



HAL
open science

Étude expérimentale de sillage turbulent d'un corps à symétrie de révolution autopropulsé par hélice

Thierry M. Faure

► **To cite this version:**

Thierry M. Faure. Étude expérimentale de sillage turbulent d'un corps à symétrie de révolution autopropulsé par hélice. Mécanique des fluides [physics.class-ph]. Ecole Centrale de Lyon, 1995. Français. NNT: . tel-00911048

HAL Id: tel-00911048

<https://theses.hal.science/tel-00911048v1>

Submitted on 28 Nov 2013

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE

présentée

devant L'ÉCOLE CENTRALE DE LYON

pour obtenir

le titre de DOCTEUR

SPÉCIALITÉ ACOUSTIQUE

par

Thierry FAURE

**ÉTUDE EXPÉRIMENTALE DE SILLAGE TURBULENT D'UN
CORPS À SYMÉTRIE DE RÉVOLUTION AUTOPROPULSÉ
PAR HÉLICE**

Soutenue le 5 janvier 1995 devant la Commission d'Examen

JURY

Président : Mlle G. COMTE-BELLOT

**Examineurs : MM. L. FULACHIER
J. N. GENGE
O. P. JACQUOTTE
J. P. LE GOFF
J. PIQUET
G. ROBERT**

*À mes parents, Monique et Maurice,
À la mémoire de ma grand-mère, Alice Pichonnier.*

RÉSUMÉ

Un sillage est la zone de perturbations turbulentes que laisse derrière lui tout corps en mouvement dans un fluide. Parmi les sillages de corps profilés auxquels on s'intéresse ici, il convient de différencier les sillages de traînée, des sillages de corps propulsés. Dans ce dernier cas, la connaissance des caractéristiques de l'écoulement présente un intérêt certain pour la détection des véhicules.

L'objectif de cette étude est d'apporter les informations expérimentales les plus complètes possibles sur l'évolution du champ de vitesse. Pour cela nous avons mis en place une expérience en soufflerie aérodynamique. Le nombre de Reynolds calculé à partir de la vitesse de l'écoulement amont et du diamètre de la maquette est de $5,8 \cdot 10^4$. Un système d'acquisition automatisé des trois composantes du vecteur vitesse instantanée qui utilise une sonde anémométrique à films chauds triples a été développé spécialement. Une exploration axiale comparative entre les sillages pur et autopropulsé du même corps est effectuée pour un vaste domaine qui s'étend du sillage proche au sillage lointain (de 0,2 à 50 diamètres de maquette en aval du corps) ce qui constitue un ensemble très complet de données.

La connaissance de toutes les caractéristiques temporelles du champ de vitesse permet de disposer :

- des trois composantes de la vitesse moyenne
- des six composantes du tenseur de Reynolds
- des moments d'ordre 3 de la vitesse
- des densités spectrales de puissance selon les directions axiale, radiale et tangentielle
- des trois composantes de la vitesse moyenne et des six composantes du tenseur de Reynolds, analysés en phase avec la rotation de l'hélice.

Un résultat original de cette étude est la mise en évidence expérimentale de l'existence d'une affinité pour un sillage lointain de corps autopropulsé par hélice. Cependant, les lois d'évolution fournies par l'analyse des équations du mouvement et reposant sur la distinction entre deux régimes extrêmes d'écoulement ne paraît pas justifiée expérimentalement.

Nous avons déterminé tous les termes de l'équation d'énergie cinétique turbulente accessibles à la mesure. On a ainsi pu montrer l'affinité des échanges turbulents en champ lointain dans les deux configurations. Pour le sillage de corps autopropulsé par hélice, le fait que la production d'énergie cinétique turbulente soit négligeable dans la zone affine est un résultat expérimental important. En reprenant l'analyse dimensionnelle du problème et en ajoutant à l'approximation dite de la « couche limite » la condition d'autopropulsion, on montre que ce terme de production est effectivement négligeable devant les autres.

Dès la zone intermédiaire, la forme de la densité spectrale de puissance relative se conserve selon une direction radiale, en sillage pur ou autopropulsé. Cela traduit la conservation en proportion de la répartition de l'énergie entre les différentes structures turbulentes. Dans le cas du sillage autopropulsé, l'analyse des densités spectrales de puissance met en évidence un signal « large bande » auquel viennent s'ajouter des raies spectrales. La zone de sillage proche, jusqu'à deux diamètres en aval de la maquette, est très fortement marquée par ces phénomènes d'excitation induits par le passage périodique des pales.

Ce constat nous a conduits à effectuer un traitement statistique de la vitesse en phase avec la rotation de l'hélice. On a obtenu une visualisation des structures organisées de l'écoulement présentes pour une région qui s'étend jusqu'à deux diamètres du corps en aval de celui-ci.

ABSTRACT

A wake is the turbulent perturbation region that develops behind any body in motion in a fluid. Among the streamlined bodies' wakes, we have to make a difference between the drag wakes, and the propelled body's wakes. For the latter case, the knowledge of the stream characteristics is of a great interest for the detection of vehicles.

The purpose of this study is to bring experimental information as complete as possible on the velocity field evolution. In order to do this, we set an experiment in a wind tunnel. The Reynolds number calculated with the upstream velocity and the model diameter is 5.8×10^4 . An automated acquisition device of the three components of the instantaneous velocity vector using a triple hot film anemometric probe was developed especially for this work. It is possible to compare the pure and self-propelled wakes created by the same body. The axial exploration was carried out for a large range extending for the near wake to the far wake (0.2 to 50 diameters downstream from the body) which is a very complete data base.

The determination of the time velocity field brings:

- three components of mean velocity
- six components of Reynolds tensor
- third order moments of velocity
- power spectral densities in the axial, radial and tangential directions
- three components of mean velocity and six components of Reynolds tensor, analyzed in phase with the propeller rotation

An original result of this work is the experimental existence of self-preservation for the velocity field in the self-propelled body far wake. Nevertheless, the laws established on an analysis of the motion equations and using a closure based on two opposite rates of flow do not seem to be justified by the experiment.

We have determined all the terms of the turbulent kinetic energy equation that can be measured. Thus we proved self-preservation for the turbulent exchanges in the far wake for both configurations. For the self-propelled body, an important result is that production of turbulent kinetic energy is a negligible process in the self-preserved region. If one adds the self-propelled condition to the boundary layer approximation, it is possible to show, by a correct dimensional analysis, that production is smaller than the other terms of the turbulent kinetic energy balance.

In the transition zone between near and far wake, the shape of non-dimensional power spectral density is preserved along the radial direction for pure or self-propelled wakes. This means that distribution of energy between the turbulent structures is conserved. In the case of the self-propelled wake, the analysis of power spectral densities points out a wide band signal with spectral lines. The near wake region, up to two diameters downstream from the model, is strongly influenced by excitation phenomena created by the periodic blades passing.

This observation behaved us to realize a statistical processing of velocity in phase with the propeller rotation. We obtained a visualization of the organized structures in the flow for a zone that spreads to two diameters downstream from the model.

REMERCIEMENTS

Cette étude a été menée au Laboratoire de Mécanique des Fluides et d'Acoustique de l'École Centrale de Lyon, Unité de Recherche Associée au CNRS n° 263. Elle a pu être réalisée grâce au soutien de la Direction des Recherches Études et Techniques de la Direction Générale de l'Armement.

Je tiens à exprimer ma gratitude à Madame le Professeur G. COMTE-BELLOT, Directrice du Département Acoustique de l'École Centrale de Lyon pendant de nombreuses années, pour son accueil au sein de son équipe et son encouragement au cours de cette étude. Ses compétences dans le domaine de la Turbulence et son enseignement ont été un très grand apport pour la conduite de ma thèse.

Je remercie le Docteur L. FULACHIER, Directeur de l'Institut de Mécanique Statistique de la Turbulence, Directeur de Recherche au CNRS. Compte tenu de ses très grandes compétences dans les techniques expérimentales de la Turbulence, c'est un honneur qu'il me fait de juger ce travail.

Je remercie très vivement le Professeur J. PIQUET, Professeur à l'École Centrale de Nantes, pour l'appréciation qu'il a bien voulu porter sur ce travail et sa participation au jury de ma thèse. Ses travaux théoriques sur les sillages de corps autopropulsés ont été le point de départ de cette étude.

J'exprime ma profonde reconnaissance au Professeur J. N. GENGE, Professeur à l'Université Lyon I, pour l'intérêt qu'il a porté à ma thèse. Les qualités pédagogiques de son enseignement m'ont conduit à m'engager dans l'étude de la Mécanique. Son enthousiasme à faire partager son savoir a fait naître en moi le goût de la recherche en Mécanique des Fluides. Je tiens également à le remercier des fructueuses discussions que nous avons eues.

Je remercie très vivement Monsieur O. P. JACQUOTTE, Ingénieur Principal de l'Armement, qui a bien voulu participer à ce jury.

Mes remerciements s'adressent aussi à Monsieur J. P. LE GOFF, Directeur de la Société SIREHNA, pour l'intérêt qu'il a porté à cette thèse. Son implication dans le sujet a consisté à réaliser la partie hydrodynamique de cette étude.

J'exprime également ma reconnaissance envers le Docteur G. ROBERT, Maître de Conférences à l'École Centrale de Lyon, qui m'a encadré tout au long de ma thèse, pour sa constante disponibilité. Il a su m'apporter une méthode de travail et une très grande rigueur dans la conduite de ma recherche.

Je tiens à exprimer ma sincère gratitude au Docteur E. BENARROUS, Gérant de la Société METRAFLU, pour ses précieux conseils et son enthousiasme constant. J'ai particulièrement apprécié de travailler avec lui, et il a su apporter le point de vue de l'entreprise à mon travail de recherche.

J'associe également à mes remerciements le Professeur D. JUVÉ, Directeur du Département Acoustique de l'École Centrale de Lyon, pour la qualité de l'enseignement en Acoustique et en Mécanique des Fluides dont j'ai pu bénéficier.

Je tiens à remercier Messieurs A. LOUISOT, et P. ROLAND de la Société METRAFLU, de l'aide qu'ils m'ont apporté dans la mise en place de mon expérience et dans le dépouillement des résultats, ainsi que Monsieur B. MUSY qui a réalisé toute la partie électronique.

Je remercie Madame E. ROCHE et Mademoiselle J. KREISS pour l'aide efficace et sympathique qu'elles ont su apporter aux aspects administratifs de mon travail et à la recherche de documentation. J'ai pu également apprécier la qualité des services que m'ont rendus Mesdames F. MAUPAS, P. PARNIÈRE et O. VITALI de la Société METRAFLU.

Ma reconnaissance s'adresse à l'ensemble des personnes du Département Acoustique que j'ai eu l'occasion de rencontrer, et en particulier P. CHEVRET, D. THENAIL, P. BLANC-BENON, C. PEDRI, M. FURSTOSS, J. Y. GUERDER, M. KRANE, B. LE MONNIER de GOUVILLE, V. GRADOZ, E. ZOPELLARI, V. DURRAFOURG et bien d'autres encore.

Enfin, j'exprime ma sincère amitié à C. BÉRAL qui a su m'apporter son soutien moral au cours de ces années de travail.

TABLE DES MATIÈRES

INTRODUCTION	1
CHAPITRE I	5
FORMULATION DU CHAMP AÉRODYNAMIQUE DANS UN SILLAGE	5
I-1 ÉQUATIONS GÉNÉRALES DES ÉCOULEMENTS TURBULENTS A SYMÉTRIE AXIALE	5
I-1-1 Expression des équations du mouvement en coordonnées axisymétriques.....	5
I-1-2 Décomposition de Reynolds.....	6
I-2 L'APPROXIMATION DE LA « COUCHE LIMITE ».....	8
I-2-1 Échelles caractéristiques	9
I-2-2 Analyse dimensionnelle des équations.....	9
I-2-2-1 Équation de continuité	9
I-2-2-2 Équations de Navier-Stokes	10
I-2-2-3 Équation de l'énergie cinétique turbulente	13
I-3 AFFINITÉ DES VITESSES	14
I-3-1 Équations de départ.....	14
I-3-2 Hypothèse d'affinité	15
I-3-3 Équations de conservation.....	15
I-3-3-1 Mouvement axial	16
I-3-3-2 Mouvement tangentiel.....	17
I-3-3-3 Fermeture turbulente.....	18
I-3-4 Différents régimes d'écoulement.....	19
I-3-4-1 Régime axial dominant	19
I-3-4-2 Régime de rotation dominante	20
I-3-5 Évolution longitudinale des fonctions axiales	21
I-3-6 Sillage pur.....	21
I-3-7 Sillage autopropulsé régime axial dominant.....	22
I-3-8 Sillage autopropulsé régime de rotation dominante.....	23
I-4 EXPRESSION ANALYTIQUE DES PROFILS AFFINES DE VITESSE	24
I-4-1 Expression du profil de vitesse axiale moyenne	24
I-4-1-1 Sillage pur	25
I-4-1-2 Sillage autopropulsé régime axial dominant	25
I-4-1-3 Sillage autopropulsé régime de rotation dominante	26
I-4-1-4 Détermination de la valeur de la constante	26
I-4-2 Profil des tensions de cisaillement.....	27
I-5 CONCLUSION.....	27
CHAPITRE II	29
CONDITIONS EXPÉRIMENTALES	29
II-1 INSTALLATION EXPÉRIMENTALE	29
II-1-1 La veine d'essais.....	29
II-1-2 La maquette	29
II-1-3 Le support.....	31
II-1-4 L'hélice	31
II-2 INSTRUMENTATION.....	32
II-2-1 Anémométrie à films chauds triples.....	32
II-2-1-1 Principe de fonctionnement	32
II-2-1-2 Sonde anémométrique à films chauds triples.....	34
II-2-1-3 Implantation de la sonde sur site.....	36
II-2-1-4 Étalonnage	37
II-2-1-5 Problèmes liés à l'utilisation d'une sonde à films chauds.....	37
II-2-2 La chaîne de mesure.....	38
II-2-2-1 La chaîne anémométrique	38
II-2-2-2 Le système de déplacement	39
II-3 ERREUR DE MESURE.....	39

<i>II-3-1 Erreur induite par l'inhomogénéité de l'écoulement</i>	39
<i>II-3-2 Erreur d'acquisition</i>	40
II-3-2-1 États du signal au cours de la chaîne de mesure.....	40
II-3-2-2 Erreurs engendrées par la chaîne de mesure.....	41
<i>II-3-3 Erreur de traitement statistique</i>	43
<i>II-3-4 Erreur de mesure totale</i>	44
CHAPITRE III	47
MESURES AÉRODYNAMIQUES GLOBALES	47
III-1 DÉTERMINATION D'UNE CONFIGURATION AUTOPROPULSÉE	47
<i>III-1-1 Bilan de quantité de mouvement</i>	47
<i>III-1-2 Grandeurs conservatives d'un sillage autopropulsé</i>	48
III-1-2-1 Conservation axiale de la quantité de mouvement.....	48
III-1-2-2 Conservation axiale du moment rotatif.....	49
III-2 DÉTERMINATION DU CHAMP DE VITESSE EN COORDONNÉES CYLINDRIQUES	50
III-3 EXPLORATION TRIDIMENSIONNELLE DU CHAMP MOYEN DE VITESSE.....	52
<i>III-3-1 Vitesse axiale moyenne</i>	52
III-3-1-1 Sillage pur	52
III-3-1-2 Sillage autopropulsé.....	54
<i>III-3-2 Vitesse tangentielle moyenne (sillage autopropulsé)</i>	55
III-4 EXPLORATION TRIDIMENSIONNELLE DU CHAMP TURBULENT DE VITESSE	55
<i>III-4-1 Écart-type des fluctuations de vitesse axiale</i>	58
III-4-1-1 Sillage pur.....	58
III-4-1-2 Sillage autopropulsé.....	58
<i>III-4-2 Cisaillement axial-radial</i>	58
III-4-2-1 Sillage pur.....	58
III-4-2-2 Sillage autopropulsé.....	58
III-5 VORTICITÉ MOYENNE.....	58
III-6 DÉTERMINATION DE PROFILS SELON UNE DIRECTION RADIALE.....	59
CHAPITRE IV	61
ÉVOLUTION LONGITUDINALE DU SILLAGE	61
IV-1 ÉVOLUTION RADIALE DU SILLAGE	61
<i>IV-1-1 Sillage pur</i>	61
IV-1-1-1 Vitesse moyenne axiale	61
IV-1-1-2 Écart-type des fluctuations de vitesse axiale	62
<i>IV-1-2 Sillage autopropulsé</i>	63
IV-1-2-1 Vitesse moyenne axiale	63
IV-1-2-2 Écart-type des fluctuations de vitesse axiale	64
IV-2 ÉVOLUTION AXIALE DES QUANTITÉS CARACTÉRISTIQUES.....	66
<i>IV-2-1 Rayon du sillage</i>	66
IV-2-1-1 Rayon défini sur la vitesse moyenne	66
IV-2-1-2 Rayon défini sur l'écart-type des fluctuations de vitesse axiale.....	66
IV-2-1-3 Sillage pur.....	66
IV-2-1-4 Sillage autopropulsé	68
<i>IV-2-2 Vitesse moyenne axiale</i>	70
IV-2-2-1 Vitesse déficitaire (sillage pur).....	70
IV-2-2-2 Vitesse excédentaire (sillage autopropulsé).....	71
<i>IV-2-3 Vitesse moyenne radiale</i>	71
<i>IV-2-4 Vitesse moyenne tangentielle</i>	72
<i>IV-2-5 Écart-type des fluctuations de vitesse</i>	73
<i>IV-2-6 Vorticité moyenne axiale</i>	75
<i>IV-2-7 Conclusion</i>	75
IV-3 EXISTENCE D'UNE AFFINITÉ DE VITESSE	76
<i>IV-3-1 Vitesse moyenne axiale</i>	76
<i>IV-3-2 Vitesse moyenne tangentielle</i>	77
<i>IV-3-3 Énergie cinétique turbulente</i>	78
<i>IV-3-4 Cisaillement axial-radial</i>	79
IV-4 CONFRONTATION AVEC L'ANALYSE DES ÉQUATIONS DU MOUVEMENT	80
<i>IV-4-1 Évolution asymptotique axiale</i>	80
IV-4-1-1 Détermination de l'origine virtuelle du sillage.....	80
IV-4-1-2 Sillage pur.....	81

IV-4-1-3 Sillage autopropulsé.....	82
IV-4-2 Évolution affine radiale.....	84
IV-4-2-1 Sillage pur.....	84
IV-4-2-2 Sillage autopropulsé.....	85
IV-5 CONCLUSION.....	86
CHAPITRE V.....	89
ANALYSE SPECTRALE DES SILLAGES.....	89
V-1 MÉTHODOLOGIE DE MESURE SPECTRALE DE VITESSE.....	89
V-1-1 Densité spectrale de puissance.....	89
V-1-2 Estimation expérimentale de la densité spectrale de puissance.....	90
V-1-3 Choix de l'échantillon temporel.....	91
V-2 ÉTUDE DES PHÉNOMÈNES « LARGE BANDE ».....	92
V-2-1 Sillage pur.....	92
V-2-2 Sillage autopropulsé.....	95
V-3 ÉTUDE DES RAIES SPECTRALES.....	98
V-4 CONCLUSION.....	101
CHAPITRE VI.....	103
ÉCHANGES ÉNERGÉTIQUES TURBULENTS.....	103
VI-1 ÉQUATION DE L'ÉNERGIE CINÉTIQUE TURBULENTE.....	103
VI-1-1 Expression en coordonnées axisymétriques.....	103
VI-1-2 Approximation de la « couche limite ».....	104
VI-1-3 Détermination de chacun des termes.....	106
VI-2 VALIDITÉ DE L'APPROXIMATION DE LA « COUCHE LIMITE ».....	108
VI-2-1 Mesure des termes d'ordre 1 et 2.....	108
VI-2-2 Sillage pur.....	109
VI-2-3 Sillage autopropulsé.....	109
VI-3 ÉVOLUTION RADIALE DU BILAN.....	112
VI-3-1 Sillage pur.....	112
VI-3-2 Sillage autopropulsé.....	113
VI-4 JUSTIFICATION ANALYTIQUE.....	115
VI-5 CONCLUSION.....	116
CHAPITRE VII.....	117
ANALYSE DES STRUCTURES PÉRIODIQUES DE L'ÉCOULEMENT INDUITES PAR L'HÉLICE.....	117
VII-1 RÉALISATION D'UN TRAITEMENT PAR MOYENNE DE PHASE.....	117
VII-1-1 Dispositif expérimental et procédure d'acquisition.....	117
VII-1-2 Traitement statistique du signal.....	117
VII-2 ANALYSE DES STRUCTURES ORGANISÉES.....	121
VII-2-1 Étendue axiale de la zone d'écoulement organisé.....	121
VII-2-2 Analyse du champ axial moyen.....	122
VII-2-3 Analyse du champ radial moyen.....	123
VII-2-4 Analyse du champ tangentiel moyen.....	124
VII-2-4 Analyse de la vortacité axiale moyenne.....	124
VII-3 ANALYSE DU CHAMP TURBULENT.....	125
VII-3-1 Énergie cinétique turbulente.....	125
VII-3-2 Cisaillement axial-radial.....	126
VII-4 CONCLUSION.....	127
CONCLUSION.....	129
RÉFÉRENCES.....	131
SUMMARY.....	137
CHAPTER I : FORMULATION OF THE AERODYNAMIC FIELD IN A WAKE.....	137
CHAPTER II : EXPERIMENTAL CONDITIONS.....	137
CHAPTER III : GLOBAL AERODYNAMIC MEASUREMENTS.....	138
CHAPTER IV : AXIAL EVOLUTION OF THE WAKE.....	138

CHAPTER V : SPECTRAL ANALYSIS OF WAKES	138
CHAPTER VI : TURBULENT KINETIC ENERGY BALANCE.....	139
CHAPTER VII : PHASE-AVERAGING ANALYSIS OF THE PERIODIC STREAM STRUCTURES INDUCED BY THE PROPELLER	139

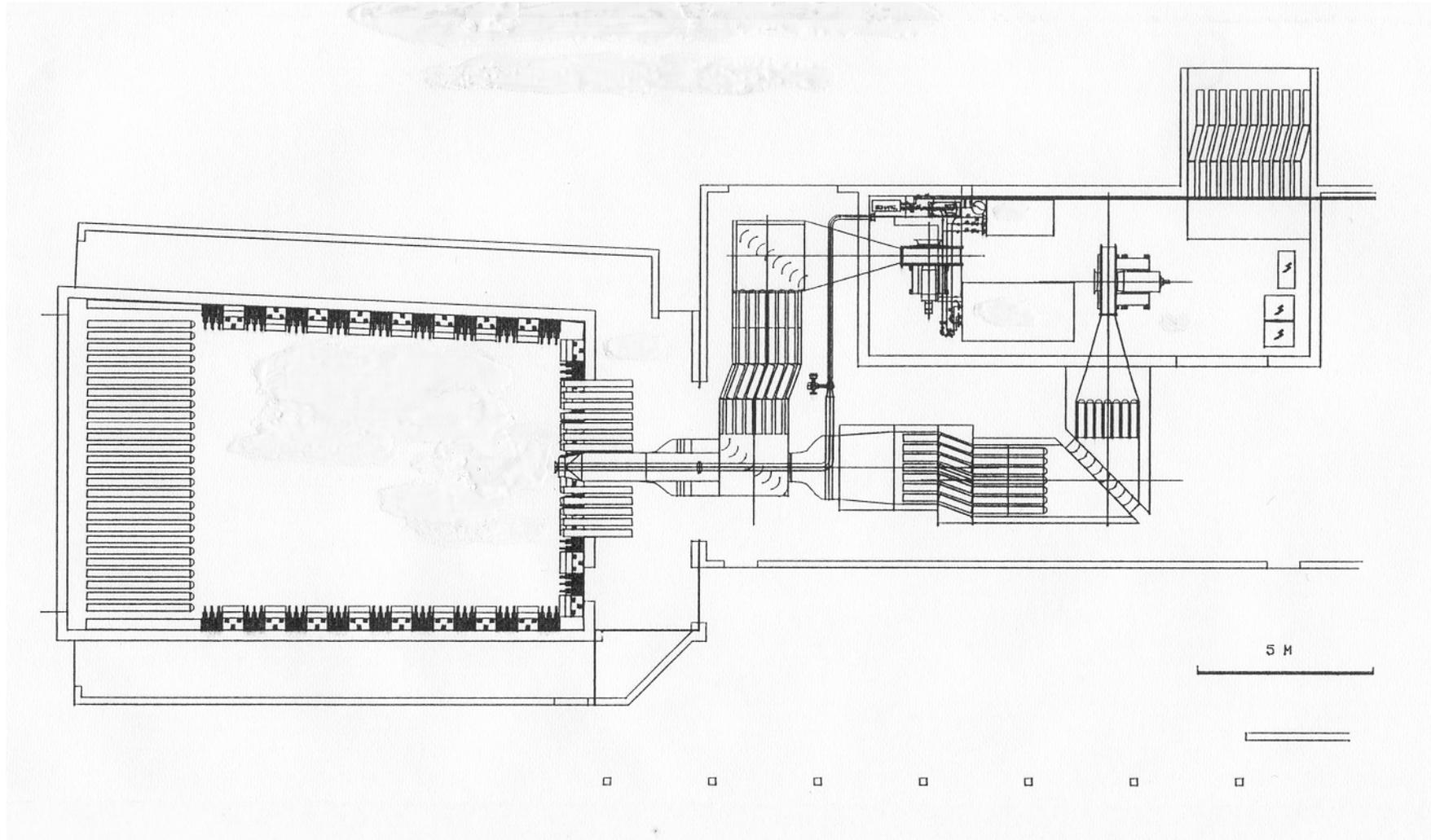


Planche II-1 : Schéma de la soufflerie

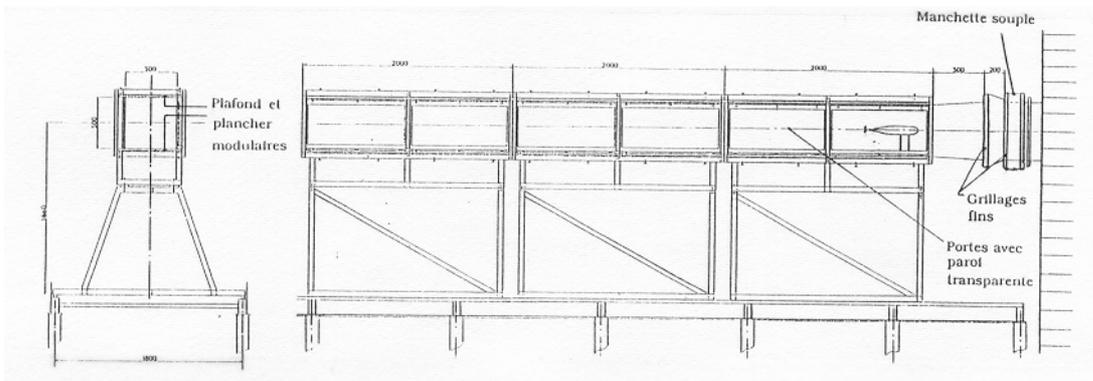


Planche II-2 : Veine d'essais

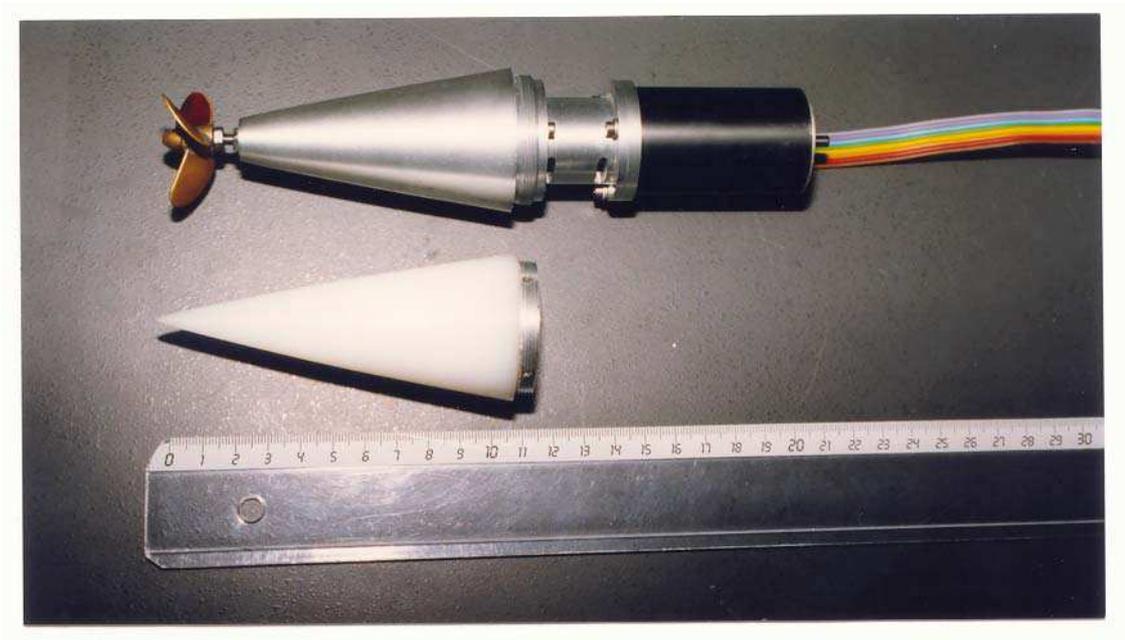
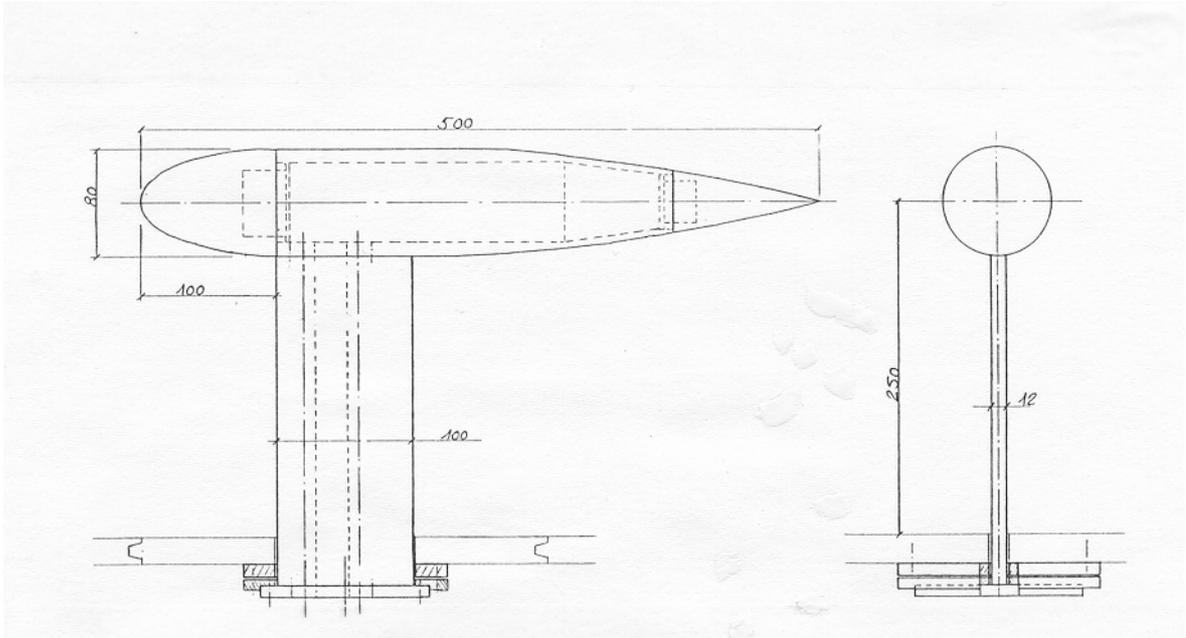


Planche II-3 : Maquette expérimentale et ses deux parties terminales

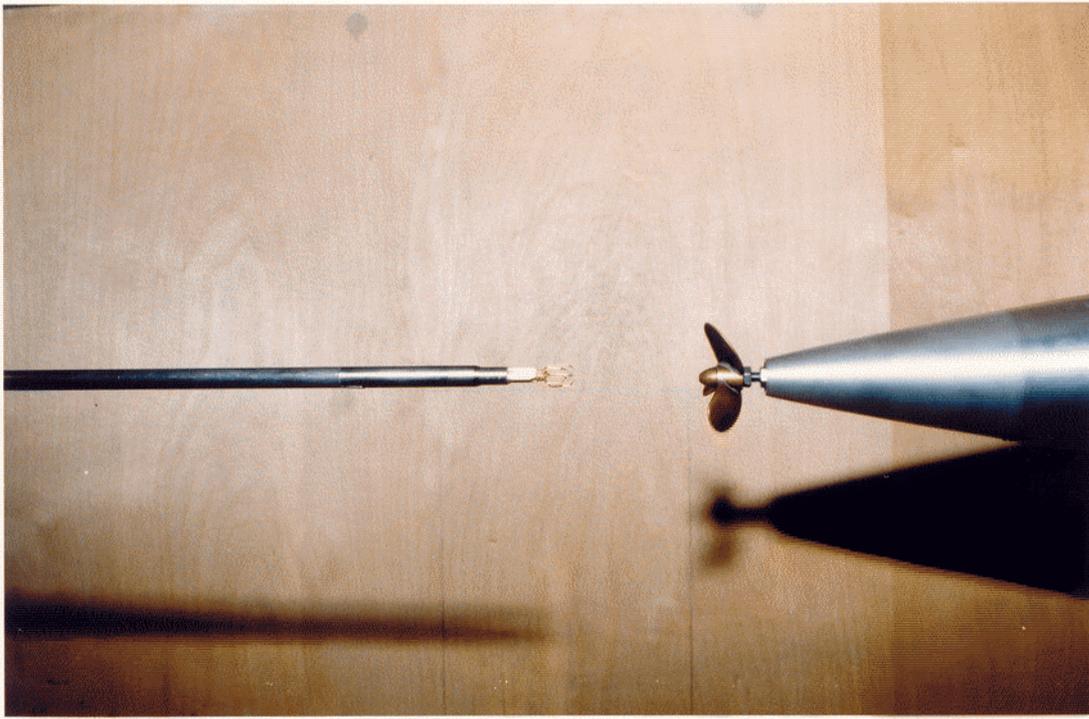


Planche II-4 : a- Sonde anémométrique à films chauds triples

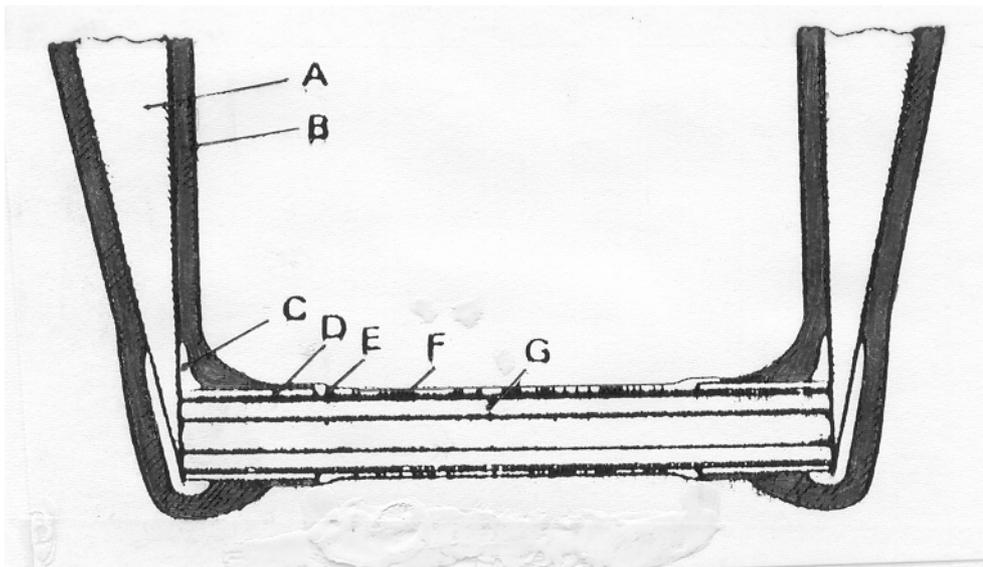


Planche II-4 : b- Schéma d'un film chaud (d'après James et Acosta Thermo Systems Inc. 1970)

(la représentation n'est pas à l'échelle)

- A broche de maintien
- B revêtement d'époxy
- C soudure à l'or
- D placage d'or
- E revêtement de quartz de $0,5 \mu\text{m}$
- F film de nickel de $0,1 \mu\text{m}$ de diamètre
- G cylindre de quartz de $70 \mu\text{m}$ de diamètre

NOTATIONS

A	constante
B	constante
C	terme de convection de l'équation de l'énergie cinétique turbulente
C_1	terme de convection d'ordre 1 de l'équation de l'énergie cinétique turbulente
C_2	terme de convection d'ordre 2 de l'équation de l'énergie cinétique turbulente
C_v	constante
c	corde
D	diamètre de la maquette
DI	terme de dissipation de l'équation de l'énergie cinétique turbulente
d	diamètre de l'hélice
E	tension
E_a	fonction affine de dissipation
e	épaisseur de profil
F	fonction
F_m	fonction d'amplitude
F_p	force de poussée
F_T	force de traînée
f	fréquence
f_a	fonction affine de vitesse moyenne axiale
G	moment rotatif
G_h	moment rotatif de l'hélice
G_{xx}	densité spectrale de puissance définie pour les fréquences positives des fluctuations de vitesse axiale
g_a	fonction affine de cisaillement axial-radial
h_J	constante binormale de Jorgensen
h_a	fonction affine d'énergie cinétique turbulente
i	unité imaginaire pure
j_a	fonction affine de cisaillement radial-tangentiell
INT	partie entière
K	constante sans dimension
k_a	fonction affine d'énergie cinétique turbulente
k_J	constante tangentielle de Jorgensen
L	échelle de longueur selon la direction axiale
l	échelle de longueur selon la direction radiale
l_m	rayon "moyen" du sillage
l_t	rayon "turbulent" du sillage
l_0	échelle de longueur initiale selon la direction radiale
m	puissance de la loi d'évolution asymptotique axiale de la vitesse moyenne axiale caractéristique
N	vitesse de rotation
N_{acq}	nombre de points d'un échantillon
n	puissance de la loi d'évolution asymptotique axiale du rayon du sillage
n_{moy}	nombre de points d'une réalisation moyenne
P	terme de production de l'équation de l'énergie cinétique turbulente

\bar{P}	pression moyenne
P_1	terme axial de production de l'équation de l'énergie cinétique turbulente
P_2	terme tangential de production de l'équation de l'énergie cinétique turbulente
P_3, P_4, P_5	termes de production d'ordre 2 de l'équation de l'énergie cinétique turbulente
P_e	pression dans l'écoulement amont
\underline{p}	fluctuation de pression
q^2	énergie cinétique turbulente
R	rayon de la maquette
r	coordonnée radiale
r_h	rayon de l'hélice
Re	nombre de Reynolds
S	aire
S_{xx}	densité spectrale de puissance
T	température
T_a	fonction affine de transfert
T_1	terme de transfert cinétique de l'équation de l'énergie cinétique turbulente
T_2	terme de transfert par pression de l'équation de l'énergie cinétique turbulente
T_3	terme de transfert visqueux de l'équation de l'énergie cinétique turbulente
TF	transformée de Fourier rapide
t	temps
U	échelle de vitesse axiale
\hat{U}	échelle des variations de vitesse axiale
U_e	vitesse de l'écoulement amont à la maquette
U_{eff}	vitesse effective de refroidissement d'un film chaud
U_i	vitesse instantanée
\bar{U}_i	vitesse moyenne
U_i^ϕ	vitesse organisée périodique
\tilde{U}_i	vitesse moyenne par traitement en phase
U_s	composante de vitesse cartésienne selon la direction axiale dans le repère sonde
u	échelle des fluctuations de vitesse
u_i^ϕ	fluctuation de vitesse par traitement en phase
V	échelle de vitesse radiale
V_h	vitesse tangentielle en bout de pale
V_s	composante de vitesse cartésienne selon la direction horizontale dans le repère sonde
VT	terme de variation temporelle du bilan d'énergie cinétique turbulente
v	fluctuation de vitesse cartésienne selon la direction horizontale
W	échelle de vitesse tangentielle
W_s	composante de vitesse cartésienne selon la direction verticale dans le repère sonde
w	fluctuation de vitesse cartésienne selon la direction verticale
X	axe d'un repère cartésien
x	coordonnée axiale
\bar{x}	vecteur position
x_0	origine virtuelle du sillage

Y	axe d'un repère cartésien
y	coordonnée suivant Y
Z	axe d'un repère cartésien
z	coordonnée suivant Z
α	exposant constant
β	angle « de tangage » de rotation de la sonde
γ	angle « de lacet » de rotation de la sonde
Δ	différence
δ	angle d'incidence de la vitesse par rapport à la normale à un film chaud
$\bar{\varepsilon}$	dissipation
$\bar{\varepsilon}_{\text{iso}}$	dissipation isotrope
ε^i	erreur de mesure concernant le paramètre i
η	distance radiale non dimensionnelle par rapport au rayon turbulent
η_h	rendement de l'hélice
ν	viscosité
ν_t	viscosité turbulente
ξ	distance radiale non dimensionnelle par rapport au rayon moyen
θ	coordonnée tangentielle
ρ	masse volumique
Σ	surface
φ	1 ^{er} angle de position des films chauds sur la sonde
ϕ	angle de phase
ψ	2 nd angle de position des films chauds sur la sonde
$\bar{\Omega}_x$	vorticité moyenne axiale

Indices et exposants

acq	paramètre d'acquisition
cond	conditionnement du signal
b	coordonnée binormale
c	centre du sillage
comp	compensation en température du signal
dec	déconditionnement du signal
dep	dépouillement du signal
dis	discrétisation du signal
f	repère lié aux films chauds
i	indice courant
j	indice courant
LB	signal large bande
m	maximum d'une grandeur physique pour une distance axiale donnée
max	maximum
mes	mesure du signal
min	minimum
n	coordonnée normale
num	numérisation du signal
qua	quantification du signal
r	coordonnée radiale
s	repère lié à la sonde
sp	paramètre d'un spectre
T	recalage thermique du signal

v	repère lié à la veine d'essais
x	coordonnée axiale
θ	coordonnée tangentielle
ϕ	angle de phase
0	indice d'une fréquence fondamentale
1, 2, 3	indices de repérage des films chauds sur la sonde
*	conjugué d'une variable complexe
—	moyenne suivant la décomposition de Reynolds
~	moyenne suivant l'analyse de phase
^	transformée de Fourier

INTRODUCTION

Un sillage est la zone de perturbations que laisse derrière lui tout corps en mouvement dans un fluide. Cette zone est le plus souvent turbulente, et peut se décomposer en une région proche immédiatement derrière le corps, où le mouvement du fluide est très complexe, et une région lointaine qui tend vers un certain équilibre. La limite entre ces régions dépend fortement de la forme de ce corps. Dans la pratique, les sillages se rencontrent fréquemment, par exemple sur les rivières en aval des piliers de ponts. Ce sont aussi les traces aérodynamiques des véhicules, sur les mers en aval des navires comme dans les airs derrière les avions. L'étude des sillages de barreaux, où se produit un échappement tourbillonnaire, est un sujet qui a été l'objet de nombreuses investigations. Ici nous nous intéressons aux sillages de corps profilés avec l'écoulement qui ne présentent donc pas de forte singularité. Parmi ces types de sillages, il convient encore de différencier les sillages de traînée (comme le sillage d'un pilier de pont) caractérisés par la force de traînée s'exerçant sur le corps générateur, des sillages de corps propulsés (comme les sillages d'un navire ou d'un avion) où cette traînée est compensée par une poussée engendrée par le système de propulsion. Dans ce dernier cas, la connaissance des caractéristiques des sillages présente un intérêt certain pour la détection des véhicules, notamment pour le repérage des véhicules marins. Actuellement, les techniques d'identification navales utilisent des méthodes fondées sur la détection des bulles créées par la cavitation due au propulseur, pour les sillages de surface (navires ou sous-marins en faible immersion). Pour les sillages de profondeur (sous-marins en plongée), les fortes pressions rencontrées empêchent l'apparition de ce phénomène. Il faut alors avoir recours à des méthodes acoustiques actives d'identification par son écho de l'objet à repérer, dont le problème principal est la sensibilité aux contre-signaux émis par le véhicule recherché. L'idée d'une méthode de détection passive telle que la reconnaissance de grandeurs propres au sillage permettrait de remonter jusqu'à la cible sans mettre cette dernière en alerte. L'objectif de cette étude est de déterminer les caractéristiques cinématiques d'un sillage de corps autopropulsé par hélice.

Si les sillages de corps profilés ont été étudiés auparavant (Chevray 1968, Schetz et Jakubowski 1974), les sillages de corps autopropulsés n'ont été l'objet que d'un nombre réduit de publications. De plus les divers résultats disponibles sont loin d'être concordants et ne sont pas nécessairement comparables entre eux.

Sur le plan expérimental, la première étude est due à Schooley et Stewart (1963) qui ont visualisé l'évolution temporelle de l'écoulement en aval d'un petit corps propulsé par hélice et immergé dans une cuve à eau où un gradient vertical de densité était réalisé. Cette expérience a permis d'obtenir des données sur l'expansion horizontale du sillage et a montré une diminution de son rayon suivant la direction verticale liée à la présence du gradient de densité, mais n'apporte aucune information sur le champ de vitesse.

L'expérience la plus souvent citée en référence est celle de Naudascher (1965) qui a réalisé dans un tunnel aérodynamique un sillage à quantité de mouvement nulle. Pour cela, le corps générateur du sillage est simulé par un disque placé perpendiculairement à un écoulement et au centre duquel est créé le jet propulsif. La configuration de corps autopropulsé est obtenue lorsque la force de poussée, engendrée par le système de propulsion équilibre la force de traînée du corps. Cette expérience fournit des données sur le champ de vitesse mais ne représente pas de façon réaliste le sillage d'un corps propulsé par une hélice, car il n'y a pas de composante moyenne de vitesse tangentielle. Cependant, Naudascher semble avoir mis en évidence une affinité des profils de vitesse moyenne axiale, de la tension de cisaillement axial-radial et de l'intensité de turbulence axiale dans le cas de la propulsion

par jet. Il a également mesuré les termes de convection et de production de l'équation d'énergie cinétique turbulente et a montré que la production devient négligeable asymptotiquement.

Plus récemment, Schetz et Jakubowski (1975) ont effectué une étude comparative entre le sillage pur, le sillage propulsé par jet et le sillage propulsé par hélice du même corps profilé dans un tunnel aérodynamique pour cinq distances d'exploration axiale comprises entre 2 et 40 diamètres de maquette. Cette caractérisation de l'écoulement est limitée aux vitesses moyennes et quadratiques moyennes.

Enfin on peut citer l'étude de la zone initiale d'un sillage d'hélice effectuée en soufflerie aérodynamique par Hyun et Patel (1992). L'originalité de cette étude réside dans le traitement du champ de vitesse en réalisant des moyennes sur la périodicité de la rotation de l'hélice. Ainsi, les structures organisées relatives à chacune des pales du propulseur peuvent être mises en évidence par ce traitement jusqu'à une distance longitudinale derrière le corps égale à 2 fois le diamètre de l'hélice.

Une approche plus théorique du problème a été effectuée par Finson (1975) à partir des résultats expérimentaux de Naudascher. Il montre que dans le cas d'un sillage autopropulsé par jet la zone de sillage lointain ne devient pas indépendante des conditions initiales et que l'on ne peut pas trouver d'échelle de longueur caractéristique dans cette région.

C'est à Ferry et Piquet (1987) que l'on doit la première tentative d'analyse théorique globale du problème de l'autopropulsion à travers une démarche analytique qui prend en compte comme fermetures du problème :

- une équation de conservation axiale (quantité de mouvement)
- une équation de conservation tangentielle
- des fermetures turbulentes (hypothèse de Boussinesq et modèle $\overline{q^2} - \bar{\epsilon}$).

Pour résoudre le problème analytiquement, il faut mettre en évidence deux régimes d'écoulement qui entraînent des évolutions différentes des caractéristiques cinématiques. Cette démarche est exposée au chapitre I.

Une modélisation numérique réalisée par Darrozes et Borleteau (1992) permet la prédiction de l'évolution d'un sillage rotatif. Certaines lois d'évolution, montrent des divergences par rapport à l'analyse précédente.

Notons également l'étude expérimentale d'un sillage bidimensionnel autopropulsé par jet de Cimbalá et Park (1990) et Park et Cimbalá (1991). Ils ont montré l'affinité des intensités de turbulence axiale et transversale ainsi qu'un comportement de la turbulence assez différent de celui des sillages où des jets mais plus proche d'une turbulence de grille. La façon dont l'injection est réalisée (jet central où jet périphérique) est un paramètre important pour la décroissance de la vitesse moyenne et l'élargissement du sillage, mais n'a pas d'influence sur l'intensité de turbulence axiale.

L'objectif de notre étude est d'apporter les informations les plus complètes possibles en ce qui concerne l'évolution d'un sillage de corps à symétrie de révolution axiale autopropulsé par hélice. Pour cela, on se propose d'étudier non seulement les caractéristiques moyennes et turbulentes du champ de vitesse, mais aussi d'effectuer des mesures plus fines, aussi bien en ce qui concerne l'analyse spectrale que les échanges énergétiques turbulents. Le traitement du champ de vitesse par moyenne de phase est également réalisé.

Nous avons mis en place une expérience permettant d'effectuer la comparaison entre le sillage de traînée (appelé dans la suite du texte sillage pur) et le sillage du même corps dans une configuration telle que la traînée soit compensée par la force de poussée du système propulsif, en l'occurrence une hélice (configuration appelée sillage autopropulsé). Le nombre de Reynolds calculé à partir de la vitesse de l'écoulement amont et du diamètre de la maquette est de $5,8 \cdot 10^4$. Pour cette expérience, réalisée dans une veine d'essais aérodynamique, nous avons développé un système d'acquisition automatisé des trois composantes du vecteur vitesse instantanée qui utilise une sonde anémométrique à films chauds triples (chap. II). Les mesures effectuées consistent en des explorations transversales du sillage pour une distance axiale

donnée (chap. III). On peut ainsi déterminer l'évolution longitudinale des grandeurs caractéristiques des trois composantes du champ de vitesse moyenne et des six termes du tenseur de Reynolds, ainsi que les formes des profils de chacune de ces quantités. La comparaison avec les résultats analytiques sera réalisée à ce niveau (chap. IV). On s'intéresse également à la répartition en fréquence du contenu du champ cinématique ; l'on met ainsi en évidence le fait que le sillage autopropulsé est nettement plus riche en petites structures turbulentes (chap. V). Les transferts d'énergie turbulente entre les différentes régions des deux configurations étudiées sont aussi présentés sous forme de bilan selon une direction radiale (chap. VI). Enfin, on caractérise les structures organisées de l'écoulement du sillage autopropulsé en effectuant des moyennes du champ de vitesse par rapport à chaque tour de l'hélice (chap. VII).

CHAPITRE I

FORMULATION DU CHAMP AÉRODYNAMIQUE DANS UN SILLAGE

Nous établissons les équations générales de la turbulence pour un écoulement visqueux incompressible à symétrie axiale, en introduisant une décomposition de Reynolds. L'approximation dite de la « couche limite » est ensuite réalisée dans le cas d'un sillage lointain. Comme le problème comporte la mise en rotation de l'écoulement par une hélice, il faut considérer la présence d'une composante tangentielle de vitesse moyenne. Ceci conduit aux équations simplifiées pour un sillage autopropulsé, qui sont la base de cette étude. On suppose alors l'affinité des vitesses, et l'analyse du problème permet d'obtenir des expressions analytiques tant pour les lois d'évolution axiale des échelles caractéristiques, que pour les formes affines des profils selon une direction radiale. La confrontation de ces expressions théoriques aux résultats expérimentaux sera effectuée au chapitre IV.

I-1 ÉQUATIONS GÉNÉRALES DES ÉCOULEMENTS TURBULENTS A SYMÉTRIE AXIALE

I-1-1 Expression des équations du mouvement en coordonnées axisymétriques

Les équations générales du mouvement d'un fluide visqueux Newtonien incompressible sont :

- l'équation de continuité :

$$\operatorname{div} \vec{U} = 0 \quad (\text{I-1})$$

- les équations de Navier-Stokes :

$$\frac{d\vec{U}}{dt} = \frac{\partial \vec{U}}{\partial t} + \vec{U} \operatorname{grad} \vec{U} = -\frac{1}{\rho} \operatorname{grad} p + \nu \Delta \vec{U} \quad (\text{I-2})$$

Comme le problème du développement d'un sillage axisymétrique présente une symétrie de révolution axiale, on exprime ces équations en coordonnées cylindriques (Batchelor 1967) :

- l'équation de continuité :

$$\frac{\partial U_x}{\partial x} + \frac{\partial U_r}{\partial r} + \frac{U_r}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial U_\theta}{\partial \theta} = 0 \quad (\text{I-3})$$

- les équations de Navier-Stokes :

$$\begin{aligned} \frac{\partial U_x}{\partial t} + U_x \frac{\partial U_x}{\partial x} + U_r \frac{\partial U_x}{\partial r} + \frac{U_\theta}{r} \frac{\partial U_x}{\partial \theta} = \\ -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 U_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U_x}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial U_x}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 U_x}{\partial \theta^2} \right) \end{aligned} \quad (\text{I-4})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial U_r}{\partial t} + U_x \frac{\partial U_r}{\partial x} + U_r \frac{\partial U_r}{\partial r} + \frac{U_\theta}{r} \frac{\partial U_r}{\partial \theta} - \frac{U_\theta^2}{r} = \\ -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial r} + \nu \left(\frac{\partial^2 U_r}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial U_r}{\partial r} - \frac{U_r}{r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 U_r}{\partial \theta^2} - \frac{2}{r^2} \frac{\partial U_\theta}{\partial \theta} \right) \end{aligned} \quad (\text{I-5})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial U_\theta}{\partial t} + U_x \frac{\partial U_\theta}{\partial x} + U_r \frac{\partial U_\theta}{\partial r} + \frac{U_\theta}{r} \frac{\partial U_\theta}{\partial \theta} + \frac{U_r U_\theta}{r} = \\ -\frac{1}{\rho r} \frac{\partial P}{\partial \theta} + \nu \left(\frac{\partial^2 U_\theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U_\theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial U_\theta}{\partial r} - \frac{U_\theta}{r^2} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 U_\theta}{\partial \theta^2} + \frac{2}{r^2} \frac{\partial U_r}{\partial \theta} \right) \end{aligned} \quad (\text{I-6})$$

I-1-2 Décomposition de Reynolds

Les écoulements que l'on rencontre en pratique sont la plupart du temps turbulents ; c'est le cas des écoulements de paroi (couches limites, écoulement dans un conduit, ...) comme des écoulements libres (sillages, jets, panaches thermiques, ...). Dans ce cas, l'écoulement est :

- instationnaire
- aléatoire
- tridimensionnel

Reynolds a eu l'idée en 1894 d'introduire une décomposition statistique de la vitesse instantanée en une composante moyenne et une composante fluctuante :

$$U_i(\vec{x}, t) = \bar{U}_i(\vec{x}) + u_i(\vec{x}, t)$$

avec la moyenne statistique ou moyenne d'ensemble $\bar{U}_i(\vec{x})$ et la fluctuation centrée $\bar{u}_i(\vec{x}) = 0$ où $i = (x, r, \theta)$.

