Etudes expérimentales de l'instabilité dynamo : mécanismes de génération et saturation

Sophie Miralles

▶ **To cite this version:**

Sophie Miralles. Etudes expérimentales de l'instabilité dynamo : mécanismes de génération et saturation. Autre [cond-mat.other]. Ecole normale supérieure de lyon - ENS LYON, 2013. Français. NNT : 2013ENSL0841 . tel-00905076

HAL Id: tel-00905076

https://theses.hal.science/tel-00905076

Submitted on 15 Nov 2013

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

N° National de Thèse : 2013ENSL0841

ENS DE LYON

ED 52 - PHAST
Physique & Astrophysique de Lyon
Ecole doctorale

UNIVERSITÉ DE LYON

T H È S E

en vue de l'obtention du grade de

Docteur de l'Université de Lyon,
délivré par l'Ecole Normale Supérieure de Lyon

Discipline : PHYSIQUE

Laboratoire de Physique de l'ENS de LYON

Ecole Doctorale de Physique et d'Astrophysique de Lyon

Présentée et soutenue publiquement le 11 octobre 2013
par Madame Sophie MIRALLES

Études expérimentales de l'instabilité dynamo - Mécanismes de génération et de saturation

---

Thèse dirigée par Jean-François PINTON et co-encadrée par Nicolas PLIHON

Après l'avis de : Monsieur Henri-Claude NATAF
Madame Annick POUQUET

Devant la commission d'examen formée de :

Monsieur François CHARRU	-	*Examinateur*
Monsieur Frédéric MOISY	-	*Examinateur*
Monsieur Henri-Claude NATAF	-	*Rapporteur*
Monsieur Jean-François PINTON	-	*Directeur*
Monsieur Nicolas PLIHON	-	*Co-encadrant*
Madame Annick POUQUET	-	*Rapporteur*

Remerciements

Avant de décrire mes travaux scientifiques, je tiens à remercier toutes les personnes qui ont contribuer à faire tant de souvenirs inoubliables de ces 3 ans de thèse.

En premiers lieux, je souhaite remercier mes deux directeurs de thèse pour m'avoir initié aux expériences de MHD et aux mystères passionnants de la dynamo : Nicolas pour sa disponibilité, sa bonne humeur et ses conseils toujours avisés. Merci également à Jean-François d'être resté accroché à la science malgré ses responsabilités et d'avoir été toujours réactif et présent dans les moments critiques. Merci pour tous les bons moments, les bons mots et les discussions scientifiques que nous avons partagés.

Merci aussi aux "anciens" de la MHD qui ont travaillé avant moi sur ces manips "qui ne sont pas pour les filles" : Philippe, Mica, Romain et Gautier, qui m'ont fait profiter de leur expertise et qui ont tous plus ou moins arrêté de se salir avec des métaux liquides pour jouer avec des fluides dans lesquels on peut mesurer des choses.

Pendant ces 3 années, j'ai eu la chance de faire partie de la grande famille VKS et je tiens à remercier chaque membre ancien ou actuel de cette collaboration. Je remercie tout particulièrement André et Nicolas qui ont préparé et choyé la manip à Cadarache, avant et après que nous essayions de lui extirper tous ces secrets lors de nos séjours à Cadarache.
Les campagnes de mesures ont toujours été un plaisir et se déroulent toujours dans la bonne humeur et le Soleil du sud de la France. Je remercie tout particulièrement Jean, Johann, Christophe et Sébastien que je n'ai pas encore cités et avec qui j'ai eu l'occasion de maniper sur VKS.
Je remercie chaleureusement François et Bérengère pour leur soutien.

J'ai eu l'opportunité d'aller à Perm au début de ma thèse dans la cadre d'une collaboration avec l'équipe de Peter Frick. La découverte des laboratoires et des paysages russes restera gravée dans ma mémoire. Merci à Ruslan, Ilia et leurs familles de nous avoir accueillis si chaleureusement. C'est l'anniversaire que j'ai passé le plus loin de chez moi et je m'en souviendrai encore longtemps.

Réaliser de bonnes mesures n'est possible qu'avec un électronicien et un mécanicien hors du commun, c'est pourquoi je remercie Marius et Marc pour leur disponibilité, leur gentillesse et pour nous avoir aidé à "voir" dans les fluides opaques que sont le gallium et le sodium.

Un grand merci aux secrétaires du laboratoire Laurence, Laure, Nadine et Fatiha qui ont répondu à mes demandes avec une efficacité redoutable et une gentillesse exceptionnelle.

Les bons souvenirs ne se forgent pas en solitaire donc je remercie Fanny, Lionel, Nathanaël, Éléonore et Cyril pour toutes les discussions et pétages de plomb des pauses café. Merci également à Sylvain, Baptiste, Clémence, Maxime, Robin ainsi qu'à tous les membres du laboratoire avec qui j'ai interagi pour la bonne ambiance qui règne dans les équipes et dans le bureau.

Je ne peux faire des remerciements complets sans citer ma famille qui m'ont toujours soutenu sans comprendre beaucoup de choses à ce que je faisais. Merci à mes parents, mon frère Nicolas et ma future belle soeur Anne-Sophie.
Merci evidemment à celui qui m'a offert un rêve et sans qui je n'aurai certainement pas emprunté ce chemin qui nous a amené de Montpellier, à Lyon et bientôt à Zürich. Merci d'être toujours à mes côtés dans mes choix et de partager ma vie depuis plus de 10 ans.

Pour finir, je voudrais remercier mes rapporteurs Annick Pouquet et Henri-Claude Nataf pour leurs questions très pertinentes, leur rigueur et leur lecture attentive du manuscrit.
Je remercie également François Charru et Frédéric Moisy d'avoir accepté d'être examinateurs et pour leurs questions "naïves" mais evidemment très pertinentes.

There is a theory which states
that if ever anyone discovers exactly
what the Universe is for and why it is here,
it will instantly disappear
and be replaced by something
even more bizarre and inexplicable.

There is another which states
that this has already happened.

Douglas Adams

Table des matières

I Introduction : Mécanismes d'induction et effet dynamo **1**
- I.A Effet Dynamo . . . 4
  - I.A.1 Cadre de la magnétohydrodynamique . . . 4
  - I.A.2 Mécanismes d'induction . . . 7
  - I.A.3 Existence de dynamos solides et fluides . . . 10
- I.B Dynamos turbulentes : Ecoulements de von Kármán . . . 15
  - I.B.1 Ecoulement de von Kármán . . . 15
  - I.B.2 Dispositifs expérimentaux . . . 18
  - I.B.3 Mécanismes d'induction dans les écoulements de von Kármán 23
- I.C Dynamos dans les écoulements de von Kármán . . . 29
  - I.C.1 Dynamos cinématiques de Dudley James . . . 29
  - I.C.2 Optimisation des turbines : vers un seuil dynamo accessible . 30
  - I.C.3 VKS : Bifurcation et mécanismes de génération . . . 32
- I.D Présentation du travail de thèse . . . 37
  - I.D.1 Questions ouvertes, problématiques . . . 37
  - I.D.2 Plan du manuscrit . . . 38

II Expérience VKS : Estimation de seuils et bistabilité **41**
- II.A Introduction : l'expérience VKS de 2006 à 2010 . . . 42
  - II.A.1 Propriétés de la dynamo VKS en contra-rotation exacte . . . 42
  - II.A.2 Présentations des différentes campagnes . . . 50
- II.B Forçages asymétriques et régimes dynamiques . . . 53
  - II.B.1 Dynamos à forçage asymétrique, espace des paramètres . . . 53
  - II.B.2 Influence d'une brisure de symétrie de l'écoulement sur le champ dynamo . . . 54
  - II.B.3 Espace des paramètres normalisés : comparaison pales droites/ pales courbes . . . 56
  - II.B.4 Vers une dynamo sans fer en rotation ? . . . 59
- II.C Estimation des seuils de l'instabilité dynamo . . . 64
  - II.C.1 Temps de relaxation à partir d'un pulse de champ magnétique 67
  - II.C.2 Mesures d'induction : divergence de la susceptibilité . . . 73
  - II.C.3 Résultats pour les autres campagnes dynamos . . . 75
- II.D Influence des conditions aux limites sur l'estimation du seuil dans un écoulement de type s_2t_2 . . . 77
  - II.D.1 Configurations des campagnes étudiées . . . 77
  - II.D.2 Estimation des seuils des campagnes non dynamo . . . 79
- II.E Influence de l'écoulement : Forçage asymétrique et bistabilité . . . 87
  - II.E.1 Bistabilité hydrodynamique . . . 89
  - II.E.2 Bistabilité du champ dynamo . . . 94
  - II.E.3 Dynamique des bifurcations . . . 97
  - II.E.4 Conclusion . . . 99

II.F Conclusion sur l'expérience VKS 99

III Dynamo Synthétique de Bullard-von Kármán : Intermittence et saturation 105
III.A Dynamo de Bullard von Kármán 106
III.A.1 Bouclage Bullard-von Kármán 106
III.A.2 Configurations axiale et transverse 109
III.B Etude de la configuration axiale 111
III.B.1 Bifurcation 111
III.B.2 Caractérisation du régime intermittent 115
III.B.3 Réduction de la zone d'intermittence avec $B^{\max}$ 118
III.C Configuration Transverse : Saturation par la force de Lorentz 121
III.C.1 Etude de la bifurcation 121
III.C.2 Régime intermittent 123
III.C.3 Etude du régime saturé 127
III.C.4 Dynamo sous-critique 137
III.D Conclusion et comparaison avec la dynamo VKS 142

IV Instrumentation en métaux liquides : mesures de vitesse 145
IV.A Sonde de potentiel / Sondes Vives 146
IV.A.1 Principe 146
IV.A.2 Résultats 148
IV.A.3 Limitations 148
IV.B Sonde à distorsion magnétique 150
IV.B.1 Principe de la mesure 150
IV.B.2 Réalisation et validation du principe 152
IV.B.3 Limitations 155
IV.B.4 Conclusion 158
IV.C Vélocimétrie à effet Doppler 159
IV.C.1 Principe et dispositif de mesures 159
IV.C.2 Profils de vitesse dans un écoulement turbulent de gallium liquide 162
IV.C.3 Modifications des profils de vitesse en présence d'un fort champ magnétique 163
IV.C.4 Limitations 165
IV.D Conclusion sur les mesures de vitesse dans les métaux liquides . . . 166

V Conclusion générale 169

A Publications 171

Bibliographie 195

Chapitre I

Introduction : Mécanismes d'induction et effet dynamo

Sommaire

I.A Effet Dynamo 4
I.A.1 Cadre de la magnétohydrodynamique 4
I.A.2 Mécanismes d'induction 7
I.A.3 Existence de dynamos solides et fluides 10
I.B Dynamos turbulentes : Ecoulements de von Kármán . . . 15
I.B.1 Ecoulement de von Kármán 15
I.B.2 Dispositifs expérimentaux 18
I.B.3 Mécanismes d'induction dans les écoulements de von Kármán 23
I.C Dynamos dans les écoulements de von Kármán 29
I.C.1 Dynamos cinématiques de Dudley James 29
I.C.2 Optimisation des turbines : vers un seuil dynamo accessible 30
I.C.3 VKS : Bifurcation et mécanismes de génération 32
I.D Présentation du travail de thèse 37
I.D.1 Questions ouvertes, problématiques 37
I.D.2 Plan du manuscrit 38

Le champ magnétique terrestre est un objet d'étude depuis plusieurs siècles et son origine a posé et pose encore de nombreuses questions fondamentales. Les archéologues ont trouvé des traces de la connaissance du champ terrestre par l'homme remontant au premier siècle sur le continent chinois. Depuis lors, les navigateurs n'ont cessé d'utiliser ce savoir pour s'orienter. Les observations et mesures du champ magnétique à l'échelle de la planète débutent avec les voyages de Christophe Colomb qui rapporte que la déclinaison, c'est à dire l'angle que fait la composante horizontale du champ terrestre avec le pole Nord géographique, évolue avec le temps. La connaissance de l'évolution du champ magnétique pendant les cinq derniers siècles est faible en regard des échelles de temps géologiques de plusieurs millions d'années. Le paléomagnétisme permet de remonter à l'état du champ à la surface de la Terre sur des grandes échelles de temps. Lorsque les roches remontent à la surface par mouvements de convection, elles refroidissent et en se solidifiant, les corps ferromagnétiques présents dans la roche s'orientent dans la direction du champ magnétique qui l'environne et conservent cette orientation. En refroidissant, les roches passent leur température de Curie, température

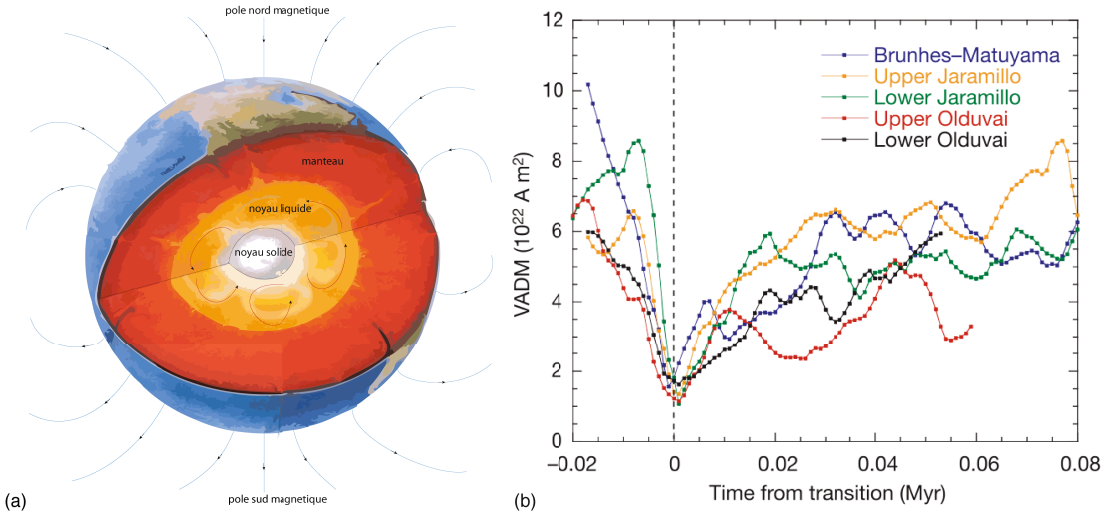

FIGURE I.1 – (a) Champ magnétique terrestre dipolaire. (b) Superposition des 5 inversions de polarité du champ magnétique terrestre au cours des deux derniers Ma [102].

à laquelle un corps peut devenir ferromagnétique. La prise d'échantillons sur l'ensemble de la surface de la planète nous offre une cartographie de l'orientation du champ terrestre au cours des derniers milliards d'années. Cela a permis de définir avec une meilleure précision la géométrie majoritairement dipolaire du champ terrestre comme on peut le voir sur la figure I.1 (a). Ces travaux ont révélé le comportement non stationnaire du champ terrestre, en particulier des changements de polarités (renversements) ou excursions (diminution vers 0 sans renversements). Ces inversions sont chaotiques et surviennent sur des temps caractéristiques de quelques millions d'années. La superposition des cinq derniers renversements, publié par Valet et al. ([102]), montre qu'ils suivent tous une trajectoire similaire et sont donc régis par le même mécanisme (figure I.1 (b)).

Parallèlement à l'évolution des techniques de mesure du champ terrestre et des autres champs planétaires et stellaires, les théories associées ont également connu un essor au cours des siècles. Les premières consistaient à considérer un aimant au centre de la Terre (Wiliam Gilbert, 1600). Cependant, aucun matériau ne peut avoir des propriétés ferromagnétique dans les conditions de pression et de température régnant au centre la Terre. D'autres théories ont avancé que le champ de la Terre provenait du champ magnétique fossile présent depuis la formation de l'Univers. Ce postulat est à évacuer aussi car le temps de diffusion d'un champ à l'échelle de la Terre est au plus de 15000 ans. L'âge de la planète étant très supérieur à cette valeur, il ne devrait plus exister de champ magnétique environnant la planète. Larmor, en 1919 ([45]), a été le premier à évoquer un effet dynamo liquide pour expliquer l'origine et l'auto-entretien du champ solaire. Plus tard, ces idées se sont imposées en tant que mécanisme du champ terrestre. On parle alors de géodynamo.

Il est communément admis depuis quelques dizaines d'années que le champ ma-

gnétique terrestre et certains champs de corps astrophysiques sont auto-entretenus par effet dynamo. Il s'agit d'une instabilité convertissant l'énergie cinétique des mouvements d'un fluide conducteur en énergie magnétique par la production de courants induits ([45], [52], [103]).
Des mouvements de convection turbulente animent le noyau liquide de la Terre (majoritairement composé de fer). Cet écoulement engendre un champ induit $\mathbf{B_1}$, qui est advecté pour donner naissance à un champ $\mathbf{B_2}$, puis $\mathbf{B_3}$ etc... Le champ résultant $\mathbf{B_{tot}} = \sum_{i=1}^{N} \mathbf{B_i}$ qui est la somme de toutes les contributions induites peut s'auto-entretenir si son amplitude est suffisante pour excéder la dissipation Joule. Afin de comprendre comment interagissent ces différentes contributions, plusieurs points de vue sont développés. D'une part, les observations et mesures du champ terrestre et des autres champ astrophysiques connus sont réalisées avec de plus en plus de précisions à l'aide de données satellitaires et permettent de remonter au champ magnétique à la surface du noyau [26] puis de reconstruire le champ de vitesse dans le noyau liquide. On introduit, en géométrie sphérique ou cylindrique, une décomposition du champ magnétique en deux termes $\mathbf{B} = \mathbf{B_P} + \mathbf{B_T}$ où $\mathbf{B_P} = B_r\mathbf{e_r} + B_\psi\mathbf{e}_\psi$ est nommé le champ poloidal et $\mathbf{B_T} = B_\phi\mathbf{e}_\phi$ le champ toroïdal (voir figure I.2). D'autre

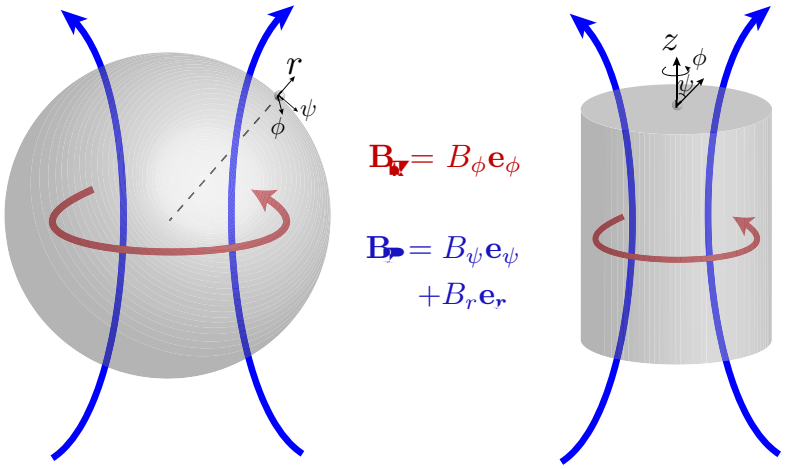

FIGURE I.2 – Champ poloidal et toroidal en géométrie sphérique et cylindrique. Le vecteur $\mathbf{e}_\phi$ est dans la direction du vecteur rouge (vecteur qui ne sort pas de la sphère ou du cylindre) et le vecteur $\mathbf{e}_\psi$ de latitude. voir base sur les schémas.

part, des études en laboratoire sont menées car l'observation expérimentale de dynamos turbulentes est un point clé de la compréhension du phénomène même si cela est impossible de le reproduire avec des paramètres de l'ordre de grandeurs de ceux des corps astrophysiques. Nous proposons, dans ce manuscrit, d'aborder quelques aspects de l'instabilité dynamo d'un point de vue expérimental.

I.A Effet Dynamo

I.A.1 Cadre de la magnétohydrodynamique

I.A.1.1 Equations de la MHD

Les lois de l'électromagnétisme et l'équation de Navier Stokes couplent le champ magnétique et le champ de vitesse dans le cadre de la magnétohydrodynamique en métaux liquides. Dans ce contexte, les équations de Maxwell régissant le champ magnétique $\mathbf{B}$ et le champ électrique $\mathbf{E}$ dans un milieu homogène, s'écrivent :

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0} \tag{I.1}$$
$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \tag{I.2}$$
$$\nabla \times \mathbf{E} = -\partial_t \mathbf{B} \tag{I.3}$$
$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j} + \varepsilon_0 \mu_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} \tag{I.4}$$

où ρ est la densité volumique de charges et $\mathbf{j}$ la densité de courant dans un milieu conducteur. Les courants de déplacements $\varepsilon_0 \partial_t \mathbf{E}$ présents dans l'équation de Maxwell-Ampère (I.4) sont négligeables dans les métaux liquides dans le cadre de la limite non relativiste. Cette approximation MHD est aussi utilisée dans les plasmas pour décrire des phénomènes lents à grande échelle. La densité de courant est régie par la loi d'Ohm qui, pour un conducteur animé d'une vitesse $\mathbf{u}$ s'exprime :

$$\mathbf{j} = \sigma(\mathbf{E} + \mathbf{u} \times \mathbf{B}) \tag{I.5}$$

où σ est la conductivité électrique du milieu.
Le rotationnel de l'équation (I.4) amène à la formulation suivante :

$$\nabla \times (\nabla \times \mathbf{B}) = \nabla(\nabla \cdot \mathbf{B}) - \nabla^2 \mathbf{B} = \nabla \times \mu_0 \mathbf{j}$$

qui se simplifie grâce à l'équation de Maxwell-flux (I.2) et le rotationnel de la loi d'Ohm (I.5) pour un fluide homogène de conductivité σ et de perméabilité μ_0 constants :

$$-\nabla^2 \mathbf{B} = \mu_0 \sigma (\nabla \times \mathbf{E} + \nabla \times (\mathbf{u} \times \mathbf{B}))$$

La dernière étape consiste à injecter l'équation de Maxwell-Faraday (I.3) pour obtenir l'équation d'induction régissant l'évolution temporelle du champ dans un fluide conducteur :

$$\partial_t \mathbf{B} = \nabla \times (\mathbf{u} \times \mathbf{B}) + \lambda \nabla^2 \mathbf{B} \tag{I.6}$$

avec $\lambda = \dfrac{1}{\mu_0 \sigma}$ la diffusivité magnétique caractérisant le fluide. Deux termes sont en compétition dans l'évolution temporelle de $\mathbf{B}$: un terme source et un terme de

dissipation $\lambda\nabla^2\mathbf{B}$. Ainsi, le champ $\mathbf{B}$ connait une croissance temporelle, nécessaire à l'observation de l'effet dynamo, si le terme source $\nabla \times (\mathbf{u} \times \mathbf{B})$ est grand devant le terme de diffusion du champ.
Pour un champ de vitesse donné, l'équation d'induction se comporte comme une équation de diffusion avec un terme source. Si celui-ci est grand devant le terme de dissipation alors le champ croit exponentiellement. Dans les systèmes réels fluides, un processus de saturation limite l'amplitude du champ par la modification du champ de vitesse causée par la force de Lorentz. A l'image de la loi de Lenz, le champ magnétique s'oppose aux processus qui lui a donné naissance en modifiant la topologie du champ de vitesse. Celui-ci est alors moins favorable à la génération de courants induit et de champ magnétique. L'amplitude du champ dynamo cesse d'augmenter ; on parle de saturation.

Le champ de vitesse, soumis à un champ $\mathbf{B}$, vérifie l'équation de Navier Stokes complétée de la force volumique de Lorentz-Laplace :

$$\rho(\partial_t \mathbf{u} + (\mathbf{u} \cdot \nabla)\mathbf{u}) = -\nabla P + \eta\nabla^2\mathbf{u} + \mathbf{j} \times \mathbf{B} + \mathbf{f} \tag{I.7}$$

où P est la pression et $\mathbf{f}$ contient les forces volumiques s'appliquant éventuellement sur le fluide (gravité, Coriolis, ...) ainsi que des effets de conditions aux limites comme des variations de conductivité ou de perméabilité aux parois.

I.A.1.2 Paramètres de l'instabilité

La description du problème se fait à travers plusieurs grandeurs sans dimension dépendant du nombre d'unités physiques et du nombre de paramètres indépendants du système (théorème de Vashy-Buckingham). Plusieurs alternatives sont possibles, nous ferons le choix de trois paramètres sans dimension indépendants et apparaissant dans les équations d'induction et de Navier Stokes en adimensionalisant l'échelle de longueur, la vitesse et le champ magnétique.

L'adimensionalisation de l'équation d'induction fait apparaitre un nombre sans dimension jouant le rôle de paramètre de contrôle pour l'instabilité dynamo.

$$\partial_{t^*}\mathbf{B}^* = \nabla^* \times (\mathbf{u}^* \times \mathbf{B}^*) + Rm^{-1}\nabla^{*2}\mathbf{B}^* \tag{I.8}$$

où $t^* = t/t_H$ ($t_H = L/U_0$ le temps hydrodynamique). Rm est le nombre de Reynolds magnétique :

$$Rm = \frac{U_0 L}{\lambda} = \mu_0 \sigma L U_0 \tag{I.9}$$

dépendant des propriétés du fluide, de la taille de l'expérience et de la vitesse du fluide. Rm quantifie la compétition entre les termes d'induction magnétique et de dissipation. Le champ magnétique $\mathbf{B}$ croit au delà d'un certain seuil $Rm > Rm_c$ à travers une instabilité convertissant l'énergie cinétique (terme source $\nabla \times (\mathbf{u} \times \mathbf{B})$)

en énergie magnétique. Rm_c est le nombre de Reynolds magnétique critique au delà duquel le taux de croissance de l'instabilité dynamo est positif et le champ se développe. Des arguments basés sur des raisonnements énergétiques donnent une limite basse égale à π^2 pour ce nombre critique ([6], [103]).

L'adimensionalisation de l'équation de Navier Stokes fait apparaitre plusieurs nombres sans dimension.

$$\partial_{t^*}\mathbf{u}^* + (\mathbf{u}^* \cdot \nabla^*)\mathbf{u}^* = -\frac{1}{\rho}\nabla^* P^* + Re^{-1}\nabla^{*2}\mathbf{u}^* + N\mathbf{j}^* \times \mathbf{B}^* \tag{I.10}$$

Le nombre de Reynolds cinétique $Re = \dfrac{U_0 L}{\nu}$ (où $\nu = \eta/\rho$) rapport de l'advection sur la dissipation visqueuse. Le rapport des nombres de Reynolds magnétique et cinétique ne dépend que des propriétés du fluide, c'est le nombre de Prandtl magnétique :

$$Pm = \frac{Rm}{Re} = \frac{\nu}{\lambda} \ll 1 \tag{I.11}$$

Pour les métaux liquides, $Pm \ll 1$, typiquement 10^{-6}. Ainsi, pour que le nombre de Reynolds magnétique soit de l'ordre de quelques dizaines ou quelques centaines, le nombre de Reynolds cinétique doit être grand, impliquant que les écoulements pouvant soutenir un champ dynamo sont turbulents. Dans ce cas, le terme dominant dans l'équation de Navier-Stokes est le terme d'advection $(\mathbf{u} \cdot \nabla)\mathbf{u}$. On définit le paramètre d'interaction :

$$N = \frac{|\mathbf{j} \times \mathbf{B}|}{|\rho(\mathbf{u} \cdot \nabla)\mathbf{u}|} \tag{I.12}$$

le rapport entre le terme de force de Lorentz et l'advection. Lorsque $N \ll 1$ alors le champ de vitesse n'est pas affecté par la présence du champ magnétique ; c'est la limite cinématique. Lorsque $N \gg 1$, le champ magnétique est suffisamment intense pour que les courants circulant dans le fluide affectent le champ de vitesse (dans les cas que nous allons étudier le fluide sera ralenti mais il peut exister des situations où le fluide est accéléré par la force de Lorentz).

L'ordre de grandeur des nombres de Reynolds magnétique pour plusieurs objets sont répertoriés sur le tableau I.1.

Nb adim.	Expériences	Noyau terrestre	Soleil
Rm	~ 50	10^3	10^8
Pm	$\sim 10^{-6}$	10^{-6}	10^{-2}

TABLE I.1 – Ordre de grandeur des nombre de Reynolds magnétique et Prandtl magnétique pour les expériences et pour des corps astrophysiques.

Afin de comprendre comment le champ $\mathbf{B}$ interagit avec l'écoulement, on réécrit le terme rotationnel de l'équation d'induction (I.6) (et comme $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$) :

$$\partial_t \mathbf{B} = (\mathbf{B} \cdot \nabla)\mathbf{u} - (\mathbf{u} \cdot \nabla)\mathbf{B} + \lambda \nabla^2 \mathbf{B} \tag{I.13}$$

faisant apparaitre que le champ magnétique est advecté par les gradients de vitesse dans la direction du champ. Un des moyens de comprendre ces interactions est d'analyser la réponse magnétique induite B^I à un champ appliqué B^A advecté par un écoulement $\mathbf{u}$. On parlera alors de mécanismes d'induction.
Les différents problèmes traités dans ce manuscrit peuvent être classés en fonction des valeurs des paramètres sans dimension mentionnés plus haut :
- les problèmes d'induction à champ appliqué faible pour lesquels $Rm \sim 1$ et $N \ll 1$. Le but est de mesurer la réponse magnétique du système à un champ appliqué constant et homogène. Le terme source dans l'équation d'induction se simplifie en un terme de transport de ligne de champ magnétique par les gradients de vitesse de l'écoulement $(\mathbf{B} \cdot \nabla)\mathbf{u}$. Le champ imposé est suffisamment faible pour ne pas rétro-agir sur l'écoulement à travers les courants induits par les forces de Lorentz. C'est le cadre de travail des dynamos cinématiques pour lesquelles le champ de vitesse est imposé. L'équation d'induction est alors un problème linéaire en B, dans lequel on cherche les éléments propres du système. Dans les simulations numériques, la détermination des valeurs propres les plus positives, pour chaque champ de vitesse imposé, donne le seuil et le taux de croissance du champ magnétique.
- les problèmes d'induction à champ appliqué élevé où la force de Lorentz modifie l'écoulement ($Rm \sim 1$ et $N \sim 1$). C'est de cette manière que l'on aborde les non linéarités provenant de la rétro-action des forces de Lorentz sur l'écoulement.
- les systèmes dynamos. Au voisinage du seuil, $Rm \gg 1$ et $N \ll 1$. Tandis que le champ croit, le paramètre d'interaction augmente et atteint 1 à la saturation ($Rm \gg 1$ et $N \sim 1$). On se focalisera sur ces systèmes à travers plusieurs expériences.
- le cadre de la turbulence MHD ($Rm \gg 1$ et $N \gg 1$) approprié pour les systèmes astrophysiques et qui sort de l'étude présente.
- la métallurgie ($Rm \sim 0$ et $N \gg 1$) avec les coulées continues de métaux liquides et leur solidifications en présence de champ magnétique de grande amplitude ; cela sort également du cadre de ce travail.

I.A.2 Mécanismes d'induction

Dans un premier temps, on analyse le transport des lignes de champ magnétique par des champs de vitesse simple comme un cisaillement ou un écoulement hélicitaire à $Rm < 1$ en champ appliqué constant et homogène.

I.A.2.1 Cisaillement et effet ω

On suppose — et cela reste vrai quelque soit le système considéré dans ce manuscrit — que le champ induit reste faible devant le champ appliqué ($B^I \ll B^A$).
Pour un champ stationnaire (et tel que $\Delta \mathbf{B^A} = 0$), l'équation d'induction se réduit à :

$$(\mathbf{B^A} \cdot \nabla)\mathbf{u} - (\mathbf{u} \cdot \nabla)\mathbf{B^A} - \lambda \Delta \mathbf{B^I} = 0 \tag{I.14}$$

Un champ appliqué uniforme $\mathbf{B^A} = B_0 \hat{\mathbf{y}}$ soumis à un champ de vitesse de cisaillement $u_0 y \hat{\mathbf{x}}$ induit une composante vérifiant $B_0 \partial_y (u_0 y) = -\lambda \Delta B_x^I$. Le champ total $\mathbf{B} = \mathbf{B^A} + \mathbf{B^I}$ est donc de la forme :

$$\begin{pmatrix} -\Delta^{-1}(\frac{1}{\lambda} B_0 u_0) \\ B_0 \end{pmatrix}$$

Ainsi, une composante de champ en x est créée à partir d'une composante en y. Une représentation simple de ce processus est donné figure (I.3). En considérant un milieu de conductivité infinie, les lignes de champ vérifient une équation de ligne matérielle. Les lignes de champ sont ainsi transportées comme n'importe quelle ligne matérielle. Ainsi un champ vertical soumis à un champ de vitesse variable, uniformément cisaillé et horizontal est advecté et le champ résultant est la somme d'une composante appliquée verticale et d'une composante induite horizontale.
Ce processus est linéaire en Rm pour un champ magnétique faible.

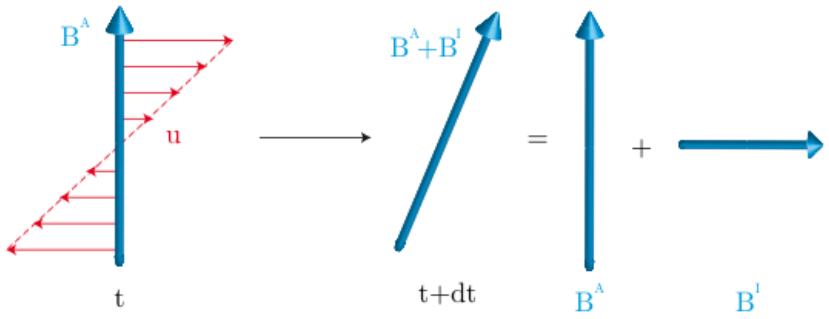

FIGURE I.3 – Advection d'un champ uniforme par un champ de vitesse de cisaillement. Une composante induite horizontale est créée à partir d'une composante induite verticale. ([104])

Lorsque le cisaillement est le lieu d'un gradient de vitesse azimutale en coordonnées sphériques ou cylindriques alors ce mécanisme d'induction est appelé effet ω et va être primordial dans les différentes expériences que

nous étudierons au cours de ce manuscrit. Ce processus permet d'induire par exemple, une composante toroïdale à partir d'une composante de champ poloidale.

I.A.2.2 Hélicité et effet α

Il est nécessaire, pour comprendre l'origine du second mécanisme présenté ici, d'introduire la théorie de champ moyen dynamo (MFDT) ([93]). Décomposons les champs magnétique et de vitesse en une partie moyenne et une partie fluctuante : $\mathbf{B} = \overline{\mathbf{B}} + \mathbf{b}'$ et $\mathbf{u} = \overline{\mathbf{U}} + \mathbf{u}'$ (avec $\overline{x'} = 0$), on obtient l'équation d'induction suivante :

$$\partial_t \overline{\mathbf{B}} = \nabla \times (\overline{\mathbf{U}} \times \overline{\mathbf{B}}) + \nabla \times (\overline{\mathbf{u}' \times \mathbf{b}'}) + \lambda \nabla^2 \overline{\mathbf{B}} \tag{I.15}$$

Le terme faisant intervenir les fluctuations $\varepsilon = \overline{\mathbf{u}' \times \mathbf{b}'}$ est une force électromotrice supplémentaire. En faisant appel à une hypothèse de séparation d'échelle entre les fluctuations de champ $\mathbf{b}'$ et le champ moyen $\overline{\mathbf{B}}$, on peut faire un développement de Taylor du terme $\overline{\mathbf{u}' \times \mathbf{b}'}$ en considérant le paramètre $\left| \frac{\mathbf{b}'}{\overline{\mathbf{B}}} \right|$ petit. Ainsi $\varepsilon_i = a_{ij} \overline{B_j} + b_{ijk} \nabla_k \overline{B_j} + ...$, avec a_{ij} et b_{ijk} des tenseurs – dépendants de manière inconnue – de $\overline{\mathbf{U}}$ et de $\mathbf{u}'$. On suppose que ce sont des scalaires si le champ de vitesse a des statistiques de turbulence homogène et isotrope. Alors $a_{ij} = \alpha \delta_{ij}$ et $b_{ijk} = -\beta \varepsilon_{ijk}$.
L'équation d'induction peut se réécrire :

$$\partial_t \overline{\mathbf{B}} = \nabla \times (\overline{\mathbf{U}} \times \overline{\mathbf{B}}) + \alpha(\nabla \times \overline{\mathbf{B}}) + (\lambda + \beta) \nabla^2 \overline{\mathbf{B}} \tag{I.16}$$

Le terme $\alpha(\nabla \times \overline{\mathbf{B}})$ appelé effet α créé une force électromotrice alignée dans la direction du champ $\overline{\mathbf{B}}$ et le terme $\beta \nabla^2 \overline{\mathbf{B}}$ s'interprète comme une amplification de la diffusivité magnétique et s'associe à $\lambda \nabla^2 \overline{\mathbf{B}}$.

Concrètement, le terme α est lié à l'hélicité d'un écoulement $H = \mathbf{u} \cdot (\nabla \times \mathbf{u})$ ([65], [40]). Regardons comment une ligne de champ est advectée par un écoulement hélicitaire.
Un champ uniforme $\mathbf{B^A}$ est soumis à un écoulement hélicitaire que l'on peut décomposer en une partie de vitesse axiale (translation) et une partie en rotation autour de l'axe. De la même manière que pour le cisaillement, le transport des lignes de champ peut être vu comme le transport d'une ligne matérielle dans un milieu de conductivité infinie. Le champ est advecté par la partie axiale de la vitesse (créant une composante horizontale) puis la rotation créé une boucle de champ, couplée à un vecteur densité de courant $\mathbf{j}$ parallèle à la direction du champ initial (voir figure I.4).
Lorsque cet effet implique les fluctuations de vitesse, les tourbillons aux plus petites échelles sont des lieux d'hélicité locale ; il est appelé effet α . On parle d'effet Parker lorsque ce mécanisme (décrit sur la figure I.4) implique un écoulement hélicitaire moyen à grande échelle (par exemple la rotation d'une turbine dans un cylindre).

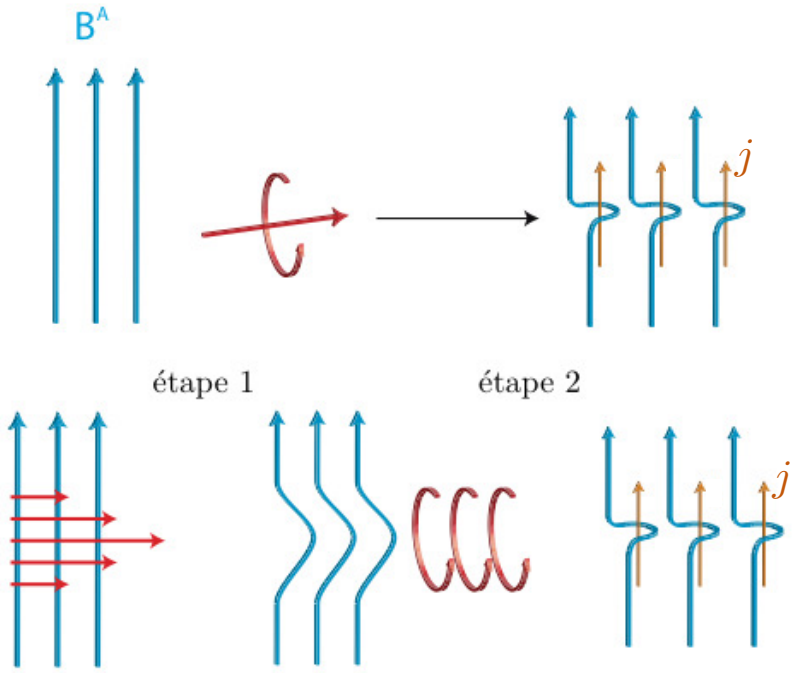

FIGURE I.4 – Effet Parker créant une densité de courant **j** parallèle au champ initial à partir d'un champ de vitesse hélicitaire. ([104]) En haut : Processus général. En bas : décomposition du processus en deux étapes. Le champ de vitesse (cisaillement) créé une composante induite perpendiculaire au champ initial (dans le plan). Puis le champ de vitesse (rotation) créé une boucle de champ, induisant un courant parallèle au champ initial.

Le mécanisme est proportionnel à Rm^2 car il est le produit de deux étapes faisant intervenir le champ de vitesse, chacune linéaire en Rm.
Nous avons illustré ici cet effet en géométrie simplifiée mais dans des écoulements plus complexes, on peut imaginer qu'à partir d'un champ toroïdal, un écoulement hélicitaire engendre par effet α un courant toroïdal induisant une composante de champ poloidale. Identiquement un champ poloidal couplé à des structures hélicitaires dont l'axe est perpendiculaire au champ, peut induire une composante toroïdale.

Nous passons maintenant en revue quelques exemples de dynamos solides et fluides à la lumière de ces mécanismes d'induction.

I.A.3 Existence de dynamos solides et fluides

I.A.3.1 Dynamo solides

Dynamo disque de Bullard Il s'agit d'un disque conducteur en rotation autour d'un axe (voir figure I.5) capable d'amplifier un champ magnétique à partir

d'un faible champ ambiant initial ([15]). Une gradient de potentiel $\nabla V = \mathbf{u} \times \mathbf{B}$ est créée entre le centre et le bord d'un disque tournant à la vitesse $\mathbf{u} = R\Omega\hat{\theta}$ dans un champ magnétique vertical $\mathbf{B} = B_0\hat{\mathbf{z}}$. L'expression de la différence de potentiel entre le bord et le centre est : $V_e - V_0 = B_0 R^2\Omega/2$. Un circuit électrique fixe muni d'un contact tournant balaie le bord du disque et le connecte à l'axe vertical. La géométrie de ce circuit électrique est telle qu'il forme une spire autour de l'axe du disque. Le courant circulant dans le circuit, induit un champ magnétique vertical dans le même sens que le champ original (si l'enroulement possède la bonne orientation) $B = \mu_0 I/2R$. L'équation électrique de la spire de résistance r est la suivante : $V - \dfrac{d\phi_B}{dt} = rI$. En combinant ces équations, on obtient l'évolution temporelle du champ magnétique B :

$$\frac{dB}{dt} = \left(\frac{\Omega}{2\pi} - \frac{2r}{\mu_0 \pi R}\right) B \tag{I.17}$$

Le champ magnétique vertical est exponentiellement croissant si l'induction est prépondérante devant la dissipation, pour une vitesse de rotation du disque supérieure à Ω_c telle que : $\Omega_c = \dfrac{4r}{\mu_0 R}$.

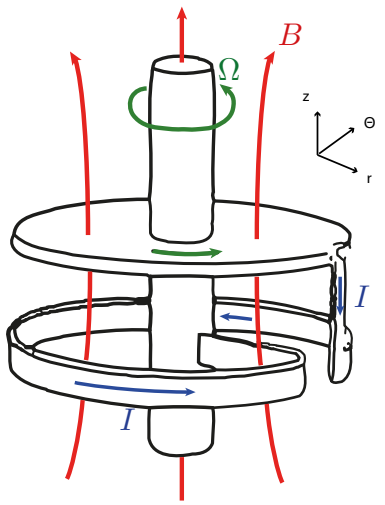

FIGURE I.5 – Dynamo disque de Bullard ([15])

Au-delà de la valeur critique de la fréquence de rotation du disque, un champ magnétique croît et s'auto-entretient. La géométrie du champ magnétique est totalement contrainte par l'orientation de la spire. Le champ dynamo sera dans la direction $\pm\hat{\mathbf{z}}$ déterminée par le sens de rotation du disque et l'orientation de la spire. Les deux polarités sont solutions de l'équation du champ magnétique mais il n'est cependant pas possible d'observer des inversions de champ pour un sens de rotation du disque donné. Si $\Omega > \Omega_c$, les solutions de l'équation I.17 sont des exponentielles croissantes et le champ tend vers l'infini si on ne considère aucun mécanisme de saturation (on parle alors de dynamos cinématiques pour lesquelles

la vitesse est considérée comme imposée et fixe). Il existe un mécanisme limitant l'amplitude du champ auto-entretenu. Dans une géométrie aussi contrainte que celle du disque homopolaire, la seule façon de limiter l'induction est de diminuer la vitesse de rotation du disque par l'action de la force de Lorentz $\mathbf{F_L} = \mathbf{j} \times \mathbf{B} = -jB\hat{\theta}$ qui s'oppose au mouvement. Si la rotation du disque est contrôlée en couple, l'amplitude du champ sera limitée par le ralentissement de la rotation du disque.
Le concept de la dynamo disque de Bullard montre que l'auto-entretien d'un champ magnétique est envisageable. La géométrie contrainte des courants et du champ impose que le champ ne puisse avoir qu'une seule polarité. Pour accéder à un champ ayant une dynamique, il faut coupler deux dynamos homopolaires de ce type, c'est la dynamo imaginée par Rikitake ([83]) qui ne sera pas décrite ici, mais dont les courants sont également contraints à parcourir les spires.

Dynamo de Lowes & Wilkinson Un autre exemple de dynamo solide, dont la géométrie des courants est moins contrainte est la dynamo de Lowes & Wilkinson [47].
Deux cylindres ne fer dont les axes forment un angle de 90° sont mis en rotation à l'aide de moteurs. Ils sont plongés dans un milieu conducteur (matrice solide du même matériau avec une couche de mercure liquide assurant le contact électrique entre les parties mobiles et fixes) voir figure I.6. La rotation du cylindre 1 en présence d'un champ axial (le long de l'axe du cylindre 1), engendre un champ induit azimutal par effet ω à cause de la différence de vitesse entre l'extrémité du cylindre et la matrice solide. La disposition géométrique des cylindres implique que le champ azimutal pour le cylindre 1 est un champ axial pour le cylindre 2. Par le même processus, la rotation du cylindre 2 engendre par effet ω un champ azimutal (axial pour le cylindre 1). La rotation des deux cylindres permet l'auto-entretien d'un champ magnétique. Le mécanisme de cette dynamo est qualifié de ω^2 car il fait intervenir deux fois l'effet ω [47].

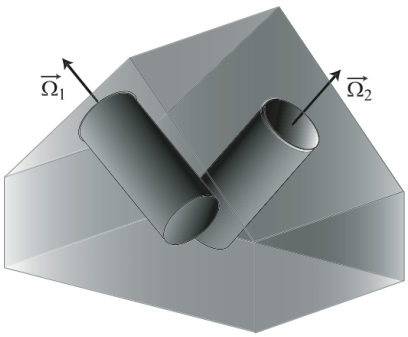

FIGURE I.6 – Dynamo de Lowes and Wilkinson ([47]) Les deux cylindres dont les axes sont à 90° induisent par leur rotation un champ azimutal vu comme un champ axial par l'autre cylindre.

I.A.3.2 Dynamo fluides

Les premières preuves expérimentales d'existence de dynamos fluide ont été réalisées au début des années 2000 à Riga et à Karlsruhe dans deux dispositifs utilisant du sodium liquide circulant dans des conduites (dynamos contraintes). La dynamo de Riga (Lettonie) s'inspire de l'écoulement modèle de Ponomarenko qui possède un champ de vitesse $\mathbf{u} = r\Omega\hat{\theta} + U\hat{\mathbf{z}}$ à l'intérieur d'un cylindre et $\mathbf{u} = \mathbf{0}$ à l'extérieur du cylindre (voir figure I.7). L'expérience de Riga propulse à l'aide d'une hélice du sodium liquide dans un cylindre de 3 mètres de hauteur, puis le fluide recircule dans un second cylindre concentrique au premier. Le seuil dynamo est franchi pour $Rm_c = 17.7$. Le champ dynamo n'est pas stationnaire ; il oscille à une fréquence d'environ 1 Hz et possède une direction axiale en moyenne. L'écoulement est fortement hélicitaire et le cisaillement de vitesse azimutale entre le bord interne et externe du cylindre concentre le champ magnétique à cet endroit par effet ω. L'écoulement possède un nombre de Reynolds cinétique élevé (10^5) mais un taux de fluctuations 8% seulement ([28])). Un troisième cylindre concentrique permettant d'avoir une couche de sodium au repos entourant l'écoulement, abaisse la valeur critique de l'instabilité. Le seuil et le taux de croissance expérimentaux sont en bon accord avec les prédictions numériques. Le champ magnétique est auto-entretenu par un mécanisme $\alpha\omega$.

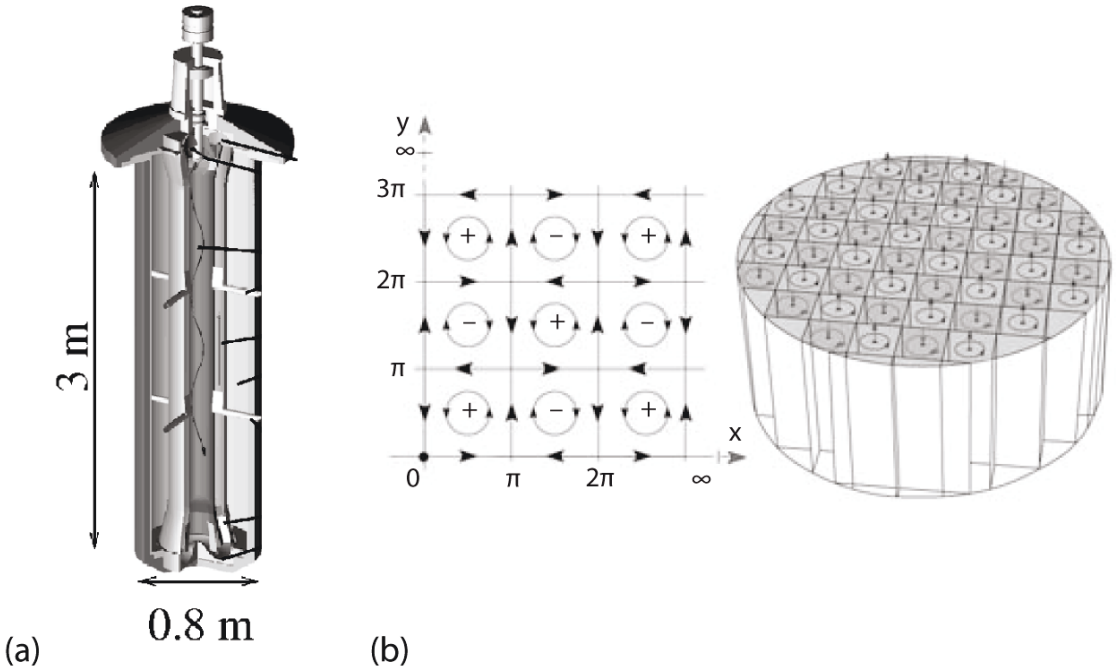

FIGURE I.7 – (a) Dispositif expérimental de la dynamo de Riga [28]. (b) Modèle d'écoulement et dispositif expérimental de la dynamo de Karlsruhe [56]

La dynamo de Karlsruhe reprend l'écoulement modèle de G.O Roberts ([84],

[85]) (dont le champ de vitesse est $\mathbf{u} = (\cos y, \sin x, \sin y + \cos x)$ qui vérifie $\nabla \times \mathbf{u} = \mathbf{u}$, indépendant de la coordonnée z et illustré figure I.7 b) en agençant une série de conduites composée d'un cylindre vertical entouré d'un cylindre externe (voir figure I.7 b). Chaque conduite est munie de guide en spirale qui produit un écoulement de sodium hélicitaire. Les conduites sont disposées de manière à ce que l'hélicité conserve le même signe d'un tube à l'autre (mais la composante axiale est inversée, voir figure I.7(b)). Lorsque le sodium est mis en mouvement par des pompes électromagnétiques dans le dispositif, il apparait un champ magnétique grande échelle transverse et stationnaire engendrée par l'écoulement à l'échelle des conduites. Cette séparation d'échelle a été prédite par ([101]) avec des travaux numériques. Le seuil de l'instabilité calculé sur la taille de toute l'expérience est assez bas $Rm_c \sim 9$. Le fluide est laminaire et fortement contraint. Le mécanisme de génération est α^2.

Le dernier dispositif expérimental ayant à ce jour montré un effet dynamo non contraint est l'expérience *von Kármán Sodium* (VKS) à laquelle j'ai pu participé au cours de ma thèse. Il s'agit d'un écoulement de sodium liquide turbulent ($Re > 10^6$ avec un taux de fluctuation élevé ~ 1) engendré par la contra-rotation de deux disques en fer munis de pales (voir schéma figure I.8). Le champ magnétique est statistiquement stationnaire lorsque les deux turbines tournent à la même fréquence tandis que lorsque le forçage est asymétrique, une variété de régimes dynamiques apparait comme des renversements chaotiques, des oscillations périodiques, des bouffées, etc... [55], [7]. Les détails de ces régimes seront donnés dans une autre section. Nous soulignons ici que les conditions aux limites ferromagnétiques dans l'expérience VKS sont essentielles à l'observation du champ dynamo ; nous reviendrons sur ce que cela implique dans différentes sections dans la suite de ce manuscrit.

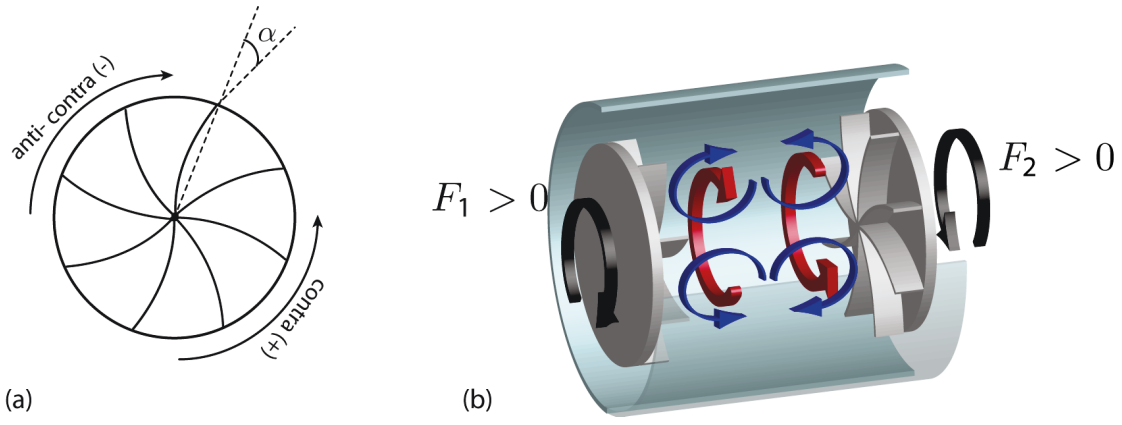

FIGURE I.8 – (a) Schéma des turbines TM73 ; l'angle de courbure α est de 24°. (b) Ecoulement moyen de von Kármán. Les cellules toroïdales sont en rouges et les cellules poloidales sont indiquées en bleu.

I.B Dynamos turbulentes : Ecoulements de von Kármán

I.B.1 Ecoulement de von Kármán

Les écoulements de von Kármán sont privilégiés dans l'étude expérimentale des dynamos car l'écoulement moyen possède les bons ingrédients géométriques, favorables aux mécanismes d'induction (cisaillement, hélicité), un taux de fluctuations élevé et ont été l'objet (et le sont toujours) de nombreuses études dans des prototypes en eau (à Saclay [77], [53], à Pampelune [16], à Paris [60]).

I.B.1.1 Ecoulement moyen

Les écoulements de von Kármán sont engendrés par la rotation de deux turbines coaxiales dans une enceinte cylindrique remplie de fluide comme illustré sur le schéma (I.8 b). La géométrie des turbines définit le détail des propriétés statistiques de l'écoulement. Plusieurs jeux de turbines ont été testées dans les expériences en eau. Dans les écoulements étudiés dans ce manuscrit, les turbines sont des disques pleins munis de 8 pales soit courbes, soit droites (précisé dans chaque configuration). Typiquement, les turbines à pales courbes ont un angle α de 24° (voir schéma I.8) On les nomme TM73 (pour *turbines métalliques* suivi d'un numéro d'identification). La courbure des pales implique que les deux sens de rotation possibles ne sont pas équivalents. Nous appellerons le sens (+) lorsque les turbines entrainent le fluide avec le côté concave des pales et le sens (-) pour le coté convexe (voir figure I.8 a). Les moteurs pilotant les turbines étant indépendants, les fréquences de rotation peuvent ainsi être choisies différentes. Nous allons décrire les structures moyennes de l'écoulement produit par la rotation des turbines, dans différents cas.

(i) Lorsque les turbines tournent à la même vitesse et dans le même sens ($F_1 = F_2$), on parle de contra-rotation exacte (nous verrons avec les formulations du paragraphe I.C.1 qu'il s'agit d'un écoulement de type s_2t_2). Chacune des deux turbines entraine le fluide azimutalement ; les deux cellules toroïdales générées tournent en sens contraires et se rencontrent dans le plan médian en formant une couche de fort cisaillement. La rotation des disques provoque l'éjection par effet centrifuge du fluide vers l'extérieur. Le fluide étant confiné dans l'enceinte cylindrique, il recircule le long des parois et est pompé dans l'axe de la cuve : deux cellules de recirculation poloidales sont créées (voir schéma I.8 (b) les cellules toroïdales sont en rouge et les poloidales en bleu). Le champ de vitesse moyen, mesuré dans une expérience en eau à Saclay ([53]) par PIV est illustré figure (I.9 a) pour sa partie poloidale. Les deux turbines sont en haut et en bas de la figure en $z/R_c = \pm 0.8$. On distingue le pompage du fluide au centre des turbines. La composante toroïdale est représentée figure (I.9 b) où les couleurs sont l'image de l'intensité de la vitesse. Dans le plan médian, la vitesse moyenne toroïdale est nulle

dans la couche de cisaillement (ligne noire sur la figure). Ces moyennes d'ensemble ont été réalisées sur des temps de l'ordre de milliers de temps de retournement hydrodynamique. A cause de la turbulence importante, l'écoulement instantané est très différent de ces images représentant l'écoulement moyen. Les nombres de Reynolds cinétiques atteignables sont de l'ordre de $10^5 - 10^6$ basés sur la vitesse de rotation des turbines $U = 2\pi R_D F$ où R_D est le rayon du disque. Le taux de fluctuations est élevé, typiquement $u'/\langle u \rangle \sim 1$ signifiant que l'amplitude des fluctuations de vitesse est aussi élevée que la vitesse moyenne.

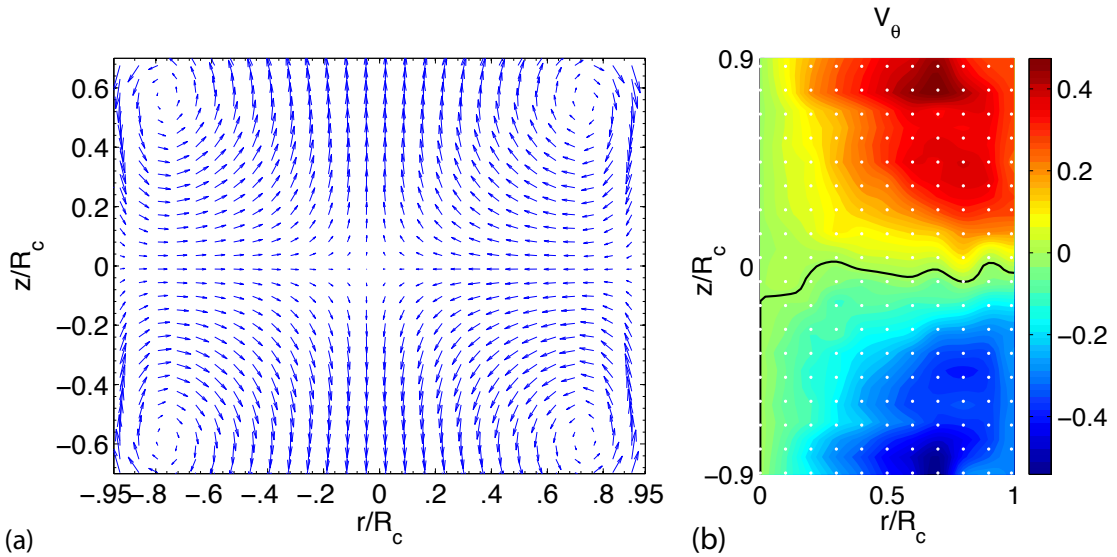

FIGURE I.9 – Ecoulement moyen de von Kármán en contra-rotation exacte pour des turbines TM73 dans le sens (+). (a) Composante poloidale (sur toute la cuve.) (b) Composante toroidale (sur la moitié de la cuve seulement). Les turbines sont situées en $z/R_c = \pm 0.8$. figure tirée de [53]

(ii) Lorsque les turbines tournent à la même vitesse mais dans des sens différents ($F_1 = -F_2$), on parlera de régime co-rotatif (type $s_2 t_1$) car les cellules toroïdales engendrées par la rotation de chaque turbine tournent dans le même sens et forment une seule cellule à l'échelle de toute la cuve. Chaque disque crée deux cellules de recirculation poloidales comme dans le cas (i).

(iii) Le dernier écoulement présenté est généré par la rotation d'une seule turbine, la seconde restant fixe. Une seule cellule toroïdale est engendrée de même qu'une seule grande cellule poloidale causée par le pompage du disque (type $s_1 t_1$). La couche de cisaillement dans le plan médian est inexistante dans cette configuration d'écoulement.

(iv) L'écoulement engendré par un forçage asymétrique, lorsque $F_1 > F_2 > 0$, sera décrit dans le paragraphe suivant.

Les structures moyennes de l'écoulement de von Kármán possèdent a priori tous les ingrédients pour soutenir un champ dynamo : cisaillement dans le plan médian (siège de l'effet ω), hélicité moyenne (pompage et écoulement toroïdal) ainsi qu'un

taux de fluctuations très élevé favorable à un éventuel effet α.
Nous allons passer en revue quelques propriétés hydrodynamiques des von Kármán ; en particulier les bifurcations ayant lieu lorsque le forçage est asymétrique $F_1 > F_2$.

I.B.1.2 Bifurcations hydrodynamiques dans les écoulements de von Kármán

Nous allons décrire ici les propriétés hydrodynamiques des von Kármán lorsque la fréquence de rotation des deux turbines n'est pas égale ($F_1 \neq F_2$) et donner quelques détails sur les bifurcations qui ont lieu. Nous verrons dans la suite de ce manuscrit les conséquences d'un forçage asymétrique sur le champ dynamo. Pour cela nous introduisons ici quelques notations et variables tirées des travaux expérimentaux en eau de F. Ravelet et R. Monchaux à Saclay, utiles pour la description des bifurcations observées.
Lorsque la fréquence de rotation est différente de chaque côté, l'écoulement n'est plus invariant par rotation R_π (par rapport à un axe traversant le plan médian de la cuve, cela est équivalent à échanger les deux turbines). L'asymétrie du forçage est caractérisée par le paramètre sans dimension θ :

$$\theta = \frac{F_1 - F_2}{F_1 + F_2} \tag{I.18}$$

$\theta = 0$ en contra-rotation exacte, il vaut ± 1 lorsqu'une seule turbine est en rotation et est infini en régime co-rotatif. Les mesures en eau indiquent que si $\theta \neq 0$, la taille des structures grande échelle varient et se dissymétrisent. En particulier, la position moyenne de la couche de cisaillement n'est plus située dans le plan médian mais se retrouve décalée du côté de la turbine la plus lente et ce, d'autant plus que $|\theta|$ est grand. Le détail de la position de la couche de mélange et des structures de l'écoulement dépendent de la géométrie des turbines, du sens de rotation du disque et de la présence d'appendices fixes dans la cuve (anneau, ailettes). Lorsque la cuve est lisse et que les turbines sont de type TM73 tournant dans le sens (+), le déplacement de la couche de mélange est linéaire en fonction de θ jusqu'à une valeur critique $\theta_c = 0.09$ où elle se situe en $z = \pm 0.8$ et n'évolue plus ([20]). Les mesures de PIV et de LDV montrent que les cellules générées par la rotation de la turbine la plus lente disparaissent au profit des cellules générées par la turbine la plus rapide qui remplit alors tout le volume de la cuve cylindrique. (voir figure I.10)
L'étude du couple appliqués par les moteurs de chaque turbine permet d'avoir des renseignements sur l'état hydrodynamique global de l'écoulement en plus des mesures optiques permettant le suivi des structures moyennes.
Lorsque $\theta = 0$ ($F_1 = F_2$), alors les couples moyens sont égaux $\langle \Gamma_1 \rangle = \langle \Gamma_2 \rangle$ si les turbines sont identiques. Pour $|\theta| \neq 0$ alors $\langle \Gamma_1 \rangle \neq \langle \Gamma_2 \rangle$ et on caractérise l'écoulement en observant la quantité $\Gamma_n = \dfrac{\langle \Gamma_1 \rangle - \langle \Gamma_2 \rangle}{\langle \Gamma_1 \rangle + \langle \Gamma_2 \rangle}$. Celle-ci augmente

continûment avec θ jusqu'à $\theta = \theta_c$ où il se produit une inflexion dans le couple. Cette transition 2 cellules/ 1 cellule se produit de façon plus ou moins violente en fonction des détails de l'écoulement. Par exemple, la présence d'un anneau fixe sur la paroi interne de la cuve dans le plan médian, diminue les fluctuations de la couche de mélange ; il s'ensuit que les bords de celles-ci restent "accrochés" à l'anneau tandis que le centre est poussé vers le disque le plus lent ([20]). Le passage 2 cellules / 1 cellule se produit alors violemment lorsque la couche de mélange "décroche" à $|\theta| = 0.16$. Cela se traduit par une discontinuité sur les couples.

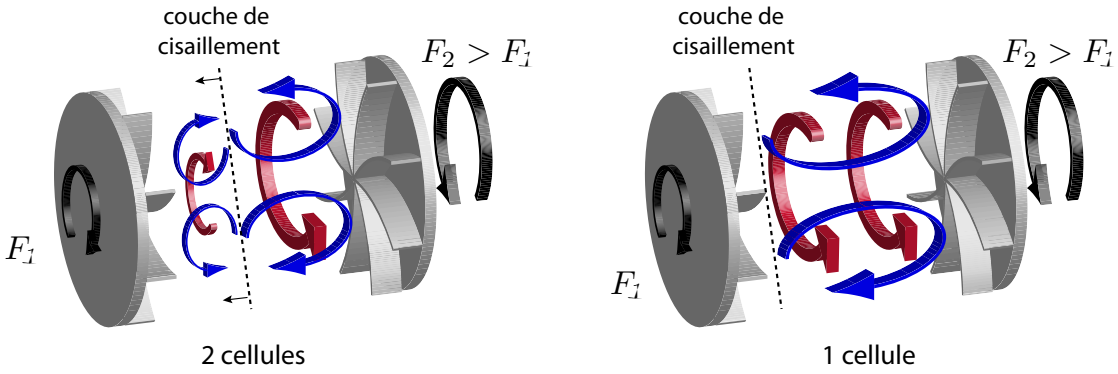

FIGURE I.10 – Schéma de la bifurcation 2 cellules / 1 cellule lorsque le forçage est asymétrique $F_2 > F_1$ dans ce cas. La couche de cisaillement est décalée du côté du disque lent jusqu'à disparaitre au profit des structures engendrées par le disque rapide.

Nous allons décrire les deux dispositifs expérimentaux que j'ai pu manipuler au cours de ma thèse et qui impliquent des écoulements de von Kármán en métaux liquides, l'un en sodium ayant montré l'effet dynamo avec des turbines composées de fer doux et l'autre en gallium pour lequel un champ auto-entretenu n'est observable qu'à l'aide d'une rétro-action externe (chapitre III).

I.B.2 Dispositifs expérimentaux

I.B.2.1 Expérience von Kármán Sodium VKS

L'expérience VKS (*von Kármán Sodium*) est le fruit de la collaboration entre les laboratoires de l'ENS Paris, l'ENS de Lyon et le CEA Saclay ayant pour but d'observer l'effet dynamo en écoulements turbulents non contraints. Un écoulement en sodium liquide est produit par deux turbines en contra-rotation en géométrie cylindrique.
Le sodium est un métal alcalin de température de fusion 97.8° C, très réactif chimiquement, notamment avec les molécules d'eau en créant du dihydrogène et de la soude. Il a un fort potentiel explosif à cause du premier produit de réaction avec l'eau et extrêmement corrosif à cause du second. De nombreuses précautions sont à

prendre pour la manipulation d'un grand volume de sodium. La cuve d'expérience est préalablement remplie d'argon sous pression pour éviter toute réaction avec les molécules d'eau de l'air lorsque le sodium entre dans l'enceinte. De nombreux dispositifs de détection de fuites environnent la cuve d'essai ainsi que les conduites acheminant le sodium. La vidange de l'expérience est automatisée lorsqu'une alerte de fuite survient, le sodium rejoignant la cuve de stockage en permanence sous ciel d'argon. Les opérateurs sont équipés de combinaisons ignifugées spécialement conçues pour le travail avec ce métal liquide.
Le sodium a une densité de 925 kg.m^{-3}, une conductivité électrique $\sigma = 9.6 \cdot 10^6$ Ω^{-1}.m^{-1} et une viscosité cinématique de $6.5 \cdot 10^{-7}$ m.s^{-2} à $T = 120°$ C.

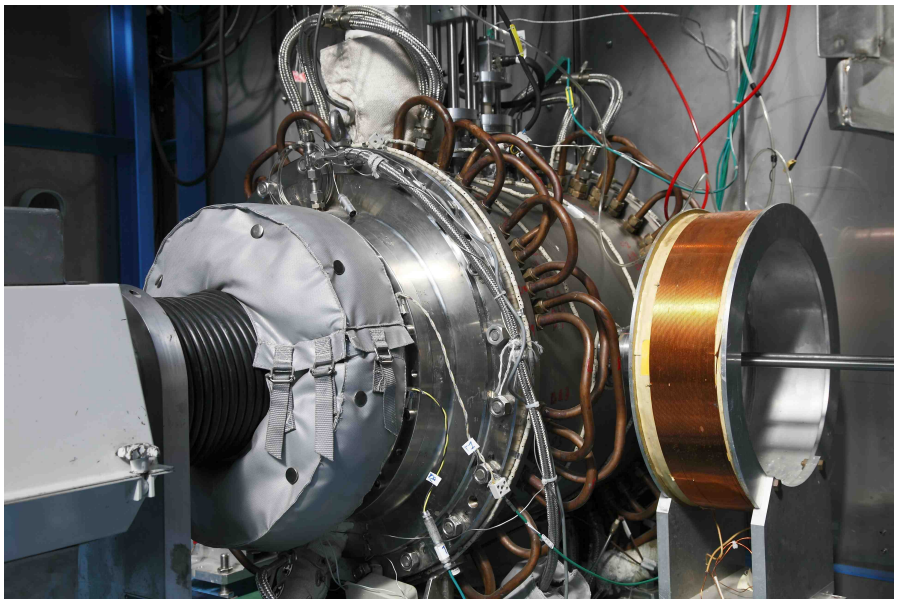

FIGURE I.11 – Dispositif de l'expérience von Kármán Sodium VKS. On distingue les conduites d'huile maintenant le sodium au dessus de sa température de fusion, un arbre mécanique entrainant les turbines ainsi qu'un bobinage servant à imposer un champ extérieur de quelques gauss.

A l'issue d'une première version de l'expérience (trop petite et trop peu de puissance mécanique pour observer l'effet dynamo et des conditions aux limites non ferromagnétiques), une seconde cuve a été construite, plus volumineuse, de rayon $R_c = 289$ mm, au CEA Cadarache.
Chaque turbine est entrainée par des moteurs Leroy Somer de 150 kW chacun. La température du sodium est régulée par une circulation d'huile dans les parois de la cuve grâce à un refroidisseur de 100 kW. L'huile est chauffée à 130° C lorsque le sodium est au repos dans la cuve afin de le maintenir liquide. Lorsque les moteurs tournent, la puissance injectée s'évacue sous forme de chaleur et la température du sodium augmenterait énormément sans système de refroidissement. La conductivité électrique du sodium peut être considérée comme linéaire (au premier ordre) avec la température donc il est important de maintenir le sodium à une tempé-

rature constante pour éviter les trop grandes variations de σ (et ainsi éviter les variations du paramètre de contrôle $Rm = \mu_0 \sigma U L$ uniquement par la température). Elle est maintenue aux alentours de 120° C grâce à la circulation d'huile.
La puissance mécanique disponible excède la puissance de refroidissement, aux plus fortes valeurs de fréquence de rotation, la température du sodium augmente inexorablement et nous limitons la durée de mesure pour ne pas avoir trop de dérives thermique au cours des acquisitions.

FIGURE I.12 – Turbine TM73 en fer doux de l'expérience VKS montée sur le flasque de la cuve.

La géométrie des turbines de l'expérience VKS est celle décrite au paragraphe I.B.1. Ce sont des TM73 à pales courbes. Une photo d'une de ces turbines, montée sur le flasque de la cuve avant fermeture, est visible figure I.12.
Dans les premières configurations ayant montré l'effet dynamo, un cylindre interne en cuivre de rayon $R_i = 206$ mm était placé dans la cuve afin d'isoler une partie du sodium du reste de l'écoulement (une couche de sodium au repos diminue le seuil de l'instabilité dans les simulations numériques ([79]). Le cylindre interne était muni d'un anneau dans le plan médian comme décrit plus haut pour réduire les fluctuations de la couche de mélange. Les premières campagnes de mesure se sont révélées infructueuses ; puis en 2006, les turbines ont été remplacées par d'autres de même géométrie mais composées de fer doux afin d'écranter le champ magnétique derrière le disque. Stefani et collaborateurs ont montré ([95]) dans des simulations numériques que l'interaction du champ avec l'écoulement derrière le disque pouvait augmenter significativement le seuil.
Le changement de matériau des turbines a permis d'observer l'effet dynamo. Comme nous le verrons plus en détails, le mode magnétique du champ qui croît est un dipôle axial $m = 0$ et non un dipôle transverse $m = 1$ prédit dans toutes les simulations numériques dans le cadre cinématique. Nous verrons l'impact d'un saut de perméabilité sur les processus d'induction dans une autre section.

La mesure de la géométrie du champ magnétique obtenu par effet dynamo n'est possible que grâce à l'instrumentation développée et réalisée à l'ENS de Lyon avec l'aide technique de M. Moulin, M. Tanase et P. Metz. Quatre sondes permettent chacune de mesurer les 3 composantes de champ magnétique selon le rayon du cylindre à plusieurs endroits différents. 10 capteurs à effet Hall analogiques Sentron $2SA-10$ de sensibilité 50 V/T avec une précision de 0.1 G et distants de 28 mm chacun, sont soudés sur une plaquette électronique. Les plaquettes et leur support se placent dans un cylindre étanche, appelé doigt de gant qui s'insèrent dans la cuve d'essai (possédant 5 accès de ce type). Généralement, on place deux doigts de gant long dans les accès dans le plan médian horizontal et vertical (les capteurs sondent le champ de $r = 62$ à $r = 312$ mm) et deux doigts de gant de longueur moyenne dans les plans décalés près des turbines (sondent de $r = 113$ à $r = 365$ mm). Un dernier accès dans le plan médian horizontal est réservé à une sonde de vitesse (Vives ou Doppler, les détails sur ces techniques seront abordés dans le chapitre IV). Une circulation d'air comprimé dans les doigts de gant permet de maintenir les capteurs à une température aux alentours de 40° C évitant ainsi les dérives thermiques. Des connecteurs en sortie de doigt de gant permettent d'envoyer les signaux sur des cartes d'acquisition NI 6224 numérisant le signal sur 16 bits à une fréquence de 2 kHz.
Les arbres de transmission des moteurs sont équipés de couplemètres CD1120-ST (FGP Sensor&Instrumentation) permettant d'avoir une mesure précise des couples, de la puissance mécanique consommée par chaque turbine, et de l'état hydrodynamique global.
Enfin, des bobines sont installées autour de la cuve d'essai afin d'imposer un champ extérieur et mesurer la réponse magnétique du système. Une paire de bobines permettent d'imposer un champ magnétique dipolaire ou quadrupolaire dans l'axe de l'expérience ($\sim$ 5 G) à l'aide d'une alimentation de puissance Powerten 1000 A- 10V. Une autre paire de bobines impose un champ dipolaire transverse à l'aide d'une alimentation Kepco 3A 20V (voir photo de l'expérience sur la figure I.11).
Les campagnes de mesure de l'expérience VKS2 sont désignées par des lettres. Une description des différentes campagnes de mesure est faite au chapitre suivant figure II.8.

Nous donnons les détails de la seconde expérience, importante pour dégager les principaux mécanismes physique à l'oeuvre dans VKS.

I.B.2.2 Expérience von Kármán Gallium VKG

L'expérience VKG, située à l'ENS de Lyon est historiquement l'ainée de l'expérience VKS. Il s'agit d'un écoulement de von Kármán généré par des turbines à pales droites qui sont entrainées par deux moteurs pilotables en fréquence ou en couple de 11 kW chacun. Le fluide utilisé est du Gallium pur de conductivité électrique $\sigma = 3.9 \cdot 10^6\ \Omega^{-1}.\mathrm{m}^{-1}$ et de densité $\rho = 6100\ \mathrm{kg.m}^{-3}$. Sa température de

fusion est 29.8° C, nécessitant de maintenir la cuve aux alentours de 40° C pour le rendre fluide. La puissance mécanique injectée se dissipe dans l'écoulement sous forme de chaleur ; des serpentins d'eau sont disposés dans la cuve derrière les turbines afin de maintenir le gallium à une température constante et ainsi éviter les dérives de conductivité électrique.
Le circulateur d'eau n'étant pas assez puissant pour maintenir la température constante lorsque les turbines tournent au dessus de 15 Hz, les fréquences typiques de travail seront généralement autour de 10 Hz.
Les caractéristiques de l'expérience sont résumées dans le tableau I.3. La cuve a un rayon de 98 mm, les turbines sont munies de 8 pales droites d'un centimètre de hauteur, de rayon 83 mm. Les nombres de Reynolds magnétique accessibles sont faibles comparés à ceux de VKS ($Rm^{max} \sim 5$). S'ajoute à cela le fait que la puissance mécanique est également beaucoup plus faible, la génération et l'auto-entretien d'un champ dynamo homogène n'est pas envisageable dans l'expérience VKG. En revanche, cela permet d'analyser plus souplement les mécanismes d'induction dans les écoulements de von Kármán que dans le sodium. Cela consiste à mesurer la réponse magnétique du système en présence d'un champ appliqué constant et uniforme.
La troisième version de l'expérience mise en place en 2010 juste avant le début de ma thèse permet d'entourer la cuve d'une paire de bobines refroidies à l'aide d'une circulation d'eau glacée comme on le voit sur une photo de l'ensemble figure I.13. Le champ maximal créé par les bobines atteint $B \sim 2000$ G et permet d'obtenir un paramètre d'interaction de l'ordre de 0.1 ([105]).
Nous verrons dans le chapitre III que, grâce à ce dispositif, on peut construire une dynamo semi-synthétique aux propriétés comparables à celle de la dynamo de l'expérience VKS et dans laquelle le mécanisme de saturation fluide se produit en volume.

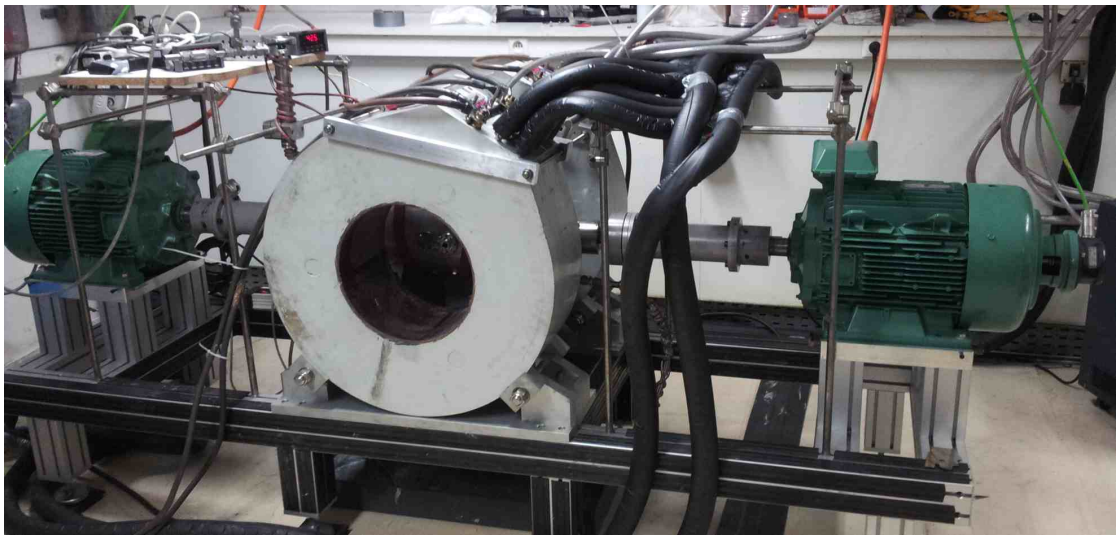

FIGURE I.13 – Dispositif de l'expérience von Kármán Gallium VKG.

Comme dans l'expérience VKS, des accès sont emménagés dans la cuve pour placer des capteurs magnétiques ou de vitesse. Nous utiliserons une sonde munie de 8 capteurs à effet hall Sentron CSA-1V mesurant le champ dans une seule direction, espacés d'un centimètre les uns des autres pour mesurer les profils de champ le long d'un rayon. Nous utiliserons également une sonde de Gaussmètre Bell 9100 plongée dans un doigt de gant dans la cuve. Les signaux sont numérisés avec une carte d'acquisition NI 4472 16 bits à la fréquence de 1 kHz.

En ayant la possibilité de disposer les bobines en configuration axiale ou transverse, nous étudions les mécanismes d'induction spécifiques aux écoulement de von Kármán afin d'apporter de nouvelles informations concernant la dynamo VKS.

Fluide	ρ (kg.m^{-3})	σ (Ω^{-1}.m^{-1})	ν (m^2.s^{-1})	λ (m^2.s^{-1})	τ_D (s)
Sodium	925	$9.6 \cdot 10^6$	10^{-7}	0.08	1
Gallium	6100	$3.9 \cdot 10^6$	$3.1 \cdot 10^{-7}$	0.2	0.05

TABLE I.2 – Propriétés physico-chimiques du sodium (à 120° C) et du gallium (à 30° C)

Exp.	R_{cuve}	R_{turbines}	L_{cuve}	L_{disques}	Re	Rm^{max}	Pm	P (kW)
VKS	289	155	604	371	10^7	100	10^{-6}	300
VKG	98	83	323	203	10^6	5	10^{-6}	22

TABLE I.3 – Propriétés des expériences *von Kármán Sodium* (VKS à Cadarache) et VKG (ENS de Lyon). Les tailles sont toutes en mm.

I.B.3 Mécanismes d'induction dans les écoulements de von Kármán

Dans cette section nous étudions la réponse magnétique du système à un champ extérieur constant, d'abord faible puis nous étudions les non linéarités de la réponse lorsque le champ est plus élevé. Ces travaux sont principalement issus des thèses M. Bourgoin, R. Volk et G. Verhille. ([10], [108], [104]) précédent mon travail. On se limite ici au cas de la contra-rotation exacte, les mécanismes d'induction se produisant dans les autres types d'écoulement sont détaillés dans les thèses citées ci-dessus.

I.B.3.1 Induction à champ appliqué faible

Champ axial : effet ω En appliquant un champ magnétique externe dans la direction de l'axe de symétrie de l'expérience, la mesure du champ azimutal

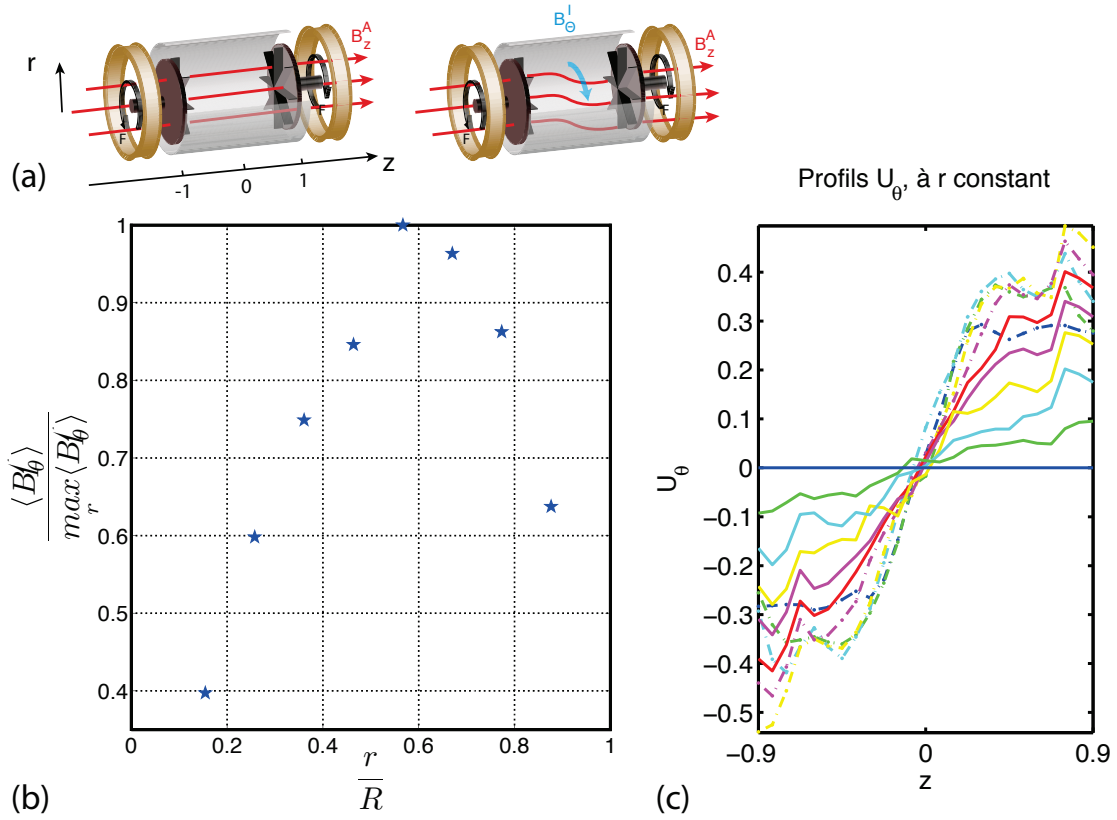

FIGURE I.14 – (a) Composante toroidale induite par effet ω avec un champ appliqué axial dans un écoulement de von Kármán. (b) Profils de champ induit dans la direction toroidale dans le plan médian de la cuve. (c) Profils de vitesse toroidale en fonction de la coordonnée axiale. (tiré de [77])

permet de mesurer l'effet ω dû à la rotation différentielle créée par la couche de mélange dans le plan médian ou bien par le cisaillement créé par les turbines dans les plans décalés. En faisant l'hypothèse que l'amplitude du champ induit B^I est faible devant celle du champ appliqué $\mathbf{B^A} = B^A\hat{\mathbf{z}}$, l'équation d'induction stationnaire selon la direction azimutale s'écrit ($B^I \ll B^A$) :

$$B_z^A \partial_z u_\theta = -\lambda \Delta B_\theta^i \tag{I.19}$$

Le champ induit B^I s'exprime dans la direction θ :

$$B_\theta^i = -\frac{1}{\lambda}\Delta^{-1}(B_z^A \partial_z u_\theta) \tag{I.20}$$

Il dépend des gradients de vitesse azimutale dans la direction du champ. L'intégration de l'équation (I.19), c'est à dire le calcul de Δ^{-1} fait intervenir les conditions aux limites électromagnétiques du problème. La variation de vitesse u_θ en fonction de la position sur l'axe z est représentée sur la figure I.14 pour différents rayons. Les gradients sont les plus forts dans le plan médian en $z = 0$. Le champ induit B_θ par effet ω est ainsi élevé dans le plan médian.

Il est linéaire en moyenne avec Rm ([11], [64]) si le champ appliqué est faible (< 100 G), c'est à dire si le paramètre d'interaction est petit ($N \sim 10^{-5}$).
La couche de cisaillement dans le plan médian est le siège d'effet ω mais il existe également un effet ω localisé près des turbines dû à la différence de vitesse existant entre le disque et le fluide éjecté par le disque. Il a été montré que cet effet est amplifié par une forte perméabilité magnétique des turbines par rapport à celle du fluide ([106]).

