



HAL
open science

Solitons, demi-solitons et réseaux de vortex dans un fluide de polaritons

Romain Hivet

► **To cite this version:**

Romain Hivet. Solitons, demi-solitons et réseaux de vortex dans un fluide de polaritons. *Gaz Quantiques [cond-mat.quant-gas]*. Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, 2013. Français. NNT : . tel-00911207

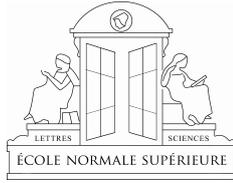
HAL Id: tel-00911207

<https://theses.hal.science/tel-00911207>

Submitted on 28 Nov 2013

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



THÈSE DE DOCTORAT
De l'Université Pierre et Marie Curie en Sciences Physiques

présentée par

Romain HIVET

**Solitons, demi-solitons et réseaux de vortex dans
un fluide quantique de polaritons**

dirigée par Alberto BRAMATI

Soutenue le 23 Septembre 2013 devant le jury composé de :

M. Jérôme TIGNON	Président du jury
M ^{me} Jacqueline BLOCH	examineur
M. Nicolas PAVLOFF	examineur
M. Maxime RICHARD	examineur
M. Nicolas GRANDJEAN	rapporteur
M. Thierry GUILLET	rapporteur
M. Alberto BRAMATI	directeur

Laboratoire Kastler Brossel
Université Pierre et Marie Curie, case 74
4, place Jussieu
75 005 Paris

*Il y a une théorie qui dit que si un jour,
on découvre à quoi sert l'univers, et
pourquoi il est là, il disparaîtra
immédiatement, pour être remplacé par
quelque chose d'encore plus bizarre et
inexplicable. Une autre théorie dit que cela
s'est déjà passé.
-Douglas Adams-*

Remerciements

Un travail de thèse en sciences physiques n'est pas une production individuelle mais le résultat d'un travail d'équipe et je tiens à remercier tous ceux qui m'ont aidé durant ces trois années.

Je commence par remercier Paul Indelicato et Antoine Heidmann qui ont assuré la direction du Laboratoire Kastler Brossel pendant mon doctorat. Je salue également Monique Granon, qui à force d'écoute, de disponibilité et d'intégrité, constitue à mes yeux une figure importante du laboratoire.

Ces trois années de thèse ont été réalisées dans l'équipe d'Alberto Bramati, que je remercie pour sa bonne humeur, sa confiance et sa disponibilité. Ces qualités ont permis l'instauration dans l'équipe d'un climat détendu, rendant le travail agréable. Je dois également beaucoup à Alberto Amo qui m'a guidé durant mon stage de Master 2 et au début de ma thèse. Alberto Amo est un excellent chercheur, patient et pédagogue, auprès de qui j'ai pu apprendre les secrets de la manip et de notre capricieux laser. Expérimentateur hors-pair, Alberto Amo est un exemple de rigueur scientifique et de perfectionnisme et c'est avec un réel plaisir que j'ai pu travailler avec lui pendant ces quelques mois, m'imprégnant de la passion qui l'anime. Je tiens à exprimer ma gratitude envers Elisabeth Giacobino, qui m'a fait profiter de son expertise et de son expérience lors d'interprétation de résultats, mais aussi pour la rédaction d'article et les présentations de mes travaux. Je ne peux pas non plus oublier tous ceux qui ont partagé ma table optique : Claire qui m'a aidé à appréhender la manip, Vera à qui je souhaite bonne chance pour la rédaction, Daria et Thomas à qui j'ai à mon tour essayé de transmettre mes connaissances et à qui je souhaite une bonne continuation. Impossible non plus d'oublier Emiliano et sa légendaire bonne humeur. Je lui souhaite tous mes voeux de bonheur et une bonne continuation à Sheffield avec ces quelques mots : Rock'n'roll!

Merci aussi à Daniele Sanvitto et à Dario Ballarini pour leur accueil à Lecce lors de mes séjours industriels sous le soleil (ou la pluie...) d'Italie.

Mais une thèse ce n'est pas que le travail, et je remercie en vrac tous ceux qui ont contribué à la bonne ambiance du labo : Michael, Lucile, Pu, Olivier, Mathieu, Stefano, Ferruccio, Godefroy, Panayotis, Roman, Baptiste, Valerian, Sacha, Dominik, Alexandros, René, Jean-François, Lambert, Giulia, Valentina, Amaury, Kevin, Sandrine, Gabriel, Alexandre, Adrien, Jonathan. Après avoir dit autant de noms, j'espère vraiment n'en avoir oublié aucun!

Pour en finir avec le laboratoire, je remercie les services techniques du labo : le secrétariat, les services informatique, électronique, mécanique et basse température.

Merci aux collègues du parcours de physique quantique pour les buffalos, les matchs de sumo, les coups à la montagne, et même les vacances! Merci à mes anciens colocs de la Kappahaus pour cette ambiance familiale que j'ai tant aimé. Que le vent vous emporte au Japon, en Allemagne, en Nouvelle Zélande ou en Bretagne, je sais que vous resterez L'Hayssiens dans l'âme! Merci à JS et Simon, mes amis de (et pour) toujours. Loin des

yeux ne signifie pas toujours loin du coeur : j'en profite pour saluer Lucile, Samia, Alexis, Nicolas et Yannis, en attendant les retrouvailles. Enfin, j'embrasse Solène, mes parents, mes frères et ma soeur qui m'ont soutenu lors de tous mes choix dans mon cursus scolaire. Merci à tous !

Résumé

Ce travail est consacré à l'étude des fluides quantiques de polaritons de microcavités semi-conductrices et en particulier à la génération de solitons, de demi-solitons et de réseaux de vortex. Nous avons développé un dispositif expérimental permettant la génération et l'observation de solitons sombres dans un fluide de polaritons. Nous observons les profils de densité et de phase caractéristiques des solitons, et étudions leurs propriétés de stabilité. Nous montrons expérimentalement que l'utilisation d'une pompe polarisée linéairement mène à la formation de demi-solitons, grâce au champ magnétique effectif existant en présence des deux populations de spin. Après avoir caractérisé les demi-solitons en densité et en phase, une tomographie complète du système est effectuée pour extraire l'information stockée dans le pseudospin. Ces études nous permettent de formuler une analogie formelle entre les demi-solitons et les monopoles magnétiques. Enfin, nous nous intéressons à des techniques de piégeage de vortex. Nous mettons à profit l'utilisation de masques métalliques pour créer des puits de potentiels piégeant les vortex générés hydrodynamiquement lors de l'écoulement du fluide sur un défaut à basse densité de polaritons. Nous utilisons ces masques pour réaliser des réseaux géométriques de vortex et d'antivortex à basse densité de polaritons dont la forme et la taille sont contrôlables. L'étude des effets d'interaction polariton-polariton à haute densité menée grâce à un dispositif expérimental à plusieurs faisceaux d'excitations nous permet d'observer la déformation et la destruction du réseau dues à l'annihilation des paires vortex-antivortex.

Mots-clés : polariton, exciton, microcavité semi-conductrice, condensat hors équilibre, soliton, demi-soliton, vortex, réseau de vortex.

Solitons, half-solitons and vortex lattices in polariton quantum fluids

Abstract

This work is devoted to the study of polariton quantum fluids in semiconductor microcavities and in particular to the generation of solitons, half-solitons and vortex lattices in these systems. We develop an experimental setup allowing for the generation and the observation of dark solitons in a polariton fluid. We observe characteristic density and phase profiles, and study the stability of solitons. We show experimentally that using a linearly polarised pump, half-solitons are formed due to the effective magnetic field arising in presence of the two spin populations. After the characterization of the half-solitons in density and phase, we perform a complete tomography of the emission to extract the information stored in the pseudospin. These studies allow us to highlight a formal analogy between half-solitons and magnetic monopoles. Then we investigate vortex trapping techniques. We make use of metallic masks to create potential wells trapping hydrodynamically generated vortex in the wake of a defect. At low polariton density we used the masks to realise vortex and antivortex lattices with adjustable shape and size. The study of the polariton-polariton interaction at high density leads us to use an experimental setup with several pumps allowing for the observation of strong modifications and washing-out of the lattices.

Keywords : polariton, exciton, semiconductor microcavity, out of equilibrium condensate, soliton, half-soliton, vortex, vortex lattice.

Table des matières

Introduction	11
1 Polaritons de microcavité semi-conductrice	13
1.1 Excitons dans un semi-conducteur massif	13
1.1.1 La théorie des bandes	13
1.1.2 Métal, isolant et semi-conducteur	14
1.1.3 Excitation optique des semi-conducteurs à gap direct	15
1.2 Confinement bidimensionnel des excitons dans un puits quantique	17
1.2.1 Présentation	17
1.2.2 Propriétés des excitons bidimensionnels	18
1.2.3 Les excitons sont-ils des bosons ?	19
1.3 Cavité optique	19
1.3.1 Miroirs de Bragg	19
1.3.2 Relation de dispersion	20
1.3.3 Modes de fuite	21
1.4 Puits quantique en cavité	22
1.4.1 Polaritons de microcavité	22
1.4.2 Dissipation et définition du régime de couplage fort	24
1.4.3 Interactions entre polaritons	26
1.4.4 Spin des polaritons	27
1.4.5 Interactions entre polaritons dépendantes du spin	30
1.4.6 Relaxation du spin des polaritons et champ magnétique effectif	32
2 Condensats de Bose-Einstein et superfluidité	35
2.1 Condensation de Bose-Einstein	35
2.2 Équation de Gross-Pitaevskii et cohérence à longue portée	37
2.2.1 Dérivation de l'équation de Gross-Pitaevskii	37
2.2.2 Intérêt des fluides polaritoniques	39
2.3 Superfluidité d'un condensat en interactions	39
2.3.1 Critère de Landau pour la superfluidité	39
2.3.2 Spectre des excitations élémentaires	40
2.4 Injection résonante	41
2.4.1 Équation de Gross-Pitaevskii hors-équilibre	42
2.4.2 Bistabilité	43
2.4.3 Superfluidité	43
2.5 Conclusion	45

3	Dispositif expérimental	49
3.1	Microcavité semiconductrice	49
3.2	Source laser	51
3.3	Cryostat	52
3.4	Caméra CCD	52
3.5	Spectromètre	52
3.6	Traitement des images	52
4	Défauts topologiques dans un condensat scalaire	53
4.1	Théorie	54
4.1.1	Vortex	54
4.1.2	Solitons	56
4.2	Génération hydrodynamique de solitons sombres	59
4.2.1	Solitons sombres obliques dans un condensat supersonique	59
4.2.2	Solitons sombres obliques dans un condensat de polaritons sous excitation résonnante	61
4.3	Piégeage de vortex	67
4.4	Génération de réseaux de paires vortex/anti-vortex : utilisation de masques métalliques	70
4.4.1	Régime de basse densité	70
4.4.2	Régime de haute densité	74
4.5	Génération de réseaux de paires vortex/anti-vortex : dispositif à quatre pompes	76
4.5.1	Régime de basse densité	77
4.5.2	Régime de haute densité	77
4.5.3	Montage à trois pompes	78
5	Défauts topologiques dans un condensat spineur	83
5.1	Théorie des condensats spineurs	83
5.1.1	Hamiltonien du système et équation de Gross-Pitaevskii	83
5.1.2	Demi-vortex	85
5.1.3	Demi-solitons	86
5.1.4	Stabilité des défauts topologiques demi-entiers	89
5.2	Génération hydrodynamique de demi-solitons	89
5.2.1	Proposition théorique	89
5.2.2	Observation expérimentale	89
5.2.3	monopôles magnétiques	92
5.2.4	Remarques sur le pompage en polarisation circulaire	97
	Conclusion générale	99
	A Spin des excitons	103
	B Reconstruction de la phase des polaritons	105
	C Anneaux de spin	107
	Publications et présentations orales	113
	Bibliographie	115

Introduction

La physique des semi-conducteurs a connu un essor considérable dans la deuxième moitié du 20ème siècle et ont depuis envahi notre quotidien à travers toutes les nouvelles technologies. Cette omniprésence des semi-conducteurs a stimulé la recherche dans ce domaine qui s'est entre autre dirigée vers les interactions avec la lumière. Profitant des progrès dans les techniques de croissance cristalline, il a été possible de mettre au point des microcavités semi-conductrices, dans lesquelles Claude Weisbuch a pu observer en 1992 [Weisbuch 92] le couplage fort entre les photons et les excitons. Le système peut alors être décrit en termes de pseudo-particules mixte matière et lumière appelées polaritons. En plus de former un système optique fortement non-linéaire dans lequel on peut réaliser des mélanges à quatre ondes [Romanelli 07], obtenir une réduction du bruit quantique [Karr 04] et créer des dispositifs opto-électroniques prometteurs [Ostatnicky 09, Amo 10, Adrados 10, Ballarini 12], les polaritons se comportent comme des bosons et peuvent servir de système modèle pour étudier les gaz de Bose en interaction ainsi que les condensats de Bose-Einstein [Kasprzak 06] hors équilibre. Grâce à leur faible masse effective permettant d'atteindre la condensation à des températures allant de quelques Kelvin jusqu'à la température ambiante [Christopoulos 07], les systèmes polaritoniques se posent en tant que systèmes très prometteurs pour étudier les propriétés hydrodynamiques des fluides quantiques cohérents à une [Wertz 10] ou deux dimensions. Le contrôle accru de nombreux paramètres comme l'impulsion, la densité, la phase ou le spin des polaritons ont permis l'étude de la superfluidité [Amo 09a, Amo 09c], mais aussi des défauts topologiques de condensats scalaires [Lagoudakis 08, Amo 11, Sich 11, Nardin 11, Grosso 11] et spineurs [Rubo 07, Lagoudakis 09, Flayac 11, Hivet 12].

Nous commencerons dans le chapitre 1 de ce manuscrit de thèse par décrire une microcavité semi-conductrice et introduire le formalisme quantique des polaritons. A la suite d'une introduction sur le mécanisme de condensation de Bose-Einstein, le chapitre 2 détaillera l'arsenal théorique permettant de traiter les condensats de Bose-Einstein à l'équilibre et hors-équilibre. Le chapitre 3 décrira le matériel expérimental que j'ai utilisé durant ma thèse ; le chapitre 4 sera consacré à l'étude des défauts topologiques dans les condensats scalaires de polaritons, avec la génération expérimentale de solitons sombres obliques, le piégeage de vortex et la génération de réseaux de paires vortex-antivortex. Enfin le chapitre 5 sera dédié à la génération de défauts topologiques dans les condensats spineurs de polaritons avec la génération hydrodynamique de demi-solitons sombres, dont nous ferons une analogie avec les monopoles magnétiques.

Chapitre 1

Polaritons de microcavité semi-conductrice

Contents

1.1	Excitons dans un semi-conducteur massif	13
1.1.1	La théorie des bandes	13
1.1.2	Métal, isolant et semi-conducteur	14
1.1.3	Excitation optique des semi-conducteurs à gap direct	15
1.2	Confinement bidimensionnel des excitons dans un puits quantique	17
1.2.1	Présentation	17
1.2.2	Propriétés des excitons bidimensionnels	18
1.2.3	Les excitons sont-ils des bosons ?	19
1.3	Cavité optique	19
1.3.1	Miroirs de Bragg	19
1.3.2	Relation de dispersion	20
1.3.3	Modes de fuite	21
1.4	Puits quantique en cavité	22
1.4.1	Polaritons de microcavité	22
1.4.2	Dissipation et définition du régime de couplage fort	24
1.4.3	Interactions entre polaritons	26
1.4.3.1	Renormalisation des énergies	27
1.4.4	Spin des polaritons	27
1.4.4.1	Le pseudospin polaritonique	30
1.4.5	Interactions entre polaritons dépendantes du spin	30
1.4.6	Relaxation du spin des polaritons et champ magnétique effectif	32
1.4.6.1	Champ magnétique intrinsèque	33
1.4.6.2	Splitting intrinsèque de Zeeman et précession de Larmor auto-induite	33

1.1 Excitons dans un semi-conducteur massif

1.1.1 La théorie des bandes

En mécanique quantique, un électron dans un atome ne peut avoir que certaines valeurs discrètes d'énergie, correspondant à différentes orbites autour du noyau, donnant naissance

à la notion de couches électroniques en chimie. Dans une chaîne de N atomes régulièrement espacés d'une distance comparable au rayon de Bohr des atomes considérés, le système ne peut plus être décrit comme une juxtaposition de N atomes seuls. Le couplage entre atomes voisins entraîne la levée de dégénérescence de chaque niveau électronique en N niveaux d'énergies. Dans ce cas les électrons ne sont plus liés à un atome précis mais sont délocalisés sur l'ensemble de la chaîne. Dans un solide, la grande densité atomique (de l'ordre de 10^{22} atomes par cm^3) fait que les N niveaux d'énergies sont tellement nombreux qu'on parle alors de continuum d'énergie comme le montre la figure 1.1. On dit qu'ils forment une bande permise d'énergie.

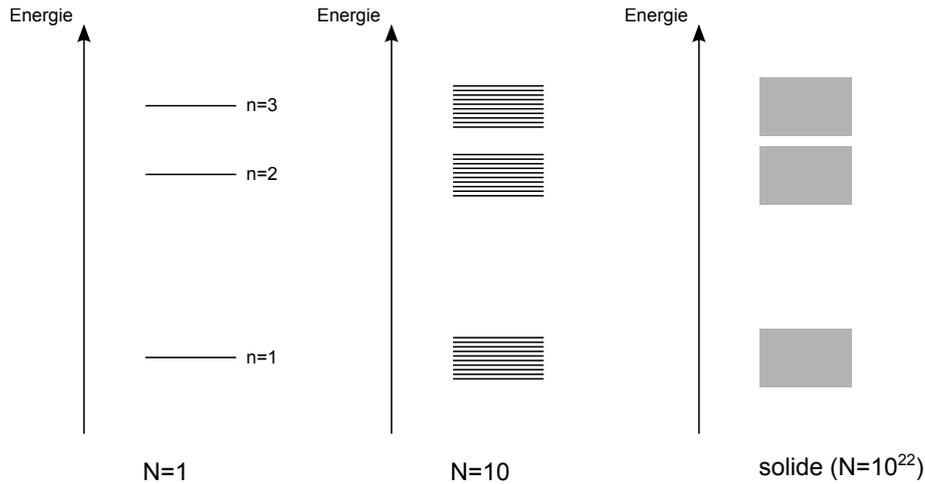


FIGURE 1.1 – Représentation schématique des niveaux électroniques dans un atome, dans une chaîne de 10 atomes et dans un solide. Dans un solide les niveaux d'énergie forment des bandes.

1.1.2 Métal, isolant et semi-conducteur

A température nulle, les électrons dans un solide remplissent les bandes en partant de l'énergie nulle jusqu'à l'énergie dite de Fermi, ou potentiel chimique. La dernière bande entièrement pleine est appelée *bande de valence* et la suivante *bande de conduction*. Ces deux bandes sont séparées par une bande d'énergie interdite appelée *gap*. Lorsque l'énergie de Fermi se trouve dans la bande de conduction, les électrons peuvent se déplacer librement dans le solide qui est alors un métal. En revanche lorsque l'énergie de Fermi est dans le gap, on différencie isolants et semi-conducteurs en fonction de la largeur du gap. Pour un isolant le gap E_g est de l'ordre de quelques eV de façon à ce que la densité électronique dans la bande de conduction reste très faible, même à température ambiante alors que dans un semi-conducteur E_g est de l'ordre de l'eV.

Les fonctions d'onde de ces états électroniques délocalisés dans une structure cristalline ont été étudiées par Bloch [Ashcroft 76]. Les états propres sont repérés par un indice \mathbf{k} ayant la signification d'un vecteur d'onde. La figure 1.2 représente de manière schématique le diagramme énergie-impulsion d'un semi-conducteur à gap direct (nommé ainsi lorsque le minimum de la bande de conduction et le maximum de la bande de valence correspondent à la même impulsion). Au voisinage de $\mathbf{k} = 0$ chacune des bandes peut être approximativement représentée par une parabole. Les électrons de valence et de conduction se comportent alors comme des particules libres (*i.e.* leur Hamiltonien est celui d'une particule libre) auxquelles on affecte une masse effective inversement proportionnelle à la

courbure de la bande d'origine et définie par :

$$E_c(\mathbf{k}) = E_c + \frac{\hbar^2 \mathbf{k}^2}{2m_c^*} \quad (1.1)$$

$$E_v(\mathbf{k}) = E_v + \frac{\hbar^2 \mathbf{k}^2}{2m_v^*} \quad (1.2)$$

E_c et E_v désignent respectivement le minimum de la bande de conduction et le maximum de la bande de valence. m_c^* et m_v^* désignent respectivement la masse effective de l'électron de conduction et la masse effective négative de l'électron de valence.

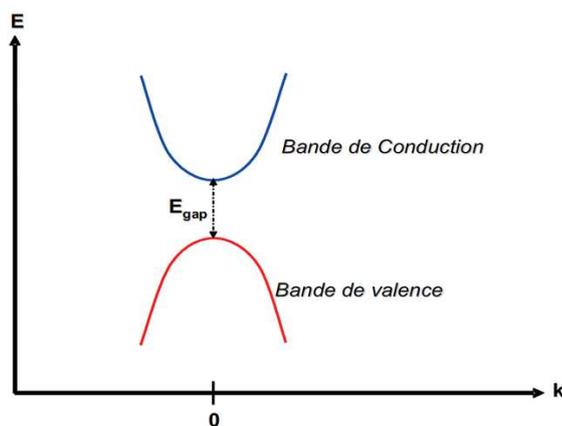


FIGURE 1.2 – Diagramme énergie-impulsion d'un semi-conducteur à gap direct, du type GaAs.

1.1.3 Excitation optique des semi-conducteurs à gap direct

Dans un semi-conducteur à gap direct, il est possible d'exciter optiquement un électron de la bande de valence d'énergie E par absorption d'un photon d'énergie $\hbar\omega > E_g$ entraînant la création d'un électron dans la bande de conduction d'énergie $E + \hbar\omega$. La place vacante laissée par cet électron dans la bande de valence est appelée *trou*. Cette quasi-particule (il s'agit en fait des $N-1$ électrons restants de la bande de valence si celle-ci en comptait N) possède une charge effective $+e$, une masse effective $m_h^* = -m_v^*$, une énergie et une impulsion opposées à celles de l'électron de valence qui est passé dans la bande de conduction. Le trou de la bande de valence et l'électron de la bande de conduction forment alors une *paire électron-trou*.

Lorsqu'on excite optiquement un électron de la bande de valence avec un photon d'énergie $\hbar\omega < E_g$, on observe des résonances discrètes situées dans la bande interdite. Elles correspondent à la création de paires électron-trou liées par interaction Coulombienne appelées *excitons*. Le Hamiltonien H_{exc} décrivant un exciton se compose de la somme des Hamiltoniens effectifs de l'électron et du trou et du terme d'interaction Coulombienne :

$$H_{exc} = -\frac{\hbar}{2m_c^*} \nabla_c^2 - \frac{\hbar}{2m_h^*} \nabla_v^2 + E_g - \frac{\epsilon_0}{\epsilon} \frac{e^2}{|\mathbf{r}_c - \mathbf{r}_h|} \quad (1.3)$$

où \mathbf{r}_c et \mathbf{r}_h sont respectivement les coordonnées de l'espace de l'électron de conduction et du trou, ∇_i^2 le Laplacien par rapport à \mathbf{r}_i ($i = v$ ou h), ϵ la permittivité du milieu et $e^2 = \frac{q_e^2}{4\pi\epsilon_0}$ (q_e la charge élémentaire).

En introduisant la coordonnée relative $\mathbf{r} = |\mathbf{r}_c - \mathbf{r}_h|$ et la coordonnée du centre de masse (c.m) $\mathbf{R} = \frac{m_c^* \mathbf{r}_c + m_h^* \mathbf{r}_h}{m_c^* + m_h^*}$; on peut séparer le mouvement relatif du mouvement du centre de masse du système. Le Hamiltonien H_{exc} se réécrit alors comme la somme de deux termes commutatifs :

$$H_{exc} = H_{c.m} + H_{rel} \quad (1.4)$$

avec :

$$H_{c.m} = E_g + \frac{\hbar \mathbf{k}^2}{2M} \quad (1.5)$$

où $\mathbf{k} = \mathbf{k}_c + \mathbf{k}_h$ et $M = m_c^* + m_h^*$ et :

$$H_{rel} = -\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla_r^2 - \frac{\epsilon_0 e^2}{\epsilon r} \quad (1.6)$$

où $\mu = \frac{m_c^* m_h^*}{m_c^* + m_h^*}$ est la masse réduite du système.

Les états propres de H_{exc} sont alors les produits des états propres de $H_{c.m}$ et des états propres de H_{rel} . Les états propres de $H_{c.m}$ sont les ondes planes $e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{R}}$ d'énergie propre :

$$E_{c.m} = E_g + \frac{\hbar^2 \mathbf{k}^2}{2M} \quad (1.7)$$

Le Hamiltonien relatif H_{rel} est celui de l'atome d'hydrogène avec un moment cinétique orbital nul, correspondant aux nombres quantiques (n,0,0) et d'énergie propre [Cohen-Tannoudji 77] :

$$E_{liaison,n} = -\frac{R_y^*}{n^2} \quad (1.8)$$

où par comparaison avec l'atome d'hydrogène R_y^* est une constante de Rydberg effective d'expression ([Elliott 57, Haug 04]) :

$$R_y^* = \frac{\mu}{m_0} \frac{\epsilon_0^2}{\epsilon^2} R_y \quad (1.9)$$

où m_0 est la masse d'un électron libre dans le vide.

Un semi-conducteur a une constante diélectrique élevée ($\frac{\epsilon}{\epsilon_0} \approx 10$) et la masse réduite d'un exciton est d'environ un ordre de grandeur plus faible que m_0 (pour GaAs : $\frac{\mu}{m_0} = 0.035$) [Thanh 70]. Ainsi l'énergie de liaison est de plusieurs ordres de grandeur plus faible que celle de l'Hydrogène : les excitons sont des états faiblement liés. Dans les semi-conducteurs du type GaAs (type III-V) cette énergie de liaison est typiquement de l'ordre de quelques meV. L'énergie thermique à température ambiante étant de $k_B T \simeq 25$ meV les résonances excitoniques ne sont observables dans ce type de semi-conducteurs qu'à des températures cryogéniques. De la même manière, le rayon de Bohr de l'exciton, d'expression :

$$a_{exc}^* = \frac{\epsilon}{\epsilon_0} \frac{m_0}{\mu} a_H \quad (1.10)$$

est de plusieurs ordres de grandeur plus grand que $a_H = 53pm$, le rayon de Bohr de l'atome d'Hydrogène. Alors que dans le GaAs la maille cristalline est d'environ 5\AA , le rayon de Bohr est lui d'environ 150\AA . L'exciton s'étend donc sur plusieurs mailles cristallines. On parle alors d'*exciton de Mott-Wannier* [Wannier 37] par opposition aux *excitons de Frenkel* [Frenkel 31] étendus sur une seule maille dans des matériaux avec une constante diélectrique faible ([Liang 70]). Afin de pouvoir considérer le gaz d'excitons comme un gaz 2D, il faut confiner les excitons selon l'axe z dans une épaisseur inférieur à ce rayon de Bohr.

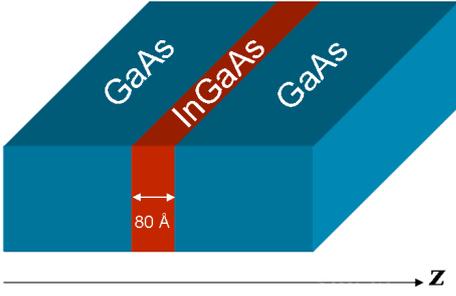


FIGURE 1.3 – Structure tridimensionnelle d'un puits quantique dont l'axe de croissance est la direction z .

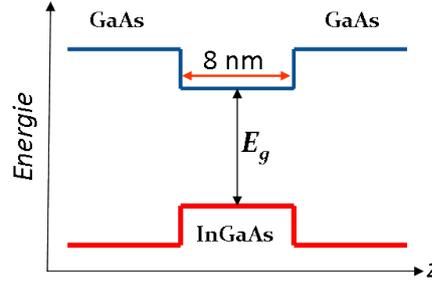


FIGURE 1.4 – Représentation schématique de la structure d'énergie dans un puits quantique.

1.2 Confinement bidimensionnel des excitons dans un puits quantique

1.2.1 Présentation

La mise au point dans les années 70 de méthodes de croissance cristalline, comme l'épitaxie par jet moléculaire ou la croissance en phase vapeur par la méthode des organométalliques, a permis la réalisation d'hétérostructures semi-conductrices capables de confiner le mouvement des électrons à deux, une, voire zéro dimensions. Dans un puits quantique, comme illustré par la figure 1.3, une couche de semi-conducteur est insérée entre deux couches d'un semi-conducteur à gap plus grand, résultant en une structure de bandes telle que représentée par la figure 1.4. Dans notre échantillon, il s'agit d'une couche de 80 Å d'InGaAs entre deux couches de GaAs. La brisure de l'invariance par translation suivant l'axe de croissance du puits (axe z sur la figure 1.3) entraîne le confinement des électrons suivant cette direction, leur mouvement restant libre dans le plan des couches.

Dans un semi-conducteur massif plongé dans un champ électromagnétique, l'invariance par translation dans les trois dimensions de l'espace entraîne la conservation de l'impulsion totale du système exciton-photon. Un exciton optiquement actif (nous reviendrons sur cet aspect dans la partie 1.4.4) ayant un vecteur d'onde \mathbf{K} n'est donc couplé qu'à un seul mode du champ électromagnétique. L'énergie totale devant également être conservée, seuls les excitons ayant une énergie égale à celle du mode du champ électromagnétique peuvent relaxer de manière radiative. Cependant, le couplage exciton-photon entraîne une levée de dégénérescence entre les énergies de l'exciton et du photon. Les états stationnaires du système sont alors des excitons habillés par le champ électromagnétique : des *polaritons*. La durée de vie de ces états n'est limitée que par leur couplage avec l'environnement (réservoirs phononiques et excitoniques, défauts de la structure cristalline, etc.). Dans un puits quantique, l'invariance par translation est brisée selon l'axe z . Seule la composante transverse (dans le plan des couches) \mathbf{k}_{\parallel} de l'impulsion est conservée dans l'interaction exciton-photon. Un exciton d'impulsion $(\mathbf{k}_{\parallel}^{exc}, k_z^{exc})$ est donc couplé à un continuum de modes du champ électromagnétique composés des photons d'impulsion transverse $\mathbf{k}_{\parallel}^{ph} = \mathbf{k}_{\parallel}^{exc}$, la composante k_z^{ph} restant libre. Par ce fait l'exciton acquiert un temps de vie radiatif calculable par la règle d'or de Fermi [Andreani 91].

1.2.2 Propriétés des excitons bidimensionnels

Le passage de trois à deux dimensions change les propriétés de l'exciton décrites dans la section 1.1. Par analogie avec les équations 1.4, 1.5 et 1.6 décrivant le cas tridimensionnel, le Hamiltonien de l'exciton bidimensionnel s'écrit :

$$H_{exc}^{2D} = H_{\mathbf{k}_{\parallel}} + H_{rel}^{2D} \quad (1.11)$$

avec :

$$H_{\mathbf{k}_{\parallel}} = E_g + \frac{\hbar \mathbf{k}_{\parallel}^2}{2M} \quad (1.12)$$

où \mathbf{k}_{\parallel} est l'impulsion de l'exciton dans le plan des couches

$$H_{rel}^{2D} = -\frac{\hbar^2}{2\mu} \nabla_r^2 - \frac{e^2}{\epsilon r} \quad (1.13)$$

où ∇_r^2 est le Laplacien en 2 dimensions. Les états propres de H_{rel}^{2D} sont donnés par un modèle 2D de l'atome hydrogénoïde qui aboutit à la valeur [Haug 04] :

$$E_n^{2D} = -R_y^* \frac{1}{(n + \frac{1}{2})^2} \quad (1.14)$$

Le puits quantique de notre microcavité a été réalisé de manière à bien séparer le niveau fondamental de l'exciton, appelé niveau exciton bidimensionnel 1s par analogie à l'atome d'Hydrogène et les autres niveaux énergétiques. Dans le cas à 2 dimensions, l'énergie de liaison du niveau 1s E_{1s}^{2D} est $4R_y^*$ et le rayon de Bohr effectif de l'exciton 1s est donné par :

$$a_{exc}^{*2D} = \frac{1}{2} \frac{\epsilon}{\epsilon_0} \frac{m_0}{\mu} a_H \quad (1.15)$$

Dans un puits quantique à base de GaAs, l'énergie de liaison est de l'ordre de 20 meV et le rayon de Bohr effectif est de l'ordre de 70Å, ce qui est grand devant la taille des cellules du réseau cristallin. Comme dans le cas à 3 dimensions il s'agit d'excitons de Mott-Wannier.

On peut alors donner l'énergie de l'exciton en ne considérant que le niveau fondamental de H_{rel}^{2D} :

$$E_{exc}^{2D}(\mathbf{k}_{\parallel}) = E_g + E_{1s}^{2D} + \frac{\hbar \mathbf{k}_{\parallel}^2}{2\mu} \quad (1.16)$$

Par ailleurs, lors de l'interaction exciton-photon il y a également conservation de l'énergie totale ce qui impose :

$$E_{exc}^{2D} + \frac{\hbar^2 \mathbf{k}_{\parallel}^2}{2\mu} = \hbar \frac{c|\mathbf{k}^{ph}|}{n_c} \quad (1.17)$$

où $\hbar \frac{c|\mathbf{k}^{ph}|}{n_c}$ est l'énergie d'un photon d'impulsion \mathbf{k}^{ph} se propageant dans le milieu d'indice n_c qui compose le puits.

En combinant les équations de conservation de l'énergie et de l'impulsion transverse, on obtient une condition sur la composante transverse \mathbf{k}_{\parallel} du vecteur d'onde de l'exciton :

$$|\mathbf{k}_{\parallel}| \leq \frac{n_c E_{exc}^{2D}}{\hbar c} \quad (1.18)$$

Les modes excitoniques 2D ne vérifiant pas cette relation sont donc non radiatifs.

1.2.3 Les excitons sont-ils des bosons ?

Une analogie a été établie dans la section précédente entre l'exciton et l'atome hydrogénoïde. Cette analogie révèle le caractère bosonique de l'exciton. Cependant, un exciton est un système composé de fermions ce qui en fait un boson composite, et non un boson au sens strict du terme. En suivant la démarche suivie dans l'annexe de la thèse de Jean-Philippe Karr [Karr 01], on peut établir la relation de commutation des opérateurs de création $b_{1s,\mathbf{k}=0}$ et d'annihilation $b_{1s,\mathbf{k}=0}^\dagger$ de l'état fondamental de l'exciton :

$$\langle [b_{1s,\mathbf{k}=0}, b_{1s,\mathbf{k}=0}^\dagger] \rangle = 1 - O(na_{exc}^{*2D^2}) \quad (1.19)$$

où n est la densité d'excitons par unité de surface. L'exciton se comporte alors comme un boson dans la limite des basses densités. La densité limite au dessus de laquelle les excitons ne peuvent plus être considérés comme des bosons est appelée *densité de saturation*. En utilisant la transformation d'Usui [Usui 60] appliquée aux puits quantiques [Rochat 00] on peut obtenir le Hamiltonien bosonique qui décrit les interactions entre excitons jusqu'au deuxième ordre. Cette approche permet d'obtenir une densité de saturation pour l'exciton donnée par [Schmitt-Rink 85, Rochat 00] :

$$n_{sat} = \frac{7}{16\pi a_{exc}^{*2D^2}} \quad (1.20)$$

Dans notre microcavité, cette densité de saturation est de l'ordre de $3000 \mu\text{m}^{-2}$, qui reste grand par rapport aux densités usuelles dans le travail de thèse présenté ici ($n \approx 100 \mu\text{m}^{-2}$). Notons cependant que même pour des densités d'excitation inférieures à la densité de saturation, il a été montré que ce modèle de bosonisation est incomplet et que des termes supplémentaires découlant du principe d'exclusion de Pauli entre les porteurs de charges devraient être pris en compte (voir à ce sujet les travaux de M. Combescot [Combescot 02]). Cependant le très bon accord entre les observations expérimentales et le modèle de bosonisation prouve la validité (certainement relative) de ce modèle. Ainsi dans la suite de ce manuscrit nous considérerons les excitons comme des bosons.

1.3 Cavité optique

En confinant les excitons selon une dimension dans un puits quantique, nous avons vu que les excitons sont alors couplés à un continuum du champ électromagnétique. Pour obtenir un couplage fort entre photons et excitons, on peut confiner les photons selon une direction dans une cavité optique. Ainsi, un exciton sera couplé à un unique mode du champ électromagnétique ce qui nous permet d'atteindre le régime de couplage fort, sur lequel nous reviendrons dans la section suivante.

1.3.1 Miroirs de Bragg

La cavité optique est formée de deux miroirs de Bragg réalisés en empilant alternativement des couches de semi-conducteurs a et b ayant des indices de réfraction $n_a > n_b$ différents. Chaque couche a une épaisseur $e_i = \lambda_{Bragg}/4n_i$ ($i = a, b$) où λ_{Bragg} est la longueur d'onde du rayonnement dans le vide pour laquelle la réflectivité doit être maximale. Cette structure se comporte alors comme un miroir de haute-réflectivité pour une gamme de fréquence appelée *stop-band* centrée en λ_{Bragg} et d'une largeur donnée par la formule [Macleod 01] :

$$\Delta\lambda = \frac{4\lambda_{Bragg}}{\pi} \arcsin\left(\frac{n_a - n_b}{n_a + n_b}\right) \quad (1.21)$$

La figure 1.5 représente la réflectivité d'un miroir de Bragg. La réflectivité dans la *stop-band* est donnée approximativement par la formule [Sheppard 95] :

$$R = \left[\frac{n_o(n_a)^{2N} - n_s(n_b)^{2N}}{n_o(n_a)^{2N} + n_s(n_b)^{2N}} \right]^2 \quad (1.22)$$

où n_o et n_s sont respectivement les indices de réfraction du milieu avant le miroir et du milieu après le miroir (dans le sens de propagation de la lumière).

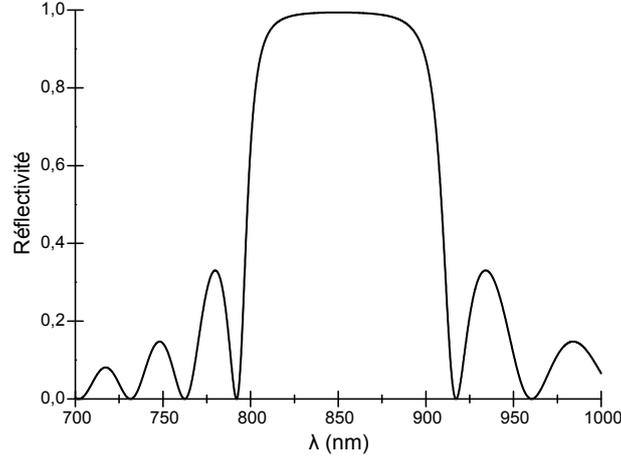


FIGURE 1.5 – Réflectivité en incidence normale d'une onde transverse électro-magnétique en fonction de la longueur d'onde d'un miroir de Bragg composé de 20 paires de $\text{Ga}_{0.9}\text{Al}_{0.1}\text{As}/\text{AlAs}$, avec $\lambda_{\text{Bragg}} = 850\text{nm}$.

Deux miroirs de Bragg parallèles séparés d'une distance $m\lambda_0/2n_c$ où n_c est l'indice de réfraction du milieu de la cavité et m un nombre entier forment une cavité Fabry-Pérot résonnante à incidence normale à la longueur d'onde λ_0 . La figure 1.6 représente la réflectivité à incidence normale d'une cavité formée de deux miroirs de Bragg ayant les caractéristiques de celui de la figure 1.5, séparés d'une distance de $2\lambda_{\text{Bragg}}/n_c$. On observe un creux très étroit de la réflectivité au centre de la stop-band qui correspond à la résonance de la cavité Fabry-Pérot.

1.3.2 Relation de dispersion

On peut introduire une relation de dispersion des photons pour ce type de cavité, de forme analogue à celle des excitons donnée par la relation 1.16. La cavité impose une quantification de la composante k_z^{ph} du vecteur d'onde. La cavité étant construite afin de n'avoir qu'une seule résonance dans la stop-band des miroirs de Bragg, on a :

$$k_z^{ph} = \frac{2\pi n_c}{\lambda_0} \quad (1.23)$$

où λ_0 est la longueur de résonance de la cavité à incidence normale et n_c l'indice de réfraction à l'intérieur de la cavité. La composante dans le plan des couches du vecteur d'onde \mathbf{k}_{\parallel} restant libre on peut alors écrire l'énergie :

$$E_{ph}(\mathbf{k}_{\parallel}) = \frac{\hbar c}{n_c} \sqrt{k_z^2 + \mathbf{k}_{\parallel}^2} \quad (1.24)$$

$$E_{ph}(\mathbf{k}_{\parallel}) = \sqrt{\left(\frac{\hbar c}{\lambda_0}\right)^2 + \left(\frac{\hbar c \mathbf{k}_{\parallel}}{n_c}\right)^2} \quad (1.25)$$

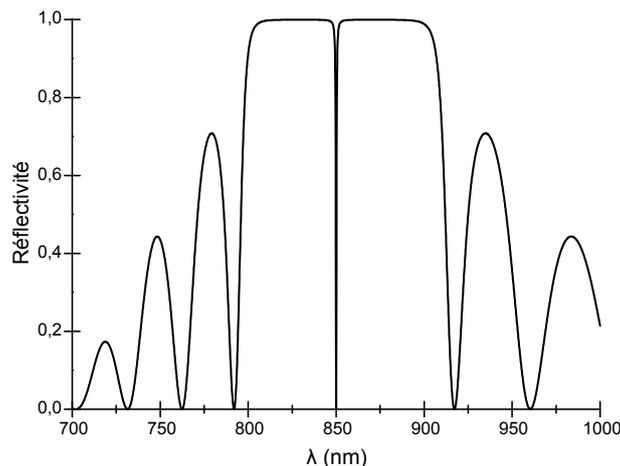


FIGURE 1.6 – Réflectivité en incidence normale d'une onde transverse électromagnétique en fonction de la longueur d'onde d'une cavité formée de deux miroirs de Bragg composés chacun de 20 paires de $\text{Ga}_{0.9}\text{Al}_{0.1}\text{As}/\text{AlAs}$, avec $\lambda_{\text{Bragg}} = 850\text{nm}$, espacés de $2\lambda_{\text{Bragg}}/n_c$.

De la même manière qu'avec les électrons de conduction et de valence dans les équations 1.1 et 1.2, on peut attribuer au voisinage de $\mathbf{k}_{\parallel} = 0$ une masse effective m_{photon} au photon :

$$\frac{\hbar^2}{m_{\text{photon}}} = \frac{d^2 E(\mathbf{k}_{\parallel})}{dk_{\parallel}^2} \quad (1.26)$$

soit

$$m_{\text{photon}} = \frac{n_c^2 \hbar}{\lambda_0 c} \quad (1.27)$$

qui est de l'ordre de 10^{-5} fois la masse de l'électron et 10^{-4} fois la masse de l'exciton. La courbure de la courbe de dispersion étant alors 10^4 fois plus grande que celle de l'exciton, on pourra négliger cette dernière par rapport à celle du photon.

1.3.3 Modes de fuite

La longueur d'onde de résonance de la cavité dépend de l'angle d'incidence selon la relation :

$$\lambda_{0,\theta} = \frac{2\pi}{|\mathbf{k}|} = \frac{2\pi n_c}{\sqrt{k_z^2 + \mathbf{k}_{\parallel}^2}} = \frac{2\pi n_c}{k_z \sqrt{1 + \tan^2 \theta}} = \lambda_0 \cos \theta \quad (1.28)$$

Par conséquent, on peut s'intéresser au coefficient de réflexion de la cavité à longueur d'onde d'excitation fixée λ_0 en fonction de l'angle d'incidence θ . On obtient alors une courbe de même allure que la figure 1.6 (voir figure 1.7). Les minima de réflectivité pour $\theta > 0$ peuvent s'interpréter comme des modes secondaires, appelés *modes de fuite* provenant des pics de réflectivité des miroirs de Bragg en dehors de la stop-band. Ces modes étant plus larges que le mode principal, le champ électromagnétique "fuit" efficacement par ces modes qui constituent la principale limitation de la finesse des microcavités. Or, l'angle du premier mode de fuite est tel qu'il subit une réflexion totale à l'interface avec l'air. Par conséquent ces modes ne peuvent fuir que par la tranche de la microcavité.

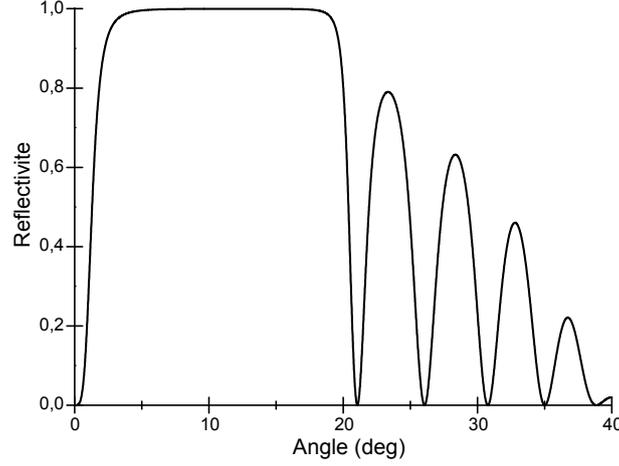


FIGURE 1.7 – Réflectivité à la longueur d’excitation $\lambda_0 = \lambda_{Bragg}$ d’une onde transverse électrique en fonction de l’angle d’incidence d’une cavité formée de deux miroir de Bragg composés chacun de 20 paires de $\text{Ga}_{0.9}\text{Al}_{0.1}\text{As}/\text{AlAs}$, avec $\lambda_{Bragg} = 850\text{nm}$, avec une résonance à λ_{Bragg}

1.4 Puits quantique en cavité

Une microcavité semi-conductrice est composée d’un ou plusieurs puits quantique insérés dans une cavité optique. Les deux éléments d’une telle cavité ont été présentés dans les parties 1.2 et 1.3. Nous avons vu dans la partie 1.2.1 que, à cause de la brisure de l’invariance par translation selon l’axe de croissance (axe z), l’exciton dans un puits quantique d’impulsion transverse \mathbf{k}_{\parallel} est couplé à un continuum de modes photoniques. En présence des miroirs de Bragg, la composante k_z^{ph} de l’impulsion du photon selon l’axe z est quantifiée selon l’équation 1.23. Ainsi un exciton dans le puits n’est plus couplé à un continuum mais à un mode unique du champ électromagnétique. Aux largeurs de raies près, ce couplage permet d’exciter de manière sélective un exciton avec un vecteur d’onde transverse donné par $\mathbf{k}_{\parallel}^{exc} = (k_x^{exc}, k_y^{exc})$. Il suffit de choisir l’angle d’incidence $(\theta_x^{ph}, \theta_y^{ph})$ du photon sur la cavité tel que :

$$k_x^{exc} = k_x^{ph,c} = \frac{En_c}{\hbar c} \sin \theta_x^{ph,c} = \frac{E}{\hbar c} \sin \theta_x^{ph} \quad (1.29)$$

$$k_y^{exc} = k_y^{ph,c} = \frac{En_c}{\hbar c} \sin \theta_y^{ph,c} = \frac{E}{\hbar c} \sin \theta_y^{ph} \quad (1.30)$$

où E est l’énergie d’excitation et $(\theta_x^{ph,c}, \theta_y^{ph,c})$ l’angle de réfraction du photon dans la cavité, relié à $(\theta_x^{ph}, \theta_y^{ph})$ par la loi de Snell-Descartes. Réciproquement, la détection d’un photon $(\theta_x^{ph}, \theta_y^{ph})$ émis par la microcavité témoigne de la recombinaison d’un exciton de vecteur d’onde transverse $\mathbf{k}_{\parallel}^{exc} = (k_x^{exc}, k_y^{exc})$ vérifiant 1.29 et 1.30.

1.4.1 Polaritons de microcavité

Le couplage entre photons et excitons permet de lever la dégénérescence entre les états photoniques et excitoniques de même énergie et de nouveaux états propres voient le jour appelés *polaritons de microcavité*. Pour calculer ces nouveaux états, nous nous plaçons dans la limite de faible densité (voir la section 1.2.3) ce qui nous permet de décrire

l'exciton en termes bosoniques. Le système couplé exciton-photon peut dans une première approximation être décrit par le Hamiltonien linéaire :

$$H_{lin} = \sum_{\mathbf{k}} H_{\mathbf{k}} = \sum_{\mathbf{k}} E_{ph}(\mathbf{k}) \hat{a}_{\mathbf{k}}^{\dagger} \hat{a}_{\mathbf{k}} + E_{exc}(\mathbf{k}) \hat{b}_{\mathbf{k}}^{\dagger} \hat{b}_{\mathbf{k}} + \frac{\hbar \Omega_R}{2} (\hat{a}_{\mathbf{k}}^{\dagger} \hat{b}_{\mathbf{k}} + \hat{b}_{\mathbf{k}}^{\dagger} \hat{a}_{\mathbf{k}}) \quad (1.31)$$

où $\hat{a}_{\mathbf{k}}^{\dagger}$ ($\hat{b}_{\mathbf{k}}^{\dagger}$) et $\hat{a}_{\mathbf{k}}$ ($\hat{b}_{\mathbf{k}}$) sont les opérateurs de création et d'annihilation d'un photon (exciton) de vecteur d'onde \mathbf{k} . La somme est effectuée sur les vecteurs transverses \mathbf{k}_{\parallel} , la composante k_z étant fixée par la cavité. Dans toute la suite du manuscrit on notera également \mathbf{k} en lieu et place de \mathbf{k}_{\parallel} . $E_{ph}(\mathbf{k})$ et $E_{exc}(\mathbf{k})$ sont respectivement les énergies d'un photon et d'un exciton de vecteur d'onde \mathbf{k} exprimés dans les équations 1.25 et 1.16. $\hbar \Omega_R$ représente l'énergie de couplage exciton-photon. Ω_R est la fréquence à laquelle l'exciton et le photon échangent leur énergie. Ce Hamiltonien ne prend pas en compte les interactions entre excitons qui sont responsables d'effets non-linéaires à plus haute densité.

