Méthode de détermination de l'état de stabilité d'un système

Dans un premier temps, une valeur de cohésion très importante est appliquée au sol de manière à s'assurer qu'il se comporte de manière parfaitement élastique. Le système complet est ensuite placé artificiellement en état d'instabilité en doublant toutes les valeurs de contraintes internes. L'objectif de cette opération est de déterminer un nombre de pas « représentatif », appelé  $N_r$ . Il représente un indicateur du nombre de pas dont le système a besoin pour retourner à un état d'équilibre à partir de l'état de déséquilibre artificiel introduit précédemment. Ce nombre est généralement proche de 3000 pas pour le maillage considéré. Lorsque  $N_r$  est déterminé, la valeur initiale de la cohésion est rétablie.

Pour déterminer l'état de stabilité du système, on utilise une grandeur propre au logiciel Flac3D appelée « Unbalanced Mechanical Ratio », ou plus communément « ratio ». Ce ratio traduit le niveau de déséquilibre du système, et tend progressivement vers zéro si le système est stable. Si le système est instable, en revanche, il tend vers une valeur constante puis ne diminue plus. En règle générale, il est conseillé de considérer qu'un système est stable si le ratio est plus faible que  $10^{-5}$  (Flac3D [1993]). Comme explicité sur la figure 2.4, on effectue  $N_r$  pas de calcul et on applique cette règle. Si le ratio est supérieur à  $10^{-5}$ , on effectue successivement plusieurs séries de  $N_r$  calculs.

Le système est considéré comme instable si l'écart entre les ratios moyens de deux séries successives est inférieur à 10% (ce qui signifie que le ratio ne diminue presque plus) ou lorsque six séries ont été effectuées. En revanche, le système est considéré comme stable dès lors que le ratio passe sous la limite  $10^{-5}$ .

L'algorithme s'arrête si l'un des deux états est avéré. On dispose donc d'une méthode accélérée de détermination de l'état de stabilité d'un système.

Pour encadrer finement la pression d'équilibre limite, on adopte une méthode de dichotomie. Cette méthode consiste à déterminer à partir de l'algorithme de la figure 2.4 l'état du système (stable ou instable) pour un certain nombre de valeurs  $\sigma_{\text{trial}}$  de la pression appliquée. On commence par déterminer les bornes inférieure et supérieure de l'intervalle de départ. Ces bornes sont estimées a priori avant de lancer tout calcul. La borne inférieure correspond à une valeur de la pression du front pour laquelle le système est à coup sûr instable, c'est-à-dire pour laquelle le ratio et la vitesse d'extrusion tendent vers une valeur non-nulle tandis que l'extrusion elle-même augmente indéfiniment (figure 2.3). La borne supérieure correspond à une valeur de la pression du front pour laquelle le système est stable, c'est-à-dire pour laquelle l'extrusion se stabilise tandis que la vitesse d'extrusion tend vers zéro ainsi que le ratio. Ces deux bornes constituent un encadrement grossier de la pression d'état limite. Pour la valeur située au centre de l'intervalle ainsi formé, on teste la stabilité du système. Si celui-ci est stable, la borne supérieure est remplacée par la valeur centrale. S'il est instable, la borne inférieure est remplacée par la valeur centrale. On dispose donc d'un encadrement de la pression limite dont la taille a été divisée par deux. Cette opération est répétée successivement, jusqu'à ce que la taille de l'intervalle soit inférieure à une précision donnée. Dans le modèle N1, cette méthode fournit une pression d'équilibre limite  $\sigma_c$  avec une précision de 0.1kPa. Pour l'argile considérée, on a trouvé une valeur de pression limite  $\sigma_c=34.5\text{kPa}$ , pour un temps de calcul inférieur à 90 minutes. La figure 2.5 montre l'allure du champ de vitesse d'effondrement, lorsque l'on applique une pression de 20kPa.

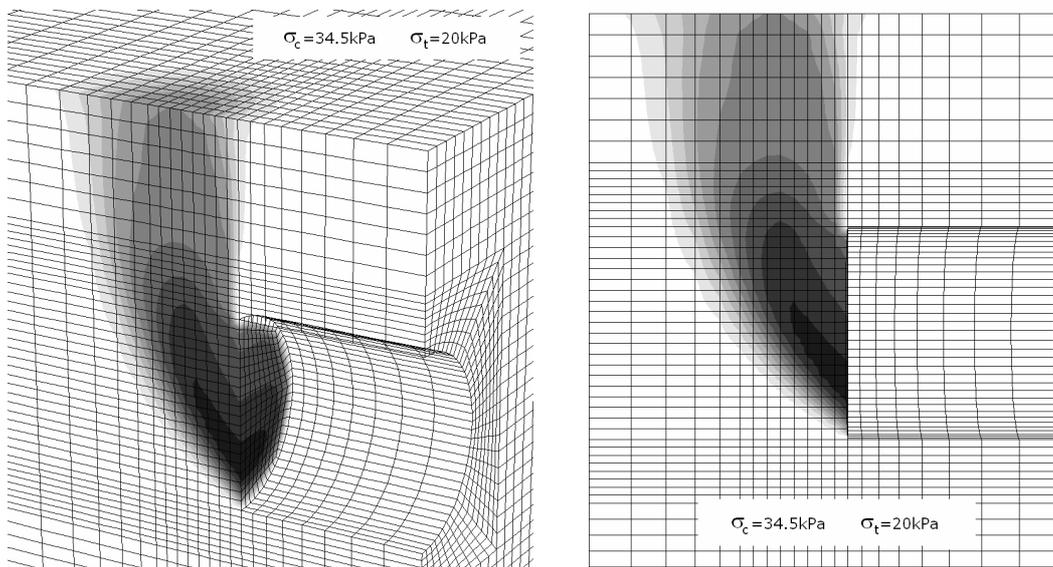


Figure 2.5 : Champ de vitesse à l'effondrement du front de taille

## 2. Modèle numérique N2

Un deuxième modèle de détermination de  $\sigma_c$  est défini et nommé N2. Ce modèle reprend les mêmes dimensions que le modèle N1 mais avec un maillage nettement plus fin (figure 2.6). Le maillage global comprend 215000 zones, et le front de taille est composé de 198 zones. Les caractéristiques mécaniques restent identiques (propriétés élastiques, caractéristiques du soutènement et de l'interface, conditions aux limites). On utilise ce modèle pour (i) analyser l'impact d'un maillage plus fin, et pour (ii) évaluer la qualité de l'algorithme décrit à la figure 2.4 et utilisé dans le modèle N1. Cet algorithme est en effet identique à celui utilisé par le logiciel Flac3D pour déterminer automatiquement le facteur de sécurité d'un système, et des calculs (non développés ici) ont montré que cette procédure avait tendance à le surestimer légèrement.

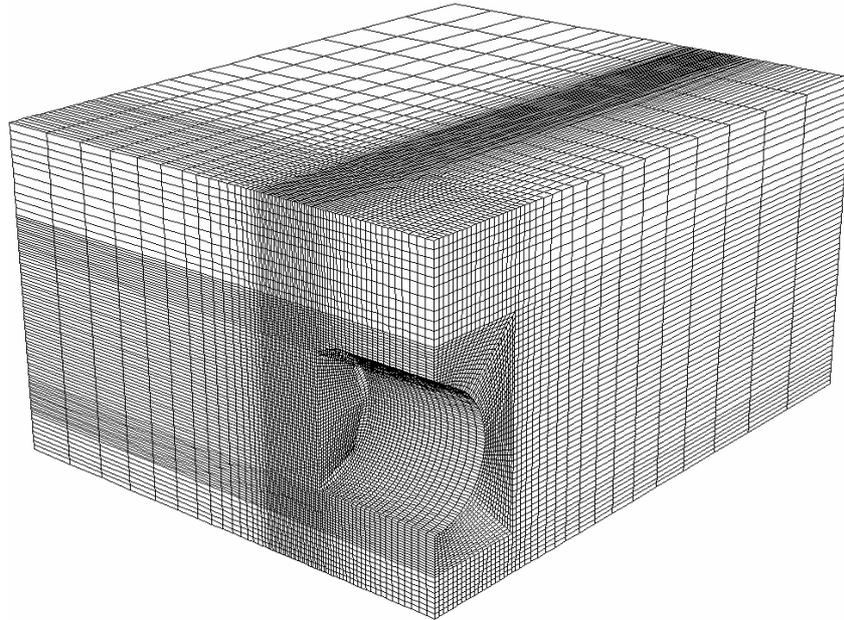


Figure 2.6 : Allure du maillage du modèle N2

Pour les caractéristiques d'une argile en conditions drainées ( $\varphi=17^\circ$ ,  $c=7\text{kPa}$ ), l'application de la procédure d'optimisation du modèle N1 au maillage raffiné du modèle N2 fournit une valeur de  $\sigma_c$  égale à  $36.6\text{kPa}$ , ce qui correspond à un écart d'environ 6% avec la valeur de  $34.5\text{kPa}$  fournie avec le maillage grossier. La figure 2.7 montre l'évolution du déplacement horizontal (figure de gauche) et de la vitesse horizontale (figure de droite) du point central du front de taille (point A représenté sur la figure 2.3) au cours d'un calcul, pour différentes valeurs de la pression appliquée au front.

En termes de déplacements, on voit deux comportements différents apparaître : pour une pression de 38.0kPa, le déplacement augmente constamment au cours du calcul et traduit donc une instabilité du front ; pour une pression de 41.0kPa, en revanche, on observe clairement une stabilisation du déplacement à une valeur constante, ce qui traduit la stabilité du système. Pour les valeurs intermédiaires, il n'est pas aisé de déterminer dans quelle catégorie on se place. Ceci apparaît également à l'observation des vitesses d'extrusion. On observe très bien l'instabilité à 38.0kPa (augmentation de la vitesse) et la stabilité à 41.0kPa (vitesse nulle), mais pour les valeurs intermédiaires l'analyse n'est pas aisée car il est difficile de déterminer si la vitesse s'annule ou tend vers une valeur faible mais non-nulle. Le déplacement horizontal et la vitesse horizontale ne sont donc pas des indicateurs facilement utilisables pour déterminer l'état de stabilité d'un système.

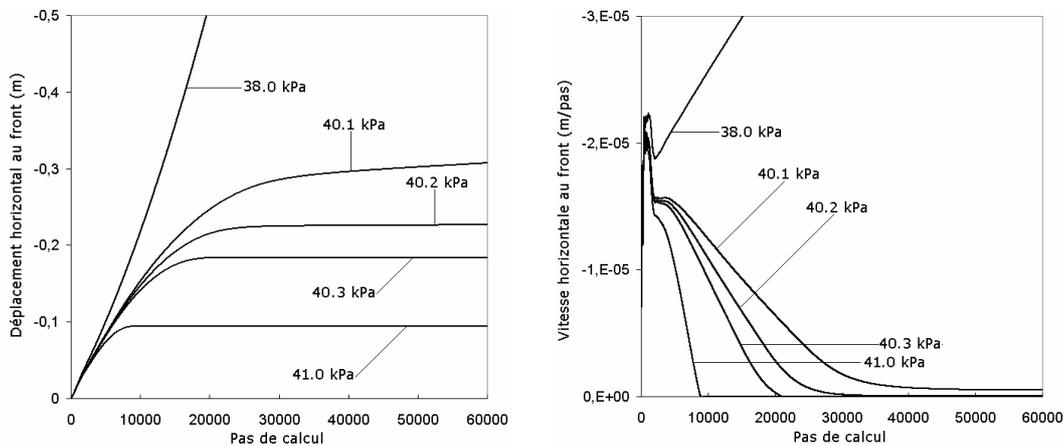


Figure 2.7 : Evolution du déplacement horizontal et de la vitesse horizontale au front au cours du calcul, pour différentes valeurs de la pression appliquée au front

La figure 2.8 montre l'évolution du ratio (« Unbalanced Mechanical Ratio » dans la terminologie Flac3D) au cours des mêmes calculs, et apporte plus d'éclaircissements. On distingue une différence très nette de comportement entre les pressions 40.2kPa et 40.3kPa. Pour la première, le ratio commence par diminuer puis se stabilise autour d'une valeur très faible mais quasi-constante, ce qui correspond à une instabilité du front. Pour la deuxième, en revanche, le ratio diminue graduellement tout au long du calcul, ce qui correspond à un système stable.

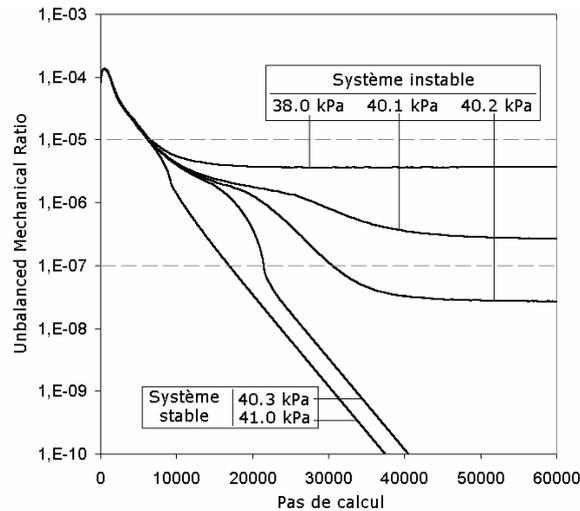


Figure 2.8 : Evolution du ratio au cours du calcul, pour différentes valeurs de la pression appliquée au front

La figure 2.8 permet donc de déterminer avec certitude que la pression d'équilibre limite est comprise dans l'intervalle 40.2kPa-40.3kPa. Ceci est très éloigné de la valeur de 34.5kPa que l'on avait obtenu avec le modèle N1. On a prouvé que le maillage grossier de N1 avait une part de responsabilité, mais l'observation fine de la figure 2.8 montre que la procédure de détermination de  $\sigma_c$  utilisée dans N1 introduit également une erreur non négligeable. On constate en effet que, pour une pression de 38.0kPa, le ratio se stabilise à une valeur inférieure à  $10^{-5}$ . L'algorithme de N1 aurait donc automatiquement conclu à la stabilité du système, ce qui est manifestement erroné. La règle appliquée par défaut par le logiciel Flac3D et qui stipule que le système est stable dès lors que le ratio est inférieur à  $10^{-5}$  est donc beaucoup trop simpliste. Un ratio de  $10^{-7}$  ou  $10^{-8}$  doit être envisagé pour plus de précision.

Pour déterminer si le modèle N2 est stable ou non après application d'une pression donnée, on utilisera donc un algorithme à la fois plus simple et plus fiable que celui de N1. Sera considéré comme stable un système pour lequel le ratio devient inférieur à  $10^{-7}$  en moins de 150000 pas de calculs (ce nombre résultant d'un travail d'optimisation qui n'est pas détaillé ici). Le choix d'un ratio de  $10^{-7}$  est arbitraire et peut conduire à des erreurs minimes (comme c'est le cas ici pour une pression de 40.2 kPa), mais fournit des résultats satisfaisants si la précision souhaitée n'est pas inférieure à 0.1 kPa. Le critère de stabilité utilisé conduit bien entendu à des temps de calcul bien plus élevés que celui de N1, puisqu'on attend que le système ait totalement convergé vers un état de stabilité ou d'instabilité. Cette convergence est d'autant plus longue que la pression appliquée est proche de la pression d'équilibre limite. La procédure de dichotomie décrite pour le mécanisme N1 et appliquée à ce critère de stabilité et au maillage raffiné de N2 conduit à des temps de calcul de l'ordre de 40 à 50 heures. Le

modèle N1 sera donc utilisé si l'on a besoin d'un très grand nombre d'appels au modèle déterministe, tandis que le modèle N2 sera utilisé si l'on a besoin d'une valeur très précise de  $\sigma_c$ .

La finesse de maillage de N2 permet également une observation plus précise du comportement du système lors de l'effondrement du front de taille. Les figures 2.9 et 2.10 montrent que ce comportement peut être très différent selon les caractéristiques mécaniques du sol. Pour quatre configurations de sol (sol purement frottant associé, sol purement frottant non associé, sol purement cohérent, sol frottant et cohérent associé), on a déterminé  $\sigma_c$  à partir du modèle N2, puis on a appliqué une pression  $\sigma_t = \sigma_c - 1\text{kPa}$  au front pour observer la rupture. La figure 2.9 montre la déformation du maillage lors de cette rupture ainsi que la magnitude des déplacements (en niveaux de gris), sur une vue en perspective de l'ensemble du système. La figure 2.10 montre la déformation du maillage dans le plan de symétrie du tunnel ( $X=0$ ) à proximité du front.

En sol purement frottant et pour une loi d'écoulement associée ( $\varphi = \psi = 30^\circ$ ,  $c = 0\text{kPa}$ ), on observe clairement un mouvement de rupture par rotation d'un unique bloc de sol rigide. Une bande assez réduite de sol en cisaillement sépare le massif de sol au repos de ce bloc, à l'intérieur duquel le maillage n'est pratiquement pas déformé. La rupture est donc très localisée au front de taille.

Pour un sol purement frottant mais non dilatant ( $\varphi = 30^\circ$ ,  $\psi = 0^\circ$ ,  $c = 0\text{kPa}$ ), la rupture a une allure similaire à la précédente au niveau du front (la zone de cisaillement est même plus fine encore), mais est surmontée par une cheminée de sol en translation verticale qui atteint la surface du sol. Les conséquences d'une telle rupture peuvent donc être nettement plus néfastes pour le bâti existant. En sol purement cohérent ( $\varphi = \psi = 0^\circ$ ,  $c = 30\text{kPa}$ ), le faciès de rupture est très différent des deux précédents. On n'observe plus de zone de cisaillement localisée séparant un bloc en mouvement du sol au repos. La rupture s'effectue par une déformation continue et diffuse de l'ensemble du massif de sol en arrière du front de taille, et se propage jusqu'à la surface où une cuvette de tassement apparaît. En sol frottant et cohérent ( $\varphi = \psi = 17^\circ$ ,  $c = 7\text{kPa}$ ), enfin, le faciès de rupture est semblable à celui d'un sol purement frottant. On peut donc en conclure que, pour un sol frottant, la cohésion n'a que peu d'influence sur le type d'effondrement constaté.

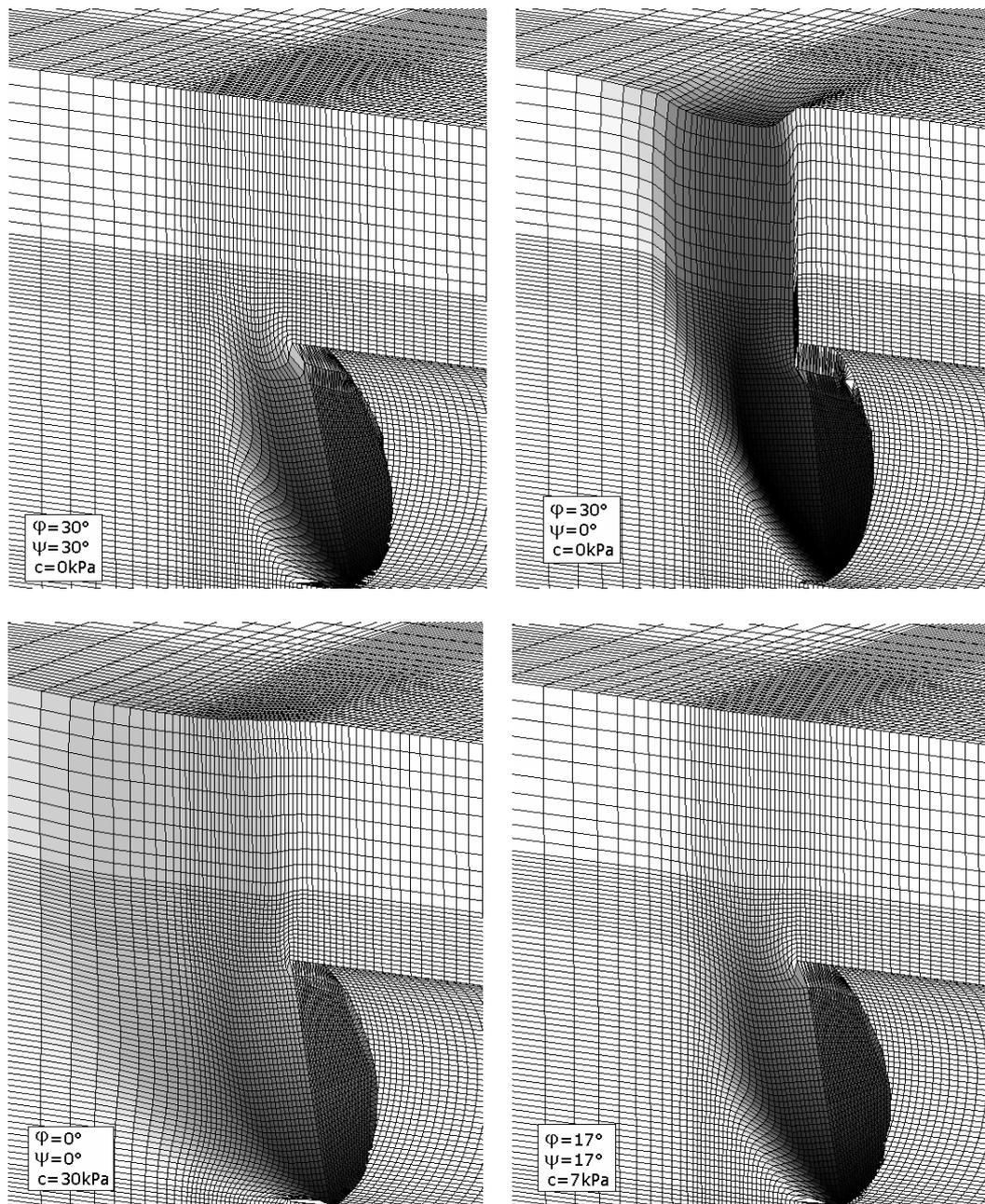


Figure 2.9 : Vues en perspective du maillage déformé lors de l'effondrement du front pour différentes configurations de sol

Cette section s'est principalement intéressée à l'instabilité d'un tunnel liée à l'effondrement de son front de taille, car ce type d'instabilité est le plus couramment rencontré. Néanmoins, dans certaines configurations de sol et d'excavation, un autre type d'instabilité du front peut apparaître. Il s'agit de l'instabilité par refoulement du sol. Cette instabilité intervient lorsque la pression

de fluide  $\sigma_t$  appliquée au front de taille devient plus importante que la pression  $\sigma_b$  de refoulement du sol. Dans ce cas, le sol est mis en butée et des mouvements de sols apparaissent et se propagent du front de taille jusqu'à la surface du sol. Ce type de rupture est moins étudié que la rupture par effondrement car il est moins probable, du fait que la pression appliquée au front  $\sigma_t$  lors d'un régime normal d'excavation est plus proche de sa borne inférieure  $\sigma_c$  que de sa borne supérieure  $\sigma_b$ . Il est pourtant nécessaire de connaître les deux bornes de l'intervalle licite pour dimensionner correctement la pression de fluide, car un surcroît de sécurité vis-à-vis de l'effondrement peut conduire à la défaillance du système par refoulement du sol si cet intervalle est réduit.

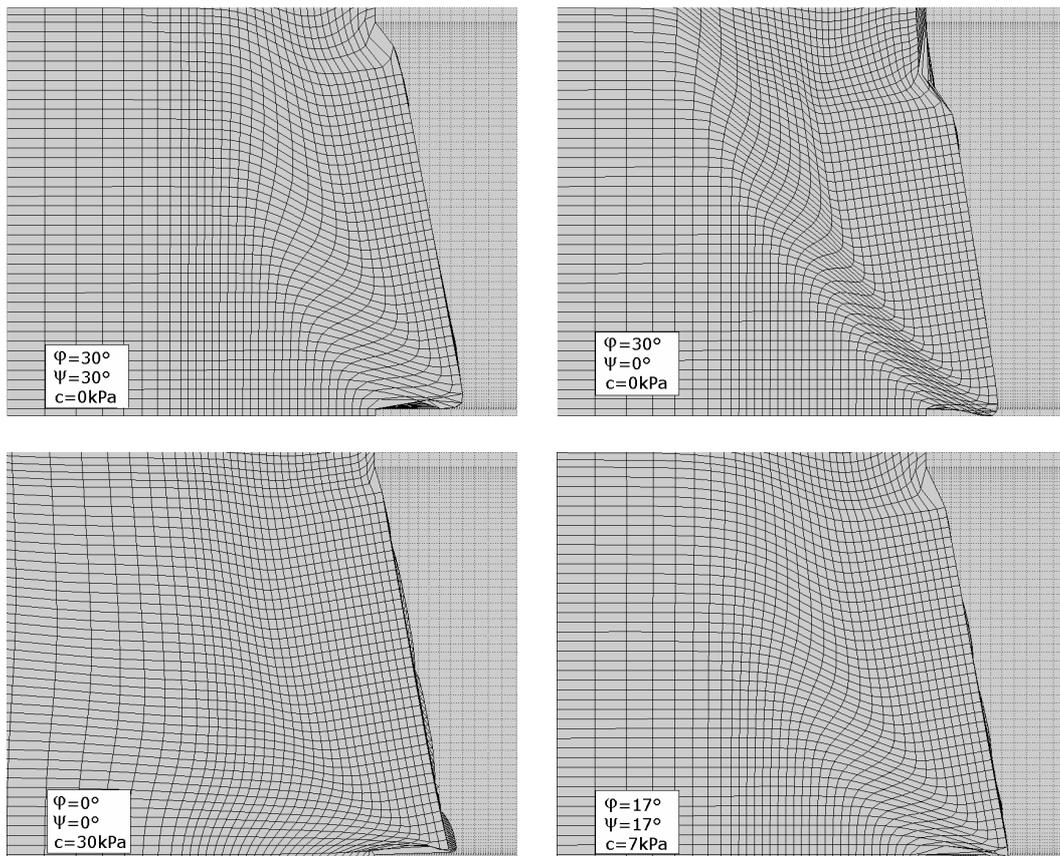


Figure 2.10 : Vues latérales du maillage déformé lors de l'effondrement du front pour différentes configurations de sol

Le modèle N2 permet la détermination de  $\sigma_b$  par une méthode identique à celle utilisée pour  $\sigma_c$ . Il permet également d'observer les faciès de déformation du sol lors de ce type de rupture. La figure 2.11 présente quatre exemples de maillages déformés lors d'une rupture en butée, pour  $C=D=10\text{m}$  et pour les quatre types de sol déjà utilisés dans les figures 2.9 et 2.10. La magnitude du déplacement est représentée en échelle de gris. Comme pour la rupture en poussée, il apparaît clairement que les mécanismes de refoulement sont très différents suivant les

caractéristiques mécaniques du sol. Lorsque le sol est purement frottant et associé, la rupture intéresse un très grand volume de sol et se propage jusqu'à la surface, engendrant un soulèvement du sol de grande ampleur. Au niveau du front, le maximum de déplacement apparaît en partie supérieure, contrairement à la rupture en poussée.

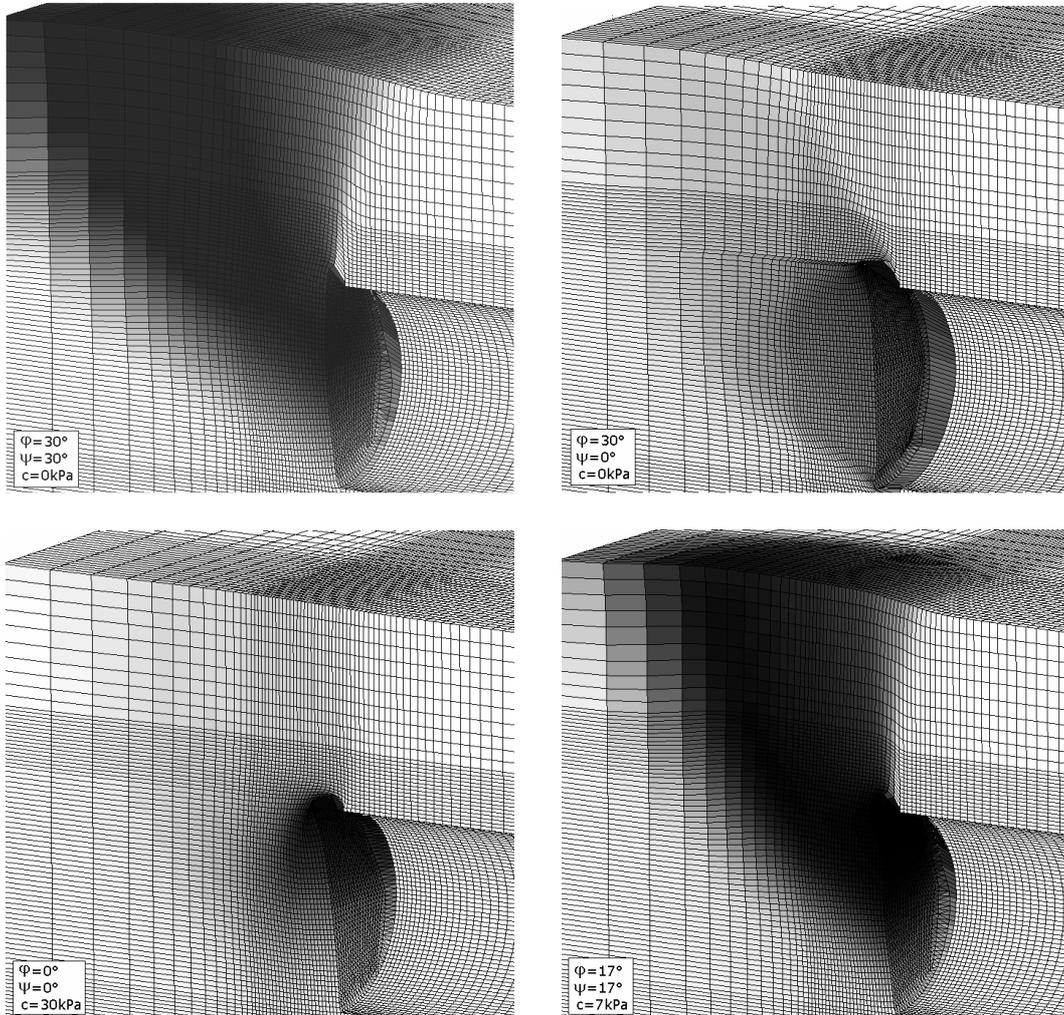


Figure 2.11 : Vues en perspective du maillage déformé lors du refoulement du front pour différentes configurations de sol

En l'absence de dilatance, en revanche, la rupture semble relativement localisée sur l'ensemble du front de taille, et la transmission des mouvements vers la surface est plus limitée. On observe un fonctionnement proche de celui d'une fondation superficielle, avec un « coin » de sol peu déformé qui perfore le massif (sauf que cette perforation se fait ici horizontalement, et non de haut en bas). Dans le cas d'un sol purement cohérent, on observe des mouvements assez localisés sur la partie supérieure du front de taille, et une diffusion progressive de ces déplacements jusqu'à des valeurs très faibles en surface. Enfin, dans le cas d'un

sol frottant et cohérent muni d'une loi d'écoulement associée, la rupture est identique à celle observée dans un sol purement frottant associé, mis à part que la zone de sol intéressée par cette rupture est plus réduite du fait d'un angle de frottement plus faible. Comme pour la rupture en poussée, l'adjonction d'une cohésion ne semble donc pas avoir d'impact sur le faciès de rupture d'un sol frottant et associé.

---

## *B. Mécanisme translationnel M1 en blocs coniques tronqués*

---

### **1. Principes du mécanisme M1**

Cette section présente un mécanisme d'étude de l'instabilité du front de taille. La rupture par effondrement du front de taille est étudiée, au même titre que la rupture par refoulement du sol vers la surface. Le mécanisme de Leca et Dormieux [1990] est considéré comme une référence pour ce type d'étude, et le mécanisme présenté dans cette section en reprend les caractéristiques principales. Le mécanisme de rupture en poussée (effondrement) de Leca et Dormieux [1990] est composé de deux blocs coniques en translation selon leurs axes respectifs : le premier coupe le front de taille par une ellipse verticale tangente à la clé et au pied, et le deuxième possède un axe vertical. Un schéma de ce mécanisme est proposé dans le chapitre 1 section B.

Le mécanisme présenté ici se propose d'augmenter le nombre de degrés de liberté du champ de vitesse en considérant un nombre de blocs coniques plus important, et en s'affranchissant de la contrainte de verticalité sur le dernier bloc. Pour la rupture en butée (refoulement), le mécanisme de Leca et Dormieux [1990] est composé d'un seul et unique bloc conique, également en translation selon son axe et en direction du sol. Le mécanisme de refoulement proposé dans cette section repose également sur un nombre de blocs plus important. Le principe d'une rupture de sol par translation de plusieurs blocs a été proposé à plusieurs reprises dans le cadre des calculs de fondations, par exemple par Soubra [1999], ou Michalowski [1997]. Les mécanismes translationnels multiblocs présentés ici ont d'abord été proposés par Soubra [2002], avant d'être décrits plus en détail dans Mollon et al. [2009b]. Ces mécanismes seront nommés M1 par convention dans la suite de cette thèse.

## 2. Champs de vitesses et géométries des mécanismes de poussée et butée

Les figures 2.12 et 2.13 présentent la construction du mécanisme M1 en poussée et en butée respectivement, ainsi que les hodographes de vitesse. Les mécanismes en poussée et en butée sont identiques, à la différence près que la pointe des blocs conique est orientée vers le haut dans le cas de la poussée et vers le bas dans le cas de la butée. Tous les calculs sont effectués dans le cadre du théorème cinématique de l'analyse limite.

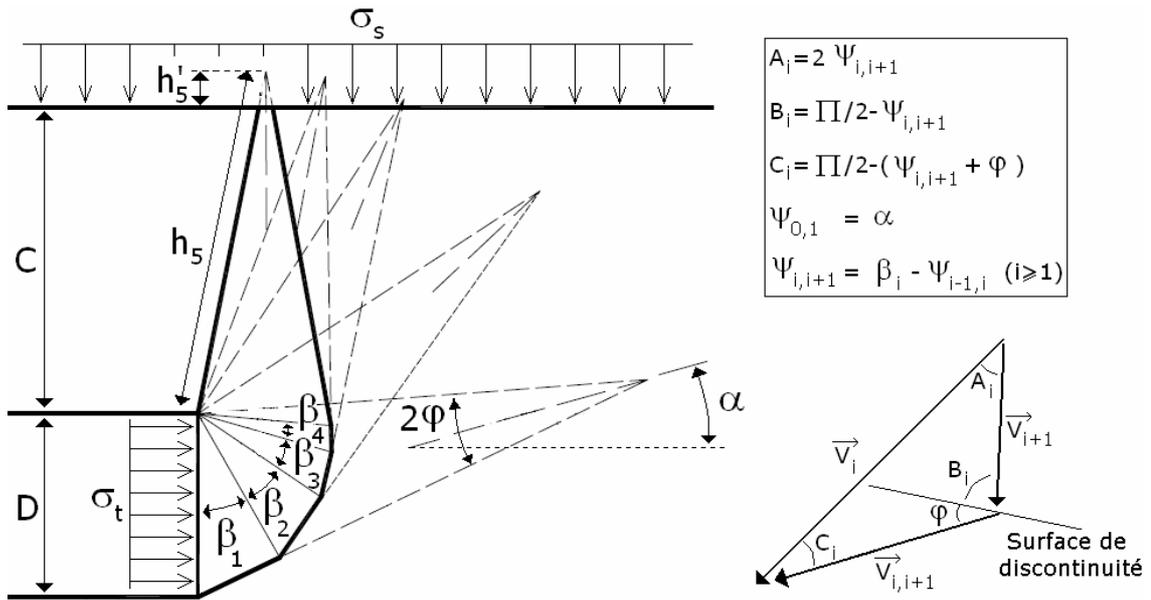


Figure 2.12 : Mécanisme de rupture M1 en poussée

Le mécanisme M1 est un mécanisme multibloc. Il est composé de n blocs rigides en forme de cônes tronqués, de sections circulaires, avec un angle d'ouverture égal à  $2\varphi$ . Le premier bloc est en contact avec le front de taille, et son axe est incliné d'un angle  $\alpha$  par rapport à l'axe du tunnel. La construction des blocs suivants est similaire à celle du mécanisme de Leca et Dormieux [1990] : Chaque nouveau bloc conique (au-delà du premier) est le symétrique du bloc précédent par rapport au plan normal à la surface de discontinuité entre ces deux blocs. Ceci est illustré dans la figure 2.14 qui présente la génération du bloc 2 dans le cas de la poussée, mais la méthode est identique dans le cas de la butée.

Comme on le voit, le plan  $\Pi_1$  coupe le front de taille du tunnel à hauteur de la clé, et fait un angle  $\beta_1$  avec la verticale. Le plan  $\Pi'_1$ , qui coupe à angle droit le plan  $\Pi_1$  au niveau de l'axe du bloc 1, sert de plan de symétrie pour générer le bloc 2. Cette construction permet de s'assurer que les surfaces de contact de deux blocs

consécutifs (c'est-à-dire l'intersection de ces deux blocs avec le plan  $\Pi$  correspondant) sont identiques. En conséquence, le premier bloc est entièrement défini par l'angle  $\alpha$  et le deuxième bloc est entièrement défini par l'angle  $\beta_1$ . Plus généralement, l'adjonction de chaque nouveau bloc nécessite un nouveau paramètre, et un mécanisme composé de  $n$  blocs est entièrement régi par  $n$  paramètres géométriques ( $\alpha$  et  $\beta_i$ , pour  $i$  compris entre 1 et  $n-1$ ), qu'il s'agisse d'une rupture en poussée ou en butée.

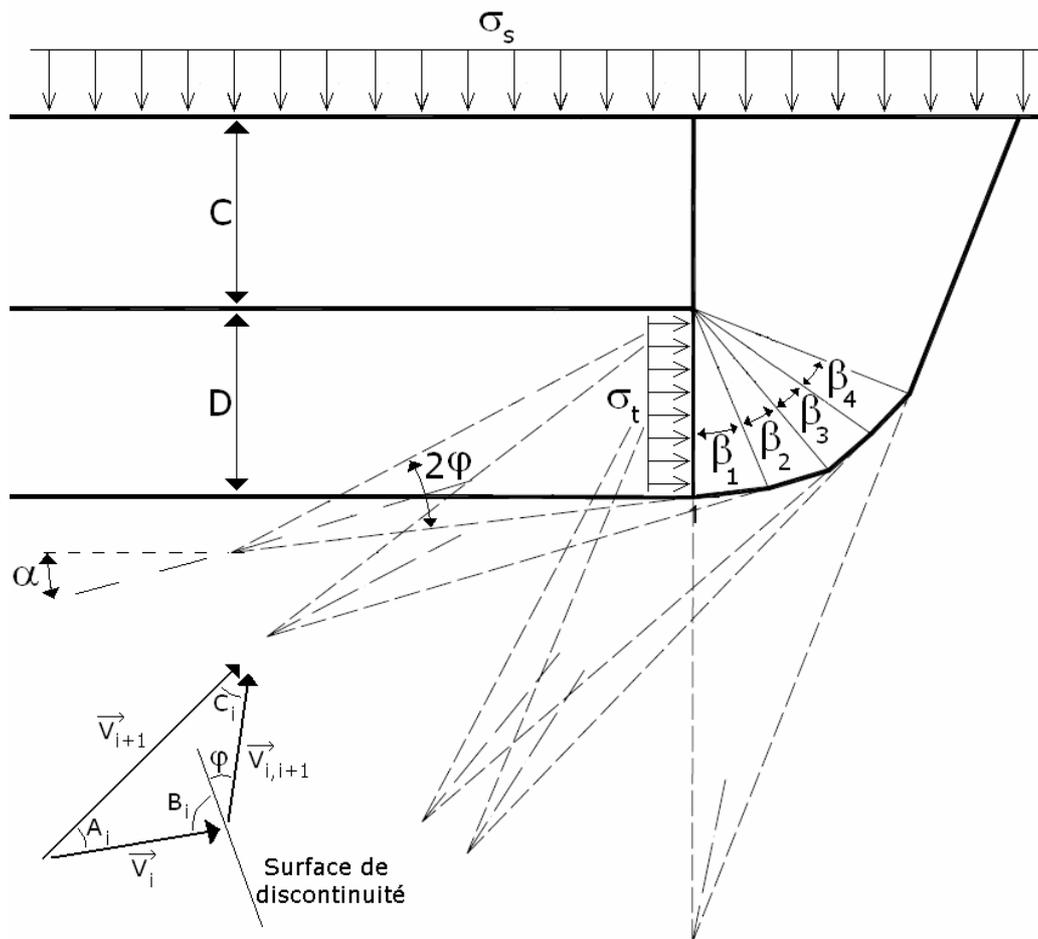


Figure 2.13 : Mécanisme de rupture M1 en butée

Lors d'une rupture en poussée, le dernier bloc conique peut atteindre la surface du sol ou non, en fonction de la valeur de l'angle de frottement interne du sol, des paramètres angulaires du mécanisme, et de la hauteur de couverture relative  $C/D$  du tunnel. Lors d'une rupture en butée, en revanche, le dernier bloc atteint nécessairement la surface. Chaque bloc  $i$  est animé d'un mouvement de translation rectiligne selon son axe, de norme  $V_i$ . La forme conique des blocs permet de conserver lors du mouvement un angle  $\varphi$  entre le vecteur vitesse et la surface de glissement extérieure. Ceci assure que le mécanisme est

cinématiquement admissible, et que le théorème cinématique de l'analyse limite est applicable. De la même manière, au niveau des surfaces de glissement inter-blocs, le vecteur de la vitesse de discontinuité  $V_{i,i+1}$  doit faire un angle  $\varphi$  avec cette surface. Cette condition permet d'établir une relation directe entre les vitesses de deux blocs successifs, comme présenté dans les hodographes des figures 2.12 et 2.13. Cette relation est détaillée dans l'annexe 1.

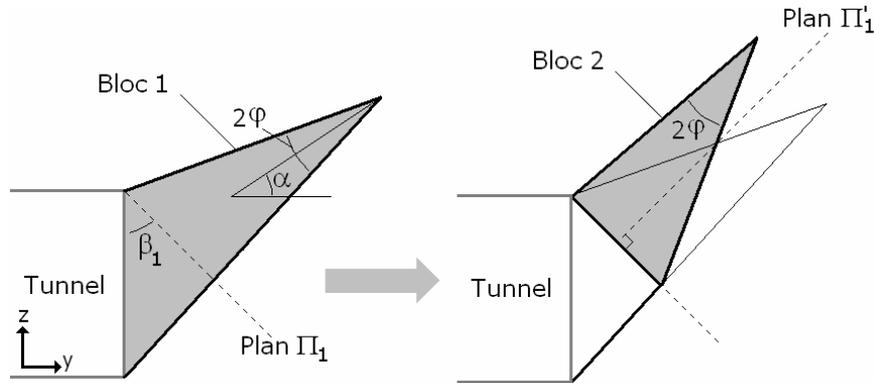


Figure 2.14 : Construction du deuxième bloc à partir du premier dans le cas d'une rupture en poussée.

### 3. Calcul des pressions limites d'effondrement et de refoulement

Lors de la rupture, les forces extérieures appliquées aux blocs en mouvement sont (i) la pression limite d'effondrement ou de refoulement, (ii) une éventuelle surcharge appliquée à la surface débouchante du dernier bloc si celle-ci existe, et (iii) le poids des différents blocs de sol en mouvement. Les dissipations d'énergie apparaissent uniquement aux surfaces de discontinuités, puisque les blocs en mouvement sont strictement rigides. En égalisant les puissances des forces extérieures et la puissance dissipée aux surfaces de discontinuité de vitesse, on peut écrire la pression d'équilibre limite sous la forme :

$$\sigma_u = \gamma DN_\gamma + cN_c + \sigma_s N_s \quad (2.1)$$

où  $N_\gamma$ ,  $N_c$ , et  $N_s$  sont des coefficients adimensionnels, fonctions de  $\varphi$ ,  $C/D$ , et des  $n$  paramètres géométriques du mécanisme. Les coefficients  $N_\gamma$ ,  $N_c$ , et  $N_s$  représentent les effets respectifs du poids du sol, de la cohésion, et de la surcharge en surface. Il faut préciser que ces trois coefficients ont des expressions différentes dans le cas de la poussée (auquel cas  $\sigma_u$  est appelé  $\sigma_c$ ) et de la butée

(auquel cas  $\sigma_u$  est appelé  $\sigma_b$ ). Le calcul détaillé de ces coefficients est effectué en annexe 1 pour une rupture en poussée. Les meilleures valeurs de pression critique que le mécanisme peut fournir sont obtenues par une méthode d'optimisation numérique en fonction des  $n$  paramètres angulaires du mécanisme. Dans le cas de la poussée, il s'agit d'une maximisation car le théorème cinématique fournit une borne inférieure de la pression limite. Dans le cas de la butée en revanche, il s'agit d'une minimisation car le théorème cinématique fournit une borne supérieure de la pression limite.

Les résultats numériques indiquent que l'adjonction de blocs supplémentaires permet d'améliorer les pressions limites. Néanmoins, cette amélioration est inférieure à 1% lorsque le nombre de blocs est supérieur à 5 aussi bien en poussée qu'en butée. Dans la suite de cette thèse, on considèrera donc uniquement un mécanisme M1 composé de 5 blocs, qu'il s'agisse de poussée ou de butée. Les figures 2.15 et 2.16 présentent les mécanismes critiques en poussée et en butée respectivement, pour une argile en conditions drainées, d'après l'approche de Leca et Dormieux [1990] et l'approche du mécanisme M1. Il apparaît que l'ajout de blocs coniques supplémentaires apporte aux mécanismes plus de degrés de liberté, mais ne permet pas de corriger le défaut principal des mécanismes de Leca et Dormieux (intersection elliptique entre le premier bloc et le front de taille). Cette observation est contraire aux observations réalisées sur des simulations expérimentales et numériques, qui montrent que tout le front doit être intéressé par la rupture.

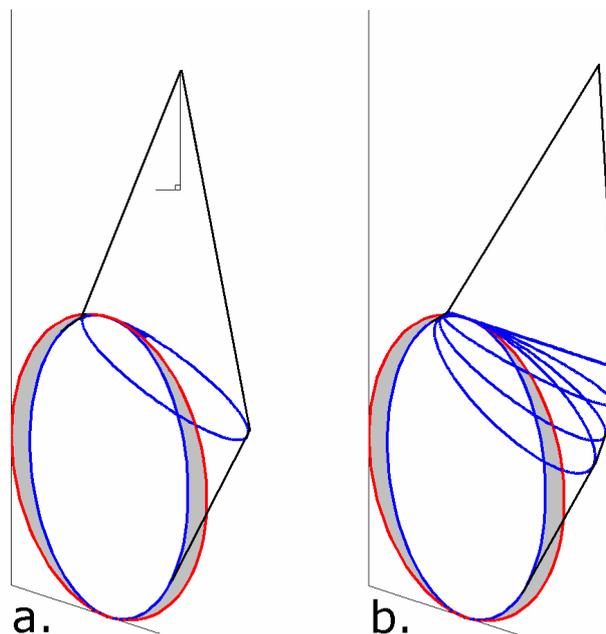


Figure 2.15 : Comparaison du mécanisme d'effondrement de Leca et Dormieux (a.) et du mécanisme M1 à cinq blocs (b.) pour une argile en conditions drainées ( $\varphi=17^\circ$ ,  $c=7kPa$ )

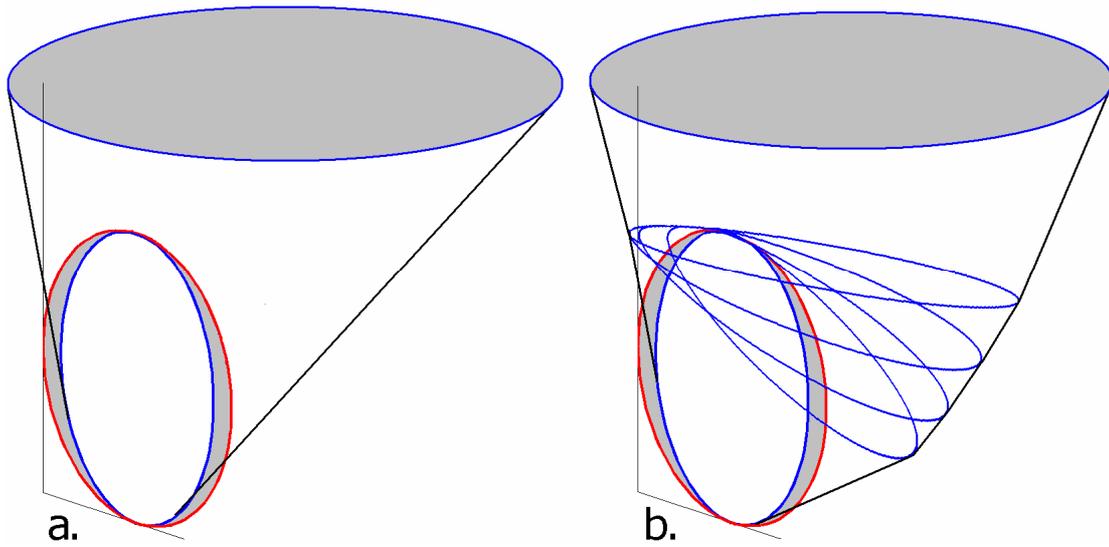


Figure 2.16 : Comparaison du mécanisme de refoulement de Leca et Dormieux (a.) et du mécanisme MI à cinq blocs (b.) pour une argile en conditions drainées ( $\varphi=17^\circ$ ,  $c=7\text{kPa}$ ,  $C/D=1$ )

---

## *C. Mécanisme translationnel M2 en blocs tronqués obtenus par discrétisation*

---

### **1. Principes du mécanisme M2**

Une amélioration du mécanisme M1 translationnel multibloc est proposée dans cette section pour une rupture en poussée. Comme expliqué dans la section précédente, le mécanisme M1 apporte une amélioration certaine vis-à-vis du mécanisme de Leca et Dormieux [1990], dans la mesure où un nombre de blocs plus important augmente le nombre de degrés de liberté du champ de vitesse. Néanmoins, le mécanisme M1 se montre incapable de pallier au principal inconvénient du mécanisme de Leca et Dormieux, puisque l'intersection entre le front de taille et le premier bloc en mouvement est toujours incomplète. Ceci est directement lié au fait que les blocs sont constitués de troncs de cônes de section circulaire, et sont donc incapables de former une intersection parfaitement circulaire avec le front de taille dès lors que l'axe du premier bloc n'est pas parfaitement horizontal.

On en déduit que, pour résoudre ce problème, des formes géométriques simples ne peuvent pas être utilisées. C'est la raison pour laquelle le mécanisme M2 défini dans la suite de cette section utilise une technique de discrétisation spatiale pour générer les blocs de sol en mouvement. Les calculs sont effectués dans le cadre du théorème cinématique de l'analyse limite. Dans un premier temps, la génération d'un mécanisme à un seul bloc en translation intéressant la totalité du front de taille est détaillée, de manière à préciser la méthode de discrétisation spatiale utilisée. Ensuite, la technique de génération d'un mécanisme multibloc est exposée, puis le nombre optimal de blocs du mécanisme est défini par des calculs numériques.

## 2. Génération d'un mécanisme à un seul bloc

La figure 2.17 présente le principe de génération d'un mécanisme à un seul bloc rigide en translation capable d'intéresser la totalité du front de taille circulaire d'un tunnel. Ce mécanisme est entièrement défini par un paramètre angulaire  $\alpha$ , qui correspond à l'inclinaison du vecteur vitesse de ce bloc par rapport à l'horizontale. On fait l'hypothèse que la projection du mécanisme M2 à un seul bloc sur le plan de symétrie du tunnel est identique à celle qu'aurait un mécanisme à un seul bloc conique d'ouverture  $2\varphi$ . Cette hypothèse est justifiée par le fait qu'un tel mécanisme serait tangent au contour du front de taille au niveau de la clé et du pied du tunnel. Dans le système de coordonnées  $(Y,Z)$  décrit sur la figure 2.17, la coordonnée  $Z$  de l'extrémité du mécanisme si celui-ci ne débouche pas en surface est appelée  $Z_{\max}$ , et se calcule par (figure 2.17a) :

$$Z_{\max} = \frac{D}{\tan(\alpha + \varphi) - \tan(\alpha - \varphi)} \quad (2.2)$$

En revanche, si la hauteur de couverture  $C$  est suffisamment faible pour que le mécanisme débouche,  $Z_{\max}$  devient égal à (figure 2.17b) :

$$Z_{\max} = \frac{C + D}{\tan(\alpha + \varphi)} \quad (2.3)$$

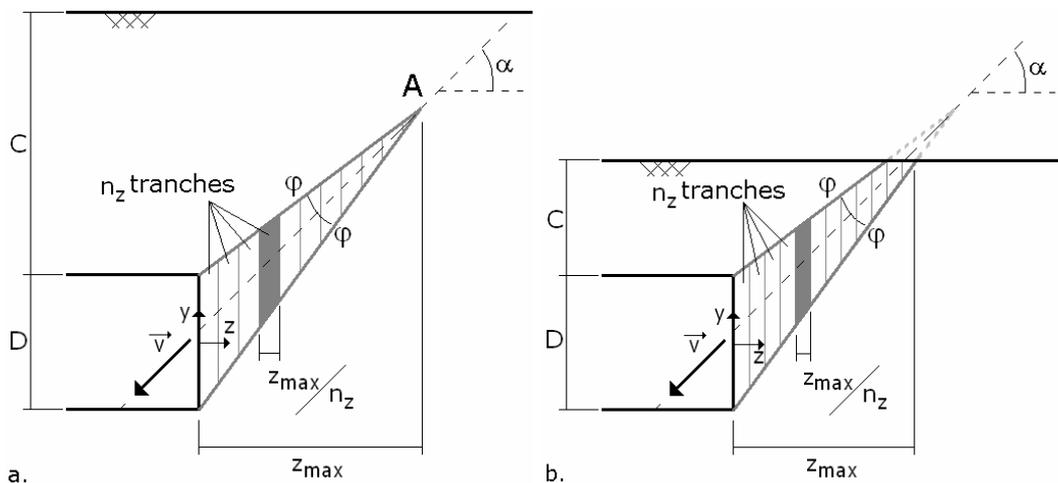


Figure 2.17 : Projection du mécanisme M2 à un seul bloc dans le plan  $(Y,Z)$  : a. mécanisme non débouchant ; b. mécanisme débouchant

La surface tridimensionnelle du bloc en mouvement est définie par la détermination du contour de cette surface à son intersection avec un certain nombre de plans verticaux de construction parallèles au front de taille. Le contour du mécanisme dans chaque plan est défini directement à partir de son contour dans le plan précédent (Figure 2.18). Le premier plan de cette génération est le plan du front de taille, et les plans suivant sont générés successivement de manière équidistante, et séparés par une distance  $\delta_z = Z_{\max} / n_z$ , où  $n_z$  est le nombre total de « tranches » considérées pour la discrétisation spatiale du mécanisme selon l'axe Z. Ce nombre est défini par l'utilisateur. Les plans verticaux sont notés par un indice j compris entre 0 et  $n_z$ , avec l'indice j=0 correspondant au plan du front de taille.

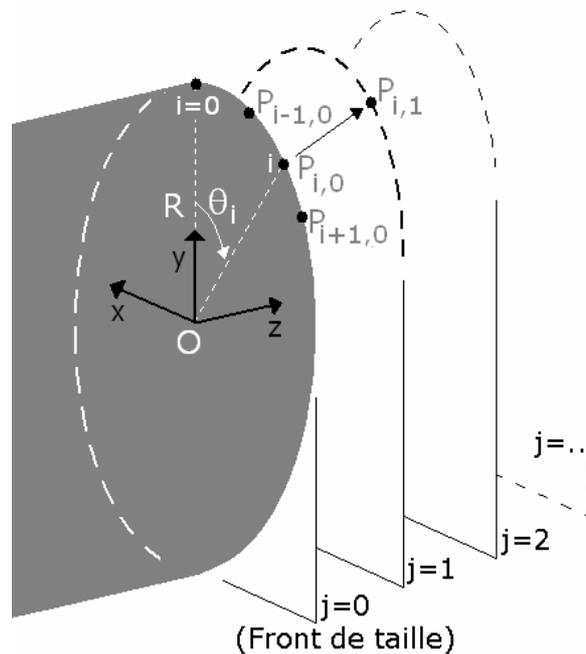


Figure 2.18 : Discrétisation spatiale du bloc en mouvement

Le contour du front de taille est discrétisé par un nombre  $n_\theta$  de points  $P_{i,0}$  distribués uniformément le long de ce contour. Chaque point  $P_{i,0}$  est défini par les paramètres  $(R, \theta_i)$  dans le système de coordonnées polaires et par les coordonnées suivantes dans le plan  $(X, Y)$  du front de taille :

$$\begin{cases} X_{i,0} = R \cdot \sin \theta_i \\ Y_{i,0} = R \cdot \cos \theta_i \end{cases} \quad (2.4)$$

En conséquence, chaque point de la surface externe du bloc est défini par deux indices i (indiquant la position du point au sein d'un plan de construction) et j (indiquant la position du plan). La génération d'un point  $P_{i,1}$  appartenant au plan

$j=1$  est effectuée numériquement à partir des coordonnées de trois points successifs  $P_{i,0}$ ,  $P_{i-1,0}$ , et  $P_{i+1,0}$  appartenant au front de taille. La position du point  $P_{i,1}$  doit satisfaire aux trois conditions géométriques suivantes, détaillées dans la figure 2.19 :

- $P_{i,1}$  appartient au plan  $j=1$ , c'est-à-dire que :

$$Z_{i,1} = Z_{i,0} + \delta_z = \delta_z \quad (2.5)$$

- La facette triangulaire  $\Gamma_1$  formée par les points  $P_{i,0}$ ,  $P_{i-1,0}$ , et  $P_{i,1}$  respecte localement la condition de normalité, c'est-à-dire que la normale  $\vec{N}_1$  à cette facette doit faire un angle de  $\pi/2+\varphi$  avec le vecteur vitesse. Cette condition de normalité est nécessaire pour que le mécanisme soit cinématiquement admissible et que le théorème cinématique soit applicable.
- La facette triangulaire  $\Gamma_2$  formée par les points  $P_{i,0}$ ,  $P_{i+1,0}$ , et  $P_{i,1}$  respecte localement cette même condition.

Cette méthode permet donc de créer pour chaque point  $P_{i,j}$  un point  $P_{i,j+1}$  lui correspondant dans le plan  $j+1$ , en respectant localement le principe de normalité dans le voisinage de ces points. Le détail du formalisme mathématique conduisant à la détermination des coordonnées du point  $P_{i,j+1}$  est fourni en annexe 2.

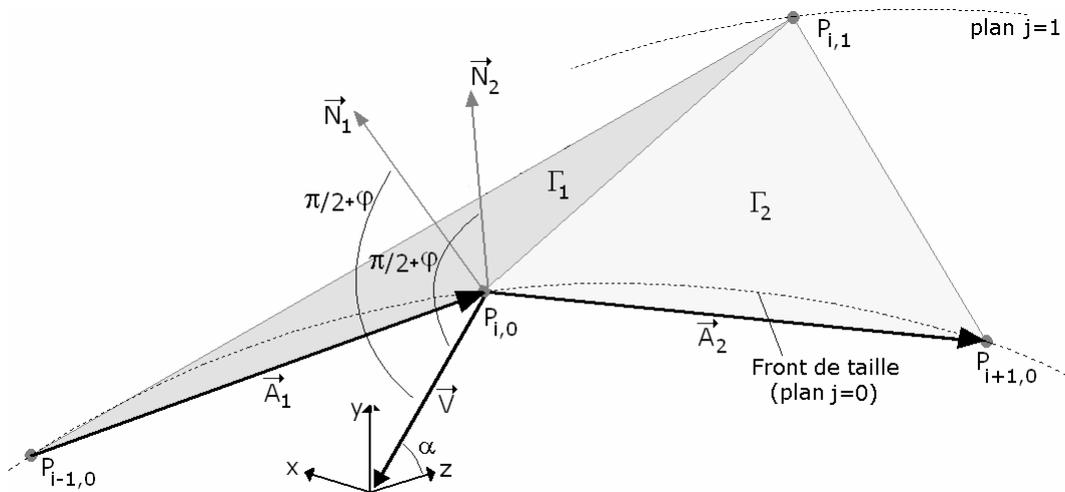


Figure 2.19 : Détail de la génération du point  $P_{i,1}$  à partir de  $P_{i-1,0}$ ,  $P_{i,0}$ , et  $P_{i+1,0}$

Puisqu'on s'intéresse à une rupture par effondrement du front de taille, le mécanisme doit nécessairement se refermer sur lui-même. La forme de l'extrémité du bloc est nettement plus complexe que celle des blocs coniques du mécanisme M1. A proximité de cette extrémité, un certain nombre de points « problématiques » apparaissent. Ces points qui, manifestement, n'appartiennent

pas à la surface externe du bloc, ne peuvent être évités avec la méthode de discrétisation proposée, mais doivent être supprimés. Un algorithme est écrit spécifiquement à cet effet, et permet de conserver uniquement les points dont on est sûr qu'ils appartiennent à la surface de glissement.

De la même manière que pour le mécanisme M1, le bloc peut atteindre la surface ou non, selon la valeur de  $\varphi$ , le paramètre angulaire  $\alpha$ , et la hauteur de couverture  $C$ . Dans le cas où le mécanisme débouche, les points du bloc situés au dessus de la surface doivent être supprimés. L'intersection exacte entre le bloc et la surface est obtenue par interpolation linéaire entre les points situés directement au dessus et en dessous de la surface. La figure 2.20 propose un exemple de bloc débouchant pour  $\varphi=15^\circ$ ,  $\alpha=50^\circ$ , et  $C/D=0.2$ . Cette hauteur de couverture est tout à fait irréaliste, et la figure 2.20 n'est proposée qu'à titre d'illustration.

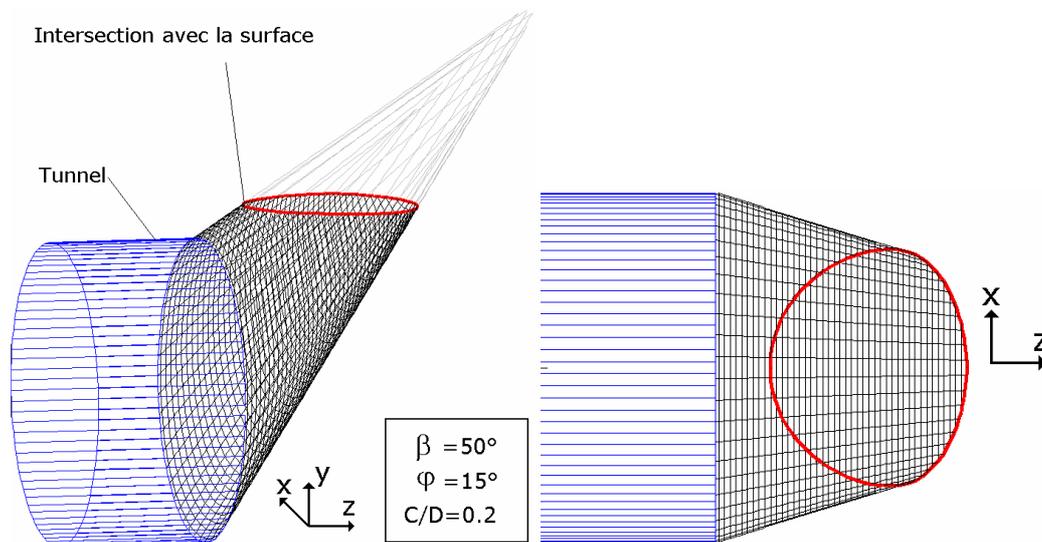


Figure 2.20 : Intersection d'un mécanisme M2 à un seul bloc avec la surface

### 3. Génération d'un mécanisme multibloc

Le mécanisme M2 à un seul bloc permet d'intéresser toute la surface du front de taille, mais présente un faible degré de liberté car il n'est défini que par un seul paramètre angulaire. Pour améliorer les performances de ce mécanisme, on se propose d'augmenter le nombre de blocs, de la même manière que pour le mécanisme M1. Comme explicité plus haut, le contour circulaire du front de taille a du être discrétisé par un nombre  $n_\theta$  de points. Ceci implique qu'une telle opération peut également être réalisée sur un contour non circulaire.

Cette observation permet de générer un deuxième bloc à partir du premier. Le premier bloc, nommé bloc 1 et incliné de  $\alpha_1$ , est tronqué par un plan  $\Pi_1$  incliné d'un angle  $\beta_1$  avec la direction verticale, et un bloc 2 est créé à partir de l'intersection, avec une inclinaison  $\alpha_2$  (Figure 2.21). Cette opération est semblable à celle du mécanisme M1. Le contour de l'intersection entre ce plan  $\Pi_1$  et le bloc 1 a une forme *a priori* inconnue, et est défini par interpolation linéaire entre les points situés directement de part et d'autre de  $\Pi_1$ . Les points d'intersection sont utilisés pour générer le second bloc en utilisant exactement les mêmes équations que pour le bloc 1, à la différence près qu'on se place maintenant dans le repère local lié au plan d'intersection des deux blocs.

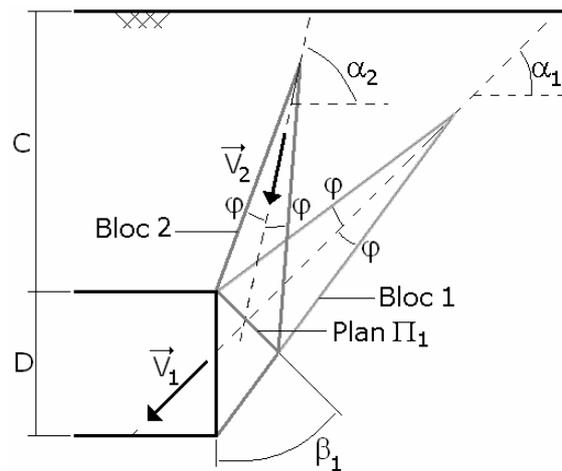


Figure 2.21 : Principe de la génération d'un second bloc

La figure 2.22 présente les opérations successives de génération du deuxième bloc pour le cas  $\varphi=17^\circ$ ,  $C/D>0.8$ ,  $\alpha_1=40^\circ$ ,  $\alpha_2=75^\circ$ , et  $\beta_1=60^\circ$ . Avec le formalisme proposé, il est facile de générer un mécanisme composé de  $n$  blocs rigides en translation. Un tel mécanisme est entièrement régi par un nombre  $2n-1$  de paramètres angulaires  $\alpha_k$  ( $k=1,\dots,n$ ) et  $\beta_l$  ( $l=1,\dots,n-1$ ).

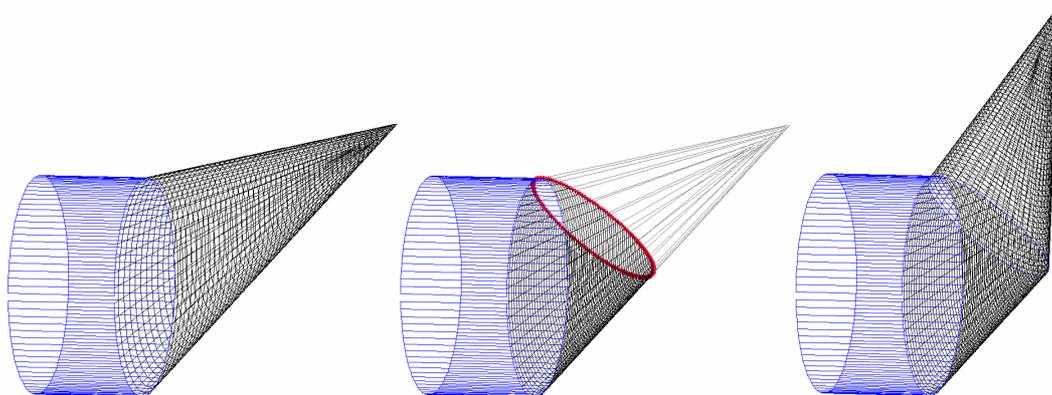


Figure 2.22 : Vue 3D des opérations de génération d'un deuxième bloc

## 4. Equation de bilan des puissances

Comme précisé plus haut, chacun des blocs du mécanisme M2 se déplace par un mouvement de translation rectiligne selon un vecteur vitesse colinéaire avec l'axe utilisé lors de la génération du bloc. La condition de normalité respectée pour la génération de chacun des blocs assure que l'angle entre la surface de glissement extérieure et le champ de vitesse est égal à  $\varphi$ , et les normes relatives de chacune des vitesses des blocs sont déterminées de manière à ce que la condition de normalité soit également respectée au niveau des plans de glissement inter-blocs, c'est-à-dire que le « saut » de vitesse entre deux blocs successifs doit faire un angle  $\varphi$  avec le plan de glissement. L'hodographe des vitesses autour d'un plan de glissement inter-blocs est fourni par la figure 2.23.

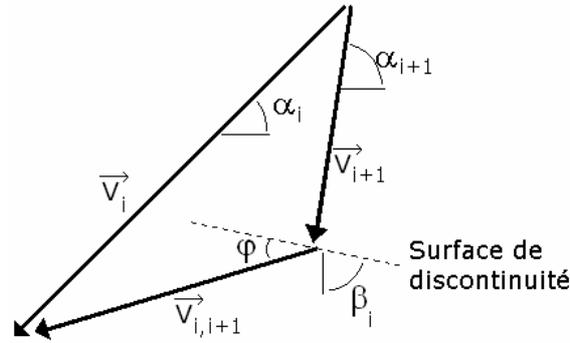


Figure 2.23 : Hodographe des vitesses du mécanisme M2

Les normes de la vitesse  $v_{i+1}$  du bloc  $i+1$  et de la vitesse inter-blocs  $v_{i,i+1}$  entre les blocs  $i$  et  $i+1$  est obtenue à partir de la vitesse  $v_i$  du bloc  $i$  conformément à l'hodographe des vitesses :

$$v_{i+1} = \frac{\cos(\varphi + \beta_i - \alpha_i)}{\cos(\varphi + \beta_i - \alpha_{i+1})} \cdot v_i \quad (2.6)$$

$$v_{i,i+1} = \left[ \frac{\cos \alpha_i}{\sin(\varphi + \beta_i)} - \frac{\cos \alpha_{i+1}}{\sin(\varphi + \beta_i)} \cdot \frac{\cos(\varphi + \beta_i - \alpha_i)}{\cos(\varphi + \beta_i - \alpha_{i+1})} \right] \cdot v_i \quad (2.7)$$

Par récurrence, on montre facilement que  $v_i$  et  $v_{i,i+1}$  sont données directement par :

$$v_i = \prod_{k=1}^{i-1} \left[ \frac{\cos(\varphi + \beta_k - \alpha_k)}{\cos(\varphi + \beta_k - \alpha_{k+1})} \right] \cdot v_1 \quad (2.8)$$

$$v_{i,i+1} = \prod_{k=1}^{i-1} \left[ \frac{\cos \alpha_k}{\sin(\varphi + \beta_k)} - \frac{\cos \alpha_{k+1}}{\sin(\varphi + \beta_k)} \cdot \frac{\cos(\varphi + \beta_k - \alpha_k)}{\cos(\varphi + \beta_k - \alpha_{k+1})} \right] \cdot v_1 \quad (2.9)$$

Les forces extérieures agissant sur les blocs en mouvement sont les mêmes que pour le mécanisme M1, c'est-à-dire la pression limite d'effondrement  $\sigma_c$ , la surcharge  $\sigma_s$  appliquée à la surface débouchante si elle existe, et le poids des blocs composant le mécanisme. Les puissances de ces différentes forces sont maintenant explicitées :

- Puissance de la pression limite d'effondrement

$$\dot{W}_{\sigma_c} = \iint_{A_0} \vec{\sigma}_c \cdot \vec{v} \cdot dA = -\sigma_c A_0 \cos \alpha_1 \cdot v_1 \quad (2.10)$$

- Puissance de la pression appliquée à l'éventuelle surface débouchante

$$\dot{W}_{\sigma_s} = \iint_{A'_n} \vec{\sigma}_s \cdot \vec{v} \cdot dA' = -\sigma_s A_n \cos \alpha_n \cdot v_n \quad (2.11)$$

- Puissance du poids des blocs

$$\dot{W}_\gamma = \iiint_V \vec{\gamma} \cdot \vec{v} \cdot dV = \sum_{i=1}^n \vec{\gamma}_i \cdot \vec{v}_i \cdot V_i = \gamma \sum_{i=1}^n v_i \cdot \sin \alpha_i \cdot V_i \quad (2.12)$$

Dans ces expressions,  $V_i$  est le volume du bloc  $i$ ,  $A'_n$  est la possible surface débouchante du dernier bloc, et  $A_0$  est la surface du front de taille. Puisque aucune déformation plastique n'intervient au sein des blocs, la puissance dissipée n'intervient qu'au niveau de surfaces de glissement externes des blocs et des surfaces de glissement inter-blocs. La puissance dissipée sur une surface de glissement unitaire est égale à  $c \cdot \delta u$  [Chen 1975], où  $\delta u$  est le « saut » de vitesse tangentielle entre les deux zones de sol situées de part et d'autre de la surface. La puissance totale dissipée au sein du mécanisme est donc donnée par :

$$\dot{D}_{A_i, S_i} = \iint_S c \cdot v \cdot \cos \varphi \cdot dS + \iint_A c \cdot v \cdot \cos \varphi \cdot dA = c \cdot \cos \varphi \cdot \left( \sum_{i=1}^n v_i S_i + \sum_{i=1}^{n-1} v_{i,i+1} A_{i,i+1} \right) \quad (2.13)$$

Dans cette expression,  $S_i$  est la surface latérale du bloc  $i$ , et  $A_{i,i+1}$  est la surface de contact entre deux blocs successifs  $i$  et  $i+1$ . Le détail des calculs de volumes et de surfaces utilisés dans les équations (2.10) à (2.13) est fourni en annexe 3. L'équation exprimant le théorème cinématique repose sur l'égalité des puissances des forces extérieures et des puissances dissipées, et s'écrit :

$$c \cdot \cos \varphi \cdot \left( \sum_{i=1}^n v_i S_i + \sum_{i=1}^{n-1} v_{i,i+1} A_{i,i+1} \right) = \gamma \sum_{i=1}^n v_i \cdot \sin \alpha_i \cdot V_i + \sigma_s A_n \cos \alpha_n \cdot v_n - \sigma_c A_0 \cos \alpha_1 \cdot v_1 \quad (2.14)$$

Après simplifications, on peut écrire la pression d'équilibre limite d'effondrement sous la forme :

$$\sigma_c = \gamma \mathcal{D} \cdot N_\gamma - c \cdot N_c + \sigma_s \cdot N_s \quad (2.15)$$

Où  $N_\gamma$ ,  $N_c$ , et  $N_s$  sont des coefficients adimensionnels exprimant, respectivement, l'effet du poids des blocs, de la cohésion, et de la surcharge appliquée à la surface débouchante :

$$N_\gamma = \sum_{i=1}^n \left[ \frac{V_i}{A_0 D} \cdot \frac{v_i}{v_1} \cdot \frac{\sin \alpha_i}{\sin \alpha_1} \right] \quad (2.16)$$

$$N_c = \sum_{i=1}^n \left[ \frac{S_i}{A_0} \cdot \frac{v_i}{v_1} \cdot \frac{\cos \varphi}{\cos \alpha_1} \right] + \sum_{i=1}^{n-1} \left[ \frac{A_{i,i+1}}{A_0} \cdot \frac{v_{i,i+1}}{v_1} \cdot \frac{\cos \varphi}{\cos \alpha_1} \right] \quad (2.17)$$

$$N_s = \frac{A'_n}{A_0} \cdot \frac{v_n}{v_1} \cdot \frac{\sin \alpha_n}{\sin \alpha_1} \quad (2.18)$$

Dans l'équation (2.15), la pression d'effondrement dépend des paramètres physiques, mécaniques et géométriques  $\gamma$ ,  $c$ ,  $\varphi$ , et  $C/D$ , mais également des  $2n-1$  paramètres angulaires  $\alpha_k$  ( $k=1, \dots, n$ ) et  $\beta_l$  ( $l=1, \dots, n-1$ ). La meilleure borne inférieure que peut fournir le mécanisme M2 d'effondrement à  $n$  blocs est obtenue par maximisation de l'équation (2.15) par rapport à ces  $2n-1$  paramètres. Les paramètres de discrétisation choisis pour la détermination de la pression d'effondrement sont  $n_\theta=180$  et  $n_z=200$ . Ces paramètres constituent un bon compromis entre le coût calculatoire et la précision du résultat.

## 5. Impact du nombre de blocs

Le nombre optimal de blocs utilisés pour la génération du mécanisme M2 est déterminé en se référant au tableau 2.1, qui récapitule les valeurs de pression limite d'effondrement obtenues pour différents nombres de blocs dans trois types de sol : sol purement cohérent (avec  $c_u=20\text{kPa}$  et  $c_u=30\text{kPa}$ ), sol purement frottant (avec  $\varphi=20^\circ$  et  $\varphi=40^\circ$ ), et sol frottant et cohérent (avec  $\varphi=17^\circ$  et  $c=7\text{kPa}$ , et  $\varphi=25^\circ$  et  $c=10\text{kPa}$ ). Les calculs sont effectués dans le cas  $\gamma=18\text{kN/m}^3$  et  $C/D=1$ .

Tableau 2.1 : influence du nombre de bloc sur la pression d'effondrement

Nombre de blocs	$c_u=20$ kPa, $\varphi=0^\circ$		$c_u=30$ kPa, $\varphi=0^\circ$	
	Pression limite (kPa)	Amélioration relative (%)	Pression limite (kPa)	Amélioration relative (%)
1	67.35		stable	
2	105.84	57.1	23.92	/
3	107.86	1.9	26.93	12.6
4	108.32	0.4	27.59	2.5
5	108.43	0.1	27.80	0.8

a. Sol purement cohérent

Nombre de blocs	$c=0$ kPa, $\varphi=20^\circ$		$c=0$ kPa, $\varphi=40^\circ$	
	Pression limite (kPa)	Amélioration relative (%)	Pression limite (kPa)	Amélioration relative (%)
1	41.39		13.15	
2	44.64	7.9	13.45	2.3
3	45.27	1.4	13.48	0.2
4	45.31	0.1	13.49	0.0
5	45.34	0.1	13.50	0.1

b. Sol purement frottant

Nombre de blocs	$c=7$ kPa, $\varphi=17^\circ$		$c=10$ kPa, $\varphi=25^\circ$	
	Pression limite (kPa)	Amélioration relative (%)	Pression limite (kPa)	Amélioration relative (%)
1	28.01		8.90	
2	33.38	19.2	10.51	18.1
3	34.26	2.6	10.76	2.4
4	34.42	0.5	10.87	1.0
5	34.48	0.2	10.88	0.1

c. Sol frottant et cohérent

On observe très clairement l'augmentation de la pression limite d'effondrement avec le nombre de blocs. Puisque l'on travaille dans le cadre du théorème cinématique de l'analyse limite, les valeurs obtenues sont des bornes inférieures de la pression d'effondrement réelle, et l'augmentation du nombre de blocs conduit donc à une amélioration de ces bornes inférieures. Pour chaque sol, le tableau 2.1 propose également l'amélioration relative apportée par l'adjonction d'un bloc donné par rapport au mécanisme composé d'un bloc de moins. L'amélioration apportée par la prise en compte de plusieurs blocs par rapport aux résultats du mécanisme à un seul bloc est évidente.

L'exemple le plus flagrant est fourni par le cas  $c_u=30\text{kPa}$ , pour lequel le front de taille est stable (c'est-à-dire ne nécessite aucune pression de confinement) si l'on considère un mécanisme à un seul bloc, et nécessite une pression de 24kPa dès que l'on considère un mécanisme à 2 blocs. Il apparaît que cette amélioration devient assez faible (inférieure à 2.5%) dans tous les cas pour un nombre de blocs supérieur à trois. Dans la suite de cette thèse, le mécanisme M2 sera donc systématiquement utilisé avec trois blocs, car l'amélioration apportée par le quatrième bloc ne justifie pas le coût calculatoire nécessaire à sa génération. Notons enfin que le temps de calcul nécessaire pour un mécanisme à trois blocs est égal à environ 10 minutes.

## 6. Mécanismes critiques d'effondrement

La figure 2.24 présente les mécanismes d'effondrement critiques M2 pour trois configurations différentes (une argile en conditions non drainées avec  $c_u=20\text{kPa}$  sous une hauteur de couverture d'un diamètre, un sable lâche avec  $\varphi=30^\circ$ , et une argile drainée avec  $\varphi=17^\circ$  et  $c=7\text{kPa}$ ), en comparaison avec les mécanismes critiques M1 correspondants. Pour les deux dernières configurations, la hauteur de couverture est supposée suffisante pour que les mécanismes ne débouchent pas.

Les mécanismes critiques proposés par les deux approches apparaissent relativement proches en termes de forme, mais les mécanismes M2 présentent le net avantage d'intéresser l'ensemble du front de taille, là où les mécanismes M1 n'intéressent qu'une ellipse verticale. Dans le cas d'un sol purement cohérent (figure 2.24a), les blocs sont constitués de prismes à section constante puisque la vitesse est colinéaire avec la surface de discontinuité externe. Si l'angle de frottement n'est pas nul, en revanche, les mécanismes se referment sur eux-mêmes. La géométrie exacte de cette extrémité est assez complexe. Une vue de détail de cette zone est fournie sur la figure 2.25, pour le cas  $\varphi=30^\circ$ . Elle fait apparaître une arête vive sous la forme d'une ligne courbe couvrant l'extrémité du dernier bloc, à la place de l'extrémité ponctuelle existant dans le dernier bloc conique du mécanisme M1.

La figure 2.24c. montre néanmoins que, pour les valeurs plus faibles de l'angle de frottement, la longueur de cette arête est plus réduite, jusqu'à se rapprocher d'une extrémité ponctuelle. Cela signifie que, dans ce cas, le dernier bloc se rapproche d'un cône (de section quelconque non circulaire) sans toutefois en être un de manière rigoureuse. Les lignes de génération du mécanisme le long de l'indice  $j$  (pour un indice  $i$  donné) sont donc proches de lignes droites, sans en être rigoureusement. Pour des valeurs de  $\varphi$  plus élevées, le dernier bloc a une forme très éloignée de celle d'un cône.

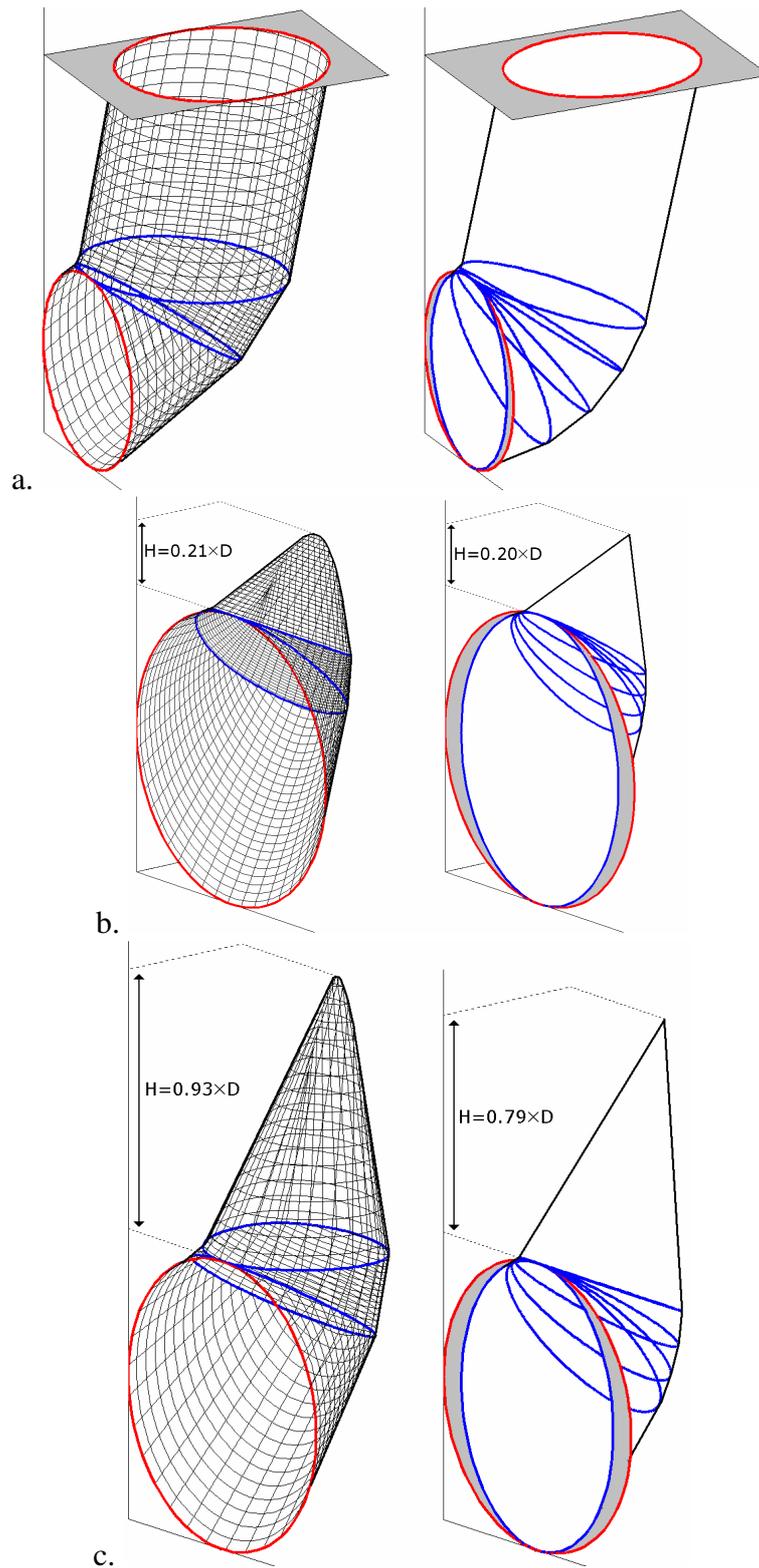


Figure 2.24 : Mécanismes critiques d'effondrement M2 (gauche) et M1 (droite) pour trois configurations de tunnel : a.  $c_u=20\text{kPa}$ ,  $C/D=1$  ; b.  $\varphi=30^\circ$  ; c.  $\varphi=17^\circ$  et  $c=7\text{kPa}$ .

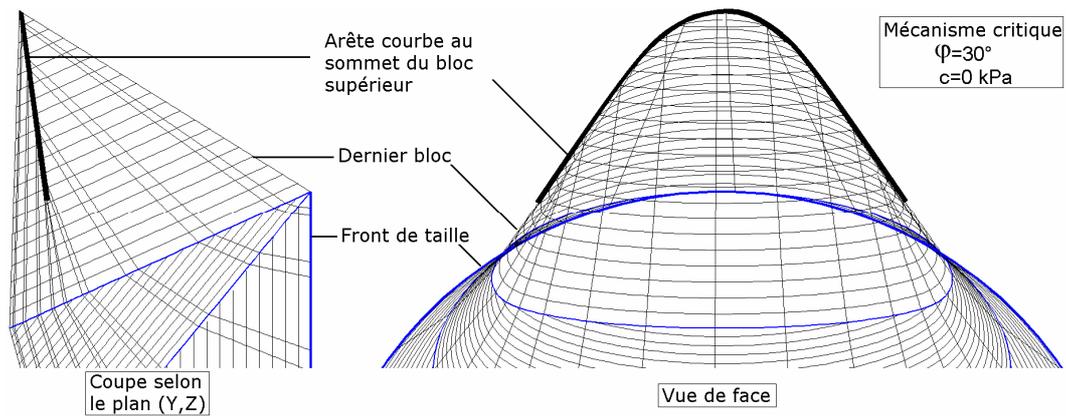


Figure 2.25 : Vue de détail de l'extrémité du mécanisme M2 pour  $\varphi=30^\circ$

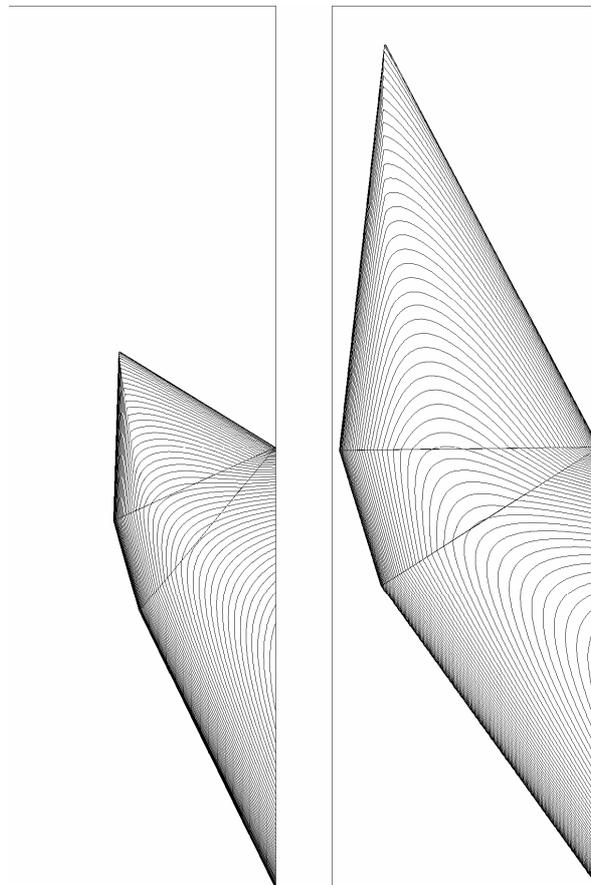


Figure 2.26 : Projection sur l'axe (Y,Z) du mécanismes M2 critiques pour un sable ( $\varphi=30^\circ$ , à gauche) et une argile en conditions drainées ( $\varphi=17^\circ$ ,  $c=7\text{kPa}$ , à droite)

La figure 2.26 présente une projection sur le plan de symétrie du tunnel des mécanismes critiques M2 pour le sable et l'argile drainée déjà présentés dans la figure 2.24 Elle permet de mesurer la différence d'extension, à la fois horizontale et verticale, existant entre les deux mécanismes. L'angle de frottement a donc un poids déterminant dans la forme de la rupture, conduisant par effet de voûte à un mécanisme nettement plus réduit lorsque sa valeur est élevée.

---

## *D. Mécanisme rotationnel M3*

---

### **1. Principes du mécanisme M3**

Cette section, comme les précédentes, s'intéresse à la détermination de la pression de fluide qu'il est nécessaire d'appliquer au front de taille d'un tunnel pour prévenir son instabilité. Les mécanismes présentés ici permettent d'évaluer les pressions limites d'effondrement et de refoulement. On considère un front de taille de diamètre  $D$  sous une hauteur de couverture  $C$ , soutenu par une pression d'air uniforme. L'analyse est effectuée dans le cadre du théorème cinématique de l'analyse limite, et repose sur un champ de vitesse rotationnel. Par rapport au mécanisme classique de Leca et Dormieux [1990], le mécanisme M1 présenté précédemment dans cette thèse a permis d'ajouter des degrés de liberté au champ de vitesse, sans toutefois résoudre le problème lié à l'intersection incomplète du front de taille.

Cet inconvénient a été levé par le mécanisme M2, grâce à une méthode de discrétisation spatiale de la surface de discontinuité. Néanmoins, le mécanisme M2 n'est pas entièrement satisfaisant car il propose un champ de vitesse reposant sur plusieurs blocs en translation, tandis que les simulations expérimentales (Chambon et Corté [1994], Takano et al. [2006]) et numériques (Eisenstein et Ezzeldine [1994]) indiquent clairement que la rupture d'un front de taille s'effectue par rotation d'un bloc unique. Le mécanisme M3 présenté dans cette section utilise une méthode de discrétisation spatiale de la surface de discontinuité qui est comparable à celle du mécanisme M2, mais cette méthode est appliquée ici à un champ de vitesse rotationnel plus conforme aux observations. Le cas de la rupture en butée (refoulement du sol) est également traité.

## 2. Champ de vitesse

La figure 2.27 présente une projection du mécanisme M3 dans le plan de symétrie du tunnel dans le cas de la rupture en poussée (effondrement du sol), et la figure 2.28 présente cette même projection dans le cas de la butée (refoulement du sol).

On fait l'hypothèse que, dans le cas de la poussée comme dans celui de la butée, cette projection est limitée par deux arcs de spirales logarithmiques issus de A et B (c'est-à-dire de la clé et du pied du tunnel), avec un même centre O qui est également le centre de rotation du champ de vitesse. Leurs équations respectives dans un repère de coordonnées polaires de centre O sont :

$$r = r_A \cdot \exp(\pm (\beta_A - \beta) \cdot \tan \varphi) \quad (2.19)$$

$$r = r_B \cdot \exp(\pm (\beta - \beta_B) \cdot \tan \varphi) \quad (2.20)$$

Avec :

$$r_A = \sqrt{Z_O^2 + Y_O^2} \quad (2.21)$$

$$r_B = \sqrt{Z_O^2 + (Y_O + D)^2} \quad (2.22)$$

$$\beta_A = \tan^{-1} \left( -\frac{Z_O}{Y_O} \right) \quad (2.23)$$

$$\beta_B = \tan^{-1} \left( -\frac{Z_O}{Y_O + D} \right) \quad (2.24)$$

Dans les équations (2.19) et (2.20) ainsi que dans toutes les équations de cette section (sauf indication contraire), lorsque deux signes sont utilisés conjointement, le signe supérieur (respectivement inférieur) fait référence au mécanisme de rupture en poussée (respectivement en butée). Les grandeurs  $r_A$ ,  $r_B$ ,  $\beta_A$ ,  $\beta_B$ ,  $Y_O$  et  $Z_O$  dans les équations (2.21)-(2.24) peuvent être identifiées aisément sur les figures 2.27 et 2.28. Les deux spirales logarithmiques se coupent en un point F, qui représente le sommet du mécanisme dans le cas de la poussée (figure 2.27) et est situé en dehors du mécanisme dans le cas de la butée (figure 2.28).

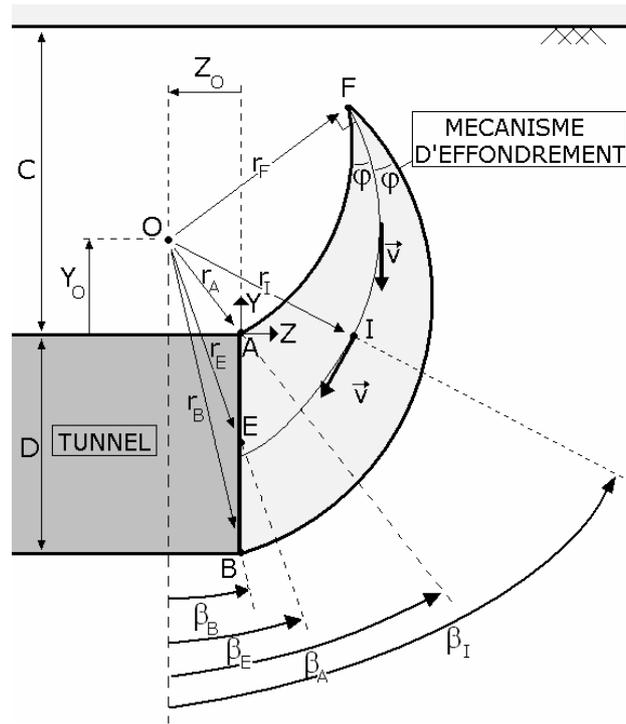


Figure 2.27 : Projection du mécanisme M3 sur le plan  $X=0$ , pour une rupture en poussée

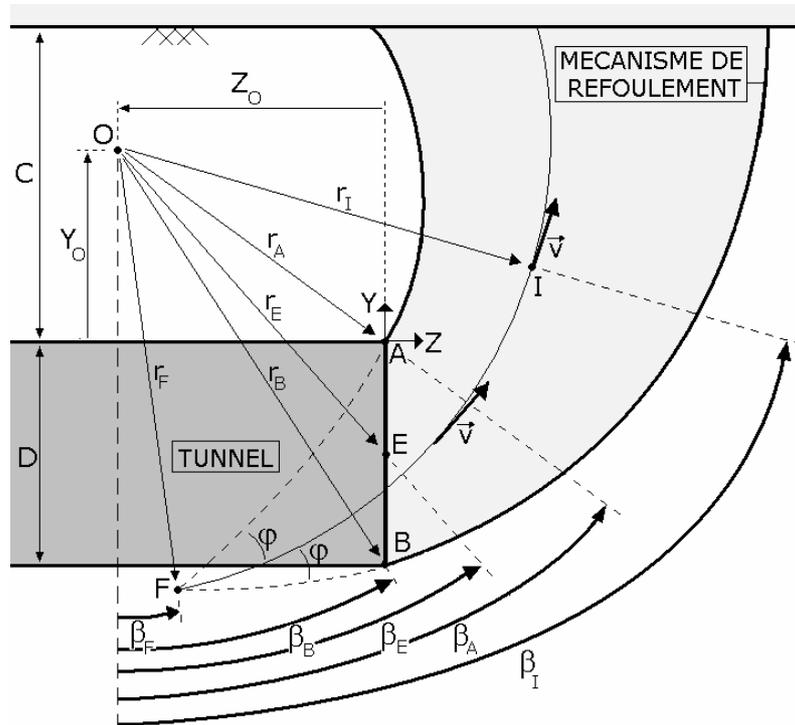


Figure 2.28 : Projection du mécanisme M3 sur le plan  $X=0$ , pour une rupture en butée

Un champ de vitesse rotationnel est considéré dans cette section. Cela signifie que le mécanisme opère un mouvement de rotation avec une vitesse angulaire uniforme  $\omega$  autour d'un axe X horizontal passant au travers du point O. En conséquence, le vecteur vitesse en chaque point du mécanisme est indépendant de la coordonnée X. Cette propriété sera utilisée plus loin lors de l'écriture de l'équation exprimant l'égalité des puissances des forces extérieures et des puissances dissipées. Comme on peut le voir dans les figures 2.27 et 2.28, le vecteur vitesse en un point I donné est égal à  $\omega \cdot r_I$  et est incliné d'un angle  $\beta_I$  avec la direction horizontale. Ce vecteur pointe vers le front de taille dans le cas d'une rupture par effondrement, et vers la surface du sol dans le cas d'une rupture par refoulement.

Le champ de vitesse est entièrement défini par la position du point O dans le plan (Y,Z), c'est-à-dire par les paramètres  $Y_O$  et  $Z_O$ . Ces deux paramètres définissent également le mécanisme de rupture dans sa totalité, car celui-ci est construit de manière à intéresser la totalité du front de taille et à respecter la condition de normalité en tout point (c'est-à-dire que le vecteur vitesse doit faire un angle  $\varphi$  avec toute surface de discontinuité). On choisit d'utiliser les paramètres géométriques  $r_E/D$  et  $\beta_E$  (à la place de  $Y_O$  et  $Z_O$ ) pour définir la position du point O, car ils sont adimensionnels et ont une signification physique plus tangible :  $r_E/D$  est le rayon normalisé du champ de vitesse, et  $\beta_E$  est l'inclinaison de ce champ au centre E du front de taille. En conséquence, la position du point O peut être obtenue à partir de ces deux paramètres :

$$Y_O = D \cdot \left[ \frac{r_E}{D} \cdot \cos(\beta_E) - \frac{1}{2} \right] \quad (2.25)$$

$$Z_O = D \cdot \left[ -\frac{r_E}{D} \cdot \sin(\beta_E) \right] \quad (2.26)$$

Puisque F est situé sur les deux spirales logarithmiques issues de A et B, on montre aisément :

$$\beta_F = \frac{\pm \frac{\ln(r_B/r_A)}{\tan \varphi} + \beta_A + \beta_B}{2} \quad (2.27)$$

$$r_F = r_A \cdot \exp(\pm (\beta_A - \beta_F) \cdot \tan \varphi) = r_B \cdot \exp(\pm (\beta_F - \beta_B) \cdot \tan \varphi) \quad (2.28)$$

Par les équations (2.21)-(2.26), on observe que les coordonnées polaires de F (équations (2.27) et (2.28)) sont également fonctions de  $r_E/D$  et  $\beta_E$ .

### 3. Construction géométrique de la surface de rupture 3D

Si l'on souhaite intéresser la totalité du front de taille circulaire, il est impossible d'utiliser une forme géométrique simple (cône, cylindre...) ni une expression analytique pour décrire la surface 3D de discontinuité de vitesse. Il est nécessaire de recourir à une méthode de discrétisation spatiale. Celle-ci est assez semblable à celle utilisée pour le mécanisme M2, mais s'en écarte par plusieurs points. Comme pour M2, il s'agit de déterminer les coordonnées (X,Y,Z) d'un ensemble de points situés sur cette surface de discontinuité, c'est-à-dire à la surface latérale du bloc en mouvement.

Le contour circulaire du front de taille est discrétisé par un certain nombre de points, et le bloc en mouvement est discrétisé en un certain nombre de plans de construction radiaux, qui se rencontrent tous au point O (Figure 2.29). Ils sont donc tous normaux au champ de vitesse. Comme on peut le voir sur la figure 2.29c pour la poussée et pour la butée, le secteur 1 contient les plans radiaux qui coupent le front de taille, tandis que le secteur 2 contient les plans radiaux qui ne coupent pas le front. L'idée principale de la génération de la surface 3D de rupture consiste à générer un ensemble de points représentant le contour de cette surface dans un plan donné, à partir d'un ensemble de points semblables dans le plan précédent. Cette génération s'effectue à partir du plan  $\Pi_1$  (contenant O,  $A_1$ , et  $A'_1$ ). Ce processus relativement complexe est maintenant expliqué en détails.

Le contour circulaire du front de taille est d'abord discrétisé en  $n_\theta$  points appelés  $A_j$  et  $A'_j$ , avec  $1 \leq j \leq n_\theta/2$ , comme représenté dans la figure 2.29b. Le paramètre de discrétisation  $n_\theta$  doit être pair, car deux points symétriques  $A_j$  et  $A'_j$  doivent être situés sur la même ligne horizontale. Les coordonnées du point  $A_j$  dans le repère (A,X,Y,Z) de la figure 2.29a sont :

$$\begin{cases} X_{A_j} = D/2 \cdot \sin(\theta_j) \\ Y_{A_j} = D/2 \cdot [\cos(\theta_j) - 1] \\ Z_{A_j} = 0 \end{cases} \quad (2.29)$$

où  $\theta_j$  est l'angle entre le segment  $EA_j$  et la direction verticale. Il faut préciser que cette discrétisation est utilisée ici pour une section circulaire. Pour le cas plus général d'une section non circulaire, il suffit de choisir des points régulièrement répartis sur le contour du front et respectant la condition de symétrie énoncée plus haut.

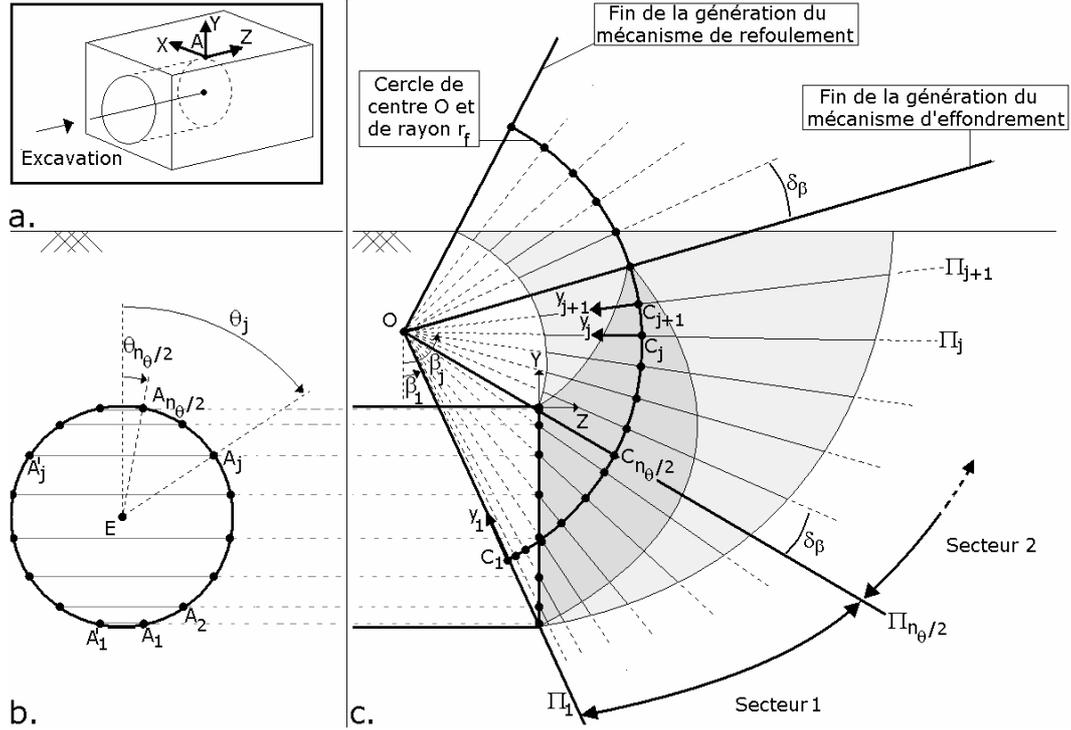


Figure 2.29 : Technique de discrétisation du mécanisme M3 (poussée et butée), pour un jeu de paramètres géométriques  $r_f/D$  et  $\beta_E$  donné

Dans le secteur 1 représenté sur la figure 2.29c, un plan radial est noté  $\Pi_j$  avec  $1 \leq j \leq n_\theta/2$ . Dans le secteur 2, un plan radial est également noté  $\Pi_j$ , excepté que  $j$  est supérieur à  $n_\theta/2$ . Le plan  $\Pi_j$  dans le secteur 2 est défini par rotation du plan  $\Pi_{j-1}$  autour de l'axe OX d'un angle constant  $\delta_\beta$ . Il fait donc un angle  $\beta_j = \beta_{j-1} + \delta_\beta$  avec la direction verticale. Les plans du secteur 2 sont générés jusqu'à l'extrémité du mécanisme (point F) si celui-ci ne débouche pas, ou jusqu'à ce que les deux spirales logarithmiques issues de A et B aient atteint la surface. Le dernier plan est appelé  $\Pi_{j_{\max}}$ . Par ailleurs, chaque plan  $\Pi_j$  dans le secteur 1 contient les trois points O,  $A_j$ , et  $A'_j$ , et fait donc un angle  $\beta_j$  avec la direction verticale. Cet angle  $\beta_j$  est l'une des coordonnées polaires des points  $A_j$  et  $A'_j$  par rapport à O, et est donné par :

$$\beta_j = \arctan\left(\frac{-Z_o}{Y_o - Y_{A_j}}\right) \quad (2.30)$$

Pour chaque plan  $\Pi_j$  des secteurs 1 et 2, un système de coordonnées locales  $(C_j, x_j, y_j)$  est défini, comme présenté sur la figure 2.29c.  $C_j$  est défini comme l'intersection entre le plan  $\Pi_j$  et le cercle de centre O et de rayon  $r_f$ . Le vecteur  $y_j$  pointe en direction du point O, et le vecteur  $x_j$  est identique au vecteur X du repère principal. Les coordonnées de  $C_j$  dans le repère (X,Y,Z) sont fournies par :

$$C_j \begin{cases} X_{C,j} = 0 \\ Y_{C,j} = Y_O - r_F \cdot \cos \beta_j \\ Z_{C,j} = Z_O + r_F \cdot \sin \beta_j \end{cases} \quad (2.31)$$

Pour chaque plan  $\Pi_j$  du secteur 1 (i.e. pour  $1 \leq j \leq n_\theta/2$ ), on assigne aux deux points  $A_j$  et  $A'_j$  du front de taille deux paramètres angulaires  $\theta'_j$  et  $\theta''_j$  dans le repère local de coordonnées  $(C_j, x_j, y_j)$  du plan  $\Pi_j$ . Ces paramètres représentent les angles entre les vecteurs  $\overrightarrow{A_j C_j}$  et  $\overrightarrow{A'_j C_j}$  respectivement et le vecteur  $y_j$ . Par exemple,  $\theta'_j$  est égal à :

$$\theta'_j = \cos^{-1} \left( \frac{\overrightarrow{A_j C_j} \cdot \overrightarrow{y_j}}{\|\overrightarrow{A_j C_j}\|} \right) \quad (2.32)$$

Avec :

$$\overrightarrow{A_j C_j} \cdot \overrightarrow{y_j} = (Y_{C_j} - Y_{A_j}) \cdot \cos \beta_j - (Z_{C_j} - Z_{A_j}) \cdot \sin \beta_j \quad (2.33)$$

$$\|\overrightarrow{A_j C_j}\| = \sqrt{(X_{A_j} - X_{C_j})^2 + (Y_{A_j} - Y_{C_j})^2 + (Z_{A_j} - Z_{C_j})^2} \quad (2.34)$$

Comme le montre la figure 2.30, chaque point  $P_{i,j}$  de la surface de glissement est défini par un indice  $i$  qui représente sa position dans un plan donné, et par un indice  $j$  qui représente le plan dans lequel ce point se trouve. La génération de la surface 3D consiste à calculer les coordonnées inconnues d'un nouveau point  $P_{i,j+1}$  du plan  $\Pi_{j+1}$ , en se servant des coordonnées connues de deux points  $P_{i,j}$  et  $P_{i+1,j}$  dans le plan précédent  $\Pi_j$ . Ce calcul est légèrement différent dans les secteurs 1 et 2, et va maintenant être décrit en détail.

La génération de nouveaux points dans le secteur 1 commence à partir des points  $A_1$  et  $A'_1$  du front de taille (figure 2.19c). Ces deux points appartiennent également au plan  $\Pi_1$  et peuvent être renommés  $P_{i,1}$  et  $P_{i+1,1}$ . Les paramètres angulaires  $\theta_{i,1}$  et  $\theta_{i+1,1}$  de ces points dans le plan  $\Pi_1$  sont obtenus à partir de l'équation (2.35) :

$$\begin{cases} \theta_{i,1} = \theta'_1 \\ \theta_{i+1,1} = \theta''_1 \end{cases} \quad (2.35)$$

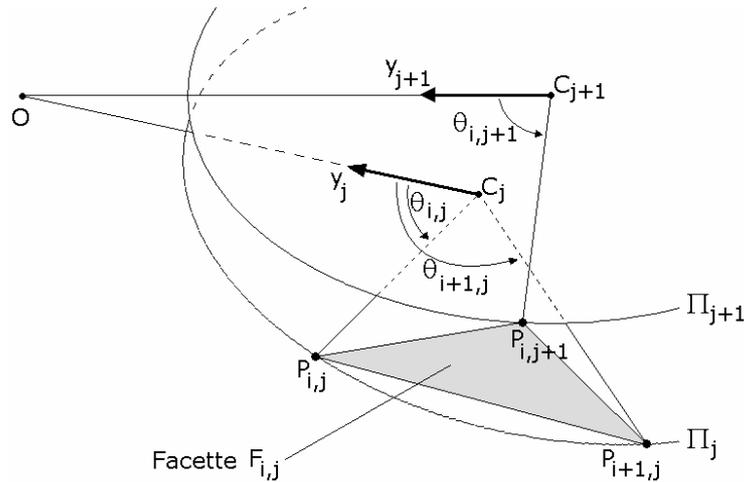


Figure 2.30 : Détail de la génération du point  $P_{i,j+1}$  ; vue en perspective

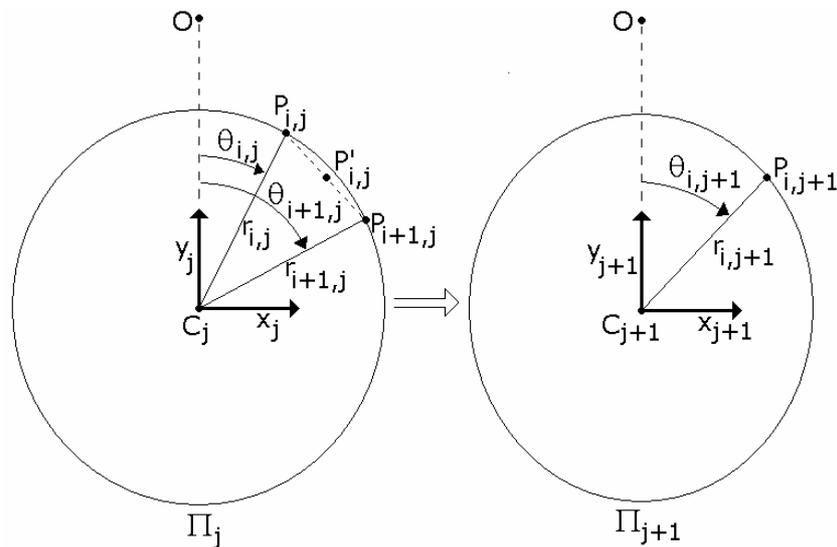


Figure 2.31 : Détail de la génération du point  $P_{i,j+1}$  ; vue dans les plans  $\Pi_j$  et  $\Pi_{j+1}$

A partir de ces deux points, un nouveau point  $P_{i,2}$  peut être défini dans le plan  $\Pi_2$ . Plus généralement, il est possible de générer un point  $P_{i,j+1}$  dans n'importe quel plan  $\Pi_{j+1}$  à partir de deux points  $P_{i,j}$  et  $P_{i+1,j}$  du plan  $\Pi_j$  (voir figure 2.30 et 2.31), en respectant les trois conditions suivantes :

- Le plan de la facette triangulaire  $F_{i,j}$  qui contient les trois points  $P_{i,j}$ ,  $P_{i+1,j}$ , et  $P_{i,j+1}$  respecte localement la condition de normalité, ce qui implique que la normale  $\vec{N}_{i,j}$  à cette facette (pointant en dehors du mécanisme) doit faire un angle  $\pi/2 + \varphi$  avec le vecteur vitesse. Ceci est valable à la fois pour une rupture en poussée et en butée, bien que

le vecteur vitesse pointe vers le bas dans le cas de la poussée et vers le haut dans le cas de la butée. Cette condition de normalité est nécessaire pour que le mécanisme soit cinématiquement admissible et que le théorème cinématique puisse être utilisé.

- $P_{i,j+1}$  appartient à  $\Pi_{j+1}$
- La coordonnée angulaire  $\theta_{i,j+1}$  du point  $P_{i,j+1}$  dans le système de coordonnées locales  $(C_{j+1}, x_{j+1}, y_{j+1})$  du plan  $\Pi_{j+1}$  est arbitrairement choisie comme la moyenne entre les coordonnées  $\theta_{i,j}$  (de  $P_{i,j}$ ) et  $\theta_{i+1,j}$  (de  $P_{i+1,j}$ ) dans le système local de coordonnées  $(C_j, x_j, y_j)$  du plan  $\Pi_j$  (figure 2.31). On doit donc avoir  $\theta_{i,j+1} = \frac{\theta_{i,j} + \theta_{i+1,j}}{2}$ . Cette condition n'est pas nécessaire pour que le mécanisme soit cinématiquement admissible, mais assure que la répartition des points générés dans le plan  $\Pi_{j+1}$  est régulière sur le contour du mécanisme. Avec cette condition, les points « problématiques » qui apparaissaient dans le mécanisme M2 et nécessitaient un algorithme de traitement spécifique n'apparaissent pas.

Le détail mathématique de la génération du point  $P_{i,j+1}$  en respectant ces trois conditions figure dans l'annexe 4. Cette méthode permet de définir le point  $P_{i,2}$  dans le plan  $\Pi_2$  à partir des points  $P_{i,1}$  et  $P_{i+1,1}$ . On peut ensuite considérer les points  $A_2$  et  $A'_2$  qui appartiennent à la fois au front de taille et au plan  $\Pi_2$ , et les renommer  $P_{i-1,2}$  et  $P_{i+1,2}$ . On est donc en présence de deux segments dans le plan  $\Pi_2$  ( $P_{i+1,2}P_{i,2}$  et  $P_{i,2}P_{i+1,2}$  respectivement) qui nous permettent de créer deux nouveaux points ( $P_{i,3}$  et  $P_{i+1,3}$  respectivement) dans le plan  $\Pi_3$ . Cette opération est répétée itérativement jusqu'à la fin du secteur 1. Dans chaque plan  $\Pi_{j+1}$ ,  $n_j-1$  points sont générés ( $n_j$  étant le nombre de points présents dans le plan  $\Pi_j$ ), et deux points appartenants au front de taille existent déjà. En conséquence, le nombre total de points utilisables pour former le contour de la surface de glissement dans le plan  $\Pi_{j+1}$  est égal à  $n_j+1$ .

A la fin du secteur 1, le plan  $\Pi_{n_\theta/2}$  contient  $n_\theta/2+1$  points. Ce nombre est égal au nombre de segments puisque le contour de la surface de discontinuité dans ce plan  $\Pi_{n_\theta/2}$  est fermé. Ces  $n_\theta/2+1$  segments permettent de générer  $n_\theta/2+1$  nouveaux points dans le plan  $\Pi_{n_\theta/2+1}$ . Cette génération est répétée successivement jusqu'à la fin du secteur 2 (figure 2.29c).

