

UNIVERSITE PARIS-SUD

ÉCOLE DOCTORALE : STITS

Laboratoire : *Institut d'Electronique Fondamentale*

*DISCIPLINE PHYSIQUE*

THÈSE DE DOCTORAT

soutenue le 13/12/2013

par

**Nicolas CAZIER**

Effets d'optique non-linéaire d'ordre trois dans les  
cavités à cristaux photoniques en silicium :  
Auto-oscillations GHz dues aux porteurs libres et  
diffusion Raman stimulée.

**Directeur de thèse :** Xavier Checoury      Professeur (Institut d'Electronique Fondamentale)

**Composition du jury :**

<i>Rapporteurs :</i>	Isabelle ROBERT-PHILIP	Chargée de recherche (CNRS - LPN)
	Yannick DUMEIGE	Maître de conférence (Université de Rennes 1)
<i>Examineurs :</i>	Nicolas DUBREUIL	Maître de conférence (Institut d'Optique)
	Didier ERASME	Professeur (Telecom Paris-Tech)
	Philippe BOUCAUD	Directeur de recherche (IEF)



**Résumé :** Dans ce travail de thèse, nous avons étudié des effets d'optique non-linéaire d'ordre trois dans les cavités à cristaux photoniques en silicium. Le premier d'entre eux est un phénomène d'auto-oscillations à haute fréquence (GHz) dans ces cavités, qui a pour origine une modulation de la transmission de la cavité due à l'interaction entre la dispersion due aux porteurs libres et l'absorption à deux photons. Nous avons observé ces auto-oscillations, pour la première fois, dans les nanocavités à cristaux photoniques silicium avec une fréquence de l'ordre de 3 GHz et une grande pureté spectrale. Nous avons développé un modèle pour analyser les mécanismes qui régissent l'apparition de ces auto-oscillations, ainsi que les amplitudes des fréquences fondamentale et harmoniques de ces oscillations. Ce phénomène d'auto-oscillations permettrait de réaliser des sources micro-ondes en silicium très compactes. Le deuxième phénomène étudié est celui de la diffusion Raman, qui est le seul moyen d'obtenir des lasers entièrement en silicium démontré jusqu'à présent. Cette diffusion Raman a été mesurée tout d'abord dans des guides d'onde à cristaux photoniques étroits (W0.63) de longueur 100 microns, où nous avons pu obtenir un nombre de photons Stokes allant jusqu'à 9, montrant ainsi que la diffusion Raman stimulée prédominait dans ces guides d'onde, bien que nous n'ayons pas pu y obtenir un effet laser Raman franc. Nous avons ensuite mesuré la diffusion Raman dans des nanocavités doublement résonantes conçues spécifiquement à partir de ces guides d'ondes pour optimiser l'effet Raman, avec des facteurs de qualités allant jusqu'à 235000 pour la résonance Stokes. Bien que nous n'ayons pu mesurer que de la diffusion Raman spontanée dans ces cavités, avec un facteur de Purcell de 2.9, l'étude théorique que nous avons effectuée sur les lasers Raman, et qui s'accorde parfaitement avec les résultats expérimentaux, montre qu'il serait possible d'obtenir un laser Raman dans ces cavités avec un seuil en dessous du milliwatt à condition de diminuer ces pertes dues à l'absorption par porteurs libres. Ceci pourrait être accompli en diminuant le temps de vie des porteurs libres, par exemple en les retirant du silicium à l'aide d'une jonction MSM.

**Mots clés :** cristaux photoniques, silicium, optique non-linéaire, nanocavités, auto-oscillations, micro-ondes, diffusion Raman, lasers.

**Abstract :** In this thesis, we studied third order nonlinear optical effects in photonic crystal cavities. The first of those effects is the phenomenon of high frequency (GHz) self-pulsing in these cavities, which originates from a modulation of the transmission of the cavity due to the interaction between the free-carrier dispersion and the two-photon absorption. We have observed these self-induced oscillations for the first time in silicon photonic crystal nanocavities, with a frequency of about 3 GHz and a high spectral purity. We have developed a model to analyze the mechanisms that govern the onset of these oscillations, as well as the amplitudes of the fundamental and harmonic frequencies of these oscillations. This self-pulsing phenomenon would allow us to realize ultra-compact microwave sources made of silicon. The second phenomenon studied is that of Raman scattering, which is the only way to obtain lasers fully in silicon demonstrated so far. The Raman scattering was measured first in narrow photonic crystals waveguides (W0.63) of length 100 microns, where we could obtain a number of Stokes photons up to 9, showing that the stimulated Raman scattering predominated in these waveguides, although we have not been able to obtain a true Raman laser effect in them. We then measured the Raman scattering in doubly resonant nanocavities specifically designed from these waveguides to optimize the Raman effect, with quality factors up to 235000 for the Stokes resonance. Although we could only measure spontaneous Raman scattering in these cavities, with a Purcell factor of 2.9, the theoretical study we conducted on the Raman lasers, which agrees perfectly with the experimental results, shows that it would be possible to obtain a Raman laser in these cavities with a threshold below the milliwatt, provided we reduce the losses due to free-carrier absorption. This could be accomplished by decreasing the free-carrier lifetime, for example by removing the free carriers from the silicon using a MSM junction.

**Keywords :** photonic crystals, silicon, non-linear optics, nanocavities, self-pulsing, microwaves, Raman scattering, lasers.



# Remerciements

Je remercie tout d'abord mon directeur de thèse, Xavier Checoury, pour l'aide et les conseils qu'il m'a donnés tout au long de ma thèse. Je remercie également et en particulier Philippe Boucaud pour l'aide qu'il m'a apporté concernant la rédaction de mes articles, ainsi que mes collègues Zheng Han et Laurent-Daniel Haret pour leurs conseils.

Je souhaite également remercier les membres suivants de la CTU (Centrale Technologique Universitaire), pour m'avoir aidé lors de la fabrication des cristaux photoniques dans la salle blanche de l'Institut d'Electronique Fondamentale : Abdel Aassime, Fabien Bayle, Benoît Bélier, David Bouville, Jean-René Coudevylle, Sylvain David, François Maillard, Delphine Néel et Cédric Villebasse.

Je tiens également à remercier tous mes collègues du département Photonique de l'IEF que j'ai pu côtoyés au cours de ces trois années de thèse : Sébastien Sauvage, Moustapha El Kurdi, Guy Fishman, Paul Crozat, Iannis Roland, Dac Trung Nguyen, Malo de Kersauzon, Abdelhamid Ghrib, Mathias Prost et Candice Blin.

Je remercie également ma famille pour m'avoir soutenu et encouragé tout au long de cette thèse.

Cette thèse a été financée par l'Agence Nationale de la Recherche au travers du projet PHLORA (ANR 2010 JCJC 0304 01).



# Table des matières

<b>1 Nanocavités à cristaux photoniques.</b>	<b>7</b>
1.1 Introduction.	7
1.2 Cristaux photoniques en silicium.	8
1.2.1 Définition et exemples de cristaux photoniques.	8
1.2.2 Cristaux photoniques 2D à membrane en silicium.	9
1.2.3 Guides d'onde et nanocavités à cristaux photoniques.	12
1.2.4 Simulation des structures à cristaux photoniques.	13
1.2.4.1 Méthode des ondes planes.	13
1.2.4.2 Méthode FDTD.	15
1.3 Fabrication des cristaux photoniques.	16
1.3.1 Lithographie électronique.	16
1.3.1.1 Masque GDS.	17
1.3.1.2 Enrésinement de l'échantillon.	18
1.3.1.3 Raith 150 versus Nanobeam 4.	19
1.3.2 Gravure plasma du silicium.	23
1.3.3 Découpe du substrat à la scie diamantée.	26
1.3.4 Gravure humide à l'acide fluorhydrique.	28
1.3.5 Mesure en transmission de l'échantillon.	29
1.4 Modélisation des effets d'optique non-linéaire dans les nanocavités.	29
1.4.1 Cavité en régime linéaire.	31
1.4.2 Optique non-linéaire.	33
1.4.2.1 Polarisation et susceptibilité non-linéaire du silicium.	33
1.4.2.2 Absorption à deux photons et effet Kerr.	34

## TABLE DES MATIÈRES

---

1.4.2.3	Absorption et dispersion créées par les porteurs libres. . .	38
1.4.2.4	Dispersion thermique. . . . .	41
1.4.2.5	Système d'équations complet et volume modal de la cavité. . . . .	42
1.4.3	Diffusion Raman. . . . .	43
1.4.3.1	Qu'est ce que la diffusion Raman ? . . . . .	43
1.4.3.2	Diffusion Raman stimulée dans le silicium. . . . .	45
1.4.3.3	Diffusion Raman dans une cavité doublement résonante. . . . .	47
1.5	Conclusion. . . . .	51
<b>2</b>	<b>Auto-oscillations GHz dans une nanocavité.</b>	<b>53</b>
2.1	Introduction. . . . .	53
2.2	Dispositif utilisé pour les mesures expérimentales. . . . .	55
2.3	Les équations de la nanocavité. . . . .	60
2.4	Linéarisation autour d'un point d'équilibre. . . . .	63
2.4.1	Équation linéarisée sous forme matricielle. . . . .	63
2.4.1.1	Solutions en régime permanent. . . . .	64
2.4.1.2	Petites variations autour d'un point d'équilibre. . . . .	65
2.4.2	Expression simplifiée de la fréquence à forte puissance. . . . .	66
2.5	Amplitude des oscillations et pureté spectrale. . . . .	69
2.5.1	Résolution numérique des équations avec MATLAB. . . . .	70
2.5.2	Résolution des équations par une analyse harmonique. . . . .	71
2.5.2.1	Résolution en négligeant les absorptions non-linéaires. . . . .	73
2.5.2.2	Résolution dans le cas général. . . . .	76
2.5.3	Comparaison avec le cas d'un micro-disque. . . . .	79
2.6	Analyse détaillée des résultats expérimentaux. . . . .	82
2.6.1	Rappel des résultats expérimentaux obtenus. . . . .	82
2.6.2	Détermination du volume effectif et du temps de vie des porteurs libres. . . . .	83
2.6.3	Comparaison avec les simulations numériques. . . . .	85
2.6.4	Auto-oscillations dues aux effets thermiques. . . . .	86



2.6.5	Les performances de la source micro-ondes et comment les améliorer. . . . .	90
2.7	Conclusion. . . . .	93
<b>3</b>	<b>Diffusion Raman dans une nanocavité.</b>	<b>95</b>
3.1	Introduction. . . . .	95
3.2	Laser Raman - Approche théorique. . . . .	97
3.2.1	Les équations du laser Raman. . . . .	97
3.2.2	Résolution en régime permanent. . . . .	98
3.2.2.1	Résolution en négligeant les autres effets non-linéaires. . . . .	98
3.2.2.2	Résolution dans le cas général. . . . .	100
3.2.3	Réponse fréquentielle pour une petite modulation du laser Raman. . . . .	103
3.2.4	Bruit du laser Raman. . . . .	106
3.2.4.1	Definition du RIN. . . . .	106
3.2.4.2	Sources de bruit de Langevin. . . . .	107
3.2.4.3	Densités spectrales de bruit sur les photons. . . . .	109
3.2.4.4	Bruit de partition et RIN. . . . .	110
3.2.4.5	Facteur de Henry et bruit en fréquence. . . . .	112
3.3	Diffusion Raman dans une cavité doublement résonante. . . . .	115
3.3.1	Diffusion Raman stimulée dans des guides d'onde W0.63 de longueur 100 microns. . . . .	115
3.3.2	Diffusion Raman dans une cavité doublement résonante de longueur 12 périodes. . . . .	132
3.3.3	Comparaison avec le laser Raman de Takahashi. . . . .	145
3.4	Conclusion. . . . .	149

## **TABLE DES MATIÈRES**

---

# Introduction générale.

Un domaine de recherche qui s'est fortement développé ces derniers temps est celui de l'optique non-linéaire sur silicium, en raison de ses nombreuses applications potentielles en optique intégrée, photonique et opto-électronique. En plus d'être le semi-conducteur le plus utilisé dans l'industrie de la micro-électronique et de pouvoir guider la lumière aux longueurs d'ondes utilisées dans les télécommunications, le silicium a en effet l'avantage de présenter de nombreux effets d'optique non-linéaire qui pourraient être utilisés dans la conception de composants en optique intégrée et opto-électronique : l'absorption à deux photons, l'effet Kerr, l'absorption et la dispersion engendrées par les porteurs libres, la dispersion thermique et la diffusion Raman stimulée.

L'importance de ces effets d'optique non-linéaire étant habituellement très faible, surtout pour des composants de taille nanométrique, le seul moyen de les observer et de les exploiter sans recourir à des puissances optiques très élevées est l'utilisation de résonateurs optiques tels que les micro-disques ou les cavités à cristaux photoniques afin de renforcer ces phénomènes non-linéaires. L'importance des effets non-linéaires dans ce type de résonateurs augmente typiquement avec le rapport entre le facteur de qualité du résonateur et son volume modal. Les nanocavités à cristaux photoniques sont particulièrement intéressantes à ce sujet en raison de leurs facteurs de qualité extrêmement élevés, pouvant atteindre plusieurs millions, et de leurs très petits volumes modaux.

Nous avons étudié deux phénomènes non-linéaires en particulier dans les nanocavités à cristaux photoniques en silicium au cours de cette thèse. Le premier d'entre eux est un phénomène d'auto-oscillations à haute fréquence (GHz) dans ces nanocavités, qui a en fait pour origine l'interaction entre deux effets non-linéaires bien distincts, et est donc particulièrement complexe. Ces effets sont la dispersion due aux porteurs libres, et l'absorption à deux photons qui va créer ces porteurs libres. Nous avons été les premiers à observer ce type d'auto-oscillations non atténuées, avec une fréquence de l'ordre de 3 GHz et une grande pureté spectrale, dans des nanocavités à cristaux photoniques silicium [1]. Ce phénomène a été intéressant à étudier pour deux raisons : tout d'abord en raison de ses applications possibles à la photonique micro-ondes, et en particulier à la réalisation de sources micro-ondes en silicium très compactes, et ensuite parce qu'il nous a permis de mesurer le temps de vie des porteurs libres dans notre cavité et d'évaluer ainsi l'im-

---

portance de l'absorption par porteurs libres. Cette absorption est le principal obstacle à l'autre phénomène non-linéaire que nous avons étudié, la diffusion Raman stimulée.

Une autre application des cavités à cristaux photoniques présentant un grand intérêt est en effet la réalisation de composants actifs en silicium, et en particulier la réalisation de lasers. En effet, le silicium possédant une bande interdite indirecte, il est totalement inefficace pour émettre de la lumière, ce qui empêche la réalisation de lasers à semi-conducteur classiques à partir de ce matériau. Seule l'utilisation de la diffusion Raman stimulée, un effet d'optique non-linéaire, a permis l'obtention de lasers en silicium jusqu'à présent. Cependant, la plupart des lasers Raman en silicium obtenus pour le moment ont le désavantage de nécessiter des cavités extrêmement longues (d'une longueur supérieure à 1 cm) ou des résonateurs en anneaux de grande surface (autour de 1 cm<sup>2</sup>) pour obtenir le gain nécessaire à l'effet laser, ce qui les rend incompatibles avec l'optique intégrée. Les cristaux photoniques nous permettraient d'augmenter l'intensité de la diffusion Raman sans avoir à augmenter la taille du composant et d'obtenir ainsi des nanolasers Raman en silicium. Le seul exemple de laser Raman en silicium de taille nanométrique a ainsi été démontré dans une cavité à cristaux photoniques en silicium par Takahashi [2], mais cette démonstration est très récente et ne date que de quelques mois.

Ce manuscrit de thèse est divisé en trois chapitres. Le premier chapitre est consacré à une présentation générale des nanocavités à cristaux photoniques. Il commence par définir ce qu'est un cristal photonique, et présente plusieurs exemples de guides d'onde et cavités à cristaux photoniques utilisés durant cette thèse, ainsi que les méthodes numériques utilisées pour simuler ces cristaux, avant de détailler les différentes étapes de la fabrication de ces cristaux photoniques effectuées dans la salle blanche de l'IEF. Nous terminons ce chapitre par une modélisation des différents effets d'optique non-linéaire présents dans ces nanocavités et une présentation des équations servant à modéliser ces nanocavités. Le deuxième chapitre étudie le phénomène des auto-oscillations à haute fréquence dans ces nanocavités, engendré par l'interaction entre l'absorption à deux photons et la dispersion due aux porteurs libres, et son application au domaine de la photonique micro-ondes. Le troisième chapitre étudie la diffusion Raman dans des nanocavités à cristaux photoniques en silicium présentant une double résonance, ainsi que la possibilité de réaliser un nanolaser Raman en silicium à partir de ces cavités.

# Chapitre 1

## Nanocavités à cristaux photoniques.

### 1.1 Introduction.

Ces dernières années, un intérêt croissant a été porté aux nanocavités à cristaux photoniques, qui sont des structures permettant de confiner fortement la lumière et d'obtenir ainsi des facteurs de qualités très élevés. Ces cavités ont en effet de nombreuses applications, telles que la réalisation de filtres de très petite taille [3, 4] ou de nanolasers à bas seuil [5, 6, 7, 8]. En particulier, les cavités à cristaux photoniques ont comme propriété de posséder de très petits volumes modaux, de l'ordre de  $(\lambda/n)^3$ , où  $\lambda$  est la longueur d'onde dans le vide du mode de résonance de la cavité et  $n$  l'indice optique du matériau la constituant [9, 10, 11]. Étant donné que la force des interactions entre la lumière et la matière dans une nanocavité dépend du rapport entre le facteur de qualité de la cavité et le volume modal, les effets d'optique non-linéaires sont particulièrement importants dans les cavités à cristaux photoniques. Pour cette raison, le domaine de l'optique non-linéaire dans les cristaux photoniques présente un grand intérêt en ce qui concerne la photonique appliquée et le traitement du signal entièrement optique [12]. L'existence de nombreux phénomènes non-linéaires, tel que l'absorption à deux photons, la génération de troisième harmonique, le mélange à quatre ondes, la bistabilité optique, a été démontrée dans les cavités et guides d'ondes à cristaux photoniques par différents groupes [13, 14, 15, 16]. Durant cette thèse, nous avons étudié en particulier deux effets d'optique non-linéaire dans les nanocavités à cristaux photoniques en silicium : les auto-oscillations à haute fréquence engendrées par la dispersion due aux porteurs libres, et la diffusion Raman stimulée, seul phénomène permettant d'obtenir des lasers entièrement en silicium.