Le Hamiltonien 1.31 peut être diagonalisé comme suit :

$$H_{lin} = \sum_{\mathbf{k}} E_{-}(\mathbf{k}) \hat{p}_{\mathbf{k}}^{\dagger} \hat{p}_{\mathbf{k}} + E_{+}(\mathbf{k}) \hat{q}_{\mathbf{k}}^{\dagger} \hat{q}_{\mathbf{k}} \quad (1.32)$$

en introduisant les opérateurs $\hat{p}_{\mathbf{k}}$ et $\hat{q}_{\mathbf{k}}$:

$$\hat{p}_{\mathbf{k}} = -C_{\mathbf{k}} \hat{a}_{\mathbf{k}} + X_{\mathbf{k}} \hat{b}_{\mathbf{k}} \quad (1.33)$$

$$\hat{q}_{\mathbf{k}} = X_{\mathbf{k}} \hat{a}_{\mathbf{k}} + C_{\mathbf{k}} \hat{b}_{\mathbf{k}} \quad (1.34)$$

où $C_{\mathbf{k}}$ et $X_{\mathbf{k}}$ sont appelés coefficients de Hopfield [Hopfield 58] et sont des nombres réels positifs définis par :

$$C_{\mathbf{k}}^2 = \frac{\Omega_R^2}{2\sqrt{\delta_{\mathbf{k}}^2 + \Omega_R^2}(\delta_{\mathbf{k}} + \sqrt{\delta_{\mathbf{k}}^2 + \Omega_R^2})} \quad (1.35)$$

$$X_{\mathbf{k}}^2 = \frac{\delta_{\mathbf{k}} + \sqrt{\delta_{\mathbf{k}}^2 + \Omega_R^2}}{2\sqrt{\delta_{\mathbf{k}}^2 + \Omega_R^2}} \quad (1.36)$$

avec $\hbar \delta_{\mathbf{k}} = E_{ph}(\mathbf{k}) - E_{exc}(\mathbf{k})$ le désaccord cavité-exciton pour un vecteur d'onde transverse donné. $C_{\mathbf{k}}^2$ et $X_{\mathbf{k}}^2$ représentent respectivement la fraction photonique et excitonique d'un mode polaritonique, la somme de ces deux coefficients étant toujours égale à 1. A désaccord cavité-exciton nul, $C_{\mathbf{k}}^2 = X_{\mathbf{k}}^2 = 1/2$, le polariton est dans une superposition à poids égaux de l'exciton et du photon. Les énergies propres du Hamiltonien 1.32 sont :

$$E_{-}(\mathbf{k}) = \frac{1}{2}(E_{ph}(\mathbf{k}) + E_{exc}(\mathbf{k}) - \hbar \sqrt{\delta_{\mathbf{k}}^2 + \Omega_R^2}) \quad (1.37)$$

$$E_{+}(\mathbf{k}) = \frac{1}{2}(E_{ph}(\mathbf{k}) + E_{exc}(\mathbf{k}) + \hbar \sqrt{\delta_{\mathbf{k}}^2 + \Omega_R^2}) \quad (1.38)$$

Rappelons que ces énergies ont été calculées dans le cas idéal où les photons et les excitons ne subissent aucune dissipation et jouissent d'un temps de vie infini. Nous verrons dans la partie 1.4.2 comment la prise en compte des facteurs de dissipation peut affecter le couplage. La figure 1.8 représente la variation des énergies des polaritons E_{-} et E_{+} à vecteur d'onde nul, en fonction du désaccord cavité-exciton $\delta_{\mathbf{k}}$. Notons qu'à désaccord cavité-exciton nul, on retrouve l'énergie de Rabi $E_{+}(\mathbf{0}) - E_{-}(\mathbf{0}) = \hbar \Omega_R$. Cette courbe d'anticroisement est caractéristique du couplage fort. Similairement, la figure 1.9 représente l'énergie à désaccord nul en $\mathbf{k} = \mathbf{0}$ $\delta_{\mathbf{k}=\mathbf{0}} = 0$ en fonction du vecteur d'onde transverse. On

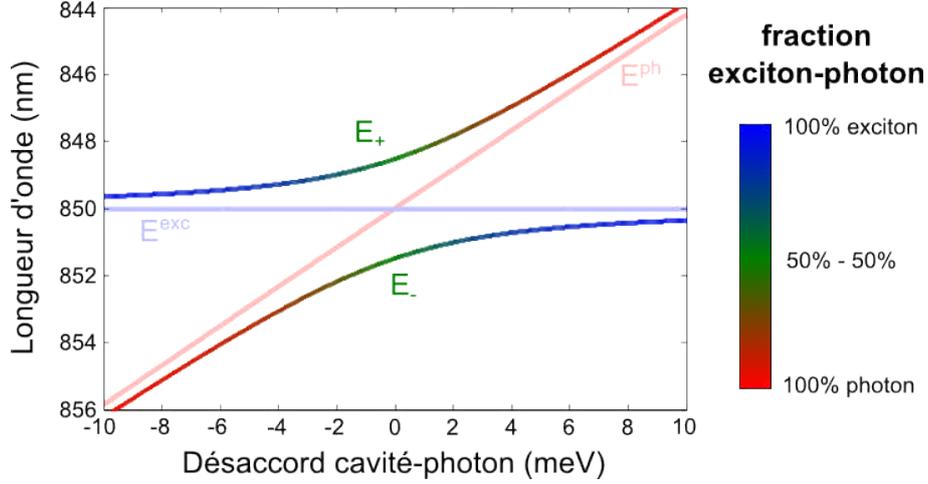


FIGURE 1.8 – Anticroisement des énergies des polaritons à $\mathbf{k} = 0$ en fonction du désaccord cavité-exciton $\delta_{\mathbf{k}} = \frac{E_{ph} - E_{exc}}{\hbar}$. Le dégradé rend compte de la proportion photonique C_k^2 (rouge) et excitonique X_k^2 (bleue) des polaritons bas et haut. Le vert correspond à des polaritons moitié photon, moitié exciton. En couleurs claires sont représentés les énergies des photons de cavité (rouge) et des exciton 2D (bleue) non couplés.

distingue les deux branches de dispersion des polaritons appelées *branche haute* et *branche basse* des polaritons. En $\mathbf{k} = \mathbf{0}$ les deux branches sont séparés de l'énergie de Rabi $\hbar\Omega_R$.

Dans toute la suite de ce travail de thèse, on s'intéressera en particulier aux polaritons de la branche basse. Cette branche polaritonique est particulièrement intéressante pour différentes raisons :

- La dispersion des polaritons bas présente un point d'inflexion, ce qui permet de réaliser des expériences de mélange à quatre ondes efficaces, puisque l'accord de phase et la conservation de l'énergie y sont facilement satisfaits [Savvidis 00].

- Au voisinage de $\mathbf{k} = \mathbf{0}$, la courbe de dispersion des polaritons s'écarte significativement de l'énergie de l'exciton, ce qui montre que les excitons sont bien couplés aux photons. La masse effective des polaritons bas (définie par la formule $\frac{\hbar^2}{m_-(\mathbf{k})} = \frac{d^2 E_-(\mathbf{k})}{dk^2}$) dans ce voisinage est alors très faible comparée à celle des excitons, ce qui présente beaucoup d'avantages pour l'observation des effets quantiques comme nous le verrons par la suite.

- Pour des \mathbf{k} plus importants, au delà du point d'inflexion, la masse des polaritons est même négative ce qui permet d'observer certains effets exotiques comme des solitons brillants [Sich 11].

- La branche est parabolique pour de petits vecteurs d'ondes, ce qui signifie que les polaritons se comportent comme des particules libres de masse effective faible. Or, la densité d'états d'une particule libre de masse m dans un système bidimensionnel est constante et égale à $\frac{m}{\hbar^2}$ [Diu 89]. Ainsi la densité d'états des polaritons à \mathbf{k} proche de 0 est également faible, ce qui est à l'origine de la relaxation stimulée vers ces états lors de la condensation de Bose-Einstein des polaritons [Kasprzak 06], et de l'effet laser [Imamoglu 96, Tassone 99].

1.4.2 Dissipation et définition du régime de couplage fort

Le Hamiltonien 1.31 utilisé dans la partie précédente négligeait tous les phénomènes de relaxation et ainsi toutes interactions des polaritons avec l'environnement. En réalité, les photons de la cavité peuvent se coupler avec les modes extra-cavité du champ

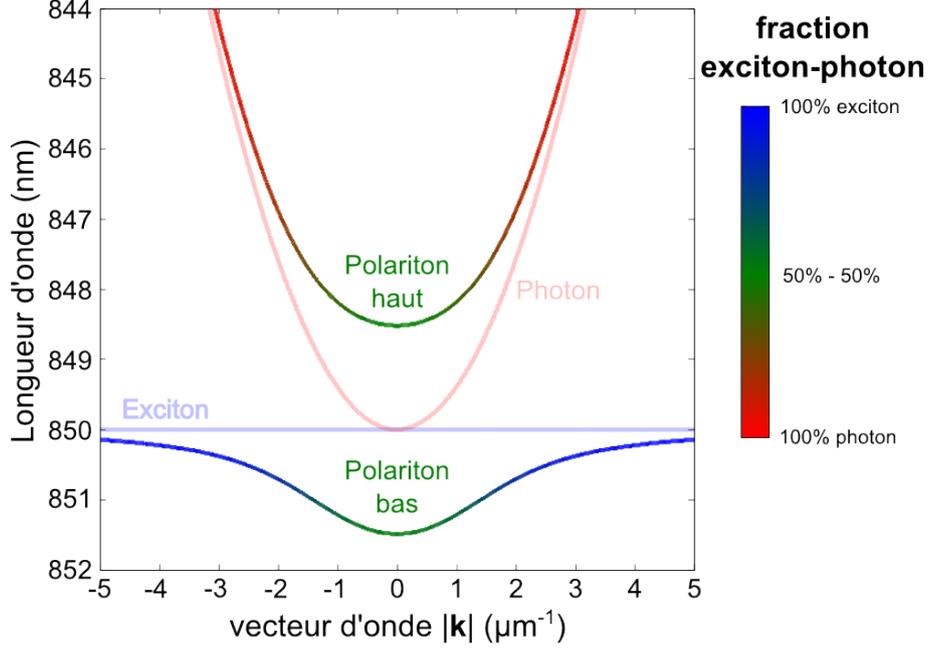


FIGURE 1.9 – Courbe de dispersion des polaritons à désaccord cavité-exciton nul à $\mathbf{k} = 0$ ($\delta_{\mathbf{k}=0} = 0$) et avec $\hbar\Omega_R = 5.1$ meV. Les couleurs sont les mêmes que pour la figure 1.8.

électromagnétique tandis que les excitons peuvent être couplés avec des modes phononiques [Karr 01], excitoniques [Ciuti 98b], ou encore au désordre induit par les défauts de la structure cristalline [Savona 97]. Pour quantifier le taux de relaxation des polaritons, nous introduisons des composantes complexes aux énergies du photon et de l'exciton, correspondant à leurs propres coefficients de relaxation γ_{ph} et γ_{exc} . Cette méthode est en réalité une approximation qui néglige l'influence du couplage exciton-photon sur la relaxation. Cette approximation ne prend pas en compte les effets liés à la forme de la courbe de dispersion des polaritons, comme une dissymétrie entre la branche haute et la branche basse, ou la dépendance du taux de relaxation en fonction de \mathbf{k} [Tassone 97]. Une telle approximation est raisonnable si on se limite à des polaritons au voisinage de $\mathbf{k} = 0$. On pourra se référer au chapitre 2 de la référence [Karr 01] pour plus de détails sur l'introduction d'énergies complexes.

Les énergies complexes $E'_{ph}(\mathbf{k})$ et $E'_{exc}(\mathbf{k})$ s'écrivent alors :

$$E_{ph}^*(\mathbf{k}) = E_{ph}(\mathbf{k}) - i\hbar\gamma_{ph} \quad (1.39)$$

$$E_{exc}^*(\mathbf{k}) = E_{exc}(\mathbf{k}) - i\hbar\gamma_{exc} \quad (1.40)$$

Les énergies complexes $E_-^*(\mathbf{k})$ et $E_+^*(\mathbf{k})$ des polaritons s'écrivent alors en insérant les équations 1.39 et 1.40 dans les équations 1.38 et 1.37 :

$$E_-^*(\mathbf{k}) = \frac{E_{ph}(\mathbf{k}) + E_{exc}(\mathbf{k})}{2} - i\hbar\frac{\gamma_{ph} + \gamma_{exc}}{2} - \frac{\hbar}{2}\sqrt{[\delta_{\mathbf{k}} - i(\gamma_{ph} - \gamma_{exc})]^2 + \Omega_R^2} \quad (1.41)$$

$$E_+^*(\mathbf{k}) = \frac{E_{ph}(\mathbf{k}) + E_{exc}(\mathbf{k})}{2} - i\hbar\frac{\gamma_{ph} + \gamma_{exc}}{2} + \frac{\hbar}{2}\sqrt{[\delta_{\mathbf{k}} - i(\gamma_{ph} - \gamma_{exc})]^2 + \Omega_R^2} \quad (1.42)$$

Ainsi à désaccord nul, on obtient :

$$E_-^*(\mathbf{k}) = \frac{E_{ph}(\mathbf{k}) + E_{exc}(\mathbf{k})}{2} - i\hbar\frac{\gamma_{ph} + \gamma_{exc}}{2} - \frac{\hbar}{2}\sqrt{\Omega_R^2 - (\gamma_{ph} - \gamma_{exc})^2} \quad (1.43)$$

$$E_-^*(\mathbf{k}) = \frac{E_{ph}(\mathbf{k}) + E_{exc}(\mathbf{k})}{2} - i\hbar \frac{\gamma_{ph} + \gamma_{exc}}{2} + \frac{\hbar}{2} \sqrt{\Omega_R^2 - (\gamma_{ph} - \gamma_{exc})^2} \quad (1.44)$$

Et donc la levée de dégénérescence s'effectue uniquement si :

$$\Omega_R > |\gamma_{ph} - \gamma_{exc}| \quad (1.45)$$

C'est cette condition qui définit rigoureusement le couplage fort. Les largeurs de raie des polaritons $\gamma_-(\mathbf{k})$ et $\gamma_+(\mathbf{k})$ sont alors les moyennes pondérées par les coefficients de Hopfield de $\gamma_{ph}(\mathbf{k})$ et $\gamma_{exc}(\mathbf{k})$:

$$\gamma_-(\mathbf{k}) = X_{\mathbf{k}}^2 \gamma_{exc} + C_{\mathbf{k}}^2 \gamma_{ph} \quad (1.46)$$

$$\gamma_+(\mathbf{k}) = C_{\mathbf{k}}^2 \gamma_{exc} + X_{\mathbf{k}}^2 \gamma_{ph} \quad (1.47)$$

La première observation du couplage fort lumière-matière dans une cavité semi-conductrice date de 1992 par Claude Weisbuch [Weisbuch 92]. Afin de parvenir à ce couplage fort, il convient de créer des structures maximisant le couplage exciton-photon. Pour cela, on place les puits quantiques aux maxima de l'amplitude du champ électromagnétique dans la cavité. Par ailleurs, augmenter le nombre de puits quantiques permet également d'améliorer le couplage. Comme on l'a vu avec les précédentes équations, limiter le couplage à l'environnement est indispensable. Pour ce faire, il est indispensable d'avoir des cavités propres avec de grandes finesses optiques.

1.4.3 Interactions entre polaritons

Dans toute la suite de ce travail de thèse, nous nous intéresserons uniquement aux polaritons de la branche basse. Il est alors possible de négliger les polaritons de la branche haute dans le Hamiltonien linéaire 1.32, ce qui nous donne le Hamiltonien linéaire des polaritons bas :

$$H_{lin}^{LP} = \sum_{\mathbf{k}} E_-(\mathbf{k}) \hat{p}_{\mathbf{k}}^\dagger \hat{p}_{\mathbf{k}} \quad (1.48)$$

Comme il a déjà été dit dans la partie 1.4.1, ce Hamiltonien est un développement à l'ordre 1 en densité excitonique du Hamiltonien d'Usui. Lorsqu'on augmente l'excitation lumineuse, on augmente les densités excitoniques et il faut prendre en compte des termes d'ordre supplémentaires, correspondant aux termes d'interactions entre les excitons. Il est alors nécessaire de le compléter avec deux nouveaux termes décrits dans les références [Ciuti 03, Rochat 00]. Le premier terme est $H_{exc-exc}$ qui rend compte des interactions Coulombiennes entre les porteurs de charges [Ciuti 98a] :

$$H_{exc-exc} = \frac{1}{2} \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{k}', \mathbf{q}} V_{Coulomb}(\mathbf{q}) \hat{b}_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}^\dagger \hat{b}_{\mathbf{k}'-\mathbf{q}}^\dagger \hat{b}_{\mathbf{k}} \hat{b}_{\mathbf{k}'} \quad (1.49)$$

$V_{Coulomb}$ n'a pas d'expression simple dans le cas général, regroupant tous les effets complexes d'interactions et d'échange de porteurs de charges (le terme dominant étant celui d'échange inter-excitons d'électrons et de trous). Néanmoins, dans la limite des faibles vecteurs d'ondes $qa_{exc}^{*2D} \ll 1$, avec a_{exc}^{*2D} le rayon de Bohr de l'exciton bidimensionnel défini en 1.15 et ϵ la constante diélectrique du puits quantique on peut écrire :

$$V_{Coulomb}(\mathbf{q}) \approx V_{Coulomb}(\mathbf{0}) = \frac{6e^2 a_{exc}^{*2D}}{\epsilon A} \quad (1.50)$$

avec A l'aire de quantification. Le second terme est H_{exc-ph}^{sat} qui traduit la saturation de la transition optique avec l'intensité d'excitation :

$$H_{exc-ph}^{sat} = - \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{k}', \mathbf{q}} \frac{\hbar \Omega_R}{n_{sat} A} \hat{a}_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}^\dagger \hat{b}_{\mathbf{k}}^\dagger \hat{b}_{\mathbf{k}'-\mathbf{q}} \hat{b}_{\mathbf{k}} \hat{b}_{\mathbf{k}'} + h.c \quad (1.51)$$

où n_{sat} est la densité excitonique de saturation de l'équation 1.20. Expérimentalement, ce phénomène de saturation se traduit par un profil d'émission de la cavité qui devient *top hat* lorsque l'excitation est faite par un faisceau de profil gaussien. La partie centrale du faisceau laser étant plus intense que sa périphérie, la densité de polaritons est plus importante au centre. Le processus de couplage exciton-photon sature et devient alors moins efficace au centre que sur la périphérie, d'où l'aplatissement de l'émission.

Il est alors possible de repasser dans la base polaritonique tout en se limitant aux polaritons de la branche basse, dans laquelle on peut alors écrire le Hamiltonien d'interactions polariton-polariton $H_{pol-pol}$:

$$H_{pol-pol} = \frac{1}{2} \sum_{\mathbf{k}, \mathbf{k}', \mathbf{q}} V_{\mathbf{k}, \mathbf{k}', \mathbf{q}}^{pol-pol} \hat{p}_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}^\dagger \hat{p}_{\mathbf{k}'-\mathbf{q}}^\dagger \hat{p}_{\mathbf{k}} \hat{p}_{\mathbf{k}'}, \quad (1.52)$$

où le potentiel effectif de l'interaction polariton-polariton regroupe l'interaction Coulombienne excitonique et l'interaction de saturation :

$$V_{\mathbf{k}, \mathbf{k}', \mathbf{q}}^{pol-pol} = \frac{a_{exc}^* 2D^2}{A} \left[\frac{6e^2}{\epsilon a_{exc}^* 2D} X_{\mathbf{k}+\mathbf{q}} X_{\mathbf{k}'} + 2 \frac{\hbar \Omega_R}{n_{sat} A} \times (|C_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}| X_{\mathbf{k}'} + |C_{\mathbf{k}'}| X_{\mathbf{k}+\mathbf{q}}) \right] X_{\mathbf{k}'-\mathbf{q}} X_{\mathbf{k}} \quad (1.53)$$

On peut noter que les deux termes sont positifs, l'interaction entre polaritons de la branche basse est par conséquent répulsive. De plus, on notera que la dépendance en vecteur d'onde est faible. Dans la littérature, il est ainsi courant de faire référence au potentiel $V_{\mathbf{k}, \mathbf{k}', \mathbf{q}}^{pol-pol}$ par la constante d'interaction g ou α_1 (α_2 étant réservée à la constante d'interactions de polaritons de spin opposés, dont nous parlerons dans la section 1.4.4).

1.4.3.1 Renormalisation des énergies

Il est intéressant d'étudier la contribution en énergie des interactions entre polaritons. En termes d'opérateurs champs $\hat{\Psi}(\mathbf{r}) = \frac{1}{\sqrt{S}} \sum_{\mathbf{k}} \phi_{\mathbf{k}} \hat{p}_{\mathbf{k}}$, où $\phi_{\mathbf{k}}$ est la fonction d'onde d'un polariton de vecteur d'onde \mathbf{k} et S la taille du système, le Hamiltonien d'interactions entre polaritons peut s'écrire :

$$H_{pol-pol}(\mathbf{r}) = \frac{g}{2} \hat{\Psi}^\dagger(\mathbf{r}) \hat{\Psi}^\dagger(\mathbf{r}) \hat{\Psi}(\mathbf{r}) \hat{\Psi}(\mathbf{r}) \quad (1.54)$$

ce qui donne, appliqué à un état $|\Psi\rangle$:

$$H_{pol-pol}(\mathbf{r})|\Psi\rangle = \frac{g}{2} |\Psi(\mathbf{r})|^2 |\Psi\rangle \quad (1.55)$$

En présence de polaritons en \mathbf{r} , les interactions entre polaritons augmentent l'énergie des polaritons à cet endroit d'une quantité proportionnelle à la densité de polaritons $|\Psi(\mathbf{r})|^2$ en \mathbf{r} . Autrement dit, comme les polaritons se repoussent entre eux, plus il y a de polaritons à un endroit donné, plus l'énergie à dépenser pour en introduire un autre est élevée.

1.4.4 Spin des polaritons

Dans un semiconducteur à gap direct III-V comme le GaAs (dont la structure de bande est représentée sur la figure 1.10), la bande de valence (Γ_7 et Γ_8) est constituée d'électrons de la couche p et la bande de conduction (Γ_6) d'électrons de la couche s. Par conséquent, les électrons de conduction ont un moment cinétique orbital nul, et un moment cinétique total $J_c = \frac{1}{2}$. Les électrons de valence ont, eux, un moment cinétique orbital de 1 et leur moment cinétique total peut prendre les valeurs $J_v = \frac{3}{2}$ et $J_v = \frac{1}{2}$. L'interaction spin-orbite

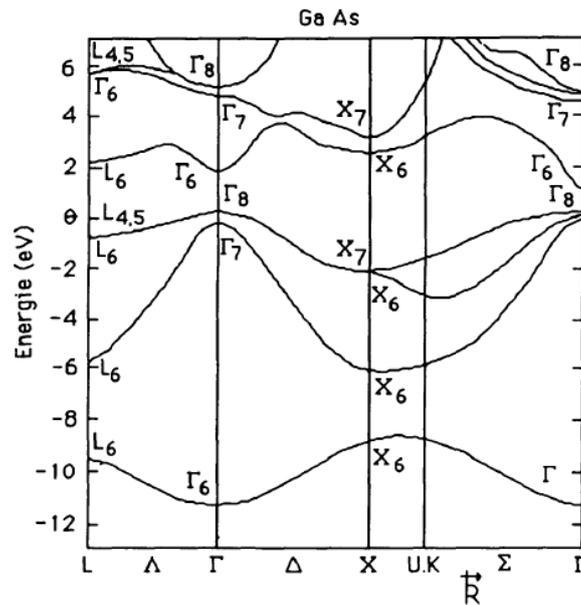


FIGURE 1.10 – Structure de bandes du semiconducteur III-V à gap direct GaAs.

provoque une levée de dégénérescence entre les électrons de valence de moment cinétique total $\frac{1}{2}$ et $\frac{3}{2}$, la bande $J_v = \frac{1}{2}$ (Γ_7) ayant une énergie plus basse. Étant trop éloignée de la bande de conduction pour qu'un processus d'excitation puisse être considéré, on ne considérera dans la suite que les électrons de valence $J_v = \frac{3}{2}$ (Γ_8). En considérant les projections possibles du moment cinétique total sur l'axe de quantification Oz, la bande de valence $J_v = \frac{3}{2}$ se divise en deux sous bandes $J_v^z = \pm\frac{1}{2}$ et $J_v^z = \pm\frac{3}{2}$ de courbures différentes. On distingue ainsi les électrons légers de moment cinétique selon $z \pm\frac{1}{2}$ et les électrons lourds de moment cinétique selon $z \pm\frac{3}{2}$. Bien que les électrons lourds et les électrons légers aient la même énergie à $\mathbf{k} = \mathbf{0}$ dans un semi-conducteur massif, comme le montre la figure 1.11, le confinement selon z dans un puits quantique entraîne une levée de dégénérescence illustrée par la figure 1.12, d'autant plus importante que le confinement est grand [Deveaud 07].

Un trou possède le même moment cinétique total J_h que l'électron auquel il est associé

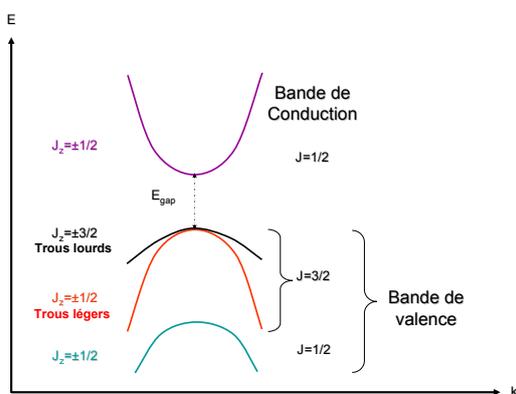


FIGURE 1.11 – Structure de bandes d'un semi-conducteur massif à gap direct.

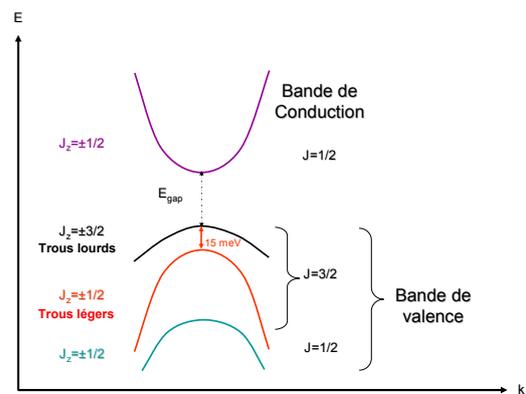


FIGURE 1.12 – Structure de bandes d'un puits quantique semi-conducteur à gap direct.

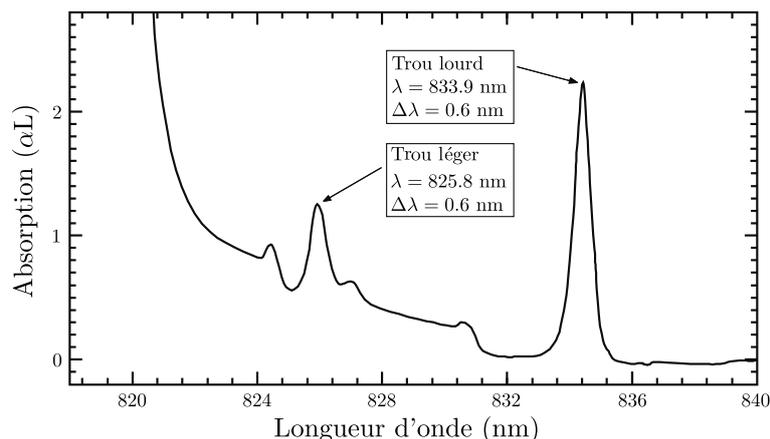


FIGURE 1.13 – Spectre d’absorption caractéristique d’un puits quantique en InGaAs à 4K. Image tirée de la référence [Nelson Jr 96].

mais une projection opposée sur l’axe de quantification $J_h^z = -J_v^z$. On parle alors également de trous lourds et légers, séparés comme le montre la figure 1.13 par une différence d’énergie importante. Un exciton formé d’une paire électron-trou possède un moment angulaire total J_{exc} et un moment angulaire selon l’axe Oz J_{exc}^z . On peut alors exprimer les états (J_{exc}, J_{exc}^z) dans la base des moments angulaires découplés (J_h^z, J_c^z) (voir l’annexe A). Le moment cinétique total de l’exciton peut être $J_{exc} = \pm 2, \pm 1$.

Cependant, le spin d’un photon ne peut être que $J_{ph} = 1$ et le processus de photoabsorption conserve le spin. Ainsi les excitons $J_{exc} = \pm 2$ ne peuvent pas être excités optiquement, on dit que ce sont des états optiquement inactifs ou états noirs (*spin-forbidden states* ou *dark states*). En ne tenant pas compte des états noirs (bien qu’ils jouent un rôle dans la dynamique de spin des excitons, cf. section 1.4.5), on peut se limiter à la description des états excitoniques $\uparrow = (J_h^z = \frac{3}{2}, J_c^z = -\frac{1}{2})$ et $\downarrow = (J_h^z = -\frac{3}{2}, J_c^z = \frac{1}{2})$. Ce système à deux états de spin peut être formellement assimilé à celui d’un spin $\frac{1}{2}$. La conservation du moment cinétique total selon z lors de l’interaction exciton-photon entraîne la règle de sélection $J_{exc}^z = J_{ph}^z$. Une onde en incidence normale ($\mathbf{k} = \mathbf{0}$) polarisée circulairement droite ($J_{ph}^z = +1$ noté σ_+) crée alors un état pur excitonique \uparrow . De même, une onde en incidence normale polarisée circulairement gauche ($J_{ph}^z = -1$ noté σ_-) crée un état pur excitonique \downarrow . Par ailleurs, toute superposition cohérente d’une onde polarisée circulairement gauche et d’une onde circulairement droite (polarisation elliptique ou linéaire) en incidence normale crée une superposition cohérente des états excitoniques \uparrow et \downarrow . En revanche, si le système est excité par une onde polarisée circulairement à incidence non nulle, l’état excitonique créé sera une superposition de ces deux états. En effet, comme calculé dans l’annexe de la référence [Cassaboïs 01], une onde polarisée circulairement à incidence θ_i (selon l’axe e_x) génère un état excitonique polarisé elliptiquement (dont e_x est l’un des axes) d’ellipticité ϕ telle que $\tan \phi = \cos(\theta_i - \theta_r) / \cos \theta_r$ où $\sin \theta_i = n_c \sin \theta_r$ avec n_c l’indice du milieu de la microcavité. On constate que pour des angles usuels (jusqu’à 15°) la variation de l’ellipticité $\Delta\Phi/\Phi$ est de l’ordre de 1%. La modification de la polarisation due à un angle d’incidence non nulle est très faible et sera donc négligée dans la suite.

De manière analogue, la réciproque est vraie. Un exciton dans l’état \uparrow lors de sa recombinaison radiative émettra une onde polarisée σ_+ , et un exciton dans l’état \downarrow émettra une onde polarisée σ_- . Les polaritons étant une superposition cohérente de photons et d’excitons, ils partagent exactement les mêmes propriétés de spin que les excitons (et les photons). Cette conservation du spin lors de l’interaction exciton-photon nous permet alors

d'obtenir toutes les informations relatives au spin des polaritons en étudiant la polarisation de la lumière émise par la microcavité.

1.4.4.1 Le pseudospin polaritonique

Nous avons montré dans la partie précédente que la dynamique de spin des excitons (donc des polaritons) dans un puits quantique peut se réduire à celle d'un système à deux états (\uparrow, \downarrow). De manière analogue aux électrons de spin $\frac{1}{2}$, les polaritons excitoniques de vecteur d'onde \mathbf{k} peuvent être décrits par une matrice densité 2×2 , $\rho_{\mathbf{k}}$ [Kavokin 04]. Il est alors intéressant d'introduire le vecteur pseudospin $\mathbf{S}_{\mathbf{k}}$ caractérisant le spin de l'état polaritonique de vecteur d'onde \mathbf{k} par la relation :

$$\rho_{\mathbf{k}} = \frac{N_{\mathbf{k}}}{2} I + \mathbf{S}_{\mathbf{k}} \cdot \boldsymbol{\sigma} \quad (1.56)$$

où $N_{\mathbf{k}}$ est le nombre de polaritons d'impulsion \mathbf{k} , I la matrice identité et $\boldsymbol{\sigma}$ le vecteur des matrices de Pauli. Les trois composantes de $\mathbf{S}_{\mathbf{k}}$ sont les valeurs moyennes des opérateurs \hat{J}_{exc}^x , \hat{J}_{exc}^y et \hat{J}_{exc}^z . On représente usuellement le pseudospin dans la sphère de Poincaré (voir figure 1.14). Dans le cas d'un photon, le pseudospin est équivalent au vecteur de Stokes sur l'état de polarisation du photon. A incidence normale, au regard de l'équivalence entre l'état de spin des polaritons et l'état de polarisation de la lumière, le vecteur de Stokes de la lumière émise est rigoureusement égal au pseudospin des polaritons. Expérimentalement il suffit alors de mesurer les paramètres de Stokes de la lumière émise afin de mesurer le pseudospin des polaritons. Les paramètres de Stokes se mesurent expérimentalement via les intensités d'émission dans différentes bases :

$$S_0 = I_{total} \quad (1.57)$$

$$S_x = I_V - I_H \quad (1.58)$$

$$S_y = I_{+45^\circ} - I_{-45^\circ} \quad (1.59)$$

$$S_z = I_{\sigma_+} - I_{\sigma_-} \quad (1.60)$$

où I_V , I_H , I_{+45° , I_{-45° , I_{σ_+} et I_{σ_-} sont respectivement les intensités émises dans les polarisations linéaire verticale, linéaire horizontale, linéaire diagonale, linéaire anti-diagonale, circulaire droite et circulaire gauche. De plus, pour une onde totalement polarisée, ces paramètres sont reliés par la relation :

$$S_0^2 = S_x^2 + S_y^2 + S_z^2 \quad (1.61)$$

1.4.5 Interactions entre polaritons dépendantes du spin

Dans la partie 1.4.3 nous n'avions pas pris en compte le spin des polaritons pour le calcul du potentiel d'interactions entre polaritons. En réalité, comme il a été détaillé dans la section 1.4.4, les polaritons héritent des excitons une structure de spin à deux niveaux \uparrow et \downarrow , et le Hamiltonien d'interactions entre polaritons dépend du spin. La référence [Ciuti 98a] calcule les différents termes à prendre en compte lors de l'interaction de deux excitons et conclut que seuls les termes d'échange de trous et d'échange d'électrons sont à prendre en compte. Les seules interactions permises et pertinentes dans la base $(J_{exc,1}^z, J_{exc,2}^z)$ sont :

$$(1, 1) \Rightarrow (1, 1) \quad (1.62)$$

$$(-1, -1) \Rightarrow (-1, -1) \quad (1.63)$$

$$(1, -1) \Rightarrow (2, -2) \quad (1.64)$$

$$(-1, 1) \Rightarrow (2, -2) \quad (1.65)$$

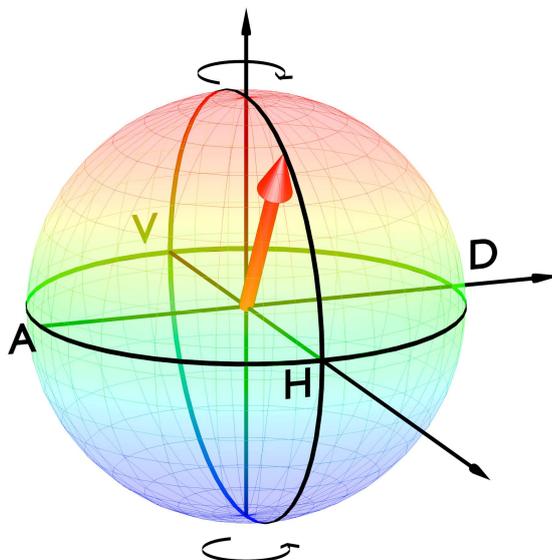


FIGURE 1.14 – Sphère de Poincaré du pseudospin. Les pôles de la sphère correspondent aux deux polarisations circulaires tandis que l'équateur correspond à différentes polarisations linéaires : H pour horizontale, V pour verticale, D (diagonale) pour $+45^\circ$ et A (anti-diagonale) pour -45° .

Alors que les excitons de moment cinétique $J_{exc} = 1$ et $J_{exc} = 2$ ont environ la même énergie (ils sont séparés par l'énergie de l'interaction d'échange d'électrons et de trous, de l'ordre de 0.01 meV), les polaritons (c'est-à-dire les excitons de spin $J_{exc} = 1$ couplés au champ électromagnétique) ont une énergie plus basse de l'ordre de la moitié de l'énergie de Rabi $\hbar\Omega_R$. Ainsi, les processus 1.62 et 1.63 sont beaucoup plus efficaces que les processus 1.64 et 1.65 qui font intervenir des excitons de moment cinétique total $J_{exc} = 2$, non couplés au champ électromagnétique et donc qui respectent difficilement la conservation de l'énergie. Cependant, on peut imaginer un processus faisant intervenir les états noirs comme états intermédiaires virtuels [Glazov 09, Renucci 05] :

$$(1, -1) \Rightarrow (2, -2) \Rightarrow (1, -1) \quad (1.66)$$

$$(1, -1) \Rightarrow (-2, 2) \Rightarrow (-1, 1) \quad (1.67)$$

Ces derniers processus nécessitent deux photons et sont des termes du second ordre de l'interaction, nécessairement plus faibles. Alors que la constante d'interaction α_1 est positive et l'interaction entre polaritons de même spin répulsive (voir la section 1.4.3), les calculs et les mesures de la constante d'interaction entre polaritons de spin opposés α_2 donnent une valeur négative et donc une interaction attractive [Vladimirova 10]. Dans le cas général nous avons alors :

$$\alpha_1 \gg |\alpha_2| \quad (1.68)$$

$$\alpha_1 > 0 \quad (1.69)$$

$$\alpha_2 < 0 \quad (1.70)$$

En réalité, il existe aussi des interactions entre excitons sombres. Ainsi, la présence d'un bain d'exciton sombres induit un décalage en énergie indépendant du spin des polaritons, qui peut éventuellement modifier la valeur de la constante d'interaction α_2 [Sarkar 10a].

Ainsi, on attribue à la présence d'un bain d'excitons l'observation d'une constante effective α_2^{eff} positive comme rapporté dans la référence [Adrados 10] reproduite dans l'annexe C.

Pour ce qui est de la renormalisation des énergies étudiée dans la partie 1.4.3.1, une population de spin donnée contribue très peu à la renormalisation en énergie de la population de spin opposée. Un déséquilibre des populations \uparrow et \downarrow induit alors des renormalisations différentes pour chaque population, introduisant alors un clivage énergétique entre les polaritons \uparrow et \downarrow . Nous verrons dans la partie suivante qu'une telle différence énergétique induit un champ magnétique effectif selon l'axe de croissance z .

1.4.6 Relaxation du spin des polaritons et champ magnétique effectif

La polarisation de la lumière ne peut pas être conservée indéfiniment par les excitons. Avec le temps, ils perdent leur polarisation à cause des effets inévitables de relaxation de spin. Plusieurs mécanismes de relaxations de spin sont à prendre en compte pour des porteurs de charges libres : le mécanisme d'Elliott-Yaffet [Elliott 54], le mécanisme de D'yakonov Perel' [D'yakonov 71] et le mécanisme de Bir-Aronov-Pikus [Pikus 71]. La référence [Maialle 93] montre que c'est ce troisième mécanisme dit d'inversion de spin (*spin flip*) qui est dominant pour les excitons dans des puits quantique et conduit à des transitions entre les excitons $J_{exc}^z = +1$ et $J_{exc}^z = -1$. Le mécanisme de Maialle est de plus amplifié pour les polaritons par une séparation en énergie des modes photoniques Transverse Électrique (TE) et Transverse Magnétique (TM) due principalement aux dispersions angulaires des miroirs de Bragg différentes pour les modes TE et TM [Panzarini 99]. Ce couplage se traduit par la présence d'un terme non-diagonal $W_{\mathbf{k}}$ dans le Hamiltonien des polaritons de la branche basse dans la base (\uparrow, \downarrow) qui prend la forme :

$$H_{\mathbf{k}} = H_0 + H_{\mathbf{k}}^W = \begin{bmatrix} E_{\mathbf{k}}^{\uparrow} & W_{\mathbf{k}} \\ W_{\mathbf{k}}^{\dagger} & E_{\mathbf{k}}^{\downarrow} \end{bmatrix} \quad (1.71)$$

où $E_{\mathbf{k}}^{\uparrow}$ et $E_{\mathbf{k}}^{\downarrow}$ sont les énergies des états \uparrow et \downarrow . Considérons dans un premier temps la quantité $\hbar\Omega_0 = E_{\mathbf{k}}^{\uparrow} - E_{\mathbf{k}}^{\downarrow}$ comme nulle. Nous verrons dans la section 1.4.6.2 que cette considération est valide pour un fluide de polaritons polarisé linéairement. La matrice $H_{\mathbf{k}}^W$ couplant les états \uparrow et \downarrow est analogue à un champ magnétique effectif dans le plan des couches. Cette matrice peut se réécrire [Maialle 93] :

$$H_{\mathbf{k}}^W = \frac{\hbar\Omega_{\mathbf{k}}}{2} \begin{bmatrix} 0 & e^{-2i\theta} \\ e^{2i\theta} & 0 \end{bmatrix} \quad (1.72)$$

$\Omega_{\mathbf{k}}$ est une fonction de \mathbf{k} nulle en $\mathbf{k} = 0$, croissante en $|\mathbf{k}|$ et qui varie comme une racine carrée pour des grands \mathbf{k} . On associe à $\Omega_{\mathbf{k}}$ l'énergie $\hbar\Omega_{\mathbf{k}}$ dite *splitting TE-TM* qui sépare les modes polaritoniques TE et TM et qui varie entre 0 et quelques dizaines de μeV . θ représente l'angle polaire de \mathbf{k} dans le plan k_x, k_y . Pour des polaritons sans interactions et de temps de vie infini, l'évolution de la matrice densité est gouvernée par l'équation de Liouville-Von Neumann :

$$\frac{d\rho_{\mathbf{k}}}{dt} = \frac{i}{\hbar} [\rho_{\mathbf{k}}, H_0 + H_{\mathbf{k}}^W] \quad (1.73)$$

Cette équation pour la matrice densité est formellement équivalente à l'équation pour le pseudospin :

$$\frac{d\mathbf{S}_{\mathbf{k}}}{dt} = \boldsymbol{\Omega}_{\mathbf{k}} \wedge \mathbf{S}_{\mathbf{k}} \quad (1.74)$$

où $\boldsymbol{\Omega}_{\mathbf{k}} = (\Omega_{\mathbf{k}} \cos(2\theta), \Omega_{\mathbf{k}} \sin(2\theta), 0)$ apparaît comme un champ magnétique effectif autour duquel le pseudospin subit une précession. Ce champ magnétique effectif est à l'origine de l'effet Hall optique de spin décrit dans les références [Kavokin 05, Leyder 07].

1.4.6.1 Champ magnétique intrinsèque

En plus du champ magnétique effectif dû au mécanisme de Maialle, les contraintes lors de la croissance des multiples couches de la microcavité semi-conductrice induisent généralement une anisotropie dans le plan des couches (voir section 3.1) qui peut résulter en un désaccord énergétique constant entre les polaritons polarisés selon des axes privilégiés, indépendant de l'impulsion des polaritons. L'anisotropie de la structure se traduit par l'ajout d'un champ magnétique effectif constant et uniforme Ω_{an} . Bien que ce champ magnétique supplémentaire a pu être observé dans plusieurs expériences [Klopotowski 06, Krizhanovskii 06, Amo 09b] il n'existe pas aujourd'hui d'explication claire de son origine.

Cependant il est généralement possible de se placer dans des conditions où ce terme devient négligeable (soit en propageant le fluide selon la direction de ce champ, ou bien en générant un fluide d'impulsion suffisamment élevée, rendant ce champ magnétique intrinsèque négligeable devant celui créé par le mécanisme de Maialle), c'est pourquoi nous n'en tiendrons pas compte dans la suite du manuscrit.

1.4.6.2 Splitting intrinsèque de Zeeman et précession de Larmor auto-induite

Dans le cas général, Ω_0 n'est pas nul. Lorsque le fluide n'est pas polarisé linéairement, il existe une différence entre les populations n_\uparrow et n_\downarrow . Nous avons vu dans la section 1.4.3.1 où nous n'avions pas encore pris en compte le paramètre de spin que l'énergie des polaritons est renormalisée d'une quantité proportionnelle à la densité $\Delta_E = g|\Psi|^2$. En prenant en compte le degré de liberté de spin, l'énergie des polaritons de spin $\sigma = \{\uparrow, \downarrow\}$ (où $\uparrow = \downarrow$ et réciproquement) est renormalisée d'une quantité :

$$\Delta E_\sigma = \alpha_1 n_\sigma + \alpha_2 n_{-\sigma} \quad (1.75)$$

$$\Delta E_\sigma = \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2} (n_\sigma + n_{-\sigma}) + \frac{\alpha_1 - \alpha_2}{2} (n_\sigma - n_{-\sigma}) \quad (1.76)$$

Dans ces conditions on obtient une valeur non nulle de $\hbar\Omega_0 = E_\uparrow - E_\downarrow = (\alpha_1 - \alpha_2)(n_\uparrow - n_\downarrow)$ appelée aussi *Splitting intrinsèque de Zeeman*. Ce terme dans le Hamiltonien du système est rigoureusement équivalent à l'ajout d'une composante Ω_0 selon l'axe z au champ magnétique effectif qui devient alors :

$$\Omega'_\mathbf{k} = \begin{pmatrix} \Omega_\mathbf{k} \cos(2\theta) \\ \Omega_\mathbf{k} \sin(2\theta) \\ \Omega_0 \end{pmatrix} \quad (1.77)$$

Dans le cas d'un fluide de polaritons polarisé circulairement, la composante selon z du champ magnétique effectif est prédominante ($\Omega_\mathbf{k}$ est de l'ordre de $20 - 50\mu eV$ alors que Ω_0 peut aller jusqu'à $500\mu eV$), ce qui induit la précession du pseudospin principalement autour de l'axe z , protégeant ainsi le système de la décohérence de spin générée par le champ magnétique effectif. C'est cette précession induite par la différence de population de spin opposés qu'on appelle *précession de Larmor auto-induite*.

Il est intéressant de noter que dans les systèmes atomiques les interactions n'ont pas ce caractère antiferromagnétique mais on a plutôt $\alpha_1 \simeq \alpha_2$. Il n'y a donc pas de précession de Larmor auto-induite protégeant le système de la décohérence de spin dans les condensats atomiques. Nous verrons notamment dans la section 5.1.4 que cette précession de Larmor est indispensable pour assurer la stabilité des défauts topologiques demi-entiers dans les fluides de polaritons, et que son absence rend très difficile leur observation dans les condensats atomiques.

Chapitre 2

Condensats de Bose-Einstein et superfluidité

Contents

2.1	Condensation de Bose-Einstein	35
2.2	Équation de Gross-Pitaevskii et cohérence à longue portée	37
2.2.1	Dérivation de l'équation de Gross-Pitaevskii	37
2.2.2	Intérêt des fluides polaritoniques	39
2.3	Superfluidité d'un condensat en interactions	39
2.3.1	Critère de Landau pour la superfluidité	39
2.3.2	Spectre des excitations élémentaires	40
2.4	Injection résonante	41
2.4.1	Équation de Gross-Pitaevskii hors-équilibre	42
2.4.2	Bistabilité	43
2.4.3	Superfluidité	43
2.5	Conclusion	45

2.1 Condensation de Bose-Einstein

En physique quantique les particules peuvent être représentées par deux classes caractérisant la symétrie de leur fonction d'onde : les fermions et les bosons. Alors que les fermions ont une fonction d'onde antisymétrique par échange de particules, les bosons ont quant à eux une fonction d'onde symétrique par échange. Ces deux classes sont régies par deux statistiques différentes appelées statistique de Fermi-Dirac pour les fermions, et de Bose-Einstein pour les bosons. En particulier, la statistique de Bose-Einstein autorise les bosons à s'accumuler dans un même état quantique. En 1925, reprenant le travail de Satyendranath Bose [Bose 24], Albert Einstein montre théoriquement l'existence d'une transition de phase dans un gaz de bosons sans interactions [Einstein 25]. Pour des températures suffisamment basses, l'état fondamental du système bosonique est peuplé macroscopiquement. En effet pour N bosons sans interactions à la température T confinés dans un volume V à d dimensions, la statistique de Bose-Einstein s'écrit :

$$f_B(\mathbf{k}, T, \mu) = \frac{1}{\exp\left(\frac{E(\mathbf{k}) - \mu}{k_B T}\right) - 1} \quad (2.1)$$

où \mathbf{k} est le vecteur d'onde à d dimensions, $E(\mathbf{k})$ l'énergie d'un boson, k_B la constante de Boltzmann et μ le potentiel chimique. La valeur de μ est déterminée par la condition de normalisation sur le nombre total de particules N :

$$N(T, \mu) = \sum_{\mathbf{k}} f_B(\mathbf{k}, T, \mu) \quad (2.2)$$

On peut séparer la contribution de l'état fondamental au nombre de particules :

$$N(T, \mu) = \frac{1}{\exp\left(\frac{E_0 - \mu}{k_B T}\right) - 1} + \sum_{\mathbf{k} \neq 0} f_B(\mathbf{k}, T, \mu) \quad (2.3)$$

avec E_0 l'énergie de l'état fondamentale. Dans la limite thermodynamique, on considère un volume infini, et la somme sur les vecteurs d'ondes est remplacée par une intégrale :

$$n(T, \mu) = \lim_{V \rightarrow +\infty} \frac{N(T, \mu)}{V} = n_0 + \frac{1}{(2\pi)^d} \int_0^{+\infty} f_B(\mathbf{k}, T, \mu) d^d \mathbf{k} \quad (2.4)$$

où n_0 est la contribution de l'état fondamentale :

$$n_0(T, \mu) = \lim_{V \rightarrow +\infty} \frac{1}{V} \frac{1}{\exp\left(\frac{E_0 - \mu}{k_B T}\right) - 1} \quad (2.5)$$

La densité maximale de particules dans les états excités n_c est atteinte pour $\mu = E_0$:

$$n_c(T) = \lim_{\mu \rightarrow E_0} \frac{1}{(2\pi)^d} \int_0^{+\infty} f_B(\mathbf{k}, T, \mu) d^d \mathbf{k} \quad (2.6)$$

Pour des particules avec une relation de dispersion parabolique $E(\mathbf{k}) = \hbar^2 k^2 / 2m$, cette fonction calculable analytiquement diverge pour $d \leq 2$ mais converge pour $d > 2$. Dans ce dernier cas, n_c est une densité critique au dessus de laquelle aucune particule ne peut être ajoutée dans les états excités. Ainsi, toute particule ajoutée au dessus de ce seuil condense dans l'état fondamental :

$$n_0(T) = n(T) - n_c(T) \quad (2.7)$$

La première observation expérimentale de la condensation de Bose-Einstein date de 1995 [Anderson 95] dans un gaz 3D dilué d'atomes de Rubidium-87. Cette expérience pionnière a inauguré un domaine entier de la physique, permettant l'étude de nombreux phénomènes quantiques : la physique des condensats.

Nous avons déjà établi dans la section 1.2.3 que dans les conditions usuelles de densité, les excitons sont des bosons. Les polaritons étant ainsi une superposition d'états bosoniques (photons et excitons), ils respectent également la statistique de Bose-Einstein. Cependant les microcavités semi-conductrices sont des systèmes à deux dimensions et nous avons dit précédemment que l'intégrale de l'équation 2.6 ne converge que pour des dimensions $d > 2$, donc la condensation n'est *a priori* pas possible dans les systèmes confinés. En réalité, cette non-convergence indique juste que pour des systèmes 1D et 2D, la condensation de Bose-Einstein est impossible dans la limite thermodynamique. Dans un système de taille finie la quasi-condensation est réalisable. En effet le système est quantifié, et la sommation 2.2 exclue la région proche de l'état fondamental, responsable de la divergence. La dimensionnalité n'est donc pas un obstacle à la condensation dans les microcavités semi-conductrices. En revanche, dans le but d'observer la condensation de polaritons, le temps de vie très court des polaritons, de l'ordre de 15 ps, pose un défi technologique qui impose de réaliser des structures stimulant la relaxation des polaritons afin de permettre leur thermalisation. Ce défi a été relevé et le phénomène de condensation dans les microcavités semi-conductrices a été observé pour la première fois en 2006 par Jacek Kasprzak et al. [Kasprzak 06] par excitation hors résonance comme l'illustre la figure 2.1.

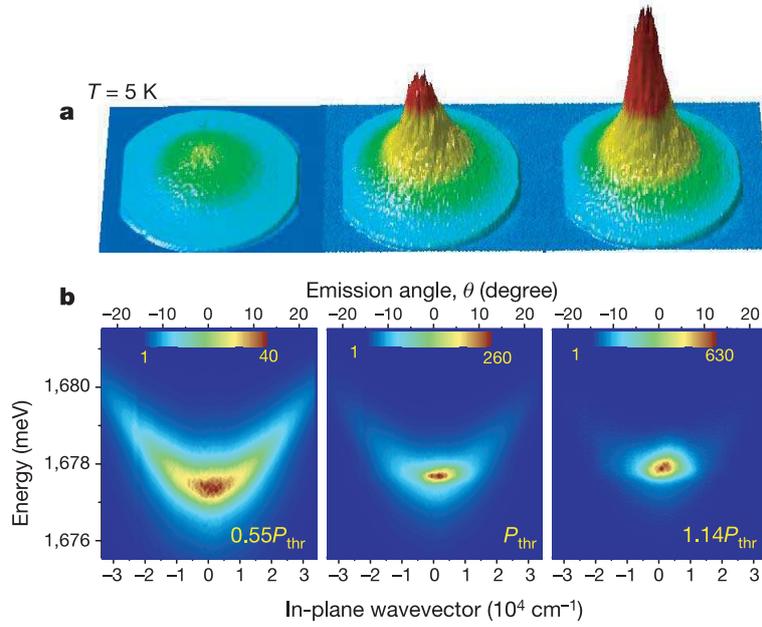


FIGURE 2.1 – Condensation des polaritons de microcavité à 5K. (a) Représentations 3D de l'émission dans l'espace réciproque à trois différentes puissances d'excitation (P_{thr} étant l'intensité de seuil pour la condensation). (b) Spectres énergétiques pour les mêmes puissances d'excitations. Figure tirée de la référence [Kasprzak 06].