Dans le cas d'une rupture par effondrement du front de taille, la génération du mécanisme s'arrête lorsque l'une des deux conditions suivantes est vérifiée : (i) l'angle du prochain plan  $\beta_{j+1}$  est supérieur à l'angle  $\beta_F$  du point F, ou (ii) tous les points du mécanisme généré dans le plan  $\Pi_{j+1}$  sont situés au dessus de la surface du sol (ce qui implique que le mécanisme a entièrement débouché, ce qui assez

improbable mais peut arriver pour les très faibles couvertures et angles de frottement). Dans le cas de la rupture par refoulement, seule la deuxième condition doit être considérée puisque le mécanisme ne peut pas se refermer sur lui-même et doit nécessairement déboucher. Dans le cas du débouchement (qu'il s'agisse de poussée ou de butée), l'intersection entre le mécanisme et la surface du sol est définie par la méthode suivante : Chaque facette  $F_{i,j}$  est testée, en considérant le point  $P'_{i,j}$  correspondant au milieu du segment  $P_{i,j}P_{i+1,j}$  ; si les points  $P'_{i,j}$  et  $P_{i,j+1}$  sont tous les deux situés au dessus de la surface, le point  $P_{i,j+1}$  est supprimé ; s'ils sont tous les deux situés sous la surface, rien n'est modifié ; en revanche, si le point  $P'_{i,j}$  est situé sous la surface et le point  $P_{i,j+1}$  est situé au dessus,  $P_{i,j+1}$  est remplacé par l'intersection entre la surface et le segment  $P'_{i,j}P_{i,j+1}$ , définie par interpolation linéaire.

#### 4. Equation de bilan des puissances

Lors de la rupture, les forces appliquées au bloc rigide en mouvement sont (i) la pression d'effondrement  $\sigma_c$  ou de refoulement  $\sigma_b$  appliquée au front de taille, (ii) l'éventuelle surcharge  $\sigma_s$  appliquée à la surface débouchante si elle existe, et (iii) le poids du sol composant le bloc. Pour le calcul des puissances de ces trois forces, on utilise le fait que le vecteur vitesse est indépendant de la coordonnée X. Pour chaque type d'effort appliqué, le calcul de la puissance est effectué par sommation des puissances correspondant à des éléments de surface ou de volumes élémentaires. Les calculs de volumes et de surfaces sont détaillés dans l'annexe 3.

- Puissance de la pression de fluide correspondant à l'effondrement ou au refoulement du sol :

$$\dot{W}_{\sigma_c} = \iint_{\Sigma} \vec{\sigma}_c \cdot \vec{v}_j \cdot d\Sigma = \sum_j \left( \vec{\sigma}_c \cdot \vec{v}_j \cdot \Sigma_j \right) = \mp \omega \cdot \sigma_c \cdot \sum_j (\Sigma_j \cdot R_j \cdot \cos \beta_j) \quad (2.36)$$

$$\dot{W}_{\sigma_b} = \iint_{\Sigma} \vec{\sigma}_b \cdot \vec{v}_j \cdot d\Sigma = \sum_j \left( \vec{\sigma}_b \cdot \vec{v}_j \cdot \Sigma_j \right) = \mp \omega \cdot \sigma_b \cdot \sum_j (\Sigma_j \cdot R_j \cdot \cos \beta_j) \quad (2.37)$$

- Puissance de l'éventuelle surcharge appliquée en surface :

$$\dot{W}_{\sigma_s} = \iint_{\Sigma'} \vec{\sigma}_s \cdot \vec{v} \cdot d\Sigma' = \sum_l \left( \vec{\sigma}_s \cdot \vec{v}_l \cdot \Sigma'_l \right) = \pm \omega \cdot \sigma_s \cdot \sum_l (\Sigma'_l \cdot R_l \cdot \sin \beta_l) \quad (2.38)$$

- Puissance du poids du sol :

$$\dot{W}_\gamma = \iint_V \vec{\gamma} \cdot \vec{v} dV = \sum_{i,j} \left( \vec{\gamma} v_{i,j} \cdot V_{i,j} + \vec{\gamma}' v'_{i,j} \cdot V'_{i,j} \right) = \pm \omega \gamma \sum_{i,j} \left( R_{i,j} \cdot V_{i,j} \cdot \sin \beta_{i,j} + R'_{i,j} \cdot V'_{i,j} \cdot \sin \beta'_{i,j} \right) \quad (2.39)$$

Où  $R_{i,j}$  et  $\beta_{i,j}$  (respectivement  $R'_{i,j}$  et  $\beta'_{i,j}$ ) sont les coordonnées polaires du barycentre de la surface  $S_{i,j}$  (respectivement  $S'_{i,j}$ ) représentée sur la figure 2.33. L'ensemble des autres variables des équations (2.36)-(2.39) sont représentées sur les figures 2.32 et 2.33.

- Puissance dissipée :

Puisque l'on considère une rupture par mouvement d'un bloc rigide, la seule source de dissipation d'énergie lors du mouvement provient de la déformation plastique qui apparaît sur la surface de discontinuité de vitesse, qui sépare le bloc en mouvement du sol au repos. Le taux de dissipation d'énergie sur une surface unitaire de discontinuité de vitesse est  $c \cdot \delta u$  (Chen [1975]), où  $\delta u$  représente le « saut » de vitesse tangentielle au niveau de la discontinuité. La puissance dissipée est calculée par sommation des puissances correspondant à des surfaces de dissipation élémentaires :

$$\dot{W}_D = \iint_S c \cdot v \cdot \cos \varphi \cdot dS = \sum_{i,j} \left( c \cdot v_{i,j} \cdot S_{i,j} \cdot \cos \varphi + c \cdot v'_{i,j} \cdot S'_{i,j} \cdot \cos \varphi \right) = \omega \cdot c \cdot \cos \varphi \sum_{i,j} \left( R_{i,j} \cdot S_{i,j} + R'_{i,j} \cdot S'_{i,j} \right) \quad (2.40)$$

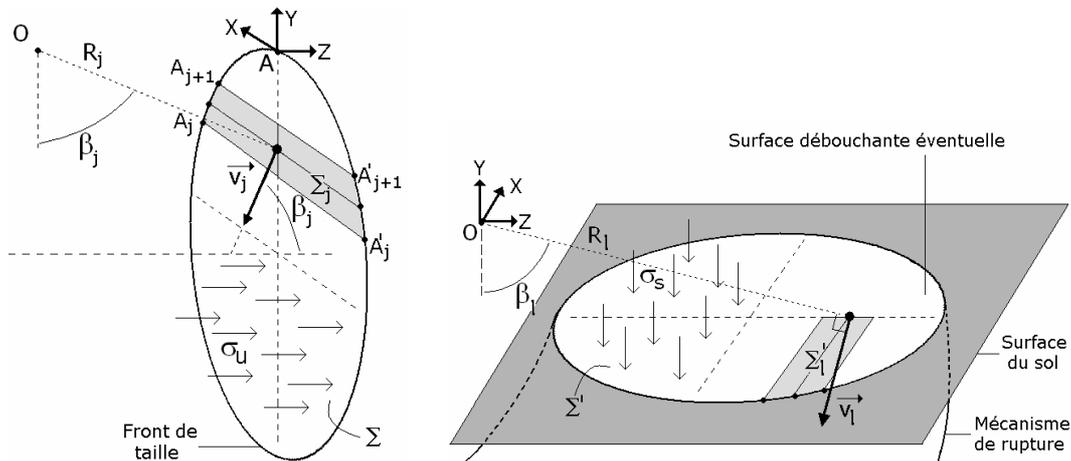


Figure 2.32 : Discretisation du front de taille et de l'éventuelle surface débouchante

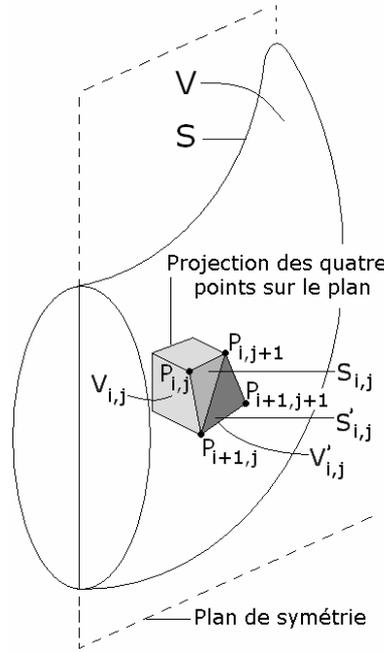


Figure 2.33 : Discrétisation du volume du bloc et de sa surface latérale

En égalisant la puissance des forces extérieures et la puissance dissipée, on obtient après quelques simplifications les expressions suivantes des pressions limites d'effondrement et de refoulement :

$$\sigma_c = \gamma \cdot D \cdot N_\gamma - c \cdot N_c + \sigma_s \cdot N_s \quad (2.41)$$

$$\sigma_b = \gamma \cdot D \cdot N_\gamma + c \cdot N_c + \sigma_s \cdot N_s \quad (2.42)$$

où  $N_\gamma$ ,  $N_c$  et  $N_s$  sont des grandeurs adimensionnelles fournies par :

$$N_\gamma = \frac{\sum_{i,j} (R_{i,j} \cdot V_{i,j} \cdot \sin \beta_{i,j} + R'_{i,j} \cdot V'_{i,j} \cdot \sin \beta'_{i,j})}{D \cdot \sum_j (\Sigma_j \cdot R_j \cdot \cos \beta_j)} \quad (2.43)$$

$$N_c = \frac{\cos \varphi \cdot \sum_{i,j} (R_{i,j} \cdot S_{i,j} + R'_{i,j} \cdot S'_{i,j})}{\sum_j (\Sigma_j \cdot R_j \cdot \cos \beta_j)} \quad (2.44)$$

$$N_s = \frac{\sum_l (\Sigma'_l \cdot R_l \cdot \sin \beta_l)}{\sum_j (\Sigma_j \cdot R_j \cdot \cos \beta_j)} \quad (2.45)$$

Ces coefficients représentent respectivement l'effet du poids du sol, de la cohésion, et de la surcharge appliquée en surface, et prennent bien évidemment des valeurs différentes selon le type de rupture (poussée ou butée). La détermination de la pression limite d'effondrement ou de refoulement fait appel à une optimisation (maximisation pour  $\sigma_c$  et minimisation pour  $\sigma_b$ ) par rapport aux deux paramètres géométriques du mécanisme ( $r_E/D$  et  $\beta_E$ ). Cette optimisation est effectuée sous matlab avec les paramètres de discrétisation  $n_\theta=400$  et  $\delta_\beta=0.5^\circ$ , qui sont les meilleurs compromis entre précision et rapidité des calculs.

## 5. Mécanismes de rupture critiques

Deux mécanismes critiques d'effondrement du front de taille obtenus après l'étape d'optimisation sont présentés sur les figures 2.34 et 2.35, pour un tunnel de 10 mètres de diamètre avec un sol de poids volumique  $\gamma=18\text{kN/m}^3$ . La figure 2.34 présente ce mécanisme pour un sable lâche ( $\varphi=30^\circ$ ,  $c=0\text{kPa}$ ), et la figure 2.35 présente ce mécanisme pour une argile en conditions drainées ( $\varphi=17^\circ$ ,  $c=7\text{kPa}$ ). Pour les deux mécanismes, on fait l'hypothèse que la hauteur de couverture est suffisante pour éviter d'atteindre la surface. Ceci est vrai pour  $C/D>0.2$  dans ce sable, et  $C/D>0.6$  dans cette argile.

Ces figures ont été réalisées avec des paramètres de discrétisation relativement grossiers ( $n_\theta=100$  et  $\delta_\beta=2^\circ$ ), afin de mettre en évidence le maillage de la discrétisation spatiale de la surface de glissement. On observe que l'extension du mécanisme est nettement plus réduite dans le sable, du fait d'un effet de voûte plus important lié à la valeur de l'angle de frottement.

Les figures 2.36 et 2.37 présentent les mécanismes de rupture par refoulement pour ces deux mêmes sols, pour une hauteur de couverture égale à un diamètre ( $C/D=1$ ).

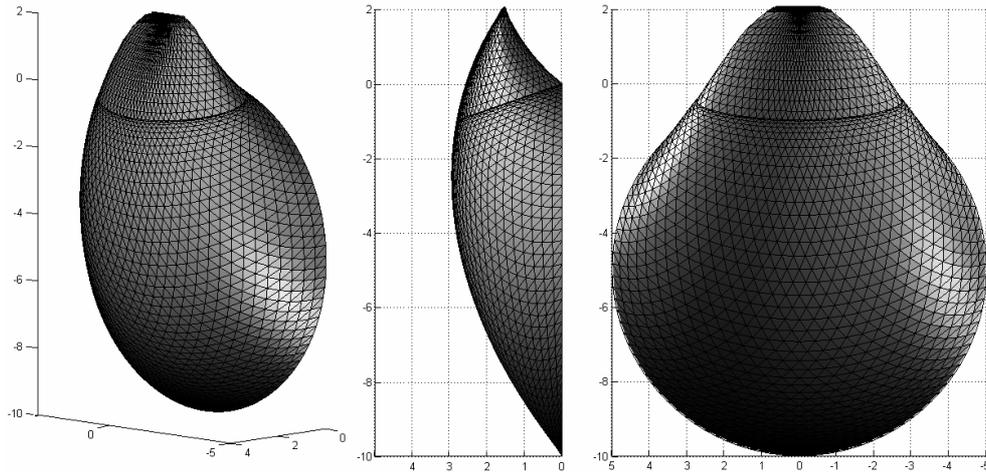


Figure 2.34 : Allure du mécanisme d'effondrement critique pour  $\varphi=30^\circ$  et  $c=0\text{kPa}$

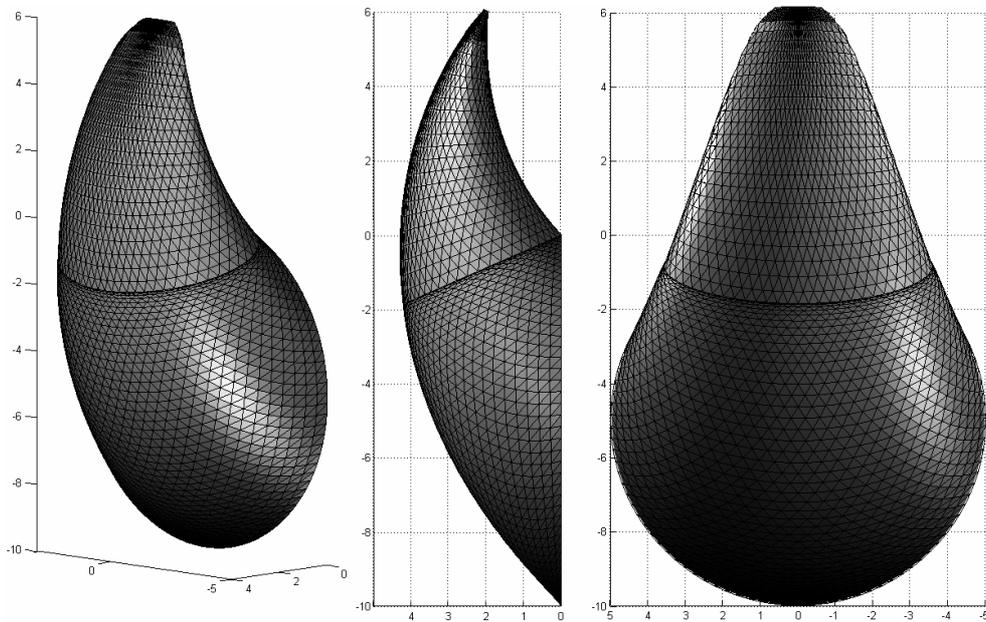


Figure 2.35 : Allure du mécanisme d'effondrement critique pour  $\varphi=17^\circ$  et  $c=7\text{kPa}$

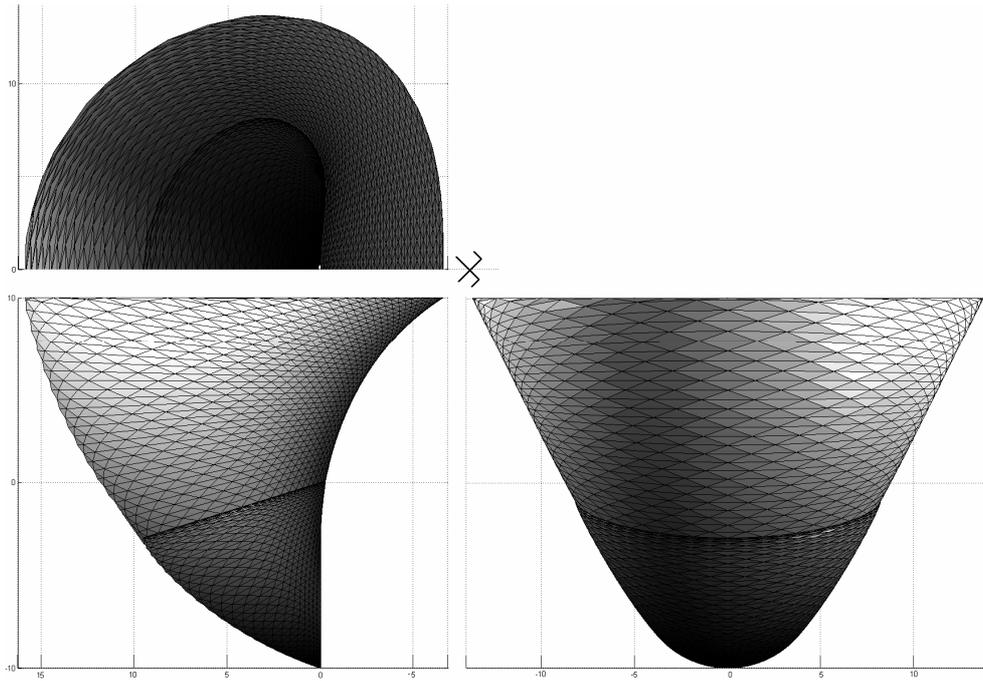


Figure 2.36 : Allure du mécanisme de refoulement critique pour  $\varphi=30^\circ$  et  $c=0\text{kPa}$

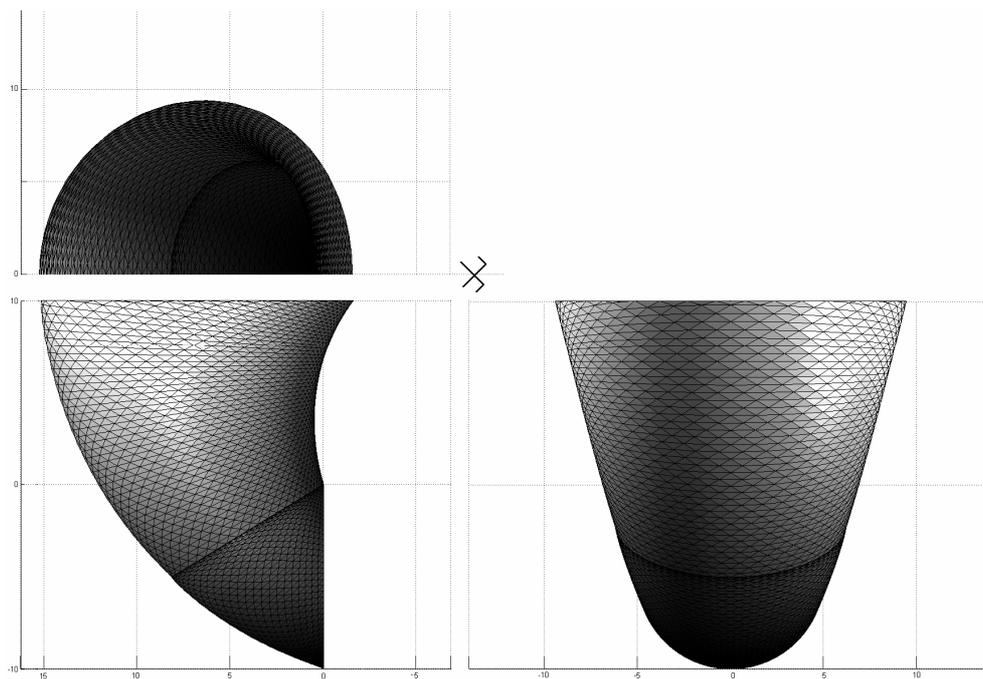


Figure 2.37 : Allure du mécanisme de refoulement critique pour  $\varphi=17^\circ$  et  $c=7\text{kPa}$

## 6. Prise en compte d'une rupture par traction

Cette section s'intéresse à une possible amélioration du mécanisme M3, dans le cas de l'effondrement d'un front de taille percé dans une argile en conditions drainées (c'est-à-dire un sol muni d'une cohésion et d'un angle de frottement non nuls). Comme le montre la figure 2.38, le critère de rupture de Mohr-Coulomb classiquement utilisé dans ce type de sol conduit à une résistance en traction (considérée comme négative par convention) égale à  $-c \cdot \cot \varphi$ . Il apparaît qu'en réalité, la résistance réelle d'une argile à de la traction pure est bien plus faible. D'une manière générale, cette résistance (notée  $f_t$ ) doit être considérée comme bornée par deux valeurs limites comme suit :

$$0 \leq -f_t \leq c \cdot \cot \varphi \quad (2.46)$$

Une réduction de la valeur de  $f_t$  conduirait logiquement à une amélioration des résultats proposés par le critère de Mohr-Coulomb classique. Un critère modifié est donc mis en œuvre, et représenté sur la figure 2.38. Par rapport au critère habituel, celui-ci est tronqué en traction par la mise en place d'un cercle tangent aux deux enveloppes linéaires critiques. Ce cercle coupe l'axe horizontal à une valeur  $f_t$  de contrainte axiale. La figure 2.38 présente deux cas particuliers :  $f_t = -c$  (cas 2) et  $f_t = 0$  (cas 3).

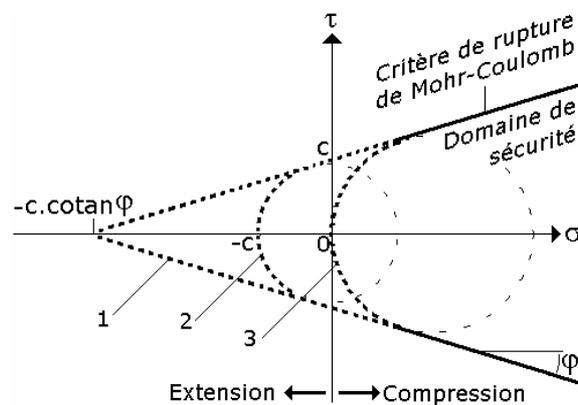


Figure 2.38 : Critères de Mohr-Coulomb classique et tronqué en traction

La puissance dissipée pour un élément  $dS$  de surface de discontinuité de vitesse en traction pure est fourni par Chen [1975] :

$$d\dot{W}_D = -f_t \cdot v \cdot dS \quad (2.47)$$

Où  $v$  représente le « saut » de vitesse normale au niveau de la discontinuité. Pour prendre en compte une possible rupture en traction, le mécanisme

d'effondrement est légèrement modifié. Il est tronqué par un plan  $\Pi_j$ . Ce plan doit être normal au champ de vitesse pour que la rupture soit en traction pure. Les plans  $\Pi_j$  utilisés pour la discrétisation du mécanisme remplissent cette condition puisqu'ils se coupent au centre O de la rotation. Cela signifie qu'une rupture en traction peut potentiellement se produire au niveau de chacun de ces plans, et que le choix du plan optimal pour cette rupture rajoute un degré de liberté supplémentaire à l'optimisation du mécanisme.

En conséquence, le mécanisme M3 ainsi modifié inclut (i) une rupture par cisaillement le long des surfaces latérales, et (ii) une rupture par traction au niveau d'un plan qui constitue alors l'extrémité du mécanisme. Cette rupture en traction doit se situer en dehors du front de taille, c'est-à-dire dans le secteur 2. En notant  $\Pi_{jcut}$  le plan de rupture par traction, on a donc  $j_{cut} > n_\theta/2$ . Dans ce cas, les équations (2.39) et (2.40) doivent être remplacées respectivement par :

$$\begin{aligned} \left( \dot{W}_\gamma \right)_{jcut} &= \sum_{i,j \leq jcut} \left( \vec{\gamma}_{i,j} \cdot \vec{v}_{i,j} \cdot V_{i,j} + \vec{\gamma}'_{i,j} \cdot \vec{v}'_{i,j} \cdot V'_{i,j} \right) \\ &= \omega \cdot \gamma \cdot \sum_{i,j \leq jcut} (R_{i,j} \cdot V_{i,j} \cdot \sin \beta_{i,j} + R'_{i,j} \cdot V'_{i,j} \cdot \sin \beta'_{i,j}) \end{aligned} \quad (2.48)$$

$$\left( \dot{W}_D \right)_{jcut} = c \cdot \cos \varphi \cdot \sum_{i,j \leq jcut} (v_{i,j} \cdot S_{i,j} + v'_{i,j} \cdot S'_{i,j}) + f_t \cdot \sum_m (v_m \cdot \Sigma_m) \quad (2.49)$$

Le premier terme de l'équation (2.49) correspond à la puissance dissipée par déformation plastique de cisaillement sur la surface latérale, et le second terme correspond à la puissance dissipée par traction au plan  $\Pi_{jcut}$ . La puissance dissipée totale est donc égale à :

$$\left( \dot{W}_D \right)_{jcut} = \omega \cdot c \cdot \cos \varphi \sum_{i,j \leq jcut} (R_{i,j} \cdot S_{i,j} + R'_{i,j} \cdot S'_{i,j}) + \omega \cdot f_t \cdot \sum_m (\Sigma_m \cdot R_m) \quad (2.50)$$

L'ensemble des termes de l'équation (2.50) sont représentés sur la figure 2.39. Si ce type de rupture se produit, le mécanisme d'effondrement n'atteindra pas la surface, et le terme  $N_s$  de l'équation (2.41) disparaît. Pour un jeu donné des paramètres géométriques ( $r_E/D$  et  $\beta_E$ ) et pour une valeur donnée de  $j_{cut}$ , la pression d'effondrement est donnée par :

$$(\sigma_c)_{jcut} = \gamma \cdot D \cdot (N_\gamma)_{jcut} - c \cdot (N_c)_{jcut} \quad (2.51)$$

avec

$$(N_\gamma)_{j_{cut}} = \frac{\sum_{i,j \leq j_{cut}} (R_{i,j} \cdot V_{i,j} \cdot \sin \beta_{i,j} + R'_{i,j} \cdot V'_{i,j} \cdot \sin \beta'_{i,j})}{D \cdot \sum_k (\Sigma_k \cdot R_k \cdot \cos \beta_k)} \quad (2.52)$$

$$(N_c)_{j_{cut}} = \frac{\cos \varphi \sum_{i,j \leq j_{cut}} (R_{i,j} \cdot S_{i,j} + R'_{i,j} \cdot S'_{i,j}) + \sum_m \left( \frac{f_t}{c} \cdot \Sigma_m'' \cdot R_m \right)}{\sum_k (\Sigma_k \cdot R_k \cdot \cos \beta_k)} \quad (2.53)$$

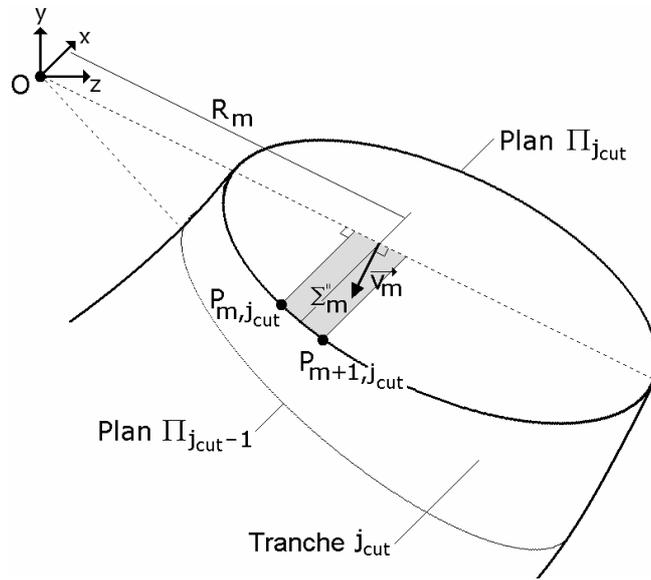


Figure 2.39 : Discrétisation du plan de rupture par traction

Pour le cas  $f_t=0$ , l'équation (2.51) peut être réécrite de manière plus simple :

$$(\sigma_c)_{j_{cut}} = (\sigma_c)_{j_{cut-1}} + \delta_\gamma - \delta_c \quad (2.54)$$

Dans l'équation (2.54),  $(\sigma_c)_{j_{cut-1}}$  est la pression d'effondrement d'un mécanisme composé de  $j_{cut-1}$  « tranches », et  $\delta_\gamma$  et  $\delta_c$  (exprimés en kPa) sont les contributions de la tranche numéro  $j_{cut}$  (figure 2.39) à la pression d'effondrement. Plus précisément,  $\delta_\gamma$  est la contribution du poids de la tranche  $j_{cut}$  et  $\delta_c$  est la contribution de la dissipation d'énergie par cisaillement sur la surface latérale de cette même tranche  $j_{cut}$ . Leurs expressions sont données par :

$$\delta_\gamma = \gamma \cdot \frac{\sum_i (R_{i,jcut} \cdot V_{i,jcut} \cdot \sin \beta_{i,jcut} + R'_{i,jcut} \cdot V'_{i,jcut} \cdot \sin \beta'_{i,jcut})}{\sum_k (\Sigma_k \cdot R_k \cdot \cos \beta_k)} \quad (2.55)$$

$$\delta_c = c \cdot \cos \varphi \cdot \frac{\sum_i (R_{i,jcut} \cdot S_{i,jcut} + R'_{i,jcut} \cdot S'_{i,jcut})}{\sum_k (\Sigma_k \cdot R_k \cdot \cos \beta_k)} \quad (2.56)$$

La figure 2.40 montre la variation de la pression limite d'effondrement  $(\sigma_c)_{jcut}$  en fonction de l'indice  $j_{cut}$  (représentant un possible plan de rupture par traction), pour  $f_t=0$  et pour un jeu fixé des paramètres géométriques  $r_E/D$  et  $\beta_E$ . Pour chaque indice de tranche  $j_{cut}$ , les valeurs de  $\delta_\gamma$  et  $\delta_c$  sont également tracées sur la même figure. Il apparaît clairement que pour  $j_{cut} < j_{cut,max}$ , la contribution du poids de la tranche  $j_{cut}$  est plus importante que la contribution de sa dissipation d'énergie latérale. L'inverse est vrai lorsque  $j_{cut} > j_{cut,max}$ . En conséquence, le plan critique de rupture par traction d'indice  $j_{cut,max}$  est celui pour lequel l'adjonction d'une tranche de sol supplémentaire conduirait à une réduction de la pression d'effondrement, du fait que cette tranche apporterait plus de dissipation que de puissance motrice.

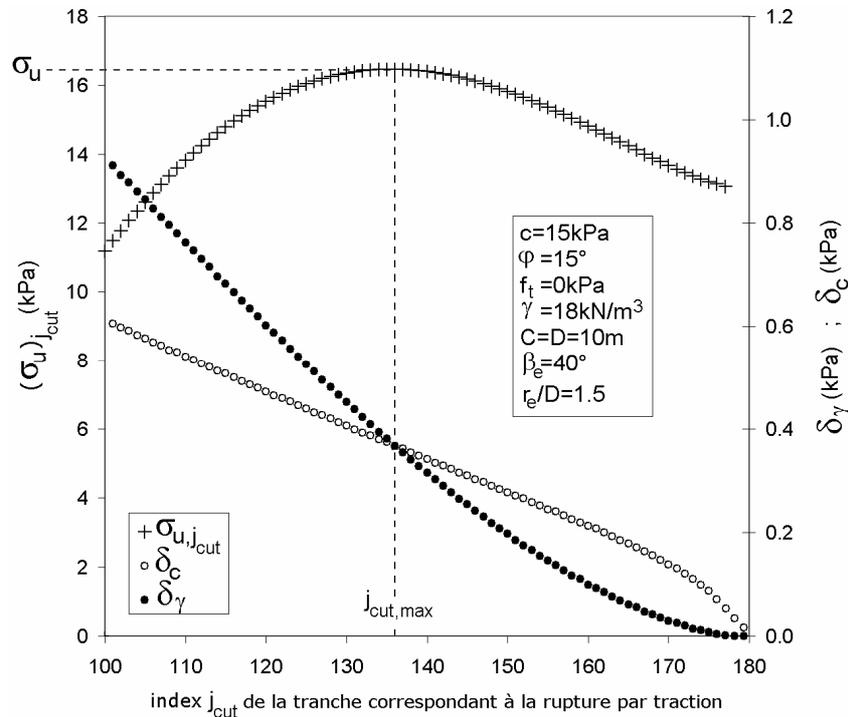


Figure 2.40 : Détermination du plan optimal de rupture par traction pour un jeu donné de paramètres  $r_E/D$  et  $\beta_E$

La pression d'effondrement critique pour un sol frottant et cohérent avec un critère de Mohr-Coulomb tronqué en traction est donc obtenue par une optimisation en deux phases : pour chaque jeu de paramètres ( $r_E/D$ ,  $\beta_E$ ) testé lors du processus d'optimisation classique, on effectue une maximisation discrète de la pression en fonction du plan de rupture par traction.

La figure 2.41 présente des résultats numériques pour la pression d'effondrement en présence d'un critère de rupture tronqué en traction, pour différentes valeurs du paramètre  $f_t/c$ . Ce paramètre varie de 0 à  $\cotan\varphi$  pour chaque sol considéré. Le cas classique  $f_t=-c$  est mis en valeur sur le graphique. Trois argiles en conditions drainées sont considérées avec différentes valeurs de  $c$  et  $\varphi$ . L'amélioration par rapport au critère de Mohr-Coulomb classique est présentée en terme d'augmentation relative de la pression critique d'effondrement, exprimée en %. On observe clairement que cette augmentation est plus importante lorsque la cohésion est élevée que lorsqu'elle est faible. Par exemple, l'amélioration apportée par la prise en compte d'une résistance nulle en traction n'est que de 1.0% dans le cas ( $\varphi=17^\circ$ ,  $c=7\text{kPa}$ ), est égal à 3.8% pour le cas ( $\varphi=25^\circ$ ,  $c=10\text{kPa}$ ), et atteint 19.9% pour le cas ( $\varphi=15^\circ$ ,  $c=15\text{kPa}$ ). Pour ce dernier cas, l'amélioration est égale à 9% dans le cas classique  $f_t=-c$ .

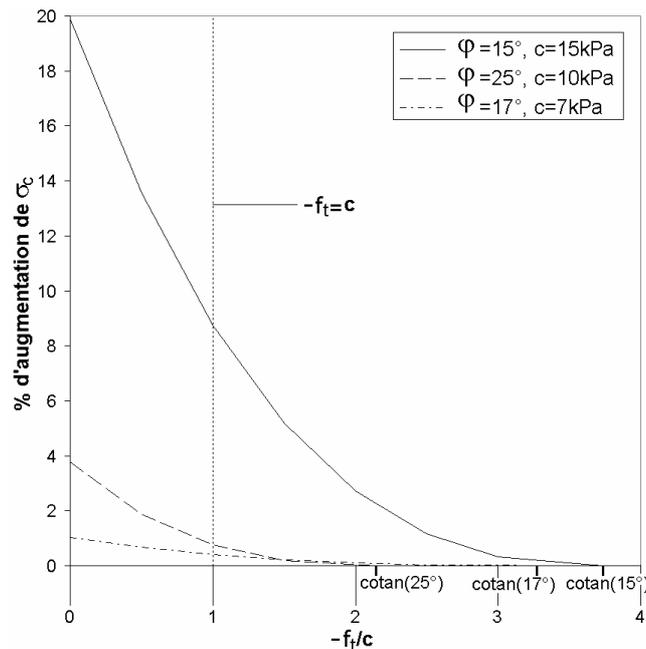
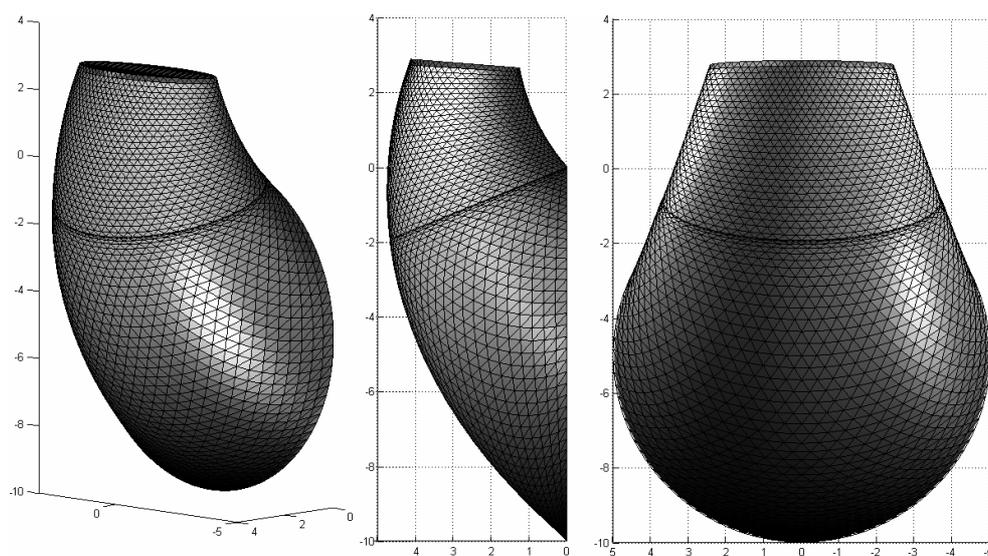


Figure 2.41 : Impact de la valeur de la résistance en traction sur l'augmentation relative de la pression d'effondrement

Trois vues d'un mécanisme d'effondrement tronqué sont fournies sur la figure 2.42. Les paramètres de résistance sont ( $\varphi=15^\circ$ ,  $c=15\text{kPa}$ ,  $f_t=0\text{kPa}$ ), et la pression critique d'effondrement vaut 18.2kPa, contre 15.2kPa pour un critère de Mohr-Coulomb classique.



*Figure 2.42 : Exemple de mécanisme tronqué en traction*

---

## *E. Mécanisme de rupture M4 en quart de tore pour un sol purement cohérent*

---

### **1. Principe du mécanisme M4**

Les mécanismes M1, M2, et M3 sont fondés sur des champs de vitesse impliquant des mouvements de corps rigides et des discontinuités de vitesses. Pourtant, la figure 2.9 met en lumière que la rupture d'un front de taille en sol purement cohérent ne s'effectue pas selon ce principe, mais implique un champ de déformation continu et diffus dans l'ensemble du massif de sol. Le mécanisme M4 a pour objectif de se rapprocher de ce faciès de rupture. On considère le front de taille d'un tunnel pressurisé excavé dans un sol non frottant muni d'une cohésion  $c_u$ , ce qui est le cas des argiles saturées en conditions non drainées. Le point O est défini comme la projection du centre E du front de taille sur la surface du sol (figure 2.43), et la distance OE vaut donc  $C+D/2$ . Un repère torique de centre O et de rayon principal  $R_f=C+D/2$  est défini, et tout point de l'espace peut s'exprimer par la coordonnée  $\beta$  (angle entre le plan  $\Pi_\beta$  et le plan du front), et les coordonnées polaires  $(r, \theta)$  dans le plan  $\Pi_\beta$ . Ces coordonnées sont définies par rapport au point  $E_\beta$ , situé à l'intersection entre le plan  $\Pi_\beta$  et le cercle  $\mathcal{C}$  de centre O et de rayon  $R_f$  (figure 2.43). On définit l'enveloppe externe du mécanisme (nommé M4) comme un tore de centre O, et de rayon principal  $R_f$ . La section de ce tore est un cercle de rayon variable  $R(\beta)$ . Ce rayon varie linéairement de  $R_i=D/2$  (au niveau du front de taille) à  $R_f$  (au niveau de la surface du sol), soit l'expression suivante :

$$R(\beta) = R_i + (\beta \cdot R_f - \beta \cdot R_i) / (\pi/2) \quad \text{avec} \quad 0 \leq \beta \leq \pi/2 \quad (2.57)$$

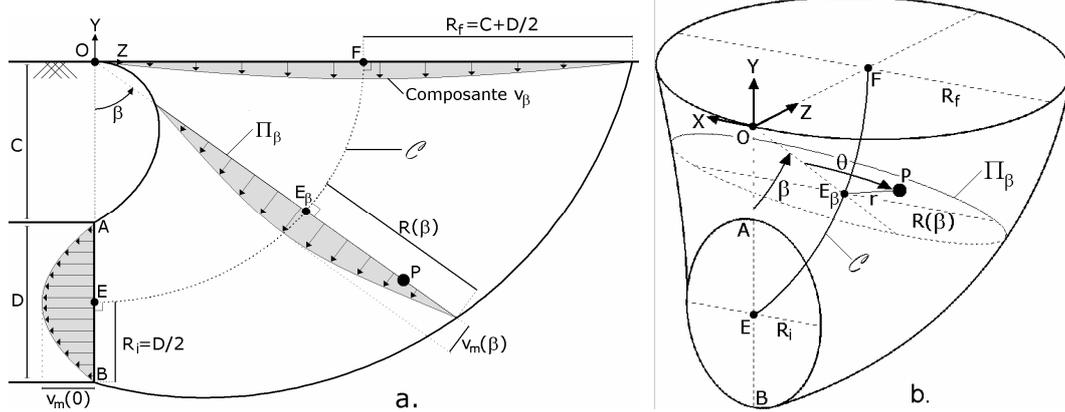


Figure 2.43 : a. Allure de la composante de vitesse  $v_\beta$  ; b. enveloppe externe du mécanisme

## 2. Champ de vitesse

Pour chaque point P de coordonnées  $(\beta, r, \theta)$ , la vitesse peut être décomposée en trois composantes (figure 2.44) :  $v_\beta$  est la composante dite « axiale », parallèle au cercle  $\mathcal{C}$  et dirigée vers le front,  $v_r$  est la composante radiale centripète dirigée vers  $E_\beta$ , et  $v_\theta$  est la composante restante (i.e. orthoradiale au sein du plan  $\Pi_\beta$ ). Comme dans toute analyse cinématique, on présuppose un champ de vitesse qui doit être cinématiquement admissible. Le champ de vitesse proposé dans cette étude repose sur les deux hypothèses suivantes :

$$\begin{cases} v_\beta(\beta, r, \theta) = v_m(\beta) \cdot f(r, \beta) = \left( \frac{R_i^2}{R(\beta)^2} \right) \cdot \left( 1 - \frac{r^2}{R(\beta)^2} \right) \\ v_\theta(\beta, r, \theta) = 0 \end{cases} \quad (2.58)$$

L'expression de  $v_\beta$  correspond à une distribution parabolique  $f(r, \beta)$  dans chaque plan  $\Pi_\beta$ , multipliée par une fonction  $v_m(\beta)$  qui permet de s'assurer que le flux de vitesse au travers de chaque plan  $\Pi_\beta$  est constant. Cette condition, nécessaire à la génération d'un champ de vitesse à volume constant, assure que l'intégrale de la vitesse sur la surface du plan  $\Pi_\beta$  comprise à l'intérieur de l'enveloppe (définition équivalente à celle du flux de vitesse au travers de  $\Pi_\beta$ ) est constante vis-à-vis de  $\beta$ . La démonstration mathématique en est faite en annexe 5. Par ailleurs,  $v_\beta$  est indépendant de  $\theta$ . Cette distribution permet de s'assurer que la vitesse  $v_\beta$  est nulle sur les bords latéraux de l'enveloppe.

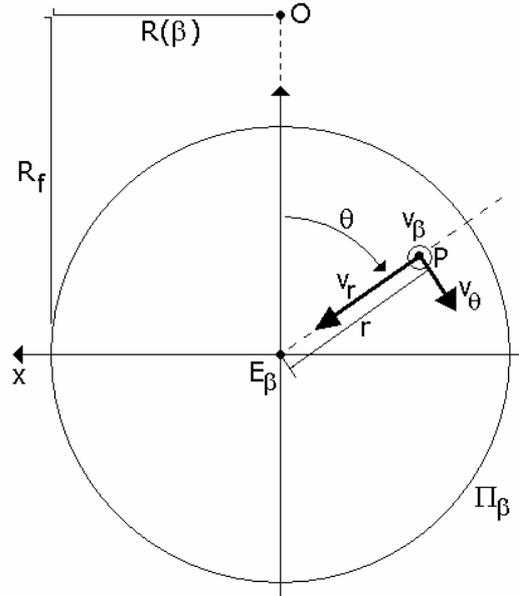


Figure 2.44 : Position des composantes du vecteur vitesse dans le plan  $\Pi_\beta$

La condition de normalité en sol purement cohérent stipule que toute déformation s'effectue à volume constant, ce qui s'exprime par :

$$\text{div}(\dot{\epsilon}) = 0 \quad (2.59)$$

L'écriture de l'opérateur divergence en coordonnées toriques permet de déterminer la valeur de la composante radiale  $v_r$  en tout point du mécanisme, étant donné que les valeurs des deux autres composantes sont connues par hypothèse (équation (2.58)). Les expressions analytiques étant assez complexes, ce calcul est effectué numériquement par l'intermédiaire d'une formulation en différences finies. Le mécanisme est donc discrétisé spatialement, puis la composante  $v_\beta$  est calculée en chaque zone utilisant l'équation (2.58). Le maillage choisi suit la géométrie torique du mécanisme, et est représenté sur la figure 2.45.

Le maillage représente un quart de tore de rayon principal  $R_f$  et de section circulaire de rayon  $R_f$  également. Il contient entièrement l'enveloppe du mécanisme, mais occupe un volume supérieur puisque le tore considéré est de section circulaire constante. Ceci ne pose pas de problème si on considère que les composantes du vecteur vitesse sont nulles dans les zones du maillage situées en dehors de l'enveloppe du mécanisme. Trois paramètres de discrétisation sont utilisés :  $N_r$ ,  $N_\beta$ , et  $N_\theta$ . La taille de chaque zone du maillage est donc définie par trois grandeurs  $\delta_r$ ,  $\delta_\beta$ , et  $\delta_\theta$  (figure 2.46), telles que :

$$\begin{cases} \delta_r = R_f / N_r \\ \delta_\beta = \pi / (2 \cdot N_\beta) \\ \delta_\theta = 2\pi / N_\theta \end{cases} \quad (2.60)$$

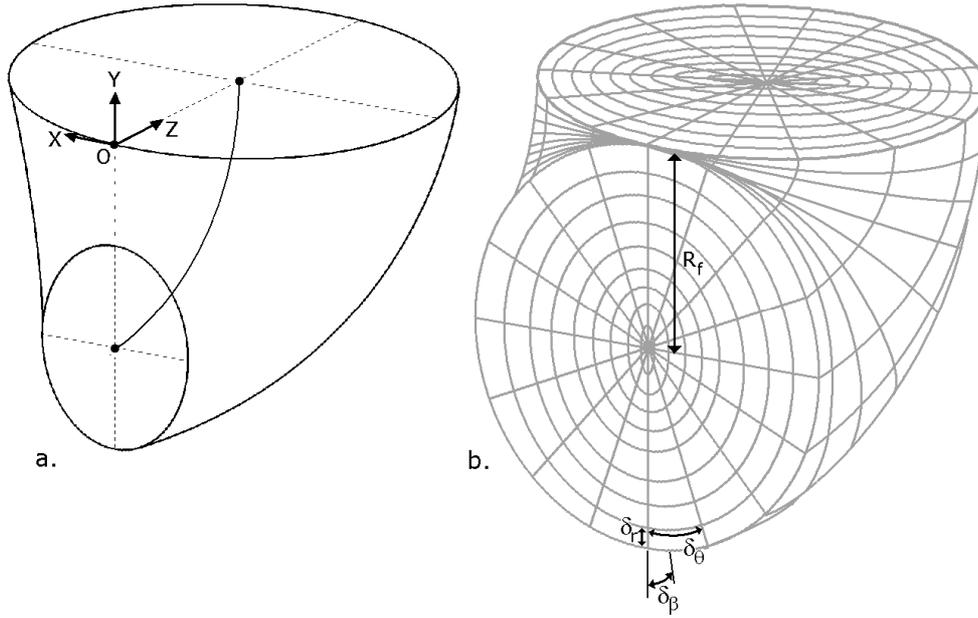


Figure 2.45 : a. enveloppe du mécanisme ; b. maillage utilisé pour le calcul en différences finies

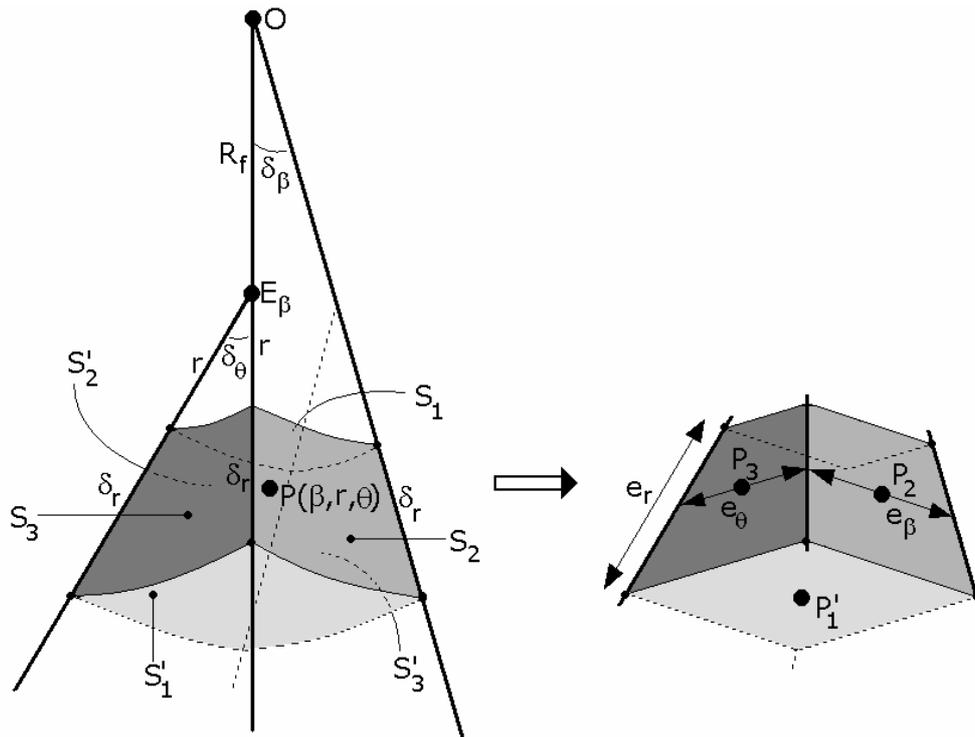


Figure 2.46 : Vue de détail d'une zone du maillage

La figure 2.46 représente une zone de ce maillage dont le point  $P(\beta, r, \theta)$  est le centre, délimitée par six facettes courbes  $S_1, S_2, S_3, S'_1, S'_2, \text{ et } S'_3$ . La distance du point  $P$  au point  $O$  s'exprime par :

$$OP = R_f - r \cdot \cos \theta \quad (2.61)$$

Si la discrétisation est suffisamment fine (c'est-à-dire si les grandeurs  $\delta_r, \delta_\beta$ , et  $\delta_\theta$  restent faibles), on peut considérer que les facettes sont planes et que leurs surfaces peuvent s'écrire :

$$\begin{cases} S_1 \approx (r - \delta_r/2) \cdot \delta_\theta \times (R_f - (r - \delta_r/2) \cdot \cos \theta) \cdot \delta_\beta \\ S'_1 \approx (r + \delta_r/2) \cdot \delta_\theta \times (R_f - (r + \delta_r/2) \cdot \cos \theta) \cdot \delta_\beta \\ S_2 = S'_2 \approx \delta_r \times (R_f - r \cdot \cos \theta) \cdot \delta_\beta \\ S_3 = S'_3 \approx \delta_r \times r \cdot \delta_\theta \end{cases} \quad (2.62)$$

Les dimensions moyennes de cet élément de maillage sont :

$$\begin{aligned} e_r &= \delta_r \\ e_\theta &= r \cdot \delta_\theta \\ e_\beta &= (R_f - r \cdot \cos \theta) \cdot \delta_\beta \end{aligned} \quad (2.63)$$

Son volume peut être approché par :

$$\delta V = e_r \times e_\theta \times e_\beta \quad (2.64)$$

L'équation (2.59) correspond à une déformation à volume constant, et peut s'écrire dans chaque zone du maillage sous la forme suivante :

$$\sum_{i=1}^3 \vec{v} \cdot \vec{n}_i \cdot S_i + \sum_{i=1}^3 \vec{v} \cdot \vec{n}'_i \cdot S'_i = 0 \quad (2.65)$$

Dans cette expression,  $\vec{n}_i$  représente la normale sortante de la facette  $S_i$  et  $\vec{n}'_i$  représente la normale sortante de la facette  $S'_i$ . En considérant que les vitesses sont quasi-uniformes sur les facettes, on peut donc écrire :

$$v_r(P_1) \cdot S_1 - v_r(P'_1) \cdot S'_1 + v_\theta(P_2) \cdot S_2 - v_\theta(P'_2) \cdot S'_2 + v_\beta(P_3) \cdot S_3 - v_\beta(P'_3) \cdot S'_3 = 0 \quad (2.66)$$

Dans cette expression, les points  $P_i$  et  $P'_i$  sont les centres des facettes  $S_i$  et  $S'_i$  respectivement, soit les points de coordonnées suivantes :

$$P_1 \begin{cases} \beta \\ r - \delta_r/2 \\ \theta \end{cases} ; P_1' \begin{cases} \beta \\ r + \delta_r/2 \\ \theta \end{cases} \quad (2.67)$$

$$P_2 \begin{cases} \beta \\ r \\ \theta - \delta_\theta/2 \end{cases} ; P_2' \begin{cases} \beta \\ r \\ \theta + \delta_\theta/2 \end{cases} \quad (2.68)$$

$$P_3 \begin{cases} \beta - \delta_\beta/2 \\ r \\ \theta \end{cases} ; P_3' \begin{cases} \beta + \delta_\beta/2 \\ r \\ \theta \end{cases} \quad (2.69)$$

La composante  $v_\theta$  est nulle par hypothèse, et les composantes de  $v_\beta$  aux points  $P_3$  et  $P_3'$  peuvent être calculées par l'intermédiaire de l'équation (2.58), on peut donc écrire l'équation (2.66) sous la forme :

$$v_r(P_1') = \frac{v_r(P_1) \cdot S_1 + [v_\beta(P_3) - v_\beta(P_3')] \cdot S_3}{S_1'} \quad (2.70)$$

L'équation (2.70) fournit un schéma itératif de calcul de la vitesse radiale au point  $P_1'$ , pour peu que sa valeur soit connue au point  $P_1$ . On peut donc effectuer le calcul de la composante  $v_r$  en tous les points  $P_1$  du maillage, à partir d'une condition aux limites qui stipule que  $v_r=0$  pour  $r=0$  (c'est-à-dire que la composante radiale de la vitesse est supposée nulle sur le cercle  $\mathcal{C}$ ). Cette condition est choisie compte tenu de la symétrie radiale du système dans un plan  $\Pi_\beta$ . On aurait également pu choisir comme condition limite le fait que la vitesse est nulle sur l'enveloppe externe du mécanisme. Ceci aurait conduit au même champ de vitesse. La composante  $v_r$  au point  $P$  se calcule par simple moyenne entre celles des points  $P_1$  et  $P_1'$  :

$$v_r(P) = \frac{v_r(P_1') + v_r(P_1)}{2} \quad (2.71)$$

La figure 2.47 montre la valeur des composantes axiale ( $v_\beta$ ) et radiale ( $v_r$ ) obtenues par cette méthode pour  $C=D=10m$ . Ces composantes sont tracées en niveaux de gris (le blanc correspondant à une vitesse nulle) en différentes zones du mécanisme (au front de taille, sur la surface débouchante, et sur le plan de symétrie  $X=0$ ).

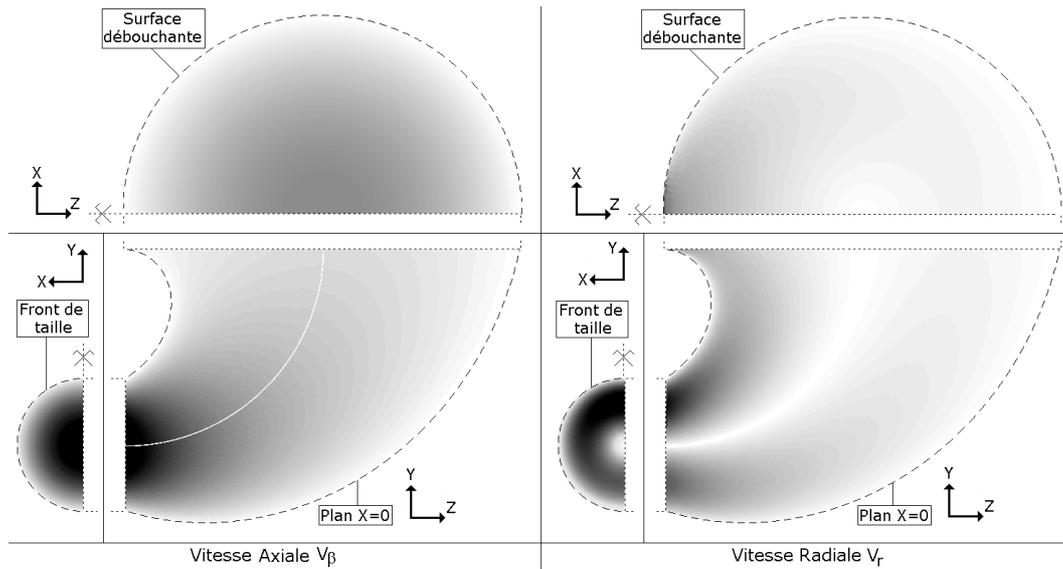


Figure 2.47 : Composantes axiale et radiale de la vitesse pour  $C=D$

On constate que la composante radiale  $v_r$  est nulle sur toutes les parties latérales de l'enveloppe du mécanisme. Cette observation confirme que le schéma de résolution donné par l'équation (2.70) fournit des résultats corrects puisque cette condition limite n'est utilisée nulle part en hypothèse dans le formalisme utilisé : l'intégration numérique des composantes radiales (partant du cercle  $\mathcal{O}$  et allant jusqu'à l'enveloppe) conduit bien à un champ de vitesse cinématiquement admissible et sans discontinuité.

### 3. Equation du bilan des puissances :

La détermination de la pression limite d'effondrement repose sur l'égalité entre les puissances des efforts extérieurs et la puissance dissipée. Les premières s'expriment très facilement à partir des composantes de vitesse obtenues pour chaque zone de la discrétisation. La puissance du poids de chaque zone du maillage est égale à :

$$\dot{\delta W}_\gamma = \vec{\gamma} \cdot \vec{v} \delta V = \gamma \cdot v_z \cdot \delta V \quad (2.72)$$

La composante verticale  $v_z$  de la vitesse se calcule aisément à partir des composantes  $v_\beta$  et  $v_r$  :

$$v_z = -v_\beta \cdot \sin \beta - v_r \cdot \cos \theta \cdot \cos \beta \quad (2.73)$$

Si la densité du sol est uniforme, la puissance totale due au poids du sol est donc :

$$\dot{W}_\gamma = \gamma \cdot \sum_{N_\beta, N_r, N_\theta} (v_z \cdot \delta V) \quad (2.74)$$

Pour chaque zone du maillage située au front de taille, la puissance de la pression appliquée au front est :

$$\delta \dot{W}_u = \vec{\sigma}_c \cdot \vec{v} S_3 = -\sigma_u \cdot v_\beta \cdot S'_3 \quad (2.75)$$

La puissance totale due à la pression appliquée est donc :

$$\dot{W}_u = -\sigma_c \cdot \sum_{N_r, N_\theta, \beta=0} (v_\beta \cdot S'_3) \quad (2.76)$$

De la même façon, la puissance due à une éventuelle surcharge de surface est égale à :

$$\dot{W}_s = \sigma_s \cdot \sum_{N_r, N_\theta, \beta=\pi/2} (v_\beta \cdot S_3) \quad (2.77)$$

Le calcul de la puissance dissipée s'effectue également dans chaque zone à partir du tenseur de vitesse de déformation exprimé dans son repère principal (Chen [1975]). Il faut donc calculer l'ensemble des termes du tenseur  $\dot{\varepsilon}$  pour chaque zone de la discrétisation, puis effectuer une rotation de repère adéquate pour diagonaliser ce tenseur et déterminer la valeur de la puissance dissipée. L'expression de ce tenseur est :

$$\dot{\varepsilon} = \begin{bmatrix} \frac{\partial v_\beta}{\partial e_\beta} & \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_\beta}{\partial e_r} + \frac{\partial v_r}{\partial e_\beta} \right) & \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_\beta}{\partial e_\theta} + \frac{\partial v_\theta}{\partial e_\beta} \right) \\ \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_\beta}{\partial e_r} + \frac{\partial v_r}{\partial e_\beta} \right) & \frac{\partial v_r}{\partial e_r} & \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_r}{\partial e_\theta} + \frac{\partial v_\theta}{\partial e_r} \right) \\ \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_\beta}{\partial e_\theta} + \frac{\partial v_\theta}{\partial e_\beta} \right) & \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_r}{\partial e_\theta} + \frac{\partial v_\theta}{\partial e_r} \right) & \frac{\partial v_\theta}{\partial e_\theta} \end{bmatrix} \quad (2.78)$$

Compte tenu de l'équation (2.58), on peut simplifier ce tenseur :

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = \begin{bmatrix} \frac{\partial v_\beta}{\partial e_\beta} & \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_\beta}{\partial e_r} + \frac{\partial v_r}{\partial e_\beta} \right) & 0 \\ \frac{1}{2} \left( \frac{\partial v_\beta}{\partial e_r} + \frac{\partial v_r}{\partial e_\beta} \right) & \frac{\partial v_r}{\partial e_r} & \frac{1}{2} \frac{\partial v_r}{\partial e_\theta} \\ 0 & \frac{1}{2} \frac{\partial v_r}{\partial e_\theta} & 0 \end{bmatrix} \quad (2.79)$$

Les termes de ce tenseur se calculent simplement à partir du schéma de différences finies :

$$\frac{\partial v_\beta}{\partial e_\beta} = \frac{v_\beta(P_3) - v_\beta(P'_3)}{e_\beta} \quad (2.80)$$

$$\frac{\partial v_\beta}{\partial e_r} = \frac{v_\beta(P'_1) - v_\beta(P_1)}{e_r} \quad (2.81)$$

$$\frac{\partial v_r}{\partial e_r} = \frac{v_r(P'_1) - v_r(P_1)}{e_r} \quad (2.82)$$

$$\frac{\partial v_r}{\partial e_\beta} = \frac{v_r(P_3) - v_r(P'_3)}{e_\beta} \quad (2.83)$$

$$\frac{\partial v_r}{\partial e_\theta} = \frac{v_r(P_2) - v_r(P'_2)}{e_\theta} \quad (2.84)$$

Les équations (2.80) à (2.84) sont calculées sous Matlab, puis le tenseur vitesse de déformation est diagonalisé afin d'obtenir les composantes principales  $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_1$ ,  $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_2$  et  $\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_3$  de ce tenseur au sein de chaque zone du maillage. La puissance totale dissipée dans le système peut s'écrire (Chen [1975]) :

$$\dot{D} = c_u \cdot \sum_{N_\beta, N_r, N_\theta} \left( 2 \cdot \max \left( \left| \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}_i \right| \right) \cdot \delta V \right) \quad (2.85)$$

On égalise les puissances des forces extérieures et la puissance dissipée selon l'expression :

$$\dot{W}_\gamma + \dot{W}_u + \dot{W}_s = \dot{D} \quad (2.86)$$

A partir de l'équation (2.86) et après quelques simplifications, on obtient l'expression suivante pour la pression d'équilibre limite d'effondrement  $\sigma_c$  :

$$\sigma_c = \gamma \cdot D \cdot N_\gamma - c_u \cdot N_c + \sigma_s \cdot N_s \quad (2.87)$$

Dans cette expression,  $N_\gamma$ ,  $N_c$  et  $N_s$  sont des grandeurs adimensionnelles qui s'expriment par :

$$N_\gamma = \frac{\sum_{N_\beta, N_r, N_\theta} (v_Z \cdot \delta V)}{D \cdot \sum_{N_r, N_\theta, \beta=0} (v_\beta \cdot S'_3)} \quad (2.88)$$

$$N_c = \frac{\sum_{N_\beta, N_r, N_\theta} \left( 2 \cdot \max \left( \left| \dot{\varepsilon}_i \right| \right) \cdot \delta V \right)}{\sum_{N_r, N_\theta, \beta=0} (v_\beta \cdot S'_3)} \quad (2.89)$$

$$N_s = \frac{\sum_{N_r, N_\theta, \beta=\pi/2} (v_\beta \cdot S_3)}{\sum_{N_r, N_\theta, \beta=0} (v_\beta \cdot S'_3)} \quad (2.90)$$

On peut noter ici que le terme  $N_s$  vaut toujours 1, compte tenu du fait que le flux de vitesse au travers de la surface débouchante est nécessairement égal à celui traversant le front de taille. Ceci est directement lié à l'équation (2.59) et au fait que les déformations s'effectuent à volume constant en sol purement cohérent.

Enfin, Il convient de préciser que le mécanisme M4 permet également de fournir une borne supérieure rigoureuse de la pression limite de refoulement du front de taille (rupture en butée). Puisque le champ de vitesse défini précédemment est cinématiquement admissible, le champ de vitesse qui lui est strictement opposé est également cinématiquement admissible, et peut être utilisé pour une analyse cinématique de la rupture du sol en butée. Dans ces conditions, une borne supérieure de la pression limite de refoulement est fournie par :

$$\sigma_b = \gamma \cdot D \cdot N_\gamma + c_u \cdot N_c + \sigma_s \cdot N_s \quad (2.91)$$

Dans cette expression, les termes  $N_\gamma$ ,  $N_c$  et  $N_s$  sont identiques à ceux de l'équation (2.87) et s'expriment par les équations (2.88), (2.89), et (2.90) respectivement. La seule différence entre les expressions (2.87) et (2.91) repose donc sur le signe précédent le terme de dissipation  $c_u \cdot N_c$ .

---

## *F. Mécanismes de rupture M5 en quart de tore pour un sol purement cohérent*

---

On peut observer sur la figure 2.48 les champs de vitesses au front sur l'axe de symétrie du tunnel, fournis par le modèle M4 et par le modèle numérique N2 présenté dans une section précédente. Il apparaît que l'hypothèse qui a été choisie pour le modèle M4 (maximum de vitesse situé au centre du front) est erronée, et que la réalité du phénomène correspond plutôt à un maximum de vitesse situé en bas du front. Il faut donc modifier légèrement le mécanisme M4 pour tenir compte de cette observation et améliorer ses performances. Pour cette raison, un nouveau mécanisme M5 est mis en œuvre.

### **1. Champ de vitesse**

Le mécanisme M5 est détaillé sur la figure 2.49. Contrairement au mécanisme M4, on constate que le maximum de vitesse n'est pas situé au centre du front de taille, mais est excentré vers le bas d'une distance  $L_1$ . Ceci permet de définir le cercle  $\mathcal{C}$  de centre O et de rayon  $R_f$  :

$$R_f = C + D/2 + L_1 \quad (2.92)$$

Au sein d'un plan  $\Pi_\beta$  donné, on n'a donc plus une symétrie circulaire de la vitesse axiale. Celle-ci est à son maximum au point  $E_\beta$  (appartenant au cercle  $\mathcal{C}$ ) et décroît de manière parabolique (selon une expression comparable au mécanisme M4) jusqu'au bord du contour circulaire du mécanisme dans le plan  $\Pi_\beta$  considéré.

On définit un repère torique identique à celui du mécanisme M4, à la différence près que le rayon du cercle  $\mathcal{O}$  qui le porte est défini par l'expression (2.92).

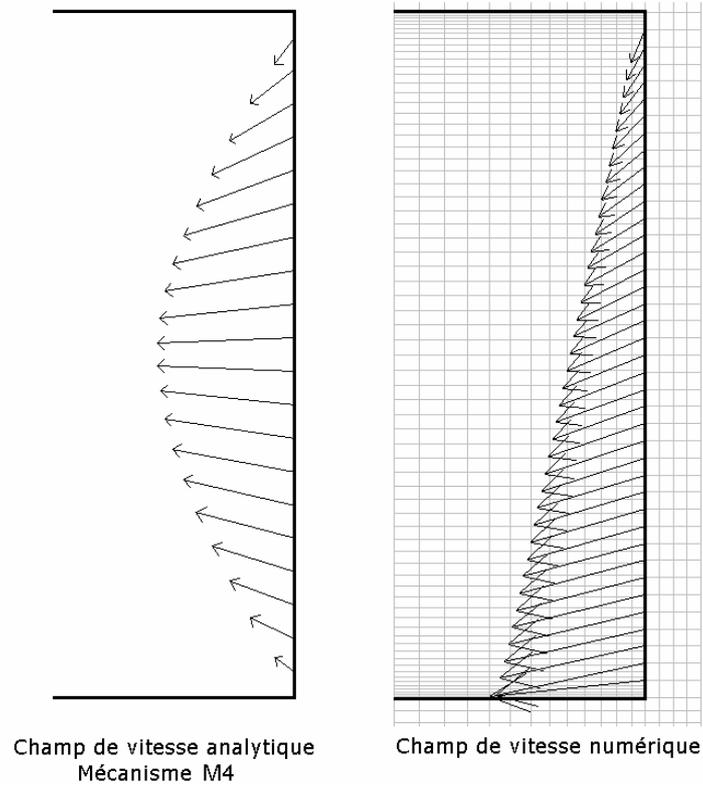


Figure 2.48 : Champs de vitesse au front du mécanisme M4 et d'une simulation numérique

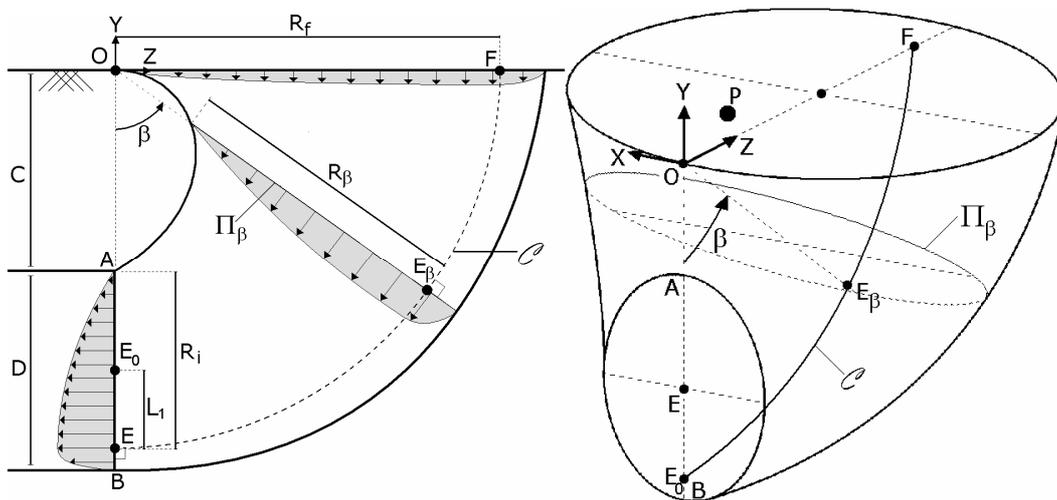


Figure 2.49 : Détails du mécanisme M5

Les expressions de la composante axiale  $v_\beta$  et de la composante orthoradiale  $v_\theta$  du champ de vitesse en fonction des coordonnées  $\beta$ ,  $r$ , et  $\theta$ , sont fournies par :

$$\begin{cases} v_\beta(\beta, r, \theta) = v_m(\beta) \cdot f(r, \beta, \theta) = v_m(\beta) \cdot \left(1 - \frac{r^2}{r_{\max}(\beta, \theta)^2}\right) \\ v_\theta(\beta, r, \theta) = 0 \end{cases} \quad (2.93)$$

Dans cette expression, le terme  $r_{\max}(\beta, \theta)$  fait son apparition. On peut en voir une illustration sur la figure 2.50. Au sein d'un plan  $\Pi_\beta$ , et pour un angle  $\theta$  donné, le terme  $r_{\max}$  désigne la distance entre le point  $E_\beta$  appartenant au cercle  $\mathcal{C}$ , et le bord du contour circulaire du mécanisme dans le plan  $\Pi_\beta$ . Ceci permet de s'assurer que la composante axiale du champ de vitesse est maximale au point  $E_\beta$  et s'annule bien sur le contour latéral du mécanisme. L'expression de ce paramètre est :

$$r_{\max}(\beta, \theta) = r_{\max}(0, \theta) \cdot \frac{R_\beta}{R_i} \quad (2.94)$$

Avec :

$$R_i = D/2 + L_1 \quad (2.95)$$

$$R_\beta = R_i + (R_f - R_i) \frac{\beta}{\pi/2} \quad (2.96)$$

On en déduit que, pour chaque valeur de  $\theta$ , la distance  $r_{\max}$  augmente linéairement avec  $\beta$  en partant d'une valeur  $r_{\max}(0, \theta)$  dans le plan  $\Pi_0$  du front de taille. Cette augmentation s'effectue conjointement avec celle de la distance  $R_\beta$ , qui augmente linéairement de  $R_i$  à  $R_f$ .

La valeur de  $r_{\max}$  dans le plan  $\Pi_0$  du front de taille se calcule par les expressions suivantes :

$$r_{\max}(0, \theta) = \sqrt{(z_i + L_1)^2 + x_i^2} \quad (2.97)$$

Les distances  $x_i$  et  $z_i$  sont représentées dans la figure 2.50, et leurs expressions sont :

$$x_i = \sqrt{-z_i^2 + D^2/4} \quad (2.98)$$

$$z_i = \frac{-B \pm \sqrt{\Delta}}{2A} \quad (2.99)$$

Avec les variables intermédiaires :

$$\Delta = B^2 - 4A \cdot C \quad (2.100)$$

$$A = 1 + \tan^2(\pi/2 - \theta) \quad (2.101)$$

$$B = 2 \cdot L_1 \quad (2.102)$$

$$C = L_1^2 - \frac{D^2 \cdot \tan^2(\pi/2 - \theta)}{4} \quad (2.103)$$

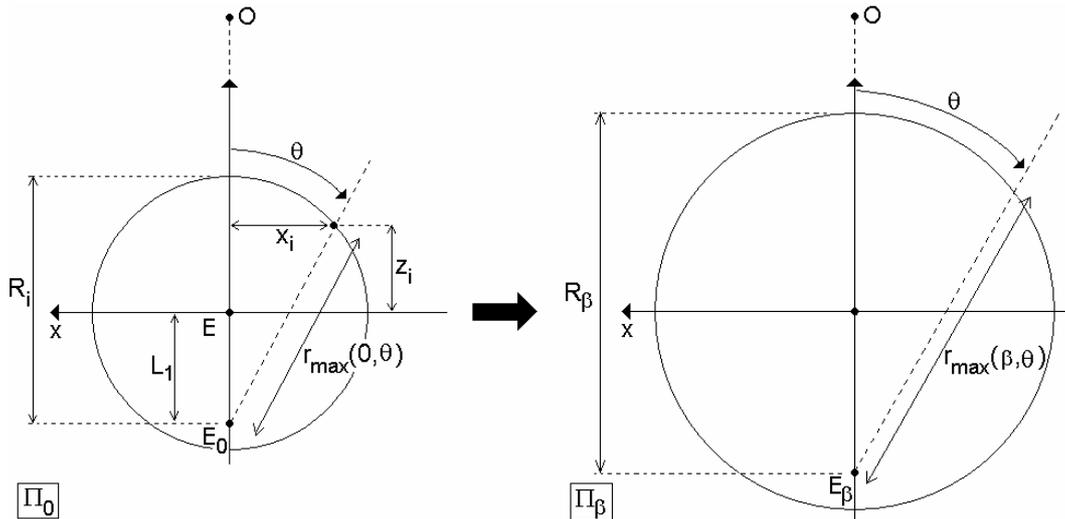


Figure 2.50 : Vues de détail du plan  $\Pi_0$  et du plan  $\Pi_\beta$

Dans l'expression (2.93), le terme  $v_m(\beta)$  est une constante qui dépend de la position du plan  $\Pi_\beta$ , et qui permet de s'assurer que le flux de vitesse est constant au travers de tous les plans  $\Pi_\beta$ . En l'absence de symétrie de la composante axiale du champ de vitesse, on ne dispose pas d'une expression analytique de ce terme, contrairement au mécanisme M4. On utilise donc un artifice numérique pour déterminer la valeur de ce terme. On met en place un maillage torique identique à celui du mécanisme M4 représenté sur la figure 2.45b, à la différence près que la valeur de la distance  $R_f$  est déterminée par l'expression (2.92). Dans chaque plan  $\Pi_\beta$  de ce maillage, on calcule le terme :

$$f(r, \beta, \theta) = 1 - \frac{r^2}{r_{\max}(\beta, \theta)^2} \quad (2.104)$$

Ce terme représente la composante axiale d'un champ de vitesse avant la multiplication par la grandeur  $v_m(\beta)$ . Celle-ci s'obtient par l'expression :

$$v_m(\beta) = \frac{1}{\iint_{\Pi_\beta} f(r, \beta) \cdot dS} \quad (2.105)$$

L'expression (2.105) représente analytiquement l'inverse du flux du champ  $f$  au travers du plan  $\Pi_\beta$ . Grâce au maillage de chaque plan  $\Pi_\beta$ , on obtient une forme discrétisée de cette expression :

$$v_m(\beta) = \frac{1}{\sum_{N_r} \sum_{N_\theta} f(r, \beta) \cdot r \cdot \delta_r \cdot \delta_\theta} \quad (2.106)$$

Cette expression (qui utilise la géométrie du maillage définie à la figure 2.45), consiste à diviser chaque valeur de la composante axiale non normalisée  $f(r, \beta, \theta)$  par l'intégrale de ces composantes non normalisées sur le plan  $\Pi_\beta$ . On s'assure de cette manière que le flux de vitesse au travers de chaque plan  $\Pi_\beta$  est constant (et égal à 1). Cette opération était effectuée analytiquement pour le mécanisme M4 car la simplicité des expressions analytique le permettait. Dans le cas du mécanisme M5, l'asymétrie radiale du champ de vitesse implique l'utilisation de cette méthode numérique.

La connaissance des valeurs de  $v_\beta$  et  $v_\theta$  en tous les points du maillage permet d'utiliser le schéma itératif du mécanisme M4 pour exprimer la composante radiale  $v_r$ . La principale difficulté de cette opération est la présence d'un gradient de vitesse axiale important sur la partie inférieure du front. Ce gradient apparaît inévitablement du fait du décalage vers le bas du point de vitesse maximale, et peut aboutir à une discontinuité de vitesse pour le cas limite  $L_1=D/2$ . La méthode de discrétisation proposée ne permet pas de traiter une discontinuité de vitesse, et peut donner lieu à des dysfonctionnements si les gradients de vitesse sont trop importants. Une première solution consiste à augmenter la finesse du maillage, en particulier dans la direction radiale puisque c'est celle-ci qui connaît les plus forts gradients. Cette solution présente néanmoins l'inconvénient d'augmenter sensiblement les temps de calculs. On opte donc pour une solution intermédiaire : le maillage est raffiné modérément dans la direction radiale par rapport au modèle M4, et on pose de manière arbitraire la condition :

$$L_1 = \frac{2}{5} D \quad (2.107)$$

Cette condition revient à dire que la distance entre le pied du tunnel et le point de vitesse maximale est égale à un cinquième du rayon du tunnel. Ceci permet de limiter artificiellement le gradient de vitesse tout en maintenant des résultats numériques satisfaisants. Les profils des composantes axiale et radiale du champ de vitesse obtenus sous cette hypothèse sont tracés dans la figure 2.51, au front de taille, sur la surface débouchante, et dans le plan de symétrie du tunnel. Une comparaison avec les mêmes profils de vitesse pour le mécanisme M4 (figure 2.47) permet de constater que le profil de vitesse axiale est largement décalé vers le bas. La figure 2.52, qui présente les vecteurs vitesse au front dans le plan de symétrie du tunnel pour le modèle M5 et pour une simulation numérique réalisée avec le modèle N2, montre par ailleurs une bien meilleure cohérence que pour le modèle M4 (figure 2.48).

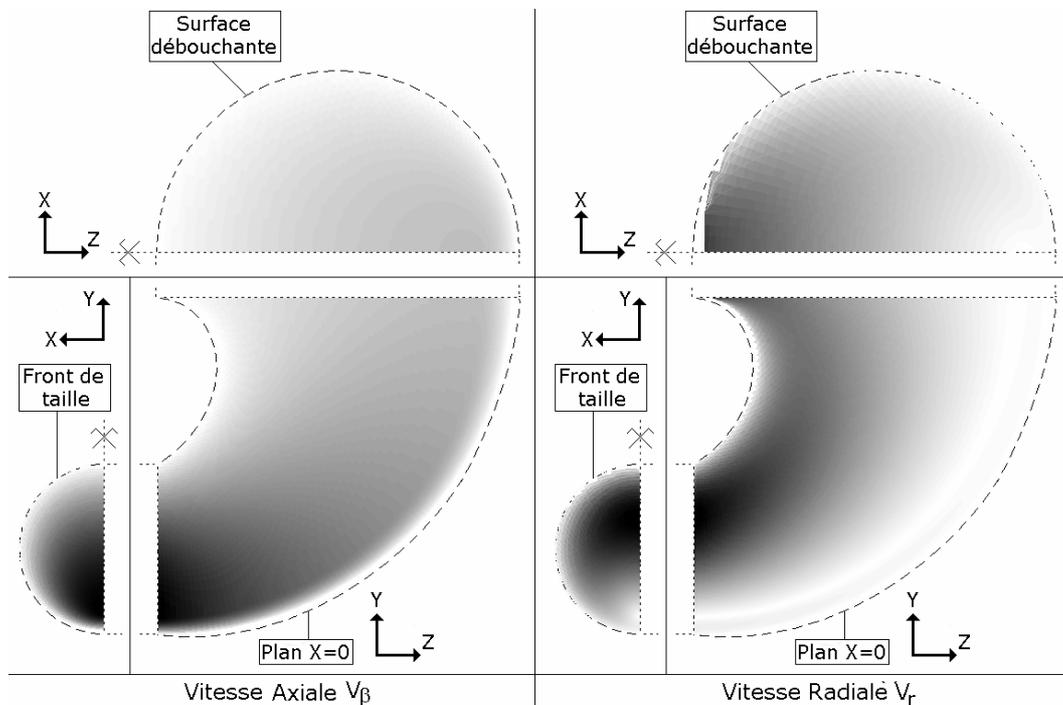


Figure 2.51 : Allure des composantes axiale et radiale du champ de vitesse du mécanisme M5

Lorsque le champ de vitesse axiale a ainsi été défini par l'utilisation de l'équation (2.93), la méthode itérative du mécanisme M4 peut être utilisée directement pour déterminer la composante radiale de la vitesse en chaque zone du maillage (équations (2.70) et (2.71)). Les termes  $N_\gamma$ ,  $N_c$  et  $N_s$  s'expriment par les équations (2.88), (2.89), et (2.90) respectivement, et la pression d'effondrement s'obtient conformément à l'équation (2.87)

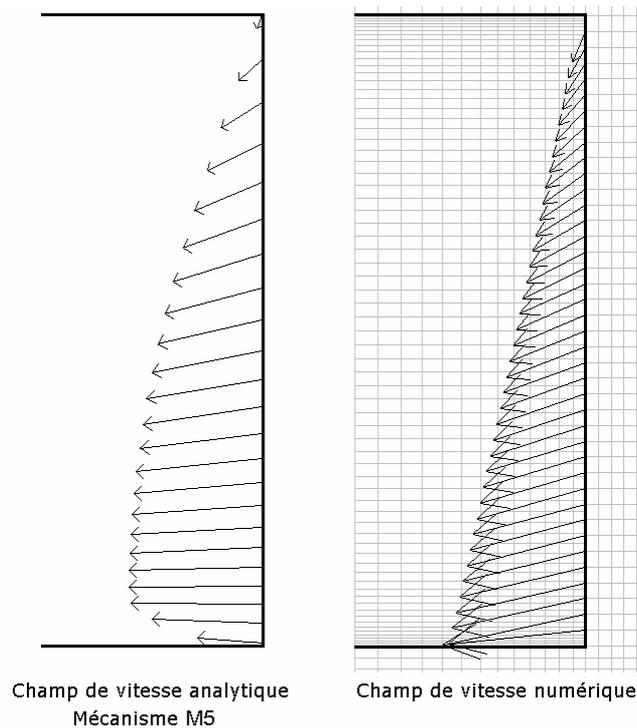


Figure 2.52 : Champs de vitesse au front du mécanisme M5 d'une simulation numérique

## 2. Cas de la rupture par refoulement

Comme pour le mécanisme M4, le champ de vitesse du mécanisme M5 peut être directement utilisé pour déterminer la pression limite de refoulement (rupture en butée). Néanmoins, le modèle numérique N2 décrit par ailleurs a montré que, dans le cas d'une rupture par butée dans un sol purement cohérent, le maximum de vitesse était situé près de la clé du tunnel et non pas près de son pied (figure 2.11). Le champ de vitesse tel qu'il a été défini dans le mécanisme M5 s'écarte donc sensiblement de ces observations, sauf si l'on décide de placer le maximum de vitesse axiale en partie supérieure du front de taille. Par convention, le mécanisme M5 en butée correspondra donc à un maximum de vitesse situé à une distance  $L_1$  (définie par l'équation (2.107)) au dessus du centre du front de taille. Dans ce cas, une borne supérieure rigoureuse de la pression de refoulement sera fournie par l'équation (2.91). A noter toutefois que, dans le cas du mécanisme M5 et contrairement au mécanisme M4, les valeurs des coefficients adimensionnels  $N_\gamma$  et  $N_c$  sont différentes en poussée et en butée, puisque les champs de vitesse ne sont pas identiques au signe près (du fait du décalage du maximum de vitesse vers le bas et vers le haut respectivement).

---

## *G. Comparaison des modèles d'analyse de stabilité du front de taille*

---

### **1. Récapitulatif des modèles utilisés**

Deux modèles numériques (N1 et N2) et cinq modèles analytiques (M1 à M5) ont été décrits dans les sections précédentes. Ces modèles ont tous pour objectif de déterminer la pression limite d'effondrement ( $\sigma_c$ ) d'un front de taille. Certains d'entre eux ont également été adaptés à la détermination de la pression limite de refoulement ( $\sigma_b$ ). Le tableau 2.2 récapitule les temps de calculs moyens (en utilisant les quatre processeurs d'un ordinateur 2.4 GHz quad-core CPU) et les sols de prédilection pour ces sept modèles.

On observe une très grande variabilité des temps de calcul entre les modèles numériques et analytiques. Il a été démontré précédemment que le modèle N1 ne saurait être considéré comme parfaitement fiable, du fait de son maillage relativement grossier et de sa procédure inexacte de détermination de  $\sigma_c$ . Néanmoins, son faible temps de calcul par rapport au modèle N2 en fait une alternative crédible lorsqu'un grand nombre de calculs est nécessaire. Le modèle N2 peut légitimement être considéré comme un modèle de référence pour la détermination de  $\sigma_c$  et  $\sigma_b$ . Il présente en outre l'avantage de savoir prendre en compte des lois d'écoulement associées ou non, tandis que le théorème cinématique repose sur l'hypothèse assez contraignante d'un sol parfaitement associé ( $\psi=\varphi$ ). Le modèle N2 permet donc d'évaluer le poids de cette hypothèse sur la valeur des pressions limites.

Tableau 2.2 : Récapitulatif des modèles développés

Modèle	Type de modèle	Description	Type de sol considéré	Variable de sortie	Temps de calcul moyen
N1	Numérique	Modèle Flac3D grossier	Frottant et/ou cohérent	$\sigma_c$	90 minutes
N2	Numérique	Modèle Flac3D fin	Frottant et/ou cohérent	$\sigma_c$ et $\sigma_b$	50 heures
M1	Analytique	5 blocs coniques tronqués en translation	Frottant et/ou cohérent	$\sigma_c$ et $\sigma_b$	0.1 seconde
M2	Analytique avec discrétisation	3 blocs discrétisés en translation	Frottant et/ou cohérent	$\sigma_c$	10 minutes
M3	Analytique avec discrétisation	1 bloc discrétisé en rotation	Frottant et/ou cohérent	$\sigma_c$ et $\sigma_b$	3 minutes
M4	Analytique avec discrétisation	Déformation à volume constant avec symétrie radiale	Purement cohérent	$\sigma_c$ et $\sigma_b$	20 secondes
M5	Analytique avec discrétisation	Déformation à volume constant sans symétrie radiale	Purement cohérent	$\sigma_c$ et $\sigma_b$	20 secondes

Le tableau 2.3 fournit par exemple les valeurs de pression limite d'effondrement fournies par le modèle N2 dans les cas limites correspondant à un sol associé ( $\psi=\varphi$ ) et à un sol non dilatant ( $\psi=0$ ). Le comportement réel d'un sol frottant est situé quelque part entre ces deux cas limites.

L'écart maximal entre les valeurs de  $\sigma_c$  obtenues pour les deux cas limites est inférieur à 3kPa. On peut donc considérer que la dilatance a un poids réduit dans la valeur de la pression d'effondrement, et que l'hypothèse d'un sol associé utilisé dans le théorème cinématique n'induit pas d'erreur rédhibitoire. On utilise le modèle N2 muni d'une loi associée comme base de comparaison pour valider les modèles analytiques. Les résultats analytiques sont également comparés aux résultats de référence de la littérature. Cette validation est effectuée successivement en sol purement frottant (sable), en sol frottant et cohérent (argile en conditions drainées), et en sol purement cohérent (argile en conditions non drainées).

Tableau 2.3 : Impact de l'angle de dilatance sur la pression limite d'effondrement

$\varphi$ (°)		20	30	40	15	20	25
c (kPa)		0	0	0	5	10	12
C/D=0.6	$\sigma_c$ ( $\psi=\varphi$ ) (kPa)	46,8	23,7	12,7	51,1	20	7,9
	$\sigma_c$ ( $\psi=0$ ) (kPa)	48,7	23,9	12,8	52,5	21,7	9,7
	<b>Ecart (kPa)</b>	<b>1.9</b>	<b>0.2</b>	<b>0.1</b>	<b>1.4</b>	<b>1.7</b>	<b>1.8</b>
C/D=0.8	$\sigma_c$ ( $\psi=\varphi$ ) (kPa)	47,3	23,7	12,7	53,0	20,1	7,9
	$\sigma_c$ ( $\psi=0$ ) (kPa)	49,1	23,9	12,8	54,3	22,0	9,7
	<b>Ecart (kPa)</b>	<b>1.8</b>	<b>0.2</b>	<b>0.1</b>	<b>1.3</b>	<b>1.9</b>	<b>1.8</b>
C/D=1	$\sigma_c$ ( $\psi=\varphi$ ) (kPa)	47,5	23,7	12,7	54,2	20,3	7,9
	$\sigma_c$ ( $\psi=0$ ) (kPa)	49,4	24,0	13,0	55,7	22,3	9,8
	<b>Ecart (kPa)</b>	<b>1.9</b>	<b>0.3</b>	<b>0.3</b>	<b>1.5</b>	<b>2.0</b>	<b>1.9</b>
C/D=1.5	$\sigma_c$ ( $\psi=\varphi$ ) (kPa)	47,9	23,9	12,8	56,2	20,7	8,1
	$\sigma_c$ ( $\psi=0$ ) (kPa)	49,4	25,7	14,2	58,0	22,7	10,0
	<b>Ecart (kPa)</b>	<b>1.5</b>	<b>1.8</b>	<b>1.4</b>	<b>1.8</b>	<b>2.0</b>	<b>1.9</b>
C/D=2	$\sigma_c$ ( $\psi=\varphi$ ) (kPa)	48,6	24,1	12,9	57,7	21,5	8,3
	$\sigma_c$ ( $\psi=0$ ) (kPa)	50,0	25,8	14,0	59,3	22,7	10,2
	<b>Ecart (kPa)</b>	<b>1.4</b>	<b>1.7</b>	<b>1.1</b>	<b>1.6</b>	<b>1.2</b>	<b>1.9</b>
C/D=3	$\sigma_c$ ( $\psi=\varphi$ ) (kPa)	49,5	24,5	13,0	61,8	21,5	9,1
	$\sigma_c$ ( $\psi=0$ ) (kPa)	50,3	27,1	13,4	59,8	22,8	10,2
	<b>Ecart (kPa)</b>	<b>0.8</b>	<b>2.6</b>	<b>0.4</b>	<b>1.8</b>	<b>1.3</b>	<b>1.1</b>

## 2. Comparaison des modèles en sol purement frottant

La figure 2.53 présente les valeurs de pression limite d'effondrement proposées par plusieurs modèles de la littérature. Le sol est constitué d'un sable de poids volumique  $\gamma=20\text{kN/m}^3$ , et d'angle de frottement variable. La pression limite d'effondrement est évaluée pour un tunnel de diamètre  $D=10\text{m}$ , par les approches cinématique et statique de Leca et Dormieux [1990], par l'approche analytique d'Anagnostou et Kovari [1996a et 1996b], et par le modèle numérique d'Eisenstein et Ezzeldine [1994]. Ces résultats sont comparés à ceux des modèles cinématiques M1, M2, et M3.

L'approche statique de Leca et Dormieux [1990] semble fournir des résultats très éloignés de ceux des autres modèles. On peut donc considérer que cette approche statique fournit une borne supérieure peu fiable de la pression d'effondrement. Les autres approches fournissent des résultats groupés. Néanmoins, il faut rappeler que les méthodes cinématiques fournissent une borne inférieure rigoureuse de la pression limite d'effondrement. On observe donc que le modèle de Leca-Dormieux fournit des résultats moins performants que ceux du mécanisme M1, ce qui montre l'avantage de considérer un nombre de blocs plus

important que 2. La prise en compte de la totalité du front de taille par le mécanisme M2 améliore les résultats du mécanisme M1.

Enfin, la meilleure borne inférieure est fournie par le modèle M3, ce qui prouve que l'hypothèse d'une rupture par rotation d'un bloc rigide est la plus proche de la vérité. Le modèle M3 fournit d'ailleurs des résultats proches de ceux du modèle numérique d'Eisenstein et Ezzeldine [1994], tandis que les résultats du modèle analytique d'Anagnostou et Kovari [1996a et 1996b] tendent à sous-estimer les valeurs de  $\sigma_c$ . Fort logiquement, la valeur de la pression d'effondrement décroît lorsque l'angle de frottement interne du sol augmente.

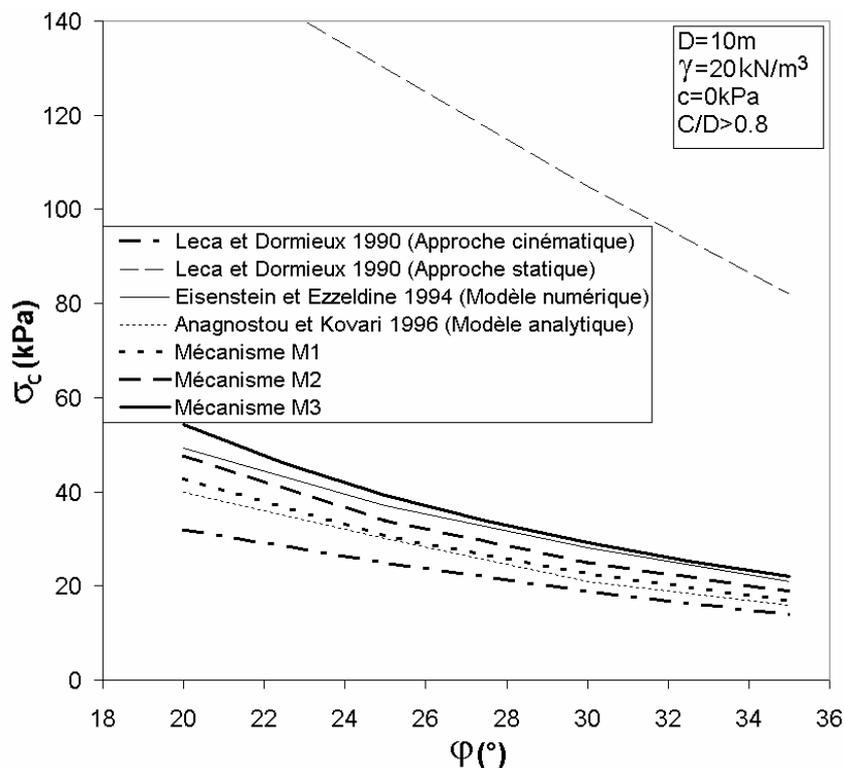


Figure 2.53 : Comparaison des mécanismes M1, M2, et M3 avec les résultats de la littérature en sol purement frottant

Les figures 2.54 et 2.55 s'intéressent uniquement aux modèles d'analyse limite utilisant le théorème cinématique, et les comparent au modèle numérique N2 supposé fiable. Les valeurs de pression limite sont fournies en fonction de la hauteur de couverture relative  $C/D$ , pour deux sols purement frottants ( $\varphi=20^\circ$  et  $\varphi=40^\circ$  respectivement). La figure 2.54 concerne la rupture par effondrement, tandis que la figure 2.55 concerne la rupture par refoulement du sol. Les résultats numériques obtenus ponctuellement sont représentés en carrés noirs, tandis que les résultats analytiques sont représentés sous forme de courbes.

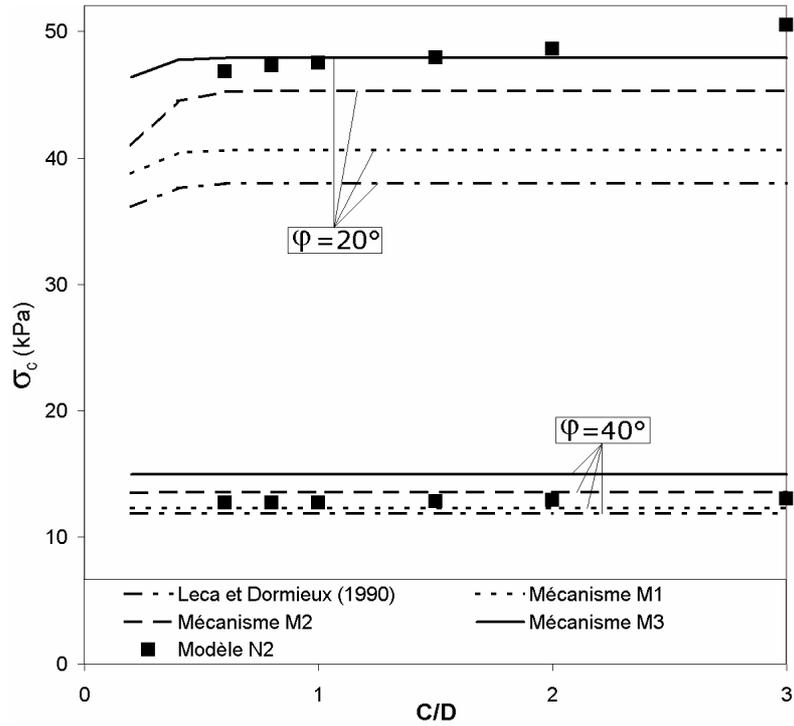


Figure 2.54 : Pressions d'effondrement des mécanismes cinématiques et du modèle N2

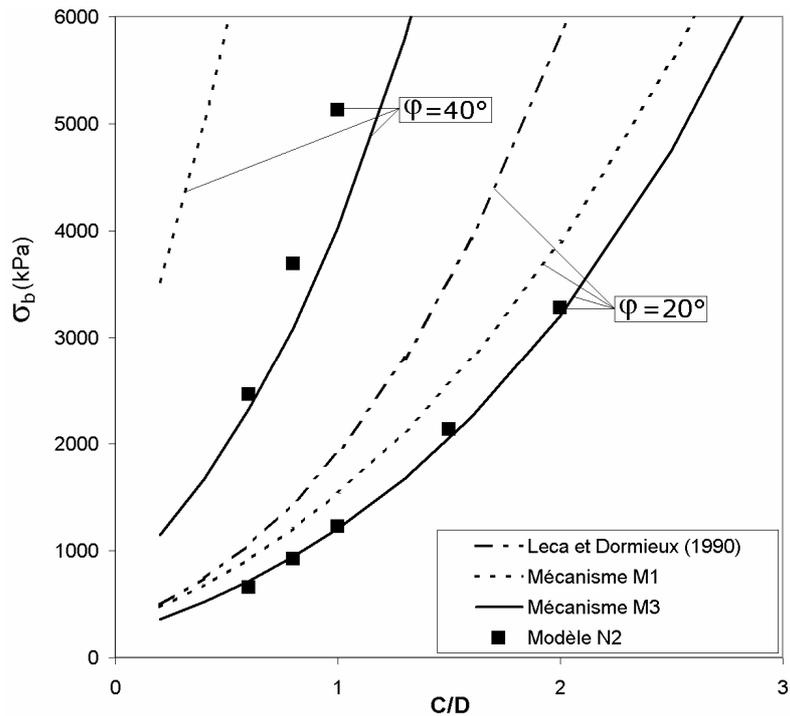


Figure 2.55 : Pressions de refoulement des mécanismes cinématiques et du modèle N2

La figure 2.54 montre, comme la figure 2.53, que c'est le mécanisme M3 qui fournit les meilleures bornes inférieures de la pression d'effondrement. Il apparaît dans la figure 2.55 que c'est également le mécanisme M3 qui fournit les meilleures bornes supérieures de la pression limite de refoulement. On observe une très bonne adéquation des résultats numériques du modèle N2 avec les résultats du mécanisme M3, à la fois en poussée et en butée. Une anomalie apparaît néanmoins dans les résultats de la pression d'effondrement pour  $\varphi=40^\circ$ . Les résultats numériques pour  $\sigma_c$  sont en effet inférieurs à ceux des mécanismes M2 et M3, alors que ceux-ci constituent des bornes inférieures rigoureuses de cette pression. Il est donc possible que l'évaluation de  $\sigma_c$  par le modèle N2 soit légèrement biaisée (sous-estimée), probablement car le maillage n'est pas encore assez fin. Néanmoins, le coût prohibitif d'un raffinement de ce maillage et la faible erreur observée conduisent à conserver les résultats du modèle N2.

On peut également noter que la hauteur de couverture relative a un impact déterminant dans le cas de la butée (refoulement du sol), tandis que son impact est négligeable dans le cas de la poussée (effondrement du sol) dès lors que la profondeur est suffisante pour que le mécanisme ne débouche pas en surface, du fait de l'effet de voûte introduit par l'angle de frottement interne. Par ailleurs, les très grandes valeurs de la pression limite de refoulement obtenues pour les hauteurs de couverture usuelles ( $C/D > 1$ ) tendent à prouver que ce mode de rupture est très improbable dans ce type de sol.

### 3. Comparaison des modèles en sol frottant et cohérent

Les figures 2.56 et 2.57 présentent les mêmes résultats que les figures 2.54 et 2.55 respectivement, mais pour deux sols frottants et cohérents ( $\varphi=17^\circ$  et  $c=7\text{kPa}$  d'une part, et  $\varphi=25^\circ$  et  $c=10\text{kPa}$  d'autre part). Comme pour les sols purement frottants, le mécanisme M3 est le plus performant, c'est-à-dire qu'il fournit la meilleure borne inférieure de  $\sigma_c$  et la meilleure borne supérieure de  $\sigma_b$ , pour une adéquation très satisfaisante avec les résultats du modèle N2.

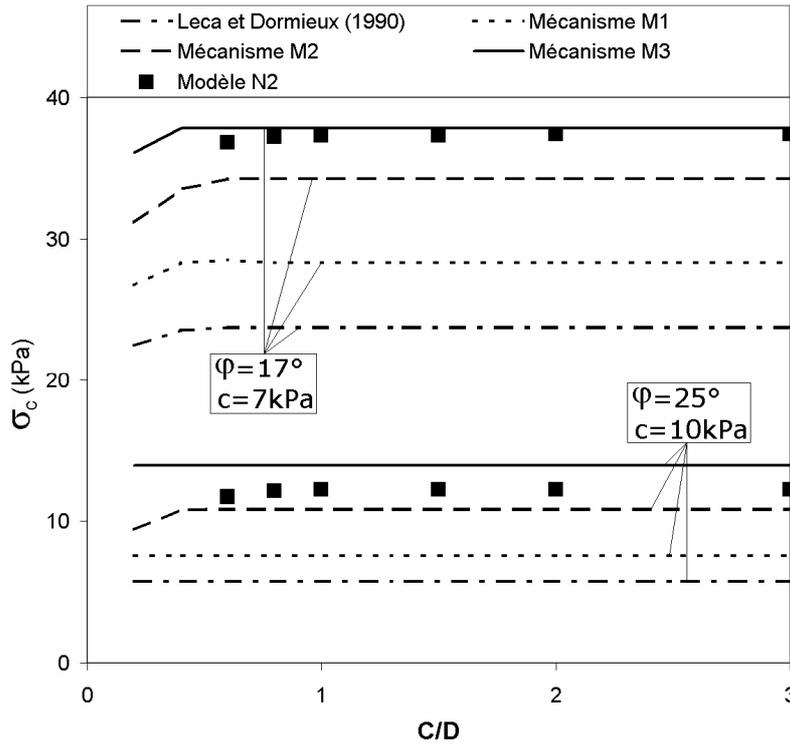


Figure 2.56 : Pressions d'effondrement des mécanismes cinématiques et du modèle N2

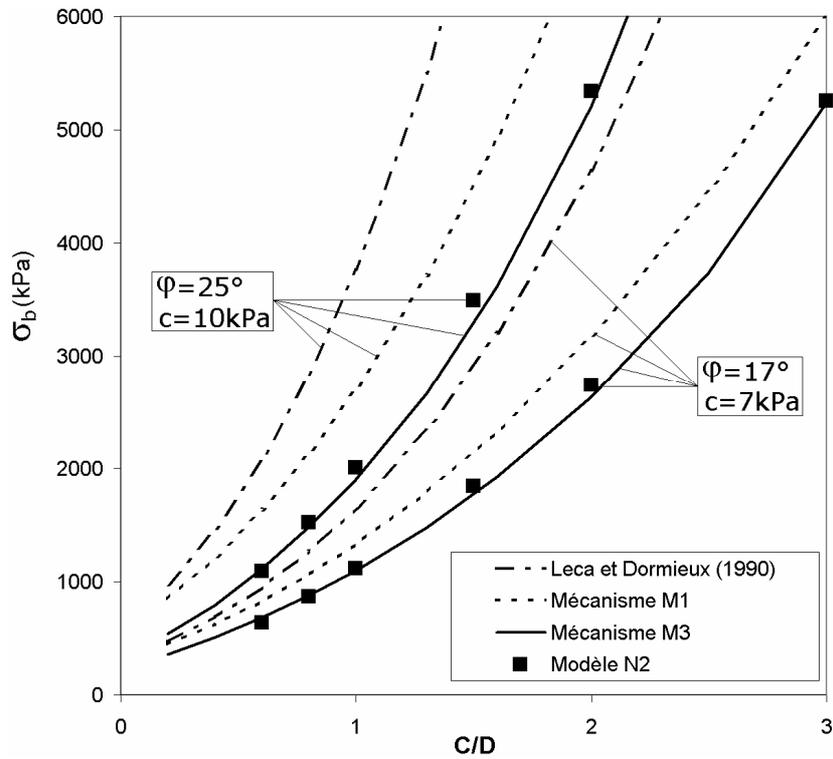


Figure 2.57 : Pressions de refoulement des mécanismes cinématiques et du modèle N2

On peut faire les mêmes observations qu'en sol purement frottant, à savoir que la couverture relative  $C/D$  a un impact déterminant dans la stabilité au refoulement du sol mais un impact réduit dans la stabilité à l'effondrement. Ceci est donc une caractéristique générale des sols frottants, avec ou sans cohésion.

#### 4. Comparaison des modèles en sol purement cohérent

En sol purement cohérent, la pratique usuelle (Broms et Bennermark [1967], Davis et al. [1980]) consiste à caractériser la stabilité d'un front de taille à partir d'un facteur critique de stabilité  $N$ , dont l'expression est :

$$N = (\sigma_s + \gamma \cdot H - \sigma_c) / c_u \quad (2.108)$$

$H$  représente la profondeur de l'axe du tunnel. L'expression générale utilisée dans les sections précédentes pour tous les mécanismes présentés pour le calcul de la pression d'effondrement est :

$$\sigma_c = \gamma \cdot D \cdot N_\gamma - c \cdot N_c + \sigma_s \cdot N_s \quad (2.109)$$

En combinant ces deux équations, on obtient directement les correspondances suivantes :

$$N_\gamma = H/D = C/D + 0.5 \quad (2.110)$$

$$N_c = N \quad (2.111)$$

$$N_s = 1 \quad (2.112)$$

L'équation (2.112) s'explique directement par le fait que la rupture s'effectue à volume constant. Cette condition implique que le flux de matière au niveau de la surface du sol (que l'on pourrait appeler « flux entrant ») est le même que le flux de matière au niveau du front de taille (que l'on peut appeler flux sortant). La puissance développée par  $\sigma_s$  est donc égale à celle développée par  $\sigma_c$ . De ce fait, la grandeur  $N_s$  est toujours égale à 1 en sol purement cohérent, et les deux valeurs de pressions  $\sigma_s$  (en surface) et  $\sigma_c$  (au front) peuvent être prises en compte directement par le biais du terme  $\sigma_c - \sigma_s$ . L'équation (2.111) exprime le fait que le facteur de stabilité  $N$  couramment utilisé est égal au terme de dissipation de l'équation classique.

L'équation (2.110) postule que, pour un sol purement cohérent, le terme  $N_\gamma$  lié au travail du poids du sol est égal au rapport  $H/D$ , et ne dépend donc que de la géométrie du problème. En particulier, pour les mécanismes M1, M2 et M3, le terme  $N_\gamma$  ne dépend pas des paramètres géométriques du mécanisme. Les calculs numériques ont montré que cette hypothèse était exacte pour les mécanismes M1, M2, M3, et M4. Pour ces 4 mécanismes, la valeur du terme  $N_\gamma$  est systématiquement égale à  $H/D$  lorsque l'on considère un sol sans frottement. Dans ce cas, la stabilité est entièrement liée au terme de dissipation  $N_c$ , nommé  $N$  dans la littérature. Par ailleurs, pour le cas où le mécanisme de refoulement est identique au mécanisme d'effondrement au signe près (ce qui est le cas des mécanismes M1 à M4), le terme  $N_c$  apparaissant dans l'expression de  $\sigma_c$  est identique au terme correspondant de l'équation de  $\sigma_b$  :

$$\sigma_b = \gamma \cdot D \cdot N_\gamma + c \cdot N_c + \sigma_s \cdot N_s \quad (2.113)$$

Pour ces mécanismes, la connaissance de  $N$  permet donc d'accéder directement au calcul des pressions limites d'effondrement et de refoulement.

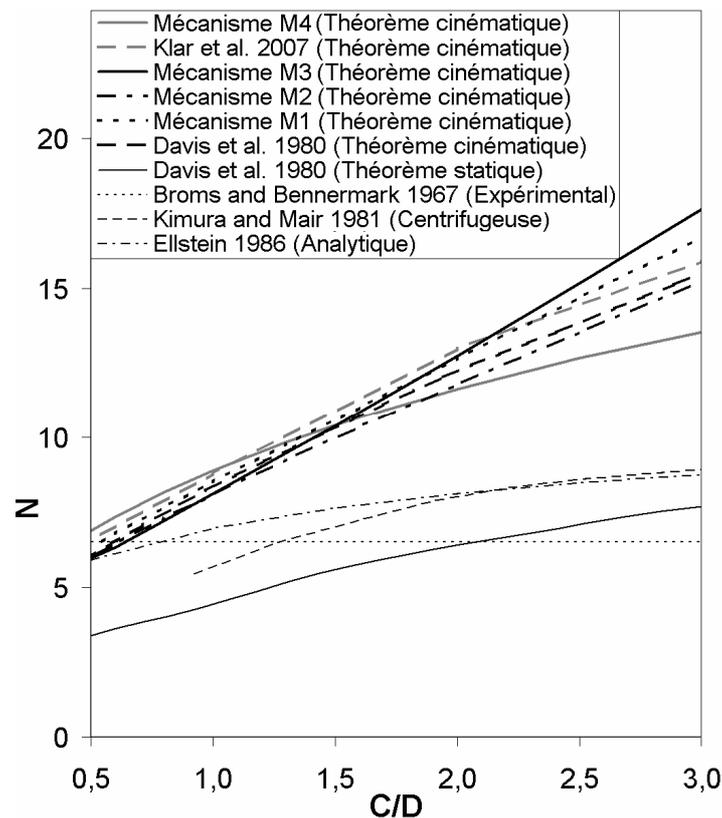


Figure 2.58 : Valeurs de  $N$  fournies par les modèles M1 à M4 et par la littérature

La figure 2.58 présente les valeurs critiques de  $N$  fournies par plusieurs approches de la littérature et par les mécanismes M1 à M4, en fonction de la hauteur de couverture relative  $C/D$ . Les mécanismes cinématiques fondés sur le mouvement de blocs rigides (Mécanisme cinématique de Davis et al. [1980], et mécanismes M1 à M3) sont indiqués en traits noirs épais, les mécanismes cinématiques fondés sur des déformations continues du massif de sol (mécanisme de Klar et al. [2007], mécanisme M4) sont représentés en traits gris épais, et les résultats issus d'autres approches (numériques, expérimentales, analytiques, théorème statique) sont tracés en traits noirs fins. On observe une nette différence entre les approches cinématiques et les autres approches. Puisque le théorème cinématique fournit une borne supérieure du facteur de stabilité  $N$ , toutes les approches cinématiques fournissent logiquement des résultats bien plus élevés que les autres. Le mécanisme M4 est celui qui fournit la meilleure borne pour les couvertures supérieures à  $C/D=2$ , et le mécanisme M2 est le meilleur pour les hauteurs de couverture inférieures. L'approche statique de Davis et al. [1980] fournit une borne inférieure de  $N$  qui apparaît relativement éloignée des bornes supérieures. L'encadrement de  $N$  obtenu par tous ces modèles est donc relativement peu précis.

Pour le mécanisme M5, l'hypothèse classique d'un facteur de stabilité unique tel que proposée dans l'expression (2.108) ne fonctionne plus, car le terme lié à la puissance du poids des terres  $N_\gamma$  est différent de  $H/D$ . Ceci est directement lié au fait qu'un champ de vitesse asymétrique a été choisi. Pour tous les mécanismes de la littérature ainsi que pour les mécanismes M1 à M4, le profil de vitesse au niveau du front lors de la rupture est symétrique, c'est-à-dire que la moitié du flux de vitesse passe au dessus du centre du front de taille et l'autre moitié passe en dessous. Ces conditions permettent d'écrire l'équation (2.110), et donc de simplifier considérablement le calcul des pressions limites. Pour le mécanisme M5, le point de vitesse maximum au front est décalé de  $0.4D$  par rapport au centre du front de taille. Ce décalage est effectué vers le bas pour une rupture en poussée (effondrement), et vers le haut pour une rupture en butée (refoulement). Une pression limite ne se définit plus uniquement par le terme de dissipation  $N_c$ , mais également par le terme de poids  $N_\gamma$ . Par ailleurs, du fait que les mécanismes en poussée et en butée ne sont pas identiques au signe près, ces grandeurs sont différentes selon que l'on a une rupture en effondrement ou en refoulement.

Pour cette raison, le mécanisme M5 ne peut pas être comparé directement aux mécanismes M1 à M4 et aux modèles de la littérature en utilisant le facteur de stabilité  $N$ . Les figures 2.59, 2.60, 2.61, et 2.62 présentent une comparaison entre les mécanismes M1 à M5, les mécanismes cinématiques de la littérature, et le modèle numérique N2, pour un tunnel de diamètre  $D=10\text{m}$  dans un sol de poids volumique  $\gamma=18\text{kN/m}^3$ . Les figures 2.59 et 2.60 présentent cette comparaison en terme de pression limite d'effondrement, pour des valeurs de cohésion non drainée de  $20\text{kPa}$  et  $30\text{kPa}$  respectivement. Les figures 2.61 et 2.62 présentent pour leur part les valeurs des pressions limites de refoulement.

