Propriétés thermiques et morphologiques de la couronne solaire : estimation de la robustesse des diagnostics par mesure d'émission différentielle (DEM) et reconstructions tomographiques des pôles

Chloé Guennou

▶ **To cite this version:**

Chloé Guennou. Propriétés thermiques et morphologiques de la couronne solaire : estimation de la robustesse des diagnostics par mesure d'émission différentielle (DEM) et reconstructions tomographiques des pôles. Autre [cond-mat.other]. Université Paris Sud - Paris XI, 2013. Français. NNT : 2013PA112246 . tel-00909106

HAL Id: tel-00909106
https://theses.hal.science/tel-00909106

Submitted on 25 Nov 2013

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE

pour obtenir le grade de
DOCTEUR de l'UNIVERSITÉ PARIS-SUD

Spécialité : Physique

École Doctorale "Ondes et Matière"

présentée par

Chloé Guennou

Thèse dirigée par **Frédéric Auchère** et
co-encadrée par **Karine Bocchialini**

préparée au sein de l'**Institut d'Astrophysique Spatiale**

Propriétés thermiques et morphologiques de la couronne solaire :

estimation de la robustesse des diagnostics par mesure d'émission différentielle (DEM) et reconstructions tomographiques des pôles

---

présentée et soutenue le **24 octobre 2013**,
devant le jury composé de :

Mr	Frédéric AUCHÈRE	Directeur de thèse
Mme	Marianne FAUROBERT	Rapporteur
Mr	Spiros PATSOURAKOS	Rapporteur
Mme	Catherine KRAFFT	Examinateur
Mr	Etienne PARIAT	Examinateur
Mr	James KLIMCHUK	Examinateur

Remerciements

Et voilà, c'est à mon tour... ! Ces trois dernières années ont passé à une vitesse fulgurante, et ont été riches en rencontres et découvertes de mon point de vue, tant sur le plan humain que sur le plan scientifique. Soutenir une thèse, c'est un vrai travail de fond, et je n'y serais jamais arrivée sans l'aide et le soutien de nombreuses personnes. J'espère n'oublier personne dans la suite !

Mes premiers remerciements s'adresse à mon directeur de thèse, Frédéric Auchère, ainsi qu'à ma co-directrice, Karine Bocchialini. Merci de m'avoir fait confiance, merci pour votre soutien et vos encouragements, merci de m'avoir initiée à la physique solaire de cette manière. Merci pour votre gentillesse et votre patience, mais aussi votre humour ! Je vous remercie également de m'avoir donné autant d'opportunités et de libertés durant ces trois années : les nombreuses conférences auxquelles j'ai pu participer, mais aussi mon séjour aux États-Unis à Washington D.C., qui a permis de relever mon niveau initial (catastrophique !) d'anglais. Ce fut un réel plaisir de travailler avec vous pendant ces trois ans, sincèrement. Et j'espère aussi sincèrement que ça continuera !

Je remercie les membres de mon jury, Catherine Krafft, Marianne Faurobert, Spiros Patsourakos, Etienne Pariat, James A. Klimchuk, et bien sûr Frédéric Auchère, d'avoir accepté de juger mon travail et de s'atteler à la tâche de la lecture de mon manuscrit. J'imagine que juger un travail de thèse n'est pas quelque chose de simple, aussi je vous remercie pour votre patience et votre attention. Merci en particulier à mes deux rapporteurs, M. Faurobert et S. Patsourakos, pour leur travail, leurs suggestions et remarques.

Merci à toute l'équipe solaire de m'avoir accueillie, et de m'avoir encouragée et conseillée tout au long de ma thèse. Merci en particulier pour votre soutien les semaines avant ma soutenance, où j'étais dans un état proche de la crise de nerf... Merci à toi, Susanna Parenti, pour ta gentillesse, ton calme et tes conseils. J'ai toujours apprécié nos discussions, qu'elles soient scientifiques ou non ! Merci à toi aussi Patrick Boumier pour ta gentillesse et ta disponibilité, mais aussi pour toutes nos discussions politico-bretonnantes, toujours intéressantes ! Merci à Thierry Appourchaux pour ses conseils d'avant soutenance et ses blagues sur les Bretons, merci à Frédéric Baudin pour sa gentillesse et ses conseils, à John Leibacher pour avoir relu mes papiers, à Éric Buchlin pour ses trucs et astuces informatiques et à Jacques Dubau pour les discussions spectroscopiques. Merci également à James A. Klimchuk de m'avoir accueilli dans son équipe "Solar Physics laboratory" au Nasa Goddard Space Flight Center à Washington D.C ; ce fut une expérience très formatrice et enrichissante. Merci à Amel Zaatri pour m'avoir invité au Centre de Recherche en Astronomie, Astrophysique et Géophysique (CRAAG) d'Alger ; là encore ce fût de belles rencontres, à la fois scientifiques et humaines.

Un grand merci aux thésards solaires, avec qui j'ai partagé beaucoup plus qu'un bureau... Claudia Ruiz de Galarreta Fanjul, Vincent Joulin et Romain Meyrand, j'ai 50 000 raisons de vous remercier, ça serait trop long à énumérer... Merci à tous les trois pour toutes nos discussions, rires et déprimes ensemble, c'était super de les avoir partager avec vous. Je n'oublie pas Aurélien Canou, post-doc de son état, pour tous les coups de main et conseils. Un clin d'œil à Clara Froment qui vient d'intégrer l'équipe solaire, et à qui je souhaite plein de bonne choses pour la suite.

Un remerciement particulier à toute l'équipe informatique, qui m'a rendu un nombre incalculable de services, et toujours avec le sourire et gentillesse ! Merci à toi Elie Soubrié, sans qui le projet de la base de données GAIA-DEM n'aurait probablement jamais vu le jour ! Et merci pour toutes tes initiatives pendant ma thèse, mais aussi pour ta gentillesse et ton aide. Un grand merci à toi Pablo Alingery, pour ton implication dans le projet GAIA-DEM, pour tous les services que tu m'as rendu et ta bonne humeur ! Merci à toi, Claude Mercier pour m'avoir bien aidé sur le code d'inversion GAIA-DEM, et d'avoir eu la patience de comprendre les méandres de mon code... Et finalement, merci à Stéphane Caminade et Hervé Ballans, vous déchirez !

Vient maintenant le tour des remerciements des gens qui peuplent l'IAS... Je ne pourrais pas remercier tout le monde ici, mais sachez tous que j'y ai passé trois supers années (enfin des fois moins, mais ce n'était pas à cause de vous !), et que vous n'y êtes pas pour rien. J'y ai rencontré des gens géniaux ; je pense par exemple à Véronique Sarrazin, avec qui j'ai bien rigolé pendant ces trois ans, aux thésards des autres équipes, Julian R., Sihane M., Aurélie P., Agnès F., Stéphane I., Vincent B., et tous les autres, ou encore à Mehdi B., Fanny C., Marie-Charlotte L.P., Noémie T, et François Langlet pour leur gentillesse. Vous êtes trop nombreux, je pourrais encore étendre la liste ! Et merci à tous pour le saut en parachute ! ! ! ! !

Pour terminer, un grand merci à tous mes amis et à ma famille. Merci à toi, Antoine Rolland, tu n'es pas étranger au fait que je sois docteur maintenant ! Sincèrement merci pour ton soutien durant ces trois ans, seul un thésard peut comprendre un autre thésard. Maintenant en route pour les US ! Merci à toi Yoann Quiviger pour m'avoir fait autant rire, à Gaël Picard pour être autant dans la lune, à vous Marianne et Lucien Pouget pour votre soutien, votre bonne humeur et les week-end rennais, et à vous Adèle Scavennec et Élise Claudic d'être mes amies depuis si longtemps. Merci à tous les membres de ma famille d'être là, et d'être venu me voir dans mon sprint final. Une pensée à ma famille en Algérie, que je n'aurais probablement jamais pu rencontrer sans cette thèse. Je terminerai par remercier Moussa Gamys, qui partage ma vie depuis trois ans, et qui a donc eu la chance/malchance de suivre toutes les étapes de ce travail... Je te remercie pour ton soutien et pour avoir été là dans les moments durs... Merci d'être à mes côtés tous les jours.

Résumé

L'évolution de notre compréhension des propriétés de la couronne solaire dépend largement de la détermination empirique ou semi-empirique des paramètres fondamentaux du plasma, tels que le champ magnétique, la densité et la température, mais pour lesquels il n'existe pas de mesure directe. L'intégration le long de la ligne de visée complique considérablement l'interprétation des observations, du fait de la superposition de structures aux propriétés physiques différentes. Pour lever cette ambiguïté, on dispose de plusieurs outils, dont la mesure d'émission différentielle (ou DEM ; Differential Emission Measure), qui permet d'obtenir la quantité de plasma en fonction de la température le long de la ligne de visée, et la tomographie, qui permet, elle, d'obtenir la distribution spatiale de l'émissivité. Le couplage de ces deux outils permet d'obtenir un diagnostic tridimensionnel en température et densité de la couronne. A l'heure actuelle, le code utilisé dans ce travail est l'un des deux seuls au monde capables de réaliser ce couplage. Cependant, ces deux méthodes requièrent un processus d'inversion, dont les difficultés intrinsèques peuvent fortement limiter l'interprétation des résultats.

La méthode développée dans cette thèse s'attache à évaluer la robustesse des diagnostics spectroscopiques par DEM, en proposant une nouvelle technique de caractérisation tenant compte des différentes sources d'incertitudes mises en jeu. En utilisant une approche probabiliste, cette technique permet d'étalonner *a priori* le problème d'inversion, et ainsi d'étudier son comportement et ses limitations dans le cadre de modèles simples. L'avantage de ce type d'approche est sa capacité à fournir des barres d'erreurs associées aux DEMs reconstruites à partir de données réelles. La technique développée a d'abord été appliquée à l'imageur *SDO*/AIA dans le cas de modèles de DEMs simples mais capables de représenter une grande variété de conditions physiques au sein de la couronne. Si l'inversion de plasmas proches de l'isothermalité apparaît robuste, nos résultats montrent qu'il n'en va pas de même pour les plasmas largement distribués en température, pour lesquelles les DEMs reconstruites sont à la fois moins précises mais aussi biaisées vers des solutions secondaires particulières. La technique a ensuite été appliquée au spectromètre *Hinode*/EIS, en utilisant un modèle de DEM représentant la distribution en loi de puissance des DEMs des régions actives, dont la pente permet de fournir des contraintes relatives à la fréquence des événements de chauffage coronal. Nos résultats montrent que les sources d'incertitudes sont à l'heure actuelle trop élevées pour permettre une mesure exploitable de la fréquence. La dernière partie est consacrée aux reconstructions tridimensionnelles obtenues par couplage tomographie/DEM, en s'intéressant aux structures polaires. Premières reconstructions réalisées avec AIA, nos résultats permettent d'étudier l'évolution en température et densité en fonction de l'altitude, montrant la présence de plumes polaires plus chaudes et denses que leur environnement.

Abstract

Progress in our understanding of the solar corona properties is highly dependant of the emipirical or semi-empirical determination of the plasma fundamental parameters, such as magnetic field, density and temperature. However, there is no direct measurements of such quantities ; the integration along the line of sight considerably complicates the interpretations of the observations, due to the superimposition of structures with different properties. To avoid this ambiguity, there exist several tools, including the Differential Emission Measure (DEM) and the tomography reconstruction technique. The former provides the quantity of emitting material as a function of the temperature, whereas the latter is able to reconstruct the three dimensional distribution of the coronal emissivity. Coupling these two techniques leads to a three dimensional diagnostic of the temperature and density. The inversion code used in this work is currently one of the two codes in the world able to perform this coupling.

The method described in this work has been developed in order to estimate the robustness of the spectroscopic diagnostics using the DEM formalism, using a new characterisation method taken into account the different uncertainty sources involved in the inversion process. Using a probabilistic approach, this technique is able to calibrate *a priori* the DEM inversion problem and thus allows to study the inversion behavior and limitations in the context of simple DEMs models. The advantage of this method is its ability to provide confidence level on the reconstructed DEMs computed from real data. First applied to the *SDO*/AIA (Atmospheric Imaging Assembly) imager in the case of simple models able to represent a variety of plasma conditions, our results show that DEM inversion of isothermal or near-isothermal plasmas is robust, whereas the multithermal solutions are less accurate but also biased to secondary solutions. We also applied the method to the *Hinode*/EIS (EUV Imaging Spectrometer) spectrometer, using a power law DEM, typical of active regions DEM, from which the slope provides important constraints related to the coronal heating frequency. Our results point out that the different uncertainty sources are currently too high to allow exploitable measurements of this frequency. The last part is dedicated to the three-dimensional reconstructions obtained by coupling tomography and DEM tools, focusing on polar structures. First reconstructions obtained using AIA data, our results allow to study the evolution of the temperature and density as a function of altitude, showing polar plumes denser and hotter than their surrondings.

Table des matières

Remerciements iii
Résumé v
Abstract vi

1 *Introduction générale*

1.1 Le Soleil et son atmosphère 3
1.1.1 Vue générale 3
1.1.2 La couronne 6
1.1.3 Le problème du chauffage coronal 10
1.2 Détermination des propriétés physiques coronales 12
1.3 Motivations 14
Bibliographie 16

2 *Sonder la structure de la couronne*

2.1 Spectre d'émission EUV de la couronne solaire 20
2.1.1 Raies d'émission 20
2.1.2 Continuum d'émission 25
2.1.3 Calcul des intensités théoriques 25
2.2 La mesure d'émission différentielle (DEM) 29
2.2.1 Définition 29
2.2.2 Limitations 36

2.2.3 État de l'art des méthodes d'inversion de DEM 43
2.2.4 Conclusions et motivations 50
2.3 La tomographie solaire 51
2.3.1 Principe 51
2.3.2 La formation des images 52
2.3.3 Bref état de l'art des méthodes et reconstructions 54
2.3.4 Conclusions et motivations 56
Bibliographie 58

3 ***Propriétés de la DEM : SDO/AIA***

3.1 Description de la technique développée 65
3.1.1 Une approche probabiliste 65
3.1.2 Nature du critère 67
3.1.3 Implémentation 68
3.1.4 Application à l'instrument AIA 71
3.2 Plasmas isothermes 79
3.2.1 Le cas à trois bandes : EIT, TRACE ou mesure d'émission faible . 79
3.2.2 Le cas à six bandes : l'instrument AIA 85
3.2.3 Distribution des χ^2 86
3.2.4 Discussion 89
3.3 Plasmas multithermes 92
3.3.1 Réponse isotherme aux plasmas multithermes 92
3.3.2 Réponse multitherme 103
3.3.3 Discussion 113
3.4 La base de données GAIA-DEM : Gaussian AIA Differential Emission measure Maps 115
Bibliographie 119

4 ***DEM et Chauffage coronal : Hinode/EIS***

4.1 La DEM des régions actives 125
4.1.1 Modélisation des boucles coronales 125

4.1.2 La DEM : théorie et observations . . . 129
4.2 Application au spectromètre *Hinode*/EIS . . . 132
4.2.1 Modélisation des incertitudes . . . 135
4.3 Reconstruction de la DEM des régions actives . . . 139
4.3.1 Reconstruction de la pente . . . 139
4.3.2 Reconstruction de la partie haute température . . . 148
4.4 Discussion et application . . . 154
Bibliographie . . . 157

5 *Tomographie et DEM*

5.1 Méthode de reconstruction tomographique : approche statique . . . 162
5.2 Reconstruction de la DEM locale . . . 166
5.3 Résultats : propriétés physiques des structures polaires . . . 170
5.4 Discussion . . . 190
Bibliographie . . . 191

6 *Conclusions et perspectives*

6.1 Synthèse des résultats concernant les propriétés de la DEM . . . 197
6.1.1 Mise en évidence des limitations . . . 198
6.1.2 Diminuer les incertitudes : un challenge à la fois technique et scientifique . . . 202
6.2 Synthèse des résultats concernant le couplage tomographie/DEM . . . 204
6.2.1 La tomographie, un outil performant . . . 204
6.2.2 Propriétés physiques des pôles . . . 206
Bibliographie . . . 208

Annexes

A *Diffusion des résultats*

A.1 Articles publiés dans des revues à comité de lecture . . . 211
A.2 Articles publiés dans des revues sans comité de lecture . . . 212

A.3 Communication orales nationales et internationales 212

B ***On the accuracy of the Differential Emission Measure diagnostics of solar plasmas. Application to SDO/AIA. I. Isothermal Plasmas***

B.1 Résumé 215

B.2 Article publié dans *The Astrophysical Journal* 215

C ***On the accuracy of the Differential Emission Measure diagnostics of solar plasmas. Application to SDO/AIA. II. Multithermal Plasmas***

C.1 Résumé 229

C.2 Article publié dans *The Astrophysical Journal* 229

D ***Can the Differential Emission Measure constrain the timescale of the energy deposition in the solar corona ?***

D.1 Résumé 243

D.2 Article publié dans la revue *The Astrophysical Journal* 243

Table des figures

1.1 Principales missions et instruments dédiés à l'étude du Soleil, dans l'ordre chronologique, et classés en fonction des gammes de longueur d'onde étudiées. D'après Aschwanden (2005). 4

1.2 Structure de l'atmosphère solaire, en fonction de l'altitude au dessus de sa surface. On constate que les gradients de température de densité sont extrêmement élevés dans la région de transition, pour finalement atteindre des températures de l'ordre du million de degré dans la couronne. 5

1.3 Images et magnétogramme simultanés pris par le satellite *Solar Dynamics Observatory*, avec les instruments AIA et HMI. (a) : AIA/193Å- Couronne ; (b) : AIA/171Å- Haute région de transition/basse couronne ; (c) : AIA/304Å- chromosphère/région de transition ; (d) : AIA/1600Å- photosphère/région de transition ; (e) : HMI - magnétogramme photosphérique ; (f) : AIA/4500Å- Photosphère. 6

1.4 Boucles coronales observées par le télescope TRACE en 1999, dans la bande spectrale EUV 171Å, typique de températures de l'ordre de 1 MK. 7

1.5 Schéma des lignes de champ coronales, d'après le modèle multipolaire semi-empirique de Banaszkiewicz et al. (1998). 8

1.6 Observations simultanées de boucles coronales par le spectromètre EIS, le 17 décembre 2006 [1]. Chaque image représente la même région dans une raie d'émission différente. Dans les raies les plus chaudes, on peut clairement voir un embrillancement au sommet de la boucle, caractéristique d'un flare. 9

2.1 Fonction de réponse en température des 6 bandes coronales de l'instrument *SDO*/AIA (haut) et de quelques une des raies d'émission observées par EIS (bas), calculée à densité constante $n_e = 10^{15}$ m^{-3}. Les longueurs d'onde mentionnées dans les figures sont toutes en Å. 28

2.2 Courbes représentant la variation de la quantité $A_X \int_{l(T_1)}^{l(T_2)} n_e(r)^2 \mathrm{d}l$ en fonction de la température, pour les éléments souffre et silicium. En première approximation, la quantité $\int_0^\infty n_e^2 \mathrm{d}l$ est supposée varier de la même manière pour des raies formées à des températures proches, et le déplacement des deux courbes correspond directement à l'abondance relative des deux éléments. D'après Pottasch (1964) 31

2.3 Fonction de contribution de quelques raies de l'ion Fe XXI, dans l'intervalle 90-130 Å, en fonction de la température et pour une densité constante $n_e = 10^9$ cm^{-3} (à gauche), et représentées en fonction de la densité, pour une température constante $T_e = 1.6 \times 10^7$ K (a droite). D'après Phillips et al. (2012) 37

2.4 Illustration de la dépendance en pression p_e ($n_e \times T_e[\mathrm{m}^{-3}.\mathrm{K}-1]$) des fonctions de température (équation 2.15) de l'instrument *SDO*/AIA. L'échelle de couleur représente les variations du rapport $G(T_e,P_e)/G(T_e,10^{15})$ tandis que la fonction de réponse proposée par défaut dans CHIANTI $G(T_e,10^{15}$ est également représentée (ligne blanche continue), ainsi que la contribution du continuum et des différentes espèces d'ions. D'après Testa et al. (2012) 38

2.5 Géométrie de la formation des images, illustrant la position du détecteur et la direction de la ligne de visée. f représente la distance focale de l'instrument, et θ_k l'angle entre la ligne de visée de vecteur directeur $\boldsymbol{u_k}$ et l'axe optique de l'instrument. D'après Barbey (2008). 53

3.1 Différentes paramétrisations du modèle de DEM Gaussien. Dans ce cas, la température centrale T_c est fixée à 1 MK, tandis que la mesure d'émission est fixée à EM=10^{28} cm^5. 72

3.2 Fonctions de réponse isothermes des 6 bandes coronales de l'instrument AIA calculées avec CHIANTI version 7.0. Pour chaque bande, les ions contribuant majoritairement à la réponse totale sont représentés en trait fin, tandis que la courbe en trait épais représente la réponse totale. La fraction de réponse restante, non prise en compte par ces ions majoritaires, est représentée en bas de chaque figure. 74

3.3 Variation du pic normalisé de la fonction $R_b(T_e,n_e)$ en fonction de la densité n_e, pour les 6 bandes coronales de l'instrument AIA. Seule la bande 94 Åest insensible aux variations de densité. 77

3.4 Schéma de principe de la technique appliquée à l'instrument AIA. 78

3.5 Nombre de bandes spectrales d'AIA pour lesquelles le signal est compris entre 1 et 11 000 DNs (saturation de l'instrument) en fonction de la température T_c^P et de EM^P. Le cas des plasmas isothermes est présenté en haut, tandis que celui des plasmas à DEM Gaussiennes est présenté en bas, dont la déviation standard est fixée à $\sigma^P = 0.5 \log T_e$. Les labels indiquent le canal manquant dans les régions pour lesquelles on a 5 bandes valides 80

3.6 Probabilités des solutions isothermes pour un plasma isotherme observé avec les trois bandes coronales d'AIA 171, 193 et 211 Å, et obtenues pour 5000 réalisations des erreurs n_b et s_b. (a) : Probabilité conditionnelle $P(T_c^I|T_c^P)$ que l'inversion conduise à un résultat T_c^I pour un plasma à une température T_c^P. En lisant verticalement cette carte, les profils de probabilités (b) et (c) montrent qu'un plasma à une température de 3×10^5 K ou 1.5×10^6 K peut être mesuré à une température 3×10^5 K, 1.5×10^6 K or 10^7 K. (d) : Probabilité totale $P(T_c^I)$, obtenue en intégrant (a) le long de T_c^P et utilisée pour calculer la probabilité *a posteriori* $P(T_c^P)|T_c^I$ (e). Les profils (f) et (g) obtenus en lisant cette fois-ci horizontalement la carte (e) permettent d'interpréter correctement les résultats d'inversion $T_c^I = 3\times10^5$ K et $T_c^I = 10^7$ K comme étant par exemple tous deux compatibles avec un plasma de 1.5×10^6 K. 82

3.7 Illustration de deux réalisations aléatoires du critère $C(\mathrm{EM}, T_c)$ (équation 3.9), pour un plasma isotherme à $T_c^P = 1.5\times10^6$ K. Les courbes loci pour les trois bandes coronales utilisées (171, 193 et 211 Å) sont superposées aux valeurs du critère, et le minimum absolu est indiqué par une croix blanche. 84

3.8 Cartes de probabilités identiques à la figure 3.6, mais calculées pour les six bandes d'AIA, 94, 131, 171, 193, 211, 335 Å. La robustesse de l'inversion est clairement améliorée, et la détermination de la température peut se faire sans ambiguïté. A partir des profils (f) et (g), on peut déterminer la résolution en température. 85

3.9 Cartes de probabilités identiques à la figure 3.8, mais obtenus en utilisant un niveau d'incertitude différent. En haut, $\sigma_b^u = 10\%$, tandis que la figure du bas a été obtenue pour $\sigma_b^u = 55\%$. La probabilité des solutions secondaires augmente avec le taux d'incertitude adopté, tandis que la résolution en température diminue. 87

3.10 Distribution du χ^2 observée (histogramme en trait plein) pour l'hypothèse isotherme, correspondant à la figure 3.8. La distribution diffère quelque peu d'une distribution de degré 4 (courbe en trait plein), légèrement déplacée vers une distribution de χ^2 de degré 3 (courbe en tirets). 88

3.11 Carte de probabilités obtenues pour différentes combinaisons de bandes spectrales d'AIA. La figure du haut illustre le cas où le signal de la bande 94 Å n'est pas exploitable tandis que celle du milieu correspond au cas où les bandes 94 et 335 Åsont manquantes. La dernière figure montre une configuration à trois bandes différente de celle présentée dans la partie 3.2.1, où cette fois-ci les bandes 131, 193 et 335 Å sont utilisées. 91

3.12 Illustration de l'équivalence entre incertitudes et multithermalité. Le critère ainsi que les courbes loci pour chaque bande spectrale d'AIA, sont représentés pour quatre configurations différentes. *En haut à gauche :* Plasma isotherme en présence d'incertitudes. *En haut à droite :* Plasma caractérisé par une DEM Gaussienne de largeur $\sigma^P = 0.1\log T_e$, dans le cas idéal. *En bas :* Idem que la figure en haut à droite, mais pour deux réalisations différentes des incertitudes. Dans chaque cas, le minimum du critère est marqué d'une croix blanche. 94

3.13 Solutions isothermes pour différents degrés de multithermalité. Les deux figures du haut illustrent deux réalisations indépendantes des perturbations, dans le cas où la DEM Gaussienne du plasma est caractérisée par la largeur $\sigma^P = 0.3$ $\log T_e$. Idem en bas, mais pour une largeur $\sigma^P = 0.7$ $\log T_e$. La position du minimum absolu peut varier très fortement. 95

3.14 Cartes de probabilités identiques à la figure 3.8, mais dans le cas où le plasma observé est caractérisé par une DEM Gaussienne de largeur $\sigma^P = 0.1 \log T_e$ (i.e plasma multitherme). 97

3.15 Cartes de probabilités identiques à la figure 3.14, mais pour une déviation standard $\sigma^P = 0.3 \log T_e$. 98

3.16 Cartes de probabilités identiques à la figure 3.14, mais pour une déviation standard $\sigma^P = 0.7 \log T_e$. 98

3.17 Distribution des χ^2 correspondant aux solutions isothermes pour un plasma à DEM Gaussienne, en fonction de la largeur de DEM σ^P. En bas, les profils de χ^2 correspondant au cas où le plasma est réellement isotherme ($\sigma^P = 0$), ainsi que les distributions associées à $\sigma^P = 0.1$, 0.3 et 0.7 $\log T_e$ et les distributions théoriques de degrés 3 et 4. . . 100

3.18 FWHM de la DEM Gaussienne du plasma, en fonction des valeurs moyennes F_{min} obtenues par simulations Monte-Carlo. Les courbes en pointillés représentent les valeurs obtenues dans le cas où l'on suppose 10% d'incertitude (courbe noire), tandis que les courbes grises sont calculées pour 40% d'incertitude. D'après Landi & Klimchuk (2010)- voir le texte pour plus de détail. 103

3.19 Critère $C(\mathrm{EM}, T_c, \sigma)$ dans le cas des solutions Gaussiennes. Le plasma observé est ici simulé pour une température centrée sur 1.5 MK, et une largeur différente est adoptée pour chaque rangée de la figure. De haut en bas :$\sigma^P = 0.1$, 0.3 and 0.7 $\log T_e$. Les courbes blanches sur les figures de gauche correspondent aux courbes loci pour un régime multitherme. 104

3.20 Cartes de probabilités identiques à la figure 3.14, mais dans le cas des solutions Gaussiennes. Pour la figure du haut, le plasma observé a une DEM gaussienne de largeur $\sigma^P = 0.1$ $\log T_e$. En bas, la largeur σ^P est à $\sigma^P = 0.7$ $\log T_e$. Les probabilités sont représentées quelles que soient la mesure d'émission EM^I et la largeur σ^I déduite par inversion. 106

3.21 Cartes de probabilités associées à la largeur de la DEM σ. Dans ce cas, le plasma observé a une température centrale $T_c = 1$ MK, et les résultats sont intégrés le long des axes EM^I et T_c^I. Un biais des solutions apparaît clairement aux environs de $\sigma^I \sim 0.12 \log T_e$, quelle que soit la largeur initiale σ^P. 108

3.22 Carte de probabilités des χ^2, identique à la figure 3.17, mais dans le cas des solutions Gaussiennes. 111

3.23 Cartes de probabilités identiques à la figure 3.20, mais pour un plasma observé ayant une DEM en forme de fonction porte. En haut, la largeur de cette fonction est de $\sigma^P = 0.2$ $\log T_e$, tandis qu'en bas, la largeur σ^P est de 0.7 $\log T_e$. 112

3.24 La base de donnée GAIA-DEM, disponible à `http://medoc-dem.ias.u-psud.fr/` . . 116

3.25 Prévisualisation en ligne des quatre cartes associées aux trois paramètres de la DEM, T_c^I,EM^I,σ^I ainsi qu'aux χ^2. 118

4.1 Évolution d'un élément d'une boucle coronale chauffée par un mécanisme impulsif, représentée schématiquement en température et densité. Les lieux des points où la boucle est en équilibre sont représentés par la diagonale QSS (Quasi Steady State), et le cas d'un événement de chauffage suffisamment long pour que la boucle ré-atteigne l'équilibre est présenté en pointillés ainsi que la phase de refroidissement associée (droite EQ). D'après Reale (2010). 127

4.2 Exemples de paramétrisation du modèle de DEM adopté pour les régions actives. La mesure d'émission totale est pour toutes les courbes égale à $\mathrm{EM}_{AR} = 10^{28}$ cm^{-5}, valeur caractéristique des régions actives. Les courbes de gauche illustrent les variations de la pente α, entre 1 et 5, tandis que les autres paramètres sont fixés à $T_p = 1$ MK et $\sigma = 0.1$ logT_e. A droite, la température du pic est maintenant de $T_p = 10^{6.8}$ K, tandis que la pente est fixée à $\alpha = 5$ et le paramètre σ varie entre 0.05 et 0.4 logT_e. 135

4.3 Cartes de probabilités, similaires à celles présentées dans le chapitre 3, mais pour le paramètre α, obtenues pour 1000 réalisations Monte-Carlo des pertubations. Dans ce cas, les paramètres EM^P, T_p^P et σ^P sont fixés respectivement à EM_{AR}, $10^{6.8}$ K et 0.02 logT_e. Les matrices de probabilités sont ici intégrées le long des axes EM^I et T_c^I. . 140

4.4 Cartes de probabilités identiques à la figure 4.3, mais dans le cas où la température pic est maintenant à $T_p^P = 10^{6.5}$ K (*haut*) et à $T_p^{6.0}$ K (*bas*). 142

4.5 Illustration de la différence entre la DEM du plasma ξ^P (trait continu bleu) et la DEM inversée ξ^I (trait continu vert), causé par la présence des erreurs systématiques et aléatoires. Les courbes loci sont représentées en fonction des différents éléments (type de traits) et en fonction de leurs intensités relatives depuis le jaune pale (moins intense) jusqu'au rouge sombre (plus intense). *Figure du haut* : Aucune incertitude n'est ajoutée dans ce cas, on a donc $\xi^I = \xi^P$. *En bas :* En présence des différentes sources d'erreurs, où cette fois-ci il y divergence entre DEM initiale ξ^P et DEM reconstruite ξ^P. 144

4.6 Figures identiques à celle présentées dans la figure 4.5, mais pour des réalisations différentes des erreurs. 145

4.7 Cartes des probabilités associées au paramètres T_p, pour les mêmes conditions de simulation que pour les figures 4.3 et 4.4. Les matrices de probabilités sont cette fois-ci intégrées le long des axes EM^I et α^I. 146

4.8 Valeurs moyennes $\overline{\alpha^P}$ et déviations standard associées σ_{α^P}. *Haut :* Cartes des valeurs moyennes (gauche) et déviations standard (droite) représentées en fonction de la température du pic T_p^P et du résultat de la mesure α^I. *Bas :* Profils des valeurs moyennes (à gauche) et des déviations standard (à droite) correspondant aux trois lignes horizontales indiquées sur les figures du haut. Les températures T_p^P sont fixées à respectivement $T_p^P = 10^6$ (ligne continue rouge), $T_p^P = 10^{6.5}$ (pointillés verts) et $10^{6.8}$ K (pointillés bleus) correspondant aux cartes des figures 4.3 et 4.4. 147

4.9 Cartes identiques à celles présentées figure 4.8, mais pour le deuxième jeu d'incertitudes décrit dans la section 4.2.1. 148

4.10 Cartes de probabilités associées au paramètre σ obtenues pour 1000 réalisations Monte-Carlo des pertubations. Dans ce cas, les paramètres EM^P, T_p^P et α^P sont fixés respectivement à EM_{AR}, 10^6 K et 1.5. Les matrices de probabilités sont ici intégrées le long des axes EM^I et T_c^I. 149

4.11 Coupes 2D du critère $C(\mathrm{EM}, T_p, \sigma)$. Le plasma observé est ici simulé pour les paramètres $T_p^P = 10^6$ K, EM_{AR}^P et $\sigma^P = 0.2 \log T_e$. *Haut :* Coupe selon un plan incluant le minimum (T_p^P, σ). *Bas :* Coupe selon un plan (EM, σ). Le minimum absolu est représenté par une croix blanche sur les deux figures. 151

4.12 Cartes de probabilités identiques à la figure 4.10, mais cette fois-ci dans le cas où la température du pic est de $T_p^P = 10^{6.5}$ K. 152

4.13 Cartes de probabilités associées au paramètre T_p, pour un plasma caractérisé par une largeur à haute température $\sigma^P = 0.4 \log T_e$. La matrice de probabilités est intégrée le long des axes EM^I et σ^I. 152

4.14 Cartes de probabilités identiques à celles de la figure 4.10, mais dans le cas où la température du pic est de $T_p^P = 10^{6.7}$ K. 153

5.1 Schéma de l'intersection entre une ligne de visée l_k et les voxels. D'après Barbey (2008). 163

5.2 Fonctions de réponse en température normalisée à leur maximum pour chacune des bandes. 171

5.3 Projection équirectangulaire de l'émissivité [DN.m^{-1}] à l'altitude constante de 1.05 $R_\odot$, pour les 6 bandes spectrales de l'instrument AIA. 172

5.4 Projections équilatérales de la DEM locale à l'altitude constante de 1.05 $R_\odot$, obtenues à partir des reconstructions calculées pour 28 jours de données et présentées figure 5.3. 174

5.5 Reconstructions de l'émissivité aux pôles nord et sud dans la bande spectrale 171 Å, obtenues pour 28 jours de données. Pour illustrer la reconstruction des plumes, les coupes selon l'axe y (avec $y \in [-1.5, 1.5 R_\odot]$) sont sommées entre $y = -0.2$ et $-0.3 R_\odot$. . . 175

5.6 Projections gnomoniques du pôle Nord de l'émissivité [DN.m^{-1}] à l'altitude constante de 1.05 $R_\odot$, pour les 6 bandes spectrales de l'instrument AIA, et obtenues à partir des reconstructions calculées pour 14 jours de données. 177

5.7 Projections gnomoniques du pôle Sud de l'émissivité [DN.m^{-1}] à l'altitude constante de 1.05 $R_\odot$, pour les 6 bandes spectrales de l'instrument AIA, et obtenues à partir des reconstructions calculées pour 14 jours de données. 178

5.8 Projections gnomoniques du pôle Sud de l'émissivité [DN.m^{-1}] à l'altitude constante de 1.1 $R_\odot$, pour les 6 bandes spectrales de l'instrument AIA, et obtenues à partir des reconstructions calculées pour 14 jours de données. 180

5.9 Projections gnomoniques du pôle Sud de la DEM locale à l'altitude constante de 1.05 $R_\odot$, obtenues à partir des reconstructions calculées pour 14 jours de données. Les positions correspondant aux mesures présentées figure 5.13 pour deux plumes et le milieu interplumes sont indiquées sur la figure. 181

5.10 Projection gnomonique du pôle Sud de la DEM locale à l'altitude constante de 1.1 $R_\odot$, obtenues à partir des reconstructions calculées pour 14 jours de données. Les positions correspondant aux mesures présentées figure 5.13 pour deux plumes et le milieu interplumes sont indiquées sur la figure. 182

5.11 Reconstruction de la DEM à partir de la base de données GAIA-DEM (voir section 3.4) : les quatre cartes associées aux trois paramètres de la DEM, T_e^I, EM^I, σ^I ainsi qu'aux χ^2 sont présentées. 185

5.12 Images AIA pour chacune des 6 longueurs d'ondes, obtenues en sommant temporellement 10 images, à la cadence d'une image par minute. Elles correspondent aux images initiales utilisées pour obtenir les cartes présentées sur la figure 5.11. Seules les zones où le signal est supérieur à 1 DN sont représentées. De gauche à droite de haut en bas : image dans la bande 94, 131, 171, 193, 211 et 335 Å. 186

5.13 Température et densité des plumes 1 et 2, ainsi que du milieu interplumes en fonction de l'altitude. 188

1 Introduction générale

Sommaire

1.1 Le Soleil et son atmosphère 3
1.1.1 Vue générale 3
1.1.2 La couronne 6
1.1.3 Le problème du chauffage coronal 10
1.2 Détermination des propriétés physiques coronales 12
1.3 Motivations 14
Bibliographie 16

Dans la lointaine banlieue de notre galaxie, naissait il y a 4.6 milliards d'années notre étoile, à la suite d'un effondrement d'un nuage interstellaire. Étoile autour de laquelle allaient ensuite naître des planètes, et sur l'une d'entre elles, la vie et la conscience. De cette conscience naîtra ensuite une certaine curiosité à l'égard de notre Soleil, qui devint alors source de mythes, pour enfin devenir source de science. Actuellement, même si notre savoir scientifique a très fortement évolué au cours du siècle dernier, de nombreuses interrogations quant au fonctionnement du Soleil subsistent, notamment le problème du chauffage coronal, le cycle d'activité solaire, l'accélération du vent solaire, etc... Analyser les observations puis les confronter aux différents modèles physiques fait partie intégrante du processus d'analyse et de compréhension de son fonctionnement. Ce travail de thèse s'inscrit dans cette démarche en s'attachant à l'étude de la structure de la couronne solaire (i.e. la partie supérieure de l'atmosphère solaire) et en particulier aux outils développés pour y parvenir.

Déterminer les paramètres physiques du plasma coronal, comme la distribution de température, densité ou encore l'abondance de chacun des éléments présents dans la couronne, est un enjeu crucial dans la compréhension des phénomènes solaires. Cependant, il n'existe aucune mesure directe de ces paramètres : ils doivent être déduits à partir de l'analyse du rayonnement observé, en combinant l'information provenant de mesures multi-longueurs d'onde. Le problème de l'intégration le long de la ligne de visée, une difficulté souvent rencontrée en astrophysique, complique la distinction des différentes structures présentes entre l'observateur et la source, limitant également

l'interprétation des résultats.

Un des outils de diagnostic développés pour l'étude du plasma coronal se base sur le formalisme de la Mesure Différentielle d'Emission (ou Differential Emission Measure -DEM- en anglais). Il fournit des informations concernant la structure thermique du plasma présent le long de la ligne de visée, mais sans fournir d'information relative à la position spatiale. On peut ainsi obtenir la répartition du plasma observé dans l'espace des températures et/ou des densités. Ce formalisme est aujourd'hui largement utilisé pour l'analyse de l'atmosphère solaire, malgré les difficultés inhérentes à son interprétation. Quelles sont les limitations, l'interprétation à donner à cette méthode d'analyse de données ? Quelles informations peut-on en déduire ? Voici quelques unes des questions auxquelles on tentera de répondre au cours de cet exposé, en mettant particulièrement l'accent sur la caractérisation de l'outil DEM.

L'ambiguïté générée par l'intégration le long de la ligne de visée peut être levée d'une manière différente, en utilisant des méthodes tomographiques. D'une manière générale, ce type de méthode permet de reconstruire la structure d'un objet à partir d'une série de mesures réalisées dans des plans différents. Dans le cas de la tomographie solaire, on peut utiliser plusieurs instruments, ou mettre à profit la rotation naturelle du Soleil. Ainsi, il est possible d'obtenir des cartes tridimensionnelles de l'émission coronale, fournissant la répartition spatiale du plasma. De cette manière, on arrive à s'affranchir de l'intégration le long de la ligne de visée et à visualiser les différentes structures coronales.

En combinant alors la tomographie, capable de fournir des informations relatives à la géométrie de la couronne, à la DEM, qui fournit des informations physiques, on peut alors obtenir un diagnostic tridimensionnel en température et en densité de la structure de la couronne. Le comportement et les propriétés du plasma coronal sont en grande partie liés à ces grandeurs ; c'est pourquoi leur détermination est importante et permet par exemple de contraindre les modèles théoriques de physique coronale. Les méthodes tomographiques sont particulièrement bien adaptées aux structures dont l'évolution est lente, comme les plumes polaires ou les trous coronaux. Ainsi, quelques reconstructions seront présentées en mettant l'accent sur l'étude de la structure des plumes polaires.

Avant toute chose, il faut d'abord comprendre comment est structurée notre étoile, et quels sont les enjeux majeurs de la physique solaire aujourd'hui, afin de replacer ce travail dans son contexte. Une description de la structure de l'atmosphère solaire et en particulier de sa couronne est d'abord proposée section 1.1, puis la problématique du chauffage coronal et les enjeux apportés par l'étude de la structure thermique et géométrique de la couronne seront ensuite présentés section 1.1.3. On terminera par un exposé des objectifs de ce travail (Section 1.3), mené pendant 3 ans à l'Institut d'Astrophysique Spatiale, sous la direction de Frédéric Auchère et Karine Bocchialini.

1.1

Le Soleil et son atmosphère

1.1.1 Vue générale

Par sa proximité avec la Terre (1 U.A = 1.5×10^{11} m), le Soleil joue un rôle primordial dans notre existence, puisqu'il apporte une partie de l'énergie nécessaire à la vie (de l'ordre de 1400 W.m^{-2}). Le Soleil est une étoile ordinaire, une naine jaune de type G2-V, située dans la séquence principale du diagramme d'Hertzprung-Russel. Sa masse avoisine $M_\odot = 2 \times 10^{30}$ kg et il présente un rayon de $R_\odot = 6.96 \times 10^8$ m. Le Soleil est une sphère de gaz ionisé, i.e. un plasma, constitué majoritairement d'Hydrogène ($\sim 90\%$) et d'Hélium ($\lesssim 10\%$) et d'éléments plus lourds, uniquement sous forme de traces. Comme toutes les étoiles, il est maintenu en équilibre par les forces de pression engendrées par les réactions nucléaires, qui compensent l'effondrement gravitationnel. Bien que le Soleil soit une étoile tout à fait banale, il constitue en réalité un formidable laboratoire de physique ; son étude permet de progresser dans la compréhension du fonctionnement stellaire, mais aussi les relations étoiles-planètes.

La surface du Soleil à $1R_\odot$ sépare les régions internes de l'atmosphère, dont les caractéristiques sont très différentes. Le Soleil interne se compose de trois zones distinctes, au sein desquelles le transport de l'énergie se fait de manière différente. Dans le noyau, siège des réactions de fusion nucléaire, une partie de l'énergie est libérée sous forme de photons qui se propagent ensuite dans les couches supérieures du Soleil interne. Dans la zone radiative, où la température et la densité ne sont plus suffisamment élevées pour générer les réactions de fusion, les photons sont absorbés puis ré-émis un grand nombre de fois par les composants du plasma interne. Puis, une fois dans la zone convective ($\sim 0.7R_\odot$), le transport d'énergie se fait par convection au cours de laquelle la matière chaude monte vers la surface, où une fois suffisamment refroidie, elle redescend. La convection est à l'origine de la structure granulaire observable en lumière blanche sur la photosphère ; avec une taille caractéristique de l'ordre de 1000 km, la granulation est constituée de cellules ascendantes de plasma chaud, entouré de plasma plus froid. Le libre parcours moyen des photons étant inférieur au cm dans les couches internes du Soleil, il faut environ 1 million d'années pour qu'un photon émis dans le noyau émerge à la surface (à comparer avec ~ 2 s dans le cas d'un plasma optiquement mince, i.e. sans absorption). Du fait de l'opacité de ces régions, il n'est pas possible de les analyser grâce au rayonnement. On utilise alors des méthodes d'héliosismologie qui, combinées aux modèles hydrodynamiques, permettent d'obtenir des informations relatives à la structure interne.

On définit la surface du Soleil comme la zone pour laquelle le plasma devient brusquement optiquement mince : au delà, les photons s'échappent alors dans l'atmosphère solaire, avec des énergies correspondant principalement au rayonnement visible. Depuis une cinquantaine d'années, les différentes campagnes d'observations en visible, UV et X ont largement contribué à améliorer notre compréhension de l'atmosphère solaire. Ces observations vinrent alors confirmer la présence de plasma à très haute

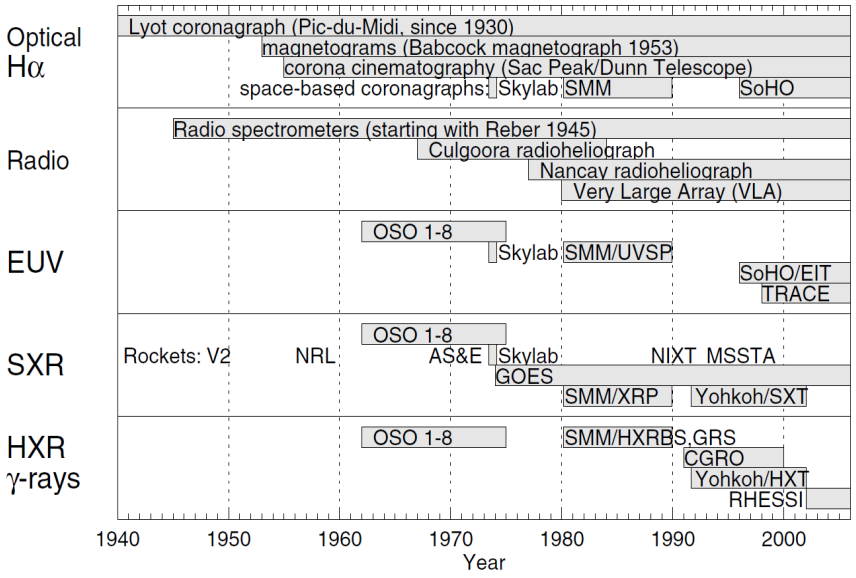

FIGURE 1.1: Principales missions et instruments dédiés à l'étude du Soleil, dans l'ordre chronologique, et classés en fonction des gammes de longueur d'onde étudiées. D'après Aschwanden (2005).

température, de l'ordre de $1-10$ MK, dans la couronne solaire, idée établie pour la première fois par Edlén (1943) après avoir observé la présence de raies d'émission provenant d'atomes fortement ionisés. L'atmosphère solaire est structurée en quatre régions aux propriétés physiques différentes : la photosphère, épaisse de seulement 400 km, marque la frontière entre l'intérieur et l'atmosphère solaire, puis la chromosphère, la région de transition, et enfin la couronne. L'atmosphère terrestre absorbant en grande partie le rayonnement X et UV, des instruments spatiaux ont donc été développés pour s'en affranchir, les principales missions correspondantes sont présentées figure 1.1. Les plus récentes, non mentionnées sur la Figure 1.1, sont les sondes jumelles *Solar TErrestrial RElations Observatory (STEREO)* (Kaiser 2005), ainsi que les satellites *Solar dynamics Observatory* (Pesnell et al. 2012) et *Hinode* (Kosugi et al. 2007), avec à leur bord différents instruments, dont magnétographes, spectromètres, coronographes, imageurs visible, UV et X. Pour une revue des observations spatiales, le lecteur pourra consulter Aschwanden (2005).

La Figure 1.3 montre plusieurs images simultanées prises par l'instrument Atmospheric Imaging Assembly (AIA ; Lemen et al. 2012), révélant la structure des différentes couches de l'atmosphère. Un magnétogramme, obtenu simultanément par l'instrument Helioseismic and Magnetic Imager (HMI ; Schou et al. 2012), est également présenté figure 1.3 (e), fournissant une mesure du champ magnétique photosphérique. Les zones noires indiquent un champ magnétique dont la direction est opposée à celle de la ligne de visée (vers l'observateur) alors que les zones claires indiquent une direction positive. On peut ainsi clairement observer la corrélation qui existe entre activité magnétique et les structures présentes dans les différentes couches de l'atmosphère solaire. Les zones présentant une forte concentration de lignes de

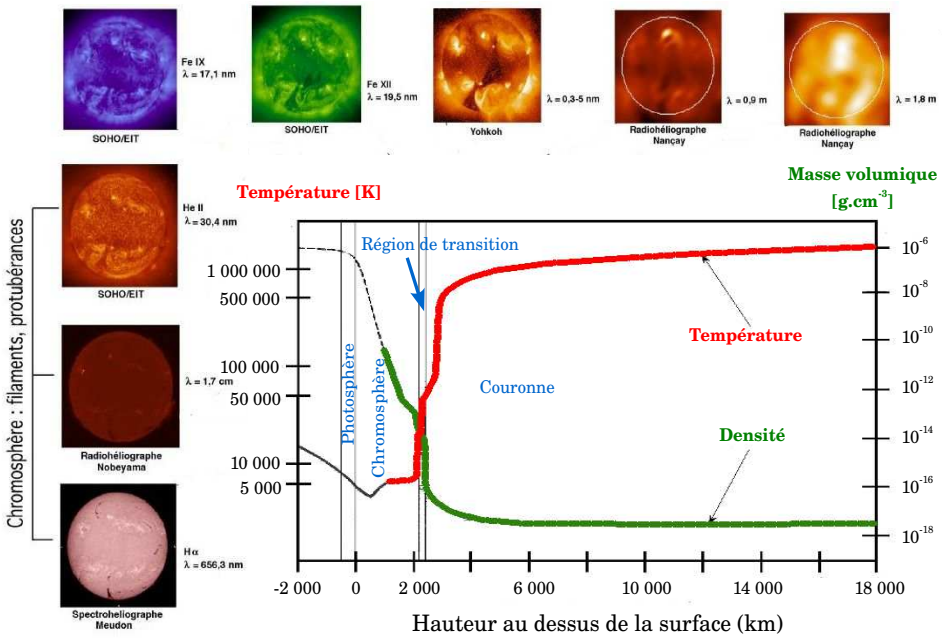

FIGURE 1.2: Structure de l'atmosphère solaire, en fonction de l'altitude au dessus de sa surface. On constate que les gradients de température de densité sont extrêmement élevés dans la région de transition, pour finalement atteindre des températures de l'ordre du million de degré dans la couronne.

champs, sont aussi les plus lumineuses et les plus actives et les plus chaudes sur les images de la couronne.

Dans le soleil interne, la température diminue continuellement entre le noyau (~15 MK), source d'énergie, et la surface (~5800 K), en accord avec la première loi de la thermodynamique. En revanche, le constat est différent dans l'atmosphère solaire. La figure 1.2 montre l'évolution de la température et de la densité dans chacune des couches qui constituent l'atmosphère solaire. Dans la chromosphère, la température atteint un minimum ~ 4400 K, puis augmente progressivement, jusqu'à atteindre des températures de l'ordre de 20 000 K à une altitude d'environ 2000 km au dessus de la surface solaire, tandis que la densité diminue (de 10^{-4} à 10^{-8} fois plus faible que dans la photosphère). La chromosphère et la couronne solaire (cf Section 1.1.2) sont séparées par une région très fine, appelée la région de transition, dans laquelle les gradients de température et de densité sont très élevés. Les températures dans la couronne solaire atteignent ensuite des valeurs de l'ordre du million de degrés, voire au-delà : le premier principe de la thermodynamique n'est dans ce cas plus respecté. Un mécanisme physique additionnel d'apport d'énergie, d'origine non radiatif, est donc nécessaire pour expliquer ce phénomène. C'est ce dont nous parlerons dans la Section 1.1.3. Il est à noter que les altitudes exactes de chacune des zones atmosphériques dépendent en fait de l'activité solaire ; en outre, la courbe présentée figure 1.2 est obtenue dans le cadre d'un modèle 1D hydrostatique, donc simplifié.

Le champ magnétique est le sculpteur de toutes les structures observées dans l'atmosphère solaire, en témoigne la figure 1.3 où le couplage intensité/champ magnétique photosphérique est illustré. Le cycle magnétique du Soleil, au cours duquel a

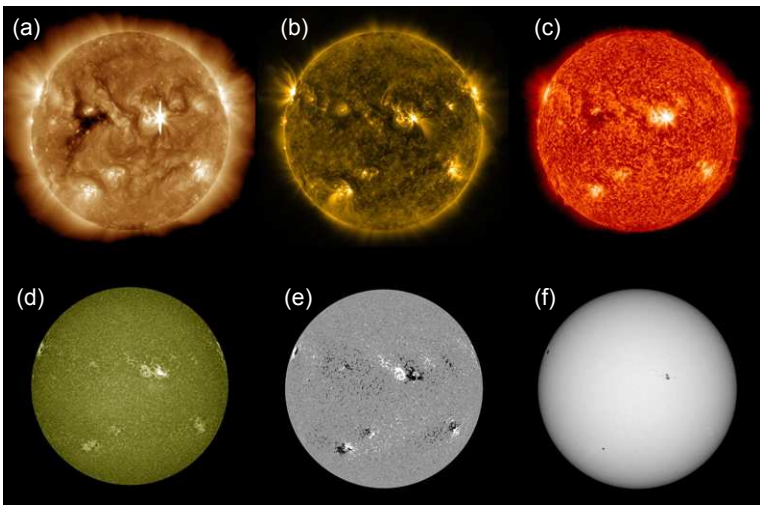

FIGURE 1.3: Images et magnétogramme simultanés pris par le satellite *Solar Dynamics Observatory*, avec les instruments AIA et HMI. (a) : AIA/193Å- Couronne ; (b) : AIA/171Å- Haute région de transition/basse couronne ; (c) : AIA/304Å- chromosphère/région de transition ; (d) : AIA/1600Å- photosphère/région de transition ; (e) : HMI - magnétogramme photosphérique ; (f) : AIA/4500Å- Photosphère.

lieu l'alternance entre maxima et minima d'activité, a une durée de 11 ans, au cours de laquelle la polarité du champ s'inverse ; le cycle total, ou cycle de Hale, au cours duquel le champ magnétique recouvrera sa configuration initiale, dure 22 ans. Au cours de ce cycle, la topologie du champ magnétique se complexifie, et l'intensité du champ magnétique varie, donnant naissance à des phénomènes particulièrement énergétiques lors du pic d'activité (Phillips et al. 2012). Des régions actives émergent, dans lesquelles des boucles coronales, formées par les lignes de champs fermées et contenant de la matière très chaude, naissent. Elles sont également à l'origine d'importantes éruptions, donnant parfois naissance à des éjections de masse coronales. Le nombre de taches solaires, observables en lumière visible sur la photosphère, augmente jusqu'à $\sim 150-200$; d'une température d'environ 4000 K inférieure à leur environnement, elles sont caractéristiques d'une intense activité magnétique de l'ordre de 4000 Gauss, et sont souvent associées aux régions actives observées dans l'atmosphère. C'est le champ magnétique qui, en inhibant la convection, ralentit l'apport de chaleur provenant du centre du Soleil. En revanche, en période de soleil calme, le champ reprend une structure géométrique plus simple, de forme poloïdale, et dans cette configuration il n'y a que peu ou pas de taches.

1.1.2 La couronne

Constituée d'un plasma chaud, peu dense et presque totalement ionisé, la couronne présente une dynamique intrinsèquement liée au champ magnétique. Le rapport de la pression cinétique, liée à l'agitation thermique, sur la pression magnétique oscillant autour de $\beta \sim 1-10\%$ (Aschwanden 2005), les déplacements de matière au sein de la couronne sont intimement reliés à la topologie et à l'intensité du champ magnétique

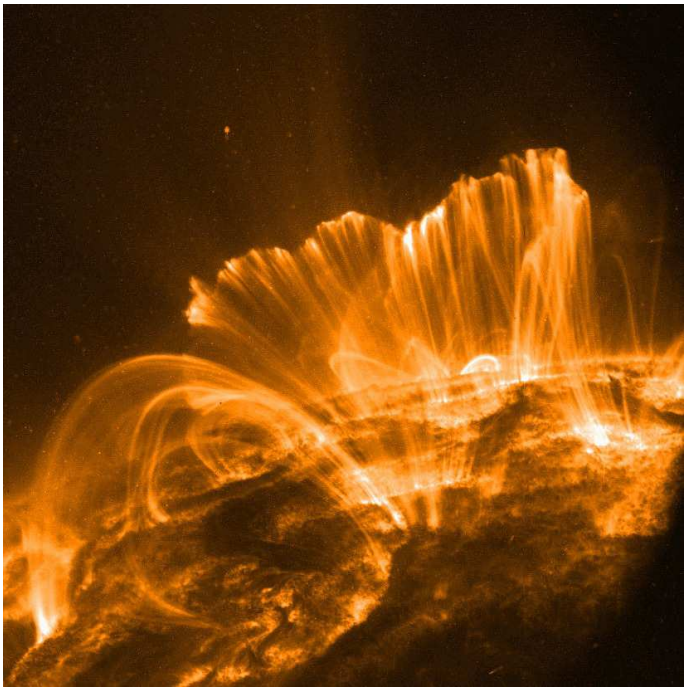

FIGURE 1.4: Boucles coronales observées par le télescope TRACE en 1999, dans la bande spectrale EUV 171Å, typique de températures de l'ordre de 1 MK.

coronal. C'est précisément à des observations de cette région de l'atmosphère que nous allons nous intéresser dans la suite de ce travail. Dans la couronne, une grande variété de structures différentes se côtoient : régions actives, localisées autour des régions à fort champ magnétique, trous coronaux, "streamers", des zones calmes, points brillants, plumes, protubérances, etc... La température y dépasse souvent le million de degrés, particulièrement dans les régions actives où elle est de l'ordre de 4-5 MK. Des phénomènes éruptifs parfois impulsifs et énergétiques y sont aussi observés, comme les flares par exemple, dans lesquels la température peut parfois dépasser les 20 MK. Comprendre l'origine de telles températures constitue aujourd'hui l'un des enjeux majeurs de la physique coronale.

La structure du champ magnétique de la couronne solaire peut être grossièrement séparée en deux zones aux propriétés différentes : les régions où les lignes de champ magnétique sont ouvertes et celles où au contraire, les lignes sont fermées. Les régions aux lignes de champ ouvertes sont principalement situées dans les régions polaires (voir figure 1.5), zones qui s'étendent parfois jusqu'à l'équateur, et connectent la photosphère solaire au milieu interplanétaire. Ce type de configuration magnétique permet un transport efficace du plasma chromosphérique vers le milieu interplanétaire : c'est ce qu'on appelle le vent solaire rapide, avec une vitesse de l'ordre de 800 km.s^{-1} (Krieger et al. 1973). On observe alors la formation de trous coronaux (voir Cranmer 2009, pour une revue de leurs propriétés physiques), zones pour lesquelles la température et la densité sont plus faibles, puisque la majorité du plasma s'échappe *via* les lignes de champ ouvertes. Ils apparaissent alors comme des zones plus sombres sur les observations UV ou X de la couronne desquelles s'échappent des structures

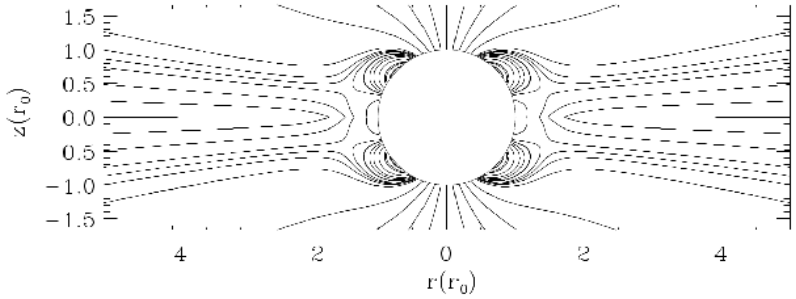

FIGURE 1.5: Schéma des lignes de champ coronales, d'après le modèle multipolaire semi-empirique de Banaszkiewicz et al. (1998).

fines et brillantes qui s'étendent depuis la chromosphère jusqu'à la haute couronne : c'est ce qu'on appelle les plumes polaires (voir Wilhelm et al. 2011, pour une revue de leurs propriétés).

Dans les régions aux lignes de champ fermées, le champ magnétique émerge en un point de l'astre et rejoint la surface en un autre, formant ainsi une boucle, jusqu'à des altitudes de l'ordre de 1.2-1.3 $R_\odot$ (Bray et al. 1991). Ce zones sont concentrées autour de l'équateur, à des latitudes en général inférieures à 45° (voir figure 1.5). Pour des altitudes plus importantes au dessus de ces zones, les lignes de champ sont ouvertes et le plasma peut à nouveau s'échapper ; c'est ce qu'on appelle le vent solaire lent, avec une vitesse deux fois moins élevée que celui issu de trous coronaux, de l'ordre de 400 km.s^{-1} (Aschwanden 2005). Si l'origine géographique des deux types de vents solaires est à peu près bien comprise, les mécanismes physiques à l'origine de l'accélération des particules demeurent encore mal compris.

Les boucles coronales, présentes dans ces zones de champ magnétique fermé, sont d'extraordinaires laboratoires nous permettant de comprendre comment se déroule le transfert d'énergie depuis la photosphère jusqu'à la couronne, et sont souvent considérées comme des composantes de bases de la couronne. Dans les boucles, le plasma est confiné à l'intérieur de tubes flux magnétique d'intensité de l'ordre de 0.1-10 Gauss, ancrés au sein même de la photosphère. Observables dans les X et dans l'extrême Ultraviolet, comme illustré par exemple sur la Figure 1.4 par le télescope Transition Region And Coronal Explorer (TRACE ; Handy et al. 1999), les boucles présentent une structure en forme d'arches et existent à toutes les échelles : les points brillants, par exemple sont modélisés comme de "petites" boucles (~ 1 MK), non résolues spatialement par les instruments, alors que les plus grandes, au sein de régions actives peuvent atteindre des longueurs d'environ 4 ordres de grandeur supérieurs (Reale 2010) (cf. première colonne de la Table 1.1).

Les boucles coronales sont localisées principalement dans les régions actives, associées aux taches solaires, mais peuvent aussi exister dans les régions plus calmes. D'après Aschwanden (2001), les régions actives produiraient un peu plus de 80% de l'énergie requise pour chauffer la couronne en période de soleil actif. Certaines boucles (les *flaring loops*) peuvent être accompagnées d'une libération soudaine d'énergie, ap-

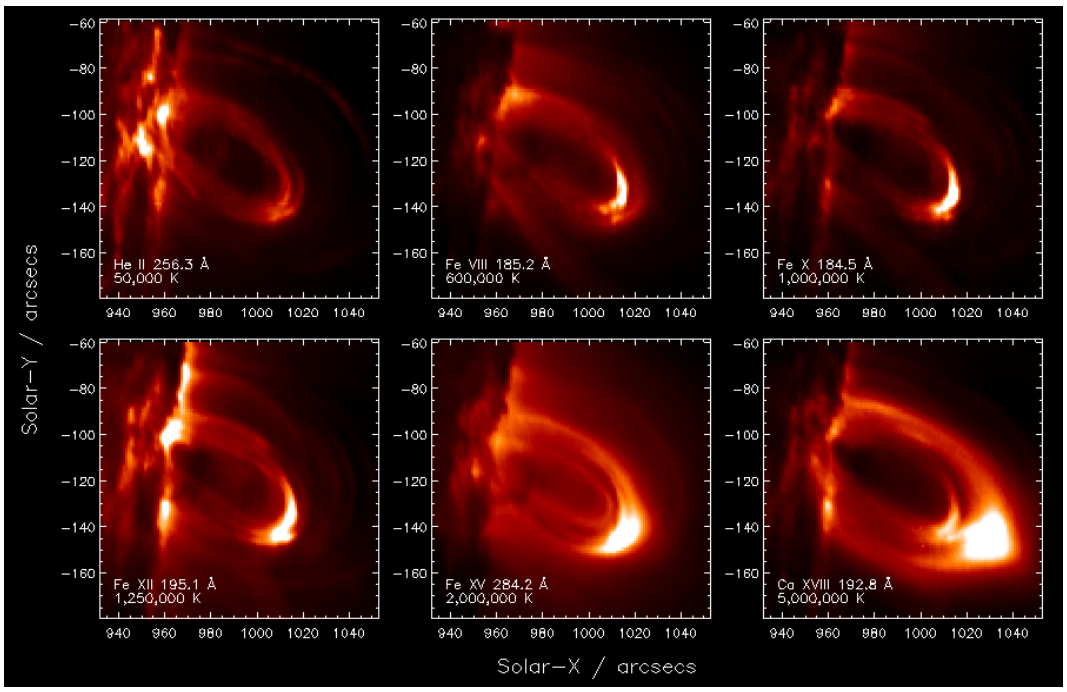

FIGURE 1.6: Observations simultanées de boucles coronales par le spectromètre EIS, le 17 décembre 2006 [1]. Chaque image représente la même région dans une raie d'émission différente. Dans les raies les plus chaudes, on peut clairement voir un embrillancement au sommet de la boucle, caractéristique d'un flare.

pelée *flare* et associée à une augmentation de l'émission dans un large intervalle du spectre électromagnétique. La majorité des flares sont observés dans les régions actives et sont parfois suivis par une éjection coronale de masse. Pour une description détaillée de ce type de boucles d'intérêt majeur pour la compréhension des phénomènes de transfert d'énergie, le lecteur pourra se référer au chapitre 4 de Bray et al. (1991). La figure 1.6 montre des observations simultanées d'un système de boucles coronales acquises par le spectromètre *Hinode*/EIS : on peut particulièrement bien observer l'embrillancement associé à une forte émission X dans les deux raies les plus chaudes.

Les boucles coronales sont remplies d'un plasma complètement ionisé provenant initialement de la chromosphère. L'énergie thermique est transportée principalement le long des lignes de champ. Isolées thermiquement de leur environnement par le champ magnétique, les boucles peuvent présenter différentes températures, de $\simeq 10^5$ K (boucles froides) à quelques 10^6 K (boucles chaudes), et même jusqu'à plus de 10^7 K pour les flaring loops. La densité peut quant à elle varier entre 10^8 et 10^{10} cm^{-3} (cf. troisième colonne de la Table 1.1), Hormis leurs températures différentes, les propriétés physiques de ces deux classes semblent être identiques. Seules leurs propriétés morphologiques semblent différentes : les boucles chaudes peuvent atteindre des dimensions plus élevées (jusqu'à plus de 200 Mm), et leur temps de vie apparaît en moyenne plus long. Les boucles froides peuvent au maximum persister une quinzaine d'heure, tandis que le temps de vie des boucles chaudes peut aller jusqu'à quelques jours (Bray

1. Source : http://solar.bnsc.rl.ac.uk/ralsolphys/gallery_flaring_loop.html.

Type	Longueur [10 Mm]	Température [MK]	Densité [10^{15} m^{-3}]	Pression 10^9 Pa
Points brillants	0.1-1	2	5	3
Régions actives	1-10	3	1-10	1-10
Arches géantes	10-100	1-2	0.1-1	0.1
Flaring loops	1-10	>10	>50	>100

TABLE 1.1: Paramètres typiques des boucles coronales - D'après (Reale 2010)

et al. 1991).

On sait aujourd'hui que les boucles coronales possèdent une structure fine, non résolue par les instruments actuels. Les boucles sont alors modélisées comme une collections de brins, appelés *strands* et considérés comme les composant élémentaires de la boucle. Cette structure fine, suggérée depuis longtemps dans la littérature, a été mise en évidence pour la première fois par Di Matteo et al. (1999) par le calcul du facteur de remplissage (rapport du volume de plasma sur le volume de la boucle totale) de boucles observées par le Normal Incidence X-ray Telescope (NIXT ; Golub 1989), et évalué autour de 0.2-0.3. Cependant, l'analyse de cette structure fine est complexe ; d'après certains modèles de chauffage coronal, comme celui des nanoflares (Vekstein 2009), la section de chaque brin n'excéderait pas quelques kilomètres.

1.1.3 Le problème du chauffage coronal

Les observations en EUV et en X parlent d'elles-mêmes : la couronne solaire présente des températures élevées de l'ordre du million de degrés, bien plus élevées que celle de la surface solaire (~5800 K). Plusieurs mécanismes physiques différents peuvent avoir lieu simultanément, et le véritable but est de comprendre dans quelle mesure et dans quelles situations spécifiques l'un est dominant et pourquoi. Par exemple, est-ce le même mécanisme de chauffage dans les boucles coronales ou dans les régions de soleil calme ? Un grand nombre de scénarios plausibles différents ont été proposés, chacun avec leurs propres forces et faiblesses. Il est cependant très difficile de les discriminer, car les modèles ont souvent des difficultés à prédire des quantités qui peuvent être observables.

La première difficulté réside dans la compréhension des mécanismes de transport de l'énergie. Comment l'énergie, transportée depuis le cœur solaire jusqu'à la photosphère est ensuite transportée dans la couronne ? Pour expliquer ce transport de l'énergie, on doit faire appel à d'autres processus physiques non thermiques, qui compensent au moins les pertes radiatives et par conduction, estimés à environ 10^4 W.m^2 dans les régions actives, et à environ 800 W.m^2 dans le soleil calme (Withbroe & Noyes 1977). L'énergie produite au cœur du Soleil est ensuite transportée puis libérée dans l'atmosphère par les mouvements de convection dans et sous la photosphère. Contrairement à la couronne, dans la couche convective du Soleil interne, le champ magnétique est contrôlé par les flux de matière (β est très grand dans ce cas). Sous l'effet

de la convection, les lignes de champ magnétique sont cisaillées et soumises à de forts mouvements de torsion, accumulant ensuite l'énergie magnétique (Klimchuk 2006).

Comment cette énergie est ensuite transportée dans la couronne ? Les ondes acoustiques engendrées par les mouvements de convection dans le soleil interne ont d'abord été considérées comme de bonnes candidates jusque la fin des années 70 (Provost & Mein 1979). Cependant, les forts gradients de température et de densité présents dans la zone de transition atténuent trop fortement ces ondes, qui finalement ne déposent pas suffisamment d'énergie dans la couronne (Athay & White 1979; Kuperus et al. 1981). En revanche, les ondes magnétohydrodynamiques (MHD), et en particulier les ondes d'Alfvén se propageant dans la direction du champ magnétique, sont considérées comme des candidates sérieuses. Ce type de scénario, appelé chauffage "AC", pour Alternative Current, n'est possible que dans le cas où le temps caractéristique des mouvements de convection de la photosphère t_{phot} est inférieur à celui des ondes d'Alfvén t_a. Si la présence d'ondes au sein de la couronne ne fait aucun doute (Thompson et al. 1999), la question est plutôt de savoir si ces ondes sont capables d'apporter suffisamment d'énergie au sein de la couronne. En étudiant les ondes d'Alfvén dans les boucles coronales, Hollweg (1985) a démontré que suffisamment de flux est transporté dans la couronne, dans la limite des boucles à grandes échelles. L'échange d'énergie entre les différents types d'ondes générées en surface est aussi un scénario envisagé (Bogdan et al. 2003).

Dans le cas contraire, lorsque $t_{phot} \gg t_a$, les mouvements des lignes de champ sont suffisamment lents pour former des couches de courant, qui lors de leur dissipation pourraient produire un chauffage. Dans cette classe de scénarios, appelés cette fois-ci DC, pour Direct Current, plusieurs mécanismes sont envisagés pour expliquer la formation de fines couches de courant (Syrovatskij 1971; Parker 1972; van Ballegooijen 1985), tous basés sur la perturbation lente et continue de la topologie magnétique photosphérique.

D'autres scénarios de chauffage sont également envisagés, reposant sur des mécanismes différents, comme l'idée de Scudder (1992). Dans ce scénario, la couronne est considérée comme résultant d'une distribution non thermique (i.e. non-Maxwellienne) des particules provenant de la chromosphère et la région de transition. Il exploite ainsi l'énergie contenue dans les particules supra-thermiques pour expliquer le chauffage coronal. Pour une revue détaillée des différents types de mécanismes, le lecteur est invité à consulter Zirker (1993); Walsh & Ireland (2003); Klimchuk (2006) ou encore Erdélyi & Ballai (2007).

Le deuxième problème réside ensuite dans les mécanismes de conversion d'énergie. Comment cette énergie, stockée dans les ondes (mécanismes AC) ou sous forme de couche de courant (mécanismes DC) est-elle ensuite dissipée dans la couronne ? Dans le cas des mécanismes AC, plusieurs processus sont invoqués ; l'absorption résonante (Ionson 1978) ou le mélange de phases (Heyvaerts & Priest 1983) sont par exemple basés sur les interactions ondes/ondes ou ondes/particules, tandis que la dissipation des ondes cyclotron-ioniques invoque des événements de reconnexion magnétique à très pe-

tites échelles (McKenzie & Mullan 1997). Concernant les mécanismes DC, le phénomène de reconnexion magnétique est là aussi souvent invoqué (Parker 1972), couplé à de la dissipation du fait de la résistivité dans les couches de courant.

Une fois l'énergie dissipée dans la couronne, le plasma produit une réponse à ce phénomène de chauffage sous forme de rayonnement électromagnétique, directement mesurable. L'analyse du rayonnement coronal est actuellement le seul moyen d'obtenir des mesures des paramètres physiques coronaux, fournissant ainsi des contraintes aux différents modèles de chauffage. Il est donc fondamental de comprendre et d'étudier la réponse du plasma coronal, afin d'y détecter les éventuelles signatures radiatives propres à chaque scénario. Ceci exige à la fois un important travail de modélisation et de simulations théoriques pour chacun des scénarios afin d'extraire des quantités observables, et des efforts de traitement et d'analyse de données.

1.2 Détermination des propriétés physiques coronales

Pour comprendre les processus physiques qui se manifestent au sein de la couronne solaire, il est nécessaire de mesurer les propriétés du plasma coronal. L'évolution de notre compréhension dépend largement de la détermination empirique ou semi-empirique des paramètres fondamentaux du plasma, tels que le champ magnétique, la densité et la température. Cependant, comme il n'existe pas de mesures directes de ces quantités, et il faut souvent interpréter physiquement les données à l'aide de modèles pour en extraire ces paramètres d'intérêt. L'intégration le long de la ligne de visée complique davantage l'analyse des observations : la présence de structures aux propriétés physiques différentes limite les diagnostics en empêchant de déterminer leur distribution spatiale. Pour le champ magnétique, on ne dispose que de très peu de mesures au sein de la couronne ; les méthodes de sismologie coronale ou encore des mesures indirectes en utilisant l'effet Hanle permettent d'estimer une valeur moyenne du champ magnétique coronal (Mackay & Yeates 2012). Dans ce travail, on ne s'intéressera qu'à la détermination des paramètres associés au plasma, à savoir la température et la densité.

L'étude de la structure thermique, i.e. de la distribution de température et/ou densité, permet de caractériser physiquement le plasma coronal. La détermination de ces quantités permet de contraindre les modèles physiques de chauffage coronal ou de vent solaire. Par exemple l'analyse et l'étude de la structure thermique des boucles coronales est un outil puissant pour étudier et caractériser les mécanismes de transport et de perte d'énergie (Bray et al. 1991; Phillips et al. 2012). Elle permet de déterminer les propriétés physiques du plasma confiné à l'intérieur de ces tubes de flux, et donc d'extraire des informations relatives aux propriétés des mécanismes de chauffage. En effet, connaître le rapport plasma chaud/plasma froid permet d'obtenir des informations concernant l'échelle temporelle des phénomènes de chauffage (quel

qu'en soit le mécanisme physique) et ainsi déterminer la nature impulsive (i.e. chauffage discontinu) ou continue du chauffage (Reale 2010). Une plus grande quantité de matière froide indique un temps plus long entre deux événements de chauffage, la plasma contenu dans la boucle ayant le temps de se refroidir en partie (voir chapitre 4). C'est à ce type de diagnostic qu'on s'intéressera dans le chapitre 4. Les analyses proposées reportent des observations cohérentes avec les deux types de chauffage (i.e. impulsif vs. continu) (e.g. Schmelz & Pathak 2012; Warren et al. 2012), sans que l'un d'entre eux apparaisse majoritaire. Est-ce un artefact lié à la nature de l'analyse elle-même ? Si oui, comment améliorer les mesures ? Si non, les deux types de chauffage co-existent-ils réellement ?

Pour étudier la structure thermique du plasma coronal, le formalisme de la mesure d'émission différentielle (DEM ; Differential Emission measure) est un diagnostic largement utilisé. Initialement introduit par Pottasch (1963, 1964) pour mesurer l'abondance des éléments présents dans la couronne, la DEM est aujourd'hui utilisée pour l'étude de la plupart des structures présentes dans la couronne, mais aussi pour l'analyse des atmosphères stellaires (Sanz-Forcada et al. 2003). La DEM fournit des informations sur la quantité de matière émettrice le long de la ligne de visée, en fonction de la température : elle permet de quantifier dans quel intervalle de température émet le matériau qui se trouve entre l'observateur et la source. Par contre, elle ne fournit pas d'information spatiale, i.e l'altitude à laquelle se trouve la structure étudiée : on obtient alors la distribution de matière dans l'espace des températures et/ou densités.

Cependant, estimer cette distribution n'est pas simple : comme on le verra plus en détail dans le chapitre 2, déterminer la DEM requiert un processus d'inversion. Aucune mesure directe n'est disponible ; l'information est contenue dans les images (ou les spectres) multi-longueurs d'ondes obtenus par les instruments. Il faut donc interpréter, séparer les différentes composantes thermiques contenues dans les observations pour ensuite déduire correctement la structure thermique. A cause de la nature inverse du problème, il est très difficile d'assurer l'unicité de la solution et la présence de bruits et d'incertitudes compliquent la tâche, produisant l'instabilité des solutions. Les observations seules ne permettent pas de contraindre suffisamment la solution, et l'on est alors forcé d'ajouter ce qu'on appelle un *a priori*, dans l'objectif de limiter les classes de solutions possibles. A cela s'ajoute le problème de l'intégration le long de la ligne de visée, qui mélange donc le signal émis par toutes les structures présentes entre l'observateur et la source.

L'intégration le long de la ligne de visée est également problématique puisque la plupart des modèles physiques des phénomènes solaires requièrent la connaissance de la géométrie tridimensionnelle de l'objet. Par exemple, la distribution tridimensionnelle de la densité est nécessaire pour contraindre les modèles de vent solaire (Frazin 2000). En effet, la résolution des équations associées à la description cinétique des plasmas sont très complexes, et pratiquement insolubles dans le cas à trois dimensions ; c'est pourquoi la progression des modèles dépend largement des observations. La structure des plumes polaires, localisées au niveau des trous coronaux, est mal connue ; pourtant leur analyse est particulièrement intéressante pour la compréhension

de la composante rapide du vent solaire (Teriaca et al. 2003). Deux types de structures semblent co-exister : les "beam plumes", structures pseudo-cylindriques, émergeant radialement de la surface solaire pour s'étendre jusqu'à la haute couronne (30 $R_\odot$), ou les structures en rideau "curtain plumes", dues à la présence de plusieurs structures de petites tailles et peu brillantes, qui intégrées le long de la ligne de visée deviennent alors visibles (Gabriel et al. 2009). Seule une analyse tridimensionnelle permet de distinguer ces deux types de plumes ; c'est d'ailleurs à ce type de structure qu'on s'intéressera dans le chapitre 5. L'analyse de la géométrie des boucles fournit d'importantes informations à propos de la topologie magnétique, très difficile à mesurer dans la couronne. Cependant, la distribution spatiale n'est pas toujours facile à déterminer, en particulier lorsque les boucles sont observées sur le centre du disque solaire, où les effets de projection peuvent être importants.

Une des techniques permettant de s'affranchir de l'intégration le long de la ligne de visée est la tomographie. En utilisant des séquences d'images prises depuis des points de vue différents, il est possible de reconstruire en trois dimensions un objet. Dans le cas de la couronne, on peut tirer parti de la rotation solaire pour obtenir une série de projections 2D de la couronne, et reconstruire l'émissivité en trois dimensions. Par contre, dans le cas de reconstructions statiques, i.e. en négligeant la dynamique, cela suppose qu'il n'y pas d'évolution temporelle d'une projection à l'autre ; or on sait que la couronne est un milieu très dynamique, ce qui complique les reconstructions, produisant des artefacts. L'utilisation de plusieurs points de vue instantanés, à l'aide de plusieurs instruments, est une meilleure configuration ; cependant, seuls trois points de vue différents sont disponibles à l'heure actuelle, en utilisant les sondes jumelles STEREO, et un des satellites situés au point de Lagrange L1.

Malgré les difficultés propres à chacune de ces deux techniques, on voit également qu'elles sont complémentaires ; en utilisant d'abord la tomographie pour reconstruire l'émissivité du plasma en trois dimensions, puis en appliquant le formalisme de la DEM à ces résultats, on peut finalement obtenir un diagnostic 3D des paramètres plasmas, i.e. température et densité. Ce type de reconstruction peut alors être comparé directement aux prédictions fournies par les différents modèles décrivant les processus physiques, ou utilisées comme condition initiales d'un code MHD par exemple (Mikić et al. 1999).

1.3 Motivations

La détermination des propriétés physiques au sein de la couronne est donc un enjeu important pour la validation des modèles théoriques de physique coronale. Le formalisme de la DEM permet d'obtenir la structure thermique du plasma sans obtenir d'information spatiale. La tomographie solaire permet par contre de reconstruire en trois dimensions la couronne solaire, mais cette-fois-ci sans obtenir de mesures des

paramètres physiques d'intérêt comme la température et la densité. L'association des deux techniques permet finalement d'obtenir un diagnostic en trois dimensions de la température et de la densité.

L'analyse de données utilisant le formalisme DEM est l'une des seules méthodes disponibles pour déterminer la structure thermique du plasma coronal. Cependant, l'estimation de la DEM est un problème inverse, pour lequel on a besoin d'un modèle physique direct permettant de comprendre la formation des observations. La présence des incertitudes aléatoires et systématiques, dans les modèles et dans les données, limite fortement le processus d'inversion, en générant des solutions secondaires. En tenant compte des difficultés inhérentes aux problèmes inverses, on peut légitimement se poser la question de la précision et de la fiabilité de la technique. Le travail présenté dans cette thèse tente de fournir une réponse à cette question, en proposant une nouvelle technique de caractérisation de l'outil DEM, quantifiant la robustesse du processus d'inversion dans des cas spécifiques. L'influence des bruits instrumentaux et des incertitudes systématiques sur la qualité de l'inversion est étudiée, et la technique développée permet également de calculer toutes les solutions cohérentes avec un ensemble d'observations donné.

En d'autres termes, la première partie de ce travail se propose d'étalonner le processus d'inversion de DEM, dans des cas simples, afin de déterminer (avant l'application à des données réelles) le comportement et les limitations de l'inversion. Basée sur une approche probabiliste, cette technique est très utile pour déterminer les propriétés de l'inversion, et fournit une nouvelle méthode pour interpréter les solutions. Un des aboutissements utiles de cette technique est sa capacité à fournir des barres d'erreurs sur les DEM obtenues par inversion. Jusqu'à présent, les algorithmes d'inversions de DEM ne fournissaient qu'une estimation sommaire des incertitudes, rendant l'interprétation des résultats parfois difficile. La technique développée est d'abord appliquée à l'imageur *SDO*/AIA, dans le cas de modèles de DEMs génériques, capable de représenter un grand nombre de conditions physiques différentes, permettant ainsi de caractériser la qualité des inversions réalisées avec cet instrument. Puis, en utilisant un modèle de DEMs plus détaillé, correspondant aux DEMs typiquement observées dans les régions actives, on appliquera ensuite la technique au spectromètre EUV Imaging Spectrometer (EIS ; Culhane et al. 2007) à bord du satellite *Hinode*. En particulier, on tentera d'évaluer dans quelles mesure l'utilisation de ce spectromètre permet d'obtenir des informations relatives à la fréquence des événements de chauffage, en mesurant les DEMs des boucles coronales.

La deuxième partie sera consacrée aux reconstructions tomographiques couplées au formalisme de la DEM. En utilisant une série de 28 jours de données couvrant la totalité de la rotation solaire, on peut reconstruire l'émissivité du plasma en trois dimensions pour chacune des bandes coronales de l'instrument AIA. En appliquant ensuite le formalisme de la DEM à ces reconstructions, on obtient ainsi des cartes tridimensionnelles en température et en densité. L'instrument AIA est le premier imageur EUV à présenter six bandes coronales ; les imageurs précédents comme Extreme ultra violet Imaging Telescope (EIT ; Delaboudinière et al. 1995) ou TRACE

n'en présentaient que trois. Puisqu'on a plus d'information, on peut ainsi mieux contraindre la DEM, et fournir des cartes de températures et densités plus précises que celles obtenues avec les précédents instruments. De plus, en utilisant les résultats de la caractérisation de l'inversion réalisées en amont pour l'instrument AIA, qui permettent par exemple d'identifier les solutions secondaires, on peut alors correctement interpréter les solutions.

Les reconstructions présentées dans le chapitre 5 ne sont cependant que des résultats préliminaires qui méritent encore quelques approfondissements ; malgré tout, ils permettent de mettre en évidence les capacités de ces outils, et de donner une idée globale de la structure thermique de la couronne. On utilisera pour cela l'algorithme de tomographie TomograPy (Barbey et al. 2011), basé sur l'algorithme de Siddon, pour calculer l'intégration le long de la ligne de visée. Dans ce chapitre, on s'intéressera en particulier à la reconstruction des plumes coronales, dont la durée de vie, estimée à quelques jours (Wilhelm et al. 2011) permet une reconstruction acceptable.

Dans le chapitre 2, les outils utilisés au cours de ce travail sont décrits. Pour cela, il nous faudra d'abord comprendre l'origine du rayonnement UV de la couronne ainsi que le formalisme associé à la DEM. Un bref état de l'art des techniques d'inversion de DEM actuelles est aussi proposé, ainsi qu'une discussion concernant les difficultés et les limitations inhérentes à cet outil. Le principe de la tomographie solaire est également présenté, ainsi que la géométrie de la formation des images. On discutera également les enjeux portés par ces méthodes. Les chapitres suivants sont consacrés aux résultats obtenus. Le chapitre 3 est consacré à la description de la technique développée, puis à l'application de cette technique à l'imageur UV *SDO*/AIA. On pourra ainsi quantifier dans quelle mesure cet imageur à six bandes coronales augmente la robustesse du problème, par rapport aux instruments précédents. La robustesse de l'inversion dans le cas de plasmas isothermes (i.e. n'émettant qu'à une seule température), ainsi que celui des cas multithermes (mais possédant une structure thermique simple) est étudiée, fournissant ainsi un étalonnage de l'inversion dans plusieurs cas simples. Après avoir étudié la reconstruction de DEM avec un imageur UV, le chapitre 4 sera dédié à l'application de la technique au spectromètre *Hinode*/EIS, dans le contexte précis de la mesure de la fréquence du chauffage coronal. Le chapitre 5 sera consacré aux reconstructions tridimensionnelles de la température et de la densité obtenue grâce à l'association du formalisme de la DEM à la tomographie.

Bibliographie

Aschwanden, M. J. 2001, ApJ, 560, 1035

Aschwanden, M. J. 2005, Physics of the Solar Corona. An Introduction with Problems and Solutions (2nd edition)

Athay, R. G. & White, O. R. 1979, ApJ, 229, 1147

Banaszkiewicz, M., Axford, W. I., & McKenzie, J. F. 1998, A&A, 337, 940

Barbey, N., Guennou, C., & Auchère, F. 2011, Sol. Phys.

Bogdan, T. J., Carlsson, M., Hansteen, V. H., et al. 2003, ApJ, 599, 626

Bray, R. J., Cram, L. E., Durrant, C., & Loughhead, R. E. 1991, Plasma Loops in the Solar Corona

Cranmer, S. R. 2009, Living Reviews in Solar Physics, 6

Culhane, J. L., Harra, L. K., James, A. M., et al. 2007, Sol. Phys., 243, 19

Delaboudinière, J.-P., Artzner, G. E., Brunaud, J., et al. 1995, Sol. Phys., 162, 291

Di Matteo, V., Reale, F., Peres, G., & Golub, L. 1999, A&A, 342, 563

Edlén, B. 1943, ZAp, 22, 30

Erdélyi, R. & Ballai, I. 2007, Astronomische Nachrichten, 328, 726

Frazin, R. A. 2000, ApJ, 530, 1026

Gabriel, A., Bely-Dubau, F., Tison, E., & Wilhelm, K. 2009, ApJ, 700, 551

Golub, L. 1989, A Normal Incidence X-ray Telescope (NIXT) sounding rocket payload, Tech. rep.

Handy, B. N., Acton, L. W., Kankelborg, C. C., et al. 1999, Sol. Phys., 187, 229

Heyvaerts, J. & Priest, E. R. 1983, A&A, 117, 220

Hollweg, J. V. 1985, in Advances in Space Plasma Physics, ed. W. Grossmann, E. M. Campbell, & B. Buti, 77

Ionson, J. A. 1978, ApJ, 226, 650

Kaiser, M. L. 2005, Advances in Space Research, 36, 1483

Klimchuk, J. A. 2006, Sol. Phys., 234, 41

Kosugi, T., Matsuzaki, K., Sakao, T., et al. 2007, Sol. Phys., 243, 3

Krieger, A. S., Timothy, A. F., & Roelof, E. C. 1973, Sol. Phys., 29, 505

Kuperus, M., Ionson, J. A., & Spicer, D. S. 1981, Annual Review of Astrononmy and Astrophysics, 19, 7

Lemen, J. R., Title, A. M., Akin, D. J., et al. 2012, Sol. Phys., 275, 17

Mackay, D. & Yeates, A. 2012, Living Reviews in Solar Physics, 9

McKenzie, D. E. & Mullan, D. J. 1997, Sol. Phys., 176, 127

Mikić, Z., Linker, J. A., Schnack, D. D., Lionello, R., & Tarditi, A. 1999, Physics of Plasmas, 6, 2217

Parker, E. N. 1972, ApJ, 174, 499

Pesnell, W. D., Thompson, B. J., & Chamberlin, P. C. 2012, Sol. Phys., 275, 3

Phillips, K. J. H., Feldman, U., & Landi, E. 2012, Ultraviolet and X-ray Spectroscopy of the Solar Atmosphere

Pottasch, S. R. 1963, ApJ, 137, 945

Pottasch, S. R. 1964, Space Sci. Rev., 3, 816

Provost, J. & Mein, N. 1979, Sol. Phys., 64, 43

Reale, F. 2010, Living Reviews in Solar Physics, 7, 5

Sanz-Forcada, J., Maggio, A., & Micela, G. 2003, A&A, 408, 1087

Schmelz, J. T. & Pathak, S. 2012, ApJ, 756, 126

Schou, J., Scherrer, P. H., Bush, R. I., et al. 2012, Sol. Phys., 275, 229

Scudder, J. D. 1992, ApJ, 398, 299

Syrovatskij, S. I. 1971, in Generatsiya kosmich. luchej na Solntse, 15–36

Teriaca, L., Poletto, G., Romoli, M., & Biesecker, D. A. 2003, ApJ, 588, 566

Thompson, B. J., Gurman, J. B., Neupert, W. M., et al. 1999, ApJ Letters, 517, L151

van Ballegooijen, A. A. 1985, ApJ, 298, 421

Vekstein, G. 2009, A&A, 499, L5

Walsh, R. W. & Ireland, J. 2003, A&A Reviews, 12, 1

Warren, H. P., Winebarger, A. R., & Brooks, D. H. 2012, ApJ, 759, 141

Wilhelm, K., Abbo, L., Auchère, F., et al. 2011, A&A Reviews, 19, 35

Withbroe, G. L. & Noyes, R. W. 1977, Annual Review of Astrononmy and Astrophysics, 15, 363

Zirker, J. B. 1993, Sol. Phys., 148, 43

2

Sonder la structure de la couronne solaire, un enjeu complexe

Sommaire

2.1 Spectre d'émission EUV de la couronne solaire 20
2.1.1 Raies d'émission 20
2.1.2 Continuum d'émission 25
2.1.3 Calcul des intensités théoriques 25
2.2 La mesure d'émission différentielle (DEM) 29
2.2.1 Définition 29
2.2.2 Limitations 36
2.2.3 État de l'art des méthodes d'inversion de DEM 43
2.2.4 Conclusions et motivations 50
2.3 La tomographie solaire 51
2.3.1 Principe 51
2.3.2 La formation des images 52
2.3.3 Bref état de l'art des méthodes et reconstructions 54
2.3.4 Conclusions et motivations 56
Bibliographie 58

Après avoir introduit la problématique scientifique dans la partie précédente, ce chapitre est maintenant consacré aux méthodes d'analyses étudiées et utilisées dans ce travail. Pour bien comprendre les observations coronales, il est d'abord nécessaire de comprendre ce que l'on observe, i.e. d'analyser les mécanismes de formation du rayonnement observé ; ils sont bien évidemment différents suivant la longueur d'onde d'observation. Dans la première partie de chapitre, on s'attachera donc à présenter les mécanismes à l'origine du rayonnement EUV, bande spectrale dans laquelle se situe la majorité des raies d'émission.

A partir de ce rayonnement observé, comment déduire des informations concernant la structure de la couronne ? Comment interpréter ces observations en termes de

paramètres physiques, indispensables pour contraindre les modèles physiques ? L'intégration le long de la ligne de visée complique considérablement l'interprétation des données, le signal observé provenant de la superposition de différentes structures dont les propriétés physiques peuvent être différentes. Les effets de projection peuvent également être importants, rendant la structure géométrique de la couronne difficile à interpréter. Pour remonter à ces paramètres d'intérêt à partir d'une série de mesures, plusieurs outils d'analyse et de traitement du signal ont été développés.

En particulier, cette thèse s'intéresse à deux d'entre eux : le formalisme de la mesure d'émission différentielle (Differential Emission Measure, notée DEM dans toute la suite) et la tomographie. Ces deux méthodes constituent en fait deux approches différentes permettant de lever l'ambiguïté générée par l'intégration le long de la ligne de visée : la DEM se propose d'étudier la structure thermique de la matière présente le long de la ligne de visée, tandis que la tomographie solaire permet la reconstruction tridimensionnelle de la couronne. Le formalisme de la DEM, ainsi que les limitations et les difficultés intrinsèques seront ensuite présentés dans la partie 2.2. Un bref état de l'art concernant les différentes méthodes et algorithmes d'inversion est également proposé. La dernière partie sera finalement consacrée à la tomographie, où le principe et la description de l'algorithme d'inversion utilisé seront présentés.

2.1 Spectre d'émission EUV de la couronne solaire

La couronne, constituée d'un plasma peu dense, chaud et très fortement ionisé, est composée d'une grande variétés d'atomes, allant de l'Hydrogène au Nickel. Les conditions physiques régnant au sein de la couronne permettent de poser certaines hypothèses simplifiant grandement l'analyse du rayonnement UV. Dans l'approximation coronale, le plasma est considéré comme optiquement mince, chaud ($> 10^4$ K), dans un état stationnaire (ou proche), sans poussière et en équilibre d'ionisation (Mariska 1992; Dere et al. 1997; Doyle et al. 2010; Auchere 2000, Annexe A.4.1). Dans ces conditions, les effets du champ de rayonnement peuvent être négligés et les processus influençant les états d'excitations d'un ion peuvent être traités séparément de ceux contribuant à la formation de l'ion (i.e. ionisations et recombinaisons). Une autre hypothèse consiste à considérer les particules (i.e. les ions et les électrons) en état d'équilibre thermique. Dans ce cas, la distribution de vitesse des particules est considérée comme étant Maxwellienne (Phillips et al. 2012) et les températures ioniques T_i et électroniques T_e sont égales.

2.1.1 Raies d'émission

Chaque raie d'émission provient d'un ion dans un état d'excitation donné ; l'analyse de leurs intensités permet donc de déduire des informations concernant le milieu coro-

nal, en connaissant *a priori* (par des mesures en laboratoire ou par calcul théorique) les conditions physiques dans lesquelles elles se forment. Les processus atomiques majoritaires au sein de l'environnement coronal sont les mécanismes d'excitation par collisions et la décroissance radiative pour les raies purement collisionnelles (i.e dans le cadre de l'approximation coronale), les processus de recombinaisons et d'ionisations (Mason & Fossi 1994). Les processus de desexcitation par collision ou d'excitation par absorption de photon peuvent également être important pour certaines raies, comme par exemple pour la raie Lymann-α [1]. Cependant, dans les plasmas à faible densité, le temps caractéristique des phénomènes d'excitations et désexcitation par collisions est bien plus petit que celui des processus d'ionisations et de recombinaisons. Dans ce cas, le processus d'excitation collisionnelle est le phénomène dominant pour le peuplement des états excités et le dépeuplement des états excités se fait majoritairement par désexcitation radiative (Landini & Monsignori Fossi 1990), à l'origine de la raie d'émission.

Comme la couronne est considérée comme optiquement mince, le nombre de photons émis dans une raie spectrale donnée résulte simplement de la somme de toutes les contributions associées à cette raie dans le volume total V d'émission, sous-tendu par la ligne de visée. Par conséquent, le flux $F_{\lambda_{ji}}$, correspondant à la transition $j \rightarrow i$ (j étant un niveau d'énergie supérieure à i) s'écrit

$$F_{\lambda_{ji}} = \frac{1}{4\pi R^2} \frac{hc}{\lambda_{ji}} \int_V n_j(X^{+m}) A_{ji} \mathrm{d}V \quad [\mathrm{J\ m^{-2}\ s^{-1}}], \tag{2.1}$$

où A_{ji} ($\mathrm{s^{-1}}$) représente le coefficient d'émission spontanée d'Einstein tandis que R correspond à la distance Terre-Soleil. Dans ce cas, les photons seront émis avec une énergie $\frac{hc}{\lambda_{ji}}$, avec h la constante de Planck, et c la vitesse de la lumière. Le terme $n_j(X^{+m})$ correspond à la concentration de l'élément X, ionisé m fois dans un état excité j. Pour estimer cette dernière quantité, on passe par une série de calculs intermédiaires de la forme suivante :

$$n_j(X^{+m}) = \frac{n_j(X^{+m})}{n(X^{+m})} \frac{n(X^{+m})}{n(X)} \frac{n(X)}{n(H)} \frac{n(H)}{n_e} n_e \quad [\mathrm{m^{-3}}], \tag{2.2}$$

où $\frac{n_j(X^{+m})}{n(X^{+m})}$ est la population relative du niveau d'énergie j de l'ion X^{+m} ; $\frac{n(X^{+m})}{n(X)}$ est le rapport de la densité de l'ion X^{+m} sur la densité de l'élément X ; $\frac{n(X)}{n(H)}$ est l'abondance relative de l'élément X par rapport à celle de l'hydrogène, plus généralement noté A_X ; $\frac{n(H)}{n_e}$ est la densité de l'hydrogène relative à celle des électrons libres.

On définit ensuite la fonction de contribution (Pottasch 1963)

$$G(\lambda_{ji}, T_e, n_e) = A_{ji} \frac{hc}{\lambda_{ji}} \frac{n_j(X^{+m})}{n(X^{+m})} \frac{n(X^{+m})}{n(X)} \frac{n(X)}{n(H)} \frac{n(H)}{n_e} \frac{1}{n_e}, \quad [\mathrm{J\ m^3\ s^{-1}}] \tag{2.3}$$

ce qui conduit à l'expression du flux suivante

1. La raie Lymann-α correspond à la transition du niveau d'énergie $n = 2$ au niveau $n = 1$, située à la longueur d'onde $\lambda = 121.567$ nm

$$F_{\lambda_{ji}} = \frac{1}{4\pi R^2} \int_V G(\lambda_{ji}, T_e, n_e) n_e^2 \mathrm{d}V, \tag{2.4}$$

avec T_e la température électronique. Le flux d'une raie d'émission est donc donné par l'intégrale d'un produit de deux fonctions : la fonction de contribution, qui prend en compte tous les processus atomiques à l'origine de la formation de la raie et du carré de la densité électronique.

Notons toutefois qu'il existe plusieurs définitions de la fonction de contribution dans la littérature. Par exemple, Mason & Fossi (1994) définissent la fonction de contribution comme suit

$$G_X^{'}(\lambda_{ji}, T_e, n_e) = A_{ji} A_X \frac{hc}{\lambda_{ji}} \frac{n_j(X^m)}{n(X^{+m})} \frac{n(X^{+m})}{n(X) n_e}, \tag{2.5}$$

d'où l'expression du flux d'une raie spectrale :

$$F_{\lambda_{ji}} = \frac{1}{4\pi R^2} \int_V G_X^{'}(n_e, T_e, \lambda_{ji}) n_e n_H \mathrm{d}V. \tag{2.6}$$

Cette notation a été introduite pour découpler les paramètres liés à la formation de la raie elle-même des conditions physiques régnant au sein de la couronne.

Une fois les différentes fractions de l'équation 2.3 évaluées, l'émission théorique de chaque raie peut être à son tour évaluée, en fonction de la température, de la densité et de l'abondance de chaque élément. Le rapport de la densité de l'hydrogène relativement à la densité électronique peut s'évaluer facilement, en considérant le plasma coronal comme totalement ionisé et quasiment neutre en première approximation. En résolvant l'équilibre des charges, i.e. le nombre d'électrons doit être égal à la somme des charges de tous les ions, on obtient alors une valeur de l'ordre de ~ 0.85. L'abondance A_X de chacun des éléments est en général considérée constante le long de la ligne de visée. Cette hypothèse n'est cependant pas toujours vérifiée, comme on le verra dans la partie 2.2.2, en particulier lorsque plusieurs structures aux propriétés différentes sont présentes le long de la ligne de visée.

Il reste donc à estimer la population relative du niveau d'énergie j *via* l'équilibre de population, et la concentration de l'ion X^{+m} *via* cette fois-ci l'équilibre d'ionisation. Dans le cadre de l'approximation coronale, on considère que le niveau d'excitation j n'est peuplé qu'à partir du niveau fondamental. Cette approximation se justifie notamment par le fait que les taux d'excitation et de désexcitation par collision électronique, C_{ij}^e et C_{ij}^d, sont bien plus faibles que le taux de désexcitation radiative (voir le chapitre 4, section 3 Phillips et al. 2012, pour une justification détaillée). Dans ce cas, la population du niveau fondamental est largement supérieure à celle des autres niveaux ; les processus d'excitation par collisions électroniques ont donc majoritairement lieu depuis le niveau fondamental. On peut finalement déduire la population relative du niveau j en déduisant l'équilibre entre phénomènes d'excitation (i.e par collision) et de désexcitation :

$$\frac{n_j(X^{+m})}{n_f(X^{+m})} = \frac{C^e_{fj}}{\sum_{i<j} A_j i} n_e \tag{2.7}$$

où C^e_{fj} est le taux d'excitation par collision électronique entre le niveau fondamental de l'atome X^{+m} et son état excité j. Comme le niveau j n'est dépeuplé que par désexcitation radiative, les ions X^{+m} sont majoritairement dans leur état fondamental, d'où $n_f(X^{+m}) \simeq n(X^{+m})$. On peut remarquer que la population relative du niveau j est proportionnelle à la densité électronique n_e, et dépend de la température T_e au travers du taux de collisions électroniques C^e_{fj}.

Cependant, l'approximation coronale, qui ne considère que le niveau fondamental pour le peuplement des états d'énergie supérieurs, et la désexcitation radiative pour le dépeuplement, n'est valable que pour les ions appartenant à la séquence isoélectronique de l'hydrogène, du lithium et du sodium. Par exemple, dans le cas des raies interdites [2], le taux de désexcitation radiative est petit, et le taux de désexcitation par collision électronique devient majoritaire. Il faut alors résoudre complètement les équations définissant l'équilibre de population car chaque niveau d'excitation est maintenant connecté à un ou plusieurs autre(s) niveau(x) d'énergie :

$$\left[\sum_{i>j} n_e C^d_{ij} n_i(X^{+m}) + \sum_{i>j} A_{ij} n_i(X^{+m}) + \sum_{i<j} n_e C^e_{ij} n_i(X^{+m}) \right] \tag{2.8}$$

$$= n_j(X+m) \left[\sum_{i<j} n_e C^d_{ji} + \sum_{i<j} A_{ji} + \sum_{i>j} n_e C^e_{ji} \right]. \tag{2.9}$$

Le terme de gauche correspond au peuplement (i.e. gain de population) du niveau j par l'intermédiaire des désexcitations par collisions électroniques et de la décroissance radiative depuis les niveaux d'énergie supérieurs, et des excitations par collisions électroniques depuis les niveaux d'énergie inférieurs. A l'inverse, le terme de droite correspond au dépeuplement (i.e. perte de population) du niveau j par collisions électroniques et décroissance radiative vers les niveaux d'énergie inférieurs, et par excitation par collision électronique vers les niveaux d'énergie supérieurs. Cette situation est assez courante pour les ions observés dans la couronne solaire, pour lesquels certains états excités peuvent être métastables [3]. Il est également à noter que dans certains cas, les collisions protoniques peuvent également devenir importantes.

L'équilibre entre phénomènes d'ionisation et de recombinaison détermine l'abondance fractionnaire de chaque état d'ionisation $+m$. Dans la couronne, les principaux processus pris en compte sont les ionisations par collisions électroniques et diélectroniques, ainsi que l'auto-ionisation, ainsi que les processus de recombinaison radiative et

2. Les raies interdites correspondent à des transitions d'énergie normalement non autorisées par les règles de sélection de la mécanique quantique. Leur probabilité est bien inférieure aux transitions classiques, dites "dipolaires électriques".

3. Un niveau métastable est un niveau pour lequel toutes les transitions vers des niveaux d'énergie inférieur sont interdites. Dans ce cas, le niveau a une durée de vie très longue.

électronique (Chapitre 4 de Phillips et al. 2012, pour plus de détails). Dans l'hypothèse d'un plasma coronal à l'équilibre, on a donc

$$\alpha_{rec} n(X^{+m+1}) + \alpha_{ion} n(X^{+m-1}) = \alpha_{ion} n(X^{+m}) + \alpha_{rec} n(X^{+m}) \tag{2.10}$$

avec α_{rec} la somme de chacun des taux de recombinaison et α_{ion} la somme de chacun des taux d'ionisation. Comme chacun de ces taux est directement proportionnel à la densité électronique, en définitive le rapport qui nous intéresse $n(X^{+m})/n(X)$ ne dépendra que de la température T_e.

Finalement, pour une raie de résonance[4], la fonction de contribution d'une raie d'émission s'écrit

$$G_X(\lambda_{ji}, T_e) = A_{ji} A_X \frac{hc}{\lambda_{ji}} \frac{C^e_{fj}}{\sum_{i<j} A_{ji}} \frac{n(X^{+m})}{n(X)} \frac{n(H)}{n_e}. \tag{2.11}$$

On peut remarquer que dans ce cas, la fonction de contribution ne dépend que de la température. Par contre, dans le cas d'une raie interdite par exemple, le calcul de la fonction de contribution nécessite la résolution complète de l'équation d'équilibre d'excitation et la fonction $G_X(\lambda_{ji}, T_e, n_e)$ est encore dépendante de la densité électronique. Cependant, cette dépendance reste faible (Judge et al. 1997), et elle est bien souvent négligée, en particulier dans le cadre du formalisme de la DEM.

Le flux observé est donc donné de manière générale par l'équation 2.4 pour une raie d'émission j de l'élément X. Cette expression dépend donc à la fois des paramètres géométriques (i.e. position, donnée par le vecteur $\boldsymbol{r}$), à travers l'intégration sur la totalité du volume V d'émission, et physiques (i.e. température et densité). La complexité de l'interprétation des spectres EUV est accrue par le fait que les paramètres physiques dépendent eux aussi des coordonnées spatiale : la distribution de température et de densité n'est pas homogène dans la couronne, et encore moins suivant le type de structure observée. Par exemple, les boucles coronales sont remplies d'un plasma chaud et plus dense que l'environnement coronal ; à l'inverse les trous coronaux d'un plasma "froid" ($10^4 - 10^5$ K) et relativement peu dense. Le flux d'une raie d'émission peut donc s'expliciter ainsi

$$F_{\lambda_{ji}} = \frac{1}{4\pi R^2} \iiint_V G_X(n_e(\boldsymbol{r}), T_e(\boldsymbol{r}), \lambda_{ji}) n_e(\boldsymbol{r})^2 \mathrm{d}^3\boldsymbol{r}. \tag{2.12}$$

La caractérisation de la structure thermique de la couronne solaire nécessite donc la détermination des fonctions $n_e(\boldsymbol{r})$ et $T_e(\boldsymbol{r})$. On va voir dans la suite qu'il n'est pas possible d'obtenir cette distribution à partir de l'analyse seule des raies d'émission EUV (sauf si l'on pose des hypothèses *a priori* sur la nature du plasma), principalement parce que la monotonie des fonctions $n_e(\boldsymbol{r})$ et $T_e(\boldsymbol{r})$ ne peut être garantie. En effet, la distribution de température ou de densité peut tout à fait être identique en deux endroits différents de la ligne de visée. Le flux observé peut donc être identique pour

4. Une raie d'émission dite "de résonance" est liée à une transition impliquant le niveau fondamental.

des distributions spatiales en fin de compte différentes. Le formalisme de la DEM, présenté dans la section suivante 2.2, permet d'obtenir des informations sur la structure thermique de la couronne, sans obtenir d'information spatiale : elle permet de déduire la quantité de matière qui se trouve dans des conditions physiques données. On verra dans la suite que la détermination de cette quantité n'est pas un processus simple, en particulier à cause de la présence des différentes sources d'incertitudes ; c'est pourquoi les hypothèses utilisées pour l'interprétation des observations ont été explicitées en détail, permettant ainsi d'identifier les différentes sources d'erreurs. Par contre l'obtention de caractéristiques spatiales ne sera possible qu'en disposant de points de vue différents sur le même objet ; l'analyse seule d'observations multi-longueurs d'onde simultanées ne permet pas d'obtenir d'information spatiale précise. C'est l'enjeu de la partie 2.3, dans laquelle les méthodes tomographiques seront discutées.

2.1.2 Continuum d'émission

Le continuum observé en UV et EUV a pour origine les interactions entre électrons libres et ions X^{+m}. Ces interactions peuvent être de deux types : libre-libre ou libre-liée. Dans le premier cas, aussi appelé rayonnement de freinage, ou Bremsstrahlung, l'électron libre est à la fois dévié et décéléré par la force de Coulomb à l'approche d'un ion. Dans le cas de l'interaction libre-liée, l'électron libre est cette fois-ci capturé par l'ion : c'est un cas de recombinaison radiative. Dans les deux cas, la perte d'énergie de l'électron est alors compensée par l'émission d'un photon, dont l'énergie est égale à l'énergie perdue par l'électron. Comme l'électron incident est libre, son énergie n'est pas quantifiée et peut prendre toutes les valeurs comprises entre 0 et 1/2 mv^2. Ainsi l'énergie perdue par l'électron lors de la recombinaison ou la déviation peut prendre une série continue de valeurs, d'où le spectre continu observé, données par

$$\Delta E = \frac{1}{2} m_e v^2 - E_2. \tag{2.13}$$

Dans le cas de l'interaction libre-libre, E_2 représente simplement l'énergie cinétique finale de l'électron. Par contre, dans le cas l'émission libre-liée, $E_2 = E_n$, où E_n représente l'énergie du niveau atomique de l'ion issu du processus de recombinaison X^{+m-1}. Notons que dans ce cas, l'émission libre-liée présente une fréquence d'émission maximale limite, lorsque $E_n = E_I$, avec E_I l'énergie seuil d'ionisation de l'ion X^{+m}. Pour un calcul détaillé des différents paramètres concernant ces deux types d'interactions, le lecteur est invité à se référer au Chapitre 4.7 de Phillips et al. (2012) ou encore Elwert (1961).

2.1.3 Calcul des intensités théoriques

La base de données CHIANTI (Dere et al. 1997; Landi et al. 2013, pour les derniers développements) regroupe données atomiques et ioniques et a été développée pour l'analyse spectroscopique des données astrophysiques, et plus particulièrement des

spectres solaires. Diverses routines IDL (Interactive Data Language) y sont également incluses permettant de calculer l'émission d'un plasma astrophysique optiquement mince. Pour chaque ion, on peut avoir accès à la structure atomique, les données concernant les transitions radiatives ainsi que les paramètres nécessaires aux calculs des taux d'excitation par collision. Les taux d'ionisation et de recombinaison, ainsi que les données nécessaires au calcul de l'émission du continuum sont également incluses. La base CHIANTI est régulièrement mise à jour, incluant des améliorations et de nouvelles données atomiques ou ioniques issues des plus récents travaux théoriques ou expérimentaux.

A l'aide de cette base, on peut calculer les intensités théoriques mesurées par les instruments EUV. Pour cela, il faut prendre en compte la sensibilité spectrale de l'instrument, différente selon la longueur d'onde observée, et également l'angle solide couvert par un pixel. L'intensité d'une raie associée à l'élément X, identifiable comme le flux $F_{\lambda_{ji}}$ par unité d'angle solide, est donnée par

$$I_{\lambda_{ji}} = \frac{1}{4\pi R^2} \int_0^\infty G_X(T_e, n_e) \frac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}\Omega} \tag{2.14}$$

avec $\mathrm{d}\Omega = \mathrm{d}S/R^2$, $\mathrm{d}S$ la surface frontale de l'élément de volume de plasma présent le long de la ligne de visée. Pour un imageur EUV, dont la bande spectrale observée b prend en compte la contribution de plusieurs espèces, l'intensité théorique s'écrit

$$I_b = \frac{\Omega_{pix}}{4\pi} \int_0^\infty R_b(n_e, T_e) n_e^2 \mathrm{d}l \tag{2.15}$$

avec Ω_{pix} l'angle solide couvert par le pixel. L'intensité s'obtient en sommant toute les contributions des éléments de volume $\mathrm{d}V = \mathrm{d}S\mathrm{d}l$ présent le long de la ligne de visée. L'intensité observée provient d'un volume total V semi-infini et correspondant à une pyramide tronquée ; en pratique la résolution spatiale de l'instrument ne permet pas d'avoir accès aux variations transverses de ce volume. On suppose alors $\mathrm{d}l = \mathrm{d}z$, avec z la hauteur au-dessus de la surface solaire. La fonction $R_b(n_e, T_e)$ correspond à la fonction de réponse en température de l'instrument, définie comme

$$R_b(n_e, T_e) = \sum_{X,j} S_b(\lambda_j) G_{X,j}(n_e, T_e) + \int_b S_b(\lambda) G_c(n_e, T_e) \mathrm{d}\lambda. \tag{2.16}$$

Le premier terme se réfère à la contribution de chaque raie spectrale j de l'élément X d'abondance A_X, et le second terme représente le continuum. Les fonctions de contributions associées à chaque raies et au continuum sont ensuite simplement pondérées par la sensibilité spectrale de l'instrument $S_b(\lambda)$, obtenue au préalable lors de l'étalonnage au sol de l'instrument.