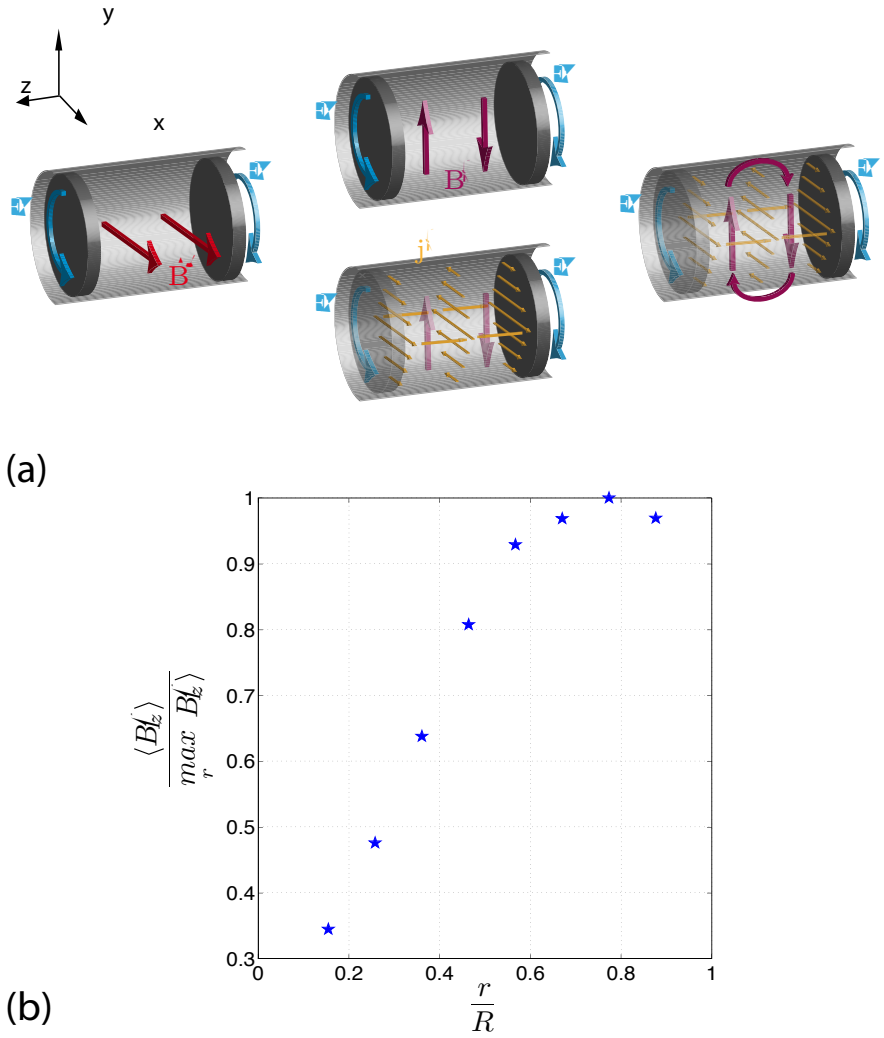

FIGURE I.15 – Processus d'induction avec un champ transverse appliqué impliquant la rotation différentielle dans le plan médian et les conditions aux limites.

Champ transverse : effet ω + conditions limites Lorsqu'un champ transverse est appliqué (direction perpendiculaire à l'axe de symétrie de l'expérience), les deux cellules de vitesse azimutales créent une nappe de courant dans le plan médian et près de chacune des turbines. Les conditions aux limites étant isolantes,

les courants rebouclent dans le fluide et créent une composante axiale de champ dans le plan médian (et le champ vérifie bien $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$) comme on peut le voir sur le schéma I.15.
Il a été montré que ce processus d'induction est linéaire avec le forçage Rm pour les faibles valeurs de champ appliqué ([11]). Ce processus implique les effets de rotation différentielle et un saut de conductivité causé par les conditions aux limites isolantes de la cuve.

I.B.3.2 Induction à paramètre d'interaction élevé

Les processus d'induction précédents sont linéaires à faible champ appliqué, c'est à dire que le champ n'est pas suffisamment important pour compenser l'inertie et ainsi avoir une influence sur le champ de vitesse. Ces mécanismes, responsables de la saturation du champ, sont à l'œuvre dans la dynamo de VKS bien que les effets exacts sur l'écoulement restent inconnus (processus en volume, local, ...). Il est toutefois difficile de les étudier directement dans cette expérience, notamment car les effets restent faibles et que les mesures hydrodynamiques disponibles ne montrent aucune variation du champ de vitesse avec la résolution spatio-temporelle accessible. Ces mécanismes ont commencé à être étudiés dans l'expérience VKG en imposant des champ externes d'amplitude importante et permettant de se placer dans un cadre où les courants induits ont un effet d'ordre 1 (et donc mesurable) sur le champ de vitesse. Une alimentation de puissance (10 kW) permet d'imposer jusqu'à 150 Ampères en continu dans les bobines en configuration de Helmholtz qui créent un champ maximal de 1500 Gauss (0.15 Tesla) en configuration axiale ou transverse. Dans ces conditions, la force de Lorentz a une amplitude non négligeable en regard des termes d'inertie. Les courants induits par les mouvements turbulents du fluide sont suffisamment élevés pour modifier le champ de vitesse qui leur a donné naissance. La modification des structures de l'écoulement a un impact non négligeable sur les processus d'induction. Comme nous l'avons vu dans un paragraphe précédent, l'importance de ces deux termes dans l'équation de Navier Stokes est quantifiée par le paramètre d'interaction N.
En première approximation, la force de Lorentz s'écrit $\mathbf{F_L} = \sigma(\mathbf{u} \times \mathbf{B^A}) \times \mathbf{B^A} \sim \sigma U (B^A)^2$ avec $\mathbf{B^A}$ le champ appliqué ; la force d'inertie apparaissant dans le paramètre d'interaction s'exprime : $\rho(\mathbf{u} \cdot \nabla)\mathbf{u} \sim \rho U^2/L$. Ainsi le paramètre d'interaction a pour expression (si les deux termes évoluent aux mêmes échelles spatiales) :

$$N = \frac{|\mathbf{j} \times \mathbf{B}|}{|\rho(\mathbf{u} \cdot \nabla)\mathbf{u}|} = \frac{\sigma L (B^A)^2}{\rho U} \tag{I.21}$$

Les résultats suivants sont issus du travail de thèse de G. Verhille avant mon arrivée, publié dans ([105]).

Dans le cas d'un champ appliqué axial, l'effet de la force de Lorentz est faible. Un champ de plus de 1500 G ne modifie que très peu l'amplitude de l'effet ω et

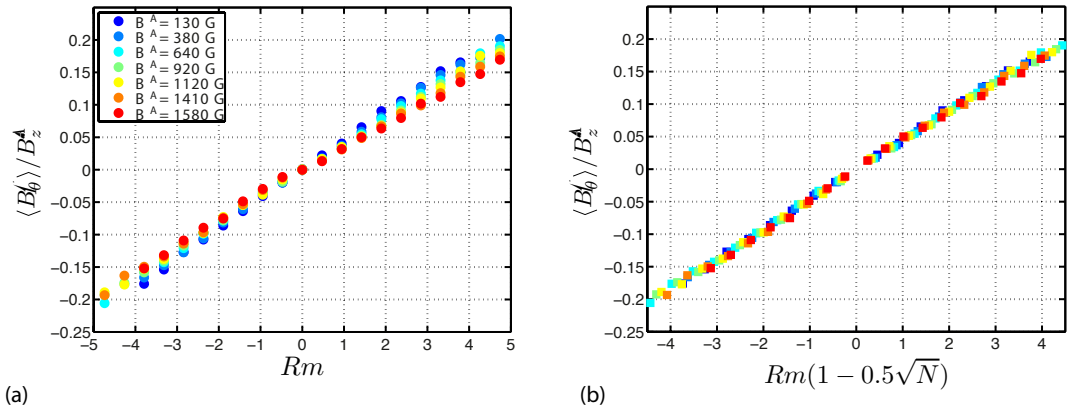

FIGURE I.16 – (a) Champ induit moyen pour différentes amplitudes de champ axial appliqué en fonction de Rm. (b) Champ induit moyen pour différentes amplitudes de champ axial appliqué avec la correction non linéaire en $\gamma\sqrt{N}$. Le rayon de mesure est $r = 0.5R$ (max de l'induction). Tiré de [105]

l'évolution du champ induit en fonction de Rm n'est que faiblement non linéaire même pour les champ les plus élevés (figure I.16 (a), tiré de [105]).

Plaçons-nous dans le cas où les bobines imposent un champ transverse (perpendiculaire à l'axe de révolution de la cuve). Comme nous l'avons vu, les mécanismes d'induction linéaires créent une composante induite axiale de champ magnétique dans le plan médian. Nous représentons l'évolution de la moyenne du champ induit normalisé par l'amplitude du champ appliqué transverse en fonction du paramètre de contrôle Rm (figure I.17 (a) tiré des mêmes données que dans [105]). Il faut prendre en compte une correction non linéaire pour caractériser l'amplitude moyenne du champ induit. Lorsque le champ appliqué est supérieur à 200 G, l'évolution en fonction du forçage n'est plus linéaire. On peut retrouver à la fois empiriquement et par des arguments énergétiques, la correction non linéaire de la forme $Rm\sqrt{N}$ (le champ induit étant petit devant le champ appliqué, le terme croisé est négligé dans cette correction). L'induction en fonction du paramètre de contrôle corrigé est représenté figure I.17 (b) pour une profondeur $r = 0.5R$ dans le plan médian et figure I.16 (b) pour le champ axial appliqué. Le rayon intervient dans l'amplitude de la correction non linéaire γ (moins importante à $r = 0.9R$) car l'amplitude du champ induit dépend du rayon auquel on effectue la mesure.

Les résultats sont également présentés pour $r = 0.9R$ sur la figure I.18 (a) et (b) montrant que la correction non linéaire en $Rm\sqrt{N}$ fonctionne bien avec un coefficient γ différent, grâce à des mesures d'induction que j'ai réalisées au cours de ma thèse. On note aussi que le champ induit ne change jamais de signe pour les amplitudes de champ appliqué considéré à cet emplacement-là.

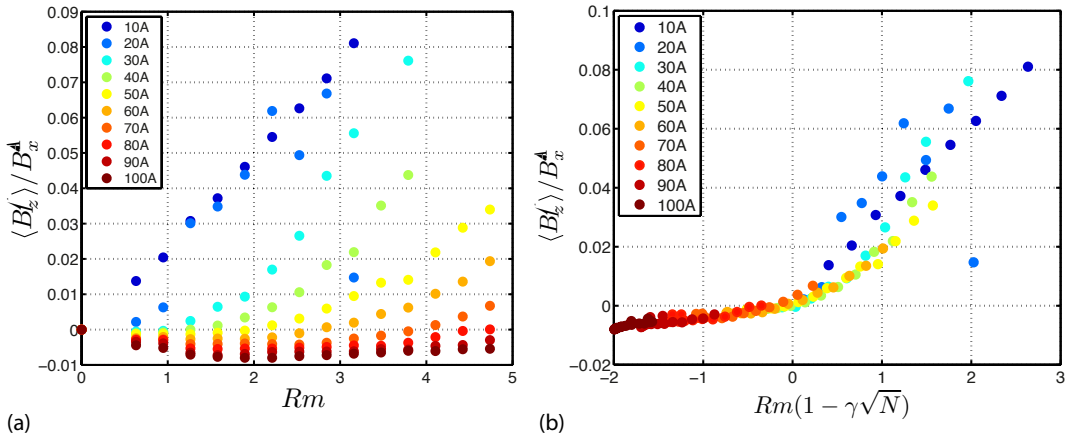

FIGURE I.17 – (a) Champ induit moyen pour différentes amplitudes de champ transverse appliqué en fonction de Rm. (b) Champ induit moyen pour différentes amplitudes de champ transverse appliqué avec la correction non linéaire en $\gamma\sqrt{N}$. Le rayon de mesure est $r = 0.5R$ (max de l'induction).

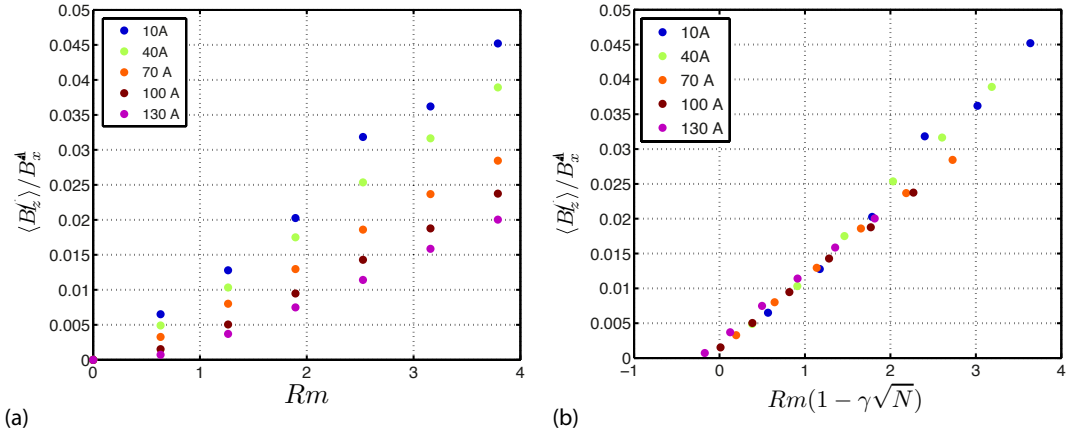

FIGURE I.18 – (a) Champ induit moyen pour différentes amplitudes de champ transverse appliqué en fonction de Rm. (b) Champ induit moyen pour différentes amplitudes de champ transverse appliqué avec la correction non linéaire en $\gamma\sqrt{N}$. Le rayon de mesure est $r = 0.9R$ (près de la paroi).

A la lumière de ces mécanismes d'induction décrivant l'interaction du champ de vitesse moyen avec un champ magnétique homogène, nous allons décrire les conditions d'obtention de l'effet dynamo dans l'expérience VKS. En particulier, nous étudierons les motivations des choix expérimentaux et quelques aspects des processus d'optimisation de l'écoulement à travers des résultats de simulations numériques préliminaires.

I.C Dynamos dans les écoulements de von Kármán

I.C.1 Dynamos cinématiques de Dudley James

Les travaux faisant référence parmi les simulations numériques de dynamos non contraintes, exhibant un taux de croissance de champ magnétique positif, datent de 1989 avec l'article de Dudley et James [22]. Les auteurs proposent des topologies d'écoulements moyens favorables à la dynamo en géométrie sphérique dans des études numériques dans le cadre cinématique. C'est à dire que l'équation d'induction est résolue avec un champ de vitesse constant qui n'est pas modifié par le champ B. Ces études portent sur le mode magnétique et le taux de croissance de la dynamo qui permet de déterminer le seuil de l'instabilité.

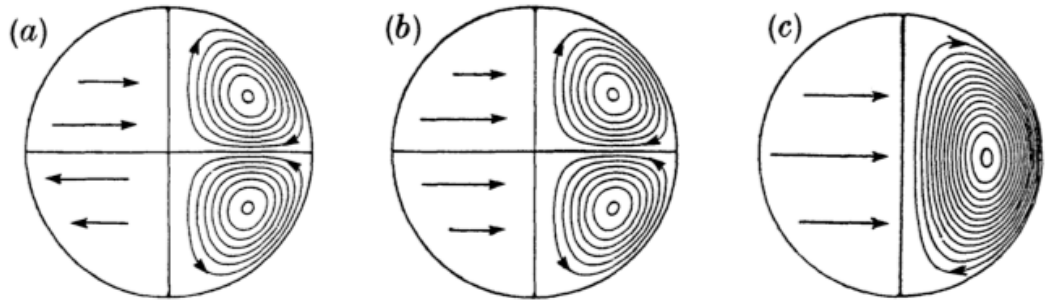

FIGURE I.19 – Dynamos cinématiques de Dudley & James (a) Ecoulement s_2t_2, $Rm_c \sim 54$. (b) Ecoulement s_2t_1, $Rm_c \sim 95$. (c) Ecoulement s_1t_1, $Rm_c \sim 155$. Hémisphère gauche : composante toroidale. Hémisphère droit : composante poloidale. tiré de [22].

Le premier écoulement proposé possède deux cellules toroïdales dont les sens de rotation sont opposés et deux cellules poloidales séparées à l'équateur par un fort cisaillement. Pour reprendre les notations de Dudley et James, cet écoulement est de type s_2t_2 et il peut générer et auto-entretenir un champ dynamo stationnaire au delà de $Rm_c \sim 54$. Cet écoulement moyen possède les mêmes symétries que l'écoulement de von Kármán généré par la contra-rotation des deux turbines.
Le second écoulement présenté est similaire au premier quant à la composante poloïdale mais ne possède qu'une seule cellule toroïdale s_2t_1 (similaire à l'écoulement de von Kármán en co-rotation). Le seuil de l'instabilité dans ce cas est $Rm_c \sim 95$ et la dynamo observée est oscillante.
Le troisième et dernier est l'écoulement s_1t_1 qui possède une seule cellule de vitesse toroïdale et une seule cellule poloidale (peut être généré par la rotation d'une seule turbine dans un écoulement de von Kármán). Le seuil de cette dynamo également oscillante est franchi si $Rm \geq 155$.
Dans les trois cas, la géométrie du champ dynamo est un dipôle équatorial de mode azimutal $m = 1$, et de degré $l = 0$ (en termes d'harmoniques sphériques $Y_l^m(\theta, \phi) = P_l^m(a/r)^{l+1}e^{im\phi}$ (où P_l^m sont les polynômes de Legendre), nous re-

prendrons ces notations dans la suite du manuscrit).
Le seuil, relativement bas de l'écoulement s_2t_2 a motivé les études expérimentales de ce type de géométrie. Nous avons déjà mentionné l'expérience VKS, il y a également d'autres expériences en métaux liquides dans le monde exploitant cette géométrie.

Expériences en métaux liquides dans le monde Les travaux de Dudley et James ont motivé la création de plusieurs expériences dans le monde ayant pour objectif d'observer l'effet dynamo dans un écoulement pleinement turbulent. Parmi celles-ci, trois sont des écoulements de von Kármán.
La première est située à l'université du Maryland sous la direction de D. Lathrop. Il s'agit d'un écoulement de sodium dans une sphère de 30 cm de diamètre (15 L de liquide). Le fluide est propulsé par des hélices marines de 12.5 cm de diamètre pilotées par des moteurs de 7.4 kW chacun. La taille de l'expérience et la puissance disponible permettent d'atteindre $Rm^{max} \sim 80$. ([66], [46]).
La seconde, situé également aux Etats-unis, à Madison est sous la direction de C. Forest. L'écoulement de von Kármán est généré par la rotation de deux turbines de 30.5 cm de diamètre dans une sphère remplie de sodium de 1 m de diamètre. Les deux moteurs de 75 kW permettent d'obtenir $Rm^{max} \sim 180$. ([62]).
Malgré la valeur relativement élevée des nombres de Reynolds magnétique atteignables, aucun champ dynamo n'a pu être observé dans ces deux expériences. D'autres configurations sont actuellement en cours : un écoulement de Couette sphérique au sodium liquide au Maryland (3 m de diamètre) qui n'a pas montré l'effet dynamo jusqu'à présent, un von Kármán en plasma à Madison [91], un tore en rotation en sodium liquide à Perm [27], une expérience de précession en sodium liquide à Dresde (en construction), un Couette sphérique dont la sphère interne est un aimant permanent à Grenoble ([88], [57], [58]) et une sphère de sodium entrainé par force électromagnétique à Zürich [39].
La troisième expérience dont l'écoulement a la géométrie d'un von Kármán est l'expérience VKS qui a montré l'effet dynamo à partir de 2006 ([55]) et pour laquelle j'ai participé aux campagnes de mesures et analysé les données au cours des trois ans de ma thèse.
Nous allons décrire plus en détails les caractéristiques du champ magnétique auto-entretenu observé dans l'expérience mais dans un premier temps, nous décrirons les simulations numériques ayant abouti à l'optimisation de la géométrie des turbines utilisées dans VKS.

I.C.2 Optimisation des turbines : vers un seuil dynamo accessible

Les propriétés hydrodynamiques turbulentes des écoulements de von Kármán sont étudiées intensivement dans l'équipe de F. Daviaud au CEA Saclay depuis plusieurs années. La géométrie des turbines est importante car responsable des

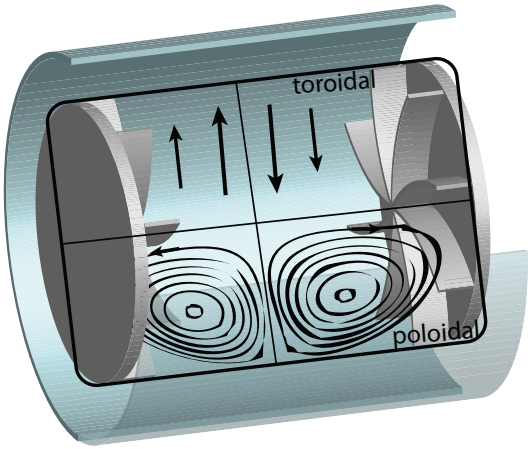

FIGURE I.20 – Ecoulement s_2t_2 de Dudley James en géométrie cylindrique.

détails de l'écoulement : le taux de fluctuations, l'intensité des structures poloidales et toroïdales. La courbure des pales, leur hauteur, leur nombre, le rapport d'aspect, la présence d'appendices fixes dans la cuve (ailettes, anneau dans le plan médian) ou d'une couche de fluide au repos, sont autant de paramètres à établir et à optimiser afin d'avoir l'écoulement le plus favorable possible à l'auto-entretien d'un champ magnétique. L'étude de l'influence de ces paramètres sur les statistiques de la turbulence du von Kármán ont fait l'objet de plusieurs thèses : L. Marié ([48]), F. Ravelet ([77]), R. Monchaux ([53]).
Le processus d'optimisation a été le suivant et est clairement explicité dans ([79]). Le champ de vitesse moyen de l'écoulement de von Kármán a été mesuré par PIV ou LDV pour différents jeux de turbines. Ce champ est ensuite utilisé dans un code de simulation de dynamo cinématique afin d'établir le taux de croissance de l'instabilité dynamo en fonction des différents paramètres des turbines, et conséquemment le seuil de l'instabilité. Dans les simulations numériques de Dudley et James, le champ de vitesse était synthétique ; ici, il est basé sur des mesures expérimentales.
Les résultats sont les suivants : le seuil le plus bas est obtenu par la contra-rotation (sens(+)) de turbine de type TM73 (pour *turbines métalliques* suivi d'un numéro d'identification) composé d'un disque de rayon $r/R_c = 0.75$ muni de 8 pales courbes de hauteur 0.2 dont l'angle de courbure est 24° (voir schéma I.8). Dans ces études le paramètre caractérisant le mieux l'écoulement pour sa capacité à générer un champ magnétique est le rapport $\Gamma = \dfrac{\langle Pol \rangle}{\langle Tor \rangle}$ définissant le rapport entre la moyenne spatiale de la composante poloidale du champ de vitesse moyen sur la composante toroïdale. Cette quantité vaut 0.8 pour les TM73. Le taux de croissance de la dynamo cinématique est systématiquement négatif dans des configurations telles que $\Gamma < 0.5$. Le seuil est également plus bas si une couche de sodium au repos est présente autour de l'écoulement. La valeur critique du nombre de Reynolds magnétique est $Rm_c = 43$ qui est une valeur accessible expérimentalement. Quelque soit la géométrie des turbines, le mode magnétique

du champ dynamo est un dipôle transverse $m = 1$ en accord avec les résultats de Dudley et James. Des simulations complémentaires ont mis en évidence que l'écoulement derrière les turbines était significativement défavorable à la dynamo ($Rm_c \sim 133$, [95]).
Les turbines TM73 ainsi optimisées pour le mode $m = 1$ de dynamo cinématique sont utilisées dans l'expérience VKS décrite dans la section I.C.

I.C.3 VKS : Bifurcation et mécanismes de génération

I.C.3.1 Bifurcation et paramètre de contrôle

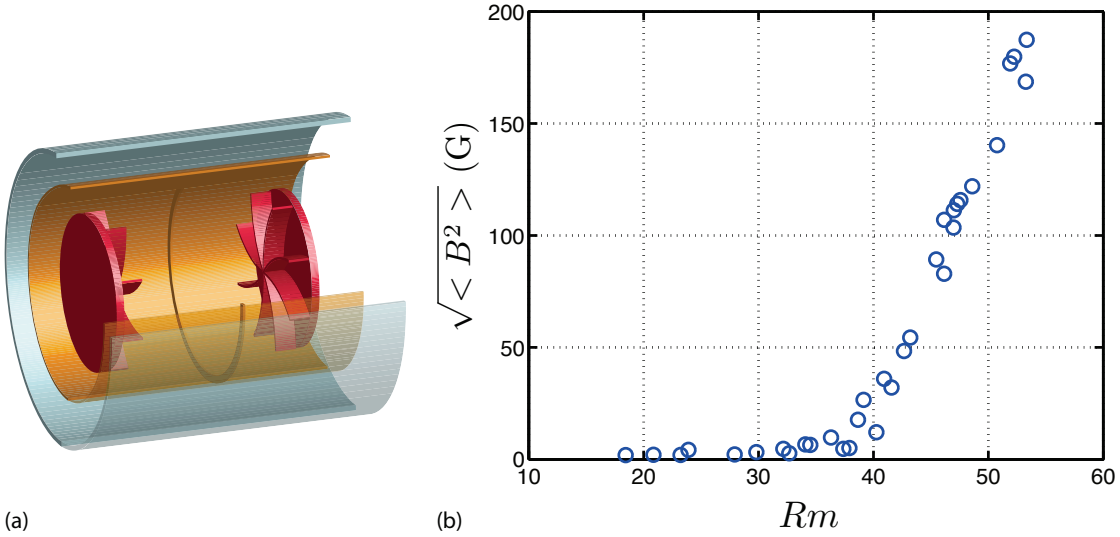

FIGURE I.21 – (a) Configuration de la première campagne dynamo VKS2-G. (b) Courbe de bifurcation de la campgna G en fonction du paramètre de contrôle Rm.

La première configuration ayant permis l'observation d'un champ dynamo dans l'expérience VKS est représenté sur la figure I.21 (a). La cuve est munie d'un cylindre interne en cuivre (aussi appelé chemise) de rayon $R_i = 206$ mm. Le sodium entre la cuve et le cylindre est au repos. La paroi interne de la chemise est munie d'un anneau de largeur 5 mm. Les turbines TM73 à pales courbes sont en fer doux. Le champ dynamo observé lorsque $F_1 = F_2 > F_c$ en contra-rotation exacte est statistiquement stationnaire. Sur la figure I.22 est illustrée la croissance exponentielle du champ au passage du seuil. A partir de 20 s, la fréquence des moteurs est constante. La composante azimutale du champ a une moyenne de 35 G et est très fluctuante. La valeur r.m.s est de l'ordre de grandeur de la moyenne. Le champ magnétique croit lorsque les turbines tournent à une fréquence supérieure à 16 Hz. Le paramètre de contrôle de l'instabilité est le nombre de Reynolds magnétique défini comme $Rm = \mu_0 \sigma U L$ avec $L = R_{chemise}$ et $U = 2\pi R_{disque}(F_1 + F_2)/2$ la vitesse de rotation en sortie de pales. La paramètre critique est $Rm_c = 32$ pour

les campagnes G, H, I ayant la configuration décrite ci-dessus.

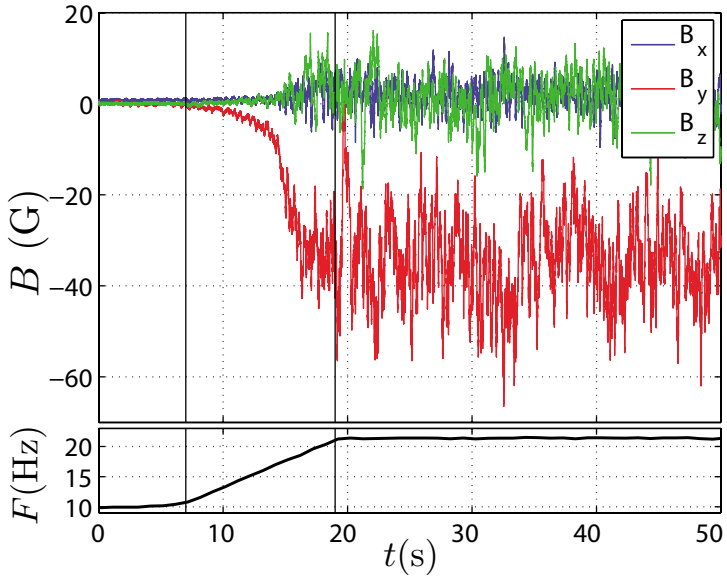

FIGURE I.22 – Série temporelle lors de la bifurcation de l'instabilité dynamo de la campagne G. La fréquence de rotation des disques augmente de 10 à 22 Hz et on observe une croissance exponentielle de toutes les composantes du champ [54].

Remarque : Pour les configurations sans cylindre interne, voir schéma II.8, la taille caractéristique pour calculer Rm est remplacée par R_{cuve}. Nous garderons cette définition dans tout le manuscrit.
Il est à noter que d'autres définitions ont été utilisées pour décrire l'instabilité dynamo dans VKS dans certains articles, pour prendre en compte l'efficacité des turbines. $Rm = \kappa\mu_0\sigma UL$ où $U = 2\pi R_{chemise}F$, $L = R_{chemise}$ et κ est un coefficient mesuré dans l'expérience en eau à Saclay et dépend de la géométrie des turbines et du sens de rotation. $\kappa = 0.6$ dans le sens (+) et $\kappa = 0.7$ dans le sens (-) pour des TM73.

On remarque que la valeur du paramètre critique Rm_c est inférieure à celle prédite dans les simulations numériques cinématiques. L'évolution de la moyenne du champ magnétique $\sqrt{< B^2 >}$ est représenté figure I.21. Le passage du seuil de l'instabilité se produit à travers une bifurcation supercritique et imparfaite (voir paragraphe II.A.1.1). La loi d'échelle régissant l'évolution de la composante toroïdale de B en fonction de $(Rm - Rm_c)$ mesurée est 0.77 ([54]).
Le champ se développant a une forte composante axiale et azimutale compatible avec les symétries d'un mode dipolaire axial $m = 0$, quasi axisymétrique [78].
La géométrie de ce mode n'est pas en accord avec les simulations numériques de dynamos cinématiques précédent l'expérience prenant en compte seulement l'écoulement moyen de von Kármán et des conditions aux limites homogènes. Les théorèmes antidynamos de Cowling ([21], [40]) démontrent mathématiquement qu'un écoulement axisymétrique ne peut engendrer de champ axisymétrique.

Or dans VKS, l'écoulement moyen est axisymétrique et le champ a une forte composante axisymétrique. cela pose la question des mécanismes de génération et en particulier du rôle des fluctuations turbulentes (non axisymétriques) ainsi que du rôle du fer des turbines sur le mode magnétique.

I.C.3.2 Mécanismes d'auto-entretien et origine du mode $m = 0$

Comme souligné précédemment, le mode le plus instable dans l'expérience VKS est un dipôle axial. Cela pose la question du détournement du théorème de Cowling sur l'axisymétrie du champ dynamo. Plusieurs hypothèses de mécanismes de génération sont défendues dans les différentes communautés. Le plus répandu est un mécanisme $\alpha\omega$ mais les détails de ces processus sont encore à éclaircir.
L'effet ω transformant une composante de champ poloidale en composante toroïdale a lieu dans la couche de cisaillement dans le plan médian de la cuve, au lieu de rencontre des structures grandes échelles de l'écoulement. Un autre lieu favorable à l'effet ω a été identifié et est localisé près des turbines en fer : le fluide entre les pales tourne à la vitesse du disque et le fluide adjacent à la turbine est légèrement plus lent, cela produit un cisaillement et donc un effet ω, amplifié par la perméabilité magnétique élevé des turbines. Cet effet ω localisé a été vérifié expérimentalement par Verhille et al. ([106]) par des mesures d'induction (en champ appliqué constant) et dans des travaux numériques [34] par Giesecke et al..
L'origine du mécanisme transformant la composante toroïdale en composante poloidale est encore sujet à débat. Une des possibilités étudiés dans ([44]) est un effet α localisé, engendré par les tourbillons entre les pales des turbines. Le fluide est éjecté radialement en formant des tourbillons par effet centrifuge entre les pales des turbines. L'écoulement hélicitaire entre les pales crée, en présence d'un champ toroïdal, un courant toroïdal associé à une composante de champ poloidale. Cet effet α localisé peut être amplifié par la perméabilité du fer et contribuer à la génération du mode $m = 0$.
L'effet α localisé dans les tourbillons entre les pales a été également modélisé par Gissinger ([35]) où un champ de vitesse avec un mode $m = 8$ (pour les 8 tourbillons entre les pales) est pris en compte.

I.C.3.3 Exemple de régimes dynamiques et modélisation

Dès les premières campagne dynamos, des mesures ont été effectuées en régime décalé (forçage asymétrique), lorsque les turbines ne tournent pas à la même vitesse. La dynamo est toujours présente si F_1 et F_2 sont suffisamment élevés. Dans une certaine gamme de paramètres, des régimes dynamiques apparaissent renversements chaotiques, bursts, oscillations quasi périodiques, (figure I.23). Il existe une zoologie de dynamos non stationnaires qui ont été caractérisées dans [7].

Le régime illustré figure I.24 présente des inversions de polarités chaotiques. Sa

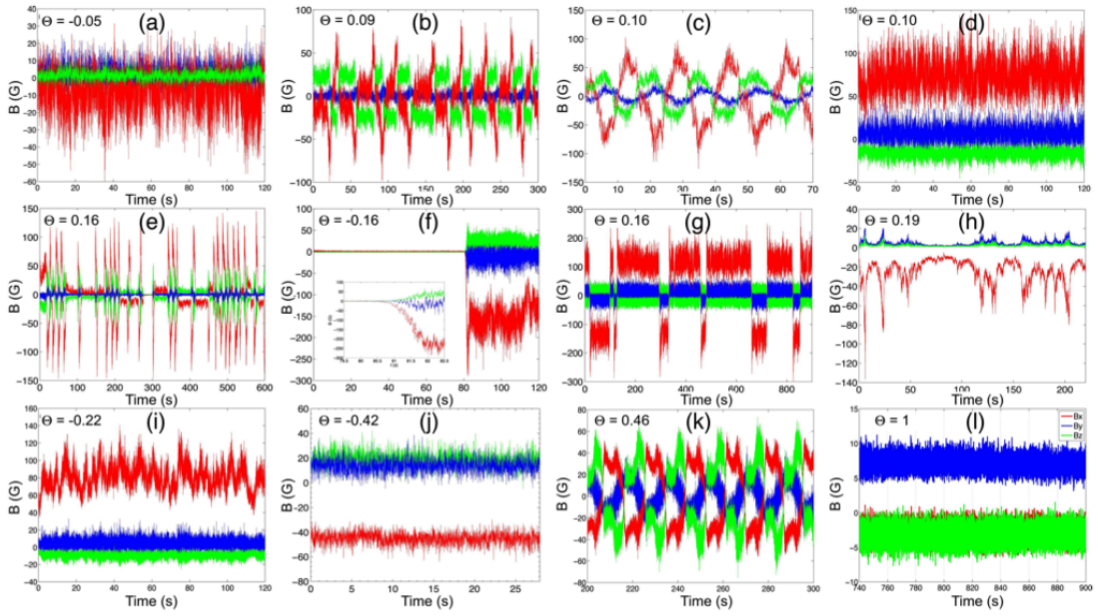

FIGURE I.23 – (a) Exemple de régimes dynamiques observée lors de la campagne VKS 2G en forçage asymétrique. ([54])

représentation dans l'espace des phases $(B(t), B(t+dt))$ indique que la trajectoire empruntée par le champ au cours d'un renversement est toujours le même, aux fluctuations turbulentes près. On distingue également deux points fixes au centre de la figure correspondant à l'amplitude du champ dans chacune des polarités.

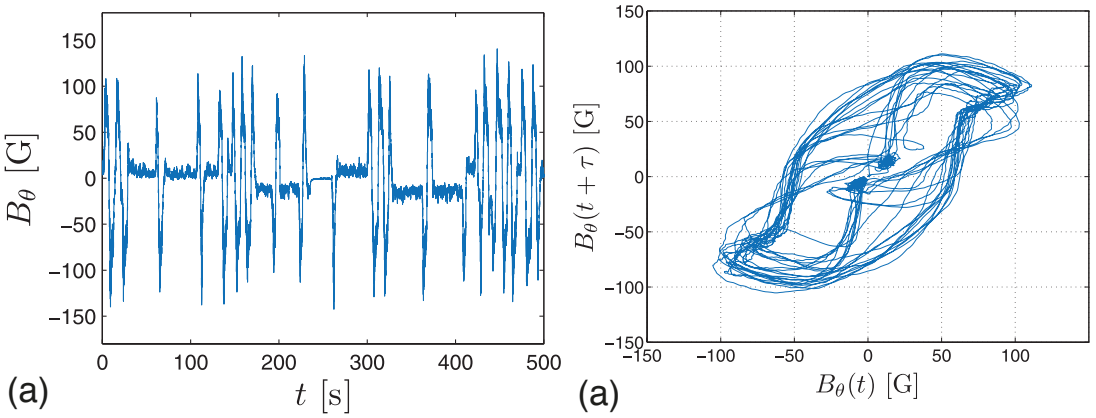

FIGURE I.24 – (a) Renversements chaotique dans VKS [78]. (b) Renversements dans l'espace des phases [78].

Pour comprendre la dynamique du champ magnétique en régime décalé, Petrelis et Fauve proposent un modèle de basse dimension reproduisant de nombreux comportements observés dans l'expérience VKS ([70]). Le modèle

décrit le couplage de deux modes magnétiques D (anti-symétrique par rapport au plan médian et correspondant à un dipôle axial) et Q (symétrique par rapport au plan médian et correspondant à un quadrupole axial) qui vérifient une équation d'amplitude pour $A = D + iQ$. En considérant des arguments de symétrie, on peut montrer qu'il existe deux positions d'équilibre stables (correspondant aux deux polarités du dipôle de la dynamo de VKS) et deux positions d'équilibre instables (voir schéma I.25). Les fluctuations de l'écoulement sont modélisées par un bruit blanc. Si les fluctuations sont petites alors le système va évoluer autour de la position d'équilibre stable (ou faire des excursions vers la position d'équilibre instable). En revanche si les fluctuations sont grandes, alors le système va pouvoir explorer l'espace des phases au delà du point d'équilibre instable et bifurquer vers le second point d'équilibre stable. Cela décrit la dynamique des renversements chaotiques rencontrés dans l'expérience VKS. Si les paramètres du modèle sont tels que les points fixes stables et instables sont confondus alors la dynamique décrite correspond à des oscillations périodiques. Le principal avantage de ce

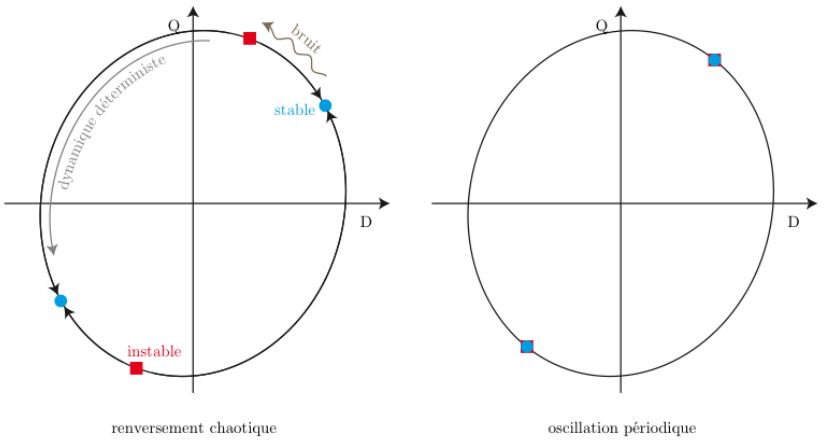

FIGURE I.25 – Modèle Fauve Petrelis dans le plan (D,Q) les deux modes magnétiques en interaction via des équations d'amplitude et décrivant la dynamique du champ dans l'expérience VKS à travers deux points fixes stables (ronds) et deux instables (carrés) [104].

modèle est qu'il décrit les régimes dynamiques observés expérimentalement avec l'interaction d'un petit nombre de modes magnétique. Cependant, les ingrédients physique décrivant l'écoulement sont injectés de manière artificielle dans les coefficients du système dynamique pour retrouver les observations expérimentales et l'absence de mode hydrodynamique ne permet pas de décrire un système MHD où le champ magnétique et de vitesse sont couplés. Les travaux de Gissinger [36] ont pris en compte un mode hydrodynamique en plus des deux modes magnétiques, tout en s'affranchissant du bruit stochastique du modèle précédent.

I.D Présentation du travail de thèse

I.D.1 Questions ouvertes, problématiques

Le premier champ dynamo observé dans l'expérience VKS a soulevé de nombreuses questions sur les mécanismes de génération de l'instabilité, notamment concernant le mode magnétique, l'influence des conditions aux limites et l'obtention des régimes dynamiques. Beaucoup d'éléments ont été compris depuis 2006 mais il reste des interrogations fondamentales sur l'expérience VKS et sur l'instabilité dynamo de manière générale. Nous les abordons ici et la suite de ce manuscrit est organisé autour des ces problématiques.

(i) Mécanismes de génération

* L'observation d'un champ dynamo dipolaire axial dans l'expérience VKS, en contradiction avec toutes les simulations de dynamo cinématique en géométrie de von Kármán, soulève la question de l'origine du mode $m = 0$. La dynamo n'a été observée seulement lorsque les turbines sont composées de fer doux, imposant une perméabilité magnétique supérieure à celle du fluide aux extrémités de la cuve. Il a été montré que le fer joue un rôle amplificateur de l'effet ω localisé près des turbines et qu'il a une influence sur la sélection du mode magnétique ([106], [34], [37]). Cependant, aucun champ dynamo n'a été observé dans l'expérience VKS lorsque les turbines sont mixtes, c'est à dire que seul le disque est en fer avec des pales en inox non ferromagnétiques ou inversement lorsque le disque est en inox et que les pales sont en fer doux. Le rôle exact du disque et des pales séparément n'a pas été élucidé. De la même manière, aucun champ dynamo n'a été observé si l'écoulement est généré par la rotation d'une turbine en inox avec une turbine en fer de l'autre coté de la cuve. A l'opposé un champ est auto-entretenu si une turbine en fer seule est en rotation. Il se pose alors la question de l'influence des conditions aux limites et en particulier d'un matériau à grande perméabilité magnétique dans la génération de la dynamo. Une question sous-jacente qui se pose est : peut-on observer un champ dynamo sans partie en fer qui soit en rotation ?
* Bien que l'influence de l'écoulement sur le champ magnétique soit une question primordiale, les campagnes de mesures réalisées avant le début de ma thèse n'ont pas été dédiées à cette problématique. Il a été montré que la couche de sodium au repos autour de l'écoulement n'était pas déterminante sur le seuil de l'instabilité puisque le fait de la retirer, ne change que très peu le seuil de l'instabilité (contrairement à ce que les simulations numériques proposaient). Dans ce manuscrit nous reviendrons sur l'étude de l'influence de l'écoulement moyen sur les propriétés du champ dynamo, en particulier sur le seuil de l'instabilité ainsi que sur l'existence des régimes dynamiques. Nous nous pencherons également sur la question de l'influence des fluctuations turbulentes sur le champ dynamo.
* De nombreuses configurations de l'expérience VKS faisant varier les conditions aux limites et n'ayant pas montré l'effet dynamo dans les limites de puissance

posent la question de l'estimation expérimentale du seuil de l'instabilité dynamo en étant en dessous de la valeur critique. Existe-t-il des précurseurs à cette instabilité se développant sur un champ de vitesse au taux de fluctuations très élevé, comme il en existe au voisinage de la bifurcation d'autres systèmes physiques ?

(ii) Mécanismes de saturation

Le champ dynamo dans l'expérience VKS est stationnaire en contra-rotation exacte et possède une amplitude moyenne finie. Celle-ci peut être appréhendée en considérant un équilibre entre les termes d'inertie et l'amplitude des forces de Lorentz rétro-agissant sur le champ de vitesse. Cependant les mécanismes exacts de saturation du champ magnétique sont encore indéterminés, en partie à cause du fait que la dynamo de l'expérience VKS n'est observable qu'au voisinage du seuil ($Rm^{max} \simeq 2Rm_c$). L'effet des forces de Lorentz est difficilement mesurable dans ces conditions. En particulier les mesures hydrodynamiques globales (couples moteurs) ne montrent aucune variation significative entre un état dynamo et un état purement hydrodynamique pour les mêmes valeurs du forçage. Quel est le bilan de puissance d'un écoulement MHD auto-entretenant un champ magnétique ? Une réponse à cette dernière question serait possible en estimant la topologie de l'écoulement lorsqu'un champ dynamo est présent. La problématique des mesures de vitesse d'un écoulement en régime MHD en métaux liquides se pose alors.

(iii) Régimes dynamiques

Dans l'expérience VKS, des régimes dynamiques ont été observés lorsque le forçage est asymétrique. La brisure de symétrie qu'entraine cette différence de forçage implique des bifurcations hydrodynamiques (observés aux mêmes paramètres d'asymétrie dans des écoulements en eau similaires). Bien que des modèles de basses dimensions expliquent la majorité des comportements dynamiques du champ magnétique, la question se pose toujours quant à l'origine physique des régimes dynamiques. En particulier quel est le rôle de l'écoulement global / local sur les régimes dynamiques ? Quel est le paramètre déterminant le seuil des poches de régimes dynamiques dans l'espace des paramètres ?

I.D.2 Plan du manuscrit

Nous allons aborder ces différentes problématiques tout au long du manuscrit à la lumière des expériences qui ont pu être effectuées au cours de ma thèse. Nous nous intéresserons dans le chapitre II à l'influence des conditions aux limites et de l'écoulement sur les mécanismes d'induction à travers des méthodes de physique non linéaires et de transition de phase appliqués à plusieurs configurations de l'expérience VKS afin d'estimer le seuil de l'instabilité dynamo en étant en dessous

du paramètre critique. Nous verrons ensuite le comportement du champ dynamo dans des régimes de forçage asymétrique afin d'étudier les critères d'apparition des régimes dynamiques ainsi que l'influence d'une bifurcation hydrodynamique sur le champ dynamo.
Nous nous intéresserons ensuite dans le chapitre III aux mécanismes de saturation d'un champ magnétique à l'aide d'une dynamo expérimentale semi-synthétique permettant d'explorer des régimes dynamos pour lesquels l'écoulement est complètement MHD (ce qui revient à étudier une dynamo loin du seuil $Rm \gg Rm_c$). Cette expérience permet d'étudier le rapport d'énergie cinétique sur l'énergie magnétique en régime saturé et d'établir un bilan de puissance d'un état dynamo. Cette expérience est également un moyen de tester et de valider des techniques de mesures de vitesse en métaux liquides que nous détaillerons dans le chapitre IV.

Chapitre II

Expérience VKS : Estimation de seuils et bistabilité

Sommaire

II.A Introduction : l'expérience VKS de 2006 à 2010 42
II.A.1 Propriétés de la dynamo VKS en contra-rotation exacte . . 42
II.A.2 Présentations des différentes campagnes 50
II.B Forçages asymétriques et régimes dynamiques 53
II.B.1 Dynamos à forçage asymétrique, espace des paramètres . . 53
II.B.2 Influence d'une brisure de symétrie de l'écoulement sur le champ dynamo 54
II.B.3 Espace des paramètres normalisés : comparaison pales droites/ pales courbes 56
II.B.4 Vers une dynamo sans fer en rotation ? 59
II.C Estimation des seuils de l'instabilité dynamo 64
II.C.1 Temps de relaxation à partir d'un pulse de champ magnétique 67
II.C.2 Mesures d'induction : divergence de la susceptibilité 73
II.C.3 Résultats pour les autres campagnes dynamos 75
II.D Influence des conditions aux limites sur l'estimation du seuil dans un écoulement de type s_2t_2 77
II.D.1 Configurations des campagnes étudiées 77
II.D.2 Estimation des seuils des campagnes non dynamo 79
II.E Influence de l'écoulement : Forçage asymétrique et bistabilité 87
II.E.1 Bistabilité hydrodynamique 89
II.E.2 Bistabilité du champ dynamo 94
II.E.3 Dynamique des bifurcations 97
II.E.4 Conclusion 99
II.F Conclusion sur l'expérience VKS 99

Dans ce chapitre, nous étudions les mécanismes de génération de la dynamo de l'expérience VKS à travers l'analyse de plusieurs configurations différentes. L'influence des conditions aux limites et de l'écoulement sur la capacité dynamogène des configurations est étudiée à la lumière de méthodes expérimentales d'estimation des seuils. Après avoir introduit en détails les propriétés de la dynamo VKS en contra-rotation exacte lorsque les turbines sont en fer doux,

nous passerons en revue les conditions d'observation des régimes dynamiques en forçage asymétrique puis étudierons l'influence d'une bifurcation hydrodynamique sur le champ dynamo observée dans une configuration modifiée.

II.A Introduction : l'expérience VKS de 2006 à 2010

II.A.1 Propriétés de la dynamo VKS en contra-rotation exacte

Les propriétés de la dynamo VKS qui vont être énumérées ci-dessous sont issues principalement de la campagne nommée VKS2-R, qui a eu lieu en juillet 2010, que nous prendrons comme référence. C'est la campagne qui propose le plus grand nombre de mesure magnétiques et hydrodynamiques (mesures précises de couple et de vitesse locale par différence de potentiel) et une exploration de l'espace des paramètres très complète.

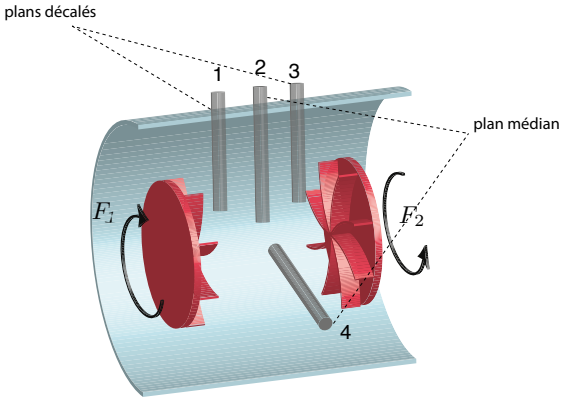

FIGURE II.1 – Configuration de la campagne de référence VKS2-R. Les turbines sont en fer doux à pales courbes (TM73). Les 4 sondes plongeant dans la cuve mesurent les 3 composantes de champ magnétique à différents rayons dans la cuve. Les sondes 1 et 3 sont proches des turbines et plongent moins profondément que les sondes 2 et 4 toutes deux dans le plan médian (vertical et horizontal).

La configuration décrite dans le chapitre I comportait un cylindre interne en cuivre et des turbines à pales courbes en fer doux. Pour la campagne R dont le schéma est illustré figure II.1, la chemise a été retirée ; il n'y a pas de couche de sodium au repos entre la paroi de la cuve et l'écoulement. Le rayon de la cuve est $R_c = 289$ mm, le fluide est entrainé par des turbines de type TM73 à pales courbes entièrement en fer doux. Quatre sondes magnétiques sont insérées dans des doigts de gants plongeant à l'intérieur de la cuve ; deux sont situés dans les plans décalés à proximité des turbines et permettant de vérifier la symétrie

gauche/droite. Deux autres sondes sont situées dans le plan médian à la verticale et à l'horizontale, permettant de vérifier l'axisymétrie du champ. Une sonde Vives miniaturisée ([63]) est insérée dans le fluide dans le plan médian horizontal et donne accès à des mesures de vitesse locales dans la direction axiale et azimutale. On rappelle que le régime de contra-rotation exacte signifie que les deux turbines tournent à la même fréquence et dans le sens (+) (entraine le fluide avec le côté concave des pales).

II.A.1.1 Bifurcations et mécanismes de génération

La configuration de la campagne de mesures VKS2-R (turbines en fer doux à pales courbes, voir figure II.1) permet de franchir le seuil de l'instabilité dynamo pour un paramètre de contrôle critique $Rm_c = \mu_0 \sigma 2\pi R_{\text{cuve}} R_{\text{disque}} (F_{1c}+F_{2c})/2 = 44$ en contra-rotation exacte. Le champ dynamo se développant est dipolaire axial et statistiquement stationnaire. Le seuil en fréquence est à $\sim$ 13 Hz, la puissance mécanique disponible permet d'explorer l'espace des paramètres jusqu'à $Rm \simeq 2Rm_c$. La bifurcation, illustrée figure (II.2 (a)), calculée sur l'énergie magnétique moyennée sur l'ensemble des capteurs répartis dans le volume de sodium $\sqrt{< B^2 >}$, est supercritique. L'amplitude du champ saturé vérifie une loi du type $B \sim (Rm - Rm_c)$. Nous reviendrons sur la valeur de l'exposant critique.

Bifurcation imparfaite : magnétisation des turbines Lors de la première série de mesure d'une campagne VKS comportant des turbines en fer doux, une hystérésis est observable sur les courbes de bifurcation autour du seuil de l'instabilité. Lorsque Rm croît de 0 à $Rm = Rm_c$, le champ magnétique a une moyenne nulle jusqu'au passage du seuil (figure II.2 (a)). Le champ n'emprunte pas la même branche autour du seuil lorsque Rm décroît, il reste d'amplitude faible mais non nulle pour $Rm < Rm_c$. Ce cycle d'hystérésis s'explique par le fait que les turbines se magnétisent légèrement en présence du champ dynamo. Le champ rémanent des turbines (quelques gauss) rend la bifurcation imparfaite. Tous les autres passages du seuil de la campagne parcourent la branche de bifurcation imparfaite. La magnétisation des disques perdure ensuite tant qu'aucun champ de polarité variable n'est appliqué aux turbines, raison pour laquelle, la même polarité de champ est observée lors de la première magnétisation et pour toutes les autres bifurcations. En revanche, si les disques sont démagnétisés (par application d'un champ oscillant ou après des régimes dynamiques impliquant des changements de polarité), alors le champ peut explorer l'une ou l'autre des polarités ([54]). Ce type de comportement imparfait a également été observé dans la dynamo de Karlsruhe [56] et a été modélisé dans ce cas par Tilgner et Busse [101].
La magnétisation des disques et l'imperfection de la bifurcation impliquent de choisir un critère pour définir la valeur du paramètre critique puisque l'instabilité ne se déclenche pas de manière brutale (l'évolution de la moyenne du champ reste dérivable au passage du seuil). Plusieurs choix sont alors envisageables. L'exposant

critique étant proche de 1 dans la campagne VKS2-R, le seuil de la bifurcation en contra-rotation exacte est déterminé par l'extrapolation linéaire de $\sqrt{< B^2 >}$ qui croise l'axe des abscisses en $Rm = Rm_c$. On obtient ainsi $Rm_c = 44$ (voir figure II.2 (a)).

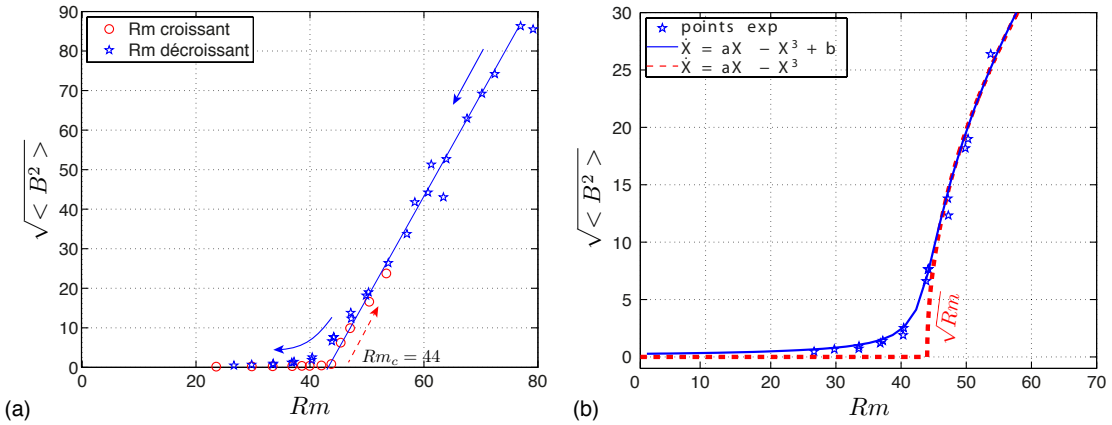

FIGURE II.2 – (a) Bifurcation du champ moyen lors de la campagne VKS2-R. On observe le cycle d'hystérésis entre la première magnétisation pour Rm croissant et Rm décroissant où les turbines sont magnétisées, ce qui influe sur l'amplitude de la bifurcation au voisinage du seuil. (b) Imperfection de la bifurcation dans VKS2-R et modèle bifurcation supercritique parfaite (pointillés rouges)/imparfaite (ligne bleue). Les points expérimentaux suivent le modèle de bifurcation imparfaite jusqu'à $Rm = 55$, les exposants critiques étant différents par la suite.

Un agrandissement de la bifurcation de 0 à 30 Gauss est représenté figure II.2 (b) montrant que même à $Rm < 40$ le champ n'est pas nul. Il vaut $\sqrt{< B^2 >} \sim 8$ G à $Rm = 44$. Si on cherche à décrire les points expérimentaux avec un modèle de bifurcation fourche supercritique du type $\dot{X} = aX - X^3$, les points fixes stables sont décrits par $X_0 = 0$ pour $a < a_c$ et $X_0 = \sqrt{a}$ pour $a > a_c$ où a_c est la valeur critique du paramètre d'ordre. Ces solutions sont représentées en pointillés rouges sur la figure II.2 (b). Les points expérimentaux ne suivent cette branche que dans l'intervalle $Rm \in [45;\ 55]$. Au delà, l'exposant critique mesuré n'est pas en accord avec celui du modèle discuté ici. En bleu (ligne pleine), toujours sur la même figure, les points fixes du système $\dot{X} = aX - X^3 + b$ représentant une bifurcation supercritique imparfaite se superposent correctement aux points expérimentaux dans une plus large gamme (avec une valeur de $b = 0.005$ adéquate par rapport aux points expérimentaux), notamment pour $Rm < 45$. Nous définirons dans la suite de ce manuscrit (d'autres choix sont possibles) un état dynamo comme un champ d'amplitude supérieure à 8 G et un état non dynamo comme un champ d'amplitude inférieure à 8 G (causé par l'advection du champ magnétique terrestre 0.5 G dont le dispositif n'est pas isolé et le champ rémanent des turbines). Au voisinage du seuil, la bifurcation est bien décrite par le modèle de bifurcation imparfaite mais au delà, les ex-

posants critiques (1/2 pour le modèle et 1 pour l'expérience) ne correspondent pas.

Saturation du champ : loi d'échelle Une prédiction de l'exposant critique α vérifiant $B \propto (Rm - Rm_c)^\alpha$ pour une dynamo turbulente autour du seuil donne une valeur $\alpha = 1/2$ correspondant à une bifurcation supercritique modèle ([25]). Cette loi d'échelle est correctement vérifiée dans la dynamo de Karlsruhe ([56]). Cependant toutes les valeurs de α mesurées dans VKS diffèrent de 1/2. Il a été observé dans la campagne G un exposant $\alpha = 0.77$ calculé sur la composante du champ de plus grande amplitude B_θ (publiée dans [54]).
Dans les campagnes de type VKS2-R, les courbes de bifurcation donnent un exposant proche de 1 (sur l'énergie magnétique totale $\sqrt{\langle B^2 \rangle}$; voir figure II.2 (b)). La raison pour laquelle l'exposant varie d'une configuration à l'autre (en fonction de l'écoulement et des conditions aux limites) n'est pas bien compris. Au cours d'une même campagne de mesures, l'exposant est reproductible. Après la première magnétisation, toutes les bifurcations supercritiques sont superposables avec le même exposant critique.
De part les fluctuations turbulentes importantes, l'imperfection de la bifurcation et le fait que $Rm^{\max} \simeq 2Rm_c$, la loi d'échelle ne peut être déterminée qu'avec une incertitude assez grande. D'un point de vue théorique, l'exposant critique d'une instabilité se développant en présence de bruit multiplicatif (fond turbulent) est encore une question ouverte ; quelques pistes sont données dans ([1]) où tous les exposants entre 1/2 et 1 peuvent être observés lors de la bifurcation d'un système sur un fond turbulent. Les arguments donnés dans cet article ne seront pas repris ici, mais on peut expliquer simplement la variété d'exposants observés en considérant un équilibre entre les forces d'inertie et les forces de Lorentz dans le régime saturé :

$$|\rho(\mathbf{u}' \cdot \nabla)\mathbf{u}'| \sim |\mathbf{j} \times \mathbf{B}| = |\frac{1}{\mu_0}(\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B}|$$

où $\mathbf{u}' = \mathbf{U} + \mathbf{u_1}$ est la vitesse de l'écoulement en présence de champ magnétique, que l'on peut décomposer en deux termes : $\mathbf{U}$, équivalent de la vitesse sans champ et $\mathbf{u_1}$ la modification de la vitesse causée par la rétro-action des forces de Lorentz (qui ne sont plus négligeables au delà du seuil de l'instabilité). La réécriture du terme d'inertie fait apparaitre quatre termes de poids différents :

$$|\rho\,(\mathbf{U} \cdot \nabla)\mathbf{U} + (\mathbf{u_1} \cdot \nabla)\mathbf{U} + (\mathbf{U} \cdot \nabla)\mathbf{u_1} + (\mathbf{u_1} \cdot \nabla)\mathbf{u_1})\,| \sim \frac{B^2}{L\mu_0}$$

Seuls les 3 derniers termes compensent effectivement la force de Lorentz, le premier vérifiant l'équation de Navier-Stokes sans champ. Les deux termes du milieu sont d'ordre $(Rm - Rm_c)Rm_c$ et le dernier $(Rm - Rm_c)^2$. L'amplitude moyenne du champ B évolue avec Rm de la manière suivante :

$$B^2 \sim \rho(a_1(Rm - Rm_c)Rm_c + a_2(Rm - Rm_c)^2)$$

Si $Rm - Rm_c \ll 1$, c'est à dire si le paramètre de contrôle reste proche du paramètre critique alors l'exposant critique est 1/2 (le terme $(Rm - Rm_c)^2$ est négligeable devant $(Rm - Rm_c)Rm_c$). Si la modification de vitesse par la force de Lorentz est grande ou de manière équivalente si l'écart au seuil est élevé alors le second terme est prédominant par rapport au premier et le scaling est en $B \sim (Rm - Rm_c)$ avec un exposant critique de 1. Pour les cas intermédiaires, on peut observer un exposant critique entre 1/2 et 1.

Nous soulignons que le passage du seuil se déroule sans passer par un régime intermittent ; contrairement à ce qui pourrait être attendu pour un système dynamique soumis à un bruit multiplicatif (fond turbulent) au passage du seuil d'une instabilité supercritique ([74]). L'imperfection de la bifurcation peut être à l'origine de l'absence de régime intermittent ([69]).

II.A.1.2 Géométrie du champ dynamo en contra-rotation exacte

Le champ dynamo observé dans l'expérience VKS est un champ à grande échelle dipolaire axial avec une forte composante azimutale axisymétrique. Un schéma 3D de cette géométrie (repris de [78]) est présenté sur la figure II.3 (a)).

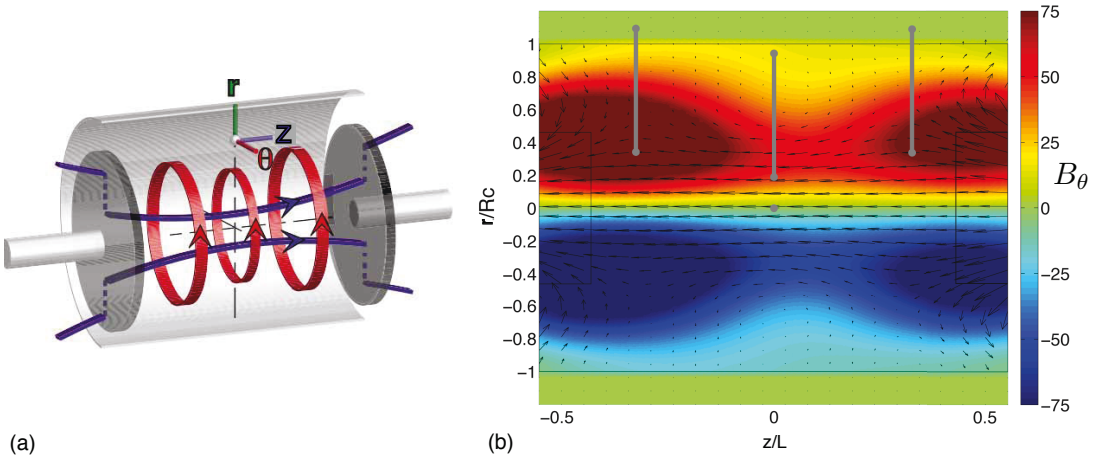

FIGURE II.3 – (a) Schéma tridimensionnel de la géométrie du mode magnétique : dipôle axial avec une composante azimutale axisymétrique (repris de [78]). (b) Reconstruction du champ magnétique dynamo dans l'expérience VKS2-R pour $F_1 = F_2 = 15$ Hz (méthodes décrites dans [9], [8]). Les couleurs représentent la composante toroïdale et les flèches dans le plan représentent la composante poloidale

En contra-rotation exacte ($F_1 = F_2$), les champs observés sont statistiquement stationnaires. Le grand nombre de capteurs sondant le champ magnétique dans le volume de sodium permet de cartographier le champ dynamo (figure II.3 (b)) grâce à une méthode d'inversion développée et adaptée à l'expérience VKS par

J. Boisson et B. Dubrulle ([9],[8]). Les couleurs représentent l'intensité du champ toroïdal tandis que les flèches sont l'image du champ poloidal. On remarque que le champ est plus important à proximité de chaque turbine. Cela peut être surprenant étant donné que le lieu de cisaillement le plus important est dans le plan médian où l'effet ω, et donc le champ toroïdal, devrait *a priori* être le plus fort. Toutefois, cela est en accord avec des mécanismes de génération localisés près des turbines ferromagnétiques qui amplifient l'effet ω causé par le cisaillement entre le fluide entre les pales et le fluide adjacent au disque ([106]). La méthode d'inversion utilise une base de Galerkin avec plusieurs modes toroïdaux et poloidaux ; le champ reconstruit dans tout le volume de sodium concorde avec le champ mesuré par les sondes à 10% près (résidus, voir [9] pour plus de détails).
Pour retrouver le champ expérimental, il convient de considérer un mode non axisymétrique ($m = 1$) d'amplitude plus faible (d'un facteur 3 par rapport au mode $m = 0$) car l'axisymétrie n'est pas parfaite.

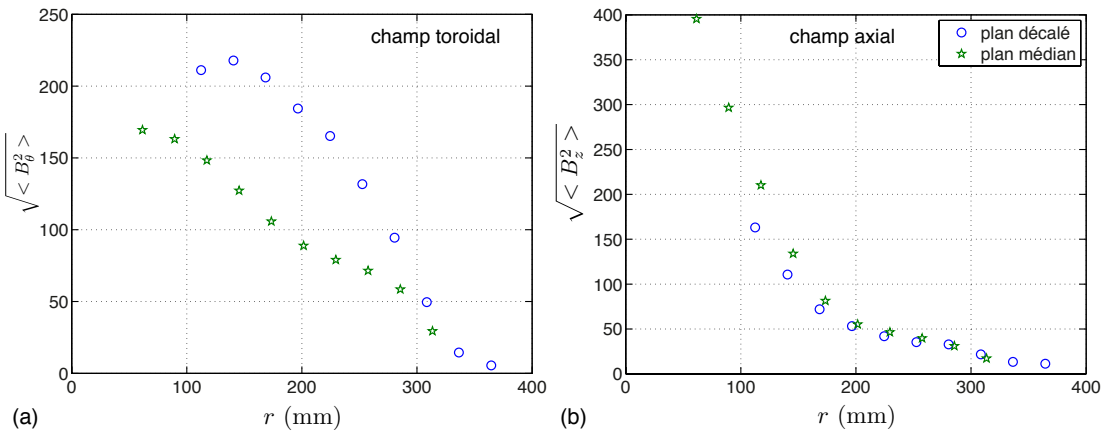

FIGURE II.4 – Profils moyens dans le plan médian (moyenne de la sonde horizontale et verticale) et dans les plans décalés (moyenne gauche/droite) à $F_1 = F_2 = 25$ Hz dans VKS2-R. (a) composante azimutale. (b) composante axiale.

L'évolution radiale de deux composantes de champ dans le plan médian et dans les plans décalés de la cuve est représentée figure II.4 grâce au réseau de sondes plongeant dans la cuve. Dans le plan médian, les doigt de gants contenant les sondes permettent de mesurer le champ de $r = 62$ mm à $r = 312$ mm ; $r = 0$ étant l'axe de révolution du cylindre. Dans les plans décalés près des turbines, les doigts de gants sont plus courts, ils sondent de $r = 113$ à $r = 365$ mm pour ne pas trop perturber l'écoulement près des turbines. Il se dégage une composante axiale importante près du centre de la cuve ainsi qu'une forte composante toroïdale présentant un maximum à $r = 90$ mm. Les profils exposés ici ont été réalisés à $F = 25$ Hz et sont typiques d'une campagne dynamo VKS.

II.A.1.3 Propriétés de symétrie du champ

La méthode de reconstruction permet d'accéder à la géométrie spatiale globale du champ dynamo observé dans VKS. Le mode dipolaire axial propose que invariance du champ selon θ (axisymétrie) ainsi qu'une symétrie gauche/droite. L'introduction des doigts de gant contenant les capteurs magnétiques dans l'écoulement introduit un biais dans ces symétries qui n'a jamais été caractérisé dans les expériences en eau. Nous allons ici les quantifier et vérifier les propriétés de symétrie du champ dynamo.

Dans un premier temps, nous nous intéressons à la symétrie gauche/droite

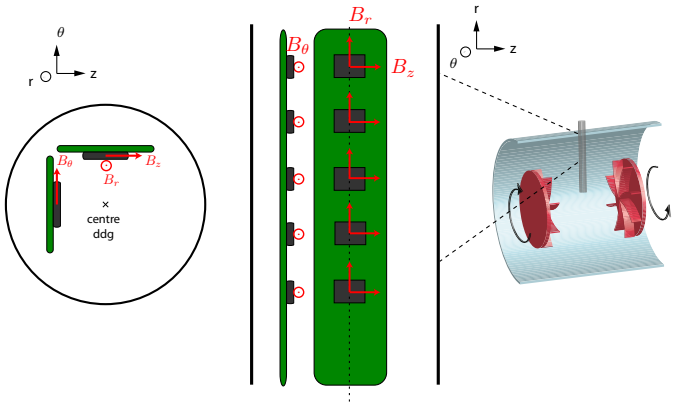

FIGURE II.5 – Disposition des capteurs à effet Hall dans les doigts de gant. Gauche : Vue de dessus du doigt de gant. Milieu : vue de côté. Droite : Vue d'ensemble et disposition dans la cuve.

(équivalence par échange des turbines) (mesures réalisées dans la campagne dynamo VKS2-V car c'est la seule campagne où la symétrie des sondes a été testée. Le lecteur peut se reporter au schéma de cette configuration figure II.8 mais le seul détail important est que les deux turbines sont symétriques et en fer doux.) On note sur la figure II.3 (b) que l'amplitude du champ (à la fois poloidal et toroïdal) est plus importante du côté gauche que du côté droit. Ceci est partiellement dû à un effet de positionnement des capteurs magnétiques dans les accès dans la cuve près des disques. En effet les capteurs ne sont pas centrés à l'intérieur des doigts de gant (voir figure II.5). Les plaquettes électroniques sur lesquelles sont soudées les capteurs font que l'endroit où le champ est mesuré est décalé de 1.5 cm par rapport au centre du doigt de gant. Dans la plupart des campagnes de mesures, toutes les sondes sont orientées de la même manière afin d'avoir directement les mêmes signes du champ sur les mesures. Les capteurs étant décentrés, cela implique que dans les plans décalés, ils sont plus proches de la turbine d'un côté que de l'autre ($\sim$ 1.5 cm). Le champ étant plus fort près des turbines, il existe un biais de $\sim 20\%$ entre les deux sondes dans les plans décalés.

A titre d'exemple, deux profils radiaux sont représentés sur la figure II.6 (a) et (b) lorsque les deux capteurs sont orientés de façon similaires (distance capteur-turbine différente à gauche et à droite) et lorsqu'ils sont opposés (distance

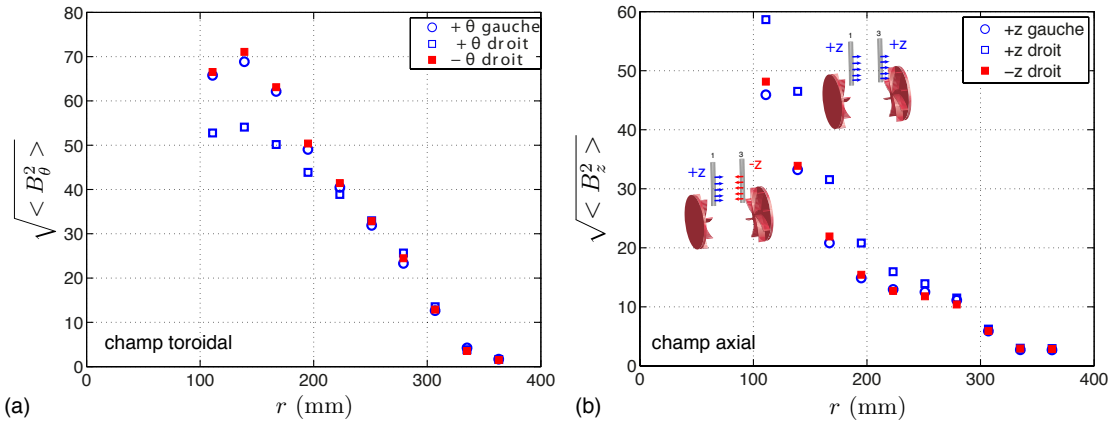

FIGURE II.6 – (a) Profils moyens radiaux en Gauss des composantes axiale et toroidale du champ dynamo près d'une turbine à $F_1 = F_2 = 22$ Hz ($Rm = 66$) pour la campagne VKS2-V (voir configuration sur le schéma dans un paragraphe ultérieur II.8). Les ronds sont les signaux mesurés sur la sonde de gauche. Les carrés sont les profils mesurés à droite. Symboles pleins : capteurs avec la même orientation à gauche et à droite donc une sonde est plus près du disque que l'autre. Symboles creux : l'orientation des capteurs est différente donc les sondes sont à égale distance des turbines). La symétrie est retrouvée.

capteur-turbine égale à gauche et à droite). On retrouve alors la symétrie gauche/droite à 5% près. Il existe un sillage derrière les doigts de gants qui induisent une composante toroïdale supplémentaire sur le champ mesuré. La présence des doigts de gant créé un gradient axial de vitesse toroïdale $\partial_z v_\theta$, qui induit une composante toroïdale à partir d'un champ axial estimée selon l'équation d'induction :

$$B_\theta = \frac{1}{\lambda}\Delta^{-1} B_z \partial_z v_\theta$$

Cet effet se rajoute ou se soustrait au champ toroïdal dynamo mesuré par le capteur selon sa position à l'intérieur du doigt de gant (voir schéma II.5). Il faudrait réaliser une moyenne entre les deux signaux mesurés lorsque les capteurs ont une orientation puis l'autre pour avoir une estimation plus juste de la véritable amplitude du champ toroïdal.

L'axisymétrie du champ dynamo peut être vérifiée à l'aide des sondes disposées dans le plan médian à 90° l'une de l'autre. Les profils dans la direction toroïdale et axiale sont illustrés figure II.7 (a) et (b). Pour un champ parfaitement axisymétrique, les courbes devraient être superposées. Il est possible que la présence des doigts de gants perturbe l'écoulement et brise l'axisymétrie. Cela n'est presque pas visible sur la composante axiale et l'effet du sillage des doigts de gants est plus significatif sur la composante toroïdale (jusqu'à $\sim 20\%$ de différence relative au maximum).

L'effet est donc important mais il est à noter que pour toutes les campagnes

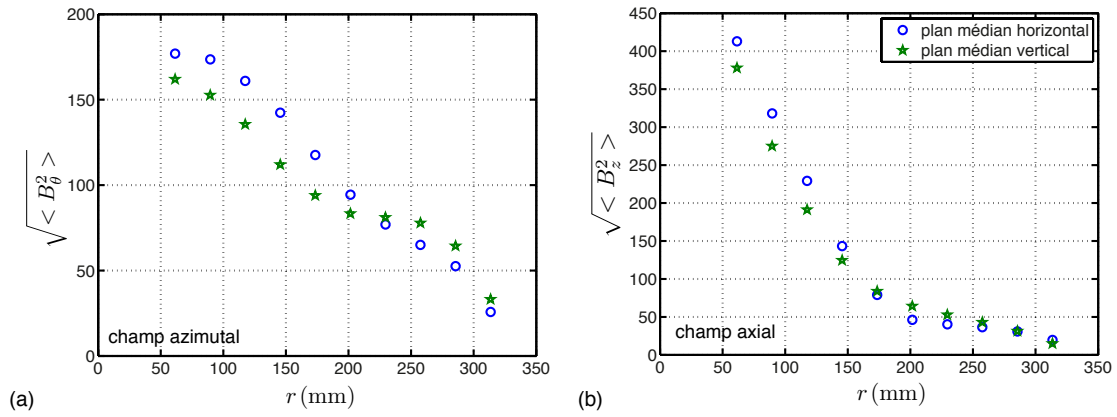

FIGURE II.7 – Axisymétrie du champ : comparaison des profils de deux sondes du plan médian à 90° l'une de l'autre.

étudiées dans ce manuscrit, il y a toujours le même nombre de sondes plongeant dans la cuve, perturbant l'écoulement de la même manière. Des comparaisons quantitatives entre les différentes campagnes de mesures sont pertinentes.

II.A.2 Présentations des différentes campagnes

Nous présentons ici les différentes configurations de l'expérience VKS ayant été étudiées depuis septembre 2006 lors de l'obtention de la première dynamo. Les campagnes, désignées par des lettres, sont espacées dans le temps de plusieurs mois. A l'issu de chaque campagne d'une durée maximale de deux semaines, la cuve est ouverte afin de changer les turbines ou les conditions aux limites. Les garnitures mécaniques assurant l'étanchéité du passage des arbres des moteurs sont remplacées. La cuve refermée et étanche, elle est mise sous argon et un processus de purification du sodium est entamé grâce à un dispositif prévu à cet effet au CEA Cadarache. Lorsqu'il n'y a pas d'incidents (casse, défaillance, fuites) ou de problèmes techniques, les campagnes de mesures peuvent s'enchainer au minimum tous les deux mois.

La géométrie et les conditions aux limites des différentes campagnes sont représentées sur la figure II.8. Les couleurs désignent les matériaux dont la perméabilité magnétique et la conductivité électrique changent. Le rouge désigne le fer doux, l'orange le cuivre et le gris l'inox amagnétique. La cuve est elle aussi en cuivre mais est dessinée en grisée pour des raisons de clarté.
Les campagnes diffèrent par les matériaux des turbines, leur géométrie, des appendices fixés dans la cuve pour faire varier le taux de fluctuations ou la stabilité des structures grandes échelles de l'écoulement, ou la présence d'une couche de sodium au repos grâce à un cylindre interne isolant une partie du sodium du reste de l'écoulement dans la cuve. Un cylindre interne de rayon $R_i = 206$ mm est

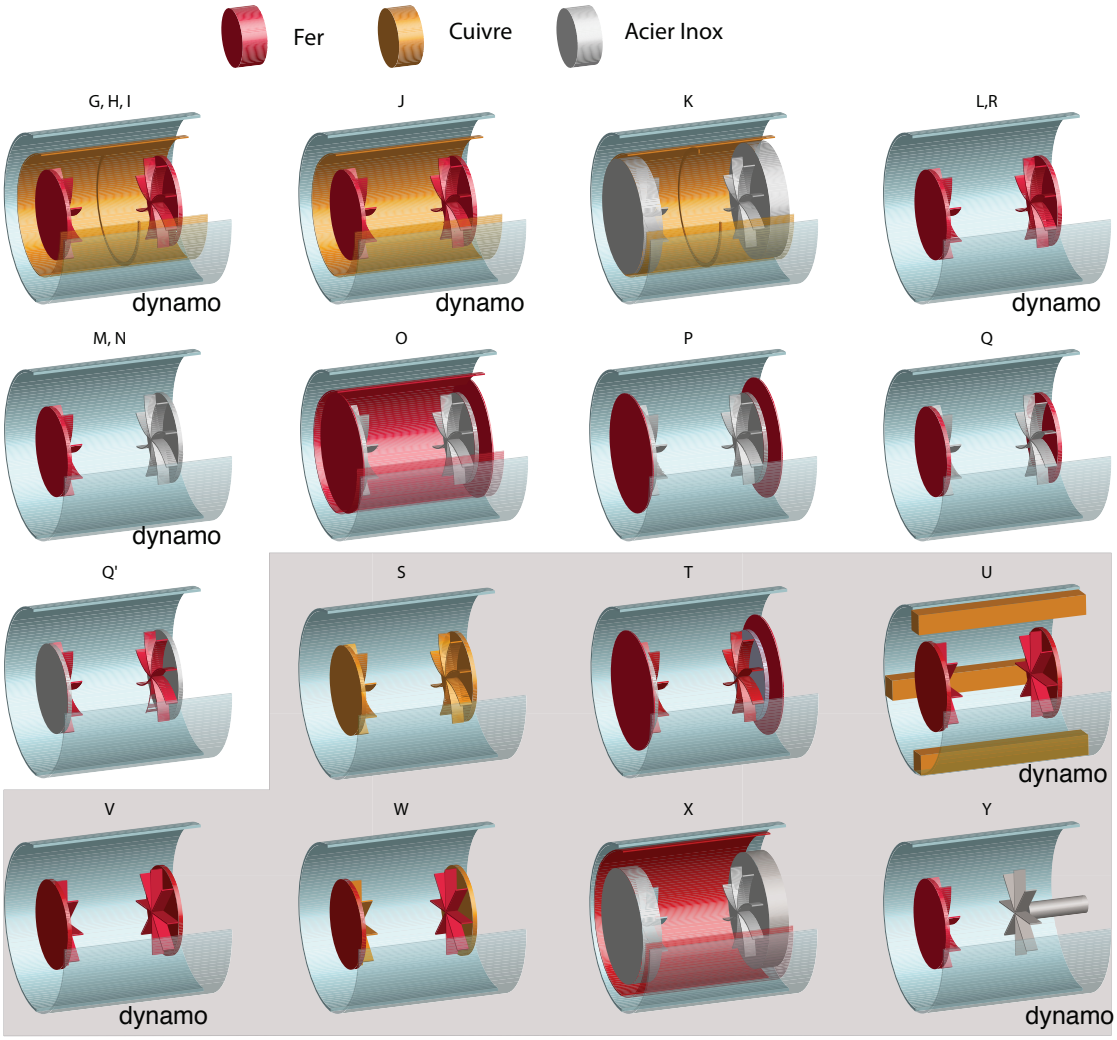

FIGURE II.8 – Campagne de mesures VKS depuis l'obtention de la dynamo en 2006. Seules les configurations munies d'au moins une turbine en fer doux (disque et pales) ont montré une capacité à générer et auto-entretenir un champ magnétique grande échelle. Le seuil n'a pas été franchi pour les autres campagnes dont les matériaux des turbines et des conditions aux limites amènent une variation de perméabilité magnétique et de conductivité électrique. La campagne R est prise comme référence grâce à son grand nombre de mesures magnétiques et hydrodynamiques. L'encadré gris désigne les campagnes auxquelles j'ai pu participer pendant ma thèse à Cadarache lors des mesures ainsi que pour le traitement des données. J'ai également analysé des données issues de plusieurs campagnes précédant ma thèse.

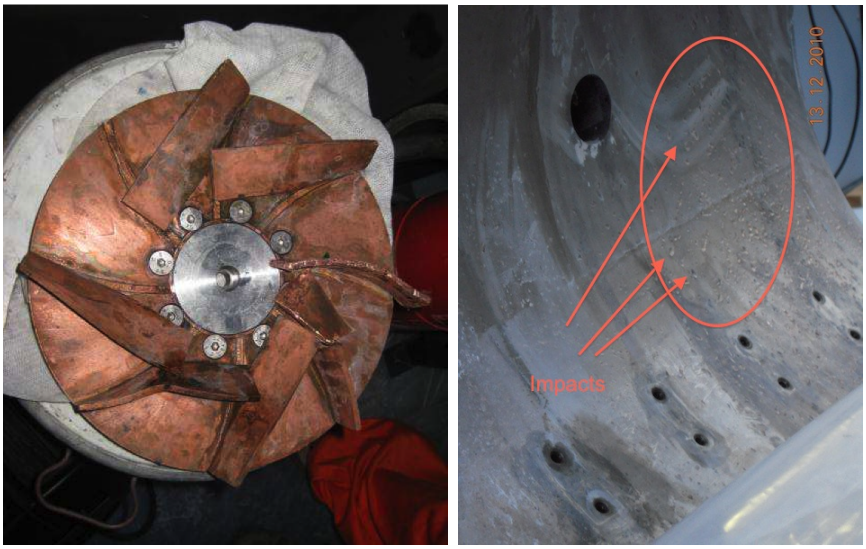

FIGURE II.9 – Etat des turbines en cuivre et de la cuve après l'incident VKS2-S. (a) Les pales ont été arrachées du disque à cause des contraintes mécaniques. Le second disque (non montré) n'a plus de pales du tout. (b) La cuve a été martelée par les morceaux de pales violemment ballottés par l'écoulement. L'intérieur de la cuve a été resurfacée pour éviter de favoriser des amorces de fissures fragilisant la structure.

inséré dans la cuve dans les campagnes G, H, I, J, K (en cuivre) et O (cylindre en fer) ainsi que dans la campagne X ($R_i = 259$ mm cylindre en fer). Un anneau en cuivre est présent dans le plan médian de la cuve dans les configurations G, H, I et K. Quatre ailettes latérales en cuivre de section carrée se situent sur les parois de la cuve de la campagne U. Toutes les autres configurations possèdent une cuve lisse de rayon $R_c = 289$ mm. Les configurations O, P et T comportent des écrans en fer de rayon $R_i = 206$ mm. Pour chacune des campagnes, différents matériaux et géométrie des turbines ont été testés. Les turbines (disques / pales) sont en fer doux et à pales courbes (TM73) pour les campagnes G, H, I, J, L et R. Les turbines sont en inox amagnétique et d'épaisseur suffisantes pour éviter qu'il y ait un écoulement de sodium à l'arrière des turbines pour les campagnes K et X. Les turbines sont en fer (disques / pales) mais à pales droites dans les campagnes U et V. Les matériaux des disques et des pales sont différents pour les campagnes Q (disques en fer et pales courbes en inox), Q' (disques en inox et pales courbes en fer), T (idem Q'). Les turbines ne sont pas identiques dans les campagnes M (turbine en fer d'un côté et turbine en inox de l'autre), N (idem M), W (disque en fer à pales droites en cuivre d'un côté et disque en cuivre avec pales droites en fer de l'autre) et Y (turbine TM73 à pales courbes en fer d'un côté et hélice en inox de l'autre)

Le début de ma thèse en septembre 2010 coïncide avec la campagne VKS2-S dont la configuration comporte des turbines en cuivre à pales courbes. L'effet dynamo n'a pas été observé et la campagne a été stoppée prématurément à cause d'un incident. Les turbines en cuivre n'ont pas résisté à des fréquences de rotation

importantes dans le sens (-) (anticontra-rotation). Les pales ont été arrachées du disque (voir photo II.9 (a)) et ont endommagé la cuve en martelant l'ensemble de sa surface, créant de multiples impacts jusqu'à 1 mm de profondeur. Les contraintes mécaniques exercées sur les pales en cuivre ont été trop importantes pour la résistance de ce matériau. Aucune fuite de sodium ne s'est produite mais l'expérience a été arrêtée pendant 8 mois.
Les campagnes qui ont suivies ont été l'objet d'une expertise attentive quant aux contraintes, à la résistance des matériaux et aux fréquences maximales de travail. Parmi les campagnes auxquelles j'ai participé, seules les configurations U, V et Y comportant toutes au moins une turbine en fer, ont montré l'effet dynamo.

II.B Forçages asymétriques et régimes dynamiques

II.B.1 Dynamos à forçage asymétrique, espace des paramètres

Nous avons déjà mentionné dans le chapitre d'introduction la présence de poches de régimes dynamiques lorsque les fréquences de rotation des deux turbines ne sont pas égales. L'amplitude de la dynamo et la présence de régimes dynamiques sont donnés dans l'espace des paramètres sur la figure II.10 (tirée de [8]) pour la campagne R. La figure montre des régions de champ auto-entretenu lorsque les deux turbines tournent en contra-rotation exacte ($F_1 = F_2 > 0$), lorsqu'une seule turbine en fer tourne ($F_{1,2} > 0$, $F_{2,1} = 0$) mais aussi lorsque les deux turbines tournent à des fréquences différentes (régimes décalés, $F_1 > F_2 > 0$). Tous les points expérimentaux peuvent être symétrisés par rapport à la droite $F_1 = F_2$ (on suppose que les deux turbines sont équivalentes donc que l'échange F_1, F_2 donne les mêmes résultats).
On note la présence d'une dynamo faible amplitude (< 20 Gauss) en régime anticontra-rotation ($F_1 = F_2 < 0$). Aucun champ au dessus de 5 G n'a été mesuré en co-rotation ($F_1 = -F_2$ de type s_2t_1 selon la formulation de Dudley et James. voir un schéma de l'écoulement figure I.19).

En régime décalé ($F_1 \neq F_2$) des régimes dynamiques apparaissent. Il est à noter que le paramètre d'asymétrie θ est proche de 0.1 lorsque ces régimes apparaissent. Cette valeur est différente de celle observée dans les campagnes *G,H, I* étudiées dans le chapitre précédent (pour lesquelles $\theta = 0.16$). Le rapport d'aspect (rapport entre le rayon du disque et le rayon de la cuve) n'est pas identique dans la campagne R et dans les campagnes étudiées précédemment ; ainsi les données concernant la bifurcation hydrodynamique 2 cellules/ 1 cellule sont indisponibles dans les expériences en eau mais l'apparition des régimes dynamiques peut concorder avec une bifurcation de ce type, comme dans les campagnes de type G et J.