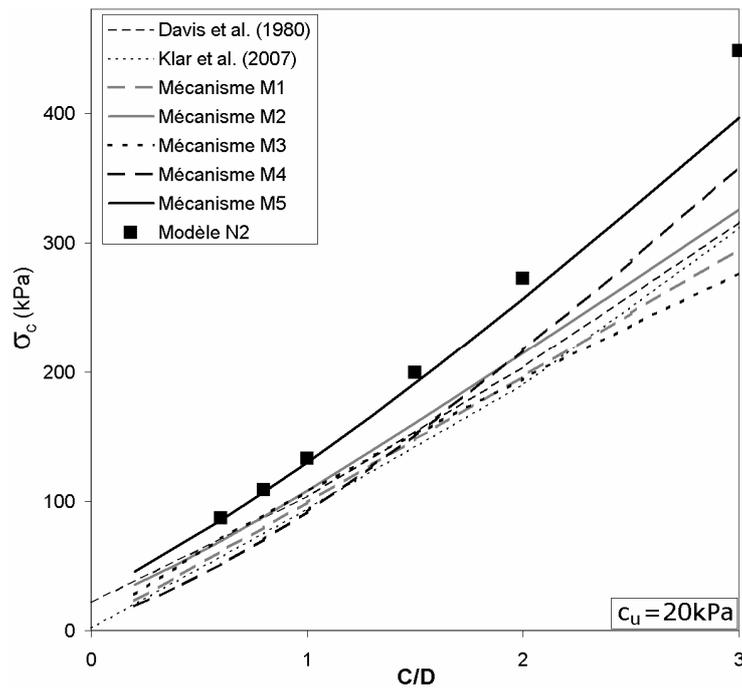


Figure 2.59 : Valeurs de  $\sigma_c$  pour les mécanismes cinématiques et le modèle N2, avec  $c_u = 20 \text{ kPa}$

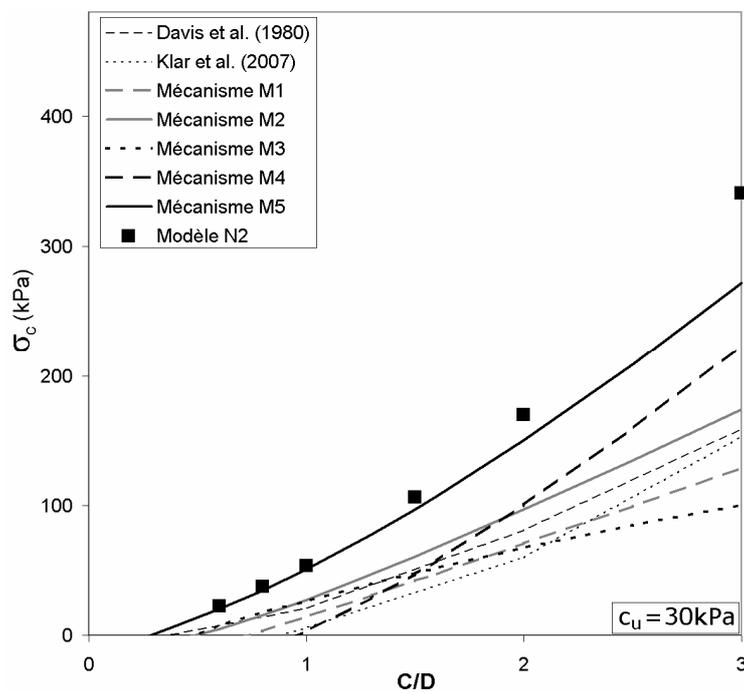


Figure 2.60 : Valeurs de  $\sigma_c$  pour les mécanismes cinématiques et le modèle N2, avec  $c_u = 30 \text{ kPa}$

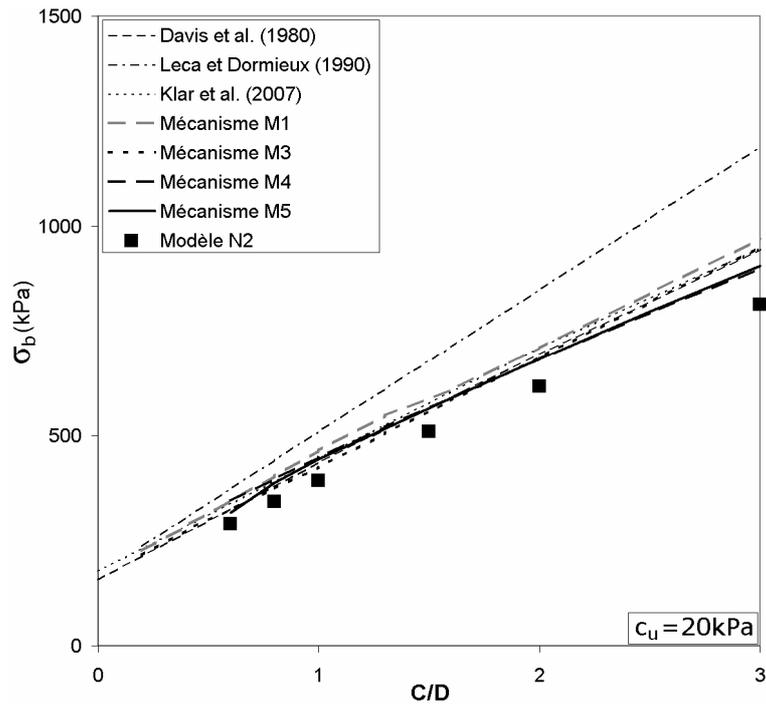


Figure 2.61 : Valeurs de  $\sigma_b$  pour les mécanismes cinématiques et le modèle N2, avec  $c_u=20\text{kPa}$

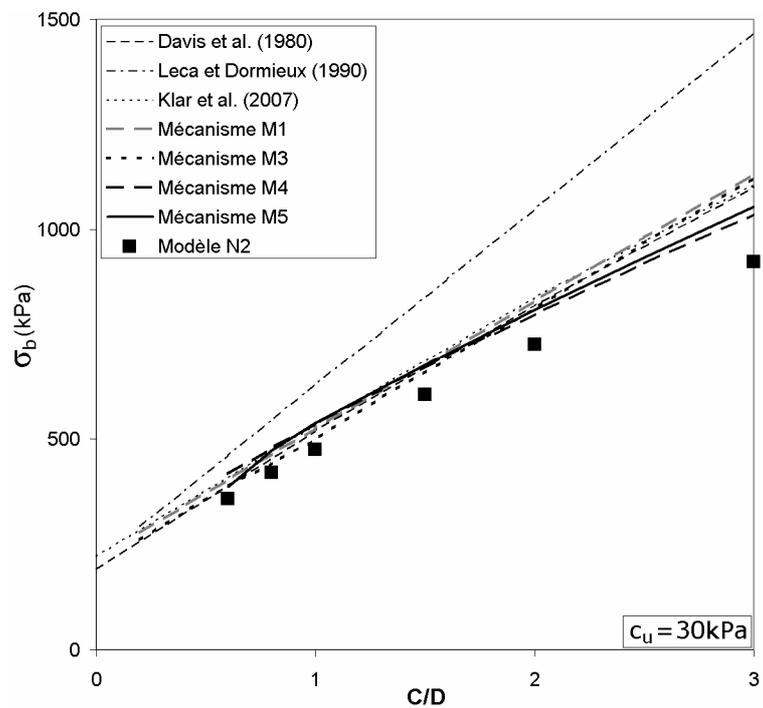


Figure 2.62 : Valeurs de  $\sigma_b$  pour les mécanismes cinématiques et le modèle N2, avec  $c_u=30\text{kPa}$

Il apparaît clairement sur les figures 2.59 et 2.60 que le mécanisme M5 est celui qui fournit les meilleures bornes inférieures de la pression d'effondrement. La correspondance avec les résultats du modèle numérique N2 est très bonne (écart inférieur à 5%) pour les faibles valeurs de couverture ( $C/D < 1.5$ ), et se dégrade légèrement pour les valeurs supérieures (écart d'environ 20% pour  $C/D=3$ ). L'estimation reste néanmoins bien meilleure que celle fournie par les autres approches cinématiques, ce qui démontre la pertinence des hypothèses émises lors du développement de M5 (champ de déformations continues, avec un maximum de vitesse situé en partie inférieure du front de taille). Les figures 2.61 et 2.62 montrent en outre que les mécanismes M4 et M5 fournissent des résultats presque identiques pour la pression de refoulement, et que ces estimations sont assez proches de celles obtenues par le modèle N2 (écart inférieur à 15%).

On peut également faire deux observations importantes à partir des figures 2.59 à 2.62.

- Il apparaît que la hauteur de couverture relative  $C/D$  a une importance capitale dans la détermination à la fois de  $\sigma_c$  et de  $\sigma_b$  en sol purement cohérent. Ceci est contraire aux observations effectuées sur sol frottant, et est directement lié au fait que le mécanisme de poussée rejoint lui aussi systématiquement la surface du sol, en l'absence de frottement et donc d'effet de voûte.
- Les valeurs de pression d'effondrement en sol purement cohérent peuvent être nettement plus élevées qu'en sol frottant. Par ailleurs, les valeurs de pressions de refoulement peuvent être beaucoup plus faibles en sol purement cohérent qu'en sol frottant. On en conclut que, dans ce type de sol, la rupture par refoulement n'est pas improbable, et que l'intervalle des pressions de soutènement licites (c'est-à-dire supérieures à  $\sigma_c$  et inférieures à  $\sigma_b$ ) peut être relativement étroit.

## 5. Abaques de dimensionnement des pressions limites

Les résultats numériques ont montré que le modèle M3 était capable de fournir une estimation correcte des pressions d'effondrement et de refoulement d'un front de taille en sol frottant. Par ailleurs, le modèle M5 a également démontré des performances très satisfaisantes en sol purement cohérent, à la fois en poussée et en butée. Ces validations ont été effectuées par comparaison avec les résultats numériques obtenus par le modèle N2. Les modèles M3 et M5 ont donc été utilisés pour tracer des abaques de détermination des pressions limites d'effondrement et de refoulement, en sols frottants (avec ou sans cohésion) et purement cohérents respectivement. Ces abaques sont tracés sur les figures 2.63, 2.64, et 2.65.

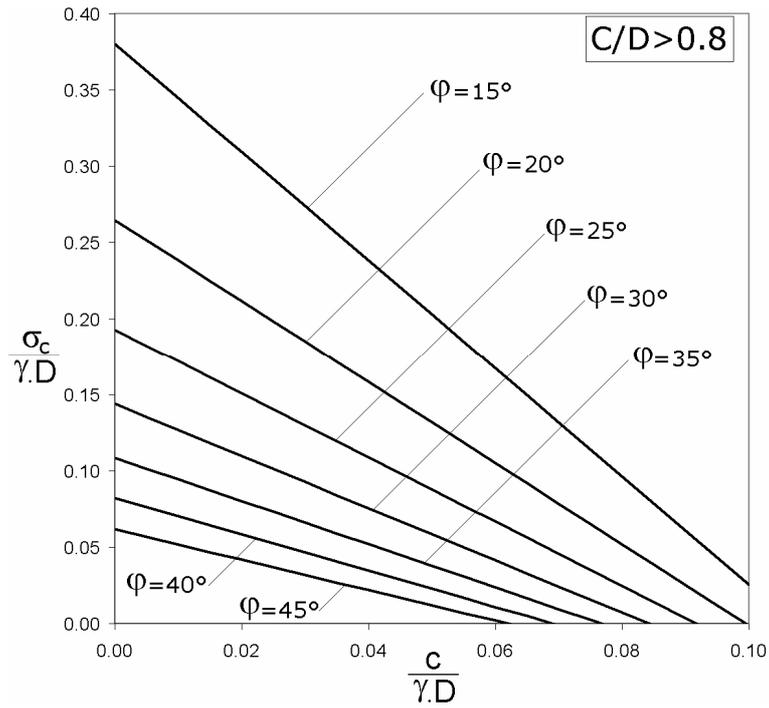


Figure 2.63 : Abaque de dimensionnement de  $\sigma_c$  en sol frottant

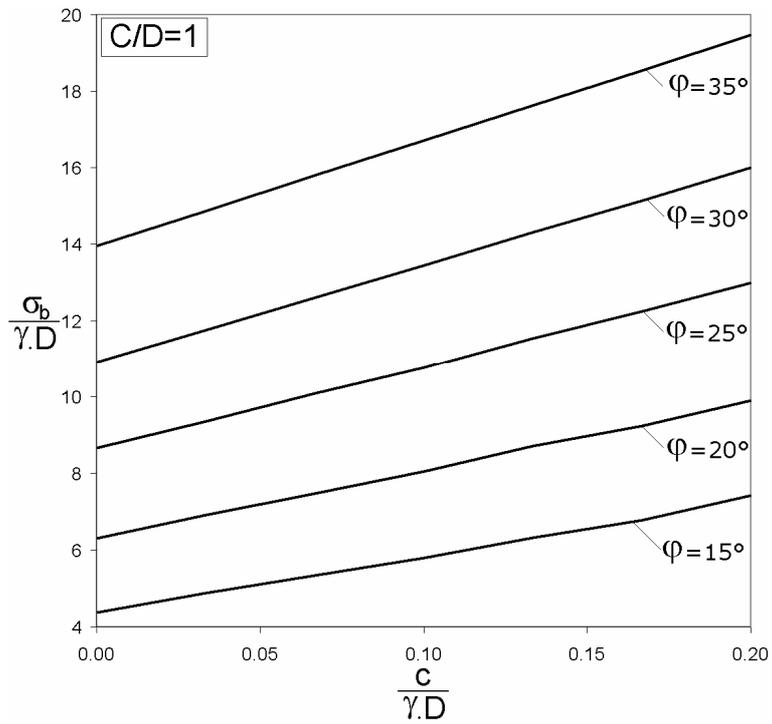


Figure 2.64 : Abaque de dimensionnement de  $\sigma_b$  en sol frottant

Les figures 2.63 et 2.64 permettent d'obtenir directement la valeur des paramètres adimensionnels  $\sigma_c/\gamma D$  et  $\sigma_b/\gamma D$  à partir de  $D$ ,  $\phi$ ,  $c$ , et  $\gamma$ . Il faut noter que la figure 2.64 est uniquement valable pour le cas  $C/D=1$ , mais que le mécanisme M3 permet de tracer le même genre d'abaque pour d'autres hauteurs de couverture. La figure 2.65 fournit les valeurs des paramètres adimensionnels  $N_\gamma$  et  $N_c$  en fonction de la hauteur de couverture relative  $C/D$ . Les pressions limites d'effondrement et de refoulement peuvent ensuite s'obtenir directement à partir des équations (2.109) et (2.113) respectivement (en prenant en compte l'équation (2.112) qui fournit la valeur de  $N_s$ ). Comme expliqué plus haut, les valeurs de  $N_\gamma$  et  $N_c$  ne sont pas les mêmes en poussée et en butée du fait de l'asymétrie du mécanisme M5 dans les deux cas, ce qui justifie la présence de quatre courbes dans la figure 2.65.

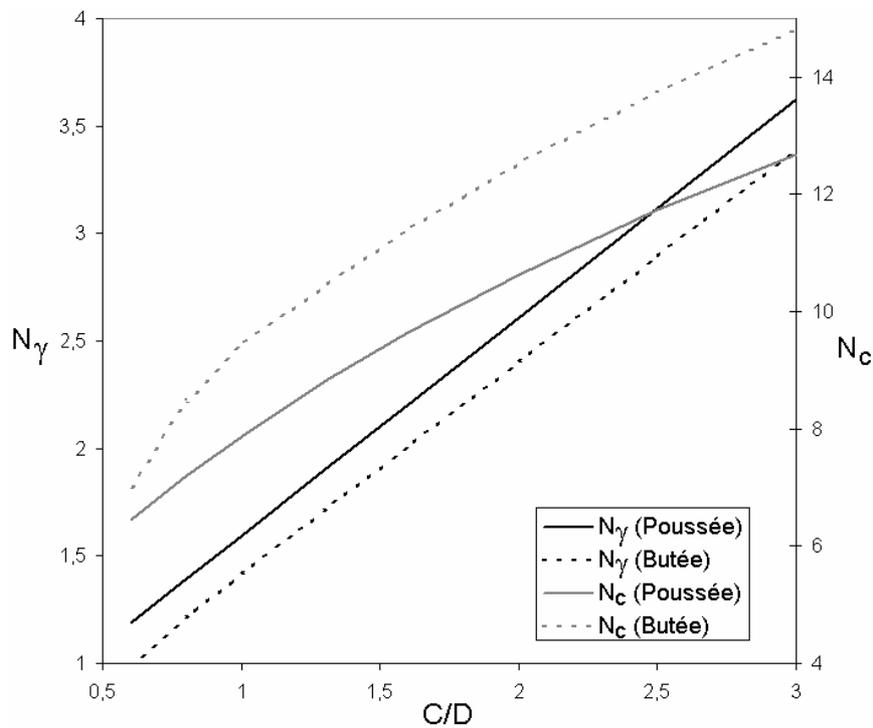


Figure 2.65 : Abaque de dimensionnement de  $\sigma_c$  et  $\sigma_b$  en sol purement cohérent

---

## *H. Modèles numériques d'évaluation des mouvements de sol en cours d'excavation*

---

### **1. Principes de l'étude**

Cette section s'attache à la détermination des mouvements de sol autour de l'excavation par bouclier pressurisé d'un tunnel à faible profondeur. Parmi ces mouvements, on distingue les mouvements à proximité directe du tunnel dans le massif de sol, et leur diffusion jusqu'à la surface du sol. C'est cette diffusion qui nous intéresse plus particulièrement, car les mouvements horizontaux et verticaux apparaissant à la surface du sol sont susceptibles d'entraîner des dommages sur le bâti existant. Néanmoins, ces mouvements de surface ne sont qu'une conséquence des phénomènes situés au plus près de l'excavation, il est donc nécessaire de modéliser de manière suffisamment fine ces phénomènes si l'on veut estimer correctement le comportement du sol à la surface.

Deux niveaux de complexité sont utilisés successivement dans cette section. Dans un premier temps, un modèle numérique simple (appelé T1) modélise la décompression du sol due à la pression de soutènement du front de taille (Mollon et al. [2009a]). Cette décompression dépend essentiellement des caractéristiques mécaniques du sol et de la pression de fluide appliquée au front. On évalue généralement que seulement 15 à 25% du tassement final est dû à cette décompression (Vanoudheusden [2006]). Un deuxième modèle (appelé T2) est ensuite mis en place pour modéliser de manière beaucoup plus fine la décompression du sol en arrière du front de taille, principalement due à la surcoupe, à la conicité de la jupe, et à la pression d'injection en arrière du bouclier pressurisé. Dans ce modèle, les tassements dépendent des caractéristiques mécaniques du sol et des valeurs de pression appliquées (au front et en injection), mais également de la géométrie du système de creusement et de soutènement.

## 2. Modèle T1

### a. Présentation du modèle

La géométrie du modèle T1 est représentée sur la figure 2.66. La section transversale est identique à celle du modèle N1 d'étude de la stabilité du front, et représente un tunnel de diamètre  $D=10\text{m}$  et de hauteur de couverture  $C=10\text{m}$ . Les dimensions générales du modèle sont de  $105\text{m}$  dans l'axe Y (axe du creusement),  $26\text{m}$  dans l'axe Z (axe vertical) et  $50\text{m}$  dans l'axe X (direction transversale au creusement). Le soutènement latéral du tunnel est modélisé par des éléments de coque supposés fixes et infiniment rigides. Des éléments d'interface sont positionnés entre le soutènement et le sol, avec une loi de plasticité de Mohr-Coulomb (cohésion nulle, angle de frottement égal à deux tiers de celui du sol). On applique au sol un modèle de comportement élastique parfaitement plastique avec un critère de plasticité de Mohr-Coulomb et une loi d'écoulement non associée. Les paramètres de sol sont  $\gamma=18\text{kN/m}^3$ ,  $E=240\text{MPa}$ ,  $\nu=0.3$ ,  $\phi=17^\circ$ ,  $c=7\text{kPa}$ , et  $\psi=0$ . Ce modèle est introduit dans le logiciel Flac3D.

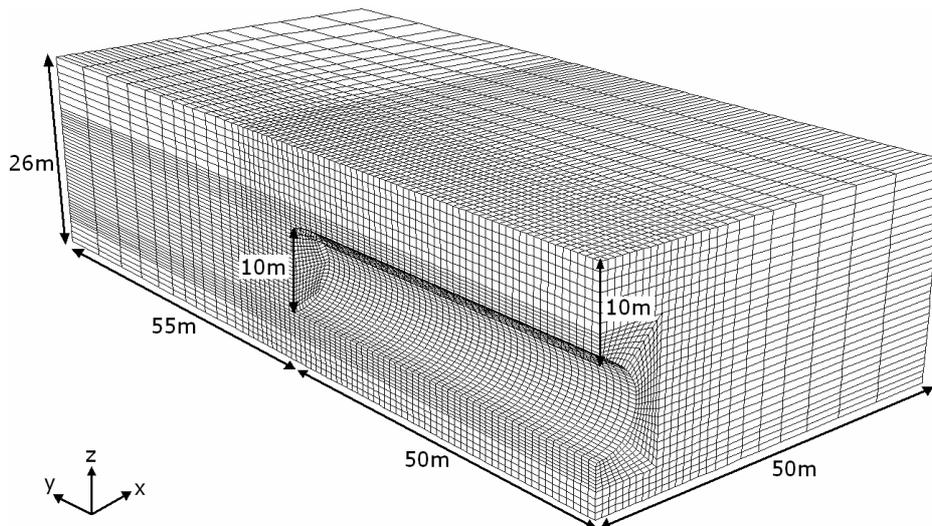


Figure 2.66 : Dimensions et maillage du modèle T1

Contrairement au modèle N1 où l'excavation est réalisée en une seule passe jusqu'à la position finale du front de taille, on se doit ici de modéliser le creusement de manière séquentielle, les mouvements finaux du sol en arrière du front étant la somme des mouvements élémentaires apparus à chaque étape du creusement. L'excavation est donc effectuée par passes successives d'un mètre, et on attend après chaque passe que le système soit revenu à l'équilibre statique et que les mouvements de sol se soient stabilisés pour effectuer la passe suivante.

## b. Cuvettes de tassement

La figure 2.67 montre l'allure du tassement de surface le long de l'axe du tunnel après 50 passes d'excavation, pour une pression appliquée au front égale à 40kPa. On observe que le tassement est proche de zéro au-delà de 30 mètres en avant du front. Ce tassement augmente ensuite graduellement au fur et à mesure que l'on s'approche du front et qu'on le dépasse, pour se stabiliser environ 10 mètres en arrière à  $Y=40\text{m}$ . On observe par ailleurs très clairement l'influence de la limite du modèle sur les 20 premiers mètres. Entre ces deux repères (20 mètres après la limite du modèle et 10 mètres en arrière du front), on observe un palier de tassement qui indique la valeur finale que prend ce tassement en arrière du front. Cette valeur est de 4.7mm. Au droit du front, le tassement vaut approximativement 85% du tassement final. Un nombre de 50 passes semble suffisant pour observer cette zone de tassement quasi-constant et donc pour obtenir une valeur fiable du tassement maximal. Le temps de calcul pour ces 50 passes est d'environ 130 minutes.

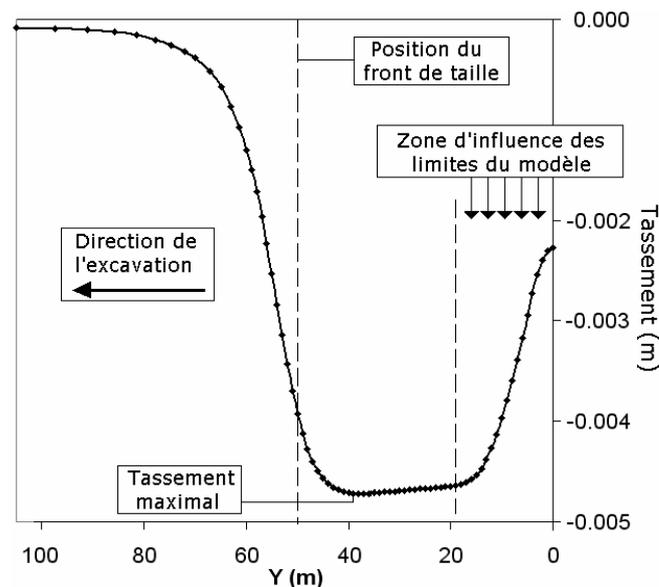


Figure 2.67 : Tassement en surface le long de l'axe du tunnel pour une pression de 40kPa

La figure 2.68 : présente l'allure des mouvements de sol dans le plan vertical contenant l'axe du tunnel. L'extrusion du front présente un profil d'allure parabolique, avec un maximum situé approximativement au niveau du tiers inférieur du front. L'essentiel des mouvements est concentré à proximité du front, mais la diffusion progressive de ces mouvements dans le massif de sol induit un décalage en surface, qui explique le retard de 10 mètres entre le front et le début du palier de tassement, observé sur la figure 2.67.

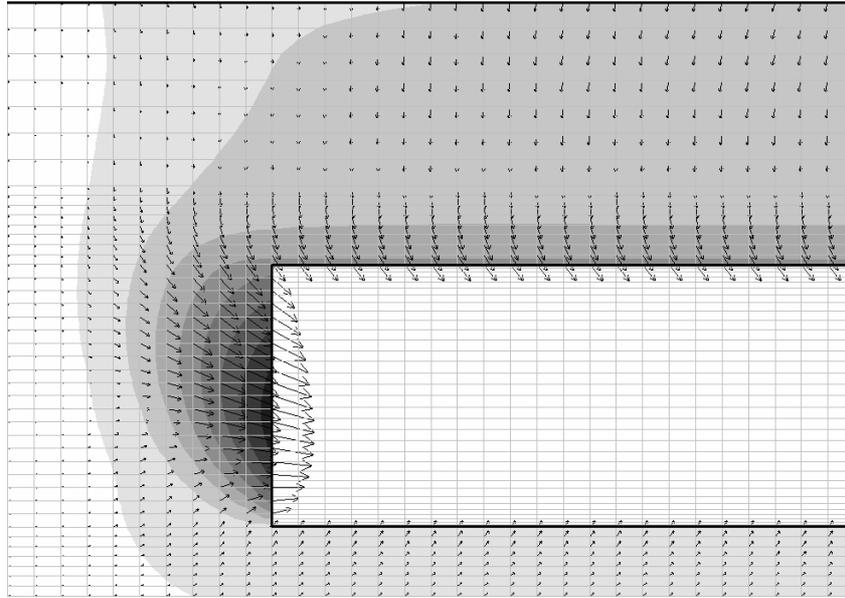


Figure 2.68 : Mouvements de sol dans le plan de symétrie du tunnel

### c. Etude paramétrique

Une étude paramétrique est effectuée pour déterminer l'impact des cinq paramètres du modèle de comportement ( $E$ ,  $\nu$ ,  $\phi$ ,  $\psi$ ,  $c$ ) sur le tassement de surface. Pour chaque variable, on compare la simulation effectuée avec les valeurs par défaut à deux simulations pour lesquelles on fait varier ce paramètre. On a donc trois cas pour chaque variable. Le tableau 2.4 rappelle les valeurs par défaut des cinq paramètres et fournit les deux valeurs supplémentaires que prend chaque paramètre.

Tableau 2.4 : Détails de l'étude paramétrique

Variable	$E$ (MPa)	$\nu$	$c$ (kPa)	$\phi$ ( $^{\circ}$ )	$\psi$ ( $^{\circ}$ )
Valeurs de référence	240	0.3	7	17	0
Cas 1	400	0.45	21	30	10
Cas 2	Valeur de référence	Valeur de référence	Valeur de référence	Valeur de référence	5
Cas 3	100	0.15	0	12	Valeur de référence

La figure 2.69 présente les résultats de cette étude en termes de tassement maximal, pour une pression appliquée au front de 60kPa. Il apparaît très clairement que les variations du module d'Young, de la cohésion, et de l'angle de

frottement interne ont un impact déterminant sur le tassement, tandis que l'influence du coefficient de Poisson et de l'angle de dilatance peut être négligée.

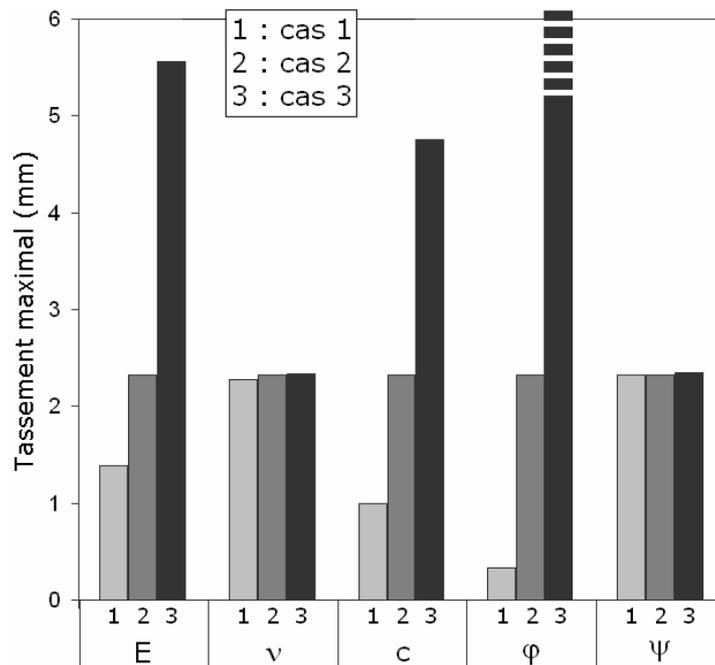


Figure 2.69 : Etude paramétrique sur les propriétés mécaniques du sol

On déduit de cette étude que le tassement de surface provoqué par la seule décompression du front est d'autant plus important que le module d'Young, la cohésion, et l'angle de frottement interne sont faibles.

### 3. Modèle T2

#### a. Présentation du modèle

Un second modèle est mis en œuvre pour apporter un degré de complexité supplémentaire à la modélisation du creusement. On ne se concentre plus uniquement sur le front de taille, mais également sur l'ensemble des mouvements apparaissant au niveau de la jupe et en arrière de celle-ci. Une vue schématique du modèle est présentée sur la figure 2.70.

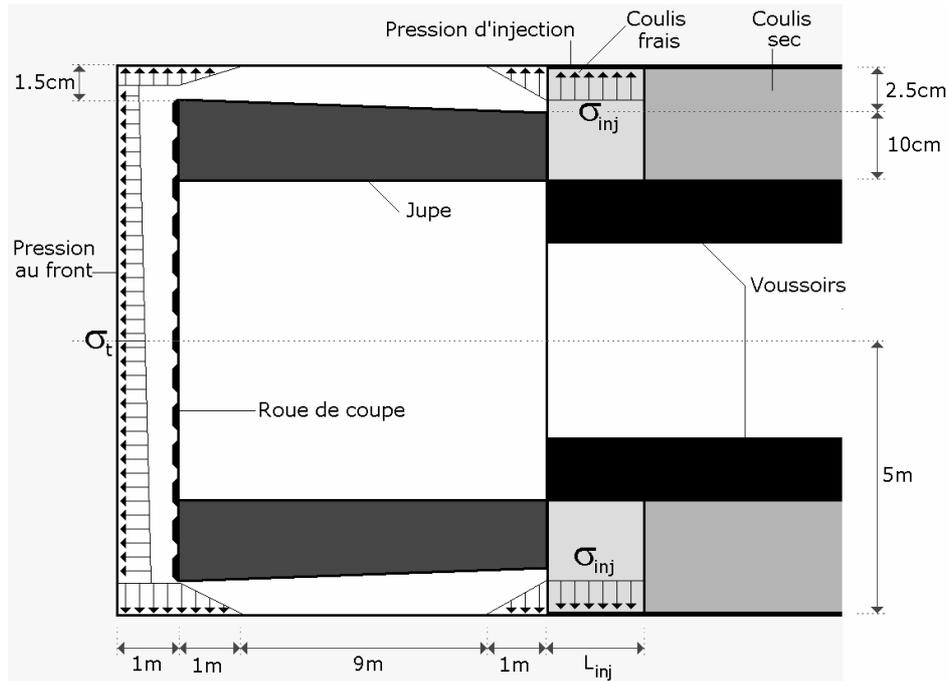


Figure 2.70 : Modèle de tunnelier à pression de boue

Le modèle T2 s'intéresse au creusement par un tunnelier à pression de boue de diamètre  $D=10\text{m}$  sous une hauteur de couverture de  $C=10\text{m}$ . La pression de boue appliquée au front présente un profil trapézoïdal pour prendre en compte le poids propre de la boue de forage (pris arbitrairement égal à  $12\text{kN/m}^3$  dans cette étude). Cette pression est appliquée au front de taille ainsi qu'à la surface cylindrique située à l'arrière du front de taille. Cette surface a une longueur égale à un mètre et correspond à la taille de la chambre d'abattage. La valeur de la pression appliquée à l'axe du tunnel est appelée  $\sigma_t$  dans cette étude. Pour prendre en compte la légère surcoupe communément observée lors de chantiers réels, le rayon maximal de la jupe est inférieur de 1.5cm à celui du tunnel excavé. Cet espace rend possible une progression de la boue de forage en arrière de la roue de coupe. Cette boue en arrière de la roue de coupe sera modélisée ici par une distribution triangulaire de la pression appliquée sur une longueur d'un mètre.

La conicité de la jupe est également prise en compte, avec un rayon arrière inférieur d'un centimètre au rayon avant. La longueur totale de cette jupe est de 11m. Pour des raisons de simplicité, celle-ci n'est pas modélisée par des éléments volumiques. Ces éléments sont remplacés par un test effectué à chaque cycle de calcul sur tous les points susceptibles de venir au contact de la jupe au cours du creusement (c'est-à-dire les points situés sur la face intérieure du sol excavé à proximité de la jupe). La position de chacun de ces points est évaluée à chaque cycle de calcul (ces cycles représentant des pseudo-pas de temps sous le logiciel Flac3D), et cette position est artificiellement bloquée lorsque le point considéré entre en contact avec cette jupe « fictive ».

En arrière de celle-ci, un coulis de bourrage est injecté sous pression afin d'éviter la décompression du sol dans le vide annulaire existant entre les voussoirs (mis en place sous la jupe avant son avancement) et le tunnel excavé. Compte tenu de leur faible impact sur les mouvements de sol, les voussoirs sont supposés infiniment rigides. Le coulis injecté dans l'espace annulaire sèche progressivement au fur et à mesure de l'avancée du front de taille. Pour modéliser ce phénomène, on considère grossièrement que le mortier est à l'état fluide sur une longueur  $L_{inj}$  en arrière de la jupe (ce qui est modélisé par une pression  $\sigma_{inj}$  appliquée sur la face intérieure du sol excavé), puis solide au-delà (ce qui est modélisé par des éléments volumiques au comportement élastique avec les caractéristiques  $E_{coulis}=10\text{MPa}$  et  $\nu=0.22$ ). En première approximation la longueur  $L_{inj}$  est estimée à 3 mètres.

Comme pour la pression appliquée au front, l'espace compris entre la jupe et le sol excavé permet l'échappement d'une partie du coulis vers la jupe. Ce coulis sera modélisé ici par une distribution de pressions de forme triangulaire sur une longueur d'un mètre. Le modèle est introduit sous Flac3D, comme représenté sur la figure 2.71. Il comprend approximativement 98000 zones. La longueur d'une passe est égale à un mètre, et 35 passes sont exécutées successivement. Le creusement s'effectue le long de l'axe Y, l'axe X est la direction transversale au creusement, et l'axe Z est l'axe vertical.

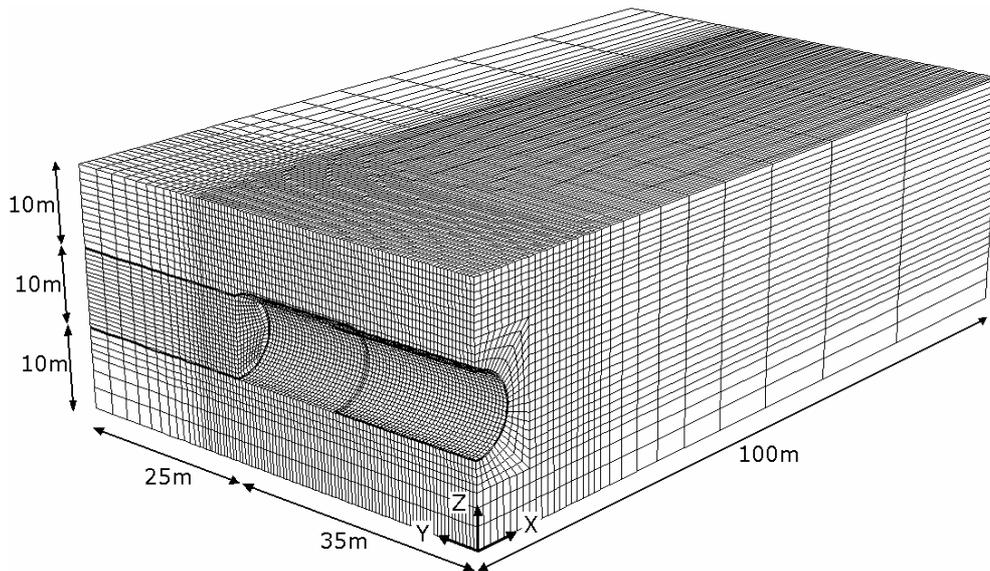


Figure 2.71 : Allure du maillage du modèle T2 introduit sous Flac3D

## b. Cuvettes de tassement

On considère dans ce modèle un sol de poids volumique  $\gamma=18\text{kN/m}^3$ , respectant une loi de comportement élastique parfaitement plastique de type Mohr-Coulomb, avec les paramètres suivants :  $E=50\text{MPa}$ ,  $\nu=0.3$ ,  $c=7\text{kPa}$ ,  $\varphi=17^\circ$ ,  $\psi=0^\circ$ . Ce jeu de paramètres est appelé « jeu de référence » dans la suite de cette section. Pour choisir les valeurs de pressions appliquées au front et à l'injection du vide annulaire, la pratique usuelle consiste à se caler sur les valeurs de pression verticale  $\sigma_v$  en place dans le massif de sol. Ainsi, la pression appliquée au front à hauteur de l'axe du tunnel est généralement prise égale à :

$$\sigma_t = K_0 \cdot \sigma_v \quad (2.114)$$

Dans cette expression, le coefficient  $K_0$  de pression des terres au repos est évalué par la formule classique de Jaky ( $K_0=1-\sin\varphi$ ), et  $\sigma_v$  est considérée à l'axe du tunnel (soit à 15m de profondeur). De la même manière, on applique souvent au vide annulaire une pression :

$$\sigma_{inj} = 1.2 \cdot \sigma_v \quad (2.115)$$

Dans cette expression, la pression  $\sigma_v$  est considérée à la clé du tunnel, soit pour une profondeur de 10m. Pour un fonctionnement normal du tunnelier dans le sol de référence de cette étude, on aura donc  $\sigma_t=190\text{kPa}$  et  $\sigma_{inj}=215\text{kPa}$ . Avec ces caractéristiques, on obtient des déplacements horizontaux et verticaux en surface en chaque nœud du maillage. La figure 2.72 présente les déplacements dans les directions Y et Z le long de l'axe Y du creusement. Sur cette figure, chaque point correspond à un nœud du maillage.

On pourrait s'attendre à ce que les déplacements engendrés par le creusement se stabilisent sous forme d'un palier constant à une certaine distance en arrière du front, qu'il s'agisse du déplacement horizontal ou du tassement. On observe pourtant sur la figure 2.72 qu'il n'en est rien. Le tassement passe par un maximum à 15 mètres en arrière du front puis décroît jusqu'au bord du modèle, tandis que le déplacement horizontal passe également par un maximum pour diminuer et enfin s'annuler en  $Y=0$ . Ce résultat est directement imputable aux conditions aux limites imposées aux bornes du modèle, et ne correspond à aucune réalité physique. En l'absence de stabilisation de ces déplacements, il est difficile d'évaluer les valeurs finales après passage du tunnelier. Une possibilité est d'augmenter la taille du modèle pour éloigner les limites de la position du front. Cette méthode présente l'inconvénient de rallonger considérablement le temps de calcul, puisqu'elle augmente la taille du modèle d'une part, et le nombre de passes d'excavations à réaliser d'autre part.

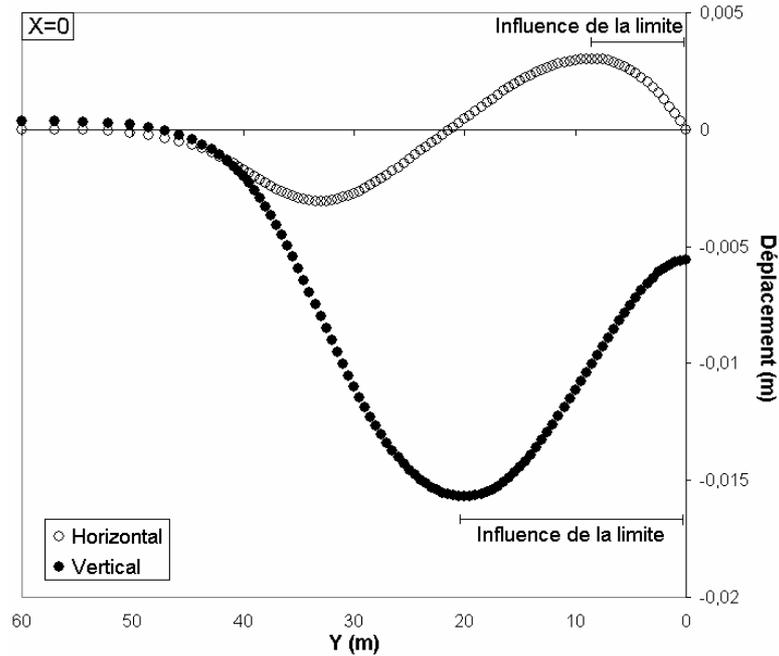


Figure 2.72 : Déplacements de surface sur l'axe du tunnel fournis par le modèle numérique

Une solution alternative peut être envisagée après observation de la figure 2.73. Celle-ci représente le tassement instantané à la 35<sup>e</sup> passe d'excavation sur l'axe Y, pour différentes profondeurs. Ce tassement instantané est égal au tassement total obtenu après 35 passes d'excavation, auquel on a retranché le tassement total après 34 passes. Il s'agit donc de l'incrément de tassement provoqué par la 35<sup>e</sup> passe. Cette figure est riche en enseignements. La courbe de tassement au niveau de la clé (trait plein gris) permet de mettre en évidence les phénomènes se déroulant à proximité directe du creusement. Sur une dizaine de mètres en avant du front, on observe une décompression progressive du sol provoquée par l'excavation mais limitée par la pression de fluide appliquée dans la chambre d'abattage, et qui se traduit par un début de tassement.

Au niveau de la roue de coupe, un tassement beaucoup plus important a lieu, provoqué par le comblement de la surcoupe. En arrière de ce pic, un palier de tassement constant apparaît du fait de la conicité de la jupe. La pression d'injection du coulis de bourrage en arrière de la jupe donne lieu à un soulèvement local du sol, mais la prise et la consolidation de coulis font apparaître un dernier pic de tassement localisé. Lorsque l'on progresse de la clé vers la surface, on constate une atténuation progressive de ces mouvements jusqu'à une cuvette de tassement de surface relativement régulière, qui s'étend de 15 mètres en avant du front à 25 mètres en arrière.

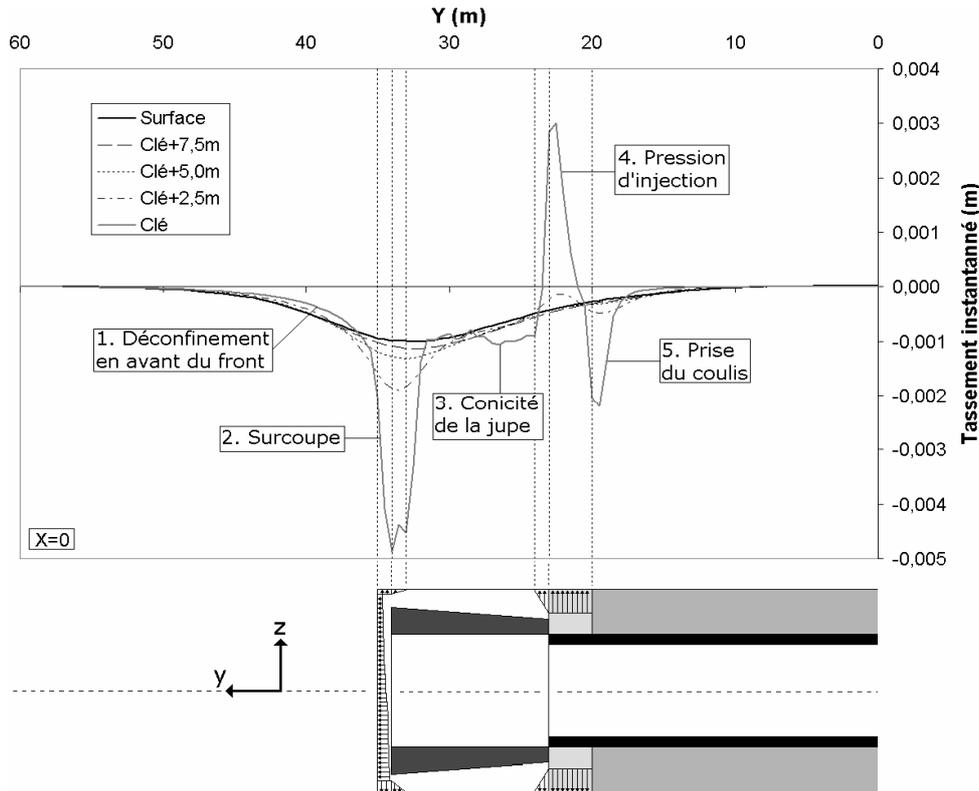


Figure 2.73 : Tassements instantanés au 35<sup>e</sup> pas de creusement à différentes profondeurs.

La figure 2.73 permet également de constater que le tassement instantané à la 35<sup>e</sup> passe n'est nullement perturbé par les limites du modèle, puisque les tassements sont nuls pour  $Y=0$  quelque soit la profondeur. On peut donc estimer que le tunnelier a atteint ce que l'on pourrait assimiler à un régime permanent d'excavation, ce qui signifie que chaque nouvelle passe d'excavation induira la même cuvette de tassement avec un mètre de décalage. On peut utiliser cette propriété assez facilement pour obtenir une cuvette finale exacte sans rallonger le modèle et sans augmenter le nombre de passes d'excavation. Le tassement total en une abscisse  $Y$  lorsque le front de taille la traverse est égal à la somme des tassements instantanés que toutes les passes précédentes ont provoqué à cette abscisse. Cette somme est égale à l'intégrale de la cuvette instantanée entre  $Y$  et l'infini, car la longueur d'une passe vaut ici un mètre. Puisque le tassement est nul à une certaine distance en avant du front, cette intégrale peut être calculée entre  $Y$  et 60m. Cette méthode est transposable au tassement en toute abscisse  $Y$  (notamment pour  $Y=0$ , ce qui fournit directement la valeur finale du tassement) et à toute profondeur, mais également à tout type de déplacement. La figure 2.74 présente par exemple les courbes finales de tassement et de mouvement horizontal, fournies par le modèle et obtenues par intégration des mouvements instantanés. Cette deuxième méthode permet bien de faire apparaître des paliers de déplacement constants en arrière du front.

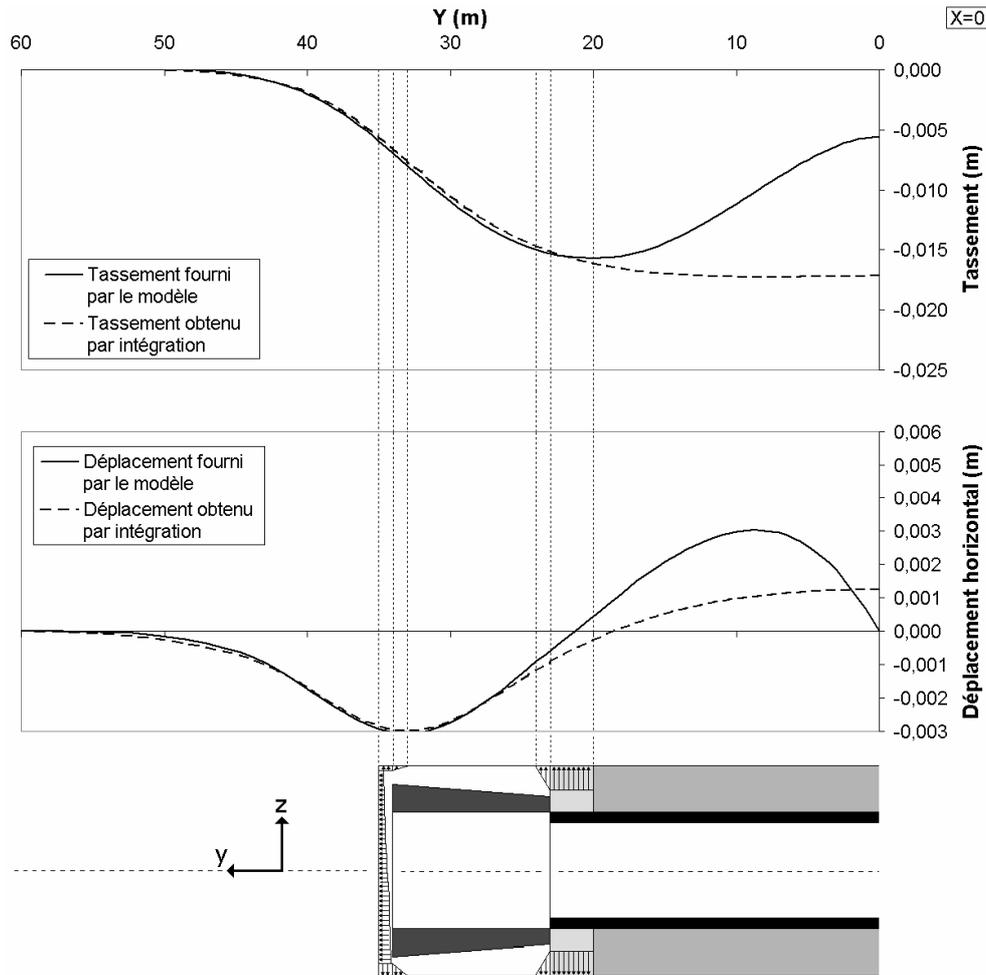


Figure 2.74 Tassements et déplacements horizontaux selon l'axe Y, fournis par le modèle et obtenus par intégration des déplacements instantanés.

La figure 2.75 présente le tassement final obtenu par cette méthode d'intégration au niveau de l'axe Y, pour différentes profondeurs. Là encore, au niveau de la clé du tunnel, les mécanismes de l'excavation apparaissent très clairement : déconfinement du sol en avant du front de taille (limité par la pression de boue appliquée au front), tassement important dans la chambre d'abattage du fait de la surcoupe, puis tassement augmentant linéairement au niveau de la jupe du fait de sa conicité. Cette linéarité parfaite correspond en réalité à un contact entre la jupe et le sol. Ce contact ne s'effectue que dans la partie centrale de cette jupe, et est empêché à ses extrémités par les pressions triangulaires du front (à l'avant) et d'injection (à l'arrière). On rappelle que ces pressions sont rendues possibles par la migration d'une partie des fluides de soutènement sous pression au travers des espaces de surcoupe. On observe ensuite une réduction locale du tassement au niveau de l'injection de coulis de bourrage sous pression, puis une nouvelle augmentation du tassement du fait de la prise et de la consolidation de ce coulis, avant une stabilisation du tassement après la

prise. Comme avec les courbes de la figure 2.74, les mouvements observés à hauteur de la clé sont amortis et lissés au fur et à mesure que l'on s'en éloigne, pour aboutir à une cuvette finale beaucoup plus régulière au niveau de la surface du sol. Sur la figure 2.76 on peut observer une cuvette 3D instantanée, c'est-à-dire une représentation surfacique de l'incrément de déplacement vertical en surface apporté par la 35ème passe d'excavation. Avec les paramètres de sol choisis pour cette étude, cette cuvette instantanée semble avoir une courbure semblable dans les directions longitudinales et transversales. Par la méthode d'intégration présentée plus haut, il est possible de représenter également la cuvette 3D de tassement total. Cette représentation est proposée sur la figure 2.77, avec une échelle verticale contractée d'un facteur 10 par rapport à la figure 2.76. On observe très clairement la juxtaposition de deux cuvettes de tassement concomitantes : la cuvette longitudinale (selon l'axe Y du creusement), et la cuvette transversale (selon l'axe X du creusement). Cette observation implique que la complexité des mouvements de terrain engendrés par le creusement d'un tunnelier ne peut être appréhendée par la seule valeur du tassement final au droit du creusement ni même par la seule connaissance de la cuvette transversale finale, bien que cette démarche soit couramment appliquée dans le cadre de simulations 2D en déformations planes.

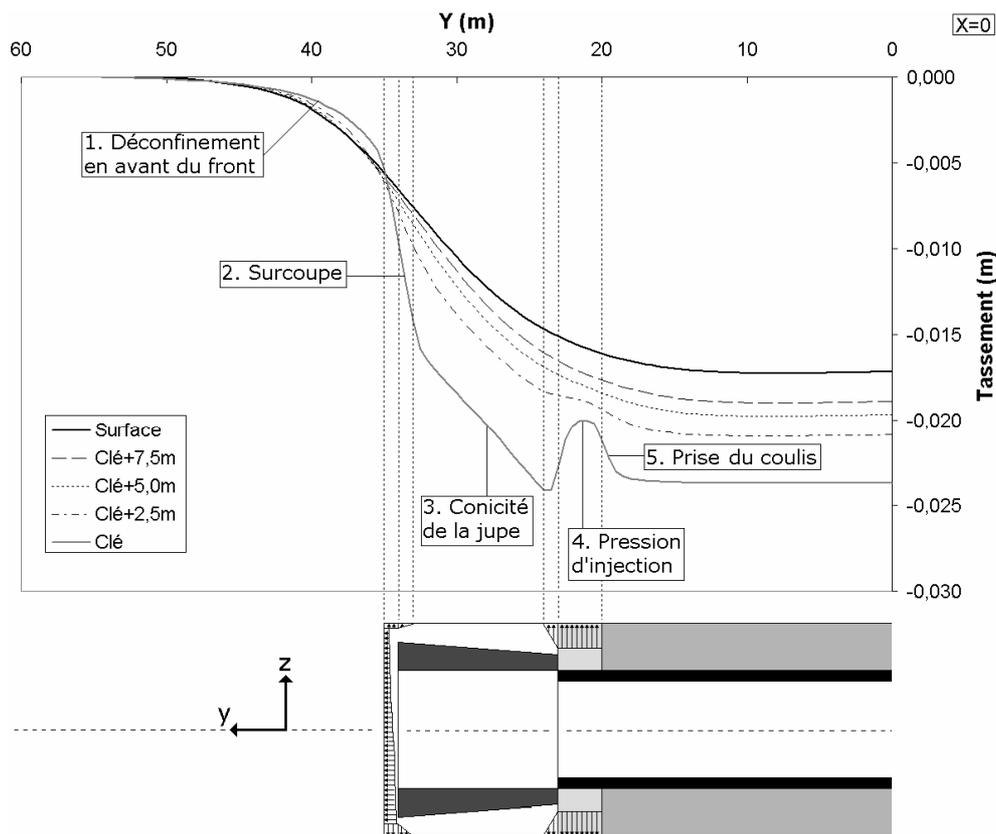


Figure 2.75 : Tassements finaux à différentes profondeurs, obtenus par intégration des tassements instantanés

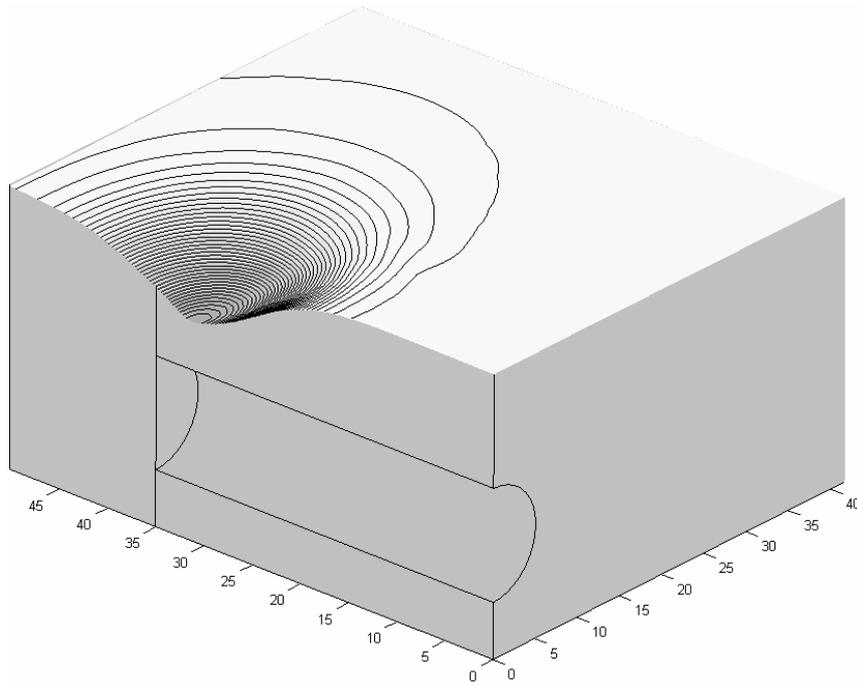


Figure 2.76 : Cuvette 3D de tassement instantanée au 35<sup>e</sup> pas

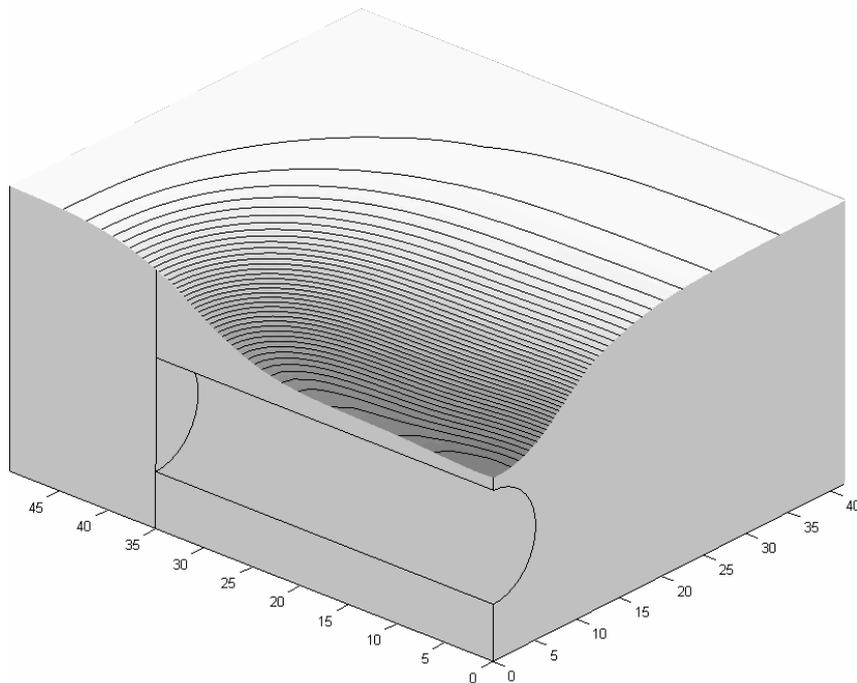


Figure 2.77 : Cuvette 3D de tassement final obtenu par intégration de la cuvette 3D instantanée

### c. Autres mouvements de sol induits par le creusement

Pour s'intéresser à l'impact potentiel de ces mouvements sur un patrimoine bâti, on ne doit pas se contenter de considérer uniquement la seule valeur du tassement maximal. On pourra s'intéresser à des notions de pentes des cuvettes de tassement (dans les directions longitudinales et transversales), de tassement différentiel (« largeur » des cuvettes de tassement, représentée par la position  $i$  du point d'inflexion), de mouvement horizontal (selon l'axe X, l'axe Y, ou un axe quelconque), ou de déformation horizontale du sol (compression ou traction). Le tableau 2.5 récapitule les 12 grandeurs de sortie du modèle numérique qui seront considérées dans la suite de cette thèse, ainsi que leurs valeurs pour le jeu de référence de cette section ( $c=7\text{kPa}$ ,  $\varphi=17^\circ$ ,  $\psi=0^\circ$ ,  $\gamma=18\text{kN/m}^3$ ,  $E=50\text{MPa}$ ,  $\nu=0.3$ ,  $E_{\text{coulis}}=10\text{MPa}$ ,  $\sigma_t=190\text{kPa}$ ,  $\sigma_{\text{inj}}=215\text{kPa}$ ,  $L_{\text{inj}}=3\text{m}$ ), et pour le jeu utilisé lors de la présentation du modèle T1 ( $c=7\text{kPa}$ ,  $\varphi=17^\circ$ ,  $\psi=0^\circ$ ,  $\gamma=18\text{kN/m}^3$ ,  $E=240\text{MPa}$ ,  $\nu=0.3$ ,  $\sigma_t=40\text{kPa}$ ).

Tableau 2.5 : Grandeurs de sortie du modèle numérique

Grandeur de sortie	Numéro	Valeur pour le jeu de référence	Valeur pour le jeu T1
Tassement maximum (mm)	1	19.90	30.05
Déplacement horizontal maximum (mm)	2	8.53	10.83
Déplacement horizontal maximum selon Y (mm)	3	1.81	9.88
Déplacement horizontal maximum selon X (mm)	4	8.43	10.29
Pente longitudinale maximum (mm/m)	5	1.22	2.36
Pente transversale maximum (mm/m)	6	1.50	2.26
Distance $i$ longitudinale (/front) (m)	7	-2.50	3.50
Distance $i$ transversale (/axe) (m)	8	7.23	6.20
Déformation longitudinale maximum ( $\mu\text{m/m}$ )	9	337	323
Déformation longitudinale minimum ( $\mu\text{m/m}$ )	10	-380	-968
Déformation transversale maximum ( $\mu\text{m/m}$ )	11	420	797
Déformation transversale minimum ( $\mu\text{m/m}$ )	12	-1754	-2216

Les grandeurs citées dans le tableau 2.5 sont représentées sur les figures 2.78 et 2.79. La figure 2.78 présente les courbes de déplacements selon les axes X, Y et Z (tassement). Ces déplacements sont calculés par la méthode d'intégration des déplacements instantanés, sur l'axe Y ( $X=0$ ) et l'axe X ( $Y=0$ ). Sur ce graphique, on voit apparaître le tassement en arrière du front au droit de l'axe du creusement, le déplacement longitudinal en arrière du front dans la direction du creusement, et le déplacement transversal dans le plan  $Y=0$  en direction de l'axe du creusement.

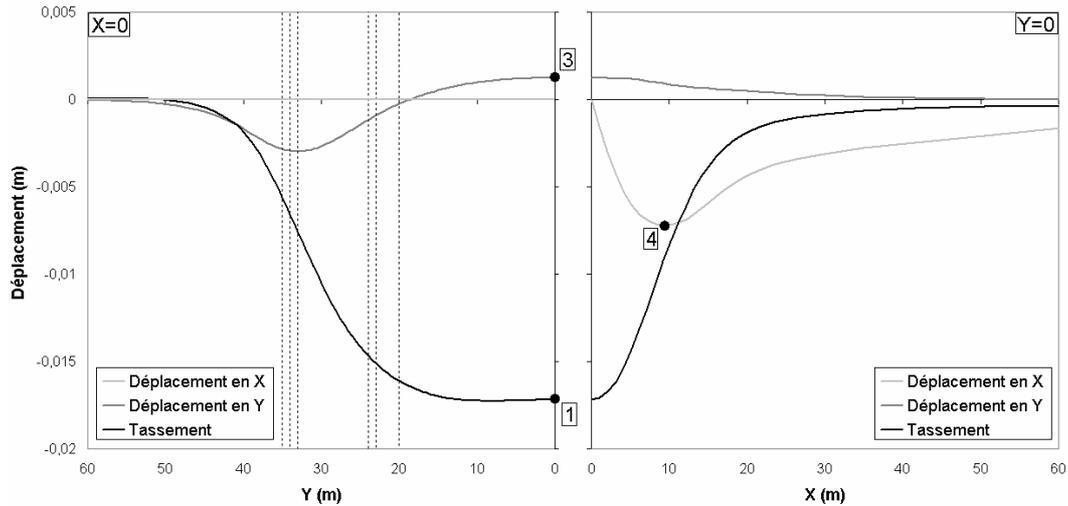


Figure 2.78 : Déplacements selon les directions X, Y, et Z, tracés sur les axes  $X=0$  et  $Y=0$

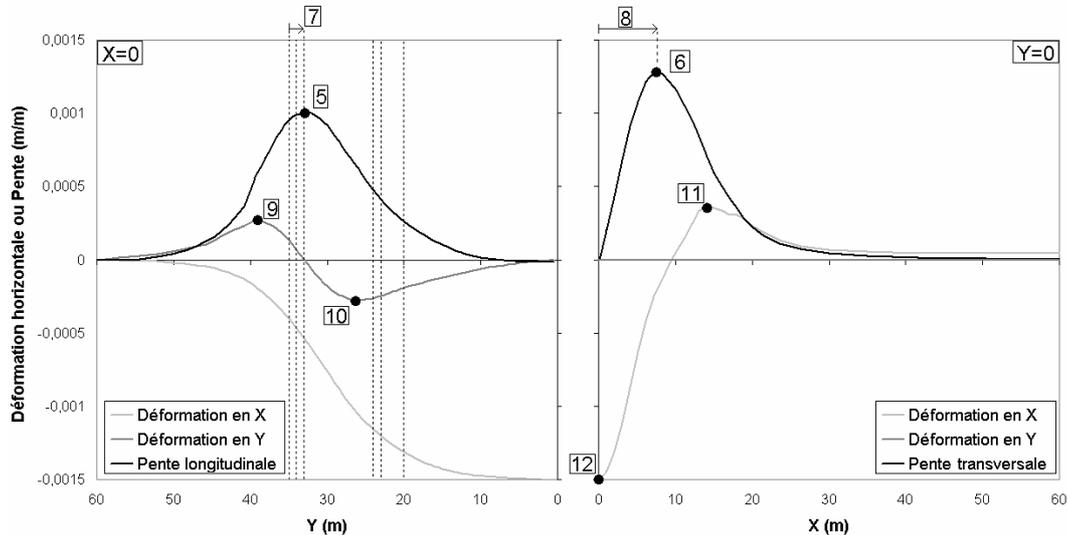


Figure 2.79 : Déformations et pentes dans les directions X et Y, tracées sur les axes  $X=0$  et  $Y=0$

La figure 2.79 représente des grandeurs issues de la dérivation spatiale des déplacements : Il s'agit de la déformation horizontale selon l'axe X (dérivée du déplacement selon l'axe X par rapport à l'abscisse X), de la déformation horizontale selon l'axe Y (dérivée du déplacement selon l'axe Y par rapport à l'abscisse Y), de la pente transversale (dérivée du tassement par rapport à l'abscisse X), et de la pente longitudinale (dérivée du tassement par rapport à l'abscisse Y). Ces courbes sont représentées selon l'axe Y ( $X=0$ ) et selon l'axe X ( $Y=0$ ). On peut voir sur cette figure les grandeurs suivantes : 5 (pente longitudinale maximale), 6 (pente transversale maximale), 7 (distance  $i_1$  du front au point de pente longitudinale maximale), 8 (distance  $i_t$  de l'axe du creusement

au point de pente transversale maximale), 9 (déformation longitudinale maximale en traction), 10 (déformation longitudinale maximale en compression), 11 (déformation transversale maximale en traction), et 12 (déformation transversale maximale en compression). La grandeur de sortie numéro 2 n'est pas représentée sur les figures 2.78 et 2.79, car il s'agit du déplacement horizontal maximal. Puisqu'il s'agit de la combinaison d'un déplacement longitudinal (selon Y) et transversal (selon X), ce déplacement est situé à la surface du sol mais ne se trouve ni dans le plan  $X=0$  ni dans le plan  $Y=0$ .

La colonne de droite du tableau 2.5 donne les valeurs obtenues par le modèle T2 pour le jeu de données utilisées lors de la présentation du modèle T1 ( $c=7\text{kPa}$ ,  $\varphi=17^\circ$ ,  $\psi=0^\circ$ ,  $\gamma=18\text{kN/m}^3$ ,  $E=240\text{MPa}$ ,  $\nu=0.3$ ,  $\sigma_t=40\text{kPa}$ ). Il faut noter que, pour cette simulation, les grandeurs  $E_{\text{coulis}}$ ,  $\sigma_{\text{inj}}$ , et  $L_{\text{inj}}$  (qui n'avaient pas de sens dans le modèle T1) ont été fixées respectivement à 10MPa, 215kPa, et 3m, soit leurs valeurs par défaut dans le modèle T2. Par ailleurs, un profil uniforme de pression au front a été appliqué (correspondant à un soutènement par air comprimé), et non un profil trapézoïdal.

Ce calcul permet de comparer les mouvements de terrain apparaissant en régime normal d'excavation (jeu de référence du modèle T2) et lors d'un défaut de soutènement du front (jeu de référence du modèle T1). La valeur finale du tassement passe par exemple de 17.2 mm à 30.0 mm (bien que ces valeurs ne puissent pas être comparées directement puisque la valeur de E est différente entre les deux simulations). A titre de comparaison, la valeur de tassement maximal fournie par le modèle T1 pour ce même jeu de paramètres est de 4.7 mm, ce qui tendrait à prouver que le tassement en surface provoqué par le seul déconfinement du front ne représente qu'une petite proportion du tassement final (15 à 20%).

---

## *Conclusion*

---

Différents modèles déterministes sont proposés dans ce chapitre pour la détermination des pressions limites d'effondrement et de refoulement du front de taille d'un tunnel pressurisé, et pour la prédiction des mouvements de terrains engendrés par le creusement. Pour l'étude de la stabilité, des modèles numériques sont d'abord programmés sous le logiciel Flac3D. Les champs de vitesse obtenus pour les différents types de rupture permettent d'établir une différence notable entre les sols frottants (rupture par rotation d'un unique bloc de sol qui reste rigide pendant le mouvement) et purement cohérents (rupture par déformation continue du massif de sol sans discontinuité de vitesse). Ces différences permettent de développer différents modèles analytiques de complexité croissante afin d'approcher au mieux les formes de ruptures obtenues numériquement. Deux modèles analytiques (modèles M3 et M5) fournissent pour des coûts calculatoires réduits des approximations très satisfaisantes des pressions limites d'effondrement et de refoulement, respectivement en sols frottants et non frottants.

Dans une dernière partie, deux modèles numériques sont développés afin d'évaluer les déplacements de sol induits par le creusement. Le modèle T1 se limite à étudier l'effet d'une décompression du front par défaut de pression de soutènement sur le tassement maximal observé en surface en arrière du tunnel. Le modèle T2 propose une modélisation plus complexe, prenant en compte la pression de soutènement au front de taille, mais également la géométrie complexe du bouclier (surcoupe et conicité de la jupe), la pression d'injection de coulis en arrière de la jupe, et la consolidation/solidification du coulis injecté. Les temps de calcul relativement élevés des modèles T1 et T2 impliquent que leur utilisation dans un cadre probabiliste n'est envisageable qu'avec des méthodes pour lesquelles le nombre d'appels au modèle déterministe est très réduit.

---

## Chapitre 3. Etude probabiliste en variables aléatoires

---

## *Introduction*

---

La propagation de l'incertitude au travers d'un modèle déterministe est un problème clé lorsque l'on souhaite déterminer la probabilité de défaillance d'un système. Si de nombreuses méthodes existent pour décrire la distribution de probabilité d'une variable de sortie à partir des paramètres probabilistes des variables d'entrée, ces méthodes nécessitent généralement un nombre très important d'appels au modèle déterministe. C'est le cas par exemple de la méthode de Monte-Carlo, qui fournit un estimateur sans biais de la probabilité de défaillance  $p_f$ , mais nécessite un nombre d'appels au modèle supérieur à  $10/p_f$  pour une estimation correcte. Pour les ordres de grandeur des probabilités de défaillance intéressant l'ingénieur, un tel nombre d'appels au modèle déterministe est inabordable dès que le modèle présente un temps de calcul non négligeable. Plusieurs méthodes probabilistes permettent de s'en affranchir. Ce chapitre se propose d'étudier certaines de ces méthodes, dans le cadre simplifié d'un sol homogène, pour lequel la dispersion des paramètres de sol est modélisée sous la forme de variables aléatoires.

Dans la section A, la méthode de la surface de réponse (RSM) est appliquée aux modèles numériques simples N1 et T1. Cette méthode repose sur une approximation quadratique de la surface d'état limite et consiste à déterminer par itérations successives la position du point de conception, défini comme le point de défaillance le plus probable. Lorsque ce point est connu, l'approximation FORM permet d'obtenir directement la probabilité de défaillance. La RSM présente néanmoins quelques inconvénients, notamment le fait qu'elle est capable de fournir une probabilité de défaillance pour un critère fixé *a priori*, mais qu'elle ne fournit aucune indication sur la distribution de probabilité de la variable de sortie du modèle.

La méthode de la surface de réponse stochastique par collocation (CSRSM) est introduite dans le but de pallier aux défauts de la RSM. La CSRSM se propose également de fournir une approximation analytique du modèle déterministe, mais cette approximation est nettement plus complexe, et présente l'avantage d'être

valable sur un domaine important de l'espace des variables d'entrée (et non au seul voisinage du point de conception, comme le propose la RSM). Lorsque cette approximation analytique a été correctement calée à partir d'un nombre relativement réduit d'appels au modèle déterministe, on dispose d'un méta-modèle au coût de calcul négligeable qui peut avantageusement se substituer au modèle déterministe d'origine dans toute méthode probabiliste. La section B de ce chapitre valide cette méthode en comparant les résultats probabilistes obtenus avec le modèle M1 (dont le temps de calcul est très faible et qui est par conséquent utilisable avec Monte-Carlo) et avec son approximation par méta-modèle. Une extension du formalisme existant de la CSRSM est également proposée afin de réutiliser des calculs déterministes déjà effectués pour traiter de nouveaux cas probabilistes.

Cette méthode est ensuite appliquée successivement aux modèles M3 et M5, afin d'étudier la défaillance par rupture du front en sol frottant et en sol purement cohérent respectivement. Les résultats obtenus mettent en lumière l'impact des distributions statistiques des variables d'entrée sur la variabilité des pressions limites d'effondrement et de refoulement du front de taille. Les probabilités de ruine du tunnel selon ces deux modes d'instabilité sont évaluées en fonction de la pression de soutènement appliquée au front. Il apparaît que la ruine par refoulement du sol est un phénomène hautement improbable en sol frottant, mais que ce type de ruine est parfaitement possible en sol purement cohérent. Des méthodes de dimensionnement fiable de la pression de soutènement du front sont proposées avec des modalités différentes dans les deux cas.

Dans une dernière section, la CSRSM est appliquée au modèle N2 de prédiction des mouvements de sol induits par l'excavation, ce qui permet de mettre cette méthode à l'épreuve sur un plus grand nombre de variables aléatoires. De nombreuses variables aléatoires de sortie sont suivies, correspondant à différents types de mouvements de sol et de sollicitation à un éventuel bâti en surface (tassements, mouvements horizontaux, pentes, déformations horizontales). Six modes de défaillance sont définis, et la fiabilité du système est étudiée selon chacun de ces six modes puis dans sa globalité. Ceci permet de tirer d'intéressantes conclusions sur les systèmes à multiples modes de défaillance.

---

## *A. Analyse fiabiliste par la méthode de la surface de réponse*

---

### **1. Principes de l'étude**

Ce chapitre se propose de réaliser une analyse de fiabilité à la fois sur l'état limite ultime (ELU) et sur l'état limite de service (ELS) d'un tunnel pressurisé. L'effet de la pression de front  $\sigma_t$  sur ces deux états limites est investigué. L'ELU s'intéresse à une possible défaillance par instabilité du front de taille, et fait usage du modèle numérique N1 de détermination de la pression critique d'effondrement  $\sigma_c$  qu'il est nécessaire d'appliquer au front pour en garantir la stabilité. L'ELS ne traite pas directement de la sécurité du tunnel, mais explore ses possibles impacts sur un patrimoine bâti en surface, et utilise donc le modèle numérique T1 de détermination du tassement maximal  $v$  pour une pression de front donnée. Dans les deux cas, la méthode de la surface de réponse est utilisée pour fournir une approximation locale de la surface d'état limite afin de déterminer l'indice de fiabilité pour une fonction de performance donnée. Par la suite, la probabilité de défaillance est calculée par approximation FORM à partir de cet indice.

### **2. Analyse fiabiliste à l'ELU et à l'ELS par la méthode de la surface de réponse**

Les modèles probabilistes utilisés pour chaque état limite sont décrits dans les tableaux 3.1 et 3.2. Pour l'ELU (tableau 3.1), on considère deux variables aléatoires d'entrée correspondant aux caractéristiques de résistance du sol  $\varphi$  et  $c$ . Dans cette étude, ces variables peuvent être négativement corrélées ou non. Par ailleurs, en plus d'une modélisation classique par des lois normales, on représente

ces deux variables par l'intermédiaire de lois bornées plus conformes aux limites physiques de ces variables : l'angle de frottement est représenté par une loi bêta bornée en  $0^\circ$  et en  $45^\circ$ , et la cohésion est représentée par une loi lognormale (non-négative par définition). Pour l'ELS (tableau 3.2), on considère comme aléatoires les trois variables qui ont montré le plus d'impact sur le tassement lors de l'étude paramétrique réalisée sur le modèle T1 :  $\varphi$ ,  $c$ , et  $E$ . Ces variables sont modélisées également par des lois normales d'une part, et bornées d'autre part. Dans ce cas, le module d'Young est représenté par une loi lognormale.

Tableau 3.1 : Modèle probabiliste pour l'ELU

Etat Limite Ultime Modèle N1 Deux variables aléatoires d'entrée ( $\varphi$ et $c$ ) Une variable aléatoire de sortie ( $\sigma_c$ )			
Variables Normales et Non Corrélées	$\mu_\varphi=17^\circ$ COV( $\varphi$ )=10% $\sigma_\varphi=1.7^\circ$ Loi normale	$\mu_c=7$ kPa COV( $c$ )=20% $\sigma_c=1.4$ kPa Loi normale	$\rho_{\varphi c}=0$
Variables Non Normales et Non Corrélées	$\mu_\varphi=17^\circ$ COV( $\varphi$ )=10% $\sigma_\varphi=1.7^\circ$ Loi bêta	$\mu_c=7$ kPa COV( $c$ )=20% $\sigma_c=1.4$ kPa Loi lognormale	$\rho_{\varphi c}=0$
Variables Normales et Corrélées	$\mu_\varphi=17^\circ$ COV( $\varphi$ )=10% $\sigma_\varphi=1.7^\circ$ Loi normale	$\mu_c=7$ kPa COV( $c$ )=20% $\sigma_c=1.4$ kPa Loi normale	$\rho_{\varphi c}=-0.5$
Variables Non Normales et Corrélées	$\mu_\varphi=17^\circ$ COV( $\varphi$ )=10% $\sigma_\varphi=1.7^\circ$ Loi bêta	$\mu_c=7$ kPa COV( $c$ )=20% $\sigma_c=1.4$ kPa Loi lognormale	$\rho_{\varphi c}=-0.5$

Tableau 3.2 : Modèle probabiliste pour l'ELS

Etat Limite de Service Modèle T1 Trois variables aléatoires d'entrée ( $\varphi$ , $c$ , et $E$ ) Une variable aléatoire de sortie ( $v$ )			
Variables Normales	$\mu_\varphi=17^\circ$ COV( $\varphi$ )=10% $\sigma_\varphi=1.7^\circ$ Loi normale	$\mu_c=7$ kPa COV( $c$ )=20% $\sigma_c=1.4$ kPa Loi normale	$\mu_E=240$ MPa COV( $E$ )=15% $\sigma_E=36$ MPa Loi normale
Variables Non Normales	$\mu_\varphi=17^\circ$ COV( $\varphi$ )=10% $\sigma_\varphi=1.7^\circ$ Loi bêta	$\mu_c=7$ kPa COV( $c$ )=20% $\sigma_c=1.4$ kPa Loi lognormale	$\mu_E=240$ MPa COV( $E$ )=15% $\sigma_E=36$ MPa Loi lognormale

Une fonction de performance  $G$  est définie pour chaque état limite. Cette fonction de performance a pour objectif de séparer le domaine de sécurité ( $G > 0$ ) du domaine de défaillance ( $G < 0$ ). Pour l'état limite ultime, elle est définie par :

$$G_1 = \frac{\sigma_t}{\sigma_c} - 1 \quad (3.1)$$

Pour cet état limite, la défaillance survient donc lorsque la pression appliquée  $\sigma_t$  (considérée comme déterministe) devient inférieure à la pression critique d'effondrement  $\sigma_c$  (variable aléatoire de sortie du modèle N1). Pour l'état limite de service, la fonction de performance utilisée est :

$$G_2 = v_{\max} - v \quad (3.2)$$

Pour cet état limite, la défaillance intervient donc lorsque le tassement  $v$  (variable aléatoire de sortie du modèle T1) devient supérieur à une valeur seuil  $v_{\max}$  (considérée comme déterministe), correspondant par exemple à un tassement maximal réglementaire. Pour approximer ces fonctions de performance, on utilise un algorithme de surface de réponse (RSM) proposé par Tandjira et al. [2000] et décrit dans le chapitre 1 section A. Dans ce cadre, les approximations des fonctions de performances sont données par les expressions (3.3) et (3.4) pour l'ELU et l'ELS respectivement.

$$G_1(x) = a_0 + \sum_{i=1}^2 a_i \cdot x_i + \sum_{i=1}^2 b_i \cdot x_i^2 \quad (3.3)$$

$$G_2(x) = a_0 + \sum_{i=1}^3 a_i \cdot x_i + \sum_{i=1}^3 b_i \cdot x_i^2 \quad (3.4)$$

### 3. Résultats de l'état limite ultime

La figure 3.1 présente l'évolution des surfaces de réponse successives dans l'espace des variables standard ( $u_1, u_2$ ) lors de l'exécution de l'algorithme de RSM appliqué à l'ELU pour une pression au front de 70kPa, en variables normales avec ou sans corrélation. Un critère de convergence a été mis en place sur l'indice de fiabilité. On considère donc arbitrairement que la convergence est obtenue lorsque la différence entre deux valeurs successives de  $\beta_{HL}$  est inférieure à  $10^{-2}$  en valeur absolue.

Pour l'ensemble des simulations réalisées, cette convergence est obtenue après 3 à 5 itérations de l'algorithme. Chaque itération correspond à 5 appels au modèle déterministe, ce qui signifie qu'un indice de fiabilité est obtenu en moyenne après 20 appels au modèle N1, pour un temps de calcul d'environ 30 heures.

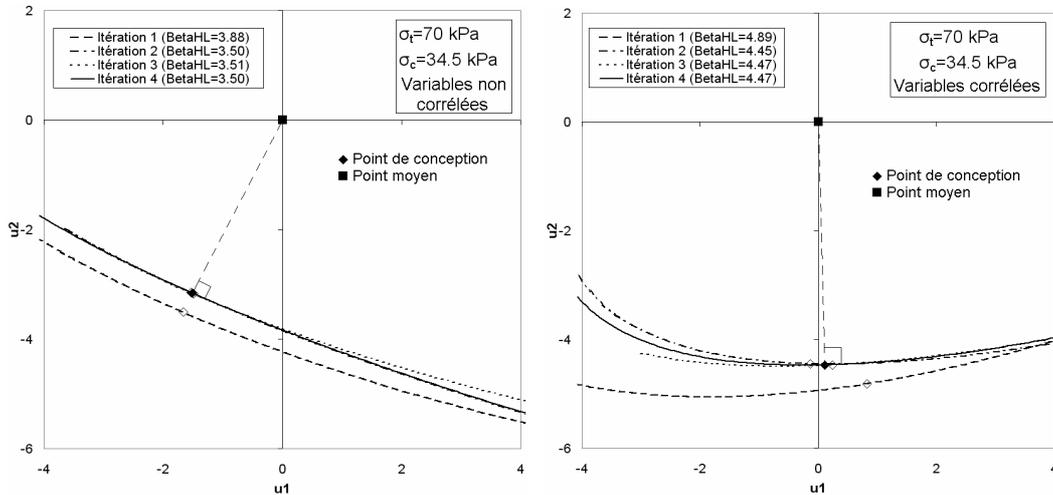


Figure 3.1 : Courbes d'état limite successives obtenues au cours de l'algorithme RSM, pour des variables normales sans et avec corrélation

Dans le cas des variables normales non corrélées, l'indice de fiabilité obtenu après convergence est  $\beta_{HL}=3.50$ , tandis qu'il vaut 4.47 dans le cas des variables normales corrélées. Ces indices de fiabilité correspondent à des probabilités de ruine de  $2.3 \cdot 10^{-4}$  et  $4.0 \cdot 10^{-6}$  respectivement, obtenues par approximation FORM. Un moyen de vérifier la bonne convergence de l'algorithme consiste à considérer la valeur fournie par le modèle au point de conception final. Elle vaut  $\sigma_c=70.07$  kPa dans le cas des variables non corrélées, et  $\sigma_c=70.05$  kPa dans le cas des variables corrélées. Puisque  $\sigma_t=70$  kPa, la fonction de performance est bien proche de zéro au point de conception final dans les deux cas.

Les tableaux 3.3 et 3.4 fournissent les valeurs des indices de fiabilité et les coordonnées ( $\varphi^*$ ,  $c^*$ ) des points de conception pour plusieurs valeurs de la pression appliquée au front, pour des variables normales ou non et corrélées ou non. Les résultats en terme d'indice de fiabilité sont également représentés sur la figure 3.2. On observe qu'une corrélation négative entre les variables conduit à un indice de fiabilité systématiquement plus élevé. Il en est de même dans une moindre mesure lorsque l'on considère des variables non normales par rapport aux variables normales.

Par exemple, pour une pression appliquée au front égale à 60kPa, l'indice de fiabilité est en moyenne supérieur de 30% par rapport au cas des variables normales non corrélées si on considère les variables comme négativement corrélées. Pour cette même pression, l'indice de fiabilité est augmenté d'environ

5% si on considère des variables non normales. On peut en conclure que l'hypothèse simplificatrice consistant à considérer des variables normales sans corrélation est sécuritaire par rapport à des modèles probabilistes plus complexes. Elle est donc susceptible de conduire à des dimensionnements peu économiques.

Tableau 3.3 : Indices de fiabilité, points de conception, et facteurs partiels de sécurité dans le cas de variables normales

	$\rho_{\varphi c}=0$					$\rho_{\varphi c}=-0.5$				
	$c^*$ (kPa)	$\varphi^*$ (°)	$\beta_{HL}$	$F_c$	$F_\varphi$	$c^*$ (kPa)	$\varphi^*$ (°)	$\beta_{HL}$	$F_c$	$F_\varphi$
34.5	7.00	17.00	0.000	1.00	1.00	7.00	17.00	0.000	1.00	1.00
40	6.44	15.94	0.740	1.09	1.07	6.71	15.68	1.032	1.04	1.09
50	5.71	14.36	1.816	1.23	1.19	6.69	13.62	2.433	1.05	1.26
60	5.23	12.89	2.736	1.34	1.34	6.92	11.82	3.550	1.01	1.46
70	4.89	11.63	3.502	1.43	1.49	7.16	10.32	4.478	0.98	1.68
80	4.67	10.46	4.199	1.50	1.66	7.58	8.95	5.242	0.92	1.94

Tableau 3.4 : Indices de fiabilité, points de conception, et facteurs partiels de sécurité dans le cas de variables bornées

	$\rho_{\varphi c}=0$					$\rho_{\varphi c}=-0.5$				
	$c^*$ (kPa)	$\varphi^*$ (°)	$\beta_{HL}$	$F_c$	$F_\varphi$	$c^*$ (kPa)	$\varphi^*$ (°)	$\beta_{HL}$	$F_c$	$F_\varphi$
34.5	7.00	17.00	0.000	1.00	1.00	7.00	17.00	0.000	1.00	1.00
40	6.40	15.97	0.691	1.09	1.07	6.65	15.77	0.934	1.05	1.08
50	5.82	14.25	1.847	1.20	1.20	6.59	13.70	2.438	1.06	1.25
60	5.42	12.79	2.858	1.29	1.35	6.59	12.03	3.714	1.06	1.43
70	5.17	11.46	3.784	1.35	1.51	7.03	10.68	4.718	1.00	1.62
80	4.92	10.35	4.626	1.42	1.67	7.51	9.47	5.613	0.93	1.83

Autour des valeurs d'indices de fiabilité intéressant l'ingénieur (c'est-à-dire pour  $2 < \beta_{HL} < 4$ ), on constate que le fait de prendre en compte des variables non normales a peu d'impact sur la valeur de  $\beta_{HL}$ . Cette observation est liée au fait que les fonctions de répartition des variables normales et non normales sont peu différentes dans les zones correspondant aux différents points de conception obtenus. Ceci est illustré sur la figure 3.3, qui présente les fonctions de répartition (CDF) des deux variables d'entrée  $c$  et  $\varphi$ . Pour chaque variable d'entrée, la loi normale et la loi non normale utilisées sont comparées. Le graphique est tracé en échelle log pour une meilleure lisibilité des densités de probabilité en queue de distribution. Il apparaît très clairement que, dans la zone d'intérêt de l'ingénieur et pour les sols étudiés, la non normalité choisie n'a que peu d'impact sur la densité de probabilité des variables. Ceci ne peut néanmoins pas être extrapolé à d'autres sols avec si peu de résultats.

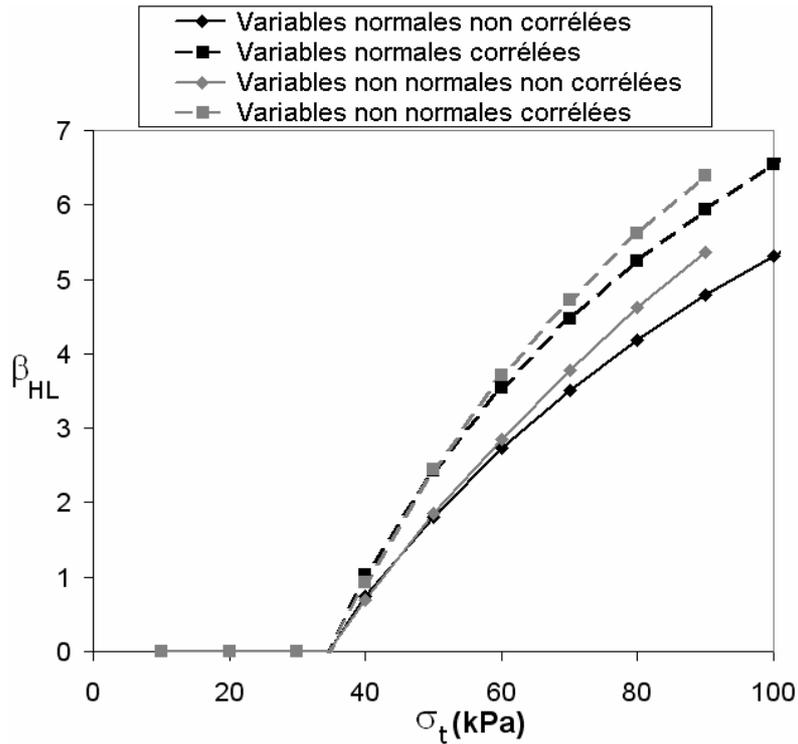


Figure 3.2 : Indice de fiabilité obtenu par RSM en fonction de  $\sigma_t$

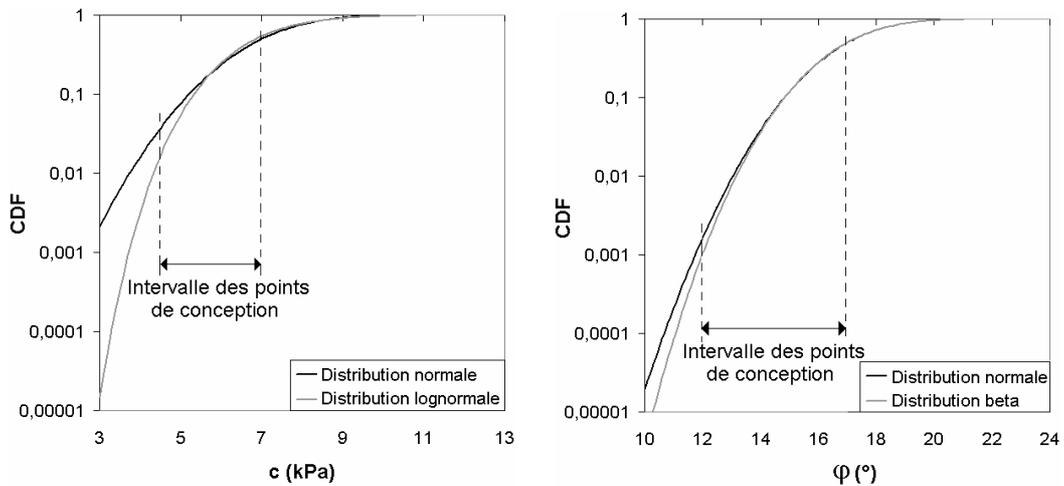


Figure 3.3 : Fonctions de répartition des variables aléatoires  $c$  et  $\varphi$ , dans le cas de variables normales et non normales

Les coordonnées  $(\varphi^*, c^*)$  des points de conception obtenus pour différentes pressions de front peuvent donner une idée des facteurs de sécurité partiels  $F_\varphi$  et  $F_c$  de chacune des caractéristiques de résistance. Dans le cas des variables corrélées, il faut noter que les valeurs fournies ne sont pas des facteurs de sécurité partiels au sens rigoureux du terme, dans la mesure où les variables n'ont pas subi

de décorrélation avant calcul. Ils donnent donc uniquement une indication sur la localisation du point de conception par rapport au point moyen. Ces facteurs sont exprimés comme suit :

$$F_{\varphi} = \frac{\tan \mu_{\varphi}}{\tan \varphi^*} \quad (3.5)$$

$$F_c = \frac{\mu_c}{c^*} \quad (3.6)$$

Ces facteurs sont fournis également dans les tableaux 3.3 et 3.4 pour chaque valeur de pression, et pour des variables normales ou non et corrélées ou non. Pour des variables non corrélées, on observe logiquement que les facteurs de sécurité partiels sont d'autant plus faibles que la pression appliquée est réduite, et tendent vers 1 pour le cas limite  $\sigma_t = \sigma_c$ . Dans le cas de variables corrélées négativement, néanmoins, on observe parfois que la valeur de  $c^*$  excède légèrement la valeur moyenne de  $c$ , conduisant à des facteurs de sécurité partiels  $F_c$  inférieurs à 1 pour des valeurs de pression correspondant pourtant à une large sécurité sur  $\varphi$ . Ce paradoxe est à mettre au crédit de la corrélation négative entre les variables  $c$  et  $\varphi$ . Cette corrélation implique que, si la valeur de  $c$  est faible (relativement à sa moyenne), alors la valeur de  $\varphi$  sera probablement élevée. Pour cette raison, un facteur de sécurité partiel inférieur à 1 pour la cohésion n'indique pas forcément un système proche de la ruine, pour peu que le coefficient de sécurité partiel de  $\varphi$  soit élevé. Cette conclusion est similaire à celle formulée devant la même observation par Youssef Abdel Massih et Soubra [2008].

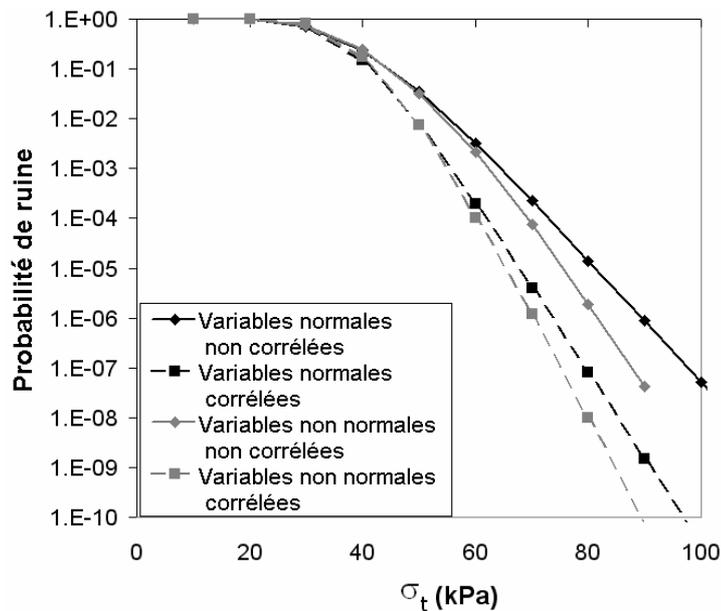


Figure 3.4 : Probabilités de ruine obtenues par FORM en fonction de  $\sigma_t$

A partir des indices de fiabilité obtenus par RSM, l'approximation FORM fournit directement des valeurs de probabilité de défaillance, qui sont regroupées dans la figure 3.4. Les observations déjà formulées pour les indices de fiabilité demeurent identiques. Le fait de prendre en compte une corrélation négative entre  $c$  et  $\varphi$  et (dans une moindre mesure) d'utiliser des lois bornées au lieu des lois normales permet de réduire sensiblement les probabilités de ruine, toutes choses étant égales par ailleurs. Les hypothèses de lois normales et non corrélées sont donc assez sécuritaires.

## 4. Résultats de l'état limite de service

L'algorithme de surface de réponse utilisé dans le cadre de l'ELU se révèle inefficace pour l'étude de l'ELS, car deux problèmes calculatoires sont apparus :

- Il est impossible de calculer à l'aide du modèle T1 une valeur de tassement pour certains points après un certain nombre d'itérations de l'algorithme. Cette impossibilité est directement imputable au fait que ces cas conduisent à une instabilité (i.e. rupture) du front de taille, et donc à un tassement virtuellement infini. Ce problème apparaît lorsque l'algorithme est chargé de calculer le tassement pour certains points d'une itération  $i$  tels que  $(\varphi_i - \sigma_\varphi, c_i, E_i)$  ou  $(\varphi_i, c_i - \sigma_c, E_i)$ , c'est-à-dire aux points correspondant à une réduction des caractéristiques de résistance par rapport au point de conception provisoire obtenu à l'itération précédente.
- Les itérations successives de l'algorithme RSM ne convergent pas correctement vers un point de conception si une expression quadratique telle que l'équation (3.4) est utilisée.

Le premier problème observé peut s'expliquer aisément par l'observation de la figure 3.5. Cette figure montre la projection des 7 points de calcul dans un plan  $(\varphi, c)$ . Seuls cinq points parmi les sept sont donc visibles. On a également représenté sur ce plan la courbe d'état limite correspondant à l'ELU et déterminée plus tôt dans cette section. Il apparaît tout à fait logique que certains points conduisent à l'effondrement du front de taille, puisqu'ils sont situés dans le domaine de défaillance du premier état limite étudié dans cette section, c'est-à-dire l'état limite ultime. La stratégie proposée (figure 3.6) pour s'affranchir de cette limitation consiste à modifier le schéma d'échantillonnage conventionnel de la RSM, en jouant sur la valeur du paramètre  $k$  de l'algorithme. Une première solution consiste à réduire sensiblement cette valeur  $k$  de manière à travailler avec un schéma d'échantillonnage « réduit », c'est-à-dire beaucoup plus resserré sur le point de conception provisoire. Cette solution a résolu les problèmes d'instabilité,

mais n'a pas été retenue car elle ne fournit qu'une approximation très locale de la surface de réponse, les points d'échantillonnage étant très proches les uns des autres. Un schéma asymétrique a donc été développé, utilisant une valeur de  $k$  différente selon la direction. Les 7 points de calcul retenus sont :  $(\varphi_i, c_i, E_i)$ ,  $(\varphi_i - 0.3\sigma_\varphi, c_i, E_i)$ ,  $(\varphi_i + 1.4\sigma_\varphi, c_i, E_i)$ ,  $(\varphi_i, c_i - 0.3\sigma_c, E_i)$ ,  $(\varphi_i, c_i + 1.2\sigma_c, E_i)$ ,  $(\varphi_i, c_i, E_i - \sigma_E)$ , et  $(\varphi_i, c_i, E_i + \sigma_E)$ . Ce schéma permet de conserver une assez large zone de couverture par les points de calcul, tout en les décalant suffisamment vers le domaine de sécurité de l'ELU pour prévenir l'instabilité et être donc en mesure de calculer un tassement. Il faut noter que plusieurs valeurs arbitraires ont été testées pour les paramètres  $k$  cités plus haut sans apporter de modification notable aux résultats.

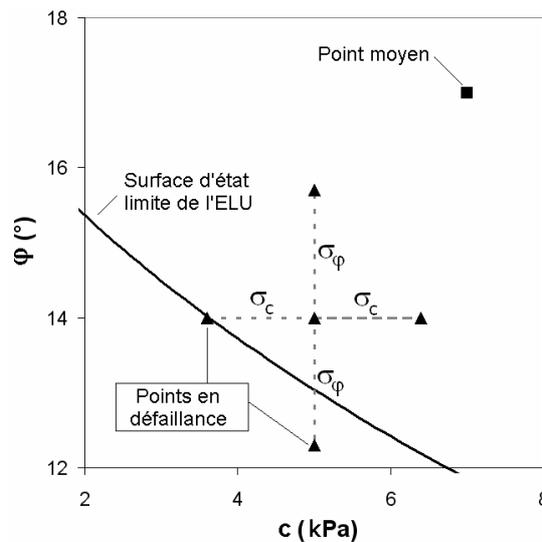


Figure 3.5 : Points de calcul RSM à l'ELS projetés dans un plan  $(c, \varphi)$

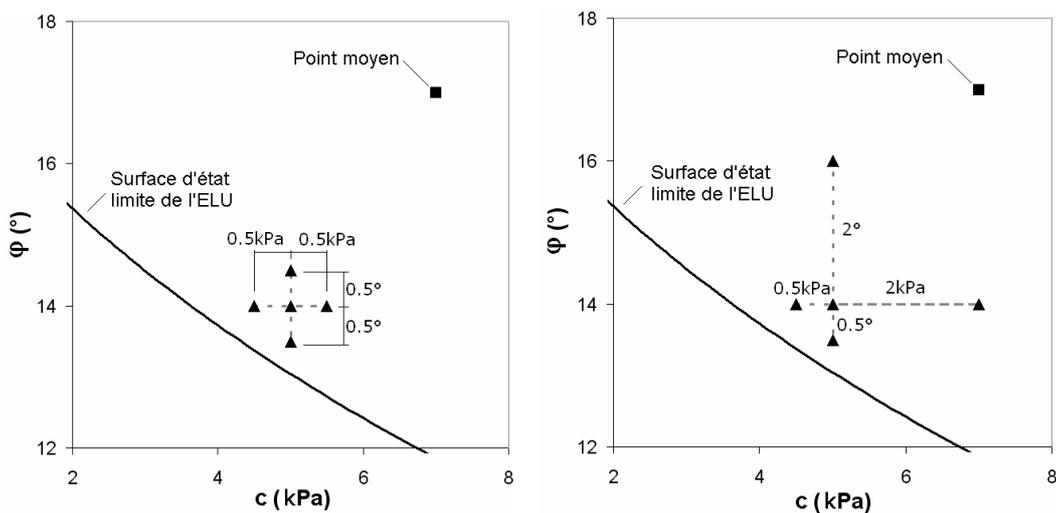


Figure 3.6 : Schémas alternatifs d'échantillonnage proposés pour la RSM : schéma réduit (gauche) et schéma asymétrique retenu finalement (droite)

Le deuxième problème observé lors de l'application de l'algorithme RSM à l'ELS est l'absence de convergence vers le point de conception. Après examen, il est apparu que ce problème était directement imputable à la forme quadratique de la surface de réponse. Cette forme est habituellement choisie car les polynômes sont des outils faciles à manier, mais n'est pas nécessairement proche de la forme réelle de la surface d'état limite. Pour que l'algorithme soit efficace, il faut néanmoins que l'approximation soit correcte, sinon la convergence n'a pas lieu. L'analyse d'un grand nombre de résultats du modèle T1 a permis de mettre en valeur des tendances générales pour le tassement : on observe par exemple que le tassement augmente avec la diminution des valeurs de  $E$ ,  $c$ , et  $\varphi$ , et que ce tassement augmente énormément lorsque l'on s'approche de la surface d'état limite de l'ELU (qui ne dépend que de  $c$  et  $\varphi$ ). Sur cette surface et au-delà, on obtient même un tassement infini pour cause d'instabilité du front. D'une certaine façon, l'ELU vient perturber l'étude de l'ELS.

Rappelons ici qu'on a utilisé pour l'ELU une expression de la forme suivante pour caractériser la surface d'état limite dans le plan ( $c$ ,  $\varphi$ ) :

$$\varphi = \alpha_1 \cdot c^2 + \alpha_2 \cdot c + \alpha_3 \quad (3.7)$$

Cette expression a donné pleine satisfaction puisque l'algorithme a convergé vers un point de conception à chaque fois. En tenant compte des observations précédentes, une nouvelle expression générale a été proposée pour l'approximation de la surface d'état limite de l'ELS :

$$v(c, \varphi, E) = a_1 + \frac{a_2}{\varphi - (a_3 \cdot c^2 + a_4 \cdot c + a_5)} + a_6 \cdot E + a_7 \cdot E^2 \quad (3.8)$$

Les coefficients inconnus  $a_3$ ,  $a_4$ , et  $a_5$  sont supposés respectivement proches des valeurs de  $\alpha_1$ ,  $\alpha_2$ , et  $\alpha_3$  de l'équation (3.7). Cette expression permet de respecter l'augmentation du tassement avec la décroissance des trois variables et l'apparition d'un tassement infini sur la courbe d'état limite de l'ELU. Elle est gouvernée par 7 coefficients  $a_i$ , et nécessite donc 7 appels au modèle T1. Ceci permet l'utilisation du schéma d'échantillonnage asymétrique présenté plus tôt. Du fait de la très bonne qualité d'approximation fournie par l'expression (3.8), la convergence a été atteinte pour tous les cas de figure après 3 à 5 itérations de l'algorithme RSM, soit une moyenne de 28 appels au modèle T1, pour un temps de calcul d'environ 60h. Le tableau 3.5 fournit à titre d'exemple les valeurs des 7 coefficients correspondant à la surface d'état limite finale dans le cas des variables normales et non corrélées, pour une pression au front  $\sigma_t=70\text{kPa}$  et un tassement maximal acceptable  $v_{\max}=5\text{mm}$ . Ce tableau fournit également les valeurs des indices de fiabilité et des points de conception provisoires au cours de 4 itérations nécessaires à la convergence. Au point de conception final, le modèle T1 fournit un tassement  $v=5.01\text{mm}$ , à comparer au tassement maximal acceptable de 5mm.

Tableau 3.5 : Convergence de l'algorithme RSM à l'ELS, pour des variables normales non corrélées, avec  $\sigma_t=70\text{kPa}$  et  $v_{\max}=5\text{mm}$

Numéro de l'itération (i)	Point moyen	1	2	3	4
$\beta_{HL}$	0	3.685	2.909	2.897	2.903
$c_i$ (kPa)	7	5.22	5.41	5.58	5.51
$\varphi_i$ (°)	17	11.28	12.65	12.48	12.50
$E_i$ (MPa)	240	211.05	211.25	220.94	220.94
Meilleure approximation de la surface d'état limite après la quatrième itération :					
$a_1=11.67, a_2=5.20, a_3=0.0357, a_4=-0.882, a_5=14.75, a_6=-0.0684, a_7=0.000103$					

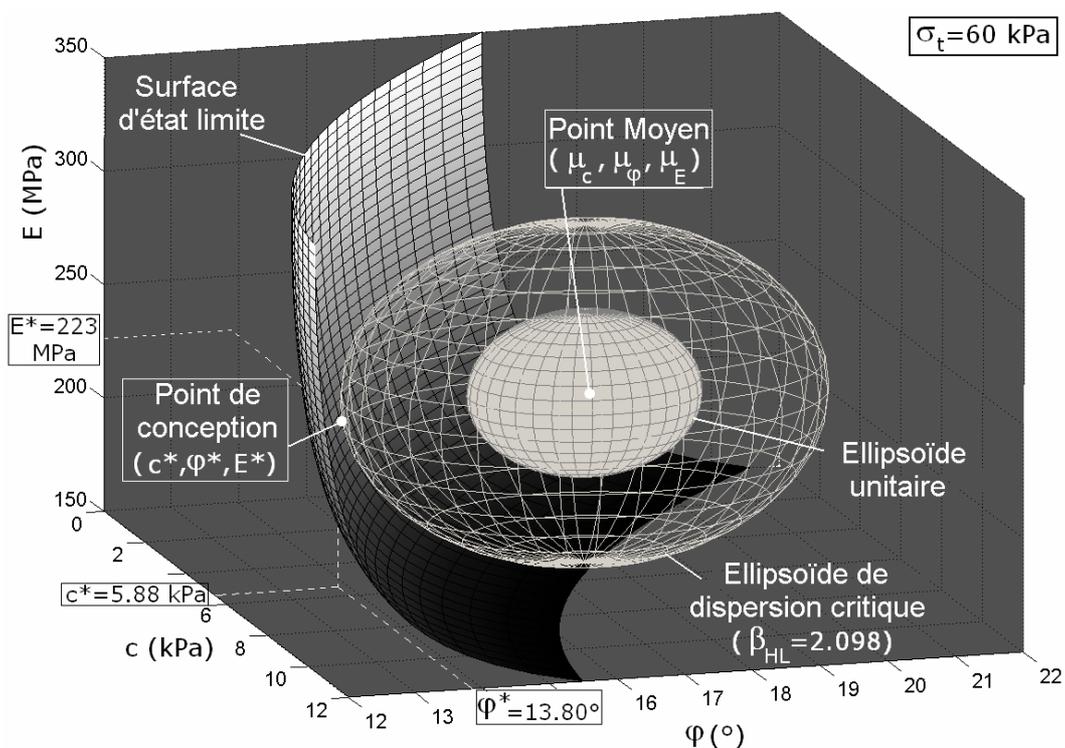


Figure 3.7 : Vue 3D de la surface d'état limite et des ellipsoïdes de l'ELS, pour  $\sigma_t=60\text{kPa}$  et  $v_{\max}=5\text{mm}$

On peut considérer que l'algorithme RSM ainsi modifié fournit donc une convergence très satisfaisante pour l'étude fiabiliste de l'ELS. La figure 3.7 montre l'ellipsoïde unitaire et l'ellipsoïde critique dans l'espace de dimension 3 des variables physiques ( $c, \varphi, E$ ), ainsi que la surface d'état limite et le point de conception pour le cas  $\sigma_t=70\text{kPa}$  et  $v_{\max}=5\text{mm}$ . On rappelle que l'indice de fiabilité est le rapport entre les demi-grands axes des deux ellipsoïdes et que l'ellipsoïde critique est tangent à la surface d'état limite au niveau du point de conception. La forme caractéristique de la surface d'état limite (très éloignée

d'une fonction quadratique) apparaît clairement. La figure 3.8 présente ces mêmes objets selon deux plans de coupe ( $c=c^*$ ) et ( $E=E^*$ ) contenant le point de conception.

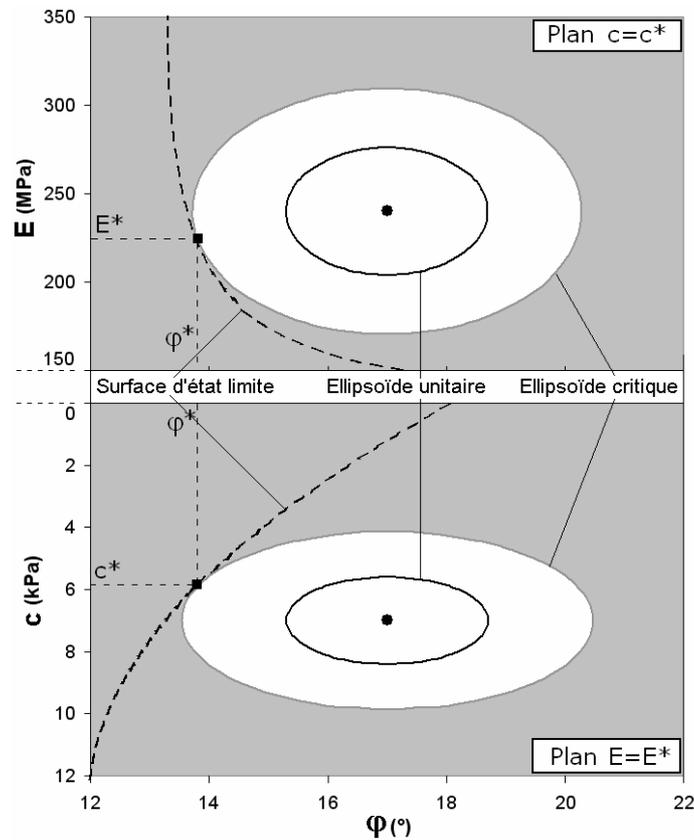


Figure 3.8 : Projection de la surface d'état limite et des ellipsoïdes dans les plans de coupe ( $c=c^*$ ) et ( $E=E^*$ )

Le tableau 3.6 présente les résultats en termes d'indices de fiabilité, de points de conception, et de facteurs de sécurité partiels. Les calculs ont été conduits pour trois cas : des variables normales avec  $v_{\max}=5\text{mm}$ , des variables non normales avec  $v_{\max}=5\text{mm}$ , et des variables normales avec  $v_{\max}=10\text{mm}$ . Fort logiquement, les indices de fiabilité et les facteurs de sécurité partiels augmentent avec la pression appliquée. Les résultats en termes d'indices de fiabilité sont également représentés sur la figure 3.9 en fonction de la pression appliquée au front. Pour des pressions au front inférieures à 60kPa, la non normalité des lois de distribution des variables n'a qu'un impact très réduit sur l'indice de fiabilité. Comme on pouvait s'y attendre, on observe que la prise en compte d'un tassement maximal admissible de 10mm au lieu de 5mm augmente sensiblement l'indice de fiabilité. Un critère de dimensionnement moins discriminant permet donc d'augmenter artificiellement la fiabilité d'un système.

Tableau 3.6 : Indices de fiabilité, points de conception, et facteurs partiels de sécurité

$\sigma_t$ (kPa)	$c^*$ (kPa)	$\varphi^*$ (°)	$E^*$ (MPa)	$\beta_{HL}$	$F_c$	$F_\varphi$	$F_E$
Variables normales, tassement maximal admissible de 5mm							
40	6.90	16.87	239.25	0.109	1.01	1.01	1.00
50	6.32	15.26	230.16	1.165	1.11	1.12	1.04
60	5.88	13.80	222.95	2.098	1.19	1.24	1.08
70	5.51	12.50	220.94	2.903	1.27	1.38	1.10
80	5.16	11.39	213.53	3.628	1.36	1.52	1.12
Variables non normales, tassement maximal admissible de 5mm							
40	6.85	16.92	237.07	0.030	1.02	1.01	1.01
50	6.29	15.31	227.79	1.121	1.11	1.12	1.05
60	5.93	13.82	220.22	2.121	1.18	1.24	1.09
70	5.62	12.53	213.40	3.035	1.25	1.38	1.12
80	5.38	11.33	208.99	3.899	1.30	1.53	1.15
Variables normales, tassement maximal admissible de 10mm							
40	6.54	16.00	239.20	0.673	1.07	1.07	1.00
50	5.99	14.43	238.29	1.676	1.17	1.19	1.01
60	5.52	13.00	237.76	2.500	1.27	1.32	1.01
70	5.09	11.77	235.32	3.367	1.38	1.47	1.02
80	4.83	10.76	233.00	4.031	1.45	1.61	1.03

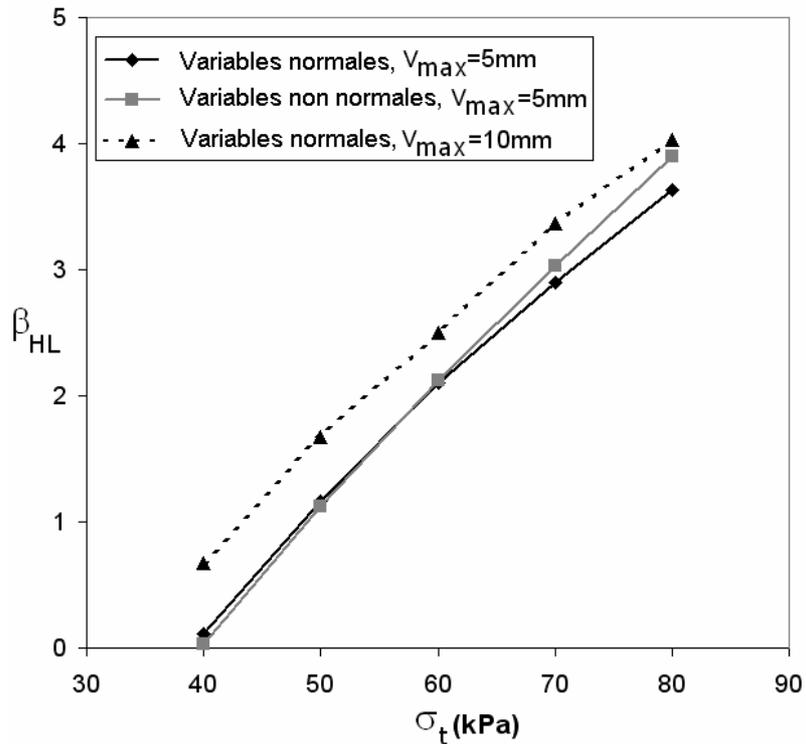


Figure 3.9 : Indice de fiabilité obtenu par RSM en fonction de  $\sigma_t$

L'approximation FORM permet d'accéder directement aux probabilités de défaillance à partir des indices de fiabilité. Ces probabilités sont détaillées dans la figure 3.10 en fonction de la pression appliquée au front. Là encore, la non normalité des lois ne montre que peu d'influence pour un même seuil de défaillance de 5mm.