En revanche, un spectromètre permet d'isoler individuellement chacune des raies spectrales, en augmentant la résolution spectrale. La composante due au continuum est en général directement soustraite des données, via des techniques d'analyse et de traitements des données. La figure 2.1 présente les fonctions de réponse en température des 6 bandes spectrales de AIA, ainsi que celles du spectromètre EIS pour

quelques unes des raies observées, toutes deux calculées pour une densité $n_e = 10^{15}$ m^{-3}.

Les fonctions de réponse en température de EIS apparaissent bien plus piquées en température que celles d'AIA, excepté la bande à 171 Å. Par contre, l'imageur AIA est plus sensible que le spectromètre EIS, avec des valeurs maximales comprises entre 10^{-25} et 10^{-24} DN.cm^{-5}.s^{-1}, soit environ 10 fois plus élevée que celle de EIS. Les imageurs garantissent ainsi un rapport signal sur bruit plus important que les spectromètres. Des fonctions de contributions propres à chaque espèce peut être déduite la notion de température de formation, correspondant à leur maximum ; une raie spectrale donnée sera principalement formée à cette température. Cependant, comme illustré sur la figure 2.1 (bas), comme les fonctions de réponses en température de EIS sont tout de même relativement étalées en température ; l'observation d'une raie particulière n'implique pas forcément que la température soit celle du maximum de la fonctions. Plusieurs états d'ionisation associés à un même élément peuvent donc très bien coexister. Par exemple, dans la liste de raies qu'on utilisera dans le chapitre 4, et présentées dans la table 4.1, on peut constater que plusieurs ions du fer (Fe XI, XII, XIII par exemple) peuvent facilement coexister, puisque les températures associées au pic de leur fonction de contribution respective sont assez proches.

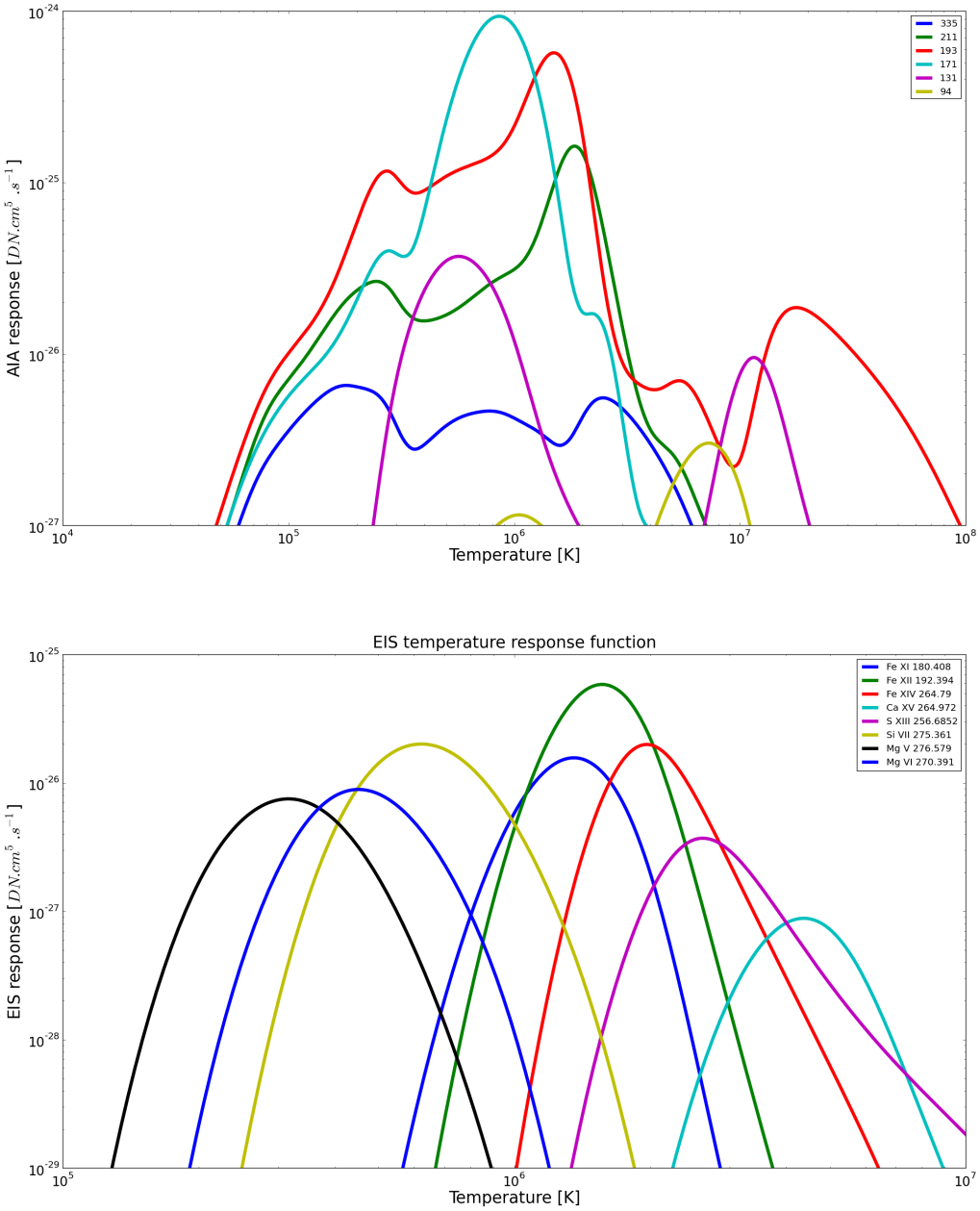

FIGURE 2.1: Fonction de réponse en température des 6 bandes coronales de l'instrument *SDO*/AIA (haut) et de quelques une des raies d'émission observées par EIS (bas), calculée à densité constante $n_e = 10^{15}$ m^{-3}. Les longueurs d'onde mentionnées dans les figures sont toutes en Å.

2.2

La mesure d'émission différentielle (DEM)

2.2.1 Définition

Initialement développé par Pottasch (1963) pour déterminer l'abondance des éléments présents dans la couronne, le formalisme de la DEM se base sur une reformulation de l'expression théorique des raies d'émissions, donnée par l'équation 2.12. Son idée initiale repose sur la volonté de mesurer les abondances des éléments atmosphériques indépendamment de la connaissance a priori de la distribution de température et de densité le long de la ligne de visée. Comme les fonctions de contribution sont étroitement distribuées en température et peu dépendantes de la densité électronique (cf. Figure 2.1 où les fonctions de contribution de quelques uns des ions observés par EIS sont représentées), il suppose alors que celles-ci ont une valeur constante égale à 0.7 fois leur valeur maximale sur l'intervalle de température $T_e \leq 1/3T_{max}$. L'auteur justifie son approximation en montrant qu'en général, plus de 85% de l'émission observée provient de cette gamme de température. En supposant de plus que l'abondance des éléments présents dans la couronne reste constante le long de la ligne de visée, on peut alors dériver l'expression suivante de l'intensité individuelle de la raie j de l'élément X correspondant à la longueur d'onde λ_j comme suit

$$I_{\lambda_j} = A_X 0.7 \times G_X(T_{max}) \int_{l(T_1)}^{l(T_2)} n_e(\boldsymbol{r})^2 \mathrm{d}l \tag{2.17}$$

intégrée sur la (ou les) portion(s) de la ligne de visée l comprise(s) dans l'intervalle de température $T_{1,2} = T_{max} \pm 1/3T_{max}$. Comme l'intensité I_{λ_j} est mesurée, comme $G_X(T_{max})$ [5] peut être calculée et que la sensibilité de l'instrument est connue, la quantité $A_X \int_{l(T_1)}^{l(T_2)} n_e^2 \mathrm{d}s$ peut-être finalement déduite des observations. Comme l'abondance A_X est supposée être constante le long de la ligne de visée, la variation de cette dernière quantité pour différents ions X^j d'un même élément X est donc entièrement déterminée par la variation de la quantité

$$\mathrm{EM} = \int_0^\infty n_e(\boldsymbol{r})^2 \mathrm{d}l \quad [\mathrm{m}^{-5}] \tag{2.18}$$

qu'on appellera par la suite la mesure d'émission (Emission Measure -EM-, d'après Withbroe 1975). L'EM est une grandeur très importante pour la caractérisation de la structure de l'atmosphère solaire, qui représente la quantité de matière émettrice présente le long de la ligne de visée. On obtient ainsi une mesure de la quantité totale de matière responsable de l'émission observée. Dans le cas d'un spectromètre, on est capable d'isoler une seule raie d'émission : la mesure d'émission contiendra alors toutes les portions de la ligne de visée comprises dans l'intervalle de température asso-

5. La fonction de contribution utilisée ici par Pottasch ne prend pas en compte l'abondance de l'élément, contrairement à celle que l'on a définie dans la partie 2.1.

cié à l'émission de la dite espèce. Par contre, les observations provenant d'un imageur mélangent les contributions de plusieurs espèces d'ions (cf. par exemple les fonctions de réponses en température détaillées d'AIA, figure 3.2), et donc les portions de la ligne de visée d'où provient l'émission observée prend en compte plusieurs intervalles de température différents.

En calculant la quantité $A_X \int_{l(T_1)}^{l(T_2)} n_e(\boldsymbol{r})^2 \mathrm{d}l$ pour plusieurs ions d'un même élément, on obtient alors une courbe représentant la variation de la mesure d'émission en fonction de la température. En réitérant pour plusieurs ions provenant d'un élément différent, on obtient une deuxième courbe, quasi identique à la première, mais déplacée d'une quantité correspondant à l'abondance relative des deux éléments utilisés. Ce principe est illustré sur la figure 2.2, où la quantité $A_X \int_{l(T_1)}^{l(T_2)} n_e^2 \mathrm{d}l$ est représentée en fonction de la température de formation de chaque raie (i.e T_{max}). Dans ce cadre d'étude, l'abondance relative des éléments ainsi que l'EM peuvent donc être déterminées, indépendamment de la connaissance *a priori* de la distribution en température et densité de la couronne. Dans les travaux précédents, comme ceux de Allen (1963), on calculait d'abord cette EM grâce à un modèle, que l'on confrontait ensuite aux observations EUV.

Ce formalisme a ensuite été développé par plusieurs auteurs, dont Jefferies et al. (1972a) et Jefferies et al. (1972b) ou encore Withbroe (1975), dans l'objectif cette fois-ci de déduire de l'analyse des spectres EUV la structure thermique du plasma coronal. Cependant, ces travaux se plaçaient toujours dans un cadre restrictif, reposant sur des hypothèses a priori concernant la nature du plasma. Le concept de mesure différentielle d'émission (ou differential emission measure - DEM -) au sens large, ainsi que son interprétation en termes physiques fut ensuite défini de manière rigoureuse par Craig & Brown (1976) (mais seulement dans le cas des raies de résonance, i.e. la fonction de contribution indépendante de la densité), puis dans un cadre plus général par Brown et al. (1991).

Mesure d'émission différentielle en température

A partir de l'expression de l'intensité d'une raie d'émission donnée par l'équation 2.4, on peut réécrire cette intégrale en s'intéressant cette fois-ci au domaine des températures. Pour cela, on peut exprimer l'élément de volume comme suit, en effectuant le changement de variable suivant

$$\mathrm{d}V_{T_e} = \psi(T_e) dT_e \tag{2.19}$$

où $\mathrm{d}V_{T_e}$ représente le volume total de plasma dont la température est comprise dans l'intervalle $[T_e, T_e + \mathrm{d}T_e]$. Ce changement de variable revient à chercher la fonction ψ qui correspond en fait à la somme de tous les éléments de volume dont la température est dans ce même intervalle. En effet, comme déjà mentionné dans la partie 2.1, deux régions peuvent être à la même température, mais localisées à différentes positions le long de la ligne de visée ; lorsqu'on s'intéresse à l'espace de tempéra-

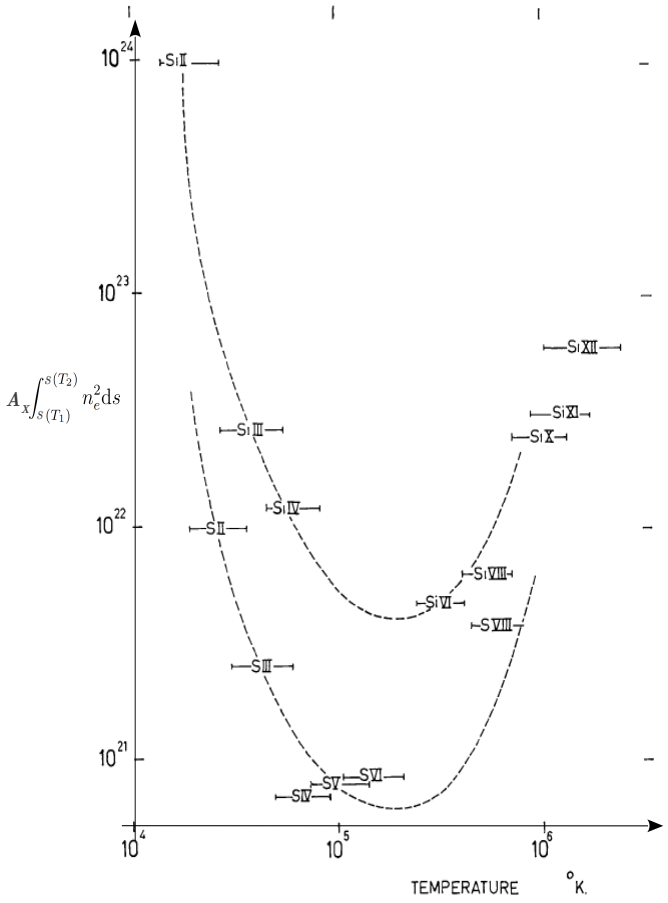

FIGURE 2.2: Courbes représentant la variation de la quantité $A_X \int_{l(T_1)}^{l(T_2)} n_e(r)^2 \mathrm{d}l$ en fonction de la température, pour les éléments souffre et silicium. En première approximation, la quantité $\int_0^\infty n_e^2 \mathrm{d}l$ est supposée varier de la même manière pour des raies formées à des températures proches, et le déplacement des deux courbes correspond directement à l'abondance relative des deux éléments. D'après Pottasch (1964)

ture, le volume élémentaire à considérer est donc différent du volume élémentaire géométrique classique $\mathrm{d}V$. Cette distinction, formulée rigoureusement pour la première fois par Craig & Brown (1976), est très importante pour comprendre le sens physique du concept de DEM et son interprétation. Ce fut d'ailleurs un sujet de discorde (entres autres) entre Athay (1966) et Pottasch (1967), le premier reprochant au deuxième l'utilisation d'arguments et d'hypothèses trop simplistes dans le développement de sa méthode (Pottasch 1963, 1964). Athay (1966) propose alors d'introduire explicitement un gradient de température le long de la ligne de visée sous la forme d'une valeur moyenne $< n_e^2 \frac{\mathrm{d}T_e}{\mathrm{d}x}^{-1} >$ à la place de la mesure d'émission proposée par Pottasch (1964). Dans sa réponse, Pottasch (1967) mentionne justement que cette expression n'est valable que dans le cas où la fonction $T_e(x)$ est monotone, et que dans le cas contraire, un traitement particulier est nécessaire.

Dans cette optique, commençons par considérer un volume élémentaire de la ligne de visée $\mathrm{d}V$, que l'on exprime uniquement en fonction des variations de température (dans la suite la dépendance T_e et n_e au vecteur position $\boldsymbol{r}$ est implicite)

$$\begin{aligned} \mathrm{d}V &= \mathrm{d}^3\boldsymbol{r} = \frac{1}{\mathrm{d}T_e}[\mathrm{d}x\mathrm{d}y\mathrm{d}z]\mathrm{d}T_e && (2.20)\\ &= \left[\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}T_e}\mathrm{d}y\mathrm{d}z + \frac{\mathrm{d}y}{\mathrm{d}T_e}\mathrm{d}x\mathrm{d}z + \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}T_e}\mathrm{d}x\mathrm{d}y\right]\mathrm{d}T_e && (2.21)\\ &= |\,\vec{\nabla}T_e\,|^{-1}\,\mathrm{d}S_{T_e}\mathrm{d}T_e && (2.22) \end{aligned}$$

où $\mathrm{d}S_{T_e}$ est un élément de surface où la température T_e est constante.

Par conséquent, en considérant de manière générale la présence le long de la ligne de visée de N surfaces S_{T_e}, dont la température est comprise entre T_e et $T_e + \mathrm{d}T_e$, le volume élémentaire associé à la i$^{\text{ème}}$ surface S_{T_e} et l'intervalle de température $[T_e, T_e + \mathrm{d}T_e]$ sera donné par :

$$\mathrm{d}V_i = \left(\iint_{S_{T_e}} |\,\vec{\nabla}T_e\,|^{-1}\,\mathrm{d}S\right)_i \mathrm{d}T_e. \tag{2.23}$$

Le volume élémentaire total de matière comprise entre T_e et $T_e + \mathrm{d}T_e$, correspondant en terme physique à la fraction de plasma observé ayant une température appartenant au même intervalle, est finalement donné par

$$\begin{aligned} \mathrm{d}V_{T_e} &= \sum_{i=1}^{N} \mathrm{d}V_i && (2.24)\\ &= \sum_{i=1}^{N} \left(\iint_{S_{T_e}} |\,\vec{\nabla}T_e\,|^{-1}\,\mathrm{d}S\right)_i \mathrm{d}T_e && (2.25)\\ &= \psi(T_e)\mathrm{d}T_e, && (2.26) \end{aligned}$$

et on peut finalement identifier la fonction $\psi(T_e)$, correspondant au passage du domaine géométrique au domaine des températures, comme

$$\psi(T_e) = \sum_{i=1}^{N} \left(\iint_{S_{T_e}} | \vec{\nabla} T_e |^{-1} \, \mathrm{d}S \right)_i , \tag{2.27}$$

qui prend bien en compte les possibles non-uniformités de la distribution de température le long de la ligne de visée (i.e correspondant au cas où le gradient de température n'est pas monotone).

En effectuant ce changement de variable, et dans l'hypothèse d'une fonction de contribution G_X peu ou non-dépendante de la densité (i.e. raie de résonance), on obtient alors l'expression du flux d'une raie d'émission j de l'ion X^{+m}

$$\begin{aligned} F_{\lambda_j} &= \frac{1}{4\pi R^2} \iiint_V G_X(\lambda_j, T_e) n_e^2 \mathrm{d}V & (2.28)\\ &= \frac{1}{4\pi R^2} \int_{T_e} G_X(\lambda_j, T_e) n_e^2 \mathrm{d}V_{T_e} & (2.29)\\ &= \frac{1}{4\pi R^2} \int_{T_e} G_X(\lambda_j, T_e) \sum_{i=1}^{N} \left(\iint_{S_{T_e}} n_e^2 \, | \vec{\nabla} T_e |^{-1} \, \mathrm{d}S \right)_i \mathrm{d}T_e & (2.30)\\ &= \frac{1}{4\pi R^2} \int_{T_e} G_X(\lambda_j, T_e) \xi(T_e) \mathrm{d}T_e . & (2.31) \end{aligned}$$

On peut alors définir la mesure différentielle d'émission en température (Differential Emission Measure -DEM-) par

$$\xi(T_e) = \sum_{i=1}^{N} \left(\iint_{S_{T_e}} n_e^2 \, | \vec{\nabla} T_e |^{-1} \, \mathrm{d}S \right)_i . \quad [\mathrm{m}^{-3}.\mathrm{K}^{-1}] \tag{2.32}$$

En écrivant ensuite $\xi(T_e)\mathrm{d}T_e = n_0^2(T_e)\mathrm{d}V_{T_e} = n_0^2(T_e)\psi(T_e)\mathrm{d}T_e$, n_0^2 est donné par

$$\begin{aligned} n_0^2(T_e) &= \frac{\xi(T_e)}{\psi(T_e)} & (2.33)\\ &= \frac{\sum_{i=1}^{N} \left(\iint_{S_{T_e}} n_e^2 \, | \vec{\nabla} T_e |^{-1} \, \mathrm{d}S \right)_i}{\sum_{i=1}^{N} \left(\iint_{S_{T_e}} | \vec{\nabla} T_e |^{-1} \, \mathrm{d}S \right)_i} . & (2.34) \end{aligned}$$

On peut interpréter n_0^2 comme étant la valeur moyenne du carré de la densité électronique, calculée sur les N surfaces S_{T_e} à température constante T_e, et pondérée par l'inverse du gradient de température normal à ces surfaces. La DEM sera alors fortement pondérée par les régions où le gradient est faible, alors que les régions à fort gradient de température, qui sont pourtant d'un intérêt physique certain, n'auront que peu de poids. Du fait de la définition même de la DEM, l'étude de la structure thermique est en fait limitée aux seules régions à faibles gradients, puisque les contributions maximales proviennent en réalité des ces zones. Dans le cas extrême où la température ne varie pas, i.e. gradient nul, la DEM tend alors vers des valeurs singulières (i.e. valeurs infinies). Si le plasma observé alterne régions à gradients forts et faibles, on peut donc s'attendre à de fortes variations de la DEM.

On vérifie bien que si la densité électronique est également constante le long des surfaces S_{T_e}, on retrouve bien $n_0^2(T_e) = n_e^2(T_e)$ ce qui correspond au changement de variable $\xi(T_e)\mathrm{d}T_e = n_e^2 \mathrm{d}V_{T_e}$, déjà proposé par Withbroe (1975). Ainsi définie, la DEM fournit donc la distribution en température de la matière contenue le long de la ligne de

visée. On peut remarquer qu'on ne disposera pas d'information spatiale quant à la distribution du plasma, on pourra seulement quantifier la quantité de matière présente le long de la ligne de visée émettant de manière significative dans une gamme de température, à condition que le gradient de température n'y soit pas trop fort. Ce formalisme autorise donc une répartition de la matière émettrice non homogène : on peut par exemple imaginer deux structures de plasma de densité et température similaires se superposant le long de la ligne de visée, mais séparées d'un distance significative, ou au contraire une seule structure individuelle spatialement étendue. L'analyse de la DEM ne fournit aucune information concernant la localisation précise géométrique. Par contre, cette ambiguïté peut être en partie levée grâce à la tomographie, qui permet de reconstruire en trois dimensions l'émissivité observée (cf. 2.3).

Mesure d'émission différentielle en température et en densité

Brown et al. (1991) généralisèrent ensuite davantage ce formalisme, en définissant cette fois-ci une mesure d'émission différentielle en température et en densité. En effet, dans le formalisme décrit ci-dessus, la fonction de contribution est considérée comme peu ou pas dépendante de la densité, ce qui n'est pas toujours vérifié, en particulier pour les raies interdites. Dans cette hypothèse, ce n'est pas nécessaire de prendre en compte la distribution de densité présente le long de la ligne de visée, car ces variations n'affecteront que pas ou très peu l'intensité observée. En considérant cette fois-ci un plasma isotherme émettant à un température T_o connue, on peut, de manière similaire à ce qui a été présenté précédemment, déduire une mesure d'émission différentielle en densité telle que

$$\xi(n_e) = \frac{1}{4\pi R^2} \sum_{i=1}^{N} \left(\iint_{S_{n_e}} n_e^2 \mid \vec{\nabla} n_e \mid^{-1} \mathrm{d}S \right)_i , \quad [\mathrm{m}^{-2}] \tag{2.35}$$

en considérant cette fois-ci S_{n_e} comme une surface de densité n_e constante.

En considérant maintenant les variations conjointes de T_e et n_e, il faut calculer l'élément de volume élémentaire $\mathrm{d}V_{T_e,n_e}$ dans lequel les deux grandeurs physiques d'intérêt sont comprises dans les intervalles respectifs $[T_e, T_e + \mathrm{d}T_e]$ et $[n_e, n_e + \mathrm{d}n_e]$. En considérant que les N surfaces S_{T_e} et S_{n_e} se coupent en une courbe L_{T_e,n_e} (voir Brown et al. 1991, pour plus de détails), on obtient cette fois-ci la formulation suivante

$$\mathrm{d}V_{T_e,n_e} = \sum_{i=1}^{N} \mathrm{d}L^i_{T_e,n_e} \frac{\mathrm{d}T_e \mathrm{d}n_e}{\mid \vec{\nabla} n_e \mid\mid \vec{\nabla} T_e \mid \sin\theta^i_{T_e,n_e}}, \tag{2.36}$$

avec θ_{T_e,n_e} l'angle entre les gradients de température $\vec{\nabla} T_e$ et de densité $\vec{\nabla} n_e$. D'où la déduction d'une mesure d'émission différentielle en température et en densité, obtenue par identification comme précédemment

$$\xi(T_e, n_e) = \frac{1}{4\pi R^2} \sum_{i=1}^{N} \int_{L^i_{T_e,n_e}} \frac{n_e^2 \mathrm{d}L^i_{T_e,n_e}}{\mid \vec{\nabla} n_e \mid\mid \vec{\nabla} T_e \mid \sin\theta^i_{T_e,n_e}}, \quad [\mathrm{m}^{-2}.\mathrm{K}^{-1}] \tag{2.37}$$

d'où l'expression générale de l'intensité d'une raie d'émission j, intégrée cette fois-ci sur le domaine de température et de densité

$$I_{\lambda_j} = \int_{n_e}\int_{T_e} G_X(T_e,n_e)\xi(T_e,n_e)\mathrm{d}T_e\mathrm{d}n_e. \tag{2.38}$$

Finalement, on définit l'EM comme l'intégrale de la DEM sur l'espace des températures et de la densité :

$$\mathrm{EM} = \iint_0^\infty \xi(T_e,n_e)\mathrm{d}T_e\mathrm{d}n_e \quad [\mathrm{m}^{-5}] \tag{2.39}$$

qui représente la quantité de matière responsable de l'émission, le long de la ligne de visée.

On peut noter que dans leurs travaux, Jefferies et al. (1972a) avaient également proposé une définition similaire, mais en définissant la fonction suivante

$$\mathrm{d}N_e(T_e,n_e) = N_e\mu(T_e,n_e)\mathrm{d}n_e\mathrm{d}T_e \tag{2.40}$$

représentant le nombre d'électrons dans l'intervalle de température $[T_e, T_e+dT_e]$ de densité électronique $[n_e, n_e+\mathrm{d}n_e]$ et normalisée telle que

$$\int_0^\infty\int_0^\infty \mu(T_e,n_e)\mathrm{d}T_e\mathrm{d}n_e = 1. \tag{2.41}$$

Dans ce cas, la fonction $\mu(T_e,n_e)$ décrit la distribution fractionnaire de la matière en fonction de la température et de la densité. Ils développèrent ensuite une méthode, basée sur une formulation approchée de ce formalisme, pour déduire l'évolution de la densité en fonction de la température $n_e(T_e)$, à partir de rapport de raies interdites, sensibles aux variations de densité électronique. Néanmoins, la méthode proposée n'est applicable que lorsque la fonction $n_e(T_e)$ est monotone, ce qui ne prend pas en compte les inhomogenéités de la couronne solaire.

Le formalisme proposé par Brown et al. (1991) définit la DEM de manière rigoureuse, en interprétant le volume d'émission en terme de température et de densité dans un cadre strict. Sans avoir recours à des hypothèses supplémentaires sur la nature du plasma autre que l'abondance considérée comme constante dans le volume d'émission, la mesure d'émission différentielle en température et en densité est la quantité à partir de laquelle le maximum d'information concernant la structure thermique du plasma coronal peut être déduite à partir de l'analyse de l'émission EUV. Cependant, comme on le verra dans la section suivante (section 2.2.2), il est pratiquement impossible de déduire à partir d'un ensemble d'observations multi-longueurs d'onde la DEM en densité ET en température. On se limite généralement à la mesure de la DEM en température définie par Craig & Brown (1976) (equation 2.37), en partie car l'intensité des raies d'émission n'est généralement que peu dépendante de la densité, mais surtout car le problème est très mal contraint, conduisant à de très fortes incertitudes sur les résultats.

2.2.2 Limitations

La DEM : un problème inverse

Dans la partie 2.1, les processus à l'origine de la formation d'une raie et son intensité correspondante ont été décrits et leurs modélisations exposées : c'est ce qu'on appelle le problème direct. En pratique, il s'agit maintenant de reconstruire la DEM à partir d'un ensemble fini de mesures et du calcul des fonctions de contribution G_X : c'est le problème inverse. C'est une situation très souvent rencontrée en science expérimentale ; rares sont les situations où l'on peut mesurer directement une grandeur physique. Pour une revue des problèmes inverses en astrophysique, le lecteur est invité à se référer à Craig & Brown (1986), où le problème de l'inversion de la DEM est en partie évoqué.

La résolution des problèmes inverses est délicate, car ceux-ci présentent très souvent la particularité d'être mal-posés. Un problème bien posé, au sens mathématique d'Hadamard, est un problème pour lequel il existe une solution unique et stable. Dans le cas d'un problème mal-posé, l'unicité de la solution n'est pas garantie ; il faut souvent des contraintes supplémentaires *a priori* pour supprimer une ou plusieurs des solutions secondaires. Dans le cas de la DEM, les connaissances physiques de la couronne obtenues *a priori* sont par exemple un moyen pour discriminer les solutions entre elles, mais il existe également des méthodes mathématiques comme la régularisation pour y parvenir. En revanche, la question la plus difficile est certainement celle de l'instabilité de la solution : cela signifie qu'une petite perturbation des paramètres entraîne une variation importante de la solution.

L'inversion de la DEM n'échappe pas à ces difficultés et en particulier, la nature même du noyau de l'équation 2.38 (i.e. la fonction de contribution) impose des limitations fondamentales quant à l'information potentiellement dérivable d'un ensemble de mesures. En effet, de manière générale, les fonctions de contribution sont peu dépendantes de la densité : $G_X(T_e, n_e) \propto n_e^{\alpha}$, avec $-1 < \alpha < 1$ selon le type de raie d'émission (i.e. raie de résonance, interdites, etc. Brown et al. 1991), tandis que les variations en fonction de la température sont bien plus importantes. Les largeurs caractéristiques de ces variations ΔT_e et Δn_e définissent la résolution maximale en température et en densité avec laquelle on peut déduire la DEM $\xi(T_e, n_e)$. En effet, dans le cas de la température, une variation inférieure à ΔT_e ne produira pas de changement significatif de la fonction de contribution et donc de l'intensité observée. En revanche, dans le cas de la densité, les variations Δn_e des fonctions G_X sont négligeables devant ΔT_e (voir la figure 2.3 et il est donc pratiquement impossible de déterminer la dépendance en densité de la DEM à partir d'observations, l'inversion fournissant des résultats beaucoup trop incertains en densité.

Par conséquent, les incertitudes sur la fonction $\xi(T_e, n_e)$ déduite d'un ensemble d'observations seront beaucoup plus importantes en densité qu'en température. Brown et al. (1991) démontrèrent mathématiquement cette propriété, dans le cas particulier d'une densité $n_e = n_e(T_e)$ et à 1 dimension (voir équation 2.45) : ce type de terme

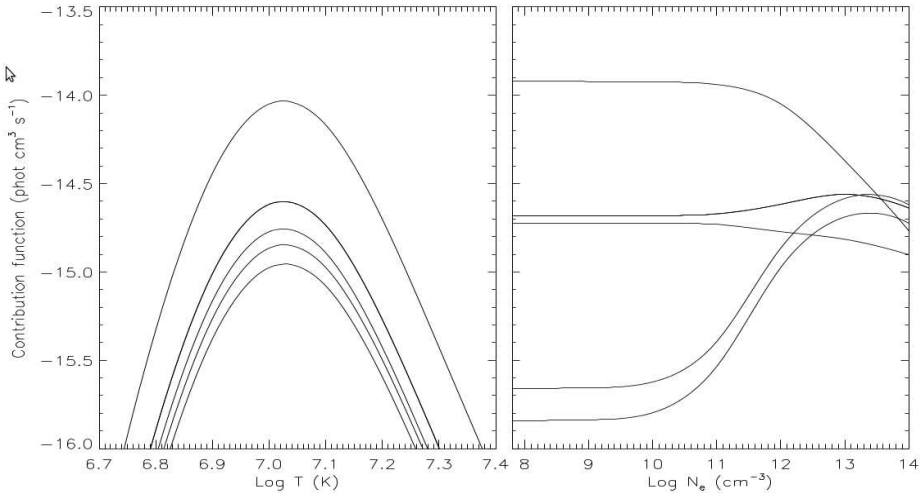

FIGURE 2.3: Fonction de contribution de quelques raies de l'ion Fe XXI, dans l'intervalle 90-130 Å, en fonction de la température et pour une densité constante $n_e = 10^9$ cm^{-3} (à gauche), et représentées en fonction de la densité, pour une température constante $T_e = 1.6 \times 10^7$ K (a droite). D'après Phillips et al. (2012)

source provoque une instabilité très importante dans le processus d'inversion. A cela s'ajoute la présence des autres sources d'incertitudes influençant également la stabilité de la solution. Dans ces conditions, il semble donc difficile d'évaluer la structure en température ET en densité. Les travaux de Judge et al. (1997) vont également dans ce sens, montrant que la déduction de la DEM en température seule est un problème bien mieux conditionné que le problème bi-dimensionnel. On peut tout de même citer les travaux de Hubeny & Judge (1995), qui ont proposé une méthode de résolution au problème bi-dimensionnel ; cependant, leur méthode impose une forte régularisation des solutions (i.e. en rajoutant des hypothèses supplémentaires) qui finalement limite considérablement la précision des résultats en densité. C'est pour cette raison que la majorité des études et méthodes d'inversion se limitent au problème unidimensionnel, où la DEM n'est définie qu'en température (cf équation 2.32). Dans le cas où l'on n'utilise que des raies de résonance, peu ou pas sensibles à la densité, cette approximation est correcte ; dans le cas des raies sensibles à la densité, une erreur supplémentaire est introduite. Par exemple, pour l'imageur AIA, la dépendance des fonctions de réponses en température et en densité (cf équation 2.15) est illustrée sur la figure 2.4. On y voit que seul le canal correspondant à la longueur d'onde 335Å n'est que peu affecté par les variations de densité.

En plus de cette limitation, les conditions instrumentales imposent finalement une géométrie unidimensionnelle (cf. section 2.1.3), correspondant à l'intégrale le long de la ligne de visée l. De manière générale, on a $\mathrm{d}l = \dfrac{\mathrm{d}V}{\mathrm{d}S}$, avec $\mathrm{d}S$ la surface frontale du volume de plasma observé. Dans le cas particulier où $\mathrm{d}l = \mathrm{d}z$, on néglige totalement les variations transverses du volume d'émission. En pratique, on n'a pas d'autre choix que de se placer dans cette hypothèse et d'interpréter la DEM déduite à partir d'une série

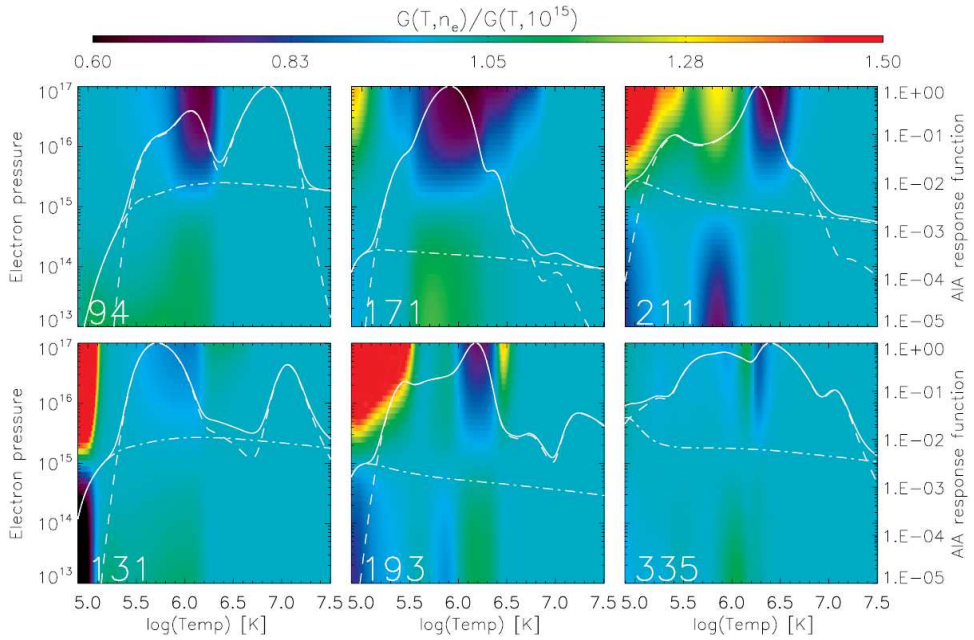

FIGURE 2.4: Illustration de la dépendance en pression p_e ($n_e \times T_e[\mathrm{m}^{-3}.\mathrm{K}-1]$) des fonctions de température (équation 2.15) de l'instrument *SDO*/AIA. L'échelle de couleur représente les variations du rapport $G(T_e,P_e)/G(T_e,10^{15})$ tandis que la fonction de réponse proposée par défaut dans CHIANTI $G(T_e,10^{15}$ est également représentée (ligne blanche continue), ainsi que la contribution du continuum et des différentes espèces d'ions. D'après Testa et al. (2012)

de mesures uniquement à 1 dimension (i.e. le long de la ligne de visée), puisqu'on n'a de toute façon pas accès à ces variations transverses. Dans ce cas, on peut facilement transposer à une dimension le formalisme de Craig & Brown (1976) décrit dans la section 2.2.1, en utilisant cette fois-ci une échelle logarithmique [6]

$$\xi(\log T_e) = \sum_{i=1}^{N} \left(\int_p n_e^2 \, | \vec{\nabla} \log T_e |^{-1} \, \mathrm{d}p \right)_i \quad [\mathrm{m}^{-5}] \tag{2.42}$$

où p représente la $i^{\text{ème}}$ portion de la ligne de visée dont la température est comprise entre $\log T_e$ et $\log T_e + \mathrm{d}\log T_e$ et N le nombre total de portions à cette température. L'utilisation de l'échelle logarithmique se justifie par la forme des fonctions de contributions (voir Figure 2.1), dont les largeurs en température apparaissent globalement constante en échelle logarithmique. De plus, en considérant la largeur de l'intervalle de température couvert par les raies d'émission coronales (entre 10^4 et 5×10^7 K), il semble raisonnable d'adopter une convention logarithmique pour le calcul des intensités ; c'est d'ailleurs la convention adoptée dans la base de données CHIANTI. Dans ce cas, il existe simplement un facteur $\frac{\mathrm{d}\log T_e}{\mathrm{d}T_e} = \frac{1}{T_e \ln 10}$ entre les deux conventions, linéaire et logarithmique. L'interprétation physique reste inchangée ; il convient simplement de ne pas omettre ce facteur lors de la comparaison entre résultats obtenus dans des conventions différentes.

6. L'échelle logarithmique n'a pas été introduite dans le formalisme de la DEM présenté dans la section 2.2.1 dans un simple objectif de simplification et de clarté des équations.

De manière analogue à l'équation 2.19, la fonction ψ peut être exprimée comme

$$\psi(\log) = \sum_{i=1}^{N} \left(\int_{p_{\log T_e}} | \vec{\nabla} \log T_e |^{-1} \, \mathrm{d}p \right)_i , \tag{2.43}$$

d'où finalement

$$\xi(\log T_e) = \frac{\sum_{i=1}^{N} \left(\int_{p_{\log T_e}} n_e^2 \, | \vec{\nabla} \log T_e |^{-1} \, \mathrm{d}p \right)_i}{\sum_{i=1}^{N} \left(\int_{p_{T_e}} | \vec{\nabla} \log T_e |^{-1} \, \mathrm{d}p \right)_i} \frac{\mathrm{d}l}{\mathrm{d}T_e} \tag{2.44}$$

$$= n_0^2 \frac{\mathrm{d}p_{T_e}}{\mathrm{d}\log T_e} \quad [\mathrm{m}^{-5}] \tag{2.45}$$

où dans ce cas on interprète n_0^2 (cf. equation 2.34) comme étant la valeur moyenne de la densité, pondérée par l'inverse du gradient du logarithme de la température le long de la ligne de visée. L'interprétation de cette définition reste la même que celle décrite dans la section 2.2.1. On peut de manière totalement analogue déduire la DEM en température et en densité. Finalement, l'intensité théorique s'exprimera donc ainsi

$$I_{\lambda_{ji}} = \int_0^\infty G_X(\log T_e) \xi(\log T_e) \mathrm{d}\log T_e . \tag{2.46}$$

C'est également dans ce cadre d'étude que l'on se placera dans toute la suite de cette thèse, en utilisant la définition de la DEM et celle de l'intensité données par les équations 2.45 et 2.46. L'intensité $I_{\lambda_{ji}}$, correspond sous cette forme à une intégrale de Fredholm de première espèce, une intégrale fréquemment rencontrée dans tous les domaines scientifiques et mathématiquement bien connue (Baker et al. 1964).

Les propriétés mathématiques de cette intégrale dans le cadre de l'interprétation de l'émission EUV de la couronne ont fait l'objet de travaux, mettant rapidement en évidence les difficultés associées. Sans rentrer dans le détail, les propriétés générales comme la propagation des différentes sources d'incertitudes (décrites ci-après) dans le processus d'inversion ou encore le nombre et l'échantillonnage optimal en température des mesures ont par exemple été étudiés par Craig & Brown (1976); Almleaky et al. (1989) et plus récemment McIntosh (2000). Comme déjà mentionné ci-dessus, à cause de la nature mal-posée de ce problème, plusieurs termes sources (i.e. la DEM dans notre cas) peuvent être cohérents avec un ensemble de mesures. Dans l'objectif transformer ce problème en un problème bien posé, différentes méthodes de régularisation ont été étudiées et proposées, dont la décomposition en valeurs singulières, tronquées ou non, ou encore des techniques basées sur le principe de maximum d'entropie (Judge et al. 1997; Jeffrey & Rosner 1986). Certaines de ces techniques ont permis le développement d'algorithmes d'inversion de DEM ; les principales méthodes utilisées seront décrites dans la section 2.2.3.

Les incertitudes aléatoires et systématiques

Les sources d'incertitudes aléatoires et systématiques portant sur chaque terme de l'équation 2.45 sont multiples. Les incertitudes aléatoires et systématiques sont différentes par nature (Taylor 1997), affectant donc les séries de mesures $I_{\lambda_{ji}k}$ et le processus d'inversion de la DEM de manière distincte. Les erreurs aléatoires affectent les données de manière non prédictive ; elles peuvent cependant être mises en évidence en répétant un grand nombre de mesures de la même quantité, la valeur obtenue pouvant être surévaluée ou sous-évaluée par rapport à la valeur réelle d'une mesure à l'autre. Par exemple, si l'on se propose de mesurer la taille d'un objet avec une règle, le résultats obtenus différeront d'une mesure à l'autre : le placement de la règle, les défauts de lecture ou encore l'état de l'expérimentateur seront par exemple des sources d'erreurs. En étudiant les propriétés statistiques de ce type d'erreur, il est possible de déduire leur distribution de probabilité, et ainsi de modéliser leurs effets. A l'inverse les erreurs systématiques ne peuvent être mises en évidence de cette manière, car dans ce cas, chaque mesure est modifiée de manière identique, contribuant à toujours surévaluer (ou toujours sous-évaluer) la valeur mesurée. Si on reprend l'exemple de la règle, dans le cas où celle-ci est mal étalonnée et qu'il lui manque par exemple les 20 premiers millimètres, toutes les mesures se trouveraient donc sur-évaluées de la même manière. Les erreurs systématiques peuvent par exemple être mises en évidence en mesurant la même quantité, mais en utilisant des procédures différentes.

Un ensemble d'observations peut-être perturbé aléatoirement par plusieurs facteurs : le bruit de photons ainsi que les bruits liés à la chaine de détection, comme les bruits de lecture ou thermique. Le bruit de photon (ou bruit de Schottky) est une limite fondamentale de tout système de détection de flux lumineux, lié à la nature corpusculaire de la lumière. Le caractère désordonné du flux de photons arrivant sur le détecteur combiné au caractère probabiliste de la conversion photon-électron génère une statistique de création des électrons, qui dépend du nombre de photons incidents N. Cette statistique suit une loi de Poisson, dont la moyenne est N et l'écart type $\sigma_{ph} = \sqrt{N}$; s'en suit un rapport Signal/Bruit de $\sqrt{N}$ (SNR : signal to noise ratio). Les photoélectrons créés suivent la même statistique que les photons incidents, au facteur d'efficacité du détecteur η près : $N_e = \eta N$; le bruit de photoélectrons correspondant ainsi que le SNR valent en pratique $SNR = \sigma_{N_e} = \sqrt{N_e} = \sqrt{\eta N}$. Le bruit thermique, aussi appelé "courant d'obscurité", est lié à l'agitation thermique naturelle des électrons au sein du détecteur, et augmente en fonction de la température de celui-ci. Le processus de lecture, l'amplification du signal ou encore la conversion analogique/numérique du signal introduisent également des erreurs supplémentaires. Tous ces phénomènes sont mesurés avant la phase de vol lors de la phase d'étalonnage et de test de l'instrument ; leurs distributions de probabilité sont donc connues et leurs effets modélisables.

En revanche, l'étude et la modélisation des incertitudes systématiques est un problème plus complexe. Le modèle direct est affecté par plusieurs sources d'incertitudes systématiques de différentes natures : les erreurs liées aux calculs de la fonction de contribution (voir la section 2.1), et celles liées à l'étalonnage de l'instrument. Le mod-

èle direct utilisé est lui même source d'incertitudes, car les hypothèses utilisées peuvent ne pas toujours être vérifiées. L'incertitude liée à l'étalonnage de l'instrument utilisé pour les mesures introduit un premier biais entre l'ensemble de mesures notées I_b^{obs} et la prédiction fournie par le modèle direct (i.e. correspondant à l'équation 2.46), notés I_b^{th}. Ce biais systématique et inconnu peut être différent suivant les longueurs d'onde (ou bandes spectrales s'il s'agit d'un imageur EUV) utilisées, car la qualité de l'étalonnage peut être meilleur pour certaines gammes de longueurs d'onde. La dégradation de l'instrument au cours du temps peut également être une source d'erreur importante : par exemple Del Zanna (2012) a récemment montré que la réponse du canal dédié à la mesure des plus grandes longueurs d'onde (LW channel) du spectromètre EIS a chuté de près de 50% depuis le début de la mission. Le traitement et l'analyse des données, comme la correction de la lumière diffusée dans l'instrument ou encore la correction d'un éventuel décalage par exemple peuvent également introduire des erreurs systématiques supplémentaires. Dans le cas d'un spectromètre, la soustraction du continuum ou encore l'ajustement Gaussien utilisé pour extraire le signal des raies introduisent là encore des incertitudes supplémentaires.

Les hypothèses utilisées pour la modélisation du problème direct peuvent également faire défaut, introduisant là encore des incertitudes systématiques. Dans ce modèle, l'abondance des éléments le long de la ligne de visée est considérée comme constante, ce qui n'est pas toujours le cas : Ko et al. (2006) ont par exemple mis en évidence une variation de l'abondance de certains éléments dans le vent solaire, tandis que Feldman et al. (1999) détectèrent, à l'aide du spectromètre SUMER, une variation d'abondance entre 1.03 et 1.5 $R_\odot$ dans un trou coronal. L'hypothèse d'un plasma optiquement mince a également été utilisée ; cependant certaine structures, comme les protubérances, ne répondent pas ou seulement partiellement à ce critère. Le plasma de la couronne solaire est supposé être en équilibre d'ionisation, impliquant équilibre entre phénomènes d'ionisation et recombinaison, hypothèse qui n'est plus systématiquement vérifiée dans le cas d'événements dynamiques. Les particules au sein de l'environnement coronal sont considérées en état d'équilibre thermique, ce qui implique une distribution des vitesses de Maxwell-Boltzmann. Dzifčáková & Kulinová (2003) ont par exemple étudié l'impact d'une distribution de vitesses hors équilibre sur l'équilibre d'ionisation et sur le calcul des taux d'excitation par collisions électroniques. En utilisant une distribution κ, qui est similaire à une distribution Maxwellienne à basse énergie mais autorisant plus de particules à haute énergie, les auteurs ont montré que l'intensité prédite dans ces conditions pour une raie d'émission pouvait être significativement différente de celle calculée dans le cas d'un équilibre thermique.

En dehors de ces potentiels écarts aux hypothèses utilisées, le calcul de la fonction de contribution associé à chaque raie apporte lui aussi son lot d'incertitudes systématiques. En effet, de nombreux paramètres atomiques et ioniques interviennent, eux-mêmes dérivant de modèles ou de mesures en laboratoire, et ne sont donc pas infiniment précis. On peut distinguer plusieurs sources d'incertitudes (Judge et al. 1997), relatives aux processus de physique atomique

- **Les paramètres atomiques** : ils sont affectés par les incertitudes concernant

les taux de désexcitation radiative ou encore les sections efficaces de collision inélastique électron-ion, qui permettent de calculer les taux de d'excitation et de désexcitation par collisions (voir équation 2.9). Les erreurs associées à ce type de calculs théoriques dépendent des approximations quantiques utilisées, de la nature de la transition décrite, (i.e. résonance, interdite, semi-interdite, etc...) et de la séquence isoélectronique à laquelle appartient l'ion. Deux types d'approximation sont utilisés pour les calculs associés au processus de diffusion ion-électron : l'approximation dite "Continuum distorded waves" (Crothers 2010, CDW ;) ou l'approche "close-coupling" (CC ; McCarthy & Stelbovics 1983). La précision des calculs par l'approximation CDW est en général estimée autour de 25%, tandis que l'approche CC est considérée plus précise, de l'ordre de 10% (Mason & Fossi 1994). Comme ces paramètres sont propres à chaque raie d'émission, les incertitudes associées sont individuelles.

- **L'équilibre d'ionisation** : il est sensible aux incertitudes portant sur les taux d'ionisation et de recombinaison, qui dépendent là aussi des sections efficaces des processus mis en jeu (voir équation 2.10). Cependant certains processus sont moins bien connus que d'autres, en particulier la recombinaison diélectronique, pour laquelle des effets physiques supplémentaires encore mal compris ne sont pas pris en compte. Les limitations imposées par les possibilités de calcul actuelles sont également à l'origine de ces incertitudes. L'erreur totale est estimée à au moins 20% par Judge et al. (1997) dans le meilleur des cas. Ces incertitudes seront cette fois-ci identiques pour chaque raie appartenant à la même espèce d'ion.

- **Les abondances des éléments** : si elles peuvent introduire une erreur en variant le long de la ligne de visée, il existe une erreur systématique additionnelle associée à leurs mesures, réalisées indépendamment. Dans ce cas, cette incertitude systématique sera identique pour chaque ion d'une même espèce. Leurs valeurs sont estimées entre 12 et 45% selon les éléments (Serenelli et al. 2013). En particulier, les abondances des éléments à bas potentiel de première ionisation (FIP ; First Ionisation Potential), inférieur à ~ 10 eV, apparaissent plus importantes dans la couronne que dans la photosphère (Young 2005), enrichie d'un facteur compris entre 2-4 selon les études.

On constate que les sources d'erreurs sont multiples et l'estimation individuelle de l'incertitude associée à chaque paramètre est difficile, ce qui rend l'évaluation de l'incertitude totale associée aux processus de physique atomique d'autant plus compliquée à obtenir. Cependant, grâce aux possibilités de calculs toujours plus évolués et rapides, ainsi qu'aux expériences de plus en plus sophistiquées, les erreurs systématiques ont tout de même considérablement diminuées ces 20 dernières années. Judge et al. (1997) estiment la combinaison de toutes ces sources d'incertitudes de l'ordre d'au moins 30%, dans les cas les plus favorables, tandis que Brage et al. (1996) les estiment plutôt autour de 40%. Il est cependant à noter que certaines raies sont mieux connues que d'autres et donc que leur incertitude totale sera plus faible. On peut également minimiser l'impact des incertitudes systématiques en utilisant par exemple un ensemble

de raies provenant du même élément ; on s'affranchit ainsi des erreurs systématiques associées aux abondances relatives entre éléments. Cependant, dans ce cas, la DEM sera tout de même biaisée dans son ensemble, i.e. sur ou sous-évaluée de la même manière sur la totalité de l'intervalle de température, car l'erreur systématique sera la même pour toutes les raies.

2.2.3 État de l'art des méthodes d'inversion de DEM

Un bref résumé des méthodes d'inversion de DEM développées ces dernières années est maintenant proposé. Rappelons que pour toutes les techniques décrites ici, la fonction de contribution G_X est supposée être soit indépendante de la densité, et si ce n'est pas le cas, la densité doit être au moins connue *a priori*. Le problème d'inversion de DEM est également ramené dans sa forme unidimensionnelle.

Méthodes itératives

Ce type de méthode a d'abord été introduit par Withbroe (1975) et permet d'obtenir une approximation de la DEM sans exiger l'inversion formelle de l'équation 2.45. On commence d'abord par choisir une DEM initiale, $\xi_0(T_e)$, puis on calcule les intensités de l'ensemble des N raies prédites par le modèle direct I_k^0 (équation 2.46). En comparant ensuite l'intensité mesurée de la raie k avec l'intensité prédite I_k^0/I_k, on peut adopter une correction de la DEM initiale. Withbroe (1975) choisit d'adopter la correction suivante

$$\xi_1(T_e) = \xi_0(T_e)\frac{\sum_{k=1}^{N}(I_k^0/I_k)W_k(T_e)}{\sum_{k=1}^{N}W_k(T_e)}, \tag{2.47}$$

avec W_k la fonction de poids définie comme

$$W_k(T_e) = \frac{G_k(T_e,n_e)\xi_0(T_e)}{<G_k(T_e,n_e)\xi_0(T_e)>} \tag{2.48}$$

et

$$<G_k(T_e,n_e)\xi_0(T_e)>=\frac{\int_{T_e}[G_k(T_e,n_e)\xi_0(T_e)]^2\,\mathrm{d}T_e}{\int_{T_e}G_k(T_e,n_e)\xi_0(T_e)\mathrm{d}T_e} \tag{2.49}$$

Cette définition assure qu'un poids plus important soit donné aux températures proches de la température de formation de chacune des raies. La DEM corrigée $\xi_1(T_e)$ peut ensuite être utilisée pour calculer $\xi_2(T_e)$. On réitère ensuite la procédure jusqu'à la convergence du terme I_k^0/I_k autour de l'unité. L'avantage de cette technique réside dans le fait que la correction est réalisée sur tout l'espace des températures dans lequel une raie va majoritairement contribuer. En revanche cette technique demande beaucoup de raies différentes pour assurer la convergence de la solution et des corrections contradictoires peuvent par exemple apparaître dans le cas où les fonctions de contributions se chevauchent dans l'espace des températures. Sylwester et al. (1980) développèrent ensuite cette technique itérative, en proposant un facteur de correction

quelque peu différent, garantissant la positivité de la solution, et tenant compte du niveau d'incertitude.

Landi & Landini (1997) développèrent plus tard une méthode similaire, mais en utilisant une correction différente. Dans leurs travaux ils définissent la "vraie" DEM, i.e. la DEM recherchée comme

$$\xi(T_e) = \omega(T_e)\xi_0(T_e) \tag{2.50}$$

où $\xi_0(T_e)$ est là aussi la DEM initiale, considérée comme une bonne approximation de la vraie DEM. $\omega(T_e)$ est considérée comme une fonction peu dépendante de la température, on peut donc faire un développement limité autour d'une température

$$\omega(T_e) = \omega(T_t) + \left(\frac{\partial\omega}{\partial \log T_e}\right)_{T_t} (\log T_e - \log T_t) + O\left((\log T_e - \log T_t)^2\right). \tag{2.51}$$

L'intensité peut donc être finalement exprimée comme

$$\begin{aligned} I_k &= \omega(T_t)\int G_k(T_e,n_e)\xi_0(T_e)\mathrm{d}T_e & (2.52)\\ &\quad + \left(\frac{\partial\omega}{\partial \log T_e}\right)_{T_t}\int (\log T_e - \log T_t) G_k(T_e,n_e)\xi_0(T_e)\mathrm{d}T_e, & (2.53) \end{aligned}$$

et en définissant $\log T_t$ comme

$$\log T_t = \frac{\int G_k(T_e,n_e)\xi_0(T_e)\log T_e \mathrm{d}T_e}{\int G_k(T_e,n_e)\xi_0(T_e)\mathrm{d}T_e}, \tag{2.54}$$

l'intensité devient simplement

$$I_k = \omega(T_t)\int G_k(T_e,n_e)\xi_0(T_e)\mathrm{d}T_e. \tag{2.55}$$

A chaque raie spectrale est donc associée une valeur de $\log T_t$, et le facteur de correction $\omega(T_t)$ peut être évalué pour chaque T_t en utilisant l'équation 2.55. La fonction $\omega(T_e)$ est ensuite interpolée à partir de toutes les valeurs $\omega(T_t)$, puis réinjectée dans l'équation 2.50. La procédure est ensuite répétée en utilisant la nouvelle DEM $\xi_1(T_e) = \xi_0(T_e)\omega(T_e)$ jusqu'à obtenir une correction $\omega(T_e)$ proche de 1. L'avantage de cette technique par rapport à l'utilisation d'une méthode itérative classique réside dans la définition d'une température T_t associée à chaque raie, qui prend en compte la forme de la DEM et la fonction de contribution. En revanche, lorsque les températures T_t associées à deux raies distinctes sont proches, de fortes instabilités peuvent apparaître ; dans ce cas une forte correction de lissage de la courbe $\omega(T_e)$ est nécessaire.

D'autres méthodes d'ajustement ont également été développées par plusieurs auteurs, limitant *a priori* la forme des solutions en utilisant un modèle (*forward modelling*). Aschwanden & Boerner (2011) ont par exemple développé une méthode d'inversion se limitant uniquement aux solutions décrites par des Gaussiennes. On peut également citer le travail de Monsignori-Fossi & Landini (1992), dans lequel la DEM

est interpolée par la méthode des "splines" cubiques. La DEM est ensuite évaluée à l'aide d'une méthode des moindres carrés, où l'on minimise la différence entre intensités observées et prédites, couplée à une hypothèse d'entropie constante (voir ci-dessous). Weber et al. (2004); Schmelz et al. (2009) utilisent eux aussi une interpolation par splines cubiques, mais choisissent de reconstruire la DEM par simple minimisation du χ^2. On peut également noter que cette technique utilise en parallèle une méthode de Monte-Carlo permettant d'estimer les erreurs associées à la DEM reconstruite. Les intensités observées sont supposées suivre une distribution Gaussienne, centrée sur la valeur mesurée et de largeur égale aux incertitudes associées ; elles sont ensuite perturbées aléatoirement suivant cette distribution. Cependant, les auteurs n'estiment l'erreur commise sur la mesure des intensités qu'à 3% (Schmelz et al. 2009), ce qui paraît dérisoire face aux sources d'incertitudes réelles impliquées dans le problème.

Méthodes de régularisations

Les méthodes de régularisation consistent à transformer le problème initialement mal-posé en un problème bien posé, c'est à dire assurer l'unicité de la solution et sa stabilité. Il existe beaucoup de méthodes différentes de régularisation proposées dans la littérature mathématique, le lecteur pourra par exemple se référer au livre de Engl et al. (1996). Dans ce type de méthode, il s'agit d'abord de discrétiser l'équation 2.46, en divisant l'intervalle de température en n intervalles, dans lesquels la DEM est considérée comme constante. L'intensité théorique d'une raie k s'exprime alors comme

$$I_k^{th} = \sum_{i=1}^{n} G_{k,i}\xi_i \tag{2.56}$$

où ξ_i est la valeur (constante) de la DEM dans l'intervalle de température $[T_i, T_{i+1}]$ et $G_{k,i}$ est donnée par (on néglige là aussi la dépendance en densité de la fonction de contribution)

$$G_{k,i} = \int_{T_i}^{T_{i+1}} G_k(T_e)\mathrm{d}T_e. \tag{2.57}$$

L'équation 2.56 peut être résolue par une minimisation de l'écart entre les intensités mesurées I_k^{obs} et les intensités prédites

$$\chi^2 = \sum_{k=1}^{N} \frac{(I_k^{obs} - I_k^{th})^2}{\sigma_k^2} \tag{2.58}$$

où σ représente les incertitudes sur les mesures et N est le nombre total de mesures. De manière générale, on peut transformer ce système en un système linéaire grâce à

$$\frac{\mathrm{d}\chi^2}{\mathrm{d}\xi_j} = 2\sum_{k=1}^{N} \frac{G_{k,j}(\sum_i G_{k,i}\xi_i - I_k^{obs})}{\sigma_k^2} = 0. \tag{2.59}$$

Cependant, comme ce système est instable et possède plusieurs solutions, dont certaines peuvent être négatives, il faut alors avoir recours à des procédés de régularisation, en imposant des conditions supplémentaires. Très souvent, il s'agit d'ajouter un

opérateur supplémentaire, permettant d'ajouter de l'information *a priori*, comme par exemple celui proposé par Craig (1977)

$$R = \|H\xi\|^2 + \lambda\chi^2 \tag{2.60}$$

où H est un opérateur linéaire bien choisi. L'opérateur "naturel" proposé par les auteurs est la dérivée seconde ; en effet, minimiser la dérivée seconde de la DEM permet de limiter les solutions oscillatoires, qui ne seraient pas physique, mais seulement dues à l'instabilité du problème d'inversion. On ne sélectionne ainsi que les solutions variant doucement en fonction de la température. En revanche, d'après la discussion proposée partie 2.2, si le plasma observé présente des gradients de température très faibles, la DEM doit normalement être sujette à de grandes variations, ce qui vient à l'encontre de l'hypothèse de douceur (i.e. minimiser la dérivée seconde) souvent utilisée. Batstone et al. (1970) avaient eux imposé un *a priori* beaucoup plus fort sur la forme de la DEM, en lui imposant d'être une fonction monotone et décroissante en température. La minimisation du terme de régularisation, indépendamment de la méthode utilisée, peut ensuite être réalisée *via* diverses techniques, que nous ne décrirons pas ici, : algorithmes itératifs, méthode des gradients conjugués ou encore des dérivés plus élaborés de cette même méthode, permettant par exemple de garantir la positivité de la solution.

La technique de régularisation développée par Fludra & Sylwester (1986) propose un autre opérateur, imposant cette fois-ci que l'entropie de la DEM, donnée par

$$S = -\sum_{i=1}^{n} \frac{\xi_i}{EM} \ln \frac{\xi_i}{EM} \tag{2.61}$$

soit maximale. EM représente la mesure d'émission totale, donnée dans le cas discret par $EM = \sum_i \frac{(T_{i+1}-T_i)\xi_i}{n}$. La nouvelle fonction à minimiser devient donc

$$R = S + \lambda\chi^2 \tag{2.62}$$

où λ est un vecteur multiplicateur de Lagrange [7]. Cette méthode assure à la solution d'être positive, tout en permettant de trouver la solution qui représente le mieux les données. Par contre, cette méthode est sensible aux erreurs systématiques mises en jeu lors du processus d'inversion.

Dans l'idée de diminuer l'impact des incertitudes systématiques sur la solution, McIntosh et al. (2000) ont proposé une variante à cette méthode de régularisation, en se basant sur les rapports d'intensités plutôt que sur les intensités absolues

$$\frac{I_i}{I_j} = \frac{\int G_i(T_e)\xi(T_e)\mathrm{d}T_e}{\int G_j(T_e)\xi(T_e)\mathrm{d}T_e}, \tag{2.63}$$

et en utilisant le χ^2 suivant

$$\chi^2 = \sum_{k=1}^{N} \frac{(R_k^{obs} - R_k^{th})^2}{\sigma_{th}^2 + \sigma_{obs}^2} \tag{2.64}$$

7. La méthode des multiplicateurs de Lagrange est utilisé pour déterminer les extrema d'une fonction donnée, tout en imposant des contraintes sur les valeurs de ceux-ci. Dans notre cas, on cherche à trouver les minima du χ^2 qui maximisent l'entropie.

où σ_{th} et σ_{obs} représentent les sources d'incertitudes portant sur les intensités théoriques et observationnelles. Puis la solution est ensuite estimée de manière similaire à l'équation 2.62, à la différence près que l'entropie définie par McIntosh et al. (2000) est normalisée à une fonction ξ_0 choisie par l'utilisateur.

Plus récemment, Hannah & Kontar (2012) ont développé une méthode de régularisation utilisant le principe de décomposition générale en valeurs singulières (Géneral Singular Value Decomposition ; GSVD), très rapide et capable de fournir des barres d'erreur sur la solution. Elles sont estimées de manière classique, par une approche Monte-Carlo similaire à celle utilisée par Schmelz et al. (2009) et décrite dans la partie précédente. En considérant une incertitude d'environ 20%, leur technique semble être robuste, puisque la majorité de l'information est reconstruite, malgré un élargissement significatif de la DEM. Plowman et al. (2012) utilise quant à lui une méthode de régularisation plus simple, basée elle aussi sur une décomposition en valeurs singulières, mais utilisant un algorithme de minimisation moins élaboré que celui de Hannah & Kontar (2012). Bien que cette méthode ne soit pas capable de reconstruire la structure détaillée de la DEM, le principal avantage de cette méthode réside dans sa rapidité : capable de reconstruire plus de 1000 DEMs par seconde, cet outil est particulièrement bien adapté pour l'analyse des données de l'instrument AIA, qui fournit des images à très haute résolution (4096×4096 pixels) dans 6 longueurs d'ondes coronales différentes à une cadence d'environ 12 secondes.

Cependant, quelle que soit la technique utilisée, la solution est lissée : seules les solutions variant doucement en température sont retenues. La technique proposée par Craig (1977) l'impose explicitement à travers l'opérateur de "douceur" (i.e. la dérivée seconde), tandis que les techniques de maximisation de l'entropie l'imposent implicitement ; en effet, plus grande est l'entropie, plus douce est la DEM (Frieden 1972). Thompson (1990) a en particulier montré que l'utilisation d'*a priori* de douceur peut conduire à de fortes distorsions des solutions ; c'est pourquoi il suggère d'utiliser une technique de douceur adaptative, en utilisant un échantillonnage différent pour la DEM et la fonction de contribution dans le cas où leur variations sont rapides.

Techniques probabilistes

Kashyap & Drake (1998) ont quant à eux développé une technique utilisant une approche statistique, basée sur le formalisme Bayésien (Idier 2001). Leur méthode de reconstruction de DEM repose sur un algorithme de Monte-Carlo et Chaîne de Markov (Monte-Carlo Markov Chain ; MCMC), et permet de calculer la DEM la plus probable reproduisant l'ensemble des intensités observées. Le cœur de leur technique réside dans l'application du théorème de Bayes, qui permet d'évaluer la probabilité d'un ensemble de n paramètres $\Theta = \theta_1, \theta_2, ..., \theta_n$ décrivant la DEM, connaissant l'ensemble des N observations $I = I_1, I_2, ..., I_N$

$$P(\Omega|I) = P(\Omega)\frac{\prod_{i=1}^{N} P(I_i|\Omega)}{P(D)}, \tag{2.65}$$

$P(D)$ étant un facteur de normalisation. $P(\Omega)$ est appelé la probabilité *a priori* ; elle représente toute la quantité d'information dont on dispose sur ces paramètres avant le calcul, et permet par exemple d'assigner aux paramètres des valeurs ou des intervalles de valeurs possibles. $P(I_i|\Omega)$ est la probabilité d'obtenir l'intensité observé I_i connaissant les paramètres de la DEM utilisés. La distribution de probabilité associée à la mesure d'une raie est donnée par

$$P(D_i|\Omega) = \exp^{[\frac{-(I_i - I_i^{th})}{\sqrt{2}\sigma_i}]^2} \tag{2.66}$$

avec I_i^{th} l'intensité théorique de raie i, calculée pour le modèle de DEM spécifié, et σ_i l'incertitude associée.

Le nombre de paramètres définissant la DEM pouvant être grand, la dimension de l'espace des solutions devient gigantesque, impossible à manipuler numériquement facilement. Dans ce type de cas, l'approche MCMC est bien adaptée et permet de déterminer asymptotiquement la meilleure solution en calculant une suite de réalisations indépendantes. Les n paramètres de la DEM initiale sont traités séparément : à chaque étape, seul un paramètre θ_i est modifié, les nouvelles et anciennes probabilités $P(\theta_1,...,\theta_i^{old},...,\theta_n|D)$ et $P(\theta_1,...,\theta_i^{new},...,\theta_n|D)$ sont ensuite comparées, puis enfin, la nouvelle valeur sera acceptée ou rejetée suivant l'algorithme de Métropolis (Metropolis et al. 1953). En utilisant ce type d'algorithme, l'avantage est que les maxima locaux (i.e. l'ensemble de paramètres maximisant la probabilité $P(\Omega|D)$ peuvent être détectés. Les distributions de DEM obtenues à chaque pas sont conservées pour déterminer un intervalle de confiance sur la DEM finale, bien que toutes les sources d'incertitudes ne soient pas traitées rigoureusement dans l'implémentation du code d'inversion.

Une contrainte de douceur est là aussi imposée, mais sur une échelle caractéristique δ calculée à partir des largeurs des fonctions de contribution de chacune des N raies utilisées. Pour cela, une corrélation de la largeur $\log T_e^i$ avec une fonction de type "chapeau mexicain" est utilisée

$$M(\log T_e^i, \delta) = \frac{1}{\delta}\left[1 - (\frac{\log T_e^i}{\delta})^2\right] \exp^{(\frac{\log T_e^i}{\sqrt{2}\delta})^2} \tag{2.67}$$

La valeur de δ pour laquelle la fonction $M(\log T_e^i, \delta)$ est maximum détermine la largeur de l'intervalle local de température $L(T_e) = 2\delta$ sur lequel la contrainte de douceur sera imposée. On obtient ainsi le plus petit intervalle de température sur lequel une raie peut contraindre la DEM. Le lissage est donc optimisé de telle sorte que le maximum de détails concernant la structure de la DEM puisse être obtenu, et cela pour chaque raie. La valeur de $\log DEM(T_e)$ (nécessaire pour le calcul de l'équation 2.66) est ensuite évaluée à chaque itération en utilisant ce type de lissage à partir de l'ensemble des paramètres Ω.

Plus récemment, Goryaev et al. (2010) ont développé une autre méthode, appelée Bayesian Iterative Method (BIM). Dans ce type d'approche, il s'agit de probabiliser toutes les quantités mises en jeu. Soit un ensemble I de N mesures $I = I_l; l = 1,..,N$

mesures, avec l le canal spectral associé. On définit les probabilités suivantes, associées à une mesure l

$$P(l) = \frac{I_l}{\sum_{i=1}^{N} I_i}, \quad P(l|T_e) = \frac{G_l(T_e)}{\sum_{i=1}^{N} G_i(T_e)}, \quad P(T_e) = \frac{\xi(T_e)\sum_{i=1}^{N} G_i(T_e)}{\sum_{i=1}^{N} I_i} \tag{2.68}$$

avec $P(l)$ la probabilité totale, que l'on peut interpréter en terme physique comme la densité de probabilité qu'un photon soit émit dans le canal l. $P(T_e)$ peut être interprétée de manière analogue, comme la probabilité qu'un photon soit émis par un plasma à la température T_e, tandis que $P(l|T_e)$ est la probabilité conditionnelle que le photon soit émis dans le canal l sachant qu'il provient d'un plasma à la température T_e. A l'aide de ces définitions, l'équation initiale $I_l = \int_{T_e} G_l(T_e)\xi(Te)\mathrm{d}T_e$ peut être réécrite en terme probabiliste

$$P(l) = \int_{T_e} P(l|T_e)P(T_e)\mathrm{d}T_e \tag{2.69}$$

La problème ainsi normalisé devient donc bien conditionné[8] grâce à la normalisation de toutes les probabilités à 1, de manière analogue aux hypothèses de douceur fréquemment utilisées par les différentes méthodes décrites jusqu'à maintenant. La probabilité $P(T_e)$, qui est maintenant le terme que l'on cherche à évaluer, peut donc être estimée via

$$P(T_e) = \sum_{l=1}^{N} P(T_e|l)P(l), \tag{2.70}$$

et la probabilité *a posteriori* $P(T_e|l)$ est estimée par le théorème de Bayes

$$P(T_e|l) = \frac{P(l|T_e)P(T_e)}{P(l)}. \tag{2.71}$$

En reprenant l'équation 2.69 et en la multipliant par $P(T_e|l)$ et en sommant sur l, on obtient $P(T_e)$:

$$\begin{aligned} P(T_e) &= \sum_{l=1}^{N} P(T_e|l) \int_{T'_e} P(l|T'_e)P(T'_e)\mathrm{d}T'_e & (2.72)\\ &= \int_{T'_e} \sum_{l=1}^{N} P(T_e|l)P(l|T'_e)P(T'_e)\mathrm{d}T'_e & (2.73)\\ &= \int_{T'_e} A(T_e, T'_e)P(T'_e)\mathrm{d}T'_e & (2.74) \end{aligned}$$

La matrice $A(T_e, T'_e)$ peut être calculée grâce au théorème de Bayes (équation 2.71) :

$$\begin{aligned} A(T_e, T'_e) &= \sum_{l=1}^{N} P(T_e|l)P(l|T'_e) & (2.75)\\ &= P(T_e)\sum_{l=1}^{N} \frac{P(l|T_e)P(l|T'_e)}{P(l)} & (2.76)\\ &= P(T_e)\sum_{l=1}^{N} \frac{P(l|T_e)P(l|T'_e)}{\int_{T''_e} P(l|T''_e)P(T''_e)\mathrm{d}T''_e}, & (2.77) \end{aligned}$$

8. Cela signifie que les instabilités associées à de petites variations dans les mesures disparaissent ; mais l'unicité de la solution n'est toujours pas garantie.

et $P(T_e)$ devient

$$P(T_e) = P(T_e) \sum_{l=1}^{N} \frac{P(l|T_e)P(l)}{\int_{T_e''} P(l|T_e'')P(T_e'')\mathrm{d}T_e''}. \tag{2.78}$$

C'est à partir de cette équation que les auteurs dérivent une relation de récurrence, utilisée ensuite dans leur procédure itérative :

$$P^{n+1}(T_e) = P^n(T_e) \sum_{l=1}^{N} \frac{P^{obs}(l)}{P^n(T_e)} P(l|T_e) \tag{2.79}$$

Pour contrôler le taux de convergence de l'algorithme, une minimisation classique du χ^2 est utilisée. Une fois la probabilité $P(T_e)$ obtenue, la dérivation de la DEM $\xi(T_e)$ se fait au moyen de l'équation 2.68. L'avantage de cette technique est que la normalisation proposée permet d'obtenir un problème bien conditionné. En revanche, comme la matrice de probabilité $P(l|T_e)$ n'est pas toujours connue en tout point de la grille de température utilisée, on doit évidemment interpoler ses valeurs introduisant là encore une hypothèse de douceur.

2.2.4 Conclusions et motivations

La détermination de la DEM, bien qu'étant un paramètre très important pour caractériser le plasma coronal, n'en reste pas moins un problème très complexe. Les difficultés mathématiques, cumulées à la présence d'incertitudes aléatoires et systématiques compliquent très fortement le processus d'inversion de la DEM, notamment par la non-unicité et l'instabilité de la solution. Le noyau de l'intégrale (i.e. la fonction de contribution), en particulier, se trouve être très sensible aux incertitudes systématiques. Pour s'affranchir de toutes ces difficultés, beaucoup d'algorithmes d'inversions ont été développés, tous affichant leurs propres avantages et leurs propres inconvénients. Si tous ces algorithmes d'inversions semblent tous performants, aucun n'est capable de détecter les biais généré par les incertitudes systématiques : comme tous les résultats sont biaisés de manière identique, tous les algorithmes fournissent finalement des résultats similaires, qui peuvent très bien correspondre en réalité à des solutions secondaires. Certains auteurs, comme Fludra & Sylwester (1986) ou encore Weber et al. (2004) ont par exemple testé plusieurs algorithmes d'inversion différents, obtenant des résultats similaires, ne différant que dans le détail.

Cependant, tous sont contraints d'utiliser des hypothèses de douceur pour imposer des contraintes supplémentaires sur le problème d'inversion, ce qui n'est pas toujours considéré comme physique, car les variations de la DEM en fonction de la température peuvent très bien être rapides. Il est cependant possible de quantifier la quantité d'information disponible dans un ensemble d'observations concernant les paramètres physiques d'intérêt ; pour cela, il faut quantifier rigoureusement toutes les solutions ou classes de solutions compatibles avec l'ensemble des observations ET les différentes sources d'incertitudes. Ce type de caractérisation permet de comprendre les propriétés du problèmes inverses, mais également de mesurer sa robustesse.

C'est dans ce contexte que ce travail se place, en proposant un nouveau type d'étude de ce problème inverse. Il ne s'agit pas ici de développer un nouvel algorithme d'inversion encore plus performant, similaire à ce qui a été présenté dans la section 2.2.3 ; bien que tous ces algorithmes affichent tous leurs propres qualités, ils ne caractérisent pas le problème d'inversion en lui-même. C'est ce à quoi nous allons dans la suite nous intéresser, en nous limitant à des familles de DEMs simples ; au delà des raisons numériques, se placer dans des cas simples permet de mieux comprendre chaque étape conduisant au résultat. En résumé, on utilise des données simulées, donc dont on connaît la DEM initiale que l'on compare ensuite aux résultats obtenus par inversion (ici il s'agira en fait d'une simple minimisation par moindre carrés). En y incluant la modélisation des différentes sources d'incertitudes, on peut ainsi caractériser complètement les propriétés statistiques de l'inversion. Cette approche permet non seulement d'explorer la totalité de l'espace des paramètres, mais aussi de calculer les probabilités associées à chacune des solutions possibles, en présence des différentes sources d'erreurs.

Les chapitres 3 et 4 sont consacrés à la caractérisation statistique de ce problème inverse ; le chapitre 3 s'intéresse en particulier à la reconstruction de DEM en utilisant les données de *SDO*/AIA tandis que le chapitre 4 est consacré au spectromètre *Hinode*/EIS. L'étude réalisée avec *SDO*/AIA s'intéresse aux propriétés de la DEM dans un cadre général : on y étudiera le cas des DEM Gaussiennes, permettant de décrire facilement un grand nombre de conditions physiques différentes, depuis un plasma isotherme à un plasma très largement distribué en température. Par contre, l'analyse réalisée avec le spectromètre EIS s'attache à décrire des DEMs très particulières, correspondant à celles des régions actives. En effet, ces DEMs présentent généralement une pente, dont la mesure précise fournit des contraintes importantes concernant les propriétés du chauffage coronal. Dans cette partie, le calcul rigoureux des intervalles de confiance associés à la mesure de cette pente y est également proposé. Puis finalement, dans le chapitre 5, méthode tomographique et DEM seront couplées, permettant cette fois ci d'établir un diagnostic complet de la structure coronale, en trois dimensions, où les paramètres géométriques et physiques sont finalement dérivés.

2.3 La tomographie solaire

2.3.1 Principe

D'une manière générale, la tomographie permet d'étudier la structure et/ou la composition d'un objet à partir d'une série de projections sur des plans différents. Les mesures peuvent provenir de différentes grandeurs physiques : l'information peut par exemple provenir de la capture d'une particule, de l'intensité d'une onde, d'une pression, etc. Cette technique est largement utilisée dans le domaine de la physique médi-

cale, mais aussi en archéologie, en biologie, en océanographie, et possède même des applications industrielles, pour la validation de pièces mécaniques par exemple. Pour une revue des différentes méthodes, le lecteur est invité à consulter Gardner (1995); Natterer & Wang (2002); Banhart (2008); Hsieh (2009).

Dans le cas de la couronne solaire, il s'agit en fait d'une autre manière de lever l'ambiguïté apportée par l'intégration le long de la ligne de visée. On utilise plusieurs points de vue pour permettre une reconstruction tridimensionnelle, à partir d'images ; on peut utiliser plusieurs instruments différents, ce qui permet de réduire le temps d'acquisition nécessaire, ou mettre à profit la rotation naturelle du Soleil. La tomographie solaire peut être utilisée dans toutes régions du spectre électromagnétique, en prenant en compte les mécanismes de formation pertinents. Cependant, elle n'est pour l'instant utilisée que dans trois régions du spectre électromagnétique, correspondant à un mécanisme physique de formation des images différent : dans l'EUV et X, pour lesquelles le plasma est optiquement mince, et l'émission décrite par les mécanismes de la section 2.1, en lumière visible (diffusion Thompson) et enfin en radio. L'étude présentée dans le chapitre 5 ne se limite qu'aux données provenant de l'imageur EUV AIA ; aussi dans cette partie, seule la tomographie EUV sera décrite.

Comme la DEM, la tomographie rotationnelle solaire (ou SRT ; Solar Rotational Tomography) est également un problème inverse (cf. discussion 2.2.2), dans lequel on cherche à reconstruire l'émissivité à partir de mesures d'intensités intégrées le long de la ligne de visée. Dans le cas des imageurs EUV, comme l'instrument AIA, on peut négliger l'absorption (cf. discussion dans la partie 2.1) et il s'agit simplement d'une intégration le long de la ligne de visée : la tomographie se place donc, comme la DEM, dans la classe des problèmes inverses linéaires. Cependant, à la différence des méthodes de tomographie utilisées en médecine par exemple, la tomographie solaire doit faire face à des difficultés supplémentaires : le SNR est beaucoup plus faible dans le domaine solaire, et la présence d'une sphère opaque au milieu de la région d'intérêt, correspondant à la photosphère au delà de laquelle le rayonnement n'est plus optiquement mince, renforce la nature mal-posée du problème. Le nombre de points de vues nécessaires est également problématique : la plupart du temps, un seul point de vue est disponible, à l'exception des sondes jumelles STEREO. Pour obtenir une reconstruction complète de la couronne avec un seul satellite disponible, 28 jours de données, soit une rotation complète sont nécessaires. Un autre aspect important de la tomographie solaire est l'évolution temporelle des structures, difficile à prendre en compte lors de la reconstruction. C'est moins problématique dans le cas où la dynamique est lente, comme dans la couronne lointaine ou dans le soleil calme, ce qui conduit généralement à limiter les reconstructions aux périodes calmes du cycle solaire.

2.3.2 La formation des images

Avant de procéder à l'inversion, il faut comme dans le cas de la DEM, décrire le modèle direct, i.e. comprendre comment les images sont formées d'un point de vue

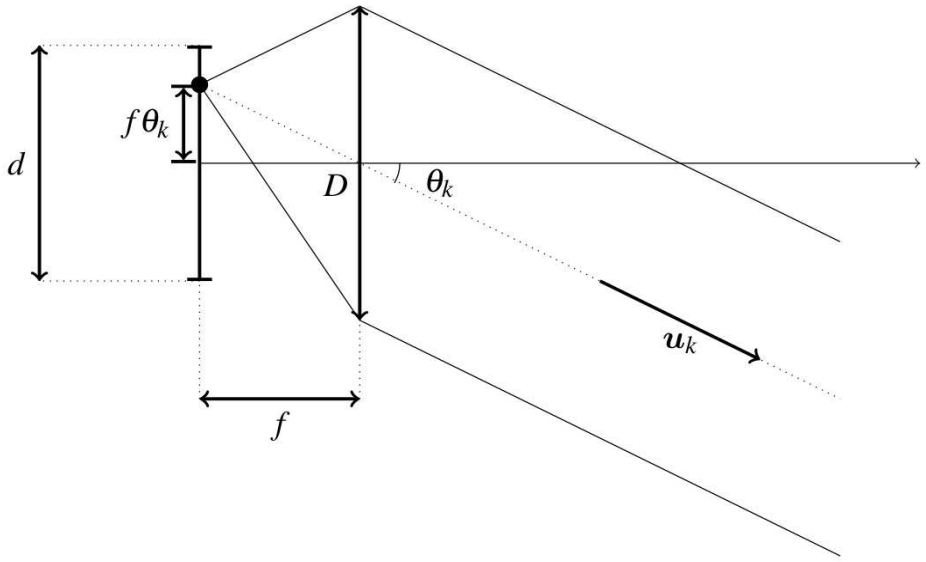

FIGURE 2.5: Géométrie de la formation des images, illustrant la position du détecteur et la direction de la ligne de visée. f représente la distance focale de l'instrument, et θ_k l'angle entre la ligne de visée de vecteur directeur $\boldsymbol{u_k}$ et l'axe optique de l'instrument. D'après Barbey (2008).

géométrique. On peut écrire l'intensité mesurée par un pixel k d'un imageur, dans une bande spectrale b et intégrée selon une ligne de visée l comme

$$I_k = \int_0^\infty e(D + l\,\boldsymbol{u_k})\mathrm{d}l \tag{2.80}$$

avec e l'émissivité du plasma, donnée par $e(T_e, n_e) = R_b(T_e, n_e)n_e^2$ (voir la section 2.1.3 pour le détail), exprimée cette fois-ci en fonction des coordonnées géométriques du problème, i.e. $e(x, y, z)$. D représente la position du détecteur, l le paramètre de la droite correspondant à la ligne de visée (en réalité l'émission provient d'un volume V, semi infini et correspondant à une pyramide tronquée, cf. section 2.1.3), et $\boldsymbol{u_k}$ le vecteur directeur de la ligne de visée l du pixel k. Sur un imageur, le pas angulaire entre deux pixels est constant et le champ de vue limité ; on peu donc considérer que toutes les lignes de visée convergent en D : on est donc dans une configuration géométrique conique.

Dans le repère lié à l'image et centré sur le centre du soleil, les vecteurs $\boldsymbol{u_k}$ sont donnés en coordonnées sphériques par (Barbey 2008)

$$\boldsymbol{u_k} = \begin{pmatrix} r = & 1 \\ \theta = & (n_{\theta,k} - s_\theta)p_\theta \\ \Phi = & (n_{\Phi,k} - s_\Phi)p_\Phi \end{pmatrix} \tag{2.81}$$

où $n_{\theta,k}$ et $n_{\Phi,k}$ sont les numéros de ligne et de colonne associés au pixel k, s_θ et s_Φ sont les coordonnées du centre du Soleil dans l'image (en pratique, l'image formée sur le détecteur n'est jamais parfaitement centrée sur le centre du Soleil, quelques pixels d'erreur sont généralement attendus). p_θ et p_Φ représentent le pas angulaire

des pixels dans les deux directions θ et Φ. La figure 2.5 permet d'illustrer la position du vecteur $\boldsymbol{u_k}$ par rapport au détecteur. f représente la distance focale de l'instrument, et d la taille de l'image obtenue, en pixels.

Ainsi, en adoptant une approche discrète du problème, on obtient, pour la formation des images l'expression suivante

$$i_k = \sum_j h_{jk} e_j, \tag{2.82}$$

où h_{jk} représente la longueur de la portion de la ligne de visée l traversant le voxel j (pixel en trois dimension), et e_j l'émission provenant de ce même voxel. Comme cette relation est linéaire, on peut finalement la réécrire sous forme matricielle

$$\boldsymbol{i} = \boldsymbol{H}\boldsymbol{e}. \tag{2.83}$$

avec $\boldsymbol{H}$ la matrice de projection.

Cette géométrie permet de prendre en compte la conicité du champ de vue, contrairement à la géométrie parallèle (i.e. en considérant le Soleil comme étant à l'infini). On cherche donc à déduire l'émissivité $\boldsymbol{e}$ connaissant l'ensemble des intensités observées $\boldsymbol{i}$, et donc déterminer l'inverse de la matrice $\boldsymbol{H}$ qui contient toutes les trajectoires des lignes de visée à travers le cube de reconstruction. Cependant, la matrice $\boldsymbol{H}$ est de très grandes dimensions, et il n'est pas possible de l'inverser directement. L'algorithme de Siddon (Siddon 1985; Christiaens et al. 1999; Zhao & Reader 2003) permet de calculer les points d'intersection des lignes de visées avec chaque voxel du cube de reconstruction et donc la matrice $\boldsymbol{H}$; ainsi, il permet de prendre en compte de manière exacte toutes les particularités géométriques de l'acquisition des images. Cependant, il impose que le cube de reconstruction soit discrétisé sur une grille de voxels parallélépipèdes rectangles.

2.3.3 Bref état de l'art des méthodes et reconstructions

Les premières reconstructions tomographiques de la couronne solaire ont été proposées par van de Hulst (1950) à l'aide d'images en lumière blanche d'éclipses solaires. Il utilise pour cela une reconstructions *via* paramétrisation, pour permettre de contraindre très fortement la solution. Cependant, comme il ne dispose que très peu de données, l'auteur utilise un modèle coronal analytique à symétrie sphérique, ce qui paraît peu réaliste. Plus tard, Altschuler & Perry (1972) présentent une des premières approches numériques de la tomographie solaire en utilisant des images provenant d'un coronographe de l'observatoire High Altitude Observatory. Ces deux méthodes ne se limitent qu'à une reconstruction partielle de la couronne ; les premières analyses concernant la reconstruction tridimensionnelle complète de la couronne ont été proposées par Davila (1994). En se basant uniquement sur des simulations, l'auteur montre qu'il est possible de reconstruire complètement la couronne ; cependant il suppose que neuf satellites différents sont disponibles pour acquérir les données simul-

tanément. L'émissivité $e(x,y,z)$ est estimée en utilisant la méthode ART (Algebraic Reconstruction Technique), une technique utilisant une méthode de gradient itérative pour inverser le problème tomographique linéaire. Depuis, en témoigne le nombre d'article toujours croissant ayant pour mot-clés "Solar tomography", beaucoup de reconstructions de la couronne ont été réalisées, pour l'étude de tous types de structures coronales. Pour une revue des reconstructions tomographiques et stéréoscopiques solaires, le lecteur est invité à consulter Aschwanden (2011) ou encore Jackson et al. (2011, une revue plutôt axée sur les reconstructions de l'héliosphère, dans un contexte d'étude des relations Soleil-Terre.).

Avec l'arrivée du satellite SOlar and Heliospheric Observatory (SOHO), les première cartes tridimensionnelles de la couronne ont fait leur apparition, d'abord en UV (e.g. Panasyuk 1999) en utilisant les données provenant du UltraViolet Coronagraph Spectrometer (UVCS Kohl et al. 1995), puis en lumière blanche (Frazin & Janzen 2002) à l'aide du coronographe Large Angle Spectrometric Coronagraph (LASCO ; Brueckner et al. 1995). Ces dernières ont été obtenues en utilisant une méthode de reconstruction statique, positive, robuste et régularisée (RRPE ; robust, regularized, positive estimate Frazin 2000), en discrétisant le volume reconstruit en voxels à pas constant en coordonnées sphériques. Cependant, en tomographie statique, la somme des intensités d'une projection (i.e. d'une image) à l'autre doit être constante ; mais cela est vrai seulement si l'objet n'a pas évolué entre deux projections. On sait déjà que ça n'est pas le cas pour la couronne solaire, dont la dynamique peut parfois être importante (en période active par exemple), et l'évolution temporelle peut affecter fortement les reconstructions. Lors du processus de minimisation, la présence de valeurs négatives est alors la seule manière d'expliquer l'apparition ou la disparition de structure au cours de l'acquisition des données, et permet de détecter les régions dynamiques. Imposer la positivité de la solution peut au contraire engendrer des artefacts supplémentaires.

L'évolution temporelle est l'une des plus grosses difficultés associées aux méthodes tomographiques. Butala et al. (2010) proposèrent un algorithme d'inversion dynamique, pour lequel une évolution lente des structures est supposée, tandis que Barbey (2008) restreint l'évolution temporelle aux plumes polaires. Le problème inverse originellement linéaire devient bilinéaire, en utilisant un modèle d'évolution temporelle qui considère les plumes comme des objets stationnaires, dont l'intensité peut varier avec le temps. Ainsi, le modèle considère que la dynamique découle directement de variations de température et de densité du plasma confiné à l'intérieur des plumes. Les résultats montrent que la prise en compte de l'évolution temporelle pour ce type de structure augmente considérablement la qualité de la reconstruction. Plus récemment, des reconstructions tomographiques utilisant une configuration optimale des données provenant des imageurs STEREO/EUVI et SWAP/PROBA2 a été proposées par Auchère et al. (2012) : seulement 6 jours d'acquisition de données ont été nécessaires, minimisant ainsi l'évolution temporelle des structures.

Wiegelmann & Inhester (2003) présentèrent des reconstructions conjointes du champ magnétique et de la densité électronique, en utilisant des données provenant de coronographes (pour la densité) et des mesures de champ magnétique. Il faut également

un modèle liant la champ magnétique à la densité ; pour cela ils utilisent un modèle magneto hydrostatique. A l'heure d'aujourd'hui le champ magnétique n'est pas encore précisément mesuré dans la couronne, et il faut donc faire appel à des méthodes d'extrapolations à partir de mesures du champ magnétique photosphérique. Malgré les difficultés liées à la nature non linéaire du problème dans ce cas, la démarche est intéressante, car on peut ainsi mieux contraindre l'extrapolation du champ magnétique à partir des données issues des coronographes.

L'association de la tomographie et du formalisme de la DEM fut présenté pour la première fois par Frazin et al. (2009). Sa méthode, appelée DEMT (Differential Emission Measure tomography fournit une distribution tridimensionnelle $N_e^2(r_i, T)$, avec N_e le densité électronique, r_i les coordonnées sphériques du centre du i$^{\text{ème}}$ voxel, et T la distribution de température au sein de celui-ci. a l'aide de simulations, les auteurs montrent qu'il est possible de reconstruire correctement la distribution en température et densité, et cela même en présence de bruit. Récemment, cette technique a été largement utilisées pour reconstruire et étudier la structure des boucles (Huang et al. 2012), une éruption de filament associée à une faible CME Gosain et al. (2012), le soleil calme Jin et al. (2012) ou encore les streamers Vásquez et al. (2011).

2.3.4 Conclusions et motivations

La tomographie est une méthode permettant de lever l'ambiguïté générée par l'intégration le long de la ligne de visée, dans l'espace des coordonnées spatiales, contrairement à la DEM qui fournit la distribution du plasma dans l'espace des températures/densités. Comme pour la DEM, la tomographie est un problème de nature inverse et mal-posé, avec toutes les difficultés mathématiques associées. A celà s'ajoutent des difficultés propres aux méthodes de tomographie solaire, provenant d'une part de l'évolution temporelle de la couronne, difficile à prendre en compte lors de l'inversion et d'autre part de la présence d'une sphère opaque au centre de la zone de reconstruction, délimitée par la photosphère. Cependant, pour des zones à faible dynamique, comme les trous coronaux polaires ou certaines boucles à longue durée de vie, on peut obtenir des résultats de qualité, capables de fournir des informations importantes à propos de la structure géométrique de la couronne. Combinée au formalisme de la DEM, décrit dans la partie 2.2, comme proposé par Frazin et al. (2009), on peut ensuite obtenir des reconstructions tridimensionnelles de la structure en densité et en température de la couronne. C'est précisément l'un des objectifs de cette thèse, dont les résultats, obtenus en utilisant les images provenant de l'imageur AIA sont présentés dans le chapitre 5.

Dans la méthode proposée par Frazin et al. (2009), les auteurs réalisent l'inversion en deux temps : ils estiment tout d'abord l'émissivité du plasma $e(r, \theta, \phi)$, en utilisant une grille discrétisée en coordonnées sphériques et la méthode RRPE (Frazin 2000), puis ensuite la DEM locale associées à chaque voxel *via* une méthode de régularisation. Cependant, comme discuté dans la partie 2.3.3, le forçage de la positivité de la solution peut générer des artefacts supplémentaires dans les reconstructions, liés à l'évolution

temporelle. L'utilisation de méthode de régularisation pour l'estimation de la DEM peut également poser problème, comme discuté longuement dans la partie 2.2.2, car l'*a priori* utilisé sur la solution peut changer le comportement des solutions.

Contrairement à Frazin et al. (2009), la méthode de tomographie utilisée dans la suite de ce travail, largement décrite dans Barbey et al. (TomograPy : 2011) et au début dans la section 5.1 n'impose pas la positivité de la solution. L'utilisation d'une grille de reconstruction cartésienne permet d'utiliser l'algorithme de Siddon (Siddon 1985) pour calculer les coordonnées exactes des points d'intersection des lignes de visées avec chaque voxel du cube de reconstruction. Cependant, l'avantage d'une grille sphérique, à pas radial, longitudinale et transverse constant comme dans les travaux de Frazin (2000); Frazin et al. (2009) réside dans l'augmentation du SNR par voxel en fonction de l'altitude, puisque ceux-ci ont un volume plus important à haute altitude. Cet effet est partiellement compensé dans l'algorithme TomograPy en introduisant un critère de douceur supplémentaire qui varie linéairement avec l'altitude. Les résultats présentés dans cette thèse sont obtenus pour des reconstructions tomographiques statiques (i.e. en négligeant l'évolution temporelle des structures) ; cependant l'algorithme TomograPy est capable de prendre en compte une partie de l'évolution temporelle, en supposant une variation lente des structures, similaire à ce qu'ont proposé Zhang et al. (2005).

Par contre, pour l'estimation de la DEM, la méthode est complètement différente : on compare simplement l'émissivité locale déterminée *via* l'algorithme TomograPy avec les émissivités théoriques calculées en fonction de la température et de la densité, en considérant une DEM locale Gaussienne. Aucun *a priori* supplémentaire n'est appliqué. On pourra ainsi utiliser les résultats obtenus dans le chapitre 3, dans lequel les propriétés et le comportement de l'inversion de DEMs Gaussiennes avec l'instrument AIA sont explorés. De plus, la technique de caractérisation de l'inversion développée permet de détecter les solutions secondaires, ainsi que toutes les solutions Gaussiennes compatibles avec un ensemble d'observations donné et les erreurs systématiques et aléatoires associées. On peut ainsi calculer précisément les incertitudes associées à la reconstruction de la DEM.

Finalement, en utilisant à la fois les reconstructions tomographiques des données AIA obtenues dans chacune des longueurs d'ondes coronales, et l'application de la technique de reconstruction de DEM développée dans le chapitre 3, on peut finalement obtenir des cartes tridimensionnelles en température et en densité de la couronne solaire. L'analyse des reconstructions à l'aide des résultats du chapitre 3 permet en plus d'interpréter correctement les résultats, et d'obtenir des barres d'erreurs sur les résultats finaux. Le chapitre 5 sera donc entièrement dédié à la présentation de ces résultats, en se concentrant particulièrement sur l'analyse de la structure des plumes polaires et des trous coronaux. Les propriétés de ces structures coronales, ainsi que l'algorithme TomograPy seront décrit dans la première partie du chapitre, suivi de la présentation des résultats.

Bibliographie

Allen, C. W. 1963, in IAU Symposium, Vol. 16, The Solar Corona, ed. J. W. Evans, 1

Almleaky, Y. M., Brown, J. C., & Sweet, P. A. 1989, A&A, 224, 328

Altschuler, M. D. & Perry, R. M. 1972, Sol. Phys., 23, 410

Aschwanden, M. J. 2011, Living Reviews in Solar Physics, 8, 5

Aschwanden, M. J. & Boerner, P. 2011, ApJ, 732, 81

Athay, R. G. 1966, ApJ, 145, 784

Auchere, F. 2000, PhD thesis, Institut d'Astrophysique Spatiale, Orsay, France

Auchère, F., Guennou, C., & Barbey, N. 2012, in EAS Publications Series, Vol. 55, EAS Publications Series, ed. M. Faurobert, C. Fang, & T. Corbard, 207–211

Baker, C. T. H., Fox, L., Mayers, D. F., & Wright, K. 1964, The Computer Journal, 7, 141

Banhart, J. 2008, Advanced tomographic methods in materials research and engineering (Oxford University Press New York)

Barbey, N. 2008, PhD thesis, Institut d'Astrophysique Spatiale, Bâtiment 121, Université Paris-Sud, F-91405 Orsay, France

Barbey, N., Guennou, C., & Auchère, F. 2011, Sol. Phys., 283, 227

Batstone, R. M., Evans, K., Parkinson, J. H., & Pounds, K. A. 1970, Sol. Phys., 13, 389

Brage, T., Judge, P. G., & Brekke, P. 1996, ApJ, 464, 1030

Brown, J. C., Dwivedi, B. N., Sweet, P. A., & Almleaky, Y. M. 1991, A&A, 249, 277

Brueckner, G. E., Howard, R. A., Koomen, M. J., et al. 1995, Sol. Phys., 162, 357

Butala, M. D., Hewett, R. J., Frazin, R. A., & Kamalabadi, F. 2010, Sol. Phys., 262, 495

Christiaens, M., De Sutter, B., De Bosschere, K., Van Campenhout, J., & Lemahieu, I. 1999, Journal of systems architecture, 45, 781

Craig, I. J. D. 1977, A&A, 61, 575

Craig, I. J. D. & Brown, J. C. 1976, A&A, 49, 239

Craig, I. J. D. & Brown, J. C. 1986, Inverse problems in astronomy : A guide to inversion strategies for remotely sensed data

Crothers, D. S. F. 2010, Journal of Atomic, Molecular and Optical Physics, 2010, 1

Davila, J. M. 1994, ApJ, 423, 871

Del Zanna, G. 2012, ArXiv e-prints

Dere, K. P., Landi, E., Mason, H. E., Monsignori Fossi, B. C., & Young, P. R. 1997, A&AS, 125, 149

Doyle, J. G., Chapman, S., Bryans, P., et al. 2010, Research in Astronomy and Astrophysics, 10, 91

Dzifčáková, E. & Kulinová, A. 2003, in ESA Special Publication, Vol. 535, Solar Variability as an Input to the Earth's Environment, ed. A. Wilson, 95–98

Elwert, G. 1961, Journal of Geophysics Research, 66, 391

Engl, H. W., Hanke, M., & Neubauer, A. 1996, Regularization of inverse problems, Vol. 375 (Kluwer Academic Pub)

Feldman, U., Doschek, G. A., Schühle, U., & Wilhelm, K. 1999, The Astrophysical Journal, 518, 500

Fludra, A. & Sylwester, J. 1986, Sol. Phys., 105, 323

Frazin, R. A. 2000, ApJ, 530, 1026

Frazin, R. A. & Janzen, P. 2002, ApJ, 570, 408

Frazin, R. A., Vásquez, A. M., & Kamalabadi, F. 2009, ApJ, 701, 547

Frieden, B. R. 1972, Journal of the Optical Society of America (1917-1983), 62, 511

Gardner, R. J. 1995, Geometric tomography, Vol. 58 (Cambridge University Press Cambridge)

Goryaev, F. F., Parenti, S., Urnov, A. M., et al. 2010, A&A, 523, A44

Gosain, S., Schmieder, B., Artzner, G., Bogachev, S., & Török, T. 2012, ApJ, 761, 25

Hannah, I. G. & Kontar, E. P. 2012, A&A, 539, A146

Hsieh, J. 2009, SPIE

Huang, Z., Frazin, R. A., Landi, E., et al. 2012, ApJ, 755, 86

Hubeny, V. & Judge, P. G. 1995, ApJ Letters, 448, L61

Idier, J. 2001, Approche bayésienne pour les problèmes inverses (Hermes Science Publications)

Jackson, B. V., Hick, P. P., Buffington, A., et al. 2011, Journal of Atmospheric and Solar-Terrestrial Physics, 73, 1214

Jefferies, J. T., Orrall, F. Q., & Zirker, J. B. 1972a, Sol. Phys., 22, 307

Jefferies, J. T., Orrall, F. Q., & Zirker, J. B. 1972b, Sol. Phys., 22, 317

Jeffrey, W. & Rosner, R. 1986, ApJ, 310, 463

Jin, M., Manchester, W. B., van der Holst, B., et al. 2012, ApJ, 745, 6

Judge, P. G., Hubeny, V., & Brown, J. C. 1997, ApJ, 475, 275

Kashyap, V. & Drake, J. J. 1998, ApJ, 503, 450

Ko, Y.-K., Raymond, J. C., Zurbuchen, T. H., et al. 2006, ApJ, 646, 1275

Kohl, J. L., Esser, R., Gardner, L. D., et al. 1995, Sol. Phys., 162, 313

Landi, E. & Landini, M. 1997, A&A, 327, 1230

Landi, E., Young, P. R., Dere, K. P., Del Zanna, G., & Mason, H. E. 2013, ApJ, 763, 86

Landini, M. & Monsignori Fossi, B. C. 1990, A&AS, 82, 229

Mariska, J. T. 1992, The solar transition region

Mason, H. E. & Fossi, B. C. M. 1994, A&A Reviews, 6, 123

McCarthy, I. E. & Stelbovics, A. T. 1983, Phys. Rev. A, 28, 2693

McIntosh, S. W. 2000, ApJ, 533, 1043

McIntosh, S. W., Charbonneau, P., & Brown, J. C. 2000, ApJ, 529, 1115

Metropolis, N., Rosenbluth, A. W., Rosenbluth, M. N., Teller, A. H., & Teller, E. 1953, J. Chem. Phys., 21, 1087

Monsignori-Fossi, B. C. & Landini, M. 1992, Mem. Soc. Astron. Italiana, 63, 767

Natterer, F. & Wang, G. 2002, Medical Physics, 29, 107

Panasyuk, A. V. 1999, Journal of Geophysics Research, 104, 9721

Phillips, K. J. H., Feldman, U., & Landi, E. 2012, Ultraviolet and X-ray Spectroscopy of the Solar Atmosphere

Plowman, J., Kankelborg, C., & Martens, P. 2012, ArXiv e-prints

Pottasch, S. R. 1963, ApJ, 137, 945

Pottasch, S. R. 1964, Space Sci. Rev., 3, 816

Pottasch, S. R. 1967, ApJ, 150, 361

Schmelz, J. T., Saar, S. H., DeLuca, E. E., et al. 2009, ApJ Letters, 693, L131

Serenelli, A., Peña-Garay, C., & Haxton, W. C. 2013, Phys. Rev. D, 87, 043001

Siddon, R. L. 1985, Medical physics, 12, 252

Sylwester, J., Schrijver, J., & Mewe, R. 1980, Sol. Phys., 67, 285

Taylor, J. 1997, Introduction to Error Analysis, the Study of Uncertainties in Physical Measurements, 2nd Edition (University Science Books)

Testa, P., De Pontieu, B., Martínez-Sykora, J., Hansteen, V., & Carlsson, M. 2012, ApJ, 758, 54

Thompson, A. M. 1990, A&A, 240, 209

van de Hulst, H. C. 1950, Bull. Astron. Inst. Netherlands, 11, 135

Vásquez, A. M., Huang, Z., Manchester, W. B., & Frazin, R. A. 2011, Sol. Phys., 274, 259

Weber, M. A., Deluca, E. E., Golub, L., & Sette, A. L. 2004, in IAU Symposium, Vol. 223, Multi-Wavelength Investigations of Solar Activity, ed. A. V. Stepanov, E. E. Benevolenskaya, & A. G. Kosovichev, 321–328

Wiegelmann, T. & Inhester, B. 2003, Sol. Phys., 214, 287

Withbroe, G. L. 1975, Sol. Phys., 45, 301

Young, P. R. 2005, A&A, 439, 361

Zhang, Y., Ghodrati, A., & Brooks, D. H. 2005, Inverse Problems, 21, 357

Zhao, H. & Reader, A. J. 2003, in Nuclear Science Symposium Conference Record, 2003 IEEE, Vol. 4, IEEE, 2808–2812

3 Propriétés de la DEM : Caractérisation de l'inversion des données de SDO/AIA

Sommaire

3.1 Description de la technique développée 65
3.1.1 Une approche probabiliste 65
3.1.2 Nature du critère 67
3.1.3 Implémentation 68
3.1.4 Application à l'instrument AIA 71
3.2 Plasmas isothermes 79
3.2.1 Le cas à trois bandes : EIT, TRACE ou mesure d'émission faible 79
3.2.2 Le cas à six bandes : l'instrument AIA 85
3.2.3 Distribution des χ^2 86
3.2.4 Discussion 89
3.3 Plasmas multithermes 92
3.3.1 Réponse isotherme aux plasmas multithermes 92
3.3.2 Réponse multitherme 103
3.3.3 Discussion 113
3.4 La base de données GAIA-DEM : Gaussian AIA Differential Emission measure Maps 115
Bibliographie 119

Dans ce chapitre, les propriétés de l'inversion de la DEM sont étudiées, dans le cas particulier de l'instrument *SDO*/AIA. Les spectromètres sont, par nature, mieux adaptés à ce type de formalisme, essentiellement car ils peuvent isoler individuellement chaque raie (Testa et al. 2012). Dans le cas des imageurs, plusieurs ions sont à l'origine de l'intensité observée ; la fonction de contribution totale est donc la somme pondérée des fonctions de contributions de chacun des ions contributeurs (voir l'équation 3.2 ci-dessous). Le noyau de l'intégrale décrivant la formation de l'intensité observée couvre alors un intervalle de température plus large, ce qui complique et limite d'avantage le processus d'inversion. Cependant, comme les imageurs ont généralement l'avantage

d'offrir un rapport signal/bruit bien meilleur que les spectromètres et un champ de vue plus important, le formalisme de la DEM a rapidement été appliqué à ce type d'instruments, tels que EIT ou TRACE, qui disposent tous deux de trois bandes coronales [1] (e.g. Neupert et al. 1998; Zhang et al. 1999; Aschwanden & Nightingale 2005; Schmelz et al. 2007). Cependant, ce type d'étude s'est révélée peu concluante : le peu d'information disponible, couplé aux difficultés classiques de l'inversion de la DEM a le plus souvent conduit à des résultats inexploitables (e.g. Martens et al. 2002; Schmelz 2002; Testa et al. 2002).

Cependant, plus récemment, la multiplication du nombre de bandes spectrales coronales sur des instruments tels que AIA ou encore le X-Ray Telescope (XRT Golub et al. 2007) à bord du satellite *Hinode*, a ouvert de nouvelles perceptives concernant l'analyse de la DEM en utilisant des imageurs. En particulier, de nombreuses études portant sur l'analyse de la DEM en utilisant les données d'AIA ont été récemment publiées, s'intéressant à tous types de structures coronales. La DEM des protubérances a par exemple été proposée par Parenti et al. (2012), tandis que la structure thermique de boucles coronales a été analysée par Aschwanden et al. (e.g. 2013); Schmelz et al. (e.g. 2013) et celle d'une éruption par Battaglia & Kontar (2012). La DEM de boucles à petites échelles, observables dans les zones de soleil calme, ont également été étudiées par Chitta et al. (2013).

Néanmoins, comme on le verra dans ce chapitre, les six bandes coronales d'AIA ne suffisent pas toujours à fournir une solution unique, et des complications liées à la nature inverse du problème subsistent. Dans la suite, on se propose de caractériser les propriétés de l'inversion de DEM réalisée avec les données AIA ; en particulier, la robustesse ainsi que la précision de l'inversion sont étudiées, fournissant ainsi une analyse des capacités de l'instrument à déduire la DEM. L'étude se limite aux familles de DEMs simples, permettant de modéliser aisément une grande variété de conditions physique différentes et de caractériser les propriétés générales de ce problème d'inversion.

La première partie de ce chapitre s'attache à décrire de manière générique la technique utilisée ; elle peut être appliquée indépendamment aux spectromètres et aux imageurs. Les différentes hypothèses utilisées, l'implémentation de la technique ainsi que l'interprétation des résultats sont présentées en détails. La suite de ce chapitre sera consacrée à l'application de cette technique au cas particulier de l'imageur AIA, dont les détails sont présentés section 3.1.4, tandis que le chapitre suivant concernera l'application de la méthode au spectromètre EIS. La section 3.2 s'intéressera au cas particulier des plasmas isothermes et des possibilités fournies par AIA pour mesurer leur température. Dans la troisième section, les plasmas multithermes seront ensuite étudiés. Tous les résultats décrits dans ce chapitre ont été publiés sous la forme de deux articles, Guennou et al. (2012a) et Guennou et al. (2012b).

1. I.e. dont le rayonnement observé correspond aux processus décris dans le chapitre 2.1

3.1

Description de la technique développée

L'approche adoptée dans ce travail est relativement simple : il s'agit en fait de comparer des observations simulées avec un modèle de DEM connu *a priori* avec le résultat obtenu par inversion de ces mêmes données, en incluant dans le processus d'inversion une modélisation des différentes sources d'incertitudes suivant une approche de Monte-Carlo. On commence d'abord par générer des intensités synthétiques I_b^0 (i.e. calculées de manière théorique) pour un modèle particulier de DEM. On introduit ensuite les différentes sources d'erreurs systématiques, associées à l'étalonnage de l'instrument et à la physique atomique, ainsi que les erreurs aléatoires, telles que les bruits de photon et de lecture, sous forme de perturbations aléatoires. Ainsi, on peut générer de manière réaliste des observations simulées I_b^{obs} et des intensités théoriques I_b^{th}. Puis, on détermine la DEM à l'aide d'une minimisation par moindres carrés, en comparant nos observations simulées I_b^{obs} à celles attendues d'un point de vue strictement théorique I_b^{th}. La comparaison entre la DEM reconstruite et la DEM initiale permet de caractériser la robustesse de l'inversion. En répétant cette opération pour un grand nombre de réalisations des différentes perturbations modélisées ici, on peut alors estimer la précision et l'intervalle de confiance associé à l'inversion, en prenant en compte toutes les solutions possibles. Cette approche nous permet finalement de calculer les probabilités associées à chaque solution, ainsi que de détecter les solutions secondaires, si elles existent.

3.1.1 Une approche probabiliste

Le cœur de cette méthode de caractérisation réside dans l'interprétation probabiliste des solutions. Considérons un plasma, caractérisé par une distribution de DEM ξ^P, dont les intensités associées, observées dans N_b bandes spectrales, sont notées $I_b^{obs}(\xi^P)$. Afin d'estimer cette DEM ξ^P, on minimise un critère $C(\xi)$ correspondant à l'écart entre les données et les intensités prédites I_b^{th}. Pour rappel, les intensités peuvent être calculées à l'aide de l'équation suivante

$$I_b^0 = \frac{\omega_{pix}}{4\pi} \int_0^\infty R_b(n_e, T_e)\xi(T_e)\mathrm{d}T_e \tag{3.1}$$

qu'on identifie ici à des intensités dites de référence (voir ci-dessous, partie 3.1.3). La fonction de réponse en température est donnée par

$$R_b(n_e, T_e) = \sum_{X,j} S_b(\lambda_j) G_{X,j}(n_e, T_e) + \int_b S_b(\lambda) G_c(n_e, T_e)\mathrm{d}\lambda. \tag{3.2}$$

Le lecteur pourra trouver la description détaillée de ces deux équations dans la section 2.1.3.