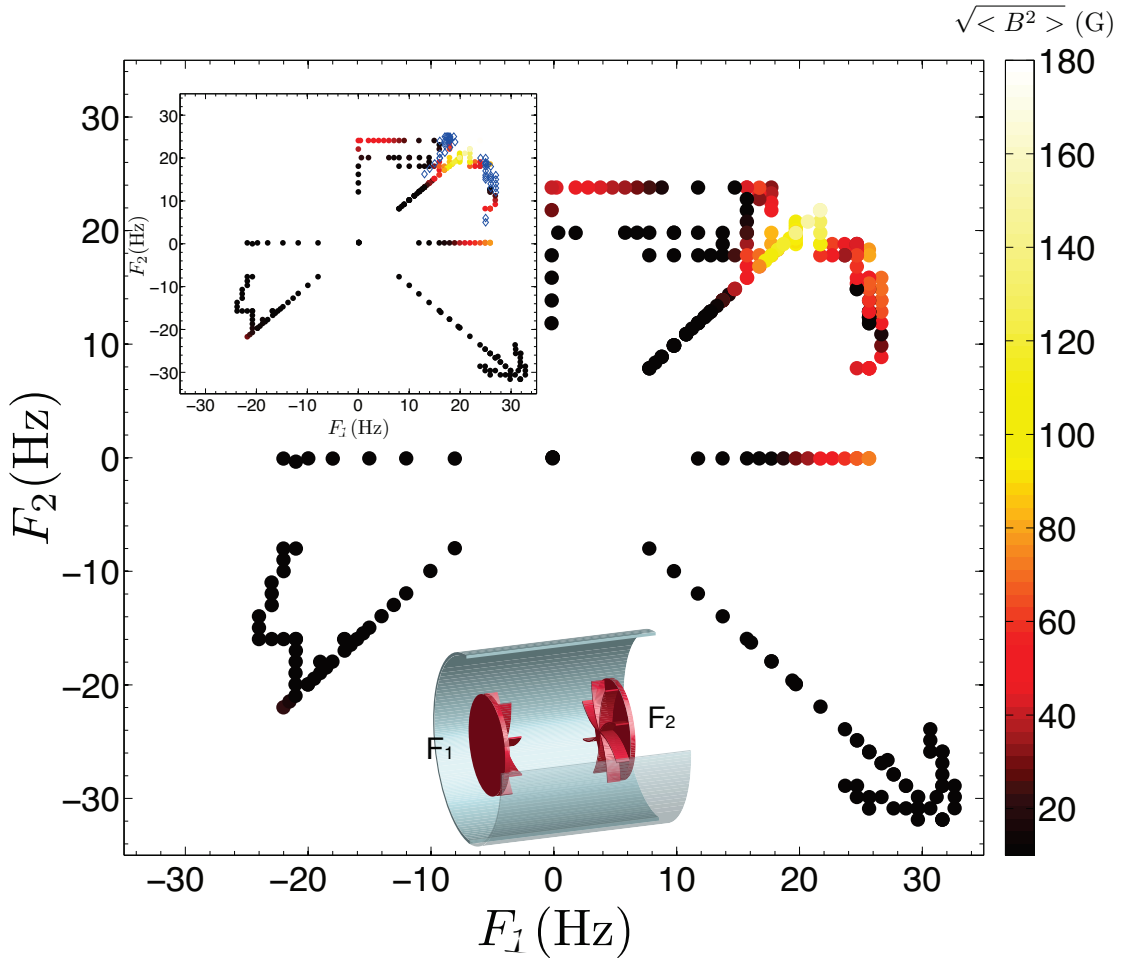

FIGURE II.10 – Espace des paramètres de la campagne R. Les couleurs représentent l'amplitude du champ moyen. En insert : le même espace des paramètres est repris en indiquant les régimes dynamiques (renversements, bursts, oscillations, ...) en symboles bleus. Ils ont été observés lorsque $F_1 \neq F_2$. figure tirée de [8]

II.B.2 Influence d'une brisure de symétrie de l'écoulement sur le champ dynamo

Les régimes de forçage décalés $F_1 \neq F_2$ pour lesquels l'observation des régimes dynamiques est possible introduisent une brisure de symétrie ; le système n'est plus équivalent par échange des turbines gauche et droite et l'écoulement n'est plus symétrique ; la couche de cisaillement est décalée vers la turbine la plus lente ([20]). Le fait de disymétriser le forçage peut aussi être considéré comme une rotation globale à l'écoulement toroïdal dont le sens de rotation correspond à celui de la turbine la plus rapide.
La figure II.11 (a) montre l'évolution de l'énergie magnétique ($E_1 = \frac{1}{30}\sum_{i=1}^{30}\langle B_1^i\rangle^2$)

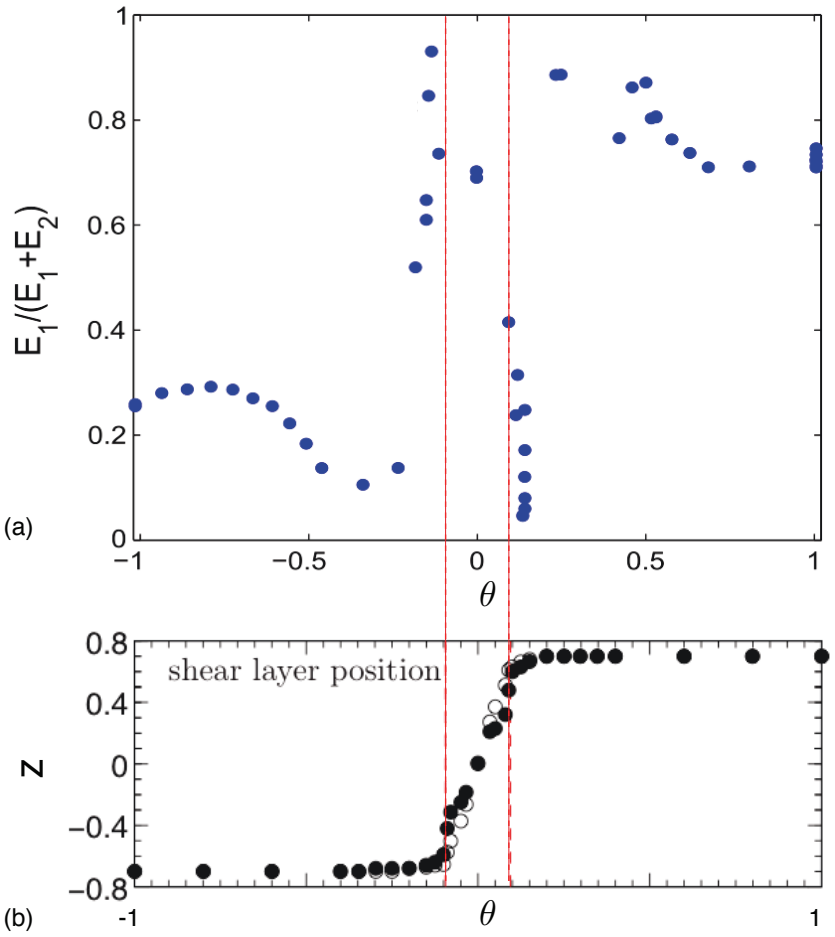

FIGURE II.11 – (a) Localisation de l'énergie magnétique lors de forçage asymétrique [31]. (b) Position de la couche de cisaillement en fonction de l'asymétrie du forçage mesurée en eau dans une configuration similaire (mêmes disques, cuve lisse, rapport d'aspect en eau 0.75 et 0.53 en sodium) [20].

d'une sonde près d'une des turbines en fer (à gauche), normalisée à l'énergie de chaque côté, pour la campagne R en fonction du paramètre d'asymétrie $\theta = (F_1 - F_2)/(F_1 + F_2)$ ([31]). Ainsi, si l'énergie magnétique est localisée d'un côté ou de l'autre lorsque la symétrie se brise $E_1 \neq 0.5$. Cette grandeur sera supérieure à 0.5 si l'énergie est localisée à gauche et inférieure à 0.5 si l'énergie est localisée à droite.

A $\theta = 0$, en forçage symétrique, la variable $\frac{E_1}{E_1+E_2}$ est $\simeq 0.5$ signifiant qu'il y a autant d'énergie des deux côtés. Cette donnée a déjà été mentionnée sur la figure II.3 (b) (aux erreurs de positionnement de sondes près). Lorsque $|\theta|$ augmente de 0 à 0.1, l'énergie se localise près du disque lent. Lorsque $|\theta|$ augmente encore (> 0.1), l'énergie devient fortement localisée près du disque rapide.
Cette localisation de l'énergie magnétique et la transition brutale à $|\theta| = 0.1$ peut être interprétée comme la compétition entre deux modes magnétiques dipolaire

et quadrupolaire dont les seuils dynamos sont proches. Le modèle de Pétrelis et Fauve ([71]) peut reproduire ce comportement en faisant varier les paramètres du système dynamique considéré. Cela ne sera pas discuté en détails ici car le travail a été réalisé par B. Gallet avant le début de ma thèse (voir [31]).
Une autre approche pour interpréter la localisation du champ consiste à comparer l'état hydrodynamique et magnétique en fonction de θ. Les résultats expérimentaux en eau avec les mêmes turbines (avec un rapport d'aspect différent) montrent que la couche de cisaillement en fonction de θ (figure II.11 (b)) tirée de ([20]) varie linéairement de $|\theta| = 0$ à $|\theta_c| = 0.095$ puis est constante au delà de $|\theta_c|$; la couche de cisaillement est alors plaquée au disque lent. Cela correspond à la transition 2 cellules/ 1 cellule décrite dans le chapitre I. Dans l'expérience VKS, il n'y a pas de mesure hydrodynamique montrant cette transition, celle-ci étant continue sur les couples pour des turbines TM73 dans le sens (+) [77].
Lorsque la couche de mélange est décalée vers le disque lent mais que l'écoulement possède toujours deux cellules, la localisation du champ près du disque lent peut venir de la compression des lignes de champ dans un plus petit volume que du côté du disque rapide. Le cisaillement est aussi amplifié près du disque lent, favorisant la génération de champ près de celui-ci. Pour $|\theta| > 0.1$, la transition à une seule cellule implique que le disque le plus rapide participe majoritairement à la génération du champ ; ainsi le champ est localisé près du disque rapide.
Bien qu'aucune mesure hydrodynamique dans ce cas précis ne permette de lier la transition de la localisation de l'énergie magnétique à la topologie de l'écoulement, on peut souligner que les mesures en eau montrent une transition hydrodynamique pour des paramètres de dissymétrie très similaires.

II.B.3 Espace des paramètres normalisés : comparaison pales droites/ pales courbes

Nous avons étudié jusqu'à présent des campagnes dont les turbines étaient des $TM73$ à pales courbes en fer doux (campagnes *G, H, I, J, R*) et l'observation des régimes dynamiques s'est toujours produite dans les régimes décalés pour des forçages suffisamment grands et dans le sens de rotation (+). Aucun régime instationnaire n'a été observé dans le sens (-) dans la campagne R ni dans la campagne V utilisant des turbines de mêmes rayons que dans R, en fer également, mais à pales droites. Dans un premier temps, nous étudions les bifurcations de ces trois dynamos en contra-rotation exacte puis nous comparerons les régimes décalés. Les bifurcations à $F_1 = F_2$ des campagnes R dans le sens (+) (contra-rotation exacte), dans le sens (-) (anticontra-rotation) et V (pales droites donc symétrie (+)/(-)) sont représentées sur la figure II.12 (a). Les seuils sont respectivement $Rm_c(R_{(+)}) = 44$, $Rm_c(R_{(-)}) = 70$ et $Rm_c(V) = 60$. Les exposants critiques sont égaux à 1 dans $R_{(+)}$ et V et difficile à déterminer dans $R_{(-)}$. Le seuil est à peine franchi dans R dans le sens (-) à cause des limites de puissance expérimentales ; l'écoulement généré par la rotation des pales dans le sens (-) demande plus de couple que dans le sens (+). La puissance mécanique disponible

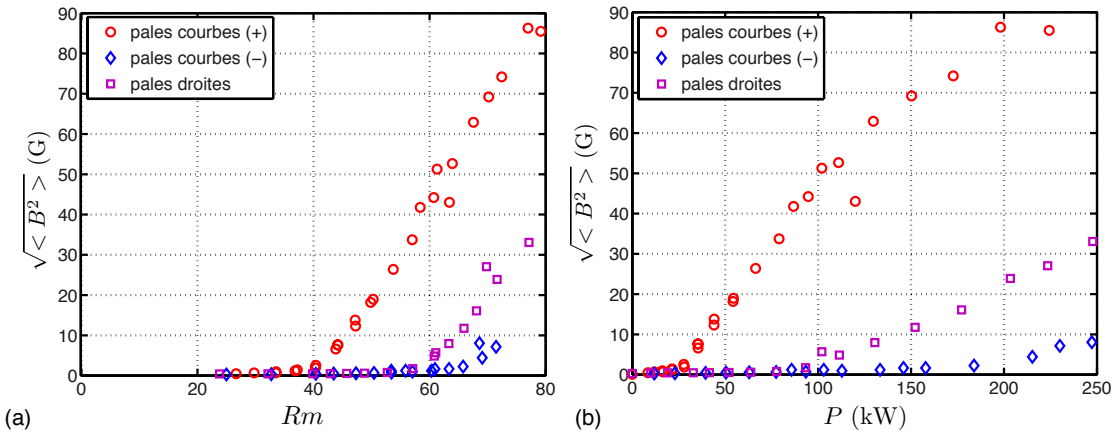

FIGURE II.12 – (a) Comparaison des bifurcations, pales courbes sens (+) $Rm_c(R_{(+)}) = 44$, pales courbes sens (-) $Rm_c(R_{(-)}) = 70$ et pales droites $Rm_c(V) = 60$. (b) Champ magnétique moyen en fonction de la puissance consommée le long de la bifurcation.

permet d'atteindre des nombres de Reynolds magnétique équivalents à 1.8 fois la valeur au seuil dans le sens (+) contre seulement 1.1 dans le sens (-).
Le nombre de Reynolds critique pour la campagne R dans le sens (-) est 50% supérieur à celui dans le sens (-). La courbe figure II.12 (b) du champ moyen en fonction de la puissance totale consommée montre que cet écart en Rm se paye par un écart de plus 150 kW sur la puissance totale consommée. La dépendance en Rm^3 de la puissance mécanique injectée dans un écoulement turbulent explique le fait que l'on ne peut pas s'éloigner énormément du seuil et ce, quelle que soit la configuration.
Nous reviendrons sur la comparaison $R(+)/V$ dans une section suivante (II.C)

Nous nous attardons maintenant sur l'influence de l'écoulement sur l'observation des régimes dynamiques en comparant les campagnes R (dans le sens (+)) et V (voir figure II.8). Le seuil de la configuration V, nous l'avons déjà mentionné, est plus élevé que dans R : $Rm_c(V) = 60$ et $Rm_c(R) = 44$. Bien que l'effet dynamo soit observé dans la configuration V, aucun régime dynamique n'a été mesuré dans les limites de puissance de l'expérience. Les caractéristiques de la dynamo de V étant les mêmes que R (mêmes modes magnétiques, mêmes profils), le paramètre pertinent pour observer les régimes dynamiques semble être la distance au seuil. Le seuil étant franchi pour une valeur de Rm plus faible dans R, la limite de puissance est atteinte pour un écart au seuil $Rm - Rm_c$ plus élevé que dans V. On compare ainsi sur la figure II.13 les deux campagnes de mesures dans l'espace $(\varepsilon_1 = \dfrac{Rm_1 - Rm_c}{Rm_c}, \varepsilon_2 = \dfrac{Rm_2 - Rm_c}{Rm_c})$.

Attardons-nous sur la description de cette figure, complexe à appréhender. Les couleurs et symboles représentent pour les deux campagnes : les états non dynamos $<$ 10 G (étoiles noires), les dynamos stationnaires (cercles rouges)

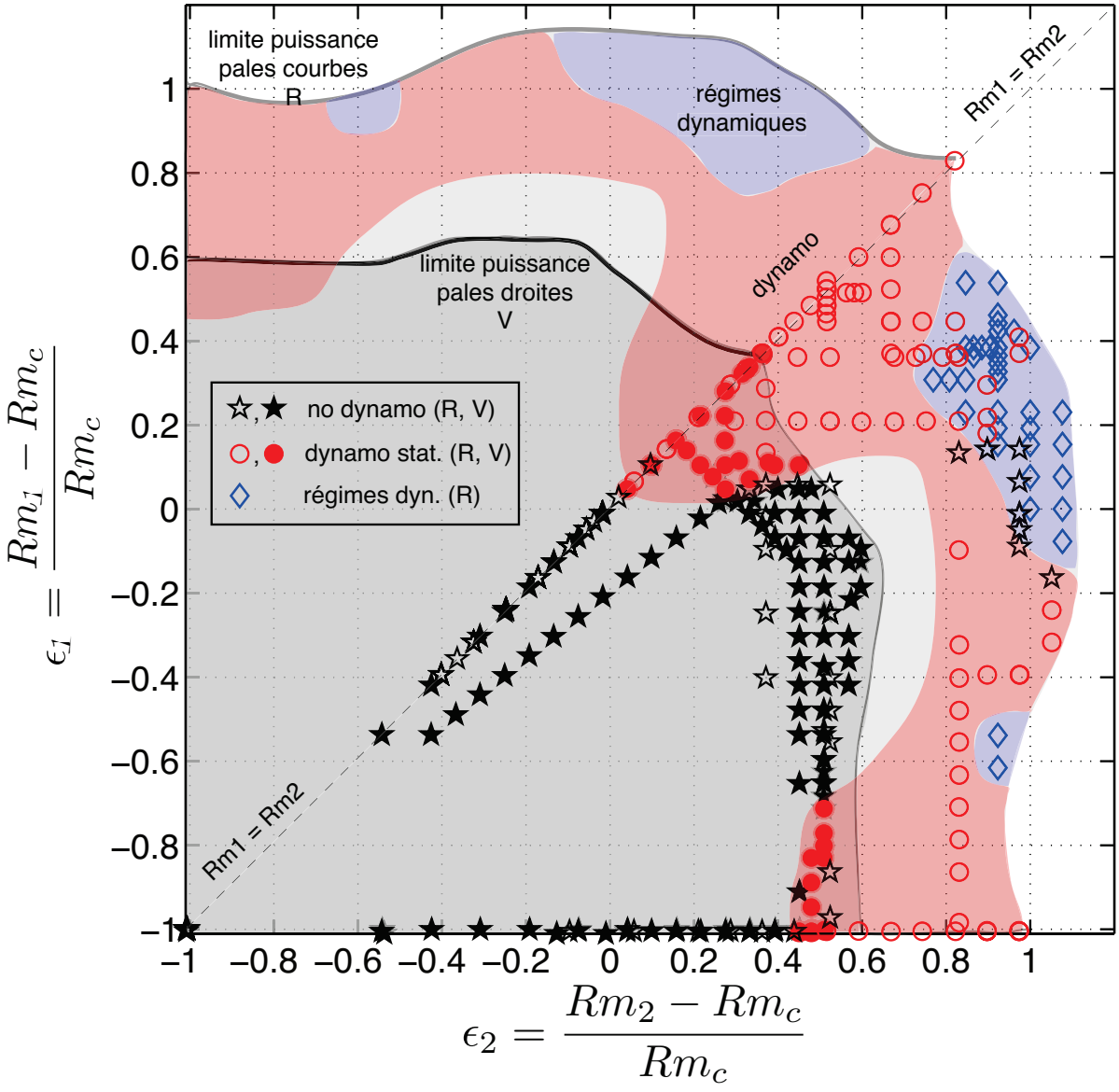

FIGURE II.13 – Espace des paramètres superposés des campagnes VKS2-R (turbines fer, pales courbes $Rm_c = 44$) et VKS2-V (turbines fer, pales droites $Rm_c = 60$) en fonction des écarts aux seuils $(Rm - Rm_c)/Rm_c$. L'espace n'a pas été symétrisé $Rm_1 \leftrightarrow Rm_2$ pour des raisons de clarté. Les mesures expérimentales sont dans la zone $Rm_1 > Rm_2$. Les zones grisées déterminent l'espace des paramètres accessibles pour chacune des campagnes. Les régimes dynamiques, observés que lors de la campagne VKS2-R, semblent dans une zone trop loin du seuil pour la campagne VKS2-V. Les étoiles noires représentent les points expérimentaux pour lesquels le champ magnétique moyen est < 10 G ; les cercles rouges (> 10 G) sont des champs dynamos stationnaires et les losanges bleus sont les régimes dynamiques (sans distinction entre oscillations, renversements, bursts, ...)

et les régimes dynamiques (losanges bleus). Les symboles creux sont les points expérimentaux de la campagne R et les pleins, les points expérimentaux de V. On ne regarde ici que le domaine $Rm_1 > 0, Rm_2 > 0$ pour des raisons de clarté. Les points expérimentaux sont rassemblés dans le demi espace $Rm_1 > Rm_2$ mais ils sont en réalité symétriques par rapport à la droite $Rm_1 = Rm_2$. Dans le demi espace $Rm_1 < Rm_2$, seules les zones colorées démarquent les différents régimes pour ne pas surcharger la figure. Les frontières noires représentent les limites de puissance de l'expérience pour les deux configurations.
On distingue les poches de dynamos stationnaires qui existent autour de la contra-rotation exacte pour $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 > 0$ ainsi que pour les régimes très décalés $\varepsilon_{1,2} > 0.4$ et $\varepsilon_{2,1} \simeq -1$.
Sur cette représentation, les poches de régimes dynamiques (sans distinctions entre oscillations, reversements, bursts, ...) sont situées au delà de $\varepsilon_{1,2} > 0.7$ et $\varepsilon_{2,1} > 0.3$. Ces paramètres étant inaccessibles pour la configuration V, il semble cohérent de ne pas observer de régimes dynamiques pour cette campagne.
En revanche les écoulements engendrés par les deux configurations ayant des propriétés statistiques différentes, la pertinence de cette comparaison (considérant uniquement l'écart au seuil) peut être discutée. Toutefois le seuil de l'instabilité lorsque l'écoulement est généré par la rotation d'une seule turbine, la seconde étant fixe ($\varepsilon_{1,2} > 0$ et $\varepsilon_{2,1} = 0$) se situe pour les deux campagnes à $\varepsilon = 0.42$. Le fait que la dynamo "*un disque*" se déclenche à la même valeur de ε pour les deux campagnes (l'écoulement est pourtant différent) indique que $\varepsilon = \dfrac{Rm - Rm_c}{Rm_c}$ est un paramètre pertinent pour connaitre l'emplacement des poches de régimes dynamiques, s'ils existent.
La forme des poches des régimes dynamiques peut varier si l'apparition de ces régimes est effectivement liée à des transitions hydrodynamiques 2 cellules / 1 cellule qui ne se produisent pas aux mêmes valeurs de $\theta = \dfrac{F_1 - F_2}{F_1 + F_2}$ en fonction de la géométrie exacte des turbines ([77], [53]). Par exemple les renversements chaotiques de champ apparaissent pour $\theta = 0.16$ dans les campagnes *G, H ,I* et à $\theta = 0.09$ dans *J*. Les mesures en eau pour des turbines ayant le même rapport d'aspect montrent que les transitions 2 cellules/ 1 cellule ont lieu à ces mêmes valeurs de paramètre d'asymétrie (avec et sans anneau dans le plan médian, [20]). Ces estimations donnent la puissance supplémentaire nécessaire à l'obtention de régimes dynamiques dans V. Pour atteindre ces poches, 35% de puissance mécanique supplémentaire est requis.

II.B.4 Vers une dynamo sans fer en rotation ?

II.B.4.1 Une seule turbine en fer : Configuration *N*

Nous avons vu que l'observation des régimes dynamiques dans les limites de puissance de l'expérience dépendait de la géométrie de l'écoulement. Nous pouvons comparer l'espace des paramètres de R à celui de la campagne N qui

compte une seule turbine en fer (à pales courbes) l'autre étant en inox (pales courbes aussi). L'écoulement est identique à celui de la configuration R, pourtant aucun régime dynamique n'est observable.

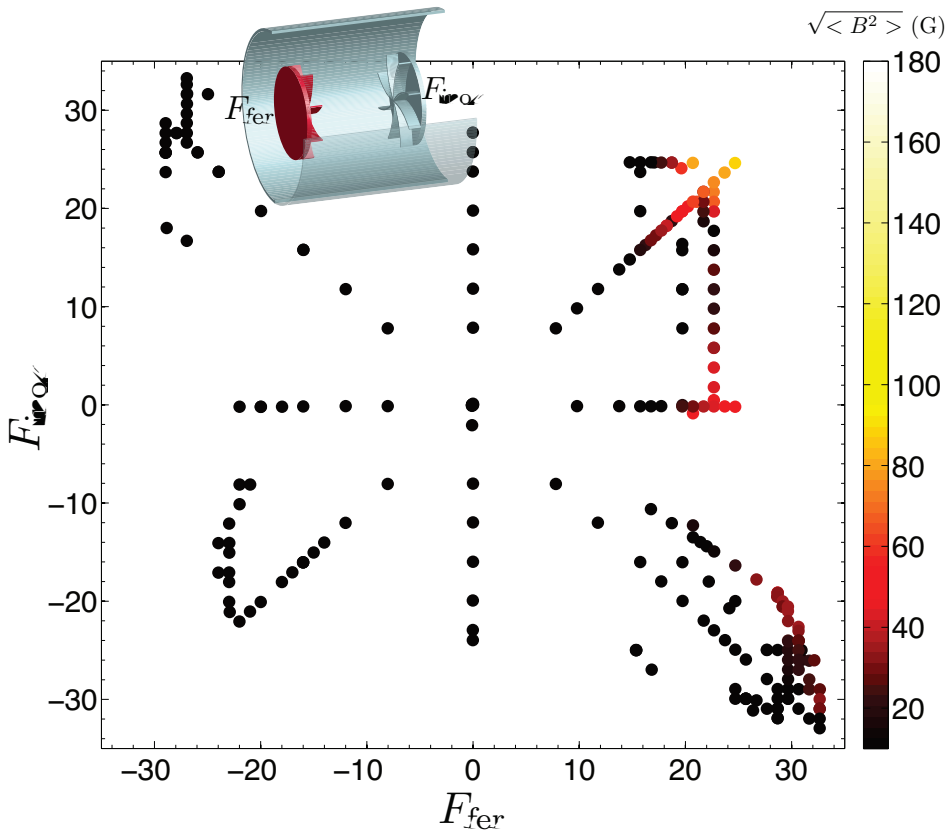

FIGURE II.14 – Espace des paramètres de la campagne N où seulement des dynamos stationnaires ont été observées. (tiré de [8])

Des zones de dynamos stationnaires apparaissent dans l'espace des paramètres de la campagne VKS2-N figure II.14 en contra-rotation exacte, en régime décalé et lorsque seule la turbine en fer est en rotation (l'autre turbine étant maintenue à l'arrêt $F_{\text{inox}} = 0, F_{\text{fer}} > 18$ Hz). En revanche, aucune dynamo n'a été observée lorsque seule la turbine en inox est en rotation (la turbine en fer étant maintenue à l'arrêt $F_{\text{inox}} > 0, F_{\text{fer}} = 0$). De plus, aucun régime dynamique n'a été observé malgré l'exploration quasi complète de l'espace des paramètres dans cette configuration.
Ces résultats soulignent l'importance des turbines ferromagnétiques dans la génération de la dynamo en accord avec des mécanismes de génération localisés près des turbines en fer ([106], [34]).
Une interprétation possible est que les régimes dynamiques apparaissent lorsque le couplage des deux turbines ferromagnétiques (donc des deux dipôles magnétiques générés près des deux turbines de grande perméabilité magnétique μ) est suffi-

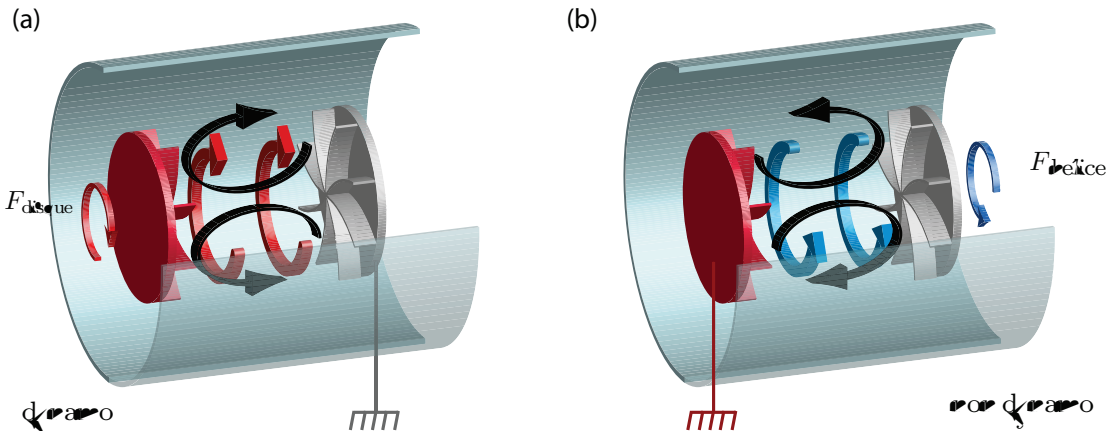

FIGURE II.15 – Géométrie des écoulements moyens générés par la rotation : (a) du disque en fer doux, le disque en inox étant à l'arrêt. Une dynamo est observée. (b) du disque en inox, le disque en fer étant à l'arrêt. Aucune dynamo n'est observée. Les deux écoulements sont de type s_1t_1 mais le signe des cellules poloidales et toroidales changent vis-à-vis du disque en fer.

samment intense. L'intensité de ce couplage grandit avec l'écart au seuil. Aucun régime dynamique ne peut être observé dans N car un seul dipôle magnétique est présent et pas de régimes dynamiques dans la campagne V car le couplage des deux dipôles est trop faible (écart au seuil trop faible).

Nous venons de voir que la dynamo "*un disque*" avec une seule turbine en rotation était possible mais dans la configuration N précédemment étudiée, aucun champ dynamo n'a été observé lorsque seule la turbine en inox est en rotation, la turbine en fer restant au repos. Dans ce cas, du point de vue du disque en fer, le signe de l'écoulement toroïdal et celui de l'écoulement poloidal sont inversés comparé à un cas où il serait en rotation (voir figure II.15). Ainsi, si un mécanisme type effet α (localisé entre les pales des turbines) entre en jeu dans la génération de la dynamo alors comme l'hélicité n'a pas le même signe dans un cas et dans l'autre, l'effet α peut être défavorable (destructif) et empêcher la dynamo de se développer. L'idée est alors de construire une turbine produisant un écoulement de type s_1t_1 remplaçant le disque inox mais dont l'écoulement poloidal serait inverse de celui produit par cette turbine (c'est à dire qu'il serait capable de pousser le fluide au lieu de le pomper).
Cela a été réalisé dans la configuration Y pour laquelle le disque en inox a été remplacé par une hélice.

II.B.4.2 Ecoulement s_1t_1 avec une turbine en fer à l'arrêt : configuration Y

Le schéma de la configuration de la campagne VKS2-Y est reporté sur la figure II.16. L'hélice en inox amagnétique est munie de 8 pales droites inclinées de

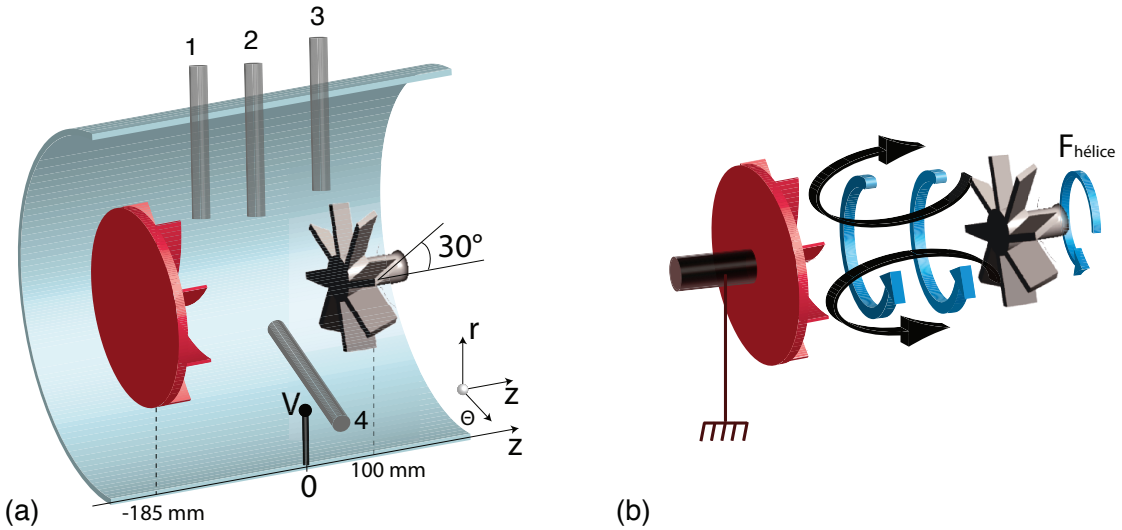

FIGURE II.16 – (a) Schéma de la configuration de la campagne VKS2-Y : un disque à pales courbes en fer et une hélice en inox. (b) Topologie de l'écoulement moyen de type s_1t_1 lorsque seule l'hélice tourne (le disque en fer est maintenu à l'arrêt). La géométrie est alors semblable à celle de la figure II.15 (a) lorsque seul le disque en fer tourne.

30° par rapport à l'axe de l'arbre. Pour dessiner cette turbine, l'équipe de l'ENS de Lyon s'est inspirée d'études ([43]) sur des hélices qui ont à la fois la propriété d'expulser le fluide en leur centre (pour la propulsion des bateaux) et de faire tourner le fluide (mélangeur). L'hélice a été dessinée (M. Moulin) avec 8 pales et un pas qui permet d'avoir un rapport $\langle Pol/Tor \rangle > 0.5$. L'écoulement produit est de type s_1t_1 dont la composante poloidale a changé de signe par rapport à celui créé par la rotation d'un disque. Sa topologie exacte est inconnue car aucune mesures en eau préalables avec le même rapport d'aspect n'ont été menées.
La rotation du disque seul éjecte le fluide sur les bords par effet centrifuge et le pompe sur l'axe alors que la rotation de l'hélice seule pousse le fluide sur l'axe. Dans cette configuration, lorsque le disque en fer doux est à l'arrêt et que l'hélice tourne, le disque "voit" le même écoulement moyen que s'il tournait. Les détails de l'écoulement sont toutefois différents (en particulier entre les pales du disque) mais on peut étudier l'impact de cet écoulement moyen sur la dynamo.

Malheureusement, la réalisation de cette campagne n'a pas permis d'observer un champ dynamo avec le disque en fer à l'arrêt. L'hélice a été mise en rotation jusqu'à la limite de puissance des moteurs ($F_{\text{Hélice}} = 44$ Hz) et aucun champ magnétique supérieur à 2 Gauss n'a été mesuré (amplitude de l'induction du champ terrestre). L'objectif principal de la campagne n'a pas été atteint.

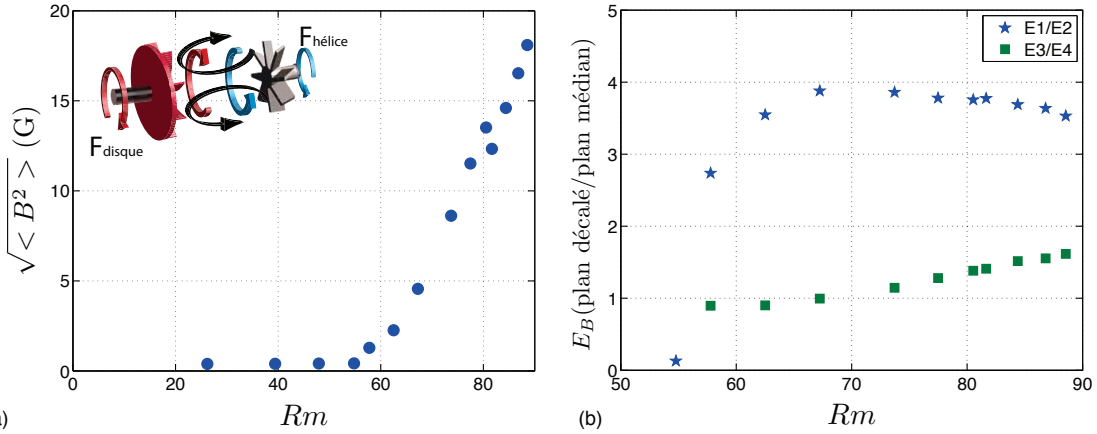

FIGURE II.17 – (a) Bifurcation sur le champ magnétique moyen ($Rm_c = 60$) en contra-rotation exacte. L'écoulement moyen est de type s_1t_2 comme le montre la figure en insert. (b) Rapports d'énergie entre la sonde près du disque et dans le plan médian (E_1/E_4) et rapport entre le plan décalé contenant l'hélice et le plan médian (E_3/E_2).

II.B.4.3 Propriétés de la dynamo s_1t_2 : forçage symétrique hélice/disque

La présence du disque en fer a permis l'observation de la dynamo en contra-rotation exacte, en régime décalé et lorsque seul le disque est en rotation (hélice à l'arrêt).
Focalisons-nous dans un premier temps sur la description de la dynamo observée en contra-rotation exacte ($F_{\text{Hélice}} = F_{\text{Disque}}$)
Lorsque le forçage est symétrique, l'écoulement moyen possède une géométrie de type s_1t_2 car les deux turbines (disque et hélice) contribuent à créer les mêmes structures poloidales (le disque aspire le fluide au centre et l'hélice le propulse) et créent chacune une cellule toroïdale car elles tournent en sens inverse l'une de l'autre.
Ce type d'écoulement moyen n'avait jamais été testé en dynamo dans l'expérience VKS (ni dans les études numériques cinématiques de référence de Dudley et James ([22])) .
Les mesures magnétiques sont possibles grâce à 4 sondes plongeant dans la cuve. Dans le plan décalé proche du disque, le doigt de gant est long comme dans le plan médian vertical. L'hélice a un arbre mécanique plus long que celui du disque ; la sonde dans le plan décalé du côté de l'hélice arrive juste à la verticale des pales de l'hélice (en $z = 100$ mm) et plonge moins dans le fluide. Une autre sonde courte est dans le plan médian horizontal. La courbe de bifurcation du champ magnétique moyen figure II.17 (a) montre que l'instabilité dynamo a été observée avec une valeur critique de $Rm_c \simeq 60$ ($F_c \simeq 20$ Hz). Le mode magnétique correspond au mode dipolaire axial similaire à celui de la campagne de référence VKS2-R.

La distribution spatiale de l'énergie magnétique est visible sur la figure II.17 (b) où les rapports d'énergie magnétique entre les sondes sont présentés : On observe 4 fois plus d'énergie magnétique du côté du disque en fer que du côté de l'hélice. Ce qui confirme une fois de plus que les mécanismes de génération et d'auto-entretien du champ magnétique se situent au voisinage du disque de perméabilité magnétique élevée.

II.C Estimation des seuils de l'instabilité dynamo

Le seuil de l'instabilité dynamo a été franchi dans très peu d'expériences à travers le monde. Comme nous l'avons vu dans le chapitre I, les deux expériences dynamo en sodium à Riga et Karlsruhe contraignent le fluide dans un géométrie particulière pour mimer les écoulements théoriques de Ponomarenko et Roberts respectivement. Atteindre des nombres de Reynolds magnétiques de quelques dizaines dans un écoulement de métaux liquides non contraint et turbulent, requiert des puissances mécaniques élevées. Celle-ci évolue comme Rm^3 signifiant que doubler la valeur maximale de Rm revient à multiplier par 8 la puissance mécanique servant à engendrer l'écoulement. Il faut optimiser la topologie de l'écoulement et les conditions aux limites pour parvenir à franchir le seuil de l'instabilité dynamo. Concernant l'expérience VKS, la géométrie des turbines a été optimisée en vue d'avoir un écoulement moyen le plus favorable possible pour la dynamo cinématique ([79]) pour laquelle le mode $m = 1$ a un taux de croissance positif. La géométrie des turbines a été optimisée pour le mode $m = 1$, c'est le mode $m = 0$ qui est observé dans VKS et ce, avec des turbines ferromagnétiques seulement. Les conditions aux limites ont une grande importance dans la dynamo de VKS et jusqu'à récemment, celles-ci ne pouvaient pas être prise en compte dans les simulations numériques. Seuls certains travaux récents permettent de prendre en compte des variations de perméabilité magnétique ou de conductivité électrique aux bords de l'écoulement ([34], [37]). En plus de cela, l'écoulement moyen seul ne permet pas de prédire le mode magnétique ; la présence de fluctuations turbulentes assure la non violation des théorèmes anti-dynamo mais la résolution des petites échelles dans les simulations numériques coûtent de nombreuses heures de calcul. Les travaux théoriques et numériques ne parviennent pas à ce jour à prédire correctement le seuil de l'instabilité dynamo dans des écoulements pleinement turbulents. Au delà de l'aspect fondamental de ce problème, c'est une donnée essentielle au dimensionnement d'une expérience. Une erreur de 10% sur l'estimation de la valeur critique du paramètre de contrôle entraine une erreur de 30% sur la puissance mécanique. C'est la raison pour laquelle nous proposons des méthodes expérimentales d'estimation du seuil de l'instabilité lorsque le paramètre de contrôle est inférieur au paramètre critique.
En d'autres termes il s'agit de trouver des précurseurs à l'instabilité en excitant le système afin d'estimer l'écart au seuil.
Plusieurs approches de physique non linéaire ([18]) et de transition de phases

peuvent apporter des informations intéressantes. Il s'agit d'appliquer une perturbation au système et de mesurer sa réponse au voisinage d'une bifurcation ou d'une transition de phase. La littérature abonde d'exemples d'études de transitions de systèmes physiques en fonction d'un ou plusieurs paramètres de contrôle. Sans être exhaustif, nous citerons quelques études concernant des transitions hydrodynamiques dans des systèmes fluctuants car la difficulté de l'instabilité dynamo nous concernant réside dans le fait qu'elle a lieu sur fond turbulent.
Par exemple, Nishioka *et al.* ([59]) imposent des fluctuations forcées de vitesse dans un écoulement de Poiseuille plan et proposent d'en suivre la décroissance spatiale lorsque le nombre de Reynolds est proche de la valeur de la transition à la turbulence. Une autre étude concerne la bifurcation de la convection thermique de Rayleigh-Bénard ([3]). Cette analyse propose de prédire le seuil de l'instabilité convective en mesurant le temps de décroissance de fluctuations forcées de température, en dessous du paramètre critique. L'estimation du nombre de Rayleigh critique ainsi obtenue est correcte et un élément important a été mis en lumière : la géométrie spatiale des fluctuations thermiques forcées a un impact non négligeable sur l'amplitude du temps de décroissance. Elle est plus élevée lorsque la géométrie correspond à celle du mode le plus instable.

Concernant l'instabilité dynamo, l'équipe de D. Lathrop a étudié la relaxation du champ magnétique à partir d'un pulse de champ extérieur dans l'expérience sodium du Maryland (écoulement von Kármán sphérique avec turbines en inox) ([66]). Le temps de décroissance τ de cette perturbation magnétique dépend du Rm et est d'autant plus élevé que celui-ci augmente. La valeur du seuil étant inconnue dans cette expérience, la divergence de τ n'a pas pu être validée. En linéarisant l'équation d'induction (et sans prendre en compte de modification de vitesse par le champ) on se ramène à un problème aux valeurs propres pour lequel le champ vérifie $B = B_0 e^{\sigma t}$ avec σ le taux de croissance de l'instabilité correspondant à $-1/\tau$. L'équipe a mis en évidence que la géométrie du champ imposé avait une grande importance sur l'évolution du taux de croissance en fonction du paramètre de contrôle ([67], [46]).
Dans l'expérience dynamo basée à Riga, un champ sinusoïdal extérieur de fréquence variable (de 1 à 2 Hz) a été appliqué au système à l'aide de bobinage ([29]). La dynamo qui se développe au delà de $Rm = Rm_c$ est un champ oscillant (chapitre I, [28]). En mesurant l'amplitude et la fréquence du champ induit résultant, plusieurs informations ont pu être extraites :
(i) L'évolution du rapport de l'excitation (amplitude du champ appliqué) sur la réponse (amplitude du champ induit) décroît jusqu'à zéro pour un Rm en bon accord avec le Rm_c observé sans champ appliqué.
(ii) L'estimation de la valeur critique est meilleure si la fréquence d'excitation correspond à la fréquence du champ auto-entretenu.
(iii) La fréquence du signal oscillant du champ induit est la somme de la fréquence de l'excitation et de la fréquence du champ dynamo.
(iv) Lorsque le champ appliqué est coupé, la fréquence de relaxation du champ

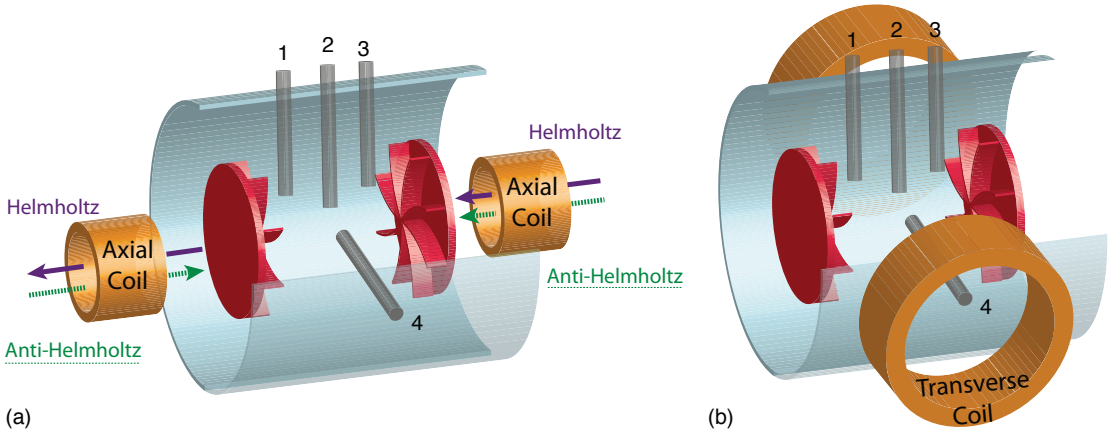

FIGURE II.18 – Configuration des bobines appliquant un champ externe à l'expérience VKS. (a) En configuration axiale, on peut choisir d'appliquer un dipôle (bobines de Helmholtz enroulées dans le même sens, $m = 0,\ l = 1$) ou un quadripôle (bobines de "anti-Helmholtz" enroulées dans des sens contraires, $m = 0,\ l = 2$). (b) En configuration transverse, le champ imposé est dipolaire ($m = 1,\ l = 1$).

croît avec Rm et permet d'obtenir la valeur du taux de croissance de l'instabilité lorsqu'on est sous le seuil. Ces résultats sont en bon accord avec les prédictions numériques associées ([30]).
Ces différentes méthodes d'analyse se sont révélées pertinentes dans des systèmes dont le taux de fluctuations est relativement bas (Riga) et sont encourageantes pour les études à taux de fluctuations élevés (Maryland). Elles sont présentées et appliquées dans ce chapitre à l'expérience VKS (taux de fluctuation ~ 1) d'abord pour des configurations dynamos dont on connait le seuil afin de valider leur efficience. Dans un second temps, elles seront appliquées à des configurations dont la valeur critique n'a pas été franchie afin d'évaluer la distance au seuil et d'évaluer les capacités dynamos des différentes campagnes testées.

Dans un premier temps, on se focalise sur les résultats de la campagne VKS2-R en contra-rotation exacte dont le seuil est connu ($Rm_c = 44$).
On peut appliquer un champ extérieur de quelques Gauss à l'aide de bobines dans trois géométries différentes : dipolaire axial (les bobines axiales sont enroulées dans le même sens, en configuration de Helmholtz), quadrupolaire axial (les bobines axiales sont enroulées en sens inverse, en configuration appelée anti-Helmholtz) et dipolaire transverse (voir le schéma II.18).
Nous appellerons m l'ordre azimutal et l le degré en référence au formalisme des harmoniques sphériques. Dans la géométrie cylindrique de l'expérience m est la dépendance du champ avec l'angle dans la direction azimutale : $e^{im\theta}$. Dans ce cadre, $m = 0, l = 1$ correspond à une dipôle axial, $m = 0, l = 2$ à un quadrupole axial et $m = 1, l = 1$ à un dipôle transverse.

La section suivante reprend en grande partie l'article [50], en annexe.

II.C.1 Temps de relaxation à partir d'un pulse de champ magnétique

Le passage du seuil d'une instabilité s'accompagne d'une relaxation des petites perturbations d'autant plus lente que le seuil est proche. Pour un système simple de bifurcation supercritique parfaite pouvant être modélisée : $\dot{X} = \varepsilon X - X^3$, une petite perturbation du système $\delta X = X - X_0$ (X_0 étant les points fixes et ε l'écart au seuil) relaxe exponentiellement avec un temps de décroissance $1/\tau = -2\varepsilon$ pour $\varepsilon < 0$ et $1/\tau = \varepsilon$ pour $\varepsilon > 0$. Ainsi, à $\varepsilon = 0$, l'inverse du temps de décroissance s'annule. Dans cet exemple canonique, la mesure de τ donne une évaluation de la valeur du seuil. Nous allons voir comment se comporte la relaxation d'un pulse de champ magnétique dans l'expérience VKS.

II.C.1.1 Principe de la méthode

Des créneaux de champ magnétique externe sont appliqués à l'aide de bobines de Helmholtz dans le volume de sodium liquide mélangé par des turbines. Dans un premier temps, nous analyserons l'application d'un champ axial dipolaire (voir figure II.18 (a)), correspondant au mode magnétique de la dynamo observé dans l'expérience VKS puis, nous reviendrons sur l'influence de la géométrie du champ imposé. Les créneaux ont une période de 8 à 10 s. La relaxation magnétique du système est mesurée à l'aide des 4 réseaux de sondes et est analysée en fonction de la valeur du paramètre de contrôle. A $Rm = 0$, lorsque le sodium est au repos, l'amplitude du champ dans la cuve est de 5 G, variant de quelques % d'une campagne à l'autre. Nous appellerons $\mathbf{B^{ON}}$, la valeur du champ sur le haut du créneau et $\mathbf{B^{OFF}}$ la valeur du champ sur le bas du créneau. Comme on peut le voir sur la figure II.19, $\mathbf{B^{ON}}$ vaut quelques gauss et $\mathbf{B^{OFF}}$ vaut moins de 1 Gauss correspondant au champ terrestre.
Lorsque $Rm \neq 0$, $\mathbf{B^{OFF}}$ correspond au niveau d'induction du champ ambiant auquel se rajoute un éventuel champ dynamo.
Le courant dans les bobines est coupé à $t = t_0$ et la décroissance du champ est mesurée. Les signaux sont ajustés par une fonction du type $Ae^{(t-t_0)/\tau}$ avec un ajustement des moindres carrés afin de déterminer le temps de relaxation τ.
A $Rm = 0$, ce temps de décroissance vaut $\tau(Rm = 0) = 0.2$ s, valeur à comparer au temps de diffusion $\tau_D = L^2/\lambda = \mu_0 \sigma L^2$. Avec $L = R_c$ le rayon de la cuve, $\tau_D = 1$ s. On mesure un temps de relaxation correspondant à un temps de diffusion sur une longueur $L = 0.12$ m proche du rayon des turbines en fer.

A présent la relaxation est analysée pour $Rm \neq 0$ (en contra-rotation exacte). Sur la figure II.19 (b) est montrée la décroissance du champ à un endroit localisé dans la cuve ($Rm = 38.3$ soit $\varepsilon = -0.13$) ; le champ relaxe de 60 à 20 G et le signal est extrêmement bruité à cause des fluctuations turbulentes de l'écoulement.

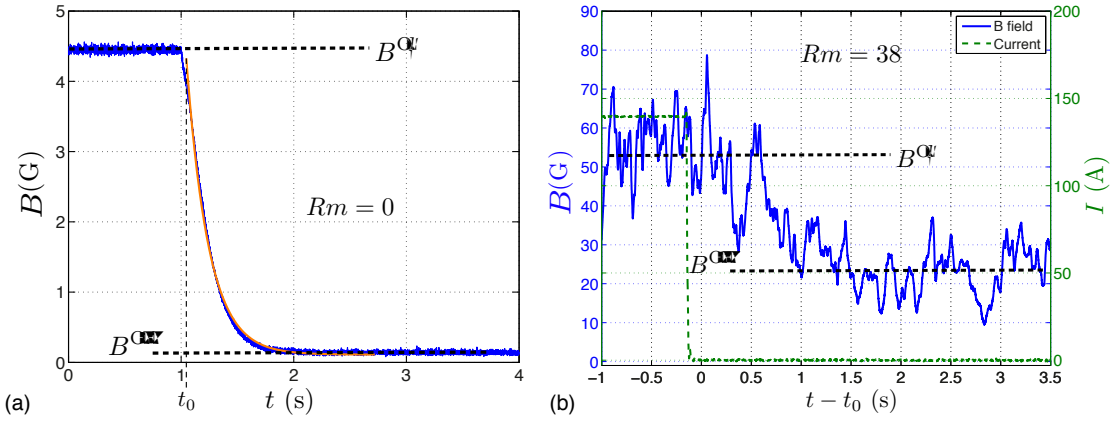

FIGURE II.19 – (a) Relaxation du champ à $Rm = 0$, lorsque le sodium est au repos. On définit $\mathbf{B}^{\mathrm{ON}}$ l'amplitude du champ sur le haut du créneau et $\mathbf{B}^{\mathrm{OFF}}$ l'amplitude du champ sur la partie basse du créneau. (b) Relaxation sur une composante du champ après l'application d'un créneau axial en configuration de Helmholtz à $\varepsilon = -0.13$.

Un ajustement du type $Ae^{(t-t_0)/\tau}$ est très peu fiable sur ce genre de signal. Les fluctuations turbulentes ayant une longueur de corrélations de quelques centimètres dans l'expérience, la moyenne spatiale sur toutes les sondes au cours d'une relaxation filtre les fluctuations mais le signal reste bruité.
Afin d'avoir le signal le plus propre possible pour réduire l'erreur sur l'évaluation de τ commise en faisant le fit, une moyenne sur plusieurs réalisations est effectuée. Les fluctuations turbulentes, d'une relaxation à l'autre sont complètement incohérentes. Une trentaine de créneaux de champ sont appliqués pour un même paramètre de contrôle, toutes les relaxations sont superposées et moyennées. Le champ résultant, illustré sur la figure II.20 (a), montre un signal décroissant exponentiellement dont les fluctuations ont été filtrées.

On définit le grandeur $E_B(t)$ correspondant à l'évolution temporelle de l'énergie magnétique globale au cours de la relaxation :

$$E_B(t) = \frac{1}{40} \sum_{i=1}^{10} \sum_{N=1}^{4} |\mathbf{B_{i,N}}(t) - \langle \mathbf{B_{i,N}^{OFF}} \rangle|^2 \qquad \text{(II.1)}$$

où $< \mathbf{B_{i,N}^{OFF}} >$ est la moyenne temporelle du champ mesuré sur la partie basse des créneaux (lorsqu'il n'y a pas de champ appliqué) pris à la fin de la relaxation. Par cette définition, la moyenne de l'énergie magnétique est zéro à la fin de la relaxation et on s'affranchit d'un éventuel niveau d'induction (sans champ appliqué). i et N désignent respectivement l'indice du capteur magnétique et l'indice de la sonde
Le signal résultant, normalisé par l'amplitude du champ en haut du créneau ($< E_B >_{t<t_0}$) est décalé temporellement de manière à avoir $t' = t - t_0$, voir figure II.20 (a). Le temps de décroissance τ peut être déterminé précisément grâce à un

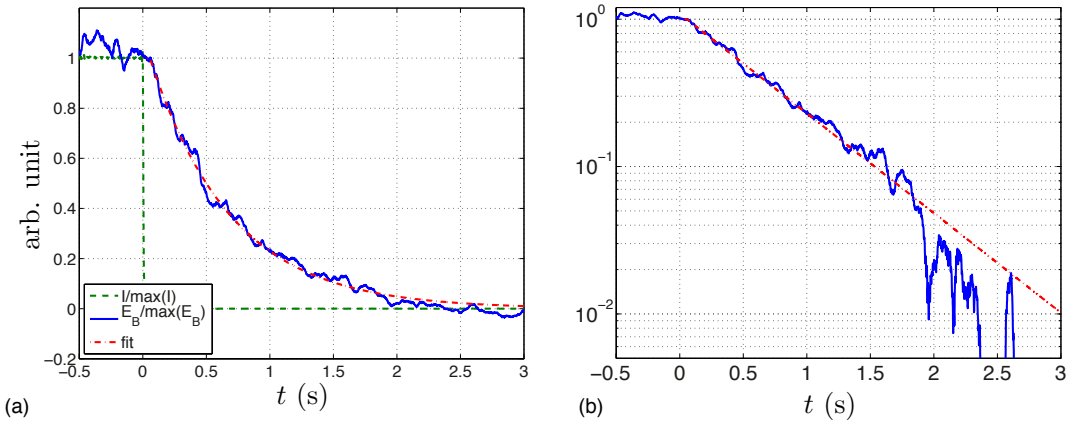

FIGURE II.20 – (a) Moyenne cohérente de l'énergie magnétique globale de la relaxation du champ et fit exponentiel en $\exp(-t/\tau)$. (b) échelle semi-logarithmique ; le fit est valide jusqu'à 1.8 s.

fit exponentiel de la forme $e^{-t'/\tau}$. La courbe en échelle semi-logarithmique (figure II.20 (b)) indique que l'ajustement est correct jusqu'à $t' = 1.8$ s, le bruit étant trop important sur la suite du signal.
Nous allons observer l'évolution de l'inverse du temps de décroissance $1/\tau$ en fonction de ε le paramètre quantifiant l'écart au seuil :

$$\varepsilon = \frac{Rm - Rm_c}{Rm_c} \tag{II.2}$$

II.C.1.2 Evolution du temps de relaxation à proximité du seuil

Nous appliquons cette méthode aux mesures de la campagne de référence VKS2-R où la valeur critique du paramètre de contrôle est connue ($Rm_c = 44$) afin de valider la pertinence de cette méthode sur l'estimation des seuils dans un système tel que la dynamo de VKS.
Sur la figure II.21 (a), l'évolution de $1/\tau$ est constante lorsque le paramètre de contrôle est loin du seuil de l'instabilité (de $\varepsilon = -1$ jusqu'à $\varepsilon = (Rm - Rm_c)/Rm_c \sim -0.3$) et prend une valeur proche du temps de diffusion (à $Rm = 0$) : $\tau = 0.2$ s. A partir de $\varepsilon \sim -0.3$, τ^{-1} est linéairement décroissante jusqu'au seuil $\varepsilon = 0$ soit $Rm = Rm_c$. On n'observe pas de divergence à $\varepsilon = 0$ (contrairement à l'évolution de τ pour le modèle de bifurcation supercritique). Au delà de cette valeur, on observe une légère augmentation (ou une saturation). Pour estimer une valeur de seuil, une extrapolation linéaire de la partie décroissante de $1/\tau$ est réalisée. Cette droite croise l'axe des abscisses en $\varepsilon \sim 0.17$. Ainsi, le seuil de l'instabilité est sur-estimée d'environ 17%.

On peut retrouver ce comportement en étudiant la perturbation d'un système

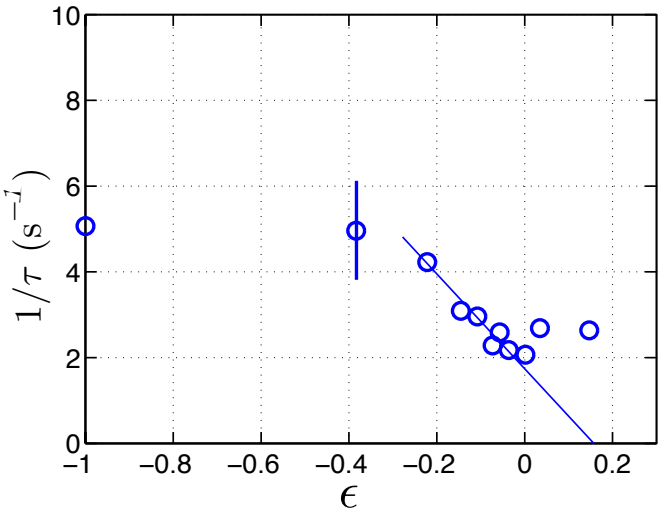

FIGURE II.21 – Evolution du temps de décroissance avec l'écart au seuil $\varepsilon = (Rm - Rm_c)/Rm_c$ pour un champ appliqué axial en configuration de Helmholtz (campagne VKS2-R $Rm_c = 44$). L'estimation du seuil grâce à une extrapolation linéaire est $\varepsilon = 0.17$ soit $Rm_c = 51.5$.

modèle de bifurcation imparfaite [101] :

$$\dot{X} = \varepsilon X - X^3 + b \tag{II.3}$$

où X est l'énergie magnétique globale, ε est l'écart au seuil et b est un paramètre constant modélisant l'imperfection de la bifurcation. Les points fixes X_0 de ce système dynamique sont les racines de l'équation du troisième degré $X^3 - \varepsilon X - b = 0$ obtenues avec la méthode de Cardan. Ces solutions décrivent l'évolution du champ dans l'état *OFF* comme défini sur la figure II.19.
Lorsqu'on applique une petite perturbation $\delta X = X - X_0$ au système, celle-ci relaxe exponentiellement avec un temps de décroissance $-1/\tau = \varepsilon - 3X_0^2$ (en s'arrêtant à l'ordre quadratique). L'évolution de ce temps caractéristique est représenté figure II.21 (b) en trait plein ; les points expérimentaux τ^{-1} suivent quasiment la même décroissance.

Dans l'expérience, l'application d'un champ magnétique extérieur ne peut pas être considéré comme une petite perturbation, les états *ON* du champ sont très éloignés en amplitude des états *OFF* (voir figure II.21 (a)). La relaxation des états *ON* vers les états *OFF* suit une loi exponentielle résolue numériquement dont le temps de décroissance est représenté figure II.21. τ^{-1} décroît linéairement avec ε comme pour la relaxation de la perturbation infinitésimale et connaît un minimum en $\varepsilon = -0.05$ avant de recroitre. Le temps de décroissance ne diverge pas au passage du seuil en $\varepsilon = 0$ à cause de l'imperfection de la bifurcation.
Lorsque le système se rapproche du paramètre de contrôle critique, la relaxation à partir d'un pulse de champ extérieur est plus lente car les mécanismes d'induction tendent à compenser le terme de dissipation. L'évolution du temps de décroissance

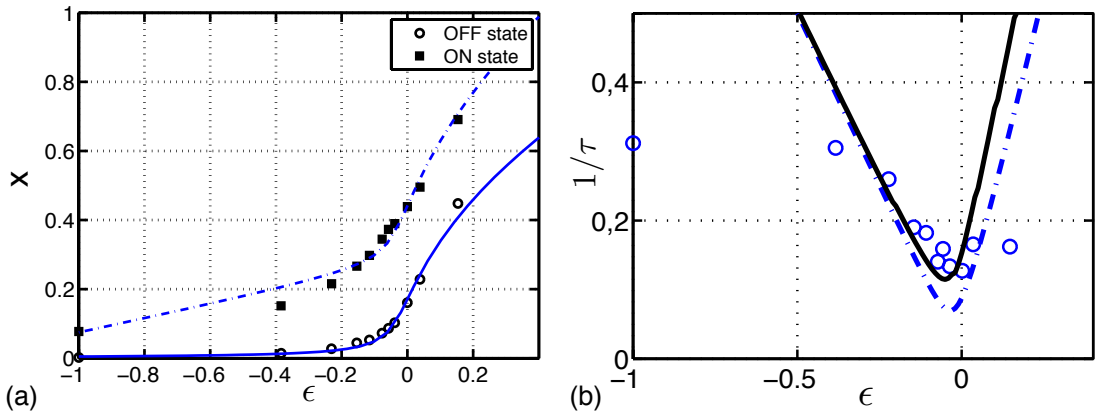

FIGURE II.22 – (a) Points expérimentaux de la bifurcation de l'instabilité dynamo sur le champ moyen et modèle de bifurcation imparfaite $\dot{X} = \varepsilon X - X^3 + b$ avec $b = 0.005$. (b) temps de relaxation d'une perturbation autour des points fixes pour le modèle et les points expérimentaux.

nous renseigne ainsi sur la distance au seuil.

Précision des résultats

Nous avons vu sur la figure II.20 que l'analyse à l'aide des moyennes cohérentes filtrait énormément les fluctuations et permettaient de connaitre l'évolution du temps de décroissance avec le paramètre de contrôle. Il existe une barre d'erreur sur les paramètres du fit inhérents aux fluctuations grandissantes quand on s'approche du seuil.

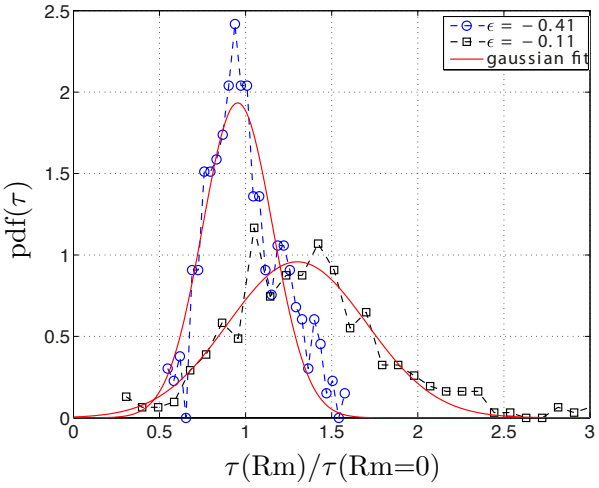

FIGURE II.23 – Distribution des temps de décroissance normalisés par la valeur à $Rm = 0$ pour $\varepsilon = -0.41$ et -0.11 sur 400 relaxations pour la campagne U. Les écarts type de ces distributions sont reportés sur la figure II.21 (a) comme les barres d'erreurs sur l'estimation de la moyenne de τ

Pour évaluer la barre d'erreur sur le temps de décroissance, nous avons réalisé des séries de mesures de plus de 400 réalisations à deux fréquences de rotation différentes dans la campagne VKS2-U dont la configuration est donnée sur les figures II.8 et II.28. Les résultats sur l'évolution du temps de décroissance seront discutés ultérieurement section II.C.3.
Chacune des 400 relaxations a été l'objet d'un fit exponentiel de la forme $Ae^{-\frac{t-t_0}{\tau}}$ avec t_0 déterminé par le fit de la mesure à $Rm = 0$ ($\tau(Rm = 0) = 0.15$ s) et reste fixe par la suite. Les résultats sont donnés sous la forme des distributions des valeurs du temps de décroissance τ figure II.23. Ces distributions pour les forçages $(Rm - Rm_c)/Rm_c = -0.41$ et -0.11 sont, en première approximation, des gaussiennes (reflet des fluctuations turbulentes de l'écoulement). Cependant, les ailes des distributions ne sont pas symétriques ; la skewness augmente de 0.5 à 0.9 lorsqu'on s'approche du seuil. La déviation standard devient plus importante également, ce qui augmente l'incertitude sur la détermination de τ pour les points les plus proches de Rm_c. Les barres d'erreur apparaissant sur les figures II.21 et II.24 correspondent aux déviations standards des gaussiennes en $\varepsilon = -0.41$ et -0.11. Celles-ci ne sont pas disponibles pour tous les forçages mais les fluctuations augmentent avec Rm donc la barre d'erreur aussi.

II.C.1.3 Influence de la géométrie du champ appliqué, projection sur le mode le plus instable

Nous avons montré que l'évolution du temps de décroissance à partir d'un pulse de champ magnétique était pertinent pour déterminer le seuil de l'instabilité. Cependant, le champ extérieur imposé jusqu'à présent avait la même géométrie que le mode magnétique prédominant se développant au delà du seuil. La question qui se pose naturellement porte sur l'influence de la géométrie du champ extérieur. Le temps de relaxation est-il toujours un bon paramètre pour déterminer le seuil de l'instabilité si le champ extérieur n'a pas la géométrie du mode le plus instable ?

Dans l'expérience du Maryland ([66]), seule la géométrie axiale du champ magnétique donne une diminution de l'inverse du temps de décroissance, alors qu'un champ transverse donne une augmentation.
On montre sur la figure II.24 l'évolution de l'inverse des temps de relaxation τ^{-1} pour 3 géométries de champ différentes. La première correspond à celle que nous avons déjà étudiée, les bobines imposent un champ axial en configuration de Helmholtz ($m = 0, l = 1$). On a vu que ces données permettaient d'estimer la valeur critique à 17% près. La seconde configuration correspond à un champ axial quadrupolaire imposé par les bobines en configuration anti-Helmholtz (les deux bobines sont enroulées dans des sens différents $m = 0, l = 2$, voir les schémas figure II.18). Pour cette configuration, τ^{-1} est également décroissant mais indique un seuil plus élevé que dans le cas précédent. On obtient, avec une extrapolation linéaire, un seuil aux alentours de $(Rm - Rm_c)/Rm_c = 0.48$.
La dernière géométrie testée est le mode $m = 1, l = 1$ (premier mode non axisymétrique) où les bobines imposent un champ transverse en configuration

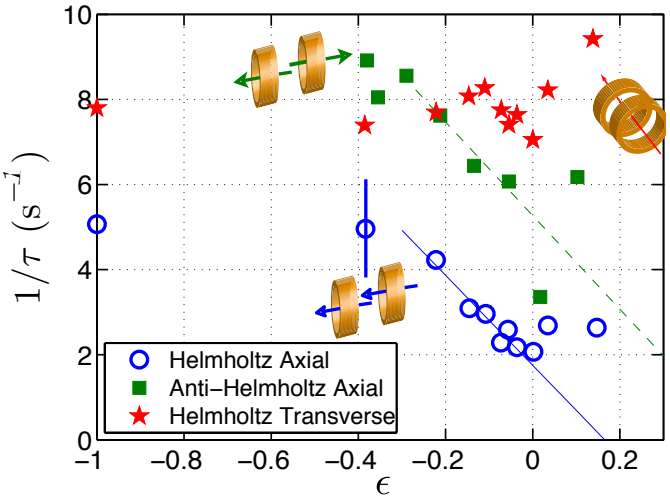

FIGURE II.24 – Inverse du temps de décroissance pour la campagne VKS2-R ($Rm_c \sim 44$) en fonction de l'écart au seuil $\varepsilon = (Rm - Rm_c)/Rm_c$ pour 3 géométries de champ appliqué : '$\circ$' Axial en configuration de Helmholtz, '$\square$' Axial en configuration anti-Helmholtz, '$\star$' Transverse en configuration Helmholtz.

de Helmholtz. Il n'y a alors aucune évolution du temps de décroissance jusqu'à $(Rm - Rm_c)/Rm_c = 0.2$. Cela signifie que le seuil de ce mode magnétique est beaucoup plus éloigné que celui des deux autres modes étudié.
On a mis en évidence que l'évolution avec le paramètre de contrôle du temps de décroissance du champ magnétique à partir d'un pulse, donne une valeur de seuil de l'instabilité dynamo sur-estimée de $\sim 20\%$ si la géométrie du champ imposé a une projection non nulle sur le mode le plus instable.

II.C.2 Mesures d'induction : divergence de la susceptibilité

II.C.2.1 Principe de la méthode

La seconde méthode d'estimation du seuil de l'instabilité prend racine dans la physique des transitions de phases. Le rapport de l'amplitude d'une excitation (champ appliqué externe) sur l'amplitude de la réponse (champ induit), pouvant être vu comme l'inverse d'une susceptibilité, est une quantité tendant vers 0 au voisinage d'une transition de phase (bifurcation).
Ainsi, un champ extérieur constant axial, en configuration de Helmholtz ou anti-Helmholtz, est appliqué pendant plusieurs dizaines de secondes et l'amplitude de l'énergie magnétique globale est mesurée et normalisée en fonction de l'amplitude du champ appliqué.
On définit ainsi une susceptibilité comme suit :

$$\frac{1}{\chi} = \frac{1}{40}\sum_{i=1}^{10}\sum_{N=1}^{4}\frac{|B_{i,N}^{app}|}{\langle|B_{i,N}^{x}|\rangle + \langle|B_{i,N}^{y}|\rangle + \langle|B_{i,N}^{z}|\rangle} \tag{II.4}$$

où <> désigne la moyenne temporelle. i et N désignent à nouveau les capteurs magnétiques des $N = 4$ sondes présentes dans la cuve et permettant de mesurer le champ au coeur de l'écoulement. Le champ mesuré $\mathbf{B_{i,N}}$ correspond à $\mathbf{B_{i,N}^{ON}}$, la réponse du système au champ appliqué et possède plusieurs contributions : le champ appliqué, le champ induit par l'écoulement, le champ terrestre et un éventuel champ dynamo.
Deux définitions de la susceptibilité peuvent alors être considérées et ne sont pas équivalentes.
La première prend en compte tous les processus d'induction, c'est à dire $\mathbf{B_{i,N}} = \mathbf{B_{i,N}^{ON}}$.Nous appellerons cette quantité χ_1 :

$$\frac{1}{\chi_1} = \frac{1}{40}\sum_{i=1}^{10}\sum_{N=1}^{4}\frac{|B_{i,N}^{app}|}{\langle|B_{i,N}^{ON}|\rangle} \tag{II.5}$$

Nous pouvons également définir χ_2 où le champ $\mathbf{B_{i,N}}$ considéré est celui défini dans χ_1 auquel on retranche les influences du champ magnétique terrestre et du champ dynamo. Dans l'analyse, il s'agit de retirer l'amplitude du champ lorsqu'il n'y a aucun champ extérieur qui est appliqué : $\mathbf{B_{i,N}} = \mathbf{B_{i,N}^{ON}} - \mathbf{B_{i,N}^{OFF}}$.

$$\frac{1}{\chi_2} = \frac{1}{40}\sum_{i=1}^{10}\sum_{N=1}^{4}\frac{|B_{i,N}^{app}|}{\langle|B_{i,N}^{ON}|\rangle - \langle|B_{i,N}^{OFF}|\rangle} \tag{II.6}$$

La seconde définition a l'avantage de prendre en compte la géométrie du champ appliqué et s'affranchi de la contribution importante du champ présent même à $\varepsilon < 0$ à cause de l'imperfection de la bifurcation.

II.C.2.2 Evolution de la susceptibilité à proximité du seuil

Les évolutions des deux susceptibilités sont montrées sur la figure II.25 (a) et (b) pour la campagne de référence VKS2-R en fonction de l'écart au seuil $(Rm - Rm_c)/Rm_c$ pour plusieurs géométries de champ appliqué. Ces quantités sont normalisées par leur valeur à -0.4 correspondant à un forçage de 8 Hz. Pour les configurations axiales Helmholtz et anti-Helmholtz, l'inverse de la susceptibilité décroît à partir de -0.4. Pour la première définition χ_1, la décroissance est linéaire avant et après $\varepsilon = 0$. L'extrapolation linéaire donne une sur-estimation du seuil de 19 et 37% pour les configurations axiales Helmholtz et anti-Helmholtz respectivement. Pour la configuration transverse, χ_1^{-1} est légèrement croissant puis décroissant rendant l'estimation d'un seuil peu fiable.

La seconde définition de la susceptibilité permet de s'affranchir du champ dynamo prédominant autour du seuil. Ainsi, χ_2^{-1} est décroissant pour $\varepsilon < -0.1$

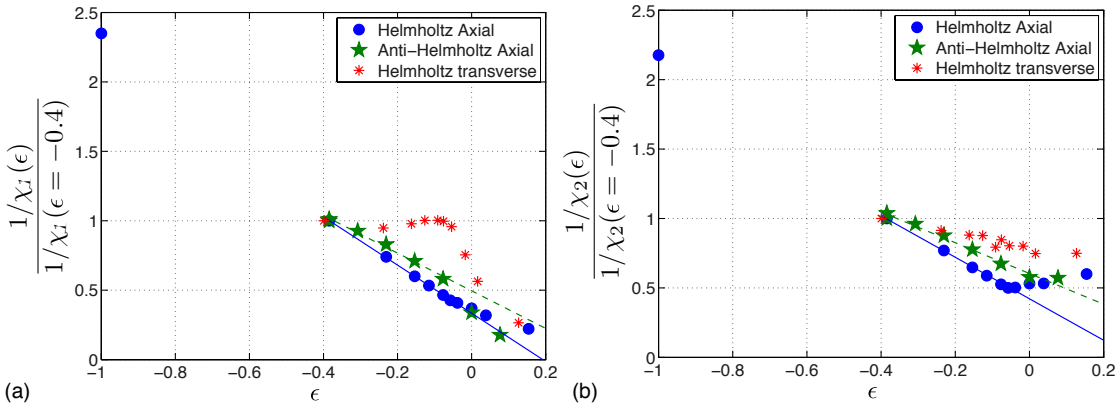

FIGURE II.25 – Evolution de l'inverse de la susceptibilité en fonction de l'écart au seuil $\varepsilon = (Rm - Rm_c)/Rm_c$. (a) χ_1^{-1} normalisé par la valeur à -0.4, prend en compte tous les processus d'induction. (b) χ_2^{-1} où l'influence de l'induction du champ terrestre et du champ dynamo ont été retranchés, normalisé par la valeur à -0.4. '$\circ$' Axial en configuration de Helmholtz, '$\star$' Axial en configuration anti-Helmholtz '*' transverse en configuration de Helmholtz.

en configuration axial Helmholtz. L'extrapolation linéaire donne un seuil de 28% et 54% pour chacune des configurations axiales.
L'estimation de Rm_c utilisant χ_2 est plus large qu'avec χ_1 dont les résultats se rapprochent des valeurs estimées avec le temps de décroissance.
Les deux méthodes, temps de relaxation et susceptibilité, montrent une sur-estimation du seuil de 17 à 37%. L'extrapolation linéaire reste valable car le système est faiblement non linéaire. Dans le cas de fortes non linéarité de l'induction, comme cela a pu être vu dans les écoulements de Taylor-Green ([61], [75]), il est nécessaire de considérer les ordres supérieurs.

II.C.3 Résultats pour les autres campagnes dynamos

D'autres configurations comme on peut le voir sur la figure II.8 ont permis d'observer la dynamo en contra-rotation exacte. Les deux méthodes d'analyse sont donc appliquées aux campagnes U et V pour lesquelles la géométrie des turbines est différente. Les pales étant droites pour ces deux campagnes, le fluide est entrainé moins efficacement qu'avec des pales courbes ; les seuils dynamos sont donc plus hauts $Rm_c(U) \sim 70$ et $Rm_c(V) \sim 60$ comme nous l'avons déjà mentionné.

On ne donne les résultats que pour un champ appliqué axial Helmholtz ($m = 0, l = 1$). Les temps de décroissance de fonction de ε sont illustrés sur la figure II.26. Les mêmes tendances sont observées pour les trois campagnes dynamo étudiées ici. Après un plateau s'étendant de $\varepsilon = -1$ à $\varepsilon = -0.3$, τ^{-1} est décroissant linéairement jusqu'à $\varepsilon = 0$ où il existe un minimum puis une croissance. L'extrapolation linéaire de la partie décroissante de τ^{-1} croise les

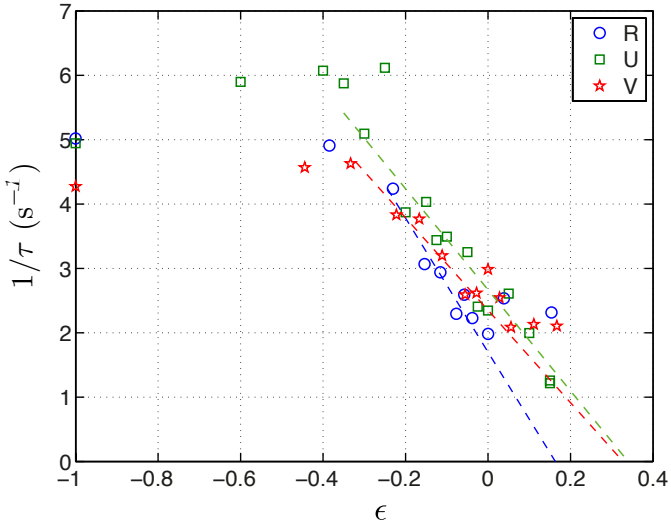

FIGURE II.26 – (a) Temps de décroissance pour les campagnes dynamos R (pales courbes $Rm_c \sim 44$), U (pales droites + ailettes $Rm_c \sim 70$) et V (pales droites $Rm_c \sim 60$).

abscisses pour $\varepsilon = 0.32$ pour U et $\varepsilon = 0.30$ pour V.

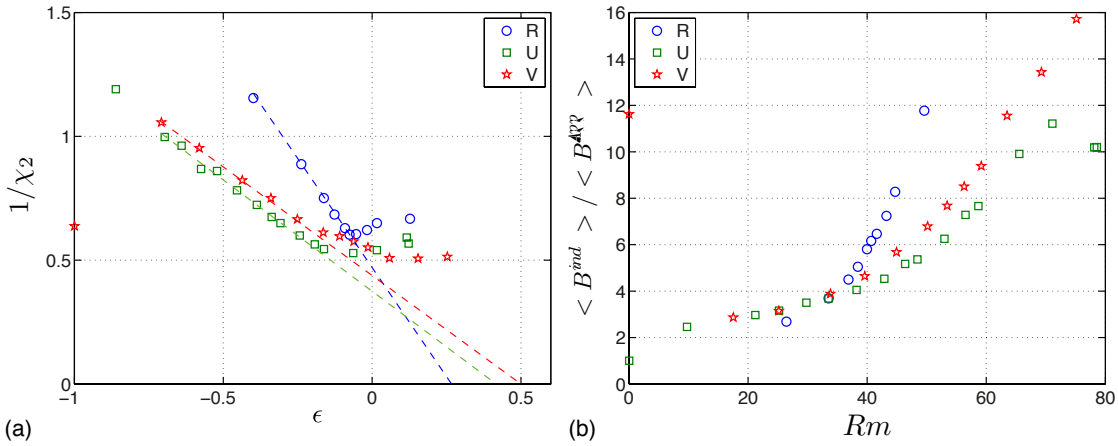

FIGURE II.27 – (a) Susceptibilité χ_2^{-1} pour les campagnes dynamos R, U et V. (b) Champ induit moyen normalisé par le champ appliqué axial pour les 3 campagnes dynamos. L'évolution de R est plus rapide.

L'évolution de χ_2 figure II.27 (a) est similaire à la campagne R pour les campagnes U et V à l'exception de la pente de la partie décroissance qui est moins importante pour les deux campagnes où les pales sont droites, reflétant l'efficacité des processus d'induction. Sur la figure II.27 (b) où le champ induit moyen normalisé par le champ appliqué axial est représenté, on observe que l'évolution de l'induction pour la campagne R est plus rapide que pour les campagnes où les turbines sont à pales droites.

II.D Influence des conditions aux limites sur l'estimation du seuil dans un écoulement de type s_2t_2

Campagne	Rm_c	Estim. τ^{-1}	Estim. χ_2^{-1}	sur-estim. τ^{-1}	sur-estim. χ_2^{-1}
R	44	51.5	56.3	17%	28%
U	70	85	100	32%	50%
V	60	74	84	30%	40%

TABLE II.1 – Résumé des résultats pour les deux méthodes d'estimation des seuils dans trois campagnes dynamos dont les valeurs critiques sont connues.

Il s'ensuit que les estimations de seuils sont plus larges pour U et V (50% de sur-estimation pour U et 40% pour V) en configuration axial Helmholtz.
Les résultats sont résumés dans le tableau II.1 pour les 3 campagnes dynamos.

II.D Influence des conditions aux limites sur l'estimation du seuil dans un écoulement de type s_2t_2

II.D.1 Configurations des campagnes étudiées

De nombreuses configurations ont été testées dans l'expérience VKS depuis l'obtention de la dynamo afin de comprendre le rôle du fer dans la génération du champ magnétique. Les campagnes analysées ici s'étendent dans le temps de 2007 à août 2012. Elles diffèrent par plusieurs aspects : les conditions aux limites électromagnétiques (statiques) de la cuve et des flasques changent, les matériaux composant les turbines (en rotation) varient (μ et σ changent, nous discuterons de leur influence au paragraphe II.D.2.3), ou bien l'écoulement varie par changement de géométrie des turbines ou par ajout d'appendices dans la cuve (anneau, cylindre interne, ailettes latérales). On se reportera au schéma II.28 pour une description visuelle des configurations ou au tableau II.D.2 pour un résumé des différentes configurations et résultats obtenus.
On applique les deux méthodes venant d'être présentées à 8 campagnes VKS non dynamo. L'analyse a été menée à la fois sur des campagnes réalisées avant le début de ma thèse et au fur et à mesure que les campagnes se sont déroulées au cours de ces trois dernières années. La description détaillée des campagnes analysées est faite au paragraphe suivant et les résultats qui en découlent à la section suivante.

Conditions aux limites statiques : (i) Pour les campagnes K et O, une chemise (cylindre interne fixe) en cuivre et en fer respectivement, restreint l'écoulement dans un rayon $R_i = 206$ mm. Pour toutes les autres campagnes, la cuve de rayon $R_c = 289$ mm est en cuivre. Des écrans en fer se situent derrière les turbines dans les campagnes O, P et T afin d'avoir une condition de raccordement où les lignes

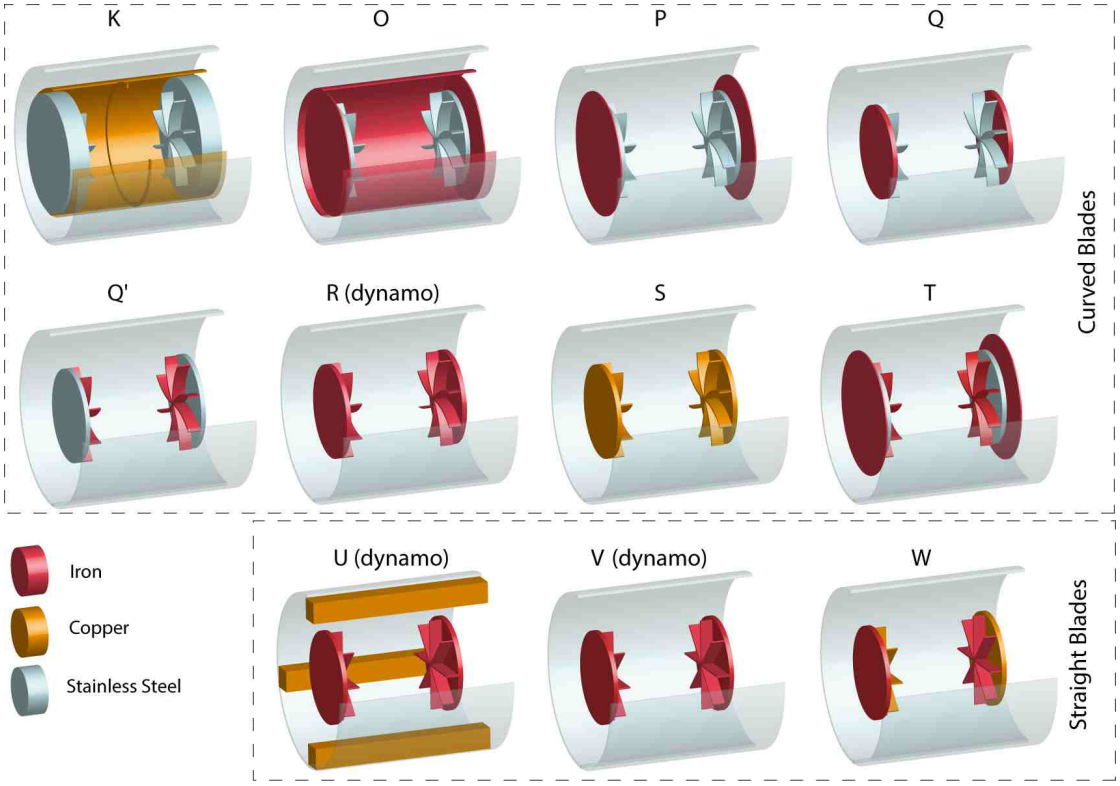

FIGURE II.28 – Description des configurations des différentes campagnes étudiées. Le rouge désigne les parties en fer doux, la couleur orange désigne le cuivre et le gris l'acier inox.

de champ magnétique sont perpendiculaires au matériau ferromagnétique.
Conditions aux limites électromagnétiques en rotation : Les turbines (disques + pales) sont en inox amagnétique dans les campagnes O et P. Elles sont entièrement en fer doux (disques + pales) dans les campagnes R, U et V (seules campagnes dynamo). Elles sont tout en cuivre dans la configuration S. Les disques et les pales sont dans des matériaux différents (on les appellera turbines mixtes) dans les campagnes Q, Q', T et W. De manière plus détaillée : les disques sont en fer et les pales en inox dans Q ; les disques sont en inox et les pales en fer dans Q' et T. Dans W, une des turbines est composée d'un disque en fer et de pales en cuivre (on la nommera W_{FeCu}) et l'autre est composée d'un disque en cuivre et de pales en fer (on la nommera W_{CuFe}). C'est la seule campagne non symétrique (turbines différentes de chaque côté) qui sera décrite dans le paragraphe II.D.2.2.
Appendices dans la cuve : Un anneau est également présent dans le plan médian de la configuration K pour atténuer les fluctuations de la couche de mélange. La cuve est munie de 4 ailettes en cuivre de section carrée le long de l'axe du cylindre dans la campagne U.
Géométrie des turbines : Toutes les campagnes ont été faite avec des turbines à pales courbes (type *TM73* [77]) excepté pour les campagnes K où les disques ($TM73$ aussi) sont épais pour s'affranchir de l'écoulement de recirculation derrière

Campagne	Turbines (disque / pales)	C.L. statique	Seuil dynamo	Estim. seuil (Tps relaxation)	Estim. seuil (Induction)
K	In. / In. turbines épaisses	cyl. interne Cu	X	62 (transverse[1])	*no data*
O	In. / In.	cyl. interne Fe + écrans Fe	X	~ 81	rien
P	In. / In.	écrans Fe	X	rien	rien
Q	In. / Fe		X	rien	~ 200
Q'	Fe / In.		X	~ 350	~ 125
R	Fe / Fe		$Rm_c = 44$	~ 51	~ 56
S	Cu / Cu		X	*no data*	*no data*
T	In. / Fe	écrans Fe	X	~ 250	~ 205
U	Fe/Fe pales droites	Ailettes Cu	$Rm_c = 70$	~ 85	~ 100
V	Fe/Fe pales droites		$Rm_c = 60$	~ 71	~ 93
W	Fe/Cu pales droites		X	rien	~ 130
W	Cu/Fe pales droites		X	rien	~ 100

les turbines, considéré dans un premier temps comme défavorable à la dynamo ([95]) ; et les campagnes U, V et W où les pales sont droites. Les pales ont été dessinées sans courbure dans W pour des raisons de tenue mécanique et de dilatation thermique différentielle entre le fer et le cuivre. La fréquence de rotation a été limitée à 20 Hz pour les mêmes raisons techniques.