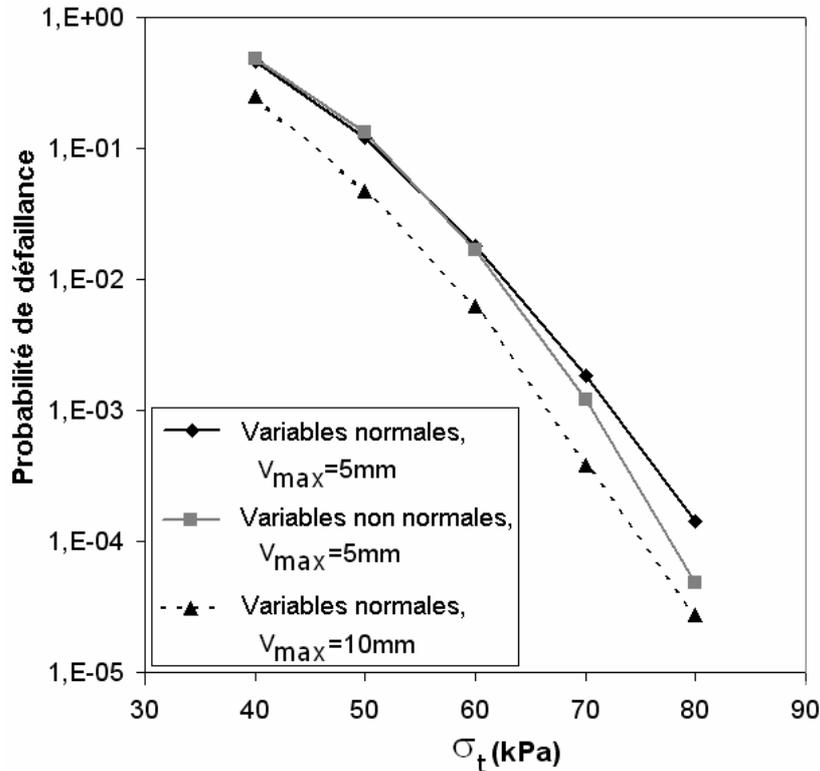


Figure 3.10 : Probabilités de défaillance obtenues par FORM en fonction de  $\sigma_t$

## 5. Etude comparée de l'ELU et de l'ELS

La figure 3.11 montre sur un même graphique les valeurs des indices de fiabilité et de probabilités de défaillance à l'ELU et à l'ELS (pour les deux cas  $v_{max}=5mm$  et  $v_{max}=10mm$ ), pour des variables normales. Les indices de fiabilité ont une évolution très semblable avec l'augmentation de la pression appliquée au front. Ceci s'explique aisément par le fait que ces deux états limites dépendent majoritairement des mêmes paramètres ( $\phi$  et  $c$ ), et correspondent à des phénomènes physiques semblables : puisque l'on ne s'intéresse qu'au tassement provoqué par un défaut de pression au front, celui-ci peut être considéré comme un début de rupture. Ceci est renforcé par le fait que ce tassement implique des déformations plastiques au voisinage du front (qui expliquent l'influence

déterminante de  $c$  et  $\phi$ ). Dans ces conditions, il apparaît logique que l'indice de fiabilité relatif à l'instabilité et celui relatif au dépassement d'un tassement admissible de 10mm soient très voisins ou évoluent de la même manière, comme c'est le cas sur la figure 3.11.

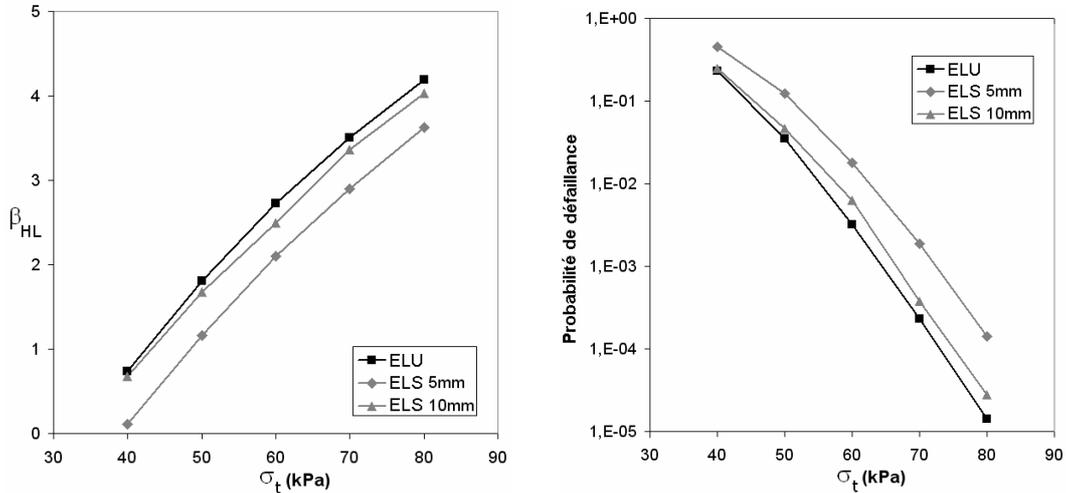


Figure 3.11 : Comparaison des indices de fiabilité (gauche) et des probabilités de défaillance (droite) pour les deux états limites

La figure 3.12 présente les surfaces d'état limite de l'ELU et de l'ELS (avec  $v_{max}=5mm$ ) dans l'espace tridimensionnel des variables physiques ( $c$ ,  $\phi$ ,  $E$ ). La surface d'état limite de l'ELS est de forme complexe et dépend des trois variables, tandis que la surface d'état limite de l'ELU ne dépend que des deux variables  $c$  et  $\phi$ . Il apparaît que la surface d'état limite de l'ELU enveloppe celle de l'ELS, ce qui est logique puisque la rupture du front est un état de défaillance plus discriminant que le simple dépassement d'un seuil de tassement arbitraire. On conçoit aisément que le fait de prendre en compte un seuil de tassement  $v_{max}$  plus élevé va tendre à rapprocher la surface d'état limite de l'ELS de celle de l'ELU, jusqu'à les faire coïncider pour une valeur infinie de  $v_{max}$ . Ceci confirme que les deux états limites sont l'expression d'un même phénomène, lié à un défaut de pression au front.

Il apparaît que la prise en compte du tassement lié uniquement à la décompression du front de taille ne permet pas de représenter l'état limite de service dans toute sa complexité, puisqu'il ne s'agit dans ce cas que d'une déclinaison de l'état limite ultime. Une analyse précise de l'ELS nécessite donc un modèle déterministe nettement plus complexe, capable de prendre en compte l'ensemble des phénomènes conduisant à des mouvements de sol et *in fine* à des tassements de surface. C'est le cas, par exemple, du modèle T2. Néanmoins, un modèle plus complexe met en œuvre un plus grand nombre de paramètres aléatoires, et la méthode des surfaces de réponse utilisée dans cette section n'est

pas assez performante pour ce genre de travail. On a besoin d'une méthode probabiliste plus sophistiquée, qui sera développée dans les sections suivantes.

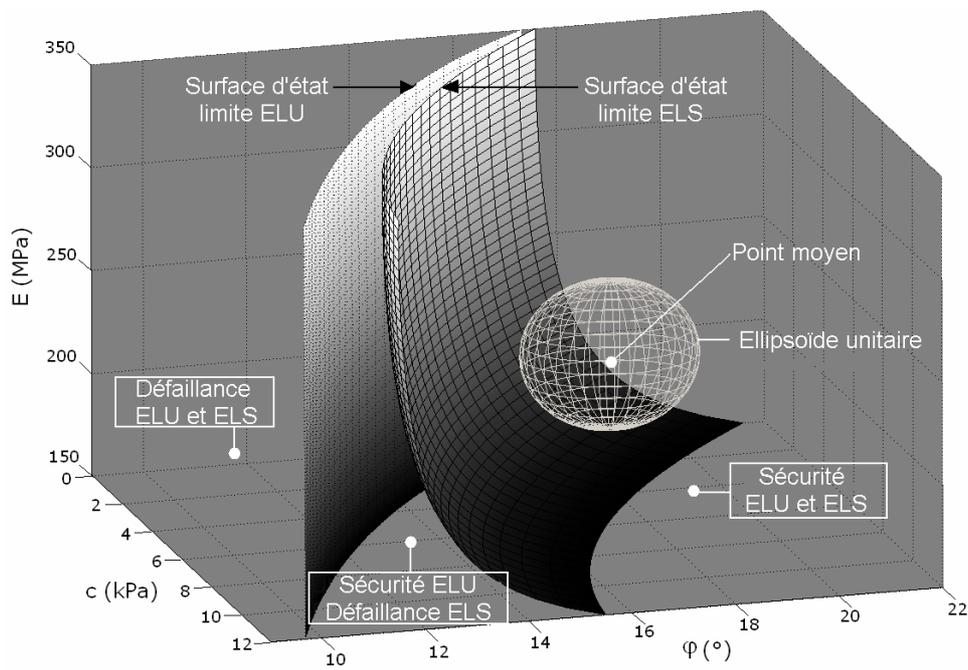


Figure 3.12 Comparaison des surfaces d'état limite de l'ELU et de l'ELS

---

## *B. Analyse probabiliste par la méthode CSRSM - Présentation, validation et extension de la méthode*

---

### **1. Introduction**

La méthode de surface de réponse stochastique par collocation (abrégée par CSRSM pour Collocation-Based Stochastic Response Surface Method) est une méthode non intrusive qui permet d'étudier un modèle numérique complexe de manière probabiliste (i.e. déterminer la distribution de probabilité des différentes réponses du système mécanique) et fiable (i.e. ; déterminer la probabilité de défaillance des différents modes de rupture) et ce, en le remplaçant par un méta-modèle analytique approché. On s'intéresse dans cette section à la CSRSM par régression. Cette méthode est très performante pour caractériser de manière probabiliste un modèle complexe dont les paramètres statistiques d'entrée sont bien connus, mais présente dans son formalisme classique l'inconvénient d'imposer un nouveau jeu de calculs déterministes au moindre changement dans l'un des paramètres d'entrée (comme par exemple la corrélation entre deux variables aléatoires d'entrée). Cet état de fait empêche la réalisation d'une étude paramétrique dans un temps raisonnable, alors même que les propriétés statistiques des variables d'entrée sont souvent assez mal connues, et donc qu'une étude paramétrique est souvent nécessaire.

Cette section propose une extension de la CSRSM dite « classique », permettant l'utilisation d'un seul et même jeu de résultats déterministes pour plusieurs jeux de paramètres statistiques des variables d'entrée. Cette approche repose sur le fait que la détermination des coefficients du chaos polynomial par régression autorise l'utilisation de points de collocation variables dans l'espace standard. Ceci permet une étude paramétrique complète à partir d'un nombre très réduit d'appels au modèle déterministe. Notons que la réponse du système

envisagée dans cette section est la pression d'effondrement  $\sigma_c$ . Pour son coût calculatoire très réduit (0.1s par appel), le modèle M1 a été choisi à titre d'illustration dans cette section. Ce choix, qui serait peu rigoureux si l'on était à la recherche de résultats probabilistes exacts, se justifie par le fait que cette section a pour objectif la validation et l'extension de la CSRSM. Un faible temps de calcul est dans ce cas un atout indéniable. Une étude probabiliste utilisant un modèle plus performant (i.e. mécanisme rotationnel M3) est conduite plus loin dans cette thèse.

## 2. Présentation de la CSRSM

De nombreux problèmes d'ingénierie nécessitent le recours à des modèles numériques « lourds », reposant par exemple sur la méthode des éléments finis, et dont les temps de calculs se prêtent mal à une étude probabiliste. L'objectif de la CSRSM est de définir un méta-modèle (i.e. un modèle analytique approché) qui vient se substituer au modèle numérique lourd dans les études probabilistes, et dont le temps de calcul est quasi-instantané. Ce méta-modèle (ou PCE pour Polynomial Chaos Expansion) s'exprime dans une base nommée chaos polynomial. Pour un chaos polynomial d'ordre  $n$ , les vecteurs de cette base sont des polynômes orthogonaux (Hermite, Legendre, etc.) multidimensionnels de degrés  $\leq n$ . Pour un jeu donné de paramètres d'entrée (i.e. corrélations et distributions statistiques des différentes variables aléatoires d'entrée), on peut déterminer les coefficients du chaos par un nombre réduit d'appels au modèle déterministe. Dans l'étude proposée, le chaos est formé par des polynômes d'Hermite multidimensionnels, et les coefficients du chaos sont déterminés par régression à partir de la réponse du modèle déterministe en un certain nombre de points de collocation. Cette partie décrit brièvement l'utilisation de la CSRSM dans le cas de deux variables aléatoires. Pour une présentation plus générale, le lecteur peut se pencher sur Isukapalli [1999], ou Sudret [2007].

Les deux variables aléatoires adoptées dans cette section ( $\varphi$  et  $c$ ) doivent être représentées dans le chaos polynomial par deux variables standards (variables normales centrées et réduites) nommées respectivement  $\xi_1$  et  $\xi_2$ . Pour un PCE d'ordre  $n$  donné, les points de collocation disponibles sont déterminés dans l'espace standard  $(\xi_1, \xi_2)$  : chacune des variables standards peut prendre les valeurs des racines du polynôme d'Hermite de degré  $n+1$ , et les points de collocation disponibles résultent de l'ensemble des combinaisons de ces racines. Il est à noter que cette méthode de choix des points de collocation n'est pas obligatoire, mais correspond à la pratique usuelle de la CSRSM. Pour deux variables standards, la variable de sortie  $U$  peut être calculée à partir du chaos polynomial d'ordre  $n$  comme suit :

$$U = \sum_{i=1}^p a_i \cdot \Gamma_i(\xi_1, \xi_2) \quad (3.9)$$

Dans cette expression, les termes  $\Gamma_i$  sont des polynômes d'Hermite multidimensionnels, qui constituent les vecteurs de la base du chaos polynomial. Les coefficients  $a_i$  du chaos sont les inconnues du problème. Pour un PCE d'ordre  $n$  et un nombre  $n_v$  de variables aléatoires d'entrée, le nombre  $p$  de coefficients et le nombre  $M$  de points de collocation disponibles sont donnés par Isukapalli [1999] comme suit :

$$p = \frac{(n + n_v)!}{n!n_v!} \quad (3.10)$$

$$M = (n+1)^{n_v} + \begin{cases} 0 & \text{si l'une des racines du polynôme d'Hermite de degré } n+1 \text{ est nulle} \\ 1 & \text{sinon} \end{cases} \quad (3.11)$$

Ces expressions permettent de remarquer que, dès lors que l'on considère un nombre important de variables aléatoires, le nombre de points disponibles est bien plus élevé que le nombre de coefficients à déterminer. Il est donc nécessaire d'opérer un choix judicieux des points de collocation pour lesquels le calcul déterministe sera effectué, afin de réduire les temps de calcul sans affecter la qualité de l'approximation. Isukapalli [1999] propose d'utiliser un nombre de points de collocation environ deux fois supérieur au nombre de coefficients du PCE pour résoudre ce problème de régression. Il est également recommandé par le même auteur de disposer ces points symétriquement, et aussi près de l'origine que possible. Enfin, il est proposé d'ajouter aux points de collocation l'origine de l'espace des variables standard pour le cas où le polynôme d'Hermite de degré  $n+1$  n'aurait pas de racine nulle, comme explicité dans l'équation (3.11). L'ajout de l'origine de l'espace standard s'explique par le fait que la densité de probabilité est maximale en ce point.

Il faut préciser ici que ces règles générales ont été énoncées dans le cadre d'une étude de la partie centrale des distributions de sortie (détermination des premiers moments statistiques). Si l'on s'intéresse aux queues de distribution, d'autres règles peuvent être utilisées. Sudret [2007] a proposé une méthodologie rationnelle pour le choix des points de collocation, reposant sur l'inversibilité de la matrice  $(\underline{N}^t \cdot \underline{N})$ ,  $\underline{N}$  étant définie dans l'équation (3.15). Dans la présente étude, le faible nombre de variables aléatoires implique que  $2p > M$  quelque soit l'ordre du PCE, il sera donc nécessaire d'utiliser tous les points de collocation disponibles.

Pour être introduits dans le modèle déterministe, les points de collocation (sous forme de couples  $(\xi_{1,m}, \xi_{2,m})$  avec  $m$  compris entre 1 et  $M$ ) doivent d'abord

être exprimés dans l'espace des variables physiques (couples  $(\varphi_m, c_m)$  correspondants), en utilisant les expressions suivantes :

$$\begin{bmatrix} \xi_{1C,m} \\ \xi_{2C,m} \end{bmatrix} = H \cdot \begin{bmatrix} \xi_{1,m} \\ \xi_{2,m} \end{bmatrix} \quad (3.12)$$

$$\begin{cases} \varphi_m = F_\varphi^{-1} [\Phi(\xi_{1C,m})] \\ c_m = F_c^{-1} [\Phi(\xi_{2C,m})] \end{cases} \quad (3.13)$$

avec H=transformée de Cholesky de la matrice de corrélation de c et  $\varphi$ ,  $\Phi$ =fonction de répartition normale centrée réduite,  $F_\varphi$ = fonction de répartition de  $\varphi$ , et  $F_c$ = fonction de répartition de c. La figure 3.13 fournit, pour les PCE d'ordres 2 à 5, la position des points de collocation dans l'espace standard et les points correspondant dans l'espace physique, pour trois cas. Le cas 1 correspond à des variables normales et non corrélées, le cas 2 correspond à des variables non normales (loi bêta pour  $\varphi$  et loi lognormale pour c) et non corrélées, et le cas 3 correspond à des variables normales munies d'une corrélation négative  $\rho_{\varphi c}=-0.5$ . On observe clairement que la non normalité des lois est susceptible d'introduire une asymétrie dans le motif de positionnement des points, tandis que l'introduction d'une corrélation a pour effet une distorsion du motif des points de collocation. Après obtention de la réponse du modèle déterministe aux points de collocation, la détermination des coefficients du PCE s'effectue par régression, en résolvant l'équation matricielle suivante :

$$\underline{N}^t \cdot \underline{N} \cdot \underline{a} = \underline{N}^t \cdot \underline{f} \quad (3.14)$$

avec  $\underline{a}$ =vecteur colonne des coefficients  $a_i$ ,  $\underline{f}$ =vecteur colonne des réponses du modèle aux points de collocation, et N la matrice suivante :

$$\underline{N} = \begin{bmatrix} \Gamma_{0,0} & \Gamma_{1,0}(\xi_{1,1}) & \Gamma_{0,1}(\xi_{2,1}) & \Gamma_{2,0}(\xi_{1,1}) & \Gamma_{1,1}(\xi_{1,1}, \xi_{2,1}) & \Gamma_{0,2}(\xi_{2,1}) \\ \Gamma_{0,0} & \Gamma_{1,0}(\xi_{1,2}) & \Gamma_{0,1}(\xi_{2,2}) & \Gamma_{2,0}(\xi_{1,2}) & \Gamma_{1,1}(\xi_{1,2}, \xi_{2,2}) & \Gamma_{0,2}(\xi_{2,2}) \\ \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot & \cdot \\ \Gamma_{0,0} & \Gamma_{1,0}(\xi_{1,M}) & \Gamma_{0,1}(\xi_{2,M}) & \Gamma_{2,0}(\xi_{1,M}) & \Gamma_{1,1}(\xi_{1,M}, \xi_{2,M}) & \Gamma_{0,2}(\xi_{2,M}) \end{bmatrix} \quad (3.15)$$

La connaissance des coefficients du PCE fournit finalement une approximation analytique du modèle déterministe. Le post-traitement de ce PCE consiste à déterminer la distribution statistique de la réponse par une méthode de Monte-Carlo utilisant l'équation du PCE. On peut aussi envisager d'appliquer à ce meta-modèle les outils de l'analyse fiabiliste (Monte-Carlo, Tirages d'Importance, FORM) afin d'étudier la probabilité de ruine pour une fonction de performance donnée.

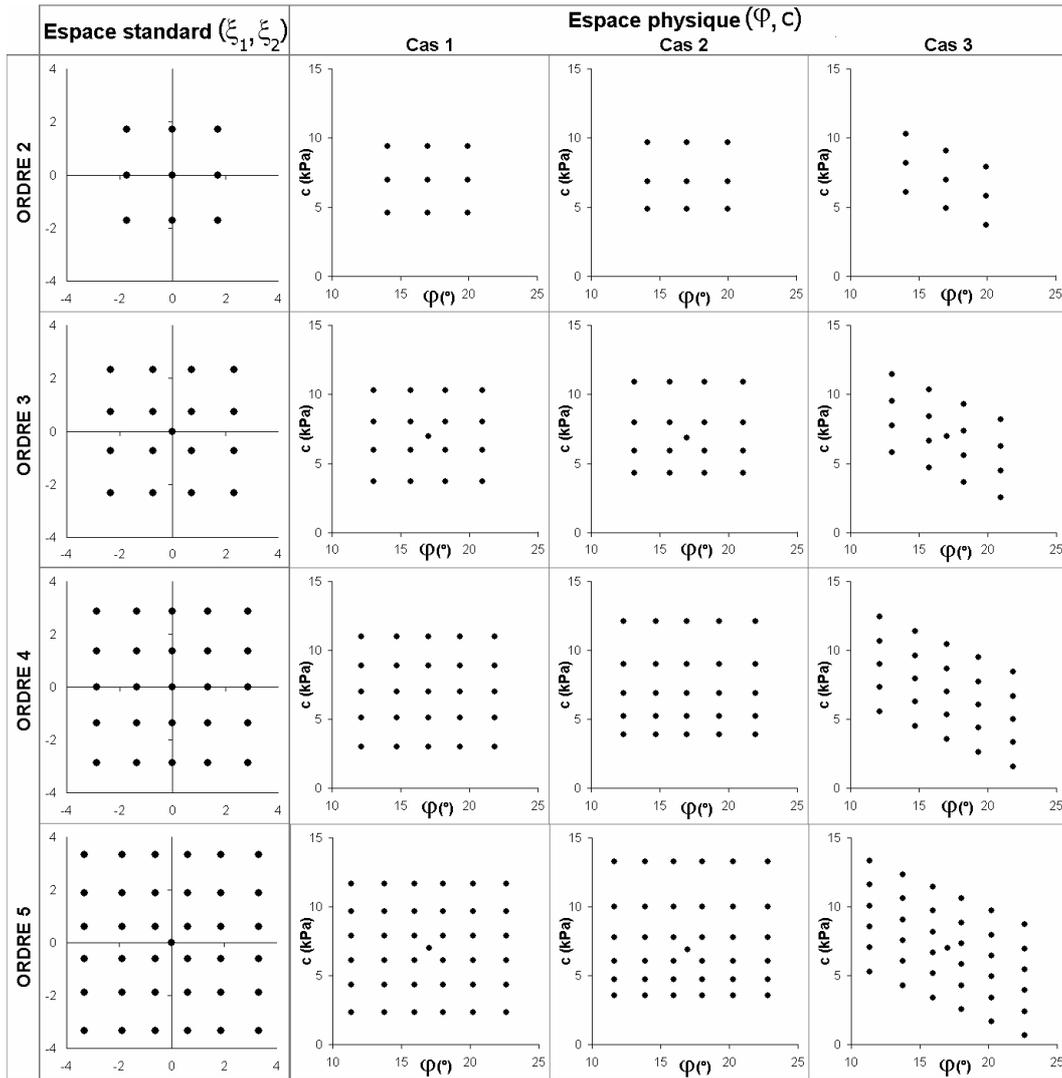


Figure 3.13 : Positions des points de collocation dans l'espace standard en fonction de l'ordre du PCE, et positions correspondantes dans l'espace physique pour trois cas

### 3. Validation de la CSRSM

Dans cette section, le méta-modèle fourni par la CSRSM est comparé au modèle analytique d'origine afin d'évaluer son exactitude et de choisir l'ordre optimal du PCE. Pour cette comparaison, on utilise des données de références pour les deux variables d'entrée, qui sont considérées gaussiennes et non corrélées, avec les caractéristiques suivantes :  $\mu_\varphi=17^\circ$  et  $COV(\varphi)=10\%$  ;  $\mu_c=7$  kPa et  $COV(c)=20\%$ . Pour ce cas de référence,  $10^6$  tirages de Monte-Carlo sont effectués avec (i) les méta-modèles d'ordres 2, 3, 4, et 5, et (ii) le modèle

analytique d'origine. Cette démarche est rendue possible par le choix d'un modèle analytique au temps de calcul assez faible (0.1s). La figure 3.14 (partie gauche) présente la densité de probabilité de la réponse pour le modèle analytique d'origine et les 4 méta-modèles. Seul le PCE d'ordre 2 peut être discerné, tandis que les PCE d'ordres 3 et supérieurs fournissent une courbe de densité de probabilité confondue avec celle du modèle analytique.

La figure 3.14 (partie droite) propose la probabilité de ruine du tunnel en queue de distribution et apporte plus de précision. On observe que l'ordre 2 donne des résultats peu satisfaisants (même si l'ordre de grandeur est correct), mais que les ordres supérieurs se rapprochent de la probabilité de ruine obtenue pour le modèle analytique d'origine. Les ordres 4 et 5 fournissent des probabilités de ruines très similaires aux résultats obtenus par FORM sur le mécanisme M1 lors d'une précédente étude (Mollon et al. [2009b]). Le tableau 3.7 présente les quatre premiers moments statistiques de la distribution de la variable de sortie, pour les PCE d'ordres 2 à 5 et pour le modèle analytique d'origine. Il apparaît que l'ordre 3 est suffisant pour obtenir une convergence sur la moyenne, la variance, et l'asymétrie, mais qu'il faut monter à l'ordre 4 pour que la convergence soit satisfaisante également en terme de coefficient d'aplatissement.

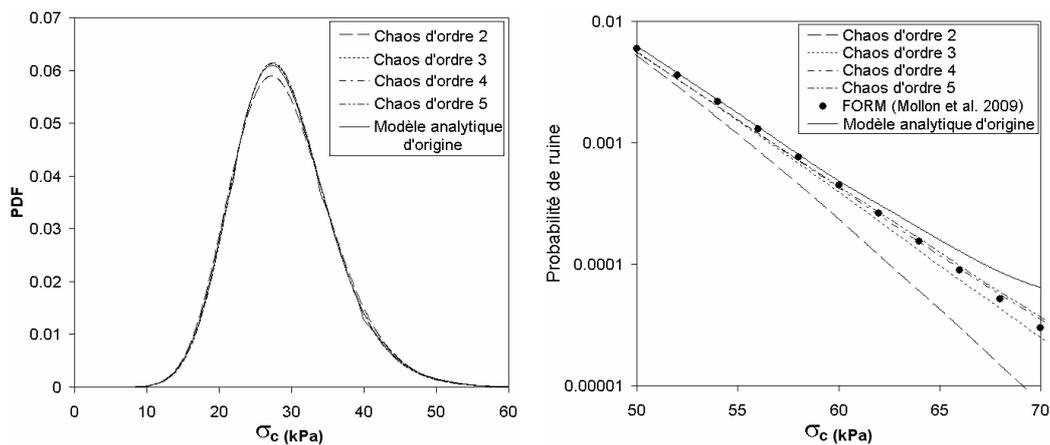


Figure 3.14 : (gauche) Comparaison entre les PDF obtenus pour le modèle analytique d'origine et pour les PCE d'ordres 2 à 5 ; (droite) Comparaison entre les probabilités de ruine obtenues pour le modèle analytique d'origine et pour les PCE d'ordres 2 à 5, ainsi que les valeurs obtenues par FORM dans une précédente étude

Il faut noter que les moments présentés ici ont été estimés par Monte-Carlo, mais qu'ils peuvent également être calculés analytiquement à partir des coefficients du PCE (Sudret [2007]). Le coefficient d'aplatissement considéré ici et dans la suite de ce manuscrit est pris dans le sens de « l'excès d'aplatissement » par rapport à une distribution gaussienne : il vaut donc 0 pour une loi normale, et non pas 3 comme le voudrait sa définition rigoureuse.

Les coefficients de variation des estimateurs de la moyenne et de la variance fournis dans le tableau 3.7 sont valables pour tous les PCE ainsi que pour le modèle analytique, et attestent d'une très bonne convergence du tirage de Monte-Carlo.

Tableau 3.7 : Estimateurs des moments de la réponse

	Moyenne (kPa)	Variance (kPa <sup>2</sup> )	Asymétrie	Aplatissement	COV (%)
PCE d'ordre 2	28.92	47.90	0.496	0.409	4.179
PCE d'ordre 3	28.93	46.12	0.555	0.703	4.260
PCE d'ordre 4	28.92	46.00	0.552	0.744	4.264
PCE d'ordre 5	28.92	46.02	0.552	0.749	4.263
Modèle analytique	28.95	46.13	0.537	0.766	4.262
COV de l'estimateur	~0.02%	~0.14%	/	/	

La figure 3.15 présente les surfaces de réponses fournies dans le plan ( $\phi, c$ ), en terme de lignes d'égales valeurs de la pression d'effondrement (en kPa). Ces surfaces sont tracées pour le modèle analytique, ainsi que pour les PCE d'ordre 2 à 5. La correspondance est très satisfaisante pour tous les méta-modèles au centre de l'espace physique (c'est-à-dire dans la zone de forte probabilité d'occurrence des variables  $\phi$  et  $c$ ), mais les ordres 4 et 5 sont plus performants sur les zones « périphériques », correspondant aux queues de distribution. Ceci explique clairement les résultats fournis par la figure 3.14b. L'ordre 4 sera donc choisi pour conduire la suite de cette étude. L'ordre 3 peut éventuellement être adopté dans le cas où le coût calculatoire du modèle déterministe est élevé.

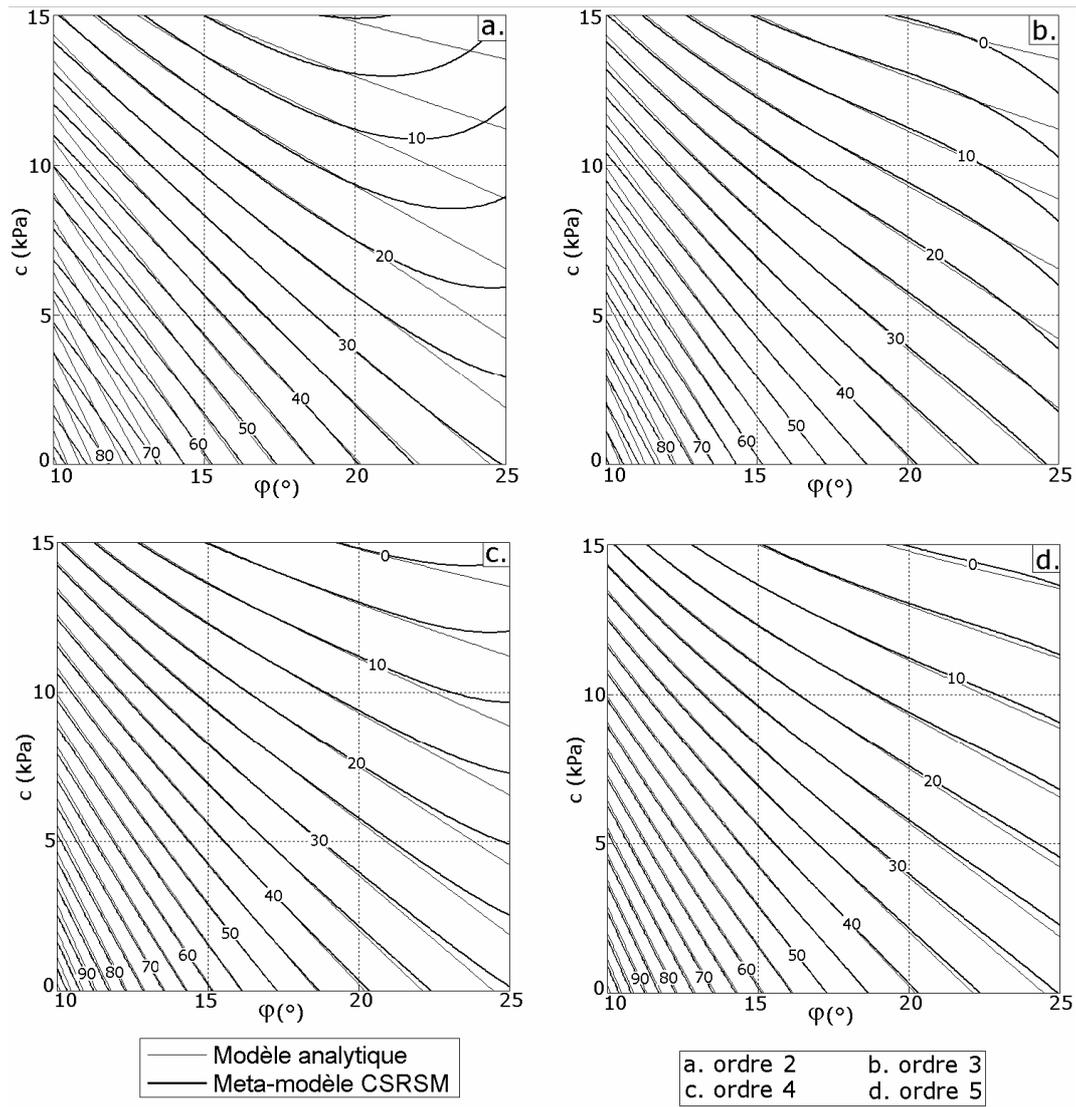


Figure 3.15 : Comparaison entre les surfaces de réponses du modèle analytique et des PCE d'ordres 2 à 5 dans l'espace physique

#### 4. Extension de la CSRSM pour l'étude paramétrique des variables d'entrée

Si la CSRSM apparaît comme un outil à la fois précis et efficace pour l'étude probabiliste d'un modèle déterministe, son formalisme classique présente néanmoins une légère limitation. L'observation des équations (3.12) et (3.13) montre ainsi que la position des points de collocation dans l'espace standard est liée aux distributions des variables aléatoires d'entrée (par l'intermédiaire de H,

$F_\phi$  et  $F_c$ ). Dans le cas d'une étude paramétrique des caractéristiques probabilistes des variables d'entrée, il est donc nécessaire d'effectuer un nouveau jeu de calculs déterministes à chaque fois que l'on fait varier l'une de ces caractéristiques (telle que le COV d'une variable ou la corrélation entre deux variables).

Cette section propose une extension de la CSRSM conventionnelle, qui repose sur l'unicité de la surface de réponse analytique dans l'espace des variables physiques. Lorsqu'un jeu de calculs déterministes a été effectué et qu'une surface de réponse approchée a été déterminée sous forme de PCE, il semble en effet opportun de conserver cette surface de réponse pour des études ultérieures. La figure 3.16 présente les surfaces de réponse de deux PCE différents dans l'espace des variables physiques. Il s'agit de deux PCE d'ordre 4 issus de la CSRSM conventionnelle pour deux jeux différents des caractéristiques probabilistes des variables d'entrée : le cas de référence (variables normales et non corrélées,  $\text{COV}(\phi)=10\%$  et  $\text{COV}(c)=20\%$ ), et un cas arbitraire (variables suivant une loi lognormale, avec un coefficient de corrélation  $\rho_{\phi c}=-0.3$ ,  $\text{COV}(\phi)=8\%$  et  $\text{COV}(c)=25\%$ ). Les moyennes des variables restent inchangées entre les deux cas. On observe que les deux surfaces de réponse sont très similaires.

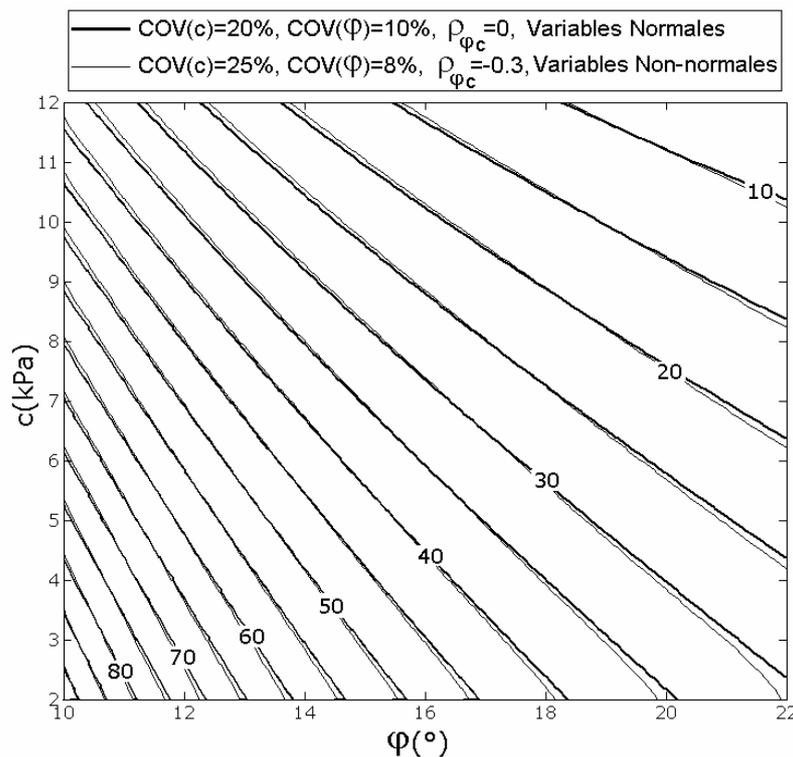


Figure 3.16 : Comparaison entre les surfaces de réponse dans l'espace physique, obtenues par application de la CSRSM pour deux jeux de paramètres probabilistes

Il est donc proposé de n'effectuer les calculs déterministes que sur un seul jeu de paramètres probabilistes. Il est souhaitable que ce jeu corresponde à des caractéristiques probabilistes « classiques » pour les variables physiques étudiées (ce qui est le cas par exemple pour le jeu de référence utilisé dans la présente étude). Pour étudier un deuxième jeu de caractéristiques probabilistes, il faut calculer les positions des points de collocation dans l'espace standard qui auraient conduit aux points de calcul effectués précédemment. Ces positions  $(\xi'_{1,m}, \xi'_{2,m})$  s'obtiennent par :

$$\begin{cases} \xi'_{1C,m} = \Phi^{-1}(F_{\varphi}(\varphi_m)) \\ \xi'_{2C,m} = \Phi^{-1}(F_c(c_m)) \end{cases} \quad (3.16)$$

$$\begin{bmatrix} \xi'_{1,m} \\ \xi'_{2,m} \end{bmatrix} = H^{-1} \begin{bmatrix} \xi'_{1C,m} \\ \xi'_{2C,m} \end{bmatrix} \quad (3.17)$$

Par cette opération, on dispose d'un ensemble de points de collocation  $(\xi'_{1,m}, \xi'_{2,m})$  dans l'espace standard, et des réponses correspondantes du modèle déterministe, sans avoir effectué aucun calcul déterministe. L'équation (3.14) peut donc être utilisée pour calculer les coefficients d'un nouveau PCE. La seule différence avec la CSRSM conventionnelle réside dans le fait que les points de collocation dans l'espace standard ne correspondent plus à des combinaisons des racines du polynôme d'Hermite de degré  $n+1$ .

La figure 3.17 compare les quatre premiers moments statistiques de la réponse (en échelle normalisée par rapport à ceux fournis par le modèle analytique d'origine), pour le cas arbitraire déjà évoqué (variables lognormales, avec un coefficient de corrélation  $\rho_{\varphi c}=-0.3$ ,  $COV(\varphi)=8\%$  et  $COV(c)=25\%$ ). Ces moments sont calculés par tirages de Monte-Carlo ( $10^6$  échantillons) pour trois modèles différents : (i) le modèle analytique d'origine, (ii) le PCE d'ordre 4 obtenu par CSRSM conventionnelle (c'est-à-dire impliquant 25 nouveaux appels au modèle déterministe), et (iii) le PCE d'ordre 4 obtenu par la CSRSM proposée (c'est-à-dire réutilisant les résultats du cas de référence de cette étude, et n'impliquant donc aucun nouvel appel au modèle déterministe). Il apparaît que les deux méta-modèles donnent des résultats très comparables pour les quatre moments.

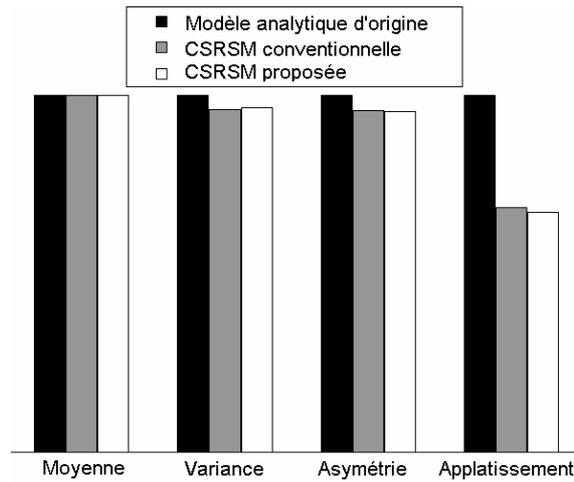


Figure 3.17 : Moments statistiques de la réponse pour le modèle analytique d'origine, pour le PCE obtenu par CSRSM conventionnelle, et pour le PCE obtenu par la méthode proposée

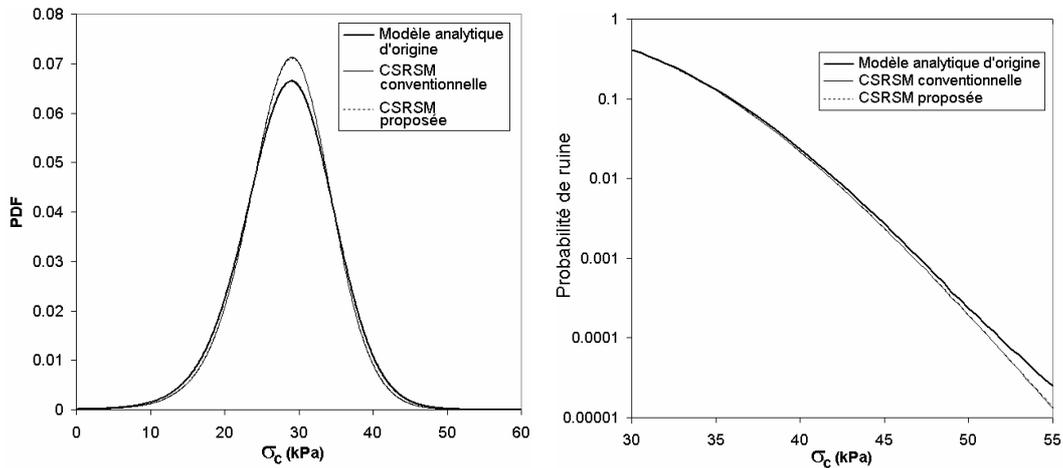


Figure 3.18 : (gauche) Comparaison entre les PDF de la réponse pour le modèle analytique d'origine, pour le PCE obtenu par CSRSM conventionnelle, et pour le PCE obtenu par la méthode proposée ; (droite) comparaison entre les probabilités de ruine en queue de distribution

La figure 3.18 (partie gauche) montre la densité de probabilité obtenue pour ces trois modèles (à partir des mêmes tirages de Monte-Carlo), et la figure 3.18 (partie droite) montre la probabilité de ruine ( $P_f$ ) en queue de distribution. Sur ces deux graphiques, les deux méta-modèles sont presque confondus. Ces résultats prouvent que l'extension de la CSRSM proposée fournit des résultats de qualité comparable à ceux de la CSRSM conventionnelle, pour un coût de calcul supplémentaire quasi-nul.

Elle présente en outre l'avantage de conserver le formalisme de la CSRSM, ce qui permet d'utiliser les propriétés naturelles du PCE : possibilité de calculer analytiquement les moments statistiques à partir des coefficients du PCE, indices de Sobol', etc. (Sudret [2007]). Ces résultats confirment que la méthode de choix des points de collocation utilisant les racines du polynôme d'Hermite d'ordre supérieur n'est pas strictement indispensable. Néanmoins, il faut préciser que la méthode proposée ne reste valide que si les régions de l'espace standard couvertes par les points de collocation d'origine et modifiés sont comparables. On s'assurera donc que les variables aléatoires de la première étude sont les plus réalistes possibles, et que les changements de paramètres ou de distribution restent réduits.

---

## *C. Application de la CSRSM à l'étude de stabilité d'un front de taille en sol frottant*

---

### **1. Principes de l'étude**

Cette section se propose d'appliquer la méthode CSRSM à l'étude de stabilité d'un front de taille en sol frottant (avec ou sans cohésion), en mettant à profit à la fois la rapidité et la précision du modèle analytique M3 (i.e. le mécanisme rotationnel). La rupture en poussée et la rupture en butée sont étudiées conjointement de manière à cerner dans son ensemble l'intervalle licite des valeurs de pression. D'ordinaire, la valeur de pression appliquée au front est choisie la plus basse possible pour des raisons économiques, tout en respectant un facteur de sécurité sur la rupture du front de taille par effondrement. Néanmoins, la prise en compte d'un facteur de sécurité trop élevé est paradoxalement susceptible de dégrader la sécurité de l'ouvrage car elle rapproche la pression appliquée de la pression de rupture par refoulement. C'est la raison pour laquelle les deux types de rupture sont étudiés, même si l'effondrement semble au premier abord la seule rupture plausible.

Les variables aléatoires considérées sont consignées dans le tableau 3.8. On trouve également dans ce tableau les valeurs des coefficients de variation de ces variables pour différents scénarios. Il est en effet assez délicat de déterminer la dispersion des variables aléatoires, d'autant que cette dispersion est différente selon le site et selon les moyens de reconnaissance géotechnique utilisés. C'est la raison pour laquelle on distingue dans la suite de cette section un scénario probabiliste neutre correspondant à la dispersion communément observée (COV standards), un scénario favorable en cas de bonne connaissance des variables en jeu (COV réduits), et un scénario défavorable en cas de grande incertitude sur les variables (COV élevés).

En plus des variables aléatoires liées à la résistance du sol ( $\phi$  et  $c$ ), on a considéré une variabilité sur le poids volumique du sol  $\gamma$ , et sur la hauteur de couverture  $C$ . La variabilité naturelle du poids volumique est plus réduite que celle des caractéristiques mécaniques, et le poids est par ailleurs facilement accessible à la mesure, on a donc une incertitude assez faible sur cette grandeur. Par ailleurs, la hauteur de couverture est généralement bien connue puisqu'elle se déduit directement du pilotage du tunnelier et de la topographie du site, on a donc choisi des COV arbitrairement faibles. Ceci permettra d'évaluer l'impact d'un manque d'informations précises sur cette grandeur. L'éventuelle corrélation  $\rho_{\phi c}$  existant entre  $\phi$  et  $c$  est mal connue. Selon les auteurs, elle peut prendre une valeur positive ou négative bien que la valeur négative soit plus plausible. Cette incertitude est également prise en compte dans les trois scénarios proposés. Les quatre variables ( $\phi$ ,  $c$ ,  $\gamma$ ,  $C$ ) peuvent intervenir dans le calcul des pressions limites selon les cas.

Parallèlement, on a également une incertitude sur la pression appliquée  $\sigma_t$ . Cette incertitude peut être liée aux variations de certaines propriétés du sol (telles que la perméabilité à l'air ou à la boue par exemple), ou à des particularités de fonctionnement de la machinerie du tunnelier. Comme pour la hauteur de couverture relative, cette incertitude est mal documentée dans la littérature. On a donc choisi des valeurs de COV arbitraires, avec une valeur volontairement faible (5%) dans le scénario favorable et une valeur élevée (25%) dans le scénario défavorable. Par ailleurs, les variables aléatoires pourront être considérées comme normales, ou comme non normales (loi bêta pour  $\phi$ , lois lognormales pour les autres variables). Dans ce cas, on utilisera le vocable « lois bornées », car les lois choisies permettent de prendre en compte les bornes physiques des grandeurs en jeu, contrairement à une simple loi gaussienne.

Tableau 3.8 : Récapitulatif des variables aléatoires utilisées

Type de sol	Type de rupture	Variables aléatoires	Scénario	Coefficients de variation					$\rho_{\phi c}$
				$\phi$	$c$	$\gamma$	$C$	$\sigma_t$	
Sol purement frottant	Poussée	$\phi, \gamma, \sigma_t$	Neutre	10%	/	5%	/	15%	/
			Favorable	5%	/	3%	/	5%	/
			Défavorable	15%	/	8%	/	25%	/
	Butée	$\phi, \gamma, C, \sigma_t$	Neutre	10%	/	5%	3%	15%	/
			Favorable	5%	/	3%	1%	5%	/
			Défavorable	15%	/	8%	5%	25%	/
Sol frottant et cohérent	Poussée	$\phi, c, \gamma, \sigma_t$	Neutre	10%	20%	5%	/	15%	0
			Favorable	5%	10%	3%	/	5%	-0.4
			Défavorable	15%	30%	8%	/	25%	0.4
	Butée	$\phi, c, \gamma, C, \sigma_t$	Neutre	10%	20%	5%	3%	15%	0
			Favorable	5%	10%	3%	1%	5%	-0.4
			Défavorable	15%	30%	8%	5%	25%	0.4

Le modèle déterministe M3 développé plus tôt dans ce manuscrit permet d'accéder à la pression limite d'effondrement  $\sigma_c$  et à la pression limite de refoulement  $\sigma_b$ . Pour rendre la lecture plus commode, tous les résultats de cette section sont présentés pour un diamètre de tunnel  $D=10\text{m}$ . Néanmoins, une généralisation directe à d'autres diamètres à partir de ces résultats est aisée. Il suffit en effet d'adimensionnaliser les grandeurs de cohésion  $c$  et de pression  $\sigma$  respectivement en  $c/\gamma D$  et  $\sigma/\gamma D$ . Tous les résultats présentés peuvent donc être obtenus directement pour un diamètre différent, par simple règle de trois. Dans la suite de cette section, on étudie les sols purement frottants ; l'étude des sols frottants et cohérents figure en annexe. La même démarche est appliquée dans les deux cas :

- La CSRSM dans sa formulation classique est utilisée pour déterminer les moments et la distribution de  $\sigma_c$  et  $\sigma_b$ , pour un scénario neutre et des variables normales.
- L'extension de la CSRSM présentée dans la section précédente est utilisée pour conduire une étude paramétrique. Celle-ci porte sur la distribution des deux pressions limites, et s'intéresse à l'effet du COV de chaque variable ainsi qu'aux éventuelles corrélations, pour des variables normales ou bornées. Les indices de Sobol' des variables sont également évalués.
- Les PDF des pressions limites pour les trois scénarios de variables d'entrée sont ensuite tracés et comparés.
- L'incertitude sur la pression appliquée  $\sigma_t$  est prise en compte à son tour pour évaluer les probabilités de ruine par effondrement et par refoulement. Une étude paramétrique est menée, analysant l'impact des COV, des corrélations et des types des lois des paramètres aléatoires sur ces probabilités de ruine. Là encore, l'extension de la CSRSM développée dans la section précédente est utilisée.
- Les probabilités de ruine par effondrement et refoulement sont étudiées pour les trois scénarios de variables d'entrée.

## 2. Cas d'un sol purement frottant

### a. Calcul de référence

Pour l'étude probabiliste de la stabilité d'un front de taille en sol purement frottant, le modèle M3 est utilisé, et appliqué à deux sables S1 et S2. Les paramètres moyens de ces deux cas (angle de frottement, poids volumique, et hauteur de couverture relative) sont décrits dans le tableau 3.9. Le sable S1 correspond à un matériau très frottant, pour une valeur faible de  $\gamma D$  (c'est-à-dire pour un diamètre de tunnel et/ou un poids volumique réduit(s)). A contrario, le sable S2 correspond à un matériau faiblement frottant, pour une valeur importante de  $\gamma D$ . On peut observer dans le tableau 3.9 que les valeurs déterministes (c'est-à-dire les valeurs obtenues pour les caractéristiques moyennes) de  $\sigma_c$  et  $\sigma_b$  sont bien différentes pour les deux sables, et que l'intervalle licite de pression obtenu de manière déterministe est plus large pour le sable S1 que pour le sable S2. Ceci est très logique, puisque le sable S1 correspond à un matériau de meilleures caractéristiques mécaniques, pour des facteurs déstabilisants (diamètre et poids volumique) plus faibles.

Tableau 3.9 : Paramètres moyens des cas S1 et S2

	$\mu_\phi$	$D \cdot \mu_\gamma$	$\mu_c/D$	$\sigma_c$ déterministe	$\sigma_b$ déterministe
Sable S1	40°	150 kN/m <sup>2</sup>	1	12.3 kPa	2862 kPa
Sable S2	25°	250 kN/m <sup>2</sup>	1	48.2 kPa	2163 kPa

Pour chacun de ces sables et pour les pressions limites de refoulement et d'effondrement, on construit un méta-modèle analytique en suivant les étapes de la CSRSM conventionnelle. Pour la pression limite d'effondrement (qui dépend de deux variables aléatoires  $\phi$  et  $\gamma$ ) on utilise un PCE d'ordre 4 qui fait appel à 25 calculs déterministes, et pour la pression limite de refoulement (qui dépend de trois variables aléatoires  $\phi$ ,  $\gamma$ , et  $C$ ) on utilise un PCE d'ordre 3 qui fait appel à 65 calculs déterministes.

Les résultats probabilistes obtenus pour  $\sigma_c$  et  $\sigma_b$  dans les cas S1 et S2, pour des variables normales et un scénario neutre, sont résumés dans le tableau 3.10. On y trouve les quatre premiers moments statistiques des pressions limites ainsi que leurs coefficients de variation. Ces résultats sont obtenus après tirages de Monte-Carlo à  $10^6$  échantillons sur les PCE correspondants. On trouve également dans le tableau 3.10 les indices de Sobol' des variables aléatoires concernées, obtenues analytiquement à partir des coefficients des PCE.

Tableau 3.10 : Résultats probabilistes en variables normales et en scénario neutre

Cas	S1		S2	
	$\sigma_c$	$\sigma_b$	$\sigma_c$	$\sigma_b$
Moyenne	12.6 kPa	3073 kPa	48.9 kPa	2151 kPa
Ecart-type	2.9 kPa	936 kPa	7.8 kPa	324 kPa
Asymétrie	0.72	1.58	0.64	0.26
Aplatissement	1.01	4.24	0.86	0.10
COV	23.0%	30.5%	16.0%	15.1%
SU( $\varphi$ )	0.95	0.96	0.90	0.83
SU( $\gamma$ )	0.05	0.03	0.10	0.11
SU(C)	/	0.01	/	0.06

Les valeurs moyennes des pressions limites sont légèrement différentes de leurs valeurs déterministes. Les dispersions des pressions d'effondrement et de refoulement sont assez semblables pour un sable donné, mais différent sensiblement selon le cas considéré : pour le sable S1, les COV des pressions sont environ deux fois plus élevées que pour le sable S2. Par ailleurs, les indices de Sobol' enseignent que la variabilité de l'angle de frottement a un poids prépondérant sur la variabilité des pressions limites, en particulier pour le sable S1. Ceci est vrai également pour le sable S2 mais dans une moindre mesure, probablement parce que ce sable correspond à un angle de frottement plus faible. L'indice de Sobol' de la hauteur de couverture est faible pour les deux sols, ce qui tendrait à prouver que la variabilité de cette grandeur a un poids minime. En outre, l'indice de Sobol' du poids volumique prend des valeurs faibles, généralement inférieures à 10%.

## b. Etude paramétrique sur la distribution des pressions limites

Cette étude paramétrique s'intéresse à l'effet des coefficients de variation des variables aléatoires ( $\varphi$  et  $\gamma$ , ainsi que C dans le cadre de la butée) sur les distributions et moments statistiques des pressions limites, ainsi que sur les indices de Sobol' des variables d'entrée. Pour étudier l'impact du COV d'une variable (par exemple  $\varphi$ ), on fixe les COV de toutes les autres variables à leurs valeurs standards (correspondant au scénario neutre), et on étudie les trois scénarios (neutre, favorable, défavorable) pour la variable considérée (soit trois valeurs de COV( $\varphi$ ) dans cet exemple). Ceci est réalisé pour des variables normales et pour des variables bornées, en utilisant l'extension de la méthode CSRSM développée dans la section précédente.

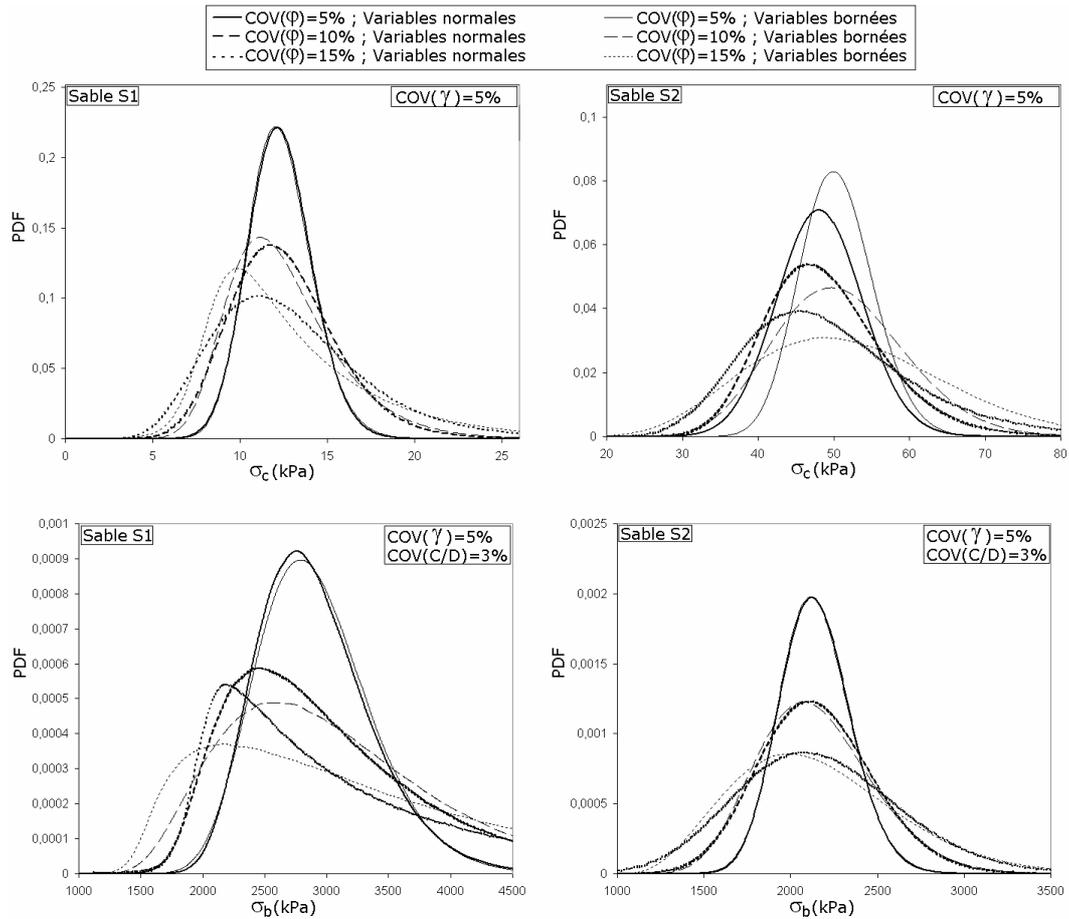


Figure 3.19 : Impact de  $COV(\varphi)$  sur les PDF de  $\sigma_c$  et  $\sigma_b$ , pour les sables S1 et S2

La figure 3.19 présente les résultats de cette étude paramétrique de  $COV(\varphi)$  pour les deux sables S1 et S2. Sur cette figure, les six PDF obtenus (trois valeurs de  $COV(\varphi)$ , en variables normales ou bornées) sont tracés pour chaque type de pression limite et pour chaque sable. La dispersion de  $\varphi$  a un effet notable sur celle des pressions limites d'effondrement et de refoulement. On observe également qu'un  $COV$  élevé de l'angle de frottement a tendance à éloigner la distribution de  $\sigma_c$  et  $\sigma_b$  de la distribution normale et à introduire une asymétrie prononcée dans la distribution des pressions. La différence entre les variables normales et les variables bornées semble également s'accroître avec la dispersion de  $\varphi$ . La figure 3.20 montre l'impact de  $COV(\gamma)$  sur les PDF de  $\sigma_c$  et  $\sigma_b$ , et la figure 3.21 montre l'impact de  $COV(C/D)$  sur le PDF de la seule pression de refoulement  $\sigma_b$ . Les observations sont similaires pour ces deux figures. Il apparaît que l'impact de la variabilité de  $\gamma$  et de  $C/D$  sur la distribution des pressions limites est très réduit. Cet impact est quasi-nul pour le sable S1, et très faible pour le sable S2. Le choix de variables bornées au lieu de variables normales a manifestement plus d'impact que la variabilité de ces deux grandeurs.

Ces observations sont très cohérentes avec les valeurs d'indices de Sobol' obtenues dans le calcul de référence. De ces PDF, on peut déduire que la grande majorité de la variabilité de  $\sigma_c$  et  $\sigma_b$  dans un sable est liée à la variabilité de l'angle de frottement. Dans un cadre opérationnel et en première approximation, il est possible de s'affranchir de la variabilité sur le poids volumique et sur la hauteur de couverture sans trop altérer les résultats probabilistes. Ceci est d'autant plus vrai que le sable considéré a un angle de frottement élevé.

Les figures 3.22 et 3.23 présentent les valeurs des quatre premiers moments statistiques des pressions limites obtenus lors de cette étude paramétrique. La figure 3.22 présente l'influence de  $COV(\varphi)$  et  $COV(\gamma)$  sur la moyenne, l'écart type, le coefficient d'asymétrie et le coefficient d'aplatissement de  $\sigma_c$ , et la figure 3.23 présente l'impact de  $COV(\varphi)$ ,  $COV(\gamma)$  et  $COV(C/D)$  sur les moments de  $\sigma_b$ . Les cas S1 et S2 sont présentés, pour des variables normales et bornées.

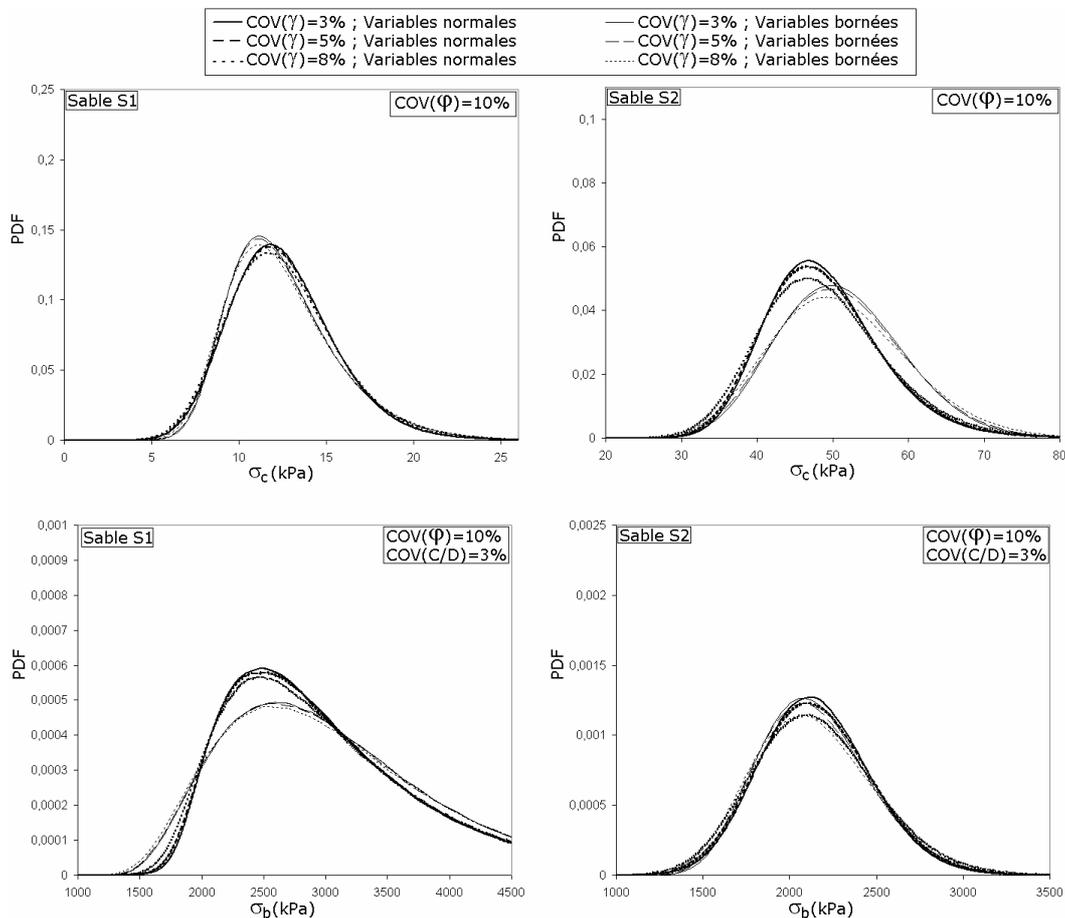


Figure 3.20 : Impact de  $COV(\gamma)$  sur les PDF de  $\sigma_c$  et  $\sigma_b$ , pour les sables S1 et S2

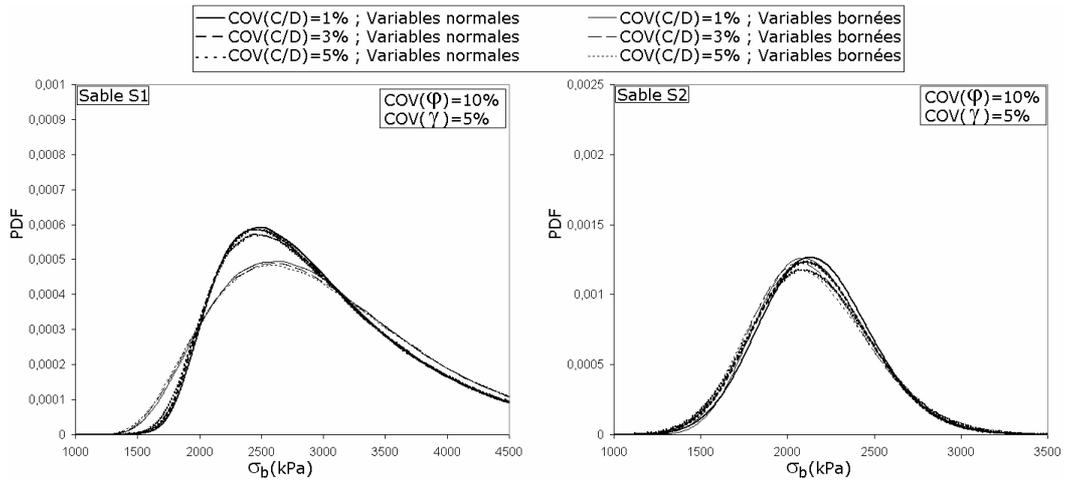


Figure 3.21 : Impact de  $COV(C/D)$  sur les PDF de  $\sigma_b$  pour les sables S1 et S2

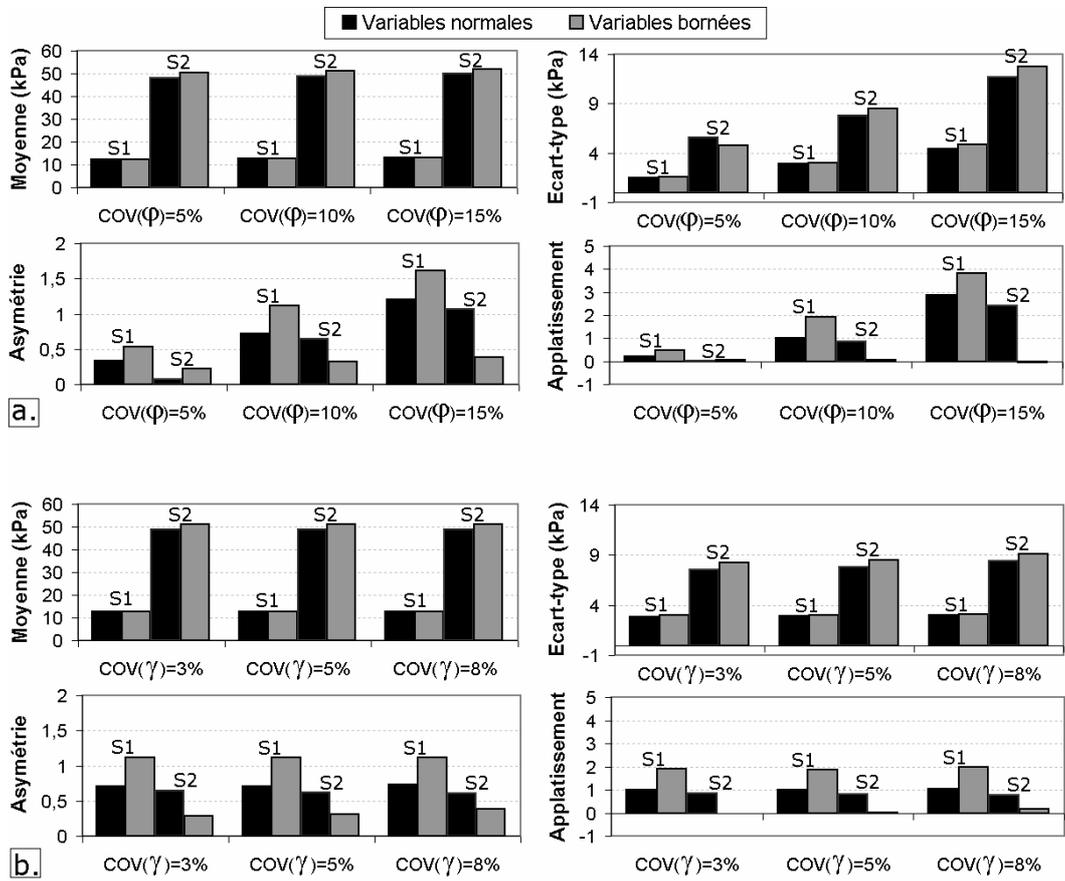


Figure 3.22 : Impact de  $COV(\varphi)$  et  $COV(\gamma)$  sur les quatre premiers moments de  $\sigma_c$  ; a. Impact de  $COV(\varphi)$  ; b. Impact de  $COV(\gamma)$

D'une manière générale, les figures 3.22 et 3.23 montrent que les quatre moments sont nettement différents entre les sables S1 et S2, à la fois pour la poussée et pour la butée. Pour un même sable (S1 ou S2), la non-normalité des lois a un impact significatif sur les moments d'ordre 3 et 4, mais un impact très réduit sur la moyenne et l'écart type de  $\sigma_c$  et  $\sigma_b$ . Le fait de prendre des lois bornées ne modifie donc pas la dispersion des pressions limites, mais modifie la forme de leurs distributions et est donc susceptible d'avoir un impact sur les queues de distribution et donc sur les probabilités de ruine.

L'impact de  $COV(\gamma)$  et  $COV(C/D)$  sur les quatre premiers moments de  $\sigma_c$  et  $\sigma_b$  est très réduit. On observe en effet sur les figures 3.22 et 3.23 que les histogrammes fournissant ces quatre moments restent quasiment inchangés lors des variations de ces deux coefficients de variation. L'impact de  $COV(\varphi)$  est en revanche déterminant. Ce COV affecte légèrement les moyennes des pressions limites (qui ont tendance à augmenter avec l'augmentation de  $COV(\varphi)$ ), mais affecte très largement l'écart type des pressions, ce qui confirme les observations faites sur les PDF de la figure 3.19. Par ailleurs, une augmentation de  $COV(\varphi)$  conduit à une augmentation notable des moments d'ordre 3 et 4 des pressions limites. Ceci a pour effet d'éloigner les distributions de ces pressions d'une forme gaussienne, comme on l'a observé sur la figure 3.19.

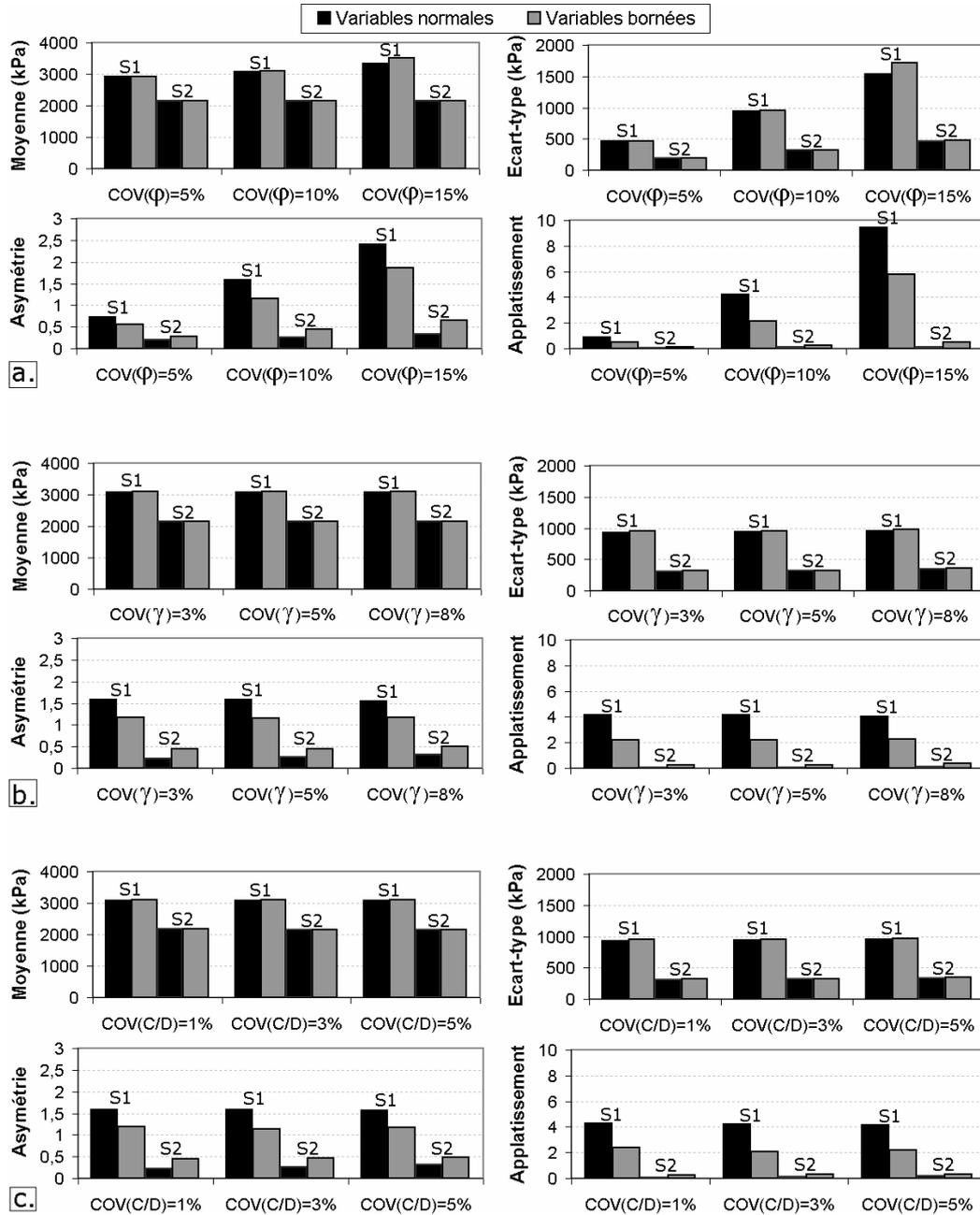
Les indices de Sobol' obtenus pour tous les cas traités lors de cette étude paramétrique sont présentés sous forme graphique en Annexe 6. Le tableau 3.11 présente un récapitulatif de ces indices. Il présente les valeurs extrêmes (maximale et minimale) que prennent chacun des indices de Sobol' des variables aléatoires pour les sables S1 et S2, dans l'ensemble des cas traités dans l'étude paramétrique. Ceci permet de se faire une idée du poids de chacune des variables dans la variabilité des deux pressions limites  $\sigma_c$  et  $\sigma_b$ .

Tableau 3.11 : Indices de Sobol' extrêmes obtenus lors de l'étude paramétrique

		$\sigma_c$		$\sigma_b$		
		SU( $\varphi$ )	SU( $\gamma$ )	SU( $\varphi$ )	SU( $\gamma$ )	SU(C/D)
Sable S1	Min	0.83	0.02	0.85	0.01	0.00
	Max	0.98	0.17	0.98	0.10	0.05
Sable S2	Min	0.71	0.03	0.55	0.04	0.03
	Max	0.96	0.29	0.92	0.29	0.15

L'angle de frottement est la variable qui présente les indices de Sobol' les plus importants à la fois en poussée et en butée, en particulier pour le sable S1. Son influence est moins écrasante pour le sable S2, en particulier en butée puisque son indice de Sobol' peut descendre à 0.55. Les deux autres variables ( $\gamma$  et C/D) ont une influence plus réduite, mais peuvent ponctuellement avoir un impact notable dans le cas du sable S2. Ceci se produit par exemple lorsque la variabilité de l'angle de frottement est faible.

On en déduira que l'influence de la dispersion de  $\phi$  est d'autant plus importante que la moyenne de  $\phi$  est élevée (sable S1), mais que les autres variables peuvent avoir un impact en cas d'angle de frottement faible (sable S2).



### c. Impact du scénario probabiliste sur la distribution des pressions limites

Les PDF des pressions limites d'effondrement et de refoulement dans le cas des sables S1 et S2 sont tracés sur la figure 3.24 pour les trois scénarios probabilistes définis plus haut. Les cas des variables normales et des variables bornées sont étudiés. Comme on pouvait s'y attendre, la dispersion des pressions limites est nettement plus importante pour le scénario défavorable que pour le scénario favorable, ce qui se traduit par des PDF beaucoup plus plats. La figure 3.24 est très proche de la figure 3.19, puisque la majorité de la variabilité des pressions limites est due à celle de l'angle de frottement. On peut donc conduire les mêmes observations : les PDF ont tendance à s'écarter d'une forme purement gaussienne lorsque le scénario probabiliste se dégrade. Cette observation est plus marquée si des variables bornées sont considérées. La différence entre les PDF obtenus en variables normales et bornées est d'autant plus importante que le scénario est défavorable. On pourra donc en conclure que la non-normalité des lois des variables d'entrée et leur dispersion sont deux facteurs qui conduisent à écarter les PDF des pressions limites d'une forme gaussienne.

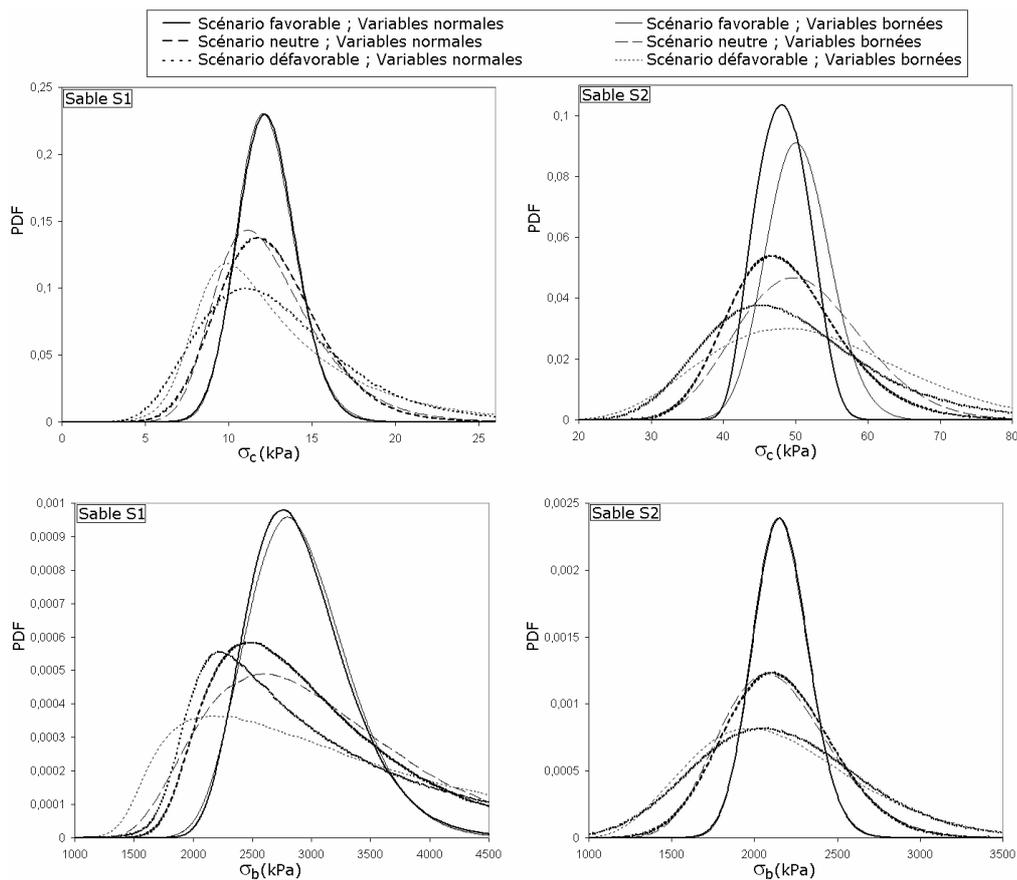


Figure 3.24 : Impact du scénario probabiliste sur les PDF de  $\sigma_c$  et  $\sigma_b$ , pour S1 et S2

#### d. Etude paramétrique sur les probabilités de ruine

La détermination d'une probabilité de ruine implique la définition d'une fonction de performance  $G$  définissant l'état de défaillance. On est ici en présence de deux états de défaillance différents (effondrement et refoulement), qui nécessitent donc la définition de deux fonctions de performance  $G_1$  et  $G_2$  :

$$G_1 = \sigma_t - \sigma_c \quad (3.18)$$

$$G_2 = \sigma_b - \sigma_t \quad (3.19)$$

Les expressions de  $\sigma_c$  et  $\sigma_b$  sont celles obtenues sous forme de PCE dans la partie précédente, et ne nécessitent donc pas de nouveau calcul. Les probabilités de ruine par effondrement ( $G_1 < 0$ ) et par refoulement ( $G_2 < 0$ ) sont obtenues par tirages de Monte-Carlo. Pour chaque échantillon, on effectue un tirage sur les variables standards des PCE et sur la variable  $\sigma_t$  (autour d'une moyenne  $\mu_{\sigma_t}$ , en respectant la loi choisie et l'écart type correspondant à un scénario donné). Un nombre de tirages de  $10^6$  est effectué pour chaque valeur de  $\mu_{\sigma_t}$ , ce qui permet de tracer les probabilités de ruine par effondrement et par refoulement en fonction de la valeur de pression  $\mu_{\sigma_t}$  appliquée par l'opérateur du tunnelier. Il est difficile d'évaluer la précision de l'approximation de  $\sigma_c$  par PCE aux queues de distribution, dans la mesure où cette validation ne peut être faite de manière robuste et rigoureuse que par un très grand nombre (par exemple  $10^6$ ) de tirages de Monte-Carlo sur le modèle déterministe d'origine. Les temps de calculs d'une telle opération sont inabordables avec le modèle utilisé. Néanmoins, les résultats de la section précédente montrent qu'un degré de confiance certain peut être accordé aux approximations par PCE d'ordre 3 ou 4, jusqu'à des probabilités de ruine de l'ordre de  $10^{-4}$  ou  $10^{-5}$ .

On effectue une étude paramétrique sur les COV des quatre variables aléatoires. Des variables normales et bornées sont considérées pour les sables S1 et S2. Les figures 3.25, 3.26, 3.27, et 3.28 présentent les résultats en termes de probabilités de ruine en fonction de  $\mu_{\sigma_t}$ , selon les coefficients de variation de  $\varphi$ ,  $\gamma$ ,  $C/D$ , et  $\sigma_t$  respectivement. Une échelle logarithmique est utilisée pour représenter avec clarté les probabilités de ruine par effondrement (faibles valeurs de  $\mu_{\sigma_t}$ ) et par refoulement (valeurs de  $\mu_{\sigma_t}$  élevées).

La figure 3.25 montre que la probabilité de ruine est importante pour les valeurs très faibles et très élevées de la pression  $\mu_{\sigma_t}$  appliquée au front de taille. La partie centrale correspond à des probabilités de ruine faibles (inférieures à  $10^{-5}$ ), et est donc la partie sécuritaire du domaine de pression. Cette zone de sécurité est plus ou moins large selon le sol considéré, selon le type de loi utilisée, et selon le COV( $\varphi$ ). La zone de sécurité est nettement plus étroite dans le cas du sable S2, ce

qui est directement lié au fait que ce sable est peu frottant et correspond à un produit  $\gamma D$  élevé. A contrario, le sable S1 est beaucoup plus frottant et conduit donc à une zone de sécurité plus large. Une plus grande variabilité de  $\phi$  conduit à augmenter notablement les probabilités de ruine, et donc à réduire la zone de sécurité. La non normalité des lois modifie les probabilités de ruine, mais il est difficile de discerner une tendance générale. Dans certains cas, les lois bornées tendent à réduire la probabilité de ruine, et dans d'autres cas à l'augmenter.

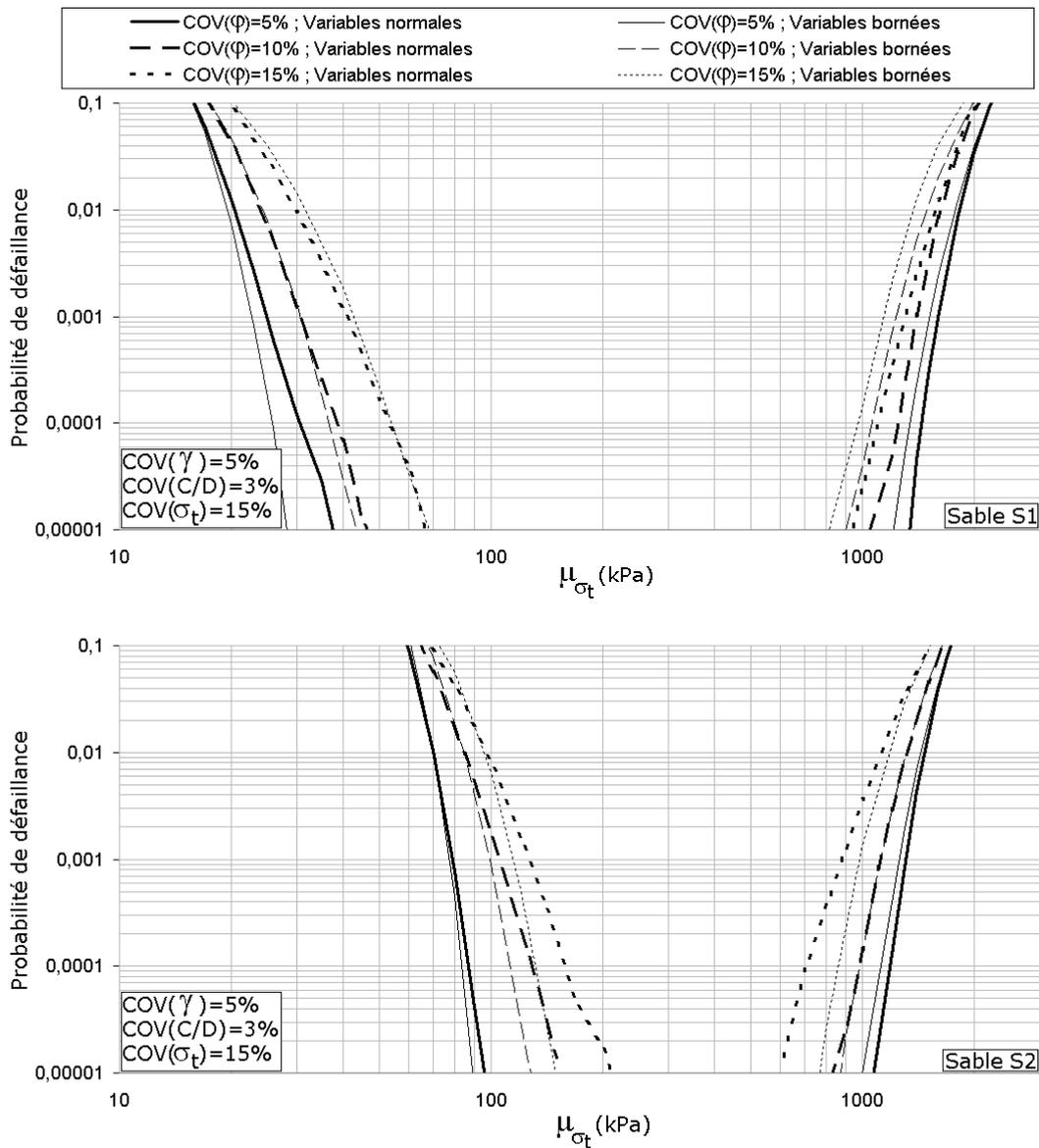


Figure 3.25 : Impact de  $COV(\phi)$  sur les probabilités de ruine, pour les sables S1 et S2

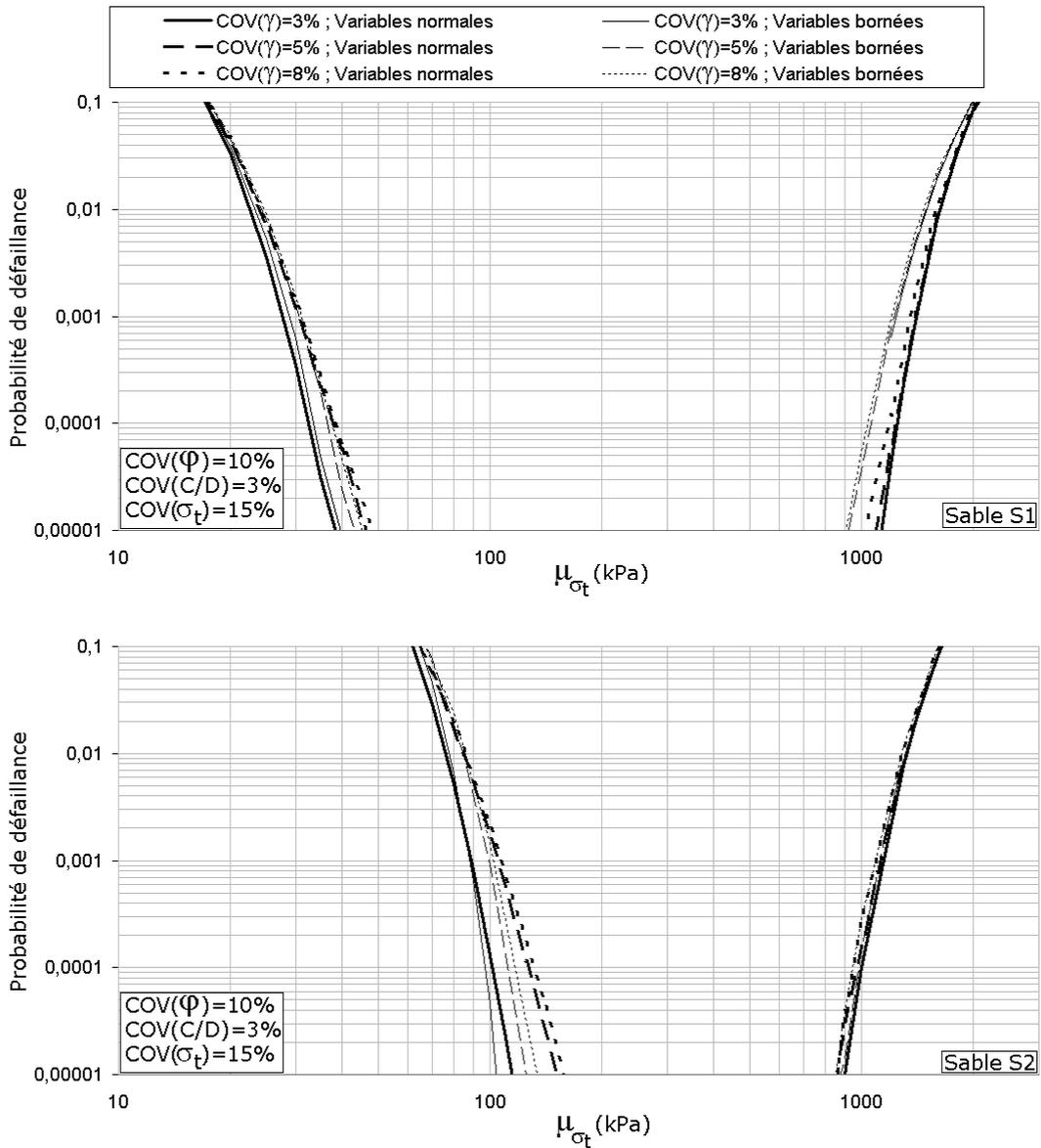


Figure 3.26 : Impact de  $COV(\gamma)$  sur les probabilités de ruine, pour les sables S1 et S2

La figure 3.26 montre que l'impact de  $COV(\gamma)$  est nettement plus réduit que celui de  $COV(\varphi)$ . Que ce soit en variables normales ou bornées et pour le sable S1 ou le sable S2, l'augmentation de  $COV(\gamma)$  n'augmente que légèrement les probabilités de ruine. Il en est de même pour le coefficient de variation de C/D, comme le montre la figure 3.27.

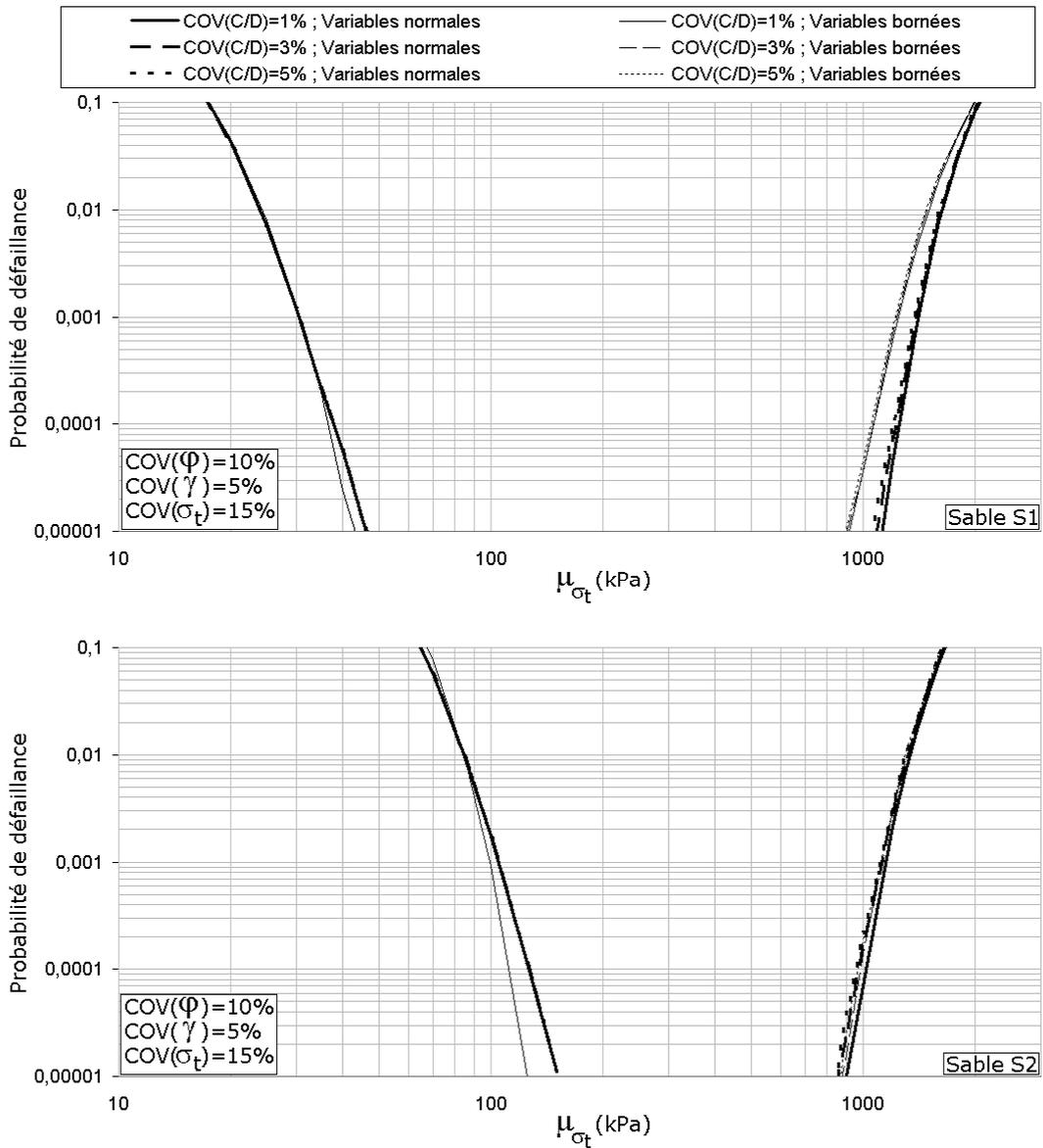


Figure 3.27 : Impact de  $COV(C/D)$  sur les probabilités de ruine, pour les sables S1 et S2

La figure 3.28 montre que le coefficient de variation de la pression appliquée au front a un impact très important sur les probabilités de ruine. Une valeur importante de  $COV(\sigma_t)$  augmente considérablement les probabilités de défaillance, à la fois par effondrement et par refoulement, et a donc tendance à réduire la taille de la zone de pression sécuritaire.

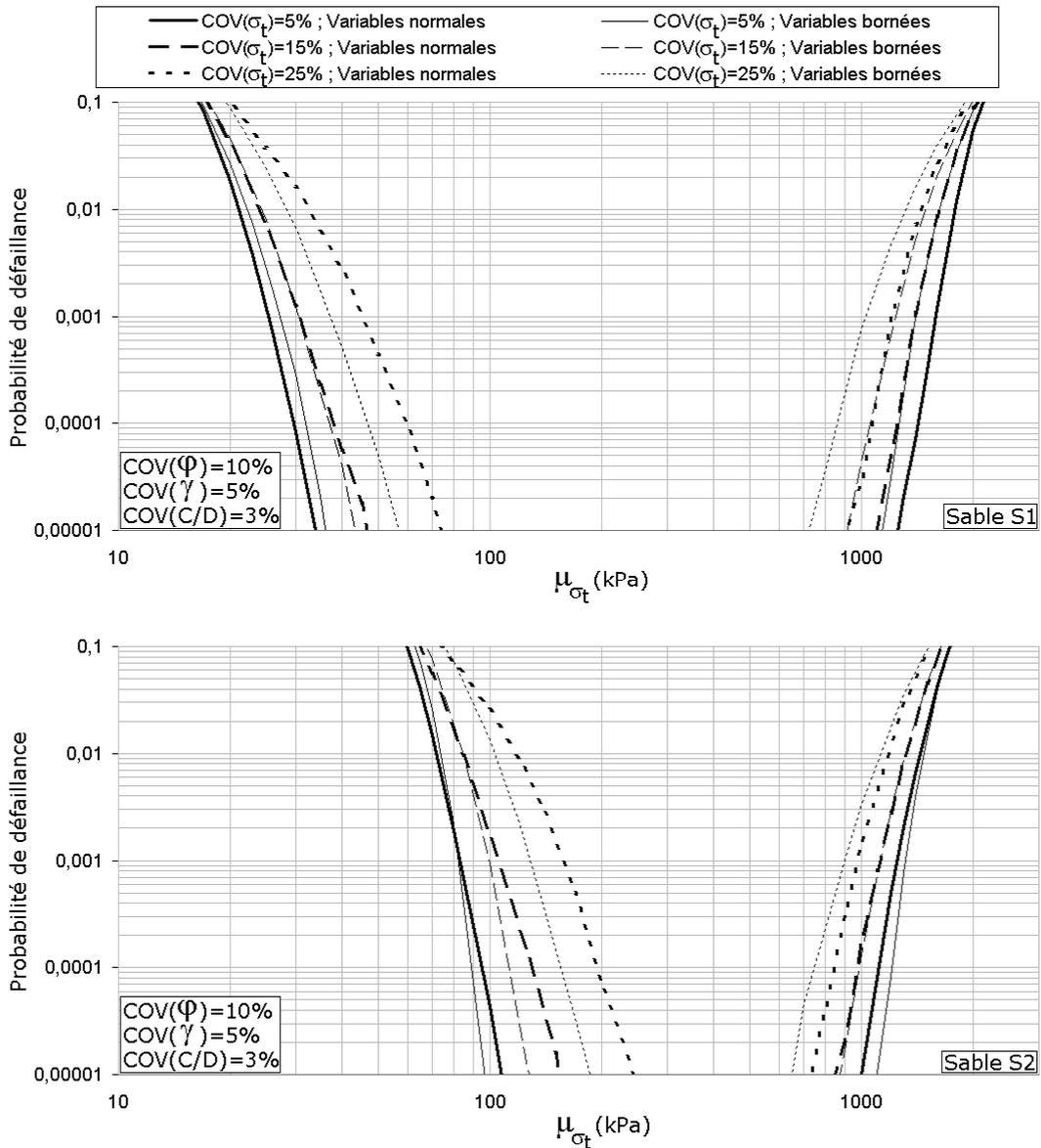


Figure 3.28 : Impact de  $COV(\sigma_t)$  sur les probabilités de ruine, pour les sables S1 et S2

### e. Impact du scénario probabiliste sur les probabilités de ruine

Les probabilités de défaillance en effondrement et en refoulement sont tracées sur la figure 3.29 en fonction de  $\mu_{\sigma_t}$ . Cette opération est effectuée pour les trois scénarios probabilistes, pour les sables S1 et S2, et pour des variables normales et bornées.

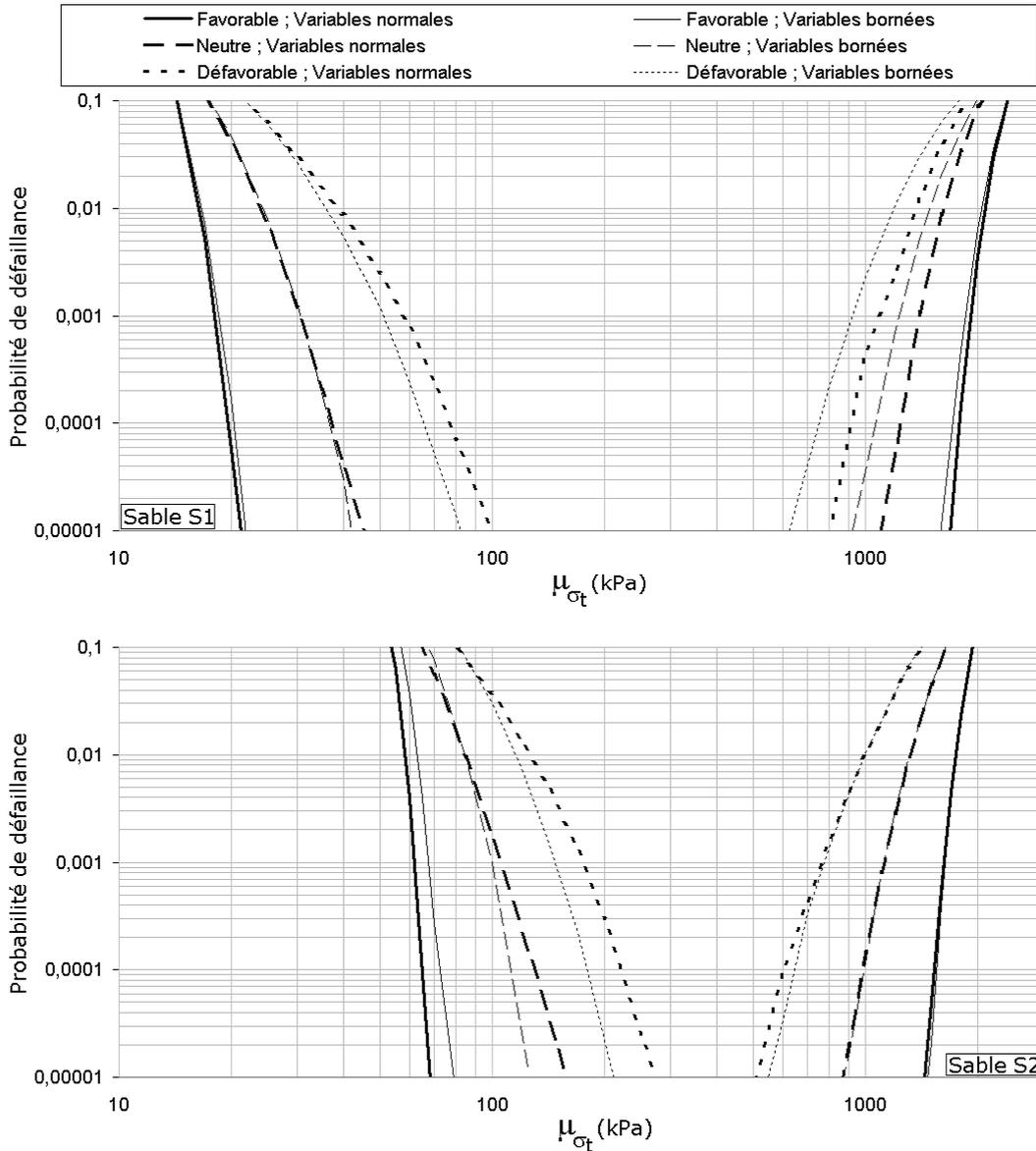


Figure 3.29 : Impact du scénario probabiliste sur les probabilités de ruine

La non normalité des lois modifie les probabilités de ruine, mais aucune tendance générale ne peut être établie sur cet impact. Des variables bornées conduisent à augmenter les probabilités de ruine dans certains cas et à les réduire dans d'autres cas. Le scénario probabiliste, en revanche, a un impact déterminant. Comme on pouvait s'y attendre, un scénario défavorable a tendance à augmenter sensiblement les probabilités de ruine, et donc à réduire de manière importante la largeur de l'intervalle de sécurité des valeurs de  $\mu_{\sigma_t}$ . On observe par exemple que, pour le sable S2 en variables normales et en scénario défavorable, l'intervalle de pression appliquée pour lequel la probabilité de ruine est inférieure à  $10^{-5}$  est compris entre  $\mu_{\sigma_t}=300\text{kPa}$  et  $\mu_{\sigma_t}=500\text{kPa}$  environ. Cet intervalle est relativement

étroit quand on le compare aux valeurs déterministes des pressions d'effondrement et de refoulement ( $\sigma_c=48.2$  kPa et  $\sigma_b=2163$  kPa). Néanmoins, cet intervalle correspond à un niveau de sécurité très élevé (probabilité de ruine inférieure à  $10^{-5}$ ), pour un scénario probabiliste défavorable.

### 3. Cas d'un sol frottant et cohérent

Pour des raisons de clarté et dans le but d'alléger ce manuscrit, cette section a été reportée en annexe 7. Elle présente des résultats semblables à la section précédente, pour des sols frottants et cohérents.

### 4. Comparaison avec une approche en facteur de sécurité

La figure 3.29 montre qu'il est licite pour un sol frottant d'effectuer un dimensionnement de la pression appliquée en se basant sur la pression limite d'effondrement. En effet, cette figure a mis en avant le fait que, même avec un scénario probabiliste défavorable, il existe un intervalle de pression important pour lequel les probabilités de ruine par effondrement et par refoulement sont toutes les deux négligeables (c'est-à-dire inférieures à  $10^{-5}$ ). Cela signifie que le fait de dimensionner la pression appliquée au front de taille par rapport à une probabilité de ruine donnée en effondrement ne conduit pas à réduire la sécurité de l'ouvrage vis-à-vis du refoulement. La rupture en butée en sol frottant semble très improbable dans ces conditions. Le choix de la pression à appliquer au front pour se prémunir d'une rupture en effondrement s'effectue généralement par l'application d'un facteur de sécurité  $F_s$  sur les caractéristiques mécaniques du sol. L'angle de frottement et la cohésion sont donc remplacés respectivement par :

$$\varphi_d = \tan^{-1}\left(\frac{\tan \varphi}{F_s}\right) \quad (3.20)$$

$$c_d = \frac{c}{F_s} \quad (3.21)$$

Ces caractéristiques réduites sont ensuite injectées dans un modèle déterministe suffisamment pertinent, qui fournit directement la pression à appliquer au front. Cette approche conventionnelle a le mérite de la simplicité,

mais présente quelques inconvénients. Le choix du facteur de sécurité  $F_s$ , en particulier, est délicat à effectuer de manière rationnelle sans connaître la variabilité des grandeurs et des phénomènes mis en jeu. Si l'incertitude sur les paramètres est très importante, un facteur de sécurité choisi arbitrairement peut se révéler non sécuritaire, tandis que des incertitudes réduites peuvent conduire un facteur de sécurité donné à provoquer des dimensionnements peu économiques.

Il est intéressant de confronter l'approche d'un dimensionnement classique fondée sur le facteur de sécurité à l'approche de dimensionnement probabiliste fondée sur une probabilité de ruine cible. Pour ce faire, on considère un échantillon représentatif de 6 sols purement frottants et de 9 sols frottants et cohérents. Les propriétés de ces sols sont récapitulées dans le tableau 3.12. L'ensemble des sols frottants (sables lâches ou denses, argiles molles ou raides) sont considérés, pour différentes valeurs moyennes de facteur déstabilisant  $\gamma_D$ . Un dimensionnement classique par facteur de sécurité est effectué en appliquant les caractéristiques réduites  $\varphi_d$  et  $c_d$  au modèle déterministe M3 afin de déterminer des pressions limites d'effondrement  $\sigma_c$ . Ceci est effectué pour différentes valeurs du facteur de sécurité, comprises entre 1 et 3.

Tableau 3.12 : Caractéristiques des sols étudiés

Type de sol	Numéro	$\mu_\varphi$ (°)	$\mu_c$ (kPa)	$D \cdot \mu_\gamma$ (kN/m <sup>2</sup> )	$\mu_{C/D}$
Sols purement frottants	1	25	/	150	1
	2	32	/	150	1
	3	40	/	150	1
	4	25	/	250	1
	5	32	/	250	1
	6	40	/	250	1
Sols frottants et cohérents	1	15	5	150	1
	2	20	5	150	1
	3	25	5	150	1
	4	15	5	250	1
	5	20	5	250	1
	6	25	5	250	1
	7	15	20	250	1
	8	20	20	250	1
	9	25	20	250	1

On applique ensuite l'approche CSRSM déjà utilisée dans ce chapitre pour déterminer la probabilité de ruine correspondant à chaque valeur de pression obtenue par l'utilisation du facteur de sécurité. Ceci est effectué pour les trois scénarios probabilistes (favorable, neutre, et défavorable), et pour des variables normales et bornées. Il est possible à partir de ces résultats de faire une correspondance directe entre facteur de sécurité et probabilité de ruine, pour chaque sol et chaque scénario. Les résultats sont présentés sur les figures 3.30 et

3.31, respectivement pour les 6 sols purement frottants et pour les 9 sols frottants et cohérents.

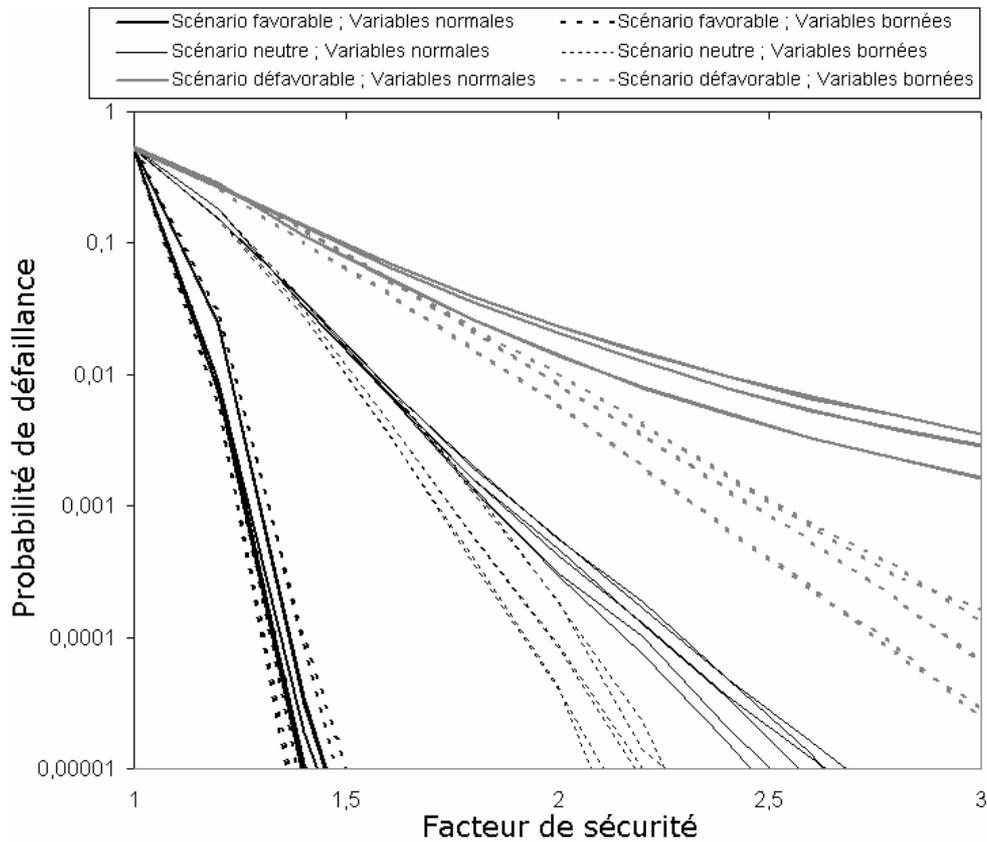


Figure 3.30 : Correspondance entre facteur de sécurité et probabilité de ruine par effondrement en sols purement frottants, pour différents scénarios probabilistes

Sur ces figures, on observe qu'un facteur de sécurité de 1 (dimensionnement selon la valeur moyenne) conduit à une probabilité de ruine proche de 0,5, et que l'augmentation du facteur de sécurité réduit sensiblement cette probabilité de ruine. Les deux graphiques montrent également que, pour un scénario et un type de variables (normales ou bornées) donnés, on a une correspondance assez nette entre le facteur de sécurité et la probabilité de ruine, quelles que soient les caractéristiques moyennes du sol considéré. Il apparaît en effet que, si l'on se fixe un scénario probabiliste et un type de variables, le choix d'un facteur de sécurité donné conduit à un fuseau assez précis de probabilités de ruines. Par exemple, pour un scénario probabiliste neutre et des variables normales, l'utilisation d'un facteur de sécurité de 2,5 dans un sol purement frottant conduit à des probabilités de ruines comprises entre  $10^{-5}$  et  $3 \cdot 10^{-5}$ . Cet intervalle relativement réduit est valable pour les six sols purement frottants de l'étude. Il apparaît que ces fuseaux de valeurs de probabilité de ruine sont nettement plus étroit dans le cas des sols

purement frottants, tandis qu'en sol frottant et cohérent il peut conduire à un écart d'un ordre de grandeur selon le sol considéré. Le fait de considérer des lois bornées n'a pas d'impact sur le fuseau dans le cas d'un scénario probabiliste favorable, mais a tendance à produire des fuseaux de probabilités de ruines plus réduites dans le cas des scénarios neutre et défavorable. L'hypothèse des lois normales est donc sécuritaire.

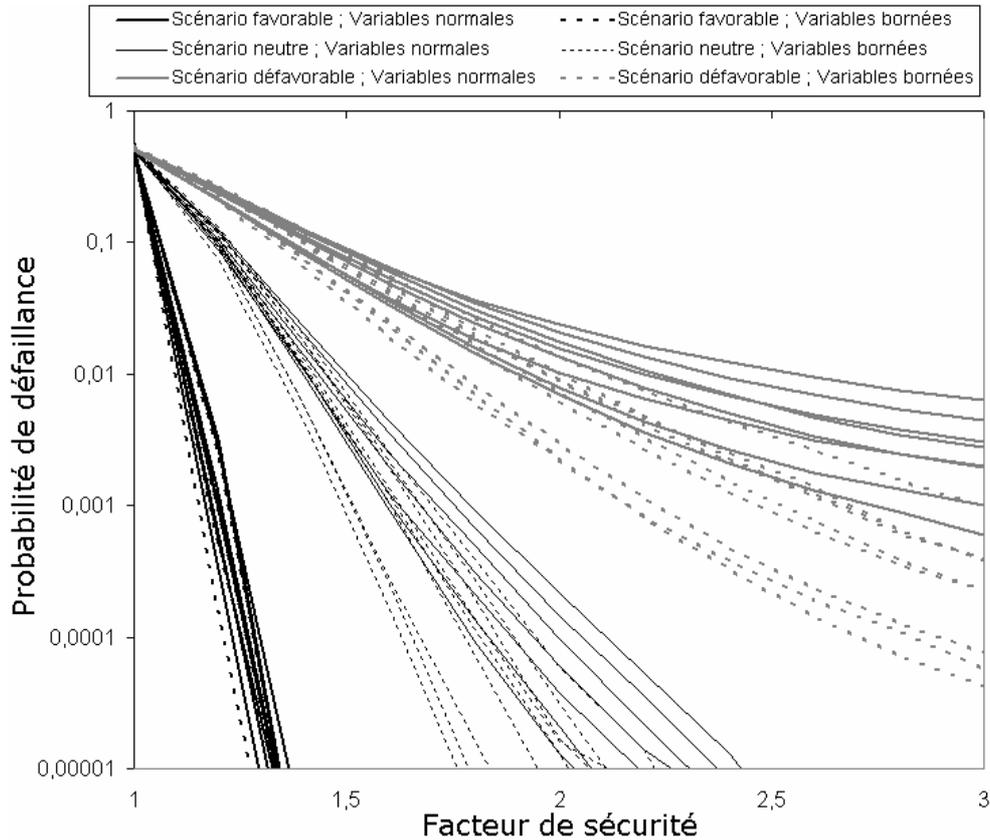


Figure 3.31 : Correspondance entre facteur de sécurité et probabilité de ruine par effondrement en sols frottants et cohérents, pour différents scénarios probabilistes

Ces résultats sont particulièrement intéressants car ils montrent à la fois les limitations de l'approche classique par facteur de sécurité (selon le scénario probabiliste, un même facteur de sécurité conduit à des niveaux de sécurité très différents), et l'intérêt des approches probabilistes. La principale difficulté de cette approche reste la définition d'un scénario probabiliste crédible en fonction du type de sol rencontré, et des caractéristiques propres au site et au matériel de creusement. De nombreux travaux sont probablement encore à effectuer pour remplir cet objectif. Néanmoins, les outils utilisés dans ce chapitre permettent d'envisager des méthodes de dimensionnement plus rationnelles que la méthode conventionnelle.

---

## *D. Application de la CSRSM à l'étude de stabilité d'un front de taille en sol non frottant*

---

### **1. Principes de l'étude**

Cette section se propose d'appliquer la même démarche que la section précédente pour étudier les aspects probabilistes de la stabilité d'un front de taille pressurisé en sol purement cohérent. Le modèle M5 de détermination des pressions limites d'effondrement et de refoulement est utilisé dans le cadre de la CSRSM pour déterminer les distributions de probabilité de ces pressions en fonction de celles des variables aléatoires d'entrée. La rupture en poussée et la rupture en butée sont étudiées conjointement de manière à cerner dans son ensemble l'intervalle licite des valeurs de pression. Les probabilités de ruine en effondrement et en refoulement sont évaluées de manière à déterminer s'il est possible de dimensionner la pression appliquée au front de taille en appliquant un facteur de sécurité sur la seule pression limite d'effondrement, comme c'est le cas en sol frottant. Les variables aléatoires considérées sont consignées dans le tableau 3.13.