Ce premier chapitre est consacré à une description générale de ces nanocavités à cristaux photoniques en silicium. Il est divisé en trois parties. La première partie porte sur les cristaux photoniques eux-mêmes. Elle commence par définir ce qu'est un cristal photonique et à donner plusieurs exemples, avant de décrire en particulier les cristaux photoniques à

## **Chapitre 1. Nanocavités à cristaux photoniques.**

---

deux dimensions gravés dans une membrane de silicium, qui sont ceux que nous avons étudiés durant cette thèse. Elle décrit ensuite rapidement les méthodes utilisées pour créer des guides d'ondes et des cavités au sein de ces cristaux photoniques, ainsi que les logiciels informatiques utilisés pour simuler ces cristaux, guides et cavités. La deuxième partie est consacrée à la fabrication de ces nanocavités à cristaux photoniques, qui a été effectuée à la salle blanche de l'IEF, et à la description des différentes étapes de cette fabrication : lithographie électronique, gravure plasma à l'ICP, découpe du substrat à la scie diamantée, gravure humide pour fabriquer la membrane de silicium et finalement caractérisation en transmission des cristaux photoniques fabriqués. La troisième partie décrit le modèle mathématique utilisé pour modéliser les effets d'optique non-linéaire dans ces nanocavités. Elle commence par décrire les équations de la cavité en régime linéaire obtenues à l'aide de la théorie temporelle des modes couplés, puis la polarisation électrique non-linéaire à l'origine de ces phénomènes d'optique non-linéaire, avant d'utiliser cette polarisation non-linéaire pour modifier les équations de la cavité afin d'y inclure les différents effets d'optique non-linéaire ayant une influence sur nos mesures : l'absorption à deux photons, les effets d'absorption et dispersion dus aux porteurs libres créés par cette absorption, la dispersion thermique due au réchauffement de la cavité engendré par ces absorptions, et enfin la diffusion Raman stimulée et spontanée à l'origine du phénomène de laser Raman.

## **1.2 Cristaux photoniques en silicium.**

### **1.2.1 Définition et exemples de cristaux photoniques.**

Les cristaux photoniques sont des structures dont la constante diélectrique varie de manière périodique dans une ou plusieurs directions de l'espace, appelées ainsi par analogie avec les cristaux réels, qui sont des arrangements périodiques d'atomes ou de molécules. Dans un cristal réel, la variation périodique du potentiel électrique provoque l'apparition de bandes d'énergie interdites où les électrons ne peuvent pas se déplacer. Un phénomène analogue se produit dans les cristaux photoniques, grâce aux phénomènes d'interférences de la lumière aux interfaces entre les différents matériaux diélectriques composant le cristal photonique : lorsque la différence entre les constantes diélectriques de ces matériaux est suffisamment grande, des bandes d'énergie interdites où les photons ne peuvent pas se propager peuvent apparaître, similaires à celles des électrons dans les cristaux atomiques. Concrètement, cela veut dire que la lumière ne peut pas se propager pour certaines bandes de longueurs d'ondes dans certaines directions du cristal photonique [17]. Cette particularité nous permet d'utiliser les cristaux photoniques pour contrôler la propagation de la lumière et concevoir ainsi des guides d'onde et des nanocavités à partir de ces cristaux

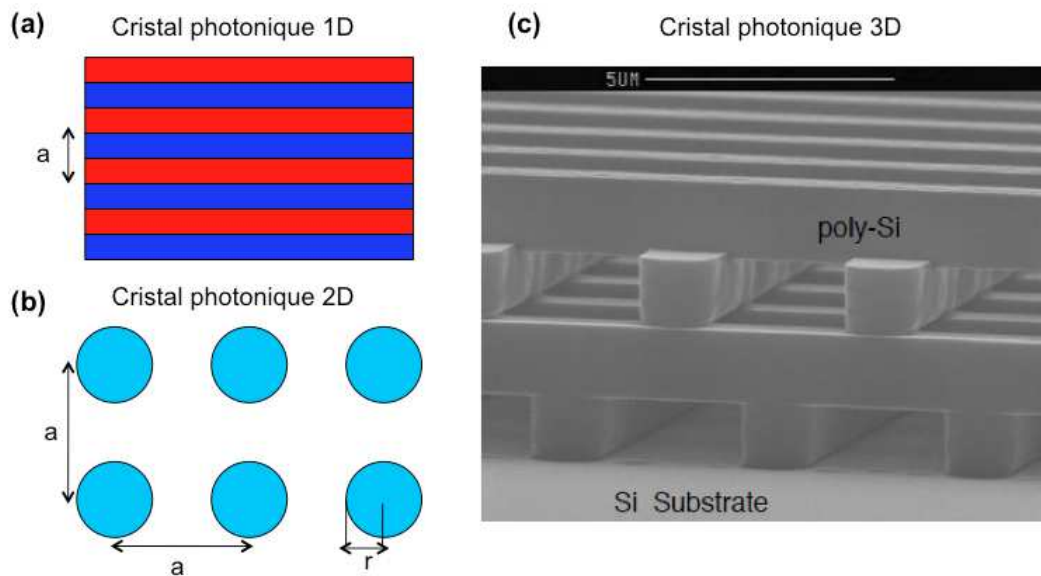


FIGURE 1.1 – Quelques exemples classiques de cristaux photoniques (images tirées de [17]). (a) Cristal photonique 1D (miroir de Bragg), fait de couches alternées d'épaisseur  $a/2$  (où  $a$  est la période du cristal photonique) de matériaux avec différentes constantes électriques. (b) Cristal photonique 2D, composé de colonnes d'un matériau diélectrique de rayon  $r$ , réparties selon une maille carrée de période  $a$ . (c) Image prise au microscope électronique d'un cristal photonique 3D en silicium, de type "empilement de bois" (figure reprinted with permission from Macmillan Publisher Ltd : Nature, Ref. [20], copyright 1998).

photoniques.

Les cristaux photoniques les plus simples sont ceux à une dimension. Il s'agit alors d'un empilement de plusieurs couches de matériaux d'indice optique différents (voir Fig. 1.1a), que l'on appelle un miroir de Bragg car il va réfléchir la quasi-totalité de la lumière en incidence normale pour les fréquences de sa bande interdite. Mais ce type de structure relativement simple est connu depuis plus d'un siècle [17], et est d'un intérêt assez limité en ce qui concerne la manipulation de la lumière, puisqu'il ne peut confiner les photons que selon une seule dimension de l'espace. Pour cette raison, la recherche sur les cristaux photoniques a tendance à se concentrer sur les structures à deux ou trois dimensions (voir Fig. 1.1b et c) depuis les travaux de E. Yablonovitch et S. John en 1987 [18, 19].

### 1.2.2 Cristaux photoniques 2D à membrane en silicium.

A première vue, les cristaux photoniques 3D semblent être plus utiles que les cristaux photoniques 2D pour la conception de guides d'ondes et de cavités, car ce sont les seuls à disposer d'une bande interdite complète, confinant la lumière dans toutes les dimensions de l'espace. Malheureusement, ces cristaux photoniques sont beaucoup plus difficiles à fabriquer que ceux à deux dimensions, ce qui limite leurs applications pour le moment.

## Chapitre 1. Nanocavités à cristaux photoniques.

---

Étant donné leur plus grande facilité de fabrication et leur plus grande compatibilité avec l'optique intégrée, nous avons décidé de travailler sur les cristaux photoniques à deux dimensions. Le matériau utilisé pour fabriquer ces cristaux photoniques est le silicium, car il s'agit du semi-conducteur le moins cher et donc le plus utilisé en micro-électronique. Il constitue donc le matériau idéal pour l'optique intégrée.

La structure de base que nous avons étudiée est constituée d'un réseau triangulaire de trous d'air au sein d'une matrice de silicium. Ce type de cristal photonique possède une bande interdite pour les modes transverses électriques (TE), c'est à dire les modes dont le champ électrique est orthogonal à l'axe des trous (voir Fig. 1.2a). Ce réseau triangulaire permet de confiner horizontalement la lumière dans le cristal photonique, mais pas verticalement. Pour que les photons soient confinés dans les trois dimensions de l'espace, nous avons utilisé des cristaux photoniques constitués d'une fine membrane de silicium dans laquelle ce réseau triangulaire de trous d'air a été gravé. Cet type de structure va confiner la lumière horizontalement grâce au réseau de trous d'air, et verticalement grâce aux interfaces air/silicium et à la réflexion totale interne (voir Fig. 1.2b).

En effet, loin de la membrane de silicium, les modes non confinés dans le silicium se comportent comme des ondes planes, et ont donc comme relation de dispersion  $\omega = c|\vec{k}| = c\sqrt{k_x^2 + k_y^2 + k_z^2}$ . Pour une valeur particulière de  $\vec{k}_{||} = \vec{k}_x + \vec{k}_y$ , le vecteur  $\vec{k}_z$  peut prendre n'importe quelle valeur. Pour un mode non confiné, nous avons donc forcément la relation  $\omega \geq c|\vec{k}_{||}|$ . Par conséquent, tout mode dont la fréquence est en dessous de cette valeur, c'est à dire tout mode pour lequel nous avons  $\omega < c|\vec{k}_{||}|$ , va devoir rester confiné dans la membrane de silicium et donc dans le cristal photonique. La courbe  $\omega = c|\vec{k}_{||}|$  est alors appelée la ligne de lumière, et la région du diagramme de bande située au dessus de cette ligne s'appelle alors le cône de lumière [17].

Bien sûr, la présence du cône de lumière n'est pas la seule différence entre le diagramme de bandes du cristal photonique 2D dans un bloc de silicium infini et son équivalent sous forme de membrane de silicium. La bande interdite pour la membrane de silicium est en effet plus haute en fréquence que celle du cristal photonique 2D, à cause de la plus faible constante diélectrique de l'air entourant cette membrane par rapport au silicium. Étant donné que la fréquence centrale (normalisée) de cette bande interdite est de 0.28, si nous voulons que cette bande interdite soit centrée autour de  $\lambda_0 = 1500$  nm, c'est à dire autour de la bande de longueurs d'ondes la plus utilisée dans les télécommunications, la période du cristal photonique doit alors être égale à  $a = 0.28 \times \lambda_0 = 420$  nm. Typiquement, un cristal photonique d'une longueur de 20 périodes aura alors une taille inférieure à 10 microns. Un système optique basé sur l'utilisation de cristaux photoniques aura donc une taille très petite, idéale pour des applications dans les domaines de l'optique intégrée et de l'opto-électronique.



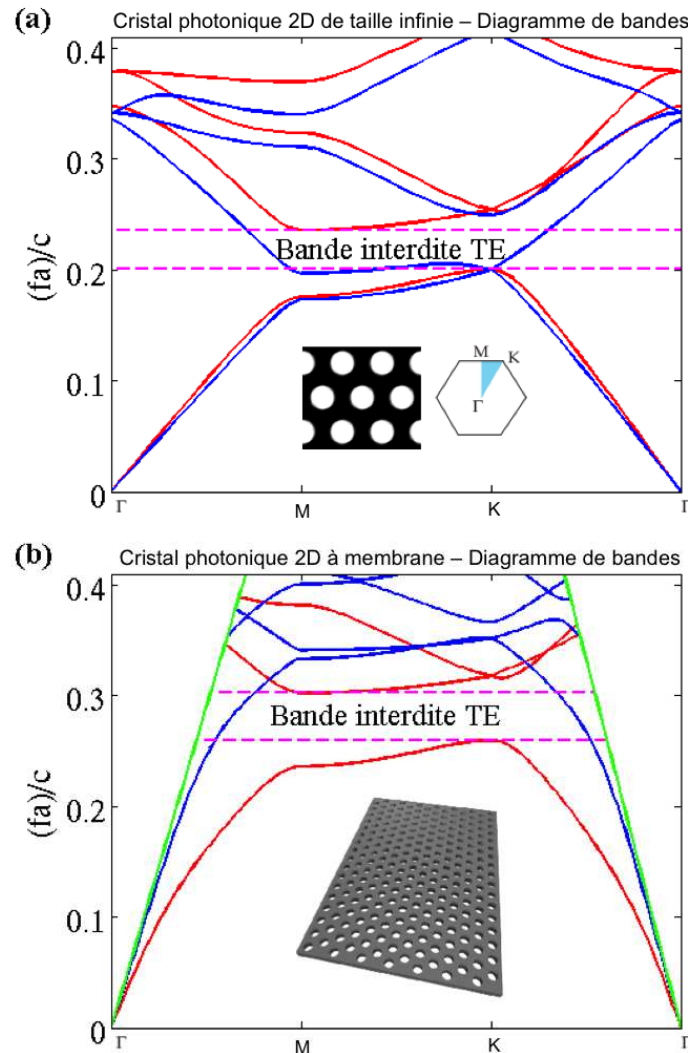


FIGURE 1.2 – (a) Diagramme de bandes d’un cristal photonique constitué d’un réseau triangulaire de trous d’air dans un bloc de silicium de taille infinie (calculé à l’aide du logiciel MPB), qui décrit la relation de dispersion de la structure entre la fréquence normalisée  $(f \times a)/c$  (où  $c$  est la vitesse de la lumière dans le vide et  $a$  la période du cristal photonique) et le vecteur d’onde  $\vec{k}$ . Le diamètre des trous est  $r = 0.25 \times a$ . Les modes transverses électriques (TE) sont en rouge, et les modes transverses magnétiques (TM) sont en bleu. Ce type de cristal photonique comporte une bande interdite (en pointillé) pour les modes TE. La structure modélisée et sa première zone de Brillouin sont également représentées sur le schéma. (b) Diagramme de bandes pour le même cristal photonique, mais cette fois-ci constitué d’une membrane de silicium d’épaisseur  $a/2$  dans laquelle on a gravé le réseau de trous d’air. Le cristal photonique en question est aussi représenté sur le schéma (image tirée de [21]). Le cône de lumière, en dessous duquel les modes restent confinés au sein de la membrane de silicium, est représenté en vert.

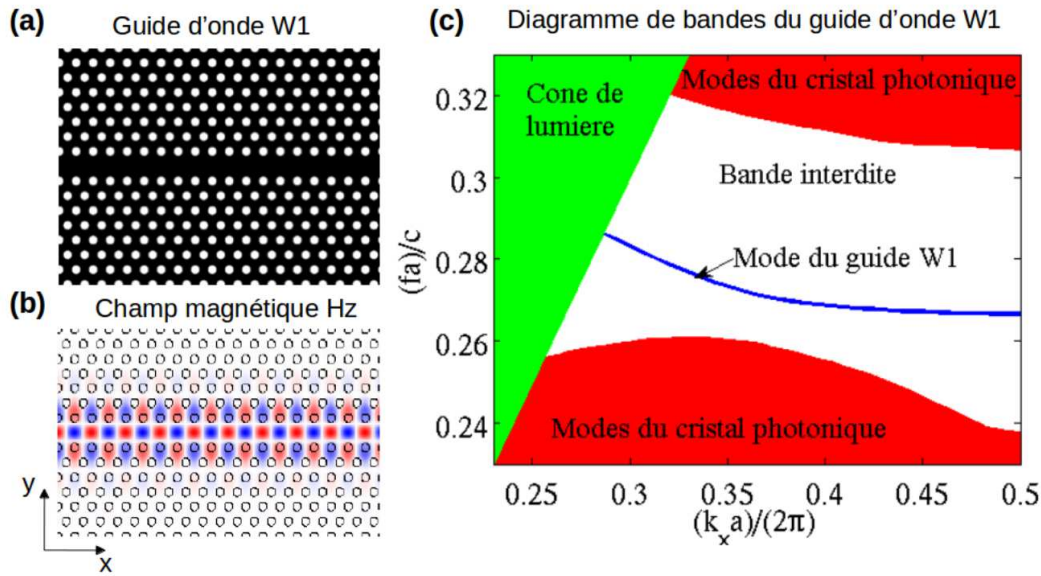


FIGURE 1.3 – (a) Schéma d'un guide d'onde W1 dans la direction  $\Gamma K$ , pour un cristal photonique de période  $a$  et de rayon  $r = 0.25 \times a$ , dans une plaque de silicium d'épaisseur  $h = 0.48 \times a$ . Sa largeur est égale à  $\sqrt{3}a$ . (b) La composante  $H_z$  du champ magnétique du mode guidé pour  $k_x = \pi/a$  (c'est à dire le point K de la zone de Brillouin), simulé à l'aide du logiciel MPB. Ce mode est impair en  $y$ , mais semble pair car  $\vec{H}$  est un pseudo-vecteur. (c) Le diagramme de bandes du guide d'onde W1 (pour les modes TE). Seules les bandes des modes impairs ont été représentées. Les modes du cristal photonique sont en rouge, le mode guidé impair est en bleu, et le cône de lumière est en vert. Au alentour du point  $k_x = \pi/a$  (point K), la vitesse de groupe de la lumière  $v_g = d\omega/dk$  pour le mode guidé est quasiment nulle.