2.2 Équation de Gross-Pitaevskii et cohérence à longue portée

2.2.1 Dérivation de l'équation de Gross-Pitaevskii

L'équation de Gross-Pitaevskii découle de l'extension de la théorie de Bogoliubov pour des gaz de Bose uniformes [Bogoliubov 47]. Nous suivons le raisonnement développé dans la référence [Pitaevskii 03]. Commençons par définir l'opérateur champ $\hat{\Psi}(\mathbf{r})$ décrivant le gaz de Bose :

$$\hat{\Psi}(\mathbf{r}) = \sum_i \phi_i \hat{a}_i \quad (2.8)$$

où \hat{a}_i (\hat{a}_i^\dagger) est l'opérateur d'annihilation (création) d'une particule dans l'état ϕ_i et qui obéissent aux relations de commutations

$$[\hat{a}_i, \hat{a}_j^\dagger] = \delta_{i,j}, [\hat{a}_i, \hat{a}_j] = 0 \quad (2.9)$$

La population de l'état fondamental N_0 étant macroscopique, elle joue un rôle particulier dans la physique des condensats et il paraît judicieux de séparer sa contribution ($i = 0$) des autres composantes :

$$\hat{\Psi}(\mathbf{r}) = \phi_0 \hat{a}_0 + \sum_{i \neq 0} \phi_i \hat{a}_i \quad (2.10)$$

On peut maintenant réaliser l'approximation de Bogoliubov qui consiste à remplacer les opérateurs \hat{a}_0 et \hat{a}_0^\dagger par $\sqrt{N_0}$. Cette approximation est équivalente à ignorer la non-commutativité des opérateurs \hat{a}_0 et \hat{a}_0^\dagger . L'approximation de Bogoliubov revient à traiter la composante $\phi_0 \hat{a}_0$ de l'opérateur champ 2.10 comme un champ classique. L'équation 2.10 peut alors être réécrite :

$$\hat{\Psi}(\mathbf{r}) = \Psi_0(\mathbf{r}) + \delta\hat{\Psi}(\mathbf{r}) \quad (2.11)$$

où nous avons défini $\Psi_0 = \sqrt{N_0}\phi_0$ et $\delta\hat{\Psi}(\mathbf{r}) = \sum_{i \neq 0} \phi_i \hat{a}_i$. Si la partie non-condensée $\delta\hat{\Psi}(\mathbf{r})$ est négligeable, comme cela l'est pour de très basses températures, l'opérateur champ est égal au champ classique Ψ_0 . L'approximation de Bogoliubov est valide lorsque un état à une particule est occupé macroscopiquement $N_0 \gg 1$. La fonction $\Psi_0(\mathbf{r})$ est appelée la fonction d'onde du condensat et joue le rôle d'un paramètre d'ordre. C'est une quantité complexe caractérisée par son module $|\Psi_0(\mathbf{r})| = \sqrt{n_0(\mathbf{r})}$ ($n_0 = N_0/V$) et sa phase $\theta(\mathbf{r})$:

$$\Psi_0(\mathbf{r}) = |\Psi_0(\mathbf{r})|e^{i\theta(\mathbf{r})} \quad (2.12)$$

L'ansatz de Bogoliubov pour l'opérateur champ peut être interprété en disant que la valeur moyenne $\langle \hat{\Psi} \rangle$ est non nulle. D'un point de vue physique, cela veut dire que comme $N_0 \gg 1$, ajouter ou soustraire une particule au condensat ne change pas les propriétés du système. On peut alors écrire $\Psi_0 = \langle \hat{\Psi} \rangle$. En prenant cette moyenne sur des états stationnaires avec une dépendance temporelle en $e^{-iEt/\hbar}$, on constate que la dépendance temporelle du paramètre d'ordre est donné par la loi :

$$\Psi_0(\mathbf{r}, t) = \Psi_0(\mathbf{r})e^{-i\mu t/\hbar} \quad (2.13)$$

où $\mu = E(N) - E(N-1) \cong \partial E/\partial N$ est le potentiel chimique.

Nous nous proposons maintenant de définir l'équation gouvernant l'évolution du champ Ψ_0 . Rappelons que le Hamiltonien d'un gaz de bosons en interactions s'écrit :

$$\hat{H} = \int d\mathbf{r} \hat{\Psi}^\dagger(\mathbf{r}) \left[\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V_{ext}(\mathbf{r}) + \frac{1}{2} \int d\mathbf{r}' \hat{\Psi}^\dagger(\mathbf{r}') V(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \hat{\Psi}(\mathbf{r}') \right] \hat{\Psi}(\mathbf{r}) \quad (2.14)$$

L'opérateur champ dans la représentation d'Heisenberg satisfait alors l'équation :

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \hat{\Psi}(\mathbf{r}, t) = [\hat{\Psi}(\mathbf{r}, t), \hat{H}] = \left[-\frac{\hbar^2 \nabla^2}{2m} + V_{ext}(\mathbf{r}, t) + \int d\mathbf{r}' \hat{\Psi}^\dagger(\mathbf{r}') V(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \hat{\Psi}(\mathbf{r}') \right] \hat{\Psi}(\mathbf{r}, t) \quad (2.15)$$

En considérant un potentiel d'interaction ponctuel de valeur g et en remplaçant $\hat{\Psi}(\mathbf{r}, t)$ par $\Psi_0(\mathbf{r}, t)$, on obtient l'équation de Gross-Pitaevskii :

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi_0(\mathbf{r}, t) = \left(-\frac{\hbar^2 \nabla^2}{2m} + V_{ext}(\mathbf{r}, t) + g|\Psi_0(\mathbf{r}, t)|^2 \right) \Psi_0(\mathbf{r}, t) \quad (2.16)$$

Cette équation de Gross-Pitaevskii prend une forme plus simple dans le cas stationnaire où la fonction d'onde du condensat évolue selon la loi 2.13 :

$$\left(-\frac{\hbar^2 \nabla^2}{2m} + V_{ext}(\mathbf{r}, t) - \mu + g|\Psi_0(\mathbf{r}, t)|^2 \right) \Psi_0(\mathbf{r}) = 0 \quad (2.17)$$

Notons que pour un gaz uniforme, comme c'est le cas dans l'état fondamental en l'absence de potentiel extérieur ($V_{ext} = 0$), l'équation ci-dessus nous donne $\mu = gn_0$.

Il existe dans les condensats une relation particulière entre la phase et la vitesse du fluide. On peut trouver cette relation en multipliant l'équation 2.16 par Ψ_0^* et en soustrayant le complexe conjugué de l'expression obtenue :

$$i\hbar \left(\Psi_0^* \frac{\partial \Psi_0}{\partial t} + \Psi_0 \frac{\partial \Psi_0^*}{\partial t} \right) = -\frac{\hbar}{2m} \left(\Psi_0^* \nabla^2 \Psi_0 - \Psi_0 \nabla^2 \Psi_0^* \right) \quad (2.18)$$

où l'on reconnaît l'équation de conservation du nombre de particules

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \text{div } \mathbf{j} = 0 \quad (2.19)$$

avec \mathbf{j} le vecteur densité de courant dont l'expression est alors :

$$\mathbf{j} = -\frac{\hbar}{2m} (\Psi_0^* \nabla \Psi_0 - \Psi_0 \nabla \Psi_0^*) \quad (2.20)$$

ce qui donne en insérant l'expression $\Psi_0 = \sqrt{n} e^{i\theta(\mathbf{r},t)}$ et en définissant le vecteur vitesse du condensat $\mathbf{v}_s = n\mathbf{j}$:

$$\mathbf{v}_s = \frac{\hbar}{m} \nabla \theta(\mathbf{r}, t) \quad (2.21)$$

Il est facile à partir de l'équation 2.21 de voir que le vecteur vitesse est irrotationnel ($\text{rot } \mathbf{v}_s = 0$). On verra dans le chapitre 4.1.1 que cette propriété caractéristique des condensats induit une quantification des vortex.

L'équation 2.16 appelée aussi *Équation de Schrödinger non-linéaire* développée en 1961 indépendamment par Pitaevskii [Pitaevskii 61] et Gross [Gross 61] est l'outil théorique principal pour étudier les gaz de Bose dilués non uniformes à très basses températures. Nous verrons dans la section 2.4 qu'elle peut être également étendue à un ensemble macroscopique de polaritons dans un état hors équilibre sous injection résonnante à condition d'y intégrer des termes liés aux pertes et au pompage du système.

2.2.2 Intérêt des fluides polaritoniques

Nous avons vu dans la section précédente que la fonction d'onde d'un condensat est définie par son module $|\Phi_0(\mathbf{r})| = \sqrt{n_0(\mathbf{r})}$ et sa phase $\theta(\mathbf{r})$. L'un des intérêts majeurs des systèmes polaritoniques pour l'étude des condensats réside dans le fait que ces paramètres sont conservés lors de l'interaction des excitons avec le champ électromagnétique. Ainsi, mesurer l'intensité et la phase de l'émission de la microcavité donne directement accès au module et à la phase du condensat. Cette phase du condensat révèle une cohérence à longue portée entre polaritons.

2.3 Superfluidité d'un condensat en interactions

Le phénomène de superfluidité a été découvert par P. Kapitza, J.F. Allen et D. Misener en 1937 dans l'Hélium 4 (^4He) [Allen 38, Kapitza 38]. Ils observent qu'en dessous d'une certaine température appelée *point* λ , $T_\lambda = 2.17\text{K}$, la viscosité de ce fluide devient extraordinairement faible. En 1938, Fritz London remarque que la température de la transition superfluide de l'Hélium 4 (2.7K) est sensiblement proche de la température de condensation de Bose-Einstein d'un gaz parfait de même densité que l'hélium liquide (3.2K) et suggère que ces deux phénomènes sont intrinsèquement liés [London 38]. Ce phénomène de superfluidité a été expliqué en 1941 par Landau qui a montré que si le spectre des excitations élémentaires satisfait certains critères que nous nous proposons d'expliquer dans la section suivante, le fluide en mouvement ne permet aucune dissipation [Landau 41].

2.3.1 Critère de Landau pour la superfluidité

Les lois de transformations de l'énergie et de l'impulsion sous transformation Galiléenne jouent un rôle important dans la théorie de la superfluidité de Landau. Soient E et \mathbf{P} l'énergie et l'impulsion d'un fluide dans le référentiel Galiléen \mathcal{R} . L'énergie et l'impulsion du fluide dans le référentiel \mathcal{R}' en translation à une vitesse V par rapport à \mathcal{R} sont donnés

par :

$$E' = E - \mathbf{P} \cdot \mathbf{V} + \frac{1}{2} M V^2 \quad (2.22)$$

$$\mathbf{P}' = \mathbf{P} - M \mathbf{V} \quad (2.23)$$

où M est la masse totale du fluide. Nous allons chercher une condition sur la création d'excitation élémentaires, responsables de la dissipation, et donc de la viscosité d'un fluide. Considérons un fluide à température nulle circulant dans un tube à une vitesse constante \mathbf{v} . Plaçons-nous pour décrire le système dans le référentiel en mouvement avec le fluide, dans lequel le fluide est au repos. Si une excitation avec une impulsion \mathbf{p} apparaît, l'énergie totale devient $E_0 + \epsilon(\mathbf{p})$ où E_0 et $\epsilon(\mathbf{p})$ sont respectivement l'énergie de l'état fondamental et l'énergie de l'excitation d'impulsion \mathbf{p} , et \mathbf{p} donne l'impulsion de l'excitation, transportée par le fluide. Dans le référentiel fixe par rapport au tube, qui se déplace à une vitesse $-\mathbf{v}$ par rapport au fluide, l'énergie E' et l'impulsion \mathbf{P}' satisfont les équations 2.22 et 2.23 :

$$E' = E_0 + \epsilon(\mathbf{p}) + \mathbf{p} \cdot \mathbf{v} + \frac{1}{2} M v^2 \quad (2.24)$$

$$\mathbf{P}' = \mathbf{p} + M \mathbf{v} \quad (2.25)$$

On peut déduire de ces équations que les quantités $\epsilon(\mathbf{p}) + \mathbf{p} \cdot \mathbf{v}$ et \mathbf{p} sont respectivement les variations de l'énergie et de l'impulsion due à l'apparition d'une excitation. $\epsilon(\mathbf{p}) + \mathbf{p} \cdot \mathbf{v}$ est alors l'énergie d'une excitation élémentaire dans le référentiel fixe du tube. Les excitations élémentaires peuvent être générées spontanément uniquement si la contribution énergétique de l'excitation est négative :

$$\epsilon(\mathbf{p}) + \mathbf{p} \cdot \mathbf{v} < 0 \quad (2.26)$$

Ce qui est possible pour des vitesses $v > \epsilon(\mathbf{p})/|\mathbf{p}|$. Dans ce cas le flux du fluide est instable et de nombreuses excitations sont générées spontanément, induisant une viscosité non nulle. Si au contraire la vitesse est inférieure à la valeur critique v_c :

$$v_c = \min_{\mathbf{p}} \frac{\epsilon(\mathbf{p})}{p} \quad (2.27)$$

la condition 2.26 n'est jamais vérifiée et aucune excitation ne peut être générée spontanément dans le fluide. Le critère de Landau peut alors être écrit de manière simplifiée sous la forme :

$$v < v_c \quad (2.28)$$

qui assure que si la vitesse relative du fluide par rapport au tube est plus faible que la vitesse critique v_c le fluide s'écoulera sans friction.

2.3.2 Spectre des excitations élémentaires

Nous allons maintenant calculer le spectre des excitations élémentaires du condensat en interaction en absence de potentiel extérieur vérifiant l'équation de Gross-Pitaevskii 2.16 (donc autour de son état fondamental). Considérons une faible perturbation se propageant sur le condensat avec une impulsion $p = \hbar \mathbf{k}$. Le condensat est initialement décrit par la fonction d'onde stationnaire Ψ_0 et la densité n_0 . Le paramètre d'ordre perturbé subit la transformation de Bogoliubov et s'écrit :

$$\Psi(\mathbf{r}, t) = \left[\Phi_0(\mathbf{r}) + A e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)} + B^* e^{-i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)} \right] e^{-i\mu t / \hbar} \quad (2.29)$$

où l'on a fixé l'origine des énergies à l'énergie du condensat à $\mathbf{k} = 0$. On peut injecter cette fonction dans l'équation de Gross-Pitaevskii 2.16 et isoler les termes évoluant temporellement comme $e^{-i\omega t/\hbar}$ et $e^{i\omega t/\hbar}$ pour obtenir les équations couplées :

$$\hbar\omega A = \left(\frac{\hbar^2 k^2}{2m} - \mu + 2gn_0 \right) A + gn_0 B \quad (2.30)$$

$$-\hbar\omega B = \left(\frac{\hbar^2 k^2}{2m} - \mu + 2gn_0 \right) B + gn_0 A \quad (2.31)$$

Le gaz étant uniforme, on peut écrire $\mu = gn_0$. Le système de ces deux équations couplées est soluble uniquement si le déterminant de la matrice caractéristique est nul, ce qui nous donne le spectre des énergies :

$$\hbar\omega_{\pm} = \pm \sqrt{\left(\frac{\hbar^2 k^2}{2m} \right)^2 + \frac{\hbar^2 k^2}{m} gn_0} \quad (2.32)$$

On constate que dans la limite des petits vecteurs d'ondes la dispersion devient linéaire [Utsunomiya 08] et on peut définir une vitesse du son dans le condensat :

$$c_s = \sqrt{\frac{gn_0}{m}} \quad (2.33)$$

Dans cette limite la vitesse critique du critère de Landau 2.27 est égale à la vitesse du son c_s .

Nous avons décrit un condensat de Bose-Einstein statique et ses excitations élémentaires. D'après le critère de Landau, un tel condensat aura des propriétés superfluides jusqu'à une vitesse de propagation de $v_c = c_s$. Pour obtenir le spectre des excitations élémentaires d'un condensat de Bose-Einstein en mouvement avec une vitesse v , il suffit de passer du référentiel Galiléen \mathcal{R} du fluide, à un référentiel Galiléen \mathcal{R}' en translation à la vitesse $-v$ par rapport à \mathcal{R} . Dans ce nouveau référentiel l'énergie et l'impulsion sont modifiées selon les transformations 2.22 et 2.23. En plein accord avec la théorie de Landau, deux régimes se distinguent en fonction du rapport de la vitesse du fluide $v = \hbar k_0/m$ et de la vitesse du son $c_s = \sqrt{gn_0/m}$. On observe ainsi sur la figure 2.2 en bleu le régime superfluide ($v < c_s$). Le condensat d'énergie E_0 et d'impulsion k_0 n'a pas d'états disponibles à la diffusion élastique. Dans le cas supersonique $v > c_s$ des états sont disponibles pour la diffusion élastique. Ce dernier régime est également appelé *régime Čerenkov*.

2.4 Injection résonante

Il existe plusieurs manières de stimuler la création de polaritons dans une microcavité semi-conductrice. La première méthode dite *hors résonance* crée des polaritons par injection de photons de haute énergie à l'aide d'un laser. En fonction de l'efficacité des phénomènes de relaxation, les polaritons ainsi créés peuvent se thermaliser et former un quasi-condensat de Bose-Einstein [Kasprzak 06]. Une deuxième technique permettant de créer un fluide de polaritons est l'injection résonante (ou quasi-résonante). Elle consiste à utiliser un laser pour injecter directement des polaritons à l'énergie du condensat désiré. En utilisant un laser continu, il est ainsi possible de créer une large population de polaritons à une énergie donnée (fixée par l'énergie du laser), et un vecteur d'onde donné (fixé par le vecteur d'onde des photons de la pompe, ajustable via l'angle d'incidence du laser sur la cavité). Le contrôle sur l'impulsion des polaritons ainsi créés permet d'étudier la propagation de ces fluides, ce qui est difficilement réalisable dans la configuration hors-résonance.

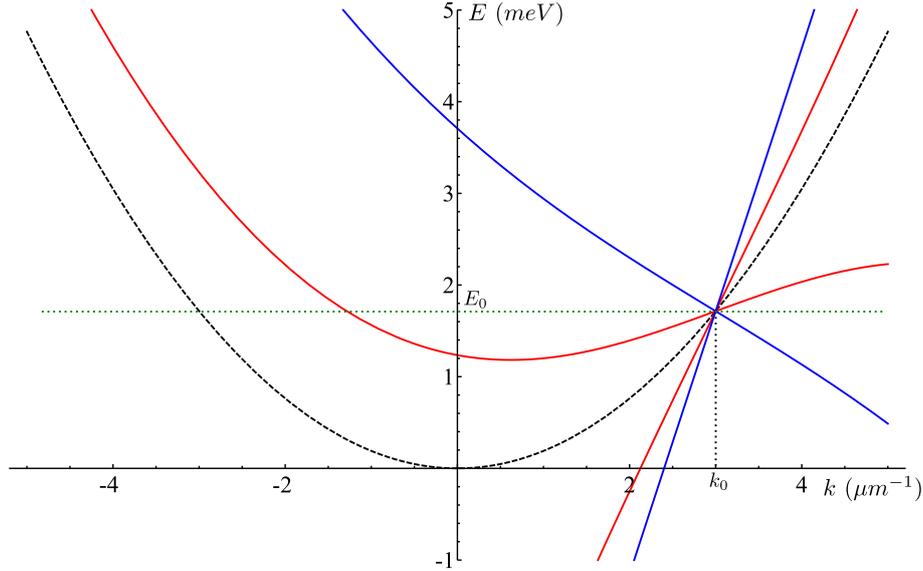


FIGURE 2.2 – Dispersion des excitations élémentaires d'un condensat d'impulsion finie $k_0 = 3 \mu\text{m}^{-1}$ et d'énergie E_0 . La ligne pointillée représente la dispersion parabolique sans interactions. La ligne bleue (rouge) montre le spectre d'un superfluide $v < c_s$ (fluide supersonique $v > c_s$). Dans le cas superfluide aucune diffusion élastique n'est disponible. Le régime supersonique est également appelé *régime Čerenkov*. La ligne verte horizontale est un guide pour les yeux à E_0 . L'intersection de cette courbe avec la courbe de dispersion montre les états accessibles.

Cette deuxième méthode permet également de contrôler le spin des polaritons via la polarisation du laser de pompe, le spin étant conservé lors de l'interaction exciton-photon. Enfin, si la cohérence du fluide de polaritons dans l'injection hors-résonante découle des propriétés élémentaires des condensats, dans l'injection résonante les polaritons sont cohérents *de facto* car générés par un laser lui-même cohérent. Nous disposons alors à l'aide de cette deuxième méthode d'injection d'un nombre macroscopique de polaritons dans le même état de pompe, et cohérents entre eux. Même si ce fluide n'est pas à l'équilibre thermodynamique, nous allons voir qu'il est possible d'étendre le modèle étudié dans la section précédente au cas de l'injection résonante.

2.4.1 Équation de Gross-Pitaevskii hors-équilibre

Dans le cas de l'injection résonante, nous ne pouvons plus considérer le système à l'équilibre thermodynamique et il est nécessaire d'y rajouter des termes dépendants du temps. D'une part nous devons ajouter le terme de pompe $F_P(\mathbf{r}, t)$, générateur d'onde planes de vecteur d'onde donné \mathbf{k}_p et d'énergie donnée $\hbar\omega_p$: $F_P(\mathbf{r}, t) = A_p e^{i(\mathbf{k}_p \cdot \mathbf{r} - \omega_p t)}$. D'autre part, il faut introduire le taux de relaxation des polaritons γ_- , dont nous avons déjà parlé dans la section 1.4.2. La nouvelle équation de Gross-Pitaevskii en l'absence de potentiel extérieur dépendante du temps s'écrit alors [Ciuti 05, Carusotto 04] :

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \Psi(\mathbf{r}, t) = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta \Psi + g|\Psi(\mathbf{r}, t)|^2 \Psi - i\hbar \frac{\gamma_-}{2} \Psi + F_P \quad (2.34)$$

2.4.2 Bistabilité

Nous avons vu dans la section 1.4.3.1 que les interactions entre polaritons engendrent une renormalisation en énergie des polaritons avec leur densité. Sous injection quasi-résonante continue, cette renormalisation en énergie est responsable d'un phénomène non-linéaire de bistabilité en fonction de la puissance de pompe. Lorsque le désaccord pompe-polariton $\hbar\delta_p = \hbar\omega_p - E_{LP}(\mathbf{k}_p)$ est négatif, l'absorption diminue avec l'intensité de pompe à cause de la renormalisation en énergie qui conduit le mode en dehors de la résonance (régime de limiteur optique). Lorsque en revanche ce désaccord δ_p est positif, l'augmentation de l'intensité de pompe accroît la densité de polaritons, ce qui a pour effet de renormaliser l'énergie des polaritons et de réduire le désaccord énergétique entre la pompe et la branche basse des polaritons, augmentant ainsi le recouvrement des fonctions d'ondes et la densité de polaritons. Il existe alors une intensité seuil au dessus de laquelle une augmentation infinitésimale de la densité de polaritons renormalise l'énergie des polaritons d'une quantité suffisante pour susciter une augmentation de la densité de polaritons supérieure à l'augmentation de densité initiale. Passé ce seuil l'énergie des polaritons est directement renormalisée à l'énergie du laser de pompe où le recouvrement des fonctions d'onde est maximal. La branche basse des polaritons et le laser sont alors exactement à résonance.

On peut montrer théoriquement ce résultat en étudiant la stabilité des solutions stationnaires $|\Psi_{SS}^2|$ de l'équation 2.34. L'équation stationnaire est en effet :

$$\left(\frac{\hbar^2 k^2}{2m} - \omega_p - I \frac{\gamma_-}{2} + g |\Psi_{SS}|^2 \right) \Psi_{SS} + F_p = 0 \quad (2.35)$$

Le résultat de cette équation est une courbe de bistabilité représentée sur la figure 2.3. On constate que pour certains paramètres, il existe des puissances de pompes qui peuvent engendrer trois valeurs de densité de polaritons. En réalité, une large zone de la courbe de bistabilité (en rouge sur la figure) n'est pas accessible physiquement car les états correspondants sont instables. La démonstration de cette instabilité est abordée un peu plus en détail dans la section suivante. La bistabilité en puissance de pompe a été observée expérimentalement à de nombreuses reprises [Baas 04a, Baas 04b, Magnusson 11]. En ajoutant le paramètre de spin, on peut observer une multistabilité [Gippius 07, Paraïso 10, Sarkar 10b], c'est à dire une bistabilité pour chacune des populations de spin. Grâce à ce phénomène nous avons pu générer des anneaux de spin dans les microcavités semi-conductrices [Adrados 10]; l'article détaillant cette expérience est reproduit en annexe C.

2.4.3 Superfluidité

De manière analogue à ce qui a été fait en 2.3.2, nous écrivons le paramètre d'ordre perturbé :

$$\Psi(\mathbf{r}, t) = e^{i(\mathbf{k}_p \cdot \mathbf{r} - \omega_p t)} \left[\Phi_0(\mathbf{r}) + A e^{i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)} + B^* e^{-i(\mathbf{k} \cdot \mathbf{r} - \omega t)} \right] \quad (2.36)$$

où l'origine des énergies a été prise au minimum de l'énergie des polaritons. On peut de nouveau insérer cette fonction dans l'équation de Gross-Pitaevskii 2.34 pour obtenir le système couplé :

$$\left(\frac{\hbar^2 (\mathbf{k} + \mathbf{k}_p)^2}{2m} - i\hbar \frac{\gamma_-}{2} - \hbar\omega_p - \hbar\omega + 2gn_0 \right) A + gn_0 B = 0 \quad (2.37)$$

$$gn_0 A + \left(\frac{\hbar^2 (\mathbf{k} - \mathbf{k}_p)^2}{2m} + i\hbar \frac{\gamma_-}{2} - \hbar\omega_p + \hbar\omega + 2gn_0 \right) B = 0 \quad (2.38)$$

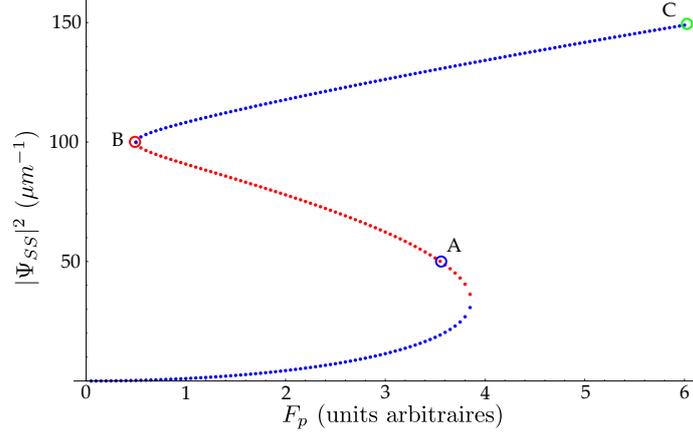


FIGURE 2.3 – Densité moyenne de polaritons $|\Psi_{SS}|^2$ en fonction de l'intensité de pompe (unités arbitraires). Les paramètres utilisés sont les mêmes que pour la figure 2.4 : $\hbar\gamma_- = 0.1$ meV, $k_p = 0$, $\hbar\omega_p = 1$ meV. La zone bleue représente la zone stable alors que la zone rouge représente la zone d'instabilité. Les points A, B et C se rapportent respectivement aux courbes bleue, rouge et verte de la figure 2.4.

De manière identique à ce qui a été fait pour le condensat en interactions dans la section 2.3.2 on trouve le spectre des excitations en annulant le déterminant de la matrice caractéristique du système d'équations 2.37 et 2.38 :

$$\hbar\omega = \frac{\hbar^2 \mathbf{k} \cdot \mathbf{k}_p}{m} - i\hbar \frac{\gamma_-}{2} \pm \sqrt{\left(\frac{\hbar^2 k^2}{2m} + \frac{\hbar^2 k_p^2}{2m} - \hbar\omega_p + 2gn_0 \right)^2 - (gn_0)^2} \quad (2.39)$$

La figure 2.4 représente le spectre des excitations du condensat au repos dans le cas où $k_p = 0$. Nous avons dans le cas de l'injection résonante différents types de spectres en fonction de l'énergie de la pompe $\hbar\delta_p = \hbar\omega_p - E_{LP}(k_p)$ par rapport à l'énergie d'interaction des polaritons gn_0 , c'est à dire en fonction du désaccord énergétique. En effet on observe un gap quand $\hbar\delta_p < gn$ (courbe verte), une zone plate lorsque $\hbar\delta_p \gtrsim gn$ (courbe bleue), et on recouvre le spectre linéaire de Bogoliubov observé dans les condensats en interactions lorsque $\hbar\delta_p = gn_0$ (courbe rouge) [Amo 09a, Amo 09c]. Alors que la figure 2.4 représente la partie réelle du spectre des excitations, on peut analyser la partie imaginaire de ce spectre pour étudier la stabilité de ces états excités [Ciuti 05]. On constate que dans le régime où on observe la zone plate ($\hbar\delta_p \gtrsim gn$), la partie imaginaire est négative et l'état instable. En revanche, lorsque $\hbar\delta_p \gg gn$ ou $\hbar\delta_p < gn$ l'état est stable. Le cas $\hbar\delta_p = gn_0$ constitue un cas critique où la partie imaginaire est nulle. Les différents spectres de la figure 2.4 ont été reportés sur la figure 2.3 par les points A, B et C.

Dans le cas $\hbar\delta_p = gn_0$, on peut simplifier l'expression 2.39 de $\hbar\omega$:

$$\omega = k \sqrt{\frac{gn}{m}} \quad (2.40)$$

On peut alors définir une vitesse du son $c_s = \sqrt{\frac{gn}{m}}$, identique à celle des condensats à l'équilibre. En suivant les mêmes arguments développés dans la section 2.3.2 on constate que lorsque la condition $\hbar\delta_p = gn_0$ est respectée, le fluide mis en mouvement à la vitesse $v = \hbar k_p$ reste superfluide jusqu'à la vitesse critique $v_c = c_s$. Au delà de cette vitesse critique, le fluide devient supersonique et entre dans le régime Čerenkov. La figure 2.5

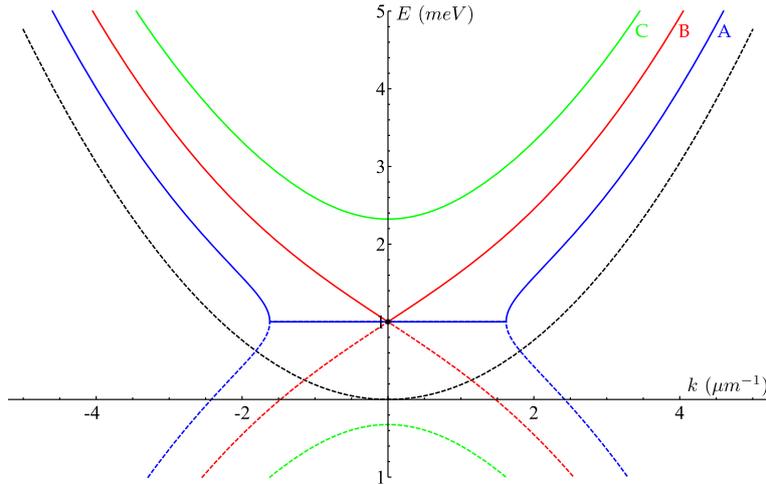


FIGURE 2.4 – Dispersion des excitations élémentaires d'un condensat d'impulsion nulle sous injection résonnante à $k_p = 0$ et $\hbar\omega_p = 1$ meV pour trois valeurs n_0 de la densité de polaritons. $\hbar\delta_p = 1.5gn_0$ en bleu (A), $\hbar\delta_p = gn_0$ en rouge (B) et $\hbar\delta_p = 0.5gn_0$ en vert (C). Les lettres A, B et C se rapportent aux points de la courbe de bistabilité 2.3. La courbe noire représente la dispersion parabolique des polaritons sans interactions. Son minimum constitue l'origine des énergies. La courbe bleue présente un plateau très inhabituel. L'étude de la stabilité montre que ce régime est instable.

illustre le changement de régime lorsque la vitesse du fluide augmente en montrant les spectres d'excitations.

Le phénomène de superfluidité des polaritons sous pompage quasi-résonnant ainsi que le régime Čerenkov ont été observé au laboratoire en 2009 [Amo 09a]. Les figures 2.6 et 2.7 tirées de cette même référence illustrent respectivement le passage du régime linéaire au régime superfluide et Čerenkov en augmentant la densité de polaritons.

Le modèle utilisé dans cette section considère la dispersion des polaritons comme une dispersion parabolique, négligeant tous les effets supplémentaires provenant de la forme particulière de la courbe de dispersion des polaritons. Vraie pour de petits vecteurs d'onde, cette approximation n'est plus valable pour des angles d'excitation trop importants. Il est alors nécessaire de raffiner le modèle et de considérer l'intégralité de la loi de dispersion des polaritons 1.37 comme il a été fait dans la référence [Ciuti 05]. En procédant de cette manière on découvre alors de nouvelles zones d'instabilités liées à des effets d'amplifications paramétriques [Dang 98, Savvidis 00, Messin 00].

2.5 Conclusion

Nous avons démontré dans cette partie la superfluidité d'un condensat de Bose-Einstein en interaction. Par ailleurs, nous avons montré qu'il est possible d'utiliser le formalisme des condensats pour modéliser la physique des fluides polaritoniques sous injection quasi-résonnante. Nous avons également montré qu'un tel fluide de polaritons peut manifester des caractéristiques superfluides. Dans ces conditions d'excitation le fluide polaritonique jouit d'une cohérence initialement héritée du laser de pompe ; néanmoins il est susceptible d'évoluer librement lors de la propagation. En effet nous verrons dans le chapitre 4 que cette liberté sur l'évolution de la phase du fluide se traduit par la génération spontanée de défauts topologiques hydrodynamiques lorsque le fluide interagit avec un défaut lors de son

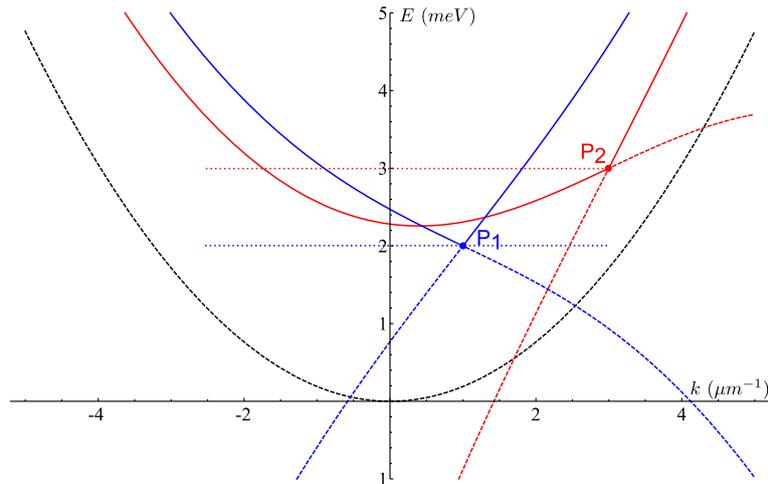


FIGURE 2.5 – Spectres des excitations élémentaires d'un condensat sous injection résonante pour deux jeux de paramètres de pompes P1 et P2, lorsque n_0 vérifie $gn_0 = \Delta_p$. La courbe bleue qui correspond à des paramètres de pompe P1 ($k_p = 1 \mu\text{m}^{-1}$, $\hbar\omega_p = 2 \text{ meV}$) vérifie le critère de Landau et le fluide est dans le régime superfluide. Dans le cas de la courbe rouge correspondant à des paramètres de pompe P2 ($k_p = 3 \mu\text{m}^{-1}$, $\hbar\omega_p = 3 \text{ meV}$), des états de même énergie sont accessibles à la diffusion, et le fluide est dans le régime supersonique Čerenkov. Les lignes pointillées horizontales bleue et rouge représentent respectivement les énergies des condensats dans les conditions P1 et P2.

écoulement. Enfin, notons que dans notre système les photons émis lors de la relaxation des polaritons transportent l'information de phase du fluide polaritonique, qui peut alors être directement mesurée en analysant la phase du faisceau de sortie de la cavité.

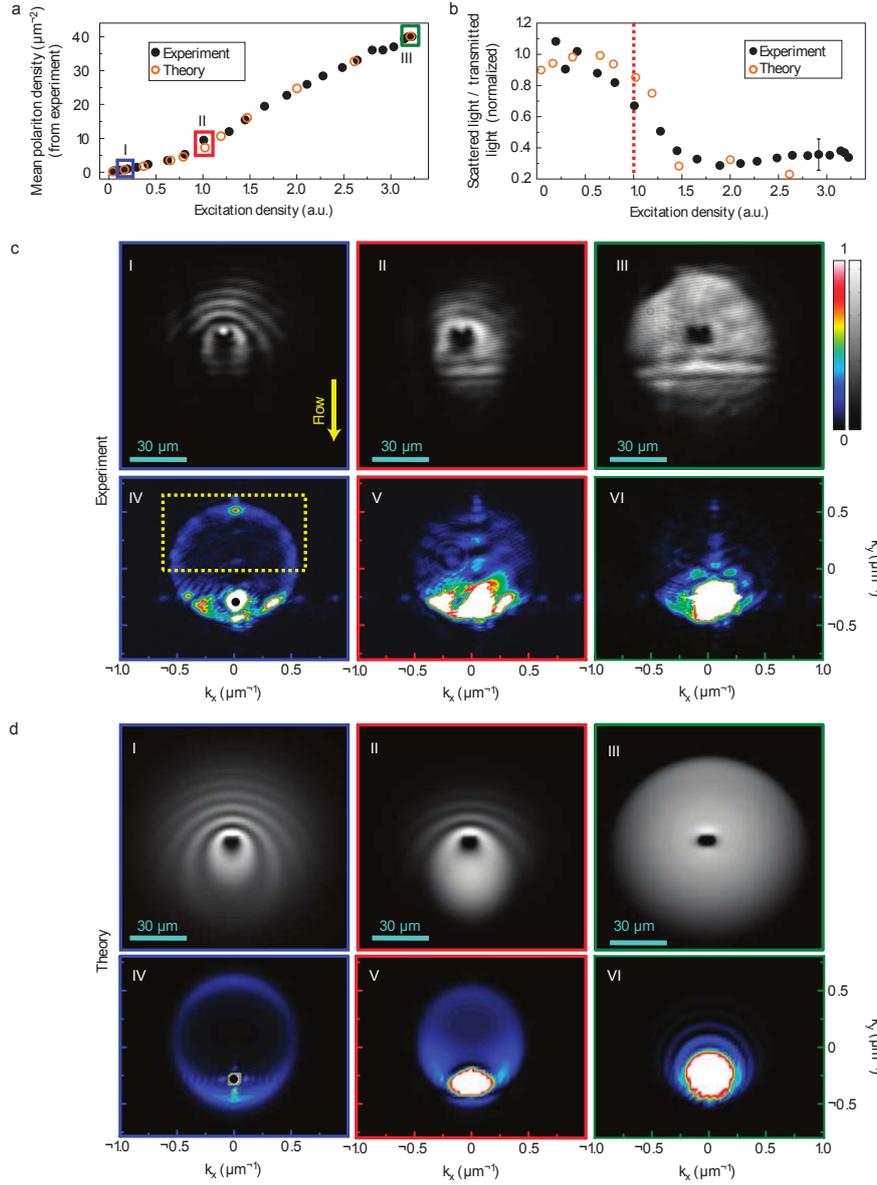


FIGURE 2.6 – Observation d’un fluide de polaritons créé avec un faible moment cinétique dans le plan des couches $k_p = -0.337 \mu\text{m}^{-1}$ et un désaccord de l’énergie du laser de pompe de 0.10 meV par rapport à la courbe de dispersion des polaritons sans interactions. **a**, Valeurs expérimentales (disques) et théoriques (cercles) de l’intensité transmise en fonction de l’intensité d’excitation. **b**, Intensité relative des polaritons diffusés en fonction de l’intensité d’excitation calculée théoriquement (cercles) et mesurée expérimentalement (disques), dans la zone de l’espace réciproque indiquée par un rectangle jaune. **c**-I-III (**c**-IV-VI), images expérimentales dans l’espace réel (espace réciproque) du spot d’excitation autour d’un défaut pour des densités d’excitations repérées par des rectangles de couleur sur **a**. A basse intensité (**c**-I) le fluide de polaritons diffuse sur le défaut, donnant naissance à des fronts d’onde paraboliques et un anneau de diffusion élastique correspondant (**c**-IV). Dans l’espace réciproque la transition vers le régime superfluide se manifeste par une réduction (**c**-V) et un effondrement (**c**-VI) de l’anneau de diffusion. **d**, Images théoriques correspondantes. les points noirs sur les images **c**-IV et **d**-IV représentent les coordonnées de la pompe. Image tirée de la référence [Amo 10].

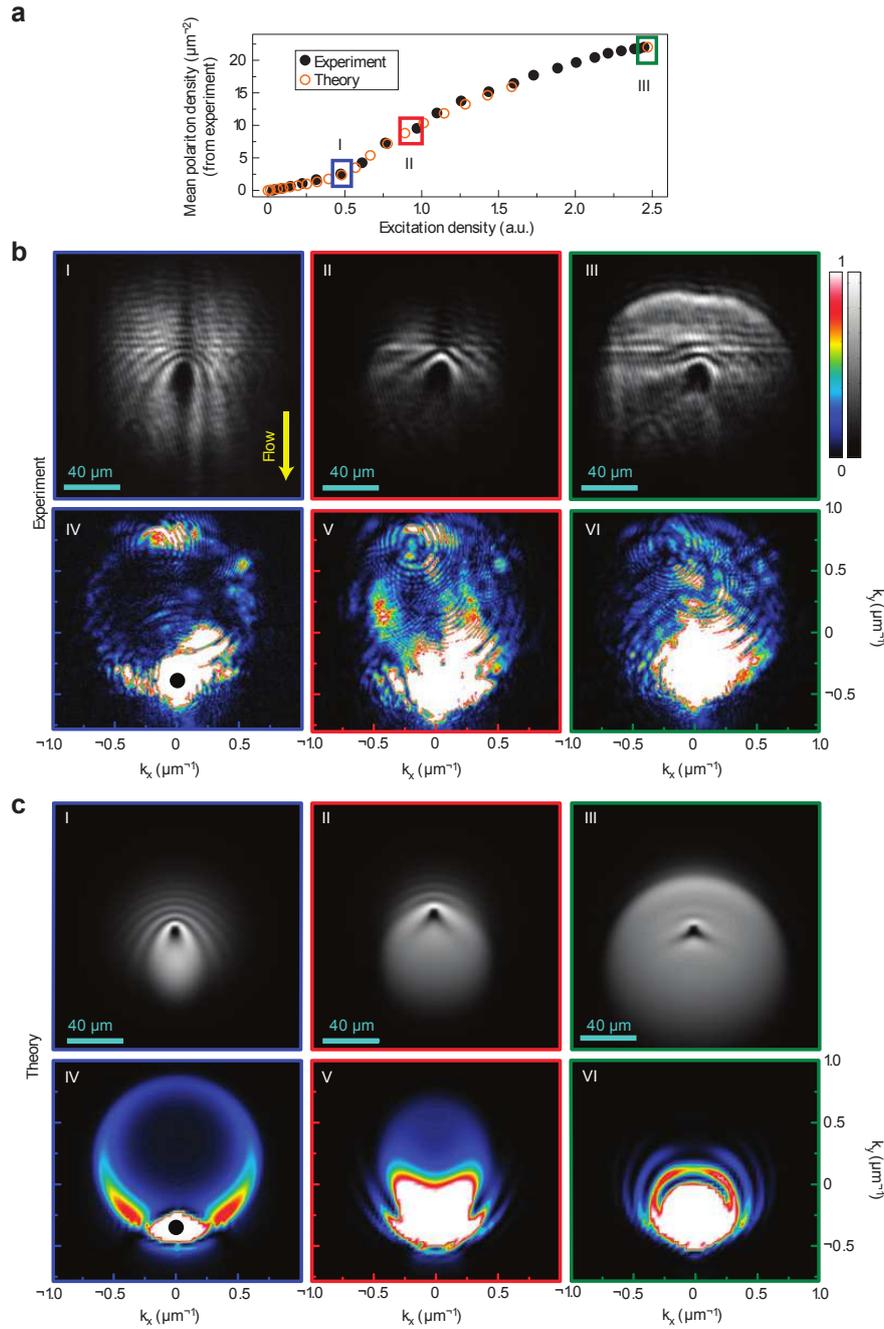


FIGURE 2.7 – Observation d’un fluide de polaritons créé avec $k_p = -0.521 \mu\text{m}^{-1}$ et un désaccord laser-polariton de 0.11 meV. **a**, Valeurs expérimentales (disques) et théoriques (cercles) de l’intensité transmise en fonction de l’intensité d’excitation. **b-I-III** (**b-IV-VI**), images expérimentales dans l’espace réel (espace réciproque) du spot d’excitation autour d’un défaut pour des densités d’excitations repérées par des rectangles de couleur sur **a**. A basse intensité (**b-I**) l’émission est caractérisée dans l’espace réel par des fronts d’onde paraboliques (**b-I**) et dans l’espace réciproque par un anneau de diffusion élastique (**b-IV**). Dans l’espace réciproque la transition vers le régime superfluide se manifeste par une linéarisation des fronts d’ondes (**b-II**, **b-III**) et une modification importante de l’anneau de diffusion (**b-V**, **b-VI**). **c**, Images théoriques correspondantes. les points noirs sur les images **b-IV** et **c-IV** représentent les coordonnées de la pompe. Image tirée de la référence [Amo 10].

Chapitre 3

Dispositif expérimental

Contents

3.1	Microcavité semiconductrice	49
3.2	Source laser	51
3.3	Cryostat	52
3.4	Caméra CCD	52
3.5	Spectromètre	52
3.6	Traitement des images	52

3.1 Microcavité semiconductrice

La microcavité planaire utilisée dans ce travail de thèse a été fabriquée à l'EPFL de Lausanne par Romuald Houdré [Houdré 00a, Houdré 00b]. Ce type d'échantillon est réalisé par épitaxie par jet moléculaire, permettant une précision de l'épaisseur des couches de l'ordre de l'Ångström. Notre échantillon est constitué de trois puits quantiques de $In_{0.04}Ga_{0.96}As$ placés aux ventres du champ électromagnétique d'une cavité optique en $GaAs$ de longueur typique $2\lambda/n_c$, avec $\lambda = 835nm$ la longueur de résonance excitonique et $n_c =$ l'indice du $GaAs$, substrat de la cavité ($n_{GaAs} = 3.54$). La cavité optique est constituée de miroirs de Bragg, la face avant contenant 21 paires de couches alternées de $GaAs$ et de $AlAs$ et la face arrière en contenant 24. La face arrière repose sur un substrat de $GaAs$ poli pour permettre de travailler en transmission. Une section latérale de la microcavité est représentée sur la figure 3.1. Durant la croissance épitaxiale, un angle très faible de l'ordre de 10^{-4} degrés a été introduit entre les miroirs de Bragg afin de faire varier l'épaisseur de la cavité en fonction de la position. Cet angle introduit intentionnellement permet de faire varier finement le désaccord δ entre la résonance excitonique et la résonance optique de $+8$ à $-4mboxmeV$. Les largeurs de raie de polaritons sont très faibles et de l'ordre de $100\mu eV$ [Stanley 98]. Enfin, comme on peut l'observer sur la figure 3.2, l'énergie de Rabi de notre échantillon est de $\hbar\Omega = 5.07mboxmeV$.

La figure 3.3 est une image de notre échantillon sur une zone de $3.2 \times 0.9mm^2$ réalisée à partir d'une série d'acquisitions obtenues en excitant la cavité à incidence normale à deux longueurs d'onde différente. À cause de l'angle entre les miroirs de Bragg, la zone de la cavité résonnante avec une longueur d'onde précise forme une ligne orthogonale au gradient d'épaisseur de la cavité. On observe sur cette image de nombreux défauts qui induisent localement des variations de potentiel :

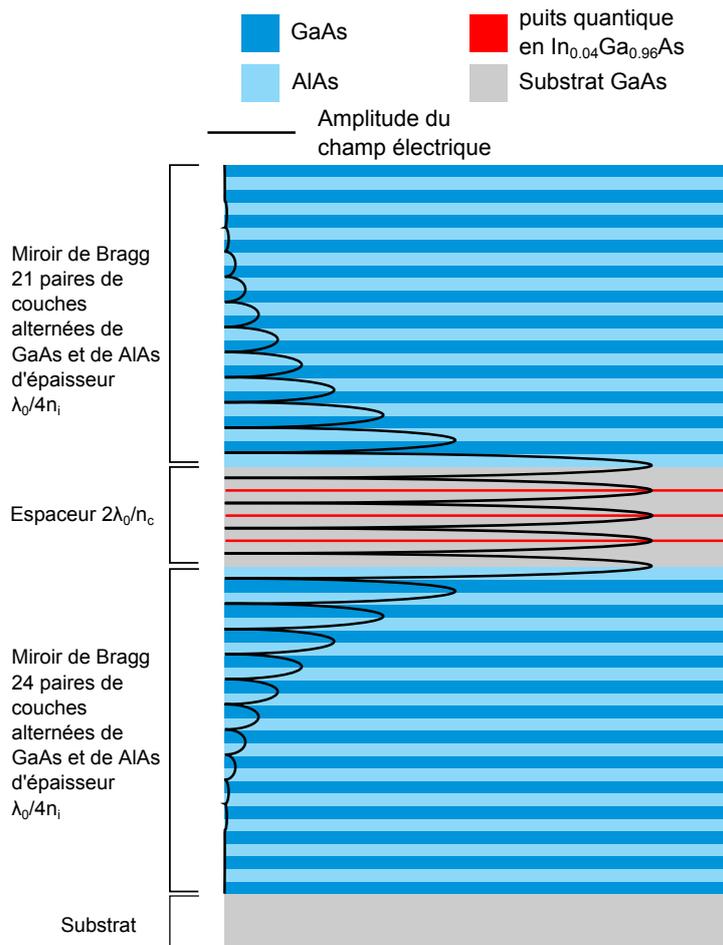


FIGURE 3.1 – Section latérale de la cavité semi-conductrice. Trois puits quantiques en $In_{0,04}Ga_{0,96}As$ sont insérés dans une cavité de haute finesse constituée par deux miroirs de Bragg en $AlAs/GaAs$.

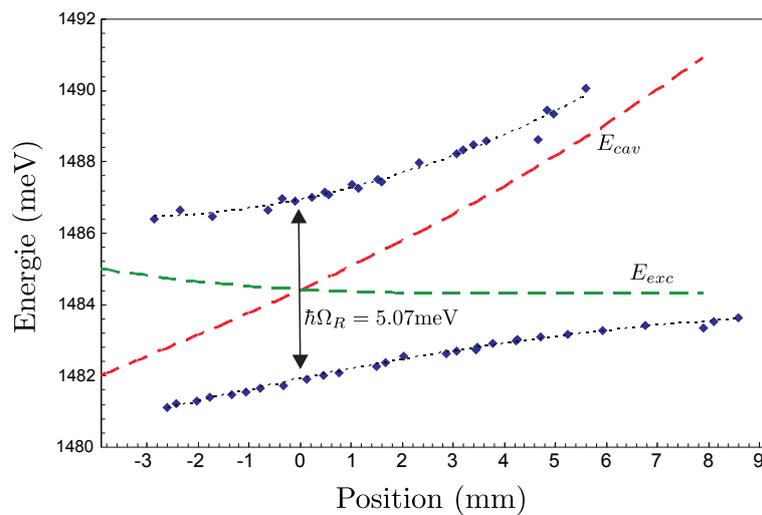


FIGURE 3.2 – Courbe d'anticroisement obtenue expérimentalement pour notre échantillon. On observe que l'énergie de Rabi est de $\hbar\Omega_R = 5.07\text{meV}$.