De même pour le champ de pression ou toute autre grandeur physique (température, ...) :

$$P(\vec{x}, t) = \bar{P}(\vec{x}) + p(\vec{x}, t)$$

Quand on prend en compte cette décomposition en considérant l'écoulement axisymétrique (coordonnées cylindriques avec les dérivées tangentielles des grandeurs moyennes nulles) les équations du mouvement (I-3 à I-6) s'écrivent :

équation de continuité :

- pour l'écoulement moyen :

$$\frac{\partial \bar{U}_x}{\partial x} + \frac{\partial \bar{U}_r}{\partial r} + \frac{\bar{U}_r}{r} = 0 \quad (\text{I-7})$$

- pour l'écoulement fluctuant :

$$\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{u_r}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} = 0 \quad (\text{I-8})$$

équations de Navier-Stokes :

- pour l'écoulement moyen :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{U}_x}{\partial t} + \bar{U}_x \frac{\partial \bar{U}_x}{\partial x} + \bar{U}_r \frac{\partial \bar{U}_x}{\partial r} = & - \frac{\partial \overline{u_x^2}}{\partial x} - \frac{\partial \overline{u_x u_r}}{\partial r} - \frac{\overline{u_x u_r}}{r} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x} + \\ & \nu \left(\frac{\partial^2 \bar{U}_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{U}_x}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \bar{U}_x}{\partial r} \right) \end{aligned} \quad (\text{I-9})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{U}_r}{\partial t} + \bar{U}_x \frac{\partial \bar{U}_r}{\partial x} + \bar{U}_r \frac{\partial \bar{U}_r}{\partial r} - \frac{\bar{U}_r^2}{r} = & - \frac{\partial \overline{u_x u_r}}{\partial x} - \frac{\partial \overline{u_r^2}}{\partial r} - \frac{\overline{u_r^2}}{r} + \frac{\overline{u_\theta^2}}{r} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{P}}{\partial r} + \\ & \nu \left(\frac{\partial^2 \bar{U}_r}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{U}_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \bar{U}_r}{\partial r} - \frac{\bar{U}_r}{r^2} \right) \end{aligned} \quad (\text{I-10})$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \bar{U}_\theta}{\partial t} + \bar{U}_x \frac{\partial \bar{U}_\theta}{\partial x} + \bar{U}_r \frac{\partial \bar{U}_\theta}{\partial r} + \frac{\bar{U}_r \bar{U}_\theta}{r} = & - \frac{\partial \overline{u_x u_\theta}}{\partial x} - \frac{\partial \overline{u_r u_\theta}}{\partial r} - 2 \frac{\overline{u_r u_\theta}}{r} + \\ & \nu \left(\frac{\partial^2 \bar{U}_\theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{U}_\theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \bar{U}_\theta}{\partial r} - \frac{\bar{U}_\theta}{r^2} \right) \end{aligned} \quad (\text{I-11})$$

On obtient les équations descriptives de l'écoulement fluctuant en soustrayant à l'équation de l'écoulement total (I-4 à I-6) l'équation de l'écoulement moyen correspondante (I-9 à I-11). Puis en effectuant le produit de chaque équation avec la vitesse fluctuante qui lui est associée, et en prenant la moyenne, on formule ainsi les six équations des tensions de Reynolds. En sommant les trois équations des moyennes quadratiques des fluctuations de vitesse axiale, radiale et tangentielle, on fait apparaître l'équation de l'énergie cinétique turbulente définie par :

$$\overline{q^2} = \frac{1}{2} \left(\overline{u_x^2} + \overline{u_r^2} + \overline{u_\theta^2} \right)$$

L'équation correspondante traduit l'évolution de l'activité turbulente en fonction des différents types d'interactions (cf. chapitre VI).

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \overline{q^2}}{\partial t} + \overline{U_x} \frac{\partial \overline{q^2}}{\partial x} + \overline{U_r} \frac{\partial \overline{q^2}}{\partial r} = & -\overline{u_x^2} \frac{\partial \overline{U_x}}{\partial x} - \overline{u_x u_r} \frac{\partial \overline{U_r}}{\partial x} - \overline{u_x u_\theta} \frac{\partial \overline{U_\theta}}{\partial x} \\
& - \overline{u_x u_r} \frac{\partial \overline{U_x}}{\partial r} - \overline{u_r^2} \frac{\partial \overline{U_r}}{\partial r} - \overline{u_\theta^2} \frac{\overline{U_r}}{r} \\
& - \overline{u_r u_\theta} \frac{\partial \overline{U_\theta}}{\partial r} + \overline{u_r u_\theta} \frac{\overline{U_\theta}}{r} \\
& - \frac{\partial \overline{q^2 u_x}}{\partial x} - \frac{\partial \overline{q^2 u_r}}{\partial r} - \frac{\overline{q^2 u_r}}{r} \\
& - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{p u_x}}{\partial x} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{p u_r}}{\partial r} - \frac{\overline{p u_r}}{\rho r} \\
& + v \left(\frac{\partial^2 \overline{q^2}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \overline{q^2}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \overline{q^2}}{\partial r} \right) \\
& - v \left[\left(\frac{\partial \overline{u_x}}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \overline{u_r}}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \overline{u_\theta}}{\partial x} \right)^2 \right. \\
& \left. + \left(\frac{\partial \overline{u_x}}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{\partial \overline{u_r}}{\partial r} \right)^2 + \left(\frac{\partial \overline{u_\theta}}{\partial r} \right)^2 \right. \\
& \left. + \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial \overline{u_x}}{\partial \theta} \right)^2 + \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial \overline{u_r}}{\partial \theta} \right)^2 + \frac{1}{r^2} \left(\frac{\partial \overline{u_\theta}}{\partial \theta} \right)^2 \right. \\
& \left. + \frac{\overline{u_r^2}}{r^2} + \frac{\overline{u_\theta^2}}{r^2} - \frac{2}{r^2} \overline{u_\theta} \frac{\partial \overline{u_r}}{\partial \theta} + \frac{2}{r^2} \overline{u_r} \frac{\partial \overline{u_\theta}}{\partial \theta} \right]
\end{aligned} \tag{I-12}$$

I-2 L'APPROXIMATION DE LA « COUCHE LIMITE »

Les équations de la turbulence établies au paragraphe précédent sont très compliquées car elles contiennent de nombreux termes. Il est intéressant de rechercher des formes approchées qui ne retiennent que les termes essentiels en prenant en considération des arguments physiques. L'approximation dite de la « couche limite » consiste à admettre que les évolutions longitudinales sont petites devant les évolutions radiales. On peut ainsi appliquer cette simplification non seulement à l'étude des couches limites, mais aussi à des jets, des sillages où des panaches thermiques. Dans la suite, seul le cas des sillages sera abordé, mais pour les autres cas le lecteur peut se reporter à Tennekes et Lumley (1974) chapitre 4 p.104 sqq.

On retient maintenant le cas d'un sillage axisymétrique lointain de corps autopropulsé par une hélice, ce qui conduit à considérer outre l'équation de continuité (I-7) et les équations de Navier-Stokes axiale (I-9) et radiale (I-10), l'équation de Navier-Stokes tangentielle (I-11). La rotation de l'écoulement générée par l'hélice crée en effet une composante tangentielle de vitesse moyenne. Si l'on suppose cette vitesse nulle on retrouve les équations classiques pour un sillage pur.

Les caractéristiques du problème sont représentées sur la figure I-1.

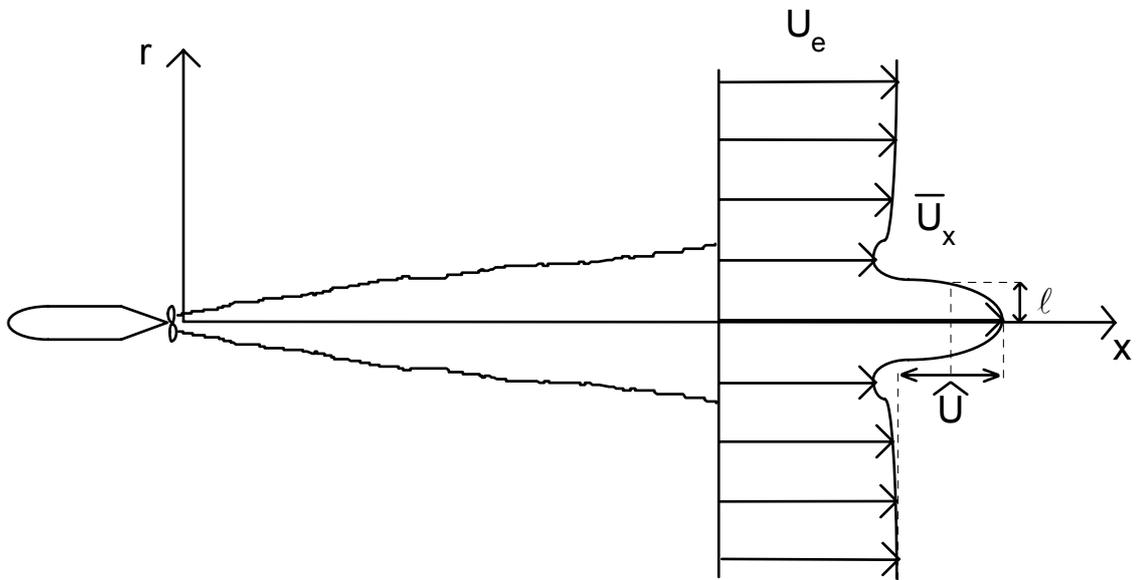


Fig. I-1 : Évolution du sillage axisymétrique lointain de corps autopropulsé

I-2-1 Échelles caractéristiques

Dans le développement d'un sillage lointain, les évolutions longitudinales peuvent être considérées comme très petites devant les évolutions radiales. Il faut donc retenir différentes échelles caractéristiques selon la direction de l'écoulement considérée (Corrsin 1963).

Échelles de longueur :

- L : longueur selon la direction axiale
- ℓ : longueur selon la direction radiale

Échelles de vitesse :

- U : vitesse de convection axiale
- \hat{U} : vitesse axiale pour les dérivées spatiales
- V : vitesse radiale
- W : vitesse tangentielle
- u : fluctuations de vitesse (supposées du même ordre selon les trois directions de l'espace)

On procède ensuite à l'analyse de l'ordre de grandeur de tous les termes de chacune des équations.

I-2-2 Analyse dimensionnelle des équations

I-2-2-1 Équation de continuité

$$\frac{\partial \bar{U}_x}{\partial x} + \frac{\partial \bar{U}_r}{\partial r} + \frac{\bar{U}_r}{r} = 0 \quad (I-7)$$

$$\frac{\hat{U}}{L} \quad \frac{V}{\ell} \quad \frac{V}{\ell}$$

Les trois termes étant du même ordre de grandeur, on en déduit une relation entre V et les autres échelles :

$$\mathbf{V} = \frac{\hat{U}\ell}{L}$$

I-2-2-2 Équations de Navier-Stokes

On suppose dorénavant l'écoulement statistiquement stationnaire (dérivée par rapport au temps nulle) et on pose : $\text{Re}_\ell = \frac{u \ell}{\nu}$

Équation axiale :

$$\begin{aligned} \bar{U}_x \frac{\partial \bar{U}_x}{\partial x} + \bar{U}_r \frac{\partial \bar{U}_x}{\partial r} = & -\frac{\partial \overline{u_x^2}}{\partial x} - \frac{\partial \overline{u_x u_r}}{\partial r} - \frac{\overline{u_x u_r}}{r} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x} \\ & + \nu \left(\frac{\partial^2 \bar{U}_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{U}_x}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \bar{U}_x}{\partial r} \right) \end{aligned} \quad (\text{I-9})$$

L'expression de chaque terme avec les échelles retenues ci-dessus conduit à :

$$\begin{aligned} \bar{U}_x \frac{\partial \bar{U}_x}{\partial x} : & \left(\frac{U \hat{U} \ell}{u^2 L} \right) \frac{u^2}{\ell} & -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \bar{P}}{\partial x} : ? \\ \bar{U}_r \frac{\partial \bar{U}_x}{\partial r} : & \left(\frac{\hat{U}^2 \ell}{u^2 L} \right) \frac{u^2}{\ell} & \nu \frac{\partial^2 \bar{U}_x}{\partial x^2} : \left(\frac{1}{\text{Re}_\ell} \frac{\hat{U} \ell^2}{u L^2} \right) \frac{u^2}{\ell} \\ -\frac{\partial \overline{u_x^2}}{\partial x} : & \frac{\ell}{L} \frac{u^2}{\ell} & \nu \frac{\partial^2 \bar{U}_x}{\partial r^2} : \left(\frac{1}{\text{Re}_\ell} \frac{\hat{U}}{u} \right) \frac{u^2}{\ell} \\ -\frac{\partial \overline{u_x u_r}}{\partial r} : & \frac{u^2}{\ell} & \nu \frac{1}{r} \frac{\partial \bar{U}_x}{\partial r} : \left(\frac{1}{\text{Re}_\ell} \frac{\hat{U}}{u} \right) \frac{u^2}{\ell} \\ -\frac{\overline{u_x u_r}}{r} : & \frac{u^2}{\ell} & \end{aligned}$$

L'écoulement considéré s'effectuant en dehors de toute paroi, la diffusion moléculaire est un phénomène négligeable devant la diffusion turbulente :

$$u^2 \gg \nu \frac{\hat{U}}{\ell} \Rightarrow \frac{\hat{U}}{u} \frac{1}{\text{Re}_\ell} \ll 1$$

L'ordre de grandeur du gradient de pression sera déterminé à l'aide de l'équation radiale (I-10). On montrera que ce terme est négligeable devant les autres.

Le terme de diffusion turbulente doit être compensé par le terme de convection, par conséquent ces deux termes sont du même ordre de grandeur :

$$\frac{U \hat{U}}{L} = \frac{u^2}{\ell} \Rightarrow \frac{U \hat{U} \ell}{u^2 L} = 1$$

On en déduit l'expression de \hat{U} :

$$\hat{U} = \frac{u^2 L}{U \ell}$$

En ne conservant que les termes d'ordre de grandeur $\geq \frac{u^2}{\ell}$ il reste pour l'équation axiale (I-9) :

$$\bar{U}_x \frac{\partial \bar{U}_x}{\partial x} = -\frac{\partial \overline{u_x u_r}}{\partial r} - \frac{\overline{u_x u_r}}{r} \quad (\text{I-13})$$

Équation tangentielle :

$$\begin{aligned} \bar{U}_x \frac{\partial \bar{U}_\theta}{\partial x} + \bar{U}_r \frac{\partial \bar{U}_\theta}{\partial r} + \frac{\bar{U}_r \bar{U}_\theta}{r} = & -\frac{\partial \overline{u_x u_\theta}}{\partial x} - \frac{\partial \overline{u_r u_\theta}}{\partial r} - 2 \frac{\overline{u_r u_\theta}}{r} + \\ & v \left(\frac{\partial^2 \bar{U}_\theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{U}_\theta}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \bar{U}_\theta}{\partial r} - \frac{\bar{U}_\theta}{r^2} \right) \end{aligned} \quad (\text{I-11})$$

Les ordres de grandeur de chacun de ces termes sont donnés ci-dessous :

$$\begin{array}{ll} \bar{U}_x \frac{\partial \bar{U}_\theta}{\partial x} : \left(\frac{UW \ell}{u^2 L} \right) \frac{u^2}{\ell} & -2 \frac{\overline{u_r u_\theta}}{r} : \frac{u^2}{\ell} \\ \bar{U}_r \frac{\partial \bar{U}_\theta}{\partial r} : \left(\frac{\hat{U}W \ell}{u^2 L} \right) \frac{u^2}{\ell} & v \frac{\partial^2 \bar{U}_\theta}{\partial x^2} : \left(\frac{1}{\text{Re}_\ell} \frac{W \ell^2}{u L^2} \right) \frac{u^2}{\ell} \\ \frac{\bar{U}_r \bar{U}_\theta}{r} : \left(\frac{\hat{U}W \ell}{u^2 L} \right) \frac{u^2}{\ell} & v \frac{\partial^2 \bar{U}_\theta}{\partial r^2} : \left(\frac{1}{\text{Re}_\ell} \frac{W}{u} \right) \frac{u^2}{\ell} \\ -\frac{\partial \overline{u_x u_\theta}}{\partial x} : \frac{\ell u^2}{L \ell} & v \frac{1}{r} \frac{\partial \bar{U}_\theta}{\partial r} : \left(\frac{1}{\text{Re}_\ell} \frac{W}{u} \right) \frac{u^2}{\ell} \\ -\frac{\partial \overline{u_r u_\theta}}{\partial r} : \frac{u^2}{\ell} & -v \frac{\bar{U}_\theta}{r^2} : \left(\frac{1}{\text{Re}_\ell} \frac{W}{u} \right) \frac{u^2}{\ell} \end{array}$$

Dans cette équation, par analogie avec l'équation axiale, on conserve comme processus physique la convection et la diffusion turbulente, d'où l'expression de W par rapport aux autres échelles :

$$\frac{UW \ell}{u^2 L} = 1 \quad \Rightarrow \quad W = \frac{u^2 L}{U \ell}$$

En ne conservant que les termes d'ordre de grandeur $\geq \frac{u^2}{\ell}$ il reste pour l'équation tangentielle (I-11) :

$$\bar{U}_x \frac{\partial \bar{U}_\theta}{\partial x} = -\frac{\partial \overline{u_r u_\theta}}{\partial r} - 2 \frac{\overline{u_r u_\theta}}{r} \quad (\text{I-14})$$

Équation radiale :

$$\begin{aligned} \overline{U}_x \frac{\partial \overline{U}_r}{\partial x} + \overline{U}_r \frac{\partial \overline{U}_r}{\partial r} - \frac{\overline{U}_0^2}{r} = & -\frac{\partial \overline{u_x u_r}}{\partial x} - \frac{\partial \overline{u_r^2}}{\partial r} - \frac{\overline{u_r^2}}{r} + \frac{\overline{u_0^2}}{r} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{P}}{\partial r} + \\ & v \left(\frac{\partial^2 \overline{U}_r}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \overline{U}_r}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \overline{U}_r}{\partial r} - \frac{\overline{U}_r}{r^2} \right) \end{aligned} \quad (I-10)$$

L'analyse de l'ordre de grandeur de chaque terme conduit à :

$$\begin{aligned} \overline{U}_x \frac{\partial \overline{U}_r}{\partial x} : & \left(\frac{U \hat{U} \ell^2}{u^2 L^2} \right) \frac{u^2}{\ell} & \frac{\overline{u_0^2}}{r} : & \frac{u^2}{\ell} \\ \overline{U}_r \frac{\partial \overline{U}_r}{\partial r} : & \left(\frac{\hat{U}^2 \ell^2}{u^2 L^2} \right) \frac{u^2}{\ell} & -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{P}}{\partial r} : & ? \\ -\frac{\overline{U}_0^2}{r} : & \frac{W^2 u^2}{u^2 \ell} & v \frac{\partial^2 \overline{U}_r}{\partial x^2} : & \left(\frac{1}{\text{Re}_\ell} \frac{\hat{U} \ell^2}{u L^3} \right) \frac{u^2}{\ell} \\ -\frac{\partial \overline{u_x u_r}}{\partial x} : & \frac{\ell u^2}{L \ell} & v \frac{\partial^2 \overline{U}_r}{\partial r^2} : & \left(\frac{1}{\text{Re}_\ell} \frac{\hat{U} \ell}{u L} \right) \frac{u^2}{\ell} \\ -\frac{\partial \overline{u_r^2}}{\partial r} : & \frac{u^2}{\ell} & v \frac{1}{r} \frac{\partial \overline{U}_r}{\partial r} : & \left(\frac{1}{\text{Re}_\ell} \frac{\hat{U} \ell}{u L} \right) \frac{u^2}{\ell} \\ -\frac{\overline{u_r^2}}{r} : & \frac{u^2}{\ell} & -v \frac{\overline{U}_r}{r^2} : & \left(\frac{1}{\text{Re}_\ell} \frac{\hat{U} \ell}{u L} \right) \frac{u^2}{\ell} \end{aligned}$$

On garde le terme de pression, ce qui implique que son ordre de grandeur est :

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{P}}{\partial r} : \frac{u^2}{\ell}$$

On montre a posteriori que le terme de gradient de pression de l'équation axiale (I-9) a pour ordre de grandeur :

$$-\frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{P}}{\partial x} : \frac{\ell u^2}{L}$$

Donc il est négligeable devant les autres termes de cette équation.

Comme dans les équations précédentes, on est tenté de conserver un terme de convection pour équilibrer le gradient de pression. Or, l'analyse montre que les termes $-\frac{\overline{u_r^2}}{r}$ et $\frac{\overline{u_0^2}}{r}$ se compensent mutuellement et comme $-\frac{\partial \overline{u_r^2}}{\partial r} > 0$ et $-\frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{P}}{\partial r} < 0$ il y a compensation entre ces termes, ce qui revient à négliger le terme en $-\frac{\overline{U}_0^2}{r}$ dans l'équation radiale qui se

réduit à :

$$0 = -\frac{\partial \overline{u_r^2}}{\partial r} - \frac{\overline{u_r^2}}{r} + \frac{\overline{u_\theta^2}}{r} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{P}}{\partial r} \quad (\text{I-15})$$

On peut alors décrire le problème avec 4 échelles indépendantes. Les ordres de grandeur de tous les termes de l'équation de l'énergie cinétique turbulente seront écrits au chapitre VI en fonction de U , u , ℓ et L en exprimant les autres échelles à partir de celles-ci.

I-2-2-3 Équation de l'énergie cinétique turbulente

$$\begin{aligned} \overline{U_x} \frac{\partial \overline{q^2}}{\partial x} + \overline{U_r} \frac{\partial \overline{q^2}}{\partial r} = & -\overline{u_x^2} \frac{\partial \overline{U_x}}{\partial x} - \overline{u_x u_r} \frac{\partial \overline{U_r}}{\partial x} - \overline{u_x u_\theta} \frac{\partial \overline{U_\theta}}{\partial x} \\ & - \overline{u_x u_r} \frac{\partial \overline{U_x}}{\partial r} - \overline{u_r^2} \frac{\partial \overline{U_r}}{\partial r} \\ & - \overline{u_\theta^2} \frac{\overline{U_r}}{r} - \overline{u_r u_\theta} \frac{\partial \overline{U_\theta}}{\partial r} + \overline{u_r u_\theta} \frac{\overline{U_\theta}}{r} \\ & - \frac{\partial \overline{q^2 u_x}}{\partial x} - \frac{\partial \overline{q^2 u_r}}{\partial r} - \frac{\overline{q^2 u_r}}{r} \\ & - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{p u_x}}{\partial x} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{p u_r}}{\partial r} - \frac{\overline{p u_r}}{\rho r} \\ & + \nu \left(\frac{\partial^2 \overline{q^2}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \overline{q^2}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \overline{q^2}}{\partial r} \right) - \overline{\varepsilon} \end{aligned} \quad (\text{I-12})$$

Chacun des termes s'exprime en fonction des échelles caractéristiques :

$$\begin{array}{ll} \overline{U_x} \frac{\partial \overline{q^2}}{\partial x} : \left(\frac{U \ell}{u L} \right) \frac{u^3}{\ell} & -\overline{u_\theta^2} \frac{\overline{U_r}}{r} : \left(\frac{\hat{U} \ell}{u L} \right) \frac{u^3}{\ell} \\ \overline{U_r} \frac{\partial \overline{q^2}}{\partial r} : \left(\frac{\hat{U} \ell}{u L} \right) \frac{u^3}{\ell} & -\overline{u_r u_\theta} \frac{\partial \overline{U_\theta}}{\partial r} : \left(\frac{u L}{U \ell} \right) \frac{u^3}{\ell} \\ -\overline{u_x^2} \frac{\partial \overline{U_x}}{\partial x} : \left(\frac{\hat{U} \ell}{u L} \right) \frac{u^3}{\ell} & \overline{u_r u_\theta} \frac{\overline{U_\theta}}{r} : \left(\frac{u L}{U \ell} \right) \frac{u^3}{\ell} \\ -\overline{u_x u_r} \frac{\partial \overline{U_r}}{\partial x} : \left(\frac{\hat{U} \ell^2}{u L^2} \right) \frac{u^3}{\ell} & -\frac{\partial \overline{q^2 u_x}}{\partial x} : \frac{\ell u^3}{L \ell} \\ -\overline{u_x u_\theta} \frac{\partial \overline{U_\theta}}{\partial x} : \left(\frac{u \ell}{U L} \right) \frac{u^3}{\ell} & -\frac{\partial \overline{q^2 u_r}}{\partial r} : \frac{u^3}{\ell} \\ -\overline{u_x u_r} \frac{\partial \overline{U_x}}{\partial r} : \frac{\hat{U} u^3}{u \ell} & -\frac{\overline{q^2 u_r}}{r} : \frac{u^3}{\ell} \\ -\overline{u_r^2} \frac{\partial \overline{U_r}}{\partial r} : \left(\frac{\hat{U} \ell}{u L} \right) \frac{u^3}{\ell} & -\frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{p u_x}}{\partial x} : \frac{\ell u^3}{L \ell} \end{array}$$

$$\begin{aligned}
-\frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{p u_r}}{\partial r} &: \frac{u^3}{\ell} & v \frac{\partial^2 \overline{q^2}}{\partial r^2} &: \frac{1}{\text{Re}_\ell} \frac{u^3}{\ell} \\
-\frac{\overline{p u_r}}{\rho r} &: \frac{u^3}{\ell} & v \frac{1}{r} \frac{\partial \overline{q^2}}{\partial r} &: \frac{1}{\text{Re}_\ell} \frac{u^3}{\ell} \\
v \frac{\partial^2 \overline{q^2}}{\partial x^2} &: \left(\frac{1}{\text{Re}_\ell} \frac{\ell^2}{L^2} \right) \frac{u^3}{\ell} & & -\bar{\varepsilon} : ?
\end{aligned}$$

Dans ces relations, les phénomènes de transport de la turbulence par la fluctuation de pression sont considérés comme étant du même ordre de grandeur que les phénomènes de transport par le mouvement turbulent.

En conservant le terme de dissipation, qui est un processus essentiel dans la dégradation de l'énergie cinétique turbulente en chaleur, ainsi que les termes d'ordre de grandeur $\geq \frac{u^3}{\ell}$ on en déduit l'ordre de grandeur de :

$$-\bar{\varepsilon} : \frac{u^3}{\ell}$$

Il reste alors pour l'équation I-12 :

$$\begin{aligned}
\overline{U_x} \frac{\partial \overline{q^2}}{\partial x} &= -\overline{u_x u_r} \frac{\partial \overline{U_x}}{\partial r} - \overline{u_r u_\theta} \frac{\partial \overline{U_\theta}}{\partial r} + \overline{u_r u_\theta} \frac{\overline{U_\theta}}{r} \\
&\quad - \frac{\partial \overline{q^2 u_r}}{\partial r} - \frac{\overline{q^2 u_r}}{r} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{p u_r}}{\partial r} - \frac{\overline{p u_r}}{\rho r} - \bar{\varepsilon}
\end{aligned} \tag{I-16}$$

I-3 AFFINITÉ DES VITESSES

Nous allons aborder le problème théorique du développement d'un sillage axisymétrique lointain dans les deux cas du sillage pur et du sillage autopropulsé. Cette analyse, réalisée pour le cas autopropulsé par Ferry et Piquet (1987), met en évidence la présence d'une zone d'affinité des profils de vitesse tout comme pour un sillage classique. La discussion de ces résultats confrontés à l'expérience sera faite au chapitre IV.

I-3-1 Équations de départ

Les équations retenues sont :

- l'équation de Navier-Stokes axiale moyenne :

$$\overline{U_x} \frac{\partial \overline{U_x}}{\partial x} = -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \overline{u_x u_r} \right) \tag{I-13}$$

- l'équation de Navier-Stokes tangentielle moyenne :

$$\overline{U_x} \frac{\partial \overline{U_\theta}}{\partial x} = -\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \overline{u_r u_\theta} \right) \tag{I-14}$$

- l'équation de l'énergie cinétique turbulente :

$$\bar{U}_x \frac{\partial \bar{q}^2}{\partial x} = -\overline{u_x u_r} \frac{\partial \bar{U}_x}{\partial r} - \overline{u_r u_\theta} \left(\frac{\partial \bar{U}_\theta}{\partial r} - \frac{\bar{U}_\theta}{r} \right) - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \left(\frac{\overline{p u_r}}{\rho} + \overline{q^2 u_r} \right) \right] - \bar{\varepsilon} \quad (\text{I-16})$$

En sillage lointain, comme $\bar{U}_m = |\bar{U}_x - U_e| \ll U_e \Rightarrow \bar{U}_x \approx U_e$ on peut remplacer dans le terme de gauche de chacune des équations précédentes la vitesse moyenne axiale par la vitesse de l'écoulement extérieur, sans changer le degré d'approximation.

I-3-2 Hypothèse d'affinité

Dans la zone d'affinité, on suppose que le profil transversal de chaque grandeur physique peut s'exprimer par le produit d'une valeur axiale et d'une dépendance transversale qui fait intervenir la variable réduite $\eta = r / \ell(x)$. Ainsi les quantités apparaissant dans les équations ci-dessus s'écrivent :

$$\begin{aligned} \frac{|\bar{U}_e - \bar{U}_x|}{\bar{U}_m} &= f_a(\eta) & -\frac{\overline{u_r u_\theta}}{\bar{u}_r \bar{u}_{\theta m}} &= j_a(\eta) \\ \frac{\bar{U}_\theta}{\bar{U}_{\theta m}} &= h_a(\eta) & \left(\frac{\overline{p u_r}}{\rho} + \overline{q^2 u_r} \right) \frac{1}{\bar{T}_m} &= T_a(\eta) \\ \frac{\overline{q^2}}{\bar{q}_m^2} &= k_a(\eta) & \frac{\bar{\varepsilon}}{\bar{\varepsilon}_m} &= E_a(\eta) \\ -\frac{\overline{u_x u_r}}{\bar{u}_x \bar{u}_{r m}} &= g_a(\eta) \end{aligned}$$

où les grandeurs suivies de l'indice m traduisent l'évolution axiale et les fonctions f_a , g_a , h_a , j_a , k_a , T_a , et E_a décrivent les profils transversaux affines.

Dans la suite, pour chaque cas examiné, on reportera dans les équations retenues l'expression affine de ces différentes quantités ce qui donnera des contraintes pour les différentes fonctions introduites ici.

Il faut noter que, pour la vitesse axiale :

- $\bar{U}_m = U_e - \bar{U}_{x \min}$ est un déficit de vitesse par rapport à l'écoulement extérieur dans le cas du sillage pur
- $\bar{U}_m = \bar{U}_{x \max} - U_e$ est un excès de vitesse par rapport à l'écoulement extérieur dans le cas du sillage autopropulsé.

D'après l'approximation de la « couche limite » effectuée au paragraphe précédent, on peut exprimer toutes les grandeurs moyennes ou turbulentes en fonction d'une échelle de vitesse et d'une échelle de longueur.

I-3-3 Équations de conservation

On recherche des relations invariantes propres à chaque configuration (sillage pur où sillage autopropulsé) à partir des équations simplifiées du mouvement.

I-3-3-1 Mouvement axial

Sillage pur lointain :

L'équation de Navier-Stokes moyenne axiale (I-13) peut s'écrire :

$$U_e \frac{\partial}{\partial x} (U_e - \bar{U}_x) r = \frac{\partial}{\partial r} (r \overline{u_x u_r}) \quad (I-17)$$

Si l'on intègre cette expression :

$$\int_0^R U_e \frac{\partial}{\partial x} (U_e - \bar{U}_x) r dr = \left[r \overline{u_x u_r} \right]_0^R = 0 \text{ pour } R \rightarrow \infty$$

D'où l'équation de conservation de la quantité de mouvement :

$$\int_0^\infty r U_e (U_e - \bar{U}_x) dr = \text{cst} \quad (I-18)$$

En remplaçant la vitesse moyenne par son expression affine :

$$\int_0^\infty r U_e \bar{U}_m f_a dr = \text{cst}$$

Cette expression peut s'écrire en effectuant un changement de variable :

$$U_e \bar{U}_m \ell^2 \int_0^\infty \eta f_a d\eta = \text{cst}$$

L'intégrale étant une constante, on obtient finalement la relation :

$$\bar{U}_m \ell^2 = \text{cst} \quad (I-19)$$

Sillage autopropulsé lointain :

Dans le cas du sillage de corps autopropulsé, la quantité de mouvement axiale est nulle car le système propulsif compense toute la traînée. Il n'y a par conséquent pas de relation de conservation disponible à partir de l'équation I-13. Pour obtenir une relation supplémentaire on procède à la recherche des moments successifs de cette équation en remplaçant la tension de cisaillement par une hypothèse de viscosité turbulente indépendante de la direction radiale, idée que l'on doit à Tennekes et Lumley (1974) p. 124. L'hypothèse de Boussinesq (1877) de viscosité turbulente s'exprime par :

$$\overline{u_x u_r} = -\nu_t \frac{\partial \bar{U}_x}{\partial r} \quad (I-20)$$

En reportant cette expression dans l'équation de quantité de mouvement axiale (I-13) on obtient :

$$U_e \frac{\partial}{\partial x} (\bar{U}_x - U_e) = \nu_t \left[\frac{\partial^2}{\partial r^2} (\bar{U}_x - U_e) + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (\bar{U}_x - U_e) \right]$$

Puis en multipliant cette équation par r^α et en intégrant deux fois par partie :

$$\frac{d}{dx} \left[\int_0^\infty r^\alpha U_e (\bar{U}_x - U_e) dr \right] = (1-\alpha)^2 v_t \int_0^\infty r^{\alpha-2} (\bar{U}_x - U_e) dr \\ - v_t \left[(\alpha-1) r^{\alpha-1} (\bar{U}_x - U_e) - r^\alpha \frac{\partial}{\partial r} (\bar{U}_x - U_e) \right]_0^\infty$$

Le second terme du second membre s'annule pour $\alpha = 3$:

$$\frac{d}{dx} \left[\int_0^\infty r^3 U_e (\bar{U}_x - U_e) dr \right] = 4v_t \int_0^\infty r (\bar{U}_x - U_e) dr$$

Or l'autopropulsion implique :

$$\int_0^\infty r (\bar{U}_x - U_e) dr = 0$$

On en déduit alors l'équation de conservation :

$$\int_0^\infty r^3 U_e (\bar{U}_x - U_e) dr = \text{cst} \quad (\text{I-21})$$

Dans la zone d'affinité cette expression devient :

$$\int_0^\infty r^3 U_e \bar{U}_m f_a dr = \text{cst}$$

Soit en effectuant le changement de variable :

$$U_e \bar{U}_m \ell^4 \int_0^\infty \eta^3 f_a d\eta = \text{cst}$$

L'intégrale étant une constante, on obtient :

$$\bar{U}_m \ell^4 = \text{cst} \quad (\text{I-22})$$

I-3-3-2 Mouvement tangentiel

L'équation de Navier-Stokes tangentielle moyenne (I-14) peut s'écrire en sillage lointain :

$$r^2 U_e \frac{\partial \bar{U}_\theta}{\partial x} = - \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \overline{u_r u_\theta})$$

L'intégration de cette expression donne :

$$\int_0^R r^2 U_e \frac{\partial \bar{U}_\theta}{\partial x} dr = - [r^2 \overline{u_r u_\theta}]_0^R = 0 \text{ pour } R \rightarrow \infty$$

D'où l'on déduit l'équation de conservation :

$$\int_0^{\infty} r^2 U_e \bar{U}_\theta dr = \text{cst} \quad (\text{I-23})$$

Dans la zone affine cette expression devient :

$$\int_0^{\infty} r^2 U_e \bar{U}_{\theta_m} h_a dr = \text{cst}$$

En faisant le changement de variable :

$$U_e \bar{U}_{\theta_m} \ell^3 \int_0^{\infty} \eta^2 h_a d\eta = \text{cst}$$

Comme l'intégrale est constante il reste :

$$\bar{U}_{\theta_m} \ell^3 = \text{cst} \quad (\text{I-24})$$

I-3-3-3 Fermeture turbulente

Il reste maintenant à choisir une relation de fermeture du problème. L'hypothèse de Boussinesq :

$$\overline{u_x u_r} = -v_t \frac{\partial \bar{U}_x}{\partial r} \quad (\text{I-20})$$

conduit à l'expression dans la zone affine :

$$-\frac{v_t U_m}{\ell u_x u_{r_m}} = \frac{g_a}{f'_a} \quad (\text{I-25})$$

D'autre part, une fermeture sur la dissipation du type :

$$\bar{\varepsilon} = C_v \frac{\overline{q^2}^2}{v_t} \quad (\text{I-26})$$

s'écrit :

$$\frac{C_v \overline{q_m^2}^2}{v_t \varepsilon_m} = \frac{E_a}{k_a^2} \quad (\text{I-27})$$

Comme pour ces deux expressions I-25 et I-27 les membres de droite ne sont fonction que de η il en résulte :

$$\frac{v_t U_m}{\ell u_x u_{r_m}} = \text{cst} \quad \frac{C_v \overline{q_m^2}^2}{v_t \varepsilon_m} = \text{cst}$$

Soit en effectuant le produit de ces deux relations :

$$\frac{\overline{U_m q_m^2}}{u_x u_{r m} \overline{\varepsilon_m} \ell} = \text{cst}$$

I-3-4 Différents régimes d'écoulement

Pour résoudre analytiquement le problème, il est nécessaire de ne conserver qu'un seul des deux termes de production intervenant dans l'équation de l'énergie cinétique turbulente I-16, ce qui conduit à considérer deux régimes différents d'écoulement.

I-3-4-1 Régime axial dominant

On suppose la composante de l'excédent de vitesse axiale très grande devant la composante de vitesse tangentielle :

$$\overline{U_m} \gg \overline{U_{\theta m}}$$

Le second terme de production de l'équation de l'énergie cinétique turbulente est alors négligeable devant les autres et l'équation I-16 se réduit à :

$$\overline{U_e} \frac{\partial \overline{q^2}}{\partial x} = -\overline{u_x u_r} \frac{\partial \overline{U_x}}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \left(\frac{\overline{p u_r}}{\rho} + \overline{q^2 u_r} \right) \right] - \overline{\varepsilon} \quad (\text{I-28})$$

Le remplacement des variables par leur expression affine dans les équations de départ (I-13, I-14 et I-28) conduit à :

$$\frac{U_e \overline{U_m} \ell'}{u_x u_{r m}} \eta f'_a - \frac{U_e \overline{U'_m} \ell}{u_x u_{r m}} f_a = g'_a + \frac{g_a}{\eta} \quad (\text{I-29})$$

$$\frac{U_e \overline{U'_{\theta m}} \ell}{u_r u_{\theta m}} \eta^2 h'_a - \frac{U_e \overline{U_{\theta m}} \ell'}{u_r u_{\theta m}} \eta^3 h'_a = \frac{\partial}{\partial \eta} (\eta^2 j_a) \quad (\text{I-30})$$

$$\frac{U_e \ell q'_m}{u_x u_{r m} \overline{U_m}} k_a - \frac{U_e \ell' q_m}{u_x u_{r m} \overline{U_m}} \eta k'_a + \frac{T_m}{u_x u_{r m} \overline{U_m}} \left(\frac{T_a}{\eta} + T'_a \right) + \frac{\overline{\varepsilon_m} \ell}{u_x u_{r m} \overline{U_m}} E_a = g_a f'_a \quad (\text{I-31})$$

Dans ces trois expressions, les membres de droite sont fonction de η uniquement, par conséquent, pour que l'hypothèse d'affinité soit vérifiée il faut :

$$\begin{array}{ll} \frac{\overline{U_m} \ell'}{u_x u_{r m}} = \text{cst} & \frac{\overline{U'_m} \ell}{u_x u_{r m}} = \text{cst} \\ \frac{\overline{U'_{\theta m}} \ell}{u_r u_{\theta m}} = \text{cst} & \frac{\overline{U_{\theta m}} \ell'}{u_r u_{\theta m}} = \text{cst} \\ \frac{\ell q'_m}{u_x u_{r m} \overline{U_m}} = \text{cst} & \frac{\ell' q_m}{u_x u_{r m} \overline{U_m}} = \text{cst} \\ \frac{T_m}{u_x u_{r m} \overline{U_m}} = \text{cst} & \frac{\overline{\varepsilon_m} \ell}{u_x u_{r m} \overline{U_m}} = \text{cst} \end{array}$$

I-3-4-2 Régime de rotation dominante

Dans ce second cas d'étude, on suppose la composante de vitesse tangentielle très grande devant la composante de l'excédent de vitesse axiale :

$$\bar{U}_m \ll \bar{U}_{\theta m}$$

Le premier terme de production de l'équation de l'énergie cinétique turbulente est alors négligeable devant les autres et l'équation I-16 se réduit à :

$$\bar{U}_e \frac{\partial \bar{q}^2}{\partial x} = -\overline{u_r u_\theta} \left(\frac{\partial \bar{U}_\theta}{\partial r} - \frac{\bar{U}_\theta}{r} \right) - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \left(\frac{\overline{p u_r}}{\rho} + \overline{q^2 u_r} \right) \right] - \bar{\varepsilon} \quad (\text{I-32})$$

En remplaçant les variables par leur expression affine dans les équations de départ (I-13, I-14 et I-32) on obtient :

$$\frac{U_e \bar{U}_m \ell'}{u_x u_{r m}} \eta f'_a - \frac{U_e \bar{U}'_m \ell}{u_x u_{r m}} f_a = g'_a + \frac{g_a}{\eta} \quad (\text{I-33})$$

$$\frac{U_e \bar{U}'_{\theta m} \ell}{u_r u_{\theta m}} \eta^2 h_a - \frac{U_e \bar{U}_{\theta m} \ell'}{u_r u_{\theta m}} \eta^3 h'_a = \frac{\partial}{\partial \eta} (\eta^2 j_a) \quad (\text{I-34})$$

$$\frac{U_e \ell q'_m}{u_r u_{\theta m} \bar{U}_{\theta m}} k_a - \frac{U_e \ell' q_m}{u_r u_{\theta m} \bar{U}_{\theta m}} \eta k'_a + \frac{T_m}{u_r u_{\theta m} \bar{U}_{\theta m}} \left(\frac{T_a}{\eta} + T'_a \right) + \frac{\bar{\varepsilon}_m \ell}{u_r u_{\theta m} \bar{U}_{\theta m}} E_a = \quad (\text{I-35})$$

$$j_a h'_a - \frac{j_a h_a}{\eta}$$

Dans ces trois expressions, les membres de droite sont fonction de η uniquement, par conséquent, l'hypothèse d'affinité est vérifiée si :

$$\begin{array}{ll} \frac{\bar{U}_m \ell'}{u_x u_{r m}} = \text{cst} & \frac{\bar{U}'_m \ell}{u_x u_{r m}} = \text{cst} \\ \frac{\bar{U}'_{\theta m} \ell}{u_r u_{\theta m}} = \text{cst} & \frac{\bar{U}_{\theta m} \ell'}{u_r u_{\theta m}} = \text{cst} \\ \frac{\ell q'_m}{u_r u_{\theta m} \bar{U}_{\theta m}} = \text{cst} & \frac{\ell' q_m}{u_r u_{\theta m} \bar{U}_{\theta m}} = \text{cst} \\ \frac{T_m}{u_r u_{\theta m} \bar{U}_{\theta m}} = \text{cst} & \frac{\bar{\varepsilon}_m \ell}{u_r u_{\theta m} \bar{U}_{\theta m}} = \text{cst} \end{array}$$

I-3-5 Évolution longitudinale des fonctions axiales

On cherche des solutions pour les fonctions axiales sous la forme d'une loi de puissance. Les notations sont les suivantes :

$$\begin{aligned} \ell &\propto x^n & \bar{U}_m &\propto x^m & \overline{u_x u_r} &\propto x^p & T_m &\propto x^t \\ \overline{q^2}_m &\propto x^q & \bar{U}_{\theta m} &\propto x^r & \overline{u_r u_\theta} &\propto x^s & \bar{\varepsilon}_m &\propto x^e \end{aligned} \quad (I-36)$$

En reportant ces expressions dans les relations appropriées descriptives d'un type de sillage, on obtient un système de huit équations aux inconnues n, m, p, q, r, s, t, e.

I-3-6 Sillage pur

Dans ce cas il n'y a pas de composante tangentielle. Les équations retenues sont :

- l'équation de Navier-Stokes axiale :

$$U_e \frac{\partial \bar{U}_x}{\partial x} = -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \overline{u_x u_r} \right) \quad (I-13)$$

- l'équation de l'énergie cinétique turbulente :

$$\bar{U}_e \frac{\partial \overline{q^2}}{\partial x} = -\overline{u_x u_r} \frac{\partial \bar{U}_x}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \left(\frac{\overline{p u_r}}{\rho} + \overline{q^2 u_r} \right) \right] - \bar{\varepsilon} \quad (I-16)$$

- la conservation de la quantité de mouvement :

$$\int_0^\infty r U_e (U_e - \bar{U}_x) dr = \text{cst} \quad (I-18)$$

- les relations de fermeture turbulente :

$$\overline{u_x u_r} = -v_t \frac{\partial \bar{U}_x}{\partial r} \quad (I-20) \quad \bar{\varepsilon} = C_v \frac{\overline{q^2}^2}{v_t} \quad (I-26)$$

En remplaçant les expressions I-36 dans les formes que doivent vérifier chacune de ces relations pour assurer l'affinité, on obtient :

$$m + n - p - 1 = 0$$

$$n + q - p - m - 1 = 0 \quad t - p - m = 0 \quad e + n - m - p = 0$$

$$m + 2n = 0$$

$$m + 2q - p - n - e = 0$$

D'où les valeurs :

$$n = \frac{1}{3} \quad m = -\frac{2}{3} \quad p = -\frac{4}{3} \quad q = -\frac{4}{3} \quad t = -2 \quad e = -\frac{7}{3}$$

I-3-7 Sillage autopulsé régime axial dominant

Les équations retenues dans ce cas sont :

- l'équation de Navier-Stokes axiale :

$$U_e \frac{\partial \bar{U}_x}{\partial x} = -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \overline{u_x u_r} \right) \quad (\text{I-13})$$

- l'équation de Navier-Stokes tangentielle :

$$U_e \frac{\partial \bar{U}_\theta}{\partial x} = -\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \overline{u_r u_\theta} \right) \quad (\text{I-14})$$

- l'équation de l'énergie cinétique turbulente :

$$\bar{U}_e \frac{\partial \bar{q}^2}{\partial x} = -\overline{u_x u_r} \frac{\partial \bar{U}_x}{\partial r} - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \left(\frac{\overline{p u_r}}{\rho} + \overline{q^2 u_r} \right) \right] - \bar{\varepsilon} \quad (\text{I-28})$$

- l'équation intégrale de la composante axiale :

$$\int_0^\infty r^3 U_e (\bar{U}_x - U_e) dr = \text{cst} \quad (\text{I-21})$$

- l'équation intégrale de la composante tangentielle :

$$\int_0^\infty r^2 U_e \bar{U}_\theta dr = \text{cst} \quad (\text{I-23})$$

- les relations de fermeture turbulente :

$$\overline{u_x u_r} = -v_t \frac{\partial \bar{U}_x}{\partial r} \quad (\text{I-20}) \quad \bar{\varepsilon} = C_v \frac{\bar{q}^2}{v_t} \quad (\text{I-26})$$

Ce qui conduit à :

$$m + n - p - 1 = 0$$

$$r + n - s - 1 = 0$$

$$n + q - p - m - 1 = 0 \quad t - p - m = 0 \quad e + n - m - p = 0$$

$$m + 4n = 0$$

$$r + 3n = 0$$

$$m + 2q - p - n - e = 0$$

D'où l'on déduit les valeurs de :

$$n = \frac{1}{5} \quad m = -\frac{4}{5} \quad r = -\frac{3}{5} \quad p = -\frac{8}{5} \quad q = -\frac{8}{5} \quad s = -\frac{7}{5} \quad t = -\frac{12}{5} \quad e = -\frac{13}{5}$$

I-3-8 Sillage autopulsé régime de rotation dominante

Les équations utiles sont :

- l'équation de Navier-Stokes axiale :

$$U_e \frac{\partial \bar{U}_x}{\partial x} = -\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r \overline{u_x u_r}) \quad (\text{I-13})$$

- l'équation de Navier-Stokes tangentielle :

$$U_e \frac{\partial \bar{U}_\theta}{\partial x} = -\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 \overline{u_r u_\theta}) \quad (\text{I-14})$$

- l'équation de l'énergie cinétique turbulente :

$$\bar{U}_e \frac{\partial \bar{q}^2}{\partial x} = -\overline{u_r u_\theta} \left(\frac{\partial \bar{U}_\theta}{\partial r} - \frac{\bar{U}_\theta}{r} \right) - \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left[r \left(\frac{\overline{p u_r}}{\rho} + \overline{q^2 u_r} \right) \right] - \bar{\varepsilon} \quad (\text{I-32})$$

- l'équation intégrale de la composante axiale :

$$\int_0^\infty r^3 U_e (\bar{U}_x - U_e) dr = \text{cst} \quad (\text{I-21})$$

- l'équation intégrale de la composante tangentielle :

$$\int_0^\infty r^2 U_e \bar{U}_\theta dr = \text{cst} \quad (\text{I-23})$$

- les relations de fermeture turbulente :

$$\overline{u_x u_r} = -v_t \frac{\partial \bar{U}_x}{\partial r} \quad (\text{I-20})$$

$$\bar{\varepsilon} = C_v \frac{\overline{q^2}^2}{v_t} \quad (\text{I-26})$$

Ce qui conduit à :

$$m + n - p - 1 = 0$$

$$r + n - s - 1 = 0$$

$$n + q - s - r - 1 = 0 \quad t - s - r = 0 \quad e + n - s - r = 0$$

$$m + 4n = 0$$

$$r + 3n = 0$$

$$m + 2q - p - n - e = 0$$

D'où l'on déduit les valeurs de :

$$n = \frac{1}{4} \quad m = -1 \quad r = -\frac{3}{4} \quad p = -\frac{7}{4} \quad q = -\frac{3}{2} \quad s = -\frac{3}{2} \quad t = -\frac{9}{4} \quad e = -\frac{5}{2}$$

I-4 EXPRESSION ANALYTIQUE DES PROFILS AFFINES DE VITESSE

Connaissant les évolutions axiales des grandeurs caractéristiques pour les différents types de sillage, on recherche les formes analytiques des fonctions affines selon une direction radiale.

I-4-1 Expression du profil de vitesse axiale moyenne

Le profil affine de vitesse axiale moyenne est solution d'après le § I-3-4-1 de l'équation:

$$\frac{U_e \bar{U}_m \ell'}{u_x u_{r m}} \eta f'_a - \frac{U_e \bar{U}'_m \ell}{u_x u_{r m}} f_a = g'_a + \frac{g_a}{\eta} \quad (I-29)$$

On dispose en plus de la fermeture turbulente :

$$-\frac{v_t U_m}{\ell u_x u_{r m}} = \frac{g_a}{f'_a} = \text{cst} = \frac{1}{R_t} \quad (I-25)$$

où R_t est le nombre de Reynolds turbulent introduit par Tennekes et Lumley (1974).

Les lois d'évolution axiales obtenues précédemment peuvent s'écrire :

$$\ell \left(\frac{x}{D} \right) = \ell_0 \left(\frac{x - x_0}{D} \right)^n \quad \bar{U}_m \left(\frac{x}{D} \right) = \bar{U}_0 \left(\frac{x - x_0}{D} \right)^m \quad \overline{u_x u_{r m}} \left(\frac{x}{D} \right) = \overline{u_x u_{r 0}} \left(\frac{x - x_0}{D} \right)^p$$

où x_0 est une origine fictive du sillage.

En reportant ces expressions dans l'équation I-29 et en exprimant g en fonction de f on obtient :

$$\frac{U_e \bar{U}_0 \ell_0}{u_x u_{r 0}} n \eta f'_a - \frac{U_e \bar{U}_0 \ell_0}{u_x u_{r 0}} m f_a = -\frac{f''_a}{R_t} - \frac{f'_a}{\eta R_t}$$

Si on pose :

$$\alpha = \frac{U_e \bar{U}_0 \ell_0 R_t}{u_x u_{r 0}}$$

On obtient l'équation différentielle :

$$\alpha(n\eta f'_a - m f_a) + f''_a + \frac{f'_a}{\eta} = 0$$

avec les conditions aux limites : $f_a(0) = 1$ (excès ou déficit de vitesse axiale maximum au centre du sillage) et $\lim_{\eta \rightarrow \infty} f_a(\eta) = 0$ (raccordement à l'écoulement extérieur au sillage).

La solution sera recherchée sous la forme :

$$f_a(\eta) = (a + b\eta^2)e^{c\eta^2}$$

Ce qui conduit à :

$$c = -\frac{\alpha n}{2}$$

$$b = 0 \quad \text{cas du sillage pur}$$

$$b = \frac{\alpha a}{4}(m + 2n) \quad \text{cas du sillage autopropulsé}$$

La condition limite $f_a(0) = 1$ implique :

$$a = 1$$

On examine alors les fonctions obtenues suivant les différents cas.

I-4-1-1 Sillage pur

Dans ce cas :

$$n = \frac{1}{3} \quad m = -\frac{2}{3}$$

Donc :

$$b = 0 \quad c = -\frac{\alpha}{6}$$

La formule analytique de la vitesse moyenne axiale est alors :

$$f_a(\eta) = e^{-\frac{\alpha}{6}\eta^2}$$

I-4-1-2 Sillage autopropulsé régime axial dominant

Cette fois :

$$n = \frac{1}{5} \quad m = -\frac{4}{5}$$

Donc, comme $m + 4n = 0$:

$$b = -\frac{\alpha a}{10} \quad c = -\frac{\alpha}{10}$$

La formule analytique du profil de vitesse moyenne axiale est alors :

$$f_a(\eta) = \left(1 - \frac{\alpha \eta^2}{10}\right) e^{-\frac{\alpha}{10} \eta^2}$$

I-4-1-3 Sillage autopulsé régime de rotation dominante

Dans ce cas on a :

$$n = \frac{1}{4} \quad m = -\frac{1}{2}$$

Donc, comme $m + 4n = 0$:

$$b = -\frac{\alpha a}{8} \quad c = -\frac{\alpha}{8}$$

La formule analytique du profil de vitesse moyenne axiale est alors :

$$f_a(\eta) = \left(1 - \frac{\alpha \eta^2}{8}\right) e^{-\frac{\alpha}{8} \eta^2}$$

I-4-1-4 Détermination de la valeur de la constante

La valeur α est déterminée par la définition de la largeur du sillage. Si ℓ est la distance radiale pour laquelle la vitesse déficitaire ou excédentaire vaut la moitié de son extremum, la formule affine doit vérifier :

$$f_a(1) = \frac{1}{2}$$

On obtient pour chacun des cas précédemment examinés :

- sillage pur :

$$\alpha = 4,159 f_a(\eta) = e^{-0,693\eta^2}$$

- sillage autopulsé régime axial dominant :

$$\alpha = 3,149 f_a(\eta) = (1 - 0,315\eta^2) e^{-0,315\eta^2}$$

- sillage autopulsé régime de rotation dominante :

$$\alpha = 2,519 f_a(\eta) = (1 - 0,315\eta^2)e^{-0,315\eta^2}$$

I-4-2 Profil des tensions de cisaillement

D'après la relation de fermeture turbulente, on a :

$$g_a(\eta) = -\frac{1}{R_t} f'_a(\eta)$$

avec les conditions aux limites : $g_a(0) = 0$ et $\lim_{\eta \rightarrow \infty} g_a(\eta) = 0$

D'où l'expression de g_a pour chaque cas :

- sillage pur :

$$g_a(\eta) = \frac{1,386}{R_t} \eta e^{-0,693\eta^2}$$

- sillage autopulsé :

$$g_a(\eta) = \frac{(1,260 - 0,198\eta^2)}{R_t} \eta e^{-0,315\eta^2}$$

I-5 CONCLUSION

On a obtenu des équations simplifiées pour le problème du développement du sillage lointain de corps axisymétrique autopulsé par hélice grâce à une approximation dite de la « couche limite ». L'analyse de ces équations permet ensuite d'obtenir d'une part les lois d'évolution asymptotique axiale des grandeurs cinématiques caractéristiques, et d'autre part des profils affines pour la vitesse moyenne axiale et le cisaillement axial-radial. Pour aboutir à ce résultat, il a fallu effectuer une distinction entre deux types d'écoulement, axial dominant ou à rotation dominante. On discutera de la validité de cette distinction entre ces deux régimes au chapitre VI. Les fonctions obtenues ici seront confrontées à nos résultats expérimentaux au chapitre IV.