On trouve également dans ce tableau les valeurs des coefficients de variation de ces variables pour différents scénarios. Ces scénarios probabilistes sont identiques à ceux utilisés dans la section précédente, et permettent de représenter différents états probabilistes. Un scénario neutre correspond à une variabilité usuelle des variables aléatoires. Un scénario favorable correspond à une dispersion plus réduite de ces variables, soit parce que leur variabilité naturelle est plus faible soit parce que la campagne de reconnaissance géotechnique a été particulièrement précise. Enfin, un scénario défavorable correspond à un cas de creusement pour lequel une grande incertitude est présente sur les variables

d'entrées. Par ailleurs, les quatre variables d'entrée ( $c$ ,  $\gamma$ ,  $C/D$ , et  $\sigma_t$ ) seront considérées tour à tour comme gaussiennes (dites « variables normales ») ou lognormales (dites « variables bornées »).

Tableau 3.13 : Récapitulatif des variables aléatoires utilisées

Type de sol	Type de rupture	Variables aléatoires	Scénario	Coefficients de variation			
				$c$	$\gamma$	$C$	$\sigma_t$
Sol purement cohérent	Poussée	$c, \gamma, C, \sigma_t$	Neutre	20%	5%	3%	15%
			Favorable	10%	3%	1%	5%
			Défavorable	30%	8%	5%	25%
	Butée	$c, \gamma, C, \sigma_t$	Neutre	20%	5%	3%	15%
			Favorable	10%	3%	1%	5%
			Défavorable	30%	8%	5%	25%

Pour rendre la lecture plus commode, tous les résultats de cette section sont présentés pour un diamètre de tunnel  $D=10\text{m}$ . Néanmoins, une généralisation directe à d'autres diamètres à partir de ces résultats est aisée. Il suffit en effet d'adimensionnaliser les grandeurs de cohésion  $c$  et de pression  $\sigma$  respectivement en  $c/\gamma D$  et  $\sigma/\gamma D$ . Tous les résultats présentés peuvent donc être obtenus directement pour un diamètre différent, par simple règle de trois. On applique exactement la même démarche que pour les sols frottants de la section précédente, à savoir :

- La CSRSM dans sa formulation classique est utilisée pour déterminer les moments et la distribution de  $\sigma_c$  et  $\sigma_b$ , pour un scénario neutre et des variables normales.
- L'extension de la CSRSM présentée dans une section précédente est utilisée pour conduire une étude paramétrique. Celle-ci porte sur la distribution des deux pressions limites, et s'intéresse à l'effet du COV de chaque variable, pour des variables normales ou bornées. Les indices de Sobol' des variables sont également évalués.
- Les PDF des pressions limites pour les trois scénarios de variables d'entrée sont ensuite tracés et comparés.
- L'incertitude sur la pression appliquée  $\sigma_t$  est prise en compte à son tour pour évaluer les probabilités de ruine par effondrement et par refoulement. Une étude paramétrique est menée, analysant l'impact des COV sur ces probabilités de ruine. L'extension de la CSRSM développée dans une section précédente est utilisée.
- Les probabilités de ruine par effondrement et refoulement sont étudiées pour les trois scénarios de variables d'entrée.

## 2. Calcul de référence

Pour l'étude probabiliste de la stabilité d'un front de taille en sol purement cohérent, le modèle M5 est utilisé, et appliqué à deux sols de type argileux en conditions non drainées, nommés AND1 et AND2. Les paramètres moyens de ces deux cas (cohésion, poids volumique, et hauteur de couverture relative) sont décrits dans le tableau 3.14. L'argile AND1 correspond à un matériau de cohésion réduite et de faible facteur déstabilisant  $\gamma_D$ , sous une couverture égale en moyenne à un diamètre. L'argile AND2 correspond à un matériau plus cohérent, mais avec un facteur déstabilisant  $\gamma_D$  plus important et sous une couverture égale à 1.5 fois le diamètre en moyenne.

On peut observer dans le tableau 3.14 que les valeurs déterministes (c'est-à-dire les valeurs obtenues pour les caractéristiques moyennes) de  $\sigma_c$  et  $\sigma_b$  sont bien différentes pour les deux argiles, et que l'intervalle licite de pression obtenu de manière déterministe est plus large pour l'argile AND2 que pour AND1. Ceci est probablement lié à la plus grande profondeur relative de AND2, qui entraîne une valeur de pression limite de refoulement plus importante. L'intervalle de sécurité déterministe pour ces deux sols est néanmoins nettement plus réduit que celui observé pour les sols frottant de la section précédente.

Tableau 3.14 : Paramètres moyens des cas AND1 et AND2

	$\mu_c$	$D \cdot \mu_\gamma$	$\mu_c/D$	$\sigma_c$ déterministe	$\sigma_b$ déterministe
Argile AND1	20 kPa	150 kN/m <sup>2</sup>	1	81.6 kPa	401.4 kPa
Argile AND2	30 kPa	250 kN/m <sup>2</sup>	1.5	244.1 kPa	810.5 kPa

Pour chacune de ces argiles et pour les pressions limites de refoulement et d'effondrement, on construit un méta-modèle analytique en suivant les étapes de la CSRSM conventionnelle. Les pressions limites d'effondrement et de refoulement (qui dépendent de trois variables aléatoires  $c$ ,  $\gamma$ , et  $C/D$ ) sont approximées par un PCE d'ordre 3 qui fait appel à 65 calculs déterministes pour chacune des pressions. Les résultats probabilistes obtenus pour  $\sigma_c$  et  $\sigma_b$  dans les cas AND1 et AND2, pour des variables normales et un scénario neutre, sont résumés dans le tableau 3.15. On y trouve les quatre premiers moments statistiques des pressions limites ainsi que leurs coefficients de variation. Ces résultats sont obtenus après tirages de Monte-Carlo à  $10^6$  échantillons sur les PCE correspondants. On trouve également dans le tableau 3.15 les indices de Sobol' des variables aléatoires concernées, obtenus analytiquement à partir des coefficients des PCE.

Tableau 3.15 : Résultats probabilistes en variables normales et en scénario neutre

Cas	AND1		AND2	
	$\sigma_c$	$\sigma_b$	$\sigma_c$	$\sigma_b$
Moyenne	81.6 kPa	401.4 kPa	244.2 kPa	810.3 kPa
Ecart-type	33.7 kPa	39.7 kPa	62.5 kPa	72.3 kPa
Asymétrie	0.015	0.005	0.011	0.013
Aplatissement	0.011	0.003	0.001	0.001
COV	41.3 %	9.9 %	25.6 %	8.9 %
SU(c)	0.86	0.90	0.80	0.85
SU( $\gamma$ )	0.13	0.07	0.18	0.11
SU(C/D)	0.01	0.03	0.02	0.04

Le tableau 3.15 montre que les comportements des deux argiles sont très voisins. Les coefficients de variation des pressions limites de refoulement sont de l'ordre de 10%, tandis que les COV des pressions limites d'effondrement sont nettement plus élevés (25 à 40%). Les valeurs moyennes sont très proches des valeurs déterministes. Les moments d'ordre 3 et 4 de ces pressions limites sont très proches de zéro, ce qui indique que les distributions statistiques de ces pressions auront probablement une distribution de forme quasi-gaussienne si les variables d'entrée sont normales. Les indices de Sobol' montrent que la dispersion de la cohésion est responsable de l'essentiel (80 à 90%) de la variabilité des pressions limites, et que le poids de la couverture relative C/D sur la variabilité est en revanche très faible. Ceci est à mettre en relation directe avec le faible coefficient de variation choisi pour ce paramètre (3% en scénario neutre), qui est généralement bien maîtrisé.

### 3. Etude paramétrique sur la distribution des pressions limites

Cette étude paramétrique s'intéresse à l'effet des coefficients de variation des variables aléatoires ( $c$ ,  $\gamma$ , et C/D) sur les distributions et moments statistiques des pressions limites, ainsi que sur les indices de Sobol' des variables d'entrée. Pour étudier l'impact du COV d'une variable donnée, on fixe les COV de toutes les autres variables à leurs valeurs standards (correspondant au scénario neutre), et on étudie les trois scénarios (neutre, favorable, défavorable) pour la variable considérée. Ceci est réalisé pour des variables normales et pour des variables bornées et pour les sols AND1 et AND2, en utilisant la méthode CSRSM développée dans une section précédente.

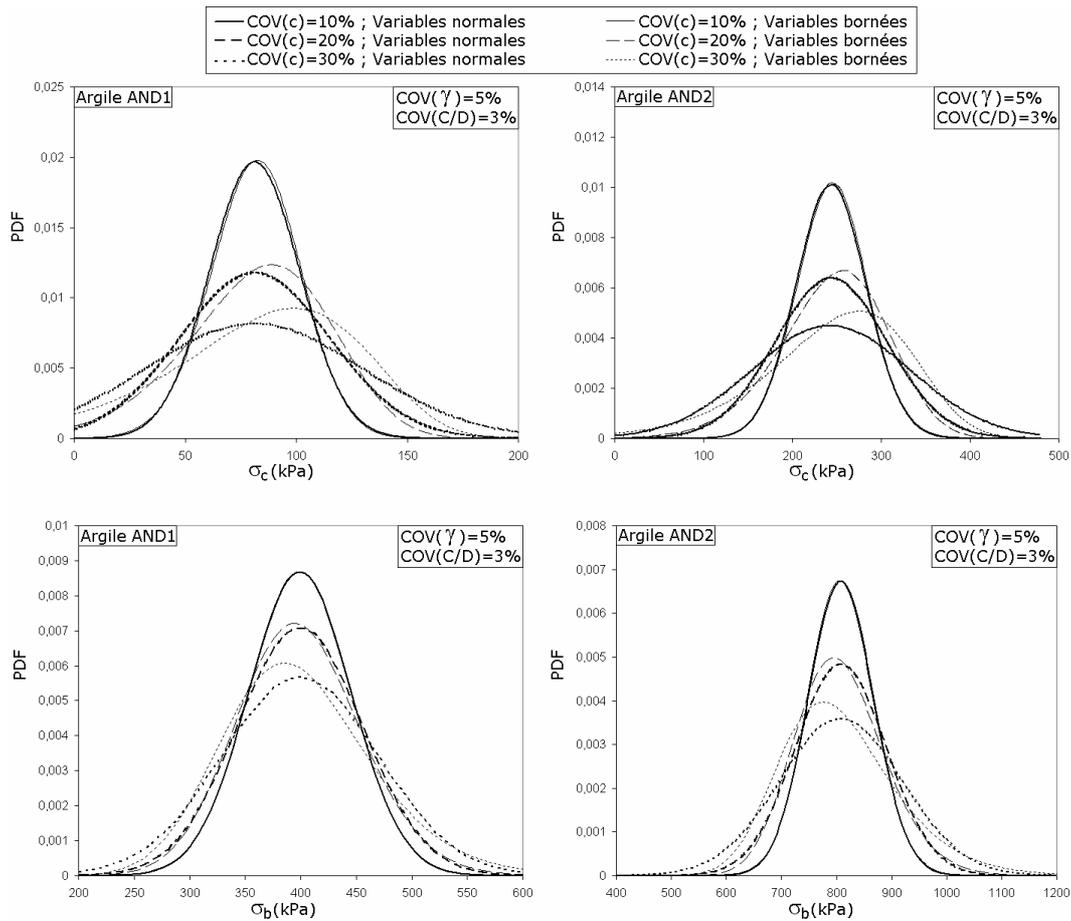


Figure 3.32 : Impact de  $COV(c)$  sur les PDF de  $\sigma_c$  et  $\sigma_b$ , pour les argiles AND1 et AND2

La figure 3.32 montre l'impact de  $COV(c)$  sur les densités de probabilités des pressions limites d'effondrement et de refoulement des argiles AND1 et AND2. Ceci est effectué en variables normales et bornées et pour trois valeurs de  $COV(c)$ , soit six courbes de PDF pour chaque cas. Il apparaît clairement que la dispersion de la cohésion a un effet direct sur l'allure de la distribution des pressions limites. Logiquement, une augmentation de  $COV(c)$  tend à aplatir la distribution des pressions limites et donc à augmenter leur dispersion. Le fait de prendre en considération des variables bornées au lieu de variables normales a un impact d'autant plus important que la variabilité de  $c$  est importante. Il semble que les lois bornées aient tendance à aplatir la distribution des pressions limites, et à décaler le mode (point de densité de probabilité maximale) vers la zone centrale de pression, c'est-à-dire vers les hautes pressions en poussée et vers les basses pressions en butée. Les figures 3.33 et 3.34 montrent respectivement que l'impact de  $COV(\gamma)$  sur les PDF des pressions limites est assez réduit, et que celui de  $COV(C/D)$  est presque invisible.

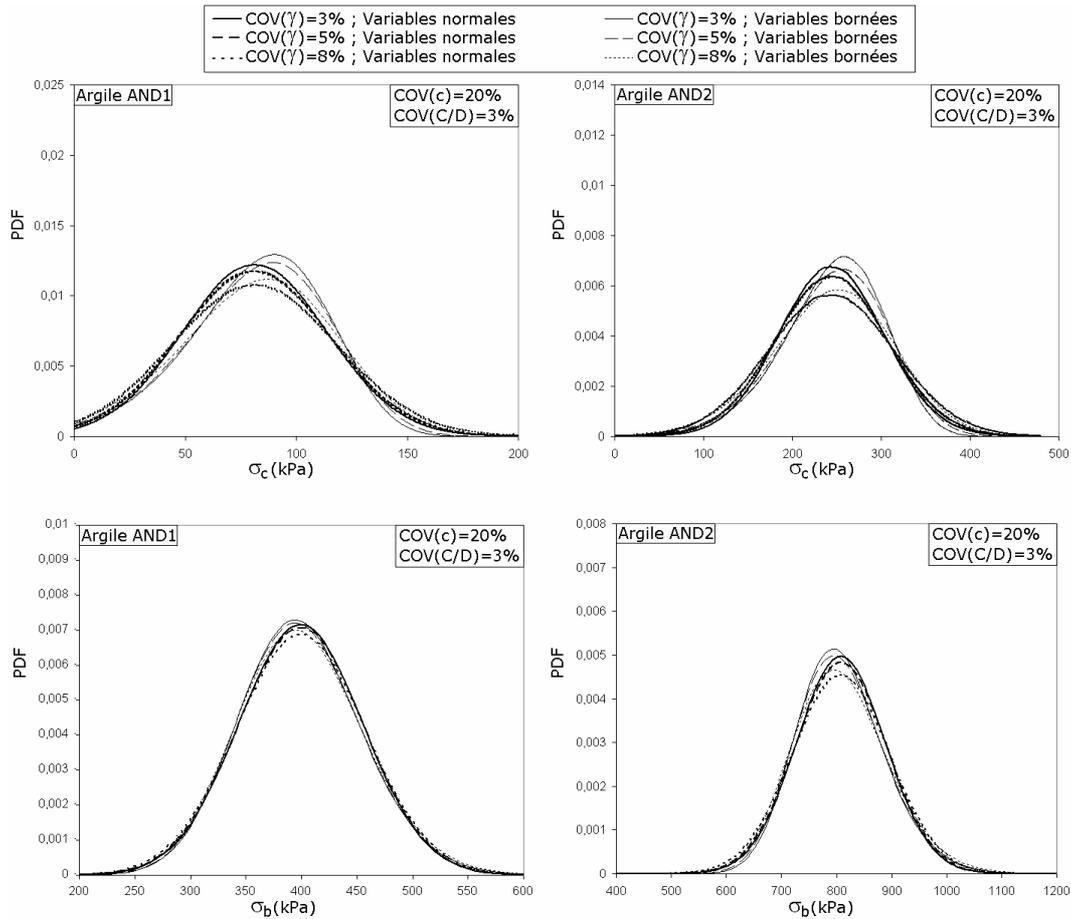


Figure 3.33 : Impact de  $COV(\gamma)$  sur les PDF de  $\sigma_c$  et  $\sigma_b$ , pour les argiles AND1 et AND2

Les figures 3.35 et 3.36 présentent l'impact des coefficients de variation des trois variables ( $c$ ,  $\gamma$ , et  $C/D$ ) sur les quatre premiers moments statistiques des pressions limites d'effondrement et de refoulement respectivement. Les cas des variables normales et bornées sont présentés pour les argiles AND1 et AND2.

D'une manière générale, on observe que la prise en compte de variables bornées n'a pas d'effet sur la moyenne et sur l'écart type des pressions limites. Un effet important se fait en revanche ressentir sur les moments d'ordres 3 et 4. En variables normales, les coefficients d'asymétrie et d'aplatissement sont systématiquement très proches de zéro, ce qui indique que la distribution des pressions limites est proche d'une forme gaussienne. En variables bornées, en revanche, une asymétrie limitée mais systématique intervient sur les deux pressions (coefficient d'asymétrie positif pour la butée et négatif pour la poussée), tandis qu'un aplatissement des distributions apparaît (coefficient d'aplatissement systématiquement positif). Ceci rejoint en tous points les observations effectuées sur les PDF.

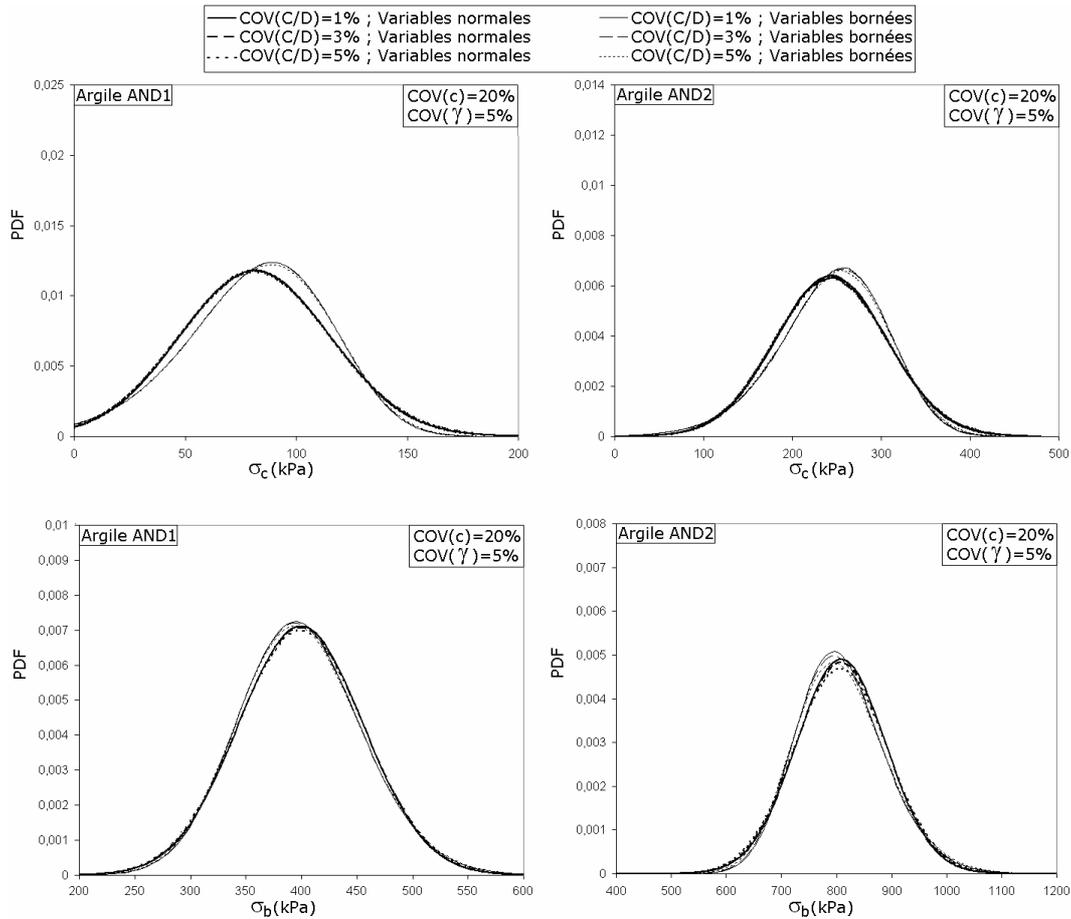


Figure 3.34 : Impact de  $COV(C/D)$  sur les PDF de  $\sigma_c$  et  $\sigma_b$ , pour les argiles AND1 et AND2

Les moyennes des pressions limites ne sont pas perturbées par les COV des trois variables aléatoires. En revanche, on observe un impact important de  $COV(c)$  sur l'écart type des pressions d'effondrement et de refoulement, à la fois pour AND1 et AND2. L'augmentation de la dispersion de la cohésion a également tendance à augmenter (en valeur absolue) les moments d'ordres 3 et 4 des pressions limites, ce qui a donc tendance à écarter leurs distributions d'une forme gaussienne. Là encore, ceci est en bon accord avec les PDF observés sur la figure 3.32. Les coefficients de variation de  $\gamma$  et de  $C/D$  ont un impact quasi-nul sur les moyennes et écarts types des pressions limites, et un impact très limité sur les coefficients d'asymétrie et d'aplatissement.

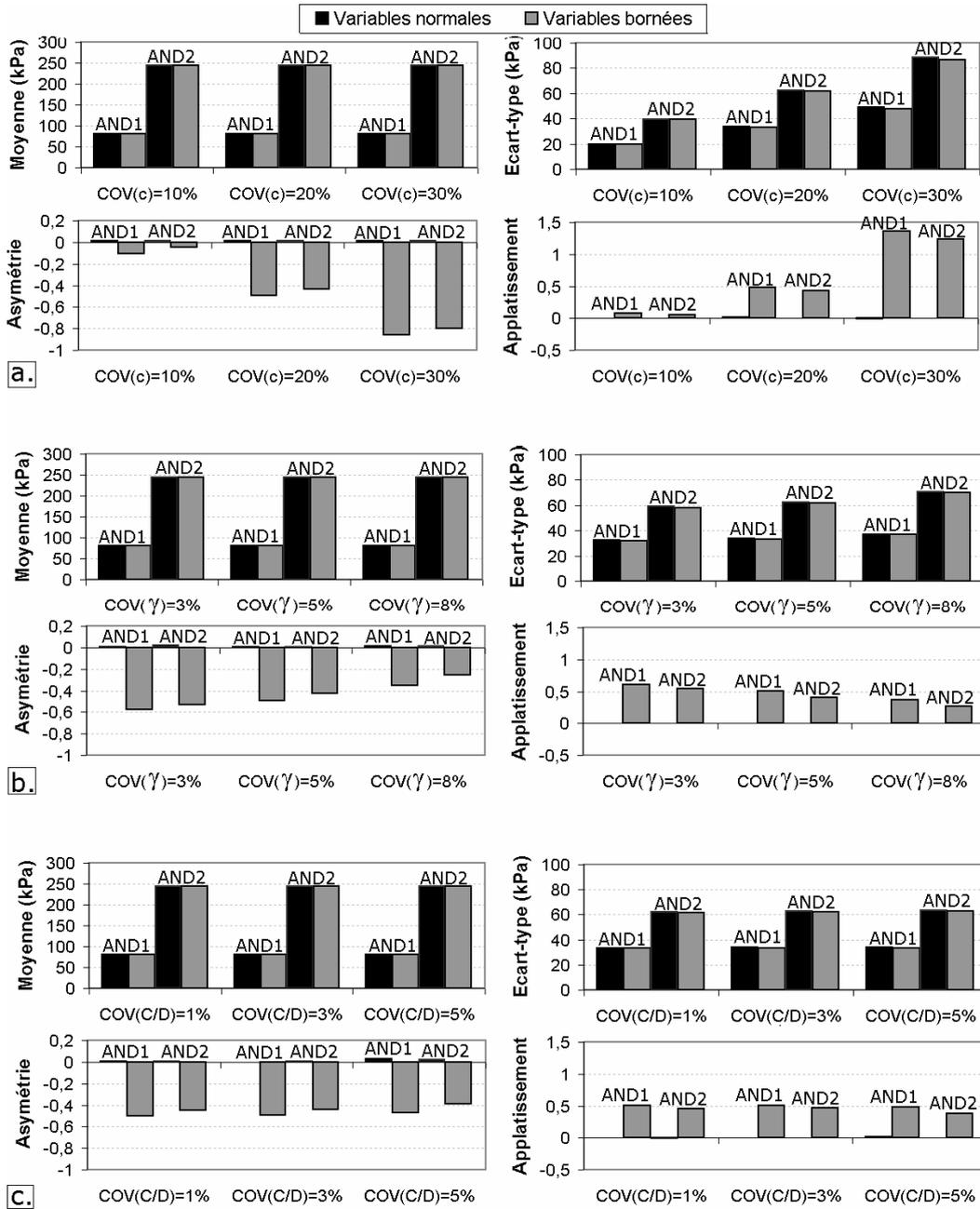


Figure 3.35 : Impact de  $COV(c)$ ,  $COV(\gamma)$ , et  $COV(C/D)$  sur les quatre premiers moments de  $\sigma_c$  ; a. Impact de  $COV(c)$  ; b. Impact de  $COV(\gamma)$  ; c. Impact de  $COV(C/D)$

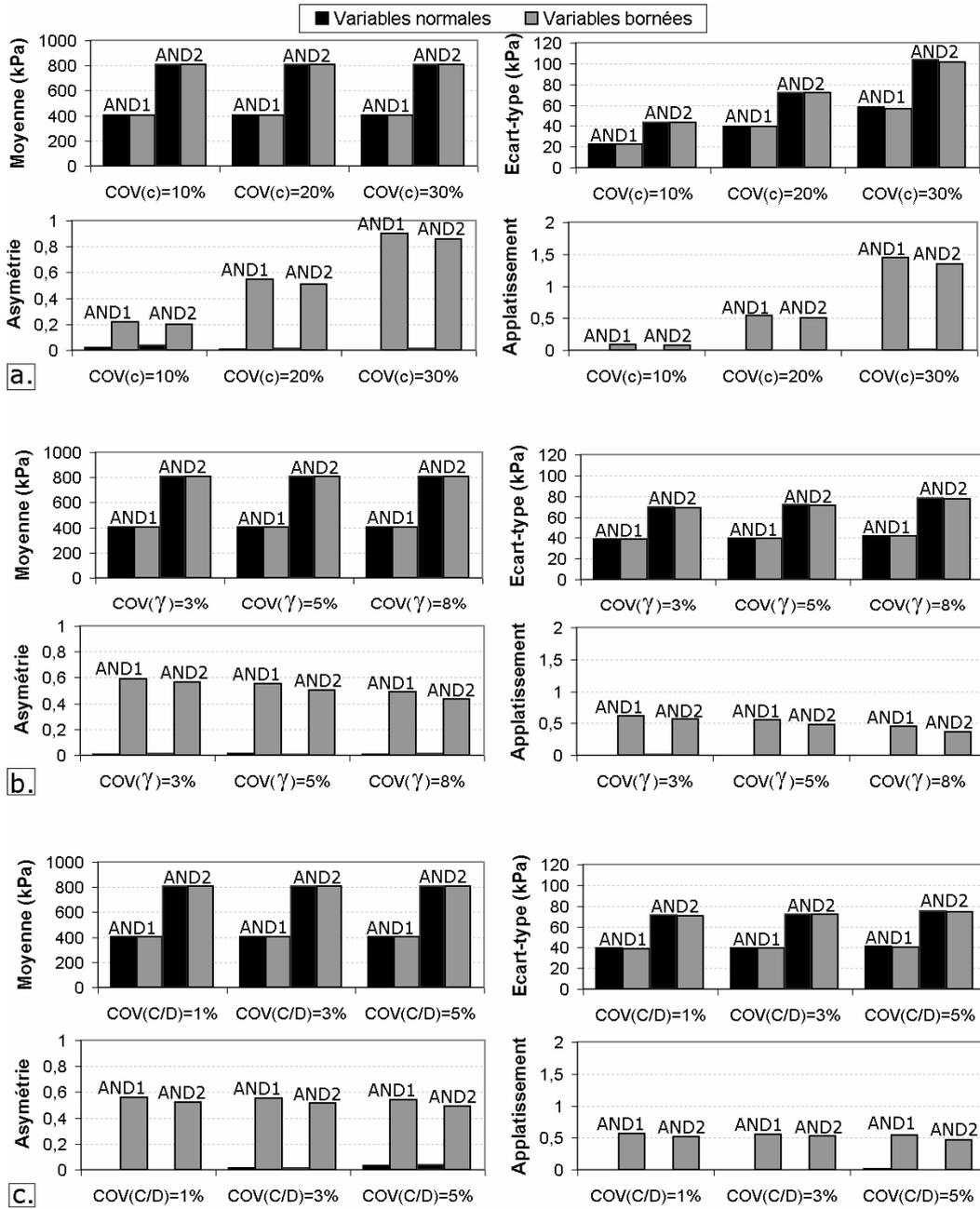


Figure 3.36 : Impact de  $COV(c)$ ,  $COV(\gamma)$ , et  $COV(C/D)$  sur les quatre premiers moments de  $\sigma_b$ ; a. Impact de  $COV(c)$ ; b. Impact de  $COV(\gamma)$ ; c. Impact de  $COV(C/D)$

Les indices de Sobol' obtenus pour tous les cas traités lors de cette étude paramétrique sont présentés sous forme graphique en Annexe 5. Le tableau 3.16 présente un récapitulatif de ces indices. Il présente les valeurs extrêmes (maximale et minimale) que prennent chacun des indices de Sobol' des variables aléatoires pour les sols AND1 et AND2, dans l'ensemble des cas traités dans l'étude paramétrique. Ceci permet de se faire une idée du poids de chacune des variables dans la variabilité des deux pressions limites  $\sigma_c$  et  $\sigma_b$ .

Tableau 3.16 : Indices de Sobol' extrêmes obtenus lors de l'étude paramétrique

		$\sigma_c$			$\sigma_b$		
		SU(c)	SU( $\gamma$ )	SU(C/D)	SU(c)	SU( $\gamma$ )	SU(C/D)
AND1	Min	0.62	0.05	0.00	0.70	0.03	0.00
	Max	0.94	0.36	0.02	0.95	0.22	0.08
AND2	Min	0.51	0.07	0.00	0.58	0.04	0.01
	Max	0.91	0.45	0.04	0.93	0.30	0.12

L'indice de Sobol' de la cohésion est le plus important (compris entre 50 et 95%), ce qui confirme que cette variable est celle qui a le plus de poids dans la variabilité des pressions limites. L'indice de Sobol' du poids volumique est très variable, et peut atteindre 30 à 40% dans certains cas de figure. Celui de la hauteur de couverture relative, en revanche, prend des valeurs généralement très faibles et peut atteindre ponctuellement 10% environ dans le cas de la butée.

#### 4. Impact du scénario probabiliste sur la distribution des pressions limites

La figure 3.37 montre l'impact du choix d'un scénario probabiliste donné sur l'allure des PDF des pressions limites d'effondrement et de refoulement. Les courbes de PDF de  $\sigma_c$  et  $\sigma_b$  sont tracées pour les trois scénarios en variables normales et bornées, pour les sols AND1 et AND2. Un scénario défavorable conduit logiquement à des densités de probabilités beaucoup plus étalées, c'est-à-dire à une dispersion importante des pressions limites. La figure 3.37 est très proche de la figure 3.32, ce qui s'explique par le fait que la majorité de la variabilité des pressions limites provient de celle de la cohésion. Il est donc loisible, en première approximation, de construire un modèle probabiliste de ces pressions à partir de la seule variable aléatoire  $c$ . Les observations sur l'impact des variables bornées sont identiques à celles formulées pour la figure 3.32, à savoir que cet impact est d'autant plus important que le scénario probabiliste est défavorable (et donc que les variables d'entrée sont dispersées).

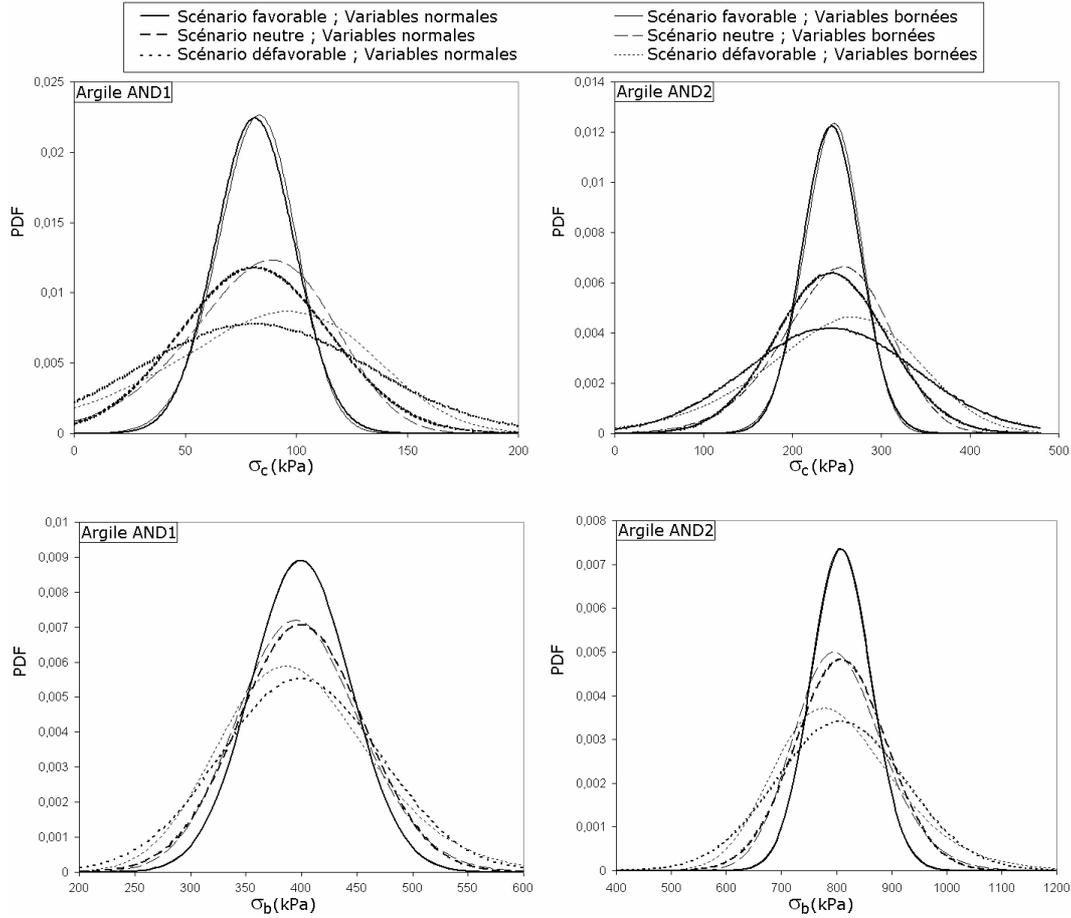


Figure 3.37 : Impact du scénario probabiliste sur les PDF de  $\sigma_c$  et  $\sigma_b$

## 5. Etude paramétrique sur les probabilités de ruine

Comme pour le cas des sols frottants, on définit deux fonctions de performances  $G_1$  et  $G_2$  relatives respectivement à l'effondrement et au refoulement du front de taille :

$$G_1 = \sigma_t - \sigma_c \quad (3.22)$$

$$G_2 = \sigma_b - \sigma_t \quad (3.23)$$

Dans ces expressions,  $\sigma_c$  et  $\sigma_b$  sont des fonctions des trois variables aléatoires d'entrée  $c$ ,  $\gamma$ , et  $C/D$  (sous forme de PCE définis au début de cette section), et  $\sigma_t$  est une quatrième variable aléatoire. Les ruptures par effondrement et par

refoulement se produisent respectivement pour  $G_1 < 0$  et  $G_2 < 0$ . Les probabilités de ruine sont estimées par tirages de Monte-Carlo à  $10^6$  échantillons sur les quatre variables aléatoires caractérisant  $G_1$  et  $G_2$ . La figure 3.38 présente les probabilités de ruine en effondrement et en refoulement de l'argile AND1 en fonction de la moyenne de  $\sigma_t$  (correspondant à une valeur de pression choisie par l'opérateur du tunnelier et sujette à variabilité), pour trois valeurs de  $COV(c)$  et pour des variables normales et bornées.

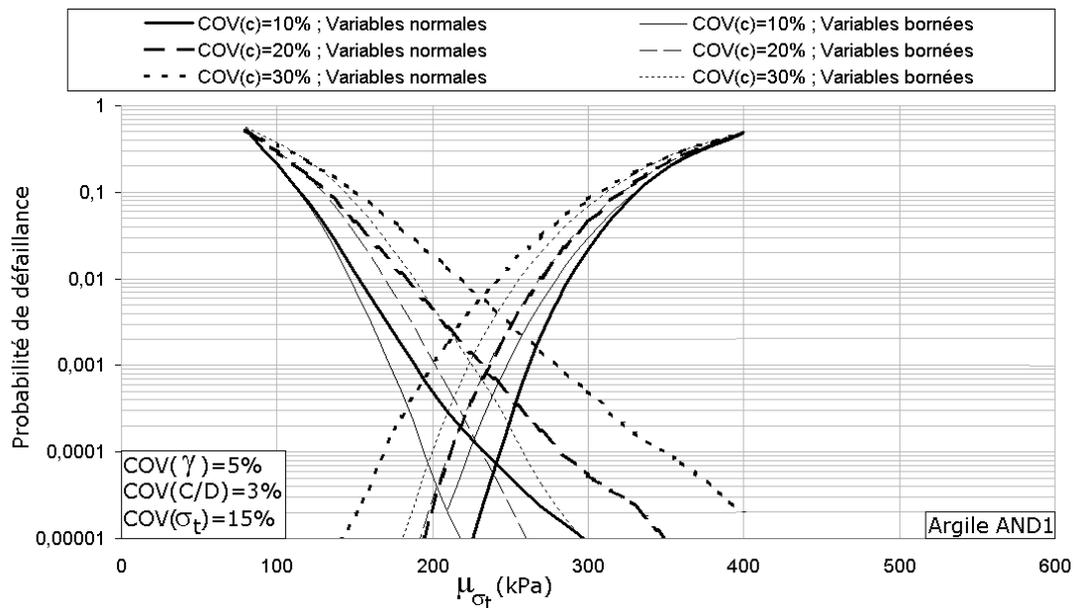


Figure 3.38 : Probabilités de ruine par effondrement et par refoulement en fonction de  $COV(c)$

Un phénomène nouveau apparaît par rapport aux résultats obtenus pour les sols frottants dans la section précédente. Pour certaines valeurs de  $\mu_{\sigma_t}$ , on observe en effet que les probabilités de ruine par effondrement et par refoulement sont toutes les deux importantes, tandis que ces deux modes de rupture s'excluaient mutuellement dans les sols frottants. Graphiquement, cela se traduit par une intersection des courbes de probabilités de ruine en poussée et en butée, et par l'absence de zone centrale de pression dite « de sécurité », avec une probabilité de ruine négligeable pour les deux modes à la fois. Il paraît raisonnable, dans ces conditions, de raisonner en probabilité de défaillance globale, sans distinguer les deux modes de rupture possibles. Puisque ces deux modes sont, d'un point de vue déterministe, exclusifs l'un de l'autre (un front de taille ne peut pas être en rupture à la fois en poussée et en butée), la probabilité de ruine globale est la simple somme des probabilités de ruine par effondrement et par refoulement. Ceci permet de retracer la figure 3.38 sous une forme plus lisible, qui est présentée en partie supérieure de la figure 3.39. La partie inférieure de cette figure présente, pour sa part, les mêmes résultats pour l'argile AND2.

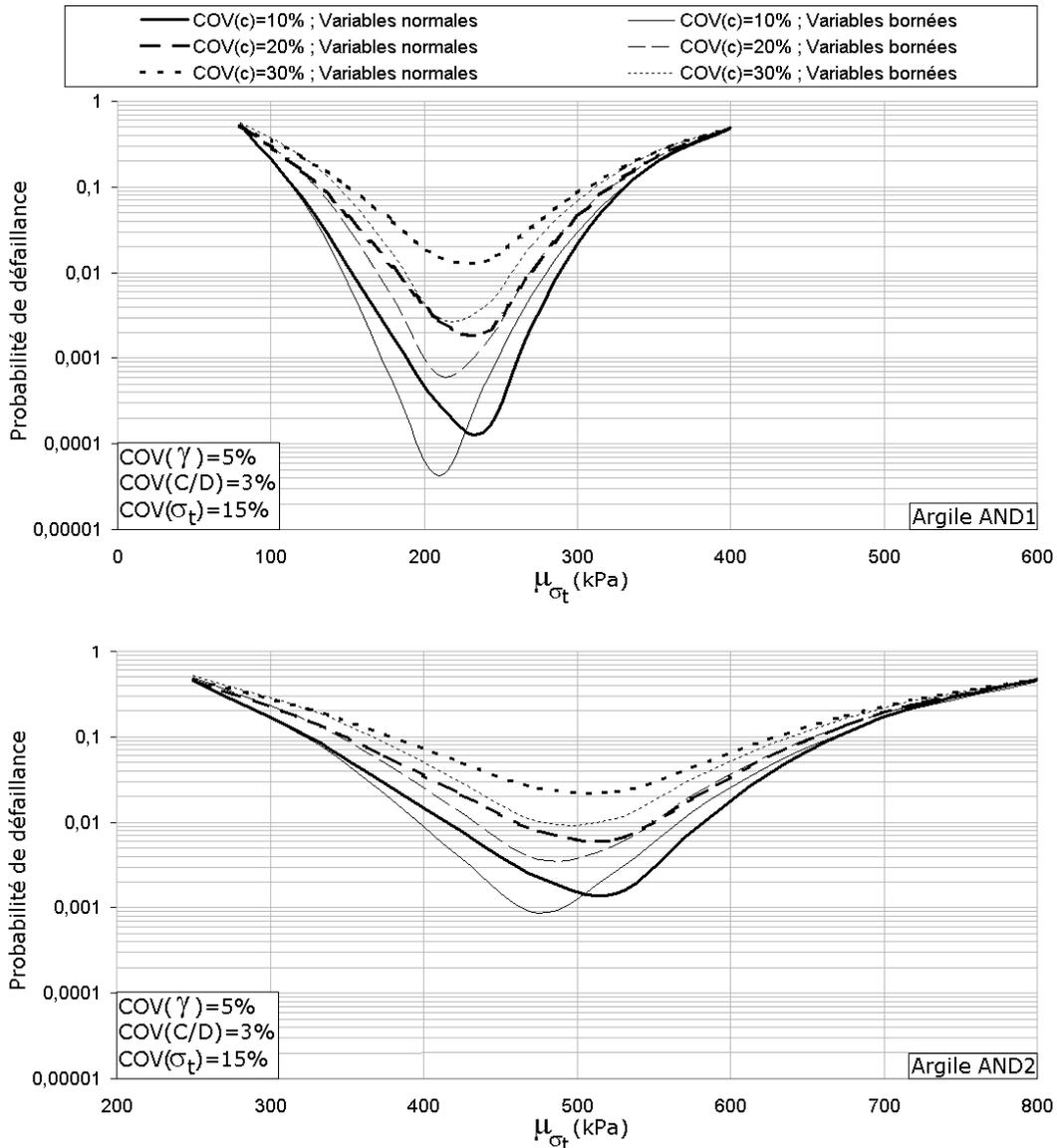


Figure 3.39 : Impact de  $COV(c)$  sur la probabilité globale de défaillance

Ces courbes font apparaître des probabilités de ruine en forme de cuvettes, avec un point central de probabilité minimale qui correspond donc à un point de sécurité optimale vis-à-vis des deux types de rupture. Le coefficient de variation de la cohésion ne semble pas modifier la valeur de pression  $\mu_{\sigma_t}$  correspondant à cette sécurité maximale, mais a en revanche un impact décisif sur les valeurs de probabilité de ruine correspondantes. En variables normales dans l'argile AND1, un COV de 10% conduit à une probabilité de ruine minimale de  $10^{-4}$  approximativement, tandis qu'un COV de 30% conduit à  $10^{-2}$  approximativement. Ce résultat peut sembler assez inquiétant, d'autant qu'un COV de 30% reste relativement courant pour la cohésion. La prise en compte de lois bornées pour les variables d'entrée a pour effet d'abaisser les probabilités de défaillance et de

décaler le point de sécurité vers des valeurs de pressions plus faibles. Par ailleurs, on observe que les courbes de probabilité de ruine présentent des cuvettes beaucoup plus plates pour l'argile AND2, avec un point de probabilité de défaillance minimale moins marqué. Les probabilités de ruine minimales sont plus élevées pour AND2, mais elles augmentent moins vite lorsqu'on s'éloigne de la zone de pression correspondant à une sécurité maximale.

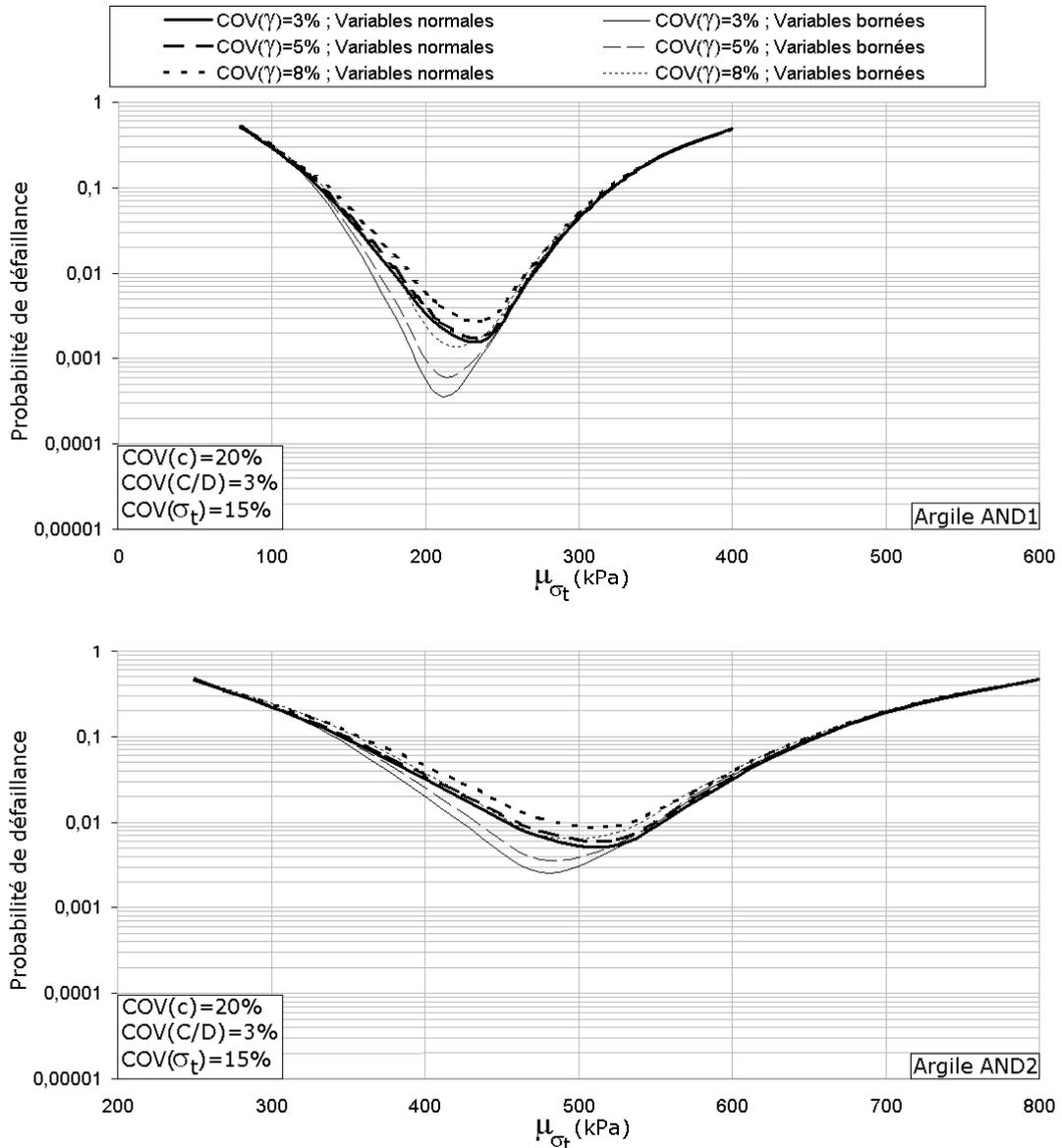


Figure 3.40 : Impact de  $COV(\gamma)$  sur la probabilité globale de défaillance

Les figures 3.40 et 3.41 présentent les mêmes résultats en fonction de  $COV(\gamma)$  et  $COV(C/D)$  respectivement. Ils font apparaître que les variabilités du poids volumique du sol et de la hauteur de couverture relative ont un impact minime sur

les probabilités de ruine. Ces variabilités ne modifient pas la valeur de  $\mu_{\sigma_t}$  pour laquelle la sécurité est maximale, et ont un impact très limité sur les valeurs de probabilité de ruine minimales.

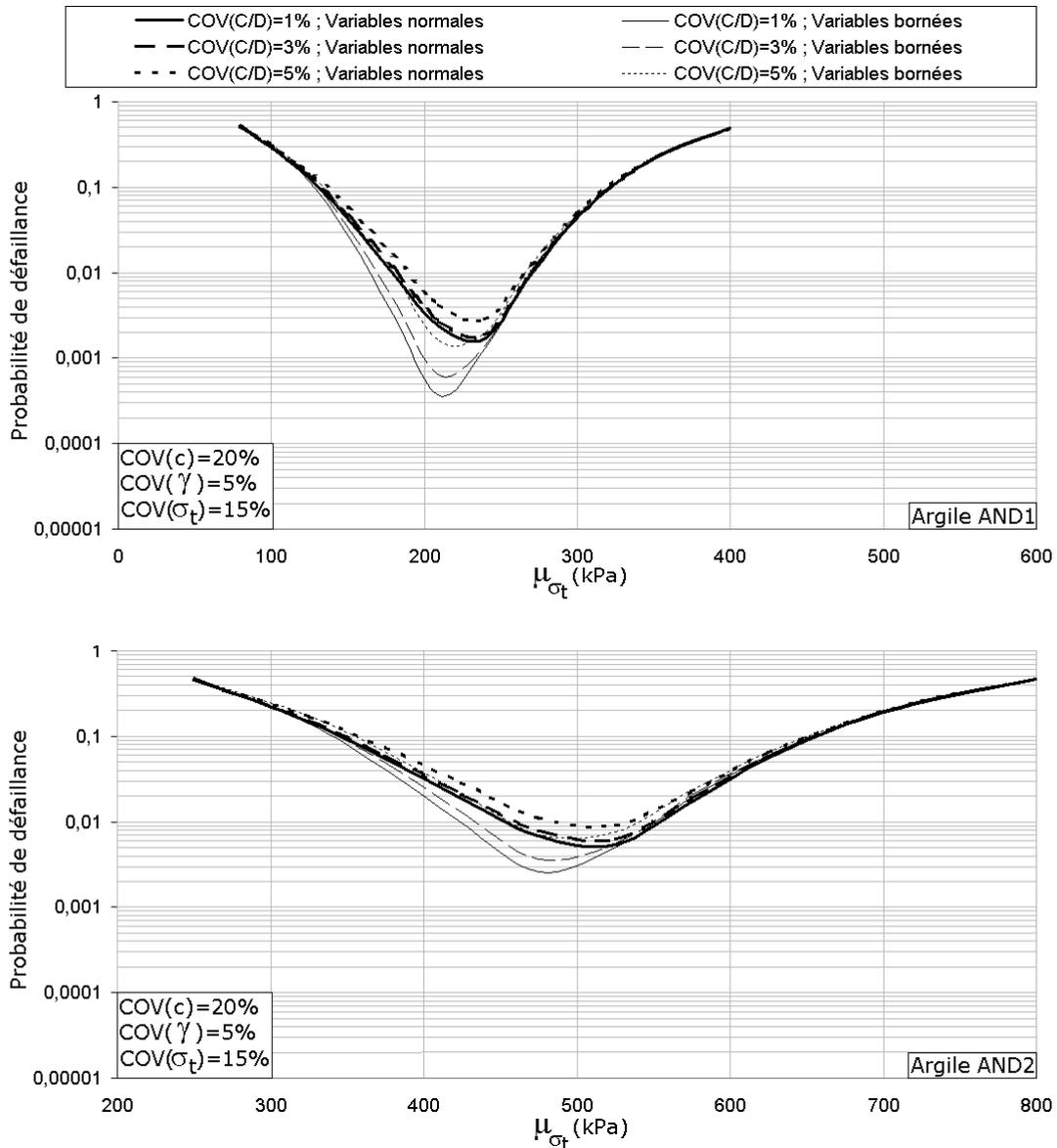


Figure 3.41 : Impact de  $COV(C/D)$  sur la probabilité globale de défaillance

La figure 3.42 montre que la variabilité de la pression  $\sigma_t$  appliquée au front autour de sa moyenne  $\mu_{\sigma_t}$  (choisie par l'opérateur du tunnelier) a un impact déterminant sur la probabilité de défaillance globale du front de taille. Un faible coefficient de variation de cette pression (5%) permet d'abaisser considérablement la valeur minimale de probabilité de ruine, voire même de faire apparaître une zone de pression pour laquelle les probabilités d'effondrement et

de refoulement sont toutes deux inférieures à  $10^{-5}$ . Ceci n'est observé que pour le cas des variables bornées, car cette hypothèse conduit à une réduction des probabilités de ruine. Une grande variabilité de la pression appliquée au front (un COV de 25%) conduit en revanche à des niveaux de sécurité critiques, en particulier pour le sol AND2. Dans cette argile, la probabilité de défaillance n'est en effet jamais inférieure à 4% si  $COV(\sigma_t)=25\%$ .

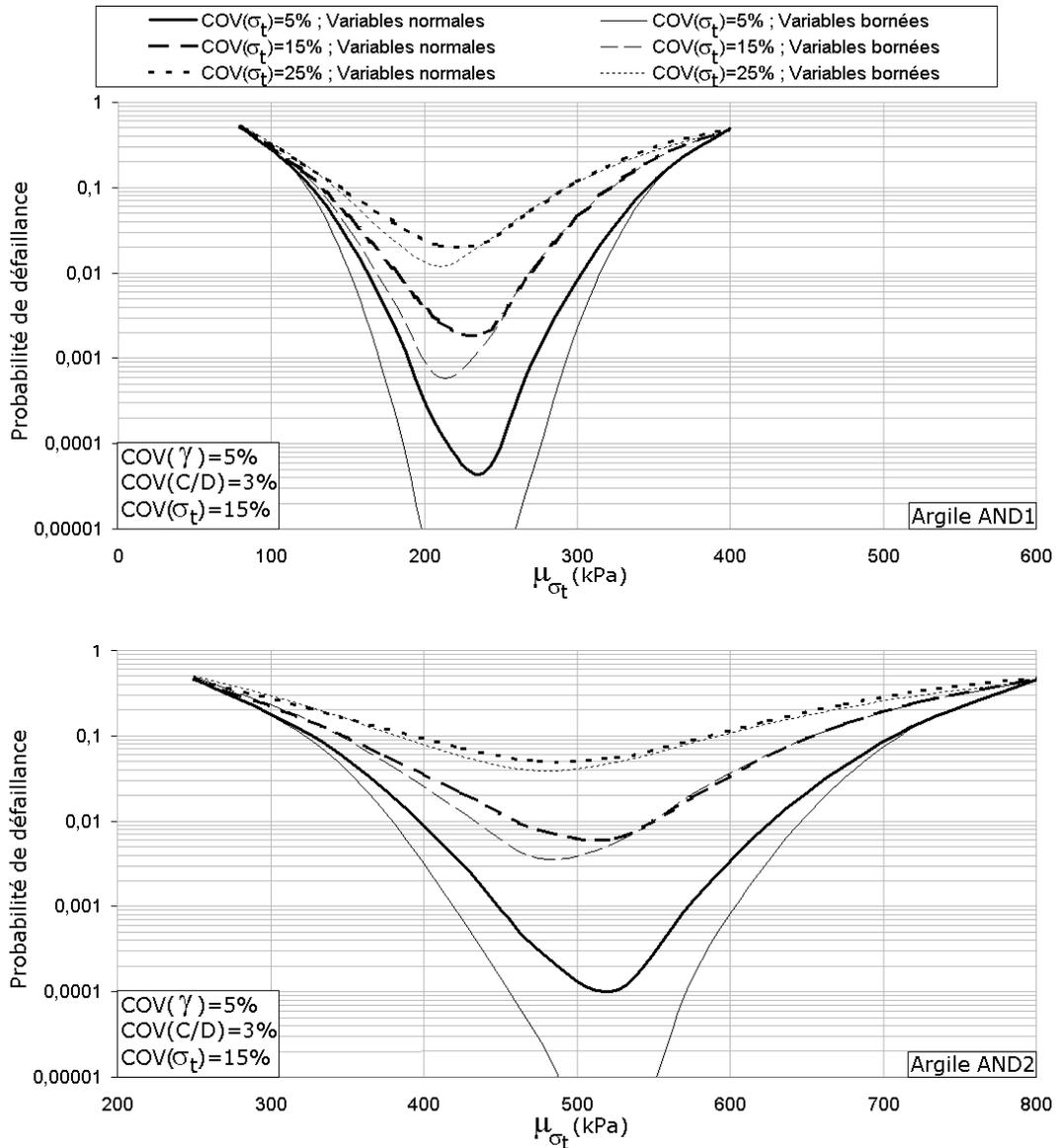


Figure 3.42 : Impact de  $COV(\sigma_t)$  sur la probabilité globale de défaillance

## 6. Impact du scénario probabiliste sur les probabilités de ruine

La figure 3.43 présente les courbes de probabilité de défaillance globale (effondrement et refoulement) pour les deux argiles AND1 et AND2 en variables normales et bornées, et pour les trois scénarios probabilistes définis plus haut.

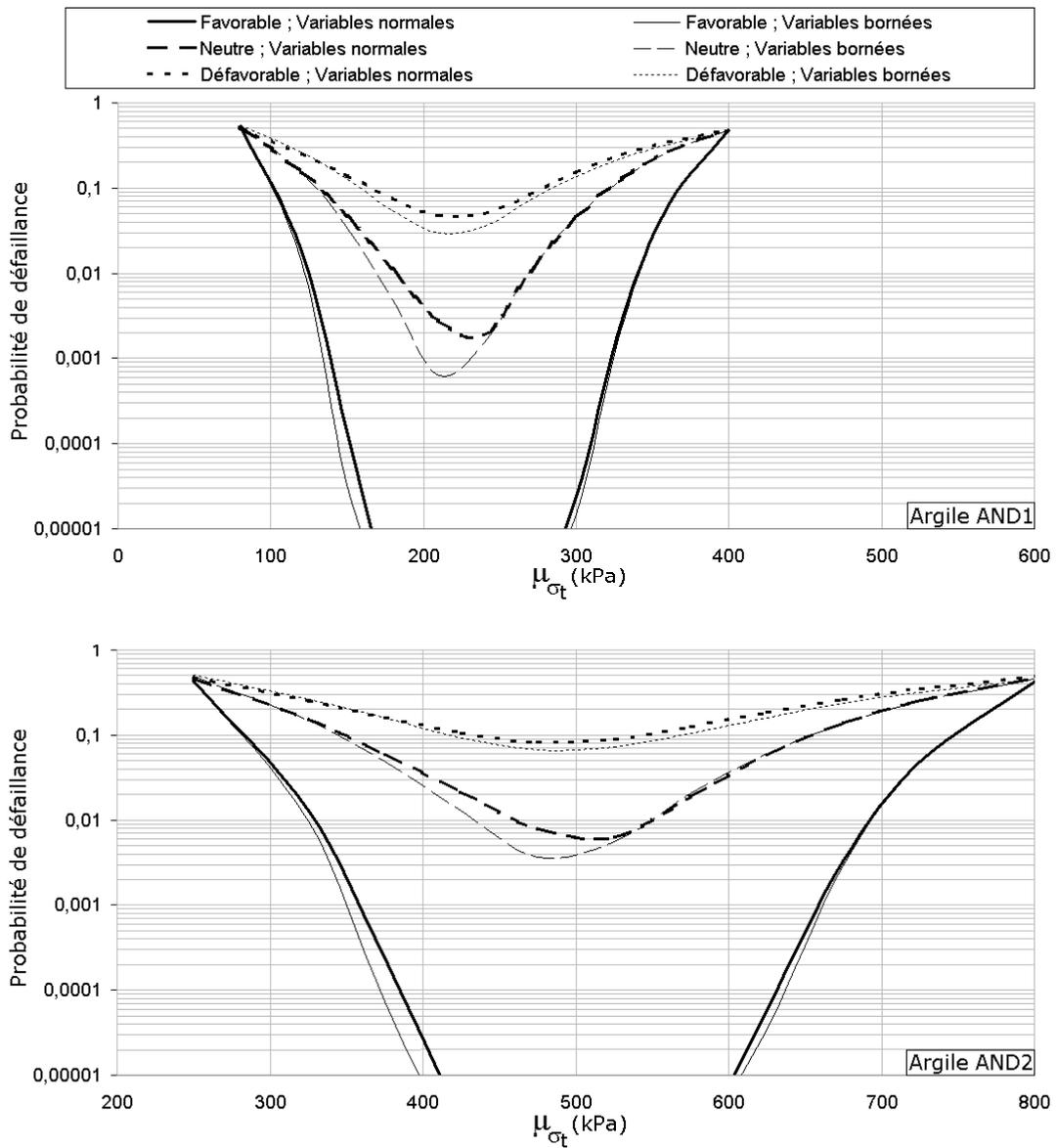


Figure 3.43 : Impact du scénario probabiliste sur la probabilité globale de défaillance

Le fait de considérer des lois bornées a tendance à réduire les probabilités de ruine et à décaler le point de probabilité minimale vers des valeurs plus faibles de  $\mu_{\sigma}$ . Comme en sol frottant, l'hypothèse de variables normales est donc sécuritaire. Le scénario probabiliste choisi a un impact déterminant sur l'allure des courbes. Dans le cas d'un scénario défavorable, qui correspond à un creusement pour lequel la variabilité naturelle du sol est importante (ou pour lequel les informations sur le sol sont peu précises et induisent une grande incertitude) et qui présente un aléas important sur la pression appliquée au front de taille, les probabilités de ruine minimales sont très élevées, et la sécurité de l'ouvrage est fortement compromise. Dans l'argile AND2, en particulier, la probabilité de ruine minimale atteint la valeur critique de 8%. Paradoxalement, on observe que l'argile AND2 conduit à des valeurs de probabilités de défaillance bien supérieures à celles d'AND1 en zone centrale, en dépit du fait que l'intervalle entre les valeurs déterministes de  $\sigma_c$  et  $\sigma_b$  est bien plus large pour AND2 que pour AND1.

Un scénario favorable, correspondant à un sol bien documenté et naturellement peu variable et à une pression au front contrôlée efficacement, conduit en revanche à des probabilités de ruine tout à fait acceptables. Un tel scénario fait apparaître une large zone de sécurité, c'est-à-dire un intervalle de pressions  $\mu_{\sigma}$  pour lesquelles les probabilités de ruine par effondrement et par refoulement sont conjointement inférieures à  $10^{-5}$ . Ces résultats soulignent l'importance d'un bon contrôle de la pression dans la chambre d'abattage et d'une bonne connaissance de la cohésion du sol en avant du front de taille, puisque ces deux variables sont responsables de la majorité de la variabilité observée.

## 7. Méthodes de dimensionnement

Une méthode classique de dimensionnement consiste à déterminer la pression à appliquer au front de taille en appliquant un coefficient de sécurité aux caractéristiques de résistance du sol. Puisqu'on cherche généralement à utiliser la plus faible pression possible pour des raisons économiques, il peut sembler logique de se prémunir en priorité du mode de rupture correspondant à un défaut de pression. Cette opération peut être effectuée par exemple en déterminant une cohésion réduite d'un facteur de sécurité  $F_s$  :

$$c_d = \frac{c}{F_s} \quad (3.24)$$

Cette valeur de cohésion est ensuite injectée dans un modèle déterministe pertinent (tel que le modèle M5), pour obtenir une valeur de pression satisfaisante. Néanmoins, les résultats obtenus en termes de probabilités de ruine montrent que

cette approche peut se révéler dangereuse car un facteur de sécurité trop important est susceptible d'augmenter la probabilité de ruine par refoulement du front et donc de dégrader la sécurité de l'ouvrage. Il est intéressant de confronter l'approche classique d'un dimensionnement fondé sur le facteur de sécurité à l'approche de dimensionnement probabiliste fondée sur une probabilité de ruine cible. Pour ce faire, on considère un échantillon représentatif de 8 sols purement cohérents. Les propriétés de ces sols sont récapitulées dans le tableau 3.17.

Tableau 3.17 : Caractéristiques des sols étudiés

Type de sol	Numéro	$\mu_c$ (kPa)	$D \cdot \mu_\gamma$ (kN/m <sup>2</sup> )	$\mu_{C/D}$
Sol purement cohérent	1	20	150	1
	2	30	150	1
	3	20	250	1
	4	30	250	1
	5	20	150	1.5
	6	30	150	1.5
	7	20	250	1.5
	8	30	250	1.5

Les sols choisis permettent d'étudier l'impact de la cohésion  $c$ , du facteur déstabilisant  $\gamma D$ , et de la hauteur de couverture relative  $C/D$ . Un dimensionnement classique par facteur de sécurité est effectué en appliquant la cohésion réduite  $c_d$  au modèle déterministe M5 afin de déterminer des pressions limites d'effondrement  $\sigma_c$ . Ceci est effectué pour différentes valeurs du facteur de sécurité, comprises entre 1 et 3. On applique ensuite l'approche CSRSM déjà utilisée dans ce chapitre pour déterminer la probabilité de défaillance globale correspondant à chaque valeur de pression obtenue par l'utilisation du facteur de sécurité. Ceci est effectué pour les trois scénarios probabilistes (favorable, neutre, et défavorable), et pour des variables normales et bornées.

Les résultats en termes de correspondance  $F_s$ - $P_f$  sont représentés sur la figure 3.44. Contrairement aux résultats observés en sols frottants, il n'apparaît aucune correspondance directe entre facteur de sécurité et probabilité de ruine pour un scénario donné. Les « fuseaux » de probabilités de ruines pour chaque scénario et chaque type de variables (normales ou bornées) sont très larges et se chevauchent mutuellement. Ceci est probablement dû à l'influence de la probabilité de ruine par refoulement du front, qui n'intervenait pas en sol frottant lors d'un dimensionnement par facteur de sécurité.

La méthode classique de dimensionnement ne semble donc pas adaptée au choix de la pression de fluide à appliquer au front de taille lors d'une excavation en sol purement cohérent. Il apparaît plus judicieux d'utiliser des courbes fournissant la probabilité de défaillance globale (incluant les ruptures par effondrement et par refoulement) en fonction de la pression  $\mu_{\sigma t}$  choisie par l'opérateur du tunnelier, telles que les courbes des figures 3.39 à 3.43.

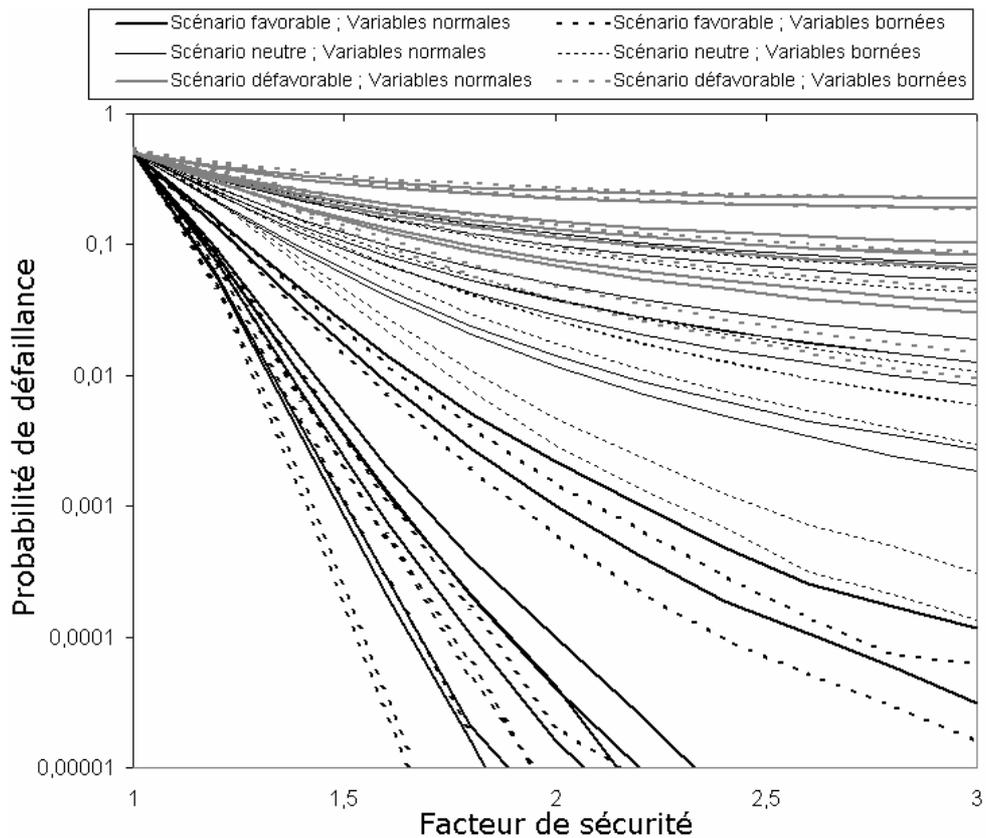


Figure 3.44 : Correspondance entre facteur de sécurité et probabilité de défaillance globale en sols purement cohérents, pour différents scénarios probabilistes

Les figures 3.44 et 3.45 présentent ces courbes pour les huit sols purement cohérents étudiés et pour les trois scénarios probabilistes, en variables normales et bornées respectivement. Elles font apparaître une nouvelle fois l'impact décisif du scénario probabiliste choisi, et le fait que l'hypothèse de variables normales conduit à des probabilités de ruine plus élevées et donc à un dimensionnement plus sécuritaire. Il apparaît également que la valeur de pression  $\mu_{\sigma t}$  de sécurité optimale (correspondant à une probabilité de défaillance minimale) ne dépend pas de la cohésion moyenne  $\mu_c$ , mais uniquement du facteur déstabilisant  $D \cdot \mu_\gamma$  et de la hauteur de couverture relative  $\mu_{C/D}$ . Plus ces deux grandeurs sont élevées, plus la pression optimale à appliquer au front est élevée également. La présence d'une cohésion moyenne élevée a en revanche un effet important, et réduit sensiblement les probabilités de ruine.

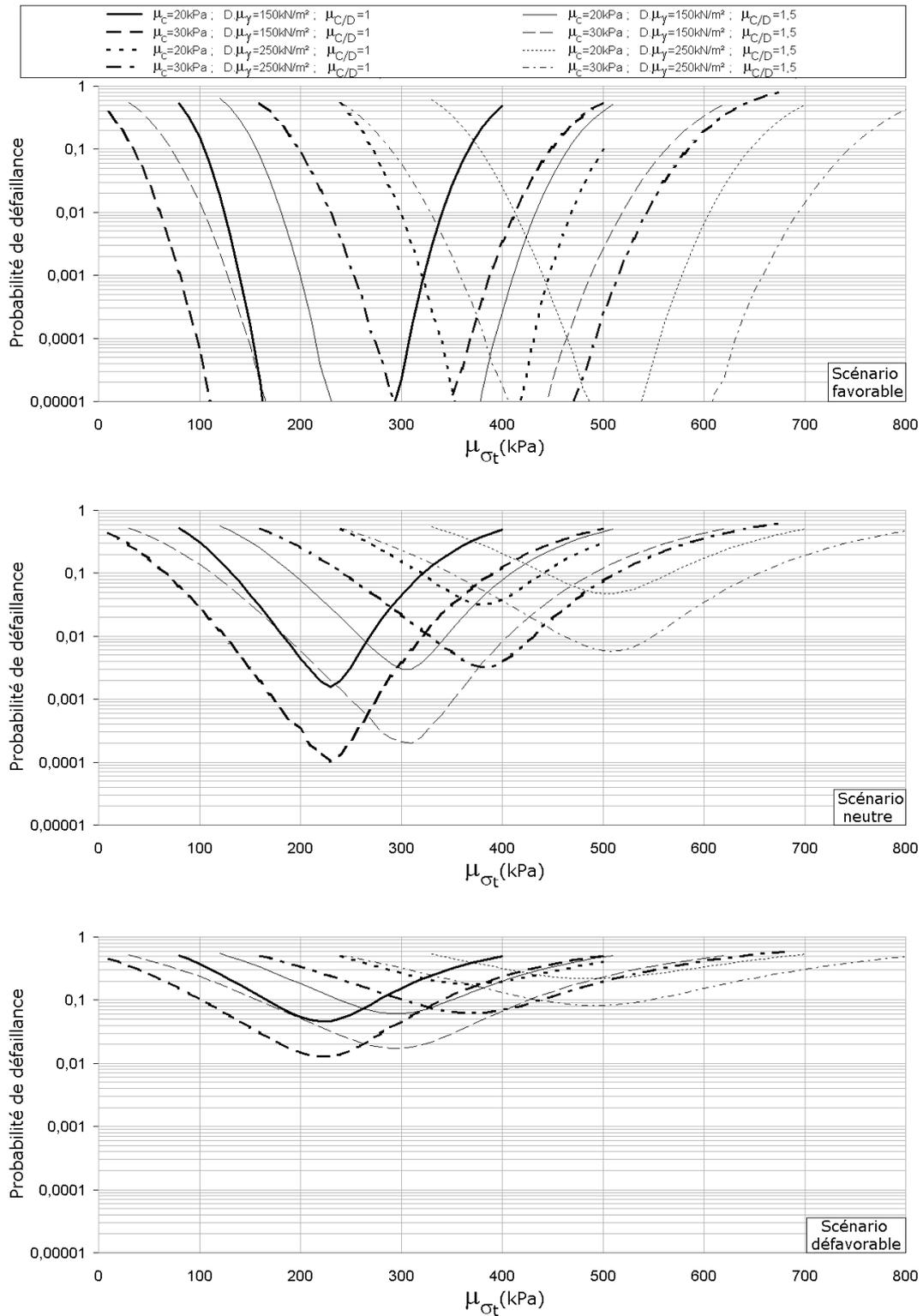


Figure 3.45 : Probabilités de défaillances pour les huit sols considérés, en variables normales

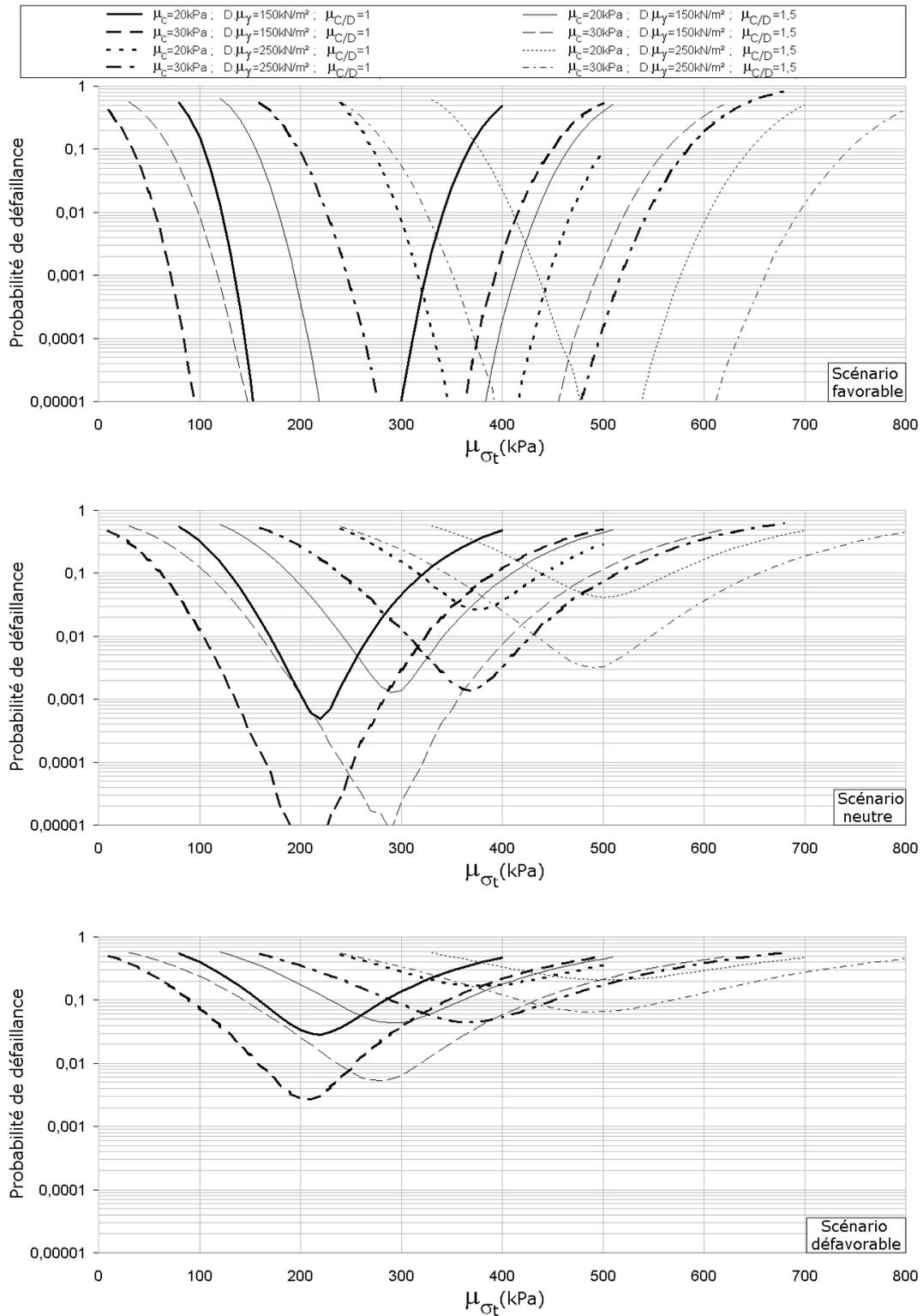


Figure 3.46 : Probabilités de défaillances pour les huit sols considérés, en variables bornées

Une méthode de dimensionnement de la pression  $\mu_{\sigma_t}$  à appliquer au front peut consister à se fixer un niveau de sécurité (défini par une probabilité de défaillance globale  $P_f$ ) et un scénario probabiliste (incluant le type de variables considérées, normales ou bornées). Le choix de ce scénario est bien évidemment délicat, et on dispose de peu d'outils pour définir de manière certaine la distribution statistique de la cohésion et celle de la pression dans la chambre d'abattage. Des études complémentaires semblent nécessaires pour remplir cet objectif. Néanmoins, une fois choisis le scénario probabiliste et la probabilité de ruine cible, les outils de la CSRSM permettent de tracer des courbes semblables à celles des figures 3.45 et 3.46. De ces courbes, on est en mesure de déterminer l'intervalle de pression pour lequel la probabilité de ruine est inférieure à la probabilité cible. La valeur optimale à choisir pour le dimensionnement de la pression au front sera alors la borne inférieure de cet intervalle.

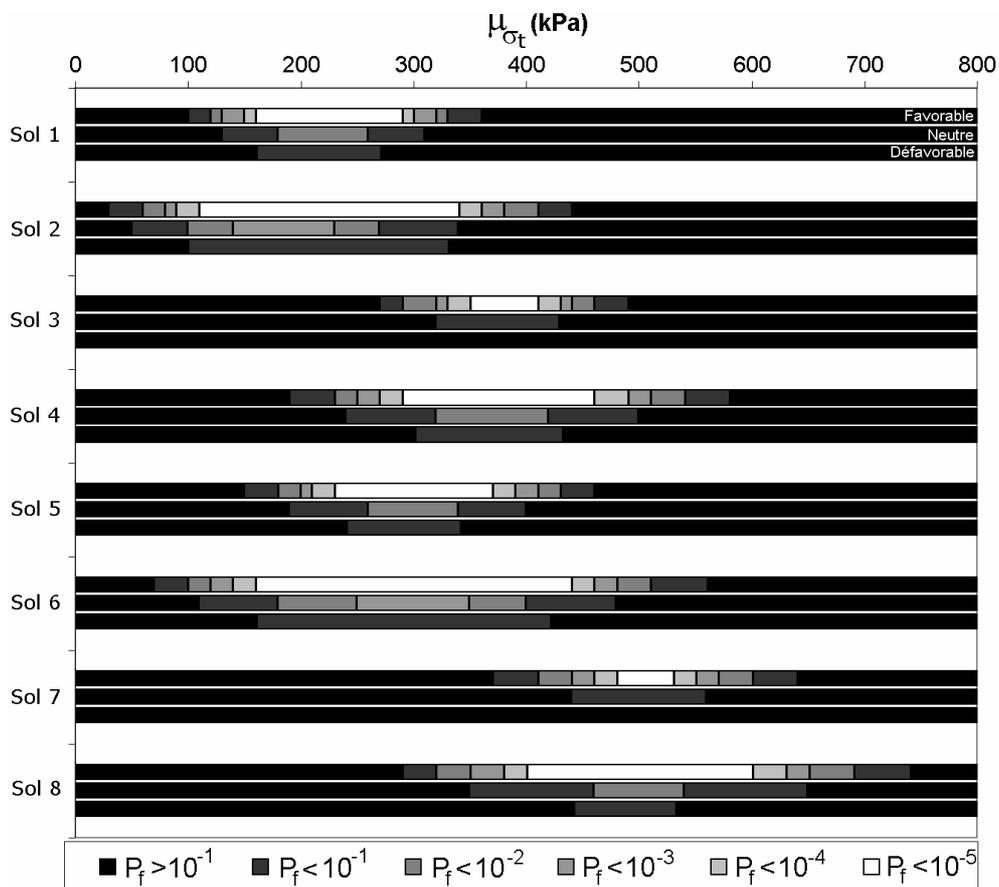


Figure 3.47 : Intervals de sécurité pour les trois scénarios probabilistes, en variables normales

A titre d'exemple, on a tracé sur les figures 3.47 et 3.48 les intervalles de sécurité pour les huit sols purement cohérents considérés et pour les trois scénarios probabilistes, en variables normales et bornées respectivement. Ces

intervalles ont directement été déduits des courbes des figures 3.45 et 3.46. On peut formuler les mêmes observations, à savoir que la cohésion moyenne n'a que peu d'effet sur la position du centre des intervalles de sécurité, mais a par contre un effet décisif sur leur largeur (une valeur élevée de  $\mu_c$  conduit à un intervalle de sécurité plus large pour une probabilité de ruine donnée). Par ailleurs, des valeurs élevées de  $D.\mu_\gamma$  et de  $\mu_{C/D}$  tendent à décaler les intervalles de sécurité vers des valeurs de pressions plus élevées.

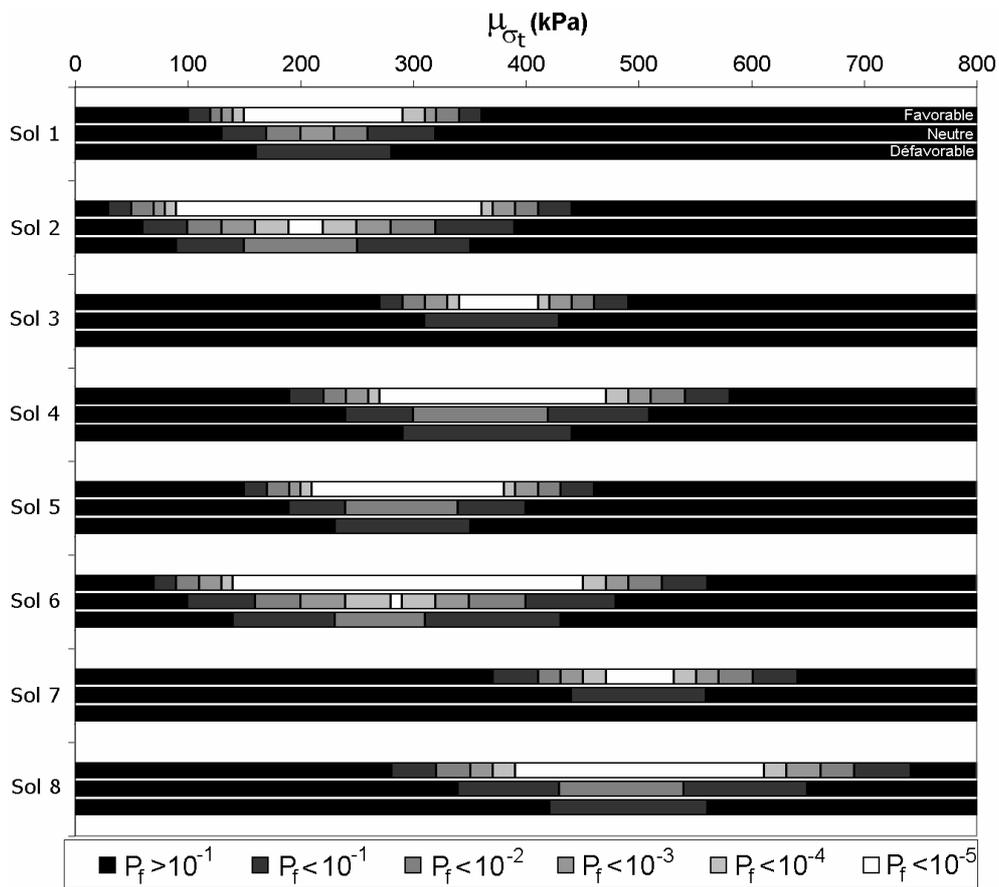


Figure 3.48 : Intervals de sécurité pour les trois scénarios probabilistes, en variables normales

---

## *E. Application de la CSRSM à l'étude probabiliste des déplacements de sol induits par une excavation au tunnelier pressurisé*

---

### **1. Principe de l'étude**

L'évaluation des déplacements de sol induits par le creusement d'un tunnel peu profond au tunnelier pressurisé est effectuée par l'intermédiaire du modèle numérique T2 implémenté sous Flac3D. Ce modèle s'attache à représenter finement l'ensemble des phénomènes liés à l'excavation : pression de soutènement du front, surcoupe, conicité de la jupe, pression d'injection en arrière de la jupe, et consolidation du coulis d'injection. Du fait du grand nombre de phénomènes étudiés, les variables d'entrée sont nombreuses, et l'aléa sur ces variables peut être important. Dans l'objectif de caractériser de manière probabiliste la réponse du terrain à cette excavation, on considère sept variables aléatoires indépendantes en entrée du modèle T2 (les autres variables d'entrée étant considérées comme déterministes). Ces variables sont récapitulées dans le tableau 3.18.

On trouve également dans le tableau 3.18 les valeurs de moyennes et de coefficients de variation de ces sept variables. Trois scénarios probabilistes ont été choisis, car la dispersion des variables utilisées est souvent mal connue. Le scénario « neutre » correspond à des COV moyens, le scénario « favorable » correspond à des COV faibles, et le scénario « défavorable » correspond à des COV élevés. L'aléa sur les paramètres de sol ( $\phi$ ,  $c$ ,  $E$ ) est relativement bien documenté. Il est lié à la fois à la variabilité naturelle du sol et à une éventuelle reconnaissance incomplète du sol. L'incertitude sur le module d'Young du coulis d'injection  $E_c$  est nettement plus importante car ce paramètre modélise un

ensemble de phénomènes assez mal connus : consolidation du coulis, essorage dans le sol, durcissement progressif, etc. Les valeurs importantes de COV utilisées pour cette variable représentent donc une incertitude de modélisation. Les COV des pressions de soutènement (au front et en arrière de la jupe) peuvent aller de faibles (5%) à importants (25%), selon le niveau de contrôle de ces pressions (lié à la machinerie du tunnelier). Cette dispersion prend également en compte la variabilité naturelle des sols encaissant cette pression, en particulier leur perméabilité au fluide de soutènement (air, coulis...). Les COV utilisés pour la longueur d'injection  $L_i$  (qui indique la limite spatiale entre le coulis liquide sous pression et le coulis durci) sont très importants, car cette grandeur est liée à des phénomènes mal connus, ainsi qu'à la vitesse de progression du tunnelier (qui est généralement très variable au cours de l'avancement). Par ailleurs, les sept variables aléatoires pourront être considérées comme normales, ou comme non normales (loi bêta pour  $\varphi$ , lois lognormales pour les autres variables). Dans ce cas, on utilisera le vocable « lois bornées », car les lois choisies permettent de prendre en compte les bornes physiques des grandeurs en jeu, contrairement à une simple loi gaussienne.

Tableau 3.18 : Récapitulatif des variables aléatoires utilisées

Variable	Moyenne	COV (%)			Type de loi
		Scénario favorable	Scénario neutre	Scénario défavorable	
Angle de frottement $\varphi(^{\circ})$	17	5	10	15	Normale ou Bêta
Cohésion $c(\text{kPa})$	7	10	20	30	Normale ou Lognormale
Module d'Young du sol $E(\text{MPa})$	50	10	15	20	Normale ou Lognormale
Module d'Young du coulis $E_c(\text{MPa})$	10	30	40	50	Normale ou Lognormale
Pression appliquée au front $P_f(\text{kPa})$	190	5	15	25	Normale ou Lognormale
Pression d'injection $P_i(\text{kPa})$	215	5	15	25	Normale ou Lognormale
Longueur d'injection $L_i(\text{m})$	3	30	40	50	Normale ou Lognormale

Les grandeurs déterministes injectées dans le modèle T2 sont relatives à la géométrie de l'excavation, et au poids volumique du sol ( $\gamma=18\text{kN/m}^3$ ). Pour un jeu de variables aléatoires d'entrée, le modèle fournit en sortie l'ensemble des déplacements dans le massif de sol. Parmi cette grande quantité de données, 12 grandeurs caractéristiques sont considérées. Ces variables de sortie sont décrites

dans le chapitre 2 (section H) et récapitulées dans le tableau 3.19. Les variables 1 à 4 concernent les déplacements maximums à la surface du sol dans différentes directions. Les variables 5 et 6 caractérisent les pentes maximales à la surface du sol, et les variables 7 et 8 caractérisent les dimensions de la cuvette de tassement. Enfin, les variables 9 à 12 représentent les déformations horizontales extrêmes à la surface du sol.

Tableau 3.19 : Grandeurs de sortie du modèle numérique

Grandeur de sortie	Numéro	Valeur pour le jeu de paramètres moyens	Valeur moyennes (variables normales, scénario neutre)
Tassement maximal (mm)	1	19.90	20.9
Déplacement horizontal maximal (mm)	2	8.53	9.09
Déplacement longitudinale maximal (mm)	3	1.81	1.99
Déplacement transversal maximal (mm)	4	8.43	9.00
Pente longitudinale maximale (mm/m)	5	1.22	1.23
Pente transversale maximale (mm/m)	6	1.50	1.57
Distance i longitudinale (/front) (m)	7	-2.50	-2.46
Distance i transversale (/axe) (m)	8	7.23	7.63
Traction longitudinale maximale ( $\mu\text{m}/\text{m}$ )	9	337	339
Compression longitudinale maximale ( $\mu\text{m}/\text{m}$ )	10	-380	-369
Traction transversale maximale ( $\mu\text{m}/\text{m}$ )	11	420	462
Compression transversale maximale ( $\mu\text{m}/\text{m}$ )	12	-1754	-1773

La CSRSM est utilisée dans sa formulation conventionnelle pour déterminer les coefficients du PCE de chacune des variables de sortie, dans le cas des variables d'entrée normales et d'un scénario probabiliste neutre. Pour des PCE d'ordres 3 et 4, le nombre de coefficients et le nombre de points de collocation candidats sont résumés dans le tableau 3.20.

Tableau 3.20 : Caractéristiques des PCE à sept variables

	PCE d'ordre 3	PCE d'ordre 4
Nombre de coefficients	120	330
Nombre de points de collocation candidats	16384	78125

Le trop grand nombre de coefficients du PCE d'ordre 4 conduit à lui préférer l'ordre 3. On constate que 16384 points de collocation sont candidats pour le calage des coefficients du PCE. Le temps de calcul moyen du modèle T2 étant d'environ 150 minutes sur un ordinateur 2.4 GHz quad-core CPU, il paraît impossible de tous les prendre en compte dans un temps raisonnable. Les points de collocation, définis dans l'espace standard par un vecteur

$(\xi_1, \xi_2, \xi_3, \xi_4, \xi_5, \xi_6, \xi_7)$ , sont d'abord classés par ordre croissant selon leur distance à l'origine du repère de l'espace standard :

$$d = \sqrt{\xi_1^2 + \xi_2^2 + \xi_3^2 + \xi_4^2 + \xi_5^2 + \xi_6^2 + \xi_7^2} \quad (3.25)$$

Sudret [2007] a proposé une méthodologie qui consiste à déterminer le nombre minimal des points de collocation. Les points qui sont proposés par cette méthode et qui sont les plus éloignés de l'origine étant à une distance  $d_{\max}=2.96$  pour un PCE d'ordre 3 à 7 variables, nous avons choisi de prendre la totalité des points de collocation respectant  $d \leq d_{\max}$  et ce, afin de respecter la symétrie des points de collocation autour de l'origine du repère standard. Dans ces conditions, les points de collocation sont au nombre de 1025. Le temps de calcul total est donc estimé à 107 jours de calcul sur un ordinateur 2.4 GHz quad-core CPU. Ces calculs ont en réalité été réalisés sur plusieurs ordinateurs en parallèle.

A l'issue de ces calculs, on dispose, pour chacun des 1025 points de collocation, des 12 valeurs de variables de sortie correspondant au jeu des variables d'entrée. La méthode CSRSM permet donc de déterminer directement les 120 coefficients de chacun des 12 PCE, et fournit donc un méta-modèle pour chacune des variables de sortie. La généralisation de la CSRSM proposée en section B permet de réutiliser ces méta-modèles pour travailler avec d'autres paramètres probabilistes des variables d'entrée. En particulier, on réutilise les coefficients connus pour déterminer l'expression des PCE dans le cas de variables bornées, et pour les trois scénarios probabilistes proposés (favorable, neutre, et défavorable). Ceci ne nécessite pas d'appel supplémentaire au modèle déterministe, et s'effectue donc pour un temps de calcul négligeable. Pour chacune des 12 variables de sorties, on dispose donc de 6 PCE (3 scénarios probabilistes, en variables normales ou bornées), avec chacun 120 coefficients.

## 2. Caractérisation probabiliste des variables de sortie

Pour chacune des 12 variables de sortie, les colonnes de droite du tableau 3.19 fournissent la valeur obtenue avec les paramètres d'entrée moyens (valeur déterministe), et les valeurs moyennes obtenues pour un scénario neutre en variables normales. Pour les 12 variables, il n'y a pas un écart important entre les deux approches. Ceci signifie que la prise en compte de l'aléa sur les variables d'entrée se traduit par une dispersion des variables de sortie autour de leurs valeurs déterministes.

La figure 3.49 permet de se faire une idée de cette dispersion. Pour des variables normales et pour les trois scénarios probabilistes, elle représente les coefficients de variation des 12 variables de sortie. Ces coefficients de variation ont été obtenus par tirage de Monte-Carlo à  $10^6$  échantillons. Les dispersions des grandeurs considérées sont très variables. Logiquement, le scénario défavorable conduit à des COV plus importants que le scénario neutre et le scénario favorable. Le déplacement longitudinal maximal (variable 3) et le paramètre  $i$  de la cuvette longitudinale de tassement (variable 7) sont les grandeurs qui sont les plus affectées par la variabilité des paramètres d'entrée, avec des COV d'environ 49% et 35% respectivement en scénario neutre. Le tassement maximal (variable 1) a en revanche une variabilité réduite, avec des COV de 7.0%, 12.1%, et 20.5% pour les scénarios favorable, neutre, et défavorable.

La pente longitudinale maximale (variable 5) et le paramètre  $i$  de la cuvette transversale (variable 8) sont les variables avec la plus petite dispersion. Les quatre grandeurs relatives aux déformations horizontales (variables 9 à 12) ainsi que les variables 2, 4 et 6 (liées respectivement au déplacement horizontal maximal, au déplacement transversal maximal, et à la pente transversale maximale) ont une dispersion comparable, avec un COV compris entre 10% et 16% en scénario neutre.

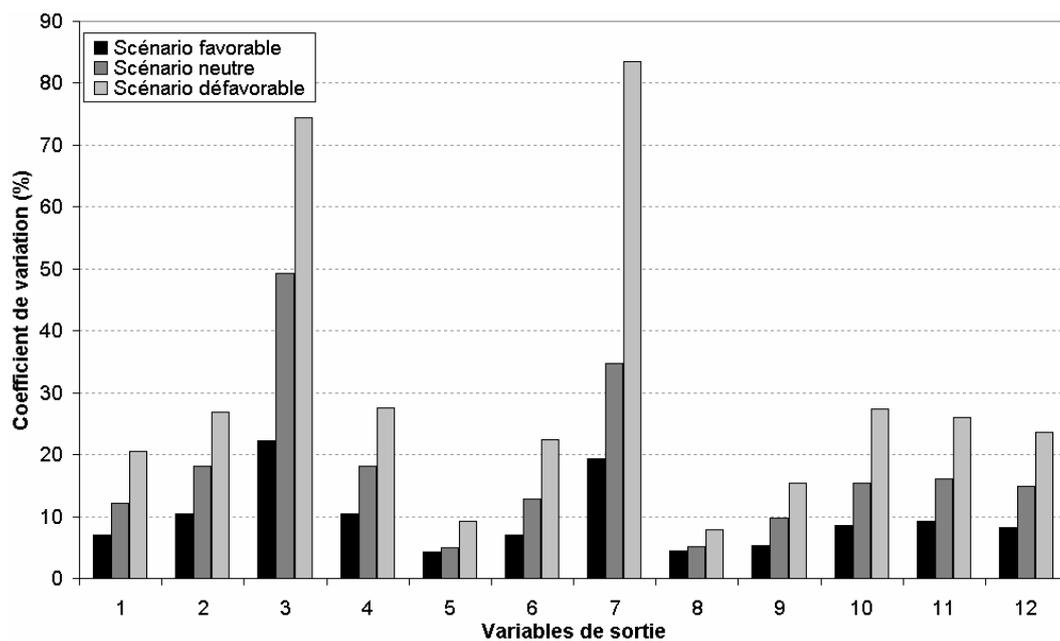


Figure 3.49 : Coefficients de variation des 12 variables de sortie considérées comme normales, en fonction du scénario probabiliste

Le formalisme de la CSRSM permet le calcul analytique des indices de Sobol' des différentes variables à partir des valeurs des coefficients du PCE. Ceci peut être effectué sur le PCE d'origine obtenu en variables normales et en scénario

probabiliste neutre, mais également sur les PCE obtenus ensuite par la méthode de généralisation proposée en section B. La figure 3.50 présente les indices de Sobol' des 7 variables d'entrée, pour les 12 variables de sortie et pour un scénario probabiliste neutre. Les cas des variables normales et bornées sont présentés. Puisque la somme des indices de Sobol' est égale à 1, ceux-ci sont représentés sous forme d'histogramme cumulé, de 0 à 100%. Ceci permet de représenter simplement le poids de la dispersion de chaque variable d'entrée dans la dispersion de la variable de sortie. Il faut noter que les indices de Sobol' liés à des groupes de variables sont ici négligeables, et ne sont pas représentés sur la figure.

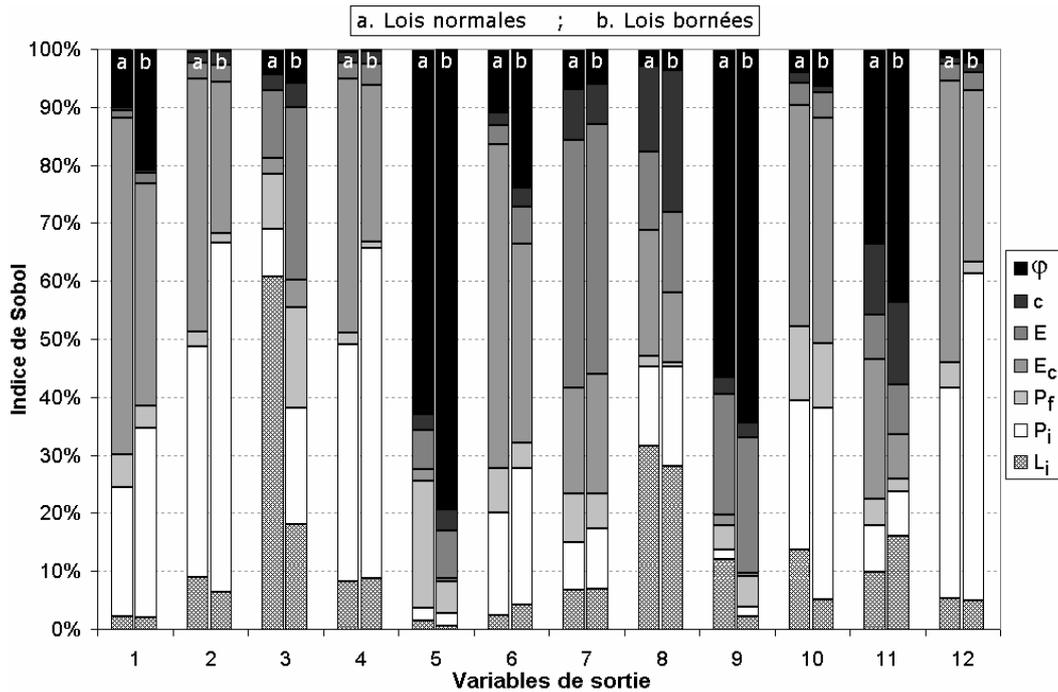


Figure 3.50 : Indices de Sobol' pour les 12 variables de sortie, en scénario probabiliste neutre

On constate une différence notable entre les indices de Sobol' obtenus pour des variables d'entrée normales et bornées, pour la majorité des variables de sortie considérées (à l'exception des variables 7 et 10). On observe également que les poids des différentes variables d'entrée sont très différents selon la variable de sortie : certaines variables d'entrée peuvent avoir un impact décisif sur un déplacement donné, et un impact négligeable sur une autre grandeur. La dispersion du tassement maximal (variable 1) dépend principalement de celle du module du coulis d'injection durci ( $SU(E_c)=61.7\%$  en variables normales) et de celle de la pression d'injection ( $SU(P_i)=23.8\%$  en variables normales). Ceci signifie que la majorité de l'incertitude sur le tassement maximal peut être levée en éclaircissant les phénomènes situés en arrière de la jupe (c'est-à-dire la pression d'injection et la consolidation du coulis), puisque les incertitudes sur la

grandeur  $E_c$  sont majoritairement des incertitudes de modèle. Si ces deux phénomènes sont correctement compris et modélisés, la majorité de la dispersion du tassement sera due à la variabilité naturelle de l'angle de frottement ( $SU(\varphi)=10.7\%$  en variables normales).

Le déplacement horizontal maximal (variable 2) et le déplacement transversal maximal (variable 4) montrent des comportements très comparables, ce qui indique certainement que les déplacements longitudinaux ne sont pas responsables des valeurs extrêmes de déplacement (ceci est confirmé par les ordres de grandeur des valeurs déterministes). De la même manière que pour le tassement, la dispersion du déplacement horizontal maximal (variable 2) est principalement liée à celle de  $E_c$  (45.5%) et de  $P_i$  (41.5%).

Les dispersions de la pente longitudinale maximale (variable 5) et des déformations longitudinales extrêmes en traction dans les directions longitudinale et transversale (variables 9 et 11) proviennent de sources assez similaires. Ces trois variabilités dépendent fortement de la dispersion de l'angle de frottement (en particulier avec des variables bornées) et du module d'Young du sol. L'incertitude sur la pente longitudinale est également assez liée à celle sur la pression appliquée au front. La dispersion de la pente transversale extrême (variable 6), en revanche, semble avoir des sources très similaires à celles des déformations horizontales extrêmes en compression, à la fois dans les directions longitudinale et transversale (variables 10 et 12). L'incertitude sur ces trois grandeurs provient principalement de celles sur le module du coulis durci et sur la pression d'injection, soit des phénomènes situés en arrière de la jupe. Ces variables présentent, sur ce point, des similitudes avec le tassement maximal (variable 1).

Les paramètres  $i$  de la cuvette de tassement dans les directions longitudinale et transversale (variables 7 et 8) montrent que l'incertitude sur la géométrie de la cuvette provient de l'ensemble des variables aléatoires d'entrée, puisque les indices de Sobol' sont globalement bien répartis. On notera néanmoins que la dispersion de  $E$  a un impact plus important sur celle de la géométrie longitudinale de la cuvette (variable 7), tandis que la dispersion de  $L_i$  a un impact plus important sur celle de la géométrie transversale de la cuvette (variable 8).

Il ressort de cette étude qu'aucune des variables aléatoires d'entrée ne peut être négligée dans une étude probabiliste, dès lors que l'on souhaite s'intéresser à la caractérisation de l'ensemble des 12 variables de sortie présentées ici. Si l'on souhaite s'intéresser à une variable de sortie donnée, il est en revanche possible au cas par cas de s'affranchir de la variabilité d'une ou plusieurs des variables d'entrée. Il est par exemple possible, si on souhaite uniquement caractériser la variabilité du tassement maximal, de considérer  $c$ ,  $E$ , et  $L_i$  comme des variables déterministes, car la somme de leurs indices de Sobol' ne dépasse pas 5% en variables normales et bornées.

Les quatre premiers moments statistiques des déplacements extrêmes (variables 1 à 4) sont représentés sur la figure 3.51, pour des variables normales ou bornées et pour les trois scénarios probabilistes. La figure 3.52 présente les mêmes résultats pour les pentes maximales (variables 5 et 6) et pour les paramètres de largeur des cuvettes (variables 7 et 8), et la figure 3.53 présente les mêmes résultats pour les déformations horizontales (variables 9 à 12). Les moyennes des 12 variables semblent peu affectées par le type de loi utilisée et par le scénario probabiliste. On peut en revanche déceler des tendances nettes pour les moments d'ordre 2, 3, et 4. Comme on pouvait s'y attendre pour toutes les variables, la variance est plus importante pour un scénario défavorable que pour un scénario neutre, et moins importante pour un scénario favorable. La prise en compte de lois bornées a pour effet systématique de réduire la variance de toutes les variables, et donc leur dispersion, pour les trois scénarios probabilistes. Il semble même que, pour certaines variables (1, 3, 6, 10 par exemple), le choix du type de loi ait plus d'impact sur la dispersion que le choix du scénario probabiliste.

Les coefficients d'asymétrie et d'aplatissement ont également des comportements similaires pour toutes les variables. On peut noter que la prise en compte de variables normales conduit à des coefficients d'asymétrie et d'aplatissement supérieurs en valeur absolue à ceux obtenus pour des variables bornées. Paradoxalement, il semble donc que la prise en compte de lois normales pour les variables d'entrée conduise à des distributions « non gaussiennes » pour les variables de sortie, et inversement. On constate par ailleurs que les moments d'ordre 3 et 4 ont tendance à augmenter (en valeur absolue) lorsque le scénario probabiliste devient plus défavorable. D'une manière générale, il semble donc que, pour l'ensemble des 12 variables aléatoires de sortie, des variables aléatoires d'entrée bornées et un scénario favorable induisent une variance plus faible et des coefficients d'asymétrie et d'aplatissement plus proches de zéro

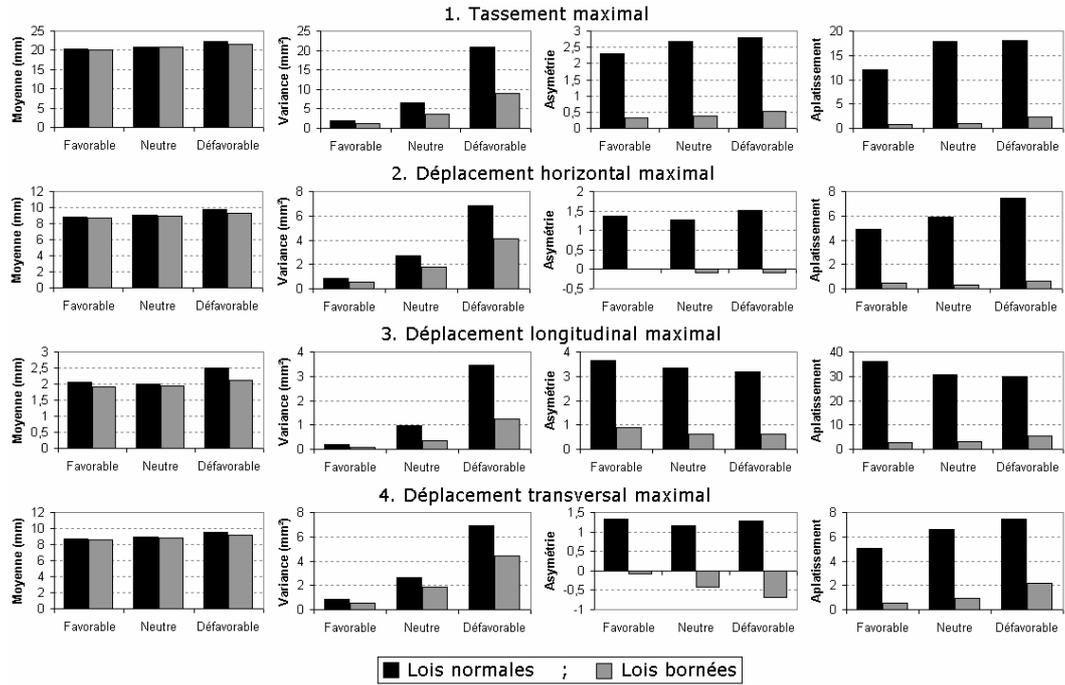


Figure 3.51 : Moments statistiques des déplacements extrêmes

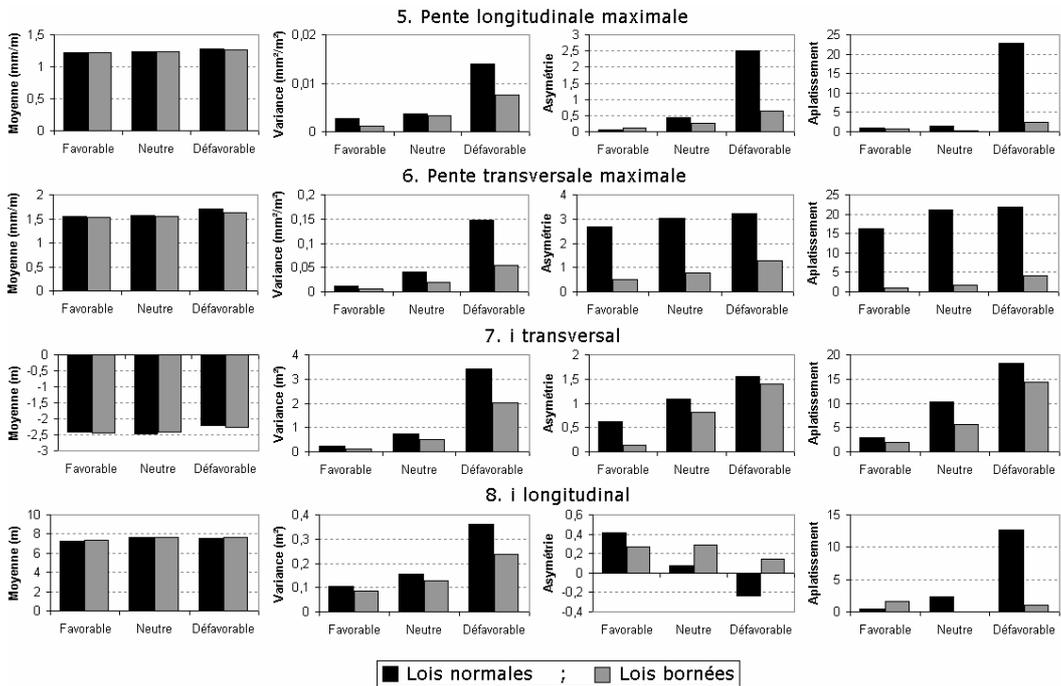


Figure 3.52 : Moments statistiques des pentes maximales et des largeurs de cuvettes

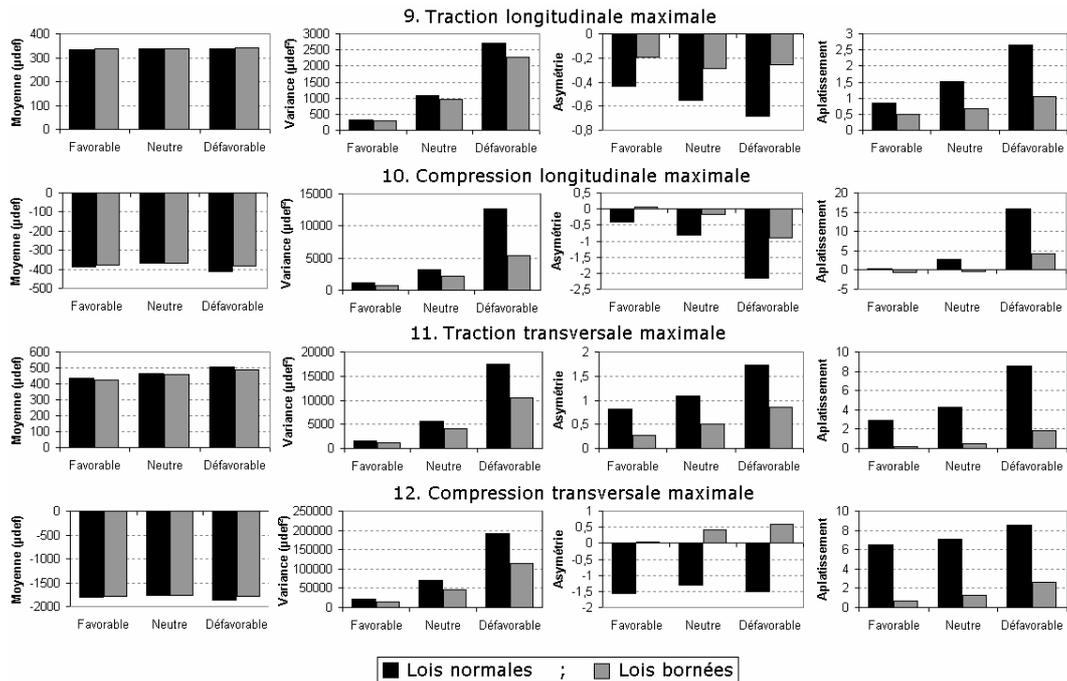


Figure 3.53 : Moments statistiques des déformations horizontales extrêmes

Les figures 3.54, 3.55, et 3.56 présentent les courbes de densité de probabilité pour les 12 variables aléatoires de sortie. La figure 3.54 présente ces résultats pour les variables relatives aux déplacements extrêmes (variables 1 à 4), la figure 3.55 les présente pour les variables relatives aux pentes et aux largeurs de cuvettes (variables 5 à 8), et la figure 3.56 les présente pour les variables relatives aux déformations horizontales (variables 9 à 12).

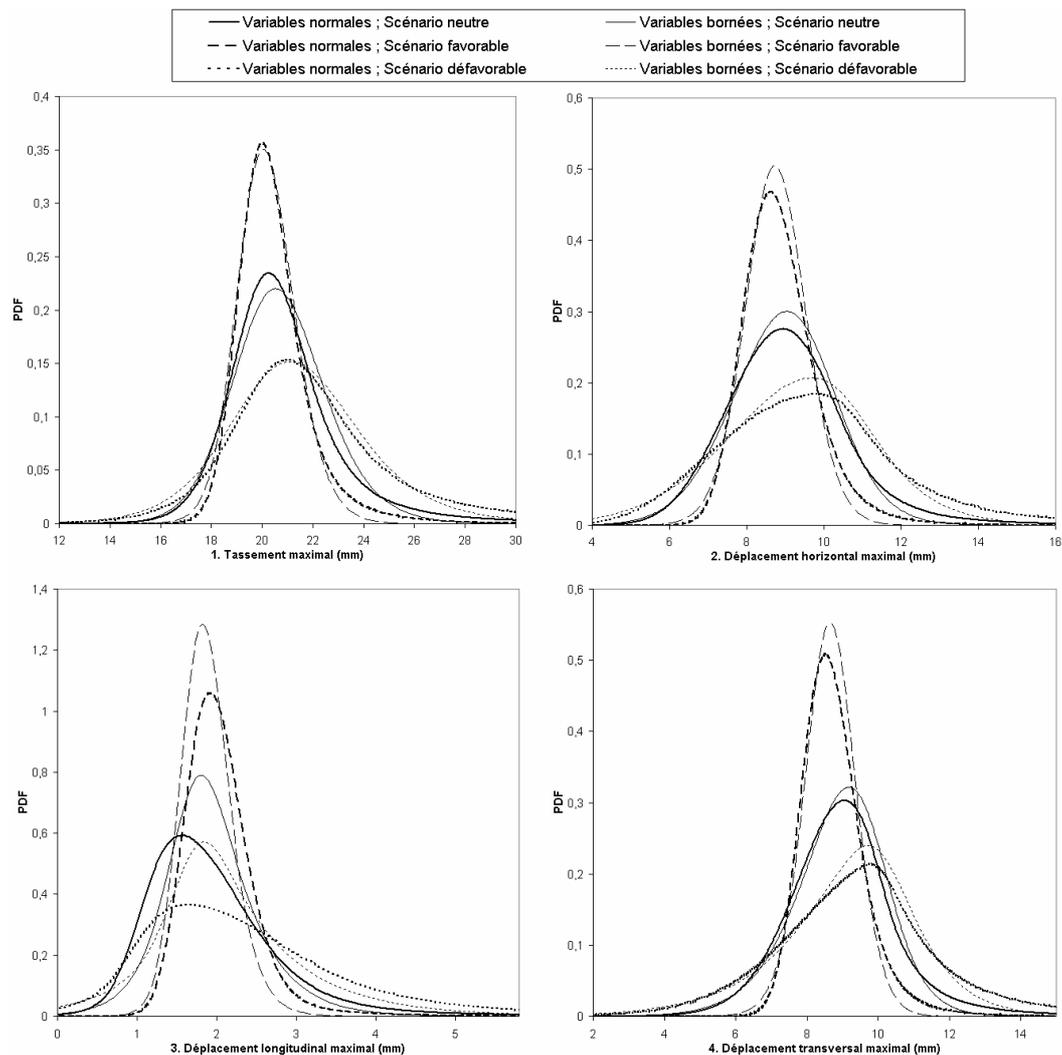


Figure 3.54 : PDF des déplacements extrêmes

L'observation des PDF conduit aux mêmes conclusions que celle des moments statistiques des variables. Un scénario probabiliste plus favorable a pour effet de « resserrer » la distribution statistique de la variable de sortie, et conduit donc à une dispersion plus faible. Le même effet est observé pour un scénario probabiliste donné lors de la prise en compte de variables bornées, par rapport à des variables normales.