### 1.2.3 Guides d'onde et nanocavités à cristaux photoniques.

Obtenir un guide d'onde à partir du cristal photonique décrit précédemment est relativement simple : il suffit pour cela de retirer une rangée de trous dans la direction  $\Gamma K$  du réseau triangulaire de trous d'air, introduisant ainsi un défaut linéaire dans la structure (voir Fig. 1.3a). Ce défaut va constituer un guide d'onde, appelé guide W1, pour une partie des fréquences situées dans la bande interdite du cristal photonique. Concrètement, cela veut dire qu'un nouveau mode (en fait plusieurs modes, pairs et impairs selon la direction  $y$ , mais nous ne nous sommes intéressés qu'au mode impair, qui est celui que nous avons utilisé pour nos cavités) va apparaître au sein de la bande interdite dans le diagramme de bandes du cristal photonique (voir Fig. 1.3c). Ce nouveau mode correspond au mode guidé du W1 (voir Fig. 1.3b).

L'un des intérêts des guides d'ondes au sein des cristaux photoniques est l'effet de lumière lente qui renforce les effets non-linéaires au sein de ces cristaux [22, 12, 14]. Ceci est dû aux très faibles valeurs de la vitesse de groupe  $v_g = d\omega/dk$  pour le mode guidé dans ces cristaux, ce qui va ralentir le passage de la lumière au sein du matériau constituant le cristal photonique et va donc amplifier les interactions lumière/matière et les effets non

linéaires. Ceci se traduit par une courbe de dispersion du cristal photonique plate ou quasi-plate au bord de la zone de Brillouin dans le diagramme de bandes, par exemple près du point K dans le cas d'un guide W1 (voir Fig. 1.3c).

Il existe de nombreuses méthodes pour concevoir une cavité à cristaux photoniques. La plus simple consiste tout simplement à retirer quelques trous du cristal photonique, créant ainsi un défaut ponctuel au sein du cristal [23, 9], selon le même principe que pour la conception des guides W1 (où le défaut est linéique). Des nanocavités avec des facteurs de qualité allant jusqu'à  $3.2 \times 10^5$  ont pu être obtenus avec cette méthode [24]. Une autre méthode consiste à prendre un guide d'onde W1 classique, mais à faire varier la période du cristal photonique autour de ce guide d'onde, créant ce qu'on appelle une cavité à (double) hétérostructure [10, 25], où la période est plus grande au milieu du guide d'onde W1 que sur ses extrémités, créant ainsi une nanocavité au sein du guide d'onde W1. Des facteurs de qualité jusqu'à  $3.9 \times 10^6$  ont pu être mesurés dans ce type de cavités [25].

Un troisième type de cavité, qui est celui que nous avons étudié, sont celles conçues en modulant localement la largeur du guide d'onde, c'est à dire en éloignant quelques uns des trous entourant le guide d'onde d'une distance particulière. Elles ont été proposées à l'origine par Kuramochi en 2006 [26]. Un exemple de ce type de cavité est présenté sur la figure 1.4. Des facteurs de qualité allant jusqu'à  $2 \times 10^6$  ont été mesurés pour ce type de cavité dans le silicium par notre équipe [27]. Les mesures expérimentales présentées au chapitre 2 de cette thèse ont été effectuées sur une cavité de ce type.

### 1.2.4 Simulation des structures à cristaux photoniques.

Afin de prédire le comportement des structures à cristaux photoniques que nous avons fabriquées, j'ai utilisé pendant ma thèse deux techniques de simulation numérique différentes. La première est la méthode de la décomposition en ondes planes [28], qui nous a permis de calculer les diagrammes de bandes de ces structures, et la deuxième est la méthode FDTD (Finite Difference Time Domain) [29], qui nous a permis de calculer leurs spectres en transmission et leurs fréquences de résonances.

#### 1.2.4.1 Méthode des ondes planes.

La méthode des ondes planes sert à simuler des structures périodiques dont les dimensions sont infinies. Elle nous permet de calculer le diagramme de bandes d'un cristal photonique. Grâce à la périodicité du cristal photonique, nous pouvons appliquer le théorème de Bloch et exprimer le champ magnétique pour chaque vecteur d'onde  $\vec{k}$  de la zone de Brillouin sous la forme suivante :

$$\vec{H}_{\vec{k}}(\vec{r}) = e^{i\vec{k} \cdot \vec{r}} \vec{u}_{\vec{k}}(\vec{r}) \quad (1.1)$$

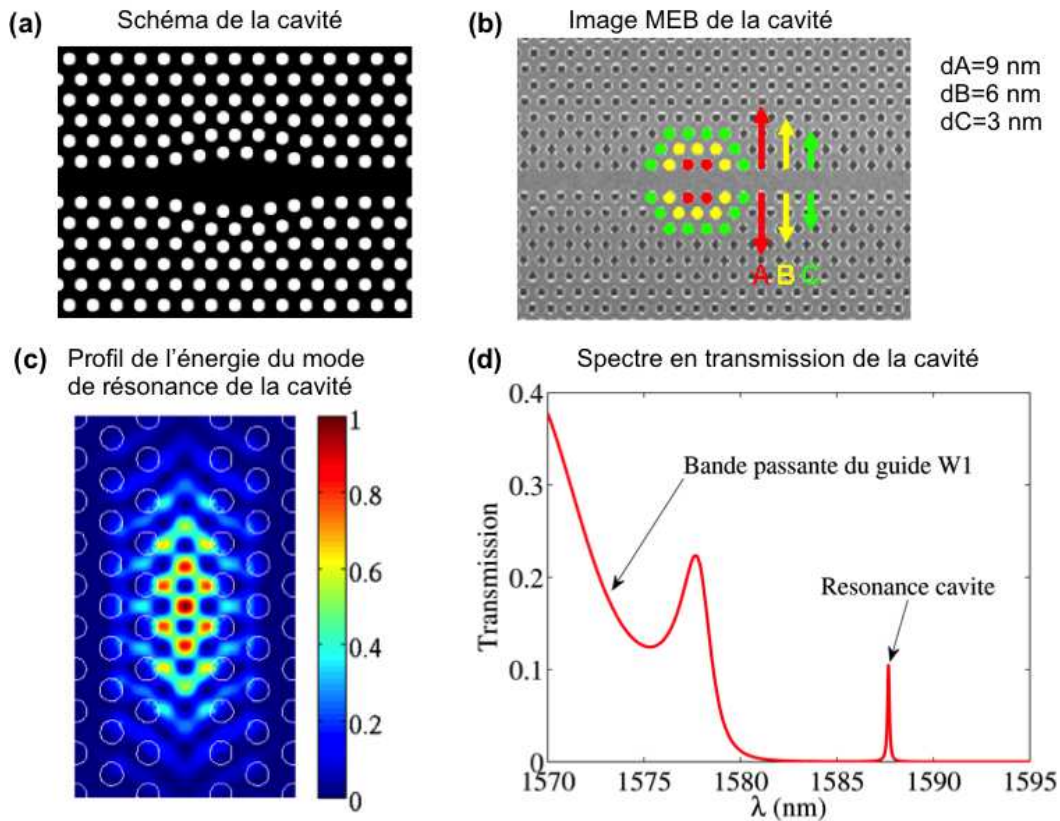


FIGURE 1.4 – Un exemple de cavité de type Kuramochi, créée en modulant localement un guide d'onde W1 [26]. (a) Le schéma de la cavité en question. Sa période est  $a = 420$  nm, le rayon des trous est  $r = 105$  nm et l'épaisseur de la plaque de silicium est  $h = 200$  nm. Le déplacement des trous a été fortement exagéré pour des raisons de lisibilité : il n'est en effet que de quelques nanomètres pour la cavité réelle et donc quasiment invisible. (b) Image prise au MEB (Microscope électronique à balayage) de la cavité [27]. Les trous colorés en rouge, jaune et vert ont été déplacés de 9, 6 et 3 nm respectivement dans les directions transversales pour créer la cavité. (c) Le profil de l'énergie du mode de résonance de la cavité, simulé par FDTD (Finite Difference Time Domain) à l'aide du logiciel MEEP. (d) La transmission de la cavité calculée par FDTD. Pour cette cavité, la longueur d'onde de la résonance est  $\lambda_0 = 1587.7$  nm et son facteur de qualité est  $Q = 1.3 \times 10^4$ .

## 1.2. Cristaux photoniques en silicium.

où  $\vec{u}_{\vec{k}}$  est une fonction périodique possédant la même période que le cristal photonique ( $\vec{r}$  étant le vecteur position). Il nous suffit alors d'insérer cette expression dans l'équation classique de propagation des ondes électromagnétiques :

$$\nabla \times \left( \frac{1}{\epsilon_r(\vec{r})} \nabla \times \vec{H}(\vec{r}) \right) = \left( \frac{\omega}{c} \right)^2 \vec{H}(\vec{r}) \quad (1.2)$$

pour obtenir l'équation suivante sur  $\vec{u}_{\vec{k}}$  [17] :

$$\left( i\vec{k} + \nabla \right) \times \left( \frac{1}{\epsilon_r(\vec{r})} \left( i\vec{k} + \nabla \right) \times \vec{u}_{\vec{k}}(\vec{r}) \right) = \left( \frac{\omega(\vec{k})}{c} \right)^2 \vec{u}_{\vec{k}}(\vec{r}) \quad (1.3)$$

Nous pouvons alors calculer pour chaque vecteur d'onde  $\vec{k}$  de la première zone de Brillouin les valeurs propres  $\omega_n(\vec{k})$  de l'équation 1.3 afin d'obtenir les courbes de dispersion du cristal photonique et donc son diagramme de bandes ( $n$  sert à numérotter les valeurs propres et représente donc également le numéro de la bande). Tous les diagrammes de bandes figurant dans cette thèse ont été calculés à l'aide de la méthode des ondes planes par FFT ("Fast Fourier Transform") en utilisant le logiciel MPB (MIT Photonic-Bands). MPB est un logiciel libre développé au Massachusetts Institute of Technology par l'équipe de Joannopoulos [17] spécifiquement pour calculer les diagrammes de bandes d'un cristal photonique. Pour utiliser ce logiciel, il nous suffit de définir une cellule qui va représenter une période du cristal photonique que nous souhaitons simuler et un réseau périodique selon lequel cette cellule doit être reproduite pour ainsi créer un cristal photonique de taille infinie. Pour un guide d'onde, nous devons définir une cellule qui va représenter une période du guide d'onde, avec le cristal photonique l'entourant, afin de le simuler correctement.

### 1.2.4.2 Méthode FDTD.

La méthode FDTD est probablement la méthode la plus utilisée dans notre domaine pour effectuer des simulations sur les ondes électromagnétiques. Contrairement à la méthode de la décomposition en ondes planes, elle n'est pas limitée aux structures périodiques. Ceci la rend très utile pour simuler des cristaux photoniques aux dimensions finies, et notamment pour calculer les spectres de transmission des guides d'ondes à cristaux photoniques [30], ou les fréquences de résonance et le profil du champ électrique dans les nanocavités à cristaux photoniques [26]. Les bords de la cellule contenant la structure à simuler sont alors recouverts par des PML ("Perfectly Matched Layer"), des couches d'un matériau absorbant artificiel qui permettent d'éliminer toute réflexion sur les bords de la cellule qui pourrait perturber la simulation [31]. La FDTD a par contre le désavantage d'avoir des temps de calculs beaucoup plus importants que la méthode des ondes

planes. Les simulations FDTD que nous avons effectuées dans le cadre de cette thèse ont été toutes faites en utilisant le logiciel libre MEEP (MIT Electromagnetic Equation Propagation), qui a été développé par la même équipe du MIT que le logiciel MPB utilisé pour la méthode des ondes planes [17]. Les volumes modaux des cavités que nous avons étudiées durant cette thèse ont tous été calculés à partir des profils de champs électriques obtenus à l'aide de la simulation FDTD de ces cavités. Les fréquences de résonances et facteurs de qualité de ces cavités ont ensuite été déterminées en utilisant soit la méthode de Prony, soit celle des approximants de Padé, qui ont été implémentées sous MATLAB par X. Checoury.

### 1.3 Fabrication des cristaux photoniques.

Après avoir effectué la modélisation des structures à cristaux photoniques à l'aide des logiciels décrits précédemment et déterminé quels doivent être les paramètres de la structure que nous souhaitons étudier, nous devons passer à la fabrication de cette structure. Cette fabrication s'effectue en quatre étapes. Tout d'abord, une étape de lithographie électronique qui sert à insoler la résine qui servira comme masque pour la gravure. Ensuite, une étape de gravure plasma qui va nous permettre de graver les trous du cristal photonique dans la couche de silicium. Après cela, une découpe de l'échantillon à la scie diamantée afin de libérer les guides d'accès au cristal photonique. Et finalement, une étape de gravure humide afin de retirer la silice en dessous du cristal photonique et en faire un cristal membranaire. Après la fabrication nous devons rajouter une étape de caractérisation de l'échantillon afin de vérifier que toutes les étapes de fabrications se sont bien passées et que la structure fabriquée correspond bien à la structure simulée.

#### 1.3.1 Lithographie électronique.

Il va de soi que la fabrication des cristaux photoniques doit être la plus précise possible si on veut que les structures se comportent de la manière prévue par nos simulations. Par exemple, pour un guide W1, une erreur de quelques nanomètres sur la position de certains des trous de la première rangée du cristal photonique lors de la lithographie peut créer involontairement une nanocavité au sein du guide d'onde, et modifier ainsi fortement son comportement. Un trou légèrement plus grand ou plus petit que les autres au sein du cristal photonique peut de la même façon créer une nanocavité. La très petite taille des trous du cristal photonique, de l'ordre de 100 nanomètres de rayon, va amplifier l'importance de ces défauts et rendre les cristaux photoniques plus difficile à fabriquer. Pour ces raisons, la lithographie électronique est la méthode de choix pour la fabrication des cristaux

### 1.3. Fabrication des cristaux photoniques.

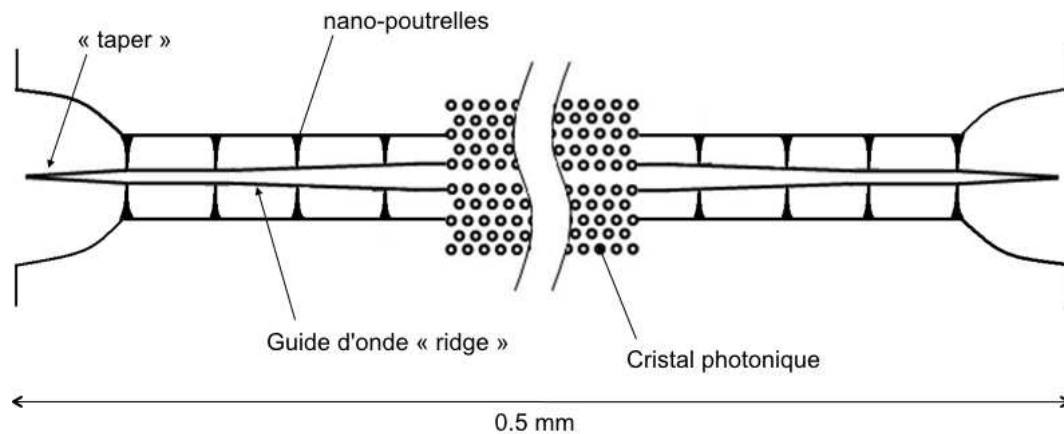


FIGURE 1.5 – Schéma d'une structure du masque GDS avec le cristal photonique, ses guides d'accès et leurs "tapers" [21].

photoniques, en raison de sa grande précision. C'est donc cette méthode que j'ai utilisée au cours de ma thèse.

#### 1.3.1.1 Masque GDS.

La première étape de la lithographie électronique consiste à créer un masque de la structure à lithographier sous format GDS. Ces masques ont été créés à l'aide du logiciel L-Edit, un logiciel de design de circuits intégrés qui permet de générer les masques au format GDS. Ce logiciel est très utile car il dispose d'un compilateur en langage C++ qui permet de créer des sous-programmes au sein du masque, nous permettant ainsi de générer automatiquement les masques des cristaux photoniques et de leurs guides d'accès, simplifiant fortement la création du masque GDS.

Chaque structure à insoler est divisée en trois parties (voir Fig. 1.5). Au centre se trouve un cristal photonique membranaire, habituellement traversé d'un guide d'onde créé en retirant une rangée de trous, avec éventuellement une nanocavité au milieu du cristal photonique. Nous avons décidé d'utiliser des cristaux photoniques membranaires plutôt que gravés dans une couche de silicium reposant sur de la silice car les champs électriques vont être mieux confinés dans ces cristaux et nous allons donc pouvoir y obtenir de bien meilleurs facteurs de qualité. De plus, ils vont être symétriques par rapport au plan  $z=0$ , car nous allons avoir de l'air des deux côtés de la plaque de silicium les constituant, ce qui facilite les simulations et le design de ces cristaux photoniques avec MEEP et MPB. De chaque côté se trouve un guide d'onde de type "ridge", maintenu suspendu par des nano-poutrelles. Ces guides doivent être suspendus si nous voulons obtenir des cristaux photoniques membranaires. La largeur de ce guide d'onde est normalement de 500 nanomètres, mais il s'élargit (ou se rétrécit) progressivement lorsqu'il s'approche du cristal photonique jusqu'à avoir la même largeur que le guide d'onde du cristal photonique, afin

## Chapitre 1. Nanocavités à cristaux photoniques.

---

de faciliter le couplage entre ces deux guides d'onde. Ces guides vont servir à injecter la lumière dans le cristal photonique et à la récupérer. Au bout de ces guides d'onde se trouvent des "tapers" (ou pointes), au travers desquels on va injecter ou récupérer la lumière à l'aide d'une fibre optique focalisante. Les pertes totales que nous avons mesurées dans un guide "ridge" sans cristal photonique au centre sont de 16 dB, d'où nous pouvons déduire que les pertes totales entre la fibre optique et l'entrée (ou la sortie) du cristal photonique sont de 8 dB. La largeur totale de la structure est de 500 microns, mais il y a habituellement plusieurs centaines de structures sur chaque échantillon fabriqué, donc la longueur totale de l'échantillon terminé est de quelques centimètres (sa largeur reste de 500 microns).