Par définition, la DEM ξ^I résultant du processus de minimisation sera alors donnée

par [2]

$$\xi^I = \arg\min_{\xi}(C(\xi) \tag{3.3}$$

Sans la présence des erreurs systématiques et aléatoires, on aurait $\xi^I = \xi^P$ et la DEM serait parfaitement reconstruite. En réalité c'est bien évidemment loin d'être le cas : comme décrit dans la section 2.2.2, les données $I_b^{obs}(\xi^P)$ sont en réalité sujettes aux erreurs aléatoires associées à la mesure, tandis que les intensités théoriques I_b^{th} sont elles, affectées par les incertitudes systématiques liées à la physique atomique ainsi qu'à l'étalonnage de l'instrument. En choisissant d'adopter une approche de Monte-Carlo pour la modélisation des sources d'incertitudes, chaque réalisation aléatoire conduira donc à une DEM ξ^I, qui peut être différente de la DEM initiale ξ^P et dont la probabilité associée est notée $P(\xi^I|\xi^P)$. Cette probabilité conditionnelle, aussi appelée fonction de vraisemblance de ξ^P, représente la probabilité d'obtenir par inversion la DEM ξ^I connaissant la DEM initiale ξ^P. A l'aide du théorème de Bayes, on peut déduire la probabilité *a posteriori*

$$P(\xi^P|\xi^I) = \frac{P(\xi^I|\xi^P)P(\xi^P)}{P(\xi^I)}, \tag{3.4}$$

qui représente la probabilité conditionnelle que le plasma ait une DEM ξ^P (i.e. la "vraie" DEM), connaissant le résultat ξ^I. Le terme *a posteriori* est utilisé dans le sens où l'évaluation de $P(\xi^P|\xi^I)$ requiert préalablement de le calcul de ξ^I. $P(\xi^I) = \int P(\xi^I|\xi^P)P(\xi^P)\mathrm{d}\xi^P$ correspond à la probabilité totale d'obtenir ξ^I, quelle que soit la DEM du plasma ξ^P. Dans un cadre Bayésien, $P(\xi^P)$ est appelé l'*a priori*, au sens qu'elle précède toute information concernant ξ^I ; elle permet d'introduire mathématiquement les informations dont on dispose *a priori* concernant la DEM du plasma ξ^P. Dans le cas où aucune information n'est disponible, l'*a priori* sera uniforme ; à l'inverse, des contraintes physiques peuvent par exemple être modélisées en imposant des contraintes sur la variation de $P(\xi^P)$.

La probabilité $P(\xi^P|\xi^I)$ contient toute l'information concernant la nature de la "vraie" DEM ξ^P pouvant être extraite d'un ensemble donné de mesures. C'est donc une quantité d'une très grande importance, puisque ainsi évaluée, elle prend en compte toute les DEMs ξ^P capables de reproduire les données, en tenant compte des incertitudes mises en jeu. Par exemple, dans le cas où l'analyse de la DEM est utilisée pour discriminer plusieurs modèles physiques, se limiter à calculer le minimum absolu du critère $C(\xi)$, quelle que soit la méthode utilisée n'est pas suffisant, puisque que l'unicité de la solution n'est pas garantie. Le calcul du minimum absolu d'un critère ne garantie pas non plus que la solution estimée soit la bonne ; les différentes sources d'incertitudes peuvent tout à fait modifier la topologie du critère, et déplacer le minimum vers des solutions secondaires totalement différentes. Il est donc très important de déterminer si d'autres solutions sont compatibles avec les données et le niveau d'incertitude, ainsi que leur probabilités respectives.

2. L'argument minimum ou Argmin d'une fonction représente la valeur de la variable pour laquelle la valeur de la fonction concernée atteint son minimum

En principe, sans aucun a priori sur le plasma, $P(\xi^I|\xi^P)$ peut être estimée à partir de n'importe quelle méthode de minimisation, en utilisant des simulations Monte-Carlo (Metropolis & Ulam 1949). Pour chaque DEM ξ^P, les N_b observations $I_b^{obs}(\xi^P)$ peuvent être calculées en utilisant les équations 3.1 et 3.4, auxquelles on ajoute ensuite le bruit de photon et les bruits instrumentaux. Les erreurs systématiques sont quant à elles incorporées aux intensités théoriques $I_b^{th}(\xi)$, puis le critère $C(\xi)$ est minimisé. $P(\xi^I|\xi^P)$ est ensuite évaluée à partir des Q solutions ξ^I correspondant aux Q réalisations des variables aléatoires utilisées pour la modélisation des erreurs. Cependant, l'obtention de la probabilité conditionnelle inverse $P(\xi^P|\xi^I)$ est plus problématique, puisqu'elle requiert la connaissance de la probabilité totale $P(\xi^I)$. Comme le même résultat d'inversion ξ^I peut être obtenu à partir de plusieurs DEM initiales ξ^P différentes, cette probabilité est incalculable au sens où elle demanderait l'exploration d'un nombre infini de DEMs ξ^P.

Cependant, si les DEM ξ^P et ξ^I sont décrites par un nombre limité de paramètres, la matrice de probabilité qui nous intéresse $P(\xi^P|\xi^I)$ devient calculable, puisque $P(\xi^I)$ peut alors être évalué. Dans ce cas, l'espace des solutions peut donc être intégralement exploré et $P(\xi^I|P\xi^P)$ évaluée à l'aide de simulations Monte-Carlo, et ce pour chaque DEM ξ^P appartenant aux familles de solutions qu'on se propose d'étudier. La possibilité que plusieurs DEMs ξ^P conduisent au même résultat d'inversion ξ^I peut ainsi être prise en compte à travers le calcul de la probabilité $P(\xi^I)$ et finalement la probabilité *a posteriori* peut être évaluée, grâce au théorème de Bayes (équation 3.4).

Choisir de décrire la DEM de manière fonctionnelle, en restreignant l'espace des solutions est équivalent à l'adoption d'un *a priori* $P(\xi^P)$ non uniforme. C'est exactement l'objectif inverse des traitements probabilistes classiques (voir la description des algorithmes proposés par Kashyap & Drake (1998) ou Goryaev et al. (2010)), qui cherchent au contraire à minimiser l'utilisation d'*a priori*, qui peuvent être non appropriés d'un point de vue physique. Cependant, l'objectif de ce travail est complètement différent ; il ne s'agit pas ici de développer un algorithme générique d'inversion de DEM, mais plutôt d'étudier le comportement et la stabilité de la matrice de probabilité $P(\xi^P|\xi^I)$ dans des cas simples et bien définis. A l'inverse, dans la majorité des algorithmes d'inversion concernant l'inversion de la DEM, $P(\xi^P|\xi^I)$ est supposé se comporter de manière stable, i.e., sans minima secondaire, grâce aux méthodes de régularisation, aux choix des *a priori* et à l'utilisation d'un maximum de données. De plus, cette technique ne demande aucune hypothèse sur le nombre ou les propriétés des bandes spectrales utilisées, ni sur la nature du critère ou la méthode de minimisation utilisée. Cette technique peut donc s'appliquer à n'importe quel algorithme d'inversion ou n'importe quel instrument, pourvu que l'espace des solutions soit suffisamment restreint pour devenir numériquement exploitable.

3.1.2 Nature du critère

La localisation du minimum absolu du critère $C(\xi)$ est loin d'être une tâche triviale. Sans hypothèse supplémentaires (i.e régularisation), l'unicité du minimum n'est pas

garantie ; les méthodes itératives peuvent par exemple converger vers un minimum local, selon la nature de la DEM initiale utilisée. La valeur du minimum fournit une estimation de la qualité de l'ajustement, par contre, elle ne fournit pas d'information quant à la robustesse de la solution. En revanche, la topographie du critère $C(\xi)$ et de ses minimums locaux permet de déterminer à quel point la solution est contrainte : un minimum profond (i.e avec des valeurs très inférieures à son environnement) et peu étalé sera par exemple beaucoup plus robuste aux instabilités générées par les incertitudes qu'un minimum peu profond et largement distribué en température.

Cependant, une cartographie systématique du critère peut être obtenue dans le cas où le nombre total de paramètres $k_1, k_2, ..., k_N$ utilisé pour la description des familles de solutions $\xi(k_1, k_2, ..., k_N)$ possibles est limité ; ainsi tous les minima locaux peuvent être détectés et la topologie du critère examinée pour comprendre l'origine des instabilités potentielles. Dans ce cadre d'étude, on peut alors échantillonner l'espace des paramètres, et calculer une fois pour toutes les intensités théoriques $I_b^{th}(k_1, k_2, ..., k_N)$ en tout point de cet espace. Le critère $C(k_1, k_2, ..., k_N)$, défini comme la distance entre les $I_b^{obs}(\xi^P)$ et les $I_b^{th}(k_1, k_2, ..., k_N)$, devient ainsi numériquement manipulable. Ainsi, il est ensuite trivial de trouver le minimum absolu d'un tel critère et de le visualiser en fonction de chacun des paramètres utilisés pour décrire la DEM.

3.1.3 Implémentation

L'ensemble des intensités observées I_b^{obs} dans N_b bandes spectrales différentes, est affecté par les perturbations aléatoires liées au bruit de photon et aux bruits de mesure. Soit n_b une réalisation aléatoire de ces perturbations, et $\xi(k_1, k_2, ..., k_N)$ la famille de DEMs définie par les N paramètres k_i, qui délimitent l'espace des solutions possibles. Les intensités observées I_b^{obs} peuvent être simulées pour un modèle de DEM donné ξ^P *via*

$$I_b^{obs}(\xi^P) = I_b^0(\xi^P) + n_b, \tag{3.5}$$

où l'on introduit ici I_b^0, l'intensité théorique de référence, calculée pour la bande spectrale b et une DEM initiale ξ^P. Dans le cas idéal, I_b^0 est égal à I_b^{th}. En réalité, les intensités I_b^{th} sont affectées par les erreurs systématiques associées à l'étalonnage de l'instrument et aux processus de physique atomique. Soit s_b une réalisation aléatoire de ces perturbations ; les intensités théoriques peuvent elles aussi être simulées pour chacun des paramètres définissant les classes de solutions possibles, *via*

$$I_b^{th}(k_1, k_2, ..., k_N) = I_b^0(k_1, k_2, ..., k_N) + s_b. \tag{3.6}$$

Comme il n'y a aucun moyen de savoir si les intensités théoriques calculées à partir des équations 3.1 et 3.2 pour un modèle de DEM ξ sont sous ou sur-évaluées, on identifie donc celles-ci aux intensités théoriques de référence I_b^0. Ainsi, en adoptant une modélisation adéquate pour chaque source d'erreur (décrite dans la partie 3.1.4), on peut simuler de manière réaliste les intensités observées I_b^{obs} et les intensités théoriques I_b^{th}.

Pour chaque réalisation aléatoire associée aux erreurs n_b et s_b, on peut ensuite procéder à la minimisation du critère, défini par

$$C(k_1,k_2,...,k_N) = \sum_{i=1}^{N_b} \frac{(I_b^{obs}(\xi^P) - I_b^{th}(k_1,k_2,...,k_N))^2}{\sigma_{err}^2} \tag{3.7}$$

avec σ_{err} est la somme quadratique des déviations standard associées à chaque source d'erreur. Puisqu'on calcule toutes les solutions possibles, la méthode d'inversion utilisée dans ce travail est très lente comparée aux techniques utilisées par les autres algorithmes d'inversion, telles que les méthodes itératives (voir section 2.2.3). Cependant, on a ainsi la garantie que le minimum absolu soit détecté, quelle que soit la topographie du critère.

Le minimum du critère est ensuite donné par

$$\chi^2 = \min[C(k_1,k_2,...,k_N)]. \tag{3.8}$$

L'argument de ce minimum, définit comme

$$k_1^{min},k_2^{min},...,k_N^{min} = \arg\min[C(k_1,k_2,...,k_N)] \tag{3.9}$$

permet finalement de déterminer la DEM $\xi^I = \xi(k_1^{min},k_2^{min},...,k_N^{min})$.

A partir des équations 3.5 et 3.6, on peut réécrire le minimum du critère comme

$$\chi^2 = \min \sum_{i=1}^{N_b} \frac{(I_b^0(\xi^P) - I_b^0(k_1,k_2,...,k_N) + n_b - s_b)^2}{\sigma_{err}^2} \tag{3.10}$$

En l'absence des perturbations n_b et s_b, et si $\xi^P \in \xi(k_1,k_2,...,k_N)$ (i.e. ξ^P appartient à la famille de solutions possibles), on aura dans ce cas $\chi^2 = 0$, et la solution ξ^I sera strictement égale à ξ^P. Par contre, en présence des erreurs systématiques et aléatoires, ou si $\xi^P \notin \xi(k_1,k_2,...,k_N)$, dans ce cas $\chi^2 \neq 0$ et ξ^I peut donc être différent de la DEM initiale ξ^P. L'analyse de la distribution des χ^2 obtenue pour un grand nombre de réalisations des perturbations peut également être utile pour tester la pertinence du modèle de DEM utilisé (voir sections 3.2.3 ou 3.3.1).

Les matrices de probabilités $P(\xi^I|\xi^P)$ et $P(\xi^P|\xi^I)$ pour une famille de solutions $\xi(k_1,k_2,...,k_N)$ donnée peuvent ensuite être évaluées à partir de simulations Monte-Carlo. Pour chaque DEM initiale ξ^P, Q (avec Q typiquement > 1000) réalisations indépendantes des erreurs systématiques et aléatoires sont générées, et les intensités $I_b^{obs}(\xi^P)$ et $I_b^{th}(\xi(k_1,k_2,...,k_N)$ associées à chaque réalisation sont calculées. A chaque réalisation, la minimisation du critère $C(k_1,k_2,...,k_N)$ retourne une DEM ξ^I correspondant à l'ajustement de l'ensemble d'observations utilisé. A partir de ces Q DEMs ξ^I obtenues, la probabilité $P(\xi^I|\xi^P)$ peut ensuite être calculée, avec une résolution définie par l'échantillonnage de chaque paramètre k_i. Pour pouvoir calculer la quantité $P(\xi^I) = \int P(\xi^I|\xi^P)P(\xi^P)\mathrm{d}\xi^P$, on explore également une grande variété de DEMs ξ^P. Il est à noter que l'espace des paramètres utilisé pour simuler la DEM observée ξ^P peut tout à fait être différent de celui utilisé pour restreindre l'espace des solutions ; dans ce cas, on peut tester l'impact d'une mauvaise hypothèse *a priori* sur la forme de la DEM du plasma.

Dans les travaux présentés dans cette thèse, plusieurs classes de solutions ont été utilisées ; pour l'étude réalisée avec l'instrument AIA, les DEMs utilisées sont décrites par une Gaussienne, une fonction porte (toutes deux définies par 3 paramètres différents), ou encore un pic de Dirac (2 paramètres). En particulier, l'effet d'un mauvais *a priori* sur la forme de la solution a été testé, en choisissant un plasma multitherme (i.e. Gaussien dans notre cas) tandis que l'espace des solutions n'est restreint qu'aux plasma isothermes. Cela permet de modéliser la méthode des courbes loci (voir dans la suite, section 3.6), technique fréquemment utilisée pour détecter l'isothermalité d'un plasma et souvent utilisée pour les données provenant des imageurs EUV, comme TRACE ou EIT. Pour le spectromètre EIS en revanche, l'effort s'est surtout porté sur les classes de solutions correspondant au cas particulier des régions actives, où la DEM suit généralement une loi de puissance pour des températures inférieures à $\sim 3-4$ MK (cf. chapitre 4)

L'implémentation de ce code de caractérisation de DEM a été réalisée en python2.6. La version développée pour AIA supporte 3 modes de parallélisation différents : un mode classique utilisant plusieurs CPUs (Computational Processing Unit), un mode implémenté pour carte graphique (GPU ; Graphics Processing Unit), développé par Elie Soubrié à l'IAS, et également un mode hybride OpenCL (OpenCL ; Open Computing Language), développé par Claude Mercier à l'IAS. Pour la version GPU, chaque cœur de la carte graphique est dédié au calcul d'un élément de la matrice $C(k_1,k_2,...,k_N)$, avec la totalité des cœurs disponibles calculant en parallèle. La librairie PyCUDA (CUDA ; Compute Unified Device Architecture) a pour cela été utilisée, permettant d'interfacer le langage python en information CUDA interprétable par les cartes graphiques. La recherche du minimum est elle aussi réalisée par les GPUs, limitant ainsi le transfert de données entre les GPUs et les CPUs à la valeur du χ^2 et ses arguments, i.e. $k_1^{min},k_2^{min},...,k_N^{min}$. En revanche, le version du code développée pour EIS ne supporte que le mode de parallélisation classique sur CPUs. En effet, le calcul sur GPUs est impossible dans le cas de EIS : comme le nombre de bandes spectrales augmente considérablement (6 bandes dans le cas d'AIA contre une trentaine de raies dans le cas de EIS), on dépasse alors les limitations mémoire imposées par la carte graphique. Pour le mode CPUs, les outils de parallélisation fournis par Python du package `multiprocessing` ont été utilisés, où le calcul des éléments de la matrice $C(k_1,k_2,...,k_N)$ est partagée entre un ou plusieurs CPUs. Enfin pour la version hybride, le module PyOpenCL permet d'interfacer le python avec le langage OpenCL ; ce langage dérivé du C est conçu pour les systèmes hybrides multi-cœurs/carte graphique : il permet de n'utiliser qu'un seul et unique code pour calculer indifféremment sur GPU ou CPUs. Là encore, le calcul des éléments de matrice $C(k_1,k_2,...,k_N)$ sont répartis entre les différents cœurs disponibles.

3.1.4 Application à l'instrument AIA

Modèles de DEMs et intensités de références I_b^0

Dans le cas de l'imageur AIA, trois types de DEMs ont été utilisées, décrites à l'aide de deux ou trois paramètres différents

- Plasmas isothermes
$$\xi_{iso}(T_e) = \mathrm{EM}\ \delta(T_e - T_c), \tag{3.11}$$
où EM correspond à la mesure d'émission totale. La DEM est dans ce cas réduite à un pic de Dirac δ centré à la température T_c.
- Gaussienne en $\log T_e$
$$\begin{aligned} \xi_{gau}(T_e) =& EM\mathcal{N}(\log T_e - \log T_c), \\ \text{avec } \mathcal{N}(x) =& \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right) \end{aligned} \tag{3.12}$$
Le plasma est ici principalement distribué avec une largeur σ autour d'une température centrale T_c. La figure 3.1 illustre différentes paramétrisations de ce modèle, pour une température centrale fixée à $T_c = 1$ MK et une mesure d'émission EM$= 10^{28}\mathrm{cm}^5$.
- Fonction porte (aussi appelée fonction rectangle) en $\log T_e$
$$\begin{aligned} \xi_{rec}(T_e) =& EM\ \Pi(\log T_e - \log T_c), \\ \text{with } \Pi(x) =& \begin{cases} \frac{1}{\sigma} & \text{if } |x| < \frac{\sigma}{2} \\ 0 & \text{else} \end{cases} \end{aligned} \tag{3.13}$$
Le plasma est distribué de manière uniforme avec une largeur σ, autour d'une température T_c.

Comme déjà mentionné au début de ce chapitre, il n'y a aucune raison particulière pour que la DEM du plasma corresponde à l'une des définitions précédentes. Néanmoins, ce type de modèle permet l'étude des propriétés de l'inversion, puisque l'espace des paramètres n'est dans ce cas réduit qu'à deux ou trois dimensions (EM, T_c et σ pour le modèle Gaussien et la fonction porte). Une large gamme de conditions physiques peut en outre être modélisée à l'aide de ces modèles ; une gaussienne ou une fonction porte très largement distribuée en température (i.e σ grand, voir courbe orange sur la figure 3.1) permettra de modéliser la présence de différentes structures en températures le long de la ligne de visée, tandis qu'un Dirac ou une Gaussienne/fonction porte de largeur très petite (voir la courbe mauve sur la figure 3.1) permettra au contraire de modéliser un plasma isotherme. L'impact de l'utilisation d'un *a priori* différent peut également être étudié grâce à ces modèles, en analysant l'influence de l'hypothèse isotherme sur un plasma en réalité multitherme.

A partir des équations (3.11), (3.12) et (3.13), et de l'expression des intensités 3.1, on peut exprimer les intensités théoriques de référence I_b^0 en fonction des paramètres EM, T_c and σ, pour les trois types de DEM utilisés.

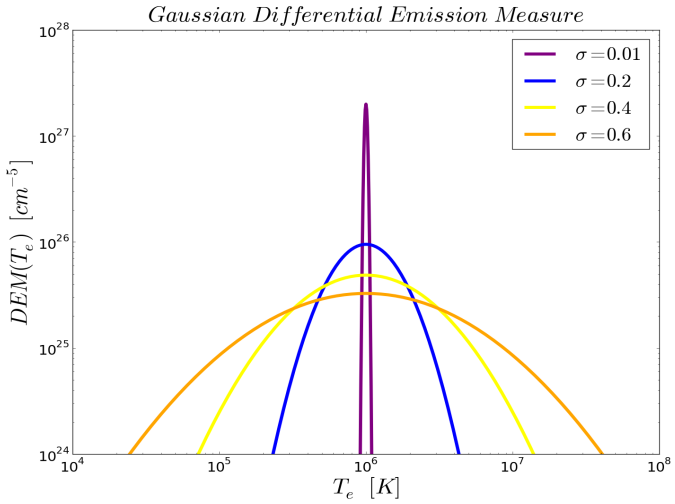

FIGURE 3.1: Différentes paramétrisations du modèle de DEM Gaussien. Dans ce cas, la température centrale T_c est fixée à 1 MK, tandis que la mesure d'émission est fixée à EM=10^{28} cm^5.

- Plasmas isothermes

$$\begin{aligned} I_b^0(EM,T_c) &= EM\int_0^{+\infty} R_b(T_e)\delta(T_e-T_c)\,d\log T_e \\ &= EM\,R_b(T_c) \end{aligned} \tag{3.14}$$

- Gaussienne

$$\begin{aligned} I_b^0(EM,T_c,\sigma) &= EM\int_0^{+\infty} R_b(T_e)\mathcal{N}(\log T_e-\log T_c)\,d\log T_e \\ &= EM\,(R_b * \mathcal{N})(T_c,\sigma) \end{aligned} \tag{3.15}$$

- Fonction porte

$$\begin{aligned} I_b^0(EM,T_c,\sigma) &= EM\int_0^{+\infty} R_b(T_e)\Pi(\log T_e-\log T_c)\,d\log T_e \\ &= EM\,(R_b * \Pi)(T_c,\sigma). \end{aligned} \tag{3.16}$$

On peut noter que dans chacun des trois cas, les intensités théoriques de référence sont égales au produit de convolution des fonctions de réponse en température de l'instrument avec la DEM $\xi(T_e)$. Ainsi, on peut préalablement calculer les intensités I_b^0 pour toutes les combinaisons possibles des paramètres EM, T_c, and σ, intensités qui seront ensuite utilisées pour générer les intensités observées $I_b^{obs}(\xi^P)$ et $I_b^{th}(\xi)$, à partir des équations 3.5 et 3.6. Le choix des intervalles de variation associés à chaque paramètre est dicté à la fois par les propriétés de l'instrument AIA, et par les propriétés physiques typiquement associées au plasma coronal.

Fonctions de réponse en température $R_b(T_e)$

Les fonctions de réponse $R_b(T_e)$ de chacune des 6 bandes coronales d'AIA (94, 131, 171, 211, 335 Å) sont calculées en utilisant l'équation 3.2 et la base de données CHIANTI version 7.0 (Landi et al. 2012a). La sensibilité de l'instrument $S_b(\lambda)$ est obtenue

via l'appel de la fonction `aia_get_response` de la librairie *Solar Software* (SSW) écrite en IDL (Interactive Data Language), en utilisant les keywords `\DN`, `\area` et `\full`. Cette fonction fournit l'étalonnage réalisé au sol avant le lancement du satellite en unités DN.cm^2 photon^{-1} sr^{-1}, et dont la description peut être trouvée dans Boerner et al. (2012). Les fonctions de contribution sont calculées en prenant en compte les contributions de chaque raie présente dans l'intervalle 50-500Å, puis en utilisant l'équilibre d'ionisation fourni par la base de données CHIANTI, et les abondances coronales provenant du fichier `sun_coronal_ext.abund` ; il s'agit en fait d'une combinaison des mesures de Feldman (1992), Landi et al. (2002) pour les abondances du potassium, et des abondances photosphériques de Grevesse & Sauval (1998), multipliées par 3.5 pour les éléments à bas FIP (cf. chapitre 2). Les fonctions de réponse en température de AIA sont calculées de $\log T_e = 5$ à $\log T_e = 7.5$, avec un pas de $0.005 \log T_e$, sur-échantillonnant d'un facteur 10 le pas en température par défaut de CHIANTI en utilisant une interpolation par spline cubique. La densité varie quant à elle entre 10^{12} et 10^{17} m^{-3}, en utilisant un échantillonnage de $0.025 \log n_e$, conduisant ensuite à un échantillonnage en mesure d'émission de $0.04 \log$EM, calculé entre 10^{25} et 10^{33} cm^{-5} lors du calcul des intensités théoriques de référence I_b^0. La largeur σ de la DEM varie linéairement entre 0 et $0.8 \log T_e$, en utilisant un échantillonnage de $0.01 \log T_e$. Le temps de pose nécessaire pour simuler de manière réaliste le bruit de photon, est finalement ajouté lors du calcul des I_b^0, en adoptant les valeurs standard de l'instrument : 2 s pour les canaux 171 et 193 Å et 2.9 s pour les quatre autres. Finalement, les intensités théoriques de référence sont réduites en cube de taille $200 \times 500 \times 80$, soit un total de 8×10^6 intensités possibles par bande spectrale.

La figure 3.2 représente ces fonctions de réponse $R_b(T_e)$ de chaque bande spectrale pour des températures électroniques T_e variant entre 10^5 et 3×10^7 K et une densité électronique constante de $n_e = 10^9$cm^{-3}. Pour chaque bande, la courbe en trait épais représente la réponse totale, tandis que les courbes en traits fins correspondent aux réponses partielles des ions contribuant majoritairement pour au moins une température. La fraction de la réponse totale non prise en compte par ces ions majoritaires est tracée en dessous de chaque figure. Cependant, il est à noter que la version 7.1 de CHIANTI (Landi et al. 2013) apporte des modifications significatives dans l'intervalle 50-170Å par rapport aux versions précédentes, en particulier en ce qui concerne l'ajout de certaines raies du Fer précédemment non prises en compte. Ces mises à jour impactent particulièrement les fonctions de réponse en température des canaux 94 et 131 Å de l'instrument AIA. Néanmoins, les résultats présentés dans la suite ne sont, eux, que peu impactés, puisque les intensités observées I_b^{obs} et théoriques I_b^{th} sont toutes deux calculées à partir des mêmes fonctions de réponse.

Calcul des intensités théoriques I_b^{th} et observées I_b^{obs}

Les intensités observées I_b^{obs} et théoriques I_b^{th} sont ensuite calculées *via* les équations 3.5 et 3.6, en perturbant aléatoirement les intensités théoriques de référence I_b^0. Il est possible de simuler de manière réaliste les erreurs aléatoires liées à la mesure,

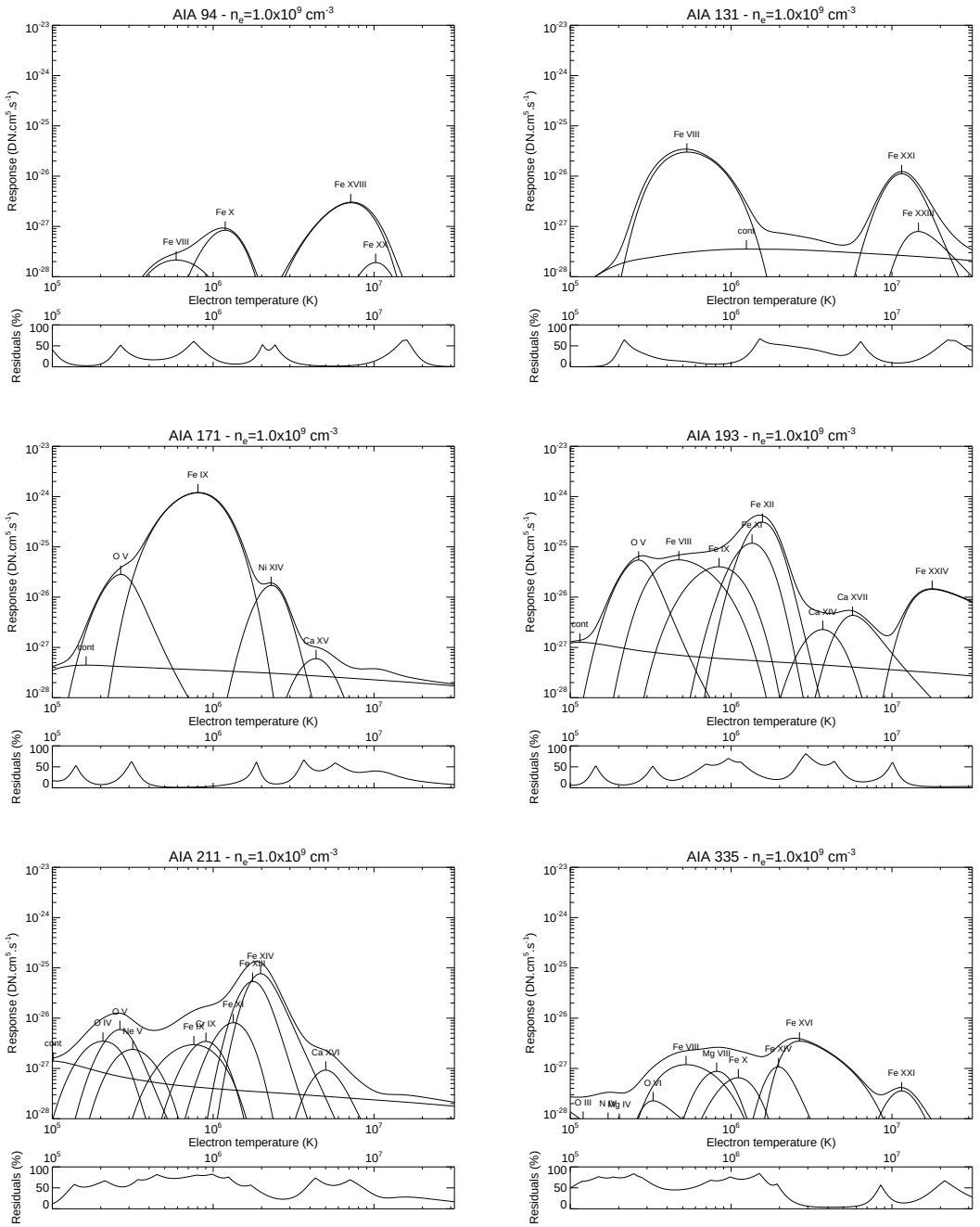

FIGURE 3.2: Fonctions de réponse isothermes des 6 bandes coronales de l'instrument AIA calculées avec CHIANTI version 7.0. Pour chaque bande, les ions contribuant majoritairement à la réponse totale sont représentés en trait fin, tandis que la courbe en trait épais représente la réponse totale. La fraction de réponse restante, non prise en compte par ces ions majoritaires, est représentée en bas de chaque figure.

principalement perturbée par le bruit de photon et le bruit de lecture. Ces bruits varient de manière aléatoire pixel par pixel et dépendent du temps d'exposition, contrairement aux erreurs systématiques. Ces dernières, qui affectent cette fois-ci les intensités théoriques I_b^{th}, sont liées à l'étalonnage et à la physique atomique, et biaisent l'interprétation par une quantité toujours identique, comme décrit dans la section 2.2.2.

⋆ ***Les erreurs aléatoires :***

Le bruit de lecture, souvent approximé par une distribution Gaussienne, est estimé autour de 22 e^- RMS (Boerner et al. 2012) pour les CCDs (Charged Coupled Devices) de l'instrument AIA. Le nombre d'électrons collectés par chaque pixel pendant le temps d'exposition est obtenu en multipliant simplement les intensités théoriques de référence I_b^0 initialement calculées en DNs (Digital Numbers) par le gain (en e^-/DN) des convertisseurs analogiques numériques du détecteur. On perturbe ensuite ce nombre d'électrons collectés $N_{e^-}^{coll}$ par une variable aléatoire Gaussienne, centrée sur 0 et de déviation standard $\sigma = 22$, utilisée pour modéliser le bruit de lecture, auquel il faut maintenant ajouter le bruit de photon.

Le nombre de photons détectés lors de la mesure est ensuite obtenu en divisant $N_{e^-}^{coll}$ par l'efficacité quantique du détecteur, i.e. le nombre de photoélectrons produits par interaction photon/détecteur (e^-.photon^{-1}). Une bonne approximation de l'efficacité quantique du silicium, matériau utilisé dans la fabrication des CCDs, est donnée par $h\,c/(3.65\,q\,\lambda)$, où 3.65 est l'énergie (en eV) nécessaire pour créer une paire électron trou, q est la charge élémentaire, c la vitesse de la lumière, et h la constante de Planck. Pour calculer ce rendement quantique, on suppose que tous les photons qui interagissent ont la même longueur d'onde. Cependant, comme les largeurs à mi-hauteur des bandes spectrales de AIA sont comprises entre 2 et 10 Å, l'erreur commise en adoptant cette approximation n'est que de 10^{-3}. Le nombre de photons N_{pred} obtenus est ensuite perturbé par une variable aléatoire suivant une statistique de Poisson, donnée par

$$P(N_\gamma) = \frac{N_{pred}^{N_\gamma} \exp^{-N_{pred}}}{N_\gamma !} \tag{3.17}$$

où N_γ est le nombre de photons détectés. La probabilité maximale est obtenue pour $N_\gamma = N_{pred}$ et l'écart type est $\sqrt{N_{pred}}$. Une fois les perturbations aléatoires ajoutées, on reconvertit ensuite nos intensités en DNs, *via* le gain et l'efficacité quantique décris ci-dessus, pour obtenir finalement les intensités observées I_b^{obs}. On peut également démontrer que lorsque N_γ est grand, la statistique de Poisson tend rapidement vers une loi normale.

⋆ ***Les erreurs systématiques :***

En revanche, déterminer les propriétés statistiques des erreurs systématiques est plus compliqué. L'étalonnage au sol et les processus de physique atomique décrivant les mécanismes à l'origine de la formation des différentes raies ne fournissent qu'une estimation unique de chaque fonction de réponse R_b associée à chaque bande spectrale de l'imageur AIA. En effet l'étalonnage provient de mesures faites en laboratoire, qui

sont elles-mêmes affectées par diverses sources d'incertitudes systématiques et aléatoires. Imaginons que l'on puisse recalibrer l'instrument un grand nombre de fois, en utilisant des méthodes différentes à chaque fois. On obtiendrait alors une distribution des valeurs possibles de la sensibilité $S_b(\lambda)$, chacun des différents étalonnages correspondant à l'une d'entre elles. De la même manière, l'utilisation de différents codes de physique atomique fournirait différentes estimations des fonctions de contribution $G(n_e, T_e)$, l'utilisation de CHIANTI constituant dans ce cas l'une d'entre elles. Comme il est clairement impossible de mettre en pratique toute cette foule de mesures différentes, il est très difficile d'obtenir ces deux distributions de probabilité. Elles sont généralement et implicitement supposées suivre une distribution Gaussienne, avec la valeur mesurée définie comme étant la plus probable. Mais ces distributions peuvent en réalité être différentes, uniformes ou encore asymétriques, *etc*.

L'étalonnage d'un instrument implique une chaîne complexe de mesures dont les incertitudes sont difficiles à détecter et/ou mesurer et estimer de manière rigoureuse chacune des sources d'incertitude est au-delà de l'objectif de ce travail. Par simplification, on interprète alors l'incertitude sur l'étalonnage fournie par Boerner et al. (2012) et estimée autour de 25% comme une distribution de probabilité Gaussienne, centrée sur la valeur mesurée en laboratoire et de déviation standard σ_b^{cal} =25%. De par la nature des erreurs systématiques, on peut seulement dire que l'étalonnage adopté introduit une erreur systématique lors de l'analyse des données sans être capable de dire dans quel sens les résultats sont biaisés.

Les multiples erreurs systématiques associées aux processus de physique atomique et décrites dans la section 2.2.2 constituent les sources d'incertitudes majeures dans le problème d'inversion de la DEM (e.g. Lang et al. 1990; Judge et al. 1997). Par exemple, comme déjà discuté dans le chapitre 2, et comme illustré sur la Figure 3.3, les fonctions de réponse en température d'AIA ne sont pas indépendantes de la densité électronique ; ceci constitue pourtant une des hypothèses utilisées dans le processus d'inversion de la DEM (voir section 2.2.2). Dans le cas d'un spectromètre, les raies sont en général choisies de telle sorte que cette hypothèse soit vérifiée (raies insensibles à la densité) ; dans le cas d'un imageur, comme on ne peut extraire le signal associé à une seule raie, on doit s'en contenter. La figure 3.3 représente la variation du maximum de la fonction de réponse $R_b(T_e, n_e)$ (ici normalisé à 1) en fonction de la densité électronique, et montre clairement la dépendance en densité des bandes spectrales d'AIA, à l'exception du canal à 94 Å (ligne continue). Dans le champ de vue observé par AIA, n_e peut varier de 10^7 cm^{-3} dans les trous coronaux à 1.2 R$_\odot$ (e.g. Guhathakurta et al. 1999), jusqu'à 10^{10} cm^{-3} dans les boucles coronales denses (e.g. Reale 2010). Dans cet intervalle de densité, les fonctions de réponse diminuent lorsque la densité augmente et les variations observées peuvent atteindre jusqu'à 35% dans le cas de la bande à 171 Å. Comme les fonctions de contribution sont calculées pour une densité constante (fixée à 10^9 cm^{-3}), les intensités seront sur ou sous-estimées dans le cas où les structures observées sont plus ou moins denses. On peut d'ailleurs remarquer que l'erreur commise est différente selon la bande spectrale utilisée. La mesure *a priori* de la densité permet néanmoins de diminuer l'impact de cette source d'incertitude.

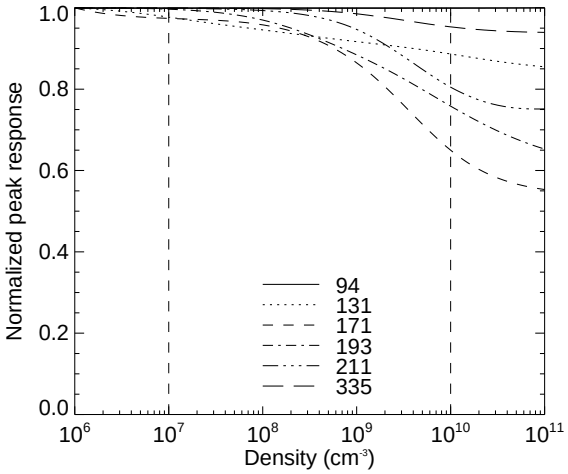

FIGURE 3.3: Variation du pic normalisé de la fonction $R_b(T_e, n_e)$ en fonction de la densité n_e, pour les 6 bandes coronales de l'instrument AIA. Seule la bande 94 Åest insensible aux variations de densité.

Cependant, l'erreur systématique résultant des multiples sources d'incertitudes comprises dans le calcul des fonctions de contribution est très difficile à estimer. L'émission observée dans une bande spectrale provient de la somme des contributions de plusieurs ions, dont les incertitudes associées varient raie par raie (voir discussion dans la section 2.2.2). On a donc une incertitude systématique différente selon la contribution majoritaire observée, et donc selon la température observée ; cela complique davantage leur estimation, d'autant qu'on ne connaît pas leur sens de variation. Comme pour les erreurs systématiques associées à l'étalonnage de l'instrument, on adopte une valeur générique, identique quelle que soit la bande spectrale utilisée, que l'on estime autour de 25%, valeur typiquement utilisée dans la littérature. On adopte également une distribution Gaussienne, centrée sur la valeur calculée (i.e. I_b^0) et de déviation standard $\sigma_b^{at} = 25\%$. Finalement, en ajoutant quadratiquement les deux sources d'incertitudes systématiques affectant le calcul des fonctions de réponse en température R_b (i.e. étalonnage et physique atomique), on obtient finalement une incertitude totale estimée à $\sigma_b^u = 35\%$. Les intensités théoriques I_b^{th} sont donc finalement obtenues en ajoutant une perturbation aléatoire Gaussienne s_b dont la déviation standard est donnée par σ_b^u.

Résumé

Le schéma 3.4 résume la procédure utilisée pour le calcul de la quantité $P(\xi^P|\xi^I)$. Les intensités théoriques de référence sont d'abord tabulées en utilisant CHIANTI, en utilisant les fonctions de réponse en température de chaque bande $R_b(T_e)$ et un modèle paramétrique de DEM. Les intensités observées I_b^{obs} sont obtenues en utilisant un modèle de DEM ξ^P (pic de Dirac, Gaussienne ou fonction porte) et à l'aide d'une variable aléatoire modélisant les incertitudes systématiques associées à l'étalon-

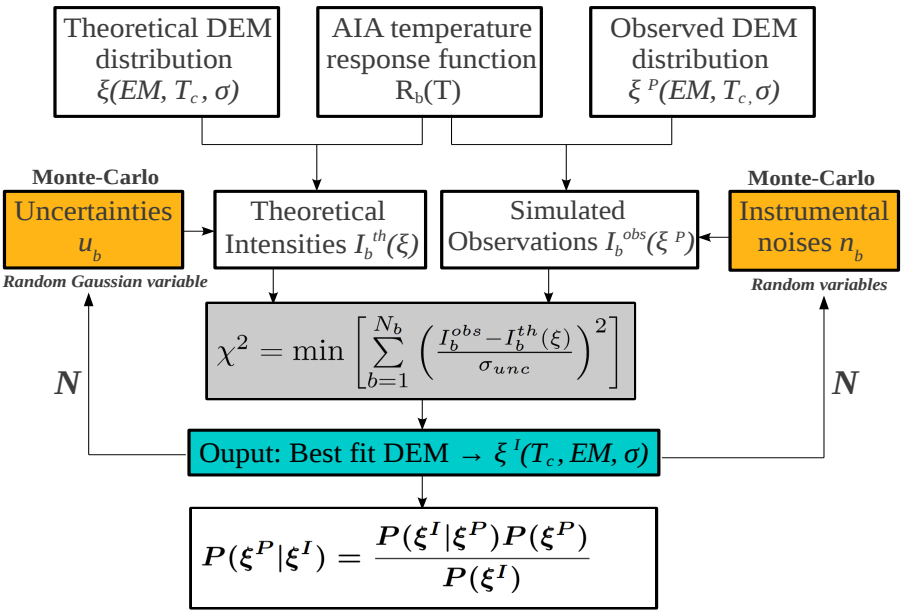

FIGURE 3.4: Schéma de principe de la technique appliquée à l'instrument AIA.

nage de l'instrument et aux mesures et calculs de physique atomique. Les intensités théoriques I_b^{th} sont obtenues à partir des I_b^0 calculées pour un modèle de DEM ξ (qui peut tout à fait être différent de ξ^P), auxquelles sont ensuite ajoutées deux variables aléatoires : l'une suivant une statistique de Poisson, utilisée pour modéliser le bruit de phton, tandis que la deuxième est décrite par une loi normale (i.e. Gaussienne) simulant le bruit de lecture. La DEM ξ^I est ensuite obtenue en minimisant la distance entre les I_b^{obs} et I_b^{th}, à l'aide d'un simple critère quadratique. En balayant ensuite tout l'espace des paramètres pour lequel ξ^P est défini, la probabilité $P(\xi^I|\xi^P)$ est obtenue à partir d'un grand nombre de réalisations de chacune des variables aléatoires. Puis, la probabilité conditionnelle inverse $P(\xi^P|\xi^I)$ est ensuite calculée *via* le théorème de Bayes. Ces deux probabilités conditionnelles conjuguées aux valeurs des χ^2 obtenues pour chaque réalisation indépendante des variables aléatoires nous permettent finalement d'obtenir une caractérisation complète du problème de l'inversion de la DEM pour une famille de solutions donnée. A titre indicatif, les simulations obtenues dans les cas les plus simples (plasmas isothermes) et pour 5000 itérations requièrent plusieurs jours de calcul en utilisant 32 CPUs Intel(R) Xeon(R) CPU E7-4850 @ 2.00 GHz. En revanche, pour les cas les plus complexes, les difficultés relatives aux problèmes d'allocation mémoire limitent les possibilités de parallélisation ; dans ce cas, environ 3 semaines de calculs sont nécessaires pour obtenir une simulation complète (5000 itérations), en utilisant cette fois-ci 16 CPUs. Le développement des versions OpenCL et GPU ont permis d'accélérer le code d'un facteur 10 environ (voir les détails techniques section 3.1.3).

3.2

Plasmas isothermes

Pour comprendre les propriétés fondamentales de l'inversion de la DEM, on commence par appliquer cette technique au cas le plus simple des plasmas isothermes. Dans ce cas, l'espace des solutions n'est réduit qu'à deux paramètres, la DEM est donnée par l'équation 3.11 et les intensités théoriques de référence I_b^0 sont obtenues par l'équation 3.14. Les paramètres de la DEM ξ^P des plasmas observés sont notés respectivement T_c^P et EM^P (index P pour plasma), tandis que ceux de la DEM ξ^I obtenue par inversion sont notés T_c^I et EM^I (avec I pour inversion). On peut alors calculer les probabilités associées $P(T_c^I, EM^I | T_c^P, EM^P)$ et $P(T_c^P, EM^P | T_c^I, EM^I)$, sous la forme de matrice à 4 dimensions. Pour améliorer la clarté des résultats présentés dans cette partie, et puisqu'on s'intéresse essentiellement à la détermination de la structure thermique, on réduit le nombre de paramètres en fixant la mesure d'émission du plasma $EM^P = 2 \times 10^{29}$ cm^{-5}.

Cette mesure d'émission correspond à des EMs typiquement observées dans les régions actives où il n'y a pas de phénomène d'éruption (e.g. Warren et al. 2011). La figure 3.5 montre le nombre de bandes spectrales de l'instrument AIA dans lesquelles le signal du plasma observé est ≥ 1 DN (qui constitue le seuil de détection) et inférieur à ≤11 000 DNs (qui constitue cette fois-ci le seuil de saturation). Le cas des plasmas isothermes est illustré dans la figure du haut, tandis que la figure du bas est obtenue dans le cas où la DEM du plasma est une Gaussienne, centrée sur la température T_c et de déviation standard $\sigma^P = 0.5 \log T_e$. Les zones rouges sombres correspondent aux ensembles de paramètres (EM, T_c) pour lesquels un signal exploitable est produit simultanément dans les 6 bandes coronales d'AIA. A l'inverse, les structures solaires dont l'EM est située en dehors de ces zones (par exemple, les trous coronaux) ne seront observables que dans certaines bandes, à moins qu'une sommation temporelle ou spatiale soit utilisée. Pour la mesure d'émission choisie, on peut voir qu'on obtient un signal exploitable dans au moins 4, 5 ou 6 bandes quelle que soit la forme de DEM utilisée. Ainsi, les résultats présentés dans ce chapitre correspondent à des conditions d'observations plutôt optimales pour contraindre la DEM, en dehors desquelles l'effet cumulé d'un bruit plus important et d'un nombre de bandes exploitables plus faible diminue le nombre de contraintes sur la DEM.

3.2.1 Le cas à trois bandes : EIT, TRACE ou mesure d'émission faible

On s'intéresse ici au cas de l'inversion de DEM dans le cas où seules trois bandes coronales sont disponibles, illustrant le cas des précédents imageurs EUV, comme EIT, TRACE ou encore EUVI. Les bandes spectrales à 171 Å et 195 Å des imageurs EIT ou TRACE ont leur équivalent direct sur l'instrument AIA, tandis que la bande à 284 Å (Fe XV) n'est pas disponible. En comparant les réponses isothermes de ces instruments (voir e.g., Figure 9 de Delaboudinière et al. 1995, pour l'instrument EIT) avec

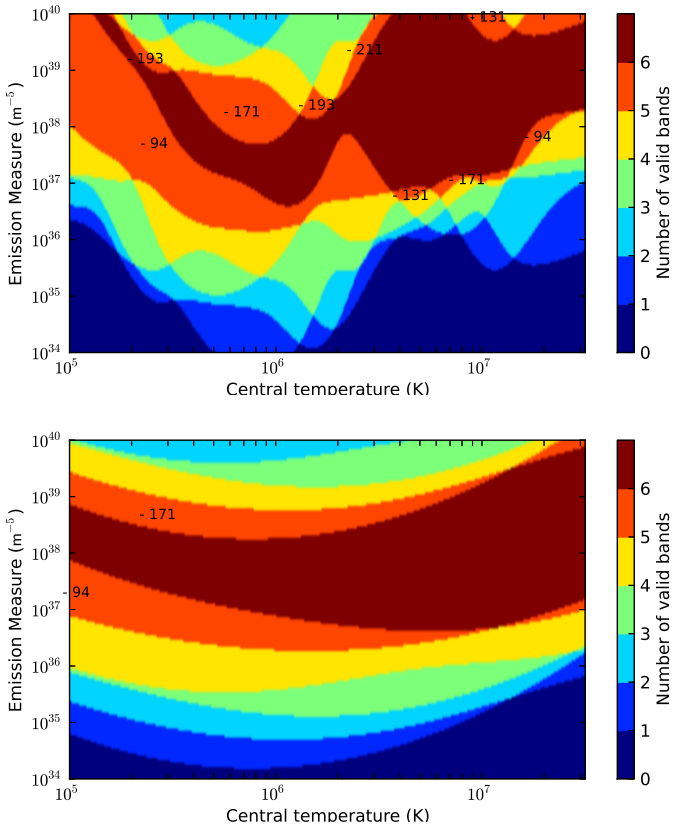

FIGURE 3.5: Nombre de bandes spectrales d'AIA pour lesquelles le signal est compris entre 1 et 11 000 DNs (saturation de l'instrument) en fonction de la température T_c^P et de EM^P. Le cas des plasmas isothermes est présenté en haut, tandis que celui des plasmas à DEM Gaussiennes est présenté en bas, dont la déviation standard est fixée à $\sigma^P = 0.5 \log T_e$. Les labels indiquent le canal manquant dans les régions pour lesquelles on a 5 bandes valides

celles d'AIA, la bande à 211 Å(Fe XIV) apparaît comme la plus proche de la bande 284 Å utilisée sur les précédents instruments. Cette configuration à trois bandes est également similaire au cas où on utilise les six bandes d'AIA, mais où la mesure d'émission est faible. En effet, pour $\mathrm{EM}^P = 5 \times 10^{36}$ m^{-5} et $T_c^P = 1.5 \times 10^6$ K, caractéristiques des trous coronaux par exemple, seules trois des six bandes spectrales d'AIA produisent un signal supérieur à 1 DN (voir figure 3.5, en haut), ce qui finalement limite la quantité d'information disponibles.

Les cartes de probabilités associées à la reconstruction de la température T_c, sont présentées sur la figure 3.6. En parcourant l'intégralité de l'espace des températures T_c^P, 5000 réalisations Monte-Carlo des variables aléatoires s_b et n_b sont calculées, conduisant à 5000 estimations des $I_b^{obs}(\mathrm{EM}^P, T_c^P)$. Pour chacun de ces ensembles d'observations, on minimise ensuite le critère, obtenant ainsi 5000 estimations différentes de la DEM $\xi^I(\mathrm{EM}^I, T_c^I)$, permettant finalement d'estimer la probabilité $P(\mathrm{EM}^I, T_c^I|\mathrm{EM}^P, T_c^P)$. Les probabilités sont représentées quelle que soit la mesure d'émission EM^I bien que ce paramètre soit également reconstruit lors de l'inversion, *via* l'intégration de la quantité $P(EM^I, T_c^I|EM^P = 2 \times 10^{29}$ cm$^{-5}, T_c^P)$ le long de l'axe EM^I. Le panneau (a) de la figure 3.6 représente la probabilité [3] $P(T_c^I|T_c^P)$ pour T_c^P et T_c^I comprises entre 10^5 et $10^{7.5}$ K. Le graphique (d) montre la quantité $P(T_c^I)$, correspondant en fait à l'intégration de $P(T_c^I|T_c^P)$ le long de l'axe horizontal T_c^P, et met clairement en évidence le fait que certaines solutions T_c^I sont plus probables que d'autres. Dans le cas d'observations réelles, cette propriété peut conduire à une interprétation fausse des plasmas observés, considérant alors qu'ils émettent majoritairement aux températures les plus probables. Ce type de biais possible avait déjà été mis en évidence par Weber et al. (2005), dans le cas d'analyse faite à partir du rapport des bandes 171 et 193 Å de l'instrument TRACE ; mais nous y reviendrons plus en détails dans la suite section 3.3. En utilisant $P(T_c^I)$, on peut ensuite évaluer la probabilité *a posteriori* $P(T_c^P|T_c^I)$, présentée dans le panneau (e).

Les topologies des cartes de probabilités $P(T_c^I|T_c^P)$ et $P(T_c^P|T_c^I)$ sont similaires : on peut y observer une diagonale principale d'où partent plusieurs branches secondaires. Pour des températures inférieures à 2×10^5 K et supérieures à 10^7 K, la structure en diagonale disparaît, du fait de la faible réponse d'AIA dans ces gammes de températures ; dans ce cas, le signal est dominé par les différentes sources de bruit et le résultat d'inversion est du même coup complètement indépendant de la température. L'aspect de symétrie générale entre les deux cartes de probabilités est lié à la relation $P(T_c^P|T_c^I) = P(T_c^I|T_c^P)/P(T_c^I)$, qui correspond au théorème de Bayes (équation 3.4) avec $P(T_c^P) = 1$ (*a priori* uniforme, seul l'espace des solutions est restreint). La diagonale est formée dans le cas où les solutions T_c^I obtenues par inversion sont proches de la température du plasma T_c^P, tandis que les branches correspondent à des solutions significativement différentes. Les branches observées dans la carte $P(T_c^I|T_c^P)$ signifient donc que plusieurs solutions T_c^I peuvent être obtenues pour la même température d'entrée T_c^P. Ainsi, en lisant verticalement cette carte de probabilité, on obtient toutes les solutions T_c^I cohérentes avec T_c^P et les incertitudes, ainsi que leur probabilités re-

3. Définie comme la probabilité que la solution se trouve entre $\log T_c$ and $\log T_c + \Delta \log T_c$.

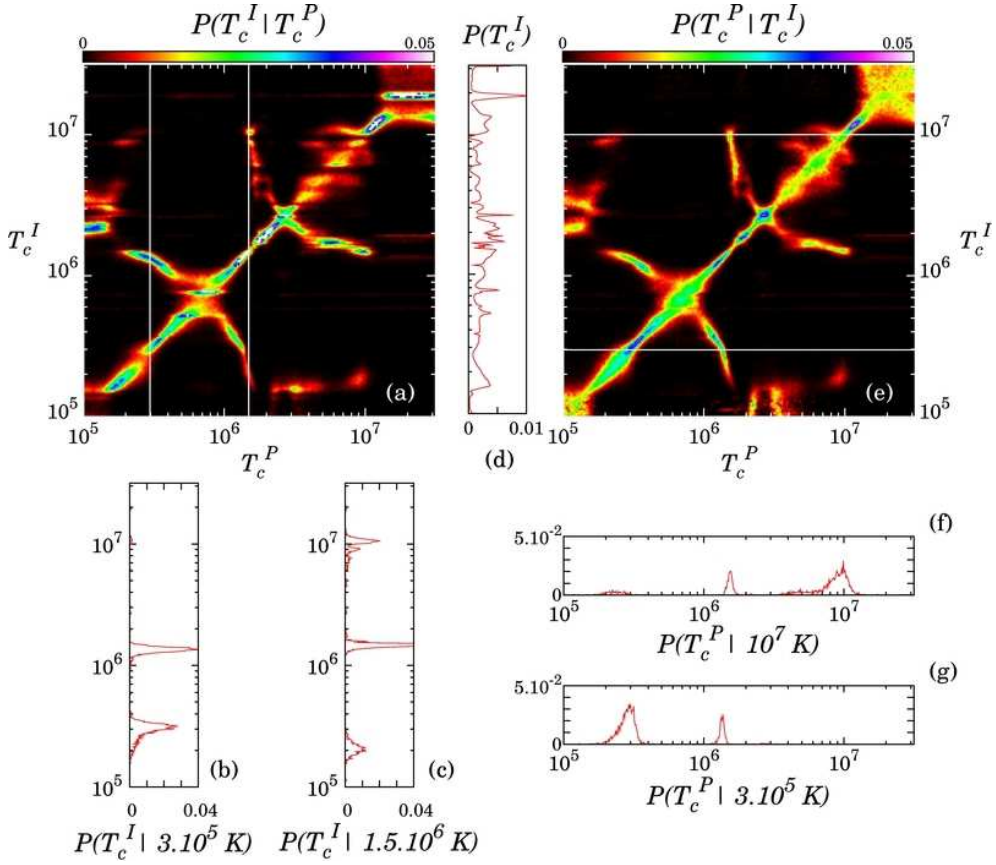

FIGURE 3.6: Probabilités des solutions isothermes pour un plasma isotherme observé avec les trois bandes coronales d'AIA 171, 193 et 211 Å, et obtenues pour 5000 réalisations des erreurs n_b et s_b. (a) : Probabilité conditionnelle $P(T_c^I|T_c^P)$ que l'inversion conduise à un résultat T_c^I pour un plasma à une température T_c^P. En lisant verticalement cette carte, les profils de probabilités (b) et (c) montrent qu'un plasma à une température de 3×10^5 K ou 1.5×10^6 K peut être mesuré à une température 3×10^5 K, 1.5×10^6 K or 10^7 K. (d) : Probabilité totale $P(T_c^I)$, obtenue en intégrant (a) le long de T_c^P et utilisée pour calculer la probabilité *a posteriori* $P(T_c^P)|T_c^I$ (e). Les profils (f) et (g) obtenus en lisant cette fois-ci horizontalement la carte (e) permettent d'interpréter correctement les résultats d'inversion $T_c^I = 3 \times 10^5$ K et $T_c^I = 10^7$ K comme étant par exemple tous deux compatibles avec un plasma de 1.5×10^6 K.

spectives. Le profil (b) montre par exemple que pour une température $T_c^P = 3 \times 10^5$ K, deux solutions sont possibles (i.e ayant une probabilité significative) : $T_c^I = 3 \times 10^5$ K ou 1.2×10^6 K. Pour une température de $T_c^P = 1.5 \times 10^6$ K, caractéristique de l'environnement coronal, le profil (c) montre que trois solutions sont possibles : 1.5×10^6 K, 2×10^5 K encore 10^7 K.

De fait, on peut donc déduire d'une inversion la présence de plasma très chaud ou au contraire très froid, alors qu'en réalité le plasma observé est à une température proche de 1.5 MK. Cette ambiguïté peut avoir des conséquence importantes, comme dans le cas des nanoflares pour lesquels la détection de plasma très chaud dans la couronne constitue l'une des signatures potentielles (e.g. Cargill 1994; Klimchuk 2006). Comme par définition les solutions correspondent au minimum absolu du critère, toutes les solutions sont donc entièrement cohérentes avec les données et le niveau d'incertitudes inclus dans le problème. Néanmoins, une ou plusieurs solutions multiples peuvent être rejetées sur la base d'information additionnelle connue *a priori*. Par exemple, la solution à haute température du profil (c) correspond à une mesure d'émission de 4×10^{31} cm^{-5} (voir aussi la figure 3.7 droite), ce qui est extrêmement élevé comparé aux connaissances actuelles concernant la couronne. En revanche, dans le cas où il n'y pas d'information additionnelle de ce type, permettant de rejeter une ou plusieurs solutions, les solutions peuvent encore être correctement interprétées, mais cette fois-ci en utilisant les cartes de probabilités *a posteriori* $P(T_c^P|T_c^I)$.

En effet, la carte de probabilités $P(T_c)^I|T_c^P)$ n'est pas directement exploitable avec de vraies données, i.e. avec des DEM mesurées à partir d'observations réelles. Comme les systématiques sont en réalité identiques pour chaque mesure, le résultat de l'inversion T_c^I sera en fait toujours biaisé vers certaines solutions. Comme on ne connaît pas dans quelle limite les intensités théoriques sont en réalité sur ou sous-estimées, on doit donc prendre en compte toutes les solutions cohérentes avec nos observations. C'est en ce sens que la probabilité inverse $P(T_c^P|T_c^I)$ doit être interprétée ; on peut alors obtenir la distribution de probabilités de toutes les températures T_c^P cohérentes avec les résultats de l'inversion T_c^I. Cette quantité constitue en quelque sorte un étalonnage du processus d'inversion, ici dans le cas particulier des plasmas isothermes, permettant d'interpréter correctement un résultat d'inversion donné T_c^I. Par exemple, en s'intéressant à nouveau aux solutions multiples $T_c^I = 3 \times 10^5$ K et $T_c^I = 10^7$ K, mises en évidence par le profil (c) pour une température $T_c^P = 1.5 \times 10^6$ K, on peut encore correctement interpréter ces résultats d'inversion en lisant cette fois-ci horizontalement la probabilité *a posteriori* $P(T_c^P|T_c^I)$. Ainsi, les profils (f) et (g) montrent que les résultats d'inversion $T_c^I = 3 \times 10^5$ K et $T_c^I = 10^7$ sont tous deux cohérents avec plusieurs températures, dont $T_c^P = 1.5 \times 10^6$ K. Ce type de carte permet de ne négliger aucune des solutions cohérentes avec un résultat d'inversion donné, obtenu par l'analyse de données réelles, étant donné le niveau d'incertitude impliqué dans le problème.

La formation de branches observables sur les cartes de probabilité peut être expliquée par l'analyse du critère. La figure 3.7 représente les valeurs du critère $C(\xi) = C(\mathrm{EM}, T_c)$ pour deux réalisations indépendantes des erreurs aléatoires et systématiques n_b et s_b. On considère ici le cas du profil (c) de la figure 3.6, soit un plasma

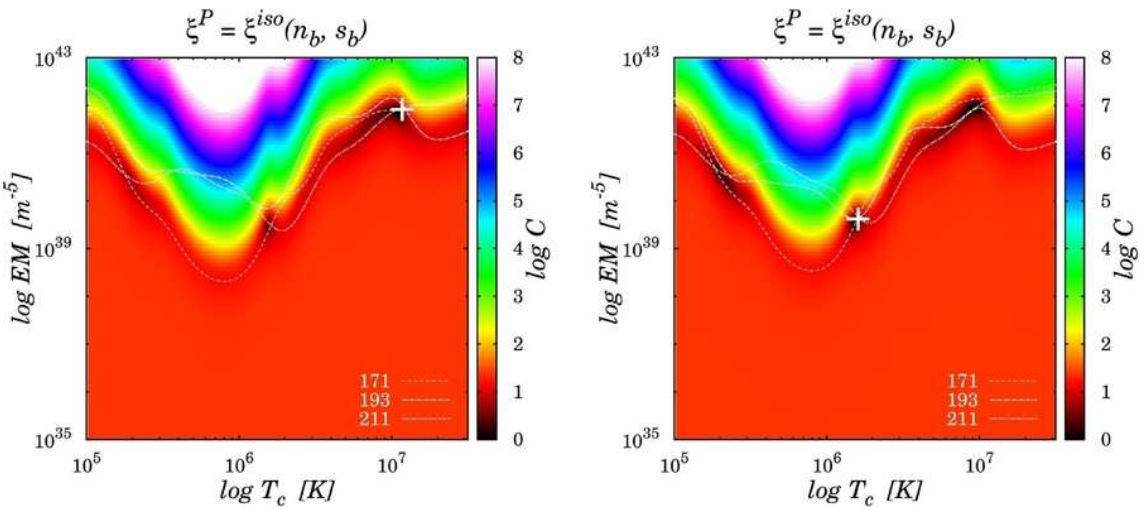

FIGURE 3.7: Illustration de deux réalisations aléatoires du critère $C(\mathrm{EM}, T_c)$ (équation 3.9), pour un plasma isotherme à $T_c^P = 1.5 \times 10^6$ K. Les courbes loci pour les trois bandes coronales utilisées (171, 193 et 211 Å) sont superposées aux valeurs du critère, et le minimum absolu est indiqué par une croix blanche.

isotherme de température $T_c^P = 1.5 \times 10^6$ K et de mesure d'émission EM$= 2 \times 10^{29}$ cm^{-5}. Le minimum absolu du critère, dont les arguments permettent de déterminer les paramètres EM^I et T_c^I (cf équation 3.9), est identifié sur les deux figures par une croix blanche. Les zones les plus sombres correspondent aux régions où le critère affiche ses plus petites valeurs, tandis que les zones blanches correspondent aux régions maximales. Le critère est la somme de trois composantes, une par longueur d'onde (cf équation 3.3). Les trois courbes représentent les courbes "loci" de mesure d'émission (Del Zanna et al. 2002; Del Zanna & Mason 2003) elles correspondent aux couples (T_c, EM) pour lesquels les intensités théoriques I_b^{th} sont égales aux intensités observées I_b^{obs}. Ce type d'analyse est largement utilisé dans la littérature pour étudier la structure thermique d'un plasma : en supposant *a priori* que le plasma observé est isotherme, il s'agit de trouver un unique couple (EM, T_c) qui prédit correctement chacune des intensités observées I_b^{obs}. Dans ce cas, l'intensité observée s'exprime comme $I_b^{obs} = R_b(T_c) \times \mathrm{EM}$ (cf équation 3.14). La méthode consiste alors à calculer les fonctions $\mathrm{EM}_b(T_e) = I_b^{obs}/R_b(T_e)$ pour chaque longueur d'onde. Si le plasma observé est réellement isotherme à une température T_c, alors toutes les courbes se coupent en un point commun (EM, T_c).

Pour chacune des deux réalisations présentées ici, les courbes loci sont aléatoirement déplacées le long de l'axe EM autour de leur position moyenne. En absence de perturbation, les trois courbes se coupent en un point unique à la position (EM, T_c^P) où le critère est strictement égal à zéro. Pour les deux réalisations aléatoires de la figure 3.7, le point d'intersection n'est plus unique à cause des perturbations aléatoires, mais le minimum absolu du critère C (non nul dans ce cas), correspondant à la zone où les courbes loci sont les plus proches l'une de l'autre reste cependant proche de T_c^P. Néanmoins, on peut constater que le critère présente deux autres minimum locaux, autour de 3×10^5 K et 10^7 K, où les courbes sont également relativement proches. Dans la

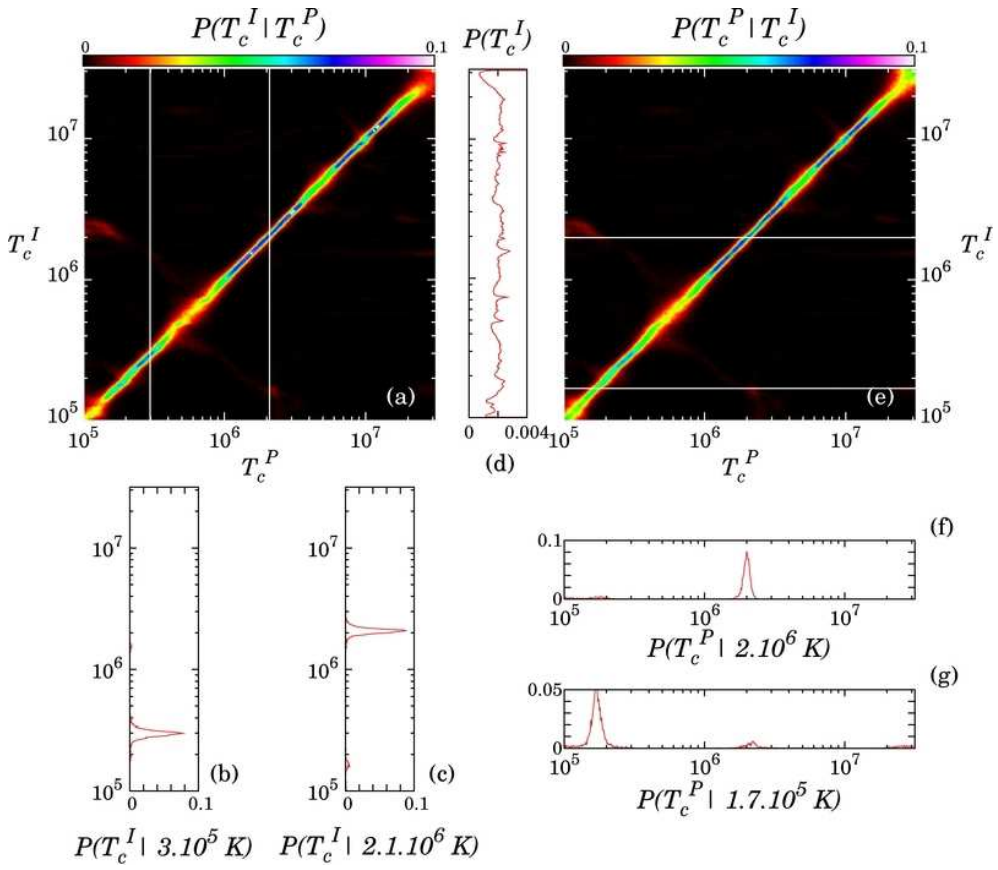

FIGURE 3.8: Cartes de probabilités identiques à la figure 3.6, mais calculées pour les six bandes d'AIA, 94, 131, 171, 193, 211, 335 Å. La robustesse de l'inversion est clairement améliorée, et la détermination de la température peut se faire sans ambiguïté. A partir des profils (f) et (g), on peut déterminer la résolution en température.

figure de gauche, les perturbations conduisent à un déplacement du minimum absolu, cette fois-ci vers la solution à haute température, tandis que dans le cas de la figure de droite, le minimum n'est que légèrement déplacé. Pour un plasma de 1.5×10^6 K, l'inversion peut aléatoirement conduire à l'un des minimum locaux dont les probabilités respectives sont données par le profil (c) de la figure 3.6. En parcourant la totalité de l'espace des températures, les positions des différents minimum varient, conduisant à la formation des branches visibles dans les cartes de probabilités. Selon leur position, la topologie locale du minimum peut être différente, ce qui conduit à la dispersion observée autour des solutions les plus probables.

3.2.2 Le cas à six bandes : l'instrument AIA

La figure 3.8 est identique à la figure 3.6, mais obtenue cette fois-ci en utilisant les six bandes coronales de l'instrument. La plupart des solutions sont maintenant essentiellement concentrées autour de la diagonale, même si quelques solutions secondaires persistent autour de 10^5 et 2×10^6 K. La robustesse du processus d'inversion est clairement améliorée lorsqu'on augmente le nombre de bandes spectrales. La comparaison

avec le cas précédent permet de mesurer l'amélioration apportée par l'instrument AIA par rapport aux précédents imageurs EUV. Si l'on néglige les solutions secondaires, et dans le cas où l'hypothèse isotherme est justifiée, les six bandes d'AIA permettent une détermination sans ambiguïté de la température du plasma. La résolution en température, i.e. l'intervalle de confiance, peut être estimée à partir des profils de probabilités (f) et (g), à partir de la largeur à mi-hauteur de la distribution, variant en fonction de la température entre 0.03 et 0.11 $\log T_c^P$. Ces valeurs dépendent bien sûr du niveau d'incertitude adopté (voir section 3.1.4). Afin de quantifier cette sensibilité de la résolution, différents niveaux d'incertitudes systématiques ont été testés, en faisant varier σ_b^u de 10 à 55%. Les cartes de probabilités correspondant à ces deux valeurs extrêmes sont présentées figure 3.9. La résolution en température diminue linéairement avec le niveau d'incertitude, tandis que la probabilité associée aux solutions secondaires augmente. Par exemple, pour une température estimée à $T_c^I = 10^6$ K, la résolution en température varie entre 0.02 $\log T_c^P$ pour 10% d'erreurs systématiques et 0.08 $\log T_c^P$ en utilisant $\sigma_b^u = 55\%$. Dans le cas le plus pessimiste (figure 3.9 bas), la résolution en température diminue jusqu'à $0.2 \log T_c^P$, pour des intervalles de température entre 0.5 et 0.9 MK. A 1 MK, la résolution est proportionnelle au niveau d'erreurs adopté, avec un coefficient de 0.15 soit $\Delta T_c^P \sim 0.15\ \sigma_b^u$.

Comme par définition la technique utilisée permet toujours d'obtenir le minimum absolu du critère C (équation 3.9), la résolution en température dérivée ici est une propriété intrinsèque aux données et non aux processus d'inversion. Elle est le résultat de l'effet cumulé des erreurs systématiques et aléatoires ainsi que de la forme des fonctions de contribution. Ces valeurs sont directement comparables avec celles obtenues par Landi et al. (2012b) : dans ce travail, les auteurs ont montré que la résolution en température du code MCMC développé par Kashyap & Drake (1998) (voir section 2.2.3) dans le cas des plasmas isothermes est de l'ordre de $0.05 \log T_c$. Leurs tests ont été réalisés sur des observations simulées à 1 MK, en utilisant 45 raies différentes et en supposant 20% d'erreur. En supposant que l'algorithme MCMC converge toujours vers des solutions cohérentes avec les limitations associées aux données, le fait que la résolution en température pour les 6 bandes d'AIA soit comparable à celle obtenue avec 45 raies spectrales différentes suggère que la résolution est dominée par le niveau d'incertitude, plutôt que par le nombre d'observables (dans le cas des plasmas isothermes). Cette conclusion est totalement cohérente avec les travaux de Landi & Klimchuk (2010), dans lequel ils montrent que diminuer le nombres de raies n'a que peu d'impact sur la résolution en température, excepté si l'intervalle de température couvert par ces différentes raies est drastiquement diminué.

3.2.3 Distribution des χ^2

Les cartes de probabilités présentées dans les sections précédentes sont valides pour une forme particulière de la DEM, supposée *a priori*. Cependant, elles sont inutiles si on ne teste pas la validité de cette hypothèse. La pertinence du modèle de DEM choisi peut être estimée en analysant la distribution de la somme de chaque erreur

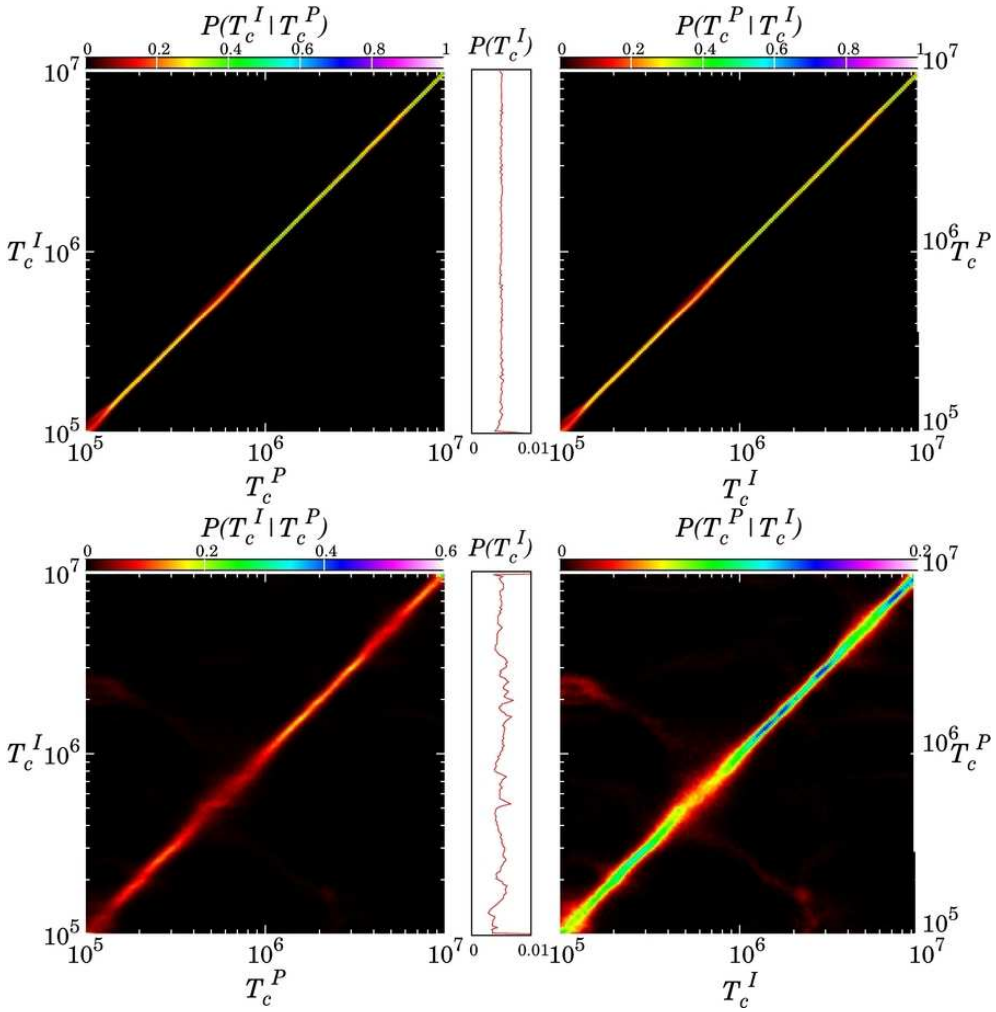

FIGURE 3.9: Cartes de probabilités identiques à la figure 3.8, mais obtenus en utilisant un niveau d'incertitude différent. En haut, $\sigma_b^u = 10\%$, tandis que la figure du bas a été obtenue pour $\sigma_b^u = 55\%$. La probabilité des solutions secondaires augmente avec le taux d'incertitude adopté, tandis que la résolution en température diminue.

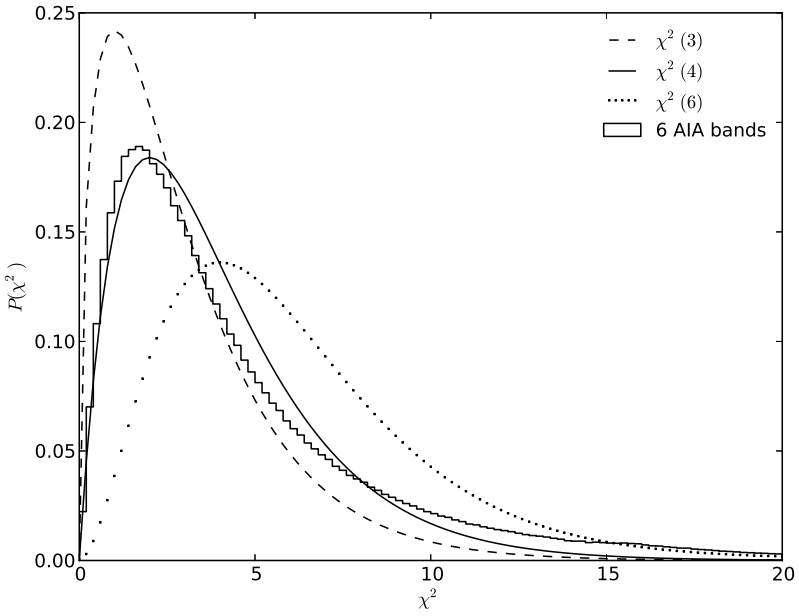

FIGURE 3.10: Distribution du χ^2 observée (histogramme en trait plein) pour l'hypothèse isotherme, correspondant à la figure 3.8. La distribution diffère quelque peu d'une distribution de degré 4 (courbe en trait plein), légèrement déplacée vers une distribution de χ^2 de degré 3 (courbe en tirets).

quadratique, définie par l'équation 3.8. En appliquant cette technique à de vraies données, la comparaison entre les résidus χ^2 obtenus, et ceux calculés par simulation pour un modèle donné de DEM permet de quantifier la probabilité que les données soient cohérentes avec l'hypothèse utilisée (e.g. isotherme ou Gaussien etc.)

L'histogramme en trait plein de la figure 3.10 montre la distribution des valeurs du χ^2 obtenues pour le calcul de la figure 3.8. La distribution est proche d'une distribution de χ^2 [4] de degré 4 (courbe en trait plein) bien que la superposition ne soit par parfaite avec un pic légèrement décalé vers la gauche et des ailes plus importantes. La valeur la plus probable se situe autour de ~ 1.73 et 95% des valeurs du χ^2 sont comprises entre 0 et 15. Quelle que soit la véritable DEM du plasma observé, n'importe quelle inversion conduisant à une valeur de χ^2 comprise dans cet intervalle peut ainsi être considérée comme cohérente avec l'hypothèse initiale d'un plasma isotherme, et le niveau d'incertitude impliqué. Ce test d'isothermalité est similaire à celui proposé par Landi & Klimchuk (2010), en identifiant χ^2 à leur $F_{\min}$ et la valeur maximum acceptable du χ^2 à leur ΔF. En revanche, cela n'implique absolument pas que l'hypothèse isotherme soit l'unique solution capable d'expliquer les données ; l'utilisation de DEMs différentes peut très bien produire des valeurs de χ^2 similaires.

Les propriétés de cette distribution de χ^2 empirique peut s'expliquer comme suit. Comme nos simulations sont réalisées dans le cas d'un plasma purement isotherme, le

4. Soit X une variable aléatoire définie comme la somme de carrés de N variables aléatoires indépendantes suivant des lois normales de moyennes respectives μ_i et d'écart-type σ_i, avec i=1,..., N. Dans ce cas, la variable X suit une loi de χ^2 à N degrés de liberté.

modèle isotherme peut toujours représenter les données. En l'absence d'erreurs, il existe toujours un couple unique (T_c^I, EM^I) correspondant à six intensités représentant parfaitement les six intensités AIA simulées, résultant en un χ^2 strictement nul. En présence d'erreurs, si l'on force les solutions (T_c^I, EM^I) à être égales à (T_c^P, EM^P), la distribution des χ^2 résultant d'un grand nombre de réalisations aléatoires des perturbations doit par définition correspondre à la densité de probabilités d'une distribution de χ^2 de degré 6 (courbe en traits pointillés sur la figure 3.10). On a alors six variables indépendantes $I_b^{obs} - I_b^{th}$, normalisées à la déviation standard totale. Mais comme on ajuste les deux paramètres (T_c^I, EM^I) à l'aide la méthode des moindres carrés pour chaque réalisation aléatoire, les solutions peuvent être différentes du couple initial (T_c^P, EM^P), et l'on s'attend alors a obtenir une densité de probabilités d'une distribution de χ^2 de deux degrés de liberté de moins, i.e. de degré 4 (courbe en trait plein figure 3.10). Cependant, la distribution observée est légèrement déplacée vers une distribution de degré 3, et ce pour deux raisons. D'abord, les erreurs sont une combinaison de variables aléatoires Gaussiennes, excepté pour le bruit de photon, modélisé par une statistique de Poisson (équation 3.17), alors que la distribution de χ^2 n'est définie que pour des variables purement Gaussiennes. Le fait que les bandes spectrales d'AIA ne soient pas tout à fait indépendantes entre elles constitue la deuxième explication de cet écart observationnel.

En effet, la figure 3.2, déjà décrite dans la section 3.1.4 montre les fonctions de réponse en température $R_b(T_e)$ de chaque bande de l'instrument, calculées pour une densité électronique constante de 10^9 cm^{-3}. On peut remarquer que certains ions sont présents dans plusieurs bandes différentes ; par exemple, l'ion O V domine les fonctions de réponse autour de 2.5×10^5 K pour les canaux 171, 193 et 211 Å. Autour de 1 MK, l'ion Fe IX contribue de manière significative dans ces mêmes bandes. A la température de 2 MK, l'ion Fe XIV est présent dans la bande 211 Å, mais aussi dans la bande à 335 Å. Ces résultats sont cohérents avec ceux présentés par O'Dwyer et al. (2010). A cause de cette redondance d'information, les fonctions de réponse ont des formes similaires dans ces régions de recouvrement, conduisant à cet effet de corrélation visible dans la distribution de χ^2.

3.2.4 Discussion

Dans cette partie, les propriétés statistiques des solutions isothermes du processus d'inversion ont été examinées, montrant que l'utilisation des instruments de nouvelle génération tel que l'imageur AIA et ses six bandes coronales augmente considérablement la robustesse du problème d'inversion, comparé aux précédents instruments qui ne disposaient au maximum que de trois bandes spectrales différentes. Cependant, seules des conditions optimales permettent d'obtenir une inversion robuste ; si le nombre de bandes dans lequel le signal est significatif est faible, comme lorsque la mesure d'émission est faible (i.e. soleil calme par exemple), l'inversion perd largement en qualité et des solutions multiples apparaissent. La figure 3.11 montre quelques cartes de probabilités obtenues pour plusieurs combinaisons de bandes spectrales d'AIA. Les

bandes 94 et 335 Å sont celles qui présentent le signal le plus faible ; elles sont donc rapidement inexploitables quand les structures observées sont moins intenses. Ces configurations sont illustrées dans les deux premières cartes de la figure 3.11, où la première correspond à l'absence de la bande 94 Å, tandis les deux bandes 94 et 335 Å sont absentes pour la deuxième. La dernière figure présente un cas à trois bandes différent de celui déjà présenté dans la section 3.2.1, ici, seules les bandes 131, 193 et 335 Å sont utilisées. Toutes les combinaisons de bandes possibles ont été calculées, et la totalité des cartes de probabilités peuvent être trouvées à l'adresse suivante `ftp.ias.u-psud.fr/cguennou/DEM_AIA_inversion/`.

Cette technique constitue en quelque sorte un moyen d'étalonner le processus d'inversion en amont. On peut ainsi déterminer le comportement et les propriétés générales de l'inversion dans un cadre restreint. L'analyse de la distribution des χ^2 peut par exemple être utilisée pour tester la cohérence de l'hypothèse isotherme avec de véritables données d'AIA. Dans le cadre de cette hypothèse, la résolution en température dépend de l'amplitude et de la distribution des différentes sources d'incertitudes, systématiques et aléatoires. Une relation de proportionnalité entre la résolution et σ_b^u peut être déduite de ce type de simulations ; par exemple, à 1 MK, on a $\Delta T_c^P \sim 0.15\ \sigma_b^u$. Pour un niveau d'incertitude $\sigma_b^u = 35\%$, la résolution oscille entre 0.03 et 0.11 $\log T_c$.

En revanche, les cartes de probabilités *a posteriori* permettent d'interpréter correctement les potentielles solutions multiples générées par la présence de ces erreurs, en prenant en compte toutes les solutions capables de représenter les données, connaissant le niveau d'incertitude inclus dans le problème d'inversion. Cela n'est possible qu'en restreignant l'espace des solutions, et donc en formulant une hypothèse *a priori* sur la forme de la DEM. Dans la suite, les familles de DEM étudiées vont être étendues aux cas des plasmas multithermes en considérant des DEMs Gaussiennes ou de type fonction porte.

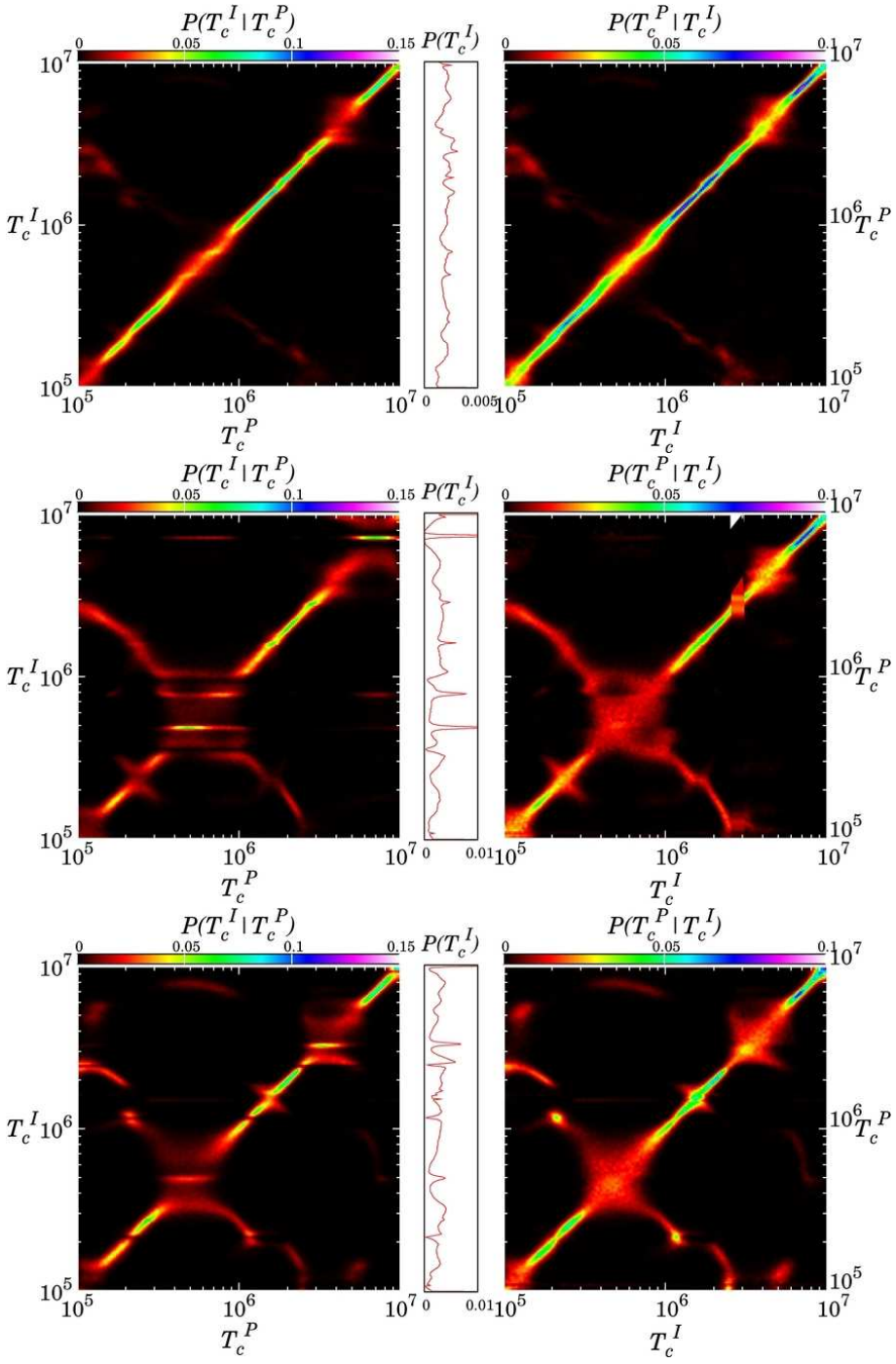

FIGURE 3.11: Carte de probabilités obtenues pour différentes combinaisons de bandes spectrales d'AIA. La figure du haut illustre le cas où le signal de la bande 94 Å n'est pas exploitable tandis que celle du milieu correspond au cas où les bandes 94 et 335 Åsont manquantes. La dernière figure montre une configuration à trois bandes différente de celle présentée dans la partie 3.2.1, où cette fois-ci les bandes 131, 193 et 335 Å sont utilisées.

3.3

Plasmas multithermes

On s'intéresse maintenant au cas des plasmas multithermes, en utilisant cette fois-ci des DEMs Gaussiennes ou de type fonction porte, qui permettent de modéliser simplement des plasmas caractérisés par différents degrés de multithermalité. En particulier, on s'attache ici à décrire les limitations fondamentales induites dans le processus d'inversion par l'ambiguïté entre le bruit et le degré de multithermalité d'un plasma. En effet, un plasma légèrement multitherme est strictement équivalent d'un point de vue statistique au cas des plasmas isothermes en présence d'incertitudes. Dans le cas où le plasma observé est multitherme, les simulations présentées dans la partie 3.3.1 permettent également de mettre en évidence le biais des solutions isothermes vers une solution unique, correspondant à un plasma isotherme autour d'une température d'1 MK. Cette propriété reste vraie même dans le cas où les valeurs du χ^2 indiquent une bonne cohérence entre le modèle utilisé et les données simulées. Dans la deuxième partie 3.3.2, les propriétés statistiques de l'inversion multitherme pour le modèle de DEM Gaussienne est ensuite présenté, de manière similaire à la réponse isotherme décrite en 3.2, où l'on montre que la résolution de l'inversion se trouve rapidement limitée par le degré de multithermalité du plasma observé.

3.3.1 Réponse isotherme aux plasmas multithermes

Une question récurrente en physique coronale concerne la nature isotherme de certaines structures. Quelques études (Feldman et al. 1998; Warren 1999; Landi & Feldman 2008) ont suggéré la présence de plasma isotherme dans le soleil calme. Si cette hypothèse est confirmée, ces résultats posent question dans le cadre de plusieurs modèles théoriques de chauffage coronal. Cependant, la fiabilité des diagnostics utilisés dans ces travaux est maintenant remise en question (e.g. Landi et al. 2012a), en partie à cause des difficultés techniques liées par exemple à la soustraction des arrière et/ou avant-plans (Terzo & Reale 2010; Aschwanden et al. 2008), mais aussi à cause des limitations fondamentales intrinsèques au processus d'inversion de DEM.

Les courbes loci (voir section 3.2.1) sont souvent utilisées pour déterminer l'isothermalité d'un plasma : dans le cas où il n'y a pas un unique point d'intersection entre toutes les courbes loci, l'hypothèse isotherme est exclue. En effet, même dans le cas idéal sans présence d'erreurs, si le plasma observé n'est pas parfaitement isotherme, les intensités théoriques $I_b^{th} = I_b^0(\xi_{iso})$ diffèrent intrinsèquement des intensités observées, par exemple $I_b^{obs} = I_b^0(\xi_{gau})$ et le χ^2 sera différent de 0. Cependant, comme on l'a vu dans la partie précédente, la présence des erreurs aléatoires et systématiques engendre elle aussi un déplacement aléatoire des courbes loci, modifiant alors le point d'intersection des courbes et conduisant à un $\chi^2 > 0$. Il existe donc une ambiguïté fondamentale entre multithermalité et présence d'erreurs ; les erreurs de mesure peuvent être interprétées comme une déviation de l'hypothèse isotherme et *vice-versa*, une col-

lection de plasmas multithermes peut être statistiquement cohérente avec l'hypothèse isotherme. Dans quelle limite peut-on interpréter la déviation des courbes loci par la seule présence des incertitudes ? Toute la question est donc de savoir dans quelle mesure ces hypothèses sont équivalentes, et à partir de quel degré de multithermalité (i.e. largeur de la DEM) on peut rejeter l'hypothèse isotherme.

Dans cette section, on va donc s'intéresser aux réponses isothermes ξ^I_{iso} obtenues à partir d'observations I^{obs}_b de plasmas présentant différents degrés de multithermalité, pour les six bandes d'AIA. L'approche statistique adoptée permet de quantifier dans quelle mesure la robustesse de l'inversion est affectée, en fonction du degré de multithermalité du plasma. Dans la suite, le plasma observé présente une DEM Gaussienne $\xi_{gau}(\mathrm{EM}^P = 2\times10^{29}\ \mathrm{cm}^{-5}, T^P_c, \sigma^P)$, définie par l'équation 3.12, dont les intensités correspondantes sont données par l'équation 3.15. Les intensités théoriques sont quant à elles limitées aux cas des plasmas isothermes, dont la DEM $\xi_{iso}(\mathrm{EM}, T_c)$ est donnée par l'équation 3.11 et les intensités sont calculées *via* l'équation 3.14. La solution ξ^I du processus de minimisation du critère $C(\mathrm{EM}, T_c)$ retourne donc le couple (T^I_c, EM^I) qui représente le mieux les observations multithermes.

Ambiguïté entre erreurs et multithermalité

En analysant la topologie du critère, on peut visualiser cette ambiguïté assez simplement. La figure 3.12, similaire à la figure 3.7, montre le critère $C(EM, T_c)$ pour plusieurs types de plasmas. Pour chaque critère, le plasma est caractérisé par une DEM centrée sur la température $T^P_c = 1.5\times10^6$ K et toujours la même mesure d'émission totale $EM^P = 2\times10^{29}$ cm^{-5} que celle utilisée dans la partie 3.2. Le premier critère en haut à gauche correspond au critère obtenu dans le cas où le plasma est isotherme, pour une réalisation donnée des erreurs systématiques s_b et aléatoires n_b, ce qui correspond au cas étudié dans la section 3.2.2. Les courbes loci sont aléatoirement déplacées le long de l'axe de la mesure d'émission autour de leur position moyenne (i.e. le cas où n_b et $s_b = 0$), déplacement causé par la sur ou sous estimation des intensités observées I^{obs}_b et théoriques I^{th}_b. Le minimum absolu, qui correspond à la position pour laquelle les courbes loci sont les plus proches les unes des autres, conduit maintenant à un $\chi^2 > 0$. Le même effet se retrouve dans la figure de gauche, en haut, où le plasma est maintenant caractérisé par une DEM Gaussienne, de largeur $\sigma^P = 0.1\log T_e$. Dans ce cas, les erreurs n'ont pas été ajoutées ; on observe pourtant une déviation des courbes loci similaire au cas précédent et un χ^2 là aussi supérieur à zéro. Ainsi, la présence d'erreurs ou l'observation d'un plasma légèrement multitherme produisent tous deux des perturbations comparables dans les intensités observées I^{obs}_b, d'où l'ambiguïté fondamentale entre les deux. Les deux critères présentés en bas de la figure 3.12 ont été obtenus avec la même distribution de DEM, mais cette fois-ci en présence des erreurs n_b et s_b. Ces deux réalisations indépendantes permettent d'illustrer la dispersion des résultats ; en bas à droite le minimum absolu se trouve maintenant à une température $T^I_c = 3\times10^5$ K, totalement décorrélée de la température initiale T^P_c.

Dans le cas de la figure 3.13, le degré de multithermalité du plasma est maintenant

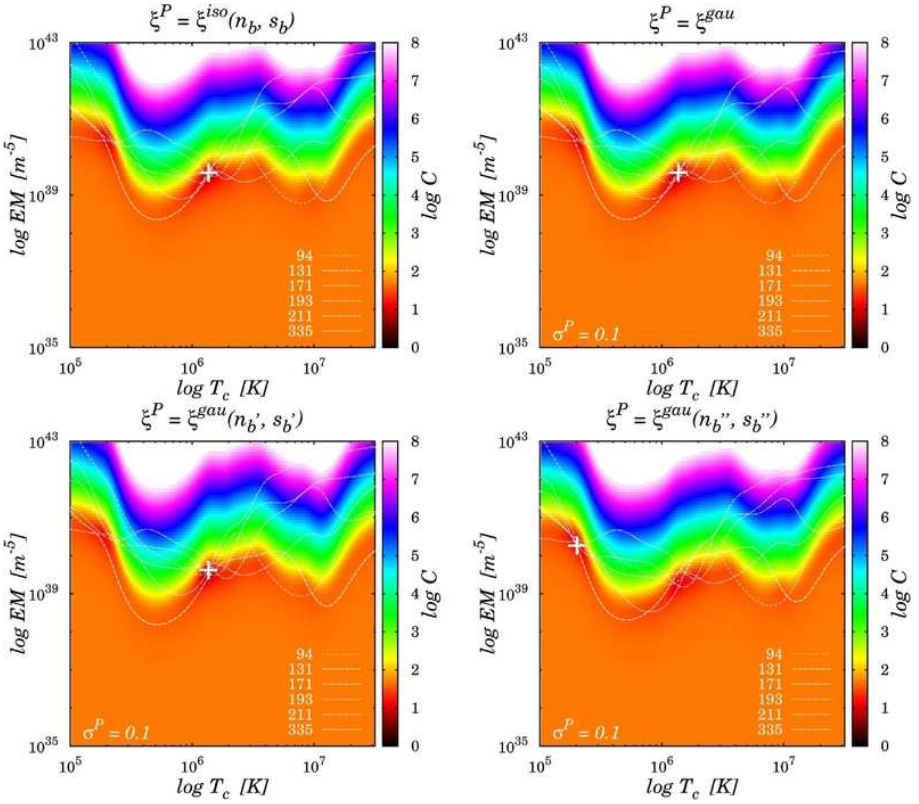

FIGURE 3.12: Illustration de l'équivalence entre incertitudes et multithermalité. Le critère ainsi que les courbes loci pour chaque bande spectrale d'AIA, sont représentés pour quatre configurations différentes. *En haut à gauche :* Plasma isotherme en présence d'incertitudes. *En haut à droite :* Plasma caractérisé par une DEM Gaussienne de largeur $\sigma^P = 0.1 \log T_e$, dans le cas idéal. *En bas :* Idem que la figure en haut à droite, mais pour deux réalisations différentes des incertitudes. Dans chaque cas, le minimum du critère est marqué d'une croix blanche.

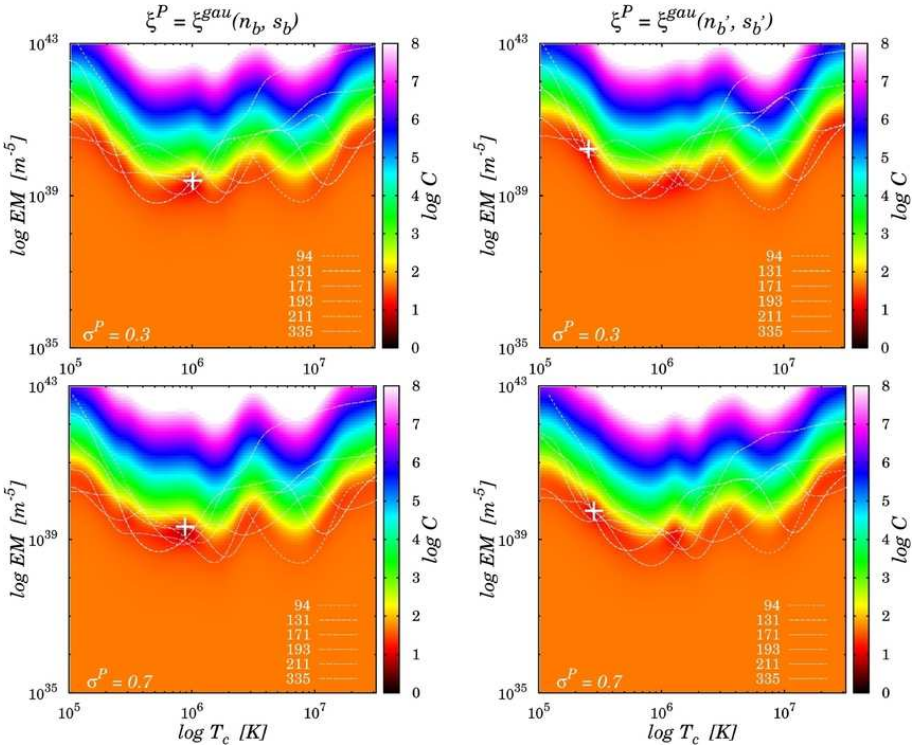

FIGURE 3.13: Solutions isothermes pour différents degrés de multithermalité. Les deux figures du haut illustrent deux réalisations indépendantes des perturbations, dans le cas où la DEM Gaussienne du plasma est caractérisée par la largeur $\sigma^P = 0.3$ logT_e. Idem en bas, mais pour une largeur $\sigma^P = 0.7$ logT_e. La position du minimum absolu peut varier très fortement.

amplifié, passant à $\sigma^P = 0.3$ logT_e pour les deux figures du haut et à $\sigma^P = 0.7$ logT_e pour les deux figures du bas, tandis que les paramètres T_c^P et EM sont identiques à ceux utilisés pour la figure 3.13. Pour chacune des deux largeurs, deux réalisations des incertitudes différentes sont illustrées. La configuration des courbes loci et donc la position du minimum absolu peuvent varier très fortement d'une réalisation à l'autre. On voit aussi apparaître des intervalles de températures privilégiés, où les solutions ont tendance à se concentrer, visibles sur les figures comme des zones plus sombres. Ce phénomène est intrinsèquement dû aux courbes loci, dont les formes tendent à créer des "nœuds" où elles sont plus proches les unes des autres, d'où la formation de minima secondaires.

Cartes de probabilités

On considère maintenant uniquement des plasmas caractérisés par des DEMs Gaussiennes, pour lesquels on parcourt l'intégralité de l'espace des paramètres T_c^P et σ^P, l'EM étant toujours fixée à $EM^P = 2 \times 10^{29}$ cm^{-5}. Pour chacune des combinaisons de paramètres (EM^P, T_c^P, σ^P), 5000 réalisations Monte-Carlo des incertitudes n_b et s_b sont calculées, conduisant à 5000 estimations I_b^{obs}(EM^P, T_c^P, σ^P). Pour chacun de ces ensembles d'observations obtenus, les 5000 solutions isothermes (EM^I, T_c^I) associées à l'ensemble de paramètres initiaux (EM^P, T_c^P, σ^P) sont ensuite calculées à l'aide de la

minimisation du critère, permettant alors d'estimer la probabilité $P(\mathrm{EM}^I, T_c^I|\mathrm{EM}^P, T_c^P, \sigma^P)$.

Les figures 3.14, 3.15 et 3.16 montrent les cartes de probabilités associées à la température, obtenues respectivement pour $\sigma^P = 0.1$, 0.3 and 0.7 $\log T_e$ [5]. Les probabilités sont représentées quelle que soit la mesure d'émission EM^I bien que ce paramètre soit également reconstruit lors de l'inversion, *via* l'intégration de la quantité $P(EM^I, T_c^I|EM^P = 2\times10^{29}\ \mathrm{cm}^{-5}, T_c^P, \sigma^P)$ le long de l'axe EM^I. La description et l'interprétation de cette carte est identique à celle des figures 3.8 et 3.6, décrites dans la section 3.2.1.

D'après les cartes (a) et (e) de la figure 3.14, on constate que les solutions les plus probables sont situées autour de la diagonale. Cependant si l'on compare avec le cas d'un plasma purement isotherme (i.e. figure 3.8), on remarque que la distribution est plus large et irrégulière, et quelques déviations locales par rapport à la diagonale sont visibles. La courbe (d) de la probabilité inconditionnelle $P(T_c^I)$ n'est pas uniforme, ce qui signifie que certaines solutions T_c^I seront privilégiées par rapport à d'autres. Les probabilités associées aux solutions multiples sont également modifiées : le profil (b) montre par exemple que la probabilité d'obtenir une solution secondaire à $T_c^P = 1.5\times10^6$ K est bien plus importante que dans le cas isotherme, où celle-ci était négligeable. L'apparition de cette solution secondaire est illustrée sur la figure 3.12, par les deux critères du bas ; dans le premier cas la réalisation aléatoire conduit à une solution proche de l'entrée, et donc de la diagonale, tandis que le deuxième critère montre une réalisation perturbant suffisamment les courbes loci pour que le minimum absolu se trouve déplacé vers les basses températures. En utilisant la probabilité *a posteriori* $P(T_c^P|T_c^I)$, il est cependant possible d'interpréter correctement cette solution à basse température, puisque le profil (g) montre que ce résultat d'inversion est également compatible avec un plasma à $T_c^P = 1.5\times10^6$ K.

La figure 3.15 montre les cartes de probabilités pour une largeur de DEM fixée à $\sigma^P = 0.3\ \log T_e$. Par conséquent, les perturbations des solutions isothermes décrites ci-dessous sont amplifiées : la structure en diagonale disparaît tandis que les discontinuités sont renforcées. Des solutions multiples de probabilités comparables à celles de la diagonale sont maintenant présentes pour de larges intervalles de température ; la température estimée peut donc etre complètement différente de la température initiale T_c^P. Par exemple, le profil (c) montre que pour un plasma dont la DEM est centrée sur $T_c^P = 7\times10^6$, les solutions les plus probables sont $T_c^I = 1.6\times10^5$ ou 3×10^5 K. La probabilité $P(T_c^I)$ fournie par le profil (d) est largement non uniforme, avec certains intervalles de températures totalement improbables (e.g. $T_c^I = [1.5\times10^6, 4\times10^6]$ K), tandis que d'autres sont les plus probables pour une large gamme de température T_c^P (e.g. $T_c^I = 3\times10^5$ K or 10^6 K). Cependant, malgré l'aspect dentelé de $P(T_c^I|T_c^P)$, la carte $P(T_c^P|T_c^I)$ peut encore aider à interpréter proprement le résultat de l'inversion. Par exemple, le profil (g) montre que pour une température $T_c^I = 1.5\times10^6$ K, la distribution de probabilité de T_c^P est distribuée autour de $T_c^P = 10^7$ K, qui est exactement la température du plasma qui permet au processus d'inversion d'obtenir ce résultat $T_c^I = 1.5\times10^6$ K (voir profil (a)). Le profil (f), qui fournit la distribution de probabilités

5. Les cartes de probabilités pour les 80 largeurs $\sigma^P = 0$ à 0.8 $\log T_e$ sont également disponibles en ligne à ftp.ias.u-psud.fr/cguennou/DEM_AIA_inversion/.

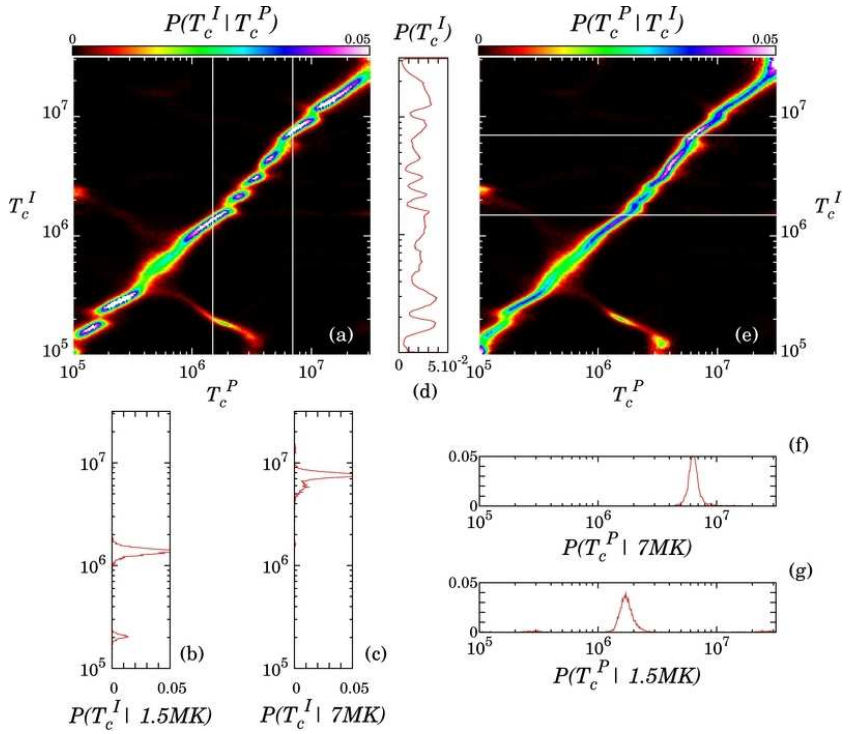

FIGURE 3.14: Cartes de probabilités identiques à la figure 3.8, mais dans le cas où le plasma observé est caractérisé par une DEM Gaussienne de largeur $\sigma^P = 0.1 \log T_e$ (i.e plasma multitherme).

de T_c^P, sachant que le résultat d'inversion est $T_c^I = 7 \times 10^6$ K, est largement distribué autour de $T_c^P = 1.5 \times 10^7$, indiquant donc que le résultat de l'inversion est largement incertain.

Lorsque que la DEM devient encore plus large, l'impact sur la robustesse de l'inversion devient plus important. Pour une largeur $\sigma^P = 0.7 \log T_e$, la carte de probabilité $P(T_c^I|T_c^P)$ de la figure 3.16 (a) et le profil de probabilité $P(T_c^I)$ (d) montrent clairement que seules deux solutions sont privilégiées : $T_c^I = 10^6$ et 3×10^5 K. Par conséquent, les solutions isothermes sont toujours les mêmes, quelle que soit la température T_c^P, comme illustré sur les profils (b) et (c). Dans ce cas, le résultat d'inversion T_c^I ne contient plus aucune information concernant la température centrale T_c^P. Cette propriété est illustrée par le manque de structure dans la carte de probabilité $P(T_c^P|T_c^I)$ (e). Le profil (g) montre par exemple que pour une température $T_c^I = 1.5 \times 10^6$ K, la distribution des températures probables T_c^P couvre maintenant l'intégralité de l'intervalle en température.

La présence de solutions multiples avait déjà été mise en évidence par Patsourakos & Klimchuk (2007) à l'aide de l'analyse des courbes loci, en utilisant des observations de boucles coronales provenant des trois bandes spectrales de TRACE. En testant l'hypothèse isotherme à l'aide des courbes loci, les auteurs ont montré que leurs observations sont cohérentes avec deux solutions isothermes : une à haute température $\approx 1.5 \times 10^6$ K et une deuxième à basse température à $\approx 5 \times 10^5$ K, correspondant au minimum absolu. En traitant rigoureusement les différentes sources d'incertitudes, ces deux solutions reproduisent correctement les données et aucune des deux ne peut

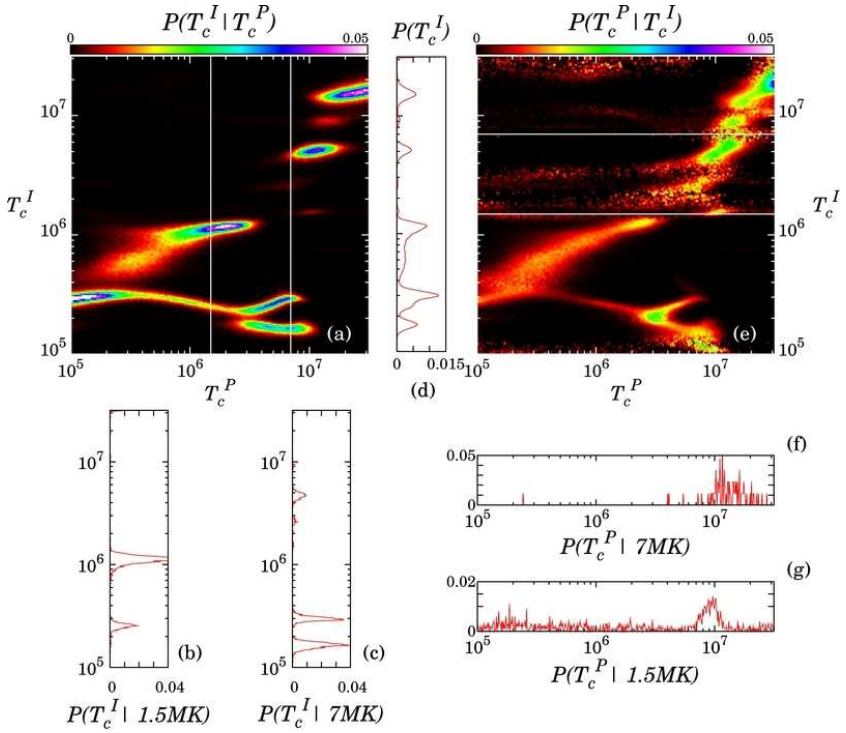

FIGURE 3.15: Cartes de probabilités identiques à la figure 3.14, mais pour une déviation standard $\sigma^P = 0.3 \log T_e$.