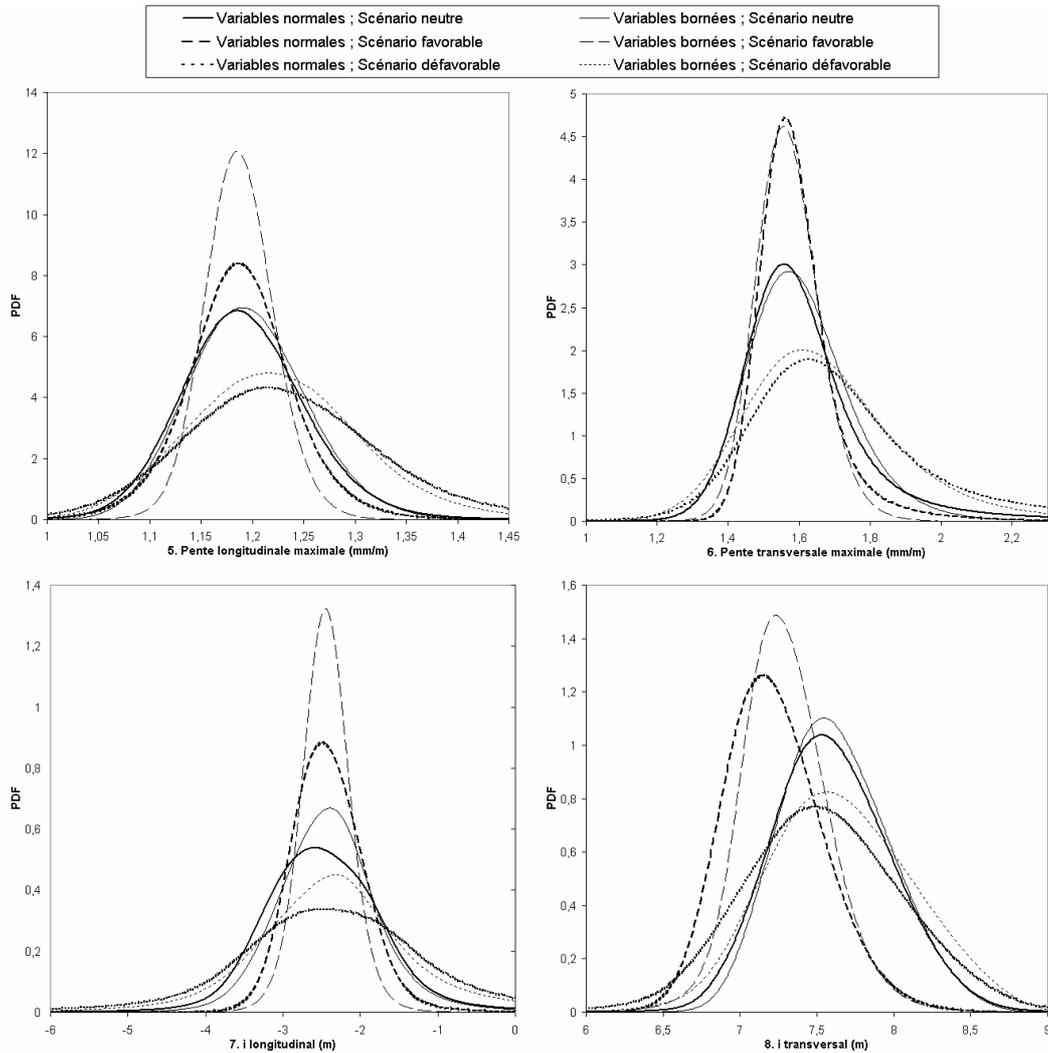


Figure 3.55 : PDF des pentes maximales et des largeurs de cuvettes

La figure 3.57 présente les résultats du tirage de 10000 échantillons aléatoires des variables d'entrée (le chiffre de 10000 est choisi au lieu de 100000 de manière à rendre ces graphiques lisibles). On a tracé sur un même graphique les nuages de points, faisant correspondre les variables 2 à 12 au tassement maximal (variable 1). Cette figure permet d'observer que le tassement maximal semble assez fortement corrélé positivement au déplacement horizontal maximal (variable 2), au déplacement transversal maximal (variable 4), et à la pente transversale maximale (variable 6). On observe également une corrélation négative avec la déformation maximale en compression longitudinale. Cette compression s'exprimant par des nombres négatifs, il y a donc en réalité une corrélation positive entre le tassement maximal et cette déformation exprimée en valeur absolue.

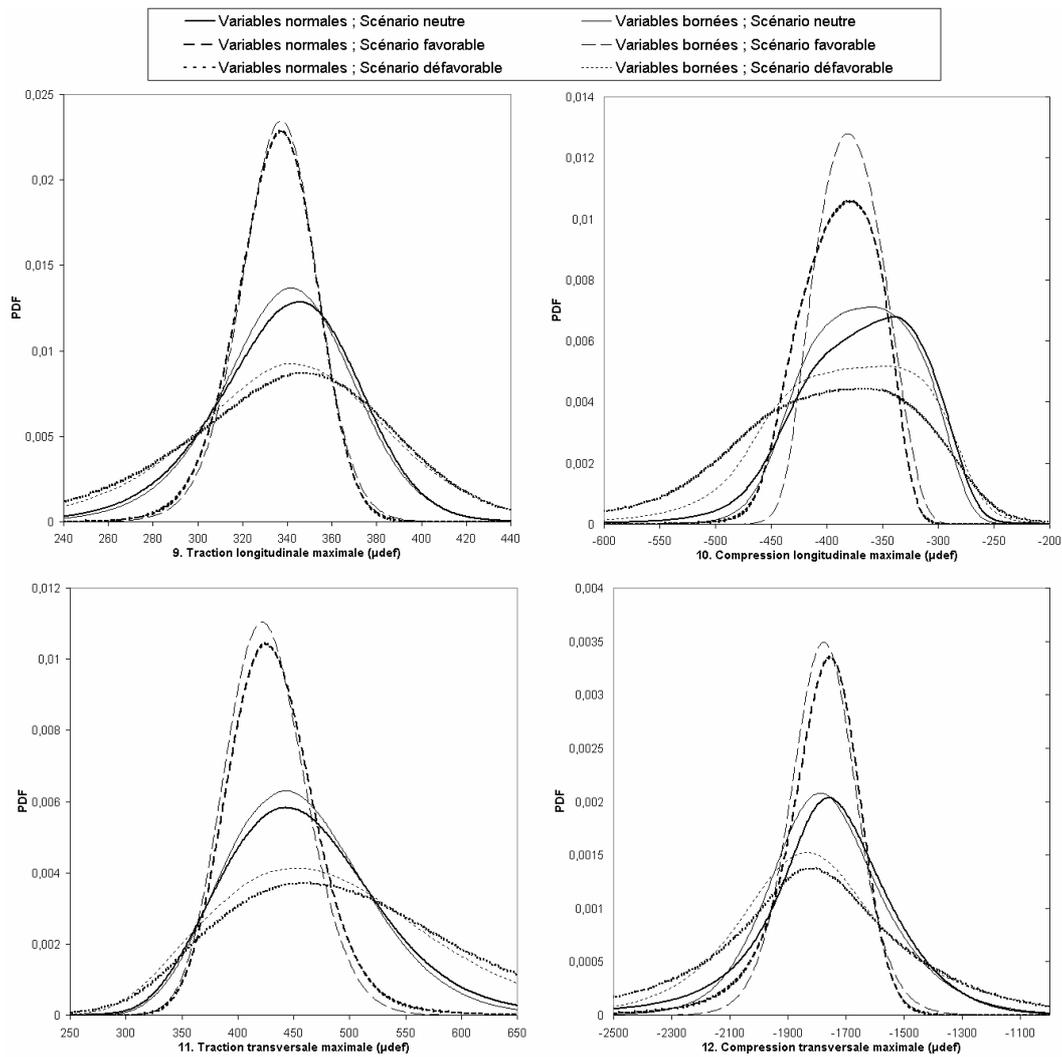


Figure 3.56 : PDF des déformations horizontales extrêmes

D'une manière plus générale, la matrice de corrélation des 12 variables aléatoires de sortie est fournie dans le tableau 3.21. Les coefficients de corrélation ont été calculés à partir d'un échantillon plus important de  $10^5$  tirages aléatoires des variables d'entrée, et du calcul des variables de sortie correspondantes par l'intermédiaire du PCE. Le cas des variables normales en scénario neutre est présenté. Il faut noter que les variables négatives (variables 7, 10, et 12) ont été considérées en valeur absolue, de manière à obtenir des coefficients de corrélation positifs. Ceci permet de prendre en compte l'intensité des phénomènes de manière plus physique.

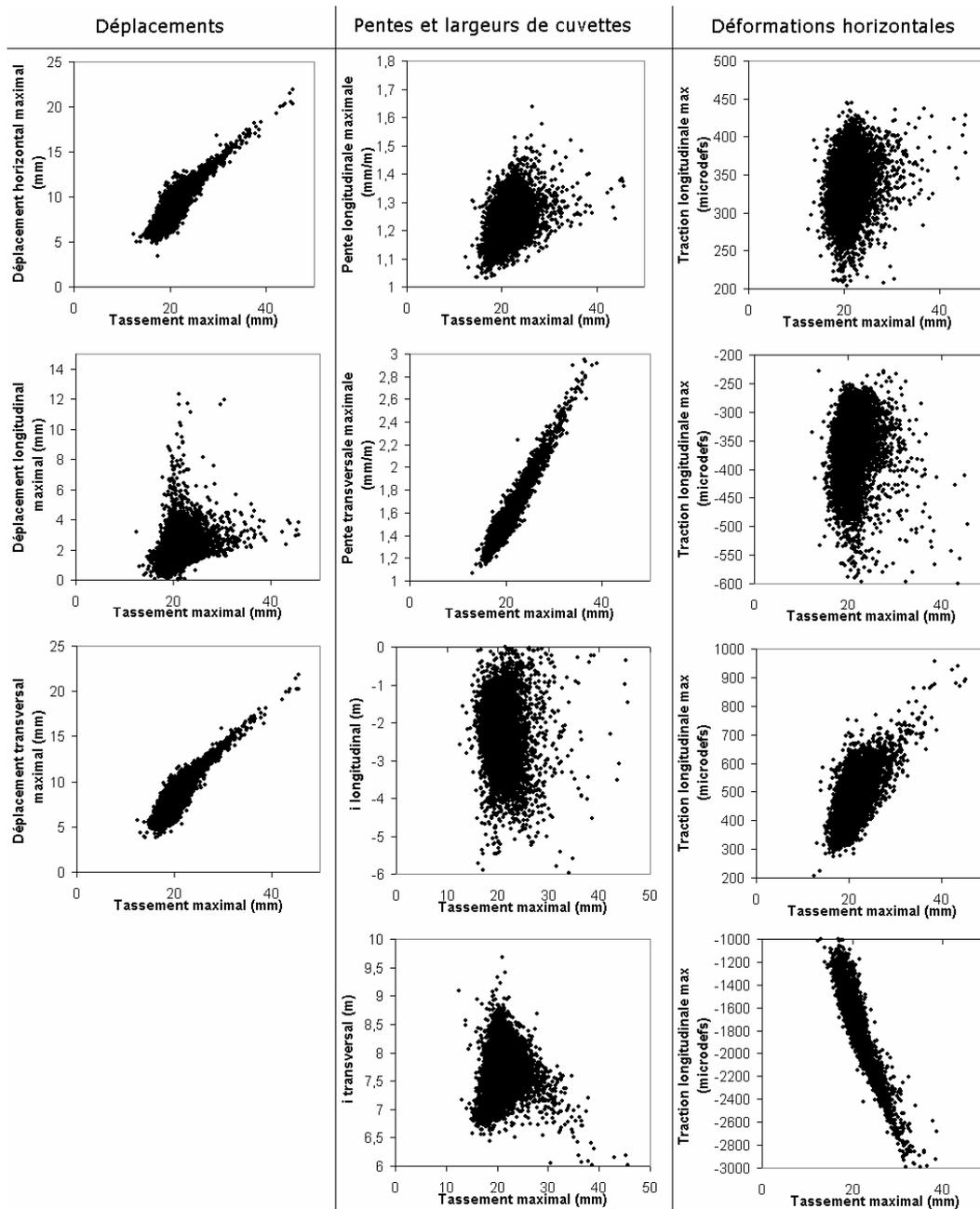


Figure 3.57 : Tirage aléatoire de 10000 échantillons

Pour plus de clarté, on a représenté en gras les coefficients de corrélation inférieurs à 0.50 en valeur absolue. Ces coefficients de corrélation sont utiles pour estimer si les variables aléatoires de sortie ont des comportements identiques vis-à-vis des variables d'entrée. Un coefficient faible montre par exemple que deux variables données peuvent prendre des valeurs élevées (et donc conduire à différents types de dommages ou de défaillances) indépendamment l'une de l'autre. Il est intéressant de noter que :

- Les déplacements maximums (variables 1 à 4) sont relativement bien corrélés entre eux, de même que les pentes (variables 5 et 6) et les largeurs de cuvettes (variables 7 et 8). Les déformations extrêmes (variables 9 à 12) semblent nettement moins corrélées entre elles.
- Les variables les plus « indépendantes », c'est-à-dire les moins corrélées aux autres, sont la variable 3 (déplacement longitudinal maximal), la variable 7 (paramètre  $i$  de la cuvette longitudinale), et la variable 9 (traction longitudinale maximale).
- Les variables les moins indépendantes, c'est-à-dire celles qui semblent les plus corrélées aux autres, sont la variable 1 (tassement maximal), la variable 6 (pente transversale maximale), et la variable 12 (compression transversale maximale).
- On observe une corrélation importante entre les variables 1 et 6 (tassement maximal et pente transversale), ainsi qu'entre les variables 1 et 8 (tassement maximal et largeur de cuvette dans la direction transversale). A contrario, la corrélation est relativement faible entre les variables 1 et 5 (tassement maximal et pente longitudinale) ainsi qu'entre les variables 1 et 7 (tassement maximal et largeur de cuvette dans la direction longitudinale). On peut en déduire que la géométrie de la cuvette de tassement longitudinale est relativement indépendante de la valeur du tassement maximal, mais qu'il y a un lien très fort entre ce tassement et la géométrie de la cuvette transversale.

Tableau 3.21 : Matrice de corrélation des 12 variables aléatoires de sortie

		Numéro de variable											
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
Numéro de variable	1	1	0,95	<b>0,43</b>	0,96	0,54	0,99	<b>0,50</b>	0,76	<b>0,37</b>	0,56	0,90	0,97
	2	0,95	1	0,52	1,00	<b>0,40</b>	0,93	<b>0,42</b>	0,61	<b>0,18</b>	0,41	0,79	0,98
	3	<b>0,43</b>	0,52	1	<b>0,50</b>	<b>0,25</b>	<b>0,43</b>	<b>0,08</b>	<b>0,12</b>	<b>0,46</b>	<b>0,49</b>	<b>0,35</b>	<b>0,46</b>
	4	0,96	1,00	0,50	1	<b>0,39</b>	0,93	<b>0,41</b>	0,62	<b>0,19</b>	<b>0,41</b>	0,79	0,99
	5	0,54	<b>0,40</b>	<b>0,25</b>	<b>0,39</b>	1	0,57	0,54	<b>0,40</b>	0,53	0,54	0,65	<b>0,47</b>
	6	0,99	0,93	<b>0,43</b>	0,93	0,57	1	<b>0,49</b>	0,77	<b>0,36</b>	0,62	0,94	0,94
	7	<b>0,50</b>	<b>0,42</b>	<b>0,08</b>	<b>0,41</b>	0,54	<b>0,49</b>	1	0,61	<b>0,42</b>	<b>0,32</b>	<b>0,41</b>	<b>0,50</b>
	8	0,76	0,61	<b>0,12</b>	0,62	<b>0,40</b>	0,77	0,61	1	<b>0,44</b>	0,61	0,71	0,66
	9	<b>0,37</b>	<b>0,18</b>	<b>0,46</b>	<b>0,19</b>	0,53	<b>0,36</b>	<b>0,42</b>	<b>0,44</b>	1	<b>0,15</b>	<b>0,45</b>	<b>0,26</b>
	10	0,56	<b>0,41</b>	<b>0,49</b>	<b>0,41</b>	0,54	0,62	<b>0,32</b>	0,61	<b>0,15</b>	1	0,65	<b>0,41</b>
	11	0,90	0,79	<b>0,35</b>	0,79	0,65	0,94	<b>0,41</b>	0,71	<b>0,45</b>	0,65	1	0,82
	12	0,97	0,98	<b>0,46</b>	0,99	<b>0,47</b>	0,94	<b>0,50</b>	0,66	<b>0,26</b>	<b>0,41</b>	0,82	1

Les résultats présentés dans cette section présentent un intérêt dans la mesure où ils caractérisent finement les 12 variables aléatoires de sortie. Dans certains problèmes, on peut imaginer que la forme de la cuvette de tassement, la valeur du tassement maximal, ou les valeurs de déformations horizontales soient utilisées comme sollicitations appliquées à un bâti. Muni de leurs moments statistiques et de leurs coefficients de corrélation, on est en mesure de les utiliser en l'état comme variables aléatoires d'entrée pour ce genre de problème. Il faut néanmoins garder à l'esprit que ces résultats ont été obtenus en champ libre, et font donc abstraction de toute interaction sol-structure. Ils ne peuvent être utilisés directement sous forme de sollicitation au bâti qu'en première approximation, sous la forme d'une hypothèse très conservative.

### 3. Probabilités de défaillance

La caractérisation probabiliste des variables aléatoires de sortie du modèle permet d'envisager des calculs fiabilistes permettant l'estimation de probabilités de défaillance. Ce type d'étude nécessite la mise en place de critères de défaillance, définis sur la base de règlements de calcul ou d'avis d'expert. On se propose dans cette section de définir six modes de défaillance relatifs à un bâti situé en surface lors du creusement. Par convention, on notera les valeurs des variables aléatoires de sortie par «  $S_i$  »,  $i$  étant le numéro de cette sortie (par exemple, la valeur du tassement maximal sera notée  $S_1$ ). Le premier mode de défaillance, appelé mode A, est défini par le dépassement d'un seuil de tassement maximal  $v_{\max}$ . La fonction de performance correspondante est :

$$G_A = v_{\max} - S_1 \quad (3.26)$$

Le mode de défaillance B est défini par le dépassement d'une valeur limite de déplacement horizontal notée  $\delta_{\max}$ . Sa fonction de performance est :

$$G_B = \delta_{\max} - S_2 \quad (3.27)$$

Le mode de défaillance C est défini par le dépassement d'une pente maximale  $p_{\max}$ , soit dans la direction longitudinale soit dans la direction transversale. Sa fonction de performance est :

$$G_C = p_{\max} - \max(S_5, S_6) \quad (3.28)$$

Le mode de défaillance D est défini par le dépassement d'un critère  $\gamma_{\max}$  de tassement différentiel, et est donc relatif au tassement maximal et aux dimensions

de la cuvette de tassement. Il est difficile de calculer un tassement différentiel à partir des résultats du modèle déterministe, pour deux raisons :

- La taille du bâti a une influence considérable sur le choix optimal des points entre lesquels on calcule un tassement différentiel. Pour un bâti de petite taille par exemple, ce tassement doit être évalué entre des points relativement proches, contrairement au cas d'un bâti de grande taille.
- Le point de la cuvette pour lequel le tassement est nul est difficile à estimer, puisque le tassement tend asymptotiquement vers zéro lorsque l'on s'éloigne de l'axe du tunnel ou en avant du front de taille. Il est donc délicat de trouver un point de référence pour le tassement différentiel.

Pour ces raisons, on choisit ici un critère tout à fait arbitraire, qui fait intervenir le tassement différentiel entre le point de tassement maximal et le point d'inflexion de la cuvette. Dans la direction transversale, on définit ce tassement différentiel par rapport à la distance  $i$  entre le point d'inflexion de la cuvette transversale et l'axe du tunnel. Dans la direction longitudinale, on définit ce tassement différentiel par rapport à la distance entre le point d'inflexion de la cuvette longitudinale et l'abscisse située 20m en arrière du front. Après observation des cuvettes longitudinales de tassement (figure 2.75), il semble licite de faire l'hypothèse que le tassement maximal est atteint à cette abscisse. On notera  $S'_1$  la valeur du tassement au point d'inflexion de la cuvette longitudinale, et  $S''_1$  la valeur du tassement au point d'inflexion de la cuvette transversale. La fonction de performance correspondante est :

$$G_D = \gamma_{\max} - \max\left(\frac{S_1 - S'_1}{S_7 + 20m}, \frac{S_1 - S''_1}{S_8}\right) \quad (3.29)$$

On prendra par ailleurs en compte l'hypothèse simplificatrice suivante :

$$S'_1 = S''_1 = S_1/2 \quad (3.30)$$

$$\text{Finalement : } G_D = \gamma_{\max} - \max\left(\frac{0.5 \cdot S_1}{S_7 + 20m}, \frac{0.5 \cdot S_1}{S_8}\right) \quad (3.31)$$

Les modes de défaillance E et F sont relatifs aux déformations horizontales extrêmes à la surface du sol, respectivement en traction et en compression. Les deux types de déformation sont ainsi découplés car la tolérance des bâtiments à la traction est généralement plus faible que celle à la compression, en particulier

lorsqu'il s'agit de bâti maçonné. Il est donc préférable d'adopter deux critères de défaillance différents, avec une limite en traction  $\varepsilon_{t,\max}$ , et une limite en compression  $\varepsilon_{c,\max}$ . Les fonctions de performance pour ces deux modes sont :

$$G_E = \varepsilon_{t,\max} - \max(S_9, S_{11}) \quad (3.32)$$

$$G_F = \varepsilon_{c,\max} - \max(|S_{10}|, |S_{12}|) \quad (3.33)$$

Les probabilités de défaillance sont calculées par tirage de Monte-Carlo sur un échantillon de  $10^5$  jeux des variables d'entrée. Les variables de sortie sont calculées par l'intermédiaire des PCE, et les valeurs des fonctions de performance en sont directement déduites. Les résultats en terme de probabilités de défaillance sont rassemblés dans la figure 3.58 pour les six modes de défaillance, en fonction des valeurs admissibles de chaque état limite. Ceci est effectué pour les trois scénarios probabilistes, et pour des variables d'entrée normales et bornées.

La figure 3.58 fait clairement apparaître un comportement similaire pour les six états limites. La probabilité de ruine diminue progressivement lorsque le seuil de défaillance augmente. Pour des probabilités de ruine comprises entre 0.1 et 0.0001, on constate même une décroissance approximativement linéaire du logarithme de la probabilité de ruine avec le seuil de défaillance. Ceci est valable pour les six états limites, pour des variables d'entrée normales et bornées, et pour les trois scénarios probabilistes, mais ne peut pas être extrapolé directement à des probabilités de ruine inférieures à partir de ces résultats.

Le faible nombre de points de collocation utilisés pour le calage du PCE d'origine ne permet pas d'être suffisamment précis aux queues de probabilité pour des valeurs inférieures à  $10^{-4}$ . Le fait de prendre en compte des lois bornées réduit considérablement la probabilité de ruine pour un seuil donné. L'écart peut atteindre un à deux ordres de grandeur, ce qui est considérable. Il semble donc que la prise en compte de lois normales pour les variables d'entrée soit une hypothèse très sécuritaire, ce qui est directement imputable au fait que la dispersion des variables aléatoires de sorties apparaît plus faible pour des variables bornées.

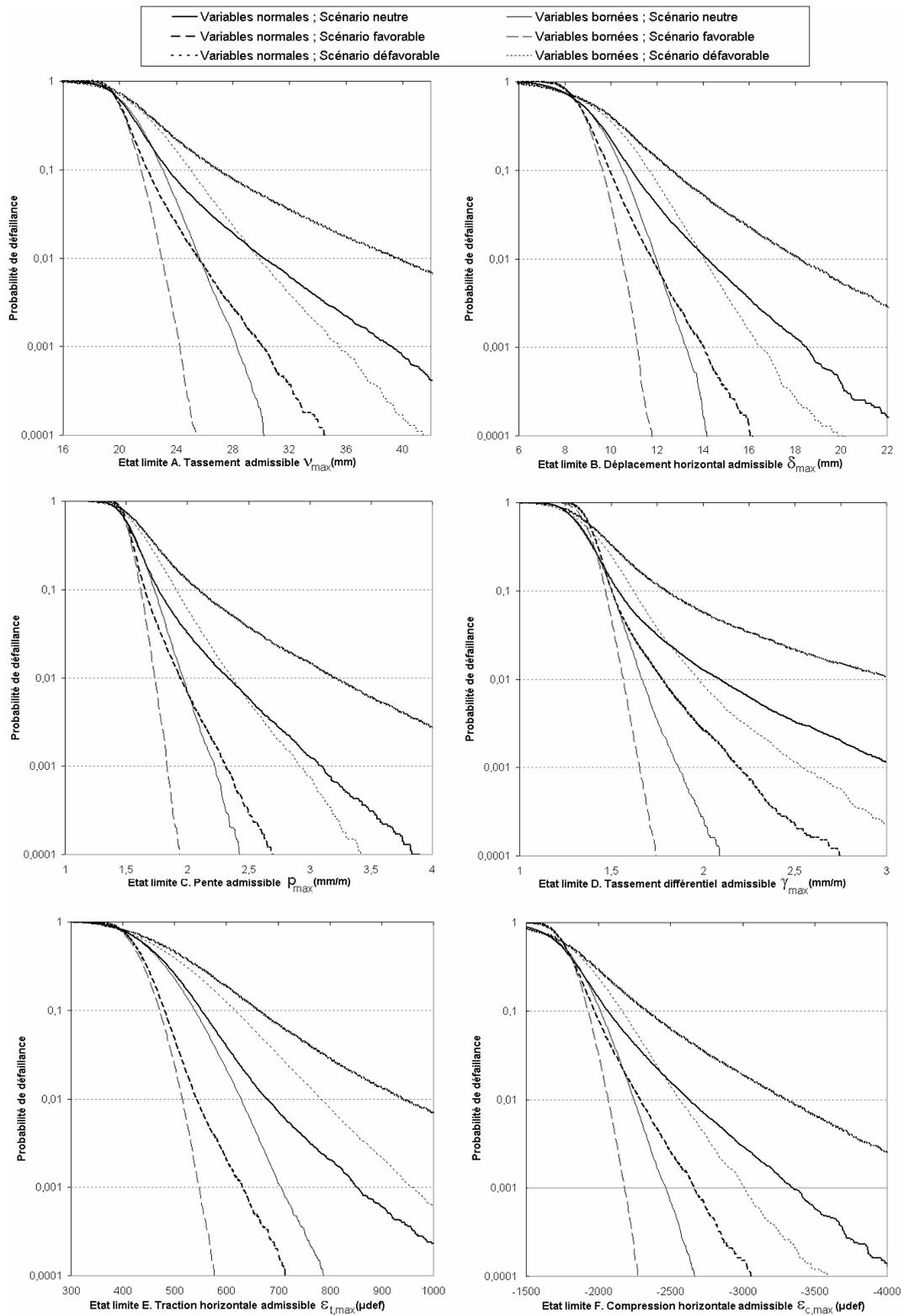


Figure 3.58 : Probabilités de défaillance pour les 6 états limites

Les courbes de la figure 3.58 permettent d'estimer directement la probabilité de défaillance pour chaque mode de défaillance, pour peu que l'on ait défini le seuil admissible pour la grandeur concernée, et que l'on se soit placé dans un scénario probabiliste donné et pour un type de variables d'entrée donné (normales ou bornées). Néanmoins, l'intégrité d'un bâti ne saurait reposer sur une seule vérification, et l'ingénieur doit s'assurer qu'un certain nombre de critères d'admissibilité sont respectés. Dans ce cas, le système est déclaré à l'état de défaillance si au moins l'un des critères d'admissibilité n'est pas respecté.

Dans le cas traité ici, la probabilité de défaillance globale du système est la probabilité qu'au moins l'un des six modes de défaillance soit atteint. Celle-ci est calculée par Monte-Carlo sur le même échantillon de  $10^5$  tirages, en considérant comme défaillant chaque échantillon pour lequel au moins l'un des six modes est défaillant. Le tableau 3.22 propose des valeurs de seuils fixés arbitrairement pour les six modes, à partir de considérations générales sur la résistance des matériaux aux déplacements et déformations imposées. Deux seuils de criticité légère (seuil 1) et moyenne (seuil 2) sont ainsi fixés pour chaque mode.

Tableau 3.22 : Seuils arbitraires pour les six modes de défaillance

	Mode A $v_{\max}$ (mm)	Mode B $\delta_{\max}$ (mm)	Mode C $p_{\max}$ (mm/m)	Mode D $\gamma_{\max}$ (mm/m)	Mode E $\varepsilon_{t,\max}$ ( $\mu\text{def}$ )	Mode F $\varepsilon_{c,\max}$ ( $\mu\text{def}$ )
Seuil 1	30	15	2.5	3	600	2500
Seuil 2	40	20	4	5	1000	3500

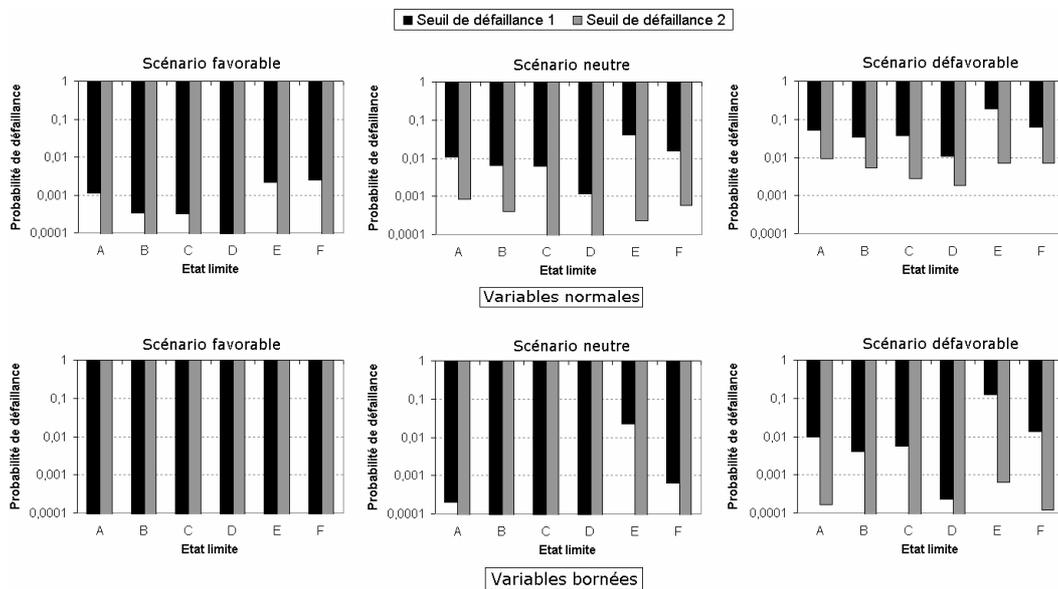


Figure 3.59 : Probabilités de défaillance selon chacun des six modes, pour les seuils 1 et 2

La figure 3.59 présente les résultats correspondants en terme de probabilités de ruine, pour les six modes de défaillance et pour les deux seuils (seuil 1 et seuil 2), les trois scénarios probabilistes, et les cas de variables normales et bornées. Il apparaît logiquement que le seuil 2 conduit à des probabilités de ruine nettement plus faibles que le seuil 1. Ces probabilités sont obtenues par tirages de Monte-Carlo à  $10^5$  échantillons, les valeurs inférieures à  $10^{-4}$  ne sont donc pas accessibles avec précision, et les valeurs inférieures à  $10^{-5}$  ne sont pas accessibles du tout.

Tableau 3.23 : Probabilités de défaillance pour le seuil 1

Type de variables		Normales			Bornées		
Scénario probabiliste		Fav.	Neutre	Defav.	Fav.	Neutre	Defav.
Probabilités de défaillance pour chaque mode de défaillance	Mode A	0,0011	0,0108	0,0527	$<10^{-5}$	0,0002	0,00963
	Mode B	0,00034	0,00636	0,0343	$<10^{-5}$	0,00003	0,00405
	Mode C	0,00032	0,00609	0,0378	$<10^{-5}$	0,00007	0,00553
	Mode D	0,00003	0,00116	0,0107	$<10^{-5}$	$<10^{-5}$	0,00023
	Mode E	0,0022	0,0410	0,189	0,00003	0,0225	0,127
	Mode F	0,00248	0,0154	0,0621	$<10^{-5}$	0,00065	0,0136
Probabilité de défaillance maximale sur les 6 modes		0,00248	0,0410	0,189	0,00003	0,0225	0,127
Probabilité de défaillance globale du système		0,00326	0,0454	0,205	0,00003	0,0229	0,132

Tableau 3.24 : Probabilités de défaillance pour le seuil 2

Type de variables		Normales			Bornées		
Scénario probabiliste		Fav.	Neutre	Defav.	Fav.	Neutre	Defav.
Probabilités de défaillance pour chaque mode de défaillance	Mode A	$<10^{-5}$	0,00083	0,00936	$<10^{-5}$	$<10^{-5}$	0,00017
	Mode B	$<10^{-5}$	0,00041	0,00544	$<10^{-5}$	$<10^{-5}$	0,00004
	Mode C	$<10^{-5}$	0,00009	0,00279	$<10^{-5}$	$<10^{-5}$	0,00004
	Mode D	$<10^{-5}$	0,00007	0,00187	$<10^{-5}$	$<10^{-5}$	0,00006
	Mode E	$<10^{-5}$	0,00023	0,00699	$<10^{-5}$	$<10^{-5}$	0,00063
	Mode F	$<10^{-5}$	0,00058	0,00704	$<10^{-5}$	$<10^{-5}$	0,00012
Probabilité de défaillance maximale sur les 6 modes		$<10^{-5}$	0,00083	0,00936	$<10^{-5}$	$<10^{-5}$	0,00063
Probabilité de défaillance globale du système		$<10^{-5}$	0,00101	0,0124	$<10^{-5}$	$<10^{-5}$	0,00078

Les mêmes résultats sont proposés sous forme numérique dans les tableaux 3.23 et 3.24, pour les seuils 1 et 2 respectivement. On trouve également dans ces tableaux les valeurs de probabilités de défaillance correspondant à l'ensemble du système. Pour chaque scénario probabiliste, chaque type de variable, et pour les seuils 1 et 2, on constate que la probabilité de défaillance globale n'est que très

légèrement supérieure à la probabilité maximale obtenue pour chacun des modes de défaillance pris indépendamment. Par exemple, si on s'intéresse au cas des variables d'entrée normales avec un scénario probabiliste neutre, on constate que la probabilité de défaillance maximale obtenue pour les modes de défaillances indépendants est 0.0410 (mode E), et que la probabilité globale de défaillance du système est de 0.0454. Ceci est probablement dû au fait que, pour un scénario et un type de variables donnés, les probabilités de défaillance selon les différents modes sont très différentes les unes des autres. Il semble donc logique que la probabilité de défaillance globale du système soit proche de la probabilité de défaillance selon le mode le plus critique, celui-ci prenant le pas sur les autres. Néanmoins, cette méthode ne saurait être appliquée aux cas pour lesquels aucun mode de défaillance n'est prépondérant, c'est-à-dire aux cas pour lesquels les probabilités de ruine de chacun des modes de défaillance sont proches les unes des autres.

Une étude supplémentaire est effectuée pour investiguer le cas où les probabilités de défaillance de chacun des modes pris indépendamment sont proches. Pour chaque scénario probabiliste et pour chaque type de variable (normales ou bornées), on a déterminé le seuil d'admissibilité conduisant à une probabilité de défaillance de 0.01 dans chacun des six modes de défaillance. Ces seuils sont reportés dans le tableau 3.23. Cette valeur de probabilité de ruine est assez éloignée des valeurs d'intérêt pour l'ingénieur, mais est choisie à titre d'exemple car la précision des approximations par PCE est plus faible pour des valeurs de probabilités de défaillance inférieures.

On a ensuite calculé la probabilité de défaillance globale du système en utilisant ces six seuils. Pour des variables normales, cette probabilité est comprise entre 0.0166 et 0.0181 (soit une augmentation d'environ 70% en moyenne), et pour des variables bornées, elle est comprise entre 0.0257 et 0.0292 (soit une augmentation d'environ 170% en moyenne). Ces augmentations sont assez peu impactées par le scénario probabiliste. Elles apparaissent bien plus importantes que celles observées dans les tableaux 3.23 et 3.24. Il semble donc que la méthode consistant à considérer la probabilité de défaillance du mode de défaillance le plus critique conduise ici à une valeur de 0.01, soit à une sous-estimation considérable de la probabilité globale de défaillance du système. On en déduira une méthodologie simple de prise en compte de modes de défaillance multiples :

- Si les probabilités de défaillance de chaque mode considéré indépendamment des autres sont d'ordres de grandeur très variés, on peut considérer en première approximation que la probabilité globale de défaillance du système est proche de la probabilité maximale obtenue sur les différents modes.
- Si les probabilités de défaillance de tous les modes sont très proches les unes des autres, il est fort possible que la probabilité globale de

défaillance du système soit nettement supérieure à ces valeurs. Celle-ci doit alors faire l'objet d'un calcul détaillé.

Tableau 3.25. Probabilités de défaillance pour l'ensemble des six modes

Type de variables		Normales			Bornées		
Scénario probabiliste		Fav.	Neutre	Defav.	Fav.	Neutre	Defav.
Seuils correspondant à une probabilité de défaillance de 0.01	Mode A $v_{\max}$ (mm)	30.25	25.60	39.65	25.70	23.00	29.85
	Mode B $\delta_{\max}$ (mm)	14.19	11.79	18.21	11.97	10.50	14.04
	Mode C $\rho_{\max}$ (mm/m)	2.335	1.945	3.200	1.965	1.735	2.370
	Mode D $\gamma_{\max}$ (mm/m)	4.188	3.558	6.004	3.336	3.132	3.954
	Mode E $\varepsilon_{t,\max}$ ( $\mu\text{def}$ )	678	544	942	629	515	782
	Mode F $\varepsilon_{c,\max}$ ( $\mu\text{def}$ )	2630	2290	3305	2250	2070	2565
Probabilité de défaillance globale du système		0.0166	0.0167	0.0181	0.0269	0.0292	0.0257

---

## *Conclusion*

---

Les résultats présentés dans ce chapitre mettent en lumière la supériorité de la méthode CSRSM sur la méthode plus classique des surfaces de réponse (RSM). La RSM présente l'intérêt de fournir à faible coût une estimation de la probabilité de défaillance pour une fonction de performance donnée. Néanmoins, cette estimation repose sur une approximation FORM qui pose une hypothèse forte sur la forme de la surface de réponse au voisinage du point de conception. Contrairement à la RSM, la CSRSM permet de caractériser entièrement la distribution de probabilité de plusieurs variables de sortie, pour un coût calculatoire connu à l'avance. Ceci permet donc de définir des états limites reposant sur des critères de défaillance multiples, et de déterminer la probabilité de défaillance par une méthode de Monte-Carlo beaucoup plus fiable que la méthode FORM. Par ailleurs, la généralisation de la CSRSM proposée dans ce chapitre permet, sans augmenter le coût calculatoire, de réaliser des études paramétriques sur les distributions statistiques des variables d'entrée et sur leurs éventuelles corrélations. L'avantage de cette opération réside dans le fait que les distributions des variables d'entrée sont généralement mal connues, et qu'il est important de mesurer si les choix parfois arbitraires effectués sur ces distributions ont un impact important sur l'estimation de la fiabilité du système. Parmi les avantages de la CSRSM, on citera enfin la possibilité d'accéder analytiquement aux indices de Sobol' à partir des coefficients du PCE, ce qui fournit sans effort calculatoire supplémentaire des informations précieuses sur la sensibilité de la variable de sortie aux différentes variables d'entrée.

Dans le cadre de l'étude de la stabilité d'un front de taille pressurisé, les résultats probabilistes ont permis de détailler l'impact des paramètres probabilistes de variables d'entrée sur la dispersion des pressions limites d'effondrement et de refoulement. Il est apparu que la probabilité de rupture par refoulement est négligeable dans le cas d'un sol frottant, mais peut s'avérer prépondérante dans le cas d'un sol purement cohérent. Pour les sols frottants, on observe une très bonne correspondance entre un dimensionnement classique par facteur de sécurité et un dimensionnement fiabiliste de la pression de soutènement

du front. Néanmoins, cette correspondance est étroitement liée au scénario probabiliste choisi (qui définit les distributions statistiques des variables d'entrée et leurs corrélations), scénario qu'il est parfois difficile d'évaluer *a priori*. Dans le cas d'un sol non frottant, en revanche, il semble que l'approche de dimensionnement classique présente un risque, car la prise en compte d'un facteur de sécurité trop grand vis-à-vis de l'effondrement a paradoxalement tendance à dégrader la sécurité de l'ouvrage en augmentant la probabilité de ruine par refoulement. Dans un tel cas, une autre approche de dimensionnement est décrite. Celle-ci consiste à déterminer, pour un scénario probabiliste donné, la plage de pression pour laquelle la probabilité de défaillance globale (c'est-à-dire à la fois par effondrement et par refoulement) est inférieure à un seuil donné.

Une dernière partie se propose d'appliquer la CSRSM au modèle T2 de prédiction des mouvements de sol engendrés par l'excavation. Six modes de défaillance sont envisagés, prenant en compte un certain nombre de mouvements de terrains susceptibles d'entraîner des désordres sur un éventuel bâti présent en surface (tassement, déplacements horizontaux, pentes, tassements différentiels, déformations horizontales en compression et traction). La CSRSM permet d'évaluer l'impact du scénario probabiliste choisi sur les probabilités de défaillance selon ces six modes. Une méthodologie est proposée pour l'estimation de la probabilité de défaillance globale du système, prenant en compte l'ensemble de ces six modes.

Les résultats de ce chapitre mettent en lumière le potentiel de la méthode CSRSM et des améliorations qui y ont été apportées. Cette méthode se montre capable de fournir des résultats très utiles et exploitables, notamment dans le cas du modèle N2 pour lequel sept variables aléatoires ont été utilisées. Il semble néanmoins difficile d'envisager un nombre de variables supérieur à 10 avec un modèle aussi lourd, du moins si l'on considère les possibilités offertes actuellement par l'informatique courante. Par ailleurs, tous les résultats présentés dans ce chapitre reposent sur l'hypothèse d'un sol variable mais homogène. Ceci représente une simplification considérable de la réalité, qui ne tient pas compte de la variabilité spatiale naturelle des caractéristiques de sol. Ce degré de complexité supplémentaire ne peut pas être modélisé directement par l'intermédiaire de variables aléatoires, et doit faire l'objet d'une simulation en champs aléatoires.

---

## Chapitre 4. Etude probabiliste en champs aléatoires

---

## *Introduction*

---

La prise en compte de la variabilité des paramètres de sol par l'intermédiaire de variables aléatoires peut être effectuée par plusieurs méthodes qui ont été décrites au chapitre précédent. Néanmoins, ces études ont été effectuées en négligeant la variabilité spatiale des paramètres de sol, c'est-à-dire en considérant que le sol était sujet à variabilité mais restait homogène. Cette hypothèse forte opère un lissage de propriétés du sol et est donc de nature à occulter certains phénomènes liés aux hétérogénéités naturelles qu'a pu produire l'histoire géologique parfois tourmentée des sites d'excavation considérés. Ce chapitre se propose d'étudier l'impact de cette variabilité spatiale sur la stabilité en sol purement frottant d'un front de taille pressurisé à l'effondrement. La théorie des champs aléatoires est utilisée pour modéliser les variations spatiales de l'angle de frottement interne du sol.

Dans un premier temps, un modèle bidimensionnel d'effondrement du front est développé et présenté dans le cadre du théorème cinématique de l'analyse limite. Ce modèle est une simplification en deux dimensions du modèle M3 décrit plus tôt dans ce manuscrit. Il permet de prendre en compte la variabilité spatiale du sol pour des temps de calcul nettement plus réduits que ceux d'un modèle numérique. Ce mécanisme d'effondrement analytique est validé par une série de comparaisons avec les résultats fournis par un modèle numérique programmé sous le logiciel Flac.

Cette validation est effectuée successivement en sol homogène, puis de manière systématique en sol hétérogène (par l'introduction de faiblesses localisées dans le massif de sol, puis par modélisation de la variabilité spatiale sous forme de champs aléatoires 2D). Il apparaît que le modèle analytique permet de représenter avec une précision satisfaisante l'impact des hétérogénéités de terrain sur la forme de la rupture et sur la pression limite d'effondrement.

Une étude probabiliste est ensuite menée à partir de réalisations de type Monte-Carlo de champs aléatoires 2D réalisées par une méthode d'expansion de Karhunen-Loeve. Il existe des méthodes probabilistes plus efficaces pour traiter les champs aléatoires (Méthode de type Subset Simulations, etc.), mais elles sont réservées aux cas où l'on est à la recherche d'un mode de défaillance bien précis. La méthode de Monte-Carlo présente l'avantage d'effectuer des tirages « en aveugle », et permet donc une exploration sans *a priori* de tous les phénomènes susceptibles d'apparaître dans un sol spatialement variable. Ces travaux sont effectués pour différentes échelles de fluctuation de l'angle de frottement, et font apparaître la possibilité de ruptures « multiples ». Ce phénomène émergent, qui ne peut pas être observé en sol homogène, met en lumière l'intérêt de la prise en compte de la variabilité spatiale du sol dans ce type d'étude.

---

## *A. Validation d'un mécanisme 2D d'analyse de stabilité d'un tunnel en sol purement frottant et spatialement variable*

---

### **1. Principes de l'étude**

Dans l'étude de la stabilité du front de taille d'un tunnel pressurisé, la prise en compte d'une variabilité spatiale du sol est susceptible d'apporter des précisions intéressantes en comparaison d'une simulation en sol homogène. D'un point de vue purement déterministe, il est souhaitable de connaître et de maîtriser les éventuels phénomènes provoqués par cette variabilité, et inexistantes en sol homogène. Par ailleurs, d'un point de vue probabiliste, il est également souhaitable d'évaluer l'impact d'une variabilité spatiale sur la distribution de probabilité de la pression limite d'effondrement. On fait dans ce cas-là appel à une modélisation de cette variabilité par l'intermédiaire de la théorie des champs aléatoires. Le coût calculatoire des modèles numériques les écarte immédiatement de ce genre d'étude probabiliste qui nécessite un nombre important d'appels. Un modèle à la fois précis quantitativement, capable de faire apparaître tous les mécanismes liés à la variabilité spatiale, avec un coût calculatoire réduit, s'avère donc nécessaire à cette étude.

Le modèle analytique M3 développé dans cette thèse est intéressant dans la mesure où l'homogénéité du sol ne fait pas partie de ses hypothèses, puisque la génération de la surface de glissement utilise les caractéristiques locales des caractéristiques de plasticité. Dans ce chapitre, un mécanisme d'étude de la stabilité d'un front de taille en sol spatialement variable en ce qui concerne l'angle de frottement interne est présenté et validé. Ce modèle est une simplification en deux dimensions du modèle M3. Une modélisation en deux dimensions représente

une simplification notable de la réalité des phénomènes, mais semble être une étape nécessaire avant une éventuelle modélisation 3D. Le sol est supposé purement frottant de type sable. Ce chapitre vise à définir et valider ce modèle en sol homogène et hétérogène, par comparaison avec un modèle numérique supposé fiable.

La figure 4.1 présente succinctement le cadre de cette étude. On se place dans le plan de symétrie du tunnel, défini par un repère  $(x, y)$  et on fait l'hypothèse de déformations planes. Le sol considéré est de poids volumique uniforme  $\gamma=18\text{kN/m}^3$  et de cohésion nulle. L'angle de frottement dépend des coordonnées  $(x, y)$  du point considéré, ce qui permet d'imaginer la possibilité de zones de faiblesse localisées ou de variations continues de  $\varphi$  dans le massif de sol. Le front de taille est soutenu par une pression de fluide uniforme  $\sigma_t$ , et la rupture par effondrement survient si cette pression est inférieure à la pression limite  $\sigma_c$ , qui est la variable de sortie du modèle proposé.

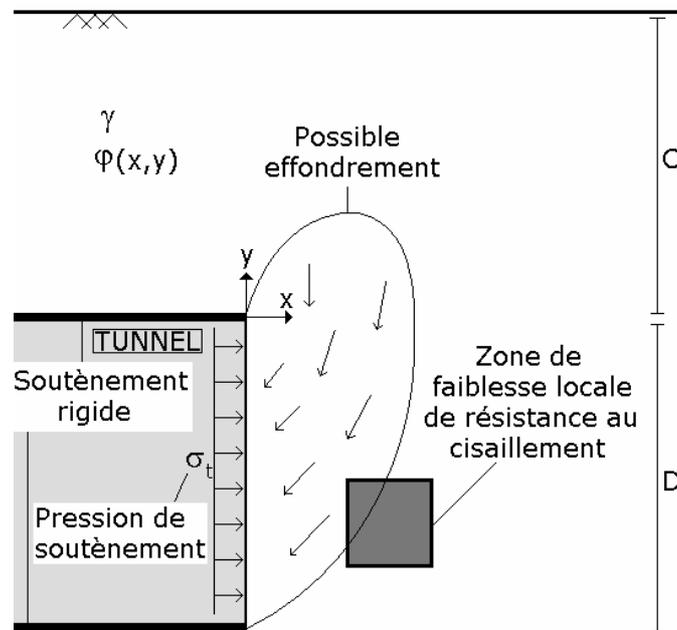


Figure 4.1 : Cadre de l'étude

## 2. Présentation du modèle analytique proposé

Le modèle proposé se situe dans le cadre du théorème cinématique de l'analyse limite, qui repose sur la définition *a priori* d'un champ de vitesse cinématiquement admissible décrivant l'instabilité. L'expérience prouve que, pour qu'un modèle cinématique fournisse de bons résultats quantitatifs, une condition

nécessaire est que le champ de vitesse choisi soit le plus proche possible du champ de vitesse réel d'un effondrement. C'est d'autant plus vrai lorsque l'on s'intéresse à un sol spatialement variable, car la localisation précise des surfaces de glissement décide de la zone de sol dans lequel les éventuelles ruptures par cisaillement pourraient avoir lieu.

Les études expérimentales en centrifugeuse (Chambon et Corté [1994]) ou en modèle réduit sous gravité réelle (Takano et al. [2006]) montrent que, dans le cas de l'effondrement du front de taille d'un tunnel, la rupture peut être modélisée par la rotation d'un unique bloc rigide, approximativement limité par des arcs de spirale logarithmique. Ceci est en bon accord avec la théorie de l'analyse limite, qui stipule qu'une rupture rotationnelle en sol frottant homogène conduit à des surfaces de glissement en spirale logarithmique. En sol hétérogène, néanmoins, l'utilisation de spirales logarithmiques définies analytiquement n'est plus possible, et aucun mécanisme analytique connu ne sait prendre en compte cette complexité. Ce manque est comblé par le mécanisme proposé, grâce à une technique de discrétisation spatiale des surfaces de glissement. Les hypothèses générales de ce modèle sont :

- un sol purement frottant muni d'une loi d'écoulement associée
- l'absence de débouchement du mécanisme en surface (soit  $C/D > 1$  pour les types de sol considérés
- une intersection du bloc en mouvement avec le front de taille au niveau de deux points A et B, comme représenté sur la figure 4.2. Ces deux points sont introduits pour prendre en compte la possibilité d'une rupture partielle du front.
- Une rupture par rotation d'un unique bloc autour d'un point O

Le mécanisme est décrit par quatre paramètres (figure 4.2) :  $R$  et  $\beta$  sont directement liés à la position du centre O de rotation du mécanisme, et  $H$  et  $R_m$  sont liés à la position des deux points A et B d'intersection du mécanisme avec le front. O' est le centre du front de taille. Dans un sol homogène, les deux paramètres  $H$  et  $R_m$  n'auraient pas de sens car une rupture partielle ne serait pas vraisemblable.

Le mécanisme doit être cinématiquement admissible, ce qui implique que la condition de normalité doit être respectée en tout point des surfaces de discontinuité, en tenant compte des variations spatiales de  $\varphi$ . Cette condition stipule que la surface de discontinuité doit faire un angle  $\varphi$  avec le champ de vitesse. Si l'angle de frottement varie dans l'espace, alors une surface de discontinuité au point  $(x, y)$  doit être définie de manière à faire un angle  $\varphi(x, y)$

avec le vecteur vitesse  $\vec{V}(x, y)$  au point considéré. Comme montré sur la figure 4.2, ceci implique que les deux surfaces de glissement issues de A et de B doivent être concaves vis-à-vis du point O, et se rencontrer en un point E qui est l'extrémité du mécanisme. Dans un sol homogène et frottant, la condition de normalité conduirait à un bloc rigide limité par deux arcs de spirales logarithmiques issues de A et B et se coupant en E. Un tel mécanisme, facile à définir analytiquement, ne permettrait pas de prendre en compte une variabilité spatiale de  $\phi$ .

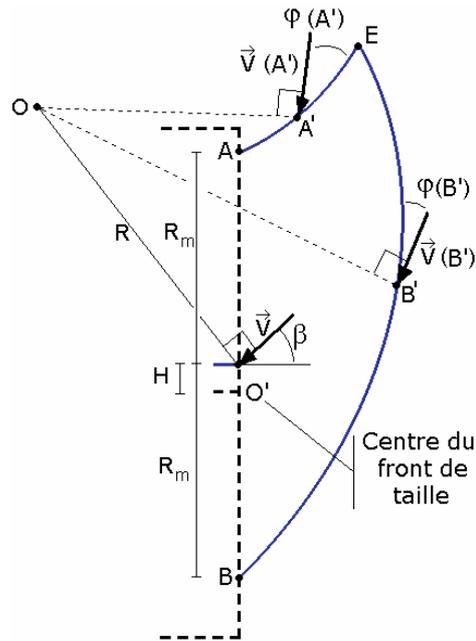


Figure 4.2 : Principe du mécanisme proposé

En présence d'un angle de frottement  $\phi(x, y)$  variable, on utilise une technique de discrétisation spatiale décrite sur la figure 4.3 pour les deux surfaces de glissement, en utilisant leur projection dans un plan  $(x, y)$ . Le processus de génération de ces « lignes de glissement » utilise un certain nombre de droites radiales au sein du plan  $(x, y)$ , qui se rencontrent au point O. Ces droites sont définies par un indice  $j$ , avec  $j=0$  correspondant à la première ligne OB. Cet ensemble de droites avec une origine O commune se termine à la droite OE, a priori inconnue.

L'angle  $\delta_\alpha$  entre deux droites radiales successives est un paramètre de discrétisation défini par l'utilisateur. Le mécanisme est divisé en deux secteurs. Comme décrit par la figure 4.3, le secteur 1 n'inclut que la ligne de glissement inférieure (issue de B), tandis que le secteur 2 inclut les deux lignes de glissement. Le processus de génération consiste à définir une collection de points appartenant aux deux lignes de glissement. Chaque point appartenant à la droite  $j+1$  est défini

à partir d'un point correspondant de la droite  $j$ . Ceci permet des générations successives de tous les points des deux lignes de glissement en partant de A et de B pour les lignes supérieure et inférieure respectivement.

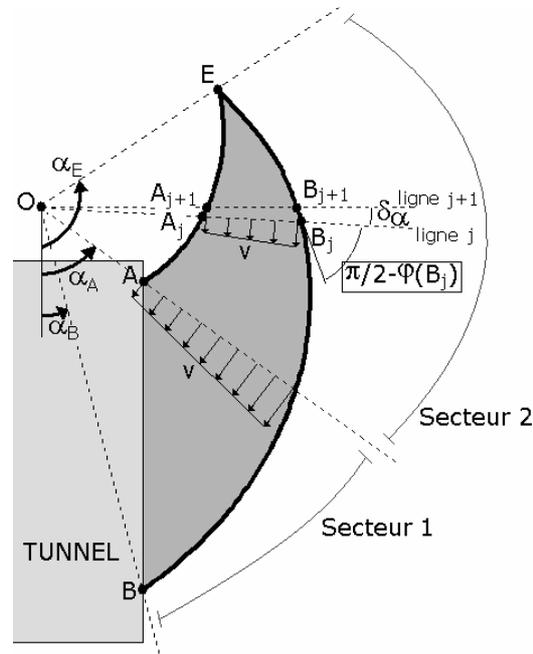


Figure 4.3 : Discretisation des surfaces de glissement

Par exemple, un point  $B_{j+1}$  peut être défini à partir du point  $B_j$  en utilisant les deux conditions suivantes :

- $B_{j+1}$  appartient à la droite  $j+1$
- Le segment rectiligne  $B_j B_{j+1}$  fait un angle  $\varphi(B_j)$  avec le vecteur vitesse  $\vec{v}(B_j)$  au point  $B_j$ . Ce vecteur vitesse est normal à la droite  $j$  puisque celle-ci passe par O.

On fait donc usage de la valeur locale de l'angle de frottement au point  $B_j$ . Par cette méthode, on peut générer l'ensemble des points  $B_j$  à partir de B et ce, jusqu'à la fin du secteur 1. Dans le secteur 2, la même méthode est utilisée pour générer les points  $A_{j+1}$  et  $B_{j+1}$  à partir des points  $A_j$  et  $B_j$  respectivement. Les lignes de glissement inférieure et supérieure sont ainsi générées jusqu'à ce qu'elles se rencontrent au point E. Si le sol était homogène, on pourrait s'attendre à ce que les points ainsi générés soient situés sur les spirales logarithmiques correspondantes. La figure 4.4 montre une comparaison entre ces deux approches pour deux valeurs du paramètre de discrétisation  $\delta_\alpha$ . Il apparaît que ce paramètre ne doit pas être supérieur à  $1^\circ$ , sinon l'approximation de la surface de glissement par une succession de segments se dégrade.

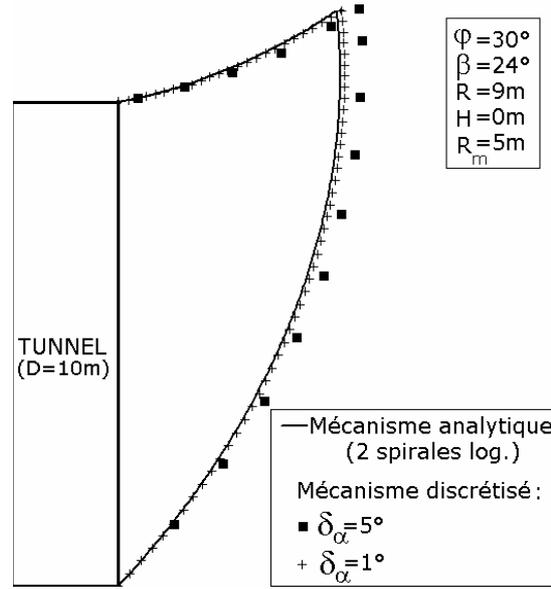


Figure 4.4 : Comparaison du mécanisme discrétisé avec un mécanisme analytique en spirales logarithmiques, pour deux valeurs du paramètre de discrétisation

La détermination de la pression limite d'effondrement correspondant à ce mécanisme s'effectue grâce à l'équation de bilan des puissances. Dans le cadre du théorème cinématique, celle-ci stipule que la puissance des forces extérieures appliquées au mécanisme est égale à la puissance totale dissipée dans le système. Les forces appliquées sont (i) le poids  $\gamma$  du sol composant le bloc en rotation, (ii) la pression  $\sigma_c$  d'effondrement appliquée au front, et (iii) une possible surcharge en surface si le mécanisme débouche (ce cas n'a pas été considéré dans cette étude). Puisque le bloc est rigide par hypothèse, la seule dissipation d'énergie du système a lieu au niveau des surfaces de glissement. Cette dissipation est proportionnelle à la cohésion  $c$ , et est donc nulle dans le cas présent d'un sol purement frottant. Finalement, l'équation de bilan des puissances s'écrit simplement :

$$\dot{W}_\gamma + \dot{W}_{\sigma_c} = 0 \quad (4.1)$$

Avec :

$$\dot{W}_{\sigma_c} = \iint_{\Sigma} \vec{\sigma}_c \cdot \vec{v} \cdot d\Sigma \quad (4.2)$$

$$\dot{W}_\gamma = \iiint_V \vec{\gamma} \cdot \vec{v} \cdot dV \quad (4.3)$$

Le calcul des expressions (4.2) et (4.3) s'effectue en discrétisant le volume  $V$  du bloc et la surface  $\Sigma$  du front de taille en volumes et surfaces élémentaires et par sommation des puissances élémentaires correspondantes. Ce calcul est détaillé dans la figure 4.5 et explicité comme suit : le mécanisme est d'abord divisé en « tranches » pseudo-radiales. Dans le secteur 1, ces tranches sont limitées par deux droites  $AB_j$  et  $AB_{j+1}$  successives, et dans le secteur 2 elles sont limitées par deux droites  $A_jB_j$  et  $A_{j+1}B_{j+1}$  successives. Chaque segment  $j$  (c'est-à-dire  $AB_j$  ou  $AB$  dans le secteur 1 et  $A_jB_j$  dans le secteur 2) est subdivisé en  $n_i$  segments d'égales longueurs. Par conséquent,  $n_i$  est le nombre de subdivisions d'une tranche, et  $n_j$  est le nombre de tranches.

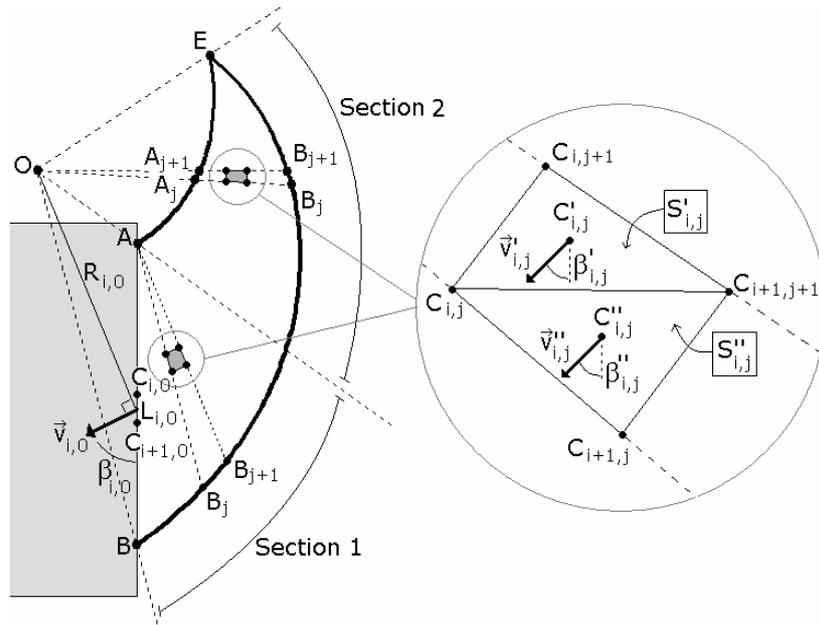


Figure 4.5 : Découpage du mécanisme en volumes et surfaces élémentaires

Tous les calculs de volumes et surfaces s'effectuent pour une profondeur unitaire du mécanisme selon l'axe  $z$  (perpendiculaire au plan du mécanisme). Pour le calcul de la puissance du poids d'un élément  $C_{i,j}C_{i+1,j}C_{i,j+1}C_{i+1,j+1}$  (figure 4.5), cet élément est divisé en deux triangles  $C_{i,j}C_{i+1,j}C_{i+1,j+1}$  et  $C_{i,j}C_{i,j+1}C_{i+1,j+1}$  de barycentres respectifs  $C'_{i,j}$  et  $C''_{i,j}$ . Par conséquent, les équations (4.2) et (4.3) peuvent être réécrites de manière discrète :

$$\dot{W}_{\sigma_c} = - \sum_{i=1}^{n_i} \sigma_c \cdot L_{i,0} \cdot \omega \cdot R_{i,0} \cdot \sin(\beta_{i,0}) \quad (4.4)$$

$$\dot{W}_{\gamma} = \sum_{j=1}^{n_j} \sum_{i=1}^{n_i} (\gamma \cdot S'_{i,j} \cdot \omega \cdot R'_{i,j} \cdot \cos(\beta'_{i,j}) + \gamma \cdot S''_{i,j} \cdot \omega \cdot R''_{i,j} \cdot \cos(\beta''_{i,j})) \quad (4.5)$$

Dans ces expressions,  $\omega$  est la vitesse angulaire du bloc en mouvement,  $L_{i,0}$  est la longueur d'un segment élémentaire  $C_{i,0}C_{i+1,0}$  du front de taille,  $R_{i,0}$  est la distance entre le milieu du segment  $C_{i,0}C_{i+1,0}$  et le point O,  $\beta_{i,0}$  est l'inclinaison du vecteur vitesse au milieu de ce même segment avec la verticale,  $S'_{i,j}$  est la surface du triangle  $C_{i,j}C_{i,j+1}C_{i+1,j+1}$ ,  $S''_{i,j}$  est la surface du triangle  $C_{i,j}C_{i+1,j}C_{i+1,j+1}$ ,  $R'_{i,j}$  est la distance entre  $C'_{i,j}$  et le point O,  $R''_{i,j}$  est la distance entre  $C''_{i,j}$  et le point O,  $\beta'_{i,j}$  est l'inclinaison du vecteur vitesse au point  $C'_{i,j}$  avec la verticale, et  $\beta''_{i,j}$  est l'inclinaison du vecteur vitesse au point  $C''_{i,j}$  avec la verticale. La résolution de l'équation (4.1) donne l'expression suivante pour la pression limite d'effondrement :

$$\sigma_c = \gamma \cdot D \cdot N_\gamma \quad (4.6)$$

Avec :

$$N_\gamma = \frac{\sum_{j=1}^{n_j} \sum_{i=1}^{n_i} (S'_{i,j} \cdot R'_{i,j} \cdot \cos(\beta'_{i,j}) + S''_{i,j} \cdot R''_{i,j} \cdot \cos(\beta''_{i,j}))}{D \cdot \sum_{i=0}^{n_i} L_{i,0} \cdot R_{i,0} \cdot \sin(\beta_{i,0})} \quad (4.7)$$

$N_\gamma$  est une grandeur adimensionnelle qui dépend de la forme du mécanisme (donc de la distribution spatiale de  $\varphi$ ), et des quatre paramètres géométriques le décrivant (figure 4.1). La pression limite fournie par l'équation (4.6) est une borne inférieure rigoureuse de la pression limite, car celle-ci est une charge résistante au mouvement et non une charge motrice. Le théorème cinématique (aussi appelé théorème de la borne supérieure) est donc capable de fournir une borne supérieure rigoureuse de la pression « motrice »  $-\sigma_c$ , soit une borne inférieure de  $\sigma_c$ . La meilleure borne que le mécanisme peut fournir est obtenue par maximisation de  $\sigma_c$  par rapport aux quatre paramètres géométriques.

En sol homogène, ce maximum est unique et la maximisation ne pose aucun problème à l'aide des outils d'optimisation courants disponibles dans les logiciels de calcul tels que matlab. Ceci n'est plus possible en sol hétérogène, du fait de la possible existence de maximums locaux.

A titre d'exemple, les figures 4.6 et 4.7 présentent dans leur partie de gauche les surfaces de réponse correspondant à deux réalisations d'un champ aléatoire de l'angle de frottement  $\varphi$ . Ces surfaces de réponse sont tracées pour un tunnel de diamètre  $D=10m$ , sous la forme de lignes d'égale valeur de  $\sigma_c$  dans le plan des paramètres  $(R, \beta)$ , et pour des paramètres  $R_m$  et  $H$  pris égaux à 5m et 0m respectivement (soit une rupture globale du front de taille). Dans ces graphiques, deux traits pleins sont séparés de 1kPa et deux traits pointillés sont séparés de 0.05kPa. Sur la partie droite des figures 4.6 et 4.7 sont représentés les mécanismes de ruine correspondants aux maximums globaux et locaux obtenus sur les surfaces

de réponse. Il apparaît clairement que plusieurs maximums sont susceptibles d'apparaître pour une réalisation donnée d'un champ aléatoire, ce qui rend impossible l'utilisation d'un algorithme d'optimisation classique.

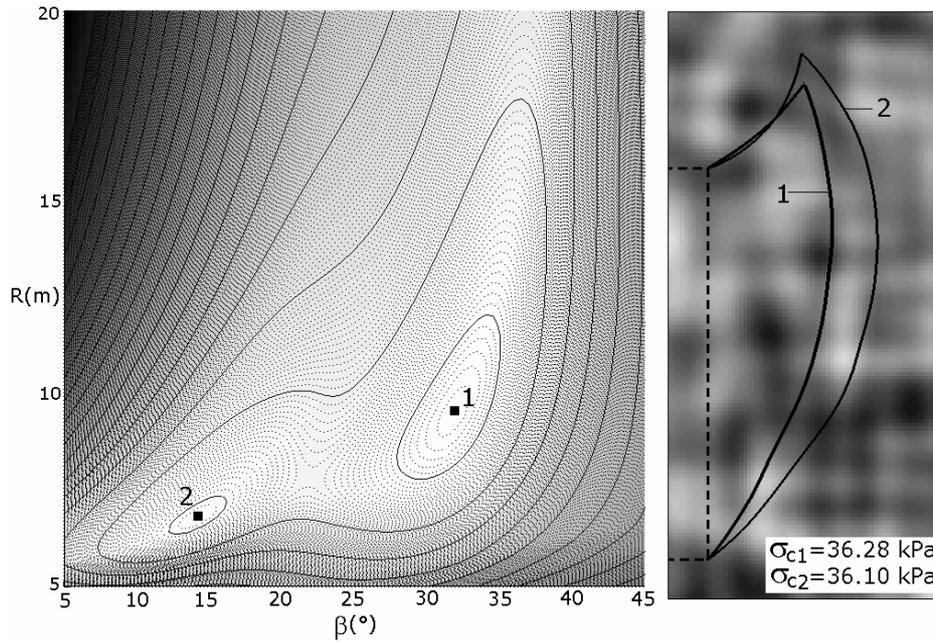


Figure 4.6 : Surface de réponse et mécanismes critiques pour une réalisation du champ  $\varphi(x, y)$

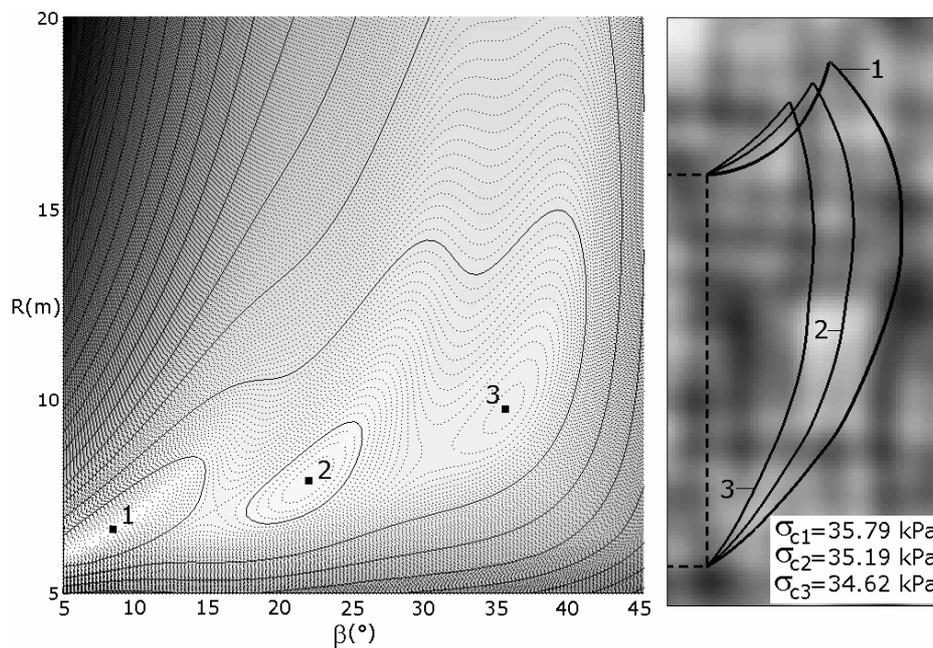


Figure 4.7 : Surface de réponse et mécanismes critiques pour une réalisation du champ  $\varphi(x, y)$

Pour obtenir le maximum global, une recherche exhaustive sur tout l'espace des quatre paramètres est effectuée. Le processus d'optimisation est réalisé en deux étapes. Premièrement, une approximation grossière sous forme de quadrillage systématique est effectuée avec les paramètres suivants :  $15^\circ \leq \beta \leq 60^\circ$  (pas:  $2.5^\circ$ );  $3m \leq R \leq 20m$  (pas: 1m);  $-1.5m \leq H \leq 1.5m$  (pas: 0.5m);  $3.5m \leq R_m \leq 5m$  (pas: 0.5m). La pression limite d'effondrement est calculée pour toutes les combinaisons des quatre paramètres, et la valeur maximale obtenue sur ce quadrillage est conservée.

Celle-ci est utilisée dans un second temps comme point de départ pour une optimisation plus classique par les algorithmes traditionnels codés dans matlab. Cette méthode permet de s'assurer que le maximum global est obtenu avec précision. Les deux étapes de cette méthode d'optimisation requièrent environ 4000 appels au modèle, pour un temps de calcul total voisin de 3 minutes. Il est envisageable d'appliquer des techniques d'optimisation plus sophistiquées et plus efficaces, telles que des algorithmes génétiques ou des stratégies d'évolution par exemple.

### 3. Présentation du modèle numérique de référence

La validation du mécanisme proposé qui sera effectuée dans les sections suivantes s'effectue par comparaison qualitative et quantitative avec un modèle numérique réputé fiable. Il s'agit d'un modèle de calcul de la pression d'effondrement du front de taille en deux dimensions, codé sous le logiciel commercial Flac<sup>3D</sup>, et présenté sur la figure 4.8. Un des paramètres clés de ce logiciel est le ratio de force non équilibrée. Il est défini à chaque pas de calcul (représentant un pseudo pas de temps), comme le rapport entre la force non équilibrée moyenne sur tous les nœuds du maillage à la force moyenne appliquée sur ces mêmes nœuds.

Après un certain nombre de pas, le système peut être considéré comme stable (c'est-à-dire à l'état d'équilibre statique) ou instable (c'est-à-dire à l'état d'écoulement plastique permanent). La documentation de Flac<sup>3D</sup> préconise de considérer comme stable tout système dont le ratio est inférieur à  $10^{-5}$ , mais les études réalisées dans cette thèse sur le modèle N2 ont montré que ce niveau de ratio n'était pas suffisant pour une bonne discrimination entre un état stable et instable.

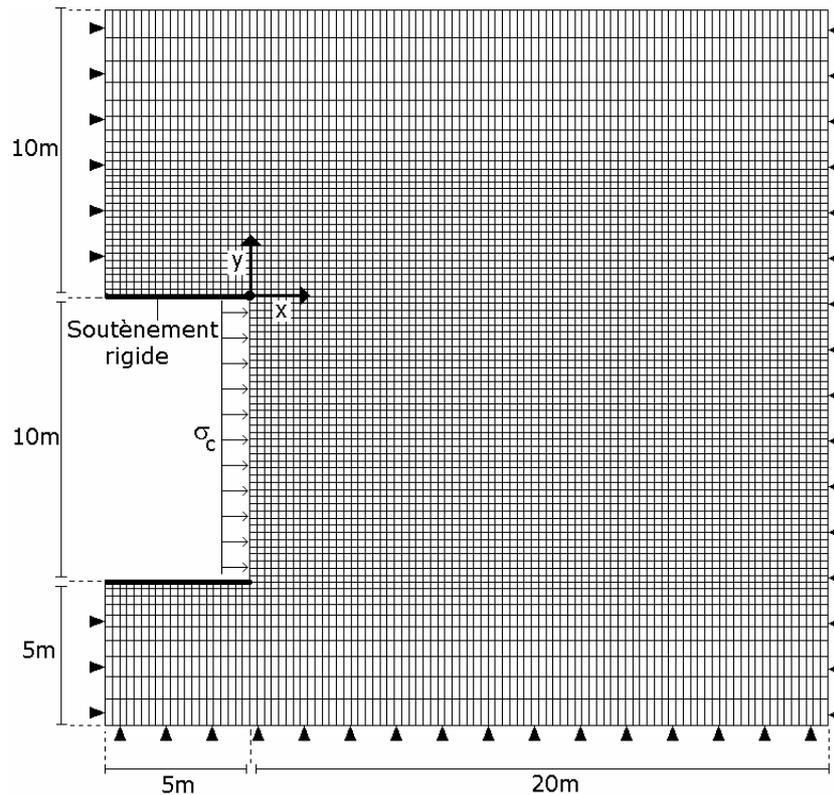


Figure 4.8 : Modèle Flac<sup>3D</sup> de référence

Dans le modèle numérique utilisé, les limites verticales et la limite inférieure sont fixées dans la direction normale. Des calculs numériques non détaillés ici ont montré que cette hypothèse conduisait aux mêmes résultats que celle consistant à bloquer entièrement les nœuds de ces limites. Les dimensions générales sont 25m×25m. Elles ont été adoptées pour s'assurer que les conditions aux limites n'affectaient pas les résultats numériques. Le modèle est composé de 7800 « zones » (il s'agit de la terminologie Flac pour un élément discrétisé), et approximativement 16000 nœuds. Le front de taille, haut de 10 mètres, est divisé en 40 zones. On applique au sol un modèle de comportement élastique parfaitement plastique de type Mohr-Coulomb avec les propriétés élastiques  $E=240\text{MPa}$  et  $\nu=0.22$ . Ces propriétés n'ont pas d'impact sur la stabilité du massif. C'est la raison pour laquelle une valeur très élevée de  $E$  a été choisie, de manière à accélérer les calculs. Les soutènements inférieur et supérieur du tunnel sont représentés par des éléments de structure élastique avec  $E=15\text{GPa}$  et  $\nu=0.2$ . Ces éléments sont connectés au sol environnant par des éléments d'interface munis d'une loi de frottement de Coulomb (sans cohésion et avec un angle de frottement égal aux deux tiers de celui du sol). Une rigidité normale  $K_n = 10^{11} \text{ Pa/m}$  et une rigidité tangentielle  $K_s = 10^{11} \text{ Pa/m}$  sont assignés à cette interface. Ces valeurs sont fonctions de la rigidité des éléments voisins (FLAC<sup>3D</sup> [1993]), et n'ont pas d'impact sur la stabilité du système.

Lors de la rupture, la forme de la déformation du front de taille est *a priori* inconnue, ce qui écarte d'emblée tout pilotage en déformation. Un pilotage en force, bien que plus coûteux en temps de calcul, s'impose donc. L'approche adoptée est identique à celle utilisée par le modèle N2, c'est-à-dire que l'on procède à un encadrement de la pression limite d'effondrement par essais successifs en suivant une procédure de dichotomie. Cette méthode est codée en FISH (le langage de programmation interne de FLAC<sup>3D</sup>) et fournit un encadrement de la pression limite de 0.1kPa de largeur. Le système sera considéré comme stable pour une pression donnée si le ratio descend en dessous de  $10^{-7}$  avant le 40000ème pas de calcul (ces chiffres résultent d'un travail d'optimisation qui n'est pas détaillé ici).

#### 4. Validation du modèle analytique en sol homogène

La comparaison entre le modèle proposé et le modèle numérique de référence est effectuée en sol purement frottant et homogène, sur l'ensemble des valeurs de l'angle de frottement usuelles pour les sables (de  $30^\circ$  à  $45^\circ$ ), en considérant un tunnel de diamètre  $D=10\text{m}$ , de couverture  $C=10\text{m}$ , et un sol de poids volumique  $\gamma=18\text{kN/m}^3$ . Deux cas sont étudiés : le premier considère un sol muni d'une loi d'écoulement associée ( $\psi=\varphi$ ), et le deuxième considère un sol non dilatant ( $\psi=0$ ). Il est supposé que le comportement rhéologique d'un sable se situe quelque part entre ces deux cas limites. Il est bien connu que les modèles numériques sont largement capables de prendre en compte les sols non dilatants (De Borst [1988], Loukidis et Salgado [2009] parmi d'autres).

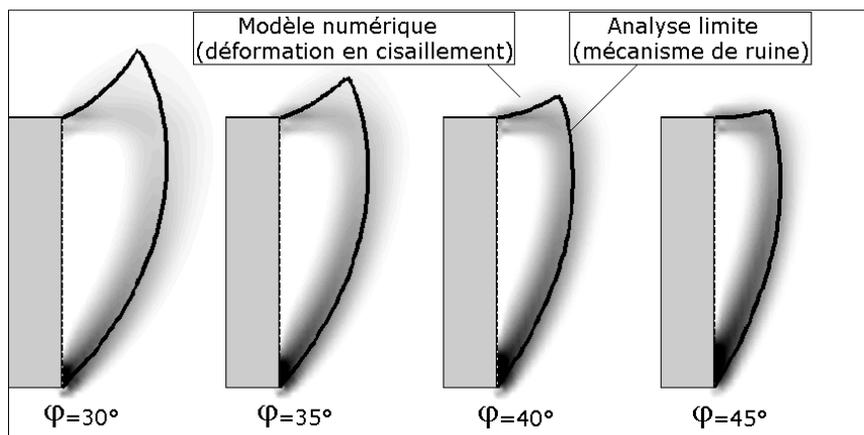


Figure 4.9 : Mécanismes d'effondrement (modèle analytique) et déformations en cisaillement (modèle numérique) pour différents sables homogènes

Les figures 4.9 et 4.10 fournissent les résultats en termes de mécanisme de rupture et de pression limite d'effondrement respectivement. Le paramètre de discrétisation utilisé est  $\delta_\alpha=1^\circ$ . Le temps de calcul est d'approximativement 3 minutes pour le modèle analytique et 120 minutes pour le modèle numérique. Ceci illustre le potentiel du mécanisme proposé dans l'optique de calculs stochastiques.

La figure 4.9 présente les mécanismes d'effondrement critiques correspondant à plusieurs sols purement frottants. On obtient une correspondance intéressante entre les lignes de glissement (traits pleins noirs) de ces mécanismes et les distributions de déformations en cisaillement (dégradés de gris) fournies par le modèle numérique pour les mêmes sols. La figure 4.10 présente les valeurs de  $\sigma_c$  fournies par analyse limite et par le modèle numérique dans les deux cas ( $\psi=\varphi$  et  $\psi=0$ ) en fonction de  $\varphi$ . Cette figure fait donc apparaître l'impact de la dilatance sur la pression d'effondrement. L'hypothèse d'une loi associée réduit la pression limite de 8% pour  $\varphi=30^\circ$ , et de 21% pour  $\varphi=45^\circ$ . Le cas  $\psi=0$  ne doit pas être considéré comme un cas réel mais comme un cas limite, car une dilatance faible mais non nulle est susceptible d'exister. La courbe analytique donne de bons résultats dans les tendances, mais une anomalie apparaît. L'approche cinématique est connue pour fournir une borne inférieure rigoureuse de la pression limite d'effondrement pour le cas d'un sol associé. Pourtant, on observe que le mécanisme proposé fournit des valeurs de  $\sigma_c$  supérieures aux résultats numériques en sol associé.

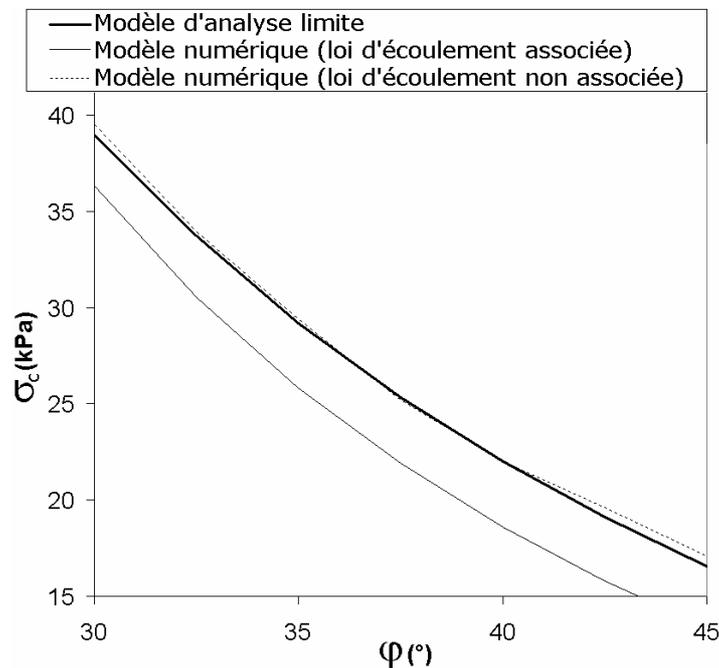


Figure 4.10 : Résultats numériques en sol homogène

Une explication possible de cette observation paradoxale est le manque de finesse du maillage utilisé. Les distributions de déformations en cisaillement fournies par le modèle numérique et présentées en figure 4.9 apparaissent relativement « étalées » en comparaison du mécanisme qui fait l'hypothèse d'une nette discontinuité de vitesse sur les lignes de glissement. Les résultats expérimentaux de Chambon et Corté [1994] et Takano et al. [2006] penchent plutôt en faveur de ce type de rupture. On peut donc considérer que la discontinuité de vitesse utilisée par le modèle d'analyse limite reflète mieux la réalité du phénomène physique de rupture dans les sols frottants, et que la large zone de cisaillement fournie par le modèle FLAC<sup>3D</sup> n'est qu'un artefact provoqué par la simulation numérique. La cause la plus probable de cet « étalement » du cisaillement est le manque de finesse du maillage, puisque celui-ci gouverne les gradients de vitesse apparaissant dans le sol.

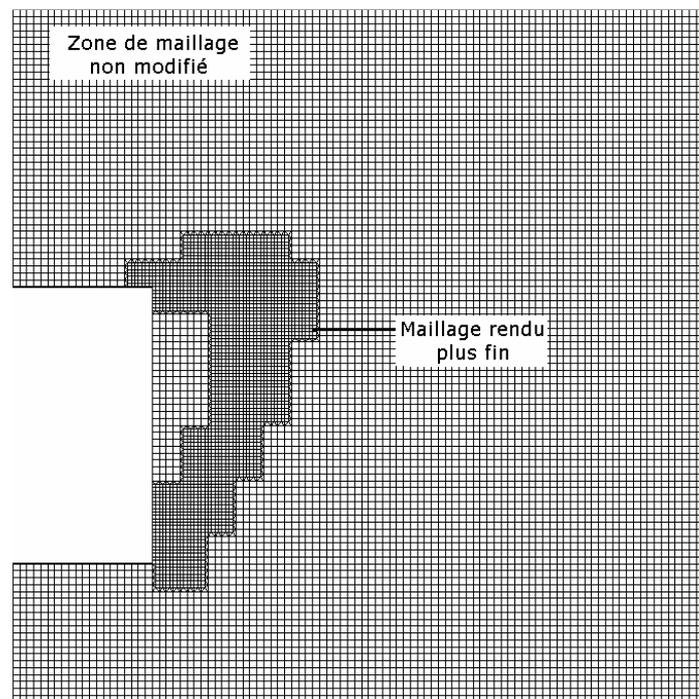


Figure 4.11 : Exemple de remaillage des zones de cisaillement

Cette hypothèse est investiguée par l'intermédiaire d'un certain nombre de simulations réalisées avec un maillage modifié. Le remaillage est effectué de manière à couvrir toutes les zones du modèle dans lesquelles un fort gradient de vitesse est attendu, c'est-à-dire autour des lignes de glissement fournies par le modèle analytique. Ceci est illustré sur les figures 4.11 et 4.12. Plusieurs maillages de densités progressives sont testés. Le maillage dit « standard » correspond à celui du modèle initial, et sa finesse dans les zones de cisaillement est multipliée successivement par 2, 4, 8, et 16 (non représenté sur les figures).

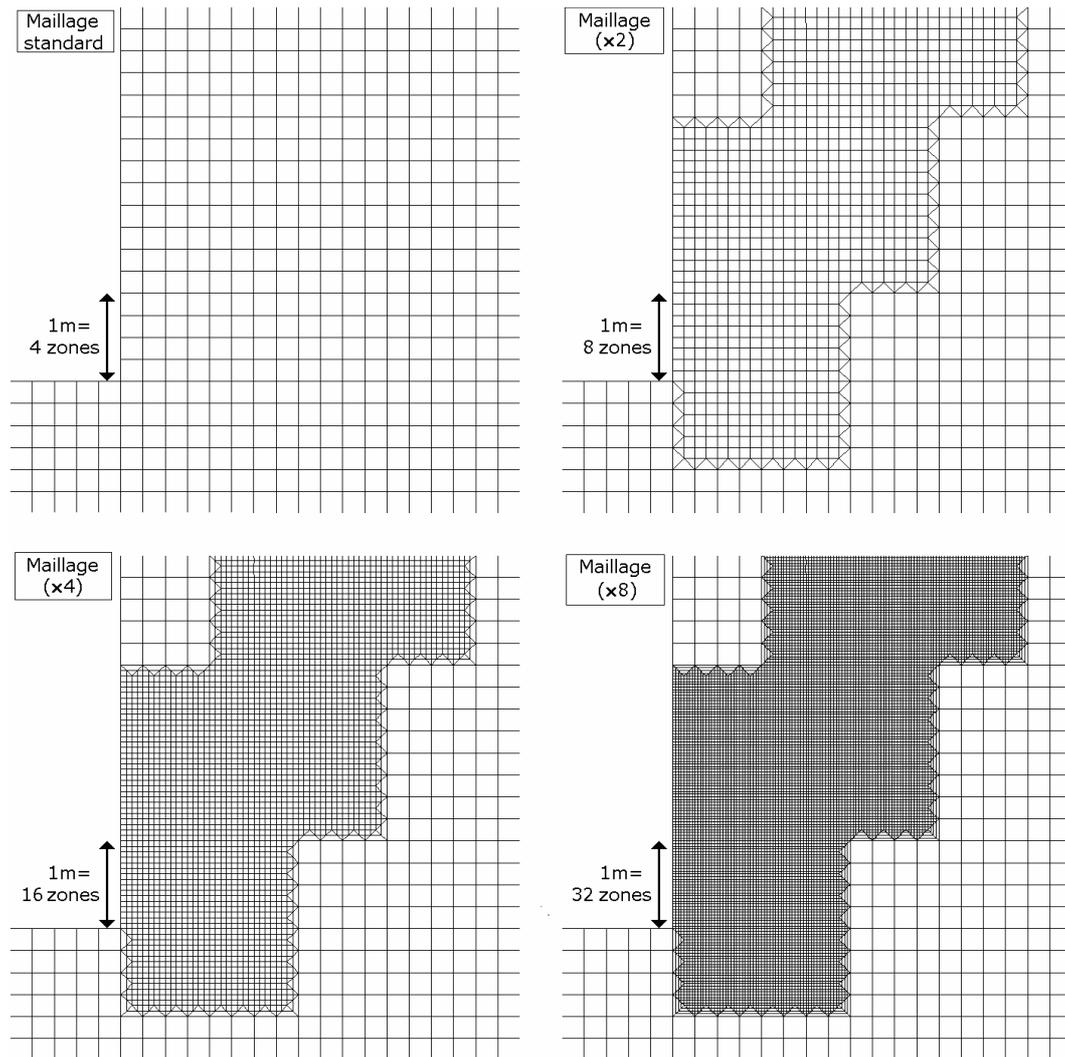


Figure 4.12 : Allure du remaillage en pied de tunnel, pour différentes densités

La pression limite d’effondrement est calculée pour chacun de ces maillages et pour deux valeurs différentes de l’angle de frottement ( $\varphi=30^\circ$  et  $\varphi=40^\circ$ ). La figure 4.13 présente les résultats numériques de cette étude, et fait clairement apparaître qu’un maillage plus fin dans les zones de haut gradient de vitesse augmente la valeur de la pression limite d’effondrement, et la rend plus cohérente avec les résultats du modèle analytique. Il est néanmoins nécessaire d’augmenter significativement la finesse (facteur 8 ou 16) pour corriger l’anomalie observée.

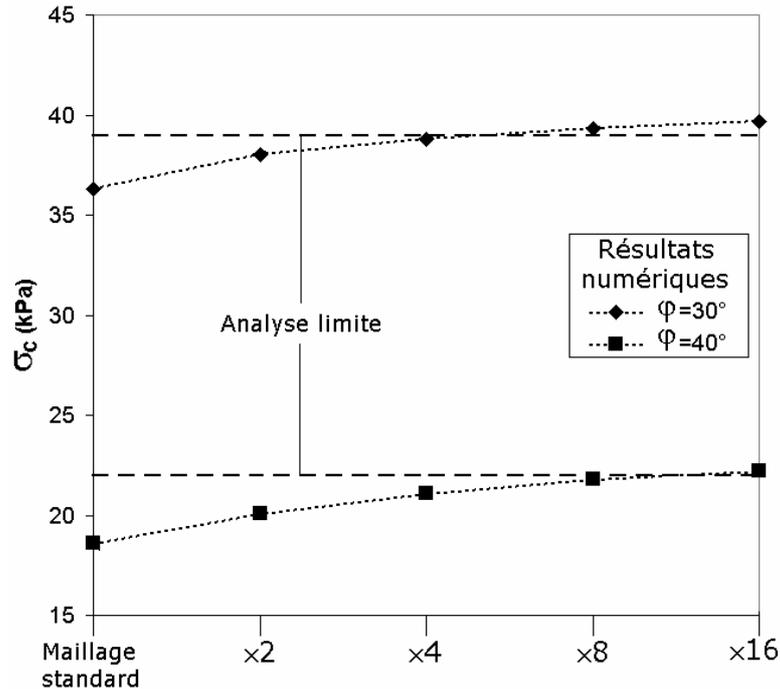


Figure 4.13 : Impact de la finesse du maillage dans les zones de cisaillement sur  $\sigma_c$

L'utilisation d'un maillage plus fin a également pour avantage de resserrer sensiblement la zone des déformations en cisaillement, comme le prouve la figure 4.14. Celle-ci présente les distributions de ces déformations en fonction du facteur de remaillage pour  $\phi=30^\circ$ . Une discontinuité de vitesse n'est bien entendu pas attendue même pour un maillage extrêmement fin, puisque ce concept n'existe pas dans le cadre d'une simulation en milieu continu.

Néanmoins, la réduction de la largeur de la zone de cisaillement induite par le remaillage augmente le gradient de vitesse dans cette zone et le rapproche du gradient infini postulé par le modèle analytique en surface de glissement. Ceci est en bon accord avec les observations de De Borst [1988], qui avait déjà démontré en simulant numériquement un essai de compression biaxiale que la largeur de la bande de cisaillement était étroitement liée à la finesse du maillage.

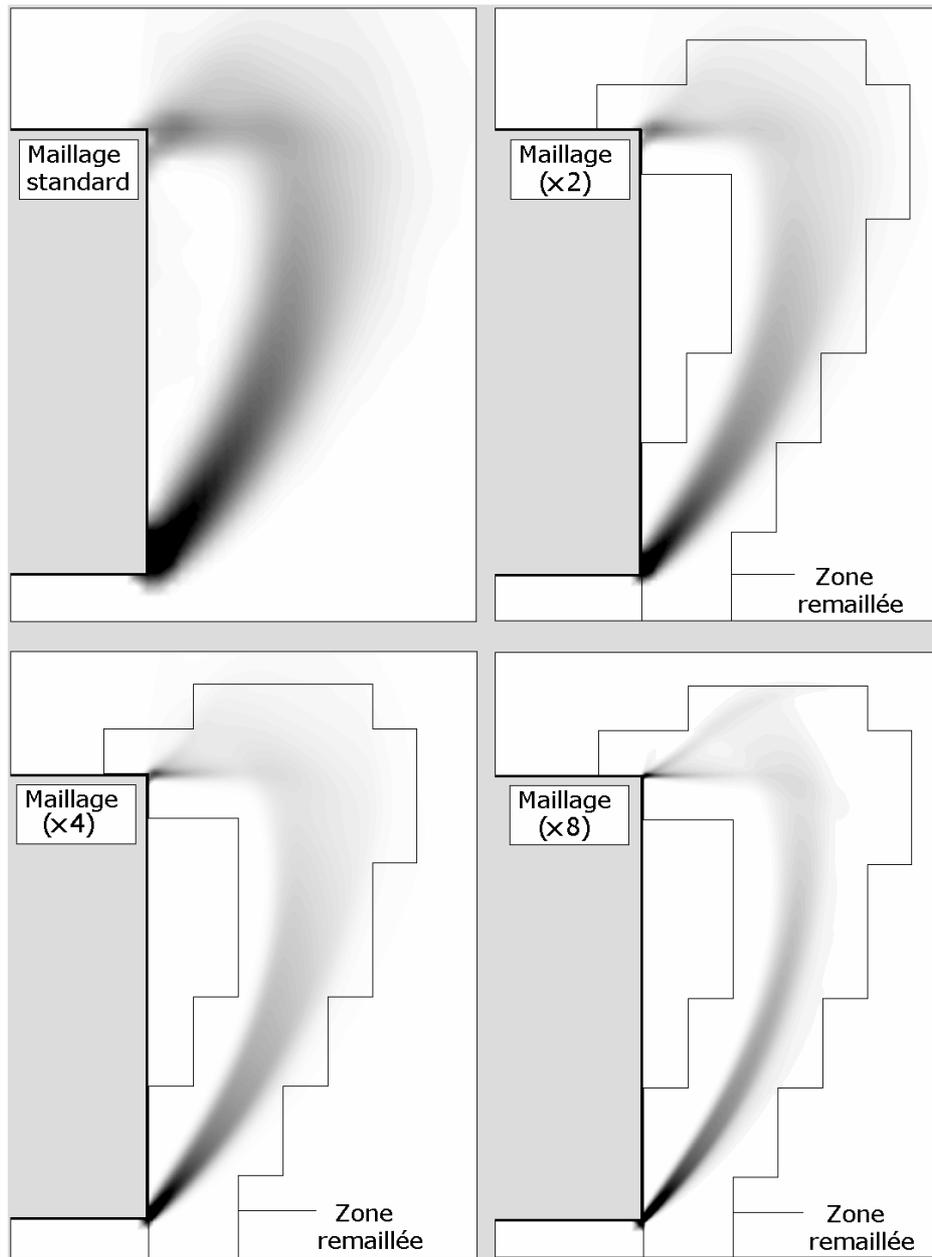


Figure 4.14 : Impact du remaillage sur la distribution des déformations en cisaillement

Le modèle numérique utilisant un facteur de remaillage égal à 8 semble être suffisant pour estimer correctement la pression limite d’effondrement et le mécanisme de ruine. Cette amélioration a néanmoins un coût, puisque le temps de calcul de ce modèle est 30 fois supérieur à celui du modèle muni du maillage standard. Ce temps de calcul d’environ 60 heures limite sensiblement l’intérêt pratique d’un tel modèle. Pour cette raison, deux maillages différents seront utilisés dans la suite de cette étude :

- Lorsque l'on a besoin d'un nombre important de simulations, le maillage standard sera utilisé pour valider le modèle analytique en sol hétérogène car il reproduit les tendances qualitatives de manière satisfaisante.
- Si l'on a besoin de résultats plus précis, par exemple en ce qui concerne la forme de la rupture et la localisation précise des zones de cisaillement, un remaillage de facteur 8 est utilisé, la zone remaillée étant ajustée de manière à couvrir la zone de cisaillement attendue.

Dans la suite de cette étude, des faiblesses locales sont introduites dans le massif de sol et on cherche à évaluer leur impact sur  $\sigma_c$ . Puisque la valeur de pression fournie en sol homogène par le maillage standard n'est guère digne de confiance, on présente les résultats de ce modèle par la valeur de l'augmentation relative de  $\sigma_c$  provoquée par ces faiblesses locales par rapport à sa valeur en sol homogène. Ceci permet d'effectuer une comparaison valable entre le modèle numérique et le modèle analytique même si les valeurs de pression qu'ils fournissent en sol homogène diffèrent.

## 5. Validation du modèle analytique en sol hétérogène

Le mécanisme proposé a fait ses preuves dans un sable homogène, autant du point de vue qualitatif que quantitatif, mais de plus amples vérifications sont nécessaires pour le valider en présence d'un sol hétérogène. Deux niveaux de complexité sont utilisés pour cette validation. Dans un premier temps, des zones de faiblesse locale de l'angle de frottement sont introduites artificiellement et de manière systématique dans le massif de sol afin de s'assurer que le mécanisme est capable de prendre en compte les modifications induites par une variation locale de  $\varphi$  quelle que soit sa position. Cette faiblesse peut avoir différentes positions, tailles et formes. Le modèle numérique sert de référence. Dans un deuxième temps, la variation spatiale de  $\varphi$  est modélisée plus finement par un champ aléatoire.

### a. Introduction artificielle de faiblesses locales

Pour une simulation donnée, on considère une surface fermée du massif de sol sous la forme d'un carré que l'on nommera par convention « pixel faible ». A l'intérieur de ce pixel, la valeur de l'angle de frottement est réduite d'un facteur donné, tandis qu'à l'extérieur elle reste uniforme et inchangée. Plusieurs positions, formes et tailles de pixels sont testés, et pour chacun d'eux la pression

limite et le mécanisme d'effondrement sont déterminés. Cette opération est effectuée avec le modèle analytique proposé, le modèle numérique en sol associé ( $\psi=\phi$ ), et le modèle numérique en sol non dilatant ( $\psi=0$ ).

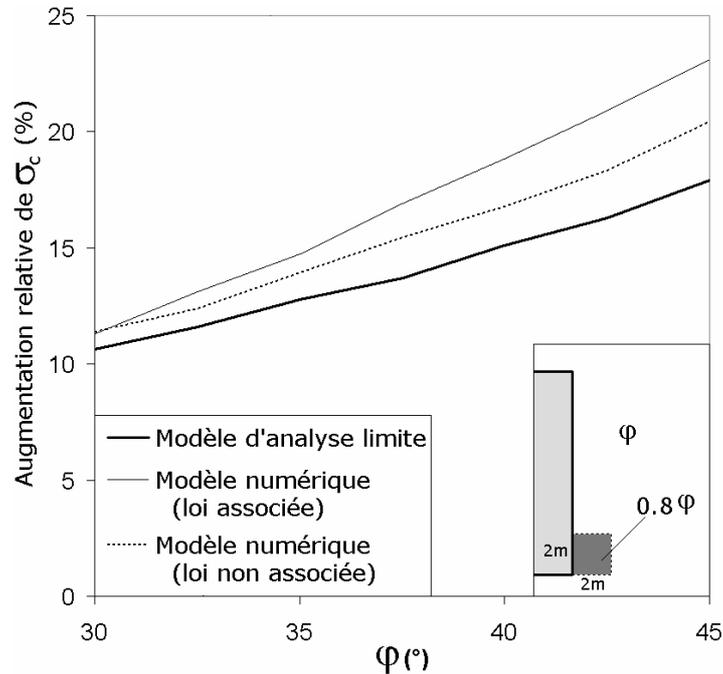


Figure 4.15 : Influence d'un pixel faible en pied de tunnel, en fonction de  $\phi$

La figure 4.15 présente l'augmentation de  $\sigma_c$  provoquée par la réduction de  $\phi$  de 20% dans un pixel carré de 2 mètres de côté en pied de tunnel. Cette augmentation est tracée en fonction de la valeur initiale de  $\phi$ , pour le modèle analytique et le modèle numérique (maillage standard). Comme expliqué plus haut, les résultats sont exprimés en pourcentage d'augmentation de  $\sigma_c$  car ceci permet d'évacuer l'erreur sur  $\sigma_c$  provoquée par le manque de finesse du maillage. L'angle de frottement initial (c'est-à-dire celui fixé à l'extérieur du pixel) couvre l'intervalle usuel des valeurs de  $\phi$  pour un sable.

On observe une correspondance satisfaisante entre les modèles analytique et numériques, à la fois pour un sol associé et non dilatant. On remarque d'ailleurs que les deux courbes issues du modèle numérique sont assez semblables, ce qui tendrait à prouver que la dilatance du sol n'a que peu d'impact sur l'augmentation de  $\sigma_c$  provoquée par cette faiblesse locale.

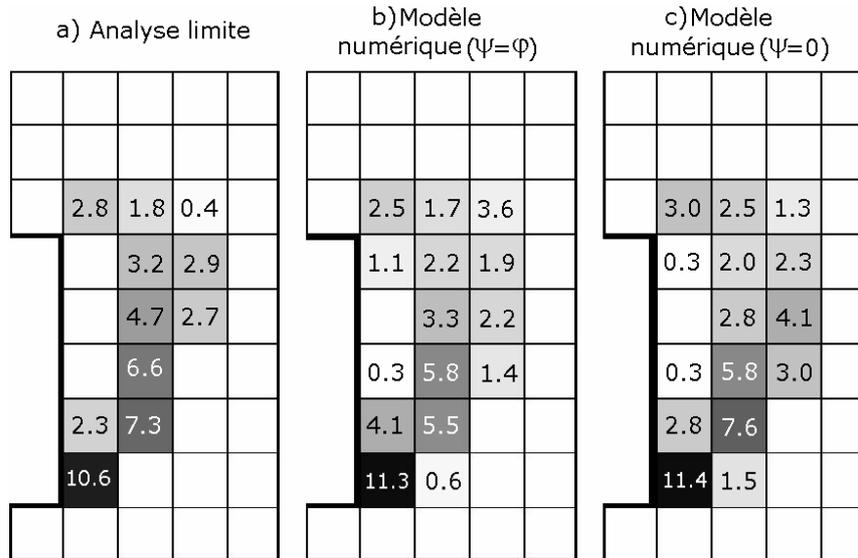


Figure 4.16 : Pourcentage d'augmentation de  $\sigma_c$  due à la réduction de  $\varphi$  de 20% à l'intérieur d'un pixel de 2m\*2m, en fonction de la position de ce pixel

La figure 4.16 montre une étude plus systématique. Un angle de frottement initial de  $30^\circ$  est considéré, et cette valeur est réduite de 20% (soit  $24^\circ$ ) à l'intérieur d'un pixel de 2 mètres de côté dont la position par rapport au front de taille est variable. Toutes les positions autour du front sont testées, et l'augmentation de  $\sigma_c$  pour chacun des cas est évaluée par le modèle analytique et par le modèle numérique (maillage standard, en sol associé ou non dilatant). Ces résultats sont représentés sur la figure 4.16. Dans chaque pixel est reporté le pourcentage d'augmentation de  $\sigma_c$  dû à la réduction de  $\varphi$  dans ce pixel. Ce pourcentage est aussi représenté en niveaux de gris pour plus de clarté (un pixel vide signifie qu'une faiblesse à cet endroit n'a aucun impact sur la stabilité). Cette figure présente en quelque sorte une cartographie des zones plus ou moins critiques vis-à-vis d'une faiblesse locale.

Les trois modèles donnent des résultats très voisins, ce qui tend à prouver (i) que le modèle analytique représente correctement l'impact d'une faiblesse locale, et (ii) que la dilataance n'a que peu d'effet sur l'impact relatif d'une faiblesse locale. Les résultats montrent également qu'une réduction de  $\varphi$  au pied du front de taille a un impact déterminant sur la stabilité de l'ensemble du front, et qu'une réduction de  $\varphi$  au dessus de la clé a un impact, mais de manière plus réduite. Les parties centrales du front de taille ont en revanche un impact manifestement négligeable sur la stabilité d'ensemble. Le pied du front de taille doit donc être considéré comme une zone critique pour la stabilité.

Les figures 4.17a et 4.17b s'intéressent également à l'impact de la position d'une faiblesse locale à la différence près que cette fois-ci la valeur de  $\varphi$  est réduite de 20% à l'intérieur de bandes de 2m de large, au lieu de pixels carrés. La

figure 4.17a s'intéresse à une bande horizontale, tandis que la figure 4.17b s'intéresse à une bande verticale. A première vue, une bande verticale de faiblesse de l'angle de frottement semble très improbable dans un sol réel, contrairement à une faiblesse horizontale. Celle-ci semble plus compatible avec l'histoire géologique d'un sol. Néanmoins, le cas d'une bande verticale de faiblesse est étudiée car ce type de faiblesse est susceptible d'avoir un impact plus important sur la stabilité, compte tenu du fait que les lignes de glissement du mécanisme étudié sont essentiellement verticales. Ce type de faiblesse peut apparaître à la suite de mouvements tectoniques du sol (plissements, failles...) conduisant à une rotation de la stratification horizontale. Il peut également s'agir de l'alignement fortuit sur un même axe vertical de plusieurs faiblesses ponctuelles.

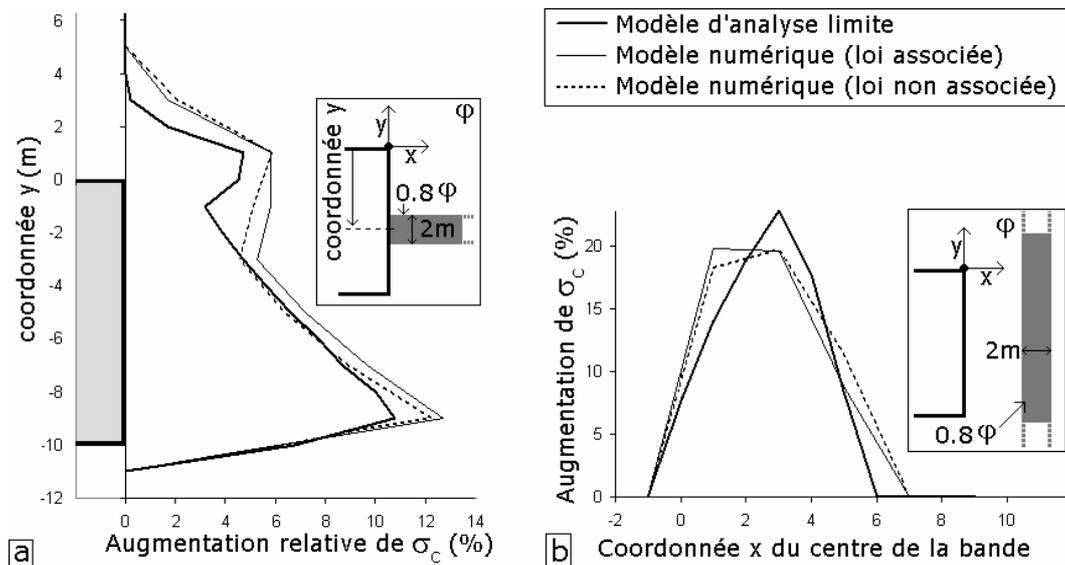


Figure 4.17 : a. Pourcentage d'augmentation de  $\sigma_c$  due à la réduction de  $\phi$  dans une bande horizontale, en fonction de l'ordonnée  $y$  de cette bande ; b. Pourcentage d'augmentation de  $\sigma_c$  due à la réduction de  $\phi$  dans une bande verticale, en fonction de l'abscisse  $x$  de cette bande

Pour les figures 4.17a et 4.17b, la position de la bande de faiblesse vis-à-vis du front de taille est investiguée. Les résultats fournis par le modèle analytique et par le modèle numérique (maillage standard, sol associé ou non dilatant) sont très semblables. Pour une bande horizontale, la zone la plus critique est le pied du tunnel (10 à 12% d'augmentation de  $\sigma_c$ ), ainsi que la clé dans une moindre mesure. Pour une bande verticale, on observe que le cas le plus critique correspond à une bande située 2 à 4m en avant du front (soit à une distance de  $0.2D$  à  $0.4D$ ). Une réduction de  $\phi$  de 20% dans cette zone augmente  $\sigma_c$  de plus de 20%.

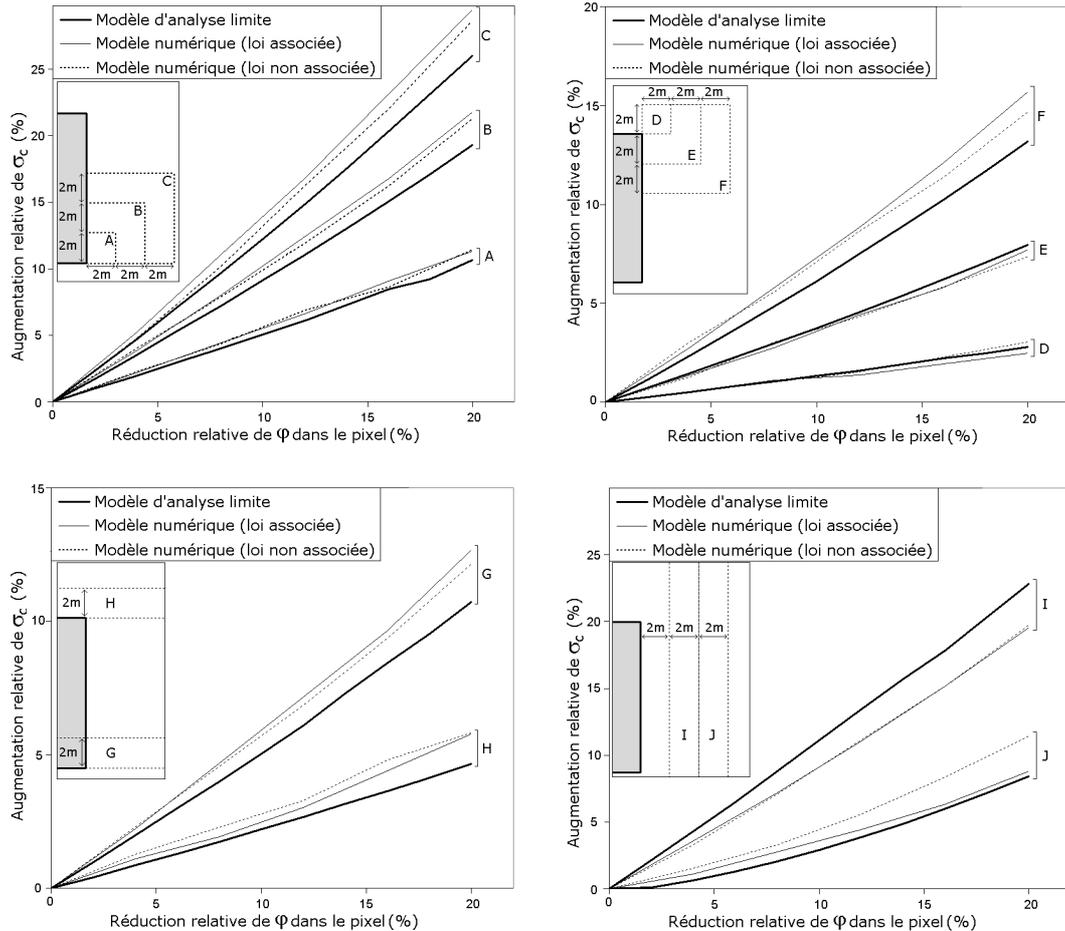


Figure 4.18 : Pourcentage d'augmentation de  $\sigma_c$  en fonction du pourcentage de réduction locale de  $\varphi$  à l'intérieur de pixels de positions, tailles, et formes variables

La figure 4.18 vise à investiguer comment l'augmentation de  $\sigma_c$  due à une réduction locale de  $\varphi$  est affectée par la valeur (en %) de cette réduction locale. La valeur initiale de  $\varphi$  est de  $30^\circ$ , et cette valeur est réduite d'un pourcentage variable (de 0% à 20%) à l'intérieur de plusieurs pixels de formes, tailles et positions variables. Dix zones de faiblesses différentes sont investiguées. Les zones A, B, et C sont des pixels carrés de côté 2m, 4m, et 6m respectivement, situés en pied de tunnel. Les zones D, E, et F sont des zones comparables mais situées à la clé. Les zones G et H sont des bandes horizontales de 2m de large situées en pied et à la clé, tandis que les zones I et J sont des bandes verticales de 2m de large situées en avant du front.

Pour ces 10 zones de faiblesse locales, les courbes d'augmentation de  $\sigma_c$  en fonction de la réduction locale de  $\varphi$  sont tracées à l'aide du modèle analytique et du modèle numérique (maillage standard, sol associé ou non dilatant). Une excellente correspondance entre les résultats analytiques et numériques peut être observée. Pour tous ces types de faiblesse, l'augmentation relative de  $\sigma_c$  peut en

première approximation être considérée comme proportionnelle au pourcentage de réduction locale de  $\phi$ , puisque toutes les courbes ont une allure linéaire. Il apparaît également que le pied du tunnel est une zone nettement plus critique que la clé vis-à-vis de la stabilité, et que la taille d'une zone de faiblesse a également un impact déterminant. Une zone de faiblesse plus étendue conduit à une augmentation plus importante de  $\sigma_c$  : Une réduction de  $\phi$  de 20% dans les zones A, B, et C, conduit à des augmentations de  $\sigma_c$  de 10.6%, 19.3%, et 26.0% respectivement.