### 1.3.1.2 Enrésinement de l'échantillon.

Le substrat sur lequel nous avons fabriqué les cristaux photoniques est de type SOI, ou "Silicon on Insulator", orienté selon la direction cristallographique [100] du silicium. Il comporte trois couches : une couche mince de silicium intrinsèque d'épaisseur 200 nm, dans laquelle nous allons graver les cristaux photoniques ; une couche intermédiaire de silice d'épaisseur 2 microns, qui sera par la suite partiellement retirée lors de la gravure humide pour créer des cristaux photoniques membranaires ; et une couche de silicium d'épaisseur 750 microns servant de support aux deux autres. Le "wafer" SOI d'origine, fourni par la société SOITEC de Grenoble, a un diamètre de 8 pouces (ou 20 cm), mais a été découpé en petits carrés de 1 ou 2 cm de côté à la scie diamantée pour la lithographie électronique.

Avant de procéder à l'enrésinement de l'échantillon, le substrat est nettoyé à l'acétone et l'isopropanol afin d'en retirer toutes les poussières qui pourraient empêcher la résine de s'étaler correctement. Un traitement aux ultrasons est également effectué si nécessaire pour retirer les poussières particulièrement coriaces. La résine que nous avons choisie pour la lithographie est la résine électronique ZEP 520A, fournie par la société japonaise Zeon Corporation, car c'est celle qui nous permet d'obtenir la meilleure résolution lors de la lithographie électronique tout en ayant une bonne résistance à la gravure. Pour obtenir une bonne résolution lors de la lithographie, nous devons également obtenir une couche de résine qui soit très mince, tout en restant suffisamment épaisse pour résister à la gravure plasma qui va suivre l'étape de lithographie. Pour cela, la résine doit tout d'abord être diluée en proportion 1 :1 avec de l'anisol. Nous devons ensuite attendre 15 minutes pour que la résine diluée s'homogénéise.

Cette résine diluée est ensuite déposée sur le substrat avec une tournette ("spin-coating"). Le programme suivi est relativement simple : la tournette accélère pendant trois secondes jusqu'à atteindre une vitesse de rotation de 4000 tours par minutes, qui va être ensuite maintenue pendant 1 minute. Ceci nous permet d'obtenir au final une couche de résine



d'épaisseur 150 nm. La résine doit alors être recuite sur une plaque chauffante à 180 °C pendant 150 secondes.

#### 1.3.1.3 Raith 150 versus Nanobeam 4.

Le principe de la lithographie électronique est relativement simple. Un faisceau d'électrons est émis par une source à électrons puis accéléré à l'aide d'une source de tension. Une série de bobines magnétiques nous permet de dévier et de focaliser le faisceau d'électrons sur le point du substrat que l'on souhaite insoler. Un exemple d'appareil de lithographie électronique (décrit à l'origine dans Réf. [32]) est représenté sur la figure 1.6. D'autres éléments importants d'un appareil de lithographie électronique figurant sur ce schéma sont le diaphragme placé juste avant le substrat pour nous permettre de contrôler l'angle de convergence du faisceau, et les électrodes qui servent à couper le faisceau en le déviant de manière à ce qu'il ne passe plus par ce diaphragme. Le faisceau d'électrons va ainsi reproduire l'ensemble du masque GDS, point par point, afin d'insoler toute la structure. La lithographie électronique est donc extrêmement longue si on la compare avec la lithographie optique, où toute la structure est insolée en quelques secondes, alors que la lithographie électronique dure typiquement plusieurs heures.

Nous disposons dans la salle blanche de l'IEF de deux machines de lithographie différentes : le Raith 150 [33] et le Nanobeam 4. Le Raith 150 est la machine la plus ancienne, et a une résolution théorique de 2 nm pour une tension d'accélération de 20 kV et une taille de diaphragme de 7.5 microns [21]. Le Nanobeam 4 est une nouvelle machine installée au cours de ma première année de thèse, et a théoriquement une résolution de 1 nm. Mais comme cette machine est nouvelle, nous avons dû faire pas mal de lithographies d'essais afin d'en faire la mise au point et de corriger tous les bugs. La plupart des échantillons au début de ma thèse ont donc été fait au Raith 150, et ceux vers la fin de ma thèse au Nanobeam 4. Une autre différence importante est que le Raith 150 nécessite d'être utilisé en mode ligne afin d'obtenir une précision suffisante pour les cristaux photoniques, tandis que le Nanobeam 4 est utilisé en mode surface. Enfin, le Nanobeam 4 est intrinsèquement plus rapide que le Raith d'un facteur proche de 10. Nous avons donc dû utiliser des masques GDS différents pour chaque machine (voir Fig. 1.7) .

Le profil des nano-poutrelles pour chacun des masques suit la fonction racine carrée  $x \rightarrow \sqrt{x}$ , et elles sont plus larges à l'extérieur ( $W_{ext} = 470$  nm) qu'à l'intérieur ( $W_{in} = 60$  nm) afin d'empêcher la lumière de s'échapper par les poutrelles et de limiter ainsi les pertes dans les guides d'accès tout en respectant les contraintes de stabilité mécanique. La première poutrelle du guide, qui doit soutenir le "taper", doit avoir une largeur légèrement plus importante ( $W_{in}^{1er} = 80$  nm). Le motif des trous en mode ligne est constitué d'une spirale, optimisée pour obtenir des trous bien circulaires [27, 21]. Un défaut de ce genre de design est que la dose d'insolation dépend de la taille des trous, les trous les plus

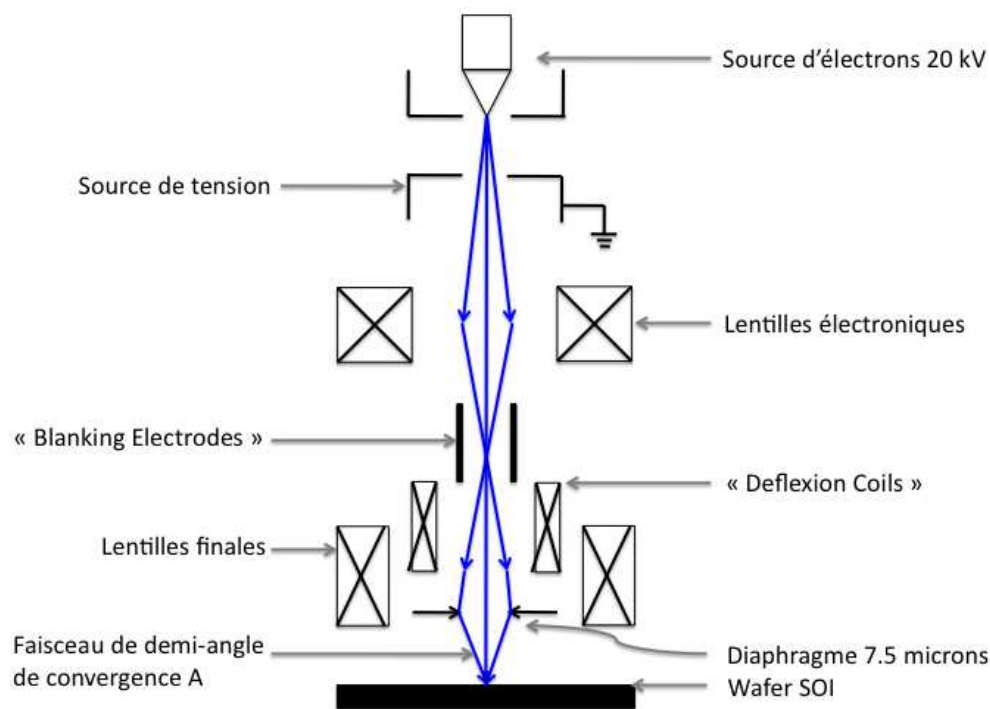


FIGURE 1.6 – Schéma d'un appareil de lithographie électronique, avec la source à électrons et la source de tension servant à les accélérer, les bobines magnétiques servant à focaliser (lentilles électroniques) ou à dévier le faisceau (« deflection coils »), le diaphragme servant à contrôler le demi-angle de convergence A du faisceau et les électrodes servant à couper le faisceau en le déviant afin qu'il ne passe plus par le diaphragme (« blanking electrodes »).

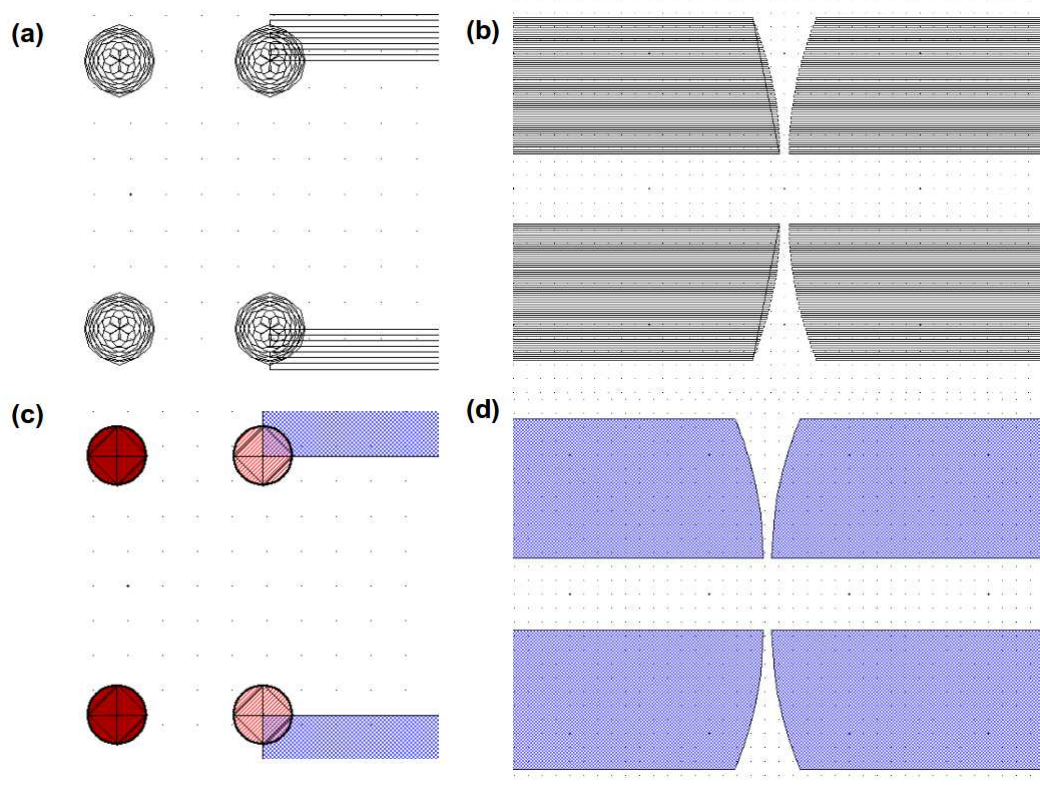
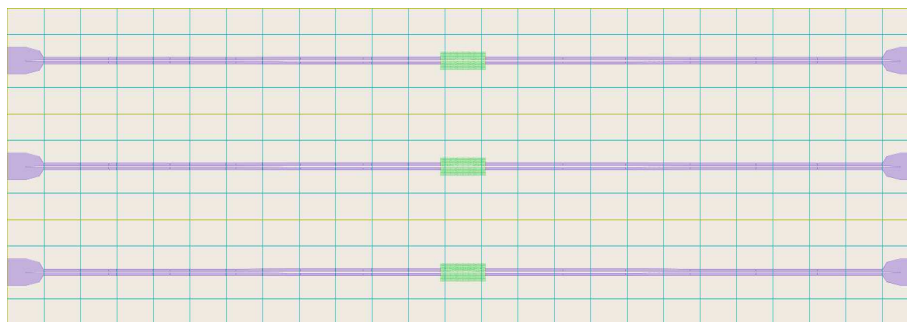


FIGURE 1.7 – (a) Entrée du cristal photonique et (b) nano-poutrelles du masque GDS en mode ligne pour le Raith 150. (c) Entrée du cristal photonique et (d) nano-poutrelles du masque GDS en mode surface pour le Nanobeam 4. On peut y voir les trous en motifs de spirale du mode ligne du Raith. La couleur plus claire des premiers trous du cristal photonique pour le mode surface du Nanobeam indique une dose légèrement inférieure à la dose utilisée pour les trous du cristal photonique.

Champs (en jaune) et sous-champs (en bleu) d'écriture du Nanobeam 4



Champs d'écriture du Raith 150

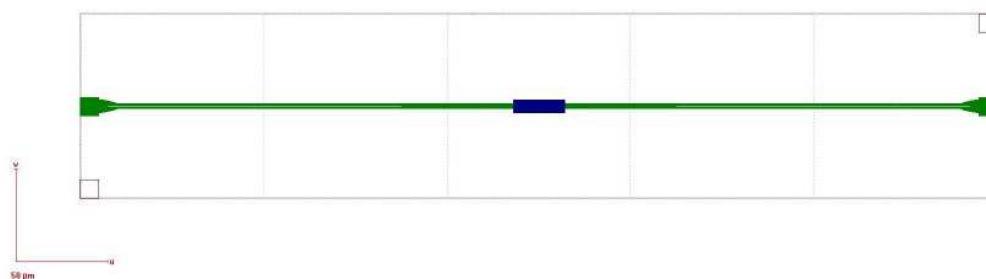


FIGURE 1.8 – Les champs d'écriture de la machine de lithographie électronique pour le Nanobeam 4 (en haut) et le Raith 150 (en bas).

grands nécessitant une dose plus forte pour compenser le plus grand espacement entre les lignes de la spirale. La taille des trous codés doit également être plus petite que celle que nous voulons obtenir (92% du rayon voulu pour les trous en mode ligne du Raith et 85% du rayon voulu pour les trous en mode surface du Nanobeam). On remarque qu'il y a un recouvrement entre le motif du guide d'onde et celui des trous de la première colonne du cristal photonique. Cela ne pose pas de problème pour le Raith, mais cela nécessite de mettre une dose légèrement moins importante (90% de la dose d'un trou normal) pour ces trous lors de la lithographie Nanobeam, afin d'éviter qu'ils n'aient une taille plus grande que les autres.

Une autre différence importante entre le Raith 150 et le Nanobeam 4 concerne les champs d'écriture. En effet, le faisceau d'électrons ne peut pas parcourir l'ensemble de l'échantillon tout en gardant une précision suffisante lors de la lithographie électronique. Le masque de la structure est donc divisé en une série de champs d'écriture. Le faisceau d'électrons va alors insoler le champ d'écriture devant lui, puis la platine sur laquelle le substrat est posé va se déplacer afin que le champ d'écriture suivant se trouve en face du faisceau et puisse être insolé, et ainsi de suite. Cela peut générer des erreurs de raccords de champ si ces champs d'écriture ne sont pas parfaitement alignés. Dans le cas du Raith

### 1.3. Fabrication des cristaux photoniques.

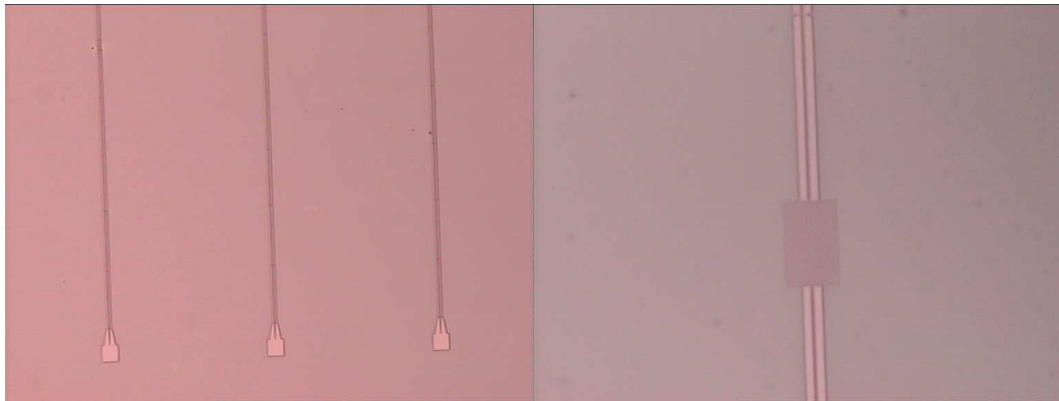


FIGURE 1.9 – Images prises au microscope optique de guides d'accès (à gauche) et d'un cristal photonique (à droite), réalisé au Raith 150 après développement de la ZEP 520 A au ZED-N50.

notamment, il faut utiliser des champs d'écriture 100 microns par 100 microns, ce qui divise la figure en 5 parties (voir Fig. 1.8-bas). Il faut donc faire très attention lors de la procédure de raccord de champs afin d'obtenir des guides d'ondes qui soient intacts. Nous n'avons pas le même problème sur le Nanobeam, où les champs d'écritures peuvent faire 500 microns de long sans problème. Par contre, chaque champ principal est divisé en sous-champs d'écriture de longueur 20 microns, pour lesquels on peut aussi avoir des problèmes de raccord de champs (voir Fig. 1.8-haut).

Lorsque la lithographie électronique est terminée, la résine ZEP 520 A est développée en la trempant pendant 90 secondes au ZED-N50, qui est un développeur spécialisé correspondant à cette résine, et qui va retirer la résine insolée par les électrons et seulement celle-ci (résine positive). L'échantillon est ensuite rincé à l'isopropanol, un solvant du ZED-N50, avant d'être séché à l'azote. Des images de l'échantillon après insolation peuvent être vues sur la figure 1.9. On peut passer ensuite à l'étape suivante, c'est à dire la gravure plasma du silicium.