CHAPITRE II

CONDITIONS EXPÉRIMENTALES

Après avoir examiné les différents éléments constitutifs de l'installation expérimentale, nous présentons dans ce chapitre la chaîne de mesure qui a été mise en place, ainsi que les solutions apportées aux différents problèmes rencontrés. Les différentes sources d'erreurs sont identifiées et estimées dans le dernier paragraphe.

II-1 INSTALLATION EXPÉRIMENTALE

II-1-1 La veine d'essais

Les essais sont réalisés dans la soufflerie silencieuse du laboratoire de Mécanique des Fluides et d'Acoustique de l'École Centrale de Lyon (planche II-1). Cette installation comprend un ventilateur centrifuge à diffuseur rotorique de puissance 350 kW isolé en aval par une série de baffles acoustiques. L'écoulement est rendu homogène par des grillages et des nids d'abeilles. Une veine d'essais de six mètres de longueur et de section carrée $0,5 \times 0,5 \text{ m}^2$ est montée en sortie du convergent (planche II-2) ; elle comporte des parois supérieures et inférieures modulables permettant l'instrumentation et une exploration longitudinale. Une manchette souple et plusieurs sections de grillages fins assurent d'une part un découplage vibratoire avec l'installation amont et d'autre part une bonne homogénéité de l'écoulement. La vitesse maximale qui peut être atteinte dans cette configuration est de 80 m/s. Pour les conditions d'essais retenues (cf. chap. III-1) la vitesse de l'écoulement est fixée à 11 m/s ; l'uniformité est de $\pm 2 \%$ en début de veine et $\pm 3 \%$ en fin de veine, avec une intensité de turbulence résiduelle maximale de 0,7 % pratiquement constante de l'amont à l'aval.

II-1-2 La maquette

Les deux configurations étudiées sont :

- le sillage de traînée ou sillage pur
- le sillage de corps autopropulsé.

Dans les deux cas, le corps employé est une maquette à symétrie axiale, de 50 cm de longueur et de 8 cm de diamètre maximum (planche II-3), qui comporte une partie amont ellipsoïdale, une partie centrale cylindrique de section constante et une partie avale profilée. Pour l'étude du sillage autopropulsé, on utilise une partie terminale contenant un moteur électrique à courant continu sans collecteur (Minimotor SA type 3556 K BL 1) d'alimentation variable de 12 à 56 V, qui entraîne une hélice tripale de 4 cm de diamètre à 15 000 tr/min. Une carte de commande (Minimotor SA type BLD 568) implantée dans le boîtier d'alimentation permet une régulation de la rotation. Un capteur à effet Hall intégré génère à chaque tour un signal carré de 5 V de tension de sortie. Le refroidissement du moteur, rendu nécessaire par l'endommagement du câblage électrique pour des températures supérieures à 80°C, est réalisé par la convection forcée de l'écoulement. Pour améliorer l'échange thermique entre la maquette et l'extérieur, celle-ci a été réalisée en aluminium. L'évolution de la température au cours du temps avec et sans écoulement externe est présentée figure II-1. Ces résultats ont été obtenus à l'aide d'un thermocouple placé sur la surface du moteur. On constate que l'écoulement externe permet un refroidissement de 20°C. Dans cette configuration, il faut attendre entre 30 et 45 minutes pour que la température de

fonctionnement soit établie. Lors de cette phase de montée en température la vitesse de rotation diminue (fig. II-2). Il faut par conséquent laisser fonctionner l'expérience environ 45 minutes avant d'effectuer le réglage précis de la vitesse de rotation et de commencer les mesures.

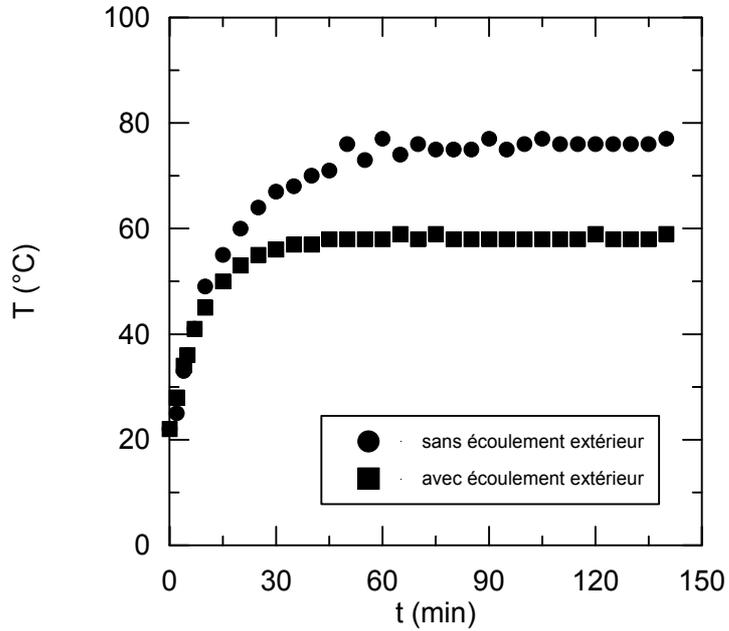


Fig. II-1 : Évolution temporelle de la température du moteur (N = 15 000 tr/min moteur chargé)

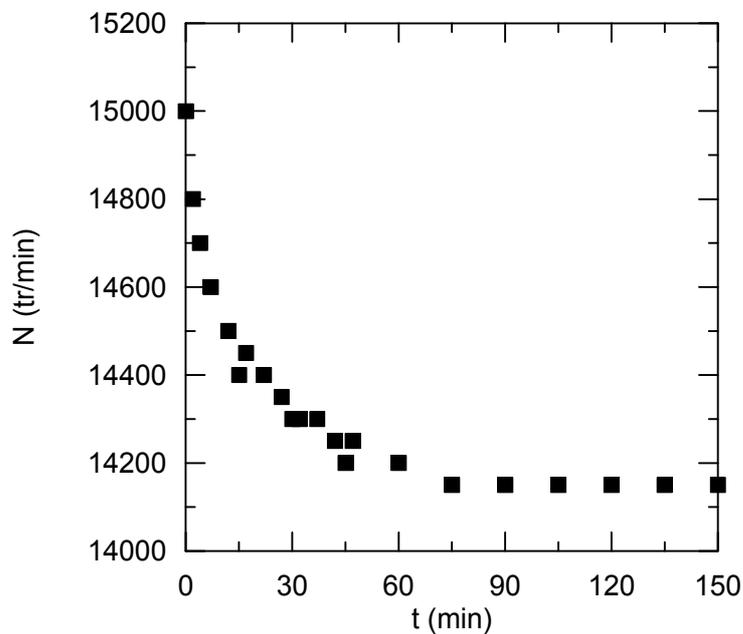


Fig. II-2 : Évolution temporelle de la vitesse de rotation de l'hélice due à l'échauffement du moteur

II-1-3 Le support

Un des problèmes majeur rencontré lors de l'étude expérimentale de sillages axisymétriques est le centrage de la maquette par rapport à l'écoulement extérieur (cf. Naudascher 1965, Chevray 1968, Schetz et al. 1974, ...). Dans un premier temps, nous avons opté pour un système constitué de 2×3 haubans métalliques de 1,2 mm de diamètre, le centrage se réalisant par tension de ces câbles. Mais ce système, peu précis et difficile à régler, engendrait des sillages parasites non négligeables tout autour du sillage étudié (cf. Robert et Faure 1994-a). Nous avons finalement choisi un support ayant la forme d'un profil NACA 66₁ 012 symétrique d'épaisseur maximale $e = 1,2$ cm et de corde $c = 10$ cm. Cette forme a été retenue pour sa traînée minimale ainsi que pour l'absence de décollement de couche limite sur son pourtour. Les mesures montrent dans ce cas une seule zone perturbée par le sillage du support, avec une intensité de turbulence du même ordre que celle engendrée par un seul des câbles précédemment utilisés. Le système de positionnement consiste en un plateau permettant d'effectuer un réglage selon trois degrés de liberté (rotation autour de son axe, rotation autour de l'axe de la veine et translation verticale). On estime la précision de centrage angulaire du sillage à 20'.

II-1-4 L'hélice

Il existe différents types d'hélices que l'on peut classer en deux catégories suivant les conditions d'utilisation :

- les hélices aériennes, caractérisées par des pales minces, ont un diamètre important par rapport au moyeu. Elles sont en général placées devant le corps propulsé, les conditions de l'écoulement amont sont uniformes.
- les hélices marines, caractérisées par des pales larges, ont un petit diamètre par rapport au moyeu (encombrement). Elles sont placées derrière le corps propulsé pour des raisons de vulnérabilité et de positionnement des machines, les conditions de l'écoulement amont ne sont pas uniformes selon la hauteur de l'aubage. Des problèmes liés à la cavitation de l'écoulement influent également sur le dessin des pales.

Le dessin d'une hélice ayant un rendement optimum doit prendre en considération les remarques suivantes :

- le rendement d'une hélice augmente avec le nombre de pales (par exemple $\eta_h = 0,88$ pour 2 pales, $\eta_h = 0,89$ pour 3 pales et $\eta_h = 0,9$ pour 4 pales), car la poussée est proportionnelle à la portance de chaque pale (cf. Rebuffet p. 592).
- le rendement est meilleur pour une section de pale fine, avec des conditions amont uniformes (cf. Rebuffet p. 557).
- le rendement croît avec le diamètre de l'hélice, pour des conditions amonts uniformes et en l'absence de cavitation, car la portance sur chaque élément de pale est supérieure (cf. Ross p. 265).

Dans cette étude, plusieurs propulseurs de type « marin », disponibles dans le commerce ont été essayés avec comme critères de choix un diamètre égal à la moitié du diamètre de la maquette et une poussée maximale. La force de poussée exercée par l'hélice retenue pour l'étude est $F_p = 0,07$ N. Cette force est mesurée par la différence du bilan de quantité de mouvement entre les configurations sillage autopropulsé et sillage pur (cf. chap. III). Les caractéristiques de l'hélice sont données dans le tableau II-1.

nombre de pales	3
diamètre d	40 mm
diamètre du moyeu	9 mm
angle de dévers	8 °
corde maximum	16 mm
angle de calage en bout de pale	20 °
angle de calage au moyeu	60°
matériau	laiton

Tab. II-1 : Caractéristiques de l'hélice

II-2 INSTRUMENTATION

II-2-1 Anémométrie à films chauds triples

L'écoulement à explorer est tridimensionnel, inhomogène et turbulent. Il faut par conséquent utiliser une sonde directive et sensible aux fluctuations de vitesse. L'inhomogénéité impose la réalisation de nombreux points de mesure, ce qui conduit à automatiser le système d'acquisition. Pour connaître les propriétés de la turbulence, on envisage d'utiliser une technique anémométrique intrusive mais ne nécessitant pas d'ensemencement du milieu. On retient l'anémométrie à films chauds triples. Le film chaud est préféré au fil chaud pour la plus grande solidité des sondes, justifiée par la durée des essais, et car sa réponse en fréquence (jusqu'à 175 kHz d'après le fabricant) est suffisante pour ce type d'écoulement.

II-2-1-1 Principe de fonctionnement

Un fil (resp. film) métallique très fin chauffé par un courant électrique et placé dans un écoulement est refroidi par convection forcée. Les fluctuations de vitesse créent des fluctuations de la température du fil (ou du film) et donc de sa résistance électrique, qui est mesurée par un montage comprenant un asservissement (anémométrie à température constante). Ce montage consiste en un pont de Wheatstone dont l'une des branches est formée par le fil (resp. film) chaud (fig. II-3).

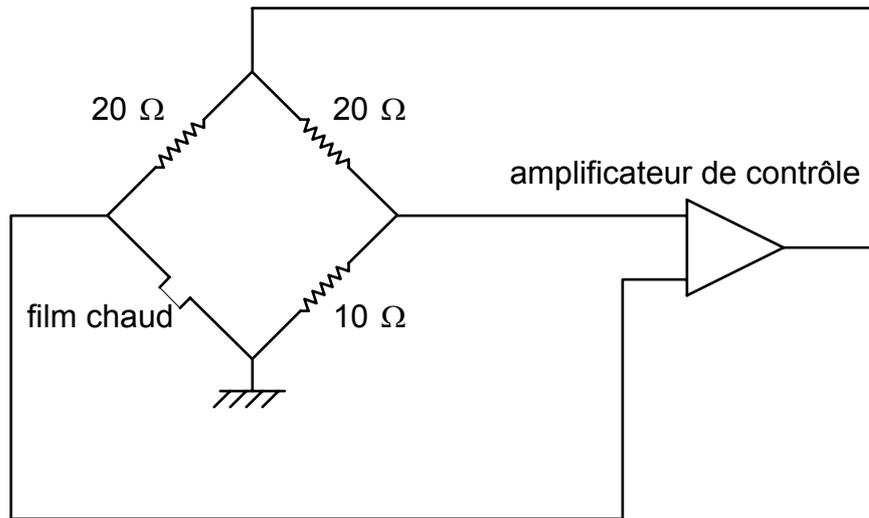


Fig. II-3 : Circuit électronique d'un anémomètre à température constante

La vitesse effective U_{eff} qui intervient dans le refroidissement du fil (resp. du film) est reliée à la tension de sortie E de l'anémomètre par une loi non linéaire (loi de King 1914 / 1915) :

$$E^2 = A + B \sqrt{U_{\text{eff}}} \quad (\text{II-1})$$

L'expression générale de la vitesse effective de refroidissement est donnée par la loi de Jorgensen (1971) :

$$U_{\text{eff}}^2 = U_n^2 + k_J^2 U_0^2 + h_J^2 U_b^2 \quad (\text{II-2})$$

où U_n, U_0, U_b sont les composantes de vitesse normale, tangentielle et binormale à chaque film. Nous avons retenu les valeurs suivantes justifiées par les faibles intensités de turbulence rencontrées (< 15 %) :

$$k_J = 0 \quad h_J = 1$$

La vitesse effective de refroidissement s'exprime alors par la loi en cosinus (fig. II-4) :

$$U_{\text{eff}}^2 = U_n^2 \text{ avec } U_n = \|\vec{U}\| \cos \delta \quad (\text{II-3})$$

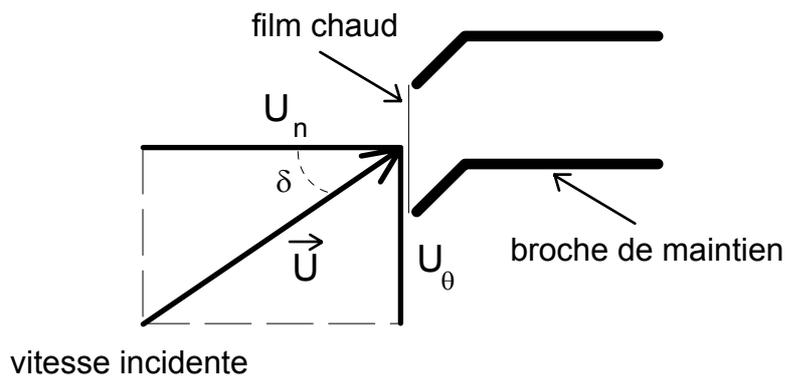


Fig. II-4 : Principe de mesure d'un fil ou film chaud

Connaissant la tension E délivrée ainsi que la loi ci-dessus, on peut donc déterminer une composante de la vitesse. En associant trois capteurs de ce type sur une même sonde, il est alors possible de mesurer les trois composantes du vecteur vitesse instantané.

II-2-1-2 Sonde anémométrique à films chauds triples

Pour la présente étude la sonde employée est une sonde triple à films chauds orthogonaux DANTEC 55R91 (planche II-4) ; chaque capteur est constitué d'un cylindre de quartz de $70 \mu\text{m}$ de diamètre et de $1,25 \text{ mm}$ de long sur lequel est déposé un film de nickel, l'ensemble est protégé par un revêtement de quartz de $0,5 \mu\text{m}$ d'épaisseur. Les trois capteurs sont perpendiculaires les uns par rapport aux autres et contenus dans une sphère de 3 mm . La gamme d'exploration en vitesse fournie par le constructeur est $0,2\text{-}350 \text{ m/s}$ dans l'air, et la limite de réponse en fréquence est 175 kHz . La résistance des capteurs est d'environ 6Ω et ils sont utilisés dans le montage anémométrique avec un coefficient de surchauffe de $0,7$.

La géométrie de la sonde est présentée fig. II-5. On définit les repères suivants :

- repère films : $(\vec{X}_f, \vec{Y}_f, \vec{Z}_f)$ où chaque vecteur est porté par l'un des films
- repère sonde : $(\vec{X}_s, \vec{Y}_s, \vec{Z}_s)$ où \vec{X}_s est porté par l'axe de la sonde.

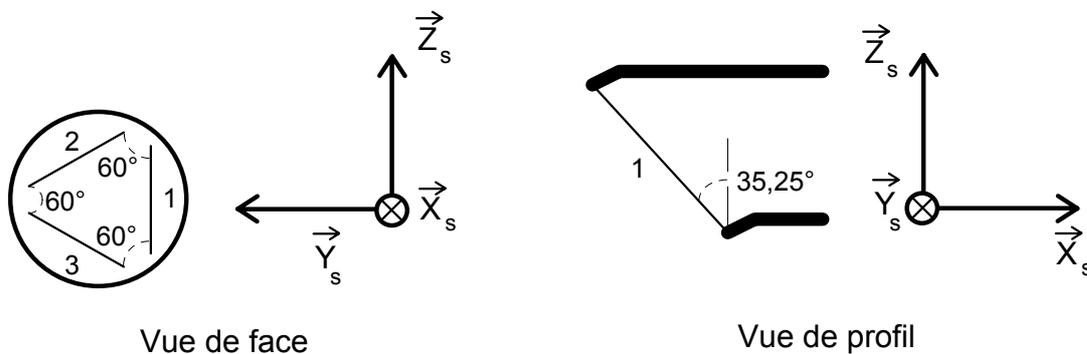


Fig. II-5 : Géométrie de la sonde

L'expression des composantes de vitesse dans le repère films est donnée en fonction des trois vitesses effectives de refroidissement de chaque film par les relations :

$$\begin{aligned} U_1 &= \sqrt{\frac{1}{2}(-U_{\text{eff}_1}^2 + U_{\text{eff}_2}^2 + U_{\text{eff}_3}^2)} \\ U_2 &= \sqrt{\frac{1}{2}(U_{\text{eff}_1}^2 - U_{\text{eff}_2}^2 + U_{\text{eff}_3}^2)} \\ U_3 &= \sqrt{\frac{1}{2}(U_{\text{eff}_1}^2 + U_{\text{eff}_2}^2 - U_{\text{eff}_3}^2)} \end{aligned} \quad (\text{II-4})$$

Le passage du repère films au repère sonde s'effectue par l'intermédiaire des angles φ et ψ (fig. II-6). Pour la sonde utilisée $\varphi = 54,75^\circ$ et $\psi = 45^\circ$.

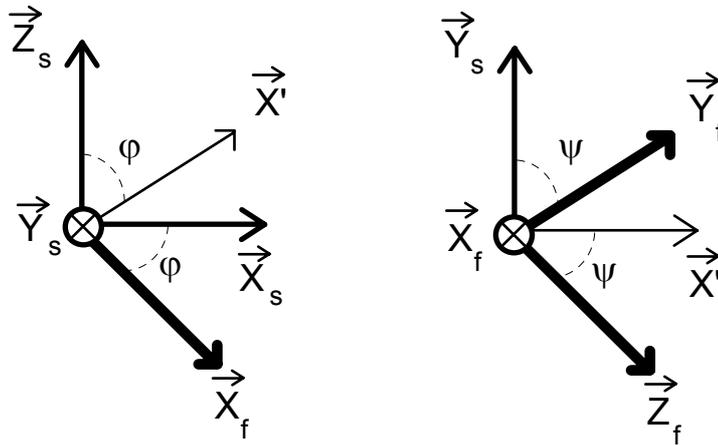


Fig. II-6 : Transformation du repère films au repère sonde

Les composantes de vitesse dans le repère sonde (U_s, V_s, W_s) sont calculées à partir des composantes dans le repère film (U_1, U_2, U_3), portées respectivement par les vecteurs $(\vec{X}_f, \vec{Z}_f, \vec{Y}_f)$, en prenant en compte la géométrie de la sonde définie par les angles φ et ψ (fig. II-7) :

$$\begin{aligned} U_s &= U_1 \cos \varphi + U_3 \sin \varphi \sin \psi + U_2 \sin \varphi \cos \psi \\ V_s &= U_3 \cos \psi - U_2 \sin \psi \\ W_s &= -U_1 \sin \varphi + U_3 \cos \varphi \sin \psi + U_2 \cos \varphi \cos \psi \end{aligned} \quad (\text{II-5})$$

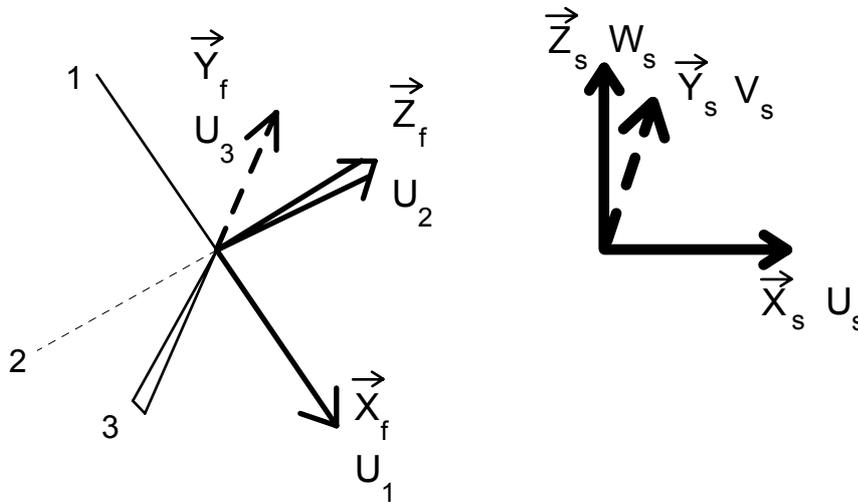


Fig. II-7 : Passage du repère films au repère sonde

D'après les relations II-4, on remarque que l'expression présente sous la racine carrée doit être positive. Or, on peut obtenir des valeurs négatives de cette expression, qui génèrent une indétermination du vecteur vitesse. Pour éviter cela, on doit supposer que ce vecteur reste dans un cône d'angle au sommet d'environ 30° orienté selon l'axe de la sonde (cf. Muller 1992). Cette situation est toujours rencontrée dans le cadre de nos mesures, sauf dans le centre du sillage autopulsé très proche ($x/D < 0,2$). Dans ce cas, les quelques points singuliers qui apparaissent (au maximum 10 % du signal temporel échantillonné) sont éliminés lors du traitement statistique.

Cette méthode de traitement qui repose sur des lois de King et une géométrie parfaite de la sonde a été retenue car elle permet un traitement rapide des signaux pour permettre des calculs statistiques sur de grands échantillons. Néanmoins, le temps de dépouillement reste relativement important, par exemple une configuration de 400 points expérimentaux échantillonnés à 4 kHz sur 5 s et calculée sur micro-ordinateur PC 80 386 33 MHz demande environ 13 heures.

II-2-1-3 Implantation de la sonde sur site

On définit le repère veine $(\vec{X}_v, \vec{Y}_v, \vec{Z}_v)$, chaque vecteur est porté par les directions respectivement longitudinale, horizontale et verticale de la veine d'essai (fig. II-8). L'alignement de la sonde par rapport à l'écoulement, qui consiste à faire coïncider les repères veine et sonde, s'effectue au moyen des axes du chariot permettant une rotation de la sonde dans les plans (\vec{X}_v, \vec{Y}_v) (angle γ) et (\vec{X}_v, \vec{Z}_v) (angle β).

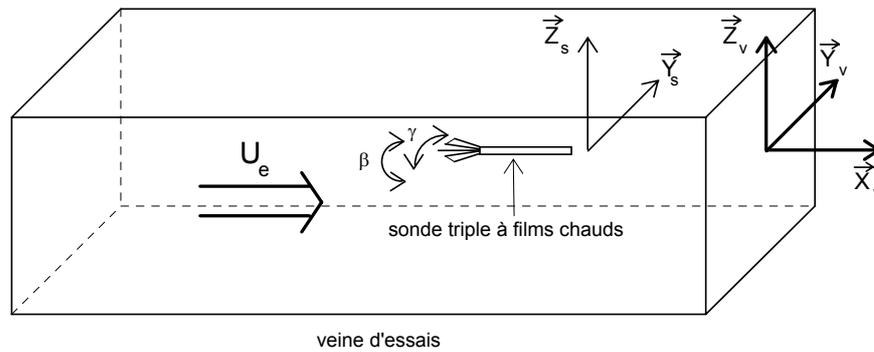


Fig. II-8 : Définition du repère veine et degrés de liberté de la sonde

II-2-1-4 Étalonnage

L'étalonnage consiste à déterminer les constantes A et B de la loi de King pour chaque film. Pour cela, on place la sonde dans un écoulement laminaire et on procède au relevé des tensions de sortie de l'anémomètre, pour différentes vitesses mesurées à l'aide d'un tube de Pitot relié à un micro-manomètre Furness Controls Limited FC012 de gamme d'entrée 0-200 mm H₂O. La gamme de vitesse d'étalonnage correspond à la plage de variation des mesures, typiquement 5-20 m/s. La courbe d'étalonnage d'un des films de la sonde est représentée figure II-9. On observe bien la validité de la loi de King à travers la dépendance linéaire entre E^2 et $\sqrt{U_{\text{eff}}}$.

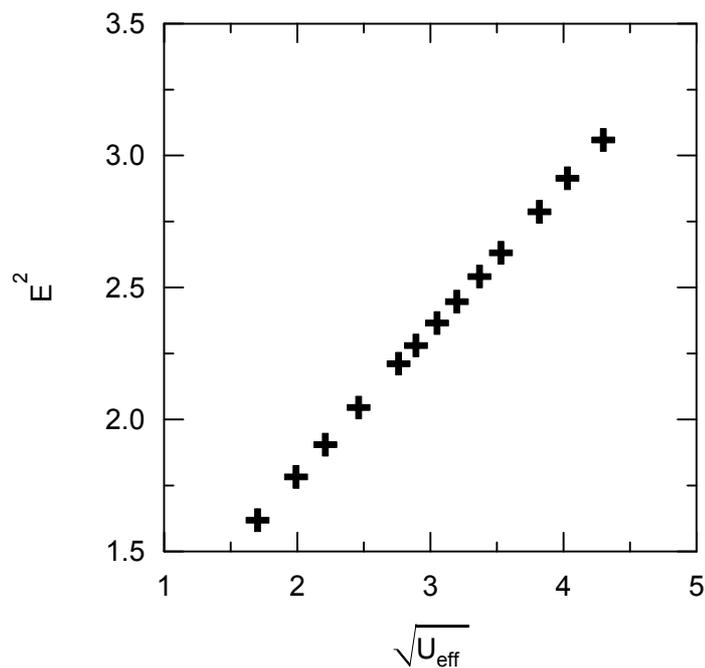


Fig. II-9 : Étalonnage d'un film chaud de la sonde triple

II-2-1-5 Problèmes liés à l'utilisation d'une sonde à films chauds

Les conditions d'utilisation d'une sonde à films chauds peuvent varier au cours d'une campagne de mesure, et entraîner une dérive de la réponse de la sonde. Deux types de

problèmes apparaissent :

- lors de l'utilisation répétitive de la même sonde, le dépôt de poussière sur les capteurs modifie leurs réponses, pour les mêmes conditions d'utilisation (température et vitesse).
- lors d'une campagne d'acquisition de plusieurs heures, la variation de la température ambiante de l'écoulement peut varier et induire une dérive significative de la tension de sortie de l'anémomètre.

Afin de s'affranchir de ces contraintes, nous avons opté pour un recalage des signaux en cours d'acquisition. Périodiquement entre deux points expérimentaux, la sonde est placée dans une zone d'écoulement sain, où la vitesse est connue et non turbulente. On effectue alors un relevé de la réponse de chacun des trois films. Ces valeurs seront utilisées au niveau du dépouillement des mesures pour recalibrer les courbes d'étalonnage par simple translation. La validité de cette correction est présentée figure II-10 où sont représentés deux étalonnages du même capteur de la même sonde pour deux températures différentes $T = 10^{\circ}\text{C}$ et $T = 12^{\circ}\text{C}$. La correction de l'étalonnage réalisée à la température $T = 10^{\circ}\text{C}$ pour une utilisation à $T = 12^{\circ}\text{C}$ (courbe en trait continu) est ainsi clairement mise en évidence.

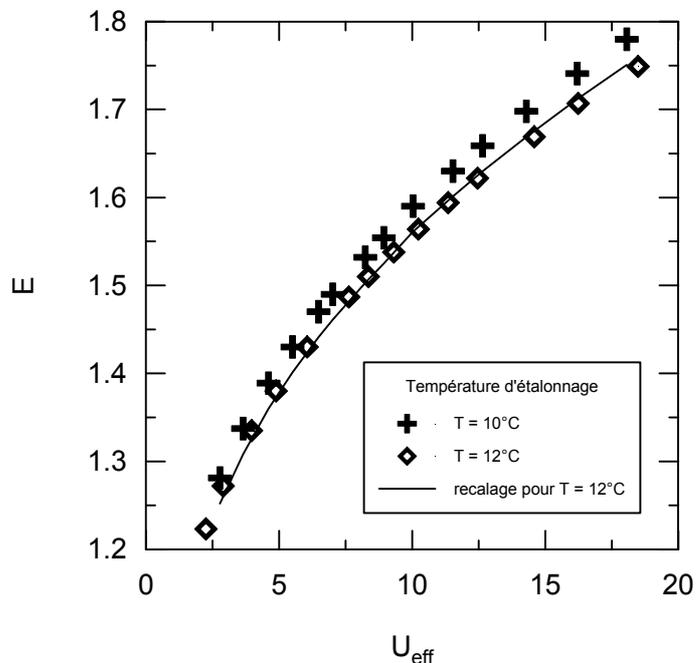


Fig. II-10 : Effet de la température sur la réponse d'un film chaud

II-2-2 La chaîne de mesure

II-2-2-1 La chaîne anémométrique

La chaîne anémométrique est constituée :

- de la sonde triple à films chauds DANTEC 55R91 décrite précédemment
- d'un anémomètre TSI IFA 100 à 3 voies, chaque voie est constituée par un module anémomètre 150 et par un module conditionneur de signal 157
- d'une carte d'acquisition 12 bits 8 voies 200 kHz.

Le conditionneur permet d'optimiser, par l'intermédiaire d'un offset et d'un gain, la quantification du signal par la carte d'acquisition entre ± 5 V. Si E^{mes} est la tension de sortie du

module anémomètre et E^{cond} la tension de sortie du module conditionneur alors :

$$E^{\text{cond}} = (E^{\text{mes}} - \text{offset}^{\text{cond}}) \text{gain}^{\text{cond}} \quad (\text{II-6})$$

La gamme de variation de l'offset est de 0 à 9 V par incrément de 1 V et celle du gain est de 1 à $9 \cdot 10^2$ par pas de 1 pour la mantisse et pour l'exposant.

Cette optimisation de la quantification du signal est importante car elle permet de diminuer l'erreur d'acquisition de façon significative (cf. § II-3-2).

II-2-2-2 Le système de déplacement

Les déplacements de la sonde selon les axes Y et Z transverses à la direction longitudinale de la veine, sont réalisés par un chariot à deux degrés de liberté en translation. Chaque axe est muni d'un moteur et d'un codeur dialoguant en permanence avec un compteur de position de type Dynapar. La précision des déplacements selon Y et Z est de $\pm 0,1$ mm. Elle peut être considérée comme parfaite compte tenu de la dimension des valeurs mesurées.

L'ensemble de la chaîne d'acquisition et de la commande de déplacement est piloté à partir d'un micro-ordinateur 80 386 16 MHz par liaisons RS 232 (fig. II-11).

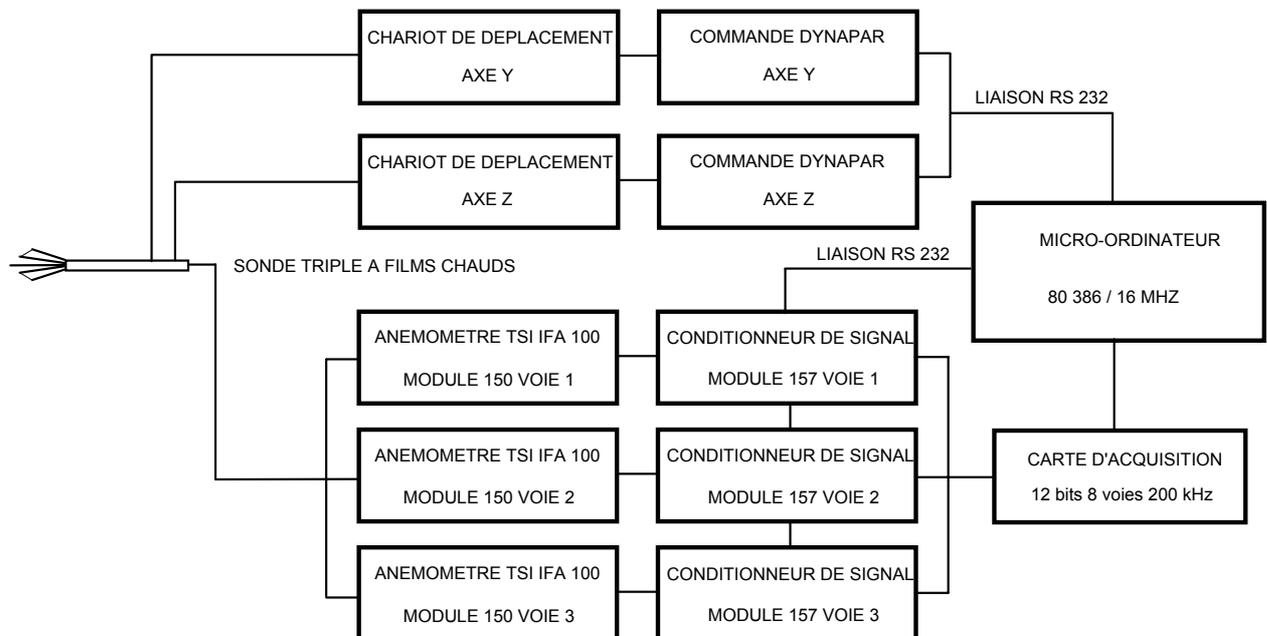


Fig. II-11 : Schéma de la chaîne de mesure

II-3 ERREUR DE MESURE

II-3-1 Erreur induite par l'inhomogénéité de l'écoulement

La variation de l'uniformité de l'écoulement sain en amont de la maquette est une première source d'incertitude des mesures. Nous avons vu (cf. § II-1-1) que cette erreur croît avec la distance axiale (de 2 % en début de veine à 3 % en fin de veine).

Les mesures peuvent aussi être entachées d'une erreur liée à un défaut de positionnement angulaire de la maquette par rapport à l'axe suivant lequel se développe l'écoulement amont. Cette erreur d'axisymétrie du sillage est réduite, d'une part en effectuant

un centrage très précis (déviation angulaire de 20'), et d'autre part en réalisant des points de mesure dans toute une section avant d'effectuer une moyenne azimutale des profils de vitesse (cf. chap. III).

II-3-2 Erreur d'acquisition

II-3-2-1 États du signal au cours de la chaîne de mesure

Les différents états d'un signal au cours de la chaîne d'acquisition sont les suivants :

- signal analogique mesuré en sortie de l'anémomètre E^{mes}
- signal analogique de sortie du module conditionneur E^{cond}

$$E^{\text{cond}} = (E^{\text{mes}} - \text{offset}^{\text{cond}}) \text{gain}^{\text{cond}}$$

- signal conditionné numérisé (codage en entiers sur 16 bits) E^{num}

$$E^{\text{num}} = 16 \text{INT} \left(\frac{4096 E^{\text{cond}}}{10} \right)$$

- signal conditionné discrétisé (reconstitution en V) E^{dis}

$$E^{\text{dis}} = \frac{10 E^{\text{num}}}{4096 \times 16}$$

- signal déconditionné E^{dec}

$$E^{\text{dec}} = \frac{E^{\text{dis}}}{\text{gain}^{\text{cond}}} + \text{offset}^{\text{cond}}$$

- signal avec compensation de la dérive thermique de la sonde E^{comp}

$$E^{\text{comp}} = E^{\text{dec}} - \text{offset}^{\text{T}}$$

- signal dépouillé en vitesse U

La modification du signal au cours de la chaîne de mesure est à chaque fois une source d'erreur supplémentaire (fig. II-12).

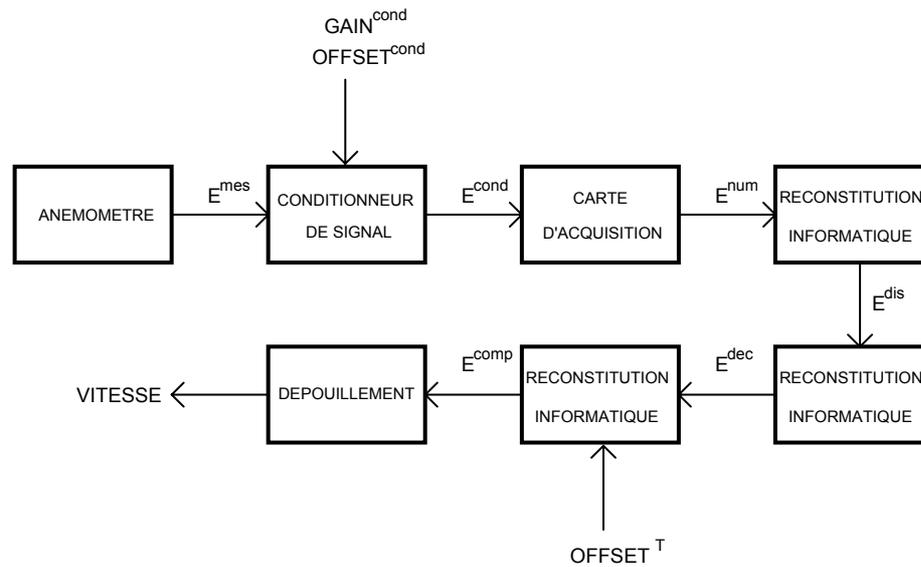


Fig. II-12 : Modification du signal au cours de la chaîne d'acquisition

II-3-2-2 Erreurs engendrées par la chaîne de mesure

Les erreurs correspondant à chaque traitement du signal sont :

- l'erreur de conditionnement du signal, qui est supposée nulle étant donné la fiabilité des valeurs de l'offset et du gain délivrées par le module conditionneur et qui ont été vérifiées.
- l'erreur de quantification ε^{qua} provenant de l'échantillonnage du signal sur 12 bits. Cette erreur est maximale dans le cas où le signal n'est pas conditionné ($gain^{cond} = 1$ et $offset^{cond} = 0$) et vaut dans le pire des cas 0,25 %. Dans le cadre de nos acquisitions (optimisation du conditionnement), cette erreur qui ne dépasse pas 0,04 % peut être négligée.
- l'erreur de compensation de la dérive thermique de sensibilité de la sonde. Cette erreur provient de la limite de validité de l'hypothèse de recalage périodique des signaux par translation de la courbe d'étalonnage (§ II-2-1-5). Si l'on n'effectue pas cette correction, l'erreur engendrée par la dérive du signal, pour une même vitesse d'écoulement, peut être très importante. Par exemple, pour une variation de 2°C entre la température d'étalonnage et la température de mesure, on peut obtenir jusqu'à 12,5 % d'erreur sur les vitesses mesurées. Pour la gamme de vitesses que l'on doit dépouiller (typiquement 7-16 m/s), le recalage n'entraîne plus qu'une erreur moyenne de compensation de 0,94 % avec une valeur maximum de 2,2 % (fig. II-13).

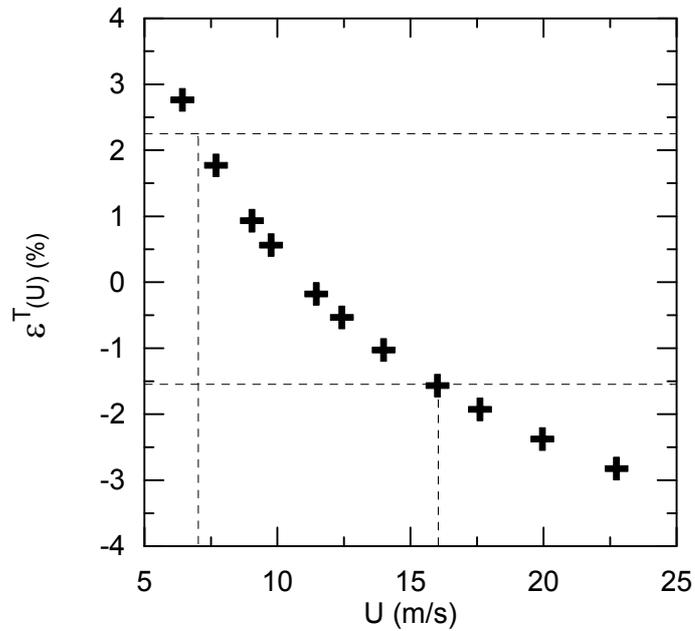


Fig. II-13 : Évolution de l'erreur de recalage périodique de la dérive thermique du signal en fonction de la vitesse

- l'erreur de dépouillement des tensions en vitesse. Cette erreur est l'écart entre la modélisation des points d'étalonnage par une loi de King (fonction ajustée par la méthode des moindres carrés) et les valeurs d'étalonnage relevées. Comme la gamme des vitesses d'étalonnage est restreinte (5-20 m/s), cette erreur ne dépasse pas 0,33 % en moyenne avec un maximum de 0,63 % (fig. II-14).

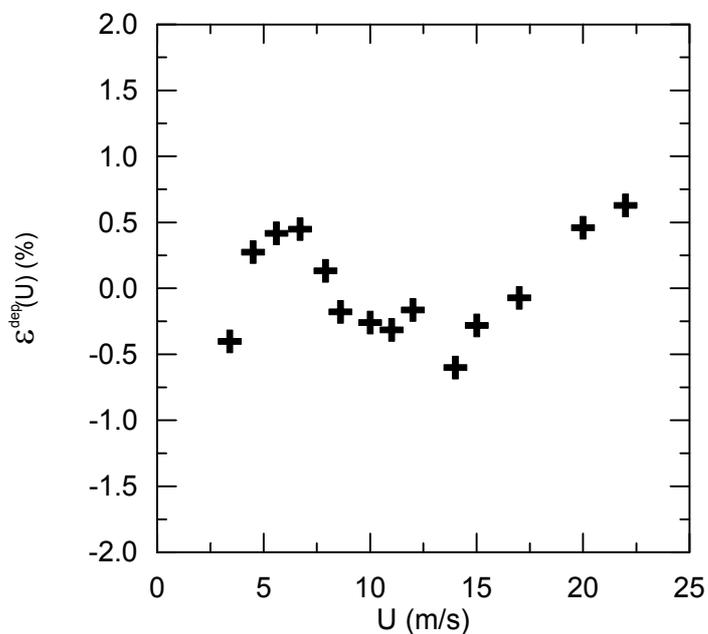


Fig. II-14 : Évolution de l'erreur de dépouillement du signal en fonction de la vitesse

L'erreur globale d'acquisition des vitesses prend en compte à la fois les erreurs intervenant sur les signaux non dépouillés (tensions de sortie de l'anémomètre) que sur les signaux dépouillés (conversion en vitesses) par l'intermédiaire des relations de conversion (loi de King et relations géométriques de la sonde) :

$$\begin{aligned} U_i \pm \varepsilon^{\text{acq}}(U_i) &= U_i \left[U_{\text{eff}_j} \left(E_1 \pm \varepsilon^{\text{qua}}(E_1) \pm \varepsilon^{\text{T}}(E_1) \right) \pm \varepsilon^{\text{dep}}(U_{\text{eff}_j}) \right] \\ &= U_i \pm \varepsilon^{\text{qua}}(U_i) \pm \varepsilon^{\text{T}}(U_i) \pm \varepsilon^{\text{dep}}(U_i) \end{aligned} \quad (\text{II-7})$$

Cette erreur d'acquisition ε^{acq} a pour valeur maximum 2,83 %. Au niveau de la représentation des résultats, il faut ajouter à cette erreur l'erreur de traitement statistique des vitesses.

II-3-3 Erreur de traitement statistique

On veut mesurer différentes grandeurs statistiques de l'écoulement :

- les valeurs moyennes
- les moments d'ordre 2 et 3
- les spectres des fluctuations de vitesse, ...

Dans chaque cas, il faut procéder à une acquisition correcte suffisamment longue pour obtenir une bonne estimation de ces variables. Plutôt qu'une seule mesure comprenant de nombreux points expérimentaux à une fréquence d'échantillonnage élevée sur un temps important, on préfère, pour des raisons d'optimisation de la taille des fichiers de données et de temps de manipulation, effectuer une expérience propre à chaque type de traitement statistique. Par ailleurs, avant acquisition, le signal est filtré analogiquement à la fréquence moitié de la fréquence d'échantillonnage afin de réduire les phénomènes de repliement spectraux (cf. chap. V). On se fixe trois types d'acquisitions par configuration de mesure et par distance d'exploration :

- une acquisition dans une section complète de la veine d'essais (400 points $f_{\text{acq}} = 4 \text{ kHz}$ $t_{\text{acq}} = 5 \text{ s}$). Cette mesure permet d'obtenir les vitesses moyennes et quadratiques moyennes.
- une acquisition « basse fréquence » selon une ligne centrée sur l'axe du sillage (30 points $f_{\text{acq}} = 7,5 \text{ kHz}$ $t_{\text{acq}} = 20 \text{ s}$). Cette mesure permet d'obtenir la convergence des moments de vitesse d'ordre 3 nécessaires aux termes de transfert d'énergie cinétique turbulente (cf. chap. VI). En outre, elle permet la réalisation de spectre de vitesse dans un domaine basse fréquence avec une bande d'analyse fine (cf. chap. V).
- une acquisition « haute fréquence » selon une ligne centrée sur l'axe du sillage (30 points $f_{\text{acq}} = 50 \text{ kHz}$ $t_{\text{acq}} = 3 \text{ s}$). Cette mesure permet d'obtenir un signal échantillonné très finement pour réaliser un traitement périodique du signal calé sur la rotation de l'hélice ; dans le cas autopulsé, le signal de synchronisation délivré par le moteur est également échantillonné (cf. chap. VII). De plus, elle permet la réalisation de spectre de vitesse dans un domaine « haute fréquence » (cf. chap. V).

Le temps d'acquisition retenu est le temps nécessaire pour obtenir la convergence du moment statistique désiré. On donne comme exemple la valeur de $\overline{u_x^3}$ en fonction du temps (fig. II-15).

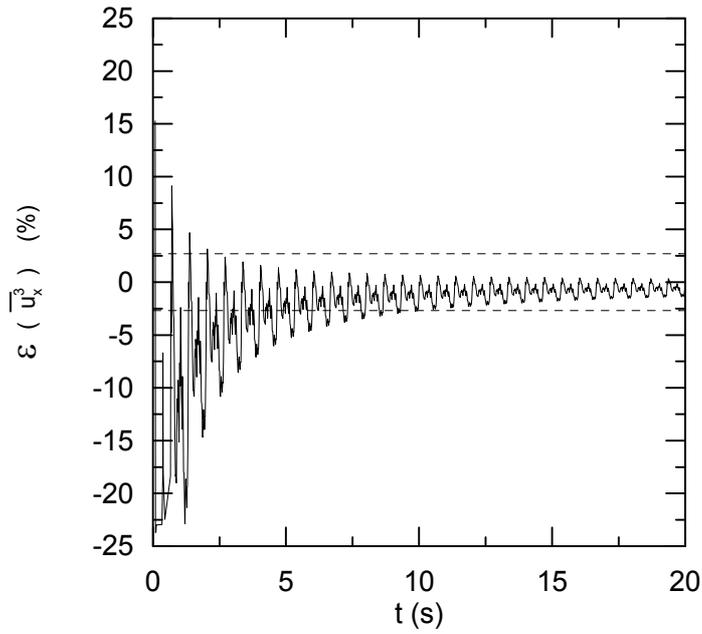


Fig. II-15 : Évolution de l'erreur relative de traitement statistique du moment d'ordre 3 en fonction du temps de moyenne

L'erreur maximale que l'on obtient pour la configuration la plus défavorable dépend de la valeur statistique désirée et du temps retenu pour son calcul :

moment statistique	ordre 1	ordre 2	ordre 3
temps d'estimation (s)	5	5	20
erreur relative maximum (%)	0,43	1,4	2,7

Tab. II-2 : Erreur relative maximum des moments statistiques

II-3-4 Erreur de mesure totale

L'erreur de mesure totale prend en compte toutes les sources d'indétermination intervenant au cours du traitement. Elle dépend de la variable statistique à laquelle on s'intéresse :

$$\begin{aligned}\bar{U}_i \pm \varepsilon^{\text{mes}_1} &= \left(\overline{U_i \pm \varepsilon^{\text{écoul}} \pm \varepsilon^{\text{acq}}} \right) \pm \varepsilon^{\text{stat}_1} \\ &= \bar{U}_i \pm \varepsilon^{\text{écoul}} \pm \varepsilon^{\text{acq}} \pm \varepsilon^{\text{stat}_1}\end{aligned}\quad (\text{II-8})$$

$$\begin{aligned}\overline{u_i^2} \pm \varepsilon^{\text{mes}_2} &= \overline{(U_i - \bar{U}_i)^2} \pm \varepsilon^{\text{stat}_2} \\ &= \overline{u_i^2} \pm \varepsilon^{\text{stat}_2}\end{aligned}\quad (\text{II-9})$$

$$\begin{aligned}\overline{u_i^3} \pm \varepsilon^{\text{mes}_3} &= \overline{(U_i - \bar{U}_i)^3} \pm \varepsilon^{\text{stat}_3} \\ &= \overline{u_i^3} \pm \varepsilon^{\text{stat}_3}\end{aligned}\quad (\text{II-10})$$

On obtient finalement comme erreurs totales maximales de mesure :

- pour les moments d'ordre 1 $\varepsilon^{\text{mes}_1} = 6,26 \%$
- pour les moments d'ordre 2 $\varepsilon^{\text{mes}_2} = 1,4 \%$
- pour les moments d'ordre 3 $\varepsilon^{\text{mes}_3} = 2,7 \%$.

Il faut constater que les grandeurs moyennes sont entachées d'une erreur supérieure à celle des moments d'ordre supérieur. Cela expliquera dans la suite que les vitesses moyennes sont très vite noyées dans le bruit de fond de l'écoulement.

CHAPITRE III

MESURES AÉRODYNAMIQUES GLOBALES

Nous avons présenté dans les chapitres précédents une analyse théorique des sillages pur et autopropulsé, puis le dispositif expérimental mis en œuvre. Il reste à établir les conditions expérimentales d'un sillage de corps autopropulsé, c'est à dire tel que la force de poussée du système propulsif équilibre la force de traînée du corps. Le calcul permettant d'obtenir les composantes de vitesse en coordonnées cylindriques dans un plan de mesure à partir des trois composantes délivrées par la sonde en coordonnées cartésiennes sera exposé. On étudiera ensuite qualitativement les deux configurations de sillage en essayant d'analyser les différentes structures présentes dans l'écoulement et leur évolution, ceci aussi bien pour le champ moyen que pour le champ turbulent. Enfin, nous verrons comment obtenir des profils selon une direction radiale à partir de mesures effectuées dans un plan.

III-1 DÉTERMINATION D'UNE CONFIGURATION AUTOPROPULSÉE

III-1-1 Bilan de quantité de mouvement

L'expression de la différence entre la force de poussée et la force de traînée s'obtient en effectuant un bilan de quantité de mouvement sur un volume de contrôle cylindrique fermé entourant la maquette :

$$F_P - F_T = \rho \int_{\Sigma_2} \bar{U}_x^2 dS - \rho U_e^2 S + \int_{\Sigma_2} \bar{P} dS - P_e S \quad (\text{III-1})$$

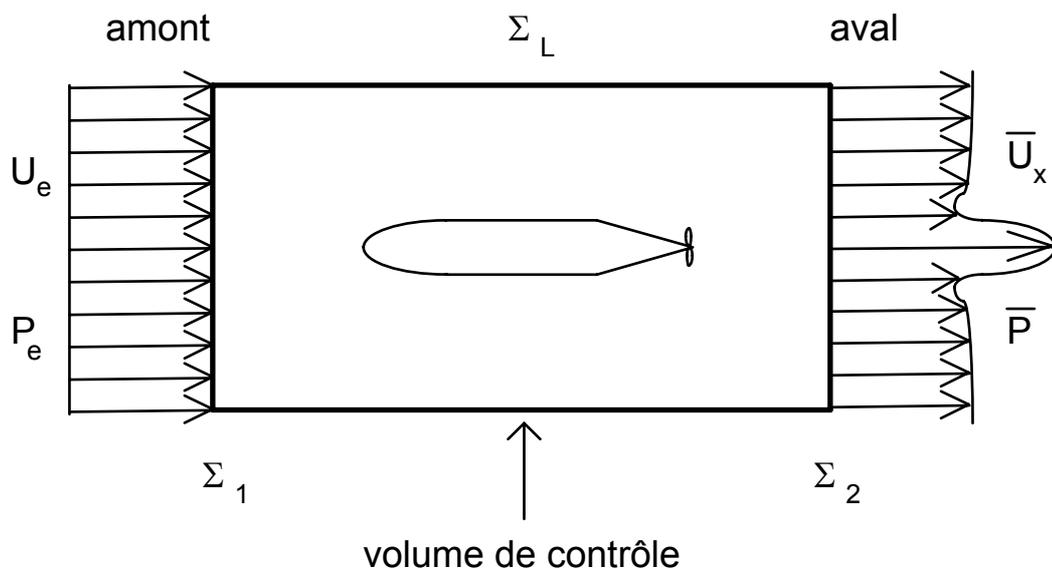


Fig. III-1 : Réalisation d'un bilan de quantité de mouvement autour du modèle

Les deux paramètres qui peuvent varier pour annuler le terme de gauche dans l'équation III-1 sont la vitesse de rotation de l'hélice N et la vitesse de l'écoulement extérieur au sillage U_e . Pour obtenir un rapport signal / bruit optimum nous avons fixé la vitesse de rotation à sa valeur maximum de fonctionnement (15 000 tr/min) et fait varier la vitesse de l'écoulement dans la veine. Tous les termes du membre de droite de l'équation III-1 ont été mesurés à l'aide d'une sonde à 5 prises de pression. Les résultats de la différence poussée-trainée sont présentés sur la figure III-2 où l'on a représenté le bilan de quantité de mouvement rapporté à un flux d'énergie cinétique. Il faut remarquer que les termes faisant intervenir la pression qui sont négligeables d'après l'analyse dimensionnelle des équations en sillage lointain (cf. chap. I § I-2-2-2 éq. I-13), ont été pris en compte dans ces mesures.