Pour la plupart des simulations effectuées avec introduction de pixels faibles, les mécanismes critiques d'effondrement fournis par le modèle analytique sont peu éloignés de celui observé en sol homogène. Quatre cas intéressants ont été tracés sur la figure 4.19. Il s'agit de deux pixels de 4 mètres de côté situés en pied (cas a.) et en tête (cas b.) de tunnel, et de deux bandes verticales de 2m de large et situées à 2m (cas c.) et à 4m (cas d.) du front de taille. Pour une réduction de  $\phi$  de 20% dans chacune de ces quatre zones, on a tracé conjointement le mécanisme critique fourni par le modèle analytique et la distribution des déformations en cisaillement fournies par le modèle numérique muni d'un maillage fin. La correspondance qualitative entre les faciès de rupture des deux modèles est satisfaisante. Le mécanisme obtenu en sol homogène est également tracé en pointillés pour comparaison.

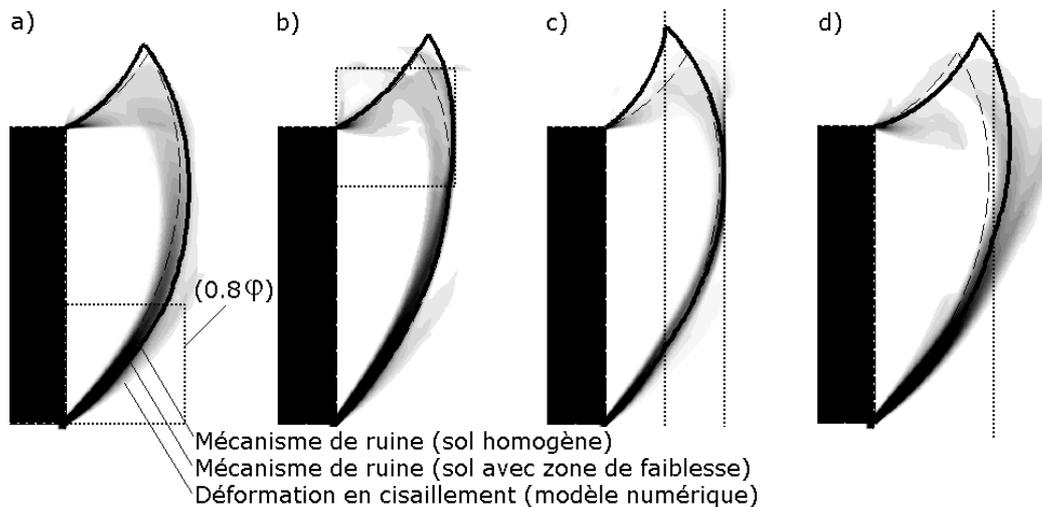


Figure 4.19 : Mécanismes de ruines remarquables fournis par les modèles analytiques et numériques pour certains types de faiblesses locales (pixels de 4m ou bandes de 2m)

Le cas a. ne fait pas apparaître de différence notable, même si le mécanisme obtenu avec une faiblesse est légèrement plus étendu que le mécanisme homogène, ce qui est cohérent avec une réduction locale de  $\phi$ . Dans le cas b. le

mécanisme semble « étiré » verticalement par la présence d'une faiblesse en clé de tunnel. Les cas c. et d. montrent qu'une bande verticale de faiblesse a tendance à « attirer » la ligne de glissement inférieure, et a donc un impact plus important qu'une faiblesse ponctuelle. Ceci est dû à l'orientation globale de la ligne de glissement inférieure, qui a une direction majoritairement verticale.

## b. Modélisation en champ aléatoire

Dans cette sous-section, le modèle analytique est validé en présence d'un sol modélisé par un champ aléatoire. Cette approche est plus réaliste que celle consistant à l'introduction de pixels faibles, mais moins systématique car il n'est pas possible d'investiguer de manière exhaustive l'ensemble des réalisations possibles de champs aléatoires. Deux réalisations sont ici étudiées en détail. Deux champs aléatoires bidimensionnels de l'angle de frottement  $\varphi$  sont générés en utilisant la méthode d'expansion de Karhunen-Loeve (KL) (Phoon et al. [2005]), et sont appliqués au modèle d'analyse limite et au modèle numérique muni d'un maillage fin. Ces deux champs correspondent à une distribution lognormale de  $\varphi$  avec  $\mu_{\log}=30^\circ$  et  $\sigma_{\log}=3^\circ$  (soit un coefficient de variation de 10%). La génération d'un tel champ par la méthode KL requiert dans un premier temps de générer un champ normalement distribué, avec une moyenne  $\mu_{normal}$  et un écart-type  $\sigma_{normal}$ . Ces deux moments statistiques sont déduits de ceux du champ cible ( $\mu_{\log}$  et  $\sigma_{\log}$ ) à partir des équations :

$$\sigma_{normal} = \sqrt{\ln\left(1 + \frac{\sigma_{\log}^2}{\mu_{\log}^2}\right)} \quad (4.8)$$

$$\mu_{normal} = \ln(\mu_{\log}) + \frac{1}{2} \cdot \sigma_{normal}^2 \quad (4.9)$$

On choisit pour ce champ sous-jacent une fonction d'autocorrélation exponentielle, c'est-à-dire que le coefficient de corrélation du champ entre deux points A et B peut être obtenu par l'expression suivante (Sudret et Der Kiureghian [2000]) :

$$\rho(A, B) = \exp\left(-\frac{|x_A - x_B|}{L_x} - \frac{|y_A - y_B|}{L_y}\right) \quad (4.10)$$

On s'intéresse à un champ aléatoire isotrope, c'est-à-dire que l'on choisit des longueurs d'autocorrélation telles que  $L_x=L_y=L$ . Il a été démontré que, tant que le coefficient de variation choisi reste faible (ce qui est le cas lorsque l'on modélise un champ de valeurs de l'angle de frottement), la fonction d'autocorrélation du champ lognormal est presque identique à celle du champ normal sous-jacent

(Sudret et Der Kiureghian [2000]). Les deux champs considérés dans cette étude peuvent donc être considérés comme respectant la fonction d'autocorrélation de l'équation (4.10), avec des longueurs d'autocorrélation de  $L=1\text{m}$  et  $L=5\text{m}$  respectivement. Une réalisation aléatoire est étudiée pour chacun de ces champs.

Les figures 4.20 et 4.21 récapitulent les résultats obtenus respectivement pour ces deux réalisations. En partie gauche, la distribution aléatoire de  $\varphi$  correspondant à la réalisation est représentée en niveaux de gris (les zones sombres sont des zones de faible valeur de  $\varphi$ ). Les valeurs de pression d'effondrement fournies par le modèle analytique et par le modèle numérique (pour un maillage fin avec  $\psi=\varphi$ ) sont fournies dans le tableau en partie supérieure, et comparées aux valeurs obtenues en sol homogène. En partie centrale, le mécanisme critique obtenu par le modèle analytique pour le sol aléatoire est comparé avec le mécanisme en champ homogène. Enfin, en partie droite, une comparaison est effectuée entre le mécanisme critique en sol aléatoire et la distribution des déformations en cisaillement fournie par le modèle numérique pour ce même sol.

Les lignes de glissement analytiques sont beaucoup moins régulières que celles obtenues en champ homogène, du fait de la variation de  $\varphi$  le long des lignes et donc de la variation de l'angle entre ces lignes et le champ de vitesse. Pour le premier champ aléatoire, le mécanisme aléatoire s'écarte sensiblement du mécanisme homogène et apparaît nettement plus réduit, tandis que pour le deuxième champ le mécanisme aléatoire est plus étendu que le mécanisme homogène.

Ces variations sont également très bien représentées par le modèle numérique, puisque les lignes de glissement en sol aléatoire sont quasiment confondues avec les déformations en cisaillement obtenues numériquement. On a donc une très bonne adéquation qualitative entre le modèle numérique et le modèle proposé. Les résultats en terme de pression limite sont également intéressants, puisque le mécanisme analytique est capable de reproduire fidèlement la variation de  $\sigma_c$  provoquée par le champ aléatoire.

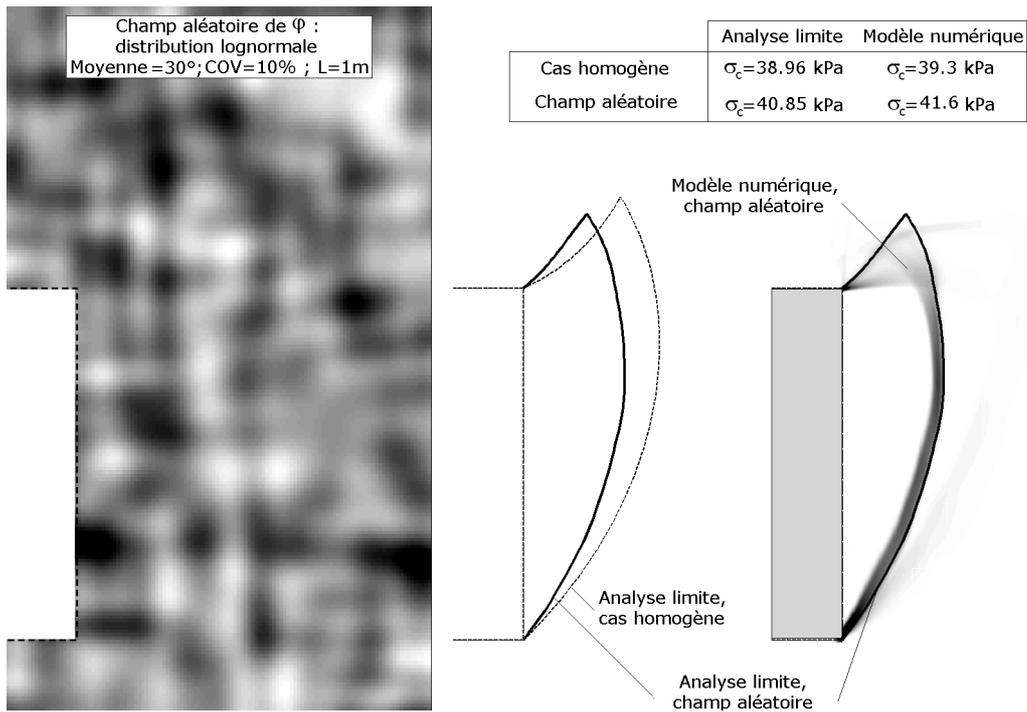


Figure 4.20 : Prise en compte d'un champ aléatoire de  $\varphi$ , avec  $L=1m$

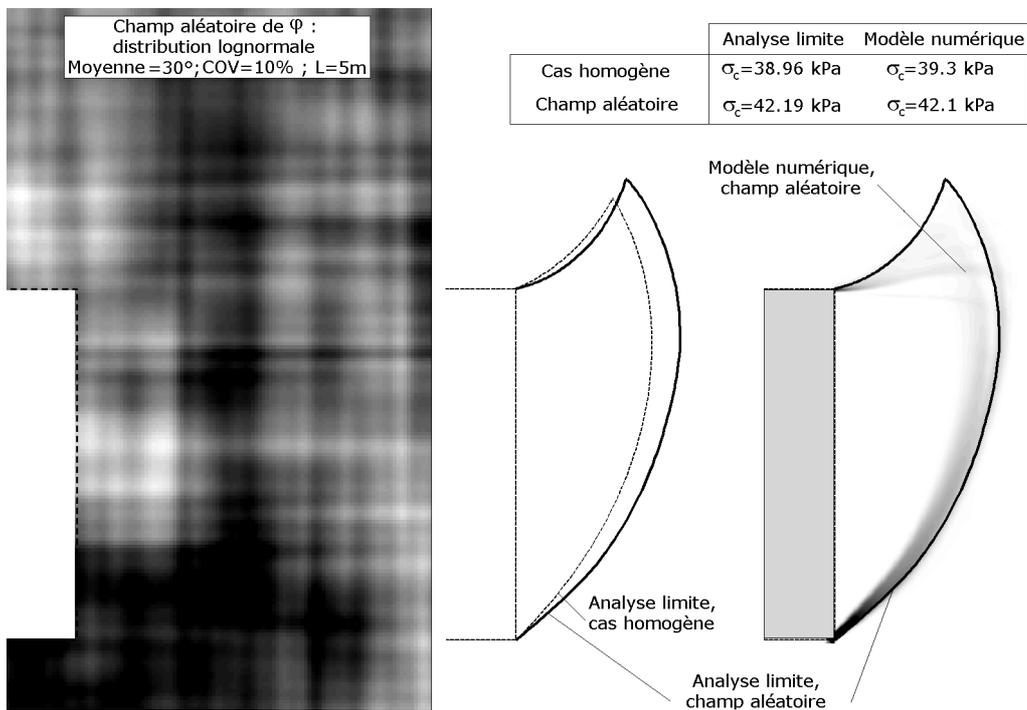


Figure 4.21 : Prise en compte d'un champ aléatoire de  $\varphi$ , avec  $L=5m$

Les résultats obtenus sur ces deux réalisations montrent qu'il n'est *a priori* pas possible de mettre en évidence une relation entre la variation de la taille du bloc en mouvement et l'augmentation (ou la réduction) de la pression d'effondrement. La première réalisation aléatoire conduit par exemple à un mécanisme plus petit que le mécanisme homogène, et se traduit pourtant par une augmentation de la pression d'effondrement. On ne pourra tirer de conclusion sur ce genre d'élément ou sur l'impact de la longueur d'autocorrélation qu'après une étude statistique d'un grand nombre de réalisations aléatoires. Néanmoins, compte tenu de ses performances et de son coût calculatoire réduit, le modèle analytique proposé semble être l'outil idéal pour cette étude.

---

## *B. Application du mécanisme 2D d'analyse limite à l'étude de stabilité d'un front de taille en présence d'une variabilité spatiale*

---

### **1. Principes de l'étude**

Cette section se propose d'appliquer le mécanisme de rupture d'un front de taille décrit et validé dans la section précédente. L'objectif est d'observer les phénomènes particuliers résultant de cette variabilité spatiale, et de caractériser la distribution de probabilité de la pression limite d'effondrement du front. La variabilité du sol est modélisée à l'aide de la théorie des champs aléatoires, en utilisant un développement de type Karhunen-Loeve. Ceci permet de transposer l'étude par champ aléatoire sous la forme d'une étude en variables aléatoires.

Ces variables représentent les coefficients aléatoires du développement KL, et sont en nombre beaucoup trop importants pour pouvoir définir un méta-modèle en utilisant une approche de type CSRSM. Dans des cas comme celui-là, la pratique habituelle pour obtenir une probabilité de ruine consiste à utiliser une méthode probabiliste sophistiquée, telle que la méthode de Subset Simulation. La méthode de Monte-Carlo est généralement écartée car beaucoup trop exigeante en temps de calculs si on s'intéresse à des probabilités de ruines faibles. Elle présente néanmoins un certain nombre d'avantages. Outre sa grande robustesse, elle permet d'observer la totalité des tirages possibles sans introduire le moindre biais probabiliste, et permet donc une « exploration » de phénomènes mal connus. Ceci n'est pas possible avec la méthode Subset Simulation, puisque celle-ci repose sur la définition d'une fonction de performance, et nécessite donc une connaissance des phénomènes *a priori*. Pour cette raison, la méthode Monte-Carlo sera utilisée dans ce chapitre à des fins exploratoires. Ceci permettra une meilleure

connaissance des phénomènes et rendra possible l'utilisation ultérieure de la méthode Subset Simulation dans un cadre plus opérationnel.

## 2. Génération des champs aléatoires

Les champs aléatoires utilisés dans ce chapitre sont définis par un développement de Karhunen-Loeve, comme décrit brièvement dans la section précédente. Ces champs correspondent à une distribution lognormale de  $\phi$  avec  $\mu_{\log}=30^\circ$  et  $\sigma_{\log}=3^\circ$  (soit un coefficient de variation de 10%). On choisit pour le champ normal sous-jacent une fonction d'autocorrélation exponentielle, c'est-à-dire que le coefficient de corrélation du champ entre deux points A et B peut être obtenu par l'expression suivante (Sudret et Der Kiureghian [2000]) :

$$\rho(A, B) = \exp\left(-\frac{|x_A - x_B|}{L_x} - \frac{|y_A - y_B|}{L_y}\right) \quad (4.11)$$

On s'intéresse à des champs aléatoires isotropes, c'est-à-dire que l'on choisit des longueurs d'autocorrélation telles que  $L_x=L_y=L$ . Pour donner une valeur plus générale à ces résultats, on utilisera la valeur de la longueur d'autocorrélation rapportée au diamètre D du tunnel, soit un rapport  $L/D$ .

Deux cas limites ne peuvent pas être traités par un développement KL. Pour une longueur d'autocorrélation infinie, il n'est nullement besoin de faire appel à un développement en séries puisque le champ aléatoire est homogène. On utilise alors une simple modélisation de la variabilité par une seule variable aléatoire (lognormale avec  $\mu_{\log}=30^\circ$  et  $\sigma_{\log}=3^\circ$ ) représentant la valeur homogène de  $\phi$ . Pour modéliser une longueur d'autocorrélation nulle, en revanche, on ne dispose d'aucun outil.

Un tel champ est constitué de valeurs de  $\phi$  différentes en chaque point et totalement décorrélées. Il faut noter que, sur un plan physique, ce concept pose de nombreuses questions. En particulier, l'angle de frottement d'un sol n'a guère de sens au niveau du point, puisqu'il est défini par le biais d'essais géotechniques réalisés sur des échantillons d'une taille donnée (généralement quelques centimètres). Il s'agit d'une grandeur macroscopique, qui établit en quelque sorte une moyenne (sur l'ensemble d'un échantillon) des phénomènes ponctuels de cisaillement (au niveau du grain). Il n'est donc pas possible à première vue d'envisager un champ d'angle de frottement totalement décorrélé au niveau du point. On gardera à l'esprit dans la suite de ce chapitre qu'il s'agit d'un cas limite destiné à étudier le comportement du sol à très faibles longueurs d'autocorrélation, mais en aucun cas d'une situation réelle et plausible.

Pour modéliser un tel champ, une technique particulière est choisie. Elle consiste à discrétiser le massif de sol en minuscules pixels carrés d'un centimètre de côté. A chacun de ces pixels, on attribue une variable aléatoire représentant l'angle de frottement (et respectant donc la loi lognormale avec  $\mu_{\log}=30^\circ$  et  $\sigma_{\log}=3^\circ$ ). Ces variables sont totalement décorréllées. Il ne s'agit certes pas d'un réel champ aléatoire de longueur d'autocorrélation nulle (puisqu'au sein d'un pixel donné, la valeur de  $\varphi$  est homogène et donc que la corrélation entre deux points est égale à 1), mais on supposera qu'il s'agit d'une approximation licite. Ceci sera vrai en particulier si le diamètre du tunnel est suffisamment grand au regard de la taille de ces pixels. Un diamètre  $D=10\text{m}$  sera utilisé à titre d'exemple dans la suite de ce chapitre, soit une longueur de côté égale à  $D/1000$  pour chaque pixel.

### 3. Paramètres de discrétisation

Deux niveaux de discrétisation sont utilisés pour l'étude de la stabilité d'un tunnel en sol spatialement variable. D'une part, le mécanisme 2D présenté dans la section précédente repose sur une discrétisation angulaire définie par le paramètre  $\delta_\alpha$ . D'autre part, la définition des champs aléatoires s'effectue par développement de Karhunen-Loeve et nécessite donc une troncature de la série KL après un certain nombre de termes.

La figure 4.22 présente l'influence du paramètre  $\delta_\alpha$  sur la valeur de la pression limite d'effondrement  $\sigma_c$ . Un protocole particulier est utilisé pour tracer cette figure. Quatre longueurs d'autocorrélation sont utilisées :  $L/D=0$ ,  $L/D=0.1$ ,  $L/D=1$ , et  $L/D=\infty$ . Pour chacune de ces longueurs d'autocorrélation, on effectue un tirage de dix réalisations du champ aléatoire correspondant (excepté pour le cas homogène  $L/D=\infty$ , pour lequel une seule réalisation suffit). Pour toutes ces réalisations, on calcule ensuite la valeur de la pression limite d'effondrement  $\sigma_c$  pour différentes valeurs du paramètre de discrétisation  $\delta_\alpha$ . Le cas  $\delta_\alpha=0.01^\circ$ , qui présente une discrétisation extrêmement fine du mécanisme d'effondrement, est supposé parfaitement exact et est donc utilisé comme référence. Pour une réalisation donnée et pour chaque valeur de  $\delta_\alpha$ , on peut donc définir une valeur d'erreur, égale à l'écart relatif entre la valeur de  $\sigma_c$  obtenu pour cette valeur de  $\delta_\alpha$  et celle obtenue pour  $0.01^\circ$ .

Ces valeurs d'erreur sont tracées sur les graphiques de la figure 4.22, pour toutes les réalisations de champs aléatoires considérées. La bande d'erreur de  $\pm 1\%$  sur la pression limite est également représentée, et permet de déterminer pour chaque longueur d'autocorrélation la valeur de  $\delta_\alpha$  qui permet (au vu des 10 réalisations effectuées) d'avoir une erreur inférieure à  $1\%$  sur la valeur de  $\sigma_c$ . Les cas  $L/D=1$ ,  $L/D=0.1$ , et  $L/D=\infty$  montrent des tendances très comparables : l'augmentation de  $\delta_\alpha$  conduit à une erreur positive croissante, qui reste acceptable

(c'est-à-dire approximativement inférieure ou égale à 1%) tant que  $\delta_\alpha < 0.5^\circ$ . Dans le cas d'un champ décorrélé ( $L/D=0$ ), en revanche, l'erreur augmente plus rapidement, et une valeur de  $\delta_\alpha=0.1^\circ$  semble nécessaire pour une discrétisation correcte.

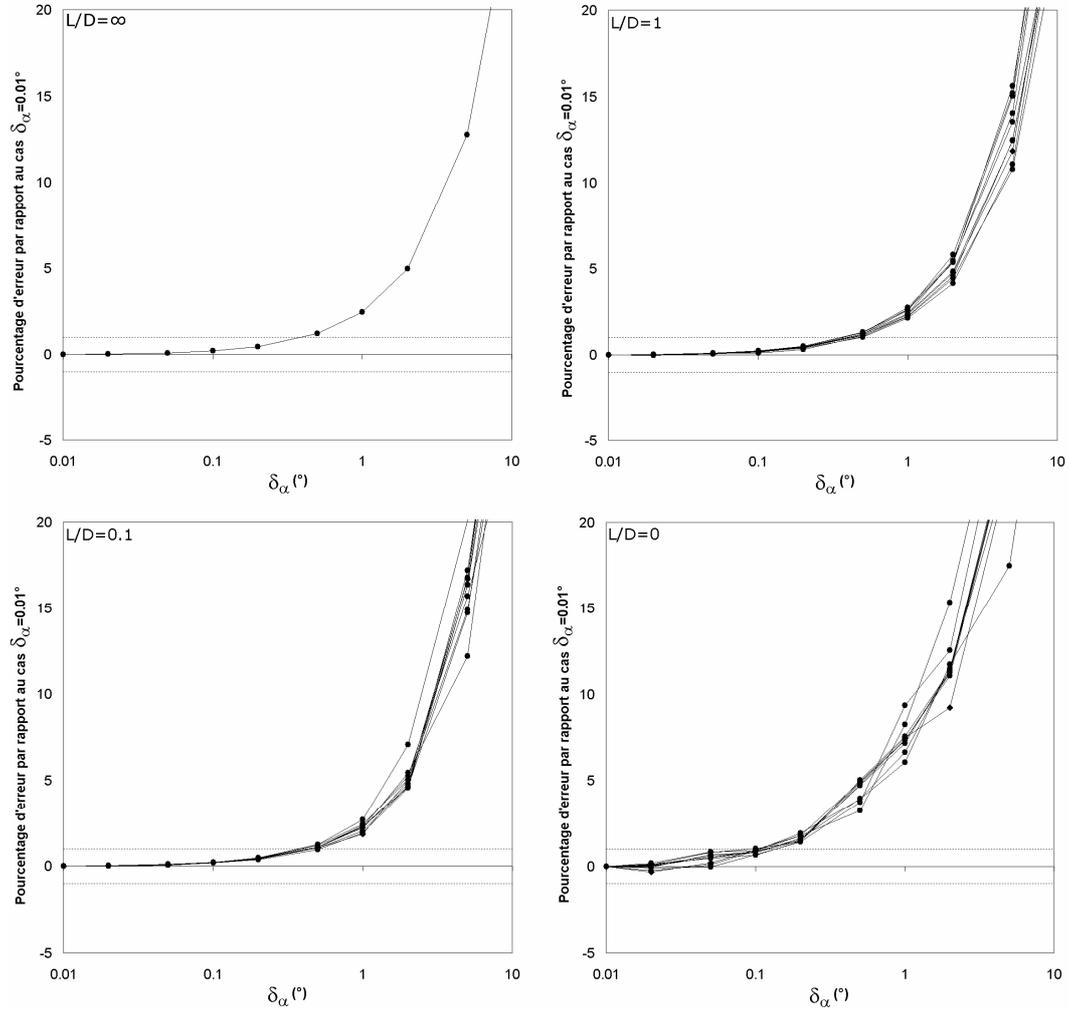


Figure 4.22 : Choix de la valeur de  $\delta_\alpha$  en fonction de  $L/D$

Le nombre de termes nécessaires dans l'expansion de Karhunen-Loeve est étudié dans la figure 4.23 pour deux longueurs d'autocorrélation ( $L/D=1$  et  $L/D=0.1$ ). La méthode utilisée est voisine de celle du paragraphe précédent. Dans un premier temps, dix réalisations sont effectuées pour chaque valeur de  $L/D$ , et pour un nombre de termes du développement égal à 10000. Pour ces dix réalisations, la valeur de  $\sigma_c$  est évaluée et considérée comme parfaitement exacte. Il est possible qu'un nombre de 10000 termes ne soit pas suffisant pour obtenir une valeur « exacte » de la pression limite, mais ce nombre de termes est néanmoins choisi comme référence car il semble suffisamment important.

Pour chacune des réalisations aléatoires, on évalue ensuite la valeur de  $\sigma_c$  en réduisant graduellement le nombre de termes KL. Ceci conduit à une dégradation de la solution, qui s'exprime sous la forme d'une erreur égale à l'écart relatif entre la valeur de  $\sigma_c$  obtenue et celle correspondant à l'ensemble des 10000 termes. Cette erreur est représentée sur la figure 4.23 en fonction du nombre de termes utilisés, et doit rester dans les limites de la bande d'erreur à  $\pm 1\%$ . On estime, au vu des résultats de la figure 4.22, que 1000 termes sont suffisants pour évaluer correctement la pression limite d'effondrement si  $L/D$  est supérieur ou égal à 1, mais qu'il est plus prudent d'utiliser l'ensemble des 10000 termes pour des longueurs d'autocorrélation inférieures.

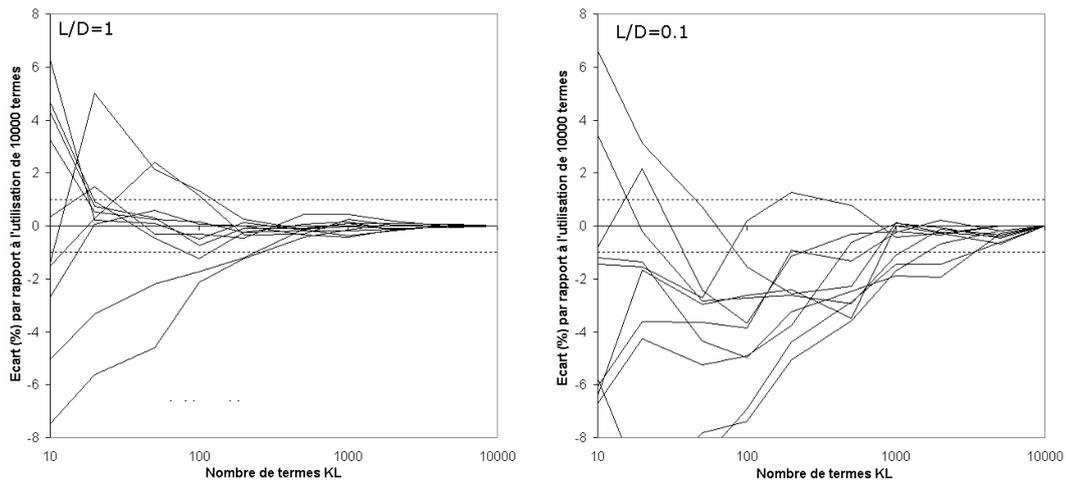


Figure 4.23 : Choix du nombre de termes KL en fonction de  $L/D$

## 4. Surfaces de réponse

La figure 4.24 présente l'allure générale de surfaces de réponse typiques obtenues pour quatre réalisations du champ aléatoire définies par quatre longueurs d'autocorrélation différentes :  $L/D=\infty$ ,  $L/D=1$ ,  $L/D=0.1$ , et  $L/D=0$ . Ces surfaces de réponse sont représentées pour un tunnel de diamètre  $D=10\text{m}$ , sous forme de lignes d'égale valeur de  $\sigma_c$  dans le plan de deux paramètres géométriques du mécanisme ( $\beta$  et  $R$ ). Les deux autres paramètres ( $H$  et  $R_m$ ) sont fixés à  $0\text{m}$  et  $5\text{m}$  respectivement, pour prendre en compte une rupture intéressant la totalité du front de taille. Sur la figure 4.24, deux traits pleins successifs sont séparés de  $1\text{kPa}$ , et deux traits pointillés successifs sont séparés de  $0.2\text{kPa}$ .

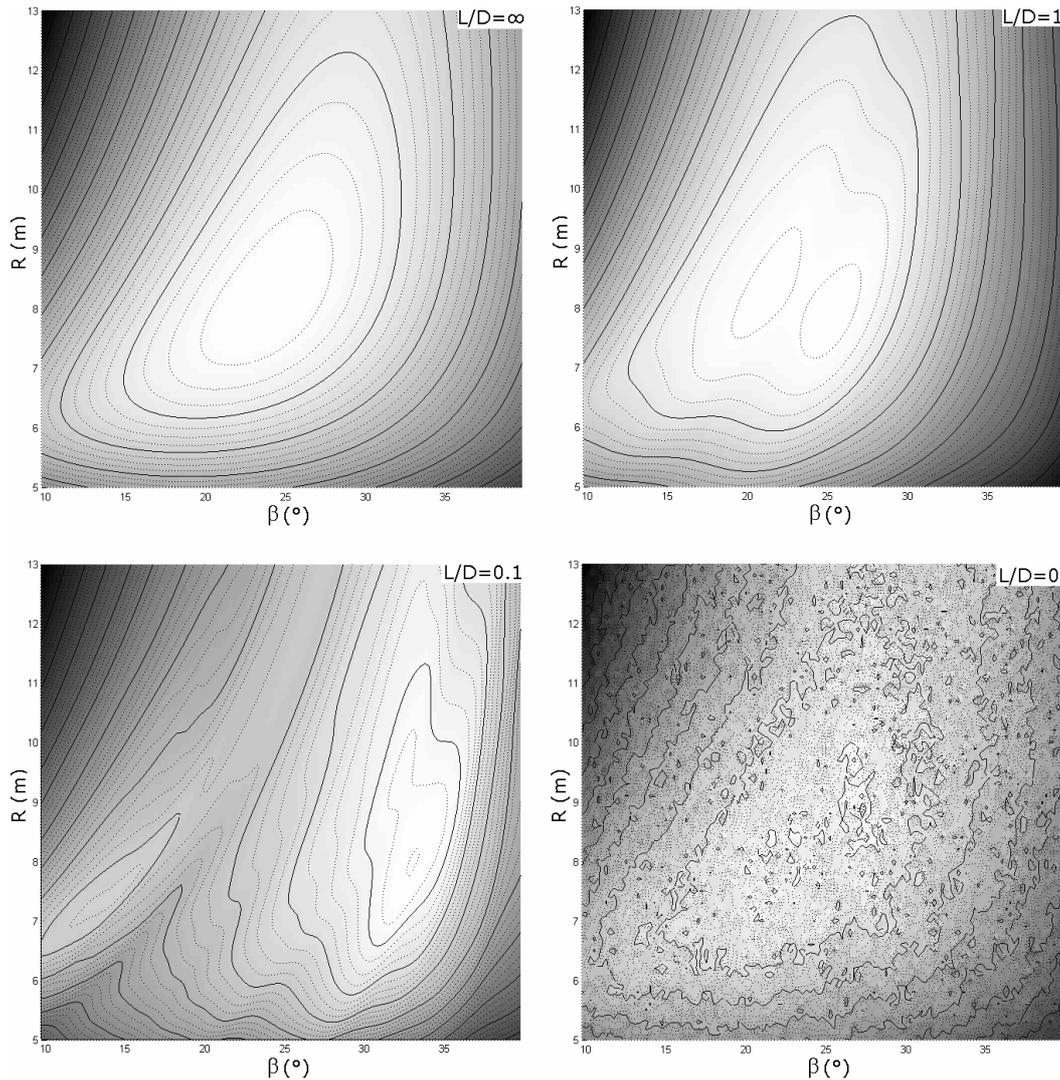


Figure 4.24 : Allure typique des surfaces de réponses pour différentes valeurs de  $L/D$

Dans le cadre de l'analyse limite, le mécanisme de ruine le plus probable parmi toutes les possibilités (c'est-à-dire le couple  $\beta$ - $R$  le plus probable) correspond à celui pour lequel la valeur de  $\sigma_c$  est maximale. Dans le cas d'un sol homogène avec  $L/D=\infty$ , on observe que la surface de réponse est très régulière et conduit à un maximum unique et facilement identifiable. L'hypothèse classique d'unicité de la solution en analyse limite est donc valide. Lorsque le sol n'est plus homogène et qu'un champ aléatoire est utilisé, la forme de la surface de réponse peut être plus complexe.

Dans le cas  $L/D=1$  (longueur d'autocorrélation relativement importante), on observe la présence de deux maximums, ce qui contredit l'hypothèse d'unicité de la solution. Ces deux maximums sont très proches dans le plan  $\beta$ - $R$  (ce qui indique qu'ils correspondent à des mécanismes de ruine assez similaires), et la

forme de la surface de réponse est globalement assez proche de celle obtenue en sol homogène. Pour le cas  $L/D=0.1$ , en revanche, la surface de réponse apparaît beaucoup plus complexe et s'écarte sensiblement de celle d'un sol homogène. Ceci se traduit par la présence de deux maximums très éloignés dans le plan  $\beta$ - $R$ , et donc de deux mécanismes qui empruntent des lignes de glissement très différentes. Pour cette réalisation, néanmoins, l'un des maximums prend une valeur de pression limite nettement supérieure à l'autre, ce qui indique qu'il conduira probablement au mécanisme de rupture préférentielle. L'algorithme d'optimisation décrit dans la section précédente est parfaitement capable de trouver le maximum global sur une surface de réponse de cette forme, du fait de l'optimisation grossière par « grille » utilisée dans un premier temps pour localiser les différents maximums locaux.

Dans le cas  $L/D=0$ , la surface de réponse apparaît très « torturée », et fait apparaître de multiples maximums locaux. Ceux-ci apparaissent du fait d'une très grande irrégularité de la surface. En y regardant de plus près, on peut remarquer que ces irrégularités sont comparables à un bruit superposé à une surface dont la tendance semble se rapprocher de celle du sol homogène. En d'autres termes, il est possible qu'une technique de lissage appropriée mette en évidence une très bonne correspondance entre les surfaces de réponse à  $L/D=0$  et  $L/D=\infty$ . Les irrégularités observées sont peut-être liées à la discrétisation angulaire du mécanisme et à la discrétisation par « pixels » du champ aléatoire décorrélé. L'algorithme de détermination de la valeur maximale de  $\sigma_c$  utilisé dans la section précédente n'est pas capable de traiter une surface de réponse aussi torturée, même avec une « grille » d'optimisation plus fine.

On n'a donc pas de méthode automatisée de détermination du maximum global, mais on peut en revanche avoir une bonne estimation de la valeur de ce maximum, du fait que la surface de réponse est relativement « plate » dans sa partie centrale. On observe ainsi que, lors d'une première optimisation par « grille », les différents maximums candidats conduisent à des valeurs de  $\sigma_c$  très proches les unes des autres, et que cette estimation de  $\sigma_c$  peut être acceptable. Dans la suite de cette étude, on se contentera donc pour le cas  $L/D=0$  d'étudier la valeur du maximum de  $\sigma_c$  en éludant volontairement sa position.

## 5. Simulations de Monte-Carlo

Le tableau 4.1 présente les paramètres utilisés dans le cadre des tirages de Monte-Carlo effectués. Différentes longueurs d'autocorrélation sont étudiées entre  $L/D=0.05$  et  $L/D=2$ , auxquelles il faut ajouter les cas limites  $L/D=0$  et  $L/D=\infty$ . 10000 échantillons sont réalisés pour chaque longueur d'autocorrélation. Les quatre paramètres ( $\beta$ ,  $R$ ,  $H$ ,  $R_m$ ) sont pris en compte dans la procédure de

recherche du maximum de  $\sigma_c$ , mais la totalité des échantillons ont conduit à des valeurs constantes des deux paramètres H et  $R_m$ , égales respectivement à 0m et 5m. On en déduit que la variabilité spatiale de  $\varphi$  n'est pas de nature à induire des ruptures partielles du front de taille. Cet état de fait n'est néanmoins valable qu'en présence d'un sol purement frottant. Il est possible que la présence d'une cohésion remette en cause cette observation. Ce point est laissé ouvert à de futures recherches.

On considèrera néanmoins dans la suite de ce chapitre que les deux paramètres  $\beta$  et R sont les seuls paramètres variables du mécanisme, et donc que seules des ruptures totales du front sont possibles. Pour chaque tirage, la valeur maximale de  $\sigma_c$  et les paramètres optimaux  $\beta_c$  et  $R_c$  sont évalués et enregistrés. Dans le cas où un maximum secondaire serait présent, les grandeurs relatives au maximum global sont notées  $\sigma_{c1}$ ,  $\beta_{c1}$  et  $R_{c1}$ , et les grandeurs relatives au second maximum sont notées  $\sigma_{c2}$ ,  $\beta_{c2}$  et  $R_{c2}$ . Les troisièmes maximums sont négligés dans cette étude car très rares pour les longueurs d'autocorrélation étudiées (hormis le cas  $L/D=0$ , qui est traité en détail plus loin dans ce chapitre).

Tableau 4.1 : Détails des tirages Monte-Carlo

L/D	0	0<L/D<1	1 ou supérieur	$\infty$
$N_{KL}$	/	10000	1000	/
$\delta_\alpha$ (°)	0.1°	0.5°	0.5°	0.5°
$N_{\text{échantillons}}$	10000	10000	10000	10000

La figure 4.25 présente quelques exemples de nuages de points obtenus pour quelques longueurs d'autocorrélation dans le plan  $\beta$ -R. Ces nuages représentent les positions des maximums globaux et éventuellement locaux obtenus après les 10000 tirages aléatoires de réalisations des champs aléatoires de  $\varphi$ . Ces résultats permettent de déceler quelques tendances. Il semble que la dispersion des paramètres  $\beta$  et R soit d'autant plus importante que la longueur d'autocorrélation est faible. Pour le cas  $L/D=0.05$ , on observe en effet que le nuage de points des maximums globaux est très étalé, conduisant donc à des mécanismes critiques de formes très diverses.

Les mécanismes correspondant aux extrémités du plan  $\beta$ -R sont par ailleurs représentés sur la figure 4.25 et permettent de se faire une idée des diverses formes possibles de rupture. Le cas d'un sol homogène ( $L/D=\infty$ ) conduit en revanche à des maximums très proches les uns des autres. Selon la valeur de  $\varphi$  obtenue dans chaque tirage, on aura donc un mécanisme plus ou moins « étendu » du fait de l'effet de voûte plus ou moins prononcé, mais avec une position du centre de rotation (définie par  $\beta$  et R) quasi-constante.

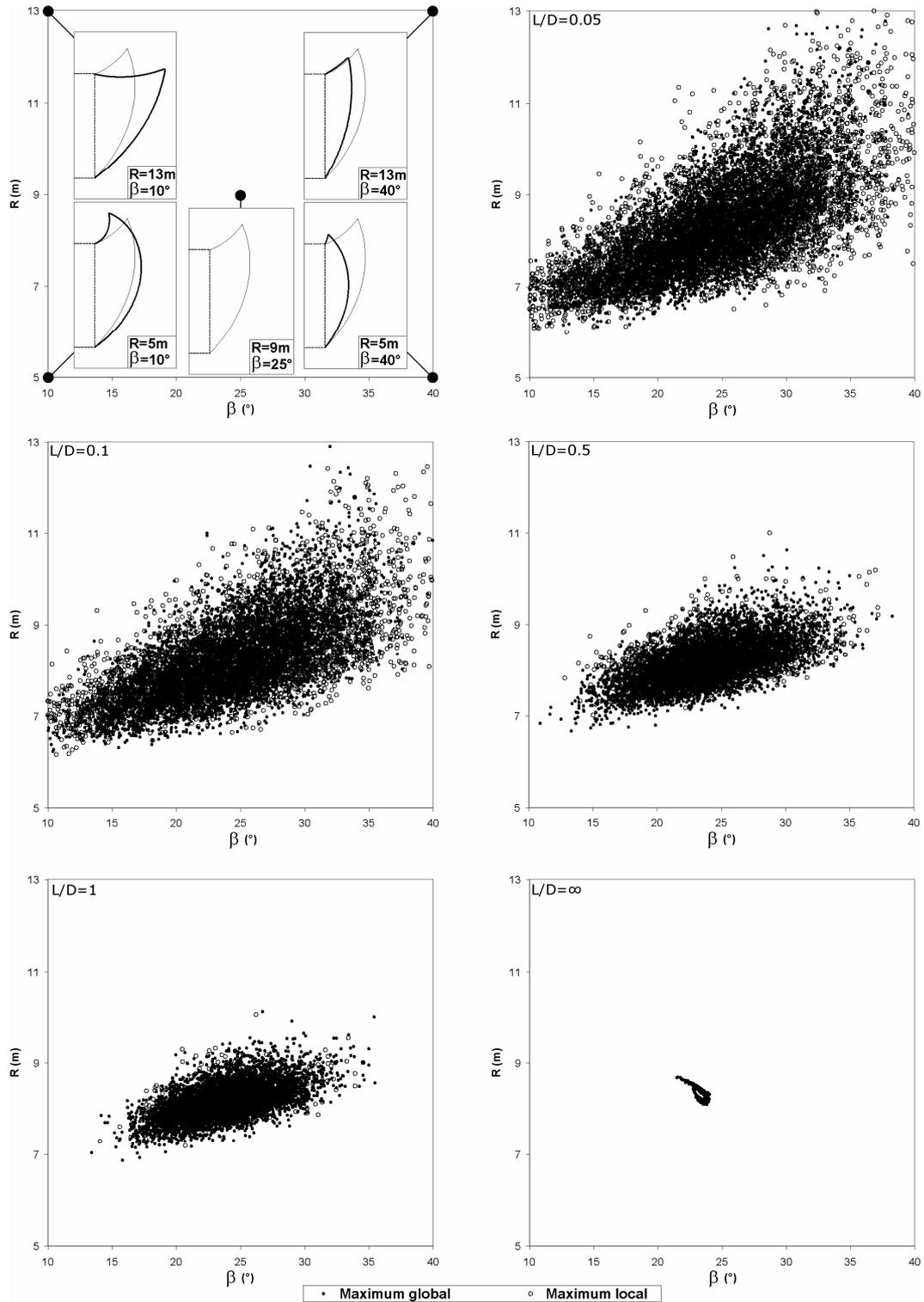


Figure 4.25 : Position des maximums de  $\sigma_c$  dans le plan  $\beta$ - $R$  pour différentes valeurs de  $L/D$

La figure 4.26 apporte une précision quantitative à ces observations, par l'intermédiaire du tracé des coefficients de variation de  $\sigma_c$ ,  $\beta_c$ , et  $R_c$  en fonction de la longueur d'autocorrélation  $L/D$ . L'axe des longueurs d'autocorrélation est présenté en échelle logarithmique, et les cas limites  $L/D=0$  et  $L/D=\infty$  sont également représentés. Les coefficients de variation des paramètres  $\beta_c$  et  $R_c$  sont d'autant plus faibles que la longueur d'autocorrélation est élevée, ce qui confirme les observations effectuées sur la figure 4.25.

On constate en revanche que la dispersion de  $\sigma_c$  est croissante avec la valeur de  $L/D$ . La valeur maximale de  $COV(\sigma_c)$  est obtenue pour le cas limite d'un sol homogène ( $L/D=\infty$ ), et vaut 17.5%. Pour le cas limite  $L/D=0$ , ce coefficient de variation est quasi-nul. Ce résultat est d'autant plus étonnant que la procédure de détermination de la valeur maximale de  $\sigma_c$  ne permet pas d'obtenir à coup sûr le maximum global dans le cas  $L/D=0$ , du fait de la grande tortuosité de la surface de réponse dans le plan  $\beta$ - $R$ . La figure 4.26 montre donc que les longueurs d'autocorrélation faibles conduisent à des mécanismes de formes variées mais entraînent une faible variabilité de la pression limite, tandis que les grandes longueurs d'autocorrélation conduisent à des mécanismes dont les paramètres géométriques sont peu variables, mais entraînent une grande dispersion des valeurs de  $\sigma_c$ .

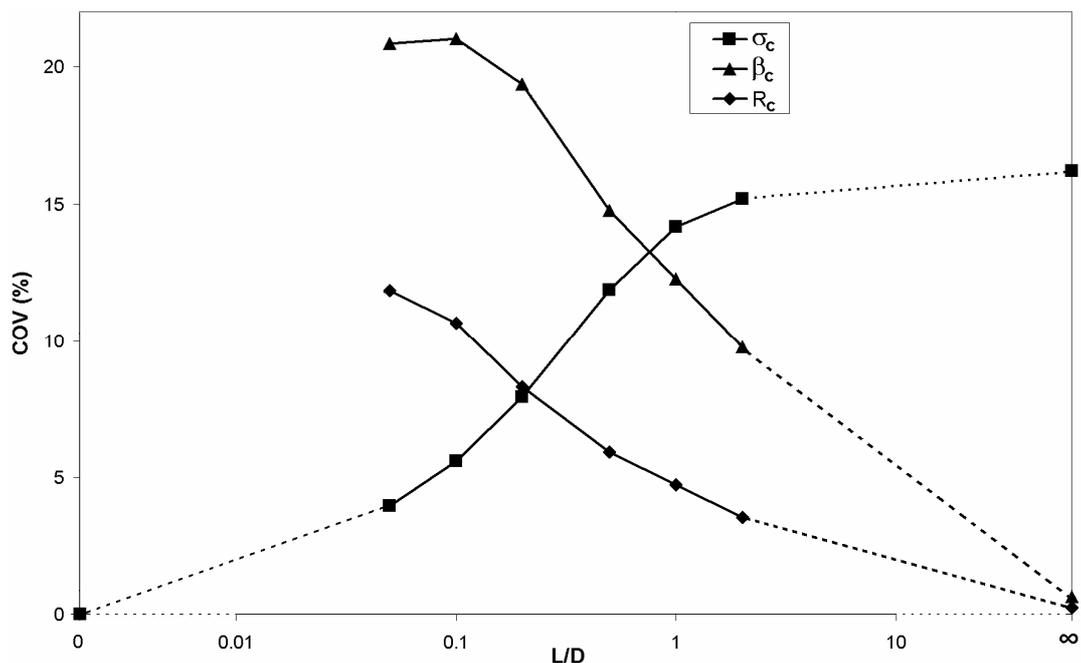


Figure 4.26 : Coefficients de variation de  $\sigma_c$ ,  $\beta_c$ , et  $R_c$  en fonction de  $L/D$

La figure 4.27 fournit, sur la même échelle de longueur d'autocorrélation, la valeur de la moyenne de  $\sigma_c$  ainsi que les fractiles à 1%, 10%, 90%, et 99%. Ceci permet d'estimer la distribution de la pression limite d'effondrement. La moyenne

de  $\sigma_c$  est manifestement peu perturbée par le paramètre  $L/D$ . En revanche, la grande dispersion de  $\sigma_c$  aux grandes valeurs de  $L/D$  a une influence déterminante sur les valeurs des fractiles. Le fractile à 99% (équivalent à la valeur de pression qu'il faudrait appliquer au front pour avoir une probabilité de ruine de 1%) est égal à 44.4 kPa pour  $L/D=0.1$ , mais atteint 53.1 kPa pour  $L/D=1$ . Ces résultats soulignent l'influence déterminante de la longueur d'autocorrélation sur les faciès de rupture et sur la dispersion de la pression limite d'effondrement.

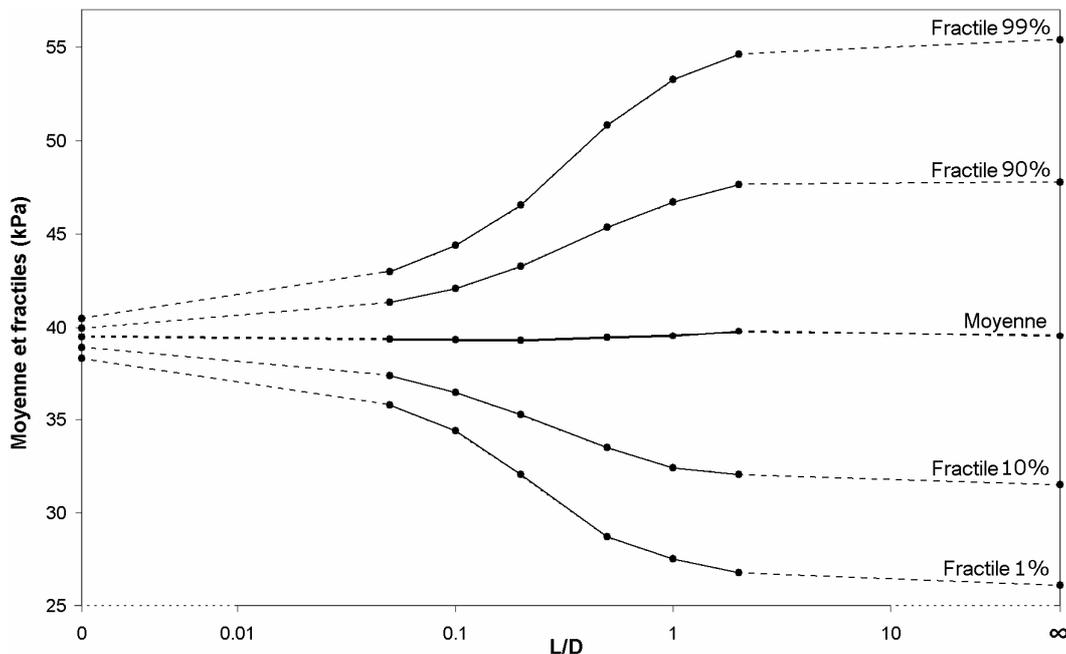


Figure 4.27 : Evolution de la moyenne et des fractiles de  $\sigma_c$  en fonction de  $L/D$

## 6. Etude des ruptures multiples

Les surfaces de réponse représentées sur la figure 4.24 ont permis de mettre en évidence la possibilité de maximums multiples de  $\sigma_c$  dans le plan  $\beta$ -R. L'interprétation de cette observation est relativement délicate. D'un point de vue théorique, tous les points de ce plan  $\beta$ -R correspondent à des mécanismes de ruine cinématiquement admissibles, et sont donc recevables dans le cadre du théorème cinématique. Ils permettent tous d'obtenir une borne inférieure rigoureuse de la pression limite d'effondrement  $\sigma_c$ . En sol homogène, un unique maximum est observé et fournit donc la meilleure borne disponible de  $\sigma_c$ .

Par ailleurs, les simulations numériques réalisées dans la section précédente montrent que le faciès d'effondrement observé numériquement est très proche du mécanisme « critique » correspondant au maximum de  $\sigma_c$ . Ceci est probablement lié à des raisons énergétiques, qui conduisent le sol à rompre selon des lignes de glissement qui minimisent la dissipation d'énergie tout en maximisant le travail moteur. En présence d'une variabilité spatiale, néanmoins, la présence de maximums multiples est plus délicate à appréhender. Lorsque l'un des deux maximums (maximum global  $\sigma_{c1}$ ) est beaucoup plus élevé que l'autre (maximum secondaire  $\sigma_{c2}$ ), on conçoit que la rupture va probablement s'effectuer d'une manière comparable à celle d'un sol homogène, en suivant les paramètres du maximum global. En revanche, lorsque deux maximums approximativement égaux apparaissent, c'est-à-dire si  $\sigma_{c1}$  et  $\sigma_{c2}$  diffèrent de moins de 1% par exemple, il est difficile de concevoir que le sol s'effondre par l'un des deux mécanismes plutôt que par l'autre.

La figure 4.28 présente deux exemples de réalisations de champs aléatoires de  $\varphi$  avec une longueur d'autocorrélation relative  $L/D=0.1$ . Pour chacune de ces réalisations, deux maximums distincts sont obtenus, avec des valeurs respectives  $\sigma_{c1}$  et  $\sigma_{c2}$  qui diffèrent de moins de 1%. Les deux mécanismes d'analyse limite correspondants sont tracés en blanc pour chacune des deux réalisations, sur la partie de gauche de la figure.

Les mêmes réalisations de champs aléatoires ont été introduites sous FLAC, et ont permis de réaliser une comparaison entre les faciès d'effondrement obtenus par analyse limite et numériquement. Cette comparaison, tracée pour chacune des deux réalisations en partie droite de la figure, montre une correspondance très satisfaisante entre les deux approches. On observe en particulier que les zones de déformations en cisaillement fournies par FLAC coïncident avec les lignes de rupture obtenues par le mécanisme d'analyse limite. Ce phénomène particulier ne peut pas apparaître en sol homogène, et est donc induit directement par la variabilité spatiale de l'angle de frottement. Cette variabilité peut conduire plusieurs lignes de glissement à apparaître simultanément, et ces lignes correspondent dans le plan  $\beta$ -R à des maximums locaux de  $\sigma_c$  de valeurs voisines, et qui ont donc le même « potentiel » d'apparition. C'est une modification majeure du comportement du front de taille à la rupture par rapport au cas homogène considéré habituellement.

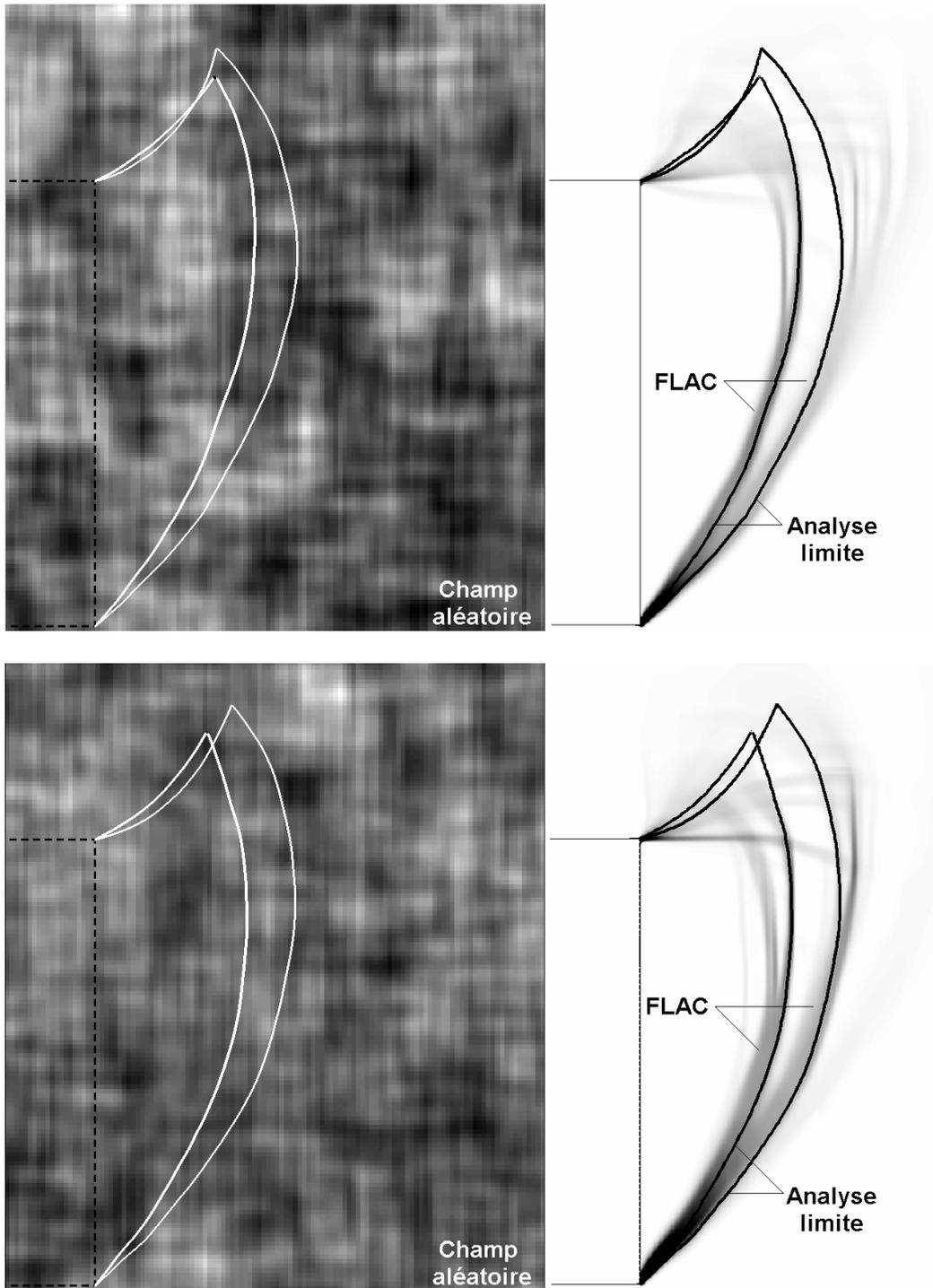


Figure 4.28 : Comparaison des faciès de rupture multiple fournis par FLAC et par analyse limite pour deux réalisations d'un champ aléatoire à  $L/D=0.1$

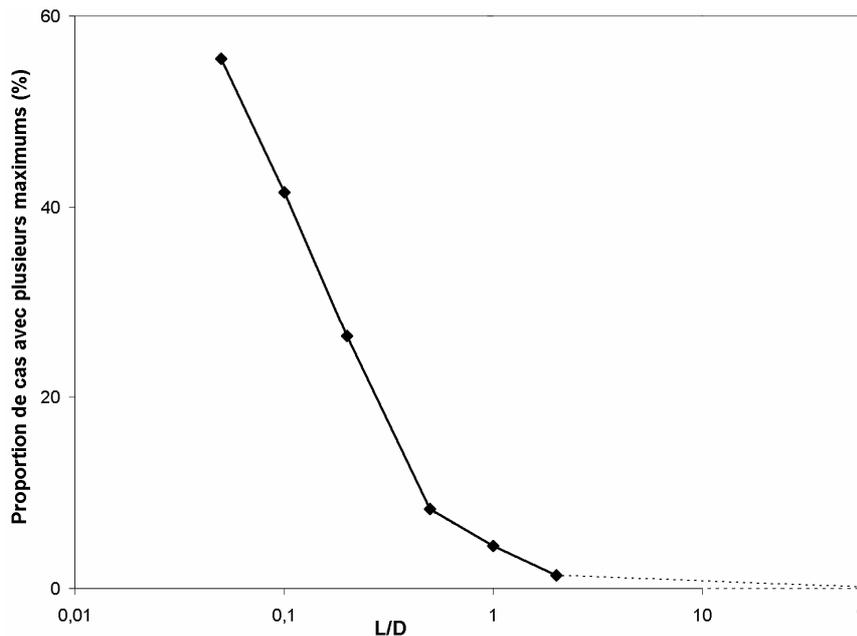


Figure 4.29 : Proportion de réalisations des champs aléatoires conduisant à des maximums locaux

La figure 4.29 apporte un éclairage quantitatif à ces observations. Elle représente la proportion (en %) de réalisations des champs aléatoires conduisant à la présence de maximums locaux  $\sigma_{c2}$  en plus du maximum global  $\sigma_{c1}$ . Pour le cas  $L/D=\infty$ , cette proportion est nulle puisqu'un sol homogène conduit toujours à une rupture unique. La proportion augmente sensiblement lorsque la longueur d'autocorrélation diminue, et vaut 41.5% pour le cas  $L/D=0.1$ . Elle atteint même 55.5% pour le cas  $L/D=0.05$ , qui est la longueur d'autocorrélation la plus faible étudiée par l'intermédiaire des champs aléatoires. La probabilité d'obtenir plusieurs maximums de  $\sigma_c$  augmente donc lorsque  $L/D$  diminue jusqu'à 0.05. Pour des longueurs d'autocorrélation plus faibles, il est difficile de se faire une idée, du fait de la complexité du cas limite  $L/D=0$ . Celui-ci sera traité de manière plus approfondie à la fin de ce chapitre.

La figure 4.30 prend en compte un niveau de complexité supplémentaire par rapport à la figure 4.29, en considérant de manière quantitative l'écart relatif entre deux maximums. Deux cas ( $L/D=1$  et  $L/D=0.1$ ) sont traités. Parmi les 10000 réalisations de champs effectuées pour ces deux cas, on détermine le nombre de réalisations qui ont conduit à une surface de réponse dans le plan  $\beta$ -R avec deux maximums  $\sigma_{c1}$  et  $\sigma_{c2}$  dont l'écart relatif est inférieur à une valeur donnée. Cette proportion est ensuite tracée en fonction de cette valeur donnée. Les valeurs reportées sur la figure permettent par exemple d'affirmer que, pour une longueur d'autocorrélation de  $L/D=1$ , on observe la présence de deux maximums dont l'écart relatif est inférieur à 1% dans une proportion de 3.8% des réalisations du

champ aléatoire. Cette proportion atteint 18.5% dans le cas  $L/D=0.1$ . Une différence de moins de 1% entre les valeurs  $\sigma_{c1}$  et  $\sigma_{c2}$  de deux maximums distincts conduit à une rupture « multiple » telles que celles représentées sur la figure 4.28. Ce graphique permet donc de prendre conscience que ce type de rupture est relativement rare pour des longueurs d'autocorrélation importantes (telles que  $L/D=1$ ), mais que le phénomène de rupture multiple n'est pas à négliger pour les longueurs d'autocorrélation plus faibles. Il semble en effet qu'une telle rupture apparaisse dans presque un cinquième des cas pour  $L/D=0.1$ .

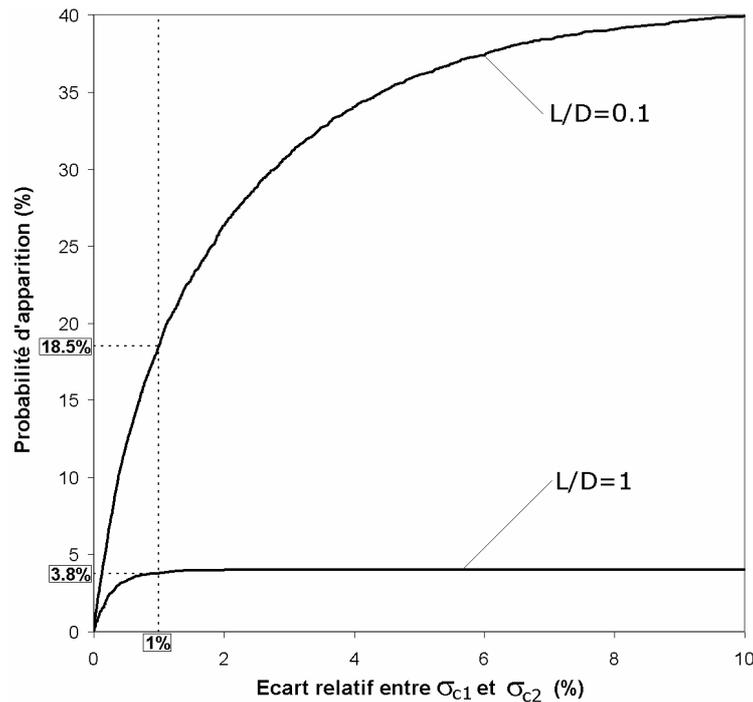


Figure 4.30 : Probabilité d'apparition de deux maximums  $\sigma_{c1}$  et  $\sigma_{c2}$  ayant un écart relatif inférieur à une valeur donnée

Les figures 4.31 et 4.32 permettent d'apprécier les rôles des deux paramètres  $\beta$  et  $R$  de manière distincte. Les cas  $L/D=1$  et  $L/D=0.1$  sont présentés. Pour toutes les réalisations de champs aléatoires ayant conduit à des maximums locaux (c'est-à-dire dans 4.5% des cas pour  $L/D=1$  et dans 41.5% des cas pour  $L/D=0.1$ , comme montré par la figure 4.29), on a tracé sur la figure 4.31 l'écart absolu entre les paramètres  $\beta$  des deux maximums (soit  $|\beta_{c1} - \beta_{c2}|$ ) par rapport à l'écart relatif entre les maximums de pression  $\sigma_{c1}$  et  $\sigma_{c2}$ . La figure 4.32 présente les mêmes résultats pour le paramètre  $R$ . On rappelle que le paramètre  $\beta$  indique l'inclinaison du champ de vitesse au centre du front, et que  $R$  indique le rayon de la rotation au centre du front. On peut donc affirmer que  $\beta$  a une influence importante sur l'orientation de la ligne de glissement en pied de tunnel, et que  $R$  a une influence importante sur la courbure de cette ligne de glissement (et donc sur la façon dont

elle se « referme »). L'encart supérieur gauche de la figure 4.25 permet de s'en convaincre. De manière beaucoup plus grossière, on peut considérer que le paramètre  $\beta$  contrôle la partie inférieure du mécanisme, et que le paramètre  $R$  contrôle la partie supérieure. Il faut ajouter que ces figures sont tracées pour un diamètre  $D=10m$ .

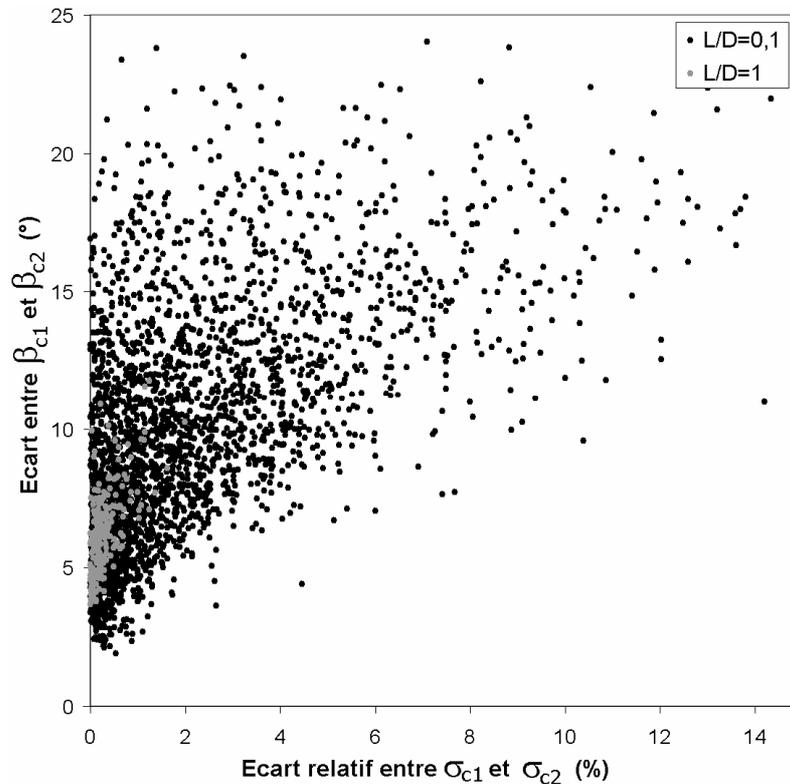


Figure 4.31 : Correspondance entre les écarts sur  $\sigma_c$  et les écarts sur  $\beta_c$

Les figures 4.31 et 4.32 montrent que les longueurs d'autocorrélation importantes (telles que  $L/D=1$ ) conduisent à des maximums locaux relativement proches des maximums globaux. L'écart maximal entre  $\sigma_{c1}$  et  $\sigma_{c2}$  est en effet presque toujours inférieur à 1% et l'écart entre  $R_{c1}$  et  $R_{c2}$  ne dépasse pas 0.5m, tandis que l'écart entre  $\beta_{c1}$  et  $\beta_{c2}$  est compris entre 3° et 8°. Pour  $L/D=1$ , on peut donc affirmer que la typologie des ruptures multiples (qui sont, on le rappelle, très rares pour cette longueur d'autocorrélation) est formée de deux mécanismes très proches, qui diffèrent légèrement par l'inclinaison de leur ligne de glissement inférieure.

Pour le cas  $L/D=0.1$ , en revanche, les écarts entre  $\sigma_{c1}$  et  $\sigma_{c2}$  peuvent prendre des valeurs très variées (entre 0% et 12%), ainsi que les écarts entre  $R_{c1}$  et  $R_{c2}$  (entre 0m et 4m). Phénomène plus étonnant, on observe que l'écart entre  $\beta_{c1}$  et  $\beta_{c2}$  ne prend jamais de valeur trop faible, en particulier lorsque l'écart entre  $\sigma_{c1}$  et  $\sigma_{c2}$  est important. Ainsi, pour un écart de 2% entre ces deux maximums de pression,

l'écart entre  $\beta_{c1}$  et  $\beta_{c2}$  est compris entre  $7^\circ$  et  $20^\circ$ . La typologie des ruptures multiples dans ce cas correspond donc à des mécanismes dont les lignes de glissement inférieures ne peuvent pas être de même inclinaison au niveau du pied du tunnel, mais qui peuvent avoir des écarts faibles ou importants en termes de rayon de rotation. L'inclinaison de la ligne de glissement en pied de front de taille semble être un paramètre décisif dans le comportement à la rupture de l'ensemble du front, bien que les phénomènes en jeu soient encore peu connus.

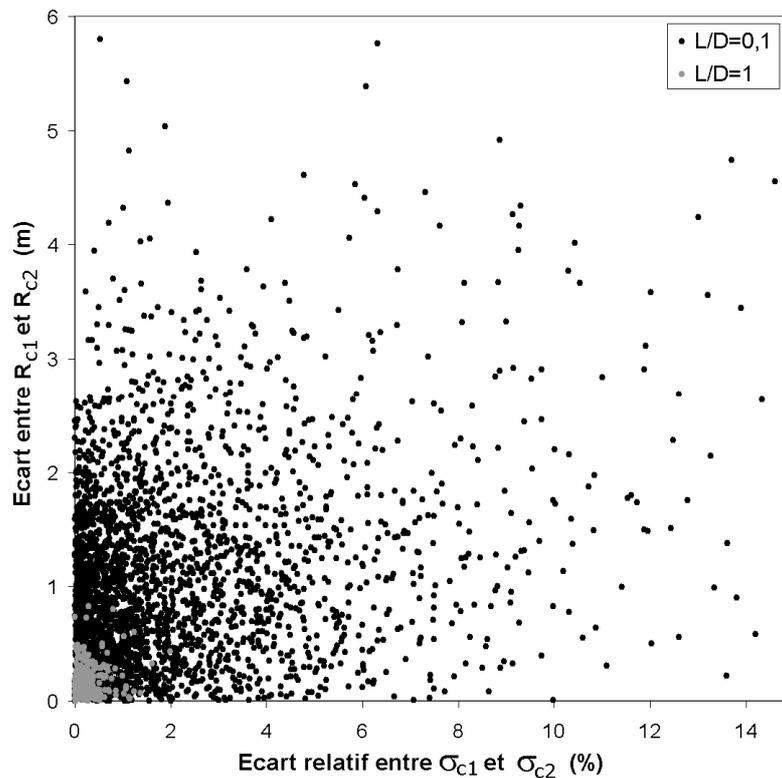


Figure 4.32 : Correspondance entre les écarts sur  $\sigma_c$  et les écarts sur  $R_c$

## 7. Etude du cas limite $L/D=0$

Les longueurs d'autocorrélation très faibles, dont le cas  $L/D=0$  est une limite théorique, posent de nombreuses questions de fond sur la variabilité spatiale des sols. Comme cela a été évoqué plus haut, on peut par exemple s'interroger sur le bien fondé d'utiliser des longueurs d'autocorrélation faibles au regard de la taille des échantillons de sols utilisés lors des essais de détermination de  $\phi$ . A contrario, les phénomènes de rupture d'un sol purement frottant de type sable ont lieu à l'échelle du grain, par le biais d'un très grand nombre d'interactions de type glissement/adhérence ou de rupture des grains.

On peut donc se demander si la prise en compte d'une variabilité spatiale doit se faire à grande échelle (par le biais de paramètres macroscopiques comme l'angle de frottement et en utilisant des échelles de fluctuation à l'échelle de l'ouvrage) ou à l'échelle du grain. Si les réponses à ces questions sont loin d'être évidentes et nécessiteront probablement beaucoup d'autres études, le cas limite  $L/D=0$  a le mérite de soulever des difficultés qui sont directement en lien avec les problèmes évoqués.

La surface de réponse représentée sur la figure 4.24 pour le cas  $L/D=0$  fait apparaître une multitude de maximums locaux, dont on ne sait pas à ce stade s'ils sont des artefacts de la discrétisation angulaire du modèle et de la discrétisation du champ non corrélé en petits pixels homogènes, ou s'ils correspondent effectivement à un grand nombre de mécanismes de rupture simultanés. Une stricte application de l'analyse limite sur cette surface de réponse conduirait en effet à un grand nombre de lignes de glissement concurrentes. La question peut être formulée ainsi : est-il licite d'opérer un lissage de cette surface de réponse pour obtenir un maximum global et unique ?

La figure 4.33 semble indiquer que la réponse est non. Cette figure présente en effet le faciès de rupture obtenu sous FLAC en présence d'un champ non corrélé. La modélisation du cas  $L/D=0$  sous FLAC est identique à celle utilisée pour le modèle d'analyse limite, c'est-à-dire que la variabilité du sol est modélisée en attribuant une valeur aléatoire de  $\phi$  dans chacun des « pixels » carrés du massif de sol, cette valeur étant décorrélée de toutes les autres valeurs. L'unique différence tient à la taille des pixels, qui correspondent aux zones de discrétisation sous FLAC et ont donc une longueur de côté de 3.125 cm au lieu de 1cm.

La figure 4.33 fait clairement apparaître un faciès d'effondrement composé d'une multitude de lignes de glissement simultanées, ce qui est très éloigné de la rupture classique observée en sol homogène. On est donc face à l'alternative suivante : soit il est illicite de lisser la surface de réponse pour considérer l'unicité du mécanisme de ruine à la manière d'un sol homogène, soit la modélisation numérique en différences finies n'est pas plus adaptée que le modèle d'analyse limite pour la prise en compte de variations aussi brutales de l'angle de frottement dans le massif de sol. La question reste ouverte à des études ultérieures. Elle a le mérite de mettre en avant un possible défaut des méthodes reposant sur l'hypothèse d'un milieu continu lorsqu'il est question d'analyser les fluctuations des caractéristiques du sol à très petite échelle.

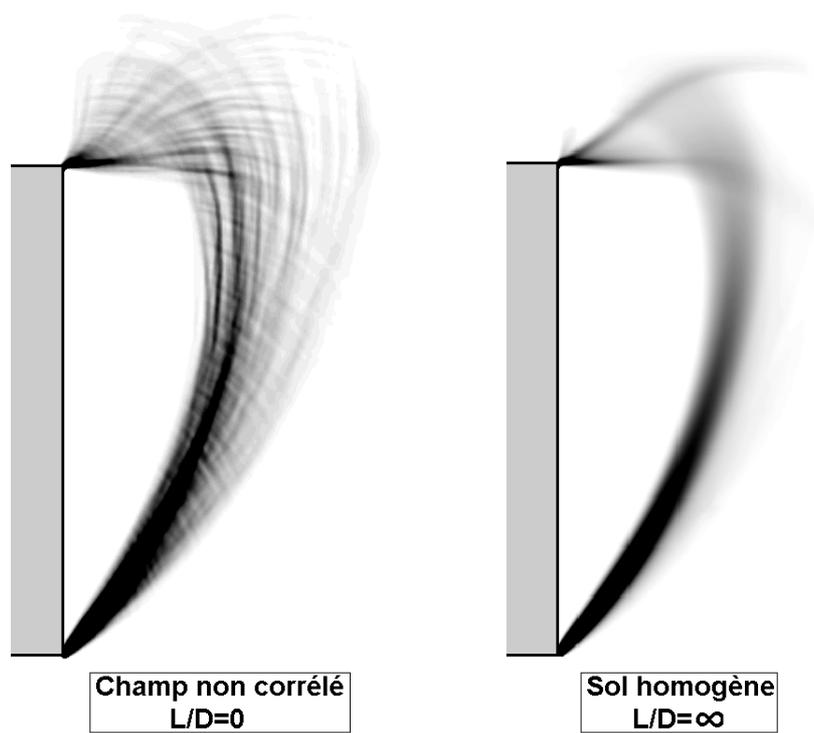


Figure 4.33 : Comparaison des faciès de rupture pour les deux valeurs limites de  $L/D$

---

## *Conclusion*

---

La variabilité spatiale de l'angle de frottement a été appliquée à l'étude de l'effondrement d'un front de taille pressurisé, par l'intermédiaire d'un modèle analytique en deux dimensions. Une telle modélisation est évidemment une simplification notable de la réalité des phénomènes, mais semble être une étape nécessaire avant une modélisation plus complexe en trois dimensions. Le modèle utilisé a été validé avec succès par comparaison avec un modèle numérique, à la fois en sol homogène et en présence d'hétérogénéités. Des tirages de Monte-Carlo réalisés pour différentes échelles de fluctuation ont montré que la rupture d'un front de taille en sol purement frottant intéressait systématiquement l'ensemble du front de taille, et que la longueur d'autocorrélation avait une influence considérable sur la dispersion de la pression limite d'effondrement, ainsi que sur les faciès de rupture observés.

Il apparaît ainsi que la dispersion de la pression limite est plus importante lorsque la longueur d'autocorrélation est grande par rapport au diamètre du tunnel, mais que les mécanismes de rupture ont dans ce cas une forme assez constante. La dispersion maximale est obtenue pour le cas d'un sol homogène, ce qui signifie que la modélisation de l'aléa par l'intermédiaire de variables aléatoires est probablement sécuritaire par rapport à une modélisation plus complexe en champs aléatoires. Pour les longueurs d'autocorrélation plus faibles, en revanche, on observe que la dispersion de la pression limite d'effondrement est réduite, mais que les formes des ruptures sont plus variées. L'étude de champs aléatoires anisotrope, exhibant des échelles de fluctuation différentes selon les axes horizontaux et verticaux par exemple, permettrait de compléter les résultats présentés ici.

Le phénomène des ruptures multiples est observé pour les longueurs d'autocorrélation de l'ordre de  $L/D=0.1$  et pour les longueurs plus faibles. Ce phénomène, impossible à observer en sol homogène, est également bien reproduit par le modèle numérique de référence. Il illustre parfaitement les apports d'une modélisation de l'hétérogénéité du sol dans les problèmes de stabilité. Le cas des

très faibles longueurs d'autocorrélation (c'est-à-dire les cas pour lesquels  $L/D$  tend vers zéro) est sujet à caution, car de tels champs aléatoires sont très difficiles à modéliser. Il semble néanmoins qu'un tel champ conduise à des ruptures d'un type particulier, basées sur un très grand nombre de lignes de glissement. Les progrès informatiques devraient permettre dans un avenir proche de conduire des études comparables avec des modèles en trois dimensions, plus fidèles à la géométrie réelle du problème. Les résultats de ce chapitre constituent un point de départ intéressant pour une telle étude.

---

## Conclusion générale

Les résultats présentés dans ce manuscrit mettent en lumière l'intérêt des méthodes probabilistes dans l'étude des systèmes géotechniques, en particulier les tunnels. L'un des principaux obstacles pratiques à ces méthodes est le temps de calcul très important des modèles numériques, combiné au grand nombre d'appels à ces modèles nécessaire à l'application des méthodes probabilistes. La stratégie de ce travail a consisté dans un premier temps à développer de nouveaux modèles analytiques de détermination des pressions limites d'effondrement et de refoulement. Ces modèles sont basés à la fois sur l'observation des faciès de rupture obtenus numériquement pour différents types de sols, et sur un perfectionnement d'approches existantes. Il apparaît que la prise en compte d'une rupture par rotation d'un bloc rigide unique (mécanisme M3) permet d'approcher au mieux les phénomènes d'instabilité dans les sols frottants, tandis qu'une rupture en rotation par déformation continue et à volume constant sans discontinuité de vitesse (mécanisme M5) fournit une estimation très satisfaisante des phénomènes d'instabilité en sols non frottants. Ces deux modèles aux faibles temps de calcul peuvent donc avantageusement se substituer aux modèles numériques lorsque ceux-ci sont trop lourds à mettre en œuvre.

Par ailleurs, aucun modèle analytique ne semblant à même de prendre en compte l'ensemble des opérations liées à l'excavation d'un tunnel par tunnelier à bouclier pressurisé, cette opération a fait l'objet d'une modélisation numérique fine. Celle-ci a permis de mettre en évidence l'impact des différents paramètres de creusement (pressions de soutènement et d'injection, solidification du coulis, etc.) sur différents types de mouvements de sol tels que les tassements, les déplacements horizontaux, les pentes, les tassements différentiels, ou les déformations horizontales. Les temps de calcul moyens pour ce modèle sont raisonnables, mais néanmoins trop importants pour envisager de les appliquer à une étude probabiliste par simulation de Monte-Carlo.

L'étape suivante du travail a donc consisté à présenter et valider la méthode de la surface de réponse stochastique par collocation (CSRSM), qui permet de substituer un méta-modèle analytique au modèle déterministe après calage sur un nombre relativement réduit d'appels à ce modèle. Cette validation a été effectuée à l'aide du modèle M1 de détermination de la pression limite d'effondrement d'un front de taille. En dépit de sa précision toute relative, le modèle M1 s'est avéré idéal pour cette validation, car son temps de calcul très réduit a permis l'utilisation de tirages de Monte-Carlo en grand nombre, ce qui constitue la méthode la plus robuste de validation. Une extension de la CSRSM a également été proposée, afin de réutiliser de manière judicieuse les calculs déterministes déjà effectués pour opérer une étude paramétrique sur les données probabilistes d'entrée. Ce genre d'étude paramétrique peut donc désormais s'effectuer sans calcul déterministe supplémentaire, tout en gardant les avantages du formalisme de la CSRSM.

Cette méthode a été appliquée avec succès aux mécanismes M3 et M5, et a montré que les sols frottants et non frottants ne doivent pas être traités de la même façon lorsqu'il s'agit de définir la pression de soutènement du front. Il apparaît en effet que la rupture par refoulement est extrêmement peu probable dans un sol frottant, et que le dimensionnement de la pression limite peut s'effectuer uniquement à partir de la limite en effondrement. Il semble également que, pour un scénario probabiliste donné sur les variables aléatoires d'entrée, il existe une bonne correspondance entre les approches par facteur de sécurité et le dimensionnement fiabiliste. Cette correspondance doit maintenant être investiguée de manière systématique afin de rendre plus rationnelle l'utilisation de facteurs de sécurité.

Dans un sol non-frottant, en revanche, il apparaît que la rupture par refoulement n'est pas du tout improbable, et qu'un surcroît de sécurité vis-à-vis de l'effondrement est susceptible de dégrader la sécurité de l'ouvrage en augmentant la probabilité de refoulement du sol. Dans un sol purement cohérent, une bonne pratique de dimensionnement consiste donc à choisir la valeur de pression de soutènement qui minimise à la fois la probabilité d'effondrement et la probabilité de refoulement. Cette valeur de pression semble relativement indépendante du scénario probabiliste choisi, mais très fortement liée aux moyennes des paramètres de sol (qui sont généralement bien connues). On peut envisager la mise en place d'abaques de dimensionnement de cette pression « optimale » à partir de l'étude d'un plus grand nombre de cas.

L'application de la CSRSM au modèle numérique T2 d'étude des mouvements de sol induits par l'excavation a montré qu'il s'agit d'un problème complexe, du fait à la fois du grand nombre de variables aléatoires d'entrée (liées à des incertitudes sur plusieurs paramètres de sol et à des incertitudes sur la modélisation de certains phénomènes mal connus) et de variables aléatoires de sortie (liées aux différents types de mouvements de sol apparaissant en surface de l'excavation). La CSRSM est apparue comme un outil très performant pour ce

type de problème, et a permis de définir des probabilités de défaillance selon des modes multiples. D'un point de vue purement déterministe, néanmoins, l'impact d'une structure en surface et son interaction avec les mouvements de sol doivent être précisés, et les résultats présentés ici ont surtout une valeur méthodologique.

La dernière partie du manuscrit présente les résultats d'un séjour de recherche de sept mois à Singapour en collaboration avec le Professeur Kok-Kwang Phoon, de la National University of Singapore. Ce travail se propose de prendre en compte la variabilité spatiale de l'angle de frottement d'un sable, et d'évaluer l'impact de cette variabilité sur la distribution de probabilité de la pression limite d'effondrement. Un mécanisme analytique en deux dimensions capable de prendre en compte cette variabilité est développé et validé par comparaison systématique avec un modèle numérique. Le modèle proposé se montre capable de reproduire avec une bonne précision les formes torturées des ruptures provoquées par la variabilité de  $\phi$ , et de fournir des prévisions satisfaisantes de la pression limite d'effondrement. Une série de tirages de Monte-Carlo à différentes longueurs d'autocorrélation montre l'impact décisif de ce paramètre. Il semble qu'une modélisation en sol homogène (correspondant à une longueur d'autocorrélation infinie) conduise à une dispersion maximale de la pression limite ultime, et constitue donc une hypothèse sécuritaire. En revanche, une longueur d'autocorrélation faible semble conduire à des mécanismes de rupture de formes beaucoup plus variables, et est même susceptible de faire apparaître des phénomènes de ruptures multiples.

D'une manière générale, cette thèse présente un certain nombre d'outils permettant d'évaluer efficacement la propagation d'incertitude au travers d'un modèle déterministe et permet d'envisager des outils de dimensionnement fiables utilisables dans un cadre opérationnel. On trouve dans la littérature de nombreux exemples de méthodes toujours plus efficaces, telles que les méthodes basées sur un polynôme creux ou les méthodes de type « subset simulations ». Néanmoins, ces outils n'auront une valeur que si les distributions statistiques utilisées pour décrire les variables d'entrée sont crédibles. La généralisation de la CSRSM proposée dans ce manuscrit simplifie les études paramétriques et permet donc de déterminer l'impact du choix d'un scénario probabiliste sur le niveau de fiabilité d'un système. Ceci n'est pourtant pas suffisant pour déterminer à coup sûr dans quel scénario on se place. Il semble que les outils consacrés à la propagation de l'incertitude soient aujourd'hui suffisamment efficaces pour traiter la majorité des problèmes, mais qu'un effort doit être fait dans de futures études pour caractériser de manière plus précise l'aléa géotechnique sur les grandeurs d'intérêt. En particulier, les sources physiques de cette variabilité devraient être investiguées, afin que le géotechnicien ait plus de moyens pour déterminer le scénario probabiliste qui correspond le mieux au système qu'il étudie.

---

## Bibliographie

- Abbo, A.J., Wilson, D.W., Lyamin, A.V., and Sloan, S.W. (2009). "Undrained Stability of a Circular Tunnel", *Proc. of the EURO:TUN 2009 congress*, 9-11 sept 2009, Bochum, Aedificatio Publishers, pp 857-864
- AFTES (1983), La méthode convergence confinement, recommandations, Tunnels et ouvrages souterrains, n°59. 32p
- Anagnostou, G., and Kovari, K. (1996a). "Face stability conditions with earth-pressure-balanced shields.", *Tunnelling and Underground Space Technology*, (11)2, 165-173.
- Anagnostou, G., and Kovari, K. (1996b). "Face stability in slurry and EPD shield tunnelling", *Geotechnical Aspects of Underground Construction in Soft Ground*, édité par Mair et Taylor, 1996, Balkema, Rotterdam, pp. 453-458
- Attewell, P.B. (1977), "Ground movements caused by tunneling in soil", Conference on Large Ground Movements and Structures, Cardiff, pp. 812-984.
- Augarde, C.E., Lyamin, A.V., and Sloan, S.W. (2003). "Stability of an undrained plane strain heading revisited.", *Computers and Geotechnics*, 30, 419-430.
- Baecher, G.B., and Christian, J.T. (2003). *Reliability and statistics in geotechnical engineering*, Wiley.
- Bauer, J., et Pula, W. (2000). "Reliability with respect to settlement limit-states of shallow foundations on linearly-deformable subsoil". *Computer and Geotechnics*, 26, pp. 281-308.

- Bernat, S. (1996), « Modélisation du creusement d'un tunnel en terrain meuble, qualification sur chantier expérimental », Th : Sci. : Ecole Centrale de Lyon, 251p.
- Berveiller, M., Sudret, B., and Lemaire, M., (2006). "Stochastic finite elements : a non intrusive approach by regression." *Revue Européenne de Mécanique Numérique*, (15)1-2-3, 81-92.
- Bishop, A.W. (1955), "The use of slip circle in the stability analysis of slopes", *Geotechnique* 5(1), pp. 7-17
- Blatman, G., et Sudret, B. (2010), "An adaptive algorithm to build up sparse polynomial chaos expansion for stochastic finite element analysis", *Probabilistic Engineering Mechanics* 25, pp. 183-197.
- Bourgeois, E. (2002), « Analyse numérique tridimensionnelle des tassements provoqués par le creusement d'un tunnel par la technique du prédécoupage mécanique, application à la traversée souterraine de toulon », *Bulletin des Laboratoires des Ponts et Chaussées*, 237, Mars-Avril 2002, ref 4412, pp 37-57.
- Branque, D., Subrin, D., Boutin, D. (2002), « Etude sur modèle réduit du creusement des tunnels par la méthode du bouclier à pression de terre ». *Proceedings of the 3rd International Symposium on Underground Construction in soft ground, International Society for Soil Mechanics and Geotechnical Engineering*, Toulouse, France.
- Broere, W. (1998). "Face stability calculation for a slurry shield in heterogeneous soft soils.", *Proc. of the world tunnel congress 98 on tunnels and metropolises*, Sao Paulo, Rotterdam :Balkema, 1, 215-218.
- Broms, B.B and Bennermark, H. (1967). "Stability of clay at vertical openings.", *Journal of the Soil Mechanics & Foundation Engineering*, 193(SM1), 71-94.
- Casarin, C. et Mair, R.J. (1981), "The assessment of tunnel stability in clay by model tests, Soft Grond Tunneline" – Failure and Displacements, Resendiz and Romo Editors, A.A. Balkema, pp. 33-44.
- Celada, B. et Gonzalez, A. (1997), "Rock mass characterisation of the weak zones at the Perthus tunnel", *Proc. Of the Ind. Tech. Conf. Ltd on Tunneling under difficult conditions and rock mass classification*, Bâle, pp. 75-86.
- Chaffois, S. (1991), « Modélisation numérique des sols pulvérulents sollicités au cisaillement ou en compression triaxiale vraie – Application aux tunnels et aux pieux », Thèse INSA Lyon, 302p.

- Chambon, P. (1990), « Etude sur modèles réduits centrifuges – Application aux tunnels à faible profondeur en terrain meuble pulvérulent », Thèse de Doctorat de l'Ecole Nationale Supérieure de Mécanique de Nantes, 154p.
- Chambon, P. and Corté, J.F. (1994). "Shallow tunnels in cohesionless soil : Stability of tunnel face.", *J. of Geotech. Engrg.*, ASCE, 120(7), 1148-1165.
- Chapeau, C. (1991), « Auscultation du sol pendant le creusement », *Tunnels et ouvrages souterrains*, Septembre/Octobre, n°107, pp. 235-245.
- Chen, W.F., (1975). *Limit analysis and soil plasticity*, Elsevier Scientific Publishing Compagny, London, 637p.
- Chen, W.F., et Liu, X.L. (1990), *Limit analysis in soil mechanics*, Elsevier Science Publisher, BV, Amsterdam, The Netherlands
- Cherubini, C. (2000). "Reliability evaluation of shallow foundation bearing capacity on  $C'$ ,  $\phi'$  soils." *Can. Geotech. J.*, 37, 264-269.
- Cherubini, C., Giasi, I., et Rethati, L. (1993). "The coefficient of variation of some geotechnical parameters". *Probabilistic Methods in Geotechnical Engineering*. Edited by Li, K.S., et Lo, S-C.R., A.A. Balkema, Rotterdam, pp 179-183.
- Chiasson, P., Lafleur, J., Soulie, M., et Law, K.T. (1995). "Characterizing spatial variability of a clay by geostatistics". *Canadian Geotechnical Journal*, 32(1), pp. 1-10.
- Clough, G.W. et Smith, B. (1981), "Design and Performance of excavations and tunnels in soft clay", *Soft clay engineering*, Amsterdam : Elsevier, pp. 569-634.
- Cording, E.J., et Hansmire, W.H. (1977), « Les déplacements autour des tunnels en terrain tendre », *Tunnels et ouvrages souterrains*, Septembre/Octobre, n°23, pp. 221-225.
- Cornejo, L. (1989), "Instability of the face: its repercussion for tunneling technology", *Tunnels and Tunneling*, April, pp. 69-74
- Davis, E.H., (1968), "Theories of plasticity and the failure of soil masses", *Soil Mechanics: Selected Topics*, édité par E.K. Lee, Butterworth, London, England, pp. 341-380

- Davis, E.H., Gunn, M.J., Mair, R.J. and Seneviratne, H.N. (1980). "The stability of shallow tunnels and underground openings in cohesive material.", *Géotechnique*, 30(4), 397-416.
- De Borst, R. (1988), "Bifurcation in finite elements models with a non-associated flow law", *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, Vol. 12, pp. 99-116.
- De Buhan, P., et Salençon, J. (1993). « A comprehensive stability analysis of soil nailed structure ». *Eur. J. Mech., A/Solids*, 12(3), pp.325-345
- Descoedres, F. (1979), « Mécanique des roches II », cours de l'Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne, 152p.
- Dias, D., (1999), « Renforcement du front de taille des tunnels par boulonnage. Etude numérique et application à un cas réel en site urbain ». Thèse de l'INSA de Lyon, 320p.
- Dias, D., Janin, J.P., Soubra, A.H., et Kastner, R. (2008), "Three-dimensional face stability analysis of circular tunnels by numerical simulations", *The Challenge of Sustainability in the Geoenvironment 'GeoCongress 2008'*, New Orleans, USA.
- Ditlevsen, O. (1981). *Uncertainty modelling: with applications to multidimensional civil engineering systems*. McGraw-Hill, New York, 412p.
- Drescher, A. and E. Detournay (1993). "Limit load in translational failure mechanisms for associative and non-associative materials". *Geotechnique*, 43:443-446.
- Drucker, D.C. et Prager, W. (1952), "Soil Mechanics and Plastic Analysis or Limit Design", *Quarterly Appl Math*, 10, 157-164.
- Eisenstein, A.R., and Ezzeldine, O. (1994). "The role of face pressure for shields with positive ground control.", *Tunneling and ground conditions*, Balkema :Rotterdam, 557-571.
- Ellstein, A.R. (1986). "Heading failure of lined tunnels in soft soils.", *Tunnels and tunnelling*, 51-54.
- Farmer, I.W. (1975), "Stress distribution along a resin grouted rock anchor", *Int. J. Rock Mech. And Min. Sci.*, Vol. 12, pp. 347-351.

- Fellenius, W. (1936), "Calculation of the Stability of Earth Dams," *Transactions, 2nd International Congress on Large Dams*, International Commission on Large Dams, Washington, DC, pp 445-459.
- Fenton, G. A., and Griffiths D. V. (2003). "Bearing capacity prediction of spatially random C- $\phi$  soils." *Can. Geotech. J.*, 40, 54-65.
- FLAC<sup>3D</sup> (1993). *Fast Lagrangian Analysis of Continua*. ITASCA Consulting Group, Inc., Minneapolis.
- Ghanem, R.G., et Spanos, P.-D., (1991), *Stochastic finite elements – A spectral approach*, Springer Verlag
- Glossop, N.H. (1977), "Soil deformations caused by soft ground tunneling", PhD Tesis, University of Durham, 205p.
- Hasofer, A. M., and Lind, N. C. (1974). "Exact and invariant second-moment code format." *J. of Engrg. Mech. Div.*, 100(1), 111-121.
- Hejazi, Y., Dias, D., et Kastner, R. (2008), "Impact of constitutive models on the numerical analysis of underground constructions". *Acta Geotechnica* 3, No. 4, p. 251-258.
- Hill R. (1950), *The mathematical theory of plasticity*, Clarendon Press, Oxford, chap. XII
- Hjjaj, M., Lyamin, A.V., and Sloan, S.W. (2005). "Numerical limit analysis solutions for the bearing capacity factor  $N_{\gamma}$ ", *Int. Journ. for Solids and Struct.* 42 (2005), 1681-1704
- Horn, N. (1961). "Horizontal erddruck auf senkrechte abschlussflächen von tunnelröhren.", *Landeskonferenz der ungarischen tiefbauindustrie*, 7-16.
- Huang, S.P., Quek, S.T., et Phoon, K.K., (2001), "Convergence stud of the truncated Karhunene-Loeve expansion for simulation of stochastic processes", *International journal for numerical methods in engineering*, Vol. 52, pp. 1029-1043
- Huang, S.P., Liang, B., and Phoon, K.K. (2009). "Geotechnical probabilistic analysis by collocation-based stochastic response surface method: An Excel add-in implementation." *Georisk: Assessment and management of risk for engineered systems and geohazards*,(3)2, 75-86.

- Isukapalli, S.S., Roy, A., and Georgopoulos, P.G., (1998). "Stochastic response surface methods (SRSMs) for uncertainty propagation: Application to environmental and biological systems". *Risk Analysis*, (18)3, 351-363.
- Isukapalli, S.S. (1999). "An uncertainty analysis of transport-transformation models", *Ph.D. thesis*, The State University of New Jersey, New Brunswick, New Jersey.
- Kanayasu, S., Yamamoto, Y. et Kitahara, Y. (1994), "Stability of excavation face in earth pressure balanced shield", *Proceedings of the international symposium on Underground Construction in Soft Ground*, New Delhi, 3 January 1994, ed. Keiichi Fujita : Fujita and Kusakabe, pp. 259-271
- Kasper, T., et Meschke, G. (2006), "On the influence of face pressure, grouting pressure, and TBM design in soft ground tunnelling", *Tunnelling and Underground Space Technology*, Vol. 21, pp. 160-171
- Kimura, T. and Mair, R.J. (1981). "Centrifugal testing of model tunnels in clay.", *Proc. 10<sup>th</sup> Int. Conf. of Soil Mechanics and Foundation Engineering*, Stockholm, Rotterdam :Balkema, 1, 319-322.
- Kirkland, C.J. (1984), "Design and construction of urban tunnels", *Compressed air, Advances in tunnelling technology and subsurface use*, Vol. 4, pp. 191-194.
- Kielbessa, S. et Duddeck, H. (1991), "Stress-strain fields at the tunnelling face. Three dimensional analysis for two dimensional technical approach", *Rock Mech. And Rock Eng.*, 1991, Vol. 24, pp.1203-1209.
- Kirsch, Ansgar (2009): „Experimental and numerical investigation of the face stability of shallow tunnels in sand“. In: Kocsonya, Pal (Hrsg.): *Proceedings of the ITA-AITES World Tunnel Congress 2009*. CD-ROM Proceedings. Eigenverlag
- Klar, A., Osman, A.S., and Bolton, M. (2007). "2D and 3D upper bound solutions for tunnel excavation using 'elastic' flow fields", *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, (31)12, 1367-1374.
- Kulhawi, F.H. (1992). "On evaluation of statistic soil properties". *Stability and performance of slopes and embankments II* (GSP31). ASCE, Edité par Seed, R.B. et Boulanger, R.W., New York, pp. 95-115.
- Kumar, J. (2004). "Stability Factors for Slopes with Non-Associated Flow Rule using Energy Consideration". *International Journal of Geomechanics, ASCE*, 4(4), 264-272

- Lacasse, S., and Nadim, F. (1996). "Uncertainties in characterizing soil properties". *Uncertainty in the Geologic Environment*, ASCE, Madison, pp. 49-75.
- Leblais, Y., Andre, D., Chapeau, C. (1995), et al., « Tassements liés au creusement des ouvrages en souterrain ». *Tunnels et ouvrages souterrain*, Novembre/Décembre 1995, n°132, pp. 379-386.
- Leca, E., and Dormieux, L. (1990). "Upper and lower bound solutions for the face stability of shallow circular tunnels in frictional material.", *Géotechnique*, 40(4), 581-606.
- Loganathan, N. and Poulos, H. G. (1998). "Analytical prediction for tunneling-induced ground movements in clays". *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, ASCE Vol. 124, No. 9, pp. 846 -856.
- Loukidis, D., et Salgado, R. (2009), "Bearing capacity of strip and circular footings in sand using finite elements", *Computers and Geotechnics*, Vol. 36, pp. 871-879
- Low, B. K., and Tang, W. H. (1997). "Efficient reliability evaluation using spreadsheet." *J. Eng. Mech.*, 123(7), 749-752.
- Low, B. K., and Tang, W. H. (2004). "Reliability analysis using object-oriented constrained optimization." *Struct. Safety*, 26, 68-89.
- Lumb, P. (1970). "Safety factors and the probability distribution of soil strength". *Canadian Geotechnical Journal*, 3, 74-97.
- Lunardi, P. (1997), « Conception et exécution des tunnels d'après l'analyse des déformations contrôlées dans les roches et dans les sols, présoutènement et préconfinement », *Revue Française de Géotechnique*, n°80, pp. 17-34.
- Mair, R.J. (1979), "Centrifugal modelling of tunnel construction in soft clay". PhD thesis, University of Cambridge, 273p.
- Mair, R.J., et O'reilly, M.P. (1981), "Ground movement around shallow tunnels in soft clay", *10<sup>th</sup> Int. Conf. on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, Stockholm, Vol. 1, pp. 323-328.
- Mair, R.J., Taylor, R.N. et Bracegirdle, A. (1993), "Subsurface settlement profiles above tunnels in clays", *Geotechnique*, Vol. 43, n°2, pp. 315-320.

- Maynar, M.J.M. and Rodriguez, L.E.M. (2005), "Discrete Numerical Model for Analysis of Earth Pressure Balance Tunnel Excavation", *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, 131(10), 1234-1242
- Melchers, R. E. (1999). *Structural Reliability Analysis and Prediction*, 2nd Ed., Wiley, New York.
- Mémier, B., Madier, C., et Perrodo, M. (1995), « Modélisation 3D du creusement d'un tunnel », *Tunnels et ouvrages souterrains*, n°129, pp. 160-164.
- Michalowski, R.L. (1997). "An estimate of the influence of soil weight on bearing capacity using limit analysis", *Soils and Foundations*, 37(4), 57-64.
- Michalowski R.L. & Drescher, A. (2009). "Three-dimensional stability of slopes and excavations", *Geotechnique*, 59 (10) 839-850.
- Migliazza, M., Chiorboli, M., et Giani, G.P. (2009), "Comparison of analytical method, 3D finite element model with experimental subsidence measurements resulting from the extension of the Milan underground", *Computers and Geotechnics*, Vol. 36, 113-124
- Modaressi, H. (1993), « Modèles numériques pour la prédiction des tassements en surface engendrés par l'avancement des tunneliers », rapport du BRGM, 51p.
- Möller, S.C., et Vermeer, P.A. (2008), "On numerical simulation of tunnel installation", *Tunnelling and Underground Space Technology*, 23(4), pp. 461-475
- Mollon, G., Dias, D., and Soubra, A.-H. (2009a). "Probabilistic analysis of circular tunnels in homogeneous soils using response surface methodology." *J. of Geotech. & Geoenv. Engrg.*, ASCE, 135(9), 1314-1325.
- Mollon, G., Dias, D., and Soubra, A.-H. (2009b). "Probabilistic analysis and design of circular tunnels against face stability." *Int. J. of Geomech.*, ASCE, 9(6), 237-249.
- Mollon, G., Dias, D., and Soubra, A.-H. (2010). "Face stability analysis of circular tunnels driven by a pressurized shield" *J. of Geotech. & Geoenv. Engrg.*, ASCE, (136)1, 215-229.
- Mollon, G., Phoon, K.-K., Dias, D., and Soubra, A.-H. (2011a), "Validation of a new 2D failure mechanism for the stability analysis of a pressurized tunnel face in a spatially varying sand", *J. of Engrg. Mech.*, ASCE, accepté

- Mollon, G., Dias, D., and Soubra, A.-H. (2011b), " Rotational failure mechanisms for the face stability analysis of tunnels driven by a pressurized shield", *Int. Journ. Num. Anal. Meth. Geomech.*, accepté
- Mollon, G., Dias, D., and Soubra, A.-H. (2011c), "Probabilistic analysis of pressurized tunnels against face stability using collocation-based stochastic response surface method", *J. of Geotech. & Geoenv. Engrg.*, ASCE, accepté
- Mroueh, H. (1998), « Tunnels en site urbain : Modélisation numérique et interaction creusement-ouvrages existants », Th. De Génie Civil, Ecole Centrale de Lille. 132p.
- Mroueh, H., and Shahrour, I. (2003). "A full 3-D finite element analysis of tunneling-adjacent structures interaction." *Computers and Geotechnics*, 30, 245-253.
- Mroueh, H., et Shahrour, I. (2008), "A simplified 3D model for tunnel construction using tunnel boring machines", *Tunnelling and Underground Space Technology*, Vol. 23, pp. 38-45
- Nour, A., Slimani, A., et Laouami, N. (2002). « Foundation settlement statistics via finite element analysis". *Computers and Geotechnics*, 29, pp. 641-672.
- O'Reilly, M.P. et New, B.M. (1982), "Settlements above tunnels in the United Kingdom – their magnitudes and prediction", *Tunneling'82*, London: IMM, pp. 173-181.
- Ollier, C. (1997), « Etude expérimentale de l'interaction sol-machine lors du creusement d'un tunnel peu profond par tunnelier à pression de boue », Thèse de l'INSA de Lyon, 323p.
- Osman, A.S., Mair, R.J. and Bolton, M.D. (2006), "On the kinematics of 2D tunnel collapse in undrained clay". *Géotechnique*, 56(9), 585-595.
- Peck, R.B. (1969), "Deep excavations and tunneling in soft ground, State of the art Report", *Proc. Of the VIIth Int. Conf. on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, Mexico, pp.225-290.
- Peck, R.B., Hendron, A.J. et Mohraz, B. (1972), "State of the art of soft ground tunnelling", *Proceedings of 1<sup>st</sup> rapid excavation tunnelling conference*, Chicago, Vol. 1, pp. 259-286.
- Pera, J. (1984), « Présentation générale des boucliers à pression de boue », Compte rendu des journées d'études internationales, AFTES, Lyon, pp. 3-7.

- Phoon, K.-K., and Kulhawy, F. H. (1999). "Evaluation of geotechnical property variability." *Can. Geotech. J.*, 36, 625-639.
- Phoon, K.K., Huang, H.W., and Quek, S.T. (2005). "Simulation of strongly non-Gaussian processes using Karhunen-Loeve expansion" *Prob. Eng. Mech.*, 20 (2005), pp 188-198.
- Phoon, K.K., and Huang, S.P. (2007). "Geotechnical probabilistic analysis using collocation-based stochastic response surface method", *Applications of Statistics and Probability in Civil Engineering*, Kanda, Takada and Furada (eds.), Taylor and Francis Group, London.
- Popescu, R. (1995). "Stochastic variability of soil properties : data analysis, digital simulation, effects on system behaviour". PhD thesis, Princeton University, Princeton, NJ.
- Poupelloz, B. (1984), « Tassements engendrés par le creusement des galeries de petite section à faible profondeur – exemples en région parisienne ». Rapport du laboratoire régionale de l'est parisien, 78p.
- Rackwitz, R., and Fiessler, B. (1978). "Structural reliability under combined random load sequences." *Comput. Struct.*, 9(5), 484-494.
- Rankin, W.J. (1988), "Ground movement resulting from urban tunnelling", *Proc. Conf Engineering Geol. Underground Movements*, Nottingham, London, Geological Society, pp. 79-92.
- Romo, M.P., et Diaz, C.M. (1981), "Face stability and ground settlement in shield tunnelling", *Proc. 10<sup>th</sup> Int. Conf. on Soil Mechanics and Foundation Engineering*, Stockholm, Vol. 1, pp. 357-360.
- Rowe, R.K., Lo, K.Y, et Kack, G.J. (1983), "A method of estimating surface settlement above tunnels constructed in soft ground", *Revue Canadienne de Géotechnique*, n°20, pp. 11-22.
- Sagaseta, C., et Moya, J.F. (1980), "Estimation of ground subsidence over urban tunnels", *2<sup>nd</sup> Int. Conf. "Ground movements and structure"*, Cardiff, pp. 331-345.
- Sagaseta, C. (1987), "Analysis of undrained soil deformation due to ground loss", *Geotechnique*, Vol. 37, n°3, pp. 301-320.
- Schlosser, F. (1989), Le projet national CLOUTERRE, *Annales de l'ITBTP*, n°473, 150p.

- Schmidt, B. (1969), "Settlements and ground movements associated with tunneling in soil", PhD Thesis, University of Illinois, 183p.
- Schofield, A.N. (1980), "Cambridge geotechnical centrifuge operations", *Geotechnique*, Vol. 30, n°3, pp. 227-268.
- Serratrice, J.F., (1999), « Suivi du plot Chalucet, application à la prévision des tassements en surface, tunnel de la traversée de Toulon », Journées de Mécanique des Sols et des Roches d'Aix en Provence, Mai 1999, 31 p.
- Serratrice, J.F., et Magnan, J.P. (2002), « Analyse et prévision des tassements de surface pendant le creusement du tunnel nord de la traversée souterraine de Toulon », *Bulletin des Laboratoires des Ponts et Chaussées* 237, Mars-Avril 2002, ref 4412, pp 5-36.
- Serratrice, J.F. (2004), « Traversée Souterraine de Toulon, un site complexe en site urbain », Journées de Géologie des LPC d'Ax les Thermes, Octobre 2004, 2p.
- Shahrour, I., et Ghorbanbeigi, S. (1996), « Analyse tridimensionnelle du comportement des tunnels dans des terrains meubles », *Revue Française de Géotechnique*, 3è trimestre, n°76, pp. 17-23.
- Shinozuka, M., et Deodatis, G. (1991). « Simulation of stochastic processes by spectral representation ». *Applied Mechanics Reviews*, ASME, 44(4), pp. 191-204.
- Sobol', I.M. (1993), "Sensitivity estimates for nonlinear mathematical models". *Math Modelling Comput Exp* ;1:407-14.
- Soubra, A.-H. (1999). "Upper-bound solutions for bearing capacity of foundations." *J. Geotech. Geoenviron. Eng.*, 125(1), 59-68.
- Soubra, A.-H. et Regenass, P. (2000), "Three-dimensional passive earth pressures by kinematical approach". *J. of Geotech. & Geoenv. Engrg.*, ASCE, Vol. 126, N°11, 969-978
- Soubra, A.H., (2002). "Kinematical approach to the face stability analysis of shallow circular tunnels". In: *Proceedings of the Eight International Symposium on Plasticity*, Canada,
- Soulie, M., Montes, P., et Silvestri, V. (1990). « Modelling spatial variability of soil parameters ». *Canadian Geotechnical Journal*, 27, pp. 617-630

- Sudret, B., et Der Kiureghian, A. (2000). « Stochastic finite elements and reliability. A state-of-the-art report », Report n°UCB/SEMM-2000/08, 173p.
- Sudret, B., Berveiller, M., and Lemaire, M. (2006). “A stochastic finite element procedure for moment and reliability analysis”, *Eur. J. Comput. Mech.*, (15)7-8, 825-866.
- Sudret, B. (2007). “Global sensitivity analysis using polynomial chaos expansion.”, *Reliability Engineering and System Safety*, 93, 964-979.
- Takano, D., Otani, J., Nagatani, H. and Mukunoki, T. (2006). "Application of X-ray CT boundary value problems in geotechnical engineering – Research on tunnel face failure.", *Geocongress 2006*, GSP N° , 1-6.
- Tandjiria, V., Teh, C.I., and Low, B.K. (2000). "Reliability analysis of laterally loaded piles using response surface methods." *Struct. Safety*, 22, 335-355.
- Terzaghi, K. (1943), *Theoretical soil mechanics*, John Wiley and Sons, 502p.
- Ukrichton, B., Whittle, A.J., Klangvijit, C. (2003). “Calculations of bearing capacity factor  $N_\gamma$  using numerical limit analysis”, *J. of Geot. Geoenv. Eng.*, 129-6, pp 468-474
- Vanmarcke, E., et Grigoriou, M. (1983). “Stochastic finite element analysis of simple beams”. *Journal of Engineering Mechanics*, 109(5), 1203-1214.
- Vanoudheusden, E. (2006). « Impact de la construction de tunnels urbains sur les mouvements de sol et le bâti existant – incidence du mode de pressurisation du front. », Thèse de l’INSA Lyon, 294p.
- Vermeer, P.A., Ruse, N., et Marcher, T. (2002), “Tunnel heading stability in drained ground”, *Felbau*, Jg., 20(6), pp. 8-18
- Vollenweider, U. (1988), “Schwierigkeiten beim schidvortrieb im lockerstein”, *Erfahrungen beim bau des N3-Quartentunnels*.
- Wolff, T.H. (1985). “Analysis and design of embankment dam slopes : A probabilistic approach”. PhD thesis, Purdue University, Lafayette, Ind.
- Yamamoto, K., Lyamin, A.V., Wilson, D.W., Abbo, A.J., and Sloan, S.W. (2009). “Limit Analysis of Shallow Tunnels in Cohesive-Frictional Soils”, *Proc. of the EURO:TUN 2009 congress*, 9-11 sept 2009, Bochum, Aedificatio Publishers, pp 857-864

- Youssef Abdel Massih, D.S. (2007). "Analyse du comportement des fondations superficielles filantes par des approches fiabilistes." PhD thesis, Université of Nantes, France, in French.
- Youssef Abdel Massih, D.S., and Soubra, A.-H. (2008). "Reliability-based analysis of strip footings using response surface methodology." *International Journal of Geomechanics*, 8(2), 134-143.
- Yuceman, M.S., Tang, W.H., et Ang, A.H.S. (1973). "A probabilistic study of safety and design of earth slopes". Civil Engineering Studies, Structural research Series 402, University of Illinois, Urbana

---

# Annexes

---

## *Annexe 1. Calcul des coefficients adimensionnels du mécanisme M1*

---

La formulation est fournie pour un mécanisme à 5 blocs. Pour un nombre de blocs différents, elle nécessite un certain nombre de modifications relativement simples.