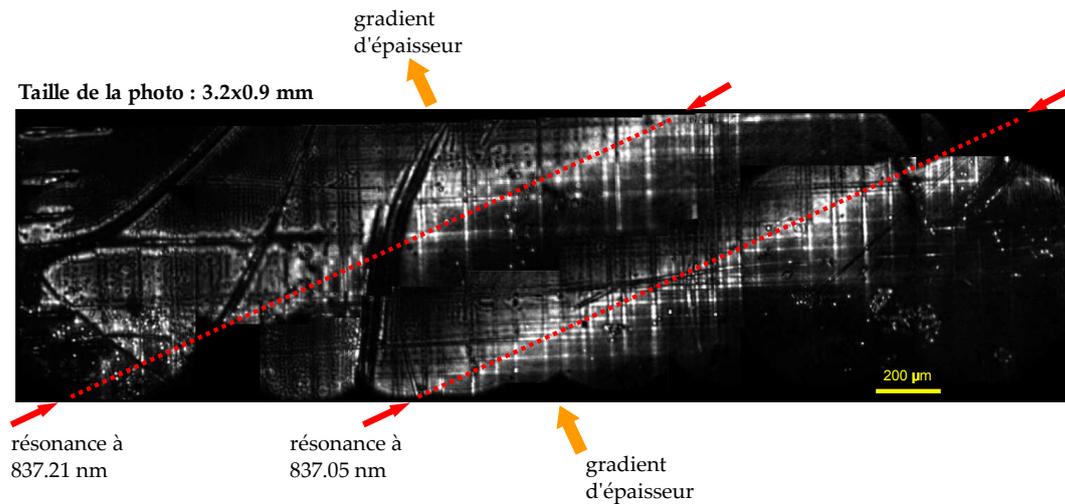


FIGURE 3.3 – Image reconstituée de l'échantillon excitée à incidence normale aux longueurs d'onde de 837.05nm et 837.21nm . On peut observer la présence de nombreux défauts.

- Des lignes fines horizontales et verticales correspondant aux axes cristallographiques qui sont dues aux contraintes mécaniques accumulées aux interfaces entre les couches lors de la croissance. Ce type de défaut forme des potentiels de faible amplitude mais de densité élevée. Ils sont la contribution principale à la diffusion élastique des polaritons permettant l'observation de l'anneau de diffusion Rayleigh dans l'espace réciproque.
- Des défauts ponctuels dues à des défauts d'épaisseur lors de la croissance des couches. Ces défauts forment des potentiels qui peuvent être de grande amplitude pouvant souvent être assimilés à des barrières impénétrables. En fonction de la nature du défaut, les potentiels peuvent être des barrières ou des puits. C'est ce type de défaut qui est utilisé pour étudier les perturbations du fluide de polaritons en présence d'un obstacle comme nous le verrons dans les chapitres suivants.
- Des lignes épaisses observables sur la gauche de l'échantillon, dont l'origine est attribuée à des rayures sur la surface réalisée par les expérimentateurs lors de la manipulation de l'échantillon.

3.2 Source laser

La source laser utilisée lors des expériences est un laser titane saphir monomode continu pompé par un laser Nd:Yag commercial (Verdi V10 de Coherent). Le laser Ti:Sa a été conçu au Laboratoire Kastler Brossel par François Biraben. Cette source accordable continûment entre 820 et 850 nm possède une puissance de sortie d'environ 800 mW à 835 nm dans le mode TEM_{00} ainsi qu'une largeur spectrale inférieure à 1MHz. Par ailleurs, la source laser émet un faisceau polarisé linéairement. Enfin, le laser est stabilisé en fréquence par une boucle de rétroaction. Le fonctionnement de ce laser et de son asservissement est décrit en détail dans la thèse de Gaëtan Messin [Messin 00]. Le faisceau de sortie est couplé à une fibre monomode afin de découpler la source laser du reste du montage, et également pour extraire le mode principal TEM_{00} . A la sortie de la fibre on obtient un faisceau laser avec un profil Gaussien.

3.3 Cryostat

Nous utilisons un cryostat à circulation d'hélium liquide de la gamme *Microstat* produit par *Oxford Instruments*. L'échantillon est collé avec de la laque d'argent sur une plaque en cuivre elle même fixée sur un doigt froid. Le cryostat possède deux fenêtres qui permettent des expériences en réflexion et en transmission avec une ouverture angulaire élevée ($\pm 72^\circ$). L'échantillon est placé sous vide à l'aide d'un groupe de pompage produit par *Alcatel* composé d'une pompe primaire Pascal SD, d'une pompe turbo ATP 80 et d'un contrôleur électronique ACT 200. Ce système permet de maintenir l'échantillon à des pressions inférieures à 10^{-5} Torr (1 Torr \approx 133.3 Pa). Dans ces conditions, il est alors possible de maintenir l'échantillon à une température de 4K. Le cryostat est monté sur des platines de translation *Newport* qui permettent de le déplacer dans les directions horizontale et verticale avec une précision de $5 \mu\text{m}$. Ceci nous permet de changer la position du spot d'excitation sur l'échantillon. L'introduction de l'angle entre les miroirs de Bragg de la cavité (voir 3.1) donne accès au contrôle du désaccord cavité-exciton via la position du spot d'excitation sur l'échantillon. On a alors grâce aux platines de translation une précision sur le désaccord inférieure à 0.1 meV.

3.4 Caméra CCD

Dans nos expériences, l'imagerie en espace réel est réalisé par une caméra CCD de la marque *Roper Scientific* de la gamme *VersArray*. Il s'agit d'un détecteur carré de 1024×1024 pixels. La taille des pixels est de $13 \mu\text{m} \times 13 \mu\text{m}$ et l'efficacité quantique est d'environ 50% à 830nm. Sa fréquence d'acquisition maximale est de 100kHz. L'imagerie dans l'espace réciproque est réalisée à l'aide d'une caméra de la marque *Princeton Instruments* de la gamme *PIXIS1024* ayant également un détecteur carré de 1024×1024 pixels. La taille des pixels est également de $13 \mu\text{m} \times 13 \mu\text{m}$ et l'efficacité quantique à 830nm d'environ 40%. Cette seconde caméra est couplée avec un spectromètre décrit dans la section 3.5.

3.5 Spectromètre

L'analyse spectrale de la lumière s'effectue à l'aide d'un spectromètre *Acton Series SP2750* de la marque *Princeton Instruments*. Une fente réglable et escamotable en entrée permet une ouverture minimale inférieure à la résolution de la caméra CCD placée en sortie. Deux réseaux blazés de 1800 l/mm et de 1200 l/mm ainsi qu'un miroir plan sont disponibles afin de coupler la fente d'entrée avec la camera CCD en sortie. Ce système permet une résolution spectrale maximale de 0.008nm. L'utilisation du miroir plan tout en escamotant la fente d'entrée permet d'imager directement l'émission dans l'espace réciproque.

3.6 Traitement des images

L'acquisition des images est réalisée avec le logiciel *Winspec* fourni par *Roper Scientific* et *Princeton Instruments*. Les traitements simples comme la soustraction du bruit optique ambiant est réalisé directement par ce logiciel. Tous les traitements ultérieurs sont réalisés avec *Matlab* après avoir converti les images en tableau de données ASCII.

Chapitre 4

Défauts topologiques dans un condensat scalaire

Contents

4.1	Théorie	54
4.1.1	Vortex	54
4.1.2	Solitons	56
4.1.2.1	Solitons 1D	57
4.1.2.2	Solitons 2D	58
4.2	Génération hydrodynamique de solitons sombres	59
4.2.1	Solitons sombres obliques dans un condensat supersonique	59
4.2.1.1	Écoulement subsonique	60
4.2.2	Solitons sombres obliques dans un condensat de polaritons sous excitation résonnante	61
4.2.2.1	Prise en compte de la dissipation	63
4.2.2.2	Régime de turbulence	65
4.2.2.3	Quadruplet de solitons	67
4.3	Piégeage de vortex	67
4.4	Génération de réseaux de paires vortex/anti-vortex : utilisation de masques métalliques	70
4.4.1	Régime de basse densité	70
4.4.1.1	Piège triangulaire	70
4.4.1.2	Piège carré	71
4.4.2	Régime de haute densité	74
4.5	Génération de réseaux de paires vortex/anti-vortex : dispositif à quatre pompes	76
4.5.1	Régime de basse densité	77
4.5.2	Régime de haute densité	77
4.5.3	Montage à trois pompes	78

Nous considérerons dans cette partie un condensat en interaction à deux dimensions sans degré de liberté de spin. Alors que les polaritons peuvent avoir un spin $+1$ où -1 , ce modèle est applicable aux résultats expérimentaux lorsque le faisceau de pompe est polarisé circulairement. Comme expliqué dans la section 1.4.4, une telle pompe ne crée que des polaritons de même spin. Par ailleurs la grande différence de population entre les polaritons de spin opposés induit un champ de Larmor (voir la section 1.4.6) qui protège ensuite le fluide des phénomènes de relaxation de spin sur l'échelle de temps considérée. Il

est donc raisonnable dans ces conditions de ne considérer que la population de polaritons peuplée directement par la pompe et de négliger les interactions entre polaritons de spin opposés ainsi que les phénomènes de relaxation du spin. On considère alors que le condensat est un condensat scalaire.

4.1 Théorie

Cette section théorique s'appuie sur l'ouvrage de Lev Pitaevskii et Sandro Stringari [Pitaevskii 03] pour la définition d'un vortex et d'un soliton 1D.

4.1.1 Vortex

Commençons par rappeler la relation obtenue dans la section 2.2.1 entre la vitesse du fluide \mathbf{v} et la phase du condensat en interaction θ :

$$\mathbf{v} = \frac{\hbar}{m} \nabla \theta \quad (4.1)$$

d'où nous en avons déduit l'irrotationnalité du champ des vitesses. Considérons maintenant un fluide classique mis en rotation à une vitesse angulaire $\boldsymbol{\Omega}$. Il y a apparition d'un champ de vitesse $\mathbf{v} = \boldsymbol{\Omega} \times \mathbf{r}$. Ce champ de vitesse est défini par un rotationnel $\text{rot}(\mathbf{v}) = 2\boldsymbol{\Omega} \neq 0$. Cette solution contredisant la condition d'irrotationnalité précédente, le condensat en interaction se comporte nécessairement d'une autre façon (donc non-classique) une fois mis en rotation.

Prenons un condensat 2D confiné dans un disque de rayon R . Comme nous l'avons vu dans le chapitre 2.1, et en prenant en compte les invariances du systèmes, la fonction d'onde Ψ du fluide est de la forme :

$$\Psi = \sqrt{n(r)} e^{i\theta(\phi)} \quad (4.2)$$

où nous avons introduit les coordonnées cylindriques r et ϕ . L'expression du gradient dans les coordonnées cylindriques $\nabla = \frac{\partial}{\partial r} \mathbf{u}_r + \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial \theta} \mathbf{u}_\theta + \frac{\partial}{\partial z} \mathbf{u}_z$ et les équations 4.1 et 4.2 nous donnent la relation :

$$\mathbf{v} = \frac{\hbar}{2mr} \frac{d\theta}{d\phi} \mathbf{u}_\phi \quad (4.3)$$

L'invariance par rotation du système implique que le terme $\frac{d\theta}{d\phi}$ est une constante l que nous verrons être un nombre entier. La structure du champ de vitesse résultant de la mise en rotation d'un condensat est radicalement différente de celle pour un fluide classique : la vitesse de rotation est proportionnelle à $1/r$ alors qu'elle est proportionnelle à r pour un fluide classique. L'amplitude du champ de vitesse est représenté sur la figure 4.1 dans le cas $l = 1$. L'étude de la circulation autour du centre de rotation apporte également des informations intéressantes. En effet la phase θ est définie à 2π ce qui signifie qu'une variation de θ sur une boucle fermée ne peut prendre que des valeurs $2\pi n$ où n est entier :

$$\oint \nabla \theta \cdot d\mathbf{l} = 2\pi n \quad (4.4)$$

On peut alors d'une part en déduire que $n = l$ et d'autre part combiner les équations 4.1 et 4.4 et obtenir la circulation de \mathbf{v} autour du centre de rotation :

$$\oint \mathbf{v} \cdot d\mathbf{l} = \frac{\hbar}{m} l \quad (4.5)$$

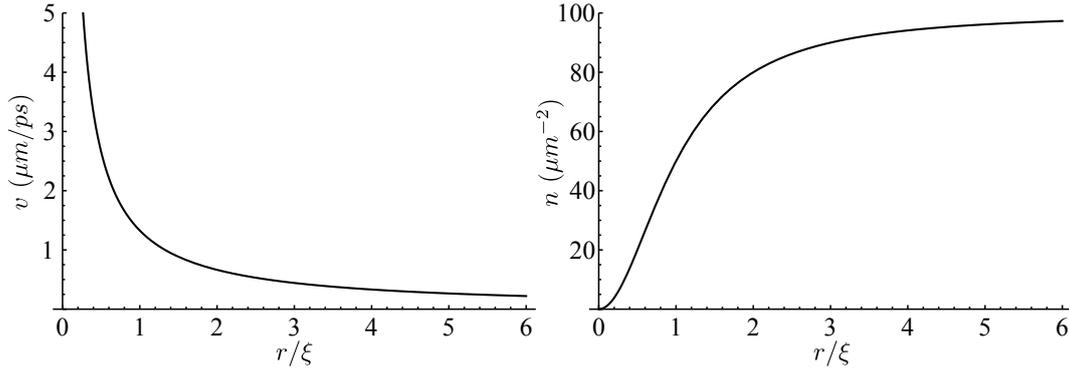


FIGURE 4.1 – Amplitude de la vitesse tangentielle (à gauche) et solution approchée de la densité (à droite) dans un vortex d'ordre $l = 1$ en fonction de la distance radiale normalisée r/ξ ($\xi = \hbar/\sqrt{2mgn_\infty}$), pour des paramètres usuels des systèmes polaritoniques ($g = 0.01 \text{ meV} \cdot \mu\text{m}^2$, $m = 2.10^{-4}m_e$, $n_\infty = 100 \mu\text{m}^{-2}$). Un vortex d'ordre $l = 1$ est associé à une rotation de la phase de 2π autour du vortex.

où l est un nombre entier. La circulation du champ de vitesse est donc quantifiée, et sa valeur ne dépend pas du rayon du contour choisi. On prévoit alors lorsque $l \neq 0$ l'existence d'une singularité de densité nulle au centre de ce qu'on appellera un *vortex*. l désigne alors la *vorticité* du vortex. L'injection de l'équation 4.2 dans l'équation de Gross-Pitaevskii 2.16 nous donne l'équation pour $|\Psi|$:

$$-\frac{\hbar^2}{2m} \frac{1}{r} \frac{d}{dr} \left(r \frac{d|\Psi|}{dr} \right) + \frac{\hbar^2 l^2}{2mr^2} |\Psi| + g|\Psi|^3 - \mu|\Psi| = 0 \quad (4.6)$$

Bien que la solution de cette équation ne puisse être calculée que numériquement, il existe une solution approchée dans le cas $l = 1$ [Fetter 65, Kawatra 66] :

$$|\Phi| = \sqrt{n_\infty} \frac{r/\xi}{\sqrt{(r/\xi)^2 + 1}} \quad (4.7)$$

où n_∞ est la densité loin du vortex, et $\xi = \hbar/\sqrt{2mgn_\infty}$ la longueur de cicatrisation (*healing length*) du condensat. La longueur de cicatrisation est la distance caractéristique autour d'un défaut après laquelle le condensat recouvre sa densité d'équilibre n_∞ . Le profil de densité correspondant $n = |\Psi|^2$ est représenté sur la figure 4.1 avec la vitesse tangentielle.

L'énergie d'un vortex d'ordre l provient principalement de l'ajout d'énergie cinétique dans le système, et est donc égal à :

$$E_v^l = \int \frac{1}{2} n_l(\mathbf{r}) m v^2 d\mathbf{r} \quad (4.8)$$

$$E_v^l = \frac{\pi \hbar^2 l^2}{m} \int_0^R \frac{n_l(\mathbf{r})}{r} dr \quad (4.9)$$

où n_l est la densité de particules pour un vortex d'ordre l . La taille d'un vortex étant de l'ordre de la longueur de cicatrisation ξ , la contribution énergétique principale dans un disque de rayon $R \gg \xi$ est celle du fluide loin du vortex ($r > \xi$), où la densité est $n(\mathbf{r}) \simeq n_\infty$:

$$E_v^l \simeq \frac{\pi \hbar^2 l^2}{m} \int_\xi^R \frac{n_\infty}{r} dr \quad (4.10)$$

$$E_v^l \simeq \frac{\pi \hbar^2 l^2 n_\infty}{m} \ln \frac{R}{\xi} \quad (4.11)$$

On peut comparer cette valeur approchée avec la valeur calculée analytiquement [Pitaevskii 61] dans le cas $l = 1$:

$$E_v^1 = \frac{\pi \hbar^2 n_\infty}{m} \ln \left(1.46 \frac{R}{\xi} \right) \quad (4.12)$$

On constate d'une part que cette contribution énergétique est quadratique en l , et donc que le cas $l = 1$ est énergétiquement favorable. Ainsi, un vortex d'ordre l va avoir naturellement tendance à se désintégrer en l vortex d'ordre 1. Par ailleurs, la dépendance de cette énergie en fonction de la densité loin du vortex n_∞ nous indique que les vortex vont se déplacer vers les zones de densités les plus faible afin de minimiser leur énergie. Cette propriété sera capitale dans la section 4.3 quand nous discuterons le piégeage de vortex.

Dans le cas d'une paire de vortex d'ordres l_1 et l_2 séparés d'une distance d telle que $R \gg d \gg \xi$, l'énergie de la paire de vortex est de l'ordre de :

$$E_{paire} = \frac{1}{2} m n_\infty \int (\mathbf{v}_1 + \mathbf{v}_2)^2 d\mathbf{r} \quad (4.13)$$

où \mathbf{v}_1 et \mathbf{v}_2 sont les vitesses respectivement dues aux vortex d'ordres l_1 et l_2 . On peut réécrire cette énergie sous la forme :

$$E_{paire} = E_v^{l_1} + E_v^{l_2} + E_{int} \quad (4.14)$$

où l'énergie d'interaction des vortex $E_{int}^{l_1, l_2}$ est égale à :

$$E_{int}^{l_1, l_2} = \frac{2\pi l_1 l_2 \hbar^2 n_\infty}{m} \ln \frac{R}{d} \quad (4.15)$$

L'énergie d'interaction est négative (positive) pour des vortex de vorticités de signes opposés (de même signes) ce qui signifie que ces vortex s'attirent (se repoussent). Dans le cas d'un système contenant un grand nombre de vortex de même signe, c'est la présence de cette interaction répulsive qui entraîne l'organisation de ces vortex en réseau d'Abrikosov [Madison 00].

La première mise en évidence de vortex dans les systèmes polaritoniques date de 2008 par l'équipe de Le Si Dang et Benoît Deveaud-Plédran [Lagoudakis 08]. La figure 4.2 tirée de cette référence illustre l'observation d'un vortex dans une microcavité semi-conductrice.

4.1.2 Solitons

Il existe un autre type de solutions analytiques de l'équation de Gross-Pitaevskii, les solitons. Ce sont des ondes solitaires qui ont la particularité de se propager sans changer de forme. C'est dans l'eau que les premiers solitons ont été observés par John Scott Russel en Écosse, sous la forme d'une vague dans un canal qu'il a pu suivre pendant 2 km sans que cette vague perde de son amplitude. D'autres occurrences aquatiques de solitons sont plus célèbres comme les mascarets dans les fleuves ou encore les tsunamis. En effet les solitons sont solutions d'un bon nombre d'équations non-linéaires parmi lesquels les équations de Korteweg-de Vries régissant la propagation de vagues en faible profondeur et l'équation de Gross-Pitaevskii. Un soliton peut voir le jour dans un milieu si les phénomènes d'élargissement (diffraction, diffusion, dispersion) sont exactement compensés par les interactions. Si l'interaction dans le milieu est répulsive (attractive), les solitons envisageables sont des défauts (excès) de densité, qu'on appelle alors par analogie avec les solitons optiques des solitons sombres ou *dark solitons* (brillants ou *bright solitons*).

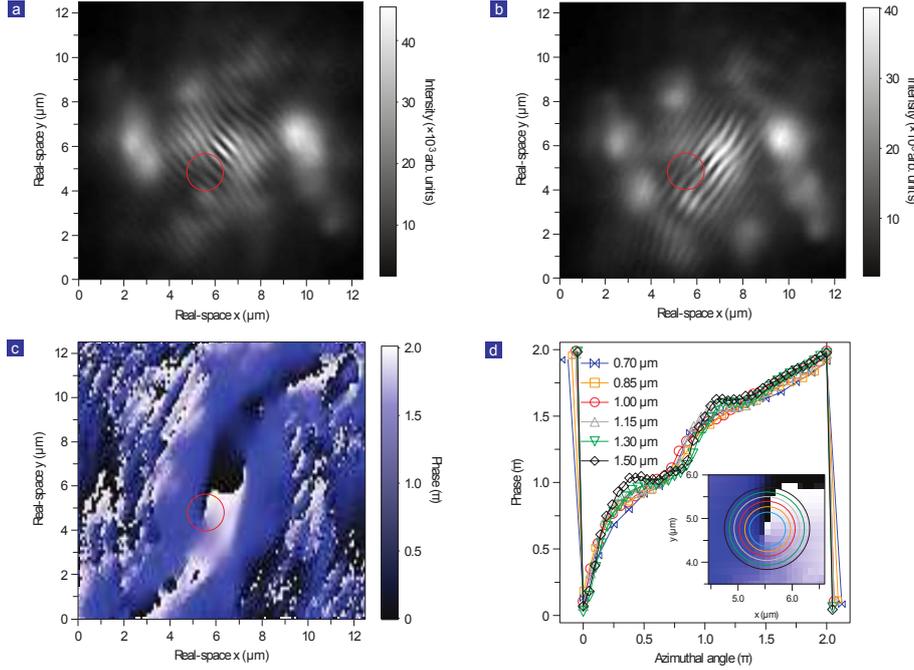


FIGURE 4.2 – Interférogramme et phase avec un laser de pompe continu et hors résonance. **a**, Interférogramme avec un vortex : le cercle rouge repère la dislocation 'en fourche'. **b**, Interférogramme contenant les mêmes informations, mais cette fois le signal contenant le vortex interfère avec une région différente du condensat et l'orientation des franges est différente. Le vortex apparaît aux mêmes coordonnées de l'espace réel. **c**, Profils de phase de l'espace réel calculé à partir de l'interférogramme **a**. Le cercle rouge repère le même vortex. **d**, la phase en fonction de l'angle azimutal pour différents rayons, comme représentés sur l'encart (agrandissement de **c**). Image tirée de la référence [Lagoudakis 08].

4.1.2.1 Solitons 1D

Pour des interactions répulsives comme dans notre système polaritonique, la résolution de l'équation de Gross-Pitaevskii pour un soliton sombre à une dimension se propageant à une vitesse v selon l'axe x [Tsunami 71] donne la fonction d'onde :

$$\Psi(x - vt) = \sqrt{n_\infty} \left(i \frac{v}{c} + \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \tanh \left[\frac{x - vt}{\sqrt{2}\xi} \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}} \right] \right) \quad (4.16)$$

où $\xi = \hbar/\sqrt{2mgn}$ est la longueur de cicatrisation définie précédemment. Le profil de densité $n = |\Psi|^2$ reproduit en traits pleins sur la figure 4.3 a un minimum au centre du soliton correspondant à $n(0) = n_\infty v^2/c^2$. Cette valeur est égale à zéro pour un soliton de vitesse nulle (soliton noir). Au contraire, un soliton de vitesse de propagation plus élevée sera moins profond et plus large d'un facteur $1/\sqrt{1 - v^2/c^2}$. Cette caractéristique sera primordiale pour expliquer le comportement des demi-solitons dans la section 5.2. Par ailleurs notons que la phase θ (voir les courbes en traits discontinus sur la figure 4.3) subit une variation $\Delta\theta$ à travers le soliton :

$$\Delta\theta = \theta(x \rightarrow +\infty) - \theta(x \rightarrow -\infty) = -2 \arccos \left(\frac{v}{c} \right) \quad (4.17)$$

On peut également obtenir l'énergie d'un soliton E_s en appliquant le Hamiltonien de

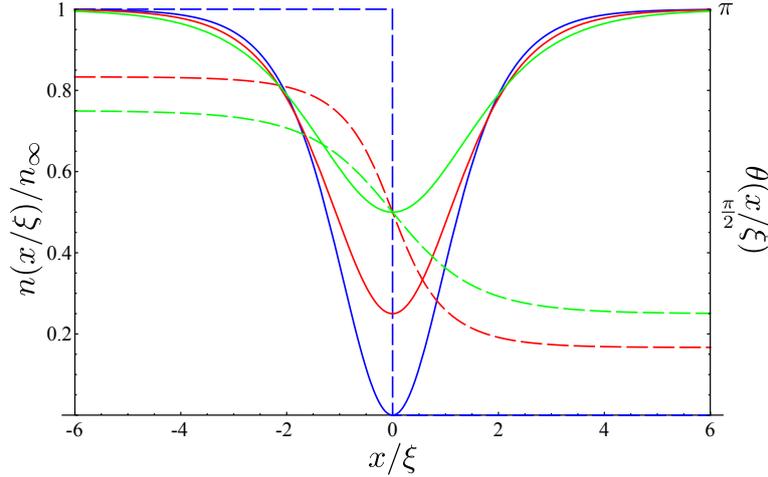


FIGURE 4.3 – Profils de densité de polariton $n(x/\xi)/n_\infty$ (en traits continus) à $t = 0$ pour des solitons de vitesses nulle (en bleu), $v = \sqrt{0.25}c$ (en rouge) et $v = \sqrt{0.5}c$ (en vert) et la phase $\theta(x/\xi)$ correspondante (en traits discontinus).

Gross-Pitaevskii 2.14 à la fonction d'onde du soliton 4.16 :

$$E_s = \frac{4}{3}\hbar cn_\infty \left(1 - \frac{v^2}{c^2}\right)^{\frac{3}{2}} \quad (4.18)$$

Le point intéressant à noter est que pour de petites vitesses de propagation ($v \ll c$), on peut définir une masse effective du soliton $m_s = -4\hbar n/c$ qui est alors négative. Ce résultat n'est en réalité pas surprenant si on se souvient que les solitons sombres sont des défauts de densité, et qu'ils s'apparentent plus à des *trous* qu'à des *particules*. Une autre remarque est que toutes les caractéristiques d'un soliton (densité, déphasage et énergie) dépendent de $\frac{v}{c}$ et peuvent alors varier continûment entre l'état $v = 0$ correspondant au soliton noir de densité nulle au centre du soliton, de déphasage π et d'énergie $\frac{4}{3}\hbar cn_\infty$ et l'état $v = \infty$ correspondant à l'absence de soliton ($n(x) = n_\infty$, déphasage et énergie nuls). Contrairement aux vortex, les solitons ne sont pas des excitations quantifiées.

4.1.2.2 Solitons 2D

La solution solitonique de l'équation de Gross-Pitaevskii peut être étendue à deux dimensions, on parle alors de solitons obliques (voir figure 4.4). Dans un fluide se propageant à la vitesse v dans la direction x , la solution de l'équation de Gross-Pitaevskii pour un soliton oblique formant un angle α avec l'axe x est alors de la forme [El 06] :

$$n(z) = n_\infty \left(1 - \frac{1 - (v \sin(\alpha)/c_s)^2}{\cosh^2 \left[\sqrt{1 - (v \sin(\alpha)/c_s)^2} z \sin(\alpha)\right]}\right) \quad (4.19)$$

où $z = x - y/\tan(\alpha)$. $v \sin(\alpha)$ apparaît comme l'équivalent de la vitesse du soliton à une dimension. En particulier, la densité de polariton au fond du soliton s'écrit :

$$n(0) = n_\infty (v \sin(\alpha)/c_s)^2 \quad (4.20)$$

On peut retrouver les propriétés des solitons 1D dans certaines limites : dans le cas où $\alpha \ll 1$, le soliton se propage exactement comme un soliton 1D dans la direction y

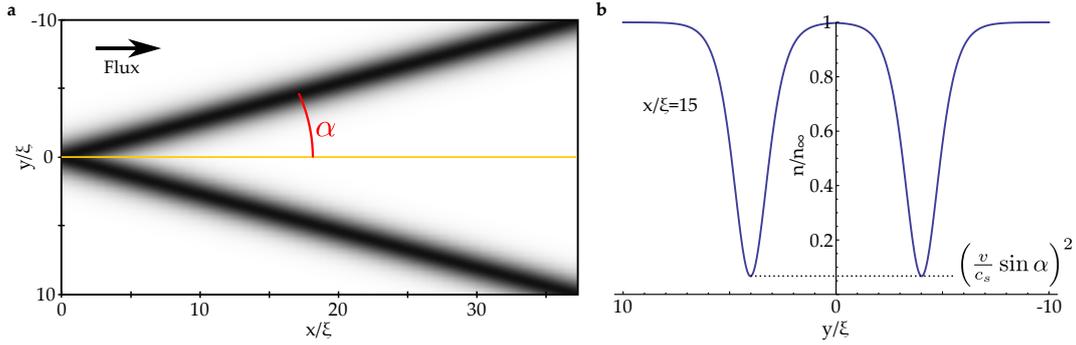


FIGURE 4.4 – Solitons à deux dimensions. **a** : Densité relative de polaritons en présence de deux solitons d'angles α et $-\alpha$ dans un fluide se propageant à la vitesse v dans la direction x . **b** : Coupe selon l'axe y à $x/\xi = 15$. La densité relative au centre des solitons d'angle α est selon l'équation 4.20 de $(v \sin(\alpha)/c_s)^2$.

avec une vitesse $v \tan(\alpha)$, l'axe x jouant le même rôle qu'un axe temporel en dimension 1. Inversement, dans le cas $\alpha \rightarrow \pi/2$ le soliton 2D est équivalent à une collection de solitons 1D dans la direction x qui se propagent à la même vitesse v que le fluide.

Comme pour le soliton 1D, le fluide subit un déphasage maximum de π de part et d'autre d'un soliton noir ($n(0) = 0$). Pour un soliton *gris* ($0 < n(0) < n_\infty$) le fluide subit un déphasage entre 0 et π .

De la même manière que nous avons étudié le comportement du condensat dans son état fondamental sous l'influence de petites perturbations dans la partie 2.3.2 il est possible d'étudier les excitations élémentaires de l'état solitonique. On peut alors montrer en particulier que les solitons sombres sont instables sous des perturbations transverse [Kuznetsov 88] : une perturbation selon la direction y d'un soliton dans la direction x détruit le soliton qui se casse en paires de vortex.

4.2 Génération hydrodynamique de solitons sombres

Il existe plusieurs méthodes de génération de solitons dans les condensats. On a ainsi pu observer des solitons dans les condensats atomiques en imposant à l'instant initial la fonction d'onde d'un soliton [Burger 99, Denschlag 00] ou en observant les ondes de choc produites par la collision entre deux condensats [Chang 08]. Nous nous intéresserons dans cette section à la génération hydrodynamique de solitons sombres obliques. Lors de l'écoulement d'un condensat en présence d'un défaut, des paires de solitons sombres peuvent être générés spontanément en aval du défaut. Nous étudierons dans cette section les conditions de génération de ces solitons, leurs caractéristiques ainsi que leur réalisation expérimentale dans un fluide de polaritons.

4.2.1 Solitons sombres obliques dans un condensat supersonique

La théorie des écoulements supersoniques autour d'objets est un problème classique d'hydrodynamique [Landau 87]. Dans le cas particulier d'objets fuselés (*slender bodies*), les équations hydrodynamiques se réduisent aux équations de Korteweg-de Vries qui sont analytiquement solubles. Dans ce cas, des solitons sombres obliques sont générés en aval du défaut [Gurevich 95]. Dans le cas des condensats dans des expériences réalistes, on ne peut pas toujours considérer des objets fuselés, et les équations de Gross-Pitaevskii ne peuvent

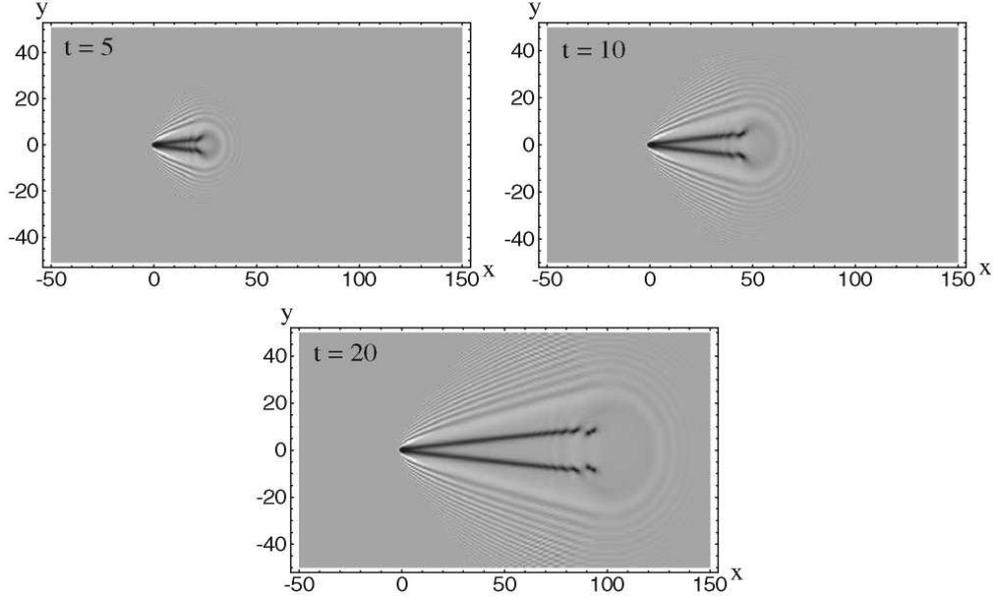


FIGURE 4.5 – Apparition de solitons sombres obliques pour un fluide supersonique ($v = 5c_s$, avec c_s la vitesse du son) en présence d’un défaut circulaire impénétrable de rayon $r = 1$ situé en $(x = 0, y = 0)$. Le fluide se propage de gauche à droite. Les densités sont données pour trois différents temps : $t = 5$, $t = 10$ et $t = 20$. Les lignes noires sont des solitons sombres qui se terminent en allées de vortex. Toutes les unités sont normalisées et sans dimensions. Image tirée de [El 06].

être résolue que numériquement. Cependant, les résultats sont analogues : on observe la génération de paires de solitons sombres [El 06] derrière le défaut (voir figure 4.5). On peut expliquer l’apparition de solitons dans les condensats par une analyse microscopique : les particules passant très proche du défaut subissent une accélération [Frisch 92] et comme la phase du fluide et sa vitesse sont liés par la relation $\mathbf{v} = \hbar/m\nabla\theta$, un désaccord de phase apparaît entre le fluide très proche du défaut et le reste du fluide. Ce désaccord de phase entraîne l’apparition de franges d’interférences produisant des trous de densité : des solitons sombres. Leur angle de propagation α (et donc aussi leur profondeur) est définie par le désaccord de phase donc par la différence entre la vitesse du fluide près du défaut et celle du reste du fluide, ainsi que par la taille du défaut (et sa forme). Sous pompage continu, l’intégralité de la trajectoire des solitons est visible simultanément, sous la forme de paires de lignes noires obliques. Pour un défaut de taille suffisamment grande par rapport à la longueur de cicatrisation ξ , plusieurs paires de solitons peuvent être générées pour compenser ce désaccord de phase (voir figure 4.6).

4.2.1.1 Écoulement subsonique

Nous avons parlé exclusivement de l’écoulement supersonique, mais il est légitime de s’intéresser au cas subsonique. En première approximation, le fluide est superfluide dans le régime subsonique et la génération de défauts topologiques est inhibée. Cependant, la présence d’un défaut induit des forces de friction qui réduisent la valeur de la vitesse critique à une fraction de la vitesse du son [Frisch 92] $v_c \simeq 0.4c_s$. En dessous de cette vitesse critique, le fluide recouvre sa superfluidité. Pour des vitesses entre v_c et c_s on observe dans le sillage du défaut la génération de vortex qui peuvent éventuellement prendre la forme d’allées de vortex, ou allées de Bernard-Von Karman [Saito 12]. Pour ce qui est

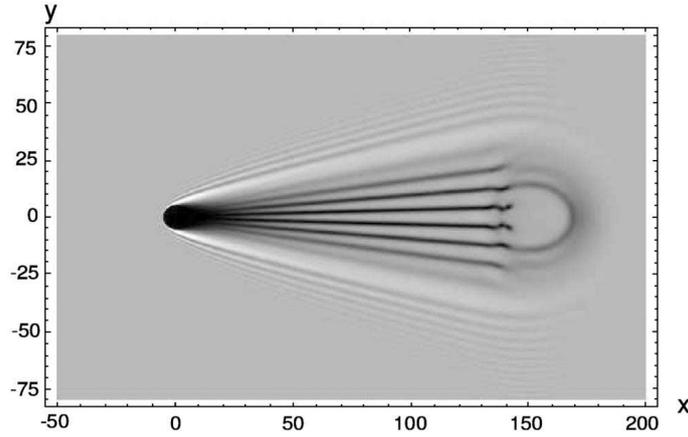


FIGURE 4.6 – Densité à $t = 30$ pour un fluide supersonique ($v = 5c_s$) avec un défaut circulaire impénétrable de rayon $r = 5$ situé en $(x = 0, y = 0)$. Image tirée de [El 06].

des solitons, l'étude de leur stabilité révèle que les solitons obliques sont des solutions instables du système. Cependant, leur instabilité n'est que convective [Kamchatnov 08] (donc effectivement stables) dans le régime supersonique alors qu'elle est absolue dans le régime subsonique.

4.2.2 Solitons sombres obliques dans un condensat de polaritons sous excitation résonnante

Sous excitation quasi-résonnante par une pompe de taille infinie et homogène, il est impossible de générer des défauts topologiques. En effet la phase de la pompe est directement transmise au fluide de polaritons, ce qui exclut toute variation de la phase. La génération de défauts topologiques nécessite alors de libérer le fluide de sa frustration de phase. Une solution à ce problème est d'utiliser une impulsion d'excitation de courte durée, imposant sa phase à l'instant initial, mais laissant à la phase la liberté d'évoluer par la suite. La deuxième solution que nous avons retenue a été proposée par Simon Pigeon et al. [Pigeon 11a] : elle consiste à modifier le profil spatial de la pompe afin qu'il ne crée des polaritons qu'en amont du défaut. Le fluide de polariton ainsi créé avec une phase déterminée par la pompe, peut se propager vers le défaut tout en laissant à sa phase la possibilité d'évoluer librement. Cette deuxième solution offre l'avantage d'autoriser l'utilisation d'un laser continu comme nous en disposons au Laboratoire Kastler Brossel.

Les simulations théoriques du groupe de Cristiano Ciuti au Laboratoire Matériaux et Phénomènes Quantiques de Paris 7 représentées sur la figure 4.7 confirment la possibilité de générer des solitons, ainsi que la présence des différents régimes. Pour une vitesse du fluide $v < v_c = 0.4c_s$ (4.7-a) la propagation ne montre aucun signe de turbulences, on est dans le régime superfluide. Pour une vitesse du fluide $v_c < v < c_s$ (4.7-b) la superfluidité est brisée par l'apparition de turbulences : de nombreux vortex et anti-vortex sont émis dans le sillage du défaut. Enfin pour des vitesses supérieures à la vitesse du son $v > c_s$ (4.7-c,d,e) on observe la génération de solitons qui sont de plus en plus stables à mesure que le rapport v/c_s augmente.

Nous avons pu observer expérimentalement les solitons sombres obliques dans notre microcavité semi-conductrice. Dans cette expérience le fluide de polaritons est créé avec une impulsion $k = 1.14 \mu\text{m}^{-1}$ à l'aide d'un faisceau d'excitation Gaussien de $30 \mu\text{m}$ de diamètre juste en amont du défaut. La masse des polaritons étant évaluée expérimentale-

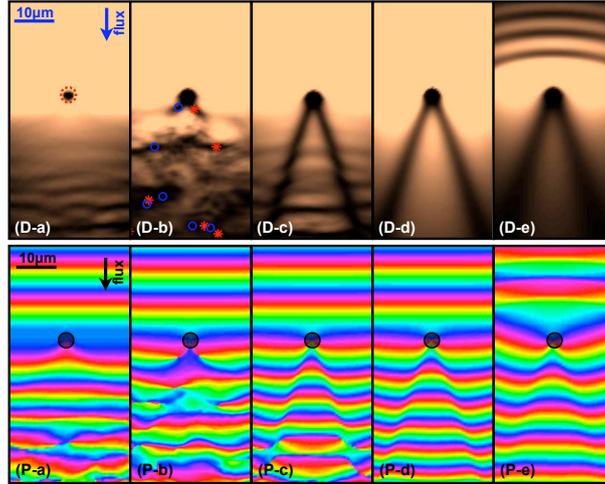


FIGURE 4.7 – densité normalisées de polariton (images **D**) et phases (images **P**) pour différents rapports v/c_s . La vitesse du fluide est la même pour chaque image ($k_p = 1 \mu\text{m}^{-1}$). De l’image **a** à **e** le rapport v/c_s va croissant (donc la densité est décroissante) avec respectivement v/c_s au niveau du défaut de 0.037 , 0.76 ± 0.03 , 0.93 ± 0.02 , 1.02 ± 0.02 et 1.72 ± 0.13 . L’échelle des images **D** est légèrement saturée. Image tirée de la référence [Pigeon 11b]

ment à $10^{-4}m_e$, le fluide de polaritons a une vitesse initiale $v = \hbar k/m = 1.3 \mu\text{m}/\text{ps}$. La vitesse du fluide étant importante, le fluide se propage rapidement en dehors de la zone d’excitation où la phase peut évoluer librement. La figure 4.8-a représente la densité de polaritons en présence de deux solitons sombres obliques. La figure 4.8-c montre la figure d’interférence obtenue en faisant interférer dans un interféromètre de Mach-Zehnder le signal émis par la cavité (représenté en 4.8-a) et un faisceau de référence, de phase constante. Le faisceau de référence est réalisé en agrandissant une petite zone spatiale du signal. La figure 4.8-c ainsi obtenue révèle un saut de phase à travers chaque soliton pouvant aller jusqu’à π . Les pointillés bleus illustrent le saut de phase d’environ 0.8π dans le soliton de droite à $y = 23 \mu\text{m}$ de l’obstacle. La figure 4.8-d montre des sections horizontales de la densité à différentes distances y . On observe dans ce cas-ci que les solitons restent profonds jusqu’à une distance d’environ $40 \mu\text{m}$.

Afin de vérifier la validité de la relation 4.20, nous avons tracé la densité relative au fond du soliton (4.8-e) et le nombre de Mach (4.8-f) en fonction de la propagation y , et ce de deux manières différentes.

Sur la figure 4.8-e la courbe rouge (bleue) donne la densité relative au fond du soliton $n(0)/n_\infty$ selon les données expérimentales dans le soliton de gauche (droite). La courbe noire donne cette densité relative calculée à l’aide de la formule 4.20 et de la vitesse du son $c_s = \sqrt{gn_\infty/m}$ (équation 2.33). Grâce à cette équation, la vitesse du son peut être déterminée à l’aide des valeurs expérimentales de la densité de polaritons au cours de la propagation (on a pris comme densité à l’équilibre $n_\infty(y)$ la densité moyenne autour des solitons).

De la même manière, la figure 4.8-f représente le nombre de Mach $M = v/c_s$. Les courbes rouge, bleue et noire de la figure 4.8-f sont reliées respectivement aux courbes rouge, bleue et noire de la figure 4.8-e par l’équation 4.20.

En réalité nous n’avons pas directement accès à la densité de polaritons intra-cavité mais à l’intensité d’émission de la cavité. Le coefficient de proportionnalité entre ces deux

quantités étant délicat à calculer avec précision, il a été estimé numériquement dans le but d'obtenir un accord optimal entre les courbes rouge (bleue) et noire au début de la propagation ($y < 20 \mu\text{m}$).

On constate que ces deux méthodes de mesure sont en bon accord près du point de nucléation des solitons, donnant un nombre de Mach de l'ordre de 0.6. Cependant, on remarque que pour la suite de la propagation les comportements diffèrent : la théorie (courbe noire) prévoit une augmentation du nombre de Mach et une disparition du soliton plus rapide que ce qui est observé dans l'expérience.

Le deuxième commentaire que l'on peut faire sur ces courbes est que le nombre de Mach semble être inférieur à l'unité la plus grande partie de la propagation, ce qui va à l'encontre des calculs théoriques sur leur stabilité. En effet nous avons dit précédemment qu'un soliton sombre n'est stable que dans le domaine supersonique $M > 1$. Contrairement au cas théorique abordé dans la section 4.2.1, le système réel est dissipatif. Nous allons voir que la prise en compte du temps de vie fini des polaritons améliore la stabilité des solitons noirs obliques.

4.2.2.1 Prise en compte de la dissipation

La théorie développée dans la section 4.1.2 est valide pour un condensat en interaction et de temps de vie infini. Nous avons vu dans le chapitre 2.4 que l'introduction de la dissipation et du terme de pompe pouvait changer le comportement des polaritons ; il est donc légitime de s'interroger sur les effets de la dissipation pour la génération de solitons sombres obliques.

Au point de vue de la stabilité des solitons, on peut montrer [Kamchatnov 11] que l'introduction de la dissipation stabilise les solitons en deçà du seuil supersonique. La diminution de la densité de polaritons au cours de la propagation engendre la baisse progressive de la vitesse du son et l'augmentation du nombre de Mach. Dans un régime d'excitation subsonique $M > 0.4$, des amorces de solitons (comme des paires de vortex) peuvent être créés près du défaut où le fluide est localement accéléré. Ces amorces de solitons ont une courte distance à parcourir dans le domaine subsonique avant d'atteindre le domaine supersonique, et s'y stabiliser.

Une explication plausible de ces observations est que des amorces de solitons sont créés au niveau du défaut ($y = 0$) qui se propagent d'abord dans le régime subsonique pendant environ $30 \mu\text{m}$. Cette distance étant plutôt longue, les solitons commencent alors à se désagréger en allées de vortex, qui apparaissent toujours sous la forme de lignes noires avec une caméra qui intègre dans le temps. Cependant ce régime d'allées de vortex ne satisfait plus l'équation 4.20. En particulier, la densité au fond de ces lignes peut être extrêmement faible en fonction de la densité de vortex, puisque la densité au fond d'un vortex est rigoureusement nulle. La présence d'un train de vortex reste cohérent avec l'observation d'un saut de phase très brutal et de l'ordre de π à travers le soliton dans des images moyennées dans le temps. Une fois le régime supersonique atteint (vers $y = 30 \mu\text{m}$), le soliton se reforme, et satisfait de nouveau l'équation 4.20. On note cependant un léger décalage spatial sur la figure 4.8-f entre les courbes de densités relatives des solitons (en rouge et bleue) et la courbe théorique extrapolée de la densité de polariton (en noire). Ce décalage spatial peut provenir d'un retard temporel (un décalage temporel implique un décalage spatial lors de la propagation) dans la dynamique des solitons par rapport à ce que leur impose leur environnement (la densité de polaritons) dû à la non-instantanéité du processus de reformation du soliton. Notons toutefois que l'explication apportée ici quant à ce décalage spatial des courbes n'est soutenue par aucune analyse théorique ni numérique.

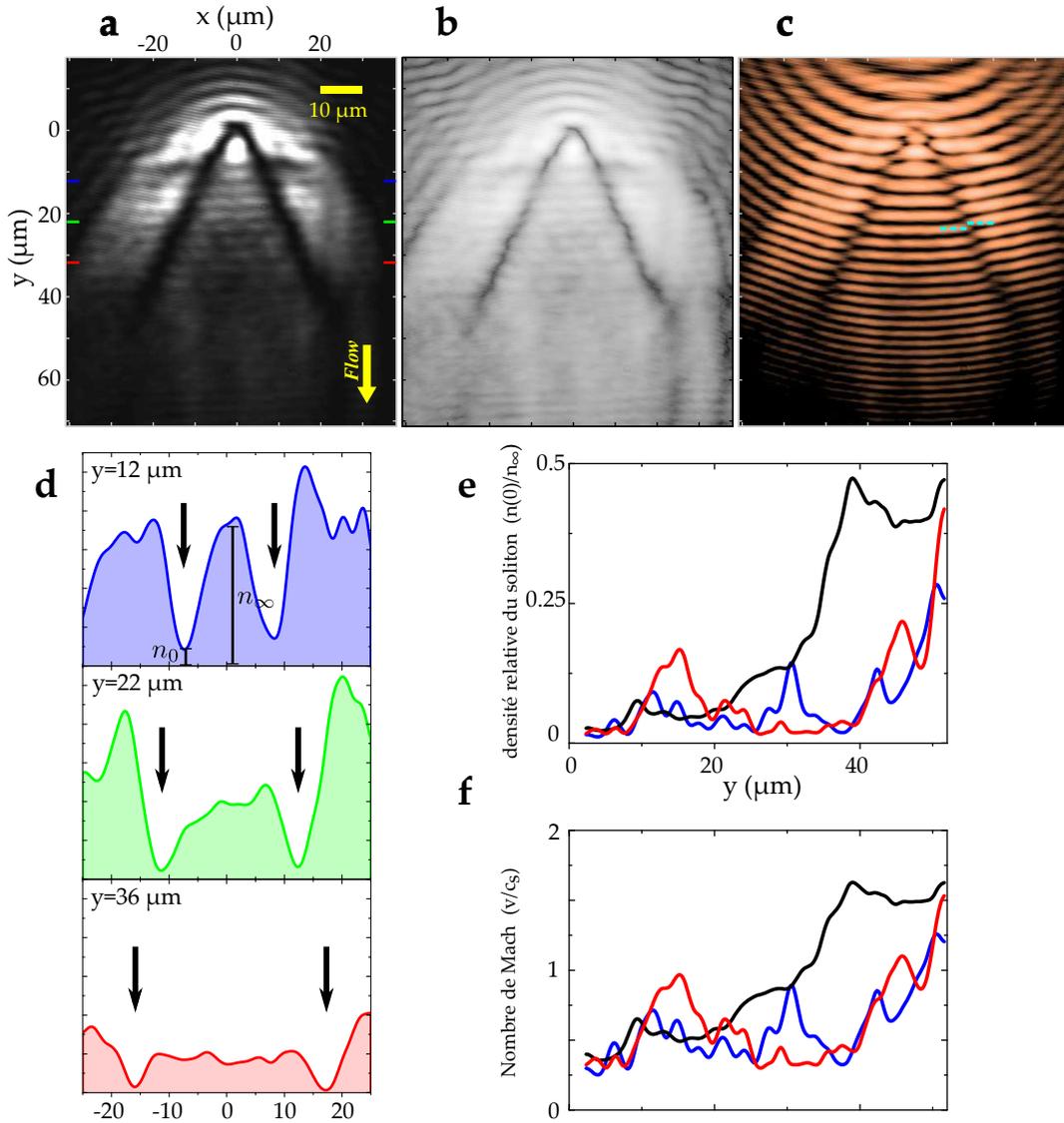


FIGURE 4.8 – **a** Émission dans l'espace réel en échelle linéaire montrant la nucléation d'une paire de solitons dans le sillage d'un défaut photonique situé à l'origine des axes. **b** même image que **a** mais en échelle logarithmique. **c** Interférences entre l'émission et un faisceau de référence de phase constante, où l'on peut voir un saut de phase à travers les solitons. La courbure des franges et la diminution de l'interfrange avec la distance résulte de la géométrie du faisceau de référence. **d** Sections horizontales de la densité de polaritons à différentes distances y . Les flèches indiquent les positions des solitons. **e** Densités de polaritons au fond du soliton $n(0)/n_\infty$ en fonction de y mesurées dans le soliton droite (en bleu) et gauche (en rouge). n_∞ est mesuré au cours de la propagation comme la densité entre les solitons, comme représenté sur **d**. La courbe noire correspond à ce ratio $n(0)/n_\infty$ calculé à l'aide de la formule 4.20 $M \sin \alpha = \sqrt{n(0)/n_\infty}$ et de la mesure de M grâce à la densité (courbe en noir de **f**). **f** Rapports $M = v/c_s$ en fonction de y obtenus à partir de la profondeur des solitons droite (en bleu) et gauche (en rouge) en utilisant la formule 4.20. La courbe noire est le rapport M calculé à l'aide de la densité de polaritons.