II.D.2 Estimation des seuils des campagnes non dynamo

Comme nous venons de la voir, seules les campagnes R, U et V ont permis de franchir le seuil de l'instabilité dynamo avec des turbines tout en fer. Le paramètre critique est toutefois différent d'une campagne à l'autre car l'écoulement n'est pas le même.
Pour les campagnes n'ayant pas montré l'effet dynamo dans les limites opérationnelles de l'expérience, l'influence des conditions aux limites électromagnétique statiques ou en rotation est discuté dans cette section, en particulier les rôles potentiels de la perméabilité magnétique et de la conductivité électrique des différentes parties mobiles ou fixes de l'expérience.

II.D.2.1 Rôle du fer doux : statique/en rotation

Dans ce paragraphe, les campagnes de mesure O, P et Q sont analysées et comparées à la campagne dynamo R. Les campagnes K, Q' et T ont également été analysées mais les résultats sont seulement donnés dans le tableau II.D.2 ; Q' et T étant qualitativement similaires à Q.

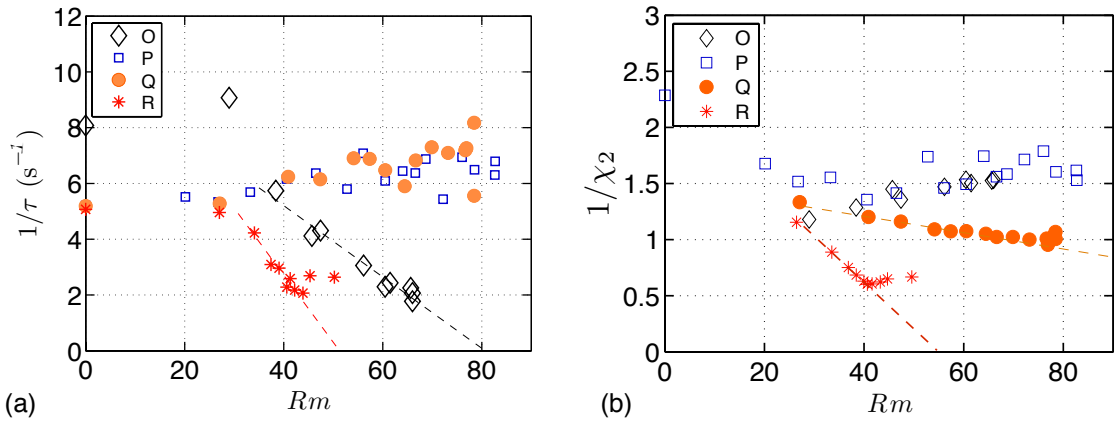

FIGURE II.29 – (a) Evolution du temps de décroissance pour les campagnes non dynamos O, P et Q en comparaison de la campagne dynamo R. (b) Idem pour la seconde méthode avec la susceptibilité χ_2. On rappelle que les campagnes O et P n'ont aucune partie ferromagnétique en rotation alors qu'une partie des turbines est en fer pour Q et que toute la turbine est en fer pour R.

L'évolution du temps de relaxation pour un champ dipolaire axial (Helmholtz) est donnée en fonction du paramètre de contrôle Rm, lorsque les turbines tournent à la même fréquence ($Rm = \frac{1}{2}\mu_0\sigma R_c R_{disque} 2\pi(F_1 + F_2)$). A titre de comparaison, nous redonnons les points expérimentaux de la campagne VKS2-R discutée précédemment. Les trois autres campagnes de mesures n'ont pas montré d'effet dynamo. L'évolution de l'inverse du temps de décroissance pour les campagnes P et Q est constante ou légèrement croissante. Aucune estimation de seuil n'est possible. La campagne O montre en revanche une décroissance de τ^{-1} ; l'estimation du seuil est $Rm_c \sim 81$. Cette valeur très basse est à prendre avec précaution. En effet, le sodium est entouré d'un cylindre interne fixe en fer doux et des écrans en fer doux sont également présents derrière les turbines en inox. Dans ces conditions, le champ mesuré a une géométrie différente par rapport à des campagnes sans chemise en fer, les lignes de champ étant concentrées dans les parois. La présence d'un tel volume de fer dans la cuve introduit un biais dans la relaxation du champ. Tous les capteurs plongeant dans la cuve ne présentent pas les mêmes signaux. En particulier les capteurs situés à l'extérieur de le chemise en fer ($r > R_i$) montrent une décroissance temporelle non exponentielle avec un overshoot avant d'atteindre le niveau d'induction $\mathbf{B}^{\mathbf{OFF}}$. Le temps de décroissance est alors calculé en prenant les 5 capteurs les plus profonds de chaque sonde dont la relaxation se rapproche plus d'une exponentielle décroissante. C'est la seule

campagne pour laquelle l'énergie magnétique n'a pas été calculée de la même manière.

Par ailleurs, l'évolution de χ_2^{-1} est bien différente de celle de τ^{-1} pour la campagne O. On n'observe aucune évolution de la susceptibilité sur la figure II.29 (b) pour la campagne O. Les grandeurs reflétant l'efficacité des mécanismes d'induction (χ_2^{-1}) ne sont pas favorables à la génération de la dynamo pour la campagne O tandis que la dynamique de relaxation donne une estimation du seuil du mode $m = 0$ proche des paramètres expérimentaux accessibles. Il n'y a pas eu d'observation de l'effet dynamo dans cette campagne. Pour la campagne Q, aucune évolution de τ n'est visible mais il y a une décroissance de l'inverse de la susceptibilité, donnant un seuil à $Rm_c \sim 200$. Cette valeur très élevée est clairement inaccessible pour l'expérience. Les deux critères τ^{-1} et χ^{-1} sondent des caractéristiques différentes pour chaque configuration, ils sont complémentaires. Les deux méthodes sont convergentes et l'estimation du seuil dans les campagnes dynamos est en bon accord avec les valeurs expérimentales. Lorsqu'un seul des deux critères permet une estimation, l'expérience montre que cela est une condition insuffisante.
La campagne Q est la seule campagne non dynamo des 3 étudiées ici ayant une partie mobile en fer doux (disque fer et pales en inox). Toutes les configurations possédant du fer en rotation exhibent une décroissance de χ^{-1}. Pour illustrer ces assertions, les profils moyens du champ induit toroïdal (image de l'efficacité de l'effet ω) normalisé à l'amplitude du champ axial sont représentés figure II.30 pour les sondes dans le plan décalé pour les configurations P (fer statique) et Q (disque en fer en rotation). Pour la configuration P, l'amplitude du champ azimutal $\langle B_\theta \rangle$ diminue avec Rm alors qu'elle augmente dans Q.

Pour généraliser ces observations, il a été vérifié que χ^{-1} est décroissant pour toutes les configurations où du fer est en rotation et à l'inverse, χ^{-1} est croissant ou sans évolution pour toutes les configurations où les parties en fer sont statiques. Pour conclure partiellement, les mécanismes d'induction favorables à la génération du mode $m = 0$ sont amplifiés si les turbines possèdent une partie en fer doux (une partie où $\frac{\mu_{turbine}}{\mu_{Na}} > 1$)

II.D.2.2 Fer en rotation / Cuivre en rotation

Nous avons vu qu'un saut de perméabilité entre le sodium et la turbine est primordial pour les mécanismes d'induction.
Nous allons maintenant étudier si la conductivité de la turbine a une influence sur le seuil de l'instabilité.

La campagne VKS2-S où les turbines sont tout en cuivre n'a pas pu faire l'objet de mesure d'induction ou de temps de décroissance pour les raisons explicitées au II.A.2. La seule configuration présentant du cuivre dans les turbines

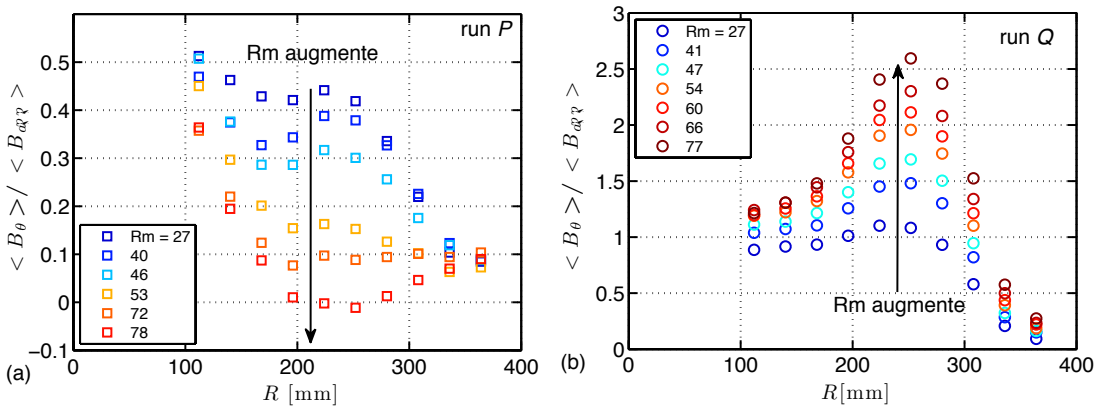

FIGURE II.30 – Profils d'induction azimutale avec champ constant axial appliqué (~ 5 G) pour les campagnes non dynamo :(a) VKS2-P (où le fer est statique). Le champ induit est décroissant avec Rm. (b) VKS2-Q (disque en fer en rotation). Le champ induit est croissant avec Rm.

est la campagne W où les turbines sont mixtes (disque en cuivre et pales en fer d'un côté ; disque en fer et pales en cuivre de l'autre). Les photos de ces turbines à pales droites apparaissent sur la figure II.31.

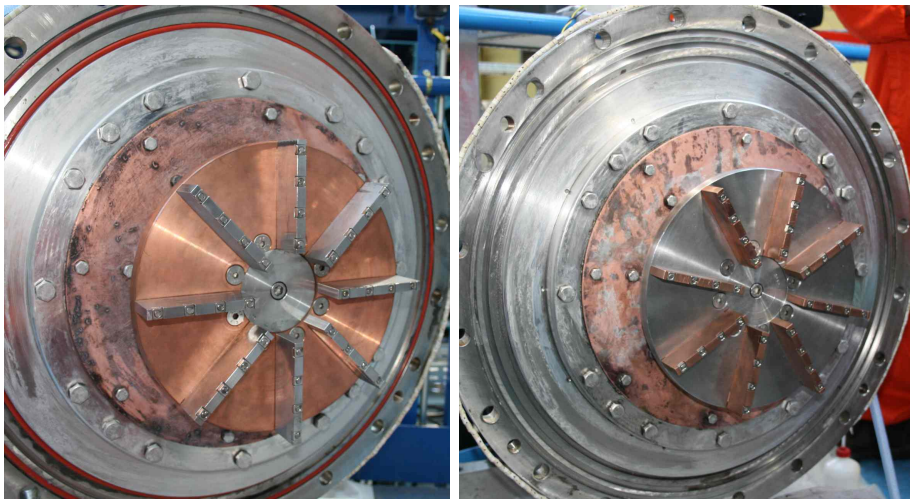

FIGURE II.31 – Photos des turbines mixtes à pales droites de la campagne VKS2-W. (a) Disque en cuivre et pales en fer. (b) Disque en fer et pales en cuivre.

Au lieu de comparer à la campagne de référence R, nous comparerons à la campagne dynamo V ($Rm_c = 60$) qui possède la même géométrie d'écoulement que W.

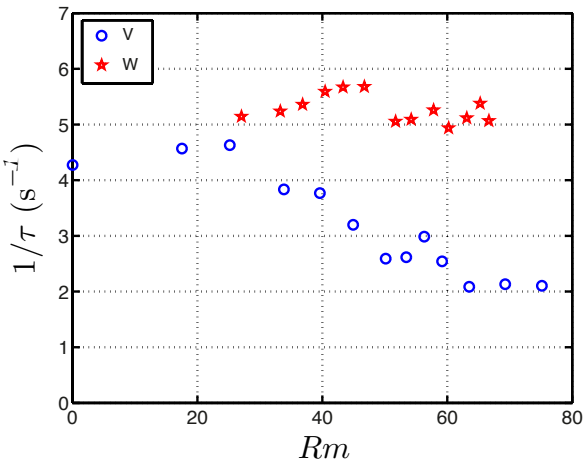

FIGURE II.32 – Evolution temps de décroissance pour les campagnes V et W (pales droites).

Pour le temps de décroissance, on n'observe aucune évolution significative jusqu'à $Rm = 70$ alors qu'une décroissance est initiée à $Rm = 30$ pour V. Il a été vérifié également, la configuration n'étant pas symétrique, que le temps de décroissance donne des résultats similaires lorsqu'on ne considère que la relaxation de l'énergie magnétique dans les plans décalés proches des disques.

L'analyse de l'évolution de la susceptibilité apporte des éléments sur l'efficacité du cuivre dans les mécanismes d'induction. Toutefois, comme la configuration de W est non symétrique, nous redéfinissons χ_2 de la façon suivante, en prenant en compte les sondes dans les plans décalés proches des turbines ($N = 1$ ou 3 en référence au schéma II.18) :

$$\frac{1}{\chi_2'} = \frac{1}{10}\sum_{i=1}^{10} \frac{|B^{app}_{i,N=1,3}|}{\langle|B^{x}_{i,N=1,3}|\rangle + \langle|B^{y}_{i,N=1,3}|\rangle + \langle|B^{z}_{i,N=1,3}|\rangle} \tag{II.7}$$

Nous comparons alors cette susceptibilité à gauche et à droite à la campagne V dans un premier temps pour laquelle χ_2' a aussi été calculé. Il a été vérifié que les extrapolations de χ_2 et χ_2' donnent les mêmes résultats à quelques % près sur l'estimation du seuil dynamo. Cela reste pertinent de considérer l'évolution de l'induction localisée près des turbines. Du côté disque en fer et pales en cuivre, l'estimation du seuil donne $Rm_c(W_{FeCu}) \sim 130$ figure II.33 (a) et $Rm_c(W_{CuFe}) \sim 100$ du côté disque en cuivre et pales en fer figure II.33 (b). Le disque en cuivre (grand σ) est plus favorable que le disque à perméabilité magnétique élevée pour les processus d'induction localisés près des turbines.

Il est intéressant de comparer ces résultats aux deux autres campagnes où les turbines sont mixtes Q et Q' (disque en fer et pales inox et disque en inox et pales en fer respectivement) qui n'ont pas non plus montré la dynamo. Les

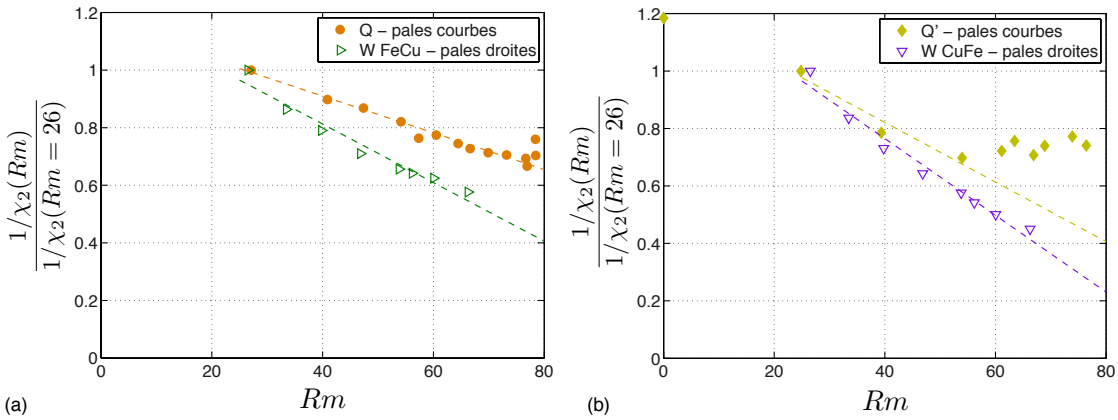

FIGURE II.33 – Evolution de la susceptibilité χ_2' (voir eq. II.7) pour : (a) Q et W (disque en fer+ pales en inox ou cuivre), (b) Q' et W (disques en inox ou en cuivre + pales en fer).

turbines de Q et Q' sont à pales courbes et entrainent plus efficacement le fluide que les turbines de W. A même matériau on s'attend à ce que $\chi_2^{-1}(Q)$ et $\chi_2^{-1}(Q')$ soient plus pentus que $\chi_2^{-1}(W)$. Au contraire ici, la comparaison de W_{CuFe} et $Q'(InFe)$ est favorable à W et la comparaison de W_{FeCu} et $Q(FeIn)$ est favorable aussi à W. Dans les deux cas, malgré le fait que l'écoulement soit favorable aux configurations Q et Q', la conductivité élevée du cuivre donne de meilleurs mécanismes d'induction lorsque des parties en cuivre sont en rotation.

II.D.2.3 Discussions et conclusions

Malgré tous les essais de ces dernières années, aucune configuration VKS dans laquelle les turbines (disques et pales) ne sont pas totalement en fer n'a montré de champ magnétique auto-entretenu.
Une perméabilité magnétique et/ou une conductivité électrique non homogène (dépendant de la position spatiale) introduit un terme supplémentaire dans l'équation d'induction :

$$\partial_t \mathbf{B} = \nabla \times \left(\mathbf{u} \times \mathbf{B} + \frac{1}{\mu_r \mu_0 \sigma} \frac{\nabla \mu_r}{\mu_r} \times \mathbf{B} - \frac{1}{\mu_0 \mu_r \sigma} \nabla \times \mathbf{B} \right) \qquad \text{(II.8)}$$

où le terme $\frac{\nabla \mu_r}{\mu_r} \times \mathbf{B}$ est désigné comme le pompage paramagnétique ([32]). L'équation n'est pas symétrique par l'échange μ / σ donc les rôles de la perméabilité et de la conductivité ont des impacts différents sur le mode magnétique, le seuil et les mécanismes de génération de la dynamo ([33]). Cela souligne que la diffusivité magnétique $\lambda = \frac{1}{\mu\sigma}$ n'est pas le bon paramètre pour étudier l'impact d'un saut de μ et / ou σ sur la dynamo.
Les résultats des différentes configurations VKS présentés dans les sections précédentes confirment cette assertion. La substitution de certaines parties des turbines en fer par du cuivre ne permet plus d'observer la dynamo.

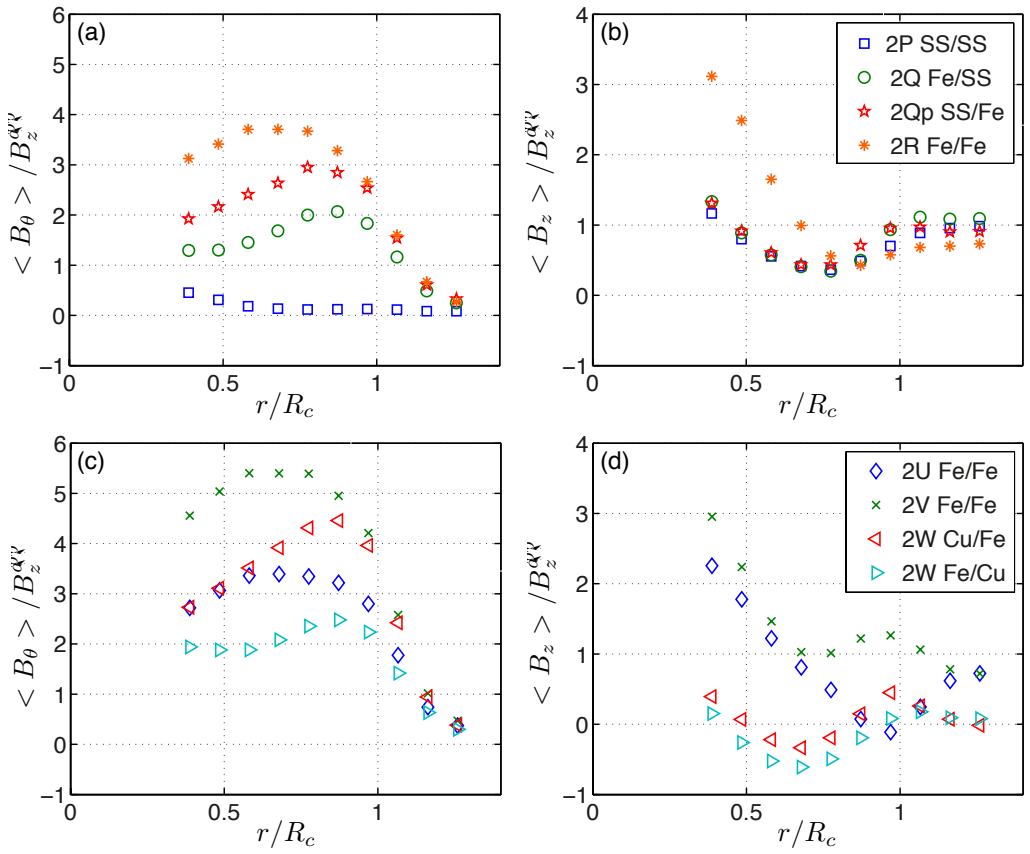

FIGURE II.34 – Profils moyens de champ induit azimutal (colonne de gauche) et axial (colonne de droite) normalisé par le champ appliqué axial à $Rm = 60$. En haut : Campagnes à pales courbes. En bas : Campagnes à pales droites.

Des travaux numériques ont montré qu'un saut de perméabilité magnétique et de conductivité électrique entre le fluide et les parois est bénéfique pour abaisser le seuil de l'instabilité et que le mode le plus instable pouvait être sélectionné par la distribution spatiale de ces inhomogénéités de μ et σ.
En particulier Guervilly *et al.* ([37]) ont montré dans des simulations numériques MHD d'un écoulement engendré par la rotation de deux hémisphères, que l'effet ω était amplifié par la présence de parois de fort μ ou de fort σ (par rapport au fluide).
Cette étude rejoint celles de Giesecke *et al.* ([33]) où des parois de perméabilité et de conductivité variables simulent la présence de turbines ferromagnétiques dans un écoulement de von Kármán. Les résultats montrent qu'un saut de perméabilité amplifie la génération de composante toroïdale axisymétrique. Une discontinuité de conductivité électrique entre le sodium et les turbines permet aux courants circulant dans le fluide de reboucler dans l'épaisseur du disque par effet de peau, favorisant la génération d'un champ induit azimutal.

Bien que les parois ferromagnétiques restent fixes dans ces derniers travaux

numériques et que l'observation de l'effet dynamo nécessite la modélisation d'un mécanisme d'induction supplémentaire (type effet α), l'amplification de l'effet ω par des turbines ferromagnétiques est cohérent avec des mesures d'induction expérimentales ([106]).
Les évolutions des susceptibilités dans VKS montrent également que l'induction est meilleure en présence de fer ou de cuivre en rotation et que le cuivre est plus favorable que l'inox.

Ces observations sont également visibles sur les profils radiaux du champ magnétique avec un champ axial appliqué (Helmholtz) sous le seuil pour $Rm = 60$ (figure II.34) sauf pour R où $Rm < 40$ pour comparer à des profils non dynamos.

L'induction dans la direction axiale dépend peu des conditions aux limites et conserve la même forme d'une campagne à l'autre. Dans cette direction, on mesure essentiellement l'étirement du champ le long de l'axe et cela ne dépend pas du matériau des turbines.
L'induction dans la direction azimutale est l'image de l'efficacité de l'effet ω.
Pour les campagnes aux pales courbes : il n'y a pas d'induction si aucune partie en fer est en rotation (VKS2-P). Les profils sont quasiment similaires dès qu'il y a du fer en rotation, toutefois le maximum n'est pas à la même profondeur dans R que dans Q et Q'. La comparaison des campagnes mixtes donne de meilleurs processus d'induction dans Q' (disque en inox et pales en fer) que dans Q (disque en fer et pales en inox).
Pour les campagnes aux pales droites : les profils sont très différents pour les deux campagnes dynamos U et V. L'effet des ailettes dans U est significatif notamment, elles cassent l'écoulement toroïdal donc l'effet ω est amoindri. La comparaison des turbines mixtes fer / cuivre donne des profils d'amplitude plus importants du côté de la turbine en cuivre et pales en fer.

Il y a plusieurs conclusions à tirer de ces méthodes d'estimations de seuils :
(i) Les deux méthodes sont validées pour des campagnes dont le seuil est connu. On a ainsi pu déterminer que les estimations donnaient des valeurs critiques $\sim 20\%$ au dessus de celles observées et ce pour trois campagnes dynamo (R, U et V) dont les seuils sont différents.
(ii) La géométrie du champ imposée doit avoir une projection non nulle sur le mode le plus instable pour qu'il y ait une évolution de τ ou χ.
(iii) La mesure de τ^{-1} renseigne sur la dynamique de relaxation et celle de χ^{-1} donne l'efficacité des mécanismes d'induction. Les deux critères sondant différentes propriétés nécessaires à la génération et à l'auto-entretien de la dynamo, il faut que les deux estimations convergent pour avoir une valeur pertinente du seuil. Cela signifie qu'il faut être à une distance au seuil relativement petite (30% en dessous). Si on est trop loin du seuil alors l'évolution des critères est très dépendante des conditions aux limites (exemples :τ^{-1} pour O ou χ_2^{-1} pour Q)
(iv) Pour la puissance disponible dans VKS : il est nécessaire d'avoir des turbines tout en fer pour observer un champ dynamo.

(v) Le fer en rotation est plus favorable que le fer statique pour les processus d'induction.
(vi) Le cuivre en rotation est plus favorable que l'inox pour les processus d'induction.

II.E Influence de l'écoulement : Forçage asymétrique et bistabilité

L'écoulement global et local joue un grand rôle sur le seuil de l'instabilité et les mécanismes d'induction comme nous venons de le voir avec l'analyse de trois campagnes dynamos dont la géométrie des turbines est différente. Dans la partie II.B, nous avons fait un lien entre les régimes dynamiques observés dans la campagne VKS2-R avec une éventuelle bifurcation hydrodynamique continue. Dans cette partie, nous revenons sur la campagne Y que nous avons déjà évoquée

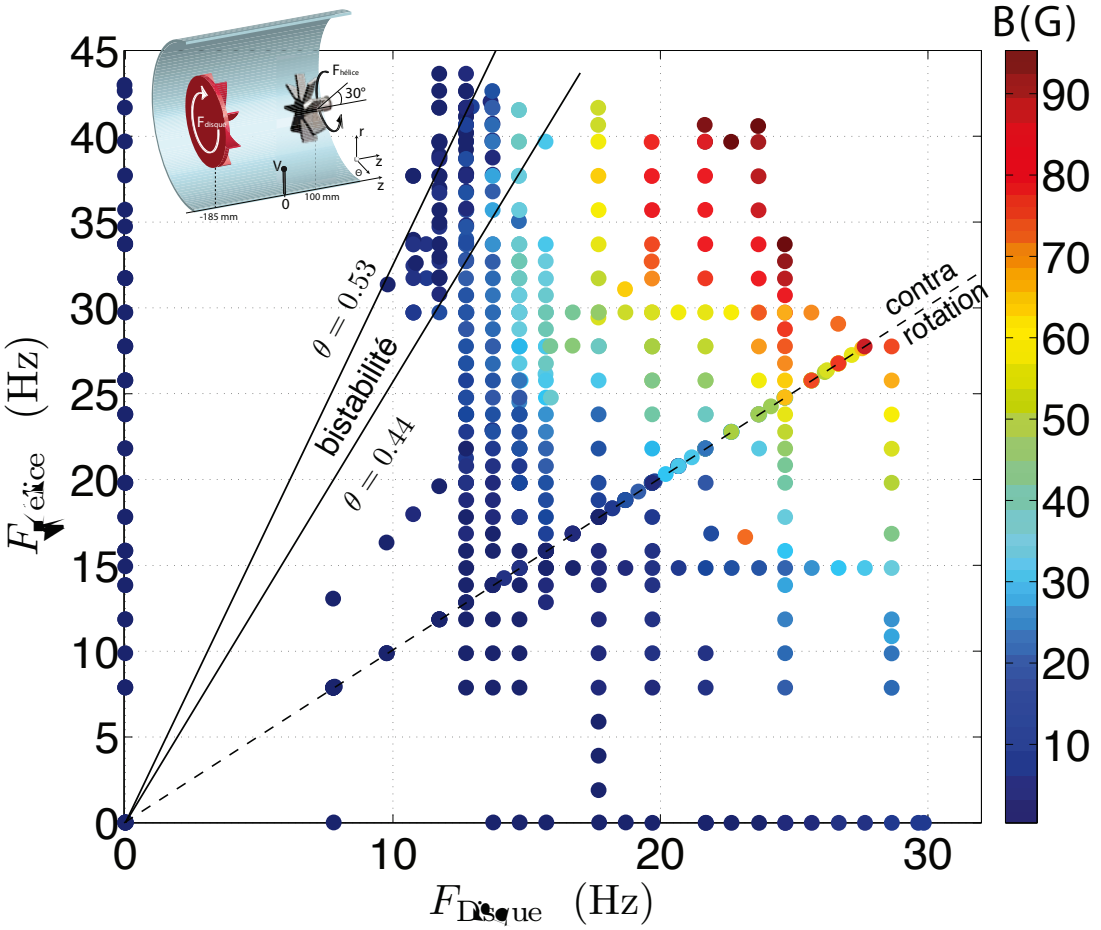

FIGURE II.35 – Espace des paramètres de la campagne Y.

dans la section II.B.4 dont la configuration se compose d'un côté une turbine en

fer à pales courbes et de l'autre côté une hélice en inox. L'écoulement résultant est de type s_1t_2 en contra-rotation exacte (voir figure II.16).
Cette section est l'objet d'un article en préparation [49]. Nous allons analyser l'espace des paramètres et voir l'influence de l'écoulement sur le champ dynamo.

L'espace des paramètres (F_{Disque}, $F_{\text{Hélice}}$) est montré figure II.35. Nous restreignons l'étude à $F_{\text{Disque}} > 0$ et $F_{\text{Hélice}} > 0$ car c'est la seule région de cet espace où l'obtention d'une dynamo stationnaire est possible. Nous avons déjà décrit les caractéristiques de la dynamo en contra-rotation exacte ($F_{\text{Disque}} = F_{\text{Hélice}}$). En régime décalé, il n'existe que des champs dynamo stationnaires. L'absence de régime dynamique s'explique, comme dans la campagne VKS2-N par l'impossibilité de couplages entre deux dipôles magnétiques (deux dynamos dipolaires générées près des turbines en fer). En présence d'une seule turbine en fer, aucun régime dynamique n'est observable (voir section II.B.4).

L'hélice entraine le fluide moins efficacement qu'un disque pour une fréquence de rotation donnée. La puissance consommée par l'hélice est moins importante d'un facteur 3 pour l'hélice (voir figure II.36).
Ainsi dans les régimes décalés, pour $F_{\text{Disque}} > F_{\text{Hélice}}$, l'hélice ne participe

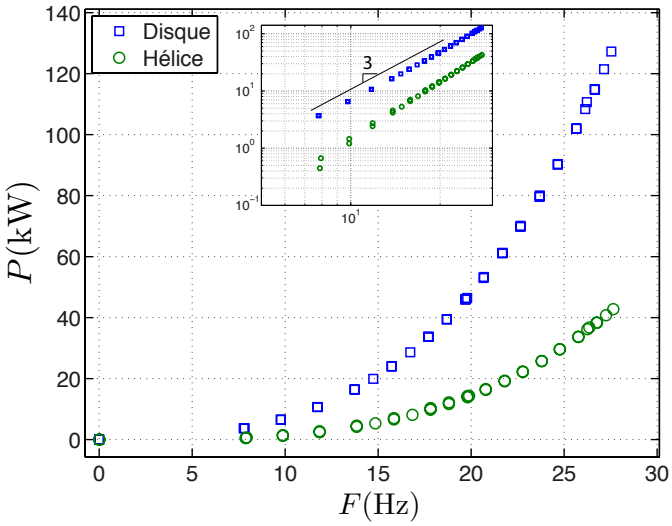

FIGURE II.36 – Puissance consommée par le disque et par l'hélice en contra-rotation exacte. Insert : puissance en échelle logarithmique suivant une loi cubique.

quasiment pas à l'écoulement et ces régimes n'apportent pas d'informations supplémentaires par rapport au régime où l'hélice est en arrêt.
Nous étudions ici les régimes décalés pour lesquels $F_{\text{Disque}} < F_{\text{Hélice}}$ avec $F_{\text{Hélice}}^{\max} = 44$ Hz et $F_{\text{Disque}}^{\max} = 15$ Hz.
On rappelle la définition du paramètre d'asymétrie qui joue le rôle de paramètre de contrôle dans cette section

$$\theta = \frac{F_{\text{Hélice}} - F_{\text{Disque}}}{F_{\text{Hélice}} + F_{\text{Disque}}} > 0 \quad \text{lorsque } F_{\text{Hélice}} > F_{\text{Disque}} \tag{II.9}$$

II.E.1 Bistabilité hydrodynamique

Dans cette partie, nous allons parcourir l'espace des paramètres sur des droites verticales ; c'est à dire nous fixons la fréquence de rotation du disque à une certaine valeur et nous faisons évoluer la fréquence de rotation du l'hélice de $F_{\text{Hélice}} = F_{\text{Disque}}$ à $F^{\max}_{\text{Hélice}}$.
La fréquence du disque est comprise entre 11 et 15 Hz ; donc θ varie de 0 à 0.6.
Dans un premier temps nous analyserons les données liées à l'hydrodynamique tel que le couple moyen et la vitesse locale. Les observations seront décrites en détails pour $F_{\text{Disque}} = 13$ Hz et $F_{\text{Hélice}}$ allant de 13 à 44 Hz, puis les résultats seront généralisés pour toutes les fréquences du disque étudiées.

II.E.1.1 Grandeurs globales : couple moyen

L'évolution des couples moyens en fonction de $F_{\text{Hélice}}$ est montrée sur la figure II.37 pour $F_{\text{Disque}} = 13$ Hz constant. Lorsque $F_{\text{Hélice}}$ augmente de 13 à 42 Hz, le couple total moyen augmente quasi linéairement puis sature. A $F_{\text{Hélice}} = 43$ Hz, il saute brusquement vers une valeur plus petite. Lorsque la fréquence de rotation de l'hélice diminue à partir de cet état, le couple demeure sur la branche basse que nous appellerons branche L ("low") jusqu'à une fréquence de $F_{\text{Hélice}} = 32$ Hz où le couple saute de nouveau sur la branche d'amplitude élevée que nous appellerons branche H ("high").
Il est intéressant d'analyser le détail des couples moyens mesurés de chaque côté. Le couple du côté du disque augmente linéairement de $F_{\text{Hélice}} = 13$ à 35 Hz où la valeur sature à $\langle \Gamma_{\text{Disque}} \rangle = 380$ N.m jusqu'à $F_{\text{Hélice}} = 43$ Hz où $\langle \Gamma_{\text{Disque}} \rangle$ perd 50% de son amplitude moyenne. Cette grandeur reste constante sur la branche L jusqu'à $F_{\text{Hélice}} = 32$ Hz où le couple reprend de manière discontinue la valeur $\langle \Gamma_{\text{Disque}} \rangle = 320$ N.m.

L'évolution du couple moyen de l'hélice diffère de la description qui vient d'être faite pour le disque. En effet, $< \Gamma_{\text{Hélice}} >$ augmente linéairement de 40 N.m ($F_{\text{Hélice}} = 13$ Hz) à $\langle \Gamma_{\text{Hélice}} \rangle = 320$ N.m pour $F_{\text{Hélice}} = 42$ Hz. il prend une valeur légèrement plus élevée à $F_{\text{Hélice}} = 43$ Hz puis rediminue continument vers l'autre branche.
Ce protocole expérimental ($F_{\text{Hélice}}$ augmente puis rediminue) a été réitéré pour différentes fréquences de rotation du disque ($F_{\text{Disque}} = 11$ à 15 Hz). Les résultats sont regroupés sur la figure II.38 (b) pour les 5 valeurs de F_{Disque} scannées et pour chacune de ces valeurs, le couple est multivalué dans une certaine gamme de $F_{\text{Hélice}}$. Sur la figure II.38, la différence de couple est normalisée par le couple total et est représenté en fonction du paramètre d'asymétrie $\theta = \frac{F_{\text{Hélice}} - F_{\text{Disque}}}{F_{\text{Hélice}} + F_{\text{Disque}}}$.

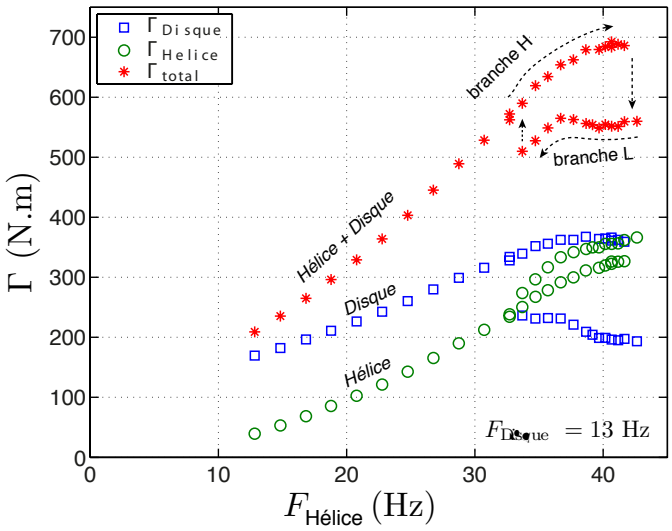

FIGURE II.37 – (a) Bistabilité couples moyens pour $F_{\text{Disque}} = 13$ Hz maintenu constant en fonction de $F_{\text{Hélice}}$.

On observe une superposition de toutes les courbes. Pour chacune des fréquences F_{Disque} étudiées deux branches sur les couples moyens apparaissent. Une branche H correspondant à un couple de l'hélice inférieur à celui du disque et une branche L correspondant à un couple total plus faible que sur la branche H et à un couple hélice supérieur au couple disque.

On remarque que les transitions entre les branches L et H ont lieu pour des paramètres d'asymétrie constants $\theta = 0.44$ et $\theta = 0.53$ quelle que soit la fréquence de rotation F_{Disque} du disque. Les couples moyens sont multivalués entre ces deux valeurs. Les transitions ont également lieu lorsque les couples moyens de l'hélice et du disque se compensent :

$$\Gamma_n = \frac{\langle \Gamma_{\text{Hélice}} \rangle - \langle \Gamma_{\text{Disque}} \rangle}{\langle \Gamma_{\text{Hélice}} \rangle + \langle \Gamma_{\text{Disque}} \rangle} \simeq 0 \qquad \text{(II.10)}$$

Avec les mesures disponibles, les transitions n'ont été observées que dans un sens : de H vers L à $\theta = 0.53$ et de L vers H à $\theta = 0.44$.
Ce cycle d'hystérésis est l'image d'une bifurcation grande échelle de l'écoulement se produisant pour des paramètres d'asymétrie constants.
Nous analysons ensuite des données hydrodynamiques locales renseignant sur la topologie de l'écoulement sur chacune des branches, corrélées aux mesures globales.

II.E.1.2 Grandeurs locales : différence de potentiel

Un doigt de gant dans le plan médian de la cuve muni d'une sonde Vives a été placé afin de mesurer une différence de potentiel locale dans l'expérience VKS. Nous ne détaillerons pas ici le principe de mesure de cette sonde qui a été testée dans divers écoulements turbulents de métaux liquides. Le lecteur se rapportera

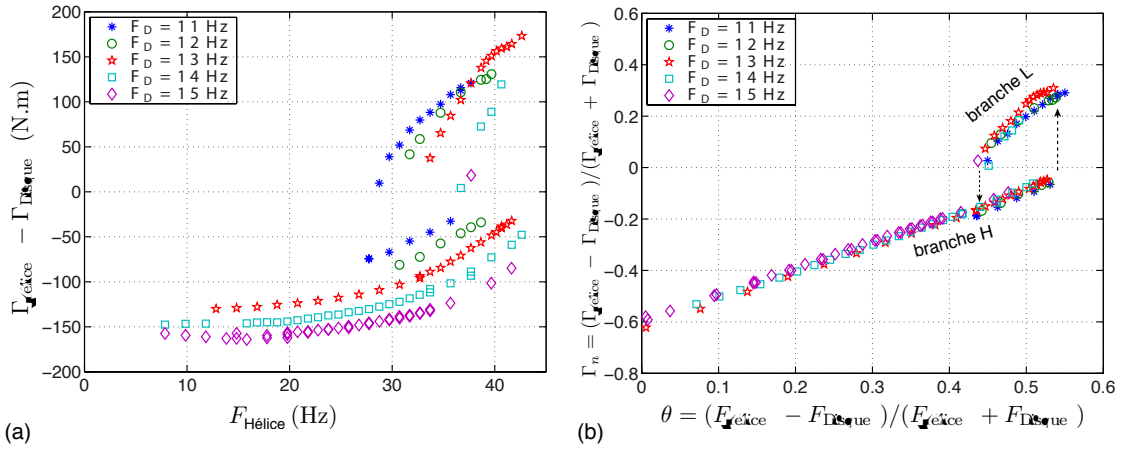

FIGURE II.38 – (a) Bistabilité des couples moyens en fonction de $F_{\text{Hélice}}$ pour $F_{\text{Disque}} = 11, 12, 13, 14, 15$ Hz. (b) Normalisation des couples en fonction du paramètre d'asymétrie θ.

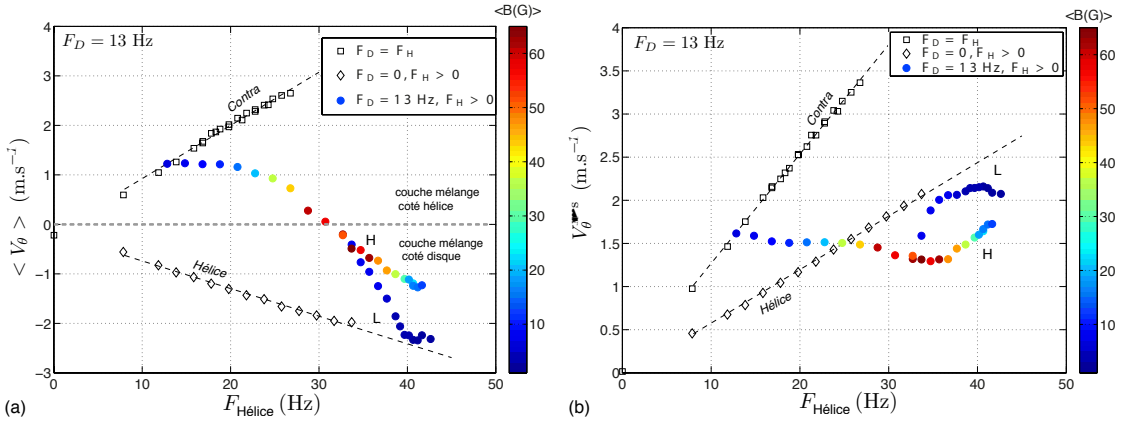

FIGURE II.39 – Bistabilité des vitesses moyennes et *rms* azimutales pour $F_{\text{Disque}} = 13$ Hz. La branche L correspond à des amplitudes mesurées lorsque seule l'hélice tourne (disque à l'arrêt).

pour plus de détails au chapitre (IV) ou aux références suivantes [63], [82], [104].

Sur la figure II.39 (a) (respectivement (b)) sont représentées plusieurs séries de mesures de différence de potentiel. Les symboles pleins sont la vitesse moyenne (respectivement la vitesse $r.m.s$) dans la direction azimutale lorsque $F_{\text{Disque}} = 13$ Hz constant et que $F_{\text{Hélice}}$ évolue de 13 à 43 Hz. Comme pour les couples, on observe un saut pour $F_{\text{Hélice}} = 43$ Hz et un raccordement à la branche initiale pour $F_{\text{Hélice}} = 32$ Hz lorsque la fréquence de rotation de l'hélice diminue. A titre de comparaison, et pour avoir une idée de la structure de l'écoulement sur la branche L, les vitesses moyennes (et $r.m.s$) en contra-rotation exacte $F_{\text{Disque}} = F_{\text{Hélice}}$ (symbole carré) et lorsque l'hélice tourne alors que le disque est à l'arrêt $F_{\text{Disque}} = 0$, $F_{\text{Hélice}} > 0$ (symboles losanges) sont représentés en noir sur les figures II.39 (a) et (b). Dans les écoulements de von Kármán, la vitesse moyenne azimutale dans le

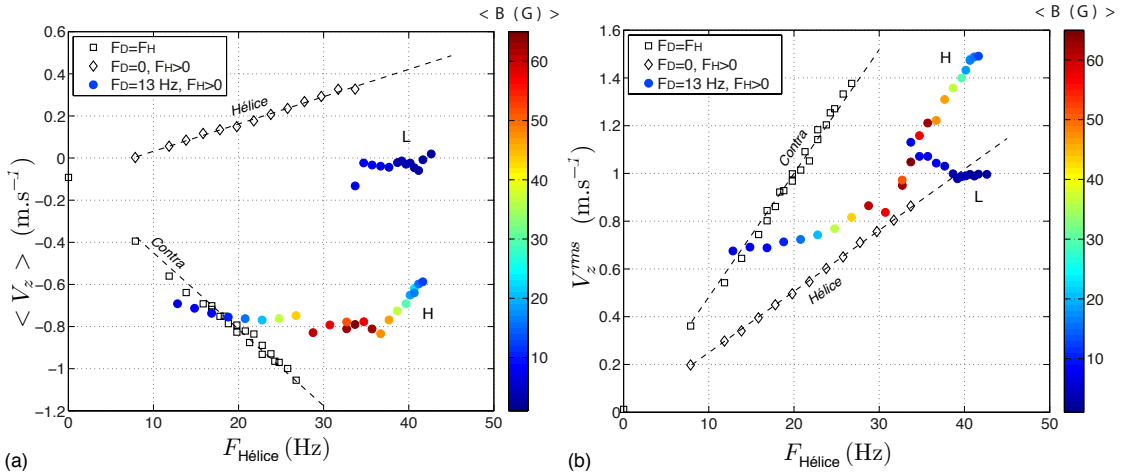

FIGURE II.40 – Bistabilité des vitesses moyennes et *rms* axiales pour $F_{\text{Disque}} = 13$ Hz. La branche L correspond à des amplitudes mesurées lorsque seule l'hélice tourne (disque à l'arrêt).

plan médian est le reflet de la position latérale de la couche de cisaillement due à la rencontre des deux cellules toroïdales en contra-rotation. Lorsque celle-ci est située dans le plan médian ($F_1 = F_2$ pour des turbines symétriques), la vitesse azimutale moyenne est nulle. Lorsque ce n'est pas le cas, le signe de cette vitesse v_θ indique de quel côté se situe la couche de cisaillement en moyenne. Si $\langle v_\theta \rangle$ a le signe correspondant au sens de rotation de la turbine gauche alors la couche de cisaillement est décalée vers la turbine droite en moyenne (turbine la plus lente pour les configurations symétriques)
Dans notre cas, les turbines ne sont pas symétriques ; ainsi lorsque les fréquences de rotation du disque et de l'hélice sont égales, la moyenne de $\langle v_\theta \rangle$ n'est pas nulle. Elle possède le signe correspondant au sens de rotation du disque, la couche de cisaillement est donc décalée du côté de l'hélice. Cela n'est pas surprenant puisque pour une même fréquence de rotation, la puissance (et donc le couple) consommée par le disque est plus important que celle consommée par l'hélice (voir figure II.36). Cela se traduit par une efficacité plus grande du disque à entrainer le fluide.
Lorsque la fréquence de rotation de l'hélice augmente tandis que celle du disque reste constante, la vitesse moyenne azimutale diminue, passe par zéro à $F_{\text{Hélice}} = 30$ Hz, puis continue à évoluer avec un signe négatif. Cela signifie dans ce cas que la couche de cisaillement se situe dans le plan médian pour $F_{\text{Disque}} = 13$ Hz et $F_{\text{Hélice}} = 30$ Hz. Elle est ensuite "poussée" du côté du disque lorsque $F_{\text{Hélice}} > 30$ Hz. Comme on s'y attend dans un écoulement de von Kármán ([20] [16]), un forcage asymétrique modifie la position moyenne de la couche de cisaillement et les mesures locales hydrodynamiques le confirment.
Sur la branche bifurquée L, la vitesse moyenne azimutale (et la vitesse $r.m.s$) sont de même amplitude et de même signe que celle d'un écoulement généré par la rotation de l'hélice seule, avec le disque maintenu à l'arrêt (losanges). Tout se déroule comme si le disque ne participait plus (ou moins) à l'écoulement. Une

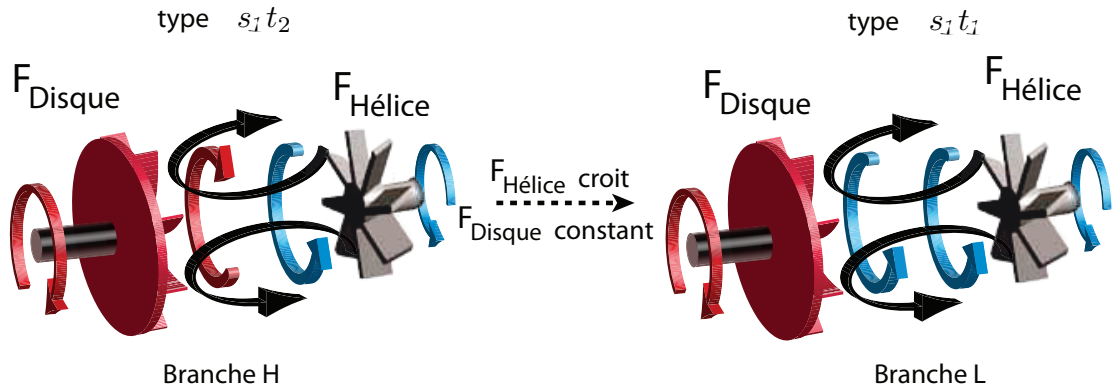

FIGURE II.41 – Topologie de l'écoulement bifurqué. Sur la branche H : type $s_1 t_2$; sur la branche L : type $s_1 t_1$.

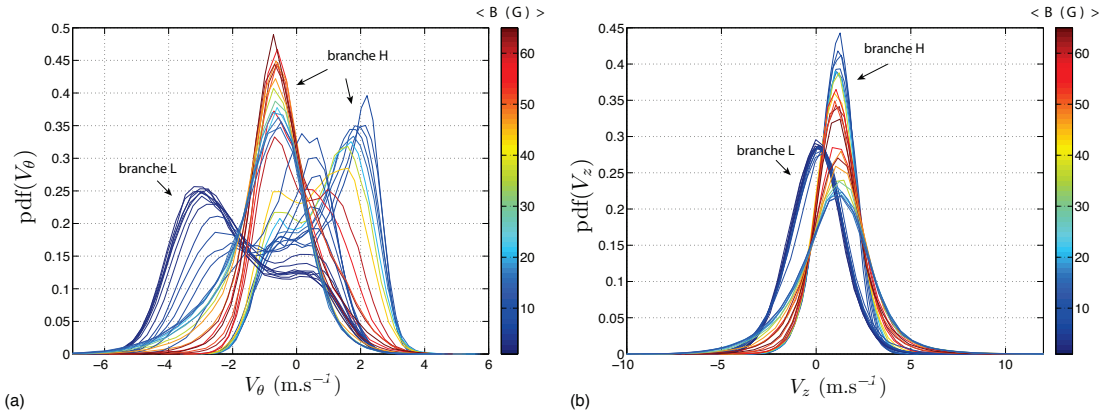

FIGURE II.42 – Distribution des vitesses toroidale et axiale pour $F_{\text{Disque}} = 13$ Hz et $F_{\text{Hélice}}$ allant de 13 à 43 Hz.

interprétation possible de la topologie de l'écoulement dans l'état bifurqué sur la branche L est que la couche de cisaillement est plaquée contre le disque et que l'écoulement est ainsi de type $s_1 t_1$ comme quand l'hélice tourne seule. Cela explique aussi la chute de la valeur du couple moyen du disque lorsque l'écoulement bifurque.

Les couleurs des symboles correspondent à l'amplitude du champ magnétique près du disque mais nous allons revenir sur ces détails dans la section suivante (II.E.2) de ce chapitre. Les mêmes comportement sont observés sur la composante axiale de la vitesse mesurée par différence de potentiel (voir figure II.40). Cependant, il est apparu au cours de la campagne un décalage 3.5 mV sur cette composante (correspondant à 0.25 m.s). Cela peut être dû à un oxyde coincé entre les électrodes ou à un autre phénomène qui n'a pas été détecté. Nous ne décrirons pas quantitativement cette composante de vitesse mais on retrouve les mêmes comportements qualitatifs que sur la composante toroïdale.

Les distributions des signaux de différence de potentiel sont présentées sur

la figure II.42. Elles montrent des distributions bimodales très étendues lorsque $\langle v_\theta \rangle$ a un signe bien défini signifiant que la couche de mélange est l'objet de fluctuations importantes. Les distributions sont mono-modales lorsque la couche de cisaillement est dans le plan médian.

L'écoulement moyen et les fluctuations étant très différents entre les deux branches, on peut s'attendre à ce que le champ dynamo (s'il existe) en soit grandement affecté. C'est l'objet de la section suivante.

II.E.2 Bistabilité du champ dynamo

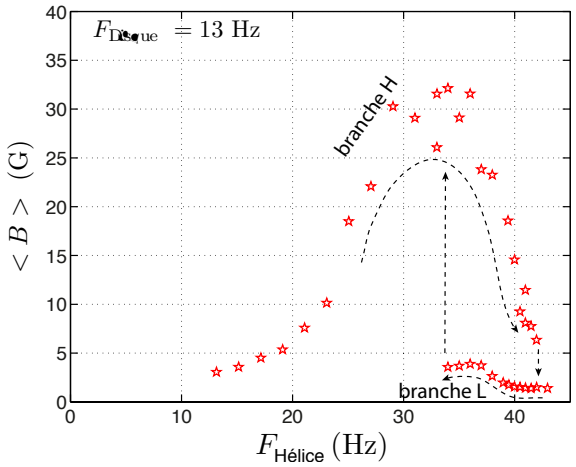

FIGURE II.43 – Champ moyen à 13 Hz en fonction de $F_{\text{Hélice}}$ pour $F_{\text{Disque}} = 13$ Hz maintenu constant. on retrouve la bistabilité observée sur l'hydrodynamique. L'amplitude du champ est un ordre de grandeur plus faible sur la branche L que sur la branche H.

L'évolution de l'amplitude moyenne du champ magnétique mesuré en un point (le capteur le plus profond dans le plan près du disque en fer) est représentée sur la figure II.43 pour $F_{\text{Disque}} = 13$ Hz. Lorsque $F_{\text{Hélice}}$ augmente de 13 à 34 Hz, $< B >$ augmente puis diminue continument de 34 à 43 Hz. A cette valeur-ci, on observe une diminution soudaine du champ. L'amplitude reste faible lorsque $F_{\text{Hélice}}$ diminue de 43 à 34 Hz où le champ gagne brutalement un ordre de grandeur (de 6 à 30 G). On retrouve le comportement hystérétique où le champ magnétique peut évoluer sur deux branches, l'une de grande amplitude (H) et l'autre de faible amplitude (L), déjà décrit pour les grandeurs hydrodynamiques.
Pour chacune des valeurs de F_{Disque} étudiées, le champ magnétique présente une bifurcation de la branche H vers la branche L à $\theta = 0.53$ et une autre pour $\theta = 0.44$ où le champ retrouve la branche H. Les valeurs du paramètre θ pour lesquelles la bifurcation du champ magnétique se produit sont les mêmes que celles observées

dans le paragraphe précédent concernant la bistabilité hydrodynamique.

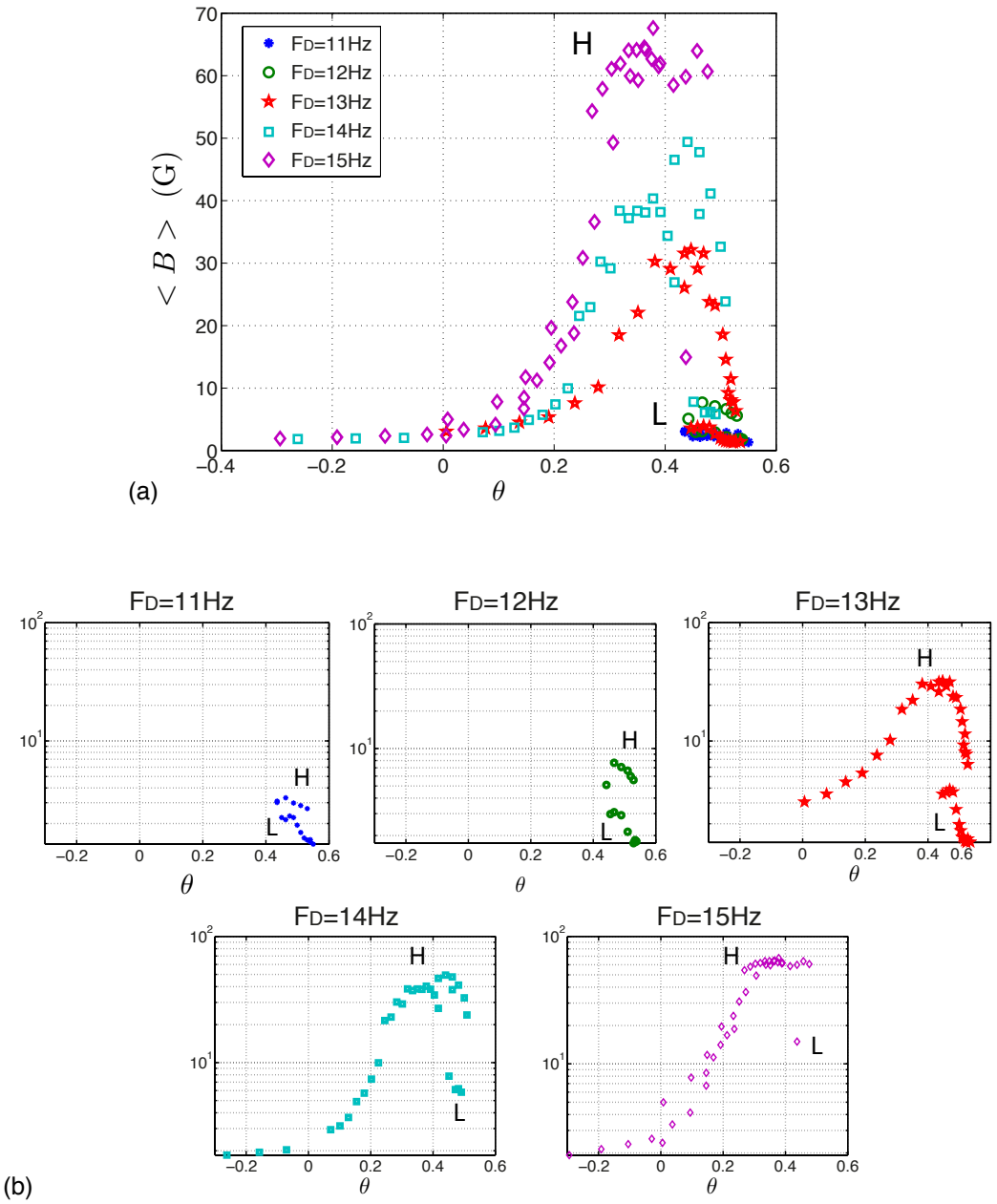

FIGURE II.44 – Champ moyen en fonction de θ pour différentes fréquences du disque. (a) en échelle linéaire. (b) en échelle lin-log. En insert : agrandissement de la branche L.

Sur la branche L, le champ est faible (< 10 G) à $F_{\text{Disque}} = 13$ Hz. La figure II.44 (a) et (b) montre l'évolution du champ moyen avec $F_{\text{Hélice}}$ pour plusieurs valeurs de F_{Disque}. Les données à $F_{\text{Disque}} = 11$ et 12 Hz ne sont disponibles que

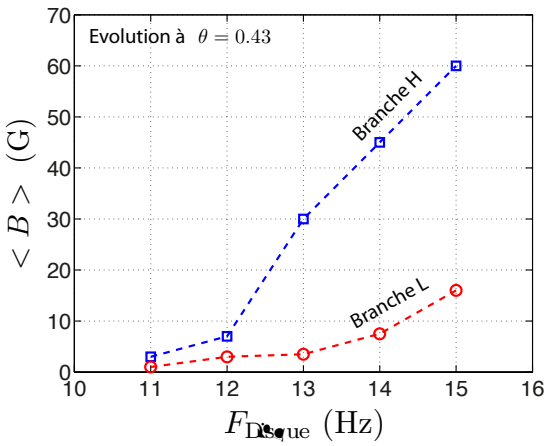

FIGURE II.45 – Evolution de l'amplitude moyenne du champ en fonction de F_{Disque} à $\theta = 0.44$ fixe sur les branches L et H. La branche L est aussi une branche dynamo, de faible amplitude.

dans l'intervalle $\theta = 0.44$ à 0.53. Les branches H et L ont alors des amplitudes proches et faibles. Bien que l'amplitude soit trop faible pour que le champ soit qualifié de dynamo, la bifurcation hydrodynamique a un impact significatif sur la valeur du champ et ce, qu'il y ait une dynamo ou non.
A $F_{\text{Disque}} = 13$, 14 et 15 Hz, le champ sur la branche H est clairement un champ dynamo (> 30 G), il transite sur la branche L en perdant un ordre de grandeur. Les statistiques de l'écoulement bifurqué sont très différentes de l'écoulement non bifurqué, il n'est pas étonnant que le champ soit grandement affecté par cette transition. La question qui se pose alors est de savoir si l'écoulement sur la branche L, vraisemblablement de type s_1t_1 est également dynamogène. L'insert de la figure II.44 (b) en lin log montre que l'amplitude du champ sur la branche L évolue avec F_{Disque}.
Pour mieux s'en rendre compte, plaçons-nous à $\theta = 0.44$ constant et suivons l'évolution de l'amplitude du champ moyen en fonction de F_{Disque}. Les résultats sont regroupés sur la figure II.45 pour les deux branches. Sur la branche H, le champ évolue de 8 à 60 G lorsque F_{Disque} passe de 12 à 15 Hz.
La branche L, bien que son amplitude soit basse, est également une branche dynamo stationnaire, engendrée par un écoulement différent (notamment près du disque en fer) de celui de la dynamo de la branche H.
Le mode magnétique des deux branches dynamo est similaire ; il s'agit d'un dipôle axial avec une forte composante azimutale (figure II.46 (a) et (b)). Cependant, la normalisation par le maximum de B_θ sur chacune des branches indique que la géométrie du champ n'est pas exactement la même notamment sur la composante axiale (voir figure II.46 (b)). Comme nous l'avons mentionné dans la section II.B.2, le forçage asymétrique implique une localisation de l'énergie magnétique du côté du disque lent, ce qui peut avoir un impact sur les profils de champ magnétique.

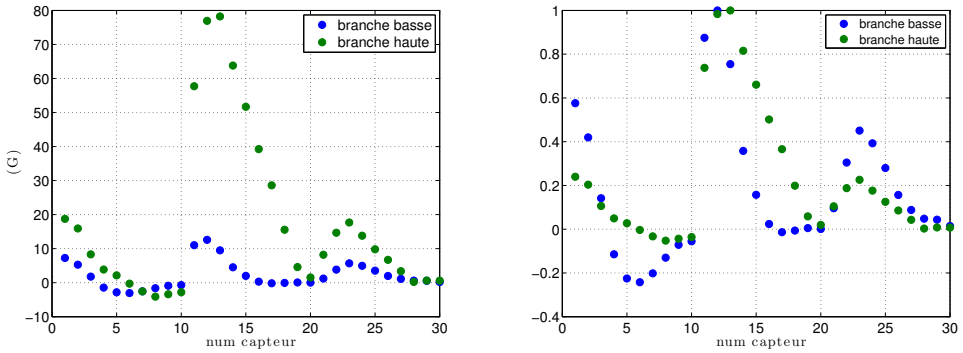

FIGURE II.46 – (a) Profils moyens sur la branche haute et la branche basse. Les numéros de capteurs correspondent à 1 à 10 : B_r ($r = 113$ mm à 365 mm), de 11 à 20 : B_θ ($r = 113$ mm à 365 mm) et de 21 à 30 : B_z ($r = 113$ mm à 365 mm). (b) Profils normalisés par le maximum du champ azimutal sur chaque branche.

Les discontinuités de couples et de champ magnétique se produisent pour des valeurs θ fixées et ce, quelque soit la fréquence F_{Disque}. Entre $\theta = 0.44$ et $\theta = 0.53$, les grandeurs hydrodynamiques et l'énergie magnétique peuvent prendre deux valeurs différentes. Les transitions ont toutefois été observées uniquement pour les valeurs $\theta = 0.44$ et $\theta = 0.53$. Nous posons maintenant la question du lien entre ces deux bifurcations hydrodynamique et magnétique. Les transitions sont-elles simultanées ou bien une des deux grandeurs pilote-t-elle les bifurcations ?

II.E.3 Dynamique des bifurcations

Lorsque $\theta = 0.44$, le système peut bifurquer spontanément de la branche L à la branche H. Sur la figure II.47, les séries temporelles représentées se déroulent à forçage constant $F_{\text{Disque}} = 14$ Hz, $F_{\text{Hélice}} = 37$ Hz. Au bout de quelques secondes (15 s sur la figure II.47), on observe un saut spontané sur le couple normalisé $\Gamma_n = (\Gamma_{\text{Hélice}} - \Gamma_{\text{Disque}})/(\Gamma_{\text{Hélice}} + \Gamma_{\text{Disque}})$ suivi d'une croissance exponentielle de l'énergie magnétique. Dans l'insert de la figure II.47, le couple semble bifurquer légèrement avant que le champ magnétique n'évolue. En représentation logarithmique, deux temps de croissance se distinguent pour le champ magnétique, le premier étant plus court que le deuxième. Le couple entame un changement de régimes quelques instants avant le champ et prend la valeur moyenne de la branche H après un overshoot. Le temps de réponse du champ étant plus élevé que pour le couple à cause du temps de diffusion, il est intéressant d'analyser l'espace des phases pour déterminer si une grandeur varie spontanément avant l'autre lors des bifurcations.

Pour chaque bifurcation (L vers H et H vers L), on observe que le couple évolue à énergie magnétique constante dans un premier temps puis, l'énergie magnétique évolue à couple constant comme on peut le voir sur la figure II.48

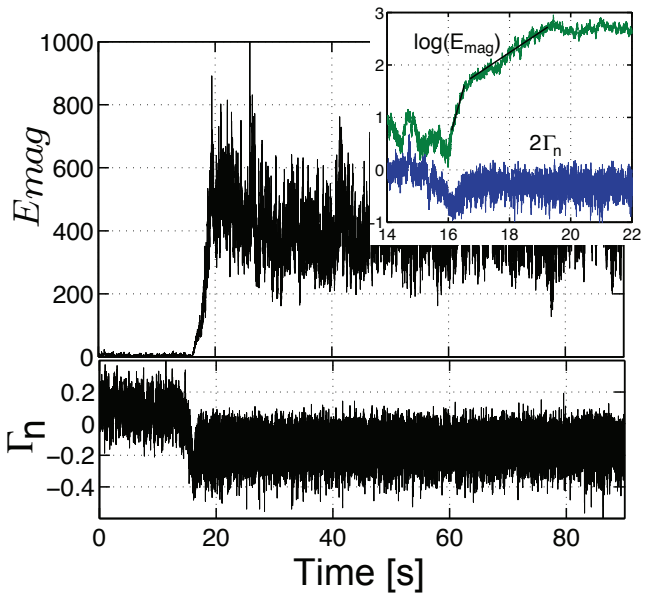

FIGURE II.47 – Trace temporelle de l'énergie magnétique et de la différence de couple normalisée à $F_{\text{Disque}} = 14$ Hz et $F_{\text{Hélice}} = 37$ Hz fixe sur toute la durée de la mesure. Bifurcation spontanée du couple à 15 s suivi par la croissance du champ magnétique.

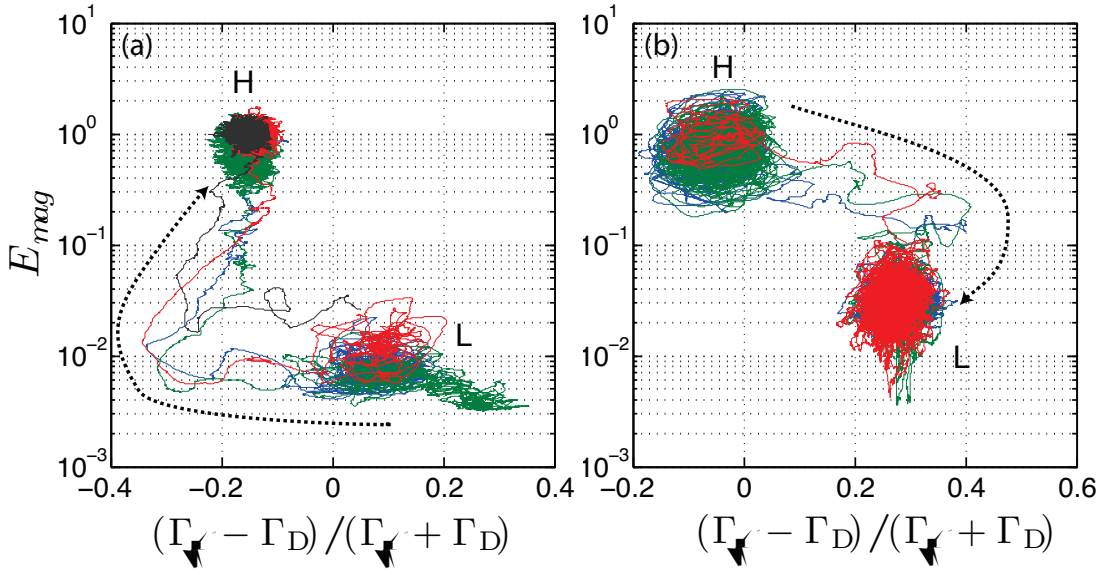

FIGURE II.48 – Energie magnétique en fonction du couple normalisé Γ_n pour les bifurcations $L \rightarrow H$ à $\theta = 0.44$ et $H \rightarrow L$ à $\theta = 0.53$. Le couple opère une transition à E^*_{mag} constante avant que l'énergie magnétique n'évolue à son tour.

décrivant l'évolution de l'énergie magnétique normalisée par sa valeur sur la branche haute E^*_{mag} en fonction de la différence de couple Γ_n. Les transitions sont donc pilotées par l'hydrodynamique et l'état magnétique dépend uniquement de l'état de l'écoulement.

II.E.4 Conclusion

Nous rapportons ici l'observation d'une bistabilité hydrodynamique apparaissant pour des forçages non symétriques ($F_{\text{Hélice}} > F_{\text{Disque}}$) et donnant lieu à une transition du champ magnétique. Les deux états de champ, l'un de haute amplitude et l'autre de basse amplitude sont deux branches dynamos de même mode magnétique (dipolaire axial) et totalement pilotés par l'état hydrodynamique de l'écoulement. Cette bistabilité est contrôlée par le paramètre d'asymétrie θ et les transitions entre les deux états sont visibles à la fois sur le couple moyen (grandeur globale) et sur les mesures de différence de potentiel (grandeurs locales). Celles-ci donnent des indications sur la topologie de l'écoulement sur chacune des branches possibles. Sur la branche H, l'écoulement est de type s_1t_2, capable de générer et d'auto-entretenir un champ dynamo de mode $m = 0$ (jamais observé jusqu'à présent) et la branche L correspond à un état type s_1t_1 qui génère une dynamo de faible amplitude.
La propriété intéressante de cette dynamo est que pour une même fréquence de rotation du disque en fer, deux états dynamos sont possibles, l'un de basse amplitude et l'autre de haute amplitude, totalement pilotés par l'écoulement moyens et les fluctuations près du disque.
La bistabilité hydrodynamique observée dans la campagne VKS2-Y est à rapprocher non seulement des multistabilités des écoulement de von Kármán (où les couples exhibent plusieurs branches stables en fonction du paramètre d'asymétrie θ et dépendant aussi de la géométrie exacte des turbines. voir [80]) mais également de la bistabilité observée dans l'écoulement de Couette sphérique au Maryland ([109]). Dans cette expérience, l'écoulement peut être bistable dans une certaine gamme de nombre de Rossby défini comme la différence de taux de rotation entre la sphère interne et externe normalisée. Les transitions entre les états sont spontanées et se font dans les deux sens. Dans l'expérience VKS, les mesures disponibles ne permettent pas de définir s'il s'agit d'un cycle d'hystérésis ou de deux états bistables.

II.F Conclusion sur l'expérience VKS

L'expérience VKS est la seule expérience dynamo fluide en écoulement pleinement turbulent à ce jour et dans le monde. La présence de conditions aux limites ferromagnétiques est essentielle pour abaisser le seuil de l'instabilité dans les limites de puissance de l'expérience.

La compréhension du rôle exact des conditions aux limites était un enjeu majeur de ces dernières années. La rotation de parties dont la perméabilité magnétique est très supérieure à celle du fluide favorise le mode axial dipolaire comme étant le mode le plus instable. La forte perméabilité magnétique amplifie l'effet ω engendré près des turbines en fer et favorise ainsi la génération de champ toroïdal.
La question de l'influence de chaque partie des turbines (disques et pales) n'est pas complètement élucidée. Dans l'expérience il est nécessaire d'avoir à la fois les disques et les pales en fer pour franchir le seuil. Toutes les tentatives utilisant des turbines de matériaux mixtes (fer, inox ou fer, cuivre) se sont soldées par des échecs, la limite de puissance étant atteinte avant le déclenchement d'un champ dynamo. Toutefois les mesures d'induction montre de fortes variations de comportement sur le champ toroïdal dès qu'une partie en fer doux est en rotation. La configuration non dynamo la plus favorable en terme de mécanismes d'induction sont des disques en cuivre (de forte conductivité électrique comparée au fluide et autorisant les courants à circuler dans le disque) munis de pales en fer doux.
Malgré tous les essais de configurations différentes, il n'a jamais été observé de champ dynamo sans partie ferromagnétique composant les turbines en rotation.
Grâce aux outils d'analyse de physique non linéaire et de transitions de phases adaptés à l'expérience VKS, nous avons mis en évidence à travers la mesure de la réponse magnétique à une excitation, les configurations aux conditions aux limites et aux écoulements les plus favorables à la dynamo. Ces méthodes sont efficientes (donnent une estimation de seuil) si le mode magnétique excité a une projection non nulle sur le mode le plus instable et si l'écart au seuil n'est pas trop élevé.

L'influence de l'écoulement sur le champ dynamo a également été mise en évidence, confirmant que la dynamo de VKS est une dynamo fluide dont les mécanismes d'auto-entretien sont amplifiés par les conditions aux limites ferromagnétiques. En particulier, nous avons rapporté que le seuil de l'instabilité varie lorsque la courbure des pales des turbines change. L'existence de poches de régimes dynamiques pour les forçages asymétriques dans les limites de puissance mécanique disponible est également conditionnée par les propriétés de l'écoulement et donc par l'efficacité des turbines.
Les propriétés de l'écoulement (moyenne et fluctuations) au voisinage du disque contrôlent les propriétés de la dynamo observées dans un configuration particulière de l'expérience, pour une même fréquence de rotation du disque en fer.

Pour l'observation des régimes dynamiques, il est nécessaire d'avoir deux turbines en fer en rotation. Une modélisation possible de cette dynamique consiste à considérer deux dipôles magnétiques dont le moment magnétique est aligné avec l'axe de symétrie de la cuve et engendré au voisinage de chaque disque en fer. Le couplage de ces deux dipôles excités par un bruit blanc gaussien (modélisant la turbulence) permet l'obtention de régimes dynamiques tels que des renversements ou des oscillations. Nous avons testé ce modèle simplifié avec une expérience de taille réduite comportant deux aimants permanents libres de tourner autour d'un

axe perpendiculaire à leur moment magnétique et distants d'une longueur d. Cette longueur modélise l'intensité du couplage entre les dipôles. Plus d diminue et plus le couplage est fort ; l'analogie dans l'expérience VKS de cette longueur pourrait être la distance au seuil, qui lorsqu'elle est grande et positive couple plus intensément les dipôles magnétiques. Dans la petite expérience, l'un des aimants peut être excité à l'aide d'un forçage magnétique placé au bout de son axe de rotation (voir schéma sur la figure II.49 (a)). On peut imposer un forçage sinusoïdal ou un bruit dont on peut choisir les statistiques. Après avoir déterminé les propriétés mécaniques de chacun des éléments du montage (frottements solides, fluides, moment d'inertie et magnétique), les deux aimants sont couplés (placés à une distance de quelques centimètres) et l'un deux est excité par un bruit blanc gaussien. Chacun des aimants répond à une équation mécanique et l'ensemble forme un système d'équation différentielle du type :

$$J_1\ddot{\theta_1} = (\mathbf{m_1} \times \mathbf{B_2}) \cdot \mathbf{e} \quad - \quad \lambda_1\dot{\theta_1} - \kappa_1 signe(\dot{\theta_1}) + F \tag{II.11}$$

$$J_2\ddot{\theta_2} = (\mathbf{m_2} \times \mathbf{B_1}) \cdot \mathbf{e} \quad - \quad \lambda_2\dot{\theta_2} - \kappa_2 signe(\dot{\theta_2}) \tag{II.12}$$

où les indices 1 et 2 désignent les grandeurs associées à chacun des aimants, θ_i est l'angle que fait le vecteur moment magnétique $\mathbf{m_i}$ avec la droite liant les centres des deux aimants, J_i est le moment d'inertie, λ_i le coefficient de frottements fluide et κ_i le coefficient de frottements solides. Le terme $(\mathbf{m_1} \times \mathbf{B_2})$ désigne le couple exercé sur l'aimant 1 en présence du champ B_2 de l'aimant 2. F désigne l'excitation magnétique exercée sur le système 1. Les champs B_i dépendant des angles θ_i, les deux équations sont couplées et possèdent des points fixes stables et instables.

Sans rentrer dans les détails de ces mesures préliminaires, les statistiques du bruit et l'intensité de l'excitation font apparaitre plusieurs régimes : statistiquement stationnaires (les aimants fluctuent autour d'une position d'équilibre stable, définie à π près), ou renversements chaotiques. En effet, lorsque le couplage entre les deux aimants est raisonnablement grand, l'excitation imposée à l'aimant 1 va entrainer la rotation de l'aimant 2 qui peut basculer dans la position d'équilibre diamétralement opposée, par inertie. Cela donne des séries temporelles du type de la figure II.49 (b). Les valeurs des paramètres d'amplitude et d'écart-type du bruit pour lesquels les renversements apparaissent dépendent de la distance séparant les deux aimants tout comme les poches de régimes dynamiques dépendent de l'écart au seuil dans VKS.

Ces mesures étant préliminaires, nous n'en donnerons pas l'analyse complète et nous ne pousserons pas l'analogie avec VKS plus loin mais il est intéressant de voir que l'on peut reproduire la dynamique du champ dans l'expérience au sodium avec une modélisation analogique simple. Il reste une question sous-jacente pour compléter l'analogie qui porte sur les transitions hydrodynamiques pouvant être à l'origine de la dynamique du champ dans VKS. Il faudrait briser la symétrie du montage avec les aimants (en prenant des aimants de moments magnétique différents) et voir si les renversements ont lieu pour des paramètres de bruit plus faibles.

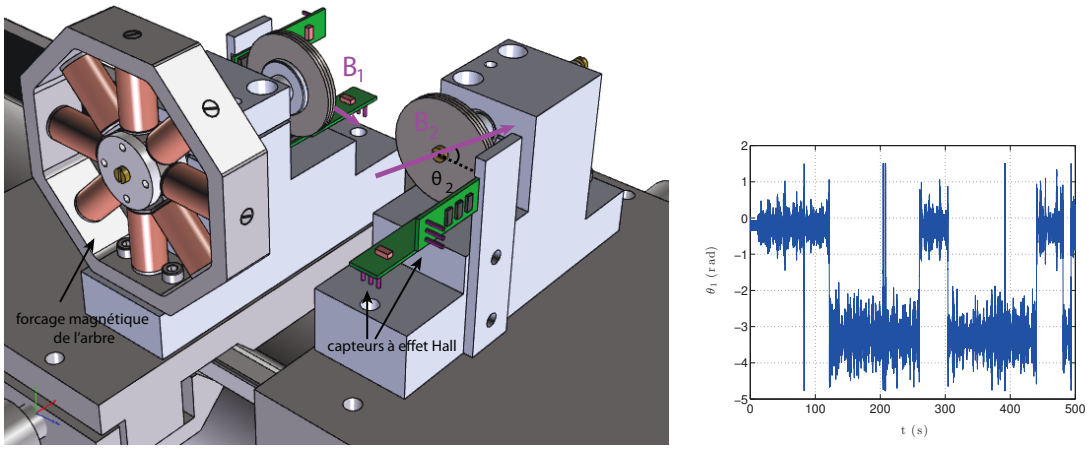

FIGURE II.49 – (a) Vue schématique de l'ensemble aimant 1 (forcé par les 8 bobinages), aimant 2 (non forcé). (b) Signal temporel de l'angle de l'aimant 1 lorsque les deux dipôles sont en interaction en présence d'un forçage (bruit blanc gaussien)

Un autre problème ouvert de la dynamo VKS au début de ma thèse portait sur les mécanismes de saturation. Aucune mesure hydrodynamique directe ne montre de variation entre un état dynamo et un état non dynamo. La comparaison des couples moyens d'une campagne dynamo avec disques en fer avec une configuration possédant les mêmes turbines mais composées d'inox (campagne non dynamo) ne montre aucune variation. De même, les mesures de différence de potentiel ne permettent pas de distinguer un champ de vitesse purement hydrodynamique d'un champ MHD.
Un moyen de mesure des changements globaux dans l'écoulement est la mesure de couple. Nous avons présenté des mesures moyennes de couples mais le système de mesure sur VKS (couple-mètres) est suffisamment précis pour analyser les variations de couples instantanés. Ainsi, lors d'un renversement par exemple, le système passe d'un état saturé à un état sans champ (passage par zéro). La mesure de couple devrait montrer une variation au cours d'un renversement. Pour vérifier cela, nous réalisons la moyenne cohérente du couple sur un centaine de renversements observés lors de la campagne VKS2-R dont la trace temporelle est montrée figure II.50 (a) (pour un paramètre d'asymétrie $\theta = 0.09$).
Après cette opération les fluctuations du champ magnétique sont filtrées et on distingue les différentes phases d'un renversement c'est à dire une diminution lente du champ, un passage à zéro et une croissance rapide dans l'autre polarité suivi d'un overshoot. Les couples, après moyenne cohérente, est horriblement fluctuant. autour de 50 kW. On peut éventuellement distinguer une diminution à $t = 0$ lorsque le champ passe par zéro mais il reste des oscillations basses fréquences qui noient dans le bruit les faibles variations de couple. S'il y a un changement de comportement sur ces mesures, il est de l'ordre de 1% qui est aussi la limite de résolution accessible.
Plusieurs hypothèses sont envisageables concernant les mécanismes de saturation. Soit la modification de vitesse est trop faible pour être mesurée avoir les techniques

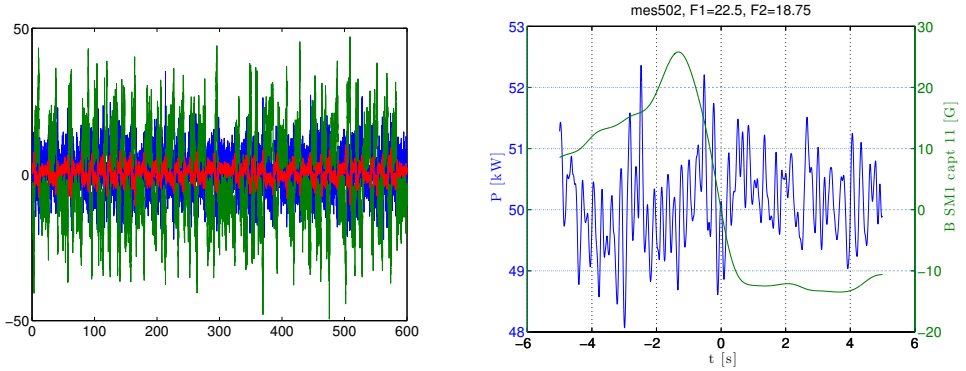

FIGURE II.50 – (a) Trace temporelle à $F_1 = 22.5, F_2 = 18.75$ Hz, soit une asymétrie $\theta = 0.09$. Les trois composantes du champ prennent des valeurs positives et négatives en suivant des renversements aléatoires. (b) Moyenne cohérente du champ et de la puissance consommée pendant un renversement. Aucune variation de puissance ne sort du bruit de la mesure.

à disposition et l'écoulement se réarrange en volume de manière à compenser les forces de Lorentz (ce qui est une hypothèse raisonnable étant donné que l'écart au seuil reste faible quelle que soit la configuration dynamo étudiée) ; soit les forces de Lorentz sont majoritairement localisées au voisinage des disques en fer, alors la modification de vitesse est elle aussi localisée et n'est pas accessible pour les mesures.

Les problématiques restant à résoudre autour de la dynamo de VKS sont multiples :
Comme nous venons de voir, les mécanismes de saturation ne peuvent pas être étudiés dans l'expérience VKS, nous verrons dans le chapitre suivant qu'avec un autre dispositif expérimental, l'étude de la saturation d'une dynamo semi-synthétique possédant de nombreuses caractéristiques communes avec la dynamo VKS est possible.
Si le mécanisme d'auto-entretien de la dynamo VKS faisait intervenir un effet α turbulent, il est difficilement envisageable de l'étudier directement dans VKS : aucune mesure hydrodynamique ou magnétique entre les pales n'est accessible.
L'observation de dynamos turbulentes complètement homogènes (sans conditions aux limites ferromagnétiques) dans les écoulements de von Kármán nécessite des puissances mécaniques bien plus élevées que celles disponibles sur VKS et cela n'est malheureusement pas réalisable.