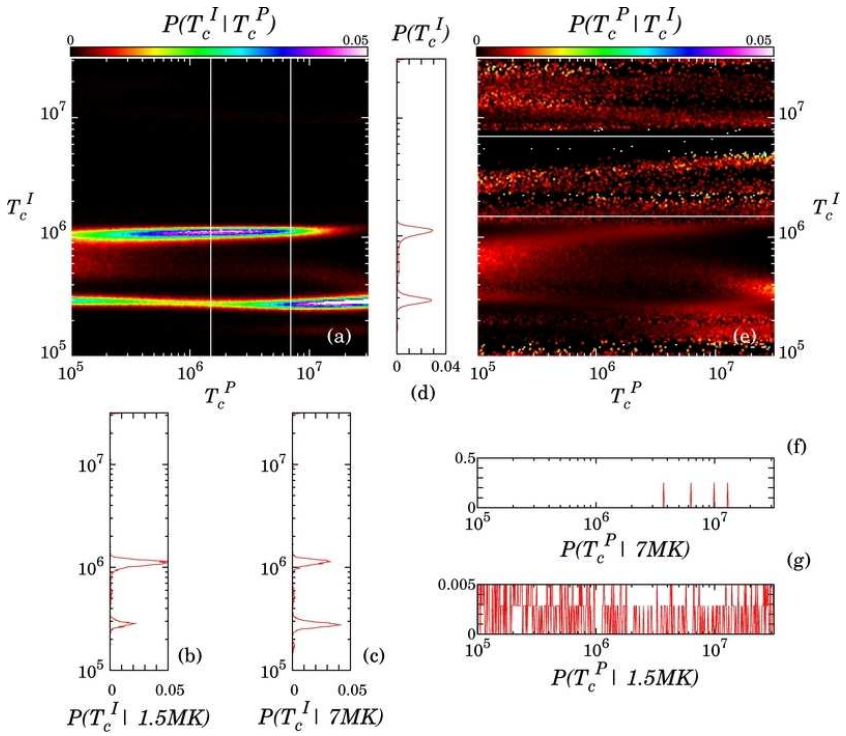

FIGURE 3.16: Cartes de probabilités identiques à la figure 3.14, mais pour une déviation standard $\sigma^P = 0.7 \log T_e$.

donc être exclue ; l'hypothèse de boucles à si basse température paraît cependant peu plausible, puisque incohérente avec la mesure d'émission obtenue. De plus, aucune des boucles observées ne sont observables dans la bande spectrale 1550 Å, correspondant pourtant à des températures du même ordre comprises entre 60 000 et 250 000 K (ion C IV). La solution à haute température paraît donc plus probable.

Les cartes de probabilités présentées figures 3.14, 3.15 et 3.16, montrent qu'on observe également l'apparition de solutions isothermes multiples lorsque le degré de mulithermalité augmente, analogue aux résultats de Patsourakos & Klimchuk (2007). Le nombre de bandes utilisé ne semble donc pas changer cette propriétés ; les solutions isothermes deviennent progressivement décorrélées de la température centrale T_c^P en fonction du degré de multithermalité du plasma. Dans le cas extrême de la figure 3.16, où la DEM est quasiment uniformément distribuée en température, seules deux solutions sont possibles, 3×10^5 K or 10^6 K, quelle que soit la température centrale du plasma T_c^P. Ces deux températures correspondent aux positions préférentielles du minimum absolu des critères $C(\mathrm{EM}, T_c)$, présentés dans la figure 3.13.

Cette propriété est en fait une généralisation du travail de Weber et al. (2005) utilisant le rapport des bandes 195 sur 173 Å. Dans ce travail, les auteurs montrent que dans la limite d'une DEM infiniment large, le rapport des bandes 195/173 Å tend vers une valeur unique, correspondant au rapport des intégrales des fonctions de réponse en température. Ils montrent également que lorsque la largeur de la DEM augmente, la température déduite du rapport de bandes devient petit à petit décorrélée de la température centrale de la DEM. Ce comportement est complètement analogue à celui observé avec les six bandes d'AIA et illustré par les figures 3.14, 3.15 et 3.16. Cette caractéristique n'est cependant pas intrinsèque aux instruments TRACE et AIA ; on peut prédire le même comportement quel que soit le nombre de bandes ou de raies utilisées. En effet, pour une DEM infiniment large, les intensités observées sont le produit de la mesure d'émission totale par l'intégrale des fonctions de réponse en température ; elles sont donc indépendantes de la température. Ainsi l'inversion conduit toujours aux mêmes résultats quelle que soit la température centrale T_c^P et quel que soit le nombre de bandes ou de raies utilisées.

Distribution des χ^2 : développement d'un test d'isothermalité

En revanche, on peut tenter de mesurer la cohérence de l'hypothèse isotherme en analysant les distributions des χ^2 obtenus. Plus la DEM du plasma ξ^P sera large, et plus les résidus χ^2 seront grands. D'après la figure 3.10, de la section 3.2.3, on connaît la distribution de χ^2 à laquelle on doit s'attendre lorsque le plasma observé est véritablement isotherme. En examinant ensuite les distributions de χ^2 associées à chacune des cartes de probabilités présentées figures 3.14, 3.15, 3.16, on peut quantifier le nombre de solutions qui ne sont pas statistiquement cohérentes avec l'hypothèse isotherme.

La figure 3.17 représente la distribution des χ^2 pour chacune des 80 largeurs de DEM

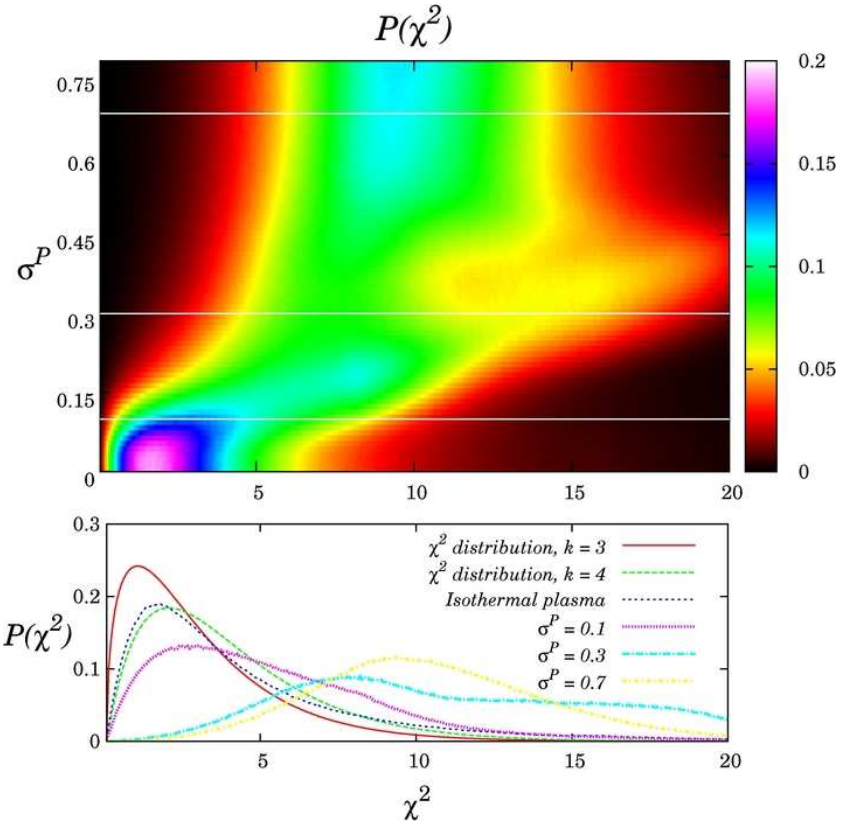

FIGURE 3.17: Distribution des χ^2 correspondant aux solutions isothermes pour un plasma à DEM Gaussienne, en fonction de la largeur de DEM σ^P. En bas, les profils de χ^2 correspondant au cas où le plasma est réellement isotherme ($\sigma^P = 0$), ainsi que les distributions associées à $\sigma^P = 0.1$, 0.3 et 0.7 $\log T_e$ et les distributions théoriques de degrés 3 et 4.

σ^P considérées [6]. L'échelle de couleur de l'image correspond à la probabilité d'obtenir une valeur donnée de χ^2 (représentée en abscisse) en fonction de la largeur de la DEM du plasma observé σ^P (représentée en ordonnée). Les profils situés en bas de l'image fournissent les distributions de χ^2 obtenues pour un plasma isotherme (pointillés bleus foncés, identique donc à la figure 3.10) et pour les trois largeurs de DEM présentées dans la partie précédente : $\sigma^P = 0.1$ (tirets mauves, i.e. cas de la figure 3.14), $\sigma^P = 0.3$ (tirets bleu turquoise, fig. 3.15) et $\sigma^P = 0.7 \log T_e$ (tirets jaunes, fig. 3.16). Ces trois profils sont indiqués sur l'image par une ligne blanche horizontale. Les distributions des χ^2 théoriques, de degré 3 (ligne rouge continue) et 4 (tirets verts) sont également tracés sur ce même graphique.

Dans le cas où le plasma est véritablement isotherme, la distribution du χ^2 est légèrement décalée vers une distribution de degré 3, pour les raisons déjà évoquées dans la partie 3.2.3. Les distributions de χ^2 s'éloignent ensuite progressivement du cas isotherme, à mesure que le degré de multithermalité du plasma observé augmente. Les distributions deviennent plus larges, et leurs pics sont déplacés vers de plus grandes valeurs, à l'origine de la structure diagonale observable sur la carte de la figure 3.17. Au delà d'une largeur $\sigma^P = 0.4 \log T_e$, ce comportement cesse, le pic conservant ensuite globalement une valeur constante. En effet, comme les DEMs deviennent alors très larges, les intensités deviennent indépendantes de la température, et toutes les inversions tendent vers des solutions similaires pour toutes les réalisations aléatoires (cf. figure 3.16).

Imaginons par exemple qu'une inversion isotherme réalisée sur de vraies données retourne un $\chi^2 = 5$. En utilisant les profils en bas de la carte, on peut par exemple constater que l'inversion d'un plasma réellement isotherme a 68.2% de chance de conduire à un $\chi^2 \leq 5$. Ce résultat permet donc de valider l'hypothèse, et de considérer le plasma comme cohérent avec un modèle isotherme. Cependant, en lisant la carte $P(\chi^2)$, on s'aperçoit que la probabilité associée à un plasma légèrement multitherme de largeur $\sigma^P = 0.12$ est en réalité plus élevée et constitue donc la largeur la plus probable. En revanche, pour des valeurs plus élevées de χ^2, la situation est plus complexe, car il existe plusieurs largeurs de Gaussienne σ^P ayant les mêmes probabilités. En outre, grâce à ce type de simulations, on peut conclure qu'au delà de $\chi^2 = 3.5$, le plasma a une probabilité plus importante d'être Gaussien plutôt qu'isotherme. Ces distributions fournissent donc une référence pour tester la pertinence du modèle isotherme : en effet, pour un résultat d'inversion quelconque et le χ^2 associé, la carte fournit la largeur du plasma σ^P la plus probable, en considérant que ce plasma est Gaussien.

On pourrait aussi imaginer un autre type d'approche pour tester la pertinence d'un modèle. Connaissant le niveau d'incertitude inclus dans le processus d'inversion, on pourrait appliquer exactement la même technique que celle décrite sections 3.1 et 3.1.4 à de vraies données : en considérant un ensemble d'observations comme étant une réalisation des bruits et des incertitudes, on peut appliquer la technique de caractérisation en perturbant aléatoirement ces intensités réelles, que l'on peut identifier

6. Pour rappel, l'intervalle de largeur utilisé est compris entre $\sigma^P = 0$ (i.e. cas isotherme) et $\sigma^P = 0.8 \log T_e$, avec un pas de 0.01, soit 80 largeurs différentes (cf section 3.1.4)

aux I_b^{obs} dans l'implémentation. On obtiendrait alors une distribution de χ^2 pour un ensemble d'observations, i.e. une distribution pour chaque pixel des images multi-longueurs d'ondes, que l'on pourrait ensuite directement comparer avec les distributions données figure 3.17, puisqu'on peut les considérer comme étant des références, fournissant un étalonnage direct du problème d'inversion de DEM dans le cas isotherme. Ce type d'approche permettrait d'éviter de rejeter un modèle peu probable trop hâtivement ; une grande valeur de χ^2, par exemple supérieure à 5 par exemple est certes plus cohérente avec l'hypothèse multitherme, mais le plasma peut également être réellement isotherme et le χ^2 situé en queue de distribution. L'obtention d'une distribution complète permettrait de lever l'ambiguïté et de discriminer entre plusieurs hypothèses.

La figure 3.17 est en fait une généralisation des résultats obtenus par Landi & Klimchuk (2010). Dans ce travail, ils tentent de caractériser la méthode basée sur l'analyse des courbes loci, afin de déterminer quel intervalle de largeurs σ^P, i.e. quelle déviation par rapport à l'hypothèse isotherme, est compatible avec les observations et le degré d'incertitude. Pour cela, ils définissent un critère F caractérisant l'écart entre chacune des courbes loci, analogue au critère C défini par l'équation 3.3. La solution isotherme sera donc celle qui minimise le critère F, i.e. F_{min}, équivalent à notre χ^2. Les auteurs tentent ensuite d'évaluer l'intervalle de variation de F_{min} pour lequel l'hypothèse isotherme reste valide. Au delà de cet intervalle, les déviations associées à chaque courbe loci et donc au minimum F_{min} ne peuvent être attribuées qu'à la seule présence des erreurs ; l'hypothèse isotherme est alors rejetée. La figure 3.18, représente l'évolution de la largeur à mi-hauteur [7] (lignes continues) de la DEM Gaussienne du plasma en fonction des valeurs moyennes de F_{min}, obtenues par simulations Monte-Carlo des erreurs. Les courbes en pointillés correspondent aux incertitudes associées à F_{min}, que l'on peut identifier aux valeurs à mi-hauteur des distributions de χ^2 tracées sur la figure 3.17. L'ensemble des courbes noires correspond au cas où l'incertitude totale est estimée à 10%, tandis que les courbes grises sont calculées dans le cas où l'incertitude totale est de 40%.

Les simulations de la figure 3.18 sont réalisées uniquement pour des plasmas à 1 MK et pour des plasmas multithermes de largeur maximale $\sigma^P \approx 0.2$, tandis que la figure 3.17 est obtenue pour un large intervalle de températures et des largeurs σ^P atteignant les $0.8 \log T_e$. Landi & Klimchuk (2010) utilisent 13 raies spectrales différentes, tandis que nos simulations concernent les six bandes spectrales d'AIA. Cependant, malgré ces différences, les deux figures présentent un comportement global similaire. Quel que soit le nombre de bandes ou de raies utilisées, en moyenne les résidus χ^2 augmentent en fonction de la multithermalité.

7. N.B : FWHM = $2.35 \times \sigma^P$; Full Width at Half Maximum

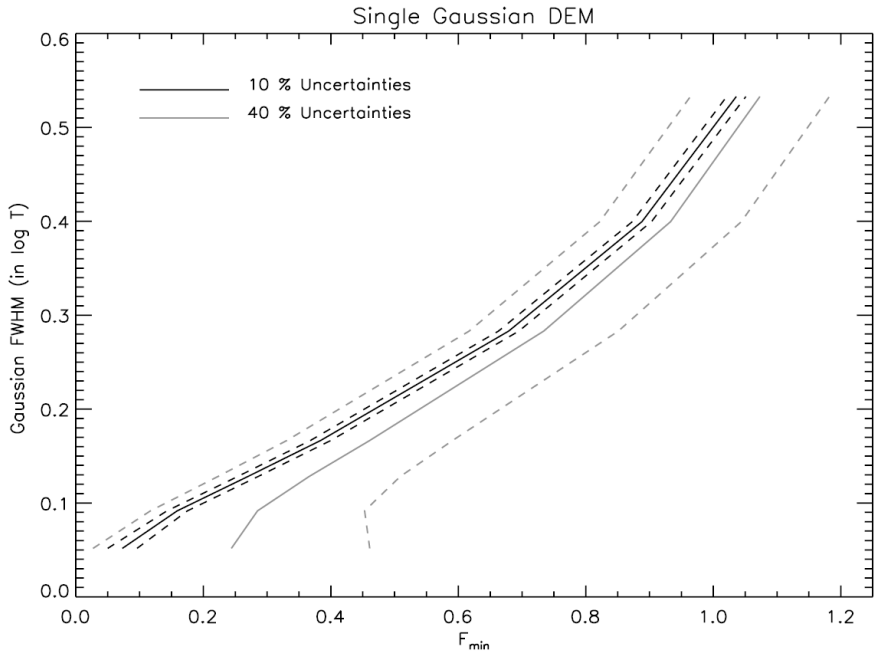

FIGURE 3.18: FWHM de la DEM Gaussienne du plasma, en fonction des valeurs moyennes F_{min} obtenues par simulations Monte-Carlo. Les courbes en pointillés représentent les valeurs obtenues dans le cas où l'on suppose 10% d'incertitude (courbe noire), tandis que les courbes grises sont calculées pour 40% d'incertitude. D'après Landi & Klimchuk (2010)-voir le texte pour plus de détail.

3.3.2 Réponse multitherme

On s'intéresse maintenant aux solutions multithermes, afin d'évaluer la capacité de l'imageur AIA à reconstruire des DEMs décrivant des plasmas multithermes. On ne considère ici que les solutions Gaussiennes, i.e. les intensités théoriques I_b^{th} sont maintenant tabulées en considérant une DEM Gaussienne (équation 3.12) et dépendent donc maintenant des trois paramètres EM, T_c, σ. Comme pour les plasmas isothermes, l'étude se porte sur deux cas, l'un correspondant au cas où les modèles de DEMs utilisés pour calculer les I_b^{obs} et I_b^{th} sont cohérents entre eux et l'autre où les modèles sont différents, considérant cette fois-ci une DEM fonction porte (équation 3.13). Il s'agit en fait de généraliser l'étude de l'impact d'une mauvaise hypothèse sur la forme de la DEM. Les cartes de probabilités associées aux paramètres T_c et σ sont calculées, permettant cette fois-ci de prendre en compte toutes les solutions Gaussiennes cohérentes avec les observations simulées.

Analyse du critère

Comme on analyse maintenant les solutions multithermes Gaussiennes, le critère donné par l'équation 3.9 est maintenant en trois dimensions $C(\xi^{gau}) = C(\mathrm{EM}, T_c, \sigma)$. Cet espace tridimensionnel des paramètres est maintenant systématiquement parcouru pour déterminer les intensités théoriques $I_b^{th}(\mathrm{EM}, T_c, \sigma)$ représentant le mieux les observations simulées. La figure 3.19 montre plusieurs coupes bidimensionnelles

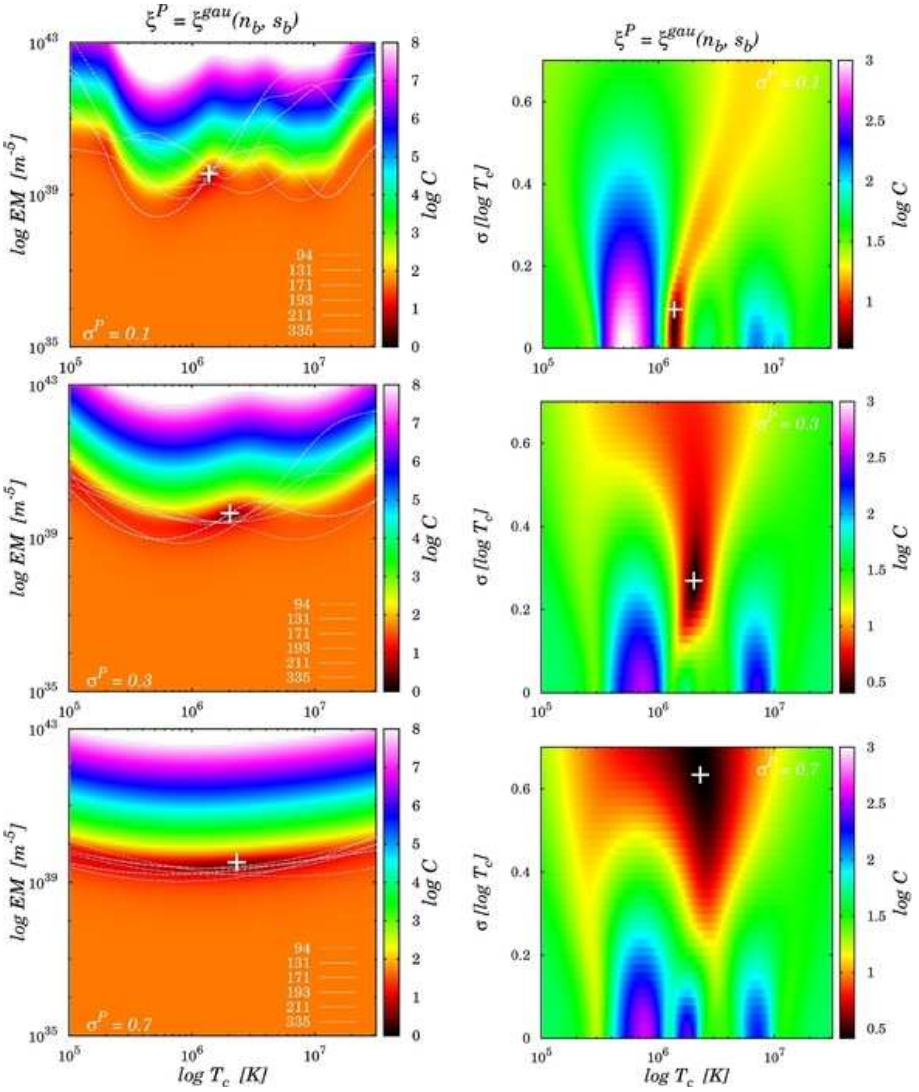

FIGURE 3.19: Critère $C(\mathrm{EM}, T_c, \sigma)$ dans le cas des solutions Gaussiennes. Le plasma observé est ici simulé pour une température centrée sur 1.5 MK, et une largeur différente est adoptée pour chaque rangée de la figure. De haut en bas :$\sigma^P = 0.1$, 0.3 and 0.7 $\log T_e$. Les courbes blanches sur les figures de gauche correspondent aux courbes loci pour un régime multitherme.

de ce critère obtenu dans le cas où les intensités observées sont elles aussi Gaussiennes, centrées sur une température $T_c^P = 1.5$ MK, et dont la mesure d'émission est, comme dans ce qui précède, fixée à $\mathrm{EM}^P = 2 \times 10^{29}$ cm^{-5}. Trois cas y sont présentés, chacun illustrant un degré de multithermalité différent ; la première rangée est obtenue à partir d'observations simulées d'un plasma presque isotherme, où $\sigma^P = 0.1 \log T_e$, puis les rangées suivantes correspondent respectivement aux cas où $\sigma^P = 0.3$ et $\sigma = 0.7 \log T_e$. A gauche, de manière totalement analogue aux figures 3.12 et 3.13, le critère $C(\mathrm{EM}, T_c, \sigma^I)$ est représenté dans le plan perpendiculaire à l'axe des largeurs σ, à la valeur particulière σ^I, qui correspond au minimum absolu (indiqué par une croix blanche).

Les courbes blanches de la figure 3.19 sont totalement équivalentes aux courbes loci décrites dans la partie 3.2.1, mais pour un régime multitherme : pour chaque bande

b et pour une largeur σ donnée, elles représentent le lieu des couples (EM, T_c) pour lesquels les intensités théoriques I_b^{th} sont égales aux observations I_b^{obs}. La différence avec les courbes loci isothermes réside simplement dans le fait que les intensités théoriques I_b^{th} sont cette fois-ci calculées en considérant une DEM Gaussienne, et que l'on doit donc prendre en compte la variation du paramètre σ. Dans ce cas, ces courbes loci décrivent en réalité une *surface* loci dans cet espace des paramètres tridimensionnel [8]. A droite de la figure 3.19, le critère $C(\mathrm{EM}^I, T_c, \sigma)$ est cette fois-ci représenté dans le plan perpendiculaire à l'axe des mesures d'émission EMs à la valeur particulière EM^I qui correspond là encore au minimum absolu (là encore représenté par une croix blanche).

L'impact de la multithermalité sur la topologie du critère est clairement visible sur les courbes loci, entraînant un lissage des courbes quand le degré de multithermalité augmente. En effet, comme les intensités $I_b^0(\mathrm{EM}, T_c, \sigma)$ s'expriment comme le produit de convolution entre les fonctions de réponses en température et la DEM (cf. équation 3.15), elles sont égales aux intensités isothermes lissées le long de l'axe des températures T_c. Par conséquent, le critère présente une topologie plus lisse, et les régions où le critère est faible sont beaucoup plus étalées, introduisant davantage d'incertitude quant à la détermination du minimum absolu. Il est à noter que pour chaque degré de multithermalité représenté, le critère est représenté pour une réalisation des perturbations n_b et s_b conduisant à une solution (EM, T_c^I, σ^I) proche du triplet initial $(\mathrm{EM}^P, T_c^P, \sigma^P)$. Les coupes présentées ici sont donc réalisées pour des paramètres similaires à ceux utilisés initialement, afin d'illustrer au mieux la modification de la topologie du critère. Dans la suite, on verra dans quelle mesure cette distorsion affecte la robustesse de l'inversion.

Cartes de probabilités

Dans la mesure où les modèles de DEMs utilisés sont définis par trois paramètres, et puisqu'on fixe à nouveau la mesure d'émission à $\mathrm{EM}^P = 2 \times 10^{29}$ cm^{-5}, les matrices de probabilités résultant des simulations Monte-Carlo $P(EM^I, T_c^I, \sigma^I | EM^P, T_c^P, \sigma^P)$ ont donc cinq dimensions. Afin d'illustrer au mieux les propriétés de ces matrices, les cartes de probabilités seront donc représentées en fixant certains paramètres et en en intégrant d'autres, pour obtenir des cartes représentables en deux dimensions.

Les cartes de probabilités associées sont représentées sur la figure 3.20 pour des plasmas caractérisés par des DEMs Gaussiennes de largeurs $\sigma^P = 0.1 \log T_e$ (haut) et $\sigma^P = 0.7 \log T_e$ (bas). Les probabilités sont représentées quelles que soient la mesure d'émission EM^I et la largeur σ^I obtenues par inversion, i.e. la matrice $P(EM^I, T_c^I, \sigma^I | EM^P = 2 \times 10^{29}$ cm$^{-5}, T_c^P, \sigma^P)$ est intégrée le long des axes EM^I et T_c^I. Dans le cas où le degré de multihermalité de la DEM est petit (haut de la figure 3.20), les solutions sont principalement distribuées le long de la diagonale, avec seulement quelques solutions secondaires de probabilités très faibles. La température centrale T_c est déterminée de manière plus précise que dans le cas de l'inversion isotherme du même plasma

8. Les courbes loci isothermes correspondent en fait à la limite $\sigma = 0$.

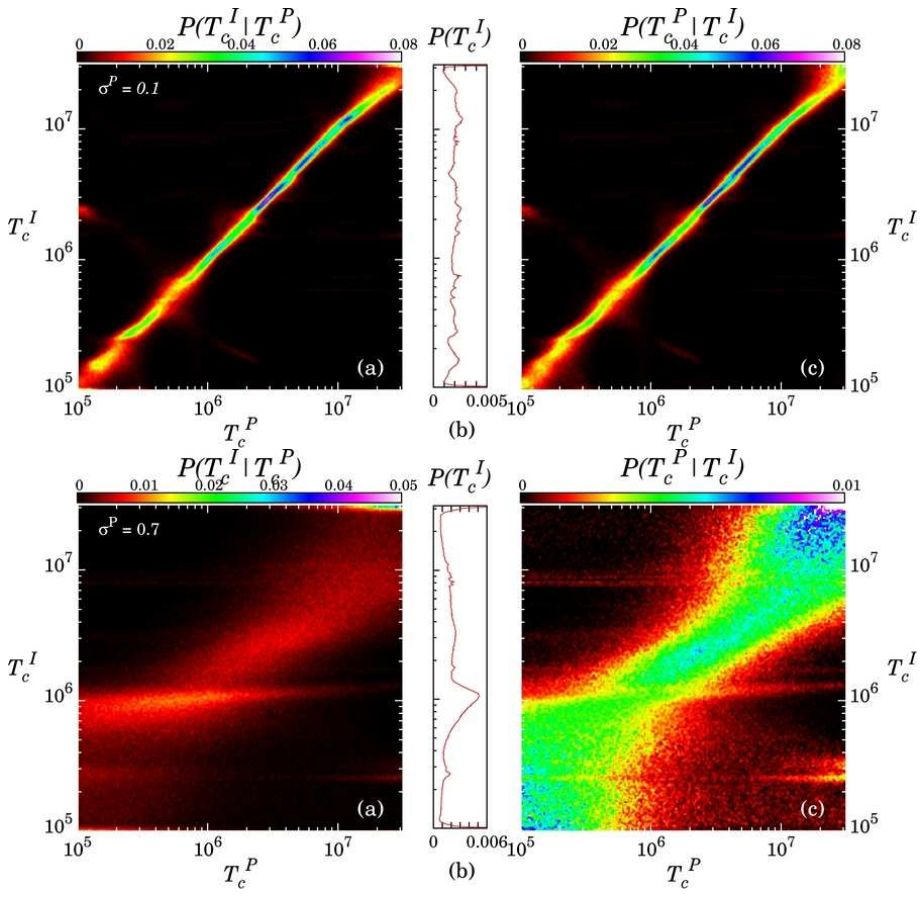

FIGURE 3.20: Cartes de probabilités identiques à la figure 3.14, mais dans le cas des solutions Gaussiennes. Pour la figure du haut, le plasma observé a une DEM gaussienne de largeur $\sigma^P = 0.1$ $\log T_e$. En bas, la largeur σ^P est à $\sigma^P = 0.7$ $\log T_e$. Les probabilités sont représentées quelles que soient la mesure d'émission EM^I et la largeur σ^I déduite par inversion.

(cf. figure 3.14) : la diagonale est plus régulière et la probabilité totale $P(T_c^I)$ est plus uniforme.

Cependant, lorsqu'on augmente la largeur de la DEM σ^P, la robustesse de l'inversion diminue (cf figure 3.20 bas) : on peut clairement observer une distorsion et un étalement important des solutions autour de la diagonale. En particulier, la structure horizontale sur la carte (a) et le pic associé sur le profil (b) indique que la température estimée T_c^I est systématiquement biaisée vers des températures proches de $T_c^I \sim 1$ MK, notamment pour les plasmas dont la température T_c^P est inférieure à ~ 3 MK. Ce phénomène est à comparer à celui observé dans la figure 3.16, où seules deux solutions T_c^I sont privilégiées ; dans les deux cas, le même raisonnement peut-être appliqué. Comme les intensités $I_b^0(EM, T_c, \sigma)$ sont lissées le long de l'axe T_c dans le cas des DEMs largement distribuées en température, les intensités observées sont seulement peu dépendantes de la température T_c, comme illustré par le critère de la figure 3.19 (en bas à droite). Par conséquent, quelle que soit la température, toutes les inversions vont tendre vers des résultats très similaires. Par conséquent, la détermination de la température T_c^P est très incertaine, l'intervalle des solutions possibles devenant alors très large (cf. carte (c) $P(T_c^P|T_c^I)$). Le lissage des intensités $I_b^0(EM, T_c, \sigma)$ est lié à la largeur σ et non aux propriétés des fonctions de réponse en température. Cette propriété n'est donc pas intrinsèque à l'instrument AIA et l'incertitude associée à la reconstruction de la température sera donc similaire en utilisant des raies individuelles ou n'importe quel autre instrument. En revanche, la valeur du biais, i.e. 1 MK est, elle, directement reliée à la forme des fonctions de réponse en température et à la valeur absolue du critère ; même si l'incertitude est comparable d'un instrument à l'autre, le biais lui est *a priori* différent.

De la même manière, la figure 3.21 montre les probabilités conditionnelles $P(\sigma^I|\sigma^P)$ et $P(\sigma^P|\sigma^I)$ associées au paramètre σ. Les probabilités sont représentées ici quelles que soient T_c^I et EM^I, et pour un plasma caractérisé par une température $T_c^P = 1$ MK, i.e. en intégrant la matrice $P(EM^I, T_c^I, \sigma^I|EM^P = 2\times10^{29}\ \mathrm{cm}^{-5}, T_c^P = 1\mathrm{MK}, \sigma^P)$ le long des axes T_c^I et EM^I. La probabilité conditionnelle $P(\sigma^I|\sigma^P)$ (a) présente une diagonale, qui devient très large lorsque σ^P augmente, de laquelle est issue une branche à la valeur constante $\sigma^I = 0.12\ \log T_e$. Cette branche est analogue à celle observée dans la carte de température (a) de la figure 3.20 (bas). Pour des plasmas ayant une largeur Gaussienne supérieure à $\sigma^P = 0.3\ \log T_e$, l'estimation σ^I devient totalement décorrélée de la valeur initiale σ^P. Les profils (b) et (c) montrent que pour des largeurs $\sigma^P = 0.2$ et $0.6\ \log T_e$, le résultat d'inversion est dans les deux cas biaisé vers $\sigma^P = 0.12\ \log T_e$. Ce résultat est confirmé par le profil de la probabilité totale $P(\sigma^I)$ (d) qui montre clairement un pic pour cette même valeur.

En explorant la totalité de la matrice $P(EM^I, T_c^I, \sigma^I|EM^P = 2\times10^{29}\ \mathrm{cm}^{-5}, T_c^P, \sigma^P)$, les résultats montrent que ces solutions biaisées vers $\sigma^P = 0.12\ \log T_e$ sont également celles qui sont biaisées vers 1 MK, visibles dans la carte (a) de la figure 3.20 (bas). Là encore, cette valeur particulière est à liée à l'instrument, i.e. à la forme des fonctions de réponse $R_b(T_e)$. Le critère $C(\mathrm{EM}, T_c, \sigma)$ affiche un minimum autour du couple ($T_c = 1$ MK, $\sigma^I = 0.12\ \log T_e$), qui tend à être plus profond que les autres minima

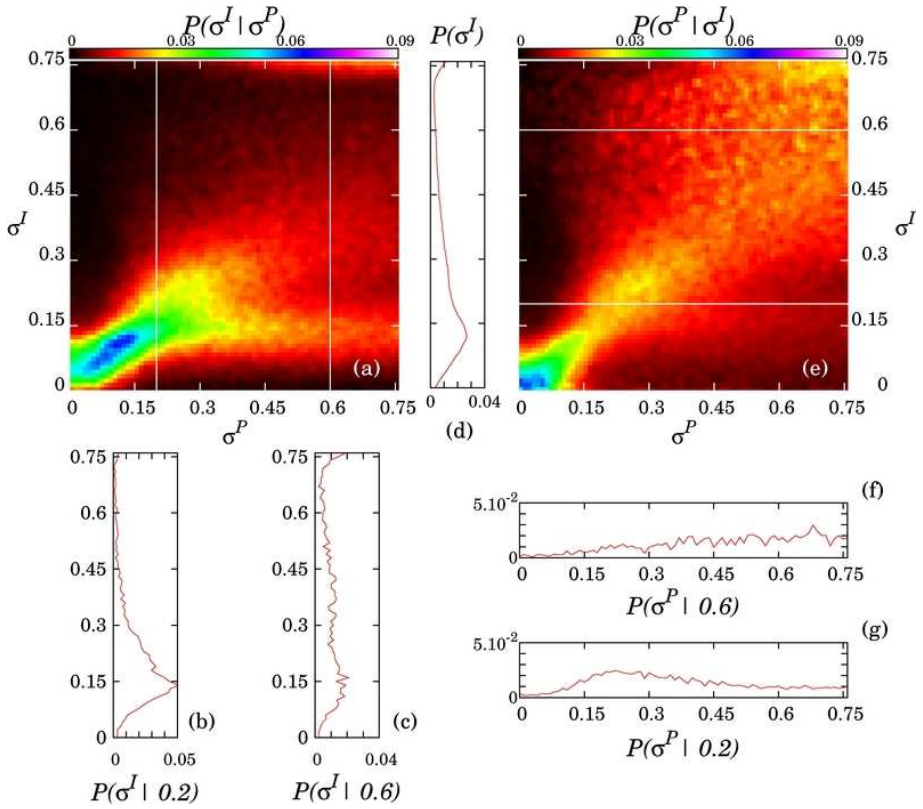

FIGURE 3.21: Cartes de probabilités associées à la largeur de la DEM σ. Dans ce cas, le plasma observé a une température centrale $T_c = 1$ MK, et les résultats sont intégrés le long des axes EM^I et T_c^I. Un biais des solutions apparaît clairement aux environs de $\sigma^I \sim 0.12 \log T_e$, quelle que soit la largeur initiale σ^P.

locaux. Comme pour de très larges DEMs, les intensités I_b^{obs} deviennent quasiment similaires quels que soit les paramètres de la DEM, la plupart des réalisations aléatoires conduisent à cette solution, d'où la formation de cette branche proche autour de $\sigma^I = 0.12\ \log T_e$ (carte (a) de la figure 3.21). Ainsi, les plasmas très multithermes tendent à être détectés comme presque isothermes et centrés sur 1 MK. Comme précédemment, il est a noter que quel que soit l'instrument, des effets similaires seront observés, car liés à la forme de la DEM. Seule la valeur particulière du biais changera.

A cause de la présence de ce biais, l'incertitude sur la largeur reconstruite est importante. A l'aide la carte (e) de la figure 3.21, on peut constater qu'un large intervalle de largeurs σ^P est cohérent avec un résultat d'inversion donné σ^I. Par exemple, pour $\sigma^I = 0.6\ \log T_c$, le profil (f) indique que quasiment toutes les largeurs σ^P de l'intervalle de définition sont compatibles avec ce résultat d'inversion, restreignant considérablement la possibilité d'extraire une quelconque information, tandis que le profil (g) présente une distribution légèrement moins large, indiquant une inversion mieux contrainte et donc des résultats plus fiables. A l'aide de ces distributions de probabilités, on peut quantifier la dispersion des résultats, en calculant les grandeurs statistiques relatives à ces distributions, de manière analogue à ce qui a été fait dans le chapitre 4. Ainsi, connaissant le résultat de l'inversion, i.e. la DEM mesurée dans le cas de vraies données, on peut obtenir un intervalle de confiance sur les solutions compatibles avec ces données, en calculant la déviation standard de la distribution de probabilités par exemple. Pour des plasmas de faible degré de multithermalité, ($\sigma^P < 0.2$),la largeur de la distribution de probabilités diminue autour de $0.15\ \log T_e$, ce qui représente finalement la résolution en largeur σ^P.

L'analyse des cartes de probabilités démontre que la robustesse de l'inversion est affectée de manière importante par le degré de multithermalité du plasma observé. De plus, comme on l'a déjà noté, les simulations présentées ici correspondent à la configuration la plus optimale, où suffisamment de signal est présent dans chacune des bandes. Pour des plasmas proches de l'isothermalité ($\sigma^P < 0.15\ \log T_e$), les six bandes coronales de l'instrument AIA fournissent une reconstruction non ambiguë de la DEM étant donné le niveau d'incertitude. La précision de la reconstruction est donnée par la largeur des distributions de probabilités obtenues à partir des cartes $P(\xi^P|\xi^I)$. Pour la température, on trouve une résolution de l'ordre de $[0.1, 0.2]\ \log T_e$, cohérente avec les résultats de Judge (2010). Par contre, la précision et la robustesse de l'inversion diminue considérablement quand le degré de multithermalité du plasma observé devient important. Dans ce cas, les solutions sont biaisées vers des des DEMs Gaussiennes peu larges et centrées sur 1 MK. Dans le cas des solutions isothermes les solutions sont également biaisées vers 1 MK (section 3.3.1), mais l'hypothèse peut être éventuellement invalidée grace à l'analyse des χ^2. Par contre dans le cas des solutions multithermes, le modèle adopté est entièrement cohérent avec les observations simulées, limitant donc la possibilité de rejeter la solution. Comme le processus d'inversion utilisé assure que le minimum absolu du critère est détecté, cette propriété est une limitation fondamentale du processus d'inversion, et non un artefact lié aux *a priori* ou à la méthode de minimisation utilisés. Ces résultats généralisent ceux

de Weber et al. (2005) : les auteurs montrent que dans le cas de plasmas à haut degré de multithermalité, le rapport des bandes 195 et 173 Å de l'imageur TRACE tend vers une valeur constante, correspondant à une solution isotherme unique. L'identification de ce type de biais dans le processus d'inversion permet de comprendre pourquoi les boucles coronales observées par EIT (Schmelz et al. 2003) ou TRACE (Schmelz et al. 2005) semblent systématiquement présenter une température similaire, autour de de 1.2 MK ; il s'agit en fait d'un biais intrinsèque à l'inversion, et non d'une réalité physique. Cependant, en utilisant des techniques d'analyse statistique telle que celle développée ici, il est possible d'identifier ces biais et d'en tenir compte lors de l'interprétation des résultats

Distribution des χ^2 et test d'hypothèses

La distribution des χ^2 pour la simulation correspondant aux figures 3.20 et 3.21 est présenté sur la figure 3.22, en fonction cette fois-ci de la largeur de DEM σ^P du plasma observé. Les trois traits horizontaux blancs représentent les coupes, tracées dans le graphique situé au bas de la carte de probabilités des χ^2. Ils correspondent respectivement aux cas où $\sigma^P = 0.1$ (traits pointillés bleus foncé), $\sigma^P = 0.3$ (pointillés violets) et $\sigma^P = 0.7\ \log T_e$ (pointillés turquoise). Contrairement aux solutions isothermes (figure 3.10), les distributions sont similaires quelle que soit la largeur de la DEM σ^P du plasma observé, et sont proches d'une distribution théorique de degré 3. La valeur la plus probable est aux alentours de 1 et 95% des χ^2 sont compris entre 0 et 10. Ainsi l'analyse des valeurs du χ^2 peut fournir des indications quand à la pertinence du modèle Gaussien utilisé. Par exemple, un $\chi^2 < 4$ indique que le modèle Gaussien peut être considéré comme cohérent avec les données, puisque 50% des valeurs de la distribution sont contenues dans cet intervalle. Cela ne signifie pas pour autant que le modèle Gaussien est le seul modèle possible ; mais c'est néanmoins un modèle compatible avec les observations. Le seuil $\chi^2 < 4$ décrit ici est arbitraire, et peut être défini d'une autre manière, comme par exemple en considérant la largeur à mi-hauteur des distributions de χ^2. De plus, un χ^2 petit ne correspond pas toujours à un modèle cohérent avec les données ; on peut remarquer dans la figure 3.17, que la probabilité d'obtenir un χ^2 petit dans le cas où observations et modèle ne sont pas cohérents n'est pas nulle. Puisque qu'on utilise la méthode des moindres carrés pour déterminer les trois paramètres (EM^I, T_c^I, σ^I) qui représentent le mieux les six valeurs $I_b^{obs} - I_b^{th}$, le comportement observé est celui attendu, où la distribution présente un comportement proche d'une distribution théorique de degré 3. La corrélation observée entre les différentes bandes pour les solutions isothermes (cf. figure 3.10) disparaît lorsque la largeur de la DEM σ^P augmente. Ce phénomène peut également être expliqué par l'effet de lissage du critère, dans le cas où la largeur augmente, qui réduit la directivité de ces minima (cf. figure 3.19) : les intensités deviennent peu à peu indépendante de la température, et donc des espèces ioniques caractéristiques de chaque bandes.

Pour tester l'hypothèse utilisée, une distribution de χ^2 réduite, i.e. $\chi^2_{red} = \chi^2/n$ avec n le nombre de degrés de liberté, est souvent préférée car elle a l'avantage d'être nor-

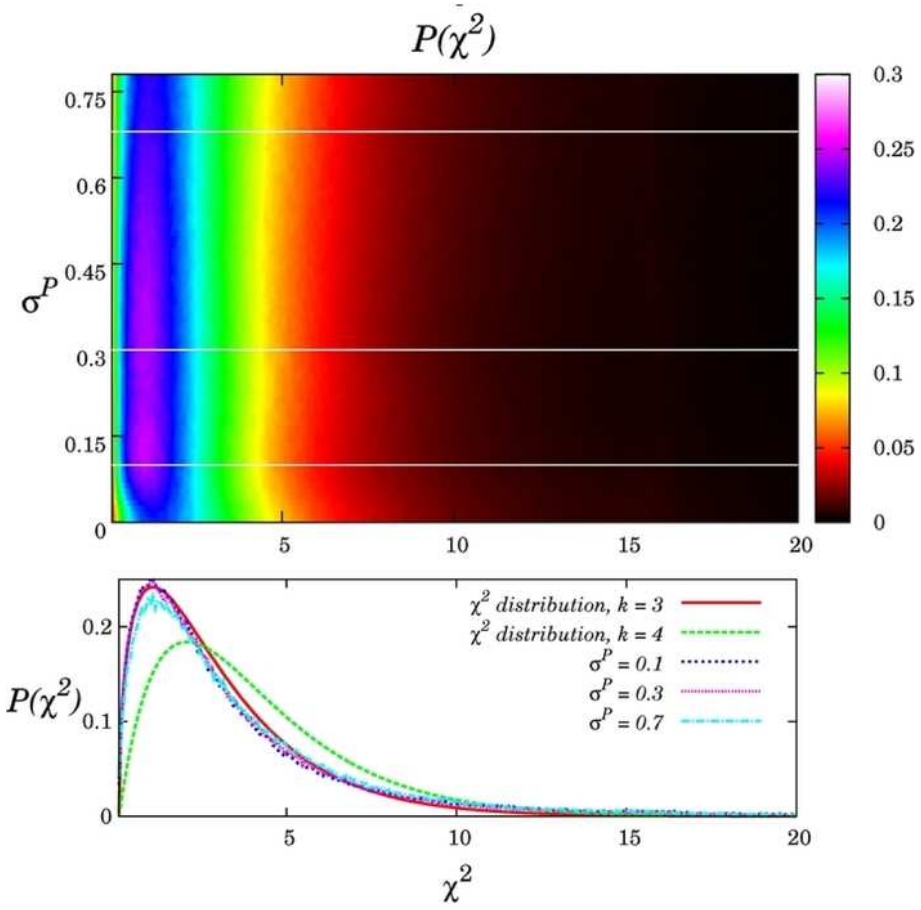

FIGURE 3.22: Carte de probabilités des χ^2, identique à la figure 3.17, mais dans le cas des solutions Gaussiennes.

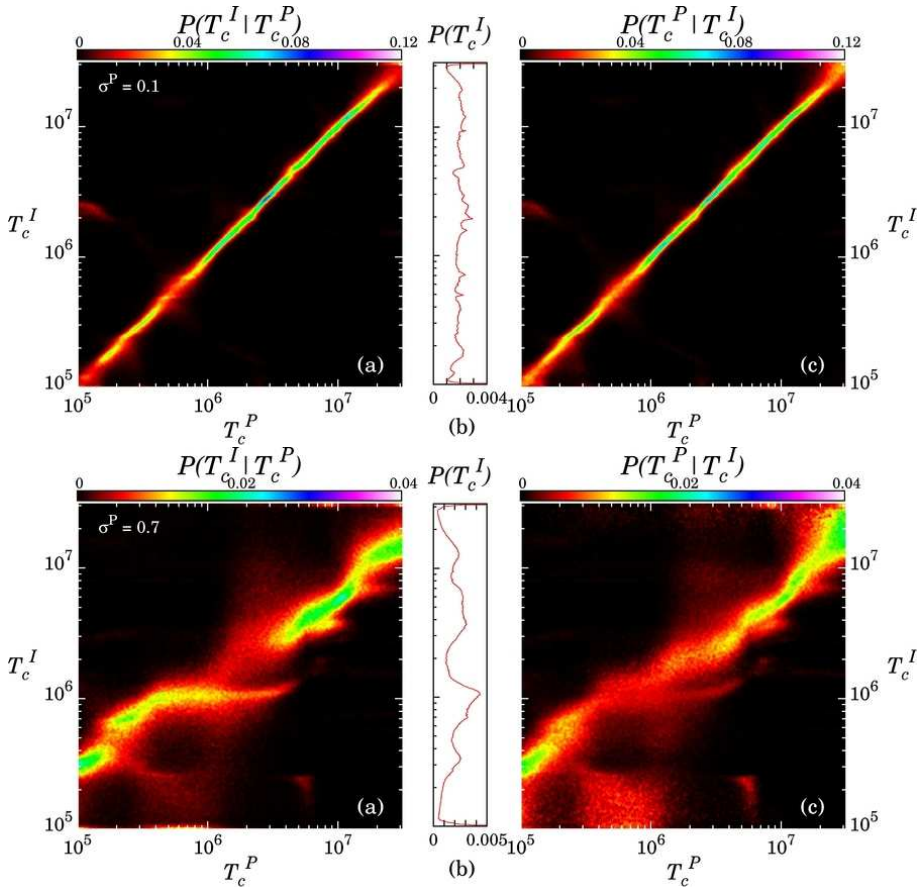

FIGURE 3.23: Cartes de probabilités identiques à la figure 3.20, mais pour un plasma observé ayant une DEM en forme de fonction porte. En haut, la largeur de cette fonction est de $\sigma^P = 0.2$ $\log T_e$, tandis qu'en bas, la largeur σ^P est de 0.7 $\log T_e$.

malisée à la complexité du modèle. En général, n est le nombre d'observations moins le nombre de paramètres ajustés. Cela suppose que les mesures sont totalement indépendantes, ce qui est justement ce que l'on a voulu tester ici. En pratique, il n'existe qu'une petite corrélation entre les différentes bandes, détectée pour les solutions isothermes. Cependant les effets sont faibles, et un χ^2 réduit aurait également pu être utilisé. Il est également à noter que les χ^2 ont une probabilité non négligeable d'être supérieurs à la valeur du pic. Dans le cas des DEMs Gaussiennes, les χ^2 ont environ 43% de chance d'être supérieurs à 3 (figure 3.22). Cela implique que l'observation de fortes valeurs de χ^2 ne démontre pas que l'hypothèse adoptée est fausse ; elle peut par contre être invalidée si l'on démontre qu'un autre modèle possède une plus grande probabilité de représenter les données.

En réalité, la forme de la DEM n'est pas connue *a priori*, et il est intéressant de tester si AIA est capable de discriminer entre plusieurs formes fonctionnelles. Dans ce but, on considère toujours des solutions Gaussiennes, i.e. I_b^{th} calculée pour le modèle Gaussien, tandis que les observations sont maintenant simulées en utilisant le modèle de la fonction porte (équation 3.13). Dans ce cas, les intensités I_b^{obs} sont calculées à l'aide de l'équation 3.16 et permettent également de représenter une large classe de structures thermiques différentes.

La figure 3.23 représente les cartes de probabilités associées à la température, pour le cas où les modèles sont non cohérents. Les cartes en haut de la figure correspondent au cas où la fonction porte présente une largeur $\sigma^P = 0.1 \log T_e$. Dans ce cas, les solutions sont majoritairement concentrées autour de la diagonale, même si la robustesse est quelque peu affectée pour des températures comprises dans l'intervalle $5 \times 10^5 < T_c^P < 10^6$ K, où des solutions secondaires à basse probabilité existent. Ces deux figures sont finalement très similaires à celles présentées figure 3.20 (haut), qui fournissent la probabilité des solutions Gaussiennes en réponse à un plasma Gaussien. En revanche, même si le modèle de DEM utilisé pour l'inversion est différent de celui du plasma observé, la température centrale de la fonction porte utilisée reste déterminée sans ambiguïté.

La situation est différente dans le cas où la DEM est largement distribuée en température. Les cartes de probabilités correspondant à une largeur $\sigma^P = 0.7 \log T_e$ sont présentées au bas de la figure 3.23. La diagonale devient très large, ne passe plus par l'origine et apparaît structurée sous forme de plateau, i.e. température T_c^I constante pour un intervalle de températures T_c^P. Pour l'intervalle $5 \times 10^5 < T_c^P < 3 \times 10^6$ K par exemple, une solution constante à $T_c^I = 1$ MK apparaît, également visible sur le profil (b) $P(T_c^I)$. Par conséquent, la probabilité conditionnelle inverse $P(T_c^P|T_c^I)$ (c) indique donc que pour une solution d'inversion d'1 MK, l'incertitude sur la détermination de T_c^P est très grande, puisque la distribution de probabilités $P(T_c^P|1MK)$ est très largement distribuée dans tout l'espace des paramètres. Le comportement observé est, dans sa globalité, très similaire à celui de la figure 3.20 (bas).

Dans ce cas, la distribution des χ^2 est très similaire à celle obtenue lorsque les modèles entre observations et théorie sont cohérents, très proche d'une distribution théorique de degré 3 (voir figure 3.22). Si l'hypothèse de travail adoptée était également une fonction porte, la distribution de χ^2 serait également proche d'une distribution de degré 3. Bien qu'il n'y ait aucune raison que le plasma solaire ait une DEM en forme de fonction porte ou même Gaussienne, cette expérience numérique permet de montrer qu'en utilisant seulement les données de AIA et l'analyse des distributions de χ^2, il est presque impossible de discriminer deux modèles de DEM très multithermes.

3.3.3 Discussion

Dans cette partie, une caractérisation complète des propriétés statistiques du problème de l'inversion de DEM a été proposée, dans le cas spécifique des plasmas Gaussiens, en traitant rigoureusement les erreurs systématiques et aléatoires. En restreignant l'espace de paramètres, on peut analyser en détail ce qui se passe lors du processus d'inversion, et ainsi mettre en évidence les limitations fondamentales impliquées dans la reconstruction de DEM. Même si l'étude se limite ici à quelques cas simples de DEMs, des conclusions importantes concernant la robustesse du problème d'inversion peuvent être déduites.

Ainsi, de nouveaux outils ont été développés dans l'objectif de faciliter l'interpréta-

tion des résultats d'inversion de DEM. Grâce aux cartes de probabilités $P(\xi^P|\xi^I)$, la robustesse peut être évaluée et les solutions secondaires détectées, ainsi que leurs probabilités calculées. Toutes les solutions cohérentes avec un jeu de données peuvent ainsi être déduites, étant donné le niveau d'incertitudes impliqué dans le problème. En analysant la topographie du critère, intrinsèquement liée aux formes des fonctions de réponses en température, on peut ainsi déterminer la location spécifique des minima secondaires, afin d'en tenir compte lors de l'interprétation des résultats. L'étude des distributions de χ^2 permet d'obtenir une référence pour tester la pertinence du modèle utilisé. En appliquant cette technique à de vraies données, et en utilisant les résultats décrits dans ce chapitre, l'interprétation de la DEM peut être facilitée.

Par l'étude des solutions isothermes en réponse à un plasma multitherme, l'ambiguïté entre incertitudes et multithermalité a été mise en évidence, et toute une variété de plasmas multithermes est finalement compatible avec un ensemble d'observations donné. Les solutions isothermes deviennent peu à peu décorrélées du plasma observé quand le degré de multithermalité augmente. Dans la limite de plasmas très largement distribués en températures, les solutions isothermes sont biaisées vers deux solutions uniques de 3×10^5 ou 10^6 K, dépendantes des erreurs systématiques. Cependant, l'analyse des distributions de χ^2 permet de mesurer la pertinence du modèle utilisé. Au delà d'une valeur critique du χ^2, estimée grâce aux simulations Monte-Carlo, une description multitherme de la structure du plasma est plus probable que le modèle isotherme. Cette procédure fournit finalement une quantification rigoureuse du test classique basé sur l'analyse des courbes loci.

L'analyse des solutions Gaussiennes montre que l'instrument AIA a la capacité de reconstruire des DEMs de formes simples. Cependant, plus la DEM est étalée en température, et plus il est difficile d'obtenir une reconstruction précise de la DEM : la précision associée à la mesure de chaque paramètre diminue très fortement. Ce phénomène est indépendant de l'instrument utilisé, puisqu'il est un effet combiné du lissage du critère et des intensités, qui deviennent faiblement dépendantes des paramètres du plasma. En revanche, les valeurs particulières vers lesquelles sont biaisées les solutions sont elles intrinsèquement liées aux formes des fonctions de réponse en température, cette fois-ci dépendantes de l'instrument utilisé. Dans le cas de AIA, les solutions Gaussiennes sont biaisées vers un plasma presque isotherme ($\sigma^I = 0.12 \log T_e$) centré sur la température $T_c = 1$ MK. De plus, l'analyse des distributions de χ^2 révèle qu'il est presque impossible de discriminer différents modèles de DEMs multithermes.

Ces résultats peuvent avoir des implications très fortes concernant la détermination des propriétés thermiques du plasma coronal. En effet, la structure thermique des boucles coronales fait encore débat, les différents scénarios de chauffage coronal conduisant à des conclusions parfois opposées. Par exemple, la théorie des nanoflares (e.g. Parker 1983; Cargill 1994; Klimchuk 2006), qui suggère que l'énergie stockée est ensuite libérée de manière impulsive à de très petites échelles (d'où le nom de nanoflares), prédit des structures thermiques largement distribuées en températures. L'analyse décrite dans ce chapitre révèle que même si les χ^2 confirment la pertinence

du modèle utilisé, l'analyse des DEMs mesurées avec AIA peut conduire à la conclusion que le plasma est pratiquement isotherme, alors qu'en réalité, sa structure thermique est très large. Des biais différents sont attendus pour différentes bandes ou raies spectrales utilisées, pour différents instruments ou données de physique atomique.

Les formes de DEMs étudiées dans ce chapitre sont générales, et permettent de modéliser efficacement une grande variété de plasmas, depuis l'isotherme jusqu'aux plasmas très multithermes. La température centrale T_c donne une indication de la température moyenne du plasma le long de la ligne de visée. Même si il n'y aucune raison physique justifiant le modèle Gaussien de DEM, ce modèle général permet tout de même d'étudier les propriétés statistiques de l'inversion de DEM, et de dégager des conclusions importantes concernant les limitations fondamentales. En revanche, dans le chapitre 4, on s'intéressera à un modèle de DEM plus réaliste, défini par une loi de puissance, correspondant généralement aux DEMs mesurées dans les régions actives. La mesure de cette pente est un enjeu important, puisqu'elle pourrait permettre de déterminer la fréquence du des événements de chauffage, un paramètre d'intérêt pour la compréhension des mécanismes de chauffage. On utilisera cette fois-ci dans le spectromètre *Hinode*/EIS, afin d'évaluer si cet instrument est capable de fournir une détermination rigoureuse de ce type de DEMs.

3.4 La base de données GAIA-DEM : Gaussian AIA Differential Emission measure Maps

Fort des résultats précédents, une base de données de cartes de DEM a été développée, nommée GAIA-DEM pour l'acronyme Gaussian AIA Differential Emission Measure maps et disponible à `http://medoc-dem.ias.u-psud.fr/` (voir figure 3.24). La mise en place de la base de données ainsi que la conception du site web ont été assurées par Elie Soubrié et Pablo Alingery de l'IAS. Le site internet d'accès aux données a été mis en place grâce à l'outil de développement web Scitools proposé par le CNES (Conseil National d'Études Spatiales). Cette archive est hébergée par MEDOC (Multi Experiments Data and Operations Center) et fournit à la communauté solaire des cartes de reconstruction de DEM Gaussiennes à une cadence de 3 heures. Ainsi, il devient possible d'observer l'évolution de la structure thermique de la couronne au cours du temps. Les données sont disponibles pour la totalité de la mission SDO (i.e. à partir du 13/05/2010).

Le but de cette base de données est de fournir des cartes synoptiques de reconstruction de DEMs Gaussiennes, conjuguées aux nouveaux outils d'interprétation présentés dans ce chapitre. Ainsi, comme on dispose maintenant de l'étalonnage complet de l'inversion Gaussienne, on peut facilement détecter les solutions secondaires, étudier la pertinence du modèle utilisé et surtout obtenir toutes les solutions cohérentes avec les

FIGURE 3.24: La base de donnée GAIA-DEM, disponible à `http://medoc-dem.ias.u-psud.fr/`

données ainsi que leurs probabilités en utilisant les cartes des probabilités *a posteriori* $P(\xi^P|\xi^I)$ présentées dans ce chapitre. En général, huit reconstructions par jour sont disponibles au téléchargement. L'inversion fournit la DEM Gaussienne qui représente le mieux les données. Les cartes des paramètres obtenus par inversion, soit EM^I, T_c^I, σ^I et χ^2 sont distribuées sous forme de fichiers fits

Pour améliorer le rapport signal sur bruit des bandes, en particulier pour les canaux 94 et 335 Å, les données sont sommées temporellement et spatialement. Les observations sont d'abord co-alignées, puis on somme ensuite 10 images consécutives (à la cadence d'une image par minute) pour chaque bande. Les images finales, qui seront ensuite utilisées pour l'inversion, sont obtenues en sommant spatialement chaque image par 4×4, i.e. d'une taille de 4096×4096 pixels, on réduit l'image à 1024×1024, augmentant ainsi le rapport signal sur bruit d'un facteur 4. De plus, en considérant les difficultés présentées dans la partie 3.2.1, l'inversion n'est réalisée que pour les pixels pour lesquels les 6 bandes présentent un signal significatif (> 1 DN).

Les simulations présentées dans les parties précédentes 3.2 et 3.3 ont été calculées pour les temps d'expositions classiques d'AIA, i.e. 2 ou 2.9 s selon les bandes spectrales, et pour une mesure d'émission constante $EM^P = 2 \times 10^{39}$ cm^{-5}. Dans le cas des calculs des cartes de la base de données GAIA-DEM, le bruit de photon sera donc différent de celui simulé, puisque les images sont sommées temporellement et spatialement ; de plus la mesure d'émission n'est évidemment pas constante dans toutes les zones de la couronne. Cependant, l'influence des bruits de photons et de lecture reste la plupart du temps (sauf dans les régions où le signal est très faible) négligeable devant l'impact généré par les erreurs systématiques. Les cartes de probabilités ont été calculées dans un cas où la mesure d'émission est élevée, et où donc la ma-

jorité des bandes répondent : c'est une situation optimale pour les mesures AIA. Le cas où la mesure d'émission est faible a en réalité été simulé en n'utilisant qu'une partie des bandes spectrales disponibles ; on a en effet montré dans la partie 3.2.1 que les deux situations sont équivalentes. En cas de mesure d'émission plus faibles, on peut s'attendre directement à une dégradation de la robustesse du problème, amplifiant la dispersion des solutions ainsi que les probabilités des solutions secondaires. C'est pourquoi on peut, en première approximation, considérer les cartes de probabilités obtenues précédemment comme directement utilisable pour l'interprétation des cartes de GAIA-DEM. Même si formellement on devrait refaire des simulations en modifiant le temps d'exposition et donc le bruit de photon, et également en testant pour des mesures d'émission plus faibles, les cartes de probabilités et les distributions de χ^2 permettent de rapidement identifier les potentielles solutions secondaires et les zones pour lesquelles le modèle Gaussien ne semble pas cohérent.

D'après des analyses de données réalisées indépendamment de cette base, le modèle Gaussien apparaît réaliste pour certaines structures, dont les trous coronaux (voir par exemple Hahn et al. 2011) par exemple, mais peut être inapproprié pour d'autres. Par exemple, les régions actives apparaissent plutôt suivre une loi de puissance $\mathrm{DEM}(T_e) = T^{\alpha}$ pour des températures inférieures à 3-4 MK (Warren et al. 2011; Winebarger et al. 2012; Tripathi et al. 2011; Warren et al. 2012). Dans ce cas, l'interprétation de l'inversion Gaussienne peut être plus compliquée, puisque le modèle Gaussien ne représente pas la réalité, sauf dans le cas où les pentes sont très raides. L'analyse des χ^2 peut tout de même guider l'interprétation, considérant qu'à une grande valeur de χ^2 correspond une pertinence faible du modèle Gaussien. Les simulations réalisées dans ce chapitre montrent par exemple que si le plasma est réellement Gaussien, 50% des χ^2 doivent être compris entre 0 et 4. Lors de l'inversion de vraies données, lorsque le χ^2 est plus petit que 4, on peut donc conclure que le modèle Gaussien est cohérent avec les données.

Les cartes disponibles peuvent être prévisualisées en ligne, comme montré par la figure 3.25. Sur les trois cartes correspondant aux trois paramètres de la DEM $T_c^I, \mathrm{EM}^I, \sigma^I$, deux échelles de couleurs différentes sont utilisées : la première, du bleu au rouge correspond aux pixels dont les valeurs de χ^2 associées sont inférieures à quatre. Dans ce cas, le modèle Gaussien est considéré comme cohérent avec les observations. La deuxième échelle (en gris) correspond au contraire aux pixels dont les valeurs de $\chi^2 \geq 4$: le modèle Gaussien est alors considéré comme incohérent avec les observations. Les deux échelles sont utilisées pour permettre à l'utilisateur de visualiser rapidement les régions pour lesquelles le modèle Gaussien est cohérent avec les données. Un message rappelant à l'utilisateur d'être prudent lors de l'interprétation des résultats figure sur toutes les images en mentionnant le masquage appliqué (signal > 1 DN dans toutes les bandes). La date indiquée au bas de l'image correspond à la date moyenne des observations utilisées. Un lien vers Helioviewer [9] permet également à l'utilisateur de visualiser rapidement les données AIA initiales.

9. Outil de visualisation de données solaires en ligne : `http://www.helioviewer.org/`.

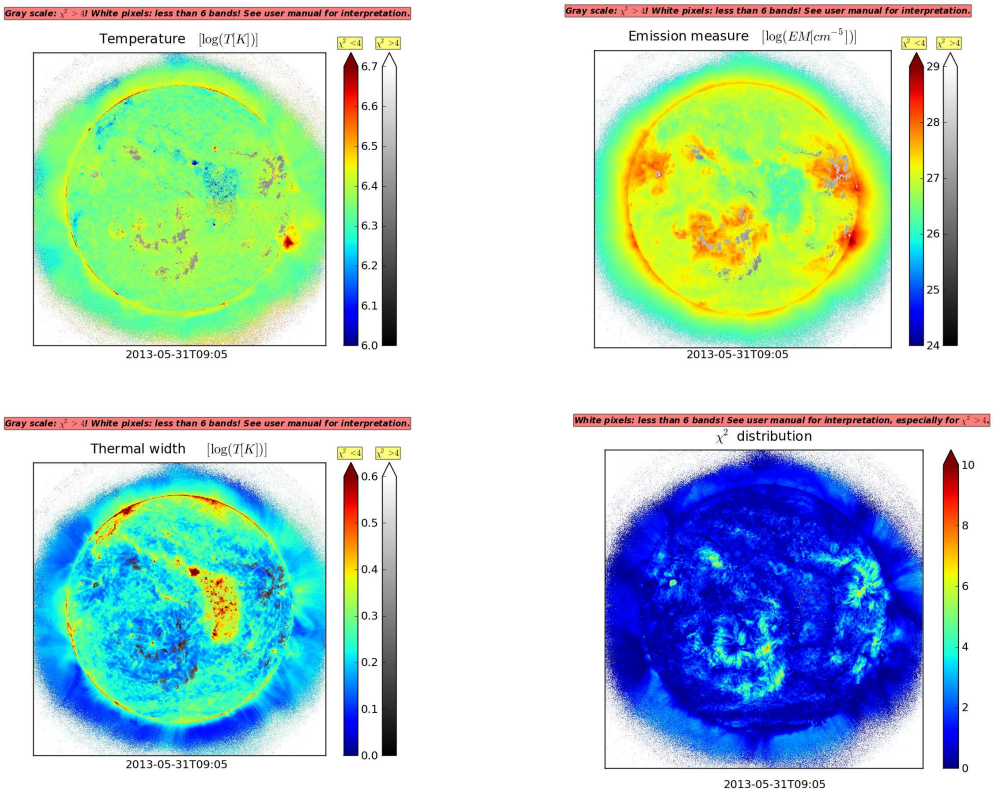

FIGURE 3.25: Prévisualisation en ligne des quatre cartes associées aux trois paramètres de la DEM, T_e^I, EM^I, σ^I ainsi qu'aux χ^2.

Ces cartes en accès libre permettent d'avoir une idée générale de la structure thermique de la couronne au cours du temps. Un travail portant sur la détection des points brillants avec AIA et incluant l'exploitation de ces cartes est actuellement en cours, réalisé par Vincent Joulin et Eric Buchlin : ces cartes seront utilisées pour déterminer la température de leurs points brillants. Elles ont aussi été utilisées par Dudok de Wit et al. (2013) : en utilisant une méthode de séparation aveugle de source (BSS ; Blind Source Separation), les auteurs montrent qu'il est possible d'extraire des 6 bandes coronales d'AIA trois sources indépendantes, présentant des caractéristiques morphologiques et thermiques différentes. En comparant ensuite la température obtenue par cette technique avec les cartes de la base GAIA-DEM, les deux mesures obtenues de manière radicalement différentes semblent pourtant cohérentes, particulièrement pour les mesures faites sur le disque solaire.

Bibliographie

Aschwanden, M. J., Boerner, P., Schrijver, C. J., & Malanushenko, A. 2013, Sol. Phys., 283, 5

Aschwanden, M. J. & Nightingale, R. W. 2005, ApJ, 633, 499

Aschwanden, M. J., Nitta, N. V., Wuelser, J.-P., & Lemen, J. R. 2008, ApJ, 680, 1477

Battaglia, M. & Kontar, E. P. 2012, ApJ, 760, 142

Boerner, P., Edwards, C., Lemen, J., et al. 2012, Sol. Phys., 275, 41

Cargill, P. J. 1994, ApJ, 422, 381

Chitta, L. P., Kariyappa, R., van Ballegooijen, A. A., et al. 2013, ApJ, 768, 32

Del Zanna, G., Landini, M., & Mason, H. E. 2002, A&A, 385, 968

Del Zanna, G. & Mason, H. E. 2003, A&A, 406, 1089

Delaboudinière, J.-P., Artzner, G. E., Brunaud, J., et al. 1995, Sol. Phys., 162, 291

Dudok de Wit, T., Moussaoui, S., Guennou, C., et al. 2013, Sol. Phys., 283, 31

Feldman, U. 1992, Phys. Scr, 46, 202

Feldman, U., Schühle, U., Widing, K. G., & Laming, J. M. 1998, ApJ, 505, 999

Golub, L., Deluca, E., Austin, G., et al. 2007, Sol. Phys., 243, 63

Goryaev, F. F., Parenti, S., Urnov, A. M., et al. 2010, A&A, 523, A44

Grevesse, N. & Sauval, A. J. 1998, Space Sci. Rev., 85, 161

Guennou, C., Auchère, F., Soubrié, E., et al. 2012a, ApJ Supplement, 203, 25

Guennou, C., Auchère, F., Soubrié, E., et al. 2012b, ApJ Supplement, 203, 26

Guhathakurta, M., Fludra, A., Gibson, S. E., Biesecker, D., & Fisher, R. 1999, Journal of Geophysics Research, 104, 9801

Hahn, M., Landi, E., & Savin, D. W. 2011, ApJ, 736, 101

Judge, P. G. 2010, ApJ, 708, 1238

Judge, P. G., Hubeny, V., & Brown, J. C. 1997, ApJ, 475, 275

Kashyap, V. & Drake, J. J. 1998, ApJ, 503, 450

Klimchuk, J. A. 2006, Sol. Phys., 234, 41

Landi, E., Del Zanna, G., Young, P. R., Dere, K. P., & Mason, H. E. 2012a, ApJ, 744, 99

Landi, E. & Feldman, U. 2008, ApJ, 672, 674

Landi, E., Feldman, U., & Dere, K. P. 2002, ApJ, 574, 495

Landi, E. & Klimchuk, J. A. 2010, ApJ, 723, 320

Landi, E., Reale, F., & Testa, P. 2012b, A&A, 538, A111

Landi, E., Young, P. R., Dere, K. P., Del Zanna, G., & Mason, H. E. 2013, ApJ, 763, 86

Lang, J., McWhirter, R. W. P., & Mason, H. E. 1990, Sol. Phys., 129, 31

Martens, P. C. H., Cirtain, J. W., & Schmelz, J. T. 2002, ApJ Letters, 577, L115

Metropolis, N. & Ulam, S. 1949, Journal of the American statistical association, 44, 335

Neupert, W. M., Newmark, J., Delaboudinière, J.-P., et al. 1998, Sol. Phys., 183, 305

O'Dwyer, B., Del Zanna, G., Mason, H. E., Weber, M. A., & Tripathi, D. 2010, A&A, 521, A21

Parenti, S., Schmieder, B., Heinzel, P., & Golub, L. 2012, ApJ, 754, 66

Parker, E. N. 1983, ApJ, 264, 635

Patsourakos, S. & Klimchuk, J. A. 2007, ApJ, 667, 591

Reale, F. 2010, Living Reviews in Solar Physics, 7, 5

Schmelz, J. T. 2002, ApJ Letters, 578, L161

Schmelz, J. T., Cirtain, J. W., Beene, J. E., et al. 2003, Advances in Space Research, 32, 1109

Schmelz, J. T., Jenkins, B. S., & Pathak, S. 2013, ApJ, 770, 14

Schmelz, J. T., Kashyap, V. L., & Weber, M. A. 2007, ApJ Letters, 660, L157

Schmelz, J. T., Nasraoui, K., Richardson, V. L., et al. 2005, ApJ Letters, 627, L81

Terzo, S. & Reale, F. 2010, A&A, 515, A7

Testa, P., De Pontieu, B., Martínez-Sykora, J., Hansteen, V., & Carlsson, M. 2012, ApJ, 758, 54

Testa, P., Peres, G., Reale, F., & Orlando, S. 2002, ApJ, 580, 1159

Tripathi, D., Klimchuk, J. A., & Mason, H. E. 2011, ApJ, 740, 111

Warren, H. P. 1999, Sol. Phys., 190, 363

Warren, H. P., Brooks, D. H., & Winebarger, A. R. 2011, ApJ, 734, 90

Warren, H. P., Winebarger, A. R., & Brooks, D. H. 2012, ApJ, 759, 141

Weber, M. A., Schmelz, J. T., DeLuca, E. E., & Roames, J. K. 2005, ApJ Letters, 635, L101

Winebarger, A. R., Warren, H. P., Schmelz, J. T., et al. 2012, ApJ Letters, 746, L17

Zhang, J., White, S. M., & Kundu, M. R. 1999, ApJ, 527, 977

4

Contraindre les modèles de chauffage à l'aide de la DEM ? Application au spectromètre *Hinode*/EIS.

Sommaire

4.1 La DEM des régions actives 125
4.1.1 Modélisation des boucles coronales 125
4.1.2 La DEM : théorie et observations 129
4.2 Application au spectromètre *Hinode*/EIS 132
4.2.1 Modélisation des incertitudes 135
4.3 Reconstruction de la DEM des régions actives 139
4.3.1 Reconstruction de la pente 139
4.3.2 Reconstruction de la partie haute température 148
4.4 Discussion et application 154
Bibliographie 157

Les propriétés du chauffage coronal sont encore mal comprises aujourd'hui, et les processus physiques à l'origine du transfert et de la dissipation d'énergie dans la couronne restent encore inconnus. Divers mécanismes ont été proposés jusqu'à maintenant (voir section 1.1.3 de l'introduction), sans qu'aucun d'entre eux ne puisse être formellement identifié. Récemment, les efforts ont porté sur la détermination de la fréquence du chauffage, i.e. la mesure du délai entre deux événements de chauffage, fournissant des contraintes sur la nature physique du chauffage coronal et permettant de faire la distinction entre scénarios continus ou impulsifs. Par exemple, la théorie des nanoflares de Parker (1988) est basée sur l'idée que la couronne est chauffée par des séries de petits événements impulsifs de reconnexion ; la détermination de la nature impulsive ou continue du chauffage permettrait d'appuyer ou au contraire d'écarter ce scénario.

Selon la nature physique du chauffage, les boucles coronales sont censées présenter des propriétés physiques différentes. Comme déjà discuté dans la section 1.1.2, les observations suggèrent que les boucles coronales ne sont pas résolues spatialement ; c'est pourquoi les boucles sont souvent modélisées comme une collection de "strands"

(brins) magnétiques non résolus, considérés comme étant des tubes de flux fondamentaux, dont la section transverse est isotherme. Selon l'échelle temporelle du (ou des) mécanisme(s) impliqué(s), le plasma situé à l'intérieur d'un brin individuel sera en mesure de refroidir *via* une association de processus de refroidissement radiatif et de refroidissement par conduction (voir section suivante). Ainsi, la structure thermique de la totalité d'une boucle sera différente suivant les cas puisque la proportion de matière froide (i.e. inférieure à 1 MK) relativement à la matière chaude dépend de l'intervalle de temps existant entre deux événements de chauffage.

Récemment, plusieurs auteurs se sont intéressés à un diagnostic en particulier, basé sur l'analyse de la DEM des régions actives et potentiellement capable de fournir des informations concernant la fréquence des événements de chauffage. En effet, par des arguments à la fois théoriques et observationnels (voir section 4.1), la DEM des régions actives est généralement décrite par une loi de puissance jusqu'à des températures de l'ordre de $\sim 3-5$ MK : $\mathrm{DEM}(T) \propto T^{\alpha}$, avec α le coefficient directeur de la pente (en échelle logarithmique), positif. Cette pente permet d'obtenir des informations sur la structure thermique du plasma directement reliées à l'échelle temporelle du chauffage coronal. En effet, dans le cas où la proportion de matière froide est faible relativement à la quantité de matière chaude, la pente de la DEM sera raide, puisque la contribution provenant des basses températures sera faible. Ce type de pente est cohérent avec des mécanismes de chauffage à haute fréquence, où le délai entre deux événements de chauffage est inférieur au temps caractéristique de refroidissement : seule une faible quantité de matière peut alors se refroidir. Par contre, lorsque la proportion de matière froide devient plus importante, la pente de la DEM devient plus douce ; le délai entre deux événements de chauffage devient supérieur au temps caractéristique de refroidissement, ce qui autorise le refroidissement d'une quantité significative de matière. Cette situation est cette fois-ci cohérente avec les mécanismes de chauffage à basse fréquence. Le cas limite, où le délai entre deux événements tend vers 0 correspond aux scénarios de chauffage continu, où chaque brin est chauffé continuellement.

Dans ce chapitre, on s'intéresse principalement aux capacités du spectromètre *Hinode*/EIS à fournir une estimation fiable de la pente de la DEM, compte tenu des incertitudes incluses dans le problème d'inversion. Conçu pour observer le plasma coronal à haute température, et unique spectromètre disponible actuellement dans les gammes de longueurs d'onde 170-210 Å et 250-290 Å, les données provenant de *Hinode*/EIS ont régulièrement été utilisées pour reconstruire la DEM de régions actives (e.g. Warren et al. 2012; Graham et al. 2012). Puisqu'on utilise un spectromètre, chaque raie peut être isolée individuellement, et les différentes sources d'erreurs peuvent alors être simulées de manière plus précise que dans le cas de l'imageur AIA (voir section 3.1.4). Dans la première partie de ce chapitre, les aspects théoriques et observationnels des DEMs des régions actives sont d'abord présentés, suivis de la description de l'application de la technique décrite dans la section 3.1 au spectromètre EIS : le modèle de DEM adopté, ainsi que les différentes classes d'erreurs systématiques et aléatoires prises en compte. Dans les sections 4.3 et 4.3.2, les incertitudes associées à la mesure de la pente sont calculées et présentées, ainsi que celles associées à la partie à haute

température de la DEM (voir section 4.2). Ce travail a été réalisé en collaboration avec James A. Klimchuk (NASA-GSFC), et la majorité des résultats présentés dans ce chapitre ont été publiés dans Guennou et al. (2013).

4.1

La DEM des régions actives

4.1.1 Modélisation des boucles coronales

Les bases de la modélisation des boucles coronales sont bien établies depuis la fin des années 80 (Priest 1978). Une approche simple consiste à considérer le plasma confiné par le champ magnétique à l'intérieur des boucles comme un fluide compressible transportant de l'énergie le long des lignes de champs, i.e. le long de la boucle elle-même. En considérant la section de la boucle constante, et si on néglige les variations des paramètres physiques transversalement au champ magnétique, l'évolution du plasma peut être simplement décrite par un modèle hydrodynamique à 1D.

En prenant en compte la gravité, les pertes radiatives, la conduction thermique, la viscosité du plasma [1] ainsi qu'une source de chauffage externe $H(s,t)$ (avec s la coordonnée spatiale le long de la boucle et t le temps), on peut écrire respectivement la conservation de la masse, de la quantité de mouvement et de l'énergie comme suit (Priest 1982)

$$\frac{\mathrm{d}\rho}{\mathrm{d}t} = -\rho\frac{\partial v}{\partial s}, \tag{4.1}$$

$$\rho\frac{\mathrm{d}v}{\mathrm{d}t} = -\frac{\partial p}{\partial s} - \rho g + (\rho\nu\frac{\partial^2 v}{\partial s}), \tag{4.2}$$

$$\rho\frac{\mathrm{d}\epsilon}{\mathrm{d}t} + p\frac{\partial v}{\partial s} = H(s,t) - n_e^2 P(T) + \mu\left(\frac{\partial v}{\partial s}\right)^2 + \frac{\partial F_c}{\partial s}, \tag{4.3}$$

avec v la vitesse du plasma et ϵ l'énergie interne. p et ρ représentent respectivement la pression du plasma et la masse volumique, définis par

$$p = (n_p + n_e)k_B T \simeq 2n_e k_b T \qquad \rho = n_p m_p + n_e m_e \simeq n_e m_p, \tag{4.4}$$

avec n_e, m_e et n_p, m_p les densités et masses des électrons et des protons, et k_B la constante de Boltzmann. Le flux de conduction F_c est donné par

$$F_c = \kappa\frac{\partial T}{\partial s}. \tag{4.5}$$

1. La viscosité d'un fluide caractérise la résistance d'un fluide à l'écoulement : sous l'effet des forces d'interaction entre les molécules de fluide, chaque molécule de fluide ne s'écoule pas à la même vitesse, d'où l'existence d'un gradient de vitesse au sein du fluide, et des effets de cisaillement.

avec κ la conductivité thermique (Spitzer & Härm 1953; Cohen et al. 1950; Spitzer 1962) donnée par

$$\kappa = 1.8 \times 10^{-10} \frac{T^{5/2}}{ln\Lambda} \quad [\mathrm{W\ m^{-1}\ K^{-1}}] \tag{4.6}$$

avec $ln\Lambda$ le logarithme Coulombien, grandeur souvent utilisée en physique des plasmas et définie comme $ln\Lambda = \lambda_{De}/r_0$. λ_{De} et r_0 sont respectivement les longueurs de Debye et de Landau [2].

Dans l'équation de conservation de la quantité de matière, chaque terme correspond à l'une des forces mises en jeu : le premier correspond au gradient de pression, le deuxième à la force gravitationnelle, et le dernier à la force de viscosité, avec ν la viscosité cinématique du plasma. Pour un plasma d'Hydrogène totalement ionisé, elle est donnée par Spitzer (1962)

$$\rho\nu = 2.21 \times 10^{-16} \frac{T^{5/2}}{ln\Lambda} \quad [\mathrm{kg\ m^{-1}\ s^{-1}}]. \tag{4.7}$$

L'équation de la conservation de l'énergie inclut les termes relatifs aux pertes radiatives (deuxième terme à gauche), avec $P(T)$ correspondant à la fonction de pertes radiatives d'un plasma optiquement mince, évaluées par différents auteurs dont Klimchuk et al. (2008). Le troisième terme correspond aux pertes par viscosité, et enfin le dernier se rapporte aux pertes par conduction thermique. Toutes ces pertes sont ensuite compensées par un processus de chauffage externe inconnu, représenté par la grandeur H.

Bien entendu, on peut choisir d'établir une description plus complète des boucles, en prenant en compte la variation de leur section, leur inclinaison par rapport à la surface du soleil, leur structure tridimensionnelle ou encore en adoptant une approche MHD (Magneto Hydrodynamique) ; cependant, l'hydrodynamique permet d'exploiter au mieux les propriétés d'un plasma confiné par un champ magnétique, évoluant pratiquement indépendamment du champ magnétique. Avec un modèle 1D, il est aussi assez facile d'introduire la région de transition et la photosphère dans laquelle sont ancrés les pieds des boucles, ou de modéliser une boucle comme une collection de brins individuels (Reale 2010). Des modèles de boucles tridimensionnelles utilisant un modèle MHD ont été proposés par (e.g. Mellor et al. 2005; McLaughlin & Ofman 2008; Morales & Charbonneau 2009; Bareford et al. 2013).

En utilisant l'équilibre hydrostatique, et plusieurs autres hypothèses simplificatrices, Rosner et al. (1978) ont établi les deux lois d'échelles suivantes

2. Dans un plasma, la sphère d'électrons qui se forme autour d'un ion est appelée la sphère de Debye et son rayon est appelé la longueur de Debye. C'est un paramètre fondamental en physique des plasmas, qui représente la longueur à partir de laquelle une séparation de charge peut avoir lieu. La longueur de Landau est la distance r_0 pour laquelle l'énergie potentielle d'interaction entre deux électrons est égale à leur énergie cinétique d'agitation thermique. Elle est donnée par $r_0 = e^2/(4\pi\varepsilon_0 k_B T_e)$

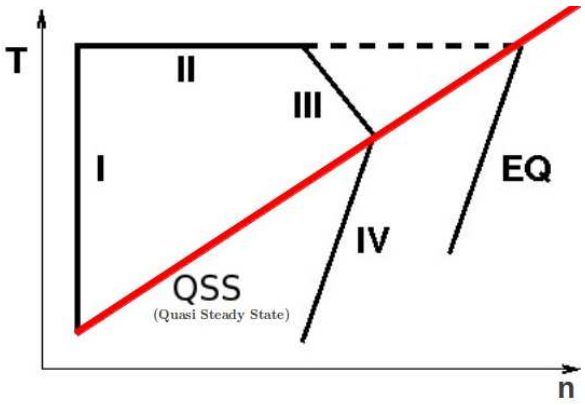

FIGURE 4.1: Évolution d'un élément d'une boucle coronale chauffée par un mécanisme impulsif, représentée schématiquement en température et densité. Les lieux des points où la boucle est en équilibre sont représentés par la diagonale QSS (Quasi Steady State), et le cas d'un événement de chauffage suffisamment long pour que la boucle ré-atteigne l'équilibre est présenté en pointillés ainsi que la phase de refroidissement associée (droite EQ). D'après Reale (2010).

$$T_0 = 1.4(\frac{pL}{10})^{1/3} \tag{4.8}$$

$$\frac{H}{10^3} = 3p^{7/6}\left(\frac{L}{10}\right)^{-5/6} \tag{4.9}$$

$$\tag{4.10}$$

avec T_0 la température maximum de la boucle (en MK), L sa longueur (en Mm), H le taux de chauffage par unité de volume (en erg.m^{-3}.s^{-1}) et p la pression régnant à l'intérieur de la boucle. Cependant, même si ces lois d'échelle s'avèrent utiles pour approximer les propriétés caractéristiques d'une boucle à l'équilibre, elles ne considèrent pas la structure fine des boucles (voir section 1.1.2), ni leur dynamique interne.

En effet, dans le modèle de boucles coronales constituées d'un ensemble de brins, chaque brin est décrit individuellement, évoluant indépendamment des autres. Dans le cas d'un scénario de chauffage impulsif, puisque chaque brin est ensuite soumis au processus de chauffage indépendamment, une boucle peut très bien apparaître stable au cours du temps alors qu'en réalité, la dynamique interne y est importante. D'après Reale (2010), l'évolution d'un brin individuel soumis à un mécanisme de chauffage impulsif quelconque peut être décrit en 4 phases, représentées sur la figure 4.1, au cours desquelles le plasma est d'abord rapidement chauffé pour ensuite refroidir lentement.

- *Phase I :* C'est la phase de chauffage. La température moyenne du brin augmente rapidement, avec un temps qui sera différent selon que l'énergie est déposée près des pieds des boucles ou au contraire dans leur partie coronale. Cette phase est identifiée par I sur le graphique 4.1.
- *Phase II :* C'est la phase d'évaporation. La température se stabilise autour de son maximum, T_{max} et le plasma chromosphérique devenu chaud et dense s'évapore

dans la partie coronale de la boucle (ou du strand), la remplissant d'un plasma plus dense qu'initialement. Une fois que le front de plasma provenant de la chromosphère atteint le sommet de la boucle, la boucle se remplit plus doucement. Le temps caractéristique de cette phase d'évaporation progressive est dicté par le temps nécessaire aux processus de refroidissement pour compenser l'apport d'énergie additionnelle.

- *Phase III :* C'est la phase de refroidissement par conduction thermique. Une fois que l'impulsion de chauffage est terminée, le plasma commence immédiatement à refroidir, et les pertes par conduction thermique dominent (Cargill & Klimchuk 2004). Le temps caractéristique est donné par

$$\tau_c = \frac{10.5 n_c k_B L^2}{\kappa T_{max}^{5/2}} \simeq 1500 \frac{n_c L^2}{T^{5/2}} \tag{4.11}$$

avec n_c la densité de particules (en unité 10^{16} m^{-3}), L la longueur de la boucle (mesurée en 10^7 m), κ le coefficient de conduction thermique, estimé à 9×10^{-7} (Reale 2010) et T la température mesurée en MK. La fin de la phase de chauffage peut être identifiée comme le moment où la température commence à diminuer, tandis que la densité continue à augmenter, l'évaporation du plasma ayant toujours lieu. L'efficacité des pertes par conduction diminue avec la température, tandis que celle des pertes radiative augmente.

- *Phase IV :* C'est la phase de refroidissement par pertes radiatives. Les pertes radiatives sont maintenant dominantes : la densité commence à diminuer, après avoir atteint un pic correspondant à la fin de la phase III, tandis que la température s'effondre. Le temps caractéristique de cette phase de refroidissement par pertes radiatives s'exprime comme

$$\tau_r = \frac{3 k_B T_M}{n_M P(T)} \tag{4.12}$$

avec T_M et n_M les température et densité à la fin de la phase III, i.e. quand la densité atteint son maximum dans la boucle. Sur la figure 4.1, on peut voir une diagonale identifiée par le terme QSS (Quasi Steady State) : elle correspond en fait aux couples T, n que devrait normalement présenter la boucle si elle était réellement en équilibre hydrostatique. Lors de cette dernière phase, pour une température donnée, il est clair que la densité est bien plus importante que celle attendue pour une boucle en équilibre. Cette sur-densité a souvent été observée (e.g. Lenz et al. 1999; Winebarger et al. 2003), et certains auteurs ont considéré ces résultats comme une preuve forte en faveur d'un mécanisme de chauffage impulsif.

Ces trois phases représentent l'évolution d'un élément de boucle chauffée par un événement éphémère, et doivent être appréhendées comme un scénario général. Par exemple si le processus de chauffage dure suffisamment longtemps (traits pointillés), la boucle atteint tout de même l'équilibre et dans ce cas, la phase III sera inexistante. Dans ce cas, il n'y aura donc pas de délai entre le moment où l'on observe les maximum de densité et de température, et ces deux quantités commencent normalement à décroître simultanément. La présence de ce délai, pour l'instant seulement observé

dans les flares (Sylwester et al. 1993), constituerait alors une signature d'un mécanisme de chauffage impulsif de courte durée.

L'évolution d'une boucle coronale dépend également de la fréquence entre deux événements de chauffage. Dans la description ci-dessus, on n'a supposé qu'un événement de chauffage individuel ; cependant, leur évolution sera différente si l'on considère maintenant plusieurs événements de chauffage successifs. Si la fréquence du mécanisme de chauffage est élevée, et qu'un deuxième événement a lieu pendant la phase III par exemple, alors le plasma contenu dans le brin n'aura que peu ou pas de temps de refroidir : la température oscillera donc autour de T_{max}, la température maximale de la boucle. Par contre si la fréquence du chauffage est faible, alors le plasma aura le temps de refroidir complètement avant d'être chauffé à nouveau. C'est précisément à ce type de diagnostic que nous allons nous intéresser dans la suite ; en effet, dans ces deux cas, les DEMs seront différentes, puisque dans le premier cas, on n'observera pas de contribution de la part de matière plus froide, tandis que dans le deuxième au contraire elle devra être beaucoup plus importante.

Cependant, l'évolution décrite ci-dessus n'est valable que pour un unique brin, et il est plus difficile d'estimer l'évolution d'une boucle entière. Comme un brin n'est pas résolu spatialement, on doit donc considérer une enveloppe contenant de multiples brins. Les caractéristiques d'un chauffage de nature impulsive deviennent donc plus difficile à détecter, car les brins peuvent évoluer indépendamment les uns des autres. Ainsi, les questions concernant la fréquence des événements de chauffage, ou la taille de ces brins ou leur distribution spatiale restent encore ouvertes.

4.1.2 La DEM : théorie et observations

La dépendance de la DEM à une loi de puissance du type $DEM \propto T^{\alpha}$ a été remarquée très tôt dans l'histoire de la physique coronale. Les premières mesures réalisées par Athay (1966); Rosner et al. (1978); Craig et al. (1978) font état d'un gradient $\alpha = 3/2$, aussi bien dans la couronne calme que dans les régions actives, et même dans les flares. Plus tard, Jordan (1980), a tenté d'en comprendre les raisons, en considérant un modèle hydrostatique, pour lequel seules les pertes radiatives et les pertes dues à la conduction thermique sont prises en compte. L'étude se place alors dans l'hypothèse d'une mesure d'émission $EM(T) \propto T^{\alpha}$, et analyse les valeurs possibles de la pente α et leur impact sur le bilan d'énergie. Dans l'hypothèse hydrostatique, on a seulement

$$\Delta E_m = \Delta E_r + \Delta E_c, \tag{4.13}$$

avec E_m l'énergie déposée par un mécanisme de chauffage coronal inconnu, $\Delta E_c = E(T_1) - E(T_2)$ où $T_2 > T_1$, l'énergie perdue ou gagnée par conduction thermique, et E_r l'énergie perdue par pertes radiatives (une valeur positive correspondra, dans cette convention à une perte d'énergie). L'auteur montre ensuite que, dans le cadre de l'hypothèse hydrostatique, seule une pente $\alpha \simeq 3/2$ garantit un bilan d'énergie stable : en effet, dans le cas où $\alpha < 3/2$, le terme d'énergie de conduction devient négatif, corre-

spondant alors à un dépôt d'énergie plus important que les pertes radiatives. Pour le cas où $\alpha > 3/2$, les pertes radiatives dominent, mais les mesures d'émission calculées par ce modèle sont bien plus importantes que celles observées. Les auteurs concluent alors que les valeurs des pentes observées jusqu'à alors ont bien un sens physique.

Cependant, il est clair que le modèle hydrostatique n'est plus valable pour les boucles soumises à un processus de chauffage, comme en témoigne la figure 4.1. De plus, comme déjà mentionné ci-dessus, on sait aujourd'hui que les boucles sont constituées d'une multitude de brins indépendants non résolus ; ils peuvent donc se trouver dans des phases différentes de chauffage (voir section précédente). Néanmoins, la forme de la $DEM \propto T^{\alpha}$ reste toujours valable, justifiable de manière assez simple. En effet, au cours des phases d'évolution d'un brin, les pertes d'énergie sont d'abord dominées par la conduction thermique, si la boucle n'a pas le temps de rejoindre l'équilibre, puis par les mécanismes radiatifs. Le flux de conduction, donné par les équations 4.5 et 4.6, induit donc un gradient de température proportionnel à $T^{5/2}$. Dans l'hypothèse d'un flux de conduction et d'une pression ($p = n \times T$) constants, on peut alors estimer la DEM d'un brin isolé comme

$$\begin{aligned} DEM(T) &\propto n_e^2 \frac{\mathrm{d}z}{\mathrm{d}T} && (4.14)\\ &\propto T^{-2} \times T^{5/2} && (4.15)\\ &\propto T^{1/2}. && (4.16)\\ & && (4.17) \end{aligned}$$

On peut faire le même type d'approximation pour le régime radiatif, pour lequel les pertes affichent une dépendance à la température du type T^{β}, avec β compris entre $-3/2$ et 2 selon les températures (Klimchuk et al. 2008). Dans ce cas, les valeurs de la pente α seront cette fois-ci comprises entre $-7/2$ et 0. La valeur de la pente dépendra donc du processus de refroidissement dominant, qui lui même dépend de la durée du processus de chauffage. Elle dépend également de la fréquence de chauffage : en effet si les événements de chauffage sont suffisamment rapprochés dans le temps, le plasma n'aura pas ou peu de temps pour refroidir. Dans ce cas, il n'y aura que très peu de matière à des températures plus basses dans la boucle, et donc une pente très raide ($\alpha \to \infty$), et un pic centré sur la température T_{max} (température à la fin de la phase II).

Cependant, comme il n'est pas possible de résoudre spatialement les brins, l'intégration le long de la ligne de visée complique l'interprétation de la DEM mesurée. D'après (Reale & Landi 2012), la courbe DEM(T) d'une boucle peut être prédite à partir de modèles théoriques impliquant un grand nombre de brins individuels, où chacun d'entre eux est aléatoirement chauffé ; dans ce cas la distribution totale sera déterminée en supposant qu'à chaque instant, toutes les phases d'évolution décrites ci-dessus coexistent. Sous ces conditions, la DEM totale sera la moyenne de la DEM d'un brin calculée pour la totalité du cycle d'évolution : la pente de la boucle totale correspond à la pente moyenne d'un brin.

Cargill & Klimchuk (2004) ont proposé une modélisation plus précise, en considérant la présence de N brins de section constante Δl le long de la ligne de visée. En supposant que l'on parvient à isoler rigoureusement le signal provenant de la boucle, et avec un ligne de visée orthogonale à l'axe de la boucle, la mesure d'émission totale peut être approximée par

$$EM_l = \int n_e^2 \mathrm{d}h(T) = \int n_e^2 N(T) \mathrm{d}\log T \Delta l \tag{4.18}$$

avec $N(T)\mathrm{d}\log T$ le nombre de brins dont la température est comprise entre T et $T+\mathrm{d}\log T$. Il s'agit ensuite d'estimer le nombre de brins à une température donnée, qui ne peut s'estimer qu'en utilisant un modèle de chauffage, dont la forme et la fréquence sont connues. Avec le modèle de chauffage impulsif décrit dans leur article, les auteurs déduisent des pentes comprises entre 1 et 7/2. Ainsi, les valeurs de pentes possibles diffèrent fortement suivant le modèle de chauffage utilisé (e.g. Raymond & Doyle 1981; Dere 1982; Brosius et al. 1996; Klimchuk et al. 2008; Mulu-Moore et al. 2011), où encore les paramètres de la boucle (par exemple en fonction de leur longueur, Bradshaw & Cargill 2010).

Récemment, plusieurs études se concentrant sur la mesure de la pente de la DEM des régions actives ont été proposées. En utilisant des données provenant des instruments *Hinode*/EIS et *SDO*/AIA, Warren et al. (2011) ont mesuré une distribution de mesures d'émission $\mathrm{EM} \propto T^{3.26}$, suggérant ensuite, à l'aide de simulations hydrodynamiques, qu'un scénario de chauffage à haute fréquence est le plus cohérent avec leurs observations. Ces résultats sont en accord avec ceux de Winebarger et al. (2012), qui mesurent une pente d'environ 3.2. Cependant, les analyses de Tripathi et al. (2011) conduisent à la mesure de pentes plus douces, avec une distribution de mesure d'émission $\mathrm{EM} \propto T^{2.4}$, plus cohérente avec, cette fois-ci un scénario à basse fréquence. Warren et al. (2012) ont réalisé une étude systématique de 15 régions actives différentes, concluant que la plupart d'entre elles présentent une pente proche de 3. Des pentes légèrement plus douces, de l'ordre de 2 sont cependant mesurées dans les régions actives où le champ magnétique apparaît plus faible. Schmelz & Pathak (2012) ont étudié 8 zones de 5 régions actives différentes, pour lesquelles les pentes mesurées couvrent un large intervalle de valeurs. Leurs résultats sont cohérents avec l'hypothèse d'un chauffage à basse fréquence dans les régions actives jeunes, donc d'une DEM plus douce, avec des pentes comprises entre 1.91 et 2.86. Par contre, les régions actives plus âgées présentent des pentes beaucoup plus raides, avec des valeurs supérieures à 4, en accord cette fois-ci avec un scénario à haute fréquence.

D'après les nombreuses études théoriques réalisées ces 50 dernières années portant sur la modélisation et la compréhension des boucles, on constate effectivement que la mesure de la pente de la DEM est clairement un paramètre d'intérêt pour la caractérisation des propriétés des mécanismes de chauffage. Beaucoup de mesures ont été réalisées ces dernières années, conduisant à des conclusions différentes selon les travaux. Cependant, la détermination de la DEM n'est pas chose simple, comme on a déjà pu le voir depuis le début de ce travail. Comme dans le chapitre précédent, la même question se pose : quelle est l'influence des incertitudes sur la reconstruction

de la DEM ? Quelles sont les barres d'erreur relatives aux paramètres reconstruits ? Dans le cadre de la problématique du chauffage coronal, déterminer l'incertitude sur la mesure des pentes parait crucial, puisqu'il s'agit d'un diagnostic important ; on peut ainsi interpréter correctement les résultats d'inversion de DEM.

4.2 Application au spectromètre *Hinode*/EIS

Dans le cas du spectromètre EIS, seules les familles de DEMs correspondant aux régions actives ont été étudiées (voir Section 4.2). On applique la technique décrite section 3.1 pour calculer les incertitudes associées aux mesures de pentes, en utilisant 30 raies spectrales observées par EIS dont la liste est donnée dans la table 4.1. Les deux premières colonnes indiquent respectivement l'ion et la longueur d'onde de la raie d'émission. La troisième colonne indique la température à laquelle la fonction de contribution associée à l'ion atteint son maximum, et la quatrième indique l'incertitude totale affectée à la raie (voir section 4.2.1). La plupart d'entre elles font partie des raies les plus fréquemment utilisées dans le cas d'observations de régions actives (del Zanna & Mason 2005). Quelques unes proviennent de la même espèce d'ion : on a donc seulement 20 espèces d'ions différentes et donc seulement 20 températures de formation différentes pour contraindre la DEM. En pratique, on utilise souvent ces redondances d'information pour diminuer les incertitudes. Ces raies sont identiques à celles utilisées par Bradshaw et al. (2012) et Reep et al. (2013), qui proposent dans leurs travaux plusieurs séries de simulations de chauffage de boucles coronales. Le premier article s'intéresse au cas particulier des mécanismes de chauffage à basse fréquence, tandis que le dernier s'intéresse au chauffage haute fréquence ; les auteurs explorent ainsi une large gamme de conditions physiques. En utilisant les incertitudes sur les pentes mesurées calculées dans ce travail, on pourra comparer les mesures de pentes disponibles actuellement dans la littérature (décrites à la fin de la section 4.1.2) avec les prédictions de leurs différents modèles.

Modélisation des DEMs des régions actives

Comme on l'a déjà décrit dans la partie 4.1, les DEMs des régions actives suivent souvent une loi de puissance en T^{α}. Les modèles de DEMs utilisées dans le chapitre précédent (Gaussienne ou fonction porte) ne sont donc plus adaptés. Afin de modéliser de manière la plus réaliste possible les DEMs des régions actives, on utilise la paramétrisation détaillée ci-après, représentée pour plusieurs ensembles de paramètres sur la figure 4.2, et définie à l'aide des 4 paramètres EM, T_p, α et σ.

Ions	Longueurs d'ondes (Å)	$\log(T[K])$	Incertitude totale σ_{unc}
Mg V	276.579	5.45	61.03 %
Mg VI	268.991	5.65	61.03 %
Mg VI	270.391	5.65	61.03 %
Mg VII^b	278.404	5.80	62.85 %
Mg VII	280.745	5.80	61.03 %
Si VII	275.354	5.80	61.03 %
Si IX	258.082	6.05	61.03 %
Si X	258.371	6.15	61.03 %
Si X	261.044	6.15	61.03 %
Fe IX	188.497	5.85	61.03 %
Fe IX	197.865	5.85	61.03 %
Fe X	184.357	6.05	61.03 %
Fe XI	180.408	6.15	61.03 %
Fe XI	188.232	6.15	61.03 %
Fe XII	192.394	6.20	61.03 %
Fe XII	195.119	6.20	61.03 %
Fe XIII	202.044	6.25	61.03 %
Fe XIII	203.828	6.25	61.03 %
Fe XIV	264.790	6.30	61.03 %
Fe XIV	270.522	6.30	61.03 %
Fe XIV^b	274.204	6.30	62.85 %
Fe XV	284.163	6.35	61.03 %
Fe XVI	262.976	6.45	61.03 %
S X	264.231	6.15	53.15 %
S XIII^b	256.685	6.40	55.23 %
Ca XIV	193.866	6.55	61.03 %
Ca XV	200.972	6.65	61.03 %
Ca XVI	208.604	6.70	61.03 %
Ca XVII^b	192.853	6.75	62.85 %

TABLE 4.1: Liste des 30 raies du spectromètre *Hinode*/EIS utilisées dans les simulations Monte-Carlo. Les raies sont d'abord triées par élément en fonction de la température du pic de leur fonction de contribution. Les raies dont le signal est mélangé avec une ou plusieurs raies voisines sont mentionnées par l'index b. La quatrième colonne indique le pourcentage d'incertitude total appliqué sur chaque raie, résultant des sources d'incertitudes systématiques et aléatoires.

- Loi de puissance à basse température : $T_e < T_0$

$$\begin{aligned} \xi_{AR}(T_e) &= k \text{ EM } \times T_e^{\alpha} \\ \text{with } k &= T_0^{-\alpha}\ \mathcal{N}_{0.15}(\log T_0 - \log T_p) \\ \text{and } \mathcal{N}_{\sigma}(x) &= \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right) \end{aligned} \tag{4.19}$$

  où α est la pente de la DEM dans la partie à basse température, T_p est la température du pic de la DEM, et EM est la mesure d'émission totale. La constante de normalisation k est utilisée pour assurer la continuité et dérivabilité du modèle de DEM : en effet, la pente doit être tangente à la fonction Gaussienne à largeur fixe (voir ci-dessous), utilisée pour connecter les parties basses et hautes températures, au point de coordonnées T_0, qui dépend de la valeur de la pente.

- Gaussienne à haute température : $T_e > T_p$

$$\xi_{AR}(T_e) = \text{EM}\ \mathcal{N}_{\sigma}(\log T_e - \log T_p), \tag{4.20}$$

  avec σ la déviation standard de la Gaussienne. Ainsi, pour des températures supérieures à celle du pic de la DEM, la DEM est décrite par une distribution Gaussienne, centrée sur la température T_p et définie par le paramètre σ.

- "Connecteur" Gaussien fixe : $T_0 < T_e < T_p$

$$\xi_{AR}(T_e) = \text{EM}\ \mathcal{N}_{0.15}(\log T_e - \log T_p), \tag{4.21}$$

  avec T_0 le point où la pente α est tangente au connecteur Gaussien fixe $\mathcal{N}_{0.15}$. Le connecteur est ajouté pour assurer que le modèle de DEM appartient à l'espace des fonctions de classe C^1, i.e. une fonction continue et dérivable, dont la dérivée est également continue.

Comme dans le chapitre précédent, l'espace des paramètres est largement exploré, en calculant les intensités théoriques de référence I_b^0 pour de larges gammes de paramètres α, T_p, σ et EM, intensités qu'on utilise ensuite pour déduire les I_b^{obs} et les I_b^{th} (voir chapitre 3, section 3.1.3). La température électronique T_e pour laquelle la DEM est définie varie entre $\log T_e = 5$ et $\log T_e = 7.5$, échantillonnée avec un pas de 0.005 $\log T_e$. La pente α varie entre 1.0 et 6.0 avec un pas de 0.01, l'EM prend des valeurs comprises entre 3×10^{26} et 3×10^{29} cm^{-5}, avec une résolution de 0.1 en échelle logarithmique, et la température du pic T_p varie entre $\log T_p = 5.9$ et $\log T_p = 6.9$, avec un pas de 0.02 $\log T_e$. Ainsi, en limitant l'intervalle de variation de chaque paramètre, on peut ainsi pré-calculer une fois pour toute les intensités théoriques de référence I_b^0, en fonction des quatre paramètres α, σ, T_p et EM pour chacune des 30 raies utilisées (voir table 4.1). L'intervalle de variation de chaque paramètre a été choisi de manière à encadrer l'intervalle de valeurs possibles documentées dans la littérature. La figure 4.2 illustre les différents intervalles de variation des paramètres T_p, σ et α. La mesure d'émission est fixée à EM = 10^{28} cm^{-5}, valeur caractéristique des régions actives. Les cinq courbes à droite sont toutes représentées pour la même température $T_p = 1$ MK

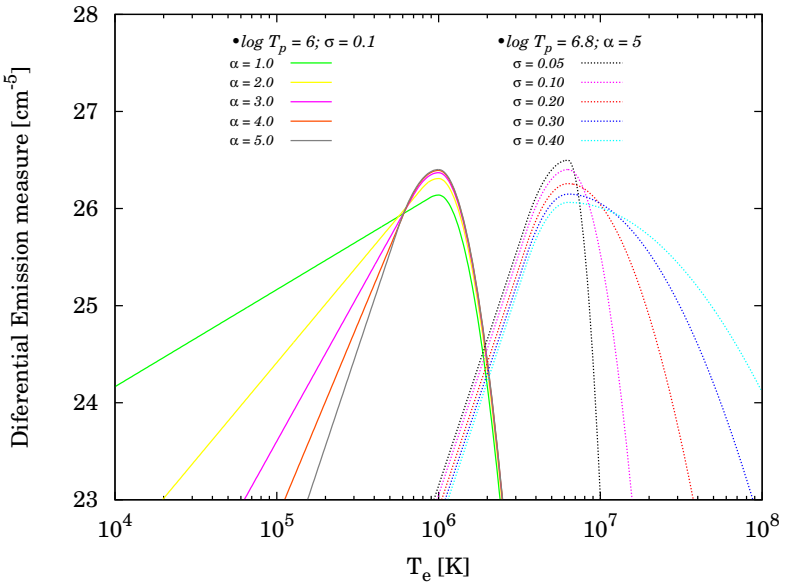

FIGURE 4.2: Exemples de paramétrisation du modèle de DEM adopté pour les régions actives. La mesure d'émission totale est pour toutes les courbes égale à $\mathrm{EM}_{AR} = 10^{28}$ cm^{-5}, valeur caractéristique des régions actives. Les courbes de gauche illustrent les variations de la pente α, entre 1 et 5, tandis que les autres paramètres sont fixés à $T_p = 1$ MK et $\sigma = 0.1$ $\log T_e$. A droite, la température du pic est maintenant de $T_p = 10^{6.8}$ K, tandis que la pente est fixée à $\alpha = 5$ et le paramètre σ varie entre 0.05 et 0.4 $\log T_e$.

et la même largeur de Gaussienne $\sigma = 0.1 \log T_e$, tandis que la pente varie entre 1 et 5. Les cinq dernières courbes à droite, représentent la variation du paramètre σ : la température T_p et la pente α sont maintenant fixées à respectivement $T_p = 10^{6.8}$ K and $\alpha = 5$, alors que le paramètre σ varie entre 0.05 et 0.49.

En suivant le raisonnement initial de la technique décrite dans la section 3.1, les intensités observées I_b^{obs} et théoriques I_b^{th} sont ensuite calculées *via* les équations 3.5 et 3.6, en perturbant aléatoirement les intensités théoriques de référence $I_b^0(\mathrm{EM}, \alpha, T_p, \sigma)$ calculées à partir du modèle de DEM de régions actives décrit ci-dessus et de l'équation 2.46. Pour le calcul des intensités $I_b^0(\mathrm{EM}, \alpha, T_p, \sigma)$ associées à chacune des raies présentées dans la table 4.1, la version 7.1 de la base de données CHIANTI (Landi et al. 2013) a été utilisée, ainsi que la fonction `eis_eff_area` (Mariska 2010) de la librairie SSW (voir section 3.1.4), qui permet de prendre en compte la sensibilité de l'instrument.

4.2.1 Modélisation des incertitudes

De manière analogue au cas de l'imageur AIA, les observations I_b^{obs} provenant du spectromètre EIS sont perturbées aléatoirement et systématiquement par plusieurs facteurs :

- *Bruit de photon :* on peut simuler de manière réaliste cette première source d'er-

reur, en perturbant les intensités simulées I_b^{obs} en utilisant une variable aléatoire de Poisson, en prenant garde à prendre en compte les différents gains de conversions de l'instrument (procédure identique à celle d'AIA, décrite section 3.1.4).