### 1. Géométrie

La distance entre l'extrémité de chaque bloc  $i$  et la clé du tunnel ( $h_i$ ) et la hauteur de l'extrémité du dernier bloc ( $h'_5$ ) sont fournis par :

$$h'_5 = h_5 \cdot \frac{\sin(2\beta_4 + 2\beta_2 + \alpha - \varphi)}{\cos(\Psi_{4,5} - \varphi)} - \left( H - \frac{D}{2} \right) \quad (\text{A.1})$$

$$\text{avec } \begin{cases} h_2 = D \cdot \frac{\cos(\alpha + \varphi) \cdot \cos(\beta_1 - \alpha + \varphi)}{\sin(2\varphi)} \\ h_i = h_2 \cdot \prod_{k=2}^{i-1} \left[ \frac{\cos(\Psi_{k,k+1} + \varphi)}{\cos(\Psi_{k-1,k} - \varphi)} \right] \quad \text{for } i \geq 3 \end{cases} \quad (\text{A.2})$$

Les volumes des blocs extrêmes (premier et cinquième bloc) sont :

$$V_1 = \frac{A_1 \cdot h_1 - A_{1,2} \cdot h_2}{3} \quad (\text{A.3})$$

$$V_5 = \frac{A_{4,5} \cdot h_5 - A_5 \cdot h'_5}{3} \quad (\text{A.4})$$

Le volume du bloc intermédiaire  $i$  (pour  $2 \leq i \leq 4$ ) est :

$$V_i = \frac{A_{i-1,i} \cdot h_i - A_{i,i+1} \cdot h_{i+1}}{3} \quad (\text{A.5})$$

Si  $h'_5 > 0$ , la valeur de la surface débouchante du cinquième bloc est :

$$A_5 = \frac{\Pi}{\cos(\varphi)} \cdot \left( \frac{h'_5 \cdot \sin(2\varphi)}{2\sin(2\beta_4 + 2\beta_2 + \alpha + \varphi) \cdot \sin(2\beta_4 + 2\beta_2 + \alpha - \varphi)} \right)^2 \cdot \sqrt{\frac{\sin(2\beta_4 + 2\beta_2 + \alpha + \varphi)}{\sin(2\beta_4 + 2\beta_2 + \alpha - \varphi)}} \quad (\text{A.6})$$

Sinon le mécanisme ne débouche pas et  $A_5 = 0$ . La surface elliptique résultant de l'intersection du premier cône avec le front de taille circulaire est :

$$A_1 = \frac{\Pi \cdot D^2}{4 \cos(\varphi)} \cdot \sqrt{\cos(\alpha - \varphi) \cdot \cos(\alpha + \varphi)} \quad (\text{A.7})$$

La surface de contact elliptique entre deux blocs successifs  $i$  et  $i+1$  est fournie par :

$$\left\{ \begin{array}{l} A_{1,2} = \frac{\Pi \cdot D^2}{4 \cos(\varphi)} \cdot \cos(\alpha + \varphi)^2 \cdot \frac{\sqrt{\cos(\beta_1 - \alpha + \varphi)}}{\cos(\beta_1 - \alpha - \varphi)^{1.5}} \\ A_{i,i+1} = \frac{\Pi \cdot D^2}{4 \cos(\varphi)} \cdot \cos(\alpha + \varphi)^2 \cdot \frac{\sqrt{\cos(\Psi_{i,i+1} + \varphi)}}{\cos(\Psi_{i,i+1} - \varphi)^{1.5}} \cdot \prod_{k=2}^i \left[ \frac{\cos(\Psi_{k-1,k} + \varphi)^2}{\cos(\Psi_{k-1,k} - \varphi)} \right] \end{array} \right. \quad \text{for } i \geq 2 \quad (\text{A.8})$$

## 2. Cinématique

La vitesse du bloc  $i$  et la vitesse relative entre les blocs  $i$  et  $i+1$  sont :

$$v_i = v_1 \cdot \prod_{k=2}^i \frac{\cos(\Psi_{k-1,k} + \varphi)}{\cos(\Psi_{k-1,k} - \varphi)} \quad \text{for } i \geq 2 \quad (\text{A.9})$$

$$v_{i,i+1} = v_i \cdot \frac{\sin(2\Psi_{i,i+1})}{\cos(\Psi_{i,i+1} - \varphi)} \quad \text{for } i \geq 1 \quad (\text{A.10})$$

avec

$$\begin{cases} \Psi_{0,1} = \alpha \\ \Psi_{i,i+1} = \beta_i - \Psi_{i-1,i} \quad \text{for } i \geq 1 \end{cases} \quad (\text{A.11})$$

### 3. Expressions de $N_\gamma$ et $N_s$

Pour un mécanisme d'effondrement à 5 blocs, la pression limite est obtenue à partir de l'équation (2.1), avec :

$$N_\gamma = \frac{P_{31} + P_{41} + P_{51} + P_{52}}{D} \quad (\text{A.12})$$

$$N_s = \frac{\frac{v_5}{v_1} \cdot \sin(2\beta_2 + 2\beta_4 + \alpha) \cdot A_5}{A_1 \cdot \cos(\alpha)} \quad (\text{A.13})$$

où:

$$P_{51} = \frac{\frac{v_4}{v_1} \cdot \sin(2\beta_1 + 2\beta_3 - \alpha) \cdot V_4}{A_1 \cdot \cos(\alpha)} \quad (\text{A.14})$$

$$P_{52} = \frac{\frac{v_5}{v_1} \cdot \sin(2\beta_2 + 2\beta_4 + \alpha) \cdot V_5}{A_1 \cdot \cos(\alpha)} \quad (\text{A.15})$$

$$P_{41} = \frac{\frac{v_2}{v_1} \cdot \sin(2\beta_1 - \alpha) \cdot V_2 + \frac{v_3}{v_1} \cdot \sin(2\beta_2 + \alpha) \cdot V_3}{A_1 \cdot \cos(\alpha)} \quad (\text{A.16})$$

$$P_{31} = \frac{V_1 \cdot \sin(\alpha)}{A_1 \cdot \cos(\alpha)} \quad (\text{A.17})$$

---

## Annexe 2. Génération d'un nouveau point du mécanisme M2

---

La procédure décrite dans le chapitre 2 section C permet de créer, à partir de chaque point  $P_{i,j}$  du mécanisme M2, un nouveau point  $P_{i,j+1}$  dans le plan suivant tout en respectant localement la règle de normalité dans le voisinage de ces points. La formulation mathématique de ce problème peut être décrite comme suit, par exemple pour la définition du point  $P_{i,1}$ . Les trois points  $P_{i,1}$ ,  $P_{i,0}$ , et  $P_{i-1,0}$  définissent un plan ( $\Gamma_1$ ), avec un vecteur normal  $\vec{N}_1$  (inconnu pour l'instant). Par ailleurs, le vecteur  $\vec{A}_1$  appartenant au plan  $j=0$  est défini par :  $\vec{A}_1 = \overrightarrow{P_{i-1,0}P_{i,0}}$  où les coordonnées des points  $P_{i,0}$ , et  $P_{i-1,0}$  sont respectivement  $(x_{i,0}, y_{i,0}, z_{i,0})$  et  $(x_{i-1,0}, y_{i-1,0}, z_{i-1,0})$ . Les vecteurs  $\vec{N}_1$  et  $\vec{A}_1$  sont fournis par :

$$\vec{N}_1 \begin{cases} x_{n1} \\ y_{n1} \\ z_{n1} \end{cases} ; \quad \vec{A}_1 \begin{cases} x_{a1} = x_{i,0} - x_{i-1,0} \\ y_{a1} = y_{i,0} - y_{i-1,0} \\ z_{a1} = z_{i,0} - z_{i-1,0} \end{cases} \quad (\text{A.18})$$

Le vecteur normal  $\vec{N}_1$  doit satisfaire aux trois conditions suivantes :

$$\left\{ \begin{array}{ll} \vec{N}_1 \text{ est un vecteur unitaire} & \Rightarrow \quad \|\vec{N}_1\| = 1 \\ \vec{N}_1 \text{ est orthogonal à } \Gamma_1, \text{ et donc à } \vec{A}_1 & \Rightarrow \quad \vec{N}_1 \cdot \vec{A}_1 = 0 \\ \Gamma_1 \text{ respecte la condition de normalité} & \Rightarrow \quad \vec{N}_1 \cdot \vec{V} = \cos(\pi/2 + \varphi) = -\sin \varphi \end{array} \right. \quad (\text{A.19})$$

A partir de ces trois conditions, on peut déduire le système suivant d'équations :

$$\begin{cases} x_{n1}^2 + y_{n1}^2 + z_{n1}^2 = 1 \\ x_{n1} \cdot x_{a1} + y_{n1} \cdot y_{a1} + z_{n1} \cdot z_{a1} = 0 \\ y_{n1} \cdot \sin(\beta) + z_{n1} \cdot \cos(\beta) = \sin(\varphi) \end{cases} \quad (\text{A.20})$$

Les variables intermédiaires suivantes sont définies :

$$\begin{aligned} A_1 &= (\tan(\beta) \cdot z_{a1} - y_{a1}) / x_{a1} \\ B_1 &= (\sin(\varphi) \cdot z_{a1}) / (x_{a1} \cdot \cos(\beta)) \\ C_1 &= -\tan(\beta) \\ D_1 &= \sin(\varphi) / \cos(\beta) \\ \Delta_1 &= (2 \cdot A_1 \cdot B_1 + 2 \cdot C_1 \cdot D_1)^2 - 4 \cdot (A_1^2 + C_1^2 + 1) \cdot (B_1^2 + D_1^2 - 1) \end{aligned} \quad (\text{A.21})$$

Les coordonnées de  $\overline{N}_1$  peuvent être exprimées de la manière suivante :

$$\begin{cases} x_{n1} = A_1 \cdot y_{n1} - B_1 \\ y_{n1} = (2 \cdot A_1 \cdot B_1 + 2 \cdot C_1 \cdot D_1 \pm \sqrt{\Delta_1}) / (2 \cdot A_1^2 + 2 \cdot C_1^2 + 2) \\ z_{n1} = C_1 \cdot y_{n1} - D_1 \end{cases} \quad (\text{A.22})$$

La normale au plan  $\Gamma_1$  contenant le point  $P_{i,1}$  est donc définie. En procédant de la même manière, on peut également définir les coordonnées  $(x_{n2}, y_{n2}, z_{n2})$  du vecteur  $\overline{N}_2$  normal au plan ( $\Gamma_2$ ) qui contient les points  $P_{i,1}$ ,  $P_{i,0}$ , et  $P_{i+1,0}$ . Le point  $P_{i,1}$  est situé à l'intersection des plans ( $\Gamma_1$ ) et ( $\Gamma_2$ ), et du plan vertical correspondant à  $j=1$ . Par conséquent, ses coordonnées vérifient le système :

$$\begin{cases} x_{n1} \cdot x_{i,1} + y_{n1} \cdot y_{i,1} + z_{n1} \cdot z_{i,1} - (x_{n1} \cdot x_{i,0} + y_{n1} \cdot y_{i,0} + z_{n1} \cdot z_{i,0}) = 0 & (\Gamma_1) \\ x_{n2} \cdot x_{i,1} + y_{n2} \cdot y_{i,1} + z_{n2} \cdot z_{i,1} - (x_{n2} \cdot x_{i,0} + y_{n2} \cdot y_{i,0} + z_{n2} \cdot z_{i,0}) = 0 & (\Gamma_2) \\ z_{i,1} = z_{i,0} + \delta_z & (j=1) \end{cases} \quad (\text{A.23})$$

Les variables intermédiaires suivantes sont définies :

$$\begin{aligned} E_1 &= z_{n1} \cdot (z_{i,0} + \delta_z) - (x_{n1} \cdot x_{i,0} + y_{n1} \cdot y_{i,0} + z_{n1} \cdot z_{i,0}) \\ E_2 &= z_{n2} \cdot (z_{i,0} + \delta_z) - (x_{n2} \cdot x_{i,0} + y_{n2} \cdot y_{i,0} + z_{n2} \cdot z_{i,0}) \end{aligned} \quad (\text{A.24})$$

Finalement, les coordonnées du point  $P_{i,1}$  sont données par :

$$\left\{ \begin{array}{l} x_{i,1} = -\left(\frac{y_{n1}}{x_{n1}}\right) \cdot y_{i,1} - \frac{E_1}{x_{n1}} \\ y_{i,1} = \left(x_{n2} \cdot \frac{E_1}{x_{n1}} - E_2\right) / \left(-x_{n2} \cdot \frac{y_{n1}}{x_{n1}} - y_{n2}\right) \\ z_{i,1} = z_{i,0} + \delta_z = \delta_z \end{array} \right. \quad (\text{A.25})$$

---

## *Annexe 3. Calcul des volumes et surfaces du modèle M2*

---

Le calcul du volume et de la surface latérale d'un bloc donné est effectué par simple sommation de volumes et surfaces élémentaires  $V_{i,j}$  et  $S_{i,j}$  relatifs à différentes zones de la surface de glissement. Ceci peut s'expliquer de la manière suivante : pour un élément de surface défini par quatre points voisins ( $P_{i,j}$ ,  $P_{i+1,j}$ ,  $P_{i,j+1}$ ,  $P_{i+1,j+1}$ ), on définit les quatre points ( $P'_{i,j}$ ,  $P'_{i+1,j}$ ,  $P'_{i,j+1}$ , et  $P'_{i+1,j+1}$ ) par projection sur le plan  $x=0$  (figure A.1). La surface courbe ( $P_{i,j}$ ,  $P_{i+1,j}$ ,  $P_{i,j+1}$ ,  $P_{i+1,j+1}$ ) peut être divisée en deux triangles de deux façons différentes :  $\{(P_{i,j} ; P_{i+1,j} ; P_{i,j+1})$  et  $(P_{i+1,j} ; P_{i,j+1} ; P_{i+1,j+1})\}$  ou  $\{(P_{i,j} ; P_{i,j+1} ; P_{i+1,j+1})$  et  $(P_{i,j} ; P_{i+1,j} ; P_{i+1,j+1})\}$ . Ces quatre facettes triangulaires sont notées a, b, c, et d. De la même manière, le volume défini par les quatre points ( $P_{i,j}$ ,  $P_{i+1,j}$ ,  $P_{i,j+1}$ ,  $P_{i+1,j+1}$ ) et leurs projections sur le plan  $x=0$  peut être calculé en définissant les quatre volumes  $V_a$ ,  $V_b$ ,  $V_c$  et  $V_d$ .

Chacun d'entre eux correspond au prisme limité par les facettes a, b, c et d et par leurs projections respectives. Par exemple, le volume  $V_a$  est limité par les six points  $\{P_{i,j} ; P_{i+1,j} ; P_{i,j+1} ; P'_{i,j} ; P'_{i+1,j} ; P'_{i,j+1}\}$ , comme représenté sur la figure 1. Pour chacune des facettes triangulaires, il est facile de déterminer la surface extérieure et le volume correspondant (égal à la surface du triangle projeté sur le plan  $x=0$ , multipliée par la distance du barycentre de la facette triangulaire à sa projection sur le même plan  $x=0$ ), en utilisant les coordonnées des trois points formant cette facette. La surface (respectivement le volume) de l'élément limité par les quatre points d'origine est approximée ici par la valeur moyenne entre les surfaces (respectivement les volumes) obtenues à partir des deux façons différentes de le subdiviser en triangles :

$$S_{i,j} = \frac{(S_a + S_b) + (S_c + S_d)}{2} \tag{A.26}$$

$$V_{i,j} = \frac{(V_a + V_b) + (V_c + V_d)}{2}$$

La surface extérieure et le volume total du bloc considéré sont obtenus par sommation des valeurs de  $S_{i,j}$  et  $V_{i,j}$ .

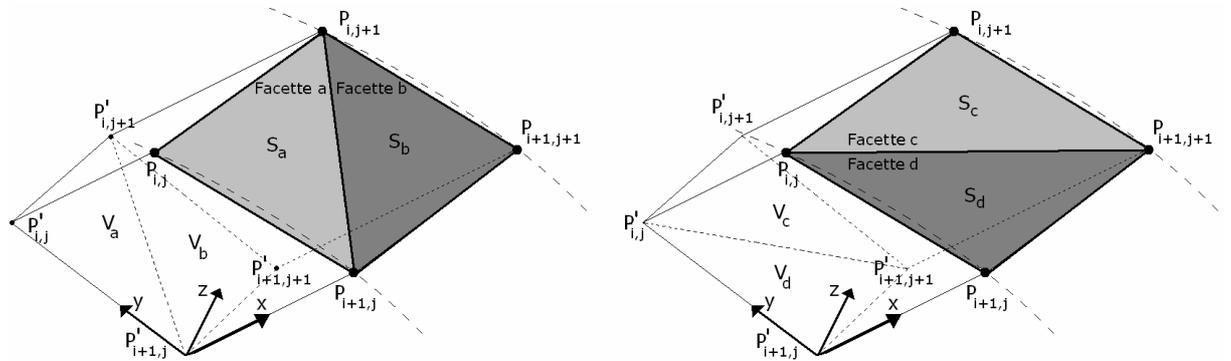


Figure A.1 : Découpage d'un élément à quatre points en deux triangles

---

## Annexe 4. Génération d'un nouveau point du mécanisme M3

---

Chaque facette triangulaire  $F_{i,j}$  contenant les trois points  $P_{i,j}$ ,  $P_{i+1,j}$ , et  $P_{i,j+1}$  doit respecter la condition de normalité. Les coordonnées du vecteur  $\overrightarrow{P_{i,j}P_{i+1,j}}$  et du point  $P'_{i,j}$  situé au centre du segment  $P_{i,j}P_{i+1,j}$ , dans le système de coordonnées  $(X, Y, Z)$ , sont données par :

$$\overrightarrow{P_{i,j}P_{i+1,j}} \begin{cases} a_x = X_{i+1,j} - X_{i,j} \\ a_y = Y_{i+1,j} - Y_{i,j} \\ a_z = Z_{i+1,j} - Z_{i,j} \end{cases} \quad (\text{A.27})$$

$$P'_{i,j} \begin{cases} X'_{i,j} = (X_{i+1,j} + X_{i,j})/2 \\ Y'_{i,j} = (Y_{i+1,j} + Y_{i,j})/2 \\ Z'_{i,j} = (Z_{i+1,j} + Z_{i,j})/2 \end{cases} \quad (\text{A.28})$$

où les coordonnées des points  $P_{i,j}$ ,  $P_{i+1,j}$ , et  $P_{i,j+1}$  sont :  $P_{i,j}(X_{i,j}, Y_{i,j}, Z_{i,j})$ ,  $P_{i+1,j}(X_{i+1,j}, Y_{i+1,j}, Z_{i+1,j})$  et  $P_{i,j+1}(X_{i,j+1}, Y_{i,j+1}, Z_{i,j+1})$ . Par ailleurs, le vecteur normal à la facette  $F_{i,j}$  est notée  $\vec{N}$ , avec les coordonnées  $(X_n, Y_n, Z_n)$ . Le vecteur vitesse est considéré au point  $P'_{i,j}$ . Sa norme dépend de la position de ce point. Néanmoins, par définition des plans  $\Pi_j$ , le vecteur vitesse unitaire (défini par le quotient du vecteur vitesse par sa norme) est constant dans chaque plan  $\Pi_j$ , et ses coordonnées sont données par :

$$\vec{v}_j \begin{cases} X_{v_j} = 0 \\ Y_{v_j} = \mp \sin \beta_j \\ Z_{v_j} = \mp \cos \beta_j \end{cases} \quad (\text{A.29})$$

Les coordonnées du vecteur normal  $\vec{N}$  doivent vérifier les trois conditions suivantes, à la fois dans le cas de l'effondrement et dans le cas du refoulement :

- $F_{i,j}$  doit respecter la condition de normalité, donc  $\vec{N}$  doit faire un angle de  $\pi/2 + \varphi$  avec  $\vec{v}_j$  ;
- $\vec{N}$  est normal à  $F_{i,j}$ , et donc au vecteur  $\overrightarrow{P_{i,j}P_{i+1,j}}$
- $\vec{N}$  est un vecteur unitaire

Ces trois conditions s'expriment par le système d'équation suivant :

$$\begin{cases} \vec{v}_j \cdot \vec{N} = \cos(\pi/2 + \varphi) \\ \vec{N} \cdot \overrightarrow{P_{i,j}P_{i+1,j}} = 0 \\ \|\vec{N}\| = 1 \end{cases} \quad (\text{A.30})$$

En substituant les expressions des vecteurs  $\vec{v}_j$ ,  $\vec{N}$ , and  $\overrightarrow{P_{i,j}P_{i+1,j}}$  dans l'équation. (A.30), on obtient le système d'équation suivant, dont les inconnues sont  $X_n$ ,  $Y_n$  et  $Z_n$  :

$$\begin{cases} X_n \cdot X_{vj} + Y_n \cdot Y_{vj} + Z_n \cdot Z_{vj} = \cos(\pi/2 + \varphi) \\ X_n \cdot a_x + Y_n \cdot a_y + Z_n \cdot a_z = 0 \\ X_n^2 + Y_n^2 + Z_n^2 = 1 \end{cases} \quad (\text{A.31})$$

Pour résoudre ce système, on introduit les variables intermédiaires suivantes :

$$A = -Z_{vj}/Y_{vj} \quad (\text{A.32})$$

$$B = \frac{\cos(\pi/2 + \varphi)}{Y_{vj}} \quad (\text{A.33})$$

$$C = \frac{-A \cdot a_y - a_z}{a_x} \quad (\text{A.34})$$

$$D = \frac{-B \cdot a_y}{a_x} \quad (\text{A.35})$$

$$E = A^2 + C^2 + 1 \quad (\text{A.36})$$

$$F = 2 \cdot A \cdot B + 2 \cdot C \cdot D \quad (\text{A.37})$$

$$G = B^2 + D^2 - 1 \quad (\text{A.38})$$

$$\Delta = F^2 - 4 \cdot E \cdot G \quad (\text{A.39})$$

Les coordonnées de  $\vec{N}$  sont finalement données par :

$$\begin{cases} Z_n = \frac{-F \pm \sqrt{\Delta}}{2 \cdot E} \\ Y_n = A \cdot Z_n + B \\ X_n = C \cdot Z_n + D \end{cases} \quad (\text{A.40})$$

Le signe positif ou négatif à adopter pour le calcul de  $Z_n$  dans l'équation (A.40) est choisi de manière à ce que le vecteur  $\vec{N}$  pointe vers l'extérieur de la surface du mécanisme de rupture. Cette condition est vérifiée en prenant le signe pour lequel  $\vec{N} \cdot (\vec{P}_{i,j} \vec{P}_{i+1,j} \times \vec{v}_j) > 0$ .

Pour obtenir les coordonnées du point  $P_{i,j+1}$  appartenant au plan  $\Pi_{j+1}$ , on peut écrire :

$$C_{j+1} \vec{P}_{i,j+1} = r_{i,j+1} \cdot \vec{\delta}_{i,j+1} \quad (\text{A.41})$$

où  $r_{i,j+1}$  est la distance entre  $C_{j+1}$  et  $P_{i,j+1}$  (pour l'instant inconnue), et  $\vec{\delta}_{i,j+1}$  est un vecteur unitaire avec les coordonnées suivantes dans le repère global (X, Y, Z):

$$\vec{\delta}_{i,j+1} \begin{cases} \delta_x = \sin \theta_{i,j+1} \\ \delta_y = \cos \theta_{i,j+1} \cdot \cos \beta_{j+1} \\ \delta_z = \cos \theta_{i,j+1} \cdot \sin \beta_{j+1} \end{cases} \quad (\text{A.42})$$

Les expressions des coordonnées de  $\vec{\delta}_{i,j+1}$  proviennent directement des cosinus directeurs de ce vecteur. On rappelle que le vecteur  $\vec{\delta}_{i,j+1}$  dans l'équation (A.42) impose la valeur de l'angle  $\theta_{i,j+1}$  du point  $P_{i,j+1}$  comme la valeur moyenne entre  $\theta_{i,j}$  et  $\theta_{i+1,j}$ . Pour obtenir les coordonnées de  $P_{i,j+1}$ , la condition d'orthogonalité suivante est utilisée :

$$\overrightarrow{P'_{i,j} P_{i,j+1}} \cdot \vec{N} = 0 \quad (\text{A.43})$$

Pour introduire l'équation (A.43) dans l'équation (A.41) (c'est-à-dire pour imposer l'angle  $\theta_{i,j+1}$  au point  $P_{i,j+1}$ ), le vecteur  $\overrightarrow{P'_{i,j} P_{i,j+1}}$  peut être exprimé de la façon suivante :

$$\overrightarrow{P'_{i,j} P_{i,j+1}} = \overrightarrow{P'_{i,j} C_{j+1}} + \overrightarrow{C_{j+1} P_{i,j+1}} = \overrightarrow{P'_{i,j} C_{j+1}} + r_{i,j+1} \cdot \vec{\delta}_{i,j+1} \quad (\text{A.44})$$

Après simplifications, l'équation (A.44) conduit à l'expression suivante pour  $r_{i,j+1}$  :

$$r_{i,j+1} = - \frac{X_n \cdot (X_{C,j+1} - X'_{i,j}) + Y_n \cdot (Y_{C,j+1} - Y'_{i,j}) + Z_n \cdot (Z_{C,j+1} - Z'_{i,j})}{X_n \cdot \delta_x + Y_n \cdot \delta_y + Z_n \cdot \delta_z} \quad (\text{A.45})$$

Finalement, les coordonnées de  $P_{i,j+1}$  sont données par :

$$P_{i,j+1} \begin{cases} X_{i,j+1} = X_{C,j+1} + r_{i,j+1} \cdot \delta_x \\ Y_{i,j+1} = Y_{C,j+1} + r_{i,j+1} \cdot \delta_y \\ Z_{i,j+1} = Z_{C,j+1} + r_{i,j+1} \cdot \delta_z \end{cases} \quad (\text{A.46})$$

---

## *Annexe 5. Calcul du flux de vitesse du mécanisme M4 au travers d'un plan $\Pi_\beta$*

---

On cherche dans cette annexe à vérifier que le flux de vitesse du mécanisme M4 au travers d'un plan  $\Pi_\beta$  est indépendant de la coordonnée angulaire  $\beta$  de ce plan. Le vecteur vitesse est formé de trois composantes dans le repère torique lié au champ de vitesse. La composante  $v_\beta$  est normale au plan  $\Pi_\beta$ , et les deux autres composantes  $v_r$  et  $v_\theta$  appartiennent à ce plan. Le flux de vitesse au travers de  $\Pi_\beta$  est donc égal à celui de sa composante  $v_\beta$  uniquement. Celle-ci a pour valeur :

$$v_\beta(\beta, r, \theta) = v_m(\beta) \cdot f(r, \beta) = \left( \frac{R_i^2}{R(\beta)^2} \right) \cdot \left( 1 - \frac{r^2}{R(\beta)^2} \right) \quad (\text{A.47})$$

Le flux au travers du plan est donc égal à :

$$F_\beta = \iint_{\Pi_\beta} v_\beta(\beta, r, \theta) dS \quad (\text{A.48})$$

Dans cette expression,  $dS$  est un petit élément de surface appartenant à  $\Pi_\beta$ . Plus précisément, puisque les composantes du vecteur vitesse sont nulles au dehors de l'enveloppe externe du mécanisme, on peut écrire :

$$F_\beta = \int_0^{R(\beta)} \int_0^{2\pi} v_\beta(\beta, r, \theta) \cdot r \cdot d\theta \cdot dr \quad (\text{A.49})$$

$$F_\beta = \int_0^{R(\beta)} \int_0^{2\pi} \left( \frac{R_i^2}{R(\beta)^2} \right) \cdot \left( 1 - \frac{r^2}{R(\beta)^2} \right) \cdot r \cdot d\theta \cdot dr \quad (\text{A.50})$$

Par conséquent :

$$F_{\beta} = 2\pi \cdot \left( \frac{R_i^2}{R(\beta)^2} \right) \int_0^{R(\beta)} \left( 1 - \frac{r^2}{R(\beta)^2} \right) \cdot r \cdot dr \quad (\text{A.51})$$

$$F_{\beta} = 2\pi \cdot \left( \frac{R_i^2}{R(\beta)^2} \right) \int_0^{R(\beta)} \left( r - \frac{r^3}{R(\beta)^2} \right) \cdot dr \quad (\text{A.52})$$

Donc :

$$F_{\beta} = 2\pi \cdot \left( \frac{R_i^2}{R(\beta)^2} \right) \cdot \left( \frac{R(\beta)^2}{2} - \frac{R(\beta)^4}{4R(\beta)^2} \right) \quad (\text{A.53})$$

Et finalement :

$$F_{\beta} = R_i^2 \cdot \frac{\pi}{2} \quad (\text{A.54})$$

Le flux de vitesse du mécanisme M4 au travers d'un plan  $\Pi_{\beta}$  quelconque est donc bien indépendant de la coordonnée  $\beta$ .

## Annexe 6. Indices de Sobol' obtenues lors de l'étude de la stabilité d'un front de taille

Cette annexe présente sous forme graphique les indices de Sobol' obtenus lors des études paramétrique du chapitre 3, sections C et D. Ces études portent sur le type de loi utilisée sur les variables d'entrée des modèles (variables normales ou variables bornées), et sur les coefficients de variation de ces variables. Les figures A.2 et A.3 sont relatives à un sol purement frottant, les figures A.4 et A.5 sont relatives à un sol frottant et cohérent, et les figures A.6 et A.7 sont relatives à un sol purement cohérent.

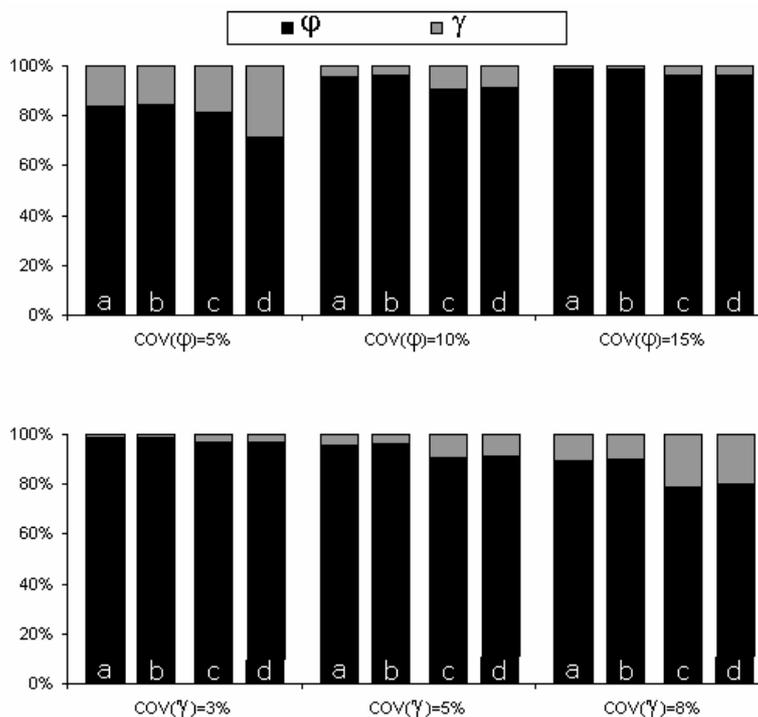


Figure A.2 : Indices de Sobol' des variables aléatoires d'entrée sur la pression limite d'effondrement  $\sigma_c$  en sol purement frottant. a. Sable S1, variables normales ; b. Sable S1, variables bornées ; c. Sable S2, variables normales ; d. Sable S2, variables bornées

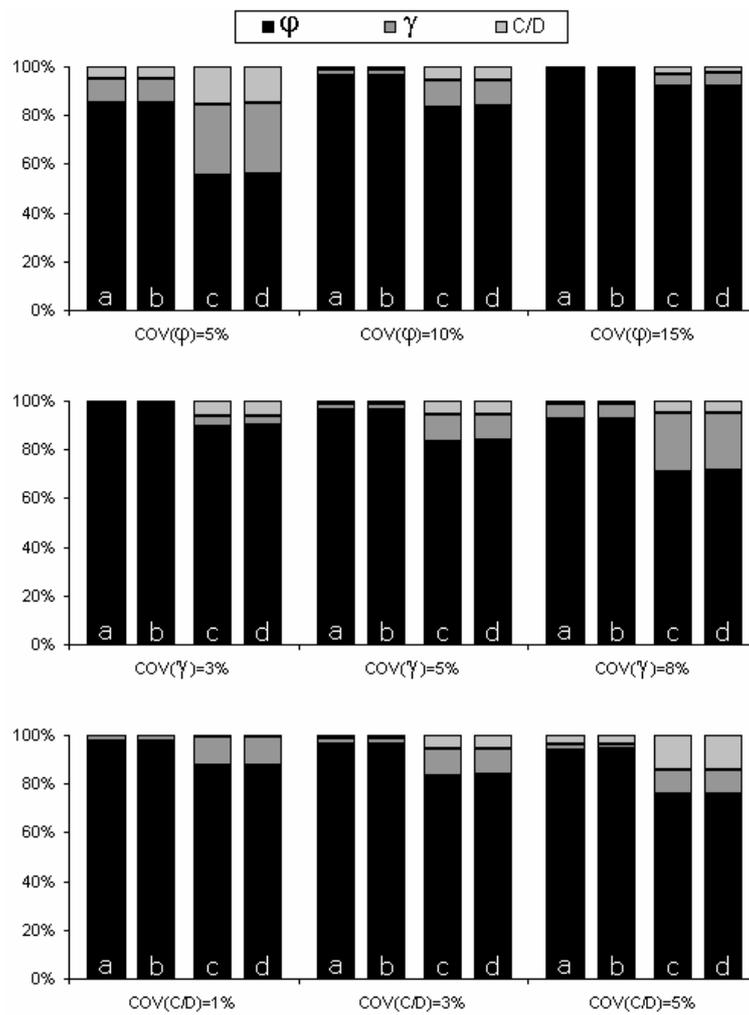


Figure A.3 : Indices de Sobol' des variables aléatoires d'entrée sur la pression limite de refoulement  $\sigma_b$  en sol purement frottant. a. Sable S1, variables normales ; b. Sable S1, variables bornées ; c. Sable S2, variables normales ; d. Sable S2, variables bornées

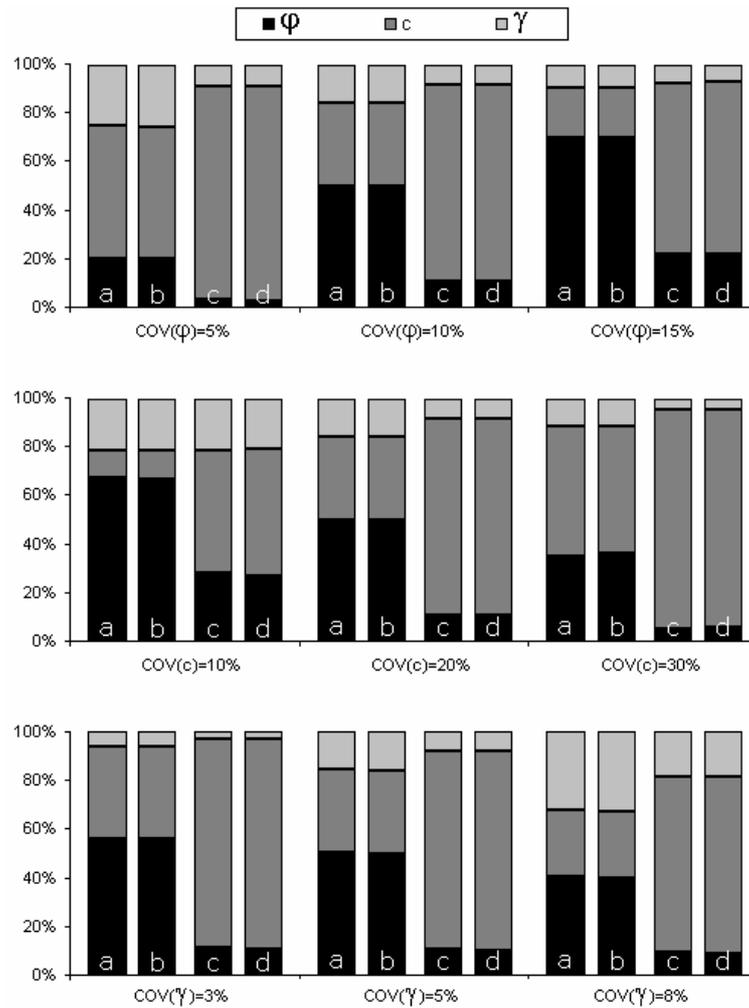


Figure A.4 : Indices de Sobol' des variables aléatoires d'entrée sur la pression limite d'effondrement  $\sigma_c$  en sol frottant et cohérent. a. Argile AD1, variables normales ; b. Argile AD1, variables bornées ; c. Argile AD2, variables normales ; d. Argile AD2, variables bornées

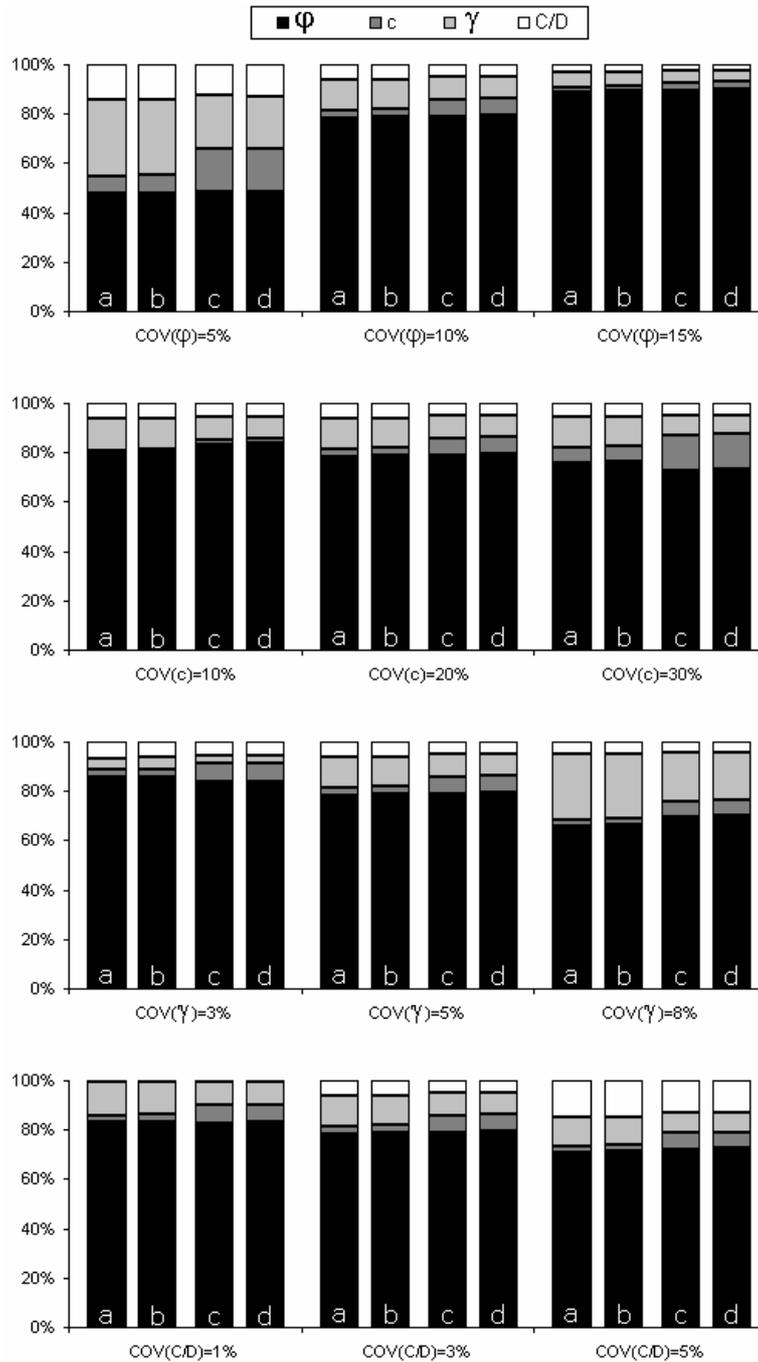


Figure A.5 : Indices de Sobol' des variables aléatoires d'entrée sur la pression limite de refoulement  $\sigma_b$  en sol frottant et cohérent. a. Argile AD1, variables normales ; b. Argile AD1, variables bornées ; c. Argile AD2, variables normales ; d. Argile AD2, variables bornées

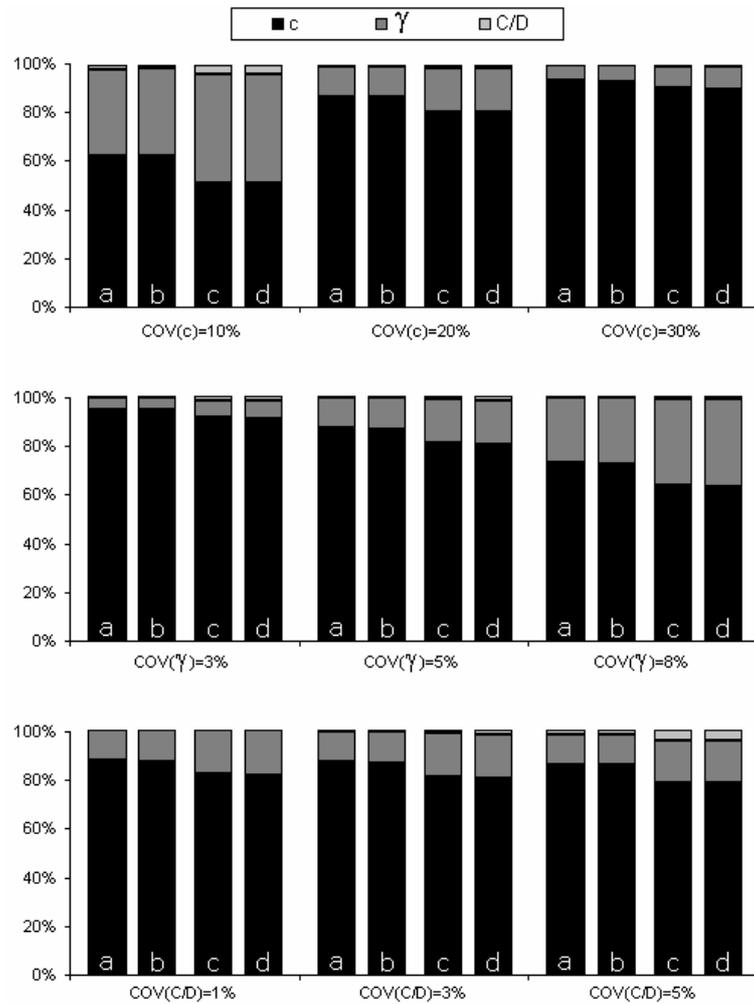


Figure A.6 : Indices de Sobol' des variables aléatoires d'entrée sur la pression limite d'effondrement  $\sigma_c$  en sol purement cohérent. a. Argile AND1, variables normales ; b. Argile AND1, variables bornées ; c. Argile AND2, variables normales ; d. Argile AND2, variables bornées

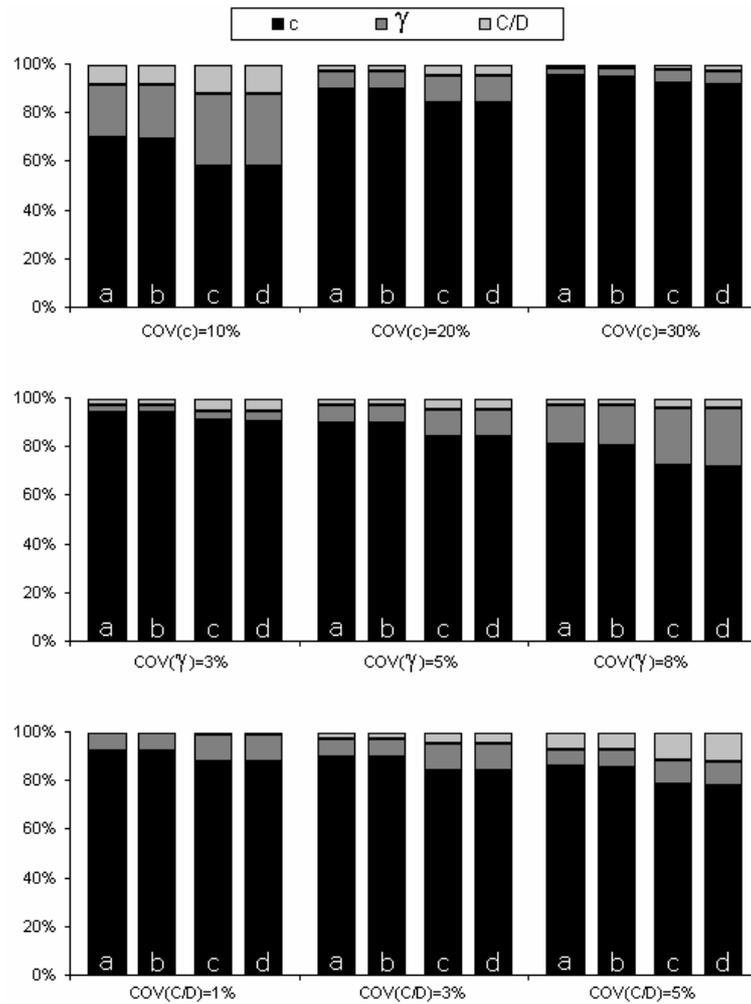


Figure A.7 : Indices de Sobol' des variables aléatoires d'entrée sur la pression limite de refoulement  $\sigma_b$  en sol purement cohérent. a. Argile AND1, variables normales ; b. Argile AND1, variables bornées ; c. Argile AND2, variables normales ; d. Argile AND2, variables bornées

---

## *Annexe 7. Application de la CSRSM à la stabilité en sols frottants et cohérents*

---

### 1. Calcul de référence

La méthode utilisée dans le chapitre 3 section C pour l'étude des sols purement frottants est reprise pour l'étude des sols frottants munis d'une cohésion. Ce genre de comportement est typique des sols de type argileux en conditions drainées. Deux sols (argiles drainées AD1 et AD2) sont étudiés en détail. Leurs caractéristiques moyennes sont fournies dans le tableau A.1. Les pressions limites d'effondrement et de refoulement déterministes (c'est-à-dire déterminées à partir des caractéristiques moyennes des sols) montrent que l'argile AD1 (d'angle de frottement et de cohésion plus faibles mais de facteur déstabilisant  $\gamma D$  plus faible également) a un intervalle de pressions licites nettement plus réduit que l'argile AD2. La pression limite de refoulement de AD1, en particulier, est deux fois plus faible que celle de AD1.

*Tableau A.1 : Paramètres moyens des cas AD1 et AD2*

	$\mu_\phi$	$\mu_c$	$D \cdot \mu_\gamma$	$\mu_c/D$	$\sigma_c$ déterministe	$\sigma_b$ déterministe
AD1	17°	7 kPa	180 kN/m <sup>2</sup>	1	37.0 kPa	1039 kPa
AD2	20°	20 kPa	250 kN/m <sup>2</sup>	1	13.7 kPa	1937 kPa

Pour chacune de ces argiles et pour les pressions limites de refoulement et d'effondrement, on construit un méta-modèle analytique en suivant les étapes de la CSRSM conventionnelle. Pour la pression limite d'effondrement (qui dépend

de trois variables aléatoires  $\phi$ ,  $c$  et  $\gamma$ ) on utilise un PCE d'ordre 3 qui fait appel à 65 calculs déterministes, et pour la pression limite de refoulement (qui dépend de quatre variables aléatoires  $\phi$ ,  $c$ ,  $\gamma$ , et  $C$ ) on utilise un PCE d'ordre 3 qui fait appel à 257 calculs déterministes. Les résultats probabilistes obtenus pour  $\sigma_c$  et  $\sigma_b$  dans les cas S1 et S2, pour des variables normales et un scénario neutre, sont résumés dans le tableau A.2. On y trouve les quatre premiers moments statistiques des pressions limites ainsi que leurs coefficients de variation. Ces résultats sont obtenus après tirages de Monte-Carlo à  $10^6$  échantillons sur les PCE correspondants. On trouve également dans le tableau A.2 les indices de Sobol' des variables aléatoires concernées, obtenues analytiquement à partir des coefficients des PCE.

Tableau A.2 : Résultats probabilistes en variables normales et en scénario neutre

Cas	AD1		AD2	
	$\sigma_c$	$\sigma_b$	$\sigma_c$	$\sigma_b$
Moyenne	37.4 kPa	1044 kPa	14.1 kPa	1949 kPa
Ecart-type	7.5 kPa	132 kPa	11.8 kPa	269 kPa
Asymétrie	0.49	0.35	0.21	0.32
Aplatissement	0.52	0.22	0.27	0.14
COV	20.0%	12.6%	83.4%	13.8%
SU( $\phi$ )	0.50	0.78	0.12	0.79
SU( $c$ )	0.34	0.03	0.80	0.07
SU( $\gamma$ )	0.16	0.13	0.08	0.09
SU( $C$ )	/	0.06	/	0.05

Le tableau A.2 fait apparaître de nettes différences entre les deux argiles considérées. Si le coefficient de variation de la pression limite de refoulement est presque identique pour les deux sols et prend des valeurs modérées, celui de la pression limite d'effondrement est quatre fois plus important pour AD2 que pour AD1, et dépasse les 80%. Ceci est dû en partie au fait que la valeur moyenne de  $\sigma_c$  est faible pour l'argile AD2. L'intervalle déterministe des pressions admissibles est donc plus large pour AD2, mais la variabilité de la borne inférieure de cet intervalle semble plus élevée. Pour les deux argiles et pour les deux types de rupture, les moments d'ordres 3 et 4 des pressions limites sont assez faibles, ce qui indique que les distributions statistiques de ces pressions sont probablement proches d'une forme gaussienne.

En ce qui concerne la pression limite de refoulement, les indices de Sobol' montrent une répartition comparable des impacts des variables aléatoires sur la variabilité de la pression. L'angle de frottement prend en charge environ 80% de la variabilité, et le poids volumique prend approximativement 10%. La cohésion et la hauteur de couverture ne sont à l'origine que de 10% environ de la variabilité totale de la pression de refoulement. Pour la pression limite d'effondrement, en revanche, une nette différence apparaît entre les deux sols. Pour l'argile AD1,  $\phi$ ,  $c$  et  $\gamma$  se partagent la variabilité totale de  $\sigma_c$  à hauteur de la moitié, d'un tiers, et d'un

sixième respectivement. Pour l'argile AD2, 80% de la variabilité totale est apportée par la cohésion. Ceci est sans doute à mettre en relation avec la valeur importante de cohésion d'AD2 par rapport à AD1. Ces résultats tendent à prouver que la variabilité de la pression limite de refoulement est majoritairement influencée par celle de l'angle de frottement, tandis que la variabilité de la pression limite d'effondrement est influencée principalement par celle de l'angle de frottement et par celle de la cohésion. Les poids respectifs de ces deux variabilités sont variables, et dépendent probablement des valeurs moyennes de  $\phi$  et  $c$ .

## 2. Etude paramétrique sur la distribution des pressions limites

L'étude paramétrique conduite pour les sols purement frottants au chapitre 3 section C est reconduite pour les deux argiles AD1 et AD2 selon le même protocole. L'effet des coefficients de variation de  $\phi$ ,  $c$ ,  $\gamma$ , et  $C/D$  ainsi que l'effet du coefficient de corrélation entre  $\phi$  et  $c$  sont successivement étudiés. Pour l'étude de chaque paramètre, on fixe tous les autres paramètres à leur valeur correspondant au scénario neutre, tandis que le paramètre étudié peut prendre les trois valeurs correspondant aux trois scénarios. L'étude est effectuée en variables normales et en variables bornées, pour les pressions d'effondrement et de refoulement, et pour les argiles AD1 et AD2. La méthode CSRSM développée dans le chapitre 3 section B et généralisée à l'étude paramétrique des données probabilistes est utilisée pour limiter le nombre de calculs. On réutilise les calculs déterministes effectués lors du calcul de référence, et on trace les PDF des pressions limites à partir de tirages de Monte-Carlo à  $10^6$  échantillons sur les nouveaux PCE obtenus. Les impacts de  $COV(\phi)$ ,  $COV(c)$ ,  $COV(\gamma)$ ,  $COV(C/D)$ , et  $\rho_{\phi c}$  sont présentés dans les figures A.8, A.9, A.10, A.11, et A.12 respectivement.

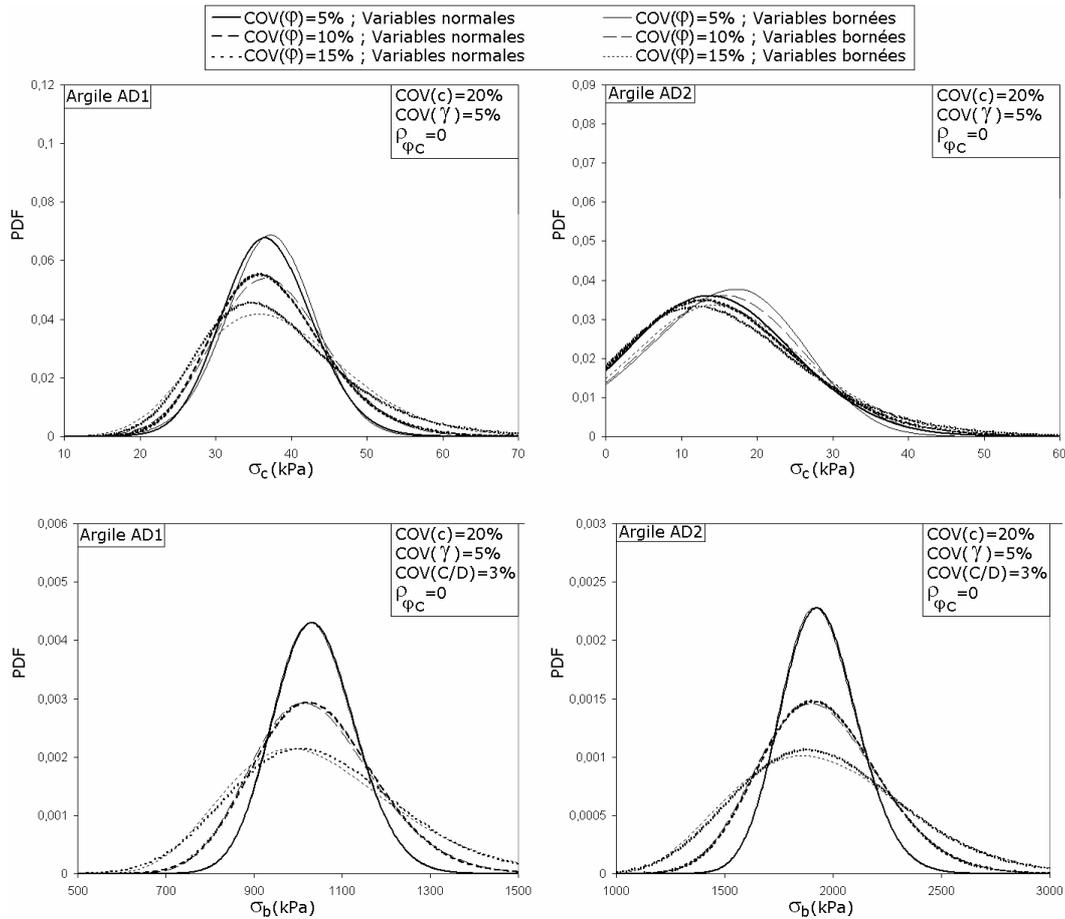


Figure A.8 : Impact de  $COV(\varphi)$  sur les PDF de  $\sigma_c$  et  $\sigma_b$ , pour les argiles AD1 et AD2

La figure A.8 montre que l'impact de  $COV(\varphi)$  sur la distribution de  $\sigma_c$  est important dans le cas de l'argile AD1, mais minime pour AD2. Pour cette deuxième argile, la prise en compte de variables bornées semble même avoir plus d'impact sur le PDF que la modification de  $COV(\varphi)$ . Si on s'intéresse à la distribution de  $\sigma_b$ , en revanche, l'impact de  $COV(\varphi)$  est très notable, et assez semblable pour les argiles AD1 et AD2. La prise en compte de variables bornées plutôt que de variables normales ne semble pas avoir un impact déterminant sur le PDF de  $\sigma_b$ , et cet impact est d'autant plus faible que la dispersion de  $\varphi$  est réduite.

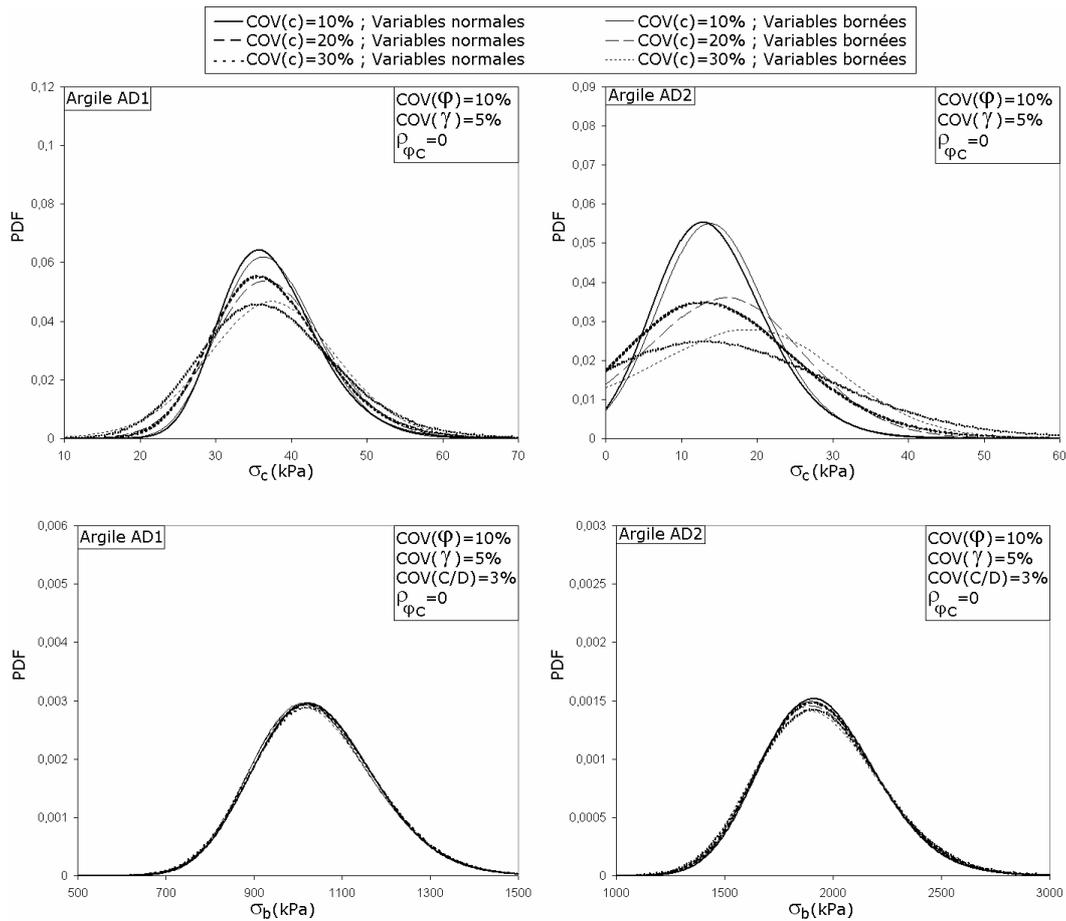


Figure A.9 : Impact de  $COV(c)$  sur les PDF de  $\sigma_c$  et  $\sigma_b$ , pour les argiles AD1 et AD2

La figure A.9 étudie l'impact de  $COV(c)$ . Concernant la pression limite d'effondrement, il semble que le coefficient de variation de la cohésion a un impact bien plus important pour l'argile AD2 que pour l'argile AD1. La différence de distribution induite par la prise en compte de variables bornées par rapport aux variables normales augmente avec la dispersion de  $c$ . Le coefficient de variation de la cohésion n'a en revanche qu'un impact très réduit sur la distribution de la pression limite de refoulement, au même titre que la prise en compte de variables bornées. Qu'il s'agisse des argiles AD1 ou AD2, les six courbes de PDF de  $\sigma_b$  apparaissent quasiment confondues sur la figure A.9.

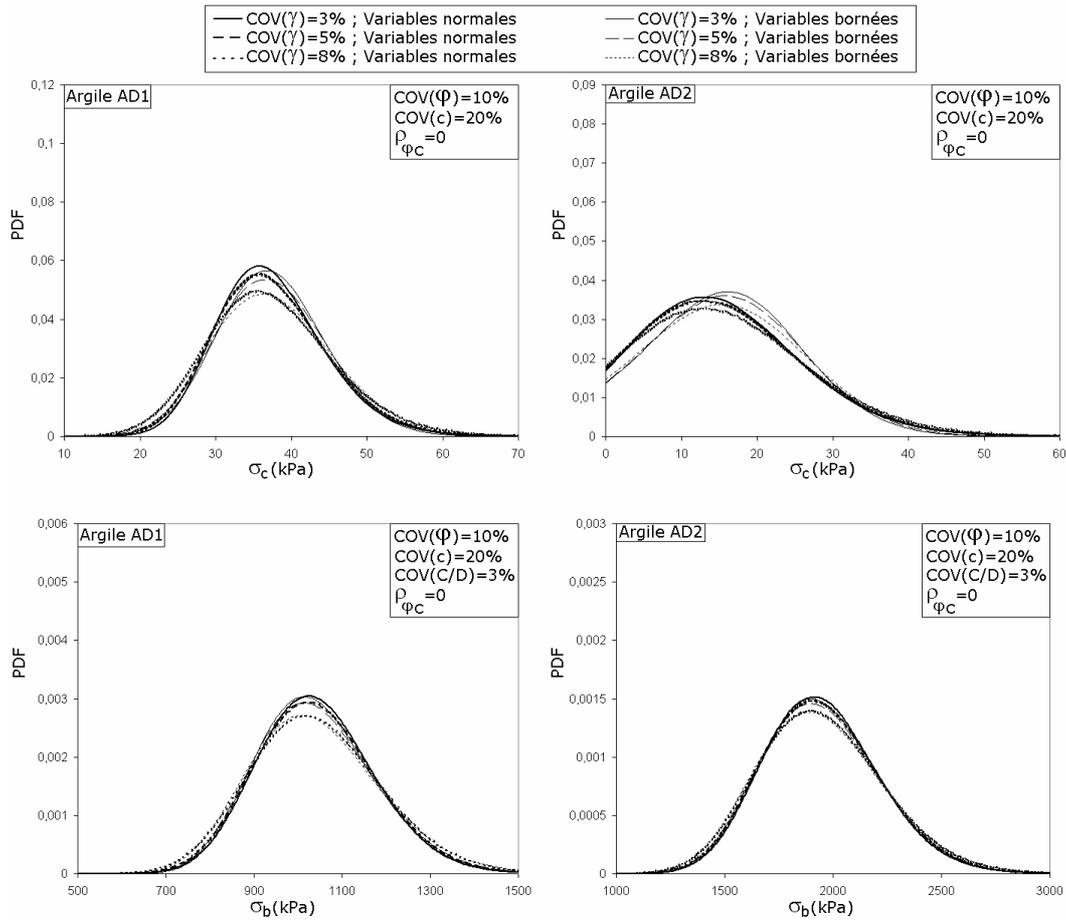


Figure A.10 : Impact de  $COV(\gamma)$  sur les PDF de  $\sigma_c$  et  $\sigma_b$ , pour les argiles AD1 et AD2

Sur la figure A.10, on observe que l'impact du coefficient de variation de  $\gamma$  sur les distributions de  $\sigma_c$  et  $\sigma_b$  est faible, à la fois pour le sol AD1 et pour le sol AD2. La non normalité des lois ne semble avoir un impact visible que sur la distribution de la pression limite d'effondrement du sol AD2. La figure A.11 montre par ailleurs que l'impact du coefficient de variation de la hauteur de couverture relative sur la distribution de la pression limite de refoulement est également très faible.

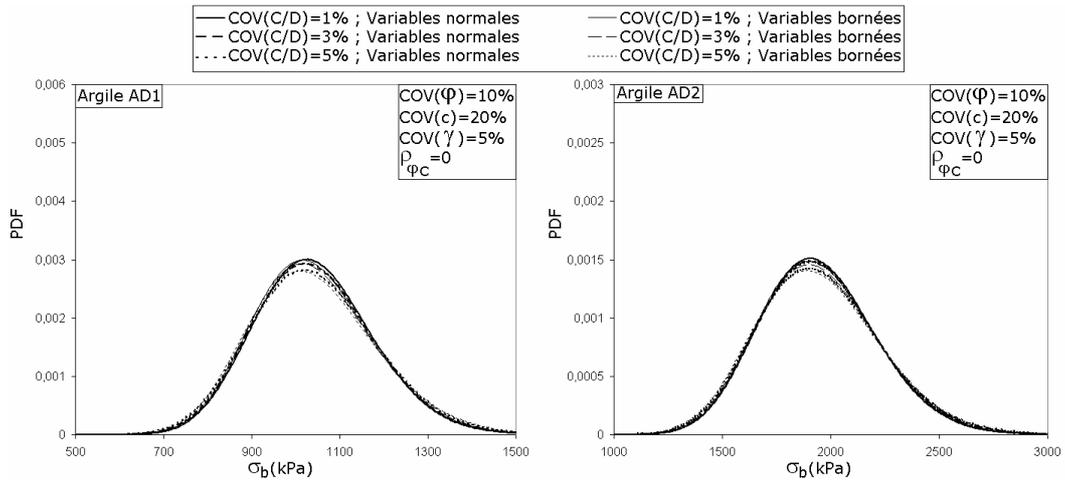


Figure A.11 : Impact de  $COV(C/D)$  sur les PDF de  $\sigma_b$  pour les argiles AD1 et AD2

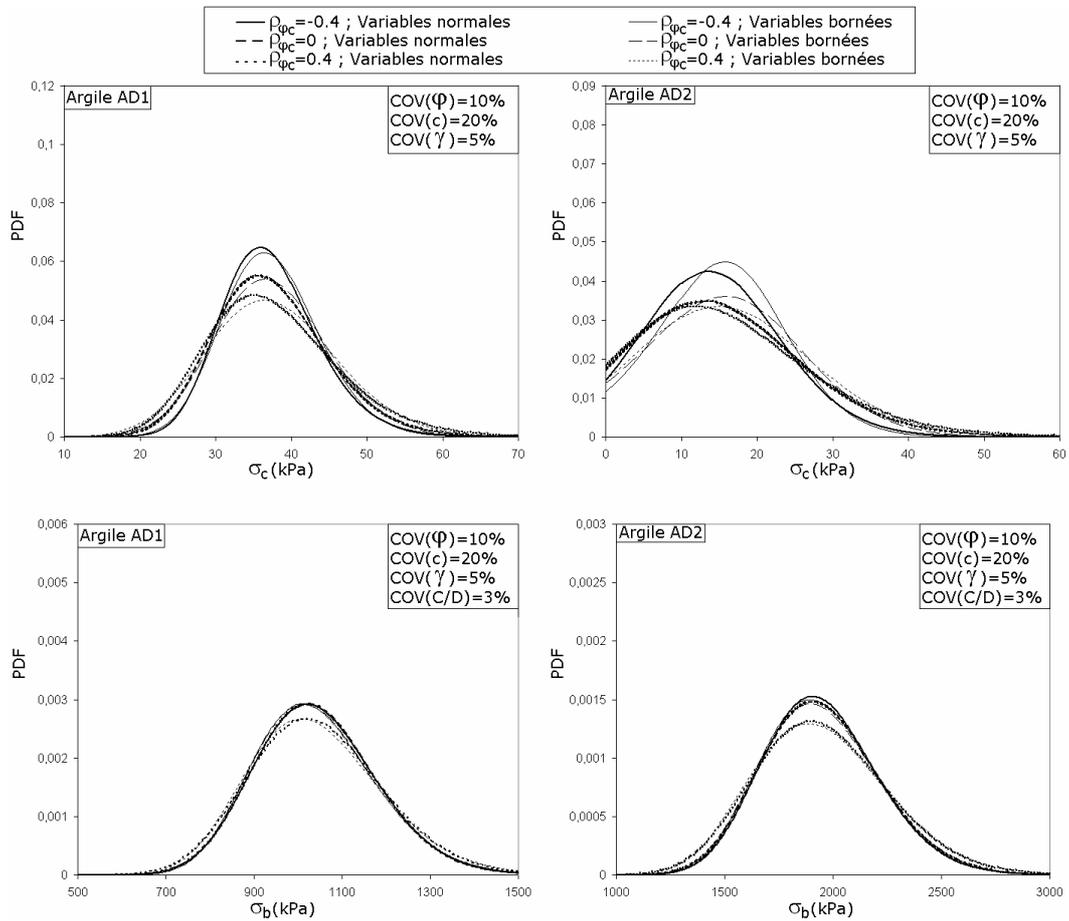


Figure A.12 : Impact de  $\rho_{\Phi c}$  sur les PDF de  $\sigma_c$  et  $\sigma_b$  pour les argiles AD1 et AD2

La question de la corrélation qui pourrait exister entre l'angle de frottement et la cohésion fait débat au sein de la communauté géotechnique. Des valeurs positives et négatives sont parfois citées dans la littérature sans qu'un consensus ait encore été trouvé, même si une corrélation négative paraît plus plausible. La figure A.12 montre l'impact sur les PDF de  $\sigma_c$  et  $\sigma_b$  d'une corrélation négative (-0.4) et d'une corrélation positive (+0.4) entre ces deux variables. Il apparaît que cette corrélation a une influence importante sur la distribution de la pression limite d'effondrement, et qu'une corrélation négative réduit la variabilité de cette pression tandis qu'une corrélation positive l'augmente. L'impact de la corrélation sur la distribution de la pression limite de refoulement est en revanche très réduit, ce qui est sans doute dû au faible poids de la variabilité de la cohésion elle-même : si cette variabilité n'influe que très peu sur la distribution de  $\sigma_b$ , on conçoit que sa possible corrélation avec une autre variable n'ait que peu de poids également.

Les figures A.13 et A.14 montrent l'impact de  $COV(\varphi)$ ,  $COV(c)$ , et  $COV(\gamma)$  sur les quatre premiers moments statistiques des pressions limites d'effondrement et de refoulement respectivement. Les résultats sont présentés pour des variables normales et bornées, et pour les argiles AD1 et AD2. La figure A.15 montre également l'impact de  $COV(C/D)$  sur les moments de  $\sigma_b$ . La prise en compte de variables bornées n'a pas d'impact sur la moyenne ni sur la dispersion des pressions limites, mais a un impact important sur les moments d'ordre 3 et 4. En ce qui concerne la pression limite d'effondrement, les COV des variables  $\varphi$  et  $c$  ont manifestement un impact important sur les écarts types et les coefficients d'asymétrie et d'aplatissement, tandis que le COV de  $\gamma$  n'a pas d'impact notable sur les moments. Pour la pression limite de refoulement, en revanche, seul le COV de l'angle de frottement semble avoir un effet important sur les moments statistiques de  $\sigma_b$ , tandis que l'influence de  $COV(c)$ ,  $COV(\gamma)$  et  $COV(C/D)$  n'est pas vraiment perceptible.

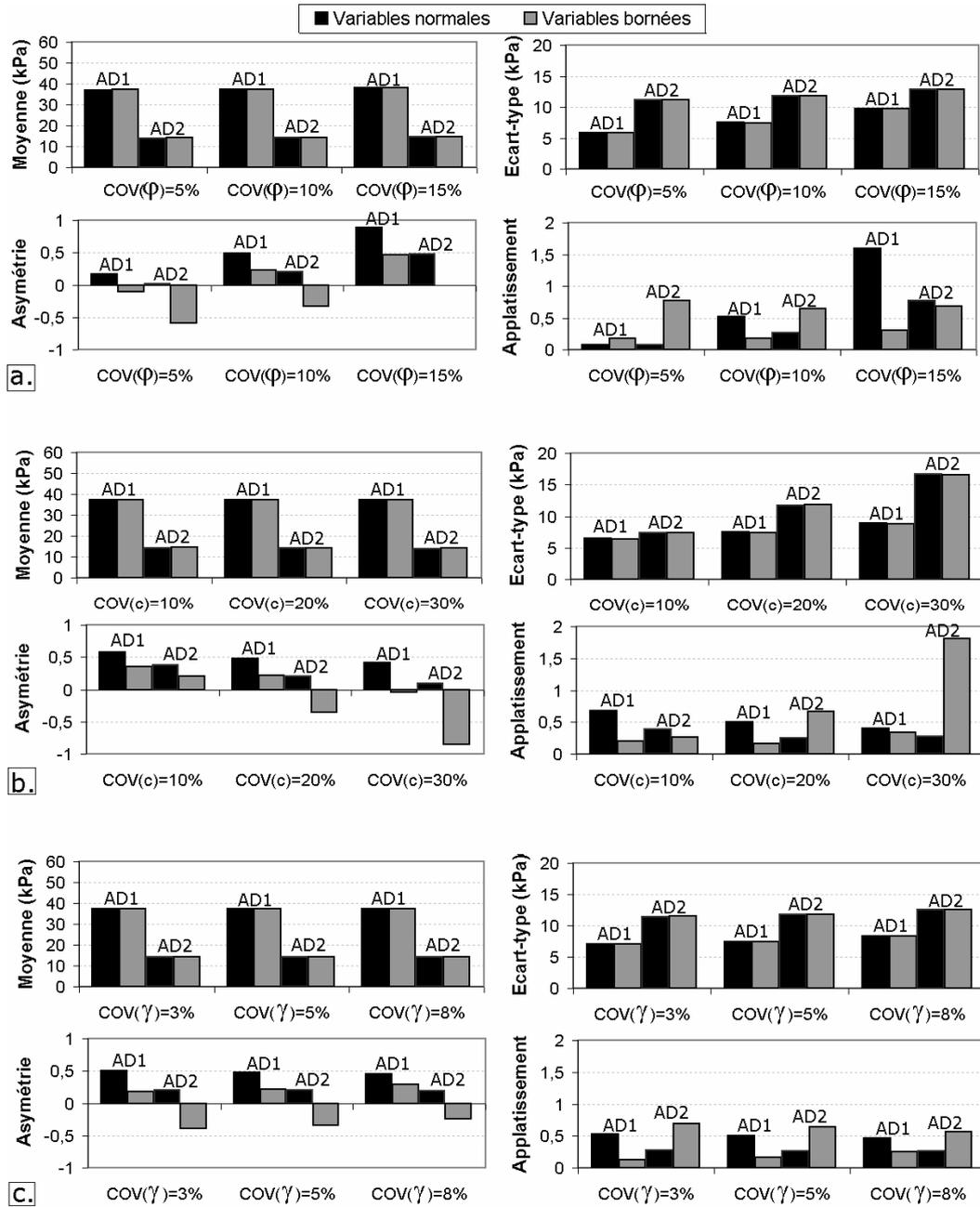


Figure A.13 : Impact de  $COV(\phi)$ ,  $COV(c)$  et  $COV(\gamma)$  sur les quatre premiers moments de  $\sigma_c$  ; a. Impact de  $COV(\phi)$  ; b. Impact de  $COV(c)$  ; c. Impact de  $COV(\gamma)$

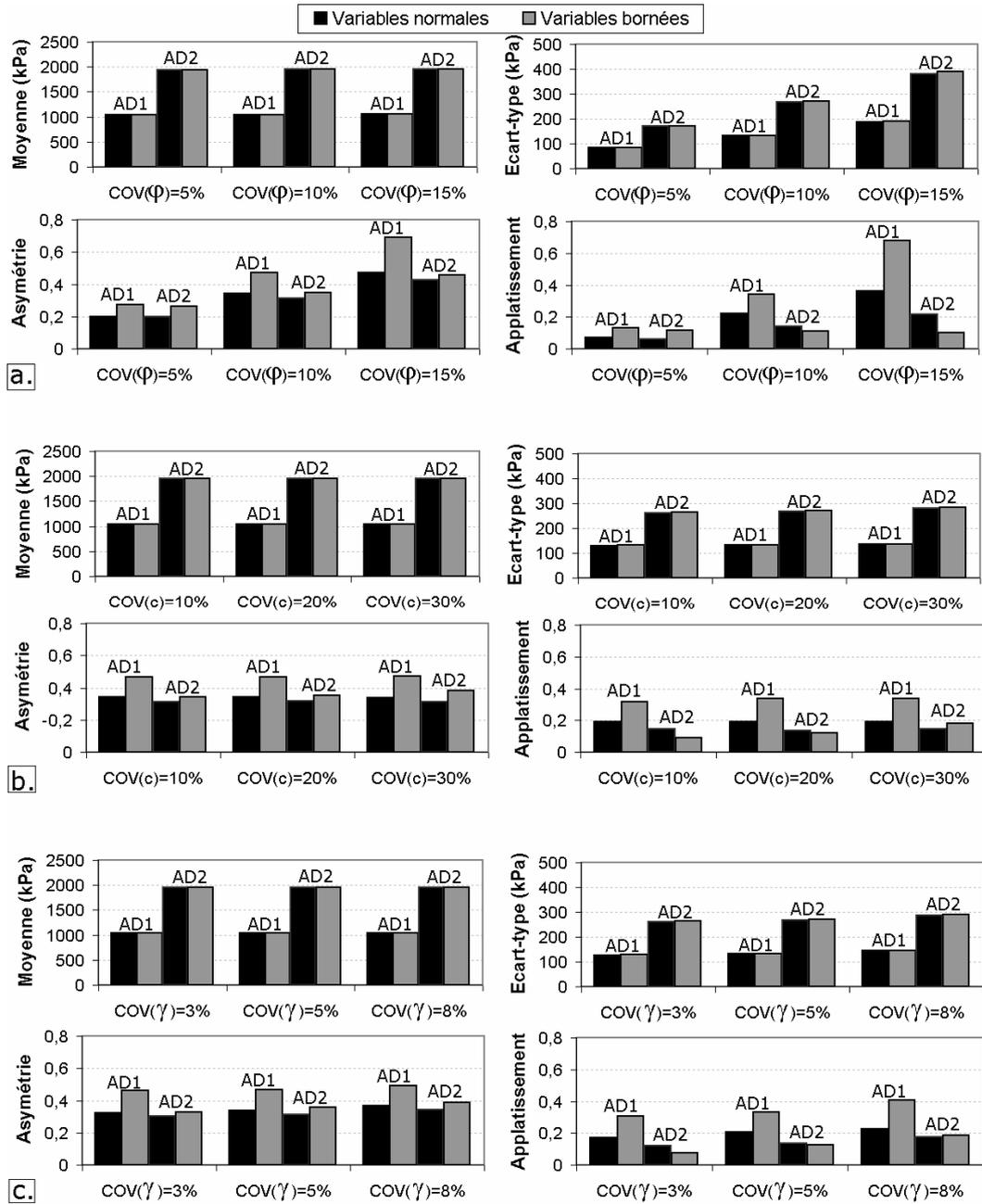


Figure A.14 : Impact de  $COV(\varphi)$ ,  $COV(c)$  et  $COV(\gamma)$  sur les quatre premiers moments de  $\sigma_b$ ; a. Impact de  $COV(\varphi)$ ; b. Impact de  $COV(c)$ ; c. Impact de  $COV(\gamma)$

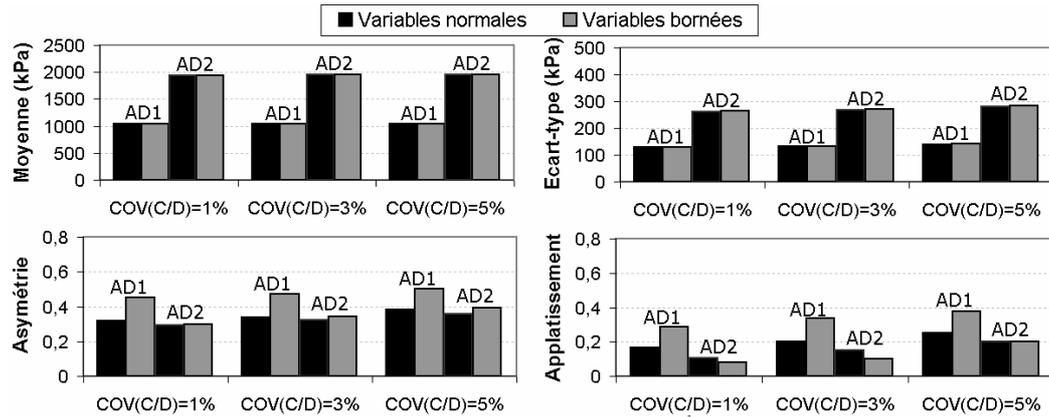


Figure A.15 : Impact de  $COV(C/D)$  sur les quatre premiers moments de  $\sigma_b$

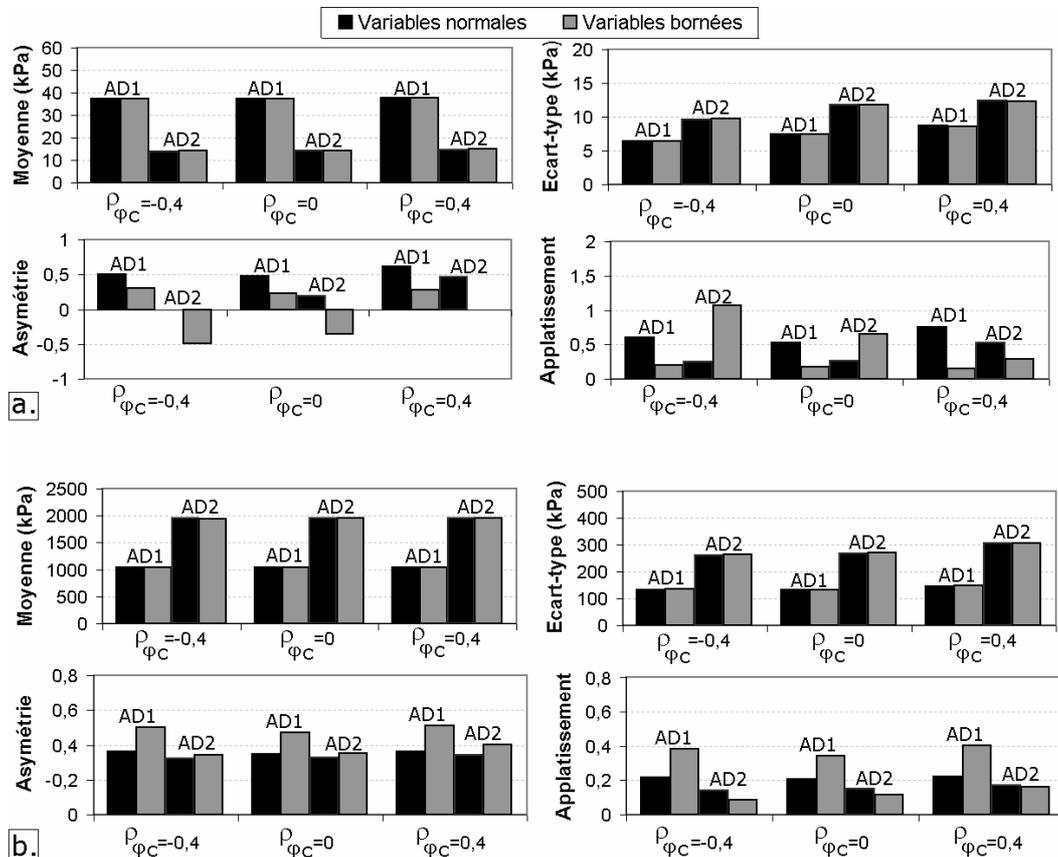


Figure A.16 : Impact de  $\rho_{\phi_c}$  sur les quatre premiers moments de  $\sigma_c$  (a.) et  $\sigma_b$  (b.)

La figure A.16 montre que la corrélation entre l'angle de frottement et la cohésion a un effet réduit mais pas négligeable sur les écarts types des pressions limites. Une corrélation plus importante conduit à des dispersions légèrement plus importantes des pressions. Un effet notable de  $\rho_{\phi_c}$  sur les moments d'ordre 3 et 4

de  $\sigma_c$  est visible, sans qu'une tendance claire apparaisse pour qualifier cet effet. Les moments d'ordre 3 et 4 de  $\sigma_b$  ne sont presque pas perturbés par cette corrélation.

Le tableau A.3 présente les indices de Sobol' extrêmes (minimal et maximal) obtenus pour chacune des variables lors de l'étude paramétrique réalisée dans cette annexe sur les argiles AD1 et AD2. Ceci permet de se faire une idée du poids de chacune des variables dans la variabilité des deux pressions limites  $\sigma_c$  et  $\sigma_b$ . Pour la rupture en poussée, les argiles AD1 et AD2 montrent un comportement sensiblement différent. Pour l'argile AD1, les poids respectifs de  $\phi$  et  $c$  semblent comparables (20 à 70% pour  $\phi$  et 11 à 55% pour  $c$ ), tandis que pour l'argile AD2 l'influence de la cohésion est nettement supérieure (son indice de Sobol' n'est jamais inférieur à 50%, tandis que celui de  $\phi$  ne dépasse pas 28%). Pour ces deux sols, l'importance de la variabilité de  $\gamma$  est assez réduite. Pour la rupture en butée, en revanche, les deux argiles montrent un comportement comparable. L'angle de frottement est la variable prépondérante dans la variabilité de la pression limite de refoulement, tandis que la cohésion, le poids volumique et la hauteur de couverture n'ont que peu d'impact. Tous les indices de Sobol' obtenus lors de l'étude paramétrique de AD1 et AD2 sont fournis graphiquement en Annexe 6.

Tableau A.3 : Indices de Sobol' extrêmes obtenus lors de l'étude paramétrique

		$\sigma_c$			$\sigma_b$			
		SU( $\phi$ )	SU( $c$ )	SU( $\gamma$ )	SU( $\phi$ )	SU( $c$ )	SU( $\gamma$ )	SU(C/D)
AD1	Min	0.20	0.11	0.06	0.48	0.01	0.05	0.01
	Max	0.70	0.55	0.32	0.89	0.07	0.30	0.15
AD2	Min	0.03	0.50	0.03	0.48	0.02	0.03	0.01
	Max	0.28	0.89	0.21	0.89	0.17	0.21	0.13

### 3. Impact du scénario probabiliste sur la distribution des pressions limites

Les PDF des pressions limites d'effondrement et de refoulement dans le cas des argiles AD1 et AD2 sont tracés sur la figure A.17 pour les trois scénarios probabilistes définis plus haut. Les cas des variables normales et des variables bornées sont étudiés. Comme on pouvait s'y attendre, la dispersion des pressions limites est nettement plus importante pour le scénario défavorable que pour le scénario favorable, ce qui se traduit par des PDF beaucoup plus plats.

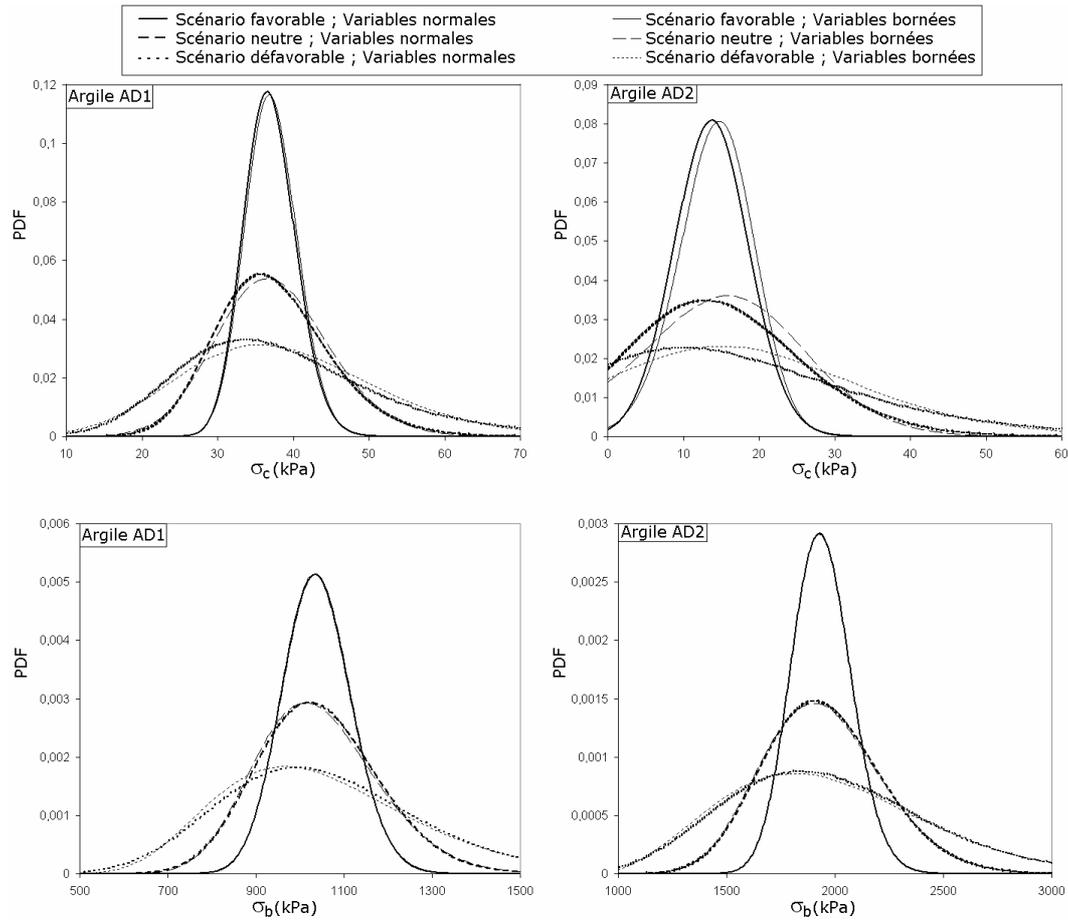


Figure A.17 : Impact du scénario probabiliste sur les PDF de  $\sigma_c$  et  $\sigma_b$

## 4. Etude paramétrique sur les probabilités de ruine

L'étude paramétrique conduite sur les probabilités de ruine en sol purement frottant est appliquée aux argiles AD1 et AD2 avec la même démarche. Les probabilités de ruine sont calculées en utilisant les fonctions de performance  $G_1$  et  $G_2$ .

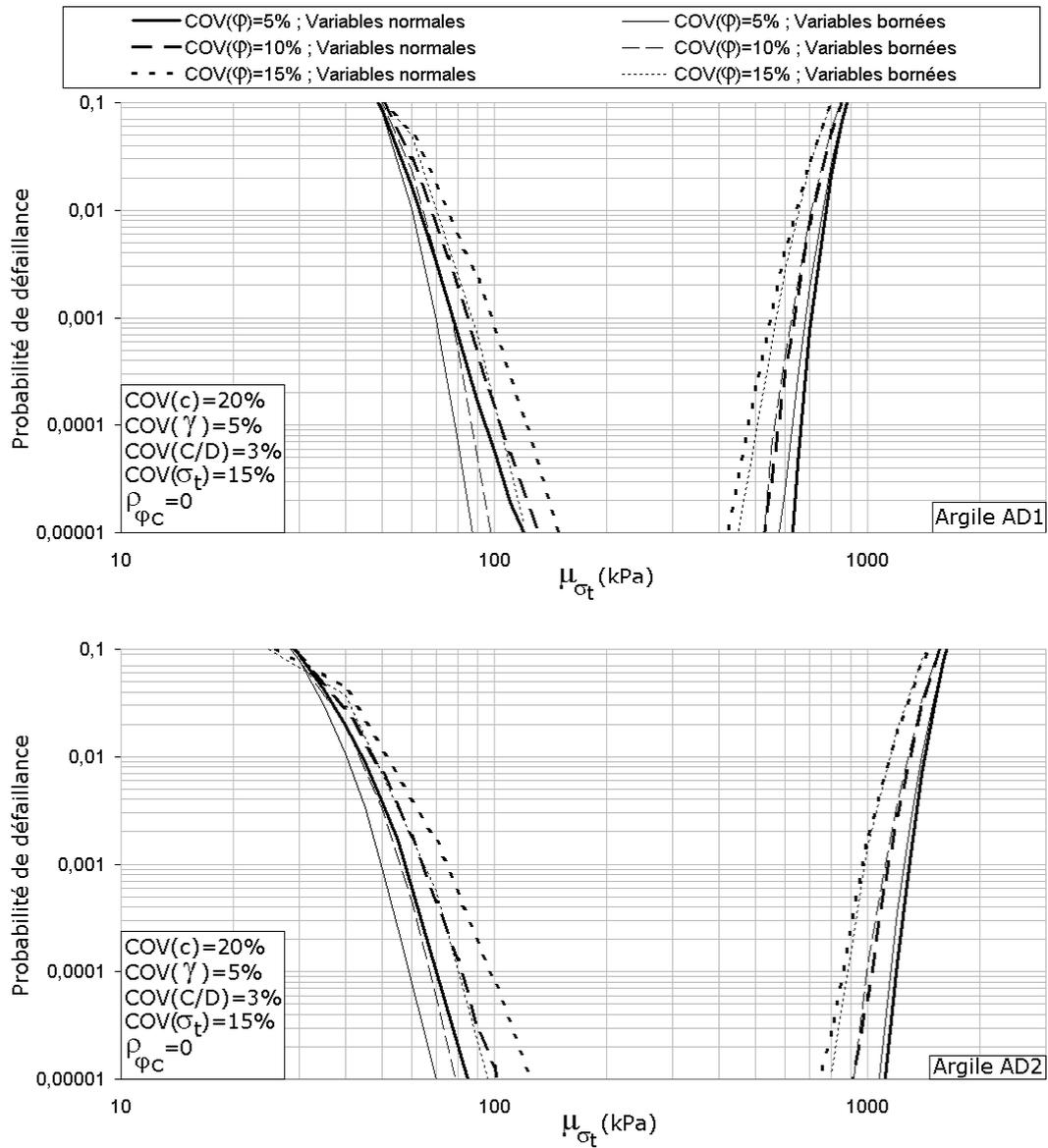


Figure A.18 : Impact de  $COV(\phi)$  sur les probabilités de ruine, pour les argiles AD1 et AD2

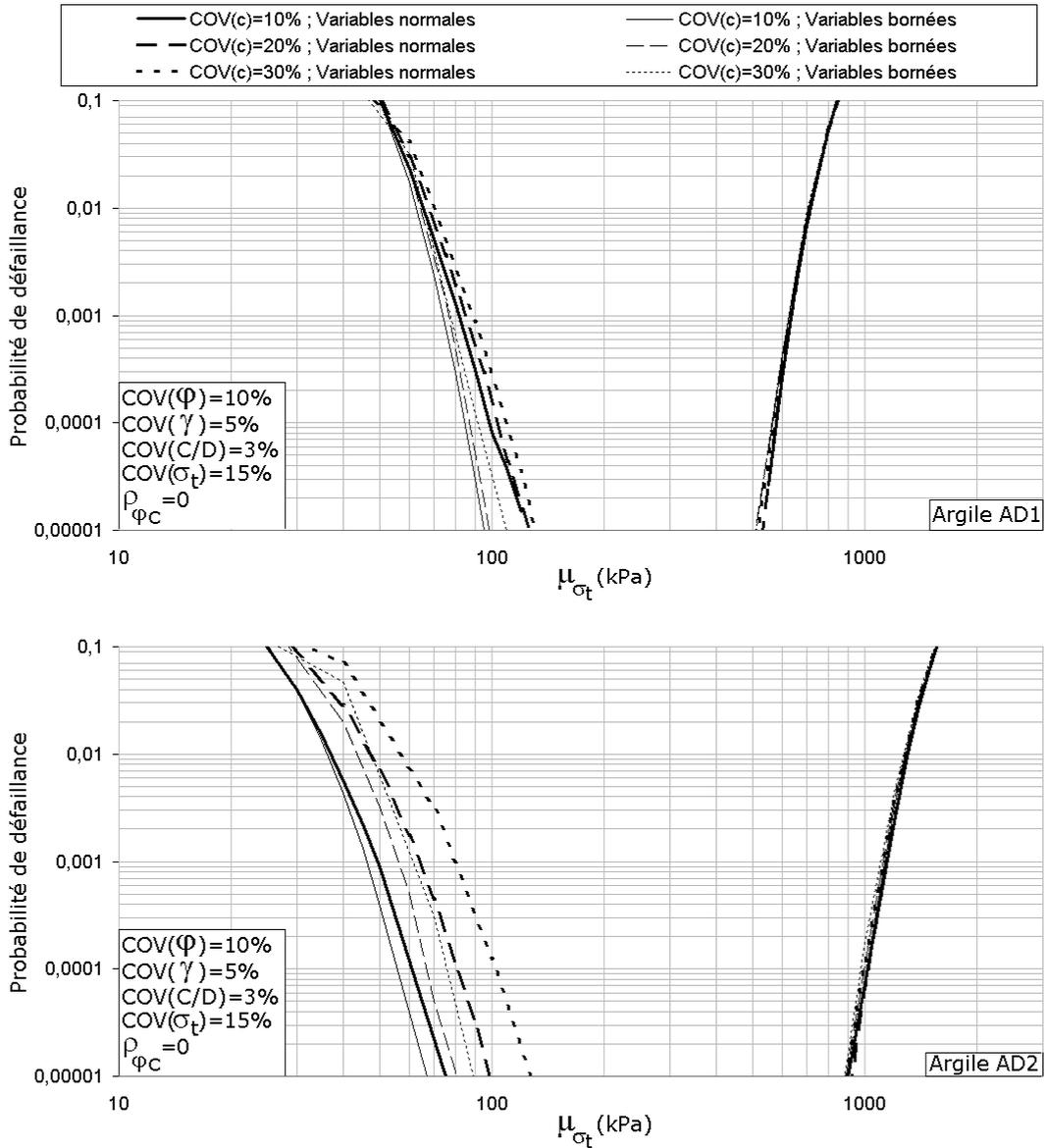


Figure A.19 : Impact de  $COV(c)$  sur les probabilités de ruine, pour les argiles AD1 et AD2

Les figures A.18, A.19, A.20, A.21, A.22, A.23 présentent successivement l'effet sur les probabilités de ruine par effondrement ou par refoulement de  $COV(\phi)$ ,  $COV(c)$ ,  $COV(\gamma)$ ,  $COV(C/D)$ ,  $COV(\sigma_t)$ , et  $\rho_{\phi c}$ . Les résultats sont présentés pour les deux argiles AD1 et AD2, et pour des variables normales et bornées.

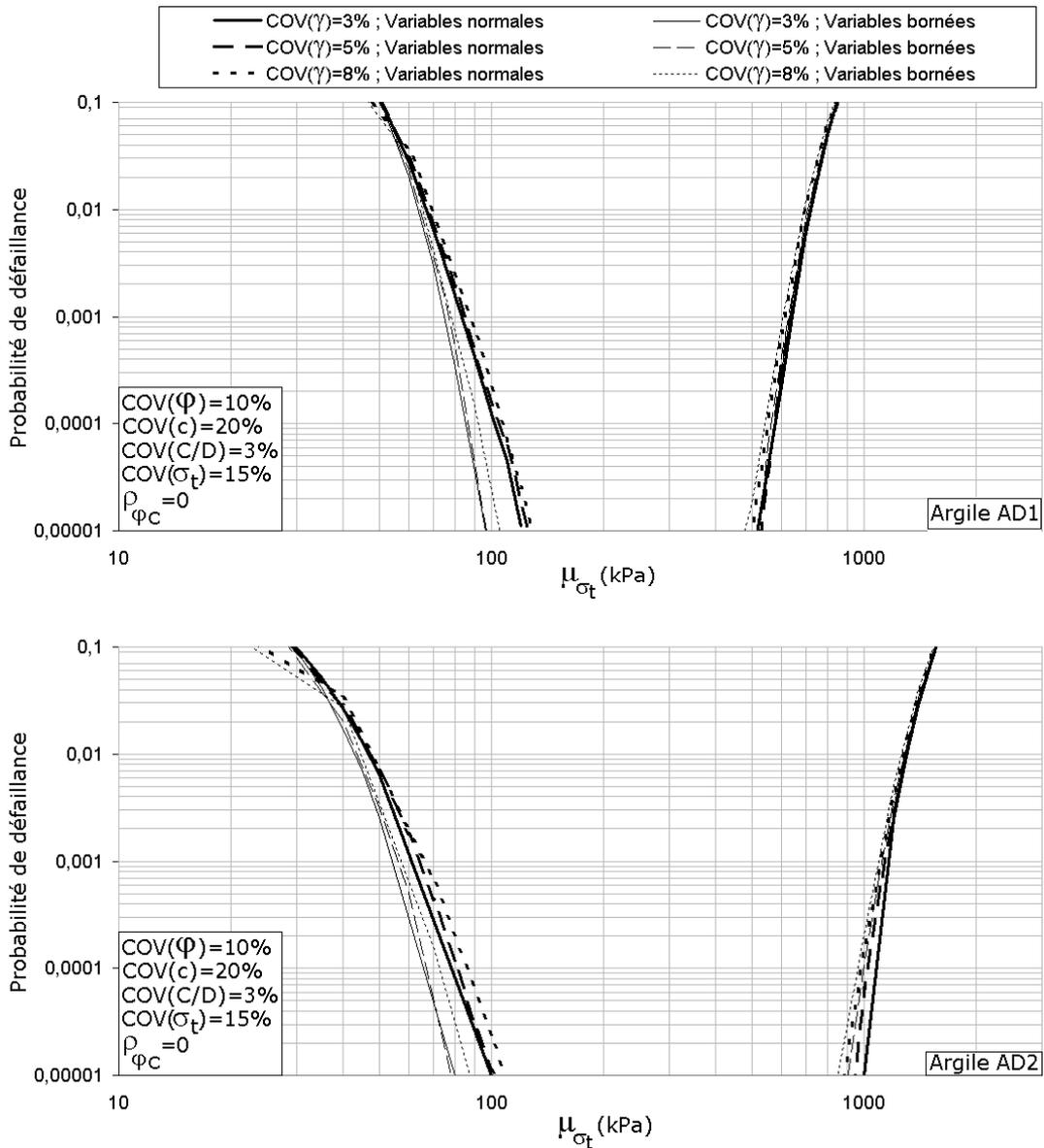


Figure A.20 : Impact de  $COV(\gamma)$  sur les probabilités de ruine, pour les argiles AD1 et AD2

La figure A.18 montre que l'impact de  $COV(\phi)$  est notable sur les probabilités de ruine en poussée et en butée, mais la figure A.19 montre que l'impact de la cohésion se limite à la probabilité de ruine par effondrement. Cet impact est plus important dans le cas AD2 que dans le cas AD1, ce qui rejoint les observations effectuées sur les PDF de la figure A.9.

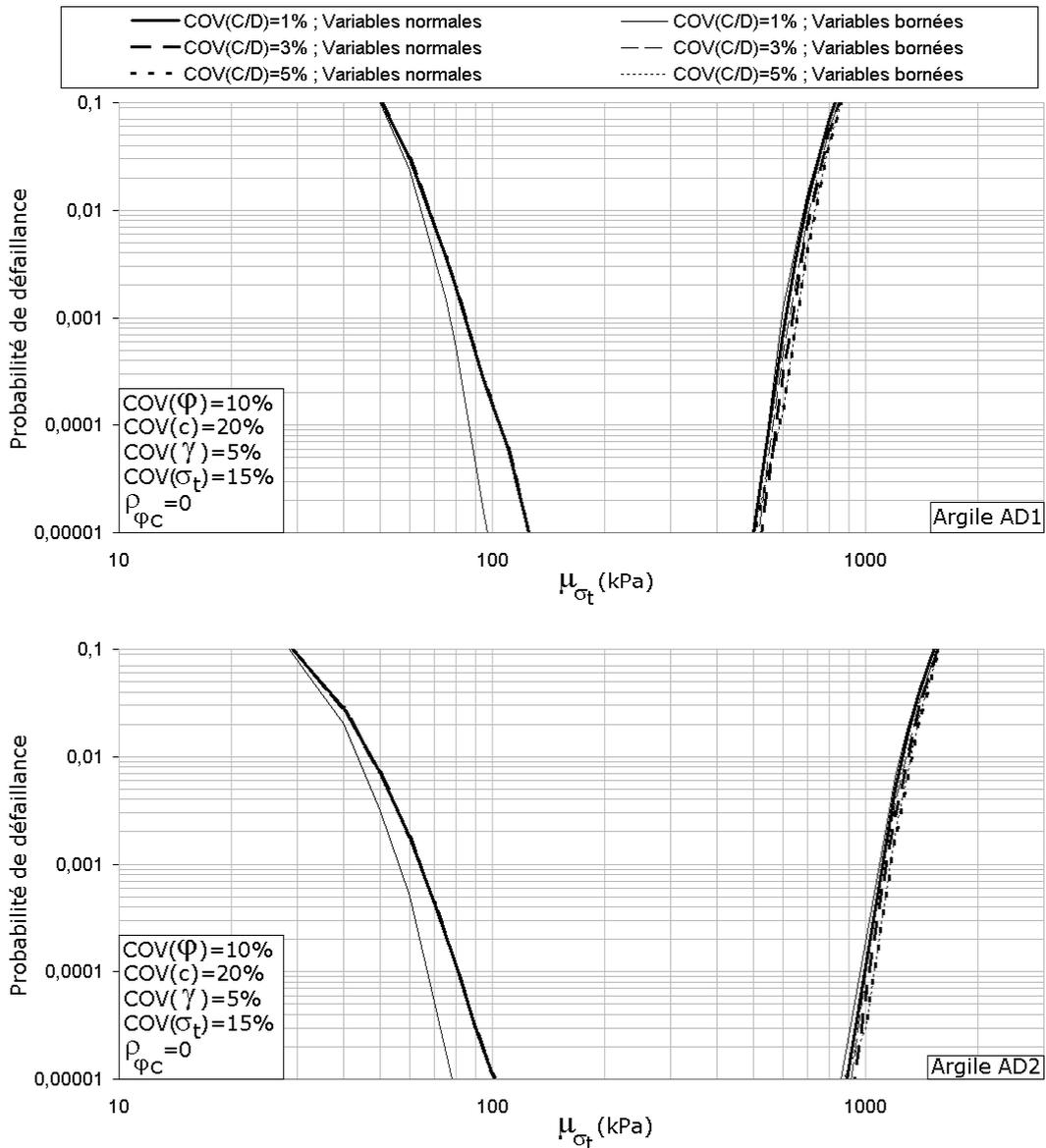


Figure A.21 : Impact de  $COV(C/D)$  sur les probabilités de ruine, pour les argiles AD1 et AD2

Les figures A.20 et A.21 montrent que le coefficient de variation de  $\gamma$  et de  $C/D$  a un impact faible sur les probabilités de ruine. En revanche, la dispersion de la pression  $\sigma_t$  appliquée au front a un impact décisif sur les probabilités de ruine, comme le montre la figure A.22. La prise en compte d'une grande variabilité sur ce paramètre conduit à augmenter notablement les probabilités de ruine, et donc à rétrécir considérablement l'intervalle de pression pour lequel la probabilité de ruine est inférieure à  $10^{-5}$ . Un contrôle efficace de la pression appliquée durant l'excavation semble donc nécessaire pour assurer la sécurité de l'ouvrage.

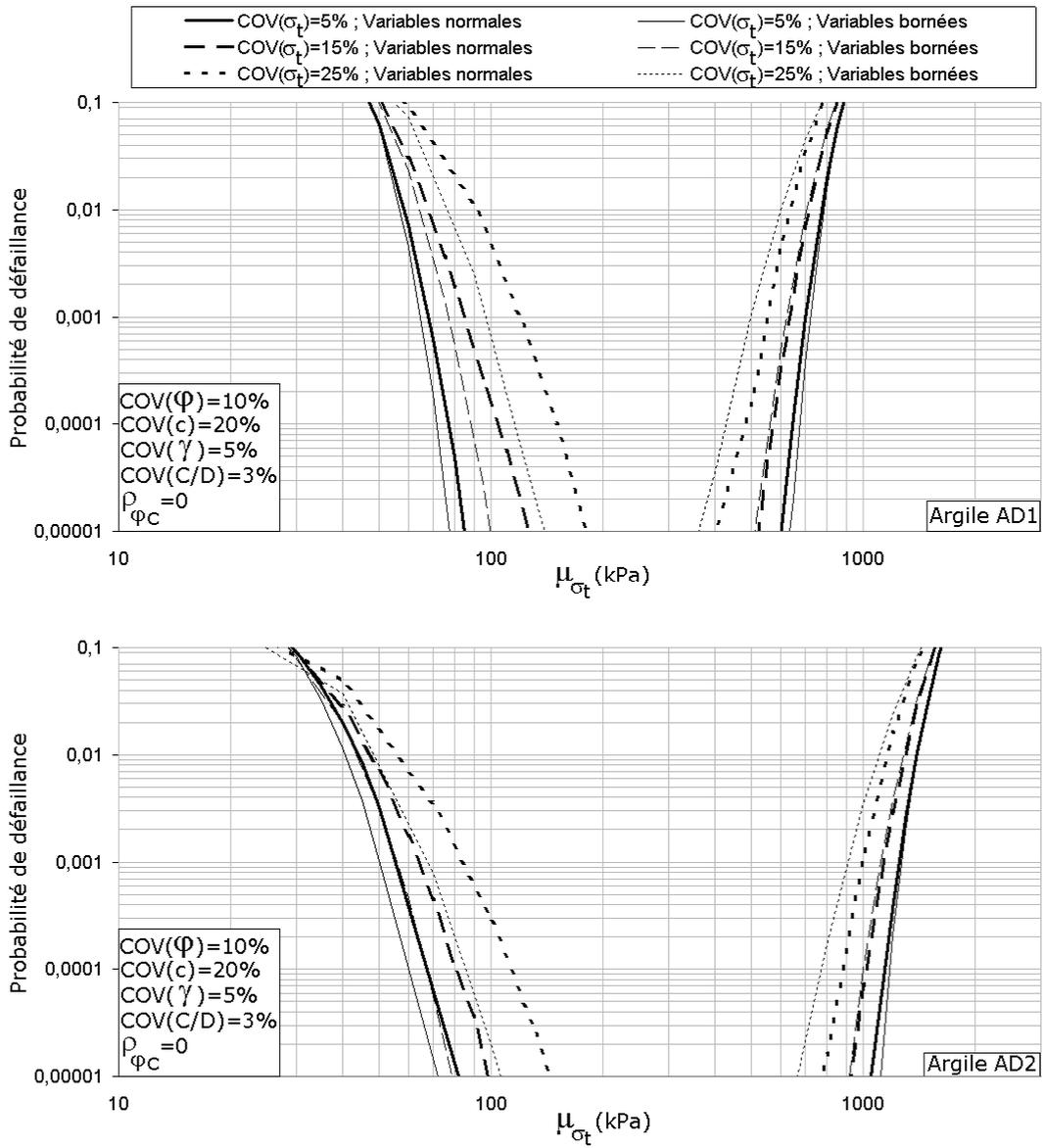


Figure A.22 : Impact de  $COV(\sigma_t)$  sur les probabilités de ruine, pour les argiles AD1 et AD2

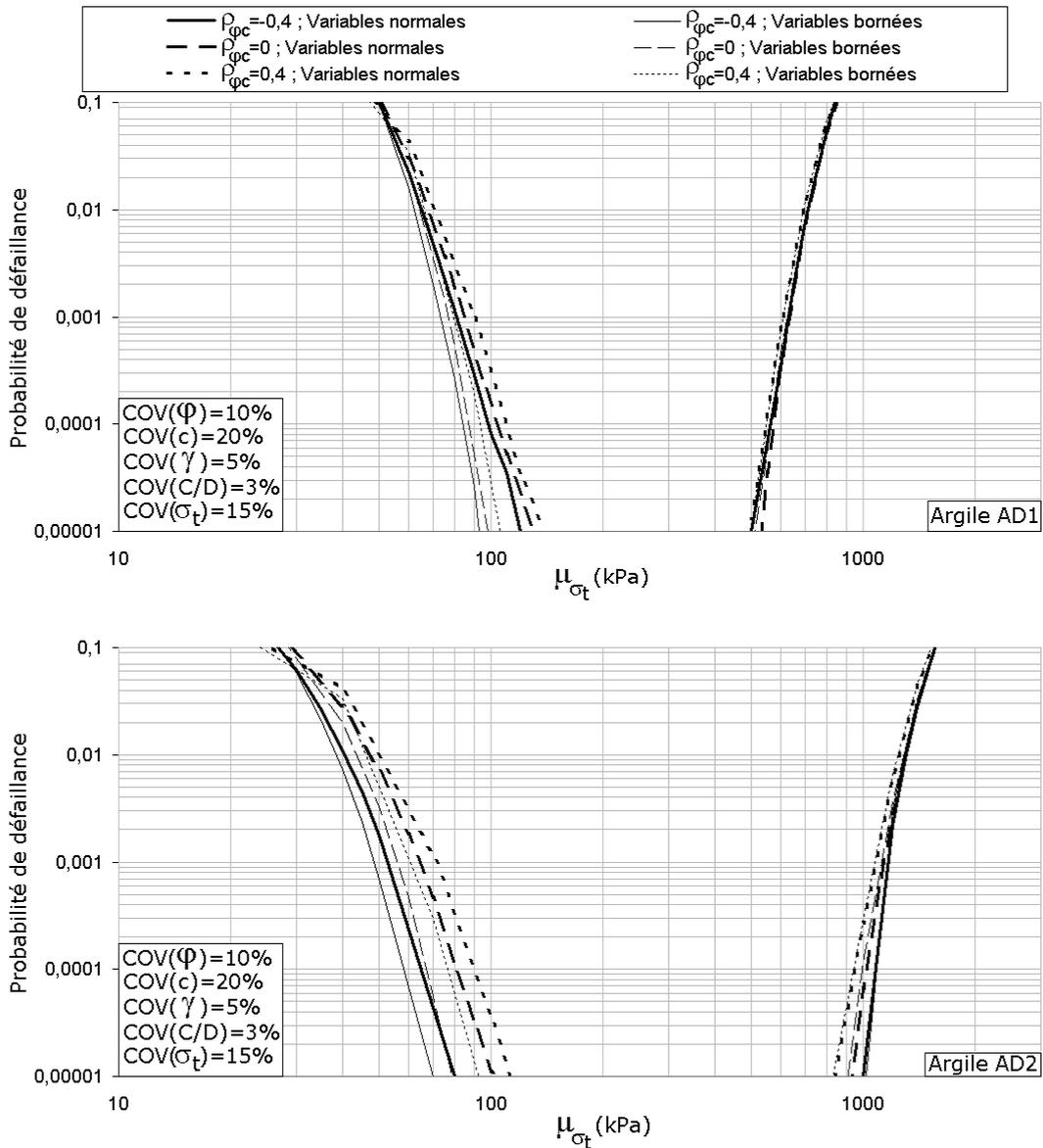


Figure A.23 : Impact de  $\rho_{\phi c}$  sur les probabilités de ruine, pour les argiles AD1 et AD2

La figure A.23 montre que la corrélation entre la cohésion et l'angle de frottement a un impact notable sur la probabilité de ruine par effondrement et un impact réduit sur la probabilité de ruine par refoulement. Ceci rejoint les observations effectuées concernant l'impact de cette corrélation sur la dispersion des pressions limites pour ces deux types de rupture.

## 5. Impact du scénario probabiliste sur les probabilités de ruine

Les probabilités de défaillance en effondrement et en refoulement sont tracées sur la figure A.24 en fonction de  $\mu_{\sigma_t}$ . Cette opération est effectuée pour les trois scénarios probabilistes, pour les argiles AD1 et AD2, et pour des variables normales et bornées.

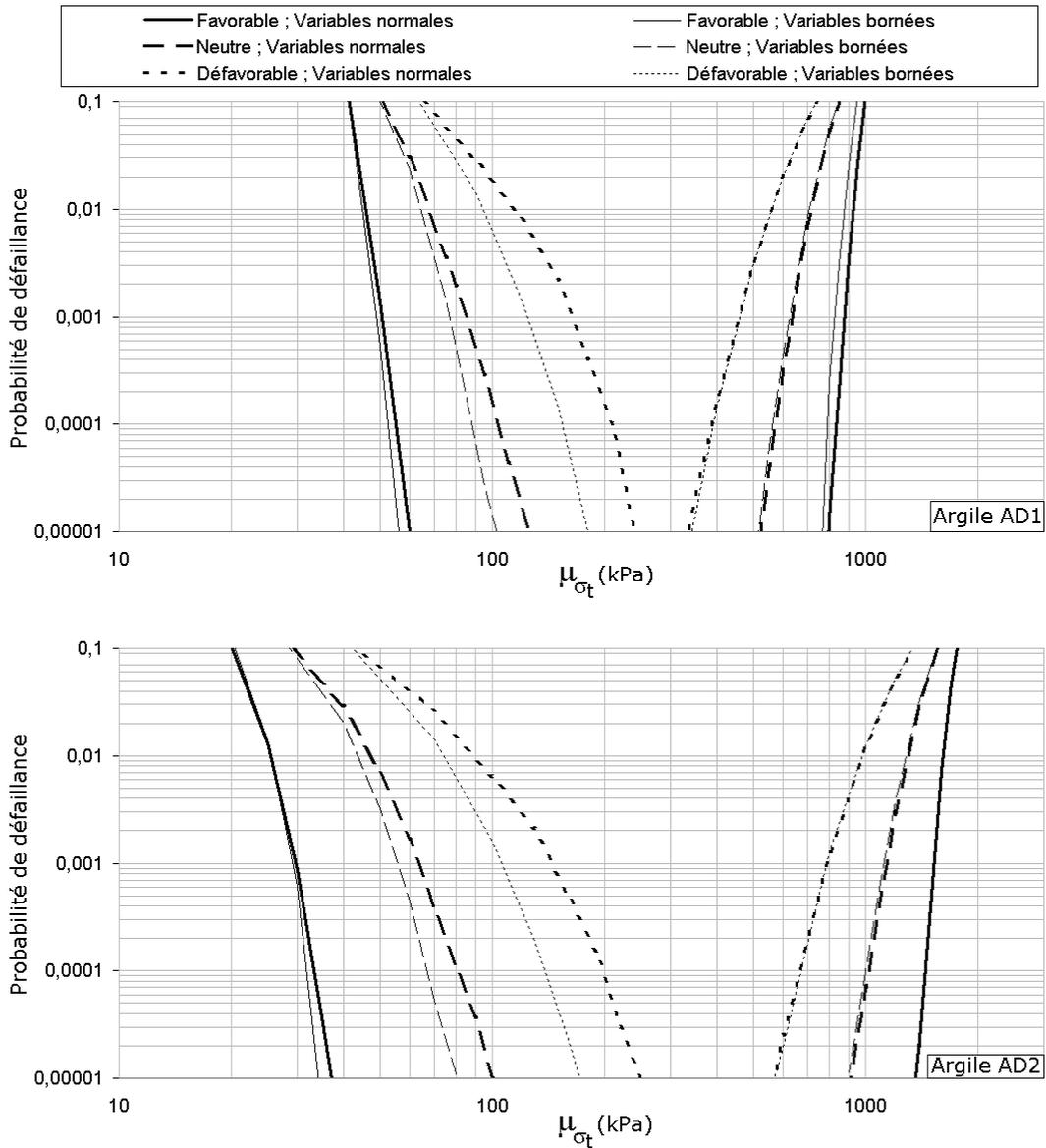


Figure A.24 : Impact du scénario probabiliste sur les probabilités de ruine

L'utilisation de lois bornées au lieu de lois normales semble réduire les probabilités de ruine en poussée. En butée, il est difficile de déceler une tendance sur l'influence de ce choix. L'hypothèse de variables normales apparaît donc comme sécuritaire si on ne considère que la rupture par effondrement. La figure A.24 montre que le choix du scénario probabiliste a un impact décisif sur les probabilités de ruine en poussée et en butée. Le choix d'un scénario probabiliste défavorable et de variables normales conduit à des probabilités de ruine élevées et a donc tendance à rétrécir la zone centrale de pression appliquée. L'argile AD1 présente en particulier un intervalle de « sécurité » (c'est-à-dire un intervalle de pression appliquée  $\mu_{\sigma t}$  tel que la probabilité de ruine soit inférieure à  $10^{-5}$ ) relativement étroit (entre 250kPa et 350kPa environ). La zone de sécurité de l'argile AD2 est plus large (entre 250kPa et 600kPa environ), ce qui tendrait à prouver qu'une cohésion plus importante ( $\mu_c=20\text{kPa}$  au lieu de 7kPa) a tendance à « élargir » la zone de sécurité, même en présence d'un facteur déstabilisant  $\gamma D$  plus important (250 kN/m<sup>2</sup> au lieu de 180). Il faut néanmoins rappeler que ces intervalles de pression sécuritaires ont été obtenus en adoptant un scénario probabiliste défavorable qui semble assez pessimiste.