



**HAL**  
open science

# Modélisation en domaine temporel de la propagation acoustique

Loïc Ehrhardt

► **To cite this version:**

Loïc Ehrhardt. Modélisation en domaine temporel de la propagation acoustique. Autre. Ecole Centrale de Lyon, 2013. Français. NNT : 2013ECDL0004 . tel-00904203

**HAL Id: tel-00904203**

**<https://theses.hal.science/tel-00904203v1>**

Submitted on 14 Nov 2013

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

# THÈSE

présentée devant  
L'ÉCOLE CENTRALE DE LYON

pour obtenir  
le grade de DOCTEUR  
SPÉCIALITÉ ACOUSTIQUE

par

Loïc EHRHARDT

## MODÉLISATION EN DOMAINE TEMPOREL DE LA PROPAGATION ACOUSTIQUE

Soutenue le 11 mars 2013 devant la Commission d'Examen

### JURY

Présidente :	Mme	M.-A.	GALLAND	
Examineurs :	M.	Ph.	BLANC-BENON	
	M.	S.	CHEINET	(Directeur de thèse)
	M.	D.	ECOTIÈRE	
	M.	D.	JUVÉ	(Directeur de thèse)
	M.	R.	MARCHIANO	(Rapporteur)
	M.	J.	PICAUT	(Rapporteur)

# Remerciements

Cette thèse a été réalisée à l'*Institut franco-allemand de recherches de Saint-Louis* (ISL), dans le groupe de recherche *Acoustique et Protection du Combattant* (APC). Mes premiers remerciements vont aux directeurs de l'ISL, Wolfgang FÖRSTER et Christian DE VILLEMAGNE, au chef de division Emil SPAHN et au chef du groupe APC Pierre NAZ. La thèse a été menée en collaboration avec le Centre Acoustique du *Laboratoire de Mécanique des Fluides et d'Acoustique* (LMFA), situé à l'École Centrale de Lyon. Je tiens à remercier Michel LANCE, le directeur du LMFA, ainsi que le directeur du Centre Acoustique Daniel JUVÉ.

Je remercie une seconde fois Daniel JUVÉ qui a accepté d'être mon directeur de thèse. Malgré la distance qui sépare Lyon de Saint-Louis, certes réduite par la nouvelle ligne de TGV, vous avez su nous conseiller sur l'orientation de la thèse de manière très pertinente tout en nous laissant une grande liberté. J'ai vraiment apprécié nos discussions lors de mes passages au LMFA ou lorsque vous vous aventuriez dans la région Alsacienne. Qui plus est, vous avez su me communiquer votre enthousiasme pour l'acoustique lorsque je suivais vos cours pendant mon cursus à Centrale Lyon, ce qui a beaucoup joué dans mon choix d'orientation. Merci à vous.

Je remercie très chaleureusement Sylvain CHEINET, qui a codirigé ma thèse (et encadré mon stage) à l'ISL. J'ai énormément apprécié ces presque 4 ans pendant lesquelles nous avons travaillé ensemble, autant du point de vue professionnel qu'humain. Tu as su m'enseigner le travail de chercheur avec beaucoup de patience. Tu t'es montré exigeant avec moi sans me rendre la tâche impossible, et il m'a souvent fallu argumenter mes élucubrations pour que tu les «achètes». Malgré ton emploi du temps chargé tu m'as toujours consacré le temps nécessaire et je t'en remercie. J'ai réellement apprécié nos nombreuses discussions scientifiques ou non, souvent sur le ton de l'humour quels que soient les sujets abordés. Sincèrement merci.

Pour le rôle important que joué pendant ma thèse, je remercie Philippe BLANC-BENON, directeur de recherche CNRS au LMFA. Vous nous avez donné de précieux conseils tout au long de celle-ci. Merci également d'avoir fait partie de mon jury.

Je remercie chaleureusement Marie-Annick GALLAND, professeur au LMFA, qui a présidé mon jury lors de la soutenance. Merci également à Régis MARCHIANO, professeur des universités à l'UFR d'ingénierie de l'Université Pierre et Marie Curie et chercheur à l'Institut Jean le Rond d'Alembert, ainsi qu'à Judicaël PICAUT, directeur de recherche à l'Institut Français des Sciences et Technologies des Transports, de l'Aménagement et des Réseaux (IFSTTAR) de Nantes, pour avoir accepté d'être rapporteurs de mon travail et de faire partie du jury. Je remercie enfin les autres membres de mon jury : David ECOTIÈRE, ingénieur de recherches au Laboratoire Régional des Ponts et Chaussées (LRPC) de Strasbourg, ainsi que Philippe BLANC-BENON, Daniel JUVÉ et

Sylvain CHEINET, déjà cités plus haut.

Je me demande comment se serait déroulée ma thèse si elle n'avait pas eu lieu au sein du groupe APC. Je remercie tous ses membres pour leur accueil chaleureux, leur sympathie, leur aide et leurs conseils. Merci à Pascal HAMERY, Sébastien HENGY, Véronique ZIMPFER (je ne vous cite pas par ordre alphabétique tu vois), Pascal MAGNAN, mon collègue open source Karl BUCK, et encore une fois Pierre NAZ et Sylvain CHEINET. Merci également à Thierry BROGLIN, Sébastien DE MEZZO, Pascal DUFFNER, Stéphane HECK, Laurent GROSS, Claude BECK, et Marcus CRISTOPH. Je remercie ensuite les autres thésards que j'ai rencontrés, Thibaut FUX qui m'a enseigné la voie du thésard ISL, et Matthieu PORTAFAX. Enfin merci à Pierre CUMIN qui était stagiaire avec moi pendant mes premiers mois à l'ISL.

Ils ne font pas partie du groupe APC mais méritent également des remerciements pour leur sympathie et leur aide. Je parle de Julien NICOLoso, Christophe BISSEL, Denis SPITZER, Étienne BIEBER, Christine DIETLIN pour son assistance informatique, Erwann GUYOMARD et Claude SAHL pour m'avoir aidé à accéder au cluster de calcul. Merci à Laëtitia DEVILLE pour ton assistance administrative et les nombreux trucs et astuces que tu m'as appris. Merci également pour ta sympathie et ces sorties gustatives avec Pascal autour d'un döner ou d'une pizza. Désolé à ceux que j'ai oublié de citer mais que je remercie tout de même.

Bien que nos discussions pendant la thèse furent rares, je remercie également Christophe BAILLY et Olivier MARSDEN du LMFA pour leurs conseils sur les aspects numériques du code de calcul. Merci aux autres thésard que j'ai rencontré occasionnellement pendant ces 3 ans et qui m'ont fait partager leur expérience, donc merci Didier DRAGNA et Pierre AUMOND.

Je remercie également énormément ma famille (papa, maman, Kévin et Xavier), ma belle famille (en particulier Damien et Myriam), ainsi que tous mes proches (désolé je ne vous cite pas tous la liste serait trop longue mais vous vous reconnaitrez), qui m'ont supporté et encouragé pendant ces quelques années. Naturellement votre rôle auprès de moi n'est pas restreint à ces années de thèse et je tiens également à vous remercier d'un point de vue plus général pour tout ce que vous m'avez apporté et continuez à m'apporter au quotidien, ce qui m'a permis d'arriver où j'en suis aujourd'hui et de continuer à avancer. Une tendre pensée également pour mes deux grands-mères Marie-Louise et Yvonne et le grand-père de ma femme Raymond, qui sont partis pendant la thèse. Mes mamies ont maintenant rejoint leurs maris Célestin et René, auxquels je pense également.

Merci également à mes amis et plus particulièrement à Yannick, Arnaud et Gauthier, pour leur sympathie et leur curiosité pour mon sujet de thèse. Merci Gogo pour ces trajets mythiques en train, et d'avoir témoigné pour mon mariage (merci Kévin à ce propos également).

✱

Et voici une place spéciale pour ma magnifique femme, Aurélie (大好きだよ). Merci beaucoup ma chérie pour l'amour et le soutien que tu m'apportes tous les jours. Merci pour tes encouragements et l'intérêt que tu as porté à mon travail.

✱

Merci enfin à ceux qui ont contribué de près ou de loin à la thèse et que je n'ai pas cité.

# Résumé

La propagation acoustique en milieu externe est fortement influencée par l'environnement. Les effets liés à la géométrie, comme la topographie ou la présence d'obstacles, sont principalement les réflexions et les diffractions. Concernant l'effet de l'atmosphère, les gradients moyens génèrent des réfractions tandis que la turbulence provoque des fluctuations aléatoires et une perte de cohérence du signal. La plupart de ces effets sont généralement bien décrits de manière théorique, cependant dans les configurations réelles le cumul de tous ces effets rend l'utilisation des expressions analytiques très difficile. Les études expérimentales présentent également des limites liées à la difficulté de connaître l'environnement parfaitement et d'isoler un effet physique particulier. Dans cette perspective, la simulation numérique est une alternative pratique et complémentaire à la théorie et l'expérimentation. Parmi les modèles numériques de propagation existants, ceux basés sur une résolution par différences finies dans le domaine temporel (FDTD pour *Finite-Difference Time-Domain*) des équations d'Euler linéarisées sont récents et particulièrement prometteurs. Cependant comme pour tout modèle nouveau, il reste à montrer qu'effectivement l'ensemble des phénomènes physiques d'intérêt sont retranscrits.

Dans le cadre de ses études sur la propagation acoustique extérieure, l'*Institut franco-allemand de recherches de Saint-Louis* (ISL) a implémenté un tel modèle de propagation. Cette implémentation est ci-après appelée ITM, pour *ISL FDTD Model*. L'objectif de cette thèse, proposée par l'ISL en collaboration avec le *Laboratoire de Mécanique des Fluides et d'Acoustique* (LMFA), est de poursuivre le développement et les validations de cette implémentation. Une part importante du travail consiste également à illustrer les potentialités du code ITM pour des applications de propagation de signaux acoustiques complexes dans un environnement complexe.

La première partie de ce mémoire (chapitres 1 et 2) est consacrée à la présentation des phénomènes principaux liés à la propagation extérieure. Après avoir présenté un bref historique des modèles numériques de propagation existants dans la littérature, les modèles FDTD sont présentés en détail. Au long de cette présentation, les particularités du code ITM sont données, ainsi que les améliorations apportées au long de la thèse (notamment la parallélisation du code). Pour terminer, la validation du code pour des cas classiques est présentée. La comparaison avec d'autres simulations ou des résultats théoriques est excellente dans les cas étudiés, ce qui constitue une première validation du code ITM.

La seconde partie du mémoire (chapitres 3 à 5) constitue le principal apport scientifique de la thèse, et est consacrée à la validation et l'utilisation du code ITM pour des scénarios de propagation en atmosphère complexe. Les scénarios considérés comprennent la propagation d'une onde plane en présence de perturbations atmosphériques,

constantes ou turbulentes, et localisées ou globales. Les caractéristiques de la turbulence sont présentées ainsi qu'un modèle numérique permettant la génération de champs turbulents. Les différentes théories existantes dans chaque configuration sont présentées avec leurs limites. Dans chaque cas, la simulation retranscrit la théorie applicable. Le code ITM permet alors de retranscrire les effets des perturbations atmosphériques (y compris des perturbations turbulentes) sur les ondes harmoniques. De plus, alors que les traitements théoriques sont distincts pour chaque configuration, la simulation par le modèle FDTD permet une approche unifiée pour reproduire de manière fiable la physique de la propagation dans chaque configuration. À partir de cette conclusion forte, la simulation est prise comme référence pour observer des phénomènes prédits par la théorie, discuter les consistances entre les différentes théories, évaluer des conjectures, et mettre en évidence les limitations d'autres modèles numériques. Cela permet également d'illustrer les potentialités du code en tant qu'outil numérique.

Enfin dans une dernière partie plus courte du mémoire (chapitre 6), le code ITM est évalué pour des signaux complexes dans des environnements à géométries complexes. Après avoir présenté quelques signaux acoustiques présentant un intérêt pratique pour ces études et un effet physique propre à la propagation 2D, le code ITM est comparé à des signaux obtenus lors de campagnes expérimentales en partie menées pendant la thèse. Les comparaisons présentent de bons accords généraux. Après avoir commenté les différences observées, les potentialités du code en tant qu'outil numérique sont illustrées par l'évaluation du *retournement temporel*, un algorithme de localisation de source acoustique en milieu urbain. Le fonctionnement de cet algorithme est illustré par simulation, même lorsque des signaux issus de mesures expérimentales sont utilisés.

L'ensemble de ces parties permet de conclure que les modèles numériques basés sur une résolution FDTD des équations de propagation acoustique sont très bien adaptés au milieu extérieur complexe, et prennent en compte l'ensemble des phénomènes physiques principaux en jeu.

# Abstract

Outdoor sound propagation is strongly influenced by the environment. The geometry, such as topography and the presence of obstacles, alters the sound through reflexions and diffractions. Regarding atmosphere-related effects, the mean gradients produce refractions while turbulence cause random fluctuations and signal coherence loss. Most of those effects are generally well described theoretically. Still, in real configurations, the accumulation of those effects makes the use of analytical expressions difficult. Experimental studies are also limited because of difficulties in perfectly determining the environment or in separating a precise physical effect. In that perspective, numerical simulation is a convenient and complementary alternative approach to theory and experimentation. Among the existing numerical propagation models, those based on a Finite-Difference resolution in the Time-Domain (FDTD) of the linearized Euler equations are recent and particularly promising. However as for every new model, it remains to show that indeed the physical phenomena of interest are reproduced.

In the framework of its studies on outdoor sound propagation, the *french-german research Institute of Saint-Louis* (ISL) has implemented such a propagation model. This implementation is hereafter called ITM, for *ISL FDTD Model*. The objectives of the thesis, proposed by ISL in collaboration with the *Laboratory of Fluid Mechanics and Acoustics* (LMFA), are to pursue the developments and validations of this implementation. An important part of the work is also given on the illustration of the potentialities of the ITM code in propagating complex acoustic signals in complex environments.

The first part of this manuscript (chapters 1 and 2) is dedicated to the presentation of the main phenomena related to outdoor sound propagation. After a short historical introduction to classical numerical propagation models, the FDTD model is presented in detail. Along this presentation, the specificities of the ITM code are given with the improvements implemented during the thesis (in particular, the parallelization of the code). To finish, the validation of ITM is presented for classical propagation configurations. The comparisons with other numerical models or theoretical results is a preliminary validation to the ITM code.

The second part of this manuscript (chapters 3 to 5) presents the main scientific results of the thesis. It is dedicated to the validation and the use of the ITM code for scenarios of propagation through complex atmospheres. The considered scenarios are the propagation of an harmonic plane wave in presence of atmospheric perturbations, constant or turbulent, and local or global. The characteristics of turbulence are presented, with a numerical model for the generation of turbulent fields. Different theories in each configurations are detailed with their limitations. In each case, the simulation reproduces the applicable theoretical expectations. The ITM code thus allows to transcribe the effects of atmospheric perturbations (including turbulent perturbations) on

harmonic waves. Moreover, contrary to the theoretical results which are distinct for each configuration, the simulation with the FDTD model allows a unified approach for reliably reproducing the physics of sound propagation in each case. Based on this strong conclusion, the simulation is taken as reference for investigating theoretically predicted phenomena, for discussing consistency between theories, for evaluating conjectures, and for highlighting the limitations of other numerical models. This illustrates the use of the numerical model as a numerical tool.

Finally, in a last and shorter part of this manuscript (chapter 6), the ITM code is evaluated for the propagation of complex acoustic signals in complex geometries. After the presentation of a few temporal acoustic signals, and a physical effect proper to 2D propagation, the ITM code is compared to signals given by experimentation partially leaded during the thesis. The comparisons show good general agreements. The differences are discussed. The potentialities of the ITM code as a numerical tool are illustrated by evaluating the *time reversal algorithm*, an algorithm for sound source localization in urban situations. The algorithm is shown to perform as expected, even when experimental data is used for retropropagation.

All those parts together lead to the conclusion that numerical models based on FDTD resolution of the sound propagation equations are well adapted to complex outdoor propagation, and take into account the main physical phenomena at play.



# Table des matières

Remerciements	ii
Résumé	iv
Abstract	vi
Table des matières	viii
Introduction générale	1
<b>1 La propagation acoustique en environnement extérieur complexe</b>	<b>5</b>
1.1 Introduction . . . . .	5
1.2 Les effets liés à la géométrie . . . . .	6
1.2.1 La dispersion géométrique . . . . .	7
1.2.2 L'influence du sol . . . . .	7
1.2.3 La diffraction . . . . .	9
1.3 Les effets liés à l'atmosphère . . . . .	11
1.3.1 L'absorption atmosphérique . . . . .	11
1.3.2 Les gradients atmosphériques . . . . .	12
1.3.3 La turbulence atmosphérique . . . . .	14
1.4 Les modèles numériques de propagation . . . . .	15
1.5 Conclusion du chapitre . . . . .	17
<b>2 Simulation de la propagation par une méthode de différences finies en domaine temporel</b>	<b>18</b>
2.1 Introduction . . . . .	18
2.2 Simulation de la propagation acoustique par FDTD et implémentation ISL	19
2.2.1 Les équations de propagation . . . . .	19
2.2.2 L'algorithme de résolution . . . . .	21
2.2.3 Le maillage et les schémas spatiaux . . . . .	23
2.2.4 Les sources acoustiques . . . . .	25
2.2.5 Les parois parfaitement réfléchissantes . . . . .	26
2.2.6 Les matériaux poreux . . . . .	28
2.2.7 Condition de champ libre . . . . .	29
2.2.8 Le schéma temporel . . . . .	31
2.2.9 Stabilité numérique . . . . .	32
2.2.10 Parallélisation du code . . . . .	34
2.2.11 Aspects complémentaires . . . . .	37

2.3	Évaluation de la validité du code ITM pour des cas classiques . . . . .	37
2.3.1	Dispersion géométrique . . . . .	38
2.3.2	Sol parfaitement réfléchissant . . . . .	38
2.3.3	Sol poreux . . . . .	39
2.3.4	Présence d'un mur . . . . .	43
2.3.5	Présence d'un gradient de vent . . . . .	45
2.3.6	Propagation à travers un vortex . . . . .	46
2.3.7	Synthèse des évaluations . . . . .	47
2.4	Conclusion du chapitre . . . . .	49
<b>3</b>	<b>Simulation de la propagation acoustique autour d'une fluctuation atmosphérique locale non turbulente</b>	<b>50</b>
3.1	Introduction . . . . .	50
3.2	L'approximation de Born/Rytov . . . . .	52
3.2.1	Cas général . . . . .	52
3.2.2	Cas d'une fluctuation uniforme circulaire en humidité et température	53
3.3	Directivité de l'onde diffusée . . . . .	54
3.3.1	L'effet de champ proche . . . . .	55
3.3.2	La sensibilité au nombre d'onde réduit . . . . .	55
3.3.3	Le couplage entre fluctuation en température et humidité . . . . .	59
3.3.4	Synthèse . . . . .	61
3.4	Limites de l'approximation de Born/Rytov . . . . .	62
3.4.1	Fortes fluctuations . . . . .	62
3.4.2	Présence de convection . . . . .	64
3.5	Conclusion du chapitre . . . . .	68
<b>4</b>	<b>Simulation de la propagation acoustique en atmosphère turbulente : fluctuations acoustiques faibles</b>	<b>69</b>
4.1	Introduction . . . . .	69
4.2	La turbulence atmosphérique . . . . .	71
4.2.1	Description de la turbulence atmosphérique . . . . .	71
4.2.2	Modélisation numérique de champs turbulents scalaires . . . . .	73
4.3	Fluctuations acoustiques grand angle . . . . .	75
4.3.1	Scénario et résultats théoriques . . . . .	75
4.3.2	Les simulations ITM . . . . .	77
4.3.3	Comparaisons . . . . .	77
4.4	Fluctuations acoustiques petit angle . . . . .	80
4.4.1	Scénario et résultats théoriques . . . . .	80
4.4.2	Les simulations ITM . . . . .	82
4.4.3	Comparaisons . . . . .	83
4.5	Discussions . . . . .	85
4.5.1	Approximation aux faibles angles dans l'équation parabolique . . . . .	87
4.5.2	Consistance entre grand et petit angle . . . . .	88
4.6	Conclusion du chapitre . . . . .	90
<b>5</b>	<b>Simulation de la propagation acoustique en atmosphère turbulente : fluctuations acoustiques fortes et saturées</b>	<b>92</b>

5.1	Introduction . . . . .	92
5.2	La turbulence atmosphérique . . . . .	93
5.2.1	Description d'un champ turbulent vectoriel . . . . .	94
5.2.2	Modélisation numérique de champs turbulents vectoriels . . . . .	95
5.3	Les régimes de fluctuations et théories associées . . . . .	96
5.3.1	Le diagramme $\Lambda - \Phi$ . . . . .	97
5.3.2	Le régime des faibles fluctuations . . . . .	99
5.3.3	Le régime des fortes fluctuations . . . . .	99
5.3.4	Le régime de saturation . . . . .	100
5.4	Le scénario et les détails numériques . . . . .	100
5.5	Comparaisons . . . . .	102
5.5.1	Moments statistiques de premier et second ordre . . . . .	103
5.5.2	JPD et PDF . . . . .	106
5.6	Discussion . . . . .	109
5.7	Conclusion du chapitre . . . . .	111
<b>6</b>	<b>Simulation de la propagation en géométrie complexe de signaux im-</b>	
	<b>pulsionnels</b>	<b>113</b>
6.1	Introduction . . . . .	113
6.2	Propagation de signaux acoustiques impulsionnels . . . . .	114
6.2.1	Signaux impulsionnels pratiques . . . . .	114
6.2.2	Phénomène de sillage . . . . .	117
6.3	Propagation autour d'un mur . . . . .	121
6.3.1	Description du montage expérimental . . . . .	121
6.3.2	Simulation ITM . . . . .	122
6.3.3	Comparaison temporelle . . . . .	124
6.3.4	Comparaison fréquentielle . . . . .	125
6.4	Propagation autour d'un coin de mur . . . . .	126
6.4.1	Description du scénario . . . . .	127
6.4.2	Simulation ITM 2D et 3D . . . . .	128
6.4.3	Caractéristiques de l'onde propagée . . . . .	130
6.4.4	Comparaisons avec les données expérimentales . . . . .	132
6.5	Propagation en environnement urbain . . . . .	133
6.5.1	Description du scénario et de la campagne expérimentale . . . . .	133
6.5.2	Simulation ITM . . . . .	135
6.5.3	Comparaisons . . . . .	136
6.6	Application au retournement temporel . . . . .	138
6.6.1	Principe du retournement temporel . . . . .	139
6.6.2	Preuve de concept par le code ITM . . . . .	139
6.6.3	Choix du critère de localisation . . . . .	142
6.7	Conclusion du chapitre . . . . .	145
	<b>Conclusion générale et perspectives</b>	<b>147</b>
	<b>Références bibliographiques</b>	<b>153</b>
	<b>Annexes</b>	<b>165</b>

A	Détail des simulations effectuées . . . . .	165
B	Compléments sur quelques modèles numériques de propagation acoustique	177
C	Temps de calculs et rendement de la parallélisation pour le code ITM . . .	183
D	Intégration analytique de l'onde diffusée dans le cas d'une perturbation circulaire uniforme . . . . .	187
E	Calcul de la transformée de Fourier d'un disque de rayon $R$ . . . . .	189
F	Calcul du domaine d'existence et de l'expression analytique de l'angle d'in- terférence du second mécanisme de directivité de l'onde diffusée . . . . .	191
G	Calcul de l'expression analytique dans le cadre de l'approximation de Born pour la diffusion par un vortex . . . . .	193
H	Développement théorique de T61 dans le cas bidimensionnel . . . . .	196
I	Les densités spectrales de champs turbulents 2D . . . . .	199
J	Description du modèle Multiple Phase Screens . . . . .	201
K	Liste des publications et communications . . . . .	203

# Introduction générale

## Contexte scientifique

La propagation du son est un domaine qui intéresse une vaste communauté de chercheurs et d'industriels. Cet intérêt est particulièrement motivé par la préoccupation croissante de nos sociétés actuelles pour des aspects de *pollution sonore*, par exemple au sein de grandes villes ou à proximité des aéroports. Ces préoccupations existaient déjà il y a bien longtemps comme le montrent par exemple des écrits datant de l'époque des Romains qui mentionnent des problèmes de nuisances sonores et de régulation du bruit lié à la circulation (Embleton 1996). Fort heureusement le son n'est cependant pas toujours perçu sous cet angle négatif. La bonne connaissance des phénomènes physiques liés à la propagation du son peut permettre de définir l'architecture d'une salle de concert pour éviter des réverbérations désagréables, de sonder l'atmosphère (application de type RADAR, Mousley et Cole 1980, Muschinski 2004) ou encore de détecter et localiser des sources acoustiques (Naz *et al.* 2007). Ce dernier exemple illustre les études liées à la thématique de *l'acoustique du champ de bataille*, thématique intéressant particulièrement l'institut d'accueil de la thèse (voir ci-après), l'*Institut franco-allemand de recherches de Saint-Louis* (ISL).

L'*acoustique du champ de bataille* présente un certain nombre de spécificités. Premièrement l'environnement de propagation du son est l'air environnant et les distances de propagation se situent entre la centaine de mètres et la dizaine de kilomètre. Des éléments tels que la topographie et les fluctuations atmosphériques sont alors à considérer. Le champ de bataille pouvant avoir lieu en milieu urbain comme cela se présente dans des conflits récents, la présence de nombreux obstacles réfléchissants et diffractants doit être envisagée. Enfin, les signaux acoustiques qui se propagent, le plus souvent des bruits d'armes ou d'explosions, ont un caractère temporel très marqué (signaux impulsionnels).

La plupart des phénomènes physiques liés à la propagation du son sont aujourd'hui bien connus (Embleton 1996, Salomons 2001, Bérengier *et al.* 2003). La dispersion géométrique lié au caractère ondulatoire du son est le premier phénomène. On retrouve ensuite des phénomènes liés à l'atmosphère tels que les réfractions dues aux gradients de température ou de vent, la convection due au vent, l'influence de la turbulence ou encore l'absorption atmosphérique. Les phénomènes liés à la géométrie (sol, topographie, obstacles) ont également un rôle important (réflexions, diffractions). Pris isolément, la plupart de ces processus physiques sont généralement bien décrits de manière théorique. Cependant dans des cas réalistes où ces phénomènes se combinent, il devient difficile voire impossible de décrire la propagation de manière exploitable. C'est ainsi que ce domaine de recherche est encore aujourd'hui ouvert et très actif. Il est aussi fortement lié à d'autres domaines de recherche, comme l'aéroacoustique ou la météorologie, qui est

une donnée d'entrée pour l'étude de la propagation.

Pour compléter et évaluer les développements théoriques, de nombreuses études expérimentales ont été menées. Différents phénomènes ont ainsi pu être mesurés, comme les fluctuations acoustiques liées à la turbulence (Daigle *et al.* 1983, Blanc-Benon et Juvé 1993), la diffraction générée par un coin de mur en champ libre (Liu et Albert 2006) ou encore l'influence de la météo sur la propagation dans une configuration urbaine (Van Renterghem et Botteldooren 2010). Ces expérimentations ont permis d'obtenir des apports scientifiques conséquents, mais peuvent être coûteuses et sont limitées par la métrologie disponible. Par exemple certains paramètres, en particulier les paramètres atmosphériques, sont difficiles à mesurer, ce qui rend les résultats difficiles à interpréter (Coles *et al.* 1995). Lors de mesures expérimentales, des effets additionnels à ceux d'intérêt sont également à prendre en compte, ce qui peut compliquer la mesure du phénomène à étudier.

L'expérimentation doit donc être complétée par des simulations numériques, qui donnent une estimation idéalisée mais maîtrisée et reproductible de la physique en jeu. De nombreux modèles numériques ont ainsi été développés. Les capacités de calcul des ordinateurs augmentant avec le temps, les plus anciens modèles présentent souvent des simplifications importantes mais sont rapides, alors que les modèles récents retranscrivent davantage de phénomènes physiques mais sont plus lents. Aujourd'hui, il existe plusieurs modèles basés sur la résolution des équations de propagation par itération temporelle et différences finies sur un maillage fin de l'environnement (méthodes FDTD pour *Finite-Difference Time-Domain*). Ces modèles sont particulièrement adaptés à la propagation acoustique externe. Ils présentent très peu d'approximations et permettent de définir l'environnement de propagation de manière très fine et directe. De plus, ces méthodes sont des méthodes *temporelles*, et permettent ainsi de simuler directement des signaux acoustiques ayant une forme quelconque. La contrepartie est le coût de calcul, qui est généralement important. Ces modèles ne sont utilisables pour l'acoustique du champ de bataille que depuis quelques années.

## Contexte général

L'*Institut franco-allemand de recherches de Saint-Louis* (ISL<sup>1</sup>) est un institut binational de recherches pour la Défense et la Sécurité situé à Saint-Louis en Alsace, qui est exploité en commun par l'Allemagne et la France depuis 1958. Les thématiques de recherche de l'ISL sont diverses et comprennent par exemple l'acoustique, la détonique, l'électronique haute performances, l'optronique, l'aérodynamique et la mécanique du vol, la balistique, etc. Ces différents thèmes sont répartis parmi les 180 chercheurs permanents organisés en groupes de recherche.

Parmi ces groupes de recherche, le groupe *Acoustique et Protection du Combattant* (APC) traite notamment les thématiques liées à l'acoustique. Parmi les travaux menés par le groupe APC sur la thématique de l'acoustique il y a en particulier le développement de protecteurs acoustiques innovants (à atténuation passive ou active), l'amélioration de la communication en environnement bruyant, le développement de systèmes permettant la détection, l'identification et la localisation de sources acoustiques (Naz *et*

---

1. Site internet de l'ISL : [www.isl.eu](http://www.isl.eu)

al. 2007). Le groupe APC dispose pour ces études d'équipements comme des chambres sourdes, une chambre anéchoïque, une chambre réverbérante, ainsi que des moyens métrologiques importants. Plusieurs modèles numériques de propagation acoustique ont également été développés et implémentés dans le groupe APC.

L'élaboration de systèmes permettant la localisation de sources acoustiques nécessite une bonne compréhension de la propagation entre la source et les capteurs. Ceci explique pourquoi les modèles numériques de propagation ont été implémentés au sein du groupe APC. Les modèles basés sur une résolution FDTD des équations de propagation acoustique ont un fort potentiel dans le cadre de ces études. Pour cette raison, une implémentation a été réalisée par le groupe APC en 2006, puis évaluée pour des cas simples de propagation (Cheinet et Naz 2006). Afin de poursuivre les développements de cette implémentation, désormais mentionnée sous le nom ITM (pour *ISL FDTD Model*), d'étendre les validations, et mettre en avant les potentialités de ce code, un stage de master 2 de 6 mois puis une thèse a été proposée par l'ISL, en collaboration avec le Laboratoire de Mécanique des Fluides et d'Acoustique (LMFA) de Lyon. Le stage et la thèse, que j'ai tous deux effectués, ont été financés et réalisés à l'ISL.

## Objectifs de la thèse et plan du manuscrit

La thèse a donc pour objectifs de poursuivre les validations et le développement, et de montrer les potentialités d'un modèle de propagation acoustique basé sur la résolution des équations de propagation par FDTD. Le modèle utilisé est celui implémenté à l'ISL, et les aspects sur lesquels on cherchera à montrer les potentialités du code ITM sont ceux liés à l'acoustique du champ de bataille, à savoir la propagation du son (signaux harmoniques ou impulsionnels) en environnement (atmosphère et géométrie) complexe.

Le **chapitre 1** décrit en détail les phénomènes physiques prépondérants dans la propagation acoustique en milieu extérieur. Les phénomènes liés à la géométrie et ceux liés à l'atmosphère sont abordés séparément. Un bref historique des principaux modèles numériques de propagation acoustique est ensuite présenté. Ce chapitre est une introduction plus vaste du sujet.

Dans le **chapitre 2**, les modèles de propagation de type FDTD sont tout d'abord présentés. L'implémentation ISL (le code ITM) est ensuite décrite, avec ses spécificités (équation de propagation considérées, maillages utilisés, schémas numériques, etc.). Une première validation du modèle est ensuite proposée, par comparaison des niveaux sonores entre résultats théoriques ou expérimentaux et ITM, pour quelques configurations simples.

Dans le **chapitre 3**, le code ITM est employé pour étudier la propagation en présence d'une fluctuation atmosphérique locale non turbulente. Après avoir décrit ce scénario plus en détail, l'approximation de Born/Rytov, une approximation courante dans ces configurations, est présentée. Cette approximation est comparée aux résultats fournis par ITM. La sensibilité à l'intensité de la fluctuation atmosphérique, à sa forme, et les effets de champ proches sont étudiés. Les fluctuations en température/humidité ainsi que celles en vent (vortex) sont considérées.

Le **chapitre 4** se concentre sur la propagation en atmosphère turbulente. Après une description de la turbulence atmosphérique et des modèles numériques permettant de générer un champ turbulent, le code ITM est employé dans deux scénarios. Tout

d'abord, la propagation en présence d'une turbulence *localisée* est envisagée. Dans cette configuration, le son est diffusé autour de la fluctuation atmosphérique (grand angle). Les approximations analytiques existantes sont évaluées par simulation. Le second scénario envisagé est la propagation dans une atmosphère *globalement* turbulente. Dans le scénario considéré, le son est majoritairement perturbé dans la direction de propagation (petit angle). La simulation est à nouveau comparée à la théorie. Pour terminer, une discussion de ces résultats est proposée, en particulier au sujet de la consistance entre les théories associées à ces deux configurations.

Le **chapitre 5** continue le second scénario du chapitre 4, c'est-à-dire la propagation dans une atmosphère globalement turbulente. La différence ici est que les perturbations engendrées sur le son sont fortes, alors que dans le chapitre 4 seules les faibles perturbations sont considérées. Lorsque le son est fortement perturbé par la turbulence, un phénomène particulier se produit : certaines statistiques de l'onde qui se propage atteignent une valeur limite. C'est la *saturation*. Les théories associées à ces phénomènes sont d'abord présentées. Le code ITM est ensuite employé pour reproduire ce comportement. Des comparaisons entre les simulations et les théories sont ensuite effectuées sur les statistiques principales de l'onde (moments de 1<sup>er</sup> et 2<sup>e</sup> ordre, fonctions de probabilités, etc.). Une discussion est finalement proposée.

Dans le **chapitre 6**, ce sont les géométries complexes et les signaux acoustiques complexes qui sont abordés. Premièrement, la discussion porte sur une importante différence entre simulations 2D et 3D au sujet de la propagation de signaux impulsifs : l'onde qui se propage laisse un *sillage* sonore derrière elle en 2D, ce qui n'est pas le cas en 3D. Sachant cela, le code ITM est utilisé en augmentant la complexité de la géométrie. Tout d'abord un simple mur est envisagé. La simulation est comparée à la théorie et aux résultats obtenus par expérimentation en chambre anéchoïque. Un second mur, perpendiculaire et adjacent au premier, est ajouté (coin de mur). La simulation est comparée à une autre implémentation de la FDTD et à des résultats expérimentaux disponibles dans la littérature. Dans cette configuration, la prise en compte de la 3<sup>e</sup> dimension se révèle déterminante. Un environnement urbain réel est finalement étudié, expérimentalement et par simulation. Pour terminer, le code ITM est utilisé pour évaluer un algorithme de localisation de source acoustique : le retournement temporel.

En résumé, le chapitre 1 présente l'ensemble des phénomènes physiques à considérer pour la propagation acoustique en milieu extérieur. Le chapitre 2 présente le modèle de simulation étudié. Les chapitres 3 à 5 exploitent le code pour une atmosphère complexe et le chapitre 6 pour des géométries et des signaux acoustiques complexes.



# Chapitre 1

## La propagation acoustique en environnement extérieur complexe

### 1.1 Introduction

Les phénomènes physiques influençant la propagation acoustique en environnement extérieur sont nombreux et complexes. Si certains sont simples comme la *dispersion géométrique*, d'autres, comme l'*effet du sol* ou l'*influence de la turbulence atmosphérique* sont plus difficiles à quantifier rigoureusement. L'ensemble de ces phénomènes a cependant été largement observé expérimentalement et décrit dans la littérature (Morse et Ingard 1968, Embleton 1996, Salomons 2001, Bérengier *et al.* 2003).

Une partie de ces phénomènes est associée aux conditions aux limites (à la géométrie) : présence ou absence d'obstacles comme une barrière ou un bâtiment, effet du sol, de la topographie, etc, tandis que d'autres phénomènes sont liés aux propriétés physiques du milieu dans lequel le son se propage (l'atmosphère) : gradients atmosphériques, turbulence, absorption atmosphérique, etc. La figure 1.1 illustre les phénomènes principaux.

Dans des conditions réalistes de propagation<sup>1</sup>, ces phénomènes se cumulent ce qui complexifie l'effet sur l'onde propagée. Pour faire face à cette complexité, qui rend l'utilisation de formules analytiques difficile en pratique, la modélisation numérique de la propagation du son s'est fortement développée ces dernières décennies. De nombreux modèles existent, chacun permettant de reproduire un certain nombre de ces phénomènes, et ayant ses avantages et inconvénients propres. Parmi ces modèles, les plus classiques sont la méthode des rayons et l'équation parabolique.

Ce premier chapitre a pour objectif de donner une vue d'ensemble des différents phénomènes physiques influençant la propagation du son en environnement extérieur. Les phénomènes liés à la géométrie sont abordés en section 1.2 et ceux liés à l'environnement en section 1.3. Un bref historique des modèles numériques développés pour simuler la propagation sonore est proposé en section 1.4.

Certains phénomènes physiques sont volontairement éludés dans cette présentation, comme les non-linéarités du son pour de très fortes amplitudes. Les phénomènes aéroacoustiques (interactions entre le son et l'air) sont également négligés. Dans la suite de ce chapitre, la source acoustique est supposée monofréquentielle (de fréquence  $f$ ).

---

1. Les conditions qui nous intéressent de l'acoustique du champ de bataille

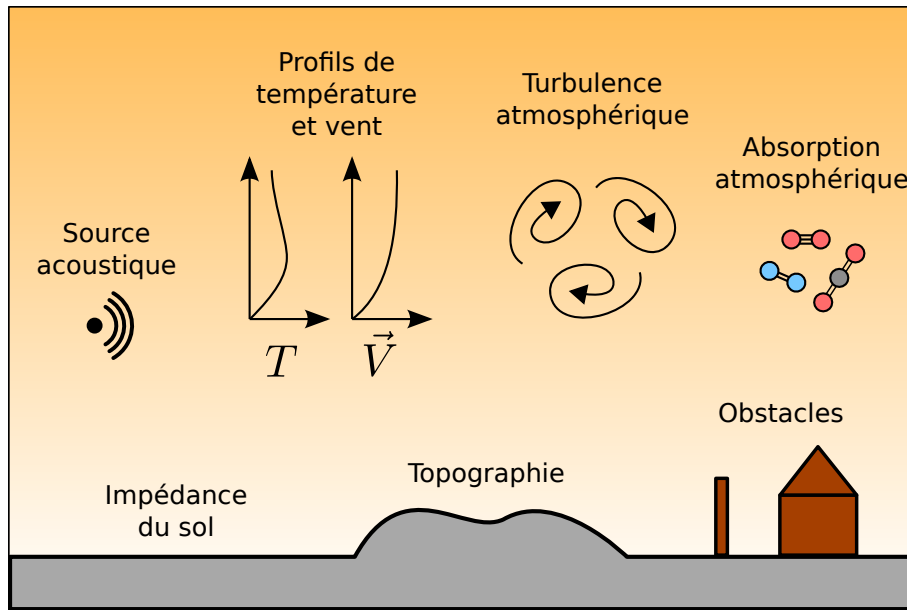


FIGURE 1.1 – Principaux phénomènes influençant la propagation acoustique en environnement extérieur complexe.

La raison est principalement historique, la plupart des résultats théoriques étant disponibles uniquement pour une source de ce type (voir par exemple dans Morse et Ingard 1968). Cependant il est possible de retrouver<sup>2</sup> une formulation temporelle des résultats présentés par transformation de Fourier, c'est-à-dire en passant dans le domaine fréquentiel, résolvant le problème, puis retournant dans le domaine temporel (Morse et Ingard 1968).

## 1.2 Les effets liés à la géométrie

Tout d'abord le milieu dans lequel se propage l'onde acoustique est considéré homogène (température et humidité constants, pas de vent) et l'absorption atmosphérique est négligée. Dans de telles conditions, seuls les effets liés à la géométrie (les conditions aux limites) influencent la propagation du son. Ces effets sont principalement : la dispersion géométrique, la présence d'un sol (à impédance finie ou infinie) et la diffraction.

Les équations de propagation du son s'obtiennent par linéarisation des équations de la mécanique des fluides. Le milieu dans lequel le son évolue (l'atmosphère) est considéré comme étant un gaz parfait compressible et non visqueux. Dans les conditions considérées d'atmosphère constante (température, humidité et vent constants) et au repos (vent nul), l'équation des ondes s'écrit (Morse et Ingard 1968, Salomons 2001) :

$$\left( \Delta - \frac{1}{c_0^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \right) p = 0 \quad (1.1)$$

où  $p$  est la pression acoustique,  $c_0$  est la vitesse de propagation du son (célérité) et  $t$  est le temps. Cette équation contient la physique élémentaire de la propagation des ondes,

2. Bien que cela puisse mener à des formulations très complexes

à savoir que l'onde acoustique est une perturbation se propageant de proche en proche, et transportant de l'énergie sans transporter de matière.

Lorsque l'onde qui se propage est harmonique (elle n'est composée que d'une fréquence pure  $f$ ), cette équation peut être réécrite sous la forme de l'équation d'Helmholtz (Morse et Ingard 1968, Salomons 2001) :

$$(\Delta + k^2)p = 0 \tag{1.2}$$

où  $k = 2\pi f/c_0$  est le nombre d'onde et la pression  $p$  est écrite sous sa forme complexe. L'amplitude et la phase de l'onde acoustique sont alors données par le module et l'argument de  $p$ .

### 1.2.1 La dispersion géométrique

En absence de tout obstacle, lorsqu'une onde acoustique se propage en champ libre, seule la dispersion géométrique altère l'amplitude de l'onde. En effet, l'énergie de l'onde étant constante, l'augmentation de la surface du front d'onde doit être compensée par une baisse de son amplitude. Lorsque la source est ponctuelle et que l'onde se disperse dans l'espace tridimensionnel, les fronts d'onde sont sphériques, et l'amplitude est proportionnelle à l'inverse de la distance à la source. Lorsque la distance double, l'amplitude est divisée par deux, ainsi la décroissance en niveau sonore est de  $20 \log_{10}(1/2) \simeq -6\text{dB}$  par doublement de distance (Embleton 1996).

Lorsque la source acoustique est linéique, par exemple dans le cas du bruit causé par le trafic le long d'un axe routier, la propagation se fait de manière cylindrique. L'amplitude devient proportionnelle à l'inverse de la racine de la distance à la source. Lorsque la distance double, l'amplitude est divisée par  $\sqrt{2}$  ainsi la décroissance en niveau sonore est de  $20 \log_{10}(1/\sqrt{2}) \simeq -3\text{dB}$  par doublement de distance (Embleton 1996). Une source linéique en 3D est équivalente à une source ponctuelle en 2D.

Enfin, l'onde acoustique peut être considérée plane dans certaines configurations, comme lorsque la distance à la source est très grande et que les fronts d'onde sphériques ont un très grand rayon de courbure. Pour une onde plane, les fronts d'onde ont une surface constante et ainsi l'amplitude ne change pas avec la distance de propagation. Il n'y a pas de décroissance du niveau sonore. L'équivalent 2D est une source linéique.

L'expression analytique de la pression acoustique complexe dans le cas harmonique est donnée par  $A_0 e^{ikr}/r$  dans le cas 3D ( $r$  est la distance à la source et  $A_0$  l'amplitude de la source),  $\frac{i}{4} A_0 H_0^{(1)}(kr)$  dans le cas 2D ( $H_0^{(1)}$  est la fonction de Hankel d'ordre zéro, qui décroît en  $1/\sqrt{r}$  lorsque  $r$  est grand) et  $A_0 e^{ikr}$  dans le cas 1D.

### 1.2.2 L'influence du sol

Dans la plupart des scénarios de propagation en environnement extérieur, la présence du sol est considérée. Le problème classique consiste en la présence d'une source acoustique proche du sol et d'un récepteur (l'oreille humaine ou un microphone) également proche du sol. La hauteur de la source et du récepteur, typiquement d'un ou deux mètres, est généralement petite devant leur écart (Embleton 1996).

Le champ acoustique est plus complexe en présence de sol. Ce dernier réfléchit l'onde générée par la source et le récepteur reçoit ainsi plus d'une contribution sonore. Les

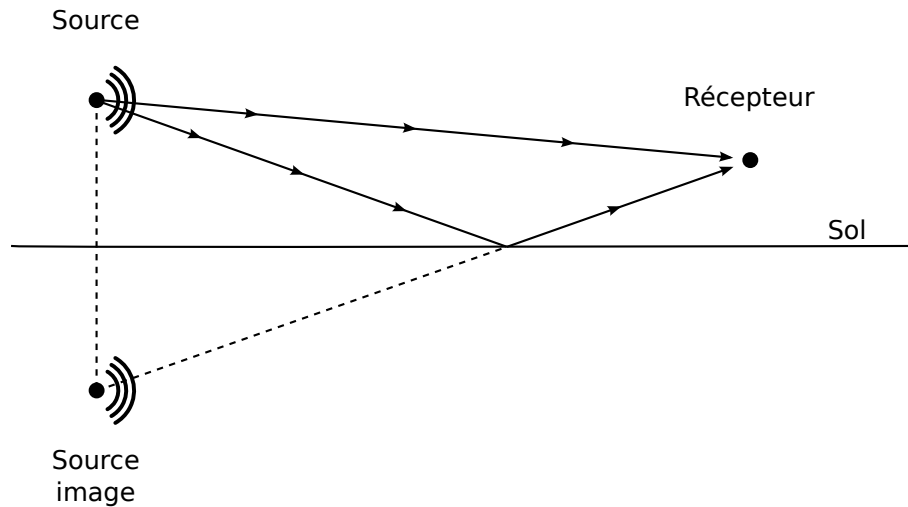


FIGURE 1.2 – Illustration du problème de la propagation en présence de sol.  
Le trajet de l'onde réfléchi s'obtient par la méthode des sources images.

interférences entre ces contributions altèrent le champ sonore ainsi obtenu (Salomons 2001). Lorsque le sol est *parfaitement réfléchissant*, comme cela peut être considéré pour du béton ou une surface liquide, le calcul de l'onde réfléchi est simple. Dans le cas contraire, si le sol est herbeux par exemple, le calcul est plus complexe.

L'onde réfléchi dans le cas d'un sol parfaitement réfléchissant se détermine par la méthode des sources images. Une seconde source identique à la source réelle est considérée. Seule la position change et est la symétrique de la source originale par rapport à la surface du sol. Ainsi, le récepteur capte l'onde directe et l'onde réfléchi, qui ont simplement deux distances de propagation différentes (voir figure 1.2). Les distances de propagation de chaque onde se déterminent par considérations géométriques. Notons ces distances  $R_1$  pour l'onde directe et  $R_2$  pour l'onde réfléchi. Le déphasage complexe entre les deux ondes est  $ik\Delta R$  si  $k$  est le nombre d'onde associé à cette onde, et  $\Delta R = R_2 - R_1$  est la différence entre les longueurs de propagation. L'amplitude de chaque onde est proportionnelle à l'inverse de leur distance de propagation (dans le cas 3D). La sommation des deux contributions mène à un terme en  $1 + (R_1/R_2)e^{ik\Delta R}$  par rapport au cas sans sol (Salomons 2001). Lorsque  $k$  ou  $\Delta R$  varie, ce terme alterne entre augmentation et diminution du niveau sonore, selon que les interférences soient constructives ou destructives. Comme  $R_2 \geq R_1$  l'amplitude peut être au maximum doublée et au minimum annulée. Un exemple concret de scénario en présence de sol parfaitement réfléchissant est donné dans le chapitre suivant, au paragraphe 2.3.2.

La complexité du problème augmente lorsque le sol n'est pas parfaitement réfléchissant. L'onde n'est que partiellement réfléchi par le sol. Le sol n'étant pas opaque au passage du son une partie de l'onde y pénètre, générant dans la plupart des cas une *onde de sol* (Embleton 1996). L'onde totale  $p_{\text{tot}}$  s'écrit comme la somme de deux ondes avec un facteur  $\mathcal{R}$  supplémentaire :

$$p_{\text{tot}} = \frac{A_0}{R_1} e^{ikR_1} + \mathcal{R} \frac{A_0}{R_2} e^{ikR_2} \quad (1.3)$$

où  $A_0$  est l'amplitude de la source. Le facteur  $\mathcal{R}$  est donné dans le cas d'une onde sphérique par :

$$\mathcal{R} = \mathcal{R}_p + (1 - \mathcal{R}_p)F \quad (1.4)$$

où  $F$  est un facteur qui décrit l'interaction entre un front d'onde courbé et une surface d'impédance finie (Daigle 1979). À cause de la complexité de cette interaction, il ne peut pas y avoir simplement une source image dans le sol, même d'amplitude réduite (Embleton 1996). Une onde supplémentaire prise en compte par le terme en  $F$ , l'*onde de sol*, vient contribuer au niveau sonore. L'expression mathématique de  $F$  peut se trouver dans la littérature (comme dans Salomons 2001 ou Bérengier 2003). Cependant dans plusieurs cas, comme lorsque l'onde se propage de manière rasante, il est possible de négliger ce terme (Salomons 2001). Le facteur  $\mathcal{R}$  revient alors au coefficient de réflexion d'une onde plane  $\mathcal{R}_p$  :

$$\mathcal{R}_p = \frac{Z_G \sin(\theta) - Z_A}{Z_G \sin(\theta) + Z_A} \quad (1.5)$$

L'angle  $\theta$  est l'angle d'incidence de l'onde réfléchie sur le sol.  $Z_G$  est l'impédance du sol et  $Z_A = \rho_0 c_0$  est l'impédance de l'air, où  $\rho_0$  et  $c_0$  sont respectivement la masse volumique et la célérité du son dans l'air. L'impédance du sol dépend de la fréquence de la source et il existe de nombreux modèles dans la littérature pour décrire cette dépendance (Zwikker et Kosten 1949, Attenborough 1983, Delany et Bazley 1970, Miki 1990). Par exemple le modèle de Zwikker et Kosten (1949) considère trois paramètres du sol que sont la porosité  $\Omega$ , la tortuosité  $q$  et la résistivité  $\sigma$ . L'impédance est alors donnée par :

$$Z_G(\omega) = Z_\infty \sqrt{\frac{1 - i\omega\tau}{-i\omega\tau}}, \quad Z_\infty = \rho_0 c_0 \sqrt{\frac{4q^2}{3\gamma\Omega^3}}, \quad \tau = \frac{4}{3} \frac{\rho_0 q^2}{\sigma \Omega^2} \quad (1.6)$$

où  $\omega = 2\pi f$  est la fréquence angulaire. Des valeurs classiques pour ces paramètres sont données en tableau 2.2 pour quelques types de sol.

Dans des cas réalistes, comme une route longeant un sol herbeux, il est nécessaire de considérer différents sols successifs (Bérengier 2003). Le sol peut également être d'épaisseur finie, au dessus d'un autre type de sol, par exemple dans le cas d'une couche de neige. La topographie influence également la propagation du son, mais principalement par un mécanisme de diffraction comme cela est discuté dans le paragraphe suivant. Le problème de la propagation acoustique au dessus d'un sol est vaste et toujours activement étudié.

### 1.2.3 La diffraction

La diffraction est le comportement des ondes lorsque ces dernières rencontrent un obstacle de dimension finie à leur propagation. Les diffractions sont ainsi liées aux conditions aux limites, donc à la présence d'obstacles comme des barrières ou des bâtiments, mais également à la topographie. Elles sont d'autant plus importantes que la longueur d'onde est grande devant la taille de ces obstacles.

Le scénario le plus simple pour illustrer ce phénomène est la diffraction au dessus d'un mur parfaitement réfléchissant (figure 1.3). Si l'on considère une source sonore en présence d'un sol et d'une barrière parfaitement réfléchissants, et un récepteur caché de la source par la barrière, les contributions sonores au niveau du récepteur sont dues

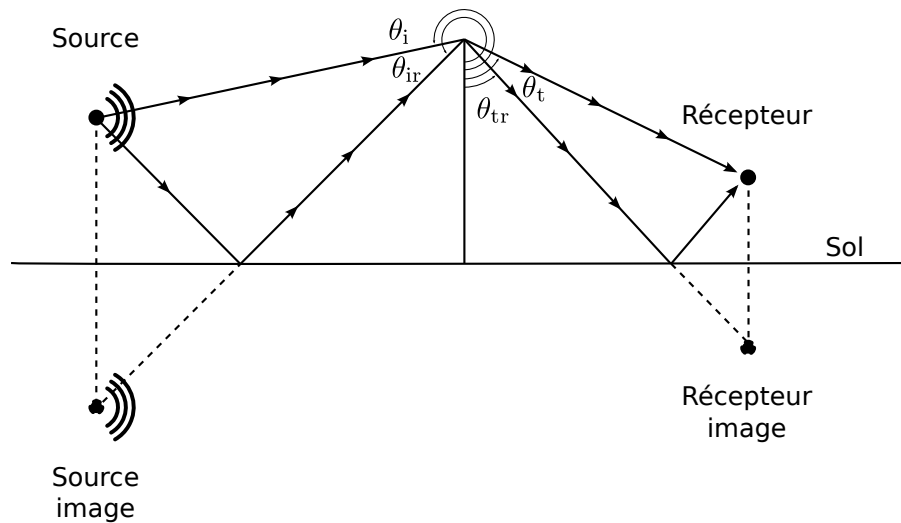


FIGURE 1.3 – Illustration du problème de la propagation en présence de sol et barrière. Les trajets des ondes réfléchies s’obtiennent par la méthode des sources images. Tous les trajets diffractent au sommet de la barrière.

à la diffraction au niveau du sommet de la barrière (Salomons 2001). En comptant les réflexions sur le son avant et après la barrière, il vient alors quatre contributions sonores, ce qui s’illustre dans le paragraphe 2.3.4 du chapitre suivant. La pression acoustique totale  $p_{\text{tot}}$  s’exprime alors comme la somme suivante :

$$p_{\text{tot}} = A_0 D_1 \frac{\exp(ikR_1)}{R_1} + A_0 D_2 \frac{\exp(ikR_2)}{R_2} + A_0 D_3 \frac{\exp(ikR_3)}{R_3} + A_0 D_4 \frac{\exp(ikR_4)}{R_4} \quad (1.7)$$

où les  $R_i$  sont les distances totales parcourues par le son pour chacune des contributions :

$$R_1 = d_i + d_t, \quad R_2 = d_{\text{ir}} + d_t, \quad R_3 = d_i + d_{\text{tr}}, \quad R_4 = d_{\text{ir}} + d_{\text{tr}} \quad (1.8)$$

Les grandeurs  $d$  définissent les distances parcourues par le son entre le sommet de la barrière et ( $d_i$ ) la source, ( $d_{\text{ir}}$ ) la source image, ( $d_t$ ) le récepteur, et ( $d_{\text{tr}}$ ) le récepteur image. Les coefficients de diffraction d’une onde sphérique  $D$  sont calculés par le principe de Huygens (propagation de proche en proche). L’onde est supposée sphérique jusqu’à la verticale de la barrière, puis estimée par intégration au dessus de la barrière, en considérant selon la théorie de Kirchhoff que ce domaine est une source secondaire excitée par l’onde sphérique incidente (Salomons 2001). Ces coefficients peuvent s’écrire de la manière suivante :

$$\begin{cases} D_1 = D(\theta_i, \theta_t, d_i, d_t) \\ D_2 = D(\theta_{\text{ir}}, \theta_t, d_{\text{ir}}, d_t) \\ D_3 = D(\theta_i, \theta_{\text{tr}}, d_i, d_{\text{tr}}) \\ D_4 = D(\theta_{\text{ir}}, \theta_{\text{tr}}, d_{\text{ir}}, d_{\text{tr}}) \end{cases} \quad (1.9)$$

où les différents angles  $\theta$  sont définis en figure 1.3. La fonction  $D$  est donnée par (Salomons 2001)

mons 2001) :

$$\left\{ \begin{array}{l} D(\theta_1, \theta_2, d_1, d_2) = \frac{e^{i\pi/4}}{\sqrt{2}} (A_D(X(\theta_1 + \theta_2, d_1, d_2)) + A_D(X(\theta_1 - \theta_2, d_1, d_2))) \\ X(\theta, d_1, d_2) = -2 \cos(\theta/2) \sqrt{\frac{kd_1d_2}{\pi(d_1 + d_2)}} \\ A_D(\xi) = \text{signe}(\xi) (F_f(|\xi|) - iF_g(|\xi|)) \end{array} \right. \quad (1.10)$$

Et les fonctions  $F_f$  et  $F_g$  sont les fonctions de Fresnel auxiliaires, que l'on peut estimer à l'aide d'un développement limité par :

$$\left\{ \begin{array}{l} F_f(\xi) \simeq (1 + 0.926\xi)/(2 + 1.792\xi + 3.104\xi^2) \\ F_g(\xi) \simeq 1/(2 + 4.142\xi + 3.492\xi^2 + 6.67\xi^3) \end{array} \right. \quad (1.11)$$

La théorie générale de ce phénomène pour le cas de la barrière a été étendue par Pierce (1974). Les solutions données nécessitent généralement des calculs complexes d'intégrales, c'est pourquoi des méthodes numériques comme la méthode des éléments de frontière (BEM pour *Boundary Elements Method*) ont été développées.

### 1.3 Les effets liés à l'atmosphère

L'atmosphère n'est pas un gaz homogène et au repos. Elle présente des variations spatiales et temporelles de tous ses paramètres : température  $T$ , pression  $P_0$ , humidité  $q$ , vent  $\vec{V}$ , etc. Ces variations influencent fortement la propagation des ondes acoustiques selon différents mécanismes. Les variations *moyennes* de température et vent avec l'altitude génèrent des réfractions des ondes acoustiques. Les variations sur de plus courtes distances et durées, la turbulence atmosphérique, ont tendance à diffuser le son et diminuer sa cohérence. Enfin, même en absence de variation, le son subit une absorption liée aux propriétés de l'air.

L'atmosphère n'étant plus homogène ni au repos, l'équation d'onde prend une forme beaucoup plus difficile à exploiter, faisant en particulier intervenir des dérivées temporelles d'ordre trois (Pierce 1990). L'équation de Helmholtz se présente également sous une forme plus complexe (voir section 3.2). Elle permet notamment de mettre en évidence la célérité équivalente  $c_{\text{eq}}$  de l'onde :

$$c_{\text{eq}} = \sqrt{\gamma RT(1 + 0.51q) + \vec{m}_i \cdot \vec{V}} \quad (1.12)$$

où  $\vec{m}_i$  est un vecteur unitaire dans la direction de propagation de l'onde, et les grandeurs  $\gamma = 1.4$  et  $R = 287$  sont respectivement l'indice adiabatique et la constante spécifique de l'air. La forme particulière de ce paramètre montre que la vitesse de propagation du son dépend de sa direction de propagation lorsqu'il y a du vent, et qu'elle est liée à la température et l'humidité du milieu.

#### 1.3.1 L'absorption atmosphérique

L'absorption atmosphérique est toujours présente. Ce phénomène est lié à des mécanismes de viscosité, conduction thermique et relaxation moléculaire (Embleton 1996).

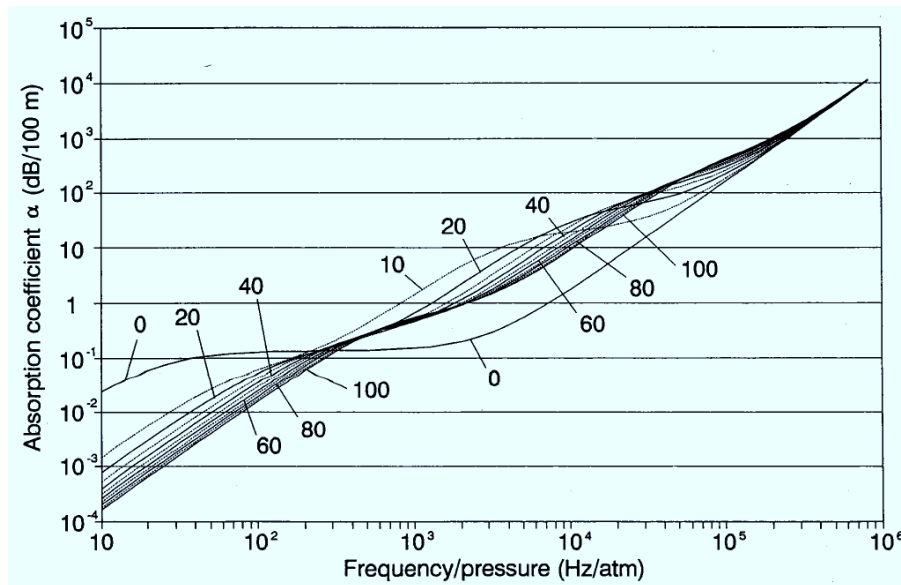


FIGURE 1.4 – Coefficient d’absorption en fonction de la fréquence (abscisse) et du taux d’humidité (en % pour les différentes courbes), pour une température de 20°C et une pression de une atmosphère. Figure extraite de Bass *et al.* (1990).

Les molécules d’eau jouent un rôle important dans ce mécanisme et leur concentration (c’est-à-dire le taux d’humidité) influence fortement le coefficient d’absorption.

La figure 1.4 est extraite de Bass *et al.* (1990). Elle donne le coefficient d’absorption (exprimé en décibels pour 100m de propagation) en fonction de la fréquence et du taux d’humidité. Ces courbes sont valables pour une température de 20°C et une pression moyenne d’une atmosphère standard. Cet effet est directement proportionnel à la pression moyenne (Embleton 1996).

L’absorption atmosphérique augmente fortement avec la fréquence. Dans les scénarios considérés par la suite, la source acoustique ne dépasse pas plusieurs centaines de Hz, pour un taux d’humidité souvent nul. L’absorption atmosphérique est alors d’environ 0.1dB/100m. Elle sera négligée par la suite dans ce manuscrit.

### 1.3.2 Les gradients atmosphériques

Les variations en température et vent influencent fortement la propagation du son (Naz et Parmentier 1996), et doivent être prises en compte lorsque la distance de propagation dépasse quelques dizaines de mètres. Si la distance de propagation reste de l’ordre du kilomètre, seules les variations atmosphériques des basses couches de l’atmosphère, en dessous de la couche limite atmosphérique (environ 1km d’altitude) doivent être considérées. Si la distance de propagation est plus grande, les couches supérieures (stratosphère, mésosphère, voire thermosphère) doivent être prises en compte. Compte tenu des distances de propagation visées dans le cadre de cette thèse, de l’ordre de quelques centaines de mètres, seule la couche atmosphérique la plus basse est importante.

Les variations atmosphériques sont très fortes avec l’altitude. Les variations horizontales sont davantage associées aux perturbations turbulentes et sont discutées dans le paragraphe suivant. Ces profils de température et vent avec l’altitude, souvent appelés



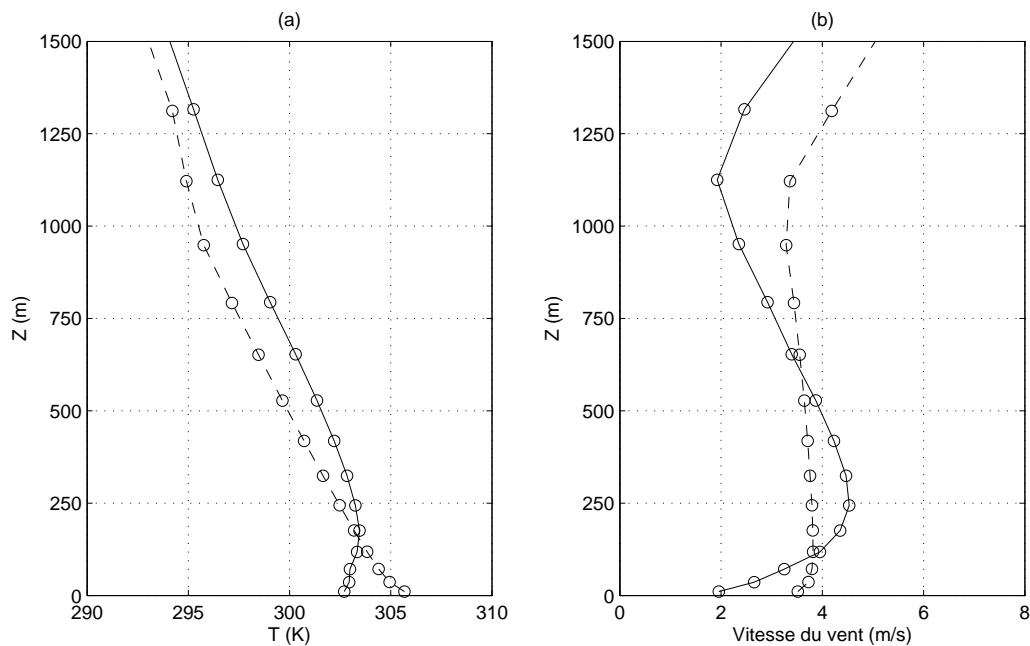


FIGURE 1.5 – Profils de (a) température et (b) vent avec l’altitude pour la ville de Yuma (Arizona, USA).  $\circ$  le 4 juillet 2010 à 23h, et  $\ominus$  le 5 juillet 2010 à 11h, heures locales. Données aérologiques issues de l’analyse du centre météorologique ECMWF (Cheinet 2012, communication personnelle).

profils *moyens* par opposition aux perturbations turbulentes, dépendent également des conditions environnementales tels le moment de la journée (jour/nuit), la présence de surface particulières (lac, champ, etc.) qui provoquent des échauffements ou refroidissements au niveau du sol, la présence de nuages, etc. Les profils couramment utilisés dans la basse atmosphère sont des profils qui évoluent de manière logarithmique avec l’altitude (Salomons 2001). Le vent part d’une vitesse nulle au niveau du sol et a tendance à augmenter avec l’altitude. La valeur de départ de la température, ainsi que le sens des variations avec l’altitude (augmentation ou diminution) dépend fortement des conditions. Les deux configurations classiques sont de jour une diminution avec l’altitude, et de nuit une augmentation due au refroidissement du sol. À titre d’exemples, des profils de jour et nuit, issus de l’analyse du centre météorologique ECMWF pour la ville de Yuma (en Arizona, USA), sont donnés en figure 1.5. Le sommet de la couche limite s’observe au niveau du profil en vent, aux alentours de 1100m. Pour la première centaine de mètres, les variations sont monotones mais bien différentes entre les profils de jour et de nuit : une inversion en température s’observe la nuit.

L’influence sur la propagation du son se fait au niveau de la vitesse de propagation équivalente  $c_{\text{eq}}$ , équation (1.12). En effet  $c_{\text{eq}}$  est directement influencée par la température et l’humidité. De plus, le son est également convecté par le vent, ce qui est pris en compte dans la vitesse de propagation équivalente  $c_{\text{eq}}$  par le terme en  $\vec{m}_i \cdot \vec{V}$ . Ces variations de célérité avec l’altitude génèrent des *réfractions*, c’est-à-dire une tendance pour les fronts d’onde acoustique à se courber vers le haut ou vers le bas (Embleton 1996, Bérengier 2003).

Ces phénomènes sont illustrés en figure 1.6. Si le gradient en température est positif

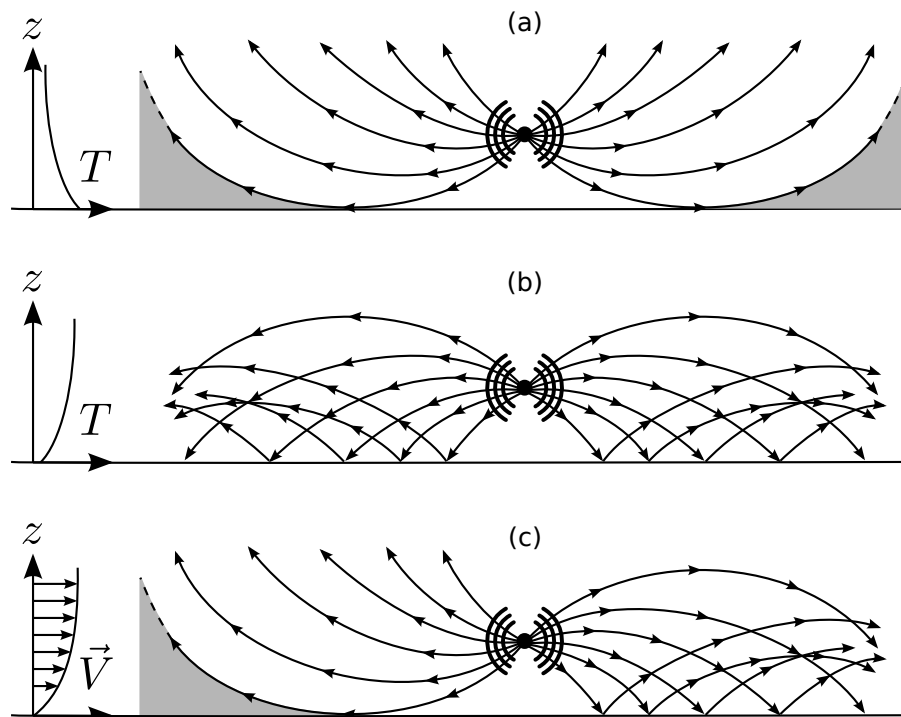


FIGURE 1.6 – Représentation des rayons acoustique en présence de (a) gradient négatif en température, (b) gradient positif en température, et (c) gradient positif en vent. Les zones grisées sont les zones d’ombre acoustique.

(en b), les ondes à plus haute altitude se propagent plus vite ce qui génère une courbure vers le bas des trajets de propagation. Des phénomènes de réflexions multiples sur le sol apparaissent et les niveaux sonores augmentent. Si le gradient est négatif (en a), les ondes proches du sol se propagent plus vite et les trajectoires de propagation se courbent vers le haut. Il existe alors une trajectoire limite au delà de laquelle théoriquement aucun son ne peut pénétrer, ce qui génère une zone d’ombre acoustique, lieu dans lequel le niveau sonore baisse très fortement. Enfin, les gradients en vent génèrent également des réfractions, mais elles diffèrent selon que l’onde se propage contre le vent, auquel cas la réfraction est vers le haut et des zones d’ombre apparaissent, ou que l’onde se propage dans la direction du vent, ainsi la réfraction se fait vers le bas et les niveaux sonores augmentent.

### 1.3.3 La turbulence atmosphérique

La turbulence atmosphérique désigne les variations rapides et aléatoires des paramètres atmosphériques. Elle est due à plusieurs phénomènes, comme les instabilités de Reynolds, la rugosité du sol, la présence d’obstacles qui perturbent l’écoulement du vent, ou encore la convection naturelle liée aux gradients en température et vent. En raison du caractère aléatoire de ces variations, la turbulence est souvent décrite de manière statistique. Une description plus détaillée des caractéristiques de la turbulence dépasse le cadre de cette introduction mais peut être trouvée dans les chapitres suivants (pour la turbulence en température, dans le chapitre 4, section 4.2, et pour la turbulence en

vent, dans le chapitre 5, section 5.2). De manière identique aux profils moyens, les caractéristiques de la turbulence peuvent être fortement inhomogènes dans l’atmosphère (Cheinet 2008, Cheinet et Siebesma 2009).

La turbulence atmosphérique influe le son principalement de deux manières. La première est la *diffusion*. En effet le son qui se propage dans une direction est diffusé dans de multiples directions au fur et à mesure de sa propagation à travers la turbulence. Cet effet peut avoir une influence très grande, en particulier dans les zones d’ombre acoustique (voir figure 1.6), dans lesquelles les contributions sonores sont majoritairement issues de la diffusion par la turbulence atmosphérique des rayons acoustiques voisins (Cotté et Blanc-Benon 2007, Cheinet 2012). Des théories permettant de quantifier ces effets diffusifs existent, et sont présentées plus tard dans le chapitre 4, paragraphe 4.3.1.

La seconde influence de la turbulence atmosphérique est la *décorrélation* des ondes acoustiques. La partie constante (cohérente) de l’onde diminue par diffusion avec la distance de propagation, et est progressivement remplacée par une partie aléatoire, ce qui provoque des fluctuations du champ acoustique. Deux trajets acoustiques voisins rencontrent des variations atmosphériques différentes et varient ainsi de manière différente, ce qui diminue la cohérence de l’onde globale. Cette décorrélation joue un rôle important dans les mécanismes d’interférence. Dans le cas d’un sol parfaitement réfléchissant en absence de gradients atmosphériques par exemple (paragraphe 1.2.2), l’onde acoustique totale est liée aux interférences entre l’onde directe et l’onde réfléchie par le sol. Si ces deux contributions ne sont plus cohérentes, il n’est plus possible d’avoir exactement une opposition de phase (interférence destructive) ou une même phase (interférence constructive) entre ces deux contributions. Ainsi, dans cette configuration, la turbulence aura pour effet d’augmenter le niveau sonore des minima et de diminuer celui des maxima (Daigle *et al.* 1978, Daigle 1979, Embleton 1996). Des théories permettant de quantifier ces effets existent également, mais sont souvent limitées à des configurations particulières. Elles sont présentées et discutées dans le chapitre 4, paragraphe 4.4.1, et le chapitre 5, section 5.3.

Les effets de la turbulence se cumulent avec la distance de propagation. Dans la plupart des conditions réalistes, c’est-à-dire des sons propagés non harmoniques et une turbulence atmosphérique complexe (non homogène, anisotrope, etc.), les théories existantes ne permettent pas l’estimation explicite de la pression acoustique lors de sa propagation.

## 1.4 Les modèles numériques de propagation

Les phénomènes détaillés dans les deux sections précédentes sont tous présents dans ces cas réels de propagation en environnement extérieur. Malgré l’existence de solutions analytiques associées à chacun, la prise en compte simultanée de tous ces effets est difficile à mettre en œuvre. De plus, les études expérimentales, qui sont une alternative importante aux études théoriques, présentent des limitations en termes d’une part de coût, et d’autre part (et surtout) de métrologie. En effet, certains paramètres, comme ceux liés à la turbulence atmosphérique, sont difficiles à mesurer et ne peuvent pas être connus partout, ce qui rend les interprétations difficiles (Coles *et al.* 1995).

Dans cette perspective, les simulations numériques sont une alternative pratique, voire indispensable, pour l’analyse de la propagation du son en milieu extérieur. Elles

fournissent un environnement maîtrisé permettant l'étude de phénomènes précis. Dans les dernières décennies, de nombreux modèles numériques ont été proposés pour simuler la physique de la propagation du son en environnement extérieur (Salomons 2001, Bérengier 2003). La plupart de ces modèles ont été tout d'abord développés afin de traiter des problèmes d'électromagnétisme ou de sismologie, pour être ensuite adaptés à l'acoustique sous-marine puis aux spécificités de la propagation acoustique aérienne (Salomons 2001). Certains de ces modèles ont été très largement développés et utilisés par la communauté de la propagation acoustique.

La méthode des rayons (Candel 1977) est un premier exemple historique. Cette méthode géométrique consiste à suivre au cours de leur propagation les points d'un front d'onde créé par une source acoustique. Les trajets décrits par ces points sont les rayons, d'où la méthode tire son nom. Des informations complémentaires sur cette méthode peuvent être trouvées en annexe B.

La méthode FFP (*Fast Field Program*) (DiNapoli et Deavenport 1980, Lee *et al.* 1986, Franke et Swenson 1989) a également été grandement employée. Cette méthode numérique a été développée pour simuler la propagation sonore d'une source ponctuelle dans une atmosphère stratifiée en présence d'un sol à impédance finie (Salomons 2001). Elle repose sur une analogie électrique et la résolution se fait dans l'espace des nombres d'onde. Cette méthode étant développée pour des atmosphères stratifiées, les paramètres atmosphériques ne peuvent pas varier dans la direction horizontale, ce qui est une limitation importante.

Développée plus tardivement, l'équation parabolique (PE pour *Parabolic Equation*) a tout d'abord été utilisé pour l'acoustique sous-marine avant d'être adapté et utilisé pour la propagation aérienne par Gilbert et White (1989). Elle repose sur trois hypothèses majeures, la première étant que les variations atmosphériques varient lentement avec la distance de propagation, la seconde que l'onde se propage principalement dans une direction, l'onde rétropropagée étant négligée, et enfin l'approximation de petit angle (approximation paraxiale). L'annexe B fournit également des informations complémentaires sur cette méthode.

D'autres méthodes existent encore, comme la méthode des éléments de frontière (BEM pour *Boundary Element Method*) (Lachat et Watson 1976). Contrairement aux méthodes basées sur les éléments finis ou différences finies, cette méthode utilise les éléments de frontière du domaine ce qui réduit la dimension du problème de 1, permettant ainsi un calcul plus rapide. Cette méthode nécessite de connaître une fonction de Green du système, la résolution s'effectuant en faisant correspondre la solution numérique aux valeurs théoriques aux frontières (par exemple, rayonnement à l'infini). Outre l'avantage en temps de calcul, les méthodes BEM sont adaptées aux frontières complexes (topographie, obstacles). Leur limitation apparaît lorsque l'atmosphère est complexe car il faut alors trouver une fonction de Green adaptée. Bien que quelques solutions aient été proposées, elles ne sont valables que pour des cas simples.

Enfin, il existe une dernière famille de solutions basées sur la résolution par différences finies des équations d'Euler linéarisées. Ces solutions sont présentées dans le chapitre 2 suivant. Toujours pour des raisons historiques les modèles développés sont généralement des modèles *fréquentiels*, c'est-à-dire qu'ils supposent la source comme étant harmonique. Le modèle présenté en chapitre 2 est lui temporel, et donne donc explicitement la pression acoustique en fonction du temps.

## 1.5 Conclusion du chapitre

Tout au long de ce chapitre une vue d'ensemble des phénomènes intervenant dans la propagation acoustique en milieu extérieur a été introduite. L'ensemble de ces phénomènes englobe ceux liés à la géométrie, comme la dispersion géométrique, la présence d'un sol (parfaitement réfléchissant ou à impédance finie), et la diffraction engendrée par des obstacles. Les autres phénomènes sont liés à l'atmosphère dans laquelle l'onde se propage : absorption atmosphérique, réfraction liée aux gradients en température ou vent, ou encore effets diffusifs et de décorrélation liés à la turbulence atmosphérique. Si des solutions théoriques sont généralement associées à ces phénomènes, elles peuvent être complexes à utiliser. Dans le cas général, ces phénomènes se cumulent et l'utilisation de ces théories se révèle extrêmement difficile. Des alternatives à la théorie telles les études expérimentales sont indispensables mais également difficiles à mettre en oeuvre en raison de problèmes de métrologie et de maîtrise des conditions géométriques et environnementales.

Ceci illustre la nécessité de développer et utiliser des modèles numériques pour simuler la propagation du son en milieu extérieur. De nombreux modèles numériques existent aujourd'hui. Ces modèles permettent de reproduire la plupart des phénomènes physiques cités précédemment. Cependant ils présentent également des inconvénients. Soit ils ne prennent pas l'ensemble des phénomènes en compte, soit leurs implémentations sont complexes, soit ils sont fréquents, etc.

Un autre modèle numérique a été récemment développé dans la communauté de la propagation acoustique. Ce modèle est basé sur une résolution par différences finies, et dans le domaine temporel, des équations d'Euler linéarisées. Il prend théoriquement en compte l'ensemble des phénomènes de l'acoustique linéaire. La contrepartie est son coût numérique qui est important, bien que cet inconvénient soit atténué par l'augmentation des capacités de calcul des ordinateurs d'aujourd'hui. Dans le chapitre suivant, ce modèle numérique de propagation acoustique est présenté en détail ainsi que l'implémentation qui a été réalisée au sein de l'ISL.

# Chapitre 2

## Simulation de la propagation par une méthode de différences finies en domaine temporel

### 2.1 Introduction

En plus des principaux modèles numériques de simulation de la propagation, comme la méthode des rayons, l'équation parabolique ou encore la méthode *Transmission Line Matrix*, décrits en section 1.4, il existe des modèles basés sur la résolution des équations de propagation par itération temporelle et différences finies sur un maillage fin de l'environnement (méthodes FDTD pour *Finite-Difference Time-Domain*). Ces modèles de propagation par FDTD ont tout d'abord été développés pour la propagation des ondes électromagnétiques (Yee 1966). Le passage à l'acoustique est plus récent (Blumrich et Heimann 2002, Salomons *et al.* 2002, Van Renterghem 2003, Van Renterghem et Botteldooren 2003, Wilson et Liu 2004, Ostashev *et al.* 2005).

Les équations de propagation acoustique utilisées par le modèle de FDTD sont généralement obtenues par linéarisation des équations d'Euler. Différents jeux d'équations existent. Ces aspects sont abordés dans le paragraphe 2.2.1. La résolution de ces équations par itération temporelle et différences finies (la *méthode numérique* FDTD) est présentée dans les paragraphes suivants, qui abordent de nombreux aspects comme les schémas numériques et les conditions aux limites.

Ce modèle de propagation présente un certain nombre d'avantages par rapport aux autres modèles existants dans la littérature mentionnés précédemment. Tout d'abord, le jeu d'équations utilisé est très général, comme nous le verrons, et sans approximation géométrique ce qui permet de simuler de manière correcte la propagation du son très proche d'une source acoustique. Ensuite, l'aspect temporel du modèle est parfaitement adapté à l'étude de la propagation de sons large bande (comportant plusieurs composantes fréquentielles). Les caractéristiques de l'environnement peuvent évoluer avec le temps, et les sources acoustiques peuvent être en mouvement. L'intérêt pour ce modèle n'est récent que parce que son coût numérique élevé est envisageable depuis une dizaine d'années seulement.

La propagation du son par FDTD mène à de nombreuses applications. Par exemple la propagation en milieu urbain, complexe en raison de nombreux bâtiments qui ré-

fléchissent et diffractent le son, a été simulée par FDTD par Albert et Liu (2010). L'utilisation de surface en forme de tête a permis à Xiao et Liu (2003) de calculer les fonctions de transfert relatives à la tête (HRTF pour *Head-Related Transfer Functions*) par simulation FDTD. Ce type de simulation peut également être utilisé pour évaluer les sensibilités à certains paramètres de différents algorithmes, comme le retournement temporel (Liu *et al.* 2007). Un dernier exemple illustre l'utilisation de la FDTD comme méthode de simulation proche d'une source acoustique : Van Renterghem *et al.* (2005) simulent la propagation proche d'une source par FDTD, puis couplent les résultats avec une autre simulation par équation parabolique pour une propagation à plus longue distance, profitant ainsi des avantages des deux modèles.

En 2006, l'ISL s'est doté d'un de ces modèles basés sur une résolution par FDTD des équations de propagation acoustique (Cheinet et Naz 2006, Ehrhardt et Cheinet 2010, Cheinet *et al.* 2012). Dans la section 2.2, les spécificités de cette implémentation sont présentées. Au cours de la thèse, plusieurs améliorations ont été apportées au code original, selon les besoins numériques rencontrés. Ces améliorations sont énoncées dans la section 2.2.

Avant d'employer le code de propagation acoustique de l'ISL pour des cas complexes, des validations sur des cas simples sont effectuées. Elles sont présentées dans la section 2.3.

## 2.2 Simulation de la propagation acoustique par FDTD et implémentation ISL

Dans cette section, les grands principes d'une simulation de la propagation du son par un modèle de type FDTD sont présentés. Les spécificités du code de l'ISL (ITM) sont également données dans cette section.

### 2.2.1 Les équations de propagation

La FDTD est une méthode numérique, et non un modèle complet de propagation du son. Le coeur physique d'un modèle de simulation de la propagation réside en particulier dans le choix des équations de propagation. Ces dernières existent dans différentes versions, selon le nombre d'approximations considérées. Les équations de Navier-Stokes sont un point commun pour l'établissement de telles équations :

$$\left\{ \begin{array}{l} \left( \frac{\partial}{\partial t} + \vec{\mathbf{V}} \cdot \vec{\nabla} \right) \rho + \rho \vec{\nabla} \cdot \vec{\mathbf{V}} = \rho Q \\ \left( \frac{\partial}{\partial t} + \vec{\mathbf{V}} \cdot \vec{\nabla} \right) \vec{\mathbf{V}} + \frac{\vec{\nabla} \mathbf{P}}{\rho} - \vec{\mathbf{g}} = \frac{\vec{\mathbf{F}}}{\rho} \\ \left( \frac{\partial}{\partial t} + \vec{\mathbf{V}} \cdot \vec{\nabla} \right) \mathbf{S} = 0 \\ \mathbf{P} = \mathbf{P}(\rho, \mathbf{S}) \end{array} \right. \quad (2.1)$$

avec  $\mathbf{P}$  la pression,  $\vec{\mathbf{V}}$  le vecteur vitesse,  $\rho$  la densité et  $\mathbf{S}$  l'entropie du milieu considéré. Les autres variables sont  $Q$  une source de masse,  $\vec{\mathbf{F}}$  une force extérieure, et  $\vec{\mathbf{g}}$

l'accélération de la gravité. Ces quatre équations sont la conservation de la masse, du moment, de l'énergie, et l'équation d'état de la thermodynamique. Ce jeu d'équation général s'applique typiquement à l'air ambiant dans lequel les approximations nécessaires à l'établissement des équations de Navier-Stokes, à savoir fluide compressible et viscosité et conductivité thermique négligeables, sont acceptables. À ce stade, il est déjà possible de résoudre les équations de Navier-Stokes (2.1) par la méthode FDTD. Les modèles numériques de propagation basés sur ce principe sont généralement appelés modèles DNS (pour *Direct Numerical Simulation*) et utilisés pour simuler des phénomènes liés à la mécanique des fluides ou à l'aéroacoustique. Comme l'acoustique est contenue dans ce jeu d'équations, les modèles DNS permettent également des simulations plus générales de propagation acoustique (comme dans Colonius *et al.* 1994).

Ostashev *et al.* (2005) dérivent un certain nombre de jeux d'équations pour la propagation du son. Pour cela, les variables atmosphériques sont décomposées en une partie ambiante  $(P_0, \vec{V}, \rho_0, S_0)$  et une partie acoustique  $(p, \vec{w}, \rho, s)$  :

$$\mathbf{P} = P_0 + p, \quad \vec{\mathbf{V}} = \vec{V} + \vec{w}, \quad \boldsymbol{\rho} = \rho_0 + \rho, \quad \mathbf{S} = S_0 + s \quad (2.2)$$

Les équations (2.1) sont ensuite linéarisées au premier ordre par rapport aux quatre variables acoustiques. Ostashev *et al.* (2005) obtiennent :

$$\left\{ \begin{array}{l} \left( \frac{\partial}{\partial t} + \vec{V} \cdot \vec{\nabla} \right) \rho + (\vec{w} \cdot \vec{\nabla}) \rho_0 + \rho_0 \vec{\nabla} \cdot \vec{w} + \rho \vec{\nabla} \cdot \vec{V} = \rho_0 Q \\ \left( \frac{\partial}{\partial t} + \vec{V} \cdot \vec{\nabla} \right) \vec{w} + (\vec{w} \cdot \vec{\nabla}) \vec{V} + \frac{\vec{\nabla} p}{\rho_0} - \frac{\rho \vec{\nabla} P_0}{\rho_0^2} = \frac{\vec{F}}{\rho_0} \\ \left( \frac{\partial}{\partial t} + \vec{V} \cdot \vec{\nabla} \right) s + (\vec{w} \cdot \vec{\nabla}) S_0 = 0 \\ p = \rho c^2 + sh, \quad c^2 = \frac{\partial P_0(\rho_0, S_0)}{\partial \rho_0}, \quad h = \frac{\partial P_0(\rho_0, S_0)}{\partial S_0} \end{array} \right. \quad (2.3)$$

La vitesse adiabatique du son  $c$  apparaît. Le jeu d'équations (2.3) est le point de départ de nombreuses études théoriques. Il est cependant nécessaire de connaître les quantités ambiantes  $c$ ,  $h$ ,  $\rho_0$ ,  $\vec{V}$ ,  $P_0$  et  $S_0$  dans tout le milieu. De tels jeux d'équations sont communément appelés *équations d'Euler linéarisées* (LEE pour *linearized Euler equations*).