- *Bruit de lecture :* il est estimé à $\sigma_{ccd} = 6e^-$ rms (McFee 2003) pour les CCDs de l'instrument EIS. On le modélise par une variable aléatoire Gaussienne, comme dans le cas d'AIA (section 3.1.4).
- *Étalonnage de l'instrument :* l'incertitude absolue associée est évaluée à environ $\sigma_{cal} = 25\%$ (Culhane et al. 2007) pour les deux CCDs de l'instrument EIS. On utilise deux variables Gaussiennes indépendantes, une pour chaque caméra. Ainsi, toutes les raies mesurées par une caméra donnée seront perturbées de la même manière. La différence entre les deux caméras peut donc être au maximum de 50%. En outre, la dégradation de l'instrument au cours du temps peut également introduire une incertitude supplémentaire, qu'on ne modélisera pas d'ici (voir par exemple le nouvel étalonnage de EIS Del Zanna 2013).
- *Raies "mélangées" :* une incertitude supplémentaire $\sigma_b = 15\%$ est ajoutée aux raies dite "mélangées" ; comme elles sont trop proches d'une ou plusieurs raies voisines, il faut extraire le signal associé à une raie individuelle par des méthodes d'analyse (e.g. l'ajustement de Gaussiennes multiples) qui introduisent une incertitude supplémentaire. Les raies de ce type sont indiquées dans la table 4.1 par l'indice b. Cette valeur est une estimation moyenne et peut elle aussi varier d'une raie à l'autre ; on peut par exemple citer la raie du calcium Ca XVII qui est mélangée à 5 raies différentes de l'oxygène O V et 2 raies du fer Fe IX (Young et al. 2007). Dans ce cas, la procédure d'extraction du signal est très complexe, conduisant à une incertitude associée plus élevée.

Comme on utilise un spectromètre, chacune des raies observées peut-être isolée individuellement ; on peut alors adopter une description des incertitudes associées aux processus de physique atomique plus détaillée que dans le cas de AIA, dont les fonctions de réponses contiennent le signal provenant de plusieurs raies différentes. En particulier, on peut maintenant prendre en compte individuellement chaque source d'incertitude affectant de manière distincte les intensités théoriques I_b^{th} des raies utilisées. Ainsi on définit quatre classes d'incertitudes différentes, associées aux paramètres atomiques, à l'équilibre d'ionisation, à l'abondance des éléments, et enfin à la mesure du biais observé dans la mesure des abondances des éléments à bas FIP (toutes ces sources d'incertitudes sont décrites dans la section 2.2.2). Pour chaque réalisation des perturbations, on choisit i nombres, tirés aléatoirement suivant des distributions de probabilités Gaussiennes de déviations standard σ_i, centrée sur 0, à partir desquels on calculera nos intensités théoriques I_b^{th}, définis comme :

- *Classe 1* : la première classe σ_1 concerne les incertitudes qui sont différentes pour chacune des raies. Elle permet de modéliser les incertitudes associées aux paramètres atomiques ; 30 variables aléatoires Gaussiennes sont donc utilisées pour modéliser ces différentes sources d'erreurs.
- *Classe 2* : cette seconde classe σ_2 permet de modéliser les erreurs systématiques qui sont identiques pour les raies provenant d'un même ion (e.g., Fe XIV 264, 270,

et 274 Å), mais différentes pour chaque espèce d'ion. Elle permet de modéliser les erreurs associées au taux de recombinaison et d'ionisation utilisés pour les calculs d'équilibre d'ionisation. On utilise cette fois-ci 20 variables indépendantes Gaussiennes (3 ions Mg, 3 ions Si, 8 ions Fe, 2 ions S, et 4 ions Ca ; voir table 4.1) pour modéliser ces sources d'erreurs.

- *Classe 3* : la troisième classe d'erreurs σ_3 concerne les erreurs qui sont identiques pour chaque raie provenant d'un même élément, mais différentes d'élément à élément ; elles sont associées à la mesure de l'abondance de chaque élément dans la couronne. On utilise donc 5 variables aléatoires indépendantes Gaussiennes (une par élément).
- *Classe 4* : la dernière classe σ_4 concerne les erreurs additionnelles affectant le calcul des abondances coronales des éléments à bas-FIP : ces éléments apparaissent enrichis d'un facteur compris entre 2 et 4, selon les études. Pour simuler l'incertitude associée à ce facteur, on adopte un biais moyen de 2.5 (communication privée, G. Del Zanna, G. Doschek, M. Laming, E. Landi, H. Mason, J. Schmelz, P. Young, 2012), que l'on perturbe ensuite aléatoirement en utilisant une variable aléatoire Gaussienne unique pour toutes les raies d'élément à bas FIP. Finalement, toutes nos raies sont perturbées de manière identique, exceptées les deux raies du souffre.

Chaque intensité théorique I_b^{th} est donc obtenue en perturbant les intensités théoriques de référence I_b^0 par la somme de ces quatre (ou cinq si raie mélangée) nombres aléatoires $I_b^{th} = [(1+R_1)(1+R_2)(1+R_3)(1+R_4,\ \text{si bas FIP})(1+R_5,\ \text{si raie mélangée})]\ I_b^0$. A chacune des réalisations, un nouvel ensemble de nombres R_i est calculé. L'incertitude totale relative aux processus de physique atomique est donc donnée par la somme quadratique de chacune des déviations standard $\sigma_{atom}^2 = \sigma_1^2 + \sigma_2^2 + \sigma_3^2$ ($+\sigma_4^2 + \sigma_5^2$ si applicable).

Afin de déterminer l'amplitude de chacune de ces quatre classes d'incertitudes, nous avons interrogé un groupe d'expert spectroscopistes solaires (G. Del Zanna, G. Doschek, M. Laming, E. Landi, H. Mason, J. Schmelz, P. Young). Après quelques discussions, un consensus s'est dégagé autour des valeurs génériques suivantes : $\sigma_1 = 20\%$ pour la classe 1, et $\sigma_2 = \sigma_3 = \sigma_4 = 30\%$ pour les trois autres classes, ce qui conduit à une incertitude associée à la physique atomique comprise entre 46.9 et 57.6%, et donc un total σ_{unc} (i.e. physique atomique + étalonnage) compris entre 53.15 et 62.85%. Il est cependant à noter que les erreurs peuvent être plus ou moins importantes pour certaines raies. En effet, lors de discussions postérieures avec certains experts spectroscopiques, ces valeurs peuvent être trop élevées pour certaines raies relativement bien connues et étudiées. La comparaison des intensités théoriques de référence I_b^0 avec des observations peut dans certains cas suggérer des incertitudes plus petites. Par exemple, si le signal provenant de plusieurs raies provenant d'un même ion, e.g., Fe XIV, implique une mesure d'émission similaire, alors dans ce cas les erreurs de classe 1 peuvent être considérées comme faibles : les taux d'excitation et désexcitation utilisés pour calculer la population des différents niveaux d'énergie semblent cohérents. Un autre exemple : si plusieurs raies du Fer correspondant à différents degrés d'ionisation (Fe X, XI, etc.)

suivent une tendance compatible avec une EM donnée, alors les erreurs de classe 2 sont probablement plus faibles que les valeurs génériques utilisées : les taux d'ionisation et de recombinaison semblent être en accord avec les observations.

Afin de prendre en compte ces remarques, les simulations et calculs ont également été réalisés en utilisant un deuxième jeu d'incertitude, conduisant cette fois-ci à une incertitude totale σ_{unc} comprises entre 25 et 30%, un intervalle de valeur typiquement utilisé dans le traitement de données. Les classes 1 à 4 sont maintenant toutes évaluées à 10%, tandis que les erreurs concernant l'étalonnage de l'instrument sont réduites à 20%. L'idéal serait de disposer d'un jeu d'incertitude calculé individuellement pour un ensemble de raies précédemment utilisé pour des mesures de pentes ; cependant, c'est un réel travail en soi, car il existe une multitude d'études et de publications concernant les raies coronales, utilisant des méthodes différentes et donc avec des incertitudes différentes. C'est cependant un travail que l'on projette de réaliser dans un futur proche, en collaboration avec Helen Mason et Giulio Del Zanna (Cambridge University).

Bien que la modélisation choisie tente de simuler les erreurs systématiques de la manière la plus réaliste possible, quelques améliorations pourraient y être apportées. Les erreurs associées aux classes 1 et 2 sont appliquées en perturbant directement les intensités ; mais en réalité ce sont les fonctions de contribution $G_{X,l}$ de chaque raie qui sont affectées. Ces erreurs systématiques (taux d'excitation, d'ionisation, et de recombinaison) peuvent par exemple changer la forme, la position du pic ou encore l'amplitude des fonctions de contribution de chaque raie (voir l'équation 2.11). Une modification de la fonction de contribution $G_{X,l}$ produira donc une variation d'intensité, mais qui dépend de la DEM. Pour simuler les incertitudes de manière encore plus réaliste, il faudrait en réalité inclure les perturbations directement sur les paramètres atomiques, résoudre à nouveau l'équilibre de population pour pourvoir recalculer les fonctions de contribution, puis finalement les intensités. Cela n'a pour l'instant pas été possible pour des raisons de coût de calcul, mais pourrait être réalisé dans le futur, à condition de se pencher sérieusement sur le problème d'accélération des calculs. On pourrait aussi prendre en compte les corrélations existant entre les différentes incertitudes ; par exemple si la variable aléatoire R_2 associée à l'incertitude portant sur les taux d'ionisation et de recombinaison (classe 2) de l'ion Fe XIV est positive, alors dans ce cas les variables aléatoires R_2 des ions Fe XIII et Fe XV seront très probablement négatives, puisque l'abondance de l'élément Fe, elle, ne change pas.

4.3

Reconstruction de la DEM des régions actives

4.3.1 Reconstruction de la pente

Pour étudier la robustesse de l'inversion, plusieurs simulations Monte-Carlo ont été effectuées en utilisant le modèle de DEM décrit dans la partie 4.2, les incertitudes discutées dans la section 4.2.1 et les 30 raies de la table 4.1. On ne s'intéresse ici qu'à l'impact des incertitudes sur la qualité de la reconstruction ; aussi les intensités théoriques I_b^{th} et observées I_b^{obs} sont elles simulées avec le même modèle de DEM de région active. Ainsi, le modèle représente toujours parfaitement les données EIS simulées. Comme les solutions correspondent au minimum absolu du critère (voir équation 3.9), toutes les solutions sont complètement cohérentes avec les données. Ainsi la comparaison entre données simulées et résultats d'inversions révèle les limitations associées à la présence des incertitudes sans être affectée par l'algorithme d'inversion. Il s'agit en fait du cadre d'inversion le plus optimal, car en réalité, on ne connaît pas la forme de la DEM *a priori* et l'on doit généralement recourir à une inversion à l'aveugle (cf. discussion de la section 2.2.3), qui introduit des limitations supplémentaires, inhérentes aux difficultés mathématiques induites par la nature inverse du problème (cf. discussion 2.2.2). La technique utilisée permet au contraire de séparer chaque source d'erreur indépendamment.

On note les paramètres associés aux observations simulées comme suit : EM^P, T_p^P, σ^P et α^P, tandis que les paramètres reconstruits seront notés EM^I, T_p^I, σ^I et α^I. Comme dans le chapitre précédent, on réduit le nombre de dimensions du problème en fixant certain paramètres : la mesure d'émission EM des I_b^{obs} sera dans toute la suite fixée à la valeur constante $\mathrm{EM}_{AR}^T = 10^{28}\mathrm{cm}^{-5}$, grandeur caractéristique des régions actives. Comme on étudie surtout la reconstruction de la pente α, qui est le paramètre important pour contraindre les modèles de chauffage, on choisit de fixer également le paramètre σ à la fois pour les intensités observées I_b^{obs} et les intensités théoriques I_b^{th}, à la valeur arbitraire constante $\sigma^P = \sigma^I = 0.2\log T_e$; seuls les paramètres EM^I, T_p^I et α^I sont ajustés dans cette partie. Des simulations additionnelles avec des valeurs de σ différentes ont été réalisées, afin de confirmer que sa variation n'affecte pas la reconstruction de la pente. Les capacités du spectromètre EIS à reconstruire le paramètre σ seront, en revanche, exposées dans la suite, section 4.3.2. Finalement, les matrice de probabilités $P(\mathrm{EM}^I, T_p^I, \sigma^I = 0.2, \alpha^I | \mathrm{EM}^P = \mathrm{EM}_{AR}^P, T_p^P, \sigma^P = 0.2, \alpha^P)$ sont réduites à 5 dimensions.

Les cartes de probabilités associées aux pentes α résultant de cette première simulation sont présentées sur la figure 4.3 et la figure 4.4, de manière totalement analogue aux cartes présentées dans le chapitre précédent. Dans la figure 4.3, les probabilités sont représentées pour une température de pic $T_p^P = 10^{6.8}$ K, et présentées quelles que soient l'EM^I et la température T_p^I déterminées lors du processus d'inversion, i.e. $P(\mathrm{EM}^I, T_p^I, \sigma^I = 0.2, \alpha^I | \mathrm{EM}^P = \mathrm{EM}_{AR}^P, T_p^P = 10^{6.8}, \sigma^P = 0.2, \alpha^P)$ intégrée le long des axes EM^I et T_p^I. La diagonale observable sur la carte (a) indique une corrélation linéaire

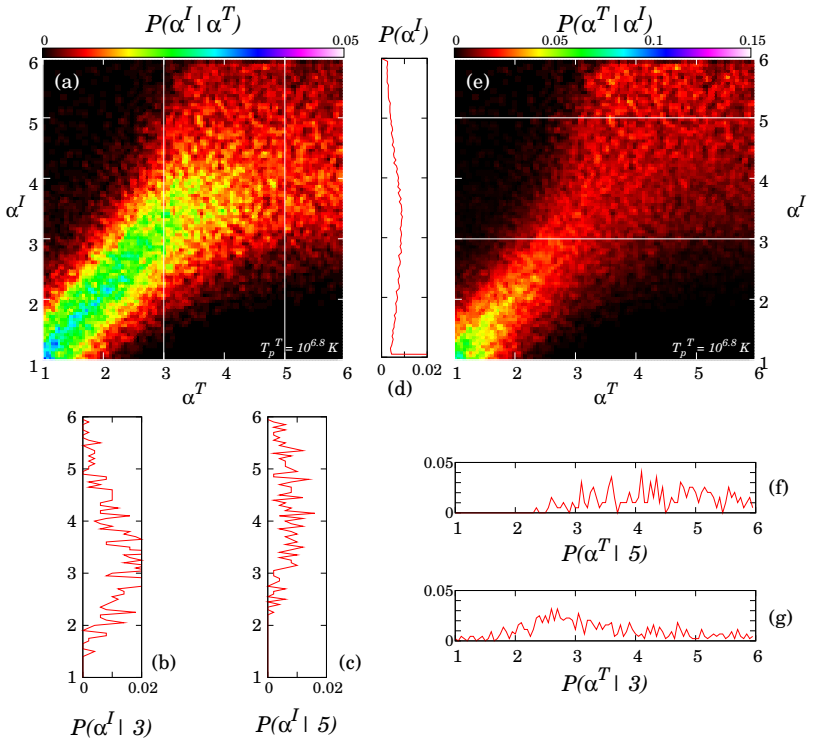

FIGURE 4.3: Cartes de probabilités, similaires à celles présentées dans le chapitre 3, mais pour le paramètre α, obtenues pour 1000 réalisations Monte-Carlo des pertubations. Dans ce cas, les paramètres EM^P, T_p^P et σ^P sont fixés respectivement à EM_{AR}, $10^{6.8}$ K et 0.02 $\log T_e$. Les matrices de probabilités sont ici intégrées le long des axes EM^I et T_c^I.

entre la pente déduite par inversion α^I et la pente initiale α^P. Cependant, on observe un étalement des solutions autour de la diagonale indiquant qu'il existe un intervalle de solutions α^I cohérent avec la même pente initiale α^P et le niveau d'incertitude. En particulier, cet étalement est d'autant plus important que les pentes sont raides (i.e. grandes valeurs de α^P). En effet, dans ce cas, l'émission est dominée par les hautes températures conduisant à un signal plus faible, voire nul, pour les raies à basses températures. Ainsi, le nombre de raies disponibles pour contraindre la pente est plus faible, affectant donc la robustesse de l'inversion. Le profil (b) donne par exemple une distribution de probabilités $P(\alpha^I|3)$ piquée autour de 3, avec un intervalle de valeurs probables entre $2.5-4$, tandis que le profil (c) $P(\alpha^I|5)$ montre que les solutions les plus probables sont comprises dans un intervalle plus large, cette fois-ci entre 2 et 6. Sans information additionnelle pour exclure certaines solutions, le résultat de l'inversion reste hautement incertain.

La quantité $P(\alpha^P|\alpha^I)$, représentée sur la carte (e) de la figure 4.3, permet non seulement d'interpréter correctement un résultat d'inversion donné (voir chapitre précédent), en fournissant toutes les solutions possibles et leurs probabilités associées, mais également de déterminer un intervalle de confiance sur la DEM mesurée. Par exemple, les profils (f) et (g) fournissent toutes les pentes α^P cohérentes avec, respectivement, $\alpha^I = 5$ et $\alpha^I = 3$. Dans les deux cas, un intervalle relativement large de solutions est cohérent avec l'inversion : d'après (f), $3 < \alpha^P < 6$, tandis que (g) présente un profil moins large, avec la majorité des solutions comprises entre $2 < \alpha^P < 4$ et une solution plus probable autour de 3. Ce type de distribution est donc très utile pour aider à l'interprétation de l'inversion de DEM : on peut en effet, à partir de ces distributions, calculer les grandeurs statistiques des distributions de probabilités associées à un résultat α^I, telle que la déviation standard ou la valeur moyenne. Ces grandeurs sont des indicateurs importants concernant la qualité de l'inversion et des incertitudes associées. Par exemple, à partir du profil (f), on déduit une valeur moyenne de $\overline{\alpha}^P = 4.47$, pour une valeur de pente mesurée de $\alpha^I = 5$. La déviation standard associée est évaluée à 0.87, et caractérise la dispersion des résultats, fournissant ainsi une estimation des intervalles de confiance sur la reconstruction de la pente. On peut ainsi déduire une interprétation rigoureuse du résultat d'inversion $\alpha^I = 5$ (i.e. la pente mesurée dans le cas de donnée réelle), avec un résultat final pour la pente du plasma de $\alpha^P = 4.47 \pm 0.87$. Le profil (g), fournit une valeur moyenne de $\overline{\alpha}^P = 3.39$, pour une pente mesurée est de $\alpha^I = 3$, et une déviation standard de 1.07, conduisant à un résultat final de $\alpha^P = 3.39 \pm 1.07$.

La situation se détériore clairement lorsque la température du pic diminue, comme illustré sur la figure 4.4. Ces figures sont identiques à la figure 4.3, mais dans le cas où la température du pic est maintenant de $T_p^P = 10^{6.5}$ (haut) et $T_p^P = 10^6$ K (bas). Comparé au cas précédent, les distributions de probabilités sont clairement plus larges et beaucoup moins régulières. Quel que soit le résultat α^I, la distribution de probabilités (e) des solutions possibles α^P s'étend sur la totalité de l'intervalle de variations possibles. Dans le cas où $T_p^T = 10^{6.5}$ K, la déviation standard est estimée autour de 1.3-1.4, valeur similaire à celle calculée pour la température de pic extrêmement basse

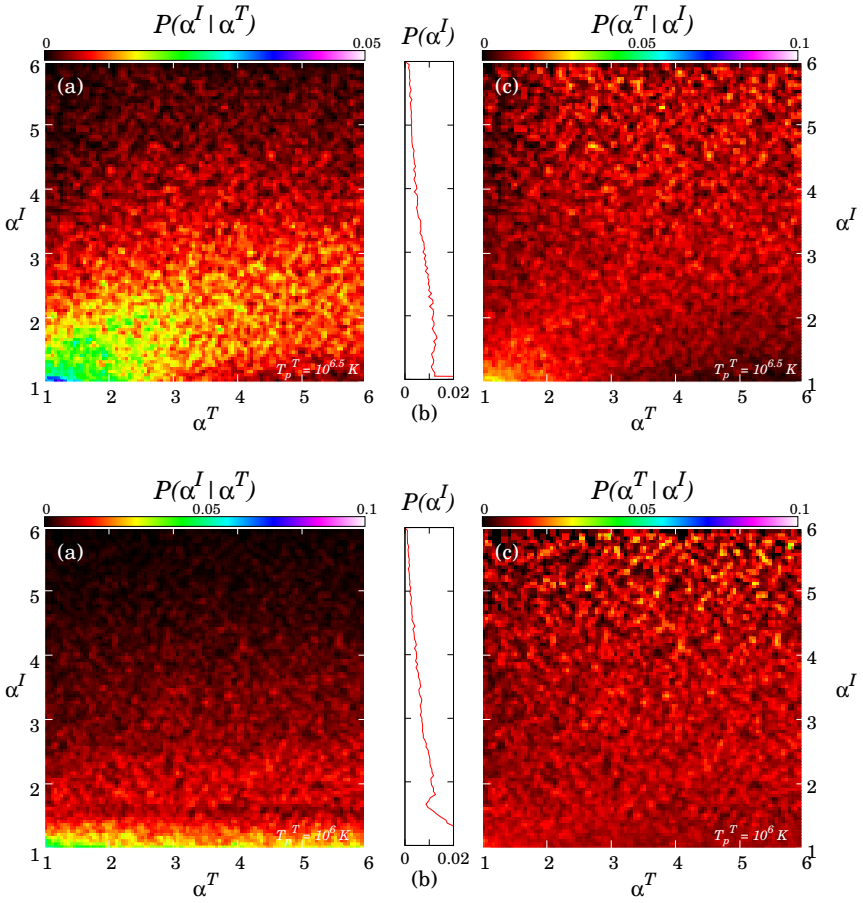

FIGURE 4.4: Cartes de probabilités identiques à la figure 4.3, mais dans le cas où la température pic est maintenant à $T_p^P = 10^{6.5}$ K (*haut*) et à $T_p^{6.0}$ K (*bas*).

$T_p^P = 10^6$ K[3]. La détérioration de la robustesse de l'inversion peut être expliquée par l'effet cumulé de la diminution du nombre de raies disponibles pour contraindre la pente, et de l'intervalle de températures pour lequel la DEM évolue en loi de puissance. Pour les cartes présentées figure 4.3, la température du pic $T_p^P = 10^{6.8}$ K est suffisamment élevée pour que les 30 raies utilisées contraignent la pente, et dans ce cas, l'intervalle de température correspondant couvre 1.35 décades. Par contre, dans le cas de la carte représentée en haut de la figure 4.4, le nombre de raies diminue à 26, tandis que l'intervalle de température ne se limite plus qu'à une décade. Pour le cas extrême où $T_p^P = 10^6$ K, seules 8 raies sont maintenant disponibles pour contraindre la pente, et l'intervalle de température est réduit à 0.35 décades.

La divergence entre la DEM du plasma ξ^P et celle déduite de l'inversion ξ^I est illustrée sur la figure 4.5 (bas) et la figure 4.6, représentant trois réalisations différentes des perturbations aléatoires et des erreurs systématiques, tandis que le cas idéal, i.e. sans incertitudes, est représenté sur la figure 4.5 (haut). Les courbes loci (cf. chapitre 3, section 3.2.1) sont tracées en fonction de l'élément, donné par le type de trait, et en fonction de leur intensité relative, donnée cette fois-ci par la couleur depuis le jaune pâle (raies les plus faibles) au rouge sombre (raies les plus intenses). Dans le premier cas de la figure4.5, en l'absence de perturbation, les courbes loci sont parfaitement alignées, et ainsi la DEM ξ^I correspond exactement à la DEM initiale ξ^P. Le second cas, en revanche, est calculé pour une réalisation quelconque des perturbations n_b and s_b, et chaque courbe loci est aléatoirement déviée de sa position initiale (i.e. cas parfait sans incertitude), impliquant une déviation de la solution ξ^I. La température initiale du pic T_p^T =4 MK est alors sous-estimée à T_p^I =2.8 MK, tandis que la pente est évaluée autour de α^I =3.4 pour une pente initiale de $\alpha^P = 2.0$. Il est à noter qu'il y a plus de raies dans l'intervalle de température 9×10^5-6×10^6 K, tandis qu'à basses température les raies sont moins nombreuses et beaucoup plus faibles. Bien que l'on normalise les χ^2 par les différentes sources d'incertitudes, dont le bruit de photon, le SNR de ces raies est trop faible pour contenir une information pertinente. La figure 4.6 représente deux autres réalisations des erreurs, conduisant dans le cas numéro 3 à une sur-estimation de l'EM, et dans le cas 4 à une déviation importante de la température T_p.

En revanche, la reconstruction de la température du pic T_p est bien mieux contrainte que la pente. La figure 4.7 montre les cartes de probabilités associées au paramètre T_p, représentées pour une pente $\alpha^P = 1.5$, et la mesure d'émission constante EM_{AR}^P. Les probabilités sont maintenant représentées quels que soient les paramètres EM^I et α^I. Les résultats sont similaires quelle que soit la pente initiale α^P, et les cartes de probabilités représentées ici sont caractéristiques des résultats obtenus[4]. La majorité des solutions sont localisées autour de la diagonale ; on peut donc conclure que l'utilisation de ces 30 raies permet une estimation de la température T_p sans ambiguïté.

3. Toutes les cartes de probabilités, calculée pour les 63 valeurs de T_p^P utilisées peuvent être trouvées à `ftp://ftp.ias.u-psud.fr/cguennou/DEM_EIS_inversion/slope/slope/`.

4. Les cartes de probabilités pour les 101 valeurs de α^P comprises entre 1 et 6 sont disponibles en ligne à ftp ://ftp.ias.u-psud.fr/cguennou/DEM_EIS_inversion/slope/temperature/

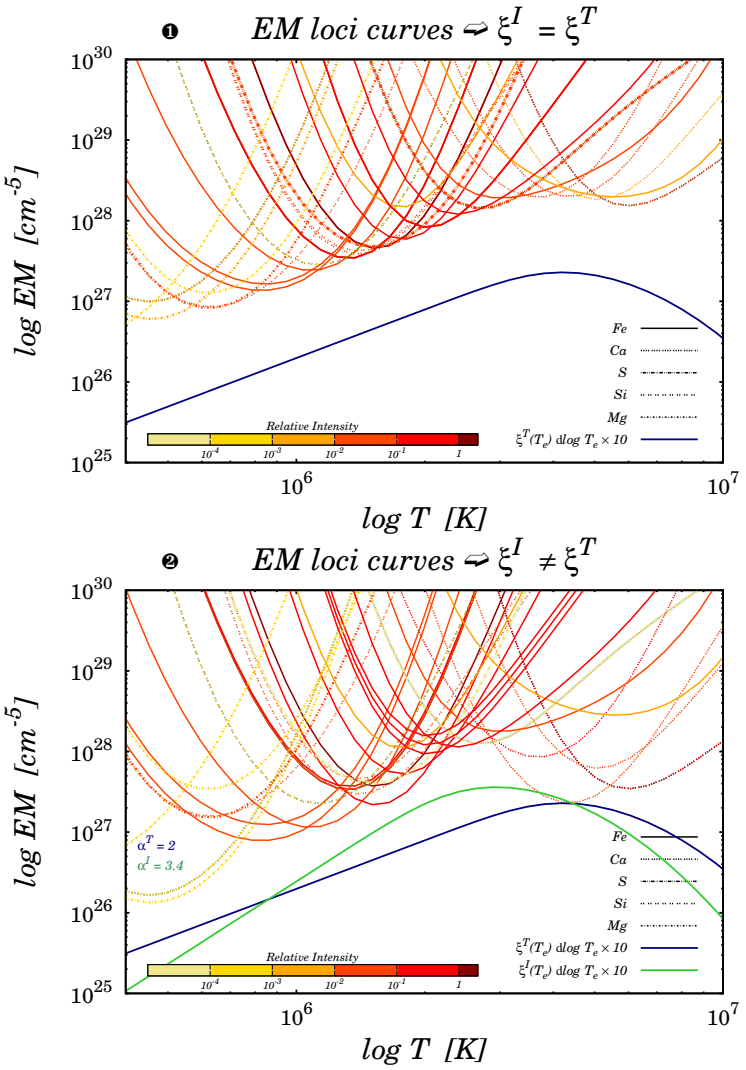

FIGURE 4.5: Illustration de la différence entre la DEM du plasma ξ^P (trait continu bleu) et la DEM inversée ξ^I (trait continu vert), causé par la présence des erreurs systématiques et aléatoires. Les courbes loci sont représentées en fonction des différents éléments (type de traits) et en fonction de leurs intensités relatives depuis le jaune pale (moins intense) jusqu'au rouge sombre (plus intense). *Figure du haut* : Aucune incertitude n'est ajoutée dans ce cas, on a donc $\xi^I = \xi^P$. *En bas :* En présence des différentes sources d'erreurs, où cette fois-ci il y divergence entre DEM initiale ξ^P et DEM reconstruite ξ^P.

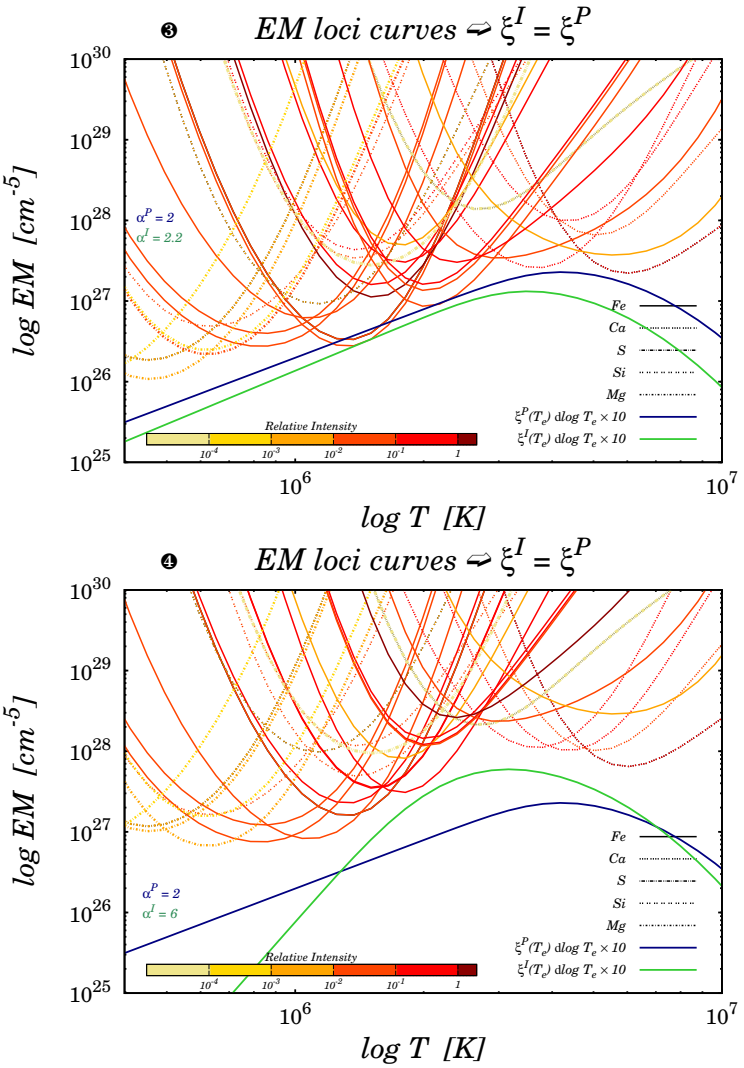

FIGURE 4.6: Figures identiques à celle présentées dans la figure 4.5, mais pour des réalisations différentes des erreurs.

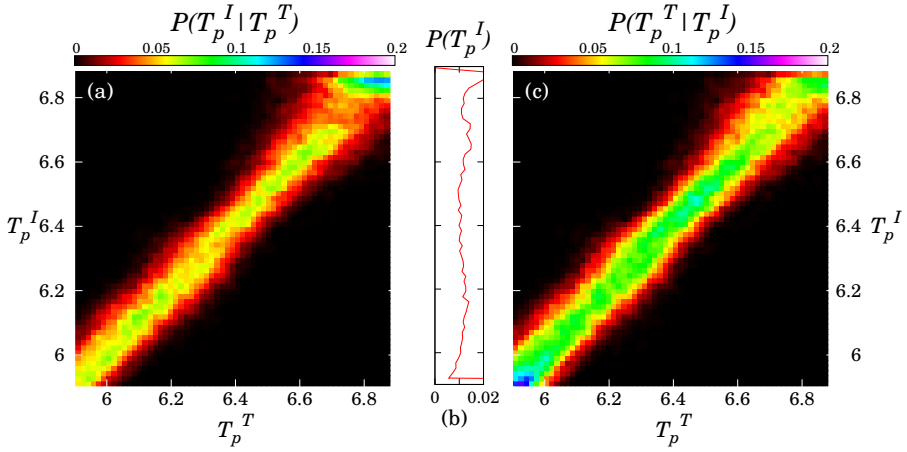

FIGURE 4.7: Cartes des probabilités associées au paramètres T_p, pour les mêmes conditions de simulation que pour les figures 4.3 et 4.4. Les matrices de probabilités sont cette fois-ci intégrées le long des axes EM^I et α^I.

Cependant, les intervalles de confiance restent tout de même importants : la déviation standard associée à la dispersion des résultats autour de la diagonale est estimée entre 0.7 et 0.85 MK pour les différentes pentes α^P testées, avec des valeurs extrêmes oscillant entre 0.1 et 1.3 MK.

Tous ces résultats peuvent finalement être résumés par les deux graphiques présentés figure 4.8. Le premier, sur la droite, représente la valeur moyenne de la pente initiale $\overline{\alpha^P}$, connaissant la pente mesurée (i.e. le résultat de l'inversion) α^I. En haut à droite, la carte présente les valeurs moyennes en fonction de la température du pic T_p^P et de la pente α^I, tandis qu'à gauche, la même carte est représentée, mais cette fois-ci pour la déviation standard. Ces deux quantités $\overline{\alpha^P}$ et σ_{α^P} sont toutes deux calculées à partir des cartes de probabilités $P(\alpha^P|\alpha^I)$, en utilisant les distributions de probabilités de toutes les pentes α^P cohérentes avec un résultat α^I (voir les profils (f) et (g) des cartes de probabilités figures 4.3 et 4.4). Les trois lignes horizontales présentes sur les deux cartes du haut correspondent aux trois courbes représentées sur les deux figures du bas ; en utilisant ces courbes, il est possible d'interpréter correctement une mesure α^I, les courbes de droite fournissant la valeur moyenne de la pente et les courbes de droite la déviation standard correspondante. La diagonale présente sur les profils de droite (traits continus noirs) correspond au cas idéal, i.e. lorsque la valeur moyenne $\overline{\alpha^P}$ correspond exactement à la valeur mesurée α^I. En particulier, on observe un biais important pour les profils à basse température $T_p^P = 1$ MK (ligne continue rouge) et $T_p^P = 3.2$ MK (ligne continue verte), tandis que le profil à haute température $T_p^P = 6.3$ MK (ligne continue bleue) reste le moins affecté par la présence des erreurs. Ce biais par rapport à la diagonale reflète en réalité le biais initial des solutions que l'on observe dans les cartes de probabilités $P(\alpha^I|\alpha^P)$, dont on tient compte en calculant la probabilité inverse $P(\alpha^I|\alpha^P)$. Pour les basses températures T_p^P, les distributions de probabilités sont très larges, couvrant pratiquement l'ensemble de l'espace des solutions (voir les cartes en bas de la figure 4.4). Ainsi, la valeur moyenne de la pente tend

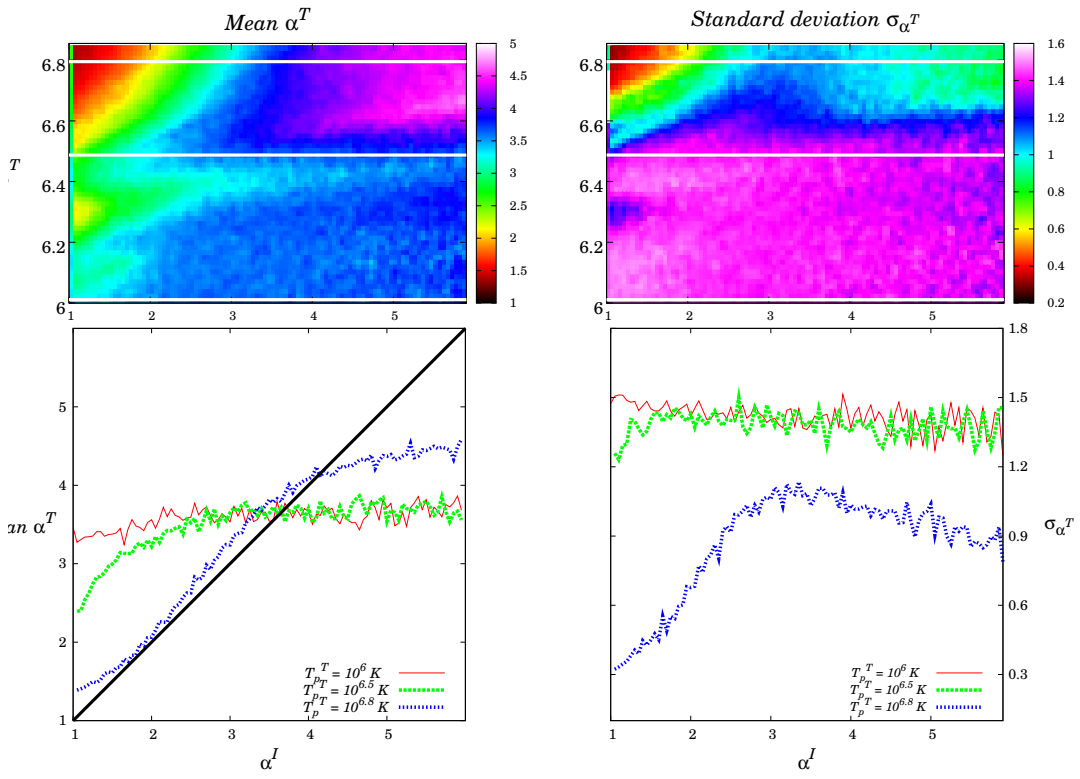

FIGURE 4.8: Valeurs moyennes $\overline{\alpha^P}$ et déviations standard associées σ_{α^P}. *Haut :* Cartes des valeurs moyennes (gauche) et déviations standard (droite) représentées en fonction de la température du pic T_p^P et du résultat de la mesure α^I. *Bas :* Profils des valeurs moyennes (à gauche) et des déviations standard (à droite) correspondant aux trois lignes horizontales indiquées sur les figures du haut. Les températures T_p^P sont fixées à respectivement $T_p^P = 10^6$ (ligne continue rouge), $T_p^P = 10^{6.5}$ (pointillés verts) et $10^{6.8}$ K (pointillés bleus) correspondant aux cartes des figures 4.3 et 4.4.

vers une valeur constante autour de $\overline{\alpha^P} = 3.5$, avec dans ce cas, une très large déviation standard associée, de l'ordre de $\sigma_{\alpha^P} = 1.3 - 1.4$. La déviation standard présente un comportement similaire pour la température plus importante $T_p^P = 3.2$ MK, tandis que pour $T_p^P = 6.3$ MK, l'intervalle de confiance affiche des valeurs comprises entre 0.3 et 1.15, en fonction de la pente estimée α^I.

Les cartes récapitulatives correspondant au second jeu d'incertitudes utilisé dans cette analyse et décrit dans la partie 4.2.1 sont représentées figure 4.9. Les sources d'incertitudes concernant la physique atomique sont maintenant toutes réduites à 10%, tandis que l'erreur sur l'étalonnage de l'instrument est maintenant estimés à 20%. Ainsi l'incertitude totale est maintenant réduite à environ 25-30%, en fonction des raies. Comme on pouvait s'y attendre, utiliser des incertitudes plus faibles conduit à une amélioration des résultats ; la corrélation entre la pente reconstruite α^I et la pente initiale du plasma α^P devient plus importante, en particulier pour des températures de pic moyenne $T_p^P = 10^{6.5}$ MK. La déviation standard diminue vers des valeurs comprises entre 0.2 et 0.8 pour $T_p^P = 6.3$ MK, et 0.3 et 1.2 pour $T_p^T = 3.2$ MK, atteignant une valeur approximativement constante $\sigma_{\alpha^T} = 1.4$ pour des pentes élevées ($\alpha^P \gtrsim 2.5$). En revanche, lorsque la température du pic T_p^P est faible, il n'y a que peu

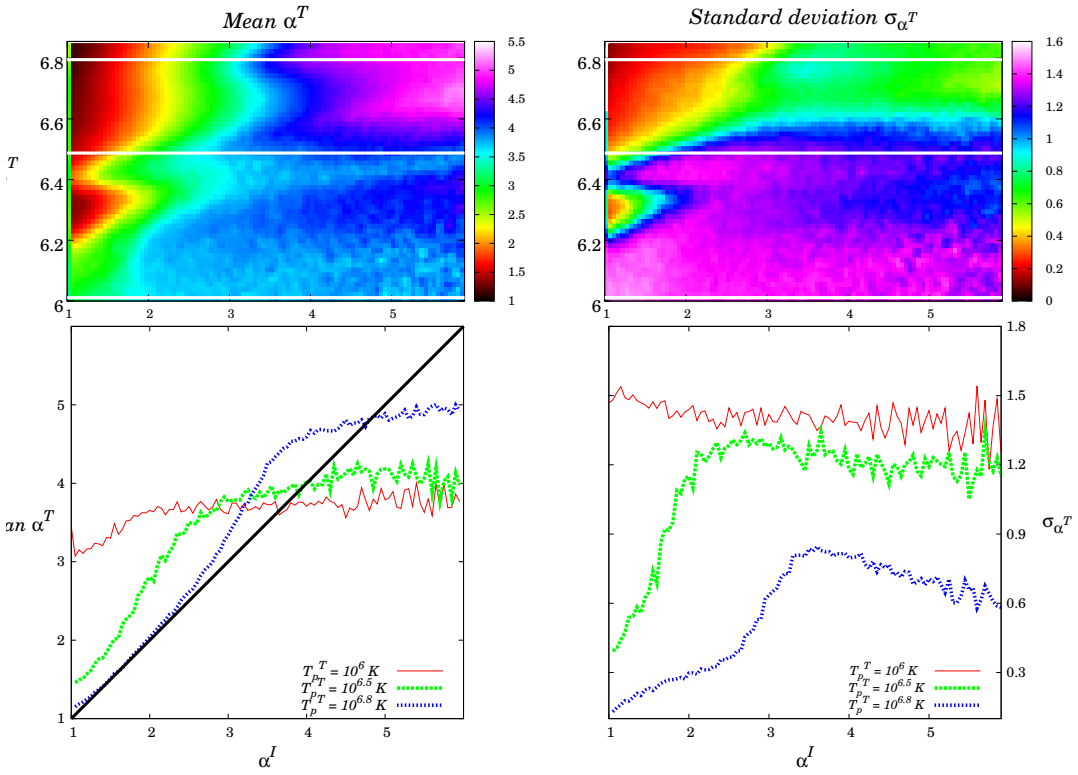

FIGURE 4.9: Cartes identiques à celles présentées figure 4.8, mais pour le deuxième jeu d'incertitudes décrit dans la section 4.2.1.

de changement, la déviation standard et les valeurs moyennes sont similaires au cas précédent. Le faible nombre de raies ne suffit pas à reconstruire de manière précise la pente. Les cartes des figures 4.8 et 4.9 sont très utiles pour interpréter correctement les résultats d'inversion de la DEM obtenus à partir de vraies données : connaissant la pente mesurée (i.e. déduite par inversion) à partir d'observations, la valeur moyenne de la "vraie" pente (i.e. la pente du plasma) ainsi qu'un intervalle de confiance peuvent être déduits.

4.3.2 Reconstruction de la partie haute température

Dans cette partie, on s'intéresse maintenant à la reconstruction de la partie à haute température de la DEM. En fixant la pente de la DEM α^P et la mesure d'émission à la même valeur caractéristique EM^P_{AR}, on reconstruit maintenant les paramètres EM, σ et T_p. Plusieurs valeurs de α^P ont été testées afin de vérifier que la valeur particulière α^P n'affecte pas la reconstruction de la partie haute température ; ce paramètre est finalement fixé à la valeur arbitraire $\alpha^P = 1.5$. Les matrices de probabilités $P(\mathrm{EM}^P_{AR}, \alpha^P = 1.5, T^P_p, \sigma^P | \mathrm{EM}^I, \alpha^I = 1.5, T^I_p, \sigma^I)$ sont, comme dans la partie 4.3, de dimension 5.

Les cartes de probabilités de la figure 4.10 correspondent au cas où la température du pic est fixée à $T^P_p = 1$ MK. Comme dans la section précédente, les probabilités sont in-

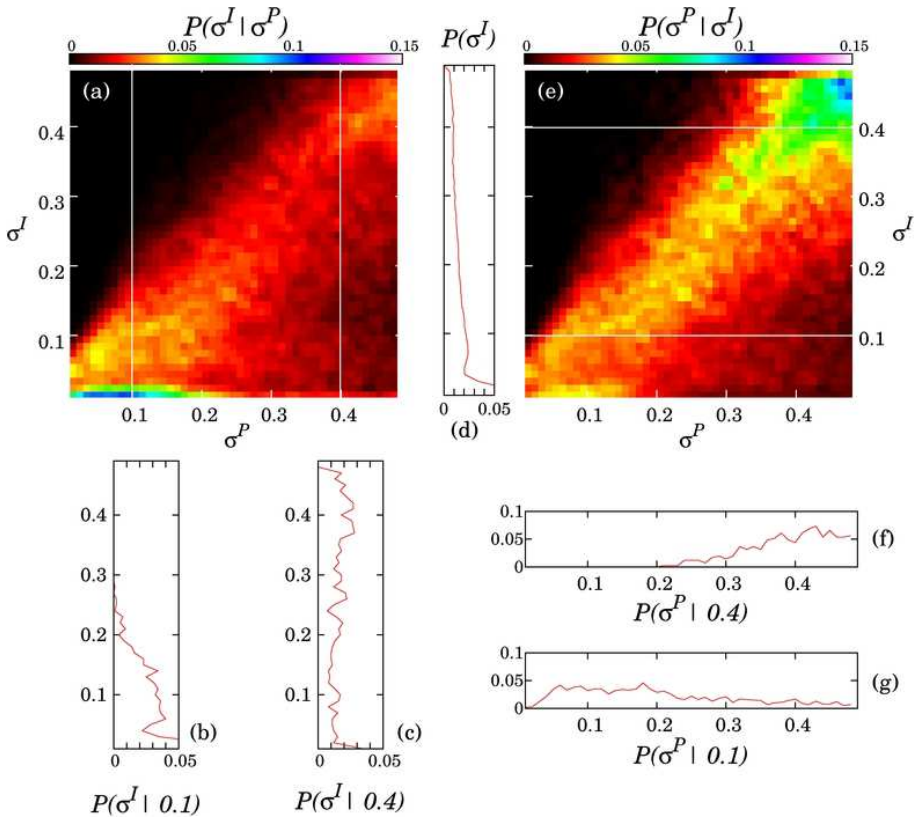

FIGURE 4.10: Cartes de probabilités associées au paramètre σ obtenues pour 1000 réalisations Monte-Carlo des pertubations. Dans ce cas, les paramètres EM^P, T_p^P et α^P sont fixés respectivement à EM_{AR}, 10^6 K et 1.5. Les matrices de probabilités sont ici intégrées le long des axes EM^I et T_c^I.

tégrées le long des axes EM^I et T_p^I afin d'obtenir des matrices bi-dimensionnelles. Les distributions de probabilités présentent une asymétrie particulière, due à la forme du critère (voir paragraphe suivant). Les profils (b) et (c) montrent la dispersion des solutions autour de la diagonale : pour un plasma caractérisé par une largeur à haute température $\sigma^P = 0.1\ \log T_e$, les distributions de probabilités sont distribuées de manière asymétrique entre $0 < \sigma^I < 0.2 \log T_e$, tandis que $\sigma^P = 0.4 \log T_e$ conduit à une distribution de probabilités quasi uniforme sur la totalité de l'intervalle de variation du paramètre σ. Les profils (f) et (g) fournissent les probabilités conditionnelles inverses à partir desquelles on peut, comme déjà décrit dans la section 4.3, calculer les intervalles de confiance, en utilisant les valeurs moyennes et les déviations standard obtenues à partir de ces profils. Dans le cas du profil (f), on obtient $\sigma^P = 0.399 \pm 0.064 \log T_e$, pour une inversion conduisant à $\sigma^I = 0.4 \log T_e$, tandis que le profil (g) conduit à $\sigma^P = 0.1 \pm 0.121$ pour $\sigma^I = 0.1 \log T_e$. Dans ce dernier cas, l'intervalle de confiance est plus grand que la valeur moyenne, impliquant un pourcentage d'erreur supérieur à 100%.

L'aspect particulier des distributions de probabilités de la figure 4.10 peut être expliqué en analysant la forme du critère (cf. équation 3.9). La figure 4.11 présente deux coupes du critère tri-dimensionnel $C(\mathrm{EM}, T_p, \sigma)$. La figure du haut représente une coupe dans le plan perpendiculaire à l'axe des EMs, à la position EM^I, correspondant au minimum absolu. La figure du bas représente également une coupe de ce même critère, mais cette fois-ci dans le plan perpendiculaire à l'axe T_p, à la position du minimum absolu T_p^I. Le plasma est caractérisé par une température de pic $T_p^P = 10^6$ K, une largeur $\sigma^P = 0.2 \log T_e$ et toujours la même mesure d'émission EM_{AR}^P, et le critère est représenté ici pour une réalisation aléatoire des différentes erreurs. Le minimum absolu, localisé à la position $\mathrm{EM}^I, T_p^P, \sigma^I$ est représenté sur les deux coupes par une croix blanche, et les zones rouges sombres et noires correspondent aux régions où le critère est minimum. En particulier, on peut remarquer que ces régions sont particulièrement étalées le long de l'axe σ, alors que dans les deux autres directions, EM et T_p, elles ne présentent qu'une faible largeur. Ainsi, pour différentes réalisations des erreurs systématiques et aléatoires, la position du minimum peut varier très fortement le long de l'axe σ, même dans le cas où les paramètres σ^P sont identiques. Il existe des intervalles de valeurs de σ privilégiés, dus aux variations très lentes le long de l'axe σ et à la forme particulière des zones minimum, principalement localisées à $\sigma < 0.2 \log T_e$ dans le plan (EM, σ). L'asymétrie des distributions de probabilités présentées figure 4.10 provient directement de ces propriétés particulières du critère, exhibant des zones minimum asymétriques.

Dans les cartes de probabilités présentées figure 4.12, on augmente maintenant la température du pic à $T_p^P = 10^{6.5}$ K ; les irrégularités deviennent plus marquées, et la dispersion des solutions autour de la diagonale est plus importante. Ces deux cartes [5] illustrent comment la robustesse de l'inversion est affectée lorsque la température

5. Les autres cartes de probabilités calculées pour les 63 différentes températures T_p^P de $10^{5.9}$ à $10^{6.9}$ K, sont disponibles en ligne à `ftp://ftp.ias.u-psud.fr/cguennou/DEM_EIS_inversion/high_temperature_part/sigma/`.

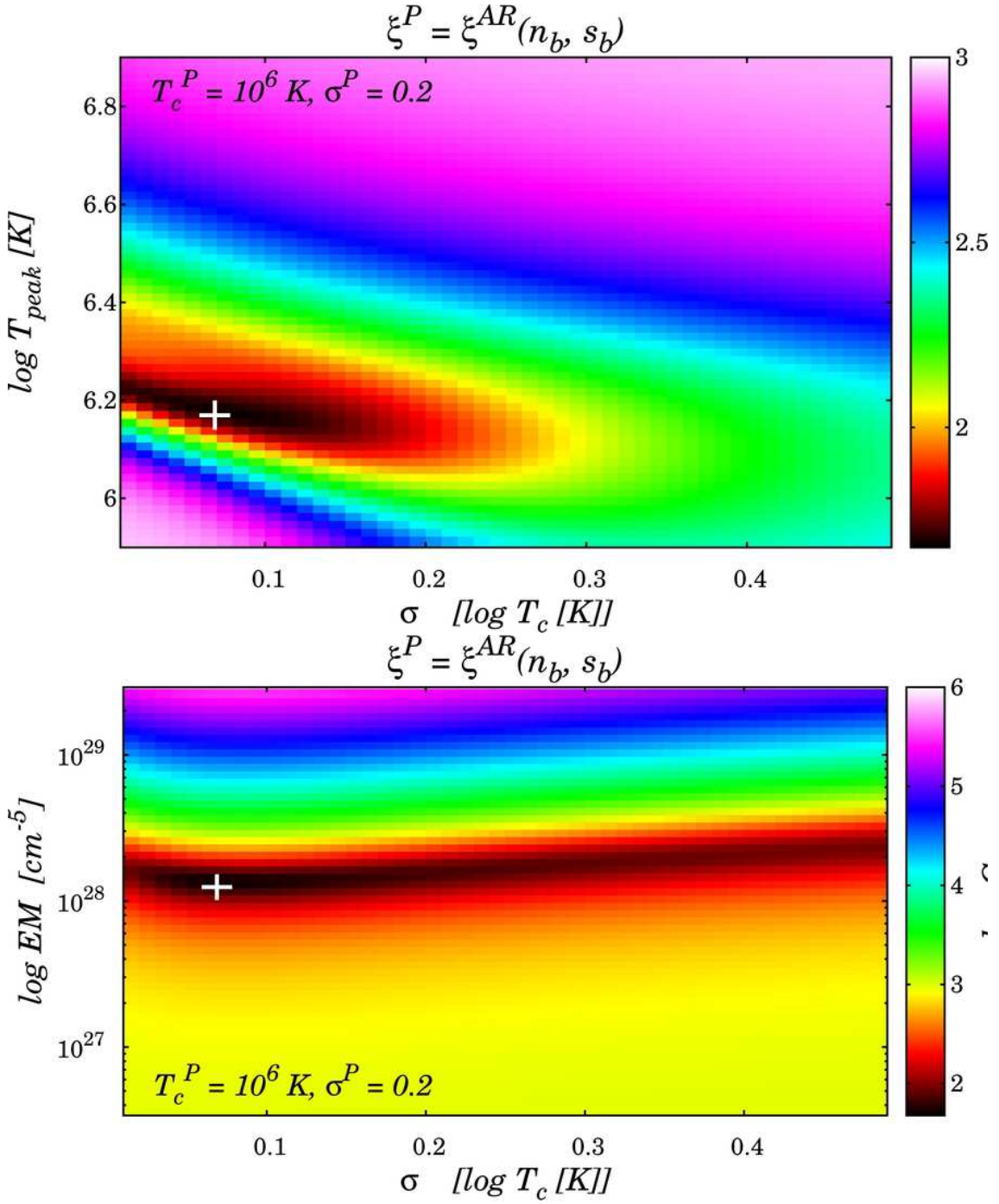

FIGURE 4.11: Coupes 2D du critère $C(\mathrm{EM}, T_p, \sigma)$. Le plasma observé est ici simulé pour les paramètres $T_p^P = 10^6$ K, EM_{AR}^P et $\sigma^P = 0.2$ $\log T_e$. *Haut :* Coupe selon un plan incluant le minimum (T_p^P, σ). *Bas :* Coupe selon un plan (EM, σ). Le minimum absolu est représenté par une croix blanche sur les deux figures.

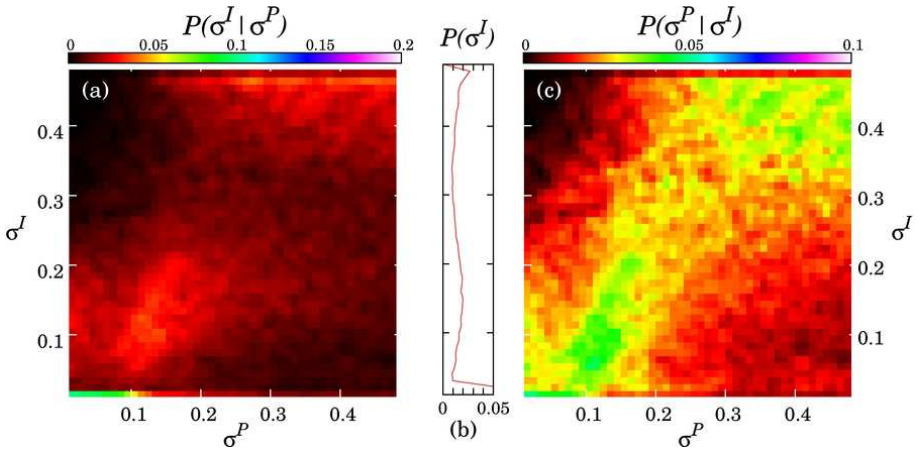

FIGURE 4.12: Cartes de probabilités identiques à la figure 4.10, mais cette fois-ci dans le cas où la température du pic est de $T_p^P = 10^{6.5}$ K.

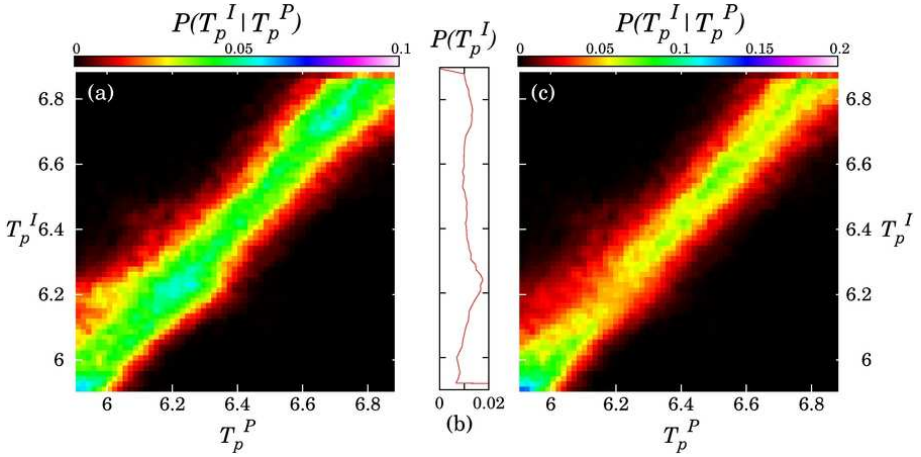

FIGURE 4.13: Cartes de probabilités associées au paramètre T_p, pour un plasma caractérisé par une largeur à haute température $\sigma^P = 0.4$ log T_e. La matrice de probabilités est intégrée le long des axes EM^I et σ^I.

T_p^P augmente : c'est un comportement tout à fait opposé à celui observé pour la reconstruction des pentes α dans la partie précédente 4.3. Pour des températures T_p^P élevées, comme la dispersion des résultats est plus importante, les déviations standards associées aux distributions de probabilités augmentent, et donc l'intervalle de confiance diminue : les résultats deviennent moins fiables. Les 30 raies utilisées ne permettent pas de contraindre à la fois la pente et la partie à haute température, conduisant à un comportement opposé par rapport à la température T_p^P. En effet, dans la figure 4.10, où la température est $T_p^P = 10^6$ K, 21 raies formées à des températures comprises entre $10^{6.05}$ et $10^{6.75}$ K sont disponibles pour contraindre la partie à haute température de la DEM. Par contre, dans le cas de la figure 4.12, seules 4 raies différentes sont disponibles ; dans le cas extrême où $T_p^P = 10^{6.9}$ K, plus aucune raie n'est disponible pour contraindre la largeur de la partie Gaussienne.

Comme dans le cas des simulations réalisées pour caractériser la reconstruction de

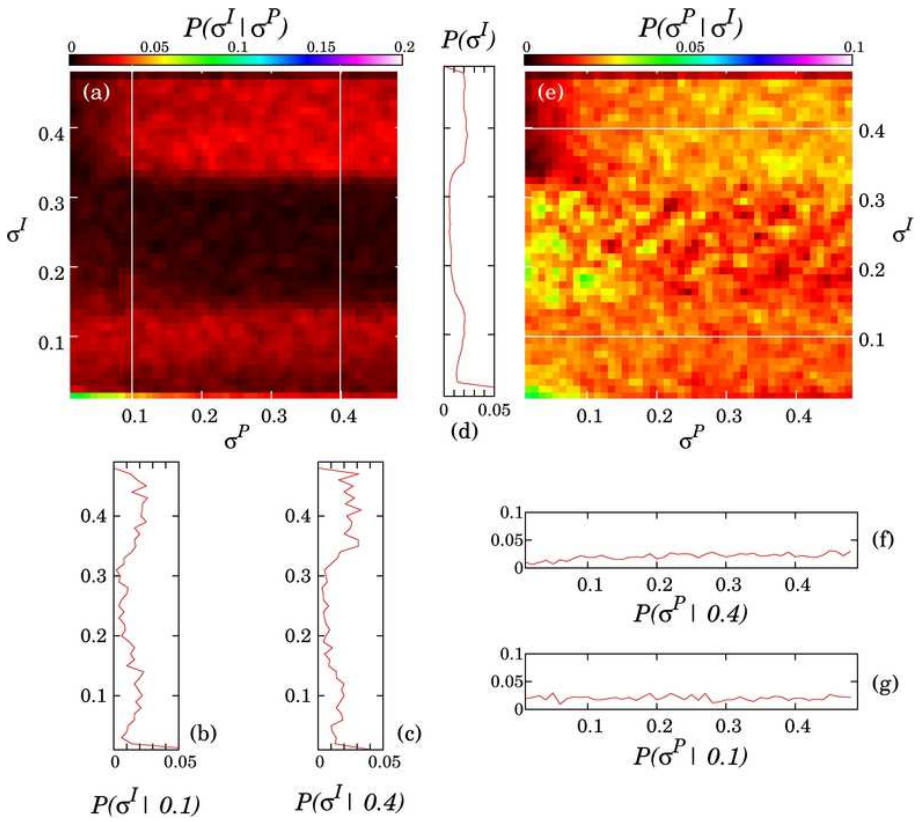

FIGURE 4.14: Cartes de probabilités identiques à celles de la figure 4.10, mais dans le cas où la température du pic est de $T_p^P = 10^{6.7}$ K.

la pente, la température du pic T_p est bien mieux contrainte que le paramètre σ. La figure 4.13 montre les cartes de probabilités associées au paramètre T_p, pour un plasma ayant une largeur à haute température $\sigma^P = 0.4 \log T_e$, et la même mesure d'émission que précédemment EM^P_{AR}. Les probabilités sont représentées cette fois-ci quels que soient EM^I et σ^I, en intégrant sur les axes correspondants. Comme dans la section précédente 4.3, les résultats [6] sont similaires quelle que soit la valeur de σ^P ; la plupart des solutions sont concentrées autour de la diagonale, ce qui signifie que les 30 raies utilisées sont tout à fait capables de déterminer la température du pic T_p^P, et ce sans ambiguïté.

Ces résultats montrent que la reconstruction de la partie à haute température de la DEM peut être totalement décorrélée des paramètres initiaux, en particulier quand la température du pic est élevée (correspondant au cas où il y a finalement moins d'information disponible). Les incertitudes associées à la reconstruction du paramètre σ sont par conséquent très importantes, à tel point qu'on n'a finalement accès qu'à très peu d'information concernant ce paramètre. Ces résultats sont complètement cohérents avec ceux présentés par Winebarger et al. (2012) : dans cette lettre, les auteurs démontrent l'existence d'un "blind spot" dans l'espace des températures/EM, i.e., une zone dans laquelle on ne peut extraire quasiment aucune information. En utilisant

6. Idem, toutes les cartes pour les 50 valeurs de σ^P sont disponibles à ftp ://ftp.ias.u-psud.fr/cguennou/DEM_EIS_inversion/high_temperature_part/temperature/.

une combinaison de données provenant du spectromètre *Hinode* /EIS et de l'imageur XRT (Golub et al. 2007), l'étude proposée conclut que ces deux instruments sont insensibles aux plasmas dont les températures sont supérieures à $T = 10^{6.8}$ K et/ou les mesures d'émission inférieures à 10^{27} cm^{-5}. Les cartes de probabilités de la figure 4.14, obtenues pour $T_p^P = 10^{6.7}$ K, démontrent exactement le même résultat : aucune information concernant la structure thermique à haute température du plasma observé ne peut être extraite. Les profils (f) et (g) montrent par exemple que la totalité de l'espace des solutions est équiprobable ; on ne peut donc extraire aucune indication concernant le paramètre σ. De plus, les résultats des figures 4.10 et 4.12 démontrent également que même dans le cas où les températures sont inférieures à cette limite, la résolution et la robustesse de l'inversion sont clairement limitées par la présence des incertitudes systématiques et aléatoires.

4.4 Discussion et application des résultats : l'analyse de la DEM permet-elle contraindre la fréquence du chauffage coronal ?

La mesure de la pente de la DEM apparaît comme un diagnostic permettant d'estimer la fréquence du chauffage coronal, et ainsi de déterminer la nature impulsive ou continue des mécanismes de chauffage. De récentes études observationnelles suggèrent que certaines régions actives sont cohérentes avec des mécanismes de chauffage à basse fréquence où une partie du plasma contenu dans les boucles refroidit avant d'être à nouveau chauffé, tandis que d'autres apparaissent compatibles avec des scénarios à haute fréquence, où la fréquence des événements de chauffage permet de maintenir le plasma autour d'une température particulière. Discriminer entre ces deux scénarios est important afin de déterminer les mécanismes physiques sous-jacents. C'est pourquoi il est crucial de comprendre les incertitudes associées à la mesure de cette pente.

En utilisant la technique développée dans cette thèse, on peut calculer rigoureusement les incertitudes associées aux paramètres de la DEM mesurée avec le spectromètre Hinode/EIS. L'approche adoptée dans le cas de EIS intègre une description particulièrement détaillée des erreurs systématiques associées aux processus de physique atomique et aux abondances. Les incertitudes tiennent compte des erreurs relatives aux taux d'ionisation et de recombinaison, aux abondances des éléments, de l'effet FIP, et enfin des paramètres atomiques, comme les taux d'excitation et de desexcitation. Une erreur additionnelle dans le cas des raies "mélangées" prend en compte les difficultés techniques associées à l'extraction de leur signal. Cette technique permet en réalité d'accéder à une limite basse des incertitudes sur la DEM reconstruite : les difficultés mathématiques intrinsèques à la résolution de problèmes inverses introduisent une incertitude supplémentaire, tandis que cette technique s'intéresse unique-

ment à l'impact des erreurs systématiques et aléatoires sur la robustesse de l'inversion. Les formes fonctionnelles des DEMs initiales et des inversées sont identiques et connues *a priori*, alors qu'en réalité, la forme de la DEM est inconnue, conduisant à l'utilisation d'algorithme d'inversion "aveugles" (i.e. sans *a priori* sur la forme de la solution).

Dans la partie 4.3, l'impact des incertitudes sur la qualité de la reconstruction de la pente a été étudiée, montrant par l'analyse des cartes de probabilités, que dans la plupart des cas, un large intervalle de solutions est possible, i.e. cohérentes avec un ensemble d'observations donné. La présence des incertitudes dégrade la qualité de la reconstruction conduisant à des intervalles de confiance de l'ordre de 0.9-1.0. Cependant, la robustesse de l'inversion, et donc l'intervalle de confiance dépend fortement du nombre de raies contraignant la pente, et de l'intervalle de température disponible pour contraindre la pente. Pour des DEMs ayant une température de pic élevée [5-6 MK], environ 20 raies contiennent un signal exploitable et la DEM suit une loi de puissance sur plus d'une décade, tandis que les basses températures de pic [1-3 MK], ce nombre devient inférieur à 10, et l'intervalle de température diminue drastiquement. L'effet des incertitudes conduit alors à des intervalles de confiance plus élevé, de l'ordre de 1.3, parfois plus dans certains cas.

Ces résultats sont ensuite directement applicables pour évaluer la cohérence entre prédictions d'un modèle physique et mesures de DEM dans la couronne. Les pentes mesurées peuvent ainsi être rigoureusement comparées aux attentes théoriques. Récemment, Bradshaw et al. (2012) ont présenté une étude portant sur les mécanismes de chauffage impulsifs ; en particulier, les auteurs présentent une série de simulations de boucles coronales chauffées par un mécanisme de nanoflares à basse fréquence. Beaucoup de paramètres différents sont explorés, comme l'intensité et la durée des nanoflares, ou la longueur de la boucle. Leur modèle prédit des pentes comprises entre 0.8 and 2.56, résultat cohérent avec une étude précédente proposée par Mulu-Moore et al. (2011). En comparant leur résultats avec les mesures de pentes actuellement disponibles dans la littérature (voir les références de la section 4.1), ils concluent d'abord que 36% des mesures actuelles sont cohérentes avec leur modèle, si on ne tient pas compte des incertitudes. En utilisant les résultats de Guennou et al. (2013) et présentés dans la section 4.3, les auteurs estiment l'incertitude sur la mesure des pentes de DEM autour de $\Delta\alpha \pm 1$. En prenant en compte ces incertitudes, ce taux de pentes mesurées cohérentes avec leur modèle varie en réalité entre 0 et 77%, en prenant les limites hautes et basses des incertitudes. Les auteurs concluent donc qu'en l'état actuel des incertitudes, on ne peut pas conclure : il n'est possible d'utiliser la pente comme diagnostic de la fréquence du chauffage coronal qu'en diminuant les incertitudes associées à la mesure de la DEM.

Reep et al. (2013) ont eux, étudié un scénario appelé "nanoflare train" dans lequel une série de nanoflares à haute fréquence libère de l'énergie, puis s'arrête. Dans ce cas, les pentes prédites sont comprises dans l'intervalle $0.88 \leq \alpha \leq 4.56$; en considérant une incertitude de $\Delta\alpha \pm 1$ provenant de nos résultats, ils concluent finalement qu'entre 86% et 100% des pentes mesurées à l'heure actuelle sont en accord avec leurs prédic-

tions. Dans ce cas, c'est le modèle en lui-même qui n'est pas suffisant pour contraindre la fréquence du chauffage : comme l'intervalle de valeurs possibles est très large, il n'apporte finalement aucune contrainte sur les valeurs de pentes attendues pour les régions actives. Le modèle proposé permet alors d'expliquer pratiquement toutes les observations, même en prenant en compte les incertitudes, mais les observations peuvent être finalement expliquées par une grande variété de modèles de chauffage, sans pouvoir exclure ce scénario en particulier.

La détermination des incertitudes associées aux processus de physique atomique n'est clairement pas une tâche facile, comme discuté dans la section 2.2.2 ; c'est pourquoi deux jeux d'incertitudes différents ont été testés. Le premier jeu constitue plutôt une limite haute des incertitudes associées aux processus de physique atomique, avec environ 45% d'erreur, tandis que le deuxième jeu représente plutôt une limite basse, avec environ 20% d'erreur. Cependant, en considérant les températures de pics caractéristiques mesurées dans la littérature, il est clair que l'intervalle de confiance sur la pente reconstruite reste important comparé à ce qui serait nécessaire pour apporter des contraintes fortes sur les modèles. Warren et al. (2012) et Winebarger et al. (2012) par exemple, mesurent des températures T_p^I autour de $\log T_e = 6.6$, tandis que les températures mesurées par Schmelz & Pathak (2012) oscillent entre $\log T_e = 6.5$ et $\log T_e = 6.7$. Pour ces valeurs caractéristiques, l'incertitude associée à la reconstruction de la pente varie entre $\Delta\alpha = \pm 0.9$ et 1.3, pour des pentes $\alpha > 3$ en utilisant le premier jeu d'incertitudes, et dans le cas du second jeu, elle varie entre ± 0.6 et 1.0. Quel que soit le jeu d'incertitudes utilisé, ces valeurs sont encore trop élevées pour permettre de placer des contraintes fortes sur la fréquence du mécanisme de chauffage, en comparant les pentes mesurées, comprises entre 1.5 et 5, aux prédictions théoriques. Cela implique qu'un modèle peut être cohérent avec d'une part, la majorité des observations, et d'autre part avec aucune d'entre elles, comme décrit dans les paragraphes ci-dessus. Une discussion à propos de la précision nécessaire et des solutions envisageables pour l'atteindre est proposée dans le dernier chapitre 6.

La reconstruction de la partie haute température de la DEM σ est fortement affectée par la présence des erreurs systématiques et aléatoires. De manière analogue à la reconstruction de la pente, la qualité de la reconstruction du paramètre σ dépend du nombre de raies disponibles pour contraindre le paramètre. Ces résultats sont cohérents avec les résultats de Winebarger et al. (2012), qui démontrent l'existence d'un "blind spot" à haute température ; i.e. une région à haute température pour laquelle on ne peut extraire d'information, faute de contraintes suffisantes. Les trente raies de EIS utilisées dans ce travail ne permettent pas de contraindre à la fois la pente et la partie à haute température et on observe alors un comportement opposé : lorsque la qualité de la reconstruction de la pente est la meilleure, i.e. pour une température de pic élevée et donc un grand nombre de raies à même d'apporter des contraintes, la qualité de la reconstruction de la partie haute température est au contraire très mauvaise. *Vice-versa*, pour une température de pic faible, on observe une meilleure contrainte de la partie haute température, tandis que la pente est très mal reconstruite, affichant des déviations standard de l'ordre de 1.2-1.5. Cependant, même dans

ce cas, les incertitudes associées à la reconstruction du paramètre σ ne sont jamais inférieures à $0.1 - 0.2 \log T_e$.

Cette approche générique pourrait cependant être améliorée pour un ensemble de raies spécifiques, dont les incertitudes individuelles sont mieux connues, et quelques sophistications pourraient être apportées en ce qui concerne la modélisation des incertitudes associées à la physique atomique (voir discussion partie 4.2.1). Cependant, le point le plus important de ce travail réside dans le fait que quel que soit le jeu d'incertitudes utilisé, en particulier le deuxième, qui affiche un estimation plutôt basse des différentes sources d'erreur, les intervalles de confiance associés à la reconstruction de la pente restent tout de même trop larges pour permettre d'exclure ou au contraire d'appuyer un mécanisme de chauffage donné.

Bibliographie

Athay, R. G. 1966, ApJ, 145, 784

Bareford, M. R., Hood, A. W., & Browning, P. K. 2013, A&A, 550, A40

Bradshaw, S. J. & Cargill, P. J. 2010, ApJ, 717, 163

Bradshaw, S. J., Klimchuk, J. A., & Reep, J. W. 2012, ApJ, 758, 53

Brosius, J. W., Davila, J. M., Thomas, R. J., & Monsignori-Fossi, B. C. 1996, ApJ Supplement, 106, 143

Cargill, P. J. & Klimchuk, J. A. 2004, ApJ, 605, 911

Cohen, R. S., Spitzer, L., & Routly, P. M. 1950, Physical Review, 80, 230

Craig, I. J. D., McClymont, A. N., & Underwood, J. H. 1978, A&A, 70, 1

Culhane, J. L., Harra, L. K., James, A. M., et al. 2007, Sol. Phys., 243, 19

Del Zanna, G. 2013, A&A, 555, A47

del Zanna, G. & Mason, H. E. 2005, Advances in Space Research, 36, 1503

Dere, K. P. 1982, Sol. Phys., 77, 77

Golub, L., Deluca, E., Austin, G., et al. 2007, Sol. Phys., 243, 63

Graham, D., Hannah, I., Fletcher, L., & Milligan, R. 2012, in American Astronomical Society Meeting Abstracts, Vol. 220, American Astronomical Society Meeting Abstracts 220, 509.03

Guennou, C., Auchère, F., Klimchuk, J. A., Bocchialini, K., & Parenti, S. 2013, The Astrophysical Journal, 774, 31

Jordan, C. 1980, A&A, 86, 355

Klimchuk, J. A., Patsourakos, S., & Cargill, P. J. 2008, ApJ, 682, 1351

Landi, E., Young, P. R., Dere, K. P., Del Zanna, G., & Mason, H. E. 2013, ApJ, 763, 86

Lenz, D. D., Deluca, E. E., Golub, L., et al. 1999, Sol. Phys., 190, 131

Mariska, J. 2010, EIS Software Note Num. 2

McFee, C. 2003, Design Requirements for the Solar-B EIS Read Out Electronics

McLaughlin, J. A. & Ofman, L. 2008, ApJ, 682, 1338

Mellor, C., Gerrard, C. L., Galsgaard, K., Hood, A. W., & Priest, E. R. 2005, Sol. Phys., 227, 39

Morales, L. & Charbonneau, P. 2009, ApJ, 698, 1893

Mulu-Moore, F. M., Winebarger, A. R., & Warren, H. P. 2011, ApJ Letters, 742, L6

Parker, E. N. 1988, ApJ, 330, 474

Priest, E. R. 1978, Sol. Phys., 58, 57

Priest, E. R. 1982, Geophysics and Astrophysics Monographs, 21

Raymond, J. C. & Doyle, J. G. 1981, ApJ, 247, 686

Reale, F. 2010, Living Reviews in Solar Physics, 7, 5

Reale, F. & Landi, E. 2012, A&A, 543, A90

Reep, J. W., Bradshaw, S. J., & Klimchuk, J. A. 2013, ApJ, 764, 193

Rosner, R., Golub, L., Coppi, B., & Vaiana, G. S. 1978, ApJ, 222, 317

Schmelz, J. T. & Pathak, S. 2012, ApJ, 756, 126

Spitzer, L. 1962, Physics of Fully Ionized Gases

Spitzer, L. & Härm, R. 1953, Physical Review, 89, 977

Sylwester, B., Sylwester, J., Serio, S., et al. 1993, A&A, 267, 586

Tripathi, D., Klimchuk, J. A., & Mason, H. E. 2011, ApJ, 740, 111

Warren, H. P., Brooks, D. H., & Winebarger, A. R. 2011, ApJ, 734, 90

Warren, H. P., Winebarger, A. R., & Brooks, D. H. 2012, ApJ, 759, 141

Winebarger, A. R., Warren, H. P., & Mariska, J. T. 2003, ApJ, 587, 439

Winebarger, A. R., Warren, H. P., Schmelz, J. T., et al. 2012, ApJ Letters, 746, L17

Young, P. R., Del Zanna, G., Mason, H. E., et al. 2007, PASJ, 59, 857

5

Tomographie et DEM : la structure thermique coronale en 3D

Sommaire

5.1 Méthode de reconstruction tomographique : approche statique **162**

5.2 Reconstruction de la DEM locale **166**

5.3 Résultats : propriétés physiques des structures polaires **170**

5.4 Discussion **190**

Bibliographie **191**

Dans ce chapitre, des reconstructions tridimensionnelles de la DEM locale obtenues avec l'instrument AIA sont présentées, en portant une attention particulière aux structures polaires telles que les trous coronaux ou les plumes. En couplant la tomographie, qui permet de reconstruire l'émissivité de la couronne en trois dimensions, au formalisme de la DEM, qui permet d'estimer la distribution thermique du plasma, on peut ainsi obtenir des cartes tridimensionnelles de la couronne en température et en densité. Déterminer la structure thermique en trois dimensions de ce type de structures permet d'apporter des contraintes fortes sur les modèles de vent solaire. Ces résultats sont préliminaires et demande encore à être étayés, cependant ils montrent déjà le potentiel d'une telle approche. De plus, ce sont les premières reconstructions tomographiques obtenues avec l'instrument AIA, dont la cadence temporelle et la résolution spatiale permettent d'obtenir un meilleur SNR, et donc des résultats de meilleure qualité en comparaison avec les imageurs EUV précédents.

La méthode de reconstruction utilisée ici suppose la couronne statique ; comme on n'utilise qu'un seul point de vue, 28 jours de données sont nécessaires. Il est clair que la couronne est un milieu très dynamique ; cependant on peut tout de même étudier des objets tels que les trous coronaux. En effet, comme leur géométrie ne varie que très peu au cours d'un mois, il est possible d'obtenir des reconstructions assez précise de ces zones. Une fois ces reconstructions obtenues dans chaque bande spectrale, on peut ensuite reconstruire la DEM locale associée à l'émissivité de chaque voxel. Pour ce faire, on utilise à nouveau l'hypothèse de DEM Gaussienne ; d'abord parce que l'in-

version Gaussienne a été étalonnée dans le cas de mesures obtenues avec AIA dans le chapitre 3, ensuite parce que l'approximation Gaussienne fournit une première estimation utile des caractéristiques essentielles de la DEM : largeur, température du pic, et comme on le décrira dans la suite, densité électronique.

En comparant ensuite ces reconstructions tridimensionnelles aux reconstructions de DEM obtenues à partir d'images 2D de la base GAIA-DEM (section 3.4), on peut ainsi quantifier l'effet de l'intégration le long de la ligne de visée sur l'étude de la structure thermique. On verra que cet effet peut être particulièrement important dans le cas des trous coronaux. Les propriétés physiques de quelques plumes polaires et régions interplumes seront également rapidement analysée. En particulier, on s'intéressera à une plume polaire aux propriétés atypique, plus dense et plus chaude que ces consœurs ; aucune observations présentées dans la littérature n'a pour l'instant reportées de telles plumes.

La première section de ce chapitre présente d'abord le module TomograPy [1] utilisé pour ces reconstructions, et développé par Nicolas Barbey (Barbey 2008; Barbey et al. 2011), à l'IAS, pendant sa thèse. La deuxième partie est dédiée à la méthode de reconstruction de la DEM locale, en comparant avec la méthode DEMT (Differential Emission Measure Tomography, cf. section 2.3.3) développée par Frazin et al. (2009). Le détail concernant le traitement des données, ainsi que la présentation des résultats obtenus seront présentés dans la section 5.3. Une discussion des résultats est finalement proposée dans la dernière section 5.4.

5.1

Méthode de reconstruction tomographique : approche statique

Le module TomograPy utilise une approche Bayésienne, méthode probabiliste qui permet d'introduire dans le modèle toute l'information disponible sur la solution. Cette méthode est particulièrement bien adaptée aux cas des problèmes inverses très peu contraints puisqu'elle permet de prendre en compte les informations dont on dispose *a priori* sur la solution, apportant ainsi des contraintes supplémentaires sur la solution. Ainsi, cette approche permet de considérer la totalité des informations disponibles : non seulement les informations dont on dispose indépendamment des données sont prises en compte, mais également le caractère incertain des mesures, lié aux erreurs incluses dans les mesures, en leur attribuant une loi de probabilité.

En introduisant la notion de bruit dans le modèle direct décrit dans la section 2.3.2, la formation des images EUV s'écrit comme

1. Le module est disponible en ligne à l'url suivante `https://github.com/nbarbey/TomograPy`

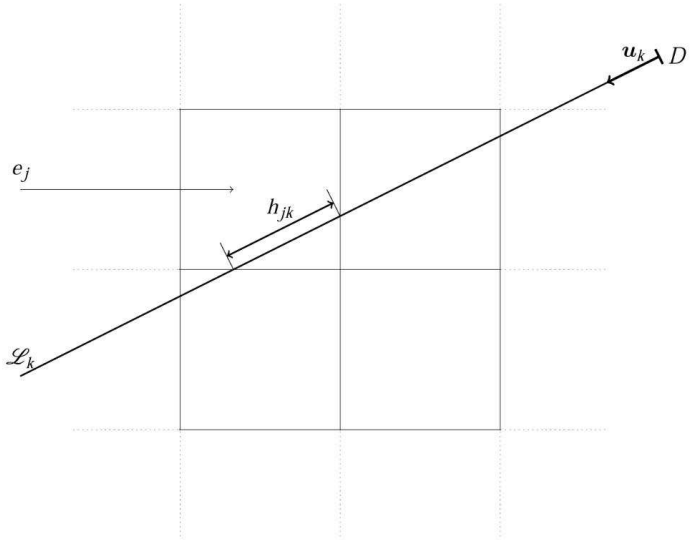

FIGURE 5.1: Schéma de l'intersection entre une ligne de visée l_k et les voxels. D'après Barbey (2008).

$$\boldsymbol{i} = \boldsymbol{H}\boldsymbol{e} + \boldsymbol{n} \tag{5.1}$$

avec, pour rappel, $\boldsymbol{i} = \{i_k; k = 1 \text{ à } N_{pix} \times n_{im}\}$ les intensités des N_{pix} pixels des n_{im} images utilisées ; $\boldsymbol{H} = \{h_{jk}; j = 1 \text{ à } N_{vox}^3\}$ la matrice de projection dont chaque élément correspond à la longueur de la portion de la ligne de visée l issue du pixel k traversant le voxel j, et $\boldsymbol{e} = \{e_j\}$ les émissivités associées. $\boldsymbol{n}$ est un bruit additif permettant de tenir compte de l'écart entre les données et le modèle utilisé. Il s'agit donc de déduire la matrice $\boldsymbol{e}$, connaissant à la fois les données et la matrice de projection.

Cependant, comme la matrice $\boldsymbol{H}$ est de très grandes dimensions, $N_{im} \times N_{vox}$, il n'est généralement pas possible de la stocker en mémoire. Pour calculer directement les opérations de projection $\boldsymbol{H}\boldsymbol{e}$ et de rétroprojection $\boldsymbol{H}^t\boldsymbol{i}$, le module TomograPy, utilise une implémentation en C de l'algorithme de Siddon (Siddon 1985; Christiaens et al. 1999; Zhao & Reader 2003), parallélisée à l'aide de la librairie OpenMP (Open Multi-Processing ; Dagum & Menon 1998). L'algorithme de Siddon, initialement développé pour les techniques médicales de tomographie, permet de calculer l'intersection des lignes de visée avec les voxels d'une grille définie en coordonnées cartésiennes (i.e. voxels parallélépipèdes rectangles), pour déterminer la distance h_{jk} comme indiqué sur la figure 5.1. Une description de l'implémentation de l'algorithme de Siddon prenant en compte la géométrie complète des télescopes peut être trouvée dans l'annexe 1 de la thèse de Nicolas Barbey (Barbey 2008).

Dans le cadre Bayésien, on attribue une densité de probabilité (PDF ; Probability Density Function) à chaque variable. La première étape de cette approche consiste à attribuer une PDF caractérisant les propriétés statistiques du bruit $\boldsymbol{n}$; on choisit une loi normale multivariée centrée indépendante, i.e. Gaussienne à plusieurs variables, puisqu'on n'a pas d'information sur les liens entre les différentes mesures et que dans ce cas, les calculs peuvent être menés analytiquement. Soit $\mathscr{M}$ l'ensemble

des hypothèses liant modèle et données, la PDF associée au bruit s'écrit alors

$$P(\boldsymbol{n}|\sigma_n,\mathscr{M}) = \mathscr{N}_{\sigma_n^2 I,0}(\boldsymbol{n}) \tag{5.2}$$

avec σ_n la variance du bruit et $\mathscr{N}_{\Sigma,\mu}$ la loi multivariée définie comme

$$\mathscr{N}_{\Sigma,\mu}(\boldsymbol{x}) = \frac{1}{(2\pi)^{N/2}|\Sigma|^{1/2}} \exp\left(\frac{1}{2}(\boldsymbol{x}-\boldsymbol{\mu})^T \Sigma (\boldsymbol{x}-\boldsymbol{\mu})^T\right) \tag{5.3}$$

avec Σ la matrice de covariance et μ la moyenne. L'utilisation d'une loi centrée revient à considérer qu'il n'y a pas d'erreur systématique sur les mesures, seulement des erreurs aléatoires. On applique ensuite la règle de Bayes, qui fournit la PDF conditionnelle *a posteriori*

$$P(\boldsymbol{e}|\boldsymbol{i},\mathscr{M}) = \frac{P(\boldsymbol{i}|\boldsymbol{e},\mathscr{M})P(\boldsymbol{e}|\mathscr{M})}{P(\boldsymbol{i}|\mathscr{M})}, \tag{5.4}$$

avec

- $P(\boldsymbol{i}|\boldsymbol{e},\mathscr{M})$ la vraisemblance, qui dans le cas d'un modèle direct linéaire est simplement donnée par

$$p(\boldsymbol{i}|\boldsymbol{e},\mathscr{M}) = \mathscr{N}_{\sigma_n^2 I,\boldsymbol{H}\boldsymbol{e}}(\boldsymbol{i}). \tag{5.5}$$

- $P(\boldsymbol{e}|\mathscr{M})$ représente les informations *a priori* dont on dispose à propos de la solution. Cette probabilité est équivalente au terme de régularisation dans les méthodes déterministes (cf section 2.2.3). Dans le cas linéaire Gaussien, on a

$$P(\boldsymbol{e}|\mathscr{M}) = \mathscr{N}_{\Sigma_e,0}(\boldsymbol{e}). \tag{5.6}$$

  On choisit ici un *a priori* de douceur, qui permet de favoriser les solutions dont les variations le long de chaque axe du cube de reconstruction sont lentes. On utilise pour cela un opérateur de différence finie $\boldsymbol{D}$, auquel on ajoute un opérateur diagonal $\boldsymbol{R}$ qui dépend linéairement de l'altitude de chaque voxel ; il permet de prendre en compte la diminution du SNR avec l'altitude, en pondérant l'opérateur de différence finie selon l'altitude. Ainsi, les cartes de reconstruction ne sont pas affectées par la différence entre grilles cartésiennes et grilles sphériques ; en effet, dans une grille sphérique, les voxels à haute altitude ont un volume plus important, permettant ainsi d'augmenter le SNR (voir section 2.3.3). On a alors la matrice de covariance suivante

$$\Sigma_e = \sigma_e(\boldsymbol{D}^T\boldsymbol{D}\boldsymbol{R}^T\boldsymbol{R}), \tag{5.7}$$

  avec σ_e la variance de l'*a priori*.
- $P(\boldsymbol{i}|\mathscr{M})$ est l'évidence du modèle, donnée par $P(\boldsymbol{i}|\mathscr{M}) = \int p(\boldsymbol{i}|\boldsymbol{e},\mathscr{M})P(\boldsymbol{e}|\mathscr{M})\mathrm{d}\boldsymbol{e}$. Elle représente la probabilité des données connaissant le modèle.

La règle de Bayes fournit la quantité $P(\boldsymbol{e}|\boldsymbol{i},\mathscr{M})$, la PDF conditionnelle des paramètres du modèle connaissant les données, aussi appelée *PDF a posteriori*. C'est cette quantité qui contient toute l'information sur la solution du problème inverse. Cependant,

on cherche à déterminer une valeur unique nous fournissant la solution du problème ; de plus, les contraintes de calcul actuelles ne nous permettent pas de calculer la PDF associée à chaque voxel. On choisit donc un estimateur, correspondant à l'ensemble des paramètres qui définissent la solution du problème inverse. Les estimateurs utilisés classiquement sont le maximum *a posteriori* (MAP) ou l'espérance *a posteriori* ; dans le cas linéaire Gaussien, ces deux estimateurs sont égaux, donnés par

$$\boldsymbol{\Theta} = \arg\max_{e} [P(\boldsymbol{e}|\boldsymbol{i}, \mathscr{M})]. \tag{5.8}$$

En utilisant les équations 5.4, 5.6, 5.7, 5.5, on déduit la PDF *a posteriori*

$$P(\boldsymbol{e}|\boldsymbol{i}, \mathscr{M}) = \frac{\exp\left(-\frac{||\boldsymbol{i}-\boldsymbol{H}\boldsymbol{e}||^2}{2\sigma_n^2} - \frac{-||\boldsymbol{D}\boldsymbol{R}\boldsymbol{e}||^2}{2\sigma_e^2}\right)}{\int \exp\left(-\frac{||\boldsymbol{i}-\boldsymbol{H}\boldsymbol{e}||^2}{2\sigma_n^2} - \frac{-||\boldsymbol{D}\boldsymbol{e}||^2}{2\sigma_e^2}\right) \mathrm{d}\boldsymbol{x}}. \tag{5.9}$$

Si l'on suppose σ_n et σ_e connus, alors en prenant l'opposé du log de la PDF *a posteriori*, on peut réécrire l'estimateur $\boldsymbol{\Theta}$ comme la minimisation d'un critère $J(\boldsymbol{e})$

$$\boldsymbol{\Theta} = \arg\min_{e} \{\log P(\boldsymbol{e}|\boldsymbol{i}, \mathscr{M})\} = \arg\min_{e} \{J(\boldsymbol{e})\}. \tag{5.10}$$

avec

$$J(\boldsymbol{e}) = ||\boldsymbol{i} - \boldsymbol{H}\boldsymbol{e}||^2 + \lambda ||\boldsymbol{D}\boldsymbol{R}\boldsymbol{e}||^2, \tag{5.11}$$

avec $\lambda = \frac{\sigma_n^2}{\sigma_e^2}$, qu'on appelle aussi hyperparamètre.

On retrouve alors la notion de méthode des moindres carrés régularisée, avec les avantages suivants :

- Le critère $J(\boldsymbol{e})$ est la conséquence des hypothèses faites sur la PDF du bruit et de l'*a priori*, contrairement à l'approche déterministe, où la minimisation par moindres carrés régularisée est plutôt un choix descriptif et arbitraire.
- Dans le cas déterministe, le coefficient de régularisation est choisi arbitrairement, souvent fixé de manière empirique. Par contre, dans l'approche Bayésienne, λ est totalement défini, pour peu qu'on connaisse σ_n et σ_e. En pratique, cependant, on ne connaît pas ces valeurs ; néanmoins, il existe des méthodes d'estimation des hyperparamètres comme l'approche Bayésienne généralisée, la méthode du maximum de vraisemblance généralisée, la méthode des moments, ou encore la validation croisée (Idier 2001). Dans le cas des problèmes inverses linéaires, dont le critère à minimiser est sous forme quadratique, on peut utiliser la méthode de la courbe en L (Idier 2001).
- Le dernier avantage de l'approche Bayésienne réside dans sa capacité à fournir un intervalle de confiance sur la solution, à l'aide de la matrice de covariance de la PDF *a posteriori*. Cependant, dans notre cas, elle est trop grande pour être stockée en mémoire.

On peut ensuite montrer, moyennant un peu de calcul matriciel [2], que l'estimateur $\boldsymbol{\Theta}$ peut finalement s'écrire analytiquement

$$\boldsymbol{\Theta} = (\boldsymbol{H}^T\boldsymbol{H} + \lambda \boldsymbol{D}^T\boldsymbol{D})^{-1}\boldsymbol{H}^T\boldsymbol{y}. \tag{5.12}$$

avec $\Sigma = (\boldsymbol{H}^T\boldsymbol{H} + \lambda \boldsymbol{D}^T\boldsymbol{D})^{-1}$ la matrice de covariance de la PDF *a posteriori*. En termes matriciels, cela revient à dire que la matrice $\boldsymbol{H}^T\boldsymbol{H}$ est mal conditionnée ; on ajoute alors le terme $\boldsymbol{D}^T\boldsymbol{D}$ pour améliorer le conditionnement du problème.

Cependant, la taille du problème ne permet pas d'utiliser l'expression analytique de l'estimateur MAP ; on est alors obligé de faire appel à des méthodes d'optimisation, telles que les méthodes de gradient ou de recuit simulé, qui s'appuie sur une méthode de Hastings-Metropolis (Metropolis et al. 1953; Hastings 1970). Les résultats présentés dans la suite sont obtenus par l'utilisation de la méthode de Polak-Ribière (Polak & Ribière 1969), qui est une approximation de la méthode des gradients conjugués, valable uniquement dans le cas d'un critère quadratique. Les méthodes du gradient permettent de minimiser une fonction en utilisant une méthode itérative d'amélioration successive. Au point courant, un déplacement est effectué dans la direction opposée au gradient, de manière à faire décroître la fonction. Dans le cas de la méthode des gradients conjugués, il s'agit de choisir des directions de descente uniquement orthogonales entre elles ; on assure ainsi que cette méthode itérative converge en un nombre fini d'itérations. Pour une description de l'application de la méthode de Polak-Ribière à la minimisation du critère $J(e)$, le lecteur est invité à consulter les chapitres 3.2 et 4.1 et l'annexe II de Barbey (2008).

Bien qu'on ait utilisé l'hypothèse statique dans ce chapitre pour décrire la méthode de reconstruction, il est à noter que le module TomograPy dispose d'une méthode de reconstruction dynamique basée sur une approche de régularisation spatio-temporelle. Il est aussi possible d'utiliser des données provenant de plusieurs instruments différents, pour peu que les informations géométriques nécessaires soient disponibles. Le modèle physique nécessaire à l'interprétation des données provenant de coronographes observant en lumière blanche est également implémenté, ainsi que plusieurs méthodes d'optimisation pour la minimisation du critère.

5.2

Reconstruction de la DEM locale

Dans le chapitre 2, on a vu que l'intensité observée dans une bande spectrale b s'exprime comme

$$I_{b,k} = \frac{\Omega_{pix}}{4\pi}\int_0^\infty R_b(n_e, T_e) n_e^2 \mathrm{d}l = \int e(D + l\,\boldsymbol{u_k})\mathrm{d}l \tag{5.13}$$

2. La démonstration peut être trouvée dans le cours de Ali-Mohammad Djafari (chapitre 9) disponible à l'url suivante `http://djafari.free.fr/pdf/poly.pdf`.

avec R_b la fonction de réponse en température définie par l'équation 2.16, $\boldsymbol{u_k}$ le vecteur directeur de la ligne de visée l du pixel k, et e l'émissivité, mesurée en DN.m^{-1}. Cette unité de mesure, peu habituelle, résulte en fait de l'intégration le long de ligne de visée, et de la mesure de l'intensité par les télescopes en DNs. En utilisant une série de mesures prises depuis plusieurs points de vue, la tomographie permet d'estimer la distribution $e(x,y,z)$; l'émissivité mesurée dans le voxel j de la bande spectrale b s'exprime alors

$$e_{b,j} = R_b(T_e) n_e^2. \tag{5.14}$$

où on a négligé la dépendance en densité de la fonction de réponse en température.

A partir de cette définition, on peut à nouveau définir une DEM locale, associée à chaque voxel ; ainsi, à partir des émissivités mesurées dans chaque longueur d'onde, on estime la distribution thermique du plasma contenu dans chaque voxel. Soient $\mathscr{R}_j$ les coordonnées des points compris dans le voxel j, de volume V_j ; l'émissivité mesurée dans un voxel est en fait la valeur moyenne des émissivités en chaque point du voxel :

$$e_{b,j} = \frac{1}{V_j} \int_{\mathscr{R}_j} e_b(\boldsymbol{r}) \mathrm{d}^3\boldsymbol{r}. \tag{5.15}$$

En utilisant l'équation 5.14, on obtient

$$e_{b,j} = \frac{1}{V_j} \int_{\mathscr{R}_j} R_b(T_e(\boldsymbol{r})) n_e(\boldsymbol{r})^2 \mathrm{d}^3\boldsymbol{r}. \tag{5.16}$$

On pourrait, de manière totalement analogue à ce qui a été présenté dans la section 2.2, exprimer ce volume infinitésimal $\mathrm{d}\boldsymbol{r}^3$ en fonction de la température, à l'aide des équations 2.20 et 2.26 ; on conserverait alors une définition de la DEM locale Ψ analogue à celle de la DEM totale ξ, mais reliant cette fois-ci émissivité et DEM locale :

$$e_{b,j} = \int_{T_e} R_b(T_e(\boldsymbol{r})) \Psi(T_e) \mathrm{d}T_e. \tag{5.17}$$

avec

$$\Psi(T_e) = \frac{1}{V_j} \sum_{i=1}^{N} \left(\iint_{S_{T_e}} n_e^2 \,|\, \vec{\nabla} T_e \,|^{-1} \,\mathrm{d}S \right)_i \quad [\mathrm{m}^{-6}.\mathrm{K}^{-1}]. \tag{5.18}$$

Frazin et al. (2009) ont développé un formalisme plus simple permettant également de définir rigoureusement ce qu'est la DEM locale. Pour cela, ils définissent l'ensemble de points $\Lambda(T_0, \Delta T_e)$, pour lesquels la température est comprise entre T_0 et $T_0 + \Delta T_e$:

$$\Lambda(T_0, \Delta T) = \left\{ \boldsymbol{r} : T_0 \leqslant T_e(\boldsymbol{r}) \leqslant T_0 + \Delta T_e, \boldsymbol{r} \in \mathscr{R}_| \right\}. \tag{5.19}$$

Dans la limite où $\Delta T_e \to 0$, l'ensemble devient

$$\mathrm{d}(\Lambda(T_e, \mathrm{d}T_e)) = \frac{(\mathrm{d}T_e)^3}{|\partial T_e/\partial x||\partial T_e/\partial y||\partial T_e/\partial z|} = \mathrm{d}^3\boldsymbol{r}, \tag{5.20}$$

où les dérivées sont évaluées aux points $\boldsymbol{r_0}$ qui satisfont $T_e(\boldsymbol{r_0}) = T_0$. S'il existe plusieurs solutions $\boldsymbol{r_0}$ vérifiant cette équation, alors les volumes correspondant doivent être

ajoutés. Puisque chaque point du volume V_j a une température comprise entre 0 et ∞, la fonction $\Lambda(T_e, \mathrm{d}T_e)$ vérifie

$$\int_0^\infty \frac{\mathrm{d}(\Lambda(T_e, \mathrm{d}T_e))}{\mathrm{d}T_e} \mathrm{d}T_e = \int_{\mathscr{R}_j} \mathrm{d}^3\boldsymbol{r} = V_j. \tag{5.21}$$

Les auteurs définissent ensuite une fonction indicatrice, définie comme

$$H_{\Lambda(T_e,\Delta T_e)}(\boldsymbol{r}) = \begin{cases} 1/\Delta T_e & \text{si } \boldsymbol{r} \in \Lambda(T_e, \Delta T_e) \\ 0 & \text{si} \boldsymbol{r} \notin \Lambda(T_e, \Delta T_e) \end{cases} \quad [\mathrm{K}^{-1}] \tag{5.22}$$

qui satisfait

$$\int_0^\infty H_{\Lambda(T_e,\Delta T_e)}(\boldsymbol{r}) \mathrm{d}T_e = 1. \tag{5.23}$$

Ainsi définie, la fonction indicatrice permet d'attribuer une température donnée à une position $\boldsymbol{r}$ particulière. On peut ainsi redéfinir le volume du voxel j en fonction de la position et de la température

$$\int_{\mathscr{R}_j} \mathrm{d}^3\boldsymbol{r} = \int_0^\infty \mathrm{d}T_e \int \mathrm{d}^3\boldsymbol{r} H_{\Lambda(T_e,\Delta T_e)}(\boldsymbol{r}). \tag{5.24}$$

L'émissivité associée au voxel j peut donc se réécrire comme

$$e_{b,j} = \frac{1}{V_j} \int_0^\infty \mathrm{d}T_e \int_{\mathscr{R}_j} R_b(T_e(\boldsymbol{r})) n_e(\boldsymbol{r})^2 H_{\Lambda(T_e,\Delta T_e)}(\boldsymbol{r}) \mathrm{d}^3\boldsymbol{r}, \tag{5.25}$$

et on peut alors définir la DEM locale comme

$$\Psi(T_e) = \frac{1}{V_j} \int_{\mathscr{R}_j} n_e(\boldsymbol{r})^2 H_{\Lambda(T_e,\Delta T_e)}(\boldsymbol{r}) \mathrm{d}^3\boldsymbol{r} \quad [\mathrm{m}^{-6}.\mathrm{K}^{-1}], \tag{5.26}$$

qui correspond à l'intégrale de n_e^2, intégrée sur le volume du voxel j dont la température est comprise entre T_e et $T_e + \mathrm{d}T_e$. L'émissivité du voxel j peut alors s'exprimer simplement

$$e_{b,j} = \int_{T_e} R_b(T_e(\boldsymbol{r})) \Psi(T_e) \mathrm{d}T_e. \tag{5.27}$$

La mesure d'émission locale correspond alors à la valeur moyenne de la densité, donnée par

$$EM_l = \frac{1}{V_j} \int_{\mathscr{R}_j} n_e(\boldsymbol{r})^2 \mathrm{d}^3\boldsymbol{r} = \bar{N_e^2} \quad [\mathrm{m}^{-6}]. \tag{5.28}$$

Ces deux formalismes sont totalement équivalents, mais le formalisme de Frazin et al. (2009) est intéressant dans le sens où il est beaucoup plus simple et peut-être plus intuitif, comparé aux surfaces isothermes que l'on introduit dans le formalisme classique. Grâce à l'introduction de la fonction indicatrice H, les discontinuités potentielles dans la distribution locale en température sont prises en compte. Ce même formalisme peut d'ailleurs être appliqué pour relier intensité mesurée et DEM totale.

Pour estimer la DEM locale associée à chaque voxel, nous procédons de la même manière que celle décrite dans les chapitres précédents ; on utilise une méthode très simple d'inversion par balayage de l'espace des paramètres, à l'aide d'une méthode des moindres carrés, minimisant la distance entre les émissivités reconstruites et les émissivités théoriques

$$\chi^2 = \min \sum_{b=1}^{6} \left(\frac{e_b^{rec} - e^{th}(\Psi(k_1, k_2, ..., k_N))}{\sigma_{inc}} \right)^2 \tag{5.29}$$

avec e_b^{rec} les émissivités reconstruites, $e_b^{th}(\Psi(k_1, k_2, ..., k_N))$ les émissivités théoriques calculées pour un modèle de DEM locale Ψ, qui dépend des N paramètres $k_1, k_2, ..., k_N$, et σ_{inc} la déviation standard associée aux différentes sources d'incertitudes.

On utilise à nouveau l'hypothèse d'une DEM locale Gaussienne, définie comme

$$\begin{aligned} \Psi_{gau}(T_e) =& N_e^2 \, \mathcal{N}(\log T_e - \log T_c), \\ \text{avec } \mathcal{N}(x) =& \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right) \end{aligned} \tag{5.30}$$

avec $\mathcal{N}(\log T_e - \log T_c)$ normalisée à 1, ce qui conduit alors au calcul des émissivités théoriques suivant

$$\begin{aligned} e_b^0(N_e, T_c, \sigma) &= N_e^2 \int_0^{+\infty} R_b(T_e) \mathcal{N}(\log T_e - \log T_c) \, d\log T_e \\ &= N_e^2 (R_b * \mathcal{N})(T_c, \sigma). \end{aligned} \tag{5.31}$$

La température, la densité et la largeur de la Gaussienne seront donc estimées *via*

$$[\hat{T}_e, \hat{N}_e, \hat{\sigma}] = \underset{T_e, N_e, \sigma}{\arg\min} \sum_{b=1}^{6} \left(\frac{e_b^{rec} - e_b^{th}(\Psi(N_e, T_e, \sigma))}{\sigma_{inc}} \right)^2 . \tag{5.32}$$

Grâce à l'étude menée dans le chapitre 3, on dispose maintenant d'un étalonnage de ce type d'inversion. Même si l'étude a été réalisée en s'intéressant à la DEM totale déduite à partir de mesures d'intensités, les résultats sont également applicables au cas des reconstructions tomographiques. En effet, le comportement de l'inversion sera identique dans les deux cas, puisque intensité mesurée et émissivité reconstruite ne sont reliées que par l'intégration le long de la ligne de visée ; les incertitudes systématiques associées à l'étalonnage de l'instrument et aux processus de physique atomique restent identiques. Cependant, il existe une source d'incertitude supplémentaire, liée à la qualité de la reconstruction en elle-même, difficile à estimer puisqu'on ne conserve pas la matrice de covariance (voir section 5.1). La propagation des erreurs aléatoires associées à l'acquisition des données (i.e bruit de lecture et bruit de photon) au cube de reconstruction est également difficile à estimer ; cependant le bruit de lecture est négligeable devant les autres sources d'incertitudes, et le bruit de photon est fortement diminué puisqu'on somme temporellement et spatialement les images. Pour toutes ces

raisons, on ne considérera dans la suite que les incertitudes systématiques associées à la physique atomique (estimée à 25 %, voir section 3.1.4) et à la calibration de l'instrument (estimée à 25 %, voir également section 3.1.4 et Boerner et al. 2012), soit une incertitude totale $\sigma_{inc} = 35$ %. Le cadre d'étude est donc un peu différent de celui de l'étude présentée dans le chapitre 3, puisque seules les incertitudes systématiques sont considérées ici ; cependant les résultats restent applicables car le bruit de photon et le bruit de lecture n'ont qu'une faible influence sur les résultats (voir section 3.2.4).

Les fonctions de réponse $R_b(T_e)$ de chacune des 6 bandes coronales d'AIA (94, 131, 171, 211, 335 Å) sont calculées en utilisant l'équation 3.2 et la base de données CHIANTI version 7.1 (Landi et al. 2013). Excepté l'utilisation de la nouvelle version de CHIANTI, le calcul des fonctions de réponse est identique à celui décrit dans la section 3.1.4 : on a donc des fonctions de réponse calculées pour des densités variant de 10^{12} et 10^{17} m^{-3}, en utilisant un échantillonnage de $0.025 \log n_e$, des températures comprises entre $\log T_e = 4$ à $\log T_e = 8$, avec un pas de $0.005 \log T_e$, et pour des largeurs de DEMs locales σ variant linéairement entre 0 et $0.8 \log T_e$ et un pas de $0.01 \log T_e$. Finalement, les émissivités théoriques e_b^{th} sont calculées pour chaque point de l'espace des paramètres, conduisant à un cube d'émissivité de taille $200 \times 800 \times 80$, soit un total de 1.28×10^7 émissivités possibles par bande spectrale.

5.3

Résultats : propriétés physiques des structures polaires

Les reconstructions tridimensionnelles présentées dans la suite sont obtenues pour un cube de $512 \times 512 \times 512$ voxels, centré sur le Soleil, avec une longueur de 3 $R_\odot$ le long de chaque axe (soit un voxel d'environ $4078 \times 4078 \times 4078$ km^3). On utilise, pour chaque bande coronale d'AIA, une série de 28 jours de données comprises entre le 25/05/2010 et le 21/06/2010, à raison d'une image toutes les 6 heures, soit 112 images au total. Si l'on ne s'intéresse qu'aux pôles, on n'a besoin que de deux semaines de données ; en effet, puisque le plasma est optiquement mince, seule une demi rotation suffit pour couvrir entièrement les pôles. Dans ce cas, les données sont comprises entre le 01/06/2010 et le 14/06/2012. A titre indicatif chacune des reconstructions en émissivité présentées dans la suite requière une vingtaine d'heures de calcul en utilisant 12 CPUs Intel(R) Xeon(R) CPU E7- 4850 @ 2.00 GHz.

Nous avons choisi cette période puisqu'elle correspond à une période plutôt calme du cycle ; AIA étant opérationnel depuis le 13/05/2010, ce sont donc les images les plus proches temporellement du minimum solaire de 2007. On minimise ainsi la dynamique des structures et les plumes polaires sont bien développées, ce qui facilite la reconstruction. De plus, pendant cette période, l'angle B_0, qui représente la latitude en coordonnées héliographiques du point central du disque solaire vu depuis la Terre, est presque nul. Cet angle, qui peut varier entre ± 7.25ř, est un paramètre important à

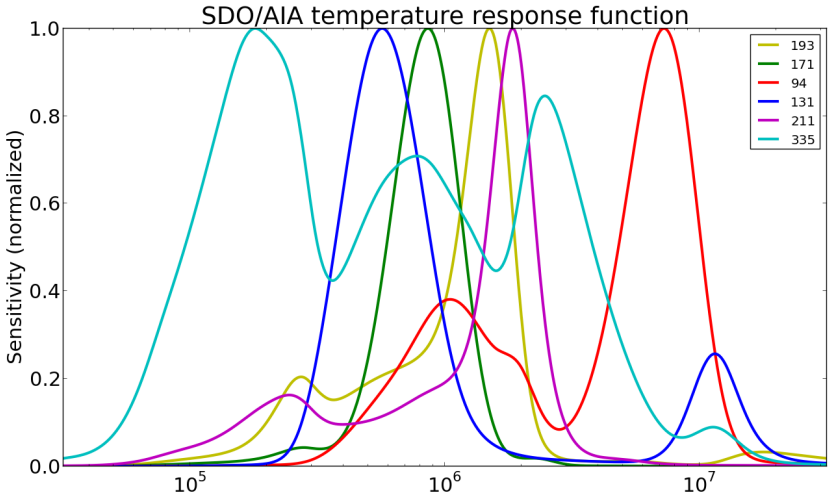

FIGURE 5.2: Fonctions de réponse en température normalisée à leur maximum pour chacune des bandes.

prendre en compte pour la qualité des reconstructions ; pour des valeurs élevées, une partie des pôles à basse altitude est masquée, ce qui peut introduire un biais important qui peut altérer fortement les reconstructions (Barbey 2008).

Pour améliorer le rapport signal sur bruit des bandes, en particulier pour les canaux 94 et 335 Å, les données sont sommées temporellement et spatialement. Les observations sont d'abord co-alignées, puis on somme ensuite 10 images consécutives (à la cadence d'une image par minute) pour chaque bande, ce qui augmente le rapport signal sur bruit d'un facteur ~ 3. L'image résultante est ensuite déconvoluée de PSF (Point Spread Function ou fonction d'étalement du point) de l'instrument ; en effet, la lumière diffusée, produite par la diffraction de la grille de renfort du filtre d'entrée et la rugosité des surfaces optiques, provoque une baisse de contraste de l'image. Les régions sombres deviennent alors plus lumineuses qu'elles ne le sont en réalité et les régions brillantes sont atténuées. En particulier, cet effet peut donc être important dans les trous coronaux, puisque le signal est faible. La déconvolution des images est réalisée à l'aide de la procédure `aia_deconvolve_richardsonlucy.pro` du package IDL/SSW. Les images finales, qui seront ensuite utilisées pour la reconstruction, sont obtenues en sommant spatialement chaque image par 8×8, i.e. d'une taille de 4096×4096 pixels, on réduit l'image à 512×512, augmentant ainsi le rapport signal sur bruit d'un facteur 8. Finalement on obtient un gain sur le SNR de l'ordre 12.