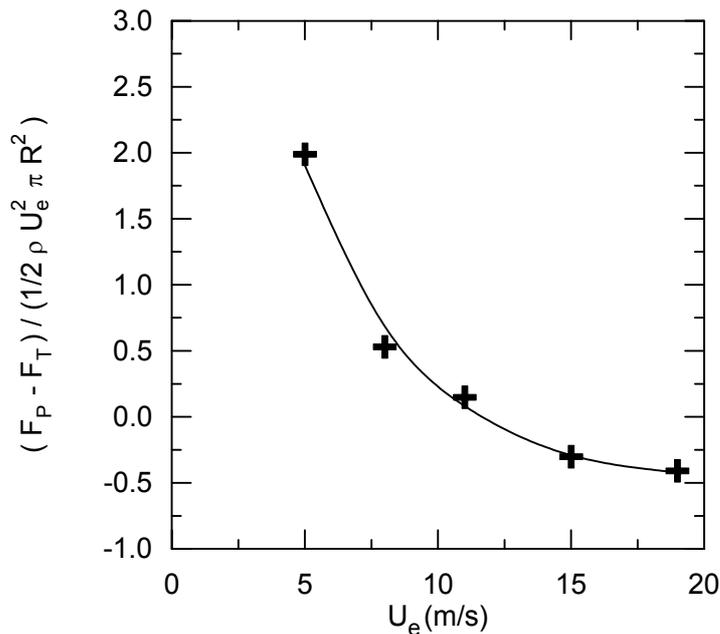


Fig. III-2 : Évolution de la différence poussée-trainée en fonction de la vitesse de l'écoulement extérieur ($N = 15\ 000$ tr/min)

La configuration de sillage de corps autopropulsé est obtenue lorsque la différence poussée-trainée est nulle. On retient finalement comme paramètres d'autopropulsion, une vitesse d'écoulement de 11 m/s pour une rotation du propulseur de 15 000 tr/min.

III-1-2 Grandeurs conservatives d'un sillage autopropulsé

III-1-2-1 Conservation axiale de la quantité de mouvement

Si l'on s'intéresse à son évolution selon une direction axiale du sillage (fig. III-3), on vérifie que la quantité de mouvement est une grandeur conservative (cf. chap. I § I-3-3-1 éq. I-18).

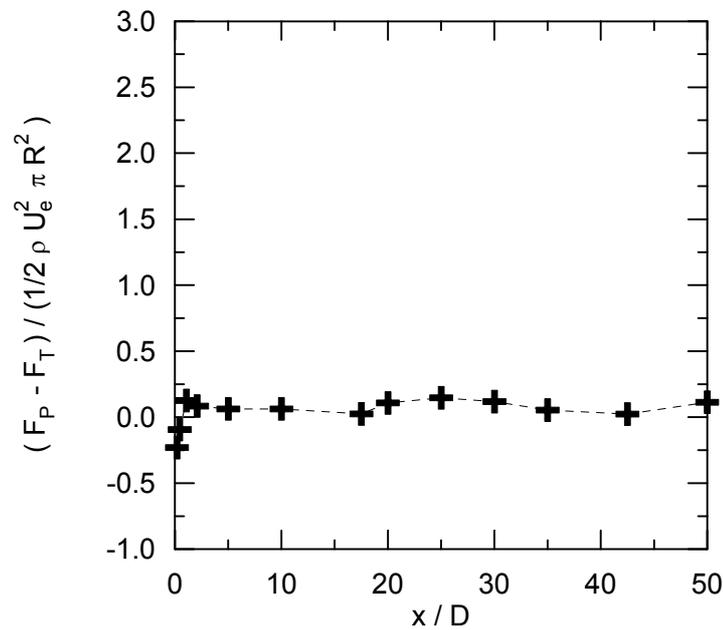


Fig. III-3 : Conservation de la quantité de mouvement selon l'axe du sillage autopropulsé

III-1-2-2 Conservation axiale du moment rotatif

On définit le moment rotatif par l'équation intégrale de conservation tangentielle :

$$G = \rho U_e \int_0^\infty r^2 \bar{U}_\theta dr$$

La grandeur de référence par rapport à laquelle cette quantité sera rapportée est le moment rotatif de l'hélice qui est un mouvement solide :

$$G_h = \rho U_e V_h \frac{d^3}{24}$$

avec V_h la vitesse tangentielle en bout de pale :

$$V_h = \pi N d$$

Si l'on trace l'évolution axiale du moment rotatif du sillage autopropulsé rapporté au moment rotatif de l'hélice (fig. III-4), cette quantité est bien conservée longitudinalement (hypothèse du § I-3-3-2 éq. I-23).

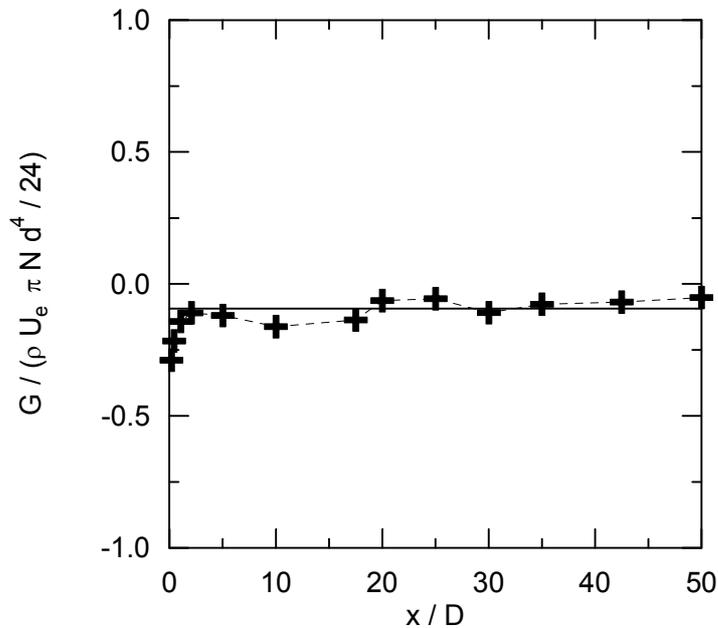
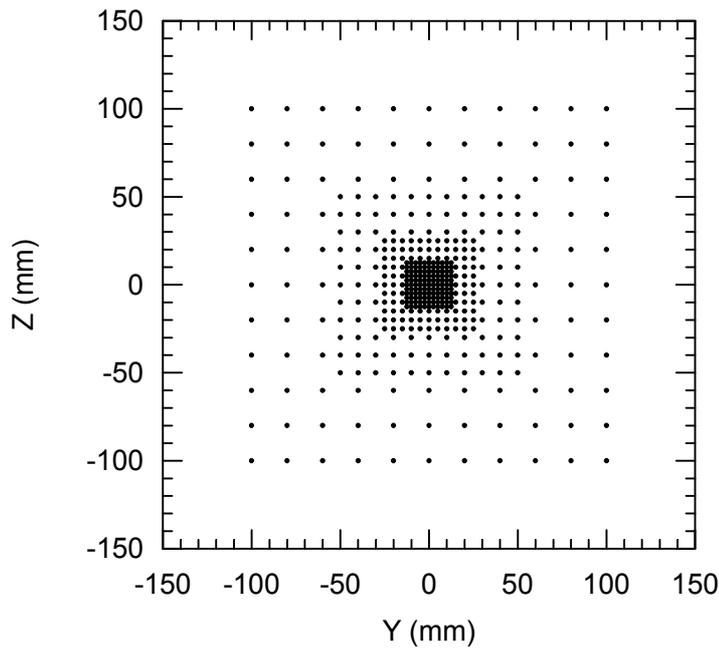
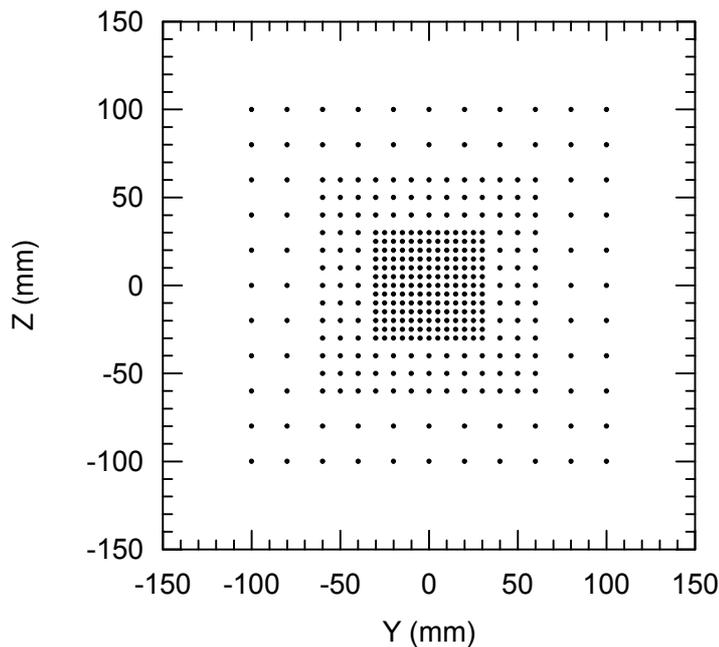


Fig. III-4 : Conservation du moment rotatif selon l'axe du sillage autopropulsé

III-2 DÉTERMINATION DU CHAMP DE VITESSE EN COORDONNÉES CYLINDRIQUES

Les trois composantes de vitesse (U, V, W) délivrées par la sonde après dépouillement sont obtenues dans le repère cartésien lié à la veine d'essais $(\vec{X}_v, \vec{Y}_v, \vec{Z}_v)$. Les mesures sont effectuées dans un plan perpendiculaire à la direction longitudinale suivant laquelle se développe le sillage. Le domaine d'exploration (200 × 200 mm) est réduit à la région centrale de la veine d'essais. Une acquisition des 3 voies de l'anémomètre est réalisée en chaque point de ce plan constitué d'un maillage de 400 points. L'intervalle entre les points est optimisé suivant la région que l'on étudie et devient de plus en plus petit quand on approche du centre (fig. III-5 et III-6).

Fig. III-5 : Maillage du plan de mesure pour $x / D < 15$ Fig. III-6 : Maillage du plan de mesure pour $x / D > 15$

Compte tenu de l'axisymétrie du sillage, on cherche à obtenir ces composantes dans un repère cylindrique. Bien que le centrage de la maquette dans la veine d'essais soit réalisé très précisément (déviations angulaires de $20'$) il peut apparaître des écarts importants entre le centre du sillage et le centre du maillage des points de mesure pour les sections éloignées du bord de fuite de la maquette. Ainsi 4 m en aval du modèle, la déviation correspondant à $20'$ d'angle est de 23 mm ce qui n'est pas négligeable pour un domaine de mesure de 200×200 mm. Un recentrage des points expérimentaux entre le repère de la veine d'essais (Y_v, Z_v) et le repère du sillage (Y, Z) est donc nécessaire avant la conversion en coordonnées cylindriques. Pour cela,

il faut tout d'abord rechercher les coordonnées (Y_c, Z_c) du centre de symétrie du sillage à partir des composantes de vitesses mesurées et effectuer la translation :

$$Y = Y_v - Y_c$$

$$Z = Z_v - Z_c$$

On peut alors calculer les composantes dans le repère cylindrique (r, θ) avec les formules de transformation suivantes :

$$\bar{U}_x = \bar{U}$$

$$\bar{U}_r = \bar{V} \cos \theta + \bar{W} \sin \theta$$

$$\bar{U}_\theta = -\bar{V} \sin \theta + \bar{W} \cos \theta$$

$$\bar{u}_x^2 = \bar{u}^2$$

$$\bar{u}_r^2 = \bar{v}^2 \cos^2 \theta + 2 \bar{v} \bar{w} \cos \theta \sin \theta + \bar{w}^2 \sin^2 \theta$$

$$\bar{u}_\theta^2 = \bar{v}^2 \sin^2 \theta - 2 \bar{v} \bar{w} \cos \theta \sin \theta + \bar{w}^2 \cos^2 \theta$$

$$\bar{u}_x \bar{u}_r = \bar{u} \bar{v} \cos \theta + \bar{u} \bar{w} \sin \theta$$

$$\bar{u}_x \bar{u}_\theta = -\bar{u} \bar{v} \sin \theta + \bar{u} \bar{w} \cos \theta$$

$$\bar{u}_r \bar{u}_\theta = (\bar{w}^2 - \bar{v}^2) \sin \theta \cos \theta + \bar{v} \bar{w} (\cos^2 \theta - \sin^2 \theta)$$

et avec :

$$r = \sqrt{Y^2 + Z^2}$$

$$\theta = \arctan \left(\frac{Z}{Y} \right)$$

III-3 EXPLORATION TRIDIMENSIONNELLE DU CHAMP MOYEN DE VITESSE

Les mesures réalisées dans une section perpendiculaire à l'axe du sillage sont présentées après recentrage sous forme de cartes d'iso-valeurs en coordonnées cylindriques comprenant chacune 400 points de mesure.

III-3-1 Vitesse axiale moyenne

III-3-1-1 Sillage pur

La composante axiale de la vitesse moyenne est présentée dans une zone proche de la maquette sur la figure III-7.

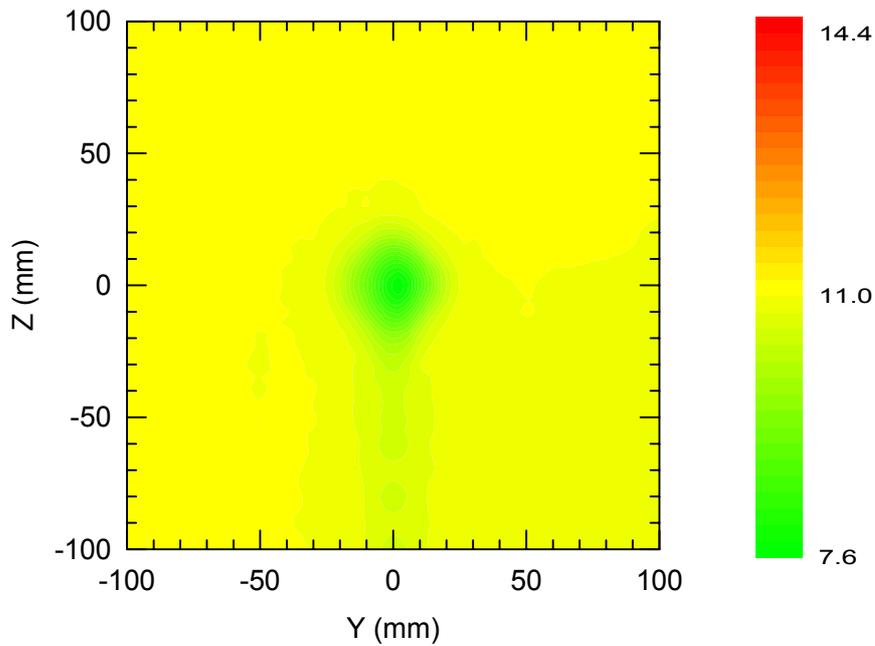


Fig. III-7 : Champ de vitesse moyenne axiale \bar{U}_x (m/s) dans la veine d'essais pour la configuration sillage pur et $x / D = 1$

On observe très nettement le caractère axisymétrique du sillage à travers le déficit de vitesse (en vert) par rapport à l'écoulement extérieur (en jaune). Dans cette région proche de la maquette, la taille du sillage est inférieure au diamètre du corps ($D = 8$ cm), le processus de création étant le mélange de la couche limite au bord de fuite. Il faut d'autre part remarquer le sillage parasite du support de la maquette dans la veine suivant l'axe $Z < 0$.

Plus en aval du modèle on constate l'élargissement du sillage (fig. III-8) ainsi que la diminution du niveau du déficit de vitesse.

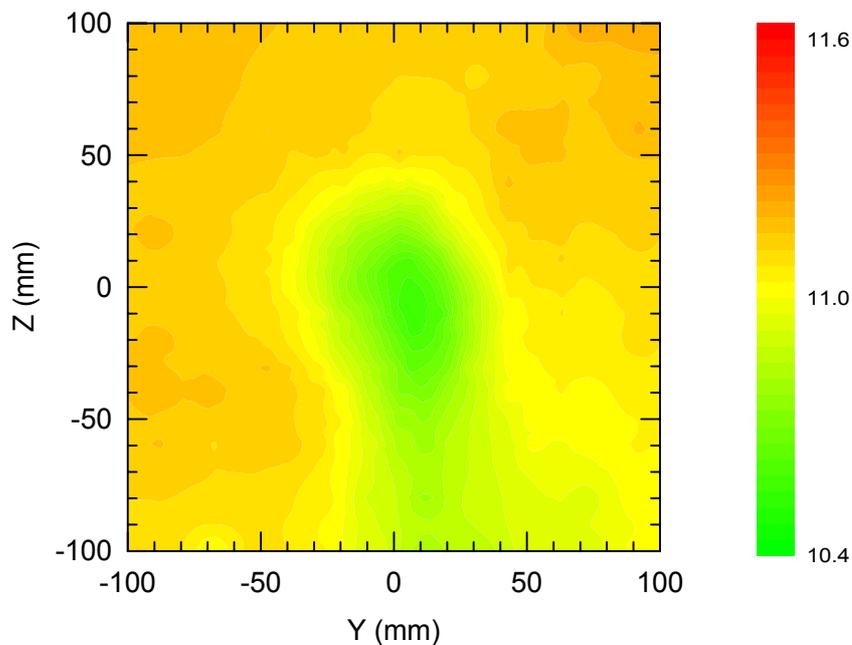


Fig. III-8 : Champ de vitesse moyenne axiale \bar{U}_x (m/s) dans la veine d'essais pour la configuration sillage pur et $x / D = 20$

III-3-1-2 Sillage autopropulsé

On présente pour les mêmes distances d'exploration axiales que précédemment ($x/D = 1$ et $x/D = 20$) les résultats de la configuration autopropulsée. Dans cette configuration autopropulsée (fig. III-9), le sillage du corps n'est plus caractérisé par un déficit de vitesse mais par une survitesse par rapport à l'écoulement extérieur (couronne rouge). Il faut également noter dans cette zone proche le sillage du moyeu de l'hélice (tache centrale verte $r < 4,5$ mm).

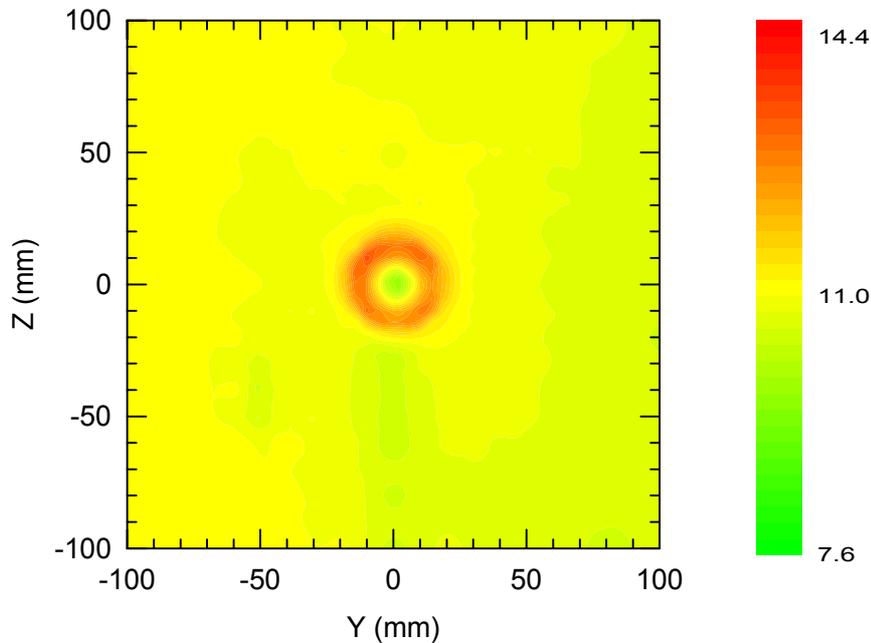


Fig. III-9 : Champ de vitesse moyenne axiale \bar{U}_x (m/s) dans la veine d'essais pour la configuration sillage autopropulsé et $x/D = 1$

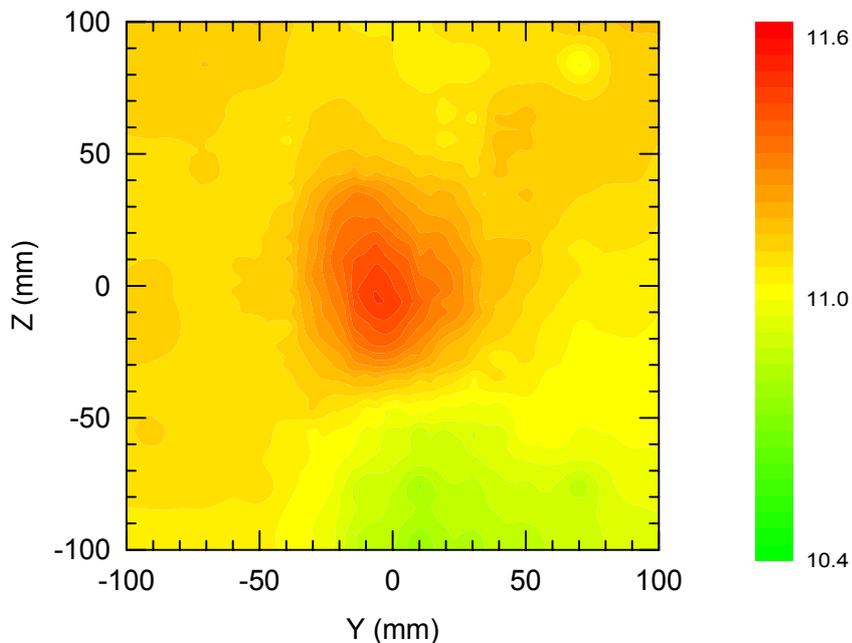


Fig. III-10 : Champ de vitesse moyenne axiale \bar{U}_x (m/s) dans la veine d'essais pour la configuration sillage autopropulsé et $x/D = 20$

La zone de survitesse par rapport à l'écoulement extérieur a tendance à s'élargir plus en aval du modèle (fig. III-10). À cette distance, il n'y a plus de trace du sillage du moyeu de l'hélice.

On peut remarquer dans cette configuration de sillage la présence d'une région initiale fortement marquée par la trace de l'hélice identifiable à travers des régions bien délimitées (sillage de son moyeu, couronne de vitesse correspondant à la hauteur des aubages), puis plus en aval, une région où le champ de vitesse devient plus homogène.

III-3-2 Vitesse tangentielle moyenne (sillage autopropulsé)

Une particularité de l'autopropulsion par hélice est bien évidemment la présence d'une composante de vitesse tangentielle moyenne (fig. III-11). Elle n'existe ni pour le sillage pur ni dans le cas de l'autopropulsion par jet (cf. Naudascher 1965).

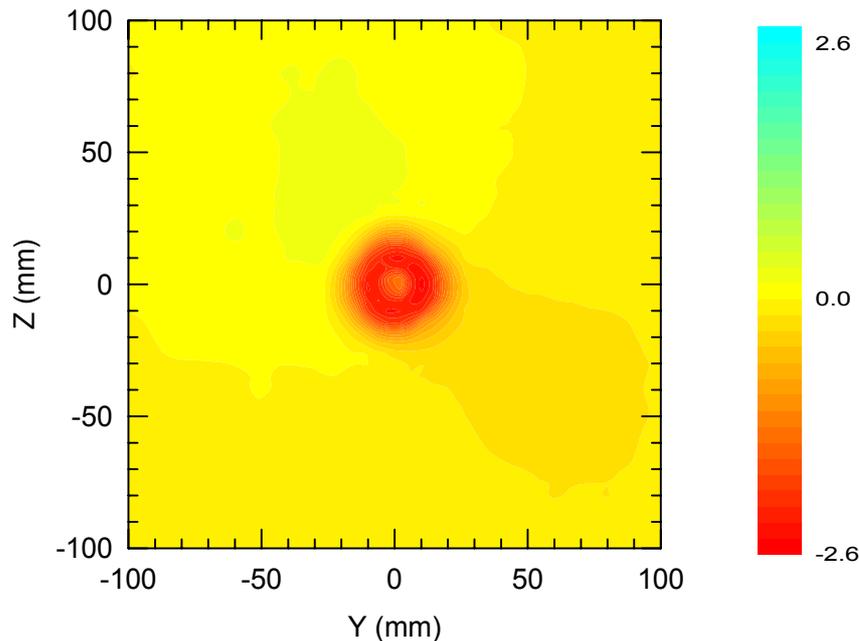


Fig. III-11 : Champ de vitesse moyenne tangentielle \bar{U}_θ (m/s) dans la veine d'essais pour la configuration sillage autopropulsé et $x / D = 1$

À cette distance, la zone de rotation de l'écoulement correspond à la dimension de l'hélice ($r < 20$ mm) avec un maximum de vitesse tangentielle sur la hauteur des pales ($4,5 \text{ mm} < r < 20$ mm). Dans ce plan situé près de la maquette, la zone centrale où le fluide est beaucoup moins entraîné en rotation correspond à la zone du sillage du moyeu de l'hélice ($r < 4,5$ mm).

III-4 EXPLORATION TRIDIMENSIONNELLE DU CHAMP TURBULENT DE VITESSE

De la même manière que pour le champ moyen, les mesures réalisées permettent la représentation des six composantes du tenseur de Reynolds dans le plan de mesure. Dans ce paragraphe, on se contentera d'exposer les résultats concernant la composante axiale de la turbulence et le cisaillement $\overline{u_x u_r}$ dans un plan situé à $x / D = 1$.

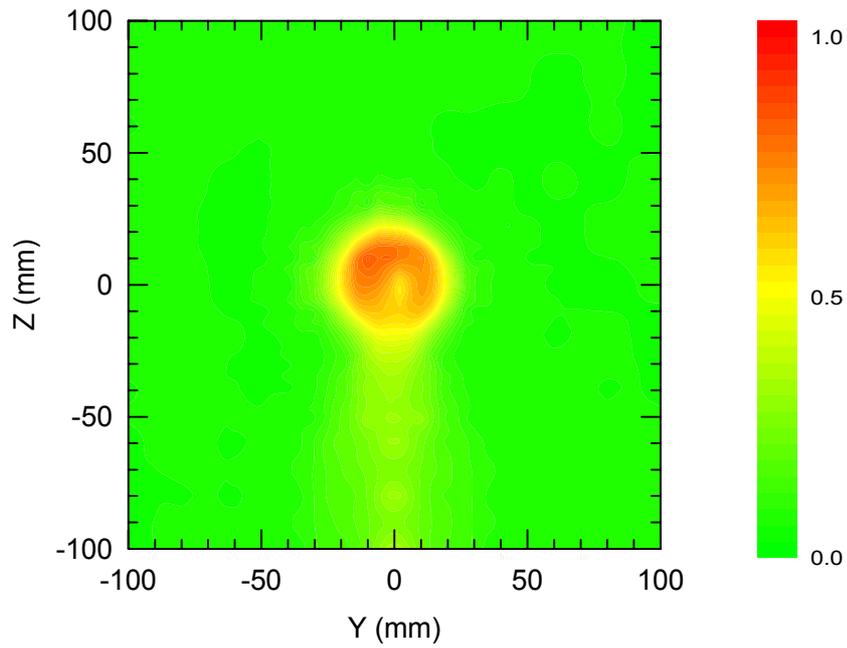


Fig. III-12 : Écart-type des fluctuations de vitesse axiale $\sqrt{\overline{u_x^2}}$ (m/s) dans la veine d'essais pour la configuration sillage pur et $x/D = 1$

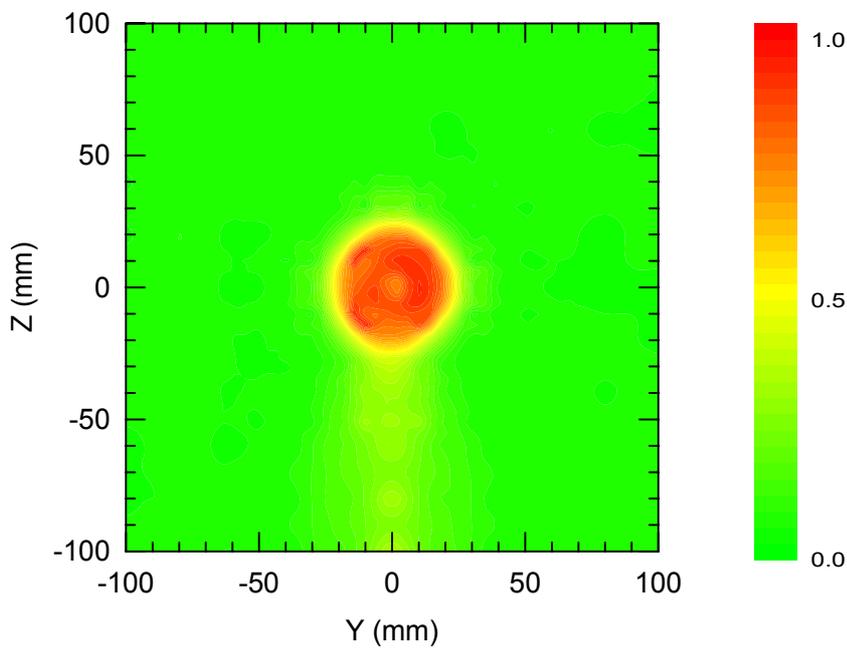


Fig. III-13 : Écart-type des fluctuations de vitesse axiale $\sqrt{\overline{u_x^2}}$ (m/s) dans la veine d'essais pour la configuration sillage autopropulsé et $x/D = 1$

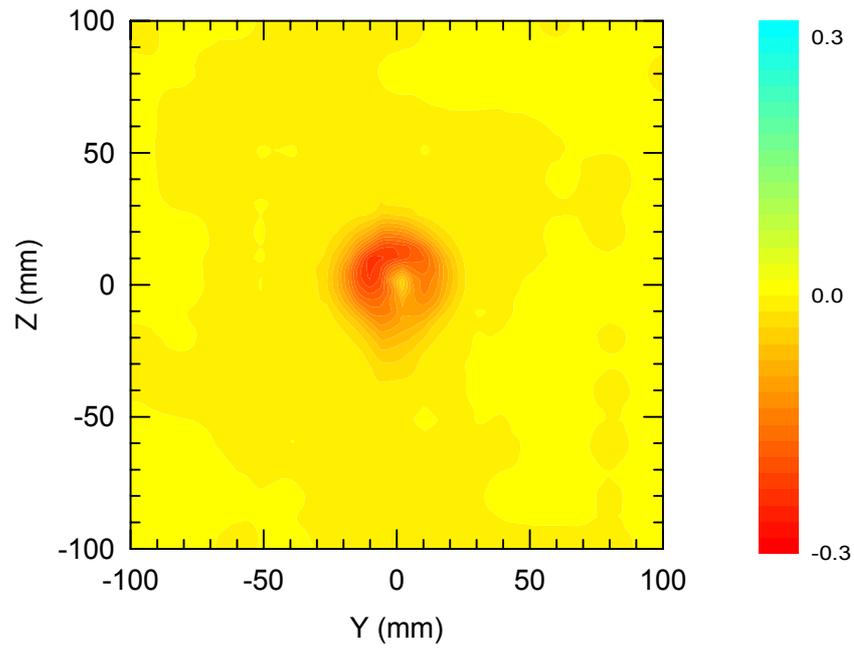


Fig. III-14 : Cisaillement axial-radial $\overline{u_x u_r}$ (m/s) dans la veine d'essais pour la configuration sillage pur et $x / D = 1$

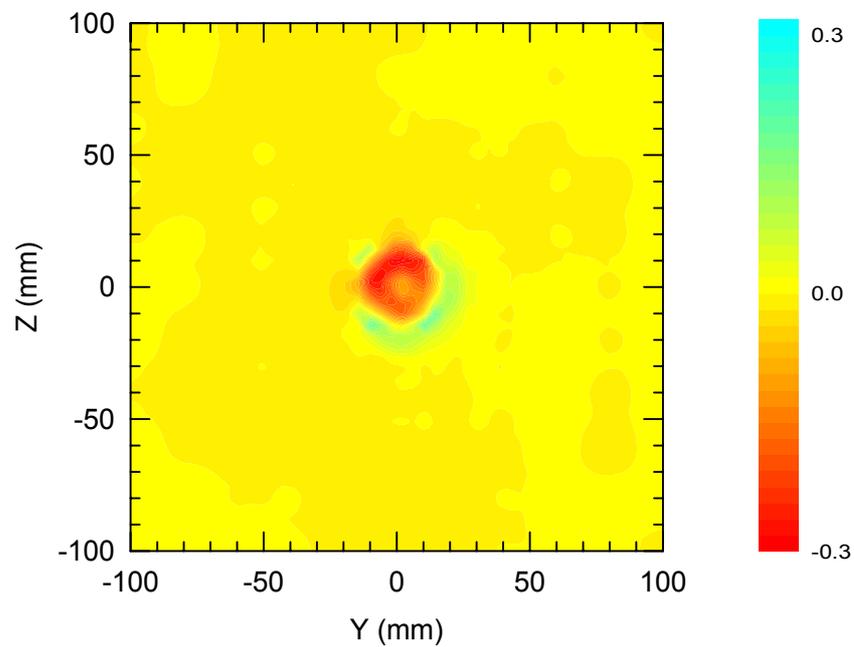


Fig. III-15 : Cisaillement axial-radial $\overline{u_x u_r}$ (m/s) dans la veine d'essais pour la configuration sillage autopropulsé et $x / D = 1$

III-4-1 Écart-type des fluctuations de vitesse axiale

III-4-1-1 Sillage pur

Dans ce cas la turbulence a pour origine le mélange de la couche limite qui se développe sur la paroi de la maquette (fig. III-12).

III-4-1-2 Sillage autopropulsé

L'étendue et le niveau de la zone turbulente sont plus importants dans ce cas que dans la configuration de sillage pur, car la turbulence résulte non seulement du mélange de la couche limite qui se développe sur la paroi de la maquette, mais surtout du brassage de fluide réalisé par l'hélice (fig. III-13).

III-4-2 Cisaillement axial-radial

III-4-2-1 Sillage pur

L'allure du cisaillement axial-radial est caractéristique d'une couche de mélange et présente un minimum à l'endroit où le gradient de vitesse est le plus fort (fig. III-14).

III-4-2-2 Sillage autopropulsé

Dans le cas du sillage autopropulsé (fig. III-15), on observe encore une région de cisaillement négatif pour une distance axiale proche du bord de fuite ($x/D = 1$), qui met en évidence le cisaillement entre le fluide accéléré par l'hélice et le déficit du moyeu. Cette zone est entourée par une région de cisaillement positif correspondant à l'extérieur de l'hélice ($15 \text{ mm} < r < 25 \text{ mm}$).

III-5 VORTICITÉ MOYENNE

La connaissance des composantes de vitesse en coordonnées cartésiennes dans le plan de mesure permet le calcul direct de la composante moyenne axiale de la vorticité en chaque point :

$$\bar{\Omega}_x = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \bar{W}}{\partial y} - \frac{\partial \bar{V}}{\partial z} \right)$$

Cette quantité est représentée pour la même distance axiale d'exploration du sillage que précédemment et pour la configuration autopropulsée sur la figure III-16.

Contrairement à la composante de vitesse moyenne tangentielle qui caractérise plutôt un mouvement d'ensemble du sillage, la vorticité traduit le mouvement de rotation des particules fluides elles-mêmes. On observe très nettement la zone centrale de vorticité négative qui correspond à des zones de fort gradients moyens (fig. III-16). Il faut également observer une couronne positive située à la distance radiale $r = 20 \text{ mm}$ de niveau beaucoup plus faible qui correspond aux tourbillons de bout de pale de l'hélice.

Une analyse plus fine des caractéristiques spatiales du sillage est présentée en effectuant des moyennes sur la périodicité de la rotation de l'hélice (chapitre VII).

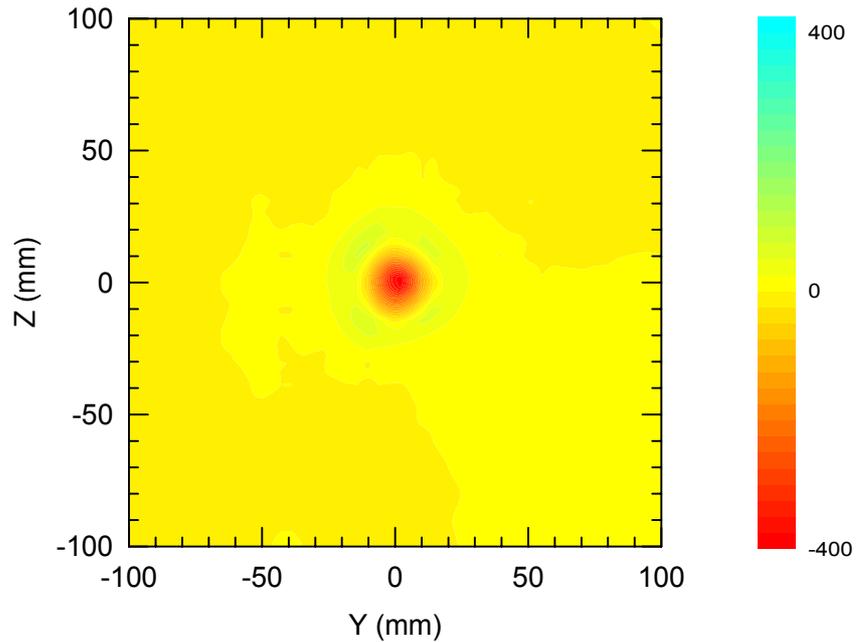


Fig. III-16 : Vorticité moyenne axiale $\bar{\Omega}_x$ (/s) dans la veine d'essais pour la configuration sillage autopropulsé et $x / D = 1$

III-6 DÉTERMINATION DE PROFILS SELON UNE DIRECTION RADIALE

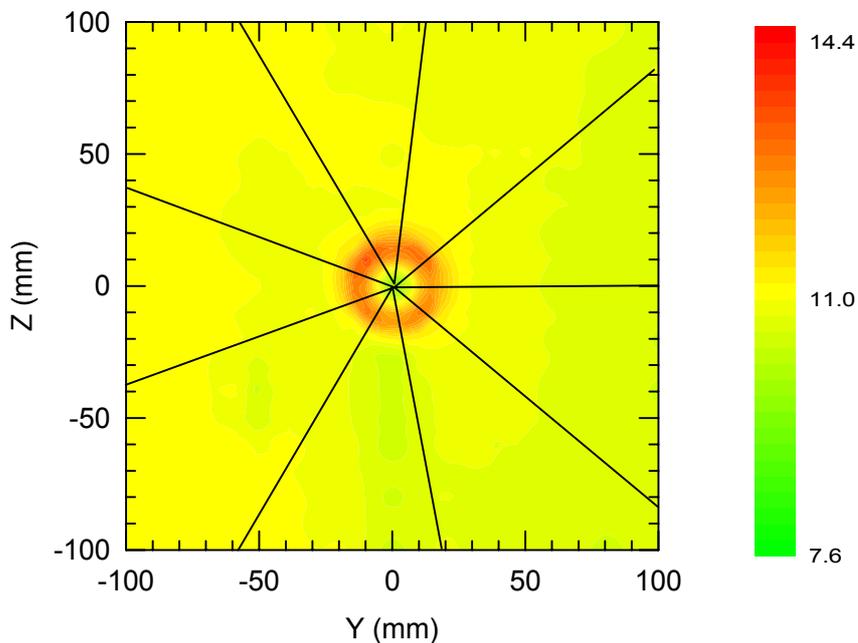


Fig. III-17 : Détermination de la vitesse moyenne axiale \bar{U}_x (m/s) selon 9 rayons à partir du centre du sillage pour la configuration sillage autopropulsé et $x / D = 1$

Compte tenu de la symétrie de révolution axiale des sillages, on peut limiter la représentation du champ de vitesse à son évolution radiale. Pour obtenir cette représentation, on effectue une moyenne azimutale sur neuf coupes radiales à partir du centre, en évitant la

zone perturbée par le sillage du support (fig. III-17). Les profils ainsi obtenus et la moyenne entre ces courbes sont représentés sur la figure III-18, pour la vitesse moyenne axiale. On peut apprécier la symétrie de révolution à travers le regroupement des différentes coupes.

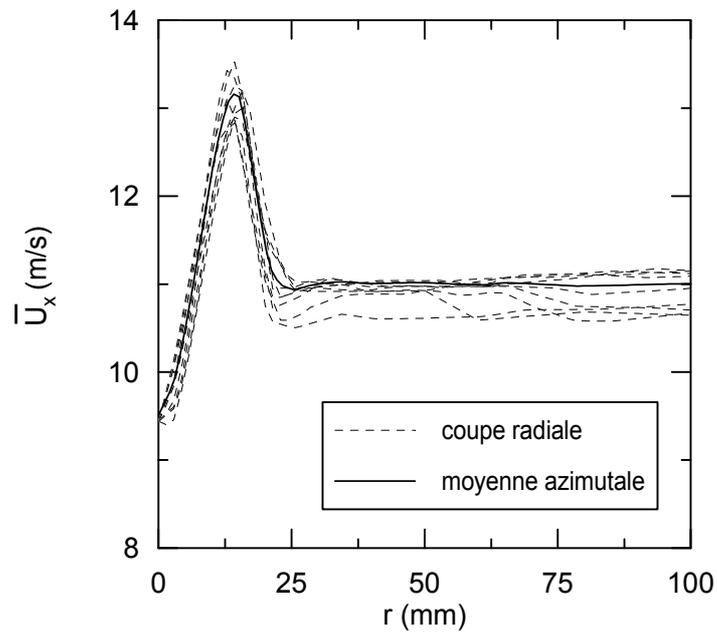


Fig. III-18 : Tracé des 9 rayons et de la courbe moyenne pour la configuration sillage autopulsé et $x / D = 1$

Dans le chapitre suivant, l'ensemble des évolutions radiales des quantités mesurées (vitesses moyennes, moments d'ordre 2) seront obtenues à partir d'un traitement de ce type.

CHAPITRE IV

ÉVOLUTION LONGITUDINALE DU SILLAGE

Dans le chapitre précédent, nous avons présenté les mesures brutes réalisées dans des sections transversales à l'écoulement pour différentes distances en aval de la maquette. À partir de ces données, nous avons effectué une moyenne circonférentielle dans le plan de mesure afin d'obtenir des profils suivant la direction radiale du sillage. Il est maintenant possible d'analyser ces résultats et de les confronter d'une part à des résultats expérimentaux disponibles dans la littérature et d'autre part à la théorie développée au chapitre I. Ainsi nous verrons successivement pour les deux configurations étudiées (sillage pur et sillage de corps autopropulsé) les évolutions radiales de la vitesse moyenne et de l'intensité de turbulence axiales, puis l'évolution longitudinale des échelles caractéristiques de largeur et de chaque composante de vitesse. Enfin on essayera de mettre en évidence l'existence de zones d'affinité.

IV-1 ÉVOLUTION RADIALE DU SILLAGE

IV-1-1 Sillage pur

IV-1-1-1 Vitesse moyenne axiale

L'évolution radiale de la vitesse moyenne axiale est représentée sous forme sans dimension pour toutes les distances d'exploration réalisées (fig. IV-1 et IV-2). On observe un déficit de vitesse caractéristique qui diminue au fur et à mesure que l'on s'éloigne vers l'aval. Au delà de $x/D = 30$ il est difficile d'interpréter les courbes car la différence entre la vitesse moyenne axiale et la vitesse extérieure au sillage est de l'ordre de grandeur des inhomogénéités spatiales de l'incertitude de mesure sur la vitesse moyenne qui est de $\pm 3\%$ (cf. chap. II).

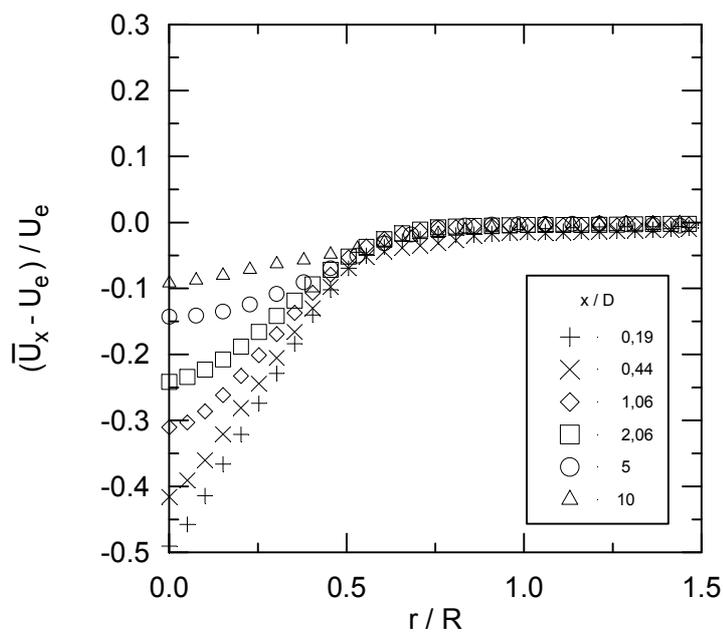


Fig. IV-1 : Représentation sans dimension de la vitesse moyenne axiale dans la configuration sillage pur pour $x/D < 15$

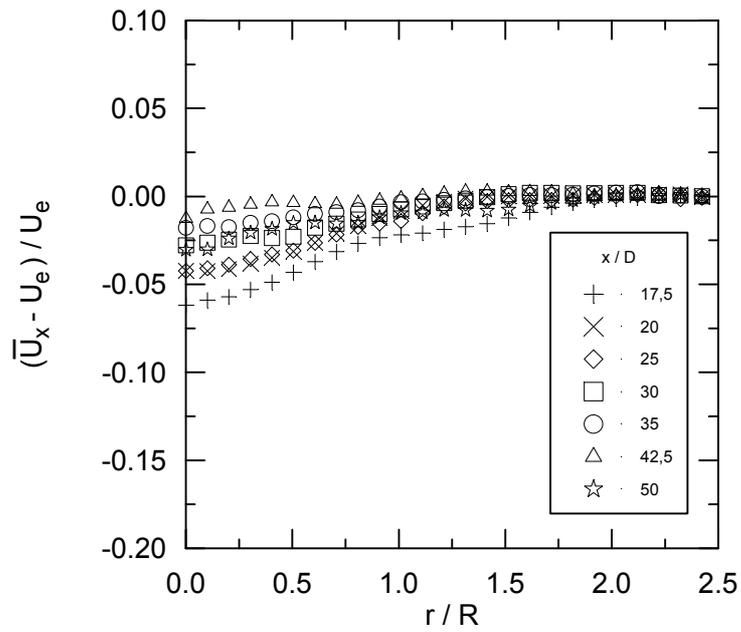


Fig. IV-2 : Représentation sans dimension de la vitesse moyenne axiale dans la configuration sillage pur pour $x / D > 15$

IV-1-1-2 Écart-type des fluctuations de vitesse axiale

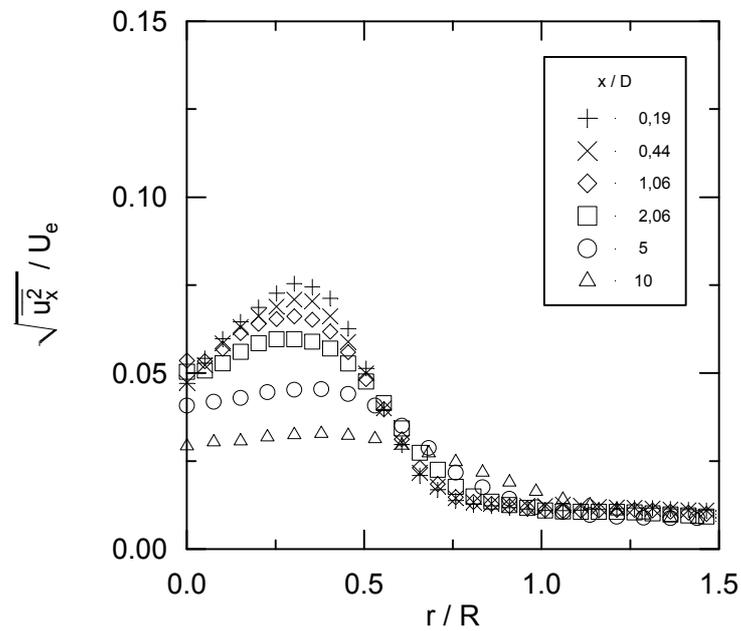


Fig. IV-3 : Représentation sans dimension de l'écart-type des fluctuations de vitesse axiale dans la configuration sillage pur pour $x / D < 15$

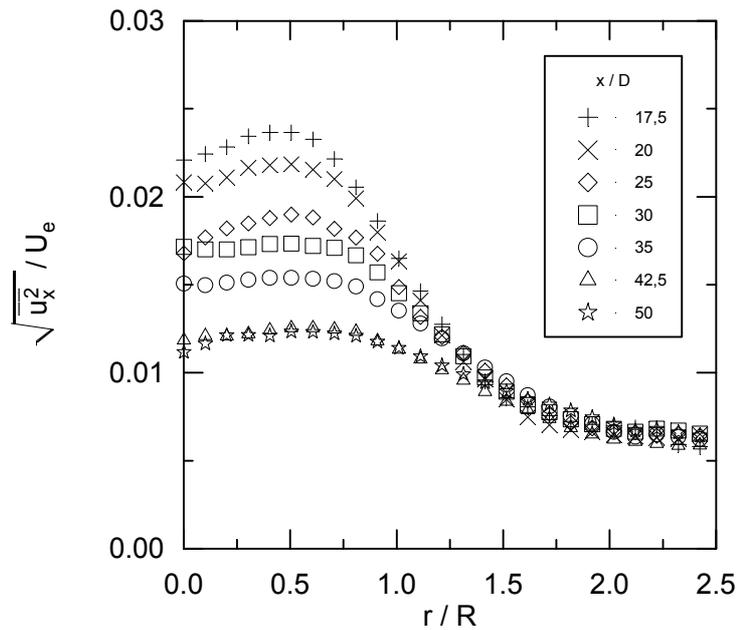


Fig. IV-4 : Représentation sans dimension de l'écart-type des fluctuations de vitesse axiale dans la configuration sillage pur pour $x / D > 15$

Le profil de l'écart-type des fluctuations de vitesse axiale est caractérisé par un maximum qui se situe entre $r / R \sim 0,3$ dans la région initiale et $r / R \sim 0,5$ plus en aval (fig. IV-2 et IV-3). Il faut noter contrairement à la vitesse déficitaire moyenne axiale que l'intensité de turbulence n'est pas affectée par le bruit de fond de l'écoulement de 0,7 % qui est pratiquement constant tout au long de la veine d'essais (cf. chap. II).

IV-1-2 Sillage autopropulsé

IV-1-2-1 Vitesse moyenne axiale

Dans ce cas qui nous intéresse plus particulièrement, l'écart entre la vitesse dans le sillage et la vitesse extérieure n'est plus caractérisé par un déficit mais par un excès dû à l'écoulement généré par l'hélice. On observe l'évolution longitudinale suivante :

- Pour $x / D < 10$ une zone initiale de sillage où la vitesse axiale présente d'abord un déficit par rapport à l'écoulement extérieur qui constitue le sillage du moyeu de l'hélice et tend à s'atténuer lorsque la distance aval augmente, puis une survitesse traduisant l'apport de quantité de mouvement dû à l'hélice et enfin vers la frontière un léger déficit correspondant au résidu du sillage de traînée de la maquette (fig. IV-5).
- Au delà de $x / D = 10$ la vitesse générée par l'hélice a entièrement noyé le sillage du moyeu et le profil de vitesse est uniquement caractérisé par un excès par rapport à l'écoulement extérieur (fig. IV-6). La région périphérique de sillage de traînée devient difficilement identifiable car on observe très rapidement le phénomène de bruitage des mesures par les inhomogénéités extérieures pour $x / D > 30$.

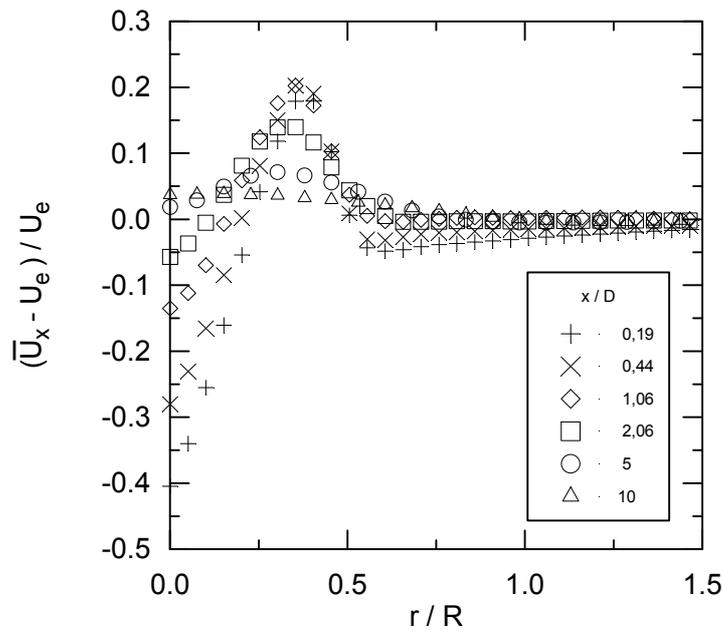


Fig. IV-5 : Représentation sans dimension de la vitesse moyenne axiale dans la configuration sillage autopropulsé pour $x / D < 15$

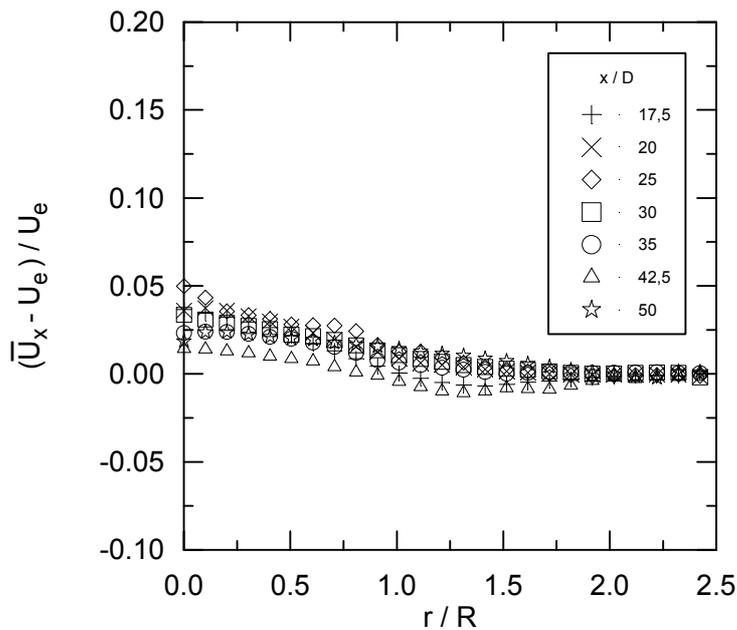


Fig. IV-6 : Représentation sans dimension de la vitesse moyenne axiale dans la configuration sillage autopropulsé pour $x / D > 15$

IV-1-2-2 Écart-type des fluctuations de vitesse axiale

Dans ce cas la forme des profils des écarts-types des fluctuations de vitesse axiale évolue longitudinalement (fig. IV-7 et IV-8) :

- Pour $x / D < 2$ on observe deux maxima successifs qui correspondent respectivement aux zones de cisaillement du moyeu et de l'extrémité des pales.
- Pour $x / D > 2$ il n'y a plus qu'un seul maximum dans l'axe du sillage.