Dans le cas d'un gaz parfait, comme l'atmosphère dans la plupart des applications, l'équation d'état mène à  $\mathbf{P} = P_0(\boldsymbol{\rho}/\rho_0)^\gamma \exp((\gamma - 1)(\mathbf{S} - S_0)/R)$  où  $\gamma = 1.4$  et  $R = 287$  sont respectivement l'indice adiabatique et la constante spécifique de l'air (Ostashev *et al.* 2005). Un jeu de 3 équations peut en être déduit (Ostashev *et al.* 2005) :

$$\left\{ \begin{array}{l} \left( \frac{\partial}{\partial t} + \vec{V} \cdot \vec{\nabla} \right) p + \rho_0 c^2 \vec{\nabla} \cdot \vec{w} + \vec{w} \cdot \vec{\nabla} P_0 + \gamma p \vec{\nabla} \cdot \vec{V} = \rho_0 c^2 Q \\ \left( \frac{\partial}{\partial t} + \vec{V} \cdot \vec{\nabla} \right) \vec{w} + (\vec{w} \cdot \vec{\nabla}) \vec{V} + \frac{\vec{\nabla} p}{\rho_0} - \frac{\rho \vec{\nabla} P_0}{\rho_0^2} = \frac{\vec{F}}{\rho_0} \\ \left( \frac{\partial}{\partial t} + \vec{V} \cdot \vec{\nabla} \right) \rho + (\vec{w} \cdot \vec{\nabla}) \rho_0 + \rho_0 \vec{\nabla} \cdot \vec{w} + \rho \vec{\nabla} \cdot \vec{V} = \rho_0 Q \end{array} \right. \quad (2.4)$$

Le jeu de 3 équations couplées de l'équation (2.4) a déjà été employé pour des simulations de la propagation du son (par exemple, dans Bailly et Juvé 2000 ou Dallois et Blanc-Benon 2001).



Enfin, la prise en compte d'ordres de grandeurs courants de l'atmosphère permet de simplifier encore les équations (2.4). En particulier le fait que  $|\vec{V}| \ll c$  et  $|\vec{\nabla}P_0| \ll |\vec{V}|^2/c^2 \ll |\vec{V}|/c$  permet de négliger quelques termes. De plus Ostashev *et al.* (2005) rappellent que dans une atmosphère stratifiée  $\vec{\nabla}P_0 = -\vec{g}\rho_0$ . Finalement, un jeu de deux équations peut être déduit :

$$\begin{cases} \left( \frac{\partial}{\partial t} + \vec{V} \cdot \vec{\nabla} \right) p + \rho_0 c^2 \vec{\nabla} \cdot \vec{w} = \rho_0 c^2 Q \\ \left( \frac{\partial}{\partial t} + \vec{V} \cdot \vec{\nabla} \right) \vec{w} + (\vec{w} \cdot \vec{\nabla}) \vec{V} + \frac{\vec{\nabla} p}{\rho_0} = \frac{\vec{F}}{\rho_0} \end{cases} \quad (2.5)$$

Ce dernier jeu de deux équations couplées est classiquement employé dans les simulations de propagation par FDTD. Les quantités ambiantes à connaître ne sont plus que  $c$ ,  $\rho_0$  et  $\vec{V}$ . Ostashev *et al.* (2005) montrent que ce jeu d'équations se réduit à l'équation des ondes lorsque  $\vec{V} = \vec{0}$  (voir équation (1.1)) et que plus généralement les équations (2.5) ont une très large gamme de validité dans les problèmes courants de propagation acoustique. En particulier les équations (2.5) décrivent totalement la physique de la propagation en atmosphère uniforme et stratifiée. De plus, elles ont un domaine de validité plus large que l'équation très classique d'Helmholtz (voir section 3.2) et reproduisent ainsi encore mieux la physique de la propagation acoustique dans un milieu turbulent.

### Implémentation ISL

Le code ITM utilise le jeu de deux équations différentielles linéaires couplées (2.5). Une version du code existe en deux et trois dimensions.

### 2.2.2 L'algorithme de résolution

Quel que soit le jeu d'équations de propagation considéré, équations (2.3), (2.4), ou (2.5), il est possible de le réécrire sous la forme :

$$\frac{\partial \mathcal{A}}{\partial t} = \mathcal{B}_x \frac{\partial \mathcal{A}}{\partial x} + \mathcal{B}_y \frac{\partial \mathcal{A}}{\partial y} + \mathcal{B}_z \frac{\partial \mathcal{A}}{\partial z} + \mathcal{C} \mathcal{A} + \mathcal{D} \quad (2.6)$$

Les grandeurs  $\mathcal{A}$ ,  $\mathcal{B}_x$ ,  $\mathcal{B}_y$ ,  $\mathcal{B}_z$ ,  $\mathcal{C}$  et  $\mathcal{D}$  sont alors des matrices. La matrice  $\mathcal{A}$  est une matrice colonne qui contient les variables acoustiques, les matrices  $\mathcal{B}_{x,y,z}$  et  $\mathcal{C}$  contiennent les variables atmosphériques connues, et  $\mathcal{D}$  les termes sources également connus. Cette forme d'équation est valable dans le cas 3D. Dans le cas bidimensionnel il faut retirer un des termes en  $\mathcal{B}$ .

L'algorithme de résolution de ces équations par FDTD est le suivant. Un *maillage spatial* est considéré dans lequel les champs acoustiques évoluent. Ces champs acoustiques ont tout d'abord une valeur initiale (généralement zéro<sup>1</sup>) connue dans le scénario à simuler, puis leur valeur est estimée *itérativement dans le temps*, avec un pas de temps défini, en utilisant leurs valeurs au(x) pas précédent(s) ainsi que les paramètres atmosphériques fournis. Pour cela, à chaque pas de temps, les dérivées temporelles des paramètres acoustiques sont estimés en calculant les termes de droite de l'équation (2.6).

1. Ou alors une distribution particulière par exemple pour continuer une autre simulation.

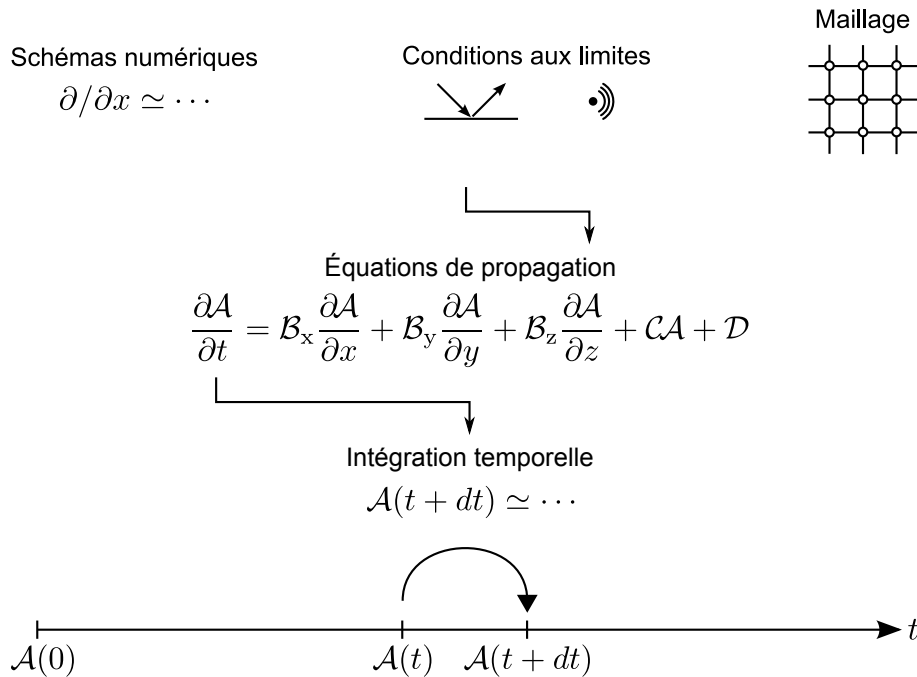


FIGURE 2.1 – Algorithme de résolution par FDTD

Ces dérivées temporelles permettent, par intégration numérique avec un *schéma numérique temporel* spécifique, d'estimer les valeurs au pas de temps suivant. Les termes de droite de l'équation (2.6) faisant notamment appel aux dérivées spatiales des différents champs, il est nécessaire d'utiliser des *schémas numériques spatiaux* pour leur estimation. Les *conditions aux limites*, telle la présence de parois parfaitement réfléchissantes ou de sources acoustiques, entrent également en compte dans le calcul. Les itérations temporelles sont cumulées jusqu'à atteindre la durée physique voulue. Cet algorithme est présenté en figure 2.1.

Les implémentations de la FDTD reposent sur cet algorithme. Les choix possibles lors de l'implémentation portent principalement sur le jeu d'équations de propagation considéré, du maillage, des schémas spatiaux et temporels et des conditions aux limites.

### Implémentation ISL

Le jeu d'équations (2.5) utilisé dans le code ITM est bien équivalent à la forme générale (2.6). Par exemple, en deux dimensions (axes X et Z), les matrices ont pour valeur :

$$\mathcal{A} = \begin{bmatrix} p \\ w_x \\ w_z \end{bmatrix}, \quad \mathcal{B}_x = \begin{bmatrix} -V_x & -\rho_0 c^2 & 0 \\ -\frac{1}{\rho_0} & -V_x & 0 \\ 0 & 0 & -V_x \end{bmatrix}, \quad \mathcal{B}_z = \begin{bmatrix} -V_z & 0 & -\rho_0 c^2 \\ 0 & -V_z & 0 \\ -\frac{1}{\rho_0} & 0 & -V_z \end{bmatrix}, \quad (2.7)$$

$$\mathcal{C} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{\partial V_x}{\partial x} & -\frac{\partial V_x}{\partial z} \\ 0 & -\frac{\partial V_z}{\partial x} & -\frac{\partial V_z}{\partial z} \end{bmatrix}, \quad \mathcal{D} = \begin{bmatrix} \rho_0 c^2 Q \\ F_x / \rho_0 \\ F_z / \rho_0 \end{bmatrix}$$

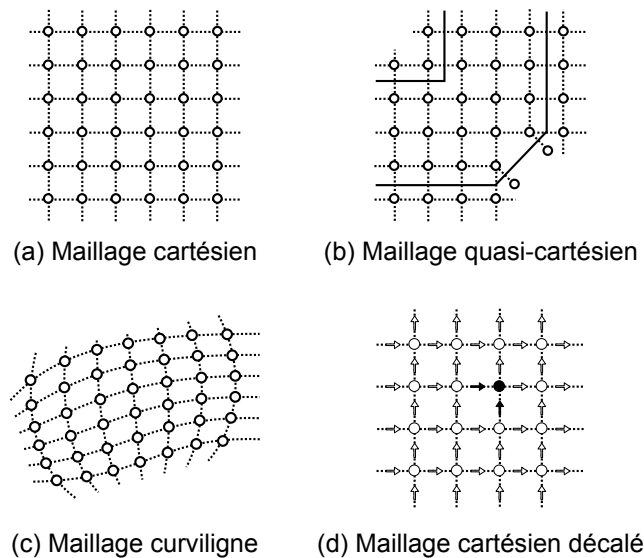


FIGURE 2.2 – Différents maillages possibles. Dans le cas du maillage décalé (d), les composantes vectorielles sont prises une demi-maille en retrait dans l’espace physique.

où  $\vec{w} = (w_x \ w_z)$  et  $\vec{F} = (F_x \ F_z)$ . Les choix algorithmiques spécifiques à l’implémentation ISL étaient initialement (en début de thèse) basés sur ceux de Wilson et Liu (2004). Ils sont présentés et discutés dans les paragraphes suivants.

### 2.2.3 Le maillage et les schémas spatiaux

Le maillage est un ensemble choisi de points du plan ou de l’espace (selon que la simulation ait lieu en 2D ou 3D) définissant la position physique des paramètres acoustiques calculés. Les maillages les plus courants sont les maillages rectangulaires cartésiens, c’est-à-dire que les paramètres acoustiques sont régulièrement espacés dans le plan ou l’espace selon une grille orthonormée. Par exemple la position physique de la pression acoustique stockée à la maille numérique  $(i, j, k)$  correspond à la position physique  $(i \cdot dx, j \cdot dy, k \cdot dz)$  où  $(dx, dy, dz)$  sont les pas spatiaux du maillage, exprimés en unités de longueur. Ce type de maillage est le plus simple à implémenter.

Des géométries plus générales existent pour les maillages. Par exemple les maillages curvilignes permettent d’épouser des surfaces non droites comme des profils d’aile d’avion (Marsden 2005) ou un sol non régulier (Annexe M de Salomons 2001). Il est possible de traiter des surfaces non perpendiculaires grâce à des maillages quasi-cartésiens (Botteldooren 1994) ou l’utilisation de méthodes localement conformes (Tolan et Schneider 2003). Il est également possible d’implémenter plusieurs maillages qui se recouvrent partiellement (par exemple Blairon 2002). Quelques exemples sont donnés en figure 2.2. De tels maillages irréguliers permettent une meilleure prise en compte de conditions aux limites comme cela est discuté dans le paragraphe 2.2.5. Par ailleurs, il est également possible de considérer que toutes les variables acoustiques ne suivent pas le même maillage. Un autre maillage courant est le maillage décalé, qui est composé de différents maillages superposés décalés d’une demi-maille (Ostashev *et al.* 2005).

Les schémas numériques spatiaux sont des formules d’approximation des dérivées

Variables	Coordonnées numériques	Coordonnées physiques
$p, \rho_0, c, Q$	$(i, j, k)$	$(i \cdot dx, j \cdot dy, k \cdot dz)$
$w_x, V_x, F_x$	$(i, j, k)$	$((i - 1/2) \cdot dx, j \cdot dy, k \cdot dz)$
$w_y, V_y, F_y$	$(i, j, k)$	$(i \cdot dx, (j - 1/2) \cdot dy, k \cdot dz)$
$w_z, V_z, F_z$	$(i, j, k)$	$(i \cdot dx, j \cdot dy, (k - 1/2) \cdot dz)$

TABLEAU 2.1 – Correspondance entre coordonnées numériques et physiques pour les paramètres atmosphériques et acoustiques dans le code ITM.

spatiales des paramètres stockés sur un maillage donné. Ces formules changent donc selon le maillage utilisé. Pour le maillage cartésien classique, les formules les plus utilisées sont les différences finies centrées. Soit  $f$  une fonction définie aux points physiques  $i \cdot h$  où  $i \in \mathbb{N}$ . Les différences finies centrées d'ordre deux donnent une approximation de la dérivée de cette fonction en  $i$  en fonction des points voisins :

$$\left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{x=i \cdot h} = \frac{f(i+1) - f(i-1)}{2h} \quad (2.8)$$

L'erreur est en  $O(h^2)$ . Il est possible de diminuer cette erreur en augmentant le nombre de voisins utilisés pour estimer la dérivée. Ainsi les différences finies centrées d'ordre quatre sont :

$$\left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{x=i \cdot h} = \frac{-f(i+2) + 8f(i+1) - 8f(i-1) + f(i-2)}{12h} \quad (2.9)$$

L'erreur est alors en  $O(h^4)$ . Ces notions d'erreur sont importantes pour la stabilité numérique du code, et sont abordées dans le paragraphe 2.2.9. Il existe encore d'autres modèles de différences finies, comme les différences finies centrées d'ordre supérieur (6, 8, 10, ...), les différences finies non centrées, ou des schémas optimisés (Tam et Webb 1993, Bogey et Bailly 2004, Berland *et al.* 2007).

### Implémentation ISL

Le maillage implémenté dans le code de l'ISL est le maillage cartésien décalé (figure 2.2, d). Ce choix est couramment effectué (par exemple, dans Wilson et Liu 2004) car il rend le calcul de certaines différences finies très simple (Ostashev *et al.* 2005). Les paramètres acoustiques et atmosphériques sont donc pris sous forme de matrices à trois dimensions, de taille  $i_{\max} \times j_{\max} \times k_{\max}$ , dont les coordonnées numériques correspondent aux coordonnées physiques selon le tableau 2.1.

Dans le code disponible en début de thèse, seules les différences finies centrées d'ordre deux (2.8) étaient implémentées. Les besoins numériques croissants le long de la thèse ont motivé l'implémentation des différences finies centrées d'ordre quatre (2.9).

Compte tenu du maillage implémenté, certains calculs de différences finies pour un paramètre ont lieu sur le maillage d'un autre paramètre. Par exemple, pour que le calcul de  $\vec{\nabla} \cdot \vec{w}$  dans la première équation de (2.5) ait bien lieu à la position physique de  $p(i, j, k)$ , il faut calculer :

$$\vec{\nabla} \cdot \vec{w} = \left. \frac{\partial w_x}{\partial x} \right|_{i+\frac{1}{2}, j, k} + \left. \frac{\partial w_y}{\partial y} \right|_{i, j+\frac{1}{2}, k} + \left. \frac{\partial w_z}{\partial z} \right|_{i, j, k+\frac{1}{2}} \quad (2.10)$$

Les différences finies (2.8) et (2.9) ne sont donc pas directement applicables. À la place, en reprenant les mêmes notations que précédemment, il faut appliquer les relations :

$$\left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{x=(i+\frac{1}{2})\cdot h} = \frac{f(i+1) - f(i)}{h} \quad (2.11)$$

pour l'ordre deux, et :

$$\left. \frac{\partial f}{\partial x} \right|_{x=(i+\frac{1}{2})\cdot h} = \frac{-f(i+2) + 27f(i+1) - 27f(i) + f(i-1)}{24h} \quad (2.12)$$

pour l'ordre 4. C'est la simplicité de l'équation (2.11) qui motive le choix du maillage décalé. Cependant en plus de la dérivée d'un paramètre, il faut également pouvoir estimer sa valeur sur un autre maillage, comme par exemple  $\rho_0$  sur les maillages des composantes vectorielles dans la seconde équation de (2.5). Ceci est fait par un simple moyennage entre les valeurs les plus proches.

## 2.2.4 Les sources acoustiques

Il existe différentes méthodes pour générer des variations des paramètres acoustiques dans les simulations FDTD. La principale question est comment modéliser une source acoustique réelle par une des méthodes existantes ?

Deux types des sources acoustiques sont directement implémentées dans les équations d'Euler linéarisées : les sources de masse  $Q$  et les forces extérieures  $\vec{F}$ . Ces sources peuvent être interprétées en tant que sources monopolaires et dipolaires respectivement (Morse et Ingard 1968, Wilson 2004).

Bien que de tels modèles de sources soient pratiques dans le cadre des simulations par FDTD, les sources réelles sont souvent identifiées directement par la pression acoustique (en fonction du temps) mesurée expérimentalement, et il peut être laborieux de retranscrire des courbes de pression en terme de sources de masse/force dans des cas réalistes (en présence de vent, par exemple). Ainsi, le modèle de source le plus courant est la source de pression, implémentée dans les simulations FDTD en imposant directement la pression désirée en un noeud du maillage.

Lorsque la pression acoustique est imposée en un noeud du maillage, ce dernier ne permet plus le passage du son car les équations de propagation (2.6) ne sont plus appliquées. Une telle source est ici appelée source *dure*, et provoque une diffraction du son sur la maille lorsque celui-ci revient vers la source, à cause d'une réflexion sur le sol par exemple. L'importance de cette diffraction dépend de la taille du maillage (la maille contenant la source devenant réfléchissante). Cet inconvénient, qui n'a pas lieu pour les sources de masse et de force extérieure, peut être évité en implémentant les sources de pression *transparentes* proposées par Schneider *et al.* (1998). Ces auteurs proposent d'ajouter un signal source à la pression obtenue par les équations de propagation. Le signal source ajouté est le signal sonore initial convolué à ce que Schneider *et al.* (1998) appellent la réponse impulsionnelle du maillage, ce qui permet d'obtenir le signal source désiré malgré l'application des équations de propagation.

Enfin, plutôt que de prescrire la source en fonction du temps, prescrire une distribution spatiale initiale de pression est une alternative possible (utilisée par exemple dans

Marsden 2005, Cotté 2008). Cela permet la comparaison avec des solutions théoriques (comme lorsque la distribution initiale en pression a une forme gaussienne, voir l'annexe B de Tam et Webb 1993) sans avoir de problème d'implémentation de la source (source dure, choix du type de source, etc.).

### Implémentation ISL

La source de pression dure était implémentée dès le début de thèse. Au fur et à mesure des scénarios envisagés, les autres modèles ont été implémentés. En fin de thèse, tous ces modèles de sources, à l'exception des sources transparentes de Schneider *et al.* (1998), ont été implémentés dans le code ITM. Dans les simulations nécessitant une source ponctuelle, le modèle utilisé est généralement la source de pression ponctuelle dure. Lorsque les contraintes liées à ce type de source deviennent critiques, lors de l'utilisation de sources planes notamment, la source utilisée est une source de masse.

### 2.2.5 Les parois parfaitement réfléchissantes

Le sol et les bâtiments sont des exemples courants des obstacles rencontrés par le son lors de sa propagation dans l'air. Ces obstacles sont constitués d'un matériau dont la caractéristique principale pour la propagation du son est l'impédance acoustique. Dans la réalité, cette impédance est finie, mais pour certains matériaux, elle est tellement grande par rapport à l'impédance de l'air que le son réfléchit presque parfaitement (c'est-à-dire sans déphasage et avec la même amplitude) sur leur surface. Si cette approximation n'est pas valable pour le sable, la terre ou la neige, c'est le cas notamment pour l'asphalte et le béton, dont la majorité des routes et bâtiments sont constitués. Ainsi au premier ordre il est possible de considérer que ces obstacles ont une impédance infinie et réfléchissent parfaitement le son.

Cette première condition aux limites est la plus simple à traiter. Les relations permettant l'implémentation de parois parfaitement réfléchissantes sont directement données par symétrie des champs acoustiques :

$$\frac{\partial p}{\partial \vec{n}} = 0, \quad \frac{\partial w_{\vec{\tau}}}{\partial \vec{n}} = 0, \quad w_{\vec{n}} = 0 \quad (2.13)$$

avec  $\vec{n}$  et  $\vec{\tau}$  des vecteurs respectivement normaux et tangents à la paroi. L'implémentation directe dans les modèles de propagation par FDTD consiste à parcourir les frontières de ces parois réfléchissantes pour annuler la composante normale de la vitesse acoustique, et annuler la dérivée de la pression et de la composante tangentielle<sup>2</sup> de la vitesse acoustique, par exemple en considérant que la valeur de ces paramètres est la même des deux côtés de la frontière.

C'est ici qu'apparaît l'avantage des maillages curvilignes. En effet, ces maillages épousant les frontières du domaine, les composantes tangentielles et normales aux surfaces parfaitement réfléchissantes sont directement données par le maillage, ce qui permet d'implémenter ces réflexions pour des formes d'obstacles complexes. Lorsque le maillage est cartésien, les obstacles complexes sont souvent adaptés au maillage en prenant la forme en escalier la plus proche (par exemple, dans Tolan et Schneider 2003), ce qui introduit des erreurs.

---

2. Deux composantes tangentielles en 3D et une seule en 2D.

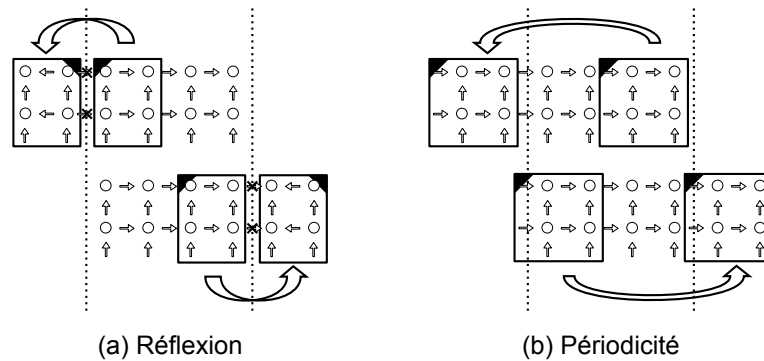


FIGURE 2.3 – Conditions aux limites de (a) réflexion et (b) périodicité à l'aide des couches de noeuds supplémentaires autour du domaine de calcul, tel qu'implémenté (pour le schéma spatial centré d'ordre 4) dans le code ITM.

..... paroi réfléchissante/périodique, × annulation de ce terme,  
 □ ensemble de noeuds à copier/mettre à jour.

L'implémentation de nombreuses parois parfaitement réfléchissantes peut rendre le code plus complexe, en particulier lorsque ces parois se chevauchent et lorsque le schéma numérique utilisé fait intervenir de nombreux points. Liu et Albert (2006) par exemple choisissent d'implémenter des matériaux poreux (voir paragraphe 2.2.6) à très forte impédance à la place de surfaces parfaitement réfléchissantes pour simplifier l'implémentation d'un coin de mur.

Les parois parfaitement réfléchissantes ferment généralement les bords des domaines de calcul, mais d'autres types de bords peuvent être implémentés, comme les parois périodiques.

### Implémentation ISL

Dans le code ITM, deux couches de noeuds sont implémentés autour du domaine de calcul (ces points sont communément appelés points "fantômes"). Ces points supplémentaires permettent une implémentation directe des parois parfaitement réfléchissantes ou périodiques de la manière décrite ci-dessus. Comme le maillage est décalé, la position physique de la condition aux limites est prise au niveau des composantes normales à la surface (voir la figure 2.3). Si un sol parfaitement réfléchissant est implémenté, son altitude est alors  $-dz/2$ . En début de thèse, une seule couche de points fantômes était implémentée car seul le schéma spatial d'ordre 2 était utilisé. L'implémentation d'une seconde couche, ainsi que des conditions de périodicité, a été réalisée au cours de la thèse.

L'ajout de points fantômes pour implémenter une paroi parfaitement réfléchissante n'est une technique fiable que pour les bords du domaine, car en présence de deux surfaces réfléchissantes perpendiculaires, ces points seraient modifiés plusieurs fois (voir figure 2.4). À la place, l'ensemble des réflexions est d'abord enregistré dans une variable qui est ensuite consultée dans la boucle de calcul pour déterminer les coordonnées numériques des points voisins "réfléchis".

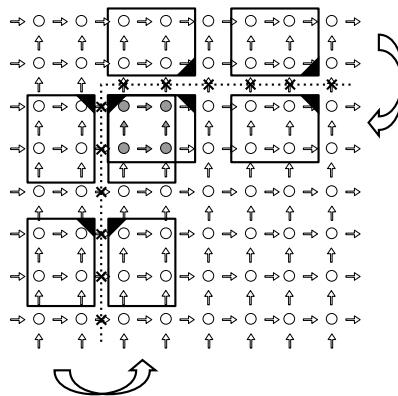


FIGURE 2.4 – Erreur au niveau des coins de surfaces parfaitement réfléchissantes lorsque des points fantômes sont utilisés. Les noeuds gris sont modifiés deux fois. Les notations sont identiques à la figure 2.3.

## 2.2.6 Les matériaux poreux

La réflexion du son sur le sol est difficile à modéliser de manière réaliste. Même si au premier ordre il est possible de considérer la réflexion parfaite, comme au paragraphe 2.2.5, quelques effets particuliers devraient être pris en compte dans une modélisation plus avancée.

Deux aspects de la modélisation d'un sol doivent être considérés. D'abord, il faut choisir parmi les différents modèles d'impédance qui ont été développés dans la littérature (Zwikker et Kosten 1949, Attenborough 1983, Delany et Bazley 1970, Miki 1990). Ensuite, ces modèles sont des modèles fréquentiels non directement implémentables en domaine temporel. Il est alors possible de chercher un équivalent temporel (appelés TDBC pour *Time-Domain Boundary Conditions*), comme dans Wilson *et al.* (2006), Cotté (2008), Cotté et Blanc-Benon (2009), Dragna (2011), ou Dragna *et al.* (2011). Une autre solution consiste à implémenter dans le domaine de calcul une couche de matériau poreux, dans lequel des équations de propagation adaptées sont calculées explicitement, comme dans Salomons *et al.* (2002) ou encore Wilson (2004).

### Implémentation ISL

Suivant les choix algorithmiques de Wilson (2004), et afin de pouvoir prendre en compte des sols complexes (topographies, neige sur herbe, etc.), le sol à impédance finie est modélisé par un matériau poreux dans ITM. Pour cela, les équations de propagation dans ces matériaux sont (Wilson 2004, Salomons *et al.* 2002) :

$$\begin{cases} \frac{\partial p}{\partial t} = -\kappa_e \vec{\nabla} \cdot \vec{w} \\ \rho_e \frac{\partial \vec{w}}{\partial t} = -\sigma \vec{w} - \vec{\nabla} p \end{cases} \quad (2.14)$$

avec les paramètres  $\kappa_e$  et  $\rho_e$  qui sont donnés par les relations (Zwikker et Kosten 1949) :

$$\kappa_e = \frac{\rho_0 c^2}{\gamma \Omega}, \quad \rho_e = \rho_0 \frac{s_c}{\Omega}, \quad s_c = \frac{4}{3} \frac{q^2}{\Omega} \quad (2.15)$$



Matériau	Résistivité $\sigma$ (Pa.s.m <sup>-2</sup> )	Porosité $\Omega$	Tortuosité $q$
Asphalte	$3 \cdot 10^7$	0.1	3.2
Herbe	$2 \cdot 10^5$	0.5	1.4
Forêt	$1 \cdot 10^5$	0.6	1.3
Sable	$5 \cdot 10^4$	0.35	1.6
Neige	$1 \cdot 10^3$	0.6	1.7

TABLEAU 2.2 – Valeurs typiques de résistivité, porosité et tortuosité pour quelques matériaux. Extrait de Wilson *et al.* (2004).

où  $\Omega$  (la porosité),  $q$  (la tortuosité) et  $\sigma$  (la résistivité) sont des paramètres caractéristiques du milieu poreux à implémenter. Wilson (2004) donne des valeurs typiques pour certains matériaux poreux (repris ici dans le tableau 2.2).

Cette implémentation, déjà réalisée en début de thèse, présente une limitation en termes de stabilité numérique. En effet la vitesse du son dans le matériau poreux vaut  $c/\sqrt{\gamma s_c}$  (Wilson 2004) ce qui est plus faible que  $c$ , réduisant la longueur d’onde et par conséquent également le nombre de mailles par longueur d’onde (qui est un critère de stabilité, voir le paragraphe 2.2.9). Le saut d’impédance brutal peut également provoquer une instabilité numérique.

### 2.2.7 Condition de champ libre

Les ondes acoustiques peuvent se propager dans l’atmosphère sur plusieurs kilomètres. Heureusement il n’est souvent pas nécessaire, ni souhaitable, de simuler la propagation acoustique sur un tel domaine. Il suffit pour cela trouver un moyen de modéliser la propagation en champ libre afin de réduire le domaine de calcul et de laisser les ondes acoustiques sortir de ce domaine sans réflexion parasite à la périphérie. Ce problème, qui ne se pose pas pour la simulation en milieu confiné (acoustique des salles par exemple), a motivé de nombreuses études, et différentes méthodes existent aujourd’hui (Tam 1997).

Tout d’abord Wilson *et al.* (2004) montrent qu’il est possible de réutiliser les matériaux poreux présentés dans le paragraphe 2.2.6 précédent pour absorber des ondes acoustiques. Pour cela les paramètres du matériau poreux utilisés dans l’équation (2.14) s’obtiennent en prenant  $\Omega = s_c = \gamma = 1$ . Dans ce cas ce matériau poreux a les mêmes caractéristiques que l’air, ce qui permet au son de pénétrer dans cette zone sans réflexion. Ensuite la résistivité  $\sigma$ , qui caractérise l’absorption du matériau, est prise croissante (de manière linéaire ou quadratique, typiquement) entre zéro côté intérieur et une valeur maximale  $\sigma_{\max}$  côté extérieur. Ces matériaux sont ensuite placés tout autour du domaine et atténuent le son sortant. Ce dernier n’est pas nul pour autant et réfléchit tout de même à l’extrémité du domaine. La quantité de son absorbée, généralement présentée en décibels, dépend de l’épaisseur du domaine, de la valeur de  $\sigma_{\max}$  et des fréquences caractéristiques de l’onde à absorber. Dans les cas typiques présentés au long de ce mémoire, 100 à 200 points sont nécessaires pour absorber le son efficacement (plus de 30dB d’absorption).

Les conditions de rayonnement sont une autre alternative pour absorber le son sortant du domaine de calcul. Elles consistent en l’utilisation d’une forme asymptotique des équations d’Euler linéarisées pour calculer les paramètres acoustiques autour du

domaine de calcul. En appliquant ces équations sur seulement quelques points périphériques (3 mailles d'épaisseur dans Cotté 2008) il est possible d'absorber efficacement les ondes sortantes. Cette méthode a été proposée par Tam et Dong (1996) en 2D, puis a été développée pour la 3D par Bogey et Bailly (2002). Cependant pour appliquer les conditions de rayonnement il faut supposer que les frontières du domaine sont loin des sources acoustiques, ce qui restreint leur utilisation dans le cadre des scénarios envisagés.

La dernière méthode présentée ici est la PML (pour *Perfectly Matched Layer*). La PML, initialement développée par Bérenger (1994, 1996), est reconnue aujourd'hui comme la méthode de référence pour l'absorption des ondes dans les simulations FDTD. La PML est un matériau non physique développé de manière théorique pour rendre le son pénétrant évanescant sans provoquer de réflexion (et devrait absorber "parfaitement" comme son nom le suggère), quelque soit la fréquence et l'angle d'incidence. En raison de la taille finie des couches de PML et la discrétisation liée à la FDTD, l'absorption n'est cependant pas parfaite mais elle reste très efficace (typiquement plus de 30dB en une trentaine de points). Cette méthode a été portée pour l'acoustique rapidement (Yuan 1997) mais nécessite de décomposer la pression acoustique en plusieurs composantes, au moins au sein de la PML, ce qui en complique l'implémentation. Des variantes basées sur la PML sont toujours récemment développés (Ahmed 2010).

### Implémentation ISL

La conditions aux limites de champ libre était en début de thèse implémentée par les matériaux poreux absorbants dans le code ITM. Cette méthode s'est montrée efficace pour absorber des signaux harmoniques. Cependant lorsque le signal acoustique est plus complexe (large bande), il n'est pas assez absorbé à moins d'avoir des matériaux poreux absorbants très épais. De plus en incidence rasante des réflexions très limitantes apparaissent. L'implémentation de la PML dans le code ITM a donc été réalisée.

Dans les PML, les équations de propagation implémentées sont (dans leur version 3D) :

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial p_x}{\partial t} = -\rho_0 c^2 \frac{\partial w_x}{\partial x} - \sigma_x p_x \\ \frac{\partial p_y}{\partial t} = -\rho_0 c^2 \frac{\partial w_y}{\partial y} - \sigma_y p_y \\ \frac{\partial p_z}{\partial t} = -\rho_0 c^2 \frac{\partial w_z}{\partial z} - \sigma_z p_z \\ p = p_x + p_y + p_z \\ \frac{\partial w_x}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x} - \sigma_x w_x \\ \frac{\partial w_y}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial y} - \sigma_y w_y \\ \frac{\partial w_z}{\partial t} = -\frac{1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial z} - \sigma_z w_z \end{array} \right. \quad (2.16)$$

La pression acoustique  $p$  est donc décomposée avec les composantes  $p_x$ ,  $p_y$  et  $p_z$ . Les paramètres  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$  et  $\sigma_z$  représentent, un peu comme avec les matériaux poreux absorbants, le taux d'absorption de la PML dans chaque direction. Il est commun d'annuler ces composantes dans les directions tangentes à la paroi du domaine, et de faire évoluer

la composante normale de manière quadratique entre zéro côté intérieur et une valeur maximale choisie côté extérieur. Les valeurs maximales de résistivité ainsi que l'épaisseur des couches PML doivent être choisies soigneusement. Dans le code ITM, la pression acoustique n'est décomposée qu'au niveau des PML.

### 2.2.8 Le schéma temporel

L'ensemble des aspects discutés dans les paragraphes précédents permet le calcul des termes de droite de l'équation de propagation (2.6) à un instant  $t$  donné. Ces équations donnent les dérivées temporelles des paramètres acoustiques à cet instant  $t$ , qui doivent être employées pour estimer les valeurs de ces paramètres à l'itération suivante  $t + dt$ . Plusieurs méthodes d'*intégration temporelle* existent dans la littérature, et certaines sont maintenant présentées.

Soit  $\mathbb{F}$  la fonction regroupant l'ensemble des termes de droite de l'équation de propagation (2.6). Cette équation se réécrit :

$$\frac{\partial \mathcal{A}}{\partial t} = \mathbb{F}(\mathcal{A}(t), t) \quad (2.17)$$

La fonction  $\mathbb{F}$  pouvant donc être évaluée avec les aspects mentionnés précédemment. La méthode la plus directe pour estimer  $\mathcal{A}$  en un instant  $t + dt$  est la méthode d'Euler (Burden *et al.* 1981). Elle consiste en l'application des *différences finies avant* pour écrire :

$$\mathcal{A}(t + dt) \simeq \mathcal{A}(t) + dt \cdot \mathbb{F}(\mathcal{A}(t), t) \quad (2.18)$$

Cette méthode simple est malheureusement instable car les erreurs croissent de manière exponentielle et est donc difficilement directement applicable.

Lorsque les différences finies utilisées sont centrées et non en champ avant il est possible d'écrire :

$$\mathcal{A}(t + dt) \simeq \mathcal{A}(t - dt) + 2dt \cdot \mathbb{F}(\mathcal{A}(t), t) \quad (2.19)$$

Cette méthode, appelée méthode saute-moutons (ou *leapfrog* en anglais), est généralement stable mais présente le désavantage (par rapport à la méthode d'Euler par exemple) de devoir sauvegarder les deux champs acoustiques précédents pour le calcul du champ acoustique suivant.

Les méthodes Runge-Kutta sont une classe de méthodes numériques qui traitent ce problème (Burden *et al.* 1981). Ces méthodes proposent une décomposition en plusieurs sous-étapes de calcul de la dérivée temporelle, en se plaçant à des pas de temps intermédiaires. Une pente moyenne est calculée en attribuant différents poids, puis utilisée pour avancer la solution dans le temps. Par exemple la méthode de Runge-Kutta d'ordre 4, très classique, est la suivante :

$$\mathcal{A}(t + dt) \simeq \mathcal{A}(t) + dt \frac{\mathbb{F}_1 + 2\mathbb{F}_2 + 2\mathbb{F}_3 + \mathbb{F}_4}{6} \quad (2.20)$$

où  $\mathbb{F}_1$ ,  $\mathbb{F}_2$ ,  $\mathbb{F}_3$  et  $\mathbb{F}_4$  sont les résultats des sous-étapes :

$$\begin{cases} \mathbb{F}_1 = \mathbb{F}(\mathcal{A}(t), t) \\ \mathbb{F}_2 = \mathbb{F}(\mathcal{A}(t) + dt/2 \cdot \mathbb{F}_1, t + dt/2) \\ \mathbb{F}_3 = \mathbb{F}(\mathcal{A}(t) + dt/2 \cdot \mathbb{F}_2, t + dt/2) \\ \mathbb{F}_4 = \mathbb{F}(\mathcal{A}(t) + dt \cdot \mathbb{F}_3, t + dt) \end{cases} \quad (2.21)$$

Cette méthode est stable et ne nécessite pas que le pas temporel  $dt$  soit trop petit. D'autres variantes ayant pour but de diminuer les erreurs dans certaines gammes de fréquences ont été proposées dans la littérature, comme par exemple Bogey et Bailly (2004) et Berland *et al.* (2006) qui proposent différents schémas à 6 sous-étapes.

Il existe encore d'autres méthodes d'intégration temporelle. Si par exemple le jeu de deux équations (2.5) est choisi, et qu'il n'y a pas de vent ( $\vec{V} = \vec{0}$ ), seul  $\vec{w}$  est nécessaire pour calculer  $\partial p / \partial t$  et seul  $p$  est nécessaire pour calculer  $\partial \vec{w} / \partial t$ . Il est alors possible d'utiliser la méthode saute-moutons "décalée" en considérant que la pression acoustique est stockée aux instants  $t dt$  où  $t \in \mathbb{N}$  et la vitesse acoustique aux instants  $(t + 1/2) dt$ , et calculer alternativement ces deux paramètres par la méthode saute-moutons classique. Contrairement à la méthode saute-moutons classique, il n'est plus nécessaire de sauvegarder les champs acoustiques sur les deux itérations précédentes. Cette méthode est restreinte au cas sans vent, mais est couramment appliquée (Yee 1966, Wilson 2004, Ostashov *et al.* 2005, Liu et Albert 2006).

### Implémentation ISL

Dans le code ITM, la méthode Runge-Kutta d'ordre 4, présentée aux équations (2.20) et (2.21), est implémentée et la méthode d'intégration temporelle n'a pas été changée au cours de la thèse.

## 2.2.9 Stabilité numérique

Dans les paragraphes précédents les instabilités numériques ont été évoquées. Avec les ressources informatiques, les instabilités constituent l'une des principales limitations aux simulations de la propagation par FDTD. Ces instabilités proviennent de la discrétisation de l'espace de calcul et des schémas numériques utilisés, et peuvent se manifester sous différentes formes. Lorsque des erreurs sont introduites dans le calcul, provenant par exemple du codage numérique des champs acoustiques, elles peuvent dans certaines circonstances être amplifiées au fur et à mesure des itérations temporelles et mener finalement à des valeurs totalement incohérentes. Le problème est alors facilement visible. D'autres erreurs sont plus difficiles à repérer, comme la dissipation (absorption) ou la dispersion (déphasage) numérique.

Les aspects de stabilité numérique ont été, et sont toujours, le sujet de nombreuses études et ouvrages (Tam 2006). Les erreurs de dissipation et dispersion peuvent être quantifiées en étudiant le nombre d'onde effectif réel  $k dx$  et numérique  $k_s dx$  (Tam et Webb 1993). La figure 2.5 montre ces paramètres pour des schémas spatiaux numériques classiques (Tam et Webb 1993, Tam 2006, Bogey et Bailly 2004). Les différences entre les deux paramètres quantifient l'erreur de dissipation numérique. Ce type de figure permet de déterminer le nombre d'onde effectif maximal utilisable pour un schéma numérique spatial donné. Ce nombre d'onde effectif peut être lié au nombre de points par longueur d'onde  $\lambda/dx$  par la relation  $k dx = 2\pi/(\lambda/dx)$ . Ainsi, pour le schéma centré d'ordre 2 par exemple, les longueurs d'onde acoustiques plus courtes qu'une quinzaine de mailles présenteront des erreurs importantes. La dispersion numérique peut être étudiée de manière similaire.

Les nombres d'onde effectifs élevés présentant des erreurs de dissipation et de dispersion peuvent être éliminés par ajout d'un filtre spatial appliqué en plus des équations

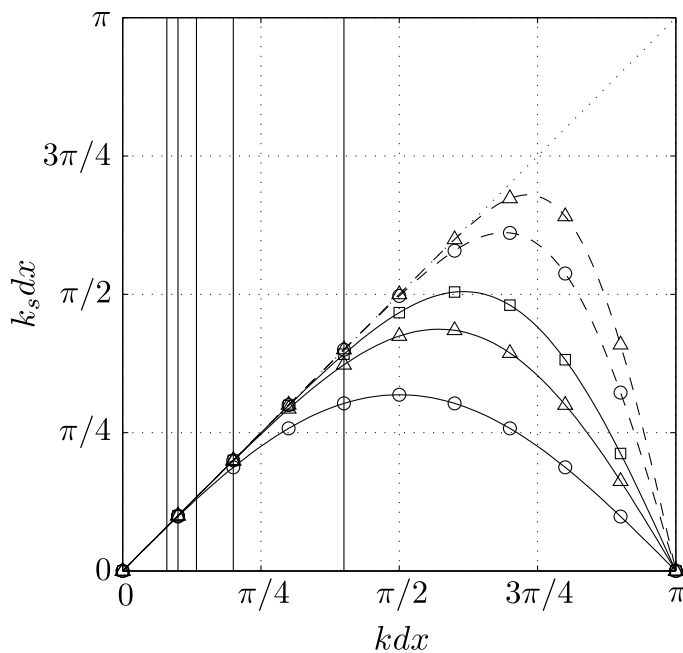


FIGURE 2.5 – Nombre d'onde effectif pour différents schémas spatiaux numériques.

Schémas centrés d'ordre 2 ( $\circ$ ), 4 ( $\triangle$ ), 6 ( $\square$ ) et 12 ( $\ominus$ ).  $\triangle$  schéma optimisé à 13 points de Bogey et Bailly (2004). Les droites verticales correspondent, de gauche à droite, à des  $\lambda/dx$  de 25, 20, 15, 10 et 5.

de propagation. Des exemples de filtres sont donnés par Bogey et Bailly (2004).

Un critère important pour la stabilité numérique due à l'intégration temporelle est obtenu par le nombre de Courant-Friedrichs-Lewy  $C$  défini par :

$$C = c \frac{dt}{dx} \quad (2.22)$$

Une condition *nécessaire* à la stabilité numérique est que  $C < 1$  pour un domaine de calcul 1D. En 2D et 3D cette condition devient respectivement  $C < 1/\sqrt{2}$  et  $C < 1/\sqrt{3}$  (Lines *et al.* 1999). Bien que *nécessaire*, cette condition n'est pas forcément *suffisante*, et l'étude de la dissipation et dispersion numérique liée à l'intégration temporelle est également importante. Berland *et al.* (2006) donnent les résultats de l'analyse pour différentes méthodes d'intégration temporelle. En particulier, selon ces auteurs, au moins 10 itérations temporelles par période sont nécessaires pour limiter les erreurs de dissipation numérique (8 itérations pour les erreurs de dispersion) pour l'algorithme de Runge-Kutta d'ordre 4 classique, décrite aux équations (2.20) et (2.21).

### Implémentation ISL

Dans le code ITM, les schémas spatiaux implémentés sont les schémas centrés d'ordre 2 et 4, et le schéma temporel est l'algorithme de Runge-Kutta d'ordre 4. Compte tenu des analyses présentées, les critères qui seront adoptés pour éviter des erreurs numériques dans les simulations qui seront effectuées sont :  $T/dt > 10$  ( $T$  est la période temporelle),  $\lambda/dx > 25$  ou  $\lambda/dx > 15$  pour le schéma spatial respectivement d'ordre 2 ou d'ordre 4, et

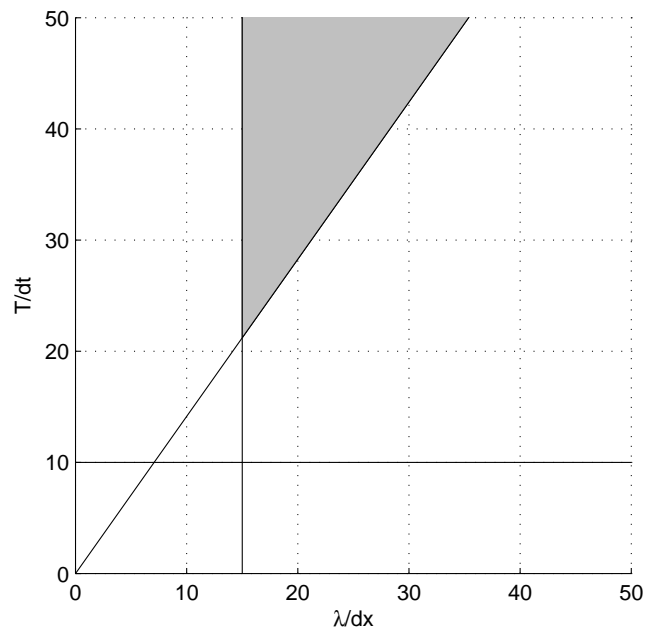


FIGURE 2.6 – Domaine choisi pour stabiliser le calcul dans le code ITM (domaine grisé). Dans ce cas, la simulation est 2D et le schéma spatial est centré d'ordre 4.

enfin  $cdt/dx > 1$ ,  $cdt/dx > 1/\sqrt{2}$  ou  $cdt/dx > 1/\sqrt{3}$  pour les simulations respectivement 1D, 2D ou 3D. Ces conditions sont résumées en figure 2.6 pour une simulation 2D utilisant le schéma spatial d'ordre 4. Compte tenu du schéma spatial de faible ordre utilisé dans le code ITM, la condition  $T/dt > 10$  est toujours remplie car moins restrictive que la condition sur le nombre de Courant-Friedrichs-Lewy. Ceci est également visible en figure 2.6. Les schémas de faible ordre, nécessitant moins de points, sont moins stables mais présentent l'avantage de faciliter l'implémentation des conditions aux limites.

Dans les simulations présentées, aucun filtre numérique n'est appliqué car ils n'ont pas été nécessaires pour stabiliser les calculs.

### 2.2.10 Parallélisation du code

Les simulations FDTD sont extrêmement lourdes et nécessitent généralement des ressources en terme de temps de calcul et d'utilisation mémoire non négligeables. Ces besoins augmentent lorsque les signaux acoustiques propagés contiennent des composantes haute fréquence, lorsque le domaine de calcul est grand, ou encore lorsque la simulation est 3D. Des temps de calcul de l'ordre de l'heure sont courants (Cotté 2008) et peuvent rapidement atteindre des durées inenvisageables. L'autre limitation porte sur l'espace de mémoire vive nécessaire aux calculs. Il est courant d'atteindre le gigaoctet ce qui peut rendre certaines simulations impossible même à démarrer.

Différentes stratégies existent pour contourner ces limitations. L'approche la plus efficace est l'adaptation du code de calcul pour utiliser les capacités de l'architecture matérielle sur lequel il est exécuté. On peut citer la *vectorisation*, qui consiste à adapter le code pour utiliser les capacités de calcul sur vecteurs et matrices de certains processeurs. Ce type de processeur ne semble néanmoins plus être la tendance des supercalculateurs.

Une autre approche est le GPGPU (*General-purpose Processing on Graphics Processing Units*) qui consiste en l'utilisation des cartes graphiques pour des calculs génériques. Les cartes graphiques ont été développées pour être très performantes et grand-public, ce qui rend leur prix abordable par rapport à d'autres architectures ayant les mêmes capacités de calcul. L'utilisation des cartes graphiques pour le calcul numérique permet un calcul souvent *beaucoup* plus rapide que le code initial. Cette approche est cependant encore récente et les différents standards proposés sont limités à une architecture donnée (par exemple, CUDA<sup>TM</sup> ne fonctionne que sur les cartes graphiques NVIDIA<sup>®</sup> et ATI Stream<sup>TM</sup> que sur les cartes AMD<sup>®</sup>) ou ne sont pas totalement supportés (par exemple, OpenCL ne permet pas d'utiliser toutes les capacités de ces cartes graphiques). Enfin, la parallélisation du code pour utiliser les capacités des machines parallèles est une approche très populaire. De nombreuses architectures parallèles existent et plusieurs standards sont communément supportés. La plupart des supercalculateurs sont constitués de machines parallèles.

La parallélisation consiste à utiliser simultanément (de manière parallèle) plusieurs processeurs sur une architecture de calcul. Sans parallélisation, le code est *scalaire* et n'exploite les capacités que d'un seul processeur, alors qu'aujourd'hui la plupart des nouveaux ordinateurs ont au moins 4 ou 8 processeurs. Les codes de calcul par FDTD se prêtent particulièrement à la parallélisation car les opérations à effectuer dans les boucles de calcul ne dépendent pas les unes des autres et peuvent donc être effectuées simultanément sur les processeurs disponibles.

Lorsque l'ensemble des processeurs partagent une mémoire commune, comme c'est le cas sur les ordinateurs de bureau (architecture à mémoire *partagée*), le standard permettant l'utilisation de plusieurs processeurs est le standard *OpenMP* (pour *Open Multi Processing*). Ce standard est implémenté sur de nombreux compilateurs et l'accès à la parallélisation se fait simplement dans le code en ajoutant des directives au niveau des boucles de calcul parallélisables (Hermanns 2002). L'effort d'implémentation est léger et rentable, et seuls quelques aspects doivent être surveillés comme l'accès simultané en lecture/écriture sur un fichier ou l'utilisation de variables propres à chaque processus. Le gain en temps de calcul maximal est proportionnel au nombre de processeurs utilisés (temps de calcul divisé par 4 si 4 processeurs sont utilisés par exemple). Cependant dans les codes de calcul, certaines parties sont impossible à paralléliser et restent scalaires. De plus le compilateur génère des instructions supplémentaires pour l'initialisation de la parallélisation. Ce maximum n'est donc généralement pas atteint et il est courant d'avoir un rendement de l'ordre de 75%, où le rendement est défini par le gain de temps effectif divisé par le gain de temps maximal théorique. Une illustration de la parallélisation par OpenMP est donnée en figure 2.7.

Lorsque la mémoire n'est pas partagée entre les processeurs le standard OpenMP n'est pas applicable. Cependant il est également possible de paralléliser un programme sur les architectures à mémoire *distribuée* par le standard MPI (pour *Message Passing Interface*). Ce standard fournit des fonctions permettant le passage de données entre les différents noeuds du système (chaque noeud ayant sa propre mémoire) (Gropp *et al.* 1999, Chergui *et al.* 2011). Ainsi pour exécuter un programme parallèle sur ce type d'architecture, il faut décomposer le domaine de calcul en sous-domaines à distribuer aux noeuds, laisser chaque noeud calculer son propre sous-domaine, et transférer la mémoire d'un noeud à l'autre lorsqu'une donnée externe à sa propre mémoire est nécessaire. Pour

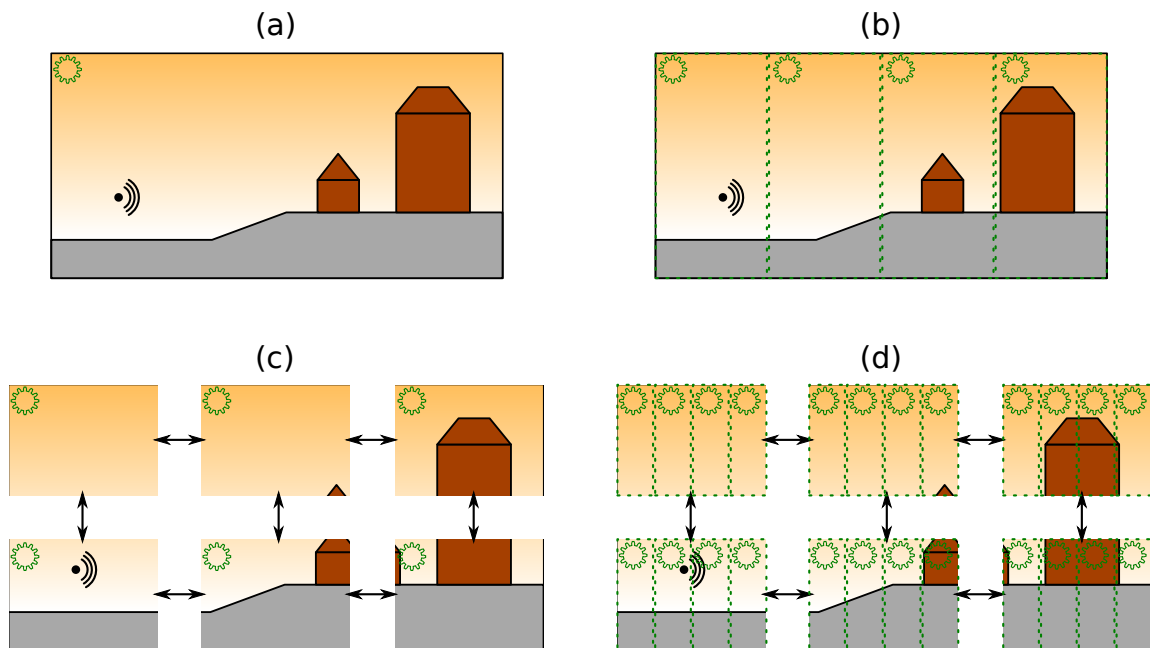


FIGURE 2.7 – Illustration du découpage du domaine de calcul pour les différentes parallélisations. Les engrenages représentent les processeurs et les flèches les transferts des frontières par le réseau. (a) scalaire, (b) OpenMP, (c) MPI, (d) OpenMP+MPI.

les applications de type FDTD, ce sont les données aux frontières qui sont généralement nécessaires et échangées entre les noeuds. Ce standard présente plusieurs avantages dont le principal est la division du domaine, ce qui diminue la mémoire vive nécessaire pour un noeud et permet d'envisager des calculs nécessitant énormément de mémoire vive. Le nombre de noeuds utilisables n'est pas limité et peut être augmenté facilement (en ajoutant un noeud au réseau par exemple) alors qu'il est impossible d'ajouter un processeur à une architecture à mémoire partagée. Cependant les efforts de programmation pour implémenter un code utilisant MPI sont importants (en particulier comparés aux efforts pour utiliser OpenMP), et de nombreux aspects critiques doivent être soigneusement implémentés, comme l'accès à un fichier sur le disque, le découpage du domaine de calcul, ou les passages de frontières entre les noeuds. Un environnement logiciel adapté, comme le système de gestion de processus Oracle Grid Engine (anciennement Sun Grid Engine), est également nécessaire. L'efficacité de la parallélisation est généralement limitée par la bande passante du réseau sur lequel circulent les données entre les noeuds. Une illustration de la parallélisation par MPI est donnée en figure 2.7.

Au sein d'un noeud de calcul, il peut y avoir plusieurs processeurs qui travaillent sur une mémoire partagée. Le standard MPI ne permet pas d'effectuer simplement un traitement différent selon le type de mémoire existant, et l'avantage potentiel du partage de mémoire entre ces différents processeurs ne peut pas être pris en compte. Ainsi il existe une dernière approche, la parallélisation *hybride* en OpenMP et MPI. Ce type de parallélisation consiste en l'utilisation du standard MPI entre les différents noeuds et du standard OpenMP au sein d'un noeud (Lavalée et Wautélet 2012). Cela permet



de cumuler les avantages des deux types de parallélisation et d'optimiser le calcul pour l'architecture présente. De plus, la tendance des noeuds de calcul est à l'augmentation du nombre de processeurs, ce qui justifie l'utilisation de la parallélisation hybride. Cela se fait tout de même au prix de la complexification du code qui prend donc deux niveaux de parallélisation. Une illustration de la parallélisation hybride est donnée en figure 2.7.

### Implémentation ISL

Le code ITM était scalaire en début de thèse. Afin d'améliorer les temps de calcul le standard OpenMP a été implémenté. Enfin la mise à disposition d'un cluster de calcul ainsi que les forts besoins numériques pour les simulations des chapitres 4 à 6 ont motivé l'implémentation du standard MPI. Le code ITM est maintenant totalement hybride OpenMP et MPI.

Afin de donner une idée des temps de calculs et gains obtenus par l'implémentation de la parallélisation, des données complémentaires sont proposées en annexe C.

#### 2.2.11 Aspects complémentaires

Quelques aspects complémentaires sont donnés sur le code ITM. Tout d'abord, il est implémenté en `FORTRAN`, qui est un langage de programmation très utilisé en calcul scientifique. L'ensemble des variables est codé en double précision, choix qui s'est montré indispensable pour les scénarios du chapitre 3 dans lesquels deux ondes de plus de 100dB d'écart sont propagées. En effet en simple précision il y a 7 chiffres significatifs ainsi une onde propageant avec plus de 100dB de moins qu'une autre onde subit des erreurs dues aux arrondis lorsqu'elles se superposent. En double précision il y a 16 chiffres significatifs et les erreurs d'arrondis restent faibles jusqu'environ 280dB d'écart, ce qui doit englober la plupart des applications envisagées. Le code est automatisé pour gérer autant de sources et de matériaux poreux et parfaitement réfléchissants que l'on veut, et pour écrire/lire des fichiers sur le disque en simple précision/double précision/ASCII. Enfin le *démarrage à chaud* est implémenté. Cela permet d'écrire régulièrement sur le disque une sauvegarde pour reprendre la simulation en cours si nécessaire.

## 2.3 Évaluation de la validité du code ITM pour des cas classiques

Le code ITM, une implémentation au sein de l'ISL d'un code de propagation acoustique basé sur la résolution par FDTD des équations d'Euler linéarisées, a été présenté dans la section précédente, avec ses spécificités. Dans cette section, des comparaisons entre des simulations et des cas classiques de propagation sont effectuées, afin d'évaluer la validité du code. À l'exception de l'étude en présence d'un vortex ou d'un sol poreux, ces évaluations du code ITM ont été réalisées pendant le stage de fin d'études précédant la thèse (Ehrhardt 2009). Les évaluations détaillées dans cette section ont été présentées en congrès (Ehrhardt et Cheinet 2010).

### 2.3.1 Dispersion géométrique

Le premier cas-test évalué est la dispersion géométrique (Ehrhardt 2009, Ehrhardt et Cheinet 2010). Dans ce scénario, une source harmonique est placée dans une atmosphère constante, et il n'y a aucun obstacle à la propagation. Le son se propage donc en champ libre et son amplitude décroît avec la distance à la source. En 2D la dispersion est circulaire, et par conservation de l'énergie l'amplitude décroît en  $1/\sqrt{r}$ , en notant  $r$  la distance à la source (Morse et Ingard 1968). En 3D la dispersion est sphérique et l'amplitude décroît en  $1/r$  (Morse et Ingard 1968). Représenté sur une échelle logarithmique cela revient à une décroissance linéaire de l'amplitude de 10dB par décade en 2D et 20dB par décade en 3D.

Ce scénario simplifié à l'extrême permet de vérifier le fonctionnement élémentaire du code : gestion des entrées/sorties, parallélisation, stabilité numérique, implémentation générale. L'adéquation entre les résultats obtenus par simulation ITM et la théorie est excellente.

### 2.3.2 Sol parfaitement réfléchissant

Le second cas-test est presque identique au premier, avec l'ajout d'un sol parfaitement réfléchissant (Ehrhardt 2009, Ehrhardt et Cheinet 2010). La résolution théorique de ce scénario est très simple et fait intervenir une seconde source qui est l'image de la source réelle réfléchi par le sol. Le champ acoustique en tout point s'obtient en sommant les contributions des deux sources. Soit  $\vec{r}$  le vecteur coordonnées d'un point du domaine. Lorsque la source a une amplitude de 1 et une fréquence  $f$ , la pression acoustique complexe  $\tilde{p}$ , reliée à la pression acoustique  $p$  de l'équation (2.2) par  $p = \Re(\tilde{p})$ , vaut dans le cas bidimensionnel (Wilson 2004) :

$$\tilde{p}(\vec{r}) = \frac{i}{4} H_0^{(1)}(k\|\vec{r} - \vec{r}_1\|) + \frac{i}{4} H_0^{(1)}(k\|\vec{r} - \vec{r}_2\|) \quad (2.23)$$

où

$$\begin{cases} \vec{r}_1 = x_s \vec{x} + z_s \vec{z} \\ \vec{r}_2 = x_s \vec{x} - z_s \vec{z} \end{cases} \quad (2.24)$$

et  $(x_s, z_s)$  sont les coordonnées de la source,  $\vec{x}$  et  $\vec{z}$  sont les vecteurs élémentaires dans les axes X et Z, et  $H_0^{(1)}$  est la fonction de Hankel d'ordre zéro (définie par exemple dans Abramowitz et Stegun 1964). Dans le cas tridimensionnel,  $\tilde{p}$  devient (Salomons 2001) :

$$\tilde{p}(\vec{r}) = \frac{e^{ik(\vec{r}-\vec{r}_1)}}{\|\vec{r} - \vec{r}_1\|} + \frac{e^{ik(\vec{r}-\vec{r}_2)}}{\|\vec{r} - \vec{r}_2\|} \quad (2.25)$$

où

$$\begin{cases} \vec{r}_1 = x_s \vec{x} + y_s \vec{y} + z_s \vec{z} \\ \vec{r}_2 = x_s \vec{x} + y_s \vec{y} - z_s \vec{z} \end{cases} \quad (2.26)$$

et  $(x_s, y_s, z_s)$  sont les coordonnées de la source et  $\vec{y}$  est le vecteur élémentaire dans l'axe Y. Ici l'amplitude de la source est prise à une valeur quelconque (unitaire) car la variable utilisée pour la comparaison avec la simulation est le niveau sonore normalisé à 1m :

$$L(\vec{r}) = 20 \log_{10} \left( \frac{|\tilde{p}(\vec{r})|}{|\tilde{p}_0(1\text{m})|} \right) \quad (2.27)$$

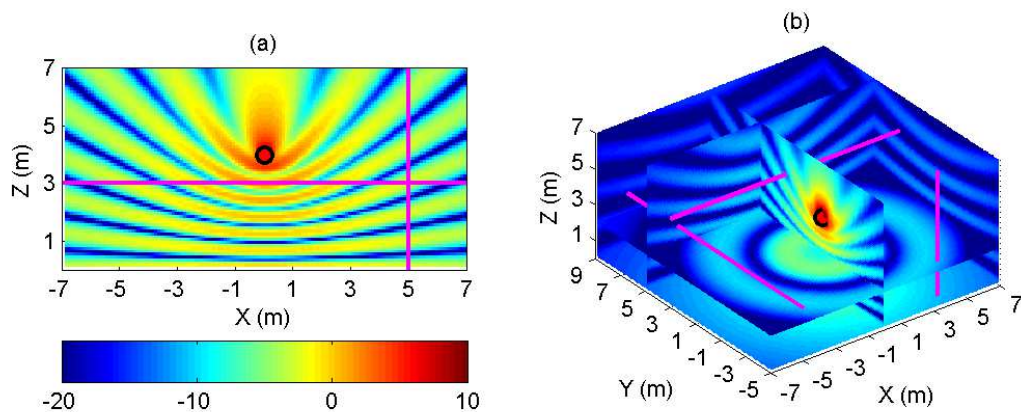


FIGURE 2.8 – Niveau sonore  $L$  (en dB) pour le cas-test (a) 2D et (b) 3D d'une source harmonique en présence d'un sol parfaitement réfléchissant. Le cercle donne la position de la source et les segments les chemins le long desquels le niveau sonore est prélevé.

où  $|\tilde{p}_0(1\text{m})|$  est l'amplitude à 1m dans le cas de la propagation en champ libre. Dans les simulations ITM,  $|\tilde{p}|$  est obtenu en prenant le maximum de  $|p|$  sur au moins deux périodes.

Ce scénario est évalué par simulations ITM en 2D et 3D. Des sources harmoniques ( $f = 50\text{Hz}$ ) sont placées au dessus d'un sol parfaitement réfléchissant, et l'absorption aux parois (sol exclus) est faite par PML. La simulation se déroule jusqu'à établissement d'un niveau sonore constant. Les caractéristiques des simulations ITM effectuées sont données dans les tableaux A.1 (cas 2D) et A.2 (cas 3D) de l'annexe A. Les niveaux sonores obtenus sont donnés en figure 2.8.

Le niveau sonore est prélevé le long de 2 chemins dans le cas 2D et 3 chemins dans le cas 3D. Il est ensuite comparé à la valeur théorique obtenue par les équations (2.23) et (2.25). Une précaution particulière est à prendre pour la comparaison, car le sol ne se trouve pas à l'altitude  $z = 0$ , mais  $z = -dz/2$  (voir paragraphe 2.2.5), ce qui change légèrement la position de la source image. Sans cette précaution, la comparaison ne serait pas concluante car la position des franges d'interférence est extrêmement sensible à la géométrie. Le résultat de la comparaison le long de ces 5 chemins est donné en figure 2.9. L'accord entre théorie et simulation est à nouveau excellent. La réflexion, les interférences et le champ libre par PML sont donc bien retranscrits par le code ITM (Ehrhardt 2009, Ehrhardt et Cheinet 2010).

### 2.3.3 Sol poreux

Un sol non parfaitement réfléchissant est représenté dans le code ITM par un matériau poreux. Pour tester l'implémentation de ce sol, deux scénarios différents sont envisagés.

Dans le premier cas, une source harmonique est considérée dans une configuration unidimensionnelle. Le signal émis se propage en champ libre jusqu'à atteindre une couche de matériau poreux. L'interaction entre l'onde directe et l'onde réfléchi par le matériau poreux génère des ondes stationnaires qui peuvent être utilisées pour déterminer

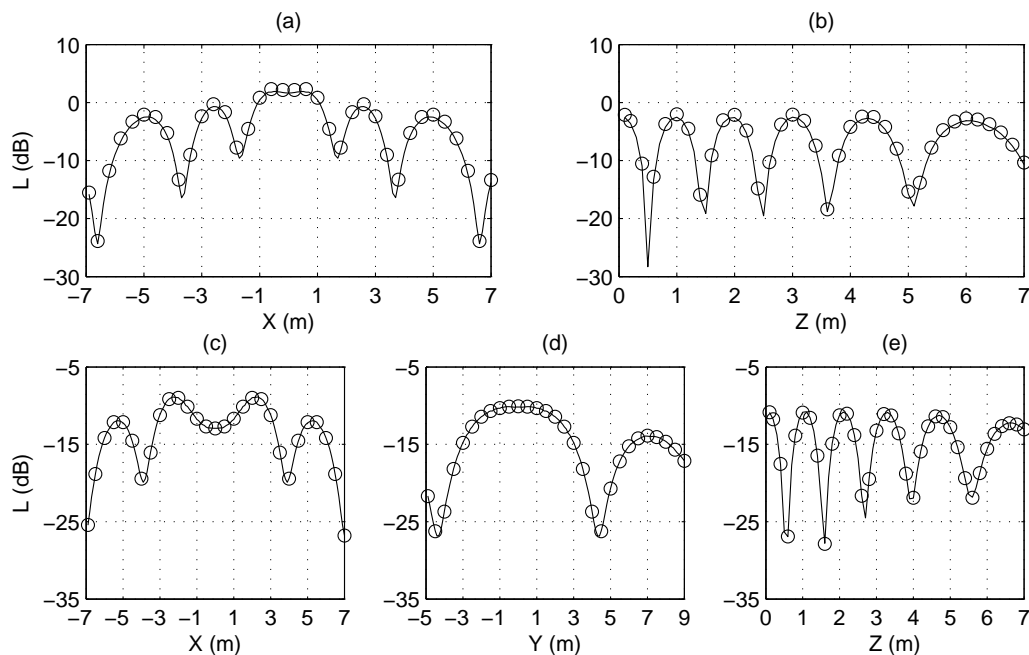


FIGURE 2.9 –  $L$  pour le cas-test (a et b) 2D et (c, d et e) 3D d'une source harmonique en présence d'un sol parfaitement réfléchissant. Les chemins parcourus sont  
 (a)  $x \in [-7\text{m}; 7\text{m}]$ ,  $z = 3\text{m}$ , (b)  $x = 5\text{m}$ ,  $z \in [0\text{m}; 7\text{m}]$ ,  
 (c)  $x \in [-7\text{m}; 7\text{m}]$ ,  $y = 3\text{m}$ ,  $z = 5\text{m}$ , (d)  $x = -5\text{m}$ ,  $y \in [-5\text{m}; 9\text{m}]$ ,  $z = 3\text{m}$ ,  
 (e)  $x = 4\text{m}$ ,  $y = -4\text{m}$ ,  $z \in [0\text{m}; 7\text{m}]$ . — (ITM),  $\circ$  (théorie).

l'impédance du matériau poreux (principe du tube de Kundt).

Si l'unique axe du problème est l'axe  $X$  et que l'interface entre air et matériau poreux est située en  $x = 0$ , alors la pression complexe  $p$  dans l'air est donnée par la relation :

$$p(x, t) = A_0 e^{i(\omega t - kx)} (1 + \mathcal{R} e^{2ikx}) \quad (2.28)$$

où  $A_0$  est l'amplitude de la source, et  $\mathcal{R}$  est le coefficient de réflexion complexe, relié à l'impédance  $Z_G$ , dans le cas d'une onde plane en incidence normale, par (voir paragraphe 1.2.2) :

$$\mathcal{R} = \frac{Z_G / (\rho_0 c_0) - 1}{Z_G / (\rho_0 c_0) + 1} \quad (2.29)$$

L'onde stationnaire présente des maxima  $p_{\max}$  et minima  $p_{\min}$  d'amplitude. Selon l'équation (2.28) précédente, et comme  $|\mathcal{R}| < 1$ , ces amplitudes sont reliées au module de  $\mathcal{R}$  par :

$$\begin{cases} p_{\max} = A_0(1 + |\mathcal{R}|) \\ p_{\min} = A_0(1 - |\mathcal{R}|) \end{cases} \quad (2.30)$$

Ainsi le module de  $\mathcal{R}$  peut être déterminé par :

$$|\mathcal{R}| = \frac{p_{\max} - p_{\min}}{p_{\max} + p_{\min}} \quad (2.31)$$

Pour déterminer l'argument de  $\mathcal{R}$ , il suffit de déterminer soit  $x_{\max}$  soit  $x_{\min}$ , correspondant respectivement aux abscisses des maxima et minima d'amplitude. Pour satisfaire

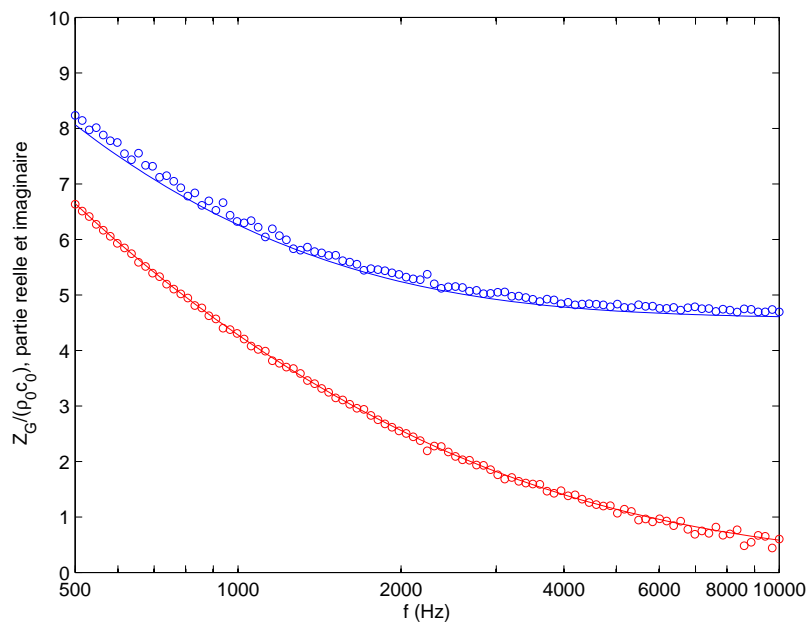


FIGURE 2.10 – Partie réelle (bleu) et imaginaire (rouge) de l'impédance relative  $Z_G/(\rho_0 c_0)$ . — Modèle de Zwikker et Kosten (1949),  $\circ$  ITM.

les équations  $|p(x_{\max})| = p_{\max}$  et  $|p(x_{\min})| = p_{\min}$ , il vient alors :

$$\begin{cases} \arg(\mathcal{R}) = -2ikx_{\max} \\ \arg(\mathcal{R}) = \pi - 2ikx_{\min} \end{cases} \quad (2.32)$$

Enfin, l'impédance  $Z_G$  peut alors être directement déterminée par  $\mathcal{R}$  complexe :

$$Z_G/(\rho_0 c_0) = \frac{1 + \mathcal{R}}{1 - \mathcal{R}} \quad (2.33)$$

Dans le code ITM, l'impédance est supposée suivre le modèle de Zwikker et Kosten (1949), voir équation (1.6). Pour évaluer cela, la configuration du tube de Kundt avec un matériau herbeux est simulée, puis l'impédance est évaluée par la méthode décrite ci-avant. Plusieurs simulations sont effectuées, pour des fréquences de source situées entre 500Hz et 10kHz, afin d'effectuer un balayage fréquentiel large. Les détails de la simulation sont donnés dans le tableau A.3 de l'annexe A.

La figure 2.10 présente la comparaison entre l'impédance du modèle de Zwikker et Kosten (1949) et l'impédance obtenue par simulation. Le bon accord indique que le code ITM reproduit bien l'impédance décrite par le modèle de Zwikker et Kosten (1949).

Un second scénario est maintenant étudié pour compléter l'évaluation de l'implémentation du sol poreux dans le code ITM. Dans le cas précédent, c'est une onde plane en incidence normale qui est considérée, or une difficulté du sol poreux réside dans la prise en compte de fronts d'onde courbes, et avec une incidence oblique. Le scénario suivant est alors choisi tridimensionnel, avec une source harmonique et un sol poreux, et le paramètre d'intérêt est le niveau sonore à hauteur de la source en s'en éloignant horizontalement.

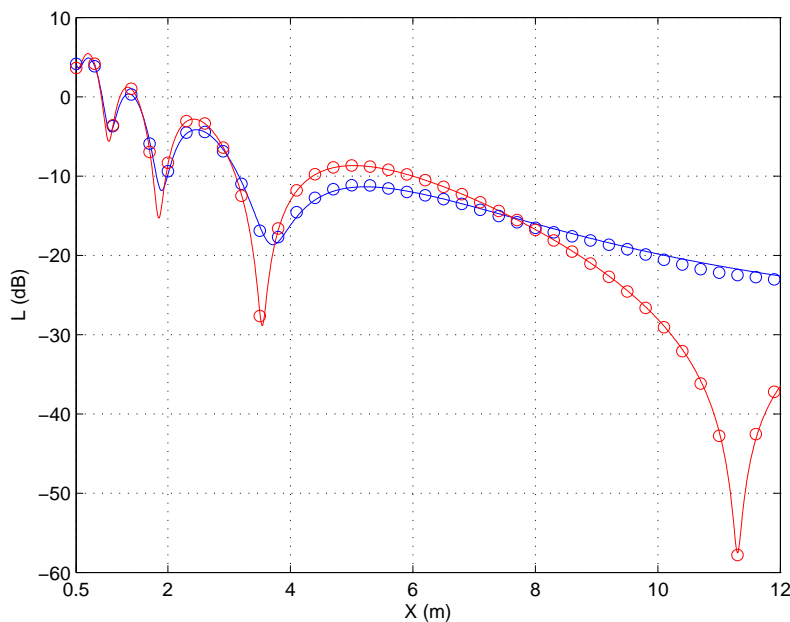


FIGURE 2.11 – Niveau sonore  $L$  (en dB), dans le cas d'un sol parfaitement réfléchissant (rouge) ou poreux (bleu). — théorie,  $\circ$  ITM.

Dans cette configuration, la pression complexe  $p$  s'écrit encore comme la somme de deux contributions (voir l'équation (1.3) et le paragraphe 1.2.2 pour la description des paramètres) :

$$p = \frac{A_0}{R_1} e^{ikR_1} + \mathcal{R} \frac{A_0}{R_2} e^{ikR_2} \quad (2.34)$$

Ici la dépendance temporelle en  $e^{i\omega t}$  a été retirée. Salomons (2001) donne une expression intégrale pour  $\mathcal{R}$ , valable dans le cas général :

$$\mathcal{R} = 1 - 2 \frac{k}{Z_G / (\rho_0 c_0)} \frac{R_2}{e^{ikR_2}} \int_0^\infty e^{-\frac{qk}{Z_G / (\rho_0 c_0)}} \frac{\exp\left(ik\sqrt{r^2 + (z + z_s + iq)^2}\right)}{\sqrt{r^2 + (z + z_s + iq)^2}} dq \quad (2.35)$$

où  $(r, z)$  sont les coordonnées cylindriques du récepteur, avec l'origine sur la projection de la source sur le sol, et  $z_s$  est la hauteur de la source. À nouveau,  $Z_G$  est donné par le modèle de Zwicker et Kosten (1949).

Cette configuration est simulée par le code ITM pour une source harmonique à 1kHz se situant à environ 1m d'un sol herbeux ou parfaitement réfléchissant. Le niveau sonore est obtenu à hauteur de source, à une distance horizontale allant de 0.5m à 12m, ce qui permet un balayage important de l'angle de réflexion sur le sol. Les détails de la simulation sont donnés dans le tableau A.4 de l'annexe A.

La figure 2.11 présente la comparaison entre le niveau sonore théorique et celui obtenu par simulation, dans le cas d'un sol parfaitement réfléchissant ou poreux (herbeux). L'influence du type de sol est clairement visible sur cette figure. La bonne prise en compte du sol est donc très importante, car elle modifie fortement les niveaux sonores observés, ainsi que la position des interférences constructives et destructives. Dans chacune des deux configurations, l'accord entre simulation et théorie est bon ce qui indique que

le code ITM reproduit bien le comportement physique lié à la réflexion d'une onde sphérique sur un sol poreux.

### 2.3.4 Présence d'un mur

La géométrie est maintenant rendue plus complexe par l'ajout d'une barrière parfaitement réfléchissante (Ehrhardt 2009, Ehrhardt et Cheinet 2010). Une source harmonique se situe ainsi d'un côté d'une barrière parfaitement réfléchissante, en présence d'un sol parfaitement réfléchissant. Ce scénario permet d'évaluer les diffractions générées par des cassures géométriques (ici le sommet de la barrière).

Dans un premier temps, la propagation d'un simple front d'onde sinusoïdal est simulée, afin de visualiser l'évolution du front d'onde en présence de conditions géométriques plus compliquées. Dans cette première simulation, la source se situe à une hauteur de 25.125m par rapport au sol, et est distante de 24.875m d'une barrière parfaitement réfléchissante large de 50cm et haute de 40m. Le signal temporel de la source  $p_s$  est similaire à celui utilisé par Wilson (2004) dans un cas similaire et est donné par :

$$p_s(t) = \begin{cases} (A/2)(1 - \cos(\pi t/T_1)) \cos(2\pi ft) & \text{si } 0 \leq t \leq T_1, \\ A \cos(2\pi ft) & \text{si } T_1 \leq t \leq T - T_2, \\ (A/2)(1 - \cos(\pi(t - T)/T_2)) \cos(2\pi ft) & \text{si } T - T_2 \leq t \leq T, \\ 0 & \text{sinon.} \end{cases} \quad (2.36)$$

En prenant  $A = 1$ ,  $f = 50\text{Hz}$ ,  $T = 3/f$  et  $T_1 = T_2 = T/2$ , quelques fronts d'onde d'une sinusoïde de 50Hz sont propagés. Les autres caractéristiques de la simulation sont données dans le tableau A.5 de l'annexe A. La figure 2.12 donne la pression acoustique obtenue par le code ITM à différents instants. Ce type de visualisation, caractéristique des méthodes temporelles, permet d'observer et d'interpréter le comportement physique d'une onde se propageant. Dans le cas étudié, les réflexions sur le sol et la barrière sont visibles, ainsi que la diffraction au sommet de la barrière. Si un récepteur est placé à droite de la barrière, la visualisation permet d'observer qu'un simple écho acoustique donne lieu à quatre contributions. Ces quatre contributions sont des combinaisons de réflexions sur le sol avant et après la barrière, et diffraction à son sommet.

Différentes théories existent pour la diffraction par une barrière (en particulier Pierce 1974). Des approximations menant à des expressions analytiques plus simples restent cependant utiles et Salomons (2001) donne par exemple la pression acoustique complexe valable derrière une barrière (dans la zone d'ombre d'une source harmonique de nombre d'onde  $k$ ) en présence d'un sol comme la somme des quatre contributions énoncées précédemment, voir équation (1.7). Les expressions analytiques sont données dans le chapitre précédent, paragraphe 1.2.3. Le niveau sonore  $L$  considéré dans ce paragraphe est identique à précédemment, équation (2.27), sauf que la normalisation est choisie par rapport à l'amplitude à 1m à droite du sommet de la barrière.

Une cartographie du niveau sonore obtenue par ITM lorsque la source est purement harmonique à 50Hz est donnée en figure 2.13. L'apparence a fortement changé par rapport au cas sans barrière, figure 2.8, en particulier du côté de la barrière où se situe la source. Ceci est dû aux multiples interférences entre la source, son image par rapport au sol, et son image par rapport à la barrière. De l'autre côté de la barrière, le niveau sonore est dû au son diffracté au sommet de la barrière, ce qui constitue une

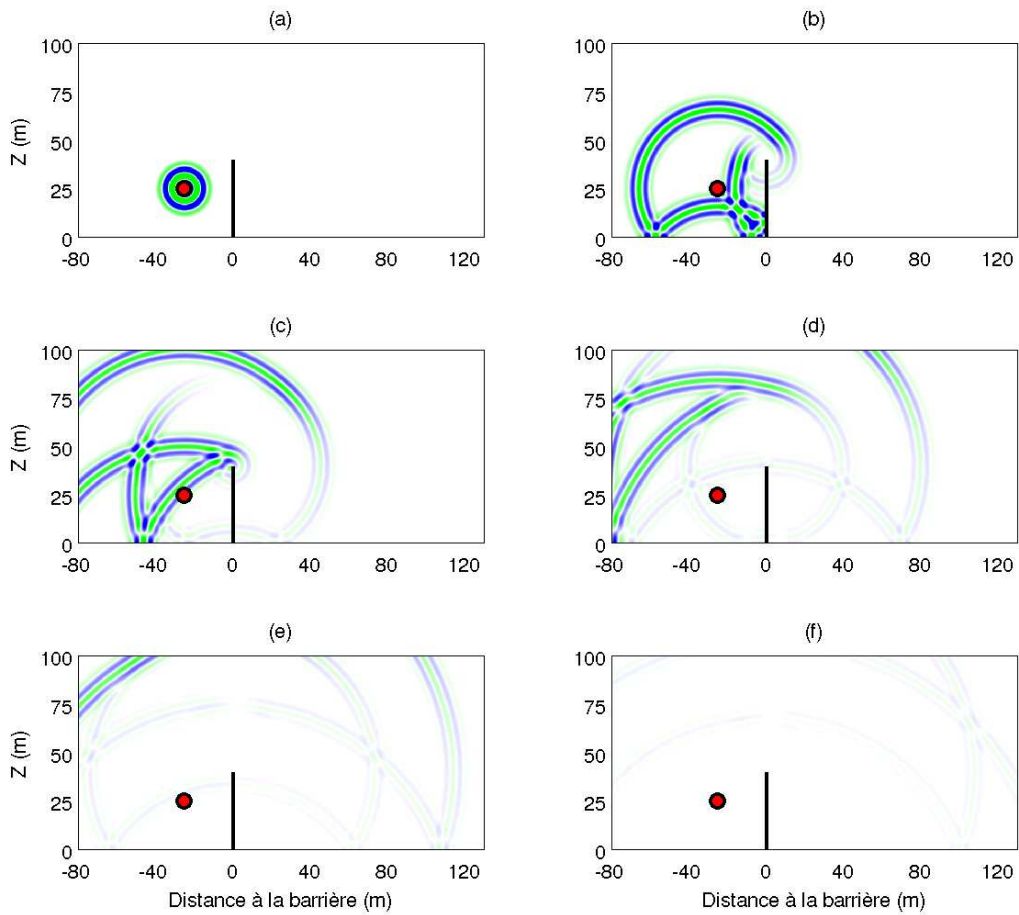


FIGURE 2.12 – Pression acoustique pour le cas-test de la propagation de fronts d’onde sinusoïdaux en présence d’une barrière et d’un sol, aux temps  $t = 0.05\text{s}$  (a),  $t = 0.15\text{s}$  (b),  $t = 0.25\text{s}$  (c),  $t = 0.35\text{s}$  (d),  $t = 0.45\text{s}$  (e) et  $t = 0.55\text{s}$  (f). Le cercle donne la position de la source. Échelle de couleurs entre  $-0.05$  et  $0.05$ .

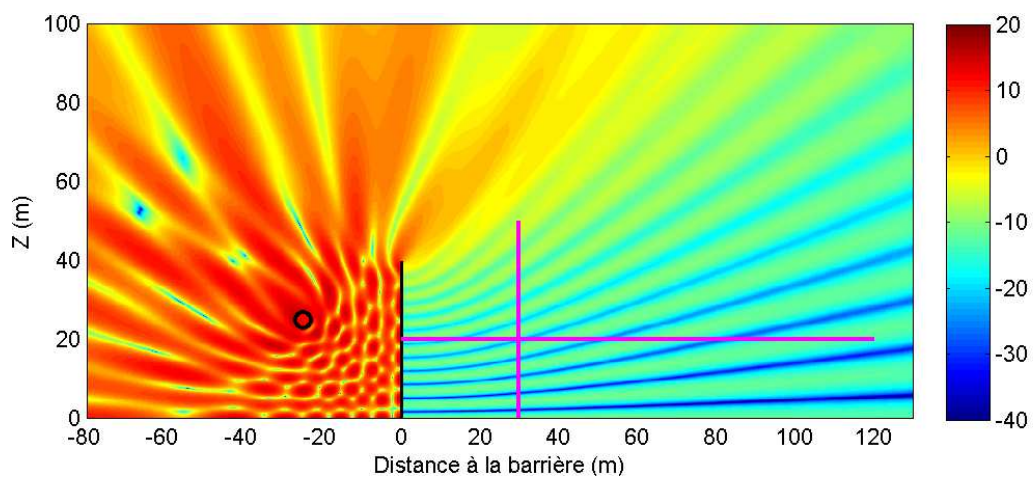


FIGURE 2.13 – Niveau sonore  $L$  (en dB) pour le cas-test d’une source harmonique en présence d’une barrière et d’un sol. Le cercle donne la position de la source et les segments violets donnent les chemins le long desquels le niveau sonore est prélevé.