#### 1.3.2 Gravure plasma du silicium.

Pour obtenir un cristal photonique de bonne qualité, il faut que les parois des trous d'air gravés dans la plaque de silicium soient le plus vertical possible, afin que le rayon des trous reste constant quel que soit la profondeur. La gravure du silicium nécessite donc une anisotropie élevée, puisque l'on souhaite que le fond des trous soit gravé beaucoup plus rapidement que les parois. Pour cela, nous utilisons un système de gravure ICP-RIE ("Inductively Coupled Plasma - Reactive Ion Etching"), représenté schématiquement sur la figure 1.10) [34]. Le principal avantages de l'ICP est l'utilisation de bobines alimentés par un générateur radio-fréquence à 13.56 MHz, ce qui permet de créer un champ magnétique dont l'énergie va permettre d'ioniser les gaz présents indépendamment de la vitesse

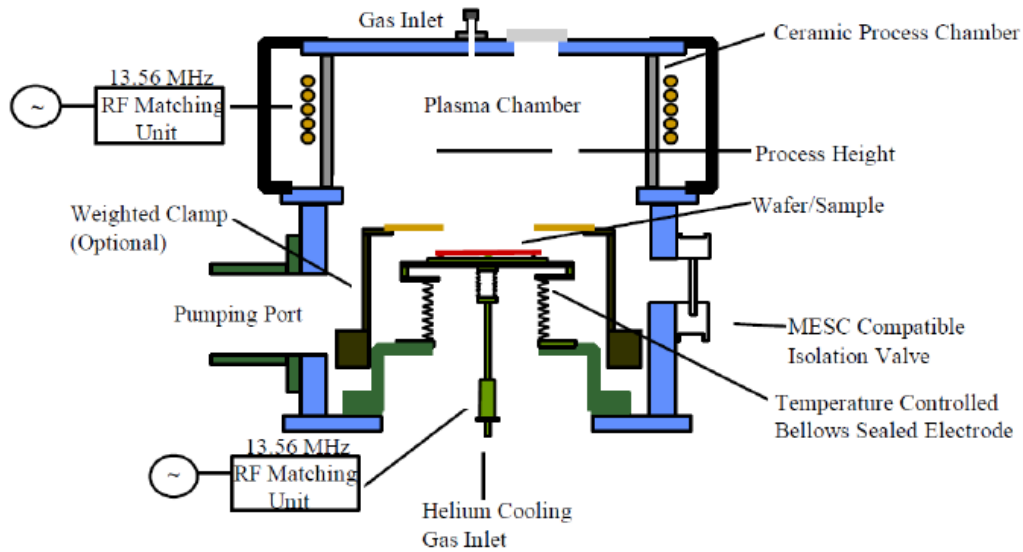
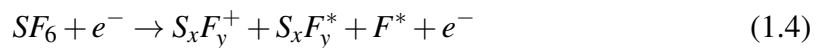


FIGURE 1.10 – Schéma d’un système de gravure ICP-STS du type utilisé pendant ma thèse (figure reprinted from Sensors and Actuators A-physical, vol. 74, A. M. Hynes, H. Ashraf, J. K. Bhardwaj, J. Hopkins, I. Johnston, and J. N. Shepherd, “Recent advances in silicon etching for mems using the ase (tm) process,” pp. 13–17, Copyright 1999 [34], with permission from Elsevier).

d’accélération des ions comme dans un système de type RIE (“Reactive Ion Etching”) [21]. Pour cela, un second générateur est connecté à la platine afin de pouvoir contrôler de manière indépendante le potentiel de l’échantillon à graver par rapport à celui des bobines générant le plasma.

Nous avons utilisé un mélange des gaz  $SF_6$  et  $C_4F_8$  afin de maximiser l’anisotropie de la gravure. Parmi ces gaz, le  $SF_6$  va servir à la gravure du silicium en créant des radicaux de fluor  $F^*$  par la réaction chimique suivante [21, 34] :



tandis que le gaz  $C_4F_8$  va lui servir à passiver les flancs des trous, et empêcher ainsi leur gravure par le  $SF_6$ , en déposant une couche de polymères  $(C_xF_y)_n$  par la réaction chimique

### 1.3. Fabrication des cristaux photoniques.

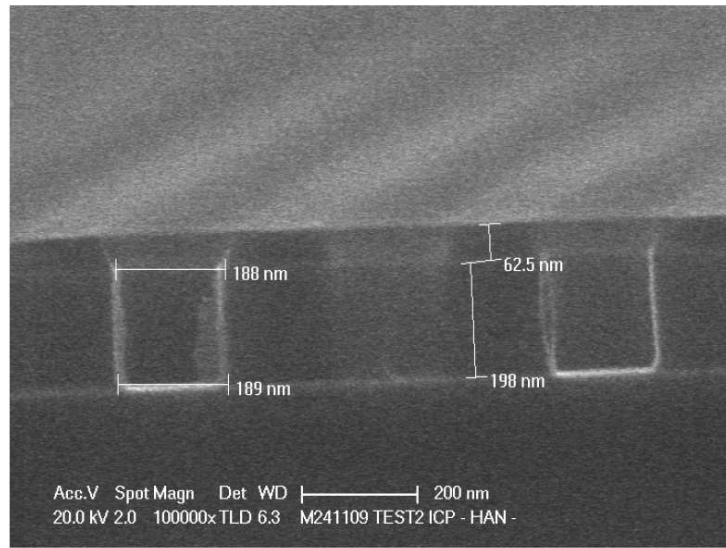
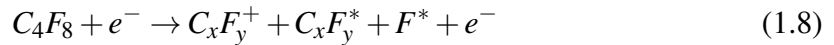


FIGURE 1.11 – Vue en coupe prise au MEB des trous réalisés grâce au processus de gravure de Zheng Han (image tirée de [21]). Le profil des trous est un cylindre quasiment parfait.

[21, 35] :



Bien sûr, il va de soi que les polymères  $(C_xF_y)_n$  vont aussi se déposer au fond des trous, pas uniquement sur les flancs. Pour retirer la couche de polymères au fond des trous, mais pas sur les flancs et permettre ainsi la gravure anisotropique, nous devons donner aux ions du plasma ainsi créés une très forte énergie directionnelle à l'aide des bobines couplées aux générateurs radiofréquences 13.56 MHz [34].

Pour notre thèse, nous avons utilisé le processus de gravure optimisé par Zheng Han pour la gravure du silicium sur SOI [21] pour obtenir des trous qui soit bien verticaux (voir Fig. 1.11). Les paramètres de ce processus sont donnés par le tableau suivant :

Paramètres	Valeurs
Température :	10°C
Pression de base :	5 mTorr
Flux du gaz $SF_6$ :	200 sccm*
Flux du gaz $C_4F_8$ :	200 sccm*
Puissance du 1 <sup>er</sup> générateur (connecté aux bobines) :	2200 W
Puissance du 2 <sup>e</sup> générateur (connecté à la platine) :	40 W
Durée du processus de gravure :	18 s

\*sccm = standard cubic centimeter per minute

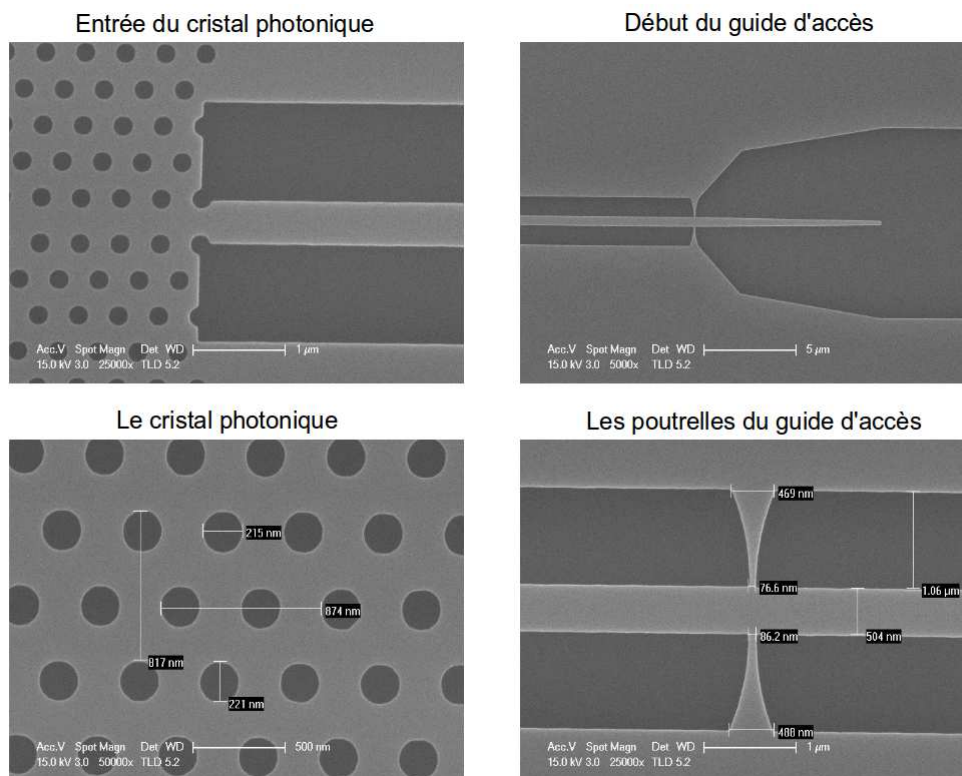


FIGURE 1.12 – Images MEB prises après la gravure à l’ICP d’une structure que j’ai réalisée au Nanobeam 4.

Après avoir vérifié que la gravure à l’ICP s’est déroulée correctement, nous pouvons retirer la résine ZEP 520 A à l’aide du “remove” adapté à cette résine, le ZD MAC. L’échantillon est trempé dans le ZD MAC pendant environ 2 minutes avant d’être rincé à l’isopropanol et séché à l’azote. Il se peut que des traces de résines restent sur l’échantillon même après ce traitement. Pour les retirer, nous avons habituellement passé l’échantillon au plasma oxygène pendant un court instant. Ce passage au plasma oxygène a été effectué à l’aide du délaqueur PICO, fabriqué par Plasma Surface Technology, une machine d’utilisation beaucoup plus simple que l’ICP. Le plasma oxygène utilisé a une pression d’oxygène entre 0.6 et 0.8 mBar, avec une puissance d’excitation 160 W. La durée du processus est habituellement d’une minute (la vitesse d’attaque de la résine par le plasma oxygène est de 1 nm/s, ce qui est amplement suffisant pour retirer les traces de résines). Une fois la résine retirée, nous pouvons observer l’échantillon au MEB afin de vérifier que tout le processus - lithographie électronique + gravure à l’ICP - s’est déroulé correctement (voir Fig. 1.12 pour un exemple).

### 1.3.3 Découpe du substrat à la scie diamantée.

L’étape suivante consiste à découper le substrat silicium à la scie diamantée afin de libérer l’accès aux “tapers” d’entrée sur lesquels on va venir focaliser les fibres optiques



### 1.3. Fabrication des cristaux photoniques.

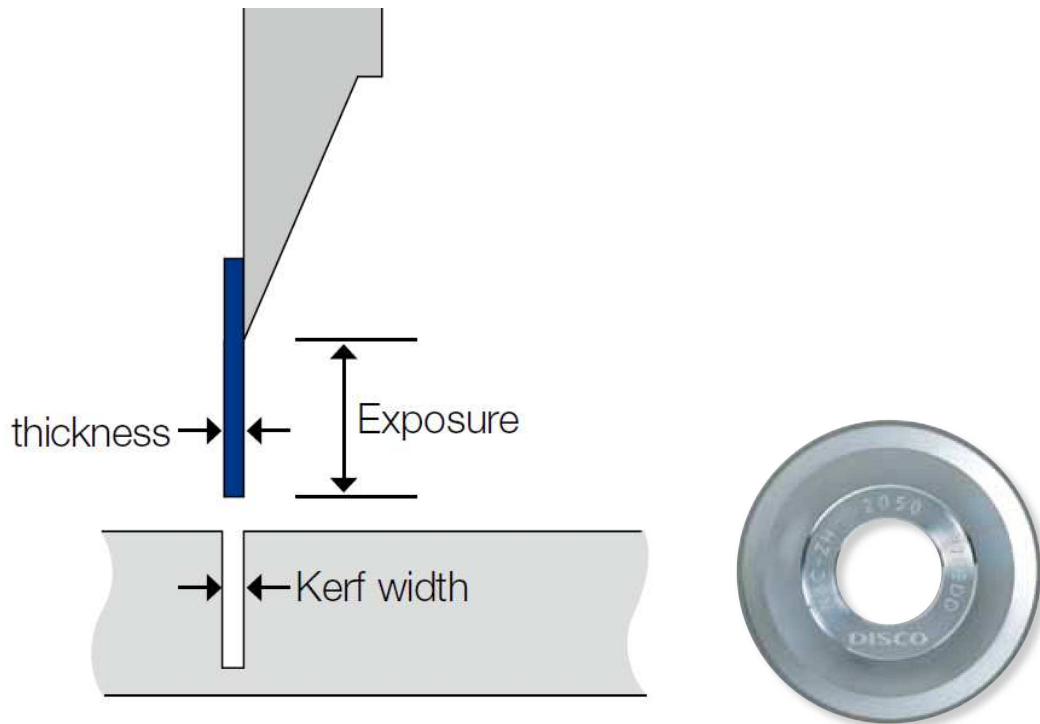


FIGURE 1.13 – Schéma (à gauche) d’une lame de la série NBC-ZH. Le moyeu en aluminium est en gris et la lame recouverte de diamant indiquée en bleu. A droite, une photo de la lame de découpe (Images tirées de la brochure du fabricant de la scie à diamant DISCO).

lentillées. Pour cela, nous avons gravé un carré de 10 microns de côté juste devant le “taper”, au milieu duquel nous allons découper le substrat. Nous avons pour cela utilisé la scie diamantée DISCO DAD 641 dont est équipé l’IEF. Pour la découpe, nous devons choisir une lame permettant une profondeur de découpe d’au moins 750 microns (l’épaisseur du substrat en silicium) et dont la taille de grain est inférieure à 5 microns (pour ne pas créer des éclats trop gros qui pourraient accidentellement arracher le “taper” lors de la découpe).

Pour cela, nous avons choisi des lames de découpe de la série NBC-ZH, composées d’un moyeu en aluminium sur lequel a été collé une lame en diamant ultra-fine (voir Fig. 1.13). Ces lames sont spécialement adaptés à la découpe des “wafers” de silicium ou d’autres semi-conducteurs. J’ai utilisé pendant ma thèse les lames NBC-ZH2020-SE, qui ont une profondeur d’insertion de 790 microns, une largeur de découpe de 33 microns et une taille de grain de 2.75 microns. La profondeur de découpe a été choisie de manière à laisser 20 microns de silicium non découpé, ce qui permet de cliver facilement l’échantillon après la découpe. Les paramètres utilisés pour la découpe figurent dans le tableau suivant :



FIGURE 1.14 – Images de l’entrée des guides d’accès après la découpe et la gravure à l’acide fluorhydrique. A gauche : un guide tombé au niveau des poutrelles d’entrées. A droite : un guide intact. On peut voir les éclats de taille inférieure à 3 microns apparus lors de la découpe de l’échantillon à la scie à diamant. On peut aussi voir par transparence les endroits où la silice a été retirée en dessous de la couche de silicium (zones plus claires autour des guides).

Paramètres	Valeurs
Vitesse de rotation de la lame :	24000 tours par minute
Vitesse de découpe :	1.4 mm/s
Profondeur de découpe :	730 microns (20 microns restant)

### 1.3.4 Gravure humide à l’acide fluorhydrique.

Il ne reste maintenant plus qu’une seule étape à la fabrication du cristal photonique. Elle consiste à retirer la silice en dessous du cristal photonique afin d’obtenir un cristal photonique membranaire et des guides d’accès suspendus. Pour cela, nous avons utilisé une gravure à l’acide fluorhydrique ( $HF$ ), un acide qui va attaquer la silice mais pas (ou très peu) le silicium. Cet acide va alors passer à travers les trous du cristal photonique en silicium et graver la silice qui se trouve juste en dessous.

Nous avons en fait utilisé un mélange d’acides : du  $HF$  (dilué à 50%) et du  $NH_4 - HF$  (7 :1), également appelé BHF (“Buffered Hydrofluoric Acid”), en proportion volumique 1 :1, afin de stabiliser la vitesse de gravure de la silice. Les équations de la réaction de gravure sont les suivantes [21] :



A 20 °C, cette vitesse de gravure est de 1 micron par minute pour cette solution mélangée.

## **1.4. Modélisation des effets d'optique non-linéaire dans les nanocavités.**

---

Nous devons donc maintenir l'échantillon plongé dans cette solution pendant au moins 2 minutes, l'épaisseur de la couche de silice étant de 2 microns. Pour être certain d'avoir retiré toute la silice, nous avons gardé l'échantillon dans cette solution pendant 2 min 30 s. En effet, la silice étant hydrophile, il y a un risque pour que le "taper" reste collé par l'intermédiaire d'une goutte d'eau par capillarité contre la silice même s'il n'en reste qu'un tout petit peu. Le silicium constituant le substrat en dessous de la silice étant hydrophobe, ce problème ne se présente pas une fois que toute la silice est retirée. Les guides d'accès suspendus sont très fragiles une fois que la silice est retirée en raison de la finesse des poutrelles. Il faut donc faire très attention quand on manipule les échantillons afin de ne pas les casser (voir Fig. 1.14).

### **1.3.5 Mesure en transmission de l'échantillon.**

La dernière étape consiste à mesurer le spectre en transmission des guides d'ondes et nanocavités à cristaux photoniques afin de vérifier que les fréquences de résonances se trouvent bien aux endroits prévus par nos simulations. Pour cela, nous avons utilisé le montage de caractérisation suivant (voir Fig. 1.15), constitué par une source laser accordable (Santec TSL 510) que nous allons faire balayer en longueur d'onde, qui est envoyée vers l'échantillon par l'intermédiaire d'une fibre optique à maintien de polarisation afin de s'assurer que l'on envoie bien un mode TE sur le cristal photonique, et qui est ensuite récupérée par une fibre optique ordinaire en sortie. Le signal de sortie est alors détecté par une photodiode connectée à un oscilloscope qui va enregistrer le spectre en transmission. En connaissant la vitesse de balayage de la source laser, nous pouvons faire le lien entre le signal de l'oscilloscope et la longueur d'onde. Nous pouvons ensuite déduire de ce spectre en transmission la fréquence de résonance et le facteur de qualité de la cavité et les comparer avec la simulation. Une partie du signal est également redirigée par un coupleur inséré dans la fibre optique vers un puissance-mètre, que l'on peut utiliser pour mesurer le coefficient de transmission de la résonance, ou pour s'assurer que les fibres optiques sont bien focalisées sur les "tapers" de l'échantillon. Une caméra infrarouge permet d'observer l'échantillon par le dessus et de vérifier que les guides d'accès transmettent correctement la lumière et que la nanocavité "s'allume" bien lorsque l'on se trouve à sa fréquence de résonance.