Chapitre III

Dynamo Synthétique de Bullard-von Kármán : Intermittence et saturation

Sommaire

III.A Dynamo de Bullard von Kármán 106
III.A.1 Bouclage Bullard-von Kármán 106
III.A.2 Configurations axiale et transverse 109
III.B Etude de la configuration axiale 111
III.B.1 Bifurcation 111
III.B.2 Caractérisation du régime intermittent 115
III.B.3 Réduction de la zone d'intermittence avec $B^{\max}$ 118
III.C Configuration Transverse : Saturation par la force de Lorentz 121
III.C.1 Etude de la bifurcation 121
III.C.2 Régime intermittent 123
III.C.3 Etude du régime saturé 127
III.C.4 Dynamo sous-critique 137
III.D Conclusion et comparaison avec la dynamo VKS 142

L'équation d'induction est linéaire avec le champ magnétique pour un champ de vitesse donné. Ainsi le champ est soit exponentiellement croissant soit relaxe vers zéro. Le mécanisme qui stoppe la croissance de $\mathbf{B}$ est appelé saturation et fait intervenir la force de Lorentz qui est non linéaire en B ($\mathbf{F_L} = \frac{(\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B}}{\mu_0}$). Celle-ci rétro-agit sur le champ de vitesse de manière à ce qu'il soit moins favorable à l'auto-entretien d'un champ dynamo. Les lois d'échelle régissant la saturation sont encore mal comprises et l'amplitude moyenne du champ en fonction du paramètre de contrôle n'est pas prédite avec exactitude dans toutes les expériences. Des arguments simples consistent à équilibrer la force de Lorentz avec les termes hydrodynamiques dominants dans l'équation de Navier-Stokes. Ceux-ci ne sont pas les mêmes en fonction des systèmes. Il peut s'agir de la force de Coriolis pour des systèmes en rotation ou la force d'Archimède pour les dynamos engendrées par convection. Pour les écoulements turbulents de la catégorie de l'expérience VKS, la saturation est décrite par l'équilibre entre la force de Lorentz et le terme d'inertie

dans l'équation de Navier Stokes. Le rapport de ces deux termes est le paramètre d'interaction N :

$$N = \frac{|\text{Lorentz}|}{|\text{inertie}|} = \frac{|\mathbf{j} \times \mathbf{B}|}{|\rho(\mathbf{u} \cdot \nabla)\mathbf{u}|} \tag{III.1}$$

Il reste faible dans les dynamos expérimentales telles que VKS ($N \sim 10^{-2}$) car les paramètres de contrôle atteignables demeurent proches du seuil. C'est à dire que l'équipartition n'est pas atteinte (N peut être vu comme le rapport d'énergie magnétique sur l'énergie cinétique). La loi d'échelle proposée par Fauve et Petrelis [25] pour une dynamo turbulente proche du seuil et faiblement non linéaire revient à un exposant critique de bifurcation supercritique où $B \propto \sqrt{Rm - Rm_c}$. Cette loi ne prédit pas la loi d'échelle observée expérimentalement dans VKS où l'exposant est proche de 1. L'étude de la saturation dans ce champ est difficile comme nous l'avons vu à la fin du chapitre précédent car aucune mesure hydrodynamique globale ou locale ne donne de variations entre un état dynamo et un état purement hydrodynamique. Pourtant des non linéarités existent puisque la saturation du champ est observée.
Pour étudier les effets de la force Lorentz sur l'écoulement et comprendre comment sature une dynamo, nous construisons un dispositif expérimental permettant de modifier l'écoulement en volume grâce à un champ magnétique d'amplitude élevée produisant un paramètre d'interaction élevé. Nous présentons une version modifiée de l'expérience von Kármán Gallium (VKG) grâce à laquelle on réalise une dynamo semi-synthétique avec un mode dipolaire axial ou transverse ($m = 0$ ou $m = 1$) dont on peut contrôler le seuil. Après avoir présenté le concept et les différentes configurations possibles, nous discutons des différents régimes de cette dynamo et esquissons une comparaison entre les saturations de ce champ et de celui de VKS.

III.A Dynamo de Bullard von Kármán

III.A.1 Bouclage Bullard-von Kármán

L'expérience Bullard-von Kármán (BvK) est une expérience de dynamo semi-synthétique dont la mise en oeuvre est une version modifiée de l'expérience von Kármán Gallium VKG. Le montage s'inspire de la dynamo disque de Bullard ([15]) décrite dans le chapitre I. Nous rappelons que son principe repose en deux étapes : un processus d'induction par rotation solide créant un courant induit dans un circuit dont l'agencement permet de créer un champ magnétique renforçant le champ original.
L'expérience BvK est construite de la manière suivante : un processus d'induction turbulente créé, par les mouvements du fluide, un champ induit B^I à partir d'un champ externe B^A ; et un second processus permettant de créer le champ appliqué B^A à partir de la mesure de B^I. Dans les dynamos homogènes, ce bouclage est assuré par des processus d'induction turbulente secondaires ; cependant,

dans l'expérience VKG, ceux-ci sont d'amplitude trop faible pour entretenir le champ initial ($Rm^{\text{eff}} = \dfrac{B^I}{B^A} \ll 1$). Nous utilisons alors un processus artificiel pour entretenir B^A : une amplification électronique du signal d'induction pilote l'alimentation de puissance créant le champ B^A par l'intermédiaire de bobines. Le bouclage est résumé sur le schéma III.1. Toutes les étapes d'amplification sont strictement linéaires.

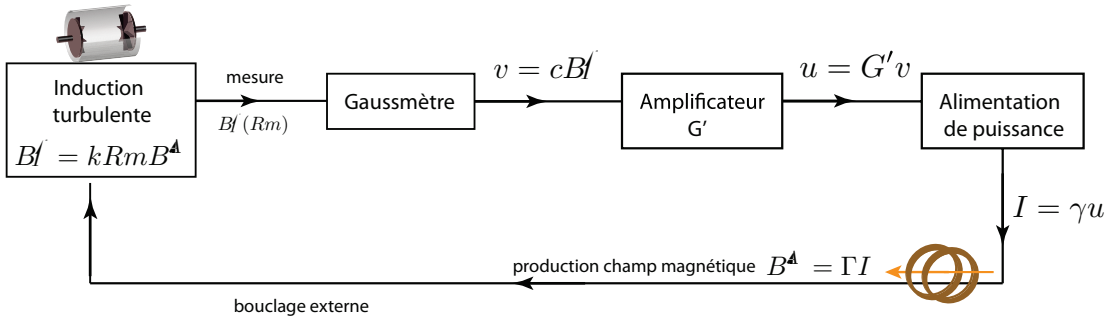

FIGURE III.1 – Schéma du bouclage de la dynamo semi-synthétique Bullard von Kármán (BvK). Un champ B^I est induit à partir d'un champ appliqué B^A et des gradients de vitesse de l'écoulement. La sonde de gaussmètre mesure le champ induit ; cette tension v est amplifiée avec un gain G' par un filtre Stanford SR-600 bas bruit. Le signal résultant u est la tension de commande du port analogique de l'alimentation de puissance Danfysik 9100. Le champ produit par les bobines est proportionnel au courant délivré par l'alimentation par le facteur Γ (~ 13).

La combinaison des processus d'induction et de bouclage créé une instabilité dynamo dont le seuil Rm_c est contrôlé par la valeur du gain de la boucle d'amplification G. Si G est suffisamment grand, Rm_c est très inférieur à la valeur critique de la dynamo fluide correspondante, sans amplification externe.
Pour se convaincre de cette propriété, abordons les deux étapes du bouclage sur des quantités moyennées dans le temps ($\langle\rangle$), valable au voisinage du seuil de l'instabilité :
- A partir d'un champ magnétique très faible (champ magnétique de la Terre ou perturbation électromagnétique ambiante), un champ induit B^I est créé par les mouvements de gallium liquide, entrainé à la vitesse u, correspondant à $Rm = \mu_0 \sigma L u$ (dans la limite des faibles Rm) :

$$\langle B^I \rangle = kRm \langle B^A \rangle \qquad \underline{\text{processus turbulent}} \tag{III.2}$$

où k est un coefficient de proportionnalité traduisant l'efficacité des processus d'induction de l'écoulement pour une géométrie donnée.
- ce champ B^I, bénéficiant d'une amplification électronique, est utilisé pour contrôler l'amplitude du champ appliqué :

$$\langle B^A \rangle = G \langle B^I \rangle \qquad \underline{\text{processus synthétique du bouclage}} \tag{III.3}$$

En combinant ces deux processus, l'amplitude du champ appliqué est : $\langle B^A \rangle = GkRm\langle B^A \rangle$. Afin que B^A soit amplifié, il est nécessaire que Rm soit supérieur à une valeur critique : $Rm_c = \dfrac{1}{kG}$ dépendant du gain de l'amplificateur. Une fois le gain fixé, on contrôlera l'instabilité avec un unique paramètre : la fréquence de rotation des disques F (soit $Rm = \mu_0 \sigma L^2 2\pi F$). Dans chacune des expériences qui vont suivre, G sera fixé entre +20 et +120 afin d'abaisser la valeur critique de l'instabilité entre 3 Hz$< F_c <$ 10 Hz ($0.85 < Rm_c < 2.84$), paramètres accessibles pour l'expérience.
Le champ extérieur est créé à l'aide d'une alimentation de puissance bipolaire, conservant les symétries de l'équation d'induction.

En partant de l'équation d'induction et de la relation de proportionnalité entre B^A et B^I venant de la construction du bouclage (et considérant $B^I \ll B^A$), on peut appréhender les aspects dynamiques de cette dynamo semi-synthétique (loin de la saturation) :

$$\partial_t \mathbf{B^I} = (\mathbf{B^A} \cdot \nabla)\mathbf{u} + \lambda \Delta \mathbf{B^I} \tag{III.4}$$

et en utilisant $B^I = \dfrac{B^A}{G}$, on peut estimer l'ordre de grandeur de chaque terme :

$$\frac{B^A}{G\tau} \sim \frac{B^A U}{L} - \frac{\lambda B^A}{GL^2} \tag{III.5}$$

$$\frac{B^A}{\tau} \sim (\frac{GU}{L} - \frac{\lambda}{L^2})B^A; \tag{III.6}$$

le terme de dissipation s'oppose à la croissance de B^A d'où le signe - dans l'expression précédente. Le champ B^A est croissant si le processus d'induction faisant intervenir les gradients de vitesse est suffisamment amplifié par le gain G pour compenser le terme de dissipation $\dfrac{\lambda}{L^2}B^A$. Ce bouclage permet, entre autre, d'abaisser le seuil artificiellement et de le rendre accessible pour l'expérience ($Rm_c \in [0;\ 5]$).

Le processus de saturation n'apparaît cependant pas dans cette équation. Il peut être de deux natures dans ce bouclage :
(i) matériel : si l'alimentation de puissance atteint la limite de courant, le champ magnétique atteint une amplitude maximale indépendamment des processus turbulents. Dans ce cas, nous prendrons soin d'appeler ce processus limitation et non saturation.
(ii) fluide : si la rétroaction sur l'écoulement par les forces de Lorentz est suffisamment importante pour modifier le champ de vitesse.
Le premier cas *(i)* s'inscrit dans le cadre des dynamos cinématiques où le champ de vitesse n'est pas modifié par la rétroaction des courants induits. Une étude complète a été réalisée avant le commencement de ma thèse ([12], [107], [104]). Les résultats ont révélé que l'observation d'une telle dynamo était possible et plusieurs

propriétés de la bifurcation ont été déterminées : l'instabilité est supercritique, le seuil est déterminé par l'expression $Rm_c = 1/kG$; un régime d'intermittence *on-off* au voisinage du seuil a été observé ainsi que la possibilité pour le champ d'explorer les deux polarités $\pm B$.
Le second cas *(ii)* n'a jamais été étudié jusqu'à présent ; c'est l'enjeu de ce chapitre.

III.A.2 Configurations axiale et transverse

Une alimentation de puissance et des bobinages impose un champ externe quasi-homogène d'amplitude élevée ($\leq$ 2000 G) dans les deux configurations, axiale ou transverse. La géométrie du champ imposé est choisie de manière à ce qu'il soit perpendiculaire à la direction moyenne du champ induit, évitant ainsi les effets Larsen inhérents à l'amplification du champ induit. Deux configurations sont choisies :
La première est illustrée sur la figure III.2 (a) ; le champ engendré est aligné

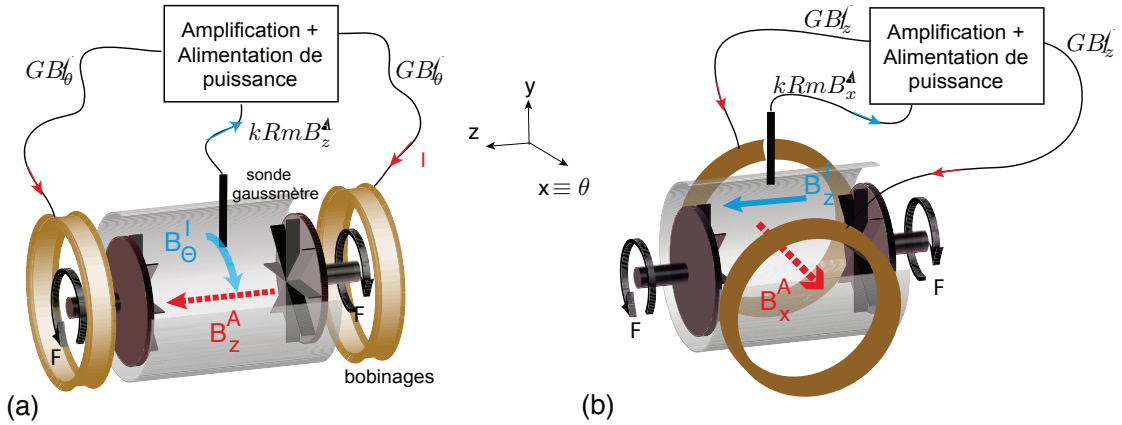

FIGURE III.2 – Schéma du bouclage Bullard appliqué à l'expérience VKG (a) en configuration axiale et (b) en configuration transverse.

avec l'axe de révolution de la cuve cylindrique $B^A = B_z$, on parlera de configuration axiale. Les mécanismes d'induction impliquant les gradients de vitesse de la couche de cisaillement (effet ω) produisent un champ magnétique dont la direction moyenne est toroïdale $\langle B^I \rangle = \langle B_\theta \rangle$. Le bouclage Bullard von Kármán (BvK) synthétique simule un mécanisme d'induction transformant B_θ en B_z, typiquement un effet α, que l'on notera A (comme Amplification) par la suite. Cette configuration permet d'étudier une dynamo dont la géométrie est un dipôle axial (mode $m = 0$) de mécanisme $A\omega$.
La seconde géométrie, illustrée sur la figure III.2 (b), correspond au mode dipolaire transverse $m = 1$. Le champ appliqué est dans la direction perpendiculaire à l'axe de symétrie de la cuve $B^A = B_x$. Comme décrit dans le chapitre I et dans [11], les mécanismes d'induction mettant en jeu la rotation différentielle et les conditions aux limites (CL) produisent un champ induit majoritaire-

ment dans la direction axiale, dans le plan médian $\langle B^I \rangle = \langle B_z \rangle$ (voir paragraphe I.B.3 dans le chapitre I). Grâce au bouclage BvK, on simule une dynamo $A\omega + CL$.

Quelle que soit la configuration, la valeur critique du paramètre de contrôle est définie par le gain :

$$Rm_c = \frac{1}{kG} \tag{III.7}$$

avec $k = 0.015$ dans la configuration axiale en $r = 0.5R$ et $k = 0.013$ dans la configuration transverse en $r = 0.9R$.

De manière générale, quelle que soit la configuration, la bifurcation supercritique aura lieu à faible Rm à travers un régime d'intermittence que nous caractériserons et dont la saturation sera soit matérielle, soit fluide. Précisons qu'une faible composante de bruit additif est présente dans le système à cause des différents composants électroniques et de l'induction venant du champ magnétique terrestre dont l'expérience n'est pas isolée. Ce bruit additif permet au champ d'explorer les deux polarités à travers des inversions spontanées et influence également les statistiques du régime intermittent.

Il a été montré en induction (réponse magnétique à un champ appliqué constant et étudié dans le chapitre I et [105]), dans ces géométries que l'amplitude du champ induit dépend de B^A et du paramètre d'interaction N à travers une fonction f :

$$\langle B^I \rangle = f(Rm, N) \langle B^A \rangle \tag{III.8}$$

Empiriquement, la fonction f est de la forme : $f(Rm, N) = kRm(1 - \gamma\sqrt{N})$ dans une certaine gamme de N où k et γ sont des constantes dépendant de la configuration.
On retrouve, pour des faibles champs ($N = 0$), la linéarité des processus d'induction : $\langle B^I \rangle = kRm \langle B^A \rangle$ ([11]). Aux fortes valeurs de N, il apparait des non linéarités qui vont être responsables de la saturation de la dynamo.
Dans la configuration axiale, $\gamma = 2.3$ tandis que dans la configuration transverse $\gamma = 24$. Ces valeurs empiriques montrent que, dans la gamme de paramètre d'interaction étudié, les processus d'induction sont plus touchés par la rétroaction du champ sur l'écoulement dans la configuration transverse que dans la configuration axiale : il faut imposer un champ magnétique axial plus important par rapport à la configuration transverse pour parvenir à une réorganisation de l'écoulement d'amplitude semblable. Les mécanismes de saturation de la dynamo vont donc être sensible à la configuration étudiée.

Nous allons nous intéresser à la configuration axiale et dans un second temps, étudier la saturation de la dynamo Bullard-von Kármán dans la configuration transverse.

III.B Etude de la configuration axiale

Dans la configuration axiale, le champ induit est mesuré dans le plan médian à l'aide d'une sonde de gaussmètre dont le capteur est situé à une profondeur de $r = 0.5R$ ($R = 98$ mm étant le rayon de la cuve), correspondant au maximum d'amplitude de champ induit sur le rayon.
Les deux étapes du bouclage dans cette configuration sont :

$$\langle B_\theta \rangle = kRm\langle B_z \rangle \quad \text{(III.9)}$$
$$\langle B_z \rangle = G\langle B_\theta \rangle \quad \text{(III.10)}$$

Le bouclage est réalisé avec un gain électronique de $G = +20$. Le seuil théorique de la dynamo est $Rm_c = \dfrac{1}{kG} = 3.4$ (avec $k = 0.015$), soit $F_c = 11.3$ Hz. Dans la suite, le paramètre de contrôle est la fréquence de rotation des disques F à travers le nombre de Reynolds magnétique $Rm = \mu_0\sigma 2\pi L^2 F$.

III.B.1 Bifurcation

La courbe de bifurcation du champ magnétique sur $\sqrt{\langle B_z^2 \rangle}$ (où $\langle\rangle$ désigne la moyenne temporelle) est représentée sur la figure III.3 (a) en fonction de la fréquence de rotation des disques F.
- Pour $Rm < 2$, le champ magnétique est nul, le paramètre de contrôle n'est pas assez élevé pour permettre à l'instabilité de se développer.
- Pour Rm entre 2 et 4.2, la moyenne du champ magnétique croît continûment à travers un régime intermittent.
- Au delà de $Rm = 4.2$, il apparait que la moyenne du champ n'évolue plus.

Des exemples de séries temporelles de 300 secondes sont représentés sur les figures III.3 (b), (c) et (d) pour différentes fréquences de rotation (2.55, 3.12 et 3.98 Hz). Plusieurs remarques sont à relever : Premièrement, le champ magnétique explore les deux polarités. Ces inversions, déjà observées dans les études cinématiques de la dynamo BvK (en configuration transverse uniquement), nécessitent que le système soit parfaitement symétrique, c'est à dire que le champ généré par les bobines soit nul lorsque $F = 0$.

> *Remarque* : Il est à noter que ces passages d'une polarité à l'autre n'avaient jamais été observés dans cette configuration à cause de pièces ferromagnétiques (accouplement (arbre/disque) en fonte) qui introduisaient un faible champ rémanent et brisaient la symétrie du montage.

Au voisinage du seuil (figure III.3 (b) à $Rm = 2.55 = 0.8Rm_c$) des bouffés de champ d'amplitude variable apparaissent. La dynamo BvK est intermittente comme dans le cas cinématique. Les détails des propriétés de ce régime seront donnés dans le paragraphe III.B.2. L'amplitude des bursts est d'autant plus élevée

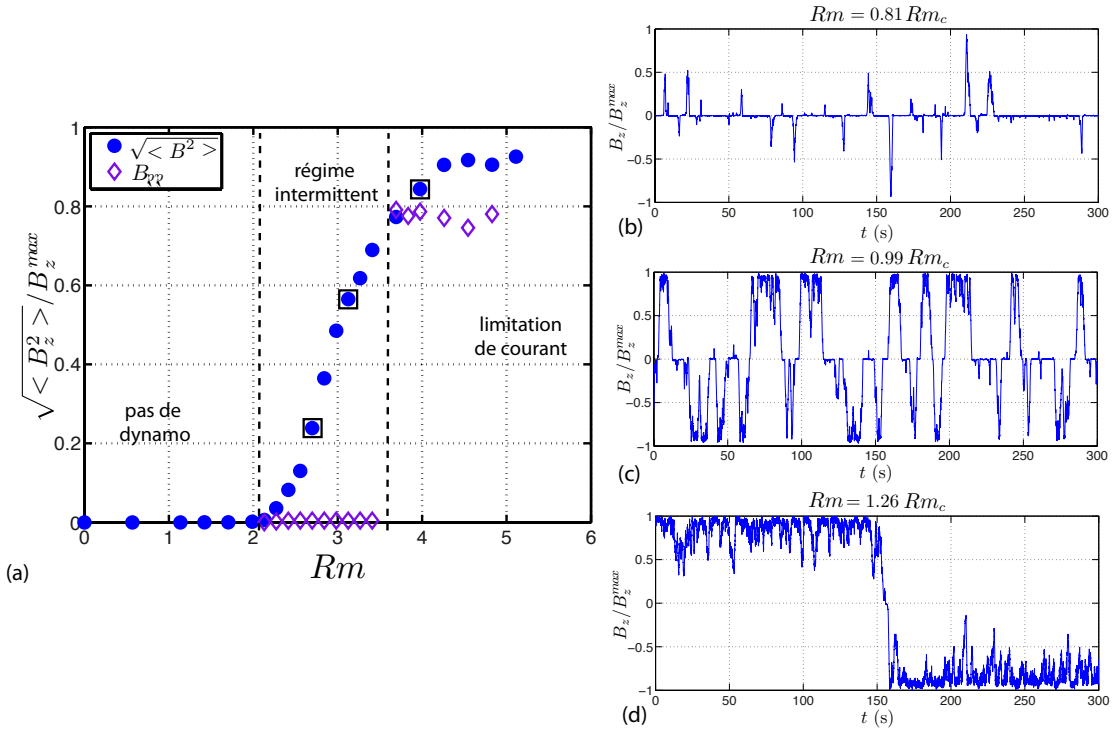

FIGURE III.3 – (a) Courbe de bifurcation de la dynamo Bullard-von Kármán en configuration axiale (symboles pleins). Le seuil est $F_c = 11.3$ Hz ($Rm_c = 3.4$) pour un gain de G = +20. La moyenne du champ appliqué $\sqrt{\langle (B_z)^2 \rangle}$ a été normalisée par le champ maximal. Les losanges creux représentent la valeur la plus probable du champ dynamo, extraites des distributions figure III.4. Cela montre clairement la transition entre le régime intermittent et le régime pour lequel l'amplitude du champ est limité par le courant maximum de l'alimentation. Les points entourés d'un carré correspondent aux fréquences des séries temporelles représentées sur la droite de la figure. (b, c, d) Séries temporelle du champ dynamo à $Rm = 2.55$, $Rm = 3.12$ et $Rm = 3.98$.

que le forçage est important, jusqu'à une valeur limite $B^{\max}$ correspondant au courant maximal que peut délivrer l'alimentation de puissance.
Sur les figures III.3 (c) et (d) (à $Rm = 3.12$ et 3.98 correspondant à $0.9Rm_c$ et $1.26Rm_c$), on s'aperçoit que l'amplitude de la dynamo est limitée dans cette configuration par le courant maximum de l'alimentation et non à une rétro action des forces de Lorentz sur l'écoulement.
Ce résultat pouvait être attendu avec l'analyse des mesures d'induction. Comme cela a été précisé, la correction non linéaire à l'induction reste faible dans cette configuration et est insuffisante pour produire une force de Lorentz assez intense pour modifier l'écoulement. Lorsqu'on s'éloigne du seuil, le champ est de plus en plus souvent limité par l'alimentation et les excursions vers $B < B^{\max}$ d'autant moins fréquentes.

Les fonctions densité de probabilité du champ magnétique sont représentées

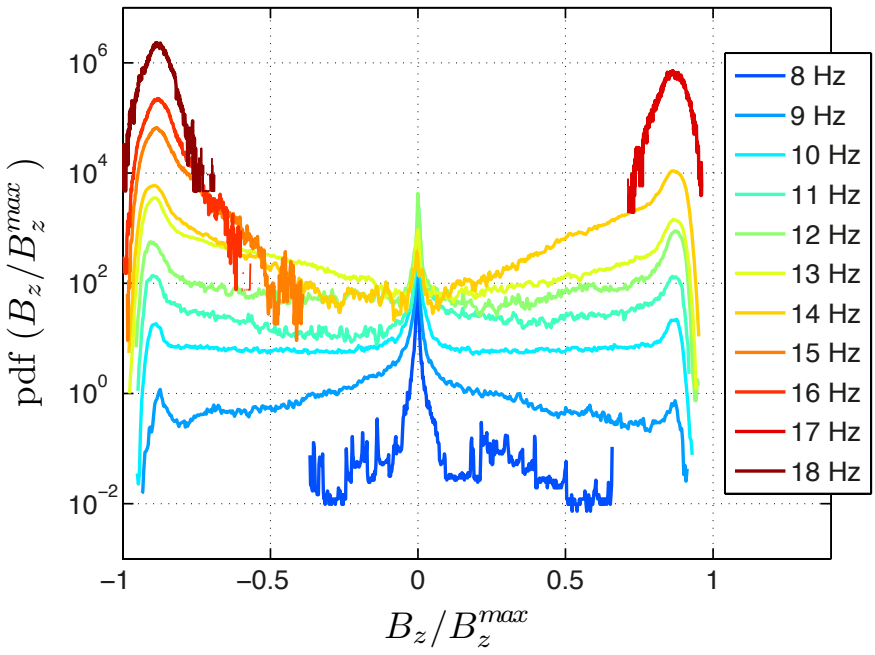

FIGURE III.4 – Fonction densité de probabilité du champ magnétique (décalée pour la lisibilité) pour $F \in [8; 18]$ Hz ($Rm \in [2.27; 5.1]$).

sur la figure III.4 en échelle semi-logarithmique. Elles ont été décalées par un facteur multiplicatif pour des raisons de clarté. Pour des fréquences de forçage inférieures à 8 Hz ($Rm = 2.27$), l'état le plus probable est $B = 0$, avec très peu d'excursions dans les états dynamos. Lorsque F augmente, les deux états saturés $\pm B^{\max}$ apparaissent mais l'état $B = 0$ est toujours l'état le plus probable du système. Les "bosses" au voisinage de $B/B^{\max} = \pm 1$ sont dues à la limitation matérielle qui confine le système entre $+B^{\max}$ et $-B^{\max}$. Pour $Rm > 4$, ce sont les états au voisinage de $\pm B^{\max}$ les plus probables. Au delà de $Rm = 4.54$, les distributions ne sont plus symétriques par rapport à zéro à cause de la durée entre deux changements de polarités qui croît avec l'écart au seuil (le temps d'acquisition n'est plus suffisant pour observer les inversions et la bimodalité sur les distributions disparait).
Ainsi, les deux régimes, intermittent et artificiellement saturé, sont clairement identifiables sur la figure III.3 (a) (losanges) représentant la valeur la plus probable du champ B_{pp} le long de la bifurcation. Elle reste nulle jusqu'à $Rm = 4$; les distributions correspondantes ont des ailes en loi de puissance et sont très piquées en $B = 0$. Au delà de $Rm = 4$, l'alimentation est à son maximum et $B_{pp} = \pm B^{\max}$. On observe ainsi une discontinuité sur la valeur la plus probable lorsque la dynamo n'est plus intermittente (alors que la valeur moyenne est continue)

Nous caractériserons le régime du champ dynamo (intermittent ou artificielle-

ment saturé) par le critère suivant. : lorsque la valeur la plus probable du champ B_{pp} est nulle et que la valeur moyenne est non nulle, alors la dynamo est intermittente. Par conséquent, lorsque B_{pp} est différente de zéro, le champ sera considéré dans le régime artificiellement saturé.

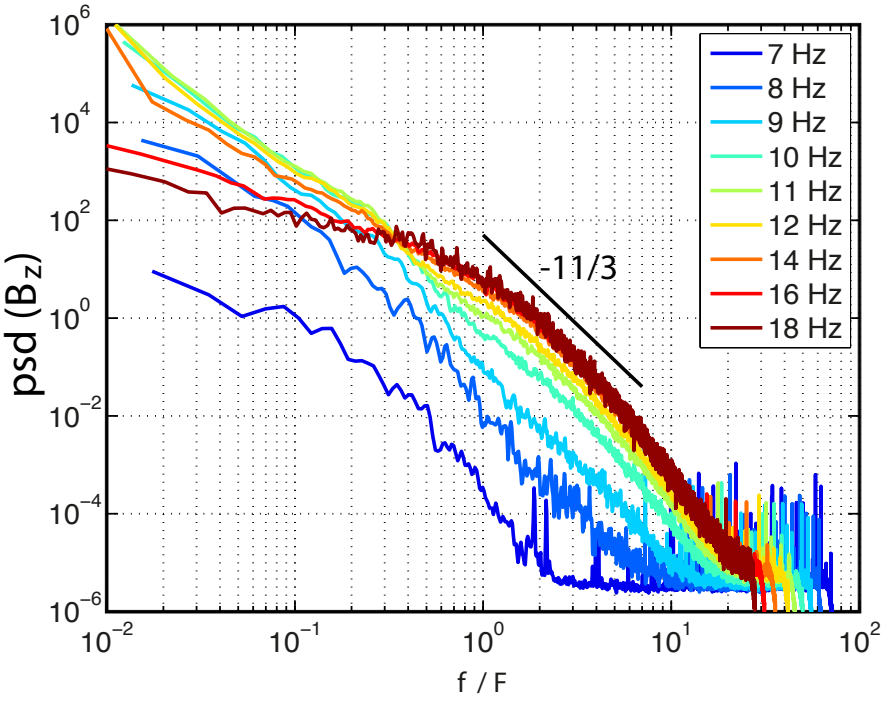

FIGURE III.5 – Spectre de puissance du champ magnétique. Les fréquences en abscisses sont normalisées par les fréquences de rotation allant de 7 Hz à 18 Hz ($0.66Rm_c$ à $1.7Rm_c$).

L'évolution des spectres de l'énergie magnétique de $Rm = 2$ à 5.1 est représentée sur la figure III.5. Dans le régime intermittent, ces courbes sont des lois de puissance à cause des composantes basses fréquence prédominantes dans ce régime. A partir de $Rm = 4$, le champ est limité et les spectres présentent un plateau à basse fréquence. La pente est proche de $-11/3$ sur une plage de fréquence allant de $f/F = 1$ à $f/F \sim 10$, signature d'un champ magnétique généré par induction turbulente. On retrouve les statistiques de la turbulence dans le spectre du champ dynamo.

Nous allons étudier avec plus de précisions le régime présentant des bursts de champ magnétique ou plus globalement le régime s'étendant de $Rm = 2$ à 4 pour lequel $B = 0$ est la valeur la plus probable pour le champ magnétique.

III.B.2 Caractérisation du régime intermittent

Autour du seuil d'une instabilité, les systèmes dynamiques soumis à un bruit multiplicatif peuvent présenter de l'intermittence on-off se caractérisant par de longs passages proche du point fixe stable 0 (phase "off" ou laminaires) et de courtes bouffées de signal d'amplitude non nulle (phases "on"). L'intermittence est difficile à observer dans les systèmes expérimentaux [107] et n'a jamais pu être vue dans les dynamos fluides de VKS, Riga et Karlsruhe.
Il a été montré que l'instabilité dynamo peut exhiber de l'intermittence *on-off* au voisinage du seuil dans les simulations numériques, dans les écoulements de type ABC [96], [2] ou récemment dans un écoulement de Couette sphérique [81]. Les équations stochastiques modèles du type :

$$\dot{X} = (a + \xi)X - X^3 \tag{III.11}$$

exhibent de l'intermittence on-off et ont abondamment été étudiées ([38], [73], [4], [5], [2]) ; a est le paramètre de contrôle évaluant l'écart au seuil et $\xi(t)$ est un bruit blanc gaussien dont les statistiques vérifient : $\langle \xi(t)\xi(t') \rangle = D\delta(t - t')$. Le terme non linéaire X^3 est responsable de la saturation de l'instabilité.
Reprenons l'équation d'induction obtenue en raisonnant par ordre de grandeur (équation III.6) : $\frac{B^A}{\tau} \propto (\frac{GU}{L} - \frac{\lambda}{L^2})B^A$. En décomposant le champ de vitesse en une partie moyenne et une partie fluctuante $u = \overline{U} + u'$, il vient :

$$\frac{B^A}{\tau} \propto (\frac{G\overline{U}}{L} - \frac{\lambda}{L^2})B^A + \frac{Gu'}{L}B^A \tag{III.12}$$

On peut poser $\frac{\overline{U}}{L} - \frac{\lambda}{GL^2} \sim a$ proportionnel au forçage moyen et $\frac{u'}{L} = \xi$ un processus stochastique reflétant les fluctuations turbulentes. On a :

$$\frac{B^A}{\tau} \propto G(a + \xi)B^A \tag{III.13}$$

similaire à l'approximation linéaire d'un système $\dot{X} = (a + \xi)X - X^3$ où ξ est un bruit multiplicatif dont l'amplitude est proportionnelle à u_{rms}, et a est l'écart au seuil. L'équation d'induction peut ainsi s'exprimer comme un système dynamique soumis à un bruit multiplicatif du type (III.11), sans prendre en compte aucun processus de saturation (l'écart au seuil reste faible pour le régime intermittent). La présence d'un bruit additif dans le système expérimental est également occultée dans ce modèle simple, que nous utilisons pour extraire les propriétés de l'intermittence dans la dynamo BvK.

La signature du processus stochastique lié à cette équation est visible sur 2 grandeurs :
- sa densité de probabilité est une loi de puissance avec une coupure exponentielle aux grandes valeurs de X :

$$P(X) \propto X^{(2a/D)-1}e^{-X^2/D} = X^\beta e^{-X^2/D} \tag{III.14}$$

- La distribution des durée des phases laminaires T_{off} est une loi de puissance d'exposant $-3/2$ [38], [4] :

$$P(T_{\text{off}}) \propto T_{\text{off}}^{-3/2} e^{-T_{\text{off}} a/D} \tag{III.15}$$

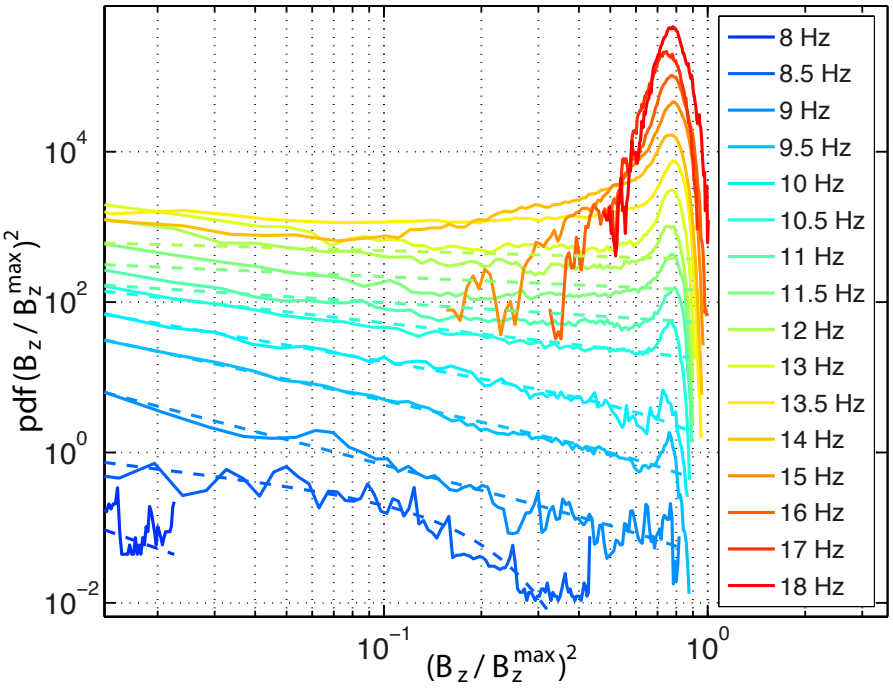

FIGURE III.6 – Distribution de l'énergie magnétique B^2 normalisée pour différentes valeurs de F. En traits pleins : distributions expérimentales. En traits pointillés : meilleur ajustement de la forme $X^\beta e^{-X^2/D}$. $Rm \in [2.13;\ 4]$

Observons l'évolution des distributions de l'énergie magnétique B^2/B^2_{max} dans la plage de fréquence de rotation $Rm = 2.13$ à $Rm = 5.1$ sur la figure III.6 et comparons-les aux expressions du modèle III.11. Les ajustements d'expression III.14 sont tracés en pointillés. Il apparait que pour $Rm \in [2.13; 4]$, les distributions sont des lois de puissance dont l'exposant varie linéairement en fonction de la valeur du paramètre de contrôle. Selon le modèle de système dynamique de l'équation (III.11) l'exposant de la loi de puissance varie comme $\beta = 2a/D - 1$ pour des valeurs de a inférieures à D et petites. La signification physique des paramètres a et D n'est pas triviale. Si on considère, comme cela apparait dans l'équation d'induction III.12 que $a \sim Rm - Rm_c$ et $D \sim u_{rms}$ alors $\beta = 2a/D - 1$ n'évolue pas linéairement avec Rm comme c'est observé expérimentalement. De plus les paramètres a et D n'ont pas d'évolution claire avec Rm et cela est essentiellement dû aux effets de confinement par la limite de courant de l'alimentation qui produit un biais sur la distribution à partir de $Rm = 3.4$.
Dans notre système expérimental, le comportement en loi de puissance des distributions se retrouve de la valeur critique Rm_c jusqu'à $Rm/Rm_c = 1.33$.

Il convient de regarder la distribution des durées des phases laminaires afin de mieux caractériser l'intermittence (voir figure III.7). Ces phases "off" sont déterminées en calculant la durée T_{off} que passe le signal en deçà d'une certaine amplitude seuil (typiquement 5% de l'amplitude maximale) de la valeur maximum. La distribution des T_{off} doit être indépendante de cette valeur, tant qu'elle reste petite devant l'amplitude moyenne des bursts. Pour un signal présentant de l'intermittence on-off, on s'attend à avoir une loi de puissance avec un exposant en $-3/2$. Sur la figure III.7, les distributions des T_{off} pour une fréquence de rotation fixée à $F = 9$ Hz présentent un comportement en loi de puissance. L'exposant se situe entre -1 et $-3/2$ pour les temps courts et comporte une coupure exponetielle pour les temps plus longs. Les distributions sont robustes si le seuil sur lequel on calcule les T_{off} reste petit par rapport à la valeur maximum du champ. Dans les systèmes expérimentaux turbulents présentant de l'intermittence on-off, l'exposant $-3/2$ est souvent difficile à observer. Dans notre cas, le temps de réponse de l'alimentation (et donc du champ appliqué) est relativement important (~ 1 s de 0 au courant maximal) comparé aux autres échelles de temps du système, et cela influence la forme de la distribution. Cela filtre notamment les bursts très rapides, on ne reconnait donc la loi de puissance attendue qu'aux temps longs et pour des valeurs de seuil très bas, prenant en compte les pics de très petites amplitudes. Dans les études cinématiques de la dynamo de BvK ([107]) l'alimentation de puissance ($I^{\max} \sim 8$ A et $B^{\max} \sim 50$ G) possédait un temps de réponse beaucoup plus court et la distribution des T_{off} exhibait une loi de puissance en $-3/2$ plus évidente et sur un intervalle de T_{off} plus large.

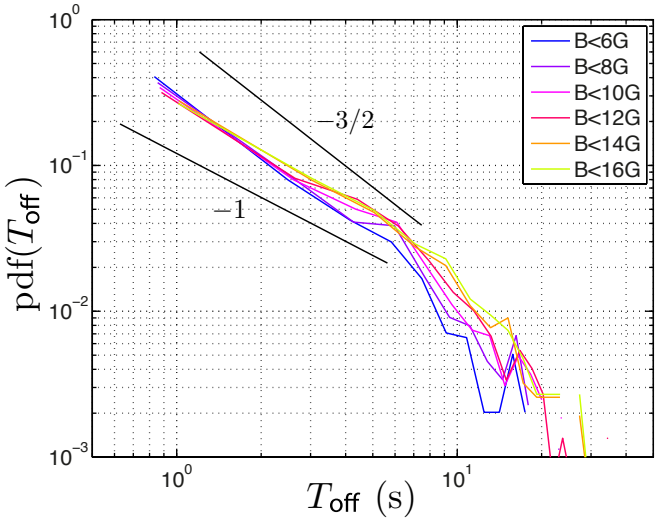

FIGURE III.7 – Distribution des durées des phases laminaires T_{off} pour différentes amplitude de seuil. Les droites sont des lois de puissances d'exposant -1 et -3/2. Le forçage est constant $Rm = 2.55$ ($Rm/Rm_c = -1.14$)

La dynamo semi-synthétique de Bullard-von Kármán montre un comportement intermittent sur une large gamme de paramètres autour du seuil. On retrouve

également des signes d'intermittence du type "on-off" dans les distributions des durées des phases laminaires bien que le temps de réponse non négligeable de l'alimentation modifie l'exposant attendue de la loi de puissance en filtrant les temps les plus courts.

Si la grande étendue de paramètre de contrôle montrant de l'intermittence est due aux effets de limite de courant, on peut se demander quelle est l'influence de la valeur de la limite de courant $I^{\max}$ circulant dans les bobines sur le régime intermittent.

III.B.3 Réduction de la zone d'intermittence avec $B^{\max}$

On peut réduire la valeur du courant maximum délivrable par l'alimentation de puissance en écrêtant la tension de commande de l'entrée analogique de l'alimentation. On choisit 4 valeurs : $I^{\max} = 150$ A, 80 A, 30 A et 9 A correspondant à des valeurs de champ appliqués maximum de $B^{\max} = 1000$ G, 520 G, 200 G et 55 G. La première valeur correspond à la limite de puissance de l'alimentation étudiée dans le paragraphe précédent et la dernière valeur rejoint ce qui était obtenu dans les études cinématiques précédant mon travail de thèse ([104]). On retrouvera donc toutes les propriétés de la dynamo cinématique déjà étudiée. Les courbes de bifurcation pour ces 4 valeurs de limites de champ appliqué sont représentées sur la figure III.8 sur laquelle le champ magnétique est en Gauss (non normalisé). Les courbes de bifurcation sont similaires, la pente différant légèrement entre les 4 séries de mesures. De même les courbes de bifurcation sur la déviation standard du champ $B_{\text{r.m.s}}$ (figure III.8) ont les mêmes tendances : croissance jusqu'à Rm_c à cause des bursts de champ de plus en plus fréquents puis on observe une décroissance liée à la limitation de l'amplitude du champ et aux excursions moins fréquentes vers $B = 0$. Pour $Rm > Rm_c$ la décroissance est d'autant plus rapide que $I^{\max}$ est grand. Ce phénomène est lié à la largeur de la zone d'intermittence *on-off*. Les effets de la limite de courant sur les signaux intermittents sont décrits par la suite.

Plusieurs séries temporelles du champ dynamo sont représentées sur la figure III.9 pour un même paramètre de contrôle ($Rm/Rm_c = 1.17$) mais pour des valeurs limites de champ appliqué différentes. La figure de gauche (a) est un signal intermittent pour $B^{\max} = 1000$ G. On remarque qu'il y a assez peu d'excursions du champ en dessous de 10% de sa valeur maximale atteignable bien que le champ soit très fluctuant. Pour la figure du milieu (b), $B^{\max} = 500$ G et le nombre d'excursions vers $B = 0$ est un peu plus élevé. En ce qui concerne la figure de droite (c), le champ maximum $B^{\max}$ est de 60 G ; le champ passe énormément de temps en dessous de 1% de sa valeur max.
Pour une même valeur d'écart au seuil, le champ dynamo n'a pas la même probabilité d'être dans une phase 'off'. C'est un état d'autant plus probable que la limite de courant est faible. Si l'on définit l'intermittence comme étant un état où la valeur nulle du champ magnétique est la plus probable, alors la zone d'intermittence

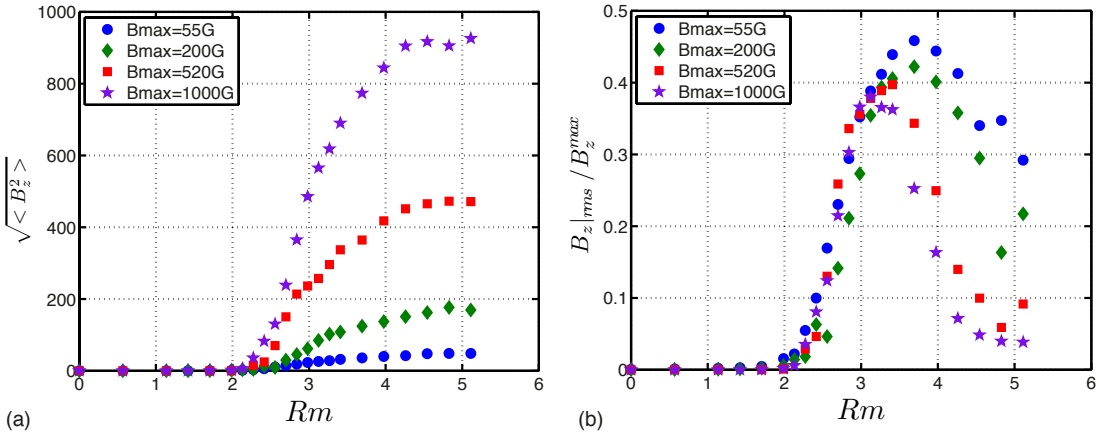

FIGURE III.8 – (a) Bifurcation sur la moyenne du champ dynamo pour plusieurs valeurs de saturation de l'alimentation. (b) Mêmes bifurcations pour le champ rms renormalisé par la valeur max du champ. $Rm_c = 3.4$ Hz

est plus restreinte autour du seuil pour une limite de courant élevée.

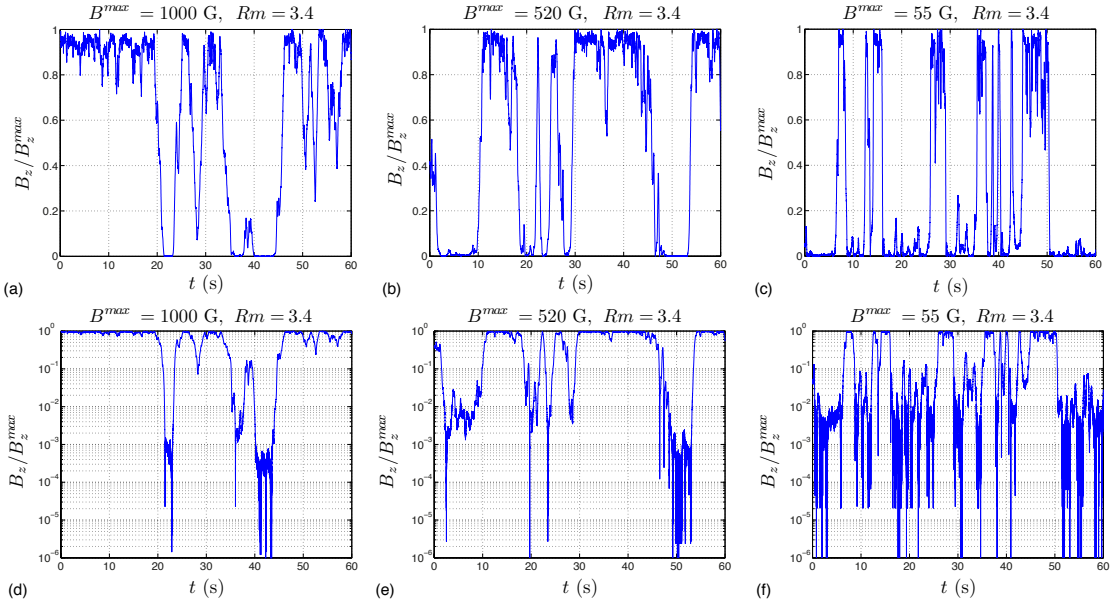

FIGURE III.9 – En haut (a, b, c) : Champ dynamo à $(Rm - Rm_c)/Rm_c = 0.17$ pour différentes valeurs de $B_{\max}$. (a) $B_{\max} = 1000$ G. (b) $B_{\max} = 500$ G. (c) $B_{\max} = 60$ G. En bas (c, d, e) : idem en échelle log

Cette réduction de la zone d'intermittence est visible sur la figure III.10 où le temps total passé au dessus de 20 G : $T_{\rm on}$ (normalisé par le temps de chaque mesure) est représenté en fonction de F. Nous avons choisi de calculer cette grandeur avec un seuil fixe défini à 20 G plutôt qu'avec un pourcentage de la limite de courant qui parait une définition plus naturelle. Il a été vérifié que ces deux définitions donnent des résultats qualitatifs similaires. Lorsque $T_{\rm on}/T_{\rm mesure}$

atteint 1, le champ ne fait plus d'excursions à zéro, il n'est plus intermittent. L'intervalle de paramètre de contrôle pour lesquels le champ est intermittent augmente plus $I^{\max}$ est petit : $\Delta Rm(B^{\max} = 1000) \simeq 1.05$, $\Delta Rm(B^{\max} = 500) \simeq 1.25$, $\Delta Rm(B^{\max} = 200) \simeq 1.42$ et $\Delta Rm(B^{\max} = 55) \simeq 2$.

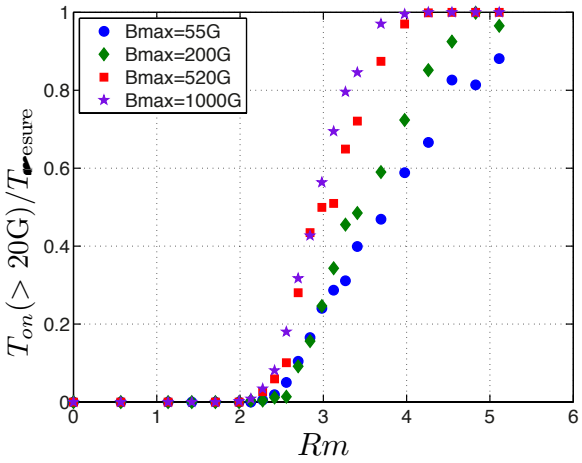

FIGURE III.10 – Temps passé par le champ dynamo au dessus de 20 G normalisé par le temps de mesure en fonction de Rm pour différentes valeurs de courant limite.

La dynamo semi-synthétique que nous venons d'étudier dans la configuration axiale possède de nombreux points communs avec une instabilité dynamo fluide dont les mécanismes d'auto-entretien sont turbulents : bifurcation fourche supercritique, régime intermittent autour du seuil et deux polarités possibles si le système est symétrique. Toutefois, les mécanismes de saturation de la dynamo ne peuvent être étudiés dans cette configuration, l'amplitude du champ requise pour modifier les structures de l'écoulement étant trop élevée. Comme dans les études cinématiques précédant mes travaux, la puissance de l'alimentation est un facteur limitant pour l'étude de la saturation. La puissance disponible a permis de mettre en évidence les effets de la limite de courant sur la zone d'intermittence, définie comme les régimes où la valeur la plus probable de l'amplitude du champ dynamo est zéro avec des excursions plus ou moins fréquentes vers les valeurs maximales. La zone d'intermittence est ainsi plus restreinte si la limite de puissance est élevée.

Nous allons maintenant étudier la dynamo Bullard-von Kármán dans la seconde configuration possible, permettant de saturer le champ par les forces de Lorentz.

III.C Configuration Transverse : Saturation par la force de Lorentz

Dans cette configuration, la correction non linéaire aux processus d'induction en configuration transverse devient importante lorsqu'on applique un champ magnétique fort. On s'attend à ce que la saturation de la dynamo BvK dans cette configuration soit due aux forces de Lorentz et non aux limites de l'alimentation comme c'était le cas en axial ou en cinématique.

Les bobines, disposées de part et d'autres de la cuve (figure III.2 (b)) produisent un champ magnétique quasi homogène dans la direction x, perpendiculaire à l'axe de symétrie du cylindre.

Les deux étapes du bouclage s'écrivent comme suit (au voisinage du seuil) :

$$\langle B_z \rangle = kRm\langle B_x \rangle \quad \text{(III.16)}$$
$$\langle B_x \rangle = G\langle B_z \rangle \quad \text{(III.17)}$$

Le gain G peut être choisi parmi 3 valeurs différentes : 40, 70 et 122. Les seuils correspondant sont, respectivement : $Rm_c(G = 40) = 1/(kG) = 1.78$, $Rm_c(G = 70) = 1.02$ et $Rm_c(G = 122) = 0.59$ (où $k = 0.013$ mesuré à $r = 0.9R$). Les propriétés de la dynamo seront discutées dans un premier temps avec $G = 40$ puis nous les comparerons avec les deux autres valeurs.

Remarque : Notons que le gain intermédiaire a été obtenu avec un bouclage numérique utilisant Labview et la sortie analogique de la carte d'acquisition pour envoyer le signal amplifié à l'alimentation de puissance.

III.C.1 Etude de la bifurcation

La courbe de bifurcation de $\sqrt{\langle B_x^2 \rangle}$ en fonction de Rm est représentée sur la figure III.11 (a) pour une valeur de gain correspondant à $Rm_c = 1.78$. La moyenne du champ est croissante à partir de $Rm = 1.42$ correspondant à un régime intermittent, on observe une rupture de pente à $Rm = 2.84$ et une croissance linéaire jusqu'à $Rm = 3.7$ correspondant à un régime saturé comme nous allons le caractériser. Au delà de 3.7, la limite de puissance de l'alimentation affecte la valeur moyenne du champ. Sur la figure III.11 (b) est représentée une série temporelle dans le régime intermittent à $Rm = 2.27$; il est a priori similaire avec la configuration axiale (nous l'étudierons dans le paragraphe III.C.2). En revanche, lorsqu'on quitte le régime intermittent, les signaux temporels en configuration axiale et transverse n'ont rien de comparable. En configuration axiale, la limite de courant était clairement ce qui restreignait l'amplitude du champ dynamo. En configuration transverse (figure III.C.2 (c)), le champ est stationnaire et fluctue autour de sa moyenne ($= 0.65B^{\max}$) mais n'atteint jamais la limite de puissance

de l'alimentation. L'amplitude du champ est saturée par les forces de Lorentz qui rétro-agissent sur l'écoulement. Lorsque le champ est intermittent, la valeur la plus probable du champ B_{pp} est zéro (voir figure III.11 (a) losanges) ;

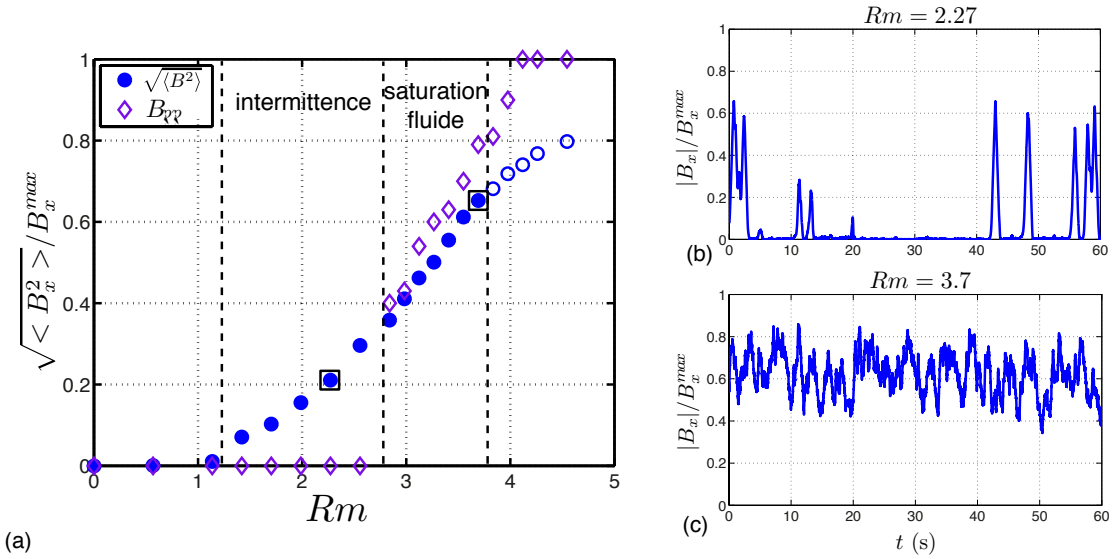

FIGURE III.11 – (a) Bifurcation du champ dynamo moyen en fonction du nombre de Reynolds magnétique en configuration transverse. Plusieurs régimes sont identifiables (voir texte pour plus de détails). (b) Trace temporelle du champ dynamo à $Rm = 2.27$ dans le régime intermittent. (c) Trace temporelle du champ dynamo à $Rm = 3.7$ dans le régime saturé.

La transition entre le régime intermittent où $B_{pp} = 0$ et le régime saturé où $B_{pp} = \pm B^{sat}$ se produit de manière discontinue entre 2.55 et 2.84. Cette discontinuité sur la valeur la plus probable se traduit par une rupture de pente sur la courbe de bifurcation. Cela a lieu lorsque la moyenne du champ dynamo dépasse 500 G.

Les distributions de champ pour 4 valeurs de forçage sont représentées sur la figure III.12. Dans le régime intermittent (420 tr/min soit $Rm = 2$) la pdf exhibe un pic de très grande amplitude en 0 et des ailes en loi de puissance s'étendant jusqu'à $\pm B^{max}$ (voir figure III.12 (a)). Lorsque le forçage croît, le pic en zéro tend à disparaitre pour laisser place à des distributions symétriques bimodales où les valeurs les plus probables sont $\pm B^{\mathrm{sat}}$, où $B^{\mathrm{sat}} < B^{\mathrm{max}}$.

Remarque : Sur les séries temporelles figure III.11 (b) et (c), le champ n'explore qu'une polarité mais sur des temps plus longs, il peut se renverser de manière aléatoire tant dans le régime saturé que dans le régime intermittent.

Ces comportements (séries temporelles figures III.11 (b) et (c), distributions, valeur plus probable figures III.12 et bifurcation) sont très différents de ceux

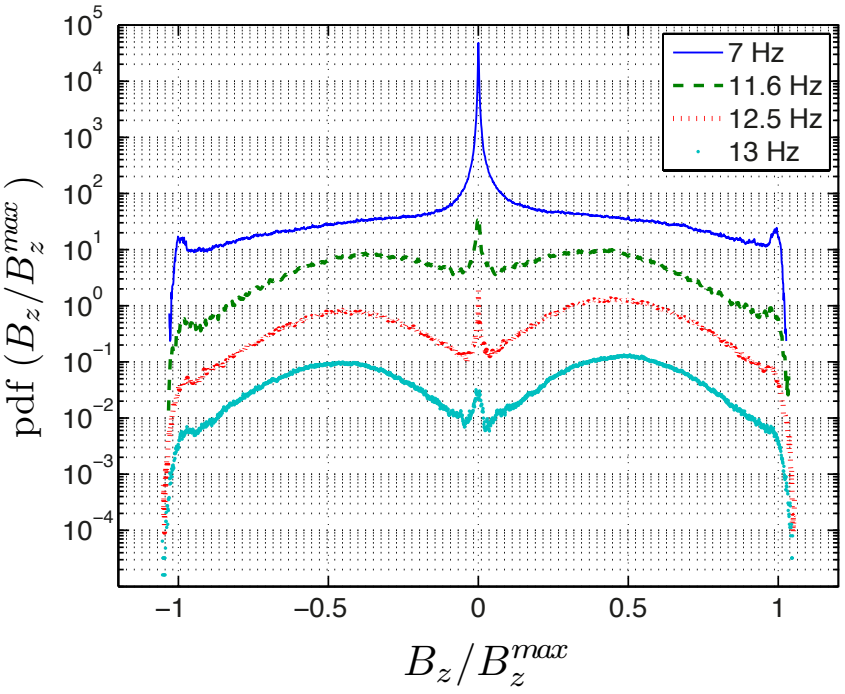

FIGURE III.12 – (a) Distribution de probabilité du champ dynamo pour 4 valeurs de forçage $Rm = 2$, 3.29, 3.55 et 3.69 ($F = 7$ Hz, $F = 11.6$ Hz, $F = 12.5$ Hz, $F = 13$ Hz.

observés en configuration axiale. Cela confirme la possibilité de saturer la dynamo BvK par la rétroaction des forces de Lorentz. Nous étudierons en détails le régime saturé causé par la rétroaction des forces de Lorentz, mais dans un premier temps, nous allons caractériser le régime intermittent en utilisant les mêmes outils d'analyse que dans la section précédente.

III.C.2 Régime intermittent

III.C.2.1 Intermittence *on-off*

L'analyse de ces bursts est donnée en calculant la distribution des durées passées par le signal en dessous d'un certain seuil, que nous nommerons τ. La durée de chaque phase *off* est notée T_{off} et la forme de la distribution de cette variable, représentée sur la figure III.13 (c), diffère selon la valeur de τ. Si celui-ci est petit (3 à 5 G) alors la distribution est une loi de puissance d'exposant $-3/2$ pour les évènements courts (0.5 s $< T_{\text{off}} <$ 1 s) et suit une loi exponentielle pour les temps longs (1 s $< T_{\text{off}} <$ 10 s). Lorsque la valeur de τ augmente, l'exposant de la loi de puissance diminue (passe de $-3/2$ puis à $-1/2$).
Cela signifie que les bursts de grande amplitude (jusqu'à $B^{\max}$), bien visibles sur la figure III.13 (a), fortement dépendant du temps de réponse de l'alimentation et dont l'amplitude est contrôlée soit par la saturation de l'alimentation, soit par la

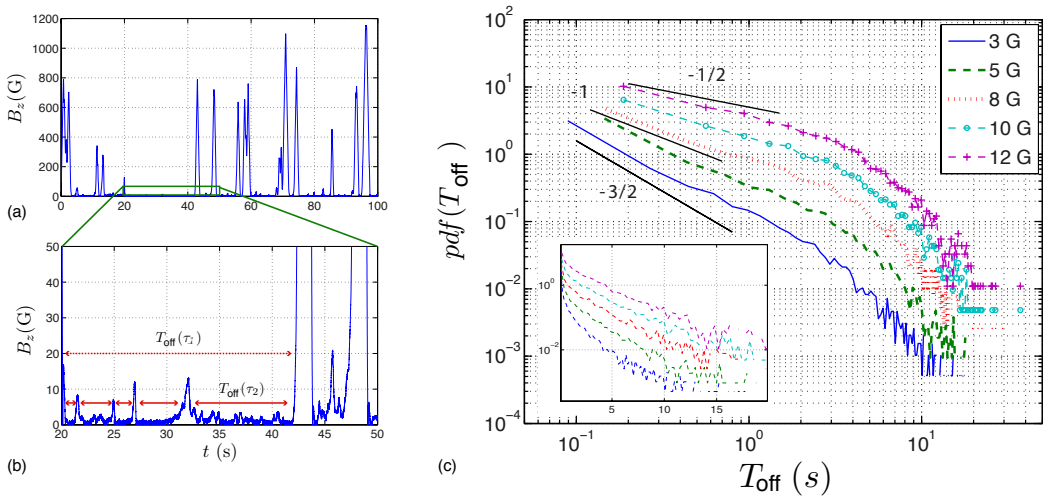

FIGURE III.13 – (a) Trace temporelle d'un signal intermittent à $Rm = 2$. (b) Même signal zoomé sur 30 secondes et sur les petites amplitudes de champ. (c) Distribution des durées des phases laminaires $T_{\rm off}$. Insert : échelle lin-log.

saturation de l'écoulement, possèdent des statistiques de $T_{\rm off}$ en exponentielle. L'agrandissement de la série temporelle sur une échelle de 0 à 50 G (figure III.13 (b)) montre la présence de bursts de faibles amplitude. Si l'on fixe le seuil τ de manière à prendre en compte ces bursts, la distribution des $T_{\rm off}$ est une en loi de puissance d'exposant $-3/2$ avec une coupure exponentielle aux temps longs, tel qu'une théorie de l'intermittence *on-off* le prédit ([38] ; [4]).

Comme en configuration axiale et dans les études cinématiques, le comportement des distributions des $T_{\rm off}$ en loi de puissance d'exposant $-3/2$ est difficile à observer. Les statistiques pour chaque série de mesures doivent être bien convergées (plusieurs heures) dans un système parfaitement symétrique. La présence de bruit additif et du temps de réponse de l'alimentation ont une influence sur la loi de puissance ou sur la coupure exponentielle et peut expliquer la variété d'exposants observés.

Nous allons caractériser plus en détails la rupture de pente observée sur la courbe de bifurcation entre le régime intermittent et le régime saturé. Le passage d'un régime à l'autre est continu mais plusieurs critères permettent de savoir si le champ dynamo est encore intermittent ou s'il est saturé comme on l'a souligné sur la figure III.11 (a).

III.C.2.2 Transition vers la saturation

La transition entre le régime intermittent et le régime saturé est marquée par l'état le plus probable qui passe de zéro à une valeur non nulle pour le régime

saturé. Nous avons déjà discuté de la valeur la plus probable du champ dynamo, intéressons-nous maintenant aux distributions d'énergie magnétique. Celles-ci sont représentées sur la figure III.14 en échelle semi-logarithmique pour des fréquences de rotation allant de 6 Hz à 16 Hz (soit $Rm = 1.7$ à 4.55) en trait plein. Les courbes ont été décalées pour plus de lisibilité et les couleurs évoluent avec la fréquence de rotation. Les courbes bleues indiquent donc le régime intermittent et les courbes rouges le champ dans le régime saturé.
La description de la forme des distributions à l'image de l'analyse faite dans le cas axial se fait ici en deux temps. Tout d'abord, nous allons voir si le modèle d'équations stochastique décrit bien les distributions dans le régime intermittent puis nous décrirons les distributions dans le régime saturé.

Le système d'équation III.11 modélise un régime d'intermittence on-off au

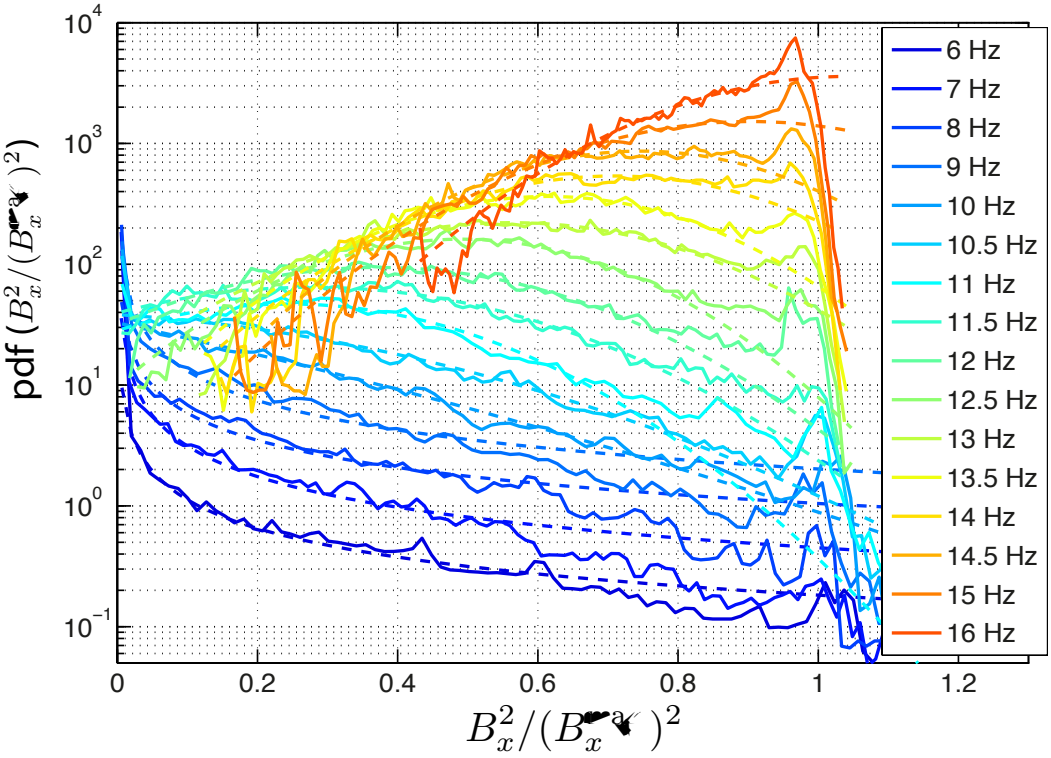

FIGURE III.14 – Distribution de l'énergie magnétique B^2 pour différents forçages (décalées pour la lecture). Les pointillés représentent les fit en loi de puissance des distributions dans le régime intermittent et en exponentielle pour le régime saturé. $Rm = 1.7$ à 4.55

voisinage du seuil d'une instabilité ; l'expression de la distribution de probabilité est de la forme :

$$P(X) = CX^{\beta} e^{-x^2/D} \tag{III.18}$$

avec $\beta = 2a/D$ où a est un paramètre proportionnel à l'écart au seuil et D l'amplitude du bruit blanc gaussien modélisant les fluctuations turbulentes. Les

lignes pointillées sur la figure III.14 représentent le meilleur ajustement en loi de puissance pour le régime intermittent de $Rm = 1.7$ à $Rm = 2.55$. La loi de puissance traduit le fait que le système passe beaucoup de temps dans les phases laminaires, proche de $B = 0$ et explore sur des temps très courts les phases *on*. On retrouve que l'état le plus probable est zéro. Dans le modèle, l'exposant de la loi de puissance s'exprime en fonction des paramètres du systèmes a et D évoluant comme l'écart au seuil et l'amplitude du bruit blanc. Pendant les phases laminaires, le champ possède des statistiques de marche aléatoire selon le modèle III.11. Par conséquent l'équivalent du coefficient de diffusion D varie comme l'écart-type au carré du processus aléatoire. Ainsi, D est proportionnel à $u^2_{\text{r.m.s}}$ puisque les fluctuations turbulentes sont la source du bruit aléatoire dans notre système. Le coefficient β varie comme $2(Rm - Rm_c)/Rm^2$ si tous ces arguments sont valides. Nous pouvons vérifier sur la figure III.16 (a) que les valeurs de β déterminée sur l'ajustement des pdf du champ expérimental sont proches de celles calculées avec $2(Rm - Rm_c)/Rm^2$.

Sur la figure III.15, on montre 5 distributions reportées de la figure III.14 et

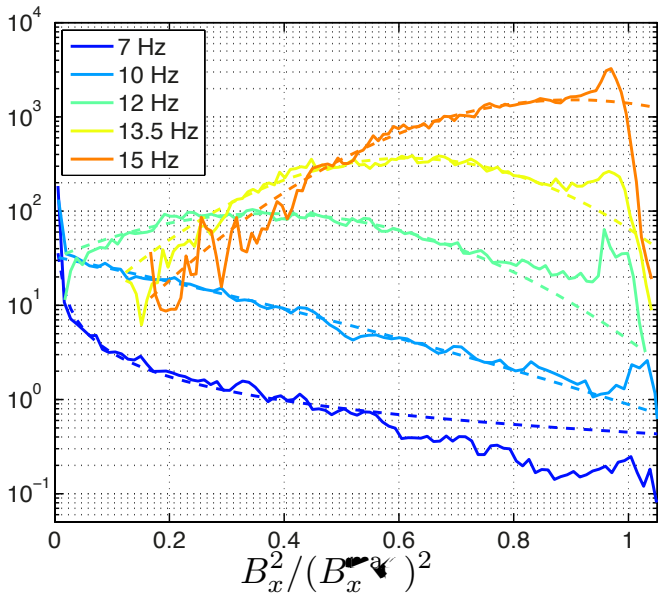

FIGURE III.15 – Distribution de l'énergie magnétique B^2 pour différents forçage (décalées pour la lecture). Les pointillés représentent les fit en loi de puissance des distributions, valable pour le régime intermittent et pour le régime saturé.

isolées pour plus de lisibilité. Au delà de $Rm = 2.84$, le champ est saturé, cela se traduit sur les distributions par un changement de forme. La valeur la plus probable n'est pas zéro mais B^{sat}. Le modèle d'équation stochastique III.11 ne décrit pas correctement la forme des pdf dans ce régime car l'exposant critique décrivant la saturation est 1/2 pour le modèle (causé par le terme X^3) et 1 pour les points expérimentaux. L'équation III.18 ne peut être utilisée en l'état pour décrire les pdf car la signification physique des coefficients serait perdue. Nous décrivons les distributions de l'énergie magnétique grâce à des gaussiennes de la

forme $e^{-(X-m)^2/D'}$. L'évolution des coefficients de l'ajustement est donnée sur la figure III.16 (b). La moyenne de la gaussienne évolue linéairement avec le forçage et l'écart type D', reflet des fluctuations turbulentes, est constant.
La figure III.15 montre que les ajustements, tant dans le régime intermittent en

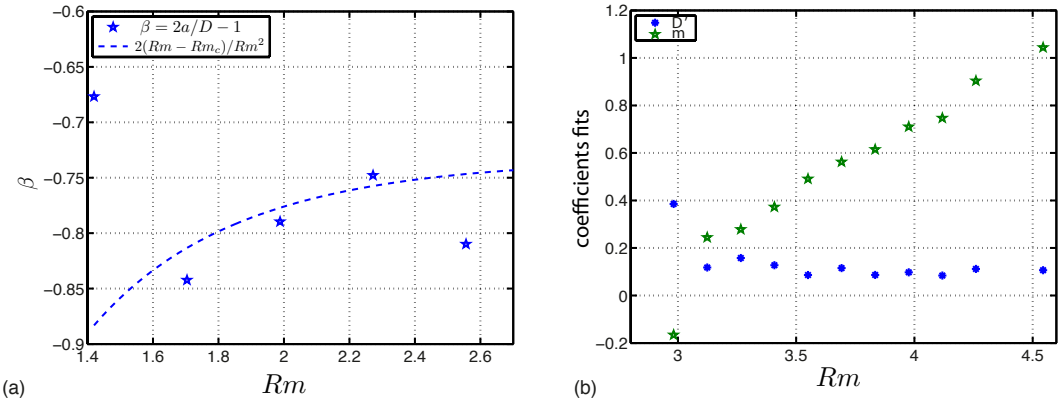

FIGURE III.16 – (a) Exposant $\beta = 2a/D - 1$ des fits des lois de puissances des distributions de B^2. (b) Détails des exposants m et D' d la gaussienne $e^{-(X-m)^2/D'}$ en régime saturé.

loi de puissance que dans le régime saturé avec des exponentielles, décrivent bien les observations expérimentales.

III.C.3 Etude du régime saturé

III.C.3.1 Lois d'échelle

La courbe de bifurcation de l'instabilité dynamo dans la configuration transverse est caractérisée par une évolution linéaire de la moyenne du champ en fonction du paramètre de contrôle. L'objectif de ce paragraphe est de comprendre ce comportement et d'établir une loi d'échelle dans le régime saturé.
La loi d'échelle $B \sim (Rm - Rm_c)$ diffère de celles envisagée par Fauve et Petrelis [25], [68] pour les dynamos turbulentes. Dans cet article, le scaling de la saturation fait intervenir des arguments dimensionnels et en particulier l'hypothèse des faibles non linéarités : l'écart au seuil reste faible ($Rm \simeq Rm_c$) et la force de Lorentz est peu importante. En considérant que la vitesse caractéristique de l'écoulement MHD puisse être décomposée en deux termes : $u' = U + u_1$ où U est la vitesse sans champ magnétique et u_1 la modification de vitesse apportée par la force de Lorentz. Le terme d'inertie se réécrit :

$$|\rho(\mathbf{u'} \cdot \nabla)\mathbf{u'}| = \rho|(\mathbf{U} \cdot \nabla)\mathbf{U} + (\mathbf{U} \cdot \nabla)\mathbf{u_1} + (\mathbf{u_1} \cdot \nabla)\mathbf{U} + (\mathbf{u_1} \cdot \nabla)\mathbf{u_1}| \qquad \text{(III.19)}$$

Le terme d'ordre 0 n'intervient pas car il compense les autres termes dans l'équation de Navier Stokes sans champ magnétique. Les deux termes d'ordre

1 en u_1 sont dominants par rapport au terme d'ordre 2 si on considère que la modification de vitesse reste faible. Ces deux termes sont d'ordre $\frac{Uu_1}{L}$. Comme $u_1 = u' - U \sim Rm - Rm_c$ alors le terme d'inertie est proportionnel à $Rm_c(Rm - Rm_c)$. L'équilibre de la force de Lorentz et du terme d'inertie donne alors :

$$\rho Rm_c(Rm - Rm_c) \sim \frac{B^2}{\mu_0} \tag{III.20}$$

d'où la loi d'échelle d'exposant 1/2 : $B \sim (Rm - Rm_c)^{1/2}$.
Si au contraire, on fait l'hypothèse que les non linéarités sont importantes et que le terme d'ordre 2 est dominant, alors on aboutit au scaling suivant :

$$B \sim (Rm - Rm_c) \tag{III.21}$$

et on retrouve la loi d'échelle de l'expérience BvK. L'hypothèse qui amène à cette loi d'échelle est raisonnable compte tenu des profils d'induction qui sont fortement modifiés en présence de champ magnétique appliqué transverse. Grâce à la construction du système BvK, la valeur du seuil est contrôlée et si on la choisit faible alors on peut observer la dynamo assez loin du seuil ($Rm \simeq 4Rm_c$)

Le paramètre pertinent caractérisant la saturation étant le paramètre d'interaction N, intéressons-nous à son évolution avec Rm. La force de Lorentz s'exprime de la manière suivante : $\mathbf{F_L} = \mathbf{j} \times \mathbf{B} = \frac{1}{\mu_0}(\nabla \times \mathbf{B}) \times \mathbf{B}$ avec $\mathbf{B} = \mathbf{B^A} + \mathbf{B^I}$ la somme du champ appliqué et du champ induit. Or le champ appliqué est homogène dans notre cas et en faisant l'hypothèse que le champ induit est faible devant B^A, on obtient :

$$\mathbf{F_L} = \frac{1}{\mu_0}(\nabla \times \mathbf{B^I}) \times \mathbf{B^A} = \frac{1}{\mu_0} B_x^A \frac{\partial B_z^I}{\partial x} \hat{\mathbf{z}} \tag{III.22}$$

$$F_L \sim \frac{B^I B^A}{\mu_0 L} \tag{III.23}$$

De même le terme d'inertie est : $|\rho(\mathbf{u} \cdot \nabla)\mathbf{u}| \sim \rho \frac{u^2}{L}$.
En faisant l'hypothèse que l'échelle sur laquelle varie le champ de vitesse est égale à celle de variation de champ magnétique alors :

$$N = \frac{B^I B^A}{\mu_0 \rho u^2} \tag{III.24}$$

Les forces de Lorentz équilibrent les forces d'inertie dans ce régime ; le paramètre d'interaction, qui est le rapport entre ces deux grandeurs est donc constant. En considérant la proportionnalité entre le champ appliqué B_x et induit B_z dans la construction du bouclage, N s'écrit : $N = \frac{(B_x)^2}{\mu_0 \rho G u^2}$. Ainsi, dans le

régime saturé, $B_x^2 \sim Gu^2$. Plus précisément :

$$B_x^2 \sim G(Rm - Rm_c)^2 \tag{III.25}$$

seul l'écart au seuil compte car le champ est nul pour $Rm < Rm_c$.
Ainsi, la loi d'échelle est linéaire pour $\langle B \rangle$ en $\sqrt{G}(Rm - Rm_c)$ soit $(Rm - Rm_c)/\sqrt{Rm_c}$ (en utilisant $G \sim 1/Rm_c$) dans le régime saturé.
Ce raisonnement permet d'obtenir l'exposant critique mais pas le préfacteur déterminant la pente du régime saturé.

En réalisant le bouclage Bullard, on crée un lien de proportionnalité entre le champ induit et le champ appliqué $B_x = GB_z$. Le processus d'induction turbulente avec une correction non linéaire est régi par une relation du type : $\langle B_z \rangle = f(Rm, N)\langle B_x \rangle$. Pour connaitre l'évolution du champ moyen dynamo, on cherche une solution de l'équation :

$$f(Rm, N) = \frac{1}{G} \tag{III.26}$$

Il a été montré empiriquement que f est de la forme : $f(Rm, N) = kRm(1-\gamma\sqrt{N}))$.
La relation III.26 donne alors, avec $N = \dfrac{B^I B^A}{\rho\mu_0 u^2} = \dfrac{(B^A)^2}{\rho\mu_0 G u^2}$:

$$kRm\left(1 - \gamma\sqrt{\frac{(B^A)^2}{\rho\mu_0 u^2}}\right) = \frac{1}{G} \tag{III.27}$$

On obtient, avec $Rm_c = \dfrac{1}{kG}$:

$$\langle B^A \rangle = \sqrt{\frac{\rho}{\mu_0}}\frac{1}{\gamma\sigma L}\frac{(Rm - Rm_c)}{\sqrt{Rm_c}} \tag{III.28}$$

Il apparait que le paramètre de contrôle pertinent pour étudier l'évolution de la dynamo est $\dfrac{Rm - Rm_c}{\sqrt{Rm_c}}$ ou $\sqrt{G}(Rm - 1/kG)$. Nous choisirons par la suite la première notation. Ce paramètre n'est pas sans dimension (dans le sens où il est proportionnel à $(F - F_c)/\sqrt{F_c}$ de dimension $\sqrt{\text{Hz}}$) mais il permet d'enlever la dépendance des moments du champ avec le gain (donc avec le seuil) et de comparer les bifurcations pour différentes valeurs de seuils.

Nous présentons ici 3 séries de mesures (III.17 (a)), réalisées chacune avec un gain différent. Les seuils, définis par la valeur du gain, sont respectivement : $Rm_c(G = 40) = 1.78$ (cercles bleus), $Rm_c(G = 70) = 1.02$ (losanges verts), $Rm_c(G = 120) = 0.59$ (carrés rouges). La distinction de chaque régime est faite de la manière suivante : les symboles entourés de noir sont les mesures pour lesquelles la valeur la plus probable est zéro (régime intermittent), les symboles pleins désignent le régime saturé et les symboles creux sont les points pour lesquels les

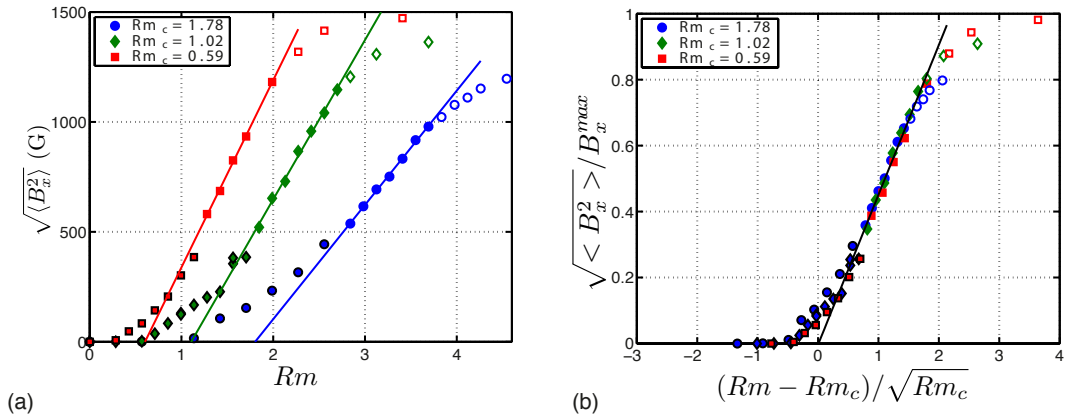

FIGURE III.17 – Courbes de bifurcation de la dynamo BvK en configuration transverse pour 3 valeurs de gain différents, correspondant à $Rm_c = 1.78$, $Rm_c = 1.02$ et $Rm_c = 0.59$. (a) moyenne du champ dynamo $\langle B_x \rangle$ en fonction du forçage. Les droites sont les meilleurs ajustements passant par les points expérimentaux du régime saturé. Elles passent par $Rm = Rm_c$ en $B = 0$.(b) Champ moyen dynamo normalisé par le maximum atteignable en fonction du paramètre de contrôle dépendant du gain : $\dfrac{(Rm - Rm_c)}{\sqrt{Rm_c}} = \sqrt{G}(Rm - \dfrac{1}{kG})$.

fluctuations sont limitées par la puissance de l'alimentation (la moyenne du champ est sous estimée). Le champ, normalisé par sa valeur maximum ($B^{\max} = 1500$ G) sur la figure III.17 (b), est représenté en fonction du paramètre de contrôle $(Rm - Rm_c)/\sqrt{Rm_c}$. Les 3 courbes fusionnent en une seule courbe maîtresse, montrant que ce paramètre est pertinent pour l'instabilité à laquelle nous nous intéressons.
Des bouffées de champ apparaissent pour $-0.54 \pm 0.08 < \dfrac{(Rm - Rm_c)}{\sqrt{Rm_c}} < 0.54 \pm 0.08$.
La loi d'échelle pour le régime intermittent n'est pas bien définie et est fortement dépendante du taux de fluctuations dans l'écoulement (par conséquent de la position de la sonde et du nombre de doigts de gant plongeant dans la cuve) ; c'est la raison pour laquelle les courbes ne fusionnent pas parfaitement dans ce régime.

En revanche, les points dans le régime saturé, forment une seule et même courbe, d'exposant critique 1. La droite formée par ces points passe par $Rm = Rm_c$ en $B = 0$ (confirmant que le seuil déterminé par une description cinématique du bouclage $Rm_c = 1/kG$ est correct) La pente de la droite est 0.24, donnant d'après l'équation (III.28) une valeur pour le paramètre géométrique $\gamma = 24.5$ (On retrouve l'ordre de grandeur du coefficient déterminé grâce au mesures d'induction en boucle ouverte (pas d'asservissement de la valeur du champ appliqué, B^A = constante) où il a été déterminé que $\gamma_{\text{induction}} = 24$ à la profondeur de mesure $r = 0.9R$).

Remarque : Le champ dynamo transite dans un régime saturé lorsque la moyenne du champ dépasse 500 G et ce, indépendamment du gain. Nous reviendrons sur cette valeur dans la description des mesures de vitesse.

III.C.3.2 Paramètre d'interaction

Le paramètre d'interaction comparant les forces de Lorentz aux termes d'inertie indique l'impact du champ magnétique sur l'écoulement. Il est également proportionnel au rapport entre l'énergie magnétique B^2/μ_0 et l'énergie cinétique ρu^2. Numériquement, ces grandeurs sont facilement accessibles mais expérimentalement le problème est plus difficile et il faut adapter l'estimation des termes de Lorentz et d'inertie selon le cas étudié.

Estimation du terme des forces de Lorentz Plusieurs cas se distinguent en fonction du nombre de Reynolds magnétique. S'il est faible devant 1, on étudie les problèmes d'induction en appliquant un champ constant externe et en mesurant la réponse magnétique du système en fonction du forçage. S'il est grand devant 1 et il s'agit d'un problème dynamo où on étudie la réponse magnétique totale du système en fonction du forçage sans excitation magnétique.
- $Rm \ll 1$, le champ total est $\mathbf{B} = \mathbf{B^A} + \mathbf{B^I}$ avec $B^A \gg B^I = kRmB^A$. La force de Lorentz s'exprime :

$$\mathbf{F_L} = |\frac{(\nabla \times \mathbf{B^I})}{\mu_0} \times \mathbf{B^A}| = |\frac{B^I B^A}{\mu_0 l}| \tag{III.29}$$

Pour les faibles Rm, l'induction est linéaire avec le champ appliqué et Rm ; ainsi, si les longueurs caractéristique des gradients magnétique et de vitesse sont comparables, la paramètre d'interaction d'induction s'écrit :

$$N^I = \frac{kRm(B^A)^2}{\mu_0 \rho u^2} = \frac{k\sigma l(B^A)^2}{\rho \mu_0 u} \tag{III.30}$$

Dans la plupart des articles traitant des problèmes d'induction (Verhille et al. [105] et Sisan et al. [89]) le facteur géométrique k est pris égal à 1 et les valeurs numériques des paramètres d'interaction sont en conséquence assez élevées. Dans ce manuscrit et en particulier sur les mesures d'induction rappelées dans le chapitre introduction I, le facteur géométrique k est pris en compte pour rester cohérent tout au long des chapitres.
- Lorsque $Rm \gg 1$, il faut considérer le champ total dans l'estimation de la force de Lorentz. Dans le problème dynamo :

$$N^D = \frac{(B^D)^2}{\mu_0 \rho u^2} \tag{III.31}$$

La dépendance de N par rapport au champ et à la vitesse du fluide varie selon le système considéré. En effet $N \propto B^2/u$ dans les problèmes d'induction et

$N \propto B^2/u^2$ dans les problèmes dynamos. Malgré ces dépendances différentes, les valeurs numériques de la force de Lorentz et la force d'inertie dans les deux définitions sont comparables car ils ont la même origine physique.

La question de la définition du paramètre d'interaction dans le cas de la dynamo de Bullard von Kármán se pose puisqu'il s'agit à la fois de décrire un système à faible Rm et d'avoir un lien de proportionnalité entre les champ induit et appliqué à la manière d'un problème dynamo. Reprenons l'expression de la force de Lorentz (avec un champ appliqué externe) sans avoir fait d'approximation : $F_L = \dfrac{B^I B^A}{\mu_0 l}$. La relation entre le champ appliqué et le champ induit dans le bouclage BvK est $B^A = GB^I$ par construction. Le paramètre d'interaction s'exprime alors de la manière suivante en fonction du gain G et du champ dynamo B^A :

$$N^{BvK} = \frac{(B^A)^2}{\mu_0 \rho G u^2} \tag{III.32}$$

A Rm et $\langle B^A \rangle$ donnés, la force de Lorentz est en moyenne identique en induction et en bouclage BvK. Ainsi la loi d'échelle établie en induction liant l'amplitude moyenne du champ induit à celle du champ appliqué $\langle B^I \rangle = f(Rm, N)\langle B^A \rangle$ (avec $N = N^I$) est utilisable avec la définition de N pertinente pour le bouclage BvK, N^{BvK}. Ainsi :

$$B^I = kRm(1 - \gamma\sqrt{N^{BvK}})B^A = \frac{B^A}{G} \tag{III.33}$$

On obtient ainsi la relation (III.28).