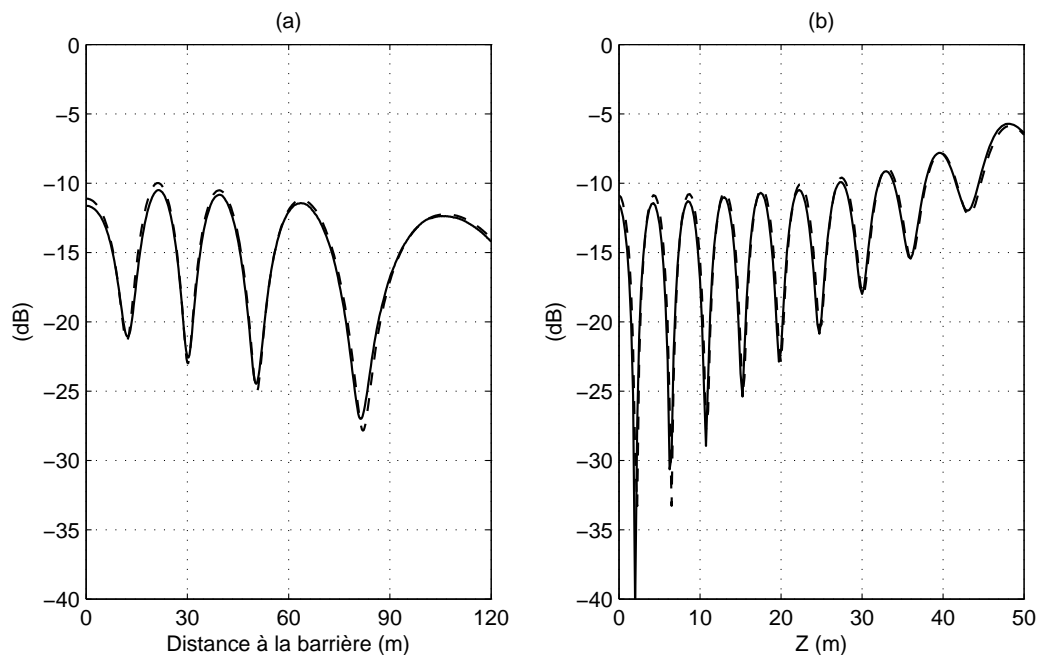


FIGURE 2.14 – Niveau sonore  $L$  (en dB) pour le cas-test d'une source harmonique en présence d'une barrière et d'un sol. Les chemins parcourus sont (a)  $d \in [0\text{m}; 120\text{m}]$ ,  $z = 20\text{m}$  et (b)  $d = 30\text{m}$ ,  $z \in [0\text{m}; 50\text{m}]$ .  
 — (ITM), --- (théorie).

forme de source secondaire. Avec son image par rapport au sol, on retrouve les franges d'interférences précédentes.

Pour comparer les niveaux sonores théoriques avec ceux obtenus par simulation, le niveau sonore le long des deux chemins présentés en figure 2.13 est donné en figure 2.14. La bonne concordance entre ces courbes montre que le code ITM permet de retranscrire les diffractions, et ainsi d'obtenir des résultats réalistes, difficiles à appréhender à la fois analytiquement et numériquement avec d'autres méthodes (Ehrhardt 2009, Ehrhardt et Cheinet 2010).

### 2.3.5 Présence d'un gradient de vent

Le test suivant a pour objectif de vérifier le comportement réfractif des ondes en présence de gradients atmosphériques (Ehrhardt 2009, Ehrhardt et Cheinet 2010). Afin d'évaluer le code ITM, le scénario considéré est pris identique à une simulation 2D réalisée par Ostashev *et al.* (2005) à l'aide d'un modèle de propagation par FDTD et d'un autre par FFP.

Dans ce scénario, les effets réfractifs ont pour origine un gradient constant en vitesse horizontale avec l'altitude ( $\vec{V}(x, z) = \mu z \vec{x}$ ,  $\mu = 1\text{m.s}^{-1}/\text{m}$ ), les autres paramètres étant constants, et en présence d'un sol parfaitement réfléchissant. Le vent passe donc de  $0\text{m.s}^{-1}$  au sol à  $100\text{m.s}^{-1}$  à  $100\text{m}$  d'altitude. La source de  $100\text{Hz}$  se trouve à une hauteur<sup>3</sup> de  $19.5\text{m}$ .

3. Ostashev *et al.* (2005) mentionnent une hauteur de  $20\text{m}$ . Cependant compte tenu des autres résultats présentés la hauteur de la source est effectivement  $19.5\text{m}$ .

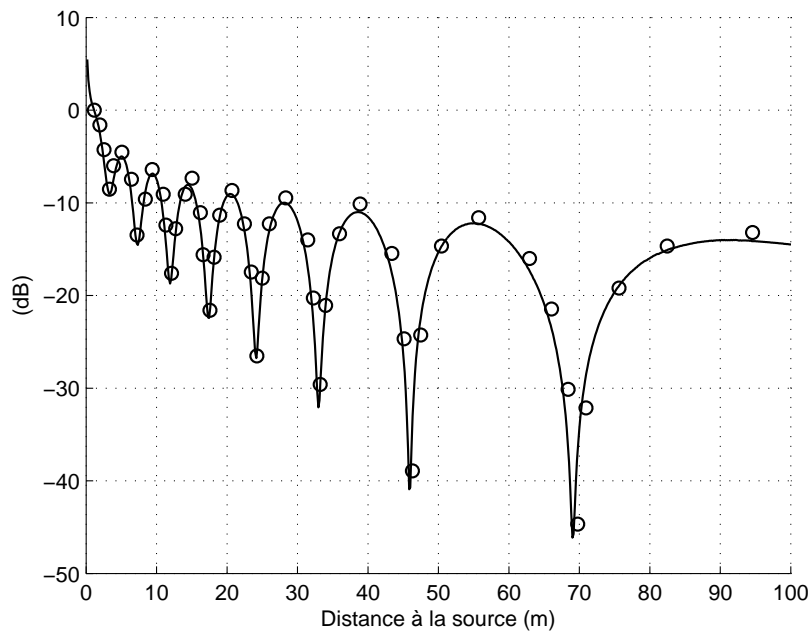


FIGURE 2.15 – Niveau sonore  $L$  (en dB) pour le cas-test d’une source harmonique en présence d’un sol et d’un gradient de vent. Le niveau sonore est prélevé à l’altitude de la source en s’en éloignant horizontalement.  
 — (ITM),  $\circ$  (simulation FDTD d’Ostashev *et al.* 2005).

Pour obtenir cette altitude dans la simulation, un pas spatial de 0.16318m a été choisi, et la source est prise à 120 mailles de hauteur ("altitude" =  $(120 - 1 + 1/2) \times 0.16318\text{m} = 19.5\text{m}$ ). Les autres conditions de simulation sont données dans le tableau A.6 de l’annexe A.

Le niveau sonore est prélevé à l’altitude de la source en s’en éloignant horizontalement, comme dans Ostashev *et al.* (2005). La comparaison entre la simulation ITM et les résultats d’Ostashev *et al.* (2005) est donnée en figure 2.15. À nouveau, l’accord est excellent ce qui indique que le code ITM retranscrit bien les effets de réfraction dus à un gradient de vent (Ehrhardt 2009, Ehrhardt et Cheinet 2010).

### 2.3.6 Propagation à travers un vortex

Toujours afin d’évaluer la capacité du code ITM à retranscrire l’influence des fluctuations atmosphériques sur la propagation, un autre cas-test est envisagé : la propagation d’une onde plane harmonique à travers un vortex (Ehrhardt et Cheinet 2010). Ce problème est difficile à traiter du point de vue théorique, et la résolution analytique est longtemps restée un défi. Les différentes solutions proposées sont soit complexes (Colonus *et al.* 1994), soit valables dans des cas restreints (Ford et Llewellyn Smith 1999). O’Shea (1975) attribue les difficultés à l’effet de réfraction longue distance. En effet, une onde plane générée à une distance infinie d’un vortex est déformée par la réfraction avant même d’arriver à proximité du vortex. Même dans les cas basse fréquence, ou de vortex à circulation totale nulle, où cet effet n’existe pas, les solutions sont singulières (Candel 1979) et complexes (Howe 1999). Il est intéressant de montrer que le code ITM

peut retranscrire la physique de la propagation à travers un vortex de manière simple. Comme la simulation semble un moyen fiable de résoudre ce problème, une simulation ITM est comparée à une des simulations DNS effectuées par Colonius *et al.* (1994), prenant en compte *de facto* l'ensemble des phénomènes physiques de la mécanique des fluides.

Dans cette simulation, l'étude porte sur la propagation d'une onde plane harmonique se propageant à travers un vortex de Oseen défini par :

$$V_{\theta}(r) = \frac{\mathcal{C}}{2\pi r} \left( 1 - \exp\left(-\alpha \frac{r^2}{\mathcal{L}^2}\right) \right) \quad (2.37)$$

où  $V_{\theta}$  est la vitesse azimutale, la vitesse radiale  $V_r$  est nulle,  $r$  est la distance par rapport au centre du vortex (à l'origine du domaine),  $\alpha$  est une constante égale à 1.256431 (prise telle que le maximum de  $V_{\theta}$  ait lieu en  $r = \mathcal{L}$ ),  $\mathcal{L}$  est une dimension caractéristique du vortex, et enfin  $\mathcal{C}$  est la circulation totale du vortex, reliée à son nombre de mach  $M$  par :

$$\mathcal{C} = \frac{1 + 2\alpha}{\alpha} \pi \mathcal{L} c M \quad (2.38)$$

avec  $M = 0.125$  et  $\mathcal{L} = 2m$ . L'onde plane de 43Hz est générée à 40m du vortex<sup>4</sup>. Le paramètre acoustique mesuré par Colonius *et al.* (1994) est ce qu'ils appellent la valeur efficace (RMS) de l'onde "diffusée" par le vortex, qu'ils définissent comme la soustraction de la pression acoustique en présence du vortex par la pression acoustique sans vortex. Ils normalisent ensuite cette valeur par l'amplitude de l'onde plane.

Une simulation ITM est donc effectuée dans les mêmes conditions. Les paramètres de simulation sont donnés dans le tableau A.7 de l'annexe A. La valeur efficace normalisée de l'onde diffusée par le vortex est calculée en soustrayant le champ acoustique obtenu pour une simulation avec vortex par le champ acoustique obtenu pour une simulation sans vortex. La valeur efficace (RMS donc pour une sinusoïde son amplitude divisée par  $\sqrt{2}$ ) est extraite puis divisée par l'amplitude de l'onde initiale.

Une cartographie de ce paramètre obtenu par simulation ITM est donnée en figure 2.16, ce qui illustre la complexité de ce champ. Pour comparer avec la simulation DNS, ce paramètre est prélevé le long d'un cercle de 20m centré sur le vortex. La comparaison, effectuée en figure 2.17, montre un excellent accord entre les deux simulations.

Le code ITM est donc capable de retranscrire la physique complexe de la propagation d'une onde plane harmonique à travers un vortex (Ehrhardt et Cheinet 2010). Des effets tels que la convection et réfraction sont donc bien pris en compte dans le code de propagation acoustique par FDTD de l'ISL.

### 2.3.7 Synthèse des évaluations

Plusieurs cas-tests de propagation acoustique viennent d'être étudiés : la dispersion géométrique, la propagation du son en présence d'un sol parfaitement réfléchissant ou poreux, en présence d'un sol et d'une barrière parfaitement réfléchissants, en présence d'un sol parfaitement réfléchissant et un gradient de vent, et enfin la propagation en présence d'un vortex. Ces cas-tests ont permis de montrer que le code ITM retranscrit

---

4. Dans Colonius *et al.* (1994) les valeurs sont adimensionnalisées. Les valeurs présentées ici sont choisies pour garder les mêmes nombres adimensionnels.

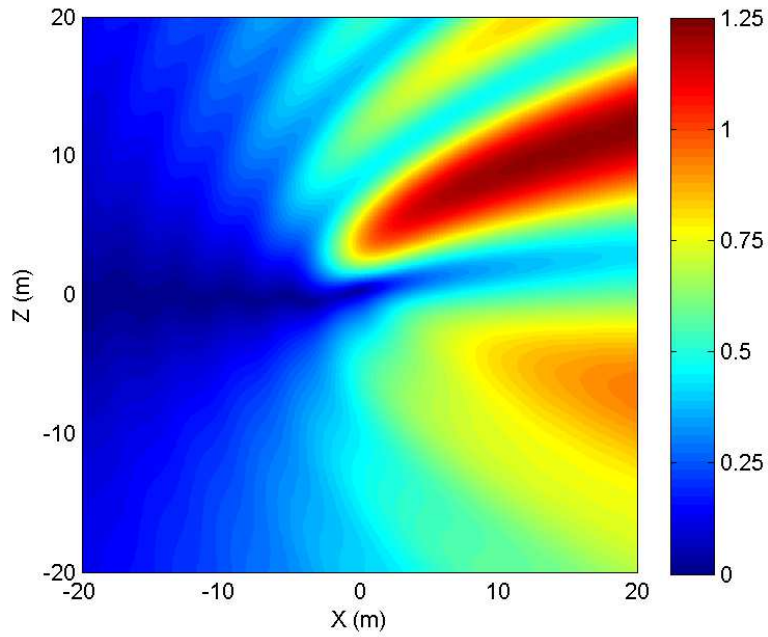


FIGURE 2.16 – Valeur efficace normalisée de l’onde diffusée par le vortex obtenue par simulation ITM.

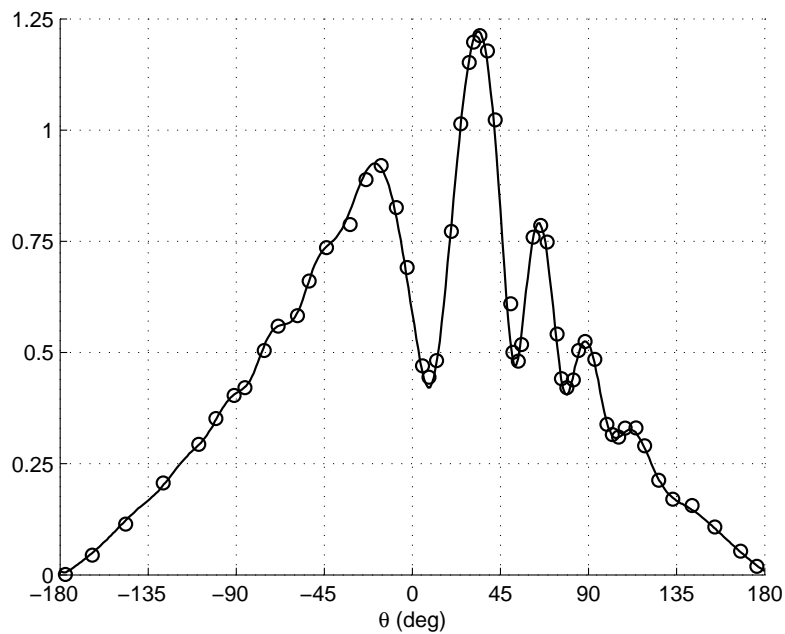


FIGURE 2.17 – Valeur efficace normalisée de l’onde diffusée par le vortex pour  $r = 20\text{m}$  et  $\theta \in [-180^\circ; 180^\circ]$ .  
 — (ITM),  $\circ$  (simulation DNS de Colonius *et al.* 1994).

bien la physique d'un certain nombre de phénomènes : la dispersion géométrique, les réflexions, les diffractions, les interférences, la convection, la réfraction, et la diffusion par une fluctuation atmosphérique.

L'ensemble des aspects de la propagation acoustique n'a pas été évalué ici. Une évaluation plus complète se pencherait sur la propagation d'une onde non harmonique, la propagation dans des fluctuations atmosphériques complexes ou encore la propagation en présence de multiples obstacles, cependant ils dépassent le cadre de la simple évaluation de la validité du code ITM.

## 2.4 Conclusion du chapitre

Les modèles de résolution des équations de propagation acoustique par une méthode de FDTD récemment proposés (Blumrich et Heimann 2002, Salomons *et al.* 2002, Wilson et Liu 2004, Ostashev *et al.* 2005) présentent peu d'approximations de la théorie de la propagation acoustique en milieu extérieur par rapport aux autres modèles génériques existants, en particulier l'équation parabolique, la méthode FFP et la méthode des rayons. Les applications à ces modèles sont nombreuses mais l'utilisation est limitée par le coût numérique élevé.

Dans ce chapitre, le principe général de ces modèles a été présenté : algorithme de résolution par FDTD, équations de propagation utilisées, et les différentes conditions aux limites utilisables. Les aspects numériques ont été également détaillés : maillage, schémas numériques spatiaux et temporels, implémentation des différentes conditions aux limites, et parallélisation du code de calcul.

Au sein de l'institut d'accueil, l'ISL, une implémentation de ce modèle a été réalisée sous le nom ITM. Les changements du code ITM pendant la thèse ainsi que les choix algorithmiques ont été présentés au long de ce chapitre : le langage de propagation est le `FORTRAN`, les variables sont codées en double précision, le jeu de deux équations de propagations a été choisi, le maillage numérique est décalé et les dérivées spatiales sont estimées *via* le schéma numérique centré d'ordre 2 ou 4. L'intégration temporelle se fait par la méthode de Runge-Kutta d'ordre 4. Concernant les conditions aux limites, les sources de pression, de masse et de force ont été implémentées, des parois parfaitement réfléchissantes et périodiques sont utilisables, des matériaux poreux peuvent être ajoutés pour représenter le sol ou absorber le son au bords du domaine. Pour l'absorption du son les PML ont également été implémentées. Enfin le code est parallélisé de manière hybride avec les standards OpenMP et MPI. Ce code de calcul a été présenté à la communauté scientifique (Ehrhardt et Cheinet 2010, Cheinet *et al.* 2012).

Une évaluation initiale du code a ensuite été proposée. La bonne retranscription de plusieurs phénomènes physiques, tels que la dispersion géométrique, les réflexions, les diffractions, les interférences, la convection, la réfraction, et la diffusion par une fluctuation atmosphérique, ont été mis en évidence (Ehrhardt 2009, Ehrhardt et Cheinet 2010)

Le code ITM ayant été présenté et ayant montré ses potentialités, il est utilisé dans les chapitres suivants de ce mémoire dans des scénarios très différents, faisant intervenir la turbulence atmosphérique, des signaux non harmoniques ou encore des milieux urbains complexes. Pour des raisons de temps de calcul, les scénarios envisagés par la suite sont principalement 2D.

# Chapitre 3

## Simulation de la propagation acoustique autour d'une fluctuation atmosphérique locale non turbulente

### 3.1 Introduction

La propagation du son est influencée par l'atmosphère. En plus de l'influence des champs atmosphériques moyens, constants ou présentant un gradient (voir paragraphe 1.3.2), les fluctuations atmosphériques localisées perturbent les ondes acoustiques qui les traversent. Bien que les fluctuations atmosphériques soient généralement turbulentes, l'étude de l'influence des fluctuations non turbulentes (constantes par exemple) sur le son a un intérêt pratique. Par exemple un jet de réacteur d'avion provoque une fluctuation localisée en température et le sillage de l'avion provoque des vortex (Candel 1977). Il est également possible de considérer un champ turbulent comme étant la somme de multiples fluctuations constantes (McBride *et al.* 1991, 1992).

L'étude de la propagation à travers une fluctuation atmosphérique locale non turbulente constitue un premier pas vers la compréhension de la physique en jeu et la validation du code ITM pour la propagation à travers une atmosphère turbulente localisée ou globale. Ce chapitre traite cette première étape. Les deux chapitres suivants traitent la propagation à travers la turbulence atmosphérique.

Le scénario étudié est le suivant : une onde acoustique plane harmonique (de fréquence  $f$ , longueur d'onde  $\lambda$ , et nombre d'onde  $k$ ) se propage librement dans une atmosphère 2D de température  $T$ , humidité  $q$  et vent  $\vec{V}$ . La direction de propagation est donnée par le vecteur unitaire  $\vec{m}_i$ . La température  $T$  et l'humidité  $q$  sont constants et égaux à respectivement  $T_0$  et  $q_0$  en dehors d'un domaine surfacique  $S$  dans lequel ils présentent une fluctuation constante  $T_1$  et  $q_1$ . On a alors :

$$\begin{cases} T = T_0 + T_1 \\ q = q_0 + q_1 \end{cases} \quad (3.1)$$

La célérité  $c$  et la masse volumique  $\rho$  de l'atmosphère sont reliées à la température et

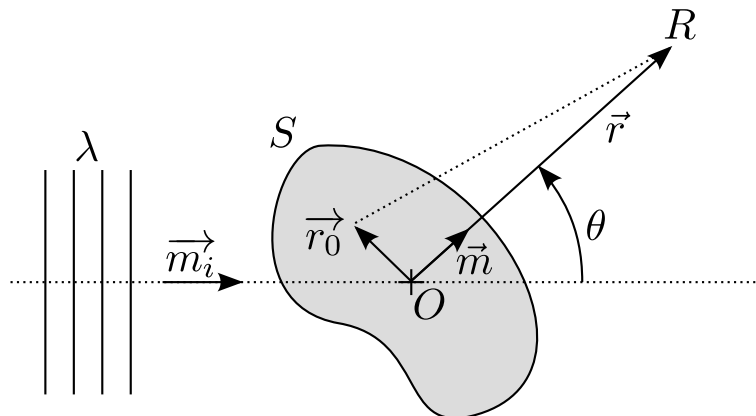


FIGURE 3.1 – Scénario étudié. L’onde plane incidente se propage vers le volume gris, qui représente la fluctuation atmosphérique.

l’humidité par les relations (Ostashev 1997) :

$$\begin{cases} c = \sqrt{\gamma RT(1 + 0.51q)} \\ \rho = \frac{P_0}{RT(1 + 0.61q)} \end{cases} \quad (3.2)$$

avec  $P_0$  qui est la pression atmosphérique moyenne. Les grandeurs  $\gamma = 1.4$  et  $R = 287$  sont respectivement l’indice adiabatique et la constante spécifique de l’air. La célérité et la masse volumique sont donc également fluctuantes dans  $S$ . Les parties moyennes seront notées avec un indice 0 et les parties fluctuantes avec un indice 1. L’origine du repère est pris au centre du domaine fluctuant, et un point  $R$  du plan aura pour vecteur coordonnées  $\vec{r} = r\vec{m}$ , où  $r$  est la distance entre ce point et l’origine, et le vecteur  $\vec{m}$  est unitaire. Un point à l’intérieur du domaine fluctuant aura pour vecteur coordonnées  $\vec{r}_0$ . Enfin l’angle entre  $\vec{m}_i$  et  $\vec{m}$  est noté  $\theta$ . La géométrie est illustrée en figure 3.1.

Pour traiter ce type de scénario, une approximation courante est l’approximation de Born/Rytov, aussi appelée l’approximation des faibles perturbations (Tatarski 1961, Morse et Ingard 1968). Cette approximation consiste à décomposer le champ acoustique en différentes contributions, chacune ayant un ordre de grandeur de moins que la précédente, et de ne considérer qu’un certain nombre d’ordres de grandeurs. Les différentes contributions se déduisent itérativement à partir des contributions précédentes. Cette approximation très pratique est traitée dans le paragraphe 3.2.

L’onde diffusée par la fluctuation présente une forte directivité. Ceci est discuté dans le paragraphe 3.3. Les sensibilités aux paramètres du scénario sont étudiées théoriquement et par simulation. Deux principaux mécanismes sont mis en évidence.

Dans le paragraphe 3.4 les limites de l’approximation de Born/Rytov sont illustrées par les écarts entre simulation et théorie. Les cas des fortes fluctuations atmosphériques et de la présence de convection sont abordés.

Une partie de cette étude a été présentée lors du 14<sup>e</sup> congrès *Long Range Sound Propagation* (Ehrhardt *et al.* 2011).

## 3.2 L'approximation de Born/Rytov

Le point de départ pour la résolution du problème est l'équation de propagation d'une onde harmonique dans un milieu caractérisé par sa célérité, sa masse volumique et le vent (Tatarski 1961, Ostashev 1994, 1997) :

$$(\Delta + k^2)p = \left[ -\varepsilon k^2 + \vec{\nabla} \left( \ln \frac{\rho}{\rho_0} \right) \cdot \vec{\nabla} - 2ik \frac{\vec{V} \cdot \vec{\nabla}}{c_0} + \left( \frac{2i}{\omega} \frac{\partial V_i}{\partial x_j} \right) \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} \right] p \quad (3.3)$$

où  $\varepsilon$  est par définition  $c_0^2/c^2 - 1$ . Cette équation ne permet pas en l'état d'aboutir à un résultat analytique, c'est pourquoi il est nécessaire d'appliquer l'approximation aux faibles perturbations (Tatarski 1961, Morse et Ingard 1968). Le champ acoustique  $p$  est décomposé en deux contributions  $p_0$  et  $p_1$ . Les deux écritures possibles de cette décomposition sont soit l'approximation de Born  $p = p_0 + p_1$  soit l'approximation de Rytov  $p = p_0 e^{p_1/p_0}$ , avec  $p_1 \ll p_0$ . Selon plusieurs auteurs ces deux décompositions sont équivalentes au premier ordre (Tatarski 1961, McBride *et al.* 1991, 1992, Brownlee 1973, Yura *et al.* 1983), bien que ce point soit sujet à controverse (Brownlee 1974, Wenzel 1985, Middleton 1999). L'approximation de Born sera considérée ici.

### 3.2.1 Cas général

Dans le cas général l'équation (3.3) devient :

$$\begin{cases} (\Delta + k^2)p_0 = 0 \\ (\Delta + k^2)p_1 = \left[ -\varepsilon k^2 + \vec{\nabla} \left( \ln \frac{\rho}{\rho_0} \right) \cdot \vec{\nabla} - 2ik \frac{\vec{V} \cdot \vec{\nabla}}{c_0} + \left( \frac{2i}{\omega} \frac{\partial V_i}{\partial x_j} \right) \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} \right] p_0 \end{cases} \quad (3.4)$$

L'onde initiale  $p_0$  est donc l'onde en absence de fluctuation atmosphérique. Cette onde vient exciter la fluctuation atmosphérique qui devient la source de l'onde *diffusée*  $p_1$ . La seconde partie de l'équation (3.4) est intégrable. Comme le terme entre crochets est nul hors de  $S$ , l'intégration ne se fait que sur ce domaine, ce qui donne l'expression intégrale suivante pour l'onde diffusée  $p_1$  :

$$p_1(\vec{r}) = - \iint_S \mathcal{S}(\vec{r}_0) p_0(\vec{r}_0) \mathcal{G}(\vec{r}, \vec{r}_0) d\vec{r}_0 \quad (3.5)$$

où  $\mathcal{S}$  est le terme *source* entre crochets dans l'équation (3.4) :

$$\mathcal{S}(\vec{r}_0) = -\varepsilon(\vec{r}_0)k^2 + \vec{\nabla} \left( \ln \frac{\rho(\vec{r}_0)}{\rho_0} \right) \cdot \vec{\nabla} - 2ik \frac{\vec{V}(\vec{r}_0) \cdot \vec{\nabla}}{c_0} + \left( \frac{2i}{\omega} \frac{\partial V_i(\vec{r}_0)}{\partial x_j} \right) \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} \quad (3.6)$$

et  $\mathcal{G}$  est la fonction de Green harmonique du système. Dans le cas 2D (Morse et Ingard 1968) :

$$\mathcal{G}(\vec{r}, \vec{r}_0) = \frac{i}{4} H_0^{(1)}(k \cdot \|\vec{r} - \vec{r}_0\|) \quad (3.7)$$

où  $H_0^{(1)}$  est la fonction de Hankel d'ordre zéro.

Bien que l'expression (3.5) soit suffisante pour résoudre le problème par intégration numérique, deux simplifications du terme source  $\mathcal{S}$  sont données ici. Premièrement



lorsque le champ diffusé à évaluer se situe en champ lointain, le terme source suivant peut être choisi (Ostashev 1994, 1997) :

$$\mathcal{S}_{\text{CL}}(\vec{r}_0) = -\varepsilon k^2 + (1 - \cos \theta) k^2 \ln \frac{\rho}{\rho_0} + 2k^2 \cos \theta \frac{\vec{m}_i \cdot \vec{V}}{c_0} \quad (3.8)$$

De la même manière, lorsque les fluctuations en température, humidité et vent sont suffisamment faibles, le terme source peut être remplacé par (Ostashev 1994, 1997) :

$$\mathcal{S}_{\text{F}}(\vec{r}_0) = -2k^2 n_{\text{eq}} + 2ik(\vec{m}_i \cdot \vec{\nabla}) n_{\text{eq}} + \eta_c k^2 q_1 + \eta_\rho \vec{\nabla} q_1 \cdot \vec{\nabla} \quad (3.9)$$

avec  $\eta_c = 0.501$  et  $\eta_\rho = -0.596$  qui sont deux nombres caractéristiques de l'air, et  $n_{\text{eq}}$  qui est l'indice équivalent du milieu (Candel 1979) :

$$n_{\text{eq}} = -\frac{T_1}{2T_0} - \frac{\vec{m}_i \cdot \vec{V}}{c_0} \quad (3.10)$$

### 3.2.2 Cas d'une fluctuation uniforme circulaire en humidité et température

On se restreint maintenant au cas d'une fluctuation, (i) en température et humidité uniquement, (ii) de faible amplitude, et on cherchera à évaluer l'onde diffusée (iii) en champ lointain. Ces restrictions permettent d'aboutir à une solution analytique permettant une analyse théorique de la physique en jeu.

Dans cette configuration, grâce aux hypothèses (i) et (ii), l'équation (3.5) peut être utilisée avec le terme source  $\mathcal{S}_{\text{F}}$  ce qui donne :

$$p_1(\vec{r}) = - \iint_S \left( k^2 \frac{T_1}{T_0} p_0 + \eta_c k^2 q_1 p_0 - \vec{\nabla} \frac{T_1}{T_0} \cdot \vec{\nabla} p_0 + \eta_\rho \vec{\nabla} q_1 \cdot \vec{\nabla} p_0 \right) \mathcal{G}(\vec{r}, \vec{r}_0) d\vec{r}_0 \quad (3.11)$$

En remplaçant  $p_0(\vec{r}_0)$  par  $\exp(ik\vec{m}_i \cdot \vec{r}_0)$  (onde plane harmonique) et  $\mathcal{G}$  par son expression en champ lointain (hypothèse (iii)), il vient l'expression suivante (Candel 1979) :

$$p_1(\vec{r}) = \frac{k^2}{4} \sqrt{\frac{2}{\pi kr}} e^{ikr - i\frac{3\pi}{4}} \cdot \left[ \left( 1 - 2 \sin^2 \frac{\theta}{2} \right) \text{TF} \left[ \frac{T_1}{T_0} \right] (\vec{K}) + \left( \eta_c + 2\eta_\rho \sin^2 \frac{\theta}{2} \right) \text{TF}[q_1](\vec{K}) \right] \quad (3.12)$$

où  $\text{TF}[\cdot](\vec{K})$  est la transformée de Fourier bidimensionnelle au *nombre d'onde diffusé*  $\vec{K} = k(\vec{m} - \vec{m}_i)$ . Les détails de calcul sont donnés en annexe D. La dépendance radiale en  $e^{ikr}/\sqrt{r}$  indique que l'onde diffusée est une onde circulaire centrée sur la fluctuation atmosphérique. Le terme entre crochets donne lui la directivité de cette onde.

Pour calculer ce terme, il faut calculer les transformées de Fourier spatiales des fluctuations atmosphérique. Pour aboutir à un résultat analytique simple, les fluctuations sont supposées (iv) circulaires de rayon  $R$  et (v) constantes.  $T_1$  et  $q_1$  se réécrivent alors  $T_1(\vec{r}_0) = T_1 \mathfrak{D}_R(\vec{r}_0)$  et  $q_1(\vec{r}_0) = q_1 \mathfrak{D}_R(\vec{r}_0)$ , où  $\mathfrak{D}_R$  est la fonction caractéristique d'un disque de rayon  $R$  :

$$\mathfrak{D}_R(\vec{r}_0) = \begin{cases} 1 & \text{si } r_0 \leq R \\ 0 & \text{si } r_0 > R \end{cases} \quad (3.13)$$

Le calcul de la transformée de Fourier de  $\mathfrak{D}_R$  est effectué en annexe E et donne :

$$\text{TF}[\mathfrak{D}_R](\vec{K}) = 2\pi R^2 \frac{J_1(KR)}{KR} \quad (3.14)$$

où  $J_1$  est la fonction de Bessel d'ordre 1. L'expression finale de l'onde diffusée s'écrit en fonction de nombres adimensionnels :

$$p_1(d, \theta) = a^2 \sqrt{\frac{\pi}{2ad}} e^{iad - i\frac{3\pi}{4}} \frac{J_1(2a |\sin \frac{\theta}{2}|)}{2a |\sin \frac{\theta}{2}|} \times \left[ \left(1 - 2 \sin^2 \frac{\theta}{2}\right) \frac{T_1}{T_0} + \left(\eta_c + 2\eta_\rho \sin^2 \frac{\theta}{2}\right) q_1 \right] \quad (3.15)$$

Les nombres adimensionnels sont le nombre d'onde réduit  $a = kR$  et la distance normalisée  $d = r/R$ .

Cette expression analytique (3.15) est pratique car elle permet une analyse théorique de l'onde diffusée, ce que ne permet pas l'équation (3.5) qui en revanche présente moins d'approximations. Par la suite, l'*expression analytique* désignera l'équation (3.15) et l'*expression intégrale* désignera l'équation (3.5). L'expression intégrale sera évaluée par la méthode des trapèzes dans Matlab.

### 3.3 Directivité de l'onde diffusée

Dans cette section, sauf mention contraire, c'est uniquement la fluctuation circulaire uniforme qui est considérée. L'expression analytique du champ diffusé est alors donnée par l'*expression analytique* (3.15). Cette expression peut être décomposée de la manière suivante :

$$p_1(d, \theta) = W(a, ad) \cdot D_1(a, \theta) \cdot D_2(T_1/T_0, q_1, \theta) \quad (3.16)$$

Le comportement d'onde du champ acoustique est visible dans le premier terme  $W$ , car la dépendance radiale est en  $e^{iad}/\sqrt{d}$  :

$$W(a, ad) = a^2 \sqrt{\frac{\pi}{2}} e^{-i\frac{3\pi}{4}} \cdot \left( \frac{e^{iad}}{\sqrt{ad}} \right) \quad (3.17)$$

Le terme  $D_1$  est un premier mécanisme de la directivité, qui est caractéristique de  $a$  :

$$D_1(a, \theta) = \frac{J_1(2a |\sin \frac{\theta}{2}|)}{2a |\sin \frac{\theta}{2}|} \quad (3.18)$$

et le terme  $D_2$  est un second mécanisme de directivité, qui est caractéristique de  $T_1/T_0$  et  $q_1$  :

$$D_2\left(\frac{T_1}{T_0}, q_1, \theta\right) = \left(1 - 2 \sin^2 \frac{\theta}{2}\right) \frac{T_1}{T_0} + \left(\eta_c + 2\eta_\rho \sin^2 \frac{\theta}{2}\right) q_1 \quad (3.19)$$

L'objet de cette section est l'étude de la directivité de l'onde diffusée par analyse des termes  $D_1$  et  $D_2$ . Des simulations par le code ITM sont effectuées pour validation des analyses. Tout d'abord l'effet de champ proche, dans lequel la directivité change, est mis en évidence. Ensuite la sensibilité de la directivité au nombre d'onde réduit est étudiée, suivi de la sensibilité au type de fluctuation (température/humidité).

### 3.3.1 L'effet de champ proche

L'expression analytique (3.15) est commode car elle permet une analyse théorique de l'onde diffusée. Elle n'est cependant valable qu'en champ lointain. Pour illustrer cela, une simulation ITM est effectuée dans un scénario donné, et la directivité de l'onde diffusée est évaluée à différentes distances. Les résultats de la simulation sont également comparés aux expressions analytique et intégrale.

Le scénario est le suivant. La fluctuation atmosphérique est circulaire de rayon  $R = 6.75\text{m}$ , la température moyenne  $T_0 = 295\text{K}$ , la fluctuation en température  $T_1 = 1\text{K}$ , il n'y a pas de variation d'humidité et le vent est nul ( $q = q_0$ ,  $\vec{V} = \vec{0}$ ). L'onde plane incidente a une fréquence  $f = 50\text{Hz}$ . Ce scénario sera appelé scénario S1. La directivité de l'onde diffusée étant fortement marquée, c'est son niveau sonore (en dB) relatif à l'onde incidente  $L$  qui est présenté :

$$L = 20 \cdot \log_{10} \left( \frac{|p_1|}{|p_0|} \right) \quad (3.20)$$

L'onde diffusée s'obtient par simulation en soustrayant le résultat en présence du domaine fluctuant (donc  $p_0 + p_1$ ) au résultat sans le domaine fluctuant (donc  $p_0$ ). L'amplitude de l'onde est obtenue en prenant la valeur maximale de la pression sur une période. L'ensemble des conditions de simulation est donné dans le tableau A.8 de l'annexe A. Sauf mention contraire, les mêmes conditions de simulation sont prises en compte dans les simulations suivantes (seule change la fluctuation atmosphérique).

Une cartographie de  $L$ , obtenue par simulation, est donnée en figure 3.2. Le niveau sonore diminue avec l'éloignement de la fluctuation. De plus l'onde diffusée a une forte directivité, visible par la présence de franges angulaires dans lesquelles le niveau sonore est faible. Enfin l'onde diffusée est faible par rapport à l'onde non perturbée : -40dB en champ avant et -70dB en champ arrière. L'onde diffusée est donc principalement générée dans la direction de propagation. La symétrie par rapport à l'axe X est notable.

La figure 3.3 présente le niveau sonore le long de demi-cercles centrés sur la fluctuation pour différentes distances normalisées (de 2 à 10). Pour éliminer la décroissance normale du niveau de -3dB par doublement de distance, le niveau sonore est normalisé par rapport à sa valeur en champ avant ( $\theta = 0^\circ$ ). En absence d'effet de champ proche les différentes courbes devraient être superposées. Cependant des différences de directivité s'observent. En champ proche, la fluctuation ne peut pas être considérée ponctuelle alors que c'est le cas en champ lointain, ce qui explique ces différences. Lorsque la distance à la fluctuation augmente, les courbes tendent à atteindre une forme asymptotique. Au delà de  $d = 10$ , le niveau sonore normalisé ne change plus beaucoup ; la directivité en champ lointain est presque établie. Les principales différences ne se situent plus qu'au niveau des franges d'interférence. L'expression analytique, qui est l'expression valide en champ lointain, est également donnée en figure 3.3. Les autres courbes tendent bien vers cette forme asymptotique.

### 3.3.2 La sensibilité au nombre d'onde réduit

Le nombre d'onde réduit  $a = kR$  n'intervient que dans le terme de directivité  $D_1$ . En raison de la forme de ce terme, il y a autant de franges d'interférences angulaires

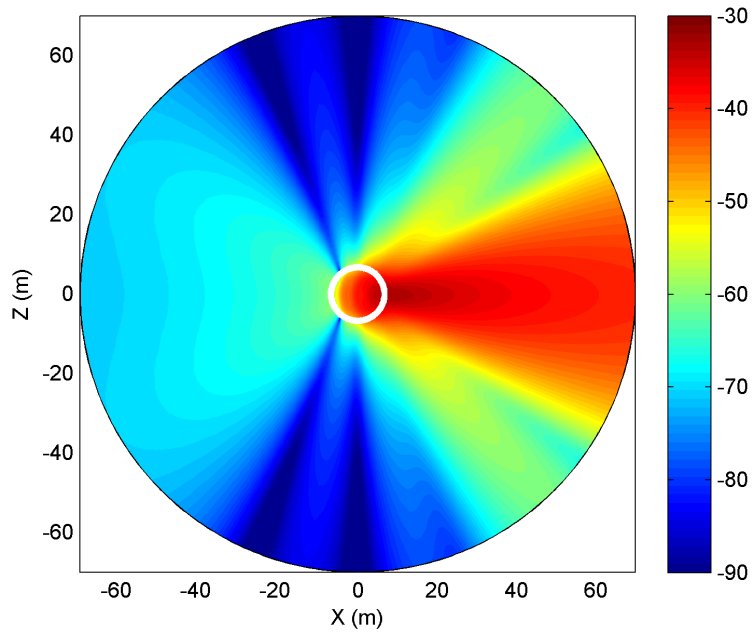


FIGURE 3.2 – Niveau sonore  $L$  de l'onde diffusée (Scénario S1), obtenu par simulation ITM. Le cercle blanc délimite le domaine atmosphérique fluctuant. L'onde plane se propage dans la direction des  $X$  croissants.

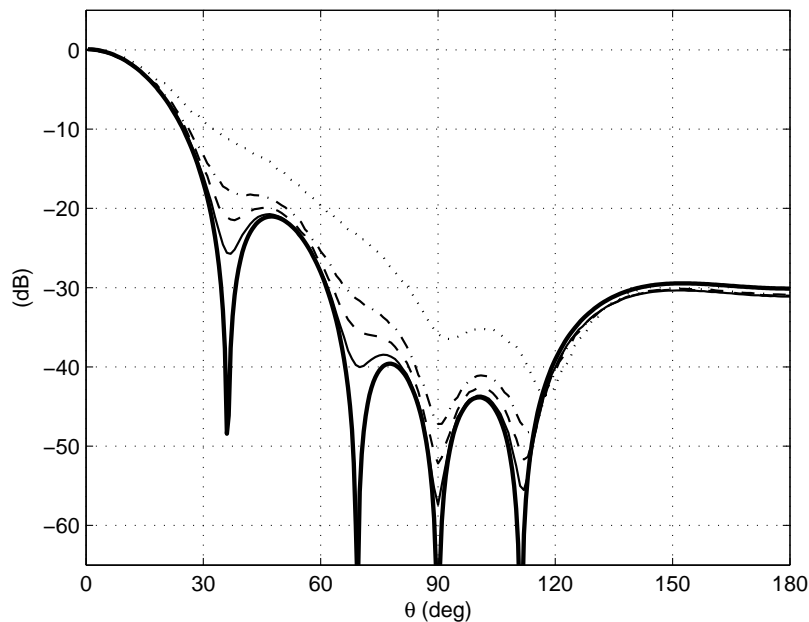


FIGURE 3.3 – Niveau sonore  $L$  normalisé pour différents rayons et  $\theta \in [0; 180]$ . Scénario S1, obtenu par simulation ITM.  $\cdots$  ( $d = 2$ ),  $-\cdot-\cdot-$  ( $d = 4$ ),  $---$  ( $d = 6$ ),  $—$  ( $d = 10$ ),  $—$  (expression analytique).

destructives lorsque  $\theta$  varie de  $0^\circ$  à  $180^\circ$  qu'il y a de zéros<sup>1</sup> de la fonction de Bessel d'ordre 1 entre 0 et  $2a$ . Les angles liés à ces interférences destructives, notés  $\theta_{1,n}$  (pour le  $n$ -ième angle) s'obtiennent par la relation :

$$\theta_{1,n} = 2 \sin^{-1} \left( \frac{j_{1,n}}{2a} \right) \quad (3.21)$$

où  $j_{1,n}$  est le  $n$ -ième zéro de la fonction de Bessel d'ordre 1 (Abramowitz et Stegun 1964).

Deux scénarios acoustiques sont évalués par le code ITM, par l'expression intégrale et par l'expression analytique, afin d'une part d'analyser la correspondance entre les différentes méthodes, et d'autre part de valider la position des angles d'interférence. Le premier scénario est celui présenté précédemment (S1) et le second diffère du premier uniquement par le rayon de la fluctuation : 3.75m au lieu de 6.75m. Ce scénario sera par la suite désigné S2.

La figure 3.4 présente le niveau sonore le long d'un demi-cercle de 70m autour de la fluctuation pour les différents scénarios et différentes méthodes. L'accord est excellent entre la simulation et l'expression intégrale. Seul le champ arrière diffère légèrement entre les deux expressions. La concordance montre cependant que les deux résultats sont valables. La figure indique également que l'expression analytique est valable sauf au niveau des angles d'interférences destructives, où des décalages importants ont lieu. Ces différences proviennent de l'approximation de champ lointain, comme discuté précédemment. Les angles d'interférence sont positionnés aux mêmes endroits par les trois méthodes. Ces angles correspondent aux angles donnés par l'équation (3.21), par exemple pour S1,  $36.2^\circ$ ,  $69.4^\circ$  et  $111.2^\circ$ . L'angle supplémentaire à  $90^\circ$  correspond à un zéro du terme  $D_2$  comme cela sera expliqué par la suite.

Pour mieux visualiser la contribution de ce mécanisme d'interférence, une cartographie de  $D_1$  (en décibels) obtenue à partir de l'expression analytique est donnée en fonction de  $\theta$  et  $a$  en figure 3.5. Cette visualisation permet d'observer l'évolution des franges d'interférence avec  $a$ . Lorsque  $a$  est très faible,  $D_1$  tend vers une valeur constante. En deçà d'une certaine valeur il n'y a pas de frange d'interférence destructive, ce qui correspond à la condition théorique  $2a < j_{1,1}$ . Au dessus de cette valeur et au fur et à mesure que  $a$  augmente, de nouveaux angles d'interférences apparaissent en champ arrière et se décalent progressivement vers le champ avant. Ainsi plus le nombre d'onde réduit augmente, plus la directivité est marquée. En termes adimensionnels ceci indique que plus la fréquence ou la taille du domaine augmente, plus la directivité est marquée.

En résumé, le premier mécanisme d'apparition de franges angulaires d'interférences destructives dépend du nombre d'onde réduit  $a$ . Si ce dernier est suffisamment petit (inférieur à environ 1.91), aucun angle d'interférence ne ressort. Au dessus de cette valeur des franges apparaissent en champ arrière et se décalent progressivement en champ avant. Ces déductions analytiques ont été vérifiées par ITM et l'expression intégrale. Le code ITM est donc parfaitement capable de reproduire le comportement analytique attendu sous l'approximation de Born concernant ce premier mécanisme.

---

1. Solutions de l'équation  $J_1(x) = 0$

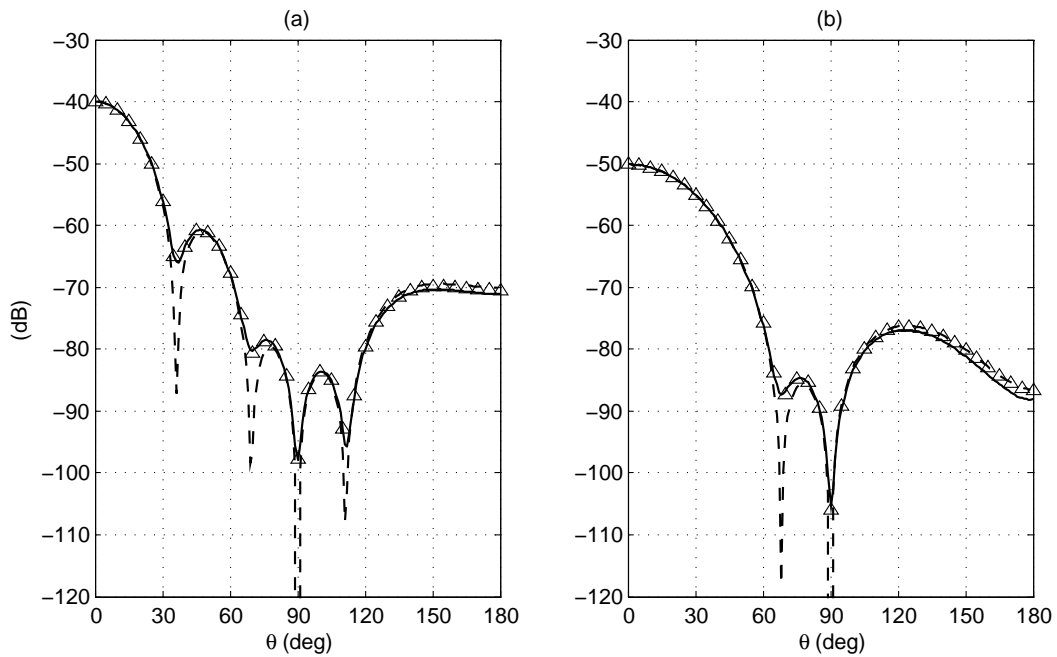


FIGURE 3.4 – Niveau sonore  $L$  pour  $r = 70\text{m}$  et  $\theta \in [0^\circ; 180^\circ]$ .  
 — (ITM),  $\triangle$  (expression intégrale), --- (expression analytique).  
 (a) Scénario S1, (b) Scénario S2.

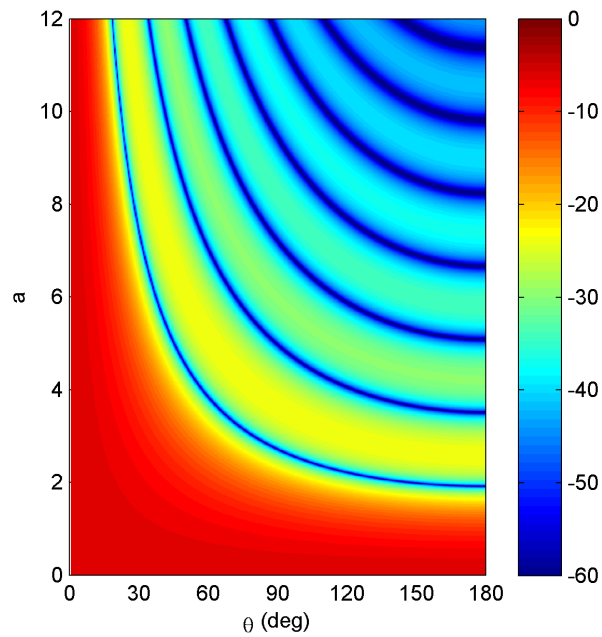


FIGURE 3.5 –  $20 \log_{10}(D_1)$  obtenu par expression analytique pour  $a \in [0; 12]$  et  $\theta \in [0^\circ; 180^\circ]$ .

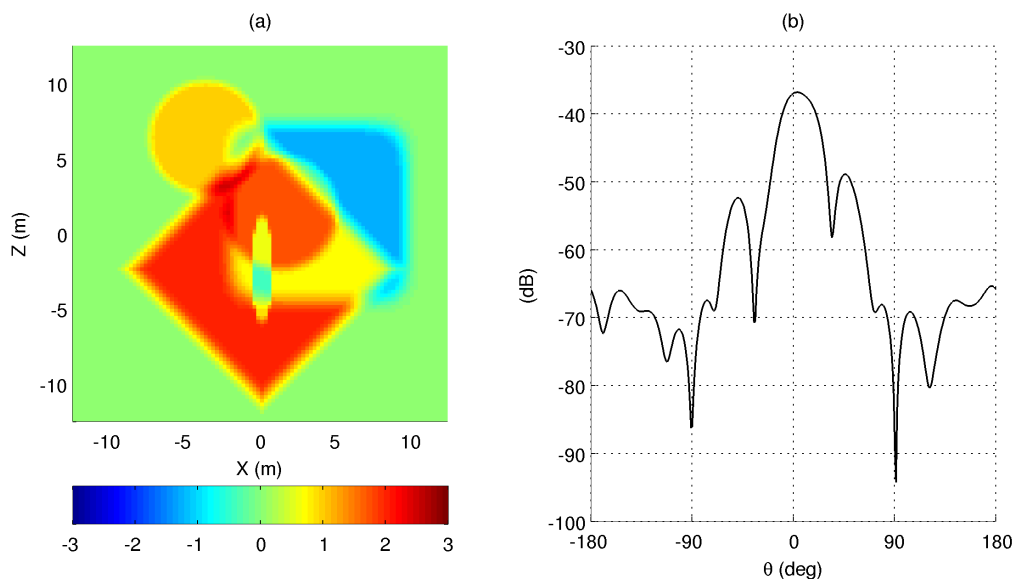


FIGURE 3.6 – Scénario S3. (a)  $T_1$  (en K), et (b) niveau sonore  $L$  obtenu par simulation ITM pour  $r = 70\text{m}$  et  $\theta \in [-180^\circ; 180^\circ]$ .

### 3.3.3 Le couplage entre fluctuation en température et humidité

Dans la section précédente il a été question d'un angle d'interférence destructif à  $90^\circ$  pour la fluctuation en température uniquement. Cet angle s'attribue au terme  $D_2$  car  $D_2(T_1/T_0, 0, 90^\circ) = 0$ . Cet angle d'interférence est maintenant noté  $\theta_{2,T}$ . *A priori*, si la fluctuation est uniquement en température, il n'est même pas nécessaire que la fluctuation soit circulaire ni uniforme pour avoir l'interférence à  $90^\circ$ , le terme  $D_2$  pouvant déjà être mis en évidence dans l'équation (3.12) où la fluctuation a une répartition quelconque. La condition de champ lointain est néanmoins indispensable. Ce point peut être vérifié par simulation.

Considérons une fluctuation en température uniquement avec une forme quelconque donnée en figure 3.6 (a) (ci-après mentionné sous le scénario S3). Le résultat de la simulation ITM est donné dans la même figure, en (b), où le niveau sonore est affiché le long d'un cercle de 70m de rayon autour de cette fluctuation. Malgré l'absence de symétrie et la géométrie complexe de la fluctuation, des interférences destructives se retrouvent comme attendu à  $\pm 90^\circ$ .

De manière similaire si la fluctuation est en humidité uniquement, il existe un angle d'interférence (qui sera désigné par  $\theta_{2,q}$ ) pour lequel  $D_2$  est nul. Son expression se trouve aisément :

$$\theta_{2,q} = 2 \sin^{-1} \sqrt{\frac{-\eta_c}{2\eta_\rho}} \simeq 80.8282^\circ \quad (3.22)$$

Comme précédemment cela a été vérifié par une simulation ITM. Le résultat (non présenté ici) présente bien une interférence destructive à  $\theta_{2,q}$ .

Dans le cas général, où la fluctuation est à la fois en température et en humidité, l'expression de l'angle d'interférence du second mécanisme (qui sera désigné par  $\theta_2$ ) est plus complexe, et cet angle n'existe que sous certaines conditions. Le paramètre clef de ce second mécanisme est le rapport entre fluctuation en humidité et en température

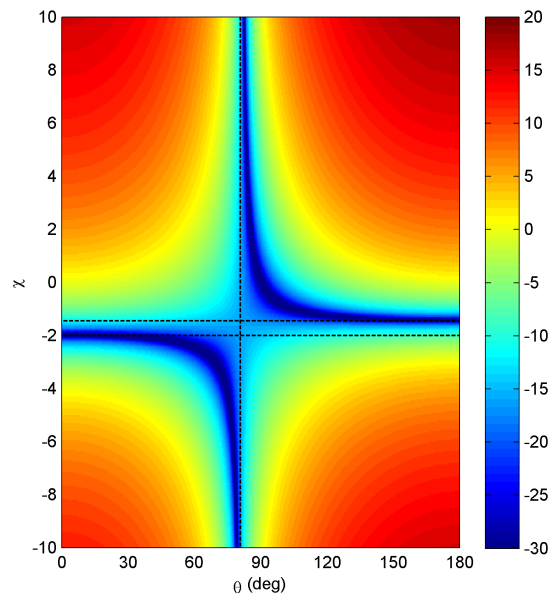


FIGURE 3.7 –  $20 \log_{10}[D_2/(T_1/T_0)]$  obtenu par expression analytique pour  $\chi \in [-10; 10]$  et  $\theta \in [0^\circ; 180^\circ]$ . La droite verticale a pour équation  $\theta = \theta_{2,q}$  et les droites horizontales (bas)  $\chi = -1/\eta_c$  et (haut)  $\chi = 1/(2\eta_\rho + \eta_c)$ .

$\chi = q_1/(T_1/T_0)$ . Il est possible de montrer que l'angle d'interférence n'existe que si :

$$\chi \in \mathbb{R} \setminus \left] -\frac{1}{\eta_c} ; \frac{1}{2\eta_\rho + \eta_c} \right[ \quad (3.23)$$

auquel cas sa valeur est :

$$\theta_2 = 2 \sin^{-1} \sqrt{\frac{1}{2} \left( \frac{1 + \eta_c \chi}{1 - \eta_\rho \chi} \right)} \quad (3.24)$$

Ces résultats mathématiques, démontrés en annexe F, permettent de déterminer si un angle d'interférence lié au second mécanisme existe, et quelle est sa valeur, compte tenu du couplage entre fluctuation en température et en humidité. En particulier  $\theta_2$  tend bien vers  $\theta_{2,T}$  lorsque  $\chi = 0$  (fluctuation en température uniquement) et vers  $\theta_{2,q}$  lorsque  $\chi \rightarrow \pm\infty$  (fluctuation en humidité uniquement).

Comme cela a été fait avec le premier mécanisme, une cartographie de  $D_2$  (en décibels et normalisé par rapport à  $T_1/T_0$  pour ne dépendre que du rapport  $\chi$ ) obtenue à partir de l'expression analytique est présentée en figure 3.7. Elle permet de visualiser l'évolution de l'angle d'interférence. Les différentes limites mentionnées précédemment sont visibles à l'aide des droites en pointillés.

Ces aspects sont vérifiées par simulation pour deux cas. Ces deux simulations ont lieu à une fréquence faible de 20Hz et un rayon pour la fluctuation circulaire de 3.75m, afin d'avoir un nombre d'onde réduit suffisamment faible ( $a \simeq 1.37$ ) pour n'avoir aucun angle d'interférence destructif obtenu par le premier mécanisme. Tout angle d'interférence observé sera alors  $\theta_2$ . Il ne doit y avoir alors qu'un ou aucun angle d'interférence. Dans le premier cas (S4),  $T_1 = -0.5K$  et  $q_1 = 1.42 \cdot 10^{-3} \text{kg/kg}$ . Le rapport  $\chi$  vaut alors -2.478, et d'après l'équation (3.24),  $\theta_2 \simeq 60.42^\circ$ . Dans le second cas (S5),  $T_1 = -0.5K$  et



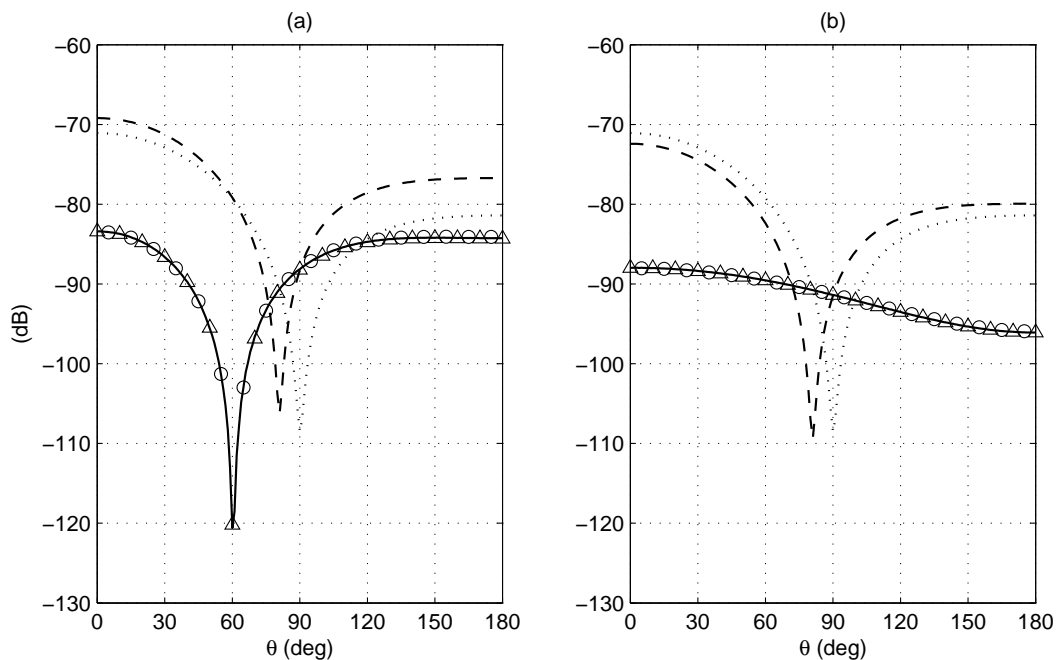


FIGURE 3.8 – Niveau sonore  $L$  pour  $r = 70\text{m}$  et  $\theta \in [0^\circ; 180^\circ]$ .

--- (humidité uniquement, expression analytique),  
 ..... (température uniquement, expression analytique),  
 — (ITM),  $\triangle$  (expression analytique),  $\circ$  (expression intégrale).  
 (a) Scénario S4, (b) Scénario S5.

$q_1 = 2.9 \cdot 10^{-3} \text{kg/kg}$ . Le rapport  $\chi$  vaut alors  $-1.711$ , et se trouve donc dans le domaine de non-existence de  $\theta_2$ . Il ne devrait y avoir aucun angle d'interférence destructive.

Le niveau sonore le long d'un demi-cercle de  $70\text{m}$  de rayon centré sur la fluctuation est donné dans les deux configurations en figure 3.8. Pour S4 il y a bien un unique angle d'interférence destructif à environ  $60^\circ$  et aucun angle pour S5. Le niveau sonore lorsque la fluctuation est en température ou humidité uniquement est également affiché, ce qui permet de se convaincre que c'est bien le couplage entre température et humidité qui détermine l'angle d'interférence destructif. Les résultats pour S4 et S5 sont donnés avec les trois méthodes. Encore une fois la concordance est excellente.

L'angle d'interférence  $\theta_2$  est donc bien un produit du couplage entre fluctuation en humidité et température. Il peut varier entre  $0^\circ$  et  $180^\circ$  selon le rapport entre les fluctuations  $\chi$  et peut également ne pas exister. La directivité de l'onde diffusée est très sensible aux caractéristiques de la fluctuation atmosphérique et dans certains cas (par exemple lorsque  $\chi \simeq -1.996$  ce qui donne  $\theta_2 = 0^\circ$ ) l'onde diffusée peut être plus forte en rétropropagation que dans la direction de propagation.

### 3.3.4 Synthèse

Les deux mécanismes menant à la présence d'angles d'interférences destructives de l'onde diffusée ont été mis en évidence et discutés dans les deux paragraphes précédents. Ce paragraphe présente une synthèse rapide des résultats obtenus.

La grandeur importante dans le premier mécanisme est le nombre d'onde réduit

$a = kR$ . Il détermine le nombre de franges d'interférences entre  $0^\circ$  et  $180^\circ$  (autant que de zéros de la fonction de Bessel d'ordre 1 entre 0 et  $2a$ ) qui peut être nul (lorsque  $2a < j_{1,1} \simeq 3.83$ ). Lorsque  $a$  augmente, de nouvelles franges d'interférences destructives  $\theta_{1,n}$  (voir équation (3.21)) apparaissent en champ arrière et se décalent progressivement en champ avant (voir figure 3.5).

Le second mécanisme est lié au rapport entre l'intensité des fluctuations en humidité et température  $\chi = q_1/(T_1/T_0)$ . Une seule frange d'interférence  $\theta_2$  est liée à ce mécanisme. Il peut également ne pas y avoir de frange d'interférence du tout. Dans le cas où l'unique angle d'interférence existe (voir équation (3.23)) sa valeur est donnée en équation (3.24). Il peut prendre toutes les valeurs possibles entre  $0^\circ$  et  $180^\circ$  (voir figure 3.7).

La simulation ITM et l'expression intégrale ont montré un excellent accord tout au long de cette section, ce qui indique que les deux modèles sont valables pour traiter de telles configurations. L'expression analytique, valable uniquement en champ lointain, diffère comme attendu uniquement lorsque  $d = r/R$  n'est pas très grand devant 1.

## 3.4 Limites de l'approximation de Born/Rytov

Dans la section précédente, les limites de l'expression analytique par rapport au champ proche ont été mises en évidence. L'expression intégrale, basée sur l'approximation de Born, correspond aux résultats obtenus par simulation dans les scénarios précédents. Cependant l'approximation de Born, consistant en la décomposition du champ acoustique en différentes contributions à divers ordres de grandeur, présente également des limitations. Dans cette section, ces limitations sont mises en évidence par comparaison entre l'expression intégrale et les simulations ITM.

Dans un premier temps, la sensibilité à l'intensité de la fluctuation atmosphérique est évaluée. Le paragraphe suivant montre l'effet non négligeable de la convection sur l'approximation de Born.

### 3.4.1 Fortes fluctuations

Afin de tester l'approximation de Born dans le cas de fortes fluctuations, une fluctuation circulaire de rayon 3.75m en température uniquement est utilisée. La fréquence de l'onde plane est à nouveau 50Hz. Les deux angles d'interférence destructives théoriques sont donc  $\theta_{1,1} \simeq 68^\circ$  et  $\theta_2 = \theta_{2,T} = 90^\circ$ . Le paramètre qui évolue est  $T_1$  ( $T_0 = 295\text{K}$ ). 22 valeurs sont prises entre 0.001K et 200K. Les résultats présentés ici sont pris le long d'un demi-cercle de 70m centré sur la fluctuation ( $d = 18.67$ ).

La figure 3.9 présente le niveau sonore obtenu par simulation et expression intégrale pour des fluctuations de 0.004K, 0.04K, 0.4K, 4K et 40K. Les résultats obtenus par les deux méthodes correspondent parfaitement lorsque la fluctuation en température vaut 0.4K ou moins. Des différences raisonnables ( $<3\text{dB}$ ) commencent à apparaître pour 4K au niveau de la frange d'interférence  $\theta_{1,1}$  et en champ arrière. Cependant les niveaux sonores obtenus pour une fluctuation de 40K diffèrent fortement entre simulation et expression intégrale, particulièrement au niveau des franges d'interférence angulaires et en champ arrière. L'approximation de Born n'est plus valable dans ces configurations.

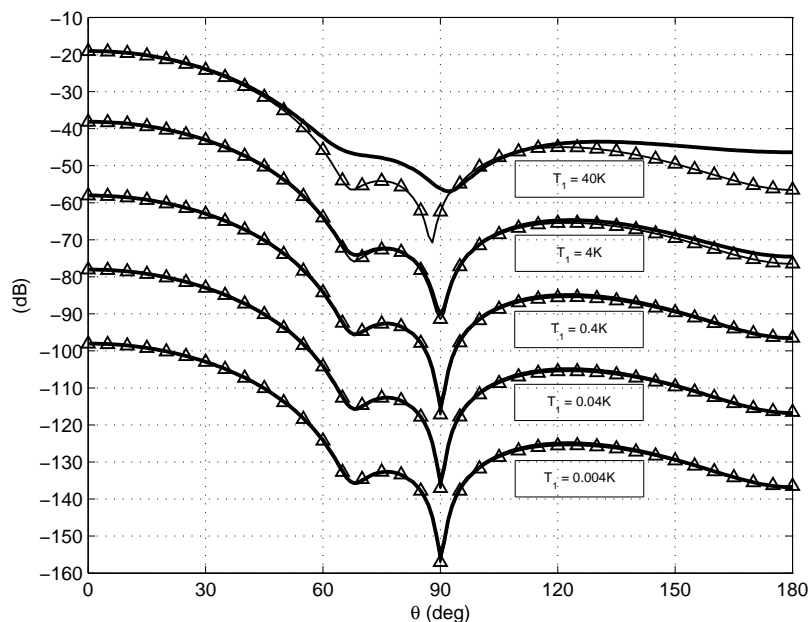


FIGURE 3.9 – Niveau sonore  $L$  pour  $d = 18.67$ ,  $a = 3.4247$  et  $\theta \in [0^\circ; 180^\circ]$ .

— (ITM),  $\triangle$  (expression intégrale).

Fluctuation uniforme circulaire en température.

Pour mieux visualiser cette limitation, une cartographie présentant la différence, en valeur absolue, entre les niveaux sonores obtenus par simulation et expression intégrale est donnée en figure 3.10 en fonction de l'intensité de la fluctuation  $T_1$ . Cette cartographie permet d'observer qu'en deçà d'environ 4K l'approximation de Born restitue de manière convenable (différences  $\ll 3$ dB) le niveau sonore obtenu par simulation. Les principales différences dans cet intervalle se situent au niveau de l'interférence à  $90^\circ$  ( $\theta_2$ ) et sont probablement dues aux différences numériques entre les deux méthodes (discrétisation, etc.). Lorsque l'amplitude de la fluctuation en température est supérieure à 4K, des différences apparaissent au niveau des angles d'interférences et du champ arrière. Ces différences deviennent ensuite de plus en plus fortes et couvrent un domaine angulaire de plus en plus grand avec l'augmentation de  $T_1$ . Dans la configuration envisagée ( $T_0 = 295$ K, fluctuation circulaire de 3.75m de rayon, pas de vent ni d'humidité), l'approximation de Born semble valide pour des fluctuations de moins d'environ 4K. Cependant même pour des fluctuations atmosphériques plus fortes (jusqu'à 200K), l'onde diffusée en champ avant ( $|\theta| < 30^\circ$ ) est toujours correctement décrite. Les fluctuations de température dans l'atmosphère dépassent très rarement cette valeur de 4K, ainsi l'approximation de Born/Rytov est valide dans les configurations réalistes de l'atmosphère.

Il est possible d'étendre le domaine de validité de l'approximation de Born en utilisant un développement en série plus complet que le développement basique menant à l'équation (3.5) avec  $p = p_0 + p_1$ . Pour cela les perturbations acoustiques de second ordre  $p_2$  peuvent être introduites. L'expression intégrale de second ordre est (Morse et

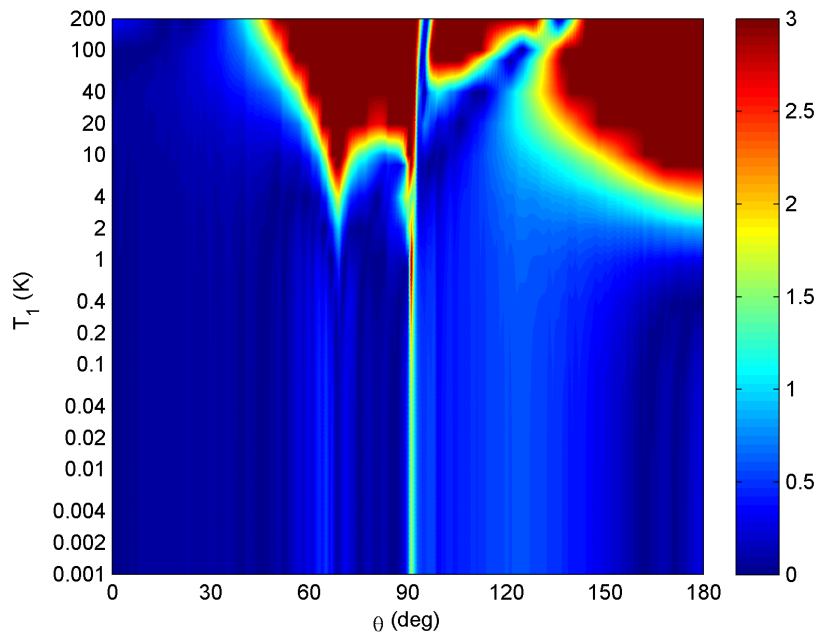


FIGURE 3.10 – Différence  $|L_{\text{ITM}} - L_{\text{Born}}|$  (en dB) pour  $d = 18.67$ ,  $a = 3.4247$ ,  $\theta \in [0^\circ; 180^\circ]$  et les  $T_1$  testés.

Ingard 1961, leur équation 8.1.19) :

$$\begin{cases} p_1(\vec{r}) = - \iint_S \mathcal{S}(\vec{r}_0) p_0(\vec{r}_0) \mathcal{G}(\vec{r}, \vec{r}_0) d\vec{r}_0 \\ p_2(\vec{r}) = - \iint_S \mathcal{S}(\vec{r}_0) p_1(\vec{r}_0) \mathcal{G}(\vec{r}, \vec{r}_0) d\vec{r}_0 \end{cases} \quad (3.25)$$

L'onde diffusée vaut alors  $p = p_0 + p_1 + p_2$  avec  $p_2 \ll p_1 \ll p_0$ . Ceci revient à dire que la contribution  $p_1$  génère elle-même une onde diffusée  $p_2$  non négligeable. D'un point de vue numérique il faut noter que  $p_2$  s'obtient désormais à partir d'une intégrale quadruple, ce qui peut rendre le temps de calcul numérique de l'intégrale non négligeable.

Le domaine de validité de cette expression intégrale de second ordre est évalué en calculant  $p_2$  sur le même cercle que précédemment ( $d = 18.67$ ) mais en position arrière, à  $\theta = 180^\circ$  uniquement (afin de rester dans des temps de calcul raisonnables). Les niveaux sonores obtenus par simulation et expressions intégrales de premier et second ordre sont présentés en figure 3.11. Comme attendu, lorsque la fluctuation en température dépasse quelques degrés, l'expression intégrale d'ordre 1 diffère de la solution obtenue par simulation. L'expression intégrale de second ordre suit la solution ITM pour des fluctuations allant jusqu'à environ 80K. Ainsi l'écart entre l'expression intégrale de premier ordre et la simulation s'explique bien par la troncature trop rapide dans le développement en série de la solution.

### 3.4.2 Présence de convection

L'influence de la convection sur l'approximation de Born est maintenant évaluée. Pour cela, des simulations ITM de la propagation d'ondes planes à travers des vortex

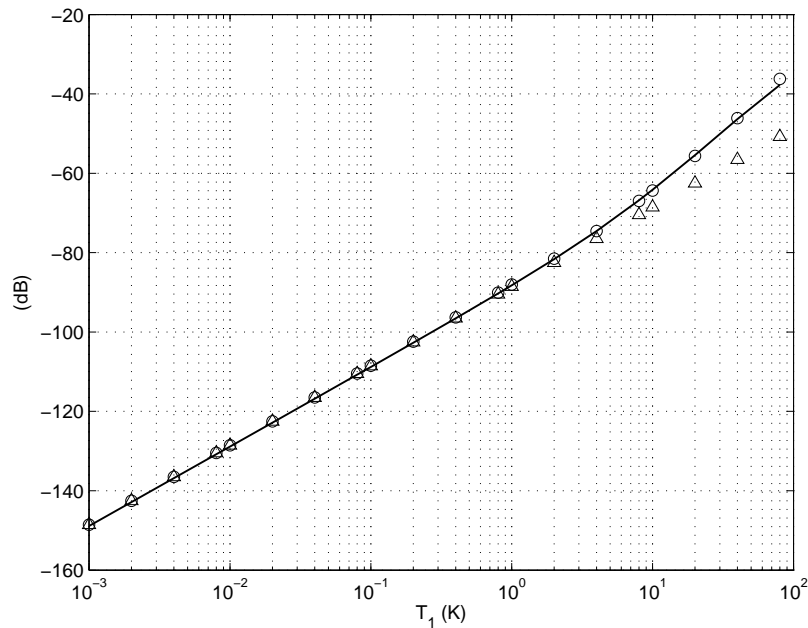


FIGURE 3.11 – Niveau sonore  $L$  pour  $d = 18.67$ ,  $a = 3.4247$ ,  $\theta = 180^\circ$  et les  $T_1$  testés .  
 — (ITM),  $\triangle$  (expression intégrale d'ordre 1),  $\circ$  (expression intégrale d'ordre 2).  
 Fluctuation uniforme circulaire en température.

ont été réalisées. Le code ITM a déjà montré qu'il retranscrit de manière très fiable la perturbation acoustique engendrée par ce type de fluctuation (voir le chapitre précédent, paragraphe 2.3.6, Ehrhardt et Cheinet 2010). Un modèle de vortex particulier va être utilisé. Soit  $V_r$  et  $V_\theta$  les composantes radiales et azimutales du vent  $\vec{V}$ . Le vortex étudié a une composante radiale nulle et une composante azimutale :

$$V_\theta = V_{\theta\max} \frac{r}{R} \exp\left(\frac{1 - r^2/R^2}{2}\right) \quad (3.26)$$

où  $R = 2\text{m}$  est la distance caractéristique du vortex, la vitesse azimutale maximale  $V_{\theta\max} = Mc_0$  et  $M$  est le nombre (adimensionnel) de Mach du vortex. Ce vortex a une circulation totale nulle (pas d'effet de réfraction à longue distance, Howe 1999). Cette caractéristique est la raison du choix de ce type de vortex. En effet si les effets du vortex étaient à longue distance, le domaine d'intégration pour l'expression intégrale s'étendrait à l'infini ce qui rendrait le calcul numérique impossible. L'onde diffusée va être évaluée pour deux nombres de Mach différents : 0.05 et 0.125. L'effet convectif étant relié à cette grandeur, cela va ainsi permettre de tester la sensibilité de l'approximation de Born à cet effet. Enfin afin de comparer les résultats obtenus à une simulation DNS effectuée par Colonius *et al.* (1994), la fréquence de la source sera prise à 43Hz (afin que  $\lambda/R$  vaille 4 comme dans la simulation de référence). Les conditions de simulation changent et sont données dans le tableau A.9 de l'annexe A.

L'expression intégrale peut s'appliquer directement. Concernant l'expression analytique une nouvelle écriture utilisant les approximations de champ lointain et de faibles

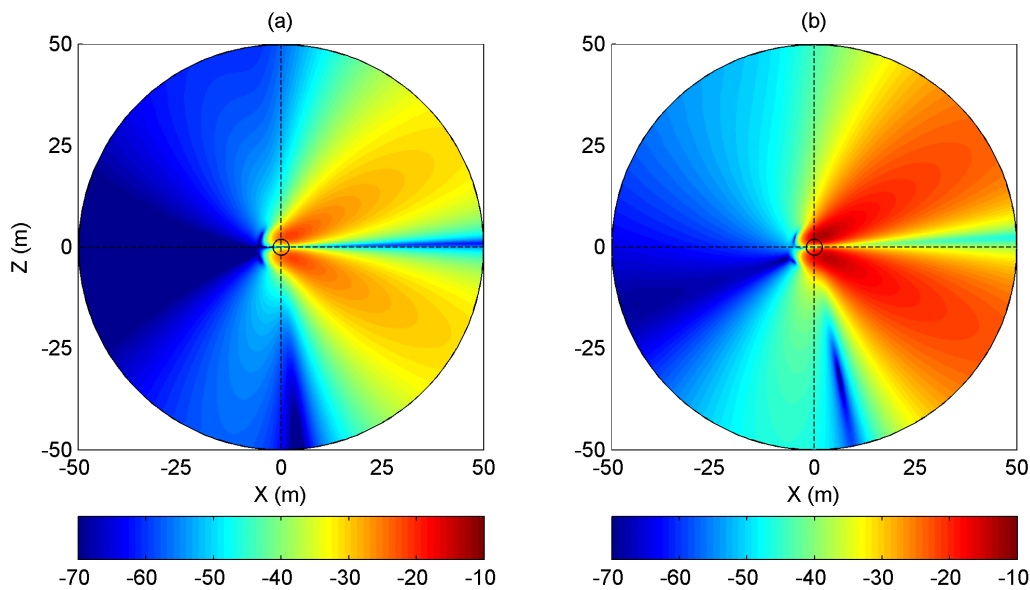


FIGURE 3.12 – Niveau sonore  $L$  obtenu par ITM pour l’onde diffusée par un vortex de distance caractéristique  $R = 2\text{m}$  et nombre de Mach (a)  $M = 0.05$  et (b)  $M = 0.125$ .

fluctuations (terme source  $\mathcal{S}_F$ ) est obtenue dans cette configuration :

$$p_1(\vec{r}) = 2M(kR)^3 e^{ikr-3i\pi/4} \sqrt{\frac{\pi}{2kr}} \left(1 - 2\sin^2 \frac{\theta}{2}\right) \sin(\theta) \exp\left(\frac{1 - K^2 R^2}{2}\right) \quad (3.27)$$

Les détails de calcul sont donnés en annexe G.  $K$  est l’amplitude du nombre d’onde diffusé  $2k|\sin(\theta/2)|$ . Cette expression analytique présente des similitudes avec l’onde diffusée par une fluctuation uniforme circulaire, équation (3.15) : comportement de type onde et directivité marquée. Il y a cependant une différence notable au niveau des angles d’interférences destructives : quelle que soit la fréquence, les angles d’interférences destructives donnés par cette relation sont toujours  $0^\circ$ ,  $\pm 90^\circ$  et  $180^\circ$ . Il n’y a pas de sensibilité au nombre d’onde réduit.

Les cartographies des niveaux sonores de l’onde diffusée obtenus par simulation ITM pour les deux nombres de Mach considérés sont données en figure 3.12. La directivité générale de l’onde diffusée est ainsi similaire à celle dans le cas uniforme en température et humidité (figure 3.2). Des angles d’interférence destructive sont observables. La symétrie axiale a disparu. La convection peut s’observer par la modification des angles d’interférence par rapport à la théorie, qui semblent avoir glissé dans le sens trigonométrique (le sens de rotation du vortex). Cette rotation apparente est plus forte lorsque  $M$  est plus grand.

En figure 3.13, le niveau sonore  $L$  obtenu par simulation, expression intégrale et analytique, est donné pour un cercle de 50m autour du vortex pour les deux nombres de Mach considérés. Dans le cas  $M = 0.125$ , le résultat de la simulation DNS de Colonius *et al.* (1994) est également affiché. La bonne coïncidence entre ITM et DNS dans ce cas indique que la simulation retranscrit de manière fiable la fluctuation acoustique engendrée par un vortex à circulation totale nulle. C’est une validation supplémentaire

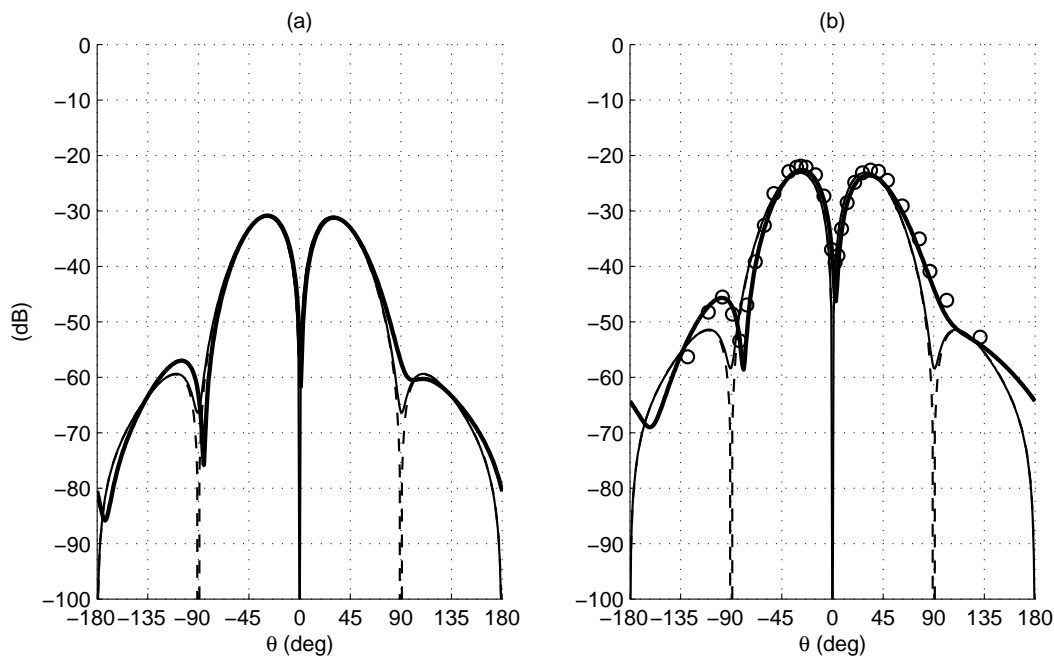


FIGURE 3.13 – Niveau sonore  $L$  de l'onde diffusée par un vortex de distance caractéristique  $R = 2\text{m}$  pour  $r = 50\text{m}$  et  $\theta \in [-180^\circ; 180^\circ]$ .

— (ITM),  $\circ$  (Colonius *et al.* 1994),  
 — (expression intégrale), --- (expression analytique).  
 Le nombre de Mach du vortex est (a)  $M = 0.05$  ou (b)  $M = 0.125$ .

Méthode	Angle 1	Angle 2	Angle 3	Angle 4
Approximation de Born	$-180^\circ$	$-90^\circ$	$0^\circ$	$90^\circ$
ITM ( $M = 0.050$ )	$-173^\circ$	$-85^\circ$	$1^\circ$	-
ITM ( $M = 0.125$ )	$-162^\circ$	$-79^\circ$	$3^\circ$	-

TABEAU 3.1 – Angle d'interférence destructive pour l'onde diffusée par un vortex

par rapport à celle déjà effectuée sur un vortex de Oseen. La simulation peut dès lors être prise comme référence pour le niveau sonore exact de l'onde diffusée.

Les expressions intégrales et analytiques donnent les mêmes résultats hormis au niveau des franges d'interférence, ce qui s'explique par l'effet de champ proche. Cependant aucune des deux expressions n'est capable de reproduire complètement les niveaux sonores donnés par la simulation. Ces différences viennent essentiellement de la mauvaise localisation des angles d'interférence donnés par l'approximation de Born. C'est la convection qui est à l'origine de ces décalages angulaires. Ceci est mis en évidence dans tableau 3.1 qui donne les angles d'interférence prédits par la simulation et l'approximation de Born. Lorsque l'effet convectif est plus important ( $M$  augmente), les angles d'interférence augmentent (se décalent dans le sens de rotation du vortex), ce qui confirme l'effet de la convection. Les effets convectifs provoquent donc la dissymétrie de l'onde diffusée, ce que l'approximation de Born ne peut pas retranscrire. Remarquons tout de même la bonne correspondance entre l'approximation de Born et la simulation en champ avant ( $|\theta| < 45^\circ$ ), où l'effet convectif est faible.

### 3.5 Conclusion du chapitre

Les fluctuations atmosphériques localisées non turbulentes ont été un sujet d'études important de la théorie de la propagation acoustique. Autant du point de vue de la propagation autour d'un vortex que d'une fluctuation en température ou humidité. L'approximation des faibles perturbations acoustiques est la principale réponse théorique à ces problèmes.

Nous avons montré dans ce chapitre comment cette approximation se construisait. Le son est décomposé en une onde excitatrice et une onde diffusée. L'onde excitatrice est celle qui se propagerait en absence de fluctuation atmosphérique, alors que l'onde diffusée est celle "émise" par la fluctuation atmosphérique lors du passage de l'onde excitatrice. Les principales caractéristiques de l'onde diffusée ont été discutées : faible amplitude par rapport à l'onde excitatrice, et forte directivité, généralement dans la direction de propagation.

Des simulations par le code ITM, réalisées dans de nombreuses configurations, ont permis de voir que les modèles de propagation basés sur la FDTD permettent de retranscrire de manière fiable cette onde diffusée. Ces simulations ont également permis de mettre en évidence des limitations à l'approximation des faibles perturbations dans deux cas particuliers. Le premier est le cas d'une fluctuation atmosphérique de forte intensité. Dans le cas étudié, des différences significatives ont été mises en évidence pour des fluctuations de plus de 4K. Ces différences peuvent être atténuées lorsque davantage d'ordres de grandeurs sont pris en compte dans l'approximation des faibles perturbations. En présence de convection, cette approximation diffère également des simulations.

Maintenant que le modèle a montré ses capacités à traiter la propagation à travers des fluctuations atmosphériques non turbulentes, le cas plus général de la propagation à travers des fluctuations turbulentes est abordé dans les deux prochains chapitres.



# Chapitre 4

## Simulation de la propagation acoustique en atmosphère turbulente : fluctuations acoustiques faibles

### 4.1 Introduction

En propagation extérieure, les effets de la turbulence atmosphérique sur le son existent et peuvent être illustrés dans différentes configurations. En présence de réfraction atmosphérique due à la stratification en température par exemple, le son a tendance à se propager vers le haut ce qui provoque l'apparition de zones où théoriquement il n'y a pas de son (*zones d'ombres*). Cependant on observe que le niveau sonore dans ces zones d'ombre théoriques ne descend pas en dessous d'un certain niveau (Daigle *et al.* 1983). Ceci s'explique par la *diffusion* du son dans de multiples directions par la turbulence. La turbulence atmosphérique diffuse également le son dans les franges d'interférences en présence de sol (voir par exemple la figure 2.8). Enfin, la turbulence atmosphérique provoque également la distorsion et la diminution de cohérence des ondes qui se propagent (McLeod *et al.* 2004).

La caractérisation expérimentale des effets de la turbulence présente des difficultés majeures. Les caractéristiques de l'onde ainsi que les fluctuations atmosphériques ne peuvent être mesurées directement et simultanément au long de la propagation. De plus des effets additionnels sont à prendre en compte, comme la réflexion sur le sol ou la réfraction due à la stratification atmosphérique. L'expérimentation doit donc être complétée par des considérations théoriques, qui donnent une estimation idéalisée mais maîtrisée et reproductible de la physique en jeu.

Tatarski (1961) (ci-après, T61) donne une description analytique de la propagation à travers la turbulence. Le point de départ de cette description est l'équation d'Helmholtz pour une onde harmonique (comme l'équation (3.3) du chapitre précédent). Tatarski décompose ensuite le problème en deux scénarios distincts, avec différentes suppositions physiques et mathématiques. Dans le premier cas, la propagation est analysée à de grands angles de diffusion et loin d'un volume turbulent (voir figure 3.1 en considérant le domaine grisé turbulent). Dans le second cas, la propagation considérée est la propagation en visée directe (*line-of-sight*), à petits angles (figure 4.1).