Comme pour le sillage pur il n'y a pas de problème de recouvrement des mesures par l'intensité de turbulence résiduelle de la veine d'essais.

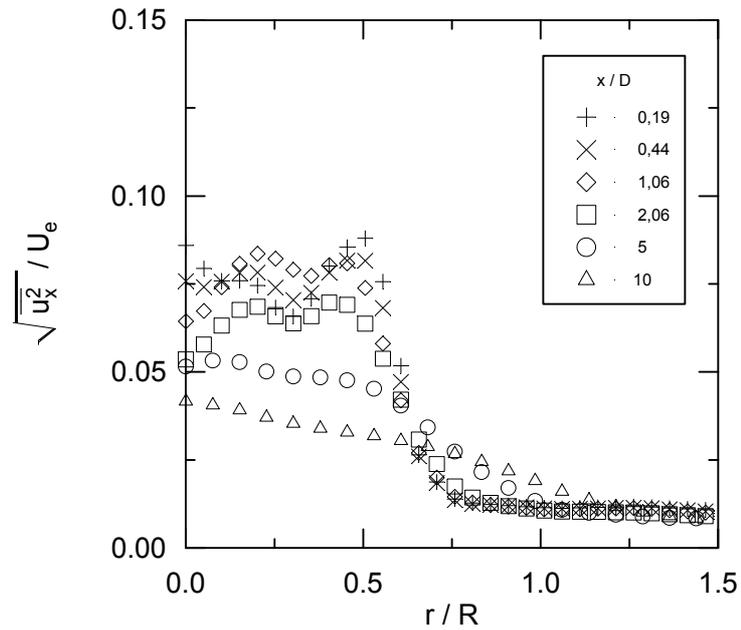


Fig. IV-7 : Représentation sans dimension de l'écart-type des fluctuations de vitesse axiale dans la configuration sillage autopulsé pour $x/D < 15$

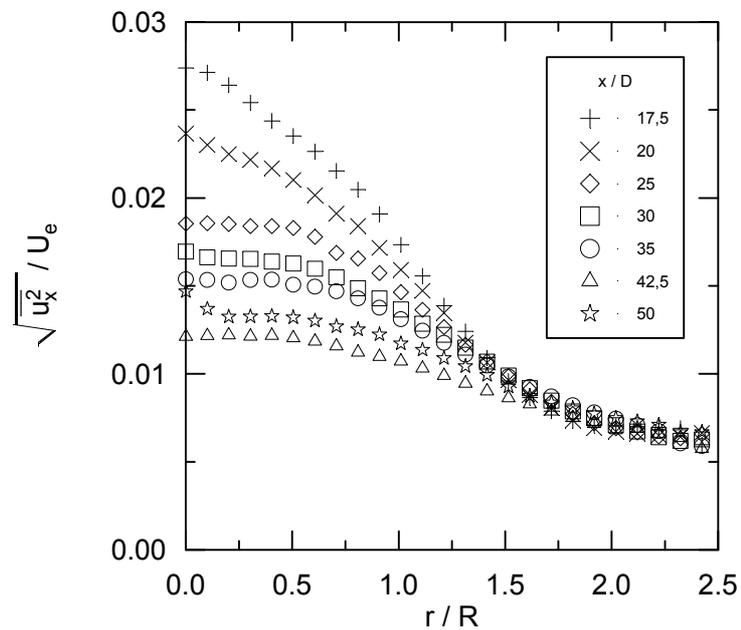


Fig. IV-8 : Représentation sans dimension de l'écart-type des fluctuations de vitesse axiale dans la configuration sillage autopulsé pour $x/D > 15$

IV-2 ÉVOLUTION AXIALE DES QUANTITÉS CARACTÉRISTIQUES

IV-2-1 Rayon du sillage

Pour effectuer une étude quantitative de l'évolution du sillage et mettre en évidence différentes zones longitudinales, on peut s'intéresser à l'évolution de grandeurs caractéristiques en fonction de la distance axiale comptée à partir du bord de fuite de la maquette. Les grandeurs caractéristiques du champ de vitesse sont celles définies au chapitre I, ce sont les valeurs maximales des composantes moyennes ou « turbulentes » de vitesse pour une distance longitudinale donnée. Il faut encore définir une échelle de longueur, le rayon du sillage.

IV-2-1-1 Rayon défini sur la vitesse moyenne

C'est la définition classiquement utilisée dans la littérature. On définit le rayon ℓ_m du sillage pur par rapport à la vitesse moyenne axiale comme la distance radiale pour laquelle la vitesse déficitaire axiale (resp. la vitesse excédentaire axiale pour un sillage autopropulsé) vaut la moitié de sa valeur maximum :

$$\bar{U}_x(r = \ell_m) - U_e = \frac{1}{2}(\bar{U}_{x_m} - U_e)$$

IV-2-1-2 Rayon défini sur l'écart-type des fluctuations de vitesse axiale

Une autre définition du rayon du sillage fut introduite par Naudascher (1965). C'est la distance radiale pour laquelle l'écart-type des fluctuations de vitesse axiale est égale à la moitié de sa valeur maximum :

$$\sqrt{u_x^2}(r = \ell_t) = \frac{1}{2}\sqrt{u_{x_m}^2}$$

Dans le cadre de cette étude, l'intérêt de cette définition est lié au fait que la vitesse moyenne axiale n'émerge plus du bruit de fond de l'écoulement pour $x/D > 30$. Aussi un rayon de sillage défini à partir du champ turbulent peut être déterminé beaucoup plus loin en aval avec une grande précision puisque l'intensité de turbulence mesurée dans le sillage est toujours supérieure à l'intensité de turbulence de l'écoulement extérieur.

IV-2-1-3 Sillage pur

Les évolutions axiales des rayons ℓ_m et ℓ_t sont représentées sur la figure IV-9. On observe que le rayon déterminé à partir du sillage moyen est légèrement inférieur au rayon du sillage turbulent. Par ailleurs, on ne peut pas déterminer correctement les valeurs de ℓ_m pour $x/D > 30$. Dans leur zone de définition commune, ces deux quantités semblent avoir le même comportement. Il faut distinguer trois zones d'évolution :

- pour $x/D < 2$ une zone de sillage proche où le rayon du sillage turbulent reste constant
- pour $2 < x/D < 15$ une zone de transition où le rayon augmente régulièrement
- pour $x/D > 15$ une zone de sillage lointain pour laquelle l'évolution du rayon suit une loi en puissance. Un ajustement par une méthode de moindres carrés sur les données expérimentales donne $\ell_t \sim (x/D)^{0.6}$.

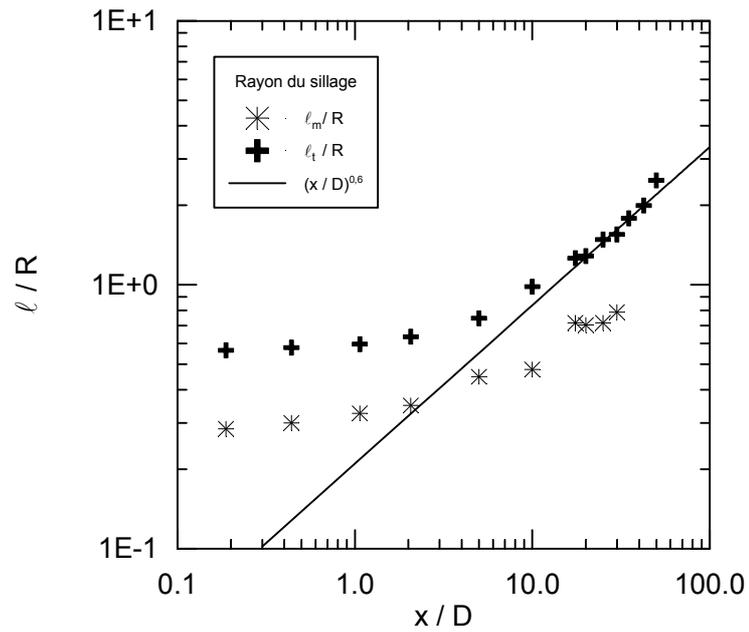


Fig. IV-9 : Évolution axiale des rayons moyen et turbulent du sillage pur

La comparaison de nos mesures avec les différentes études expérimentales disponibles dans la littérature permet d'observer un regroupement des points, et cela aussi bien pour le rayon moyen (fig. IV-10) que pour le rayon turbulent du sillage (fig. IV-11). Il faut remarquer que nos mesures sont les seules à couvrir complètement des distances allant du sillage proche jusqu'au sillage lointain ($x / D = 0,19$ à $x / D = 50$).

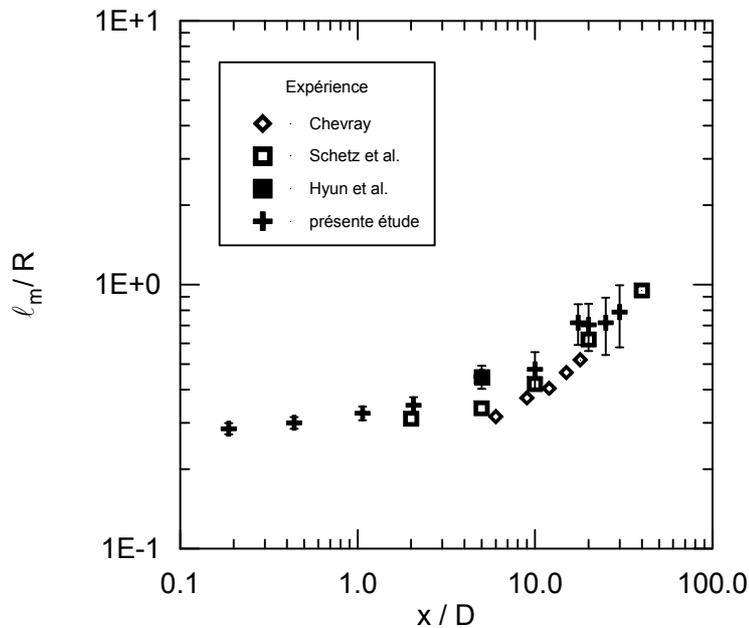


Fig. IV-10 : Comparaisons expérimentales du rayon moyen du sillage pur

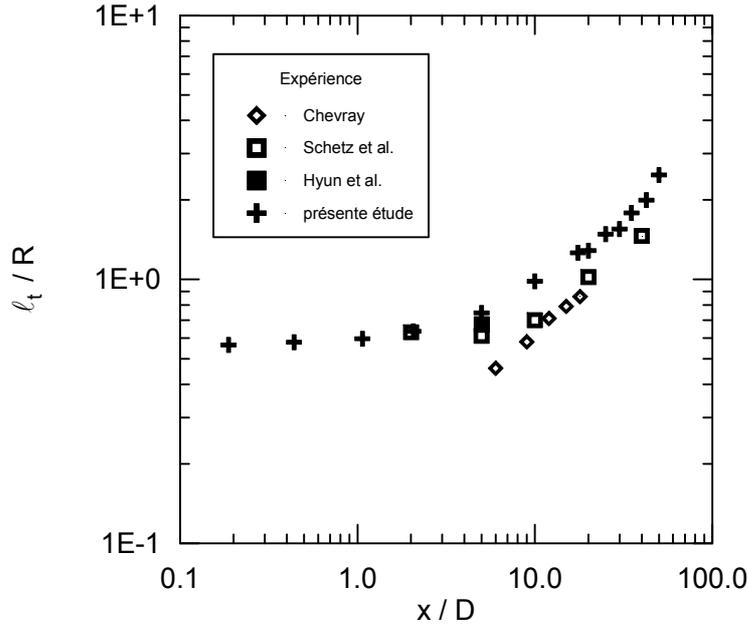


Fig. IV-11 : Comparaisons expérimentales du rayon turbulent du sillage pur

IV-2-1-4 Sillage autopropulsé

De même que pour le sillage pur, on peut distinguer les trois zones suivantes (fig. IV-12):

- pour $x / D < 2$ une zone de sillage proche où le rayon du sillage turbulent reste constant
- pour $2 < x / D < 15$ une zone de transition où le rayon augmente régulièrement
- pour $x / D > 15$ une zone de sillage lointain pour laquelle l'évolution du rayon suit une loi en puissance. Un ajustement par une méthode de moindres carrés sur les données expérimentales conduit à $l_t \sim (x / D)^{0,6}$.

On peut remarquer que les rayons turbulents sont presque identiques entre les deux configurations étudiées, ce qui peut paraître surprenant. Pour expliquer cela, il faut noter que le rayon de l'hélice est égal à l'épaisseur de la couche limite qui se développe sur la maquette au bord de fuite de celle-ci, ce qui explique les rayons similaires dans la zone de sillage proche pour les deux configurations. Pour la zone de sillage lointain, la théorie prédit une évolution différente dans les deux cas. En fait, on ne peut pas conclure à ce niveau d'analyse sur la concordance entre expérience et théorie. Le comportement asymptotique prédit est de la forme :

$$\frac{l}{R} = \frac{l_0}{R} \left(\frac{x - x_0}{D} \right)^n$$

Il faut donc déterminer l'origine virtuelle x_0 du sillage pour chacune des configurations étudiées à partir de nos données expérimentales (cf. § IV-4-1).

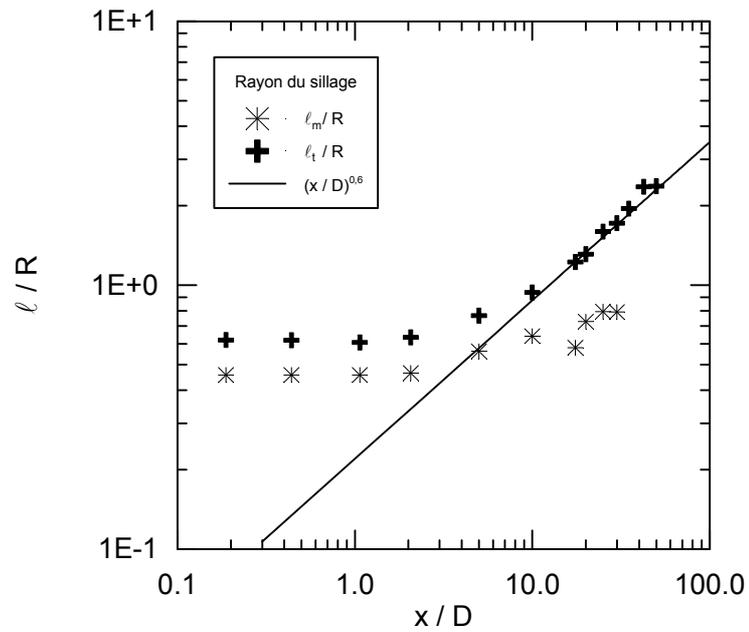


Fig. IV-12 : Évolution axiale des rayons moyen et turbulent du sillage autopropulsé

La comparaison de nos résultats avec d'autres expériences fait apparaître pour le sillage autopropulsé une certaine dispersion (fig. IV-13 et IV-14). Il faut remarquer que les mesures de Naudascher (1965) sont présentées ici bien que le système propulsif soit un jet et non pas une hélice. Il n'y a donc pas de composante rotative dans l'écoulement ce qui implique des lois d'évolution et une origine virtuelle différentes. La configuration la plus proche de la notre est celle de Hyun pour laquelle un seul point est disponible dans une zone relativement proche de la maquette ($x / D = 5$).

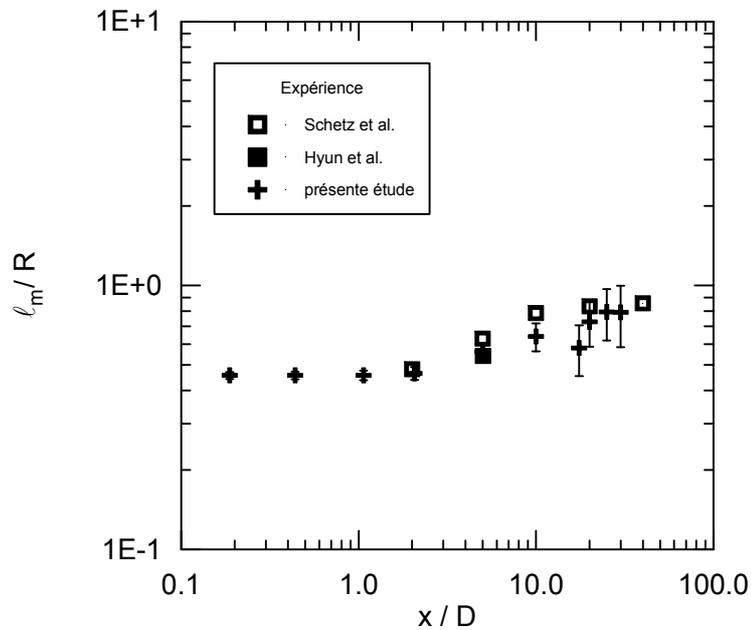


Fig. IV-13 : Comparaisons expérimentales du rayon moyen du sillage autopropulsé

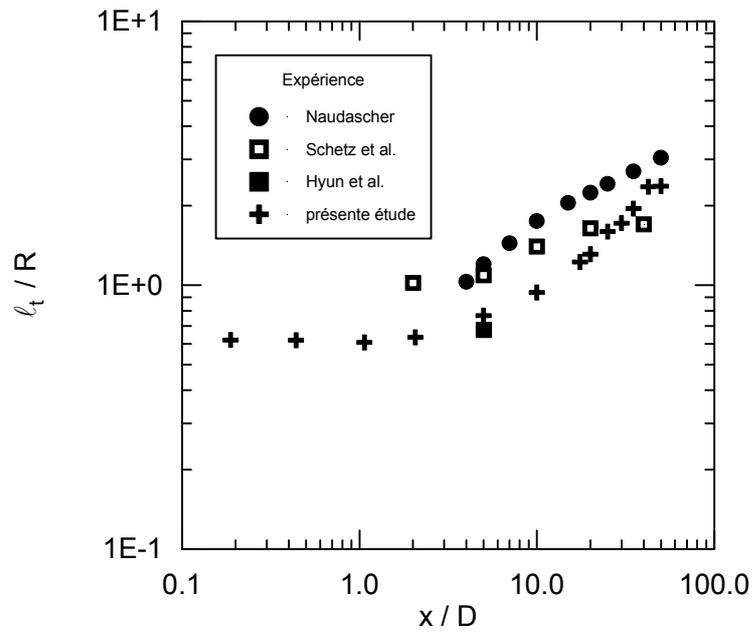


Fig. IV-14 : Comparaisons expérimentales du rayon turbulent du sillage autopropulsé

IV-2-2 Vitesse moyenne axiale

IV-2-2-1 Vitesse déficitaire (sillage pur)

Pour le sillage de traînée, on trace l'évolution du maximum $U_e - \bar{U}_{x_{\min}}$ en fonction de x / D (fig. IV-15). On constate une décroissance du déficit de vitesse dont la pente augmente avec la distance.

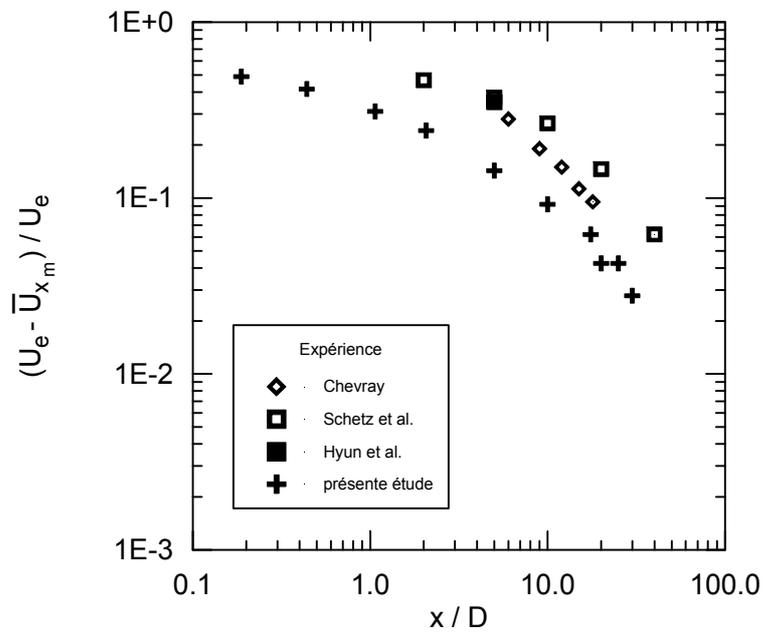


Fig. IV-15 : Évolution axiale du déficit de vitesse moyenne axiale pour le sillage pur

IV-2-2-2 Vitesse excédentaire (sillage autopropulsé)

Dans la configuration autopropulsée, la grandeur caractéristique est l'excès de vitesse dans le sillage par rapport à l'écoulement extérieur $\bar{U}_{x_{\max}} - U_e$. Nos mesures montrent une zone ($x/D < 1$) où la vitesse excédentaire axiale est constante, avant d'entamer une décroissance. Dans cette zone initiale le sillage du moyeu de l'hélice est fortement marqué. On observe (fig. IV-16) un regroupement des points expérimentaux pour les études de sillages autopropulsés par hélice (Schetz et al., Hyun et al. et présente étude) mais une décroissance beaucoup plus rapide pour le cas de l'autopropulsion par jet (Naudascher). Il semble donc que les mécanismes soient différents dans ce dernier cas.

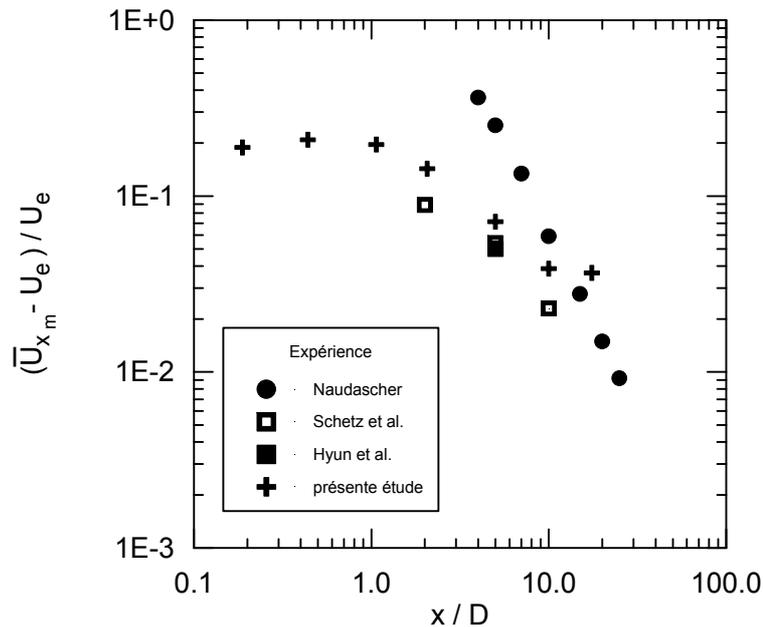


Fig. IV-16 : Évolution axiale de l'excès de vitesse moyenne axiale pour le sillage autopropulsé

IV-2-3 Vitesse moyenne radiale

Cette quantité est très faible devant les autres grandeurs moyennes (10 % de la vitesse tangentielle) et donc particulièrement difficile à mesurer. On peut cependant l'estimer convenablement jusqu'à $x/D = 10$ (fig. IV-17). Dans le cas du sillage pur, elle est négative, du fait du bord de fuite profilé qui agit comme un divergent et donc entraîne une vitesse radiale dirigée vers l'axe du sillage. À l'inverse, l'agitation provoquée par l'hélice dans le sillage autopropulsé crée un mouvement moyen qui tend à élargir le sillage et donc génère une composante radiale positive.

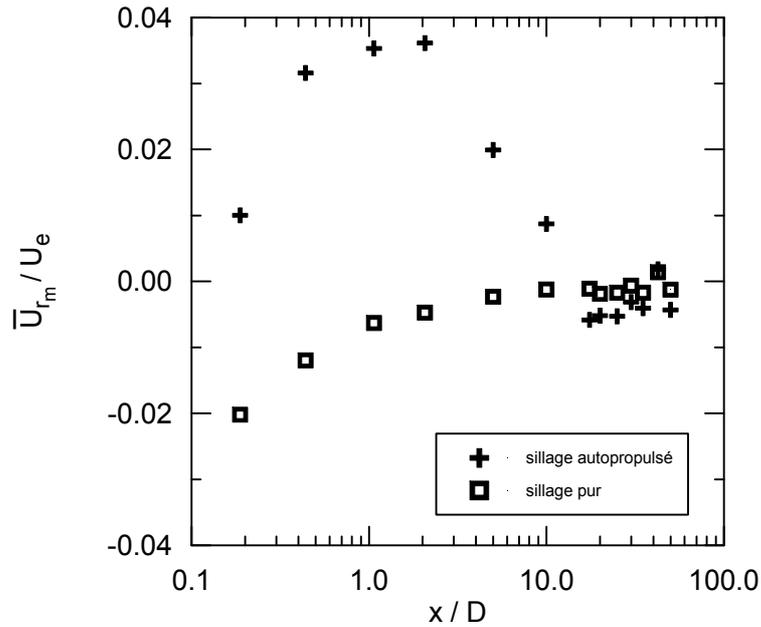


Fig. IV-17 : Évolution axiale de la vitesse moyenne radiale

IV-2-4 Vitesse moyenne tangentielle

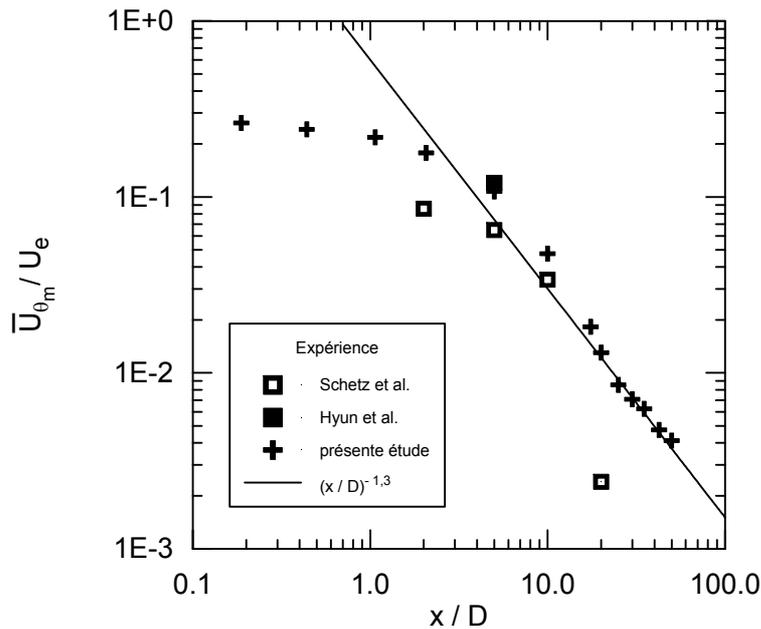


Fig. IV-18 : Évolution axiale de la vitesse moyenne tangentielle en sillage autopulsé

Il n'y a pas de composante de vitesse moyenne dans la direction azimuthale pour la configuration sillage pur.

Pour le sillage autopulsé, l'évolution axiale du maximum de vitesse moyenne tangentielle présente une décroissance qui peut être décomposée en trois zones (fig. IV-18) :

- près de la maquette $x/D < 1$ la décroissance est très faible
- la transition s'effectue pour $1 < x/D < 20$

- dans la zone de sillage lointain ($x / D > 20$) on détermine expérimentalement par ajustement par les moindres carrés une décroissance suivant une loi $\bar{U}_{\theta_m} \sim (x / D)^{-1,3}$.

Le regroupement entre les différentes expériences de sillages propulsés par hélice est relativement bon dans la zone intermédiaire.

IV-2-5 Écart-type des fluctuations de vitesse

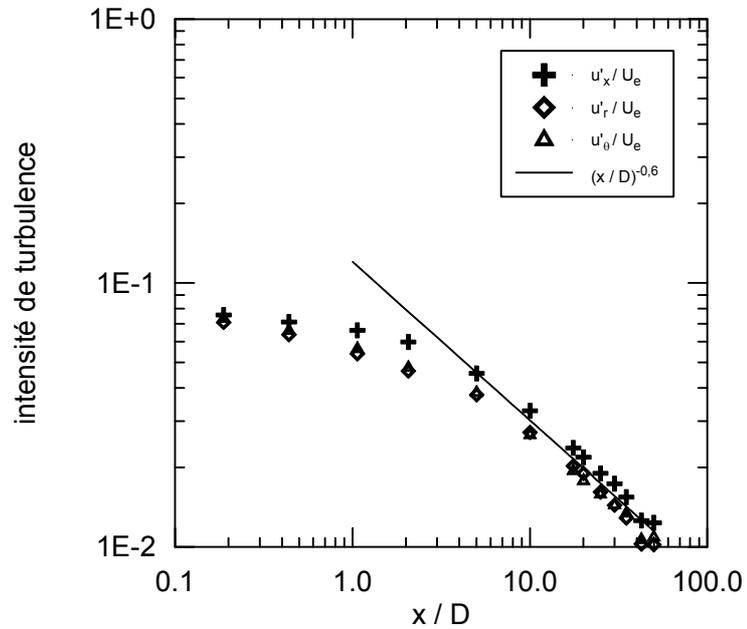


Fig. IV-19 : Évolution axiale des écarts-types des fluctuations de vitesse axiale, radiale et tangentielle en sillage pur

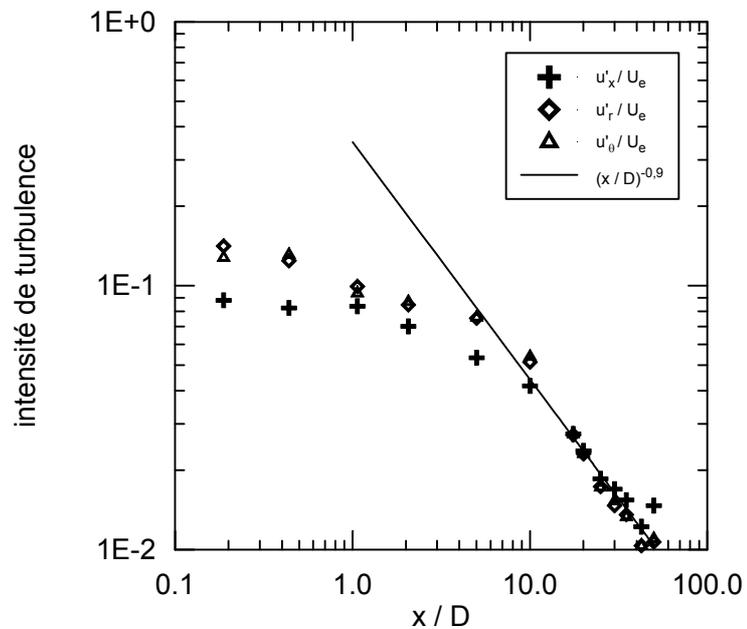


Fig. IV-20 : Évolution axiale des écarts-types des fluctuations de vitesse axiale, radiale et tangentielle en sillage autopulsé

On représente l'évolution longitudinale des écarts-types des fluctuations de vitesse suivant les directions axiale, radiale et tangentielle (fig. IV-19 et IV-20). Ces trois quantités sont du même ordre de grandeur et suivent la même loi d'évolution asymptotique. Les niveaux sont toutefois supérieurs dans le cas du sillage autopropulsé. Il faut aussi remarquer dans cette configuration des niveaux supérieurs pour les intensités radiale et tangentielle aux niveaux d'intensité de turbulence axiale, ce qui peut s'expliquer par l'agitation circouférentielle de l'écoulement provoquée par l'hélice.

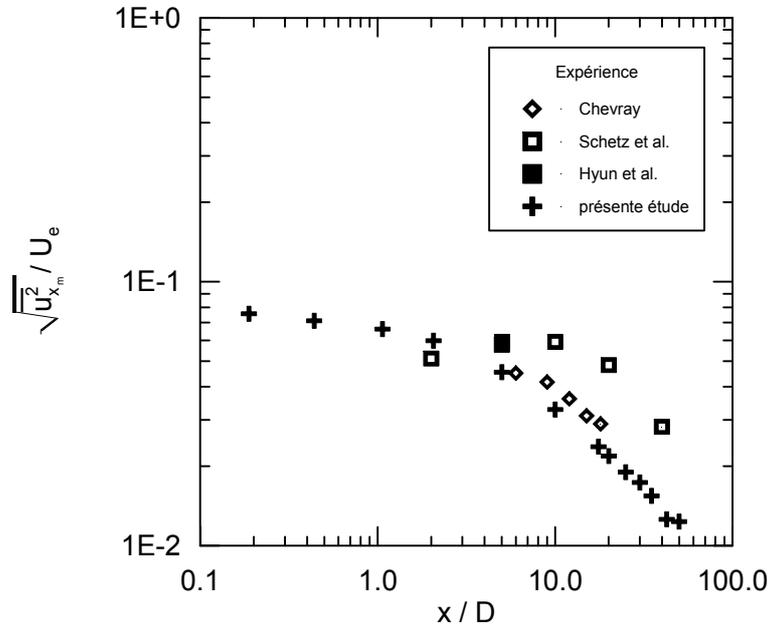


Fig. IV-21 : Comparaisons expérimentales des évolutions axiales de l'écart-type des fluctuations de vitesse axiale en sillage pur

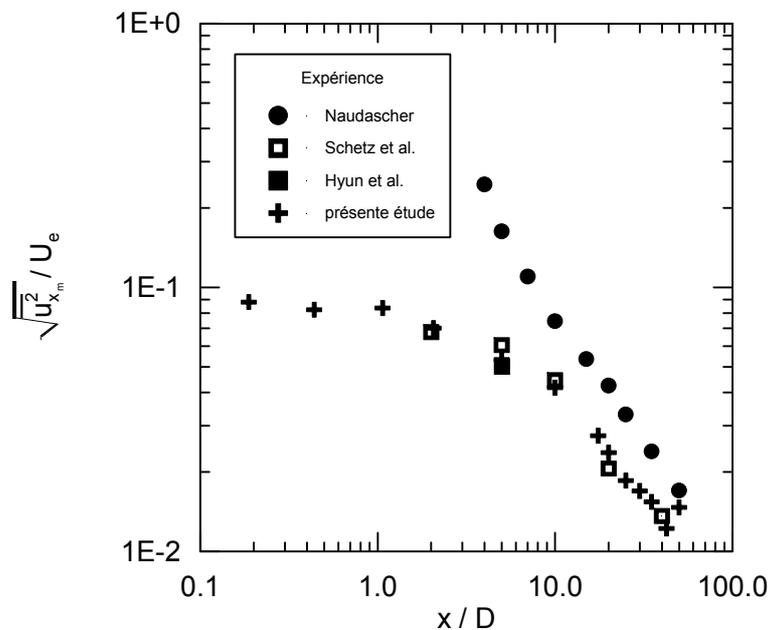


Fig. IV-22 : Comparaisons expérimentales des évolutions axiales de l'écart-type des fluctuations de vitesse axiale en sillage autopropulsé

Les comparaisons expérimentales avec les autres réalisations mettent en évidence un bon regroupement des points sauf pour le cas de l'autopropulsion par jet qui montre toujours un niveau supérieur mais qui tend vers la même asymptote en sillage lointain (fig. IV-21 et IV-22).

Les mêmes commentaires sont valables pour les décroissances de l'énergie cinétique turbulente (qui est la demi somme des carrés des intensités de turbulence axiale, radiale et tangentielle) ainsi que pour les tensions de cisaillement.

IV-2-6 Vorticité moyenne axiale

Il n'y a pas de données disponibles dans la littérature concernant cette grandeur. Nous présentons sur la figure IV-23 les résultats obtenus pour le sillage autopropulsé. La vorticité moyenne axiale est une quantité qui demeure détectable très loin dans le sillage malgré une forte atténuation (trois décades entre $x/D = 0,19$ et 50). On observe trois zones d'évolution :

- $x/D < 2$ le sillage proche avec une pente faible $\overline{\Omega}_x \sim (x/D)^{-0,3}$
- $2 < x/D < 20$ une zone de transition $\overline{\Omega}_x \sim (x/D)^{-2,4}$
- $x/D > 20$ la zone de sillage lointain avec une pente un peu moins forte que pour la région précédente $\overline{\Omega}_x \sim (x/D)^{-1,5}$.

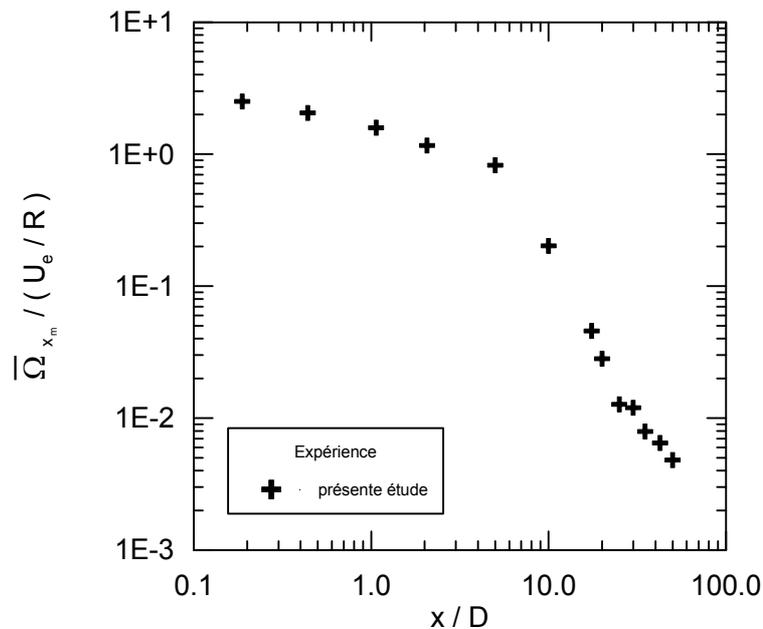


Fig. IV-23 : Évolution axiale de la vorticité moyenne axiale en sillage autopropulsé

IV-2-7 Conclusion

À travers les différentes quantités mesurées, on met en évidence les zones suivantes :

- en sillage pur :
 - pour $x/D < 2$ une zone de sillage proche marquée par un rayon de sillage constant et un fort déficit de vitesse moyenne axiale ($> 10\%$ de la vitesse de l'écoulement amont).
 - pour $2 < x/D < 15$ une zone de transition caractérisée par une croissance du rayon de sillage et une diminution des extrema de vitesse.

- pour $x / D > 15$ une zone de sillage lointain où le déficit de vitesse est faible.
- en sillage autopropulsé :
 - pour $x / D < 2$ une zone de sillage proche marquée par le sillage du moyeu de l'hélice, où le rayon de sillage et le maximum de vitesse excédentaire axiale sont constants.
 - pour $2 < x / D < 20$ une zone de transition caractérisée par la disparition progressive du déficit de vitesse associé au moyeu.
 - pour $x / D > 20$ une zone de sillage lointain.

IV-3 EXISTENCE D'UNE AFFINITÉ DE VITESSE

IV-3-1 Vitesse moyenne axiale

L'affinité du profil de vitesse déficitaire moyenne axiale a été mise en évidence dans le cas d'un sillage classique par de nombreux auteurs, notamment Carmody (1965) et Chevray (1968). Dans le cadre de notre étude, nous retrouvons ce résultat pour la configuration du sillage pur dès la première distance axiale de mesure $x / D = 0,19$ (fig. IV-24). Le fait que l'affinité apparaisse très tôt est du à la forme profilée de notre maquette, contrairement à celle employée par Chevray qui est un ellipsoïde (début de l'affinité pour $3 < x / D < 6$) et à Carmody qui étudie le sillage derrière un disque placé perpendiculairement à l'écoulement amont qui génère un décollement et par conséquent une affinité loin en aval (début pour $x / D = 15$).

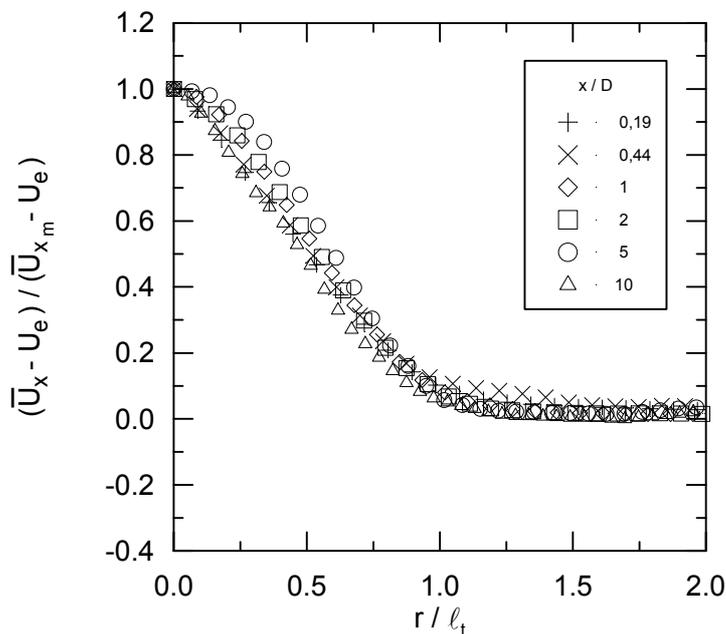


Fig. IV-24 : Affinité de la vitesse moyenne axiale en sillage pur

Dans le cas du sillage autopropulsé, les profils de vitesse moyenne axiale ne tendent vers l'affinité que bien plus loin ($x / D \sim 17,5$), et le problème de bruitage des mesures par les inhomogénéités spatiales de l'écoulement intervient (fig. IV-25). Il est donc difficile de conclure quant à l'existence d'une affinité de vitesse uniquement à partir de cette composante.

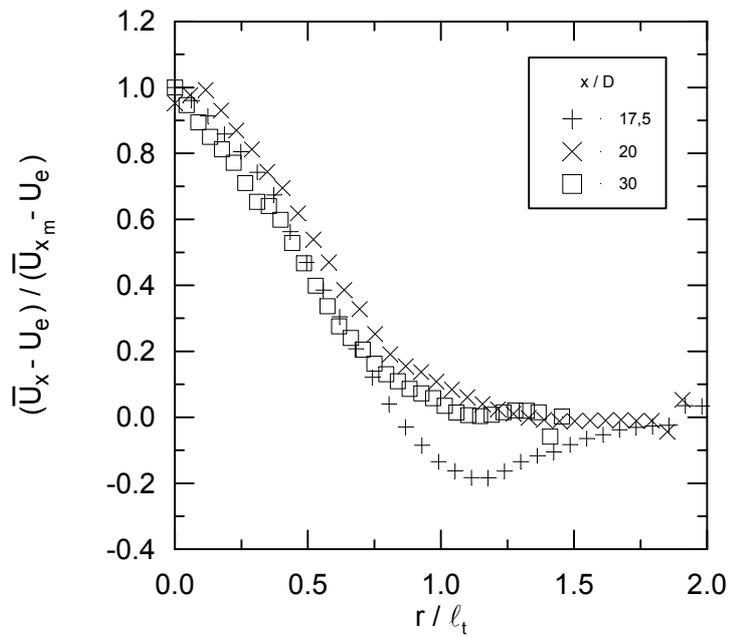


Fig. IV-25 : Affinité de la vitesse moyenne axiale en sillage autopropulsé

IV-3-2 Vitesse moyenne tangentielle

En ce qui concerne la vitesse moyenne tangentielle pour le sillage autopropulsé, on constate qu'un regroupement des profils semble exister pour $x/D > 17,5$ (fig. IV-26). Cette vitesse peut être correctement mesurée jusqu'à $x/D = 35$ mais plus en aval le même problème d'émergence des mesures par rapport au bruit de fond apparaît. Cependant, on constate de façon sensible une affinité sur cette composante caractéristique de l'autopropulsion par hélice.

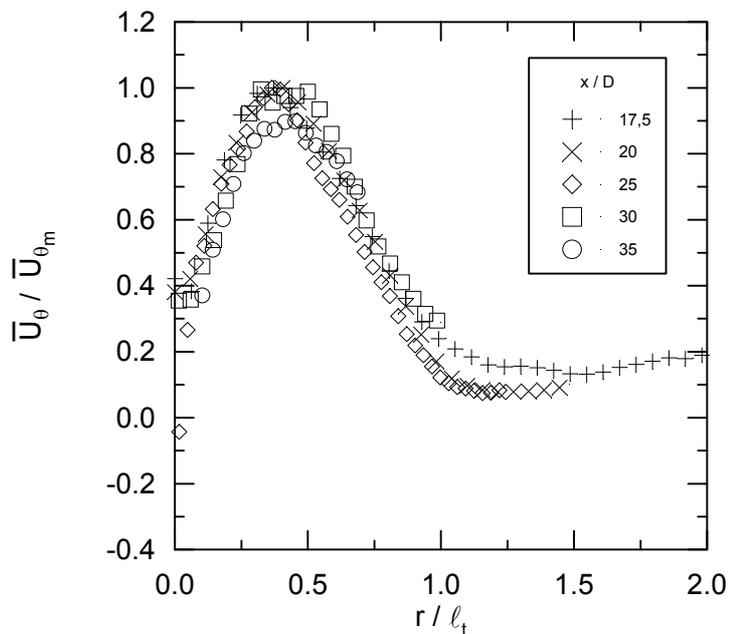


Fig. IV-26 : Affinité de la vitesse moyenne tangentielle en sillage autopropulsé

IV-3-3 Énergie cinétique turbulente

L'affinité des profils d'énergie cinétique turbulente est présentée pour la configuration sillage pur (fig. IV-27). Il faut remarquer que cette affinité apparaît plus en aval que pour la composante moyenne de vitesse axiale ($x / D = 17,5$).

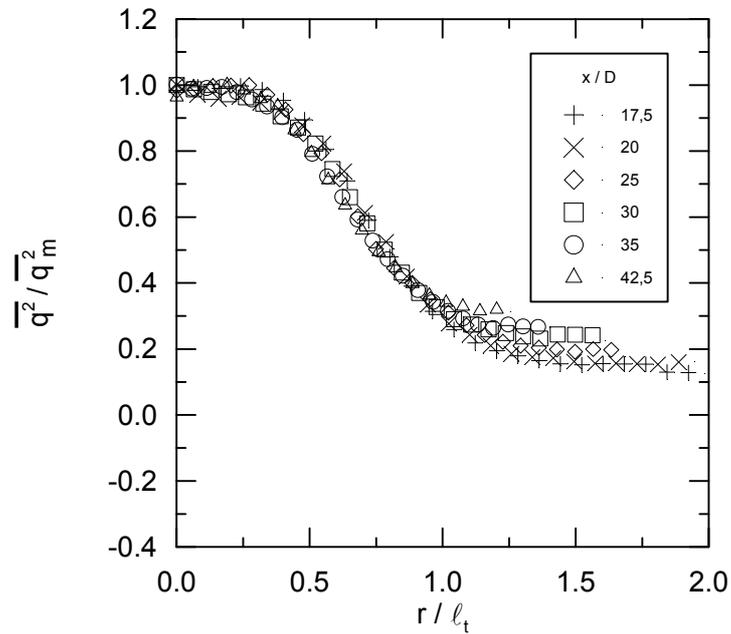


Fig. IV-27 : Affinité de l'énergie cinétique turbulente en sillage pur

Pour le sillage autopropulsé, il apparaît une affinité pour $x / D = 25$ (fig. IV-28) c'est à dire un peu plus en aval que pour la vitesse tangentielle.

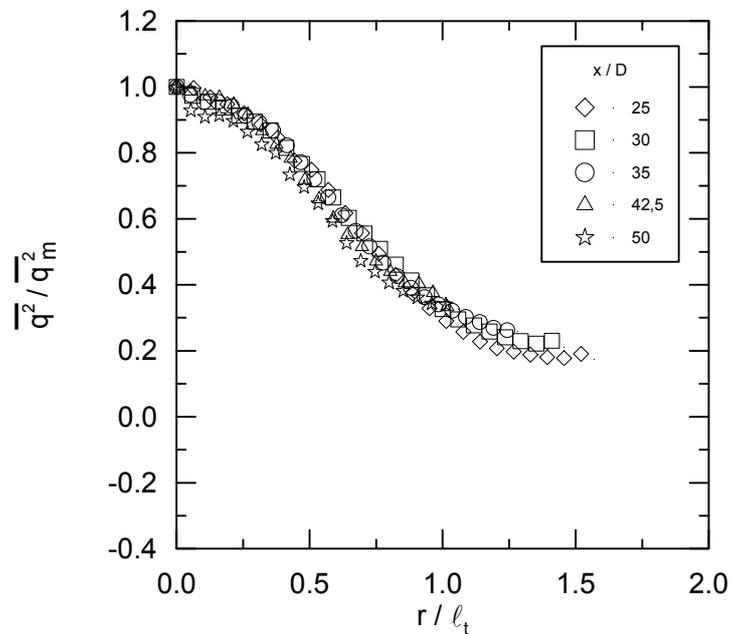


Fig. IV-28 : Affinité de l'énergie cinétique turbulente en sillage autopropulsé

IV-3-4 Cisaillement axial-radial

Le même type de comportement est obtenu pour le cisaillement axial-radial, c'est à dire l'apparition de l'affinité :

- en sillage pur dès $x / D = 17,5$ (fig. IV-29)
- en sillage autopulsé pour $x / D > 25$ (fig. IV-30)

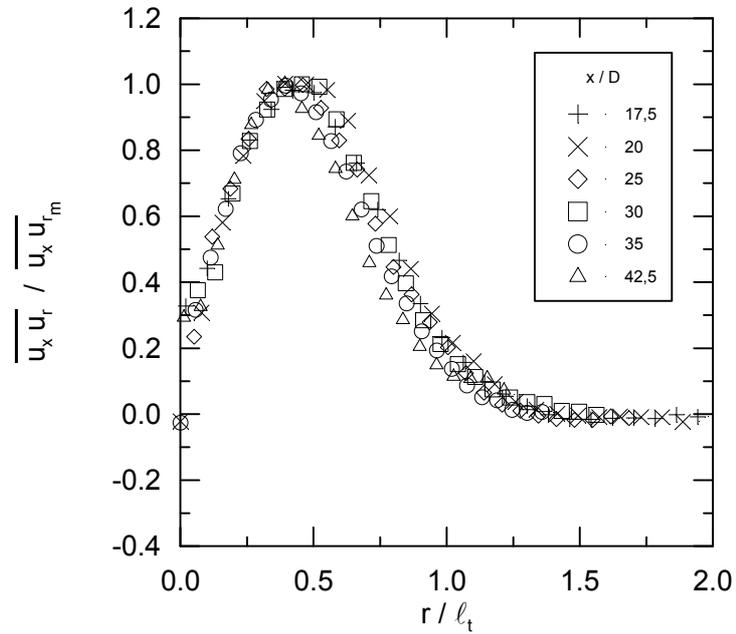


Fig. IV-29 : Affinité du cisaillement axial-radial en sillage pur

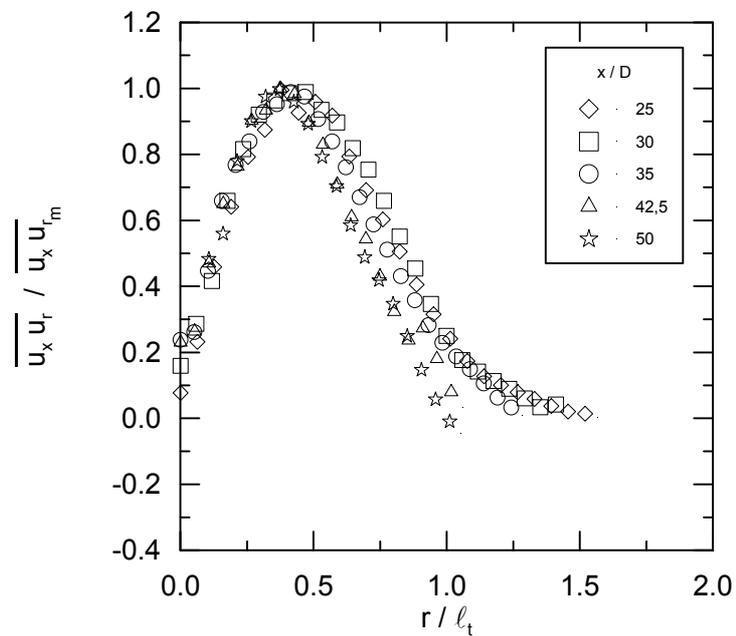


Fig. IV-30 : Affinité du cisaillement axial-radial en sillage autopulsé

Globalement, on peut conclure à l'existence de l'affinité du champ moyen de vitesse en

amont de l'affinité du champ turbulent avec :

- pour le sillage pur
 - affinité du champ moyen $x / D > 0,19$
 - affinité du champ turbulent $x / D > 17,5$
- pour le sillage autopropulsé
 - affinité du champ moyen $x / D > 17,5$
 - affinité du champ turbulent $x / D > 25$

IV-4 CONFRONTATION AVEC L'ANALYSE DES ÉQUATIONS DU MOUVEMENT

L'analyse du problème effectuée par Ferry et Piquet (1987) et exposée au chapitre I considère un certain nombre de simplifications et de fermetures turbulentes qui permettent d'obtenir d'une part des lois d'évolution asymptotiques axiales et d'autre part des formes analytiques pour les fonctions affines dans la zone où cette affinité est vérifiée. Nous proposons dans ce paragraphe d'effectuer une confrontation de cette théorie simplifiée avec les résultats expérimentaux obtenus.

IV-4-1 Évolution asymptotique axiale

IV-4-1-1 Détermination de l'origine virtuelle du sillage

Dans le chapitre I nous avons présenté les évolutions asymptotiques des grandeurs caractéristiques du champ de vitesse sous la forme d'une puissance de la distance axiale x / D . En fait, il faut considérer que cette fonction dépend d'une origine fictive x_0 qui n'est pas la distance à partir de laquelle on constate l'affinité du sillage mais une constante d'intégration qui apparaît dans le traitement des équations de conservation. Nous voulons souligner ici le fait que la plupart des auteurs dont les mesures sont disponibles dans la littérature ne prennent pas en compte cette origine virtuelle. Seuls Naudascher (1965) et Chevray (1968) ont déterminé pour leur configuration d'étude une origine virtuelle respectivement $x_0 / D = 2$ et $x_0 / D = 4$. Dès lors, il y a lieu d'estimer expérimentalement l'origine fictive qui dépend bien entendu de la configuration considérée et de la forme du corps à l'origine du sillage.

La détermination de ce paramètre à partir des valeurs expérimentales n'est pas simple à réaliser (cf. Robert et Faure 1994-a). En effet, on doit ajuster une fonction de la forme :

$$A \left(\frac{x - x_0}{D} \right)^\alpha$$

sur un nombre de points d'autant plus réduit que l'on ne conserve que ceux qui se situent dans la zone appropriée où il y a affinité. Pour cette optimisation non linéaire, on procède à la minimisation d'une distance entre la fonction désirée et la solution par une méthode des moindres carrés. Le choix de la quantité caractéristique à optimiser (vitesse moyenne axiale, énergie cinétique turbulente, cisaillement, ...) est également un paramètre important. Dans notre cas, nous avons déterminé les origines fictives en optimisant l'énergie cinétique turbulente, qui est une fonction caractéristique des échanges énergétiques, dans le domaine $17,5 < x / D < 35$ où les points expérimentaux présentent une forte corrélation. Cette zone est celle où l'affinité des profils de cette quantité est constatée expérimentalement.