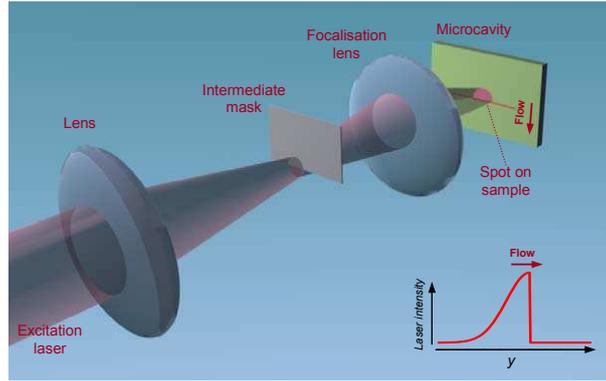


FIGURE 4.9 – Montage pour l’excitation utilisé dans l’expérience rapportée dans la section 4.2.2.2 (voir figure 4.10). Le masque intermédiaire crée un spot d’environ $100 \mu\text{m}$ de diamètre sur l’échantillon avec la forme d’une demi Gaussienne. L’encart montre une section verticale du spot.

4.2.2.2 Régime de turbulence

La stabilisation accrue des solitons dans un condensat en présence de dissipation a pour effet de réduire considérablement la fenêtre d’observation de turbulences (encart **b** de la figure 4.7). Nous avons pu repérer expérimentalement ce régime en faisant varier la densité de polaritons (et donc la vitesse du son) pour une vitesse du fluide donnée. Dans cette expérience les polaritons sont injectés avec une impulsion $k = 0.5 \mu\text{m}^{-1}$, et donc une vitesse de $0.58 \mu\text{m}/\text{ps}$. En raison de leur faible vitesse et de leur temps de vie court, les polaritons ne peuvent pas se propager loin du spot d’excitation, là où la phase est libre d’évoluer. Nous avons alors créé un faisceau d’excitation en forme de demi-Gaussienne comme l’illustre la figure 4.9. De cette manière les polaritons créés sont rapidement en dehors de l’influence de la pompe et des défauts topologiques peuvent être générés, tout en explorant de hautes densités.

Sur chaque encart de la figure 4.10 la ligne rouge correspond au bord du spot d’excitation. Les polaritons présents dans la zone sous cette ligne n’ont pas leur phase imposée par la pompe. Les encarts **a,b,c** sont des images dans l’espace réel du fluide de polariton se propageant en présence d’un défaut. Les encarts **b,c,d** sont des interférogrammes obtenus en faisant interférer le signal avec un faisceau de référence, de phase homogène. Les interférogrammes sont normalisés afin d’obtenir des variations entre -1 et 1 . Les encarts **g,h,i** donnent le degré de cohérence du premier ordre à délai nul $g^{(1)}(\tau = 0)$ noté simplement $g^{(1)}$. Le degré de cohérence à l’ordre 1 d’un champ E est défini comme :

$$g^{(1)}(\mathbf{r}_1, t_1, \mathbf{r}_2, t_1 + \tau) = \frac{\langle E^*(\mathbf{r}_1, t_1) E(\mathbf{r}_2, t_1 + \tau) \rangle}{\sqrt{\langle |E(\mathbf{r}_1, t_1)|^2 \rangle \langle |E(\mathbf{r}_2, t_1 + \tau)|^2 \rangle}} \quad (4.21)$$

où la moyenne est effectuée sur un grand nombre de réalisations. Dans notre système en régime stationnaire, le degré de cohérence ne dépend pas du temps t . Dans notre système nous faisons interférer le signal $E(\mathbf{r}, t)$ avec un faisceau de référence, qui n’est autre qu’une petite partie du faisceau de sortie agrandie. Les bras de l’interféromètre n’étant pas nécessairement de même longueur, cela introduit un décalage en temps τ . La visibilité des franges d’interférences pour un délai τ est alors exactement égal à $g^{(1)}(\mathbf{r}, \mathbf{r}_0, \tau)$ où \mathbf{r}_0 est la position de la zone du faisceau utilisé comme référence.

La figure 4.10-**a** montre la propagation des polaritons à une vitesse subsonique $M = 0.25$ en deçà du seuil de génération de turbulences par le défaut ($M_{seuil} = 0.4$). Dans

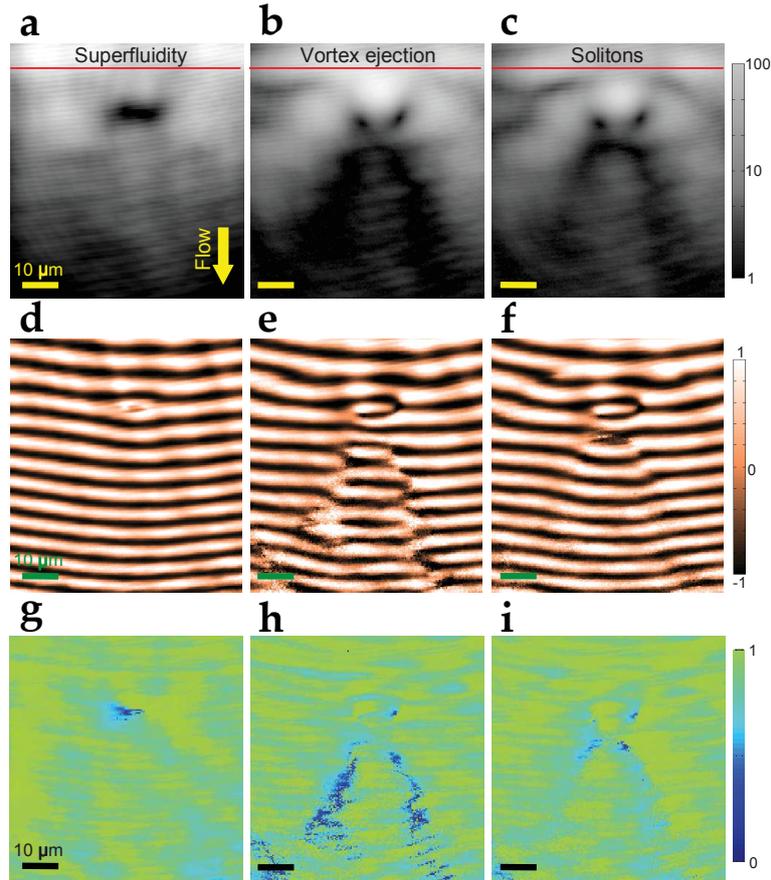


FIGURE 4.10 – **a-c** Images de l'espace réel du fluide de polariton se propageant vers le bas pour différentes densités d'excitations en présence d'un double défaut (largeur totale de $15 \mu\text{m}$). Le fluide est injecté au dessus de la ligne rouge, le faisceau de pompe forme un demi-disque d'environ $100 \mu\text{m}$ de diamètre. A haute densité (**a**) (117 mW) le fluide est subsonique ($M=0.25$) and se propage de manière superfluide autour du défaut. A densité plus faible (**b**) (36 mW , $M = 0.4$) des turbulences apparaissent dans le sillage du défaut, pouvant éventuellement donner lieu à la formation de solitons sombres obliques (**c**) (27 mW , $M=0.6$). **d-f** Interférogrammes (normalisés) correspondant respectivement à **a,b** et **c**. **g-i** montrent le degré de cohérence de premier ordre $g^{(1)}$ correspondant. La saturation des valeurs de $g^{(1)}$ sont dues aux incertitudes des mesures.

ce régime aucune turbulence n'est générée au niveau du défaut et le condensat est dans le régime superfluide. Ceci est vérifié par l'absence de modulations de phase aux abords du défaut, par l'homogénéité de la phase (figure 4.10-d) et par la valeur élevée de la cohérence au premier ordre $g^{(1)}$ (4.10-g). Quand la densité de polaritons est réduite, la vitesse du son diminue. Quand $M = 0.4$ (figure 4.10-b) des turbulences sont générées par le défaut. Le fluide n'entrant pas dans le régime supersonique, ces perturbations ne se stabilisent pas sous forme de solitons, il y a émission continue de paires de vortex et d'antivortex [Frisch 92] de manière analogue à ce qui est observé dans les simulations numériques [Pigeon 11a] (voir figure 4.7 tiré de la thèse de Simon Pigeon [Pigeon 11b]). La phase derrière le défaut est alors mal définie et contient des dislocations (figure 4.10-e). Les vortex n'étant pas clairement observables dans des expériences intégrées en temps, ils induisent dans ce régime turbulent une baisse significative du degré de cohérence $g^{(1)}$

(figure 4.10-h) . Pour $M = 0.6$ (figure 4.10-c), le fluide entre dans le régime supersonique rapidement après le défaut [Kamchatnov 11], et les turbulences générées se stabilisent sous forme de solitons obliques. Cela se traduit dans l'interférogramme par un saut de phase à travers chaque soliton (figure 4.10-f), et le recouvrement d'une cohérence $g^{(1)}$ élevée (figure 4.10-i). On peut remarquer sur cette dernière image que la cohérence est plus faible juste après le défaut. Cette zone correspond à l'endroit où les turbulences sont générées et le fluide est toujours subsonique. Les turbulences à ce stade n'ont probablement pas encore pris la forme de solitons.

4.2.2.3 Quadruplet de solitons

Nous avons déjà discuté dans la section 4.2.1 que pour un défaut de grande taille devant la longueur de cicatrisation et une vitesse du fluide élevée, le déphasage induit par la différence de vitesse entre le fluide proche du défaut et le reste du fluide peut se traduire par l'apparition de plusieurs paires de solitons. Cela a été illustré par la figure 4.6. La figure 4.11 illustre ce phénomène observé expérimentalement. Sur ces images, le défaut est plus gros que précédemment ($17 \mu\text{m}$ de diamètre). On observe qu'en augmentant la vitesse de propagation des polaritons à vitesse du son constante, on génère alors des quadruplets de solitons.

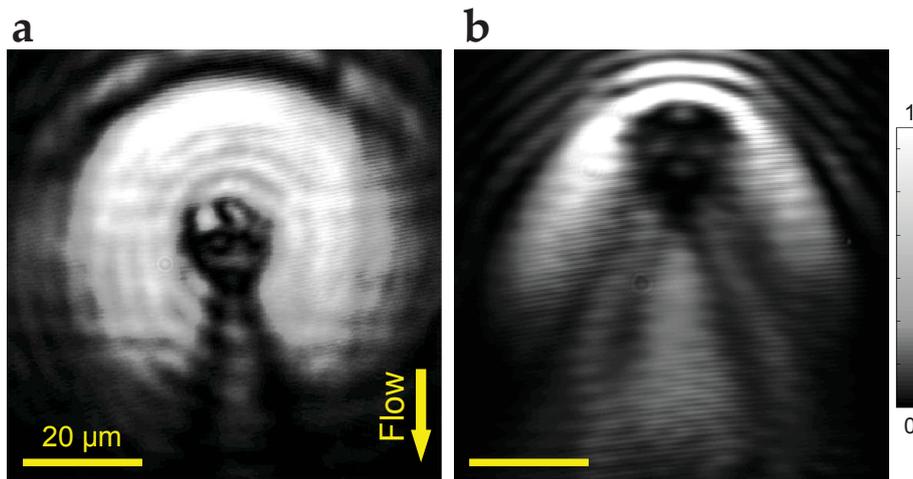


FIGURE 4.11 – Images dans l'espace réel du flux de polariton en présence d'un gros défaut ($17 \mu\text{m}$ de diamètre) pour un fluide à basse (a) ($v = 0.35 \mu\text{m/ps}$) et haute (b) ($v = 2 \mu\text{m/ps}$) vitesse, illustrant respectivement la formation d'un doublet et d'un quadruplet de solitons.

4.3 Piégeage de vortex

Nous avons vu dans la section précédente que lors de l'écoulement d'un fluide de polaritons en présence d'un défaut, il existe un régime de turbulence dans lequel des vortex sont générés dans le sillage du défaut [Amo 11, Nardin 11]. Les vortex générés de cette manière ont une vitesse non nulle. Avec un montage expérimental comme le nôtre, on ne peut qu'étudier l'état stationnaire du système, ou la moyenne temporelle. Ainsi, on ne peut observer de vortex que s'ils deviennent immobiles, par exemple fixés dans un potentiel lié à un défaut structurel de la microcavité [Lagoudakis 08]. Nous verrons dans la section 4.3 qu'il est également possible de piéger les vortex dans des pièges optiques. Dans

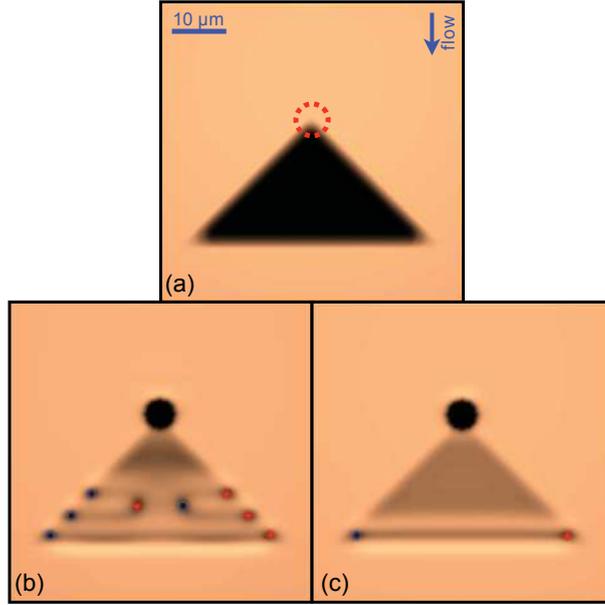


FIGURE 4.12 – **a** : Profil de la pompe dans l'espace réel. La zone extérieure au piège est pompée à une valeur F_p^{out} dans le régime de nucléation de vortex de la figure 4.7, $v/c_s = 0.45$. La région intérieure au piège est pompée à F_p^{in} . **b,c** : Émission de la microcavité pour deux valeurs de l'amplitude de pompe dans le piège $F_p^{in}/F_p^{out} = 0.1$ (**b**) et $F_p^{in}/F_p^{out} = 0.32$ (**c**). Image tirée de la référence [Pigeon 11a].

ces conditions les vortex s'immobilisent et peuvent éventuellement s'organiser en réseau. Une autre méthode de génération de réseaux de vortex faisant l'objet de la section 4.4 est de réaliser des interférences entre plusieurs condensats de polaritons.

L'équation 4.12 de la section 4.1.1 montre que l'énergie d'un vortex est proportionnelle à la densité de polaritons loin du cœur du vortex. Nous avons alors fait la remarque que les vortex se déplacent vers les zones de densité faible afin de minimiser leur énergie. Le principe pour piéger les vortex générés hydrodynamiquement dans le sillage d'un défaut est donc de créer une zone de faible densité en aval du défaut. Les vortex entrant systématiquement dans cette zone à cause de leur vitesse initiale sont alors contraints de rester dans le piège et s'y organisent géométriquement [Pigeon 11a]. La figure 4.12 illustre cette proposition. L'encart **a** montre la forme du faisceau de pompe : la zone à l'intérieur du piège triangulaire est pompée avec une intensité F_p^{in} inférieure à l'intensité de pompe à l'extérieur du piège F_p^{out} . Dans le régime de turbulence avec le défaut sur le sommet du triangle (cercle rouge sur la figure 4.12-**a**) les vortex générés sont piégés à l'intérieur du triangle et s'organisent géométriquement (4.12-**b** et **c**). Le piège est plus ou moins efficace en fonction de sa profondeur, un piège plus profond (encart **b**) permet de piéger un plus grand nombre de vortex qu'un piège moins profond (encart **c**). La forme du piège *a priori* importe peu dans l'objectif de piéger les vortex. En pratique, *Simon Pigeon et al.* ont observé lors des simulations numériques que la forme triangulaire est optimale dans cette configuration. Bien que cette observation ne soit pas supportée par une analyse théorique, on peut supposer que l'émission de vortex se faisant principalement dans des allées obliques à partir du défaut [Nardin 11], un piège respectant cette géométrie apporte un avantage supplémentaire.

Cette expérience a été reproduite expérimentalement avec notre microcavité semi-conductrice [Sanvitto 11]. Le piège triangulaire est réalisé en modifiant le profil spatial

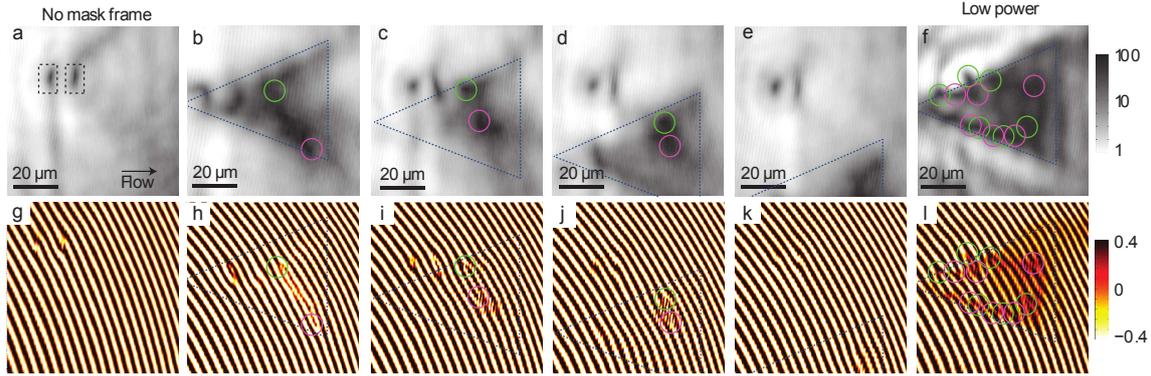


FIGURE 4.13 – Images de l’espace réel (**a-f** et les interférogrammes correspondants **g-l** pour un fluide de polaritons injecté avec une impulsion $k = 0.35 \mu\text{m}^{-1}$ en présence d’un défaut naturel de la cavité (marqué par des rectangles sur **a**). En **a,g** le faisceau de pompe est plus grand que la prise de vue et il n’y a pas de masque : la densité est homogène et la phase est imposée par le laser. En **b** une zone triangulaire de faible intensité dans le spot d’excitation est créée derrière le défaut et une paire de vortex (vert et magenta) est piégée : voir les fourches en **h**. Dans **c-e** et **i-k**, le masque est déplacé verticalement. En **e,k** le masque est déplacé loin du défaut et il n’y a plus de formation de vortex car la phase est de nouveau imposée par le faisceau de pompe. En **f,l** la puissance de pompe du laser est réduite ce qui permet le piégeage d’un grand nombre de vortex. Image tirée de la référence [Sanvitto 11].

du faisceau de pompe à l’aide d’un masque métallique, de la même manière que pour la génération de solitons (voir la figure 4.9). Le faisceau de pompe Gaussien est focalisé sur un masque métallique triangulaire qui est lui même optiquement conjugué avec la surface de la microcavité. De cette manière on dispose d’un faisceau de pompe Gaussien avec une zone triangulaire sombre. La taille du piège sur la microcavité peut alors être contrôlée par des moyens optiques. La figure 4.13 montre l’intensité et la phase de l’émission dans l’espace réel pour un fluide de polaritons d’impulsion transverse $k = 0.35 \mu\text{m}^{-1}$ et une taille totale du faisceau d’excitation plus grande que la prise de vue. La figure 4.13-**a** montre l’intensité de l’émission en l’absence du piège et en présence d’un défaut. Dans cette situation la densité est uniforme en aval du défaut et la phase (4.13-**g**) est fixée par le faisceau de pompe. Les figures 4.13-**b-d** montrent l’intensité en présence du piège triangulaire où une paire de vortex-antivortex est piégée (cercles vert et magenta) comme le prouve la présence de fourches dans les interférogrammes des figures 4.13-**h-j**. Le masque est progressivement déplacé verticalement entre **b** et **d** et on constate que les vortex se déplacent avec le triangle, prouvant qu’ils sont bien piégés dans celui-ci. Sur la figure 4.13-**e** le triangle est déplacé loin du défaut, la génération de vortex est de nouveau inhibée par la fixation de la phase du faisceau de pompe. On recouvre alors sur la figure 4.13-**k** une phase homogène. Enfin, sur la figure 4.13-**f** l’intensité du faisceau de pompe est réduite, ce qui permet la génération d’un plus grand nombre de paires de vortex dans le triangle, comme on peut le voir avec la présence de nombreuses fourches dans l’interférogramme 4.13-**l**.

On constate néanmoins qu’on ne retrouve pas expérimentalement l’organisation géométrique prédite par la théorie. Il a été dit dans la section 3.1 que de nombreux défauts de potentiel parsèment la microcavité. Les vortex piégés dans le masque triangulaire ont alors tendance à se fixer sur des défauts de potentiel structurels, inhibant l’apparition de

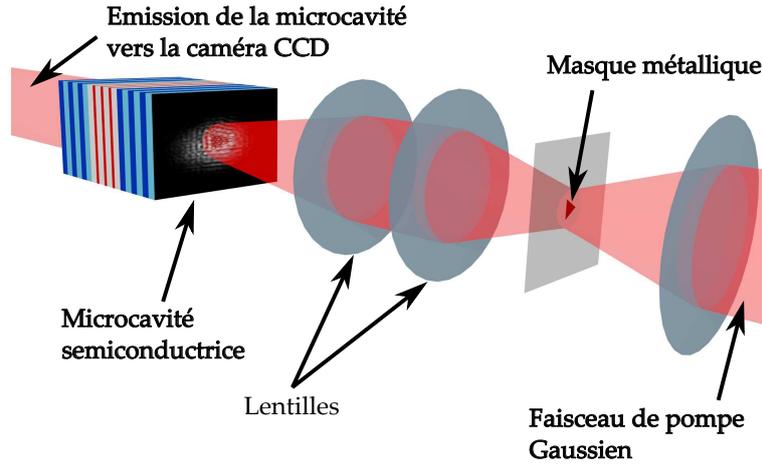


FIGURE 4.14 – Schéma de principe du montage expérimental. L'image d'un masque métallique est réalisée sur la microcavité afin de former un piège.

l'organisation géométrique.

4.4 Génération de réseaux de paires vortex/anti-vortex : utilisation de masques métalliques

Dans la continuité de l'expérience relatée dans la section 4.3, nous avons voulu minimiser les turbulences du système afin d'observer une organisation géométrique des vortex. Nous avons alors pensé à utiliser peu ou prou le même dispositif expérimental, mais en excitant avec un faisceau de pompe à incidence normale, et en absence de défaut. De cette manière, il y a moins de turbulences liées à la propagation et au défaut, et le piège est bien mieux défini. En effet dans la section 4.3 l'image du masque était imprimée sur la microcavité à incidence non nulle. Au niveau optique, cet angle d'incidence a pour effet l'impossibilité de focaliser parfaitement la totalité du masque (la distance entre le masque et la surface de la microcavité dépend de la position). Plus important encore, la propagation des polaritons dans le piège déforme considérablement la partie en amont du piège. À incidence normale la propagation peut également modifier la forme du piège, mais cette déformation a le mérite de conserver sa symétrie. Dans cette nouvelle configuration, l'absence du défaut est compensée par les courants de polaritons entrant dans le piège, pouvant générer des vortex pour une forme adéquate du piège, par exemple avec l'utilisation d'un masque triangulaire dans la section 4.4.1.1. Le schéma de principe de l'expérience est illustré par la figure 4.14.

4.4.1 Régime de basse densité

4.4.1.1 Piège triangulaire

La figure 4.15 montre l'intensité et la phase de l'émission dans l'espace réel avec un masque triangulaire de $20 \mu\text{m}$ de coté. Le désaccord exciton-photon est de $\delta_{exc-photon} = 1.7 \text{ meV}$ et le désaccord laser-LPB est de $\delta_{laser-LPB} = 0.12 \text{ meV}$. On observe sur cette figure un hexagone formé de 3 vortex (en rouge sur l'encart c) et de 3 antivortex (en bleu) au centre du piège triangulaire. Les vortex sont repérable sur les images de la phase par une rotation autour de leur coeur de 2π pour un vortex, et -2π pour un antivortex. On

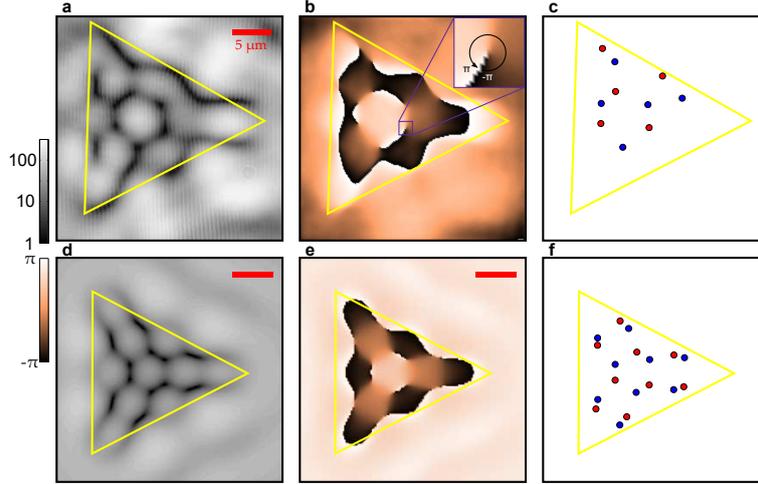


FIGURE 4.15 – **a-b** : Intensité (**a**) et phase (**b**) de l'émission dans l'espace réel en présence d'un piège triangulaire (en jaune) de $20 \mu\text{m}$ de côté, pompé à l'aide d'un faisceau Gaussien de $100 \mu\text{m}$ de diamètre à incidence normale. Le désaccord exciton-photon est de $\delta_{exc-photon} = 1.7 \text{ meV}$ et le désaccord laser-LPB est de $\delta_{laser-LPB} = 0.12 \text{ meV}$. On observe un vortex dans la zone agrandie de **b** où la phase tourne de 2π autour du noyau. **c** montre les vortex (rouge) et les antivortex (bleu) présents dans le piège. On observe un hexagone formé de 3 vortex et de trois antivortex. **d-f** : Simulations numériques dans les mêmes conditions que l'expérience.

constate également sur cette figure un accord remarquable avec les simulations numériques.

En augmentant la taille du piège (en utilisant un masque de dimensions plus élevées), on observe un plus grand nombre de cellules hexagonales dans le triangle comme on le constate sur la figure 4.16, avec un piège triangulaire de $35 \mu\text{m}$ de côté. Les autres paramètres sont similaires à ceux de la figure 4.15 (le désaccord $\delta_{laser-LPB}$ est légèrement plus élevé dans ce dernier cas ; nous verrons que cela a pour effet de réduire la taille des cellules du réseau).

Dans l'objectif de découvrir si l'organisation hexagonale des vortex est liée à leurs interaction ou à la géométrie du piège, nous avons également utilisé un masque de forme carré.

4.4.1.2 Piège carré

La figure 4.17 montre la phase et l'intensité de l'émission avec un masque carré de $45 \mu\text{m}$ de côté. Le désaccord exciton-photon est ici de $\delta_{exc-photon} = 0.32 \text{ meV}$ et la pompe est désaccordée de la branche basse des polaritons de $\delta_{laser-LPB} = 0.6 \text{ meV}$. Le motif observé en intensité (figure 4.17-**a,d**) est formé de mailles carrées. On observe sur l'image de la phase que les noeuds du réseau sont souvent mais pas nécessairement accompagnés de paires de vortex-antivortex. La première conclusion à tirer des images 4.15, 4.16 et 4.17 est que la forme du réseau dépend fortement de la géométrie du piège. Par ailleurs la forme des réseaux est typique de la figure d'interférence entre 3 (pour le masque triangulaire) ou 4 faisceaux (pour le masque carré) ce qui suggère que la forme et la taille du réseau sont déterminées par des effets d'interférence linéaire, et non par des interactions entre vortex.

Lorsqu'on pompe une microcavité à quasi-résonance à basse intensité, l'émission de la microcavité dans l'espace réciproque prend la forme d'un anneau de diffusion appelé *anneau Rayleigh*, déjà observé sur les figures 2.6 et 2.7. Dans ces conditions, une pompe à incidence normale d'énergie $\hbar\omega_p$ génère des polaritons à l'énergie $\hbar\omega_p$ d'impulsion \mathbf{k} telle

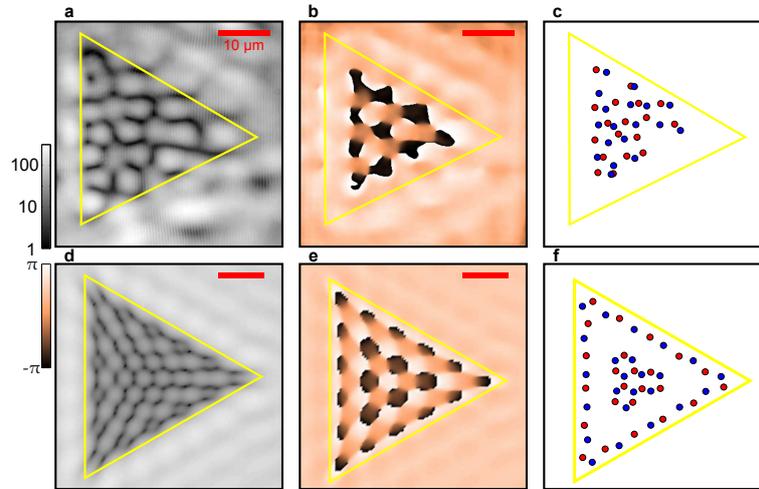


FIGURE 4.16 – **a-c** : Intensité **(a)**, phase **(b)** et distribution des vortex **(c)** de l'émission dans l'espace réel en présence d'un piège triangulaire (en jaune) de $35 \mu\text{m}$ de côté. Le désaccord exciton-photon est de $\delta_{exc-photon} = 1.7 \text{ meV}$ et le désaccord laser-LPB est de $\delta_{laser-LPB} = 0.16 \text{ meV}$. On observe un réseau hexagonal de vortex. **d-f** : Simulations numériques dans les mêmes conditions que l'expérience.

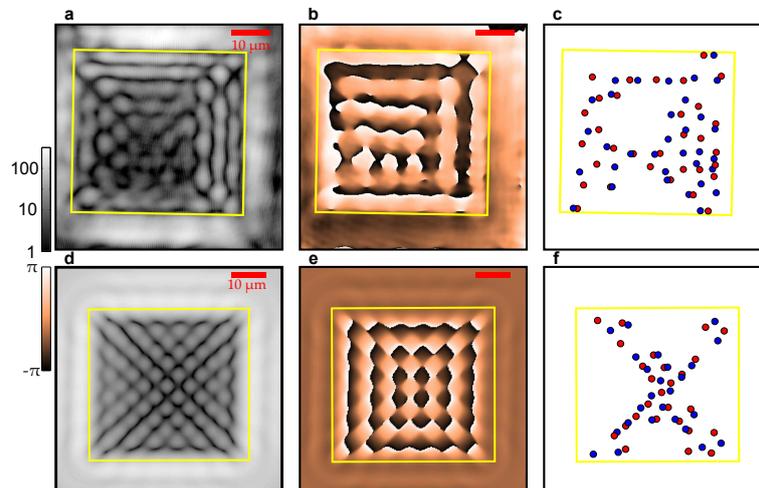


FIGURE 4.17 – **a-b** : Intensité **(a)** et phase **(b)** et distribution des vortex **(c)** de l'émission dans l'espace réel en présence d'un piège carré (en jaune) de $45 \mu\text{m}$ de côté, pompé à l'aide d'un faisceau Gaussien de $100 \mu\text{m}$ de diamètre à incidence normale. Le désaccord exciton-photon est de $\delta_{exc-photon} = 0.32 \text{ meV}$ et le désaccord laser-LPB est de $\delta_{laser-LPB} = 0.6 \text{ meV}$. **d-f** : Simulations numériques dans les mêmes conditions que l'expérience.

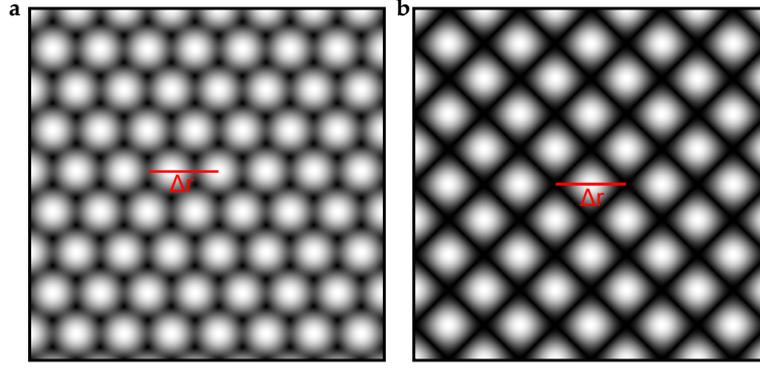


FIGURE 4.18 – Figure d’interférence théorique résultante de la superposition de trois (a) et quatre (b) ondes planes de vecteur d’onde k . La taille caractéristique Δr est reliée au vecteur d’onde par la relation $k = 2\pi/\Delta r$.

que $\hbar^2 k^2/2m = \hbar\omega_p$. La norme est fixée par cette relation mais pas la direction. La présence d’un potentiel désordonné naturel de faible amplitude dans la cavité (voir la section 3.1) permet la diffusion dans toutes les directions de l’espace. En vertu du principe de Huygens-Fresnel, cette diffusion isotrope dans la zone de pompage se traduit dans le piège par un flux de polaritons provenant de chaque côté du piège, de direction orthogonal au côté. La dynamique des polaritons en présence d’un piège triangulaire est alors similaire à celle de trois faisceaux contrapropageant provenant de chaque côté. Ces trois flux de polaritons étant générés d’une seule et même pompe sont cohérents entre eux et font apparaître une figure d’interférence dans le piège. De manière similaire dans le piège carré, où le réseau carré est le résultat des interférences entre quatre flux de polaritons.

Pour confirmer cette hypothèse, il suffit d’étudier la taille caractéristique Δr des cellules du réseau en fonction de la norme de l’impulsion k des polaritons définie par la relation :

$$k = \sqrt{\frac{2m\omega_p}{\hbar}} \quad (4.22)$$

La figure 4.18 représentant les figures d’interférence entre 3 et 4 ondes planes de même vecteur d’onde k illustre la notion de taille caractéristique pour des réseaux carrés et hexagonaux. La taille caractéristique définie par la figure 4.18 et l’impulsion k sont reliés par la relation :

$$k = \frac{2\pi}{\Delta r} \quad (4.23)$$

La figure 4.19 montre l’intensité de l’émission dans l’espace réel avec un piège carré de $45 \mu\text{m}$ de côté, avec $\delta_{exc-photon} = 1.15 \text{ meV}$ pour deux désaccords laser-LPB, ainsi qu’une courbe comparant la valeur de l’impulsion mesurée expérimentalement à partir des images de l’anneau de diffusion k_R et l’impulsion extraite des images dans l’espace réel à partir de la taille des cellules du réseau k_c . On observe sur les images 4.19-a et b que la taille des cellules varie inversement avec le désaccord $\delta_{laser-LPB}$ donc inversement avec k_R , et la courbe linéaire de pente égale à 1 de la figure 4.19 confirme notre hypothèse.

À basse densité on observe un réseau lié aux interférences entre les flux de polaritons entrant dans le piège. Les différences entre les figures obtenues dans le système polaritonique (figures 4.15, 4.16, 4.17) et les figures d’interférence optique (figure 4.18) sont dues aux asymétries du système expérimental à cause de la présence de défauts de structure et surtout à cause du temps de vie fini des polaritons. Le temps de vie radiatif des polaritons réduit la densité de polariton provenant d’un côté donné avec la distance à ce côté. Loin du

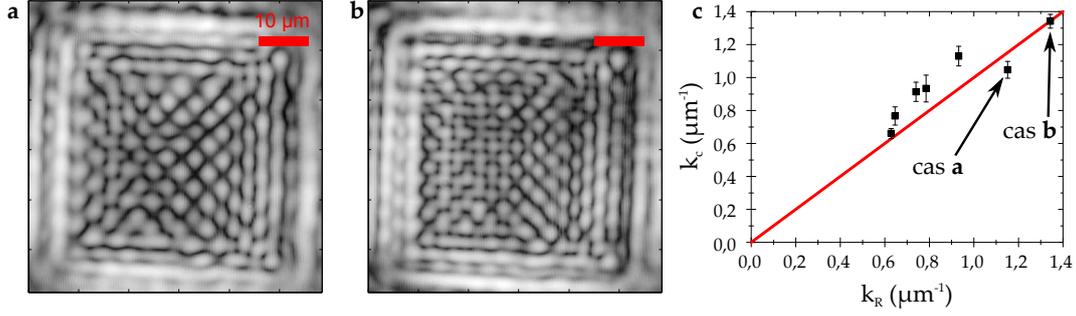


FIGURE 4.19 – **a,b** : Intensité de l’émission pour un piège carré de $45 \mu\text{m}$ de coté, avec $\delta_{exc-photon} = 1.15 \text{ meV}$ pour deux différentes valeurs de $\delta_{laser-LPB}$: 0.18 meV (**a**) et 0.25 meV (**b**). La figure **c** est la courbe représentant $k_c = 2 * \pi / \Delta r$ mesuré sur les images dans l’espace réel en fonction de k_R , le rayon de l’anneau de diffusion Rayleigh mesuré sur les images dans l’espace réciproque. L’égalité de ces deux valeurs confirme l’origine interférométrique du réseau observé dans le piège. Les barres d’erreur et la dispersion des valeurs s’explique par l’incertitude sur les mesures de Δr , qui dans le système réel n’est pas homogène dans le piège ni isotrope.

centre du piège les interférences sont donc réalisées entre des flux de polaritons de densités différentes. On constate alors que les simulations numériques prenant en compte ces effets de temps de vie radiatif rendent fidèlement compte du comportement du système (figures 4.15-**d,e,f**, 4.16-**d,e,f** et 4.17-**d,e,f**).

4.4.2 Régime de haute densité

À haute densité de polaritons, les interactions polariton-polariton deviennent importantes et induisent une forte modification du réseau. La figure 4.20 montre les résultats expérimentaux et numériques dans les mêmes conditions que celles de la figure 4.17 mais en augmentant l’intensité de la pompe de 1 mW à 35 mW .

En comparant les figures 4.17 et 4.20 on constate une disparition des défauts topologiques sur la zone externe du piège, et que la forme du réseau dans la zone interne est fortement modifiée. Dans ce régime, les interactions entre polaritons renormalisent l’énergie des polaritons (voir la section 1.4.3.1), et l’énergie de la courbe de dispersion à impulsion nulle devient résonnante avec le laser. Le mécanisme d’injection des polaritons dans le piège, efficace à basse densité, ne l’est donc plus dans le régime de haute densité. Dans ce dernier cas, les polaritons entrent dans le piège par diffusion. La densité de polaritons étant beaucoup plus faible dans le piège, leur énergie n’y est pas renormalisée et les polaritons acquièrent une énergie cinétique [Wertz 10] afin de respecter la loi de conservation de l’énergie. La figure 4.21 illustre le mécanisme d’injection de polaritons à haute densité.

Il est intéressant de définir localement la vitesse du son généralisée :

$$c_s^* = \sqrt{gn/m} \quad (4.24)$$

où g est la constante d’interaction entre polaritons, m la masse et n la densité de polaritons. Cette vitesse c_s^* est égale à la vitesse du son dans le régime caractérisé par une linéarisation du spectre de Bogoliubov (voir section 2.4.3). Par abus de langage, nous parlerons par la suite de régime subsonique lorsque la vitesse locale du fluide respecte l’inégalité $v < c_s^*$ et de régime supersonique lorsque $v > c_s^*$. La figure 4.20-**g** représente l’intensité de l’émission

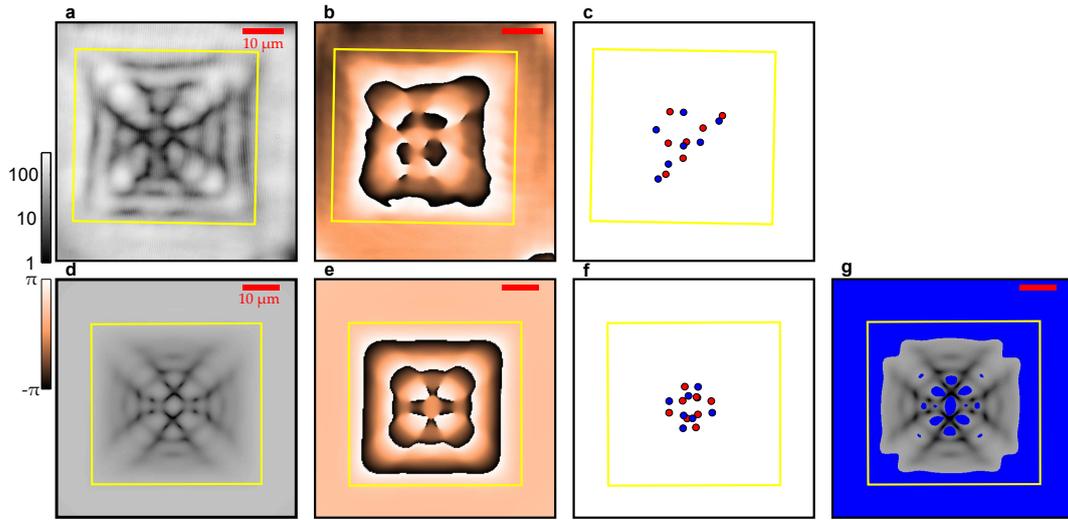


FIGURE 4.20 – **a-f** : Résultats expérimentaux (**a-c**) et numériques (**d-f**) à haute intensité de pompe (35 W) dans les mêmes conditions que celles de la figure 4.17 : $\delta_{exc-photon} = 0.32$ meV, $\delta_{laser-LPB} = 0.6$ meV. **g** montre en bleu la zone subsonique de la simulation numérique où $v(\mathbf{r}) < c_s^*(\mathbf{r})$. L'intensité de l'émission est reportée dans la zone supersonique.

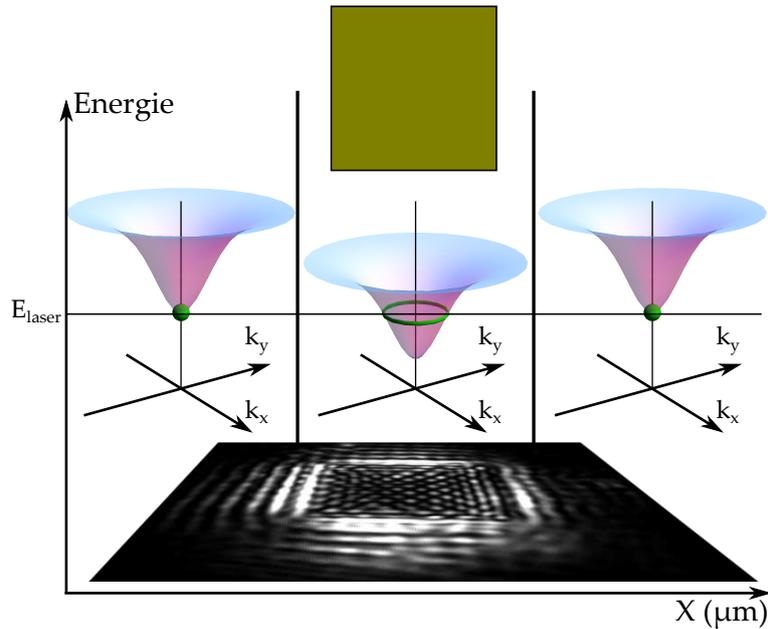


FIGURE 4.21 – Illustration du mécanisme d'injection de polaritons à haute densité : la renormalisation des énergies due aux interactions entre polaritons amène la courbe de dispersion à $k = 0$ à résonance avec le laser de pompe à l'extérieur du piège. Les polaritons entrant par diffusion dans le piège, où la renormalisation des énergies est plus faible, acquièrent une impulsion (anneau vert) afin de respecter les lois de conservation de l'énergie. Ce mécanisme d'injection devrait également résulter en l'apparition d'un réseau d'interférence, mais sa formation est inhibée par le caractère subsonique du fluide empêchant la formation de défauts topologiques.

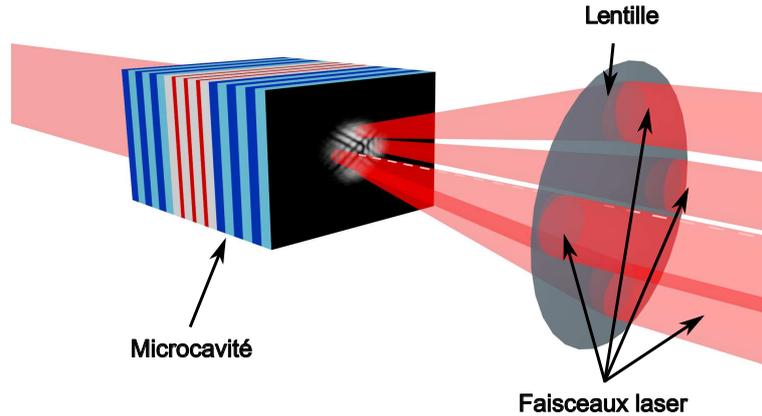


FIGURE 4.22 – Représentation artistique du montage expérimental à quatre pompes.

uniquement dans la région supersonique, la zone subsonique étant en bleu. On observe sur cette figure une forte corrélation entre la disparition des paires de vortex-antivortex et le caractère subsonique du fluide. Sur la partie extérieure du piège la densité est élevée et le fluide est dans le régime subsonique. Le temps de vie des polaritons étant fini, la densité diminue progressivement en allant vers le centre du piège, ainsi que la vitesse c_s^* . Le fluide dans la zone centrale devient alors principalement supersonique. La limite de vitesse du fluide $v(\mathbf{r}) = c_s^*(\mathbf{r})$ apparaît comme une limite au dessous de laquelle les paires vortex-antivortex ne peuvent être maintenues mais s'annihilent deux à deux comme nous le verrons sur la figure 4.27.

À densité encore plus élevée, il est possible de faire basculer l'intégralité de la zone du piège dans le régime subsonique ce qui s'accompagnerait pas l'annihilation de toutes les paires de vortex. Cependant il n'est pas possible d'atteindre des densités de polaritons très élevées avec ce dispositif expérimental. En effet pour former le piège à l'aide d'un masque métallique, un faisceau Gaussien est focalisé sur le masque qui occulte alors la partie centrale du faisceau, où l'intensité est la plus élevée. Considérant que le système est analogue à un nombre fini de flux de polaritons provenant de chaque coté du piège, nous avons mis au point un second dispositif expérimental permettant d'étudier le système avec de plus grandes densités de polaritons.

4.5 Génération de réseaux de paires vortex/anti-vortex : dispositif à quatre pompes

La figure 4.22 illustre le dispositif expérimental avec quatre faisceaux de pompe. Les quatre pompes génèrent quatre fluides de polaritons de même énergie et de même impulsion k mais dans quatre directions orthogonales et contrapropageantes. L'extension spatiale de chaque faisceau de pompe est limitée par un diaphragme. Les pompes absentes de la zone centrale n'y fixent alors pas la phase qui y est libre d'évoluer. Dans ce dispositif expérimental, l'impulsion des fluides injectés est contrôlable directement par l'angle d'incidence plutôt que fixée par le désaccord laser-LPB comme c'était le cas précédemment.

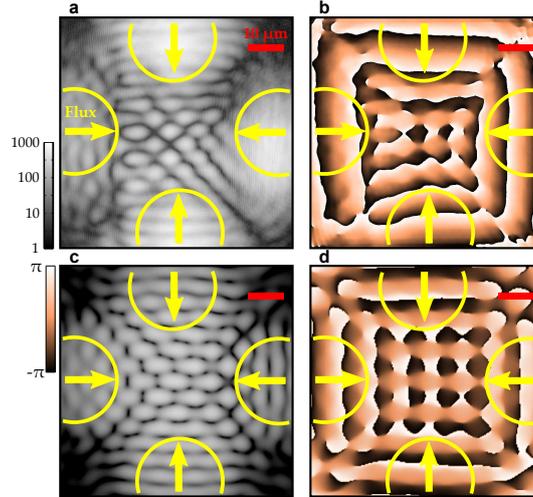


FIGURE 4.23 – **a,b** : intensité (**a**) et phase (**b**) de l'émission dans l'espace réel à basse densité. Les quatre condensats sont générés avec une impulsion $k = 0.7 \mu\text{m}^{-1}$ dans les directions représentées par les flèches jaunes. L'intensité des faisceaux de pompe (cercles jaunes) est de $P = 4 \times 6.5\text{mW}$ et le désaccord est de $\delta_{laser-LPB} = 0.05 \text{ meV}$. Les légères différences entre les impulsions de chaque pompes induisent une asymétrie du réseau, formé alors de cellules allongées horizontalement. **c,d** Simulations numériques dans les conditions de l'expérience.

4.5.1 Régime de basse densité

Dans ce régime (voir figure 4.23) on observe un réseau similaire à celui observé sur la figure 4.17 où la taille de la maille est définie par le vecteur d'onde k des pompes dans le plan des couches. Les impulsions des pompes en haut et en bas étant légèrement plus importantes que celles des pompes de gauche et de droite, les cellules du réseau s'en retrouvent légèrement allongées horizontalement.

4.5.2 Régime de haute densité

Lorsque l'intensité de pompe augmente, les interactions non-linéaires entre polaritons sont dominantes. Les vortex et antivortex sont poussés l'un vers l'autre et s'annihilent. Sur la figure 4.24 où l'intensité des pompes est très importante, la densité de polaritons devient élevée et le fluide passe presque intégralement dans le régime subsonique. Le champ de vitesse \mathbf{v} calculé à partir de la phase θ du fluide en utilisant la relation 2.21 $\mathbf{v} = \frac{\hbar}{m} \nabla \theta(\mathbf{r}, t)$ montre sur la figure 4.25 que le fluide ralentit progressivement en approchant du centre, où sa vitesse devient nulle (en réalité l'impulsion au centre est l'impulsion moyenne, nulle dans notre cas). Cette observation est confirmée par l'intensité de l'émission dans l'espace réciproque représentée sur la figure 4.26, où l'on observe que l'impulsion des polaritons au centre du dispositif diminue avec l'intensité d'excitation. On observe également sur cette figure l'apparition d'une structure régulière dans l'espace réciproque qui n'a pas encore été expliquée théoriquement.

Le phénomène de bistabilité rend difficile l'observation expérimentale du système au cours de la transition, donc l'observation des étapes intermédiaires menant à la disparition du réseau. Cependant, à l'aide des simulations numériques montrées sur la figure 4.27 on constate que la disparition du réseau résulte de deux comportements : d'une part le ralentissement des polaritons induit une augmentation de la taille des cellules élémentaires

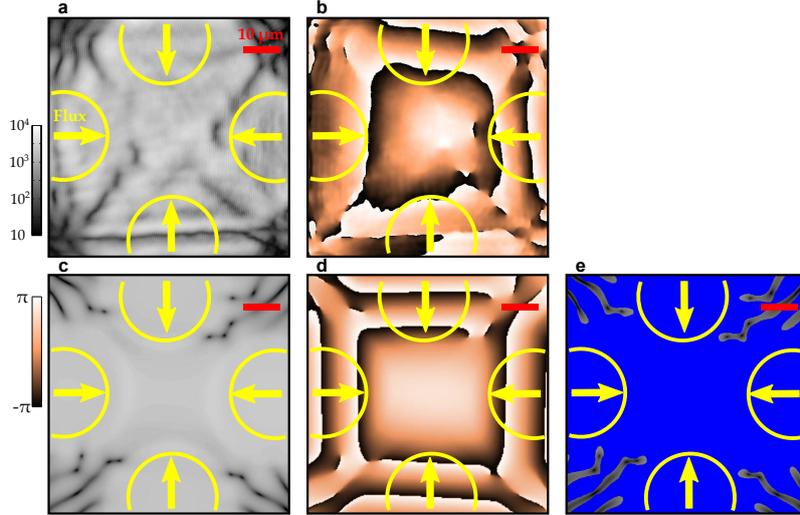


FIGURE 4.24 – **a,b** : Intensité et phase de l'émission dans l'espace réel les mêmes conditions que pour la figure 4.23 mais à haute intensité de pompe $P = 4 \times 45mW$. Dans ce régime le réseau disparaît dans la région centrale. **c,d** : Simulations numériques dans les conditions de l'expérience. **e** montre en bleu la zone subsonique de la simulation numérique où $(v\mathbf{r}) < c_s^*(\mathbf{r})$. L'intensité de l'émission est reportée dans la zone supersonique.

du réseau, et d'autre part les interactions entre polaritons poussent les paires de vortex et antivortex à s'annihiler.