De nombreuses études succèdent à T61. Des études analytiques et numériques ont

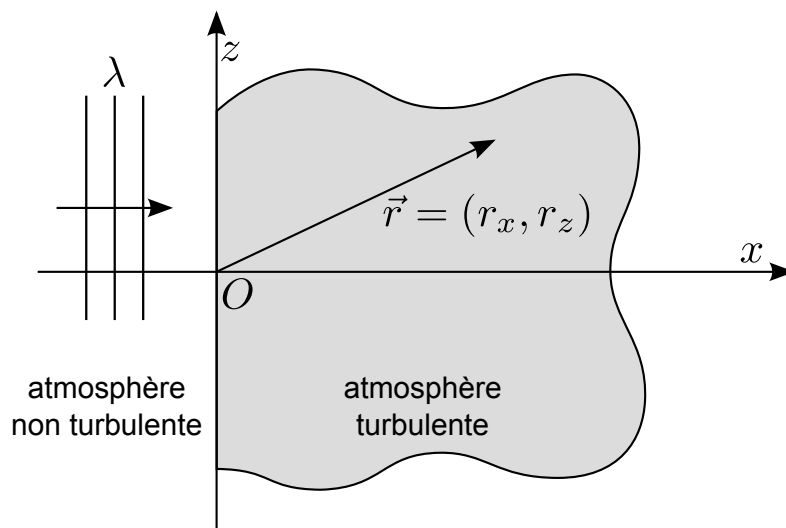


FIGURE 4.1 – Scénario de propagation en visée directe. L’onde plane incidente se propage vers le volume gris, qui représente les fluctuations atmosphériques turbulentes.

été menées dans le cas de la diffusion à grand angle en présence de conditions atmosphériques réalistes (Tatarski 1971, Wilson *et al.* 1996, Goedecke *et al.* 2001). Les investigations en visée directe ont été étendues (Tatarski 1971, Dashen 1979) avec des modèles d’équation paraboliques (Martin et Flatté 1988, Gilbert *et al.* 1990) ou en présence de réflexion sur le sol (Ostashev et Wilson 2001). Malgré ces avancées, la séparation entre faibles et grands angles, c’est-à-dire, entre diffusion et propagation en visée directe, persiste largement dans la littérature (par exemple, dans Cotté et Blanc-Benon 2007). Cela gêne la comparaison de données expérimentales avec les prédictions théoriques ou numériques. De plus, les approximations nécessaires à l’obtention de résultats analytiques dans chaque configuration sont nombreuses et restrictives. En conséquence, les comparaisons présentent encore aujourd’hui des problèmes (Salomons 2000).

Les modèles numériques de propagation acoustique par une résolution FDTD des LEE sont des modèles numériques permettant la modélisation fidèle de la propagation à travers des atmosphères complexes (Ostashev *et al.* 2005). Ils devraient alors reproduire la physique en jeu dans les deux configurations citées, et ainsi permettre une approche unifiée du problème de la propagation acoustique à travers la turbulence atmosphérique. En particulier, il reste à démontrer que de tels modèles FDTD reproduisent les résultats théoriques de T61.

Nous avons effectué cette démonstration, ce qui a récemment fait l’objet d’une publication (Cheinet *et al.* 2012). Cette étude est présentée dans ce chapitre. Pour commencer, les principales caractéristiques de la turbulence atmosphérique sont présentées en section 4.2. Un modèle numérique utilisé pour générer des champs turbulents est également présenté dans cette section. Dans les deux sections suivantes, les aspects théoriques de la diffusion (en section 4.3) et de la propagation en visée directe (en section 4.4) sont présentés, ainsi qu’une comparaison avec les simulations FDTD menées. Enfin, différents aspects liés à la distinction théorique entre diffusion à petits et grands angles sont discutés en section 4.5. Le modèle FDTD utilisé est le code ITM.

Les résultats théoriques de T61 sont bornés aux configurations où les fluctuations acoustiques liées à la turbulence sont faibles. Cette notion sera discutée dans le chapitre suivant qui traitera les plus fortes fluctuations.

## 4.2 La turbulence atmosphérique

La turbulence atmosphérique est décrite dans cette section. La génération de champs turbulents est ensuite présentée.

### 4.2.1 Description de la turbulence atmosphérique

Les grandeurs atmosphérique d'intérêt pour la propagation acoustique sont la température  $T$ , l'humidité  $q$  et le vent  $\vec{V}$ . Les fluctuations de ces paramètres peuvent être décrites à différentes échelles. La première échelle est l'échelle météorologique, qui consiste en des variations de ces grandeurs de l'ordre de la centaine de kilomètres. L'échelle inférieure est l'échelle de la turbulence organisée, se situant entre la centaine de mètres et le kilomètre. Enfin, la turbulence de petite échelle, dite turbulence inertielle, a des tailles caractéristiques variant entre quelques millimètres et plusieurs dizaines de mètres.

La plus grande échelle est accessible par des données ou des modèles de simulation météorologiques. La physique de la turbulence au niveau de l'échelle de la turbulence organisée est accessible par des simulations de type *Large Eddy Simulations* (LES) (Cheinet 2008, Cheinet et Siebesma 2009, Cheinet et Cumin 2011). Bien qu'également complexe, la turbulence de petite échelle présente l'avantage de pouvoir être décrite par différents modèles statistiques (Wilson 1998).

Compte tenu des distances de propagation d'intérêt, les fluctuations dominantes sont celles à petite échelle. Les échelles de plus grande taille sortent donc du cadre de cette étude. De plus, les théories développées par T61 se basent sur ces échelles de turbulence. Dans ce chapitre, seules les fluctuations atmosphériques en température sont considérées, ainsi le champ turbulent est un champ scalaire. Un champ turbulent en vent est considéré dans le chapitre suivant. Nous nous placerons également dans le cas d'une turbulence homogène et isotrope. La turbulence atmosphérique ainsi considérée ne reproduit pas parfaitement les caractéristiques de la turbulence réelle, mais en constitue une bonne approximation pour une première étude (des modèles plus réalistes peuvent être considérés par la suite) et permettent une comparaison avec les résultats analytiques de T61.

La turbulence de petite échelle peut être décrite de manière statistique. Les principales statistiques d'intérêt pour une turbulence scalaire sont la corrélation spatiale  $R$ , la fonction de densité spectrale  $\Phi$  et le spectre énergétique  $E$ . Dans le cas général, la corrélation spatiale d'un champ scalaire  $s$  de moyenne nulle est définie par :

$$R(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = \langle s(\vec{r}_1) \cdot s(\vec{r}_2) \rangle \quad (4.1)$$

où  $\vec{r}_1$  et  $\vec{r}_2$  sont les vecteurs coordonnées de deux points quelconques de l'espace et  $\langle \cdot \rangle$  est l'opérateur moyenne. Lorsque les fluctuations sont *homogènes*,  $R$  ne dépend que de la séparation entre les points  $\vec{r}$  ( $R(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = R(\vec{r})$ ) et si les fluctuations sont de plus isotropes seule la distance entre les points  $r$  importe ( $R(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = R(r)$ ). La variance

du champ turbulent  $\sigma_s^2$  s'obtient par  $R(0)$ . La densité spectrale est définie comme la transformée de Fourier spatiale de la corrélation spatiale :

$$\begin{cases} \Phi(\vec{\kappa}) = \frac{1}{8\pi^3} \iiint_{\mathbb{R}^3} R(\vec{r}) \exp(-i\vec{\kappa} \cdot \vec{r}) d\vec{r}^3 \\ R(\vec{r}) = \iiint_{\mathbb{R}^3} \Phi(\vec{\kappa}) \exp(i\vec{\kappa} \cdot \vec{r}) d\vec{\kappa}^3 \end{cases} \quad (4.2)$$

dans le cas 3D, et

$$\begin{cases} \Phi(\vec{\kappa}) = \frac{1}{4\pi^2} \iint_{\mathbb{R}^2} R(\vec{r}) \exp(-i\vec{\kappa} \cdot \vec{r}) d\vec{r}^2 \\ R(\vec{r}) = \iint_{\mathbb{R}^2} \Phi(\vec{\kappa}) \exp(i\vec{\kappa} \cdot \vec{r}) d\vec{\kappa}^2 \end{cases} \quad (4.3)$$

dans le cas 2D. Enfin, le spectre énergétique est donné par la relation (Wilson 1998, éq. (12)) :

$$\Phi(\kappa) = \frac{E(\kappa)}{2\pi\kappa^2} \quad (4.4)$$

dans le cas 3D, et

$$\Phi(\kappa) = \frac{E(\kappa)}{\pi\kappa} \quad (4.5)$$

dans le cas 2D. Plus de détails concernant l'obtention de cette équation dans le cas 2D sont donnés en annexe I. Si la densité spectrale est difficile à interpréter, le spectre énergétique peut être relié à l'intensité des tourbillons de nombre d'onde  $\kappa$  (donc de taille  $2\pi/\kappa$ ). D'autres relations et paramètres statistiques existent et peuvent être trouvés dans la littérature (Wilson 1998, Flatté 1979).

Différents modèles de spectres énergétiques existent (Hinze 1959). Parmi ceux-là, trois modèles prédominants sont très largement utilisés dans les études de la propagation à travers la turbulence. D'abord le spectre gaussien :

$$E_G(\kappa) = \frac{\sigma_s^2 \kappa^4 L_0^5}{24\sqrt{\pi}} \exp\left(-\frac{\kappa^2 L_0^2}{4}\right) \quad (4.6)$$

Le second modèle classique est le spectre de Kolmogorov :

$$E_K(\kappa) = \frac{4\Gamma_E(17/6)}{3\sqrt{\pi}\Gamma_E(1/3)} \sigma_s^2 L_0 \cdot (\kappa L_0)^{-5/3} \quad (4.7)$$

où  $\Gamma_E$  est la fonction gamma d'Euler. Enfin, le troisième modèle est le spectre de von Kármán :

$$E_{vK}(\kappa) = \frac{4\Gamma_E(17/6)}{3\sqrt{\pi}\Gamma_E(1/3)} \frac{\sigma_s^2 \kappa^4 L_0^5}{(1 + \kappa^2 L_0^2)^{17/6}} \quad (4.8)$$

Les paramètres de ces spectres sont la variance du champ  $\sigma_s^2$  et une longueur caractéristique  $L_0$ . Les spectres gaussien et de Kolmogorov ont souvent été employés pour leur forme simple, permettant d'aboutir à des expressions analytiques complètes. Cependant ils ne sont pas consistants avec toutes les caractéristiques connues de la turbulence atmosphérique observée. D'abord, il est connu que les petits tourbillons ont une énergie qui décroît<sup>1</sup> en  $\kappa^{-5/3}$  (Ostashev 1994, 1997). Cette décroissance est reproduite par les

---

1. La valeur  $-5/3$  de l'exposant est caractéristique de l'air

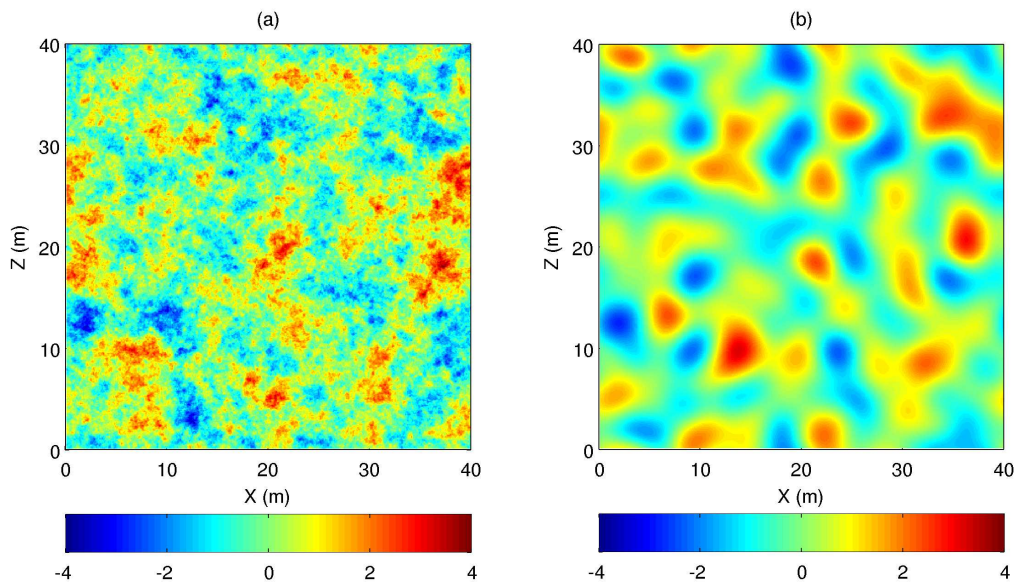


FIGURE 4.2 – Champs scalaires turbulents 2D avec un spectre énergétique (a) de von Kármán et (b) gaussien. Pour les deux spectres,  $\sigma_s^2 = 1$  et  $L_0 = 5\text{m}$ .

spectres de Kolmogorov et von Kármán, alors que le spectre gaussien ne reproduit pas cette décroissance qui est alors exponentielle. La turbulence atmosphérique présente également une taille maximale pour les tourbillons (Hinze 1959), qui est caractérisée par  $L_0$  dans les spectres Gaussiens et de von Kármán. Le spectre de Kolmogorov prescrit une énergie continûment croissante avec la taille des tourbillons, et ne peut donc être considéré que pour les petits tourbillons. Ainsi le spectre le plus réaliste pour la turbulence atmosphérique est le spectre de von Kármán, en équation (4.8). C'est ce spectre qui est utilisé par la suite.

Deux exemples de champs turbulents 2D sont donnés en figure 4.2. Les deux champs turbulents ont les mêmes variances et échelles caractéristiques mais les spectres énergétiques sont différents (von Kármán et gaussien). Cette figure illustre bien la différence d'aspect entre ces deux champs, et l'importance du choix d'un modèle adéquat pour avoir une atmosphère réaliste. Outre l'importante différence visuelle, l'influence sur le son est fortement liée au spectre considéré (voir ci-après). L'aspect beaucoup plus lisse du champ gaussien est dû au fait que les petits tourbillons ont une intensité très faible à cause de la décroissance exponentielle, alors que dans le cas du spectre de von Kármán les petits tourbillons (c'est-à-dire les petites variations) restent visibles.

#### 4.2.2 Modélisation numérique de champs turbulents scalaires

Le code ITM simule la propagation du son de manière déterministe, c'est-à-dire dans le cas où l'atmosphère est explicitement décrite. Comme la turbulence est décrite de manière statistique, il est nécessaire de générer des champs en température et vent ayant les caractéristiques statistiques désirées.

Il existe différentes méthodes permettant la génération d'un champ turbulent à partir

d'un spectre énergétique donné. Par exemple, la méthode des modes de Fourier aléatoires a été initialement proposée par Kraichnan (1970) et appliquée aux champs scalaires (Hugon-Jeannin 1992, Chevret *et al.* 1996) et vectoriels (Karweit *et al.* 1991). Une autre méthode classique, appelée *Quasi-wavelet method*, consiste en la représentation de la turbulence par un ensemble de fluctuations non-turbulentes localisées dans l'espace et de différentes tailles (Goedecke *et al.* 2001, 2006).

Le modèle utilisé dans ce chapitre était déjà implémenté à l'ISL en début de thèse (Cheinet et Naz 2006, Cheinet *et al.* 2012) et est basé sur un développement proposé par Frehlich *et al.* (2001). Bien que celui-ci ait été spécifiquement développé pour générer un champ vectoriel non divergent, seules les fluctuations scalaires sont utilisées dans ce chapitre. Les différences permettant de générer un champ vectoriel sont données dans le chapitre suivant, paragraphe 5.2. De plus, le cas présenté ici est le cas 3D, mais le cas 2D se traite de manière similaire. Dans la suite, cet algorithme est simplement mentionné sous RFG (pour *Random Fluctuations Generations*).

Soit  $\Phi$  la densité spectrale désirée. Selon Frehlich *et al.* (2001), un champ scalaire  $s$  ayant une telle densité spectrale peut s'obtenir par :

$$s(x \cdot dx, y \cdot dy, z \cdot dz) = \sum_{m_x=0}^{N_x} \sum_{m_y=0}^{N_y} \sum_{m_z=0}^{N_z} w(m_x, m_y, m_z) e^{2i\pi \left( \frac{x m_x}{N_x} + \frac{y m_y}{N_y} + \frac{z m_z}{N_z} \right)} \quad (4.9)$$

où

$$w(m_x, m_y, m_z) = \sqrt{d\kappa_x d\kappa_y d\kappa_z \Phi(\kappa)} \cdot (a(m_x, m_y, m_z) + ib(m_x, m_y, m_z)) \quad (4.10)$$

et  $\kappa^2 = (m_x d\kappa_x)^2 + (m_y d\kappa_y)^2 + (m_z d\kappa_z)^2$ , les pas spectraux  $d\kappa_x = 2\pi/(dx N_x)$  (et identiquement pour  $d\kappa_y$  et  $d\kappa_z$ ), et  $a$  et  $b$  sont des matrices de nombres aléatoires répartis selon une loi gaussienne, de moyenne nulle et écart-type 1. Le calcul de  $s$  est dépendant du domaine sur lequel il est généré, défini par le nombre de points dans chaque direction  $N_x$ ,  $N_y$  et  $N_z$ , et les pas spatiaux qui représentent la distance entre deux mailles  $dx$ ,  $dy$  et  $dz$ . Cette méthode revient à utiliser un maillage de la taille désirée pour  $s$ , pour faire un tirage aléatoire dans l'espace spectral en se basant sur le spectre objectif. La transformée de Fourier inverse, équation (4.9), permet de revenir dans l'espace physique. Cet algorithme génère une périodicité des champs obtenus.

Les deux champs turbulents de la figure 4.2 ont été générés par le code RFG 2D. Dans chaque cas, la périodicité spatiale est bien visible. Afin d'illustrer le bon fonctionnement de cet algorithme, les spectres énergétiques de ces champs turbulents sont estimés et donnés en figure 4.3 avec les spectres souhaités. Le domaine utilisé pour générer ces champs comporte 400 mailles dans chaque direction ( $N_x = N_z = 400$ ) et le pas spatial est de 10cm ( $dx = dz = 10\text{cm}$ ). Ces paramètres doivent être choisis de manière à décrire correctement le spectre souhaité. Ici il serait mieux d'avoir un plus grand domaine, qui permettrait de mieux décrire les grands tourbillons. Autrement dit dans l'espace spectral, il faut diminuer  $d\kappa_x$  et  $d\kappa_z$  pour mieux décrire le spectre aux faibles valeurs de  $\kappa$ . De plus, le spectre calculé présente des écarts visibles avec le spectre donné en consigne. Cependant, ces écarts diminuent avec la taille du domaine et ne présentent pas de biais car la moyenne des spectres de plusieurs champs générés sur ce même domaine tend bien vers le spectre consigne.

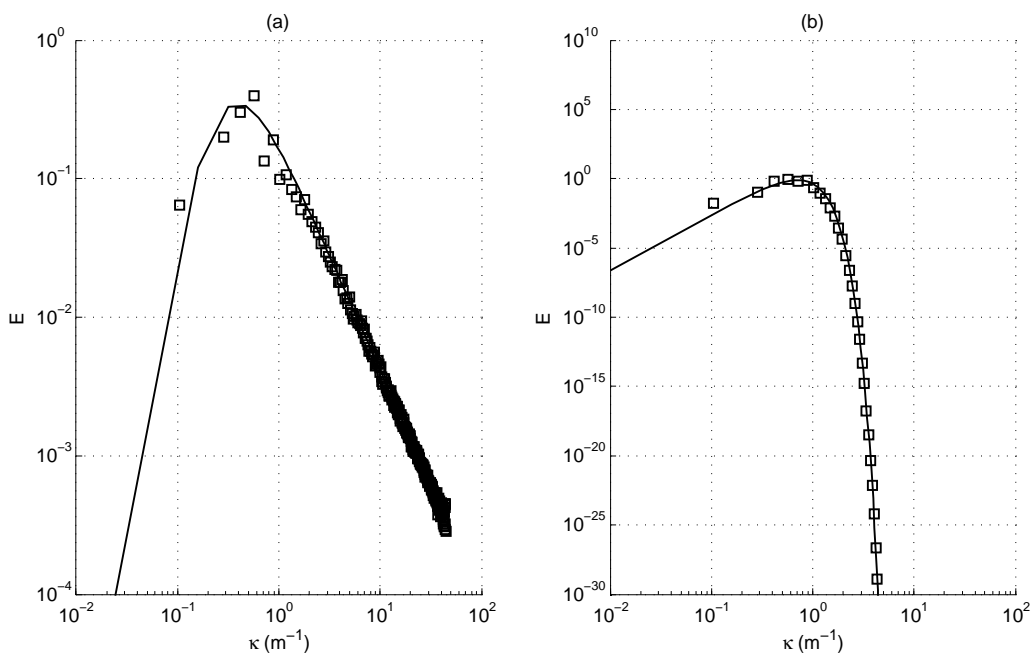


FIGURE 4.3 – Spectres énergétiques des champs scalaires turbulents 2D de la figure 4.2. Les modèles de spectre utilisés sont (a) von Kármán et (b) gaussien.  
 — spectres théoriques  $\square$  spectres recalculés à partir des champs turbulents.

Dans les cas abordés dans ce chapitre, seule une turbulence en température est considérée. La température est alors décomposée en une partie constante  $T_0$  et une partie fluctuante  $T_1$ . La partie fluctuante sera générée avec un spectre (von Kármán), une variance et une échelle caractéristique données, puis ajoutée à la partie constante pour former le champ turbulent en température.

## 4.3 Fluctuations acoustiques grand angle

### 4.3.1 Scénario et résultats théoriques

Le scénario considéré pour la diffusion à grand angle d'une onde acoustique par une perturbation atmosphérique localisée est identique au scénario du chapitre 3 (voir figure 3.1), à la différence que le domaine diffusant le son contient des perturbations atmosphériques turbulentes et non constantes. Les mêmes notations sont utilisées. La théorie de T61 est d'abord présentée en 3D pour une forme de domaine turbulent quelconque et présentant des perturbations en température, humidité et vent.

Le début du développement théorique est similaire au chapitre 3 (section 3.2). Le point de départ de T61 est l'équation de type Helmholtz complète suivante :

$$(\Delta + k^2)p = \left[ -\varepsilon k^2 + \vec{\nabla} \left( \ln \frac{\rho}{\rho_0} \right) \cdot \vec{\nabla} - 2ik \frac{\vec{V} \cdot \vec{\nabla}}{c_0} + \left( \frac{2i}{\omega} \frac{\partial V_i}{\partial x_j} \right) \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_j} \right] p \quad (4.11)$$

Le terme entre crochets sera à nouveau désigné par  $\mathcal{S}$ . La décomposition par l'approximation de Born  $p = p_0 + p_1$  avec  $p_1 \ll p_0$  donne  $(\Delta + k^2)p_0 = 0$  et  $(\Delta + k^2)p_1 = \mathcal{S}(p_0)$ . Ainsi,

le champ acoustique total se décompose en une onde plane  $p_0(\vec{r}_0) = A_0 \exp(ik\vec{m}_i \cdot \vec{r}_0)$ , et

$$p_1(\vec{r}) = - \iiint_V \mathcal{S}(\vec{r}_0) p_0(\vec{r}_0) \mathcal{G}_{3D}(\vec{r}, \vec{r}_0) d\vec{r}_0 \quad (4.12)$$

où  $\mathcal{G}_{3D}$  est la fonction de Green 3D harmonique. Les considérations suivantes diffèrent selon le scénario considéré (diffusion à petit ou grand angle). Dans le cas du grand angle, le champ acoustique est considéré loin du domaine diffusant, ce qui permet de remplacer la fonction de Green 3D par son approximation en champ lointain, donnant alors l'expression :

$$p_1(\vec{r}) = - \frac{e^{ikr}}{4\pi r} \iiint_V \mathcal{S}(\vec{r}_0) e^{-i\vec{K} \cdot \vec{r}_0} d\vec{r}_0 \quad (4.13)$$

On retrouve ainsi le nombre d'onde diffusé  $\vec{K} = k(\vec{m} - \vec{m}_i)$ . De manière similaire à l'équation (3.12), en supposant les perturbations atmosphériques faibles, c'est-à-dire  $\varepsilon = -T_1/T_0 - \eta_c q_1$  et  $\ln \frac{\rho}{\rho_0} = -T_1/T_0 + \eta_\rho q_1$  (Ostashev 1997), et remplaçant l'intégrale sur  $V$  par une intégrale infinie *via* l'approximation de grand volume (échelles caractéristiques de  $V$  grandes devant l'échelle caractéristique des fluctuations, T61 pages 66-68), les transformées de Fourier spatiales des perturbations turbulentes peuvent être mises en évidence.

Pour mettre en relation ces transformées de Fourier avec la densité spectrale des perturbations turbulentes, l'intensité acoustique est introduite  $I_1(\vec{r}) = p_1(\vec{r})p_1^*(\vec{r})$ . Lorsque la turbulence est homogène, isotrope et non divergente, l'intensité moyenne est donnée par la relation (Cheinet *et al.* 2012) :

$$\langle I_1(r, \theta) \rangle = \frac{2\pi k^4 I_0 V}{r^2} \left( \beta^2 \frac{\Phi_T(K)}{4T_0^2} + \eta^2 \frac{\Phi_q(K)}{4} + \eta\beta \frac{\Phi_{T,q}(K)}{2T_0} + \nu \frac{E_{\vec{v}}(K)}{c_0^2} \right) \quad (4.14)$$

avec  $I_0 = A_0^2$ , l'amplitude du nombre d'onde diffusé  $K = 2k|\sin(\theta/2)|$ , les directivités  $\beta = 1 - 2\sin^2(\theta/2) = \cos(\theta)$ ,  $\eta = \eta_c + 2\eta_\rho \sin^2(\theta/2)$ , et  $\nu = \cos^2(\theta) \cos^2(\theta/2)$ , les densités spectrales  $\Phi_T$ ,  $\Phi_q$  et  $\Phi_{T,q}$  correspondent respectivement à la température, l'humidité et la corrélation croisée entre température et humidité, et enfin  $E_{\vec{v}}$  est le spectre énergétique du vent. La corrélation croisée se calcule en prenant deux variables différentes dans l'équation (4.1), la densité spectrale associée se calcule de manière similaire, et le spectre énergétique d'une turbulence vectorielle est introduit dans le chapitre suivant (section 5.2). La condition de non divergence s'écrit  $\vec{\nabla} \cdot \vec{V} = 0$  et revient à considérer que le champ atmosphérique en vent est incompressible.

Cette relation est particulièrement intéressante car elle permet de voir que l'onde diffusée à un angle  $\theta$  donné est provoquée uniquement par les tourbillons de nombre d'onde  $K$ , donc de taille  $\lambda/|2\sin(\theta/2)|$ . La *section efficace de diffusion*  $\sigma = \langle I_1 \rangle r^2 / (I_0 V)$  est introduite par T61. Ce paramètre statistique, qui ne dépend que de l'angle de diffusion et des caractéristiques de la turbulence, donne l'intensité relative de son diffusée à un angle donné, par unité de volume de la fluctuation.

Dans la suite de cette section, seule une perturbation bidimensionnelle en température est utilisée. L'équation donnant la moyenne de l'intensité de l'onde diffusée devient alors (Cotté et Blanc-Benon 2007) :

$$\langle I_1(r, \theta) \rangle = \frac{2\pi k^3 I_0 S}{r} \left( \beta^2 \frac{\Phi_T(K)}{4T_0^2} \right) \quad (4.15)$$



et la section efficace de diffusion, dont l'expression 2D est  $\sigma = \langle I_1 \rangle r / (I_0 S)$ , devient :

$$\sigma(\theta) = \frac{\pi k^3 \beta^2 \Phi_T(K)}{2T_0^2} \quad (4.16)$$

### 4.3.2 Les simulations ITM

Le code ITM permet de simuler la propagation à travers une réalisation d'un champ turbulent. Les statistiques d'intérêt, comme la section efficace de diffusion, peuvent se déduire par une approche de type Monte-Carlo. Cette approche consiste à estimer les statistiques à partir de multiples tirages obtenus par les modèles numériques. Par exemple, la pression acoustique diffusée (nombre complexe)  $p_1^i$  donnée par le modèle FDTD correspondant au  $i$ -ème tirage de champ turbulent permet de déduire l'intensité moyenne de l'onde diffusée par la relation

$$\langle I_1(r, \theta) \rangle = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N p_1^i(r, \theta) (p_1^i)^*(r, \theta) \quad (4.17)$$

si le nombre de tirages  $N$  est suffisant.  $N = 200$  simulations sont utilisées dans chaque configuration testée. Les approches Monte-Carlo sont couramment utilisées dans la littérature pour simuler la propagation du son dans un domaine turbulent, avec des modèles de propagation de type équation parabolique (Martin et Flatté 1988, 1990, Gilbert *et al.* 1990, Juvé *et al.* 1992, Chevret *et al.* 1996), ou avec la méthode des rayons (Blanc-Benon et Juvé 1990, Karweit *et al.* 1991).

Pour obtenir la pression acoustique diffusée (nombre complexe)  $p_1$  à partir du modèle FDTD, il faut appliquer la transformée de Fourier sur la fréquence de la source aux résultats FDTD  $\tilde{p}_1$  :

$$p_1(\vec{r}) = \frac{2}{N_t} \sum_{\eta=1}^{N_t} \tilde{p}_1(\vec{r}, t_0 + \eta \cdot dt) e^{2i\pi f \eta dt} \quad (4.18)$$

où  $t_0$  est un instant à partir duquel le son est quasi-stationnaire,  $dt$  est le pas de temps du modèle ITM, et  $N_t dt$  est une durée temporelle qui doit être supérieure à la période temporelle de la source, c'est-à-dire  $N_t dt > 1/f$ . Dans la suite,  $N_t = 40$  est choisi. Pour finir, le modèle FDTD ne donne pas directement l'onde diffusée. Celle-ci est donc calculée en soustrayant la pression acoustique obtenue en présence de turbulence ( $p_0 + p_1$ ) à la pression acoustique obtenue en absence de turbulence ( $p_0$ ).

En résumé,  $N = 200$  champs turbulents sont générés par l'algorithme RFG, puis la propagation acoustique dans ces champs est simulée par FDTD. L'onde diffusée est extraite par soustraction avec une simulation FDTD sans turbulence, et elle est passée dans le domaine complexe par transformation de Fourier. Les statistiques sont ensuite estimées à partir de ces champs acoustiques (approche Monte-Carlo).

### 4.3.3 Comparaisons

Les résultats analytiques présentés précédemment sont maintenant comparés aux prévisions par le code ITM dans le cas de la diffusion acoustique d'une onde plane par des perturbations atmosphériques en température à l'intérieur du disque. La configuration

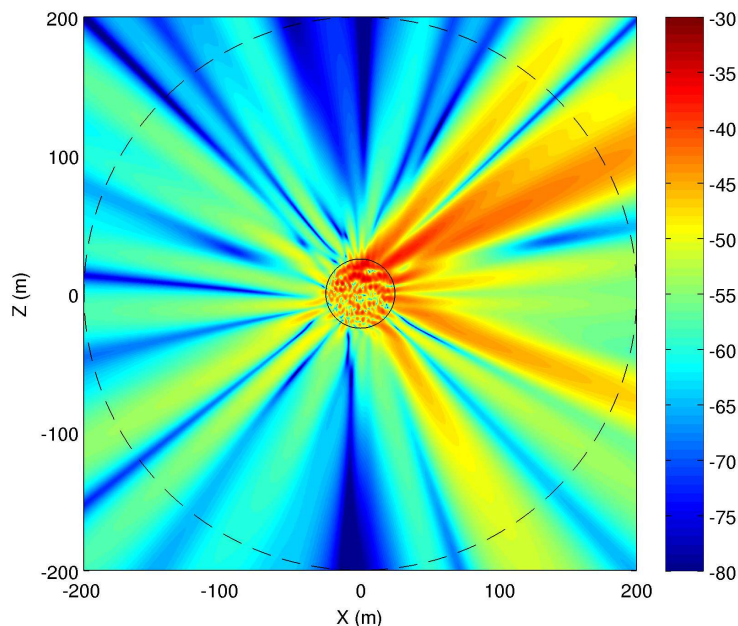


FIGURE 4.4 – Niveau sonore (en dB) de l'onde diffusée  $20 \log_{10}(|p_1|/|p_0|)$  obtenu par le code ITM pour un tirage de champ turbulent.  
 — domaine turbulent, --- cercle de 200m centré en l'origine.

est bidimensionnelle, et la température moyenne ( $T_0$ ) est 295K. Dans un premier temps, le disque a un rayon  $H$  de 25 mètres et les perturbations en température contenues dans ce disque suivent un spectre énergétique de von Kármán avec un écart-type  $\sigma_T = 1\text{K}$  et une échelle caractéristique  $L_0 = 2.5321\text{m}$  (choisie de manière à ce que le maximum de la densité spectrale  $\Phi$  corresponde à des tourbillons de  $L_{\max} = 2^{5/2}\pi L_0/3 = 15\text{m}$ ), ce qui correspond à des valeurs réalistes de turbulence atmosphériques en température. La statistique d'intérêt est la section efficace de diffusion. Dans cette configuration, l'expression théorique de T61 pour la section efficace de diffusion est celle donnée en équation (4.16). Les caractéristiques numériques choisies pour les simulations ITM sont données dans le tableau A.10 de l'annexe A. Afin d'éviter des discontinuités de température au niveau du périmètre du disque dans les simulations, qui peuvent aboutir à des instabilités numériques, un lissage par une fenêtre de Tukey (cosinus atténué) est appliqué autour de la perturbation.

Le niveau sonore (équation (3.20)) obtenu par le code ITM pour un tirage de champ turbulent est donné en figure 4.4. Le champ acoustique diffusé "instantané" (pour une réalisation de turbulence) a une directivité complexe et difficilement interprétable. Certaines caractéristiques mises en évidence au chapitre 3 semblent toutefois se maintenir : diffusion globalement en champ avant, et franges d'interférences destructives (diffusion faible) perpendiculairement à la direction de propagation ( $\theta = \pm 90^\circ$ ).

La section efficace de diffusion  $\sigma$  est calculée par le code ITM. Plusieurs résultats sont donnés en figure 4.5. Tout d'abord,  $\sigma$  calculé par le code ITM le long d'un cercle de 200m de rayon centré sur le disque de turbulence (le cercle en tirets sur la figure 4.4), et donné selon la théorie de T61, est affiché dans la partie (a). Excepté dans un cône de  $30^\circ$  en champ avant ( $|\theta| < 15^\circ$ ) l'accord entre simulation et théorie est excellent. La

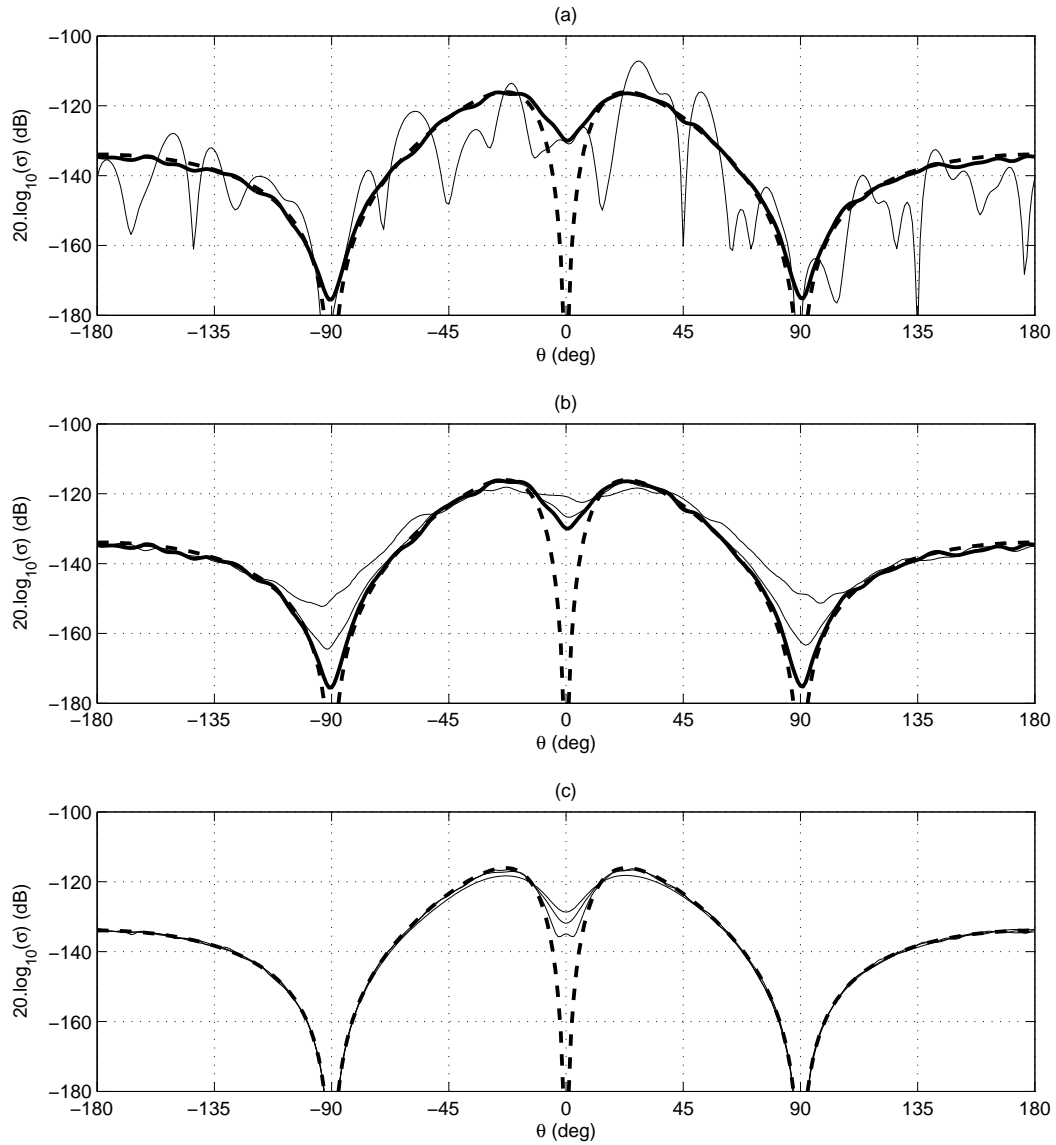


FIGURE 4.5 – Section efficace de diffusion obtenue dans différentes configurations.

— ITM (prélevé le long d'un cercle de 200m de rayon), --- Théorie T61.

(a) — ITM (obtenu à partir d'une seule réalisation de turbulence).

(b) — ITM (de haut en bas en  $\theta = 0^\circ$ , prélevé sur des cercles de 100m

et 50m de rayon). (c) — Intégration numérique (de haut en bas en  $\theta = 0^\circ$ ,

disques de turbulence de rayons 10m, 25m et 50m).

section efficace de diffusion "instantanée", correspondant à la réalisation de turbulence en figure 4.4, est également affichée dans la partie (a). La directivité instantanée très marquée n'est pas conservée dans la valeur moyenne, qui est beaucoup plus lisse. Ainsi, la diffusion moyenne du son par la turbulence localisée est symétrique et se fait dans ce cas principalement dans des angles d'environ  $30^\circ$  par rapport à la direction de propagation. La forte atténuation à  $\pm 90^\circ$  se voit également dans  $\sigma$ , autant du point de vue théorique ( $\sigma(\pm 90^\circ) = 0$  dans l'équation (4.16) car  $\beta(\pm 90^\circ) = 0$ ) que des résultats ITM.

Si l'expression théorique de  $\sigma$  est complètement indépendante de la distance au domaine turbulent, ce qui est dû à l'approximation de champ lointain, nous montrons par le code ITM que l'effet de champ proche peut ne pas être négligeable. Dans la partie (b),  $\sigma$  obtenu par ITM pour différentes distances montre des différences évidentes, en particulier au niveau des fortes et faibles valeurs, qui ont tendance à être moins marquées si  $\sigma$  est évalué plus près de la perturbation turbulente. Cet effet a été vu dans le chapitre précédent (en particulier voir la figure 3.3).

Les disparités persistantes entre théorie et simulation aux faibles angles de diffusion s'expliquent par l'approximation de grand volume (pour la portion du domaine turbulent). En effet la diffusion acoustique à un angle  $\theta$  donné est provoquée par les tourbillons de taille  $\lambda/|2\sin(\theta/2)|$ . La diffusion en champ arrière est provoquée par les tourbillons de taille  $\lambda/2$  et plus les tourbillons sont grands plus ils diffusent en champ avant. En théorie, seuls les tourbillons de taille infinie diffusent directement dans la direction de propagation, or ces tourbillons ne sont pas décrits dans le domaine de taille finie. Cette approximation pose donc des problèmes pour des angles de diffusion correspondant à des tailles de tourbillons comparables ou supérieures à la taille du domaine turbulent. En considérant que l'erreur apparaît à partir des tourbillons de la taille du rayon du disque turbulent, les plus petits angles de diffusion correctement décrits par la théorie sont alors  $2\sin^{-1}(\lambda/(2H))$  ce qui correspond dans le cas considéré à des angles minimum de  $15.83^\circ$ . Pour illustrer cela, des simulations par intégration numérique (voir équation (4.13)) sont effectuées pour différents rayons du disque turbulent. 1000 tirages ont lieu pour assurer la convergence des statistiques obtenues. Le code ITM n'est pas choisi pour calculer l'onde diffusée pour des questions de temps de calcul. Dans le chapitre 3, nous avons montré que l'intégration numérique donne les mêmes résultats que le code ITM lorsque les perturbations en température restent réalistes ( $|T_1| < 4K$ ), ce qui est le cas ici. Dans la partie (c) de la figure 4.5, les résultats de ces simulations sont donnés avec l'expression théorique de T61. Les disparités entre simulations et théorie restent bornées à la diffusion en champ avant, et le constat attendu est que lorsque la taille du domaine turbulent augmente, l'angle à partir duquel les écarts sont observés diminue.

## 4.4 Fluctuations acoustiques petit angle

### 4.4.1 Scénario et résultats théoriques

Le développement théorique de T61 diffère lorsque la configuration envisagée est la propagation à travers une turbulence globale, figure 4.1. Les fluctuations acoustiques ont lieu dans la direction de propagation (ce cas est souvent appelé *line-of-sight*) et sont dues à des fluctuations "petit angle". Les analogies entre ces théories petit et grand angles sont discutées en section 4.5 (voir aussi Cheinet *et al.* 2012).

L'analyse théorique diffère du cas précédent à partir de l'équation (4.12). Pour commencer, le 2<sup>e</sup> et 4<sup>e</sup> terme de  $\mathcal{S}$  ne génèrent pas de contribution à petit angle et sont négligés. La contribution du vent transverse est également négligée (Ostashev 1997, page 194) dans le 3<sup>e</sup> terme. Ensuite la décomposition par l'approximation de Rytov ( $p = p_0 e^{\psi_1}$  avec  $\psi_1 \ll 1$ ) est choisie à la place de l'approximation de Born. Au final,

$$\psi_1(\vec{r}) = \frac{k^2}{2\pi} \iiint_{\mathbb{R}^3} \frac{e^{ik\|\vec{r}_0 - \vec{r}\|}}{\|\vec{r}_0 - \vec{r}\|} n(\vec{r}_0) e^{ik(\vec{r}_0 - \vec{r}) \cdot \vec{m}_i} d\vec{r}_0 \quad (4.19)$$

où  $n = -T_1/(2T_0) - V_x/c_0$  est l'indice équivalent du milieu, voir équation (3.10). Les approximations de Born et Rytov, reposant toutes les deux sur l'approximation de faibles fluctuations du champ acoustique, sont équivalentes au premier ordre et ont le même domaine de validité (voir section 3.2). L'approximation paraxiale est ensuite introduite, et l'intégration est limitée dans l'axe de propagation entre 0 et  $L$ . Il vient alors (Tatarski 1961 éq. (7.23), Strohbehn 1968, éq. (12)) :

$$\psi_1(L, \vec{r}_\perp) = \frac{k^2}{2\pi} \int_0^L \left( \iint_{\mathbb{R}^2} \frac{e^{ik(\vec{r}_\perp - \vec{r}'_\perp)^2/(2(L-x))}}{L-x} n(x, \vec{r}'_\perp) d\vec{r}'_\perp \right) dx \quad (4.20)$$

où  $\vec{r} = (L, \vec{r}_\perp)$ ,  $\vec{r}_\perp$  et  $\vec{r}'_\perp$  sont des vecteurs position dans l'espace transverse (perpendiculaire à la direction de propagation), et  $L$  est la distance de propagation. Soit  $\chi$  et  $\phi$  les parties réelles et imaginaires de  $\psi_1$ . Sous le formalisme de Rytov,  $\chi$  représente la log-amplitude de l'onde acoustique tandis que  $\phi$  est la phase. Les développements suivants de T61 sont très mathématiques. En passant dans l'espace spectral transverse, utilisant l'*approximation de Markov* (qui consiste à négliger la corrélation de la turbulence dans la direction de propagation), et le fait que la turbulence considérée soit homogène et isotrope, T61 donne des expressions pour divers paramètres statistiques, en particulier la corrélation transverse de la log-amplitude  $R_\chi(L, r_\perp) = \langle \chi(L, 0)\chi(L, r_\perp) \rangle$  et de la phase  $R_\phi(L, r_\perp) = \langle \phi(L, 0)\phi(L, r_\perp) \rangle$  (et donc leur variance si  $r_\perp = 0$ ,  $r_\perp$  étant une distance transverse), la corrélation transverse de la pression complexe  $\Gamma(L, r_\perp) = \langle p(L, 0)p^*(L, r_\perp) \rangle$  et la pression acoustique moyenne  $\langle p(L) \rangle$  :

$$\left\{ \begin{array}{l} R_\chi(L, r_\perp) = 4\pi^2 k^2 \int_0^L dx \int_0^\infty \sin^2 \left( \frac{\kappa^2(L-x)}{2k} \right) \Phi_n(\kappa) J_0(\kappa r_\perp) \kappa d\kappa \\ R_\phi(L, r_\perp) = 4\pi^2 k^2 \int_0^L dx \int_0^\infty \cos^2 \left( \frac{\kappa^2(L-x)}{2k} \right) \Phi_n(\kappa) J_0(\kappa r_\perp) \kappa d\kappa \\ \Gamma(L, r_\perp) = I_0 \exp \left( - (R_\chi(L, 0) - R_\chi(L, r_\perp) + R_\phi(L, 0) - R_\phi(L, r_\perp)) \right) \\ \langle p(L) \rangle = p_0(L) \exp(-\gamma L) \end{array} \right. \quad (4.21)$$

où  $I_0 = \langle p_0 p_0^* \rangle = A_0^2$ ,  $\Phi_n$  est la densité spectrale de l'indice équivalent du milieu  $n$ ,  $p_0$  est l'onde plane initiale ( $p_0(L) = A_0 e^{ikL}$ ), et  $J_0$  est la fonction de Bessel d'ordre 0. Le facteur de décroissance exponentielle  $\gamma$  est donné par :

$$\gamma = 2\pi^2 k^2 \int_0^\infty \Phi_n(\kappa) \kappa d\kappa \quad (4.22)$$

Le développement mathématique est présenté dans le cas 2D en annexe H.

Le cas étudié ici est celui d'une perturbation atmosphérique 2D (axes X et Z) globale homogène isotrope en température uniquement. Les équations (4.21) et (4.22) ne s'appliquent pas directement. Leur équivalent 2D, développé en annexe H, est :

$$\left\{ \begin{array}{l} R_\chi(L, \delta z) = 4\pi k^2 \int_0^L dx \int_0^\infty \sin^2 \left( \frac{\kappa^2(L-x)}{2k} \right) \Phi_n(\kappa) \cos(\kappa \delta z) d\kappa \\ R_\phi(L, \delta z) = 4\pi k^2 \int_0^L dx \int_0^\infty \cos^2 \left( \frac{\kappa^2(L-x)}{2k} \right) \Phi_n(\kappa) \cos(\kappa \delta z) d\kappa \\ \Gamma(L, \delta z) = I_0 \exp \left( - (R_\chi(L, 0) - R_\chi(L, \delta z) + R_\phi(L, 0) - R_\phi(L, \delta z)) \right) \\ \langle p(L) \rangle = p_0(L) \exp(-\gamma L) \\ \gamma = 2\pi k^2 \int_0^\infty \Phi_n(\kappa) d\kappa \end{array} \right. \quad (4.23)$$

où  $\delta z$  est la distance transverse. Les différences avec les expressions 3D sont le retrait d'un facteur  $\pi$ , le changement de  $J_0$  en  $\cos$ , et la disparition du facteur  $\kappa$  dans l'intégrale. Ces changements ne sont pas tous obtenus si l'on change simplement le spectre 3D par le spectre 2D multiplié par un dirac dans la dimension supprimée, comme cela a été fait par Salomons (2000). Il est nécessaire de développer la théorie en 2D pour obtenir les expressions correctes (4.23).

Enfin les expressions obtenues sont valables dans le cas non-homogène (en remplaçant  $\Phi_n(\kappa)$  par  $\Phi_n(x, \kappa)$ ). Dans le cas homogène considéré il est possible d'effectuer analytiquement l'intégration en  $x$  :

$$\int_0^L \sin^2 \left( \frac{\kappa^2(L-x)}{2k} \right) dx = \frac{L}{2} \left( 1 - \frac{k}{\kappa^2 L} \sin \left( \frac{\kappa^2 L}{k} \right) \right) \quad (4.24)$$

et

$$\int_0^L \cos^2 \left( \frac{\kappa^2(L-x)}{2k} \right) dx = \frac{L}{2} \left( 1 + \frac{k}{\kappa^2 L} \sin \left( \frac{\kappa^2 L}{k} \right) \right) \quad (4.25)$$

ce qui simplifie l'écriture de  $R_\chi(L, \delta z)$  et  $R_\phi(L, \delta z)$  en :

$$\left\{ \begin{array}{l} R_\chi(L, \delta z) = 2\pi k^2 L \int_0^\infty \left( 1 - \frac{k}{\kappa^2 L} \sin \left( \frac{\kappa^2 L}{k} \right) \right) \Phi_n(\kappa) \cos(\kappa \delta z) d\kappa \\ R_\phi(L, \delta z) = 2\pi k^2 L \int_0^\infty \left( 1 + \frac{k}{\kappa^2 L} \sin \left( \frac{\kappa^2 L}{k} \right) \right) \Phi_n(\kappa) \cos(\kappa \delta z) d\kappa \end{array} \right. \quad (4.26)$$

Selon l'expression de la densité spectrale considérée, les dernières équations peuvent être résolues analytiquement, ce qui mènerait à des expressions analytiques complètes pour ces corrélations transverses. Cependant, afin de garder une forme générale, les équations (4.26) sont conservées en l'état, et seront calculées par intégration numérique.

#### 4.4.2 Les simulations ITM

Comme dans le cas de la diffusion à grand angle, une approche de type Monte-Carlo est nécessaire pour obtenir des statistiques à partir du modèle FDTD. Dans le cas étudié ici, ce sont des statistiques d'ordre deux qui sont souhaitées (corrélations transverses), et le nombre de simulations est augmenté à  $N = 1024$  pour faire converger les statistiques

obtenues. Un si grand nombre ne s'est toutefois pas avéré indispensable. Pour une unique simulation FDTD, tous les points ayant une distance de propagation identique peuvent être utilisés pour estimer la statistique à cette distance (car la direction transverse est homogène), ce qui augmente la qualité des statistiques obtenues.

Une simulation sans turbulence est également réalisée afin de vérifier le bon fonctionnement des conditions aux limites, et d'obtenir  $p_0$ . À nouveau, les pressions acoustiques données par le code ITM sont passées dans le domaine complexe par transformation de Fourier (nombre d'itérations temporelles utilisées dans l'équation (4.18) :  $N_t = 50$ ).

Le scénario complet est le suivant : une onde plane harmonique de 100Hz est propagée dans un environnement 2D dans la direction des X positifs. La distance maximale de propagation est de 240m. La taille transverse du domaine, périodique selon l'axe Z, est 120m. L'atmosphère est turbulente en température uniquement. Les perturbations en température suivent un spectre énergétique de von Kármán avec un écart-type  $\sigma = 1\text{K}$  et une échelle caractéristique  $L_0 = 5.0643\text{m}$  ( $L_{\max} = 2^{5/2}\pi L_0/3 = 30\text{m}$ ). La température moyenne est de 295K. Enfin, il n'y a ni vent ni humidité.

Un exemple de champ turbulent généré par la RFG est donné en figure 4.6. Les pas spatiaux utilisés pour générer ce champ sont les mêmes que ceux utilisés dans le modèle FDTD (voir plus bas). Avec cette taille de domaine, les plus grandes échelles caractéristiques sont bien décrites. On peut observer plusieurs structures dans chaque direction. Les fluctuations maximales atteignent environ 4K.

Les caractéristiques numériques choisies pour les simulations ITM sont données dans le tableau A.11 de l'annexe A. Afin d'éviter une apparition brutale des perturbations turbulentes en température au niveau de la source, un lissage par une fenêtre de Tukey est à nouveau appliqué au niveau de la source de l'onde plane. La figure 4.7 montre l'amplitude de la pression complexe normalisée  $|p|/A_0$  obtenue par simulation pour le premier tirage de turbulence. L'onde subit des fluctuations qui sont croissantes avec la distance de propagation. L'amplitude initiale de l'onde varie jusqu'à 15% aux grandes distances de propagation. Des structures allongées dans la direction de propagation sont visibles, comme dans Blanc-Benon *et al.* (2002) et Hugon-Jeannin (1992). La sensibilité des simulations ITM à la hauteur du domaine a été testée en doublant cette hauteur, et les résultats obtenus sont identiques, ce qui permet de dire qu'il n'y a pas de problème lié à la condition périodique en Z.

### 4.4.3 Comparaisons

La figure 4.8 présente la valeur absolue de la pression complexe moyenne normalisée  $|\langle p \rangle|/A_0$  obtenue par simulation et T61. L'affichage est logarithmique sur la figure pour mettre en évidence la décroissance exponentielle théorique. Ce comportement, ainsi que le facteur de décroissance  $\gamma$  correspondent bien entre la théorie (éq. (4.23)) et la simulation. Cependant la valeur de  $|\langle p \rangle|/A_0$  reste très élevée aux distances maximales de propagation. En effet ce paramètre vaut plus de 0.99 ce qui suggère que le son moyen est très peu atténué par la turbulence dans ce scénario. La faible atténuation moyenne ne signifie pas que le son est peu fluctuant (des fluctuations de 15% sur l'amplitude sont observées sur les champs instantanés) mais bien que ces fluctuations se situent autour de l'amplitude de référence.

Dans la figure 4.9 suivante, les variances de log-amplitude et de phase sont présentées en fonction de la distance de propagation. La solution de T61 est donnée par  $\delta z =$

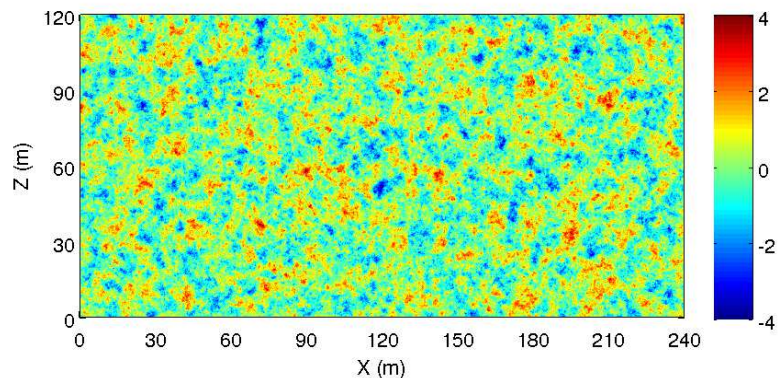


FIGURE 4.6 – Fluctuations en température  $T_1$  turbulentes suivant un spectre de von Kármán avec  $\sigma_T = 1\text{K}$  et  $L_0 = 5.0643\text{m}$ . Premier tirage utilisé dans le jeu de 1024 simulations.

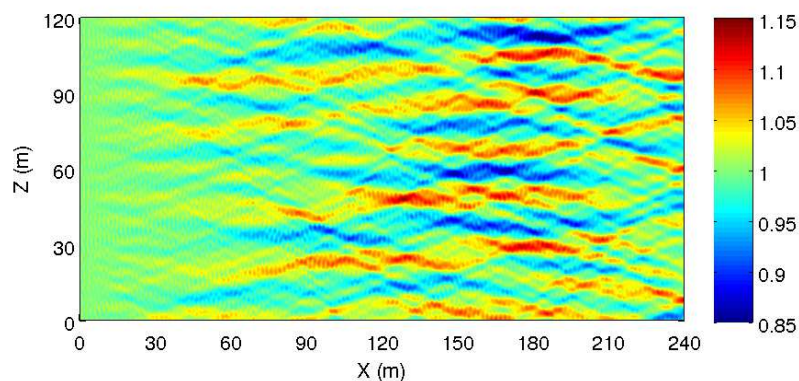
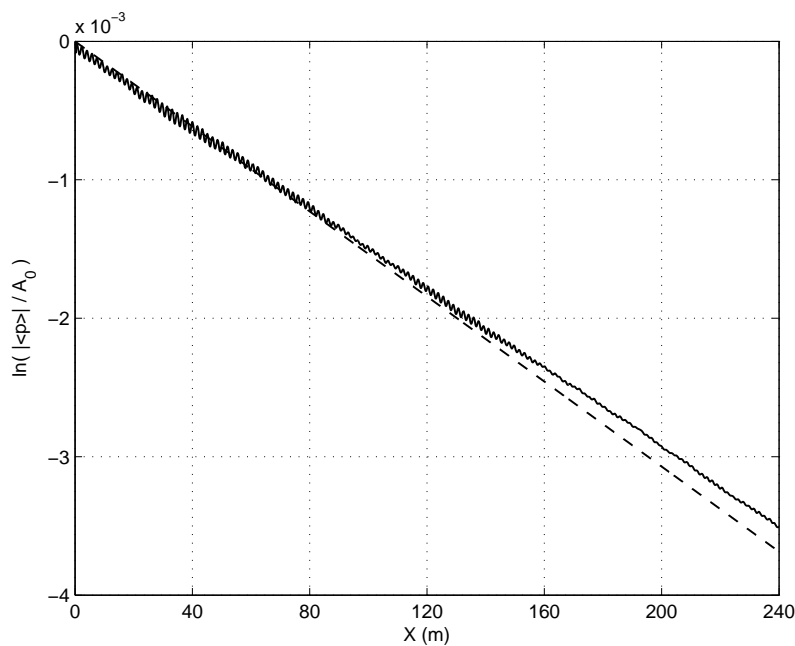


FIGURE 4.7 – Amplitude de la pression complexe normalisée  $|p|/A_0$  obtenue par le code ITM pour le premier tirage de turbulence (figure 4.6).

0 dans l'équation (4.26). Les prévisions du code ITM sont en bon accord quantitatif avec la théorie. Conformément à la théorie, les variances augmentent avec la distance de propagation. Aux longues distances, les deux variances de log-amplitude et phase tendent à converger (Flatté *et al.* 1979). La variance de log-amplitude (parfois appelée paramètre de Rytov) reste bien inférieure à 1, ainsi les fluctuations sonores restent suffisamment faibles pour rester consistantes avec les approximations nécessaires aux développements théoriques. Aux faibles distances, la variance de log-amplitude est faible devant la variance de phase. Ceci correspond au régime d'optique géométrique défini par exemple dans Flatté *et al.* (1979).

Les corrélations transverses de log-amplitude, phase et pression complexe sont données en fonction la distance transverse  $\delta z$  en figure 4.10, pour différentes distances de propagation. L'accord entre simulation et théorie est excellent pour les corrélations de log-amplitude et phase, et est bon pour la corrélation de pression complexe, ce qui va-




 FIGURE 4.8 – Évolution de  $\ln(|\langle p \rangle|/A_0)$ . — ITM, --- T61.

lide les deux méthodes (théorie et simulation) pour ces statistiques. Les corrélations transverses de log-amplitude et phase sont difficiles à interpréter physiquement mais évoluent de leur valeur maximale jusqu'à zéro ce qui fournit une validation sur toute la gamme de ces statistiques. La corrélation transverse de pression décroît avec la distance de propagation comme la turbulence décorrèle le signal. La corrélation reste cependant forte (supérieure à 0.99), ce qui montre encore une fois que l'influence de la turbulence reste faible. Dans cette figure, les corrélations transverses pour des distances transverses supérieures à 60m ne sont pas montrées car elles sont symétriques avec la partie 0m-60m par périodicité dans la simulation. L'accord avec T61 montre qu'il n'y a pas d'effet de cette périodicité sur les statistiques de l'onde.

## 4.5 Discussions

Dans les sections précédentes, le modèle FDTD a montré sa capacité à reproduire les résultats théoriques de T61 concernant les statistiques d'une onde acoustique lors de la propagation en présence de turbulence. Cette validation a eu lieu sur deux scénarios distincts : la diffusion par une turbulence localisée (grand angle) et les fluctuations par une atmosphère globalement turbulente (petit angle, en visée directe). Ce modèle permet donc une approche unifiée du problème général de la propagation en présence de turbulence. Dans cette section, nous discutons de quelques aspects de ce traitement théorique distinct pour chaque cas (voir aussi Cheinet *et al.* 2012).

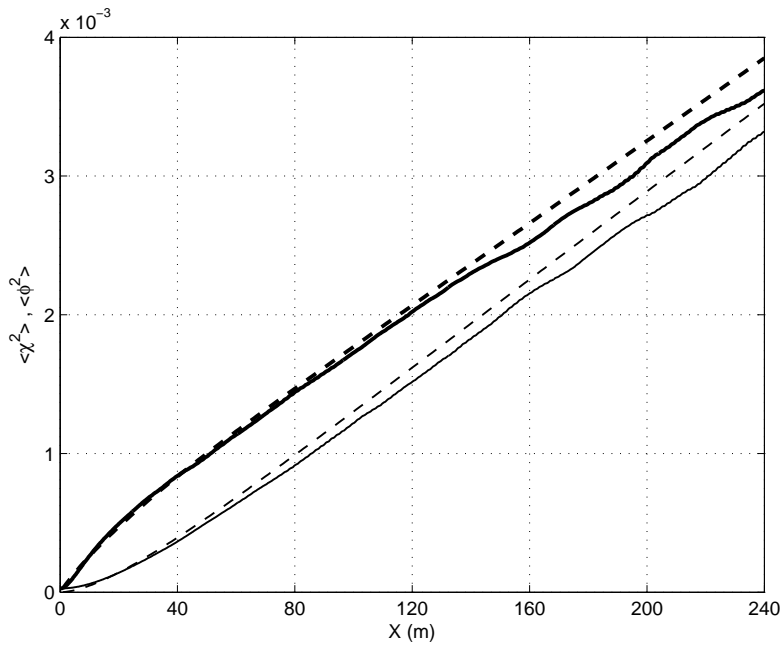


FIGURE 4.9 – Variances de log-amplitude  $\langle \chi^2 \rangle$  et de phase  $\langle \phi^2 \rangle$ .  
 — (ITM,  $\langle \phi^2 \rangle$ ), - - - (T61,  $\langle \phi^2 \rangle$ ), — (ITM,  $\langle \chi^2 \rangle$ ), - - - (T61,  $\langle \chi^2 \rangle$ ).

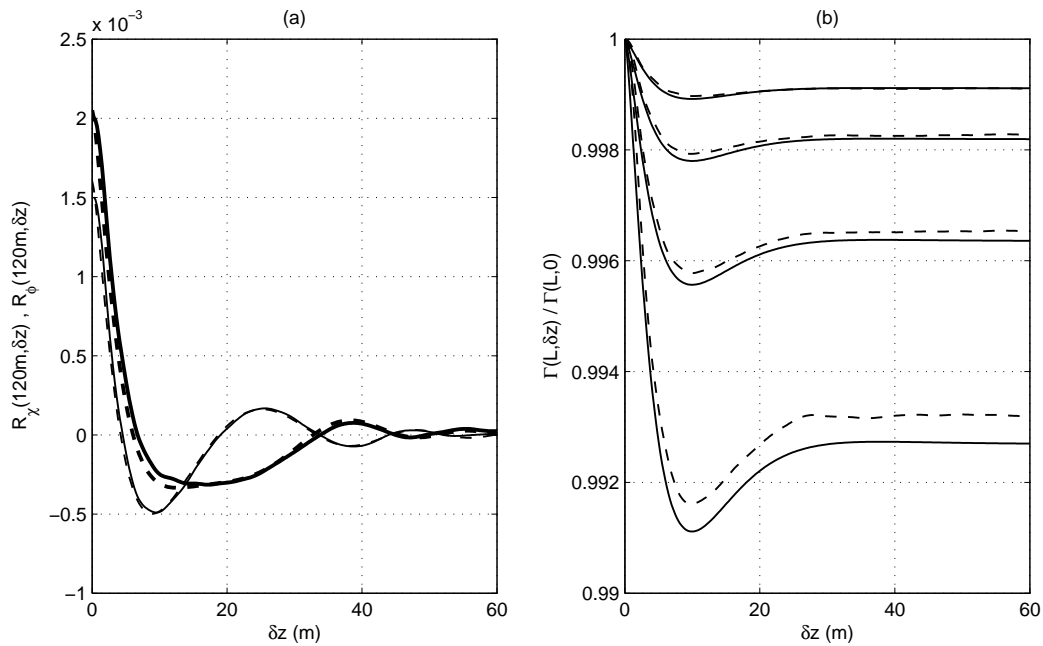


FIGURE 4.10 – Corrélations transverses de log-amplitude  $R_\chi(L, \delta z)$ , de phase  $R_\phi(L, \delta z)$  et de pression complexe  $\Gamma(L, \delta z)$  à différentes distances de propagation, en fonction de la distance transverse  $\delta z$ .  
 (a) log-amplitude et phase, pour  $L = 120$  m : — (ITM,  $R_\phi(L, \delta z)$ ), - - - (T61,  $R_\phi(L, \delta z)$ ), — (ITM,  $R_\chi(L, \delta z)$ ), - - - (T61,  $R_\chi(L, \delta z)$ ).  
 (b) pression complexe, pour (de haut en bas)  $L = 30$  m,  $60$  m,  $120$  m,  $240$  m. — (ITM), - - - (T61).

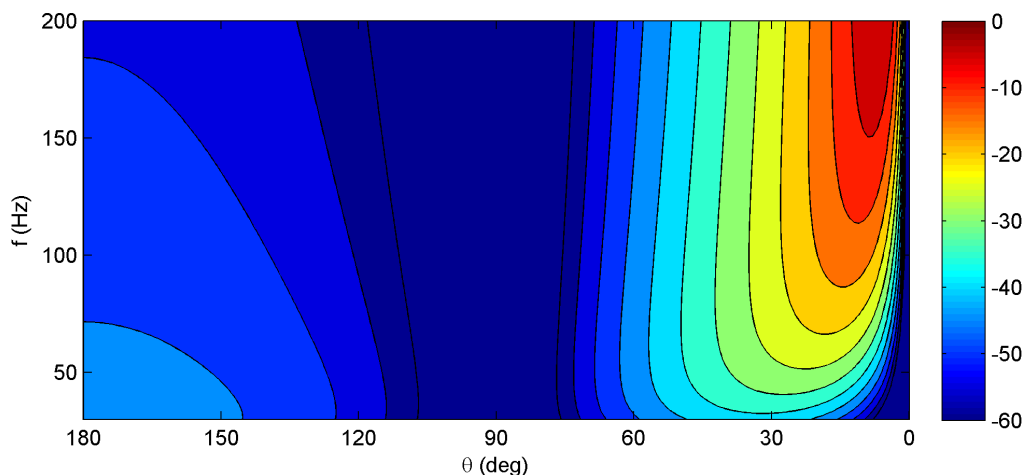


FIGURE 4.11 – Section efficace de diffusion  $\sigma$  en décibels ( $20 \log_{10}(\sigma)$ ) en fonction de l'angle de diffusion  $\theta$  et de la fréquence  $f$ . La turbulence considérée pour cette figure utilise un spectre de von Kármán avec un écart-type de 1K et  $L_{\max} = 15\text{m}$ . Les valeurs sont normalisées au maximum à 200Hz.

#### 4.5.1 Approximation aux faibles angles dans l'équation parabolique

Lorsque la fréquence de la source augmente, la diffusion acoustique a tendance à se concentrer dans la direction de propagation. Pour illustrer ceci, la dépendance fréquentielle de la section efficace de diffusion 2D (équation (4.16)) est donnée en figure 4.11. Pour de fortes fréquences, la diffusion à grand angle devient faible comparée à la diffusion dans la direction de propagation. Dans la théorie de propagation à visée directe (diffusion à petit angle), les fluctuations acoustiques sont considérées uniquement dans la direction de propagation, ce qui permet d'utiliser l'approximation paraxiale, valable pour les faibles angles uniquement.

L'approximation paraxiale est le coeur des modèles de propagation basés sur l'équation parabolique. Soit  $\theta_{\text{PE}}$  la limitation angulaire d'un modèle de PE donné (Jensen *et al.* 2000). Cette limitation dépend du modèle de PE choisi.  $20^\circ$  est une valeur courante. Quelle que soit la méthode, la PE ne peut structurellement pas dépasser  $90^\circ$  (pas de rétropropagation). Le modèle de PE ne retranscrira pas efficacement la propagation du son dans une atmosphère turbulente si la turbulence diffuse le son à de plus grands angles que ceux résolus par la PE, autrement dit une condition nécessaire pour le bon fonctionnement de la PE est  $\theta_{\text{PE}} > \theta_{\max}$ , où  $\theta_{\max}$  est l'angle où la diffusion est maximale, donné par :

$$L_{\max} = \frac{\lambda}{2 \sin(\theta_{\max}/2)} \quad (4.27)$$

Ceci peut se retranscrire sous la forme d'une condition sur la fréquence de la source :

$$f > \frac{c_0}{2L_{\max} \sin(\theta_{\text{PE}}/2)} \quad (4.28)$$

La fréquence de la source doit être suffisamment élevée pour que la majorité de la diffusion acoustique ait lieu dans le cône angulaire résolu par la PE. Salomons (2000)

compare des simulations par équation parabolique aux solutions analytiques de T61. Les tailles de tourbillon générant les diffusions les plus importantes dans son étude sont de l'ordre de  $L_{\max} \simeq 2\text{m}$ . Pour  $\theta_{\text{PE}} \simeq 30^\circ$ , une valeur représentative pour le modèle utilisé, la plus basse fréquence admissible est 330Hz. Pour des fréquences inférieures, le modèle de PE et la théorie ne sont pas applicables car les angles de diffusion sont trop importants. Ceci est certainement la raison des écarts observés par Salomons (2000, fig. 4) à 125Hz et 250Hz. Ainsi il est nécessaire de dépasser les limitations dues à l'approximation paraxiale pour les basses fréquences ou lorsque de faibles  $L_{\max}$  sont considérés. Les implications de ces limitations des PE dans une atmosphère turbulente proche du sol sont étudiées par Cheinet (2012, sec. III.B).

Dans la configuration en visée directe utilisée ci-avant, la fréquence sonore est suffisamment supérieure au critère (4.28) ( $100\text{Hz} > 66\text{Hz}$ ) pour que l'approximation paraxiale soit applicable. Les résultats analytiques comparés aux simulations FDTD sont donc valides. L'impact du 2<sup>e</sup> terme de  $\mathcal{S}$ , négligé dans les considérations théoriques, peut cependant être évalué (le 4<sup>e</sup> terme est nul dans le scénario considéré). Pour cela, l'expression intégrale de  $\psi_1$  dans le cas 2D :

$$\psi_1(\vec{r}) = \frac{k^2 i}{2} \iint_{\mathbb{R}^2} H_0^{(1)}(k\|\vec{r} - \vec{r}_0^\rightarrow\|) n(\vec{r}_0^\rightarrow) e^{ik(\vec{r}_0^\rightarrow - \vec{r}) \cdot \vec{m}_i^\rightarrow} d\vec{r}_0^\rightarrow \quad (4.29)$$

est reprise en conservant le 2<sup>e</sup> terme de  $\mathcal{S}$  :

$$\begin{aligned} \psi_1(\vec{r}) = \frac{i}{4} \iint_{\mathbb{R}^2} H_0^{(1)}(k\|\vec{r} - \vec{r}_0^\rightarrow\|) \\ \left[ 2k^2 n(\vec{r}_0^\rightarrow) - \vec{\nabla} \left( \ln \frac{\rho}{\rho_0} \right) \cdot \vec{\nabla} \right] \left( e^{ik\vec{r}_0^\rightarrow \cdot \vec{m}_i^\rightarrow} \right) e^{-ik\vec{r} \cdot \vec{m}_i^\rightarrow} d\vec{r}_0^\rightarrow \end{aligned} \quad (4.30)$$

Ces deux expressions intégrales sont calculées numériquement sur tous les champs turbulents générés. Les champs  $\psi_1$  obtenus sont ensuite traités, similairement aux champs obtenus par le code ITM. La variance de phase est ensuite déduite. La figure 4.12 présente ainsi la variance de phase obtenue par intégration numérique avec ces deux équations (4.29) et (4.30). Les résultats de T61 et du code ITM sont également affichés sur cette figure. L'intégration numérique prenant en compte le 2<sup>e</sup> terme de  $\mathcal{S}$  (4.30) est en excellent accord avec le modèle FDTD. L'intégration numérique sans ce terme (4.29) surestime légèrement la variance de phase. Les autres approximations dans la théorie ont tendance à compenser cette surestimation. Ces effets sont attendus car les effets de densité ne compensent pas ceux dus à l'indice de réfraction  $n$ . Ceci explique la tendance mineure mais systématique des solutions analytiques de donner des effets induits de la turbulence plus élevés comparés au modèle FDTD (figure 4.9)

### 4.5.2 Consistance entre grand et petit angle

La théorie de diffusion à grands angles et de propagation en visée directe devraient permettre dans une même mesure de retranscrire les transferts énergétiques entre l'onde incidente et l'onde diffusée. Cet aspect est traité dans ce paragraphe. Les discussions présentent le cas 3D sans contribution de vent mais se généralisent.

En suivant l'approximation de Markov (voir paragraphe 4.4.1), considérons une succession de plans indépendants d'épaisseur infinitésimale  $\delta x$  et de section transverse infinie. L'onde sonore excitatrice qui se diffuse au sein du plan est l'onde moyenne cohérente

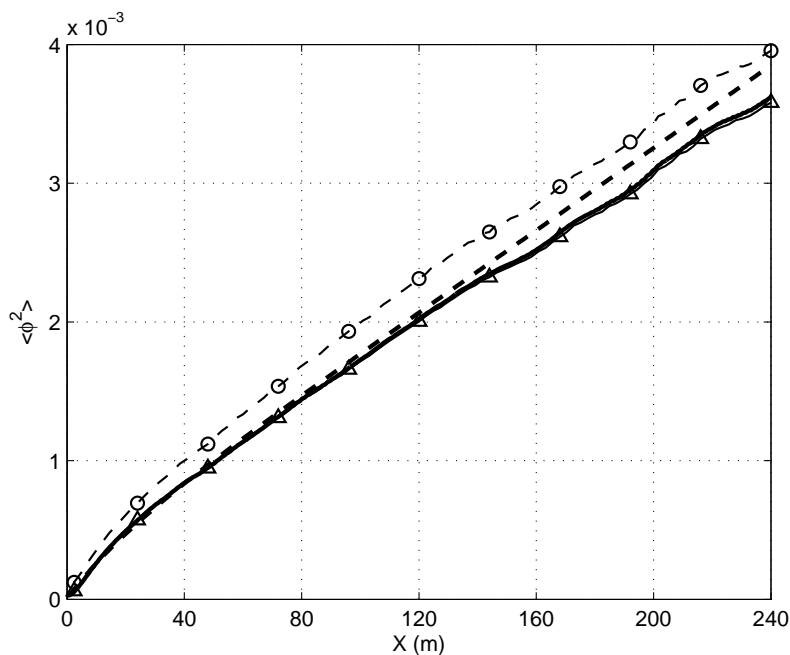


FIGURE 4.12 – Variance de phase  $\langle \phi^2 \rangle$ . — (ITM), --- (T61),  $\triangle$  (intégration numérique (4.30)),  $\circ$  (intégration numérique (4.29)).

$\langle p \rangle$ . Soit  $I(x) = \langle p(x) \rangle \langle p^*(x) \rangle$  l'énergie associée. L'approche grand angle permet de donner la pression acoustique  $\delta p_1(x, \vec{r})$  diffusée par la turbulence dans la direction  $\vec{r}$  au plan d'abscisse  $x$ . Le moyennage de l'équation (4.12) aboutit à  $\langle \delta p_1(x, \vec{r}) \rangle = 0$  car  $\langle n \rangle$  est nul lorsque les valeurs de référence sont appropriées. Les seules contributions d'intensité dues à la diffusion sont alors  $\langle \delta I_1(x, \vec{r}) \rangle = \langle \delta p_1(x) \delta p_1^*(x) \rangle$ . Plus particulièrement, l'intensité diffusée totale est donnée par intégration de  $\langle \delta I_1(x, \vec{r}) \rangle$  dans toutes les directions  $\vec{r}$  possibles ce qui donne :

$$\langle \delta I_1(x) \rangle = \pi^2 k^4 \delta x I_1(x) \int_0^\pi \Phi_n \left( 2k \left| \sin \frac{\theta}{2} \right| \right) \sin \theta d\theta \quad (4.31)$$

Dans cette équation, la partie supérieure de l'intégrale ( $\theta = \pi$ ) correspond aux tourbillons de nombre d'onde  $2k$  (taille  $\lambda/2$ ). Supposons que  $\lambda < L_{\max}$ . Alors  $\lambda/2$  est dans la zone inertielle-convective du spectre de la turbulence. Le spectre tridimensionnel  $\Phi_n$  décroît alors en  $\kappa^{-11/3}$  au delà de  $2k$ . L'intégrale peut alors être étendue à  $+\infty$  car les contributions ajoutées sont négligeables. Cette extension mène à la solution analytique :

$$\langle \delta I_1(x) \rangle = 2\gamma I(x) \delta x \quad (4.32)$$

où  $\gamma$  est donné par  $2\pi^2 k^2 \int_0^\infty \Phi_n(\kappa) \kappa d\kappa$ . La condition  $\lambda < L_{\max}$  revient à l'approximation de petit angle et a permis de négliger le 2<sup>e</sup> terme de  $\mathcal{S}$ .

L'intensité en sortie du plan  $\delta x$ , qui vient exciter le plan suivant, peut alors être écrite, par conservation de l'énergie  $I(x + \delta x) = I(x) - \langle \delta I_1(x) \rangle$ . La diffusion par la turbulence cause ainsi un transfert énergétique entre onde moyenne (cohérente) et onde diffusée. En intégrant cette équation entre 0 et  $L$  nous retrouvons le facteur exponentiel décroissant pour l'intensité, et donc pour la pression complexe moyenne. Cette prévision

est donnée directement dans les considérations petit angle de T61. Les deux approches sont donc consistantes sur cet aspect. Cette consistance est discutée par T61 (Tatarski 1961, pages 156-163) mais les termes de  $\mathcal{S}$  ne sont pas les mêmes car T61 considère également la propagation d'ondes électromagnétiques.

## 4.6 Conclusion du chapitre

Beaucoup d'aspects de la propagation externe sont fortement influencés par la turbulence atmosphérique. La caractérisation expérimentale d'influence de la turbulence présente des difficultés majeures. Les estimations standards théoriques et numériques de ces effets font une distinction entre deux scénarios, le premier pour la diffusion à grand angle, et l'autre pour la propagation en visée directe (diffusion à petit angle). Cette distinction provient des approximations nécessaires à l'obtention d'équations analytiques complètes.

Ce chapitre présente les caractéristiques communes et distinctes pour ces deux configurations, dans le cas d'une onde plane harmonique 2D incidente. Les deux approches nécessitent toutes deux de faibles fluctuations acoustiques (approximation de Born ou Rytov). Elles nécessitent également de supposer que le volume turbulent est grand, pour relier les perturbations atmosphériques à leur spectre énergétique. Elles permettent toutes deux de donner la quantité d'énergie dissipée par la turbulence qui est consistante entre les deux approches (paragraphe 4.5.2). Des prévisions analytiques plus poussées peuvent être obtenues sur la variabilité du champ acoustique dans la configuration de propagation en visée directe, si l'approximation de Markov et de petit angle (approximation paraxiale) sont prises en compte. L'approximation paraxiale peut être vue comme le cas haute fréquence (voir paragraphe 4.5.1) du cas plus général de diffusion grand angle.

Le code ITM, qui résout les équations de propagation linéarisées d'Euler par une approche FDTD, peut être employé pour dépasser ces distinctions angulaires. Il est évalué dans différentes configurations mettant en jeu les effets de la turbulence atmosphérique sur la propagation du son. De multiples champs turbulents suivant un spectre énergétique de von Kármán sont générés, puis la propagation d'une onde sonore est simulée par le code ITM. Les moments statistiques sont évalués par moyennage sur un grand nombre de simulations (approche Monte-Carlo).

Les résultats obtenus par le code ITM sur les moments statistiques de premier et deuxième ordre sont en très bon accord avec les expressions théoriques adaptées à la propagation bidimensionnelle. Ceci démontre l'applicabilité de la méthode FDTD pour les deux scénarios étudiés. Dans le cas de diffusion à grand angle, des différences sont observées aux petits angles de diffusion. Ces écarts s'expliquent par la taille finie du domaine turbulent, ce qui altère le spectre énergétique réel des perturbations turbulentes. Cet effet est ignoré dans l'approche analytique. Dans le cas de propagation à petit angle (en visée directe), nous avons montré que les termes négligés dans le développement théorique sont à l'origine des faibles différences par rapport à la simulation. L'approximation haute fréquence, standard dans les modèles d'équation parabolique, peut se révéler inapplicable selon les caractéristiques considérées du champ turbulent.

Ce chapitre a donc permis de démontrer que la résolution par FDTD du jeu de deux équations de propagation (2.5) est capable de simuler les impacts de la turbulence sur

la propagation du son à faibles et grands angles. Cette approche permet d'éviter la distinction classique faite entre les deux configurations discutées. Ces résultats encouragent la poursuite de la validation de ce modèle de propagation pour des atmosphères moins idéalisées. Par exemple, les considérations analytiques nécessitent que les fluctuations acoustiques liées à la turbulence restent faibles. Les impacts de la turbulence, lorsqu'ils sont plus importants, devraient être également retranscrits par le modèle FDTD. Ce sujet est traité dans le chapitre suivant.

# Chapitre 5

## Simulation de la propagation acoustique en atmosphère turbulente : fluctuations acoustiques fortes et saturées

### 5.1 Introduction

La propagation acoustique d'ondes harmoniques à travers un milieu turbulent est un sujet d'intérêt pour de nombreuses applications. Des résultats analytiques sont disponibles pour le *régime des faibles fluctuations*, dans lequel la variance de la log-amplitude du son est faible (voir Tatarski 1961 et le chapitre précédent). Cependant, au fur et à mesure de la propagation de l'onde, les effets liés à la turbulence se cumulent, et les fluctuations de l'onde augmentent (*régime des fortes fluctuations*) pour finalement tendre vers une valeur limite (*régime des fluctuations saturées* ou plus succinctement *régime de saturation*). Les scénarios acoustiques dans lesquels le régime de saturation est atteint sont fréquents dans les études expérimentales (par exemple, dans Daigle *et al.* 1983, Blanc-Benon et Juvé 1993, ou Norris *et al.* 2001) lorsque des fréquences audibles sont propagées sur plusieurs centaines de mètres, ou des plus hautes fréquences (ultrasons ou bruits impulsionnels) sur quelques dizaines de mètres. Dans ces études, certains paramètres, en particulier les paramètres atmosphériques, sont difficiles à mesurer, ce qui rend les résultats difficiles à interpréter (Coles *et al.* 1995). Des efforts analytiques ont été menés pour comprendre la propagation sonore au delà du régime des faibles fluctuations (par exemple, par Tatarski 1971, Jakeman 1986, Rytov *et al.* 1989). Des résultats significatifs ont été proposés, comme les intégrales de chemin de Dashen (1979). Cependant il n'existe pas aujourd'hui de solution analytique pour le cas général (Knepp 1983).

Dans ce contexte, les simulations numériques sont une alternative pour analyser la propagation du son à travers la turbulence. Plusieurs approches ont été proposées pour simuler ce scénario. Il est possible de résoudre directement des équations de propagation des moments statistiques, comme le moment d'ordre 4 (par exemple, dans Yeh *et al.* 1975, Tur 1982, Gozani 1985, Spivack et Uscinski 1988). Une autre approche consiste en la simulation de la propagation du son à travers plusieurs réalisations de champs



turbulents. Les statistiques de l'onde sont ensuite obtenues à partir des réalisations de champs sonores. Des modèles couramment utilisés pour ces approches Monte-Carlo sont les modèles basés sur l'équation parabolique (PE, voir Martin et Flatté 1988, 1990, Gilbert *et al.* 1990, Juvé *et al.* 1992, Chevret *et al.* 1996). En absence de réfraction moyenne, la PE peut être implémentée efficacement sous la forme d'un modèle *Multiple Phase Screens* (MPS, comme dans Knepp 1983, Macaskill et Ewart 1984, Spivack et Uscinski 1989, Coles *et al.* 1995).

Les effets diffusifs à grand angle sont plus importants lorsque la fréquence de la source est basse (voir le chapitre 4, et Cheinet *et al.* 2012). Les modèles PE sont adaptés à une propagation unidirectionnelle pour des ondes harmoniques et sont donc limités aux hautes fréquences. D'autres approches sont nécessaires pour simuler la propagation d'onde acoustiques à de plus basses fréquences. Les modèles numériques de propagation acoustique par une résolution FDTD des LEE incluent naturellement ces effets. Dans le chapitre précédent et la publication associée (Cheinet *et al.* 2012), nous avons montré que le modèle FDTD reproduisait les résultats théoriques de Tatarski (1961) pour les basses et hautes fréquences, permettant ainsi une approche unifiée pour la simulation de la propagation du son à travers la turbulence. Cette comparaison était limitée aux faibles fluctuations de l'onde acoustique (régime des faibles fluctuations). Il reste à montrer que le modèle FDTD donne les principales caractéristiques des effets de la turbulence lorsque ceux-ci sont plus importants (régime de fortes fluctuations et de saturation).

Cette démonstration est l'objet de ce chapitre. L'objectif est de propager des ondes acoustiques jusqu'au régime de saturation avec une approche Monte-Carlo utilisant une résolution FDTD des LEE en tant que modèle de propagation, puis de comparer les champs simulés aux résultats théoriques ou numériques existants. Cette évaluation repose sur l'analyse des statistiques de l'onde propagée. Les raisons de s'intéresser uniquement aux aspects statistiques, plutôt qu'aux champs instantanés, sont doubles : d'abord les statistiques sont bien documentées, et ensuite ce sont les paramètres importants pour de nombreuses applications.

Cette étude, détaillée dans ce chapitre, a été présentée lors d'une conférence (Ehrhardt *et al.* 2012) et fait l'objet d'une publication (Ehrhardt *et al.* 2013). Ce chapitre est composé de la manière suivante. Tout d'abord, la section 5.2 décrit la turbulence d'un champ vectoriel tel que le vent, et donne les modifications à apporter à l'algorithme RFG pour générer un tel champ. La section 5.3 présente des résultats théoriques concernant les statistiques d'une onde se propageant à travers un environnement turbulent. Le protocole numérique ainsi que les scénarios évalués sont donnés en section 5.4. Dans la section suivante 5.5, la comparaison est effectuée pour divers paramètres statistiques : pression moyenne, variance de log-amplitude, cohérence transverse, fonctions de densité de probabilité (PDF pour *Probability Density Function*), et fonction de densité de probabilité jointe (JPD pour *Joint Probability Density*). En section 5.6, le modèle numérique est utilisé pour évaluer une modélisation classique de la PDF de l'intensité par une loi de gamma généralisée. Le modèle FDTD utilisé dans ce chapitre est le code ITM.

## 5.2 La turbulence atmosphérique

Dans la section 4.2 du chapitre précédent, le cas d'une turbulence scalaire a été présenté, avec un modèle permettant la génération d'un tel champ. La turbulence d'un

paramètre scalaire est utile pour modéliser la turbulence en température de l'atmosphère. Dans ce chapitre, nous nous intéressons à la turbulence en *vent* (la raison est donnée ci-après en section 5.4). Le vent étant un paramètre vectoriel, il est nécessaire de décrire les propriétés des champs turbulents vectoriels  $\vec{v}$ , ainsi que de donner les adaptations au modèle de génération de champs turbulents RFG nécessaires. Les cas 3D et 2D sont présentés maintenant.