Estimation du terme d'inertie Le second terme apparaissant dans le paramètre d'interaction est le terme d'inertie de l'équation de Navier Stokes. Une véritable estimation de ce terme implique des mesures de vitesses précises afin de connaitre la modification de l'écoulement en présence du champ magnétique. Ces données n'étant pas, dans la plupart des cas, à disposition, le terme d'inertie sera estimé à partir de la vitesse du fluide en sortie de pales $u = 2\pi LF$. Dans le système BvK, si le terme d'inertie est proportionnel à Rm^2 alors le paramètre d'interaction évolue linéairement avec le paramètre de contrôle. Le paramètre N n'étant pertinent que lorsqu'un champ magnétique est présent, il peut être défini de la façon suivante en fonction de l'écart au seuil :

$$N^{BvK} = \frac{\langle B^2 \rangle \mu_0 (\sigma L \alpha)^2}{\rho (Rm - Rm_c)^2 / Rm_c} \propto \frac{B^2}{u^2} \tag{III.34}$$

Ainsi, le paramètre d'interaction N est égal à 1 à la saturation de la dynamo BvK comme on peut le voir sur la figure III.18 si on prend en compte toutes les caractéristiques du système.

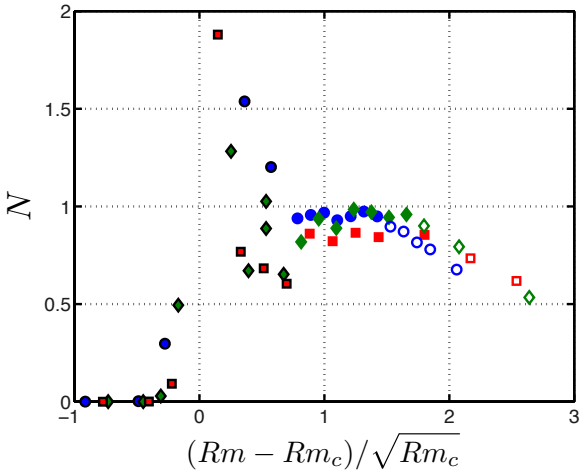

FIGURE III.18 – Evolution du paramètre d'interaction le long de la bifurcation. Il diverge au seuil (par définition) et devient constant = 1 à la saturation.

Nous avons passé en revue plusieurs critères permettant de définir la saturation de la dynamo semi-synthétique Bullard-von Kármán en configuration transverse : La valeur la plus probable du champ n'est pas nulle, l'exposant critique de la bifurcation sur la moyenne est 1 et le paramètre d'interaction est constant. Toutes ces propriétés portent sur des grandeurs magnétiques, nous allons voir qu'il existe aussi des critères hydrodynamiques.

III.C.3.3 Estimation de puissance

La mesure des couples moyens permet d'obtenir l'évolution de la puissance consommée par les moteurs le long de la bifurcation dynamo et de comparer ces valeurs à la puissance consommée lorsqu'il n'y a pas de champ magnétique.
Estimons, par des arguments simples, la variation de puissance provoquée par la croissance et la saturation de la dynamo. Nous noterons $P_H(Rm, 0)$ la puissance consommée par les moteurs pour tourner à la fréquence F lorsque le champ appliqué est nul, $P_D(Rm, \langle B_x \rangle)$ la puissance consommée par les moteurs tournant à la vitesse F lorsque le champ dynamo, de moyenne $\langle B_x \rangle$ est saturé. (Il existe alors un lien entre $\langle B_x \rangle$ et Rm donné par la loi d'échelle (III.28)). Enfin, $P_I(Rm, \langle B_x \rangle)$ est la puissance consommée lorsque les moteurs tournent à la vitesse F et qu'un champ d'amplitude constante $\langle B_x \rangle$ est appliqué en boucle ouverte (correspondant à l'amplitude du champ dynamo pour un forçage F).

En reprenant les arguments donnés dans Verhille et al. [105], nous pouvons écrire :

$$P_I(Rm, \langle B_x \rangle) = (1 + \delta N) P_H(Rm, 0) \quad \text{à l'ordre 1 en } N \tag{III.35}$$

où δ est déterminé empiriquement. La puissance consommée lorsque l'écoulement

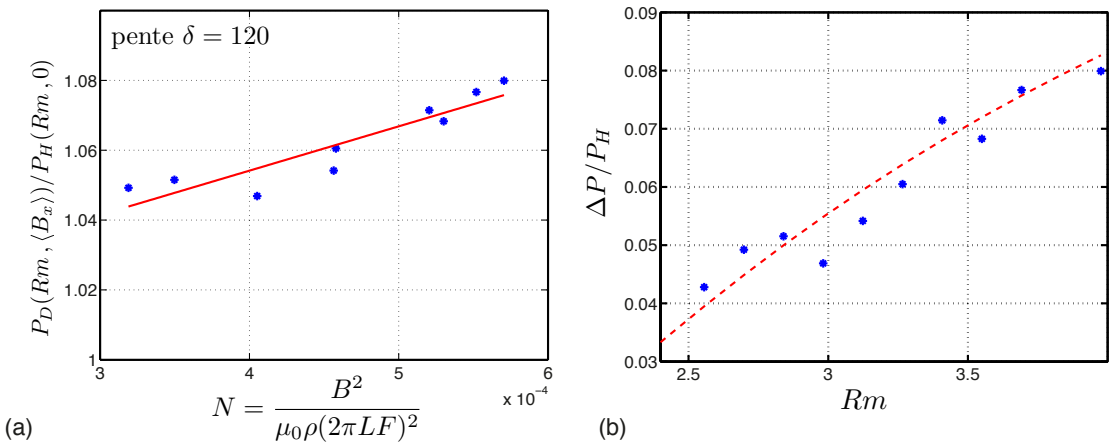

FIGURE III.19 – (a) Rapport de la puissance injectée lorsque le champ dynamo est saturé, (de moyenne $\langle Bx \rangle$) sur la puissance injectée lorsqu'aucun champ n'est appliqué, en fonction du paramètre d'interaction N. (b) Variation de puissance causée par la saturation de la dynamo $\frac{P_D(Rm,\langle B_x \rangle) - P_H(Rm,0)}{P_H(Rm,0)}$ en fonction de Rm. (bleu : points expérimentaux et pointillés rouge : $\frac{\delta}{\gamma^2}\frac{(Rm - Rm_c)^2}{Rm^2}$ avec $\delta = 120$ et $\gamma = 24.5$)

est en présence d'un champ extérieur constant correspond à la puissance consommée lorsqu'il n'y a pas de champ à laquelle s'ajoute une correction proportionnelle à N. Dans le cas du régime contra-rotatif, la correction est positive, c'est à dire que la puissance consommée est supérieure en présence de champ car les courants induits tendent à ralentir l'écoulement.
Or, on mesure (à 1% près) que $P_I(Rm, \langle B_x \rangle) = P_D(Rm, \langle B_x \rangle)$, ainsi :

$$\frac{P_D(Rm, \langle B_x \rangle) - P_H(Rm, 0)}{P_H(Rm, 0)} = \delta N \tag{III.36}$$

où $N = \frac{(B_x)^2}{\mu_0 \rho G u^2}$. Expérimentalement, $\delta = 120$. Cela signifie que la puissance consommée pour maintenir une fréquence de rotation F avec un champ appliqué constant d'amplitude B_x est égal à la puissance consommée pour maintenir un écoulement MHD à la vitesse F avec un champ dynamo de moyenne $\langle B_x^D \rangle = B_x^I$. En utilisant la loi d'échelle de la dynamo BvK (équation III.28), la variation de puissance causée par la saturation de la dynamo est :

$$\frac{\Delta P}{P_H} = \frac{P_D(Rm, \langle B_x \rangle) - P_H(Rm, 0)}{P_H(Rm, 0)} = \frac{\delta}{\gamma^2}\frac{(Rm - Rm_c)^2}{Rm^2} \tag{III.37}$$

La figure III.19 donne la mesure de la variation de puissance (en pourcentage de puissance hydrodynamique (mesuré le même jour dans les mêmes conditions d'écoulement)) ainsi que la loi (III.37) tracée en pointillés. Les deux courbes, en bon accord, montrent une variation de puissance de 4 à 8% de 9 à 13 Hz dans le

régime saturé.

La variation de puissance en dynamo par rapport à un écoulement hydrodynamique est du même ordre de grandeur que la variation de puissance en induction. Cette variation dépend donc de la façon dont les processus d'induction sont touchés par la force de Lorentz et de l'écart au seuil.

III.C.3.4 Inversions de polarité

Comme nous l'avons vu dans la section précédente, des inversions de polarité ont lieu de manière aléatoire et de moins en moins fréquentes plus l'écart au seuil grandit.
Le champ magnétique peut passer d'une valeur $+B_x$ à une valeur $-B_x$ en passant par zéro (un point fixe instable au dessus du seuil) grâce à la présence de bruit additif venant de l'induction du champ de la Terre et du bruit électronique de la boucle. Ces inversions sont observées sur une très large gamme de paramètres, y compris dans le régime intermittent, montrant le rôle important du bruit additif dans le système.

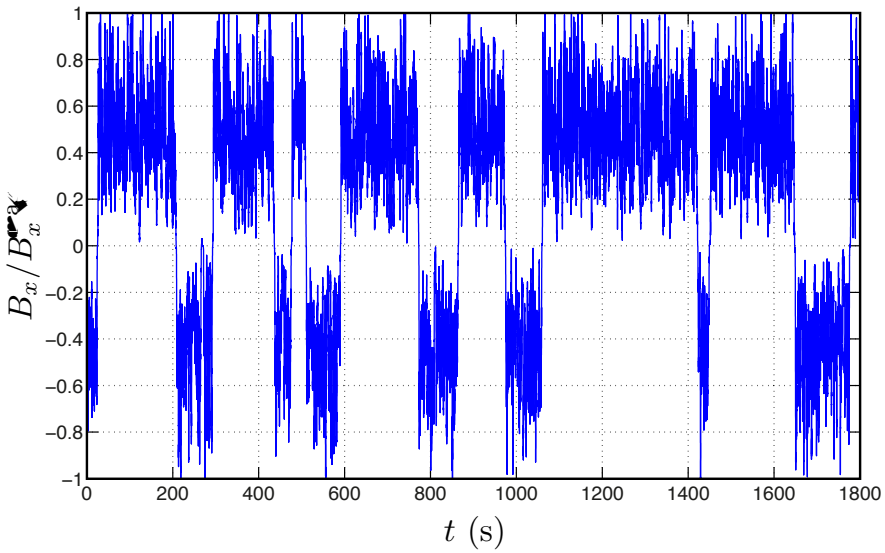

FIGURE III.20 – Trace temporelle sur 30 minutes du champ dynamo pour $F = 12.5$ Hz ($Rm = 3.55$).

Sur la figure III.20, une trace temporelle du champ dynamo sur une longue durée est représentée (voir les distributions de probabilité correspondantes figure III.12 (a)).
Les inversions de polarité sont caractérisées par 2 échelles de temps. Une échelle courte pendant laquelle le champ se renverse (~ 5 s) et une échelle longue, temps pendant lequel le champ garde une même polarité (~ 100 s). Plusieurs inversions

sont superposées sur la figure III.21 (a) ; elles suivent toutes la même évolution : une phase de décroissance lente (durant 2 à 3 s), partant de $+B_x^{\mathrm{sat}}$ vers zéro ; un passage par $B_x = 0$ dont la durée varie d'un évènement à l'autre (allant jusqu'à 3 s) puis une croissance rapide dans l'autre polarité correspondant au temps de réponse de l'alimentation ($\sim$ 1 s). Lors de cette phase le champ dépasse temporairement la valeur moyenne de saturation $-B_x^{\mathrm{sat}}$.

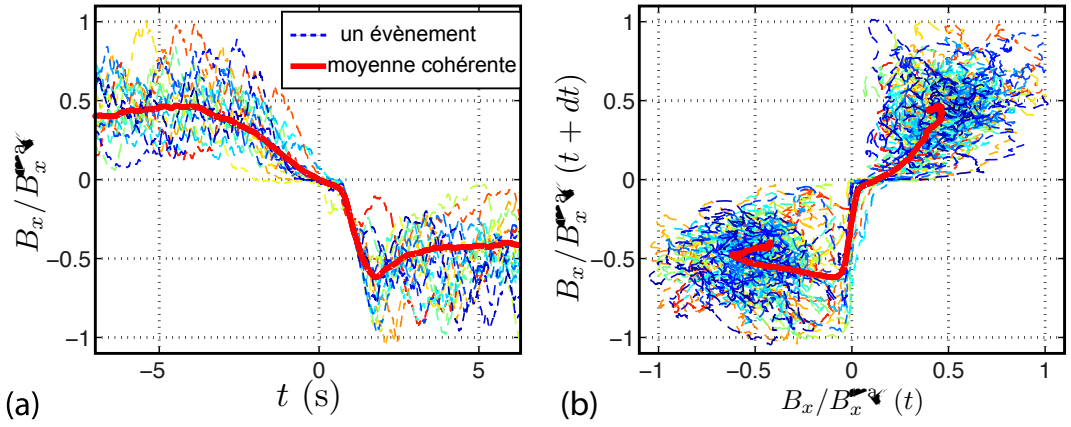

FIGURE III.21 – (a) Superposition d'une vingtaine de renversements centrés en $t = 0$. En rouge : moyenne cohérente sur les 20 évènements. (b) Espace des phases (avec $dt = 1$ s)

Dans l'espace des phases, toutes les inversions empruntent le même chemin (fig III.21 (b)). Comme dans le chapitre consacré à l'expérience VKS, pour filtrer les fluctuations turbulentes, des moyennes cohérentes sont réalisées sur une centaine de renversements. Il s'agit de superposer les séries temporelles de plusieurs réalisations et les moyenner. Le résultat est tracé en gras. Cette opération lisse les fluctuations tout en gardant les ingrédients des renversements (décroissance lente et croissance violente dans l'autre polarité).

Nous étudions ces inversions dans le cas $G = 40$ où le seuil a une valeur modérée ($R_c = 1.78$), ce qui permet d'accéder à un régime saturé pour lequel les fluctuations turbulentes sont élevées. Ce sont ces dernières qui sont responsables des excursions vers 0 qui sont des lieux d'inversion probables. Même pour $G = 40$, il est difficile de faire des statistiques pendant plusieurs heures car les variations de température changent significativement l'occurrence des renversements.
Nous calculons les distributions des temps d'attente (T_{wt}) entre 2 évènements, sur 350 occurrences. La distribution III.20 (b) présente une forme exponentielle décroissante d'expression $P(T_{wt}) = \frac{1}{\tau} e^{(\frac{-T_{wt}}{\tau})}$ avec $\tau = 60 \pm 5$ s valable pour les grandes valeurs de T_{wt}. Il s'agit de la distribution d'un processus poissonnien comme la distribution des temps entre renversements du champ terrestre ([102], [19]). Aux temps courts il peut exister un biais à la loi de Poisson qui soutiendrait l'existence de clustering ([90]) mais il n'y a pas assez d'évènements dans cette zone pour conclure. Nous dirons, faute de statistiques plus précises, que les inversions

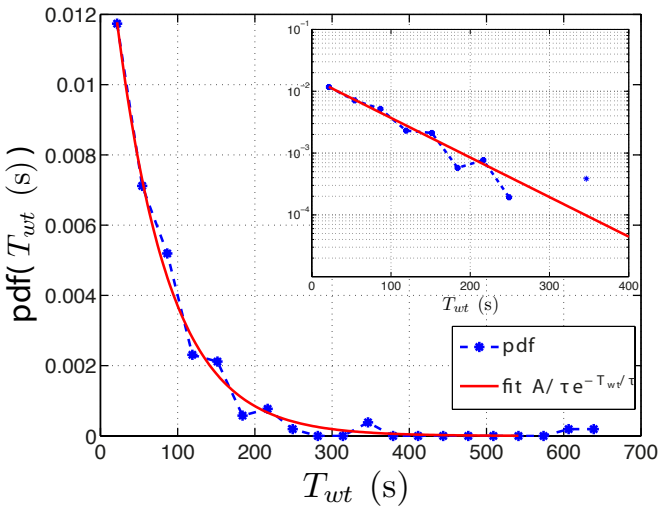

FIGURE III.22 – Distribution des temps d'attente entre renversements, statistiques sur 350 évènements. (insert : echelle linlog)

de polarité sont chaotiques et indépendantes les unes des autres.

III.C.4 Dynamo sous-critique

Lors d'une bifurcation supercritique, le champ magnétique croit à partir de $Rm = Rm_c$ avec l'augmentation du paramètre de contrôle. Lorsque celui-ci diminue, la branche qu'emprunte le champ magnétique est la même qu'à la montée. En revanche pour une bifurcation sous-critique, les valeurs du champ dynamo ne sont pas identiques lors de l'augmentation ou de la diminution du paramètre de contrôle. En particulier, si on appelle Rm_{c1}, la valeur critique pour laquelle le champ commence à croitre lorsque Rm augmente alors, lorsque le paramètre de contrôle redescend, le champ peut persister jusqu'à $Rm_{c2} < Rm_{c1}$. Ce type de bifurcation peut expliquer le comportement de certaines dynamos astrophysiques. Un scénario possible de l'extinction de la dynamo de Mars est envisagé en considérant une dynamo sous-critique [42]. Le forçage de l'écoulement engendrant la dynamo martienne a décru (postulat), ce qui fait décroitre lentement le champ dynamo jusqu'à $Rm_{c2} < Rm_{c1}$ à travers un mode magnétique différent de celui du régime stationnaire. Lorsque le champ s'éteint à cause d'une petite fluctuation, le paramètre de contrôle est déjà loin du seuil supercritique Rm_{c1}, il est donc impossible que la dynamo connaisse une nouvelle phase de croissance si le forçage n'augmente pas très significativement. De plus, la variation du mode magnétique au cours de la décroissance expliquerait la localisation du champ magnétique de la croûte martienne de nos jours.
Les dynamos sous critique sont aussi observées dans les simulations numériques des écoulements de Taylor Green. Un cycle d'hystérésis apparait autour de la valeur critique du paramètre de contrôle. Cette sous-criticalité est accompagnée

d'un changement de mode magnétique à la descente à cause d'une métastabilité de l'écoulement [76].
Dans [92], une dynamo sous-critique a été observée dans une sphère en régime convection et en rotation. Les forces de Lorentz amplifient l'hélicité de l'écoulement, ce qui est favorable à la dynamo donc même si le forçage diminue, la dynamo est maintenue plus longtemps en descente qu'en montée.

L'article de Cattaneo et Tobias [17] présente des simulations numériques de deux écoulements dynamo : en convection et le 'shell model'. Ces deux écoulements étant propices à la dynamo, le champ de vitesse d'un état dynamo avec un code full MHD (prend en compte la rétro-action de Lorentz) est enregistré. Les auteurs utilisent ensuite ce champ de vitesse dans un code cinématique afin de voir si le taux de croissance d'un champ dynamo dans cet écoulement est possible. Les résultats montrent que l'écoulement bifurqué est aussi capable de générer et d'auto-entretenir un champ magnétique.

Un comportement sous critique dans la dynamo BvK est possible mais il faut accéder à la branche dynamo en partant d'un état excité à la manière de Cattaneo. On part d'un écoulement MHD bifurqué (en appliquant un champ transverse constant) et on bascule sur le bouclage Bullard.
Dans la configuration transverse de la dynamo BvK étudiée jusqu'alors, les propriétés statistiques du champ dépendent fortement de la localisation du capteur utilisé pour le bouclage.

Nous avons spécifié que la sonde était située près de la paroi de la cuve à $r = 0.9R$. La raison pour laquelle cet emplacement a été choisi est explicite en regard de la figure III.23 exposant les profils radiaux moyens de champ induit pour 3 champs appliqués constants (boucle ouverte). Le premier, pour un champ faible, est similaire aux profils mesurés par R.Volk ([108]) dont le maximum est situé en $0.75R$. Le profil intermédiaire, pour un champ appliqué de 500 G, est largement différent du précédent ; le champ de vitesse est touché par les forces de Lorentz qui modifient les processus d'induction moyens. Cependant, le champ induit garde le même signe partout, même si son amplitude est plus basse. Enfin, pour $B_x^A = 1000$ G, l'écoulement est complètement *MHD*. Les non linéarités intervenant dans les processus d'induction sont élevées et le signe du profil a changé pour les faibles rayons. On note qu'à $r = 0.9R$, $\langle B_z^I \rangle$ conserve son signe en régime hydrodynamique, transitoire et *MHD*. C'est la raison pour laquelle cet emplacement a été privilégié.
Dans tout ce qui précède, quelle que soit l'amplitude de la dynamo, l'amplification du bouclage BvK est toujours favorable à la dynamo (car le gain G est fixé et ne change pas de signe).
En plaçant la sonde à $r = 0.6R$, le champ induit B^I change de signe pour des forts champs appliqués (> 700 G).
A cette position, le bouclage Bullard avec un gain $G > 0$ fixe, ne donne une amplification que pour les champs dynamo < 700 G (le seuil étant déterminé par $Rm_c = 1/k'G$ où k' est un coefficient dépendant de la profondeur). Au delà de 700

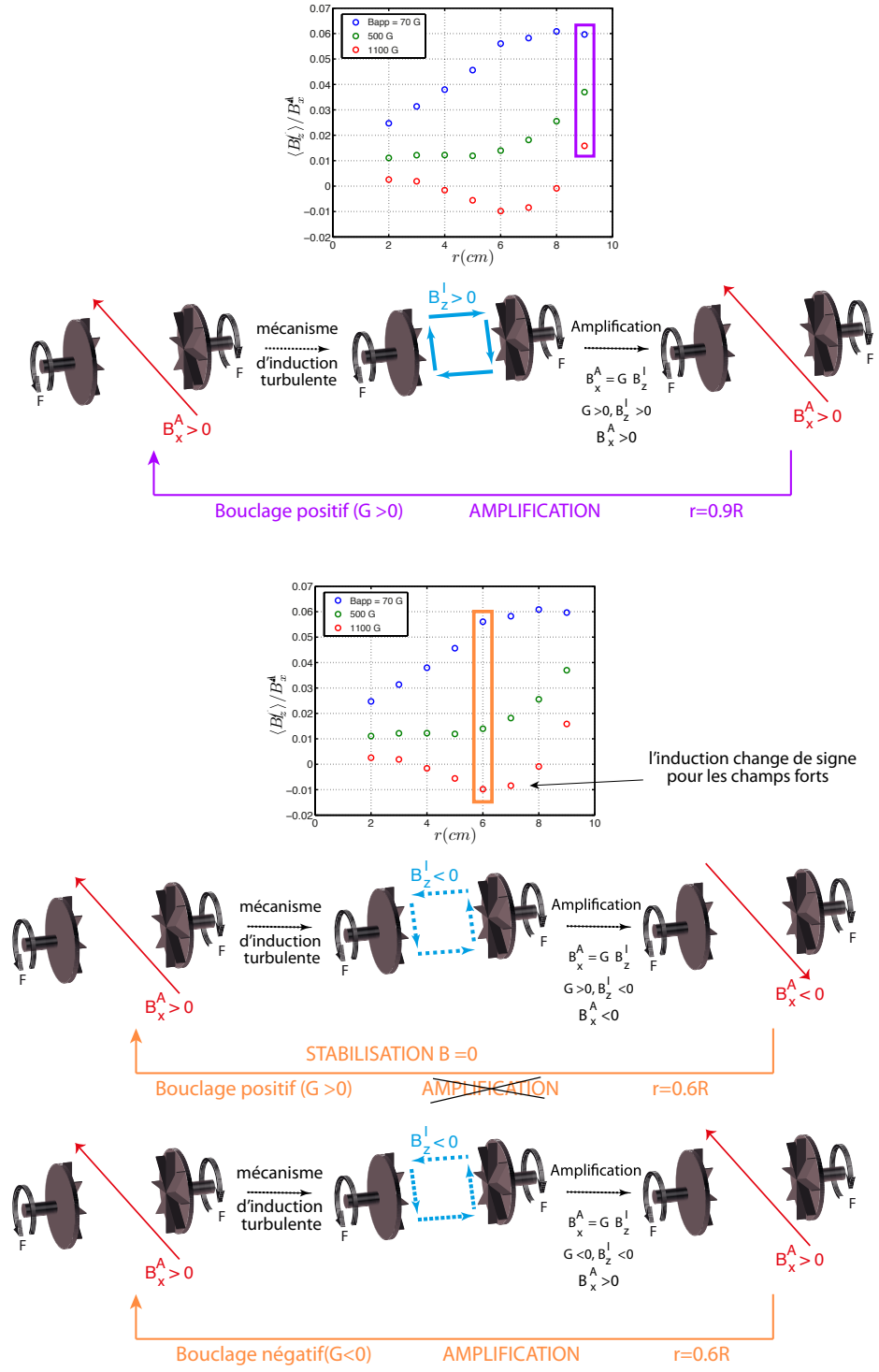

FIGURE III.23 – Schéma de principe du bouclage Bullard avec une amplification positive ($G > 0$) lorsque le point de mesure est en $r = 0.9R$, avec une amplification positive en $r = 0.6R$ (ce cas ne permet pas d'obtenir une dynamo stationnaire et saturée), avec une amplification négative en $r = 0.6R$

G, le champ induit change de signe et le produit GB^I est négatif, impliquant que le champ appliqué soit < 0 aussi. Ainsi l'état stable du système est $B = 0$. Au delà de 700 G, le champ est renvoyé à $B = 0$.
Un signal temporel de cette dynamo se résume à de fortes croissance du champ suivi de décroissance dès que B_x^A atteint une amplitude suffisante pour modifier le champ de vitesse (voir figure III.24). Les processus de bouclage sont résumés sur la figure III.23.

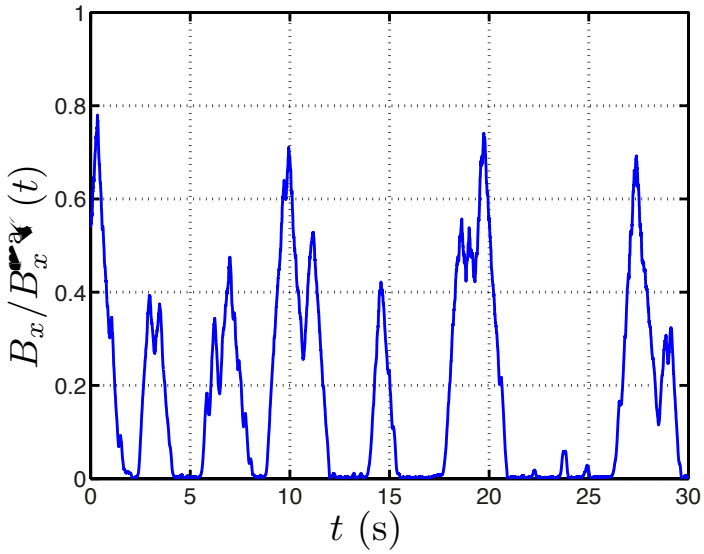

FIGURE III.24 – Série temporelle de la dynamo BvK où le bouclage s'effectue à $r = 0.6R$ avec $G > 0$.

L'idée pour maintenir une dynamo à $r = 0.6R$ est non pas de faire croitre le champ à partir de $B = 0$ pour $Rm > Rm_c$ mais de partir d'un écoulement bifurqué à la manière de Cattaneo et de regarder si l'écoulement peut soutenir une dynamo. Numériquement, la tache est aisée puisqu'on peut utiliser des champ de vitesse synthétiques. Expérimentalement, le protocole est le suivant : on applique du champ constant B_x^A en boucle ouverte, d'amplitude au moins 800 G afin que l'écoulement soit dans un régime *MHD*. On bascule au bout de quelques dizaines de secondes en boucle fermée avec un gain négatif. Le champ induit étant négatif lui aussi, le produit GB_z^I est positif et l'amplification du champ appliqué est positive. Le champ peut ainsi se maintenir dans un état dynamo plusieurs dizaines de secondes. Cependant son amplitude est limitée par la puissance de l'alimentation comme on peut le voir sur la figure III.25 (a). On ne peut donc pas étudier avec le matériel à disposition, la saturation fluide de cette dynamo.
Les fluctuations importantes du champ induit et la limitation matérielle impliquent que cette dynamo ne peut survivre que pendant une durée finie car si le champ induit redevient positif et $GB_z^I > 0$ alors $B_x^A < 0$ et on retombe dans l'état stable du système ($B = 0$) duquel on ne peut sortir (voir figure III.23 pour les détails du processus).

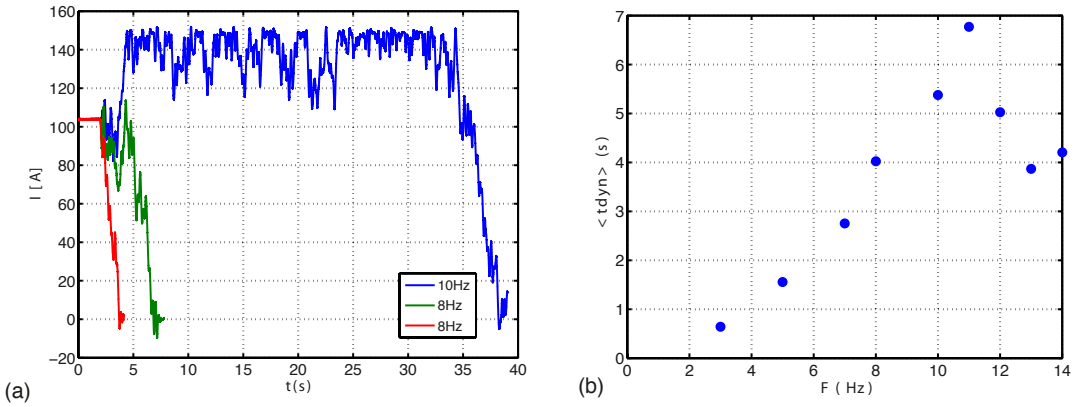

FIGURE III.25 – (a) Dynamo sous critique partant d'un écoulement bifurqué en imposant un champ constant en boucle ouverte et en basculant en boucle fermée avec $G < 0$. (b) Temps de maintien moyen de la dynamo sous critique.

Sur les signaux temporels présentés figure III.25 (a), pour un forçage donné, lors du passage en boucle fermée à $t = 3$ s, le champ peut survivre de 0 à plusieurs dizaines de secondes. Il est notable que l'amplitude moyenne du champ dynamo soit supérieure à celle que l'on impose en boucle ouverte à $t < 3$ s.
Cette dynamo est qualifiée de sous critique car il faut partir d'un état excité pour y avoir accès.

La caractérisation de ce régime est réalisée avec l'analyse du temps de survie moyen du champ en procédant à quelques dizaines de réalisations par fréquence de rotation des disques (figure III.25)(b). La barre d'erreur est relativement élevée car le nombre d'évènements n'est pas optimal. On observe une évolution linéaire du temps de survie avec Rm jusqu'à $Rm = 3.12$ où ce paramètre atteint un maximum et décroit.
L'amplitude du champ étant limitée par le matériel, les fluctuations augmentent avec Rm tandis que les forces de Lorentz restent identiques. Au delà de $Rm = 3.12$ Hz, les fluctuations sont suffisamment élevées et fréquentes pour que la probabilité de retomber dans l'état stable $B = 0$ soit plus forte. Le temps moyen de maintien est donc plus faible.

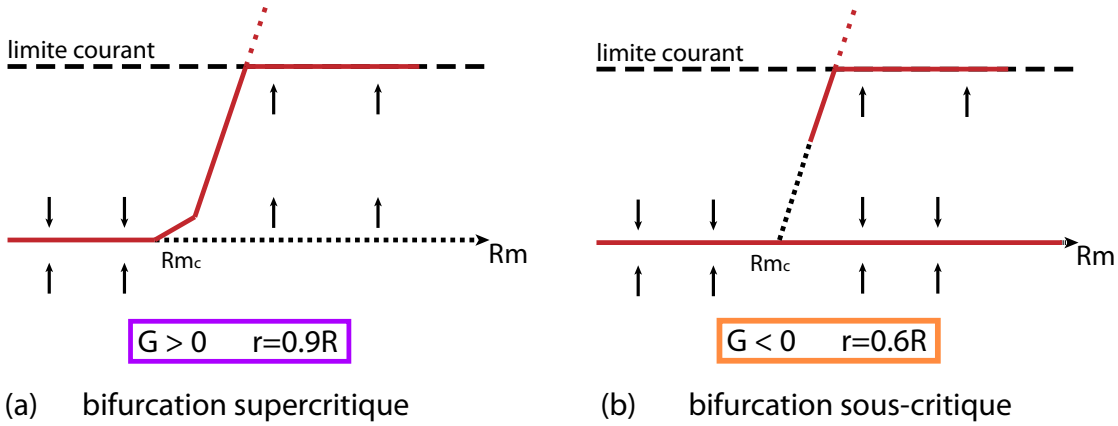

FIGURE III.26 – (a) Schéma de stabilité pour une bifurcation supercritique avec $G > 0$ et $r = 0.9R$. (b) Schéma de stabilité sous-critique avec $G < 0$ et $r = 0.6R$.

III.D Conclusion et comparaison avec la dynamo VKS

La dynamo semi-synthétique Bullard von-Kármán est un système offrant une grande richesse de part tous les régimes qui sont observés et par la souplesse de sa réalisation. La dynamo possède de nombreuses caractéristiques communes avec les dynamos fluides qui sont pourtant très difficiles à obtenir expérimentalement. La bifurcation est supercritique, on observe un régime intermittent au voisinage du seuil de l'instabilité, la saturation se produit par rétro-action des forces de Lorentz sur l'écoulement et un régime sous-critique est observable.
La souplesse du système réside dans le fait que le mode magnétique de la dynamo est imposé par la géométrie des bobines imposant le champ externe et de ce fait, on peut choisir le mode magnétique en fonction des processus d'induction sur lesquels on boucle. Le seuil de l'instabilité est également connu à l'avance puisqu'il dépend uniquement du gain et d'un paramètre géométrique connu. On peut le choisir de manière à ce que sa valeur rentre dans les paramètres accessibles de l'expérience. De plus, le fait de le choisir petit permet (si le système électronique n'est pas trop bruité) d'explorer le comportement de la dynamo loin du seuil.
Le bouclage étudié dans ce chapitre repose sur une mesure locale. Il est tout à fait envisageable de boucler sur une grandeur moyennée spatialement en sondant le champ induit à plusieurs endroits dans la cuve (le long d'un rayon par exemple). Les fluctuations de champ seraient filtrées et la dynamique serait certainement bousculée. On peut également réaliser un bouclage à $r = 0.6R$ (rayon pour lequel une dynamo stationnaire n'est pas observable avec $G > 0$) dont la rétro-action serait gérée numériquement afin de faire évoluer le signe de G en fonction de celui du champ induit. Il serait intéressant d'étudier la saturation dans ce cas.
Le bouclage Bullard fluide peut également être adapté à d'autres systèmes que les écoulements de von Kármán, comme des écoulements présentant une instabilité elliptique.

Enfin, on peut imaginer de reprendre la dynamo de BvK en découplant les bobines de Helmholtz que nous avons utilisées et pilotant chacune d'entre elles avec une alimentation de puissance indépendante l'une de l'autre. En faisant une calibration minutieuse (pour éviter les larsen), il serait possible d'observer une dynamo de mode $m = 1$ dipolaire ou quadrupolaire.

L'intérêt principal de la dynamo BvK est l'étude de la saturation et l'estimation de puissance dans le régime saturé. Nous avons pu mettre en évidence une loi d'échelle qui régit cette dynamo et faire un bilan de puissance. On mesure jusqu'à 10% de puissance injectée dans l'écoulement supplémentaire entre boucle fermée par rapport à la puissance injectée dans l'écoulement en boucle ouverte. Les mesures d'induction précédant ma thèse ont mis en évidence des variations de puissance de l'ordre de 10% en champ appliqué de grande amplitude et en contra-rotation exacte. Si on avait construit le bouclage sur d'autres processus d'induction intervenant dans des écoulements différents (corotation ou rotation d'un disque seulement), la variation de puissance aurait été plus grande (comme les mesures d'induction le montrent). Le bilan de puissance dépend des processus d'induction impliqués dans l'auto-entretien de la dynamo.
Malgré le fait qu'il manque des mesures de vitesse précises en régime saturé, les mesures indiquent que les forces de Lorentz agissent sur le fluide en volume. C'est pour cette raison qu'une variation de puissance est mesurable sur des quantités globales comme le couple. Ainsi, si la mesure globale de puissance ne donne aucun indice sur la saturation de la dynamo dans VKS, on peut faire l'hypothèse que les forces de Lorentz agissent localement, sur les tourbillons près des disques en fer doux.
La présence d'inversion de polarité dans la dynamo BvK nous permet de faire

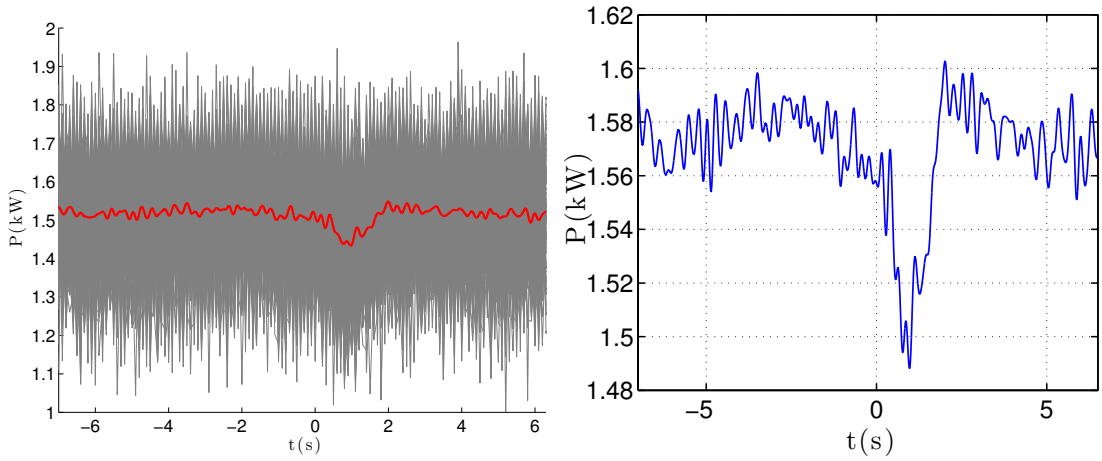

FIGURE III.27 – (a) Séries temporelles de la puissance brute (superposés) sur les quelques secondes entourant un renversement (en fond gris). En rouge : moyenne cohérente de la puissance sur 100 renversements. (b) moyenne cohérente de la puissance sur 100 renversements. On observe une variation de puissance de 80 W

la même analyse que dans VKS sur l'estimation de puissance. On réalise des moyennes cohérentes sur une centaine d'inversions sur les données du champ magnétique et du couple. Sur la figure III.D (b) est montré le résultat de la moyenne cohérente sur le couple. A l'instant $t = 0$, le champ passe par zéro avant de passer dans l'autre polarité et on voit une variation de 5% sur le couple. Sur la figure de gauche apparait la superposition des signaux de couple sur chaque renversement (en grisé) et en rouge, le résultat de la moyenne cohérente. On en déduit que la variation recherchée au passage du champ à zéro (80 W) est de l'ordre de 10% de l'amplitude des fluctuations lors d'un renversement (800 W). Cette faible valeur indique que le signal est extrêmement bruité et qu'il faut de nombreux évènements pour extraire l'information. Dans l'expérience VKS cette variation, lors de renversements de champ est de moins de 1%.

Chapitre IV

Instrumentation en métaux liquides : mesures de vitesse

Sommaire

IV.A Sonde de potentiel / Sondes Vives 146
IV.A.1 Principe 146
IV.A.2 Résultats 148
IV.A.3 Limitations 148
IV.B Sonde à distorsion magnétique 150
IV.B.1 Principe de la mesure 150
IV.B.2 Réalisation et validation du principe 152
IV.B.3 Limitations 155
IV.B.4 Conclusion 158
IV.C Vélocimétrie à effet Doppler 159
IV.C.1 Principe et dispositif de mesures 159
IV.C.2 Profils de vitesse dans un écoulement turbulent de gallium liquide 162
IV.C.3 Modifications des profils de vitesse en présence d'un fort champ magnétique 163
IV.C.4 Limitations 165
IV.D Conclusion sur les mesures de vitesse dans les métaux liquides 166

Dans le problème des dynamos expérimentales et plus généralement dans la MHD en métaux liquides, la mesure de champ magnétique est primordiale mais comme nous l'avons vu à plusieurs reprises, l'accès au champ de vitesse permet d'aborder entre autre des questions relatives à la saturation des champs dynamo et à l'action des forces de Lorentz sur l'écoulement. Il existe plusieurs techniques de mesure de vitesse spécifiques aux métaux liquides et nous allons en discuter quelques unes dans ce chapitre. Plus de détails sont données dans la review [23]. Les difficultés de mise en oeuvre de telles techniques sont inhérentes à la nature des fluides : d'une part leur opacité élimine les techniques optiques utilisées classiquement en mécanique des fluides et d'autre part l'agressivité chimique de la majorité des métaux liquides exige un choix minutieux des différents matériaux composant les sondes. Il existe deux catégories de techniques de vélocimétrie : l'une regroupe les sondes intrusives (des appendices contenant le système de

mesure plongent dans le fluide pour sonder localement la vitesse) et l'autre les techniques non intrusives (le système de mesure se situe à l'extérieur du fluide et ne perturbe pas l'écoulement).
Parmi les techniques intrusives, nous pouvons citer les fils chauds ([87]), également utilisés dans l'eau ou dans l'air, et consistant à mesurer le courant parcourant un fil plongé dans le fluide et variant avec la température locale du fluide, proportionnelle à la vitesse. L'inconvénient principal réside dans la compatibilité chimique du matériau du fil avec les métaux liquides et dans la fragilité du fil. Par exemple, dans le gallium qui a une densité six fois supérieure à celle de l'eau, le fil casse avec une grande facilité dans les écoulements turbulents. De plus, cette technique ne permet d'accéder qu'à la valeur absolue de la vitesse et la longueur du fil introduit un filtrage spatial de tous les tourbillons d'une taille inférieure à cette longueur. Pour toutes ces raisons, d'autres techniques seront privilégiées dans les écoulements turbulents de von Kármán. En particulier les sondes de différence de potentiel (ou sonde Vivès [82], [63]) ainsi que les sondes à distorsion magnétique dont le principe est totalement innovant et que nous décrirons dans la suite de ce chapitre section IV.A et IV.B.
Parmi les techniques non intrusives, souvent plus difficile à mettre en oeuvre, il existe des suivis de particules radioactives ([86]) ou la vélocimétrie par rayons X permettant de suivre les variations de densité locales ainsi que des méthodes de débit-mètres ([99]) consistant à entourer une conduite d'aimants permanents. Des techniques de tomographie ont également montré leur efficacité à résoudre la structure moyenne d'écoulement turbulent. La CIFT (Contactless Inductive Flow Tomography) permet de reconstruire le champ de vitesse 3D par la mesure de champ induit en plusieurs points à l'extérieur de l'écoulement, à partir d'un champ appliqué constant [94]. La résolution spatiale du champ de vitesse est meilleure plus le nombre de capteurs magnétiques est élevé.
Une autre technique non intrusive souvent sollicitée est la vélocimétrie Doppler ultrason que nous allons détailler dans la section IV.C ([98], [97], [24], [13], [14]).

IV.A Sonde de potentiel / Sondes Vives

IV.A.1 Principe

Le principe de cette sonde repose sur la mesure d'une différence de potentiel entre deux électrodes plongeant dans le fluide de vitesse u en présence d'un champ magnétique. La loi d'Ohm dans un fluide de conductivité électrique σ s'écrit :

$$\mathbf{j} = \sigma(-\nabla\phi + \mathbf{u} \times \mathbf{B}) \tag{IV.1}$$

En l'absence de courant imposé dans le fluide, la différence de potentiel $\nabla\phi$ est proportionnelle à la vitesse, au champ magnétique et à la distance inter-électrodes.

$$\phi_2 - \phi_1 = \int_1^2 \mathbf{u} \times \mathbf{B} d\mathbf{l} \tag{IV.2}$$

Ainsi, le champ de vitesse obtenu est intégré sur la distance entre les électrodes et toutes les structures de l'écoulement plus petites que cette distance sont moyennées. Le champ magnétique peut être grande échelle ou local. Dans le premier cas (et les premières tentatives de Faraday voulant mesurer la différence de potentiel induite entre les berges de la Tamise par le champ magnétique terrestre utilisent cette méthode), le champ magnétique imposé doit être faible pour ne pas modifier la topologie de l'écoulement par les forces de Lorentz. L'inconvénient est que si le champ est trop faible alors la différence de potentiel sera de quelques nano-volts seulement, rendant la mesure extrêmement délicate. La seconde possibilité a été réalisée par Vives et Ricou ([82]) et consiste à embarquer un aimant permanent dans la sonde et à l'entourer d'électrodes. Le champ créant la force électromotrice $\varepsilon = \mathbf{u} \times \mathbf{B}$ est ainsi local.

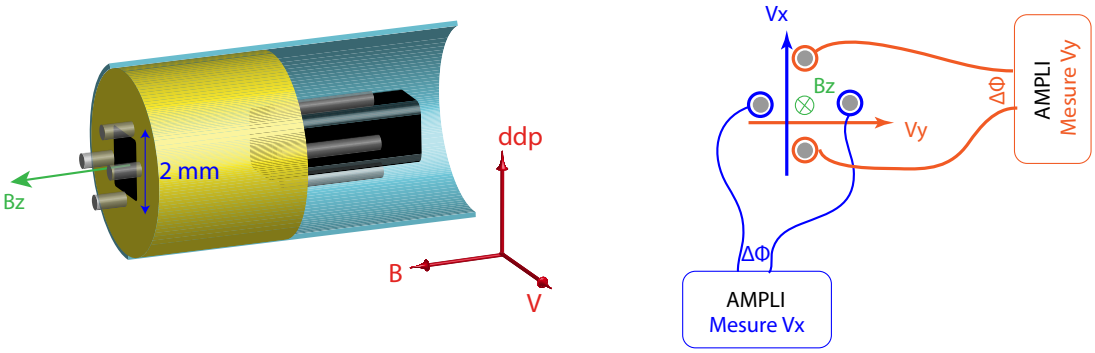

FIGURE IV.1 – Schéma de la sonde Vives avec l'aimant permanent embarqué, les 4 électrodes et leur support. A droite schéma explicatif des branchements, chaque paire d'électrode est l'image de la composante de vitesse dans la direction perpendiculaire à l'alignement des électrodes.

A l'ENS Lyon, nous avons réalisé des sondes utilisant des aimants permanents NdFeB (0.1 T à sa surface) parallélépipédique de dimension 2x2x10 mm entouré de 4 électrodes de tungstène. L'aimant, les électrodes et leur support en peek représentés sur la figure IV.1, sont insérés dans un tube en inox de 12 mm qui est plongé directement dans le fluide. L'étanchéité du tube est réalisée grâce à une résine Stycast inerte chimiquement dont on recouvre l'extrémité du tube, laissant sortir juste les électrodes. Le signal, de quelques μV est amplifié grâce à une plaquette électronique comportant des AD8221 dont on peut régler le gain. Celui-ci est ajusté de manière à avoir une sensibilité de l'ordre de 10 $mV/\text{m.s}^{-1}$. Ces tensions restant faibles, il faut un blindage parfait pour obtenir un bon rapport signal sur bruit. C'est la raison pour laquelle, les amplificateurs sont alimentés par des batteries et l'ensemble du système est placé au plus près des électrodes dans une boite blindée.

Deux paires d'électrodes sont placées autour de l'aimant, ce qui permet d'avoir accès à deux composantes de vitesse comme on le voit sur le schéma IV.1.

IV.A.2 Résultats

Ces sondes ont été testées dans les écoulements turbulents de VKG et de VKS. La mise en place dans VKS est un peu plus délicate que dans le gallium car il faut assurer l'étanchéité différemment à cause des risques liés au sodium. Plus de détails sur l'implémentation dans VKS sont donnés dans [104]. Nous avons déjà vu que ces sondes donnaient de bonnes indications sur la topologie de l'écoulement dans la partie II.E pour une configuration de l'expérience VKS exhibant des bifurcations hydrodynamiques pour des forçages asymétriques. Nous avons déjà vu que l'on pouvait caractériser l'écoulement avec les grandeurs moyennes de différence de potentiel, nous montrons ici la dynamique des sondes de potentiel. Les fréquences de rotation du disque et de l'hélice sont fixées à $F_{\text{Disque}} = 14$ Hz et $F_{\text{Hélice}} = 37$ Hz et on observe la transition spontanée de la branche dynamo basse L à la branche dynamo haute H sur le champ magnétique représenté figure IV.2 en haut. Sur les séries temporelles associées à la même mesure, un changement de comportement est observé sur la composante toroïdale de la vitesse mesurée par différence de potentiel, simultané à la croissance du champ. La moyenne augmente légèrement sur la branche H et les fluctuations sont plus importantes.
L'évolution des moyennes et des écart type évolue linéairement avec le forçage comme cela est attendu pour un écoulement de von Kármán. Les distributions de probabilité sont proches de gaussiennes et les spectres de puissance exhibent une cascade turbulente avec une loi d'échelle proche de $-5/3$ (voir figure IV.3), attendu pour des statistiques correspondant à la loi de Kolmogorov.

La sonde a une très bonne résolution temporelle et permet de suivre les fluctuations de vitesse sur des petites échelles jusqu'à 200 Hz. La résolution spatiale est liée à la distance entre les électrodes. Comme le signal est intégré sur cette distance, toutes les structures de tailles inférieures ne sont pas résolues. Les sondes Vives sont relativement aisées à mettre en place et possèdent une excellente résolution spatio-temporelle. Cependant, leur principe résidant sur une détermination de différence de potentiel, la mesure avec un champ appliqué grande échelle générateur de courant induit risque de perturber la mesure.

IV.A.3 Limitations

Les principales limitations de la sonde sont liées d'une part au fait que des éléments plongent directement dans le fluide et d'autre part au fait que son principe repose sur une mesure de champ électrique, qui sera perturbée si un courant induit circule dans le fluide.
Les électrodes sont choisies dans un matériau qui ne se dissout pas dans le fluide mais cela peut poser des problèmes de mouillage. En effet si le fluide ne 'mouille'

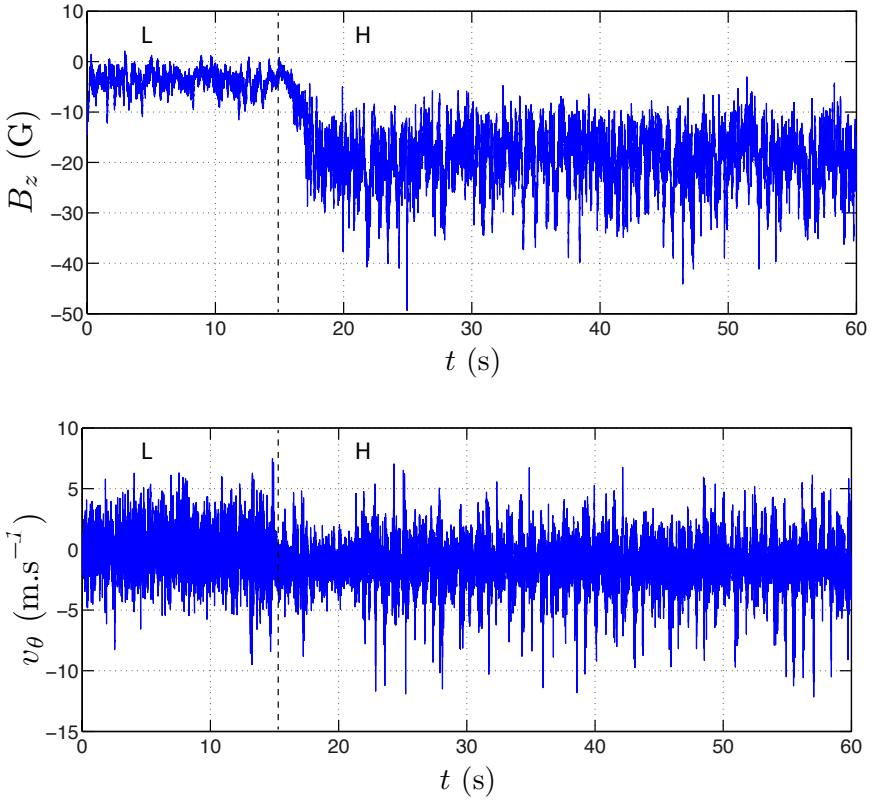

FIGURE IV.2 – (a) Amplitude de la composante axiale de champ magnétique lors de la transition spontanée entre les branches dynamo pour $F_{Disque} = 14$ Hz et $F_{Hlice} = 37$ Hz lors de la campagne VKS2-Y. (b) Trace temporelle de la vitesse azimutale correspondant à la même mesure. On observe clairement une transition au bout de 16 secondes.

pas les électrodes alors la mesure de potentiel n'est pas le reflet du champ de vitesse au voisinage de la sonde. D'autre part, les métaux liquides comme le gallium s'oxydent facilement. Une trop grande concentration d'oxydes peut altérer le signal notamment en modifiant localement la conductivité électrique du fluide ou en se coinçant entre les électrodes, provoquant un court-circuit.

Nous soulignons que les mesures de potentiel en présence d'un champ appliqué externe de grande amplitude sont perturbées et ne sont plus proportionnelles à la vitesse du fluide entre les électrodes. Il apparaît des courants induits dans le fluide et il est impossible de décorréler la mesure de ces courants de la composante proportionnelle à la vitesse.

Nous présentons un autre type de sonde, totalement nouveau, qui a la particularité de n'avoir aucune partie mobile ou immergée dans le fluide ; cela lève les problèmes d'étanchéité des sondes Vives par exemple.

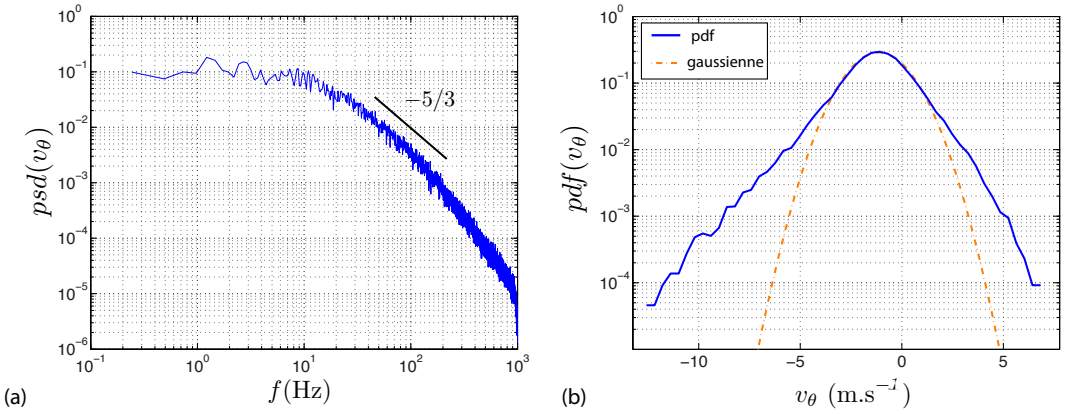

FIGURE IV.3 – (a) Spectres de la vitesse azimutale sur la branche H lors de la campagne VKS2-Y pour $F_{Disque} = 14$ Hz et $F_{Hlice} = 37$ Hz. (b) Distribution de probabilité de vitesse azimutale au même forçage. Distribution gaussienne correspondante en pointillés orange.

IV.B Sonde à distorsion magnétique

IV.B.1 Principe de la mesure

Nous proposons un nouveau type de vélocimètre basé sur la mesure du champ magnétique induit par le mouvement d'un fluide au voisinage d'un champ localisé [51].
Le principe de fonctionnement de la sonde à distorsion magnétique est le suivant : des capteurs magnétiques (mesurant dans la direction x) sont disposés autour d'un aimant permanent produisant un champ B_0 dans la direction y (voir Fig.IV.4 pour la géométrie). Le dispositif, protégé du fluide par un tube en inox, est plongé dans l'écoulement de fluide conducteur. Celui-ci, en présence du champ localisé B_0, induit un champ magnétique, mesuré par les capteurs. La valeur du champ magnétique induit étant directement proportionnelle au champ de vitesse dans la direction de mesure, la moyenne ainsi que les fluctuations de la vitesse sont accessibles avec cette méthode.

L'équation d'induction pour un nombre de Reynolds magnétique effectif faible, c'est à dire lorsque le champ induit est faible face au champ imposé localement $\mathbf{B} = \mathbf{B_0} + \mathbf{b}$ où $|\mathbf{b}| \ll |\mathbf{B_0}|$ ($\mathbf{B_0}$ est ici le champ de l'aimant et $\mathbf{b}$ le champ induit) s'écrit :

$$\frac{d\mathbf{b}}{dt} = (\mathbf{B_0} \cdot \nabla)\mathbf{u} - (\mathbf{u} \cdot \nabla)\mathbf{B_0} + \lambda \Delta \mathbf{b} \tag{IV.3}$$

où $\lambda = \dfrac{1}{\mu\sigma}$ est la diffusivité magnétique.
Dans les écoulements que nous étudions, l'échelle de variation de la vitesse est beaucoup plus grande que l'échelle de variation du champ imposé localement par

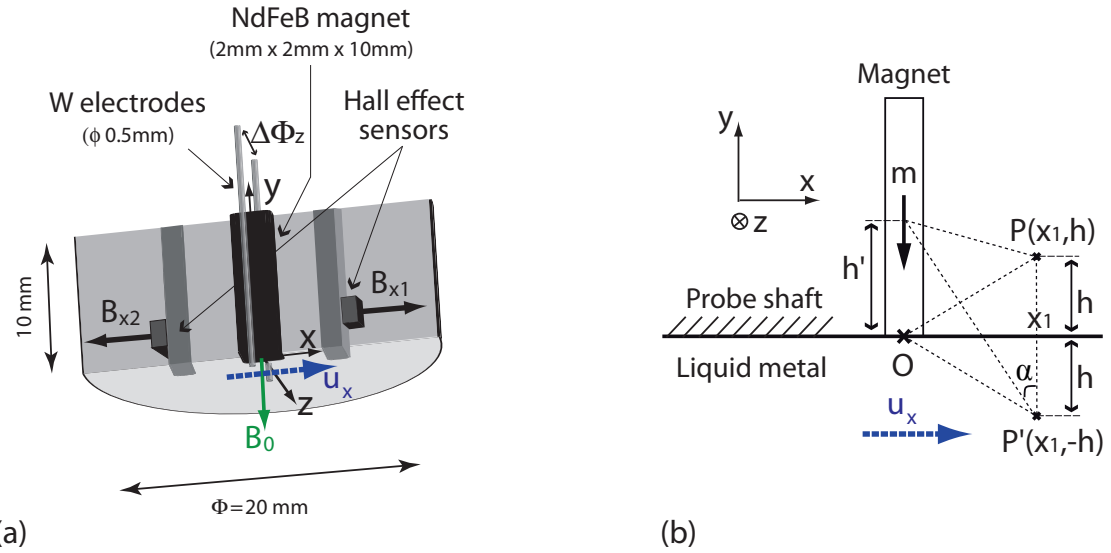

FIGURE IV.4 – (a) Schéma du principe de la double sonde (différence de potentiel et mesure de champ induit). L'aimant produit un champ B_0 qui est déformé dans la direction x par la vitesse u_x, le capteur magnétique mesure un champ $B_{x1} = B_0 + b_x$. Pour la sonde à différence de potentiel (ddp), on récupère la ddp $\Delta\Phi_z$ entre les deux électrodes qui est égale à l'intégrale de $\mathbf{u_x} \times \mathbf{B_0}$. (b) Géométrie utilisée pour le calcul analytique du champ induit.

l'aimant. L'équation d'induction se réduit alors à deux termes (considérant le champ en régime permanent) :

$$(\mathbf{u} \cdot \nabla)\mathbf{B_0} = \lambda \Delta \mathbf{b} \tag{IV.4}$$

La mesure du champ induit conduit donc à la mesure de la vitesse. L'expression analytique du champ dans le cas d'un écoulement semi-infini, unidirectionnel et homogène dans lequel on plonge un dipôle magnétique est la suivante et a été publiée par Thess et al. dans [100] (voir la figure IV.4 pour la géométrie).

$$b_x = \frac{\mu_0^2 \sigma m u_x}{16\pi x_1^2} \sin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)\left(4 + 3\cos\alpha + \cos^2\alpha\right) \tag{IV.5}$$

où σ est la conductivité électrique du milieu, m est le moment magnétique de l'aimant ($m = 28$ mA.m^{-2} dans notre cas pour l'aimant parallélépipédique), u_x est la vitesse de l'écoulement, x_1 et $\alpha = \arctan\left(\frac{x_1}{h+h'}\right)$ sont définis sur la figure IV.4.
Le principe de la sonde consiste en la mesure du champ induit b_x. Dans le but de valider le principe de fonctionnement de la sonde, nous avons réalisé un dispositif permettant de mesurer la vitesse du fluide en un point par deux méthodes différentes : une sonde à différence de potentiel que nous venons de décrire dans le paragraphe précédent et la nouvelle sonde à tester, les deux systèmes de mesure étant imbriqués l'un dans l'autre. Pour la sonde à distorsion magnétique, nous disposons des capteurs à effet Hall (Micronas Hal401) autour d'un aimant permanent

parallélépipédique (2x2x10 mm pour 0.2 T à la surface). Le tout est enfermé dans un tube en inox, lui-même plongé dans le fluide. Pour cette double sonde, le même aimant permanent est utilisé pour les deux systèmes de mesure (voir figure IV.4). Le bruit inhérent à ces capteurs à effet Hall est évalué à quelques mG pour un gain de 45 mV/G. Nous avons testé et validé le fonctionnement de cette nouvelle sonde dans deux types d'écoulements.

IV.B.2 Réalisation et validation du principe

IV.B.2.1 Ecoulement en conduite

Nous avons testé la sonde dans une boucle de Gallinstan (eutectique Gallium, Zinc, Etain) située à l'Institut de Mécanique des Milieux Continus (ICMM) à Perm en Russie avec l'équipe de Peter Frick. L'insertion de la sonde dans la conduite est illustrée figure IV.5 par plusieurs plans de coupes.

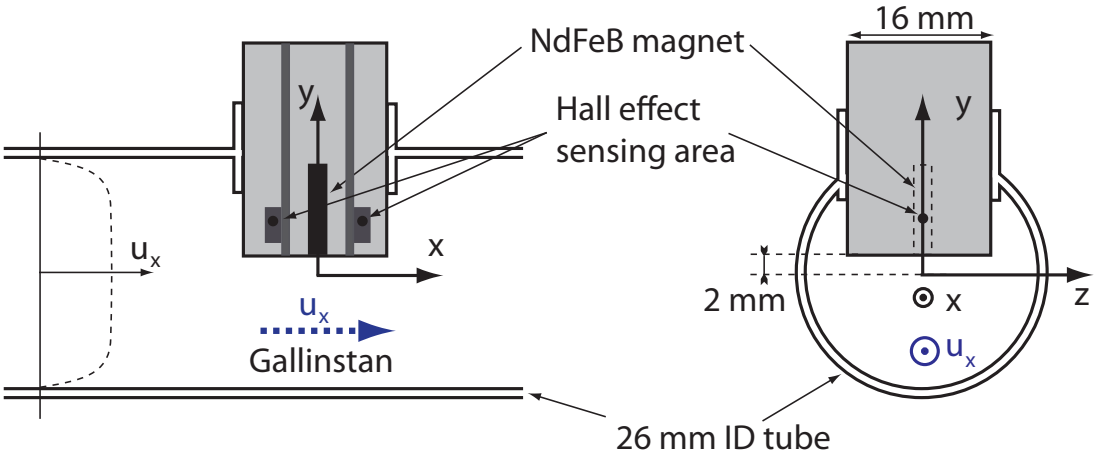

FIGURE IV.5 – Insertion de la sonde dans la conduite de gallinstan.

L'écoulement est contrôlé par une pompe électromagnétique, sa vitesse est liée à la valeur du courant imposé dans la pompe. Le taux de fluctuations de l'écoulement reste faible. Nous comparons ici la mesure du champ induit enregistrée par la sonde avec la mesure du débit de Gallinstan réalisée dans la boucle. L'expérience a consisté à effectuer une rampe montante et descendante de courant et donc de vitesse dans la conduite. La mesure brute du champ induit sur un capteur magnétique est montré sur la figure IV.6 (b) en rouge. La variation, de 0.1 G est assez bruitée et surtout très sensible à la température du fluide. Sur la même figure, en noir, on observe que la température du fluide, bien que régulée par une circulation d'eau froide sur une section droite de la conduite, varie de plus d'un degré au cours de la mesure, à l'endroit où est placée la sonde à distorsion magnétique.

Pour plus de précisions, les signaux de vitesse sont obtenus en soustrayant la contribution de deux capteurs placés de part et d'autres de l'aimant et mesurant la même composante du champ. Le premier capteur mesure une petite composante du champ initial de l'aimant ainsi que le champ déformé b_x : $B_{x1} = B_0 + b_x$. Le

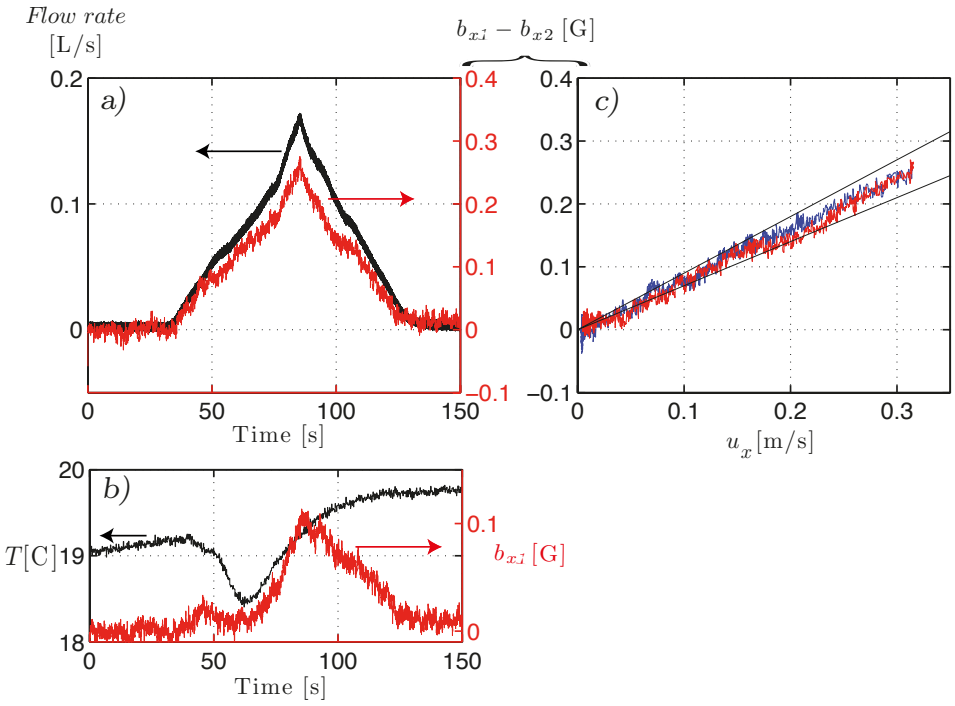

FIGURE IV.6 – (a) Comparaison des séries temporelles de la sonde avec un débitmètre placé en amont dans l'écoulement. (b) Série temporelle correspondante de la température du fluide et du champ induit sur un seul capteur de la sonde à distorsion magnétique. (c) Champ magnétique induit mesuré en fonction du signal du débit-mètre (pour un débit croissant (rouge) et décroissant (bleu)). La courbe est linéaire avec une pente inférieure de 0.7 G/m.s^{-1} et une pente supérieure de 0.9 G/m.s^{-1}.

second capteur mesure lui aussi la composante B_0 ainsi que l'opposé du champ induit : $B_{x2} = B_0 - b_x$. La présence du terme B_0 nécessite de soustraire à toute mesure le signal enregistré sans écoulement. Cette opération permet de s'affranchir du champ initial de l'aimant et donc d'avoir un meilleur rapport signal sur bruit, ainsi que d'éventuels offsets dus aux variations de température. Sur la figure IV.6 (a), les courbes de débit en noir et le signal corrigé de la sonde à distorsion magnétique se superposent correctement. Ces mesures ont permis de vérifier que le champ induit est bien linéaire avec la vitesse du fluide. Le coefficient de calibration calculé à partir de cette expérience (la pente de la figure IV.6 (b) donne 0.8 G/m.s^{-1}) est compatible avec l'estimation théorique (formule IV.5 donnant 1.5 G/m.s^{-1}). Le léger écart dans le coefficient de calibration entre théorie et expérience est dû d'une part à la présence d'une couche limite sous la sonde qui n'est pas prise en compte dans le calcul du champ induit (h et h' seraient sous-estimés), et d'autre part à la modélisation dipolaire du champ de l'aimant qui est à reconsidérer à faible distance.
Cette série d'expériences a permis de vérifier que la sonde était valide pour la mesure d'un écoulement moyen lorsqu'il est de l'ordre de quelques dizaines à centaines

de cm/s.

IV.B.2.2 Ecoulement turbulent de von Kármán

La sonde a également été testée dans l'expérience VKG dans le but de vérifier son fonctionnement dans un environnement très turbulent et de caractériser son comportement dynamique.

Typiquement la fréquence de rotation des disques est de 10 Hz, ce qui donne une vitesse caractéristique de quelques m/s dans l'écoulement.
La sonde est insérée dans la cuve cylindrique dans le plan médian (zone de forte turbulence où la vitesse moyenne toroïdale est nulle).

Le système de la double sonde (Vives et distorsion magnétique) permet de comparer les deux systèmes de mesure en un même point. Sur la figure IV.7 est illustrée une partie du signal temporel de la sonde comparé à celui de la sonde à différence de potentiel. Les signaux temporels montrent un bon accord des mesures à la fois sur la moyenne et sur les fluctuations. Le tracé de la fonction de corrélation entre les deux sondes confirme cette tendance. La figure IV.8 (a) présente un maximum à 0.8, ce qui est excellent. Il est à noter également que les temps de corrélation des deux sondes sont semblables. Ces résultats confirment que la sonde à distorsion magnétique mesure un signal de vitesse dans un écoulement turbulent. Nous allons pousser plus en détails l'analyse en nous attardant sur les fluctuations et surtout sur les spectres et cohérences spectrales qui donnent la réponse dynamique de la sonde.

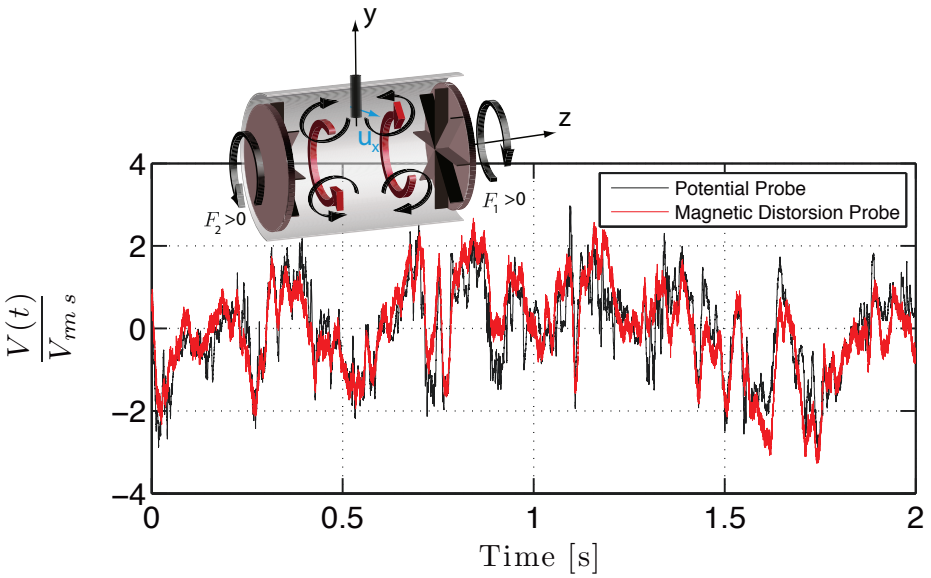

FIGURE IV.7 – (a) Signaux temporels des deux sondes normalisés par la déviation standard.

Nous présentons ici (Fig IV.8 (b)) les déviations standard normalisées des si-

gnaux des deux sondes en fonction de la fréquence de rotation F des disques. Les moyennes et les fluctuations sont proportionnelles à la fréquence F comme attendu. Les deux sondes, à distorsion magnétique et à différence de potentiel, présentent la même pente, ce qui confirme la pertinence de la mesure des fluctuations par la sonde à distorsion magnétique.

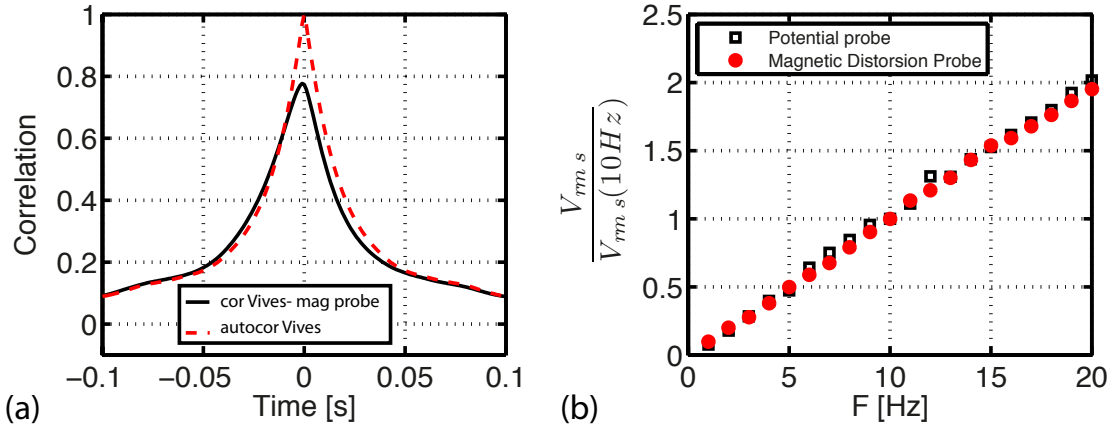

FIGURE IV.8 – (a) Corrélation sonde de potentiel/ sonde magnétique. (b) Déviation standard des deux sondes en fonction de la fréquence de rotation normalisées par la déviation standard à 10 Hz.

IV.B.3 Limitations

IV.B.3.1 Résolution spatiale et temporelle

Les spectres de puissance (Fig. IV.9 (a)) montrent une différence de comportement entre les deux sondes. La sonde à différence de potentiel (en rouge) est celle qui a une plus grande dynamique (65 dB) et présente une pente en -5/3 caractéristique de l'écoulement turbulent jusqu'à une fréquence de coupure de quelques centaines de Hz (on ne peut résoudre les tourbillons en dessous de la distance entre les électrodes).
Le spectre de la nouvelle sonde possède une dynamique basse fréquence un peu plus faible (40 dB) dont la valeur dépend du capteur magnétique utilisé. On observe également une pente en -5/3 jusqu'à environ 3 fois la fréquence de rotation F, cette fréquence de coupure correspondant à la distance entre les deux capteurs à effet Hall. Au delà , jusqu'à 20 F, le spectre présente une pente proche de -11/3, caractéristique de l'induction. A ces fréquences-là, le champ local de l'aimant n'a pas le temps d'être déformé par le champ de vitesse qui a des variations trop rapides.

La cohérence spectrale caractérise la corrélation entre les spectres de puissance. Elle possède une forme identique quelque soit la valeur de la fréquence de rotation des disques F (Fig. IV.9 (b)). Les courbes présentent un plateau jusqu'à 3 fois la valeur de F avec un maximum à 0.65, ce qui est cohérent avec un maximum

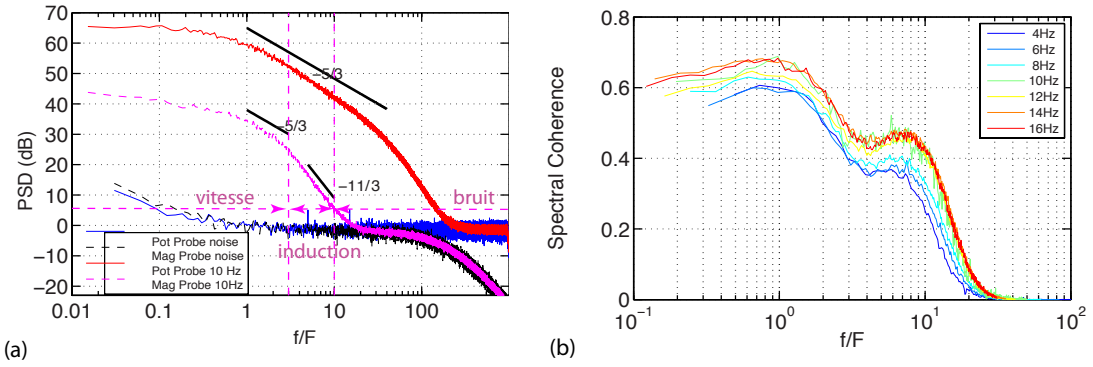

FIGURE IV.9 – (a) Spectre de puissance des deux sondes pour $F = 10$ Hz. (b) Cohérence spectrale de la sonde à distorsion magnétique pour différentes fréquences de rotation des disques.

de corrélation à 0.8. Pour la partie du graphe de $f \in [3F; 10F]$, la cohérence tombe à 0.4, ce qui correspond à la contribution de l'induction turbulente due aux gradients de vitesse. Au delà de 10 F, la cohérence tombe à 0 car c'est la zone correspondant au bruit du capteur magnétique sur la PSD.

IV.B.3.2 Mesures en présence d'un champ magnétique grande échelle

Comme pour la sonde Vives, nous portons un intérêt particulier à élaborer des techniques dont le fonctionnement reste correct avec des champs appliqués à grande échelle. Cependant, ces méthodes reposant sur des mesures magnétiques sont délicates à interpréter en présence de champ externe. Nous discutons ici d'une éventuelle correction du signal mesuré pour retrouver un champ de vitesse en champ appliqué faible.
Lorsqu'un champ magnétique est appliqué à grande échelle B_0^L (par des bobines en configuration axiale ici), il apparait un terme supplémentaire dans l'équation d'induction $(\mathbf{B_0^L} \cdot \nabla)\mathbf{u}$. Les capteurs proches de l'aimant permanent constituant la sonde mesurent à la fois le champ de l'aimant advecté par l'écoulement $(\mathbf{u} \cdot \nabla)\mathbf{B_0^M}$ mais aussi ce nouveau terme dû au champ externe.

Pour décorréler ces deux termes, nous avons réalisé une modification de la sonde, en décalant verticalement un capteur magnétique par rapport à celui qui lui fait face (voir zoom de la figure IV.10). Ce second capteur, s'il est suffisamment éloigné de l'aimant permanent (quelques millimètres) ne va sonder que la composante advecté par le champ à grande échelle. En supposant que la longueur de corrélation de ce terme est de l'ordre du centimètre, la soustraction des signaux des deux capteurs nous permet de corriger le signal de vitesse.
Concrètement, le capteur 1 situé près de l'aimant et le capteur 2 légèrement au dessus, mesurent :

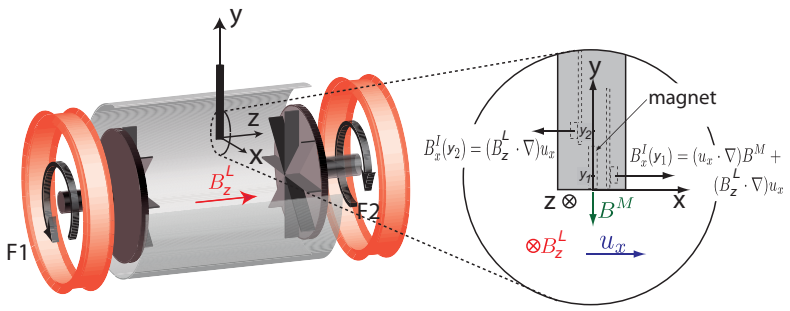

FIGURE IV.10 – Schema du dispositif experimental et de la sonde lorsqu'un champ magnétique est appliqué à grande échelle B_z^L.

$$\mathbf{B_{x1}} = (\mathbf{u_x} \cdot \nabla)\mathbf{B^M} + (\mathbf{B_z^L} \cdot \nabla)\mathbf{u_x} \quad \text{(IV.6)}$$

$$\mathbf{B_{x2}} = (\mathbf{B_z^L} \cdot \nabla)\mathbf{u_x} \quad \text{(IV.7)}$$

La soustraction des deux signaux permet de s'affranchir de l'influence du champ appliqué. Les mesures brutes et corrigées des déviations standards en fonction de l'amplitude du champ B_0^L sont données sur la figure IV.11. On note, par rapport à la mesure de référence de différence de potentiel, que le signal est bien corrigé jusqu'à 20 G, puis augmente linéairement avec le champ. Cela est confirmé avec les corrélations entre les deux sondes qui se détériorent même sur le signal corrigé à partir de 20 G de champ appliqué. La comparaison entre les deux sondes

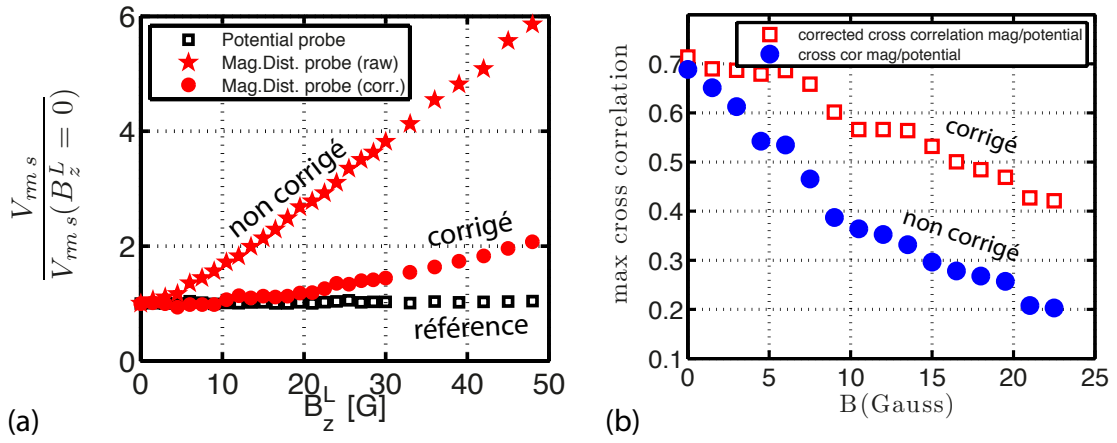

FIGURE IV.11 – (a) Evolution de la déviation standard en fonction de l'intensité du champ magnétique appliqué B_z^L pour la sonde à distortion magnétique non corrigé (étoiles), corrigés (points), et le signal de référence de la sonde de potentiel (carrés). (b) Evolution du coefficient de corrélation entre la sonde de potentiel et la sonde à distortion magnétique non corrigé (points) et corrigé (carrés) en fonction de l'amplitude du champ appliqué B_z^L .

en présence d'un champ à grande échelle est pertinente pour des amplitudes de champ faibles (< 50 G). Comme on peut le voir sur les spectres de la figure IV.12, les signaux de la sonde Vives ne sont pas modifiés dans cette gamme de champ appliqué ; en revanche, la composante basse fréquence de la sonde à distorsion magnétique est largement modifiée mais le signal corrigé permet de retrouver un spectre similaire à celui observé sans champ appliqué.

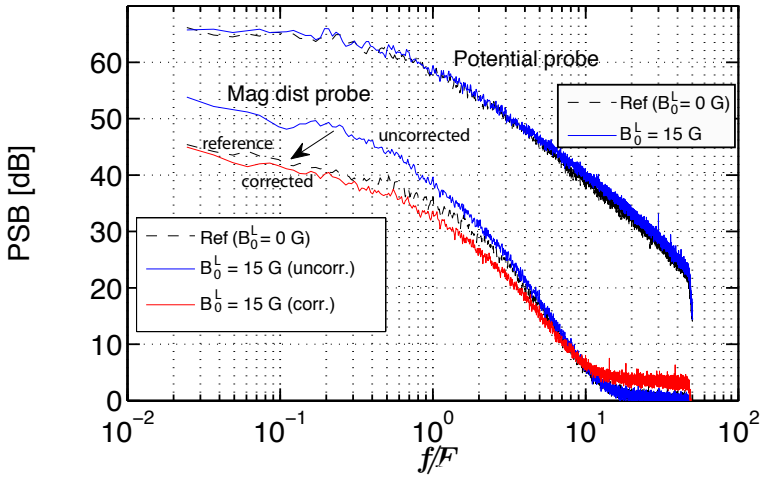

FIGURE IV.12 – a) Spectres de puissance de la sonde à distorsion magnétique non corrigé (bleu), corrigés (rouge) en présence d'un champ de 15 Gauss et sans champ appliqué (pointillés noirs), et de la sonde de potentiel en présence d'un champ de 15 Gauss (bleu) et sans champ appliqué (pointillés noirs)

IV.B.4 Conclusion

Le nouveau système de mesure permet de sonder des vitesses de quelques cm/s à plusieurs m/s et d'avoir une bonne dynamique des champs de vitesse turbulents. La bande passante est un peu moins importante qu'avec la sonde Vives mais possède en contrepartie de gros avantages de mise en oeuvre. Il n'est pas nécessaire d'immerger la sonde dans le fluide et cela lève tous les problèmes inhérents à l'étanchéité et à la compatibilité chimique des matériaux dans les métaux liquides (pour les tests, la calibration et la validation, on a réalisé une sonde couplée avec une sonde Vives donc on l'a plongée dans le fluide mais le principe de mesure permet d'enfermer complètement le système et de n'avoir aucune partie en contact avec le métal liquide).
Ce principe de mesure n'ayant jamais été testé, nous avons déposé un brevet national puis international à l'aide de l'ENS de Lyon ([72]). Des collaborations potentielles sont en cours de discussion avec des industriels intéressés par les diagnostics en métaux liquides.
L'objectif qui nous anime pour élaborer des techniques de vélocimétrie dans les métaux liquides est de pouvoir mesurer le champ de vitesse en présence de champ

intense à grande échelle afin d'extraire des informations sur les mécanismes de saturation des dynamos. Malheureusement, les techniques que nous venons de présenter sont limitées dans ces cas-là. La vélocimétrie Doppler ultrasonore nous offre cette possibilité.

IV.C Vélocimétrie à effet Doppler

IV.C.1 Principe et dispositif de mesures

Le principe de cette technique repose sur la mesure du temps de vol d'un pulse ultrasonore diffusé par une particule se déplaçant à la vitesse du fluide. Deux pulses de fréquence $f_e = 2$ MHz sont émis par un transducteur ultrasonore avec une écart temporel égal à T_{prf} (*pulse repetition frequency*) dans un fluide dans lequel la vitesse du son sera notée c_f. Le train d'ondes 1 est émis à $t = t_0$ alors que le second est émis à $t_0 + T_{\text{prf}}$ (voir figure IV.13). Dans l'hypothèse où il n'y a qu'un seul diffuseur dans le fluide, le premier pulse est diffusé à l'instant t_1. Lorsque le second pulse est diffusé par la particule, celle-ci s'est déplacée à la vitesse du fluide v d'une distance $d = vT_{\text{prf}}$. L'onde ultrasonore se déplaçant à la vitesse du son dans le fluide met la durée $\tau = d/c_f$ pour parcourir la distance sur laquelle s'est déplacée la particule. Elle atteint la particule à $t_2 = t_1 + T_{\text{prf}} + \tau$. Le même transducteur jouant le rôle de récepteur, les deux pulses successifs l'atteignent avec un décalage temporel de $\Delta t = T_{\text{prf}} + 2\tau$. Le temps de vol τ est lié à la vitesse instantanée du fluide :

$$\tau = \frac{d}{c_f} = \frac{vT_{\text{prf}}}{c_f} \tag{IV.8}$$

La vitesse du fluide, projetée dans la direction du faisceau ultrasonore s'obtient par la mesure du temps de vol τ :

$$v = \frac{c_f \tau \cos\theta}{T_{\text{prf}}} \tag{IV.9}$$

où θ est l'angle entre le vecteur vitesse de la particule et la direction du faisceau ultrasonore.