## **1.4 Modélisation des effets d'optique non-linéaire dans les nanocavités.**

Les facteurs de qualité très élevés et la grande compacité des nanocavités à cristaux photoniques permettent d'obtenir des champs électriques très intenses au sein de ces cavités,

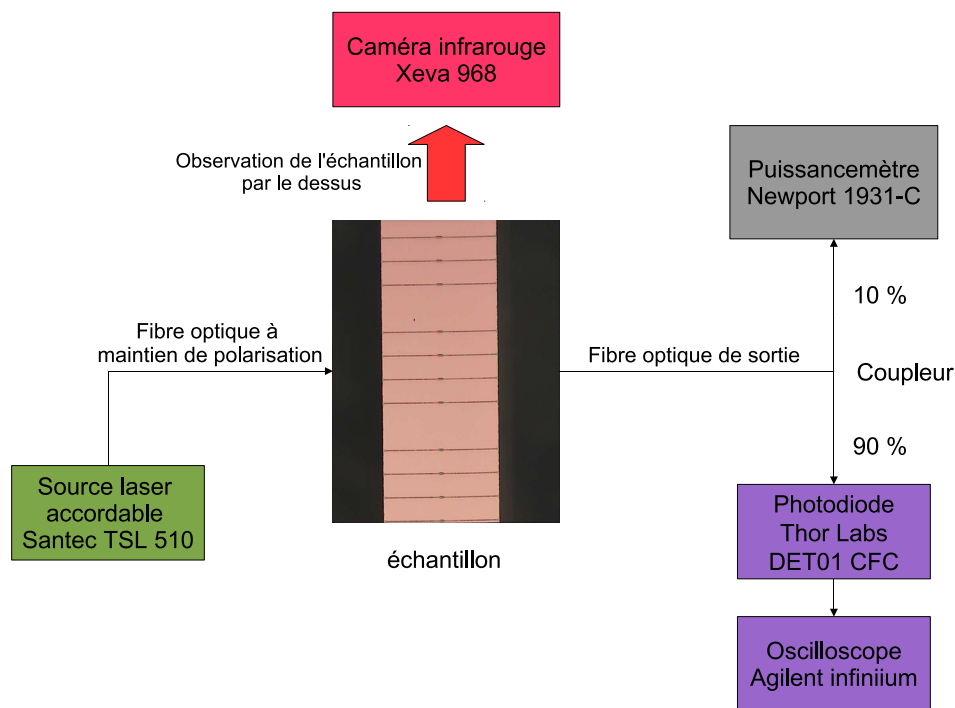


FIGURE 1.15 – Schéma du montage de caractérisation pour mesurer le spectre en transmission du cristal photonique.

ce qui se traduit par un renforcement des phénomènes d'optique non-linéaire. Ces cavités sont donc idéales pour étudier ces phénomènes. Cependant, nous devons disposer pour cela d'un modèle décrivant ces effets non-linéaires qui soit adapté à ces cavités. Pour développer ce modèle, nous avons tout d'abord modélisé le comportement de ces cavités en régime linéaire à l'aide de la théorie temporelle des modes couplés. Puis nous avons ajouté à ce modèle les différents termes correspondant aux phénomènes d'optique non-linéaires existants dans le silicium, que nous avons calculés à partir de l'expression de la polarisation diélectrique non-linéaire du silicium. Nous avons tout d'abord ajouté les phénomènes correspondants à l'influence des électrons liés sur cette polarisation, c'est à dire l'absorption à deux photons et l'effet Kerr. Cette absorption à deux photons va créer de nombreux porteurs libres dans la cavité (électrons et trous), qui vont eux aussi avoir une influence sur la polarisation induite, créant ainsi deux nouveaux phénomènes, appelés la dispersion et l'absorption par porteurs libres. Une autre conséquence de ces différents effets d'absorption est l'augmentation en température de la cavité, qui va créer un phénomène de dispersion thermique, que nous avons également ajouté à nos équations. Le dernier phénomène que nous avons ajouté à notre modèle est plus complexe : il s'agit de la diffusion Raman, qui a pour origine l'interaction entre les photons et les phonons optiques au sein de la cavité, et sur laquelle sont basés les lasers de type Raman.

### 1.4.1 Cavité en régime linéaire.

Avant de considérer l'influence des effets non-linéaires sur nos nanocavités à cristaux photoniques, nous allons tout d'abord modéliser le comportement de notre nanocavité à basse puissance, dans le cas où ces effets non-linéaires sont négligeables et son comportement est linéaire, à l'aide de la théorie temporelle des modes couplés [17, 36, 37]. Pour cela, nous allons supposer que le profil spatial du champ électrique du mode de résonance de la cavité reste toujours le même et que seule son amplitude au cours du temps va changer. Nous pouvons alors décomposer l'expression du champ électrique dans la cavité sous la forme :

$$\vec{E}(\vec{r}, t) = A(t) \times \vec{E}_0(\vec{r}) \times e^{-i\omega t} \quad (1.11)$$

où  $\omega$  est la pulsation de l'excitation et  $A(t)$  est l'amplitude complexe d'une fonction enveloppe variant beaucoup plus lentement que le terme  $\exp(-i\omega t)$ . L'amplitude  $A(t)$  et le champ  $\vec{E}_0(\vec{r})$  sont normalisés de façon à ce que  $|A|^2$  corresponde à l'énergie stockée dans la cavité pour le mode de la résonance :

$$\iiint_V \frac{1}{2} \varepsilon(\vec{r}) \left\| \vec{E}_0(\vec{r}) \right\|^2 d\vec{r}^3 = 1 \quad (1.12)$$

et

$$|A(t)|^2 = \iiint_V \frac{1}{2} \varepsilon(\vec{r}) \left\| \vec{E}(\vec{r}, t) \right\|^2 d\vec{r}^3 \quad (1.13)$$

où  $V$  représente le volume de tout l'espace.

Nous allons maintenant appliquer la théorie des modes couplés pour déterminer l'équation régissant les variations de  $A(t)$ . Dans le cas d'une cavité de fréquence de résonance  $\omega_0/(2\pi)$  et de facteur de qualité  $Q$ , couplée directement avec un guide d'entrée et un guide de sortie (voir Fig. 1.16), si on note  $\tau_1$  le temps caractéristique pour l'amplitude associé au couplage dans le guide d'entrée,  $\tau_2$  celui associé au guide de sortie et  $\tau_L$  celui associé au rayonnement hors-plan de la cavité et à d'éventuelles sources d'absorption linéaires, alors nous obtenons les équations suivantes sur l'amplitude [17, 36] :

$$\frac{dA}{dt} = i(\omega - \omega_0)A - \left( \frac{1}{\tau_1} + \frac{1}{\tau_2} + \frac{1}{\tau_L} \right) A + \sqrt{\frac{2P_{in}}{\tau_1}} \quad (1.14)$$

$$P_{out} = \frac{2|A|^2}{\tau_2} \quad (1.15)$$

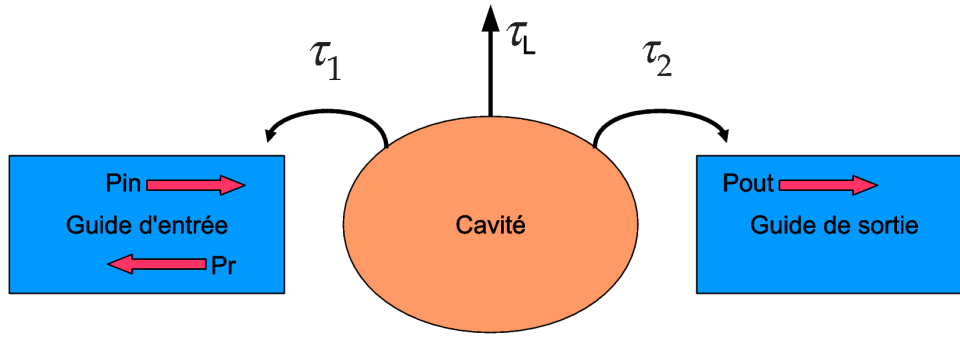


FIGURE 1.16 – Schéma abstrait représentant la cavité et ses couplages aux guides d'entrée et de sortie.

Cette équation peut être simplifiée si nous prenons en compte le fait que notre structure est symétrique, comme c'est habituellement le cas pour les cavités à cristaux photoniques : nous avons alors  $\tau_1 = \tau_2 = \tau_C$ . De plus, d'après la définition du facteur de qualité  $Q$  de la cavité, nous savons que le temps caractéristique de décroissance global de l'amplitude dans la cavité est égal à  $\tau = 2Q/\omega_0$  [38], et nous avons donc  $1/\tau_1 + 1/\tau_2 + 1/\tau_L = 1/\tau = \omega_0/(2Q)$ . Les équations précédentes deviennent donc :

$$\frac{dA}{dt} = i(\omega - \omega_0)A - \frac{\omega_0}{2Q}A + \sqrt{\frac{2P_{in}}{\tau_C}} \quad (1.16)$$

$$P_{out} = \frac{2|A|^2}{\tau_C} \quad (1.17)$$

Si nous résolvons ces équations en régime permanent ( $A$  constant,  $dA/dt = 0$ ), alors l'équation 1.16 nous donne comme expression pour l'amplitude  $A$  :

$$A = \frac{1}{\frac{\omega_0}{2Q} - i(\omega - \omega_0)} \times \sqrt{\frac{2P_{in}}{\tau_C}} \quad (1.18)$$

En injectant cette expression de  $A$  dans l'équation 1.17, nous pouvons alors calculer la transmission de la cavité :

$$T(\omega) = \frac{P_{out}}{P_{in}} = \frac{4}{\tau_C^2} \times \frac{\left(\frac{2Q}{\omega_0}\right)^2}{1 + 4Q^2 \left(\frac{\omega - \omega_0}{\omega_0}\right)^2} \quad (1.19)$$

Cette expression de la transmission correspond en fait à un pic de Lorentz [39]. A la résonance, la transmission est maximale, et donc nous avons  $T(\omega_0) = T_{max} = \frac{4}{\tau_C^2} \times \left(\frac{2Q}{\omega_0}\right)^2$ , dont nous pouvons déduire la valeur du temps caractéristique lié au couplage  $\tau_C = \frac{4Q}{\omega_0} \times$

## 1.4. Modélisation des effets d'optique non-linéaire dans les nanocavités.

$\frac{1}{\sqrt{T_{max}}}$ . Les équations de notre nanocavité en régime linéaire deviennent alors :

$$\frac{dA}{dt} = i(\omega - \omega_0)A - \frac{\omega_0}{2Q}A + \sqrt{\frac{\omega_0 \sqrt{T_{max}} P_{in}}{2Q}} \quad (1.20)$$

$$P_{out} = \frac{\omega_0 \sqrt{T_{max}} |A|^2}{2Q} \quad (1.21)$$

Les paramètres  $\omega_0$  et  $T_{max}$  sont aisément déterminés en mesurant le spectre en transmission de la cavité à basse puissance. Le facteur de qualité est alors facilement calculé à partir de ce spectre en transmission en utilisant la formule (dédite de l'équation 1.19)  $Q = \omega_0 / \Delta\omega_{1/2}$ , où  $\Delta\omega_{1/2}$  est la largeur à mi-hauteur de la raie de résonance [39]. Ces équations nous permettent de connaître l'évolution de l'énergie dans la cavité en régime linéaire. Nous allons à présent y rajouter les termes décrivant les effets non-linéaires.

### 1.4.2 Optique non-linéaire.

#### 1.4.2.1 Polarisation et susceptibilité non-linéaire du silicium.

L'un des intérêts des nanocavités à cristaux photoniques est l'importance des effets d'optique non-linéaire dans ces cavités, ce qui les rend très utiles pour étudier ces effets. Pour modéliser ces cavités correctement, nous allons donc devoir modifier l'équation 1.20 pour prendre en compte ces effets non-linéaires. Pour comprendre d'où viennent ces effets non-linéaires et les modéliser, nous devons repartir des équations de base des ondes électromagnétiques, c'est à dire les équations de Maxwell [17], qui sont :

$$\nabla \cdot \vec{H} = 0 \quad (1.22)$$

$$\nabla \cdot \vec{D} = \rho \quad (1.23)$$

$$\nabla \times \vec{E} + \mu_0 \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} = \vec{0} \quad (1.24)$$

$$\nabla \times \vec{H} - \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \vec{J} \quad (1.25)$$

La nonlinéarité du matériau (ici le silicium) est alors exprimée au travers de la relation [40] :

$$\vec{D} = \epsilon \vec{E} + \vec{P}^{NL} \quad (1.26)$$

## Chapitre 1. Nanocavités à cristaux photoniques.

---

où  $\vec{P}^{NL}$  est le vecteur de polarisation non-linéaire du matériau (la contribution de la polarisation linéaire  $\vec{P}^L = \epsilon_0 \chi^L \vec{E}$  est incluse dans l'expression de la permittivité diélectrique du silicium :  $\epsilon = \epsilon_0 \epsilon_{Si} = \epsilon_0 (1 + \chi^L)$ , où  $\chi^L$  est la susceptibilité linéaire du silicium). En réinjectant cette expression dans les équations de Maxwell et en supposant que le milieu ne comporte ni charges, ni courant, on obtient alors l'équation suivante de propagation des ondes électromagnétiques dans un milieu non-linéaire :

$$\nabla \times \nabla \times \vec{E} + \frac{\epsilon}{\epsilon_0 c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = -\frac{1}{\epsilon_0 c^2} \frac{\partial^2 \vec{P}^{NL}}{\partial t^2} \quad (1.27)$$

La polarisation non-linéaire  $\vec{P}^{NL}(\omega)$  s'exprime habituellement sous forme d'une décomposition en série de Taylor, mais on se limite habituellement aux termes de second et troisième ordre de cette décomposition. De plus, en raison de la symétrie centrale de la maille du silicium, les termes pairs de la série de Taylor de  $\vec{P}^{NL}(\omega)$  sont nuls dans le silicium. Nous pouvons alors approximer l'expression générale de  $\vec{P}^{NL}(\omega)$  dans le silicium par le troisième terme de cette série de Taylor. La polarisation non-linéaire s'écrit alors [40, 41] :

$$P_i^{NL}(\omega_o + \omega_n + \omega_m) = \epsilon_0 \sum_{jkl(mno)} \chi_{ijkl}^{(3)}(\omega_o + \omega_n + \omega_m, \omega_o, \omega_n, \omega_m) \times E_j(\omega_o) E_k^*(\omega_n) E_l(\omega_m) \quad (1.28)$$

où  $\chi_{ijkl}^{(3)}$  est la susceptibilité non-linéaire d'ordre 3 du silicium. On la décompose habituellement sous la forme  $\chi_{ijkl}^{(3)} = \chi_{ijkl}^e + \chi_{ijkl}^R$ , où  $\chi_{ijkl}^e$  représente la contribution à la susceptibilité non-linéaire des électrons liés et  $\chi_{ijkl}^R$  représente la contribution des phonons optiques. Le phénomène d'optique non-linéaire lié à la susceptibilité d'origine phononique s'appelle la diffusion Raman. Les phénomènes d'optique non-linéaires liés à la susceptibilité d'origine électronique sont l'absorption à deux photons et l'effet Kerr.