### 5.2.1 Description d'un champ turbulent vectoriel

Une première différence apparaît au niveau des corrélations spatiales. Contrairement au cas scalaire où une seule fonction  $R$  est suffisante, il faut plusieurs fonctions de corrélations pour définir la turbulence vectorielle : les fonctions d'autocorrélation et de corrélations croisées, définies par :

$$R_{ij}(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = \langle v_i(\vec{r}_1) \cdot v_j(\vec{r}_2) \rangle \quad (5.1)$$

où comme dans le chapitre précédent,  $\vec{r}_1$  et  $\vec{r}_2$  sont les vecteurs coordonnées de deux points quelconques de l'espace. Les corrélations spatiales se simplifient en  $R_{ij}(\vec{r})$  dans le cas homogène, qui est considéré ici. Les densités spectrales associées  $\Phi_{ij}(\vec{\kappa})$  s'obtiennent par transformation de Fourier, 3D (4.2) ou 2D (4.3), de la fonction de corrélation  $R_{ij}(\vec{r})$  correspondante.

Une caractéristique particulière de la turbulence atmosphérique en vent est que les composantes du vent sont corrélées de manière à ce que le champ soit non divergent (Batchelor 1953). Ceci se traduit par une relation entre les densités spectrales (Wilson 1998) dans le cas 3D :

$$\Phi_{ij}(\vec{\kappa}) = \frac{E_v(\kappa)}{4\pi\kappa^4} (\delta_{ij}\kappa^2 - \kappa_i\kappa_j) \quad (5.2)$$

où  $\delta$  est le symbole de Kronecher, et  $E_v$  est le spectre énergétique associé au champ vectoriel. Dans le cas 2D cette relation devient :

$$\Phi_{ij}(\vec{\kappa}) = \frac{E_v(\kappa)}{\pi\kappa^3} (\delta_{ij}\kappa^2 - \kappa_i\kappa_j) \quad (5.3)$$

De plus amples détails sur l'obtention de l'équation (5.3) dans le cas 2D sont donnés en annexe I. L'équation (5.3) permet d'écrire que dans le cas d'un champ vectoriel non divergent, le champ est globalement<sup>1</sup> isotrope (le spectre énergétique ne dépend que de la norme  $\kappa$ ) mais les composantes sont anisotropes (leur densité spectrale dépend du vecteur  $\vec{\kappa}$  complet et non de sa norme seule).

Le spectre énergétique du champ vectoriel  $E_v$  peut suivre les mêmes lois que dans le cas scalaire. Généralement par convention le paramètre du spectre  $\sigma^2$  donne la variance de chaque composante du vecteur, et il faut alors multiplier le spectre classique par le nombre de composantes. En 3D,  $E_v = 3E$  et en 2D,  $E_v = 2E$  (Wilson 1998).

Un exemple de champ turbulent vectoriel 2D est présenté en figure 5.1. Cette turbulence vectorielle suit un spectre énergétique de von Kármán. La figure permet d'illustrer l'anisotropie des composantes vectorielles, qui semblent orientées dans leur axe. Au contraire, la norme du champ turbulent semble bien isotrope.

---

1. Par exemple, la norme de ce vecteur est isotrope.

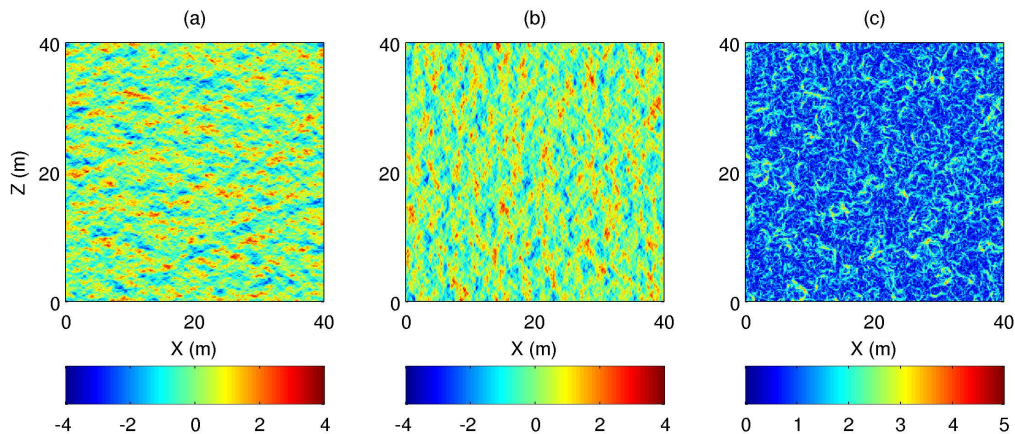


FIGURE 5.1 – Champ vectoriel turbulent 2D avec un spectre énergétique de von Kármán ( $\sigma_v^2 = 1$ ,  $L_0 = 1\text{m}$ ). (a) composante  $v_1$ , (b) composante  $v_2$ , et (c) norme  $\|\vec{v}\|$ .

## 5.2.2 Modélisation numérique de champs turbulents vectoriels

L'algorithme RFG doit être adapté aux champs vectoriels, dont les composantes sont liées par la condition de non-divergence. Dans le reste de ce paragraphe, nous donnons les détails permettant la génération de champs vectoriels turbulents non divergents 2D (axes X et Z). Les expressions 3D sont données dans Frehlich *et al.* (2001). Ces adaptations étaient déjà implémentées dans l'algorithme RFG disponible en début de thèse (Cheinet et Naz 2006).

Soit  $E_v$  le spectre énergétique consigne. Selon Frehlich *et al.* (2001), un champ vectoriel  $\vec{v}$  non-divergent ayant un tel spectre énergétique peut s'obtenir par :

$$v_j(x \cdot dx, z \cdot dz) = \sum_{m_x=0}^{N_x} \sum_{m_z=0}^{N_z} w_j(m_x, m_z) e^{2i\pi\left(\frac{xm_x}{N_x} + \frac{zm_z}{N_z}\right)} \quad (5.4)$$

où

$$\begin{bmatrix} w_1 \\ w_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} H_{11} & 0 \\ H_{12} & H_{22} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} N_1 \\ N_2 \end{bmatrix} \quad (5.5)$$

et  $N_j(m_x, m_z) = a_j(m_x, m_z) + ib_j(m_x, m_z)$  et les  $a_j$  et  $b_j$  sont des matrices indépendantes contenant des nombres aléatoires répartis selon une loi gaussienne, de moyenne nulle et écart-type 1. Les  $H_{ij}$  sont donnés par :

$$\begin{cases} H_{11}(m_x, m_z) = \sqrt{\Phi_{11}(\vec{\kappa}) d\kappa_x d\kappa_z} \\ H_{12}(m_x, m_z) = (\Phi_{12}(\vec{\kappa}) d\kappa_x d\kappa_z) / \sqrt{\Phi_{11}(\vec{\kappa}) d\kappa_x d\kappa_z} \\ H_{22}(m_x, m_z) = 0 \end{cases} \quad (5.6)$$

où  $\vec{\kappa} = (m_x d\kappa_x, m_z d\kappa_z)$ , les pas spectraux  $d\kappa_x = 2\pi/(dxN_x)$  (et identiquement pour  $d\kappa_z$ ) et les densités spectrales s'obtiennent par l'équation (5.3). Hormis pour le calcul des  $w_j$ , l'algorithme est le même que dans le cas scalaire (paragraphe 4.2.2).

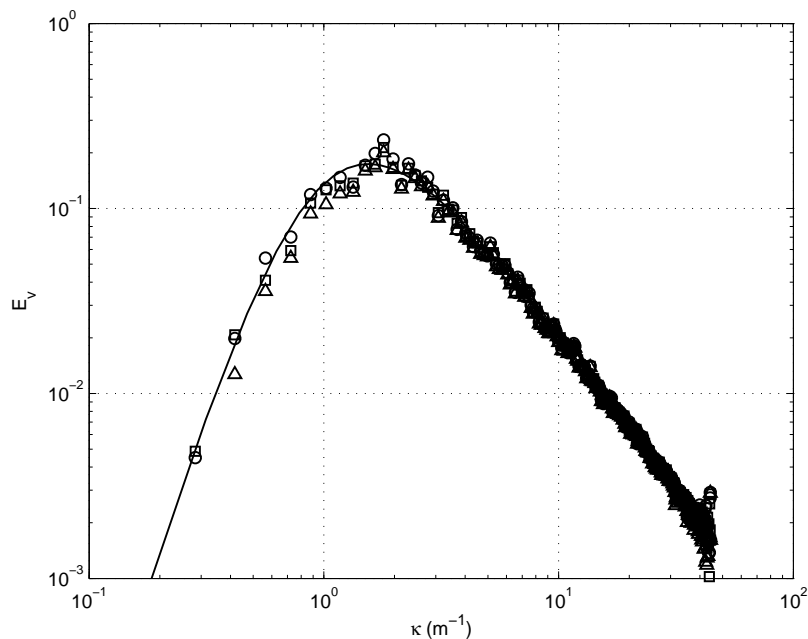


FIGURE 5.2 – Spectre énergétique  $E_v$  du champ vectoriel turbulent 2D en figure 5.1. —  $E_v$  théorique, et  $E_v$  estimé en calculant les densités spectrales  $\Phi_{11}$  ( $\square$ ),  $\Phi_{12}$  ( $\triangle$ ), ou  $\Phi_{22}$  ( $\circ$ ), puis passant par l'équation (5.3).

Le champ vectoriel turbulent de la figure 5.1 a été obtenu par l'algorithme RFG vectoriel 2D. Le domaine utilisé pour générer ces champs est identique au domaine utilisé dans le cas scalaire. Le spectre énergétique  $E_v$  du champ en figure 5.1 a été estimé en passant par les densités spectrales  $\Phi_{11}$ ,  $\Phi_{12}$  et  $\Phi_{22}$  puis par l'équation (5.3). La comparaison avec le spectre énergétique théorique est effectuée en figure 5.2. Le bon accord entre les spectres énergétiques indique que les densités spectrales sont également celles attendues, ce qui permet d'illustrer le bon fonctionnement de l'algorithme RFG vectoriel. Si le champ généré avait deux composantes indépendantes, le résultat serait toujours valable pour  $\Phi_{11}$  et  $\Phi_{22}$  mais la densité spectrale  $\Phi_{12}$ , qui contient les informations de corrélations entre les composantes, ne donnerait pas le bon résultat. Le bon accord de  $\Phi_{12}$  dans la figure 5.2 indique que les corrélations entre composantes sont respectées. Nous avons également vérifié que la divergence du champ total est très faible (elle n'est pas nulle à cause de la discrétisation du domaine et des arrondis numériques).

### 5.3 Les régimes de fluctuations et théories associées

Le scénario étudié dans ce chapitre correspond au scénario "petit angle" du chapitre précédent (section 4.4) et est rappelé succinctement maintenant. Une onde harmonique plane de fréquence  $f$  (longueur d'onde  $\lambda$ , nombre d'onde  $k$ ) se propage dans la direction positive de l'axe X dans une atmosphère 2D turbulente homogène. Les suppositions 2D et onde plane ne sont pas nécessaires mais permettent un temps de simulation acceptable. Une onde plane est courante dans des scénarios de propagation extérieure en raison des longues distances de propagation considérées. De plus les théories utilisées dans ce

chapitre ont des formulations 2D et 3D. Les paramètres de l'atmosphère sont la densité  $\rho$ , la vitesse du son  $c$  et le vent  $\vec{V}$ . La densité et vitesse du son sont reliées à la température  $T$ , la pression atmosphérique  $P$  et l'humidité spécifique  $q$  par l'équation (3.2). Soit  $\vec{r}$  le vecteur coordonnées d'un point quelconque. L'atmosphère turbulente est décrite par la fonction de corrélation de ses paramètres, la fonction de corrélation  $R_\tau$  de n'importe quel paramètre physique complexe  $\tau$  étant donnée par :

$$R_\tau(\vec{r}, \vec{\delta}) = \left\langle \tau'(\vec{r})\tau'^*(\vec{r} + \vec{\delta}) \right\rangle \quad (5.7)$$

où la moyenne est notée par l'indice 0 et la partie fluctuante par un prime ( $\tau = \tau_0 + \tau'$ ). Le milieu est constant pour  $x \leq 0$  et turbulent pour  $x > 0$ . Les paramètres acoustiques sont la pression acoustique complexe  $\tilde{p}$  et sa partie indépendante du temps  $p$  ( $\tilde{p} = pe^{2i\pi ft}$ ).

### 5.3.1 Le diagramme $\Lambda - \Phi$

Au fur et à mesure de la propagation d'une onde à travers la turbulence, ses fluctuations statistiques, initialement faibles (*régime des faibles fluctuations*), augmentent (*régime des fortes fluctuations*) et tendent vers une valeur asymptotique (*régime de saturation*). Pour donner des critères pour l'apparition de ces régimes, Flatté (1979) introduit le diagramme  $\Lambda - \Phi$  (voir également Dashen 1979 ou De Wolf 1975).

Dans ce diagramme, deux paramètres sont introduits. Le premier est le paramètre de diffraction  $\Lambda$ , par définition donné par  $L/(6\mathcal{L}^2k)$ , où  $L$  est la distance de propagation et  $\mathcal{L}$  est la longueur de corrélation du champ atmosphérique turbulent. La définition (qualitative) utilisée ici pour ce paramètre est celle de Flatté (1979, page 89), c'est-à-dire,  $\mathcal{L}$  est obtenu par l'ajustement  $\langle \mu(\vec{0})\mu(\delta x, 0, 0) \rangle / \langle \mu^2(\vec{0}) \rangle = 1 - |\delta x/\mathcal{L}|^{\xi-1}$ , où  $\mu$  est la perturbation de célérité équivalente et  $\xi$  est un paramètre d'ajustement, typiquement 5/3 pour la turbulence atmosphérique (Flatté 1979). Le second paramètre est le paramètre de force  $\Phi$ . Par définition  $\Phi^2 = \langle (k \int_0^L \mu(x) dx)^2 \rangle \simeq k^2 L \langle \mu^2 \rangle \mathcal{L}_i$ . L'échelle intégrale  $\mathcal{L}_i$  et  $\mu$  sont donnés dans le cas d'une turbulence en vent uniquement et propagation le long de l'axe X par respectivement  $\int_{-\infty}^{+\infty} R_{V_x}(r_x, 0) dr_x / R_{V_x}(0, 0)$  et  $V'_x/c_0$ .

Selon Flatté (1979), le régime des faibles fluctuations se présente lorsque  $\{\Phi < 1 \text{ ou } \Lambda\Phi^{\alpha/2} < 1\}$ , où  $\alpha$  est une constante reliée aux caractéristiques de la turbulence (une valeur typique pour l'atmosphère est 12/5). Le régime de saturation se présente lorsque  $\{\Phi > 1 \text{ et } \Lambda\Phi^\alpha > 1\}$ . Enfin, le domaine défini par  $\{\Lambda\Phi^{\alpha/2} < 1 \text{ et } \Lambda\Phi^\alpha > 1\}$ , souvent mentionné sous le nom "régime de saturation partielle", correspond au régime des fortes fluctuations. Les fortes fluctuations sont donc un régime transitionnel entre fluctuations faibles et saturées. Ces conditions mènent à des domaines bien distincts dans l'espace  $\Lambda - \Phi$ . Les frontières entre ces domaines ne sont pas brusques.

Flatté (1979, sa figure 8.6) introduit également le diagramme distance-fréquence, équivalent au diagramme  $\Lambda - \Phi$ , mais mieux adapté aux sensibilités à la fréquence de la source et à la distance de propagation, lorsque les statistiques de la turbulence sont données. Un exemple de diagramme distance-fréquence est donné en figure 5.3. Pour une fréquence donnée, ce diagramme donne une estimation des distances de propagation auxquelles le régime de fluctuation change.

Pour tous les régimes de fluctuation, la pression moyenne décroît de manière exponentielle avec la distance de propagation :

$$\langle p(L) \rangle = p_0 \exp(-\gamma L) \quad (5.8)$$

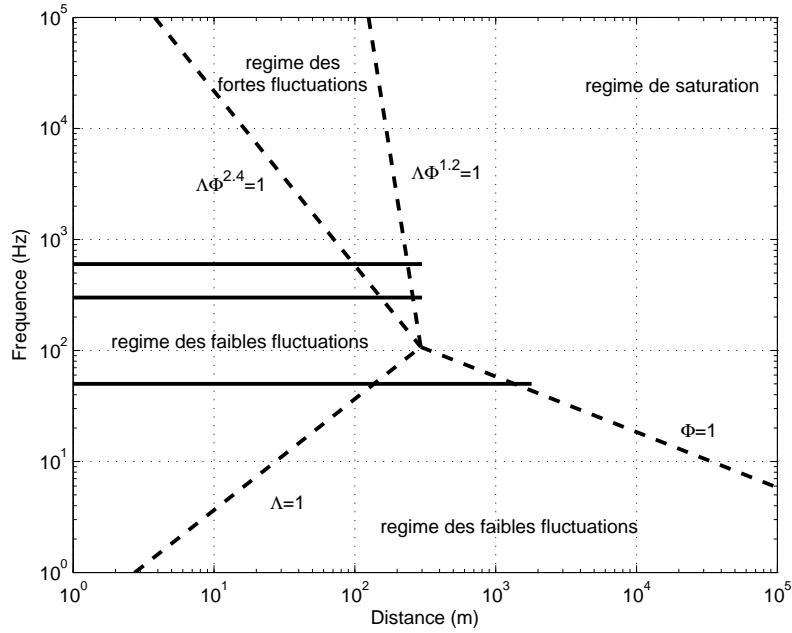


FIGURE 5.3 – Diagramme distance-fréquence pour une turbulence en vent (von Kármán,  $\sigma = 4\text{m/s}$ ,  $L_{\text{max}} = 30\text{m}$ ). --- frontières entre les domaines (avec équation), — chemins correspondants aux scénarios étudiés.

où le facteur de décroissance exponentielle  $\gamma$  s'obtient par intégration sur les angles de diffusion (voir paragraphe 4.5.2 et Cheinet *et al.* 2012) :

$$\gamma = 2\pi k^3 \int_0^\pi \cos^2 \theta \Phi_n^z \left( 0, 2k \sin \frac{\theta}{2} \right) d\theta \quad (5.9)$$

où  $n$  est l'indice équivalent du milieu, équation (3.10), et  $\Phi_\tau^z(x, \kappa_z)$  représente la densité spectrale *transverse* de  $\tau$ , c'est-à-dire la transformée de Fourier de  $R_\tau(x, (0, \delta z))$  :

$$\Phi_\tau^z(x, \kappa_z) = \int_{-\infty}^{+\infty} R_\tau(x, (0, \delta z)) e^{-i\kappa_z \delta z} d\delta z \quad (5.10)$$

La densité spectrale transverse s'exprime simplement en fonction de la densité spectrale classique par  $\Phi_\tau^z(x, \kappa_z) = \Phi_\tau(x, (0, \kappa_z))$ . Lorsque la turbulence considérée est isotrope, la densité spectrale transverse est égale à la densité spectrale classique. Dans le chapitre 4, l'indice équivalent du milieu est isotrope mais dans ce chapitre ce n'est pas le cas. En effet la composante  $V_x$  est anisotrope (voir paragraphe 5.2.1, Hinze 1959, et Wilson 1998) et intervient dans  $n$  qui par conséquent est également anisotrope, ce qui explique ici l'introduction de ce paramètre. Lorsque l'approximation paraxiale est considérée,  $\gamma$  peut se réécrire sous la forme plus classique (voir paragraphe 4.5.2) :

$$\gamma = 2\pi k^2 \int_0^\infty \Phi_n^z(0, \kappa_z) d\kappa_z \quad (5.11)$$

### 5.3.2 Le régime des faibles fluctuations

Dans les premières distances de propagation, les fluctuations de l'onde sont faibles (voir figure 5.3). Le régime des faibles fluctuations a déjà été largement étudié dans la littérature. Une comparaison entre les résultats théoriques et le code ITM a été réalisée dans le chapitre 4. Les expressions sont rappelées ici succinctement. Tatarski (1961) donne des expressions analytiques pour la variance de log-amplitude  $\sigma_\chi^2 = \langle \chi^2 \rangle - \langle \chi \rangle^2$  (où  $\chi = \ln(|p|)$ ) et pour la cohérence transverse  $\Gamma(L, \delta z) = \langle p(L, z)p^*(L, z + \delta z) \rangle$ . En 2D, ces expressions sont :

$$\sigma_\chi^2(L) = 2\pi k^2 L \int_0^\infty \left(1 - \frac{k}{\kappa_z^2 L} \sin\left(\frac{\kappa_z^2 L}{k}\right)\right) \Phi_n^z(0, \kappa_z) d\kappa_z \quad (5.12)$$

et :

$$\Gamma(L, \delta z) = I_0 \exp\left(-4\pi k^2 L \int_0^\infty (1 - \cos(\delta z \kappa_z)) \Phi_n^z(0, \kappa_z) d\kappa_z\right) \quad (5.13)$$

où  $I_0 = A_0^2$  et  $A_0$  est l'amplitude de l'onde initiale  $p_0$ . Selon Tatarski (1961), la log-amplitude et la phase de la pression complexe suivent une loi de distribution gaussienne.

### 5.3.3 Le régime des fortes fluctuations

L'onde propagée subit de fortes fluctuations lorsque le domaine de "saturation partielle" ou la frontière  $\{\Phi = 1 \text{ et } \Lambda > 1\}$  sont traversés sur le diagramme  $\Lambda - \Phi$ . Malgré de nombreuses études théoriques (par exemple, Tatarski 1971, Jakeman 1986, Rytov *et al.* 1989, Dashen 1979), les expressions analytiques dans ce régime sont limitées à des configurations spécifiques, comme une fréquence élevée, ou des perturbations atmosphériques faibles.

Pour de basses fréquences, un modèle simple proposé par Brownlee (1973) peut être utilisé. Selon Brownlee (1973), lorsque  $\sqrt{\lambda L} \gg \mathcal{L}$  (autrement dit, lorsque  $\Lambda \gg 1$ ), la JPD de la pression complexe  $p$  à une distance de propagation  $L$  est une distribution gaussienne complexe non-centrée de moyenne  $p_0 e^{-\gamma L}$  et variance  $\sigma_B^2(L) : \mathcal{N}_C(p_0 e^{-\gamma L}, \sigma_B^2(L))$ . Les parties réelle et imaginaire de  $p$  sont alors indépendantes et suivent une loi gaussienne de même variance ( $\sigma_B^2$ ) et leur moyenne vaut respectivement la partie réelle et imaginaire de  $p_0 e^{-\gamma L}$ . La valeur de  $\sigma_B^2$  se déduit de la conservation de l'énergie et est  $|p_0|^2(1 - e^{-2\gamma L})/2$ .

À partir de cette JPD, il est possible de déduire la PDF de l'amplitude  $A$ , qui est alors une distribution de Rice-Nakagami :

$$\text{pdf}(A) = \text{Rice}(A) = \frac{A}{\sigma_B^2} \exp\left(-\frac{A^2 + |\langle p \rangle|^2}{2\sigma_B^2}\right) \mathcal{I}_0\left(\frac{A|\langle p \rangle|}{2\sigma_B^2}\right) \quad (5.14)$$

où  $\mathcal{I}_n$  est la fonction de Bessel modifiée d'ordre  $n$ . La moyenne et la variance de  $A$  se déduisent analytiquement :

$$\begin{cases} \langle A \rangle_B = \sqrt{\frac{\pi \sigma_B^2}{2}} e^{-\frac{|\langle p \rangle|^2}{4\sigma_B^2}} \left[ \left(1 + \frac{|\langle p \rangle|^2}{2\sigma_B^2}\right) \mathcal{I}_0\left(\frac{|\langle p \rangle|^2}{2\sigma_B^2}\right) + \frac{|\langle p \rangle|^2}{2\sigma_B^2} \mathcal{I}_1\left(\frac{|\langle p \rangle|^2}{2\sigma_B^2}\right) \right] \\ \sigma_{AB}^2 = \langle A^2 \rangle_B - \langle A \rangle_B^2 = (|\langle p \rangle|^2 + 2\sigma_B^2) - \langle A \rangle_B^2 \end{cases} \quad (5.15)$$

À notre connaissance, il n'existe pas d'expression analytique permettant de déduire directement la moyenne et variance de la log-amplitude  $\chi$  et l'intensité  $I$  à partir de cette

Paramètre	Moyenne	Variance
$\chi$	$\ln( p_0 /\sqrt{2}) + (\ln 2 - \gamma_E)/2$	$\pi^2/24$
$A$	$ p_0 \sqrt{\pi}/2$	$ p_0 ^2(4 - \pi)/4$
$A / \langle A \rangle$	1	$(4 - \pi)/\pi$
$I$	$ p_0 ^2$	$ p_0 ^4$
$I / \langle I \rangle$	1	1

TABLEAU 5.1 – Moyenne et variances des principaux paramètres statistiques dans le régime de saturation.  $\gamma_E$  est la constante d’Euler.

PDF. Ces paramètres peuvent malgré tout être obtenus par changement de variable dans la distribution Rice-Nakagami de  $A$  puis intégration numérique :

$$\begin{cases} \langle \chi^n \rangle_B = \int_{-\infty}^{+\infty} \chi^n e^{\chi} \text{Rice}(e^{\chi}) d\chi \\ \langle I^n \rangle_B = \int_0^{\infty} \frac{I^n}{2\sqrt{I}} \text{Rice}(\sqrt{I}) dI \end{cases} \quad (5.16)$$

### 5.3.4 Le régime de saturation

Les fluctuations de l’onde augmentent avec la distance de propagation et finissent par atteindre une valeur limite (Tatarski 1971, Dashen 1979, Jakeman 1986, Rytov *et al.* 1989). La pression acoustique complexe à un récepteur se trouvant dans le régime de saturation est la somme de plusieurs contributions non corrélées (trajets acoustiques réfractés de nombreuses fois et impactant le récepteur), et ayant chacune la même fonction de probabilité (car les caractéristiques de la turbulence sont identiques pour chaque trajet). Ainsi la pression acoustique complexe suit une loi gaussienne complexe centrée par invocation du théorème de la limite centrale. En conséquence, l’amplitude suit une loi de Rayleigh, la log-amplitude suit une loi "log-Rayleigh" (définie par exemple dans Rivet *et al.* 2007), la phase est uniforme dans  $[-\pi; \pi]$  et l’intensité a une distribution exponentielle négative. Le seul paramètre libre des ces PDFs est donné par conservation de l’énergie (l’énergie totale vaut  $|p_0|^2$ ). Les moyennes et variances de ces paramètres sont données dans le tableau 5.1.

## 5.4 Le scénario et les détails numériques

Le choix du scénario acoustique complet est limité par le fort coût de calcul des simulations FDTD. Afin de diminuer ce coût, des configurations 2D sont choisies. Le scénario choisi doit permettre la simulation de fluctuations fortes et saturées par une approche Monte-Carlo utilisant une résolution FDTD des LEE, pour des fréquences acoustiques audibles et une atmosphère réaliste. Ce scénario est maintenant donné avec des détails numériques.

Les perturbations typiques de l’atmosphère peuvent atteindre quelques degrés pour la température, et couramment quelques mètres par seconde pour le vent. Ceci mène à des perturbations pour  $\langle \mu^2 \rangle$  (variable importante pour les fluctuations sonores, voir



section 5.3) de l'ordre de  $10^{-5}$  pour des perturbations en température et  $10^{-4}$  pour des perturbations en vent. Le son est donc plus influencé par des perturbation en vent que par celles en température (Ostashev et Wilson 2000, Cheinet 2012). Des perturbations en vent sont alors plus efficace pour étudier le régime de saturation. Les perturbations choisies par la suite suivent un spectre énergétique de von Kármán, avec des écarts-types  $\sqrt{V_x^2} = \sqrt{V_z^2} = 4\text{m.s}^{-1}$  et  $L_0 = 5.0643\text{m}$ . Le diagramme distance-fréquence correspondant est celui présenté en figure 5.3.

Une onde plane harmonique est propagée à travers ces champs turbulents. Trois jeux de simulation sont effectués, pour des fréquences de 50Hz, 300Hz et 600Hz, et des longueurs de propagation maximales de respectivement 1800m, 300m et 300m. Les chemins correspondants parcourus dans l'espace distance-fréquence sont ajoutés au diagramme en figure 5.3. D'après le diagramme, tous les régimes de fluctuations sont couverts par ces jeux de simulations.

L'ensemble des conditions de simulation est donné dans le tableau A.12 de l'annexe A. L'onde plane est générée puis propagée à travers le vent turbulent. Ce dernier est lissé par une fenêtre de Tukey sur les premières mailles du domaine qui suivent la source, afin d'éviter une apparition discontinue des perturbations turbulentes. Après que l'onde se soit propagée sur la distance désirée, elle est absorbée par un matériau poreux absorbant. La dimension transverse du domaine est bien supérieure à  $L_0$ , afin d'avoir une description satisfaisante des plus grandes échelles. Le domaine est périodique dans la dimension transverse, ce qui est consistant avec les scénarios envisagés, qui supposent une distance transverse infinie. Comme dans le chapitre 4, la pression complexe est extraite pour chaque simulation FDTD par transformation de Fourier sur la fréquence de la source (voir équation (4.18)).  $N_t = 100$  itérations temporelles sont prises pour l'extraction de la pression complexe.

Le spectre de von Kármán décroît lentement lorsque le nombre d'onde augmente, ce qui implique la présence de structures très fines. De l'autre côté, le modèle FDTD a une résolution spatiale finie  $dx$ . En absence de traitement spécifique, ce modèle n'est pas capable de prendre en compte l'impact des tourbillons de taille proche ou inférieure à la résolution spatiale. Pour éviter des troncations numériques implicites, nous incorporons un facteur de coupure dans le spectre pour des nombres d'ondes supérieurs à  $2\pi/(6dx)$ , ce qui filtre explicitement les tourbillons plus petits que  $6dx$ . Comme le spectre énergétique est malgré tout faible à de tels nombres d'onde, la variance en vent est faiblement impactée par cette troncation (moins de 3% pour chaque composante). Le champ acoustique donné par le code ITM est inchangé (moins de 1%) lorsque la troncation varie entre  $4dx$  et  $8dx$ . Les premiers essais réalisés sans troncature ont mené à des instabilités numériques.

Un exemple de champ turbulent en vent généré par l'algorithme RFG pour le jeu de simulations 300Hz est présenté en figure 5.4 (a). L'amplitude de la pression normalisée  $|p|/A_0$  obtenue par le code ITM pour la propagation de l'onde plane à 300Hz dans ce champ turbulent est présentée dans la même figure, partie (b). Cette figure peut se comparer au cas du chapitre précédent (figure 4.7) où le champ turbulent influençait moins l'onde qui se propage. Les mêmes structures dans la direction de propagation sont visibles. La principale différence réside dans les fluctuations sonores. Si dans la figure 4.7 l'amplitude du son variait au maximum de 15%, l'amplitude fluctue maintenant de zéro à environ 3 fois sa valeur initiale. L'effet de la turbulence sur l'onde qui se propage

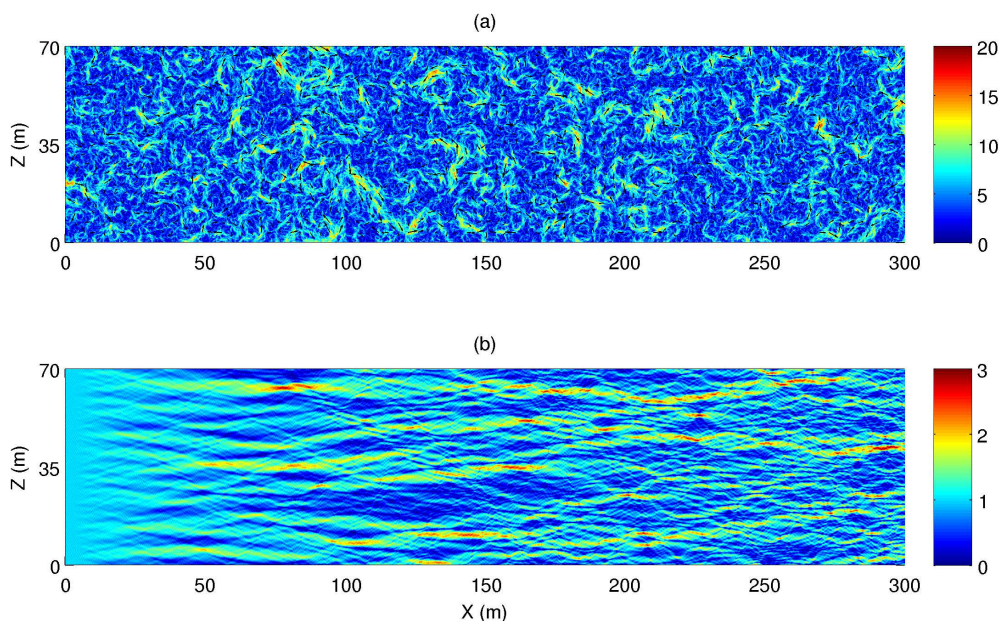


FIGURE 5.4 – (a) Fluctuations en vent turbulentes suivant un spectre de von Kármán avec  $\sigma_V = 4\text{m.s}^{-1}$  et  $L_0 = 5.0643\text{m}$ . Cartographie de l’amplitude du vent (m/s) et direction (flèches). (b) Amplitude de la pression normalisée  $|p|/A_0$  obtenue par le code ITM pour le premier tirage de turbulence du jeu de simulations à 300Hz (en (a)).

est ici très important.

Pour chaque jeu de simulations, une simulation sans turbulence a été réalisée, pour obtenir  $p_0$  d’une part, et d’autre part pour vérifier certains aspects numériques du modèle (absorption numérique efficace aux extrémités, pas de problème lié aux frontières du domaine et aux conditions aux limites, pas numériques spatiaux et temporels, etc.).

Enfin, un grand nombre de simulations par jeu de fréquence est nécessaire pour estimer précisément les moments statistiques, PDFs et JPDs. Pour les jeux à 50Hz et 300Hz, 1024 simulations ont été réalisées. Seulement 200 simulations ont été réalisées pour le jeu à 600Hz en raison du coût numérique supérieur (chaque simulation de ce jeu mettant environ 8 fois plus de temps que dans les autres jeux). Finalement, 200 simulations semblent suffisantes pour obtenir des statistiques exploitables (voir les analyses statistiques ci-après). Sans les efforts de parallélisation (OpenMP et MPI) apportés au code ITM et l’accès à un cluster de calcul, le temps de calcul total aurait rendu cette étude impossible. Il est malgré tout d’environ un mois et demi avec les parallélisations et l’accès au cluster.

## 5.5 Comparaisons

Les statistiques suivantes sont maintenant présentées et comparées à des résultats théoriques ou numériques : amplitude de la pression moyenne  $|\langle p \rangle|$ , variance de la log-amplitude  $\sigma_\chi^2 = \langle \chi^2 \rangle - \langle \chi \rangle^2$ , corrélation transverse de la pression complexe  $\Gamma$ , JPD de la

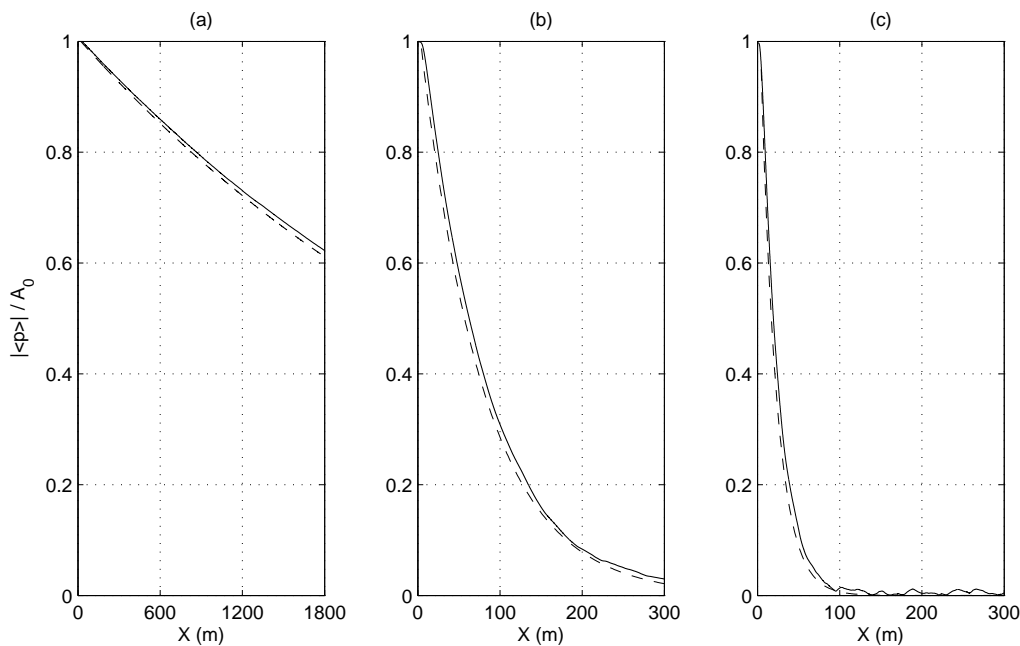


FIGURE 5.5 – Amplitude normalisée de la pression moyenne  $|\langle p \rangle|/A_0$  pour la source de fréquence (a) 50Hz, (b) 300Hz et (c) 600Hz. — ITM, --- décroissance exponentielle théorique. Le facteur de décroissance exponentielle  $\gamma$  est calculé par (a) l'équation (5.9) et (b,c) l'équation (5.11).

pression complexe, et PDFs de la phase et de l'amplitude. En raison du lissage par une fenêtre de Tukey dans les simulations, l'origine du domaine turbulent dans les théories considérées est prise comme le milieu de la fenêtre de Tukey (par exemple dans le jeu à 50Hz, 21m après l'origine de la source).

### 5.5.1 Moments statistiques de premier et second ordre

La pression moyenne décroît de manière exponentielle (équation (5.8)) sur l'ensemble de la distance de propagation. Le modèle FDTD est consistant avec ces résultats, comme cela est montré en figure 5.5. Dans les jeux d'équations à 300Hz et 600Hz, le facteur de décroissance exponentielle  $\gamma$  peut être choisi sous l'approximation paraxiale, équation (5.11). L'accord pour ces fréquences est excellent entre simulation et théorie. Le code ITM reproduit bien la décroissance exponentielle attendue. Pour le jeu de simulations à 50Hz, la turbulence diffuse localement le son à de plus grands angles (chapitre précédent, Cheinet *et al.* 2012), ainsi l'approximation paraxiale n'est pas valide. Le facteur  $\gamma$  utilisé est calculé sans approximation paraxiale, équation (5.9). L'accord avec la théorie est excellent. Aux plus grandes distances de propagation considérées, la pression moyenne a perdu environ 40% de sa valeur initiale dans le jeu à 50Hz, ce qui signifie que le régime de saturation n'est pas encore complètement atteint. La perte est d'environ 96% pour 300Hz et environ 100% pour 600Hz, ce qui suggère que la partie constante de l'onde est supprimée, rendant l'onde complètement fluctuante à ces distances de propagation.

La figure 5.6 donne la variance de log-amplitude en fonction de la distance de propagation. Les statistiques obtenues avec le modèle FDTD sont comparées avec les modèles

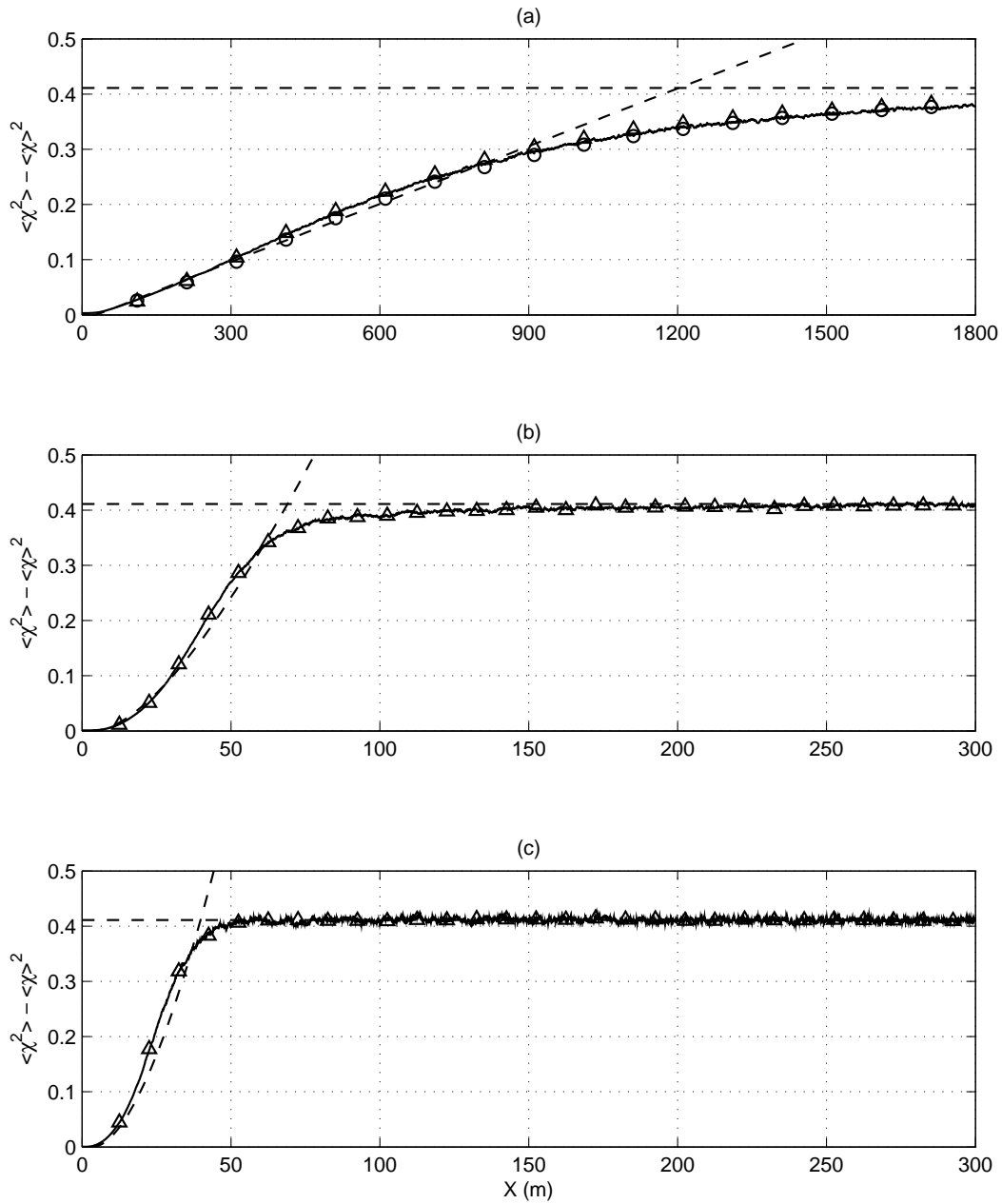


FIGURE 5.6 – Variance de la log-amplitude  $\sigma_\chi^2$  pour la source de fréquence (a) 50Hz, (b) 300Hz et (c) 600Hz. — ITM, --- théorie dans le régime de saturation (ligne horizontale) et théorie de Tatarski (1961),  $\circ$  Brownlee (1973),  $\triangle$  simulations MPS.

analytiques. Le premier modèle analytique est celui de Tatarski (1961), valable dans le régime des faibles fluctuations. Comme attendu, le code ITM suit exactement les valeurs prédites par Tatarski (1961) tant que  $\sigma_\chi^2$  reste faible. La variance de log-amplitude n'atteint pas de valeur limite dans le cas 50Hz. En effet, le régime de saturation n'est pas complètement atteint pour cette fréquence (voir ci-avant). La valeur à laquelle  $\sigma_\chi^2$  donné par le modèle FDTD sature dans les autres jeux de fréquences est en bon accord avec la valeur théorique  $\pi^2/24$  (voir tableau 5.1). Nous avons également vérifié que les variances normalisées d'amplitude  $\sigma_A^2 = (\langle A^2 \rangle - \langle A \rangle^2) / \langle A \rangle^2$  et d'intensité  $\sigma_I^2 = (\langle I^2 \rangle - \langle I \rangle^2) / \langle I \rangle^2$  tendent vers leurs valeurs limites théoriques, de  $(4 - \pi)/\pi$  et 1 respectivement.

Afin d'évaluer le modèle FDTD au delà des régimes asymptotiques de fluctuations faibles et saturées, des simulations *Multiple Phase Screens* (MPS) ont été réalisées dans les mêmes configurations. Ce modèle de propagation est une implémentation efficace de l'équation parabolique en absence de réfraction moyenne, dans laquelle la propagation est séparée en deux processus physiques indépendants. La turbulence atmosphérique est modélisée par des plans transverses où la phase de l'onde qui se propage fluctue localement (premier processus). Le second processus est la propagation entre deux plans de phase consécutifs, qui est implémenté dans l'espace de Fourier spatial transverse par un terme de propagation en champ libre. Le modèle MPS utilisé dans cette étude est détaillé en annexe J.

Les plans de phase (*phase screens*) considérés sont directement les champs turbulents générés par RFG et utilisés dans les simulations FDTD. Il y a donc 4800 plans de phase pour chaque tirage de champ turbulent. Comme avec le modèle FDTD, les statistiques sont obtenues ensuite à partir des tirages. La variance de log-amplitude obtenue par le modèle MPS est présentée pour les différents jeux de fréquences considérés (figure 5.6). L'accord avec les simulations FDTD est excellent tout au long de la propagation pour les jeux à 300Hz et 600Hz. Le régime des fortes fluctuations est alors bien reproduit par une résolution FDTD des LEE pour ces fréquences. Pour 50Hz, l'accord est également bon mais une petite différence est visible entre les deux modèles numériques. Comme cela est discuté plus-haut, l'approximation paraxiale n'est plus valide pour cette basse fréquence, donc le modèle MPS est moins justifié. La théorie de Brownlee (1973) est limitée aux configurations où  $\Lambda \gg 1$ . Pour 300Hz et 600Hz,  $\Lambda$  est toujours inférieur à 0.4 (car pour la turbulence considérée,  $\mathcal{L} = 5\text{m}$ ), ainsi cette théorie ne peut être utilisée. Dans le jeu de simulations à 50Hz cependant,  $\Lambda > 2$  à partir de 300m. La théorie peut être employée et est affichée pour ce jeu de simulations, en utilisant l'expression générale pour  $\gamma$  (équation (5.9)). La simulation FDTD est en bon accord avec Brownlee (1973). Ceci valide le modèle FDTD et cette théorie dans le régime des fortes fluctuations lorsque  $\Lambda \gg 1$ , donc à basse fréquence. En résumé, la variance de log-amplitude est fidèlement reproduite par une approche Monte-Carlo utilisant une résolution FDTD des LEE en tant que modèle de propagation, pour toutes les fréquences et tous les régimes de fluctuations considérés.

La figure 5.7 donne  $\Gamma$  dans le jeu de simulations à 600Hz pour différentes distances de propagation. De la même manière qu'avec  $|\langle p \rangle|$ , le modèle FDTD et l'expression analytique (équation (5.13)) s'accordent pour toutes les distances. L'accord est similaire dans le jeu à 300Hz mais lorsque la fréquence tombe à 50Hz des écarts importants apparaissent. Encore une fois, ceci s'explique par l'approximation paraxiale, qui n'est pas utilisable à 50Hz dans notre cas.

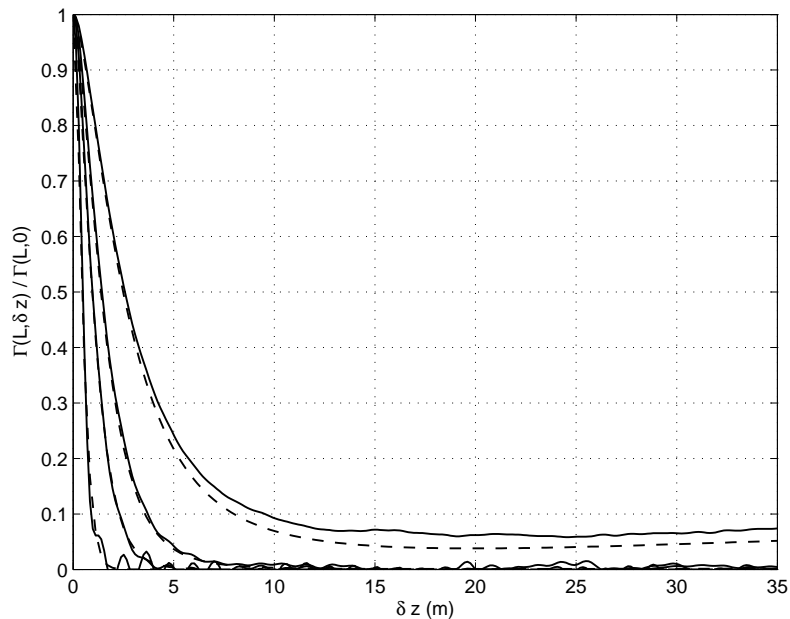


FIGURE 5.7 – Corrélacion transverse de la pression complexe  $\Gamma$  pour différentes distances de propagation (de haut en bas, 30m, 60m, 100m et 300m) pour la source à 600Hz. — ITM, --- théorie de Tatarski (1961).

### 5.5.2 JPD et PDF

Un paramètre analytique et visuel utile pour illustrer les effets de la turbulence sur la propagation du son est la JPD de la pression acoustique  $p$ , c'est-à-dire la probabilité pour  $p$  d'avoir une certaine valeur complexe. L'intégration de la JPD sur l'ensemble des arguments (angles) donne la PDF de l'intensité, de l'amplitude et de la log-amplitude. Lorsque la JPD est intégrée sur le module, c'est la PDF de la phase qui est obtenue. De plus, l'aspect général de la JPD permet de déterminer les corrélations entre log-amplitude et phase, ou entre la partie réelle et imaginaire de  $p$ . Les JPDs calculées à partir des simulations sont données en figure 5.8

Dans le jeu de 50Hz, les JPDs sont celles décrites par la théorie de Brownlee (1973), c'est-à-dire des distributions gaussiennes complexes non-centrées. Ceci fournit une validation qualitative supplémentaire de cette théorie et du modèle FDTD dans cette configuration basse fréquence. La JPD à la distance maximale n'est pas centrée, comme le régime de saturation n'est pas encore atteint (voir figure 5.5). À 300Hz, les fluctuations sont majoritairement des fluctuations de phase dans les premières distances de propagation, ce qui est cohérent avec la théorie (Tatarski 1961, Flatté 1979), et mène à une JPD en forme de croissant. Lorsque le régime de saturation est atteint, la forme est circulaire et centrée, ce qui correspond à des statistiques de gaussienne centrée complexe. Un effet visible ici est la dissymétrie selon l'axe des nombres réels, ce qui signifie une corrélation significative entre  $\chi$  et  $\phi$ . En raison des conventions choisies, un décalage dans le sens horaire inverse signifie un retard de phase, qui signifie que l'onde est ralentie, ce qui implique une refocalisation de l'onde et ainsi une plus forte amplitude. Ceci explique la tendance générale aux plus fortes amplitudes pour des angles négatifs. La déduction

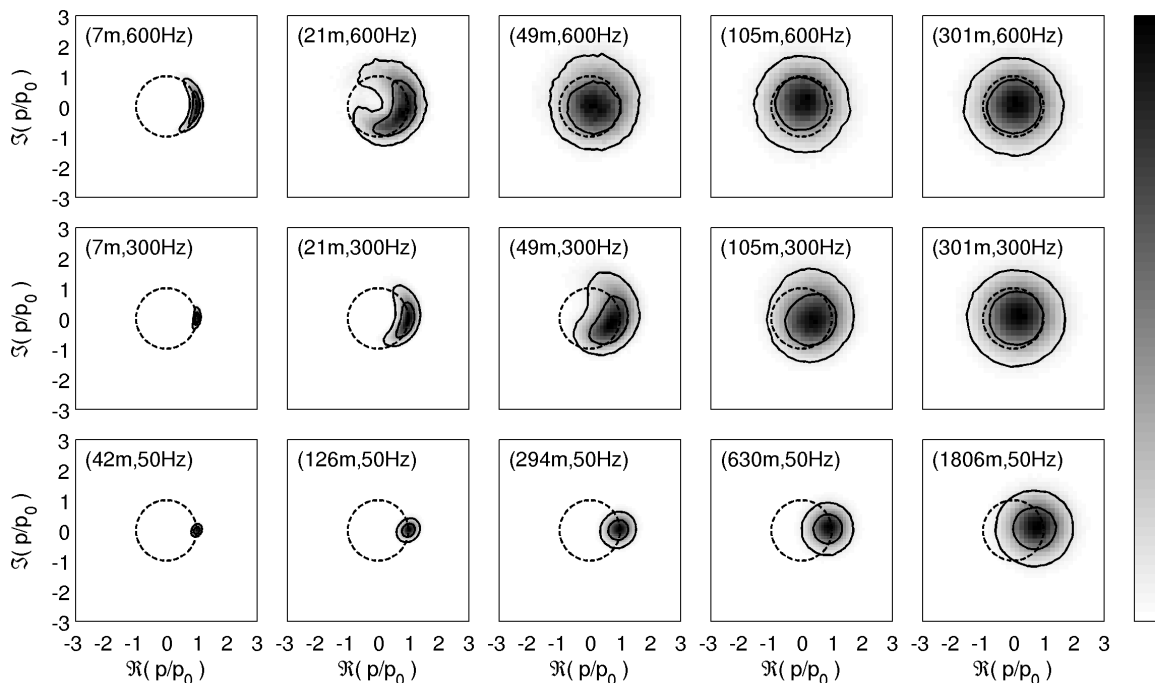


FIGURE 5.8 – JPD de  $p$  obtenues à partir des simulations FDTD pour différentes fréquences et distances de propagation. L'échelle de couleur est linéaire entre 0 et la probabilité maximale. --- cercle unité, — contours d'iso-probabilité : 90% de l'échantillon est dans la frontière externe et 50% dans la frontière interne.

opposée peut être faite pour les décalages dans le sens horaire. Cette dépendance non négligeable est décrite par la corrélation croisée donnée par Tatarski (1961). À 600Hz, l'aspect général des JPDs est similaire au cas 300Hz, avec une évolution plus prononcée avec la distance, comme attendu.

Les PDFs des statistiques normalisées  $\phi - \arg(p_0)$  et  $A/\langle A \rangle$  obtenues pour 300Hz sont données en fonction de la distance de propagation en figure 5.9 Les PDF initiales s'élargissent avec la propagation de l'onde, de la distribution normale vers la distribution uniforme pour la phase, et de la distribution log-normale vers celle de Rayleigh pour l'amplitude. Les PDFs obtenues par simulation tendent vers les PDFs théoriques dans le régime de saturation. Nous avons également vérifié que les autres PDFs suivent la théorie (distribution normale vers *log-Rayleigh* pour la log-amplitude, et log-normal vers exponentielle pour l'intensité). Les comparaisons sont identiques pour le jeu à 600Hz. Il n'existe pas de distribution théorique démontrée dans le régime des fortes fluctuations pour ces fréquences. Cependant pour le jeu de simulations à 50Hz, la théorie de Brownlee (1973) donne la JPD pour des distances de propagation supérieures à 300m (lorsque  $\Lambda > 2$ ), ce qui permet également de déduire les PDFs. En figure 5.10, les PDFs données par le modèle FDTD pour  $A/\langle A \rangle$  sont comparées aux distributions de Rice-Nakagami théoriques, équation (5.14). L'accord entre la théorie de Brownlee (1973) et la simulation est excellent.

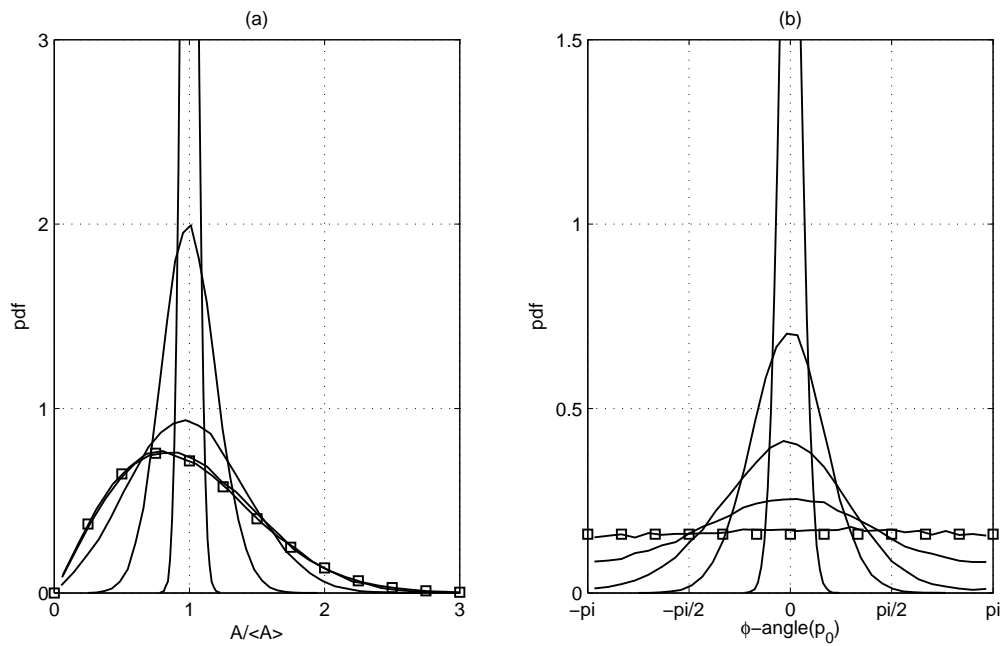


FIGURE 5.9 – PDF de (a) l’amplitude normalisée et (b) la phase, pour la source à 300Hz a différentes distances de propagation (de haut en bas, 7m, 21m, 49m, 105m et 301m). — ITM,  $\square$  théorie dans le régime de saturation.

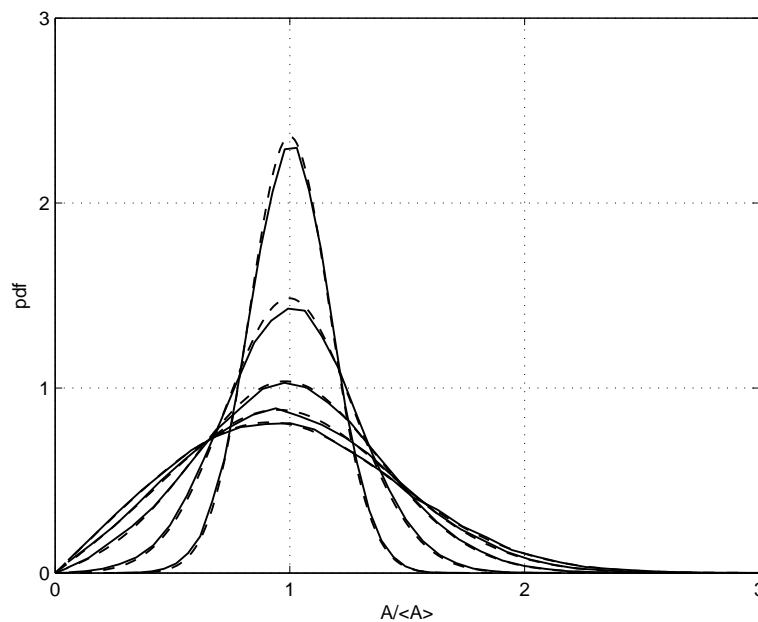


FIGURE 5.10 – PDF de l’amplitude normalisée pour la source à 50Hz a différentes distances de propagation (de haut en bas en  $A/\langle A \rangle = 1, 126\text{m}, 294\text{m}, 360\text{m}, 966\text{m}$  et  $1302\text{m}$ ). — ITM, --- théorie de Brownlee (1973). Pour ces distances de propagation,  $\Lambda$  vaut respectivement 0.92, 2.15, 4.60, 7.05 et 9.50.



## 5.6 Discussion

Dans la section précédente nous avons démontré que le code ITM reproduit de manière fiable les effets statistiques de la turbulence sur l'onde propagée. Dans cette section, le code ITM est utilisé en tant qu'outil pour évaluer une modélisation classique de la PDF de l'intensité.

Cette modélisation a tout d'abord été proposée dans la fin des années 80 (Ewart et Percival 1986, Ewart 1989). La conjecture proposée est que la PDF de l'intensité est décrite par une fonction gamma généralisée (GF), fonction introduite par Stacy (1962). Cette conjecture semble consistante avec les simulations menées par les auteurs de la conjecture, et également avec des études expérimentales (Blanc-Benon et Juvé 1993). La distribution GF nécessite généralement trois paramètres, mais l'un d'eux est imposé lorsque l'énergie est supposée constante au long de la propagation (énergie totale prise à 1 ici). La distribution est alors la suivante :

$$\text{GF}_{\alpha,\beta}(I) = \frac{\beta\zeta^\alpha}{\Gamma_{\text{E}}(\alpha)} I^{\alpha\beta-1} e^{-\zeta I^\beta} \quad (5.17)$$

où les deux paramètres sont  $\alpha$  et  $\beta$ ,  $\Gamma_{\text{E}}$  est la fonction gamma d'Euler, et

$$\zeta = \left( \frac{\Gamma_{\text{E}}(\alpha + 1/\beta)}{\Gamma_{\text{E}}(\alpha)} \right)^\beta \quad (5.18)$$

Cette distribution générale permet une transition douce entre la distribution log-normale (dans le régime des faibles fluctuations, lorsque  $\alpha \rightarrow \infty$ ) et la distribution exponentielle (dans le régime de saturation, lorsque  $\alpha = \beta = 1$ ). Déterminer la valeur de ces paramètres avec la distance de propagation est un problème qui est toujours ouvert aujourd'hui.

La distribution GF n'est pas la seule distribution proposée pour modéliser la PDF de l'intensité. Parmi les nombreux modèles proposés dans la littérature il y a par exemple la distribution K (Jakeman et Pusey 1976), la distribution I-K (Flatté *et al.* 1994), la distribution de Furutsu (Flatté *et al.* 1994) ou encore la distribution de Beckman (Hill et Frehlich 1997). Des auteurs ont également proposé des convolutions entre différentes distributions, comme la distribution I-K modulée par la distribution K (Flatté *et al.* 1994), ou la distribution exponentielle ou de Rice-Nakagami modulés par la distribution log-normale (Churnside et Hill 1987, Churnside et Frehlich 1989). La plupart de ces distributions se réduisent également aux distributions théoriques dans le régime des faibles fluctuations (distribution log-normale) et dans le régime de saturation (distribution exponentielle). Nous n'évaluons que la distribution gamma généralisée à cause de son expression analytique simple (McLaren *et al.* 2012) et car l'objectif de cette section est simplement de montrer les potentialités du code ITM pour résoudre ce problème.

En supposant que la PDF de l'intensité suit effectivement la distribution GF, il est possible de déterminer l'évolution des paramètres  $\alpha$  et  $\beta$  avec la distance de propagation à partir des simulations FDTD. Le jeu de simulations à 300Hz est choisi pour mener cette analyse. La méthode la plus simple, consistant en la résolution du jeu d'équations

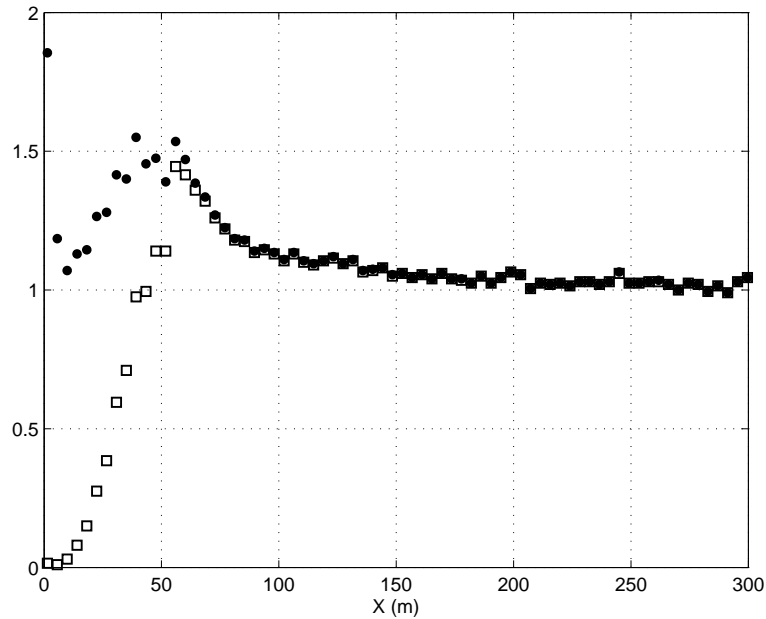


FIGURE 5.11 – Paramètres de la distribution gamma généralisée ajustés à partir des simulations FDTD, pour 300Hz.  $\square$   $1/\alpha$ ,  $\bullet$   $\beta$ .

couplées non linéaires,

$$\begin{cases} \frac{\langle I^2 \rangle}{\langle I \rangle^2} = \frac{\Gamma_E(\alpha)\Gamma_E(\alpha + 2/\beta)}{\Gamma_E^2(\alpha + 1/\beta)} \\ \frac{\langle I^3 \rangle}{\langle I \rangle^3} = \frac{\Gamma_E^2(\alpha)\Gamma_E(\alpha + 3/\beta)}{\Gamma_E^3(\alpha + 1/\beta)} \end{cases} \quad (5.19)$$

où  $\langle I \rangle$ ,  $\langle I^2 \rangle$  et  $\langle I^3 \rangle$  sont calculés à partir des réalisations de propagation par FDTD, ne donne pas des résultats suffisamment précis car les trois premiers moments statistiques de deux distributions différentes peuvent être très proches (Ewart et Percival 1986, Ewart 1989). La méthode utilisée ici est la détermination du couple de paramètres  $(\alpha, \beta)$  qui minimise le *critère de von Mises* (moindres carrés sur la fonction de répartition) pour chaque distance de propagation. Les paramètres ainsi obtenus sont donnés en figure 5.11. Pour de petites distances,  $\alpha$  tend vers l'infini (distribution log-normale) et aux grandes distances  $\alpha$  et  $\beta$  tendent vers 1 (distribution exponentielle). Nous avons vérifié qualitativement que les distributions  $\Gamma\Gamma$  ainsi obtenues suivent bien celles données par simulation. Toutes les statistiques liées à l'amplitude peuvent se déduire à partir des paramètres ainsi déterminés.

À partir d'environ 80m, l'ajustement donne  $\alpha\beta \simeq 1$ . Ceci suggère qu'une loi à un paramètre est suffisante pour des fluctuations de l'onde suffisamment fortes. Ceci est cohérent avec les études montrant un bon accord entre des PDFs à un paramètre et les données expérimentales (dans Churnside et Hill 1987 par exemple).

## 5.7 Conclusion du chapitre

Le son est influencé par la turbulence atmosphérique. Même dans une configuration *a priori* simple, comme la propagation 2D d'une onde plane harmonique à travers une turbulence en vent, le comportement de l'onde est complexe et n'est pas aujourd'hui complètement compris. Pourtant, de tels scénarios sont courants et d'intérêt pratiques, c'est pourquoi de nombreux efforts analytiques, expérimentaux et numériques ont été effectués pour améliorer la connaissance dans ce domaine. Un problème majeur est le manque de solution, soit-elle analytique, expérimentale ou numérique, valide dans toutes les configurations réalistes. Généralement les solutions proposées ont des limitations sur la fréquence de la source (comme dans Brownlee 1979), sur la force des fluctuations sonores (comme dans Tatarski 1961) ou sur la géométrie de la configuration (comme dans les simulations par équation parabolique). De plus, la plupart des résultats quantitatifs ne sont donnés que pour un nombre réduit de statistiques de l'onde.

La résolution par différences finies en domaine temporel (FDTD) des équations d'Euler linéarisées (LEE) est un modèle numérique avec un coût de calcul important mais qui permet de dépasser ces limitations. Ce modèle numérique a déjà montré qu'il retranscrit la physique de la propagation du son à travers la turbulence lorsque les effets sur le son restent modérés (faibles fluctuations), quelle que soit la fréquence de l'onde (voir le chapitre précédent, et Cheinet *et al.* 2012). Ce chapitre avait pour objectif de traiter ce problème lorsque les effets de la turbulence sur le son sont plus forts. Le cas de la propagation 2D d'une onde harmonique à travers une turbulence en vent est considéré. Comme dans Cheinet *et al.* (2012), les simulations FDTD ont été effectuées pour de multiples réalisations de champ turbulent ce qui a permis de déduire des statistiques pour l'onde propagée. Ces statistiques ont ensuite été comparées à différents résultats théoriques ou numériques. Pour les basses fréquences, la théorie utilisée pour comparaison est la théorie de Brownlee (1973). Pour de plus hautes fréquences, des simulations *multiple phase screens* (MPS) sont utilisées pour comparaison. De plus, lorsque les fluctuations sonores sont faibles, la théorie de Tatarski (1961) est considérée, et lorsque ces fluctuations atteignent leur valeur limite (régime de saturation), ce sont des statistiques gaussiennes qui sont considérées pour comparaison (voir par exemple Dashen 1979 ou Flatté 1979).

L'amplitude de la pression complexe moyenne, la variance de la log-amplitude et la cohérence transverse sont consistants entre le modèle FDTD et les résultats théoriques et numériques comparés. La fonction de densité de probabilité jointe (JPD) de la pression complexe donne également des résultats intéressants. Dans le cas basse fréquence, les simulations FDTD correspondent aux JPDs théoriques attendues (distribution gaussienne complexe non centrée). Pour les plus hautes fréquences, le comportement est également celui attendu : fluctuations de phase plus importantes que celles d'amplitude, corrélation croisée visible entre ces deux paramètres. Dans le régime de saturation, la JPD est une gaussienne complexe centrée comme cela est prédit par la théorie. Enfin, les fonctions de densité de probabilité (PDF) de la phase et de l'amplitude correspondent aux PDFs théoriques dans le régime de saturation. Pour les basses fréquences, les PDFs théoriques disponibles sont également en bon accord avec le modèle FDTD. L'ensemble de ces comparaisons mène à la conclusion qu'une approche Monte-Carlo utilisant une résolution FDTD des LEE en tant que modèle de propagation permet de reproduire le comportement statistique connu de la propagation d'une onde à travers la turbulence,

pour tous les régimes de fluctuations et toutes les fréquences considérées. Finalement, le modèle FDTD est utilisé en tant qu'outil pour évaluer une modélisation classique de la PDF de l'intensité par une distribution gamma généralisée. Le code FDTD donne l'évolution avec la distance des paramètres de cette distribution pour une des fréquences évaluées.

Ce chapitre conclut les études menées pendant la thèse sur l'impact de l'atmosphère sur la propagation du son (chapitres 3 à 5). Le modèle FDTD a montré qu'il reproduit ces impacts dans de nombreuses configurations. Il est encore largement possible de continuer les investigations dans ce domaine, par exemple en étudiant les champs de pression instantanés (figure 5.4, b), qui présentent des structures particulières, ou en s'intéressant à la propagation de sons non harmoniques à travers la turbulence. Cependant afin d'avoir une vision globale des potentialités du code ITM, nous avons préféré nous pencher sur un autre aspect important de la propagation du son en extérieur qui est l'impact des géométries complexes. Cet aspect est traité dans le chapitre 6 suivant.

# Chapitre 6

## Simulation de la propagation en géométrie complexe de signaux impulsionnels

### 6.1 Introduction

La propagation du son en milieu urbain est un sujet qui attire l'attention depuis de nombreuses années, autant pour des applications civiles que de défense. Comprendre la propagation sonore dans ces environnements est important pour des questions diverses comme la réduction du bruit, ou la conception de systèmes de localisation de sources acoustiques. La présence de nombreux obstacles génère en effet des réflexions et diffractions multiples, ce qui perturbe énormément le champ acoustique. Malgré l'existence de modèles mathématiques permettant la description de ces phénomènes (voir par exemple Pierce 1974), ces derniers se cumulent rapidement dans des configurations réalistes et ne sont alors pas bien pris en compte par des modèles mathématiques simples. En particulier, des méthodes utilisant par exemple des théories classiques de réverbération, de description statistique, la méthode des sources images ou des approches modales présentent des limitations (Le Pollès *et al.* 2004).

Le modèle de propagation numérique basé sur la résolution FDTD des équations d'Euler linéarisées est particulièrement prometteur dans le cadre des études sur la propagation acoustique en milieu urbain (Liu et Albert 2006) et permet d'ajouter les effets atmosphériques aux effets liés à la géométrie (Heimann 2007, Van Renterghem et Botteldooren 2010). Les modèles FDTD sont de plus en plus employés dans cette perspective (Albert *et al.* 2005, Liu et Albert 2006, Van Renterghem et Botteldooren 2008, Richoux *et al.* 2010, Albert et Liu 2010).

Dans ce chapitre, le modèle FDTD de l'ISL (le code ITM) est employé dans le cadre de la propagation en milieu urbain. Bien que les modèles FDTD soient déjà utilisés dans ce cadre, ce chapitre permet de compléter les évaluations du code ITM pour les scénarios d'intérêt pour l'institut d'accueil de la thèse (l'ISL). La méthode FDTD étant une méthode temporelle, un accent particulier sera mis sur la propagation de signatures acoustiques non harmoniques, ce qui permet encore d'évaluer les capacités du code pour des scénarios complexes.

L'objectif du chapitre n'est pas la validation qualitative du code de propagation ITM

pour l'ensemble des phénomènes liés à la propagation de bruits impulsionsnels en milieu urbain. Ce chapitre est un chapitre ouvert permettant une illustration qualitative des potentialités du code ITM pour des cas de propagation de signaux non harmoniques en géométrie complexe. Dans une certaine mesure quelques évaluations sont réalisées, sur la physique de la propagation 2D en champ libre en particulier.

La section 6.2 commence par présenter des signaux acoustiques non-harmoniques présentant un intérêt pratique pour les applications de propagation en milieu urbain. Le *sillage*, un phénomène particulier propre à la propagation bidimensionnelle (ondes cylindriques) est également présenté dans cette section. Nous évaluons ensuite la capacité du modèle FDTD à retranscrire ce phénomène, qui peut mener à des erreurs d'interprétation s'il n'est pas bien considéré.

Dans la section 6.3, le code ITM est utilisé dans le cadre de la propagation autour d'un unique mur. L'originalité par rapport à ce qui a été présenté dans le chapitre 2 (paragraphe 2.3.4) réside dans la comparaison avec un montage expérimental réalisé en chambre anéchoïque. Ceci constitue une première évaluation du code ITM par rapport à des mesures expérimentales.

La complexité du scénario augmente dans la section 6.4, avec l'ajout d'un second mur adjacent et perpendiculaire au premier. Le scénario acoustique complet suit celui proposé par Liu et Albert (2006) et inclut alors la propagation d'une détonation de 280g de C4. Les mesures expérimentales obtenues par les auteurs de cette étude sont comparées aux résultats de simulations ITM et 2D et 3D. Le modèle FDTD est validé dans ce cas complexe et une discussion sur cet aspect 2D/3D est proposée.

La section 6.5 présente la propagation d'un bruit impulsionsnel dans un environnement urbain réel. La campagne expérimentale est tout d'abord présentée, puis une simulation ITM est réalisée et comparée aux résultats expérimentaux. Cette section permet d'illustrer les potentialités des modèles FDTD pour des applications dans des configurations réelles complexes.

Enfin, la section 6.6 termine ce chapitre en présentant une perspective importante du code ITM : l'utilisation en tant qu'outil d'évaluation de concepts récents de localisation. Le concept évalué est le *retournement temporel*, qui est un algorithme original permettant la localisation d'une source acoustique dans un environnement urbain complexe. Cet algorithme est d'abord présenté puis appliqué au scénario urbain de la section précédente. Les résultats obtenus par le modèle FDTD sont ensuite utilisés pour évaluer des critères de localisation possibles pour le retournement temporel.

## 6.2 Propagation de signaux acoustiques impulsionsnels

### 6.2.1 Signaux impulsionsnels pratiques

Parmi les signaux acoustiques non harmoniques, il est possible de mettre en évidence quelques signaux présentant un intérêt pratique dans le cadre de l'acoustique du champ de bataille.

Le premier signal d'intérêt est le *paquet d'ondes*, un signal harmonique avec une enveloppe temporelle. En figure 6.1 (a) un *paquet d'ondes* de fréquence 1000Hz avec 3 fronts d'onde est présenté, avec la fonction d'enveloppe (ici une fenêtre de Tukey) mise en évidence. L'expression analytique de ce signal est donnée par l'équation (2.36)

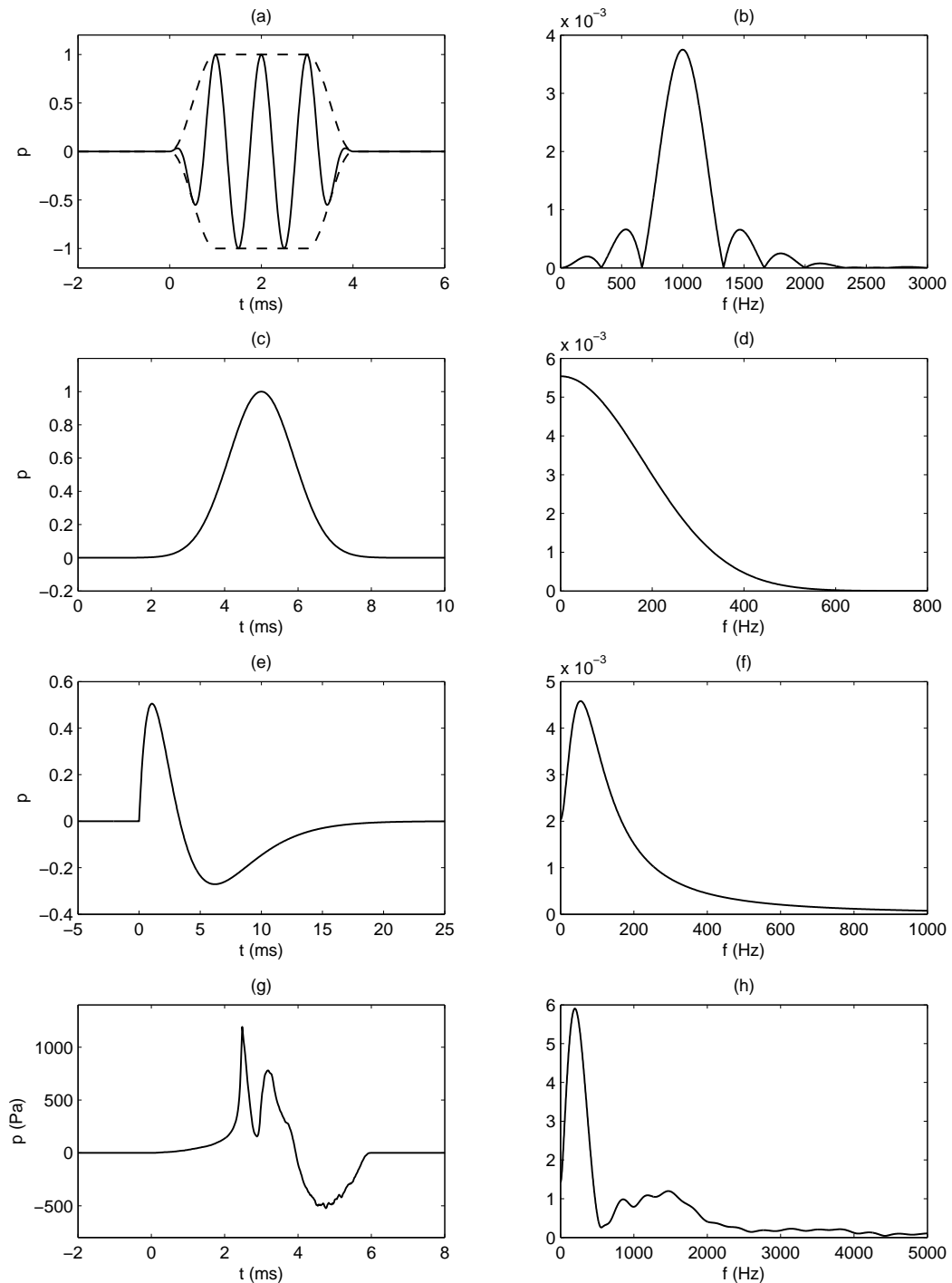


FIGURE 6.1 – Signature acoustique de signaux non harmoniques : (a) *paquet d'ondes*, (c) gaussienne, (e) détonation de C4, et (g) canon à butane. Les spectres fréquentiels associés à ces signaux sont donnés respectivement dans les sous-figures (b), (d), (f) et (h). La courbe en tirets en (a) est l'enveloppe du *paquet d'ondes*.

si  $A = 1$ ,  $f = 1000\text{Hz}$ ,  $T = 4/f$  et  $T_1 = T_2 = 1/f$ . Le spectre fréquentiel de ce signal est donné dans la même figure, en (b). La fenêtre de Tukey génère une convolution dans le domaine fréquentiel ce qui fait apparaître des lobes secondaires dans le spectre, autour de la fréquence du signal harmonique. Ce signal, utile pour observer visuellement la propagation des ondes acoustiques (comme cela est proposé en figure 2.12), peut ainsi posséder des composantes fréquentielles mal résolues par le modèle FDTD (voir le paragraphe 2.2.9) si la fenêtre temporelle est trop courte.

Un autre modèle de source pratique est la source gaussienne (voir figure 6.1 c). Son principal avantage repose dans son expression analytique simple et ayant des propriétés mathématiques utiles, de la forme :

$$p_G(t) = A \exp(-f^2(t - t_0)^2) \quad (6.1)$$

où les paramètres sont l'amplitude  $A$ , la fréquence caractéristique  $f$  et le décalage temporel  $t_0$  (dans la figure ces paramètres ont pour valeurs respectives 1, 800Hz et 5ms). L'utilisation d'expressions gaussiennes permet le plus souvent d'aboutir à des expressions mathématiques fermées. Le spectre d'une gaussienne est également une gaussienne (figure 6.1 d). Les fonctions de transfert de différents systèmes peuvent être évaluées avec ce type de source (comme dans Cotté et Blanc-Benon 2009)

Le signal sonore généré par une explosion de C4 est un cas concret de signal impulsionnel rencontré dans le cadre des applications de sécurité et défense. La figure 6.1 (e) donne la pression acoustique normalisée issue de la détonation de 280g de C4 (Liu et Albert 2006). Les auteurs donnent une forme analytique :

$$p_{C4}(t) = A(1 - a(ft - b)^2) \exp(-cft) \quad (6.2)$$

où les paramètres sont  $(A, a, b, c, f)$ . Dans la figure 6.1 (e) ces paramètres sont (1, 16, 1/4, 3.4, 150). La forme du signal présente des variations caractéristiques : surpression rapide suivie d'une dépression plus longue (Naz *et al.* 2008). Les caractéristiques fréquentielles de ce signal sont données en figure 6.1 (f).

Un dernier exemple de source acoustique pratique est le *canon à butane* (voir figure 6.2 a). Cette source, utilisée par exemple pour effaroucher les oiseaux à proximité des aéroports, peut être utilisée dans le cadre des applications sécurité et défense en raison de sa reproductibilité et similarité en terme de signature acoustique (même figure, en b) par rapport à des sources "militaires" (explosion, tir d'arme à feu) réelles, tout en étant moins contraignante à l'usage. D'autres équipes utilisent également ce type de sources comme une source de bruit impulsionnelle (voir Chunchuzov *et al.* 1997 ou encore Waxler *et al.* 2008). La caractérisation complète de cette source est présenté par Cheinet *et al.* (2011), qui propose également une forme du signal plus simple (figure 6.1 g). Le spectre fréquentiel est donné dans la même figure (en h).

L'acoustique du champ de bataille est riche en sources impulsionnelles diverses. On peut par exemple encore citer les ondes de bouche et de Mach générés par un tir de projectile supersonique (Naz *et al.* 2008). L'onde de bouche générée par le fusil est de forme *blast* tandis que l'onde de Mach générée par le projectile supersonique a une forme caractéristique "en N". L'onde de Mach n'est pas étudiée ici car les fronts de montée en pression sont trop courts (de l'ordre de la dizaines de microseconde).



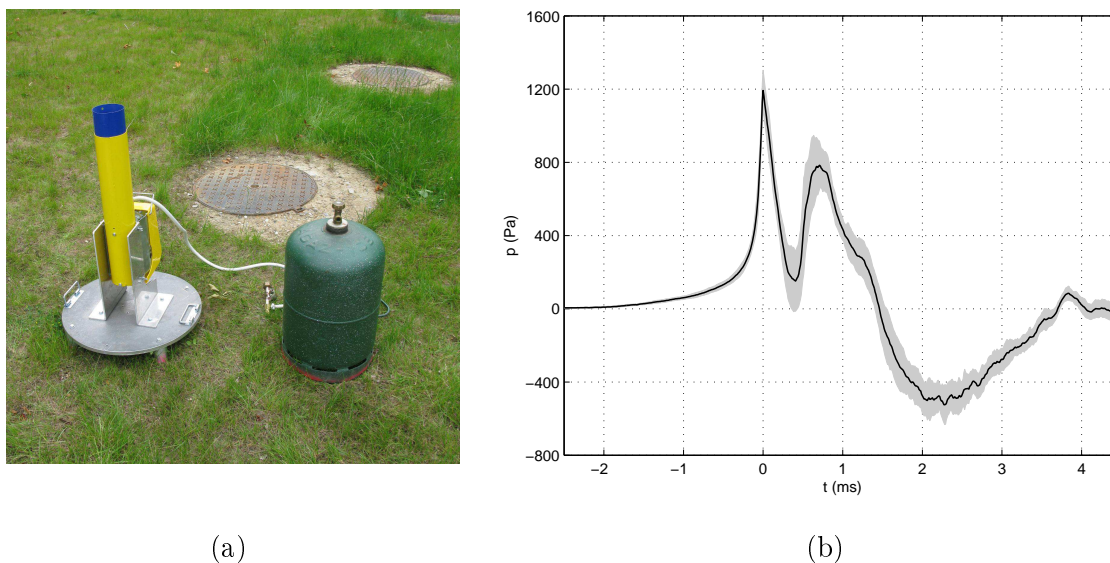


FIGURE 6.2 – (a) Photographie du canon à butane utilisé, et (b) sa signature acoustique à 1m. La courbe donne le signal moyen et le domaine grisé donne le signal moyen plus ou moins un écart-type. D'après Cheinet *et al.* (2011).

## 6.2.2 Phénomène de sillage

En raison du coût numérique important des méthodes de type FDTD, il est courant de modéliser l'environnement réel 3D par une projection 2D. Si la source acoustique est ponctuelle le retour à l'équivalent 3D est généralement effectué en multipliant le champ de pression acoustique par un facteur en  $1/\sqrt{r}$  ou  $1/\sqrt{c_0 t}$  ( $r$  étant la distance à la source,  $c_0$  la célérité et  $t$  le temps) afin de revenir à une décroissance de l'amplitude en  $1/r$  (contre  $1/\sqrt{r}$  en 2D, voir le paragraphe 1.2.1). Cette approche est par exemple effectuée par Liu et Albert (2006), Liu *et al.* (2007) ou encore Albert et Liu (2010).

Cependant, la propagation dans un espace bidimensionnel présente une spécificité particulière qui rend cette équivalence limitée : le *sillage*. Une onde acoustique qui se propage dans une atmosphère constante en champ libre ne fait que perdre de l'amplitude avec la distance de propagation dans le cas 3D. Dans le cas bidimensionnel, la forme générale du signal peut de plus être amenée à changer. Une excitation ponctuelle impulsionnelle laisse dans son sillage un "après signal", d'amplitude décroissante avec le temps mais de durée infinie (Morse et Ingard 1968, Soodak et Tiersten 1993).

Ce phénomène particulier, peu discuté dans la littérature, est traité mathématiquement en détail par Soodak et Tiersten (1993). Pour illustrer le sillage, une simulation ITM tridimensionnelle est effectuée, avec une source en l'origine, d'abord ponctuelle (propagation 3D), linéique dans l'axe Z (propagation 2D), et enfin plane dans les axes Y et Z (propagation 1D). Le signal source, de forme gaussienne, est propagé dans une atmosphère constante en champ libre. La pression acoustique le long de l'axe X est enregistrée au long de la propagation. Les autres détails de la simulation sont donnés dans le tableau A.13 de l'annexe A.