Les reconstructions de l'émissivité obtenues pour chaque longueur d'onde, dans le cas où on utilise une rotation complète du Soleil sont présentées figure 5.3, sous forme de projections équirectangulaires à l'altitude $h = 1.05 R_\odot$, linéaires en latitude et en longitude. Il s'agit d'un type de projection très simple correspondant à une coupe à altitude constante dans le cube de reconstruction. La structure de la couronne est globalement correctement reconstruite : on retrouve dans les reconstructions les propriétés morphologiques caractéristiques de ces longueurs d'onde, communes à celle observées

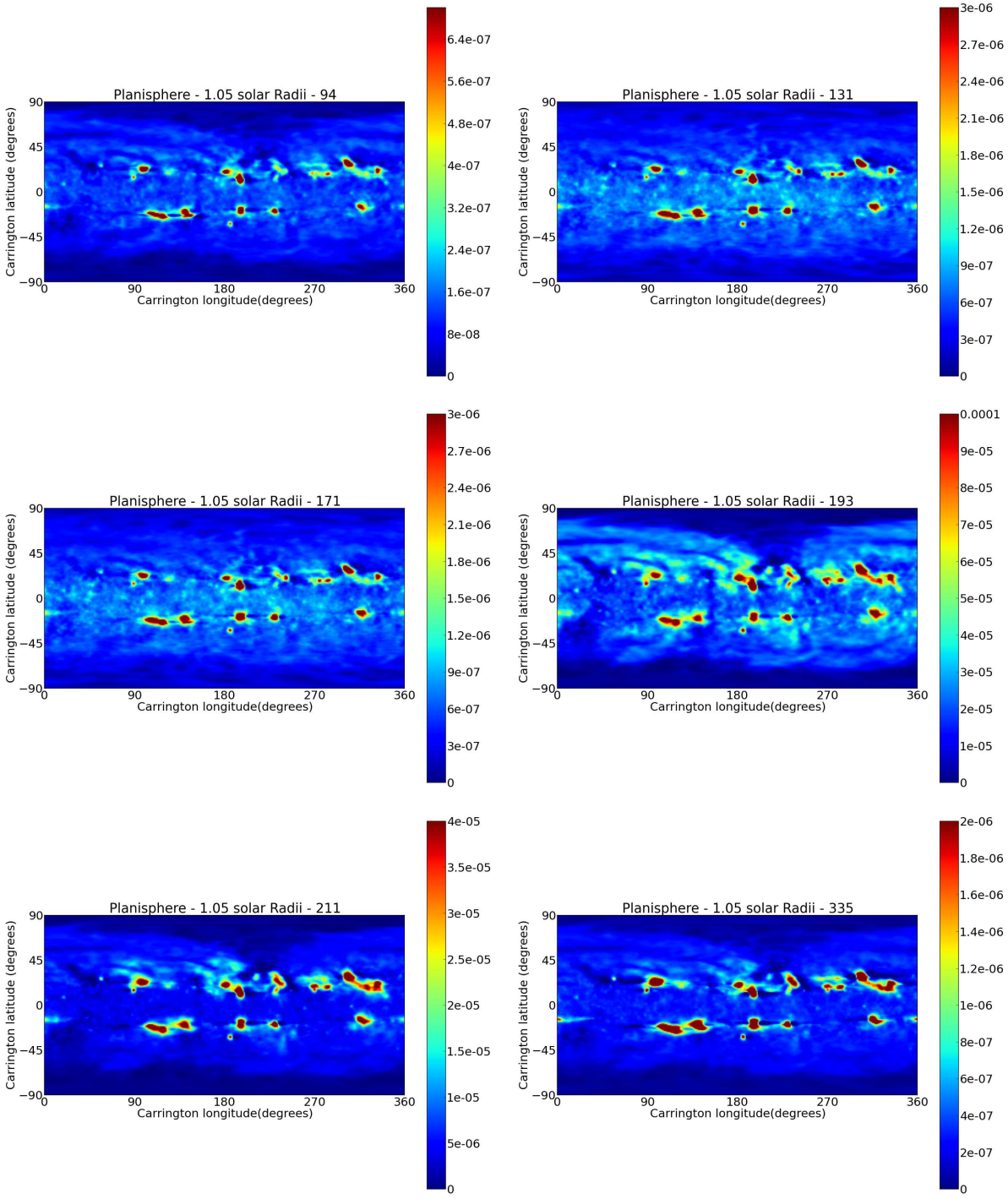

FIGURE 5.3: Projection équirectangulaire de l'émissivité [DN.m^{-1}] à l'altitude constante de 1.05 $R_\odot$, pour les 6 bandes spectrales de l'instrument AIA.

dans les images brutes. On y observe les bandes de régions actives, correspondant au maximum d'émissivité et concentrées autour de l'équateur, entre -45 et 45° de latitude. Elles apparaissent plus contrastées dans les longueurs d'ondes correspondant aux températures les plus élevées, 94, 335 et 211 Å(voir figure 5.2, qui montre les fonctions de réponses en température normalisées pour chacune des bandes). On peut également observer les trous coronaux, en particulier dans les reconstructions à 193, 211 et 335 Å, conformément à ce qu'on observe dans les images. En effet, dans ces longueurs d'onde, la majorité du signal est émise par la matière chaude, autour de $10^{6.2}$ K pour la bande à 193 Å et $10^{6.3}$ K pour 211 Å (voir figure 5.2). Comme les trous coronaux sont caractérisés par des températures et des densités plus faibles que le reste de la couronne, due à une configuration magnétique ouverte (e.g. Wilcox & Howard 1968; David et al. 1998; Cranmer 2009), leur émission est très faible dans ces 3 longueurs d'onde.

Le trou coronal du pôle nord s'étend jusqu'à des latitudes d'environ 20° pour des longitudes comprises entre 210 et 260°, tandis que dans l'hémisphère sud, on observe qu'une petite partie du trou s'étend jusqu'à l'équateur, et même dans l'hémisphère nord. En période calme, les trous coronaux sont majoritairement situés aux pôles puisque la configuration magnétique est plus simple et proche d'un dipôle magnétique (voir 1) ; en revanche, en période plus active, il n'est pas rare d'en observer aux basses latitudes (Del Zanna & Bromage 1999; Raju et al. 2005), la topologie du champ magnétique se complexifiant. La série de données utilisées se situe 3 ans après le minimum solaire de 2007, et l'activité solaire reprend ; on observe alors les deux types de structures dans ces reconstructions.

Dans chacune des reconstructions, on observe cependant la présence de valeurs négatives de l'émissivité, en particulier près des régions actives. Ces artefacts correspondent en fait aux zones dynamiques, pour lesquelles il y a une évolution des structures au cours du temps. Ces valeurs négatives sont réparties autour des objets dynamiques, dans des directions correspondant aux positions pour lesquelles ces régions sont les moins intenses. Dans le cadre de l'hypothèse statique, l'algorithme d'inversion tomographique impose que la somme des intensités de chaque projection soit constante. Ainsi, pour compenser l'apparition et/ou la disparition de structures au cours de l'acquisition des données, des valeurs négatives apparaissent le long de la ligne de visée pour conserver ces intensités. Ces valeurs négatives se retrouvent simultanément dans les six longueurs d'onde, montrant que l'évolution temporelle est présente dans les 6 bandes.

Une fois les reconstructions obtenues dans chacune des longueurs d'onde d'AIA, on peut procéder à l'inversion de la DEM locale. Les résultats correspondant aux reconstructions de l'émissivité de la figure 5.3 sont présentés figure 5.4. Les deux cartes du haut fournissent la température T_c du pic de la DEM (à gauche) et la densité moyenne du voxel (à droite), tandis que les deux cartes du bas présentent la largeur thermique de la DEM σ ainsi que la valeur du χ^2 associée à l'inversion. Là encore, on retrouve des résultats globalement cohérents avec les propriétés physiques coronales connues : des régions actives denses ($\sim 1.2 \times 10^{15}$ m^{-3}) et chaudes (entre 2.3 et 2.7 MK), des

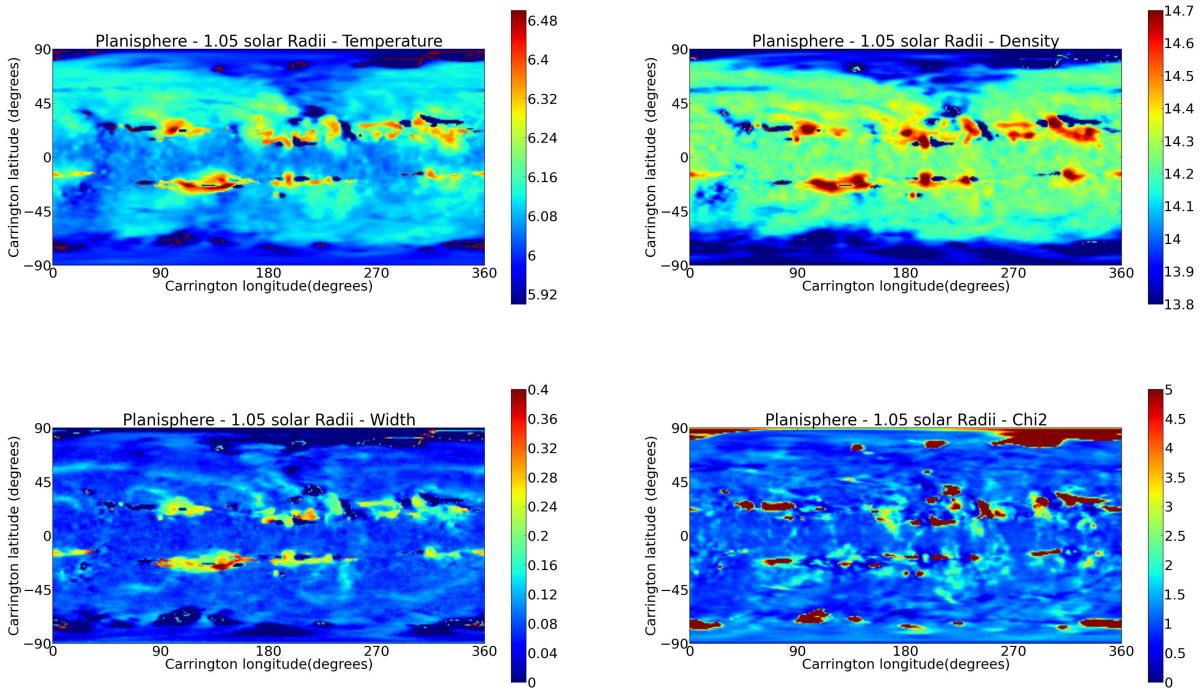

FIGURE 5.4: Projections équilatérales de la DEM locale à l'altitude constante de 1.05 $R_\odot$, obtenues à partir des reconstructions calculées pour 28 jours de données et présentées figure 5.3.

trous coronaux froids ($\lesssim 1$ MK) et peu denses (de l'ordre de 8×10^{13} m^{-3}) et un soleil calme aux propriétés intermédiaires, avec des températures de l'ordre de 2.2 MK et des densités autour de 2.2×10^{14} m^{-3}. Les valeurs de χ^2 sont généralement comprises entre 0 et 5, indiquant, d'après les résultats présentés dans le chapitre 3, que la DEM Gaussienne est un modèle bien adapté, excepté dans les zones où l'émissivité reconstruite est négative. La largeur thermique σ oscille de 0, i.e. plasma isotherme, dans les trous coronaux, à $0.5\log T_e$ dans les régions actives.

Cependant, on observe parfois la présence de variations brusques localisées aux mêmes latitudes et longitudes dans chacune des cartes, ce qui semble indiquer la présence de minima secondaires. Par exemple, pour des longitudes proches de -80°, on observe la présence de plasma froid et très peu denses dans des régions très localisées. Pourtant, rien n'indique dans les données ou dans les reconstructions la présence de zones locales très froides au bord du trou coronal sud. Il est intéressant de noter que ces variations brusques ne se retrouvent pas dans la carte de χ^2, ce qui signifie alors que la ou les solution(s) secondaire(s) constitue(nt) également un modèle cohérent avec les données. D'un point de vue physique en revanche, il est très peu probable que ces variations très brusques aient réellement un sens. Plusieurs paramètres peuvent être à l'origine de ces solutions secondaires. On voit ici directement les conséquences engendrées par la nature inverse du problème : la solution du problème est instable, puisqu'une petite variation dans les données provoque une modification importante de la solution. Il faudrait réduire le temps d'acquisition des données, en utilisant par

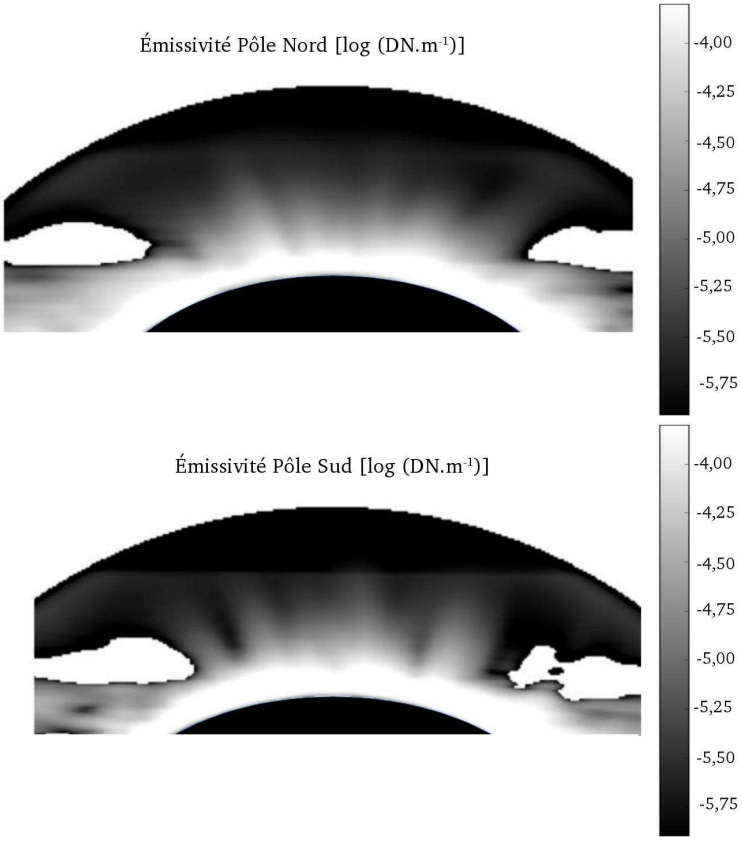

FIGURE 5.5: Reconstructions de l'émissivité aux pôles nord et sud dans la bande spectrale 171 Å, obtenues pour 28 jours de données. Pour illustrer la reconstruction des plumes, les coupes selon l'axe y (avec $y \in [-1.5, 1.5 R_\odot]$) sont sommées entre $y = -0.2$ et $-0.3 R_\odot$.

exemple conjointement les sondes STEREO et l'instrument AIA pour vérifier si ces structures à 171 Å sont réellement observées ou non.

La figure 5.5 présente les reconstructions de l'émissivité aux pôles nord et sud obtenues dans le canal à 171 Å d'AIA. On observe très clairement les plumes coronales, sous forme de tubes plus intenses qui s'étendent radialement au-dessus des pôles. Pour bien visualiser les plumes coronales, les deux figures représentent plusieurs coupes réalisées selon l'axe y du cube de reconstruction, avec $y \in [-1.5 R_\odot ; 1.5 R_\odot]$, sommées entre $y = -0.2$ et $-0.3 R_\odot$, une zone pour laquelle plusieurs plumes sont présentes. Deux zones blanches symétriques sont présentes correspondant à des régions pour lesquelles l'émissivité est négative. Il s'agit d'un artefact de reconstruction, présent dans tout le cube, d'origine géométrique, puisque symétrique et souvent observé quelles que soient les données. Par contre, l'origine exacte reste à être déterminée.

La géométrie des plumes polaires est encore mal connue, précisément à cause de l'intégration le long de la ligne de visée, qui limite l'interprétation. Deux types de plumes semblent coexister : les plumes tubulaires, quasi cylindrique et d'un rayon typique de l'ordre de 30 Mm (Wilhelm et al. 2011), ou sous forme de structure "en rideau" (voir section 1.2). Mises en évidence par Gabriel et al. (2003), ces dernières seraient en fait la conséquence de l'intégration le long de la ligne de visée de plusieurs

zones de sur-densité, légèrement plus intenses, mais en-dessous du seuil de détection, qui ne deviennent observables que lorsque qu'elles sont alignées avec la ligne de visée. Dans ce cas, ce type de plume ne seraient visible que pendant des périodes de l'ordre de 1 à 3 jours, à cause de la rotation solaire et des effets de projections (Gabriel et al. 2009), contre des durées de l'ordre de la journée ou de la semaine pour les plumes cylindriques (Gabriel et al. 2009; Wilhelm et al. 2011). Par contre, en ce qui concerne les plumes de type rideau, leur durée de vie totale, i.e. de chacune des structures qui composent le rideau et qui ne sont donc pas toujours visibles, reste actuellement indéterminée.

La tomographie s'avère donc être particulièrement intéressante dans le cas de l'étude des plumes coronales, à condition que leur dynamique ne soit pas trop importante. En effet, dans les reconstructions présentées figures 5.3 et 5.5, on constate que la dynamique de la couronne complique fortement l'interprétation des reconstructions, engendrant des valeurs négatives non physiques. Néanmoins, on peut réduire le temps d'acquisition par deux si l'on ne s'intéresse qu'aux pôles ; comme la couronne est optiquement mince, la totalité du pôle n'est observée qu'en une demi-rotation. La dynamique des trous coronaux est très faible sur de telles périodes d'acquisition, certains pouvant même persister pendant plusieurs mois (Cranmer 2009). Cependant, la durée de vie des plumes peut être inférieure selon leur nature, compliquant alors la reconstruction.

Les figures 5.6 et 5.8 présentent les reconstructions de l'émissivité pour les pôles nord et sud pour les six bandes spectrales d'AIA, sous forme de projections gnomoniques et obtenues en utilisant cette fois-ci 14 jours de données. Dans ce type de projection, le point de perspective est le pôle, et le plan de projection est tangent à la sphère, ce qui permet de conserver les distances. Ici, il s'agit de projection gnomoniques obtenues pour une altitude constante de 1.05 $R_\odot$. La co-latitude ainsi que la longitude sont indiquées sur chacune des reconstructions. Les images sont saturées vers les petites valeurs de l'émissivité afin d'augmenter le contraste des structures coronales. On voit qu'une partie des reconstructions présente de gros artefacts pour des co-latitudes élevées pour des longitudes comprises entre 60° et 240°. Ils proviennent du fait que l'on utilise que 14 jours de données : hormis pour les pôles, il manque donc la moité des informations permettant de reconstruire la totalité de la couronne, d'où ces importantes zones négatives dans les régions peu ou pas observées.

Comme pour les projections équirectangulaires présentées sur la figure 5.3, on retrouve les propriétés morphologiques associées à chaque bande spectrale ; les trous coronaux sont particulièrement bien visibles dans les bandes à 193 et 211 Å. A l'intérieur des trous coronaux, on observe des régions dont l'émissivité est plus importante, sous forme de nodosités et structures allongées : elles correspondent aux plumes polaires. Au pôle nord (figure 5.6), une structure en forme de croix, située entre 0 et 15° de co-latitude et pour des longitudes comprises entre 240° et 360°, est particulièrement remarquable dans les bandes à 131 et 171 Å, correspondant à des températures inférieures ou égales au million de degré kelvin. On l'observe également dans toutes les autres bandes spectrales, mais pour des valeurs de l'émissivité plus faibles. De

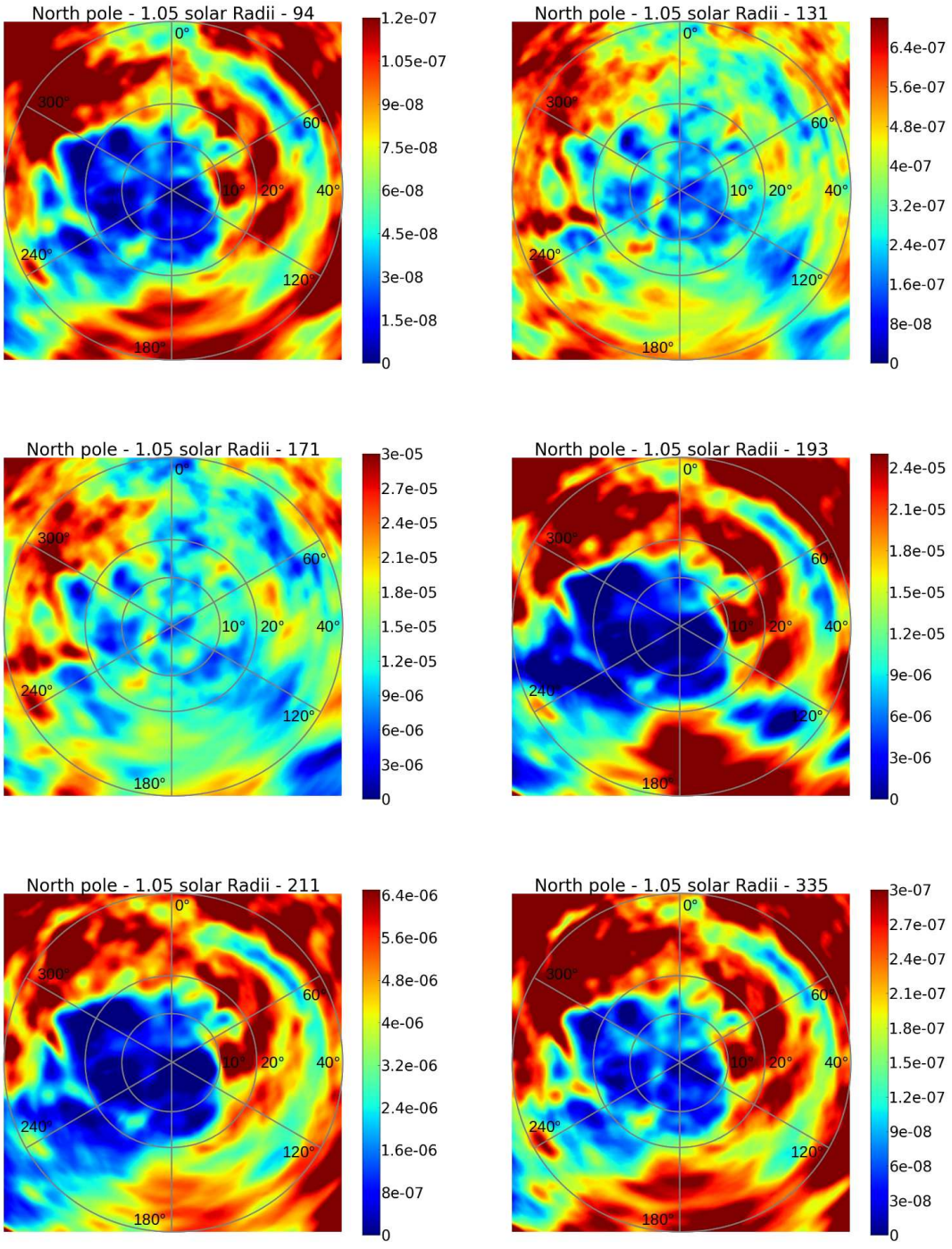

FIGURE 5.6: Projections gnomoniques du pôle Nord de l'émissivité [DN.m^{-1}] à l'altitude constante de 1.05 $R_\odot$, pour les 6 bandes spectrales de l'instrument AIA, et obtenues à partir des reconstructions calculées pour 14 jours de données.

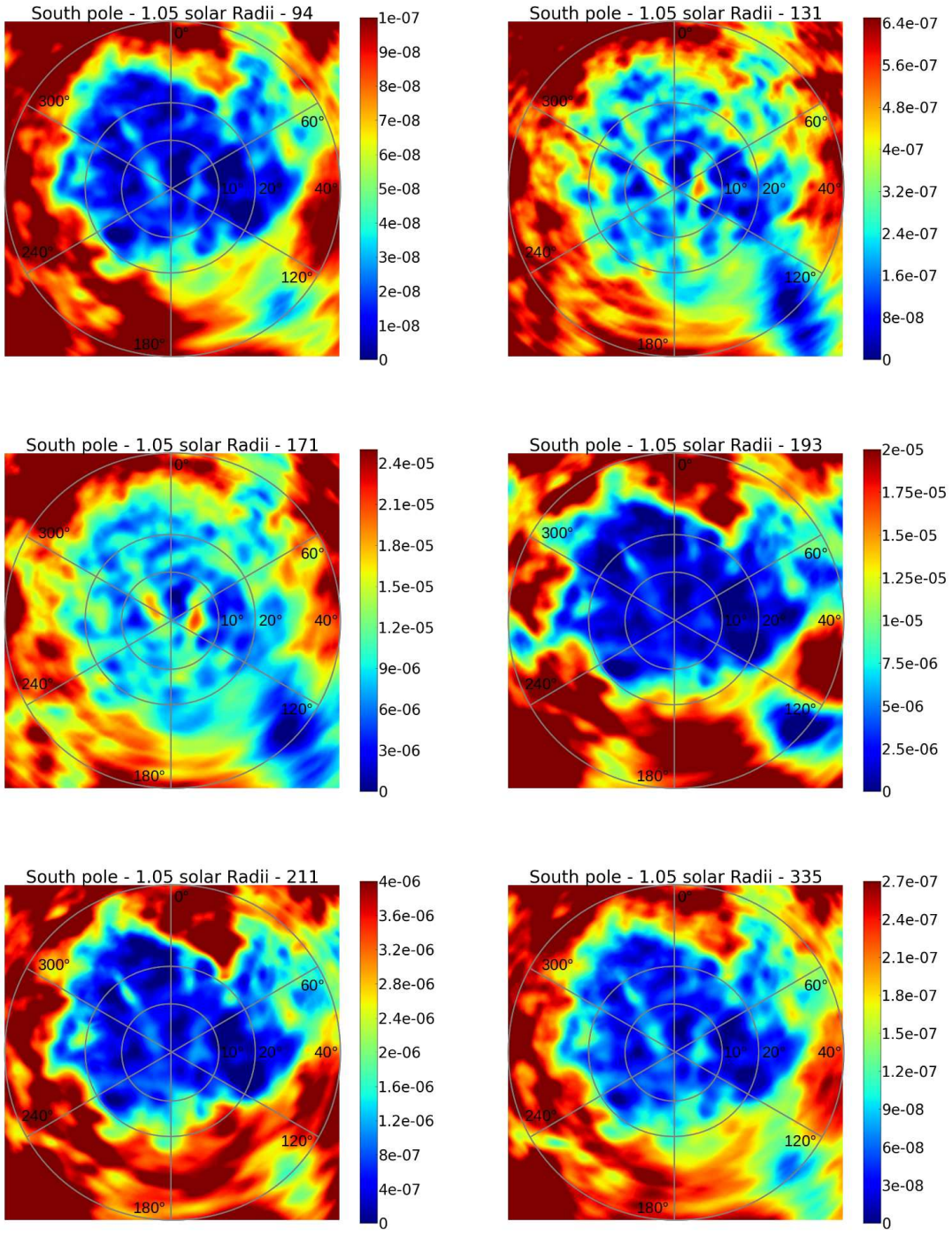

FIGURE 5.7: Projections gnomoniques du pôle Sud de l'émissivité [DN.m^{-1}] à l'altitude constante de 1.05 $R_\odot$, pour les 6 bandes spectrales de l'instrument AIA, et obtenues à partir des reconstructions calculées pour 14 jours de données.

manière analogue, on observe au pôle sud deux structures très allongées au centre du trou coronal, accompagnées de petites nodosités quasi circulaires.

A cette altitude, il n'y a que peu de zones où l'émissivité présente des valeurs négatives, ce qui indique que les reconstructions sont correctes dans l'ensemble. Cependant, pour des altitudes plus élevées, à partir de 1.1 $R_\odot$, les artefacts dus à l'évolution temporelle s'accentuent, formant des zones à valeurs négatives plus importantes. Ce phénomène est visible sur la figure 5.8, où les reconstructions de l'émissivité du pôle sud sont représentées à une altitude de 1.1 $R_\odot$: des zones importantes d'émissivité négative sont par exemple présentes pour les co-latitudes comprises entre 10° et 20° et les longitudes à 60° et 120°.

La forme des structures observées à l'intérieur des trous coronaux, aux pôles nord et sud, semble indiquer l'existence des deux types de plumes coronales : les structures allongées peuvent être interprétées comme des plumes de type rideau, tandis que les nodosités quasi-cylindriques correspondent aux plumes cylindriques. Au pôle sud, les plumes de type rideau présentent un rapport longueur sur largeur de l'ordre de 6 ou 7 ; dans ce cas elles ne sont effectivement visibles que lorsque la ligne de visée est alignée avec la structure, traversant une plus grande quantité de matière, correspondant à la longueur de la plume. Au contraire, lorsque la ligne de visée est perpendiculaire à la plume, la quantité de matière traversée sera moindre, puisque correspondant uniquement à sa largeur : comme leur émissivité est seulement 1.5 fois plus élevée que le milieu interplumes, elles ne seront que peu ou plus visibles sur les images. Cette analyse est cohérente avec les durées de vie typiquement mesurées pour les plumes ce type, de l'ordre de 1 à 3 jours (Gabriel et al. 2009).

Dans la suite, on ne s'intéressera qu'au pôle sud, au sein duquel on observe une plume particulièrement bien reconstruite. Les figures 5.9 et 5.10 montrent les reconstructions de la DEM locale du pôle sud, pour des altitudes respectives de 1.05 et 1.1 $R_\odot$, correspondant aux reconstructions présentées figures 5.7 et 5.8. La température centrale de la DEM, la densité moyenne ainsi que la largeur thermique σ et la valeur des résidus sont représentées, pour les mêmes valeurs de co-latitude et de longitude que précédemment, non affichées pour améliorer la lisibilité des résultats. La cartes sont là encore saturées vers les valeurs typiques des paramètres associés aux trous coronaux et aux plumes, afin de bien visualiser le contraste existant entre ces différentes structures. Sur chaque carte, on a indiqué la localisation des mesures présentées dans la figure 5.13, à savoir les plumes 1 et 2 (notés "1" et "2" sur les cartes) et le milieu interplumes (noté "IP").

En analysant ces deux figures, on voit très clairement que les plumes sont plus denses que l'environnement du trou coronal, tandis qu'elles apparaissent légèrement plus chaude (de l'ordre de 1 MK) que leur environnement. Il n'existe pas de corrélation précise entre la densité et la largeur thermique, le plasma du pôle étant généralement très proche de l'isothermalité, que ce soit dans les plumes ou dans le milieu interplumes, avec des largeurs caractéristiques comprises entre 0 et 0.1 $\log T_e$, voire 0.2 $\log T_e$ pour quelques régions. Les valeurs de χ^2 sont quant à elles comprises entre

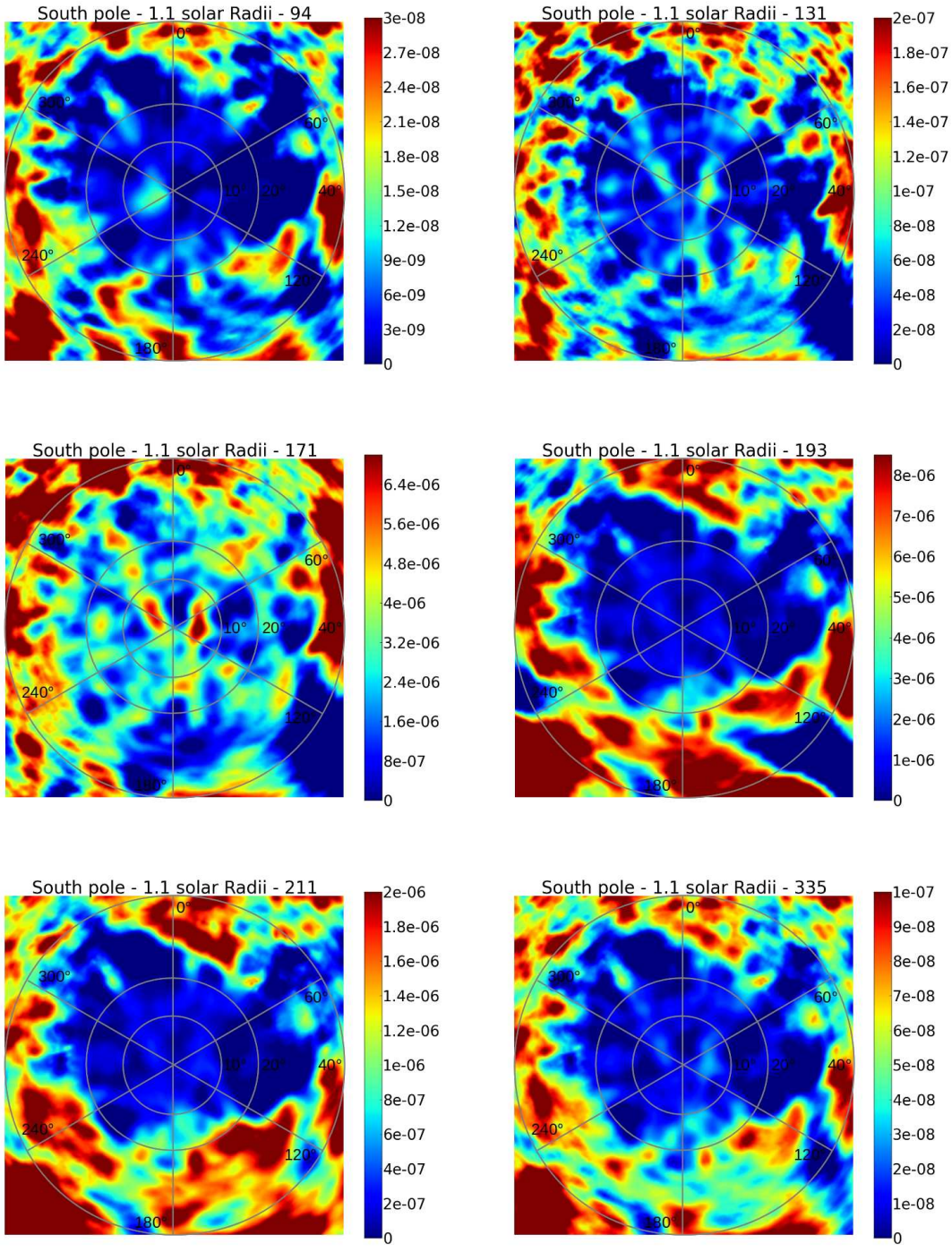

FIGURE 5.8: Projections gnomoniques du pôle Sud de l'émissivité [DN.m^{-1}] à l'altitude constante de 1.1 $R_\odot$, pour les 6 bandes spectrales de l'instrument AIA, et obtenues à partir des reconstructions calculées pour 14 jours de données.

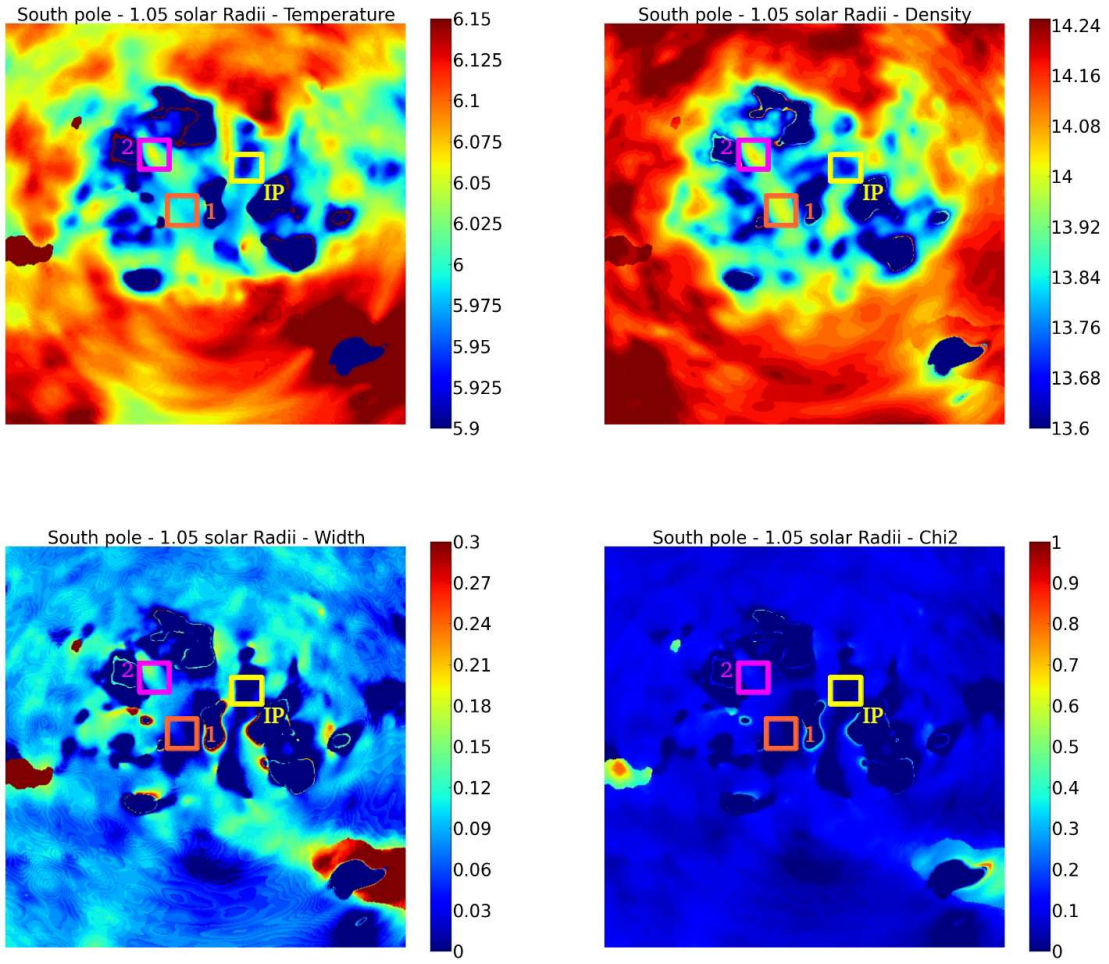

FIGURE 5.9: Projections gnomoniques du pôle Sud de la DEM locale à l'altitude constante de 1.05 $R_\odot$, obtenues à partir des reconstructions calculées pour 14 jours de données. Les positions correspondant aux mesures présentées figure 5.13 pour deux plumes et le milieu interplumes sont indiquées sur la figure.

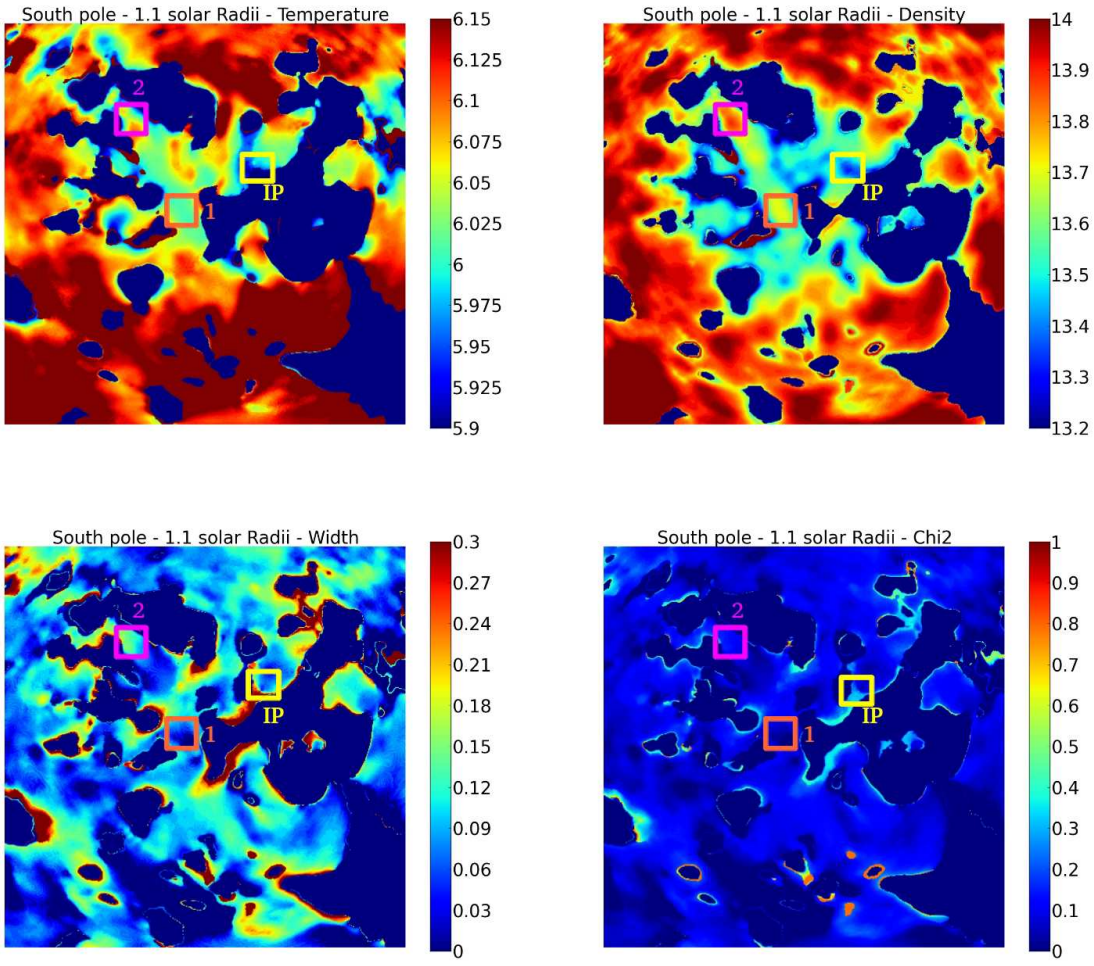

FIGURE 5.10: Projection gnomonique du pôle Sud de la DEM locale à l'altitude constante de 1.1 $R_\odot$, obtenues à partir des reconstructions calculées pour 14 jours de données. Les positions correspondant aux mesures présentées figure 5.13 pour deux plumes et le milieu interplumes sont indiquées sur la figure.

0 et 1, indiquant là encore un modèle de DEM locale cohérent avec les reconstructions. Les mesures précédentes réalisées indépendamment sur des plumes et des trous coronaux semblent indiquer le même comportement, avec des températures dans les plumes similaires à celles mesurées dans les trous coronaux (voir Wilhelm et al. 2011, pour une revue des mesures précédentes). Cependant, on peut noter que certaines mesures présentées dans cette même revue, ainsi que celles réalisées par Wilhelm (2006) reportent des valeurs de températures élevées dans les régions interplumes, supérieures au million de degré ; ce phénomène n'est pas observé dans nos reconstructions, qui présentent plutôt un trou coronal relativement homogène en température, avec des plumes légèrement plus chaude. Pour une altitude de 1.05 $R_\odot$ (figure 5.9), les températures au sein du trou coronal se situent typiquement autour de 900 000 K, tandis qu'elles sont un peu plus élevées, autour de 1 MK, pour une altitude de 1.1 $R_\odot$. Ces valeurs sont cohérentes avec les travaux présentés par Hahn et al. (2011), pour lesquels les auteurs mesurent la DEM d'un trou coronal hors disque en fonction de l'altitude, en utilisant une quarantaine de raies mesurées par le spectromètre EIS. Les travaux de Habbal et al. (1993) et Del Zanna & Bromage (1999) reportent également des températures similaires.

La densité au sein du trou coronal varie typiquement entre 6×10^{13} m^{-3} dans le milieu interplumes à $\sim 1.2 \times 10^{14}$ m^{-3} au sein des plumes pour une altitude de $1.05 R_\odot$ (voir figure 5.9), tandis qu'elle diminue vers des valeurs typiques plus faibles lorsque l'altitude augmente (voir figure 5.10 et 5.13). En comparant ces valeurs aux densités mesurées dans les plumes dans la littérature (voir Wilhelm et al. 2011, qui fournit un tableau récapitulatif), on s'aperçoit que nos valeurs de densité sont en moyenne plus élevées que les mesures précédentes, qui reportent quasi systématiquement des densité inférieures à 10^{14} cm^{-3} au sein des plumes. Seuls Young et al. (1999) et Warren & Hassler (1999) ont mesuré des densités similaires aux résultats présentés ici, lors du minimum solaire de 1996 ; cependant, la première étude se concentre sur une plume particulièrement intense, tandis que la deuxième est limitée par le faible nombre de raies. Néanmoins, nos résultats sont cohérents avec une étude plus récente proposée par Banerjee et al. (2009), qui s'intéresse à plusieurs plumes polaires visibles pendant le minimum solaire de 2007. Cependant, les gradients de densité et les températures mesurés entre 1 et 1.3 $R_\odot$ sont cohérents d'un point de vue hydrostatique (voir ci-dessous).

L'origine de ces différences peut-être variée : il peut s'agir d'une réelle différence physique entre le minimum de 1996 et nos données, ou encore de différences dans les données de physique atomique et les étalonnages des divers instruments utilisés. En effet, la base de données CHIANTI est régulièrement mise à jour, et parfois les modifications des paramètres atomiques peuvent être importantes ; les instruments utilisés sont différents, et leurs étalonnages ne sont pas identiques. La déconvolution peut également induire un biais dans les images, puisque la PSF disponible dans SSW n'est pas complète : certains effets n'ont pas encore été pris en compte dans son calcul. La méthode utilisée pour estimer ces paramètres physiques peut également être à l'origine de ces différences : les artefacts liés l'inversion tomographique peuvent par ex-

emple engendrer une erreur systématique dans les reconstructions tridimensionnelles de l'émissivité. Dans l'objectif de quantifier la fiabilité du couplage tomographie/DEM, des travaux sont actuellement en cours, en collaboration avec une équipe de Predictive Science Inc., à San Diego ; en utilisant leur simulations MHD capables de fournir des images simulées dans chacune des bandes d'AIA, on reconstruit d'abord les émissivités puis la DEM locale. Cela permet de quantifier la qualité de la méthode, en comparant nos estimations tridimensionnelles des propriétés du plasma avec leurs simulations initiales. Le raisonnement est en somme identique à celui utilisé dans les chapitres 3 et 4 et on pourrait là aussi introduire du bruit dans nos données simulées sous forme d'une variable aléatoire afin de mesurer l'influence des incertitudes ; cependant le coût de calcul est pour l'instant très élevé, et on se contente donc de comparer simplement inversions et simulations.

Tous les différents facteurs énumérés ci-dessus peuvent avoir une influence importante sur les résultats ; par exemple, l'erreur systématique engendrée par l'erreur sur l'étalonnage d'un instrument implique que les densités mesurées seront toutes systématiquement sur ou sous évaluées, tandis que les températures ne seront que peu ou pas affectées. Par contre, dans notre cas, on n'a pas ou peu de moyens de comparaison, puisqu'AIA est le seul imageur UV à posséder 6 longueurs d'ondes coronales, permettant de contraindre plus fortement la DEM que ses prédécesseurs. Cependant, on pourrait tout de même comparer qualitativement avec des reconstructions de DEM locale obtenues avec les instruments SECCHI/EUVI à bord des sondes jumelles STEREO : on pourrait non seulement réduire le temps d'acquisition et ainsi minimiser l'évolution temporelle et les artefacts associés, mais aussi, à l'aide des 3 bandes coronales obtenir une estimation de la DEM. Comme on peut le voir sur les figures 5.9 et 5.10, en bas à droite, le plasma des trous coronaux et des plumes est très proche de l'isothermalité ; on pourra donc se contenter d'une estimation de la solution isotherme, réduisant ainsi l'espace des solutions rendant possible l'estimation des paramètres plasmas. Par contre, la probabilité d'obtenir des solutions multiples augmente, comme démontré dans le chapitre 3, puisqu'on ne disposerait que de 3 bandes coronales. Il serait tout de même intéressant de faire cette comparaison, afin d'évaluer si en moyenne on trouve le même comportement en température et en densité.

Il est intéressant de comparer les propriétés physiques estimées *via* ces reconstructions tridimensionnelles à celles obtenues par une simple inversion de DEM à partir des images AIA. La figure 5.11 présente les cartes associées aux trois paramètres de la DEM Gaussiennes, ainsi que les résidus χ^2, issus de la base de données GAIA-DEM (voir figure 3.4), tandis que la figure 5.12 présente les images AIA correspondantes, pour chacune des bandes spectrales de l'instrument. Les inversions GAIA-DEM montrent que les plumes, particulièrement bien visibles hors disque dans les canaux à 131 et 171 Å, ne sont que très peu visibles en température, comme pour les reconstructions tridimensionnelles. Au pôle nord, on en devine tout de même certaines, mais qui semblent plus chaudes que leur environnement, contrairement aux résultats de Wilhelm (2006) et Wilhelm et al. (2011), tandis qu'au pôle sud, on observe une région où la température est plus basse, mais sans corrélation particulière avec les plumes. En

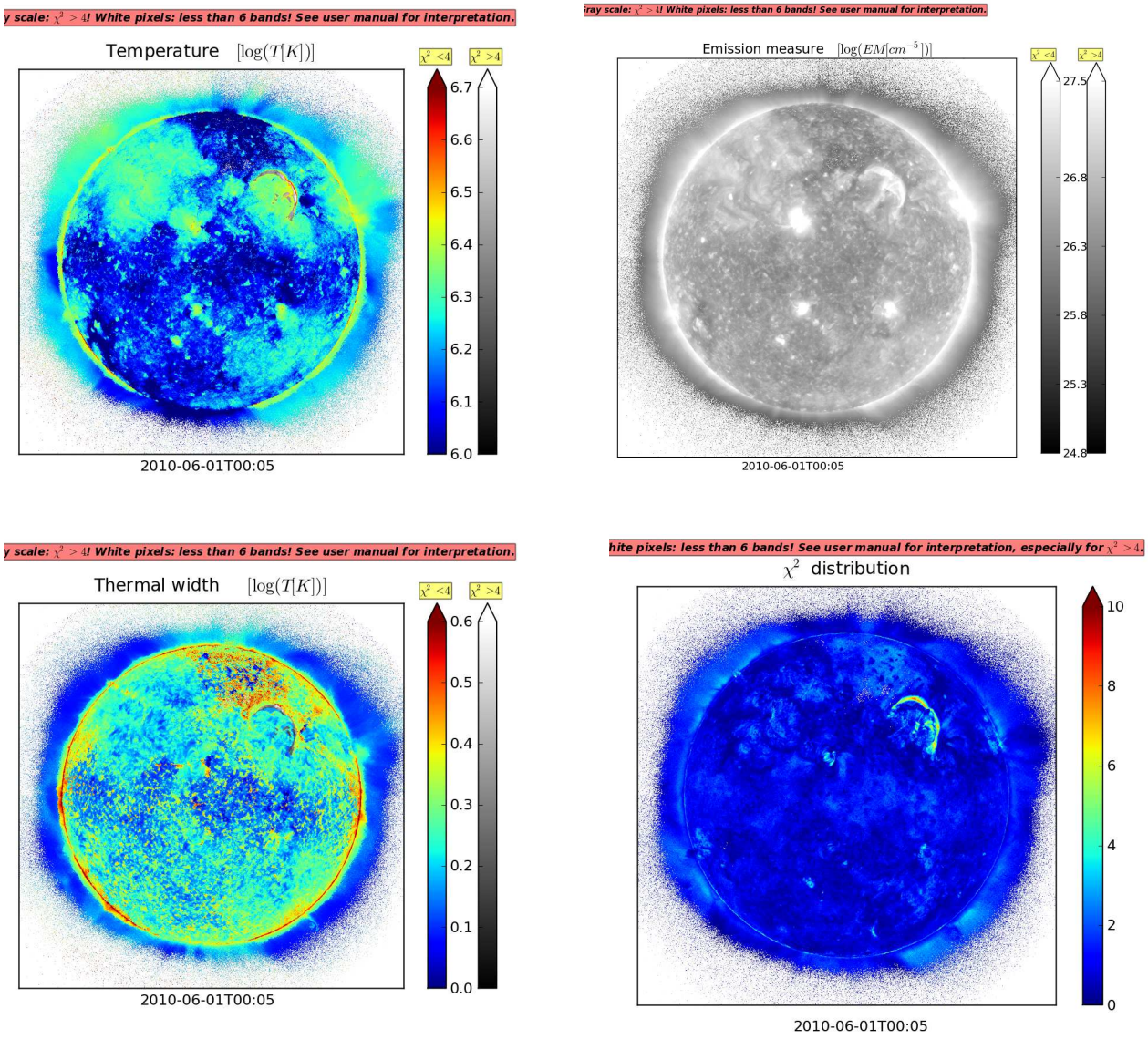

FIGURE 5.11: Reconstruction de la DEM à partir de la base de données GAIA-DEM (voir section 3.4) : les quatre cartes associées aux trois paramètres de la DEM, $T_c^I, \mathrm{EM}^I, \sigma^I$ ainsi qu'aux χ^2 sont présentées.

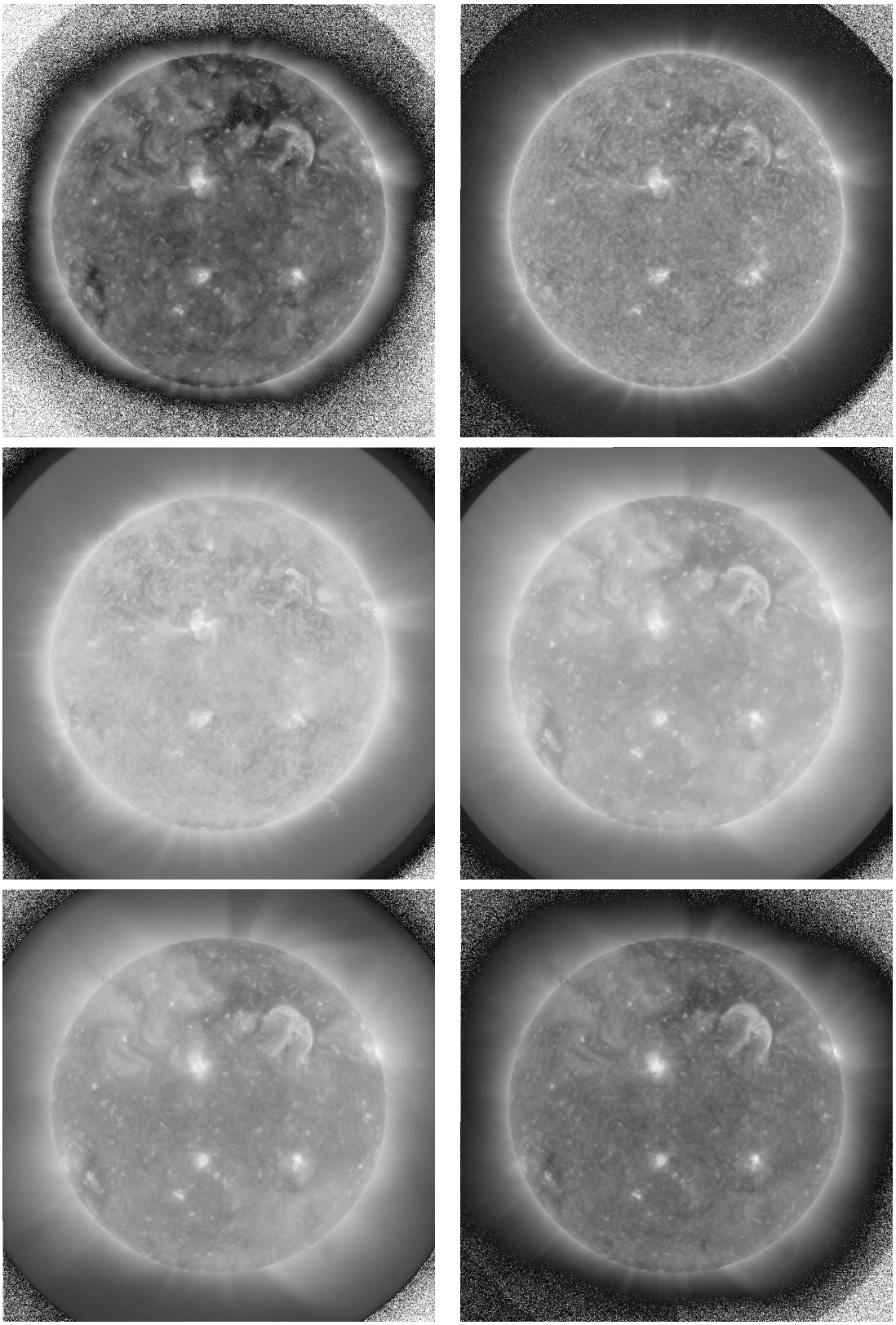

FIGURE 5.12: Images AIA pour chacune des 6 longueurs d'ondes, obtenues en sommant temporellement 10 images, à la cadence d'une image par minute. Elles correspondent aux images initiales utilisées pour obtenir les cartes présentées sur la figure 5.11. Seules les zones où le signal est supérieur à 1 DN sont représentées. De gauche à droite de haut en bas : image dans la bande 94, 131, 171, 193, 211 et 335 Å.

revanche, les plumes sont bien visibles dans la carte de mesure d'émission ; comme la mesure d'émission est proportionnelle à la densité au carré, ces résultats corroborent tout à fait nos reconstructions tridimensionnelles en densité, qui montrent des plumes plus denses que leur environnement.

Cependant, si on retrouve les mêmes propriétés morphologiques entre ces deux types de reconstructions, il existe des différences fondamentales, en particulier pour les mesures hors disque. Les températures des plumes et du milieu interplumes déduites par couplage tomographie/DEM sont bien inférieures à celles mesurées par GAIA-DEM, qui fournit des températures de l'ordre de $\log T_e \sim 6.2 - 6.3$. La largeur thermique des plumes apparaît également beaucoup plus élevée avec GAIA-DEM, de l'ordre de $0.3 \log T_e$. On observe le même type de comportement sur la portion de trou coronal visible au pôle nord sur le disque solaire, avec des largeurs thermiques parfois très élevées, mais avec cette fois-ci des températures basses, inférieures au million de degrés et une mesure d'émission faible. Ainsi, températures et mesure d'émission sont cohérentes avec les valeurs mesurées par couplage tomographie/DEM ; cependant, la largeur thermique est complètement différente. L'aspect granuleux laisse à penser là encore à une solution secondaire ; comme on a peu de signal dans les trous coronaux, le bruit de photons est plus important, provoquant une instabilité de la solution. Les zones où la largeur thermique est plus étroite sont corrélées avec les régions où la mesure d'émission est plus élevée.

Ces résultats contradictoires peuvent en revanche s'expliquer de manière simple, engendrés par l'intégration le long de la ligne de visée. En effet, à l'aide des figures 5.9 et 5.10, on comprend aisément que lorsque la ligne de visée traverse les pôles, celle-ci traverse des structures variées, dont les températures et les densités sont très différentes. Ainsi, lorsque la ligne de visée franchit le bord du trou coronal, il est très probable qu'elle traverse une partie de soleil calme, dont la température et la densité sont plus élevées qu'à l'intérieur du trou. Par conséquent, la température mesurée par inversion de DEM sur des données intégrées le long de la ligne de visée sera plus élevée aux pôles qu'elle ne l'est en réalité ; comme plusieurs structures aux propriétés différentes contribuent à l'émission totale, la distribution sera plus large. On n'observe pas ou peu ce phénomène sur le disque, puisque dans ce cas, la ligne de visée traverse beaucoup moins de matière, donc beaucoup moins de températures et densités différentes. Bien entendu, lors d'une étude spectroscopique de plumes classique, les arrières et avants plans sont en général estimés, puis soustraits aux observations ; cependant ce type de comparaison permet de mettre en évidence, d'une part, les difficultés engendrées par l'intégration le long de la ligne de visée, mais aussi les capacités techniques de l'outil tomographique.

Au vu des arguments discutés précédemment, le couplage tomographie/DEM permet d'obtenir des reconstructions qui semblent non seulement cohérentes avec des résultats déjà publiés, mais qui s'avèrent aussi très utiles pour comprendre la structure géométrique des pôles et les difficultés engendrées par l'intégration le long de ligne de visée. Puisqu'on dispose de reconstructions tridimensionnelles en température et en densité, entre 1.01 et 1.3 $R_\odot$, on s'intéresse maintenant un peu plus en détail aux pro-

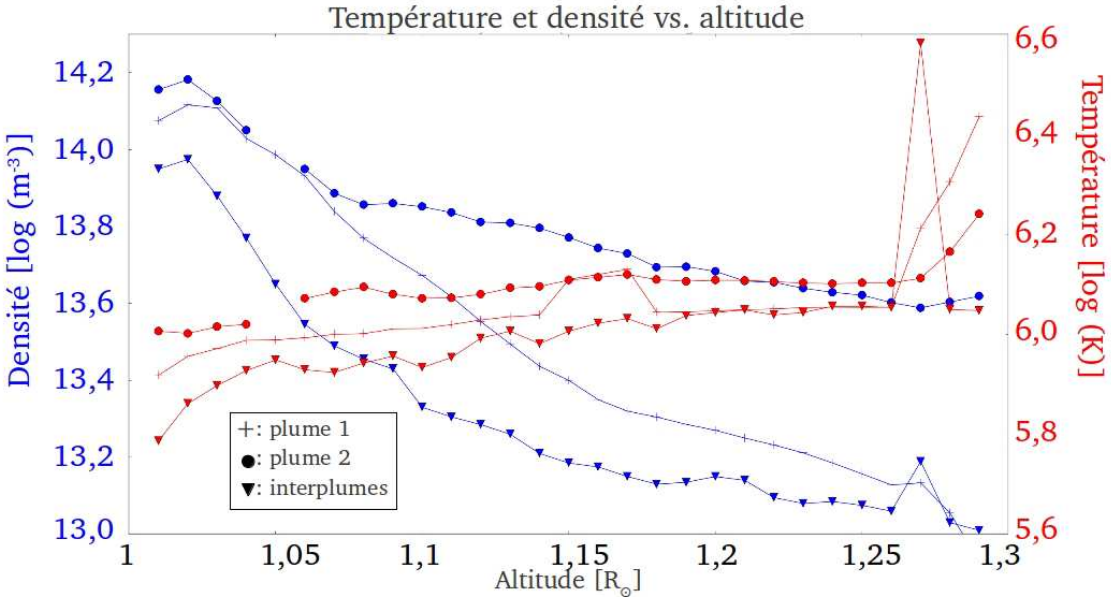

FIGURE 5.13: Température et densité des plumes 1 et 2, ainsi que du milieu interplumes en fonction de l'altitude.

priétés physiques des plumes et du milieu interplumes, et de leur évolution en fonction de l'altitude au-dessus de la surface solaire. La figure 5.13 présente l'évolution de la température et de la densité en fonction de l'altitude, pour deux plumes et une zone du milieu interplumes ; les régions correspondant aux mesures est identifiée sur les figures 5.9 et 5.10.

La première plume voit sa température augmenter très doucement avec l'altitude variant de 900 000 K à 1.1 MK, tandis que sa densité diminue en suivant une loi de puissance d'indice -13, pour des valeurs comprises entre 1×10^{13} et 1.6×10^{14} m^{-3}. On remarque un point aux valeurs aberrantes, à l'altitude 1.26 $R_\odot$: il s'agit probablement d'une solution secondaire, ou d'un artefact de reconstruction présent à cet altitude. Le milieu interplume présente une évolution similaire en température, mais une densité plus faible variant entre 1×10^{13} et 1×10^{14} m^{-3}. L'indice de la loi de puissance reste, lui, identique. En revanche, la deuxième plume présente des caractéristiques différentes de la plume 1 : elle est beaucoup plus dense et un peu plus chaude que sa consœur, et présente un gradient de densité beaucoup plus faible, de l'ordre de -7.5. A basse altitude, sa température est de l'ordre de 1 MK, puis augmente jusqu'à des valeurs typiques de l'ordre de 1.5-1.6 MK. Pour une altitude de 1.3 $R_\odot$, sa densité est encore de l'ordre de 4.5×10^{13} m^{-3}, tandis que les densités de la plume numéro 1 et du milieu interplumes ont atteint des valeurs proches de 1×10^{13}. Au pôle nord comme au pôle sud, elle est l'unique structure à présenter de telles caractéristiques, et aucune plume de ce type n'a pour l'instant été mentionnée dans la littérature : les mesures de température précédentes au sein des plumes n'ont jamais excédé 1.05 MK.

En considérant un modèle hydrostatique, on peut vérifier la cohérence de ces mesures de températures et de densités dans les plumes. Ce modèle est très simplifié puisqu'on

néglige la dynamique des plumes et les champs de vitesses, néanmoins il permet d'obtenir une estimation des températures au premier ordre. Le gradient de pression P s'exprime alors comme suit (e.g. Gibson et al. 1999)

$$\vec{\nabla}P = -\frac{1+4\alpha}{1+2\alpha}\frac{GM_{\odot}m_p n_e}{h^2}, \tag{5.33}$$

avec G la constante gravitationnelle, $M_{\odot}$ la masse solaire, m_p la masse du proton, h l'altitude et $\alpha = n_{He}/n_H$. On obtient alors l'expression de la température suivante (Gibson et al. 1999)

$$T_e = \frac{1+2\alpha}{2+3\alpha}\frac{P}{n_e k_B}, \tag{5.34}$$

avec k_B la constante de Boltzmann.

Pour les 3 zones étudiées ici, la densité suit une loi de puissance de la forme $n_e = b\ h^{-a}$. La pression peut alors s'exprimer comme

$$P = \frac{1+4\alpha}{1+2\alpha}\frac{GM_{\odot}m_p b}{a+1}h^{-(a+1)}, \tag{5.35}$$

permettant d'obtenir l'expression suivante pour la température

$$T_e = \frac{1+4\alpha}{2+3\alpha}\frac{GM_{\odot}m_p}{k_B(a+1)}h^{-1}. \tag{5.36}$$

On a donc une température $T_e \propto \frac{h^{-1}}{a+1}$: plus l'indice a est élevée, et plus la température est basse. Conformément à cette expression, on mesure bien des températures proches en valeur absolue, ainsi qu'une température plus basse dans la plume numéro 1 où $a = 13$, que dans la plume numéro 2, où $a = 7.5$. La température élevée mesurée dans la plume numéro 2 est donc cohérente avec sa distribution de densité ; si cette structure a un sens physique, cela appuie alors nos mesures, et écarte l'hypothèse d'un artefact de reconstruction, pour lequel on aurait probablement des valeurs aberrantes et instables. Il est également à noter que cette plume possède une largeur thermique plus grande que les autres, de l'ordre de $0.3 \log T_e$, contrairement aux autres plumes qui apparaissent isothermes. En particulier, le cœur de cette plume apparaît plus large que les bords. S'il existe plusieurs températures au sein de la plume, cela indique que la plume n'est pas à l'équilibre, et que des phénomènes de refroidissement (ou de chauffage) y prennent place.

D'un point de vue physique, les distributions de températures et de densités mesurées dans les plumes et le milieu interplumes sont cohérentes. Il reste maintenant à mettre en perspective ces résultats : quelles sont les implications de ces mesures sur les modèles de chauffage coronal, ou de vent solaire ? Sont-ils conformes aux modèles de plumes actuels ? Comment cette plume aux propriétés atypiques s'est-elle formée ? Même si ces résultats sont préliminaires, ils permettent de mettre en lumière les possibilités ouvertes par cette méthode de couplage tomographie/DEM. Les codes numériques utilisés dans ce travail et permettant de coupler DEM et tomographie n'ont à ce jour d'équivalent que les travaux du groupe de Frazin et al. (2009).

5.4 Discussion

Dans ce chapitre, les résultats obtenus par le couplage tomographie/DEM ont été présentés, pour des données AIA datant de juin 2010. Les reconstructions tridimensionnelles de l'émissivité pour chacune des longueurs d'ondes d'AIA ont d'abord été exposées, montrant les propriétés morphologiques caractéristiques de chacune des bandes spectrales. Des reconstructions de la structure thermique de la couronne totale, obtenues pour 28 jours de données ont ensuite été discutées, montrant les capacités de notre méthode, mais aussi les limitations engendrées par l'évolution temporelle de la couronne. Hormis la méthode DEMT proposée par Frazin et al. (2009), mais qui n'a jamais été appliquée à l'instrument AIA, les résultats présentés ici sont uniques et ouvrent des perspectives nouvelles, notamment pour l'étude des pôles.

En effet, se concentrer sur les pôles permet de minimiser les artefacts liés à l'évolution temporelle ; comme le plasma coronal est optiquement mince, seule une demi-rotation solaire est nécessaire pour reconstruire les pôles. Les reconstructions de DEM locales aux pôles présentées ici montrent, de manière générale, un plasma plutôt homogène en température, proche de l'isothermalité et moins dense que le soleil calme. Cependant, en comparant avec les reconstructions de DEM classique, fournies par la base de données GAIA-DEM (cf. section 3.4), on s'aperçoit que les températures et largeurs thermiques mesurées hors disque par GAIA-DEM dans le trou coronal sont bien plus élévées. Cela s'explique facilement par l'intégration le long de la ligne de visée, qui traverse alors une partie de soleil calme, dont les propriétés physiques sont différentes ; on a alors une DEM plus large, et une température de pic plus élevée. Ce type de comparaison permet de mettre en évidence les capacités de l'outil tomographique à lever l'ambiguïté due à l'intégration le long de la ligne de visée.

Les reconstructions des pôles nord et sud montrent toutes deux la co-existence des deux types de plumes polaires discutées dans la littérature ; on y observe à la fois des structures très fines et allongées, correspondant aux plumes de type rideau, mais également des nodosités pseudo-cylindriques, que l'on peut assimiler aux plumes cylindriques. La durée de vie des plumes coronales est un paramètre encore mal connu aujourd'hui ; selon les études et le type de plumes, des durées de vie de quelques heures à une semaine, voire plus, sont reportées. Les structures en rideau reconstruites dans ce chapitre présentent un rapport longueur/largeur de l'ordre de 6. Comme l'émissivité de ces objets n'est que légèrement supérieure à leur environnement, ce type de plume ne serait visible que lorsque la ligne de visée est à peu près alignée avec la structure, traversant donc une grande quantité de matière. La taille des structures de type rideau mesurée dans ce travail est cohérente avec des durées de vie apparente de l'ordre de 1 à 3 jours.

La température mesurée dans les plumes est similaire à celle mesurée dans le milieu interplumes, de l'ordre de 900 000 K à 1.1 MK. Ces résultats sont cohérents avec

certaines études, mais pas avec les travaux de Wilhelm (2006) et Wilhelm et al. (2011), qui mesurent des températures plus faibles dans le milieu interplumes que dans les plumes. Ce phénomène n'est ni observé dans nos reconstructions tridimensionnelles, ni dans les reconstructions de GAIA-DEM. Par contre, les plumes apparaissent plus denses que leur environnement, une propriété déjà bien connue ; en utilisant un modèle hydrostatique, températures et densités mesurées apparaissent cohérentes. Cependant, les densités mesurées aussi dans les plumes apparaissent toutes systématiquement plus élevées que celles mesurées dans les études précédentes ; seuls les résultats de Banerjee et al. (2009) sont cohérents avec nos mesures.

Ces différences peuvent provenir de facteurs très différents : il peut s'agir de réelles différences physiques, mais également d'artefacts engendrés par les erreurs systématiques. La PSF utilisée dans le processus de déconvolution des images n'est eut-être pas correcte, et ne prend pas en compte tous les effets instrumentaux. La mise à jour de la base de données CHIANTI pourrait également expliquer la différence avec toutes les mesures réalisées pendant le minimum solaire de 1996. L'étalonnage de l'instrument peut également induire une erreur systématique par rapport aux mesures faites précédemment avec d'autres instruments. La méthode de reconstruction peut également induire une erreur systématique.

Ces résultats sont préliminaires et demandent encore à être étayés, pour notamment évaluer l'implication de ces mesures sur les modèles de chauffage coronal ou d'accélération de vent solaire. Cependant, ils montrent les capacités d'une telle approche, qui ouvre des perspectives très intéressantes concernant les mesures des propriétés physiques du plasma coronal. A l'avenir, il faudra d'abord commencer par s'assurer de l'exactitude de nos mesures en réalisant plusieurs tests permettant d'évaluer l'impact des différentes sources d'erreurs ou de difficultés sur nos reconstructions. Des reconstructions utilisant simultanément les imageurs EUV à bord des sondes STEREO et SDO devront être analysées. Le temps d'acquisition des données pourra ainsi être très fortement réduit à environ 6-7 jours, et permettra de vérifier que toutes les structures observées dans ce travail sont réelles et non engendrées par des artefacts liés à l'évolution temporelle. Afin de vérifier les mesures de densités, qui paraissent plus élevées que les études précédentes, ces résultats devront être comparés à des reconstructions de DEM locales obtenues avec un ou plusieurs autres instruments. Enfin, une fois toutes ces comparaisons effectuées, on pourrait également réaliser des reconstructions dynamiques, puisque le module `TomograPy` dispose d'un algorithme d'inversion tomographique à 4 dimensions.

Bibliographie

Banerjee, D., Pérez-Suárez, D., & Doyle, J. G. 2009, A&A, 501, L15

Barbey, N. 2008, PhD thesis, Institut d'Astrophysique Spatiale, Bâtiment 121, Université Paris-Sud, F-91405 Orsay, France

Barbey, N., Guennou, C., & Auchère, F. 2011, Sol. Phys., 283, 227

Boerner, P., Edwards, C., Lemen, J., et al. 2012, Sol. Phys., 275, 41

Christiaens, M., De Sutter, B., De Bosschere, K., Van Campenhout, J., & Lemahieu, I. 1999, Journal of systems architecture, 45, 781

Cranmer, S. R. 2009, Living Reviews in Solar Physics, 6

Dagum, L. & Menon, R. 1998, Computational Science & Engineering, IEEE, 5, 46

David, C., Gabriel, A. H., Bely-Dubau, F., et al. 1998, A&A, 336, L90

Del Zanna, G. & Bromage, B. J. I. 1999, Journal of Geophysics Research, 104, 9753

Frazin, R. A., Vásquez, A. M., & Kamalabadi, F. 2009, ApJ, 701, 547

Gabriel, A., Bely-Dubau, F., Tison, E., & Wilhelm, K. 2009, ApJ, 700, 551

Gabriel, A. H., Bely-Dubau, F., & Lemaire, P. 2003, ApJ, 589, 623

Gibson, S. E., Fludra, A., Bagenal, F., et al. 1999, Journal of Geophysics Research, 104, 9691

Habbal, S. R., Esser, R., & Arndt, M. B. 1993, ApJ, 413, 435

Hahn, M., Landi, E., & Savin, D. W. 2011, ApJ, 736, 101

Hastings, W. K. 1970, Biometrika, 57, 97

Idier, J. 2001, Approche bayésienne pour les problèmes inverses (Hermes Science Publications)

Landi, E., Young, P. R., Dere, K. P., Del Zanna, G., & Mason, H. E. 2013, ApJ, 763, 86

Metropolis, N., Rosenbluth, A. W., Rosenbluth, M. N., Teller, A. H., & Teller, E. 1953, The journal of chemical physics, 21, 1087

Polak, E. & Ribière, G. 1969, Recherche Opertionelle, 3e année, 16, 35

Raju, K. P., Bromage, B. J. I., Chapman, S. A., & Del Zanna, G. 2005, A&A, 432, 341

Siddon, R. L. 1985, Medical physics, 12, 252

Warren, H. P. & Hassler, D. M. 1999, Journal of Geophysics Research, 104, 9781

Wilcox, J. M. & Howard, R. 1968, Sol. Phys., 5, 564

Wilhelm, K. 2006, A&A, 455, 697

Wilhelm, K., Abbo, L., Auchère, F., et al. 2011, A&A Reviews, 19, 35

Young, P. R., Klimchuk, J. A., & Mason, H. E. 1999, A&A, 350, 286

Zhao, H. & Reader, A. J. 2003, in Nuclear Science Symposium Conference Record, 2003 IEEE, Vol. 4, IEEE, 2808–2812

6 Conclusions et perspectives

Sommaire

6.1 Synthèse des résultats concernant les propriétés de la DEM . 197
6.1.1 Mise en évidence des limitations 198
6.1.2 Diminuer les incertitudes : un challenge à la fois technique et scientifique 202
6.2 Synthèse des résultats concernant le couplage tomographie/DEM 204
6.2.1 La tomographie, un outil performant 204
6.2.2 Propriétés physiques des pôles 206
Bibliographie 208

Au cours de ce travail de thèse, les difficultés liées à l'analyse de la structure thermique de la couronne solaire ont été mises en évidence, et de nouveaux outils permettant de faciliter l'interprétation des résultats ont été développés. On sait combien la mesure des paramètres physiques de la couronne solaire joue un rôle important pour la validation des différents modèles coronaux ; l'évolution de notre compréhension des mécanismes de chauffage coronal ou d'accélération du vent solaire dépendent fortement des contraintes apportées aux modèles par les observations. C'est pourquoi il est crucial de comprendre les difficultés et limitations associées à leur mesure, et donc à leur interprétation.

En particulier, nous nous sommes attachés à comprendre le comportement et les propriétés du processus d'inversion de la DEM : très utilisée pour caractériser les propriétés thermiques du plasma coronal, c'est une quantité importante pour étudier les conditions physiques régnant au sein de la couronne, mais difficile à estimer du fait des difficultés intrinsèques aux problèmes inverses. En effet, la présence des incertitudes systématiques et aléatoires, à la fois dans les données et dans les modèles physiques utilisés, donne naissance à des solutions multiples, toutes cohérentes en réalité avec un ensemble de solutions. Les algorithmes d'inversion de DEM classiques se contentent de régulariser le problème d'inversion pour obtenir une solution unique, sans s'intéresser aux solutions secondaires, ni à l'estimation précise des incertitudes associées à la mesure de la DEM.

La technique développée dans ce travail, même si elle se limite à l'étude de cas simples, permet de caractériser le comportement de l'inversion dans son ensemble, en calculant toutes les solutions cohérentes avec un ensemble d'observations, connaissant le niveau d'incertitudes mis en jeu. Elle permet en quelque sorte d'étalonner le processus d'inversion *a priori*. Ceci n'est possible qu'en restreignant l'espace des paramètres ; on ne s'est donc intéressé qu'à des classes de solutions particulières. Les capacités de l'instrument AIA ont été explorées dans le cas des solutions Gaussiennes et isothermes : c'est un modèle général, qui permet de modéliser efficacement une grande variété de conditions physiques au sein de la couronne. Pour l'étude concernant le spectromètre EIS, on a utilisé un modèle de DEM plus réaliste, en loi de puissance, généralement observé dans les régions actives. Comme la mesure de la pente de cette loi de puissance est un enjeu important pour contraindre les modèles de chauffage coronal, et en particulier la fréquence des événements de chauffage, nous avons voulu mesurer dans quelle limite ce spectromètre est capable de fournir une détermination rigoureuse de la DEM.

A l'aide de cette technique, on peut ainsi quantifier la qualité de l'inversion, grâce aux cartes de probabilités *a posteriori* $P(\xi^P|\xi^I)$ calculées par simulations Monte-Carlo des différentes sources d'incertitudes, et permettant d'obtenir les probabilités associées à chacune des solutions possibles. A partir de ces distributions de probabilités, on peut ensuite calculer rigoureusement l'intervalle de confiance associé, permettant ainsi d'interpréter correctement la DEM mesurée. L'application de cette technique à l'imageur AIA, premier imageur à présenter six bandes coronales, et au spectromètre EIS, montre que les différentes sources d'incertitudes affectent de manière importante les résultats, conduisant à une dispersion importante des solutions. Dans le cas d'AIA, les solutions sont, dans certains cas, biaisées vers des solutions totalement différentes de la DEM initiale ; cependant, l'approche Bayésienne utilisée dans ce travail permet de rendre compte de ces biais potentiels et d'en tenir compte au cours de l'analyse des résultats.

Le formalisme de la DEM permet de rendre compte de la structure thermique du plasma présent le long de la ligne de visée ; on obtient ainsi la distribution de la quantité de plasma en fonction de la température, sans obtenir d'information spatiale. On lève ainsi l'ambiguïté due à l'intégration le long de la ligne de visée dans l'espace des températures, mais on ne dispose pas d'information concernant la distribution spatiale de ce plasma. La tomographie solaire permet de reconstruire l'émissivité de la couronne en trois dimensions, permettant cette fois-ci de déterminer la distribution spatiale du plasma coronal, mais sans apporter d'information concernant ses propriétés physiques. En utilisant plusieurs points de vue différents, on peut, à l'aide d'un algorithme de tracé de rayons, reconstruire cette distribution spatiale. Là encore, il s'agit d'un problème inverse, avec toutes les difficultés qui lui sont associées. La dynamique de la couronne complique encore le processus d'inversion. Cependant, les récents développements réalisés dans cette branche sont encourageants et permettent d'obtenir des résultats exploitables, en particulier en ce qui concerne les pôles.

Le couplage de ces deux approches, la tomographie solaire et le formalisme de la

DEM, permettent alors d'obtenir un diagnostic du plasma coronal complet, en reconstruisant à la fois la structure thermique et la géométrie de la couronne. En appliquant cette procédure à l'imageur AIA, des cartes tridimensionnelles en température, densité et largeur thermique on ainsi été obtenues, permettant en particulier l'étude des plumes polaires. Leur évolution en fonction de l'altitude a également pu être analysée. Bien que préliminaires, ces résultats sont très encourageants, puisque les variations en température et en densité en fonction de l'altitude au-dessus de la surface solaire de deux plumes et du milieu interplumes ont pu être mesurées.

Dans la suite, les principaux résultats obtenus au cours de cette thèse sont rappelés, puis mis en perspective. Dans la première partie 6.1, une synthèse concernant les propriétés de l'inversion mises en évidence dans ce travail sont discutées, ainsi que les limitations déduites et leurs implications physiques. Outre les difficultés mathématiques associées à la nature inverse du problème, non étudiées en détail dans cette thèse, ce sont les incertitudes systématiques et aléatoires qui sont à l'origine des limitations mises en évidence dans les chapitres 3 et 4. Une discussion à propos de ces sources d'incertitudes et des solutions possibles pour les diminuer est ensuite proposée section 6.1.1. Dans la deuxième partie 6.2, les résultats concernant les reconstructions tomographiques sont discutés ; dans la section 6.2.1, les difficultés et limitations concernant la méthode utilisée sont présentées, ainsi qu'une discussion concernant les améliorations possibles, tandis que la section 6.2.2 expose les résultats concernant la structure des trous coronaux et des plumes polaires.

6.1 Synthèse des résultats concernant les propriétés de la DEM

Les simulations réalisées dans ce travail permettent de mettre en évidence les limitations et difficultés engendrées par la présence des erreurs systématiques et aléatoires, incluses à la fois dans les données et dans le modèle direct. Cependant, il est à noter que cette technique permet d'accéder à une limite basse des incertitudes sur la DEM reconstruite : l'espace des solutions est réduit à des formes fonctionnelles des DEMs identiques aux observations simulées, alors qu'en réalité la forme de la DEM est inconnue. En réalité, il faut donc utiliser un processus d'inversion "à l'aveugle", sans *a priori* sur la solution. De fait, une incertitude supplémentaire est en réalité introduite, liée aux difficultés mathématiques associées à ce type d'inversion.

6.1.1 Mise en évidence des limitations

L'imageur AIA : propriétés des solutions générales isothermes et Gaussiennes

Dans le chapitre 3, les propriétés statistiques des solutions isothermes (la DEM est alors réduite à un pic de Dirac) et Gaussiennes ont été examinées, dans le cas de mesures réalisées avec l'imageur AIA. Les formes de DEMs Gaussiennes sont très générales, et permettent de modéliser efficacement un grand nombre de conditions physiques différentes, depuis un plasma isotherme jusqu'aux plasma très multithermes. La température T_c donne une indication de la température : certes il n'y a aucune raison physique justifiant l'emploi de formes Gaussiennes, l'application de la technique de caractérisation à ce modèle général permet tout de même d'étudier les propriétés et limites fondamentales du processus d'inversion.

Le comportement des solutions isothermes a été étudié, dans l'objectif de caractériser l'amélioration apportée par la mise en service de l'imageur AIA et ses 6 bandes coronales. En effet, si les spectromètres sont par nature mieux adaptés au diagnostic de la DEM, les imageurs ont l'avantage d'offrir un meilleur rapport signal sur bruit et un champ de vue plus important ; ils ont donc été rapidement utilisés pour mesurer la DEM. Cependant, les imageurs précédents ne disposaient au maximum que de trois bandes coronales, n'apportant pas suffisamment de contraintes permettant d'estimer correctement la DEM (Testa et al. 2002). A l'aide de la technique de caractérisation développée, on a montré que l'imageur AIA augmente considérablement la robustesse du problème d'inversion. Une légère corrélation entre les 6 bandes a également été détectée. En comparant les simulations réalisées pour les trois bandes coronales 171, 193 et 211 Å avec celles obtenues pour le cas à six bandes, on constate que la majorité des solutions secondaires disparaissent : les six bandes d'AIA permettent donc une détermination non ambiguë de la température des plasmas isothermes. La résolution en température dépend largement de l'amplitude des différentes sources d'erreurs ; pour le niveau d'incertitudes utilisé dans ce travail (35 %), cette résolution varie entre 0.03 et 0.11 $\log T_c$. Cependant, seules des conditions optimales de mesures permettent d'obtenir une telle qualité d'inversion ; si le nombre de bandes dans lequel le signal est significatif est faible, comme dans les trous coronaux ou dans le soleil calme par exemple, la qualité de l'inversion se dégrade rapidement, donnant naissance à des solutions multiples dont les probabilités peuvent parfois être supérieures aux solutions initiales.

Les propriétés des solutions isothermes en réponse à un plasma multitherme ont également été étudiées. En effet, plusieurs études ont suggéré la présence de plasma isotherme dans la couronne calme (e.g. Feldman et al. 1998). Si ces résultats viennent à être confirmés, leur impact sur les modèles pourrait être important. Le test d'isothermalité basé sur les courbes loci est souvent utilisé lors de l'analyse de données ; cependant il existe une ambiguïté fondamentale entre multithermalité et présence d'incertitudes : les erreurs de mesures peuvent être interprétées comme une déviation de l'hypothèse isotherme et *vice-versa*. L'application de la technique de caractérisation a

permis de mesurer cette ambiguité, en étudiant dans quelle mesure erreurs et multithermalité sont équivalentes, i.e. on le même impact sur les courbes loci, et à partir de quelles conditions peut-on rejeter l'hypothèse isotherme. Les résultats présentés dans la section 3.3.1 montrent que toute une variété de plasmas multithermes est finalement compatible avec une solution isotherme donné. Ces solutions isothermes deviennent peu à peu décorrélées des propriétés du plasma observé ; dans le cas extrême où le plasma observé est à degré de multithermalité très élevé, les solutions isothermes sont biaisées vers deux solutions uniques. Un test d'isothermalité, basé sur l'analyse des distributions des χ^2 permet de mesurer la pertinence du modèle isotherme utilisé. Ainsi, au delà d'une valeur critique de χ^2, le modèle multitherme devient plus probable ; cette procédure permet finalement une quantification rigoureuse du test classique basé sur l'analyse des courbes loci, et est une généralisation du travail proposé par Landi & Klimchuk (2010).

L'analyse des solutions multithermes Gaussiennes a montré que l'instrument AIA est capable de reconstruire des DEMs de formes simples. Cependant, la précision associée à la reconstruction diminue très fortement avec le degré de multithermalité du plasma observé. Ce phénomène est indépendant de l'instrument utilisé, puisqu'il est un effet combiné du lissage du critère et des intensités. Par contre, on observe alors un biais des solutions qui, lui, est propre à l'instrument AIA : les solutions Gaussiennes sont alors biaisées vers des solutions proches de l'isothermalité (de largeur thermique $\sigma^P = 0.12 \log T_e$), et centrées sur la température $T_c = 1$ MK. Ainsi, un plasma très multitherme a une probabilité plus forte d'être détecté comme étant un plasma proche de l'isothermalité à 1 MK. De plus, en étudiant le comportement des solutions Gaussiennes en réponse à un plasma multitherme mais dont la DEM suit une fonction porte, l'analyse des χ^2 a révélé qu'il est quasiment impossible de discriminer plusieurs modèles de DEMs multithermes.

Toutes les propriétés mises en évidence dans ce travail peuvent avoir des implications physiques très importantes. L'analyse de la distribution des χ^2 seule ne permet pas de s'assurer de la pertinence du modèle utilisé. On a par exemple montré qu'un plasma très multitherme peut être détecté comme un plasma isotherme, tandis que la distribution des résidus confirme la cohérence du modèle. Il faut alors utiliser les cartes de probabilité *a posteriori* pour détecter les solutions secondaires qui sont également cohérentes avec les données. A l'heure où la structure thermique des boucles coronales est encore mal connue, ces résultats pointent les limites de l'utilisation de cet outil de diagnostic. Les différents modèles de chauffage prédisent des structures thermiques distinctes, qu'il convient de mesurer correctement si on veut être capable de discriminer entre plusieurs scénarios. Si les mesures sont biaisées, on peut alors rejeter à tort un modèle plutôt qu'un autre.

Le spectromètre EIS : analyse des DEMs caractéristiques des boucles coronales

La technique de caractérisation a ensuite été appliquée au spectromètre EIS, mais dans le cas d'un modèle de DEM plus réaliste, définie par une loi de puissance. En effet, par des arguments à la fois théoriques et observationnels, on peut montrer que la DEM des régions actives correspond à ce type de description. Récemment, plusieurs auteurs se sont intéressés à la mesure de l'indice de cette loi de puissance, susceptible d'apporter des informations concernant l'échelle temporelle des événements de chauffage coronal. La pente de la DEM donne une indication du rapport de matière chaude/froide ; la quantité de matière froide est quant à elle directement reliée au temps de refroidissement ; et le temps de refroidissement est directement lié à la fréquence des événements de chauffage. Déterminer précisément cette pente permettrait de discriminer entre les mécanismes de chauffage impulsifs ou continus ; mais les observations actuelles suggèrent que certaines régions actives sont cohérentes avec des mécanismes à basse fréquence tandis que d'autres avancent le contraire. C'est pourquoi il est crucial de comprendre et de mesurer les incertitudes associées à la mesure de cette pente.

En utilisant notre technique de caractérisation, la capacité du spectromètre EIS à mesurer cette pente a donc été étudiée. Puisqu'on utilise un spectromètre, chacune des raies peut être isolée indépendamment ; on a donc pu simuler les incertitudes associées aux processus de physique atomiques de manière plus précise que pour l'imageur AIA, en incluant plusieurs sources distinctes d'incertitudes. A partir des distributions de probabilités *a posteriori*, on a calculé rigoureusement les intervalles de confiance associés à la mesure de ce paramètre. Les simulations réalisées montrent que dans la plupart des cas, un large intervalle de solutions est cohérent avec un ensemble d'observations donné. La présence des incertitudes dégrade la qualité de la reconstruction, conduisant à des intervalles de confiance de l'ordre de 0.9-1.0. La robustesse de l'inversion est fortement dépendante du nombres de raies disponibles pour contraindre la pente, mais aussi de la taille de l'intervalle de température sur lequel les données sont disponibles. Dans les cas les plus extrêmes, où on n'a que peu de raies disponibles, l'intervalle de confiance augmente jusqu'à 1.3. En outre, on a également montré que la partie à haute température de la DEM est très mal contrainte, conduisant à des intervalles de confiance très importants rendant l'exploitation des résultats quasiment impossible.

Ces résultats sont ensuite directement applicables pour évaluer la cohérence entre les prédictions d'un modèle et les mesures de DEMs. Récemment, Bradshaw et al. (2012) ont publié une étude théorique portant sur les mécanismes de chauffage impulsifs. Dans leur scénario, la couronne est chauffée par un mécanisme de nanoflares à basses fréquence ; le modèle prédit des pentes comprises entre 0.8 et 2.56. En comparant ensuite leurs résultats aux mesures de pentes disponibles dans la littérature, ils concluent d'abord que 36% des mesures actuelles sont cohérentes avec leur scénario de chauffage. Cependant, en tenant compte des incertitudes calculées dans cette

thèse, et estimées autour de $\Delta\alpha = \pm 1$, le taux de pentes mesurées cohérentes avec leur modèle varie maintenant entre 0 et 77%. Étant donné le niveau d'incertitude actuel associé à la mesure de la pente, les auteurs concluent finalement qu'on ne peut pas utiliser le diagnostic de la pente comme mesure fiable de la fréquence des événements de chauffage coronal.

Reep et al. (2013) ont également utilisé les intervalles de confiance déduits par notre technique pour calculer le degré de cohérence existant entre leurs simulations et les mesures actuelles : avec des pentes prédites entre 0.88 et 4.56, même en tenant compte de l'incertitude associée aux mesures, les auteurs déduisent que leur scénario de "nanoflare train" est cohérent avec 86 à 100% des mesures. Cependant, dans ce cas, c'est le modèle lui même qui n'apporte pas assez de contraintes permettant de diagnostiquer la fréquence de chauffage ; le modèle proposé permet d'expliquer quasiment toutes les observations, mais qui peuvent également être cohérentes avec beaucoup d'autres mécanismes. Deux jeux d'incertitudes ont été utilisés au cours de ce travail, le premier correspondant plutôt à une limite haute des erreurs associées aux processus de physique atomique, tandis que le deuxième est plutôt une limite basse, typiquement adopté dans la littérature. Cependant, que l'on adopte une vision optimiste ou pessimiste ne change que peu les valeurs des intervalles de confiance. Quel que soit le jeu d'incertitude utilisé, les erreurs sur la mesure de la pente de la DEM restent de toute manière trop élevées pour permettre de placer des contraintes fortes sur la fréquence des événements de chauffage coronal.

Vers des simulations toujours plus réalistes

La technique développée dans ce travail tente de simuler de manière la plus réaliste possible les erreurs aléatoires et systématiques associées aux mesures. Cependant, quelques améliorations pourraient y être apportées. Les incertitudes associées à la physique atomique sont directement appliquées en perturbant directement les intensités mesurées. Or, ce sont les fonctions de contributions $G_{X,l}$ qui sont en réalité affectées par ces erreurs. Ces incertitudes peuvent par exemple en changer la forme, l'amplitude ou encore la position du pic ; ces modifications produiront effectivement une modification de l'intensité mais qui dépendra cette fois-ci de la DEM. Pour simuler ces incertitudes de manière encore plus réaliste, il faudrait donc directement inclure les perturbations sur les différents paramètres de physique atomique, résoudre à nouveau les équilibres de population et d'ionisation pour pouvoir calculer la nouvelle fonction de contribution, puis enfin, avec un modèle de DEM, calculer l'intensité. Cette procédure demande un nombre de calculs très importants, qui augmente de manière significative le temps d'exécution des simulations. Il faudrait donc pour cela commencer par améliorer encore la rapidité des calculs.

On pourrait également prendre en compte la corrélation existant entre les différentes sources d'incertitudes. Par exemple si l'on perturbe les taux d'ionisation et de recombinaison de l'ion Fe XIV de manière positive, i.e. la variable aléatoire associée à ces erreurs est positive et donc augmente un peu ces taux, alors les perturbations associées

aux ions Fe XIII et Fe XV seront très probablement négatives puisque l'abondance de l'élément Fe, elle ne change pas. Beaucoup de corrélations de ce type pourraient être ajoutées au code de caractérisation ; cependant, ces ajouts conduiraient à modifier directement les paramètres atomiques, donc à recalculer les fonctions de contributions, etc. On se retrouve donc dans la situation décrite dans le paragraphe précédent, dont les possibilités de calcul limitent la mise en œuvre.

Dans ces simulations, on a également supposé que l'amplitude des incertitudes associées aux paramètres atomiques est identique quelle que soit l'espèce ionique. Or, on sait que les paramètres atomiques de certains ions sont mieux connus que d'autres. L'idéal serait donc de disposer d'un jeu d'incertitudes calculé individuellement pour chaque espèce ionique. Il faut donc pour cela, parcourir la vaste bibliographie disponible traitant du sujet, et relever les incertitudes individuelles associées à chaque paramètre fourni par les expérimentateurs ou les théoriciens. C'est un très gros travail en soit, mais qui est en projet de réalisation, en collaboration avec G. Del Zanna et H. Mason (Cambridge University)

Cette technique de caractérisation pourrait éventuellement être utilisée pour des études préliminaires de futurs instruments. Ainsi, pour un projet d'imageur, dont le nombre de bandes spectrales est forcément limité, cette technique permettrait de déterminer le jeu optimal de bandes spectrales à utiliser pour estimer correctement la DEM, tout en tenant compte des contraintes apportées par le cahier des charges (nombre de bandes par exemple). Il en va de même pour un spectromètre : avec ce type de technique, on peut facilement déterminer quelles raies doivent être utilisées pour optimiser la précision de la reconstruction. En effet, augmenter le nombre de raies n'est pas le seul facteur permettant d'augmenter la robustesse : il faut aussi utiliser des raies relativement intenses. Pour les raies les plus faibles, le bruit de photon devient trop important et n'apporte finalement aucune information supplémentaire.

6.1.2 Diminuer les incertitudes : un challenge à la fois technique et scientifique

L'impact des erreurs aléatoires et systématiques sur la robustesse de l'inversion peut-être très important, en particulier quand la DEM devient largement distribuée en température. Le niveau des diverses sources d'incertitudes ne permet pas actuellement d'accéder à une reconstruction précise de la DEM, exception faite des distributions de DEMs proches de l'isothermalité. Les barres d'erreurs associées aux DEMs reconstruites sont pour l'instant trop importantes pour permettre la détermination de paramètres associés aux mécanismes de chauffage coronal. Cependant, diminuer les différentes sources d'incertitudes n'est pas du tout évident, et requiert des compétences scientifiques.

Le bruit de photons, ainsi que le bruit de lecture sont les deux sources d'erreurs aléatoires étudiées dans ce travail. Cependant, le bruit de lecture, lié à la numérisation de l'image est largement négligeable, devant toutes les autres sources d'incertitudes

et n'est donc par la source de bruit prioritaire à minimiser. Le bruit de photons, en revanche, est une limite fondamentale de tout système de détection de flux lumineux. Proportionnel à la racine carré de l'intensité, il faut, pour le diminuer, augmenter le signal observé. Pour cela, plusieurs possibilités s'offrent à nous : augmenter le temps d'exposition, sommer temporellement ou spatialement les images. Au cours du traitement de données la dernière solution est très souvent utilisée (comme dans la base de données GAIA-DEM, ou les inversions de tomographie présentées dans le dernier chapitre), par contre, pour la première option, elle est plutôt contrainte par le cahier des charges de l'instrument. Augmenter le temps d'exposition implique une augmentation du nombre de photons à mesurer et donc, des performances des CCDs. A l'heure actuelle, les performances des CCDs sont déjà très élevées, et ne peuvent plus augmenter de beaucoup ; il s'agira donc de construire des instruments plus grands, qui permettront alors de récolter un nombre de photons plus importants. Selon les missions, le cahier des charges est différent, et les cadences imposées ne permettent pas toujours d'augmenter le temps d'exposition, comme c'est le cas pour AIA, qui acquiert une image toutes les 12 secondes. Augmenter le temps d'exposition limite aussi l'étude de la dynamique de certaines structures, comme les flares. Pour diminuer le bruit de photons, il faut donc faire un compromis entre toutes ces contraintes.

Les erreurs systématiques sont celles qui, assurément, engendrent le plus de difficultés dans le processus d'inversion. Les erreurs systématiques associées à l'étalonnage des instruments peuvent provenir de sources très diverses, difficiles à identifier. En effet, le processus d'étalonnage au sol d'un instrument requiert un grand nombre d'étapes différentes, dont chacune d'entre elle introduit une erreur systématique. Il faut d'abord évaluer la fonction de réponse en longueur d'onde de l'instrument, définie comme le produit de la surface effective par le gain de l'instrument (en DN/photon). La surface effective correspond à la surface collectrice multipliée par l'efficacité de chaque composant du système de mesure (miroirs, filtres, CCDs, etc.). La procédure d'étalonnage consiste donc à mesurer l'efficacité associée à chaque composant du système optique afin de mesurer le gain et la surface effective, si possible une fois l'instrument intégré. Pour réaliser toutes ces mesures, on utilise des sources EUV standards, comme par exemple le rayonnement synchrotron.

Diminuer les incertitudes associées à l'étalonnage au sol de l'instrument revient donc à réduire l'incertitude associée à chacune des mesures. Il s'agit là d'un réel défi, dépendant principalement des moyens financiers et techniques à disposition. Une incertitude supplémentaire est ensuite ajoutée, liée à la dégradation de l'instrument causée par la contamination post-étalonnage. Cette même contamination est la principale responsable de la dégradation en vol des instruments (BenMoussa et al. 2013). Plus la contamination est importante, plus la dégradation en vol sera importante et rapide ; cependant la réduire demande d'importants dispositifs pour maintenir la propreté de l'environnement dans lequel évolue l'instrument. Là encore, les progrès dépendent fortement des moyens techniques et financiers mis à disposition. En effet, maintenir une salle à des degrés de propreté élevés, ou disposer de moyens de mesures les plus précis possibles demandent des efforts importants.

La deuxième source d'incertitudes systématiques concerne les processus de physique atomique. Outre les hypothèses faites dans le modèle direct (l'équilibre thermique par exemple) qui peuvent induire une erreur systématique importante, les paramètres atomiques, ainsi que les abondances des éléments présents dans la couronne contiennent chacun une incertitude systématique individuelle. Les paramètres atomiques peuvent être déterminés à partir d'expériences de physique atomique, ou par calculs, à l'aide de code de physique quantique. Là encore, la précision des mesures expérimentales dépend fortement des moyens techniques mis à disposition. Les codes de calculs dépendent eux des moyens de calculs disponibles ainsi que de l'avancée des travaux théoriques. Dans les deux cas, les aspects techniques et financiers rentrent en jeu.

Pour conclure, diminuer les incertitudes constitue réellement un défi technique et scientifique : les moyens techniques mis à disposition sont les garants de la précision des mesures expérimentales, que ce soit pour l'étalonnage de l'instrument ou pour les mesures de physique atomique. Les avancées théoriques concernant aussi bien la physique quantique, que la physique atomique sont les garantes de la détermination de certains paramètres atomiques, dont les mesures expérimentales ne sont pas possibles. Ainsi, diminuer les incertitudes systématiques dépend d'un bon nombre de facteurs extérieurs, pas toujours faciles à contrôler.

6.2 Synthèse des résultats concernant le couplage tomographie/DEM

La technique utilisée permet de coupler la tomographie au formalisme de la DEM afin d'obtenir une estimation de la DEM locale, i.e., la DEM associée à chaque voxel. Hormis la méthode DEMT (Differential Emission Measure Tomography) développée par Frazin et al. (2009), cette méthode est la seule disponible actuellement. De plus, c'est la première fois que l'instrument AIA est utilisé pour ce type de reconstruction, ce qui permet de tirer parti de ses 6 bandes spectrales, capables de fournir des contraintes plus fortes sur la DEM que les imageurs précédents (voir section 6.1.1). Les résultats présentés dans cette thèse sont préliminaires et demandent des analyses supplémentaires ; cependant la méthode est aujourd'hui opérationnelle et les résultats très encourageants.

6.2.1 La tomographie, un outil performant

La tomographie permet d'obtenir une reconstruction tridimensionnelle de l'émissivité de la couronne solaire. Il s'agit en fait d'un autre moyen de lever l'ambiguïté engendrée par l'intégration le long de la ligne de visée. En utilisant plusieurs point de vue différents, on peut reconstruire l'émissivité en trois dimensions de la couronne

solaire, à partir d'images. Pour cela, on peut utiliser plusieurs instruments, ou simplement mettre à profit la rotation naturelle solaire. La tomographie est un problème inverse, dans lequel on cherche à reconstruire l'émissivité à partir de mesures d'intensités intégrées le long de la ligne de visée : c'est un problème inverse de nature linéaire, tout comme le problème d'inversion de la DEM. Cependant, outre la nature inverse du problème, la tomographie solaire doit faire face à des difficultés supplémentaires, liés à la dynamique de la couronne et à la présence d'une sphère opaque au milieu de la zone d'intérêt, i.e. la photosphère. Un autre point important concerne la trajectoire des satellites réalisant les mesures : on peut montrer que les reconstructions tomographiques sont améliorées si l'on dispose d'un point de vue hors écliptique (Desbat et al. 2007), ce qui n'est pas le cas actuellement puisque la trajectoire des satellites est imposée par les contraintes spatiales.

Dans ce travail, des reconstructions tridimensionnelles de l'émissivité pour chacune des 6 longueurs d'ondes d'AIA ont été présentées, obtenues en utilisant 14 jours de données pour les pôles et 28 jours de données pour une reconstruction complète de la couronne. L'algorithme d'inversion `TomograPy` (Barbey et al. 2011) a été utilisé pour calculer ces reconstructions, en supposant la couronne statique pendant la durée d'acquisition des données. On sait que cette hypothèse est fausse, la couronne étant en réalité un milieu dynamique ; cela a pour conséquence de créer des artefacts dans les reconstructions, sous forme de zones pour lesquelles l'émissivité est négative. En effet, pour compenser l'apparition et/ou la disparition de structures au cours du temps, l'algorithme place alors des valeurs négatives le long de la ligne de visée. A l'avenir, prendre en compte cette évolution temporelle dans les reconstructions est un enjeu important. Le code d'inversion `TomograPy` dispose déjà de cette fonction ; mais il s'agit simplement d'une inversion à quatre dimensions, pour lequel un *a priori* de douceur temporelle très fort est imposé. Des travaux dans ce sens ont été initiés par Barbey et al. (2008), où l'évolution temporelle est prise en compte pour les plumes polaires. La rotation différentielle de la couronne n'est pour l'instant pas prise en compte dans les résultats.

Cependant, dans chaque bande spectrale, les reconstructions montrent des propriétés morphologiques cohérentes avec ce qu'on observe dans les images. Les régions actives présentent des émissivités plus élevées, tandis que les trous coronaux sont caractérisés par des émissivités faibles. Aux pôles, on observe à la fois des structures très fines et allongées, tandis que des nodosités pseudo-cylindriques sont également observables. Ces reconstructions suggèrent que les deux types de plumes discutés dans la littérature co-existent : on retrouve à la fois des structures cohérentes avec la définition des plumes de type rideau, tandis qu'on observe également des plumes cylindriques. Ces plumes sont visibles dans les six canaux d'AIA, mais plus particulièrement en 131 et 171 Å, conformément à ce qu'on observe dans les données.

Il faudrait cependant s'assurer que toutes ces structures sont réelles et non des artefacts de reconstruction liés à l'évolution temporelle par exemple. Pour cela, on pourrait réaliser des reconstructions pour les mêmes dates à l'aide des imageurs à bord des sondes jumelles STEREO. Ainsi, en disposant de deux points de vues différents, le temps

d'acquisition des données pourra encore être réduit à environ 7 ou 8 jours, minimisant ainsi l'évolution temporelle. On pourra ainsi vérifier la présence de ces structures dans les reconstructions.

Même si la tomographie doit faire face à des difficultés importantes, ces reconstructions montrent qu'il est tout de même possible d'obtenir des informations importantes concernant la morphologie de la couronne. En particulier, les structures polaires peuvent être plus facilement étudiées que le reste de la couronne, d'abord parce qu'on peut réduire le temps d'acquisition des données à 14 jours, puisque le plasma coronal est optiquement mince, mais aussi car les trous coronaux restent suffisamment stables sur de telles périodes. En revanche, le temps de vie des plumes est encore mal connu ; il est alors difficile d'évaluer l'effet de l'évolution temporelle sur ce type de structures.

6.2.2 Propriétés physiques des pôles

Une fois les reconstructions en émissivité obtenues, on a ensuite estimer la DEM locale associée à chaque voxel. Pour cela, on utilise un modèle de DEM locale Gaussien, et on utilise ensuite une simple minimisation par moindres carrés pour estimer la solution. On obtient ainsi une estimation de la distribution en température, en densité et en largeur thermique de la couronne entre les altitudes 1 et 1.3 $R_\odot$. Les reconstructions polaires montrent, en moyenne, un plasma plutôt homogène en température, moins dense que le soleil calme, et proche de l'isothermalité. La température mesurée au sein du trou coronal varie entre 850 000 K et 1.1 MK. Elle est très similaire dans les plumes et dans le milieu interplumes, contrairement aux résultats de Wilhelm (2006) et de Wilhelm et al. (2011), qui mesurent des températures plus basses dans les plumes. Ces caractéristiques ne sont ni mesurées dans les reconstructions tridimensionnelles, ni dans les inversions de DEM obtenues à partir d'images de la base de données GAIA-DEM (voir section 3.4). Pour vérifier ces propriétés, il conviendrait de mesurer la température dans les plumes et le milieu interplumes de manière indépendante, par exemple en utilisant les données du spectromètre EIS à la même période pour obtenir la DEM.

Les plumes apparaissent plus denses que leur environnement, une propriété déjà bien connue. Pour une altitude de 1.05 $R_\odot$, on mesure des densités de l'ordre de 6.5×10^{13} m^{-3} dans le milieu interplumes et autour de 1×10^{14} m^{-3} dans les plumes. Cependant, ces valeurs sont, en moyenne, plus élevées que celles mesurées auparavant, excepté l'étude récente proposée par Banerjee et al. (2009). Ces différences peuvent avoir des origines différentes, dont il faudra vérifier l'influence. La PSF de l'instrument n'est pas complète, et certains effets instrumentaux ne sont pas encore pris en compte ; cela peut engendrer une erreur systématique dans les mesures. La mise à jour de la base de données CHIANTI pourrait également être à l'origine de ces différences de mesures : la base a récemment été mise à jour (Landi et al. 2013), avec en particulier d'importantes conséquences sur le calcul des fonctions de réponses en température des bandes à 94 et 131 Å. Les mesures disponibles dans la littérature étant réalisées avec les versions antérieures, il se peut que les intensités mesurées

aient été sous-évaluée, conduisant à des valeurs de densité plus faibles. Pour le vérifier, on pourrait réaliser les mêmes inversions avec une version antérieure de la base.

Enfin, la méthode en elle-même pourrait induire un biais systématique dans les reconstructions. Pour vérifier la cohérence de la méthode, un travail est actuellement en cours avec une équipe de Predictive Science Inc. En utilisant leurs simulations MHD, on reconstruit la couronne à trois dimensions, puis on compare nos reconstructions avec les simulations tridimensionnelles initiales. Ces simulations sont disponibles dans les 6 longueurs d'onde d'AIA, ce qui permettra de tester complètement la méthode et de vérifier que les propriétés physiques mesurées ne sont pas biaisées. On pourrait également vérifier qu'on obtient le même ordre de grandeur en utilisant un instrument différent, s'assurant ainsi qu'il ne s'agit pas d'un artefact engendré par l'erreur associée à l'étalonnage de l'instrument. Cependant, les prédécesseurs d'AIA ne possèdent que trois bandes spectrales différentes ; comme montré dans le chapitre 3, la robustesse du problème d'inversion de la DEM diminue très fortement. On pourra cependant se contenter d'estimer les solutions isothermes puisque le plasma aux pôles est très proche de l'isothermalité ; on pourra ainsi avoir un ordre de grandeur des valeurs des densités et températures dans les trous, et comparer avec nos résultats actuels.

En comparant ces reconstructions tridimensionnelles à la DEM mesurée par la base de données GAIA-DEM à partir d'images, on s'aperçoit que la température et la largeur thermique mesurées dans les reconstructions tridimensionnelles sont beaucoup plus faibles. Par contre, sur la portion de trou coronal on observe des températures similaires. Il s'agit en fait d'un effet du à l'intégration le long de la ligne de visée, qui, aux pôles, traverse une partie du soleil calme, dont les propriétés physiques sont différentes. Ainsi, la température du pic de la DEM est plus importante, puisqu'on traverse une zone de plasma plus chaud ; la largeur thermique est plus importante puisqu'on a à la fois de la matière chaude et froide présente le long de la ligne de visée. Sur le disque, on n'observe pas ce phénomène puisque la ligne de visée est beaucoup plus courte, et traverse donc beaucoup moins de matière.

Enfin, puisqu'on dispose d'un étalonnage du processus d'inversion des DEMs aux formes fonctionnelles Gaussiennes, obtenu dans le chapitre 3, on pourra finalement interpréter de manière plus fine ces reconstructions. Les incertitudes associées à chaque mesure de DEM locale peuvent ainsi être rigoureusement calculées et des cartes montrant les solutions les plus probables peuvent être déduites. Ainsi, on sera capable de fournir non seulement des cartes tridimensionnelles des propriétés physiques des régions polaires, mais également les incertitudes associées à ces mesures, estimées *via* la technique de caractérisation développée dans la première partie de cette thèse.

Bibliographie

Banerjee, D., Pérez-Suárez, D., & Doyle, J. G. 2009, A&A, 501, L15

Barbey, N., Auchère, F., Rodet, T., & Vial, J.-C. 2008, Sol. Phys., 248, 409

Barbey, N., Guennou, C., & Auchère, F. 2011, Sol. Phys., 283, 227

BenMoussa, A., Gissot, S., Schühle, U., et al. 2013, Sol. Phys.

Bradshaw, S. J., Klimchuk, J. A., & Reep, J. W. 2012, ApJ, 758, 53

Desbat, L., Gratton, L., et al. 2007, SampTA 07, 19

Feldman, U., Schühle, U., Widing, K. G., & Laming, J. M. 1998, ApJ, 505, 999

Frazin, R. A., Vásquez, A. M., & Kamalabadi, F. 2009, ApJ, 701, 547

Landi, E. & Klimchuk, J. A. 2010, ApJ, 723, 320

Landi, E., Young, P. R., Dere, K. P., Del Zanna, G., & Mason, H. E. 2013, ApJ, 763, 86

Reep, J. W., Bradshaw, S. J., & Klimchuk, J. A. 2013, ApJ, 764, 193

Testa, P., Peres, G., Reale, F., & Orlando, S. 2002, ApJ, 580, 1159

Wilhelm, K. 2006, A&A, 455, 697

Wilhelm, K., Abbo, L., Auchère, F., et al. 2011, A&A Reviews, 19, 35

Annexes

A

Diffusion des résultats

A.1

Articles publiés dans des revues à comité de lecture

- Guennou, C., Auchère, F., Klimchuk, J. A., Bocchialini, K., Parenti, S. Can the differential emission measure constrain the timescale of the energy deposition in the solar corona ? The Astrophysical Journal, 2013, Volume 774, pp.31-44. *(Disponible en annexe D)*
- Dudok de Wit, T., Moussaoui, S., Guennou, C., Auchère, F., Cessateur, G., Kretzschmar, M., Vieira, L. A., Goryaev, F. F. Coronal Temperature Maps from Solar EUV Images : A Blind Source Separation Approach. Solar Physics, Volume 283, Issue 1, pp.31-47.
- Barbey, N., Guennou, C., Auchère, F. TomograPy : A Fast, Instrument-Independent, Solar Tomography Software. Solar Physics, Volume 283, Issue 1, pp.227-245.
- Guennou, C., Auchère, F., Bocchialini, K., Parenti, S., Barbey, N. On the Accuracy of the Differential Emission Measure Diagnostics of Solar Plasmas. Application to AIA/SDO. Part I : Isothermal plasmas. The Astrophysical Journal Supplement, 2012, Volume 203, Issue 2, article id. 25. *(Disponible en annexe B)*
- Guennou, C., Auchère, F., Bocchialini, K., Parenti, S., Barbey, N. On the Accuracy of the Differential Emission Measure Diagnostics of Solar Plasmas. Application to AIA/SDO. Part II : Multithermal plasmas. The Astrophysical Journal Supplement, 2012, Volume 203, Issue 2, article id. 26. *(Disponible en annexe C)*

A.2

Articles publiés dans des revues sans comité de lecture

- Auchère, F., Guennou, C., Barbey, N. Tomographic reconstruction of polar plumes. EAS Publications Series, Volume 55, 2012, pp.207-211.