### 1.4.2.2 Absorption à deux photons et effet Kerr.

Nous allons tout d'abord calculer les termes dus à l'absorption à deux photons et l'effet Kerr, qui ont tous les deux pour origine la susceptibilité non linéaire d'origine électronique. Pour cela, nous allons dans un premier temps calculer l'expression de la polarisation non-linéaire d'origine électronique dans le silicium. La maille cristalline du silicium appartenant à la classe de symétrie m3m, la susceptibilité d'ordre 3 d'origine électronique ne comporte que quatre composantes indépendantes [41, 40] :



## 1.4. Modélisation des effets d'optique non-linéaire dans les nanocavités.

$$\chi_{ijkl}^e = \chi_{1122}^e \delta_{ij} \delta_{kl} + \chi_{1212}^e \delta_{ik} \delta_{jl} + \chi_{1221}^e \delta_{il} \delta_{jk} + (\chi_{1111}^e - \chi_{1122}^e - \chi_{1212}^e - \chi_{1221}^e) \delta_{ijkl} \quad (1.29)$$

où  $\delta_{ij}$  est égal à 1 si  $i = j$  et à 0 si  $i \neq j$ , et  $\delta_{ijkl}$  est égal à 1 si  $i = j = k = l$  et 0 sinon. Dans le cas où l'onde électromagnétique se propageant dans le milieu n'a qu'une seule fréquence  $\omega$ , nous ne sommes intéressés que par la valeur de  $\chi_{ijkl}^e(-\omega, \omega, -\omega, \omega)$ , et l'équation 1.29 se simplifie alors considérablement à cause de la symétrie de permutation intrinsèque de la susceptibilité :  $\chi_{1122}^e(-\omega, \omega, -\omega, \omega) = \chi_{1221}^e(-\omega, \omega, -\omega, \omega)$ . De plus, lorsque l'énergie du photon  $\hbar\omega$  est inférieure à l'énergie de la bande interdite du silicium  $E_G = 1.1$  eV, ce qui est le cas pour les longueurs d'onde où nous faisons nos mesures ( $\hbar\omega = 0.8$  eV pour  $\lambda = 1550$  nm), nous avons également l'approximation  $\chi_{1212}^e(-\omega, \omega, -\omega, \omega) = \chi_{1122}^e(-\omega, \omega, -\omega, \omega)$  [41]. Nous obtenons alors pour  $\chi_{ijkl}^e(-\omega, \omega, -\omega, \omega)$  :

$$\chi_{ijkl}^e = \chi_{1122}^e (\delta_{ij} \delta_{kl} + \delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk}) + (\chi_{1111}^e - 3\chi_{1122}^e) \delta_{ijkl} \quad (1.30)$$

Nous pouvons encore simplifier le problème en choisissant de négliger l'anisotropie du silicium :  $\chi_{1111}^e - 3\chi_{1122}^e = 0$ . La susceptibilité d'origine électronique devient alors  $\chi_{ijkl}^e = \frac{1}{3}\chi_{1111}^e (\delta_{ij} \delta_{kl} + \delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk})$  et l'équation 1.28 devient alors :

$$P_i^{NL}(\omega) = \epsilon_0 \sum_{\substack{\omega_j, k, l \in \{-\omega, \omega\}, \\ \omega_j + \omega_k + \omega_l = \omega}} \chi_{ijkl}^e(-\omega, \omega_j, \omega_k, \omega_l) E_j(\omega_j) E_k^*(\omega_k) E_l(\omega_l) = \frac{3}{4} \epsilon_0 \chi_{1111}^e \left\| \vec{E}(\omega) \right\|^2 E_i(\omega) \quad (1.31)$$

La susceptibilité non-linéaire peut ensuite être décomposée en une partie réelle et une partie complexe sous la forme  $\chi_{1111}^e = \chi_r^e + i\chi_i^e$ , qui vont correspondre respectivement à des phénomènes de dispersion et d'absorption non-linéaire. Cependant, ces deux phénomènes sont habituellement décrit en utilisant plutôt les paramètres  $n_2 = 3\chi_r^e / (4\epsilon_0 c n_0^2)$ , appelé le coefficient de l'effet Kerr, et  $\beta^{TPA} = 3\omega \chi_i^e / (2\epsilon_0 c^2 n_0^2)$ , appelé le coefficient d'absorption à deux photons (TPA = "Two-Photon Absorption"), pour décrire ces phénomènes [41], où  $n_0 = \sqrt{\epsilon/\epsilon_0} = 3.48$  est l'indice optique du silicium [42]. Si l'on note  $I = \frac{1}{2} n_0 \epsilon_0 c \left\| \vec{E}(\vec{r}, t) \right\|^2 = \frac{1}{2} n_0 \epsilon_0 c \left\| \vec{E}_0(\vec{r}) \right\|^2 |A(t)|^2$  l'intensité optique, ou irradiance, alors nous pouvons exprimer la polarisation non-linéaire sous la forme :

$$\vec{P}^{NL} = 2n_0 \epsilon_0 (n_2 I + i \frac{c}{2\omega} \beta^{TPA} I) \vec{E} \quad (1.32)$$

En réinjectant cette expression de la polarisation non-linéaire dans l'équation 1.27, et en

## Chapitre 1. Nanocavités à cristaux photoniques.

tenant compte du fait que l'intensité optique varie beaucoup plus lentement en fonction du temps que le champ électrique  $\vec{E}(\vec{r}, t) = A(t)\vec{E}_0(\vec{r})e^{-i\omega t}$ , alors nous obtenons l'équation suivante :

$$\nabla \times \nabla \times \vec{E} - \frac{\omega^2 n_0^2}{c^2} \vec{E} = \frac{\omega^2 n_0^2}{c^2} \left( \frac{2n_2 I}{n_0} + \frac{ic\beta^{TPA} I}{n_0 \omega} \right) \vec{E} \quad (1.33)$$

que l'on peut aussi écrire sous la forme :

$$\nabla \times \nabla \times \vec{E} + \frac{\omega^2 n_0^2}{c^2} \vec{E} = 0 \quad (1.34)$$

ce qui est en fait l'équation de propagation des ondes électromagnétiques dans un milieu dont l'indice optique est :

$$n_0^l \sim n_0 + n_2 I + i \frac{c}{2\omega} \beta^{TPA} I \quad (1.35)$$

Ce résultat est relativement facile à interpréter car il revient à considérer que l'indice optique du silicium varie avec avec l'intensité optique  $I$ . La variation de la partie réelle de l'indice optique  $n_2 I$  correspond bien à un phénomène de dispersion, comme mentionné précédemment, appelé l'effet Kerr optique. Le coefficient Kerr  $n_2$  est égal à  $4.4 \times 10^{-18} \text{ m}^2/\text{W}$  dans le silicium à 1550 nm [43]. La variation de la partie imaginaire de l'indice  $i \frac{c}{2\omega} \beta^{TPA} I$  correspond à un phénomène d'absorption non-linéaire, dont le coefficient d'absorption optique est égal à  $\alpha^{TPA} = \beta^{TPA} I$  [44]. Ce phénomène est appelé l'absorption à deux photons car elle correspond en fait à un phénomène quantique dans lequel le semi-conducteur absorbe l'énergie de deux photons  $2 \times \hbar\omega$  et fait passer ainsi un électron de la bande de valence du semi-conducteur à la bande de conduction, créant ainsi une paire de porteurs libres électron-trou (voir Fig. 1.17). Elle ne peut donc avoir lieu que dans les cas où on a  $2\hbar\omega \geq E_G$ , où  $E_G = 1.1 \text{ eV}$  est l'énergie de la bande interdite du silicium. Ceci est le cas pour les longueurs d'onde que nous utilisons : à  $\lambda = 1550 \text{ nm}$ , nous avons  $2\hbar\omega = 1.6 \text{ eV}$ , et le coefficient d'absorption à deux photons du silicium est alors égal à  $\beta^{TPA} = 8.4 \times 10^{-12} \text{ m/W}$  [43].

Il nous faut à présent faire le lien entre le coefficient d'absorption à deux photons calculé précédemment et les pertes en énergie dues à cette absorption au sein de notre cavité. Si nous notons  $\tau_{TPA}$  le temps caractéristique associé aux pertes locales en énergie dues à l'absorption à deux photons dans la cavité alors, d'après la définition du coefficient d'absorption, nous avons  $1/\tau_{TPA} = (c/n_0)\alpha^{TPA} = (c/n_0)\beta^{TPA} I$  [44]. Si nous notons  $u_E = \frac{1}{2}n_0^2 \epsilon_0 \|\vec{E}\|^2$  la densité d'énergie locale associée au champ électromagnétique  $\vec{E}$ , alors la densité de puissance perdue localement par absorption à deux photons vaut :

$$P_{locale}^{TPA} = \frac{u_E}{\tau_{TPA}} = \frac{c}{n_0} \beta^{TPA} I \times \left( \frac{1}{2} n_0^2 \epsilon_0 \|\vec{E}\|^2 \right) = \frac{1}{4} \beta^{TPA} n_0^2 \epsilon_0^2 c^2 |A(t)|^4 \|\vec{E}_0(\vec{r})\|^4 \quad (1.36)$$

## 1.4. Modélisation des effets d'optique non-linéaire dans les nanocavités.

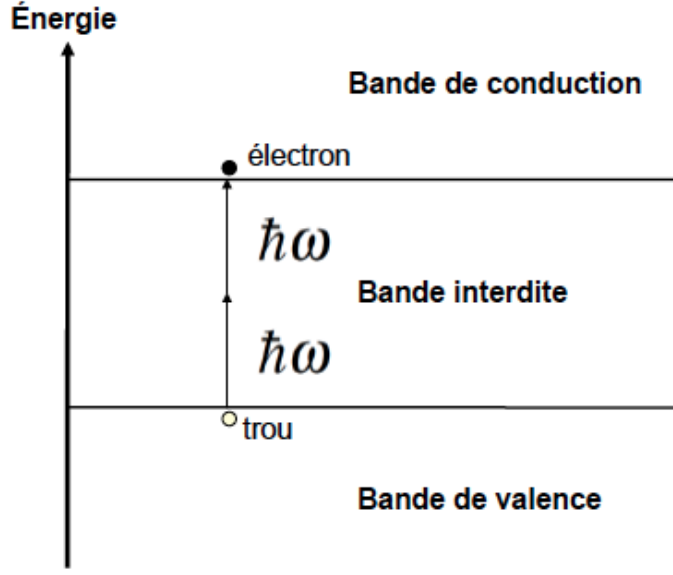


FIGURE 1.17 – Schéma du processus d'absorption à deux photons dans un semi-conducteur. Le matériau absorbe deux photons d'énergie  $\hbar\omega$ , créant de cette façon une paire de porteurs libres électron-trou.

Pour obtenir la puissance globale perdue par absorption à deux photons sur la totalité du cristal photonique, il nous suffit d'intégrer cette expression sur l'ensemble de la partie en silicium de la cavité :

$$P_{globale}^{TPA} = \frac{1}{4} \beta^{TPA} n_0^2 \epsilon_0^2 c^2 |A(t)|^4 \iiint_{Si} \left\| \vec{E}_0(\vec{r}) \right\|^4 dr^3 \quad (1.37)$$

De par définition de  $\vec{E}_0$ , nous savons que  $\left\| \vec{E}_0(\vec{r}) \right\| = \left\| \vec{E}(\vec{r}, t) \right\| / |A(t)|$ , ce qui nous donne :

$$P_{globale}^{TPA} = \frac{1}{4} \beta^{TPA} n_0^2 \epsilon_0^2 c^2 |A(t)|^4 \frac{\iiint_{Si} \left\| \vec{E}(\vec{r}, t) \right\|^4 dr^3}{\left( \iiint_V \frac{1}{2} \epsilon_0 n(\vec{r})^2 \left\| \vec{E}(\vec{r}, t) \right\|^2 dr^3 \right)^2} = \beta^{TPA} \frac{c^2}{n_0^2} \frac{|A(t)|^4}{V_{TPA}} \quad (1.38)$$

où  $V_{TPA}$  est le volume caractéristique de l'absorption à deux photons, qui est défini comme [13, 44] :

$$V_{TPA} = \frac{\left( \iiint_V n(\vec{r})^2 \left\| \vec{E}(\vec{r}, t) \right\|^2 dr^3 \right)^2}{\iiint_{Si} n_0^4 \left\| \vec{E}(\vec{r}, t) \right\|^4 dr^3} \quad (1.39)$$

## Chapitre 1. Nanocavités à cristaux photoniques.

On peut remarquer que ce volume  $V_{TPA}$  est indépendant du temps, bien qu'il soit calculé en fonction de  $\vec{E}(\vec{r}, t)$ . Il peut être calculé à partir de cette formule grâce à la simulation FDTD sous MEEP de la cavité. Par exemple, dans le cas de la cavité de type Kuramochi décrite sur la figure 1.4, ce volume est égal à  $V_{TPA} = 4.8341 \times 10^{-19} \text{ m}^3$ . Plus ce volume caractéristique est petit, plus l'absorption à deux photons dans la cavité sera importante.

En utilisant la relation  $P_{globale}^{TPA} = -\left(\frac{d|A|^2}{dt}\right)_{TPA} = -2|A|\left(\frac{d|A|}{dt}\right)_{TPA}$ , nous pouvons déduire que  $\left(\frac{d|A|}{dt}\right)_{TPA} = -\frac{c^2 \beta^{TPA} |A|^3}{n_0^2 2V_{TPA}}$  et donc modifier l'équation 1.20 pour y inclure le terme correspondant à l'absorption à deux photons :

$$\frac{dA}{dt} = i(\omega - \omega_0)A - \frac{\omega_0}{2Q}A - \frac{c^2 \beta^{TPA} |A|^2}{n_0^2 2V_{TPA}}A + \sqrt{\frac{\omega_0 \sqrt{T_{max} P_{in}}}{2Q}} \quad (1.40)$$

L'effet Kerr ayant la même dépendance par rapport au champ électrique dans la cavité que l'absorption à deux photons, la variation d'indice moyenne sur l'ensemble de la cavité est égale à  $\delta n_0^{Kerr} = \frac{c}{n_0} \frac{n_2 |A|^2}{V_{Kerr}}$ , avec  $V_{Kerr} = V_{TPA}$  [13]. Ceci se traduit par une variation de la fréquence de résonance de la cavité  $\frac{\delta \omega_0^{Kerr}}{\omega_0} = -\frac{\delta n_0^{Kerr}}{n_0}$ , ce qui nous donne pour l'équation 1.40 l'expression suivante :

$$\frac{dA}{dt} = i(\omega - \omega_0)A - \frac{\omega_0}{2Q}A - \frac{c^2 \beta^{TPA} |A|^2}{n_0^2 2V_{TPA}}A + i \frac{\omega_0 c}{n_0^2} \frac{n_2 |A|^2}{V_{TPA}}A + \sqrt{\frac{\omega_0 \sqrt{T_{max} P_{in}}}{2Q}} \quad (1.41)$$

### 1.4.2.3 Absorption et dispersion créées par les porteurs libres.

Le silicium utilisé pour fabriquer les cavités à cristaux photoniques est habituellement intrinsèque. Par conséquent, la densité des porteurs libres, et leur influence sur le comportement de la cavité, est normalement très faible. Cependant, la très forte absorption à deux photons existant dans les cavités à cristaux photoniques, qui est une conséquence de leur très petit volume et de leur facteur de qualité élevé, va créer une quantité très importante de porteurs libres au sein de ces cavités, ce qui va modifier la polarisation du matériau et créer de l'absorption et de la dispersion au sein de la cavité. Il nous faut donc ajouter les termes décrivant ces effets de porteurs libres à notre modèle.

Le calcul est en fait assez similaire à celui effectué pour l'absorption à deux photons. Le vecteur de polarisation non-linéaire créé par les porteurs libres peut être estimé à partir du modèle de Drude [41] et vaut :

$$\vec{P}^{fc} = 2n_0 \epsilon_0 (n_{fc} + i \frac{c}{2\omega} \alpha_{fc}) \vec{E} \quad (1.42)$$

## 1.4. Modélisation des effets d'optique non-linéaire dans les nanocavités.

avec  $n_{fc} = \frac{-q^2}{2\epsilon_0 n_0 \omega^2} \left( \frac{N_e^d}{m_e^*} + \frac{N_h^d}{m_h^*} \right)$  la dispersion et  $\alpha_{fc} = \frac{-q^2}{\epsilon_0 n_0 \omega^2} \left( \frac{N_e^d}{\mu_e m_e^{*2}} + \frac{N_h^d}{\mu_h m_h^{*2}} \right)$  l'absorption dues aux porteurs libres, où  $N_e^d$  et  $N_h^d$  sont les densités des électrons libres et des trous,  $m_e^*$  et  $m_h^*$  sont leurs masses effectives,  $\mu_e$  et  $\mu_h$  leur mobilité et  $q$  est la charge de l'électron. Les électrons libres et trous étant créés en quantité égale par l'absorption à deux photons, on a  $N_e^d = N_h^d$ , et nous pouvons alors écrire  $n_{fc} = \sigma_i N_e^d$  et  $\alpha_{fc} = \sigma_r N_e^d$ . Dans le silicium, aux longueurs d'ondes et aux densités de porteurs libres que nous utilisons, les valeurs de  $\sigma_r$  et  $\sigma_i$  mesurées sont légèrement plus élevées que celles données ci-dessus par le modèle de Drude et sont égales à  $\sigma_r = 1.45 \times 10^{-21} \times \left( \frac{\omega_r}{\omega} \right)^2 m^2$  et  $\sigma_i = -5.3 \times 10^{-27} \times \left( \frac{\omega_r}{\omega} \right)^2 m^3$ , où  $\lambda_r = 2\pi c / \omega_r = 1550 \text{ nm}$  [41].