Les résultats de ces simulations sont donnés en figure 6.3, dans laquelle la forme de l'onde propagée est montrée en fonction du temps pour les 3 sources. Ainsi il est

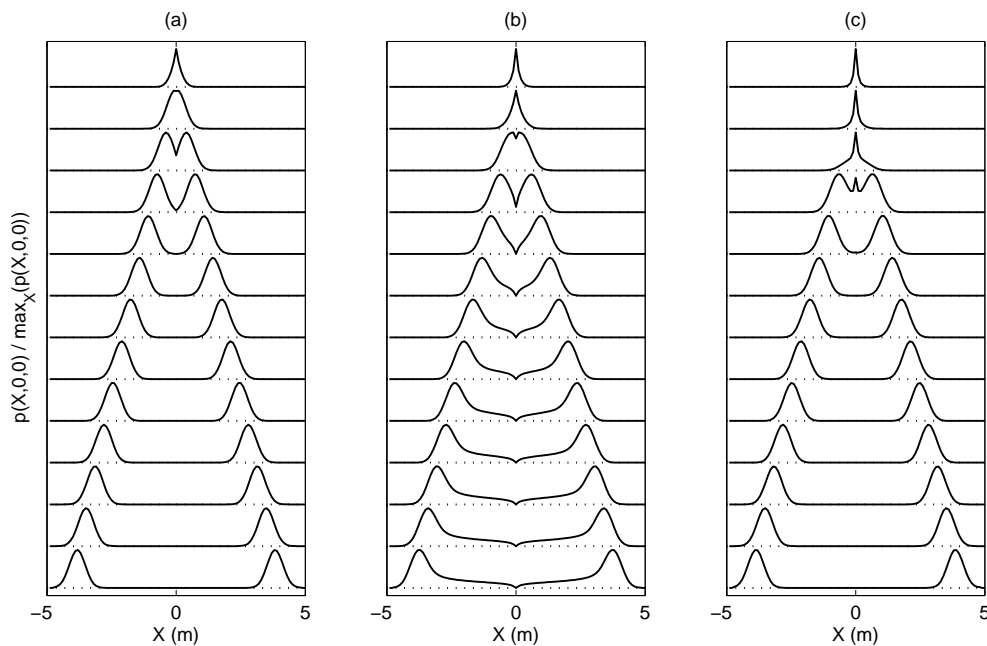


FIGURE 6.3 – Pression acoustique le long de l’axe  $X$ , normalisée par rapport à la valeur maximale, pour la source (a) ponctuelle  $-propagation\ 3D-$ , (b) linéique  $-propagation\ 2D-$ , et (c) plane  $-propagation\ 1D-$ . Les courbes sont données pour chaque milliseconde entre 4ms et 16ms, et sont décalées verticalement.

clair que le signal garde sa forme dans le cas de la propagation 1D et 3D. La seule différence, qui ne se voit pas ici en raison de la normalisation, est la décroissance de l’amplitude dans le cas 3D alors que celle-ci reste constante dans le cas 1D. Dans la configuration bidimensionnelle, une traînée acoustique est visible dans le sillage de la gaussienne propagée. Cet effet change de manière importante l’apparence du signal au fur et à mesure de sa propagation. La propagation 2D peut donc être différente de la propagation 3D dans certains cas, et il faut bien être conscient de cet effet de sillage lorsqu’on veut modéliser le monde réel 3D par une projection 2D.

Soodak et Tiersten (1993) quantifient cet effet en donnant les solutions analytiques à l’équation d’onde en milieu constant, sans vent, avec une source générique en l’origine :

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - c_0^2 \Delta p = \delta(\vec{r}) F(t) \quad (6.3)$$

où  $\delta$  est le symbole de Kronecker et  $F$  le signal source. La solution générale est donnée par les fonctions de Green temporelles  $\mathcal{G}_n$  :

$$p(\vec{r}, t) = \int_0^t F(t') \mathcal{G}_n(\vec{r}, t - t') dt' \quad (6.4)$$

qui valent selon la dimension du problème :

$$\begin{cases} (1D) : \mathcal{G}_1(\vec{r}, t) = \frac{1}{2c_0} \mathcal{H}\left(t - \frac{r}{c_0}\right) \\ (2D) : \mathcal{G}_2(\vec{r}, t) = \frac{1}{2\pi c_0^2} \frac{1}{\sqrt{t^2 - r^2/c_0^2}} \mathcal{H}\left(t - \frac{r}{c_0}\right) \\ (3D) : \mathcal{G}_3(\vec{r}, t) = \frac{1}{4\pi c_0^2} \frac{1}{r} \delta\left(t - \frac{r}{c_0}\right) \end{cases} \quad (6.5)$$

où  $\mathcal{H}$  est la fonction de Heaviside (retourne 0 si son argument est négatif, et 1 sinon). Le sillage est visible dans le cas bidimensionnel par la présence du terme dépendant de  $t$  dans  $\mathcal{G}_2$ .

Il est légitime de se demander si cet effet particulier est correctement intégré dans le code ITM. Pour tester cela, il faut tout d'abord établir un équivalent entre les sources génériques  $F$  de (6.3) et une des sources possibles du code ITM (dans le jeu d'équations (2.5)). En cas d'absence de vent et de source de force externe le jeu d'équations du modèle FDTD peut se réduire à :

$$\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} - c_0^2 \Delta p = \rho_0 c_0^2 \frac{\partial Q}{\partial t} \quad (6.6)$$

ainsi par identification un équivalent entre la source de masse  $Q$  et la source générique  $F$  est, dans le cas sans vent :

$$\rho_0 c_0^2 \frac{\partial Q}{\partial t} \Big|_t = F(t) \quad (6.7)$$

Si la source générique est alors choisie gaussienne ( $F$  donné par le terme de droite de (6.1)), avec les mêmes paramètres que précédemment, la source de masse équivalente à implémenter dans le code ITM s'obtient par intégration :

$$Q(t) = \frac{\sqrt{\pi}}{2f\rho_0 c_0^2} \left( \operatorname{erf}(f(t - t_0)) - \operatorname{erf}(-ft_0) \right) \quad (6.8)$$

où  $\operatorname{erf}$  est la fonction d'erreur de Gauss. Une simulation 2D similaire à la précédente est alors effectuée. La source acoustique est la source de masse équivalente à une source générique de forme gaussienne, selon l'équation (6.8). Les détails de la simulation sont donnés dans le tableau A.14 de l'annexe A. La figure 6.4 donne la pression acoustique le long de l'axe X dans ce cas de propagation 2D, quelques instants après l'émission du signal gaussien. Le sillage est clairement visible derrière les gaussiennes propagées. La valeur théorique donnée par Soodak et Tiersten (1993), au travers de l'équation (6.4), est également affichée dans la figure. L'accord entre théorie et simulation est excellent, ce qui indique que l'effet de sillage, noté en figure 6.3, est reproduit par le modèle FDTD.

La conclusion de ce paragraphe est double. Tout d'abord le phénomène de sillage, un phénomène propre à la propagation 2D, peut empêcher l'équivalence de propagation 2D/3D par ajout d'un simple facteur sur l'amplitude. Cet effet doit donc être considéré soigneusement. Ensuite, le modèle FDTD retranscrit le sillage.

Une dernière remarque enfin concernant les équivalences de sources. Dans le cas sans vent, il est possible de donner un équivalent entre la source générique, qui permet d'aboutir à une solution complète pour  $p$  (équation (6.4)), et une source de masse, au

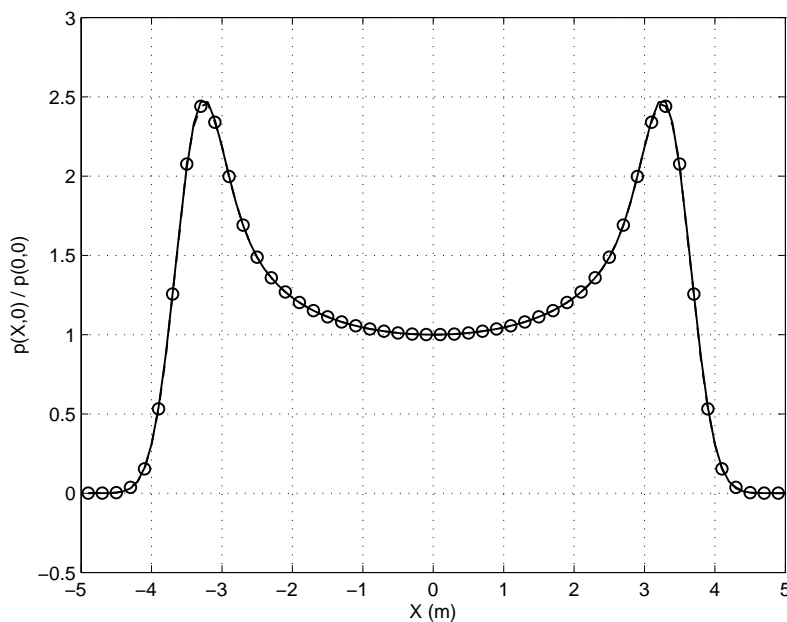


FIGURE 6.4 – Pression acoustique le long de l’axe X, normalisée par rapport à la valeur en l’origine. — ITM, et  $\ominus$  théorie.

travers de l’équation (6.7). Comme les sources utilisées dans le code ITM sont souvent des sources de pression dures, il serait utile de trouver un équivalent reliant ce type de sources aux deux autres types. Cela permettrait d’une part de donner une solution analytique à la propagation en champ libre pour  $p$  avec n’importe quelle source de pression dure (ce qui serait particulièrement intéressant dans le cas 2D car le sillage pourrait être estimé avant simulation), et d’autre part de pouvoir modéliser la source de pression dure par une source de masse équivalente, qui a l’avantage d’être une source *transparente* (voir paragraphe 2.2.4).

Dans le cas 1D, l’équivalence est possible par identification directe. Si la source de pression dure ayant pour signal  $p(t)$  est en l’origine, l’équation (6.4) pour  $\vec{r} = \vec{0}$  donne :

$$p(t) = \frac{1}{2c_0} \int_0^t F(t') dt' \quad (6.9)$$

En dérivant cette équation il vient :

$$F(t) = 2c_0 \left. \frac{\partial p}{\partial t} \right|_t \quad (6.10)$$

Ainsi lorsqu’une source de pression dure est présente dans une simulation 1D, il est possible d’évaluer analytiquement la pression acoustique, ou de modéliser cette source dure par une source de masse en transformant  $p(t)$  en source générique  $F(t)$  avec l’équation (6.10) puis en source de masse  $Q(t)$  par l’équation (6.7).

Dans le cas 3D, l’équation (6.4) n’est pas définie en  $\vec{r} = \vec{0}$ . Il est cependant possible de trouver une source générique permettant d’imposer la pression acoustique ailleurs qu’à l’origine (à 1m de la source par exemple). Soit  $p(r_0, t)$  la valeur désirée à une distance

$r_0$  de l'origine. L'équation (6.4) en  $r_0$  donne :

$$p(r_0, t) = \frac{F(t - r_0/c)}{4\pi c_0^2 r_0} \quad (6.11)$$

et ainsi :

$$F(t) = 4\pi c_0^2 r_0 p(r_0, t + r_0/c_0) \quad (6.12)$$

Comme dans le cas 1D, ceci permet l'estimation analytique de la pression acoustique ainsi que la modélisation par une source de masse transparente (dont l'expression s'obtient analytiquement ou par intégration numérique de l'équation (6.7), où  $F$  se calcule par l'équation (6.12)).

Le cas 2D est en revanche plus problématique. L'équation (6.4) donne :

$$p(r_0, t) = \frac{1}{2\pi c_0^2} \int_0^{t - \frac{r_0}{c_0}} \frac{F(t') dt'}{\sqrt{(t - t')^2 - r_0^2/c_0^2}} \quad (6.13)$$

Le terme dans l'intégrale présente des singularités et il semble difficile d'exprimer directement  $F(t)$  à partir de cette relation. Ce point est regrettable car obtenir l'équivalence des sources aurait été très utile pour le cas 2D. Ces aspects intéressants restent à approfondir, soit pour traiter le cas 2D plus en détail, soit pour traiter le cas avec vent.

L'équivalence a été testée par simulation ITM dans le cas 3D. La source de masse calculée par la méthode décrite a bien permis de trouver le signal de pression désiré à 1m de la source. Cependant, le son incorporé étant proportionnel au volume de la source (une maille  $dx^3$ ), un facteur  $dx^{-3}$  est ajouté à  $Q$  pour obtenir le résultat désiré.

## 6.3 Propagation autour d'un mur

Une première simulation FDTD a déjà été réalisée pour ce scénario (dans le chapitre 2, paragraphe 2.3.4). La différence dans cette section réside dans la comparaison avec un montage expérimental, ce qui permet une première comparaison entre les simulations et des données réelles. Comme le code ITM a déjà été comparé à la théorie, seules les données expérimentales seront confrontées à la simulation dans cette section.

Le scénario choisi comporte une source acoustique située d'un côté d'un mur et au dessus d'un sol plan. L'onde acoustique générée se propage en champ libre 3D (à l'exception du mur et du sol) dans l'atmosphère sans vent et à température constante.

### 6.3.1 Description du montage expérimental

L'expérimentation a lieu dans une chambre anéchoïque, afin d'une part de limiter le bruit de fond, qui est d'environ 20dB à 30dB dans la salle utilisée, et d'autre part d'avoir des conditions atmosphériques optimales (pas de vent, température constante –mesurée à 22°C–). Le champ libre est reproduit par les terminaisons anéchoïques de la salle (panneaux de mousse). Le coefficient de réflexion des panneaux de mousse est situé entre 0.2 et 0.1 entre 125Hz et 500Hz, puis inférieur à 0.1 au delà de 500Hz. Pour 1kHz il est d'environ 0.05 (Zimmermann *et al.* 1996). Les panneaux de mousse posés au sol sont retirés afin d'avoir un sol très réfléchissant (en béton). Un mur en parpaing est placé dans la salle. La source acoustique (un haut-parleur rectangulaire) est disposée d'un

côté du mur. Afin d'observer la "réponse temporelle" du scénario acoustique, un *paquet d'ondes* (de paramètres  $f = 1\text{kHz}$ ,  $T = 3/f$ , et  $T_1 = T_2 = 1/f$ ) est émis par la source. Des fonctions de transfert sont également évaluées, par émission d'un signal harmonique qui monte en fréquence de 200Hz à 2kHz par pas de 10Hz. Quatre microphones sont suspendus et disposés autour du mur, sur un plan géométriquement perpendiculaire au mur et passant par la source. Deux photos du montage expérimental sont données en figure 6.5. Le scénario complet incluant les coordonnées des différents éléments, ainsi que la chaîne d'acquisition, est donné en figure 6.6. Les microphones sont des Brüel et Kjær (BK4189), le conditionneur-amplificateur suivant dans cette chaîne est un Brüel et Kjær (BKWH3219), et le système d'acquisition est un TEAC<sup>®</sup>. Les données sont enregistrées par un ordinateur, et un générateur de signaux et un oscilloscope ont également été utilisés pour des essais préalables.

La sensibilité des microphones est mesurée à l'aide d'un pistonphone. Le signal sonore en *paquet d'ondes* est d'abord émis par la source, et les données sont enregistrées à l'aide d'un déclenchement sur le premier microphone (une seconde enregistrée avant et après le déclenchement). Les bruits observés aux microphones (fluctuations 50Hz du réseau électrique par exemple) sont éliminés par un filtrage passe-haut à 100Hz et un moyennage sur 100 mesures. L'origine temporelle est choisie à l'instant du plus grand pic obtenu sur le microphone 1 et l'amplitude est normalisée par rapport à la pression à ce pic (5.28Pa). Les fonctions de transfert sont ensuite obtenues aux microphones en mesurant le niveau sonore lors de l'émission du signal de montée en fréquence.

### 6.3.2 Simulation ITM

Le scénario implémenté dans le code ITM est obtenu par projection 2D sur le plan perpendiculaire au mur passant par les microphones et la source. Cette approximation, possible en raison de la géométrie du problème, permet un temps de calcul plus rapide mais cela nécessite une attention particulière vis-à-vis de l'équivalence 2D/3D (voir paragraphe 6.2.2). La source acoustique choisie est une source de pression dure ponctuelle positionnée au milieu de la face avant du haut-parleur. La pression acoustique donnée par la simulation est prélevée au long de la propagation aux noeuds du maillage correspondant aux quatre microphones. Le sol est parfaitement réfléchissant, et le mur (également supposé parfaitement réfléchissant) est modélisé par sa section transverse. Le champ libre est modélisé par des matériaux poreux absorbants. Enfin, les pas spatiaux et temporels sont choisis pour le cas le plus contraignant numériquement parlant (c'est-à-dire pour une fréquence de 2kHz). Lorsque la fréquence de la source est inférieure le domaine est sur-résolu mais cela simplifie l'implémentation. Dans le cas du calcul de la fonction de transfert, une simulation a lieu avec une source harmonique pour chaque fréquence désirée (200Hz à 2kHz par pas de 10Hz) ce qui nécessite d'effectuer 181 simulations, en plus de la simulation pour le signal *paquet d'ondes*. Les autres détails de la simulation sont donnés dans le tableau A.15 de l'annexe A.

Le post traitement pour les signaux obtenus par simulation diffère selon le type de signal source considéré. Dans le cas du *paquet d'ondes*, l'origine temporelle est choisie comme étant le temps correspondant au plus grand pic sur le premier microphone. Ensuite, le retour à la décroissance théorique du son en  $1/r$  ( $r$  étant la distance à la source) dans le cas 3D est effectué par ajout d'un facteur  $1/\sqrt{c_0(t-t_0)}$  ( $t_0$  étant l'instant d'émission du signal) sur la pression acoustique, similairement à Liu et Albert

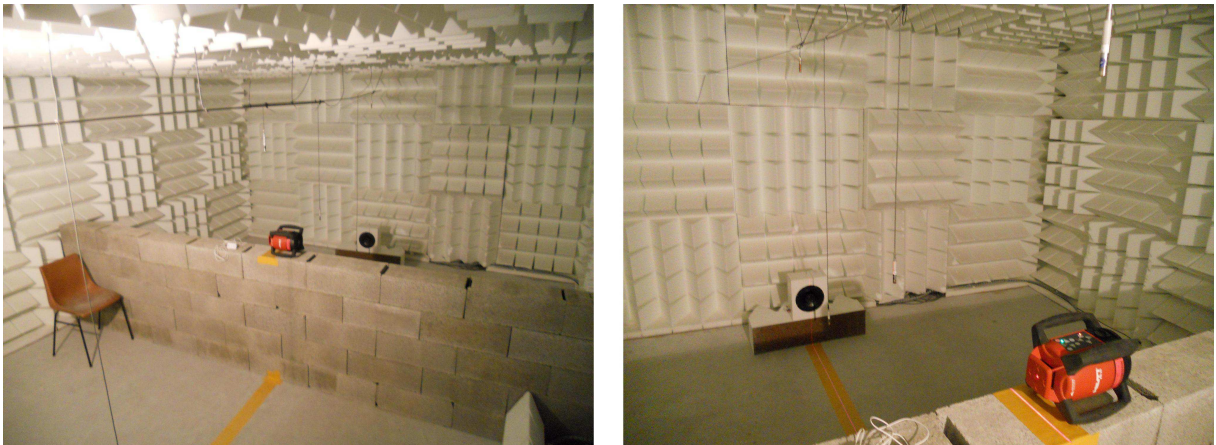


FIGURE 6.5 – Deux photos du montage expérimental de la propagation autour d'un mur.

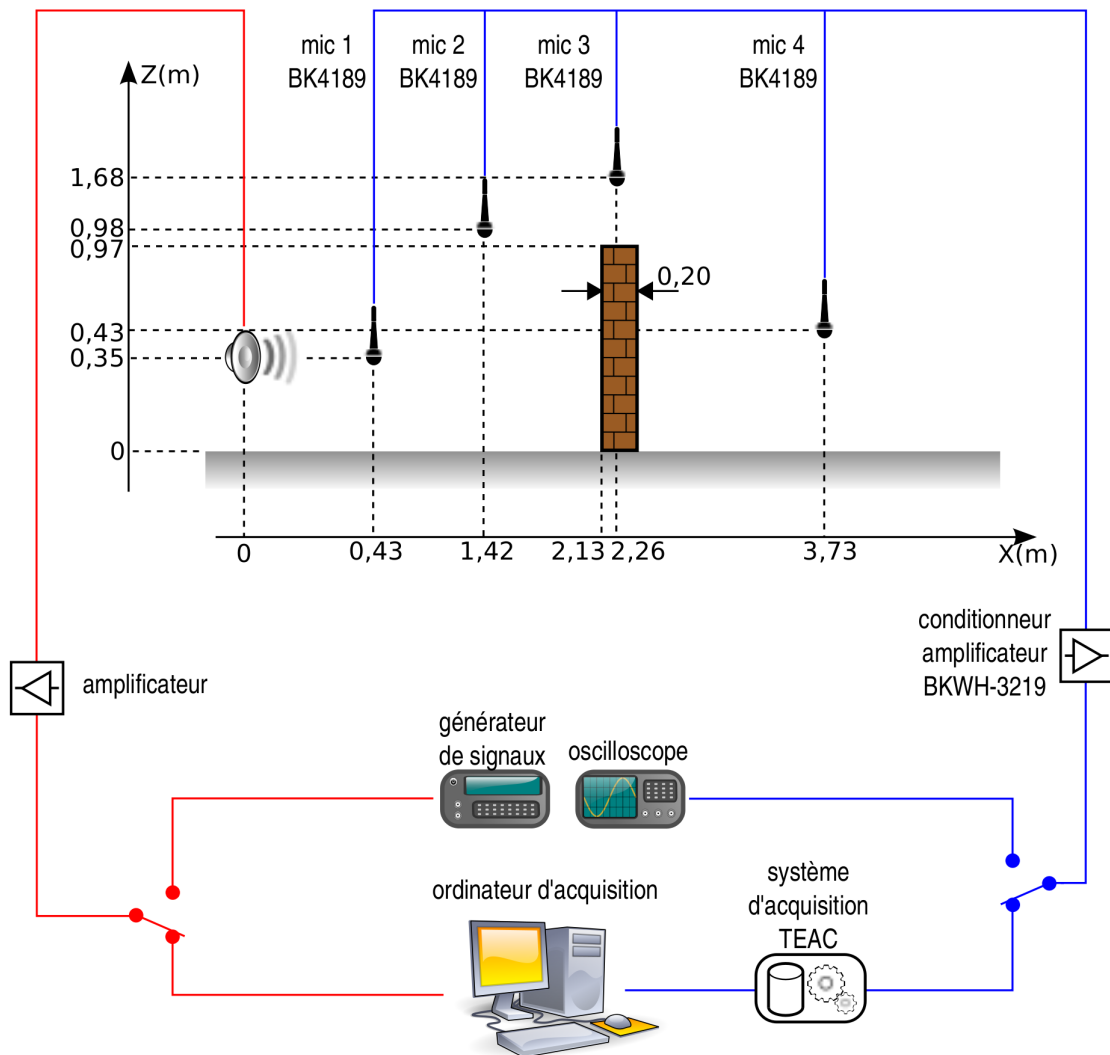


FIGURE 6.6 – Configuration complète du montage expérimental de la propagation autour d'un mur.

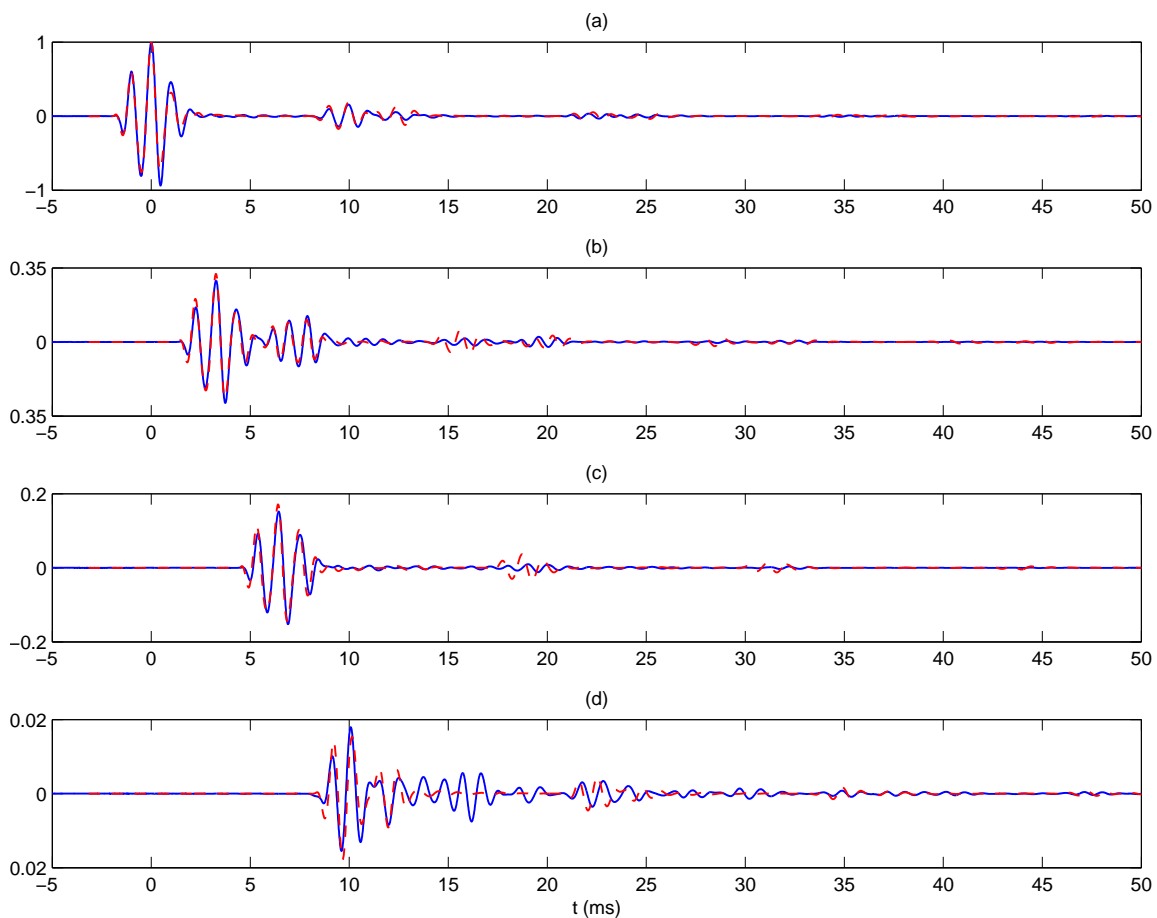


FIGURE 6.7 – Pression acoustique normalisée et synchronisée obtenue aux microphones (a) 1, (b) 2, (c) 3, et (d) 4. — expérimentation, - - - ITM.

(2006). Enfin, l'amplitude est normalisée par rapport à l'amplitude du pic de référence du microphone 1. Dans le cas de la montée en fréquence, le niveau sonore est calculé à partir du moment où le niveau sonore est établi. Le facteur correctif pour la décroissance 3D appliqué est en  $1/\sqrt{r}$  (toutes les contributions se superposant l'utilisation du temps dans la correction n'est plus possible) (Liu et Albert 2006). La distance  $r$  est choisie pour chaque microphone comme une estimation de la distance moyenne de propagation des principales contributions (passant par la diffraction au sommet de la barrière par exemple, pour le microphone 4). Enfin, l'amplitude est normalisée par le même facteur que celui utilisé pour la source *paquet d'ondes*.

### 6.3.3 Comparaison temporelle

Les signaux expérimentaux obtenus et traités sont donnés pour le cas de la source *paquet d'ondes* dans la figure 6.7. Comme la source, l'atmosphère et les dimensions du scénario sont bien connues, il est possible de faire une analyse simple des principales caractéristiques des signaux enregistrés, à partir des temps d'arrivée observés.

Pour le microphone 1, la première contribution sonore peut être attribuée à la super-



position entre onde directe et onde réfléchiée par le sol. La contribution qui arrive 10ms après la première correspond à une réflexion sur le mur (ici 10ms correspond environ à une propagation de 3.4m ce qui est la distance aller-retour entre le microphone et le mur). Des contributions inattendues apparaissent à 12ms, puis à 22-25ms. Compte tenu des temps d'arrivée, elles sont dues aux réflexions sur le haut-parleur, puis aux échos successifs entre le haut-parleur et le mur. Le microphone 2 a des contributions similaires au premier microphone, avec des temps d'arrivée différents. Le microphone 3 ne semble présenter qu'une contribution principale, mais compte tenu de la géométrie du problème cette contribution est en réalité la superposition de plusieurs ondes (directe, réfléchiée par le sol, diffractée au sommet du mur, etc.). Le dernier microphone enregistre des pressions acoustiques plus faibles (en raison de la diffraction). La contribution principale a une forme plus complexe, résultat des quatre trajets possibles (onde diffractée, réfléchiée-diffractée, diffractée-réfléchiée, et réfléchiée-diffractée-réfléchiée, voir paragraphe 2.3.4). Les temps d'arrivée varient de quelques millisecondes ce qui explique la forme plus complexe de l'onde mesurée.

Les échos entre le haut-parleur et le mur génèrent une répétition du "motif acoustique" à amplitude réduite, toutes les 12.5ms environ (temps d'un aller-retour entre le haut-parleur et le mur). Ces répétitions sont bien visibles dans les signaux enregistrés aux microphones. Pour effectuer une comparaison cohérente entre simulation et expérimentation, le haut-parleur a donc été modélisé dans les simulations, par un matériau parfaitement réfléchissant de même dimensions. Ceci a permis de simuler les échos, qui étaient absents dans les simulations sans cet ajout. La pression acoustique obtenue par simulation et traitée de la manière décrite précédemment est également donnée dans la figure 6.7.

Un accord général est visible entre les mesures expérimentales et la simulation ITM. Les temps d'arrivée, les formes globales du signal ainsi que les amplitudes se correspondent bien. L'ensemble des contributions obtenues expérimentalement sont reproduites par le modèle numérique. Le sillage dans la simulation semble relativement faible, ce qui est certainement dû à la forme du signal source qui présente plusieurs pics positifs et négatifs, dont les sillages respectifs de signe opposés ont tendance à s'atténuer par sommation. Deux différences peuvent cependant être mises en évidence. Premièrement, même si l'écho entre haut-parleur et mur est reproduit par le modèle FDTD, leur amplitude est mal évaluée par la simulation (surestimée). Ces erreurs peuvent être dues à la complexité réelle des échos, en raison par exemple du caractère non totalement réfléchissant du mur et du haut-parleur, ou de la taille transverse (axe Y) limitée du haut-parleur, générant des diffractions sur les arêtes verticales. Une modélisation plus fine de ce scénario devrait permettre une meilleure prise en compte de ces échos. Ensuite, l'expérimentation donne une contribution pour le 4<sup>e</sup> microphone, située entre 14ms et 20ms, qui est absente du modèle FDTD. Compte tenu du temps d'arrivée cet écart peut être attribué à une réflexion expérimentale *sur le plafond* de la chambre anéchoïque. En effet pour la fréquence choisie (1kHz) le coefficient de réflexion est de 0.05 ce qui génère une onde d'amplitude non négligeable par rapport aux ondes diffractées.

### 6.3.4 Comparaison fréquentielle

Une dernière comparaison a lieu entre simulation et expérimentation pour les fonctions de transfert du scénario acoustique aux quatre microphones, entre 200Hz et 2kHz.

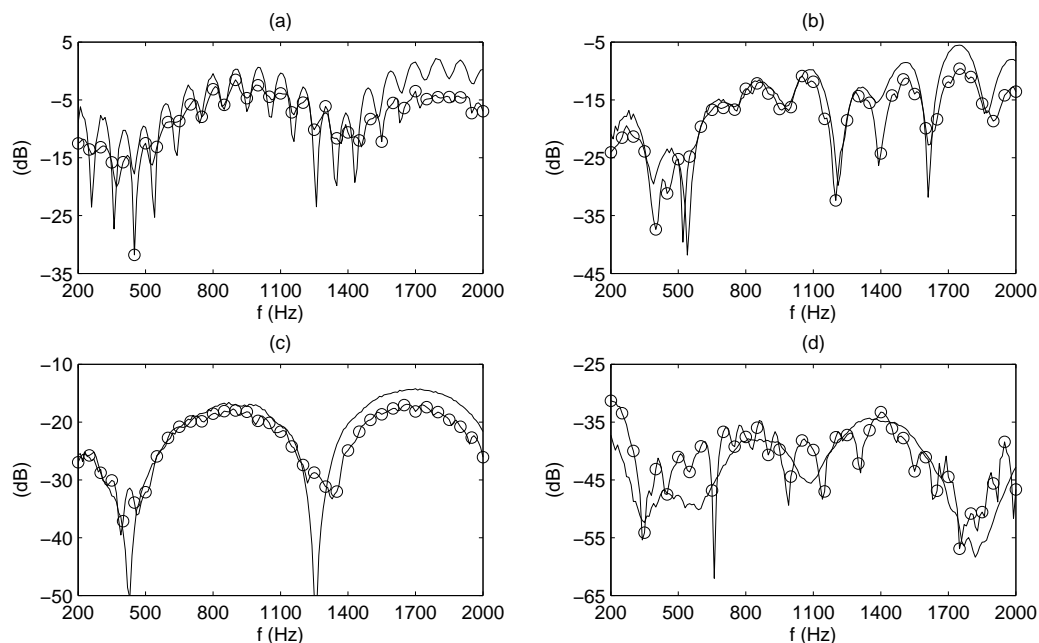


FIGURE 6.8 – Niveau sonore relatif (en dB) au niveau des microphones (a) 1, (b) 2, (c) 3, et (d) 4, en fonction de la fréquence. — ITM,  $\ominus$  expérimentation.

La simulation sans haut-parleur est utilisée pour cette comparaison, car lorsque le haut-parleur est modélisé les fonctions de transfert présentent de très fortes variations, non observées expérimentalement, dues aux interférences supplémentaires liées aux échos. La figure 6.8 donne le niveau sonore obtenu par expérimentation et simulation, en décibels relatifs en raison de la normalisation utilisée.

L'accord général entre simulation et expérimentation est relativement bon. Les différences visibles sont difficiles à attribuer. Plusieurs causes sont possibles. Tout d'abord le niveau sonore présente des fluctuations spatiales très rapides (visibles dans la figure 6.9 qui donne le niveau sonore à 2kHz obtenu par simulation ITM), pouvant atteindre plusieurs dizaines de décibels en quelques centimètres. Des erreurs de modélisation du scénario peuvent donc être à l'origine des différences visibles. Ensuite, la réflexion sur le plafond de la chambre anéchoïque peut également expliquer une partie des différences observées pour le microphone 4. Enfin, les échos liés au haut-parleur ne peuvent pas être modélisés efficacement par une surface parfaitement réfléchissante ou pas de surface du tout.

Malgré ces différences, le bon accord général entre simulation et expérimentation pour les fonctions de transfert et pour les signaux temporels permet de valider le modèle numérique pour un cas réel.

## 6.4 Propagation autour d'un coin de mur

Dans cette section, le scénario est rendu plus complexe par l'ajout d'un second mur perpendiculaire et adjacent au premier. La source acoustique est une détonation due à une explosion de 280g de C4 (voir paragraphe 6.2.1), ce qui est une source plus proche des

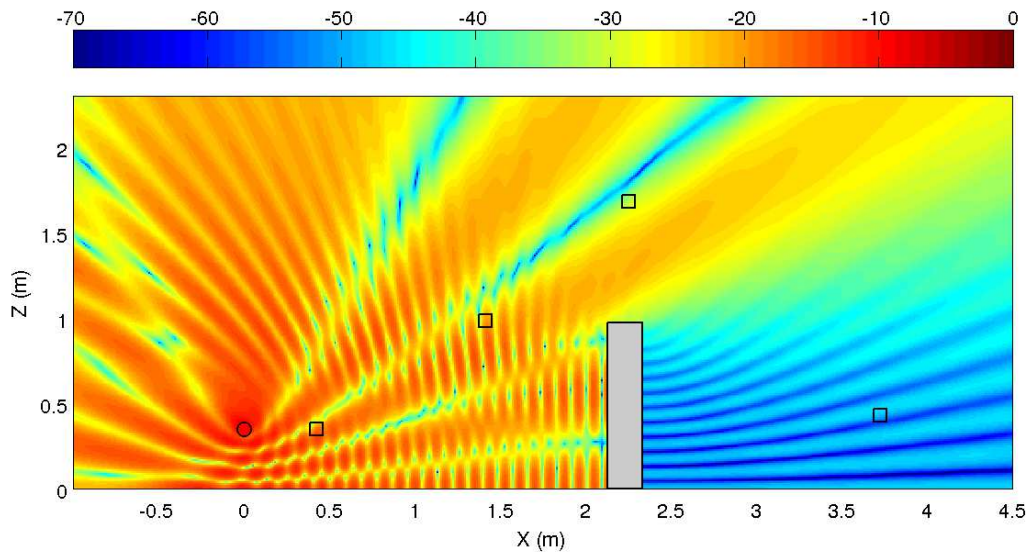


FIGURE 6.9 – Niveau sonore (en dB) normalisé par rapport à la valeur à la source obtenu par simulation ITM pour une source de 2kHz. Aucun facteur de correction n'est appliqué. La surface grisée est le mur, la source est représentée par le cercle, et les microphones par les carrés. Simulation sans haut-parleur.

sources d'intérêt pour les applications sécurité et défense. Ce scénario de propagation en présence d'un *coin de mur* a été étudié par Liu et Albert (2006), expérimentalement et avec un modèle FDTD 2D. Le C4 est explosé en cinq positions différentes, situées à une trentaine de mètres d'un coin de mur autour duquel plusieurs microphones sont disposés. L'expérimentation a eu lieu en extérieur sur un terrain herbeux dégagé. La propagation de la détonation est simulée ici en 2D et 3D par le code ITM. Les caractéristiques de l'onde propagée sont d'abord discutées, puis des comparaisons sont réalisées entre simulation ITM 2D, simulation ITM 3D, et les résultats expérimentaux présentés par Liu et Albert (2006).

### 6.4.1 Description du scénario

Le scénario exact est basé sur l'expérimentation décrite par Liu et Albert (2006). Un coin de mur en béton, chaque mur ayant une longueur de 9.4m, une hauteur de 3.5m et une épaisseur de 20cm, est construit en extérieur sur un terrain herbeux dégagé. Dix microphones<sup>1</sup> sont disposés autour du coin de mur. La position exacte des microphones (dénommés par les lettres A à J) est donnée dans le tableau 6.1. Une charge de 280g de C4 est explosée en cinq positions différentes (positions dénommées SP1 à SP5). La position exacte des explosions est également présente dans le tableau 6.1. Ces explosions génèrent des détonations dont la signature acoustique, selon les auteurs de l'étude, est

1. En réalité, onze microphones sont utilisés dans l'article original, mais le microphone "K" est loin du coin de mur et ne sera pas considéré.

donnée par l'équation (6.2) (paramètres  $A = 1$ ,  $a = 16$ ,  $b = 1/4$ ,  $c = 3.4$ , et  $f = 150\text{Hz}$ )<sup>2</sup>. La forme du signal acoustique ainsi générée est présentée en figure 6.1 (c). Selon Liu et Albert (2006), bien que la température au moment des mesures était de  $32^\circ\text{C}$ , la célérité des ondes mesurée est de  $370\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$  (au lieu de la valeur théorique de  $350\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ ) ce qui semble être dû à un effet non linéaire. Nous suivons ici le choix des auteurs qui négligent cette non linéarité en conservant uniquement la célérité mesurée. La densité de l'air est  $1.2\text{kg}\cdot\text{m}^{-3}$ . Le vent et la turbulence sont négligés. Une visualisation du scénario est proposée en figure 6.10. La pression acoustique a été enregistrée par les microphones pendant  $0.25\text{s}$  à partir de la détonation, pour chaque position de source.

## 6.4.2 Simulation ITM 2D et 3D

Le modèle numérique FDTD est évalué pour ce scénario réaliste. Afin d'examiner la pertinence des projections 2D pour les simulations, des simulations 2D et 3D sont réalisées. De manière similaire à Liu et Albert (2006), le scénario choisi pour la simulation 2D est la projection du scénario complet sur le plan horizontal XY. L'équivalent 3D de cette projection 2D n'a plus de réflexion sur le sol, les murs sont infiniment hauts, et les sources acoustiques sont des sources linéiques d'axe Z, générant une propagation 2D dont la physique n'est pas tout à fait équivalente à la propagation 3D (voir paragraphe 6.2.2).

Pour les deux simulations, les sources acoustiques sont des sources de pression dures, avec le signal décrit par Liu et Albert (2006). Les murs sont modélisés par des matériaux parfaitement réfléchissants, et le champ libre par 30 mailles de PML. La célérité du son est constante ( $370\text{m}\cdot\text{s}^{-1}$ ) et il n'y a pas de vent. Dans le cas 2D le sol est modélisé par l'ajout d'un facteur 2 sur l'amplitude. Dans le cas 3D le sol est considéré parfaitement réfléchissant (consistant avec l'hypothèse en 2D, voir Liu et Albert 2006) et les caractéristiques d'altitude sont implémentées. La pression acoustique est enregistrée aux positions des microphones au cours de la simulation. Les autres détails sont donnés dans le tableau A.16 (2D) et A.17 (3D) et de l'annexe A. Une simulation est effectuée pour chaque position de source. Le post traitement des signaux obtenus est le suivant. L'amplitude est tout d'abord normalisée par rapport à l'amplitude simulée maximale à  $1\text{m}$  de la source, puis dans le cas 2D la décroissance théorique 3D du niveau sonore est approchée par l'ajout d'un facteur  $1/\sqrt{c_0 t}$  (comme dans le paragraphe 6.3.2). Les pas spatiaux et temporels sont les mêmes pour la simulation 2D et 3D.

Naturellement, le coût numérique des simulations 3D est très largement supérieur à celui des simulations 2D. Chaque simulation 2D a été réalisée sur un noeud du cluster de calcul de l'ISL en 38 minutes et nécessitait une mémoire vive de  $507\text{Mo}$ . Les simulations 3D nécessitaient une mémoire vive gigantesque de  $104\text{Go}$ . Il est virtuellement impossible de réaliser de telles simulation sur des ordinateurs personnels. Même au sein du cluster ISL, l'utilisation de plusieurs noeuds de calculs est nécessaire pour découper le domaine en sous-domaines dont les besoins en mémoire vive sont inférieurs à la mémoire disponible sur chaque noeud. Le temps de calcul pour chaque simulation 3D a été d'environ  $42\text{h}$  lorsque la simulation était exécutée parallèlement sur 4 noeuds. L'utilisation de 16 noeuds a baissé ce temps à environ  $12\text{h}$ . Le temps de calcul d'une simulation 3D

---

2. La valeur du paramètre  $c$  diffère dans l'article original ce qui est probablement dû à une faute de frappe car la valeur donnée n'est pas compatible avec leur figure.

	X (m)	Y (m)	Z (m)
Mur 1	-9.5 - 0	-0.2 - 0	0 - 3.5
Mur 2	-0.2 - 0	-9.4 - 0	0 - 3.5
Source position 1 (SP1)	-34.6	0	1.5
Source position 2 (SP2)	-30.6	15	1.5
Source position 3 (SP3)	-19.6	26	1.5
Source position 4 (SP4)	-4.6	30	1.5
Source position 5 (SP5)	10.4	26	1.5
Microphone A	-4.6	6	0
Microphone B	-4.6	3	1.5
Microphone C	-4.6	1.5	1.5
Microphone D	-4.6	0	1.5
Microphone E	0	-6	1.5
Microphone F	1.5	-6	1.5
Microphone G	3	-6	1.5
Microphone H	6	-6	1.5
Microphone I	-4.6	-0.2	1.5
Microphone J	-4.6	-3	0

TABLEAU 6.1 – Positions des différents éléments du scénario de propagation en présence d'un coin de mur. D'après Liu et Albert (2006).

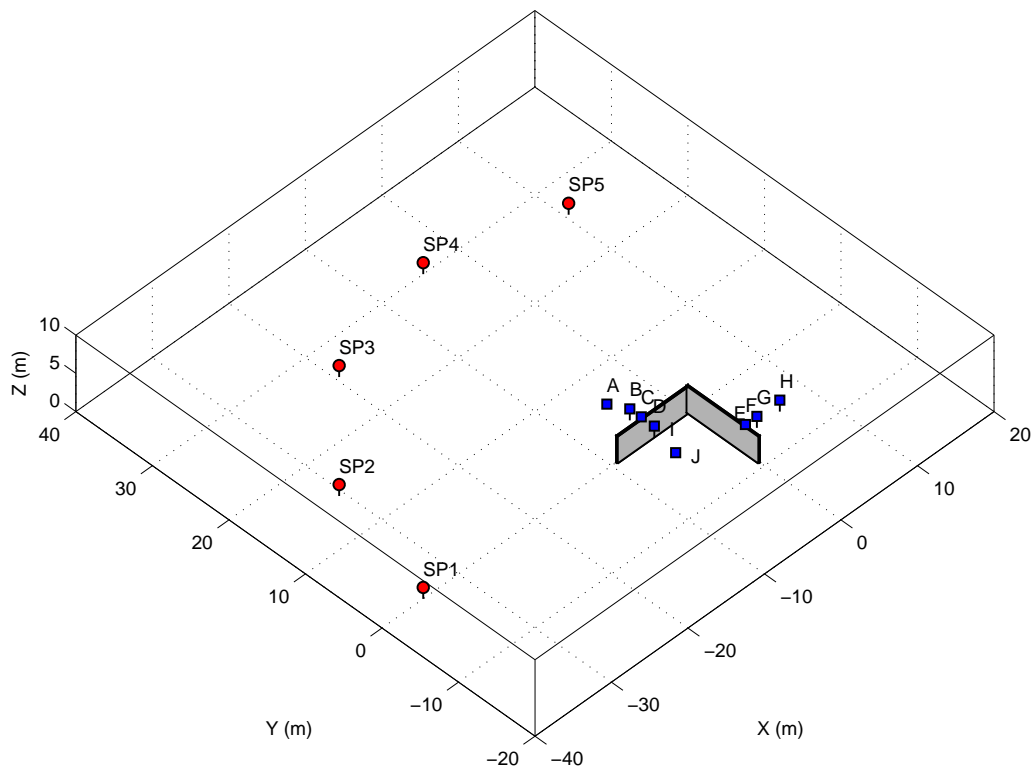


FIGURE 6.10 – Scénario de propagation en présence d'un coin de mur.

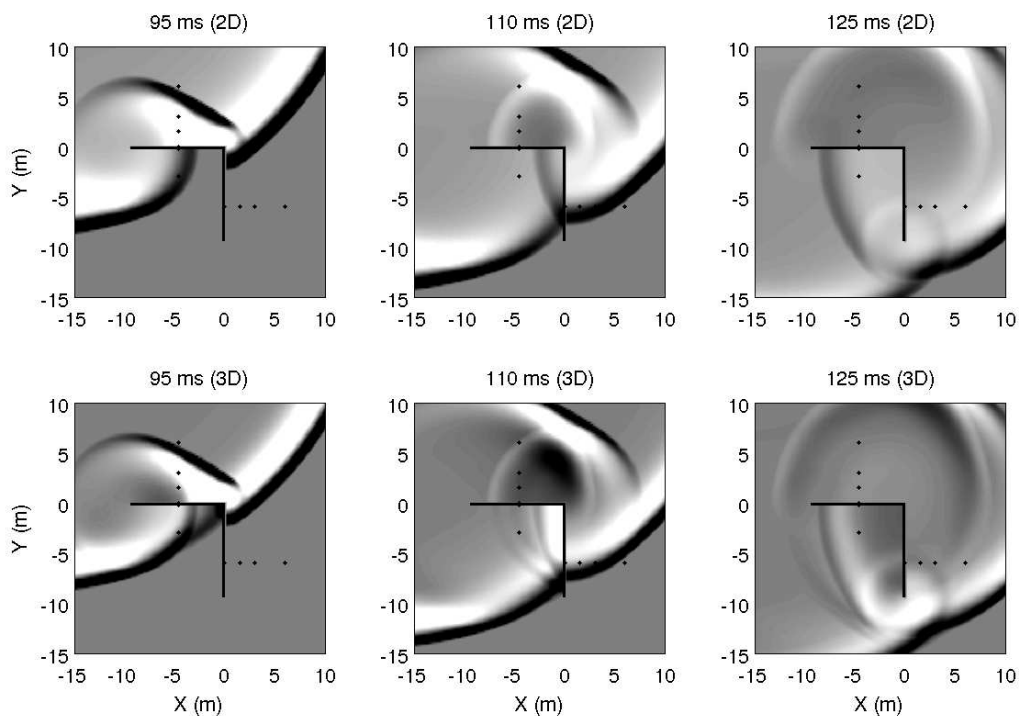


FIGURE 6.11 – Pression acoustique obtenue par simulation et post traitée, pour la source SP3. (haut) Simulation 2D, et (bas) simulation 3D pour une hauteur de 1.5m. Niveaux de gris (saturé) entre -0.02 (blanc) et 0.02 (noir). • position des microphones.

(possédant 200 mailles dans l'axe Z supplémentaire) est environ 300 fois supérieur à une simulation 2D, et l'utilisation en mémoire vive est environ 220 fois plus grand.

### 6.4.3 Caractéristiques de l'onde propagée

La pression acoustique obtenue par simulation puis post traitée est donnée dans le cas de la source SP3 pour la simulation 2D et la simulation 3D à 1.5m du sol (altitude principale des microphones) en figure 6.11. Plusieurs instants successifs sont donnés pour montrer l'évolution de la pression acoustique. L'échelle de couleurs est volontairement saturée afin de rendre les plus faibles fluctuations visibles. Dans cette configuration *a priori* simple, plusieurs phénomènes peuvent être observés. Les réflexions sur les murs sont visibles, comme celle sur l'arête gauche du mur d'axe X à 110ms. Une diffraction est également apparente à 95ms sur l'extrémité gauche du mur d'axe X. Ces différents phénomènes se cumulent pour former un champ acoustique total complexe (à 110ms ou 125ms par exemple)

La pression acoustique aux différents microphones, obtenue par simulation 2D et 3D puis post traitée pour la source en position SP3, est donnée dans la figure 6.12. Quelques différences sont visibles entre configuration 2D et 3D. Une première différence peut être attribuée au *sillage*. Il s'illustre bien dans les contributions principales des signaux des microphones A à H, qui semblent allongés dans le temps pour la simulation 2D. Dans la figure 6.11 (95ms) la traînée de l'onde incidente est visuellement plus grande en 2D qu'en 3D. Pour ce signal source, le sillage n'est donc plus négligeable. L'autre

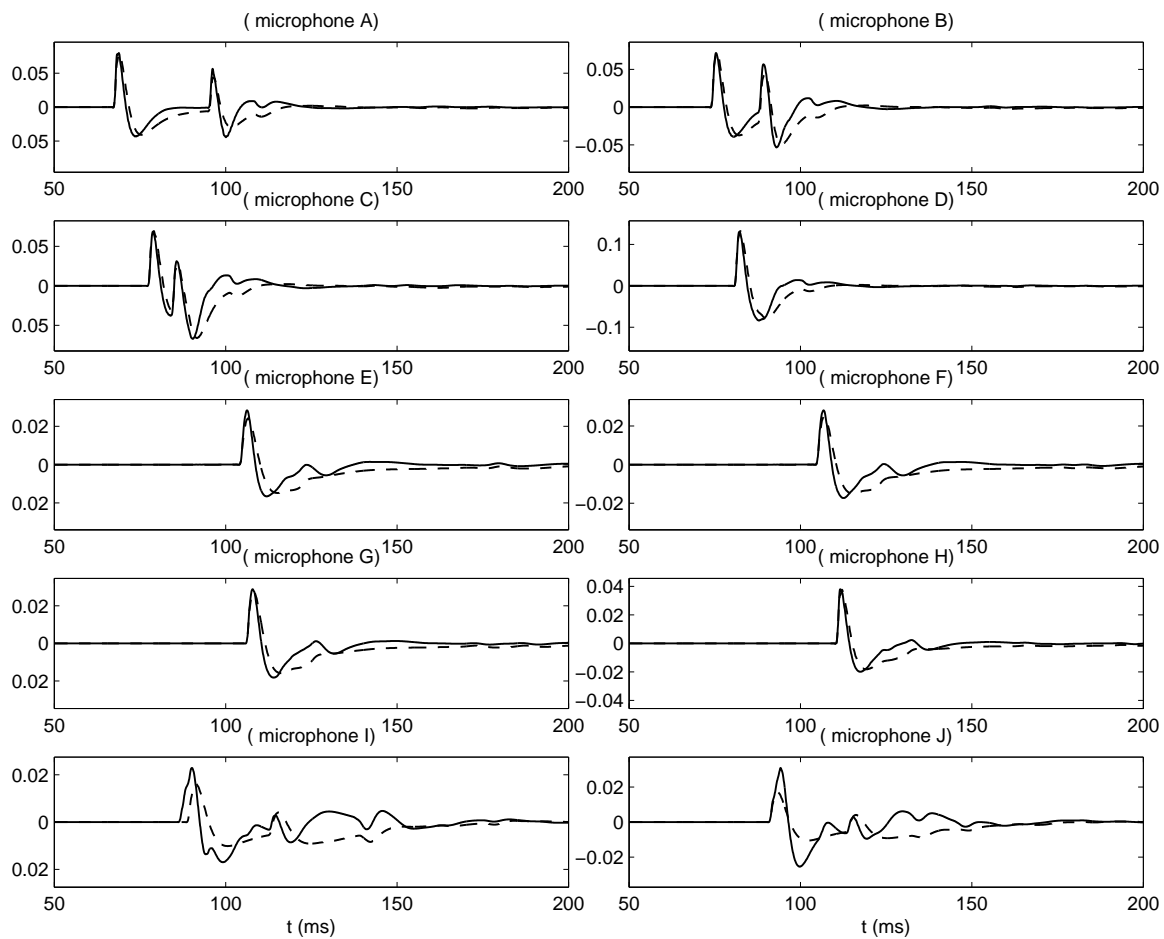


FIGURE 6.12 – Pression acoustique aux microphones obtenue par simulation puis post traitée, pour la source SP3. — simulation 3D, --- simulation 2D.

principale différence peut être attribuée à la diffraction aux sommet des murs, absente des simulations 2D. Ce phénomène réémet du son dans le plan horizontal situé à hauteur des microphones. Par exemple, dans la figure 6.11 à 95ms, le champ acoustique est différent dans le coin intérieur du mur. Les signaux donnés par les microphones I et J dans le coin du mur (figure 6.12) diffèrent fortement entre simulation 2D et 3D, certains pics (contributions) étant absents dans la simulation 2D. Selon la configuration géométrique l'importance de la diffraction au sommet des murs peut varier. Elle est par exemple particulièrement importante dans la partie intérieure du coin de mur, où les contributions "2D" sont également dues à des diffractions et ont ainsi des ordres de grandeurs similaires aux ondes diffractées par les sommets. Cependant de manière générale, à l'exception des microphones I et J, l'aspect des signaux des microphones A à H est semblable dans les deux configurations.

L'analyse de la pression acoustique obtenue pour les autres positions de source a également été effectuée. Les phénomènes observés sont identiques (réflexions, diffractions). Les différences entre 2D et 3D persistent mais leur conséquence est dépendante du couple source/microphone.

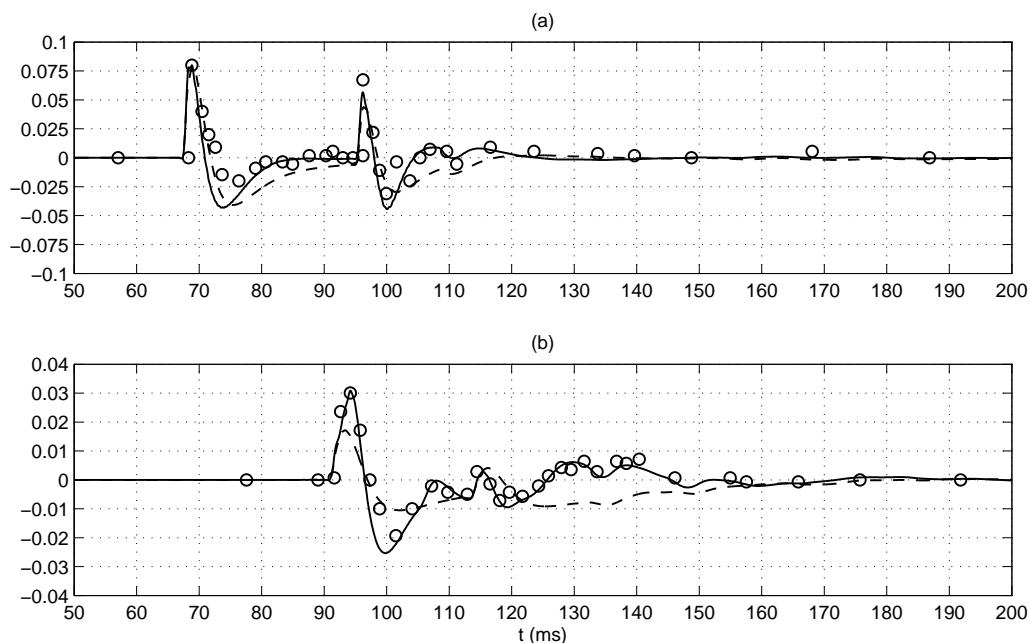


FIGURE 6.13 – Pression acoustique normalisée à 1m aux microphones (a) A et (b) J, pour la source en position SP3. — ITM 3D, --- ITM 2D, ○ expérimentation de Liu et Albert (2006).

#### 6.4.4 Comparaisons avec les données expérimentales

Une comparaison qualitative entre les simulations avec le modèle FDTD (2D et 3D) et les résultats expérimentaux de Liu et Albert (2006) est maintenant effectuée. Le signal expérimental obtenu par ces auteurs pour la source SP3 avec les microphones A et J est extrait, puis normalisé par rapport à l'amplitude du pic à 1m de la source  $p_{\text{pic}}^{1\text{m}}$ . Cette amplitude peut être estimée à partir de leur enregistrement pour le microphone A. En effet l'amplitude du premier pic  $p_{\text{pic}}^A$  correspond au double de l'amplitude recherchée (en raison du sol), divisé par la distance entre la source et le microphone (décroissance théorique 3D), ainsi  $p_{\text{pic}}^A = 2p_{\text{pic}}^{1\text{m}}/r$  où  $r$  vaut environ 25m. L'estimation donne ainsi  $p_{\text{pic}}^{1\text{m}} = 31.25\text{Pa}$ . La comparaison entre ces signaux est effectuée en figure 6.13.

Concernant le microphone A, la simulation 3D est en très bon accord avec les mesures expérimentales. À l'exception d'un léger pic vers 102ms, toutes les contributions semblent bien présentes. Une légère différence est toutefois visible sur la valeur de la dépression qui suit le premier pic (70-80ms), mais cette différence est peut-être liée à la modélisation du sol par une paroi parfaitement réfléchissante. La simulation 2D, proche de la simulation 3D pour ce microphone, est en accord qualitatif avec l'expérimentation. Si les amplitudes des pics semblent bien retranscrites, la pression est généralement sous-estimée par la simulation 2D. Ceci peut être expliqué par le sillage, qui a tendance à baisser le niveau sonore. Concernant le microphone J, l'accord entre simulation 3D et expérimentation est excellent à tout point de vue, à l'exception comme pour le microphone A d'une estimation biaisée de la valeur de la dépression successive au premier pic (96-100ms). La simulation 2D en revanche diffère significativement de l'expérimentation. L'amplitude du premier pic correspond à environ la moitié de la valeur expérimentale. Le reste du



signal, même s'il présente occasionnellement des similitudes (pic à 115ms), reste toujours éloigné du signal expérimental. Ces différences peuvent s'expliquer par l'absence des contributions liées à la diffraction au sommet des murs. Par exemple, les temps d'arrivée de l'onde diffractée par l'arête de coordonnées (-9.4,0) et de l'onde diffractée par le sommet du mur d'axe X sont proches ce qui peut expliquer la mauvaise estimation de l'amplitude du premier pic, qui est en réalité obtenue par la somme de ces deux contributions.

La comparaison effectuée dans cette section, entre le code ITM et une expérimentation réalisée par Liu et Albert (2006), a permis une première validation du modèle numérique pour un cas réaliste 3D de propagation d'onde impulsionnelle. Ce résultat est particulièrement prometteur pour de futures études appliquées à la sécurité et défense. L'importance de la prise en compte de la troisième dimension a été mise en évidence. En effet, les simulations 2D présentent un défaut intrinsèque lié à la physique de la propagation bidimensionnelle : le *sillage*. Si celui-ci n'a pas été limitant dans la section précédente, en raison de la forme du signal source, il mène pour le signal impulsionnel considéré ici à des sous-estimations de la pression acoustique. De plus, les effets liés à la troisième dimension, comme les diffractions aux sommets des murs, peuvent ne pas être négligeables selon la géométrie considérée.

Dans leur article, Liu et Albert (2006) concluent que les erreurs liées à la projection 2D sont faibles. Cependant ils sont induits en erreur par la modélisation du mur dans leur simulation, qui s'avère être partiellement transparent. Cela est visible à différents endroits, comme dans leur figure 12 à 95ms où le son passe à travers le mur d'axe X, ou dans leur figure 9 dans laquelle la seconde contribution du signal simulé au microphone A, lié à la réflexion sur le mur, perd environ la moitié de son amplitude ce qui indique que le son n'est pas totalement réfléchi par le mur.

## 6.5 Propagation en environnement urbain

Le modèle numérique de propagation étudié a montré sa capacité à propager des ondes non harmoniques en présence d'obstacles géométriques dans les sections précédentes. Il est maintenant employé dans une configuration urbaine complète. Même si la propagation à l'échelle d'une ville entière n'est pas encore envisageable en raison du coût numérique, la propagation en milieu urbain avec des ordres de grandeurs de la centaine de mètres est réalisable par le code ITM. Dans cette section, le code ITM est évalué par rapport à une campagne expérimentale effectuée directement sur le site de l'ISL. Plusieurs bâtiments sont présents dans cette configuration à échelle réelle, et une source acoustique impulsionnelle est utilisée. L'objectif de cette section est d'évaluer la capacité du code ITM à retranscrire la propagation d'un signal impulsionnel dans une configuration urbaine à échelle réelle.

### 6.5.1 Description du scénario et de la campagne expérimentale

Le terrain choisi est constitué de plusieurs bâtiments séparés par des voies goudronnées. La plupart des bâtiments sont hauts de 3 à 4 mètres avec une toiture en dents de scie. Un parc carré bordé de plusieurs arbres est situé entre les bâtiments. Il y a également un parking et des places de stationnement sur lesquels plusieurs véhicules

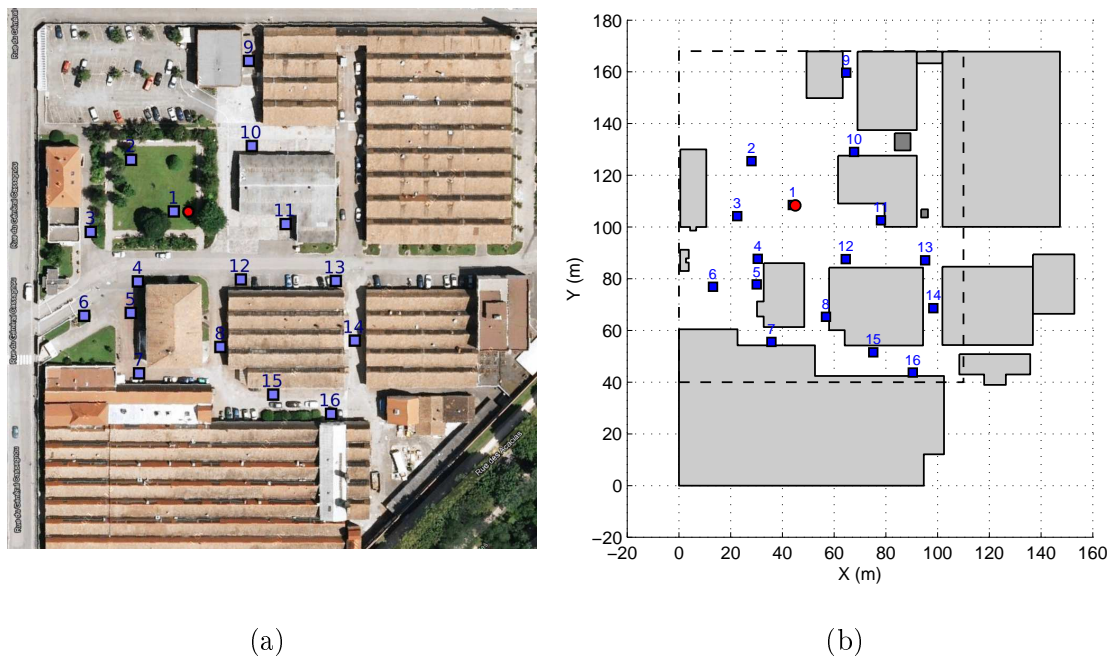


FIGURE 6.14 – Scénario de propagation en environnement urbain. La position de la source est représentée par le cercle et celle des microphones pas les carrés. (a) vue satellite. (b) géométrie considérée (--- limite du domaine de calcul).

étaient présents le jour des mesures. La figure 6.14 (a) présente une vue satellite de ce terrain. La source impulsionnelle choisie est le canon à butane. Elle a été placée en terrain dégagé, dans le parc. 16 microphones ont été disposés sur le terrain de l'ISL, tous à 1m du sol. Hormis le microphone situé à 1m de la source qui est un Brüel et Kjær  $\frac{1}{4}$  de pouce 4938 (en raison du fort niveau sonore), les microphones sont des  $\frac{1}{2}$  pouce Brüel et Kjær 4189. Les 16 microphones sont synchronisés. Les positions de la source, des microphones, et des bâtiments sont présentées dans la figure 6.14 (b). Le jour des mesures, le temps était couvert avec un vent très faible, et la température moyenne était de  $22.3^{\circ}\text{C}$

30 enregistrements successifs sont effectués, puis synchronisés par rapport au temps du premier pic du microphone 1 (temps zéro). La pression moyenne et l'écart-type sont calculés pour chaque microphone à partir de ces enregistrements. Les signaux ainsi obtenus sont présentés en figure 6.15 pour les microphones 1, 10 et 14. Le pic à 1m de la source a une amplitude de  $824\text{Pa}$ , ce qui permet au signal d'être encore suffisamment fort aux microphones les plus éloignés (par exemple 14, 15 et 16) pour se détacher du bruit ambiant. La signature acoustique à proximité de la source présente des variations entre 4ms et 10ms qui peuvent être attribuées à la réflexion sur le sol. Les signaux obtenus aux microphones 10 et 14 présentent de fortes fluctuations sur une longue durée, ce qui est typique de la propagation de bruits impulsionnels en milieu urbain (Albert et Liu 2010). Les écarts-types observés sur les mesures sont relativement faibles ce qui indique que les mêmes les plus petites fluctuations observées sont reproductibles.

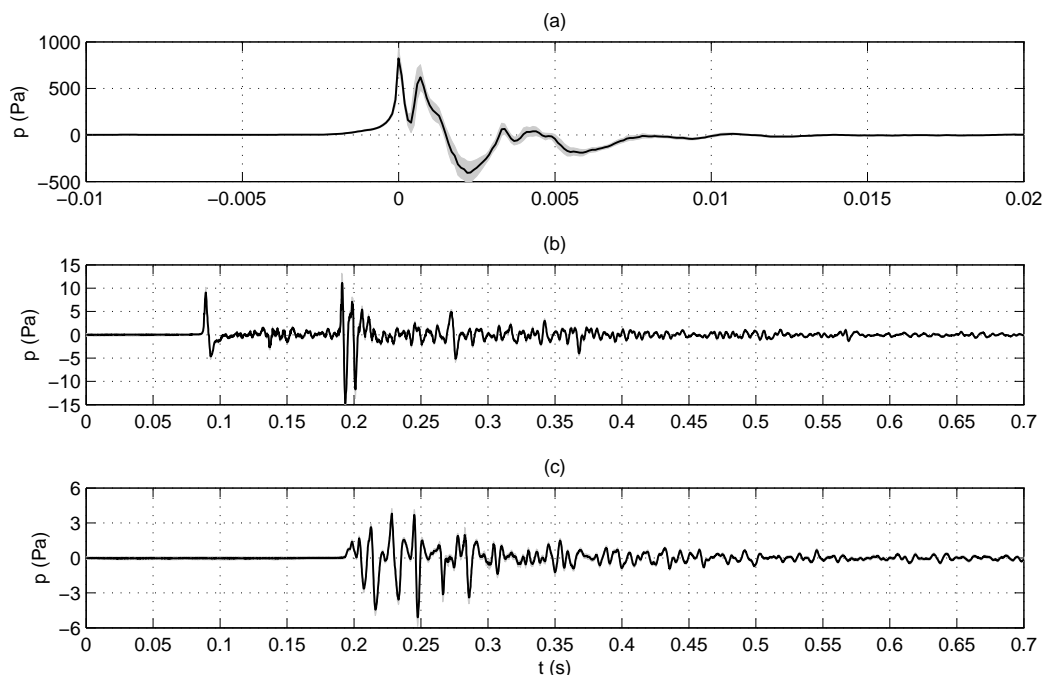


FIGURE 6.15 – Pression acoustique (en Pa) enregistrée par les microphones (a) 1, (b) 10, et (c) 14. La courbe donne le signal moyen et le domaine grisé donne le signal moyen plus ou moins un écart-type.

### 6.5.2 Simulation ITM

Le signal généré par le canon à butane a des fluctuations très rapides, de l'ordre de 0.3ms (temps entre le premier pic positif et le premier pic négatif). La largeur des fronts d'onde ainsi générés est de l'ordre de 10cm. Le pas spatial et temporel utilisé dans la simulation par le modèle FDTD doit être adapté à ces ordres de grandeurs. Les valeurs ainsi choisies sont 1cm pour le pas spatial et 20 $\mu$ s pour le pas temporel, et sont les valeurs maximales acceptables compte tenu des schémas numériques implémentés. Le domaine de calcul choisi est celui indiqué en tirets en figure 6.14 (b), de 110m $\times$ 128m. Compte tenu de la taille de ce domaine, seules des simulations 2D sont envisageables. En effet, le maillage comporte alors 11000 $\times$ 12800 mailles (plus de 140 millions de noeuds) ce qui nécessite 28.8Go de mémoire vive. Deux secondes de temps physique après détonation sont simulées (100 000 itérations temporelles), afin de prendre en compte l'ensemble des contributions acoustiques. Les contributions sont alors propagées au maximum sur 688m ce qui doit se révéler suffisant compte tenu de la géométrie considérée. De plus les enregistrements obtenus expérimentalement ne présentent plus de variations significatives après 2 secondes. Le temps de calcul observé pour la simulation ITM est d'environ 54h lorsque la simulation tourne parallèlement sur 16 noeuds de calcul du cluster de l'ISL. Les autres détails de la simulation sont donnés dans le tableau A.18 de l'annexe A.

Les signaux obtenus aux positions des microphones sont ensuite traités comme suit. Tout d'abord l'origine temporelle est calée sur le temps du premier pic du microphone 1. Comme dans les configurations précédentes, un facteur de la forme  $1/\sqrt{c_0(t-t_0)}$  est

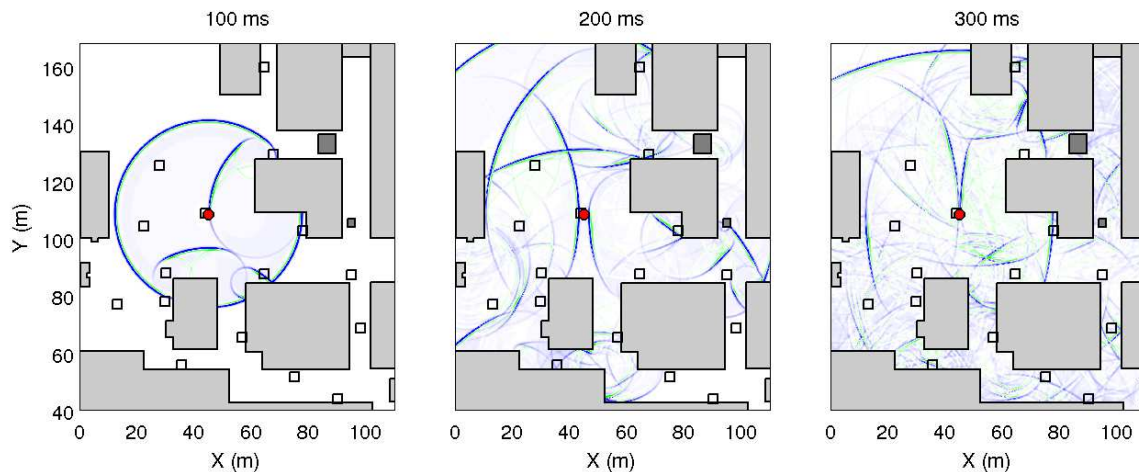


FIGURE 6.16 – Pression acoustique obtenue par simulation pour la propagation en milieu urbain, à différents instants. La position de la source est représentée par le cercle et celle des microphones par les carrés.

ensuite appliqué à la pression acoustique afin de retrouver la décroissance de niveau théorique en 3D. Enfin, un facteur constant empirique est appliqué sur les 16 signaux obtenus, afin de rendre les amplitudes comparables entre expérimentation et simulation. Le choix de l'application d'un facteur empirique (identique pour chaque microphone) est lié à l'impossibilité d'une normalisation identique entre expérimentation et simulation. En effet la procédure utilisée précédemment (normalisation à 1m) ne peut pas être appliquée aux données expérimentales car le niveau sonore à 1m de la source lors de la propagation *en champ libre* n'est pas connu. Le facteur empirique est basé sur les amplitudes observées et simulées sur plusieurs microphones.

Une visualisation dans tout le domaine de calcul de la pression acoustique obtenue par simulation est donnée en figure 6.16, à différents instants. Les phénomènes de réflexions et diffractions apparaissent clairement, en particulier à 100ms. Le nombre de contributions visibles liées à ces phénomènes augmente très rapidement avec le temps, et le champ acoustique devient vite complexe.

### 6.5.3 Comparaisons

La pression acoustique obtenue par simulation aux différents microphones puis traitée a été comparée aux données expérimentales. Ici seule la comparaison pour le microphone 10 est présentée. Une synthèse des comparaisons est ensuite proposée pour l'ensemble des microphones.

#### Microphone 10

La comparaison pour le microphone 10 est effectuée en figure 6.17. Ce microphone n'est pas en ligne directe par rapport à la source (car caché par un coin de bâtiment, voir figure 6.14b). La première contribution observée est donc liée à la diffraction par le coin de mur proche (vers 0.1s, voir figure 6.16). Deux pics de plus forte amplitude suivent cette première contribution, vers 0.2s. Ces contributions sont celles liées à la

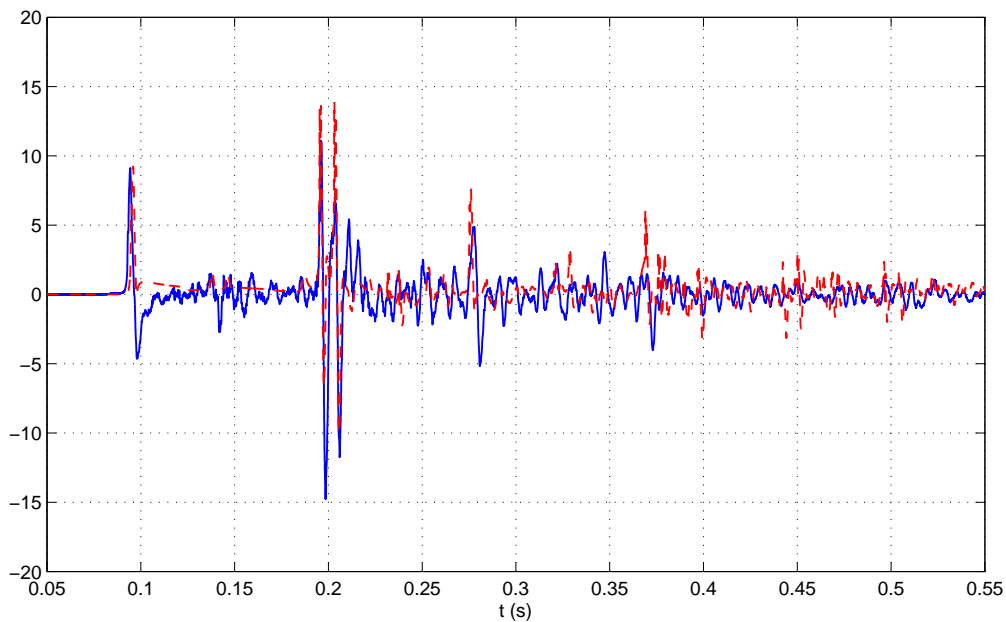


FIGURE 6.17 – Pression acoustique au microphone 10 (avec post traitements).  
— expérimentation, - - - ITM.

réflexion sur un mur proche, puis sur le mur presque adjacent au microphone pour le second pic. Le constat que dans des configurations de propagation en milieu urbain la première contribution acoustique, liée aux diffractions, est souvent de plus faible amplitude que des contributions successives liées aux réflexions a également été fait par Albert et Liu (2010). Les temps d'arrivée obtenus par le code ITM correspondent à ceux obtenus par les mesures expérimentales, mais les amplitudes sont surestimées par le modèle numérique. Entre les contributions diffractées et réfléchies, la simulation semble présenter un sillage important et l'expérimentation des contributions plus faibles. Une explication possible pour ces contributions est l'environnement proche de la source qui est complexe (sol herbeux, arbres, bancs, etc.). Juste après les deux premiers pics liés aux réflexions, deux pics de plus faible amplitude sont donnés par le signal expérimental mais semblent absents du signal obtenu par le code ITM. Une explication possible pour ces deux contributions est l'"effet 3D", lié au bâtiment attenant (diffraction par le toit). Des différences plus importantes entre les deux signaux apparaissent au delà de ces contributions. Ceci étant, la zone proche du microphone était en chantier en raison de travaux le jour des mesures, ce qui peut également expliquer une partie des différences constatées.

Le modèle numérique reproduit dans cette configuration les contributions principales, mais des différences notables apparaissent, qui peuvent être liées à l'effet 3D ou au sillage, à la complexité de l'environnement proche de la source, ou à la présence de travaux à proximité du microphone.

## Synthèse

Les comparaisons sont similaires pour les autres microphones. L'ensemble des observations et conclusions obtenues après ces études sont les suivantes :

- Plusieurs caractéristiques de la propagation en milieu urbain ont été observées. Tout d'abord un signal source très court se propageant génère des signatures acoustiques complexes aux microphones (voir aussi Albert et Liu 2010). Selon la configuration, le son est diffusé par de nombreux obstacles (voitures, travaux, géométrie des murs, marches, bancs, etc.) ce qui complexifie encore la signature acoustique. Certains microphones sont disposés dans des configurations classiques, comme le microphone 14 qui est placé dans une rue ce qui peut s'apparenter à une configuration de type *canyon*. Cette configuration a fait l'objet d'études théoriques (Le Pollès *et al.* 2004), expérimentales (Picaut *et al.* 2005) et numériques (Richoux *et al.* 2010). D'autres microphones comme le numéro 10 ont une première contribution liée aux diffractions. Conformément aux observations de Albert et Liu (2010) cette contribution est de plus faible amplitude que les contributions successives liées aux réflexions.
- Les signaux donnés par la simulation 2D reproduisent généralement les principales contributions acoustiques observées. Les temps d'arrivée sont bons mais la simulation a tendance à surestimer l'amplitude de ces contributions. Certaines contributions observées sont absentes des simulations.
- Une explication possible pour une partie des différences entre simulation et expérimentation est la projection 2D. Cette approximation induit un sillage qui a tendance à surestimer la pression acoustique. Ensuite les contributions liées aux effets 3D (diffractions par les toits des bâtiments) sont nécessairement absentes des simulations 2D. De plus certains effets, comme la diminution de niveau liée à la propagation vers le haut dans les configurations de type canyon (microphone 14), ne sont alors pas reproduits dans la simulation.
- Une autre source possible de différences est liée à finesse de la modélisation. En effet le scénario de propagation réel complet comprend le sol herbeux à proximité de la source, des arbres, bancs, véhicules, murs avec fenêtres, etc. De plus les murs ne sont pas totalement réfléchissants. La modélisation de l'environnement dans la simulation est simplifiée.

Le code ITM se compare ainsi dans une certaine mesure avec les signaux expérimentaux. Les écarts observés ne semblent pas mettre en cause la physique de la propagation donnée par le modèle numérique, mais la finesse de modélisation de l'environnement, ainsi que l'approximation 2D. D'autres approches existent pour modéliser la physique de la propagation en milieu urbain, par exemple des approches statistiques comme le modèle de diffusion permettent d'évaluer l'énergie acoustique (Picaut 2002).

## 6.6 Application au retournement temporel

Dans les sections précédentes, le modèle a été évalué dans des configurations géométriques à complexité croissante, et se compare bien à des résultats expérimentaux. Afin de conclure ces perspectives d'utilisation du code ITM, ce modèle numérique est à présent utilisé comme outil pour montrer les possibilités apportées par un concept

de localisation de source acoustique basé sur un principe physique : le *retournement temporel*.

### 6.6.1 Principe du retournement temporel

Le retournement temporel, communément utilisé pour des applications médicales (Thomas *et al.* 1996) ou de communication (Fink 1997), peut être appliqué à la localisation de sources acoustiques. En effet il a été montré qu'en remplaçant des microphones par sources acoustiques, et propageant par un modèle numérique les signaux enregistrés retournés dans le temps, le champ acoustique simulé se concentre sur la position initiale de la source, à l'instant original de l'émission sonore, ce qui permet sa localisation spatiale et temporelle (Albert *et al.* 2005). L'application de cette méthode pour le milieu urbain est une perspective particulièrement intéressante. En particulier, des études sont en cours à l'ISL pour l'application du retournement temporel pour la localisation de sources acoustiques comme un tireur embusqué (Hengy *et al.* 2010, 2011, Hamery *et al.* 2012).

Le retournement temporel est basé sur la propriété de symétrie temporelle des équations de propagation en acoustique. En théorie, la focalisation est totale si une infinité de microphones est utilisée. En pratique, seuls quelques microphones sont disposés, ce qui peut altérer la qualité de la refocalisation. Le nombre et la disposition géométrique des microphones est ainsi un premier facteur qui joue sur la performance de cette méthode (Albert *et al.* 2005). Un autre facteur important est l'environnement (nombre et positions des bâtiments par exemple) et les erreurs éventuelles dans leur détermination (Liu *et al.* 2007).

Les études sur la performance du retournement temporel pour la localisation de sources acoustiques comportent deux aspects principaux : le premier est le choix du modèle numérique permettant de rétropropager (propager dans le temps inverse) les signaux acoustiques aux microphones. Le modèle doit prendre en compte les phénomènes prédominants pour la configuration testée. Le second aspect est l'aspect algorithmique : nombre et position des microphones à utiliser, précision nécessaire dans la description de l'environnement, et choix d'un critère de localisation basé sur la focalisation sonore.

Le code ITM a montré qu'il prend en compte de manière précise les phénomènes prépondérants de la propagation en milieu urbain. Utiliser cette méthode comme modèle numérique de rétropropagation permet de concentrer l'étude de la performance du retournement temporel uniquement sur l'aspect algorithmique. Dans un second temps, des modèles plus simples (plus rapides) pourront être utilisés pour une intégration du retournement temporel dans des systèmes réels.

### 6.6.2 Preuve de concept par le code ITM

Bien que le modèle numérique de propagation acoustique par résolution FDTD des LEE ait déjà permis de montrer la faisabilité du retournement temporel (Albert *et al.* 2005, Liu *et al.* 2007), la démonstration a été effectuée en partant de signaux simulés en propagation directe (par le même modèle numérique que celui utilisé pour la rétropropagation). La démonstration proposée dans ce paragraphe est faite à partir de signaux simulés *et expérimentaux*, ce qui permet d'illustrer les potentialités du retournement temporel dans un cas très concret.

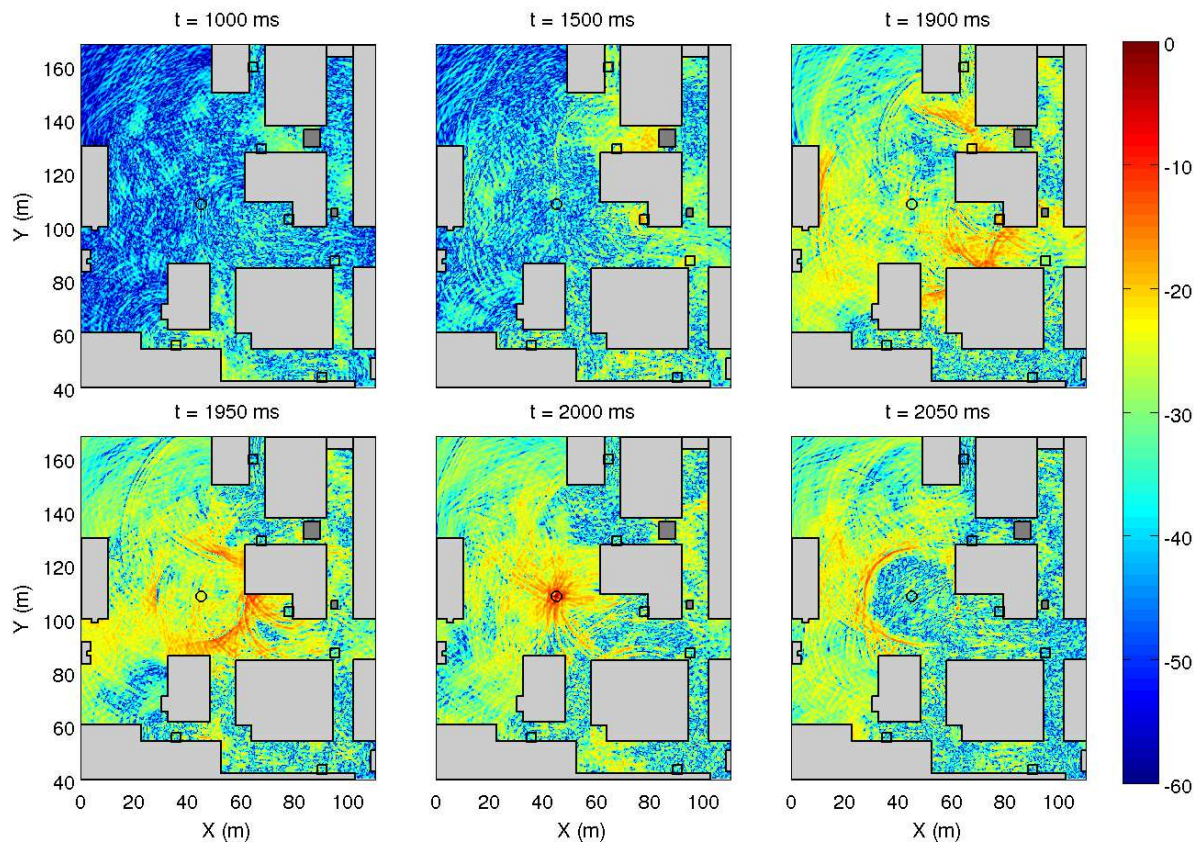


FIGURE 6.18 – Énergie acoustique normalisée à la valeur maximale, à différents instants. Les microphones utilisés sont donnés par les carrés noirs et la position initiale de la source par le cercle noir. L'échelle de couleurs est logarithmique.

La configuration considérée est le milieu urbain de la section précédente 6.5. Les signaux obtenus aux 16 microphones de manière expérimentale et par simulation directe sont utilisés pour le retournement temporel. La rétropropagation est effectuée avec deux jeux de microphones différents. Tout d'abord (jeu n°1) ce sont les microphones 7, 9, 10, 11, 13 et 16 qui sont employés. Ce jeu est composé de 6 microphones répartis dans l'ensemble du domaine, avec certains microphones en ligne de vue par rapport à la source (LOS). Le jeu n°2 est composé des microphones 7, 14, 15 et 16. Ces 4 microphones sont tous cachés de la source par des bâtiments (NLOS) ce qui rend impossible la localisation de la source par les méthodes classiques utilisant la direction d'arrivée de l'onde (Albert *et al.* 2005). De plus, ils sont moins dispersés dans le domaine. Pour chaque jeu de microphones, la rétropropagation est effectuée à partir des signaux simulés, et à partir des signaux enregistrés lors de l'expérimentation décrite dans la section précédente. Les signaux utilisés pour rétropropagation ont une durée de deux secondes à partir du temps d'émission original de la source, et la durée totale de rétropropagation est de 2.4s. La focalisation doit en principe avoir lieu à  $t = 2s$ . Les détails concernant ces quatre simulations sont donnés dans le tableau A.19 de l'annexe A.