On obtient les origines fictives suivantes pour les deux configurations étudiées :

- en sillage pur $x_0 / D = 2$
- en sillage autopropulsé $x_0 / D = 13$

IV-4-1-2 Sillage pur

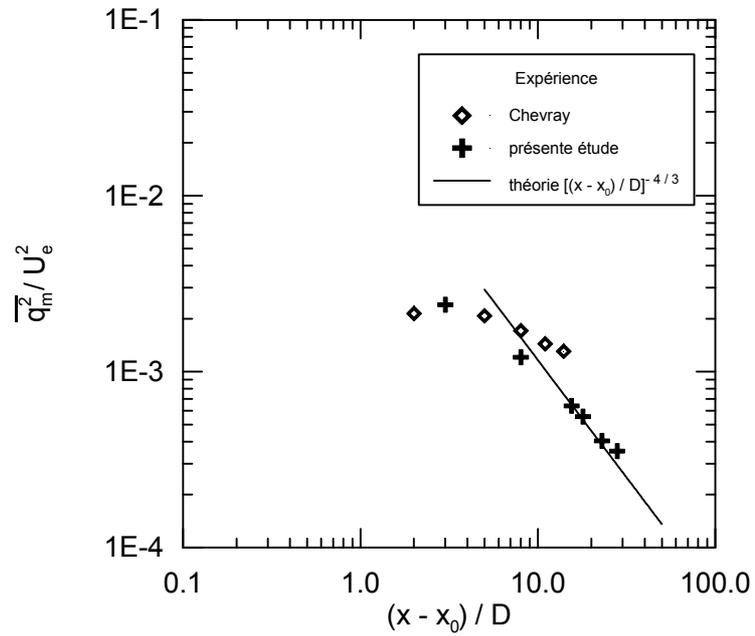


Fig. IV-31 : Évolution axiale de l'énergie cinétique turbulente en sillage pur

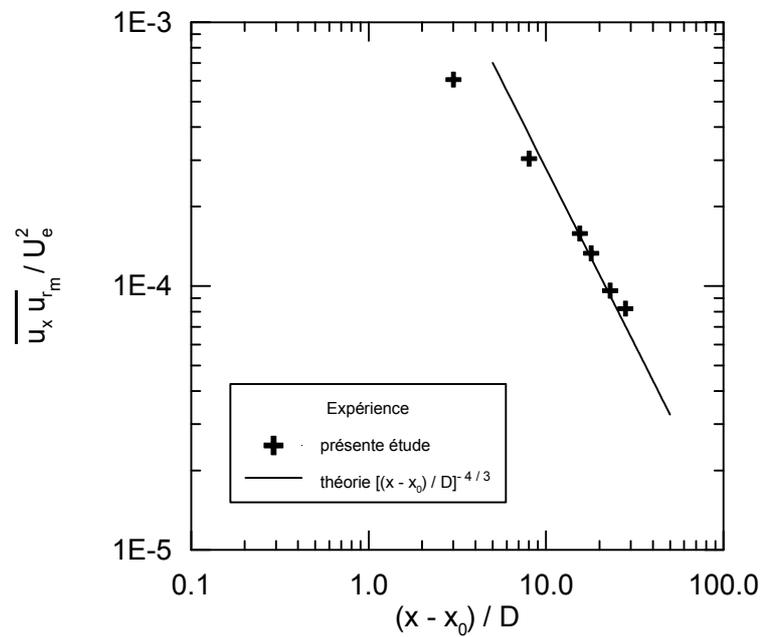


Fig. IV-32 : Évolution axiale du cisaillement axial-radial en sillage pur

On observe que le comportement prédit par l'analyse des équations du mouvement est en accord avec les résultats expérimentaux.

IV-4-1-3 Sillage autopulsé

Dans ce cas, les évolutions axiales expérimentales sont comparées au régime axial dominant et au régime de rotation dominante mis en évidence dans l'analyse du problème.

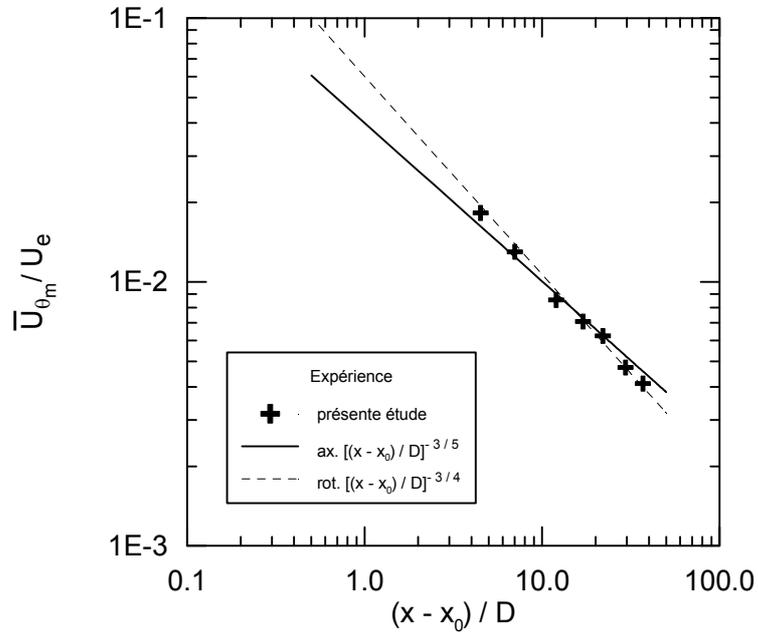


Fig. IV-33 : Évolution axiale de la vitesse moyenne tangentielle en sillage autopulsé

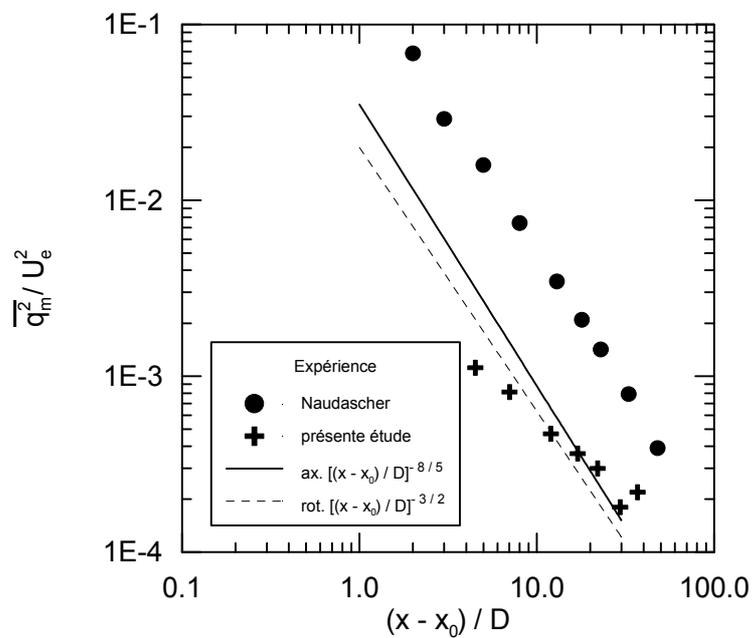


Fig. IV-34 : Évolution axiale de l'énergie cinétique turbulente en sillage autopulsé

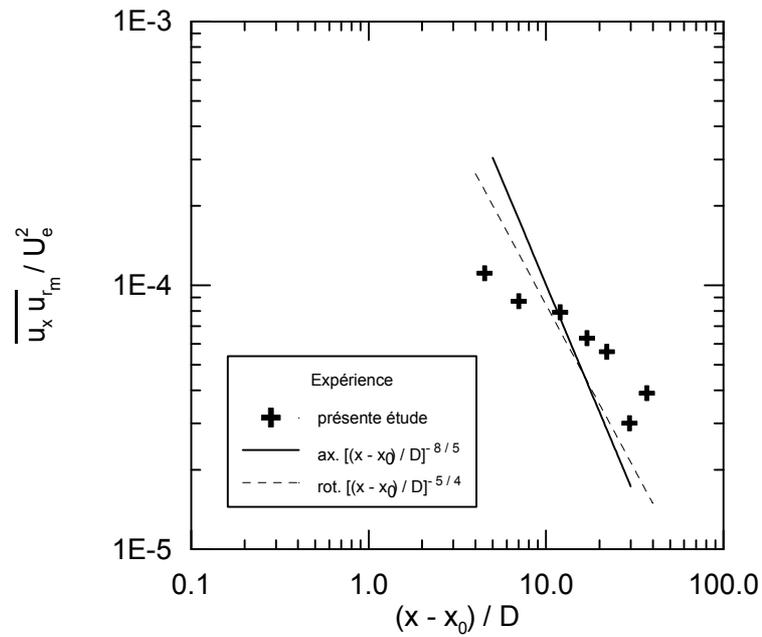


Fig. IV-35 : Évolution axiale du cisaillement axial-radial en sillage autopropulsé

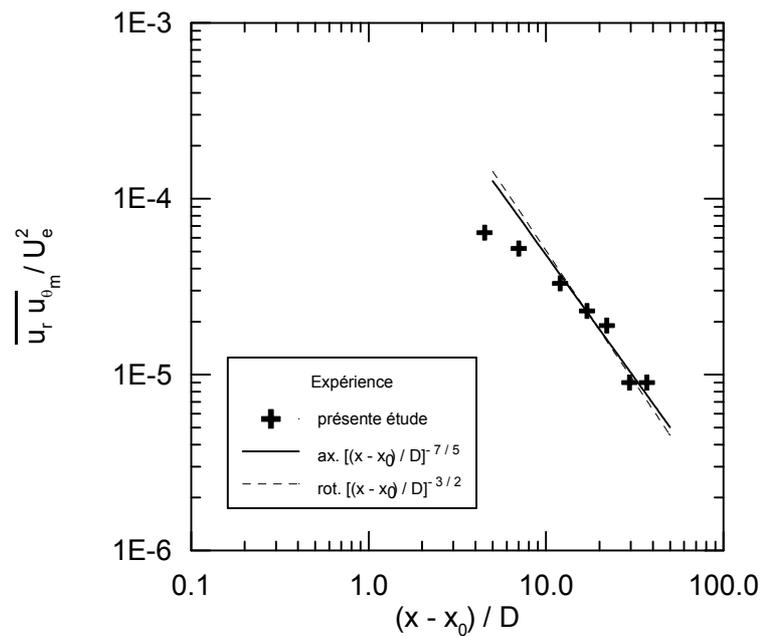


Fig. IV-36 : Évolution axiale du cisaillement radial-tangential en sillage autopropulsé

Exception faite de l'évolution de la composante de vitesse moyenne tangentielle et du cisaillement radial-tangential (figures IV-33 et IV-36), aucun des deux comportements prédits n'apparaît confirmé par l'expérience. En fait, notre configuration expérimentale correspond à un régime où les vitesses caractéristiques axiale et tangentielle sont du même ordre de grandeur. La distinction de l'évolution du sillage en deux régimes d'écoulement, introduite dans l'analyse des équations du mouvement pourrait être à reconsidérer par la formulation d'un autre type de fermeture du problème.

IV-4-2 Évolution affine radiale

Nous allons confronter les formes des profils affines aux les solutions analytiques obtenues au chapitre I pour chacune des configurations d'étude.

IV-4-2-1 Sillage pur

Le profil affine de vitesse déficitaire moyenne axiale est défini généralement à partir du rayon moyen du sillage par la formule :

$$f_a(\xi) = e^{-0,693 \xi^2} \quad (\text{IV-1})$$

avec $\xi = r / \ell_m$.

Si l'on considère comme rayon du sillage le rayon turbulent on peut exprimer ℓ_t en fonction de ℓ_m pour la zone où cette grandeur est correctement définie, c'est à dire pour $x / D < 10$. On trouve dans ce cas $\ell_t / \ell_m = 1,86$ et la fonction affine s'exprime alors en fonction de la variable réduite $\eta = r / \ell_t$ par :

$$f_a(\eta) = e^{-2,41 \eta^2} \quad (\text{IV-2})$$

L'évolution de la vitesse moyenne déficitaire axiale est représentée sur la figure IV-37.

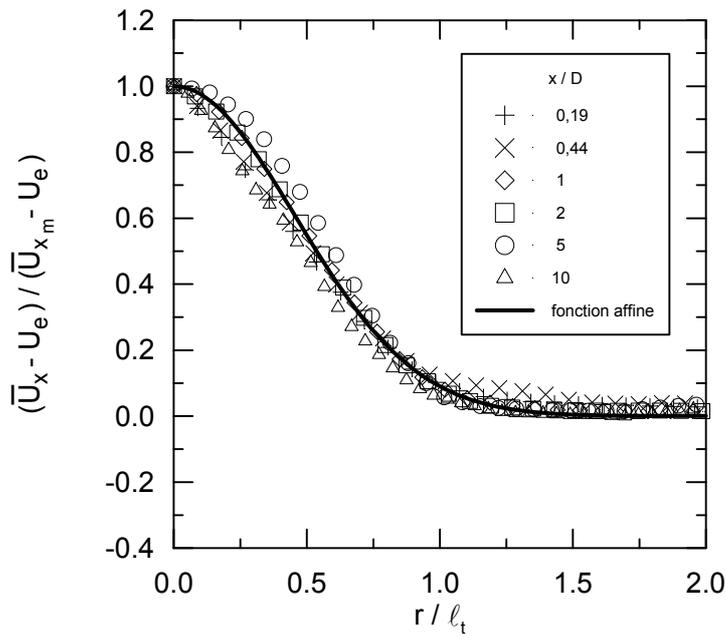


Fig. IV-37 : Comparaison de la vitesse déficitaire moyenne axiale avec la forme analytique affine en sillage pur

Pour le cisaillement axial-radial, on a la formule :

$$g_a(\eta) = \frac{\eta}{0,276} e^{-2,41 \eta^2} \quad (\text{IV-3})$$

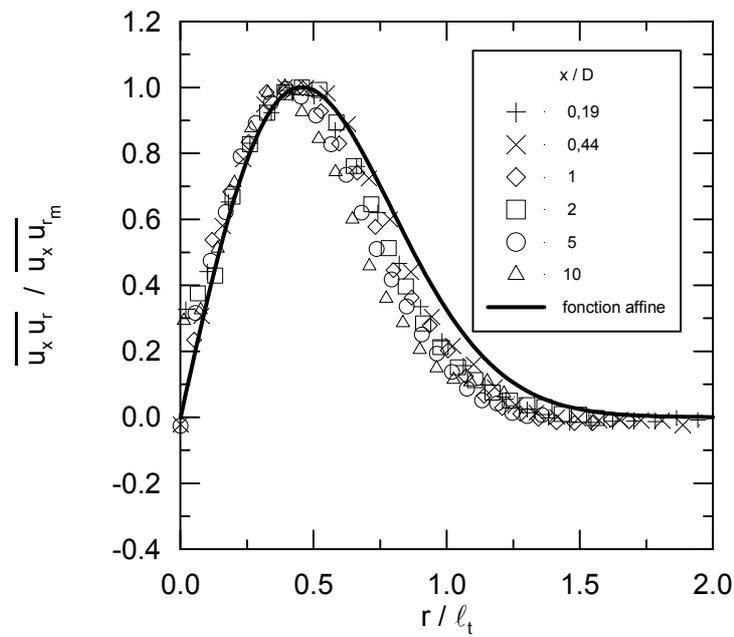


Fig. IV-38 : Comparaison du cisaillement axial-radial avec la forme analytique affine en sillage pur

On observe pour ces deux quantités une bonne prédiction des résultats expérimentaux.

IV-4-2-2 Sillage autopulsé

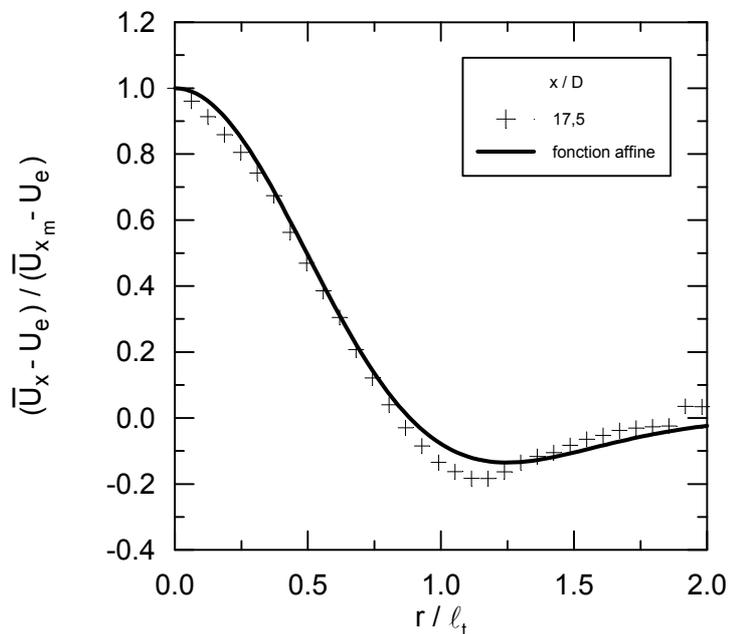


Fig. IV-39 : Comparaison de la vitesse déficitaire moyenne axiale avec la forme analytique affine en sillage autopulsé

Dans cette configuration le rapport $\ell_t / \ell_m = 1,33$ et l'analyse affine du sillage autopulsé en régime axial dominant conduit à la formulation suivante de la vitesse

excédentaire moyenne axiale :

$$f_a(\eta) = (1 - 1,285 \eta^2) e^{-1,285 \eta^2} \quad (\text{IV-4})$$

Pour ces mesures, seule la distance d'exploration longitudinale du sillage $x / D = 17,5$ présente un profil de similitude caractéristique de l'autopropulsion, c'est à dire qui présente un déficit de vitesse vers la frontière du sillage (fig. IV-25) et cette valeur est la seule représentée sur la figure IV-39.

En ce qui concerne le cisaillement axial-radial, il semble qu'il faille considérer un rapport $\ell_t / \ell_m = 2,3$ pour obtenir un regroupement du profil analytique avec les points expérimentaux, qui conduit à la solution :

$$g_a(\eta) = \frac{(2,898 \eta - 2,409 \eta^3)}{0,775} e^{-1,666 \eta^2} \quad (\text{IV-5})$$

La comparaison avec les mesures est présentée sur la figure IV-40.

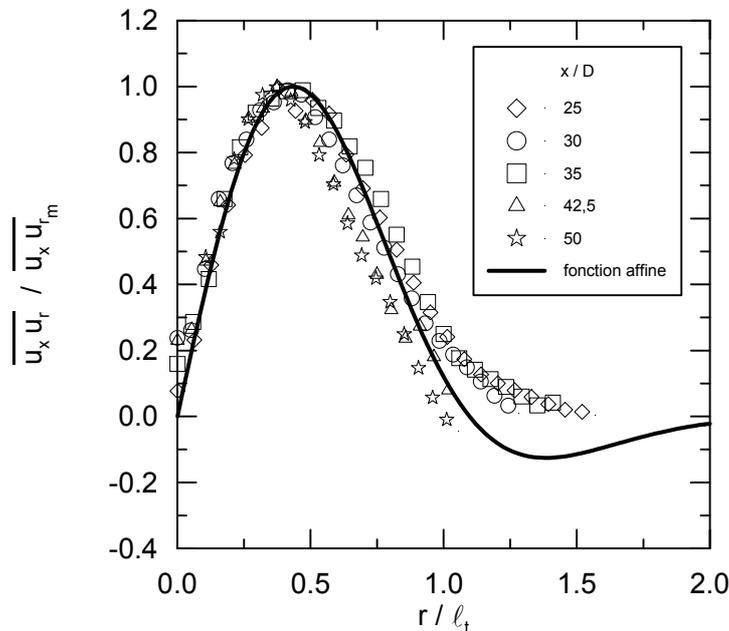


Fig. IV-40 : Comparaison du cisaillement axial-radial avec la forme analytique affine en sillage autopropulsé

Compte tenu de la distance élevée à partir de laquelle l'affinité de cette quantité apparaît, on ne dispose pas de points de mesure suffisamment éloignés radialement pour conclure quant à la validité de cette fonction, notamment au niveau du déficit caractérisant la frontière du sillage ($r / \ell_t = 1,4$).

IV-5 CONCLUSION

Dans ce chapitre, nous avons présenté les évolutions radiales et axiales des deux configurations de sillage étudiées. L'évolution affine est mise en évidence aussi bien pour le sillage pur que pour le sillage autopropulsé. La confrontation des résultats avec le comportement prévu par l'analyse du sillage pur est excellente. Pour le cas autopropulsé, cet accord n'est pas satisfaisant. Il semble que la distinction entre les deux régimes d'écoulement

effectuée au niveau du terme de production de l'équation de l'énergie cinétique turbulente ne permette pas une confrontation avec notre cas. Notons également dans l'expérience de Schetz et Jakubowski (1974) où la propulsion est effectuée avec une hélice aérienne, le même régime d'écoulement avec des composantes caractéristiques axiale et tangentielle du même ordre de grandeur. On étudiera la validité de cette distinction entre ces deux régimes d'écoulement au chapitre VI.

CHAPITRE V

ANALYSE SPECTRALE DES SILLAGES

Nous allons examiner dans ce chapitre la répartition de l'énergie du mouvement du fluide en fonction de la fréquence en un point de l'écoulement. Cette répartition en fréquence est représentative de la répartition de l'énergie entre les différentes structures tourbillonnaires de l'écoulement par la correspondance entre le spectre en fréquence et le spectre en nombre d'onde. Les phénomènes périodiques d'excitation à la fréquence caractéristique de la rotation de l'hélice sont plus aisés à identifier sur un tel spectre. Pour cette raison, cette dernière représentation sera préférée à la précédente. Après une présentation du traitement du signal permettant d'obtenir des spectres et des interspectres à partir des trois composantes de vitesse échantillonnées, on discutera des résultats des deux configurations d'étude. L'évolution des structures turbulentes sera mise en évidence par l'analyse des phénomènes « large bande ». Puis nous nous attacherons pour la configuration de sillage autopropulsé aux raies spectrales correspondant à l'excitation périodique de l'écoulement imposée par la rotation de l'hélice.

V-1 MÉTHODOLOGIE DE MESURE SPECTRALE DE VITESSE

V-1-1 Densité spectrale de puissance

Les signaux étudiés sont des signaux « large bande » avec des phénomènes périodiques dans le cas du sillage autopropulsé où l'écoulement est excité par l'hélice. La densité spectrale de puissance est une grandeur adaptée à l'étude des phénomènes « large bande » car son intégration en fréquence permet de retrouver les valeurs des moments d'ordre 2 (cf. § V-2). Dans ce paragraphe, toutes les relations sont définies pour la densité spectrale de puissance de la vitesse axiale, mais l'on peut appliquer les mêmes relations pour les densités spectrales de puissance selon les directions radiale et tangentielle.

La densité spectrale de puissance de la fluctuation de vitesse axiale est :

$$S_{xx}(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \hat{u}_x(f) \hat{u}_x^*(f) \quad (\text{V-1})$$

avec la transformée de Fourier définie par :

$$\hat{u}_x(f) = \int_{-\infty}^{+\infty} u_x(t) e^{-2\pi i f t} dt \quad (\text{V-2})$$

Les signaux analysés étant réels, leurs caractéristiques spectrales présentent une symétrie hermitienne, ainsi la partie correspondant aux fréquences négatives n'apporte pas d'information supplémentaire. On définit par conséquent la densité spectrale de puissance pour les fréquences positives par la relation :

$$G_{xx}(f) = S_{xx}(f) + S_{xx}(-f) = 2 S_{xx}(f) \text{ pour } f \geq 0 \quad (\text{V-3})$$

Cette quantité sera utilisée dans la suite. Son intégration en fréquence permet de retrouver l'énergie turbulente :

$$\overline{u_x^2} = \int_{-\infty}^{+\infty} S_{x_x}(f) df = \int_0^{+\infty} G_{x_x}(f) df \quad (V-4)$$

V-1-2 Estimation expérimentale de la densité spectrale de puissance

La densité spectrale de puissance est obtenue à partir des signaux de mesure échantillonnés. Après leur dépouillement en vitesse, on procède à la soustraction de la composante continue du signal :

$$u_{x_T}(t) = U_{x_T}(t) - \overline{U}_{x_T} \quad (V-5)$$

où l'indice T indique ici que l'échantillon considéré est de longueur $T = N \Delta t$.

Compte tenu des phénomènes de repliement induits par l'estimation de la transformation de Fourier, les signaux sont filtrés analogiquement lors de l'acquisition avec un filtre passe-bas dont la fréquence de coupure correspond à la moitié de la fréquence d'échantillonnage, et avant de procéder à la transformation de Fourier on utilise une pondération de Hanning :

$$u_{x_T}^p(t) = u_{x_T}(t) P(t) \quad (V-6)$$

avec la fenêtre de pondération :

$$P(t) = \frac{A}{2} \left(1 - \cos \frac{2\pi t}{T} \right) \quad (V-7)$$

et $A = 2,67$.

C'est à partir de ce signal pondéré que l'on effectue le passage dans l'espace des fréquences par une méthode de transformation de Fourier rapide :

$$\hat{u}_{x_T}(f) = \text{TF}(u_{x_T}^p(t)) \quad (V-8)$$

L'estimation de la densité spectrale de puissance est alors calculée sur l'échantillon :

$$S_{x_{x_T}}(f) = \frac{1}{T} \hat{u}_{x_T}(f) \hat{u}_{x_T}^*(f) \quad (V-9)$$

Enfin, une opération de moyenne est effectuée sur n_{moy} réalisations successives :

$$S_{x_x}(f) = \frac{1}{n_{\text{moy}}} \sum_{i=1}^{n_{\text{moy}}} S_{x_{x_{T_i}}}(f) \quad (V-10)$$

V-1-3 Choix de l'échantillon temporel

Comme l'échantillon temporel considéré est de longueur finie T avec un temps d'échantillonnage Δt donné, la représentation dans l'espace spectral est limitée. La fréquence de coupure utile f_{\max} du spectre sera déterminée par la fréquence d'échantillonnage du signal en appliquant le théorème de Shannon c'est à dire que la fréquence d'acquisition est supérieure ou égale au double de la fréquence d'analyse maximum.

$$f_{\text{acq}} \geq 2 f_{\text{max}} \quad (\text{V-11})$$

La bande d'analyse est fixée par la fréquence d'échantillonnage et le nombre de points acquis N_{acq} par réalisation spectrale :

$$\Delta f = \frac{f_{\text{acq}}}{N_{\text{acq}}} \quad (\text{V-12})$$

Pour obtenir une bande d'analyse suffisamment fine pour les hautes et les basses fréquences, on se propose d'effectuer deux types d'acquisitions (cf. chap. II § II-3-3):

- une acquisition « basse fréquence » :
 - $f_{\text{acq}} = 7\,500$ Hz et $t_{\text{acq}} = 20$ s
- une acquisition « haute fréquence » :
 - $f_{\text{acq}} = 50\,000$ Hz et $t_{\text{acq}} = 3$ s

Pour cette dernière, la fréquence est bien inférieure à la limite de réponse de la sonde (175 kHz d'après DANTEC). De plus, comme on vérifie la relation V-4 la gamme des fréquences étudiées contient toute l'énergie des structures de l'écoulement.

Dans chaque cas, les représentations des densités spectrales de puissance sont lissées grâce à $n_{\text{moy}} = 50$ réalisations successives. Les caractéristiques des deux acquisitions sont résumées ci-dessous :

- acquisition « basse fréquence » :

$$N_{\text{acq}} = 2048 \qquad \Delta f = 3,66 \text{ Hz} \qquad f_{\text{max}} = 3\,000 \text{ Hz}$$

- acquisition « haute fréquence » :

$$N_{\text{acq}} = 2048 \qquad \Delta f = 24,41 \text{ Hz} \qquad f_{\text{max}} = 20\,000 \text{ Hz}$$

D'après Bendat et Piersol (1971) l'écart-type de l'erreur relative d'estimation est donné par la formule :

$$\varepsilon \approx \frac{1}{\sqrt{2} \Delta f T} \quad (\text{V-13})$$

où Δf est la largeur de bande d'analyse et T le temps d'intégration des spectres. Dans la présente étude, on obtient une erreur relative de 8,3 % pour la partie « basse fréquence » comme pour la partie « haute fréquence » des spectres.

Au niveau de la représentation, les deux réalisations spectrales « basse fréquence » et « haute fréquence » se raccordent à $f = 1\,000$ Hz correspondant à la zone des basses fréquences contenant 95 % de l'énergie du signal.

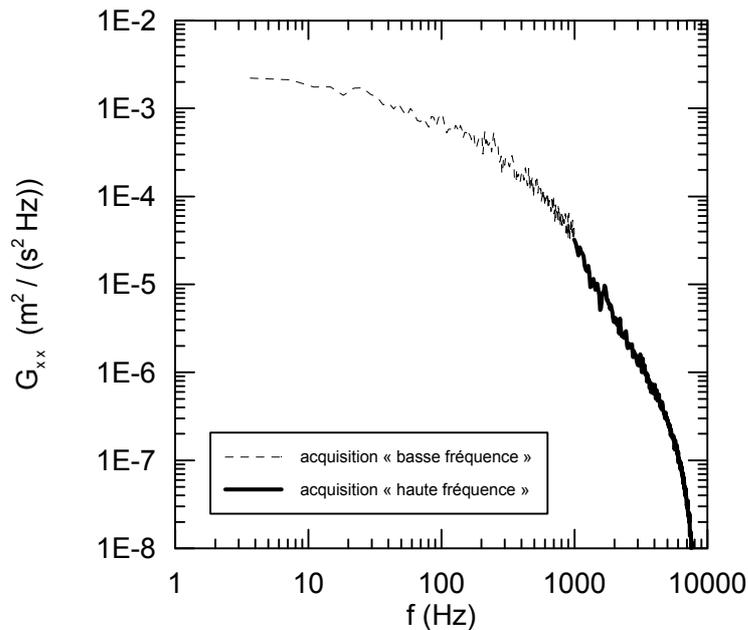


Fig. V-1 : Densité spectrale de puissance de la vitesse axiale dans la configuration sillage pur pour $r / R = 0$ et $x / D = 0,44$ avec raccordement des deux acquisitions réalisées

V-2 ÉTUDE DES PHÉNOMÈNES « LARGE BANDE »

Dans ce paragraphe, nous allons examiner l'évolution de la densité spectrale de puissance réalisée pour différentes positions de la sonde suivant une direction transversale au sillage. Dans la suite de ce paragraphe, on présentera sur chaque figure quatre courbes correspondant respectivement :

- au centre du sillage ($r / \ell_t = 0$)
- au demi rayon du sillage ($r / \ell_t = 0,5$) qui est l'endroit du maximum d'énergie
- à la largeur du sillage ($r / \ell_t = 1$) qui est par définition l'endroit où l'énergie turbulente axiale a diminuée de moitié et qui correspond physiquement à la frontière du sillage
- à l'extérieur du sillage ce qui donne le niveau spectral de la turbulence dans la veine d'essais pour la distance d'exploration axiale considérée. Ce spectre reste le même sur toutes les figures qui suivent et représente le bruit de fond de l'écoulement.

V-2-1 Sillage pur

L'évolution de la densité spectrale de puissance suivant une direction radiale du sillage est donnée pour $x / D = 1$ (fig. V-2) et $x / D = 10$ (fig. V-3).

Tout d'abord, la densité spectrale de puissance correspondant à l'extérieur du sillage n'évolue pas longitudinalement et présente un niveau très inférieur de une à deux décades à ceux rencontrés à l'intérieur du sillage, et cela pour toute la gamme de fréquence.

En sillage proche, l'intensité de turbulence est maximum vers $r / \ell_t \sim 0,5$ et la représentation spectrale précise que cette énergie est répartie sur l'ensemble des structures turbulentes (fig. V-2). Plus en aval, si l'on observe toujours un maximum pour $r / \ell_t \sim 0,5$ on constate que cette activité a pour origine principale les gros tourbillons ($f < 100$ Hz).

On observe entre ces deux figures la diminution globale des niveaux spectraux lorsque la distance axiale augmente. Cependant, ce type de représentation ne permet pas d'interpréter

les niveaux relatifs entre les différentes distances radiales. Aussi se propose-t-on de représenter les densités spectrales de puissance sous forme non dimensionnelle en divisant l'amplitude par la vitesse quadratique moyenne axiale correspondante, c'est à dire l'intégrale en fréquence du spectre. Cette forme permet d'interpréter la proportion relative entre les grandes et les petites structures turbulentes.

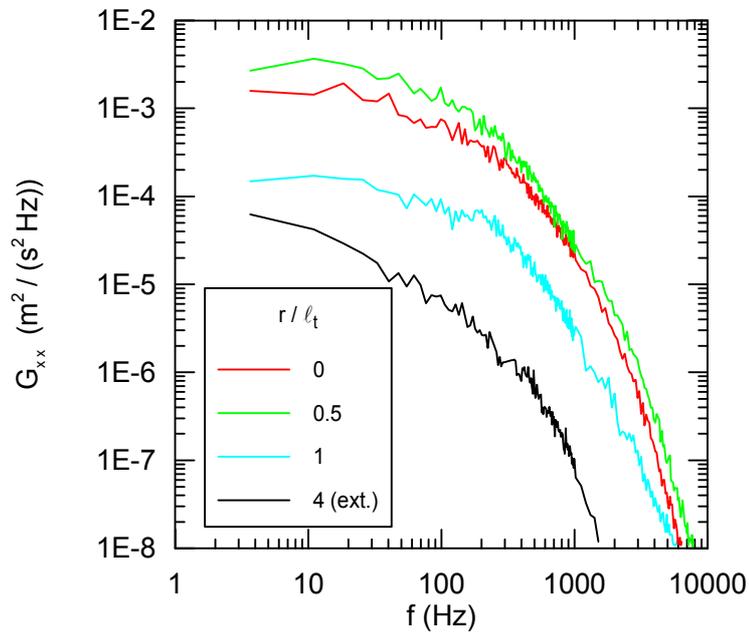


Fig. V-2 : Évolution radiale de la densité spectrale de puissance de la vitesse axiale pour la configuration sillage pur et $x / D = 1$

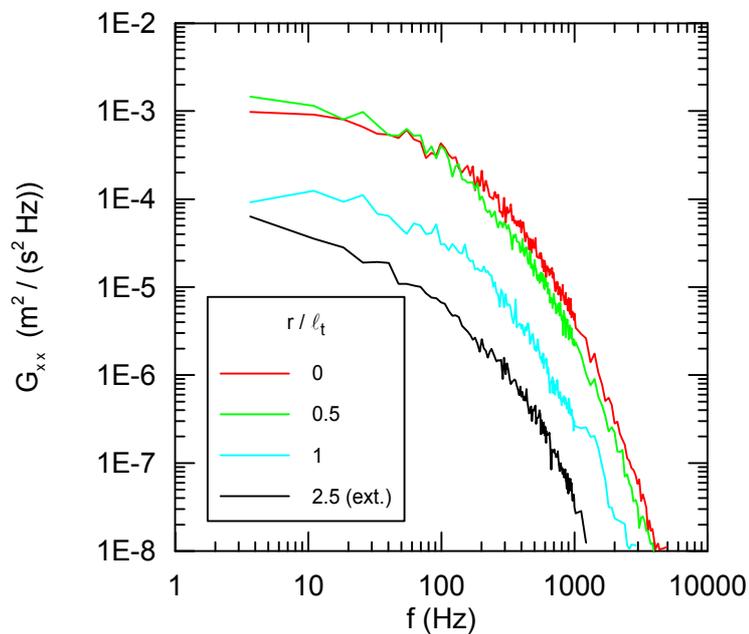


Fig. V-3 : Évolution radiale de la densité spectrale de puissance de la vitesse axiale pour la configuration sillage pur et $x / D = 10$

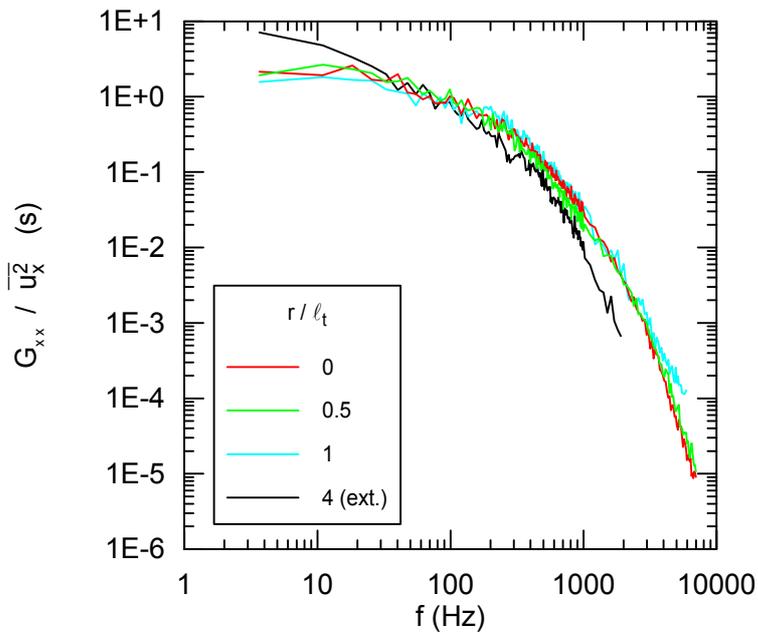


Fig. V-4 : Évolution radiale de la densité spectrale de puissance relative de la vitesse axiale pour la configuration sillage pur et $x / D = 1$

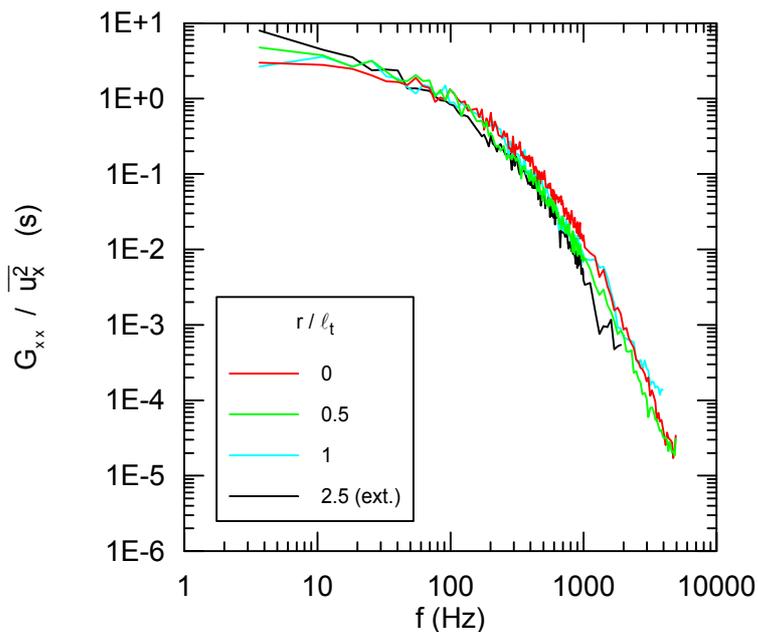


Fig. V-5 : Évolution radiale de la densité spectrale de puissance relative de la vitesse axiale pour la configuration sillage pur et $x / D = 10$

On remarque dans la zone proche de la maquette (fig. V-4) une proportion de petites structures plus importante dans le sillage que dans l'écoulement extérieur. La forme des différentes courbes est la même pour les trois distances radiales d'exploration ce qui met en évidence une répartition relative de l'énergie entre les structures turbulentes identique au cœur du sillage.

Plus loin en aval (fig. V-5) on observe un regroupement de toutes les courbes y compris la densité spectrale relative de la turbulence extérieure. Il semble donc que la

répartition énergétique dans le sillage évolue suffisamment loin en aval vers une turbulence homogène.

V-2-2 Sillage autopropulsé

Dans cette configuration, les densités spectrales de puissance sont caractérisées par des phénomènes « large bande » et par des raies spectrales correspondant à des fréquences pures d'excitation de l'écoulement (fig. V-6).

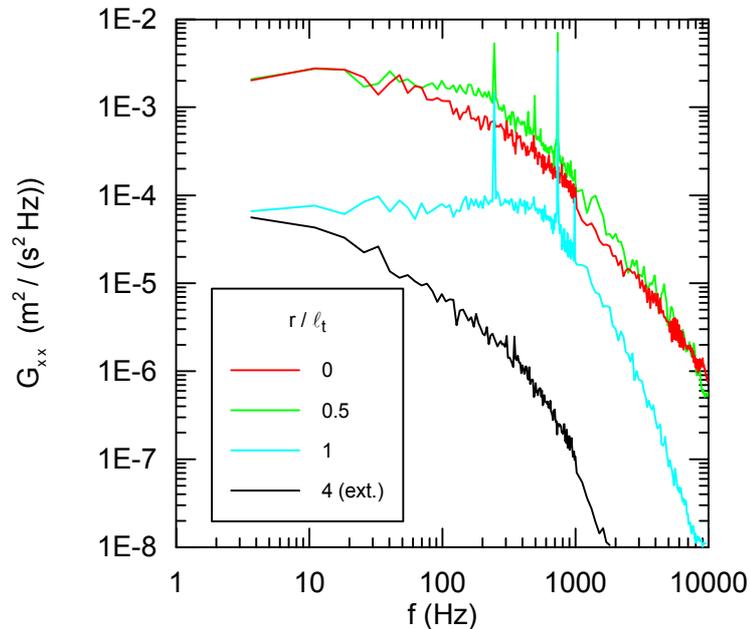


Fig. V-6 : Évolution radiale de la densité spectrale de puissance de la vitesse axiale pour la configuration sillage autopropulsé et $x / D = 1$

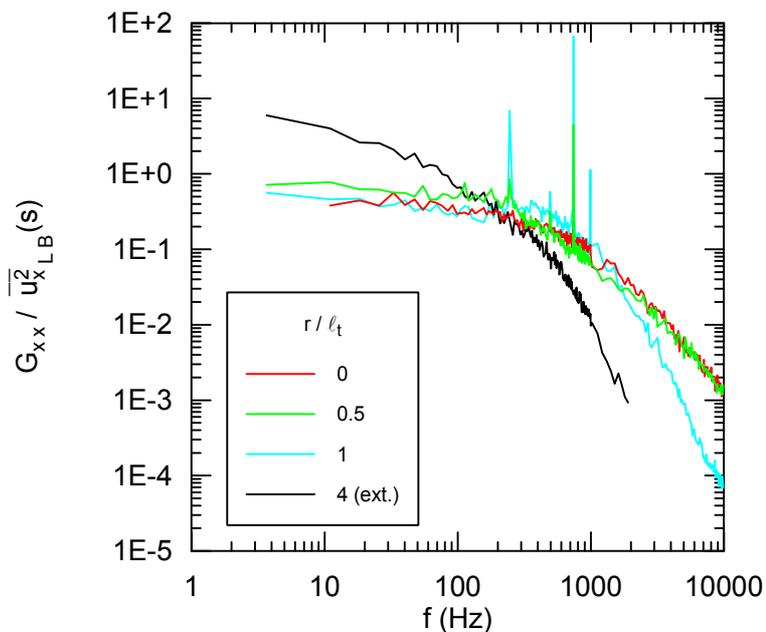


Fig. V-7 : Évolution radiale de la densité spectrale de puissance relative de la vitesse axiale pour la configuration sillage autopropulsé et $x / D = 0,44$

Comme dans ce paragraphe on s'intéresse uniquement à l'énergie de la partie large bande du signal, les densités spectrales de puissance relatives sont obtenues en divisant l'amplitude par la vitesse quadratique moyenne axiale du signal large bande uniquement, ce qui revient à ne pas prendre en compte les raies spectrales lors de l'intégration en fréquence. Les résultats sont présentés pour les distances $x / D = 0,44, 1, 5, 10$ et 20 (fig. V-7 à V-11).

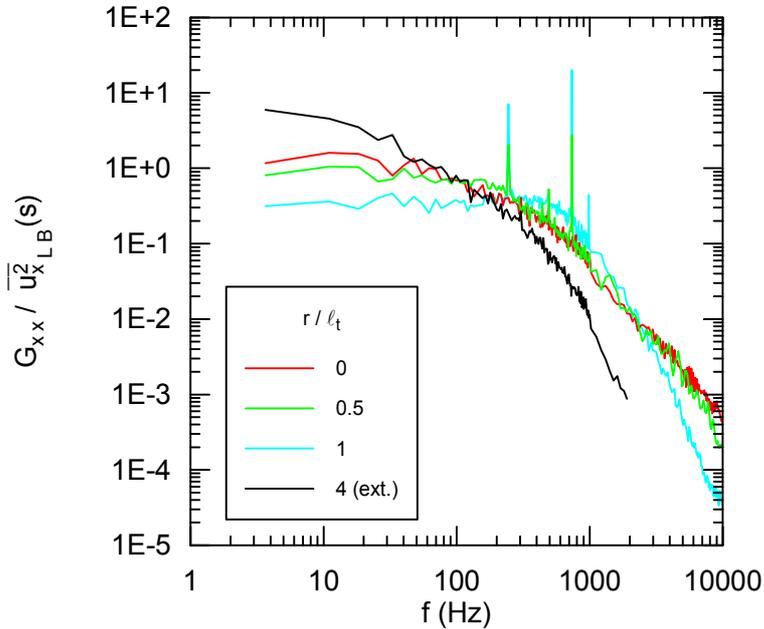


Fig. V-8 : Évolution radiale de la densité spectrale de puissance relative de la vitesse axiale pour la configuration sillage autopropulsé et $x / D = 1$

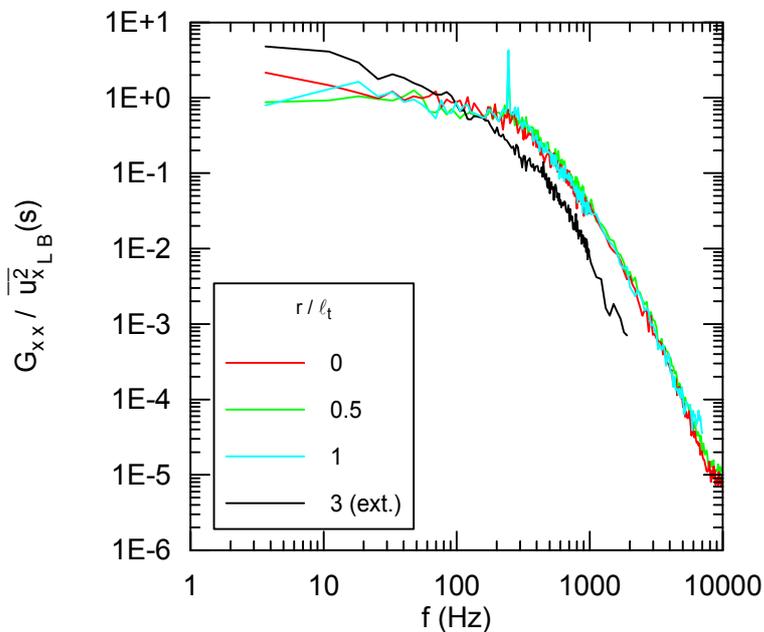


Fig. V-9 : Évolution radiale de la densité spectrale de puissance relative de la vitesse axiale pour la configuration sillage autopropulsé et $x / D = 5$

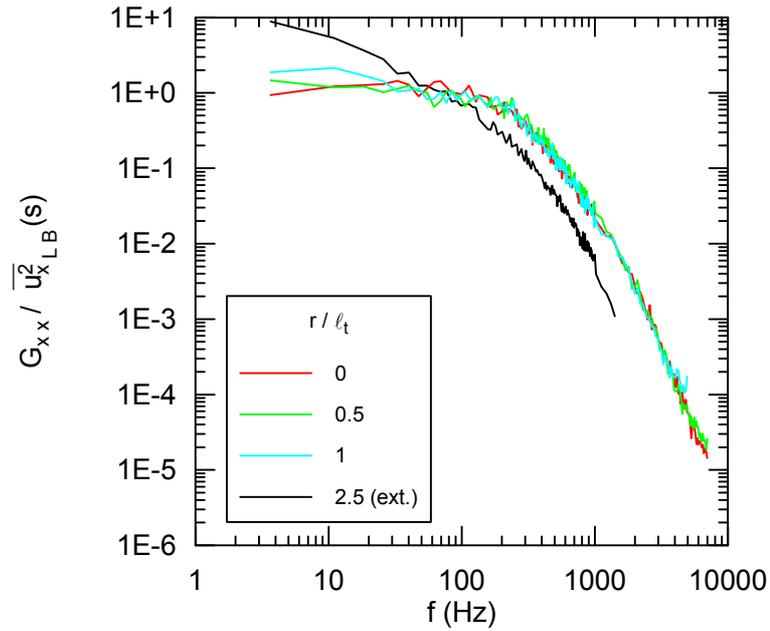


Fig. V-10 : Évolution radiale de la densité spectrale de puissance relative de la vitesse axiale pour la configuration sillage autopropulsé et $x / D = 10$

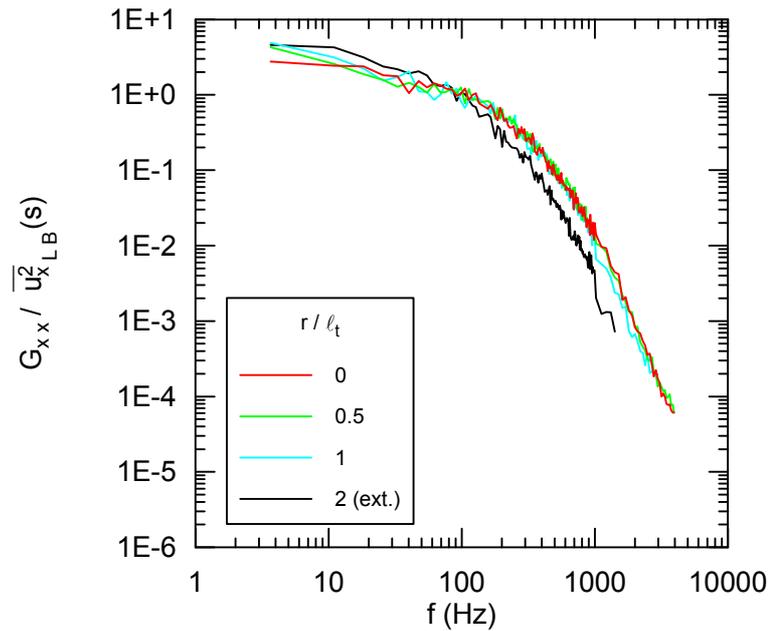


Fig. V-11 : Évolution radiale de la densité spectrale de puissance relative de la vitesse axiale pour la configuration sillage autopropulsé et $x / D = 20$

Il faut tout d'abord remarquer que la densité spectrale de puissance relative de référence (extérieur du sillage) présente un niveau supérieur en basses fréquences (< 100 Hz) et inférieur en hautes fréquences pour toutes les courbes mesurées à l'intérieur du sillage, et ceci aussi bien près que loin de la maquette.

L'analyse du champ proche (jusqu'à $x / D = 5$) met en évidence sur la courbe représentative du niveau à la frontière du sillage ($r / \ell_t = 1$) une brusque rupture de pente au

delà de la première raie spectrale. Cette rupture de pente est peut être reliée à un effet de cassure des structures de l'écoulement par la rotation de l'hélice.

On note pour $x/D=1$ que dans la zone centrale du sillage, l'énergie est principalement portée par les petites et les grandes fréquences tandis que vers la frontière ce sont les fréquences intermédiaires qui présentent un niveau relatif plus élevé. Il faut noter que l'on ne peut pas relier directement cette répartition en fréquence aux structures turbulentes de l'écoulement du fait de la rotation ; le capteur qui est fixe « voit » défiler en moyenne des structures qui lui paraissent beaucoup plus petites que la réalité.

À partir de $x/D=10$ les niveaux large bande tendent vers un regroupement à l'intérieur du sillage ; il y a donc un équilibre de la répartition de l'énergie entre les structures. Ce phénomène est sans doute à relier avec l'extinction des raies spectrales d'excitation.

V-3 ÉTUDE DES RAIES SPECTRALES

Dans ce paragraphe, on se propose de caractériser l'évolution radiale du niveau des raies spectrales qui apparaissent dans la configuration de sillage autopropulsé. On peut en effet distinguer sur la figure V-7 deux raies spectrales principales, la première à la fréquence $f_0 = 250$ Hz caractéristique de la rotation de l'hélice et la seconde à la fréquence $3 f_0 = 750$ Hz correspondant au passage de chacune des pales. Ces raies spectrales ont une largeur inférieure à la bande d'analyse. Notons également pour $x/D < 1$ les harmoniques associés à ces deux fréquences (par exemple, les raies spectrales à $2 f_0 = 500$ Hz et à $4 f_0 = 1000$ Hz sur la figure V-7 pour $r/\ell_t = 1$). L'énergie de chacune de ces deux raies (produit de la densité spectrale de puissance par la largeur de bande) est représentée suivant une direction radiale pour une distance axiale donnée sur les figures V-12 à V-14.

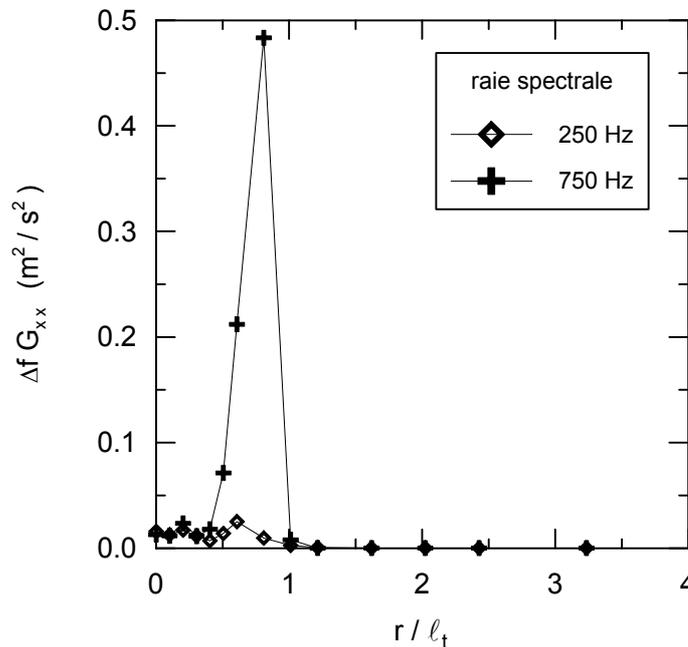


Fig. V-12 : Évolution radiale du spectre de puissance pour les raies spectrales f_0 et $3 f_0$ dans la configuration sillage autopropulsé et $x/D = 0,44$

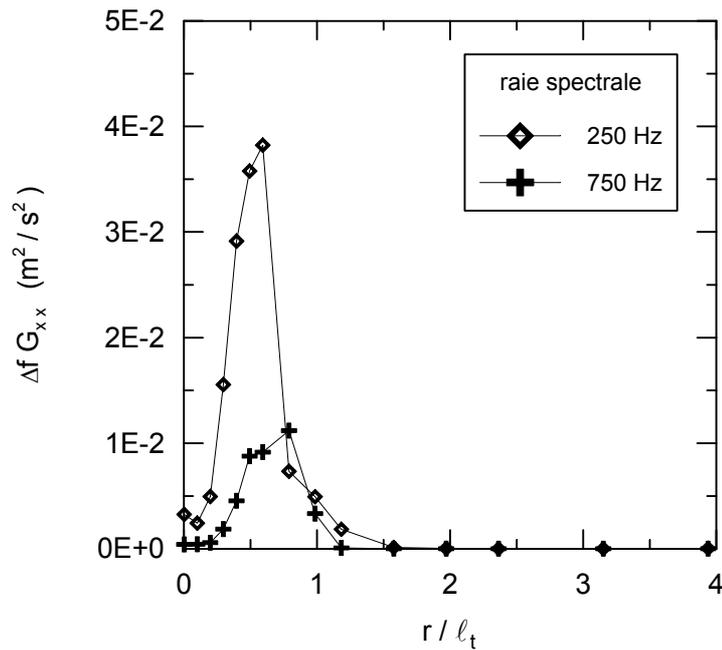


Fig. V-13 : Évolution radiale du spectre de puissance pour les raies spectrales f_0 et $3 f_0$ dans la configuration sillage autopropulsé et $x / D = 2$

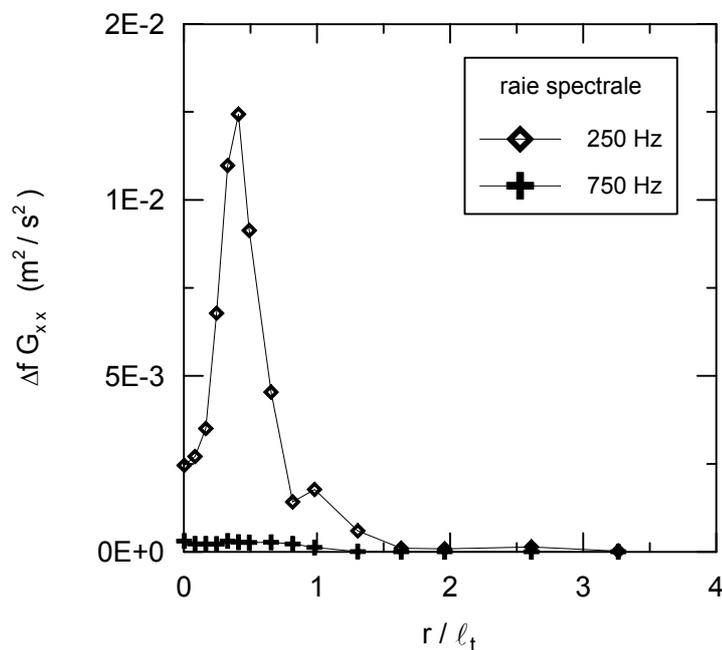


Fig. V-14 : Évolution radiale du spectre de puissance pour les raies spectrales f_0 et $3 f_0$ dans la configuration sillage autopropulsé et $x / D = 5$

Dans la zone $x / D < 1$ (fig. V-12) la fréquence fondamentale présente un niveau beaucoup plus faible que la fréquence de passage de chacune des pales. Il faut remarquer la présence de la raie fondamentale pour $r / l_t = 0,2$ et $r / l_t = 0,9$ qui sont les zones caractéristiques respectivement de la tête et du pied des aubages de l'hélice, tandis que la raie

à 750 Hz n'est présente que pour $r / \ell_1 = 0,9$ (tête de pale). C'est donc dans cette zone de cisaillement intense que l'amplitude d'excitation est la plus forte. On peut faire le même type d'analyse pour le fondamental, mais cette fois avec des amplitudes comparables en tête et pied d'aubage.