Les interactions entre polaritons permettent donc, à partir de quatre fluides de polaritons d'impulsion différentes, d'obtenir un unique fluide cohérent d'impulsion nulle. De plus, les polaritons conservent leur énergie fixée par la pompe tout au long de leur propagation. L'énergie du fluide au centre du piège est la même que l'énergie du laser de pompe comme on peut l'observer sur la figure 4.28 et il est difficile de comprendre comment les polaritons peuvent perdre leur impulsion tout en conservant la même énergie, ce résultat n'étant pas compatible avec la forme de la courbe de dispersion des polaritons présentée dans le chapitre 1. Nous avons vu dans la section 2.4 que le spectre d'excitation est modifié par la présence d'une pompe résonante, il est possible qu'il en soit de même en présence de plusieurs pompes, et qu'il y ait dans ces conditions des excitations d'énergie nulle dissipant l'impulsion. Cependant les moyens théoriques développés dans la section 2.4 ne sont pas applicables en l'état en présence de plusieurs pompes et nous ne sommes pas en mesure de définir le spectre des excitations élémentaires dans ces conditions. Il est cependant rassurant de constater que les simulations numériques basées sur l'équation de Gross-Pitaevskii offrent un très bon accord avec les observations expérimentales.

4.5.3 Montage à trois pompes

Nous avons également réalisé cette expérience en utilisant trois pompes. La figure 4.29 montre que l'on obtient des résultats analogues : alors qu'on peut observer un réseau hexagonal à basse densité, l'augmentation de la densité de polaritons et la transition dans le régime subsonique annihilent les défauts topologiques au centre du piège.

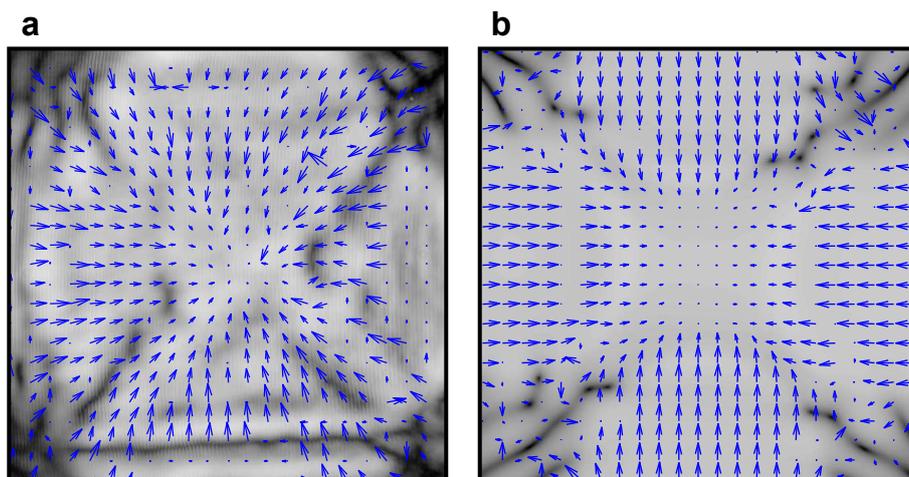


FIGURE 4.25 – Représentation du champ de vitesse dans le régime de haute densité représenté sur la figure 4.24. On observe que la vitesse diminue de l’extérieur vers le centre jusqu’à tomber à zéro au centre du piège.

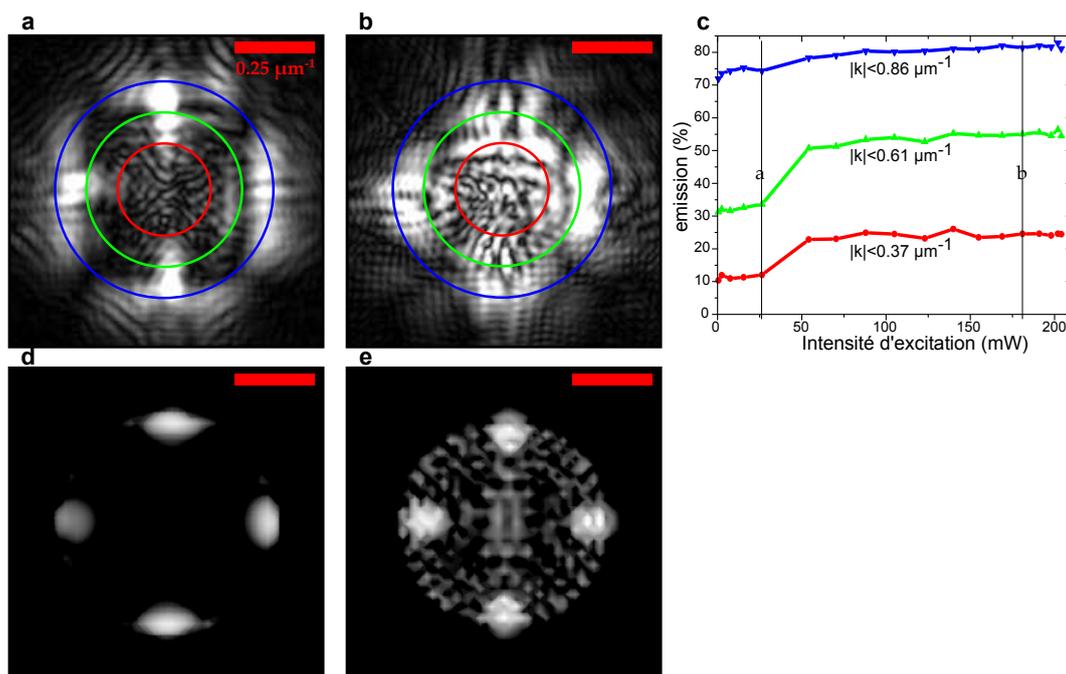


FIGURE 4.26 – **a,b** : Intensité de l’émission dans l’espace réciproque à basse (**a**) et haute densité (**b**) correspondant respectivement aux figures 4.23 et 4.24. On observe quatre points intenses correspondant aux faisceaux de pompe. L’émission localisée sur ces quatre points à basse densité s’étend vers la zone d’impulsion nulle à haute densité. **c** est la fraction de l’émission d’impulsion inférieure à une valeur limite en fonction de l’intensité d’émission, pour trois valeurs limites différentes. Les courbes rouge, vert et bleu correspondent respectivement à la fraction de l’émission d’impulsion inférieure à $0.37 \mu\text{m}^{-1}$, $0.61 \mu\text{m}^{-1}$ et $0.86 \mu\text{m}^{-1}$. Ces trois valeurs limite de l’impulsion sont représentées par des cercles de couleur correspondante sur les encarts **a** et **b**. Les lignes verticales **a** et **b** repèrent les intensités utilisées pour les encarts **a** et **b**. **d,e** : simulations numériques correspondantes.

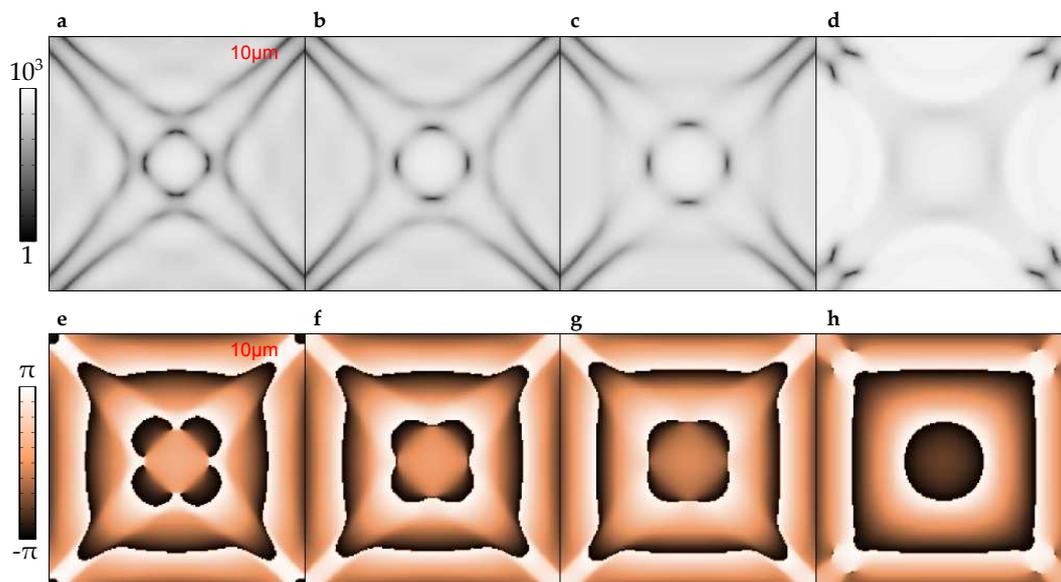


FIGURE 4.27 – Simulations numériques près du seuil d’annihilation des vortex. **a-d** représente l’intensité et **e-h** la phase de l’émission dans l’espace réel pour différentes valeurs d’intensité des pompes. Les quatre pompe injectent des polaritons à $k = 0.7 \mu\text{m}^{-1}$. Les désaccords sont $\delta_{exc-photon} = 0 \text{ meV}$ et $\delta_{laser-LPB} = 0.2 \text{ meV}$. En augmentant l’intensité des pompes les paires de vortex s’annihilent et le réseau disparaît sur place. Les différentes intensités F utilisées sont respectivement $\sqrt{g_{LP}F} = 0.10, 0.12, 0.15,$ et $0.5 \text{ meV}^{3/2}$.

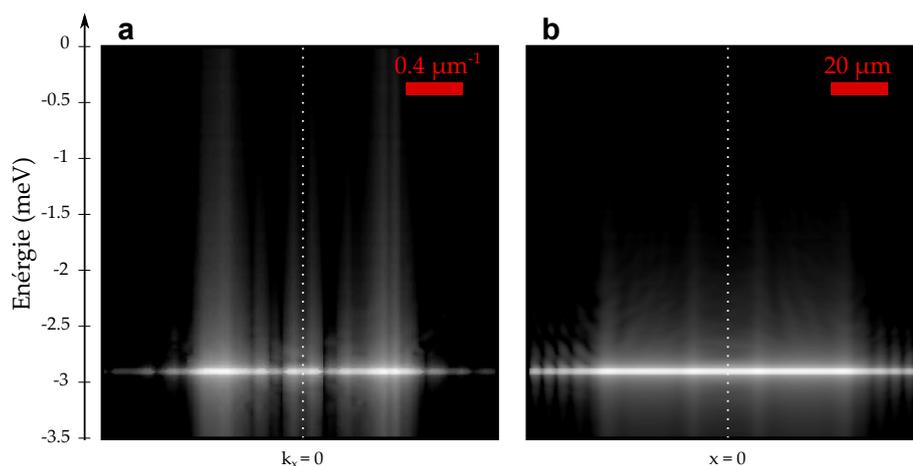


FIGURE 4.28 – Caractérisation en énergie du régime de haute densité à partir des simulations numériques **a** : Relation de dispersion selon l’axe k_x . **b** : Énergie des polaritons selon l’axe horizontal x .

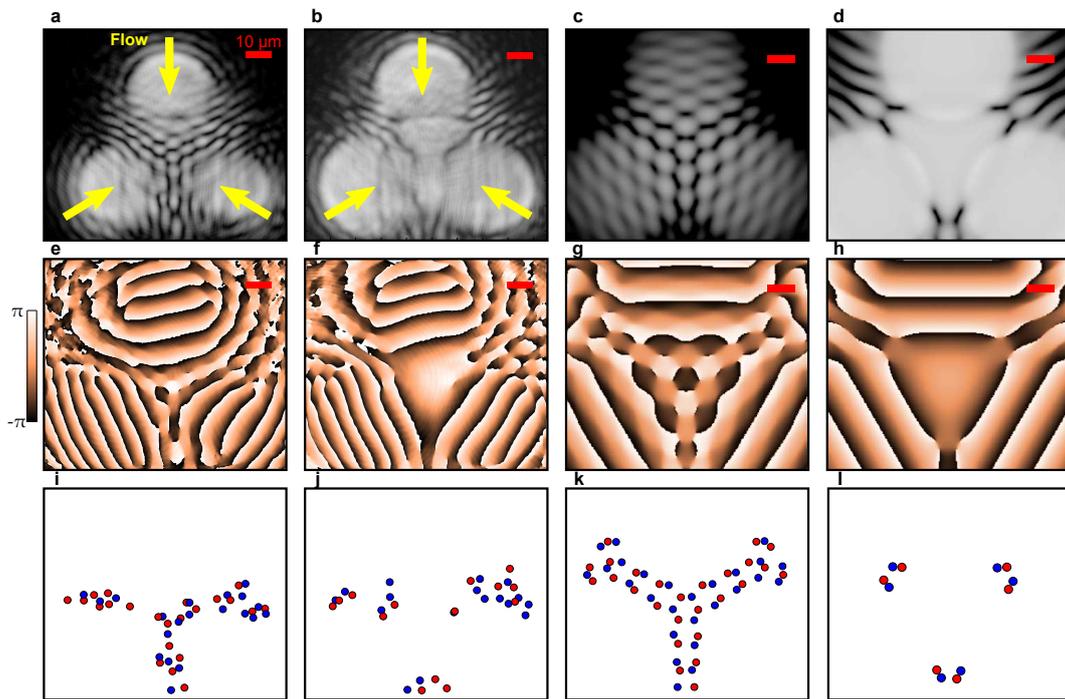


FIGURE 4.29 – Résultats expérimentaux et théoriques avec trois faisceaux de pompes injectant des polaritons à $k = 0.65 \mu\text{m}^{-1}$. Les paramètres de l'expérience sont $\delta_{exc-photon} = -1.49 \text{ meV}$ et $\delta_{laser-LPB} = 0.18 \text{ meV}$. **a,e** et **b,f** : Intensité et phase de l'émission dans l'espace réel respectivement à basse ($3 \times 27 \text{ mW}$) et haute intensité d'excitation ($3 \times 72 \text{ mW}$). **c,d,g,h** : Simulations numériques correspondantes. **i-l** représente la distribution de vortex (en rouge) et d'antivortex (en bleu) dans chacun des cas.

Chapitre 5

Défauts topologiques dans un condensat spineur

Contents

5.1	Théorie des condensats spineurs	83
5.1.1	Hamiltonien du système et équation de Gross-Pitaevskii	83
5.1.2	Demi-vortex	85
5.1.3	Demi-solitons	86
5.1.4	Stabilité des défauts topologiques demi-entiers	89
5.2	Génération hydrodynamique de demi-solitons	89
5.2.1	Proposition théorique	89
5.2.2	Observation expérimentale	89
5.2.3	monopôles magnétiques	92
	5.2.3.1 Plus loin dans l'analogie avec les monopôles	96
5.2.4	Remarques sur le pompage en polarisation circulaire	97

5.1 Théorie des condensats spineurs

Alors que dans le chapitre 2 nous avons considéré un condensat scalaire, nous avons vu dans la section 1.4.4 que les polaritons possèdent en réalité un paramètre de spin. Bien qu'il soit juste de considérer un condensat scalaire lorsque nous sommes en présence d'une seule population de spin (\uparrow ou \downarrow), cette approximation n'est plus valable lorsqu'on dispose d'un mélange de populations.

5.1.1 Hamiltonien du système et équation de Gross-Pitaevskii

Rappelons d'abord la forme du Hamiltonien pour un gaz de bosons en interaction sans paramètre de spin :

$$\hat{H} = \int d\mathbf{r} \hat{\Psi}^\dagger(\mathbf{r}) \left[\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + V_{ext}(\mathbf{r}) + \frac{1}{2} \int d\mathbf{r}' \hat{\Psi}^\dagger(\mathbf{r}') V(\mathbf{r} - \mathbf{r}') \hat{\Psi}(\mathbf{r}') \right] \hat{\Psi}(\mathbf{r}) \quad (5.1)$$

En l'absence de potentiel extérieur $V_{ext} = 0$, et en considérant l'interaction comme une interaction de contact (ce qui est justifié pour les polaritons, voir section 1.4.3) $V(\mathbf{r}) =$

$\alpha_1\delta(\mathbf{r})$, on peut réécrire ce Hamiltonien :

$$\hat{H} = \int d\mathbf{r} \hat{\Psi}^\dagger(\mathbf{r}) \left[\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + \frac{\alpha_1}{2} \hat{\Psi}^\dagger(\mathbf{r}) \hat{\Psi}(\mathbf{r}) \right] \hat{\Psi}(\mathbf{r}) \quad (5.2)$$

Nous avons vu dans la section 1.4.4 qu'il existe une interaction entre les deux populations de spin régie par la constante d'interaction α_2 . Dans la base de spin (\uparrow, \downarrow) le Hamiltonien d'un gaz de polaritons avec paramètre de spin s'écrit alors :

$$\hat{H} = \sum_{\sigma=\{\uparrow, \downarrow\}} \int d\mathbf{r} \hat{\Psi}_\sigma^\dagger(\mathbf{r}) \left[\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + \frac{\alpha_1}{2} \hat{\Psi}_\sigma^\dagger(\mathbf{r}) \hat{\Psi}_\sigma(\mathbf{r}) + \frac{\alpha_2}{2} \hat{\Psi}_{-\sigma}^\dagger(\mathbf{r}) \hat{\Psi}_{-\sigma}(\mathbf{r}) \right] \hat{\Psi}_\sigma(\mathbf{r}) \quad (5.3)$$

où la fonction d'onde se décompose en $\Psi = \begin{pmatrix} \Psi_\uparrow \\ \Psi_\downarrow \end{pmatrix}$ et l'opérateur $-$ inverse le spin : $-\uparrow = \downarrow$ et $-\downarrow = \uparrow$. Enfin, nous avons vu dans la section 1.4.6 qu'il existe des phénomènes de relaxation du spin, qui peuvent se schématiser par un champ magnétique effectif $\mathbf{\Omega}_{TE-TM} = (\Omega_{TE-TM,x}, \Omega_{TE-TM,y}, 0)$, qui se traduit par l'ajout d'un terme d'énergie magnétique $-\mathbf{S} \cdot \mathbf{\Omega}_{TE-TM}$:

$$\hat{H} = \int d\mathbf{r} \left(\sum_{\sigma=\{\uparrow, \downarrow\}} \hat{\Psi}_\sigma^\dagger(\mathbf{r}) \left[\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + \frac{\alpha_1}{2} \hat{\Psi}_\sigma^\dagger(\mathbf{r}) \hat{\Psi}_\sigma(\mathbf{r}) + \frac{\alpha_2}{2} \hat{\Psi}_{-\sigma}^\dagger(\mathbf{r}) \hat{\Psi}_{-\sigma}(\mathbf{r}) \right] \hat{\Psi}_\sigma(\mathbf{r}) - \hat{\mathbf{S}} \cdot \mathbf{\Omega}_{TE-TM} \right) \quad (5.4)$$

où \mathbf{S} est le vecteur pseudospin défini dans la section 1.4.4.1 caractérisant l'état de spin du système. Remarquons, comme nous l'avons déjà détaillé dans la section 1.4.6.2, que l'on peut réécrire le Hamiltonien :

$$\hat{H} = \int d\mathbf{r} \left(\sum_{\sigma=\{\uparrow, \downarrow\}} \hat{\Psi}_\sigma^\dagger(\mathbf{r}) \left[\frac{\hbar^2}{2m} \nabla^2 + \frac{\alpha_1 + \alpha_2}{2} \left(\hat{\Psi}_\sigma^\dagger(\mathbf{r}) \hat{\Psi}_\sigma(\mathbf{r}) + \hat{\Psi}_{-\sigma}^\dagger(\mathbf{r}) \hat{\Psi}_{-\sigma}(\mathbf{r}) \right) \right] \hat{\Psi}_\sigma(\mathbf{r}) - \hat{\mathbf{S}} \cdot \mathbf{\Omega}'_{TE-TM} \right) \quad (5.5)$$

mais cette fois-ci en ajoutant une composante selon z au champ magnétique effectif $\mathbf{\Omega}'_{TE-TM} = (\Omega_{TE-TM,x}, \Omega_{TE-TM,y}, \Omega_0)$ avec $\hbar\Omega_0 = (\alpha_1 - \alpha_2)(|\Psi_\uparrow|^2 - |\Psi_\downarrow|^2)$.

Il est utile de développer le terme d'énergie magnétique afin d'écrire les équations de Gross-Pitaevskii. Le pseudospin \mathbf{S} peut être décomposé de la manière suivante :

$$\hat{S}_x = \frac{1}{2} (\hat{\Psi}_\uparrow^\dagger \hat{\Psi}_\downarrow + \hat{\Psi}_\uparrow \hat{\Psi}_\downarrow^\dagger) \quad (5.6)$$

$$\hat{S}_y = \frac{i}{2} (\hat{\Psi}_\uparrow^\dagger \hat{\Psi}_\downarrow - \hat{\Psi}_\uparrow \hat{\Psi}_\downarrow^\dagger) \quad (5.7)$$

$$\hat{S}_z = \frac{|\hat{\Psi}_\uparrow|^2 - |\hat{\Psi}_\downarrow|^2}{2} \quad (5.8)$$

On peut alors dériver les équations d'évolution des opérateurs $\hat{\Psi}_\uparrow$ et $\hat{\Psi}_\downarrow$:

$$i\hbar \frac{\partial \Psi_\uparrow(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = \left(-\frac{\hbar^2 \Delta}{2m} + \frac{\alpha_1}{2} |\Psi_\uparrow(\mathbf{r})|^2 + \frac{\alpha_2}{2} |\Psi_\downarrow(\mathbf{r})|^2 - i\hbar \frac{\gamma_\uparrow}{2} \right) \Psi_\uparrow - (\Omega_{TE-TM,x} + \Omega_{TE-TM,y}) \Psi_\downarrow + P_\uparrow \quad (5.9)$$

$$i\hbar \frac{\partial \Psi_\downarrow(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = \left(-\frac{\hbar^2 \Delta}{2m} + \frac{\alpha_1}{2} |\Psi_\downarrow(\mathbf{r})|^2 + \frac{\alpha_2}{2} |\Psi_\uparrow(\mathbf{r})|^2 - i\hbar \frac{\gamma_\downarrow}{2} \right) \Psi_\downarrow - (\Omega_{TE-TM,x} - \Omega_{TE-TM,y}) \Psi_\uparrow + P_\downarrow \quad (5.10)$$

où nous avons ajouté les termes de dissipation γ_\uparrow , γ_\downarrow et de pompe P_\uparrow , P_\downarrow et remplacé les opérateurs par les fonctions d'onde par analogie avec ce qui a été fait pour les condensats scalaires dans la section 2.4.

De manière complètement analogue à ce qui a été fait dans les sections 2.3.2 et 2.4.3, on peut dériver le spectre des excitations élémentaires d'un condensat spineur. Nous ne détaillerons pas ce point dans le manuscrit et on pourra se reporter à la référence [Solnyshkov 08]. La constante d'interaction α_2 étant faible, le système peut être considéré en première approximation comme constitué de deux fluides de spin opposés indépendants. On retrouve alors les formes caractéristiques du spectre de Bogoliubov et la possibilité d'observer des excitations topologiques (vortex et solitons) dans un seul des deux fluides. Ces objets appelés demi-vortex et demi-solitons, sont étudiés dans la section suivante. Enfin le terme de champ magnétique effectif induit une précession du pseudospin autour du vecteur $\mathbf{\Omega}'_{TE-TM}$. Cette précession est responsable de phénomènes comme l'effet Hall optique de spin [Kavokin 05, Leyder 07] et joue un rôle fondamental dans la propagation des demi-solitons comme nous le verrons dans la section 5.2.

5.1.2 Demi-vortex

L'existence de défauts topologiques demi-entiers a été prédite par Volovik et Mineev [Volovik 76] en 1976 dans l'Hélium 3 superfluide. La première observation expérimentale sous la forme de demi-vortex date de 1996 par Kirtley et al. dans les supraconducteurs à haute température critique [Kirtley 96]. En 2006 Yuri Rubo [Rubo 06] prédit l'existence de demi-vortex dans les condensats de polaritons. Alors que Rubo a utilisé un formalisme dans la base des polarisations linéaires, Flayac et al. [Flayac 10] ont utilisé un formalisme dans la base des polarisations circulaires où la description des demi-vortex est beaucoup plus intuitive. En effet, dans cette base un demi-vortex apparaît simplement sous la forme d'un vortex présent dans une seule population de spin.

Cependant la nature demi-entière des demi-vortex (et également des demi-solitons) n'apparaît pas explicitement dans les équations en base de polarisation circulaire et il est nécessaire d'aborder en premier lieu les demi-vortex dans la base de polarisations linéaire pour faire apparaître les nombres quantiques demi-entiers propres à ces demi-objets. On peut passer de la base de polarisation circulaire $(\Phi_\uparrow, \Phi_\downarrow)$ à la base de polarisation linéaire (Φ_x, Φ_y) par la relation :

$$\Psi_x = \frac{1}{\sqrt{2}} (\Psi_\uparrow + \Psi_\downarrow) \quad (5.11)$$

$$\Psi_y = \frac{1}{\sqrt{2}} (i\Psi_\uparrow - i\Psi_\downarrow) \quad (5.12)$$

On obtient alors :

$$\Psi_x = \sqrt{n} \cos(\phi) e^{i\theta} \quad (5.13)$$

$$\Psi_y = \sqrt{n} \sin(\phi) e^{i\theta} \quad (5.14)$$

où n est la densité totale de polaritons, θ définit la phase globale du condensat, et ϕ l'angle de polarisation linéaire. Un vortex est caractérisé par son indice de rotation (*winding number*), c'est à dire par la rotation de sa phase autour de son noyau. Pour un vortex dans un condensat scalaire, les règles de continuité imposent à la rotation de la phase de prendre des valeurs multiples de 2π , on parle alors d'indice de rotation entier n tel que la rotation de la phase soit de $2\pi n$. Dans le cas des condensats spineurs il existe deux phases ϕ et θ auxquelles on peut associer deux indices de rotation, respectivement k et m . Les règles de continuité dans ce cas n'imposent pas des valeurs entières de k et m mais demi-entières, à condition que k et m soient simultanément entiers ou demi-entiers comme le montrent les relations suivantes :

$$\Psi_x = \sqrt{n} \cos(\phi + 2\pi k) e^{i(\theta + 2\pi m)} = (-1)^{2k} (-1)^{2m} \sqrt{n} \cos(\phi) e^{i\theta} = (-1)^{2k} (-1)^{2m} \Psi_x \quad (5.15)$$

$$\Psi_y = \sqrt{n} \sin(\phi + 2\pi k) e^{i(\theta + 2\pi m)} = (-1)^{2k} (-1)^{2m} \sqrt{n} \sin(\phi) e^{i\theta} = (-1)^{2k} (-1)^{2m} \Psi_y \quad (5.16)$$

Les vortex d'énergie minimales sont alors les quatre vortex d'indices $(k, m) = (\frac{1}{2}, \frac{1}{2}), (-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}), (\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})$ et $(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})$. On obtient des indices de rotation demi-entiers, ce qui explique l'appellation de demi-vortex. Notons que dans un condensat spineur polarisé linéairement les demi-vortex ont une énergie plus faible que les vortex entiers (un vortex entier peut en fait être considéré comme une superposition de deux demi-vortex), ce qui fait des demi-vortex les excitations élémentaires des condensats spineurs.

Les demi-vortex ont été observés expérimentalement dans les condensats de polaritons en 2008 par Lagoudakis et al. [Lagoudakis 08] (voir figure 5.1).

5.1.3 Demi-solitons

Après s'être intéressé aux demi-vortex, on peut se questionner sur l'existence des demi-solitons. En effet, de manière analogue, un soliton présent dans une seule des deux polarisations circulaires est un demi-soliton. Cependant, le caractère demi-entier des demi-vortex s'est pleinement révélé en polarisation linéaire. Il semble donc pertinent d'étudier le demi-soliton dans cette base. Considérons un condensat de polaritons 1D polarisé linéairement : $|\Psi_\uparrow|^2 = |\Psi_\downarrow|^2 = \sqrt{n_\infty}$ loin du demi-soliton, où les fonctions d'onde dans la base de polarisation circulaire s'écrivent :

$$\Psi_\uparrow = \sqrt{n_\infty} e^{i\theta_\uparrow} \quad (5.17)$$

$$\Psi_\downarrow = \sqrt{n_\infty} e^{i\theta_\downarrow} \quad (5.18)$$

En présence d'un demi-soliton dans la composante \uparrow , la phase θ_\uparrow varie à travers le soliton d'une quantité finie $0 < \Delta\theta_\uparrow < \pi$: $\theta_\uparrow(+\infty) = \theta_\uparrow(-\infty) + \Delta\theta_\uparrow$ (voir la section 4.1.2.1). Si on néglige les interactions entre polaritons de spin opposés, on peut considérer que la phase θ_\downarrow est en revanche constante : $\theta_\downarrow(+\infty) = \theta_\downarrow(-\infty)$. On peut définir une base de polarisation linéaire (Ψ_x, Ψ_y) par les relations :

$$\Psi_x = \frac{1}{\sqrt{2}} (\Psi_\uparrow + \Psi_\downarrow) \quad (5.19)$$

$$\Psi_y = \frac{1}{\sqrt{2}} (i\Psi_\uparrow - i\Psi_\downarrow) \quad (5.20)$$

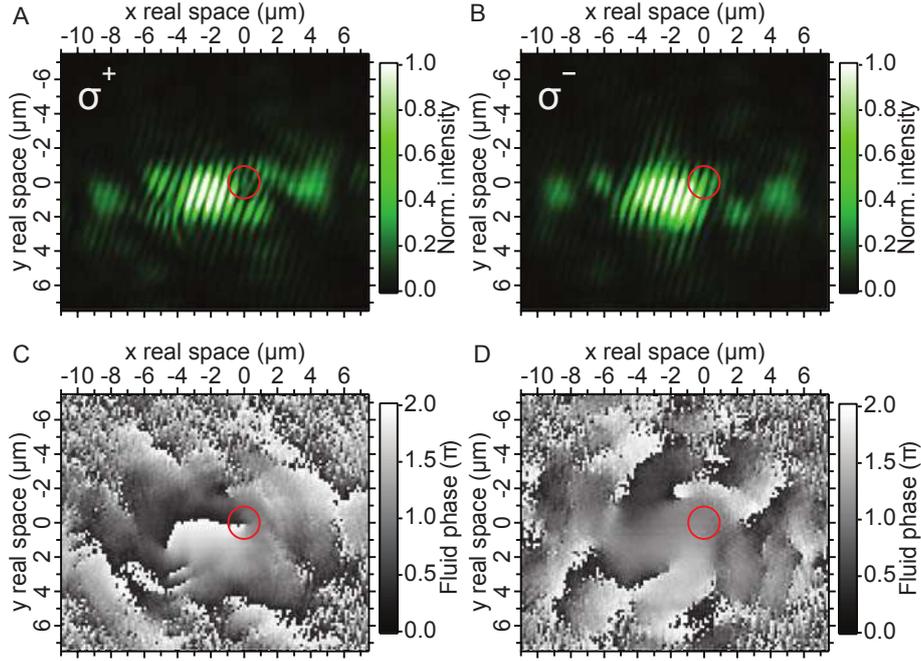


FIGURE 5.1 – Observation de demi-vortex dans un condensat de polaritons. **A,B** : Interférogrammes des émissions polarisées $\sigma+$ et $\sigma-$. On observe dans le cercle rouge une fourche de dislocation typique d'un vortex, apparaissant dans une seule composante, mettant en évidence un demi-vortex. **C,D** : Diagrammes de phases dans l'espace réel extrait à partir des interférogramme **A** et **B**. Image tirée de la référence [Lagoudakis 08].

soit loin des solitons :

$$\Psi_x = \sqrt{n_\infty} e^{i\left(\frac{\theta_\uparrow + \theta_\downarrow}{2}\right)} \cos\left(\frac{\theta_\uparrow - \theta_\downarrow}{2}\right) = \sqrt{n_\infty} e^{i\Theta} \cos(\Phi) \quad (5.21)$$

$$\Psi_y = \sqrt{n_\infty} e^{i\left(\frac{\theta_\uparrow + \theta_\downarrow}{2}\right)} \sin\left(\frac{\theta_\uparrow - \theta_\downarrow}{2}\right) = \sqrt{n_\infty} e^{i\Theta} \sin(\Phi) \quad (5.22)$$

$\Theta = \frac{\theta_\uparrow + \theta_\downarrow}{2}$ est la phase globale en polarisation linéaire : elle correspond à la phase qui serait mesurée si on faisait des mesures non résolues en polarisation. En présence d'un demi-soliton dans la composante \uparrow , la phase θ_\uparrow subit un saut de $\Delta\theta_\uparrow$ à travers le soliton et la phase θ_\downarrow est constante, Θ subit alors un saut de $\Delta\Theta = \Delta\theta_\uparrow/2$. $\Phi = \frac{\theta_\uparrow - \theta_\downarrow}{2}$ représente l'angle de polarisation linéaire qui subit de manière analogue un saut de $\Delta\Phi = \Delta\theta_\uparrow/2$ à travers le soliton. En termes de pseudospin (voir section 1.4.4.1), une rotation de l'angle de polarisation linéaire de $\Delta\Phi$ correspond à une rotation du pseudospin de $2\Delta\Phi$ (voir la figure 5.2-c). Les profils d'intensité dans les différentes bases de polarisations sont représentés sur la figure 5.2-a dans le cas où $\Phi(-\infty) = 0$ et $\Delta\Theta = \Delta\Phi = \frac{\pi}{2}$. En intensité, un demi-soliton apparaît en polarisation linéaire sous forme d'une frontière entre des régions polarisés orthogonalement.

La figure 5.2-c représente la direction du pseudospin pour différentes valeurs de $\Phi(-\infty)$. On observe sur cette figure que dans les cas $\Phi(-\infty) = 0$ et $\pi/2$ (1^{ère} et 3^{ème} ligne) le pseudospin aux abords du demi-soliton est convergent et divergent, de la même manière qu'est le champ électrique (magnétique) créé par une charge électrique (magnétique) ponctuelle. On peut d'ailleurs faire une analogie formelle entre les demi-solitons en présence d'un champ magnétique effectif et des monopôles magnétiques dans un champ magné-

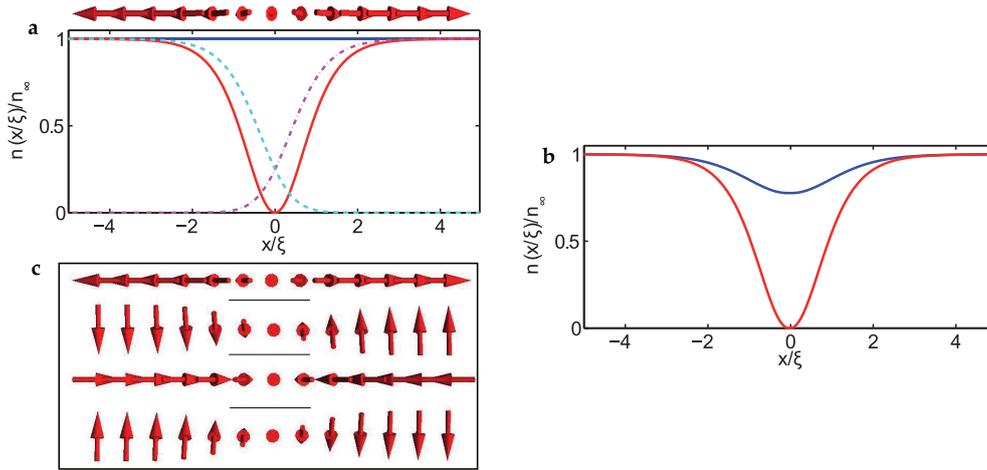


FIGURE 5.2 – **a** : Profils de densité d'un demi-soliton dans la population de spin \uparrow , sans interactions. Les courbes rouges et bleues en traits plein représentent respectivement les densités n_{\uparrow} et n_{\downarrow} et les courbes cyan et pourpre en traits pointillés représentent respectivement les densités n_x et n_y . Les flèches rouges au dessus du graphique représente le pseudospin. On observe une rotation de π du pseudospin, correspondant à une rotation de $\pi/2$ de la polarisation. **b** : Profils de densité d'un demi-soliton dans la population de spin \uparrow , en présence d'interactions. **c** : Représentation du pseudospin à travers le soliton pour différentes valeurs de $\Phi(-\infty) = 0, \pi/4, \pi/2, 3\pi/4$. Images tirées des références [Flayac 11, Flayac 13].

tique [Solnyshkov 12] où la structure du pseudospin (divergent ou convergent) indique le signe de la charge. Les demi-solitons représentés sur la 1^{ère} ($\Phi(-\infty) = 0$) et la 3^{ème} ligne ($\Phi(-\infty) = \pi/2$) sont alors des monopôles de charges opposées. Les demi-solitons représentés sur la 2^{nde} ($\Phi(-\infty) = \pi/4$) et 4^{ème} ligne ($\Phi(-\infty) = 3\pi/4$) sont également des monopôles de charge opposées : en effet ils obtiennent également une structure de pseudospin convergente et divergente par une rotation de $\pi/4$ de la base de polarisation linéaire.

Ainsi, alors qu'un demi-soliton noir est caractérisé par la présence d'un soliton dans uniquement une polarisation circulaire (e.g. en \uparrow , avec un saut de phase $\Delta\theta_{\uparrow}$), le demi-soliton en polarisation linéaire se remarque par un saut de phase moitié dans toutes les polarisations linéaires $\Delta\Theta = \Delta\theta_{\uparrow}/2$, ainsi qu'une rotation de la polarisation d'un angle également de $\Delta\Phi = \Delta\theta_{\uparrow}/2$. De même que pour les demi-vortex, c'est en polarisation linéaire que l'on retrouve les coefficients demi-entiers.

On peut cependant faire suite à la remarque de la section 4.1.2.1 sur le caractère non quantifié des excitations solitoniques. On avait fait la remarque qu'il n'existe pas un nombre fini de solutions solitoniques mais une continuité en fonction de leur densité au fond du soliton pouvant varier de 0 à n_{∞} . De manière similaire, on peut passer continûment d'un soliton à un demi-soliton. Le terme 'demi' n'est rigoureux que lorsqu'on dispose d'un soliton parfaitement noir dans une polarisation circulaire et l'état fondamental dans l'autre. En pratique la présence d'interactions entre polaritons de spin opposés affecte la densité dans une polarisation circulaire lorsqu'il y a un soliton dans la polarisation circulaire opposée (voir la figure 5.2-b). Nous parlerons néanmoins de demi-solitons dès qu'il y a une texture de polarisation circulaire à l'intérieur du soliton, donc quand un soliton dans une polarisation sera plus sombre que dans l'autre.

Nous n'avons parlé dans cette section que des solitons à une dimension pour des raisons de commodités, mais les raisonnements peuvent être facilement étendus aux solitons à 2

dimensions.

5.1.4 Stabilité des défauts topologiques demi-entiers

La stabilité des défauts topologiques demi-entiers dans les fluides de polaritons est liée à l'anisotropie en spin des interactions $\alpha_1 \gg \alpha_2$. La présence d'un champ magnétique effectif important peut induire la précession du spin des polaritons au milieu d'un défaut topologique demi-entier, où le fluide est polarisé circulairement. La précession due au champ magnétique peut éventuellement inverser la polarisation du défaut topologique, et engendrer sa destruction. Nous avons vu dans la section 1.4.6.2 qu'à cause de l'anisotropie en spin des interactions dans un fluide de polaritons, une différence de population $n_\uparrow - n_\downarrow$ joue le même rôle qu'une composante du champ magnétique effectif selon l'axe z . Dans la zone centrale du défaut topologique la différence de population est maximale et l'ajout de cette composante du champ magnétique selon l'axe z (précession de Larmor auto-induite, voir la section 1.4.6.2) protège les demi-vortex de la précession de leur spin jusqu'à une valeur critique Ω_c du champ magnétique effectif [Solnyshkov 12] :

$$\Omega_c = \frac{(\alpha_1 - \alpha_2)n_\infty}{2} \quad (5.23)$$

Dans des conditions normales Ω_c est de l'ordre de $100\mu eV$ alors que le champ magnétique effectif est typiquement de l'ordre de $\Omega_{TE-TM} = 20\mu eV$. La stabilité des défauts topologiques demi-entiers est donc assurée dans les fluides de polaritons.

Les défauts topologiques demi-entiers ne peuvent apparaître dans un superfluide d' ^4He , qui ne dispose pas du degré de liberté de spin mais des demi-vortex ont été observés dans un superfluide d' ^3He [Yamashita 08] et dans les supraconducteurs triplets [Kirtley 96]. La physique des condensats atomiques est très riche et il existe des cas de figure où l'on peut avoir un condensat de type spin 1/2 avec interactions antiferromagnétiques [Widera 06]. Bien qu'ils n'aient pas encore été observés expérimentalement, il existe une proposition théorique permettant la formation de demi-vortex dans les condensats atomiques de ^{23}Na [Ji 08].

5.2 Génération hydrodynamique de demi-solitons

5.2.1 Proposition théorique

Une étude théorique de Flayac et al. [Flayac 11] a montré qu'à condition d'utiliser une pompe polarisée linéairement, l'expérience de génération hydrodynamique de solitons faisant l'objet de la section 4.2.2 devrait donner naissance à une paire de demi-solitons dans le sillage du défaut. Cette génération de demi-solitons est liée à leur comportement en présence du champ magnétique effectif Ω_{TE-TM} dont il a été question dans les sections 1.4.6 et 5.1.1. Nous montrerons en détails dans la section 5.2.3 que les demi-solitons se comportent de la même manière que des monopôles magnétiques.

5.2.2 Observation expérimentale

Le fluide de polaritons est créé à l'aide d'une pompe polarisée linéairement dans la direction de propagation des polaritons (y , ou TM). Le moment cinétique injecté par la pompe est de $k_p = 1.3 \mu\text{m}^{-1}$, ce qui implique une vitesse du fluide de $v_f = \frac{\hbar k_p}{m} = 1.5 \mu\text{m}/\text{ps}$ (la masse des polaritons a été évaluée à $m = 10^{-4}m_e$). Le nombre de Mach a été évalué

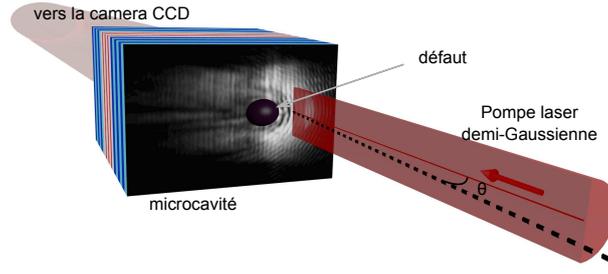


FIGURE 5.3 – Schéma du montage expérimental.

comme étant de l'ordre de $M = 5$ à $y = 40 \mu\text{m}$ en aval du défaut à l'aide de la relation 4.20 rappelée ici :

$$n(0) = n_\infty (v \sin(\alpha) / c_s)^2 \quad (5.24)$$

Le désaccord exciton-photon dans la région étudiée est de $\delta_{exc-photon} = -0.2 \text{ meV}$. Comme pour l'expérience sur les solitons entiers (section 4.2.2.2) nous utilisons un masque métallique pour couper le faisceau de pompe et obtenir un faisceau demi-Gaussien. Le faisceau de pompe présent exclusivement en amont du défaut laisse la phase libre d'évoluer dans le sillage du défaut. Le montage expérimental est illustré par la figure 5.3.

Afin d'extraire la totalité de l'information contenue dans le système, nous avons successivement mesuré les émissions de la microcavité dans les polarisations circulaire gauche (σ_+) et droite (σ_-), linéaire horizontale (H), verticale (V), diagonale (D) et antidiagonale (A). Cette tomographie complète de l'émission permet de déterminer le pseudo-spin dans tous les points de l'espace. Nous avons dans chacun de ces cas également acquis une figure d'interférence à l'aide d'un interféromètre de Mach-Zehnder afin de reconstituer la phase du fluide (le processus de reconstruction de la phase est décrit dans l'annexe B). La figure 5.4 montre ces acquisitions dans les polarisations σ_+ , σ_- , D et A.

Les panneaux **a-I** et **a-II** représentent les émissions en polarisation circulaire. On observe la présence d'un soliton à gauche du défaut en σ_- qui n'est pas présent (ou peu) en σ_+ . Inversement, on observe deux solitons à droite du défaut en σ_+ invisibles en σ_- . Notons que la présence de deux solitons de ce côté du défaut est due à la forme du défaut ainsi qu'à sa taille qui permet cette double génération, comme nous l'avons déjà rapporté dans la section 4.2.2.3. Nous nous concentrerons sur les solitons intérieurs, sans évoquer ce deuxième soliton extérieur à droite. Ces solitons présents dans une seule polarisation circulaire s'accompagnent comme on peut l'observer sur les panneaux **b-I** et **b-II** d'un saut de phase. Les panneaux **c** et **e** représentent les coupes à $y = 40 \mu\text{m}$ de l'émission et de la phase. Le soliton de gauche étant plus profond que le soliton de droite, le saut de phase à travers le premier est plus important qu'à travers le second. Ainsi, on observe bien dans la base de polarisation circulaire les caractéristiques des demi-solitons.

Nous allons voir que l'observation en polarisation linéaire confirme la présence de demi-solitons. Nous avons dit dans la section 5.1.3 qu'en polarisation linéaire un soliton forme une frontière entre des domaines polarisés orthogonalement. On peut observer sur la figure 5.2 la densité chuter brutalement à travers le soliton pour les polarisation linéaires (courbes cyan et pourpre). Or sur les panneaux **a-III** et **a-IV** on observe des lignes noires qui ressemblent encore à des solitons. La différence majeure avec le cas 1D évoqué précédemment est qu'ici nous avons une pompe qui génère un fluide polaritonique polarisé linéairement dans la direction y , dite TM. Ainsi, loin des solitons la densité de polaritons

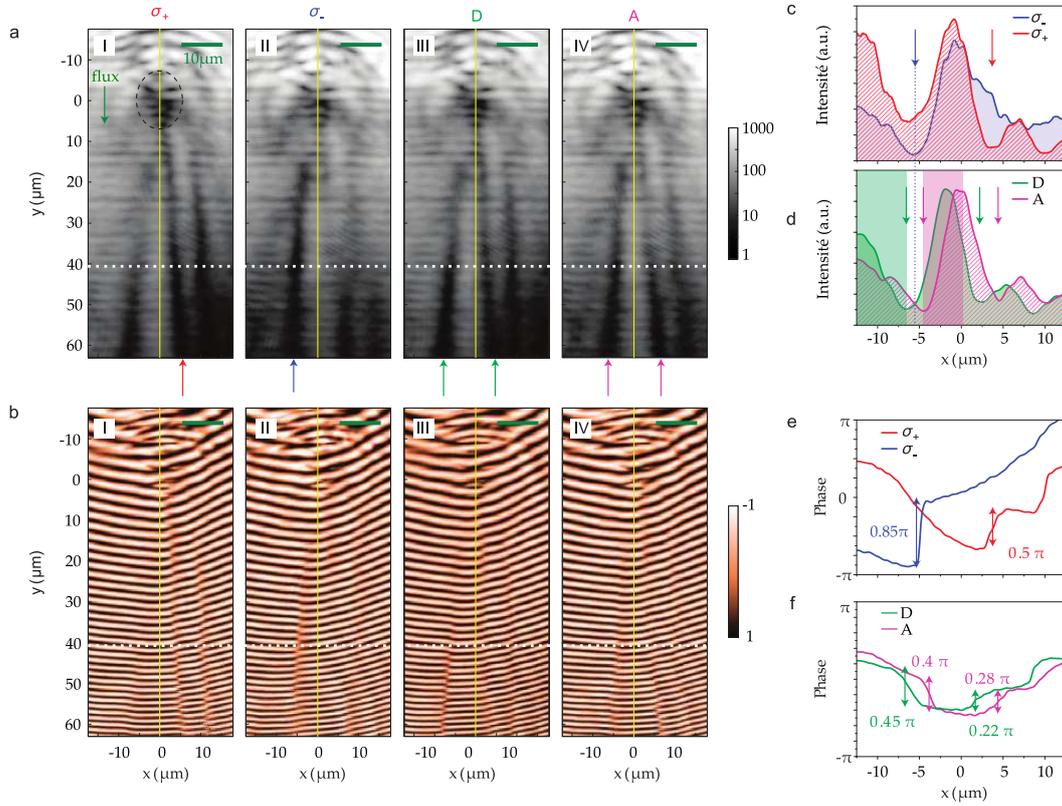


FIGURE 5.4 – **a,b** : Images et interférogrammes l'émission dans l'espace réel polarisé σ_+ (I), σ_- (II), diagonale (III) et antidiagonale (IV). Des solitons (reperés par des flèches) sont générés dans le sillage du défaut (reperé par un ellipse en pointillé). La ligne jaune est un guide pour le lecteur. La ligne blanche est l'endroit où les coupes présentées en **c-f** sont réalisées. **c** : Coupes à $40 \mu\text{m}$ (ligne blanche) de l'intensité d'émission polarisée σ_+ (en rouge) et σ_- (en bleu). Les flèches désignent l'emplacement des solitons. **d** : Coupes à $40 \mu\text{m}$ de l'intensité d'émission polarisée diagonale (vert) et antidiagonale (rose). Le soliton de gauche reperé par la ligne pointillée verte correspond au point où les densités polarisés A et D se croisent, comme dans la figure 5.2. Les zones en transparence verte et rose marquent les zones où les polaritons polarisés D et A recouvrent leur densité. **e,f** : Coupes à $40 \mu\text{m}$ de la phase dans la polarisations circulaire et diagonales. Les sauts de phases observés en polarisation diagonale sont moitié moindre que les sauts observés en polarisation circulaire. Les barres d'erreur dans l'estimation des sauts de phase est de $\pm 0.08\pi$.

est fixée par la pompe. Au niveau de la pompe nous avons la relation :

$$\begin{pmatrix} \Psi_{TM} \\ \Psi_{TE} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} F_p \\ 0 \end{pmatrix} \quad (5.25)$$

où F_p est le terme de pompe (complexe). On a alors dans la polarisation diagonale :

$$\begin{pmatrix} \Psi_D \\ \Psi_A \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\pi/4) & \sin(\pi/4) \\ -\sin(\pi/4) & \cos(\pi/4) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} F_p \\ 0 \end{pmatrix} \quad (5.26)$$

$$\begin{pmatrix} \Psi_D \\ \Psi_A \end{pmatrix} = \frac{\sqrt{2}}{2} \begin{pmatrix} F_p \\ -F_p \end{pmatrix} \quad (5.27)$$

La polarisation diagonale paraît particulièrement adaptée à l'étude des demi-solitons puisque la densité de polaritons loin des solitons est la même dans ces deux polarisations. Pour des raisons de continuité, la diminution de densité en polarisation linéaire à travers le soliton est recouverte sur une distance de l'ordre de la longueur de cicatrisation. On peut d'ailleurs observer sur le panneau **d** de la figure 5.4 que les creux de densités ne sont pas situés au même endroit dans les deux polarisations. En effet, par exemple pour le demi-soliton de gauche, la densité est recouverte à droite du soliton en polarisation A (dans la zone en rose), et à gauche du soliton en polarisation D (zone en verte). On retrouve également un saut de phase en polarisation linéaire moitié plus faible que celui en polarisation circulaire (dans la polarisation où il y a un soliton) (voir panneaux **bIII**, **b-IV** et **f** de la figure 5.4.