La figure 6.18 donne l'énergie acoustique  $p^2$  obtenue par rétropropagation ITM à partir du jeu de microphones n°1 (6 microphones) pour les signaux obtenus par simulation. La refocalisation sonore à la position originale de la source est visible à 2s de



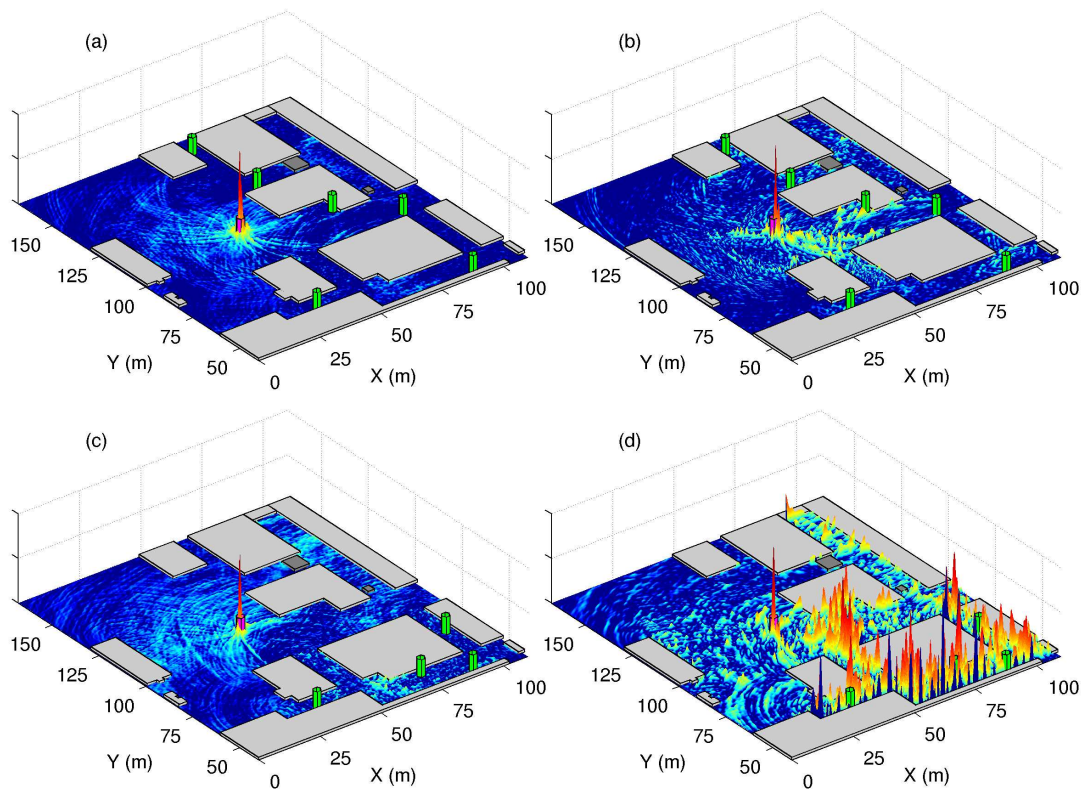


FIGURE 6.19 – Énergie acoustique à l’instant de la refocalisation sur la source initiale, donnée de manière linéaire (altitude) et logarithmique (échelle de couleur, de  $-50\text{dB}$  à  $0\text{dB}$ ), normalisée par la valeur à la source initiale. Les cylindres verts indiquent les microphones et le cylindre violet la position de la source initiale. Refocalisation avec le jeu de microphone (a et b) n°1 et (c et d) n°2 sur les signaux (a et c) simulés et (b et d) observés expérimentalement.

rétropropagation, ce qui illustre le bon fonctionnement du principe du retournement temporel. Quelques instants avant la focalisation, les contributions sur le point de se concentrer sont visibles (cercle se concentrant entre  $1900\text{ms}$  et  $2000\text{ms}$ ). Le son se disperse à nouveau après la focalisation (voir à  $2050\text{ms}$ ).

La figure 6.19 donne l’énergie acoustique au moment de la refocalisation. Les quatre configurations (jeu de microphones n°1 ou n°2, et avec signaux simulés ou observés) sont présentées. Dans tous les cas, l’énergie acoustique est très forte au niveau de la source initiale. Lorsque les signaux rétropropagés sont issus de la simulation numérique dans le sens direct, l’énergie au niveau de la source initiale se détache très nettement de l’énergie ailleurs dans le domaine de calcul. La position de la source est clairement indiquée. Ainsi que ce soit pour 6 microphones dispersés dans le domaine, ou 4 microphones NLOS peu dispersés, la localisation de la source initiale par retournement temporel est possible. Lorsque les signaux sont issus des observations expérimentales, la qualité de la localisation est fortement dépendante du jeu de microphones utilisé. Pour le jeu n°1, la source se détache de manière nette et la localisation est possible. Dans le second jeu de microphones, de nombreux autres pics d’énergie sont présents au moment de la focalisation,

rendant impossible la détermination de la position de la source initiale simplement en considérant l'énergie. Liu *et al.* (2012) ont mis en évidence la forte dépendance de la qualité de refocalisation selon le jeu de microphones considéré.

Le code ITM a ainsi permis l'illustration du fonctionnement de la localisation par retournement temporel. L'algorithme fonctionne bien lorsque les signaux utilisés sont ceux issus de la simulation ITM de la propagation dans le sens direct. Il fonctionne également avec des signaux obtenus expérimentalement pour le jeu à 6 microphones. Cela indique que malgré les erreurs engendrées par la rétropropagation numérique (dues par exemple à l'approximation 2D ou à la finesse de la modélisation de l'environnement), qui sont illustrées dans le paragraphe 6.5.3 pour la propagation directe, l'algorithme est suffisamment robuste pour atteindre la performance souhaitée pour ce scénario. En revanche dans le cas du jeu à 4 microphones il n'est pas possible de localiser la source à partir de l'énergie au moment de la focalisation.

### 6.6.3 Choix du critère de localisation

Les résultats présentés en figure 6.19 nécessitent de connaître précisément l'instant où la source initiale a émis le signal acoustique. Cette donnée n'est généralement pas connue dans des configurations pratiques. Dans le cas général lorsque seuls les enregistrements aux microphones sont disponibles, il est nécessaire de choisir un critère à appliquer au champ acoustique rétropropagé numériquement  $p(\vec{r}, t)$ .

Le critère le plus simple est celui basé sur la valeur maximale de l'énergie au cours de la rétropropagation :

$$c_1(\vec{r}) = \max_{t_{\text{dur}}} (p^2(\vec{r}, t)) \quad (6.14)$$

où  $t_{\text{dur}}$  est la durée de la rétropropagation. En effet la refocalisation augmente fortement le niveau sonore (voir figure 6.19) ainsi ce critère sera particulièrement élevé à la position initiale de la source. La valeur de ce critère pour les configurations évaluées est donnée en figure 6.20. Dans les cas utilisant les signaux obtenus par simulation ITM dans le sens direct, ce critère est bien maximal à la position de la source. Le retournement temporel fonctionne dans cette configuration. Lorsque les signaux utilisés sont issus des observations expérimentales, d'autres maxima sont visibles. Pour le jeu à 6 microphones, les autres maxima sont situés au niveau des microphones. En considérant que la source initiale n'est pas située à l'emplacement direct d'un microphone la localisation reste possible. Cependant dans le cas à 4 microphones le critère a une valeur supérieure à celle obtenue à la position initiale de la source en de multiples emplacements. Il n'est pas possible de discerner de manière explicite la position de la source dans cette configuration avec ce critère.

Une unique simulation par le modèle FDTD fournit les données nécessaires au test de n'importe quel critère. Pour terminer cette section sur des aspects prospectifs, trois autres critères de localisation sont proposés et évalués pour les configurations présentées. Ces évaluations rapides n'ont pas pour objectif l'analyse détaillée du fonctionnement et de la robustesse des critères, mais simplement l'illustration des potentialités de l'outil numérique pour de futures études.

Le critère  $c_1$  basé sur l'énergie maximale a de plus fortes valeurs à proximité des microphones (qui sont des sources lors de la rétropropagation). Ceci est lié à la décroissance de niveau sonore théorique en  $1/\sqrt{r}$ . Pour atténuer cet effet, un second critère est

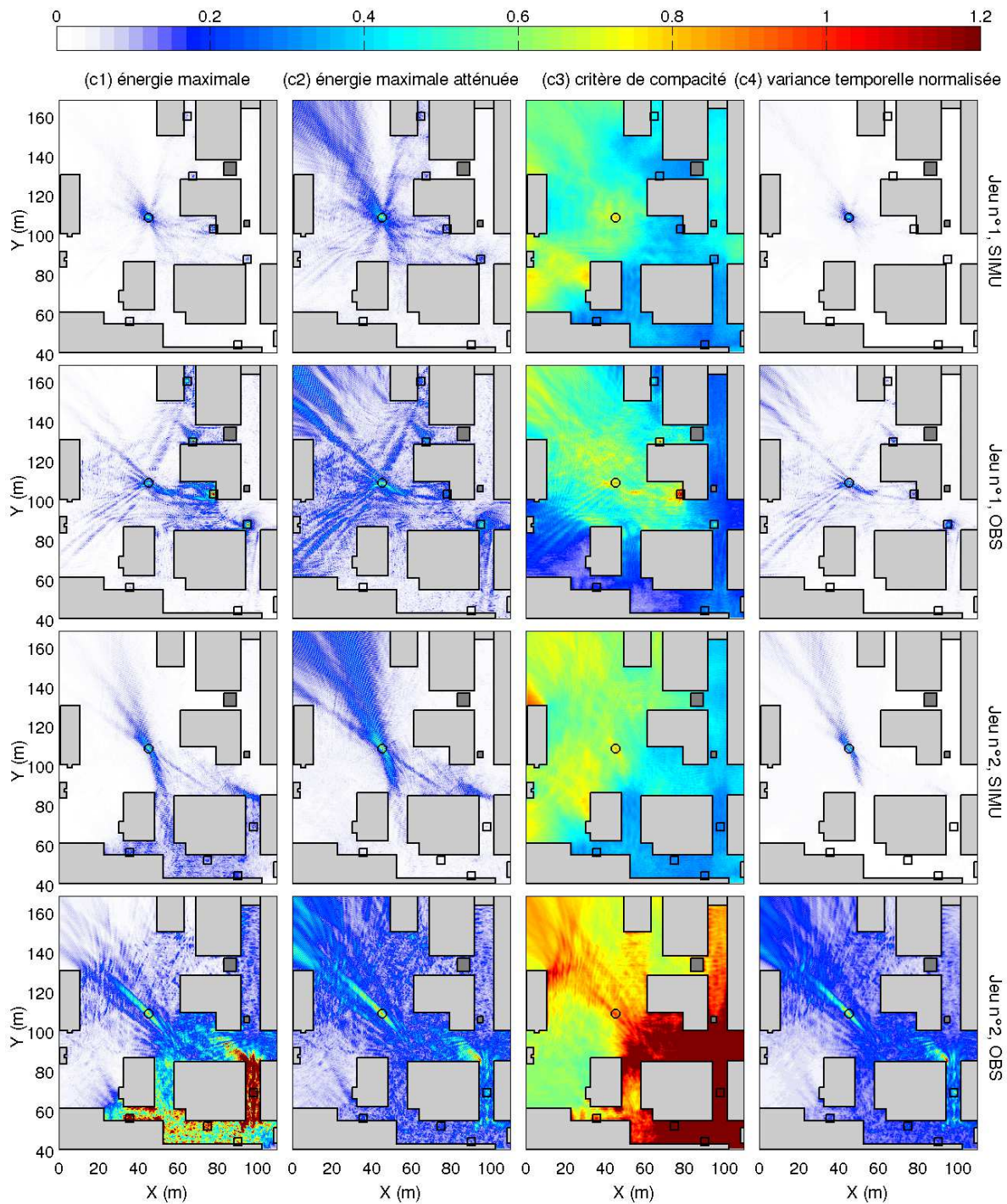


FIGURE 6.20 – Utilisation de différents critères de localisation (par colonne, successivement l'énergie maximale, l'énergie maximale atténuée, le critère de compacité et la variance temporelle normalisée) pour les différentes configurations (par ligne, successivement jeu de microphones n°1 avec les signaux simulés ou observés expérimentalement, jeu n°2 avec les signaux simulés ou observés expérimentalement). Les microphones utilisés sont donnés par les carrés noirs et la position initiale de la source par le cercle noir. La valeur du critère courant est normalisée par rapport à la valeur à la position initiale de la source.

proposé :

$$c_2(\vec{r}) = \frac{\max_{t_{\text{dur}}}(p^2(\vec{r}, t))}{\int_0^{t_{\text{dur}}} p^2(\vec{r}, t) dt} \quad (6.15)$$

Le fort niveau sonore proche des sources (des microphones) devrait être compensé par ce dénominateur, ainsi ce critère permet de faire ressortir les positions correspondantes à des concentrations exceptionnelles d'énergie acoustique. Le critère suivant est le *critère de compacité* proposé par Parot (2008) et utilisé dans les études sur ce sujet réalisées à l'ISL (Hengy *et al.* 2010, 2011, Hamery *et al.* 2012), qui prend de fortes valeurs lorsque le signal temporel présente un pic court comme c'est supposé être le cas à la position de la source initiale :

$$c_3(\vec{r}) = \frac{1}{V(\vec{r})}, \quad V(\vec{r}) = \frac{\int_0^{t_{\text{dur}}} (t - t_0(\vec{r}))^2 p^2(\vec{r}, t) dt}{\int_0^{t_{\text{dur}}} p^2(\vec{r}, t) dt}, \quad t_0(\vec{r}) = \frac{\int_0^{t_{\text{dur}}} t p^2(\vec{r}, t) dt}{\int_0^{t_{\text{dur}}} p^2(\vec{r}, t) dt} \quad (6.16)$$

Enfin, il est aussi possible d'imaginer un critère basé sur la variance temporelle normalisée de l'énergie :

$$c_4(\vec{r}) = \frac{M_2(\vec{r}) - M_1^2(\vec{r})}{M_1^2(\vec{r})}, \quad \text{où } M_i(\vec{r}) = \frac{1}{t_{\text{dur}}} \int_0^{t_{\text{dur}}} (p^2(\vec{r}, t))^i dt \quad (6.17)$$

Comme la variance normalisée est très sensible aux valeurs extrêmes par rapport aux autres valeurs du signal, elle doit être forte à la position initiale de la source.

Ces critères ont été appliqués aux configurations testées. Les résultats sont donnés en figure 6.20. Le critère d'énergie maximale atténuée  $c_2$  a bien diminué les valeurs (par rapport à  $c_1$ ) au niveau des microphones utilisés. Les améliorations sont particulièrement importantes pour la localisation à partir des signaux expérimentaux. Avec le jeu de microphones n°1 les pics du critère proche des microphones sont éliminés, donc la position de la source est parfaitement déterminée. Avec le jeu n°2, la zone présentant un fort critère est atténuée mais la position initiale de la source n'est pas la seule à présenter un critère important. Plusieurs positions sont alors possibles pour la localisation de la source initiale. Le critère de variance temporelle normalisée de l'énergie  $c_4$  a une performance comparable à celle du critère  $c_2$ . Les valeurs du critère à la position initiale de la source sont un peu plus démarquées, sauf dans le cas du jeu de microphones n°2 avec les données observées expérimentalement, où la performance est presque identique au critère  $c_2$ . Le critère de compacité  $c_3$  est moins performant que les autres critères pour les configurations étudiées. La source initiale ne peut être déterminée que pour le cas du jeu de microphones n°1 avec les signaux simulés. Dans les autres configurations ce critère ne représente qu'un maximum local au niveau de la source initiale.

Ces résultats sont particulièrement encourageants pour la poursuite des études sur le retournement temporel. Hormis dans le cas du jeu à 4 microphones en utilisant les signaux observés expérimentalement, où plusieurs positions de source initiale sont possibles, l'utilisation d'un critère de localisation adapté a permis de localiser la position initiale de la source de manière précise, et ceci en dépit des différences observées entre la propagation réelle et celle donnée par le modèle numérique (paragraphe 6.5.3). La performance du critère de compacité pourra par exemple être expliquée à partir de l'observation des signaux issus de la rétropropagation donnés par le code ITM puis utilisés dans le critère. De manière générale la physique de la propagation en temps inverse, avec les propriétés liées à la focalisation, pourra être étudiée à l'aide de l'outil numérique ITM.

## 6.7 Conclusion du chapitre

La propagation en milieu urbain fait intervenir de nombreux phénomènes physiques comme les réflexions et la diffraction au niveau des bâtiments. L'effet du sol, du bruit ambiant, ainsi que les effets atmosphériques s'ajoutent à ces phénomènes ce qui rend le champ acoustique difficile à estimer de manière analytique. Le code de propagation ITM, basé sur la résolution FDTD des LEE, prend en compte l'ensemble de ces phénomènes physiques et permet potentiellement de prévoir correctement la propagation acoustique dans ces environnements complexes. La méthode étant dans le domaine temporel les signaux acoustiques propagés peuvent être impulsionnels.

Dans ce chapitre plus prospectif, le code ITM est employé pour illustrer ses capacités à retranscrire la physique de la propagation de sons impulsionnels en milieu urbain. Il est aussi montré comment le code peut être employé pour discuter de la physique en jeu et de l'origine des contributions acoustiques pour des cas très concrets. Enfin, les potentialités en tant qu'outil numérique sont illustrées par une présentation de la méthode de retournement temporel.

Les signaux impulsionnels présentant un intérêt pratique ont été illustrés : *paquet d'ondes*, signal gaussien, détonation, canon à butane. Dans le cas de la propagation bidimensionnelle, souvent considérée dans le code ITM en raison du coût numérique élevé, le phénomène de physique de *sillage* empêche l'équivalent théorique par rapport au cas 3D par l'application d'un terme sur l'amplitude du signal propagé. Le sillage est illustré, et évalué par le code ITM. Le sillage donné par le modèle numérique est en bon accord avec le comportement théorique.

Le code ITM est ensuite utilisé dans le cas concret de la propagation en présence d'un unique mur, pour une source *paquet d'ondes* et harmonique. La comparaison avec des mesures expérimentales réalisées à l'ISL est excellente. La comparaison entre signaux expérimentaux et simulés permet des discussions sur l'origine des différentes contributions acoustiques, ainsi que de mettre en évidence les limitations propres à l'expérimentation et à la simulation.

Dans le cas plus complexe de la propagation d'une détonation acoustique en présence d'un coin de mur, la simulation ITM en 3D retranscrit parfaitement les signaux obtenus expérimentalement par Liu et Albert (2006). Dans ce cas, l'approximation 2D donne des résultats différents, en particulier pour des microphones cachés de la source par les murs. Le code ITM permet encore de discuter l'origine des contributions acoustiques. La comparaison avec les signaux expérimentaux constitue une première validation du code pour un cas concret de propagation 3D d'un signal impulsionnel en présence d'un obstacle complexe.

Une campagne expérimentale a été réalisée à l'ISL pour la propagation de l'onde générée par un canon à butane dans un milieu urbain réel. Les signaux obtenus à différents microphones ont ensuite été comparés aux résultats d'une simulation ITM 2D. La comparaison est moins évidente que dans les cas précédents, certaines des contributions acoustiques étant reproduites tandis que d'autres non. Ces différences peuvent en partie être attribuées à la difficulté de décrire l'environnement de manière précise (finesse de la géométrie, arbres, véhicules, etc.) et également aux effets de la propagation 2D comme le sillage ou l'absence de contributions sonores liées à la propagation au dessus des bâtiments. Plusieurs phénomènes propres à la propagation en milieu urbain sont mis en évidence dans les discussions, comme la complexité du champ acoustique généré par une

source acoustique simple, ou la diffusion sonore dans des rues étroites (canyons).

Enfin, le code ITM est employé en tant qu'outil numérique pour montrer les potentialités d'un concept de localisation basé sur le retournement temporel. Le fonctionnement de ce concept est illustré à partir du scénario urbain précédent, en utilisant différents microphones et à partir de signaux expérimentaux ou simulés. Cette méthode semble bien fonctionner avec les signaux acoustiques acquis expérimentalement. Un exemple d'étude utilisant l'outil numérique ITM est proposé, en testant différents critères pour le retournement temporel.

Le code ITM semble donc particulièrement prometteur pour des applications de propagation acoustique en milieu urbain. Il donne les champs acoustiques en tout point de l'espace en fonction du temps de manière fiable, et permet des discussions physiques sur les phénomènes acoustiques en jeu. Il peut donc être utilisé en tant qu'outil numérique pour diverses applications.

# Conclusion générale et perspectives

La propagation d'ondes acoustiques dans des milieux externes complexes est une des thématiques de l'*acoustique du champ de bataille*, qui intéresse particulièrement l'institut d'accueil de la thèse, l'*Institut franco-allemand de recherches de Saint-Louis* (ISL). Les sources acoustiques en jeu peuvent aussi bien être des sources impulsionnelles (ayant une signature acoustique courte) comme celles liées à des détonations et à la propagation de munitions supersoniques, ou encore des sources acoustiques plus longue durée, généralement large bande, comme celles liées au déplacement de véhicules. La difficulté concernant le problème de la propagation acoustique externe est double. Tout d'abord, les phénomènes physiques en jeu peuvent tous influencer fortement l'onde acoustique propagée. Le cumul de tous ces phénomènes rend l'estimation du champ acoustique extrêmement difficile lorsque des situations non idéalisées sont considérées. Ensuite, certains phénomènes physiques, considérés isolément, ne sont encore pas complètement compris et font encore aujourd'hui l'objet d'études théoriques. Les effets de la turbulence atmosphérique sur la propagation sonore font partie de cette catégorie.

Dans ce contexte, l'utilisation de modèles numériques pour simuler la propagation sonore est une alternative pratique et complémentaire aux études théoriques et expérimentales. Elle permet la compréhension physique de la propagation dans des environnements maîtrisés, et l'estimation des champs acoustiques dans des environnements complexes. Parmi les nombreux modèles numériques existants (méthode des rayons, équation parabolique, etc.), les modèles basés sur la résolution des équations d'Euler linéarisées (LEE pour *Linearized Euler Equations*) par itération temporelle et différences finies (FDTD pour *Finite-Difference Time-Domain*) sont très prometteurs. En effet ces modèles, en contrepartie d'un coût numérique élevé mais pouvant être atteint par les ordinateurs actuels, retranscrivent l'ensemble de la physique contenue dans les LEE sans limitation sur les caractéristiques du problème. Les phénomènes majeurs liés à la propagation extérieure sont donc implémentés dans ces modèles. En 2006, une implémentation (mentionnée sous le nom ITM pour *ISL FDTD Model*) d'un tel modèle FDTD a été réalisée à l'ISL (Cheinet et Naz 2006, Naz *et al.* 2007).

L'application de ce type de modèles numériques pour l'acoustique extérieure est récente (Blumrich et Heimann 2002, Salomons *et al.* 2002, Van Renterghem 2003, Van Renterghem et Botteldooren 2003, Wilson et Liu 2004, Ostashev *et al.* 2005). Bien que les modèles FDTD aient démontré leur capacité à reproduire la physique de plusieurs phénomènes physiques simples, la validation n'est pas encore complétée pour l'ensemble des phénomènes connus liés à la propagation extérieure. En particulier, il reste à démontrer que les modèles FDTD reproduisent les effets de la turbulence atmosphérique sur la propagation sonore. Cette démonstration pour une source harmonique a été le principal enjeu de la thèse menée. Le second enjeu a été d'illustrer les potentialités de

ces modèles numériques en tant qu'outil pour étudier la propagation acoustique dans des milieux plus complexes.

Dans un **premier chapitre** introductif, les phénomènes physiques liés à la propagation acoustique en milieu extérieur ont été rappelés. Ceux-ci peuvent être soit liés à la géométrie du problème (dispersion géométrique en champ libre, l'influence du sol, la diffraction) soit à l'atmosphère dans laquelle le son est propagé (absorption atmosphérique, réfractions liées aux gradients atmosphériques, effets diffusifs et perturbatifs de la turbulence atmosphérique). Un historique sur les modèles numériques existants dans la littérature a ensuite été présenté.

Le **second chapitre** a présenté de manière détaillée les caractéristiques des méthodes FDTD. L'ensemble des aspects est abordé, ce qui donne une vision complète sur ces modèles. Les caractéristiques propres au code ITM (schémas numériques, type de maillage, etc.) ont été données et motivées. Enfin, une première validation du code ITM est effectuée pour des cas simples (présence ou non d'un sol parfaitement réfléchissant, diffraction par un mur, effets atmosphériques liés à la présence d'un gradient de vent ou d'un vortex), qui s'avèrent parfaitement reproduits par le modèle numérique.

Les trois chapitres suivants se sont concentrés sur les effets de l'atmosphère sur la propagation. Dans le **troisième chapitre**, le scénario de la propagation d'une onde plane harmonique en présence d'une perturbation atmosphérique non turbulente a été abordé. L'approximation des faibles fluctuations (approximation de Born/Rytov), la principale réponse théorique à cette configuration, a été présentée. Elle consiste en la décomposition du champ acoustique en deux contributions. La première est l'onde plane directe et la seconde est une onde, d'amplitude supposée faible par rapport à la première contribution, émise par la perturbation atmosphérique (onde diffusée). Des simulations ITM ont ensuite appuyé les discussions sur les propriétés de l'onde diffusée, issues de l'analyse théorique des expressions obtenues sous l'approximation de Born/Rytov. Ceci constitue une validation supplémentaire des méthodes FDTD, ainsi qu'une illustration sur l'utilisation du code ITM en tant qu'outil d'analyse physique. Finalement, le code ITM a été employé pour évaluer les limites de l'approximation de Born/Rytov, qui semblent être atteintes lorsque les perturbations atmosphériques comportent du vent (effets convectifs) ou des variations en température de plus de quelques degrés.

Le **quatrième chapitre** a repris ce scénario en l'élargissant aux perturbations turbulentes et non localisées (globales). Les caractéristiques de la turbulence de champs scalaires ont tout d'abord été présentées, ainsi qu'un modèle numérique pour générer des champs turbulents en température. Le code ITM a été comparé à la théorie dans deux scénarios spécifiques faisant intervenir l'effet de la turbulence. Le premier scénario évalué est la diffusion à *grand angle* d'une onde plane harmonique par une perturbation locale turbulente en température. Le traitement théorique de cette configuration part usuellement de l'approximation de Born/Rytov, en ajoutant des hypothèses de faible perturbation atmosphérique et de champ lointain. Dans le second scénario, qui est la propagation d'une onde plane harmonique dans une atmosphère turbulente (globale) en température, l'onde se met à fluctuer et perd sa cohérence transverse. Ces effets à *petit angle* sont traités théoriquement en partant de l'approximation de Born/Rytov, puis ajoutant diverses hypothèses dont l'approximation paraxiale (petit angle). Les moments statistiques obtenus par des simulations ITM ont présenté un excellent accord avec les théories, ce qui démontre que ces modèles numériques reproduisent la physique



de la propagation en présence de turbulence. Ce résultat est un des plus importants obtenus pendant la thèse. Dans le reste du chapitre, il est également montré comment les traitements théoriques entre ces deux configurations diffèrent, alors que certaines caractéristiques du champ acoustique, comme la décroissance exponentielle, peuvent être retrouvées par les deux théories. Le modèle numérique évalué apporte ainsi une approche unifiée et fiable pour retranscrire ces effets. Ce chapitre a fait l'objet d'une publication (Cheinet *et al.* 2012).

Les études sur l'influence de la turbulence sur la propagation acoustique ont été poursuivies dans le **cinquième chapitre**. Contrairement au chapitre précédent, où les hypothèses de travail nécessitaient que l'effet de la turbulence sur le son restent faibles, les effets d'une turbulence globale sur la propagation du son ont été considérés pour des fluctuations acoustiques fortes et saturées. Après avoir décrit les caractéristiques de la turbulence de champs vectoriels, ce qui a également permis la description d'un modèle numérique pour générer des champs turbulents en vent, les traitements théoriques pour de fortes fluctuations acoustiques ont été présentés. Il n'existe pas de théorie unifiée pour traiter ce problème. Certains résultats analytiques existent toutefois dans certains cas ("régimes") asymptotiques, donnés par le diagramme  $\Lambda - \Phi$  introduit par Flatté (1979). Le régime des faibles fluctuations a été traité dans le chapitre précédent, le régime de saturation a un traitement analytique simple, et pour des fluctuations intermédiaires (fortes), une théorie a été proposée par Brownlee (1973) lorsque  $\Lambda$  est faible (basse fréquence). Des simulations ITM ont été réalisées pour un cas de propagation d'une onde plane harmonique à travers une turbulence globale en vent, générant des fluctuations d'abord faibles, puis fortes et saturées. Les statistiques du champ acoustique simulé (pression moyenne, variance de log-amplitude, corrélation transverse, probabilités de distributions) sont en excellent accord avec les théories présentées dans leurs domaines propres de validité. Ces statistiques ont été également comparées avec un excellent accord aux résultats donnés par un modèle numérique plus simple, basé sur l'équation parabolique, et connu pour sa fiabilité dans le régime des fortes fluctuations. L'ensemble de ces comparaisons a encore démontré la capacité du modèle numérique FDTD à retranscrire la physique de la propagation en présence de turbulence. Ce résultat vient compléter les résultats du chapitre précédent pour une onde plane harmonique, et constitue le deuxième résultat fort obtenu pendant la thèse. Le code ITM présente à nouveau une approche unifiée là où la théorie est complexe et scindée pour différents régimes asymptotiques. La suite du chapitre a illustré l'utilisation du code ITM en tant qu'outil numérique pour évaluer une modélisation théorique classique de l'intensité acoustique par une fonction gamma généralisée. Ce chapitre a également fait l'objet d'une publication (Ehrhardt *et al.* 2013).

Enfin, dans le **sixième chapitre**, le modèle numérique FDTD a été employé pour illustrer sa capacité à reproduire la physique de la propagation de sources acoustiques non harmoniques dans des milieux géométriquement complexes, et son potentiel en tant qu'outil numérique. Ce chapitre se concentre davantage sur des comparaisons avec des mesures expérimentales dans des cas concrets. Après une présentation des sources non harmoniques présentant un intérêt pratique (sources théoriques *paquet d'ondes* ou gaussienne, puis sources pratiques de détonation ou générée par un canon à butane), l'accent est mis sur le *sillage*, un phénomène physique de propagation en 2D, bien reproduit dans le code ITM, qui peut entraîner des différences fortes par rapport à la propagation 3D

ce qui peut limiter la pertinence des projections 2D classiques pour les simulations de phénomènes réels. Différents scénarios présentant une géométrie à complexité croissante sont ensuite considérés (un mur, coin de mur, puis milieu urbain réel). Des simulations ITM 2D et 3D sont réalisées et comparées à des mesures expérimentales. Dans le cas d'un unique mur, l'expérimentation réalisée à l'ISL et une simulation 2D se comparent bien et ont permis de mettre en évidence les différentes contributions acoustiques, et de discuter des limites de l'expérimentation menée. L'expérimentation effectuée pour la propagation d'une détonation en présence d'un coin de mur réalisée par Liu et Albert (2006) a ensuite été reproduite numériquement par des simulations ITM 2D et 3D. L'accord entre expérimentation et simulation est excellent dans le cas 3D mais présente des écarts pouvant être importants pour la simulation 2D. Ceci a permis d'illustrer les différences liées à la projection 2D (y compris le sillage), ainsi que de valider le modèle FDTD pour un cas concret complexe de propagation 3D d'onde impulsionnelle en présence d'une géométrie complexe. Enfin, une campagne expérimentale menée sur le site de l'ISL a été réalisée puis comparée à une simulation ITM 2D. Les résultats numériques présentent un accord général avec les signaux enregistrés pour la propagation du son impulsionnel généré par le canon à butane utilisé. Les contributions principales sont bien obtenues par le modèle numérique tandis que d'autres caractéristiques des signaux enregistrés aux microphones ne sont pas retranscrites, ce qui pourrait être attribué par exemple à la difficulté de modéliser finement l'environnement urbain ou encore à l'approximation 2D. Pour terminer, le code ITM a été utilisé en tant qu'outil numérique pour évaluer un concept de localisation prometteur qu'est le retournement temporel. La preuve du fonctionnement de ce concept est réalisée grâce au modèle FDTD, en partant des résultats expérimentaux ou numériques obtenus pour le site de l'ISL.

L'ensemble des chapitres permet de conclure que les modèles numériques de propagation acoustique basés sur une résolution FDTD des LEE sont très bien adaptés à la propagation acoustique en milieu extérieur complexe. Ces modèles prennent en compte l'ensemble des phénomènes physiques principaux en jeu. Nous avons démontré que des phénomènes très complexes, comme les effets de la turbulence atmosphérique, sont physiquement reproduits par les modèles FDTD, pour une source plane harmonique.

Ces résultats sont particulièrement encourageants et ouvrent plusieurs perspectives de poursuite des études. Premièrement, ce modèle numérique FDTD pourra être utilisé pour poursuivre les études théoriques. La propagation de sources impulsionnelles à travers la turbulence atmosphérique pourra être abordée (comme dans Chunchuzov *et al.* 1990, 1997, 2005). La forme du signal source peut en effet être modifiée de façon importante (McLeod *et al.* 2004) ce que la théorie ne permet pas aujourd'hui de décrire complètement. La propagation dans des champs turbulents moins idéalisée peut aussi être envisagée. En effet typiquement la turbulence acoustique est intermittente (ses caractéristiques statistiques varient avec le temps) (Wilson *et al.* 1996, Norris *et al.* 2001), inhomogène et anisotrope (Ostashev et Wilson 2001). Le couplage entre le code ITM et des modèles météorologiques ou LES (*Large Eddy Simulation*) donnant des champs atmosphériques plus réalistes est complexe mais très intéressant (voir par exemple Wilson *et al.* 2004, Aumond *et al.* 2010 ou pour l'optique Cheinet et Siebesma 2007). La recherche concernant les effets des environnements urbains sur la propagation est également une piste possible. Par exemple le code numérique pourra permettre l'étude de l'effet de filtrage basses fréquences en milieu urbain (Liu et Albert 2006, Albert et Liu

2010). Il pourrait également être utilisé pour évaluer des modèles énergétiques pour la propagation en milieu urbain (voir par exemple Picaut 2002). L'aspect numérique peut également être développé pour améliorer les applications potentielles du modèle : le développement et l'utilisation de sources mobiles, ou de sources transparentes (Schneider *et al.* 1998) pourra s'avérer utile pour des études futures.

Ensuite, les autres perspectives pour poursuivre les études reposent sur l'utilisation du modèle numérique FDTD en tant qu'outil de calcul. En effet, ce dernier ayant démontré ses capacités à reproduire la physique de la propagation acoustique en milieu extérieur, il pourra dorénavant être utilisé pour effectuer des études de sensibilité (études paramétriques), comme cela est fait par exemple par Van Renterghem *et al.* (2006) qui étudient l'influence de la taille (hauteur et largeur) de deux rues adjacentes sur la transmission sonore entre elles. L'outil numérique FDTD pourra également être utilisé pour étudier la propagation dans des cas très concrets, comme la propagation au dessus d'un bâtiment dont le toit possède une surface herbeuse (Van Renterghem et Botteldooren 2008), ou la propagation plus complexe, mêlant géométrie et atmosphère, au dessus d'une barrière parfaitement réfléchissante générant des fluctuations venteuses turbulentes en raison d'un vent moyen (Heimann et Blumrich 2004). Le code ITM pourra être utilisé pour évaluer la performance de systèmes acoustiques et d'algorithmes, comme ceux développés à l'ISL (Naz *et al.* 2007, 2008), en fournissant des signaux d'entrée sous diverses conditions opérationnelles maîtrisées (avec vent ou turbulence plus ou moins forte, sol, bâtiments, etc.). Enfin, de nouveaux concepts utilisant la propagation acoustique pour sonder l'atmosphère par tomographie (Vecherin *et al.* 2006, 2007, Ostashev *et al.* 2008, Jovanović *et al.* 2009) ou pour localiser une source par retournement temporel (Albert *et al.* 2005, Liu *et al.* 2007, Parot 2008) peuvent être évalués grâce au code ITM.



# Références bibliographiques

- ABRAMOWITZ, M. et STEGUN, I.A. (1964). *Handbook of mathematical functions*. National Bureau of Standards.
- AHMED, I., KHOO, E.H. et LI, E. (2010). Development of the CPML for Three-Dimensional Unconditionally Stable LOD-FDTD Method. *IEEE T. Antenn. Propag.*, 58, 832–837.
- ALBERT, D.G., LIU, L. et MORAN, M.L. (2005). Time reversal processing for source location in an urban environment. *J. Acoust. Soc. Am.*, 118, 616–619.
- ALBERT, D.G. et LIU, L. (2010). The effect of buildings on acoustic pulse propagation in an urban environment. *J. Acoust. Soc. Am.*, 127, 1335–1346.
- ATTENBOROUGH, K. (1983). Acoustical characteristics of rigid fibrous absorbents and granular materials. *J. Acoust. Soc. Am.*, 73, 785–799.
- AUMOND, P., GUILLAUME, G., GAUVREAU, B., PICAUT, J., DUTILLEUX, G., LAC, C., MASSON, V. et BÉRENGIER, M. (2010). Couplage d'un modèle numérique météorologique avec le modèle numérique de propagation TLM. *10ème Congrès Français d'Acoustique*, Lyon.
- AUMOND, P. (2011). Modélisation numérique pour l'acoustique environnementale : simulation de champs météorologiques et intégration dans un modèle de propagation. *Thèse de l'Université du Maine*.
- BAILLY, C. et JUVÉ, D. (2000). Numerical Solution of Acoustic Propagation Problems Using Linearized Euler Equations. *AIAA J.*, 38, 22–29.
- BASS, H.E., SUTHERLAND, L.C. et ZUCKERWAR, A.J. (1990). Atmospheric absorption of sound : Update. *J. Acoust. Soc. Am.*, 88, 2019–2021.
- BATCHELOR, G.K. (1953). *Homogeneous turbulence*. Cambridge University Press, New York.
- BÉRENGER, J.P. (1994). A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic waves. *J. Comput. Phys.*, 114, 185–200.
- BÉRENGER, J.P. (1996). Three-Dimensional Perfectly Matched Layer for the Absorption of Electromagnetic Waves. *J. Comput. Phys.*, 127, 363–379.
- BÉRENGIER, M.C., GAUVREAU, B., BLANC-BENON, P. et JUVÉ, D. (2003). Outdoor sound propagation : a short review on analytical and numerical approaches. *Acta Acust. United Ac.*, 89, 980–991.
- BERLAND, J., BOGEY, C. et BAILLY, C. (2006). Low-dissipation and low-dispersion fourth-order Runge-Kutta algorithm. *Comput. Fluids*, 35, 1459–1463.

- BERLAND, J., BOGEY, C., MARSDEN, O. et BAILLY, C. (2007). High-order, low dispersive and low dissipative explicit schemes for multiple-scale and boundary problems. *J. Comput. Phys.*, 224, 637–662.
- BLAIRON, N. (2002). Effets de la topologie sur la propagation des ondes acoustiques dans l’atmosphère : modélisation avec l’équation parabolique et validation sur un site extérieur.
- BLANC-BENON, P. et JUVÉ, D. (1990). Simulation numérique de la propagation d’une onde acoustique dans une turbulence bidimensionnelle par une méthode de rayons. *1er Congrès Français d’Acoustique*.
- BLANC-BENON, P. et JUVÉ, D. (1993). Intensity fluctuations of spherical acoustic waves propagating through thermal turbulence. *Wave. Random Media*, 3, 71–83.
- BLANC-BENON, P., DALLOIS, L. et JUVÉ, D. (2001). Long range sound propagation in a turbulent atmosphere within the parabolic approximation. *Acta Acust. United Ac.*, 87, 659–669.
- BLANC-BENON, P., LIPKENS, B., DALLOIS, L., HAMILTON, M.F. et BLACKSTOCK, D.T. (2002). Propagation of finite amplitude sound through turbulence : Modeling with geometrical acoustics and the parabolic approximation. *J. Acoust. Soc. Am.*, 111, 487–498.
- BLUMRICH, R. et HEIMANN, D. (2002). A linearized Eulerian sound propagation model for studies of complex meteorological effects. *J. Acoust. Soc. Am.*, 112, 446–455.
- BOGEY, C. et BAILLY, C. (2002). Three-dimensional non-reflective boundary conditions for acoustic simulations : far field formulation and validation test cases. *Acta Acust. United Ac.*, 88, 463–471.
- BOGEY, C. et BAILLY, C. (2004). A family of low dispersive and low dissipative explicit schemes for flow and noise computations. *J. Comput. Phys.*, 194, 194–214.
- BOTTELDOOREN, D. (1994). Acoustical finite-difference time-domain simulation in a quasi-Cartesian grid. *J. Acoust. Soc. Am.*, 95, 2313–2319.
- BROWNLEE, L.R. (1973). Rytov’s method and large fluctuations. *J. Acoust. Soc. Am.*, 53, 156–161.
- BROWNLEE, L.R. (1974). Reply to "Comments on "Rytov’s method and large fluctuations"". *J. Acoust. Soc. Am.*, 55, 1339–1339.
- BURDEN, R.L., FAIRES, J.D. et REYNOLDS, A.C. (1981). *Numerical Analysis*. Prindle, Weber, and Schmidt, Boston, seconde édition.
- CANDEL, S.M. (1977). Numerical solution of conservation equations arising in linear wave theory : application to aeroacoustics. *J. Fluid Mech.*, 83, 465–493.
- CANDEL, S.M. (1979). Numerical solution of wave scattering problems in the parabolic approximation. *J. Fluid Mech.*, 90, 465–507.
- CHEINET, S. et NAZ, P. (2006). On-going ISL research in modelling acoustic propagation in the atmosphere. *NATO SET-107/RSY20/MSE Symposium*, Amsterdam (Netherlands).
- CHEINET, S. et SIEBESMA, A.P. (2007). The impact of boundary layer turbulence on optical propagation. *Proc. of SPIE*, 6747, 1–12.

- CHEINET, S. (2008). The variability of acoustical turbulence in the atmospheric boundary layer. *Euronoise*, Paris (France).
- CHEINET, S. et SIEBESMA, A.P. (2009). Variability of Local Structure Parameters in the Convective Boundary Layer. *J. Atmos. Sci.*, 66, 1002–1017.
- CHEINET, S. et CUMIN, P. (2011). Local Structure Parameters of Temperature and Humidity in the Entrainment-Drying Convective Boundary Layer : A Large-Eddy Simulation Analysis. *J. Appl. Meteorol. Clim.*, 50, 472–481.
- CHEINET, S., BROGLIN, T., HAMERY, P. et DE MEZZO, S. (2011). Short-Range Characterization of a Model Impulsive Source. *ISL-RV 206/2011*.
- CHEINET, S. (2012). A numerical approach to sound levels in near-surface refractive shadows. *J. Acoust. Soc. Am.*, 131, 1946–1958.
- CHEINET, S., EHRHARDT, L., JUVÉ, D. et BLANC-BENON, P. (2012). Unified modeling of turbulence effects on sound propagation. *J. Acoust. Soc. Am.*, 132, 2198–2209.
- CHERGUI, J., DUPAYS, I., GIROU, D., LECAS, D. et WAUTELET, P. (2011). *Message Passing Interface (MPI)*. Cours de l’Institut du Développement et des Ressources en Informatique Scientifique.
- CHEVRET, P., BLANC-BENON, P. et JUVÉ, D. (1996). A numerical model for sound propagation through a turbulent atmosphere near the ground. *J. Acoust. Soc. Am.*, 100, 3587–3599.
- CHUNCHUZOV, I.P., BUSH, G.A. et KULICHKOV, S.N. (1990). On acoustical impulse propagation in a moving inhomogeneous atmospheric layer. *J. Acoust. Soc. Am.*, 88, 455–461.
- CHUNCHUZOV, I.P., OTREZOV, A.I., PETENKO, I.V., TOVCHIGRECHKO, V.N., SVERTILOV, A.I., FOGEL, A.L. et FRIDMAN, V.E. (1997). Travel-time and duration fluctuations of acoustic pulses in the atmospheric boundary layer. *Atmos. Ocean. Phys.*, 33, 293–307.
- CHUNCHUZOV, I., KULICHKOV, S., OTREZOV, A. et PEREPELKIN, V. (2005). Acoustic pulse propagation through a fluctuating stably stratified atmospheric boundary layer. *J. Acoust. Soc. Am.*, 117, 1868–1879.
- CHURNSIDE, J.H. et HILL, R.J. (1987). Probability density of irradiance scintillations for strong path-integrated refractive turbulence. *J. Opt. Soc. Am. A*, 4, 727–733.
- CHURNSIDE, J.H. et FREHLICH, R.G. (1989). Experimental evaluation of log-normally modulated Rician and IK models of optical scintillation in the atmosphere. *J. Opt. Soc. Am. A*, 6, 1760–1766.
- COLES, W.A., FILICE, J.P., FREHLICH, R.G. et YADLOWSKY, M. (1995). Simulation of wave propagation in three-dimensional random media. *Appl. Optics*, 34, 2089–2101.
- COLONIUS, T., LELE, S.K. et MOIN, P. (1994). The scattering of sound waves by a vortex : numerical simulations and analytical solutions. *J. Fluid Mech.*, 260, 271–298.
- COTTÉ, B. et BLANC-BENON, P. (2007). Estimates of the relevant turbulent scales for acoustic propagation in an upward refracting atmosphere. *Acta Acust. United Ac.*, 93, 944–958.

- COTTÉ, B. (2008). Propagation acoustique en milieu extérieur complexe : problèmes spécifiques au ferroviaire dans le contexte des trains à grande vitesse. *Thèse de l'École Centrale de Lyon*.
- COTTÉ, B. et BLANC-BENON, P. (2009). Time-domain simulations of sound propagation in a stratified atmosphere over an impedance ground. *J. Acoust. Soc. Am.*, 125, 202–207.
- DAIGLE, G.A., PIERCY, J.E. et EMBLETON, T.F.W. (1978). Effects of atmospheric turbulence on the interference of sound waves near a hard boundary. *J. Acoust. Soc. Am.*, 64, 622–630.
- DAIGLE, G.A. (1979). Effects of atmospheric turbulence on the interference of sound waves above a finite impedance boundary. *J. Acoust. Soc. Am.*, 65, 45–49.
- DAIGLE, G.A., PIERCY, J.E. et EMBLETON, T.F.W. (1983). Line-of-sight propagation through atmospheric turbulence near the ground. *J. Acoust. Soc. Am.*, 74, 1505–1513.
- DALLOIS, L. et BLANC-BENON, P. (2001). Wide angle parabolic equations in moving media : Sound diffraction by a core vortex. *AIAA J.*, pages 856–864.
- DASHEN, R. (1979). Path integrals for waves in random media. *J. Math. Phys.*, 20, 894–920.
- DE COGAN, D., PULKO, S. et O'CONNOR, W.J. (2005). *Transmission Line Matrix (TLM) in Computational Mechanics*. CRC Press.
- DE WOLF, D.A. (1975). Propagation regimes for turbulent atmospheres. *Radio Sci.*, 10, 53–57.
- DELANY, M.E. et BAZLEY, E.N. (1970). Acoustical properties of fibrous absorbent materials. *Appl. Acoust.*, 3, 105–116.
- DINAPOLI, F.R. et DEAVENPORT, R.L. (1980). Theoretical and numerical green's function field solutions in a plane multilayered medium. *J. Acoust. Soc. Am.*, 67, 92–105.
- DRAGNA, D. (2011). Modélisation par une approche temporelle de la propagation acoustique en milieu extérieur : traitement de frontières complexes et validation sur site ferroviaire. *Thèse de l'École Centrale de Lyon*.
- DRAGNA, D., COTTÉ, B., BLANC-BENON, P. et POISSON, F. (2011). Time-Domain Simulations of Outdoor Sound Propagation with Suitable Impedance Boundary Conditions. *AIAA J.*, 49, 1420–1428.
- DUTILLEUX, G. et KRISTIANSEN, U. (2003). Implementation of a boundary with diffuse reflection in TLM *10th International Congress on Sound and Vibration*, pages 3655–3662, Stockholm (Sweden).
- DUTILLEUX, G. (2007). Applicability of TLM to Wind Turbine Noise Prediction. *2nd International Meeting on Wind Turbine Noise*, Lyon (France).
- EHRHARDT, L. (2009). Modélisation numérique de la propagation acoustique extérieure. *Rapport de travail de fin d'études (Ecole Centrale de Lyon)*.
- EHRHARDT, L. et CHEINET, S. (2010). Développement et évaluation d'un code de propagation acoustique en domaine temporel *10ème Congrès Français d'Acoustique*, Lyon (France).



- EHRHARDT, L., CHEINET, S. et JUVÉ, D. (2011). Scattering of plane waves by local inhomogeneities and turbulent fluctuations : comparison between theory and time-domain computations. *14th Long Range Sound Propagation Symposium*, Baltimore (MD, USA).
- EHRHARDT, L., CHEINET, S. et JUVÉ, D. (2012). Finite-Difference Time-Domain simulation of sound propagation through turbulent atmosphere. *Acoustics 2012 Hong Kong*, Hong Kong.
- EHRHARDT, L., CHEINET, S., JUVÉ, D. et BLANC-BENON, P. (2013). Evaluating a linearized Euler equations model for strong turbulence effects on sound propagation. *J. Acoust. Soc. Am.*, 133, 1922–1933.
- EL-MASRI, S., PELORSON, X., SAGUET, P. et BADIN, P. (1996). Vocal tract acoustics using the transmission line matrix (TLM) method. *International Conference on Speech and Language Processing*, pages 953–956, Philadelphia (USA).
- EMBLETON, T.F.W. (1996). Tutorial on sound propagation outdoors. *J. Acoust. Soc. Am.*, 100, 31–48.
- EWART, T.E. et PERCIVAL, D.B. (1986). Forward scattered waves in random media - The probability distribution of intensity. *J. Acoust. Soc. Am.*, 80, 1745–1753.
- EWART, T.E. (1989). A model of the intensity probability distribution for wave propagation in random media. *J. Acoust. Soc. Am.*, 86, 1490–1498.
- FINK, M. (1997). Time-reversed acoustics. *Phys. Today*, 50, 34–40.
- FLATTÉ, S.M., DASHEN, R., MUNK, W.H., WATSON, K. et ZACHARIASEN, F. (1979). *Sound Transmission through a Fluctuating Ocean*. Cambridge University Press, Cambridge.
- FLATTÉ, S.M., BRACHER, C. et WANG, G.-Y. (1994). Probability-density functions of irradiance for waves in atmospheric turbulence calculated by numerical simulation. *J. Opt. Soc. Am. A*, 11, 2080–2092.
- FORD, R. et LLEWELLYN SMITH, S.G. (1999). Scattering of acoustic waves by a vortex. *J. Fluid Mech.*, 386, 305–328.
- FRANKE, S.J. et SWENSON, G.W. (1989). A Brief Tutorial on the Fast Field Program (FFP) as Applied to Sound Propagation in the Air. *Appl. Acoust.*, 27, 203–215.
- FREHLICH, R., CORNMAN, L. et SHARMAN, R. (2001). Simulation of three-dimensional turbulent velocity fields. *J. Appl. Meteorol.*, 40, 246–258.
- GILBERT, K.E. et WHITE, M.J. (1989). Application of the parabolic equation to sound propagation in a refracting atmosphere. *J. Acoust. Soc. Am.*, 82, 630–637.
- GILBERT, K.E., RASPET, R. et DI, X. (1990). Calculation of turbulence effects in an upward-refracting atmosphere. *J. Acoust. Soc. Am.*, 87, 2428–2437.
- GOEDECKE, G.H., WOOD, R.C., AUVERMANN, H.J., OSTASHEV, V.E., HAVELOCK, D.I. et TING, C. (2001). Spectral broadening of sound scattered by advecting atmospheric turbulence. *J. Acoust. Soc. Am.*, 109, 1923–1934.
- GOEDECKE, G.H., WILSON, D.K. et OSTASHEV, V.E. (2006). Quasi-wavelet models of turbulent temperature fluctuations. *Bound-Lay. Meteorol.*, 120, 1–23.

- GOZANI, J. (1985). Numerical solution for the fourth-order coherence function of a plane wave propagating in a two-dimensional Kolmogorovian medium. *J. Opt. Soc. Am. A*, 2, 2144–2151.
- GRADSHTEYN, I.S. et RYZKIK, I.M. (2007). *Table of integrals, series and products (seventh edition)*. Elsevier.
- GROPP, W., LUSK, E. et SKJELLUM, A. (1999). *Using MPI : Portable Parallel Programming with the Message Passing Interface*. MIT Press, seconde édition.
- GUILLAUME, G., PICAUT, J., DUTILLEUX, G. et GAUVREAU, B. (2008). Use of the transmission line matrix method for the sound propagation modelling in open-space. *13th Long Range Sound Propagation Symposium*, Lyon (France).
- GUILLAUME, G. (2009). Application de la méthode TLM à la modélisation de la propagation acoustique en milieu urbain. *Thèse de l'Université du Maine*.
- GUILLAUME, G., PICAUT, J., DUTILLEUX, G. et GAUVREAU, B. (2011). Time-domain impedance formulation for transmission line matrix modelling of outdoor sound propagation. *J. Sound Vib.*, 330, 6467–6481.
- HAMERY, P., HENGY, S., DE MEZZO, S. et DUFFNER, P. (2012). Réalisation d'un algorithme de détection-localisation de bruit d'arme par retournement temporel acoustique (étude théorique et expérimentale). (Convention de subvention DGA/ISL n° 2010.60.002 - Tranche conditionnelle n°1). *CS-7/2012 (Rapport ISL)*.
- HEIMANN, D. et BLUMRICH, R. (2004). Time-domain simulations of sound propagation through screen-induced turbulence. *Applied Acoustics*, 65, 561–582.
- HEIMANN, D. (2007). Three-dimensional linearised Euler model simulations of sound propagation in idealised urban situations with wind effects. *Appl. Acoust.*, 68, 217–237.
- HENGY, S., HAMERY, P. et DE MEZZO, S. (2010). Sniper Detection and Localization Using a Helmet Array : Application of Time Reversal on Small Scale Model. *CR/RV-463/2010 (Rapport ISL)*.
- HENGY, S., HAMERY, P., DE MEZZO, S. et DUFFNER, P. (2011). Networked Localization of Sniper Shots Using Acoustics. *SPIE Defense, Security + Sensing*, Orlando (FS, US).
- HERMANS, M. (2002). *Parallel Programming in Fortran 95 using OpenMP*. Universidad Politecnica de Madrid, Spain.
- HILL, R.J. et FREHLICH, R.G. (1997). Probability distribution of irradiance for the onset of strong scintillation. *J. Opt. Soc. Am. A*, 14, 1530–1540.
- HINZE, J.O. (1959). *Turbulence*. McGraw and Hill, New York.
- HOFMANN, J. et HEUTSCH, K. (2007). Simulation of outdoor sound propagation with a transmission line matrix method. *Applied Acoustics*, 68, 158–172.
- HOWE, M.S. (1999). On the scattering of sound by a rectilinear vortex. *J. Sound Vib.*, 227, 1003–1017.
- HUGON-JEANNIN, Y. (1992). Simulation numérique de la propagation d'ondes acoustiques en milieu turbulent. *École Centrale de Lyon*.
- JAKEMAN, E. et PUSEY, P.N. (1976). A Model for Non-Rayleigh Sea Echo. *IEEE T. Antenn. Propag.*, 24, 806–814.

- JAKEMAN, E. (1986). *Wave Propagation and Scattering*. B.J. Uscinski Ed.
- JENSEN, F.B., KUPERMANN, W.A., PORTER, M.B. et SCHMIDT, H. (2000). *Computational Ocean Acoustics*. Springer, New York.
- JENU, M.Z.M. et BEBBINGTON, D.H.O. (1994). Fourth-moment calculation of optical propagation in a turbulent atmosphere with use of the split-step method. I. Plane wave. *J. Opt. Soc. Am. A*, 11, 2862–2870.
- JOHNS, P.B. et BEURLE, R.L. (1971). Numerical solution of 2-dimensional scattering problems using a transmission-line matrix. *Proc. IEEE*, 118, 1203–1208.
- JOVANOVIĆ, I., SBAIZ, L. et VETTERLI, M. (2009). Acoustic tomography for scalar and vector fields : theory and application to temperature and wind estimation. *J. Atmos. Ocean. Tech.*, 26, 1475–1492.
- JUVÉ, D., BLANC-BENON, P. et CHEVRET, P. (1992). Numerical simulations of sound propagation through a turbulent atmosphere. *Long Range Sound Propagation Symposium*, pages 282–296, Milton Keynes (England).
- KAGAWA, Y., TSUCHIYA, T., FUJII, B. et TAKEUCHI, M. (1999). Discrete Huygens' model approach to sound wave propagation - Reverberation in a room. Sound source identification and tomography in time reversal. *J. Sound Vib.*, 225, 61–78.
- KARWEIT, M., BLANC-BENON, P., JUVÉ, D. et COMTE-BELLOT, G. (1991). Simulation of the propagation of an acoustic wave through a turbulent velocity field : a study of phase variance. *J. Acoust. Soc. Am.*, 89, 52–62.
- KNEPP, D.L. (1983). Multiple Phase-Screen Calculation of the Temporal Behavior of Stochastic Waves. *Proc. IEEE*, 71, 722–737.
- KRAICHNAN, R.H. (1970). Diffusion by a Random Velocity Field. *The Physics of Fluids*, 13, 22–31.
- KRISTIANSEN, U. et JEZZINE, K. (2000). TLM model for sound propagation above ground. *29th Internoise Symposium*, Nice (France).
- KRISTIANSEN, U., SOLVIK, H., BRACHET, N. et JEZZINE, K. (2000). Use of the TLM method in acoustics. *29th Internoise Symposium*, Nice (France).
- LACHAT, J.C. et WATSON, J.O. (1976). Effective numerical treatment of boundary integral equations : a formulation for three-dimensional elastostatics. *Int. J. Numer. Meth. Eng.*, 10, 991–1005.
- LAVALLEE, P.P. et WAUTELET, P. (2012). *Hybrid MPI-OpenMP Programming*. Cours de l'Institut du Développement et des Ressources en Informatique Scientifique.
- LE POLLÈS, T., PICAUT, J. et BÉRENGIER, M. (2004). Sound field modeling in a street canyon with partially diffusely reflecting boundaries by the transport theory. *J. Acoust. Soc. Am.*, 116, 2969–2983.
- LEE, C.-M. et WANG, Y.S. (2006). A prediction method of the acoustical properties of multilayered noise control materials in standing wave-duct systems. *J. Sound Vib.*, 298, 350–365.
- LEE, S.W., BONG, N., RICHARDS, W.F. et RASPET, R. (1986). Impedance formulation of the fast field program for acoustic wave propagation in the atmosphere. *J. Acoust. Soc. Am.*, 79, 628–634.

- LINES, L.R., SLAWINSKI, R. et BORDING, R.P. (1999). A recipe for stability of finite-difference wave-equation computations. *Geophysics*, 64, 967–969.
- LIU, L. et ALBERT, D.G. (2006). Acoustic pulse propagation near a right-angle wall. *J. Acoust. Soc. Am.*, 119, 2073–2083.
- LIU, L., WILSON, D.K. et ALBERT, D.G. (2007). The effect of changing scatterer positions on acoustic time-reversal refocusing in a 2D urban environment at low frequencies. *J. Geophys. Eng.*, 4, 276–284.
- LIU, L., XIE, H. et ALBERT, D.G. (2012). A scenario study for improving cost-effectiveness in acoustic time-reversal source relocation in an urban environment. *J. Comp. Acoust.*, 20, 1–16.
- MACASKILL, C. et EWART, T.E. (1984). Computer Simulation of Two-dimensional Random Wave Propagation. *J. Appl. Math.*, 33, 1–15.
- MARSDEN, O. (2005). Calcul direct du rayonnement acoustique de profils par une approche curviligne d'ordre élevé. *École Centrale de Lyon*.
- MARTIN, J.M. et FLATTÉ, S.M. (1988). Intensity images and statistics from numerical simulation of wave propagation in 3-D random media. *Appl. Optics*, 27, 2111–2126.
- MARTIN, J.M. et FLATTÉ, S.M. (1990). Simulation of point-source scintillation through three-dimensional random media. *J. Opt. Soc. Am. A*, 7, 838–847.
- MCBRIDE, W.E., BASS, H.E., RASPET, R. et GILBERT, K.E. (1991). Scattering of sound by atmospheric turbulence : A numerical simulation above a complex impedance boundary. *J. Acoust. Soc. Am.*, 90, 3314–3325.
- MCBRIDE, W.E., BASS, H.E., RASPET, R. et GILBERT, K.E. (1992). Scattering of sound by atmospheric turbulence : Predictions in a refractive shadow zone. *J. Acoust. Soc. Am.*, 91, 1336–1340.
- MCLAREN, J.R.W., THOMAS, J.C., MACKINTOSH, J.L., MUDGE, K.A., GRANT, K.J., CLARE, B.A. et COWLEY, W.G. (2012). Comparison of probability density functions for analyzing irradiance statistics due to atmospheric turbulence. *Appl. Optics*, 51, 5996–6002.
- MCLEOD, I.D., DON, C.G. et SWENSON, G.G. (2004). Acoustic pulse propagation in an outdoor turbulent atmosphere. *J. Acoust. Soc. Am.*, 116, 2855–2863.
- MIDDLETON, D. (1999). Remarks on the Born and Rytov scatter approximations and related exact models and probability distributions. *J. Opt. Soc. Am. A*, 16, 2213–2218.
- MIKI, Y. (1990). Acoustical properties of porous materials -Modifications of Delany-Bazley models-. *J. Acoust. Soc. Jpn.*, 11, 19–24.
- MORSE, P.M. et INGARD, K.U. (1968). *Theoretical acoustics*. McGraw and Hill, New York.
- MOULSLEY, T.J. et COLE, R.S. (1980). A general radar equation for the bistatic acoustic sounder. *Bound-Lay. Meteorol.*, 19, 359–372.
- MUSCHINSKI, A. (2004). Local and global statistics of clear-air Doppler radar signals. *Radio Sci.*, 39, RS1008, doi :10.1029/2003RS002908.
- NAZ, P. et PARMENTIER, G. (1996). Some Results of Sound Propagation Experiments. *Long Range Sound Propagation Symposium*, pages 35–48, Lyon (France).

- NAZ, P., HENGY, S., HAMERY, P. et MARTY, C. (2007). Acoustic detection and localization for Defense and Security Applications. *19th International Congress on Acoustics*, Madrid.
- NAZ, P., MARTY, C., HENGY, S. et HAMERY, P. (2008). Acoustic Detection and Localization of Small Arms, Influence of Urban Conditions. *Proc. IEEE*, 6963, 1–12.
- NORRIS, D.E., WILSON, D.K. et THOMSON, D.W. (2001). Atmospheric scattering for varying degrees of saturation and turbulent intermittency. *J. Acoust. Soc. Am.*, 109, 1871–1880.
- O’SHEA, S. (1975). Sound scattering by a potential vortex. *J. Sound Vib.*, 43, 109–116.
- OSTASHEV, V.E. (1994). Sound propagation and scattering in media with random inhomogeneities of sound speed, density and medium velocity. *Wave. Random Media*, 4, 403–428.
- OSTASHEV, V.E. (1997). *Acoustics in moving inhomogeneous media*. E&FN Spon, London.
- OSTASHEV, V.E., JUVÉ, D. et BLANC-BENON, P. (1997). Derivation of a wide-angle parabolic equation for sound waves in inhomogeneous moving media. *Acta Acust. United Ac.*, 83, 455–460.
- OSTASHEV, V.E. et WILSON, D.K. (2000). Relative contributions from temperature and wind velocity fluctuations to the statistical moments of a sound field in a turbulent atmosphere. *Acta Acust. United Ac.*, 86, 260–268.
- OSTASHEV, V.E. et WILSON, D.K. (2001). Log-amplitude and phase fluctuations of a plane wave propagating through anisotropic, inhomogeneous turbulence. *Acta Acust. United Ac.*, 87, 685–694.
- OSTASHEV, V.E., WILSON, D.K., LIU, L., ALDRIDGE, D.F., SYMONS, N.P. et MARLIN, D.H. (2005). Equations for finite-difference, time-domain simulation of sound propagation in moving inhomogeneous media and numerical implementation. *J. Acoust. Soc. Am.*, 117, 503–517.
- OSTASHEV, V.E., VECHERIN, S.N., WILSON, D.K., ZIEMANN, A. et GOEDECKE, G.H. (2008). Recent progress in acoustic tomography of the atmosphere *14th International Symposium for the Advancement of Boundary Layer Remote Sensing : Earth and Environmental Science*, volume 1. IOP Publishing Ltd.
- PAROT, J.-M. (2008). Localizing impulse sources in an open space by time reversal with very few transducers. *Appl. Acoust.*, 69, 311–324.
- PICAUT, J. (2002). Numerical modeling of urban sound fields by a diffusion process. *Appl. Acoust.*, 63, 965–991.
- PICAUT, J. (2005). Experimental study of sound propagation in a street. *Appl. Acoust.*, 66, 149–173.
- PIERCE, A.D. (1974). Diffraction of sound around corners and over wide barriers. *J. Acoust. Soc. Am.*, 55, 941–955.
- RICHOUX, O., AYRAULT, C., PELAT, A., FÉLIX, S. et LIHOREAU, B. (2010). Effect of the open roof on low frequency acoustic propagation in street canyons. *Appl. Acoust.*, 71, 731–738.

- RIVET, B., GIRIN, L. et JUTTEN, C. (2007). Log-Rayleigh Distribution : A Simple and Efficient Statistical Representation of Log-Spectral Coefficients. *IEEE T. Audio Speech*, 15, 796–802.
- RYTOV, S.M., KRAVTSOV, Y.A. et TATARSKI, V.I. (1989). *Principles of Statistical Radiophysics*. Springer Verlag, Berlin.
- SACK, R.A. et WEST, M. (1995). A Parabolic Equation for Sound Propagation in Two Dimensions over Any Smooth Terrain Profile : The Generalised Terrain Parabolic Equation (GT-PE). *Appl. Acoust.*, 45, 113–129.
- SALEH, A.H.M. et BLANCHFIELD, P. (1990). Analysis of acoustic radiation patterns of array transducers using the TLM method. *Int. J. Numer. Model. El.*, 3, 39–56.
- SALOMONS, E.M. (1998). Improved Green’s function parabolic equation method for atmospheric sound propagation. *J. Acoust. Soc. Am.*, 104, 100–111.
- SALOMONS, E.M. (2000). Fluctuation of spherical waves in a turbulent atmosphere : effects of the axisymmetric approximation in computational methods. *J. Acoust. Soc. Am.*, 108, 1528–1534.
- SALOMONS, E.M. (2001). *Computational atmospheric acoustics*. Kluwer Academic Publishers.
- SALOMONS, E.M., BLUMRICH, R. et HEIMANN, D. (2002). Eulerian time-domain model for sound propagation over a finite-impedance ground surface. Comparison with frequency-domain models. *Acta Acust. United Ac.*, 88, 483–492.
- SCHNEIDER, J.B., WAGNER, C.L. et RAMAHI, O.M. (1998). Implementation of Transparent Sources in FDTD Simulations. *IEEE T. Antenn. Propag.*, 46, 1159–1168.
- SOODAK, H. et TIERSTEN, M.S. (1993). Wakes and waves in N dimensions. *Am. J. Phys.*, 61, 395–401.
- SPIVACK, M. et USCINSKI, B.J. (1988). Accurate numerical solution of the fourth-moment equation for very large values of G. *J. Mod. Optic.*, 35, 1741–1755.
- SPIVACK, M. et USCINSKI, B.J. (1989). The split-step solution in random wave propagation. *J. Comput. Appl. Math.*, 27, 349–361.
- STACY, E.W. (1962). A generalization of the gamma distribution. *Ann. Math. Stat.*, 33, 1187–1192.
- STROHBEHN, J.W. (1968). Line-of-Sight Wave Propagation Through the Turbulent Atmosphere. *Proc. IEEE*, 56, 1301–1318.
- TAM, C.K.W. et WEBB, J.C. (1993). Dispersion-relation-preserving finite difference schemes for computational acoustics. *J. Comput. Phys.*, 107, 262–281.
- TAM, C.K.W. et DONG, Z. (1996). Radiation and outflow boundary conditions for direct computation of acoustic and flow disturbances in a nonuniform mean flow. *J. Comp. Acoust.*, 4, 175–201.
- TAM, C.K.W. (1997). *Advances in numerical boundary conditions for computational aeroacoustics*. National Aeronautics and Space Administration ; National Technical Information Service, distributor, Washington, DC : Springfield, Va.
- TAM, C.K.W. (2006). Recent advances in computational aeroacoustics. *Fluid Dyn. Res.*, 38, 591–615.

- TATARSKI, V.I. (1961). *Wave propagation in a turbulent medium*. McGraw and Hill, New York.
- TATARSKI, V.I. (1971). *The effect of the turbulent atmosphere on wave propagation*. NTIS, Springfield.
- THOMAS, J.-L., WU, F. et FINK, M. (1996). Time reversal mirror applied to lithotripsy. *Ultrason. Imaging*, 18, 106–121.
- TOLAN, J.G. et SCHNEIDER, J.B. (2003). Locally conformal method for acoustic finite-difference time-domain modeling of rigid surfaces. *J. Acoust. Soc. Am.*, 114, 2575–2581.
- TSUCHIYA, T. (2006). Numerical simulation of sound wave propagation with sound absorption in time domain. *13th International Congress on Sound and Vibration*, Vienne (Autriche).
- TUR, M. (1982). Numerical solutions for the fourth moment of a plane wave propagating in a random medium. *J. Opt. Soc. Am.*, 72, 1683–1691.
- VAN RENTERGHEM, T. et BOTTELDOOREN, D. (2003). Numerical Simulation of the Effect of Trees on Downwind Noise Barrier Performance. *Acta Acust. United Ac.*, 89, 764–778.
- VAN RENTERGHEM, T. (2003). The finite-difference time-domain method for simulation of sound propagation in a moving medium. *PhD Thesis, Universiteit Gent*.
- VAN RENTERGHEM, T., SALOMONS, E.M. et BOTTELDOOREN, D. (2005). Efficient FDTD-PE Model for Sound Propagation in Situations with Complex Obstacles and Wind Profiles. *Acta Acust. United Ac.*, 91, 671–679.
- VAN RENTERGHEM, T., SALOMONS, E. et BOTTELDOOREN, D. (2006). Parameter study of sound propagation between city canyons with a coupled FDTD-PE model. *Appl. Acoust.*, 67, 487–510.
- VAN RENTERGHEM, T. et BOTTELDOOREN, D. (2008). Numerical evaluation of sound propagating over green roofs. *J. Sound Vib.*, 317, 781–799.
- VAN RENTERGHEM, T. et BOTTELDOOREN, D. (2010). Meteorological influence on sound propagation between adjacent city canyons : A real-life experiment. *J. Acoust. Soc. Am.*, 127, 3335–3346.
- VECHERIN, S.N., OSTASHEV, V.E., GOEDECKE, G.H., WILSON, D.K. et VORONOVICH, A.G. (2006). Time-dependent stochastic inversion in acoustic travel-time tomography of the atmosphere. *J. Acoust. Soc. Am.*, 119, 2579–2588.
- VECHERIN, S.N., OSTASHEV, V.E., ZIEMANN, A., WILSON, D.K., ARNOLD, K. et BARTH, M. (2007). Tomographic reconstruction of atmospheric turbulence with the use of time-dependant stochastic inversion. *J. Acoust. Soc. Am.*, 122, 1416–1425.
- WAXLER, R., TALMADGE, C., DI, X. et GILBERT, K.E. (2008). On the Propagation of Impulsive Signals in the Nocturnal Boundary Layer. *13th Long Range Sound Propagation Symposium*, Lyon (France).
- WENZEL, A.R. (1985). Comment on "Second-order Rytov approximation". *J. Opt. Soc. Am. A*, 2, 774–775.

- WILSON, D.K., WYNGAARD, J.C. et HAVELOCK, D.I. (1996). The effect of turbulent intermittency on scattering into an acoustic shadow zone. *J. Acoust. Soc. Am.*, 99, 3393–3400.
- WILSON, D.K. (1998). Turbulence models and the synthesis of random fields for acoustic wave propagation calculations. *ARL-TR-1677*.
- WILSON, D.K. et LIU, L. (2004). Finite-Difference, Time-Domain Simulation of Sound Propagation in a Dynamic Atmosphere. *ERDC/CRREL TR-04-12*.
- WILSON, D.K., SYMONS, N.P., PATTON, E.G., SULLIVAN, P.P., MARLIN, D.H., ALDRIDGE, D.F., OSTASHEV, V.E., KETCHAM, S.A., ANDREAS, E.L. et COLLIER, S.L. (2004). Simulation of sound propagation through high-resolution atmospheric boundary layer turbulence fields. *16th Symposium on Boundary Layers and Turbulence*, Portland (US).
- WILSON, D.K., COLLIER, S.L., OSTASHEV, V.E., ALDRIDGE, D.F., SYMONS, N.P. et MARLIN, D.H. (2006). Time-domain modeling of the acoustic impedance of porous surfaces. *Acta Acust. United Ac.*, 92, 965–975.
- WILSON, D.K., OSTASHEV, V.E. et LEWIS, M.S. (2009). Moment-screen method for wave propagation in a refractive medium with random scattering. *Wave. Random Complex*, 19, 369–391.
- XIAO, T. et LIU, Q.H. (2003). Finite difference computation of head-related transfer function for human hearing. *J. Acoust. Soc. Am.*, 113, 2434–2441.
- YEE, K.S. (1966). Numerical solution of initial boundary value problems involving Maxwell's equations in isotropic media. *IEEE T. Antenn. Propag.*, 14, 302–307.
- YEH, K.C., LIU, C.H. et YOUAKIM, M.Y. (1975). A theoretical study of the ionospheric scintillation behavior caused by multiple scattering. *Radio Sci.*, 10, 97–106.
- YUAN, X., BORUP, D., WISKIN, J.W., BERGGREN, M., EIDENS, R. et JOHNSON, S.A. (1997). Formulation and validation of Berenger's PML absorbing boundary for the FDTD simulation of acoustic scattering. *IEEE. T. Ultrason. Ferr.*, 44, 816–822.
- YURA, H.T., SUNG, C.C., CLIFFORD, S.F. et HILL, R.J. (1983). Second-order Rytov approximation. *J. Opt. Soc. Am.*, 73, 500–502.
- ZIMMERMANN, P., NAZ, P., BECK, C. et SCHOEN, E. (1996). Laboratoire anéchoïque pour les études d'acoustique. *ISL-RT-505/1996 (Rapport ISL)*.
- ZWIKKER, C. et KOSTEN, C. (1949). *Sound absorbing materials*. Elsevier, New York.



# Annexe A

## Détail des simulations effectuées

Dans cette annexe, l'ensemble des paramètres utilisés pour mener les simulations ITM des différents chapitres est représenté sous forme de tableaux.

La notation *PR* est utilisée comme abréviation pour *parfaitement réfléchissant(e)*.

### Simulations du chapitre 2

<i>Domaine et discrétisation</i>	
Taille physique (m)	$(-10 - 10) \times (0 - 10)$
Discrétisation spatiale	maillage $200 \times 100$ , $dx = dz = 0.1\text{m}$
Durée physique	0.06s
Discrétisation temporelle	$t_{\max} = 300$ , $dt = 0.2\text{ms}$
<i>Atmosphère</i>	
Température	Constante 295K
Humidité	Constante nulle
Vent	Constant nul
<i>Conditions aux limites</i>	
Conditions aux limites	X (réflexion), Z (réflexion)
Source	source de pression harmonique ( $f = 300\text{Hz}$ , $A = 1$ ) ponctuelle (coordonnées 0,4) [maille $100 \times 40$ ]
Champ libre	PML( $\sigma_{\max} = 3 \cdot 10^3\text{s}^{-1}$ ) de 30 mailles aux bords $X_{\min}$ , $X_{\max}$ et $Z_{\max}$

TABLEAU A.1 – Cas-test : propagation 2D d'une onde harmonique en présence de sol.

<i>Domaine et discrétisation</i>	
Taille physique (m)	$(-10 - 10) \times (-8 - 12) \times (0 - 10)$
Discrétisation spatiale	maillage $200 \times 200 \times 100$ , $dx = dy = dz = 0.1\text{m}$
Durée physique	0.06s
Discrétisation temporelle	$t_{\max} = 300$ , $dt = 0.2\text{ms}$
<i>Atmosphère</i>	
Température	Constante 295K
Humidité	Constante nulle
Vent	Constant nul
<i>Conditions aux limites</i>	
Conditions aux limites	X (réflexion), Y (réflexion), Z (réflexion)
Source	source de pression harmonique ( $f = 300\text{Hz}$ , $A = 1$ ) ponctuelle (coordonnées 0,0,4) [maille $100 \times 80 \times 40$ ]
Champ libre	PML( $\sigma_{\max} = 3 \cdot 10^3\text{s}^{-1}$ ) de 30 mailles aux bords $X_{\min}$ , $X_{\max}$ , $Y_{\min}$ , $Y_{\max}$ et $Z_{\max}$

TABLEAU A.2 – Cas-test : propagation 3D d’une onde harmonique en présence de sol.

<i>Domaine et discrétisation</i>	
Taille physique (m)	0 – 40
Discrétisation spatiale	maillage 8000, $dx = 0.5\text{cm}$
Durée physique	18ms
Discrétisation temporelle	$t_{\max} = 18000$ , $dt = 1\mu\text{s}$
<i>Atmosphère</i>	
Température	Constante 295K
Humidité	Constante nulle
Vent	Constant nul
<i>Conditions aux limites</i>	
Conditions aux limites	X (réflexion)
Source	source de pression harmonique ( $f$ entre 500Hz et 10kHz, $A = 1$ ), ponctuelle (abscisse 0) [maille 1]
Sol herbeux	Matériau poreux ( $\sigma = 2 \cdot 10^5 \text{ Pa.s.m}^{-2}$ , $\Omega = 0.5$ , $q = 1.4$ ) de coordonnées (30–40) et mailles [6001–8000]

TABLEAU A.3 – Cas-test : tube de Kundt.

<i>Domaine et discrétisation</i>	
Taille physique (m)	$(-3 - 13) \times (-2 - 2) \times (0 - 4)$
Discrétisation spatiale	maillage $800 \times 200 \times 200$ , $dx = dy = dz = 2\text{cm}$
Durée physique	64ms
Discrétisation temporelle	$t_{\max} = 3200$ , $dt = 20\mu\text{s}$
<i>Atmosphère</i>	
Température	Constante 295K
Humidité	Constante nulle
Vent	Constant nul
<i>Conditions aux limites</i>	
Conditions aux limites	X (réflexion), Y (réflexion), Z (réflexion)
Source	source de pression harmonique ( $f = 1000\text{Hz}$ , $A = 1$ ) ponctuelle (coordonnées 0,0,1.6) [maille $150 \times 100 \times 80$ ]
Champ libre	PML ( $\sigma_{\max} = 8 \cdot 10^3 \text{s}^{-1}$ ) de 40 mailles aux bords $X_{\min}$ , $X_{\max}$ , $Y_{\min}$ , $Y_{\max}$ et $Z_{\max}$
Sol	Matériau poreux ( $\sigma = 2 \cdot 10^5 \text{Pa.s.m}^{-2}$ , $\Omega = 0.5$ , $q = 1.4$ ) ou <i>PR</i> , de coordonnées $(-3 - 13) \times (-2 - 2) \times (0 - 0.6)$ et mailles $[1-800 \times 1-200 \times 1-30]$

TABLEAU A.4 – Cas-test : propagation 3D d’une onde harmonique en présence d’un sol poreux.

<i>Domaine et discrétisation</i>	
Taille physique (m)	$270 \times 130$
Discrétisation spatiale	maillage $1080 \times 520$ , $dx = dz = 0.25\text{m}$
Durée physique	0.75s
Discrétisation temporelle	$t_{\max} = 1500$ , $dt = 0.5\text{ms}$
<i>Atmosphère</i>	
Température	Constante 295K
Humidité	Constante nulle
Vent	Constant nul
<i>Conditions aux limites</i>	
Conditions aux limites	X (réflexion), Z (réflexion)
Source	source de pression soit harmonique ( $f = 50\text{Hz}$ , $A = 1$ ) soit fronts d’onde sinusoïdaux donnés par (2.36), ponctuelle (coordonnées 85,25) [maille $340 \times 100$ ]
Champ libre	Matériau poreux absorbant ( $\sigma$ linéaire de 0 à 200) de 120 mailles aux bords $X_{\min}$ , $X_{\max}$ et $Z_{\max}$
Materiau <i>PR</i>	Materiau <i>PR</i> rectangulaire (taille $0.5\text{m} \times 40\text{m}$ ) de coordonnées $(110-110.5) \times (0-40)$ mailles $[440-442 \times 0-160]$

TABLEAU A.5 – Cas-test : propagation 2D d’une onde harmonique en présence de sol et d’une barrière.

<i>Domaine et discrétisation</i>	
Taille physique (m)	179.5×117.5
Discrétisation spatiale	maillage 1100 × 720, $dx = dz = 0.16318\text{m}$
Durée physique	0.39s
Discrétisation temporelle	$t_{\max} = 1300$ , $dt = 0.3\text{ms}$
<i>Atmosphère</i>	
Température	Constante 295K
Humidité	Constante nulle
Vent	Gradient constant $\vec{V}(x, z) = \mu z \vec{x}$ , $\mu = 1\text{m.s}^{-1}/\text{m}$
<i>Conditions aux limites</i>	
Conditions aux limites	X (réflexion), Z (réflexion)
Source	source de pression harmonique ( $f = 100\text{Hz}$ , $A = 1$ ) ponctuelle (coordonnées 48.954, 19.5816) [maille 300×120]
Champ libre	Matériau poreux absorbant ( $\sigma$ linéaire de 100 à 1000) de 100 mailles aux bords $X_{\min}$ et $Z_{\max}$

TABLEAU A.6 – Cas-test : propagation 2D d’une onde harmonique en présence de sol et de gradient de vent.

<i>Domaine et discrétisation</i>	
Taille physique (m)	(-40 – 60)×(-80 – 80)
Discrétisation spatiale	maillage 1000 × 1600, $dx = dz = 0.1\text{m}$
Durée physique	0.3s
Discrétisation temporelle	$t_{\max} = 1500$ , $dt = 0.2\text{ms}$
<i>Atmosphère</i>	
Température	Constante 295K
Humidité	Constante nulle
Vent	Composante radiale nulle et azimutale donnée par (2.37)
<i>Conditions aux limites</i>	
Conditions aux limites	X (réflexion), Z (réflexion)
Source	source de pression harmonique ( $f = 43\text{Hz}$ , $A = 1$ ) plane (coordonnées 0,-80-80) [mailles 1×(1-1600)]
Champ libre	Pris en compte en repoussant la taille du domaine de calcul et finissant la simulation avant réflexion aux bords. Domaine physique utile : -20m-20m×-20m-20m.

TABLEAU A.7 – Cas-test : propagation 2D d’une onde plane harmonique en présence d’un vortex de Oseen.

## Simulations du chapitre 3

<i>Domaine et discrétisation</i>	
Taille physique (m)	$(-100 - 100) \times (-100 - 100)$
Discrétisation spatiale	maillage $800 \times 800$ , $dx = dz = 0.25\text{m}$
Durée physique	0.5s
Discrétisation temporelle	$t_{\max} = 1500$ , $dt = 0.5\text{ms}$
<i>Atmosphère</i>	
Température	Décrite dans le corps du texte
Humidité	Décrite dans le corps du texte
Vent	Constant nul
<i>Conditions aux limites</i>	
Conditions aux limites	X (réflexion), Z (réflexion)
Source	source de pression harmonique ( $f = 50\text{Hz}$ , $A = 1$ ) plane (coordonnées -100,-100-100) [mailles $1 \times (1-800)$ ]
Champ libre	Pris en compte en repoussant la taille du domaine de calcul et finissant la simulation avant réflexion aux bords. Domaine physique utile : disque centré sur l'origine de 70m de rayon.

TABLEAU A.8 – Propagation 2D d'une onde plane harmonique en présence d'une fluctuation atmosphérique non-turbulente localisée.

<i>Domaine et discrétisation</i>	
Taille physique (m)	$(-70 - 70) \times (-70 - 70)$
Discrétisation spatiale	maillage $1400 \times 1400$ , $dx = dz = 0.1\text{m}$
Durée physique	0.44s
Discrétisation temporelle	$t_{\max} = 2200$ , $dt = 0.2\text{ms}$
<i>Atmosphère</i>	
Température	Constante 295K
Humidité	Constante nulle
Vent	Composante radiale nulle et azimutale donnée par (3.26) pour un nombre de Mach de 0.05 et 0.125.
<i>Conditions aux limites</i>	
Conditions aux limites	X (réflexion), Z (réflexion)
Source	source de pression harmonique ( $f = 43\text{Hz}$ , $A = 1$ ) plane (coordonnées -70,-70-70) [mailles $1 \times (1-1400)$ ]
Champ libre	Pris en compte en repoussant la taille du domaine de calcul et finissant la simulation avant réflexion aux bords. Domaine physique utile : disque centré sur l'origine de 50m de rayon.

TABLEAU A.9 – Propagation 2D d'une onde plane harmonique en présence d'un vortex à circulation totale nulle.

## Simulations du chapitre 4

<i>Domaine et discrétisation</i>	
Taille physique (m)	$(-300 - 300) \times (-300 - 300)$
Discrétisation spatiale	maillage $2400 \times 2400$ , $dx = dz = 0.25\text{m}$
Durée physique	1.75s
Discrétisation temporelle	$t_{\max} = 3500$ , $dt = 0.5\text{ms}$
<i>Atmosphère</i>	
Température	Constante 295K hormis dans un disque de 25m de rayon centré en l'origine dans lequel des perturbations turbulentes sont ajoutées ( $E$ de von Kármán ( $\sigma = 1\text{K}$ , $L_0 = 15\text{m}$ )). Perturbations lissées sur 10 mailles au périmètre du disque.
Humidité et Vent	Constants nuls
<i>Conditions aux limites</i>	
Conditions aux limites	X (réflexion), Z (réflexion)
Source	source de masse harmonique ( $f = 50\text{Hz}$ , $A = 1$ ) plane (coordonnées -100,-300-300) [mailles $401 \times (1-2400)$ ]
Champ libre	Matériau poreux absorbant ( $\sigma$ quadratique de 0 à 115) de 400 mailles aux bords $X_{\min}$ , $X_{\max}$ , $Z_{\min}$ et $Z_{\max}$

TABLEAU A.10 – Propagation 2D d'une onde plane harmonique en présence d'une fluctuation atmosphérique turbulente localisée en température.

<i>Domaine et discrétisation</i>	
Taille physique (m)	$(-84 - 324) \times (0 - 120)$
Discrétisation spatiale	maillage $3400 \times 1000$ , $dx = dz = 0.12\text{m}$
Durée physique	0.94s
Discrétisation temporelle	$t_{\max} = 4700$ , $dt = 0.2\text{ms}$
<i>Atmosphère</i>	
Température	Turbulente (moyenne 295K, $E$ de von Kármán ( $\sigma = 1\text{K}$ , $L_0 = 5.0643\text{m}$ )). Perturbations lissées sur 100 mailles après la source.
Humidité et Vent	Constants nuls
<i>Conditions aux limites</i>	
Conditions aux limites	X (réflexion), Z (périodicité)
Source	source de masse harmonique ( $f = 100\text{Hz}$ , $A = 1$ ) plane (coordonnées 0,0-120) [mailles $701 \times (0-1000)$ ]
Champ libre	( $X_{\min}$ ) Matériau poreux absorbant ( $\sigma$ quadratique de 0 à 290) de 700 mailles. ( $X_{\max}$ ) Pris en compte en repoussant la taille du domaine de calcul et finissant la simulation avant réflexion aux bords. Domaine physique utile : 0m-240m×0m-120m.

TABLEAU A.11 – Propagation 2D d'une onde plane harmonique en présence de fluctuations atmosphériques turbulente globales en température (faibles fluctuations).

## Simulations du chapitre 5

<i>Domaine et discrétisation</i>		
Taille physique (m)	50Hz	$(-84 - 2016) \times (0 - 420)$
Discrétisation spatiale	300Hz, 600Hz	$(-14 - 336) \times (0 - 70)$
	50Hz	maillage $5000 \times 1000$ , $dx = dz = 0.42\text{m}$
	300Hz	maillage $5000 \times 1000$ , $dx = dz = 0.07\text{m}$
Durée physique	600Hz	maillage $10000 \times 2000$ , $dx = dz = 0.035\text{m}$
	50Hz	10.8s
	300Hz, 600Hz	1.8s
Discrétisation temporelle	50Hz	$t_{\max} = 12000$ , $dt = 0.9\text{ms}$
	300Hz	$t_{\max} = 12000$ , $dt = 0.15\text{ms}$
	600Hz	$t_{\max} = 24000$ , $dt = 0.075\text{ms}$
<i>Atmosphère</i>		
Température	(tous)	Constante 295K
Humidité	(tous)	Constante nulle
Vent		Turbulent ( $E_v$ de von Kármán, $\sigma = 4\text{m.s}^{-1}$ , $L_0 = 5.0643\text{m}$ ) aux noeuds $\mathbf{n}$ et lissé sur $\mathbf{m}$ mailles après la source. Nul ailleurs.
	50Hz, 300Hz	$\mathbf{n} = (201-4800) \times (1-1000)$ , $\mathbf{m} = 100$
	600Hz	$\mathbf{n} = (401-10000) \times (1-2000)$ , $\mathbf{m} = 200$
<i>Conditions aux limites</i>		
Conditions aux limites	(tous)	X (réflexion), Z (périodicité)
Source		source de masse harmonique ( $f = \mathbf{f}$ , $A = 1$ ) plane (coordonnées $\mathbf{c}$ ) [mailles $\mathbf{m}$ ]
Champ libre	50Hz	$\mathbf{f} = 50\text{Hz}$ , $\mathbf{c} = 0 \times (0-420)$ , $\mathbf{m} = 200 \times (1-1000)$
	300Hz	$\mathbf{f} = 300\text{Hz}$ , $\mathbf{c} = 0 \times (0-70)$ , $\mathbf{m} = 200 \times (1-1000)$
	600Hz	$\mathbf{f} = 600\text{Hz}$ , $\mathbf{c} = 0 \times (0-70)$ , $\mathbf{m} = 400 \times (1-2000)$
		Matériau poreux absorbant ( $\sigma$ quadratique de 0 à 800) de $\mathbf{m}$ mailles aux bords $X_{\min}$ et $X_{\max}$ .
	50Hz, 300Hz	$\mathbf{m} = 200$
	600Hz	$\mathbf{m} = 400$

TABLEAU A.12 – Propagation 2D d’une onde plane harmonique en présence de fluctuations atmosphériques turbulente globales en vent (fortes fluctuations). Une colonne est ajoutée pour discerner les jeux de simulations considérés.