À partir de $x / D = 2$, l'amplitude de la raie fondamentale devient supérieure à celle de son troisième harmonique, en étant localisé à la distance radiale $r / \ell_1 = 0,6$ (fig. V-13).

Pour $x / D = 5$, l'harmonique triple est absorbé par le niveau large bande (fig. V-14).

Au delà de $x / D > 10$ on ne peut plus distinguer de raies spectrales émergeant du spectre large bande.

En résumé, on observe le comportement suivant pour les raies spectrales caractéristiques à $f_0 = 250$ Hz et $3 f_0 = 750$ Hz (fig. V-15) :

- pour $x / D < 1$ on observe les deux raies avec un niveau supérieur pour la seconde, le passage périodique des pales l'emporte sur un phénomène d'excitation global du sillage ; il faut noter également la présence d'harmoniques de ces fréquences.
- pour $1 < x / D < 5$ le niveau de la première raie devient supérieur au niveau de la seconde, le phénomène d'excitation l'emporte sur le passage des pales.
- pour $5 < x / D < 10$ seule demeure la raie fondamentale à la fréquence f_0 .
- au delà, les densités spectrales de puissance ne présentent plus qu'un niveau large bande. Une approche différente de ces phénomènes sera exposée au chapitre VII où l'on se propose d'examiner le signal de vitesse en procédant à son analyse en phase avec la rotation de l'hélice.

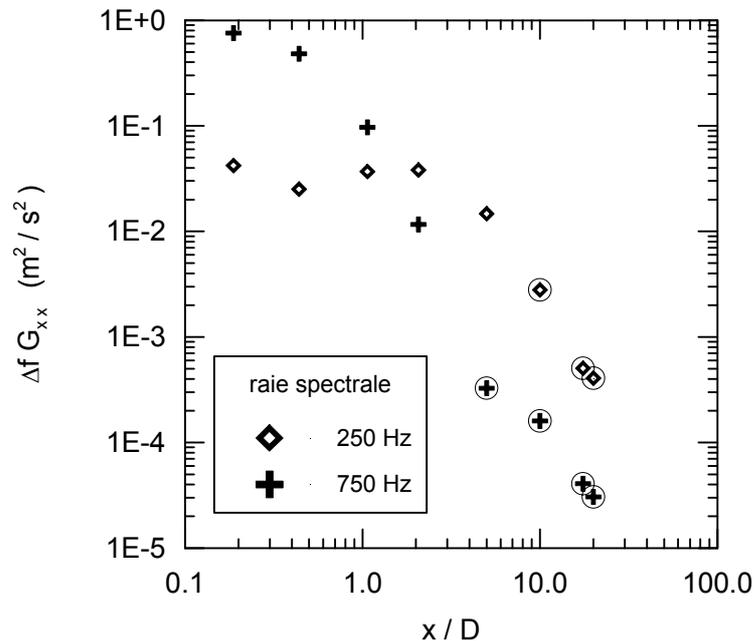


Fig. V-15 : Évolution axiale du maximum des raies spectrales f_0 et $3 f_0$ dans la configuration sillage autopulsé (les symboles ronds correspondent au niveau large bande de la fréquence et indiquent la disparition de la raie spectrale)

Le même type d'évolution spectrale est observable sur les densités spectrales de puissance suivant les directions radiale et tangentielle. On observe toujours une partie « large bande » et une série de raies spectrales caractéristiques. Cependant, l'analyse fine de ces quantités reste à effectuer.

V-4 CONCLUSION

L'analyse spectrale des deux configurations expérimentales de sillage étudiées met en évidence les caractéristiques suivantes dans chaque cas :

- En sillage pur, la vitesse se présente sous la forme d'un spectre large bande. Les densités spectrales de puissance montrent un comportement affine à partir de $x / D \geq 10$ et sont semblables à la répartition en fréquence dans l'écoulement extérieur.
- En sillage autopropulsé, la vitesse se décompose en un spectre large bande et en un spectre de raies pour la zone initiale ($x / D \leq 10$). L'évolution de la partie large bande tend vers un comportement affine à partir de $x / D \geq 20$, mais la répartition en fréquence est différente de celle rencontrée dans l'écoulement extérieur. L'étude des raies spectrales permet de caractériser différentes zones en sillage proche à travers les fréquences correspondant à la rotation de l'hélice et au passage de chacune des pales.

CHAPITRE VI

ÉCHANGES ÉNERGÉTIQUES TURBULENTS

Dans le chapitre précédent, nous avons examiné le contenu fréquentiel du champ de vitesse, et mis en évidence l'évolution des différentes structures turbulentes. Ces résultats étant acquis, il est permis de se demander quelle est la nature des échanges énergétiques entre ces tourbillons. D'abord, on tentera de valider par l'expérience l'approximation dite de la « couche limite » formulée très souvent dans l'étude des écoulements cisailés. Puis l'évolution affine des échanges énergétiques sera présentée pour les deux configurations d'étude. Il faut remarquer que des résultats expérimentaux de tous les termes de cette équation ne sont disponibles que pour les jets à symétrie de révolution axiale (Wynanski et Fiedler 1969) et les sillages classiques bidimensionnels (Browne et al. 1987). Dans le cas du sillage autopropulsé par jet, Naudascher (1965) présente uniquement les termes de convection et de production.

VI-1 ÉQUATION DE L'ÉNERGIE CINÉTIQUE TURBULENTE

VI-1-1 Expression en coordonnées axisymétriques

L'équation de l'énergie cinétique turbulente décrit la nature et la manière dont s'effectuent les échanges énergétiques entre les différentes structures de l'écoulement. En coordonnées axisymétriques, son expression est la suivante (cf. chap. I) :

$$\begin{aligned}
 & \underbrace{\frac{\partial \overline{q^2}}{\partial t} + \overline{U}_x \frac{\partial \overline{q^2}}{\partial x} + \overline{U}_r \frac{\partial \overline{q^2}}{\partial r}}_{\text{VT}} = \\
 & \underbrace{-\overline{u_x^2} \frac{\partial \overline{U}_x}{\partial x} - \overline{u_x u_r} \frac{\partial \overline{U}_r}{\partial x} - \overline{u_x u_\theta} \frac{\partial \overline{U}_\theta}{\partial x}}_{\text{C}} \\
 & \underbrace{-\overline{u_x u_r} \frac{\partial \overline{U}_x}{\partial r} - \overline{u_r^2} \frac{\partial \overline{U}_r}{\partial r} - \overline{u_\theta^2} \frac{\overline{U}_r}{r} - \overline{u_r u_\theta} \frac{\partial \overline{U}_\theta}{\partial r} + \overline{u_r u_\theta} \frac{\overline{U}_\theta}{r}}_{\text{P}} \\
 & \underbrace{-\frac{\partial \overline{q^2 u_x}}{\partial x} - \frac{\partial \overline{q^2 u_r}}{\partial r} - \frac{\overline{q^2 u_r}}{r} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{p u_x}}{\partial x} - \frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{p u_r}}{\partial r} - \frac{\overline{p u_r}}{\rho r}}_{\text{T}_1} \\
 & \underbrace{+ \nu \left(\frac{\partial^2 \overline{q^2}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \overline{q^2}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \overline{q^2}}{\partial r} \right)}_{\text{T}_3} - \overline{\varepsilon} \\
 & \underbrace{\hspace{10em}}_{\text{DI}}
 \end{aligned} \tag{VI-1}$$

avec les termes :

- **VT** : variation temporelle (nulle en régime stationnaire)
- **C** : convection de l'énergie cinétique turbulente par la vitesse moyenne
- **P** : production, correspondant à l'apport d'énergie cinétique du mouvement moyen au mouvement turbulent
- **T₁** : transfert cinétique, par effet des fluctuations de vitesse
- **T₂** : transfert par pression, c'est à dire par effet des interactions pression-vitesse
- **T₃** : transfert d'énergie cinétique par effet de la viscosité, ce terme n'est important qu'au voisinage d'une paroi
- **DI** : dissipation d'énergie cinétique turbulente en chaleur.

VI-1-2 Approximation de la « couche limite »

Considérons le cas d'un sillage rotatif lointain, pour un écoulement stationnaire, les termes de transfert visqueux et de variation temporelle disparaissent. L'analyse dimensionnelle de chacun des termes permet d'exprimer ceux-ci en fonctions de 4 échelles caractéristiques indépendantes (cf. chap. I) :

- L : échelle de longueur selon la direction longitudinale
- ℓ : échelle de longueur selon la direction radiale
- U : échelle de vitesse longitudinale
- u : échelle des fluctuations de vitesse et de leurs variations

avec les ordres de grandeurs :

$$\ell \ll L \quad (\text{VI-2})$$

$$u \ll U \quad (\text{VI-3})$$

La conservation de l'échelle u plutôt que l'échelle \hat{U} est justifiée par l'expérience car les quantités turbulentes sont faciles à mesurer en sillage lointain, contrairement au déficit où à l'excès de vitesse (cf. IV-2-1-2).

On peut écrire l'ordre de grandeur de tous les termes de l'équation VI-1 en fonction de ces 4 échelles :

$$\begin{array}{ll}
 \overline{U_x} \frac{\partial \overline{q^2}}{\partial x} : \left(\frac{U \ell}{u L} \right) \frac{u^3}{\ell} & -\overline{u_r^2} \frac{\partial \overline{U_r}}{\partial r} : \left(\frac{u}{U} \right) \frac{u^3}{\ell} \\
 \overline{U_r} \frac{\partial \overline{q^2}}{\partial r} : \left(\frac{u}{U} \right) \frac{u^3}{\ell} & -\overline{u_\theta^2} \frac{\partial \overline{U_r}}{\partial r} : \left(\frac{u}{U} \right) \frac{u^3}{\ell} \\
 -\overline{u_x^2} \frac{\partial \overline{U_x}}{\partial x} : \left(\frac{u}{U} \right) \frac{u^3}{\ell} & -\overline{u_r u_\theta} \frac{\partial \overline{U_\theta}}{\partial r} : \left(\frac{u L}{U \ell} \right) \frac{u^3}{\ell} \\
 -\overline{u_x u_r} \frac{\partial \overline{U_r}}{\partial x} : \left(\frac{u \ell}{U L} \right) \frac{u^3}{\ell} & \overline{u_r u_\theta} \frac{\partial \overline{U_\theta}}{\partial r} : \left(\frac{u L}{U \ell} \right) \frac{u^3}{\ell} \\
 -\overline{u_x u_\theta} \frac{\partial \overline{U_\theta}}{\partial x} : \left(\frac{u}{U} \right) \frac{u^3}{\ell} & -\frac{\partial \overline{q^2 u_x}}{\partial x} : \frac{\ell u^3}{L \ell} \\
 -\overline{u_x u_r} \frac{\partial \overline{U_x}}{\partial r} : \left(\frac{u L}{U \ell} \right) \frac{u^3}{\ell} & -\frac{\partial \overline{q^2 u_r}}{\partial r} : \frac{u^3}{\ell}
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
-\frac{\overline{q^2 u_r}}{r} : \frac{u^3}{\ell} \\
-\frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{p u_x}}{\partial x} : \frac{\ell u^3}{L} \\
-\frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{p u_r}}{\partial r} : \frac{u^3}{\ell} \\
-\frac{\overline{p u_r}}{\rho r} : \frac{u^3}{\ell}
\end{array}
\qquad
\begin{array}{l}
v \frac{\partial^2 \overline{q^2}}{\partial x^2} : \left(\frac{1}{\text{Re}_\ell} \frac{\ell^2}{L^2} \right) \frac{u^3}{\ell} \\
v \frac{\partial^2 \overline{q^2}}{\partial r^2} : \frac{1}{\text{Re}_\ell} \frac{u^3}{\ell} \\
v \frac{1}{r} \frac{\partial \overline{q^2}}{\partial r} : \frac{1}{\text{Re}_\ell} \frac{u^3}{\ell} \\
-\overline{\varepsilon} : \frac{u^3}{\ell}
\end{array}$$

D'après les relations VI-2 et VI-3, on en déduit les ordres de grandeur suivants, en supposant a priori $\frac{U \ell}{u L} \sim 1$ et $\frac{u L}{U \ell} \sim 1$:

$$\begin{array}{l}
\overline{U_x} \frac{\partial \overline{q^2}}{\partial x} : \text{ordre 1} \\
\overline{U_r} \frac{\partial \overline{q^2}}{\partial r} : \text{ordre 2} \\
-\overline{u_x^2} \frac{\partial \overline{U_x}}{\partial x} : \text{ordre 2} \\
-\overline{u_x u_r} \frac{\partial \overline{U_r}}{\partial x} : \text{ordre 3} \\
-\overline{u_x u_r} \frac{\partial \overline{U_x}}{\partial r} : \text{ordre 1} \\
-\overline{u_r^2} \frac{\partial \overline{U_r}}{\partial r} : \text{ordre 2} \\
-\overline{u_\theta^2} \frac{\overline{U_r}}{r} : \text{ordre 2} \\
-\overline{u_r u_\theta} \frac{\partial \overline{U_\theta}}{\partial r} : \text{ordre 1} \\
\overline{u_r u_\theta} \frac{\overline{U_\theta}}{r} : \text{ordre 1} \\
-\overline{u_x u_\theta} \frac{\partial \overline{U_\theta}}{\partial x} : \text{ordre 2}
\end{array}
\qquad
\begin{array}{l}
-\frac{\partial \overline{q^2 u_x}}{\partial x} : \text{ordre 2} \\
-\frac{\partial \overline{q^2 u_r}}{\partial r} : \text{ordre 1} \\
-\frac{\overline{q^2 u_r}}{r} : \text{ordre 1} \\
-\frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{p u_x}}{\partial x} : \text{ordre 2} \\
-\frac{1}{\rho} \frac{\partial \overline{p u_r}}{\partial r} : \text{ordre 1} \\
-\frac{\overline{p u_r}}{\rho r} : \text{ordre 1} \\
v \frac{\partial^2 \overline{q^2}}{\partial x^2} : \text{ordre 4} \\
v \frac{\partial^2 \overline{q^2}}{\partial r^2} : \text{ordre 3} \\
v \frac{1}{r} \frac{\partial \overline{q^2}}{\partial r} : \text{ordre 3} \\
-\overline{\varepsilon} : \text{ordre 1}
\end{array}$$

L'élimination des termes d'ordre supérieur ou égal à 2 conduit à l'équation d'énergie du mouvement turbulent simplifiée :

$$\underbrace{\overline{U_x} \frac{\partial \overline{q^2}}{\partial x}}_C = \underbrace{-\overline{u_x u_r} \frac{\partial \overline{U_x}}{\partial r} - \overline{u_r u_\theta} \left(\frac{\partial \overline{U_\theta}}{\partial r} - \frac{\overline{U_\theta}}{r} \right)}_P - \underbrace{\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \overline{q^2 u_r} \right)}_{T_1} - \underbrace{\frac{1}{\rho r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \overline{p u_r} \right)}_{T_2} - \underbrace{\overline{\varepsilon}}_{DI} \quad (\text{VI-4})$$

On rappelle que l'hypothèse admise pour obtenir cette expression est l'étude d'un sillage axisymétrique lointain, c'est à dire tel que la vitesse caractéristique axiale est petite par rapport à la vitesse de l'écoulement extérieur. Si l'on se donne comme critère arbitraire $\hat{U}/U_e < 10\%$ on doit pouvoir, d'après nos mesures (cf. fig. IV-15 et IV-16), appliquer

l'équation VI-4 pour $x/D > 5$, et cela aussi bien pour le sillage pur que pour le sillage autopropulsé.

VI-1-3 Détermination de chacun des termes

On utilise une méthode inspirée de celle exposée par Browne et al. (1987) pour la détermination de chaque terme.

Toute caractéristique du champ de vitesse est fonction de la position du point considéré. Compte tenu de la symétrie de révolution axiale du sillage cette dépendance se réduit aux coordonnées axiale et radiale du point :

$$F = F(x, r)$$

On peut écrire cette grandeur pour une distance axiale donnée sous la forme d'un produit :

- d'une fonction d'amplitude qui est la valeur maximum de la quantité considérée $F_m(x/D)$
- et d'une fonction de forme G en introduisant un facteur de dilatation radiale $\ell_t(x/D)$ intervenant dans la variable réduite $\eta = r / \ell_t$

$$F = F_m\left(\frac{x}{D}\right)G\left(\frac{x}{D}, \eta\right)$$

Cette formule ne présente aucune approximation, l'évolution de la quantité F est simplement vue à travers une fonction de forme G qui se dilate radialement par l'intermédiaire de $\ell_t(x/D)$ qui est amplifiée par la fonction d'amplitude $F_m(x/D)$. Par suite la variation axiale de F se décompose de la façon suivante :

$$\frac{\partial F}{\partial x} = F'_m G + F_m \frac{\partial G}{\partial x} - F_m \eta \frac{\ell'_t}{\ell_t} \frac{\partial G}{\partial \eta}$$

L'hypothèse de séparation locale des variables revient à négliger localement l'évolution axiale de la forme G, ce qui implique :

$$F = F_m\left(\frac{x}{D}\right)G(\eta)$$

Les différents termes du bilan sont accessibles à la mesure de façon plus ou moins simple :

- CONVECTION : si l'on procède à la séparation des variables :

$$\overline{q^2}(x/D, \eta) = \overline{q_m^2}(x/D) h(\eta)$$

le gradient d'énergie cinétique s'explique :

$$\frac{\partial \overline{q^2}}{\partial x} = \frac{1}{D} \left[\overline{q_m^2}'\left(\frac{x}{D}\right) h(\eta) - \overline{q_m^2}\left(\frac{x}{D}\right) \eta \frac{\ell'_t\left(\frac{x}{D}\right)}{\ell_t\left(\frac{x}{D}\right)} h'(\eta) \right]$$

d'où l'on peut déduire le terme :

$$C = \overline{U}_x \frac{\partial \overline{q^2}}{\partial x}$$

- PRODUCTION : Ce terme se décompose de la façon suivante :

$$- P_1 = -\overline{u_x u_r} \frac{\partial \overline{U}_x}{\partial r} \quad \text{terme axial}$$

$$- P_2 = -\overline{u_r u_\theta} \left(\frac{\partial \overline{U}_\theta}{\partial r} - \frac{\overline{U}_\theta}{r} \right) \quad \text{terme tangentiel, n'intervenant que dans le cas de la propulsion par hélice.}$$

On obtient directement ces quantités en effectuant le produit entre les tensions de cisaillement et les dérivées radiales des vitesses moyennes.

- TRANSFERT CINETIQUE : L'évaluation de ce terme nécessite :

- d'une part la mesure des moments d'ordre 3 qui apparaissent dans l'expression de :

$$\overline{q^2 u_r} = \frac{1}{2} \left(\overline{u_x^2 u_r} + \overline{u_r^3} + \overline{u_r u_\theta^2} \right)$$

Pour estimer correctement ces corrélations triples, on utilise les acquisitions « longues » (20 s à 7,5 kHz) afin d'obtenir la convergence des moments d'ordre 3 (cf. § II-3-3).

- d'autre part la dérivation radiale de cette quantité qui est obtenue après un lissage de $\overline{q^2 u_r}$ par une fonction line.

- TRANSFERT DE PRESSION-VITESSE : Ce terme n'est pas mesurable directement et sera déduit du bilan par différence des autres termes.

- DISSIPATION : Son expression complète nécessite la mesure des 12 moments d'ordre 2 des dérivées selon les trois directions de l'espace :

$$\overline{\varepsilon} = \nu \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} \right) \left(\frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$$

Cependant, sous l'hypothèse de turbulence isotrope, la dissipation se réduit à :

$$\overline{\varepsilon}_{\text{iso}} = 15\nu \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} \right)^2$$

Browne et al. ont mesuré les 12 termes précédents de la dissipation dans le sillage d'un barreau cylindrique grâce à un système double de fils chauds croisés miniatures. Ces mesures ont montré que l'expression isotrope sous-estime la valeur réelle de la dissipation d'environ 30 %. Compte tenu du système expérimental utilisé ici, il n'est pas possible de faire une mesure complète et on se contentera de cette approximation.

Dans le cadre de cette étude la dissipation isotrope est déterminée par la formulation d'une hypothèse de Taylor, ce qui revient à négliger le temps de passage de la turbulence sur la sonde de mesure par rapport à son temps d'évolution (turbulence « gelée ») :

$$\bar{\varepsilon}_{\text{iso}} = \frac{15}{\bar{U}_x^2} \overline{\left(\frac{\partial u_x}{\partial t} \right)^2}$$

La dérivée temporelle quadratique moyenne est obtenue par intégration du spectre de vitesse dérivé (cf. chap. V) :

$$\overline{\left(\frac{\partial u_x}{\partial t} \right)^2} = \int_0^{+\infty} 4\pi^2 f^2 G_{xx}(f) df$$

Browne et al. ont utilisé comme grandeurs caractéristiques la largeur moyenne du sillage et la vitesse déficitaire axiale pour l'étude d'un sillage pur. Dans le cas présent, comme l'on s'intéresse à l'évolution de \bar{q}^2 il semble plus logique de prendre comme échelles la largeur turbulente du sillage et le maximum d'énergie cinétique turbulente pour une distance longitudinale donnée. D'autre part, l'affinité des profils d'énergie cinétique turbulente est clairement établie pour les deux configurations de sillage étudiées, mais n'est pas mise en évidence de façon satisfaisante pour la vitesse moyenne axiale à cause du faible rapport signal / bruit (cf. § IV-3). Ce choix est également justifié par le fait que la vitesse caractéristique axiale n'est pas définie de la même manière pour le sillage pur (vitesse déficitaire par rapport à l'écoulement amont) et pour le sillage autopropulsé (vitesse excédentaire par rapport à l'écoulement amont). Le choix de l'énergie cinétique turbulente comme échelle caractéristique permet donc une comparaison entre ces deux configurations.

Afin d'exprimer les différents termes sous forme non dimensionnelle tous les termes du bilan sont divisés par une quantité homogène à une variation temporelle d'énergie cinétique turbulente :

$$\frac{\left(\bar{q}_m^2 \right)^{\frac{3}{2}}}{\ell_t}$$

VI-2 VALIDITÉ DE L'APPROXIMATION DE LA « COUCHE LIMITE »

VI-2-1 Mesure des termes d'ordre 1 et 2

On se propose dans ce paragraphe de déterminer à l'aide de nos mesures la zone de validité de l'équation VI-4. Pour cela on détermine les termes de convection et de production d'ordre 1 et 2 pour toutes les distances axiales d'exploration.

Le terme de convection s'explique :

$$C = \bar{U}_x \frac{\partial \bar{q}^2}{\partial x} + \bar{U}_r \frac{\partial \bar{q}^2}{\partial r} = C_1 + C_2$$

avec C_1 d'ordre 1 et C_2 d'ordre 2.

Pour le terme de production, il reste :

$$\begin{aligned}
 P &= -\overline{u_x u_r} \frac{\partial \overline{U}_x}{\partial r} - \overline{u_r u_\theta} \left(\frac{\partial \overline{U}_\theta}{\partial r} - \frac{\overline{U}_\theta}{r} \right) - \overline{u_x^2} \frac{\partial \overline{U}_x}{\partial x} - \overline{u_r^2} \frac{\partial \overline{U}_r}{\partial r} - \overline{u_\theta^2} \frac{\overline{U}_r}{r} \\
 &= P_1 + P_2 + P_3 + P_4 + P_5
 \end{aligned}$$

avec P_1 et P_2 d'ordre 1 et P_3 , P_4 et P_5 d'ordre 2.

Les dérivées radiales des quantités mesurées sont obtenues par différentiation des profils selon r . Les termes faisant intervenir des dérivées axiales sont obtenus de façon similaire au calcul de C_1 en modélisant l'évolution longitudinale de la quantité mesurée et en procédant à une séparation des variables (cf. VI-1-3).

VI-2-2 Sillage pur

Les termes de convection et de production d'ordre 1 et 2 sont représentés sous la forme non dimensionnelle retenue pour les distances axiales d'exploration $x/D = 0,19$ et $x/D = 2$ (fig. VI-1 et VI-2). Il faut remarquer que le terme P_2 est nul pour cette configuration car il n'y a pas de composante de vitesse tangentielle.

On observe très nettement que les termes d'ordre 2 sont plus faibles que les termes d'ordre 1 (C_1 et P_1) mais ne sont cependant pas négligeables (fig. VI-1).

Pour $x/D \geq 2$ on observe que la contribution de ces termes devient négligeable devant ceux d'ordre 1 (fig. VI-2). Cette tendance s'amplifie encore davantage plus loin en aval de la maquette. On peut conclure que l'approximation dite de la « couche limite » reste applicable si $x/D \geq 2$.

VI-2-3 Sillage autopulsé

De même, on s'intéresse à l'évolution radiale des termes d'ordre 1 et 2. Cette fois, il faut prendre en compte dans le terme de production d'énergie turbulente complet la somme $P_1 + P_2$ car l'écoulement étudié est giratoire.

On observe que non seulement les termes d'ordre 2 ne sont pas du tout négligeables devant les termes d'ordre 1 mais qu'ils sont parfois plus importants que ces derniers, et cela à une distance axiale où l'approximation au 1^e ordre est valable dans la configuration précédente (fig. VI-3).

Ce n'est que bien plus en aval, au début de la zone d'affinité des profils de vitesse que l'on peut négliger les termes d'ordre 2 (fig. VI-4). Ainsi, l'approximation dite de la « couche limite » est valide dans cette configuration pour $x/D \geq 17,5$.

En conclusion, force est de constater que le simple critère de sillage lointain ($\hat{U}/U_e < 10\%$) comme justificatif d'application de l'approximation de la « couche limite » est trop restrictif dans le cas du sillage pur est trop peu dans le cas autopulsé.

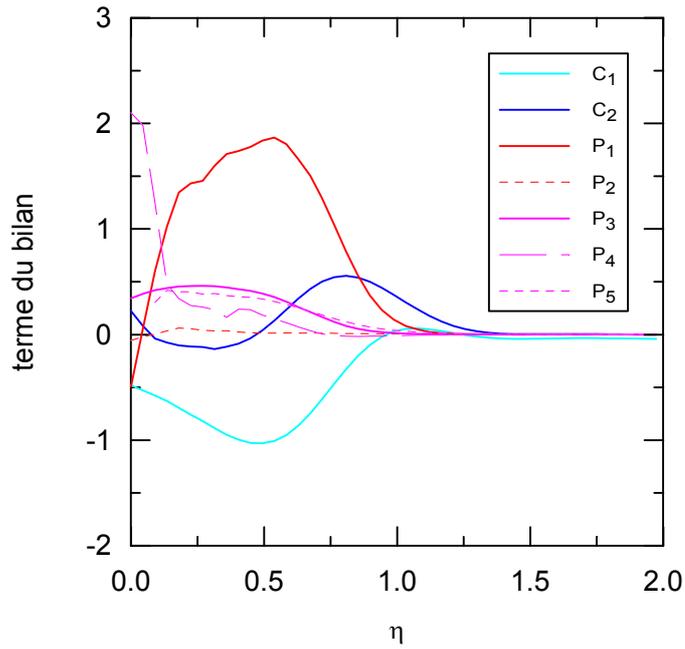


Fig. VI-1 : Évolution radiale des termes de convection et de production d'ordre 1 et 2 pour la configuration sillage pur et $x / D = 0,19$

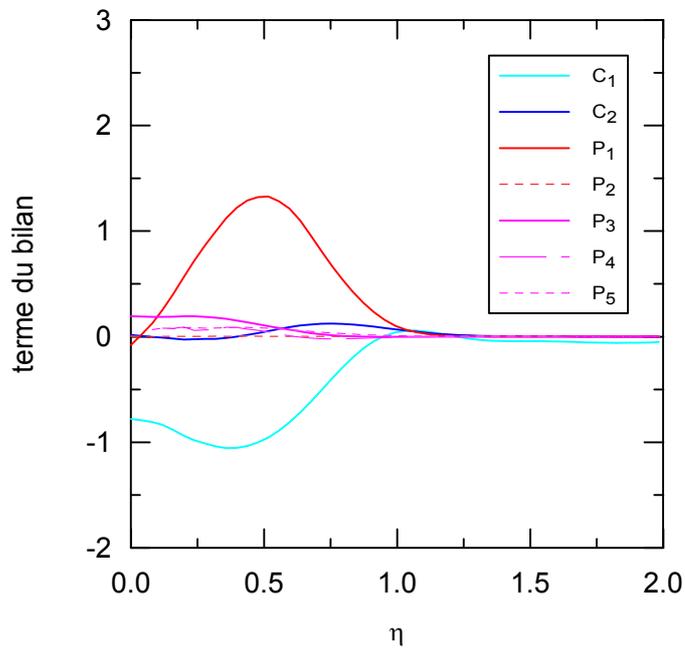


Fig. VI-2 : Évolution radiale des termes de convection et de production d'ordre 1 et 2 pour la configuration sillage pur et $x / D = 2$

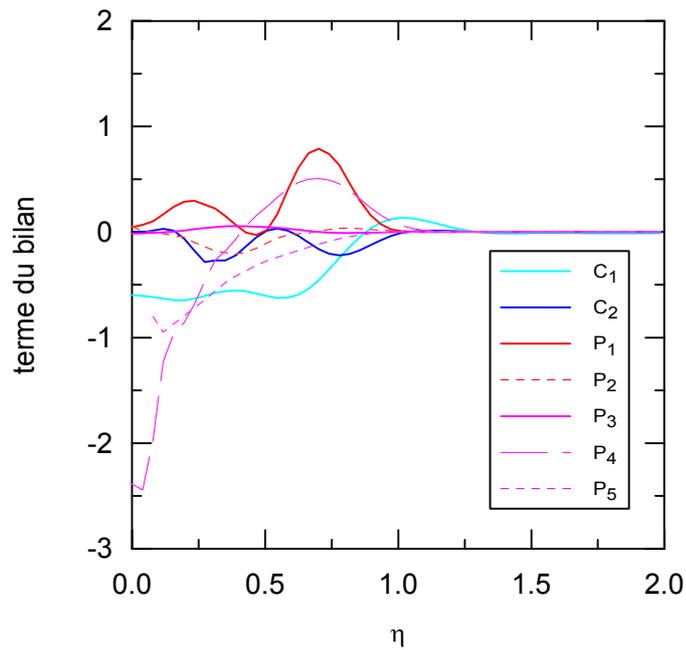


Fig. VI-3 : Évolution radiale des termes de convection et de production d'ordre 1 et 2 pour la configuration sillage autopulsé et $x / D = 2$

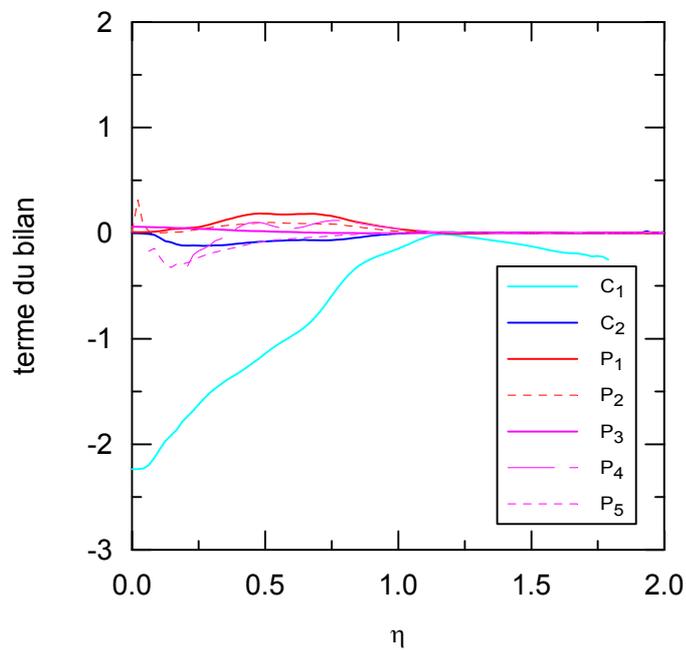


Fig. VI-4 : Évolution radiale des termes de convection et de production d'ordre 1 et 2 pour la configuration sillage autopulsé et $x / D = 17,5$

VI-3 ÉVOLUTION RADIALE DU BILAN

L'évolution radiale de chacun des termes de l'équation d'énergie cinétique turbulente simplifiée est représentée pour les deux configurations d'étude dans la zone axiale de validité de l'approximation de la « couche limite », c'est à dire la zone d'affinité des profils de vitesse moyenne et des moments d'ordre 2.

VI-3-1 Sillage pur

On met en évidence l'affinité de chacun des termes du bilan pour $x/D \geq 17,5$ (fig. VI-5). La forme affine de chaque terme est représentée sur la figure VI-6. L'erreur d'estimation de la dissipation par l'hypothèse isotrope entraîne une forte indétermination sur le terme de transfert par pression déduit des autres termes du bilan, qui n'est présenté qu'à titre indicatif. Au centre du sillage, l'apport d'énergie turbulente se fait essentiellement par convection de l'écoulement moyen. La turbulence est dissipée en chaleur et diffusée radialement par transfert cinétique. La production est pratiquement nulle. Pour $\eta \sim 0,5$ les apports énergétiques s'équilibrent entre convection et production, ce dernier mode de transfert devenant un processus important compte tenu du fort gradient de vitesse axiale. Les pertes sont dues au transfert cinétique, qui permet le transfert de la turbulence vers la frontière du sillage, et à la dissipation en chaleur. À la limite du sillage, le niveau des échanges est beaucoup moins intense, l'apport d'énergie s'effectuant essentiellement par transfert depuis les zones internes. Ces résultats sont cohérents avec les bilans publiés par Townsend (1956) et Browne et al. (1987) dans le cas du sillage bidimensionnel d'un cylindre circulaire. La figure VI-7 représente schématiquement les transferts d'énergie turbulente que subit une particule fluide.

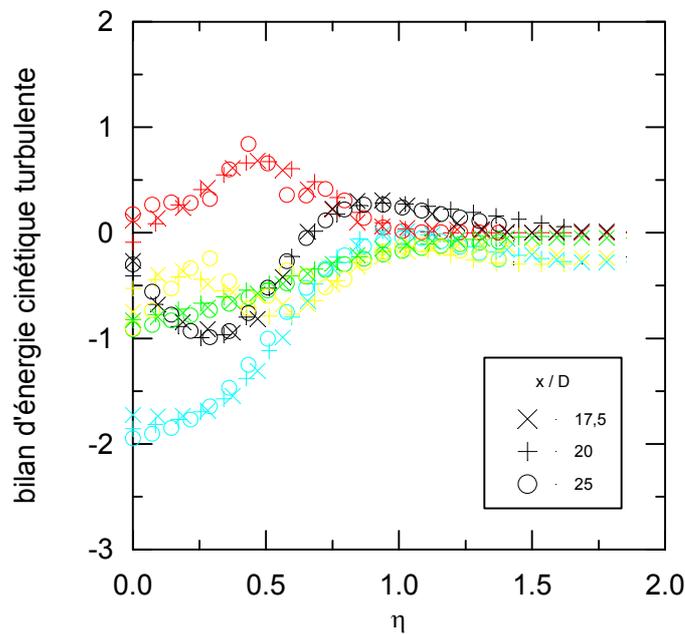


Fig. VI-5 : Évolution affine de chacun des termes du bilan d'énergie cinétique turbulente en sillage pur pour $x/D = 17,5$ 20 et 25 (bleu : convection, rouge : production, noir : transfert cinétique, jaune : transfert pression, vert : dissipation isotrope)

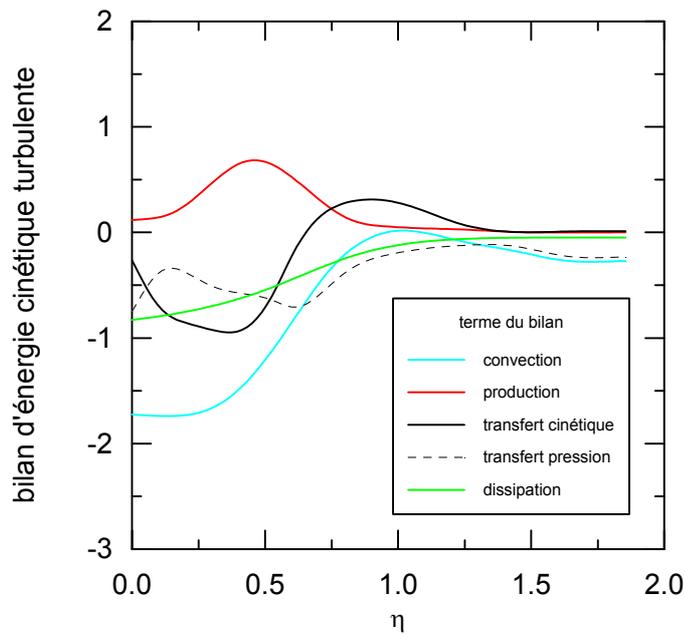


Fig. VI-6 : Évolution radiale du bilan d'énergie cinétique turbulente dans la zone d'affinité en sillage pur

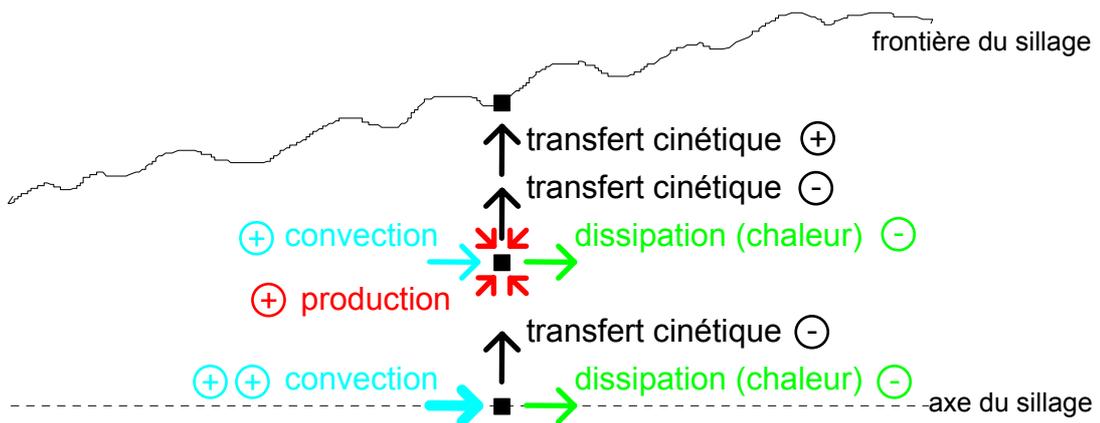


Fig. VI-7 : Évolution radiale des échanges énergétiques en sillage pur

VI-3-2 Sillage autopropulsé

L'affinité de chacun des termes est mise en évidence pour cette configuration (fig. VI-8). On constate dans ce cas (fig. VI-9) que les échanges sont dominés par la convection de l'écoulement. La zone centrale est fortement marquée par un apport d'énergie cinétique turbulente par convection, les pertes étant dues à la dissipation et au transfert tant cinétique qu'induite par les fluctuations de pression. Cette évolution se poursuit radialement, les échanges diminuant en intensité mais conservant leur même nature. Vers la frontière cependant, l'énergie turbulente est apportée par transfert cinétique et diffusée par effet de l'interaction entre les fluctuations de pression et de vitesse. Il faut remarquer que la production d'énergie cinétique turbulente est pratiquement inexistante, toute l'agitation de l'écoulement est donc produite en amont et ne fait que se propager dans la zone d'affinité. On peut penser que cette turbulence est créée par le propulseur et que le développement affine du sillage ne consiste qu'à équilibrer les échanges entre les différentes zones radiales.

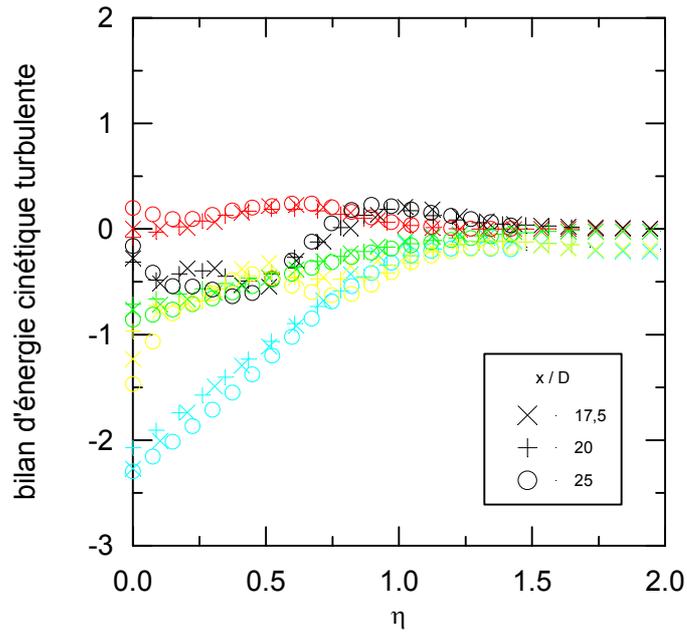


Fig. VI-8 : Évolution affine de chacun des termes du bilan d'énergie cinétique turbulente en sillage autopropulsé pour $x/D = 17,5$ 20 et 25 (bleu : convection, rouge : production, noir : transfert cinétique, jaune : transfert pression, vert : dissipation isotrope)

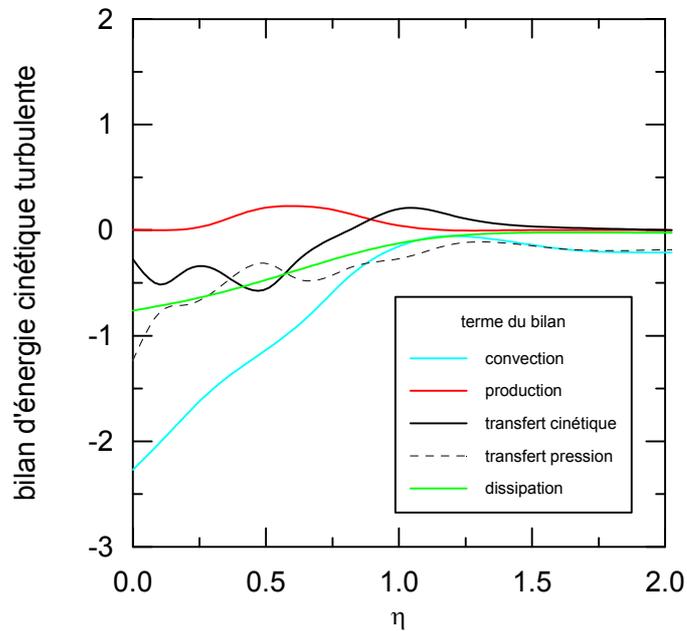


Fig. VI-9 : Évolution radiale du bilan d'énergie cinétique turbulente dans la zone d'affinité en sillage autopropulsé

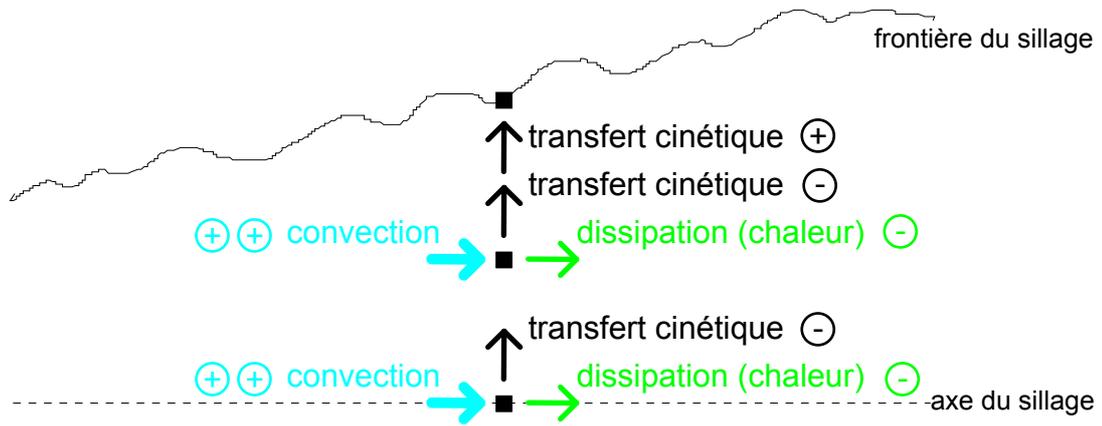


Fig. VI-10 : Évolution radiale des échanges énergétiques en sillage autopropulsé

La production d'énergie cinétique turbulente est négligeable en sillage lointain autopropulsé par hélice. Cette constatation expérimentale met en défaut l'analyse dimensionnelle effectuée précédemment (cf. § VI-1-2).

VI-4 JUSTIFICATION ANALYTIQUE

À la lumière des résultats expérimentaux, on reprend l'analyse des ordres de grandeur obtenus pour chaque terme de l'équation d'énergie cinétique turbulente.

L'analyse dimensionnelle de l'équation de l'énergie cinétique turbulente donne pour les termes de production le même ordre de grandeur que pour les autres termes conservés. Or, l'expérience montre que ces termes sont négligeables devant les autres, et cela n'est pas une compensation des deux termes de la somme $P_1 + P_2$. En fait chacun de ces deux termes est négligeable. Ce résultat vient confirmer celui de Naudascher (1965) où seul le terme axial P_1 existait.

Au niveau de l'analyse dimensionnelle effectuée au chapitre I, la seule relation qui n'a pas été prise en compte est la condition d'autopropulsion, c'est à dire l'équation intégrale qui apparaît par la recherche des moments successifs à partir de l'équation de quantité de mouvement :

$$\int_0^{\infty} r^3 U_e (U_e - \bar{U}_x) dr = K U_e^2 \ell_0^4$$

où K est une constante non dimensionnelle, et ℓ_0 le rayon initial du sillage. L'analyse en ordre de grandeur de cette expression donne :

$$\ell^4 U \hat{U} = K U_e^2 \ell_0^4$$

Si l'on réécrit cette relation en remplaçant \hat{U} par son expression :

$$\ell^3 u^2 L = K U_e^2 \ell_0^4$$

Or, l'ordre de grandeur du terme de production est :

$$\left(\frac{u}{U} \frac{L}{\ell}\right) \frac{u^3}{\ell}$$

En introduisant la relation d'autopropulsion, on trouve comme ordre de grandeur du terme de production :

$$\left(\frac{u}{U} \frac{L}{\ell}\right) \frac{u^3}{\ell} = \frac{K^2 U_e^3 \ell_0^8}{L \ell^8}$$

Pour que ce terme soit négligeable, il faut que $L \ell^8 \rightarrow \infty$ quand $x \rightarrow \infty$. Si on admet que $L \sim x$ et $\ell \sim x^n$ la condition pour négliger ce terme est que $n > 0$, ce qui est le cas étant donné l'expansion du sillage. On trouve donc que les termes où apparaît l'ordre $\frac{u}{U} \frac{L}{\ell}$ sont négligeables, et par conséquent les termes en $\frac{U}{u} \frac{\ell}{L}$ sont très grands, ce qui est le cas du terme de convection d'ordre :

$$\left(\frac{U}{u} \frac{\ell}{L}\right) \frac{u^3}{\ell}$$

Ce terme est donc bien supérieur et ne doit pas être négligé.

VI-5 CONCLUSION

Après avoir établi expérimentalement le domaine de validité de l'approximation dite de la « couche limite » par la mesure des termes de convection et de production d'ordre 1 et 2 qui s'étend au-delà de $x/D \geq 2$ dans la configuration sillage pur et au-delà de $x/D \geq 17,5$ dans la configuration sillage autopropulsé, on a mis en évidence l'existence d'une zone d'affinité des profils des échanges turbulents ($x/D \geq 17,5$). L'évolution radiale de ces transferts d'énergie conforte les résultats obtenus dans le sillage lointain bidimensionnel d'un barreau pour l'étude du sillage pur. Pour la configuration autopropulsée, on met en évidence l'absence de production énergétique dans la zone établie ainsi que la prédominance du terme convectif sur les autres termes. On peut justifier le fait que le terme de production soit négligeable avec une analyse dimensionnelle qui prend en compte la condition d'autopropulsion.

CHAPITRE VII

ANALYSE DES STRUCTURES PÉRIODIQUES DE L'ÉCOULEMENT INDUITES PAR L'HÉLICE

L'étude menée jusqu'à présent ne considère que l'aspect statistique global du champ de vitesse à travers des moyennes temporelles. Or l'hélice génère des structures organisées à une fréquence imposée par sa rotation qui correspondent au passage de chaque pale. Ces inhomogénéités locales sont complètement effacées par cette analyse temporelle classique. Pour essayer de les visualiser on propose d'effectuer un traitement statistique du signal attaché à la périodicité du mouvement de l'hélice. Les travaux de Hyun et Patel (1991) réalisés dans un écoulement autour d'un corps axisymétrique muni d'une hélice marine, fournissent une comparaison avec notre cas expérimental.

VII-1 RÉALISATION D'UN TRAITEMENT PAR MOYENNE DE PHASE

VII-1-1 Dispositif expérimental et procédure d'acquisition

Dans ce traitement il est nécessaire de connaître précisément la période de révolution de l'hélice. Ainsi nous avons procédé à l'acquisition des 3 voies de la chaîne anémométrique et d'une voie supplémentaire concernant la rotation du moteur. Pour cela, un capteur à effet Hall intégré au moteur délivre par l'intermédiaire d'une carte de commande (Minimotor SA type BLD 568) un signal carré de 5 V de tension de sortie. L'acquisition simultanée de ces 4 voies permet ainsi d'obtenir après dépouillement les trois composantes instantanées de la vitesse ainsi qu'une référence de synchronisation sur la position angulaire de l'hélice. La variation de la vitesse de rotation de l'hélice au cours de l'acquisition d'un point est estimée à moins de 0,5 %.

Les paramètres d'acquisitions retenus sont, pour une fréquence de rotation de 250 tr/s, une fréquence d'échantillonnage de 50 kHz sur une durée de 3 s. Ceci correspond à 200 points de mesure par rotation du propulseur, soit une résolution entre deux points d'échantillonnage $\Delta\phi = 1,8^\circ$ dans la direction tangentielle. Etant donné le traitement effectué, le nombre de points nécessaires à l'obtention de la convergence des grandeurs statistiques est nettement réduit par rapport à l'analyse classique (750 moyennes par point). Il faut remarquer, pour des conditions expérimentales semblables aux nôtres, c'est à dire une vitesse d'écoulement amont de 16,5 m/s et une vitesse de rotation de l'hélice de 12 000 tr/min, que les paramètres retenus par Hyun et Patel (1991) sont une fréquence d'échantillonnage des signaux de 18 kHz pendant 1,75 s ce qui correspond à 350 moyennes par point. Les mesures sont effectuées selon une direction transversale au sillage pour les mêmes distances axiales que précédemment.

VII-1-2 Traitement statistique du signal

On rappelle que la décomposition de Reynolds utilisée jusqu'à présent est une troncature du champ de vitesse en une composante moyenne et une composante fluctuante :

$$U_i(\vec{x}, t) = \bar{U}_i(\vec{x}) + u_i(\vec{x}, t) \quad (\text{VII-1})$$

où $U_i(\vec{x}, t)$ est la composante de vitesse instantanée, $\bar{U}_i(\vec{x})$ la composante de vitesse moyenne temporelle et $u_i(\vec{x}, t)$ la fluctuation turbulente avec :

$$\bar{U}_i(\vec{x}) = \frac{1}{N_{\text{acq}}} \sum_{j=1}^{N_{\text{acq}}} U_i(\vec{x}, j\Delta t)$$

où $i = (x, r, \theta)$ et N_{acq} est le nombre de points échantillonnés en temps.

La décomposition de type « moyenne de phase » que l'on propose de réaliser maintenant considère pour le champ de vitesse une composante organisée périodique et une composante résiduelle turbulente :

$$\begin{aligned} U_i(\vec{x}, t) &= \bar{U}_i(\vec{x}) + U_i^\phi(\vec{x}, \phi) + u_i^\phi(\vec{x}, \phi, t) \\ &= \tilde{U}_i(\vec{x}, \phi) + u_i^\phi(\vec{x}, \phi, t) \end{aligned} \quad (\text{VII-2})$$

où $U_i(\vec{x}, t)$ est la composante de vitesse instantanée, $\bar{U}_i(\vec{x})$ la composante de vitesse moyenne temporelle, $U_i^\phi(\vec{x}, \phi)$ la composante de vitesse organisée par la périodicité imposée, $u_i^\phi(\vec{x}, \phi, t)$ la fluctuation turbulente correspondante au traitement en phase et $\tilde{U}_i(\vec{x}, \phi)$ la composante de vitesse moyenne en phase définie par :

$$\tilde{U}_i(\vec{x}, \phi) = \frac{1}{N_\phi} \sum_{j=1}^{N_\phi} U_i(\vec{x}, (jN_T + n_\phi)\Delta t)$$

où $i = (x, r, \theta)$, N_T est le nombre de points acquis par tour d'hélice, $N_\phi = N_{\text{acq}} / N_T$ le nombre de réalisations par angle de phase et $\phi = n_\phi \Delta\phi$ l'angle de phase. On attire l'attention sur le fait que la vitesse fluctuante $u_i^\phi(\vec{x}, \phi, t)$ dans le cas de la décomposition en phase n'est pas la même que la vitesse fluctuante $u_i(\vec{x}, t)$ au sens de la décomposition de Reynolds, cette dernière englobant à la fois les structures périodiques organisées et les structures purement turbulentes.