Ce décalage temporel entre deux signaux reçus peut être traduit en déphasage (voir figure IV.13) :

$$\phi = 2\pi f_e \tau \tag{IV.10}$$

La mesure de vitesse est effectuée en évaluant le déphasage entre deux signaux reçus successivement, c'est-à-dire en calculant le temps de corrélation entre deux pulses. La résolution spatio-temporelle du signal de vitesse dépend de la fréquence d'émission du transducteur, de la profondeur à laquelle on veut mesurer et de la gamme de vitesse du fluide. Si l'ordre de grandeur des vitesses est élevé,

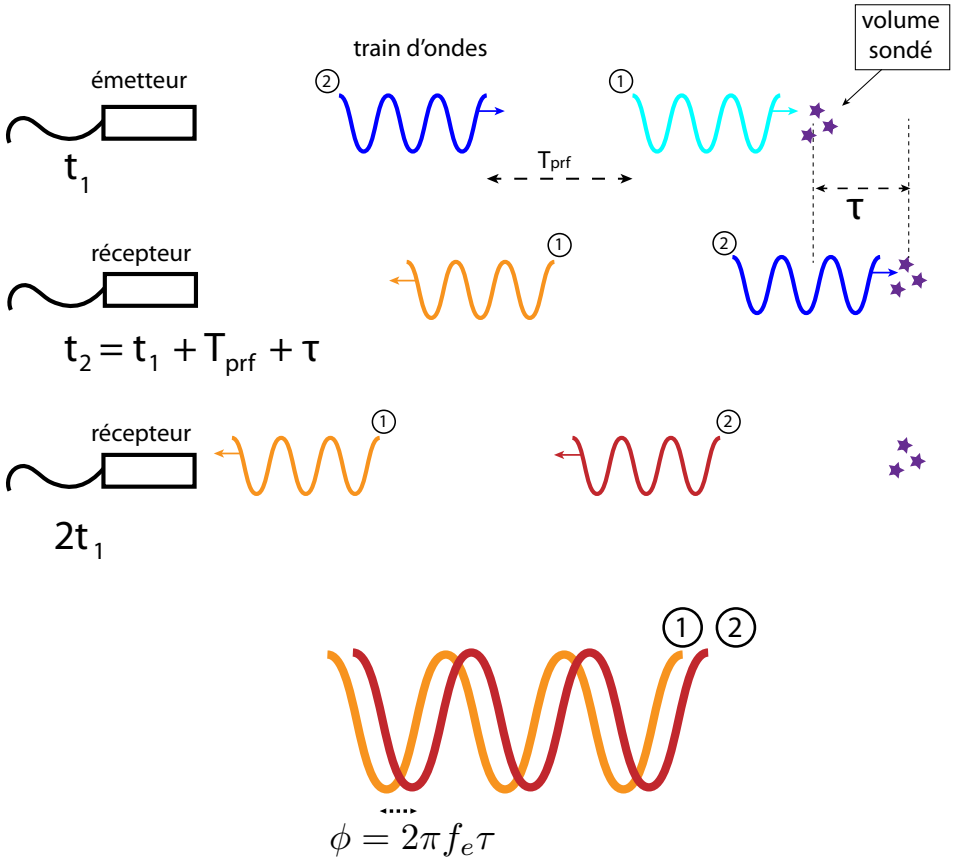

FIGURE IV.13 – Schéma de principe de la mesure du temps de vol dans la vélocimétrie Doppler ultrasons.

la profondeur maximale à laquelle le profil de vitesse sera faible. En revanche pour des écoulements laminaires, la vitesse est résolue jusqu'à des distances très grandes (de l'ordre de plusieurs dizaines de centimètres dans les métaux liquides). Le principe de la vélocimétrie Doppler ultrasonore repose sur le fait que dans chaque portion de volume sondé, il existe un unique diffuseur (limite de diffuseurs dilués) ainsi que sur le fait qu'entre deux pulses successifs entre lesquels on évalue le déphasage, le diffuseur n'est pas sorti du volume sondé. Cette technique de mesure reste donc valable dans des écoulements pour lesquels la vitesse n'est pas trop grande et le taux de fluctuations pas trop élevé. Nous allons voir que cette méthode est difficile à mettre en place dans un écoulement turbulent de gallium liquide mais reste valable pour des petites vitesses de rotation.
La profondeur maximale mesurable est liée au taux de répétition (*pulse repetition frequency (prf)*) car le pulse doit avoir le temps de faire un aller-retour avant qu'un autre soit émis, soit :

$$P_{\max} = c\frac{T_{\text{prf}}}{2} \tag{IV.11}$$

La vitesse maximale mesurable est liée au *prf* et à la fréquence d'excitation du piezzo.

Les mesures Doppler dans les expériences en eau nécessitent d'ensemencer le fluide de particules ayant une impédance acoustique différente afin de réfléchir l'onde sonore. Dans les métaux liquides, les oxydes naturels jouent le rôle de réflecteurs du signal ultrason car ils ont une densité et une impédance acoustique différentes de celles du fluide.
Dans VKG, les transducteurs ultrasonores sont insérés directement dans le fluide. La surface du transducteur étant recouverte de résine d'époxy, la céramique piezzo est protégée du gallium. Dans le sodium, pour des raisons de sécurité et pour éviter les fuites, les transducteurs ne sont pas directement plongés dans le fluide mais sont insérés dans un doigt de gant en inox. Le passage de l'onde à travers l'inox doit être assuré sans perte énergétique. L'épaisseur de la paroi en inox est optimisée pour permettre à l'onde de fréquence f_e d'être transmise au fluide sans perte. L'épaisseur de la paroi est choisie par la formule ([24], [41]) :

$$D = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{4}(m - \frac{1}{m})^2 \sin\left(\frac{2\pi\delta}{\lambda}\right)^2}} \tag{IV.12}$$

où D est le coefficient de transmission de l'onde, m est le rapport de l'impédance acoustique de l'inox et du sodium et δ l'épaisseur d'inox. D est maximum si $\delta = 2.21$ mm pour une fréquence d'émission égale à 2 MHz.
Le couplage acoustique entre le transducteur et la paroi est assuré par un gel de couplage (utilisé aussi pour les échographies).

FIGURE IV.14 – (a) Photo du boitier Dop3010. (b) Schéma d'un transducteur ultrasonore 2 MHz. (Images signal-processing.com)

Les transducteurs commerciaux de Signal Processing utilisés dans le gallium et dont le schéma est représenté figure IV.14 (b) sont de fréquence 2 MHz et sont reliés au système DOP3010 de Signal Processing par un câble BNC blindé. Ce boitier dont la photo est visible sur la figure IV.14 (a) peut multiplexer jusqu'à 10 voies, échantillonne les signaux reçus et les convertit en signal de vitesse en fonction des paramètres d'entrée que l'utilisateur peut imposer. Le signal de vitesse peut être visualisé à l'aide du logiciel pilotant le DOP3010 et enregistré en

format binaire. Les données sont ensuite traitées dans Matlab.

IV.C.2 Profils de vitesse dans un écoulement turbulent de gallium liquide

Les premiers tests dans le gallium ont montré que les profils de vitesse n'étaient mesurables que pour des faibles fréquences de rotation des disques et pour une quantité d'oxydes de gallium assez faible. Un transducteur ultrasonore de $f_e = 2$ MHz est placé dans le plan médian vertical de la cuve. La vitesse mesurée est la vitesse radiale dans le plan médian, c'est-à-dire que l'on sonde les cellules de recirculation poloidales. Pour un forçage symétrique, le profil de vitesse radiale doit avoir une forme en "S" couché avec un lobe positif et un lobe négatif. La vitesse est mesurée négative lorsque les particules réfléchissantes se déplacent vers le transducteur et positive lorsqu'elles s'en éloignent. La vitesse moyenne au centre de la cuve est nulle. Nous avons réalisé les mesures de profils de vitesse pour des fréquences de rotation allant de 30 à 150 tr/min ; les résultats étant montrés sur la figure IV.15 (a).

Les trois profils de vitesse sont semblables avec une large zone positive, un

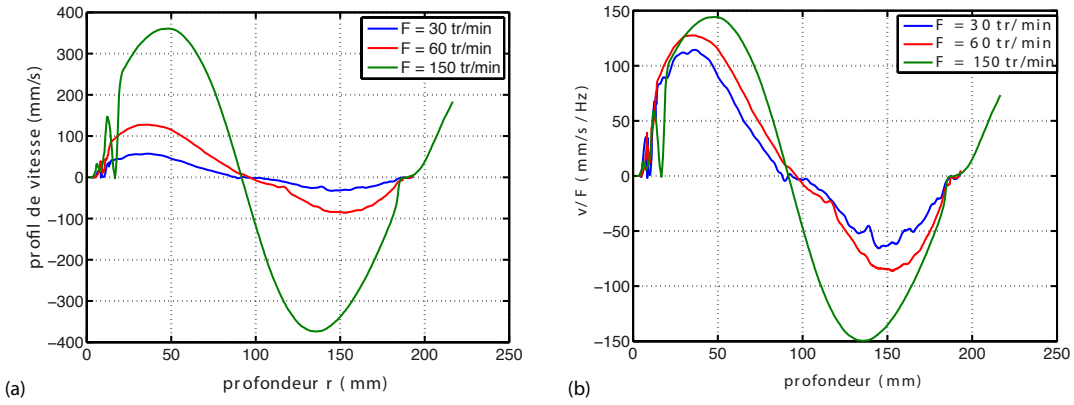

FIGURE IV.15 – Profil UDV sondant la vitesse radiale dans le plan médian pour plusieurs vitesses de rotation des disques. (b) Profil UDV normalisés par la fréquence de rotation des disques.

passage à zéro et une large zone négative. Qualitativement, malgré les faibles vitesses de rotation, les profils sont corrects. Quantitativement l'amplitude du profil de vitesse a un maximum entre $r = 40$ et 50 mm sur le premier lobe, correspondant à une profondeur $R/2$. L'amplitude de chaque profil correspond à environ 25% de la vitesse toroïdale en sortie de pales $2\pi RF$. Sur la figure IV.15 (b), l'amplitude de la vitesse est renormalisée par la fréquence de rotation des disques. Les profils ne sont pas parfaitement regroupés mais cela marche assez bien jusqu'à $r = 100$ mm. Les profils rouge et bleu (30 et 60 tr/min) ne sont pas symétriques ; plus le rayon sondé est profond et plus le profil est écrasé.

Cela peut être dû à la divergence du faisceau ultrason, qui en s'élargissant, sonde une composante toroïdale de vitesse. Le nombre de profils sur lequel est effectuée la moyenne n'est pas identique pour la mesure à $F = 150$ tr/min qui a été réalisée un autre jour après un nettoyage du gallium. C'est pour cette raison que le profil est décalé par rapport aux deux autres (pas exactement la même profondeur de sonde) et qu'il est plus lissé comparé aux deux autres.

Le principe de mesure est ainsi validé qualitativement et quantitativement pour des petites vitesses de rotation dans un écoulement turbulent de gallium liquide. Nous allons voir comment sont modifiés ces profils en présence de champ magnétique appliqué constant dans la direction transverse.

IV.C.3 Modifications des profils de vitesse en présence d'un fort champ magnétique

La présence d'un champ transverse brise la symétrie axiale de l'écoulement. Les forces de Lorentz agissent dans la direction du champ ; la mesure des profils de vitesse n'est, dans ce cas, pas équivalente dans les plans verticaux et horizontaux. Nous pouvons réaliser des mesures UDV (*Ultrasound Doppler Velocimetry*) dans le plan médian parallèlement au champ appliqué et perpendiculairement au champ appliqué grâce à deux transducteurs 2 MHz. Dans un premier temps nous aborderons les mesures réalisées dans la direction du champ puis dans la direction transverse.

IV.C.3.1 Direction parallèle au champ appliqué

Dans cette direction, les fluctuations turbulentes sont largement atténuées en présence d'un champ magnétique supérieur à 500 Gauss. Une manière d'observer cette propriété est de tracer le diagramme spatiotemporel des profils de vitesse. Sur la figure IV.16 sont représentés deux diagrammes donnant l'évolution des profils de vitesse en fonction du temps ; les couleurs étant l'image de l'amplitude de la vitesse (rouge pour des vitesses positives, bleu pour des vitesses négatives et vert pour des vitesses proches de zéro). Le diagramme de gauche montre l'évolution des profils de vitesse sans champ appliqué. En moyenne, on retrouve le profil en "S" observé au paragraphe précédent mais il y a beaucoup de fluctuations et les profils instantanés sont très différents du profil moyen. Sur la figure de droite est montré un diagramme en présence de champ appliqué ($B^A = 1000$ G), le profil de vitesse moyen est similaire mais les fluctuations sont beaucoup moins importantes ; les structures petites échelles de l'écoulement sont figées dans le champ magnétique. La propriété étonnante de ces profils est que l'amplitude moyenne reste identique (voire plus élevée) alors que les fluctuations de vitesse sont atténuées par le champ. Lorsque le champ augmente encore (et c'est ce que l'on observe sur la figure IV.17 montrant les profils moyens de vitesse en fonction de

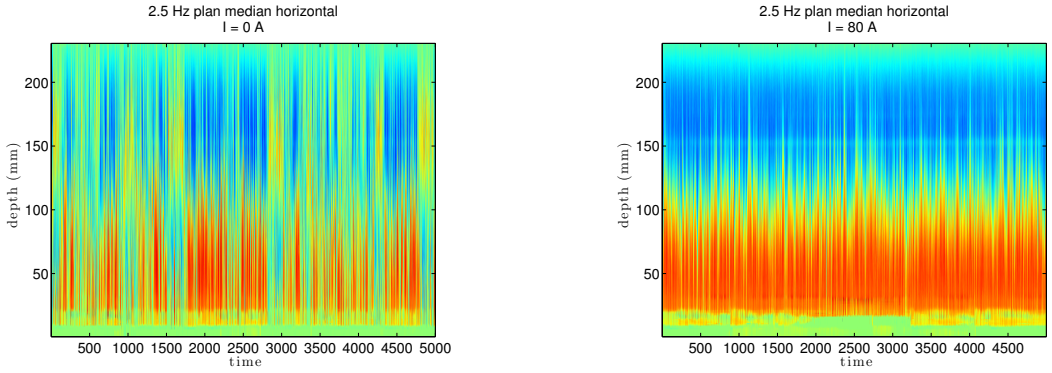

FIGURE IV.16 – (a) Diagramme spatiotemporel de vitesse radiale sans champ appliqué. (b) Diagramme spatiotemporel de vitesse radiale dans la direction du champ appliqué transverse $B = 1000$ G.

l'amplitude du champ), les fluctuations de vitesse diminuent encore et l'amplitude des profils décroît fortement.

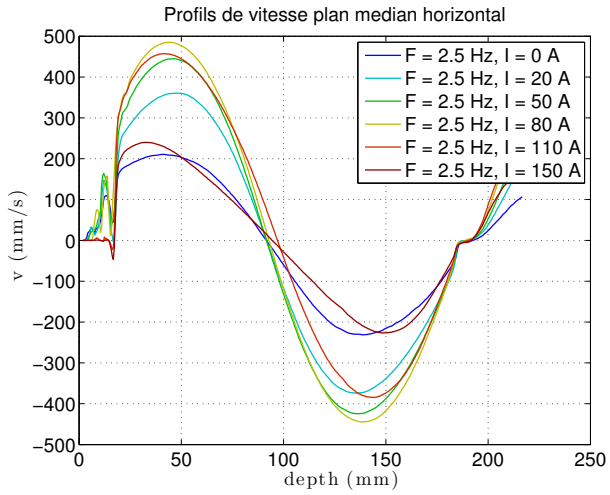

FIGURE IV.17 – Moyenne temporelle des profils de vitesse radiale dans le plan médian horizontal (direction parallèle au champ) pour différentes amplitude de champ appliqué.

IV.C.3.2 Direction perpendiculaire au champ appliqué

Dans la direction perpendiculaire au champ appliqué, le comportement des profils de vitesse est radicalement différent. Il se produit une transition assez violente lorsque le champ appliqué atteint une amplitude avoisinant les 500 G. Les profils de vitesse changent de signe et exhibent une forme en "S" inverse de celle observée sans champ appliqué (figure IV.18 (a)). Cette modification importante

des structures moyennes dans le plan perpendiculaire au champ appliqué s'accompagne également d'un changement de signe du champ induit comme on l'a vu dans une précédente section. La déviation standard de la vitesse perpendiculaire à la direction du champ décroît également fortement avec l'amplitude du champ imposé.
L'interprétation de ces résultats n'est pas évidente et demande des mesures complémentaires afin de confirmer ce comportement.

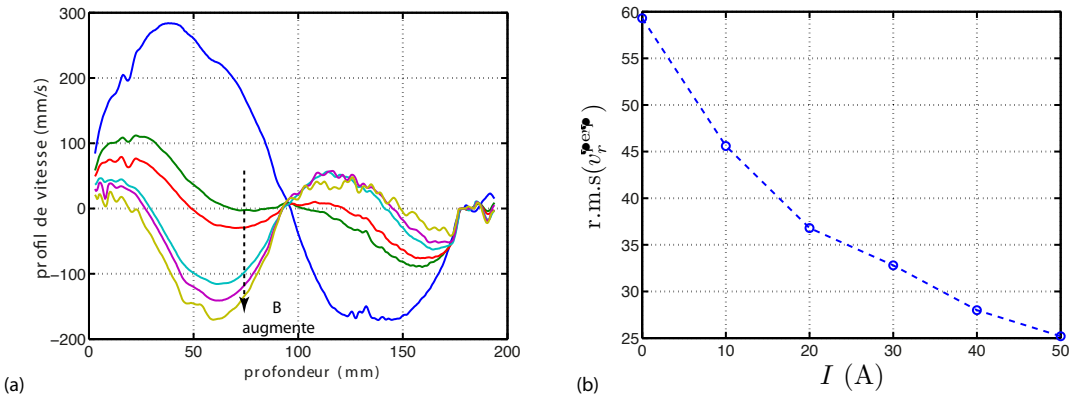

FIGURE IV.18 – (a) Moyenne temporelle des profils de vitesse radiale dans le plan médian horizontal (direction perpendiculaire au champ) pour différentes amplitude de champ appliqué. (b) Vitesse *rms* des profils pour différentes amplitude de champ appliqué.

IV.C.4 Limitations

Les limitations de la technique UDV dans le cas d'écoulements aussi turbulents que les von Kármán sont grandes. Cela reste cependant à ce jour la seule technique donnant des résultats fiables en champ appliqué, à basses fréquences de rotation seulement. Lorsque la fréquence de rotation augmente, plusieurs problèmes ont été identifiés : D'une part l'approximation sur le fait que les diffuseurs ne sortent pas du volume sondé entre deux pulses successifs devient fausse. En effet, lorsque les vitesses instantanées des diffuseurs deviennent grandes alors la distance parcourue par une particule entre deux pulses (de l'ordre de 100 ms) est de l'ordre de quelques centimètres, ce qui dépasse le volume sondé (découpé en petits volumes de quelques millimètres). Le post processing réalisé par l'électronique du DOP3010 est imprécis dans ce cas et le profil de vitesse obtenu n'est pas exploitable. Il faudrait traiter les données brutes mais l'analyse serait alors fastidieuse. D'autre part, et c'est le facteur le plus limitant, la quantité d'oxydes jouant le rôle de diffuseurs dans le gallium n'est pas maitrisée. Il existe deux types d'oxydes se formant au contact de l'oxygène, un plus dense que le gallium pur et l'autre plus léger. Ces derniers peuvent être éliminés aisément en ajoutant une couche

d'acide dans la cuve de stockage du gallium. Les oxydes réagissent rapidement et il suffit d'éponger l'acide sale à la surface du gallium pour se débarrasser de ces oxydes. La surface du métal liquide est alors semblable à un miroir argenté, signe de la pureté du gallium. Les oxydes lourds sont, eux plus difficiles à éliminer. Une grande quantité d'acide est utilisée et mélangée à tout le volume de gallium pour les piéger. Le nettoyage n'est jamais parfait et le moindre contact avec l'air reforme des oxydes. Dans la cuve d'expérience, ceux-ci se déposent sur les parois et au fond. Lorsque les fréquences de rotation sont faibles, seuls les oxydes les plus légers sont entrainés dans l'écoulement et le signal UDV est correct. Lorsque la fréquence augmente, le mélange est plus violent et les oxydes restés au fond de la cuve se mélangent à leur tour à l'écoulement et la quantité de diffuseur augmente énormément. Le signal se détériore et disparaît progressivement. Pour retrouver le signal original aux basses fréquences de rotation, il faut attendre parfois plusieurs heures, le temps que toutes les particules sédimentent.
Si, *a contrario*, les oxydes de gallium sont très dilués, la résolution du signal UDV ne sera pas bonne. Il s'agit de trouver le bon compromis entre la quantité de diffuseurs et la fréquence de rotation des disques.
Compte-tenu de ces problèmes inhérents à l'écoulement étudié et à la nature du fluide, le nombre de mesures est limité pour étudier de manière exhaustive la modification des profils de vitesse par un champ magnétique transverse.

IV.D Conclusion sur les mesures de vitesse dans les métaux liquides

La mesure de vitesse dans les métaux liquides implique des méthodes spécifiques pour chaque système selon les gammes de vitesse que l'on veut sonder, le taux de fluctuations et la présence ou non de champ magnétique externe.
On a présenté ici des méthodes valables dans les écoulements turbulents : la sonde Vives impliquant de plonger des électrodes compatibles chimiquement avec le fluide mais possédant une excellente dynamique si le blindage est correctement réalisé, et la sonde à distorsion magnétique – d'un principe nouveau – possédant aussi une bonne résolution spatio-temporelle. Cependant elles sont limitées en présence de champ externe puisque leur principe de mesure repose soit sur la mesure de potentiel (perturbé s'il y a des courants induits dans le fluide) soit sur des mesures d'induction.
Ensuite on s'est attardé sur la méthode UDV qui présente de nombreux avantages : non intrusive, permet d'obtenir des profils de vitesse et non des vitesse locales, la mesure n'est pas perturbée par la présence de champ appliqué mais la technique reste difficile à mettre en oeuvre. Le nettoyage du gallium pour contrôler la quantité de diffuseurs est un processus long et peu durable si le fluide est en contact avec l'air. Cette méthode est plus adaptée à des gammes de vitesses de quelques 10 à quelques 100 cm/s avec des taux de fluctuations relativement faibles (typiquement des écoulement de conduite ou des écoulements peu turbulents).

IV.D Conclusion sur les mesures de vitesse dans les métaux liquides

La mise en oeuvre de la technique UDV semble prometteuse dans VKG mais seules des mesures préliminaires ont été réalisées pour l'instant et pour des faibles fréquences de rotation. Dans VKS, les vitesses sont tellement grandes qu'aucune mesure fiable n'a été réalisée. De plus, les disques ne peuvent pas tourner à moins de 8 Hz durablement pour des questions de tenues mécanique des garnitures, et l'ordre de grandeur des vitesses que cela implique est bien trop élevé pour cette technique.

Chapitre V
Conclusion générale

La motivation de ce travail a été initié par les nombreuses questions soulevées par l'observation de l'instabilité dynamo dans l'écoulement turbulent de métal liquide de l'expérience VKS. La nécessité d'avoir au moins une turbine en fer en rotation dans le sodium pour observer un champ magnétique auto-entretenu pose la problématique du rôle des conditions aux limites électromagnétiques. Un saut de perméabilité magnétique ou de conductivité électrique entre le fluide et les matériaux composant les parois de la cuve ou des turbines changent la géométrie des courants et l'influence exacte et non négligeable de ces variations est encore mal comprise. Le rôle de l'écoulement (structure moyenne et fluctuations) turbulent, source d'induction magnétique, sur l'auto-entretien du champ, le mode et la dynamique nécessitent également des études. Enfin, la saturation des dynamos en général et de celle de VKS en particulier est un problème encore largement ouvert.

Au cours de ces trois dernières années la mise en oeuvre de plusieurs méthodes d'estimation des seuils et d'analyse de l'efficacité des processus d'induction a permis une meilleure compréhension du rôle des conditions aux limites. En particulier, il a été mis en évidence que le fer en rotation favorise l'effet omega près des turbines et abaisse le seuil du mode $m = 0$.
Il a été observé que les propriétés statistiques de l'écoulement (changement de courbure des pales par exemple) font varier la valeur du seuil de l'instabilité et régissent l'observation des régimes dynamiques en forçage asymétrique (aucun régimes dynamique n'est observé si l'écart au seuil n'est pas assez élevé, c'est-à-dire si l'interaction entre les deux dipôles magnétiques générés près de chaque turbine en fer n'est pas assez intense).
Lorsqu'une multistabilité hydrodynamique est présente, l'état du champ magnétique est dépendant des propriétés de l'écoulement au voisinage des turbines en fer à l'image de la bistabilité observée dans la configuration disque/hélice de l'expérience où deux branches dynamos de même mode magnétique et d'amplitude différente se côtoient et sont pilotées par l'état hydrodynamique du système.
Enfin, la saturation du champ magnétique, difficilement abordable en détails dans VKS, a été étudiée dans la dynamo semi-synthétique de Bullard von-Kármán. Ce système permet d'étudier un champ magnétique auto-entretenu à des nombres de Reynolds magnétiques modérés en amplifiant un processus d'induction turbulente par un bouclage électronique externe. Les caractéristiques de cette dynamo sont très proches de ce qu'on peut attendre d'une dynamo homogène à savoir : l'instabilité se déclenche à travers une bifurcation supercritique, un régime d'intermittence on-off apparait au voisinage du seuil, des inversions de polarité

ont lieu aléatoirement et la saturation du champ est fluide, signifiant que les forces de Lorentz sont responsables de la modification du champ de vitesse. Cette expérience a également permis de faire un bilan de puissance de la dynamo et d'établir des critères définissant les états saturés à travers la redéfinition du paramètre d'interaction N.

Les perspectives pour continuer le travail de compréhension de l'effet dynamo dans les écoulements turbulent initié il y a plusieurs années sont multiples. En premier lieu, l'estimation de la modification du champ de vitesse par les forces de Lorentz est cruciale pour l'analyse des mécanismes de saturation. La vélocimétrie ultrasonore peut révéler des éléments importants mais reste limitée pour les gammes de vitesse des écoulements de von Kármán.
Les détails des mécanismes de génération opérant dans la dynamo de l'expérience VKS sont encore méconnus malgré plusieurs interprétations portant notamment sur l'effet α dans les tourbillons présents entre les pales des turbines. L'étude expérimentale d'un tel phénomène n'est possible qu'en instrumentant une turbine, c'est à dire en insérant des capteurs dans la matière du disque pour avoir accès à l'induction entre les pales.
La collaboration VKS prend fin et d'autres expériences pouvant potentiellement montrer l'effet dynamo sont en cours de réalisation (Expérience plasma à Madison et expérience de précession en sodium liquide à Dresde). Ces expériences amèneront de nouveaux éléments concernant la compréhension de cette instabilité.
D'autres perspectives voient le jour dans un contexte plus géophysique, dans la lignée de l'expérience DTS qui a déjà montré de nombreux résultats sur l'équilibre magnétostrophique (où les forces dominantes sont les forces de Lorentz et de Coriolis) et faisant état de l'apparition d'ondes appelées magnéto-Coriolis lorsque l'écoulement se déstabilise ([14], [88]). L'expérience en rotation en cours de développement à Zürich, et entrainé par des forces électromagnétiques, se rapproche de paramètres pertinents pour la compréhension de la physique du noyau terrestre [39].

Annexe A
Publications

S. Miralles, G. Verhille, N. Plihon, J.-F. Pinton - *The magnetic-distortion probe : Velocimetry in conducting fluids*, Review of Scientific Instruments **82** (2011), no. 095112.

S. Miralles, N. Bonnefoy, M. Bourgoin, P. Odier, J.-F. Pinton, N. Plihon, G. Verhille, J. Boisson, F. Daviaud, B. Dubrulle - *Dynamo threshold detection in the von Kármán sodium experiment*, Physical Review E **88** (2013), no. 013002.

The magnetic-distortion probe: Velocimetry in conducting fluids

Sophie Miralles, Gautier Verhille, Nicolas Plihon, and Jean-François Pinton
Laboratoire de Physique, École Normale Supérieure de Lyon, CNRS UMR 5672 & Université de Lyon, F-69364 Lyon, France

(Received 10 May 2011; accepted 9 August 2011; published online 20 September 2011)

A new type of velocimeter, capable of local velocity measurements in conducting fluids, is introduced. The principle of the "magnetic-distortion probe" is based on the measurement of the induced magnetic field by the flow of a conducting fluid in the vicinity of a localized magnetic field. The new velocimeter has no moving parts, and can be enclosed in a sealed cap, easing the implementation in harsh environments, such as liquid metals. The proposed method allows one to probe both the continuous part and fluctuations of the velocity, the temporal and spatial resolution being linked to the actual geometric configuration of the probe. A prototype probe has been tested in a gallinstan pipe flow and in a fully turbulent flow of liquid gallium generated by the counter rotation of two coaxial impellers in a cylinder. The signals have been compared to a reference potential probe and show very good agreement both for time-averaged velocities and turbulent fluctuations. The prototype is shown to detect motion from a few cm s^{-1} to a few m s^{-1}. Moreover, the use of the magnetic-distortion probe with large-scale applied magnetic field is discussed. © *2011 American Institute of Physics*. [doi:10.1063/1.3630949]

I. INTRODUCTION

Velocity measurement in electrically conducting liquids is an important issue for control and characterization of flows in various situations, ranging from geophysical flows to liquid metals flows in metallurgy. In the industry, metal casting processes require a fine control of the details of the metal flow and, thus, precise and reliable liquid metal flow measurements. In the fission-nuclear industry, cooling of the core could be achieved with flows of liquid Na or NaK in fast neutron breeder reactors. Precise and reliable liquid metal flow measurements in the cooling circuitry are thus extremely important for safety issues. On the limit of low-conductivity fluids, some of the food-processing industry processes also rely on the measurements of flows in such liquids. Besides these industrial applications, scientific experiments focussing either on fine characterization of magnetohydrodynamic (MHD) turbulence or on the understanding of the dynamo instability also require precise flow measurements. We propose here a new velocimeter for conducting fluids, with no electrode contact with the fluid, unlike usual velocimeter in conducting fluids. The usual flow measurement techniques, mostly developed to probe velocity fields in water, are usually restricted to media transparent to optical wavelengths. Among these are the Schlieren technique, particule image velocimetry, laser Doppler velocimetry, and particle tracking. Unfortunately these methods cannot be applied to liquid metals which are opaque to optical or near-optical wavelengths. However, a number of flow measurements methods in conducting fluids have been developed over the past decades. These methods can be divided as (integral) flow-rate measurements or (local) velocity probes.

A number of integral flow meters are adapted from non-conducting fluids: momentum-based (such as turbines), pressure-based, or counter-based (measurement of pressure drop or Strouhal number downstream an obstacle). Electromagnetic flow meters are widely used, either measuring the induced current in the presence of a dc applied magnetic field or measuring the induced magnetic field in the presence of an ac applied magnetic field from a flowing conducting fluid.[1] Recently, Thess *et al.*[2] proposed a method based on the measurement of the back reaction of the flow to a permanent magnet located outside a channel flow; however, the temporal resolution of this method has not been investigated, but might be limited due to inertia.

Local velocity measurement methods are briefly introduced here, but readers are referred to Ref. 3 for a detailed introduction to the field. Non-invasive methods are restricted to ultrasonic methods,[4,5] x-ray radiography,[6] or magnetic tomography[7] in the presence of a large-scale magnetic field. They provide the flow structure without perturbing the fluid, but usually require difficult and costly operation. Invasive probes consist of reaction-force probe,[8] hot wire probes[9] (usually restricted to low velocities), or potential difference probes,[10] which all require either moving parts or electrodes in contact with the fluid. Besides limitations linked to the intrinsic invasiveness of the probes, various practical limitations of these devices are due to temperature, chemical aggressiveness, or electrode pollution (that cannot be easily observed in these opaque fluids).

In this article, we present a new local measurement method based on the interpretation of the magnetic induction from a conducting fluid flow in the presence of a localized magnetic field. Since the velocity is inferred from distortion of a locally applied magnetic field from a flowing electrically conducting fluid, the probe has been named "magnetic-distortion probe." The main asset of the "magnetic distortion probe" is that neither moving parts nor electrical contact with the fluid is necessary, thus easing the assembly, the operation, and the reliability of the probe. The magnetic-distortion probe has been calibrated in a gallinstan pipe flow and compared to a reference potential difference probe in a

 © 2011 American Institute of Physics

fully turbulent gallium flow. The agreement between the measurements of the two probes is excellent both for the continuous part and for low frequencies fluctuations of the velocity components. The principle of the probe is described in details in Sec. II. The gallinstan pipe flow and the turbulent von-Kármán gallium flow are also described in Sec. II. The calibration of the magnetic-distortion probe is discussed in Sec. III, and shows a very good agreement with theoretical calculations. The response of the magnetic-distortion probe in fully turbulent gallium flows is analyzed in Sec. IV both for time-averaged velocities and dynamical response to turbulent fluctuations. Since the method relies on the interpretation of the induction signal, a limitation arises in presence of spurious magnetic field. For instance, parasitic magnetic fields may be induced from gradients of the fluid motion in the presence of a large-scale applied magnetic field. This case is investigated in Sec. V, and a simple correction scheme is shown to accurately cancel the large-scale induced magnetic fields, enhancing the operational range of the probe. Conclusions and perspectives are developed in Sec. VI.

II. PRINCIPLE OF THE APPARATUS AND EXPERIMENTAL SETUP

The physical principles underlying the magnetic-distortion probe are described in the following subsection II A. Then, the probe design and integration are discussed in Subsection II B. Eventually, the two gallium flows where the probe has been tested and calibrated are presented in Subsection II C for the pipe flow (in Perm, Russia) and in Subsection II D for the turbulent von-Kármán gallium flow (in Lyon, France).

A. Probe principle

In presence of a time-independent imposed magnetic field $\mathbf{B_0}$, and in the limit of small magnetic Reynolds number regime (e.g., when the induced field $\mathbf{b}$ is small compared to the applied field $\mathbf{B_0}$), the induction equation reads

$$\frac{\partial \mathbf{b}}{\partial t} = (\mathbf{B_0}.\nabla)\mathbf{u} - (\mathbf{u}.\nabla)\mathbf{B_0} + \lambda \Delta \mathbf{b}, \tag{1}$$

where $\mathbf{u}$ is the conducting fluid velocity and $\lambda = (\mu_0 \sigma)^{-1}$ is the magnetic diffusivity with μ_0 the magnetic permeability of vacuum and σ the electrical conductivity of the fluid. In the remaining of the manuscript, the notation of the magnetic field will be $\mathbf{B}$ for the total magnetic field (i.e., the applied magnetic field and the induced magnetic field) and $\mathbf{b}$ for the induced magnetic field.

The principle of the magnetic-distortion probe[11] is to measure the source term $(\mathbf{u}.\nabla)\mathbf{B_0}$ in the induction equation, which is proportional to the fluid velocity. The $(\mathbf{u}.\nabla)\mathbf{B_0}$ is the dominant source term of the induction equation when the gradient scale of the imposed magnetic field is smaller than the gradient scale of the velocity field.

The case of a stationary and uniform velocity field in presence of a small magnetic dipole is the simplest case where this assumption holds. The induced magnetic field has been computed in Ref. 12 for this situation. The geometry used in the present manuscript is adapted from Ref. 12 and is recalled in Fig. 1(b). A small permanent magnet, modeled by a dipole $\mathbf{m}$ is set close to a semi-infinite uniform flow of electrically conducting fluid. The material at rest is perfectly insulating. The induced magnetic field at location $P(x_1, 0, h)$ in the presence of a uniform fluid translation with constant velocity u_x in half space $z < 0$ reads

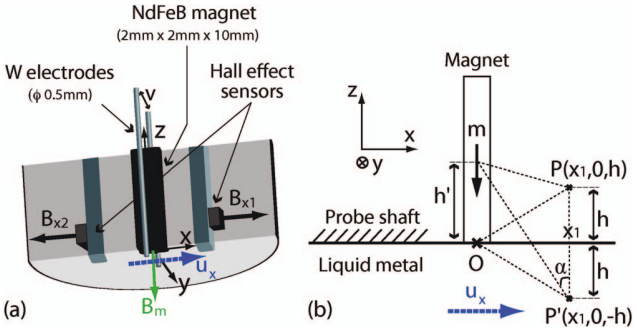

FIG. 1. (Color online) (a) Sketch of the probe assembly showing only two Hall-effect sensors and two tungsten electrodes. The magnetic distortion probe consists of a permanent magnet and magnetic sensors (Hall-effect sensors) probing the induced magnetic field. A reference potential probe is inserted at the same location. (b) Geometry of the magnetic distortion probe used for calculations.

$$b_x(x_1, 0, h) = -\frac{\mu_0^2 m \sigma u_x}{16\pi x_1^2} \sin^2\left(\frac{\alpha}{2}\right)[4 + 3\cos(\alpha) + \cos^2(\alpha)], \tag{2}$$

$$b_y(x_1, 0, h) = 0, \tag{3}$$

$$b_z(x_1, 0, h) = -\frac{\mu_0^2 m \sigma u_x}{16\pi x_1^2} \sin^3(\alpha), \tag{4}$$

where α is the angle introduced in Fig. 1(b) and defined as $\tan(\alpha) = x_1/(h + h')$. These calculations show that, in presence of a flowing conducting fluid, each component of the induced magnetic field perpendicular to the magnetic dipole is proportional to the velocity component in the same direction. Our magnetic-distortion probe relies on the proportionality of the induced magnetic field with the velocity field. We will show in the following sections that the measurement of a component of the induced magnetic field, close to a small permanent magnet, is indeed a measurement of the local flow velocity. A complete calculation in the presence of a physical boundary layer and with a temporally and spatially fluctuating velocity field is beyond the scope of the present article, but we will show and discuss, from experimental data, the validity of the method.

B. Probe prototype design

The magnetic-distortion probe prototype consists of a small NdFeB permanent magnet of size $2 \times 2 \times 10$ mm magnetized along its main axis. The strength of the magnetic field at the magnet surface is 2000 G (0.2 T), and its direction is sketched in Fig. 1(a) with vector $\mathbf{B_m}$, along the z direction. Four integrated Hall-effect sensors (Micronas HAL 401),

placed a few mm apart of the magnetic dipole, probe the magnetic field in the two perpendicular directions to the dipolar applied magnetic field (refer to Fig. 1(a), where only two sensors, probing $\mathbf{B_{x1}}$ and $\mathbf{B_{x2}}$ are displayed for the sake of clarity). As explained in the previous subsection, the x component of the induced magnetic field is proportional to the x component of the velocity field. With four Hall sensors, the prototype magnetic-distortion probe is a two-axis velocity probe, measuring the u_x and the u_y velocity components (an extension to a three-axis velocity probe would be straightforward). The signals from the magnetic sensors are fed into AD8221 amplifiers with a gain of 10, and in order to amplify the physical signals and reduce the influence of external parameters (such as temperature) on offset values, our magnetic-distortion probe is built as a pseudo-differential probe: the signals are recorded as the difference between two opposite Hall-effect sensor (i.e., the computation of $\mathbf{b_{x2}} - \mathbf{b_{x1}}$ enhances the sensitivity to $\mathbf{u_x}$). In the case of a perfectly symmetric device, the difference $\mathbf{B_{x2}} - \mathbf{B_{x1}}$ cancels out the applied field and is equal to $\mathbf{b_{x2}} - \mathbf{b_{x1}}$ and, thus, directly proportional to the velocity $\mathbf{u_x}$. Due to small asymmetries, ones proceeds to a reference measurement $\mathbf{B}_{\mathbf{x2}}^{\mathrm{rest}} - \mathbf{B}_{\mathbf{x1}}^{\mathrm{rest}}$ in the absence of fluid motion, that is always subtracted to the measurements. At the sensor location, the x-component of the imposed field is of the order of 20–80 G, and the induced component is of the order of a few hundredths to a few gauss in the investigated flows; the noise standard deviation of the Micronas HAL 401 corresponds to 0.02 G.

In order to compare the dynamical response of the magnetic-distorsion probe, our prototype design incorporates at the same location a reference potential probe (note that this reference potential probe was only implemented in the von-Kármán gallium flow). Potential probes have widely been used for velocity measurements in different operating conditions[3] and the characteristics of our design has been described in details in Ref. 13. Four tungsten electrodes (diameter 500 μm, length 2 mm) are set along the magnet sides – for the sake of clarity only two electrodes are displayed in Fig. 1(a). The difference of potential v between these two electrodes (spaced by distance $d \sim 2$ mm) probes the local velocity field. In Fig. 1(a), the potential difference v probes the electric field in the y direction, which is proportional to the x-component of the velocity $\mathbf{u_x}$, $\mathrm{v} = \int_0^d (\mathbf{u_x} \times \mathbf{B_m}) \cdot \mathbf{dl}$.

Our setup, thus, allows a 2-axis reference potential difference measurement of the velocity in the plane perpendicular to the axis of the magnet.

The probe assembly is housed in an electrically grounded stainless steel tube and the surface in contact with the liquid metal was covered by a thin layer of Stycast resin (except the Tungsten electrodes which are in electrical contact with the fluid).

The primary (direct) output voltage between electrodes $\mathrm{v} \sim u_x B_m d$ is low, of the order of 100 μV/m s^{-1}. It is fed into an AD8221 differential amplifier with a gain of 100, located at the end of the probe housing.

All measurements discussed in the present manuscript were digitized with National Instruments digitizers. In the gallium pipe flow experiment (Perm), the signals were digitized using a NI9239 digitizer at a 2000 Hz acquisition rate, with 24 bit resolution. In the von-Kármán gallium flow (Lyon), the signals were digitized using a PXI-4472 digitizer with 24 bit resolution at various acquisitions rates (when not specified, the default rate is 1000 Hz).

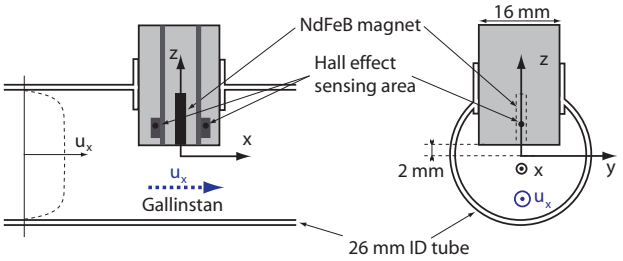

FIG. 2. (Color online) Cross sections of the pipe flow and inserted magnetic-distortion probe.

C. Gallium pipe flow

The magnetic-distortion probe has been calibrated in a loop pipe flow at the Institute of Continuous Media Mechanics (ICMM), Perm, Russia. The details of the experimental setup can be found in Ref. 14. It consists of a 10 m long closed pipe flow, where the fluid motion is provided by an inductive 3-phases electromagnetic pump fed with 50 Hz alternating current. The fluid flow rate can be varied from 0 to 0.2 l s^{-1} either by modifying the current amplitude in the pump or partly closing a valve in the loop. The channel cross section is circular, with inner diameter $2R_p = 26$ mm. The channel is made of stainless steel and is electrically grounded. The circuit is filled with a gallium alloy (Ga 87.5%, Sn 10.5%, Zn 2%) having the following properties: electrical conductivity $\sigma = 3.56\ 10^6$ S m^{-1}, density $\rho = 6256$ kg m^{-3}, and kinematic viscosity $\nu = 3.1\ 10^{-7}$ m^2 s^{-1}.

A simplified one axis magnetic-distortion probe has been inserted in the 26 mm inner diameter channel flow as displayed in Fig. 2. The probe is housed in a 16 mm diameter grounded stainless steel housing, and measures the streamwise component of the velocity u_x. In this configuration, the location of the Hall-effect magnetic sensors is $x_1 = 4.7$ mm away from the magnetic axis of the permanent magnet. Since in this setup no precise temperature is available, the use of the pseudo-differential scheme is indeed very useful, accounting for the corrections of the offset variations of the magnetic sensors with the temperature.

A calibrated dc electromagnetic flow meter in the channel flow gives access to the absolute value of the flow rate.

D. von Kármán gallium flow

Further investigations of the dynamics of the magnetic-distortion probe were made in a fully turbulent von-Kármán-type gallium flow. This flow is produced by the rotation of two impellers inside a stainless steel cylindrical vessel filled with liquid gallium, as sketched in Fig. 3(a). The cylinder radius R is 97 mm and its length is 323 mm. The impellers have a radius equal to 82.5 mm and are fitted to a set of eight blades with height 10 mm. They are separated by a distance $H = 203$ mm. The impellers are driven by two

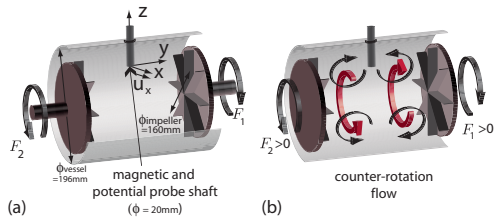

FIG. 3. (Color online) (a) Sketch of the von-Kármán gallium flow. Schematic structure of the time-averaged flow (b) in the co-rotating regime ($F_2 = -F_1$) and (c) in the counter-rotating regime ($F_2 = F_1$).

ac-motors which provide a constant rotation rate in the interval $(|F_1|, |F_2|) \in [0.5, 25]$ Hz.

The system is cooled by water circulation located behind the driving impellers; the experiments are run at temperatures between 40 °C and 48 °C (temperature is kept constant during one run). Liquid gallium has density $\rho = 6.09 \times 10^3$ kg m^{-3}, electrical conductivity $\sigma = 3.68 \times 10^6$ S m^{-1}, hence a magnetic diffusivity $\lambda = (\mu_0\sigma)^{-1} = 0.29$ m^2 s^{-1}. Its kinematic viscosity is $\nu = 3.1 \times 10^{-7}$m^2 s^{-1}. The integral kinematic and magnetic Reynolds numbers are defined as $\mathrm{Re} = 2\pi R^2 F/\nu$ and $\mathrm{Rm} = 2\pi R^2 F/\lambda$. Values of Rm up to 5 are achieved, with corresponding Re in excess of 10^6.

In the present case, the flow is driven in the "counter-rotating" regime ($F_1 = F_2 = F$). The time-average structure of the flow is sketched in Fig. 3(b): it consists of two cells rotating with opposite toroidal velocities and two recirculation loops close to the impellers, separated by a large shear-layer in the mid plane.

The magnetic-distortion/potential probe is housed in a 20 mm diameter stainless steel tube and is located in the mid plane between the two impellers (refer to Fig. 3(a)) at a radial location $r = R/2$. In the sequel, we will restrict the discussion to the characterization of the signals probing the velocity along the azimuthal direction, i.e., the u_x component, since the variation of this velocity component with the forcing is the most significant. Note that in this configuration, the Hall-effect sensors are located 7 mm apart from the magnetic axis of the permanent magnet.

III. CALIBRATION OF THE MAGNETIC-DISTORTION PROBE IN THE PIPE FLOW

In this section, the theoretical calibration factor relating the value of the b_x component of the magnetic field to the u_x component of the velocity field in Eq. (2) is compared to an experimental value obtained in the Perm pipe flow. This calibration procedure is then discussed.

The direct time series for both the magnetic-distortion probe and the flow meter are shown in Fig. 4(a) (the signals have been low-pass filtered at 10 Hz, to filter out the 50 Hz component from the electromagnetic pump). The magnetic distortion probe gives a signal proportional to the flow rate in the pipe. The advantage of using a pseudo-differential scheme can be clearly observed in Fig. 4(b), where the simultaneous time series of the liquid metal temperature and the value of the induced magnetic field from one single sensor (say $\mathbf{b_{x1}}$) are displayed. When using one single sensor, a clear temperature variation is observed and cannot be easily corrected for. The pseudo-differential scheme thus provides (i) a direct temperature compensation and (ii) an increase in the sensitivity.

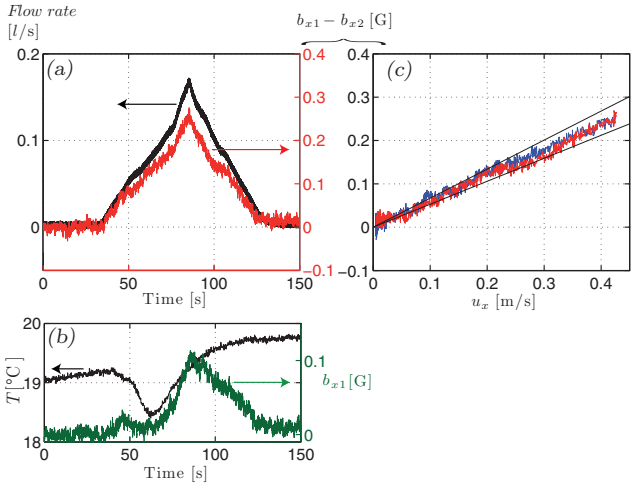

FIG. 4. (Color online) (a) Direct time series of the flow rate from the dc electromagnetic flow meter (upper curve, left ordinate axis) and induced magnetic field (lower curve, right ordinate axis) in the pipe flow for increasing followed by decreasing values of the current in the pump. (b) Direct time series of the fluid temperature (upper curve, left ordinate axis) and induced magnetic field at location x_1 (lower curve, right ordinate axis) for the same conditions as (a). (c) Evolution of the induced magnetic field as a function of the flow velocity deduced from the dc electromagnetic flow meter (the two curves corresponding to increasing and decreasing values of the flow velocity).

The value of the velocity in the pipe can be calculated from the flow rate Q assuming a (uniform) turbulent profile for the velocity, since the kinetic Reynolds numbers are above 2000 most of the time. However, at the probe location, the cross-section of the flow is 74% of the circular flow section, so that $u_x = Q/(0.74\pi R_p^2)$ (i.e., the maximum streamwise velocity being of the order of 0.4 m s^{-1}). The evolution of the measured induced magnetic field $\mathbf{b_{x1}} - \mathbf{b_{x2}}$ as a function of the fluid velocity is displayed in Fig. 4(c). The linearity of the measurement shows that the magnetic-distortion probe indeed measures the fluid velocity.

From these measurements, it is possible to derive an experimental calibration factor 0.6 ± 0.07 G/m s^{-1} (the 0.53 and 0.67 calibration factors are displayed in Fig. 4(c)).

It is possible to compare this experimental calibration factor with a theoretical factor. The calculations done in Ref. 12 assumed the presence of a small magnetic dipole. The magnetic field created by small elongated NdFeB permanent magnet used in our prototype is compatible with a dipole of amplitude 22 mA m^2 centered at $h' = 2.8$ mm. With the theoretical geometrical factors of our probe design ($x_1 = 4.7$ mm, $h = 2.5$ mm), the calculation gives a theoretical calibration of 1.9 G/m s^{-1} (accounting for the fact that the recorded signal is the sum of two induced magnetic fields $\mathbf{b_{x1}}$ and $\mathbf{b_{x2}}$).

Although the theoretical calibration is of the right order of magnitude, the discrepancy with the experimental value is likely to be due to the strong dependence of Eq. (2) on geometrical factors. A calibration procedure is, thus, needed for every magnetic-distortion probe realization,

since geometrical factors are of leading order. It is important to note here that most of the velocimeters in conducting fluids also require a precise calibration procedure, since they also strongly depend on geometrical factors (electrode location and length for electromagnetic velocimeter; geometry for reaction-based and Lorentz-force velocimetry).

The calibration of the magnetic-distortion probe in a calibrated pipe flow thus showed that:

- the induced magnetic field $\mathbf{b_{x1}} - \mathbf{b_{x2}}$ is indeed proportional to the fluid velocity $\mathbf{u_x}$;
- the differential scheme increases the sensitivity and is provides a direct temperature compensation;
- the experimental calibration factor is close to the theoretical calibration factor. As geometrical factors have a dominant contribution in the calibration factor, a calibration procedure is required for the magnetic-distortion probe, as is for the more usual velocimeters used in conducting fluids.

From these measurements in the pipe flow, the locality of the velocity measurements is not easily determined; an estimate of the flow volume probed by the magnetic-distortion probe is detailed in Sec. IV B.

In the remaining of the text, one will, thus, use the notation "velocity" for the measurements of the magnetic-distortion probe.

IV. PROBE CHARACTERIZATION IN FULLY TURBULENT FLOWS

A. Measurements of flow fluctuations

In the von-Kármán gallium flow, the typical flow velocity $2\pi RF$ can reach values of 10 m s^{-1}, with high level of fluctuations, providing a test facility for the magnetic-distortion probe in ranges unexplored in the pipe flow. However, contrary to the pipe flow, there is no calibrated velocimeter available in the von-Kármán gallium flow; the design of our probe nevertheless incorporates a usual reference potential probe that was shown to accurately probe turbulent fluid velocities.[13] All results discussed in Secs. IV and V will be non-dimensionalized. In the remaining of the manuscript, the x-axis component of the velocity measured by the reference potential probe will be denoted u_x^{pot}, while the x-axis component of the velocity measured by the magnetic-distortion probe will be denoted $u_x^{\text{mag dist}}$. The presence of the probe shaft in the flow vessel indeed modifies the flow characteristics as compared to the ones obtained without probe shaft. However, the modifications of the flow features (mean flow as well as turbulent fluctuations) are similarly probed both by the reference potential probe and the magnetic-distortion probe: our setup is thus suitable for a quantitative comparison of the capabilities of the two velocimeters.

At the probe location, the flow characteristics are the following: the time-averaged velocity is zero, while the turbulent fluctuations standard deviation is of the order of πRF. The evolution of the standard deviations of the reference potential probe and of the magnetic-distortion probe as a function of the impellers rotation rate is displayed in Fig. 5. This graph

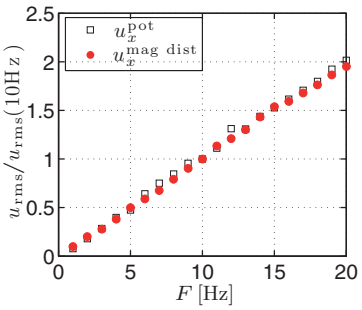

FIG. 5. (Color online) Evolution of the standard deviations of the probed velocities as a function of the forcing frequency F in the von-Kármán flow.

shows the capability of the magnetic-distortion probe to accurately measure fluctuating velocities up to a few m s^{-1}.

A closer investigation of the dynamics may be gained by analyzing the simultaneous time series of the reference potential probe $u_x^{\text{pot}}(t)$ and of the magnetic-distortion probe $u_x^{\text{mag dist}}(t)$, as shown in Fig. 6. A clear correlation can be observed between the two signals at low frequencies. The bottom panel of Fig. 6 shows that the magnetic-distortion probe signal filters out fast variations of the velocity field. The correlation between the two signals displayed in Fig. 6 is 0.77. Note that the value of the correlation between the two signals slightly depends on fine details of the probe geometry (as for the calibration process): values between 0.7 and 0.83 were obtained for different probes with similar operational conditions.

B. Dynamical response

In this subsection, we will focus on the dynamical aspects of the magnetic-distortion probe.

Typical correlation functions are given in Fig. 7 as a function of the normalized time $t \cdot F$. The correlations are defined as $C_{ab}(\tau) = \int a(t+\tau)b(t)dt$ for signals $a(t)$ and $b(t)$. The correlation-function $C_{u_x^{\text{pot}} u_x^{\text{mag dist}}}$ is peaked at zero time lag at a value of 0.77, *i.e.*, the two signals are synchronous and highly

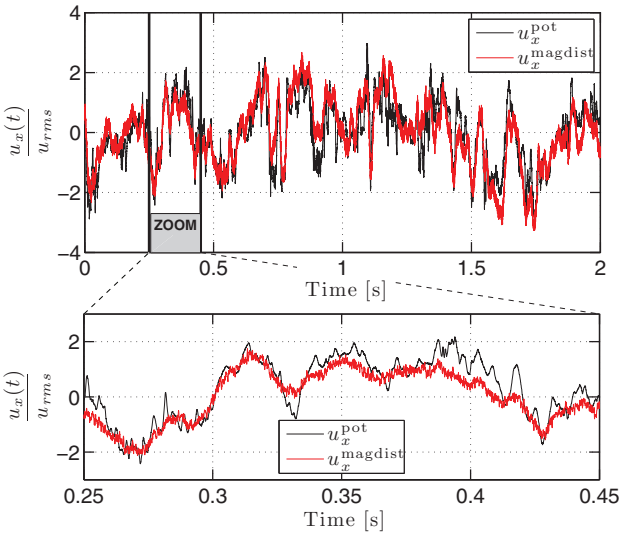

FIG. 6. (Color online) Time signals of reference potential probe and magnetic-distortion probe in the von-Kármán flow in the counter rotating regime – 20 kHz acquisition rate.

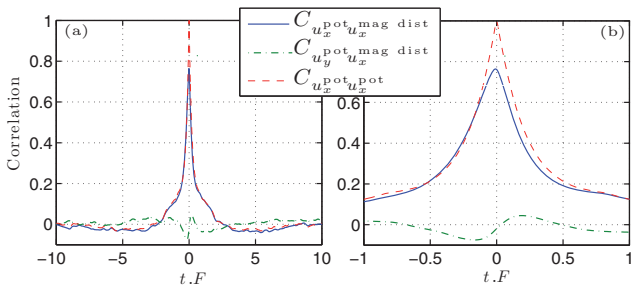

FIG. 7. (Color online) Typical correlation functions in the counter-rotating regime, forcing at $F = 10$ Hz. See text for details.

correlated . The correlation-function $C_{u_y^{\text{pot}} u_x^{\text{mag dist}}}$ is nearly zero for all time lags. The magnetic-distortion probe implemented here is thus really a 2-axis velocity probe.

Let us investigate in details the correlation $C_{u_x^{\text{pot}} u_x^{\text{mag dist}}}$ and compare it with the autocorrelation function $C_{u_x^{\text{pot}} u_x^{\text{pot}}}$. Both correlation functions show similar correlation times, with a fast decorrelation time of the order of $T_i/3$ and a slower dynamics with typical time scale $3T_i$, where $T_i = 1/F$ is the integral turn-over time. One notes a slight asymmetry of the cross-correlation function (which is also present when considering the signal of only one Hall-effect sensor). When filtering out fluctuations above $3F$, the asymmetry of the correlation function disappears (not shown). This asymmetry is thus ascribed to induction effects from a turbulent field, as discussed below. Note that there is also a slight increase in the correlation when filtering out high frequency fluctuations (from 0.77 to 0.8 for the signals plotted in Fig. 7).

Details of the dynamics may also be obtained by computing the spectral coherence between the reference potential probe and the magnetic-distortion probe. Figure 8 shows the evolution of the spectral coherence as a function of the frequency f, normalized to the impellers rotation rate F, for increasing values of the impellers rotation rate F from 4 to 16 Hz. For the highest impeller rotation rates ($F \geq 10$~Hz), all curves align on a master curve, while for the lowest rotation rates the signal-to-noise ratio decreases and results in a homothetic transformation of the master curve. This curve can be split into three distinct parts:

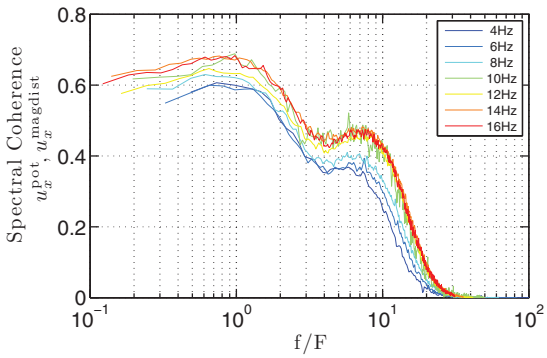

FIG. 8. (Color online) Spectral coherence between the reference potential probe u_x^{pot} and the magnetic-distortion probe $u_x^{\text{mag dist}}$ as a function of frequency f normalized to the impellers rotation rate F in the counter-rotating regime. Increasing rotation rate F are referred in the inset.

- At low frequencies ($f < 2F$), the coherence is nearly constant with values in the range [0.55:0.7]. The value of the correlation coefficient is reminiscent of the values of the spectral coherence at low frequencies, since most of the energy of the signal is present at low frequencies.
- At intermediate frequencies ($2F < f < 10F$), the spectral coherence decreases before reaching a plateau around 0.35-0.5.
- At large frequencies ($10F < f$), the spectral coherence quickly reaches zero.

These features show that the magnetic-distortion signal probes the dynamics of the fluid velocity up to twice the forcing frequency.

The three regimes described for the spectral coherence master curve can be explained when investigating the power spectral density (PSD) of the signals. Figure 9 displays the normalized PSDs of the reference potential probe (full line) and the magnetic-distortion probe (dashed line). Noise figures were obtained with no motion of the impellers, the probe being inserted in the vessel, filled with liquid gallium. The velocity signals were obtained at a forcing frequency $F = 10$ Hz. The noise level for both probes has been chosen as the reference 0 dB level. For the potential probe, this corresponds to the digitizer noise figure. For the magnetic-distortion probe, the noise level is set by the noise figure of the magnetic sensor used. As specified in the magnetic sensor HAL 401 application note, a passive low-pass filter was implemented between the sensor and the amplifier, with a cut-off frequency around 2 kHz (as observed in the PSD of Fig. 9). The 0 dB level of the magnetic-distortion probe was thus chosen as the noise level of the magnetic sensor one decade below the low-pass filter cut-off frequency. The PSDs of the measured velocities are displayed as a solid curve for the reference potential probe u_x^{pot} and as a dashed curve for the magnetic-distortion probe $u_x^{\text{mag dist}}$.

Let us first investigate the PSD of the reference potential probe. As expected for turbulent hydrodynamic signals, the energy is injected at large scale and cascades towards

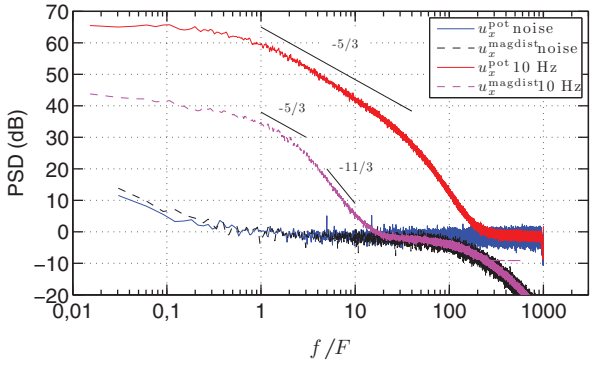

FIG. 9. (Color online) Power spectral densities of noise figure and velocities in the counter rotating case at $F = 10$ Hz as a function of the normalized frequency (f/F). Upper solid curve corresponding to u_x^{pot}, middle dashed curve corresponding to $u_x^{\text{mag dist}}$ in the counter rotating regime, and lower curves correponding to noise figures (see inset). Acquisition rate: 20 kHz.

smaller scales with a $k^{-5/3}$ scaling. This turbulent cascade is observed in the time-frequency PSD with a $f^{-5/3}$ scaling, observed over 1.5 decade above the injection frequency (here $f/F \sim 1$). The finite inter-electrode distance d introduces a physical cut-off frequency of the measurement, which might be estimated from simple arguments on conservation of the turbulent energy $\epsilon = u_l^3/l \sim f_l^3 l^2$ as $f_c/F \sim (R/d)^{2/3}$. Bolonov *et al.*[15] showed that $f_c/F = 1.5(R/d)^{2/3} \approx 20$. The emergence of low frequencies dynamics, typical from flows in such geometries, is observed below the forcing frequency F.

Investigation of the PSD of the magnetic-distortion probe also shows the low-frequency dynamics and half a decade of the turbulent cascade (with a $f^{-5/3}$ scaling). At frequencies above $3F$, the spectra shows a $f^{-11/3}$ scaling. This scaling is expected for the induced magnetic field from gradients of the turbulent velocity field in a steady-state magnetic field.[16] As for the potential probe, a similar simple argument for the estimation of the cut-off frequency gives $(R/2x_1)^{2/3}F \sim 3.3F$, which is in accordance with the experimental value. The temporal cutoff is thus ascribed to the spatial locality of the velocity measurements by probe. Both from experimental data and Eq. (2), $2x_1$ appears to be the relevant spatial scale. Our prototype probe spatial resolution is thus of the order of 14 mm. We argue here that this scale is closely related to the geometry of the probe and could easily be decreased by modifying the probe design (optimizing the geometry of the locally applied magnetic field and the sensors location).

From these remarks, the shape of the spectral coherence displayed in Fig. 8 can now be better understood. The highly correlated low-frequency part of the spectral coherence ($f \leq 2F$) corresponds to the range of velocity measurement by the magnetic-distortion probe. The range of moderate correlation ($4F < f < 10F$) corresponds to a range of frequency where the magnetic-distortion probe mostly probes the induced magnetic field from the (local) velocity gradients. Eventually, the high frequencies range ($10F < f$) with zero coherence corresponds to a range of frequencies where the induced magnetic field is below the noise resolution of the magnetic sensors. Note that the numerical values separating these parts should only be considered as indicative since they depend on the specific design:

- The cut-off frequency depends on the typical gradient scale of the imposed magnetic field, and the location of the magnetic sensor, i.e., the geometry of our prototype probe.
- The velocimeter dynamics (50 dB for our prototype probe) is closely linked to the resolution of the magnetic sensor used (the use of Giant magnetoresistance sensors could increase the resolution).

V. VALIDITY OF THE METHOD IN PRESENCE OF A LARGE-SCALE INDUCED MAGNETIC FIELD

The pseudo-differential nature of the magnetic-distortion probe allows a correction from offset variation with operational conditions, but no correction from parasitic magnetic fields. All results shown in Secs. III–IV have been obtained in regimes where no spurious magnetic fields were present. In this section, a method is proposed to extend the domain of validity of the velocimetry method in the presence of spurious magnetic fields. These parasitic magnetic fields could be external magnetic fields (which could easily be subtracted from the probed magnetic field by measuring the perturbing magnetic field not too close to the fluid flow) or induced from gradients of the velocity field (the $(\mathbf{B_0} \cdot \nabla)\mathbf{u}$ in Eq. (1). This latter case is the most difficult case to correct for, since the statistical and dynamical properties of the large-scale turbulent induced magnetic fields (from velocity gradients to $(\mathbf{B_0} \cdot \nabla)\mathbf{u}$ term) are similar to those of the induced magnetic field from velocity field ($(\mathbf{u} \cdot \nabla)\mathbf{B_0}$ term). We show that it is possible to correct the measurement from the existence of a large-scale magnetic field (both a steady-state magnetic field and a purely fluctuating magnetic field).

In the presence of a large-scale, steady-state, and homogeneous magnetic field $\mathbf{B_0^L}$ and close to the permanent magnet $\mathbf{B_0^M}$, the source terms of the induction Eq. (1) can be divided into two contributions:

- one term proportional to the large-scale magnetic field and the gradients in velocity: the $(\mathbf{B_0^L} \cdot \nabla)\mathbf{u}$ term;
- two terms proportional to the localized magnetic field $\mathbf{B_0^M}$: the $(\mathbf{B_0^M} \cdot \nabla)\mathbf{u}$ term and the $(\mathbf{u} \cdot \nabla)\mathbf{B_0^M}$ term . With restrictions given in Sec. IV (i.e., for moderate frequencies), the $(\mathbf{u} \cdot \nabla)\mathbf{B_0^M}$ term dominates and accurately probes the fluid velocity.

Far away from the permanent magnet, only the first term ($(\mathbf{B_0^L} \cdot \nabla)\mathbf{u}$) obviously remains.

In Secs. III–IV, the velocity field was probed with a pseudo-differential scheme. Analysis of the data showed that all results remained unchanged when probing the induced magnetic field only at one location (for instance x_1 in Fig. 1), if all operating conditions can be kept constant. Using this property, we built a modified version of the magnetic-distortion probe allowing for the correction of large-scale magnetic field contributions, as displayed in the bottom panel of Fig. 10. The difference from the version shown in Fig. 1 lies in the location of the Hall sensors. One sensor probes the x-component of the induced magnetic field at location $(x_1, 0, z_1)$ (which is the same location as in Fig. 1), and the other sensor probes the x-component of the induced magnetic field at location $(-x_1, 0, z_2)$ with $z_2 = 13$ mm $> z_1 = 3$ mm. We will focus our attention on a situation with a large-scale magnetic field $\mathbf{B_0^L}$ applied from coaxial coils along the axis of the von-Kármán flow as depicted in Fig. 10. The source terms in the induction equation along the x-component are composed:

- (at location z_1) of contributions both from the large-scale magnetic field and from the localized magnetic field: $(u_x \cdot \nabla)B_0^M + (B_0^L \cdot \nabla)u_x$;
- (at location z_2) of a single contribution from the large-scale magnetic field: $(B_0^L \cdot \nabla)u_x$.

The correction scheme is the following: the induced magnetic field at location z_2 is subtracted from the induced magnetic field at location z_1 to correct for the large-scale magnetic field contribution. In the counter-rotating regime, the large

shear layer provides a very efficient large-scale source term $B_0^L \partial u_x/\partial y$, which is usually referred as the Ω-effect in dynamo theory. The features of this induction effect have been widely studied in turbulent von-Kármán flows:[16–18] a time-averaged induced magnetic field is efficiently generated by the differential rotation, with turbulent fluctuations intensity of the order of the time-averaged intensity. Along a radius, the correlation of the induced magnetic field is large (of the order of 0.98 for two locations 1 cm apart). These properties, thus, allow us to consider $b_x^I(z_2)$ as a correct estimate of the induced magnetic from the $(B_0^L \cdot \nabla)u_x$ term at location z_1.

As in Secs. III–IV, a reference potential probe is inserted in the setup, for comparison and validation of the correction scheme. In the sequel, we will refer to the induced magnetic field $b_x^I(z_1)$ as the uncorrected magnetic-distortion probe signal $u_x^{\text{uncorr mag dist}}$; we will refer to $b_x^I(z_1) - b_x^I(z_2)$ as the corrected magnetic-distortion probe signal $u_x^{\text{corr mag dist}}$.

Let us first investigate the standard deviations of the signals when increasing the intensity of the large-scale applied magnetic field B_0^L for a constant flow forcing, as shown in Fig. 11(a). The reference potential probe is not influenced by the presence of such a moderate large-scale applied magnetic field, as shown by the squares. The uncorrected magnetic-distortion probe signal (displayed as stars) increases with B_0^L. This increase is associated with the $B_0^L \partial u_x/\partial y$ induction term, which is linear in B_0^L and appears not to be correlated with the $(u_x \cdot \nabla)B_0^M$ term, since the increase is observed for low values of B_0^L. The standard deviation of the corrected magnetic-distortion probe signal is displayed as dots in Fig. 11(a) and is kept constant for moderate intensities of the applied magnetic field B_0^L. The correction scheme appears to be valid up to $B_0^L = 20$ G, which is remarkably high since, for this applied magnetic field intensity, the standard deviation of the large-scale induced magnetic field is three times larger than the locally induced field.

The correction scheme might also be quantified by the correlation between the reference potential probe and the magnetic-distortion probe. Figure 11(b) shows that the correlation for the uncorrected magnetic-distortion probe (stars) quickly decreases as the large-scale magnetic field amplitude B_0^L increases. Since the large-scale induced magnetic field contribution is dominant, even for moderate values of the large-scale magnetic field, this feature is expected since turbulent large-scale induced magnetic fields are not correlated with local turbulent velocity fields. The correlation for the corrected magnetic-distortion probe is displayed in the same graph, as dots. A large increase of the correlation is observed when applying the correction scheme, which also appears to be valid up to applied field of the order of 20 G. The correction is obviously not very accurate for vanishing values of the applied magnetic field B_0^L: the assumption that, for the induced field at location z_2, there is no contribution from the localized magnetic field (permanent magnet) is, strictly speaking, not valid. The amplitude of the induced field $B_x^I(z_2)$ with $B_0^L = 0$ is indeed around 20% of the amplitude of $B_x^I(z_1)$. The simple implementation of the correction scheme presented here could of course be improved by designing more carefully the probe

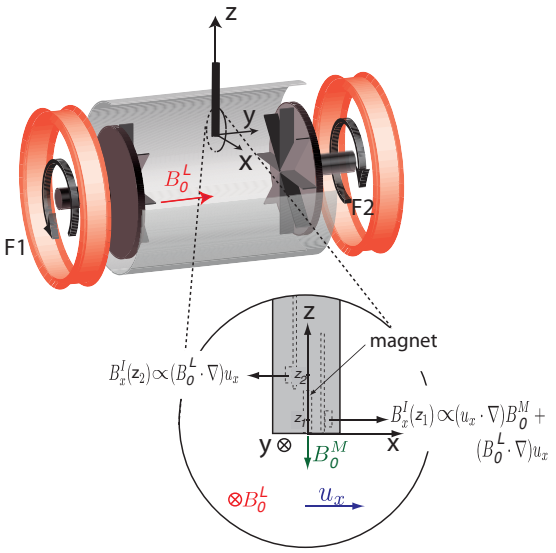

FIG. 10. (Color online) Scheme of the experimental and the magnetic distortion probe in the presence of a large-scale applied magnetic field $\mathbf{B_0^L}$ from coaxial coils in the von-Kármán flow. For clarity, the electrode of the potential probe is not displayed.

(localized magnetic field configuration, location of magnetic sensors).

The validity of the correction scheme can also be investigated in the time-frequency domain. Figure 12 displays the PSD with and without the correction scheme. Once again, the influence of moderate large-scale applied magnetic field intensities is shown to be negligible on the reference potential probe: no change in the PSD of the potential probe with $B_0^L = 0$ (upper dashed curve) or $B_0^L = 15$ G (upper solid curve) is observed. On the contrary, the PSD of the uncorrected magnetic-distortion probe at $B_0^L = 0$ (lower dashed curve) and $B_0^L = 15$ G (middle solid curve) are strongly different, especially at low frequencies, in a frequency domain that was shown to be the most accurate for the magnetic-distortion probe velocity measurement. The corrected magnetic-distortion probe PSD (displayed as a lower solid curve) is very close to the $B_0^L = 0$ case, which shows

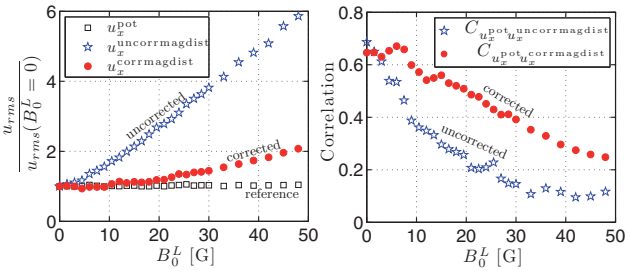

FIG. 11. (Color online) (a) Evolution of the standard deviation as a function of the intensity of the large-scale applied magnetic field B_0^L for the uncorrected magnetic distortion probe $u_x^{\text{uncorr mag dist}}$ (stars), corrected magnetic distortion probe $u_x^{\text{corr mag dist}}$ (dots), and reference potential probe u_x^{pot} (squares). (b) Evolution of the correlation coefficient between u_x^{pot} and $u_x^{\text{uncorr mag dist}}$ (stars) and between u_x^{pot} and $u_x^{\text{corr mag dist}}$ (dots) as a function of the intensity of the large-scale applied magnetic field B_0^L. Counter-rotating flow at $F = 10$ Hz.

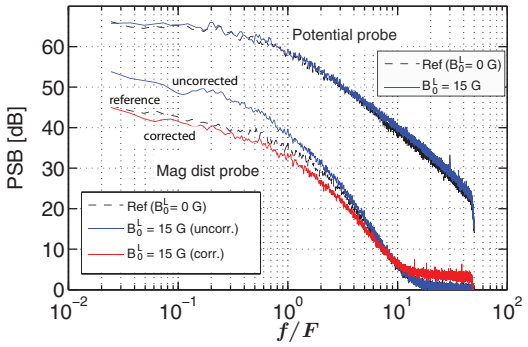

FIG. 12. (Color online) Power spectral density of the reference potential probe with no large-scale applied magnetic field (upper dashed curve) and with $B_0^L = 15$ G (upper solid curve). Associated power spectral densities of the magnetic distortion probe with no large-scale applied magnetic field (lower dashed curve) and with $B_0^L = 15$ G for the uncorrected magnetic-distortion probe (middle solid curve) and corrected magnetic-distortion probe (lower solid curve). Counter-rotating flow at $F = 10$ Hz.

that the correction scheme indeed extends the domain of validity of the probe in the presence of large-scale applied magnetic fields.

The simple correction scheme introduced in this section is shown to accurately probe turbulent velocity fields in the presence of large-scale applied and large-scale turbulent induced magnetic field. The correction is remarkably efficient, even with the extremely simple implementation, since noisy turbulent induced magnetic fields three-times larger than the useful signal are corrected for. As was pointed out in Secs. III–IV, the experimental data presented here were obtained with a simple prototype probe and the results could be enhanced with an optimized probe design.

VI. CONCLUSION

A new local velocimeter for electrically conducting fluids was introduced. The fluid velocity is computed from the induced magnetic fluid due to the interaction of the moving electrically conducting fluid with a localized applied magnetic field. Since the fluid velocity is inferred from the distortion of a localized magnetic field, the velocimeter was named "magnetic-distortion probe." Based on previous calculations, a simple prototype probe was built around an elongated permanent magnet, with integrated Hall-effect sensors as magnetic sensors for the induced magnetic field. The ability of the magnetic-distortion probe to measure fluid velocity from a few cm s^{-1} to a few m s^{-1} was shown in liquid gallium flows. To summarize, the experimental tests of the prototype magnetic-distortion probe thus showed:

- the proposed method allows to probe laminar as well as turbulent fluid flow velocities in liquid gallium flows;
- the probe is a local probe; the locality of the measurement is closely linked to the geometry of the probe, namely, the largest of (i) the scale of the permanent magnetic field gradient or (ii) the location of the magnetic sensor. In our simple prototype, it was shown that the flow is averaged over 14 mm;
- the dynamics of our simple prototype is 50 dB for velocities in the m s^{-1} range;
- fluctuations up to a few tens of Hertz were easily probed;
- a simple correction method was implemented and shown to increase the domain of validity, even in the presence of parasite magnetic fields (even when the statistical properties of these parasite magnetic fields are similar to the velocity signal);
- no moving part nor electrical contact with the electrically conducting fluid are required, easing implementation, sealing, and chemical compatibility in harsh environments.

We argue that the probe characteristics could easily be increased by optimizing the probe geometry and magnetic field sensors. Our prototype probe shares several features with the dynamics of potential probe. However, the implementation and use of the magnetic-distortion probe has several advantages as compared to the potential probes: absence of moving parts, no sealing at the electrode location, no concern of chemical compatibility nor wetting issues between the fluid and the electrodes, no electrode contamination (either chemical or physical), and ease of operation in electrically noisy environments.

Our prototype results open a wide area of applications. For instance, this velocimeter could be used in dynamo experiments to probe how the velocity field is modified when the dynamo magnetic field saturates. An attempt to such measurements was made in the Karlsruhe dynamo experiment[19] with potential probe. The use of the magnetic-distortion probe in the von-Kármán Sodium experiment[20] could provide useful physical informations.

ACKNOWLEDGMENTS

We acknowledge the technical support of M. Tanase and M. Moulin. This work has benefited from discussions with R. Volk. The ICMM team in Perm (R. Halilov, I. Kolesnichenko, S. Kripchenko, and P. Frick) is acknowledged for their welcome and the use of data obtained in the pipe flow. This work was supported by the Contract ANR-08-BLAN-0039-02 and CNRS-RFBR Grant No. 07-01-92160.

[1] T. Schulenberg and R. Stieglitz, Nucl. Eng. Des. **240**, 2077 (2010).
[2] A. Thess, E. V. Votyakov, and Y. Kolesnikov, Phys. Rev. Lett. **96**, 164501 (2006).
[3] S. Eckert, A. Cramer, and G. Gerbeth, Magnetohydrodynamics, Fluid Mechanics and Its Applications **80**, 275 (2007).
[4] Y. Takeda, Nucl. Technol. **79**, 120 (1987).
[5] D. Brito, H. C. Nataf, P. Cardin, J. Aubert, and J. P. Masson, Exp. Fluids **31**, 653 (2001).
[6] Y. Saito, K. Mishima, Y. Tobita, T. Suzuki, and M. Matsubayashi, Exp. Therm. Fluid Sci. **29**, 323 (2005).
[7] F. Stefani and G. Gerbeth, Inverse Probl. **15**, 771 (1999).
[8] S. Eckert, W. Witke, and G. Gerbeth, Flow Meas. Instrum. **11**, 71 (2000).
[9] M. Sajben, Rev. Sci. Instrum. **36**, 945 (1965).
[10] R. Ricou and C. Vives, Int. J. Heat Mass Transfer **25**, 1579 (1982).
[11] J. F. Pinton, N. Plihon, G. Verhille, and S. Miralles, patent FR1054250, (June 1, 2010).
[12] A. Thess, E. Votyakov, B. Knaepen, and O. Zikanov, New J. Phys. **9**, 299 (2007).

[13]V. Noskov, R. Stepanov, S. Denisov, P. Frick, G. Verhille, N. Plihon, and J. F. Pinton, Phys. Fluids **21**, 045108 (2009).
[14]I. Kolesnichenko and P. Frick, Magnetohydrodynamics **45**, 165 (2009).
[15]N. I. Bolonov, A. M. Kharenko, and A. E. Eidel'man, J. Eng. Phys. Thermophys. **31**(2), 904 (1976).
[16]P. Odier, J. F. Pinton, and S. Fauve, Phys. Rev. E **58**, 7397 (1998).
[17]R. Volk, P. Odier, and J. F. Pinton, Phys. Fluids **18**, 085105 (2006).
[18]G. Verhille, N. Plihon, M. Bourgoin, P. Odier, and J. F. Pinton, Space Sci. Rev. **152**, 543 (2010).
[19]U. Muller, R. Stieglitz, and S. Horanyi, J. Fluid Mech. **552**, 419 (2006).
[20]R. Monchaux, M. Berhanu, S. Aumaître, A. Chiffaudel, F. Daviaud, B. Dubrulle, F. Ravelet, S. Fauve, N. Mordant, F. Pétrélis, M. Bourgoin, P. Odier, J.-F. Pinton, N. Plihon, and R. Volk, Phys. Fluids **21**, 035108 (2009).

Dynamo threshold detection in the von Kármán sodium experiment

Sophie Miralles, Nicolas Bonnefoy,[*] Mickael Bourgoin,[†] Philippe Odier, Jean-François Pinton, Nicolas Plihon,[‡] and Gautier Verhille[§]

Laboratoire de Physique, École Normale Supérieure de Lyon, CNRS & Université de Lyon, 46 allée d'Italie, 69364 Lyon Cedex 07, France

Jean Boisson,[‖] François Daviaud, and Bérengère Dubrulle

SPHYNX, Service de Physique de l'État Condensé, CNRS & CEA Saclay, 91191 Gif-sur-Yvette Cedex, France

(Received 7 March 2013; published 8 July 2013)

Predicting dynamo self-generation in liquid metal experiments has been an ongoing question for many years. In contrast to simple dynamical systems for which reliable techniques have been developed, the ability to predict the dynamo capacity of a flow and the estimate of the corresponding critical value of the magnetic Reynolds number (the control parameter of the instability) has been elusive, partly due to the high level of turbulent fluctuations of flows in such experiments (with kinetic Reynolds numbers in excess of 10^6). We address these issues here, using the von Kármán sodium experiment and studying its response to an externally applied magnetic field. We first show that a dynamo threshold can be estimated from analysis related to critical slowing down and susceptibility divergence, in configurations for which dynamo action is indeed observed. These approaches are then applied to flow configurations that have failed to self-generate magnetic fields within operational limits, and we quantify the dynamo capacity of these configurations.

DOI: 10.1103/PhysRevE.88.013002 PACS number(s): 47.65.−d, 47.27.−i, 82.40.Bj

I. INTRODUCTION

Estimating the proximity to a possible drastic change of behavior in a complex system (a bifurcation) is a generic and open question. Determination of precursors of instabilities (either transient or steady state) is essential in many applied fields, and also gives valuable information for the understanding of the physical mechanisms driving the instability. For some specific hydrodynamics instabilities, the critical values for the control parameter at which a supercritical instability develops may be computed from the dynamical constitutive or model equations describing the system; see for instance [1]. In other situations, for example when fluctuations or boundary conditions (BCs) play an (unknown) leading role, the computation of critical values for control parameters may become intractable.

Possible methods for instability detection have been suggested using the close analogy between the nonlinear bifurcations of model systems and phase transitions. This is the case of critical slowing down and susceptibility divergence which have been thoroughly checked for some continuous instabilities. A normalized control parameter is usually introduced as $\epsilon = (A - A_c)/A_c$, where A is the value of the control parameter and A_c the critical value at which the instability develops. One approach—usually restricted to positive values of ϵ—is based on the scaling of the amplitudes of physical parameters, such as the growth of the amplitude of the unstable mode, as a function of ϵ. Another concerns the transient dynamics, as for instance the critical slowing down, which has been observed for variations of the control parameter from (or to) subcritical values ($\epsilon < 0$) to (or from) supercritical values ($\epsilon > 0$). They have been checked for some supercritical bifurcations such as Rayleigh-Bénard convection [2–4] and in Taylor-Couette flows [5–7]. In these studies, one usually needs to cross the instability threshold and the methods may not be suitable to determine critical values from behavior below threshold. Allain and coworkers [8] overcame this limitation by the analysis of the temporal decay of forced thermal variations in Rayleigh-Bénard convection below threshold. They showed that the decay-time decreases as ϵ^{-1} and gave correct estimates for the critical value of thermal convection. The authors also pointed out that the decay-time evolution strongly depends on the spatial patterns of forced thermal variations, and was highest when the spatial wavelength of the forcing matched that of the most unstable pattern. Critical slowing down near threshold has also been observed in the transition to turbulence in planar Poiseuille flows (following the spatial decay/growth rates of forced fluctuations) [9] and more recently in pipe flows [10]. The estimate of the critical control parameter was shown to be in good agreement with the *real* critical value at which the instability was observed.

In the context of magnetohydrodynamics (MHD), and more specifically in the context of the dynamo instability, the precise determination of the critical value of the magnetic Reynolds number above which magnetic field grows spontaneously is an important issue. The study of growth/decay rates has long been used in kinematic dynamo studies where the induction equation is used to compute growth rates of the magnetic fields modes, from a prescribed velocity field (as the solution of the Navier-Stokes equation with vanishing Lorentz force). In other words, the induction equation is analyzed as an eigenvalue problem, for which the largest eigenvalue is numerically

[*]Also at CEA/CE Cadarache, DTN/STPA/LIET, 13108 St. Paul lez Durance Cedex, France.

[†]Also at Laboratoire des Ecoulements Géophysiques et Industriels, CNRS, and Université Joseph Fourier, BP 53, 38041 Grenoble Cedex 9, France.

[‡]nicolas.plihon@ens-lyon.fr

[§]Also at Institut de Recherche sur les Phénomènes Hors Equilibre, CNRS, and Aix-Marseille Université, 49 rue F. Joliot Curie, B.P. 146, 13384 Marseille Cedex 13, France.

[‖]Also at Unité de Mécanique (funded by the chaire AREVA), ENSTA-ParisTech, 828 Boulevard des Maréchaux, 91762 Palaiseau Cedex, France.

 ©2013 American Physical Society

computed, the critical value being the value of the control parameter for which the most positive eigenvalue is equal to zero (i.e., when critical slowing down is observed). This is for instance the case of the swirling flows considered in [11], which are related to the von Kármán flows, of the optimization of the von Kármán sodium experiment [12], and of the models of the von Kármán sodium dynamo [13–15], in contrast to the case of [16] which considered a two-way coupling between the velocity and the magnetic fields.

In dynamo experiments, currently restricted to liquid metals, the accessible magnetic Reynolds numbers are mostly limited by the available power. The fine tuning of dynamo flows has been an important part of dynamo experiments, the estimate of the critical magnetic Reynolds number being a critical issue. In their initial study, Gailitis and coworkers [17] studied the evolution of advected harmonic magnetic field perturbations as a function of magnetic Reynolds number, below threshold, in a cylindrical helical flow mimicking the Ponomarenko flow [18]. They observed that the inverse of the amplitude linearly decreases with the magnetic Reynolds number, with strong variations as a function of the frequency of the magnetic perturbations. Unfortunately this experimental setup failed to generate a dynamo and the method could not be checked regarding the estimate of a dynamo threshold. In their later experiment, the Riga group successfully showed that both magnetic susceptibility divergence and critical slowing down could be used to estimate the dynamo threshold [19]. It should be emphasized here that the initial stage of the magnetic field growth of the Riga dynamo was shown to be correctly described by laminar theory [20]. Evolution of the decay time from low-amplitude, large-scale applied magnetic field was also analyzed in secondary pumps of the fast breeder reactor Superphenix [21], as well as in the unconstrained and more turbulent Maryland experiment [22]. These measurements showed variations of the relaxation time as a function of the magnetic Reynolds number but were however restricted to situations where dynamo instability was not reached. It is the purpose of this paper to analyze in detail the reliability of these methods in determining the threshold in the turbulent von Kármán sodium (VKS) experiment, in which, by changing boundary conditions and driving schemes, dynamo self-generation has either been reached or has remained outside of the accessible experimental parameters range.

In Sec. II, the von Kármán sodium experimental dynamo setup is described. In Sec. III, we focus on a dynamo configuration, for which the threshold is shown to be accurately estimated from analysis of induced magnetic field dynamics and amplitude. In Sec. IV, we use the observations of Sec. III in a detailed analysis of the influence of boundary conditions on dynamo generation. Discussion and conclusions are given in the last section.