La tomographie complète nous permet de représenter le pseudospin dans l'espace sur la figure 5.5. L'échelle de couleur représente le degré de polarisation circulaire et les flèches représentent la direction de la polarisation linéaire. On observe sur cette figure que le pseudospin subit une rotation à travers le soliton en accord avec la théorie. À $y = 40 \mu\text{m}$, le pseudospin subit une rotation de 0.64π à travers le demi-soliton de gauche, correspondant comme on peut le voir sur la figure 5.5-c à une variation de l'angle de la polarisation de 0.32π .

Les simulations théoriques du système sont en remarquable accord avec l'expérience comme on peut l'observer sur la figure 5.6.

5.2.3 monopôles magnétiques

Nous avons montré dans la section précédente que la méthode proposée par Flayac et al. pour générer des demi-solitons est efficace. Intéressons-nous maintenant aux raisons de cette génération. Le montage expérimental étant rigoureusement le même que dans la section 4.2.2, pourquoi génère-t-on des demi-solitons et non des solitons entiers ? En réalité, juste derrière le défaut, ce sont bien des solitons entiers qui sont générés. Il est maintenant important de remarquer qu'un soliton entier en pompage linéaire peut être vu comme la superposition de deux demi-solitons dans des polarisations circulaires croisées, avec des profils de pseudospin opposés (convergeant et divergeant). Nous allons montrer qu'en présence du champ magnétique effectif Ω_{TE-TM} de direction y (représenté sur la figure 5.7), les demi-solitons se comportent de la même manière que des monopôles magnétiques. Les demi-solitons créés dans le sillage du défaut n'ont pas la même trajectoire en fonction de leur charge magnétique : deux des quatre demi-solitons tendent à s'aligner avec le champ magnétique effectif et se stabilisent (le soliton polarisé σ_- à gauche et celui polarisé σ_+ à droite) alors que les deux autres tendent vers une trajectoire orthogonale à Ω_{TE-TM} , deviennent instables et disparaissent.

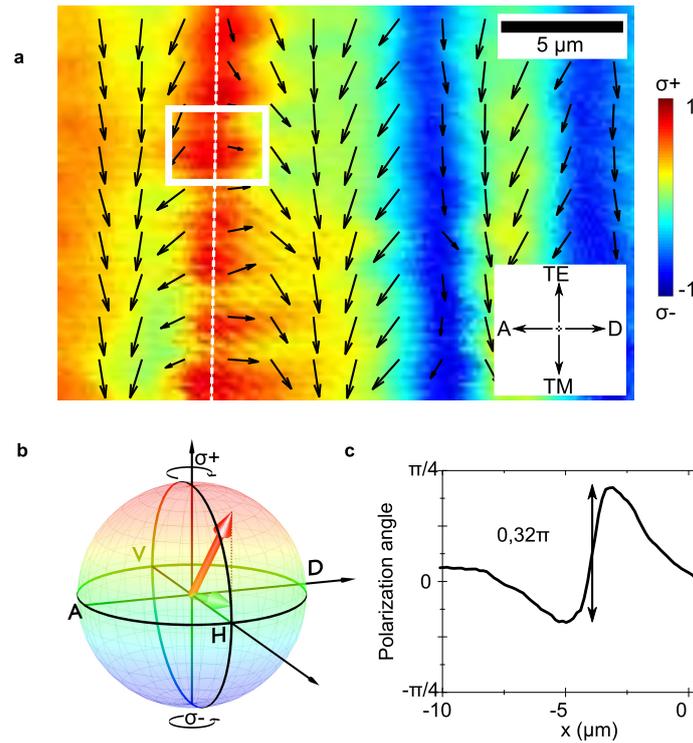


FIGURE 5.5 – **a** : Représentation complète du pseudospin du fluide de polaritons dans la région entre 30 et 50 μm derrière le défaut. L'échelle de couleur indique le degré de polarisation circulaire (latitude de la sphère de Bloch) tandis que les flèches représentent la direction de la polarisation linéaire, comme définie dans le plan équatorial de la sphère de Bloch. **b** : reproduction du pseudospin (flèche rouge) dans la sphère de Bloch définie dans la section 1.4.4.1. La latitude correspond au degré de polarisation circulaire $\rho_c = \frac{I_{\sigma_+} - I_{\sigma_-}}{I_{\sigma_+} + I_{\sigma_-}}$. La projection du pseudospin dans le plan équatorial (flèche verte) donne la direction de la polarisation linéaire. **c** : Angle de polarisation linéaire mesurée selon l'axe x à la position $y = 40 \mu\text{m}$, au centre du carré blanc de la figure **a**.

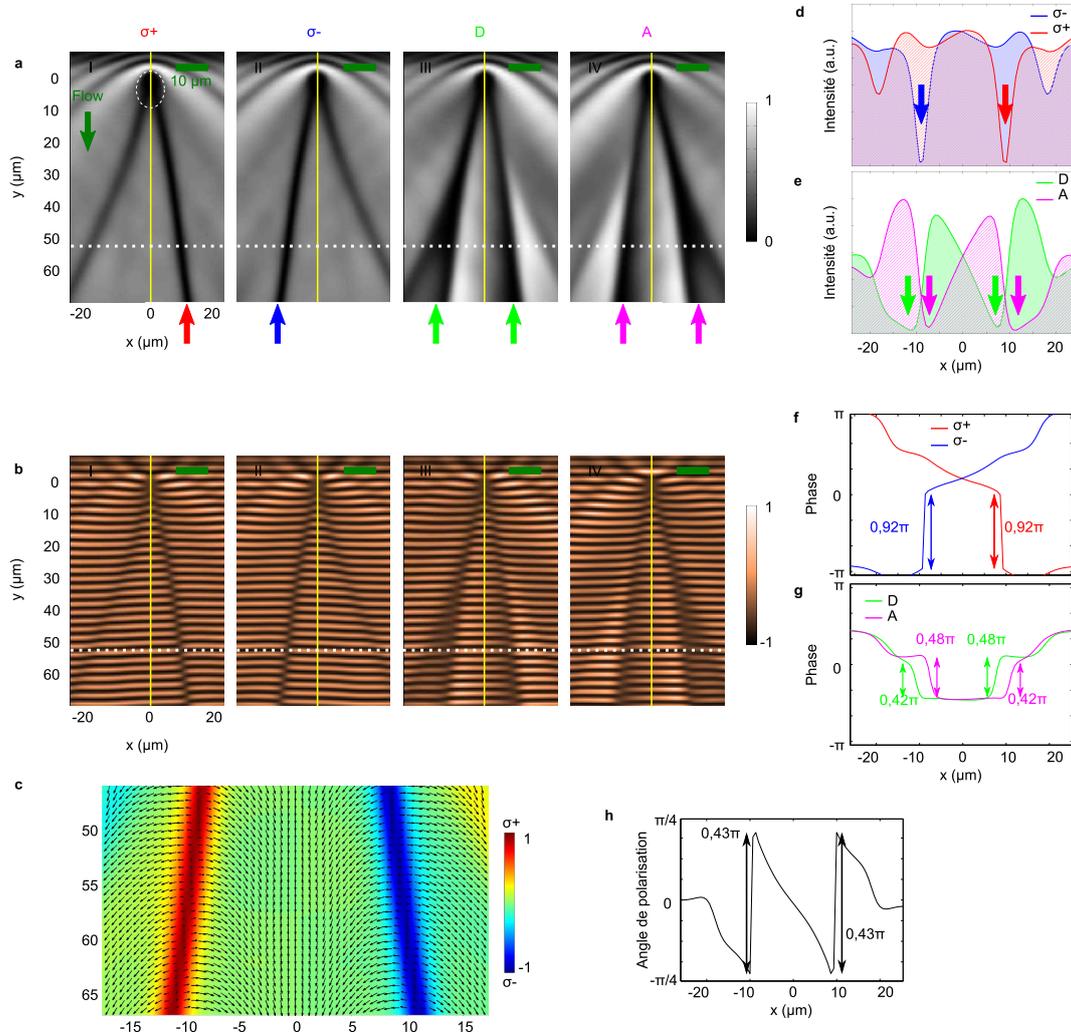


FIGURE 5.6 – Simulations numériques montrant la génération de demi-solitons obliques dans un fluide de polaritons sous injection polarisée linéairement. **a** Images de l'émission calculée en polarisation circulaire (I-II) et diagonale (III,IV). **b** : figures d'interférence correspondantes montrant les sauts de phases du fluide. **c** : Champ du pseudospin. **d,e** : Profils d'intensités pour les différentes polarisations le long des lignes pointillées en **a**. **f,g** : Profils de phase pour les différentes polarisations le long des lignes pointillées en **b**. **h** : Variation de l'angle de polarisation linéaire à $y = 50 \mu\text{m}$.

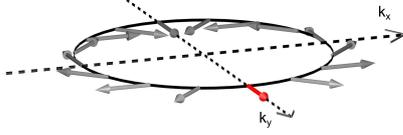


FIGURE 5.7 – Représentation dans l'espace des impulsions de la direction du champ magnétique effectif pour un fluide de polaritons polarisé dans la direction y . Dans notre cas la propagation se fait principalement selon y donc le champ magnétique effectif est également selon y (flèche rouge).

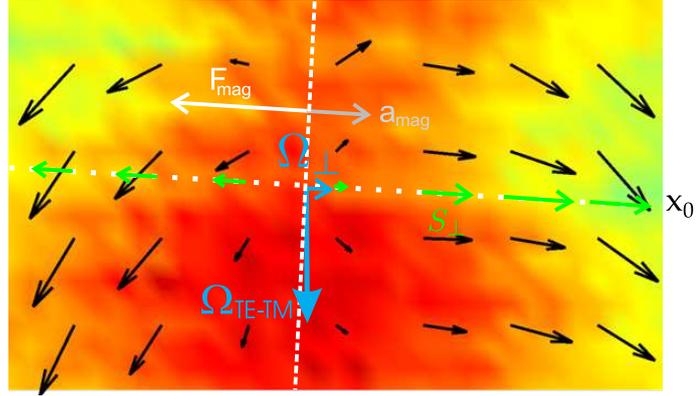


FIGURE 5.8 – Agrandissement de la zone encadrée en blanc sur la figure 5.5. La direction du demi-soliton est marquée par une ligne en pointillée blanche. Le champ de pseudospin du soliton est analogue à celui d'une charge ponctuelle selon la direction x_0 orthogonale à sa trajectoire. Le champ magnétique effectif Ω_{TE-TM} a une composante orthogonale au demi-soliton Ω_{\perp} exerçant une force F_{mag} et causant une accélération du soliton a_{mag} .

Nous avons établi dans la section 5.1.1 que la présence du champ magnétique effectif se traduit par l'ajout dans le hamiltonien du terme d'énergie magnétique :

$$H_{mag} = -\mathbf{S} \cdot \boldsymbol{\Omega}_{TE-TM} \quad (5.28)$$

Le champ magnétique effectif $\boldsymbol{\Omega}_{TE-TM}$ a été défini dans la section 1.4.6 comme le vecteur $\boldsymbol{\Omega}_{TE-TM} = (\Omega_{TE-TM} \cos(2\theta), \Omega_{TE-TM} \cos(2\theta), \Omega_0)$ où θ est l'angle polaire de \mathbf{k} , et Ω_0 le splitting intrinsèque de Zeeman proportionnel à la différence de populations $n_{\uparrow} - n_{\downarrow}$. Dans notre situation, la pompe étant polarisée linéairement on peut considérer globalement $\Omega_0 = 0$, et le flux de polaritons étant globalement dans la direction y on peut considérer le champ magnétique effectif comme étant exclusivement dans la direction de propagation y : $\boldsymbol{\Omega}_{TE-TM} = \Omega_{TE-TM} \mathbf{u}_y$ (voir figure 5.7).

Intéressons-nous exclusivement au demi-soliton σ_{-} à gauche du défaut. A ce titre, la figure 5.8 représente un agrandissement de la zone encadrée en blanc de la figure 5.5-a représentant le pseudospin. Sur cette figure, la ligne blanche quasi-v verticale représente la trajectoire du soliton tandis que celle horizontale est la direction orthogonale (axe x_0). Nous avons reporté la direction du champ magnétique effectif sur cette figure. La trajectoire du soliton étant oblique, il existe une composante du champ magnétique effectif Ω_{\perp} orthogonale à la trajectoire du demi-soliton. On observe sur cette figure que dans la partie à droite de ce soliton, cette composante Ω_{\perp} est dans le même que le spin (dont la projection sur l'axe orthogonale S_{\perp} est représentée en vert), contribuant de manière négative à l'énergie du système. Au contraire, dans l'espace à gauche du soliton Ω_{\perp} et S_{\perp} sont en sens opposés et la contribution de cette zone à l'énergie est positive. A partir de cette observation on peut définir une force magnétique agissant sur le soliton dans une direction orthogonale à sa trajectoire :

$$F_{mag} = -\frac{dE_{mag}}{dx_0} \quad (5.29)$$

Cette force représentée par une flèche blanche sur la figure pousse le soliton vers la gauche. Cependant, il faut se rappeler qu'un demi-soliton sombre est un creux de densité, et possède donc une masse effective négative. Ainsi l'accélération résultante de la force magnétique est en sens opposée, le soliton est donc accéléré vers l'intérieur. Avec une telle trajectoire, la composante Ω_{\perp} se réduit avec la propagation, et le soliton s'aligne avec le champ magnétique effectif $\mathbf{\Omega}_{TE-TM}$. Il paraît évident que le demi-soliton de charge magnétique opposée généré simultanément à gauche dans le sillage du défaut subit lui une accélération vers la gauche. La trajectoire de ce dernier a tendance à tourner jusqu'à être dans la même direction que le champ magnétique effectif mais de sens opposé. Cependant au cours de son évolution ce demi-soliton disparaît lorsque sa trajectoire se rapproche de la direction orthogonale à la propagation des polaritons. Il suffit de rappeler l'équation pour les solitons 4.20 :

$$n(0) = n_{\infty}(v \sin(\alpha)/c_s)^2$$

pour comprendre qu'alors que les solitons s'alignant avec la direction de propagation deviennent plus profonds (α tend vers 0 et $n(0)$ vers 0), les solitons tendant vers une trajectoire orthogonale disparaissent (α tend vers $\pi/2$, $n(0)$ tend vers n_{∞}). La séparation des demi-solitons et leur différence de comportement fait qu'ils sont clairement observables à l'aide de cette expérience.

Bien que les solitons extérieurs disparaissent rapidement, il est néanmoins possible de repérer leur trajectoire sur la figure 5.9. On a représenté sur cette figure les degrés de polarisation circulaire $\rho_c = \frac{I_{\sigma_+} - I_{\sigma_-}}{I_{\sigma_+} + I_{\sigma_-}}$ et de polarisation diagonale $\rho_D = \frac{I_D - I_A}{I_D + I_A}$. Alors que les demi-solitons sont caractérisés par un creux de densité dans une seule polarisation, et donc une variation localisée et importante du degré de polarisation circulaire, nous avons dit dans la section 5.1.3 qu'ils étaient observés sous forme de frontière de domaines en polarisation linéaire. Ces frontières sont clairement visibles sur les images théoriques et expérimentales et permettent de suivre les trajectoires de demi-solitons au cours de leur propagation.

Les demi-solitons en présence du champ magnétique effectif se comportent exactement de la même manière que des monopôles magnétiques. Les demi-solitons ont tendance à se propager dans la même direction que le champ magnétique, mais dans des sens différents en fonction de leur charge magnétique. La charge d'un demi-soliton étant défini par la structure du pseudo-spin autour de celui-ci, c'est-à-dire si le pseudo-spin converge ou diverge au niveau du demi-soliton. En aucun cas la charge du monopôle peut être défini par la polarisation circulaire au fond du demi-soliton : nous avons dans notre cas les deux solitons intérieurs s'alignant avec le champ, de polarisation circulaire opposée mais pourtant de même charge magnétique, tandis que les solitons extérieurs ont également la même charge, opposée à celle des solitons intérieurs. Notons que ce phénomène de séparation des monopôles est similaire à la séparation des monopôles dans des glaces de spin sous champ magnétique [Bramwell 09].

5.2.3.1 Plus loin dans l'analogie avec les monopôles

L'analogie entre monopôles et demi-solitons n'a pas été mise en défaut lors de l'analyse du comportement des demi-solitons dans l'expérience mais ce n'est pas suffisant pour confirmer cette analogie. Les monopôles sont en effet également caractérisés par la nature de leurs interactions. L'interaction entre deux monopôles est répulsive ou attractive en fonction de leurs charges. L'interaction entre demi-solitons n'a pas encore fait l'objet d'études expérimentales mais a été étudiée théoriquement par le groupe de Guillaume Malpuech dans les références [Flayac 13, Flayac 12]. Il est montré que des demi-solitons

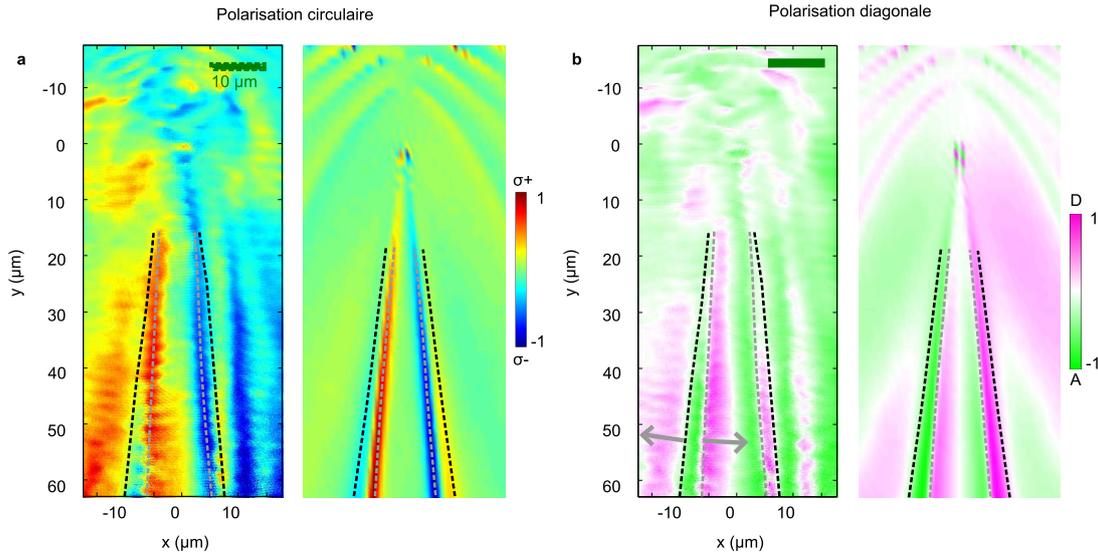


FIGURE 5.9 – **a,b** : Sur les panneaux de gauche, les degrés de polarisation circulaire et diagonale mesurés expérimentalement. A droite, les résultats obtenus par des simulations théoriques. Les lignes pointillées montrent les trajectoires des demi-solitons intérieurs (en gris) et extérieurs (en noir). Les trajectoires des demi-solitons apparaissent comme des extremum du degré de polarisation circulaire, et comme des frontières de domaines de polarisation diagonale. Les flèches grises en **b** indiquent les directions de l'accélération des demi-solitons induite par le champ magnétique effectif.

de même charge s'attirent tandis que des demi-solitons de charges opposées se repoussent. Ce comportement opposé à celui des charges électriques se justifie dans notre cas par les masses négatives des demi-solitons.

5.2.4 Remarques sur le pompage en polarisation circulaire

Nous avons affirmé précédemment que la génération de demi-solitons obliques nécessite un pompage en polarisation linéaire. Jusqu'à présent, nous avons démontré qu'utiliser une pompe polarisée linéairement permet la génération de demi-solitons obliques mais qu'en est-il d'une pompe polarisée circulairement ? La figure 5.10 montre la densité, la phase et le pseudospin créée avec une pompe polarisée σ_+ . Dans cette situation, le pseudospin pointe initialement dans la direction z de la sphère de Poincaré (voir la figure 5.5-b). Lorsque la pompe est polarisée linéairement, la composante du champ magnétique selon l'axe z est nulle, mais avec une pompe polarisée circulairement, la différence de population $n_\uparrow - n_\downarrow$ est très importante, et elle implique une composante du champ magnétique selon l'axe z bien plus grande que selon les autres directions (voir la section 1.4.6). Le champ magnétique est donc également selon l'axe z , et il n'y a pas de précession du spin. Les solitons entiers générés ne sont pas affectés par le champ magnétique effectif, et il n'y a pas d'accélération ni de séparation des demi-solitons.

On observe alors sur les coupes en densité sur la figure 5.10-d la présence de solitons dans les deux composantes, la population \uparrow étant majoritaire grâce à la pompe et la composante \downarrow suivant exactement la population \uparrow à cause de la présence d'interactions négatives entre polaritons de spin opposés. Il en va de même sur les coupes en phase de la figure 5.10-e où l'on observe les mêmes sauts de phase (0.65π) dans les deux polarisations. Enfin, la rotation de l'angle de polarisation linéaire caractéristique des demi-solitons est

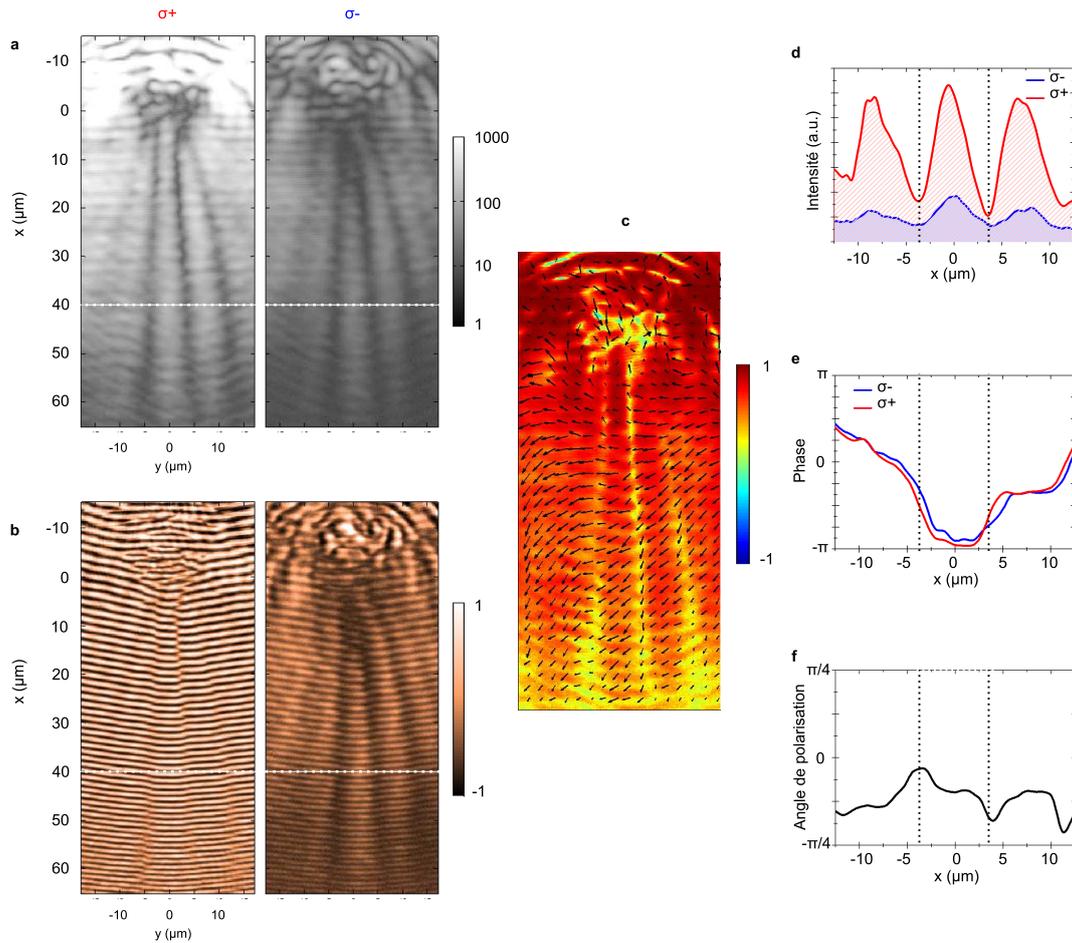


FIGURE 5.10 – **a,b** densités (**a**) et interférogammes correspondants (**b**) de l'émission dans l'espace réel polarisé σ_+ (à gauche) et σ_- (à droite). **c** : champ de pseudospin de l'émission. L'échelle de couleur montre le degré de polarisation circulaire et les flèches noires montrent la projection du pseudospin dans le plan équatorial de la sphère de Poincaré. **d** : Profils de densité à $y = 40 \mu\text{m}$ (ligne blanche) extraits de **a**. **e** : Profils de phase correspondants. **f** : Coupe de l'angle de polarisation linéaire selon la ligne blanche.

supprimée dans cette configuration comme on peut le voir sur la figure 5.10-c représentant le champ de pseudospin, et sur la figure 5.10-f qui montre la coupe de l'angle de polarisation selon la ligne blanche.

Conclusion générale

Dans ce travail de thèse nous nous sommes concentrés sur l'étude d'un fluide de polaritons, et principalement sur les défauts topologiques qui peuvent être créés dans un tel condensat. Grâce au support théorique fourni par le groupe de Cristiano Ciuti du laboratoire de Paris 7 Matériaux et Phénomènes Quantiques, nous avons réalisé un dispositif expérimental permettant la génération hydrodynamique et l'observation de solitons sombres entiers dans un fluide de polaritons excitoniques. Les solitons sombres sont caractérisés par une dépression dans le profil d'intensité, et par un saut de la phase du fluide à travers le soliton allant jusqu'à π . Nous avons pu mettre en évidence la présence d'un régime de turbulence à la limite entre le régime superfluide et solitonique dans lequel les solitons ne sont pas encore stables et on assiste à la génération de nombreux vortex. Notre collaboration avec le groupe de Guillaume Malpuech du LASMEA de Clermont-Ferrand et avec le groupe de Jacqueline Bloch du LPN de Marcoussis nous a permis de poursuivre l'investigation des solitons dans des fluides spinoriels et d'y observer l'apparition de demi-solitons. Un demi-soliton se caractérise par l'existence d'un soliton dans une seule des deux populations de spin. Lors de leur observation dans la base de polarisation linéaire, les demi-solitons se distinguent des solitons entiers par un saut de phase n'allant que jusqu'à $\pi/2$, mais également par une rotation maximum de $\pi/2$ de l'angle de polarisation linéaire à travers le soliton. Nous avons pu prouver dans ce contexte que les demi-solitons en présence d'un champ magnétique effectif intrinsèque à la microcavité ont un comportement analogue à des monopôles magnétiques. Nous nous sommes également intéressés à la génération de réseaux de vortex dans les fluides polaritoniques. Plusieurs dispositifs originaux ont été utilisés à ces fins. Les vortex générés par un fluide en propagation sur un défaut naturel de la cavité peuvent être piégés dans un puits de potentiel obtenu grâce à l'utilisation d'un masque métallique. Nous avons étudié la nature des réseaux de vortex/antivortex obtenus en excitant la microcavité à incidence normale avec une pompe dont le profil est contrôlé à l'aide de masques métalliques. Alors qu'à basse densité ces réseaux sont le fruit d'interactions linéaires entre condensats, leur forte modification à haute densité est due aux interactions non-linéaires entre polaritons. Un système basé sur l'utilisation de plusieurs faisceaux d'excitation nous a permis de confirmer les observations à basse densité et d'observer la disparition complète du réseau aux très hautes densités. La transition du régime de basse à haute densité s'accompagne d'une émission de la microcavité à vecteur d'onde nul; ce phénomène très intéressant pourrait être lié à la formation d'états piégés et sa compréhension nécessite des études supplémentaires qui sont en cours dans l'équipe.

Ce travail de thèse s'inscrit dans la thématique de l'étude des propriétés fondamentales de fluides quantiques hors-équilibres en exploitant les caractéristiques spécifiques des polaritons de microcavités; de nombreux défis attendent encore d'être relevés dans ce domaine.

Dans la continuité directe de ce travail de thèse, il serait intéressant d'étudier les in-

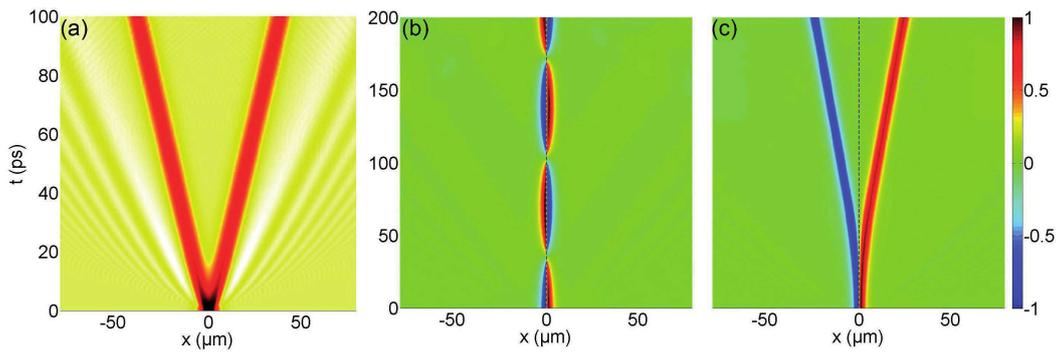


FIGURE 1 – Interaction à courte portée entre des solitons 1D séparés initialement de $0.5\mu\text{m}$. (a) Répulsion entre solitons entiers. L'échelle de couleur représente la densité. (b) Attraction entre demi-solitons lorsque $\alpha_2 = +\alpha_1$. (c) Répulsion entre demi-solitons lorsque $\alpha_2 = -0.2\alpha_1$. L'échelle de couleur en (b) et (c) donne le degré de polarisation circulaire. Image tirée de la thèse d'Hugo Flayac [Flayac 13].

teractions entre solitons et demi-solitons. Les études théoriques réalisées par le groupe de Guillaume Malpuech [Flayac 13] montrent que les interactions à courte distance entre solitons dépendent des interactions entre polaritons (voir la figure 1). Ainsi les solitons entiers (ou les demi-solitons copolarisés) sont supposés se repousser entre eux au regard de la constante d'interaction α_1 positive. En revanche, les demi-solitons portés par des polarisations circulaires opposées ont un comportement dépendant de la constante d'interaction α_2 : ils subissent une répulsion dans le cas $\alpha_2 > 0$ et une attraction dans le cas opposé $\alpha_2 < 0$. Plusieurs études durant ces dernières années poussent à croire que le signe de la constante d'interaction α_2 peut être modifié par la présence d'un bain d'excitons. Il est envisageable de réaliser une expérience où l'on contrôle cette constante d'interaction, en passant du régime d'interaction au régime de répulsion entre demi-solitons polarisés orthogonalement.

Les interactions à longue portée entre demi-solitons ont également été étudiées théoriquement [Flayac 13] et ne dépendent plus de leur polarisation circulaire mais du signe de leur charge magnétique. Contrairement aux charges classiques, les demi-solitons de même charge subissent une force attractive et au contraire, les demi-solitons de charges opposées se repoussent. C'est le fait que les demi-solitons aient une masse négative qui est responsable de cette différence qui reste en accord avec les lois de Maxwell. On peut également mentionner la possibilité de réaliser des dispositifs de "magnétronique" polaritonique en contrôlant les trajectoires des demi-solitons à l'aide de champs magnétiques.

Les expériences de piégeage de vortex rapportées dans les sections 4.3, 4.4 et 4.5 nous ont permis d'étudier les réseaux de vortex/antivortex de moment angulaire total nul. L'injection d'un moment angulaire non nul dans le système peut permettre de conserver à haute densité un ensemble de vortex quantifiés dont l'arrangement en réseau peut être étudié en fonction des différents paramètres contrôlables comme la forme du piège, la densité de polaritons ou le désaccord exciton-photon. Cette expérience peut également être enrichie par une étude en fonction de la polarisation du laser d'excitation. On pourrait alors assister à la formation de réseaux de demi-vortex. Les demi-vortex se comportant également comme des monopoles magnétique, il serait intéressant d'étudier l'impact des interactions Coulombienne résultantes sur la forme du réseau.

Un autre développement intéressant réalisable à l'aide de microcavités semi-conductrices

est l'étude de la localisation d'Anderson. La localisation d'ondes électromagnétiques et d'ondes sonores ont été observées à partir de 1997 mais ce n'est qu'en 2008 que la localisation de particules a été observée, par le groupe d'Alain Aspect [Billy 08] à l'aide de condensats atomiques dans des systèmes 1D. Les microcavités constituent un système intéressant dans le but d'observer la localisation d'Anderson à deux dimensions. Le potentiel désordonné peut être généré en utilisant le même principe utilisé pour créer les puits de potentiels des sections 4.3 et 4.4, en façonnant le faisceau de pompe, par exemple à l'aide d'interférences Speckle. L'avantage de cette technique pour générer le désordre est le contrôle obtenu sur l'amplitude du désordre, directement lié à l'intensité du faisceau. Cependant, la faible masse et les grandes vitesses de propagation des polaritons nécessitent une grande distance de propagation afin d'observer le phénomène de localisation. Ces restrictions imposent l'utilisation d'une microcavité de très bonne qualité où les polaritons peuvent atteindre des temps de vie de l'ordre de plusieurs centaines de picosecondes. C'est en collaboration avec le Laboratoire de Photonique et Nanostructures, qui maîtrise la fabrication de telles cavités que nous envisageons de réaliser cette expérience.

N'oublions pas que la thématique abordée dans cette thèse n'est qu'une partie des possibilités offertes par les systèmes polaritoniques : les microcavités, fils et micropilliers sont des systèmes très prometteurs pour créer des dispositifs opto-électroniques facilement intégrables [De Giorgi 12, Ballarini 13, Sturm 13, Nguyen 13]. La maîtrise du procédé de fabrication permet également de construire des structures plus compliquées qui peuvent être utilisées, à l'instar des systèmes atomiques, comme simulateurs quantiques, par exemple pour simuler des molécules [Abbarchi 13] ou encore du graphène. De nombreuses études se tournent également vers la fabrication de microcavités à l'aide de matériaux innovants dans l'objectif d'obtenir des fluides polaritoniques à température ambiante [Christopoulos 07, Li 13].

Enfin des propositions originales continuent de voir le jour, mettant à profit des caractéristiques originales des polaritons dans le but d'observer des effets exotiques comme la radiation de Hawking dans des trous noirs de polaritons [Recati 09, Solnyshkov 11, Larré 12], ou encore la phase de Berry [Shelykh 09]. À ce titre, il est à prévoir que les polaritons ont encore un bel avenir devant eux et qu'ils n'ont pas fini de livrer tous leurs mystères.

Annexe A

Spin des excitons

Dans un semi-conducteur à gap direct III-V, les électrons de conduction font partie d'une couche s et ont par conséquent un moment orbital nul et un moment angulaire total $J_c = \frac{1}{2}$. Les deux états accessibles aux électrons de conduction sont alors $(J_c, J_c^z) = (\frac{1}{2}, \frac{1}{2})$ et $(J_c, J_c^z) = (\frac{1}{2}, -\frac{1}{2})$. Les électrons de la bande de valence font en revanche partie d'une couche p et leur moment angulaire total peut alors être $J_v = 2$ ou $J_v = 1$. Comme il l'a été rappelé dans le chapitre 1.4.4 le couplage spin-orbite induit un clivage entre les énergies des électrons de valence $J_v = 2$ et $J_v = 1$, qui nous permet de ne pas tenir compte de la bande $J_v = 1$ appelée *split-off band*. Les différents états accessibles aux électrons de valence sont $(J_v, J_v^z) = (\frac{3}{2}, \pm\frac{3}{2})$ (électrons de valence lourds) et $(J_v, J_v^z) = (\frac{3}{2}, \pm\frac{1}{2})$ (électrons de valence légers). Un trou de la bande de valence a le même moment angulaire total que son électron associé mais une projection selon z opposée ($J_h = J_v, J_h^z = -J_v^z$). On parlera alors de trous lourds (hh) et de trous légers (lh). Selon les règles d'addition des moments angulaires, un exciton constitué d'un électron de la bande de conduction et d'un trou de la bande de valence de moment angulaire total $J_h = \frac{3}{2}$ peut avoir un moment angulaire total $J_{exc} = 2, 1$ et une projection de son moment angulaire selon z $J_{exc}^z = \pm 2, \pm 1, 0$. On peut écrire chacun des états excitoniques (J_{exc}, J_{exc}^z) dans la base des moments angulaires découplés (J_h^z, J_c^z) :

$$(2, 2) = \left(\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right) \quad (\text{A.1})$$

$$(2, 1) = \frac{\sqrt{3}}{2} \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right) + \frac{1}{2} \left(\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}\right) \quad (\text{A.2})$$

$$(2, 0) = \frac{\sqrt{2}}{2} \left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right) + \frac{\sqrt{2}}{2} \left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right) \quad (\text{A.3})$$

$$(2, -1) = \frac{\sqrt{3}}{2} \left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right) + \frac{1}{2} \left(-\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right) \quad (\text{A.4})$$

$$(2, -2) = \left(-\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}\right) \quad (\text{A.5})$$

$$(1, 1) = \frac{\sqrt{3}}{2} \left(\frac{3}{2}, -\frac{1}{2}\right) - \frac{1}{2} \left(\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right) \quad (\text{A.6})$$

$$(1, 0) = \frac{\sqrt{2}}{2} \left(\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right) - \frac{\sqrt{2}}{2} \left(-\frac{1}{2}, \frac{1}{2}\right) \quad (\text{A.7})$$

$$(1, -1) = \frac{\sqrt{3}}{2} \left(-\frac{3}{2}, \frac{1}{2}\right) - \frac{1}{2} \left(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}\right) \quad (\text{A.8})$$

On ne s'intéresse ici qu'à des excitations à un photon, or le processus de photoabsorption conserve le moment angulaire : seuls les états excitoniques de moment angulaire total $J_{exc} = J_{ph} = 1$ sont optiquement actifs. Les états $J_{exc} = 2$ optiquement inactifs sont appelés états noirs ou *dark states*. On peut également exprimer ces règles de sélection par une représentation des transitions bande à bande. Rappelons que la création d'un trou de moment angulaire J_h^z correspond à l'excitation d'un électron de moment angulaire $J_v^z = -J_h^z$. Les configurations de polarisation sont représentées sur la figure A.1 dans la représentation des transitions bande a bande.

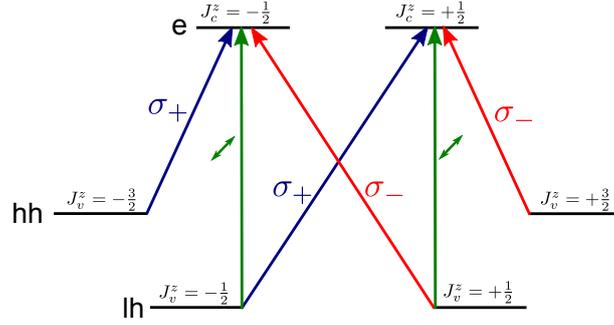


FIGURE A.1 – Configurations de polarisation dans la représentation bande a bande. e pour électron, hh pour trous lourds, lh pour trous légers. La flèche de la transition en vert $(lh, \frac{1}{2}) \rightarrow (e, \frac{1}{2})$ pour une polarisation linéaire.

La bande des trous légers ayant une énergie plus basse que la bande des trous lourds dans un puits quantique, les seuls excitons optiquement actifs du système seront la paire $(J_h^z = \frac{3}{2}, J_c^z = -\frac{1}{2})$ excitée par un photon de moment angulaire $J_{ph}^z = +1$ et la paire $(J_h^z = -\frac{3}{2}, J_c^z = \frac{1}{2})$ excitée par un photon de moment angulaire $J_{ph}^z = -1$.

Annexe B

Reconstruction de la phase des polaritons

Nous avons dit dans la section 2.2.2 que la phase du condensat de polaritons est conservée lors de l'interaction avec le champ électromagnétique. Ainsi il suffit de déterminer la phase de l'émission de la microcavité pour avoir directement accès à la phase du fluide de polaritons. Afin d'extraire cette phase nous utilisons un interféromètre de Mach-Zehnder et une technique appelée holographie digitale hors-axe (*off-axis digital holography*) [Kreis 96]. Définissons E_s le signal de la microcavité d'amplitude E_{s0} et de phase θ_s :

$$E_0(\mathbf{r}) = E_{s0}(\mathbf{r})e^{i\theta_s(\mathbf{r})} \quad (\text{B.1})$$

Alors que ce signal est envoyé sur un bras de l'interféromètre, un faisceau de référence à la même énergie, de phase homogène $E_r = E_{r0}e^{i\theta_r}$ est envoyé sur le second bras de l'interféromètre. Le signal de référence peut être généré de plusieurs façon : on peut directement sélectionner une partie du faisceau laser d'origine, ou on peut également sélectionner spatialement une petite zone du signal de la microcavité puis l'agrandir. On peut en effet considérer que les variations spatiales de la phase sont suffisamment faibles et que le signal ainsi obtenu possède une phase homogène. La figure d'interférence formée par les deux signaux formant un angle α est collectée sur une caméra CCD. L'intensité détectée E_T sur la caméra est proportionnelle à :

$$E_T = \langle (E_s + E_r)^2 \rangle = \langle E_{s0}^2 + E_{r0}^2 + 2E_{s0}E_{r0} \cos(\theta_s - \theta_r + \delta(\alpha, \mathbf{r})) \rangle \quad (\text{B.2})$$

où δ est la différence de phase induite par les différences géométriques (longueur des bras, angle des miroirs, focales des lentilles) entre les deux composantes. Ce terme est responsable de l'apparition de franges d'interférences et éventuellement d'une structure en anneaux. A l'aide d'un logiciel de traitement de données comme *Matlab* on peut alors réaliser la transformée de Fourier de la figure d'interférence. La présence de franges d'interférences induit l'apparition de deux termes hors axe. On peut alors isoler une de ces contributions, et réaliser la transformée de Fourier inverse. On obtient alors une image complexe égale à $I_1 = e^{\pm i(\theta_s - \theta_r + \delta)}$, le signe dépendant de quel terme hors axe a été conservé lors du processus de filtrage dans l'espace réciproque. Il suffit de mesurer la valeur de δ pour pouvoir avoir accès aux variations spatiales de phase θ_s .

Pour mesurer δ il suffit d'effectuer de nouveau cette opération en remplaçant le faisceau de sortie de la microcavité par un faisceau de phase homogène. En pratique, la microcavité semi-conductrice n'occupe pas toute la surface de la fenêtre de transmission du porte échantillon, et il est possible de déplacer l'échantillon en dehors du faisceau de pompe, qui

entre donc dans l'interféromètre sans avoir traversé la microcavité, et en ayant conservé son profil de phase homogène. En procédant de la même manière dans ces conditions, on peut extraire le terme $I_2 = e^{\pm i(a+\delta)}$ où a est une constante. On peut maintenant obtenir les variations de phase en effectuant l'opération :

$$\frac{I_1}{I_2} = e^{i(\theta_s - \theta_r - a)} = e^{i(\theta_s - \theta_0)} \quad (\text{B.3})$$

où θ_0 est un terme de phase constant dans l'espace n'ayant aucune incidence physique (terme de phase global). La fonction *Matlab* 'angle' permet alors de récupérer la fonction $\theta_s - \theta_0$.

Dans les chapitres 4 et 5 nous n'avons pas mesuré directement la valeur de δ . Pour obtenir les images de la phase nous avons supposé δ de la forme :

$$\delta(\mathbf{r}) = e^{i(k_0 \cdot \mathbf{r} + (\frac{r}{R_0})^2)} \quad (\text{B.4})$$

où k_0 et R_0 sont des constantes que nous avons déterminé en accord avec les simulations théoriques.

Annexe C

Anneaux de spin

J'ai participé durant mon travail de thèse à la réalisation expérimentale de la proposition théorique de la référence [Shelykh 08], consistant à réaliser des anneaux de polaritons polarisés circulairement (*spin rings*) en utilisant un laser continu polarisé elliptiquement. Cette expérience démontre à la fois la multistabilité en polarisation des polaritons, et allée à un laser pulsé, peut constituer un interrupteur de polarisation dont le principe peut être utilisé pour créer des dispositifs de mémoire optique. Cette expérience ayant déjà été rapportée dans la thèse de Claire Adrados [Adrados 11], je me contente ici de rapporter l'article publié dans *Physical Review Letters*.

Spin Rings in Bistable Planar Semiconductor Microcavities

C. Adrados,¹ A. Amo,¹ T. C. H. Liew,² R. Hivet,¹ R. Houdré,³ E. Giacobino,¹ A. V. Kavokin,⁴ and A. Bramati¹

¹Laboratoire Kastler Brossel, Université Pierre et Marie Curie-Paris 6, École Normale Supérieure et CNRS, UPMC Case 74, 4 place Jussieu, 75005 Paris, France

²Institute of Theoretical Physics, École Polytechnique Fédérale de Lausanne, CH-1015, Lausanne, Switzerland

³Institut de Physique de la Matière Condensée, Faculté des Sciences de Base, bâtiment de Physique, Station 3, EPFL, CH 1015 Lausanne, Switzerland

⁴Physics and Astronomy School, University of Southampton, Highfield, Southampton, SO171BJ, United Kingdom
(Received 20 July 2010; revised manuscript received 22 September 2010; published 15 November 2010)

A remarkable feature of exciton-polaritons is the strongly spin-dependent polariton-polariton interaction, which has been predicted to result in the formation of spin rings in real space [Shelykh *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **100**, 116401 (2008)]. Here we experimentally demonstrate the spin bistability of exciton polaritons in an InGaAs-based semiconductor microcavity under resonant optical pumping. We observe the formation of spin rings whose size can be finely controlled in a spatial scale down to the micrometer range, much smaller than the spot size. Demonstration of optically controlled spin patterns in semiconductors opens way to the realization of spin logic devices and spin memories.

DOI: 10.1103/PhysRevLett.105.216403

PACS numbers: 71.36.+c, 42.65.Pc, 72.25.Fe

Spin-dependent particle-particle interactions give rise to a rich variety of effects in nonlinear optics [1,2]. They are of particular interest in semiconductors, due to the high integrability capabilities, microstructuring, and easy electric and optical control in these materials [3]. However, spin-dependent interactions in semiconductors are very weak due to the dominant role of the direct Coulomb interaction. The use of semiconductor microcavities in the strong exciton-light coupling regime allows for observation of spin-dependent nonlinear effects, such as spin-dependent energy shifts and multistability, at very low pumping power [4,5].

Polaritons are the eigenstates in semiconductor microcavities, arising from the strong coupling between quantum well excitons and confined photon modes. They have two possible spin projections on the structure's axis ($s_z = +1$ and -1), and can be excited, and detected, via circularly polarized photons (σ^+ and σ^- , respectively).

The main signature of the strong coupling is the appearance of a normal-mode (Rabi) splitting between polariton modes [6]. This splitting gives rise to a strong asymmetry in the interaction strength between polaritons of the same and opposite spin [7–9]. Polaritons with parallel spins lying at the bottom of the dispersion curve strongly repel each other due to the Coulomb exchange interaction between electrons and between holes (interaction strength α_1). On the other hand, in the antiparallel spin configuration the exchange interaction would result in intermediate states in which the total spin of each exciton is ± 2 , thus being uncoupled to the photon modes, and lying at the exciton level located at a quite different energy to that of the considered polaritons. For this reason, this interaction process is strongly inhibited, resulting in a reduced antiparallel spin polariton-polariton interaction strength α_2

($\alpha_1 \gg |\alpha_2|$) [5,10] which, additionally, should be attractive according to second order perturbation theory [7,8]. This mechanism can be enhanced by biexcitonic effects [7]. In this work, we take advantage of the strongly spin-dependent polariton-polariton interactions, in the regime of spin-bistability [4,11], to control the polariton spin state on a spatial scale much smaller than the size of the optical excitation spot. Following the recent proposal by Shelykh *et al.* [12] we demonstrate the creation of “spin rings” within the excitation spot, whose size can be finely tuned by the intensity and degree of circular polarization of the excitation beam. Additionally, we demonstrate nonlinear interactions between polariton populations of opposite spin, a consequence of the nonvanishing value of α_2 , whose magnitude and sign we precisely determine for our experimental conditions. Our results are well reproduced by the solution of the spin-dependent Gross-Pitaevskii equation (GPE) for the polariton system [13,14].

Our experiments are performed at 6 K in an InGaAs/GaAs/AlGaAs planar microcavity with a Rabi splitting of 5.1 meV, and a polariton linewidth of 0.1 meV at zero exciton-cavity detuning [15]. The excitation is performed at normal incidence with a polarized beam of controlled ellipticity coming from a cw single-mode Ti:sapphire laser, in a Gaussian spot of 38 μm in diameter. We measure the polarization resolved transmitted light [16].

When the sample is excited with σ^+ polarized light with photon energy 0.124 meV blue-detuned from the lower polariton branch (LPB), we observe a steplike behavior in the transmitted intensity versus the excitation density, with a hysteresis cycle [Fig. 1(a)] giving rise to a bistable region [11], between excitation densities D_1 and D_2 . This nonlinear transmission arises from the renormalization of the dispersion curve when the polariton density is

increased via the excitation power. When the system is in the off state (lower bistable branch), the transmitted intensity is low as the excitation is out of resonance. However, above a given threshold, polariton-polariton interactions give rise to the energy renormalization of the system, and the σ^+ -LPB enters in resonance with the excitation laser, resulting in a high transmission (on state). An analogous curve would be obtained for σ^- polarized excitation.

The data displayed in Fig. 1(a) correspond to the transmission in the center of the spot under purely σ^+ polarized excitation. Let us now consider a spot with a Gaussian spatial profile and elliptically polarized excitation. We can divide the excitation spot into two circularly polarized components: σ^- , in a larger proportion, and σ^+ , as depicted in Fig. 1(b). We observe that the D_1 threshold density between the off and on states is not reached in the whole spot at the same time: D_1 is reached at a radius r^- for the σ^- profile, which is bigger than the radius r^+ for the σ^+ profile at the same density. Within these radii the transmission in each polarization is in the on state, with a large density, while outside it is very low (off state). This is what is observed in Fig. 1(c) for an ellipticity of excitation θ (phase shift between the x and y linearly polarized components of the incident light) equal to -0.2π rad (70% σ^- , 30% σ^+), and two different excitation powers. This effect, which arises from the Gaussian distribution of our excitation spot and from the sharp transition from the off to the on state for each polarization, leads to the appearance of a ring in the spatial profile of the transmitted beam with a degree of circular polarization ρ_c close to -1 [$\rho_c = (I^+ - I^-)/(I^+ + I^-)$, $I^{+(-)}$ being the σ^+ (σ^-) transmitted intensity], as shown in the insets of Fig. 1(c). The spin ring, whose size is delimited by r^+ and r^- , is a domain in which the majority of polaritons have the same spin, corresponding to σ^- polarization of emission.

The radius and thickness of the spin ring can be modified by changing, respectively, the total power or the ellipticity of the excitation beam. In the first case, once the center of

the spot overcomes the threshold density D_1 with the minority polarization, a spin ring is formed. As the power is increased, both r^+ and r^- increase in size, but the thickness of the ring (r^+ and r^-) does not change noticeably, as evidenced in the insets of Fig. 1(c).

Fine control on the thickness of the spin rings can be obtained by changing the ellipticity of the excitation beam, as the ratio between the σ^+ and σ^- excitation components changes. When the polarization of excitation is close to linear (θ close to 0), the ratio between the σ^+ and σ^- components is almost 1, resulting in similar radii and, consequently, very narrow rings. On the contrary, when the ellipticity of excitation approaches $\pm\pi/2$, the excitation beam is almost purely circularly polarized, leading to a big difference between the radii of both circularly polarized components: the spin rings are wide. This is what is observed in Fig. 2(a), which shows the thickness of the spin rings obtained as a function of the ellipticity of the excitation beam for a power of 77.4 mW. Real-space images of ρ_c corresponding to selected ellipticities are also shown in Fig. 2(a), panels I–VI. In the middle of the spot, ρ_c is almost zero, and it reaches very high values in the ring region. In the external part of the spot, where the transmitted intensity is very low, additional rings are observed. When the ellipticity approaches zero we observe a shrinkage of ring thickness, with a minimum value of $3\ \mu\text{m}$, more than 1 order of magnitude smaller than the spot size.