A.3

Communication orales nationales et internationales

- Guennou, C., Auchère, F., Klimchuk, J. A., Bocchialini, K., Parenti, S. Can the differential emission measure constrain the timescale of the energy deposition in the solar corona ? Sixth Coronal Loops Workshop, La Roche-en-Ardennes, Belgique, Juin 2013.
- Guennou, C., Auchère, F., Klimchuk, J. A., Bocchialini, K., Parenti, S. Can the differential emission measure constrain the timescale of the energy deposition in the solar corona ? Celebrating the achievements of Alan Gabriel, Orsay, France, Juin 2013.
- Guennou, C., Auchère, F., Klimchuk, J. A., Bocchialini, K., Parenti, S. Can the differential emission measure constrain the timescale of the energy deposition in the solar corona ? LWS/SDO-7 Science Workshop "Exploring the Network of SDO Science", Cambridge MD, États-Unis, Mars 2013.
- Guennou, C., Auchère, F., Klimchuk, J. A., Bocchialini, K., Parenti, S., Barbey N. Diagnostic de la structure thermique de la couronne solaire : outils 2D et 3D, Centre de Recherche en Astronomie, Astrophysique et Géologie, Bouzareah, Alger, Algérie, février 2013.
- Guennou, C., Auchère, F., Seaton, D. Tomographic reconstruction of the solar corona using SWAP data. Nine European Space Weather Weak, Bruxelles, Belgique, Novembre 2012.
- Guennou, C., Auchère, F., Klimchuk, J. A., Bocchialini, K., Parenti, S. Can the differential emission measure constrain the timescale of the energy deposition in the solar corona ? COSPAR Scientific Assembly, Mysore, Bangalore, India, juillet 2012.
- Guennou, C., Auchère, F., Klimchuk, J. A., Bocchialini, K., Parenti, S., Barbey N. On the accuracy of the differential emission measure analysis : application to SDO/AIA and Hinode/EIS. Nasa Goddard Space Flight center, Greenbelt, MD, États-unis, juillet 2012.
- Guennou, C., Auchère, F., Bocchialini, K., Parenti, S., Barbey N. On the accuracy of the differential emission measure analysis : application to SDO/AIA. Fifth Coronal Loop Workshop, Palma de Mallorca, Espagne, juin 2011.

- Guennou, C., Auchère, F., Bocchialini, K., Parenti, S., Barbey N. On the accuracy of the differential emission measure analysis : application to SDO/AIA. LWS/SDO-1 Science Workshop, Squaw Valley, États-unis, Mai 2011.

B

On the accuracy of the Differential Emission Measure diagnostics of solar plasmas. Application to *SDO*/AIA. I. Isothermal Plasmas

B.1

Résumé

Le formalisme de la Mesure d'Émission Différentielle (DEM) est l'un des outils les plus utilisé pour l'étude des atmosphères stellaires. Cependant, sa dérivation ainsi que son interprétation sont particulièrement difficiles, en particulier à cause de la nature inverse du problème et de la présence d'erreurs systématiques et aléatoires. Dans ce travail, nous examinons les propriétés de l'inversion des données *SDO*/AIA, à l'aide de simulations utilisant des modèles de DEMs simples. Cette stratégie permet l'exploration systématique de l'espace des paramètres, et en utilisant une approche statistique, on peut ensuite calculer les probabilités associées à chaque DEM cohérente avec les incertitudes sous-jacentes. En suivant cette méthodologie, plusieurs propriétés importantes du problème de l'inversion de DEM peuvent être déduites, mettant ainsi en évidence de nouvelles limitations. Dans ce premier article, le formalisme de notre approche est décrite, puis appliqué dans le cadre des plasmas isothermes, considérés comme des composants de bases pour comprendre le comportement de l'inversion plus complexe dans le cas des plasmas multitherme, étudiés dans le second article. Ainsi, le comportement de l'inversion peut être quantifié, et de nouveaux outils permettant d'interpréter correctement les DEM mesurées sont présentés. Les résultats décrits ici montrent que les six bandes spectrales d'AIA améliorent fortement la robustesse de l'inversion isotherme, avec une résolution comprise entre 0.03 et 0.11 $\log T_e$.

B.2

Article publié dans *The Astrophysical Journal*

The Astrophysical Journal Supplement Series, 203:25 (13pp), 2012 December doi:10.1088/0067-0049/203/2/25
© 2012. The American Astronomical Society. All rights reserved. Printed in the U.S.A.

ON THE ACCURACY OF THE DIFFERENTIAL EMISSION MEASURE DIAGNOSTICS OF SOLAR PLASMAS. APPLICATION TO *SDO*/AIA. I. ISOTHERMAL PLASMAS

C. Guennou[1], F. Auchère[1], E. Soubrié[1], K. Bocchialini[1], S. Parenti[2], and N. Barbey[3]
[1] Institut d'Astrophysique Spatiale, Bâtiment 121, CNRS/Université Paris-Sud, F-91405 Orsay, France; chloe.guennou@ias.u-psud.fr
[2] Royal Observatory of Belgium, 3 Avenue Circulaire, B-1180 Bruxelles, Belgium
[3] SAp/Irfu/DSM/CEA, Centre d'études de Saclay, Orme des Merisiers, Bâtiment 709, F-91191 Gif sur Yvette, France
Received 2012 June 18; accepted 2012 October 5; published 2012 November 21

ABSTRACT

Differential emission measure (DEM) analysis is a major diagnostic tool for stellar atmospheres. However, both its derivation and its interpretation are notably difficult because of random and systematic errors, and the inverse nature of the problem. We use simulations with simple thermal distributions to investigate the inversion properties of *SDO*/AIA observations of the solar corona. This allows a systematic exploration of the parameter space, and using a statistical approach the respective probabilities of all the DEMs compatible with the uncertainties can be computed. Following this methodology, several important properties of the DEM inversion, including new limitations, can be derived and presented in a very synthetic fashion. In this first paper, we describe the formalism and we focus on isothermal plasmas as building blocks to understand the more complex DEMs studied in the second paper. The behavior of the inversion of AIA data being thus quantified, and we provide new tools to properly interpret the DEM. We quantify the improvement of the isothermal inversion with six AIA bands compared to previous EUV imagers. The maximum temperature resolution of AIA is found to be 0.03 log T_e, and we derive a rigorous test to quantify the compatibility of observations with the isothermal hypothesis. However, we demonstrate limitations in the ability of AIA alone to distinguish different physical conditions.

Key words: plasmas – Sun: corona – Sun: UV radiation

1. MOTIVATION

The differential emission measure (DEM) diagnostic technique offers crucial information about the thermal structuring of the solar and stellar atmospheres, providing a measure of the temperature distribution of plasma along the line of sight (LOS). However, to derive the DEM from a set of observations is a complex task, due to the inverse nature of the problem, and understanding its robustness and accuracy is still relevant today (e.g., Landi et al. 2011; Testa et al. 2012). Spectrometers are by nature better suited for DEM analysis than broadband imagers. However, because the latter generally offer a higher signal-to-noise ratio over a larger field of view (FOV), DEM codes have nevertheless been applied to the three coronal bands of the Extreme-ultraviolet Imaging Telescope (EIT; Delaboudinière et al. 1995) and the *Transition Region and Coronal Explorer* (*TRACE*; Handy et al. 1999). However, these instruments were shown not to constrain the DEM enough to reach conclusive results. In recent years, the multiplication of passbands in instruments such as the X-Ray Telescope (XRT) on *Hinode* (Golub et al. 2007) and the Atmospheric Imaging Assembly (AIA) telescope (Lemen et al. 2012) has provided new prospects for reliably estimating the DEM simultaneously over a large FOV. Case studies of the properties of the inversion using these instruments have been published by, e.g., Martinez-Sykora et al. (2011) and Reale et al. (2009).

Building on these results, the central objective of the work presented in this series of papers is to provide a systematic characterization of the DEM reconstruction problem to assess both its accuracy and its robustness. Using our technique, the capabilities of a given instrument can be evaluated, and new tools facilitating the DEM interpretation are presented. We illustrate our methodology in the specific case of the six coronal bands of AIA, but the same principle can be applied to any set of broadband or spectroscopic measurements.

Initially introduced for element abundance measurements, and then further developed by, e.g., Jefferies et al. (1972) and Jordan (1976), the DEM formalism has been extensively used in the past several decades, for most types of coronal structures, such as polar coronal holes (Hahn et al. 2011), polar plumes (e.g., Del Zanna et al. 2003), streamers (e.g., Parenti et al. 2000), prominences (e.g., Wiik et al. 1993; Parenti & Vial 2007), quiet Sun (e.g., Landi & Landini 1998; Parenti & Vial 2007), bright points (Brosius et al. 2008), and active regions (e.g., Warren et al. 2011). The thermal structuring of the stellar coronae has also been investigated using DEM analysis (e.g., Sanz-Forcada et al. 2003). In particular, the DEM is one of the tools commonly used to study the thermal stability of the coronal structures mentioned above, and to diagnose the energy source balancing the observed radiative losses. For example, it can help to discriminate between steady or impulsive heating models predicting different loop thermal structures (see, e.g., Klimchuk 2006; Reale 2010; Susino et al. 2010; Winebarger et al. 2011). One approach is to establish the cross-field thermal structure of resolved loops, which is then compared to the DEM simulated for impulsively or steadily heated unresolved multi-stranded and monolithic loops.

However, reliably inferring the DEM from observations has proved to be a genuine challenge. The fundamental limitations of DEM inversion have been discussed by, e.g., Jefferies et al. (1972), Craig & Brown (1976), Brown et al. (1991), and Judge et al. (1997), including measurement noises, systematic errors, the width and shape of the contribution functions, and the associated consequences of multiple solutions and limited temperature resolution. Many DEM inversion algorithms have been proposed to cope with these limitations, each with its own strengths and weaknesses (e.g., Withbroe 1975; Craig & Brown 1986; Judge et al. 1997; Landi & Landini 1997; Kashyap & Drake 1998; McIntosh 2000; Weber et al. 2004; Goryaev et al. 2010; Hannah & Kontar 2012). Early on and parallel to these

developments, authors were attentive to estimating the accuracy of the inversions (e.g., Dere 1978), eventually comparing several algorithms (e.g., Fludra & Sylwester 1986).

Due to the intrinsic underconstraint of inverse problems and to the inevitable presence of random and systematic measurement errors, multiple physical solutions consistent with the observations exist, even if mathematical uniqueness and stability can be ensured via, e.g., regularization. It is nevertheless possible to quantify the amount of knowledge, or ignorance, regarding the physical parameter of interest by rigorously defining levels of confidence in the possible solutions or classes of solutions that can explain the observations within the uncertainties. This is a desirable feature for any inversion scheme if it is to be able, for example, to discriminate between or even to define isothermality and multithermality.

In this perspective, we developed a technique to systematically explore the whole space of solutions, in order to determine their respective probabilities and quantify the robustness of the inversion with respect to plasma parameters, and random and systematic errors. We used data simulated with simple DEM forms to systematically scan a wide range of plasma conditions, from isothermal to broadly multithermal, and several inversion hypotheses. Comparing the DEM solutions to the input of the simulations, it is possible to quantify the quality of the inversion. Following this strategy, we are able to completely characterize the statistical properties of the inversion for several parametric DEM distributions. We argue that even though the specifics may vary, the main conclusions concerning the existence of multiple solutions and the ability to distinguish isothermality from multithermality also apply to more generic forms of DEM distributions.

In this first paper, we focus on the response of AIA to isothermal plasmas. The properties of the isothermal inversion thus observed will serve as building blocks for the interpretation of the more complex DEM solutions studied in the second paper (Guennou et al. 2012, hereafter Paper II). Section 2 describes the general methodology and the practical implementation in the case of AIA, including the data simulation, the inversion scheme, the sources of random and systematic errors, and the different DEM distribution models considered. Results for isothermal plasmas are presented and discussed in Section 3. A summary introducing the treatment of more generic DEM forms is given in the conclusion.

2. METHODOLOGY

2.1. DEM Formalism

Under the assumption that the observed plasma is optically thin, integration along the LOS of collisional emission lines and continua produces an intensity in the spectral band b of an instrument of

$$I_b = \frac{1}{4\pi}\int_0^\infty R_b(n_e, T_e)\, n_e^2\, ds, \tag{1}$$

where $R_b(n_e, T_e)$, the response of the instrument to a unit volume of plasma of electron number density n_e and temperature T_e, is given by

$$R_b(n_e, T_e) = \sum_{X,l} S_b(\lambda_l)\, A_X\, G_{X,l}(n_e, T_e) + \int_0^\infty S_b(\lambda)\, G_c(n_e, T_e)\, d\lambda. \tag{2}$$

The first term of the right member accounts for each spectral line l of each ionic species X of abundance A_X, and the second term represents the contribution of the continua. $S_b(\lambda)$ is the spectral sensitivity of the band b of the instrument. The respective contribution functions $G_{X,l}(n_e, T_e)$ and $G_c(n_e, T_e)$ of the lines and continua contain the physics of the radiation emission processes (e.g., Mason & Monsignori Fossi 1994) and can be computed using the relevant atomic data. As long as one considers total line intensities, Equations (1) and (2) are generic and apply to imaging telescopes as well as to spectrometers.

Summarizing the original reasoning of Pottasch (1963, 1964), since the function $R_b(n_e, T_e)$ is generally weakly dependent on the density and is peaked with temperature, I_b gives a measure of $\int_p n_e^2 ds$ where the integration is now limited to the portions p of the LOS where the temperature is such that significant emission is produced. If measurements are available at several wave bands, it is possible to plot $\int_p n_e^2 ds$ as a function of the bands' peak temperatures. Generalizing this logic into a differential form, and assuming that the element abundances are constant, Equation (1) can be reformulated as

$$I_b = \frac{1}{4\pi}\int_0^{+\infty} R_b(T_e)\, \xi(T_e)\, d\log T_e, \tag{3}$$

where $\xi(T_e) = \overline{n_e^2}(T_e) dp/d\log T_e$ is the DEM that provides a measure of the amount of emitting plasma as a function of temperature.[4] As demonstrated by Craig & Brown (1976), $\overline{n_e^2}(T_e)$ is the mean square electron density over the regions dp of the LOS at temperature T_e, weighted by the inverse of the temperature gradients in these regions. The total emission measure (EM) is obtained by integrating the DEM over the temperature

$$\mathrm{EM} = \int_0^{+\infty} \xi(T_e)\, d\log T_e = \int_0^\infty n_e^2\, ds. \tag{4}$$

Solving the DEM integral equation (3) implies reversing the image acquisition, LOS integration, and photon emission processes to derive the distribution of temperature in the solar corona from observed spectral line intensities. We will now investigate the properties of this inversion.

2.2. Probabilistic Interpretation of the DEM Solutions

Let us consider a plasma characterized by a DEM $\xi^P(T_e)$. The corresponding intensities observed in N_b spectral bands are denoted $I_b^{\mathrm{obs}}(\xi^P)$. In order to solve the DEM inverse problem—estimating ξ^P from the observations—one uses a criterion $C(\xi)$ that defines the distance between the data I_b^{obs} and the theoretical intensities $I_b^{\mathrm{th}}(\xi)$ computed using Equations (2) and (3) for any DEM $\xi(T_e)$. By definition the DEM $\xi^I(T_e)$ solution of the inversion is the one that minimizes this criterion:

$$\xi^I = \arg\min_\xi C(\xi). \tag{5}$$

Since the I_b^{obs} values are affected by measurement noises and the I_b^{th} values are affected by systematic errors in the calibration and atomic physics, the inversion can yield different solutions

[4] The logarithmic scale is justified by the shape of the contribution functions (see Figure 8). The DEM can also be defined in linear scale as $\xi(T_e) = \overline{n_e^2}(T_e) dp/dT_e$. There is a factor $d\log T_e/dT_e = 1/\ln 10\, T_e$ between the two conventions.

ξ^I of probabilities $P(\xi^I|\xi^P)$ for a given DEM ξ^P of the plasma. Bayes' theorem then gives

$$P(\xi^P|\xi^I) = \frac{P(\xi^I|\xi^P)P(\xi^P)}{P(\xi^I)}, \quad (6)$$

which is the conditional probability that the plasma has a DEM ξ^P, knowing the result ξ^I of the inversion. $P(\xi^I) = \int P(\xi^I|\xi^P)P(\xi^P)\,d\xi^P$ is the total probability of obtaining ξ^I whatever the ξ^P. In the Bayesian framework, $P(\xi^P)$ is called the *prior*. It is uniformly distributed if there is no a priori information on the DEM ξ^P of the plasma. Conversely, a priori knowledge or assumptions on the plasma are represented by a varying $P(\xi^P)$. For example, zero probabilities can be assigned to non-physical solutions.

$P(\xi^P|\xi^I)$ contains all the information that can be obtained from a given set of measurements on the real DEM ξ^P of the plasma and as such, it is a desirable quantity to evaluate. Indeed, if the DEM is to be used to discriminate between physical models, as it is, for example, in the case in the coronal heating debate, finding a solution that minimizes the criterion is necessary, but it is not sufficient. It is also crucial to be able to determine if other solutions are consistent with the uncertainties, what their respective probabilities are, and how much they differ from each other.

In principle, and without an a priori on the plasma, $P(\xi^I|\xi^P)$ and thus $P(\xi^P|\xi^I)$ can be estimated for any minimization scheme using Monte Carlo simulations (Metropolis & Ulam 1949). For each ξ^P, the N_b observed $I_b^{\rm obs}(\xi^P)$ are simulated using Equations (2) and (3) and adding photon and instrumental noises. Systematic errors are incorporated into the $I_b^{\rm th}$ and the resulting criterion is minimized. $P(\xi^I|\xi^P)$ is then evaluated from the N solutions ξ^I corresponding to N realizations of the random variables. But since several ξ^P can potentially yield the same ξ^I, the derivation of $P(\xi^P|\xi^I)$ from Equation (6) requires us to know $P(\xi^I)$, the probability of obtaining ξ^I whatever ξ^P. This is generally not possible, for it requires the exploration of an infinite number of plasma DEMs.

This is why DEM inversion research often focuses on the minimization part of the problem, $P(\xi^P|\xi^I)$ being supposed to be well behaved because of the proper choice of *prior* and the multiplication of passbands or spectral lines. However, $P(\xi^P|\xi^I)$ can be computed if the DEM ξ^P of the plasma can be described by a limited number of parameters. In this case, one can scan the whole parameter space and use the Monte Carlo simulations to estimate $P(\xi^I|\xi^P)$ for all possible ξ^P. The possibility that multiple ξ^P values yield an identical inversion solution ξ^I, which is now being taken into account, one can determine $P(\xi^I)$ and thus derive $P(\xi^P|\xi^I)$ from Equation (6).

This limitation of the complexity of the DEMs that can be considered corresponds to adopting a non-uniform *prior* $P(\xi^P)$, whereas probabilistic treatments were justly developed with the opposite objective of relaxing such non-physical assumptions (e.g., the method of Kashyap & Drake 1998, based on a Markov Chain Monte Carlo (MCMC) algorithm). But rather than the development of a generic DEM inversion method, our objective is to study the behavior of $P(\xi^P|\xi^I)$ in controlled experiments. And if the parameterization is properly chosen, the ξ^P can still represent a variety of plasma conditions, from isothermal to broadly multithermal. In addition, we did not make any assumption on the number and properties of the spectral bands, or on the definition of the criterion, or on the algorithm used to minimize it. The method described to compute $P(\xi^P|\xi^I)$ can therefore be used to characterize any inversion scheme in the range of physical conditions covered by the chosen ξ^P distributions.

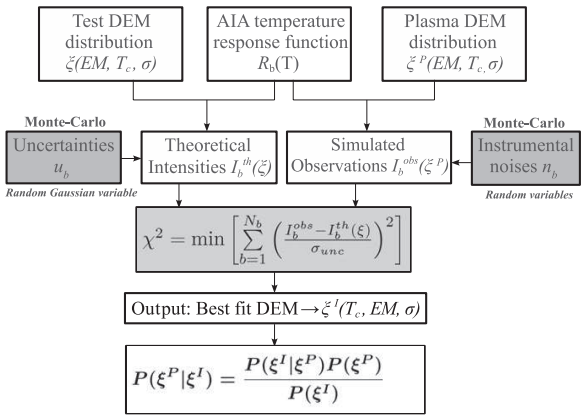

Figure 1. Principle of the method used. Reference theoretical intensities I_b^0 are tabulated using CHIANTI for different parameterized DEM functional forms (Dirac, Gaussian, top-hat). A random variable is added to represent the uncertainties on the calibration and atomic physics. For a given plasma DEM ξ^P, AIA observations are simulated in a similar way. A χ^2 criterion is minimized to find the DEM ξ^I that best matches the simulated observations. By scanning the parameters defining ξ^P, the probabilities $P(\xi^I|\xi^P)$ and $P(\xi^P|\xi^I)$ are built from a large number of draws of the random variables. These probabilities and the corresponding distributions of χ^2 values give a complete characterization of the inversion for the chosen DEM forms.

2.3. Inversion Method

Devising an efficient way to locate the absolute minimum of the criterion is not trivial. For example, without further assumptions, its definition alone does not guarantee that it has a single minimum, so that iterative algorithms may converge to different local minima depending on the initial guess solution. Furthermore, if the value of the minimum itself is a measure of the goodness of fit, it does not provide information on the robustness of the solution. How well the solution is constrained is instead related to the topography of the minimum and its surroundings; the minimum may be deep or shallow and wide or narrow with respect to the different parameters describing the DEM curve.

The number of DEMs resulting in significantly different sets of intensities within the dynamic range of an instrument is potentially extremely large. However, a systematic mapping of the criterion aimed at revealing its minima and their topography is possible if the search is restricted to a subclass of all possible DEM forms. Indeed, if the DEM is fully determined by a limited number of parameters, one can regularly sample the parameter space and compute once and for all the corresponding theoretical intensities $I_b^{\rm th}(\xi)$. The criterion, i.e., the distance between the $I_b^{\rm th}$ and the measured $I_b^{\rm obs}$, is thus computable as a function of the DEM parameters for any given set of observations. It is then trivial to find its absolute minimum and the corresponding DEM solution ξ^I, or to visualize it as a function of the DEM parameters.

2.4. Implementation

The procedure used to compute $P(\xi^P|\xi^I)$ is summarized in Figure 1. The parametric DEM forms are described in Section 2.4.1. The intensities $I_b^{\rm obs}$ observed in N_b bands are

the sum of average intensities I_b^0 and random perturbations n_b due to photon shot noise and measurement errors

$$I_b^{\rm obs} = I_b^0 + n_b. \quad (7)$$

The I_b^0 are equal to the theoretical intensities $I_b^{\rm th}$ in the case of a hypothetically perfect knowledge of the instrument calibration and atomic physics. In practice, however, the $I_b^{\rm th}$ values are affected by the systematic errors s_b

$$I_b^{\rm th} = I_b^0 + s_b. \quad (8)$$

Since there is no way of knowing whether the intensities that can be computed from Equations (2) and (3) for any DEM ξ are overestimated or underestimated, we identify them[5] as the reference theoretical intensities I_b^0. The distributions of random and systematic errors are discussed in Section 2.4.3. Details of the calculation of the I_b^0 are given in Section 2.4.2. From these, we can either simulate observations $I_b^{\rm obs}$ by adding measurement noises n_b (Equation (7)), or obtain various estimates of the $I_b^{\rm th}$ by adding perturbations representing the systematics s_b (Equation (8)).

The criterion $C(\xi)$ and the corresponding minimization scheme are described in Section 2.4.4. For any plasma DEM ξ^P, Monte Carlo realizations of the noises n_b and systematics s_b yield several estimates of ξ^I, from which we compute $P(\xi^I|\xi^P)$. Finally, $P(\xi^P|\xi^I)$ is obtained after scanning all possible plasma DEMs (Section 2.4.5).

2.4.1. DEM Distribution Models

In view of the discussions of Sections 2.2 and 2.3, the ξ^P and ξ^I are both constrained to belong to one of the three following classes of DEM distributions defined by two or three parameters:

1. Isothermal:

$$\xi_{\rm iso}(T_e) = {\rm EM}\,\delta(T_e - T_c), \quad (9)$$

   where the DEM is reduced to a Dirac δ function centered on the temperature T_c. EM is the total EM defined by Equation (4).
2. Gaussian in $\log T_e$:

$$\xi_{\rm gau}(T_e) = {\rm EM}\mathcal{N}(\log T_e - \log T_c),$$
$$\text{with } \mathcal{N}(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right). \quad (10)$$

   The plasma is here predominantly distributed around a central temperature T_c with a width σ.
3. Top-hat in $\log T_e$:

$$\xi_{\rm hat}(T_e) = {\rm EM}\,\Pi(\log T_e - \log T_c),$$
$$\text{with } \Pi(x) = \begin{cases} \frac{1}{\sigma} & \text{if } |x| < \frac{\sigma}{2} \\ 0 & \text{else.} \end{cases} \quad (11)$$

   The plasma is uniformly distributed over a width σ around T_c.

[5] It is also possible to adopt the view that the intensities computed with CHIANTI are one of the possible estimates of the $I_b^{\rm th}$, in which case we obtain the I_b^0 by adding systematic errors. The only difference between the two conventions is the sign of s_b. The criterion and therefore the results are identical in both cases.

There is no reason for the solar plasma to follow one of these distributions, nor are they the only possible choices. But even though they are simple enough to allow a detailed analysis of the properties of the DEM inversion, they can nonetheless represent a variety of plasma conditions. The conclusions drawn can therefore help us to understand the behavior of more generic DEM forms. Furthermore, since the class of solution DEMs ξ^I does not have to be the same as that of the plasma DEMs ξ^P, it is possible to investigate the impact of a wrong assumption on the shape of the DEM. For example, one can compute $P(\xi^P|\xi^I)$ for isothermal solutions ξ^I while the plasma DEM ξ^P is multithermal (see Paper II).

2.4.2. Reference Theoretical Intensities

Equations (2) and (3) are used to compute the reference theoretical intensities $I_b^0(\xi)$ for any DEM ξ. They are then used to form both simulated observations and various estimates of the theoretical intensities with Equations (7) and (8).

From Equations (9)–(11), we derive the expressions of these reference intensities as a function of the parameters EM, T_c, and σ for the three types of DEM distributions.

1. Isothermal:

$$I_b^0({\rm EM}, T_c) = {\rm EM}\int_0^{+\infty} R_b(T_e)\,\delta(T_e - T_c)\,d\log T_e$$
$$= {\rm EM}\,R_b(T_c) \quad (12)$$

2. Gaussian:

$$I_b^0({\rm EM}, T_c, \sigma) = {\rm EM}\int_0^{+\infty} R_b(T_e)\,\mathcal{N}(\log T_e - \log T_c)\,d\log T_e$$
$$= {\rm EM}\,(R_b * \mathcal{N})(T_c, \sigma) \quad (13)$$

3. Top-hat:

$$I_b^0({\rm EM}, T_c, \sigma) = {\rm EM}\int_0^{+\infty} R_b(T_e)\,\Pi(\log T_e - \log T_c)\,d\log T_e$$
$$= {\rm EM}\,(R_b * \Pi)(T_c, \sigma). \quad (14)$$

We note that in all cases, the reference theoretical intensities are equal to the convolution product of the instrument response function $R_b(T_e)$ by the chosen DEM $\xi(T_e)$. The I_b^0 are precomputed for all possible combinations of the parameters EM, T_c, and σ. The appropriate range and resolution to be used for each parameter can be determined from plausible plasma properties and by taking into account the instrument characteristics.

The responses $R_b(T_e)$ of the six AIA coronal bands are computed using Equation (2). The contribution functions $G(T_e)$ are obtained using version 7.0 of the CHIANTI atomic database (Dere et al. 1997, 2009). We used the CHIANTI ionization balance and the extended coronal abundances. The summation is extended over the 5–50 nm spectral range for all bands. The instrument sensitivity $S_b(\lambda)$ is obtained as a function of wavelength in units of DN cm^2 photon^{-1} sr^{-1} by calling the function `aia_get_response` provided in the AIA branch of the Interactive Data Language *Solar Software* (SSW) package with the `/DN`, `/area`, and `/full` keywords. This function implements the AIA pre-flight calibration as described in Boerner et al. (2012). Since photon shot noise must be taken into account in the error budget (Section 2.4.3), the $I_b^0(\xi)$ must be computed for given exposure times and not per second. We used the standard

AIA exposures of 2 s for the 17.1 nm and 19.3 nm bands, and 2.9 s for the others.

The contribution functions are computed using CHIANTI from $\log(T_e) = 5$ to $\log(T_e) = 7.5$ in steps of 0.005 $\log(T_e)$, oversampling the CHIANTI grid by a factor of 10, using cubic spline interpolations. The EM varies over a wide range from 10^{25} cm^{-5} to 10^{33} cm^{-5} in steps of 0.04 log(EM). The DEM width varies linearly in 80 steps from $\sigma = 0$ to $\sigma = 0.8 \log(T_e)$. This choice of sampling leads to pre-computing 10^7 groups of six AIA intensities, which represents easily manageable data cubes.

2.4.3. Uncertainties

Uncertainties due to random and systematic errors are at the heart of the problem of the DEM inversion. The two affect the observations and their interpretation in different ways (see, e.g., Taylor 1997). Observations are mostly affected by random errors caused by both Poisson photon shot noise and nearly Gaussian detection noises like thermal and read noise. These noises vary randomly from pixel to pixel and from exposure to exposure. On the other hand, the errors made on the calibration and atomic physics systematically skew the interpretation of all observed intensities by the same amount and in the same direction.

It is possible to realistically simulate in the $I_b^{\rm obs}$ the statistical properties of the noises affecting the data. The reference intensities I_b^0 have units of Digital Numbers (DNs). The number of electrons collected in each pixel over the exposure time is obtained by multiplying these values by the gains (in e^- DN^{-1}) of the detectors' analog-to-digital converters listed in SSW. The number of detected photons is then obtained by dividing the result by the quantum yield of the detector, i.e., the number of photoelectrons produced per interacting photon.[6] These photon intensities are then perturbed by Poisson noise and converted back to photoelectrons. 22 e^- rms of Gaussian CCD read noise (Boerner et al. 2012) are finally added before conversion to DN.

Determining the statistical properties of the systematic errors is more challenging. The tabulated calibration and atomic physics provides a single estimate of the instrument response R_b, but systematics nonetheless have a probability distribution. Indeed, the calibration is the result of laboratory measurements themselves affected by random and systematic errors. If we could recalibrate the instrument a number of times in different facilities we would obtain a distribution of instrumental sensitivities $S_b(\lambda)$, the adopted calibration corresponding to one of them. Likewise, different atomic physics codes will give different estimates of the contribution functions $G(n_e, T_e)$, the CHIANTI output being one of them. It is, however, difficult to characterize these two probability distributions. They are generally implicitly assumed to be Gaussian and the adopted values to be the most probable. But the distributions may in fact be uniform, or asymmetric, or biased, etc.

The calibration involves a complex chain of measurements, the uncertainties of which are difficult to track and estimate. After independent radiometric calibrations, comparable EUV instruments on the *Solar and Heliospheric Observatory* (*SOHO*) were found to agree only within about 25% (Huber et al. 2002).

[6] An approximation of the quantum yield of silicon is given by $h\,c/(3.65\,q\,\lambda)$ where 3.65 is the energy in eV required to create an electron hole pair, q is the elementary charge, c is the speed of light in vacuum, and h is Planck's constant. Note that in this calculation we assume that all interacting photons have the same wavelength. However, since the FWHM of the AIA bands is comprised between 0.2 and 1.0 nm, the error made is only a few 10^{-3}.

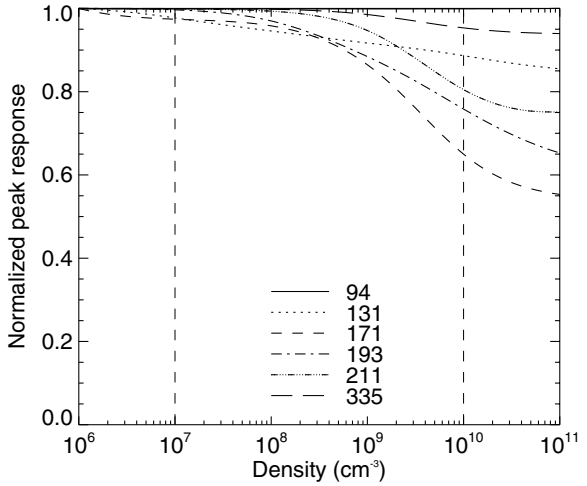

Figure 2. Normalized maximum of the response functions $R_b(T_e, n_e)$ of the six AIA coronal bands as a function of electron number density. Only the 9.4 nm band is independent of the density as assumed in the DEM analysis. The other functions vary by up to 35% in the range of densities plausible in the AIA field of view (dashed vertical lines). This effect induces systematic errors in the DEM inversions.

Subsequent comparisons could not resolve the discrepancies or identify their origin in random errors or biases in the individual calibrations. We can only say that the adopted calibration of every *SOHO* instrument introduces a systematic error in the data analysis but without being able to tell how much and in what direction. It is likely that intercalibration between AIA and other instruments would run into similar limitations.

Errors in the contribution functions are a major contributor to the uncertainties (e.g., Lang et al. 1990; Judge et al. 1997). Since the properties of the known atomic transitions are derived either from measurements or modeling, they are not infinitely accurate. Missing transitions lead to underestimated contributions functions, as is the case for the 9.4 nm channel of AIA (e.g., Aschwanden & Boerner 2011; O'Dwyer et al. 2012; Foster & Testa 2011). The abundances are affected by about 10% uncertainties (Asplund et al. 2009), not taking into account possible local enhancements of high first ionization potential (FIP) elements (Young 2005). These imply that, at least in some cases, the abundances are not constant along the LOS, as assumed in the DEM analysis. The plasma may not be in ionization balance, in which case the CHIANTI calculations of transition rates are not valid. The response functions R_b of AIA are also not independent from the electron number density, which is one of the assumptions made in deriving the DEM expression from Equations (1) to (3). When using spectrometers, the spectral lines are chosen so that this hypothesis is effectively verified. We plot in Figure 2 the normalized maximum of $R_b(T_e, n_e)$ versus electron number density. In the AIA FOV, n_e can vary from about 10^7 cm^{-3} in coronal holes at 1.2 $R_\odot$ (e.g., Guhathakurta et al. 1999) to about 10^{10} cm^{-3} in dense coronal loops (e.g., Reale 2002). In this range, only the 9.4 nm band (solid line) is completely independent on the density. The response function of all other bands decreases as the density increases, the variation reaching about 35% for the 17.1 nm band (short dashed line). Since the contribution functions have to be computed for a constant electron number density (we chose 10^9 cm^{-3}), they are

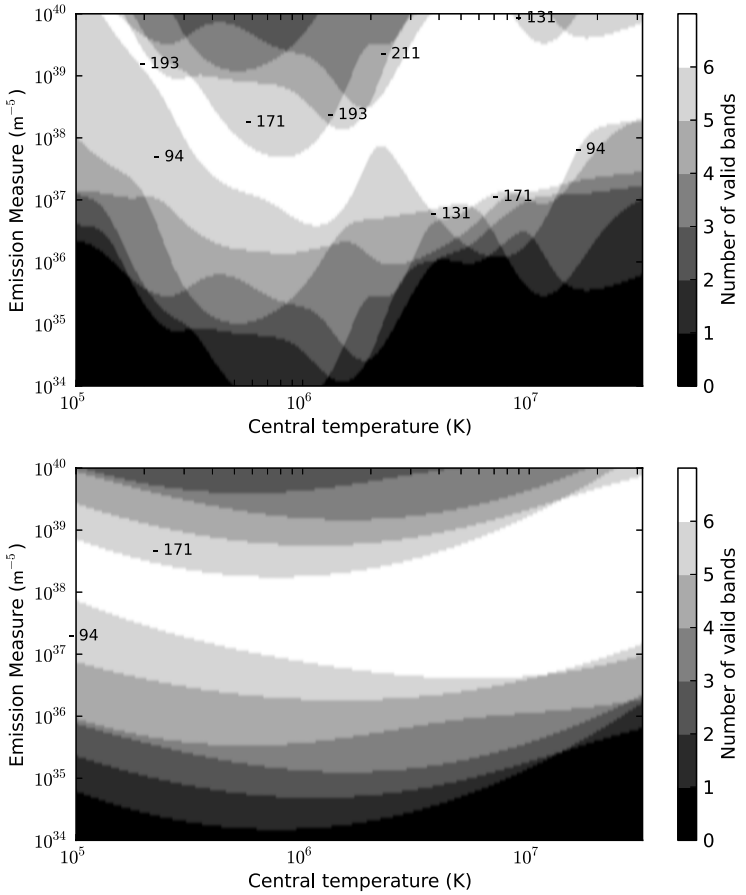

Figure 3. Number of AIA bands in which the signal is comprised between 1 DN (detection threshold) and 11,000 DN (saturation) as a function of temperature and emission measure, for standard exposure times. Left: isothermal plasmas; right: Gaussian DEMs with $\sigma = 0.5$ log(T_e). Only solar structures falling in the white regions produce exploitable signal in all six AIA coronal bands. The regions corresponding to five valid bands are labeled with the wavelength of the missing one. If exposure times were increased, the boundaries of all regions would be shifted toward smaller emission measures. If several images were summed up to overcome saturation, the upper boundaries would be moved upward.

respectively under or overestimated if the observed structures are more or less dense. The impact can be mitigated if one has independent knowledge of the range of densities on the LOS, but it nonetheless represents an additional source of uncertainty compared to using density insensitive spectral lines. Finally, these various sources of uncertainties do not affect all spectral bands by the same amount.

Rigorously estimating the properties of the probability distributions of the systematic errors would thus require a detailed analysis of the calibration process and of the atomic physics data and models, which is beyond the scope of this paper. In these conditions, we make the simplifying assumption that all systematics are Gaussian distributed and unbiased. According to Boerner et al. (2012), uncertainties on the pre-flight instrument calibration are of the order of 25%. This is thus interpreted as a Gaussian probability distribution centered on the tabulated values with a 25% standard deviation. Likewise, we used 25% uncertainty on the atomic physics for all bands, typical of the estimates found in the literature. Calibration and atomic physics uncertainties were added quadratically for a net 35% uncertainty on the response functions R_b. The $I_b^{\rm th}$ values are thus obtained by adding Gaussian random perturbations to the I_b^0.

2.4.4. Criterion and Minimization

Since instrumental noises and systematic errors are assumed to be Gaussian distributed, we use a least-square criterion

$$C(\xi) = \sum_{b=1}^{N_b} \left(\frac{I_b^{\rm obs} - I_b^{\rm th}(\xi)}{\sigma_b^u} \right)^2 \tag{15}$$

normalized to the total standard deviation σ_b^u of the uncertainties in each band. σ_b^u is obtained by summing quadratically the standard deviations of the four individual contributions: photon noise, read noise, calibration, and atomic physics (Section 2.4.3). The value of the minimum of $C(\xi)$ corresponding to the solution ξ^I is denoted

$$\chi^2 = \min C(\xi). \tag{16}$$

From Equations (8) and (7), we obtain

$$C(\xi) = \sum_{b=1}^{N_b} \left(\frac{I_b^0(\xi^P) - I_b^0(\xi) + n_b - s_b}{\sigma_b^u} \right)^2. \tag{17}$$

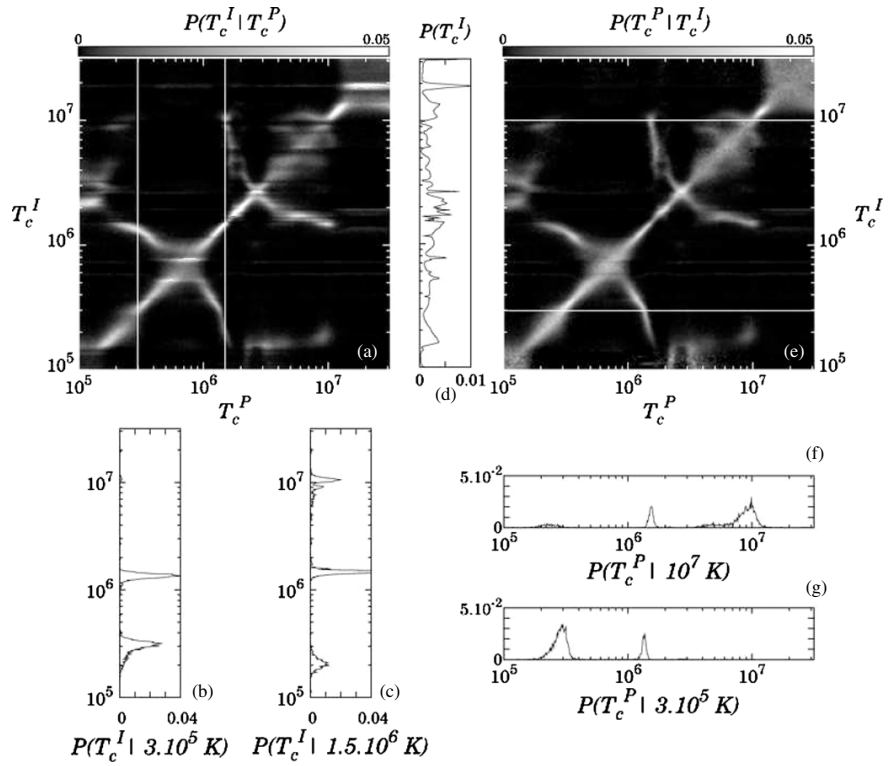

Figure 4. Probabilities of the isothermal solutions for observations of an isothermal plasma with three of the AIA coronal bands (17.1, 19.3 and 21.1 nm). (a) reading vertically, conditional probability $P(T_c^I|T_c^P)$ that the inversion yields T_c^I for a given plasma temperature T_c^P. (e) reading horizontally, probability $P(T_c^P|T_c^I)$ that the plasma has a temperature T_c^P for an inverted value T_c^I. (e) is obtained by normalizing (a) to (d) the unconditional probability $P(T_c^I)$ that the inversion yields T_c^I whatever the plasma temperature, which is obtained by integrating (a) over T_c^P. The branches bifurcating from the diagonal reveal the existence of multiple solutions. The probability profiles (b) and (c) show for example that 3×10^5 K or 1.5×10^6 K plasmas can be measured at 3×10^5 K, 1.5×10^6 K or 10^7 K. Vice versa, the profiles (f) and (g) can be used to properly interpret 3×10^5 K and 10^7 K inversions as both are also compatible with a 1.5×10^6 K plasma. See Section 3.1 for details.

If the family of solutions (Dirac, Gaussian, or top-hat) is identical to that of the plasma DEM ξ^P, then in the absence of noise $\chi^2 = 0$ and the solution ξ^I given by Equation (5) is strictly equal to ξ^P. However, in the presence of random and systematic errors or if the assumed DEM form differs from that of the observed plasma, χ^2 is not likely to be zero and the corresponding ξ^I may be different from ξ^P, since random fluctuations of n_b and s_b can compensate for a difference between $I_b^0(\xi^P)$ and $I_b^0(\xi)$. As discussed in Section 3.3, properly interpreting the value of χ^2 provides a means of testing the pertinence of a given DEM model.

Folding Equation (12), (13), or (14) into Equation (15), we obtain the expression of $C(\xi)$ for the corresponding DEM distributions. Given a set of observed intensities and a DEM model, the criterion can therefore be easily computed for all possible combinations of the parameters EM, T_c, and σ using the $I_b^0(\xi)$ tabulated as described in Section 2.4.2. Finding its minimum and thus the solution ξ^I is simplified to the location of the minimum of the $C(\xi)$ matrix. This minimization scheme is not fast compared to, e.g., iterative gradient algorithms, but it ensures that the absolute minimum of the criterion is found whatever its topography. Furthermore, this operation can be efficiently implemented on the Graphics Processing Units (GPUs) of modern graphics cards by using their Compute Unified Device Architecture (CUDA) capability. We implemented a scheme in which each GPU core is in charge of computing an element of the $C(\xi)$ matrix, with all GPU cores running in parallel. The search of the minimum of $C(\xi)$ is also performed by the GPUs, thus reducing the transfers between GPU to CPU to the values of χ^2 and ξ^I.

2.4.5. Monte Carlo Simulations

Restricting ξ^P and ξ^I to belong to one of the DEM classes described in Section 2.4.1, $P(\xi^I|\xi^P)$ and $P(\xi^P|\xi^I)$ are evaluated from Monte Carlo simulations. For every combination of the two or three parameters defining ξ^P (the ranges and resolutions given in 2.4.1), 5000 independent realizations of the random and systematic errors are obtained. For each of the corresponding sets of six simulated AIA intensities, the inversion code returns the values of the parameters defining ξ^I (Equation (5)), corresponding to the absolute minimum of the criterion (Equation (15)). From the resulting 5000 ξ^I, we estimate the conditional probability $P(\xi^I|\xi^P)$ with a resolution defined by the sampling of the parameters. Integration over ξ^P gives $P(\xi^I)$ and using Bayes' theorem we obtain $P(\xi^P|\xi^I)$.

3. RESULTS: ISOTHERMAL SOLUTION TO ISOTHERMAL PLASMA

In order to understand the fundamental properties of the DEM inversion of the AIA data, we first applied the method to investigate the behavior of the isothermal solutions to simulations

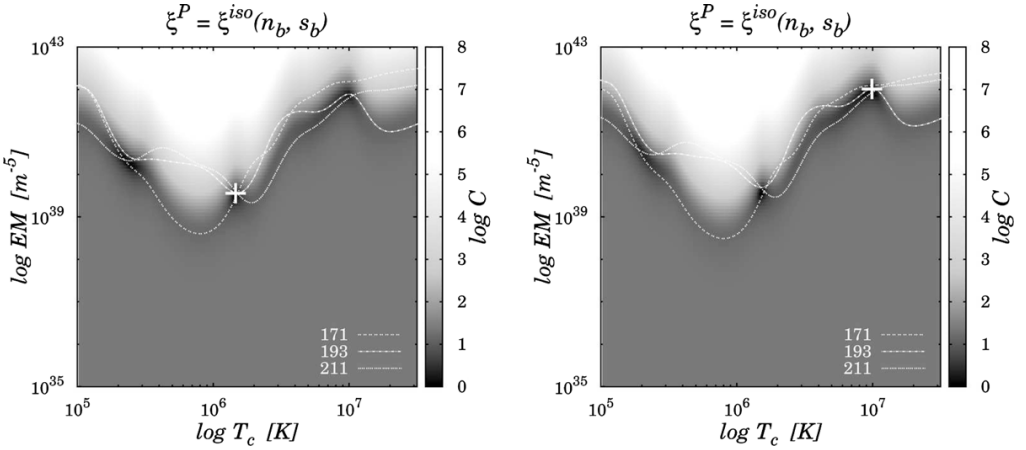

Figure 5. Least-squares isothermal criterion (Equation (15)) for a simulated isothermal plasma at $T_c^P = 1.5 \times 10^6$ K. The two panels correspond to two of the random draws used to build Figure 4. The loci curves for the three components of the criterion are superimposed, and the white plus signs mark the location of its absolute minimum. Both solutions are fully consistent with the simulated data given the uncertainties.

of isothermal plasmas. The electron temperatures and emission measures of the plasmas are denoted T_c^P and EM^P, respectively. The corresponding inverted quantities are denoted T_c^I and EM^I. The probabilities $P(T_c^I, \mathrm{EM}^I | T_c^P, \mathrm{EM}^P)$ and $P(T_c^P, \mathrm{EM}^P | T_c^I, \mathrm{EM}^I)$ are stored in matrices of four dimensions. To maximize the clarity of the results, and since the thermal content of the plasma is the main object of DEM analysis, we reduce the number of dimensions by fixing the emission measure of the simulated plasmas to be $\mathrm{EM}^P = 2 \times 10^{29}$ cm^{-5}. Furthermore, the probabilities are always presented whatever the emission measure by integrating them over EM^I, even though EM^I is of course solved for in the inversion process.

The chosen EM^P is typical of nonflaring active regions (e.g., Warren et al. 2011). Figure 3 shows as a function of T_c^P and EM^P the number of AIA bands in which a plasma produces more than 1 DN (detection threshold) and less than 11,000 DN (saturation). The left panel is for isothermal plasmas, and the right panel is for Gaussian DEMs with $\sigma^P = 0.5 \log(T_e)$. At the chosen EM^P, and since we did not implement the detector saturation in our simulations, we always have an exploitable signal in all six AIA coronal bands, except below a few 10^5 K. Conversely, solar structures outside the white areas produce signal only in some of the six bands, unless spatial or temporal summation is used. Therefore, the results presented in the following sections correspond to optimum conditions outside of which the combination of higher noise and possible lower number of valid bands will always lead to weaker constraints on the DEM.

3.1. Three Bands: EIT, TRACE, or Low Emission Measures

We first present inversion results using only three bands as an illustration of the situation encountered with previous EUV imaging telescopes like EIT, *TRACE*, or EUVI. The 17.1 nm and 19.5 nm coronal passbands of EIT and *TRACE* have direct equivalents in AIA, but the Fe XV 28.4 nm band does not. After comparison of its isothermal response (see, e.g., Figure 9 of Delaboudinière et al. 1995) with those of AIA (Figure 8), we chose the Fe XIV 21.1 nm band as its closest AIA counterpart. The three bands configuration is also similar to having six bands and a low EM plasma.[7] Indeed, at 5×10^{26} m^{-5} and 1.5×10^6 K, values typical of coronal loops, only three of the six AIA coronal bands produce more than 1 DN (see Figure 3), the others providing only upper limit constraints to the DEM.

Panel (a) of Figure 4 shows a map of the probability[8] $P(T_c^I | T_c^P)$. It is worth noting that, as explained in Section 2.2, $P(T_c^I)$ and thus $P(T_c^P | T_c^I)$ could be evaluated only because the limitation to simple parameterized DEM forms allowed the computation of $P(T_c^I | T_c^P)$. The plot of $P(T_c^I)$ (and thus the horizontal structures in panel (a)) shows that some temperature solutions T_c^I are more probable than others for any plasma temperature T_c^P. In the case of real observations, this can be misinterpreted as the ubiquitous presence of plasma at the most likely temperatures. This caveat was already analyzed by Weber et al. (2005) in the case of the 19.5–17.3 nm *TRACE* band ratio and we will discuss it further in Paper II for multithermal plasmas.

Both probability maps exhibit a diagonal from which several branches bifurcate. Below 2×10^5 K and above 10^7 K the diagonal disappears because, since the bands have little sensitivity in these regions, the signal is dominated by noises and the inversion output is thus independent from the temperature. The general symmetry with respect to the diagonal reflects the equality $P(T_c^P | T_c^I) = P(T_c^I | T_c^P) / P(T_c^I)$. The diagonal is formed by the solutions T_c^I that are close to the input T_c^P, while the branches correspond to significant deviations from the input. In $P(T_c^I | T_c^P)$, these branches imply that two or more solutions T_c^I can be found for the same plasma temperature T_c^P. Conversely, reading the $P(T_c^P | T_c^I)$ image horizontally, a given temperature solution T_c^I can be coherent with two or more plasma temperatures T_c^P. The (b) and (c) plots give the probability of the solutions for two plasma temperatures. At $T_c^P = 3 \times 10^5$ K, the solution may be $T_c^I = 3 \times 10^5$ K or 1.2×10^6 K. At the typical coronal temperature $T_c^P = 1.5 \times 10^6$ K, the inversion can yield 1.5×10^6 K but also 2×10^5 K or 10^7 K.

[7] For completeness, the plots for all combination of three to six bands are available online at ftp.ias.u-psud.fr/cguennou/DEM_AIA_inversion/.

[8] Defined as the probability for the solutions to lie between $\log T_c$ and $\log T_c + \Delta \log T_c$.

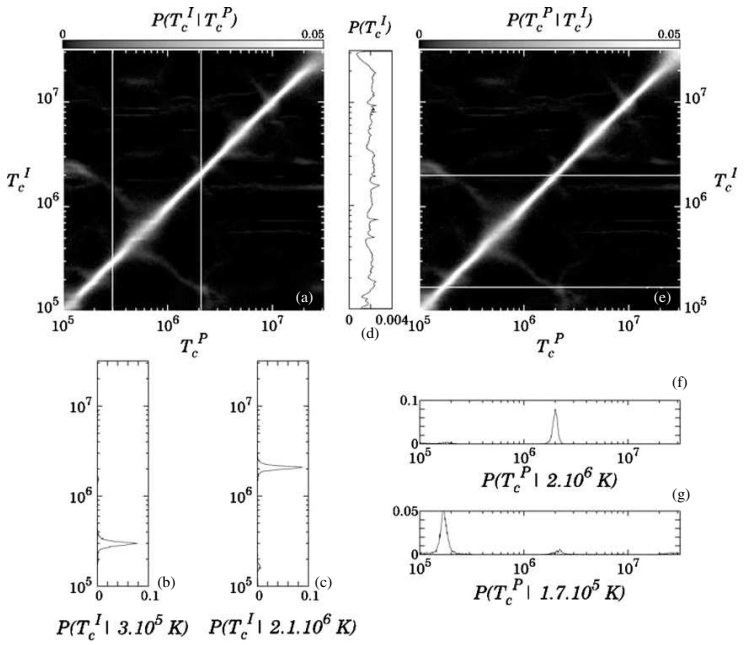

Figure 6. Same as Figure 4 for the six AIA coronal bands. The determination of the temperature of the simulated isothermal plasma is now unambiguous. From the width of the diagonal, we deduce the resolution of the isothermal inversion to be about 0.05 $\log(T_c)$.

It is thus possible to incorrectly conclude that there is the presence of cool or hot coronal plasma while observing an average million-degree corona. This ambiguity has far-reaching implications since the detection of hot plasma is one of the possible signatures of nano-flares (e.g., Cargill 1994; Klimchuk 2006). Since by definition they correspond to the absolute minimum of the criterion, all solutions are fully consistent with the data given the uncertainties. One or more of the multiple solutions can be rejected only based on additional independent a priori information. For example, the high temperature solution corresponds to an EM of 4×10^{31} cm^{-5} (right panel of Figure 5), which is extremely high considering the present knowledge of the corona. If no such information is available, however, both low- and high-temperature solutions can still be correctly interpreted as also compatible with a 1.5×10^6 K plasma with the aid of the $P(T_c^P|3 \times 10^5)$ and $P(T_c^P|10^7)$ probability profiles in panels (f) and (g).

The reason for the formation of these branches is illustrated by Figure 5. On both panels, the background image is the value of the criterion $C(\xi)$ for a $T_c^P = 1.5 \times 10^6$ K plasma as a function of T_c and EM. The absolute minimum of the criterion, the arguments of which are the inverted parameters T_c^I and EM^I (Equation (5)), corresponds to the darkest shade of gray and is marked by a white plus sign. The criterion is the sum of three components, one per wave band (Equations (15) and (17)). The three superimposed curves are the loci EM curves for each band b, i.e., the location of the (T_c, EM) pairs for which the theoretical intensities I_b^{th} equal the measured ones I_b^{obs}. Below the loci curves, the criterion is almost flat because at lower EMs the I_b^{th} values are much smaller than the constant I_b^{obs}. Conversely, the criterion is dominated by the I_{th} at high EMs. The darkest shades of gray and thus the minimum of the criterion are located between these two regions. The two panels correspond to two independent realizations of the random and systematic errors. For each draw, the loci curves are randomly shifted along the EM axis around their average position. In the absence of errors, the three loci curves would cross in a single point at the plasma temperature T_c^P, giving a criterion strictly equal to zero. In the left panel, with random and systematic errors included, they do not intersect at a single point but the non-zero absolute minimum of C, where they are the closest together, is around T_c^P. However, the criterion has two other local minima, around 2×10^5 K and around 10^7 K, where two or three of the loci curves also bundle up. In the right panel, a different random draw shifts the curves closest together around the high temperature local minimum that thus becomes the new absolute minimum. For this 1.5×10^6 K plasma, the inversion thus yields solutions randomly located around the several local minima with respective probabilities given by the profile of Figure 4(c). When scanning the plasma temperatures, the positions of the minima vary, thus building the branches in the probability maps. In addition, depending on their location the minima can be more or less extended along one or the other axes, which results in a varying dispersion around the most probable solutions.

Systematic errors are simulated with random variables while they are in fact identical for all measurements. Thus, the computed $P(T_c^I|T_c^P)$ does not give the probability of solutions T_c^I for the practical estimates of the calibration and atomic physics. In reality the output of the inversion is biased toward one or the other of the multiple solutions, but we do not know whether the calibration and atomic physics are under- or overestimated. Therefore, in order to deduce the probability that the plasma has a temperature T_c^P from an inverted temperature T_c^I, we must account for the probabilities of the systematics as defined in Section 2.4.3. The randomization samples their distribution, which ensures that the estimated $P(T_c^P|T_c^I)$ are the probabilities relevant for interpreting T_c^I.

3.2. Six Bands: AIA

Figure 6 is the same as Figure 4, but now including the six AIA coronal bands in the analysis. Some secondary solutions persist at low probabilities, but compared to the three bands case, most of the solutions are now concentrated on the diagonal. This illustrates that the robustness of the inversion process increases with the number of bands or spectral lines. Comparison with Figure 4 quantifies the improvement brought by AIA over previous instruments. Neglecting the low probability solutions, if independent a priori knowledge justifies the isothermal hypothesis, the six AIA bands thus provide an unambiguous determination of the plasma temperature. The temperature resolution of the inversion can be estimated from the FWHM of the diagonal. It varies over the temperature range between 0.03 and 0.11 $\log T_c^P$. It is of course modified if we assumed different uncertainties on the calibration and atomic physics from the ones chosen in Section 2.4.3. We tested the sensitivity of the temperature resolution to the level of uncertainty, σ_b^u, from 10% to 55%. The higher the uncertainty, the lower the temperature resolution and the more probable the secondary solutions.[9] For an estimated temperature T_c^I of 1 MK, the temperature resolution of the inversion varies between 0.02 for 10% error and 0.08 $\log T_c^P$ for 55% error. In the worst case, for 55% errors, the temperature resolution decreases to 0.2 $\log T_c^P$ for the temperature interval between 0.5 and 0.9 MK. At 1 MK, the resolution is proportional to the uncertainty level with a coefficient of 0.15 ($\Delta T_c^P \sim 0.15\,\sigma_b^u$).

Since by definition our method always finds the absolute minimum of the least-square criterion of Equation (15), the derived temperature resolution is an intrinsic property of the data and not of the inversion scheme. It is the result of the combination of the random and systematic errors and the shapes of the contribution functions. Its value is directly comparable to the findings of Landi et al. (2011). Those authors showed that the temperature resolution of the MCMC code of Kashyap & Drake (1998) applied to isothermal plasmas is 0.05 $\log T$. Their tests were made on simulated observations of a 10^6 K plasma in 45 isolated spectral lines with 20% random errors. Assuming that the MCMC method does converge toward solutions consistent with the limitations of the data, the fact that the temperature resolution is comparable for six AIA bands and 45 spectral lines suggests that, in the isothermal case, it is driven by the uncertainty level rather than the number of observables. This conclusion is consistent with the isothermal limit of Figure 6 of Landi & Klimchuk (2010).

3.3. Residuals and Goodness of Fit Test

The probability maps presented in the above sections are valid for a given hypothesis on the plasma DEM distribution, but they would be useless without a test of its validity. The pertinence of the DEM model chosen to interpret the observations can be assessed by analyzing the distribution of the sum of squared residuals defined by Equations (15) and (16). If applying our inversion scheme to real data, we could compare the resulting residuals to the distribution derived from simulations for a given DEM model and thus quantify the probability that the data are consistent with the working hypothesis (e.g., isothermal or Gaussian).

[9] The corresponding probability maps are available online at ftp.ias.u-psud.fr/cguennou/DEM_AIA_inversion/.

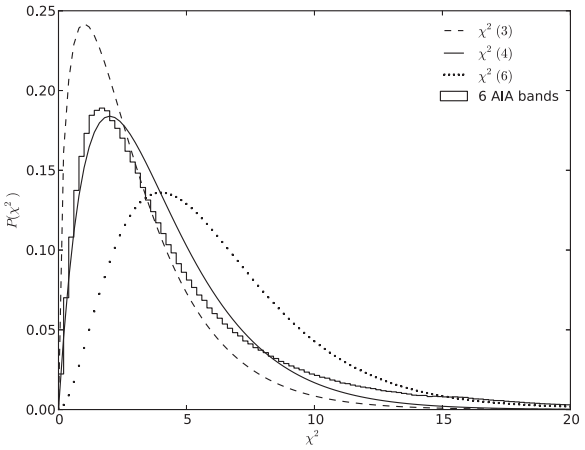

Figure 7. Observed distribution of the sum of the squared residuals (solid histogram) differs somewhat from the expected four-degree χ^2 distribution (solid curve). It is slightly shifted toward a three-degree (dashed curve), which can be explained by a small correlation between the six AIA coronal bands.

The solid-line histogram of Figure 7 shows the distribution of χ^2 values corresponding to the plots of Figure 6. The distribution is close to a four-degree χ^2 distribution (solid curve) although not a perfect match, with a peak shifted to the left and an enhanced wing. The most probable value of the squared residuals is $\sim$ 1.73 and 95% of them are comprised between 0 and 15. Whatever the actual plasma DEM, any inversion made with the isothermal hypothesis and yielding a χ^2 value in this range can thus be considered consistent with an isothermal plasma given the uncertainties. This isothermality test is similar to that recommended by Landi & Klimchuk (2010), identifying our χ^2 with their $F_{\min}$ and our maximum acceptable χ^2 with their ΔF. This does not imply, however, that isothermality is the only or the best possible interpretation of the data because different DEMs can produce similar χ^2 values. The discrimination between DEM models will be discussed in Paper II.

The properties of the empirical distribution of squared residuals can be explained as follows. Since we simulated observations of a purely isothermal plasma, an isothermal model can always represent the data. Without errors, there would always be one unique couple (T_c^I, EM^I) corresponding to six intensities perfectly matching the six AIA observations, thus giving zero residuals. With errors, if we forced the solution (T_c^I, EM^I) to be the input (T_c^P, EM^P), the summed squared residuals resulting from a number of random draws should have by definition the probability density function (PDF) of a six-degree χ^2 distribution (dotted curve of Figure 7) because we have six independent values of $I_b^{\mathrm{obs}} - I_b^{\mathrm{th}}$ and we normalized the residuals to the standard deviation σ_b^u of the uncertainties. But since we solve for two parameters (T_c^I, EM^I) by performing a least-squares minimization at each realization of the errors, the solution is not exactly the input (T_c^P, EM^P) and we should expect a PDF with two degrees of freedom less (dashed curve). Instead of being a pure four-degree, the observed distribution is slightly shifted toward a three-degree because of two factors. First, the errors are a combination of Poisson photon noise and Gaussian read noise, while the χ^2 distribution is defined for standard normal random variables. Second, as discussed below, the six residuals are not completely independent.

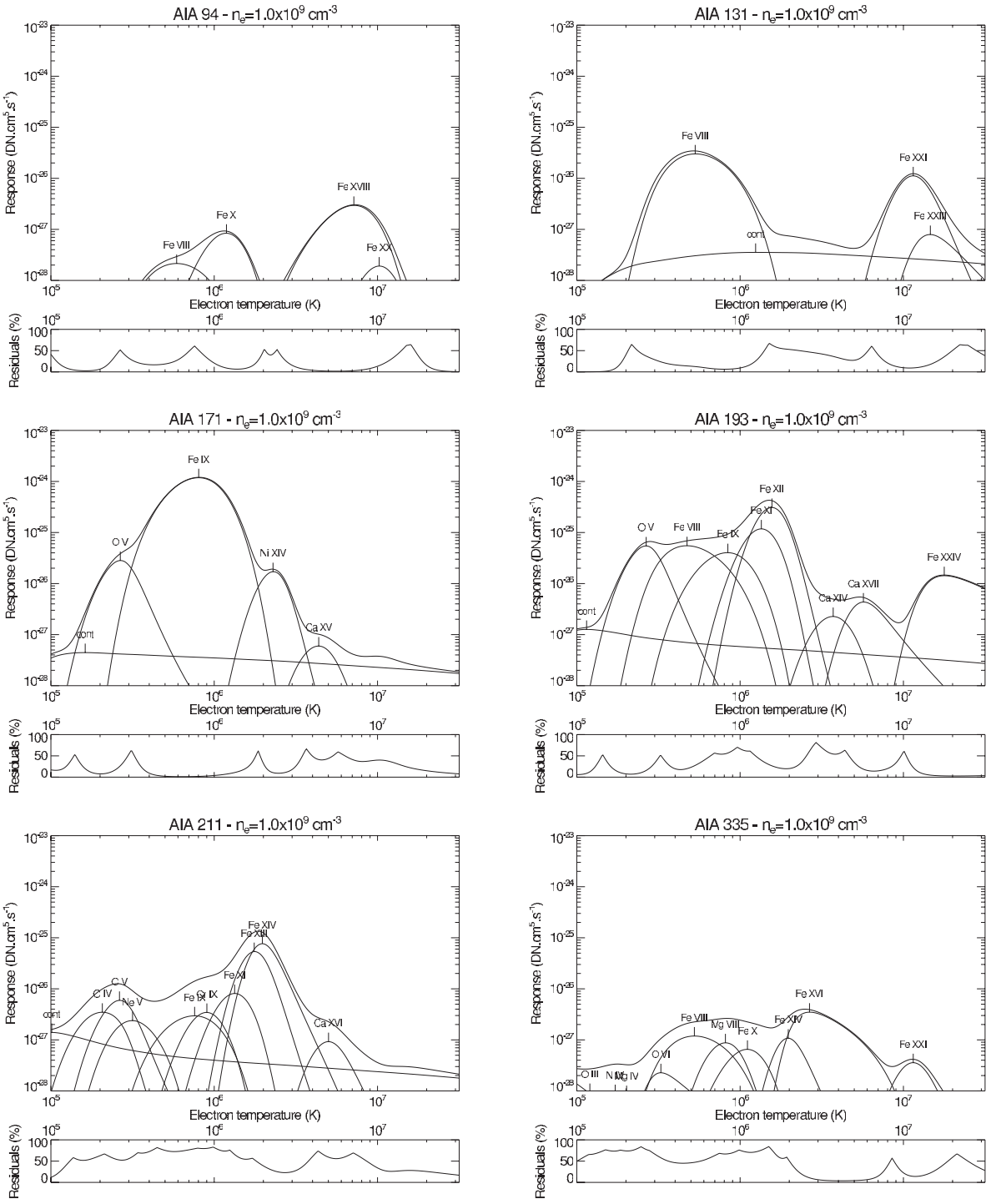

Figure 8. Isothermal response of the six AIA coronal bands between 10^5 and 3×10^7 K. For each band, the thick curve is the total response and the thin curves are the partial responses for the ions that contribute the most in at least one temperature. The fraction of the total response accounted for by those dominant ions is shown below each main plot. Computations are for an electron number density of 10^9 cm^{-3}.

Figure 8 shows the response functions $R_b(T_e)$ of the AIA bands to isothermal plasmas with electron temperatures from 10^5 to 3×10^7 K for a constant electron number density of 10^9 cm^{-3}. For each band, the thick curve is the total response, and the labeled thin curves are the partial responses for the ions that contribute the most for at least one temperature. The fraction of the total response not accounted for by those dominant ions is shown below each main plot. Ionization stages common to several bands are found across the whole range of temperatures. O v dominates the response at 2.5×10^5 K in the 17.1 nm, 19.3 nm, and 21.1 nm bands. Around 1 MK, Fe ix is found in the 17.1 nm, 19.3 nm, and 21.1 nm responses, and Fe x contributes to the 94 nm, 21.1 nm, and 33.5 nm bands. At 2 MK, Fe xiv is common to the 21.1 nm and 33.5 nm bands. This is consistent with the analysis of the AIA bands by O'Dwyer et al. (2010). Because of this redundancy, the response functions tend to have similar shapes in the regions of overlap, resulting in a correlation between the residuals.

4. SUMMARY AND CONCLUSIONS

By restricting the solutions to functional forms described by a limited number of parameters, we obtained a complete statistical characterization of the DEM inversion. Even though they are not expected to accurately describe real coronal properties, these simple DEM distributions can nonetheless model a wide range of plasma conditions. The results presented in this series of papers can thus be fruitfully used to demonstrate many important properties and guide the interpretation of the output of generic DEM inversion codes. We illustrated the method by applying it to the six coronal bands of the AIA telescope. In this first paper, we limited ourselves to isothermal plasmas and isothermal solutions.

The case presented in Section 3.1 demonstrates the existence of multiple solutions if the number of bands is limited either by the design of the instrument or by a lack of signal. However, since our method provides the respective probabilities of the multiple solutions, it is possible to properly interpret the solutions as compatible with several plasma temperatures. Even if some of these properties have been illustrated in case studies, we provide here a systematic analysis of a wide range of plasma parameters. The computed distribution of squared residuals can be used to test the coherence of real AIA data with the isothermal hypothesis. This type of analysis can also help to determine the optimum data acquisition parameters for AIA (e.g., spatial binning and exposure time), ensuring that no secondary solution is present. In Section 3.2, we showed that, with enough signal, the six AIA coronal bands provide a robust reconstruction of isothermal plasmas with a temperature resolution obtained between 0.03 and 0.11 $\log T_e$. The comparison with the three-band case quantifies the improvement brought by the new generation of instruments. The same method can be applied to other instruments with different response functions and different numbers of bands or spectral lines. This naturally requires the computation of the corresponding probability matrices and distribution of residuals.

The temperature resolution, and more generally the details of the probability matrices presented in Sections 3.1 and 3.2, depend on the amplitude and distribution of the random and systematic errors. We found the resolution to be proportional to the uncertainty level (at 1 MK, $\Delta T_c^P \sim 0.15\ \sigma_b^u$). We simulated plasmas with high EMs typical of active regions. Depending on the temperature, either the photon noise or the uncertainties on the calibration and atomic physics dominate. The illustrated properties of the inversion, from the multiplicity of solutions to the temperature resolution, are thus driven by both random systematic errors. While the photon noise can be reduced by increasing the exposure time or binning the data, reducing the systematics requires better atomic data and photometric calibration, which is not trivial.

S.P. acknowledges the support from the Belgian Federal Science Policy Office through the international cooperation programs and the ESA-PRODEX program and the support of the Institut d'Astrophysique Spatiale (IAS). F.A. acknowledges the support of the Royal Observatory of Belgium. The authors thank J. Klimchuk for fruitful discussions and comments.

REFERENCES

Aschwanden, M. J., & Boerner, P. 2011, ApJ, 732, 81
Asplund, M., Grevesse, N., Sauval, A. J., & Scott, P. 2009, ARA&A, 47, 4816
Boerner, P., Edwards, C., Lemen, J., et al. 2012, Sol. Phys., 275, 41
Brosius, J. W., Rabin, D. M., Thomas, R. J., & Landi, E. 2008, ApJ, 677, 781
Brown, J. C., Dwivedi, B. N., Sweet, P. A., & Almleaky, Y. M. 1991, A&A, 249, 277
Cargill, P. J. 1994, ApJ, 422, 381
Craig, I. J. D., & Brown, J. C. 1976, A&A, 49, 239
Craig, I. J. D., & Brown, J. C. 1986, Inverse Problems in Astronomy: A Guide to Inversion Strategies for Remotely Sensed Data, SERC (Bristol: Adam Hilger)
Del Zanna, G., Bromage, B. J. I., & Mason, H. E. 2003, A&A, 398, 743
Delaboudinière, J.-P., Artzner, G. E., Brunaud, J., et al. 1995, Sol. Phys., 162, 291
Dere, K. P. 1978, A&A, 70, 439
Dere, K. P., Landi, E., Mason, H. E., Monsignori Fossi, B. C., & Young, P. R. 1997, A&AS, 125, 149
Dere, K. P., Landi, E., Young, P. R., et al. 2009, A&A, 498, 915
Fludra, A., & Sylwester, J. 1986, Sol. Phys., 105, 323
Foster, A. R., & Testa, P. 2011, ApJ, 740, L52
Golub, L., Deluca, E., Austin, G., et al. 2007, Sol. Phys., 243, 63
Goryaev, F. F., Parenti, S., Urnov, A. M., et al. 2010, A&A, 523, A44
Guennou, C., Auchère, F., Soubrié, E., et al. 2012, ApJS, 203, 26 (Paper II)
Guhathakurta, M., Fludra, A., Gibson, S. E., Biesecker, D., & Fisher, R. R. 1999, J. Geophys. Res., 104, 9801
Hahn, M., Landi, E., & Savin, D. W. 2011, ApJ, 736, 101
Handy, B. N., Acton, L. W., Kankelborg, C. C., et al. 1999, Sol. Phys., 187, 229
Hannah, I. G., & Kontar, E. P. 2012, A&A, 539, A146
Huber, M. C. E., Pauhluhn, A., & von Steiger, R. 2002, in Proc. *SOHO* 11 Symp. From Solar Min to Max: Half a Solar Cycle with *SOHO*, ed. A. Wilson (ESA SP-508; Noordwijk: ESA), 213
Jefferies, J. T., Orrall, F. Q., & Zirker, J. B. 1972, Sol. Phys., 22, 307
Jordan, C. 1976, Phil. Trans. R. Soc., 281, 391
Judge, P. G., Hubeny, V., & Brown, J. C. 1997, ApJ, 475, 275
Kashyap, V., & Drake, J. J. 1998, ApJ, 503, 450
Klimchuk, J. A. 2006, Sol. Phys., 234, 41
Landi, E., & Klimchuk, J. A. 2010, ApJ, 723, 320
Landi, E., & Landini, M. 1997, A&A, 327, 1230
Landi, E., & Landini, M. 1998, A&A, 340, 265
Landi, E., Reale, F., & Testa, P. 2012, A&A, 538, A111
Lang, J., McWhirter, R. W. P., & Mason, H. E. 1990, Sol. Phys., 129, 31
Lemen, J. R., Title, A. M., Akin, D. J., et al. 2012, Sol. Phys., 275, 17
Martinez-Sykora, J., De Pontieu, B., Testa, P., & Hansteen, V. 2011, ApJ, 743, 23
Mason, H. E., & Monsignori Fossi, B. C. 1994, A&AR, 6, 123
Metropolis, N., & Ulam, S. 1949, J. Am. Stat. Assoc., 44, 335
McIntosh, S. W. 2000, ApJ, 533, 1043
O'Dwyer, B., Del Zanna, G., Badnell, N. R., Mason, H. E., & Storey, P. J. 2012, A&A, 537, A22
O'Dwyer, B., Del Zanna, G., Mason, H. E., Weber, M. A., & Tripathi, D. 2010, A&A, 521, A21
Parenti, S., Bromage, B. J. I., Poletto, G., et al. 2000, A&A, 363, 800
Parenti, S., & Vial, J.-C. 2007, A&A, 469, 1109
Pottasch, S. R. 1963, ApJ, 137, 945
Pottasch, S. R. 1964, Space Sci. Rev., 3, 816
Reale, F. 2002, ApJ, 580, 566
Reale, F. 2010, Living Rev. Sol. Phys., 7, 5
Reale, F., Testa, P., Klimchuk, J., & Parenti, S. 2009, ApJ, 698, 756

Sanz-Forcada, J., Brickhouse, N. S., & Dupree, A. K. 2003, ApJS, 145, 147
Susino, R., Lanzafame, A. C., Lanza, A. F., & Spadaro, D. 2010, ApJ, 709, 499
Taylor, J. 1997, Introduction to Error Analysis: The Study of Uncertainties in Physical Measurements (2nd ed.; New York: Univ. Science Books)
Testa, P., De Pontieu, B., Martinez-Sykora, J., Hansteen, V., & Carlsson, M. 2012, ApJ, 758, 54
Warren, H. P., Brooks, D. H., & Winebarger, A. R. 2011, ApJ, 734, 90
Weber, M. A., Deluca, E. E., Golub, L., & Sette, A. L. 2004, in IAU Symp. 223, Multi-Wavelength Investigations of Solar Activity, ed. A. V. Stepanov, E. E. Benevolenskaya, & A. G. Kosovichev (Cambridge: Cambridge Univ. Press), 321
Weber, M. A., Schmelz, J. T., DeLuca, E. E., & Roames, J. K. 2005, ApJ, 635, L101
Wiik, J. E., Dere, K., & Schmieder, B. 1993, A&A, 273, 267
Winebarger, A. R., Schmelz, J. T., Warren, H. P., Saar, S. H., & Kashyap, V. L. 2011, ApJ, 740, 2
Withbroe, G. L. 1975, Sol. Phys., 45, 301
Young, P. R. 2005, A&A, 439, 361

C

On the accuracy of the Differential Emission Measure diagnostics of solar plasmas. Application to *SDO*/AIA. II. Multithermal Plasmas

C.1

Résumé

Le formalisme de la Mesure d'Émission Différentielle (DEM) est l'un des outils les plus utilisé pour l'étude des atmosphères stellaires. Due à la nature inverse du problème, il existe plusieurs limitations, engendrées par les erreurs systématiques et aléatoires. Dans cette séries d'articles, nous présentons une analyse de la robustesse de l'inversion de données *SDO*/AIA. De cette manière, on caractérise complètement l'inversion de DEM et ses propriétés statistiques, fournissant ainsi toutes les solutions compatibles avec un ensemble de données et les incertitudes associées, ainsi qu'un test concernant la compatibilité du modèle de DEM supposé. Tandis que l'article I se concentrait sur les plasmas isothermes, on considère maintenant des plasmas multithermes en analysant le comportement des solutions multithermes et isothermes. L'ambiguïté existante entre erreurs et multithermalité limite fondamentalement la résolution de l'inversion. On montre par exemple que si le plasma est multitherme, les solutions isothermes et multithermes sont biaisées vers des solutions particulières, autour de 1MK. Ce comportement est vrai quelque soit la valeur des résidus, conduisant donc à une interprétation erronée sur le plasma observé. De nouveaux outils sont ici proposé pour identifier et quantifier ces dégénérescences possibles des solutions, permettant ainsi de faciliter l'interprétation de l'inversion de DEM.

C.2

Article publié dans *The Astrophysical Journal*

The Astrophysical Journal Supplement Series, 203:26 (14pp), 2012 December doi:10.1088/0067-0049/203/2/26
© 2012. The American Astronomical Society. All rights reserved. Printed in the U.S.A.

ON THE ACCURACY OF THE DIFFERENTIAL EMISSION MEASURE DIAGNOSTICS OF SOLAR PLASMAS. APPLICATION TO *SDO*/AIA. II. MULTITHERMAL PLASMAS

C. Guennou[1], F. Auchère[1], E. Soubrié[1], K. Bocchialini[1], S. Parenti[2], and N. Barbey[3]
[1] Institut d'Astrophysique Spatiale, Bâtiment 121, CNRS/Université Paris-Sud, UMR 8617, F-91405 Orsay, France; chloe.guennou@ias.u-psud.fr
[2] Royal Observatory of Belgium, 3 Avenue Circulaire, B-1180 Bruxelles, Belgium
[3] SAp/Irfu/DSM/CEA, Centre d'études de Saclay, Orme des Merisiers, Bâtiment 709, F-91191 Gif sur Yvette, France
Received 2012 June 18; accepted 2012 October 5; published 2012 November 21

ABSTRACT

Differential emission measure (DEM) analysis is one of the most used diagnostic tools for solar and stellar coronae. Being an inverse problem, it has limitations due to the presence of random and systematic errors. We present in this series of papers an analysis of the robustness of the inversion in the case of *SDO*/AIA observations. We completely characterize the DEM inversion and its statistical properties, providing all the solutions consistent with the data along with their associated probabilities, and a test of the suitability of the assumed DEM model. While Paper I focused on isothermal conditions, we now consider multithermal plasmas and investigate both isothermal and multithermal solutions. We demonstrate how the ambiguity between noises and multithermality fundamentally limits the temperature resolution of the inversion. We show that if the observed plasma is multithermal, isothermal solutions tend to cluster on a constant temperature whatever the number of passbands or spectral lines. The multithermal solutions are also found to be biased toward near-isothermal solutions around 1 MK. This is true even if the residuals support the chosen DEM model, possibly leading to erroneous conclusions on the observed plasma. We propose tools for identifying and quantifying the possible degeneracy of solutions, thus helping the interpretation of DEM inversion.

Key words: plasmas – Sun: corona – Sun: UV radiation

1. INTRODUCTION

A convenient approach for studying the thermal structure of the solar and stellar outer atmospheres is the differential emission measure (DEM) formalism. The DEM $\xi(T_e)$ is a measure of the amount of emitting plasma along the line of sight (LOS) as a function of the electron temperature T_e. However, the intrinsic difficulties involved in this inverse problem lead to many complications in its inference, making its interpretation ambiguous. The central point of this series of papers is to provide new tools for systematically and completely characterizing the DEM inversions and assisting the DEM interpretation. Using the technique developed for this purpose, exhaustively described in Guennou et al. (2012, hereafter Paper I), it is possible to determine and to compare the DEM diagnostic capabilities of given instruments. With only three bands, the previous generation of imaging telescopes was shown not to be well suited for DEM analysis (e.g., Schmelz et al. 2009). The situation has changed with the availability of new multi-band instruments such as the Atmospheric Imaging Assembly (AIA) telescope (Lemen et al. 2012) on board the *Solar Dynamics Observatory*. Applying our technique to AIA, we show the increased robustness of the inversion for isothermal plasmas, but we also found intrinsic biases if the observed plasma is multithermal.

Using the notation of Paper I, the DEM is defined as

$$\xi(T_e) = \overline{n_e^2}(T_e)\, dp/d(\log T_e), \tag{1}$$

where $\overline{n_e^2}$ is the square electron density averaged over the portions dp of the LOS at temperature T_e (Craig & Brown 1976). The observed intensity in the spectral band b of an instrument can be expressed as a function of the DEM ξ as follows:

$$I_b = \frac{1}{4\pi} \int_0^{+\infty} R_b(n_e, T_e)\, \xi(T_e)\, d\log T_e. \tag{2}$$

Details and references about the DEM formalism can be found in Paper I. Given a set of observations in N different bands, the DEM can in principle be inferred by reversing the image acquisition process described by Equation (2). However, solving for the DEM has proved to be a considerable challenge. The complications involved in its derivation are one of the reasons for controversial results regarding the thermal structure of the corona. For example, the DEM is one of the methods used to derive the still-debated physical properties of plumes (Wilhelm et al. 2011). Also, while heating models predict different thermal structures for coronal loops depending on the processes involved (e.g., Klimchuk 2006; Reale 2010), DEM analyses have provided ambiguous answers (Schmelz et al. 2009). Several studies (Feldman et al. 1998; Warren 1999; Landi & Feldman 2008) suggest the ubiquitous presence of isothermal plasma in the quiet corona. If confirmed, these results would challenge many theoretical models, but the reliability of the temperature diagnostics used has been questioned (e.g., Landi et al. 2012). Part of this is due to technical issues, such as the difficulty of subtracting the background emission (Terzo & Reale 2010; Aschwanden et al. 2008) or the possible spatial and temporal mismatch of the structures observed in different bands and/or different instruments. But the fundamental limitations of the DEM inversion clearly play a role.

Despite the many proposed inversion schemes, rigorously estimating levels of confidence in the various possible solutions given the uncertainty remains a major difficulty. In this work, we propose a strategy for exploring the whole parameter space, detecting the presence of secondary solutions, and computing their respective probabilities. We illustrate the method by characterizing the inversion of simulated observations of the AIA telescope. This approach allows us to quantify the robustness of the inversion by comparing the inverted DEM to the input of the AIA simulations. The main drawback is the limitation to simple DEM forms (i.e., described by a small number of

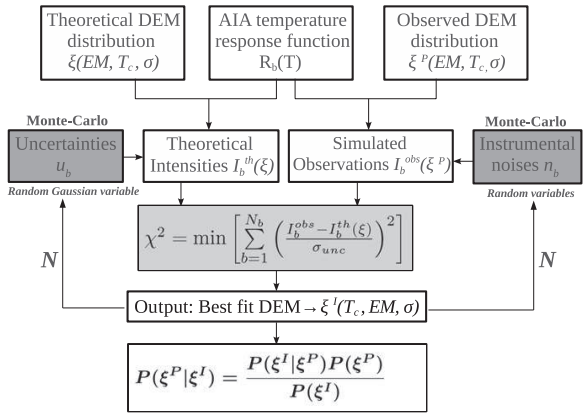

Figure 1. Summary of the technique used in this work. The AIA temperature response functions are computed using CHIANTI version 7.0. The simulated observations $I_b^{\rm obs}$ are calculated assuming a simple DEM model ξ^P (isothermal, Gaussian, or top-hat), and adding the instrumental random perturbations and systematic errors. The theoretical intensities $I_b^{\rm th}$ are computed assuming a DEM model ξ, for a large range of parameters. The inverted DEM ξ^I is evaluated by least-squares minimization of the distance between the theoretical intensities and the simulated observations. Using a Monte Carlo scheme, N realizations of the random and systematic errors n_b and s_b are computed. For a given set of parameters $(\mathrm{EM}^P, T_c^P, \sigma^P)$ of the plasma DEM ξ^P, the quantity $P(\xi^I|\xi^P)$ is then evaluated. The probability $P(\xi^P|\xi^I)$ is then derived using Bayes' theorem.

parameters), but the results provide important insights into the properties of more generic DEM inversions. The method can also easily be applied to any instrument, broadband imagers and spectrometers alike.

Paper I was dedicated to the analysis of isothermal plasmas, and showed the existence of multiple solutions in the case of a limited number of bands. Nevertheless, the statistical method developed in this work (which provides the respective probabilities of each secondary solution), enables us to properly interpret the solutions as consistent with several plasma temperatures. The use of the six AIA coronal bands was shown to increase the thermal diagnostic capabilities, providing a robust reconstruction of isothermal plasmas. The detailed analysis of the squared residuals showed that the DEM complexity is limited by the redundancy of information between the bands.

We now generalize the method of DEM models able to describe a great variety of plasma conditions, from isothermal to broadly multithermal. A summary of the technique is given in Figure 1 and its implementation is exhaustively described in Paper I. The core of our method resides in the probabilistic interpretation of the DEM solutions. The DEM ξ^I solution of the inversion is the one that minimizes a criterion $C(\xi)$ defined as the distance between the intensities $I_b^{\rm obs}$ observed in N_b bands and the theoretical ones, $I_b^{\rm th}$. We write

$$\begin{aligned} C(\xi) &= \sum_{b=1}^{N_b} \left(\frac{I_b^{\rm obs}(\xi^P) - I_b^{\rm th}(\xi)}{\sigma_b^u} \right)^2 \\ \xi^I &= \arg\min_\xi C(\xi) \\ \chi^2 &= \min C(\xi), \end{aligned} \tag{3}$$

where σ_b^u is the standard deviation of the uncertainties and χ^2 represents the residuals. Using Monte Carlo simulations of the systematic and random errors, we compute $P(\xi^I|\xi^P)$, the conditional probability to obtain a DEM ξ^I knowing the plasma DEM ξ^P. Both types of errors are modeled as Gaussian random variables with a 25% standard deviation (see Section 2.3.3 of Paper I). Then, using Bayes' theorem we obtain $P(\xi^P|\xi^I)$, the probability that the plasma has a DEM ξ^P given the inverted DEM ξ^I. Using this latter quantity, it is possible to identify the range or multiple ranges of solutions consistent with a set observations. Therefore, even if it is not possible to alleviate the degeneracy of the solutions, it is at least possible to notice and to quantify them. But the computation of the probability $P(\xi^P|\xi^I)$ is practical only if the space of the solutions is limited. We therefore restrict the possible solutions to simple forms described by a small number a parameters: Dirac delta function, top-hat, and Gaussian. We thus do not to propose a generic inversion algorithm, but using this approach, we were able to completely characterize the behavior of the inversion in well-controlled experiments.

All the results presented in the present paper concern multithermal plasmas. In Section 2, we analyze the properties of the isothermal solutions in order to determine to what extent it is possible to discriminate between isothermal and multithermal plasmas. Section 3 is then dedicated to the general case of multithermal inversions. The results are summarized and discussed in Section 4.

2. ISOTHERMAL SOLUTIONS

As already mentioned, a recurring question is that of the isothermality of solar plasmas. The EM loci technique (e.g., Del Zanna et al. 2002; Del Zanna & Mason 2003, and references therein) was originally proposed as an isothermality test. The EM loci curves are formed by the set of (EM, T_e) pairs for which the isothermal theoretical intensities exactly match the observations in a given band or spectral line. The isothermal hypothesis can then in principle be ruled out if there is no single crossing point of the loci curves. But a fundamental ambiguity arises from the inevitable presence of measurement errors.

Under the hypothesis of ideal measurements, the observations and the theoretical intensities are both reduced to I_b^0. Hence, the isothermal solution for a perfectly isothermal plasma leads to a residual χ^2 exactly equal to 0, and the EM loci curves all intersect at a common point. But, in reality, the presence of errors leads to over- or underestimations of the theoretical and observed intensities, which translates to a non-zero χ^2. In this case, even though the plasma is isothermal, the EM loci curves do not intersect at a single point, each one being randomly shifted from its original position. But even with perfect measurements, the isothermal hypothesis would also yield a residual greater than zero if the observed plasma is multithermal, because in this case the I_b^0 and $I_b^{\rm th}$ are intrinsically different. Therefore, measurement errors can be incorrectly interpreted as deviations from isothermality and vice versa; a variety of multithermal plasmas can be statistically consistent with the isothermal hypothesis. The question is then whether or not a perfectly isothermal plasma can be distinguished from a multithermal one and if so, under what conditions.

We thus investigate in this section the isothermal solutions $\xi_{\rm iso}^I$ obtained from simulated observations $I_b^{\rm obs}$ of plasmas of different degrees of multithermality. The adopted statistical approach allows us to quantify to what extent the robustness of the inversion is affected as a function of the degree of multithermality of the plasma. The plasma is assumed to have a

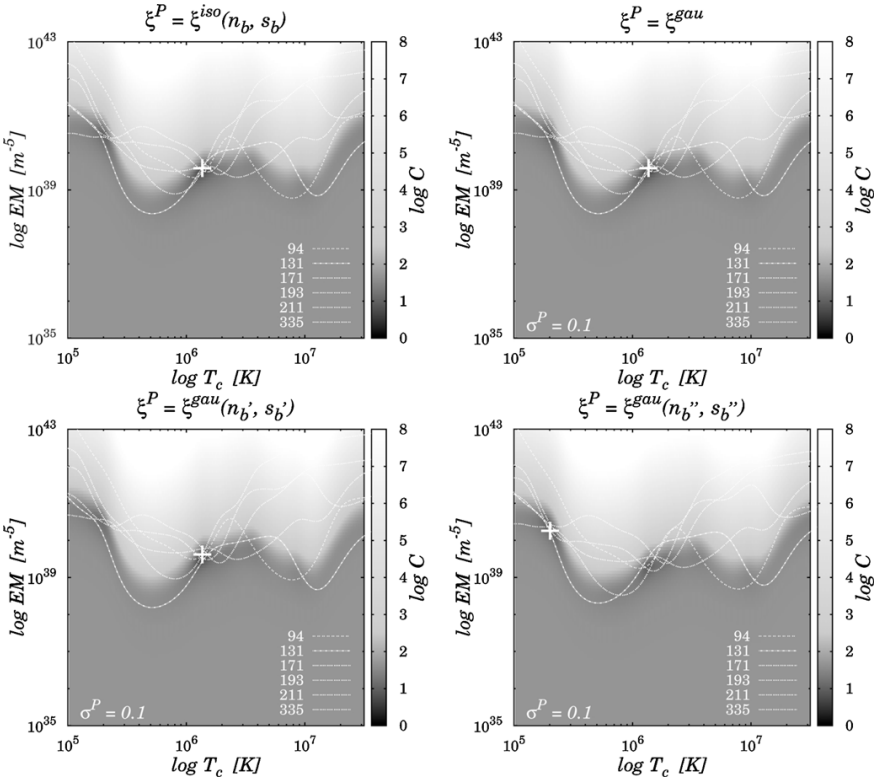

Figure 2. Equivalence between uncertainties and multithermality. The criterion $C(\mathrm{EM}, T_c)$ given by Equation (3), represented in gray scale, and its absolute minimum, marked by a white plus sign. The EM loci curves for each of the six AIA coronal bands are also represented (white lines), superimposed on the criterion. The location of the absolute minimum provides the isothermal solution ξ^I for a plasma having DEMs ξ^P centered on $T_c^P = 1.5$ MK, and a total emission measure of 2×10^{29} cm^{-5}. Top left: isothermal plasma having a DEM $\xi^P = \xi^{\mathrm{iso}}$ in the presence of random and systematic errors. Top right: multithermal plasma having a Gaussian DEM $\xi^P = \xi^{\mathrm{gauss}}$ with a width $\sigma^P = 0.1$ log T_e, without uncertainties. Uncertainties and multithermality both produce comparable deviations of the EM loci curves. Bottom: same as top right, but for two different realizations of the random and systematic errors n_b and s_b.

Gaussian DEM defined in log T_e as

$$\xi^P_{\mathrm{gau}}(\mathrm{EM}, T_c, \sigma) = \mathrm{EM}\mathcal{N}(\log T_e - \log T_c),$$
$$\text{with } \mathcal{N}(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right), \qquad (4)$$

where EM is the total emission measure, T_c is the central temperature, and σ is the width of the DEM. It represents a plasma predominantly distributed around a central temperature T_c and can represent both isothermal and very multithermal plasmas.

The theoretical intensities I_b^{th} are limited to the case of isothermal solutions, corresponding to a DEM

$$\xi_{\mathrm{iso}}(\mathrm{EM}, T_c) = \mathrm{EM}\,\delta(T_e - T_c), \qquad (5)$$

where δ is Dirac's delta function and EM is the total emission measure. The solution ξ^I of the inversion process then provides the pair (T_c^I, EM^I) that best explains the observations. The reference intensities I_b^0 (see the previous section), used to compute both I_b^{obs} and I_b^{th} have been tabulated once and for all for 500 central temperatures from log T_c(K) = 5 to 7.5, 200 EMs from log EM(cm^{-5}) = 25 to 33, and for the Gaussian model 80 DEM widths from 0 to 0.8, expressed in units of log T_e (see Section 2.3.2 of Paper I).

2.1. Ambiguity between Uncertainties and Multithermality

In Figure 2, the criterion $C(\mathrm{EM}, T_c)$ (Equation (3)) is plotted for different plasma configurations. It is represented in gray scale[4] and its absolute minimum, corresponding to the solution ξ^I, is marked by a white plus sign. The criterion is a function of the two parameters EM and T_c defining the isothermal solutions (Equation (5)). The white curves are the EM loci curves, corresponding to the minimum of the contribution of each band to the total criterion. In all panels, the simulated plasmas have DEMs centered on the typical coronal temperature $T_c^P = 1.5 \times 10^6$ K, and a total emission measure $\mathrm{EM}^P = 2 \times 10^{29}$ cm^{-5}, an active region value guaranteeing signal in all six bands (see Section 3 and Figure 3 in Paper I). The top left panel corresponds to an isothermal plasma ($\sigma = 0$, which corresponds to the case presented in Section 3.2 of Paper I). Because of systematics, s_b, and instrumental noises, n_b, and thus the over- or underestimation of the observed and theoretical intensities I_b^{obs} and I_b^{th}, the EM loci curves are shifted up and down along the EM axis, with respect to the zero-uncertainty case (i.e., n_b and $s_b = 0$). Therefore, the curves never intersect all six at a single position, thus giving $\chi^2 > 0$. However, multithermality has the same effect: the criterion presented in the top right corresponds to a slightly multithermal plasma having

[4] All the criteria presented in this paper are available in color online at ftp.ias.u-psud.fr/cguennou/DEM_AIA_inversion/.

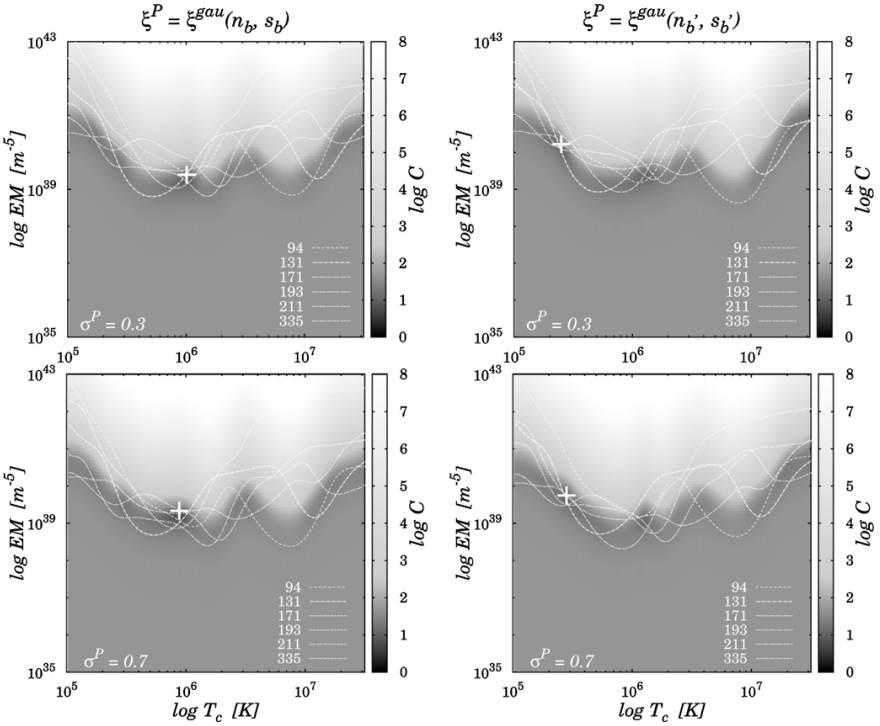

Figure 3. Isothermal solutions for different thermal widths. Same as Figure 2 for larger DEMs plasma widths. In the top row the plasma has a Gaussian DEM $\sigma^P = 0.3$ log T_e, and $\sigma^P = 0.7$ log T_e in the bottom row. For each thermal width, two different realizations of the random and systematic errors are presented, showing that the location of the absolute minimum can greatly vary.

a Gaussian DEM width of $\sigma^P = 0.1$ log T_e. Even though in this case uncertainties have not been added, the loci curves and the absolute minimum, corresponding to the location where the curves are the closest together, are also shifted relative to each other along the EM axis and there is no single crossing point. Thus, errors and multithermality can both produce comparable deviations of the observations from the ideal isothermal case, hence the fundamental ambiguity between the two. The two criteria of the bottom panels have been obtained with the same plasma Gaussian DEM distribution, but now in the presence of random perturbations. These two independent realizations of the uncertainties illustrate an example of the resulting dispersion of the solutions.

In Figure 3, we increased the DEM width to $\sigma^P = 0.3$ log T_e (top row) and $\sigma^P = 0.7$ log T_e (bottom row) while keeping the same EM and central temperature. For each width, the left and right panels show two realizations of the uncertainties. The corresponding configuration of the loci curves and thus the value and position of the absolute minimum can greatly vary, even though the plasma is identical in both cases. It also appears that privileged temperature intervals exist where the solutions tend to concentrate. This phenomenon is intrinsically due to the shape of the EM loci curves. In the next subsection, we characterize the respective probabilities of occurrence of the various solutions for a wide range of plasma conditions. From the examples presented in Figure 3, we also note that the vertical spread of the loci curves tends to be larger for wider DEMs, which corresponds to larger χ^2 residuals. In Section 2.3, we will determine up to what DEM width the observations can be considered to be consistent with the isothermal hypothesis.

2.2. Probability Maps

We consider Gaussian DEM plasmas and scan all possible combinations of central temperatures and widths used to precompute the reference theoretical intensities. The total EM is kept constant at $EM^P = 2 \times 10^{29}$ cm^{-5}. For each combination of plasma parameters, 5000 Monte Carlo realizations of the random perturbations n_b and systematics s_b are obtained, leading to 5000 estimates of the observed intensities $I_b^{obs}(\xi^P)$ in each band b. The isothermal least-square inversion of these 5000 sets of AIA simulated observations provides as many solutions ξ^I, allowing an estimation of $P(\xi^I|\xi^P)$.

Figures 4–6 show the resulting temperature probability maps for $\sigma^P = 0.1$, 0.3, and 0.7 log T_e, respectively.[5] The isothermal plasma case ($\sigma^P = 0$) is shown in Figure 6 of Paper I. In all figures, the probability $P(T_c^I|T_c^P)$ is obtained by vertically reading panels (a), given the probability of finding a solution T_c^I knowing the plasma central temperature T_c^P. The probability profiles for two specific plasma temperatures, 1.5×10^6 and 7×10^6 K, are shown in panels (b) and (c). Using Baye's theorem, the probability maps $P(T_c^P|T_c^I)$ of panels (e) are obtained by normalizing $P(T_c^I|T_c^P)$ to $P(T_c^I)$, the probability of obtaining T_c^I whatever T_c^P (panels (d)). In the bottom right panels (f) and (g), we show two example horizontal profiles giving the probability that the plasma has a central temperature T_c^P knowing the inverted temperature T_c^I.

In panels (a) and (e) of Figure 4, the most probable solutions are located around the diagonal. However, compared to the

[5] The probability maps for 80 widths from 0 to 0.8 log T_e are available in color online at ftp.ias.u-psud.fr/cguennou/DEM_AIA_inversion/.

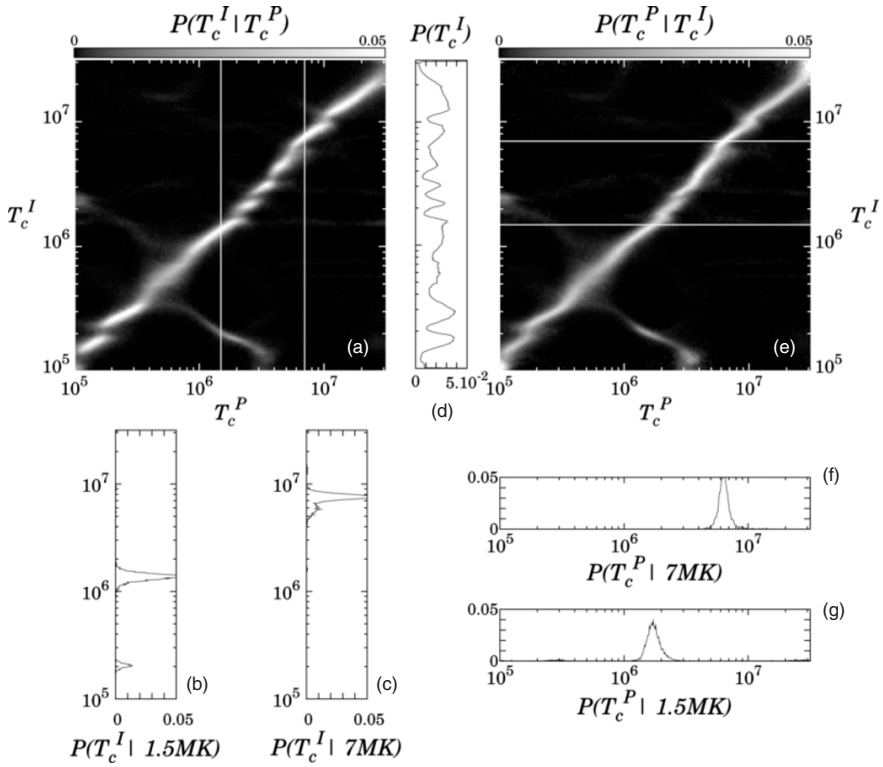

Figure 4. Maps of probabilities considering a Gaussian DEM plasma $\xi^P = \xi^{\rm gau}$ having a narrow thermal distribution of $\sigma^P = 0.1 \log T_e$, obtained by 5000 Monte Carlo realizations of the random and systematics errors n_b and s_b, and investigating the isothermal solutions. (a) Probability map $P(T_c^I|T_c^P)$, vertically reading. The central temperature T_c^I resulting from the inversion is presented whatever the total emission measure EM^I. ((b) and (c)) Probability profiles of T_c^I for plasma central temperatures $T_c^P = 1.5 \times 10^6$ and 7×10^6 K (vertical lines in panel(a)). (d) Total probability of obtaining T_c^I whatever T_c^P (see Section 1 and Section 2.1 of Paper I). (e) Vice versa, probability map $P(T_c^P|T_c^I)$, horizontally reading, inferred by means of Bayes' theorem using $P(T_c^I|T_c^P)$ and $P(T_c^I)$. ((f) and (g)) Probability profiles of T_c^P knowing that the inversion result is, from top to bottom, 7×10^6 and 1.5×10^6 K.

case of an isothermal plasma (see Figure 6 of Paper I), the distribution is wider, irregular, and deviations from the diagonal greater than its local width are present. As shown by panel (d) and the nodosities in the map (a), the unconditional probability of obtaining a result T_c^I is nonuniform, meaning that some inverted temperatures are privileged whereas others are unlikely. Compared with Figure 6 of Paper I, profile (b) shows that the probability of secondary solutions at $T_c^P = 1.5 \times 10^6$ K is increased with respect to the isothermal case. The apparition of these two solutions is illustrated in the bottom row of Figure 2. The bottom right panel corresponds to a realization of the errors yielding a solution close to the diagonal, while the bottom left panel of the same figure illustrates a case where the absolute minimum of the criterion is located at low temperature. Using the map of $P(T_c^P|T_c^I)$, it is, however, possible to correctly interpret the low-temperature solutions as also compatible with 1.5×10^6 K plasma (profile (g)).

In Figure 5, the plasma DEM width is increased to $\sigma^P = 0.3 \log T_e$. As a result, the above-described perturbations with respect to the isothermal plasma case are amplified. The diagonal structure has almost disappeared, with discontinuities and reinforced and more diffuse nodosities. Multiple solutions of comparable probabilities are present over large ranges of plasma temperatures and consequently, the estimated T_c^I can be very different from the input T_c^P. For example, panel (c) shows that for a 7×10^6 K plasma, the most probable T_c^I is either 1.6×10^5 or 3×10^5 K. The unconditional probability $P(T_c^I)$ of panel (d) is very nonuniform, some ranges of estimated temperatures being totally unlikely (e.g., $T_c^I = [1.5 \times 10^6, 4 \times 10^6]$ K) while others are probable for large intervals of T_c^P (e.g., $T_c^I = 3 \times 10^5$ K or 10^6 K). However, despite the jaggedness of $P(T_c^I|T_c^P)$, the map of $P(T_c^P|T_c^I)$ can once again help to properly interpret the result of the inversion. For example, profile (g) shows that for $T_c^I = 1.5 \times 10^6$ K, the distribution of T_c^P is distributed around $T_c^P = 10^7$ K, which is exactly the plasma temperature that can yield an inversion at $T_c^I = 1.5 \times 10^6$ K (see panel (a)). Panel (f), providing the probability distribution T_c^P knowing that the inversion result is $T_c^I = 7 \times 10^6$ K, exhibits a broad probability distribution around $T_c^P = 1.5 \times 10^7$, showing that the plasma temperature thus deduced is very uncertain. This is to be compared to the $0.05 \log T_c^P$ temperature resolution of the isothermal case (see Section 3.2 of Paper I).

As the DEM becomes even larger, the impact on the robustness of the inversion becomes greater. At $\sigma^P = 0.7 \log T_e$, the probability map $P(T_c^I|T_c^P)$ of Figure 6(a) and the corresponding probability $P(T_c^I)$ clearly show two privileged solutions: $T_c^I = 10^6$ and 3×10^5 K. The estimated isothermal temperatures are always the same for any T_c^P, as illustrated by

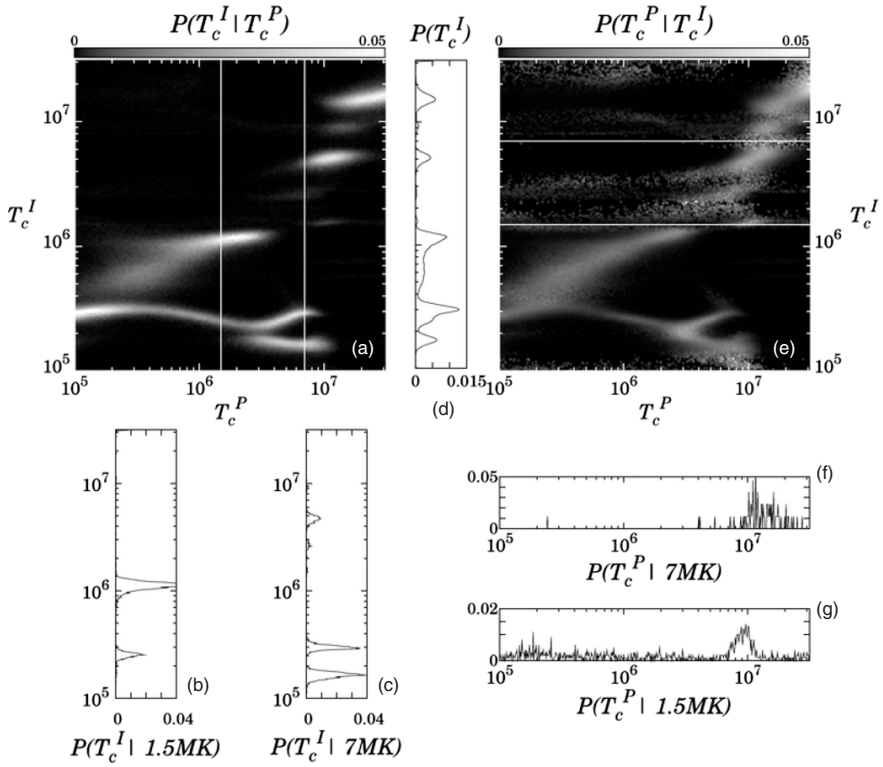

Figure 5. Same as Figure 4, but with a plasma DEM width increased to $\sigma^P = 0.3$ log T_e. Many perturbations, already visible in Figure 4, are amplified: the distribution is wider, irregular, and the diagonal structure disappeared (see panel (a)). The presence of multiple solutions of comparable probabilities is increased for a large range of plasma temperatures T_c^P, leading to very different estimated T_c^I from the input T_c^P. The probability map $P(T_c^I|T_c^P)$ can help us to properly interpret the inversion result, taking into account the secondary solutions and providing their respective probability.

panels (b) and (c). Therefore, the inversion results T_c^I contain no information on the plasma central temperature T_c^P. This is illustrated by the lack of structure in the probability map $P(T_c^P|T_c^I)$ of panel (e). Profile (g) shows that for $T_c^I = 1.5 \times 10^6$ K, the distribution of T_c^P extends over entire the temperature range.

2.3. Interpretation

We have shown that as the width of the plasma DEM increases, multiple solutions to the isothermal inversion appear. This phenomenon has been already mentioned by Patsourakos & Klimchuk (2007), using triple-filter *TRACE* data. After a proper treatment of the uncertainties, the authors found that their observations of coronal loops were consistent with both a high ($\approx$1.5 $\times$ 10^6 K) and a low ($\approx$5 $\times$ 10^5 K) isothermal plasma temperature. They correctly concluded that without a priori knowledge of the physical conditions in these loops, they could not rule out the cool plasma solutions. Even though we used six bands, multiple solutions appear anyway with increasing plasma width. In addition, as we have seen in Paper I, multiple solutions can exist even with an isothermal plasma if only a limited number of bands is available. This is another illustration of the similar effects of errors and multithermality.

The isothermal temperature solutions become progressively decorrelated from the plasma central temperature as the width of the DEM increases. For very large DEMs (Figure 6), the inversion process yields exclusively either 3 $\times$ 10^5 K or 10^6 K whatever the plasma T_c^P. These two temperatures correspond to the preferential locations of the minima shown in the criteria of Figure 3. This is a generalization of the phenomenon analyzed by Weber et al. (2005) in the simpler case of the *TRACE* 19.5 over 17.3 nm filter ratio. The authors showed that in the limit of an infinitely broad DEM, the band ratio tends to a unique value equal to the ratio of the integrals of the temperature response functions. Furthermore, they showed that as the width of the DEM increases, the temperature obtained from the band ratio becomes decorrelated from the DEM central temperature. We have found a similar behavior in the more complex situation of six bands. This is not, however, an intrinsic limitation of AIA. We can predict that the same phenomenon will occur with any number of bands or spectral lines. Indeed, for an infinitely broad DEM, since the observed intensities are equal to the product of the total EM by the integral of the response functions (Equation (2)), they are independent from the plasma temperature. Therefore, the inversion will yield identical results for any plasma temperature T_c^P, whatever the number of bands or spectral lines.

2.3.1. Defining Isothermality

As already noted in Section 2.1 and in Figure 2, larger DEM widths correspond to larger squared residuals. From Paper I, the distribution of residuals to be expected for an isothermal plasma is known. Examining, then, the residuals for the solutions given in the probability maps of Section 2.2, the solutions may not all be statistically consistent with the isothermal hypothesis. We will thus analyze the distribution of residuals to define rigorously

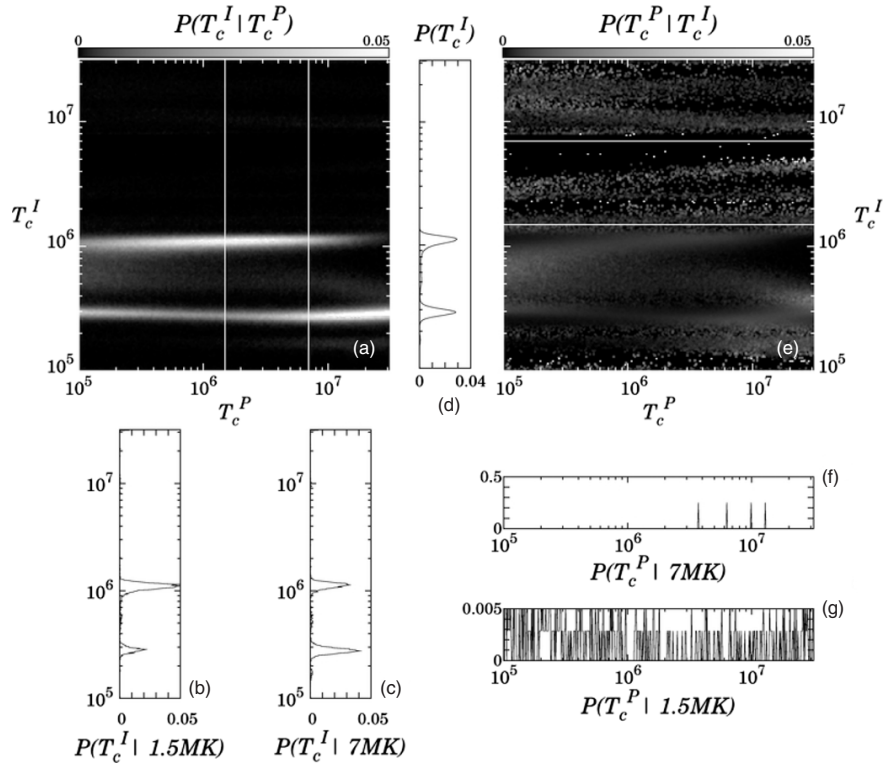

Figure 6. Same as Figure 4, but in the case of the plasma DEM width being increased to $\sigma^P = 0.7$ log T_e. The impact on the robustness of the inversion is clearly increased in this case, showing two privileged isothermal solutions T_c^I, totally decorrelated from the input T_c^P. As a result, no information regarding the central temperature of the DEM can be extracted from the inversion.

a test of the adequacy of the isothermal model used to interpret the data.