II. EXPERIMENTAL SETUP

The von Kármán sodium experiment is schematically displayed in Fig. 1. Liquid sodium flows are created by the counterrotation of two coaxial impellers within a copper cylinder of radius $R_o = 289$ mm and length 524 mm. Each impeller is composed of a thick disk (of radius $R_{\rm imp} = 154.5$ mm and thickness 18 mm) fitted with eight blades with

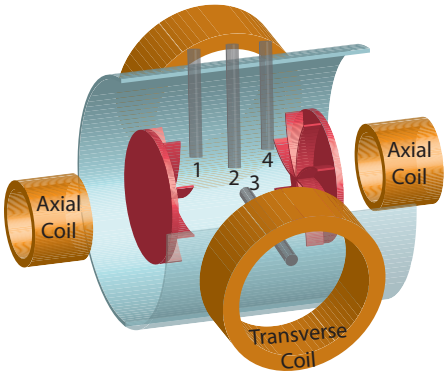

FIG. 1. (Color online) Schematic of the experimental setup, in flow configuration 2 (see text for details). Probe shafts represent the location of the magnetic field sensor arrays.

height 41.2 mm. They are driven up to typically 25 Hz by motors with 300 kW available power, and oil circulation in the outer copper cylinder regulates the sodium temperature around 120 °C.

An integral magnetic Reynolds number is defined as $\mathrm{Rm} = \mu_0 \sigma 2\pi F R_{\rm imp} R_o$.[1] The temperature dependence of the electrical conductivity of sodium σ is taken into account in the computation of Rm. Since the magnetic Prandtl number of sodium is of the order of 10^{-5}, the integral kinetic Reynolds number is in excess of 10^6; i.e., the MHD flows considered are highly turbulent, with a rate of velocity fluctuations (rms to mean) of order unity.

It has been previously shown [23] that dynamo action was observed above a critical magnetic Reynolds number Rm_c around 40. In exact counterrotation of the two impellers, the dynamo magnetic field is statistically stationary, with a rate of fluctuations of order unity. When the impellers are driven asymmetrically, dynamical regimes such as magnetic field reversals or oscillations have also been observed [23]. Self-generation has only been observed when the flow is driven by the rotation of soft-iron impellers [24]. In the remaining of the paper, unless otherwise stated, we restrict our study to the case of exact counterrotation, first considering cases for which the dynamo threshold has been reached (in Sec. III). Section IV then focuses on the influence of modified electromagnetic and hydrodynamic boundary conditions (obtained by inserting appendices in the flow or changing impellers and/or vessel materials) in cases for which self-generation has not been observed. We emphasize that the term "electromagnetic boundary conditions" refers here both to static and rotating mechanical parts. As pointed out in Sec. IV, static or rotating ferromagnetic parts do not have the same influence on the magnetic response of similar flows. However, since an exact understanding of the influence of moving immersed conductive/ferromagnetic material in

[1]In earlier publications of the VKS collaboration, the integral magnetic Reynolds number had been defined as $\mathrm{Rm} = \mathcal{K}\mu_0\sigma 2\pi R_o^2 F$ where $\mathcal{K} = 0.6$ is a coefficient that measures the efficiency of the impellers, resulting in slightly different values for the critical magnetic Reynolds numbers.

conductive fluids is not available, we thus encompass both cases as the effect of "boundary conditions."

Magnetic fields are recorded using four arrays of ten 3-axis Hall effect sensors inserted in radial shafts, as shown in Fig. 1. Two arrays are inserted in the midplane of the vessel, within long probe shafts (labeled 2 and 3 in Fig. 1), the deepest probe being 63 mm away from the cylinder's axis, and neighboring probes being separated by 28 mm. Two arrays are inserted closer to the impellers (109 mm away from the midplane of the vessel), within shorter probe shafts (labeled 1 and 4 in Fig. 1), the deepest probe being 103 mm away from the cylinder's axis. These magnetic field sensors are recorded using National Instruments PXI6259 16 bit digitizers at a rate of 2000 Hz. The accuracy of the measured magnetic fields is ± 0.1 G. Two pairs of external coils allow for the application of controlled magnetic fields in the experimental setup in order to study the magnetic response of the flow (the applied magnetic field amplitudes ranging from 1.5 G to 5 G). One pair of coils is aligned with the cylinder's axis. Depending on the relative sign of the current in the axial coils, a magnetic field having the geometry of an axial dipole can be imposed from the Helmholtz axial setup (current in the same direction in both coils) or a magnetic field having the geometry of an axial quadrupole can be imposed from the anti-Helmholtz axial setup (current in opposite directions in the two coils). The other pair of coils is perpendicular to the cylinder's axis; the Helmholtz transverse setup creates a magnetic field having the structure of a transverse dipole. If θ is the angular position around the rotation axis, we define the azimuthal mode number m such that the magnetic field dependance is proportional to $e^{im\theta}$. With this notation, the axial coils provide an $m = 0$ field (either dipole or quadrupole), while the transverse coils create an $m = 1$ field.

III. BEHAVIOR FOR DYNAMO RUNS

We consider here cases where the flow is driven using impellers made of an iron disk with iron blades, for which dynamo action has been observed. We first describe the results for a configuration with curved blades, where dynamo action is observed above a critical value $\mathrm{Rm_c} \simeq 44$ [25,26] (run labeled *R* in Sec. IV). We show that induction measurements allow for a reliable estimate of this critical value, using two methods. The first method relies on the determination of relaxation dynamics from applied magnetic pulses and the observation of critical slowing down, while the second method analyzes global magnetic induction measurements and divergence of susceptibility. The results are presented as a function of the normalized control parameter $\epsilon = (\mathrm{Rm} - \mathrm{Rm_c})/\mathrm{Rm_c}$. The two methods are described in detail in the next two subsections, before being applied in the last subsection to dynamo configurations with straight blades and to nondynamo runs in next section.

A. Decay time measurements

1. Description of the method

We study here the decay of an externally applied magnetic field pulse, and estimate its eventual variation with Rm in the vicinity of threshold. The external field is applied using the two Helmholtz axial coils (refer to Fig. 1) which generate an axial dipole field, i.e., having a large projection onto the dynamo magnetic field.

Figure 2(a) shows a typical time evolution of the axial component of the magnetic field $\mathbf{B}(t)$ at one location for one single realization of the relaxation from one applied pulse, below threshold (namely $\epsilon = -0.13$), together with the relaxation of the current applied in the axial coils. One observes a relaxation of the magnetic field from an ON state which is the response to a large scale applied magnetic field at $t < 0$ (the ON state is around 50 G) to an OFF state without externally applied magnetic field (the OFF state being around 10 G). Due to the high level of flow fluctuations, the details of this relaxation vary very much from one pulse to the next.

We first extract a mean behavior, averaging the relaxation recorded by all sensors in the flow. In this manner, contributions from all locations in the flow are taken into account, in a procedure that is appropriate for a global bifurcation in which a large-scale magnetic dipole is generated. We thus *define* and study the global magnetic energy

$$E_B(t) = \frac{1}{40} \sum_{N=1}^{4} \sum_{i=1}^{10} \left| \mathbf{B}_{i,N}(t) - \left\langle \mathbf{B}_{i,N}^{\mathrm{OFF}} \right\rangle \right|^2,$$

where $|\mathbf{B}|$ is the norm of the magnetic field $\mathbf{B}$, $\mathbf{B}_{i,N}(t)$ is the instantaneous magnetic field and $\mathbf{B}_{i,N}^{\mathrm{OFF}}$ the relaxed magnetic field without externally applied field at location i within probe array N, and $\langle \cdot \rangle$ stands for time averaged. Figure 2(b) shows an average of the relaxation dynamics of $E_B(t)$ over 30 realizations, at $\epsilon = -0.13$ (full blue line). The energy level is normalized to its average value at $t < 0$ when the coils current is ON. As expected, the turbulent fluctuations are averaged out—they are incoherent in space and from one pulse to the next. The energy decay is close to an exponential behavior (as observed in the inset) and we extract a characteristic decay time τ from a least-squares fit of the functional form $\exp[-(t - t_0)/\tau]$. An example of fit is shown as the dashed red curve in Fig. 2(b). It is also possible to quantify the fluctuations of decay times about the mean behavior, out of 400 realizations (obtained in run *U*; see Sec. IV). For every single realization a decay time is estimated by a best fit of $E_B(t)$ to an exponential decay. The distributions of values are shown in Fig. 2(c), for $\epsilon = -0.41$ and $\epsilon = -0.11$ (the distributions are normalized to the value of the decay time with no flow). As one nears threshold the mean decay time and the standard deviation increase (a 33% increase for the mean value and a twofold increase for the standard deviation from $\epsilon = -0.41$ to $\epsilon = -0.11$). Although the probability distribution functions (pdf) are close to a Gaussian [full red curves in Fig. 2(c)], they are not completely symmetric. The skewness of the actual distribution is positive and increases as the distance to threshold decreases—it is 0.5 at $\epsilon = -0.41$, and 0.9 at $\epsilon = -0.11$.

2. Threshold determination

In the following, we focus on the evolution of mean decay times when the rotation rate of the impellers (and hence Rm and ϵ) increases. We first consider the response to an applied external field, having a similar geometry to the dynamo mode, as produced by the axial Helmholtz coils shown in Fig. 1.

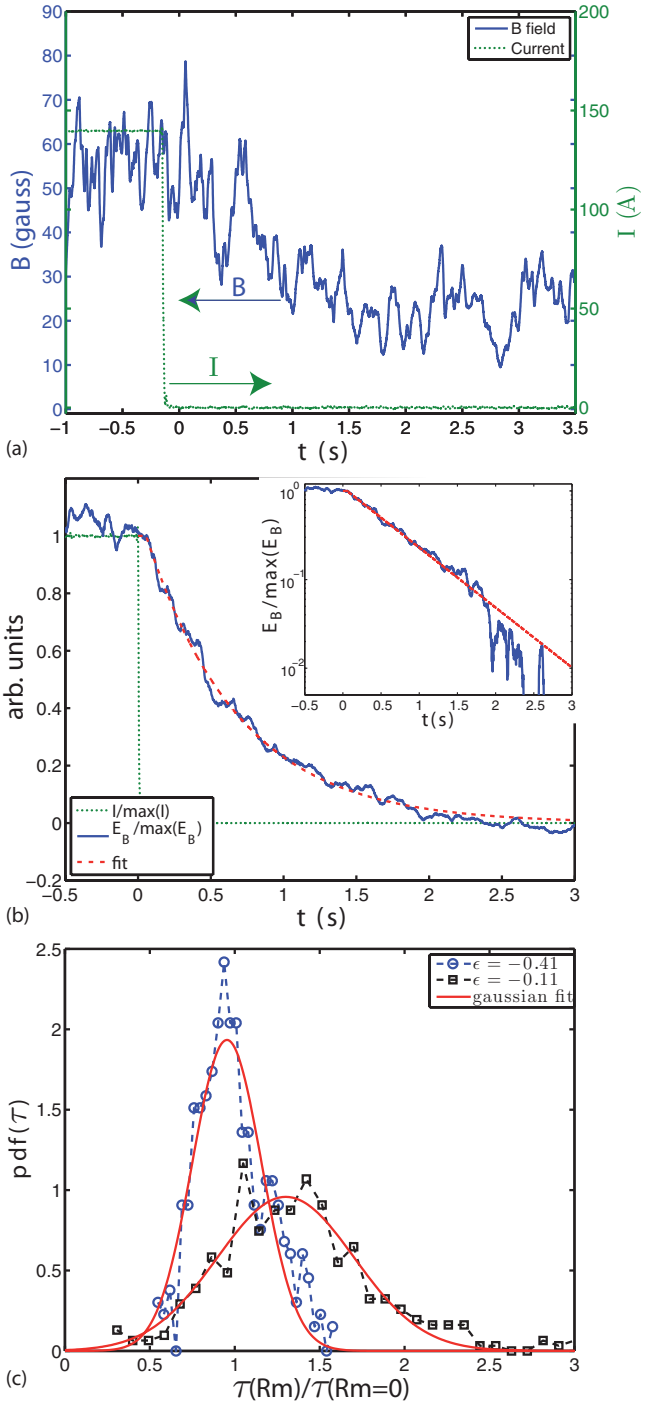

FIG. 2. (Color online) Relaxation dynamics at $\epsilon = -0.13$ for a dynamo run (run R) and applied $m = 0$ dipole magnetic field: (a) time traces for a single realization: magnetic field at one location [full (blue) curve] and current in axial coils [dotted (green) curve], and (b) normalized realization-averaged global magnetic energy and coil current (30 realizations)—the inset shows the curves in lin-log scale; see text for details. (c) Individual probability distribution functions (dashed curves) of the decay time τ (normalized to the decay time with no sodium motion) and associated Gaussian distributions [full (red) curve]—dynamo run U.

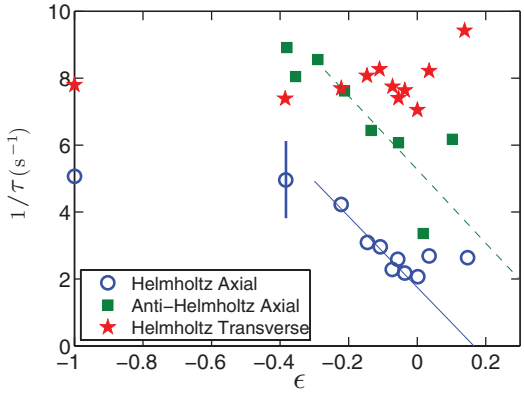

FIG. 3. (Color online) Evolution of relaxation decay time from an applied Helmholtz axial magnetic field (open blue circles), having an $m = 0$ dipolar structure, an applied anti-Helmholtz axial magnetic field (green squares), having an $m = 0$ quadrupolar structure, and an applied Helmholtz transverse magnetic field (red stars), having an $m = 1$ dipolar structure, as a function of ϵ. The lines are the linear extrapolation of the $1/\tau$ evolution in the range $-0.3 < \epsilon < 0$.

For each value of ϵ, the relaxation dynamics from pulsed applied fields has been averaged over 30 independent realizations. Results are shown in Fig. 3, open (blue) circles, the error bar being estimated as the standard deviation over the independent realizations. In the absence of motion, one measures $\tau = 0.2$ s, which corresponds to the ohmic diffusion of magnetic fields over a length $L_d = \sqrt{2\tau/\mu_0\sigma} \approx 0.2$ m $\sim R_o$. As one nears threshold, our main observations are as follows:

(i) The decay time increases clearly with values that start to be noticeably different from simple ohmic decay at about 20% below threshold.

(ii) $1/\tau$ does not reach (or nears) zero, but saturates to a final value starting from the dynamo threshold and onwards.

(iii) A linear extrapolation of the $1/\tau$ evolution crosses zero for $\epsilon \sim 0.17$, leading thus to an overestimate of the threshold. The extrapolation is based on the linear best fit of $1/\tau$ for $-0.3 < \epsilon < 0$, shown as a full line in Fig. 3.

Some of these features can be understood by a simple model. Let us consider the following imperfect supercritical bifurcation:

$$\dot{x} = \alpha + \epsilon x - x^3, \tag{1}$$

where x stands for the time-averaged magnetic field.

The stationary solutions x_0, computed according to Cardan's formulas, are displayed as a full line in Fig. 4 (using $\alpha = 0.005$). The normalized amplitude of the magnetic field during OFF phases is also displayed as open symbols; the dynamical system governed by Eq. (1) thus correctly captures the dynamo bifurcation. We emphasize here that the imperfect nature of the dynamo bifurcation has already been observed in the Karlsruhe dynamo [27]. At first order, the linear relaxation dynamics of the system governed by (1) corresponds to an exponential decay with characteristic time $\tau_l^{-1} = -\epsilon + 3x_0^2$, shown in the inset of Fig. 4 as a dash-dotted line. This evolution shows that no divergence of the relaxation time can be observed near threshold for an imperfect supercritical bifurcation.

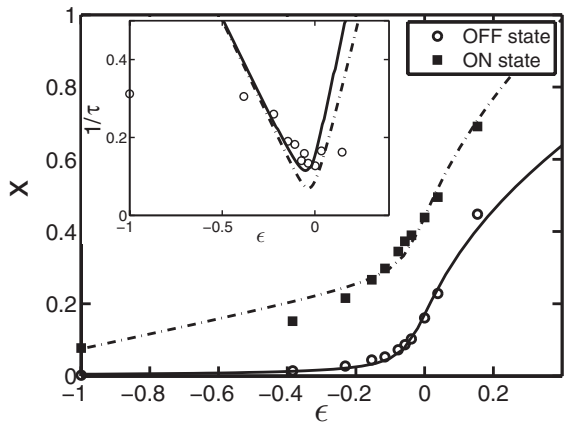

FIG. 4. Experimental (points) and imperfect supercritical model (lines) for the OFF and ON states (with an axial applied dipolar magnetic field). Inset: Evolution of the decay time for the imperfect supercritical model, with $\alpha = 0.005$.

In Fig. 4, the experimental response to the applied Helmholtz axial field—ON states—has also been plotted (filled squares). The observed behavior can be accurately accounted for as resulting from 3 contributions: (i) the OFF states (i.e., the growing dynamo), (ii) a constant applied magnetic field, (iii) a magnetic field induced from the applied field (and linearly scaling with Rm). This simple linear model is displayed as a dashed line in Fig. 4 and correctly describes the experimental data.

Since in the experiment the relaxation is not observed from a vanishingly small perturbation ($\langle B_{\rm ON}\rangle/\langle B_{\rm OFF}\rangle$ is of order unity), one solves numerically the model equation (1) from an initial condition corresponding to the ON state. The relaxation is then fitted by an exponential decay, and the results are displayed as a full line in the inset of Fig. 4. The effect of finite initial conditions adds up to the fact that a complete divergence of the relaxation time, down to the smallest distance to threshold, cannot be observed.

We note here, as a partial conclusion, that relaxation from an applied magnetic field having a similar geometry to the dynamo mode displays critical slowing down below dynamo threshold. This critical slowing down is observed when the forcing reaches at least 0.75 $\mathrm{Rm_c}$, and no divergence is observed at threshold. The observed critical slowing down can be used to detect the dynamo threshold with a simple criterion. This criterion, based on linear extrapolation, leads to an overestimate of the threshold by 17%.

3. Influence of the applied field geometry

We now investigate how the relaxation dynamics is affected when the geometry of the applied magnetic field differs from the geometry of the dynamo mode. As mentioned in the introduction, the projection of the applied perturbation on the unstable mode was shown to be an important parameter in many situations [8,17,22].

We first describe measurements in the anti-Helmholtz axial setup, for which the externally applied magnetic field is generated from the axial coils running currents in opposite directions, thus producing a geometry resembling an axial ($m = 0$) quadrupole. The variations of the decay times in this case are displayed as (green) squares in Fig. 3. Decay times times evolve similarly to the case of the Helmholtz axial setup. The linear fit of the $1/\tau$ evolution in the range $-0.3 < \epsilon < 0$ (dashed green line in Fig. 3) crosses zero at $\epsilon = 0.48$. We emphasize here that the geometry of the induced magnetic field during the ON phase is quadrupolar and that this geometry was checked to be preserved during the relaxation (i.e., the magnetic response of the system preserves the symmetries of the applied magnetic field).

The situation is quite different for the Helmholtz transverse setup, for which the applied magnetic field has the geometry of a transverse, $m = 1$, dipole. In this situation, no significant change in the decay time is observed either below or above threshold; cf. red stars in Fig. 3. We recall here that the most unstable magnetic mode computed from kinematic simulations taking into account the time-average axisymmetric velocity field [12] is an $m = 1$ dipole (satisfying Cowling's theorem), while the observed experimental mode is an $m = 0$ dipole. This difference in relaxation dynamics between axial and transverse dipoles has previously been observed in a similar experiment [22] in which dynamo action was not reached.

To conclude, the evolution of the relaxation dynamics shows that the projection of the applied magnetic perturbation on the unstable dynamo mode is, as in other situations [8,17,22], a crucial parameter, and that critical slowing down has been observed only for axially axisymmetric applied magnetic field. No divergence of the relaxation time is observed at threshold, a reminiscent fact of the imperfect nature of the dynamo bifurcation. The linear extrapolation of the $1/\tau$ evolution leads to an overestimate of the dynamo threshold, by 17% in the Helmholtz axial configuration and 48% in the anti-Helmholtz axial configuration.

B. Induction measurements

We now investigate another method for the estimate of the dynamo threshold based on the strength of the induced field in response to an externally applied one. We focus on the Helmholtz axial and anti-Helmholtz axial cases, and consider the inverse of a susceptibility χ defined as:

$$1/\chi = \frac{1}{40}\sum_{N=1}^{4}\sum_{i=1}^{10}\frac{\left|\mathbf{B}_{i,N}^{\rm app}\right|}{\langle\left|B_{i,N}^{x}\right|\rangle + \langle\left|B_{i,N}^{y}\right|\rangle + \langle\left|B_{i,N}^{z}\right|\rangle},$$

where $|\mathbf{B}_{i,N}^{\rm app}|$ is the norm of the applied magnetic field and $B_{i,N}^{x,y,z}$ are the components of the magnetic response $\mathbf{B}_{i,N}$ to the applied magnetic field at location i within probe array N.

Several choices may be considered for $\mathbf{B}_{i,N}$. The simplest one uses the raw value of the magnetic response, i.e., the induction recorded by the Hall arrays when the applied field is turned ON, such that $\mathbf{B}_{i,N} = \mathbf{B}_{i,N}^{\rm ON}$. This leads to a definition of $1/\chi_1$, which is displayed in the top graph of Fig. 5 as a function of ϵ for Helmholtz axial and anti-Helmholtz axial applied magnetic fields. Both curves show a linear decrease below threshold, which can be used as an estimate for the dynamo threshold. The $1/\chi_1$ evolutions have thus been linearly fitted in the range $-0.4 < \epsilon < 0$. The extrapolation of the linear fits leads to an overestimate of the threshold, namely $\epsilon \sim 0.19$ and 0.37 for the Helmholtz axial and anti-Helmholtz axial

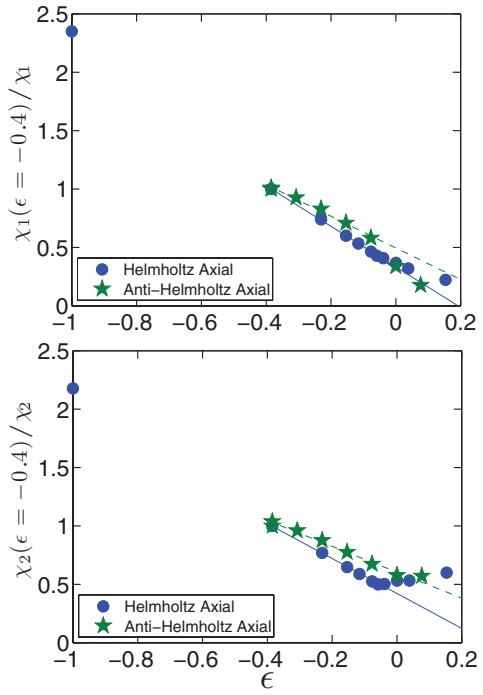

FIG. 5. (Color online) $1/\chi$ as a function of ϵ for the dynamo run, Helmholtz axial, and anti-Helmholtz axial setups. Curves have been normalized to their values at $\epsilon = -0.4$; see text for detailed definitions of χ_1 and χ_2. Linear fits (in the range $-0.4 < \epsilon < 0$) shown as full and dashed lines.

setup, respectively. Similarly to the critical slowing down, no divergence of the susceptibility is observed at threshold.

Since close to self-generation, the dynamo contribution to the amplitudes of $\mathbf{B}_{i,N}^{\mathrm{ON}}$ quickly increases with Rm, it is instructive to introduce a susceptibility χ_2 defined with $\mathbf{B}_{i,N} = \mathbf{B}_{i,N}^{\mathrm{ON}} - \mathbf{B}_{i,N}^{\mathrm{OFF}}$. This definition takes into account the geometry of the applied magnetic field in a better way since it has been checked that the induced magnetic field $(\mathbf{B}_{i,N}^{\mathrm{ON}} - \mathbf{B}_{i,N}^{\mathrm{OFF}})$ has the same symmetries as the applied magnetic field. The evolution of $1/\chi_2$ is shown in the bottom graph of Fig. 5. The behavior is similar to the one of $1/\chi_1$, except that saturation is observed for positive values of ϵ, which was not observed in the evolution of χ_1 due to the dominant contribution of the dynamo field above threshold. The linear fit of the $1/\chi_2$ evolution (computed for $-0.4 < \epsilon < 0$) crosses zero at $\epsilon = 0.28$ and $\epsilon = 0.54$ for the Helmholtz axial and anti-Helmholtz axial cases, respectively.

These results thus show that a dynamo threshold may also be estimated from induction measurements and the evolution of a magnetic susceptibility. In a way similar to the analysis of relaxation dynamics, thresholds estimated in the Helmholtz axial configuration are lower than those estimated in the anti-Helmholtz axial configurations.

C. Application to dynamo runs with straight blades

One distinctive feature of the VKS dynamo is that the dynamo instability has only been observed when the flow is driven by impellers entirely made of soft iron (i.e., disk and blades). The value of threshold does depend on the exact nature of the flow—for instance the direction of rotation for impellers with curved blades or the presence of appendices in the vessel—but the use of soft-iron impellers has proved essential, so far. In this subsection, we discuss the application of the two methods previously introduced to dynamo runs with straight blades (namely runs U and V; refer to Sec. IV for details).

Dynamo instability has indeed been observed when the flow is driven by soft-iron impellers fitted with straight blades, with a higher critical magnetic Reynolds number (∼60 for run V) than with curved blades (∼44 for run R with impellers rotating in the unscooping direction and ∼68 with impellers rotating in the scooping direction). As a consequence, the operational power limits are reached for lower values of $\epsilon = (\mathrm{Rm} - \mathrm{Rm_c})/\mathrm{Rm_c}$ with straight blades than with curved blades [$\max(\epsilon) \sim 0.4$ for run V and and $\max(\epsilon) \sim 0.8$ for run R at exact counterrotation]. A second observation is that no dynamical regimes have been observed for runs U and V when driving the flow asymmetrically. This may be due to the power limits, since dynamical regimes were observed for run R above $\epsilon \sim 0.55$, as secondary instabilities from stationary dynamo states; based on this argument, observation of dynamical regimes in run V would require 35% more mechanical power than presently available.

Despite those discrepancies, the two methods introduced above gave similar results for the three dynamo runs R,U, and V:

(i) Critical slowing down and magnetic susceptibility increase were observed both for the Helmholtz axial setup and for the anti-Helmholtz axial setup.

(ii) The linearly extrapolated threshold for the anti-Helmholtz axial setup is slightly larger than the linearly extrapolated threshold for the Helmholtz axial setup.

(iii) No critical slowing down has been observed for the Helmholtz transverse setup.

(iv) During the relaxation, the magnetic response of the system preserves the symmetries of the applied magnetic field.

The linear extrapolations of the $1/\tau$ and the $1/\chi_2$ evolutions lead to an overestimate of the dynamo threshold, by 17–35 % in the Helmholtz axial configuration and 32–66 % in the anti-Helmholtz axial configuration depending on the dynamo run. This may reflect the threshold difference between two different dynamo modes, namely an axial ($m = 0$) dipole and an axial ($m = 0$) quadrupole [28] or the difference in coupling between symmetric or antisymmetric modes generated in the vicinity of each impeller [25,30]. Given those results, we postulate that dynamical regimes were not observed in runs U and V due to operational limits; i.e., the maximum ϵ values are too small, or equivalently, the maximum Rm values are too close to the critical value.

As a final remark it should be emphasized that for both methods, the dynamo threshold is overestimated by around 15–30 %. This overestimate might be problematic in terms of accessible operating parameters since, in the turbulent flows of interest, the power budget scales as Rm^3. A 20% overestimate in Rm thus corresponds to a 73% overestimate in power requirements.

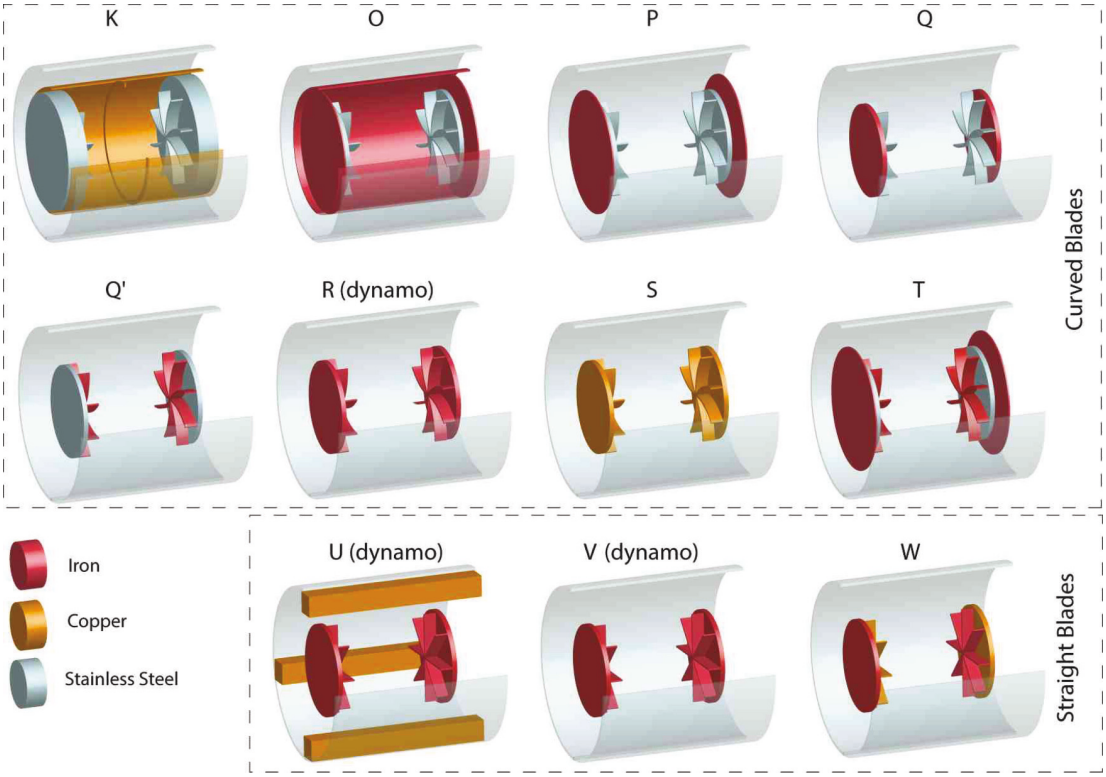

FIG. 6. (Color online) Schematic of the eleven studied VKS configurations. Gray color stands for stainless steel (except for the outer copper cylinder, which is displayed in gray for clarity of the figure), yellow color for copper, and red for soft iron. Static soft-iron screens behind the impellers can clearly be seen for runs *O, P*, and *T*.

IV. INFLUENCE OF BOUNDARY CONDITIONS ON DYNAMO GENERATION

As emphasized above, dynamo instability has only been observed in the VKS experiment when the flow was driven by impellers (both disk and blades) entirely made of soft iron. A number of VKS runs (with various configurations) have thus been dedicated to the study of the influence of electromagnetic boundary conditions, in regards to the observation of self-generation and possible dynamical regimes [25]. As already discussed in Sec. II, here we use "electromagnetic boundary conditions" in a rather loose manner, since it refers to modification of the electrical conductivity and/or the magnetic permeability of both static and rotating parts in contact with liquid sodium. In this section, using the methods introduced in the previous section, we investigate which of these runs are closest to dynamo threshold. The experimental configurations are first introduced in Sec. IV A. The difference between static and rotating high magnetic permeability material on dynamo capability is then analyzed in Sec. IV B using the methods introduced in the previous section. Finally, in Sec. IV C, the difference between high magnetic permeability and high electrical conductivity material is presented.

A. Description of experimental configurations

The experimental configurations investigated are displayed in Fig. 6, summarized in Table I, for 11 VKS runs (labeled with capital letters). These configurations differ by (i) the geometry and material of the impellers, and (ii) the details of the outer vessel enclosing the flow.

Three kinds of impellers have been used. For most of the runs, the eight blades are curved, and the impellers rotate in the unscooping direction. Run *K* was operated with a thicker disk body, extending up to the lateral side of the outer copper cylinder—the blades being curved. For runs *U*, *V*, and *W*, the impellers were fitted with straight blades. Between different runs, the materials of the cylinder, the disk of the impellers, and the blades can be varied independently and are summarized in the second column of Table I. The flow volume itself extends laterally to the external stainless steel vessel ($R_c = R_o = 289$ mm), except for runs *K* and run *O* for which an inner cylinder (coaxial with the outer cylinder) of radius $R_i = 206$ mm confines the flow and sets $R_c = R_i$; in these configurations, a layer of sodium at rest is present for $R_i < r < R_o$. The inner cylinder is 5 mm thick and is made of copper for run *K* and of soft iron for run *O*. For run *U*, four longitudinal copper baffles (square cross section $60 \times 40\ \text{mm}^2$, length 250 mm) have been attached to the outer cylinder. These modifications are summarized in the third column of Table I. The last type of configuration change relates to the 50 mm lid layer between the back of the impellers and the lateral sides of the vessel. For most of the configurations, liquid sodium in this region is set into motion by the impeller rotation. For run *K*, the use of a thicker impeller dramatically reduced the thickness of the lid layer down to 5 mm. For runs *O, P*, and *T*, a soft-iron screen disk (of radius 206 mm, thickness 5 mm)

TABLE I. Description of investigated configurations. SS stands for stainless steel, Cu for copper, and Fe for soft iron. When no experimental data are available, the cell mentions "no data." "None" is mentioned in cases when no decrease of either $1/\tau$ or $1/\chi$ is observed. See text for details on flows. The configurations marked with an asterisk (*) are the ones discussed in Figs. 7 and 8. The maximum reachable Rm is ∼80 except for runs K, O, and W for which it is ∼70.

Run	Impellers (disk/blades)	Cylinder BC	Lateral BC	Flow	Dynamo threshold	Threshold estim. (decay time)	Threshold estim. (induction)
K	SS/SS thick impellers	Cu inner cyl.	thick impellers	$1''$		62 (transverse[a])	no data
O*	SS/SS	Fe inner cyl.	Fe screen	$1'$		∼81	none
P*	SS/SS		Fe screen	$2'$		none	none
Q*	Fe/SS			2		none	∼190
Q'	SS/Fe			2		∼350	∼125
R*	Fe/Fe			2	$\mathrm{Rm_c} = 44$[b]	∼51	∼56
S	Cu/Cu			2		no data	no data
T	SS/Fe		Fe Screen	$2'$		∼250	∼205
U	Fe/Fe straight	Cu baffles		$3'''$	$\mathrm{Rm_c} = 70$	∼85	∼100
V	Fe/Fe straight			$2'''$	$\mathrm{Rm_c} = 60$	∼71	∼93
W	Fe/Cu straight			$2'''$		none	∼120[c]
W	Cu/Fe straight			$2'''$		none	∼97[c]

[a]Decay time measurements were only obtained with an applied transverse magnetic field in run K.
[b]When curved-bladed impellers are rotated in the scooping direction **[**(−) direction in [23,25]**]**, $\mathrm{Rm_c} = 68$.
[c]Estimated from induction measurement in the closest probe shaft to the referred-to impeller; see text for details.

is set at rest 5 mm behind the impellers. These configurations are specified in the fourth column of Table I.

In all cases, the sodium flows created by the counter-rotation of the impellers have a time-averaged structure of the "s2t2" type according to the Dudley James classification [11]. However, the details of the flow structure and of the fluctuations depend on the boundary conditions and vary from one configuration to the other [29]. These flow configurations are summarized in the fifth column of Table I, where "flow 1" denotes the flow created in presence of an inner cylinder, "flow 2" denotes the flow created without the inner cylinder, and "flow 3" denotes the flow created with the four longitudinal baffles. X' denotes the presence of the soft-iron screens behind the impellers, X'' denotes the use of thick impellers, and X''' the use of straight blades.

All runs, except run W, were symmetric configurations; i.e., both impellers were identical. This is not the case for run W where one impeller was made of a copper disk fitted with eight straight soft-iron blades (on cylinder's end; hereafter denoted W-CuFe) and the other impeller was made of a soft-iron disk fitted with eight straight copper blades (on cylinder's end; hereafter denoted W-FeCu).

An integral magnetic Reynolds number is defined as $\mathrm{Rm} = \mu_0 \sigma 2\pi F R_{\mathrm{imp}} R_c$ where R_c is the radius of the sodium flow (i.e., $R_c = R_o$, except for runs K and O, where $R_c = R_i$).

Among the eleven configurations described in Table I, only three of are prone to dynamo action, namely run R (which was studied in detail in Sec. III), run U, and run V (impellers with straight blades; see Sec. III), for which both the disks and blades are machined from soft iron. The respective dynamo thresholds are presented in the sixth column of Table I.

For the sake of clarity, only a few of these runs will be detailed, namely runs O, P, Q, which are indicated in Table I. These runs will also systematically be compared to dynamo run R.

B. Static versus rotating soft iron

In this subsection, we will focus on runs where soft-iron material has been used either for the impellers or as static appendices, together with stainless steel. Let us first focus on pulse-decay measurements performed in the Helmholtz axial case (for which critical slowing down was observed in dynamo runs). The evolution of decay times with Rm is displayed for four runs (namely O, P, Q, and R, with curved blades) in Fig. 7. Two types of behavior are observed:

(i) In runs (P, Q), $1/\tau$ increases slightly with Rm, giving no indication towards self-generation (reported as "none" in the seventh column of Table I). A similar increase has also been observed for runs Q' and T. Its magnitude (about 30%) is consistent with an enhanced turbulent magnetic diffusivity [32–34].

(ii) In run O, $1/\tau$ decreases with Rm. Critical slowing down is observed and a threshold can be estimated from linear extrapolation (similarly to the procedure applied to run R in the previous section); its value is displayed in the seventh column of Table I. For run O, the linear extrapolation

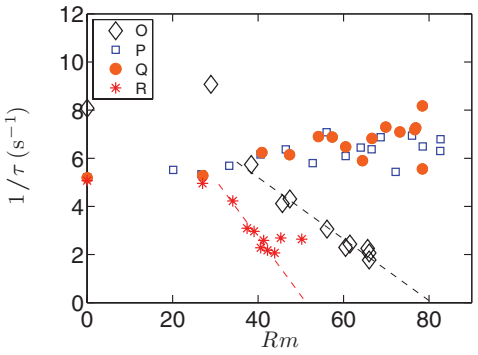

FIG. 7. (Color online) Decay time evolution with Rm for runs O, P, Q, R and applied Helmholtz axial magnetic field.

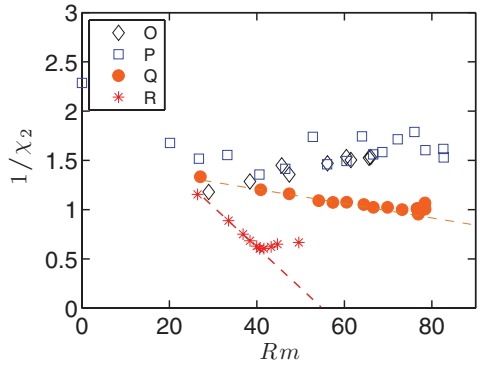

FIG. 8. (Color online) Evolution of $1/\chi_2$ with Rm for runs *O, P, Q, R* and applied Helmholtz axial magnetic field.

crosses zero around Rm $\sim$ 81, which may mean a threshold as low as Rm $\sim$ 69, if one corrects for a $\sim$20% overestimate (based on the observations made earlier on run *R*). Among the nondynamo investigated configurations, run *O* was the only one that showed a strong decrease of $1/\tau$ when applying an axial dipole.[2]

Pulse decay measurements in the Helmholtz transverse case (applied $m = 1$ dipole) have also been performed for several runs (not shown in Fig. 7), but no evolution with Rm has been measured except for run *K*; see next subsection.

Let us now investigate the magnetic susceptibility evolution with Rm for the same runs. The evolutions of $1/\chi_2$ (cf. Sec. III B) as a function of Rm are displayed in Fig. 8 for runs *O, P, Q*. Similarly to decay times, two typical behaviors are observed, namely an increase or a decrease of $1/\chi_2$. An increase of $1/\chi_2$ with Rm corresponds to a case without dynamo instability; in this case the mention "none" is again displayed in the eighth column of Table I. When $1/\chi_2$ decreases with Rm, a divergence of susceptibility is possible and a threshold can be estimated from linear interpolation of the $1/\chi_2$ decrease to zero. The estimated threshold is reported in the eighth column of Table I. The evolution of $1/\chi_2$ for run *O* does not point to an instability threshold (contrary to $1/\tau$). The evolution of $1/\chi_2$ increases for run *P* (as $1/\tau$) and decreases for run *Q* (contrary to $1/\tau$).

These discrepancies motivate a closer analysis of the induction processes for runs *P* and *Q*. We will focus on the azimuthal field component, as the ω effect, particularly in the vicinity of the impellers [30,31], plays a major role in the VKS dynamo generation. In the midplane of the experimental setup, the azimuthal component increases with Rm for all investigated runs (not shown).[3] However, nearer the rotating impellers (i.e., in probe shafts labeled 1 and 4 in Fig. 1), the behaviors differ, as shown in Fig. 9. In contrast to run *P*, in run *Q*, the radial profile of the normalized induced azimuthal component increases with Rm, a feature common to all dynamo runs, as well as with runs with rotating soft-iron

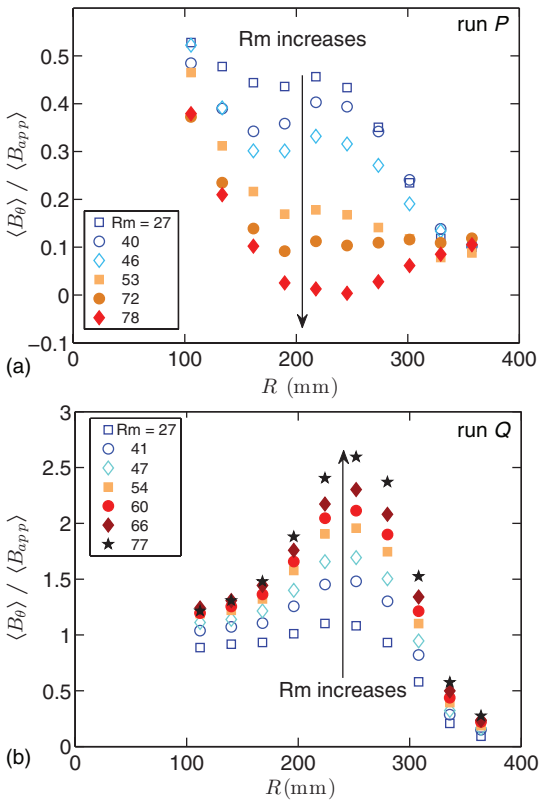

FIG. 9. (Color online) Normalized induced azimuthal magnetic field radial profile in probe shafts closer to one impeller as function of Rm for (a) run *P*, (b) run *Q*.

parts in the impellers, such as runs Q' and T. We propose that this feature is related to the decrease of $1/\chi_2$ for run *Q* shown in Fig. 8, and possibly pointing to a (distant) threshold. From these induction measurements, run *Q* thus shares more properties with dynamo runs, and thus seems closer to dynamo action than run *P*, while the decay time evolution did not discriminate between the two runs. The analysis of the induction amplitude is thus complementary to the analysis of the relaxation dynamics. The extrapolated threshold for run *Q* nevertheless remains far out of reach in the experiment. We thus showed that the global magnetic induction response of the system (characterized by χ_2) can be understood from a (local) analysis of the magnetic induction features close to the impellers. The magnetic behavior in the vicinity of the rotating impellers and the interplay between the sodium flow and the rotating material have a leading role on the global magnetic behavior of the system.

C. High magnetic permeability versus high electrical conductivity

In the present subsection, we investigate the differences on dynamo capability between similar runs with parts built from high magnetic permeability (soft iron, $\mu \sim 65$ [30]) and/or high electrical conductivity (copper, 42 times more conducting than stainless steel).

Let us first consider the difference between impellers made entirely of soft iron (runs R, U, V) and impellers made entirely

[2]Note that decay time were not investigated during run *S*.

[3]Note that the axial induced component behaves similarly for all investigated configurations, and does not depend on details of the boundary conditions.

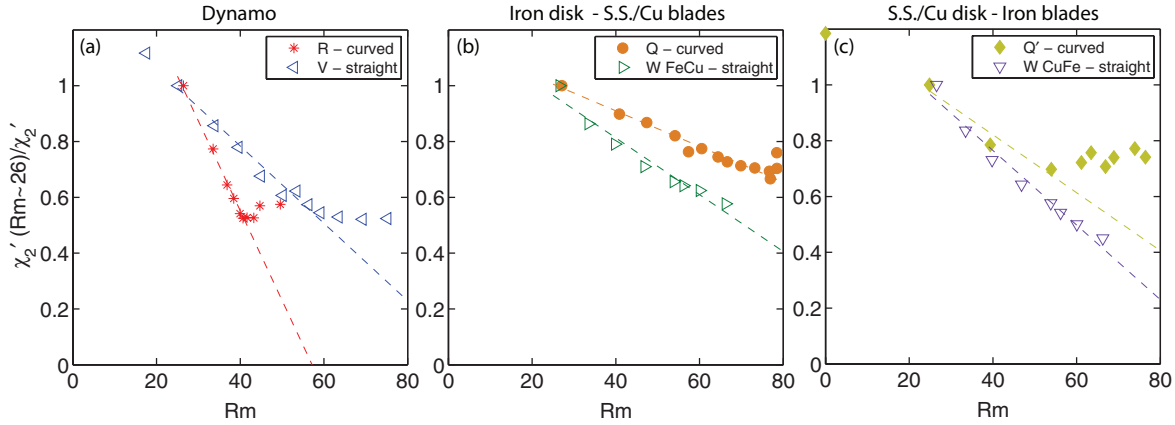

FIG. 10. (Color online) Evolution of $1/\chi_2'$ as a function of Rm between different runs; see legend and text for details.

of copper (run S). As described in Table I, dynamo action has not been observed in run S, within the accessible Rm values ($\mathrm{Rm}^{\mathrm{max}} \sim 80$). Unfortunately, due to technical reasons, we were not able to investigate the magnetic relaxation or the magnetic induction. Thus no direct comparison of the magnetic response of the flow driven by high magnetic permeability impellers or by high electrical conductivity impellers is possible.

Let us now consider configurations with mixed impellers, for which the disk and the blades are from different materials (runs Q, Q', W with mixed soft iron/stainless steel and mixed soft iron/copper impellers). This requires a comparison between symmetric configurations runs with curved blades (Q and Q') and an asymmetric configuration with straight blades (W).

The first comparison deals with time-decay measurements. Similarly to runs Q and Q', a flat evolution of the decay time with Rm was observed in run W both in exact counterrotation and when only one impeller is rotating, the other one being kept at rest (not shown). In that respect, a higher conductivity of nonmagnetic materials in mixed impellers has no influence on magnetic relaxation.

Though no clue of nearing the dynamo threshold is observed with decay times, it is instructive to investigate in greater details the magnetic induction features. Since configuration W is an asymmetric one, we introduce a slightly modified magnetic susceptibility χ_2', for which only one of the shorter probe array is taken into account (i.e., the summation introduced in Sec. III is restricted to probe 1 or probe 4 in Fig. 1). This method has been justified in the previous subsection, where we showed that the global magnetic response of the system is bounded to the magnetic behavior close to the impellers. For symmetric configurations, although the difference between χ_2 and χ_2' values is around 10%, the linear extrapolation of their evolution with Rm gave values of the extrapolated threshold within 3%. The investigated runs involve both curved blades configurations (runs Q, Q') and a straight blade configuration (run W). We thus first compare the magnetic susceptibility of dynamo runs R (curved blades) and V (straight blades). Figure 10(a) shows the normalized evolution of $1/\chi_2'$ for these two dynamo runs: The straight blade configuration is observed to be less efficient than the curved blade configuration to induce magnetic fields (as a consequence run V has a higher threshold than run R). Figure 10(b) [respectively (c)] shows the normalized evolution of $1/\chi_2'$ for the iron disk/stainless steel blades and iron disk/copper blades configurations (respectively stainless steel disk/ iron blades and copper disk/iron blades configurations). For both cases, it is observed that the straight blade configurations are more efficient than the curved blade configurations to induce magnetic fields: The use of high-conductivity materials instead of low-conductivity materials eases electrical current circulation. While the straight blades driven flow is 2.3 less efficient than the curved blades driven flow with full soft-iron impellers [Fig. 10(a)], an increase by a factor 1.6 (respectively 1.3) of the magnetic induction has been observed when stainless steel is replaced by copper for the blades (respectively the disk). An extrapolation of these data lead to an 3.7-fold (respectively 3-fold) increase when stainless steel is replaced by copper for the blades (respectively the disk). In that respect, a higher electrical conductivity of the blades helps in allowing azimuthal currents (excited from helical turbulence or gradient in turbulent properties of the flow close to the impellers) to flow between the blades, thus complementing the benefit of high-permeability rotating disks as proposed in [15,30]. However, we emphasize that this effect is not sufficient to reach the dynamo threshold; in addition, no Rm evolution of decay times was observed when the flow is driven by mixed soft iron/copper impellers. The dynamo threshold estimated from the linear extrapolation of $1/\chi_2'$ is 120 (respectively 97) for WFeCu (respectively WCuFe); the thresholds estimated for Q and Q' are 190 and 125. Magnetic induction is thus more efficient with a rotating nonmagnetic disk fitted with soft-iron blades than with a rotating soft-iron disk fitted with nonmagnetic blades, whatever the conductivity of the nonmagnetic material.

Let us now eventually investigate the effect of a change in the lateral static boundary condition of the cylinder enclosing the flow, as investigated in runs K and O. Run O as been described in detail in the last subsection. For run K, an evolution of the decay times in the Helmholtz transverse case (applied $m = 1$ dipole) with Rm has been observed, however restricted to only two values of Rm: $\mathrm{Rm} = 0$ and $\mathrm{Rm} = 51$. A dramatic decrease was observed for $1/\tau$, from 9 s^{-1} at $\mathrm{Rm} = 0$ to 2.2 s^{-1} at $\mathrm{Rm} = 51$. Within the large uncertainty

related to the scarce data, a linear extrapolation of this $1/\tau$ decrease leads to an estimated threshold $\mathrm{Rm}_c \sim 62$.

V. CONCLUSION

The dynamo bifurcation is controlled by the magnetic Reynolds number Rm, in a turbulent flow where the mechanical power to be fed to the flow scales as Rm^3. For this reason, only restricted Rm intervals are accessible for any given experimental setup. In these conditions, it is of prime interest to determine the proximity (if any) of a dynamo bifurcation from analysis of induction measurements performed below threshold.

Using a dynamo run in the VKS experiment we have tested here two methods, inspired by techniques applied to critical phenomena and phase transitions. The first one relies on analysis of time-averaged decay times from pulses of applied magnetic field and the observation of critical slowing down close to the dynamo instability threshold. The second one is based on the analysis of the amplitude of magnetic induction, and the existence of a magnetic susceptibility divergence near the dynamo threshold. Despite the high level of broadband turbulent fluctuations, we showed that both methods reveal the proximity of the dynamo bifurcation, and allow for an estimate of its threshold. Decay times and the magnetic induction increase significantly as the magnetic Reynolds number approaches the critical value from below. Similarly to Rayleigh-Bénard convection [8] and previous investigations on the dynamo instability [17,19,22], we verify that one should test the most unstable mode; i.e., the spatial structure of the applied magnetic field must have a significant projection onto the dynamo mode. In VKS, critical slowing down and magnetic susceptibility divergence are both observed for an applied axial dipole or quadrupole, while no effect is observed for an applied field having the geometry of a transverse dipole. We find that both methods yield a similar estimate of the threshold, but about 20% above the real value. However, these methods are restricted to situations in which the control parameter can be increased to about half the critical value. Moreover, it is well known that the behavior of the magnetic induction can show strong nonlinear effects, as observed in numerical experiment [35,36] (where growth rates of the magnetic energy were observed to evolve nonlinearly with the magnetic Reynolds number), and extrapolation techniques such as the ones presented here may fail. This study nevertheless provides methods that may be confidently applied to currently operated or planned dynamo experiments.

In a second part of the paper, we have used the observations drawn from the dynamo run to the analysis of other flow and boundary conditions tested in the VKS experiment, as reported in Fig. 6. No evidence of a dynamo threshold can be reported from analysis of the response to an axial applied dipolar magnetic field, except for configurations O, Q, Q', and W:

(1) Configuration O has the flow surrounded by a stationary ferromagnetic shell. Some increase of the decay time is observed (diamonds in Fig. 7), but this trend is not confirmed in the susceptibility measurement (diamonds in Fig. 8).

(2) Configurations Q, Q', and W have rotating ferromagnetic parts in the impellers. In both cases, an increase of the susceptibility is observed (filled circles, Fig. 8), but decay times do not seem to change (filled circles, Fig. 7). In run W, it has been observed that changing rotating stainless steel with copper (i.e., higher electrical conductivity) increases magnetic induction, while decay times are not modified.

(3) Run K is a peculiar configuration for which an increase of the decay time has been observed from an applied transverse dipole, though the dynamo threshold was not reached.

These observations confirm the leading role played by boundary conditions in the VKS experiment, particularly the leading effect of rotating ferromagnetic parts.

ACKNOWLEDGMENTS

We thank the other members of the VKS collaboration, with whom the experimental runs have been performed. We thank M. Moulin, C. Gasquet, A. Skiara, D. Courtiade, J.-F. Point, P. Metz, V. Padilla, and M. Tanase for their technical assistance. We thank the anonymous referee for remarks that raised the discussion of Sec. IV C. This work is supported by ANR 08-0039-02, Direction des Sciences de la Matière, and Direction de l'Energie Nucléaire of CEA, Ministère de la Recherche, and CNRS. The experiment is operated at CEA/Cadarache DEN/DTN.

[1] F. Charru, *Hydrodynamic Instabilities* (Cambridge University Press, Cambridge, 2011).
[2] R. P. Behringer and G. Ahlers, Phys. Lett. A **62**, 329 (1977).
[3] J. Weisfreid, Y. Pomeau, M. Dubois, C. Normand, and P. Bergé, J. Phys. **39**, 725 (1978).
[4] Y. Sawada, Phys. Lett. A **65**, 5 (1978).
[5] J. P. Gollub and M. H. Freilich, Phys. Fluids **19**, 618 (1976).
[6] R. J. Donnely and K. W. Schwarz, Proc. R. Soc. London A **283**, 531 (1965).
[7] G. Pfister and U. Gerdts, Phys. Lett. A **83**, 23 (1981).
[8] C. Allain, H. Z. Cummins, and P. Lallemand, J. Phys. Lett. (Paris) **39**, L473 (1978).
[9] M. Nishioka, S. Iida, Y. Ichikawa *et al.*, J. Fluid Mech. **72**, 731 (1975).
[10] K. Avila, D. Moxey, A. de Lozar, M. Avila, D. Barkley, and B. Hof, Science **333**, 192 (2011).
[11] M. L. Dudley and R. W. James, Proc. R. Soc. London A **425**, 407 (1989).
[12] F. Ravelet, A. Chiffaudel, F. Daviaud, and J. Leorat, Phys. Fluids **17**, 117104 (2005).
[13] C. J. P. Gissinger, Europhys. Lett. **87**, 39002 (2009).
[14] A. Giesecke, F. Stefani, and G. Gerbeth, Phys. Rev. Lett. **104**, 044503 (2010).
[15] A. Giesecke, C. Nore, F. Stefani, G. Gerbeth, J. Leorat, W. Herreman, F. Luddens, and J.-L. Guermond, New J. Phys. **14**, 053005 (2012).
[16] S. Kenjeres and K. Hanjalic, Phys. Rev. Lett. **98**, 104501 (2007).
[17] A. K. Gailitis, B. G. Karasev, I. R. Kirillov, O. A. Lielausis, S. M. Luzhanskii, A. P. Ogorodnikov, and G. V. Preslitskii, Magnitnaya Gidrodinamika **23**, 349, (1987).

[18] Yu. B. Ponomarenko, J. Appl. Mech. Tech. Phys. **14**, 775 (1973).
[19] A. K. Gailitis, O. Lielausis, S. Dement, E. Platacis, A. Cifersons, G. Gerbeth, T. Gundrum, F. Stefani, M. Christen, H. Hänel, and G. Will, Phys. Rev. Lett. **84**, 4365 (2000).
[20] Agris Gailitis, Physics of Plasmas **11**, 2838 (2004).
[21] A. Alemany, F. Marty, F. Plunian, and J. Soto, J. Fluid Mech. **403**, 263 (2000).
[22] N. L. Peffley, A. Cawthorne, and D. P. Lathrop, Phys. Rev. E **61**, 5287 (2001).
[23] R. Monchaux, M. Berhanu, S. Aumaitre, A. Chiffaudel, F. Daviaud, B. Dubrulle, F. Ravelet *et al.*, Phys. Fluids **21**, 035108 (2009).
[24] M. Berhanu, G. Verhille, J. Boisson, B. Gallet, C. Gissinger, S. Fauve, N. Mordant *et al.*, Eur. Phys. J. B **77**, 459 (2010).
[25] J. Boisson, S. Aumaitre, N. Bonnefoy, M. Bourgoin, F. Daviaud, B. Dubrulle, Ph. Odier, J.-F. Pinton, N. Plihon, and G. Verhille, New J. Phys. **14**, 013044 (2012).
[26] B. Gallet, S. Aumaitre, J. Boisson, F. Daviaud, B. Dubrulle, W. Bonnefoy *et al.*, Phys. Rev. Lett. **108**, 144501 (2012).
[27] U. Müller, R. Stieglitz, and S. Horanyi, J. Fluid Mech. **498**, 31 (2004).
[28] F. Ravelet, M. Berhanu, R. Monchaux, S. Aumaitre, A. Chiffaudel *et al.*, Phys. Rev. Lett. **101**, 074502 (2008).
[29] P.-P. Cortet, P. Diribarne, R. Monchaux, A. Chiffaudel, F. Daviaud, and B. Dubrulle, Phys. Fluids **21**, 025104 (2009).
[30] G. Verhille, N. Plihon, M. Bourgoin, Ph. Odier, and J.-F. Pinton, New J. Phys. **12**, 033006 (2010).
[31] F. Ravelet, B. Dubrulle, F. Daviaud, and P-A. Ratie, Phys. Rev. Lett. **109**, 024503 (2012).
[32] P. Frick, V. Noskov, S. Denisov, and R. Stepanov, Phys. Rev. Lett. **105**, 184502 (2010).
[33] V. Noskov, S. Denisov, R. Stepanov, and P. Frick, Phys. Rev. E **85**, 016303 (2012).
[34] K. Rahbarnia, B. P. Brown, M. M. Clark, E. J. Kaplan, M. D. Nornberg *et al.*, ApJ **759**, 80 (2012).
[35] C. Nore, M.-E. Brachet, H. Politano, and A. Pouquet, Phys. Plasmas **4**, 1 (1997).
[36] Y. Ponty, P. D. Mininni, J.-F. Pinton, H. Politano, and A. Pouquet, New J. Phys. **9**, 296 (2007).

Bibliographie

[1] A. Alexakis & F. Pétrélis – « Anomalous Exponents at the Onset of an Instability », *Physics Review Letters* **108**, 014501 (2012), p. 1–5. (Cité en page 45.)

[2] A. Alexakis & Y. Ponty – « Effect of the Lorentz force on on-off dynamo intermittency », *Physical Review E* **77** (2008), no. 056308, p. 1–7. (Cité en page 115.)

[3] C. Allain, H. Z. Cummins & P. Lallemand – « Critical slowing down near the Rayleigh-Bénard convective instability », *Journal de Physique - Lettres* **24** (1978), p. L–473 L–477. (Cité en page 65.)

[4] S. Aumaître, K. Mallick & F. Pétrélis – « Effects of the low frequencies of noise on on-off intermittency », *Journal of Statistical Physics* **123** (2006), no. 4, p. 909–927. (Cité en pages 115, 116 et 124.)

[5] S. Aumaître, F. Pétrélis & K. Mallick – « Low-Frequency Noise Controls On-Off Intermittency of Bifurcating Systems », *Physical Review Letters* **95** (2005), no. 6, p. 2–5. (Cité en page 115.)

[6] G. Backus – « A class of self sustained dissipative spherical dynamos », *Annals of Physics* **4** (1958), no. 4, p. 372–447. (Cité en page 6.)

[7] M. Berhanu, G. Verhille, Boisson Jean, B. Gallet, C. Gissinger, S. Fauve & N. Mordant – « Dynamo regimes and transitions in the VKS experiment », *European Journal of Physics B* **468** (2010), p. 459–468. (Cité en pages 14 et 34.)

[8] J. Boisson, S. Aumaître, N. Bonnefoy, M. Bourgoin, F. Daviaud., B. Dubrulle., P. Odier, J.-F. Pinton, N. Plihon & G. Verhille – « Symmetry and couplings in stationary Von Kármán sodium dynamos », *New Journal of Physics* **14**, 013044 (2012). (Cité en pages 46, 47, 53, 54 et 60.)

[9] J. Boisson & B. Dubrulle – « Three-dimensional magnetic field reconstruction in the VKS experiment through Galerkin transforms », *New Journal of Physics* **13**, 023037, (2011). (Cité en pages 46 et 47.)

[10] M. Bourgoin – « Etudes en magnétohydrodynamique, application à l'effet dynamo », Thèse, ENS de Lyon, 2003. (Cité en page 23.)

[11] M. Bourgoin, R. Volk, P. Frick, S. Khripchenko, P. Odier & J.-F. Pinton – « Induction mechanisms in von Kármán swirling flows of liquid gallium », *Magnetohydrodynamics* **40** (2004), no. 1, p. 13–31. (Cité en pages 25, 26, 109 et 110.)

[12] M. Bourgoin, R. Volk, N. Plihon, P. Augier, P. Odier & J.-F. Pinton – « An experimental Bullard-von Kármán dynamo », *New Journal of Physics* **8** (2006), no. 12, p. 329–329. (Cité en page 108.)

[13] D. Brito, H.-C. Nataf, P. Cardin, J. Aubert & J.-P. Masson – « Ultrasonic doppler velocimetry in liquid gallium », *Experiments in Fluids* **31** (2001), p. 653–663. (Cité en page 146.)

[14] D. Brito, T. Alboussière, P. Cardin, N. Gagnière, D. Jault, P. La Rizza, J-P. Masson, H.-C. Nataf, & D. Schmitt – « Zonal shear and super-rotation in a magnetized spherical Couette-flow experiment », *Physical Review E* **83** (2011), no. 066310. (Cité en pages 146 et 170.)

[15] E. Bullard & H. Gellman – « Homogeneous dynamos and terrestrial magnetism », *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences* **247** (1954), no. 928, p. 213–278. (Cité en pages 11 et 106.)

[16] J. Burguete & A. De la Torre – « Hysteresis and vortices dynamics in a turbulent flow », *International Journal of bifurcation and chaos* **19** (2009), no. 8, p. 2695–2703. (Cité en pages 15 et 92.)

[17] F. Cattaneo & S. Tobias – « Dynamo properties of the turbulent velocity field of a saturated dynamo », *Journal of Fluid Mechanics* **621** (2009), p. 205–214. (Cité en page 138.)

[18] F. Charru – « Hydrodynamic instabilities », Cambridge University Press éd., 2011. (Cité en page 64.)

[19] C. Constable – « On rates of occurrence of geomagnetic reversals », *Physics of the Earth and Planetary Interiors* **118** (2000), no. 3-4, p. 181–193. (Cité en page 136.)

[20] P.-P. Cortet, P. Diribarne, R. Monchaux, A. Chiffaudel, F. Daviaud & B. Dubrulle – « Normalized kinetic energy as a hydrodynamical global quantity for inhomogeneous anisotropic turbulence », *Physics of Fluids* **21** (2009), no. 2, p. 025104. (Cité en pages 17, 18, 54, 55, 56, 59 et 92.)

[21] T. G. Cowling & D. Phil – « The magnetic field of sunspots », *Mon. Not. Royal Astronomical Society* **94** (1933), p. 39–48. (Cité en page 33.)

[22] M. L. Dudley & R. W. James – « Time-Dependent Kinematic Dynamos with Stationary Flows », *Proceedings of the Royal Society A : Mathematical, Physical and Engineering Sciences* **425** (1989), no. 1869, p. 407–429. (Cité en pages 29 et 63.)

[23] S. Eckert, A. Cramer & G. Gerbeth – « Velocity measurement techniques for liquid metal flows », *Magnetohydrodynamics, Fluid Mechanics and Its Applications* **80** (2007). (Cité en page 145.)

[24] S. Eckert & G. Gerbeth – « Velocity measurements in liquid sodium by means of ultrasound doppler velocimetry », *Experiments in Fluids* **32** (2002), p. 542–546. (Cité en pages 146 et 161.)

[25] S. Fauve & F. Pétrélis – « Scaling laws of turbulent dynamos », *Comptes rendus de Physique* **8** (2007), p. 87–92. (Cité en pages 45, 106 et 127.)

[26] C. C. Finlay, A. Jackson, N. Gillet & N. Olsen – « Core surface magnetic field evolution 2000-2010 », *Geophysical Journal International* **189** (2012), p. 761–781. (Cité en page 3.)

[27] P. Frick, V. Noskov, S. Denisov & R. Stepanov – « Direct measurement of effective magnetic diffusivity in turbulent flow of liquid sodium », *Physical Review Letters* **105** (2010), no. 184502. (Cité en page 30.)

[28] A. Gailitis, G. Gerbeth, T. Gundrum & O. Lielausis – « History and results of the Riga dynamo experiments », *Comptes rendus de Physique* **9** (2008), p. 721–728. (Cité en pages 13 et 65.)

[29] A. Gailitis, B. G. Karasev, I. R. Kirilov, O. A. Lielausis, S. M. Luzhanskii, A. P. Ogorodnikov & G. V. Preslitskii – « Experiment with a liquid metal model of an mhd dynamo », *Magnetohydrodynamics*, **4**, 3-4, (1987). (Cité en page 65.)

[30] A. Gailitis, O. Lielausis, S. Dement, E. Platacis, A. Cifersons, G. Gerbeth, T. Gundrum, F. Stefani, M. Christen, H. Hänel & G. Will – « Detection of a Flow Induced Magnetic Field Eigenmode in the Riga Dynamo Facility », *Physical Review Letters*, **84**, (2000), p. 4365–4368. (Cité en page 66.)

[31] B. Gallet, J. Boisson, F. Daviaud, B. Dubrulle, N. Bonnefoy, M. Bourgoin, P. Odier, J.-F. Pinton & S. Aumaître – « Experimental Observation of Spatially Localized Dynamo Magnetic Fields », *Physics Review Letters* **108**, 144501 (2012), p. 2–6. (Cité en pages 55 et 56.)

[32] A. Giesecke, C. Nore, F. Stefani, G. Gerbeth, J. Léorat, W. Herreman, F. Luddens & J.-L. Guermond – « Influence of high-permeability discs in an axisymmetric model of the cadarache dynamo experiment », *New Journal of Physics* **14** (2012), no. 053005. (Cité en page 84.)

[33] A. Giesecke, C. Nore, F. Stefani, G. Gerbeth, J. Léorat, F. Luddens & J. L. Guermond – « Electromagnetic induction in non-uniform domains », *Geophysical and Astrophysical Fluid Dynamics* **104** (2010). (Cité en pages 84 et 85.)

[34] A. Giesecke, F. Stefani & G. Gerbeth – « Role of soft-iron impellers on the mode selection in the von kármán sodium dynamo experiment », *Physical Review Letters* **104**, 044503 (2010), no. January, p. 1–4. (Cité en pages 34, 37, 60 et 64.)

[35] C. Gissinger – « A numerical model of the vks experiment », *European Physical Letters* **87** (2009), no. 39002. (Cité en page 34.)

[36] C. Gissinger – « A new deterministic model for chaotic reversals », *European Physical Journal B* **85** (2012), no. 137. (Cité en page 36.)

[37] C. Guervilly & N. H. Brummell – « Self-consistent simulations of a von Kármán type dynamo in a spherical domain with metallic walls », *Physical Review E* **86**, 046317 (2012), p. 1–19. (Cité en pages 37, 64 et 85.)

[38] J. Heagy, N. Platt & H. S.M – « Characterization of the on-off intermittency », *Physical Review E* **49** (1994), no. 2, p. 1140–1150. (Cité en pages 115, 116 et 124.)

[39] R. Hollerbach, X. Wei, J. Noir & A. Jackson – « Electromagnetically driven zonal flows in a rapidly rotating spherical shell », *Journal of Fluid Mechanics* **725** (2013), p. 428–445. (Cité en pages 30 et 170.)

[40] C. A. Jones – « Dynamo theory », in *Dynamos*, ecole des houches éd.. (Cité en pages 9 et 33.)

[41] J. Krautkrämer & H. Krautkrämer – « Ultrasonic testing of materials » in *4th edition Springer*, (1990). (Cité en page 161.)

[42] W. Kuang, W. Jiang & T. Wang – « Sudden termination of Martian dynamo ? : Implications from subcritical dynamo simulations », *Geophysical Research Letters* **35** (2008), p. 1–5. (Cité en page 137.)

[43] T. Kumaresan & J. B. Joshi – « Effect of impeller design on the flow pattern and mixing in stirred tanks », *Chemical Engineering Journal* **115** (2006), p. 173–193. (Cité en page 62.)

[44] A. Laguerre, C. Nore, A. Ribeiro, J. Léorat, J. Guermond & F. Plunian – « Impact of Impellers on the Axisymmetric Magnetic Mode in the VKS2 Dynamo Experiment », *Physical Review Letters* **101** (2008), no. 104501, p. 2–5. (Cité en page 34.)

[45] J. Larmor – « How could a rotating body such as the Sun become a magnet ? », *Rep. Brit. Assoc. Adv. Sci.* **87** (1919). (Cité en pages 2 et 3.)

[46] D. P. Lathrop, W. L. Shew & D. R. Sisan – « Laboratory experiments on the transition to MHD dynamos », *Plasma Physics and controlled fusion* **43** (2001), p. 151–160. (Cité en pages 30 et 65.)

[47] F. J. Lowes & I. Wilkinson – « Geomagnetic dynamo : a improved laboratory model. », *Nature* **219** (1968), p. 717–718. (Cité en page 12.)

[48] L. Marié – « Transport de moment cinétique et de champ magnétique par un écoulement tourbilonnaire turbulent : influence de la rotation », Thèse, Université Paris 7 - Denis Diderot, 2003. (Cité en page 31.)

[49] S. Miralles – « Dynamo efficiency controlled by hydrodynamic bistability », *soumis à Phys. Rev. Letters* (2013). (Cité en page 88.)

[50] S. Miralles, N. Bonnefoy, M. Bourgoin, P. Odier, J.-F. Pinton, N. Plihon, G. Verhille, J. Boisson, F. Daviaud & B. Dubrulle – « Dynamo threshold detection in the von kármán sodium experiment », *Physical Review E* **88** (2013), no. 013002. (Cité en page 66.)

[51] S. Miralles, G. Verhille, N. Plihon & J.-F. Pinton – « The magnetic-distortion probe : Velocimetry in conducting fluids », *Review of Scientific Instruments* **82** (2011), no. 095112. (Cité en page 150.)

[52] H. K. Moffatt – « Magnetic field generation in electrically conducting fluids », Cambridge University Press éd., 1978. (Cité en page 3.)

[53] R. Monchaux – « Mécanique statistique et effet dynamo dans un écoulement de von Kármán turbulent », Thèse, Université Paris 7, 2007. (Cité en pages 15, 16, 31 et 59.)

[54] R. Monchaux, M. Berhanu, S. Aumaitre, A. Chiffaudel, F. Daviaud, B. Dubrulle, F. Ravelet, S. Fauve, N. Mordant, F. Pétrélis, M. Bourgoin, P. Odier, J.-F. Pinton, N. Plihon & R. Volk – « The von karman sodium experiment :

Turbulent dynamical dynamos », *Physics of Fluids* **21** (2009), no. 035108. (Cité en pages 33, 35, 43 et 45.)

[55] R. Monchaux, M. Berhanu, M. Bourgoin, M. Moulin, Odier Philippe, J.-F. Pinton, R. Volk, S. Fauve, N. Mordant, F. Pétrélis, A. Chiffaudel, Daviaud Francois, Dubrulle Bérengère, C. Gasquet, L. Marie & F. Ravelet – « Generation of a Magnetic Field by Dynamo Action in a Turbulent Flow of Liquid Sodium », *Physical Review Letters* **98** (2007), no. 4, p. 1–4. (Cité en pages 14 et 30.)

[56] U. Müller, R. Stieglitz & S. Horanyi – « A two-scale hydromagnetic dynamo experiment », *Journal of Fluid Mechanics* **498** (2004), p. 31–71. (Cité en pages 13, 43 et 45.)

[57] H.-C. Nataf, T. Alboussière, D. Brito, P. Cardin, N. Gagnière, D. Jault, J.-P. Masson & D. Schmitt – « Experimental study of super-rotation in a magnetostrophic spherical couette flow », *Geophysical and Astrophysical Fluid Dynamics* **100** (2006), no. 4-5, p. 281–298. (Cité en page 30.)

[58] H.-C. Nataf, T. Alboussière, D. Brito, P. Cardin, N. Gagnière, D. Jault, J.-P. Masson & D. Schmitt – « Rapidly rotating spherical couette flow in a dipolar magnetic field : An experimental study of the mean axisymmetric flow », *Physics of the Earth and Planetary Interiors* **170** (2008), p. 60–72. (Cité en page 30.)

[59] M. Nishioka, S. Iida & Y. Ichikawa – « An experimental investigation of the stability of plane poiseuille flow », *Journal of Fluid Mechanics* **72** (1975), no. 731. (Cité en page 65.)

[60] C. Nore, F. Moisy & L. Quartier – « Experimental observation of near-heteroclinic cycles in the von karman swirling flow », *Physics of Fluids* **17** (2005), no. 064103. (Cité en page 15.)

[61] N. Nore, M.-E. Brachet, H. Politano & A. Pouquet – « Dynamo action in the taylor-green vortex near threshold », *Physics of Plasmas* **4** (1997). (Cité en page 75.)

[62] M. Nornberg, E. J. Spence, R. D. Kendrick, C. M. Jacobson & C. B. Forest – « Measurements of the magnetic field induced by a turbulent flow of liquid metal measurements of the magnetic field induced by a turbulent flow of liquid metal », *Physics of Plasmas* **13**, 055901 (2006). (Cité en page 30.)

[63] V. Noskov, R. Stepanov, S. Denisov, P. Frick & G. Verhille – « Dynamics of a turbulent spin-down flow inside a torus Dynamics of a turbulent spin-down flow inside a torus », *Physics of Fluids* **21** (2009), no. 045108. (Cité en pages 43, 91 et 146.)

[64] P. Odier, J.-F. Pinton & S. Fauve – « Advection of a magnetic field by a turbulent swirling flow », *Physical Review E* **58** (1998), no. 6, p. 7397–7401. (Cité en page 25.)

[65] E. N. Parker – « Hydrodynamic dynamo model », *Astrophysical Journal* **122** (1955), p. 293–314. (Cité en page 9.)

[66] N. L. Peffley, A. B. Cawthorne & D. P. Lathrop – « Toward a self-generating magnetic dynamo : The role of turbulence », *Physical Review E* **61** (2000), no. 5, p. 5287–5294. (Cité en pages 30, 65 et 72.)

[67] N. Peffley, A. G. Goumilevski, A. B. Cawthrone & D. P. Lathrop – « Characterization of experimental dynamos », *Geophysical Journal of International* **142** (2000), p. 52–58. (Cité en page 65.)

[68] F. Petrelis & S. Fauve – « Saturation of the magnetic field above dynamo threshold », *European Physical Journal B* **276** (2001), p. 273–276. (Cité en page 127.)

[69] F. Petrelis, N. Mordant & S. Fauve – « On the magnetic fields generated by experimental dynamos », *Geophysical and Astrophysical Fluid dynamics* **289** (2007), no. 289, p. 3–4. (Cité en page 46.)

[70] F. Pétrélis & S. Fauve – « Chaotic dynamics of the magnetic field generated by dynamo action in a turbulent flow », *Journal of Physics Condensed Matter* **20** (2008). (Cité en page 35.)

[71] F. Pétrélis, S. Fauve, E. Dormy & J.-P. Valet – « Simple Mechanism for Reversals of Earth's Magnetic Field », *Physical Review Letters* **102** (2009), no. 14, p. 1–4. (Cité en page 56.)

[72] J.-F. Pinton, N. Plihon, G. Verhille & S. Miralles – « Patent fr 1054250 : Vélocimètre et procédé de mesure de la vitesse d'écoulement d'un fluide électriquement conducteur », 2010. (Cité en page 158.)

[73] N. Platt, E. A. Spiegel & C. Tresser – « On-Off intermittency : a mechanism for bursting », *Physical Review Letters* **70** (1993), no. 3, p. 279–282. (Cité en page 115.)

[74] Y. Pomeau & P. Manneville – « Intermittent Transition to Turbulence in Dissipative Dynamical Systems », *Journal of Computational mathematics* **197** (1980), p. 189–197. (Cité en page 46.)

[75] Y. Ponty, P. D. Mininni, J.-F. Pinton, H. Politano & A. Pouquet – « Dynamo action at low magnetic prandtl numbers : mean flow versus fully turbulent motions », *New Journal of Physics* **9** (2007), no. 296. (Cité en page 75.)

[76] Y. Ponty, J. Laval, B. Dubrulle, F. Daviaud & J.-F. Pinton – « Subcritical Dynamo Bifurcation in the Taylor-Green Flow », *Physical Review Letters* **99**, 224501, (2007), no. November. (Cité en page 138.)

[77] F. Ravelet – « Bifurcations globales hydrodynamiques et magnétohydrodynamiques dans un écoulement de von Kármán turbulent . », Thèse, 2005. (Cité en pages 15, 24, 31, 56, 59 et 78.)

[78] F. Ravelet, M. Berhanu, R. Monchaux, S. Aumaître, A. Chiffaudel, Daviaud Francois, Dubrulle Bérengère, M. Bourgoin, Odier Philippe, N. Plihon, J.-F. Pinton, R. Volk, S. Fauve, N. Mordant & F. Pétrélis – « Chaotic Dynamos Generated by a Turbulent Flow of Liquid Sodium », *Physical Review Letters* **101** (2008), no. 7, p. 1–4. (Cité en pages 33, 35 et 46.)

[79] F. Ravelet, A. Chiffaudel, Daviaud Francois & J. Léorat – « Toward an experimental von Kármán dynamo : Numerical studies for an optimized design Toward an experimental von Kármán dynamo : Numerical studies for an optimized design », *Physics of Fluids* **17**, 117104 (2005). (Cité en pages 20, 31 et 64.)

[80] F. Ravelet, L. Marie & A. Chiffaudel – « Multistability and memory effect in a highly turbulent flow : Experimental evidence for a global bifurcation », *Physcical Review Letters* **93** (2004), p. 2–5. (Cité en page 99.)

[81] R. Raynaud & E. Dormy – « Intermittency in spherical Couette dynamos », *Physical Review E* **87** (2013), no. 033011, p. 1–6. (Cité en page 115.)

[82] R. Ricou & C. Vives – « Local velocity and temperature measurement in molten metals using incorporated probe », *International Journal of Heat Transfert* **25** (1982), p. 1579–1588. (Cité en pages 91, 146 et 147.)

[83] T. Rikitake – « Oscillation of a system of disk dynamos », *Mathematical Proceedings of the Cambridge Philosophical Society* **54** (1958), p. 89–105. (Cité en page 12.)

[84] G. O. Roberts – « Spatially periodic dynamos », *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences* **266** (1970), no. 1179, p. 535–558. (Cité en page 13.)

[85] G. O. Roberts – « Dynamo action of fluid motions with two dimensional periodicity », *Philosophical Transactions of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences* **271** (1972), no. 1216, p. 411–454. (Cité en page 14.)

[86] Y. Saito, K. Mishima, Y. Tobita, T. Suzuki & M. Matsubayashi – « Measurements of liquid-metal two-phase flow by using neutron radiography and electrical conductivity probe », *Experimental Thermal and Fluid Science* **29** (2005), p. 323–330. (Cité en page 146.)

[87] M. Sajben – « Hot wire anemometer in liquid mercury », *Review of Scientific Instruments* **36** (1965), p. 945. (Cité en page 146.)

[88] D. Schmitt, T. Alboussiere, D. Brito, P. Cardin, N. Gagniere & H.-C. Nataf – « Rotating spherical couette flow in a dipolar magnetic field : experimental study of magneto-inertial waves », *Journal of Fluid Mechanics* **604** (2008), p. 175–197. (Cité en pages 30 et 170.)

[89] D. R. Sisan, W. L. Shew & D. P. Lathrop – « Lorentz force effects in magneto-turbulence », *Physics of the Earth and Planetary Interiors* **135** (2003), p. 137–159. (Cité en page 131.)

[90] L. Sorriso-valvo, F. Stefani, V. Carbone & G. Nigro – « A statistical analysis of polarity reversals of the geomagnetic field », *Physics of the Earth and Planetary Interiors* **164** (2007), p. 197—-207. (Cité en page 136.)

[91] E. Spence, K. Reuter & C. B. Forest – « A spherical plasma dynamo experiment », *The Astrophysical Journal* **700** (2009), p. 470–478. (Cité en page 30.)

[92] B. Sreenivasan & C. A. Jones – « Helicity generation and subcritical behaviour in rapidly rotating dynamos », *Journal of Fluid Mechanics* **688** (2011), p. 5–30. (Cité en page 138.)

[93] I. Steenbeck, I. M. Kirko, A. Gailitis, A. P. Klawina, F. Krause, I. J. Lauminis & O. A. Lielausis – « An experimental verification of the alpha effect », *Monats. Dt. Akad. Wiss.* **9** (1967), p. 716. (Cité en page 9.)

[94] F. Stefani, T. Gundrum & G. Gerbeth – « Contactless inductive flow tomography », *Physical Review E* **70** (2004), no. 5, p. 1–7. (Cité en page 146.)

[95] F. Stefani, M. Xu, G. Gerbeth, F. Ravelet, A. Chiffaudel, Daviaud Francois & J. Léorat – « Ambivalent effects of added layers on steady kinematic dynamos in cylindrical geometry : application to the VKS experiment », *European Journal Of Mechanics B* **25** (2006), p. 894–908. (Cité en pages 20, 32 et 79.)

[96] D. Sweet, E. Ott, T. M. Antonsen, D. P. Lathrop & J. M. Finn – « Blowout bifurcations and the onset of magnetic dynamo action », *Physics of Plasmas* **8**, 1944 (2001). (Cité en page 115.)

[97] Y. Takeda – « Measurement of velocity profile of mercury flow by ultrasound doppler shift method », *Nuc. Technol.* **79** (1987). (Cité en page 146.)

[98] Y. Takeda – « Velocity profile measurement by ultrasonic doppler method », *Experimental Thermal and Fluid Science* **10** (1995), no. 0894-1777, p. 444–453. (Cité en page 146.)

[99] A. Thess, E. V. Votyakov & Y. Kolesnikov – « Lorentz force velocimetry », *Physics Review Letters* **96** (2006), no. 164501. (Cité en page 146.)

[100] A. Thess, E. Votyakov, B. Knaepen & O. Zikanov – « Theory of the Lorentz force flowmeter », *New Journal of Physics* **9** (2007), no. 8, p. 299–299. (Cité en page 151.)

[101] A. Tilgner & F. H. Busse – « Simulation of the bifurcation diagram of the Karlsruhe dynamo », *Magnetohydrodynamics* **38** (2002), p. 35–40. (Cité en pages 14, 43 et 70.)

[102] J.-P. Valet, L. Meynadier & Y. Guyodo – « Geomagnetic dipole strength and reversal rate over the past two million years », *Nature* **435** (2005), p. 5–8. (Cité en pages 2 et 136.)

[103] G. Verhille, P. N., M. Bourgoin, O. P. & J. F. Pinton – « Laboratory dynamo experiments », *Space Scientific Review* **152** (2010), p. 543–564. (Cité en pages 3 et 6.)

[104] G. Verhille – « Études expérimentales en magnétohydrodynamique : effet dynamo , turbulence et induction . », Thèse, ENS de Lyon, 2010. (Cité en pages 8, 10, 23, 36, 91, 108, 118 et 148.)

[105] G. Verhille, R. Khalilov, N. Plihon & P. Frick – « Transition from hydrodynamic turbulence to magnetohydrodynamic turbulence in von Kármán flows », *Journal of Fluid Mechanics* **693** (2011). (Cité en pages 22, 26, 27, 110, 131 et 133.)

[106] G. Verhille, N. Plihon, M. Bourgoin, Odier Philippe & J.-F. Pinton – « Induction in a von Kármán flow driven by ferromagnetic impellers », *New Journal of Physics* **12** (2010), no. 3, p. 033006. (Cité en pages 25, 34, 37, 47, 60 et 86.)

[107] G. Verhille, N. Plihon, G. Fanjat, R. Volk, M. Bourgoin & J.-F. Pinton – « Large-scale fluctuations and dynamics of the Bullard-von Kármán dynamo », *Geophysical and astrophysical Fluid Dynamics* **104** (2010), no. 2, p. 189—-205. (Cité en pages 108, 115 et 117.)

[108] R. Volk – « Fluctuations d'induction en magnétohydrodynamique, contributions à l'induction à grande échelle, application à l'effet dynamo », Thèse, ENS de Lyon, 2005. (Cité en pages 23 et 138.)

[109] D. S. Zimmerman, S. A. Triana, D. P. Lathrop & S. Andre – « Bi-stability in turbulent , rotating spherical Couette flow Bi-stability in turbulent , rotating spherical Couette flow », *Physics of Fluids* **23**, 065104 (2011). (Cité en page 99.)

Études expérimentales de l'instabilité dynamo - mécanismes de génération et de saturation

Ce travail de thèse s'articule autour de plusieurs questions relatives à l'instabilité dynamo dans des écoulements turbulents en métaux liquides. Cette instabilité de conversion d'énergie cinétique en énergie magnétique dans les fluides électriquement conducteurs est à l'origine, par exemple, des champs magnétiques terrestre et solaire. En particulier, nous abordons l'estimation du seuil de l'instabilité, l'influence de l'écoulement et des conditions aux limites ainsi que les mécanismes de saturation du champ magnétique. Ces travaux expérimentaux s'appuient sur deux écoulements turbulents de type von Kàrmàn : en sodium liquide à Cadarache (collaboration VKS) et en gallium liquide à l'ENS de Lyon.

Dans un premier temps, l'étude est consacrée à l'analyse de critères permettant d'estimer la distance au seuil de l'instabilité dynamo, à travers la mesure de la réponse magnétique du système à une excitation pour la dynamo auto-entretenue VKS. Ces critères ont été validés dans les configurations dynamos de l'expérience puis appliquées aux configurations non-dynamo.

Ensuite, nous illustrons l'influence de l'écoulement sur le champ dynamo à travers l'étude de bifurcations globales. Une bistabilité hydrodynamique, pilotant deux branches dynamos d'amplitude différentes, est décrite ainsi que les liens entre les états magnétiques et hydrodynamiques.

Nous portons notre attention sur l'étude des mécanismes de saturation à travers la dynamo semi-synthétique de Bullard-von Kàrmàn mettant en jeu un mécanisme d'induction turbulente et un mécanisme de bouclage artificiel permettant l'observation d'une dynamo à faible nombre de Reynolds magnétique. L'instabilité démarre à travers un régime intermittent et sature par la rétroaction des forces de Lorentz sur l'écoulement. Nous donnons les lois d'échelle et le bilan de puissance de ce régime. Un régime d'instabilité sous-critique est aussi introduit et caractérisé.

Nous détaillons dans une dernière partie, les techniques de mesure spécifiques aux métaux liquides utilisées et développées au cours de la thèse.

Mots clés : Magnétohydrodynamique, dynamo, turbulence, vélocimétrie

Experimental studies of the dynamo instability - generation and saturation mechanisms

This PhD thesis deals with several problems relative to the dynamo instability in liquid metals turbulent flows. This instability converts kinetic energy into magnetic one in electrically conductive flows. It is the root of the magnetic field of the Earth and the Sun. We address the estimation of threshold of the instability, the influence of the flow configuration and of the electromagnetic boundary conditions as well as the saturation mechanism of the magnetic field. This experimental work rely on two turbulent flows of von Kármán type : in liquid sodium located in Cadarache (VKS collaboration) and in liquid gallium in ENS de Lyon.

First we analyze several criteria about the estimation of the distance to threshold of the dynamo instability with the magnetic response of the system to a magnetic excitation for the self sustained dynamo in the VKS experiment. These method have been checked for dynamo configurations and then applied for non-dynamo configurations.

Then, we study the influence of the flow on the dynamo field under the action of global hydrodynamic bifurcations. We describe a bistability of the flow which triggers two dynamo branches of different amplitude and the dynamics of the transitions between both hydrodynamic and magnetic states.

We then focus on the saturation mechanism with the semi-synthetic Bullard-von Karman dynamo, involving a turbulent induction mechanism and an artificial electronic feedback. This setup allows to observe dynamo action for very low magnetic Reynolds number, far below the natural threshold of the instability.

We observe an intermittent regime close to threshold and a fluid saturation by Lorentz force feedback on the flow. We specify the scaling laws and a power budget estimation of this regime. A sub-critical regime is also introduced and characterized. In the last section we detailed several measurement techniques in liquid metals developed and used during the PhD.

Key words : Magnetohydrodynamic, turbulence, dynamo, velocimetry