The fact that the minimum ring size is not obtained for strictly linearly polarized excitation, and the asymmetry observed in Fig. 2 around $\theta = 0$, arise from the presence of an intrinsic weak polarization splitting in our sample, which slightly rotates the pseudospin of injected polaritons [17]. Simulations based on the spin-dependent GPE accounting for this intrinsic splitting [14] quantitatively reproduce our observations, as Fig. 2(b) shows.

In order to understand the results presented in Figs. 1 and 2, we have assumed that α_2 is negligibly small, consistent with previous observations [10,18]. However, the

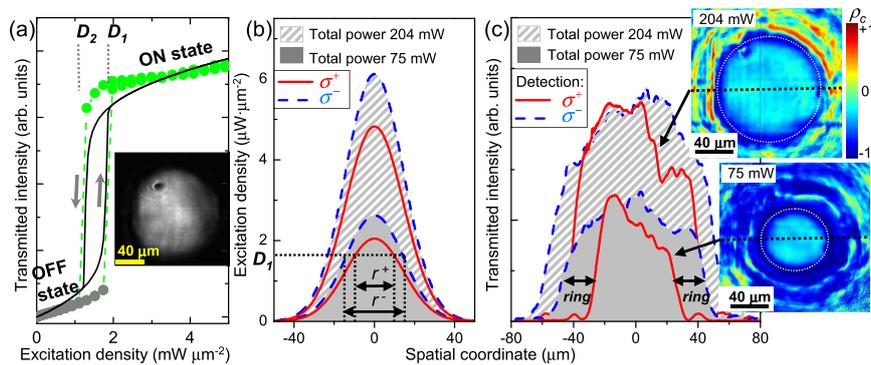


FIG. 1 (color online). (a) Measured (dots) and computed (solid lines) transmission dependence at the center of the spot as a function of excitation density for a purely σ^+ beam. Inset: real-space image in the on state. (b) Computed cross sections passing through the center of a Gaussian spot for the σ^+ and σ^- components of an elliptically polarized beam ($\theta = -0.2\pi$ rad) at two different powers. (c) Experimental profiles of the transmitted intensity resulting in spin rings, as evidenced in the spatially resolved degree of polarization shown in the inset (rings are signaled in white traces). Dashed lines: coordinate from where the profiles in (c) were obtained.

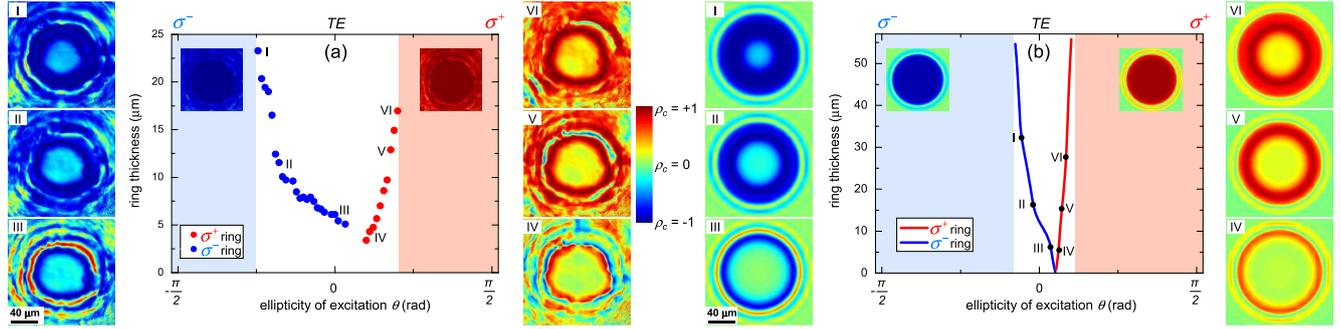


FIG. 2 (color online). Thickness of the spin ring vs ellipticity of the excitation beam (θ) as obtained (a) experimentally and (b) from the simulations. The colored regions indicate the ellipticities for which the whole spot is purely σ^+ or σ^- (see inset). Surrounding images show the transmitted degree of circular polarization, spatially resolved, for selected values of θ .

actual value of α_2 plays an important role when a high density of both $s_z = +1$ and $s_z = -1$ polaritons is simultaneously present in a given region of the sample. This is evidenced in Fig. 3(a), where the transmitted intensity in a small region of $13 \times 13 \mu\text{m}$ in the center of the spot, resolved into its σ^+ and σ^- components, has been traced with respect to the ellipticity θ of the excitation beam in the conditions of Fig. 2. Let us now analyze in detail the σ^- curve [blue in Fig. 3(a)]. Here the argument will be equivalent for the σ^+ curve. When θ is close to $-\pi/2$, the excitation is purely σ^- . As the excitation density is significantly bigger than D_1 , spin-down polaritons lie on the on state, the $s_z = -1$ polariton energy is renormalized to be in resonance with the excitation laser, and the transmitted intensity for the σ^- polarization is high. On the contrary, spin-up polaritons are in the off state. When the ellipticity of excitation is increased to

$\theta = -0.21\pi$ rad, the amount of spin-up polaritons is big enough to induce a renormalization of the $s_z = +1$ branch such that the σ^+ component also jumps to the on state. However, they do it to a value of transmitted intensity which is lower than that of the σ^- polaritons at $\theta = -\pi/2$, and simultaneously, the σ^- transmission decreases significantly. This is a direct consequence of the effective interaction between polaritons of the opposite spins, as also reported in [5]. At $k = 0$, the energy of the $s_z = \pm 1$ polaritons is given by

$$E_{\pm} = E_{\text{LP}}(k = 0) + \alpha_1 |\Psi_{\pm}|^2 + \alpha_2 |\Psi_{\mp}|^2 - \frac{i\hbar}{2\tau}, \quad (1)$$

where E_{LP} is the energy of the LPB in the absence of optical excitation, $|\Psi_{\pm}|^2$ is the $s_z = \pm 1$ polariton density, and τ the polariton lifetime. Indeed, due to the nonzero value of α_2 , the presence of a large population of spin-up polaritons for $\theta = -0.21\pi$ rad leads to the change in energy of the spin-down polaritons given by Eq. (1), forcing them out of resonance with the excitation beam, and inducing the decrease of the σ^- transmitted intensity. For the same reason, spin-up polaritons do not reach the high transmitted intensity value expected if $\alpha_2 = 0$, which is sketched in dashed lines in Fig. 3(a). At a value of $\theta = 0.22\pi$ rad, spin-down polaritons fall to the off state, resulting in an increase of the transmitted intensity of the σ^+ polarization, as now the spin-up polariton energy reaches the resonance. When changing the ellipticity in the backward direction, we observe the same phenomena, with slightly different thresholds for the jumps to the on or off state ($\theta = -0.25\pi$ and 0.2π rad), due to the hysteretic behavior of our system.

Figure 3(b) shows the degree of circular polarization corresponding to Fig. 3(a) [see Figs. 3(c) and 3(d) for the corresponding simulations], where we observe that even with a nonzero value of α_2 , our system works as a very efficient polarization rectifier, with three possible output states: σ^- , linearly, and σ^+ polarized.

In Figs. 3(a) and 3(b) we have evidenced the effects of a nonzero value of α_2 . In Fig. 4 we show an experiment that allows us to calculate its absolute value and sign. In this case

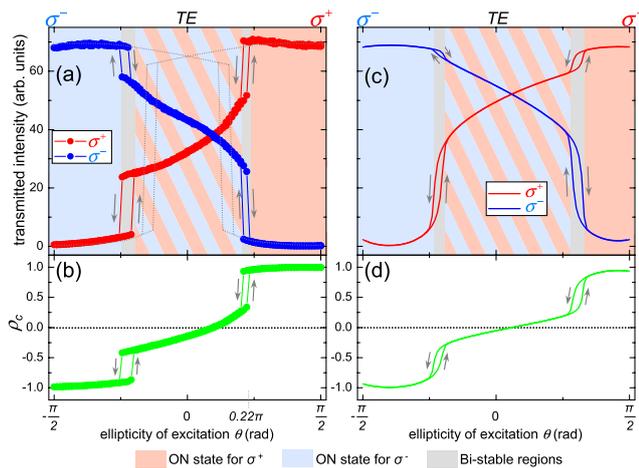


FIG. 3 (color online). Polarization resolved (a) experimental and (c) theoretical dependence of the transmitted intensity with the ellipticity θ of the incident beam, at high excitation power. The arrows mean forward and backward when changing θ . The dotted lines represent the expected behavior if $\alpha_2 = 0$. The degree of circular polarization corresponding to (a) and (c) is depicted in (b) and (d), respectively.

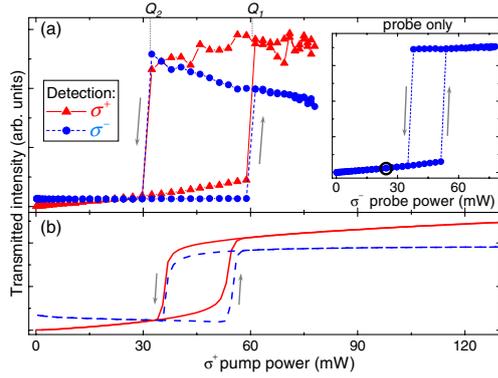


FIG. 4 (color online). (a) Experimental and (b) simulated polarization resolved transmission for a σ^+ pump whose power is varied in the presence of a σ^- probe of fixed power (indicated by a circle in the inset, which shows a power dependence of the probe alone).

we have a σ^- probe beam, blue detuned by 0.2 meV from $E_{\text{LPB}}(k=0)$, whose power dependence is shown in the inset of Fig. 4(a). We set the power of this probe to the value indicated by the circle, below the lowest point of the hysteresis region. Therefore, the probe beam alone would keep the system in the off state. Now we add a σ^+ pump beam, spatially overlapping the probe, whose density is varied. This is what is shown in Fig. 4(a). The high density of σ^+ pump polaritons at point Q_1 (on state) induces the renormalization of the σ^- polariton energy [as given by Eq. (1)], rendering σ^- polaritons to the on state. This is a clear indication that the sign of the effective α_2 in our conditions is positive (repulsive interaction). A fitting of Eq. (1) to the data shown in Fig. 4(a) is depicted in Fig. 4(b). By performing similar fittings to analogous experiments for different probe powers, we obtain an effective $\alpha_2 = +0.15\alpha_1$, which is the value employed in the simulations based on the spin-dependent GPE presented in Figs. 2(b), 3(c), and 3(d). This result seems to be at odds with recent theoretical [4,7–9,19] and experimental works performed in the optical parametric scattering regime [10,19–21], but in reality it is not, as the effective α_2 may be influenced by a large fraction of dark incoherent excitons which contribute equally to the energy shift in σ^+ and σ^- polarizations [22]. Under coherent excitation, the presence of incoherent excitons can introduce an additional damping mechanism [22]. This effect, which we have neglected in our model, can cause a reduction of the transmitted intensity at high pump powers as observed experimentally [Fig. 4(a)], but does not prevent spin switching and the observation of spin rings. See [14] for further considerations. Our results are in agreement with recent reports under normal incidence pumping in similar microcavities [5,22]. Further experiments are needed to measure the concentration of incoherent quasiparticles in our system.

In this work we have demonstrated the optical creation of spin ring domains in bistable semiconductor microcavities, whose size can be controlled down to the micrometer scale, well below the spot size. This arises from the strongly spin-dependent polariton-polariton interactions, an exceptional property of microcavity polaritons coming from their spin structure and strong light-matter coupling. Our results bring the polariton system closer to the implementation of integrated spin transistors [23] and logic circuits [24,25] with very low thresholds and high potential operation speeds [26].

We thank M.M. Glazov, D. Krizhanovskii, T. Ostatnický, and M. Vladimirova, for fruitful discussions. This work was supported by the ANR (GEMINI 07NANO 07043) and IFRAF. T.L. was supported by NCCR Quantum Photonics. A. B. is a member of the IUF.

- [1] M. Kitano, T. Yabuzaki, and T. Ogawa, *Phys. Rev. Lett.* **46**, 926 (1981); S. Cecchi *et al.*, *ibid.* **49**, 1928 (1982).
- [2] J. Stenger *et al.*, *Nature (London)* **396**, 345 (1998).
- [3] I. Zutic, J. Fabian, and S. Das Sarma, *Rev. Mod. Phys.* **76**, 323 (2004).
- [4] N. A. Gippius *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **98**, 236401 (2007).
- [5] T. K. Paraíso *et al.*, *Nature Mater.* **9**, 655 (2010).
- [6] C. Weisbuch *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **69**, 3314 (1992).
- [7] M. Wouters, *Phys. Rev. B* **76**, 045319 (2007).
- [8] M. M. Glazov *et al.*, *Phys. Rev. B* **80**, 155306 (2009).
- [9] T. Ostatnický, D. Read, and A. V. Kavokin, *Phys. Rev. B* **80**, 115328 (2009).
- [10] P. Renucci *et al.*, *Phys. Rev. B* **72**, 075317 (2005).
- [11] A. Baas *et al.*, *Phys. Rev. A* **69**, 023809 (2004).
- [12] I. A. Shelykh, T. C. H. Liew, and A. V. Kavokin, *Phys. Rev. Lett.* **100**, 116401 (2008).
- [13] I. A. Shelykh *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **97**, 066402 (2006).
- [14] See supplementary material at <http://link.aps.org/supplemental/10.1103/PhysRevLett.105.216403> for the parameters employed in the spin-dependent Gross-Pitaevskii model, and a discussion on the evaluation of α_2 .
- [15] R. Houdré *et al.*, *Phys. Rev. B* **61**, R13333 (2000).
- [16] A. Amo *et al.*, *Nature Phys.* **5**, 805 (2009).
- [17] A. Amo *et al.*, *Phys. Rev. B* **80**, 165325 (2009).
- [18] D. Ballarini *et al.*, *Appl. Phys. Lett.* **90**, 201905 (2007).
- [19] M. Vladimirova *et al.*, *Phys. Rev. B* **82**, 075301 (2010).
- [20] D. N. Krizhanovskii *et al.*, *Phys. Rev. B* **73**, 073303 (2006).
- [21] C. Leyder *et al.*, *Phys. Rev. Lett.* **99**, 196402 (2007).
- [22] D. Sarkar *et al.*, preceding Letter, *Phys. Rev. Lett.* **105**, 216402 (2010).
- [23] R. Johne *et al.*, *Phys. Rev. B* **81**, 125327 (2010).
- [24] T. C. H. Liew, A. V. Kavokin, and I. A. Shelykh, *Phys. Rev. Lett.* **101**, 016402 (2008).
- [25] T. C. H. Liew *et al.*, *Phys. Rev. B* **82**, 033302 (2010).
- [26] A. Amo *et al.*, *Nat. Photon.* **4**, 361 (2010).

Publications et présentations orales

Publications

- 2013 Shaping and Washing-out of Vortex Lattices in Polariton Quantum Fluids** (R. Hivet, E. Cancellieri, D. Ballarini, T. Boulier, D. Sanvitto, F. M. Marchetti, M. H. Szymanska, C. Ciuti, E. Giacobino, A. Bramati), *soumis*, 2013.
- 2012 Half-solitons in a polariton quantum fluid behave like magnetic monopoles** (R. Hivet, H. Flayac, D. D. Solnyshkov, D. Tanese, T. Boulier, D. Andreoli, E. Giacobino, J. Bloch, A. Bramati, G. Malpuech, A. Amo), *Nature Physics*, volume 8, pp. 724-728, 2012.
- 2011 All-optical control of the quantum flow of a polariton condensate** (D. Sanvitto, S. Pigeon, A. Amo, D. Ballarini, M. De Giorgi, I. Carusotto, R. Hivet, F. Pisanello, V. G. Sala, P. S. S. Guimaraes, R. Houdré, E. Giacobino, C. Ciuti, A. Bramati, G. Gigli), *Nature Photonics*, volume 5, pp. 610-614, 2011.
- 2011 Polariton superfluids reveal quantum hydrodynamic solitons** (A. Amo, S. Pigeon, D. Sanvitto, V. G. Sala, R. Hivet, I. Carusotto, F. Pisanello, G. Lemenager, R. Houdré, E. Giacobino, C. Ciuti, A. Bramati), *Science*, volume 332, pp. 1167-1170, 2011.
- 2010 Spin Rings in Bistable Planar Semiconductor Microcavities** (C. Adrados, A. Amo, T. C. H. Liew, R. Hivet, R. Houdré, E. Giacobino, A. V. Kavokin, A. Bramati), *Physical Review Letters*, volume 105, pp. 216403, 2010.

Présentations orales

- 08/2012 Journées de la Matière Condensée**, Montpellier, France. *Demi-Solitons dans un Fluide Polaritonique : Des Monopôles Magnétiques.*
- 05/2012 Conference on Lasers and Electro-Optics**, San Jose, USA. *Half-Solitons in Polariton Quantum Fluids : Analogues of Magnetic Monopoles.*

Bibliographie

- [Abbarchi 13] M. Abbarchi, A. Amo, V. G. Sala, D. D. Solnyshkov, H. Flayac, L. Ferrier, I. Sagnes, E. Galopin, A. Lemaître, G. Malpuech & J. Bloch. *Macroscopic quantum self-trapping and Josephson oscillations of exciton polaritons*. Nature Physics, vol. 9, no. 5, pages 275–279, May 2013.
- [Adrados 10] C. Adrados, A. Amo, T. C. H. Liew, R. Hivet, R. Houdré, E. Giacobino, A. V. Kavokin & A. Bramati. *Spin Rings in Bistable Planar Semiconductor Microcavities*. Physical Review Letters, vol. 105, no. 21, page 216403, November 2010.
- [Adrados 11] C. Adrados. *Polaritons en microcavité semi-conductrice : dynamique de fluide quantique, effets de spin et mesures de bruit en régime d'oscillation paramétrique*. PhD thesis, Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, June 2011.
- [Allen 38] J. F. Allen & A. D. Misener. *Flow of Liquid Helium II*. Nature, vol. 141, no. 3558, pages 75–75, January 1938.
- [Amo 09a] A. Amo, J. Lefrère, S. Pigeon, C. Adrados, C. Ciuti, I. Carusotto, R. Houdré, E. Giacobino & A. Bramati. *Superfluidity of Polaritons in Semiconductor Microcavities*. Nature Phys., vol. 5, page 805, 2009.
- [Amo 09b] A. Amo, T. C. H. Liew, C. Adrados, E. Giacobino, A. V. Kavokin & A. Bramati. *Anisotropic optical spin Hall effect in semiconductor microcavities*. Phys. Rev. B, vol. 80, no. 16, page 165325, 2009.
- [Amo 09c] A. Amo, D. Sanvitto, F. P. Laussy, D. Ballarini, E. del Valle, M. D. Martin, A. Lemaître, J. Bloch, D. N. Krizhanovskii, M. S. Skolnick, C. Tejedor & L. Viña. *Collective fluid dynamics of a polariton condensate in a semiconductor microcavity*. Nature, vol. 457, no. 7227, page 291, 2009.
- [Amo 10] A. Amo, T. C. H. Liew, C. Adrados, R. Houdre, E. Giacobino, A. V. Kavokin & A. Bramati. *Exciton-polariton spin switches*. Nature Phot., page doi :10.1038/nphoton.2010.79, 2010.
- [Amo 11] A. Amo, S. Pigeon, D. Sanvitto, V. G. Sala, R. Hivet, I. Carusotto, F. Pisanello, G. Lemenager, R. Houdre, E. Giacobino, C. Ciuti & A. Bramati. *Polariton superfluids reveal quantum hydrodynamic solitons*. Science, vol. 332, no. 6034, pages 1167–1170, 2011.
- [Anderson 95] M. H. Anderson, J. R. Ensher, M. R. Matthews, C. E. Wieman & E. A. Cornell. *Observation of Bose-Einstein Condensation in a Dilute Atomic Vapor*. Science, vol. 269, no. 5221, page 198, 1995.

- [Andreani 91] Lucio Claudio Andreani, Francesco Tassone & Franco Bassani. *Radiative lifetime of free excitons in quantum wells*. Solid State Communications, vol. 77, no. 9, pages 641–645, March 1991.
- [Ashcroft 76] Neil W. Ashcroft & N. David Mermin. Solid state physics. Harcourt College Publishers, 1976.
- [Baas 04a] A. Baas, J. Ph. Karr, H. Eleuch & E. Giacobino. *Optical bistability in semiconductor microcavities*. Phys. Rev. A, vol. 69, no. 2, page 023809, 2004.
- [Baas 04b] A. Baas, J.-Ph. Karr, M. Romanelli, A. Bramati & E. Giacobino. *Optical bistability in semiconductor microcavities in the nondegenerate parametric oscillation regime : Analogy with the optical parametric oscillator*. Phys. Rev. B, vol. 70, no. 16, page 161307, 2004.
- [Ballarini 12] Dario Ballarini, Milena De Giorgi, Emiliano Cancellieri, Romuald Houdré, Elisabeth Giacobino, Roberto Cingolani, Alberto Bramati, Giuseppe Gigli & Daniele Sanvitto. *All-optical polariton transistor*. arXiv :1201.4071, January 2012.
- [Ballarini 13] D. Ballarini, M. De Giorgi, E. Cancellieri, R. Houdré, E. Giacobino, R. Cingolani, A. Bramati, G. Gigli & D. Sanvitto. *All-optical polariton transistor*. Nature Communications, vol. 4, page 1778, April 2013.
- [Billy 08] Juliette Billy, Vincent Josse, Zhanchun Zuo, Alain Bernard, Ben Hambrecht, Pierre Lukan, David Clement, Laurent Sanchez-Palencia, Philippe Bouyer & Alain Aspect. *Direct observation of Anderson localization of matter waves in a controlled disorder*. Nature, vol. 453, no. 7197, pages 891–894, 2008.
- [Bogoliubov 47] NN Bogoliubov. *On the theory of superfluidity*. J. phys.(USSR), vol. 11, no. 23, pages 4–2, 1947.
- [Bose 24] Bose. *Plancks Gesetz und Lichtquantenhypothese*. Zeitschrift für Physik, vol. 26, no. 1, pages 178–181, December 1924.
- [Bramwell 09] S. T. Bramwell, S. R. Giblin, S. Calder, R. Aldus, D. Prabhakaran & T. Fennell. *Measurement of the charge and current of magnetic monopoles in spin ice*. Nature, vol. 461, no. 7266, pages 956–959, October 2009.
- [Burger 99] S. Burger, K. Bongs, S. Dettmer, W. Ertmer, K. Sengstock, A. Sanpera, G. V. Shlyapnikov & M. Lewenstein. *Dark Solitons in Bose-Einstein Condensates*. Phys. Rev. Lett., vol. 83, no. 25, pages 5198–5201, 1999.
- [Carusotto 04] I. Carusotto. *Probing microcavity polariton superfluidity through resonant Rayleigh scattering*. Phys. Rev. Lett., vol. 93, page 166401, 2004.
- [Cassabois 01] G. Cassabois. *Relaxation de cohérence dans des hétérostructures de semiconducteurs*. PhD thesis, Université Paris VI, December 2001.
- [Chang 08] J. J. Chang, P. Engels & M. A. Hoefer. *Formation of Dispersive Shock Waves by Merging and Splitting Bose-Einstein Condensates*. Phys. Rev. Lett., vol. 101, no. 17, page 170404, 2008.

- [Christopoulos 07] S. Christopoulos, G. Baldassarri Hoger von Hogersthal, A. J. D. Grundy, P. G. Lagoudakis, A. V. Kavokin, J. J. Baumberg, G. Christmann, R. Butte, E. Feltn, J.-F. Carlin & N. Grandjean. *Room-Temperature Polariton Lasing in Semiconductor Microcavities*. Phys. Rev. Lett., vol. 98, no. 12, page 126405, 2007.
- [Ciuti 98a] C. Ciuti, V. Savona, C. Piermarocchi, A. Quattropani & P. Schwendimann. *Role of the exchange of carriers in elastic exciton-exciton scattering in quantum wells*. Phys. Rev. B, vol. 58, no. 12, pages 7926–7933, 1998.
- [Ciuti 98b] C. Ciuti, V. Savona, C. Piermarocchi, A. Quattropani & P. Schwendimann. *Threshold behavior in the collision broadening of microcavity polaritons*. Physical Review B, vol. 58, no. 16, pages R10123–R10126, October 1998.
- [Ciuti 03] C. Ciuti, P. Schwendimann & A. Quattropani. *Theory of polariton parametric interactions in semiconductor microcavities*. Semiconductor Science and Technology, vol. 18, no. 10, pages S279–S293, October 2003.
- [Ciuti 05] Cristiano Ciuti & Iacopo Carusotto. *Quantum fluid effects and parametric instabilities in microcavities*. Phys. Stat. Sol. (b), vol. 242, no. 11, page 2224, 2005.
- [Cohen-Tannoudji 77] Claude Cohen-Tannoudji, Bernard Diu & Frank Laló. Quantum mechanics, vols. i and II. Hermann, Paris, France, 1977.
- [Combescot 02] M. Combescot & O. Betbeder-Matibet. *Effective bosonic Hamiltonian for excitons : A too naive concept*. EPL (Europhysics Letters), vol. 59, no. 4, page 579, August 2002.
- [Dang 98] Le Si Dang, D. Heger, R. André, F. Boeuf & R. Romestain. *Stimulation of Polariton Photoluminescence in Semiconductor Microcavity*. Phys. Rev. Lett., vol. 81, no. 18, page 3920, 1998.
- [De Giorgi 12] M. De Giorgi, D. Ballarini, E. Cancellieri, F. M. Marchetti, M. H. Szymanska, C. Tejedor, R. Cingolani, E. Giacobino, A. Bramati, G. Gigli & D. Sanvitto. *Control and Ultrafast Dynamics of a Two-Fluid Polariton Switch*. Physical Review Letters, vol. 109, no. 26, page 266407, December 2012.
- [Denschlag 00] J. Denschlag, J. E. Simsarian, D. L. Feder, Charles W. Clark, L. A. Collins, J. Cubizolles, L. Deng, E. W. Hagley, K. Helmerson, W. P. Reinhardt, S. L. Rolston, B. I. Schneider & W. D. Phillips. *Generating Solitons by Phase Engineering of a Bose-Einstein Condensate*. Science, vol. 287, no. 5450, pages 97–101, 2000.
- [Deveaud 07] Benoit Deveaud, editeur. The physics of semiconductor microcavities. WILEY-VCH Verlag, Weinheim, 2007.
- [Diu 89] Bernard Diu. Éléments de physique statistique. Hermann, 1989.
- [D'yakonov 71] M. I. D'yakonov & V. I. Perel. *Spin Relaxation of Conduction Electrons in Noncentrosymmetric Semiconductors*. Fiz. Tverd. Tela (Leningrad), vol. 13, page 3581, 1971.
- [Einstein 25] Albert Einstein. *Quantentheorie des einatomigen idealen Gases. Zweite Abhandlung*. Sitz. ber. Preuss. Akad. Wiss., pages 3–14, 1925.

- [El 06] G. A. El, A. Gammal & A. M. Kamchatnov. *Oblique Dark Solitons in Supersonic Flow of a Bose-Einstein Condensate*. Phys. Rev. Lett., vol. 97, no. 18, page 180405, 2006.
- [Elliott 54] R. J. Elliott. *Theory of the Effect of Spin-Orbit Coupling on Magnetic Resonance in Some Semiconductors*. Phys. Rev., vol. 96, no. 2, page 266, 1954.
- [Elliott 57] R. J. Elliott. *Intensity of Optical Absorption by Excitons*. Physical Review, vol. 108, no. 6, pages 1384–1389, December 1957.
- [Fetter 65] Alexander L. Fetter. *Vortices in an Imperfect Bose Gas. I. The Condensate*. Physical Review, vol. 138, no. 2A, pages A429–A437, April 1965.
- [Flayac 10] Hugo Flayac, Dmitry Solnyshkov & Guillaume Malpuech. *Bloch oscillations of exciton-polaritons*. arXiv :1009.3505v1, 2010.
- [Flayac 11] H. Flayac, D. D. Solnyshkov & G. Malpuech. *Oblique half-solitons and their generation in exciton-polariton condensates*. Physical Review B, vol. 83, no. 19, page 193305, May 2011.
- [Flayac 12] H. Flayac, D. D. Solnyshkov & G. Malpuech. *Separation and acceleration of magnetic monopole analogs in semiconductor microcavities*. New Journal of Physics, vol. 14, no. 8, page 085018, August 2012.
- [Flayac 13] Hugo Flayac. *New trends in the physics of spinor exciton-polariton condensates*. PhD thesis, Université Blaise Pascal - Clermont Ferrand, September 2013.
- [Frenkel 31] J. Frenkel. *On the Transformation of light into Heat in Solids. I*. Physical Review, vol. 37, no. 1, pages 17–44, January 1931.
- [Frisch 92] T. Frisch, Y. Pomeau & S. Rica. *Transition to dissipation in a model of superflow*. Phys. Rev. Lett., vol. 69, no. 11, pages 1644–1647, 1992.
- [Gippius 07] N. A. Gippius, I. A. Shelykh, D. D. Solnyshkov, S. S. Gavrilov, Yuri G. Rubo, A. V. Kavokin, S. G. Tikhodeev & G. Malpuech. *Polarization Multistability of Cavity Polaritons*. Physical Review Letters, vol. 98, no. 23, page 236401, June 2007.
- [Glazov 09] M. M. Glazov, H. Ouerdane, L. Pilozzi, G. Malpuech, A. V. Kavokin & A. D’Andrea. *Polariton-polariton scattering in microcavities : A microscopic theory*. Phys. Rev. B, vol. 80, no. 15, page 155306, 2009.
- [Gross 61] E. P. Gross. *Structure of a quantized vortex in boson systems. II*. Nuovo Cimento Series 10, vol. 20, no. 3, pages 454–477, May 1961.
- [Grosso 11] G. Grosso, G. Nardin, F. Morier-Genoud, Y. Léger & B. Deveaud-Plédran. *Soliton Instabilities and Vortex Street Formation in a Polariton Quantum Fluid*. Physical Review Letters, vol. 107, no. 24, page 245301, December 2011.
- [Gurevich 95] A. V Gurevich & A. L. Krylov. *Supersonic flow past bodies in dispersive hydrodynamics*. Journal of Experimental and Theoretical Physics, vol. 81, pages 87–96, 1995. [Zh. Eksp. Teor. Fiz 108, 163-181 (1995)].

- [Haug 04] H. Haug & Stephan W. Koch. Quantum theory of the optical and electronic properties of semiconductors. World Scientific, 2004.
- [Hivet 12] R. Hivet, H. Flayac, D. D. Solnyshkov, D. Tanese, T. Boulier, D. Andreoli, E. Giacobino, J. Bloch, A. Bramati, G. Malpuech & A. Amo. *Half-solitons in a polariton quantum fluid behave like magnetic monopoles*. Nature Physics, vol. 8, no. 10, pages 724–728, 2012.
- [Hopfield 58] J. J. Hopfield. *Theory of the Contribution of Excitons to the Complex Dielectric Constant of Crystals*. Phys. Rev., vol. 112, no. 5, page 1555, 1958.
- [Houdré 00a] R. Houdré, C. Weisbuch, R. P. Stanley, U. Oesterle & M. Ilegems. *Coherence effects in light scattering of two-dimensional photonic disordered systems : Elastic scattering of cavity polaritons*. Phys. Rev. B, vol. 61, page R13333, 2000.
- [Houdré 00b] R. Houdré, C. Weisbuch, R. P. Stanley, U. Oesterle & M. Ilegems. *Nonlinear Emission of Semiconductor Microcavities in the Strong Coupling Regime*. Physical Review Letters, vol. 85, no. 13, pages 2793–2796, September 2000.
- [Imamoglu 96] A. Imamoglu, R. J. Ram, S. Pau & Y. Yamamoto. *Nonequilibrium condensates and lasers without inversion : Exciton-polariton lasers*. Phys. Rev. A, vol. 53, no. 6, page 4250, 1996.
- [Ji 08] An-Chun Ji, W. M. Liu, Jun Liang Song & Fei Zhou. *Dynamical Creation of Fractionalized Vortices and Vortex Lattices*. Physical Review Letters, vol. 101, no. 1, page 010402, July 2008.
- [Kamchatnov 08] A. M. Kamchatnov & L. P. Pitaevskii. *Stabilization of Solitons Generated by a Supersonic Flow of Bose-Einstein Condensate Past an Obstacle*. Phys. Rev. Lett., vol. 100, no. 16, page 160402, 2008.
- [Kamchatnov 11] A. M. Kamchatnov & S. V. Korneev. *Oblique solitons in the flow of polariton condensate past an obstacle*. arXiv :1111.4170, November 2011.
- [Kapitza 38] P. Kapitza. *Viscosity of Liquid Helium below the λ -Point*. Nature, vol. 141, no. 3558, pages 74–74, January 1938.
- [Karr 01] J.P. Karr. *Effets non linéaires et quantiques dans les microcavités semi-conductrices*. PhD thesis, Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, December 2001.
- [Karr 04] J. Ph. Karr, A. Baas, R. Houdré & E. Giacobino. *Squeezing in semiconductor microcavities in the strong-coupling regime*. Phys. Rev. A, vol. 69, no. 3, page 031802, 2004.
- [Kasprzak 06] J. Kasprzak, M. Richard, S. Kundermann, A. Baas, P. Jeambrun, J. M. J. Keeling, F. M. Marchetti, M. H. Szymanska, R. Andre, J. L. Staehli, V. Savona, P. B. Littlewood, B. Deveaud & Le Si Dang. *Bose-Einstein condensation of exciton polaritons*. Nature, vol. 443, no. 7110, page 409, 2006.
- [Kavokin 04] K. V. Kavokin, I. A. Shelykh, A. V. Kavokin, G. Malpuech & P. Bigenwald. *Quantum Theory of Spin Dynamics of Exciton-Polaritons in Microcavities*. Physical Review Letters, vol. 92, no. 1, page 017401, January 2004.

- [Kavokin 05] Alexey Kavokin, Guillaume Malpuech & Mikhail Glazov. *Optical Spin Hall Effect*. Physical Review Letters, vol. 95, September 2005.
- [Kawatra 66] M. P. Kawatra & R. K. Pathria. *Quantized Vortices in an Imperfect Bose Gas and the Breakdown of Superfluidity in Liquid Helium II*. Physical Review, vol. 151, no. 1, pages 132–137, November 1966.
- [Kirtley 96] J. R. Kirtley, C. C. Tsuei, Martin Rupp, J. Z. Sun, Lock See Yu-Jahnes, A. Gupta, M. B. Ketchen, K. A. Moler & M. Bhushan. *Direct Imaging of Integer and Half-Integer Josephson Vortices in High- T_c Grain Boundaries*. Physical Review Letters, vol. 76, no. 8, pages 1336–1339, February 1996.
- [Klopotowski 06] L. Klopotowski, M.D. Martiñán, A. Amo, L. Vina, I.A. Shelykh, M.M. Glazov, G. Malpuech, A.V. Kavokin & R. Andre. *Optical anisotropy and pinning of the linear polarization of light in semiconductor microcavities*. Solid State Commun., vol. 139, no. 10, page 511, 2006.
- [Kreis 96] Thomas Kreis. *Holographic interferometry : principles and methods*. Akademie Verlag, April 1996.
- [Krizhanovskii 06] D. N. Krizhanovskii, D. Sanvitto, I. A. Shelykh, M. M. Glazov, G. Malpuech, D. D. Solnyshkov, A. Kavokin, S. Ceccarelli, M. S. Skolnick & J. S. Roberts. *Rotation of the plane of polarization of light in a semiconductor microcavity*. Phys. Rev. B, vol. 73, no. 7, page 073303, 2006.
- [Kuznetsov 88] E. A. Kuznetsov & S. K. Turitsyn. *Instability and collapse of solitons in media with a defocusing nonlinearity*. Sov. Phys. JETP, vol. 67, no. 8, page 1583, 1988. [Sov. Phys.-JETP 38, 494 (1974)].
- [Lagoudakis 08] K. G. Lagoudakis, M. Wouters, M. Richard, A. Baas, I. Carusotto, R. Andre, Le Si Dang & B. Deveaud-Pledran. *Quantized vortices in an exciton-polariton condensate*. Nature Phys., vol. 4, no. 9, page 706, 2008.
- [Lagoudakis 09] K. G. Lagoudakis, T. Ostatnický, A. V. Kavokin, Y. G. Rubo, R. Andre & B. Deveaud-Pledran. *Observation of Half-Quantum Vortices in an Exciton-Polariton Condensate*. Science, vol. 326, no. 5955, page 974, 2009.
- [Landau 41] L. Landau. *Theory of the Superfluidity of Helium II*. Physical Review, vol. 60, no. 4, pages 356–358, August 1941.
- [Landau 87] L. D. Landau & E. M. Lifshitz. *Fluid mechanics*. Butterworth-Heinemann, 2 edition, January 1987.
- [Larré 12] P.-É. Larré, A. Recati, I. Carusotto & N. Pavloff. *Quantum fluctuations around black hole horizons in Bose-Einstein condensates*. Physical Review A, vol. 85, no. 1, page 013621, January 2012.
- [Leyder 07] C. Leyder, M. Romanelli, J. Ph. Karr, E. Giacobino, T. C. H. Liew, M. M. Glazov, A. V. Kavokin, G. Malpuech & A. Bramati. *Observation of the optical spin Hall effect*. Nature Phys., vol. 3, no. 9, pages 628–631, 2007.
- [Li 13] Feng Li, L. Orosz, O. Kamoun, S. Bouchoule, C. Brimont, P. Disseix, T. Guillet, X. Lafosse, M. Leroux, J. Leymarie, M. Mexis,

- M. Mihailovic, G. Patriarche, F. Réveret, D. Solnyshkov, J. Zuniga-Perez & G. Malpuech. *From Excitonic to Photonic Polariton Condensate in a ZnO-Based Microcavity*. Physical Review Letters, vol. 110, no. 19, page 196406, May 2013.
- [Liang 70] W. Y. Liang. *Excitons*. Physics Education, vol. 5, no. 4, pages 226–228, July 1970.
- [London 38] F. London. *The λ -Phenomenon of Liquid Helium and the Bose-Einstein Degeneracy*. Nature, vol. 141, no. 3571, pages 643–644, April 1938.
- [Macleod 01] H. A. Macleod. Thin-film optical filters, third edition. CRC Press, January 2001.
- [Madison 00] K. W. Madison, F. Chevy, W. Wohlleben & J. Dalibard. *Vortex Formation in a Stirred Bose-Einstein Condensate*. Phys. Rev. Lett., vol. 84, no. 5, page 806, 2000.
- [Magnusson 11] E. B. Magnusson, I. G. Savenko & I. A. Shelykh. *Bistability phenomena in one-dimensional polariton wires*. Physical Review B, vol. 84, November 2011.
- [Maialle 93] M. Z. Maialle, E. A. de Andrada e Silva & L. J. Sham. *Exciton spin dynamics in quantum wells*. Physical Review B, vol. 47, no. 23, page 15776, 1993.
- [Messin 00] G. Messin. *Luminescence, bruit et effets non linéaires dans les microcavités semi-conductrices*. PhD thesis, Université Pierre et Marie Curie - Paris VI, July 2000.
- [Nardin 11] Gael Nardin, Gabriele Grosso, Yoan Leger, Barbara Pietka, Francois Morier-Genoud & Benoit Deveaud-Pledran. *Hydrodynamic nucleation of quantized vortex pairs in a polariton quantum fluid*. Nature Phys., vol. 7, no. 8, pages 635–641, 2011.
- [Nelson Jr 96] T. R. Nelson Jr, E. K. Lindmark, D. V. Wick, K. Tai, G. Khitrova & H. M. Gibbs. *Normal-Mode Coupling In Planar Semiconductor Microcavities*. In John Rarity & Claude Weisbuch, editors, Microcavities and Photonic Bandgaps : Physics and Applications, numéro 324 in NATO ASI Series, pages 43–57. Springer Netherlands, January 1996.
- [Nguyen 13] H. S. Nguyen, D. Vishnevsky, C. Sturm, D. Tanese, D. Solnyshkov, E. Galopin, A. Lemaître, I. Sagnes, A. Amo, G. Malpuech & J. Bloch. *Realization of a Double-Barrier Resonant Tunneling Diode for Cavity Polaritons*. Physical Review Letters, vol. 110, no. 23, page 236601, June 2013.
- [Ostatnicky 09] Tomas Ostatnicky, Dean Read & Alexey V. Kavokin. *Polarization and depolarization in scattering of cavity polaritons*. Phys. Rev. B, vol. 80, no. 11, page 115328, 2009.
- [Panzarini 99] G. Panzarini, L. C. Andreani, A. Armitage, D. Baxter, M. S. Skolnick, V. N. Astratov, J. S. Roberts, A. V. Kavokin, M. R. Vladimirova & M. A. Kaliteevski. *Cavity-polariton dispersion and polarization splitting in single and coupled semiconductor microcavities*. Phys. Sol. State, vol. V41, no. 8, pages 1223–1238, 1999.

- [Paraïso 10] T. K. Paraïso, M. Wouters, Y. Léger, F. Morier-Genoud & B. Deveaud-Plédran. *Multistability of a coherent spin ensemble in a semiconductor microcavity*. Nature Materials, vol. 9, no. 8, pages 655–660, August 2010.
- [Pigeon 11a] S. Pigeon, I. Carusotto & C. Ciuti. *Hydrodynamic nucleation of vortices and solitons in a resonantly excited polariton superfluid*. Phys. Rev. B, vol. 83, no. 14, page 144513, 2011.
- [Pigeon 11b] Simon Pigeon. *Fluides Quantiques et Dispositifs a ? Polaritons*. PhD thesis, Université Paris-Diderot - Paris VII, February 2011.
- [Pikus 71] G.E. Pikus & G.L. Bir. *Exchange interaction in excitons in semiconductors*. Soviet Physics JETP-USSR, vol. 33, no. 1, pages 108–&, 1971.
- [Pitaevskii 61] LP Pitaevskii. *Vortex lines in an imperfect bose gas*. Soviet Physics JETP-USSR, vol. 13, no. 2, 1961.
- [Pitaevskii 03] Lev Pitaevskii & Sandro Stringari. *Bose-einstein condensation*. Clarendon Press, Oxford, 1st edition, 2003.
- [Recati 09] A. Recati, N. Pavloff & I. Carusotto. *Bogoliubov theory of acoustic Hawking radiation in Bose-Einstein condensates*. Physical Review A, vol. 80, no. 4, page 043603, October 2009.
- [Renucci 05] P. Renucci, T. Amand, X. Marie, P. Senellart, J. Bloch, B. Sermage & K. V. Kavokin. *Microcavity polariton spin quantum beats without a magnetic field : A manifestation of Coulomb exchange in dense and polarized polariton systems*. Phys. Rev. B, vol. 72, no. 7, page 075317, 2005.
- [Rochat 00] G. Rochat, C. Ciuti, V. Savona, C. Piermarocchi, A. Quattropani & P. Schwendimann. *Excitonic Bloch equations for a two-dimensional system of interacting excitons*. Physical Review B, vol. 61, no. 20, pages 13856–13862, May 2000.
- [Romanelli 07] M. Romanelli, C. Leyder, J. Ph. Karr, E. Giacobino & A. Bramati. *Four Wave Mixing Oscillation in a Semiconductor Microcavity : Generation of Two Correlated Polariton Populations*. Phys. Rev. Lett., vol. 98, no. 10, page 106401, 2007.
- [Rubo 06] Yuri G. Rubo, A.V. Kavokin & I.A. Shelykh. *Suppression of superfluidity of exciton-polaritons by magnetic field*. Phys. Lett. A, vol. 358, no. 3, pages 227–230, 2006.
- [Rubo 07] Yuri G. Rubo. *Half Vortices in Exciton Polariton Condensates*. Phys. Rev. Lett., vol. 99, no. 10, page 106401, 2007.
- [Saito 12] H. Saito, T. Aioi & T. Kadokura. *Bénard-von Kármán vortex street in an exciton-polariton superfluid*. Physical Review B, vol. 86, no. 1, page 014504, July 2012.
- [Sanvitto 11] D. Sanvitto, S. Pigeon, A. Amo, D. Ballarini, M. De Giorgi, I. Carusotto, R. Hivet, F. Pisanello, V. G. Sala, P. S. S. Guimaraes, R. Houdré, E. Giacobino, C. Ciuti, A. Bramati & G. Gigli. *All-optical control of the quantum flow of a polariton condensate*. Nature Photonics, vol. 5, no. 10, pages 610–614, 2011.

- [Sarkar 10a] D. Sarkar, S. S. Gavrilov, M. Sich, J. H. Quilter, R. A. Bradley, N. A. Gippius, K. Guda, V. D. Kulakovskii, M. S. Skolnick & D. N. Krizhanovskii. *Polarization Bistability and Resultant Spin Rings in Semiconductor Microcavities*. Physical Review Letters, vol. 105, no. 21, page 216402, November 2010.
- [Sarkar 10b] D. Sarkar, S. S. Gavrilov, M. Sich, J. H. Quilter, R. A. Bradley, N. A. Gippius, K. Guda, V. D. Kulakovskii, M. S. Skolnick & D. N. Krizhanovskii. *Polarization Bistability and Resultant Spin Rings in Semiconductor Microcavities*. Physical Review Letters, vol. 105, no. 21, page 216402, November 2010.
- [Savona 97] V. Savona, C. Piermarocchi, A. Quattropani, F. Tassone & P. Schwendimann. *Microscopic Theory of Motional Narrowing of Microcavity Polaritons in a Disordered Potential*. Physical Review Letters, vol. 78, no. 23, pages 4470–4473, June 1997.
- [Savvidis 00] P. G. Savvidis, J. J. Baumberg, R. M. Stevenson, M. S. Skolnick, D. M. Whittaker & J. S. Roberts. *Angle-Resonant Stimulated Polariton Amplifier*. Phys. Rev. Lett., vol. 84, no. 7, page 1547, 2000.
- [Schmitt-Rink 85] S. Schmitt-Rink, D. S. Chemla & D. A. B. Miller. *Theory of transient excitonic optical nonlinearities in semiconductor quantum-well structures*. Phys. Rev. B, vol. 32, no. 10, page 6601, 1985.
- [Shelykh 08] I. A. Shelykh, T. C. H. Liew & A. V. Kavokin. *Spin Rings in Semiconductor Microcavities*. Phys. Rev. Lett., vol. 100, no. 11, page 116401, 2008.
- [Shelykh 09] I. A. Shelykh, G. Pavlovic, D. D. Solnyshkov & G. Malpuech. *Proposal for a Mesoscopic Optical Berry-Phase Interferometer*. Phys. Rev. Lett., vol. 102, no. 4, page 046407, 2009.
- [Sheppard 95] C. J. R. Sheppard. *Approximate calculation of the reflection coefficient from a stratified medium*. Pure and Applied Optics : Journal of the European Optical Society Part A, vol. 4, no. 5, pages 665–669, September 1995.
- [Sich 11] M. Sich, D. N. Krizhanovskii, M. S. Skolnick, A. V. Gorbach, R. Hartley, D. V. Skryabin, E. A. Cerda-Méndez, K. Biermann, R. Hey & P. V. Santos. *Observation of bright polariton solitons in a semiconductor microcavity*. Nature Photonics, November 2011.
- [Solnyshkov 08] D. D. Solnyshkov, I. A. Shelykh, N. A. Gippius, A. V. Kavokin & G. Malpuech. *Dispersion of interacting spinor cavity polaritons out of thermal equilibrium*. Physical Review B, vol. 77, no. 4, page 045314, January 2008.
- [Solnyshkov 11] D. D. Solnyshkov, H. Flayac & G. Malpuech. *Black Holes and Wormholes in spinor polariton condensates*. arXiv :1104.3013v1, 2011.
- [Solnyshkov 12] D. D. Solnyshkov, H. Flayac & G. Malpuech. *Stable magnetic monopoles in spinor polariton condensates*. Physical Review B, vol. 85, no. 7, page 073105, February 2012.
- [Stanley 98] R.P. Stanley, R. Houdré, U. Oesterle & M. Ilegems. *Photoquenching of excitonic inhomogeneous linewidth in semiconductor microcavi-*

- ties*. Solid State Communications, vol. 106, no. 8, pages 485–489, May 1998.
- [Sturm 13] C. Sturm, D. Tanese, H. S. Nguyen, H. Flayac, E. Gallopin, A. Lemaître, I. Sagnes, D. Solnyshkov, A. Amo, G. Malpuech & J. Bloch. *Giant phase modulation in a Mach-Zehnder exciton-polariton interferometer*. arXiv :1303.1649, March 2013.
- [Tassone 97] F. Tassone, C. Piermarocchi, V. Savona, A. Quattropani & P. Schwendimann. *Bottleneck effects in the relaxation and photoluminescence of microcavity polaritons*. Physical Review B, vol. 56, no. 12, pages 7554–7563, September 1997.
- [Tassone 99] F. Tassone & Y. Yamamoto. *Exciton-exciton scattering dynamics in a semiconductor microcavity and stimulated scattering into polaritons*. Phys. Rev. B, vol. 59, no. 16, page 10830, 1999.
- [Thanh 70] D. Thanh. *Effective mass energies of excitons and acceptors in GaAs and GaSb*. physica status solidi (b), vol. 42, no. 1, page K61–K64, 1970.
- [Tsuzuki 71] T. Tsuzuki. *Nonlinear waves in the Pitaevskii-Gross equation*. J. Low Temp. Phys., vol. 4, no. 4, pages 441–457, 1971.
- [Usui 60] Tunemaru Usui. *Excitations in a High Density Electron Gas. I*. Progress of Theoretical Physics, vol. 23, no. 5, pages 787–798, 1960.
- [Utsunomiya 08] S. Utsunomiya, L. Tian, G. Roumpos, C. W. Lai, N. Kumada, T. Fujisawa, M. Kuwata-Gonokami, A. Löffler, S. Hofling, A. Forchel & Y. Yamamoto. *Observation of Bogoliubov excitations in exciton-polariton condensates*. Nature Phys., vol. 4, no. 9, page 700, 2008.
- [Vladimirova 10] M. Vladimirova, S. Cronenberger, D. Scalbert, K. V. Kavokin, A. Miard, A. Lemaître, J. Bloch, D. Solnyshkov, G. Malpuech & A. V. Kavokin. *Polariton-polariton interaction constants in microcavities*. Physical Review B, vol. 82, no. 7, page 075301, August 2010.
- [Volovik 76] G. E. Volovik & V. P. Mineev. *Line and point singularities in superfluid He 3*. JETP Letters, vol. 24, no. 11, 1976.
- [Wannier 37] Gregory H. Wannier. *The Structure of Electronic Excitation Levels in Insulating Crystals*. Physical Review, vol. 52, no. 3, pages 191–197, August 1937.
- [Weisbuch 92] C. Weisbuch, M. Nishioka, A. Ishikawa & Y. Arakawa. *Observation of the coupled exciton-photon mode splitting in a semiconductor quantum microcavity*. Phys. Rev. Lett., vol. 69, no. 23, page 3314, 1992.
- [Wertz 10] E. Wertz, L. Ferrier, D. D. Solnyshkov, R. Johne, D. Sanvitto, A. Lemaître, I. Sagnes, R. Grousson, A. V. Kavokin, P. Senellart, G. Malpuech & J. Bloch. *Spontaneous formation and optical manipulation of extended polariton condensates*. Nature Phys., vol. 6, no. 11, pages 860–864, 2010.
- [Widera 06] Artur Widera, Fabrice Gerbier, Simon Fölling, Tatjana Gericke, Olaf Mandel & Immanuel Bloch. *Precision measurement of spin-*

dependent interaction strengths for spin-1 and spin-2 ^{87}Rb atoms. New Journal of Physics, vol. 8, no. 8, page 152, August 2006.

[Yamashita 08]

Minoru Yamashita, Ken Izumina, Akira Matsubara, Yutaka Sasaki, Osamu Ishikawa, Takeo Takagi, Minoru Kubota & Takao Mizusaki. *Spin Wave and Vortex Excitations of Superfluid $^3\text{He-A}$ in Parallel-Plate Geometry.* Physical Review Letters, vol. 101, no. 2, page 025302, July 2008.