Because both the random and systematic errors n_b and s_b have been modeled by a Gaussian random variable, if the DEM model used to interpret the data can represent the plasma DEM, the residuals are equal to the sum of the square of six normal random variables (see Equation (3)). Since we adjust the two parameters EM and T_c, the residuals should thus behave as a four-degree χ^2 distribution.

Figure 7 shows the distribution of the squared residuals for all of the 80 DEM widths considered in the simulations. The shades of gray in the top panel correspond to the probability of obtaining a given χ^2 value (abscissa) as a function of the width of the plasma DEM (ordinate). In the bottom panel, four profiles give the distribution of squared residuals obtained for an isothermal plasma (thin dotted line) and for the three DEM widths discussed in Section 2.2: $\sigma^P = 0.1$ (thick dotted line), 0.3 (thick dashed curve), and 0.7 log T_e (thick dash-dotted curve), corresponding to the white horizontal lines on the top panel. The theoretical χ^2 distributions of three (thin solid curve) and four degrees (dashed curve) are also plotted.

If the plasma is isothermal, the distribution of the residuals is slightly shifted toward a three-degree χ^2 instead of the expected four-degree one. In Paper I, we interpreted this as a correlation between the six AIA coronal bands. The distributions of residuals progressively depart from the isothermal case as the DEM width of the simulated plasma increases. The distributions become broader and their peaks are shifted toward higher values, forming the diagonal structure in the top panel of Figure 7. This behavior stops around $\sigma^P = 0.4$ log T_e. Above, the peaks of the distributions are shifted back toward smaller values and remain constant. As the DEM becomes wider, the simulated observations become independent from the plasma parameters, and all inversions tend to give the same solution and the same residuals.

These distributions of residuals provide a reference against which to test the pertinence of the isothermal model. The isothermal hypothesis can, for example, be invalidated for the solutions biased toward $T_c^I \approx 1$ MK and corresponding to very multithermal plasmas (e.g., $\sigma^P = 0.7$; see Section 2.2 and Figure 6). Indeed, for a given inversion and its corresponding residual, the top panel of Figure 7 gives the most probable width of the plasma, assuming it has a Gaussian DEM. Let us assume that an isothermal inversion returns a residual equal to 5. Analyzing the histogram corresponding to the bottom row of the top panel of Figure 7 ($\sigma^P = 0$), we can show that an isothermal plasma has a 68.2% chance of yielding $\chi^2 \leqslant 5$. This residual can therefore be considered consistent with an isothermal plasma. But reading the plot vertically, we see that the probability $P(\chi^2 = 5)$ is greater for multithermal plasmas and peaks around $\sigma^P = 0.12$, which is thus in this case the most probable Gaussian width. For larger residuals, the situation is more complex because several plasma widths can have equally high probabilities. Past $\chi^2 = 3.5$ the plasma has a higher probability to be Gaussian than isothermal and a Gaussian inversion is required to properly determine its most probable width and central temperature.

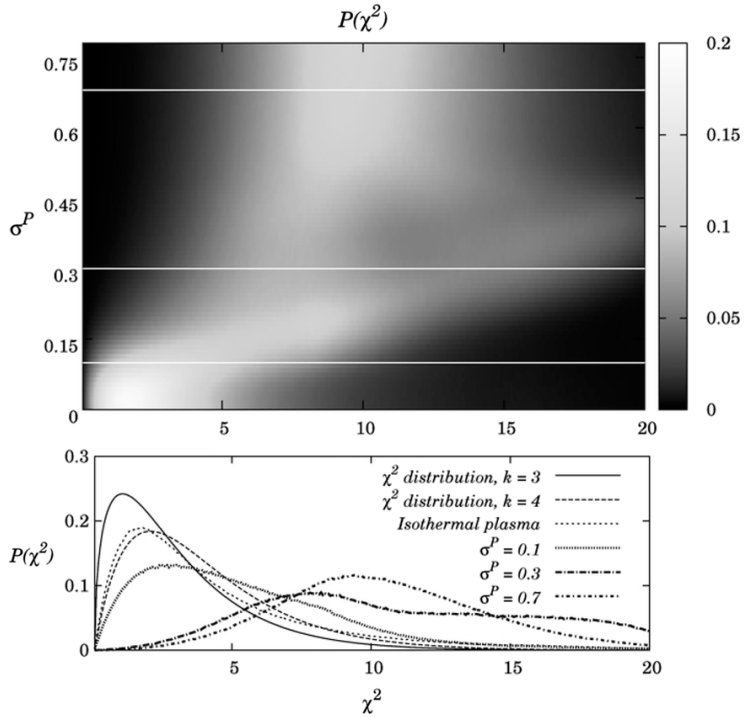

Figure 7. In the top panel, the distributions of the sum of the squared residuals corresponding to isothermal inversions of Gaussian DEM plasmas, as a function of the DEM width σ^P. Higher probabilities correspond to lighter shades of gray. The bottom panel shows cuts at $\sigma^P = 0$ (isothermal), 0.1, 0.3, and 0.7 $\log T_e$ along with theoretical χ^2 distributions of three and four degrees.

Figure 7 is a generalization of the results obtained by Landi & Klimchuk (2010). It is equivalent to their Figure 2, identifying our χ^2 with their criterion $F_{\min}$ and their solid line to the maximum of our χ^2 distribution as a function of σ^P. Their dashed lines are equivalent to our values of the half-peak, as a function of σ^P, given by the resolution of $\chi^2(\sigma^P) = \chi^2_{\max}(\sigma^P)/2$. Their Figure 2 was computed using 13 individual spectral lines for a 1 MK plasma and extends only up to $\sigma^P \approx 0.2$, while our Figure 7 was computed for the six AIA bands over a wide range of central temperatures and for widths up to $\sigma^P = 0.8$. Despite these differences, the two figures exhibit the same global behavior. Indeed, for any number of spectral lines or bands, the residuals of the isothermal inversion tend to increase as the width of the plasma DEM increases.

3. MULTITHERMAL SOLUTIONS

We now focus on multithermal solutions. The ability of AIA to reconstruct the DEM given the uncertainties is evaluated, and the probability maps associated to all parameters are computed, allowing us to take into account all the Gaussian DEMs consistent with the simulated observations. Both cases of consistent and inconsistent DEMs models between the simulations and the inversion assumptions are examined. After the previous section on isothermal solutions, this generalizes the study of the impact of a wrong assumption on the DEM shape.

As in the previous section, the simulated observations remain Gaussian, but we now consider Gaussian solutions, i.e., theoretical intensities $I_b^{\rm th}$ tabulated for the Gaussian DEM model. The model can thus in principle perfectly represent the plasma conditions.

3.1. Three-dimensional Criterion

Investigating multithermal Gaussian solutions now, the least-square criterion given by Equation (3) thus has three dimensions $C(\xi^{\rm gau}) = C(\mathrm{EM}, T_c, \sigma)$. This three-dimensional parameter space is systematically scanned to locate the theoretical intensities best describing the simulated observations. Figure 8 shows this criterion for three cases illustrating different degrees of multithermality. In each row, from top to bottom, the simulated plasma has a DEM width σ^P of 0.1, 0.3, and 0.7 $\log T_e$, respectively, centered on the temperature $T_c = 1.5 \times 10^6$ K. On the left panels, the background image represents $C(\mathrm{EM}, T_c, \sigma^I)$, the cut across the criterion in the plane perpendicular to the DEM width axis at the width σ^I corresponding to the absolute minimum (white plus sign). The curves are the equivalent of the loci EM curves in a multithermal regime: for each band b and for a given DEM width σ^P, they represent the loci of the pairs (EM, T_c) for which the theoretical intensities $I_b^{\rm th}$ are equal to the observations $I_b^{\rm obs}$. As σ varies, they thus describe a loci *surface* in the three-dimensional criterion. The difference with the isothermal loci curves is that the theoretical intensities $I_b^{\rm th}$ have been computed for the multithermal case (i.e., considering a Gaussian DEM), and thus the parameter σ must be now considered. The right panels of Figure 8 display $C(\mathrm{EM}^I, T_c, \sigma)$, the cuts across the criterion in the plane perpendicular to the EM axis at the EM^I corresponding to the absolute minimum of the criterion (also represented by a white plus sign).

The impact of multithermality on the criterion topology is clearly visible in the loci curves, inducing a smoothing of the curves as the multithermality degree increases. Indeed, the intensities I_b^0 as a function of the central temperature

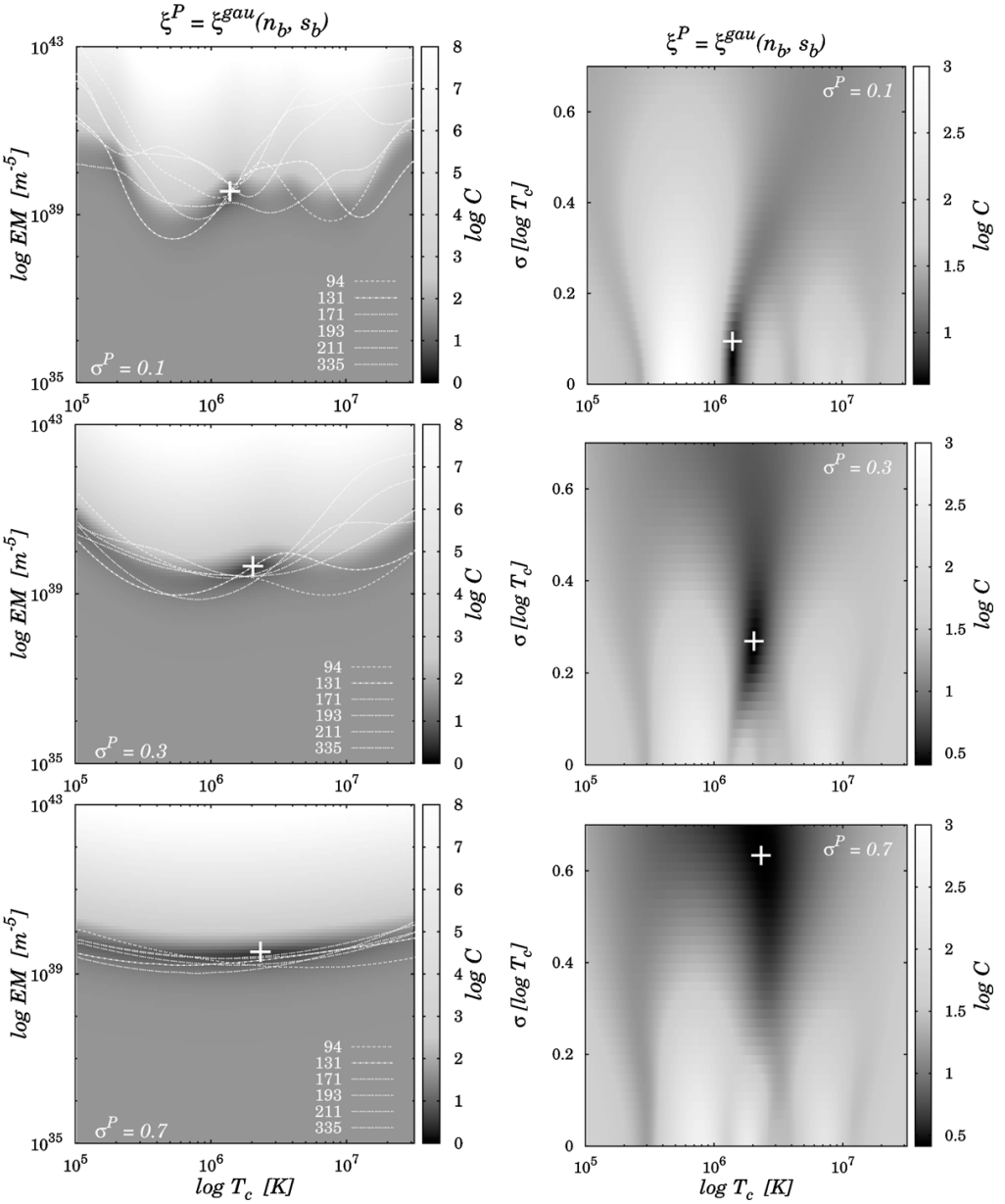

Figure 8. Criterion in case of Gaussian multithermal DEM inversions. The three-dimensional criterion is a function of EM^P, T_c^P, and σ^P. The simulated plasma has a Gaussian DEM centered on 1.5 MK and a different width for each row. From top to bottom: $\sigma^P = 0.1$, 0.3, and 0.7 $\log T_e$. The superimposed curves on the left panels represent the equivalent of the EM loci emission measure curves in a multithermal regime (see the detailed description in Section 3.1).

can be expressed as the convolution product between the instrument response functions and the DEM (see Section 2.3.2 of Paper I). Therefore, the reference intensities $I_b^0(\mathrm{EM}, T_c, \sigma)$ computed for multithermal plasmas are equal to the isothermal ones smoothed along the T_c axis. As a result, the criterion exhibits a smoother topology and the minimum areas become broader and smoother as the multithermality degree increases, introducing more indetermination in the location of the absolute minimum. For each row, the realization of the uncertainties n_b and s_b yields a solution that is close to the simulation input. The cuts are therefore made at similar locations in the criterion in order to best illustrate the modification of its topology. We will now analyze to what extent the distortion of the criterion affects the robustness of the inversion.

3.2. Probability Maps

In the case of DEM models defined by three parameters, and since the plasma EM^P is fixed, the probability matrices $P(\mathrm{EM}^I, T_c^I, \sigma^I | \mathrm{EM}^P, T_c^P, \sigma^P)$ resulting from the Monte Carlo simulations have five dimensions. In order to illustrate the main

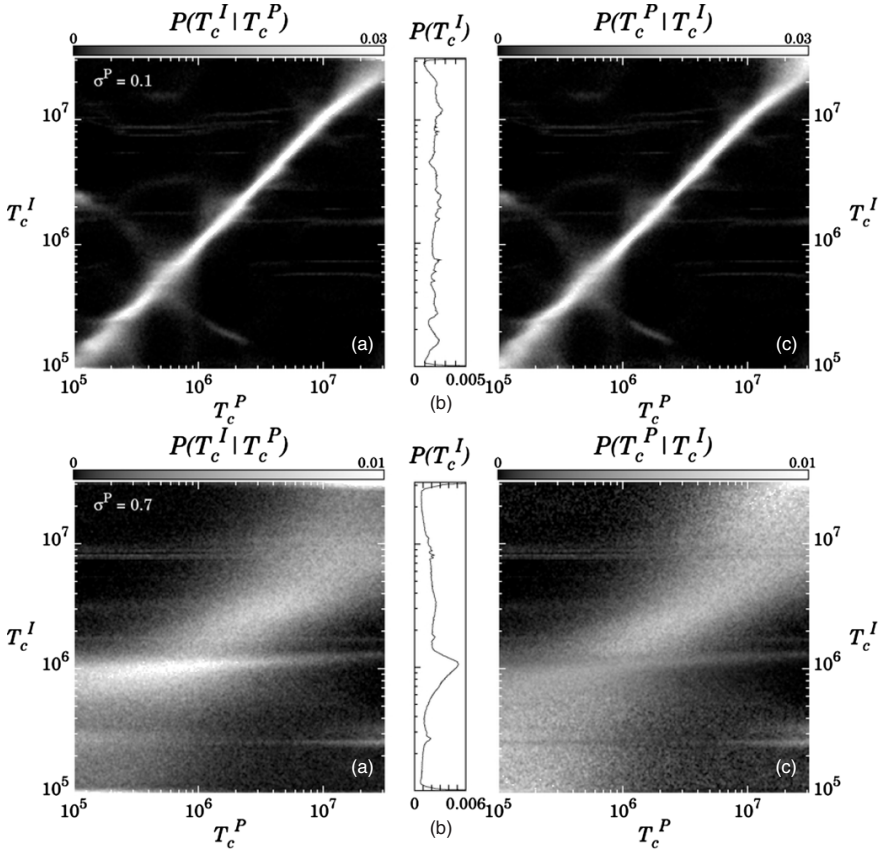

Figure 9. Same as Figure 4 but now investigating the multithermal solutions. The simulated observations are computed for DEM widths of $\sigma^P = 0.1$ (top row) and 0.7 $\log T_e$ (bottom row). The probabilities are represented here whatever the emission measure EM^I and the Gaussian width σ^I returned by the minimization scheme. In the case of a low degree of multithermality plasmas, the solutions remain distributed around the diagonal. However, for broad DEM distributions, the solutions appear to be biased toward ∼1 MK, especially for plasmas exhibiting central temperature lower than 2 MK.

properties of these large matrices, we rely on combinations of fixed parameter values and summation over axes.

The associated probability maps are displayed in Figure 9 for simulated plasmas characterized by $\sigma^P = 0.1$ (top panel) and $\sigma^P = 0.7$ $\log T_e$ (bottom panel).[6] The probability maps are represented whatever the EM and DEM width obtained by inversion, i.e., the probabilities $P(\mathrm{EM}^I, T_c^I, \sigma^I | \mathrm{EM}^P, T_c^P, \sigma^P)$ are integrated over EM^I and σ^I. In case of a narrow DEM distribution ($\sigma^P = 0.1$, top panels), the solutions are mainly distributed along the diagonal, with some secondary solutions at low probabilities. The accuracy of the determination of the central temperature T_c^P is improved compared to the isothermal inversion of the same plasma as shown in Figure 4: the diagonal is more regular and $P(T_c^I)$ is more uniform. However, increasing the width of the DEM of the simulated plasma reduces the robustness of the inversion process. In the bottom panels ($\sigma^P = 0.7$), we observe a distortion and an important spread of the diagonal. In particular, the horizontal structure in panel (a) and the consequent peak of $P(T_c^I)$ show that the estimated temperature is biased toward $T_c^I \sim 1$ MK, especially for plasma temperatures $T_c^P < 2$ MK. This is to be compared with the privileged isothermal solutions in Figure 6, and the same reasoning applies. For very broad DEMs, because of the smoothing of the $I_b^0(\mathrm{EM}, T_c, \sigma)$ along the T_c axis, the observed intensities are only weakly dependent on the central temperature, and thus all inversions tend to yield identical results. As a consequence, the probability map $P(T_c^P | T_c^I)$ shows that over the whole temperature range considered there is a large uncertainty in the determination of T_c^P. The smoothing of the $I_b^0(\mathrm{EM}, T_c, \sigma)$ is due to the width of the plasma DEM and not to the properties of the response functions. It is therefore to be expected that the uncertainty in the determination of T_c^P persists even if using individual spectral lines.

In the same way, the conditional probabilities $P(\sigma^I | \sigma^P)$ and $P(\sigma^P | \sigma^I)$ of the DEM width are displayed on Figure 10. The probabilities are represented whatever the estimated temperature T_c^I and emission measure EM^I, for a simulated plasma having a DEM centered on $T_c^P = 1$ MK. The conditional probability $P(\sigma^I | \sigma^P)$ on panel (a) exhibits a diagonal that becomes very wide for large σ^P and from which another broad branch bifurcates at $\sigma^I = 0.15$ $\log T_e$. This branch is the analog of those observed on the temperature axis (top panels of Figure 9). For plasmas having a DEM width greater than $\sigma^P = 0.3$ $\log T_e$, the estimated width σ^I is decorrelated from the input σ^P. Profiles (b) and (c) provide the conditional probabilities of σ^I for plasma DEM widths $\sigma^P = 0.2$ and 0.6 $\log T_e$, respectively.

[6] The probability maps for 80 widths from 0 to 0.8 $\log T_e$ are available in color online at ftp.ias.u-psud.fr/cguennou/DEM_AIA_inversion/.

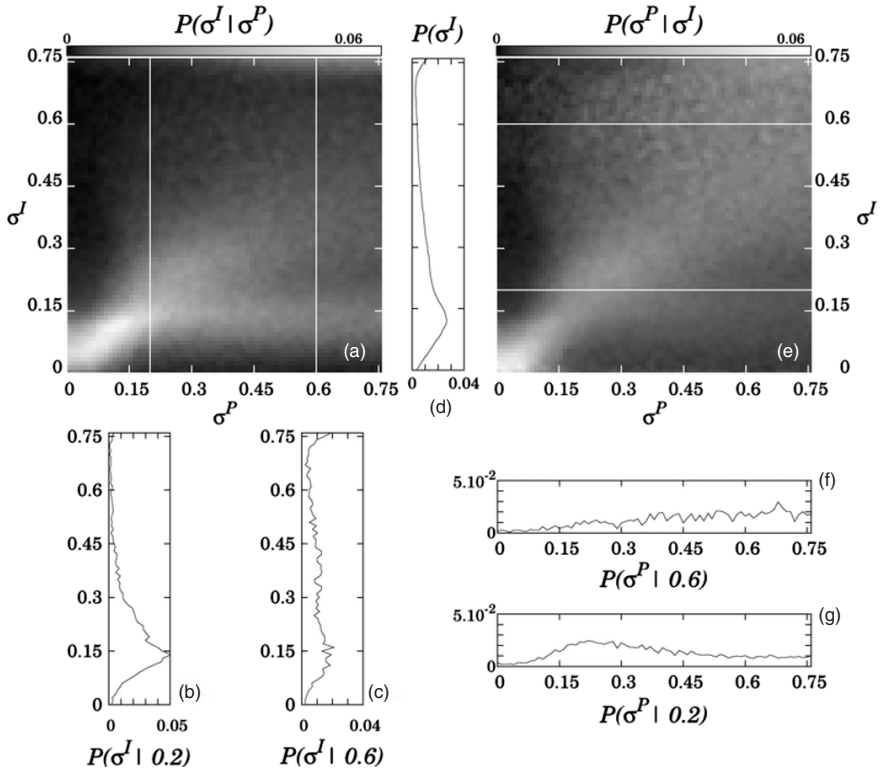

Figure 10. Maps of probabilities for the DEM width for a simulated plasma having a Gaussian DEM centered on $T_c^P = 1$ MK. Probabilities are represented whatever the emission measure EM^I and the central temperature T_c^I obtained. The solutions appear to be biased toward $\sigma^I \sim 0.12 \log T_e$ whatever the plasma widths, even if the situation improves for smaller widths.

As shown by panel (d), the unconditional probability $P(\sigma^I)$ of obtaining σ^I whatever T_c^I for this 10^6 K plasma is biased toward $\sigma^I = 0.12 \log T_e$. Exploring the full probability matrix $P(\mathrm{EM}^I, T_c^I, \sigma^I | \mathrm{EM}^P, T_c^P, \sigma^P)$, we discovered that if the plasma DEM is broad, the small width solutions ($\approx$0.12 $\log T_e$) are the ones that were also biased toward a central temperature of 10^6 K in Figure 6. This is caused by the shape of the temperature response functions $R_b(T_e)$. A minimum is formed in the criterion $C(T_c, \sigma)$ around ($T_c = 1$ MK, $\sigma = 0.12 \log T_e$) that tends to be deeper than the other local minima. Since for a very broad DEM plasma the simulated observed intensities I_b^{obs} are almost always similar, most of the random realizations of the perturbation s_b and n_b lead to an absolute minimum located in this deeper area of the criterion and thus, to the formation of the narrow solutions branch in $P(\sigma^I|\sigma^P)$ panel (a). Therefore, very multithermal plasmas tend to be systematically measured as near isothermal and centered on 10^6 K.

Reading horizontally in panel (e) the inverse conditional probability $P(\sigma^P|\sigma^I)$, a large range of DEM widths σ^P is consistent with the estimation σ^I. Both plots (f) and (g), representing two cuts at $\sigma^I = 0.2$ and 0.6 $\log T_e$, can be used to deduce the most probable plasma DEM with σ^P. However, at $\sigma^I = 0.6 \log T_e$, almost all plasma widths have significant probabilities, considerably restricting the possibility of inferring relevant DEM properties. The situation improves for smaller widths, as shown in panel (g), even though the probability distribution is still broad. For narrow DEM distributions ($\sigma^P <$ 0.2), the width of the distribution decreases to about 0.15 $\log T_e$, which thus represents the width resolution limit.

The analysis of the probability maps demonstrates that the robustness of the inversion is substantially affected by the degree of multithermality of the observed plasma. Furthermore, as we already noted, the simulations presented have been made in a favorable configuration where a significant signal is present in all six bands. For narrow plasma DEMs ($\sigma^P < 0.15 \log T_e$), the six AIA coronal bands enable an unambiguous reconstruction of the DEM parameters within the uncertainties. The precision of the temperature and DEM width reconstruction is then given by the widths of the diagonals in Figures 9 and 10. For the temperature, that width is consistent with the resolution of [0.1, 0.2] $\log T_e$ given by Judge (2010). However, both the accuracy and the precision of the inversion decrease as the multithermality degree of the simulated plasma increases, a wider range of solutions becoming consistent with the observations. In the case of a very a large DEM plasma, the solutions are skewed toward narrow 1 MK Gaussians. The isothermal solutions biased toward 1 MK (Section 2.3) could be invalidated on the basis of their correspondingly high residuals (Section 2.3.1). But the biased Gaussian solutions are by definition fully consistent with a Gaussian plasma. This result generalizes that of Weber et al. (2005), and since our method ensures that the absolute minimum of the criterion is found, it is a fundamental limitation and not an artifact of the minimization scheme. Instead of being evidence for underlying physical processes, the recurrence of common plasma properties derived from DEM analyses may be due to biases in the inversion processes. However, using the type of statistical analysis presented here, it is possible to identify theses biases and correct for them.

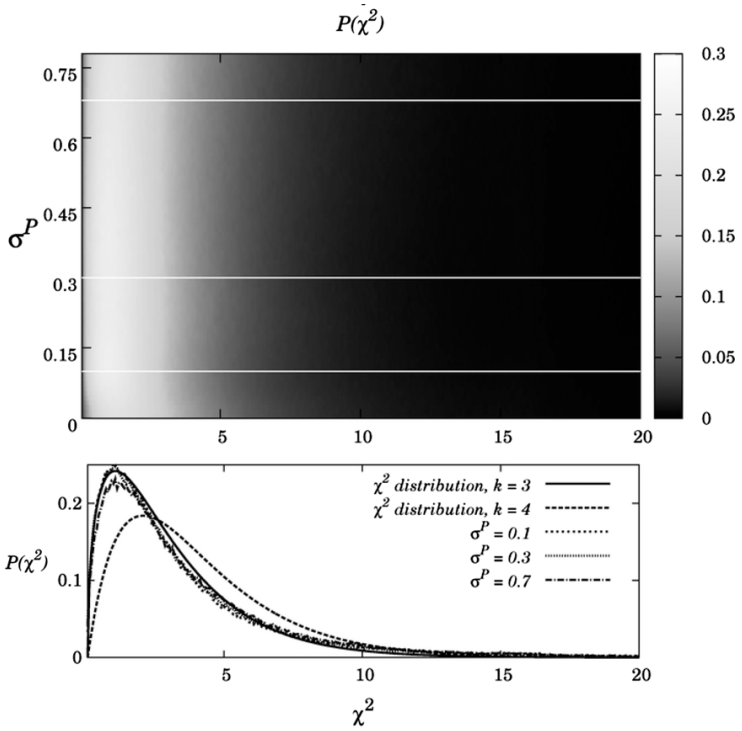

Figure 11. Same as Figure 7 for Gaussian solutions.

3.3. Residuals and Model Testing

The distribution of the sum of squared residuals is displayed in the top panel of Figure 11 as a function of the plasma DEM width, σ^P, of the simulated plasma. The three white horizontal lines represent the locations of the cuts at $\sigma^P = 0.1$ (dotted line), 0.3 (dashed line), and 0.7 $\log T_e$ (dotted dashed line) shown in the bottom panel. Unlike for the isothermal solutions (Figure 3), the distributions are similar for all plasma widths and resemble a three-degree χ^2 distribution (thin solid line). The most probable value is about 1 and 95% of the residuals are between 0 and 10. Any DEM inversion yielding a χ^2 smaller than 10 can thus be considered consistent with the working hypothesis of a Gaussian DEM plasma. It does not mean, however, that a Gaussian is the only possible model, but that it is a model consistent with the observations. Since we perform a least-square fit of the six values $I_b^{\rm obs} - I_b^{\rm th}$ by three parameters (EM, T_c, σ), this behavior is expected. The small correlation between the residuals observed in the isothermal case disappears with increasing DEM width. This can be explained by the smoothing of the criterion (see Figure 8) that reduces the directionality of its minima.

For model testing, a reduced chi-squared $\chi^2_{\rm red} = \chi^2/n$, where n is the number of degree of freedom, is sometimes preferred over a regular χ^2 test because it has the advantage of being normalized to the model complexity. Usually, n is the number of observations minus the number of fitted parameters. This assumes that the measurements are independent, which is what we wanted to test. In practice, a small correlation between the residuals is found in the isothermal case, but the effect is small and a reduced χ^2 can be used. It should be noted that the residuals have a nonnegligible probability to be greater than the peak of the corresponding χ^2 distribution. For plasmas having Gaussian DEMs, for example, the residuals have about a 43% chance of being greater than 3 (Figure 11). This implies that seemingly large residuals are not necessarily proof of the inadequacy of the chosen DEM model. The working hypothesis can only be invalidated if it can be shown that another model has a greater probability of explaining the obtained residuals. This was, for example, the case in Section 2.3.1 where we have shown that if an isothermal inversion gives a squared residual greater than 3, the plasma DEM is more probably Gaussian than isothermal. We now explore a similar situation for Gaussian inversions.

Indeed, in reality the DEM shape is not known and it is interesting to test if a Gaussian is a pertinent model or if AIA has the capability to discriminate between different models. For this purpose, still considering Gaussian DEM solutions, the simulations of the observations are now performed using a top-hat DEM distribution defined as

$$\xi_{\rm hat}(T_e) = {\rm EM}\,\Pi_{T_c,\sigma}(T_e),$$
$$\text{with } \Pi_{T_c,\sigma}(T_e) = \begin{cases} \frac{1}{\sigma} & \text{if } |\log(T_e) - \log(T_c)| < \frac{\sigma}{2} \\ 0 & \text{else} \end{cases}. \quad (6)$$

Like a Gaussian, this parameterization can represent narrow and wide thermal structures.

Figure 12 gives the associated temperature probability maps. The top panels correspond to simulated plasmas with a top-hat distribution of width $\sigma^P = 0.1$. Most of the solutions are concentrated around the diagonal, even though the robustness is somewhat affected for temperatures in the range $5 \times 10^5 < T_c^P < 10^6$ K, where low probability secondary solutions exist. These two plots are very similar to the top panels of Figure 9, which give the probability of the Gaussian solutions for a

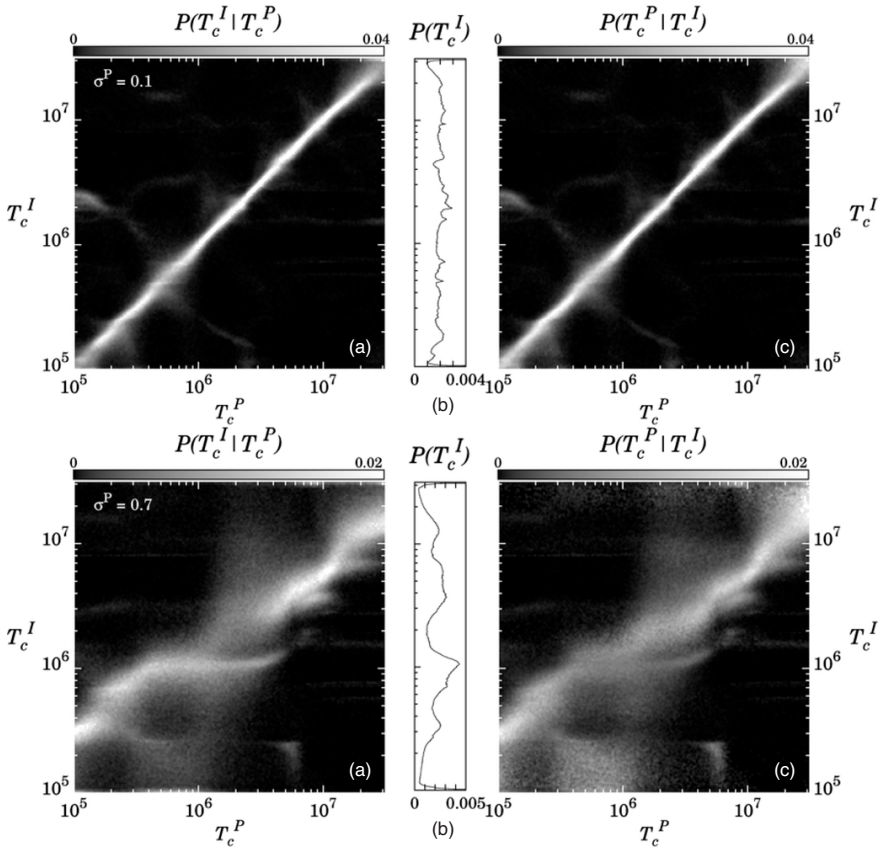

Figure 12. Same as Figure 9 but for a plasma having a top-hat DEM. The simulated observations are computed for DEM widths of $\sigma^P = 0.1$ (top row) and 0.7 $\log T_e$ (bottom row).

Gaussian plasma. Therefore, even though the DEM assumed for the inversion is different from that of the plasma, the central temperature of the top hat is determined unambiguously.

The picture is different for wide plasma DEM distributions. In the bottom panels of Figure 12, with $\sigma^P = 0.7$, the diagonal has become very wide, structured and does not cross the origin any more. Some plateaus appear, meaning that for some ranges of plasma temperature T_c^P, the temperature T_c^I provided by the Gaussian solutions will be invariably the same. For $5 \times 10^5 < T_c^P < 3 \times 10^6$ K, for example, a constant solution $T_c^I = 1$ MK appears, as shown also by $P(T_c^I)$ (bottom panel (b)). As a result, the inverse conditional probability map $P(T_c^P \mid T_c^I)$ (bottom panel (c)) indicates that for an inversion output of 1 MK there is a large indetermination on the central temperature. The behavior of the solutions is thus globally equivalent to that described in Section 3.2 for the inversion of Gaussian DEM plasmas.

The observed distribution of the sum of the squared residual is very similar to those obtained with consistent Gaussian DEM models and is close to a three-degree χ^2 (see Figure 8). If the working hypothesis were a top-hat DEM, thus consistent with the plasma, the residuals would also be close to a three-degree χ^2, as for any DEM model described by three parameters (see discussion above). The solar plasma has no reason to actually have a top-hat DEM. However, this numerical experiments shows that, using AIA data only and the χ^2 test, the discrimination between two very different multithermal DEMs is practically impossible.

4. SUMMARY AND DISCUSSION

In this work, we described a complete characterization of the statistical properties of the DEM inversion, rigorously treating both systematic and random errors. The developed methodology has been illustrated in the specific case of the AIA telescope, but the technique is generic and can be applied to any other instrument, spectrometers as well as imaging telescopes. By restricting ourselves to parametric DEMs, we could analyze in detail what occurs during the inversion process, and could therefore point out the fundamental difficulties involved in the DEM reconstruction. Even though only a few simple DEM distributions have been studied, important and generic conclusions regarding the robustness of the inversion problem have been reached. The method can be applied to other forms of DEMs as long as they can be defined by a small number of parameters.

Our technique provides new tools to facilitate the interpretation of the DEM inversion. By computing the $P(\xi^I|\xi^P)$ probability matrices the robustness can be evaluated, secondary solutions can be detected, and their probabilities can be quantified. Since we do not know whether the systematic errors are over- or underestimated, their randomization in the computation of the inverse conditional probability $P(\xi^P|\xi^I)$ ensures that all

D

Can the Differential Emission Measure constrain the timescale of the energy deposition in the solar corona ?

D.1

Résumé

Dans cet article, une analyse des capacités du spectromètre *Hinode*/EIS à détecter des signatures radiatives du chauffage coronal est proposée. Plusieurs récentes études observationnelle de régions actives suggèrent que les mécanismes de chauffage à haute et basse fréquences sont tous deux cohérents avec les observations. Discriminer entre ces deux possibilités est important pour pouvoir identifier le (les) mécanisme(s) physique(s) du chauffage. Le formalisme de la Mesure d'Émission Différentielle (DEM) est un diagnostic qui permet de faire cette distinction, à travers l'étude de la pente de la DEM dans la partie basse température. Il est donc crucial de comprendre les incertitudes associées à la mesure de cette pente. En utilisant des estimations rigoureuses des différentes sources d'incertitudes impliquées dans le problème d'inversion, on estime ainsi les intervalles de confiances sur les pentes observées. Nos résultats montrent que l'incertitude associée à la reconstruction de la pente dépend fortement du nombre de raies contraignant la pente. L'incertitude caractéristique est estimée autour de ± 1.0, dans les cas les plus favorables.

D.2

Article publié dans la revue *The Astrophysical Journal*

The Astrophysical Journal, 774:31 (13pp), 2013 September 1 doi:10.1088/0004-637X/774/1/31
© 2013. The American Astronomical Society. All rights reserved. Printed in the U.S.A.

CAN THE DIFFERENTIAL EMISSION MEASURE CONSTRAIN THE TIMESCALE OF ENERGY DEPOSITION IN THE CORONA?

C. Guennou[1], F. Auchère[1], J. A. Klimchuk[2], K. Bocchialini[1], and S. Parenti[3]
[1] Institut d'Astrophysique Spatiale, Bâtiment 121, CNRS/Université Paris-Sud, F-91405 Orsay, France; chloe.guennou@ias.u-psud.fr
[2] Solar Physics Laboratory, NASA Goddard Space Flight Center, Greenbelt, MD, USA
[3] Royal Observatory of Belgium, 3 Avenue Circulaire, B-1180 Bruxelles, Belgium
Received 2013 May 21; accepted 2013 June 28; published 2013 August 13

ABSTRACT

In this paper, the ability of the *Hinode*/EIS instrument to detect radiative signatures of coronal heating is investigated. Recent observational studies of active region cores suggest that both the low and high frequency heating mechanisms are consistent with observations. Distinguishing between these possibilities is important for identifying the physical mechanism(s) of the heating. The differential emission measure (DEM) tool is one diagnostic that allows us to make this distinction, through the amplitude of the DEM slope coolward of the coronal peak. It is therefore crucial to understand the uncertainties associated with these measurements. Using proper estimations of the uncertainties involved in the problem of DEM inversion, we derive confidence levels on the observed DEM slope. Results show that the uncertainty in the slope reconstruction strongly depends on the number of lines constraining the slope. Typical uncertainty is estimated to be about ± 1.0 in the more favorable cases.

Key words: plasmas – Sun: corona – Sun: UV radiation – techniques: spectroscopic

Online-only material: color figures

1. MOTIVATIONS

Understanding how the Sun's outer atmosphere is heated to very high temperatures remains one of the central issues of solar physics today. The physical processes that transfer and dissipate energy into the solar corona remain unidentified and a variety of plausible mechanisms have been proposed (see Parnell & De Moortel 2012; Klimchuk 2006; Walsh & Ireland 2003; Zirker 1993 for a review of the various coronal heating models). If the magnetic origin of coronal heating seems to be currently well accepted (Reale 2010), the details regarding the energy transport from the photosphere to the corona or the energy conversion mechanisms are still open issues. Recently, efforts have focused on determining the timescale of energy deposition in the solar corona, providing constraints on the properties of the heating mechanisms, and allowing for a distinction between steady and impulsive heating scenarios. The nanoflares theory of Parker (1988), for example, is based on the idea that the corona is heated by a series of ubiquitous small and impulsive reconnection events. However, the term nanoflare is now used in a more general way, referring to any impulsive heating event that occurs on a small spatial scale, regardless of the nature of the mechanism (see Cargill 1994; Cargill & Klimchuk 2004; Klimchuk & Cargill 2001). Even wave heating takes the form of nanoflares by this definition (see Klimchuk 2006).

According to the impulsive or steady nature of the heating, coronal loops are predicted to present different physical properties at a given time. Observations suggest that coronal loops are probably not spatially resolved. For this reason more often a loop is modeled as a collection of unresolved magnetic strands, considering a strand to be a fundamental flux tube with an isothermal cross-section. Depending on the timescale of the heating mechanisms involved, the plasma within the individual strand is allowed or not allowed to cool and drain, via a combination of conductive and radiative cooling (Reale 2010). Therefore, the thermal structure of the whole loops will differ, with the proportion of hot to warm material depending on the time delay between heating events.

Recently, several authors took a particular interest in one potential diagnostic of the heating frequency based on the analysis of the slope of the differential emission measure (DEM) of active regions (ARs). Based on both theoretical and observational analysis, earlier analysis reported that the coolward part of the DEMs generally follows a power law, up to the emission measure (EM) peak ($\sim$3–5 MK): $\mathrm{DEM}(T) \propto T^{\alpha}$ with α being the positive slope index (Jordan 1980; Dere 1982; Brosius et al. 1996). This slope provides indications directly related to the heating timescale: a large proportion of hot relative to warm material leads to a steep DEM slope, whereas a shallower slope corresponds to less hot material and more warm material. The former case is consistent with high frequency impulsive heating, where the short time delay (lower or equivalent to the cooling time) between two heating events does not allow for the cooling of a large proportion of material. In the latter case, the time delay between two heating events (now longer than the cooling time) allows the cooling of a significant quantity of the strand material. The limiting case, where the time delay tends to be zero, actually corresponds to the steady heating case, where the strand is continuously heated. Using different combinations of observations from the Extreme-ultraviolet Imaging Spectrometer (EIS; Culhane et al. 2007) on board the Japanese mission *Hinode* (Kosugi et al. 2007), the Atmospheric Imaging Assembly (AIA; Lemen et al. 2012) instrument on board the *Solar Dynamic Observatory* (*SDO*), and the *Hinode* soft X-Ray Telescope (Golub et al. 2007), several authors recently carried out new AR observational analyses, estimating slope values ranging from 1.7 to 5.17 for 21 different AR cores (Tripathi et al. 2011; Warren et al. 2011; Winebarger et al. 2011; Schmelz & Pathak 2012; Warren et al. 2012).

In the present work, we focus on the investigation of the possibilities of deriving the DEM from observations, and we provide a method to estimate the uncertainties associated with its parameters, especially the slope. We do not refer to any particular physical mechanism, such as magnetic reconnection or the dissipation of waves; we only refer to the timescale of the mechanism *itself*. Technical difficulties related to both

observational processing and diagnosis complicate the slope derivation and thus the associated physical interpretation. In particular, the DEM inversion problem has proven to be a real challenge, due to both its intrinsic underconstraint and the presence of random and systematic errors. Authors have previously been attentive to examining the fundamental limitations of this inversion problem (Craig & Brown 1976; Brown et al. 1991; Judge et al. 1997), and many different inversion algorithms have been proposed (Craig & Brown 1986; Landi & Landini 1997; Kashyap & Drake 1998; McIntosh 2000; Goryaev et al. 2010; Hannah & Kontar 2012). Despite all these attempts, reliably estimating the DEM and the uncertainties associated with the solution remains a major obstacle to properly interpreting the observations.

In this perspective, we developed in recent papers (Guennou et al. 2012a, 2012b, hereafter Papers I and II) a technique, applicable to broadband or spectroscopic instruments, which are able to completely characterize the robustness of the DEM inversion in specific cases. Using a probabilistic approach for interpreting the DEM solution, this technique, briefly reviewed in Section 2, is useful for examining the DEM inversion properties and provides a new means of interpreting the DEM solutions. Assuming that the DEM follows a power law, and applying our technique to the *Hinode*/EIS instrument, we derive estimates of the errors associated with the reconstructed DEM slopes, described in Section 3. The presence of uncertainties radically changes the conclusions regarding the compatibility between observations and models, as shown by Bradshaw et al. (2012) and described in Sections 3 and 4, where we also discuss the results in the context of steady versus impulsive coronal heating.

2. METHODOLOGY

The approach used in this work is very similar to that used in Papers I and II. The technique and the DEM formalism are exhaustively described therein, but a quick summary is given below.

2.1. Background

Under the assumption of an optically thin plasma, the observed intensity in a spectral band b can be expressed as

$$I_b = \frac{1}{4\pi}\int_0^{+\infty} R_b(T_e, n_e)\,\xi(T_e)\,d\log T_e, \qquad (1)$$

where T_e is the electron temperature, $\xi(T_e) = \overline{n_e^2}(T_e)dp/d\log T_e$ is the DEM[4] that provides a measure of the amount of emitting plasma as a function of temperature, with $\overline{n_e^2}$ being the square electron density averaged over the portions dp of the line of sight (LOS) at temperature T_e (Craig & Brown 1976). $R_b(T_e)$ is the temperature response function of a given instrument:

$$R_b(n_e, T_e) = \sum_{X,l} S_b(\lambda_l)\,A_X\,G_{X,l}(n_e, T_e) + \int_0^{\infty} S_b(\lambda)\,G_c(n_e, T_e)\,d\lambda, \qquad (2)$$

where the first term refers to the spectral lines l of an atom X of abundance A_X, whereas the second describes the contribution of the continua. $S_b(\lambda)$ is the spectral sensitivity of the spectral band b of the instrument, and $G_{X,l}$ and G_c are the contribution functions taking into account all the physics of the coronal emission processes (Mason & Monsignori Fossi 1994). The total EM is obtained by integrating the DEM over the logarithm of temperature. The inference of the DEM from a set of observations involves the inversion of Equation (1), which is hindered by both the presence of random instrumental perturbations and systematic errors on the instrument calibration and on the atomic physics. The purpose of our work here is to investigate the limitations induced by uncertainties in the DEM inversion process, concentrating in particular on the determination of the slope of the distribution. Our method is quite general, but we will deal specifically with observations obtained by the *Hinode*/EIS spectrometer. Using simulations of the *Hinode*/EIS observations $I_b^{\rm obs}$ and comparing them to the theoretical expectation I_b^{th}, including the perturbations engendered by the uncertainties, it is possible to quantify the reliability of the DEM inversion of the EIS data.

In simple terms, our approach is essentially the following. We start with an assumed (called "true" hereafter) DEM with a particular functional form. From this we generate a synthetic spectrum, introducing errors associated with unknown atomic physics, instrumental calibration, and photon counting noise. We then determine the DEM that provides the best fit to the synthetic spectrum, which we take to be the DEM that minimizes the differences in the line intensities. This inferred DEM has the same functional form as the true DEM. Only the parameters are different. The most important parameter is the slope, and by comparing the true and inferred slope, we obtain an error in the slope measurement for this particular set of atomic physics, calibration, and noise errors. By running many trials, with many different sets of errors chosen from appropriate probability distributions, we finally deduce an estimate of the uncertainty in the slope determination.

The core of our method resides in the probabilistic approach of the DEM inversion: let us assume a plasma with a true DEM ξ^T; the DEM solution ξ^I is the one that minimizes the criterion $C(\xi)$:

$$\xi^I = \arg\min_{\xi} C(\xi),$$
$$C(\xi) = \sum_{b=1}^{N_b}\left(\frac{I_b^{\rm obs}(\xi^T) - I_b^{th}(\xi)}{\sigma_b^u}\right)^2. \qquad (3)$$

The solution ξ^I minimizes the distance between the theoretical intensities I_b^{th} and the observed ones $I_b^{\rm obs}$ in N_b spectral bands. The normalization σ_b^u corresponds to the standard deviation of the uncertainties. The residuals $\chi^2 = \min C(\xi)$ provide an indication of the goodness of the fit. It is worth noting that, as mentioned by Testa et al. (2012), Landi & Klimchuk (2010), and Papers I and II, a low χ^2 does not necessarily imply that the solution is the good one or the only one. While our study has broad applicability, we concentrate specifically on observations from the EIS spectrometer on board *Hinode*. The criterion is in this case the sum of the contribution of 30 components, one per spectral line. We used the set of 30 lines listed in Table 1, identical to the one used by Bradshaw et al. (2012) and Reep et al. (2013) in order to carry out practical comparison between observations and model predictions (see Section 3), using the uncertainties derived in this work. Most of them belong to the more prominent lines in the AR regime (Del Zanna & Mason 2005). Some used lines arise from the

[4] We choose to define the DEM on a logarithmic scale, but the DEM can also be defined in linear scale as $\xi(T_e) = \overline{n_e^2}(T_e)dp/dT_e$. There is a factor $d\log T_e/dT_e = 1/(\ln 10\ T_e)$ between the two conventions.

Table 1
List of the *Hinode*/EIS Spectral Lines Used in Our Simulations

Ions	Wavelength (Å)	log (T[K])	Total Uncertainty $\sigma_{\rm unc}$
Mg v	276.579	5.45	61.03%
Mg vi	268.991	5.65	61.03%
Mg vi	270.391	5.65	61.03%
Mg vii[b]	278.404	5.80	62.85%
Mg vii	280.745	5.80	61.03%
Si vii	275.354	5.80	61.03%
Si ix	258.082	6.05	61.03%
Si x	258.371	6.15	61.03%
Si x	261.044	6.15	61.03%
Fe ix	188.497	5.85	61.03%
Fe ix	197.865	5.85	61.03%
Fe x	184.357	6.05	61.03%
Fe xi	180.408	6.15	61.03%
Fe xi	188.232	6.15	61.03%
Fe xii	192.394	6.20	61.03%
Fe xii	195.119	6.20	61.03%
Fe xiii	202.044	6.25	61.03%
Fe xiii	203.828	6.25	61.03%
Fe xiv	264.790	6.30	61.03%
Fe xiv	270.522	6.30	61.03%
Fe xiv[b]	274.204	6.30	62.85%
Fe xv	284.163	6.35	61.03%
Fe xvi	262.976	6.45	61.03%
S x	264.231	6.15	53.15%
S xiii[b]	256.685	6.40	55.23%
Ca xiv	193.866	6.55	61.03%
Ca xv	200.972	6.65	61.03%
Ca xvi	208.604	6.70	61.03%
Ca xvii[b]	192.853	6.75	62.85%

Notes. Lines are sorted by elements as a function of the peak temperature of the contribution functions. The blended lines are specified with the index *b*. The fourth column indicates the percentage of total uncertainty applied to each spectral line, resulting from both systematic and random errors.

same ion species, and thus we only have 20 different ion formation temperatures available to constrain the DEM. Column 4 of Table 1 indicates the temperatures where the contribution functions peak. However, these additional lines are used in practice as redundant information to decrease the uncertainties. Using Monte Carlo simulations of the instrumental noises n_b and systematic errors s_b (see Section 2.3 for a detailed description of the uncertainties), the conditional probability $P(\xi^I|\xi^T)$ to obtain the inferred DEM ξ^I knowing that the true DEM is ξ^T can be computed. Then, the inverse conditional probabilities $P(\xi^T|\xi^I)$, giving the probability that the true DEM is ξ^T, knowing the inferred results can be deduced from Bayes' theorem. This latter quantity contains all the information possible to extract from a set of observations given the level of uncertainties.

Thus, the range or multiple ranges of solutions able to explain the observations within the uncertainties can be identified. The derivation of $P(\xi^T|\xi^I)$ requires knowing $P(\xi^I)$, and, obviously, because of the uncertainties, a great number of solutions ξ^I can be potentially consistent with a set of observations. Therefore, the computation of this probability is practical only if the space of the solutions is limited, for otherwise it would require the exploration of an infinite number of possible DEMs. For practical reasons, the number of parameters defining the DEM is limited to four: the slope α, the temperature of the peak T_p, the cutoff at high temperature σ and the total EM.

2.2. Active Region DEM Model

In order to represent in a more realistic way the observed DEMs, we used the following parameterization of the AR DEM model, represented for different sets of parameters in Figure 1.

1. A power law for the low temperature wing: $T_e < T_0$

$$\begin{aligned} \xi_{\rm AR}(T_e) &= k\ {\rm EM}\ \times T_e^{\alpha} \\ \text{with } k &= T_0^{-\alpha}\ \mathcal{N}_{0.15}(\log T_0 - \log T_p) \\ \text{and } \mathcal{N}_{\sigma}(x) &= \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right), \end{aligned} \tag{4}$$

   where α is the slope of the DEM coolward of the DEM peak, T_p is the temperature of the DEM peak, and EM is the total EM. The normalization constant k is used to ensure the continuity and smoothness of the DEM model: the slope must be tangent to the fixed Gaussian connector (see below), at the point T_0, depending on the slope value.
2. A Gaussian high temperature wing: $T_e > T_p$

$$\xi_{\rm AR}(T_e) = {\rm EM}\ \mathcal{N}_{\sigma}(\log T_e - \log T_p), \tag{5}$$

   where σ is the standard deviation of the Gaussian wing. Thus, beyond the temperature of the DEM peak, the DEM is described by a Gaussian distribution at high temperature, defined by the σ parameter.
3. A fixed width Gaussian connection: $T_0 < T_e < T_p$

$$\xi_{\rm AR}(T_e) = {\rm EM}\ \mathcal{N}_{0.15}(\log T_e - \log T_p), \tag{6}$$

   where T_0 is the point where the slope α is tangent to the fixed Gaussian $\mathcal{N}_{0.15}$. The connector has been added to ensure that the DEM model is continuous and smooth, corresponding to a continuous first derivative.

A large range of DEM parameters is explored, computing the reference theoretical intensities I_b^0, used to deduce $I_b^{\rm obs}$ and I_b^{th} (see Section 2.3), for electron temperatures T_e ranging from $\log T_e = 5$ to $\log T_e = 7.5$ in steps of 0.005 $\log T_e$. The slope α varies from 1.0 to 6.0 in steps of 0.05, and the high temperature wing is explored from $\sigma = 0.01$ to 0.05 $\log T_e$ in steps of 0.01. The total EM varies between 3×10^{26} and 3×10^{29} cm^{-5} with a resolution of 0.1 in logarithmic scale, and the temperature of the peak T_p varies between $\log T_p = 5.9$ and $\log T_p = 6.9$ in steps of 0.02. Limiting the possible range of each parameter allows us to pre-compute once and for all the reference theoretical intensities I_b^0 as a function of the four parameters α, σ, T_p, and EM, for each of the 30 lines used in this work (Table 1). The variation interval of each parameter is in good agreement with the current observational measurements. Figure 1 illustrates the large range of parameters explored in this work. The EM is fixed to the typical AR value of EM $= 10^{28}$ cm^{-5} while the others parameters α, σ, and T_p are allowed to vary. The five curves on the left are all drawn for the same peak temperature $T_p = 10^6$ K and a fixed Gaussian high temperature wing of $\sigma = 0.1 \log T_e$, whereas the slopes varies between 1 and 5. The last five curves on the right display the variation of the high temperature wing: the central temperature T_p and the slope α are now fixed to, respectively, $T_p = 10^{6.8}$ K and $\alpha = 5$, whereas the σ parameter varies between 0.05 and 0.49.

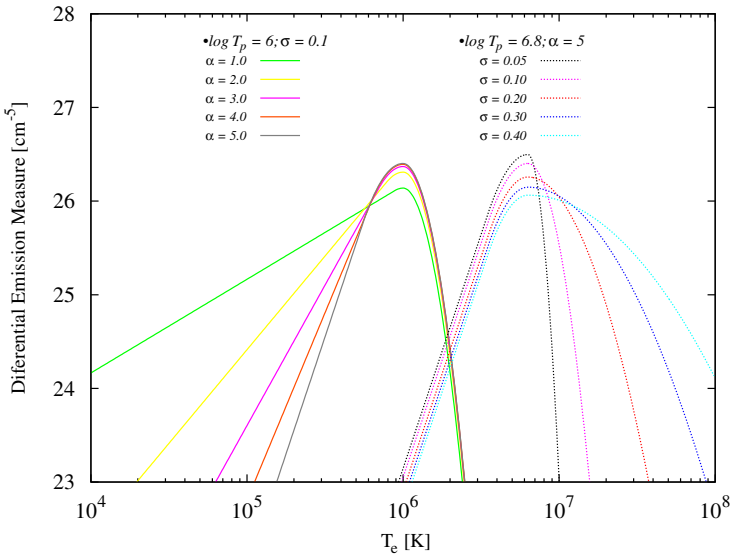

Figure 1. Some examples of the parameterization of the AR DEM model (see Section 2.2). The total emission measure is adjusted to the typical AR value of $EM_{AR} = 10^{28}$ cm^{-5}. The left group illustrates the slope variations, whereas the right group depicts variety of high temperature wing parameterizations. In the first case, the temperature of the coronal peak and the width of the high temperature part are fixed to, respectively, $T_p = 10^6$ K and $\sigma = 0.1 \log T_e$, while the slope of the five distinct parameterizations varies between 1 and 5. On the right, the peak temperature is increased to $T_p = 10^{6.8}$ K and the slope is fixed to $\alpha = 5$, while the σ parameter varies between 0.05 and 0.4.

(A color version of this figure is available in the online journal.)

2.3. Uncertainties

Following the initial reasoning of Paper I, the theoretical intensities I_b^{th} and $I_b^{\rm obs}$ can be expressed as $I_b^{th} = I_b^0 + s_b$ and $I_b^{\rm obs} = I_b^0 + n_b$, where values of I_b^0 are called the reference theoretical intensities, n_b are the random perturbations, and s_b are systematic errors. The reference theoretical intensities are equal to $I_b^{\rm obs}$ and I_b^{th} in the case of hypothetically perfect knowledge of the atomic physics and observations. They have been computed via Equations (1) and (2) and using the given AR DEM model $\xi_{\rm AR}$ (see Section 2.2). We used the CHIANTI 7.1 atomic database (Dere et al. 1997; Landi et al. 2013), and for each of the spectral lines b listed in Table 1, the EIS reference theoretical intensities have been calculated using the function `eis_eff_area` (Mariska 2010) of the Interactive Date Language *Solar Software* package.

The different nature of the random and systematic uncertainties n_b and s_b affects the observations in distinct ways (Taylor 1997). The random errors affect the data in an unpredictable way, i.e., they could be revealed by a hypothetically large number of experiments, the error on each measurement differing for each attempt. A set of *Hinode*/EIS observations is randomly perturbed by various factors: the Poisson photon shot noise and the detection noises, such as thermal or read noise, often assumed to be Gaussian. These phenomena are well known and can be realistically simulated: Poisson perturbations P_λ and $\sigma_{\rm ccd} = 6e^-$ rms (McFee 2003) of Gaussian CCD read noise are added, before conversion to digital numbers, using the conversion gains of the EIS spectrometer.

In contrast, the systematic uncertainties cannot be revealed by the repetition of the same experience, always pushing the results in the same direction and thus leading to a systematic and *unknown* over- or underestimation. Besides, it is difficult to estimate the probability distribution of the systematics. In the following, the probability distribution of such uncertainties will be considered to be Gaussian, as is generally assumed. The observational intensities $I_b^{\rm obs}$ are affected by the uncertainty associated with the calibration of the instrument, estimated by Culhane et al. (2007) to be around $\sigma_{\rm cal} = 25\%$ for the two different CCD cameras of the EIS instrument. This uncertainty refers to the absolute calibration. We used two independent Gaussian variables to model it, one for each camera. All the lines falling on one camera are perturbed by the same amount for each random realization of the uncertainties. The difference between the two cameras can be as large as 40%. In the second set of uncertainties described in Section 3, this difference is reduced to 20%. In addition, the degradation of the instrument response over time can also include an additional systematic uncertainty, biasing the results in a given direction.

The theoretical expectations I_b^{th} are impacted by a complex chain of uncertainties of a different nature. Thus, the estimation of the errors on the contribution functions G_c and $G_{X,l}$ (see Equation (2)) is a more challenging task. In particular, recasting the expression of the observed intensities into Equation (1) is possible only via several implicit physical assumptions (Judge et al. 1997): the plasma is considered to be an optically thin gas, in statistical and ionization equilibrium. The electron velocity distribution function is generally considered to be Maxwellian, as in the CHIANTI database, and the abundance of each element must be constant over the LOS. A discrepancy of the observed coronal plasma with one of these assumptions potentially affects the interpretation of the data. For example, the observed enhancement of the low first ionization potential (FIP) elements (Young 2005) in the solar corona possibly induces a non-uniformity of the abundances along the LOS.

Incompleteness in the atomic databases, such as missing transitions, or inaccuracy in some physical parameters such as ion–electron collision cross-sections, de-excitation rates,

etc., also results in systematic uncertainties. For example, the recent release from version 7.0 to version 7.1 of the CHIANTI spectral code (Landi et al. 2013), including important improvements in the soft X-ray data, clearly shows that version 7.0 of the CHIANTI database was incomplete in the 50–170 Å wavelength range, leading to strong inaccuracy in the emissivity calculations of some Fe ions from Fe VIII to Fe XIV. These updates particularly affect the temperature response function of the 94 and 335 Å channels of the *SDO*/AIA instrument. Atomic structure computations are based on two different types of electron scattering calculations: the distorted wave (see Crothers 2010 for details) or the close coupling approximation (see McCarthy & Stelbovics 1983 for details), the latter being generally more accurate. Ionization balance implies equilibrium between the ionization and recombination processes, but if the plasma is out of equilibrium or in a dynamic phase, the CHIANTI calculations of line intensities are not consistent with the observations. However, these effects should not be important except for very hot plasmas produced by impulsive heating (Bradshaw & Klimchuk 2011; Reale & Orlando 2008), and possibly also for cool plasmas well below 1 MK, when the radiative cooling can greatly accelerate (Raymond 1990; Reale & Landi 2012; Cargill & Bradshaw 2013). In those regimes, temperature-sensitive line ratios of individual ions may be a better way to constrain the models (Raymond 1990). Within the temperature range used, the evolution is slow enough and the density is high enough that ionization equilibrium is generally a good approximation. In any case, out-of-ionization equilibrium conditions add an additional uncertainty to the DEM analysis as usually performed. In that sense, our results on the slope uncertainties are lower limits. The impact of a deviation of the electron velocity distributions from a Maxwellian on the ionization equilibrium and on the electron excitation rates has been studied by Dzifčáková (1992, 2000), showing that the intensities of spectral lines can be significantly altered. The effects of radiative loss inaccuracy has also been investigated by Reale & Landi (2012), demonstrating that changes in radiative loss has an important impact on the plasma cooling time, which itself impacts the conclusions of the impulsive heating models. Some studies have been recently carried out to evaluate the impact of using inconsistent atomic physics data in the DEM inversion process (Landi & Klimchuk 2010; Landi et al. 2012; Testa et al. 2012) and found that the DEM robustness can be significantly altered, leading to important uncertainties on the reconstruction accuracy.

To take into account all these effects, we include the uncertainties in our Monte Carlo simulations using normally distributed random variables. For each realization (each simulation), we choose a number randomly from a Gaussian distribution with a half-width σ_i, considering the four following separate classes.

1. *Class 1*. The first uncertainty class σ_{at} involves errors that are different for each and every spectral line; thus we used 30 independent Gaussian random variables to model it (i.e., a different random number for each line). These include errors in the radiative and excitation rates, atomic structure calculations, etc.
2. *Class 2*. The second class $\sigma_{\rm ion}$ involves errors that are the same for every line of a given ion but different for different ions. We used the same random number for multiple lines of the same ion (e.g., Fe XIV 264, 270, and 274 Å), but different random numbers for different ions, thus resulting in 20 independent Gaussian random variables (3 different Mg ions, 3 Si ions, 8 Fe ions, 2 S ions and 4 Ca ions). This class corresponds to errors in the ionization and recombination rates.
3. *Class 3*. The third class $\sigma_{\rm abu}$ involves errors that are the same for every line of a given element, but different for different elements; thus we used five different Gaussian variables (one per element). These are errors in the elemental abundances that are unrelated to the FIP effect.
4. *Class 4*. Finally, the fourth class, $\sigma_{\rm fip}$, involves the additional errors that are the same for every low-FIP element corresponding to errors on the coronal abundance of such elements. In order to simulate this effect, we adopted a mean FIP bias of 2.5, then adding an uncertainty of $\sigma_{\rm fip}$ on this enhancement factor itself, through an identical Gaussian variable. All our sets of spectral lines, except the two Sulfur lines are finally perturbed in the same way.
5. In addition to these atomic physics uncertainties, a generic uncertainty of $\sigma_{\rm ble} = 15\%$ is added on the blended lines, to account for the added technical difficulties to extract a single line intensity from the data. Blended lines are underlined by a *b* in the EIS spectral lines list in Table 1.

Each theoretical line intensity I_b^{th} is then modified by the sum of the four random numbers representing the four uncertainty classes (plus a fifth random number in case of blended lines), leading to $I_b^{th} = [(1+R_1)(1+R_2)(1+R_3)(1+R_4,$ if low FIP$)(1+R_5,$ if blended$)]I_b^0$. Note that the R_i values are equally likely to be positive or negative, and the amplitude of the random number is very likely to be less than the Gaussian half-width but will occasionally be larger and on rare occasion will be much larger. All the random numbers are reset for each new realization. The resulting uncertainty of each spectral line is reported in Column 4, where the $\sigma_{\rm unc}$ is obtained by quadratically summing all the sources of uncertainty, as is appropriate if the errors are independent: $\sigma_{\rm unc}^2 = \sigma_{at}^2 + \sigma_{\rm ion}^2 + \sigma_{\rm abu}^2 + \sigma_{\rm cal}^2(+\sigma_{\rm fip}^2 + \sigma_{\rm ble}^2$ if applicable).

In order to determine appropriate amplitudes for the four classes of uncertainty related to atomic physics, we polled a group of well-known solar spectroscopists (G. Del Zanna, G. Doschek, M. Laming, E. Landi, H. Mason, J. Schmelz, and P. Young). There was a good consensus that the generic amplitudes are approximately $\sigma_{at} = 20\%$ for class 1 and $\sigma_{\rm ion} = \sigma_{\rm abu} = \sigma_{\rm fip} = 30\%$ for each of the other three classes. It was noted, however, that the errors could be substantially larger or smaller for specific spectral lines. Adding these uncertainties in quadrature leads to a total atomic physics uncertainty ranging between 46.9% and 57.6%. In subsequent discussions with the spectroscopy experts, the opinion was expressed that a total uncertainty of this magnitude is too large for some well-studied lines. Compatibility checks can be applied to observations, which sometimes suggest smaller uncertainties. For example, if several lines from the same ion, e.g., Fe XIV, consistently imply a similar EM, then the class 1 errors (excitation rates) are probably small for those lines. Another example is that if the iron lines representing different stages of ionization (Fe X, XI, etc.) follow a consistent trend, such as implying a smooth DEM, then the class 2 errors (ionization rates) are probably small for these lines.

We have therefore considered a second set of uncertainties leading to a total uncertainty (i.e., atomic physics plus calibration) ranging between 25% and 30%, to obtain values of uncertainties typically used in observational analysis: classes 1–4 are now evaluated to 10%, whereas the calibration errors are decreased to $\sigma_{\rm cal} = 20\%$. The results corresponding to both of

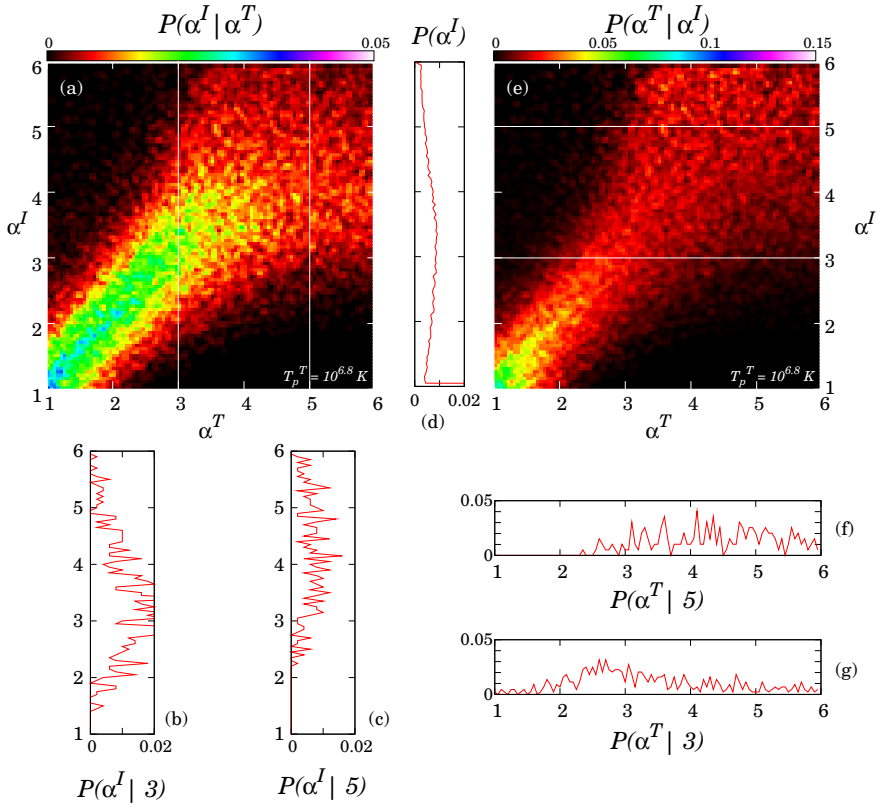

Figure 2. Maps of probability for the DEM slope, considering an active region (AR) DEM (see Figure 1), and achieved by 1000 Monte Carlo realizations of the random and systematic errors n_b and s_b. In this case, the true DEM is characterized by constant emission measure $\mathrm{EM}^T_{\mathrm{AR}} = 10^{28}$ cm^{-5}, a fixed high temperature wing of $\sigma^T = 0.2 \log T_e$ and a peak temperature of $T^T_p = 10^{6.8}$ K; only the α^T parameter is investigated here. (a) Probability map $P(\alpha^I|\alpha^T)$, vertically reading. (b) and (c) Probability profiles of α^I for true parameter $\alpha^T = 3$ and 5 corresponding to vertical lines in panel (a). (d) Total probability $P(\alpha^I)$ to obtain α^I whatever α^T. (e) Vice versa, probability map $P(\alpha^T|\alpha^I)$, horizontally reading, inferred by means of Bayes' theorem. (f) and (g) Probability profiles of α^T, knowing that the inversion results are, from top to bottom, 5 and 3. From these probability distributions, the slope mean and confidence level are estimated to be $\alpha^T = 4.47 \pm 0.87$ for panel (f) and $\alpha^T = 3.39 \pm 1.07$ for panel (g); see the text in Section 3 for details.

(A color version of this figure is available in the online journal.)

these sets of uncertainties are presented in Section 3. Ultimately, a customized set of uncertainties should be developed for the specific line lists that have been used in published studies. This is beyond the scope of our present investigation but is something we plan for the future. Until such customized uncertainties are available, it is our opinion that the primary set of uncertainties (20%, 30%, 30%, and 30%) are the most appropriate for estimating the uncertainties in the DEM slope. Atomic physics uncertainties are difficult to determine, but the associated systematic errors have decreased in the last decades thanks to more sophisticated computation facilities and more accurate atomic physic experiments.

Even though we have tried to simulate the systematic errors in a realistic way, some additional sophistications could also be added in our model. Our treatment of class 1 and 2 uncertainties as intensity modifications is an approximation. In reality, errors in excitation, ionization, and recombination rates are manifested as modifications in the $G_{X,l}$ and G_c contribution functions of the lines (see Equation (2)). These functions change shape and central position as well as amplitude. A given modification in $G_{X,l}$ or G_c will therefore produce an intensity change that depends on the DEM. Treating this properly could be done in the future but is beyond the scope of this initial work. Future studies might also account for the correlation between various uncertainties. For example, if the class 2 error for Fe XIV is positive, the class 2 error for Fe XIII and Fe XV is likely to be negative.

3. RESULTS

In order to quantify the influence of both random and systematic errors, we performed several Monte Carlo simulations with the uncertainties described in Section 2.3 and the AR DEM model described in Section 2.2. The 30 lines described in Table 1 have been used. The simulated observations I^{obs}_b and the theoretical intensities I^{th}_b have been calculated with the same AR DEM model. In this way, the model can perfectly represent the simulated EIS data. Since the solutions correspond by definition to the absolute minimum of the least-square criterion (Equation (3)), all solutions are fully consistent with the simulated data. Thus, the comparison between the input simulated data and the inversions reveal limitations associated with the presence of uncertainties, and not by the inversion scheme *itself*. We argue that this is actually an optimistic case, since a practical analysis of real observations generally uses blind inversion. The different existing DEM solving algorithms, whether they

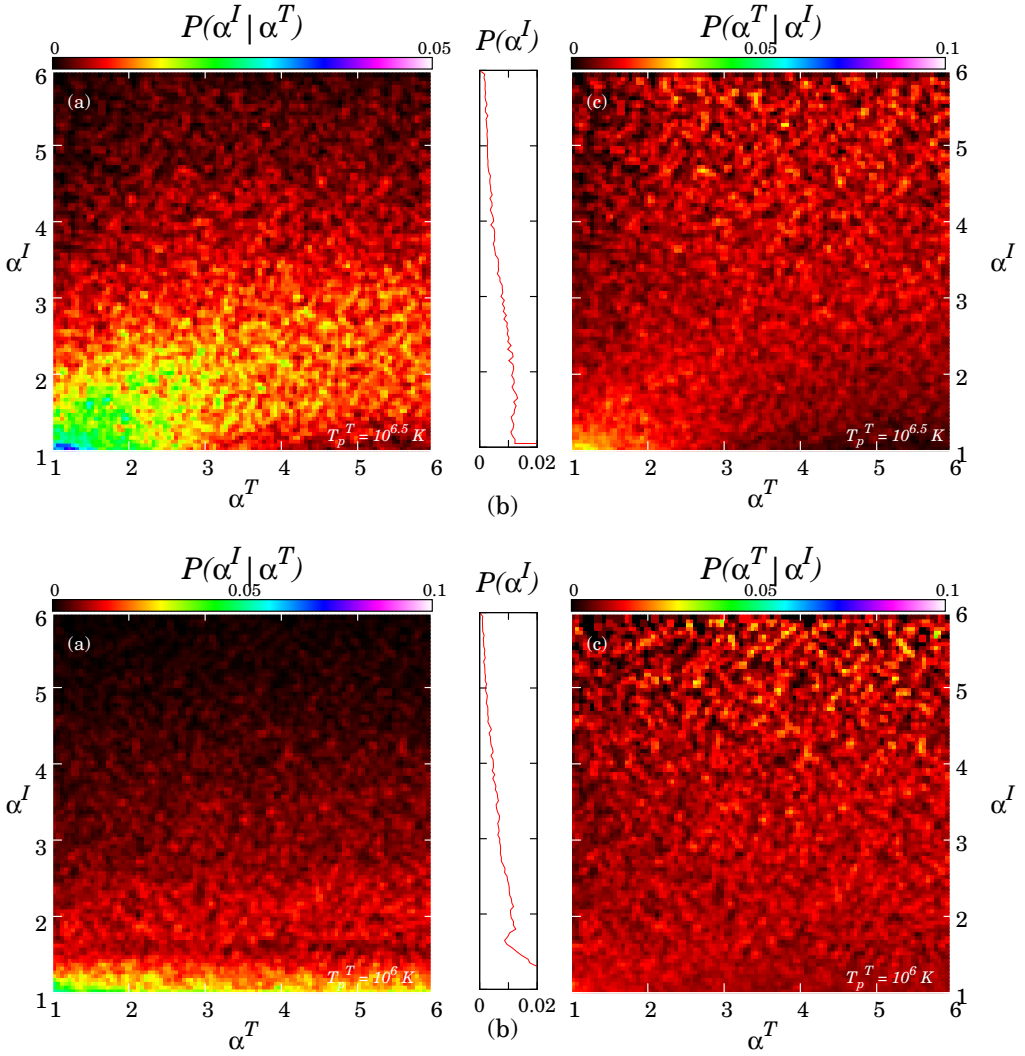

Figure 3. Same as Figure 2 but with a true DEM characterized by peak temperatures of, respectively, $T_p^T = 10^{6.5}$ and $T_p^T = 10^6$ K, from top to bottom. The decrease of the number of constraining lines associated with the uncertainties clearly deteriorates the quality of the inversion, increasing the confidence level to a typical value of 1.3 (see also Figure 6).

(A color version of this figure is available in the online journal.)

are based on forward or inverse methods, include additional assumptions to ensure uniqueness, such as the smoothness of the solution. Thus, the mathematical difficulties inherent in solving the inverse problem generally introduce additional ambiguity in the results, while our method allows us to separate the sources of error and to study the impact of uncertainties only.

In the following, the four parameters defining the simulated observations with a true AR DEM are denoted EM^T, T_p^T, σ^T and α^T, respectively, whereas the associated inferred parameters resulting from the least-square minimization are denoted EM^I, T_p^I, σ^I and α^I. It is useful to think of the coronal plasma parameters as the "true" values, while the inverted ones can be thought of as the "observed" values. To reduce the number of dimensions and for the sake of clarity, we choose to fix the EM of the simulated observations I_b^{obs} to a constant value $\mathrm{EM}_{\mathrm{AR}}^T = 10^{28}$ cm^{-5}, typical of ARs. Since we focus our attention on the ability to reconstruct the slope coolward of the peak of the DEM (α parameter), we also fix the width of the high temperature wing σ in both our simulated observations I_b^{obs} and theoretical expectations I_b^{th}: only the EM, α, and T_p are solved for here. The width σ is fixed to the arbitrary constant value $\sigma^T = \sigma^I = 0.2 \log T_e$. We verified that the value of σ does not affect the results on the slope. Thus, the probability matrices $P(\mathrm{EM}^I, T_p^I, \sigma^I = 0.2, \alpha^I | \mathrm{EM}^T = \mathrm{EM}_{\mathrm{AR}}^T, T_p^T, \sigma^T = 0.2, \alpha^T)$ are finally reduced to five dimensions. To illustrate the main properties of these large matrices, we display them by different combinations of fixed parameter values and summation over axes.

The probability maps resulting from such a simulation are displayed in Figure 2 for DEMs characterized by a peak temperature of $T_p^T = 10^{6.8}$ K. The probabilities are presented regardless of the EM^I and the peak temperature T_p^I by integrating

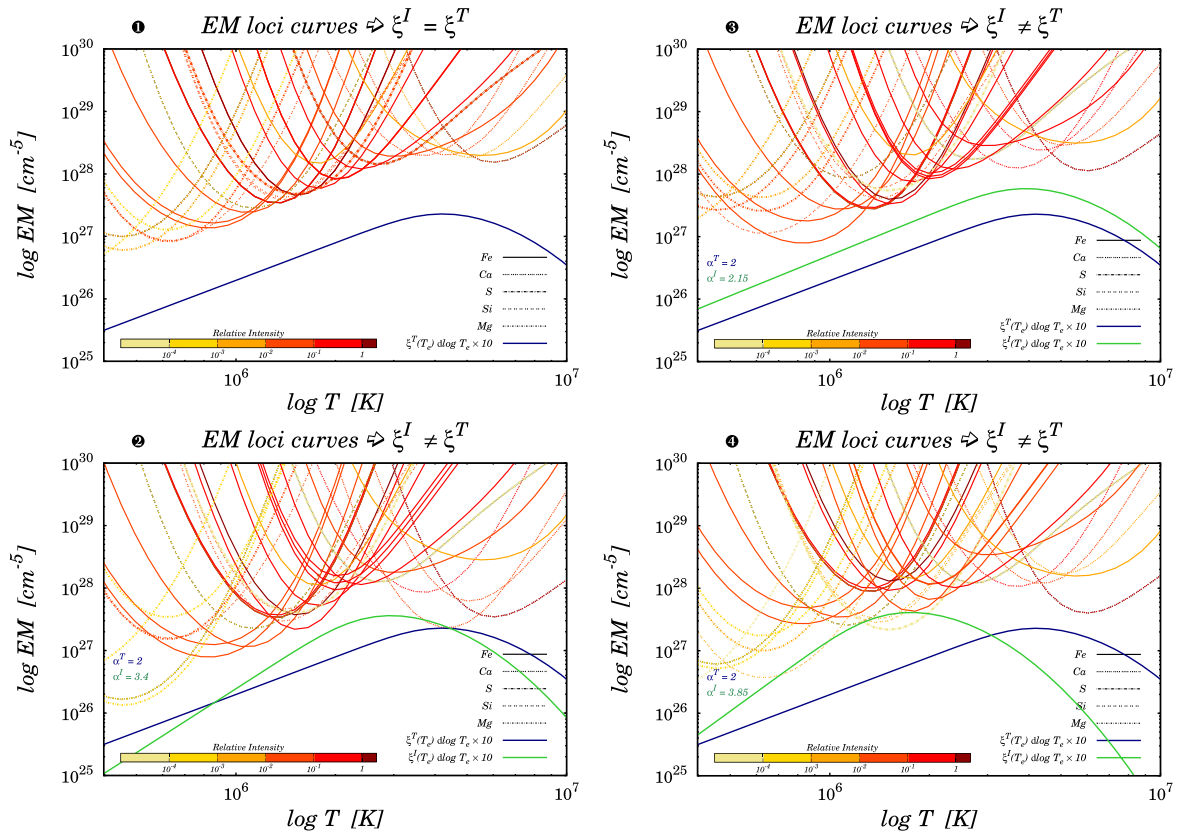

Figure 4. Left: Illustration of the potential discrepancy between the true DEM ξ^T (solid blue line) and the estimated one ξ^I (solid green line), due to the presence of both random and systematic errors. The EM loci curves are represented as a function of the elements, sorted by line type, and as a function of their relative intensity, sorted by color, from pale yellow (faintest) to dark red (strongest). Top: no uncertainty in this first case; thus the inferred DEM ξ^I is equal to the initial one ξ^T. Bottom: a given realization of systematic and random errors, leading to a discrepancy between true and inferred DEMs. Right: same as left panels, but for two different realizations of systematic and random errors. The bottom case illustrates an extreme case, leading to a strong discrepancy between input and inferred DEMs.

them over EM^I and T_p^I, even though EM^I and T_p^I are of course solved for. This allows us to plot two-dimensional probability maps. Panel (a) of Figure 2 displays the conditional probability $P(\alpha^I|\alpha^T)$[5] of finding a solution α^I knowing the slope α^T. Vertical cuts through panel (a) given probability profiles are shown in panels (b) and (c) for the two specific values of $\alpha^T = 3$ and $\alpha^T = 5$, respectively.

The main diagonal structure indicates that the solutions α^I are linearly correlated with the input α^T. In $P(\alpha^I|\alpha^T)$ in panel (a) of Figure 2, the spreading of the solutions around the diagonal implies that a range of inferred results α^I is consistent with the same true slope parameter α^T, given the level of uncertainties involved in this problem. We also note that for steep slopes, the spreading of the solutions is greater. This is due to the fact that the emission is, in these cases, dominated by higher temperatures, leading to a loss of low temperature lines, which further reduces the temperature range available to constrain the slope. Panels (b) and (c) show ranges of possible inferred solutions for the same true input parameter: considering $\alpha^T = 3$ (panel (b)), the distribution of the solutions α^I is peaked around 3, with more probable values in the 2.5–4 range. In contrast, panel (c) shows that the solutions α^I consistent with the input true slope $\alpha^T = 5$ may be in the 2–6 interval with a quasi-uniform distribution. If no additional independent a priori information is available, the results of inversion are thus highly uncertain.

However, the computed probability map $P(\alpha^I|\alpha^T)$ is not usable in a practical way, i.e., with the DEM inversion of true observations. Indeed, since the systematics are in reality identical for all measurements, the output α^I will be always biased in the same way. Ignoring to what extent the theoretical intensities are over- or underestimated, we must take into account all the potential inferred solutions. Therefore, in order to deduce the probability distribution of the true parameters α^T consistent with a given inferred result α^I we computed the inverse probability map $P(\alpha^T|\alpha^I)$ using Bayes's theorem (see Section 2.2 of Paper I for more details). This quantity is therefore the relevant one for interpreting a given inferred result α^I. Thus, using Bayes' theorem as described in Section 2 and the total probability $P(\alpha^I)$ displayed in panel (d), the inverse conditional probability $P(\alpha^T|\alpha^I)$ shown in panel (e) can be computed. A horizontal cut through panel (e) gives the probability distribution of the true slope α^T for a given observed slope α^I. Panels (f) and (g) show examples for $\alpha^I = 5$ and $\alpha^I = 3$. The lack of structure in the first case indicates that a large range of true slopes is consistent with the inferred results: $3 < \alpha^T < 6$. In the

[5] Defined as the probability for the solutions to be between α and $\alpha + \Delta\alpha$.

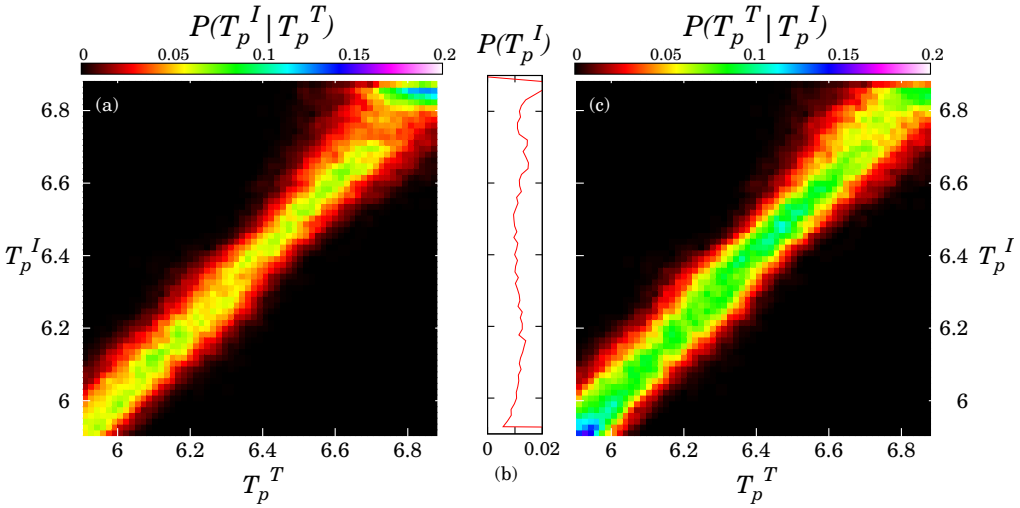

Figure 5. Maps of probability for the peak temperature, represented for a simulated observation with a true DEM slope of $\alpha^T = 1.5$. Results originate from the same simulations framework as in Figure 2, showing that if the slope is strongly impacted by the presence of uncertainties, the peak temperature is still well constrained, providing confidence levels between 0.7 and 0.85 MK.

(A color version of this figure is available in the online journal.)

second case, the most likely value of the true slope is similar to the observed slope of 3, but there is again a wide range of true slopes that are consistent with this observed slope.

The probability distribution of panel (e) is very useful to assist the DEM inversion interpretation: from this we can compute descriptive statistic quantities such as the standard deviation and the mean of the probability distribution for a given α^I, which give a quantitative representation of the reconstruction quality and uncertainty. From panel (f), we derived a mean value of $\overline{\alpha}^P = 4.47$ for a given result of $\alpha^I = 5$. The standard deviation, evaluated to 0.87 in this case, characterizing the dispersion of the results, is an estimation of the confidence level on the slope reconstruction. From this, a proper interpretation of the DEM inversion result can be derived, providing a final result of $\alpha^T = 4.47 \pm 0.87$, for a given inferred result of $\alpha^I = 5$. In panel (g), the mean value is estimated to be $\overline{\alpha}^P = 3.39$, whereas the inferred slope was $\alpha^I = 3$. The associated standard deviation is 1.07, leading to a final result of $\alpha^T = 3.39 \pm 1.07$.

The situation clearly deteriorates as the temperature of the peak temperature decreases. This is illustrated in Figure 3, which is the same as Figure 2 but now for plasmas with true peak temperatures $T_p^T = 10^{6.5}$ (top) and $T_p^T = 10^6$ K (bottom). Compared to the previous case, the probability distributions are clearly wider and less regular. Whatever the inferred result α^I, the probability distribution of the possible true solutions α^T extends over the entire possible range. For $T_p^T = 10^{6.5}$ K, we found a typical standard deviation of 1.3–1.4, similar to the one computed for the extreme low temperature peak of 10^6 K. For completeness, the probability maps for 63 peak temperatures T_p^T, from $10^{5.9}$ to $10^{6.9}$ K, and an animation showing the whole amplification of the perturbations are available online at ftp://ftp.ias.u-psud.fr/cguennou/DEM_EIS_inversion/low_temperature_part/slope/. This deterioration can be explained by the cumulative effects of the decreasing of number of EIS lines and the smaller temperature range available to constrain the slope part of the DEM. In Figure 2, the DEM temperature peak is $T_p^T = 10^{6.8}$ K and thus all 30 lines constrain the slope and the temperature range in which the slope is allowed to vary covers 1.35 decades. Considering the case displayed in the top of Figure 3, where $T_p^T = 10^{6.5}$ K; this number of lines decreases to 26, whereas the temperature range decreases to about 1 decade. In the extreme case of $T_p^T = 10^6$ K, only eight lines constrain the DEM slope, while the temperature range is reduced to only 0.35 decades.

The potential discrepancy between the true DEM ξ^T and the inferred one ξ^I is illustrated in Figure 4 by showing three different realizations of uncertainties (Figure 4 (left bottom) and right panels), as well as the perfect case (Figure 4 (top left)). The EM loci curves, formed by the set of (EM, T_e) pairs for which the isothermal theoretical intensities exactly match the observations for a given spectral line (see Del Zanna & Mason 2003 for more details), are represented for each case as a function of both the element, given by the line type, and the relative intensity, given by the color from pale yellow (faintest) to dark red (strongest). In case 1 of Figure 4 (left panels), the loci curves are perfectly aligned, and thus the estimated values of DEM ξ^T perfectly match the initial true DEM ξ^T. Case 2 (Figure 4, left) shows a realization of the perturbation n_b and s_b, each loci curve being randomly shifted from its original position. This corresponds to a deviation of the solution ξ^I, the estimated temperature peak being underestimated from $T_p^T = 4$ MK to $T_p^I = 2.8$ MK and the slope increased to the steeper value of $\alpha^I = 3.4$ while the initial true slope was $\alpha^T = 2.0$. Note that the relative intensity of each line plays a key role in the reconstruction: the more intense lines have more important weight in the inversion process, even though we normalize the χ^2 by the different uncertainties sources, including the photon noise (see Equation (3)). Cases 3 and 4 in Figure 4 (right panels) show another different realization of errors leading in case 3 to an overestimation of the total EM, and in case 4 to a significant deviation of the peak temperature T_p.

The reconstruction of the temperature peak is much better constrained than the slope. Figure 5 displays the probability maps associated with the T_p parameter, for a true shallow slope $\alpha^T = 1.5$, and a constant AR emission measure $\mathrm{EM}^T_{\mathrm{AR}}$. Probabilities are now represented whatever the EM^I and α^I by

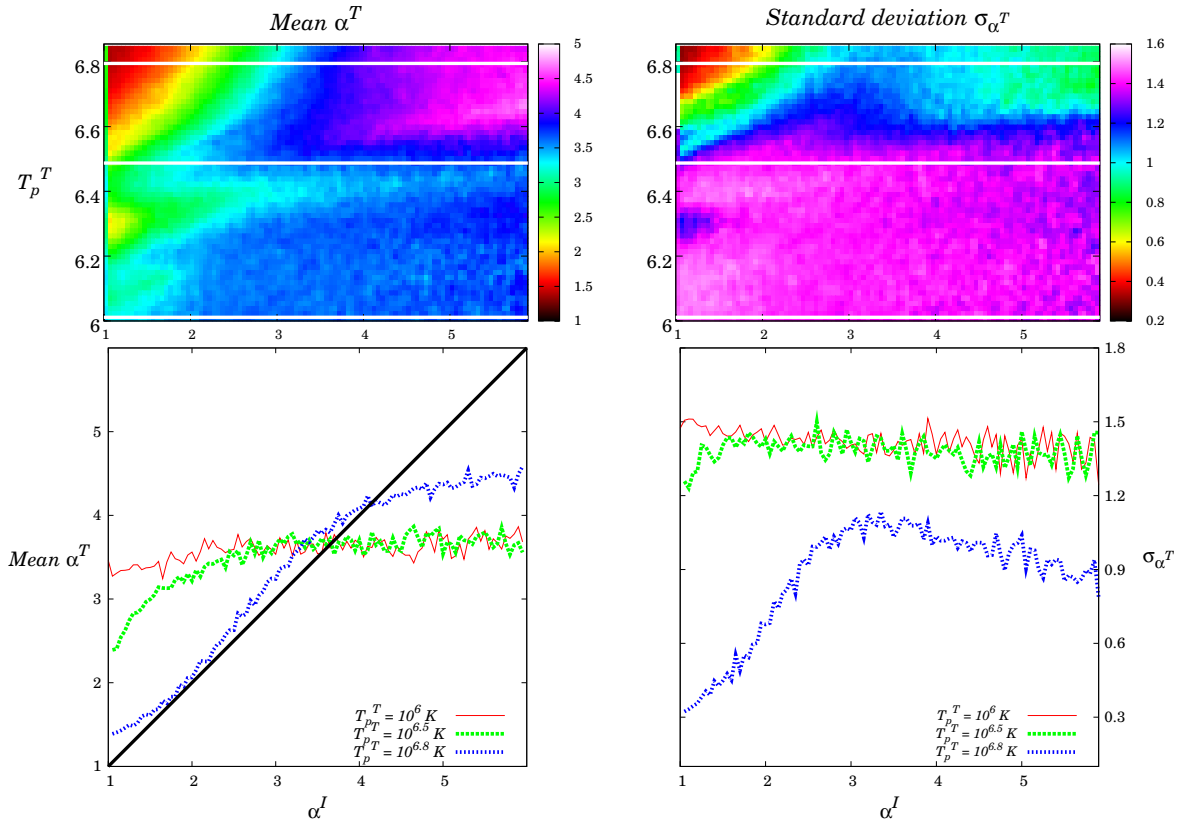

Figure 6. Mean and standard deviation of the true slopes α^T consistent with a given inversion result α^I. Top: mean (left) and standard deviation (right) maps represented as a function of the peak temperature and the inversion result α^I. Bottom: cut across the mean (left) and standard deviation (right), corresponding to the white horizontal lines. The peak temperatures are fixed to respectively $T_p^T = 10^6$ K (solid lines), $T_p^T = 10^{6.5}$ K (dashed bold lines), and $T_p^T = 10^{6.8}$ K (dashed lines), corresponding to the probability maps displayed in Figures 2 and 3.

(A color version of this figure is available in the online journal.)

integrating them over the EM^I and α^I axes. Results are very similar whatever the chosen input α^T, and the probability maps presented here are typical.[6] Most of the solutions are condensed around the diagonal. The use of the 30 lines provides an unambiguous determination of the peak temperature. However, the confidence interval remains quite large: we found a typical standard deviation between 0.7 and 0.85 MK associated with the spread of the solutions around the diagonal for the different tested plasma slopes, with extreme values varying between 0.1 and 1.3 MK.

These results can finally be summarized in the two graphs of Figure 6. The first one, on the right, displays the mean slope value of the initial true $\overline{\alpha^T}$, knowing the inferred result α^I. On the top, the map shows the slope mean value, represented as a function of both the peak temperature T_p^T and the inferred results α^I. The quantity $\overline{\alpha^T}$ has been computed from the probability distribution $P(\alpha^T|\alpha^I)$, in the same way than described previously. The three different horizontal profiles displayed on the bottom and denoted by the horizontal white lines on the top, correspond to the three different probability maps displayed in Figures 2 and 3. Using these curves, it is possible to correctly interpret the results of the inferred α^I, thus providing the slope mean value computed from the probability distribution of all true slopes consistent with the given inferred results. The diagonal (solid black line) correspond to a perfect agreement between $\overline{\alpha^T}$ and α^I. The bias of $\overline{\alpha^T}$ strongly affects the results for the low temperature profiles $T_p^T = 1$ MK (solid red line) and $T_p^T = 3.2$ MK (solid green line), and in a less significant way the high temperature profile $T_p^T = 6.3$ MK (solid blue line). This bias around the diagonal reflects in reality the initial bias of the solutions observed in the probability maps $P(\alpha^I|\alpha^T)$ previously presented and taken into account by computing the inverse probability maps $P(\alpha^I|\alpha^T)$. For low temperature peaks, the corresponding probability distributions are very wide, almost covering the whole space of the solutions (see Figure 3). Consequently, the slope mean value approaches a roughly constant value of $\overline{\alpha^T} = 3.5$, with, in this case, large associated standard deviation. The behavior of this latter quantity (i.e., the confidence level) is shown on the right side of Figure 6, uniformly ranging between $\sigma_{\alpha^T} = 1.3$–1.4 for temperature peak lower than $T_p^T = 10^{6.5}$ K, as expected in light of the above. For the high temperature peak $T_p^T = 10^{6.8}$ K, the confidence level extends between 0.3 and 1.15, depending on the value of the inferred slope α^I.

[6] The probability maps of the peak temperature for 101 values of α^T ranging from 1 to 6 are available online at ftp://ftp.ias.u-psud.fr/cguennou/DEM_EIS_inversion/low_temperature_part/slope/

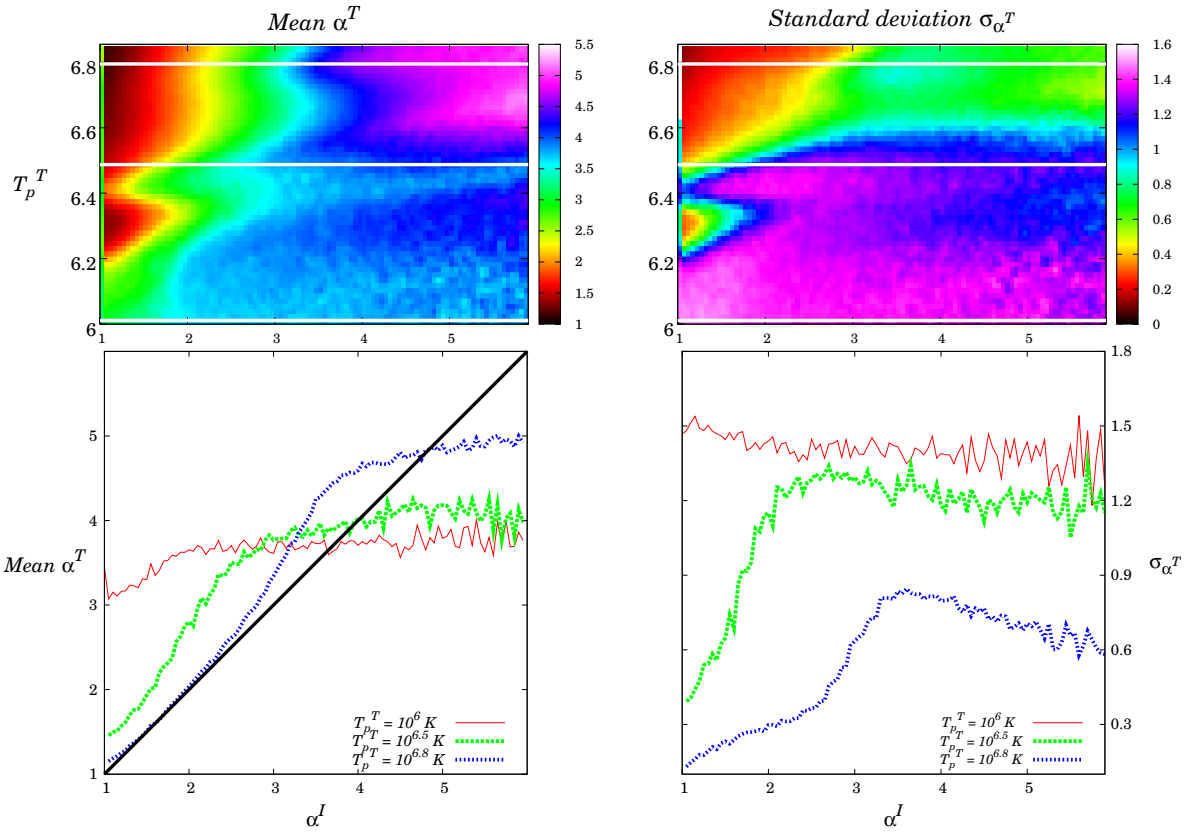

Figure 7. Same as Figure 6, but considering now the second set of uncertainties (leading to a total uncertainty ranging between 25% and 30%; see Section 2.3). For AR DEMs with high temperature peak, the confidence level is significantly decreased from 0.9 to 0.6. However, for low temperature peak AR DEMs, results are similar.
(A color version of this figure is available in the online journal.)

The summarized results regarding the second set of uncertainties used in this work and described in Section 2.3 are displayed in Figure 7. In this case, the atomic physics uncertainties are greatly reduced from 20% to 10% for class 1 and from 30% to 10% for classes 2 through 4, while the calibration uncertainties are reduced from 25% to 20%. The resulting total uncertainty varies between 25%–30% depending on the line. As expected, the reduced uncertainties lead to an improved correlation between the estimated slope α^I and the true one α^T, particularly for the medium temperature peak around $10^{6.5}$ K. As a result, the standard deviation is decreased, ranging now between 0.2 and 0.8 for $T_p^T = 10^{6.8}$ K, 0.3 and 1.2 for $T_p^T = 10^{6.5}$ K, and approaching the same constant value as before, around $\sigma_{\alpha^T} = 1.4$. Maps like these in Figures 6 and 7 are useful for interpreting the DEM inversions from true observations: given the slope and the temperature of the peak, both the mean value and the confidence level can be derived.

The confidence levels derived in the present work can be used to evaluate the agreement between theoretical model predictions and DEM measurements. In the recent paper by Bradshaw et al. (2012), the authors carried out a series of low-frequency nanoflare simulations. They investigated a large number of heating and coronal loop properties, such as the magnitude and duration of the nanoflares and the length of the loop. They concluded that the low frequency heating mechanism cannot explain DEM slopes $\alpha \geqslant 2.6$, similar to the findings of Mulu-Moore et al. (2011). Comparing their results to the current observations of AR cores (see Section 1 for corresponding references), they found that 36% of observed AR cores are consistent with low-frequency nanoflare heating if uncertainties in the slope measurements are ignored. Using, then, the slope uncertainties estimated around $\Delta\alpha \pm 1$ in this work, they concluded that as few as zero to as many as 77% of AR cores are actually consistent with low-frequency nanoflares. More recently, Reep et al. (2013) studied a scenario they call a "nanoflare train" in which a finite series of high-frequency nanoflares occur within the same loop strand and then cease. The predicted slopes are in the range $0.88 \leqslant \alpha \leqslant 4.56$. Using again an uncertainty of $\Delta\alpha \pm 1$, they concluded that 86% to 100% of current AR core observations are consistent with such trains.

The determination of the uncertainties associated with the atomic physic processes is no simple matter, as discussed in Section 2.3; that is why we have tested two different sets of uncertainties. However, the most important issue here, considering the temperature peaks currently derived in observational analysis, is that whatever the set of uncertainties used to determine the confidence level on the reconstructed slope, their typical values remain important relative to what is necessary to strongly constrain the timescale of the coronal heating. Warren et al. (2012) and Winebarger et al. (2012), for example, derived temperature peak generally around $\log T_e = 6.6$, whereas

Schmelz & Pathak (2012) derived temperature peaks generally between $\log T_e = 6.5$ and $\log T_e = 6.7$. For these typical values, the slope uncertainties varies between $\Delta\alpha = \pm 0.9$ and 1.3 for slopes $\alpha > 3$ when using the first set of uncertainties, and it varies between ± 0.6 and 1.0 when using the second set of smaller uncertainties. It appears, therefore, that it is not yet possible to place strong constraints on the coronal heating timescale using observed DEM slopes and the predictions of theoretical models. Further improvements in reducing atomic physics uncertainties are highly desirable.

4. SUMMARY AND CONCLUSIONS

The slope of the DEM distribution coolward of the coronal peak can potentially be used to diagnose the timescale of energy deposition in the solar corona. Indeed the DEM slope provides important information on the proportion of hot to warm material, which is useful to determine the heating timescale. Recent observational studies of AR cores suggest that some AR cores are consistent with low frequency heating mechanisms, where the plasma cools completely before being reheated, while others show consistency with high frequency energy deposition, where rapid reheating causes the temperature to fluctuate about a particular value. Distinguishing between these possibilities is important for identifying the physical mechanism of the heating. It is therefore crucial to understand the uncertainties in measurements of observed DEM slopes.

In this work, we presented an application of our recently developed technique in the specific case of typical AR DEMs, in order to properly estimate confidence level of the observed DEM slopes and assist the DEM interpretation. Using a probabilistic approach and Monte Carlo simulations of uncertainties to interpret the DEM inversion, our method is useful for examining the robustness of the DEM inversion, and to analyze the DEM inversion properties. Comparing simulated observations of the *Hinode*/EIS spectrometer with inferred results, the range or multiple ranges of solutions consistent with a given set of measurement can be estimated, along with their associated probabilities. From such probability distributions, statistical quantities can be derived, such as the standard deviation, providing rigorous confidence levels on the DEM solutions.

In this way, we carefully assess the errors in the DEM slopes determined from *Hinode*/EIS data. Both random and systematic errors have been taken into account. We paid particular attention to the description of the systematic errors related to the atomic physics process and abundances. Uncertainties associated with ionization fractions, elemental abundances, FIP effect, and a combination of uncertainties in the radiative and excitation rates have been simulated. Additional systematic errors have been added to the blended lines, to take into account the technical difficulties in isolating a single line intensity. We argue that our work actually provides an optimistic estimation of the slope confidence levels: the mathematical difficulties intrinsic to solving an inverse problem introduce additional ambiguity, while our method allows us to focus only on the impact of intrinsic uncertainties. The fact that our inverted DEMs have the same functional form as the true ones, known a priori, means that our slope uncertainties are lower limits. In reality, the form of the true DEM is unknown, and this introduces additional uncertainty through the use of blind inversion.

In Section 3, we demonstrated how the slope reconstruction is affected by the uncertainties. The analysis of the probability maps provides a range of slopes consistent with the observed DEM slopes. These maps show that in most cases, a large range of solutions is consistent with the measurements. The presence of uncertainties degrades the quality of the inversion, leading to typical confidence levels around 0.9–1.0. However, the inversion robustness, and thus the confidence level, largely depends on the number of lines constraining the slope. For DEMs with high temperature peaks [5–6 MK], about 20 lines contain suitable information, while low temperature peaks [1–3 MK] reduce this number to less than 10. For these latter cases, the effect of the uncertainties leads to larger confidence levels, about 1.3 and more in some cases.

The slope confidence levels derived in the present work are useful for quantifying the degree of agreement between theoretical models and observations. Current slope reconstructions can thus be properly compared to theoretical expectations. However, the typical derived confidence levels remain significant compared to the majority of observed slopes values concentrated between 1.5 and 5. The sizable confidence levels make it difficult to draw definitive conclusions about the suitability of a given heating model, implying on one hand that a model might be consistent with the majority of observations or, on the other hand, with none at all (see Bradshaw et al. 2012 for a practical application of these confidence levels). When relaxing the constraint on the DEM slopes as in Reep et al. (2013), the slope DEM diagnostic does not allow us to distinguish between different scenarios because observations can thus be explained by a variety of different heating models.

Our generic approach can be improved for specific datasets and additional sophistication can be incorporated (see Section 2.3). We could, for example, use a customized set of uncertainties for a given set of lines. However, the main important point of our work is that, even for uncertainties that would seem to be on the low end of what is feasible (our second set of uncertainties), the corresponding uncertainty in the measured slope may be too large to definitively exclude or corroborate a given heating scenario in many cases. The methodology presented here can also be used to establish the optimal set of lines required to obtain the smallest possible confidence levels. Such preliminary investigations can be very helpful to optimize future instruments, whether it be spectrometer or broadband imagers, in order to maximize their DEM diagnostic capabilities.

S.P. acknowledges the support from the Belgian Federal Science Policy Office through the international cooperation programs and the ESA-PRODEX program and the support of the Institut d'Astrophysique Spatiale (IAS). F.A. acknowledges the support of the Royal Observatory of Belgium. The work of J.A.K. was supported by the NASA Supporting Research and Technology Program. The authors would like to thank G. Del Zanna, H. Warren, G. Doschek, M. Laming, E. Landi, H. Mason, J. Schmelz, and P. Young for fruitful discussions and comments about atomic physics uncertainties. Discussions with H. Mason, H. Warren, and P. Testa at the second meeting of the Bradshaw/Mason International Space Science Institute Team were also very helpful.

REFERENCES

Bradshaw, S. J., & Klimchuk, J. A. 2011, ApJS, 194, 26
Bradshaw, S. J., Klimchuk, J. A., & Reep, J. W. 2012, ApJ, 758, 53
Brosius, J. W., Davila, J. M., Thomas, R. J., & Monsignori-Fossi, B. C. 1996, ApJS, 106, 143
Brown, J. C., Dwivedi, B. N., Sweet, P. A., & Almleaky, Y. M. 1991, A&A, 249, 277
Cargill, P. J. 1994, ApJ, 422, 381

Cargill, P. J., & Bradshaw, S. J. 2013, ApJ, 772, 40
Cargill, P. J., & Klimchuk, J. A. 2004, ApJ, 605, 911
Craig, I. J. D., & Brown, J. C. 1976, A&A, 49, 239
Craig, I. J. D., & Brown, J. C. 1986, Inverse Problems in Astronomy: A Guide to Inversion Strategies for Remotely Sensed Data (Research supported by SERC; Bristol: Hilger)
Crothers, D. S. F. 2010, JAMOP, 2010, 1
Culhane, J. L., Harra, L. K., James, A. M., et al. 2007, SoPh, 243, 19
Del Zanna, G., & Mason, H. E. 2003, A&A, 406, 1089
del Zanna, G., & Mason, H. E. 2005, AdSpR, 36, 1503
Dere, K. P. 1982, SoPh, 77, 77
Dere, K. P., Landi, E., Mason, H. E., Monsignori Fossi, B. C., & Young, P. R. 1997, A&AS, 125, 149
Dzifčáková, E. 1992, SoPh, 140, 247
Dzifčáková, E. 2000, SoPh, 196, 113
Golub, L., Deluca, E., Austin, G., et al. 2007, SoPh, 243, 63
Goryaev, F. F., Parenti, S., Urnov, A. M., et al. 2010, A&A, 523, A44
Guennou, C., Auchère, F., Soubrié, E., Bocchialini, K., & Parenti, S. 2012a, ApJS, 203, 25
Guennou, C., Auchère, F., Soubrié, E., Bocchialini, K., & Parenti, S. 2012b, ApJS, 203, 26
Hannah, I. G., & Kontar, E. P. 2012, A&A, 539, A146
Jordan, C. 1980, A&A, 86, 355
Judge, P. G., Hubeny, V., & Brown, J. C. 1997, ApJ, 475, 275
Kashyap, V., & Drake, J. J. 1998, ApJ, 503, 450
Klimchuk, J. A. 2006, SoPh, 234, 41
Klimchuk, J. A., & Cargill, P. J. 2001, ApJ, 553, 440
Kosugi, T., Matsuzaki, K., Sakao, T., et al. 2007, SoPh, 243, 3
Landi, E., & Klimchuk, J. A. 2010, ApJ, 723, 320
Landi, E., & Landini, M. 1997, A&A, 327, 1230
Landi, E., Reale, F., & Testa, P. 2012, A&A, 538, A1
Landi, E., Young, P. R., Dere, K. P., Del Zanna, G., & Mason, H. E. 2013, ApJ, 763, 86
Lemen, J. R., Title, A. M., Akin, D. J., et al. 2012, SoPh, 275, 17
Mariska, J. 2010, EIS Radiometric Calibration, EIS Software Note Num. 2, ftp://sohoftp.nascom.nasa.gov/solarsoft/hinode/eis/doc/eis_notes/02_RADIOMETRIC_CALIBRATION/eis_swnote_02.pdf
Mason, H. E., & Monsignori Fossi, B. C. 1994, A&ARv, 6, 123
McCarthy, I. E., & Stelbovics, A. T. 1983, PhRvA, 28, 2693
McFee, C. 2003, Design Requirements for the Solar-B EIS Read Out Electronics, http://www.mssl.ucl.ac.uk/www_detector/solar-b/docs/camera/ROE_designSP005-03.pdf
McIntosh, S. W. 2000, ApJ, 533, 1043
Mulu-Moore, F. M., Winebarger, A. R., & Warren, H. P. 2011, ApJL, 742, L6
Parker, E. N. 1988, ApJ, 330, 474
Parnell, C. E., & De Moortel, I. 2012, RSPTA, 370, 3217
Raymond, J. C. 1990, ApJ, 365, 387
Reale, F. 2010, LRSP, 7, 5
Reale, F., & Landi, E. 2012, A&A, 543, A90
Reale, F., & Orlando, S. 2008, ApJ, 684, 715
Reep, J. W., Bradshaw, S. J., & Klimchuk, J. A. 2013, ApJ, 764, 193
Schmelz, J. T., & Pathak, S. 2012, ApJ, 756, 126
Taylor, J. R. (ed.) 1997, Introduction to Error Analysis (2nd ed. (cloth); Mill Valley, CA: Univ. Science Books), 327pp
Testa, P., De Pontieu, B., Martínez-Sykora, J., Hansteen, V., & Carlsson, M. 2012, ApJ, 758, 54
Tripathi, D., Klimchuk, J. A., & Mason, H. E. 2011, ApJ, 740, 111
Walsh, R. W., & Ireland, J. 2003, A&ARv, 12, 1
Warren, H. P., Brooks, D. H., & Winebarger, A. R. 2011, ApJ, 734, 90
Warren, H. P., Winebarger, A. R., & Brooks, D. H. 2012, ApJ, 759, 14
Winebarger, A. R., Schmelz, J. T., Warren, H. P., Saar, S. H., & Kashyap, V. L. 2011, ApJ, 740, 2
Winebarger, A. R., Warren, H. P., Schmelz, J. T., et al. 2012, ApJL, 746, L17
Young, P. R. 2005, A&A, 439, 361
Zirker, J. B. 1993, SoPh, 148, 43