## Simulations du chapitre 6

<i>Domaine et discrétisation</i>	
Taille physique (m)	$(-5 - 5) \times (-5 - 5) \times (-5 - 5)$
Discrétisation spatiale	maillage $100 \times 100 \times 100$ , $dx = dy = dz = 0.1\text{m}$
Durée physique	20ms
Discrétisation temporelle	$t_{\max} = 100$ , $dt = 0.2\text{ms}$
<i>Atmosphère</i>	
Température	Constante 295K
Humidité	Constante nulle
Vent	Constant nul
<i>Conditions aux limites</i>	
Conditions aux limites	X (périodicité), Y (périodicité), Z (périodicité)
Source	source de pression gaussienne ( $A = 1$ , $f = 800\text{Hz}$ , et $t_0 = 5\text{ms}$ ) (voir équation (6.1)) ponctuelle (coordonnées 0,0,0) [maille $50 \times 50 \times 50$ ], linéique (coordonnées 0,0,-5-5) [ $50 \times 50 \times (1-100)$ ], ou plane (coordonnées 0,-5-5,-5-5) [ $50 \times (1-100) \times (1-100)$ ]

TABLEAU A.13 – Propagation 3D d’une gaussienne à atmosphère constante et en champ libre (illustration du phénomène de sillage).

<i>Domaine et discrétisation</i>	
Taille physique (m)	$(-5 - 5) \times (-5 - 5)$
Discrétisation spatiale	maillage $100 \times 100$ , $dx = dz = 0.1\text{m}$
Durée physique	20ms
Discrétisation temporelle	$t_{\max} = 100$ , $dt = 0.2\text{ms}$
<i>Atmosphère</i>	
Température	Constante 295K
Humidité	Constante nulle
Vent	Constant nul
<i>Conditions aux limites</i>	
Conditions aux limites	X (périodicité), Z (périodicité)
Source	source de masse équivalente à une source générique gaussienne ( $A = 1$ , $f = 800\text{Hz}$ et $t_0 = 5\text{ms}$ ) (voir équation (6.8)) ponctuelle (coordonnées 0,0) [maille $50 \times 50$ ]

TABLEAU A.14 – Propagation 2D d’une gaussienne à atmosphère constante et en champ libre (validation ITM du phénomène de sillage).



<i>Domaine et discrétisation</i>	
Taille physique (m)	$9.80 \times 4.32$
Discrétisation spatiale	maillage $980 \times 432$ , $dx = dz = 0.01\text{m}$
Durée physique	80ms
Discrétisation temporelle	$t_{\max} = 4000$ , $dt = 20\mu\text{s}$
<i>Atmosphère</i>	
Température	Constante 295.15K
Humidité	Constante nulle
Vent	Constant nul
<i>Conditions aux limites</i>	
Conditions aux limites	X (réflexion), Z (réflexion)
Source	source de masse ayant un signal <i>wavelet</i> ( $f = 1\text{kHz}$ , $T = 3/f$ , $T_1 = T_2 = 1/f$ , voir éq. 2.36), ou harmonique (fréquence 200Hz à 2kHz par pas de 10Hz), ponctuelle (coordonnées 3,0.35) [maille $300 \times 35$ ]
Materiau <i>PR</i>	(Mur réfléchissant) Materiau <i>PR</i> rectangulaire (taille $0.20\text{m} \times 0.97\text{m}$ ) de coordonnées $(5.12-5.32) \times (0-0.97)$ mailles [513-532 $\times$ 0-97]
Materiau <i>PR</i>	( <i>éventuellement</i> Haut-parleur réfléchissant) Materiau <i>PR</i> rectangulaire (taille $0.15\text{m} \times 0.30\text{m}$ ) de coordonnées $(2.85-3) \times (0.2-0.5)$ mailles [285-300 $\times$ 20-50]
Champ libre	Matériau poreux absorbant ( $\sigma$ quadratique de 0 à 4000) de 200 mailles aux bords $X_{\min}$ , $X_{\max}$ , et $Z_{\max}$
<i>Microphones</i>	
Microphone 1	coordonnées $3.43 \times 0.35$ , maille [343 $\times$ 35]
Microphone 2	coordonnées $4.42 \times 0.98$ , maille [442 $\times$ 98]
Microphone 3	coordonnées $5.26 \times 1.68$ , maille [526 $\times$ 168]
Microphone 4	coordonnées $6.73 \times 0.43$ , maille [673 $\times$ 43]

TABLEAU A.15 – Propagation 2D d'un *wavelet* ou d'une fréquence pure, en présence d'un mur, d'un sol parfaitement réfléchissant, et éventuellement du haut-parleur réfléchissant.

<i>Domaine et discrétisation</i>	
Taille physique (m)	$(-40 - 20) \times (-20 - 40)$
Discrétisation spatiale	maillage $1200 \times 1200$ , $dx = dy = 5\text{cm}$
Durée physique	0.25s
Discrétisation temporelle	$t_{\max} = 5000$ , $dt = 50\mu\text{s}$
<i>Atmosphère</i>	
Célérité	Constante $370\text{m.s}^{-1}$
Densité	Constante $1.2\text{kg.m}^{-3}$
Vent	Constant nul
<i>Conditions aux limites</i>	
Conditions aux limites	X (réflexion), Y (réflexion)
Source	source de pression <i>détonation</i> (équation 6.2 avec $A = 1$ , $a = 16$ , $b = 1/4$ , $c = 3.4$ , et $f = 150\text{Hz}$ ) ponctuelle (coordonnées $\mathbf{c}$ ) [maille $\mathbf{m}$ ] (SP1) : $\mathbf{c} = -34.6 \times 0$ , $\mathbf{m} = 108 \times 400$ (SP2) : $\mathbf{c} = -30.6 \times 15$ , $\mathbf{m} = 188 \times 700$ (SP3) : $\mathbf{c} = -19.6 \times 26$ , $\mathbf{m} = 408 \times 920$ (SP4) : $\mathbf{c} = -4.6 \times 30$ , $\mathbf{m} = 708 \times 1000$ (SP5) : $\mathbf{c} = 10.4 \times 26$ , $\mathbf{m} = 1008 \times 920$
Materiau <i>PR</i>	Rectangulaire (taille $9.4\text{m} \times 0.2\text{m}$ ) de coordonnées $(-9.5-0) \times (-0.2-0)$ et mailles [612-800 $\times$ 397-400]
Materiau <i>PR</i>	Rectangulaire (taille $0.2\text{m} \times 9.4\text{m}$ ) de coordonnées $(-0.2-0) \times (-9.4-0)$ et mailles [797-800 $\times$ 212-400]
Champ libre	PML( $\sigma_{\max} = 3 \cdot 10^3\text{s}^{-1}$ ) de 30 mailles aux bords $X_{\min}$ , $X_{\max}$ , $Y_{\min}$ et $Y_{\max}$
<i>Microphones</i>	
Microphone A	coordonnées $-4.6 \times 6$ , maille [708 $\times$ 520]
Microphone B	coordonnées $-4.6 \times 3$ , maille [708 $\times$ 460]
Microphone C	coordonnées $-4.6 \times 1.5$ , maille [708 $\times$ 430]
Microphone D	coordonnées $-4.6 \times 0$ , maille [708 $\times$ 401]
Microphone E	coordonnées $0 \times -6$ , maille [801 $\times$ 280]
Microphone F	coordonnées $1.5 \times -6$ , maille [830 $\times$ 280]
Microphone G	coordonnées $3 \times -6$ , maille [860 $\times$ 280]
Microphone H	coordonnées $6 \times -6$ , maille [920 $\times$ 280]
Microphone I	coordonnées $-4.6 \times -0.2$ , maille [708 $\times$ 396]
Microphone J	coordonnées $-4.6 \times -3$ , maille [708 $\times$ 340]

TABLEAU A.16 – Propagation 2D d'une détonation en présence d'un coin de mur.

<i>Domaine et discrétisation</i>	
Taille physique (m)	$(-40 - 20) \times (-20 - 40) \times (0 - 10)$
Discrétisation spatiale	maillage $1200 \times 1200 \times 200$ , $dx = dy = dz = 5\text{cm}$
Durée physique	0.25s
Discrétisation temporelle	$t_{\max} = 5000$ , $dt = 50\mu\text{s}$
<i>Atmosphère</i>	
Célérité	Constante $370\text{m.s}^{-1}$
Densité	Constante $1.2\text{kg.m}^{-3}$
Vent	Constant nul
<i>Conditions aux limites</i>	
Conditions aux limites	X (réflexion), Y (réflexion), Z (réflexion)
Source	source de pression <i>détonation</i> (équation 6.2 avec $A = 1$ , $a = 16$ , $b = 1/4$ , $c = 3.4$ , et $f = 150\text{Hz}$ ) ponctuelle (coordonnées $\mathbf{c}$ ) [maille $\mathbf{m}$ ] (SP1) : $\mathbf{c} = -34.6 \times 0 \times 1.5$ , $\mathbf{m} = 108 \times 400 \times 30$ (SP2) : $\mathbf{c} = -30.6 \times 15 \times 1.5$ , $\mathbf{m} = 188 \times 700 \times 30$ (SP3) : $\mathbf{c} = -19.6 \times 26 \times 1.5$ , $\mathbf{m} = 408 \times 920 \times 30$ (SP4) : $\mathbf{c} = -4.6 \times 30 \times 1.5$ , $\mathbf{m} = 708 \times 1000 \times 30$ (SP5) : $\mathbf{c} = 10.4 \times 26 \times 1.5$ , $\mathbf{m} = 1008 \times 920 \times 30$
Materiau <i>PR</i>	Rectangulaire (taille $9.4\text{m} \times 0.2\text{m} \times 3.5\text{m}$ ) de coordonnées $(-9.5-0) \times (-0.2-0) \times (0-3.5)$ et mailles $[612-800 \times 397-400 \times 1-70]$
Materiau <i>PR</i>	Rectangulaire (taille $0.2\text{m} \times 9.4\text{m} \times 3.5\text{m}$ ) de coordonnées $(-0.2-0) \times (-9.4-0) \times (0-3.5)$ et mailles $[797-800 \times 212-400 \times 1-70]$
Champ libre	PML ( $\sigma_{\max} = 3 \cdot 10^3\text{s}^{-1}$ ) de 30 mailles aux bords $X_{\min}$ , $X_{\max}$ , $Y_{\min}$ , $Y_{\max}$ et $Z_{\max}$
<i>Microphones</i>	
Microphone A	coordonnées $-4.6 \times 6 \times 0$ , maille $[708 \times 520 \times 1]$
Microphone B	coordonnées $-4.6 \times 3 \times 1.5$ , maille $[708 \times 460 \times 30]$
Microphone C	coordonnées $-4.6 \times 1.5 \times 1.5$ , maille $[708 \times 430 \times 30]$
Microphone D	coordonnées $-4.6 \times 0 \times 1.5$ , maille $[708 \times 401 \times 30]$
Microphone E	coordonnées $0 \times -6 \times 1.5$ , maille $[801 \times 280 \times 30]$
Microphone F	coordonnées $1.5 \times -6 \times 1.5$ , maille $[830 \times 280 \times 30]$
Microphone G	coordonnées $3 \times -6 \times 1.5$ , maille $[860 \times 280 \times 30]$
Microphone H	coordonnées $6 \times -6 \times 1.5$ , maille $[920 \times 280 \times 30]$
Microphone I	coordonnées $-4.6 \times -0.2 \times 1.5$ , maille $[708 \times 396 \times 30]$
Microphone J	coordonnées $-4.6 \times -3 \times 0$ , maille $[708 \times 340 \times 1]$

TABLEAU A.17 – Propagation 3D d'une détonation en présence d'un coin de mur.

<i>Domaine et discrétisation</i>	
Taille physique (m)	$(0 - 110) \times (40 - 168)$
Discrétisation spatiale	maillage $11000 \times 12800$ , $dx = dy = 1\text{cm}$
Durée physique	2s
Discrétisation temporelle	$t_{\max} = 100\,000$ , $dt = 20\mu\text{s}$
<i>Atmosphère</i>	
Température	Constante 295.45K
Humidité et Vent	Constant nuls
<i>Conditions aux limites</i>	
Conditions aux limites	X (réflexion), Y (réflexion)
Source	source de pression ponctuelle, de signal la signature acoustique du canon à butane (figure 6.1, g)
Materiaux <i>PR</i>	multiples pour modéliser les bâtiments
Champ libre	PML( $\sigma_{\max} = 8 \cdot 10^3\text{s}^{-1}$ ) de 40 mailles aux bords $X_{\min}$ , $X_{\max}$ , $Y_{\min}$ et $Y_{\max}$
<i>Remarque</i>	
Les positions de la source, des bâtiments, ainsi que des 16 microphones peuvent être extraites de la figure 6.14 (b).	

TABLEAU A.18 – Propagation 2D en milieu urbain réel.

<i>Domaine et discrétisation</i>	
Taille physique (m)	$(0 - 110) \times (40 - 168)$
Discrétisation spatiale	maillage $11000 \times 12800$ , $dx = dy = 1\text{cm}$
Durée physique	2.4s
Discrétisation temporelle	$t_{\max} = 120\,000$ , $dt = 20\mu\text{s}$
<i>Atmosphère</i>	
Température	Constante 295.45K
Humidité et Vent	Constant nuls
<i>Conditions aux limites</i>	
Conditions aux limites	X (réflexion), Y (réflexion)
Source	sources de pression ponctuelles dont les signaux sont l'inversion temporelle de deux secondes de signal acoustique enregistrés aux microphones de manière expérimentale ou numérique. Les sources sont positionnées à l'emplacement des microphones. Jeu n°1 : microphones 7, 9, 10, 11, 13 et 16 Jeu n°2 : microphones 7, 14, 15 et 16
Materiaux <i>PR</i>	multiples pour modéliser les bâtiments
Champ libre	PML( $\sigma_{\max} = 8 \cdot 10^3\text{s}^{-1}$ ) de 40 mailles aux bords $X_{\min}$ , $X_{\max}$ , $Y_{\min}$ et $Y_{\max}$
<i>Remarque</i>	
Les positions de la source, des bâtiments, ainsi que des 16 microphones peuvent être extraites de la figure 6.14 (b).	

TABLEAU A.19 – Rétropropagation (2D) des signaux acoustiques en milieu urbain.

# Annexe B

## Compléments sur quelques modèles numériques de propagation acoustique

Cette annexe présente des informations complémentaires sur quelques modèles numériques de propagation acoustique : la *méthode des rayons*, l'*équation parabolique*, et la méthode *Transmission Line Matrix*.

### La méthode des rayons

La méthode des rayons (Candel 1977) est inspirée de l'optique et est géométrique. Cette méthode consiste à suivre au cours de leur propagation les points d'un front d'onde créé par une source acoustique. Les trajets décrits par ces points sont les rayons, d'où la méthode tire son nom. La méthode requiert une longueur d'onde petite devant les variations atmosphériques. Une hypothèse de haute fréquence est alors nécessaire pour appliquer la méthode des rayons.

Soit  $\vec{s}(t)$  la trajectoire d'un rayon et  $\vec{k}(t)$  le vecteur nombre d'onde associé au rayon. La méthode des rayons donne les équations de propagation suivantes :

$$\begin{cases} \frac{\partial s_i}{\partial t} = c_0(\vec{s}(t)) \frac{k_i(t)}{\|\vec{k}(t)\|} + V_i(\vec{s}(t)) \\ \frac{\partial k_i}{\partial t} = -\|\vec{k}(t)\| \left( \frac{\partial c_0}{\partial x_i} \right) (\vec{s}(t)) - k_j(t) \left( \frac{\partial V_j}{\partial x_i} \right) (\vec{s}(t)) \end{cases} \quad (\text{B.1})$$

où  $c_0$  est la célérité de l'onde et  $\vec{V}$  est le vent. Ce jeu d'équations contient : la propagation de l'onde à la vitesse  $c_0$  (1<sup>er</sup> terme de droite de la 1<sup>ère</sup> équation), la convection par le vent (2<sup>ème</sup> terme), la réfraction par les gradients de  $c_0$  (1<sup>er</sup> terme de droite de la 2<sup>ème</sup> équation), et la réfraction par les gradients de vent (2<sup>ème</sup> terme). Les réflexions des rayons sur le sol sont prises en compte en changeant  $\vec{k}$  par son symétrique par rapport au sol si celui-ci est parfaitement réfléchissant. Pour un sol à impédance finie, il est possible d'ajouter le facteur  $\mathcal{R}$  (équation (1.4)) à l'amplitude du rayon pour chaque réflexion (Salomons 2001). En tirant des rayons dans toutes les directions à partir d'une source ponctuelle, la méthode des rayons donne des résultats visuels comme ceux des figures 1.2 et 1.6, et permet de déterminer par exemple la localisation des zones d'ombre acoustique. Bien que des effets tels que la diffraction ne sont pas directement pris en compte par

cette méthode, certains auteurs ont proposé des extensions (théorie géométrique de la diffraction) permettant de la considérer, ce qui permet de simuler des scénarios comme celui présenté en figure 1.3.

Le niveau sonore au niveau d'un récepteur se calcule comme la somme des pressions associées à chaque rayon. La méthode des rayons permet en effet également d'associer une amplitude aux rayons par différentes méthodes (Candel 1977). Par exemple il est possible de considérer que l'énergie est constante le long d'un tube de rayon ( $R_A^2(t)R_S(t) = \text{Cste}$  où  $R_A$  est l'amplitude associée au rayon et  $R_S$  la section du tube formé par exemple en 3D par les 3 rayons tirés à 3 angles proches).

Cette méthode permet un calcul rapide et précis dans les cas simples, mais présente certaines singularités. Par exemple, la pression acoustique dans les zones d'ombre est strictement nulle selon ce modèle, ce qui génère une discontinuité non physique avec les zones directement impactées par les rayons. De plus, en présence de réfractions vers le bas par exemple, certains rayons se croisent. Dans ces zones, appelées *caustiques*, le modèle numérique prévoit un niveau sonore infini ce qui n'est pas non plus physique. Encore une fois, certains auteurs ont proposé des extensions à ce modèle (comme les faisceaux gaussiens) qui permettent une meilleure estimation au niveau des caustiques et des zones d'ombres (Salomons 2001).

Malgré les difficultés et limitations de ce modèle, de nombreux phénomènes physiques ont pu être modélisés par la méthode des rayons, en particulier dans le cas d'une propagation en présence d'un sol parfaitement réfléchissant ou à impédance finie. Il a été également employé pour simuler des phénomènes plus complexes, comme la propagation en environnement turbulent (Blanc-Benon et Juvé 1990, Karweit *et al.* 1991). Cependant ce modèle reste uniquement valable aux hautes fréquences ce qui en limite l'application.

## L'équation parabolique

Le modèle d'équation parabolique (PE) a tout d'abord été utilisé pour l'acoustique sous-marine avant d'être adapté et utilisé pour la propagation aérienne par Gilbert et White (1989). Elle repose sur trois hypothèses majeures, la première étant que les variations atmosphériques varient lentement avec la distance de propagation, la seconde que l'onde se propage principalement dans une direction, l'onde rétropropagée étant négligée, et enfin l'approximation de petit angle (approximation paraxiale). En prenant ces approximations en compte, l'équation de propagation est la suivante :

$$\left(\frac{\partial \phi}{\partial r}\right)(r, z) = i(\sqrt{\mathcal{Q}} - k)\phi(r, z) \quad (\text{B.2})$$

Dans ce cas (usuel) les coordonnées sont cylindriques ( $r$  et  $z$ ). Le paramètre  $\phi$  est une fonction d'enveloppe, reliée à la pression acoustique  $p$  par  $\phi(r, z) = p(r, z)e^{-ikr}/\sqrt{r}$ . L'opérateur  $\mathcal{Q}$  est défini par :

$$\mathcal{Q} = \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \left(\frac{\omega}{c_{\text{eq}}(r, z)}\right)^2 \quad (\text{B.3})$$

où  $c_{\text{eq}}$  est la célérité équivalente, définie dans le paragraphe 1.3.2. La formulation donnée par les équations (B.2) et (B.3) est couramment appelée *narrow-angle parabolic equation*.

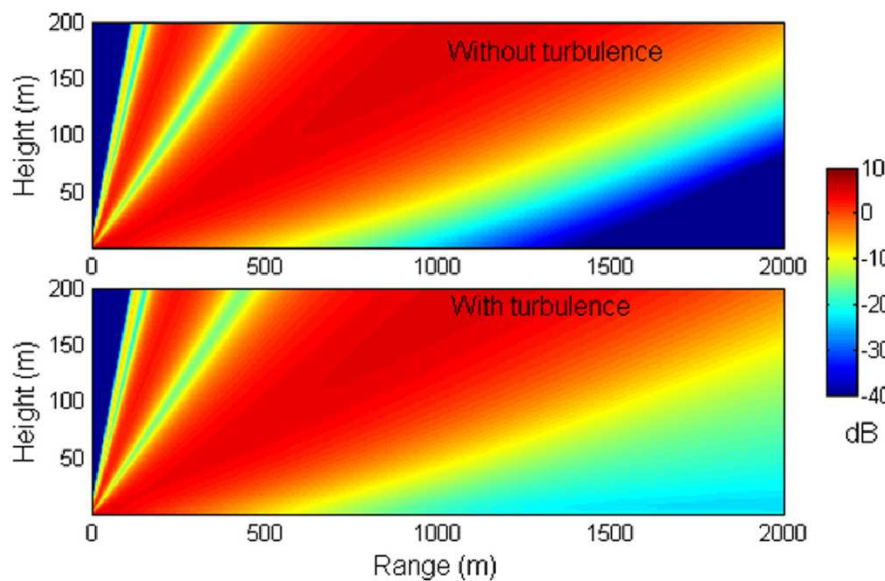


FIGURE B.1 – Niveau sonore (en dB), donné par une méthode de PE prenant en compte la turbulence atmosphérique, dans le cas d’une réfraction vers le haut. (haut) propagation sans turbulence, (bas) propagation avec turbulence. Figure extraite de Cheinet (2012).

La forme particulière de cette équation permet une résolution par itération successives dans la direction de propagation (axe  $r$ ) (Salomons 2001).

L’avantage de la PE est son temps de calcul limité compte tenu des multiples phénomènes physiques pris en compte. En particulier, la PE supporte des variations horizontales des paramètres atmosphériques (permettant la présence de profils moyens et de turbulence) ainsi que de l’impédance du sol. Ce modèle numérique a été très largement utilisé pour traiter des problèmes variés tels la propagation à travers des atmosphères inhomogènes (Candel 1979, Dallois et Blanc-Benon 2001) voire turbulentes (Salomons 2000, Cotté et Blanc-Benon 2007), ou la propagation en présence de sol avec turbulence atmosphérique (Chevret *et al.* 1996). Un exemple de propagation en présence de réfraction vers le haut extrait de Cheinet (2012) obtenu par une méthode PE est présenté en figure B.1 (haut). Une zone d’ombre dans laquelle le niveau sonore baisse fortement apparaît clairement dans cette figure. Des franges d’interférences sont également visibles. Ceci illustre le bon fonctionnement de la PE pour la prise en compte des réfractions.

Cependant on voit dans cette même figure que le niveau sonore obtenu au dessus de la source est très faible. Ceci est dû à l’approximation paraxiale, qui n’est valable que dans un cône de quelques degrés (environ  $15^\circ$ ) partant de la source et allant dans la direction de propagation. Les prévisions données par la PE sont intrinsèquement biaisées au delà. Ceci constitue la première limitation à ce modèle (Salomons 2001). Si la topographie est complexe ou que des obstacles sont présents, ni la diffraction au delà de l’angle limite, ni l’onde réfléchi en rétropropagation ne sont bien retranscrites. Dans les applications courantes de source et récepteur proche d’un sol plan cette limitation ne présente toutefois pas de problèmes. Une autre difficulté des modèles de PE est la condition initiale. En effet la simulation commence pour  $r = 0$  et un champ  $\phi(0, z)$  de départ doit être donné. La difficulté consiste à trouver un équivalent entre ce champ est

un modèle de source spécifique (voir l'annexe G.12 de Salomons 2001). Cette équivalence peut changer selon le modèle de PE utilisé, et la présence ou non d'un sol à impédance finie.

En raison de la popularité des modèles de PE, de nombreuses améliorations ont été proposées par la communauté scientifique (Bérenghier 2003). Une prise en compte différente de l'approximation paraxiale aboutit à une équation plus complexe mais permet de résoudre la propagation sonore dans un cône de 40°. Cette dérivation de l'équation parabolique est appelée *wide-angle parabolic equation* (WAPE, voir Dallois et Blanc-Benon 2001, Ostashev *et al.* 1997). L'utilisation de la *green function parabolic equation* (GFPE) permet de prendre un pas spatial plus grand pour les itérations, rendant ainsi le calcul plus rapide (Salomons 1998, annexe H de Salomons 2001). Il est également possible de prendre en compte un sol irrégulier avec le modèle *generalized terrain parabolic equation* (GTPE) en effectuant une transformation sur les coordonnées pour prendre en compte les variations d'altitude du sol (Sack et West 1995, annexe M de Salomons 2001).

La turbulence atmosphérique peut être prise en compte dans les modèles de PE de différentes manières. La solution la plus directe consiste à propager le son dans une réalisation statistique d'un champ turbulent plusieurs fois, puis de déduire les statistiques de l'onde acoustique à partir de ces tirages. Cette approche *Monte-Carlo* est couramment appliquée (Salomons 2000, Blanc-Benon *et al.* 2001). L'autre solution possible consiste à inclure les effets de la turbulence dans les équations de propagation. Différentes équations ont ainsi été proposées dans la littérature (Spivack et Uscinski 1988, Wilson *et al.* 2009, Cheinet 2012). Un exemple (extrait de Cheinet 2012) de prise en compte de la turbulence par un modèle de PE pour la propagation du son est donnée dans la figure B.1 (bas). Dans cette figure, la configuration est identique entre la partie basse et haute. Dans la partie basse cependant la turbulence est prise en compte. Le niveau sonore dans la zone d'ombre augmente fortement, car celui-ci est fortement influencé par la diffusion du son par la turbulence dans les zones proches (voir paragraphe 1.3.3).

L'équation parabolique est donc un modèle complet et rapide. Ce modèle prend en compte les réfractions atmosphériques, les réflexions sur un sol à impédance finie, les variations de terrain, ou encore la turbulence atmosphérique. Il est cependant limité à une propagation uniaxiale (pas de rétropropagation), et la limitation angulaire vient également restreindre les domaines d'applications des méthodes PE. En particulier la diffraction est mal prise en compte pour de forts angles et nous montrons dans le chapitre 4 (paragraphe 4.5.1) que l'effet diffusif de la turbulence est également impacté par cette limitation angulaire.

## Le modèle *Transmission Line Matrix*

Un dernier modèle de propagation est maintenant présenté : le modèle *Transmission Line Matrix* (TLM). Il a été tout d'abord proposé pour l'électromagnétisme par Johns et Beurle (1971) puis appliqué pour la propagation extérieure par Saleh et Blanchfield (1990). Ce modèle est encore en développement actif et depuis lors de nombreuses études théoriques concernant la TLM sont menées (Dutilleux et Kristiansen 2003).

Le modèle TLM propose une approche originale de la propagation sonore. Il repose sur le principe de Huygens : la propagation de proche en proche. Ce principe est modélisé dans la TLM par des noeuds se transmettant des impulsions sonores à travers



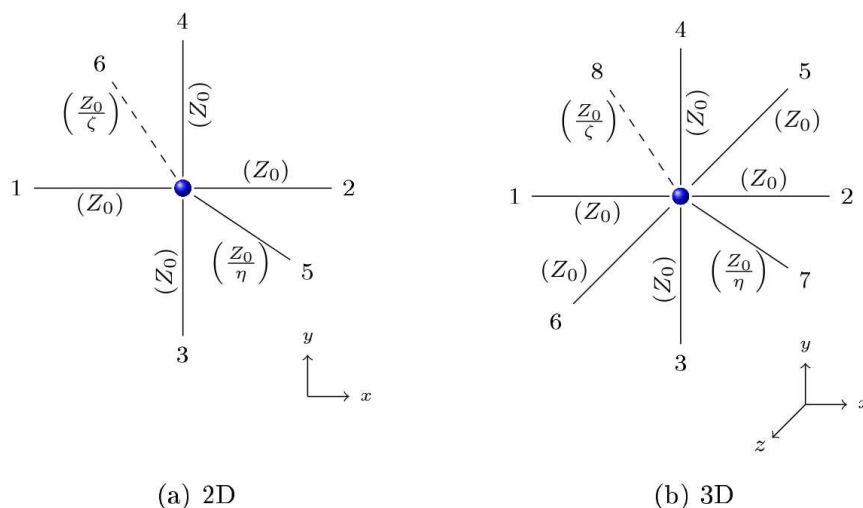


FIGURE B.2 – Schéma de principe de la méthode TLM (a) en 2D et (b) en 3D. Le point est un noeud de pression et les segments représentent les lignes de transmission (avec les noeuds voisins, ou de dissipation/célérité). Figure extraite de Guillaume (2009).

des lignes de transmission. Ceci est illustré en figure B.2, extraite de Guillaume (2009), dans laquelle un noeud de pression et ses lignes de transmission sont présentés (en 2D et 3D). Dans le cas 2D, les segments numérotés 1 à 4 sont les lignes de transmission avec les noeuds voisins, le segment 5 est une ligne de transmission spéciale permettant d'appliquer une célérité équivalente différente, et le segment 6 est une ligne de transmission permettant, par évacuation de l'énergie, de modéliser l'absorption atmosphérique. Contrairement aux modèles présentés précédemment, la TLM est une méthode temporelle, ce qui a l'avantage de permettre la propagation de signaux acoustiques quelconques de manière naturelle.

Ce modèle part d'un principe physique alors que d'autres modèles comme l'équation parabolique partent d'un jeu d'équations donné. Les équations de la TLM sont choisies soigneusement afin d'être équivalentes aux équations génériques de propagation des ondes dans le cas homogène sans obstacles (Hofmann et Heutschi 2007, Guillaume 2009, Aumond 2011). La célérité des ondes est directement déterminée par le rapport  $\Delta l/\Delta t$  (en 2D,  $c_0 = 2^{-1/2}\Delta l/\Delta t$ ), avec  $\Delta l$  le pas spatial du maillage et  $\Delta t$  le pas temporel. En principe, une seule vitesse de propagation est alors possible au sein d'une simulation TLM. De plus, comme l'onde qui se propage le long d'une ligne de transmission doit être considérée comme plane, le rapport  $\lambda/\Delta l$  (où  $\lambda$  est la longueur d'onde de la source) doit être suffisamment grand afin que le son se déplace à la même vitesse dans chaque direction. Un rapport supérieur à 10 est nécessaire (Johns et Beurle 1971). Pour modéliser des variations de température, qui induisent des variations de célérité, une ligne de transmission spéciale supplémentaire est ajoutée (segment 5 dans le cas 2D de la figure B.2) (Hofmann et Heutschi 2007). Les variations de vent induisent des variations de célérité équivalente qui diffèrent selon la direction de propagation des ondes (Guillaume *et al.* 2008). Ceci est modélisé dans la TLM en estimant à chaque pas de temps la direction de propagation et modifiant en conséquence les caractéristiques de la ligne de transmission spéciale.

Les conditions aux limites de réflexion avec un coefficient de réflexion donné s'im-

plémentent directement dans le modèle TLM. Ces conditions modélisent une surface parfaitement réfléchissante (si le coefficient est 1) et dans une certaine mesure un sol à impédance finie. Pour modéliser plus efficacement une impédance finie, il est possible d'ajouter un matériau poreux dans lequel les équations de propagation sont explicitement calculées (Kristiansen et Jezzine 2000). Guillaume *et al.* (2011) proposent une formulation alternative basée sur une expression dans le domaine temporel de l'impédance. Un seul noeud supplémentaire est alors nécessaire, sur lequel un calcul spécifique récursif est effectué. Des conditions aux limites d'absorption, utiles pour modéliser un champ libre (sans réflexion), peuvent également être implémentées par un noeud particulier aux frontières du domaine. En pratique cependant, l'absorption varie selon l'angle d'incidence, et il est alors nécessaire de précéder la frontière par un matériau absorbant dont le coefficient d'absorption augmente progressivement. Selon Hofmann et Heutschi (2007) l'épaisseur de ces matériaux doit être d'environ 500 mailles pour absorber efficacement. D'autres solutions, basées sur les couches PML (voir chapitre 2, paragraphe 2.2.7), sont prometteuses pour une absorption plus efficace (De Cogan *et al.* 2005).

La méthode TLM a été employée pour la propagation acoustique dans des scénarios divers. El-Masri *et al.* (1996) l'emploient pour la propagation dans un conduit vocal. Les propriétés acoustiques de matériaux absorbants multicouches sont étudiées avec une méthode TLM par Lee et Wang (2006). Des applications pour l'acoustique des salles ont été proposées (Kagawa *et al.* 1999) ainsi que pour la propagation en milieu urbain (Kristiansen *et al.* 2000). La propagation en milieu inhomogène a été étudiée par une méthode TLM par Dutilleux (2007) et Aumond (2010). Enfin, la TLM a été utilisée par Tsuchiya (2006) pour reproduire l'absorption atmosphérique.

La modèle TLM est donc un modèle basé sur le principe physique de Huygens. Bien que cela rende le modèle intuitif, il est plus difficile d'établir un lien rigoureux avec les équations de propagation générales et les phénomènes physiques subis par le son lors de sa propagation dans l'air. Ceci dit, la TLM a démontré ses capacités à reproduire des phénomènes tels que la dispersion géométrique, les réflexions sur les surfaces parfaitement réfléchissantes et à impédance finie, ou encore la propagation en atmosphère inhomogène. Son autre avantage est d'être une méthode temporelle.

# Annexe C

## Temps de calculs et rendement de la parallélisation pour le code ITM

Cette annexe propose des données complémentaires sur les temps de calculs du code ITM pour quelques simulations présentées dans le mémoire, ainsi qu'une analyse du rendement de la parallélisation implémentée dans ce code numérique.

Afin de fournir des temps de calcul comparables entre eux, un scénario de référence est choisi et est simulé par les différentes versions du code sur une même architecture : un cluster de calcul composé de plusieurs noeuds de 8 processeurs chacun. Le scénario choisi est une source en champ libre, dans un domaine  $1200 \times 1200$  mailles, et la durée de la simulation est de 500 itérations temporelles. Les différentes versions du code testées sont :

- s(1.2) : une version du code disponible en début de thèse (version 1.2), scalaire.
- s(2.2) : la version la plus récente du code (version 2.2), en mode scalaire.
- omp( $n$ ) : la version la plus récente du code, avec la parallélisation OpenMP activée pour  $n$  processeurs.
- h( $n_x \times n_y$ ) : la version la plus récente du code, avec les parallélisations OpenMP et MPI activées (code hybride). La parallélisation MPI se fait sur la matrice de noeuds  $n_x \times n_y$ , et la parallélisation OpenMP utilise les 8 processeurs de chaque noeud.

Le temps de calcul obtenu pour la version du code en début de thèse, s(1.2), est choisi comme valeur de référence  $\mathcal{T}_{\text{ref}}$ . Le *facteur d'accélération*  $\mathcal{A}$  d'une version du code peut être défini par le rapport entre le temps de calcul de référence et le temps de calcul obtenu  $\mathcal{T}$  pour cette version du code.

$$\mathcal{A} = \frac{\mathcal{T}_{\text{ref}}}{\mathcal{T}} \quad (\text{C.1})$$

Il donne une idée du gain en vitesse de calcul obtenu par les différentes optimisations et parallélisations.

Les temps de calculs et facteurs d'accélération obtenus sont présentés en figure C.1. Les différentes optimisations du code, entre autres la gestion de la mémoire et l'ordre des boucles de calcul, ont permis un gain en vitesse de calcul d'un facteur 3.4. L'utilisation de la parallélisation OpenMP sur 8 processeurs ajoute un gain supplémentaire d'environ 4.7 ce qui mène à un gain total d'un facteur 16.14. Le gain supplémentaire obtenu par la parallélisation OpenMP n'est pas la valeur maximale théorique de 8 en raison des

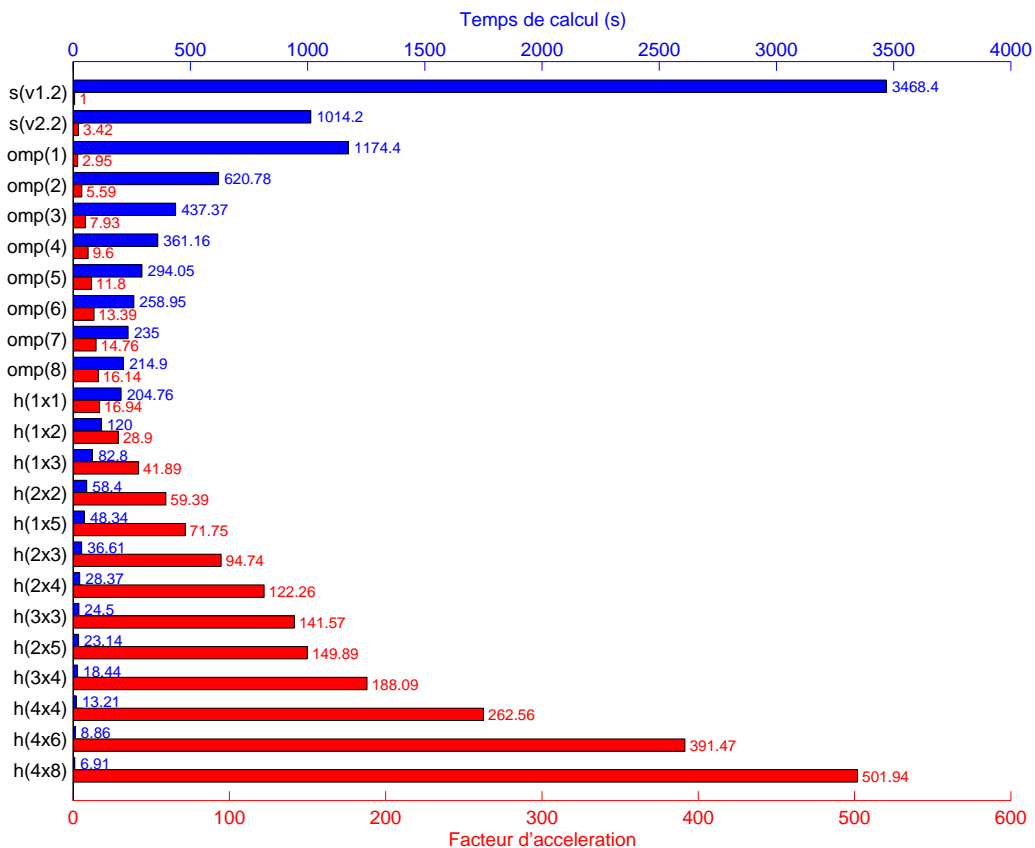


FIGURE C.1 – Temps de calcul (histogramme et axe bleus) et facteur d'accélération (histogramme et axe rouges) obtenus avec les différentes versions du code ITM pour la simulation de référence.

instructions supplémentaires liées à la gestion des différents processeurs, et aux parties scalaires du code. La parallélisation MPI est très efficace et apporte presque un facteur d'accélération supplémentaire égal au nombre de noeuds utilisés. Ainsi lorsque 32 noeuds sont utilisés (matrice  $4 \times 8$ ) le gain supplémentaire est de 31. Dans ce cas là, le facteur d'accélération total est d'environ 502. La simulation qui nécessitait presque 1h en début de thèse peut alors être effectuée en moins de 7 secondes.

Le tableau C.1 donne les temps de calculs pour quelques simulations réalisées pendant la thèse. Les améliorations successives du code ont été motivées par le temps de calcul croissant au long de la thèse. En particulier, la simulation de la propagation sonore sur le terrain de l'ISL n'était pas faisable par le code initial car le temps de calcul peut être estimé à presque deux ans, alors qu'avec les différentes parallélisations et optimisations ce temps a été réduit à moins de 3 jours. Cela justifie l'investissement apporté à ces aspects pendant la thèse.

Un dernier point intéressant à aborder dans cette annexe est le *rendement*  $\mathfrak{R}$  des parallélisations implémentées dans le code ITM. On peut définir ce rendement par le rapport entre le facteur d'accélération observé et le facteur d'accélération théorique

Scénario	Taille	Temps de calcul		
		s(1.2)	utilisé	h(4×8)
Sol et barrière (paragraphe 2.3.4)	1080×520 1500 it	70 min	70 min [s(1.2)]	8 sec
Diffusion par turbulence localisée (chapitre 3)	2400×2400 3500 it	27 h	100 min [omp(8)]	3 min
Turbulence en vent, 50Hz et 300Hz (chapitre 5)	5000×1000 12000 it	3.5 j	5 h [omp(8)]	10 min
Turbulence en vent, 600Hz (chapitre 5)	10000×2000 24000 it	27 j	40 h [omp(8)]	80 min
Coin de mur (2D) (section 6.4)	1200×1200 5000 it	10 h	10 min [h(2×2)]	70 sec
Coin de mur (3D) (section 6.4)	1200×1200×200 5000 it	105 j	42 h [h(2×2)]	5.5 h
Terrain de l'ISL (section 6.5)	11000×12800 100000 it	1.9 A	2.7 j [h(4×4)]	34 h

TABLEAU C.1 – Temps de calculs nécessaires aux simulations réalisées pendant la thèse. La quatrième colonne indique la version du code utilisée pour la simulation et le temps de calcul associé. Les troisième et cinquième colonnes indiquent le temps de calcul pour le code le plus lent s(1.2) et le plus rapide h(4×8).

maximal.

$$\mathfrak{R}(n) = \frac{\mathcal{A}(n)}{n\mathcal{A}(1)} \quad (\text{C.2})$$

où  $\mathcal{A}(n)$  est le facteur d'accélération observé lorsque  $n$  processeurs (ou noeuds pour le standard MPI) sont utilisés. Le rendement, inférieur ou égal à 1, dépend de l'implémentation de la parallélisation ainsi que de la fraction de code non parallélisé. Plus  $\mathfrak{R}$  est grand plus la parallélisation est efficace et le code rapide. La grandeur  $1 - \mathfrak{R}$  donne la proportion de calcul processeur non utilisé pour le calcul numérique, perdu dans la gestion des multiples processus ou sous forme d'attente dans les parties séquentielles ou de passage mémoire. La figure C.2 donne ce rendement pour les deux parallélisations implémentées dans le code ITM.

Le rendement de la parallélisation OpenMP diminue avec le nombre de processeurs utilisés et vaut environ 0.68 lorsque 8 processeurs sont utilisés. Ces résultats indiquent que l'implémentation du standard OpenMP peut sans doute encore être optimisée, afin d'élever cette valeur. Une explication possible au fait que le rendement ne soit pas plus proche de 1 est que les boucles parallèles ne sont présentes qu'au niveau des boucles de calcul sur chaque étape Runge-Kutta, et sont donc régulièrement quittées pour des parties séquentielles. La diminution du rendement avec le nombre de processeurs peut de son côté être expliquée par le fait que la taille des sous-domaines de calculs traités par chaque processeur diminue avec leur nombre, ce qui diminue le temps passé dans les boucles parallèles alors que le temps passé dans le code séquentiel reste constant.

Le rendement de la parallélisation MPI a une allure plus constante en fonction du nombre de noeuds utilisés et fluctue autour de la valeur élevée de 0.9. Dans le cas MPI, l'exécution du code est complètement parallèle et les baisses de rendement ne peuvent

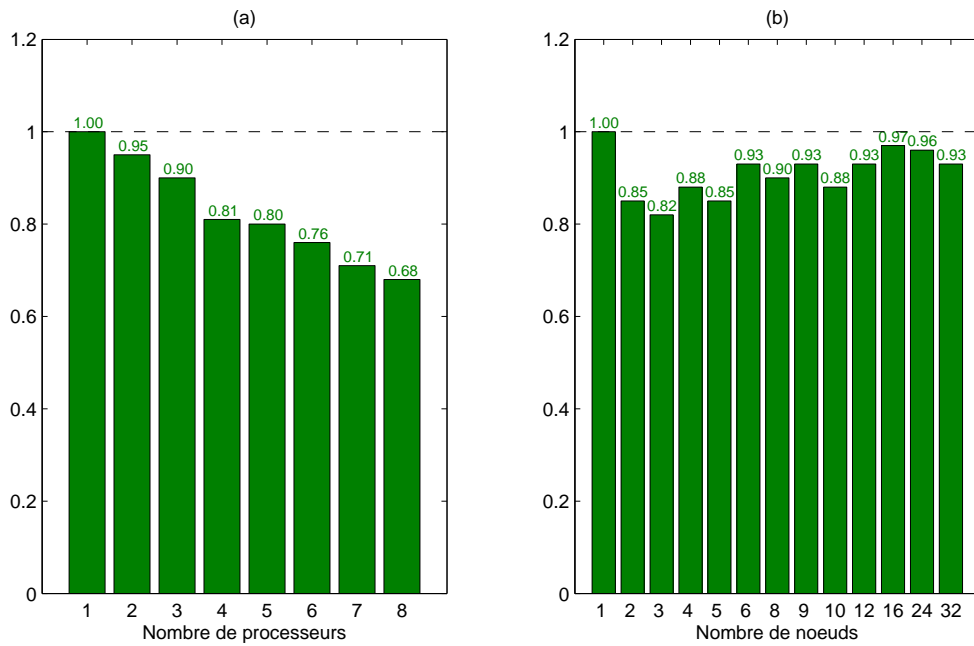


FIGURE C.2 – Rendement des parallélisations implémentées dans le code ITM.

(a) Rendement du standard OpenMP en fonction du nombre de processeurs.

(b) Rendement du standard MPI en fonction du nombre de noeuds.

être expliquées que par le temps alloué au passage de mémoire entre noeuds. Comme ce temps est faible en raison des petits volumes de mémoires nécessaires et de la rapidité de transfert, l'implémentation MPI est très efficace et semble alors particulièrement adaptée au code ITM.

## Annexe D

# Intégration analytique de l'onde diffusée dans le cas d'une perturbation circulaire uniforme

L'objectif de cette annexe est d'intégrer analytiquement l'équation (3.11) :

$$p_1(\vec{r}) = - \iint_S \left( k^2 \frac{T_1}{T_0} p_0 + \eta_c k^2 q_1 p_0 - \vec{\nabla} \frac{T_1}{T_0} \cdot \vec{\nabla} p_0 + \eta_\rho \vec{\nabla} q_1 \cdot \vec{\nabla} p_0 \right) \mathcal{G}(\vec{r}, \vec{r}_0) d\vec{r}_0 \quad (\text{D.1})$$

pour obtenir l'équation (3.12) :

$$p_1(\vec{r}) = \frac{k^2}{4} \sqrt{\frac{2}{\pi k r}} e^{ikr - i\frac{3\pi}{4}} \cdot \left[ \left( 1 - 2 \sin^2 \frac{\theta}{2} \right) \text{TF} \left[ \frac{T_1}{T_0} \right] (\vec{K}) + \left( \eta_c + 2\eta_\rho \sin^2 \frac{\theta}{2} \right) \text{TF}[q_1](\vec{K}) \right] \quad (\text{D.2})$$

Pour cela, il faut remplacer  $p_0$  par son expression, en considérant que cette onde excitatrice est d'amplitude 1 :

$$p_0(\vec{r}_0) = \exp(ik\vec{m}_i \cdot \vec{r}_0) \quad (\text{D.3})$$

Le gradient de  $p_0$  est alors :

$$\vec{\nabla} p_0(\vec{r}_0) = ik\vec{m}_i \exp(ik\vec{m}_i \cdot \vec{r}_0) \quad (\text{D.4})$$

Il faut également utiliser l'expression de  $\mathcal{G}$ , équation (3.7), approximée en champ lointain (Abramowitz et Stegun 1961, Candel 1979) :

$$\mathcal{G}(\vec{r}, \vec{r}_0) = \frac{i}{4} H_0^{(1)}(k\|\vec{r} - \vec{r}_0\|) \simeq \frac{i}{4} \sqrt{\frac{2}{\pi k \|\vec{r} - \vec{r}_0\|}} \exp\left(ik\|\vec{r} - \vec{r}_0\| - i\frac{\pi}{4}\right) \quad (\text{D.5})$$

Toujours dans le cadre de l'approximation en champ lointain, comme  $r_0 \ll r$ , il est possible de remplacer  $\|\vec{r} - \vec{r}_0\|$  par  $r$  dans la racine carrée. En revanche cette approximation est trop grossière pour pouvoir être faite dans l'exponentielle complexe. Une approximation plus correcte et classique (Fraunhofer) consiste à prendre les deux premiers termes de la décomposition en série ( $\|\vec{r} - \vec{r}_0\| \simeq r - \vec{m} \cdot \vec{r}_0$ ). La fonction de Green devient ainsi :

$$\mathcal{G}(\vec{r}, \vec{r}_0) \simeq \frac{i}{4} \sqrt{\frac{2}{\pi k r}} \exp\left(ikr - ik\vec{m} \cdot \vec{r}_0 - i\frac{\pi}{4}\right) \quad (\text{D.6})$$

En injectant (D.3), (D.4) et (D.6) dans (D.1), introduisant le nombre d'onde diffracté  $\vec{K} = k(\vec{m} - \vec{m}_i)$ , factorisant les exponentielles et sortant de l'intégrale les termes constants, il vient :

$$p_1(\vec{r}) = -\frac{i}{4}\sqrt{\frac{2}{\pi kr}} \exp\left(ikr - i\frac{\pi}{4}\right) \cdot \iint_S \left( k^2 \frac{T_1}{T_0} e^{-i\vec{K}\cdot\vec{r}_0} + \eta_c k^2 q_1 e^{-i\vec{K}\cdot\vec{r}_0} - ik\vec{m}_i \cdot \vec{\nabla} \frac{T_1}{T_0} e^{-i\vec{K}\cdot\vec{r}_0} + \eta_\rho ik\vec{m}_i \cdot \vec{\nabla} q_1 e^{-i\vec{K}\cdot\vec{r}_0} \right) d\vec{r}_0 \quad (\text{D.7})$$

On remarque dans l'équation précédente la présence de transformées de Fourier bidimensionnelles :

$$\text{TF}[X](\vec{K}) = \iint_{\mathbb{R}^2} X e^{-i\vec{K}\cdot\vec{r}_0} d\vec{r}_0 \quad (\text{D.8})$$

L'intégration sur  $S$  peut porter sur  $\mathbb{R}^2$  car les différents termes de l'intégrale sont nuls en dehors du domaine fluctuant. Réécrivons l'équation (D.7) en prenant en compte ces transformées de Fourier :

$$p_1(\vec{r}) = -i\frac{k^2}{4}\sqrt{\frac{2}{\pi kr}} \exp\left(ikr - i\frac{\pi}{4}\right) \cdot \left( \text{TF}\left[\frac{T_1}{T_0}\right](\vec{K}) + \eta_c \text{TF}[q_1](\vec{K}) - \frac{i}{k} \text{TF}\left[\vec{m}_i \cdot \vec{\nabla} \frac{T_1}{T_0}\right](\vec{K}) + \eta_\rho \frac{i}{k} \text{TF}\left[\vec{m}_i \cdot \vec{\nabla} q_1\right](\vec{K}) \right) \quad (\text{D.9})$$

Il suffit à présent d'utiliser une propriété de la transformée de Fourier 2D (formule de dérivation selon un vecteur  $\vec{a}$ ) :

$$\text{TF}[\vec{a} \cdot \vec{\nabla} X](\vec{K}) = i\vec{a} \cdot \vec{K} \text{TF}[X](\vec{K}) \quad (\text{D.10})$$

pour pouvoir factoriser par les transformées de Fourier de  $T_1/T_0$  et  $q_1$  :

$$p_1(\vec{r}) = -i\frac{k^2}{4}\sqrt{\frac{2}{\pi kr}} e^{ikr - i\frac{\pi}{4}} \cdot \left[ \left( 1 + \frac{\vec{m}_i \cdot \vec{K}}{k} \right) \text{TF}\left[\frac{T_1}{T_0}\right](\vec{K}) + \left( \eta_c - \eta_\rho \frac{\vec{m}_i \cdot \vec{K}}{k} \right) \text{TF}[q_1](\vec{K}) \right] \quad (\text{D.11})$$

Enfin pour terminer ce développement analytique, il faut utiliser

$$\frac{\vec{m}_i \cdot \vec{K}}{k} = -2 \sin^2\left(\frac{\theta}{2}\right) \quad (\text{D.12})$$

et  $-ie^{-i\pi/4} = e^{-i3\pi/4}$  pour obtenir l'équation désirée (3.12).



## Annexe E

# Calcul de la transformée de Fourier d'un disque de rayon $R$

Dans cette annexe, l'objectif est d'obtenir une expression analytique de la transformée de Fourier d'un disque de rayon  $R$ . En prenant la notation  $\mathfrak{D}_R$  pour la fonction caractéristique d'un disque de rayon  $R$ , voir équation (3.13), et TF pour la transformée de Fourier 2D, voir équation (D.8), il s'agit de calculer :

$$\text{TF}[\mathfrak{D}_R](\vec{K}) = \iint_{\mathfrak{D}_R} \exp(-i\vec{K} \cdot \vec{r}_0) d\vec{r}_0 \quad (\text{E.1})$$

Pour cela il faut passer en coordonnées polaires :

$$\text{TF}[\mathfrak{D}_R](\vec{K}) = \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^R r_0 \exp(-i\vec{K} \cdot \vec{r}_0) dr_0 \quad (\text{E.2})$$

En prenant  $\vec{r}_0 = r_0(\cos \phi \vec{m}_i + \sin \phi \vec{m}_t)$  et  $\vec{K} = K(\cos \alpha \vec{m}_i + \sin \alpha \vec{m}_t)$ , où  $\vec{m}_t$  est perpendiculaire à  $\vec{m}_i$  dans le sens direct ( $\vec{m}_i \wedge \vec{m}_t = 1$ ), et  $\alpha$  est l'angle que  $\vec{K}$  forme par rapport à  $\vec{m}_i$  on trouve :

$$\vec{K} \cdot \vec{r}_0 = Kr_0(\cos \phi \cos \alpha + \sin \phi \sin \alpha) \quad (\text{E.3})$$

Ce qui donne en utilisant des relations trigonométriques :

$$\vec{K} \cdot \vec{r}_0 = Kr_0 \cos(\phi - \alpha) \quad (\text{E.4})$$

En injectant cette relation dans (E.2), effectuant le changement de variable  $\varphi = \phi - \alpha + \pi$ , notant la  $2\pi$ -périodicité, et utilisant la parité du cosinus il vient :

$$\text{TF}[\mathfrak{D}_R](\vec{K}) = 2 \int_0^\pi d\varphi \int_0^R r_0 e^{iKr_0 \cos \varphi} dr_0 \quad (\text{E.5})$$

Or on trouve ici une des expressions de la fonction de Bessel (Abramowitz et Stegun 1961) :

$$J_0(z) = \frac{1}{\pi} \int_0^\pi e^{iz \cos \theta} d\theta \quad (\text{E.6})$$

ce qui donne, en intégrant sur  $\varphi$  :

$$\text{TF}[\mathcal{D}_R](\vec{K}) = 2\pi \int_0^R r_0 J_0(Kr_0) dr_0 \quad (\text{E.7})$$

Une autre propriété des fonctions de Bessel est que :

$$\frac{\partial}{\partial z} (zJ_1(z)) = zJ_0(z) \quad (\text{E.8})$$

ce qui constitue une primitive de l'intégrale dans l'équation (E.7) et permet d'aboutir au résultat final :

$$\text{TF}[\mathcal{D}_R](\vec{K}) = 2\pi R^2 \frac{J_1(KR)}{KR} \quad (\text{E.9})$$

où  $J_1$  est la fonction de Bessel d'ordre 1.

## Annexe F

# Calcul du domaine d'existence et de l'expression analytique de l'angle d'interférence du second mécanisme de directivité de l'onde diffusée

L'objectif de cette annexe est de déterminer le domaine d'existence ainsi que l'expression analytique de l'angle d'interférence du second mécanisme de directivité de l'onde diffusée ( $\theta_2$ ). En d'autres termes il faut résoudre (en  $\theta_2$ ) l'équation :

$$D_2 \left( \frac{T_1}{T_0}, q_1, \theta_2 \right) = \left( 1 - 2 \sin^2 \frac{\theta_2}{2} \right) \frac{T_1}{T_0} + \left( \eta_c + 2\eta_\rho \sin^2 \frac{\theta_2}{2} \right) q_1 = 0 \quad (\text{F.1})$$

Supposons dans un premier temps que  $\theta_2$  existe. Notons  $\chi = q_1/(T_1/T_0)$  le rapport de fluctuation entre humidité et température, on tombe rapidement sur la relation :

$$\theta_2 = 2 \sin^{-1} \sqrt{\frac{1}{2} \left( \frac{1 + \eta_c \chi}{1 - \eta_\rho \chi} \right)} \quad (\text{F.2})$$

Le principal problème consiste à déterminer l'ensemble des  $\chi$  tels que  $\theta_2$  existe. Compte tenu de l'équation (F.2), les deux conditions sont : le terme dans la racine doit être positif, et le terme dans le sinus inverse soit être de valeur absolue inférieure ou égale à 1. Mathématiquement ceci donne :

$$\begin{cases} (1 + \eta_c \chi)(1 - \eta_\rho \chi) \geq 0 \\ |1 + \eta_c \chi|/|1 - \eta_\rho \chi| \leq 2 \end{cases} \quad (\text{F.3})$$

La première condition mène (compte tenu des valeurs des paramètres) à :

$$\chi \in \mathbb{R} \setminus \left] -\frac{1}{\eta_c} ; \frac{1}{\eta_\rho} \right[ \quad (\text{F.4})$$

Il y a alors deux intervalles possibles pour  $\chi$ . Première possibilité,  $\chi \leq -1/\eta_c$ . Alors  $1 + \eta_c \chi \leq 0$  et la seconde condition devient alors :

$$|1 - \eta_\rho \chi| \geq (-1/2)(1 + \eta_c \chi) \quad (\text{F.5})$$

ce qui mène à :

$$\chi \leq \frac{1}{2\eta_\rho + \eta_c} \quad \text{ou} \quad \chi \geq \frac{3}{2\eta_\rho - \eta_c} \quad (\text{F.6})$$

Compte tenu des valeurs des paramètres cette condition est remplie dans la première possibilité. La seconde possibilité de l'équation (F.4) est que  $\chi \geq 1/\eta_\rho$ . Alors  $\eta_\rho\chi - 1 \leq 0$  et la seconde condition devient alors :

$$|1 + \eta_c\chi| \leq 2(1 - \eta_\rho\chi) \quad (\text{F.7})$$

ce qui mène à :

$$\chi \geq \frac{3}{2\eta_\rho - \eta_c} \quad \text{et} \quad \chi \geq \frac{1}{2\eta_\rho + \eta_c} \quad (\text{F.8})$$

Toujours en raison des valeurs des paramètres, ceci revient à restreindre encore davantage le domaine d'existence de  $\theta_2$ . En effet :

$$\frac{3}{2\eta_\rho - \eta_c} < \frac{1}{\eta_\rho} < \frac{1}{2\eta_\rho + \eta_c} \quad (\text{F.9})$$

Finalement l'angle  $\theta_2$  n'existe que si :

$$\chi \in \mathbb{R} \setminus \left] -\frac{1}{\eta_c} ; \frac{1}{2\eta_\rho + \eta_c} \right[ \quad (\text{F.10})$$

## Annexe G

# Calcul de l'expression analytique dans le cadre de l'approximation de Born pour la diffusion par un vortex

Ici l'objectif est d'obtenir l'expression analytique dans le cadre de l'approximation de Born pour la diffusion par un vortex. Pour de telles fluctuations atmosphériques  $q_1 = 0$  et  $T_1 = 0$ . En utilisant le terme source aux faibles fluctuations  $\mathcal{S}_F$  il vient :

$$p_1(\vec{r}) = k^2 \frac{e^{ikr+i\pi/4}}{\sqrt{2\pi kr}} \left(1 - 2 \sin^2 \frac{\theta}{2}\right) \text{TF} \left[ \frac{\vec{m}_i \cdot \vec{V}}{c_0} \right] (\vec{K}) \quad (\text{G.1})$$

où  $\vec{K}$  est le nombre d'onde diffusé. La difficulté réside dans le calcul de la transformée de Fourier. Comme  $\vec{m}_i \cdot \vec{V} = -V_\theta \sin \theta$  où  $V_\theta$  est donné par l'équation (3.26), cela revient à calculer :

$$\text{TF} \left[ \frac{\vec{m}_i \cdot \vec{V}}{c_0} \right] (\vec{K}) = - \iint_{\mathbb{R}^2} M \sin \theta \frac{r}{R} \exp \left( \frac{1 - r^2/R^2}{2} \right) \exp(-i\vec{K} \cdot \vec{r}) d\vec{r} \quad (\text{G.2})$$

En passant en coordonnées polaires, simplifiant les termes et sortant les termes constants des intégrales il vient :

$$\text{TF} \left[ \frac{\vec{m}_i \cdot \vec{V}}{c_0} \right] (\vec{K}) = - \frac{\sqrt{e}M}{R} \int_0^{+\infty} r^2 e^{-r^2/(2R^2)} \left( \int_0^{2\pi} \sin \theta \exp(-i\vec{K} \cdot \vec{r}) d\theta \right) dr \quad (\text{G.3})$$

Soit  $\alpha$  l'angle formé entre  $\vec{K}$  et  $\vec{m}_i$ . Le produit scalaire  $\vec{K} \cdot \vec{r}$  vaut alors  $Kr \cos(\theta - \alpha)$ . Pour calculer le terme entre parenthèses dans l'équation (G.3), qui sera appelé  $C_1$ , il faut introduire une seconde intégrale  $C_2$  :

$$C_2 = \int_0^{2\pi} \sin(\theta - 2\alpha) \exp(-iKr \cos(\theta - \alpha)) d\theta \quad (\text{G.4})$$

et calculer la somme  $C_1 + C_2$  et la différence  $C_1 - C_2$  pour en déduire  $C_1$ . Il vient :

$$\begin{cases} C_1 + C_2 = \int_0^{2\pi} (\sin \theta + \sin(\theta - 2\alpha)) \exp(-iKr \cos(\theta - \alpha)) d\theta \\ C_1 - C_2 = \int_0^{2\pi} (\sin \theta - \sin(\theta - 2\alpha)) \exp(-iKr \cos(\theta - \alpha)) d\theta \end{cases} \quad (\text{G.5})$$

Ce qui donne après utilisation d'identités trigonométriques :

$$\begin{cases} C_1 + C_2 = 2 \cos(\alpha) \int_0^{2\pi} \sin(\theta - \alpha) \exp(-iKr \cos(\theta - \alpha)) d\theta \\ C_1 - C_2 = 2 \sin(\alpha) \int_0^{2\pi} \cos(\theta - \alpha) \exp(-iKr \cos(\theta - \alpha)) d\theta \end{cases} \quad (\text{G.6})$$

Le calcul de la somme se fait en utilisant la primitive de l'intégrale. En ce qui concerne la différence, il faut commencer par changer la forme de l'intégrale, en effectuant le changement de variable  $\phi = \theta - \alpha$ , notant la  $2\pi$ -périodicité et utilisant la parité du cosinus :

$$\begin{cases} C_1 + C_2 = \frac{2 \cos(\alpha)}{iKr} [e^{-iKr \cos(\theta - \alpha)}]_0^{2\pi} \\ C_1 - C_2 = 4 \sin(\alpha) \int_0^\pi \cos \phi \exp(-iKr \cos \phi) d\phi \end{cases} \quad (\text{G.7})$$

La somme donne zéro car la primitive est  $2\pi$ -périodique. Pour le calcul de la différence, il faut utiliser la relation (Abramowitz et Stegun 1964) :

$$J_1(z) = \frac{i}{\pi} \int_0^\pi \cos \phi e^{iz \cos \phi} d\phi \quad (\text{G.8})$$

Ainsi :

$$\begin{cases} C_1 + C_2 = 0 \\ C_1 - C_2 = 4\pi i \sin(\alpha) J_1(Kr) \end{cases} \quad (\text{G.9})$$

Ce qui implique :

$$C_1 = 2\pi i \sin(\alpha) J_1(Kr) \quad (\text{G.10})$$

Une fois ceci injecté dans (G.3) il vient :

$$\text{TF} \left[ \frac{\vec{m}_i \cdot \vec{V}}{c_0} \right] (\vec{K}) = -\frac{2\pi i \sqrt{e} M \sin(\alpha)}{R} \int_0^{+\infty} r^2 e^{-r^2/(2R^2)} J_1(Kr) dr \quad (\text{G.11})$$

Une solution à cette autre intégrale se trouve dans la littérature (Abramowitz et Stegun 1964) :

$$\int_0^{+\infty} t^{\nu+1} e^{-a^2 t^2} J_\nu(bt) dt = \frac{b^\nu}{(2a^2)^{\nu+1}} \exp\left(-\frac{b^2}{4a^2}\right) \quad (\text{G.12})$$

Avec  $\nu = 1$ ,  $a^2 = 1/(2R^2)$  et  $b = K$ , on peut injecter cette solution ce qui donne :

$$\text{TF} \left[ \frac{\vec{m}_i \cdot \vec{V}}{c_0} \right] (\vec{K}) = -2\pi i \sqrt{e} M K R^3 \sin(\alpha) \exp\left(-\frac{1}{2} K^2 R^2\right) \quad (\text{G.13})$$

On peut donner l'expression de  $\sin(\alpha)$ , en prenant la notation  $\vec{m}_t^\rightarrow$  de l'annexe E :

$$\sin(\alpha) = \frac{\vec{K} \cdot \vec{m}_t^\rightarrow}{K} = \frac{k((\cos \theta - 1)\vec{m}_i^\rightarrow + \sin \theta \vec{m}_t^\rightarrow) \cdot \vec{m}_t^\rightarrow}{K} = \frac{k \sin \theta}{K} \quad (\text{G.14})$$

Ainsi :

$$\text{TF} \left[ \frac{\vec{m}_i \cdot \vec{V}}{c_0} \right] (\vec{K}) = -2\pi i \sqrt{e} k M R^3 \sin \theta \exp\left(-\frac{1}{2} K^2 R^2\right) \quad (\text{G.15})$$

Et finalement :

$$p_1(\vec{r}) = 2M(kR)^3 e^{ikr-3i\pi/4} \sqrt{\frac{\pi}{2kr}} \left(1 - 2 \sin^2 \frac{\theta}{2}\right) \sin(\theta) \exp\left(\frac{1 - K^2 R^2}{2}\right) \quad (\text{G.16})$$

## Annexe H

# Développement théorique de T61 dans le cas bidimensionnel

L'objectif de cette annexe est de présenter le développement mathématique de T61 pour la fluctuation d'une onde plane acoustique en présence de turbulence globale. Le point de départ est l'équivalent 2D de l'équation (4.19) et nous voulons obtenir le jeu d'équations (4.23). Les différentes approximations seront mises en évidence en *italique*.

L'*approximation de Rytov* en 2D dans la configuration de la section 4.4 donne :

$$\psi_1(\vec{r}) = \frac{k^2 i}{2} \iint_{\mathbb{R}^2} H_0^{(1)}(k \|\vec{r} - \vec{r}_0\|) n(\vec{r}_0) e^{ik(\vec{r}_0 - \vec{r}) \cdot \vec{m}_i} d\vec{r}_0 \quad (\text{H.1})$$

où  $H_0^{(1)}$  est la fonction de Hankel d'ordre zéro qui vient de la fonction de Green 2D harmonique (voir équation 3.7). En remplaçant la fonction de Hankel par son *approximation champ lointain* (voir équation D.5), et utilisant l'*approximation paraxiale* :

$$\|\vec{r} - \vec{r}_0\| = |x - x_0| + \frac{(z - z_0)^2}{2|x - x_0|} \quad (\text{H.2})$$

avec  $\vec{r} = (x, z)$  et  $\vec{r}_0 = (x_0, z_0)$ , nous obtenons l'expression :

$$\psi_1(\vec{r}) = \sqrt{\frac{k^3}{2\pi}} e^{\frac{i\pi}{4}} \iint_{\mathbb{R}^2} \frac{\frac{ik(z-z_0)^2}{2|x-x_0|} + ik|x-x_0| + ik(x_0-x)}{\sqrt{|x-x_0|}} n(\vec{r}_0) d\vec{r}_0 \quad (\text{H.3})$$

Si l'intégration dans l'axe X est *limitée entre 0 et L* (nouveau domaine noté  $\ominus$ ), il vient :

$$\psi_1(\vec{r}) = \sqrt{\frac{k^3}{2\pi}} e^{\frac{i\pi}{4}} \iint_{\ominus} \frac{\frac{ik(z-z_0)^2}{2(x-x_0)}}{\sqrt{x-x_0}} n(\vec{r}_0) d\vec{r}_0 \quad (\text{H.4})$$

Il faut ensuite passer dans l'espace spectral transverse. Par définition :

$$\begin{cases} \tilde{\psi}_1(x, k_z) = \int_{-\infty}^{+\infty} \psi_1(x, z) e^{-izk_z} dz \\ \tilde{n}(x_0, k_z) = \int_{-\infty}^{+\infty} n(x_0, z_0) e^{-iz_0 k_z} dz_0 \end{cases} \quad (\text{H.5})$$



Injectons (H.4) dans l'équation du haut de (H.5). Il vient :

$$\tilde{\psi}_1(x, k_z) = \int_{-\infty}^{+\infty} \left[ \sqrt{\frac{k^3}{2\pi}} e^{\frac{i\pi}{4}} \iint_{\ominus} \frac{ik(z-x_0)^2}{\sqrt{x-x_0}} n(x_0, z_0) dx_0 dz_0 \right] e^{-izkz} dz \quad (\text{H.6})$$

Ce qui donne :

$$\tilde{\psi}_1(x, k_z) = \sqrt{\frac{k^3}{2\pi}} e^{\frac{i\pi}{4}} \iint_{\ominus} \frac{n(x_0, z_0)}{\sqrt{x-x_0}} \left[ \int_{-\infty}^{+\infty} e^{\frac{ik(z-x_0)^2}{2(x-x_0)}} e^{-izkz} dz \right] dx_0 dz_0 \quad (\text{H.7})$$

Notons  $\alpha$  le terme entre crochets dans (H.7) et  $\beta = k/(2(x-x_0))$ . Il est possible de mettre en évidence une transformée de Fourier par changement de variable dans l'intégration :

$$\begin{aligned} \alpha &= \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\beta(z-x_0)^2} e^{-izkz} dz \stackrel{z \leftarrow z-x_0}{=} e^{-iz_0kz} \int_{-\infty}^{+\infty} e^{i\beta z^2} e^{-izkz} dz \\ &= e^{-iz_0kz} \text{TF} \left[ z \mapsto e^{i\beta z^2} \right] (k_z) \end{aligned} \quad (\text{H.8})$$

Cette transformée de Fourier est résolue dans la littérature (Gradshteyn et Ryzkik 2007, leurs équations 17.23.16 et 17.23.17) :

$$\text{TF} \left[ z \mapsto e^{i\beta z^2} \right] (k_z) = \sqrt{\frac{\pi}{\beta}} \exp \left( i\frac{\pi}{4} - i\frac{k_z^2}{4\beta} \right) \quad (\text{H.9})$$

Soit :

$$\alpha = \sqrt{\frac{2\pi(x-x_0)}{k}} \exp \left( i\frac{\pi}{4} - i\frac{k_z^2(x-x_0)}{2k} \right) e^{-iz_0kz} \quad (\text{H.10})$$

En réinjectant ceci dans (H.7), nous avons :

$$\tilde{\psi}_1(x, k_z) = ki \iint_{\ominus} n(x_0, z_0) \exp \left( -i\frac{k_z^2(x-x_0)}{2k} \right) e^{-iz_0kz} dx_0 dz_0 \quad (\text{H.11})$$

En réarrangeant les intégrales de la manière suivante,

$$\tilde{\psi}_1(x, k_z) = ki \int_0^x \exp \left( -i\frac{k_z^2(x-x_0)}{2k} \right) \left[ \int_{-\infty}^{+\infty} n(x_0, z_0) e^{-iz_0kz} dz_0 \right] dx_0 \quad (\text{H.12})$$

on retourne entre crochets l'expression de  $\tilde{n}$ . Donc :

$$\tilde{\psi}_1(x, k_z) = ki \int_0^x \tilde{n}(x_0, k_z) \exp \left( -i\frac{k_z^2(x-x_0)}{2k} \right) dx_0 \quad (\text{H.13})$$

Cette expression est donnée par Ostashov et Wilson (2001, leur équation A14). Soit  $\chi$  et  $\phi$  les parties réelles et imaginaires de  $\psi_1$ . Pour simplifier l'écriture de la suite, nous prenons les notations :

$$X_1 = \chi, \quad X_2 = \phi, \quad \text{sc}_1(\theta) = \sin(\theta), \quad \text{sc}_2(\theta) = \cos(\theta) \quad (\text{H.14})$$

Et  $L$  sera repris comme distance de propagation à la place de  $x$ . Ainsi :

$$\tilde{X}_j(L, k_z) = k \int_0^L \tilde{n}(x_0, k_z) \text{sc}_j \left( \frac{k_z^2(L-x_0)}{2k} \right) dx_0 \quad (\text{H.15})$$

Calculons maintenant les corrélations transverses :

$$\begin{aligned}
 R_j(L, z_1, z_2) &= \langle X_j(L, z_1) X_j(L, z_2) \rangle \\
 &= \left\langle \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{X}_j(L, k_z) e^{iz_1 k_z} dk_z \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{X}_j(L, k_z) e^{iz_2 k_z} dk_z \right\rangle \\
 &= \left\langle \int_{-\infty}^{+\infty} dk_{z1} \int_{-\infty}^{+\infty} \tilde{X}_j(L, k_{z1}) e^{iz_1 k_{z1}} \tilde{X}_j(L, k_{z2}) e^{iz_2 k_{z2}} dk_{z2} \right\rangle
 \end{aligned} \tag{H.16}$$

Injectons (H.15) :

$$\begin{aligned}
 R_j(L, z_1, z_2) &= \left\langle \int_{-\infty}^{+\infty} dk_{z1} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[ k \int_0^L \tilde{n}(x_0, k_{z1}) \text{sc}_j \left( \frac{k_{z1}^2 (L - x_0)}{2k} \right) dx_0 \right] \right. \\
 &\quad \left. \left[ k \int_0^L \tilde{n}(x_0, k_{z2}) \text{sc}_j \left( \frac{k_{z2}^2 (L - x_0)}{2k} \right) dx_0 \right] e^{iz_1 k_{z1}} e^{iz_2 k_{z2}} dk_{z2} \right\rangle
 \end{aligned} \tag{H.17}$$

Ce qui donne :

$$\begin{aligned}
 R_j(L, z_1, z_2) &= k^2 \int_{-\infty}^{+\infty} dk_{z1} \int_{-\infty}^{+\infty} dk_{z2} \int_0^L dx_1 \int_0^L \text{sc}_j \left( \frac{k_{z1}^2 (L - x_1)}{2k} \right) \\
 &\quad \text{sc}_j \left( \frac{k_{z2}^2 (L - x_2)}{2k} \right) \langle \tilde{n}(x_1, k_{z1}) \tilde{n}(x_2, k_{z2}) \rangle e^{iz_1 k_{z1}} e^{iz_2 k_{z2}} dx_2
 \end{aligned} \tag{H.18}$$

A présent l'*approximation de Markov* (Tatarski 1961, 1971) permet d'écrire :

$$\langle \tilde{n}(x_1, k_{z1}) \tilde{n}(x_2, k_{z2}) \rangle = 2\pi \delta_{x_1 - x_2} \delta_{k_{z1} + k_{z2}} \Phi_n(x_1, k_{z1}) \tag{H.19}$$

où  $\delta$  est la fonction de Dirac. Ainsi :

$$R_j(L, z_1, z_2) = 2\pi k^2 \int_{-\infty}^{+\infty} dk_z \int_0^L \text{sc}_j^2 \left( \frac{k_z^2 (L - x_0)}{2k} \right) \Phi_n(x_0, k_z) e^{ik_z(z_1 - z_2)} dx_0 \tag{H.20}$$

Seul l'écart transverse  $\delta z = z_1 - z_2$  entre en jeu dans cette équation. En intégrant cette variable :

$$R_j(L, \delta z) = 2\pi k^2 \int_{-\infty}^{+\infty} dk_z \int_0^L \text{sc}_j^2 \left( \frac{k_z^2 (L - x_0)}{2k} \right) \Phi_n(x_0, k_z) e^{ik_z \delta z} dx_0 \tag{H.21}$$

Le produit des termes en  $k_z$  de l'intégrale a une partie réelle paire et une partie imaginaire impaire donc on peut réduire l'intégrale en  $k_z$  à la partie positive en annulant la partie imaginaire et doublant la partie paire :

$$R_j(L, \delta z) = 4\pi k^2 \int_0^{\infty} dk_z \int_0^L \text{sc}_j^2 \left( \frac{k_z^2 (L - x_0)}{2k} \right) \Phi_n(x_0, k_z) \cos(k_z \delta z) dx_0 \tag{H.22}$$

Cette équation correspond aux deux premières équations de (4.23). L'expression donnée par T61 pour la corrélation transverse ne dépend pas du nombre de dimensions. Concernant la moyenne de la pression complexe, le facteur de décroissance exponentielle  $\gamma$  est défini dans T61 par la relation :

$$\gamma = \frac{R_1(L, 0) + R_1(L, 0)}{2L} \tag{H.23}$$

Les termes en  $\cos(k_z \delta z)$  valent 0, et la somme  $R_1(L, 0) + R_1(L, 0)$  fait apparaître  $\sin^2 + \cos^2$  qui vaut 1. Avec une turbulence homogène, l'expression de  $\gamma$  est simplement :

$$\gamma = 2\pi k^2 \int_0^{\infty} \Phi_n(k_z) dk_z \tag{H.24}$$

# Annexe I

## Les densités spectrales de champs turbulents 2D

Les densités spectrales de champs turbulents 3D sont bien connues dans la littérature. La turbulence 2D étant plus rare, les caractéristiques des densités spectrales sont moins connues. Cette annexe a pour objectif de rassembler et présenter le calcul des densités spectrales de champs 2D. En particulier, l'objectif est d'aboutir aux relations (4.5) et (5.3).

### Cas d'un champ scalaire

La densité spectrale d'un champ scalaire est définie dans le cas 3D telle qu'intégrée en multipliant par la surface d'une sphère de rayon  $\kappa$  on obtient la variance (Wilson 1998, son équation 12) :

$$\int_0^\infty \Phi(\kappa) 4\pi\kappa^2 d\kappa = \sigma^2 \quad (\text{I.1})$$

Par analogie avec la relation  $\int_0^\infty E(\kappa) d\kappa = \sigma^2/2$  il vient (Wilson 1998) :

$$\Phi(\kappa) = \frac{E(\kappa)}{2\pi\kappa^2} \quad (\text{I.2})$$

L'équivalent 2D est défini de la même manière. La différence se situe au niveau de l'intégrale de (I.1) où la multiplication se fait sur le périmètre d'un cercle de rayon  $\kappa$  (contre la surface d'une sphère de rayon  $\kappa$  en 3D). Ainsi :

$$\int_0^\infty \Phi(\kappa) 2\pi\kappa d\kappa = \sigma^2 \quad (\text{I.3})$$

Finalement :

$$\Phi(\kappa) = \frac{E(\kappa)}{\pi\kappa} \quad (\text{I.4})$$

### Cas d'un champ vectoriel

Pour le cas vectoriel il faut se référer à un ouvrage de référence (Batchelor 1953). Dans le cas 3D, selon l'auteur (ses équations 3.4.10, 3.3.5 et 2.4.7), les densités spectrales

$\Phi_{ij}$  d'un champ vectoriel non divergent sont telles que :

$$\Phi_{ij}(\vec{\kappa}) = A(\kappa)(\kappa_i\kappa_j - \delta_{ij}\kappa^2) \quad (\text{I.5})$$

où  $A(\kappa)$  est une fonction à déterminer et  $\delta_{ij}$  est le symbole de Kronecher. Le spectre énergétique  $E_v$  du champ vectoriel peut être obtenu à partir des  $\Phi_{ij}$  (ses équations 3.1.5, 3.1.2) :

$$E_v(\kappa) = \frac{1}{2} \iint (\Phi_{11} + \Phi_{22} + \Phi_{33})(\vec{\kappa}) dS(\kappa) \quad (\text{I.6})$$

où l'intégration est réalisée sur la surface d'une sphère de rayon  $\kappa$ . Cette équation se simplifie en :

$$E_v(\kappa) = \frac{1}{2}(-2\kappa^2 A(\kappa))(4\pi\kappa^2) = -4\pi\kappa^4 A(\kappa) \quad (\text{I.7})$$

La densité spectrale peut donc s'écrire en fonction du spectre énergétique uniquement, ce qui mène à la relation connue (Wilson 1998, éq. 16) :

$$\Phi_{ij}(\vec{\kappa}) = \frac{E_v(\kappa)}{4\pi\kappa^4}(\delta_{ij}\kappa^2 - \kappa_i\kappa_j) \quad (\text{I.8})$$

Le cas 2D présente une simple différence. L'équation (I.5) reste valide, mais l'intégration en (I.6) porte sur le périmètre d'un cercle de rayon  $\kappa$ . Ainsi :

$$E_v(\kappa) = \frac{1}{2} \int (\Phi_{11} + \Phi_{22})(\vec{\kappa}) dl(\kappa) = \frac{1}{2}(-\kappa^2 A(\kappa))(2\pi\kappa) = -\pi\kappa^3 A(\kappa) \quad (\text{I.9})$$

Et finalement :

$$\Phi_{ij}(\vec{\kappa}) = \frac{E_v(\kappa)}{\pi\kappa^3}(\delta_{ij}\kappa^2 - \kappa_i\kappa_j) \quad (\text{I.10})$$

# Annexe J

## Description du modèle Multiple Phase Screens

Dans cette annexe, le modèle *Multiple Phase Screens* (MPS) est présenté. Ce modèle est une implémentation efficace de l'équation parabolique (PE) en absence de réfraction moyenne. Cette méthode contient alors les mêmes limitations fréquentielles que la PE. Les simulations MPS ont été largement utilisées pour étudier la propagation du son en milieu aléatoire (par exemple dans Knepp 1983, Macaskill et Ewart 1984, Spivack et Uscinski 1989, Coles *et al.* 1995). Les champs acoustiques donnés par les simulations MPS ont été comparés à d'autres théories, d'autres modèles ou des données expérimentales avec un bon accord. Le modèle MPS est ainsi un modèle avéré.

Ce modèle permet le calcul du champ de pression acoustique par intégration pas-à-pas sur l'axe de propagation. La propagation à travers la turbulence est séparée en deux processus physiques indépendants. Premièrement, l'atmosphère turbulente est modélisée par plusieurs écrans séparés par une distance donnée  $dx$ . Comme les perturbations atmosphériques sont supposées petites, les effets de ces écrans sur le son qui les traverse se résument à un simple changement de phase (d'où le nom *phase screens*). En supposant un écran de phase à l'abscisse  $x$ , la pression acoustique complexe juste après l'écran de phase  $p(x^+)$  est reliée à la pression acoustique complexe juste avant l'écran de phase  $p(x^-)$  par la relation :

$$p(x^+, z) = p(x^-, z)e^{ikn(x,z)dx} \quad (\text{J.1})$$

où  $n$  est l'indice équivalent du milieu, équation (3.10). Le second processus physique est la propagation entre deux écrans de phase adjacents. Une propagation en champ libre est considérée (pas de turbulence). La pression acoustique complexe juste avant l'écran de phase suivant  $p(x+dx)$  est obtenue par application du facteur de propagation en champ libre  $\exp(iK^2dx/(2k))$  dans l'espace spectral transverse puis du facteur  $\exp(-ikdx)$  dans l'espace physique (Knepp 1983, Coles *et al.* 1995) :

$$p(x+dx, z) = \text{TF}^{-1} \left[ \text{TF}[p(x^+, z)](K) \cdot \exp\left(\frac{iK^2dx}{2k}\right) \right] (z) \cdot e^{-ikdx} \quad (\text{J.2})$$

où  $\text{TF}[p(x, z)](K)$  est la transformée de Fourier spatiale transverse de  $p(x, z)$  et  $\text{TF}^{-1}[p(x, K)](z)$  est la transformée de Fourier spatiale transverse inverse de  $p(x, K)$ . Ce second processus physique provoque des fluctuations en amplitude qui découlent des fluctuations en phase. La méthode MPS consiste donc en l'application successive

des équations (J.1) au niveau des écrans de phase, et (J.2) pour atteindre l'écran de phase suivant. Cette méthode est inconditionnellement stable, consistante, et convergente (Jenu et Bebbington 1994).

# Annexe K

## Liste des publications et communications

### Revue internationale avec comité de lecture

CHEINET, S., EHRHARDT, L., JUVÉ, D. et BLANC-BENON, P. (2012). Unified modeling of turbulence effects on sound propagation. *J. Acoust. Soc. Am.*, 132, 2198-2209.

EHRHARDT, L., CHEINET, S., JUVÉ, D. et BLANC-BENON, P. (2013). Evaluating a linearized Euler equations model for strong turbulence effects on sound propagation. *J. Acoust. Soc. Am.*, 133, 1922-1933.

### Congrès internationaux

EHRHARDT, L. et CHEINET, S. (2010). Développement et évaluation d'un code de propagation acoustique en domaine temporel. *10ème Congrès Français d'Acoustique*, Lyon (France).

EHRHARDT, L., CHEINET, S. et JUVÉ, D. (2011). Scattering of plane waves by local inhomogeneities and turbulent fluctuations : comparison between theory and time-domain computations. *14th Long Range Sound Propagation Symposium*, Baltimore (MD, USA).

EHRHARDT, L., CHEINET, S. et JUVÉ, D. (2012). Finite-Difference Time-Domain simulation of sound propagation through turbulent atmosphere. *Acoustics 2012 Hong Kong*, Hong Kong.

### Rapport et communications ISL (disponibles sur demande)

EHRHARDT, L. (2010). Modélisation en domaine temporel de la propagation acoustique : Bilan intermédiaire d'avancement de thèse. *NI-919/2010*.

EHRHARDT, L., et CHEINET, S. (2011). Modélisation de la propagation acoustique en domaine temporel : perturbation des ondes acoustiques par une fluctuation atmosphérique uniforme localisée. *R-119/2011*.

EHRHARDT, L., CHEINET, S., et JUVÉ, D. (2012). Time-Domain Modeling of Outdoor Sound Propagation. *PO-717/2012*.

NAZ, P., PORTAFAX, M., CHEINET, S., et EHRHARDT, L. (2012). Long-Distance Propagation of High-Level Impulsive Noises. *PO-705/2012*.



## AUTORISATION DE SOUTENANCE

Vu les dispositions de l'arrêté du 7 août 2006,

Vu la demande des Directeurs de Thèse

Monsieur D. JUVE et Monsieur S. CHEINET

et les rapports de

Monsieur R. MARCHIANO  
Professeur - Institut Jean le Rond d'Alembert (case 162) - Université Pierre et Marie Curie  
4 place Jussieu - 75252 PARIS cedex 05

Et de

Monsieur J. PICAUT  
Directeur de Recherche HDR - IFSTTAR Nantes - Route de Bouaye CS 4 - 44341 BOUGUENNAIS cedex

**Monsieur EHRHARDT Loïc**

est autorisé à soutenir une thèse pour l'obtention du grade de **DOCTEUR**

**Ecole doctorale MECANIQUE , ENERGETIQUE, GENIE CIVIL ET ACOUSTIQUE**

Fait à Ecully, le 22 février 2013

P/Le directeur de l'E.C.L.  
La directrice des Etudes