Il faut noter que l'angle de phase est dimensionnellement homogène à un temps qui est rendu périodique pour une révolution du propulseur. Ainsi toute grandeur est fonction de sa position (x, r, ϕ) mais la dépendance angulaire est liée à sa dépendance temporelle par une rotation de phase. La composante moyenne par traitement du champ de vitesse en phase avec la rotation de l'hélice représente le signal périodique cohérent contenu dans la vitesse. Un exemple typique de cette décomposition est représenté figure VII-1.

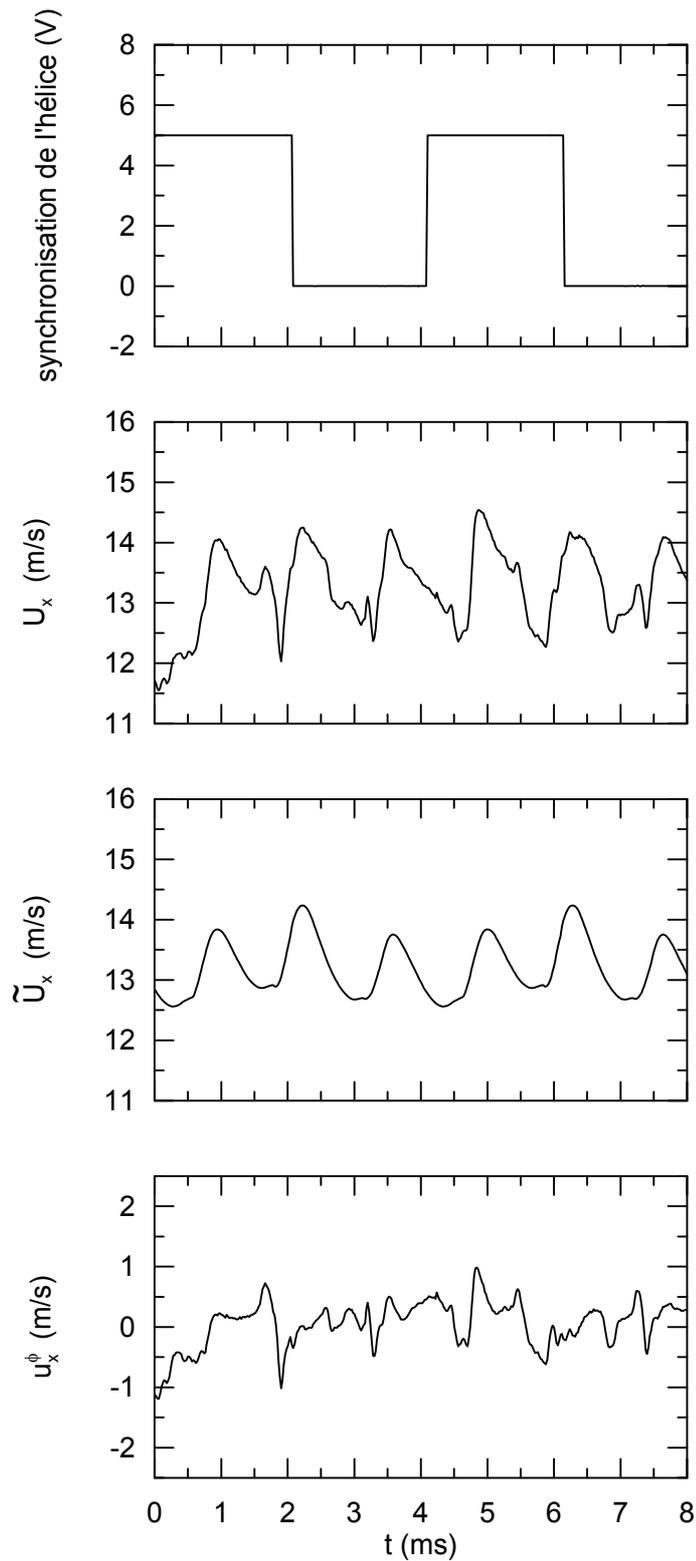


Fig. VII-1 : Comparaison entre le signal de synchronisation de la rotation de l'hélice, le signal temporel, le signal moyen en phase et le signal fluctuant résiduel de vitesse axiale pour $x / D = 0,44$ et $r / R = 0,375$

Étant donné l'acquisition des points de mesure suivant une direction transversale et le calcul de l'angle de phase sur la période de rotation, on peut reconstituer une image instantanée de l'écoulement tridimensionnel dans le domaine $(r \cos(\phi), r \sin(\phi))$. Ce type de représentation n'est cependant pas une visualisation du champ de vitesse dans une section (Y, Z) de la veine d'essais (fig. VII-2), mais une représentation des mesures effectuées dans une zone non perturbée, en l'occurrence suivant le rayon $Y = 0$. C'est pour cela que l'on ne reconnaît pas le sillage du support de sonde sur cette carte d'iso-vitesses (fig. VII-3).

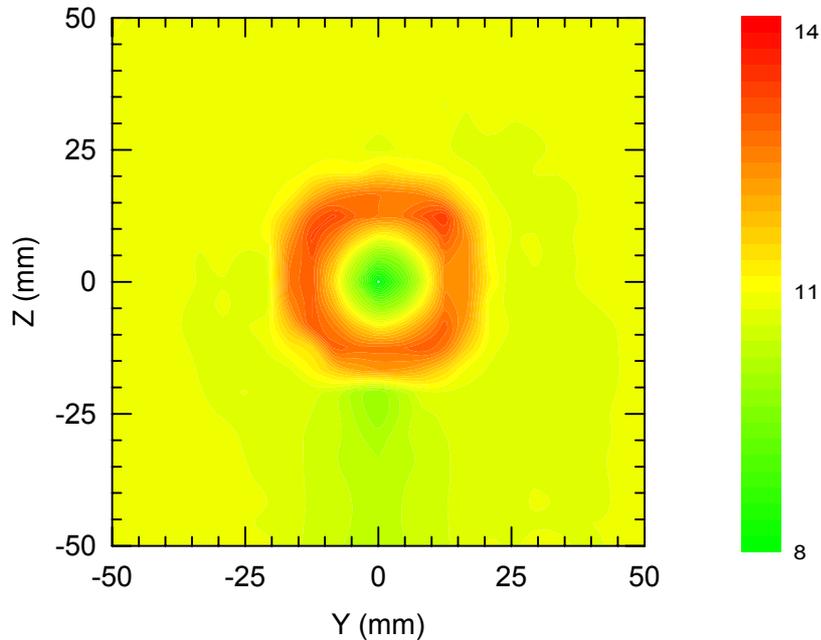


Fig. VII-2 : Champ de vitesse moyenne axiale (au sens de Reynolds) \bar{U}_x (m/s) dans la veine d'essais pour $x / D = 0,44$

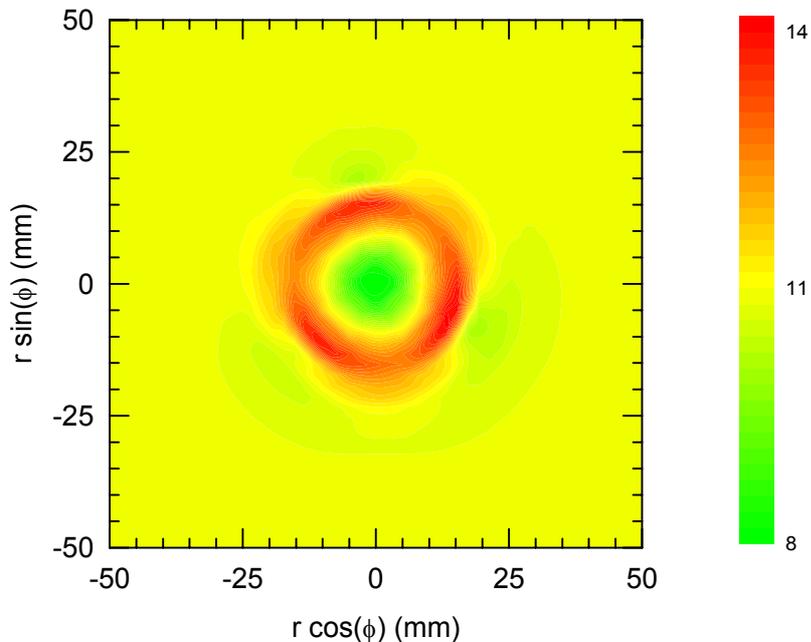


Fig. VII-3 : Champ de vitesse axiale \tilde{U}_x (m/s) obtenu par moyenne de phase pour $x / D = 0,44$

VII-2 ANALYSE DES STRUCTURES ORGANISÉES

Ce paragraphe va tout d'abord présenter l'étendue axiale de la zone où l'écoulement présente des structures cohérentes. Puis on discutera chaque composante de vitesse moyenne en phase avec la révolution de l'hélice pour une distance d'exploration longitudinale donnée $x / D = 0,44$.

VII-2-1 Étendue axiale de la zone d'écoulement organisé

Les structures organisées de l'écoulement sont particulièrement bien visibles sur la composante moyenne radiale \tilde{U}_r . Pour les distances axiales proches de la maquette, on identifie les sillages de chacune des trois pales (fig. VII-4). Ainsi on observe pour chacune des trois pales l'éjection du fluide vers l'extérieur du sillage (en rouge $\tilde{U}_r > 0$) et l'aspiration du fluide extérieur entre le passage des pales (en bleu sur la figure, correspondant à $\tilde{U}_r < 0$).

Plus en aval, la région d'aspiration de fluide entre les pales tend à s'atténuer, mais la cohérence des trois zones d'éjection du fluide au passage d'une pale est conservée et demeure jusqu'à $x / D = 2$ (fig. VII-5). Au delà on ne peut plus distinguer les structures attachées à chaque pale individuellement (fig. VII-6).

On constate donc que la zone de cohésion des structures périodiques générées par chacune des pales s'étend jusqu'à $x / D = 2$. Ce résultat recoupe celui obtenu par Hyun et Patel (1991) qui déterminent la limite cette zone autour de $x / D = 2$. Ceci doit également être rapproché avec l'extinction de la raie spectrale correspondant à la fréquence de passage des pales vers $x / D = 2$ (cf. chap. V). Plus en aval, les structures du sillage analysées en phase avec la rotation du propulseur présentent une symétrie de révolution axiale, il n'y a donc plus de phénomènes organisés par rapport à cette excitation imposée.

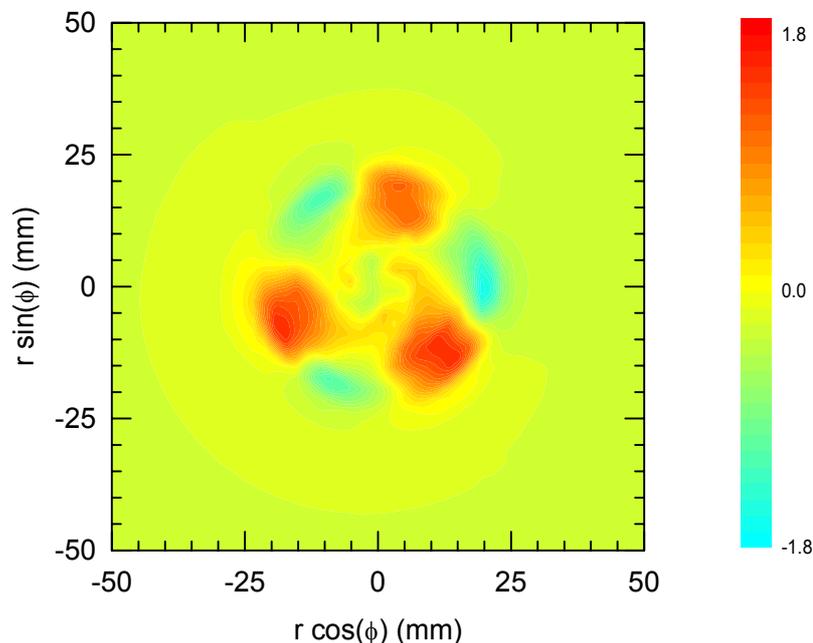


Fig. VII-4 : Champ de vitesse radiale \tilde{U}_r (m/s) obtenu par moyenne de phase pour $x / D = 0,44$

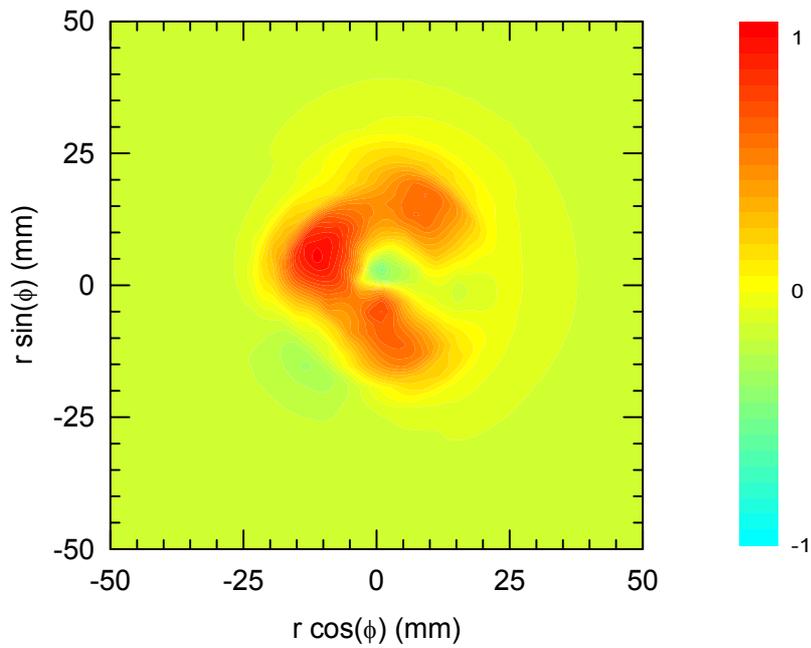


Fig. VII-5 : Champ de vitesse radiale \tilde{U}_r (m/s) obtenu par moyenne de phase pour $x / D = 2$

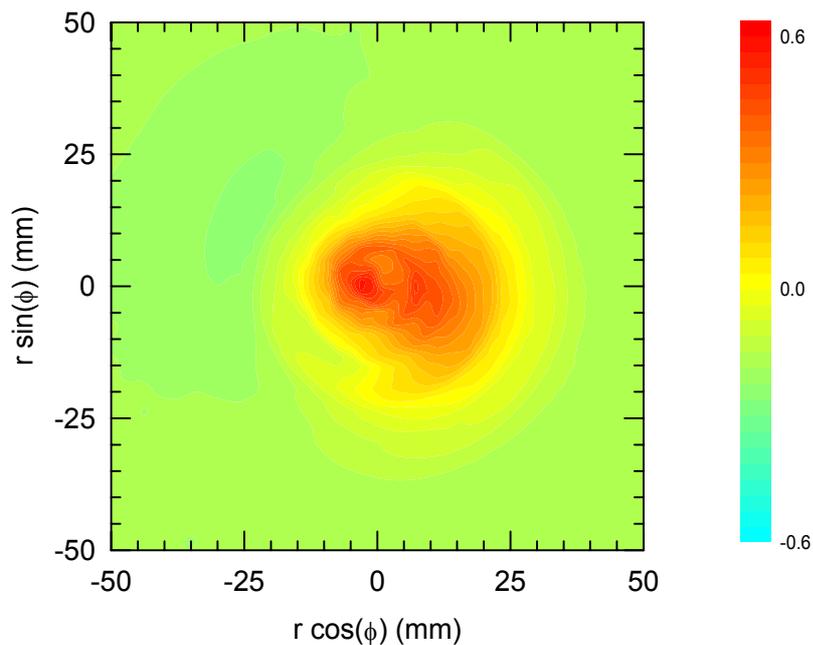


Fig. VII-6 : Champ de vitesse radiale \tilde{U}_r (m/s) obtenu par moyenne de phase pour $x / D = 5$

VII-2-2 Analyse du champ axial moyen

On observe sur la composante axiale de vitesse (fig. VII-7) la région d'accélération du fluide pour chacune des pales située vers $r / r_h = 0,7$ ainsi que le sillage du moyeu de l'hélice (région centrale $r / r_h < 0,4$). Il faut également noter les trois régions de déficit de vitesse au-dessus de la zone de survitesse vers $r / r_h = 1,1$ qui correspondent aux centres des trois tourbillons de bout de pale qui s'échappent des bords de fuite.

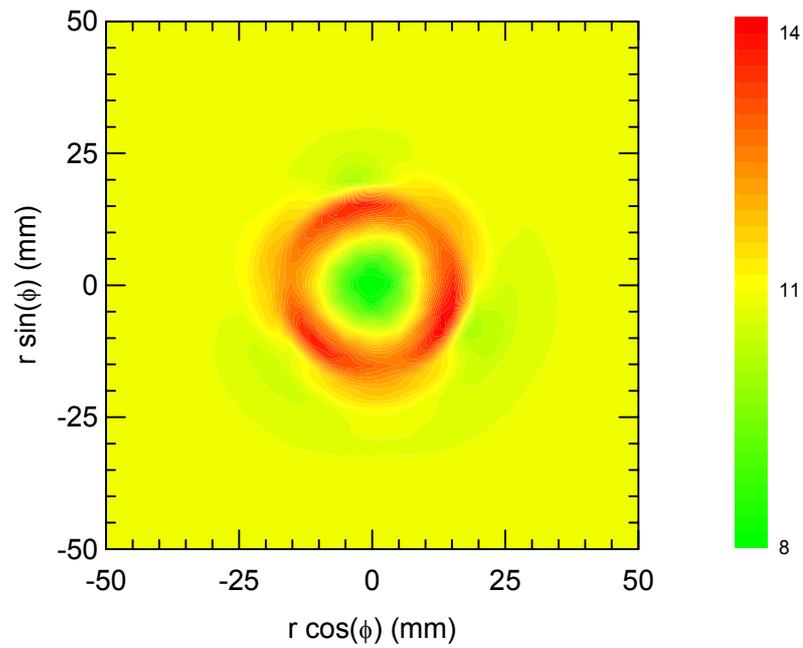


Fig. VII-7 : Champ de vitesse axiale \tilde{U}_x (m/s) obtenu par moyenne de phase pour $x / D = 0,44$

VII-2-3 Analyse du champ radial moyen

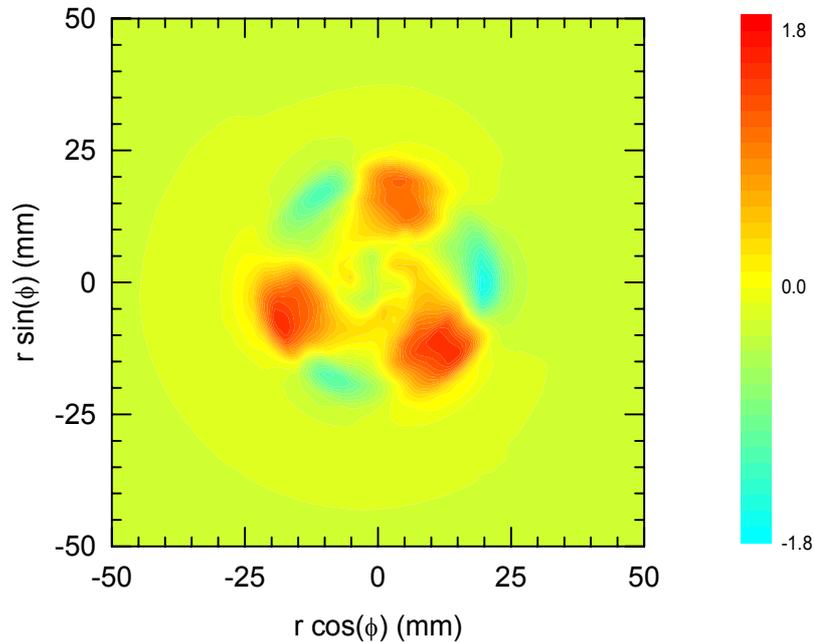


Fig. VII-8 : Champ de vitesse radiale \tilde{U}_r (m/s) obtenu par moyenne de phase pour $x / D = 0,44$

Cette composante présente deux zones bien distinctes et de signe opposés (fig. VII-8) :

- une zone correspondant à l'intrados de l'aubage de l'hélice caractéristique d'un mécanisme d'éjection du fluide au passage de l'aubage ($\tilde{U}_r > 0$ en rouge)
- une zone d'aspiration au niveau de l'extrados ($\tilde{U}_r < 0$ en bleu).

Les maxima pour ces deux zones se situent sur un cercle de rayon égal à la hauteur des pales ($r / r_h \approx 1$).

VII-2-4 Analyse du champ tangentiel moyen

Sur cette composante qui indique la rotation globale du sillage, on observe clairement la couronne de vitesse tangentielle négative beaucoup plus homogène que les autres composantes moyennes avec toutefois trois régions où le niveau est relevé (maximum à $r / r_h \approx 0,6$) qui correspondent à la réaccélération de l'écoulement par chacun des aubages (fig. VII-9). La zone centrale du sillage du moyeu ne présente pas de rotation ($r / r_h < 0,2$). On peut également remarquer 3 petites régions ($r / r_h \approx 1,1$) de niveau beaucoup plus faible et de vitesse tangentielle légèrement positive qui sont les lieux d'éjection des tourbillons de bout de pale.

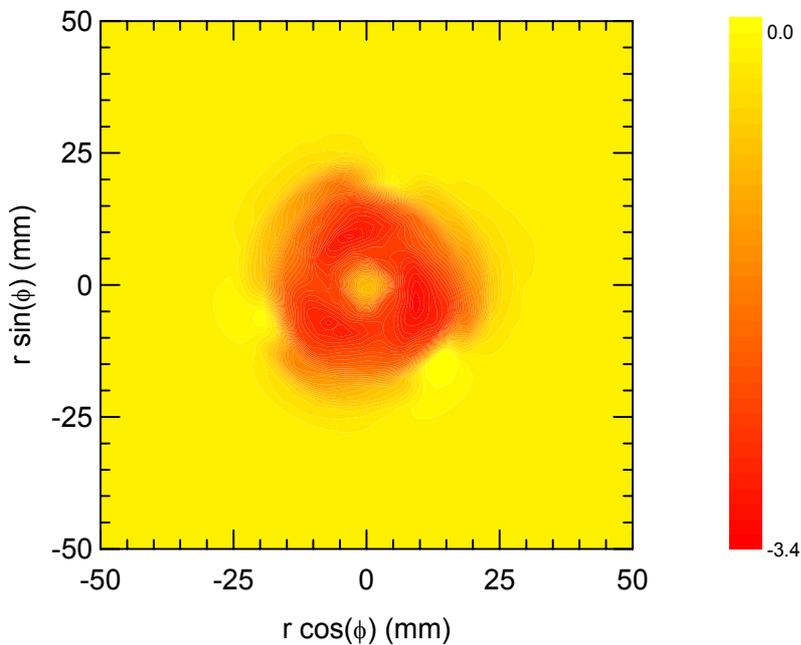


Fig. VII-9 : Champ de vitesse tangentielle \tilde{U}_θ (m/s) obtenu par moyenne de phase pour $x / D = 0,44$

VII-2-4 Analyse de la vorticité axiale moyenne

À partir de la répartition des vitesses moyennes radiale et tangentielle, il est possible de calculer la composante moyenne axiale du vecteur tourbillon $\tilde{\Omega}_x$ dans ce même plan (fig. VII-10). Cette grandeur est caractéristique de l'aspect rotatif local du fluide. On observe nettement la zone centrale de forte intensité négative qui correspond au tourbillon associé au sillage du moyeu ainsi que trois zones positives dont les centres sont situés à $r / r_h = 1$ représentatives des tourbillons de bout de pale qui équilibrent la création de vorticité par la rotation de l'hélice.

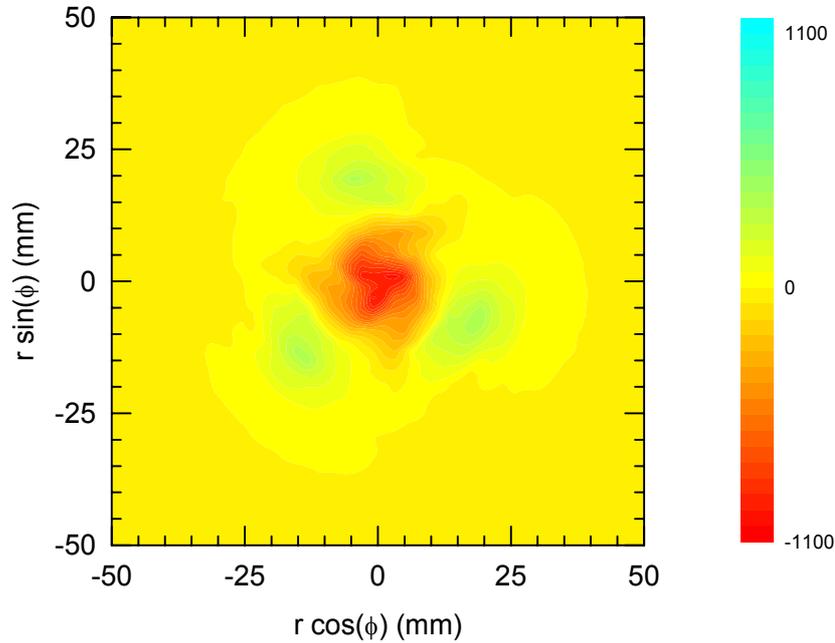


Fig. VII-10 : Composante axiale de la vorticité $\tilde{\Omega}_x$ (/s) obtenue par moyenne de phase pour $x / D = 0,44$

VII-3 ANALYSE DU CHAMP TURBULENT

Le champ turbulent de vitesse pris en réalisant des moyennes de phase peut être considéré physiquement comme l'activité turbulente issue d'une part des structures organisées périodiques de l'écoulement et d'autre part de la turbulence convectée et générée en amont (couche limite qui se développe sur la maquette, couche limite des aubages, ...). On se contentera dans ce paragraphe d'étudier l'intensité de turbulence $\tilde{q}^2(\bar{x}, \phi)$ et le cisaillement axial-radial $\tilde{u}_x^\phi u_r^\phi(\bar{x}, \phi)$ pour la distance longitudinale $x / D = 0,44$.

VII-3-1 énergie cinétique turbulente

On remarque la zone de maximum d'intensité correspondant au moyeu du propulseur (fig. VII-11 $r / r_h < 0,3$). Cette partie est à reliée à la fois au gradient de vitesse important et à la vorticité de l'écoulement. Les trois zones turbulentes dues au passage des pales ($r / r_h = 1$) mettent en évidence un niveau plus faible de moitié qui doit être associé à un processus d'agitation de l'écoulement et donc à une création de turbulence.

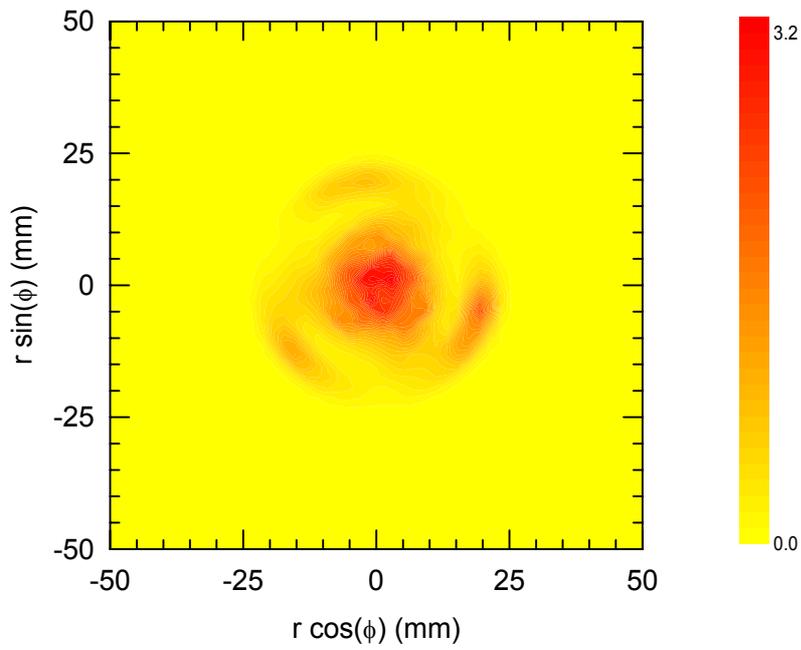


Fig. VII-11 : Énergie cinétique turbulente \tilde{q}^2 (m^2/s^2) obtenue par moyenne de phase pour $x / D = 0,44$

VII-3-2 Cisaillement axial-radial

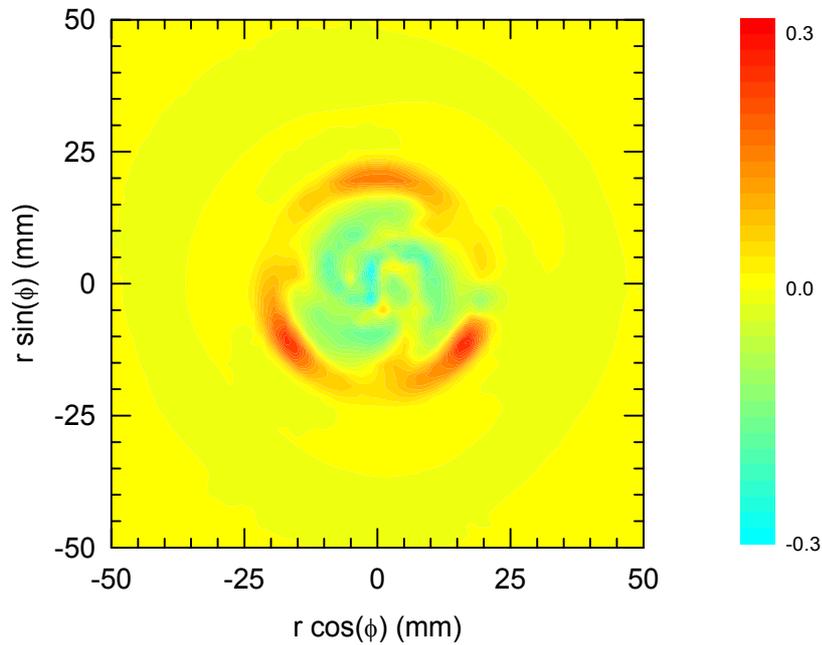


Fig. VII-12 : Cisaillement axial-radial $\tilde{u}_x^\phi \tilde{u}_r^\phi$ (m^2/s^2) obtenu par moyenne de phase pour $x / D = 0,44$

On observe deux types de régions (fig. VII-12) :

- les trois zones positives dues au passage des pales et au cisaillement d'une particule fluide vers l'extérieur du sillage
- les trois spirales centrales négatives de cisaillement de l'écoulement qui ont pour origine la rotation du moyeu.

VII-4 CONCLUSION

L'analyse de l'écoulement par moyenne de phase avec la périodicité de la rotation de l'hélice permet de mettre en évidence une zone où l'écoulement présente des structures organisées et qui s'étend jusqu'à deux diamètres de maquette en aval de celle-ci. Il faut noter la cohésion de cette zone malgré la tendance à l'homogénéisation du sillage par l'écoulement extérieur. On peut ainsi identifier les différentes structures rencontrées avec chacune des pales. Les phénomènes de recirculation du fluide sont observés et mettent en évidence la complexité de l'écoulement.

CONCLUSION

Au cours de cette étude nous avons mis en place une expérience permettant de caractériser le champ de vitesse dans un sillage de corps autopropulsé à symétrie de révolution axiale, dans de très bonnes conditions aérodynamiques. Pour cela, il a été nécessaire d'élaborer un système d'acquisition automatisé, étant donné le nombre important de points de mesure à réaliser. L'anémométrie à films chauds triples permet d'accéder au vecteur vitesse instantané avec une erreur de mesure très faible. Une exploration axiale comparative entre les sillages pur et autopropulsé du même corps a été effectuée pour un vaste domaine qui s'étend du sillage proche au sillage lointain (de 0,2 à 50 diamètres de maquette en aval du corps) ce qui constitue un ensemble très complet de données. La connaissance de toutes les caractéristiques temporelles du champ de vitesse permet de disposer :

- des trois composantes de la vitesse moyenne
- des six composantes du tenseur de Reynolds
- des moments d'ordre 3 de la vitesse
- des densités spectrales de puissance selon les directions axiale, radiale et tangentielle
- des trois composantes de la vitesse moyenne et des six composantes du tenseur de Reynolds, analysés en phase avec la rotation de l'hélice.

Par ailleurs, une étude approfondie des erreurs expérimentales inhérentes aux phases d'acquisition et de traitement des signaux permet de valider les mesures en précisant le degré d'incertitude des grandeurs représentées.

La configuration de sillage pur a fourni un critère de validation de notre expérience. Les résultats classiques concernant l'affinité des profils de vitesse ainsi que les lois d'évolution asymptotique axiale prédites par l'analyse des équations du problème ont bien pu être retrouvés. Nos mesures sont en accord avec les quelques expériences disponibles sur le sujet. Par ailleurs, nous avons montré le comportement affine des différents termes de l'équation d'énergie cinétique turbulente, en sillage pur de corps profilé avec l'écoulement.

En ce qui concerne le sillage autopropulsé, différentes zones d'évolution axiale ont été identifiées :

- une région initiale de sillage proche caractérisée par de fortes variations des profils de vitesse et qui est marquée par l'influence de l'hélice ($x / D < 5$)
- une région intermédiaire d'établissement ($5 < x / D < 20$)
- une région de sillage lointain ($x / D > 20$)

Un autre résultat original de cette étude est la mise en évidence expérimentale de l'existence d'une affinité pour un sillage lointain de corps autopropulsé par hélice. Un excellent regroupement des profils est obtenu au niveau de la composante moyenne de vitesse tangentielle et des caractéristiques turbulentes. Cependant, les lois d'évolution fournies par l'analyse des équations du mouvement et reposant sur la séparation entre le régime axial dominant et le régime de rotation dominante ne sont pas très bien validées par nos résultats. Dans notre configuration, cette distinction entre ces deux régimes extrêmes d'écoulement ne paraît pas justifiée expérimentalement.

Nous avons déterminé tous les termes de l'équation d'énergie cinétique turbulente accessibles à la mesure, en sillage pur de corps profilé comme en sillage autopropulsé. De tels résultats existaient jusqu'à présent uniquement pour les jets à symétrie de révolution axiale (Wynanski et Fiedler 1969) et les sillages classiques bidimensionnels (Browne et al. 1987). On a ainsi pu montrer l'affinité des échanges turbulents dans les deux configurations. Pour le sillage de corps autopropulsé par hélice, le fait que la production d'énergie cinétique turbulente soit négligeable dans la zone affine est un résultat expérimental important. En

reprenant l'analyse dimensionnelle du problème et en ajoutant à l'approximation dite de la « couche limite » la condition d'autopropulsion, on montre que ce terme de production est effectivement négligeable devant les autres.

Des mesures originales de densités spectrales des fluctuations de vitesse sont également présentées. Nous avons observé, dès la zone intermédiaire, que la forme de la densité spectrale de puissance relative se conserve selon une direction radiale, en sillage pur ou autopropulsé. Cela traduit la conservation en proportion de la répartition de l'énergie entre les différentes structures turbulentes. Dans le cas du sillage autopropulsé, on met en évidence une répartition de l'énergie de l'écoulement en un signal « large bande » auquel viennent s'ajouter des raies spectrales. La zone de sillage proche, jusqu'à deux diamètres en aval de la maquette, est très fortement marquée par ces phénomènes d'excitation induits par la rotation du propulseur et le passage périodique des pales.

Ce constat nous a conduits à effectuer un traitement statistique de la vitesse en phase avec la rotation de l'hélice. On obtient une visualisation des structures organisées dans les mêmes régions que celles où sont présentes les raies spectrales. Les processus d'éjection et d'aspiration de fluide au passage de chaque pale ont pu être identifiés dans une région proche qui s'étend jusqu'à deux diamètres du corps en aval de celui-ci.

Au niveau de l'analyse des données expérimentales recueillies, une étude plus fine des densités spectrales des fluctuations de vitesse selon les directions radiale et tangentielle doit être poursuivie.

Des prolongements à ce travail peuvent être envisagés dans plusieurs directions :

- en ce qui concerne l'approche analytique du problème, pour être plus proche de la réalité, il convient de trouver une formulation qui prenne en compte le caractère réel de notre écoulement où les composantes axiale et tangentielle de vitesse sont du même ordre de grandeur. Une solution à envisager consisterait à négliger la production d'énergie cinétique turbulente dans la zone affine du sillage, ce qui est un résultat que notre expérience a prouvé
- une confrontation avec des prédictions numériques de développement d'un sillage en aval d'un corps autopropulsé peut être envisagée à partir de l'ensemble des données recueillies
- sur l'aspect expérimental, il conviendrait d'effectuer une étude du champ acoustique à l'intérieur du sillage ; cependant cette étude devrait être très difficile du fait du bruit rayonné par le moteur d'entraînement de l'hélice.

RÉFÉRENCES

BATCHELOR, G. K. (1967) *An introduction to fluid dynamics*
Cambridge University Press

BENDAT, J. S. & PIERSOL, A. G. (1971) *Random data : analysis and measurement procedures*
John Wiley & Sons, New York

BLEVINS, R. D. (1984) *Applied fluid dynamics handbook*
Van Nostrand Reinhold Company Inc., New York

BORLETEAU, J. P., MARTIGNY, D. & MARIN, S. (1994) *Étude expérimentale des vitesses d'écoulement dans le sillage lointain d'un corps sous-marin*
Rapport final de synthèse SIREHNA, contrat DRET 92 522

BROWNE, L. W. B., ANTONIA, R. A. & SHAH, D. A. (1987) Turbulent energy dissipation in a wake
Journal of Fluid Mechanics, vol. 179, pp. 307-326

BROWNE, L. W. B., ANTONIA, R. A. & SHAH, D. A. (1989) On the origin of the organised motion in the turbulent far-wake of a cylinder
Experiments in Fluids, 7, pp. 475-480

CARMODY, T. (1964) Establishment of the wake behind a disk
Transactions of the ASME, *Journal of Basic Engineering*, vol. 86 n° 4 pp. 869-882

CENEDESE, A., ACCARDO, L. & MILONE, R. (1988) Phase sampling in the analysis of a propeller wake
Experiments in Fluids, 6, pp. 55-60

CHEVRAY, R. (1968) The turbulent wake of a body of revolution
Transactions of the ASME, *Journal of Basic Engineering*, n° 68 pp. 275-284

CHIENG, C. C., JAKUBOWSKI, A. K. & SCHETZ, J. A. (1974) *Investigation of the turbulent properties of the wake behind self-propelled, axisymmetric bodies*
Office of Naval Research, VPI-Aero-025, Sept. 1974, available through NTIS

CIMBALA, J. M. & PARK, W. J. (1990) An experimental investigation of the turbulent structure in a two-dimensional momentumless wake
Journal of Fluid Mechanics, vol. 213, pp. 479-509

COMTE-BELLOT, G. (1973) *Anémométrie à fil chaud (cas des fluides incompressibles)*
CEA-EDF, Cycle de conférences sur les techniques de mesure dans les écoulements, Ermenonville, 24-28 septembre 1973

COMTE-BELLOT, G. (1976-a) Les mesures physiques de la turbulence
Journal de Physique, Colloque C1, supplément au n°1, tome 37, pp. C1-67/C1-78

COMTE-BELLOT, G. (1976-b) Hot-wire anemometry
Annual Review of Fluid Mechanics, vol. 8, pp. 209-231

COMTE-BELLOT, G. (1977) Hot-wire and hot-film anemometers
Measurement of unsteady dynamic phenomena, Hemisphere Publication pp. 123-162

CORRSIN, S. (1963) Turbulence : experimental methods
Handbuch Der Physik, Band VIII / 2, Springer-Verlag, Berlin, pp. 524-590

DARROZES, J. S. & BORLETEAU, J. P. (1992) *Évolution d'une population de bulles d'air dans un sillage*
Rapport d'étude SIREHNA, contrat DRET 91 511

FAURE, T., BENARROUS, E., ROBERT, G. & ROLAND, P. (1992) *Étude de sillage turbulent de corps autopropulsé / Caractérisation de l'écoulement turbulent*
Rapport d'étude METRAFLU, contrat DRET 89 537

FAURE, T. & ROBERT, G. (1993) Étude expérimentale des lois de similitude dans un sillage autopropulsé par hélice
Actes du 11^{ème} Congrès Français de Mécanique, Lille-Villeneuve d'Ascq, 6-10 septembre 1993, vol. 2, pp. 273-276

FAURE, T., ROBERT, G. & BENARROUS, E. (1995) *Mesure de sillage turbulent en soufflerie aérodynamique / Rapport final de synthèse*
Rapport d'étude METRAFLU, contrat DRET 92 524

FERRY, M. & PIQUET, J. (1987) *Sillage visqueux lointain d'un corps sous-marin autopropulsé*
Rapport d'étude SIREHNA, contrat DRET 86 1201

- FINSON, M. L.** (1975) Similarity behaviour of momentumless turbulent wakes
Journal of Fluid Mechanics, vol. 71, part 3, pp. 465-479
- FULACHIER, L. & DUMAS, R.** (1976) Spectral analogy between temperature and velocity fluctuations in a turbulent boundary layer
Journal of Fluid Mechanics, vol. 77, part 2, pp. 257-277
- HIGUCHI, H. & KUBOTA, T.** (1990) Axisymmetric wakes behind a slender body including zero-momentum configurations
Physics of Fluids A, vol. 2, n° 9, pp. 1615-1623
- HINZE, J. O.** (1975) *Turbulence*
Mc Graw-Hill
- HYUN, B-S. & PATEL, V. C.** (1991) Measurements in the flow around a marine propeller at the stern of an axisymmetric body / Part 1 : Circumferentially-averaged flow
Experiments in Fluids, 11, pp. 33-44
- HYUN, B-S. & PATEL, V. C.** (1991) Measurements in the flow around a marine propeller at the stern of an axisymmetric body / Part 2 : Phase-averaged flow
Experiments in Fluids, 11, pp. 105-117
- JORGENSEN, F. E.** (1971) Directional sensitivity of wire and fiber film probes
DISA Information, 11, pp. 31-37
- KING, L. V.** (1914) On the convection of heat from small cylinders in a stream of fluid : determination of the convective constants of small platinum wires with applications to hot-wire anemometry
Proc. Roy. Soc., vol. 214 A, n° 14, pp. 373-432
- KING, L. V.** (1915) On the precision measurement of air velocity by means of the linear hot-wire anemometer
Phil. Mag., s. 6. vol. 29, n°172, pp.556-577
- LEKAKIS, I. C., ADRIAN, R. J. & JONES, B. G.** (1989) Measurement of velocity vectors with orthogonal and non-orthogonal triple-sensor probes
Experiments in Fluids, 7, pp. 228-240
- Mc COMB, W. D.** (1990) *The physics of fluid turbulence*
Oxford Science Publications

Mc CORMICK, B. W. (1979) *Aerodynamics, aeronautics and flight mechanics*
John Wiley & Sons, New York, pp. 343-369

MAX, J. (1980) *Méthodes et techniques de traitement du signal*
Masson, 3^e édition

MERRITT, G. E. (1974) Wake growth and collapse in stratified flow
AIAA Journal, vol. 12, n° 7, pp. 940-949

MICHARD, M. (1988) *Étude des mécanismes liés aux grandes structures orientées dans une turbulence de grille*
Thèse, École Centrale de Lyon, n° d'ordre 88-05

MILNE-THOMSON, L. M. (1966) *Theoretical aerodynamics*
Dover Publications, pp. 233-246

MULLER, U. R. (1992) Comparison of turbulence measurements with single, X and triple hot-wire probes
Experiments in Fluids, 13, pp. 208-216

NAUDASCHER, E. (1965) Flow in the wake of self-propelled bodies and related sources of turbulence
Journal of Fluid Mechanics, vol. 22, part 4, pp. 625-656

PARK, W. J. & CIMBALA, J. M. (1991) The effect of jet injection geometry on two-dimensional momentumless wakes
Journal of Fluid Mechanics, vol. 224, pp. 29-47

REBUFFET, P. (1969) *Aérodynamique expérimentale*
Dunod Paris, Tome 1, pp. 549-619

REYNOLDS, A. J. (1962) Similarity in swirling wakes and jets
Journal of Fluid Mechanics, vol. 14, part 2, pp. 241-243

RIDWAN, A. R. (1993) *Contribution à la compréhension des phénomènes instationnaires dans un modèle à l'air de pompe à hydrogène liquide*
Thèse, École Centrale de Lyon, n° d'ordre 93-15

ROBERT, G., FAURE, T. & BENARROUS, E. (1992) *Mesure de sillage turbulent / Rapport de synthèse final*

Rapport d'étude METRAFLU, contrat DRET 89 537

ROBERT, G. & FAURE, T. (1994-a) *Évaluations radiales et axiales des caractéristiques cinématiques moyennes et turbulentes d'un sillage autopropulsé par hélice*
Rapport d'étude METRAFLU, contrat DRET 92 524

ROBERT, G. & FAURE, T. (1994-b) *Analyse spectrale et structures cohérentes dans un sillage autopropulsé par hélice*
Rapport d'étude METRAFLU, contrat DRET 92 524

ROBERT, G. & LOUISOT, A. (1992) *Étude de sillage turbulent de corps autopropulsé / Caractérisation de l'écoulement moyen*
Rapport d'étude METRAFLU, contrat DRET 89 537

ROSS, D. (1976) *Mechanics of underwater noise*
Pergamon Press, pp. 260-267

RYMING, I. L. (1985) *Dynamique des fluides*
Presses polytechniques romandes CH-1015 Lausanne

SCHETZ, J. A. & JAKUBOWSKI, A. K. (1975) Experimental studies of the turbulent wake behind self-propelled slender bodies
AIAA Journal, vol. 13, n° 12, pp. 1568-1575

SCHOOLEY, A. H. & STEWART, R. W. (1963) Experiments with a self-propelled body submerged in a fluid with a vertical density gradient
Journal of Fluid Mechanics, vol. 15, part 1, pp. 83-99

SWANSON Jr, R. C. SCHETZ, J. A. & JAKUBOWSKI, A. K. (1974) *Turbulent wake behind slender bodies including self-propelled configurations*
Office of Naval Research, VPI-Aero-024, Sept. 1974, available through NTIS

SWIFT, M. R. (1975-a) Turbulent wake of an axisymmetric, self-propelled body
Journal of Hydronautics, vol. 9, n° 4, pp. 172-174

SWIFT, M. R. (1975-b) Sound scattering from an inhomogeneous turbulent wake
Journal of Sound and Vibration, vol. 38, n° 2, pp. 275-279

TENNEKES, H. & LUMLEY, J. L. (1974) *A first course in turbulence*
MIT Press Cambridge MA

TOWNSEND, A. A. (1956) *The structure of turbulent shear flow*
Cambridge University Press

WYGNANSKI, I., CHAMPAGNE, F. & MARASLI, B. (1986) On the large-scale
structures in two-dimensional, small-deficit, turbulent wakes
Journal of Fluid Mechanics, vol. 168, pp. 31-71

WYGNANSKI, I. & FIEDLER, H. (1969) Some measurements in the self-preserving jet
Journal of Fluid Mechanics, vol. 38, part 3, pp. 577-612

SUMMARY

CHAPTER I: FORMULATION OF THE AERODYNAMIC FIELD IN A WAKE

This chapter deals with an analytical analysis of the properties of the velocity field for a drag wake and a self-propelled body wake, made by Ferry and Piquet (1987). The motion equations (continuity equation and Navier-Stokes equations) are expressed in cylindrical coordinates (eq. I-3 to I-6). A Reynolds decomposition is introduced to obtain expressions for the mean and the fluctuating motion (eq. I-7 to I-12). Then, the boundary layer approximation is used to get simplified forms (eq. I-13 to I-16).

A self-preserved solution is found to describe the evolution of the far wake in both cases. Thus, each component of the mean velocity and the Reynolds tensor is decomposed in an amplitude function and a similarity function, depending on the non-dimensional radial direction.

For the pure wake, the closure of the problem is carried out by the integration of the mean axial momentum equation (eq. I-18) and using constant viscosity hypothesis and a $\overline{q^2} - \bar{\epsilon}$ assumption. Classical results of self-preservation are given by this calculation.

For the self-propelled wake, the closure is realized by using a Boussinesq hypothesis introduced in the mean axial momentum equation before the integration (Tennekes and Lumley 1974). We obtain an expression which is typical of the self-propulsion (eq. I-21). Another conservative relation has to be taken into account, integrating the mean tangential momentum equation (eq. I-23). To perform the closure, a constant viscosity hypothesis and a $\overline{q^2} - \bar{\epsilon}$ assumption are used (eq. I-20 and I-26). Nevertheless, two different kinds of stream rating have to be distinguished if one wants to solve the problem analytically, because of the production term in the turbulent kinetic energy equation (eq. I-16):

- an axial rating, where only the axial part is significant (eq. I-28)
- a rotation rating, where only the tangential part is significant (eq. I-32).

In each case, different expressions for the amplitude functions and the similarity solutions are found. The comparison between these results and the experimental data is done in chapter IV.

CHAPTER II: EXPERIMENTAL CONDITIONS

In this chapter, the test facilities including the wind tunnel, the model and the electronic instrumentation are presented. We explain all the parts of the automated acquisition device of the three components of the instantaneous velocity vector that was especially developed for this work. The calibration of the triple hot-film probe and the transformation formula for velocity conversion are detailed (eq. II-1 to II-5). A procedure to avoid perturbations induced by a variation of mean temperature is especially set-up. All the error sources are carefully examined and the maximal total error is found to be 6.26 % for the mean velocity and 1.4 % for the root mean squared values.

CHAPTER III: GLOBAL AERODYNAMIC MEASUREMENTS

First of all, the self-propelled body configuration is determined by the means of a momentum balance that gives the difference between thrust and drag (eq. III-1). In this experiment, we set the propeller rotation to its maximum value ($N = 15,000$ rpm), in order to improve the signal to noise ratio, and we vary the upstream velocity (fig. III-2). In that case, self-propulsion is obtained for an upstream velocity of 11 m/s. We note that the momentum and the swirl are conservative quantities along the wake axis (fig. III-3 and III-4).

In a second part of this chapter, we present the measurements in a plane transverse to the axial direction. The transformation from Cartesian coordinates to cylindrical coordinates is given for mean velocity and Reynolds stresses. Measurement planes of mean velocity, second order moments and mean axial vorticity are plotted for pure and self-propelled wakes (fig. III-7 to III-16). Then, the method to get a radial evolution of every characteristic of the velocity field is explained, by the realization of azimuthal averages in the measurement plane from the centre of the wake.

CHAPTER IV: AXIAL EVOLUTION OF THE WAKE

The evolution of velocity profiles is examined for both experimental configurations. Two definitions of the wake radius are given, one based on the mean velocity field, and another based on the turbulent field (fig. IV-9 and IV-12). This distinction is necessary because of the background noise that degrades the mean field from 20 diameters downstream from the body. Meanwhile, the turbulent field is determined with a very small uncertainty until the last plane of investigation ($x / D = 50$).

Self-preservation is established for the pure wake (fig. IV-24) and demonstrated for the self-propelled wake. In the latter case, this property is clearly set on the tangential mean velocity (fig. IV-26) and the turbulent kinetic energy profiles (fig. IV-27).

Comparisons between experimental data and the analytical predictions of the evolution are done. For the pure wake, there is a good agreement (fig. IV-31 and IV-32). For the self-propelled wake, neither the axial rating nor the rotation rating represents the experimental evolution (fig. IV-33 to IV-36).

In addition, a comparison between the analytical and the experimental radial similarity profiles is carried out (fig. IV-37 to IV-40).

CHAPTER V: SPECTRAL ANALYSIS OF WAKES

After an explanation of the way to obtain a power spectral density from the velocity signals, different axial spectra are presented along the radial direction, for several distances in the wake and both configurations.

The pure wake case shows a unique shape for the relative power spectral density from $x / D = 1$ (fig. V-4).

The self-propelled wake spectra show a wide band part and some spectral lines, characteristics of the propeller rotation and the periodic blades passing. These lines persist to $x / D = 5$. The wide band relative spectra are the same whatever the radial position from $x / D = 20$ (fig. V-11).

It can be seen from analysis of the spectral lines that:

- the first one $f_0 = 250$ Hz corresponds to the rotation of the propeller
- the second one $3 f_0 = 750$ Hz corresponds to the blade passing frequency.

In the near wake region, we can note the harmonics of these two frequencies. The

following evolution can be yielded (fig. V-15):

- for $x / D \leq 1$, the second spectral line ($3 f_0 = 750$ Hz) level is higher than the first one.
- for $1 \leq x / D \leq 5$, the first spectral line ($f_0 = 250$ Hz) level becomes higher than the second one.
- for $5 \leq x / D \leq 10$, there is only one spectral line ($f_0 = 250$ Hz).
- downstream from $x / D \geq 10$, the spectra are wide band ones.

CHAPTER VI: TURBULENT KINETIC ENERGY BALANCE

In this chapter, all the terms of the turbulent kinetic energy equation that can be measured are determined in a way similar to the one exposed by Browne et al. (1987). The dissipation term is evaluated by means of an isotropic expression and the pressure-velocity correlation is deduced from the balance. The examination of the convection and production terms in the initial region reveals that the boundary layer approximation is accurate for $x / D \geq 2$ in the case of the pure wake (fig. VI-2) and for $x / D \geq 17.5$ in the case of the self-propelled wake (fig. VI-4). This proves that a small defect criterion ($\hat{U} / U_e \ll 1$) is not appropriate for the validity of this assumption.

Then, self-preservation for the kinetic energy balance is presented for the pure axisymmetric wake (fig. VI-5). An original result of this work is the existence of self-preservation for the kinetic energy balance in the case of a self-propelled wake (fig. VI-8). An important result is that production of turbulent kinetic energy is a negligible process in the self-preserved region (fig. VI-9). This experimental result invalidates the analytical distinction between an axial rating stream and a rotation rating stream (chap. I). We can establish this fact with a correct dimensional analysis of the problem. If one adds the self-propelled condition to the boundary layer approximation, it is possible to show that production is smaller than the other terms of the turbulent kinetic energy balance.

CHAPTER VII: PHASE-AVERAGING ANALYSIS OF THE PERIODIC STREAM STRUCTURES INDUCED BY THE PROPELLER

A signal processing of the velocity is performed by making averages in phase with the propeller rotation (fig. VII-1). This treatment yields to a visualization of the structures of the flow induced by the blade passing frequency (fig. VII-3). These organized structures are visualized for a zone that spreads to two diameters downstream from the model (fig. VII-4 to VII-6). It is worth watching the ejection and aspiration of the fluid at the pressure side and suction side of each blade (fig. VII-8). The emission of tip vortices is distinguished on the phase-averaged axial vorticity (fig. VII-10).

As a conclusion, we set an experiment that allows making measurements in the pure and the self-propelled wakes of the same axisymmetric body. In the case of self-propulsion, self-preservation of velocity profiles is established by our measurements. This property is also accurate in the turbulent transport terms, in the far wake region. The spectral analysis points out a wide band signal with spectral lines. A statistical processing of velocity in phase with the propeller rotation drives to a visualization of the organized structures in the flow for a zone that spreads to two diameters downstream from the model. Further work has to be done in

different ways:

- the analytical prediction of the problem may be improved, taking into account the fact that production is negligible in the self-preserved region
- our data can be compared with numerical calculations to perform a prediction model
- experimentally, a study of radial and tangential spectra has to be completed.