Si nous notons à présent  $\tau_{FCA}$  le temps caractéristique associé aux pertes locales en énergie dues à l'absorption par porteurs libres dans la cavité, alors nous avons  $1/\tau_{FCA} = (c/n_0)\alpha_{fc}$ , ce qui nous donne pour la densité de puissance absorbée localement par les porteurs libres :

$$P_{locale}^{FCA} = \frac{uE}{\tau_{FCA}} = \frac{c}{n_0} \alpha_{fc} \times \left( \frac{1}{2} n_0^2 \epsilon_0 \left\| \vec{E} \right\|^2 \right) = \frac{1}{2} \sigma_r N_e^d(\vec{r}) n_0 \epsilon_0 c |A(t)|^2 \left\| \vec{E}_0(\vec{r}) \right\|^2 \quad (1.43)$$

En intégrant cette expression sur l'ensemble de la cavité, nous obtenons alors :

$$P_{globale}^{FCA} = \frac{c}{n_0} \sigma_r |A(t)|^2 \frac{\iiint_{Si} N_e^d(\vec{r}) n_0^2 \left\| \vec{E}(\vec{r}, t) \right\|^2 dr^3}{\iiint_V n(\vec{r})^2 \left\| \vec{E}(\vec{r}, t) \right\|^2 dr^3} = \sigma_r \frac{c}{n_0} \frac{|A(t)|^2 N_e}{V_{FCA}} \quad (1.44)$$

où  $N_e = \iiint_{Si} N_e^d(\vec{r}) dr^3$  est le nombre total d'électrons libres (ou de paires électrons/trous) dans la cavité et où  $V_{FCA}$  est le volume caractéristique de l'absorption par porteurs libres ("Free Carriers Absorption"), qui est défini comme :

$$V_{FCA} = \frac{\left( \iiint_V n(\vec{r})^2 \left\| \vec{E}(\vec{r}, t) \right\|^2 dr^3 \right) \left( \iiint_{Si} N_e^d(\vec{r}) dr^3 \right)}{\iiint_{Si} N_e^d(\vec{r}) n_0^2 \left\| \vec{E}(\vec{r}, t) \right\|^2 dr^3} \quad (1.45)$$

La dispersion par porteurs libres ayant la même dépendance par rapport au champ électrique et à la densité de porteurs libres dans la cavité que l'absorption par porteurs libres, la variation d'indice moyenne sur l'ensemble de la cavité est égale à  $\delta n_0^{fc} = \frac{\sigma_i N_e}{V_{FCA}}$ , ce qui se traduit par une variation de la fréquence de résonance de la cavité  $\frac{\delta \omega_0^{fc}}{\omega_0} = -\frac{\delta n_0^{fc}}{n_0}$ , ce qui nous permet de modifier à présent l'équation 1.41 pour prendre en compte l'influence des porteurs libres :

$$\frac{dA}{dt} = i\Delta\omega A - \frac{\omega_0}{2Q}A - \frac{c^2}{n_0^2} \frac{\beta^{TPA}}{2V_{TPA}} |A|^2 A - \frac{c}{n_0} \frac{\sigma_r N_e}{2V_{FCA}} A + \sqrt{\frac{\omega_0 \sqrt{T_{max} P_{in}}}{2Q}} \quad (1.46)$$

où  $\Delta\omega$  représente le désaccord entre la fréquence du laser d'entrée  $\omega/(2\pi)$  et la fréquence de résonance de la cavité, en tenant compte de tous les effets de dispersion :

$$\Delta\omega = \omega - \omega_0 + \frac{\omega_0 c n_2 |A|^2}{n_0^2 V_{TPA}} + \frac{\omega_0 \sigma_i N_e}{n_0 V_{FCA}} \quad (1.47)$$

Pour que notre modèle soit complet, il nous faut à présent rajouter une seconde équation décrivant l'évolution du nombre de paires électrons/trous  $N_e$  créées par absorption à deux photons dans la cavité. Nous savons que le taux de photons détruits par l'absorption à deux photons au sein de la cavité est égal à  $P_{globale}^{TPA}/(\hbar\omega)$  et que pour chaque paire de photons absorbée, une paire électron/trou est créée. Nous savons également que l'absorption par porteurs libres ne génère pas de nouveaux porteurs. Si nous notons  $\tau_{fc}$  le temps de vie effectif des porteurs libres dans la cavité, alors nous obtenons l'équation suivante pour  $N_e$  :

$$\frac{dN_e}{dt} = -\frac{N_e}{\tau_{fc}} + \frac{1}{2} \frac{c^2}{n_0^2} \frac{\beta^{TPA}}{\hbar\omega V_{TPA}} |A|^4 \quad (1.48)$$

Théoriquement, il n'y a pas d'absorption linéaire dans le silicium aux longueurs d'onde où nous nous trouvons, puisque nous sommes dans sa bande interdite. Cependant, ce n'est pas tout à fait le cas, puisqu'une très faible absorption linéaire résiduelle égale à  $\alpha_{lin} = 16 \text{ dB/m} = 3.68 \text{ m}^{-1}$  a été mesurée dans les cavités à cristaux photoniques en silicium par mon collègue Laurent Haret [45, 36]. Cette absorption linéaire résiduelle a également été détectée par l'équipe de Notomi au Japon [46] et est probablement soit causée par la présence de petites impuretés dans le silicium utilisé pour fabriquer nos cavités, soit liée au procédé de fabrication. Si nous en tenons compte, alors la puissance globale perdue dans la cavité à cause de l'absorption linéaire est égale à :

$$P_{globale}^{lin} = \frac{c}{n_0} \alpha_{lin} |A(t)|^2 \frac{\iiint_{Si} n_0^2 \|\vec{E}(\vec{r})\|^2 dr^3}{\iiint_V n(\vec{r})^2 \|\vec{E}(\vec{r})\|^2 dr^3} = \alpha_{lin} \frac{c}{n_0} \frac{|A|^2}{R_{eff}} \quad (1.49)$$

où  $1/R_{eff}$  représente la fraction du mode optique présente dans le silicium, qui est définie comme :

$$R_{eff} = \frac{\iiint_V n(\vec{r})^2 \|\vec{E}(\vec{r})\|^2 dr^3}{\iiint_{Si} n_0^2 \|\vec{E}(\vec{r})\|^2 dr^3} \quad (1.50)$$

## 1.4. Modélisation des effets d'optique non-linéaire dans les nanocavités.

Chaque photon absorbé de cette manière créé une paire électron-trou, ce qui modifie l'équation 3.3 de la façon suivante :

$$\frac{dN_e}{dt} = -\frac{N_e}{\tau_{fc}} + \frac{1}{2} \frac{c^2}{n_0^2} \frac{\beta^{TPA} |A|^4}{\hbar\omega V_{TPA}} + \frac{c}{n_0} \frac{\alpha_{lin} |A|^2}{\hbar\omega R_{eff}} \quad (1.51)$$

Les pertes par absorption linéaire ont été déjà prises en compte dans l'équation 1.20 de par la définition du facteur de qualité  $Q$ , donc nous n'avons pas besoin de remodifier cette équation.

### 1.4.2.4 Dispersion thermique.

La majeure partie de la puissance absorbée optiquement du fait de l'absorption à deux photons, par porteurs libres et par absorption linéaire va être restituée au silicium sous forme de chaleur par différents mécanismes : premièrement, les porteurs libres créés par l'absorption à deux photons vont restituer l'excédent d'énergie fournie par l'absorption à deux photons par rapport au gap  $2\hbar\omega - E_G$  à la maille cristalline sous forme de phonons. De même, les porteurs libres excités vers des niveaux supérieurs du fait de l'absorption par porteurs libres vont restituer l'énergie absorbée sous forme de phonons en redescendant vers le bas de la bande de conduction. Une fois arrivés au bas de la bande de conduction, les porteurs libres vont se recombiner en émettant à nouveau des phonons. Tout ceci va augmenter la température moyenne de la cavité, ce qui va modifier son comportement en introduisant un facteur de dispersion thermique au sein de nos équations [47]. Le temps de vie des porteurs libres étant très court (en dessous de la nanoseconde) par rapport au temps de refroidissement de la cavité (de quelques dizaines de nanosecondes - voir chapitre 2), on peut considérer que la restitution de l'énergie absorbée optiquement au silicium va être instantanée. Si on note  $\Delta T$  la différence moyenne en température de la cavité provoquée par les effets d'absorption,  $V_{eff}^T$  le volume thermique effectif de la cavité et  $R_T$  la résistance thermique de la cavité, alors l'équation sur l'évolution de la température de la cavité est [48] :

$$(\rho_{Si} C_p^{Si} V_{eff}^T) \frac{d\Delta T}{dt} = -\frac{\Delta T}{R_T} + P_{globale}^{TPA} + P_{globale}^{FCA} + P_{globale}^{lin} \quad (1.52)$$

où  $\rho_{Si} = 2.33 \text{ g/cm}^3$  est la densité du silicium et  $C_p^{Si} = 0.7 \text{ J/(g}\times\text{K)}$  est sa capacité thermique. En remplaçant les puissances d'absorption globales par les expressions calculées précédemment, cette équation devient :

$$\rho_{Si} C_p^{Si} V_{eff}^T \frac{d\Delta T}{dt} = -\frac{\Delta T}{R_T} + \frac{c^2}{n_0^2} \frac{\beta^{TPA} |A|^4}{V_{TPA}} + \frac{c}{n_0} \frac{\sigma_r |A|^2 N_e}{V_{FCA}} + \frac{c}{n_0} \frac{\alpha_{lin} |A|^2}{R_{eff}} \quad (1.53)$$

A température ambiante, la variation d'indice causée par la température est égale à  $n_T = \frac{dn}{dT} = 1.86 \times 10^{-4} K^{-1}$ , ce qui correspond à une variation sur la fréquence de résonance de la cavité  $\delta\omega_0^T = -\frac{\omega_0}{n_0} \delta n_0^T = -\frac{\omega_0}{n_0} \times (n_T \Delta T)$  [47]. L'équation 1.47 sur le désaccord  $\Delta\omega$  est donc modifiée de la manière suivante pour prendre en compte la dispersion thermique :

$$\Delta\omega = \omega - \omega_0 + \frac{\omega c n_2 |A|^2}{n_0^2 V_{TPA}} + \frac{\omega_0 \sigma_i N_e}{n_0 V_{FCA}} + \frac{\omega_0}{n_0} n_T \Delta T \quad (1.54)$$

#### 1.4.2.5 Système d'équations complet et volume modal de la cavité.

Au final, nous obtenons un système de 4 équations décrivant le comportement non-linéaire d'une nanocavité en silicium à une seule résonance : une sur l'amplitude du champ électrique dans la cavité, une sur le désaccord entre la fréquence du laser et celle de la résonance de la cavité, une sur le nombre de porteurs libres et la dernière sur la température de la cavité :

$$\frac{dA}{dt} = i\Delta\omega A - \frac{\omega_0}{2Q} A - \frac{c^2 \beta^{TPA} |A|^2}{n_0^2 2V_{TPA}} A - \frac{c \sigma_r N_e}{n_0 2V_{FCA}} A + \sqrt{\frac{\omega_0 \sqrt{T_{max} P_{in}}}{2Q}} \quad (1.55)$$

$$\Delta\omega = \omega - \omega_0 + \frac{\omega c n_2 |A|^2}{n_0^2 V_{TPA}} + \frac{\omega_0 \sigma_i N_e}{n_0 V_{FCA}} + \frac{\omega_0}{n_0} n_T \Delta T \quad (1.56)$$

$$\frac{dN_e}{dt} = -\frac{N_e}{\tau_{fc}} + \frac{1}{2} \frac{c^2 \beta^{TPA} |A|^4}{n_0^2 \hbar \omega V_{TPA}} + \frac{c \alpha_{lin} |A|^2}{n_0 \hbar \omega R_{eff}} \quad (1.57)$$

$$\rho_{Si} C_p^{Si} V_{eff}^T \frac{d\Delta T}{dt} = -\frac{\Delta T}{R_T} + \frac{c^2 \beta^{TPA} |A|^4}{n_0^2 V_{TPA}} + \frac{c \sigma_r |A|^2 N_e}{n_0 V_{FCA}} + \frac{c \alpha_{lin} |A|^2}{n_0 R_{eff}} \quad (1.58)$$

C'est ce système d'équations qui sera utilisé au chapitre 2 pour décrire le phénomène d'auto-oscillations à haute fréquence dans une nanocavité. A noter que l'on peut également exprimer ce système sous forme d'un système de trois équations différentielles indépendantes, en réinjectant l'expression de  $\Delta\omega$  fournie par l'équation 1.56, la seule à ne pas être une équation différentielle, dans l'équation 1.55 sur l'évolution de l'amplitude. Il est évident d'après ces équations que les effets non-linéaires vont être autant plus importants que les volumes caractéristiques  $V_{TPA}$ ,  $V_{FCA}$  sont petits. On estime habituellement l'importance de ces effets non-linéaires en utilisant plutôt le volume modal, c'est à dire le volume caractéristique occupé par le mode de résonance de la cavité, qui sert à estimer le confinement du champ électromagnétique de ce mode dans la cavité, et qui est



## 1.4. Modélisation des effets d'optique non-linéaire dans les nanocavités.

défini comme :

$$V_m = \frac{\iiint_V n(\vec{r})^2 \left\| \vec{E}(\vec{r}, t) \right\|^2 dr^3}{\max \left( n(\vec{r})^2 \left\| \vec{E}(\vec{r}, t) \right\|^2 \right)} \quad (1.59)$$

Les différents volumes caractéristiques des effets non-linéaires définis plus haut sont du même ordre de grandeur que ce volume modal, et on considère donc que les effets d'optique non-linéaire dans la cavité sont proportionnels à  $1/V_m$ . De la même façon, on peut considérer que les effets d'optique linéaire dans la cavité sont proportionnels à  $Q$ . On peut donc considérer que l'importance des effets non-linéaires par rapport aux effets linéaires dans la cavité va être proportionnel au rapport  $Q/V_m$ . En d'autres termes, plus la taille de la cavité est petite et son facteur de qualité grand, plus les phénomènes non-linéaires au sein de cette cavité vont être importants. Les nanocavités à cristaux photoniques ont l'avantage de posséder à la fois des facteurs de qualités élevés et des volumes modaux extrêmement faibles : dans le cas d'une nanocavité de type Kuramochi comme celle décrite à la figure 1.4, le volume modal du mode de résonance calculé à partir de la simulation FDTD est égal à  $V_m = 0.124 \mu m^3$ , avec des facteurs de qualités qui peuvent aller jusqu'à plusieurs millions. Ces nanocavités sont donc particulièrement intéressantes pour étudier les phénomènes d'optique non-linéaire.

Il reste un phénomène non-linéaire important qui ne peut pas être décrit par ce système d'équations, car il met en jeu des photons de fréquences différentes, ce qui complexifie nos équations : il s'agit de la diffusion Raman, qui a pour origine l'interaction des photons avec les phonons optiques au sein de la cavité. Ce phénomène sera étudié plus en détail lors du chapitre 3 de cette thèse, qui concerne les lasers Raman, mais nous allons d'ores et déjà modifier notre système d'équations afin de l'y inclure.

### 1.4.3 Diffusion Raman.

#### 1.4.3.1 Qu'est ce que la diffusion Raman ?

La diffusion Raman est un phénomène à la fois acoustique et optique dans lequel une partie de la lumière parcourant un matériau va interagir avec les phonons, c'est à dire les vibrations, de ce matériau et se retrouver décalée en fréquence par l'absorption ou l'émission d'un phonon. Ce phénomène a été découvert par C. V. Raman en 1928 [40, 49]. Il existe deux sortes de diffusion Raman : la diffusion de type Stokes dans laquelle le photon se retrouve décalé vers une fréquence plus petite par l'émission d'un phonon, et la diffusion de type anti-Stokes dans laquelle le photon se retrouve décalé vers une fréquence plus grande par l'absorption d'un phonon (voir Fig. 1.18). La diffusion Raman de type Stokes est habituellement beaucoup plus importante que la diffusion de type anti-

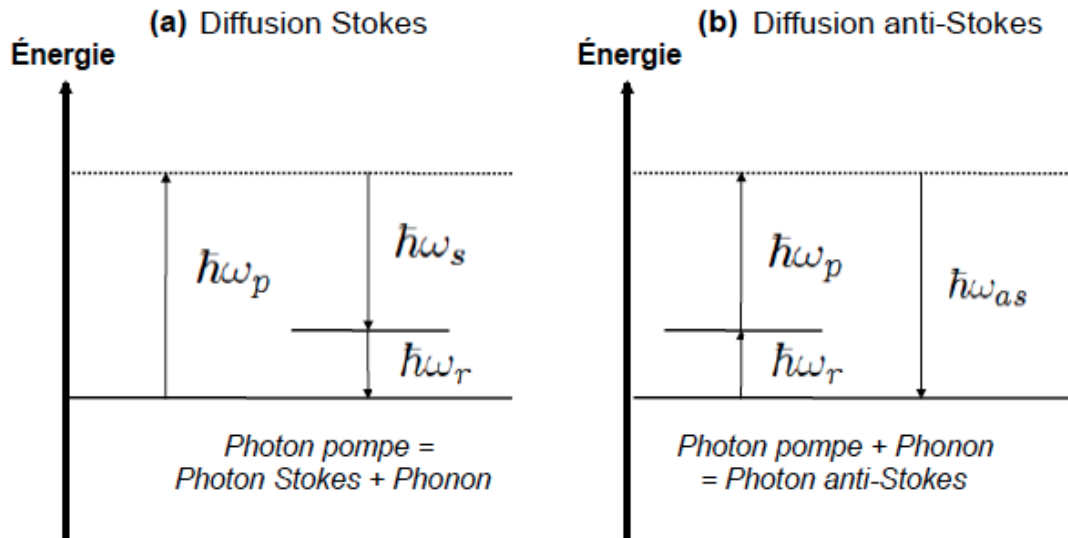


FIGURE 1.18 – (a) Schéma du processus de diffusion Raman de type Stokes : Le matériau absorbe un photon de fréquence  $\omega_p$  et émet un nouveau phonon de fréquence  $\omega_r$  et un nouveau photon de fréquence  $\omega_s = \omega_p - \omega_r$ . (b) Schéma du processus de diffusion Raman de type anti-Stokes : Le matériau absorbe un photon de fréquence  $\omega_p$  et un phonon de fréquence  $\omega_r$  et émet un nouveau photon de fréquence  $\omega_{as} = \omega_p + \omega_r$ .

Stokes (typiquement d’au moins un ordre de grandeur) [40]. Nous négligerons donc la diffusion anti-Stokes par la suite.

Le processus décrit ci-dessus s’appelle la diffusion Raman spontanée, et est d’habitude extrêmement faible. Cependant, lorsque le matériau est excité par un laser de forte intensité, une version beaucoup plus efficace de la diffusion Raman, que l’on appelle la diffusion Raman stimulée, est possible. Il s’agit d’un phénomène non-linéaire dans lequel la présence au sein du matériau à la fois de photons à la fréquence du laser de pompe  $f_p$  et à la fréquence de la diffusion Stokes  $f_s$  va provoquer une modulation de l’intensité du champ électrique à la fréquence  $f_p - f_s = f_r$ , c’est à dire à la fréquence des phonons Raman. Cette modulation va à son tour renforcer l’amplitude des vibrations cristallines du matériau, augmentant ainsi l’efficacité de la diffusion Raman, ce qui va créer plus de photons à la fréquence de Stokes, et ainsi de suite. 10 % ou plus de l’énergie du laser de pompe peut être ainsi convertie à la fréquence de Stokes [40].

Tandis que la diffusion Raman spontanée va être proportionnelle uniquement au nombre de photons à la fréquence du laser de pompe dans la cavité, la diffusion Raman stimulée va être proportionnelle à la fois au nombre de photons à la fréquence du laser de pompe et au nombre de photons à la fréquence de Stokes, et va donc être non-linéaire. La probabilité par unité de temps qu’un photon soit émis par diffusion Raman dans le mode de Stokes a

## 1.4. Modélisation des effets d'optique non-linéaire dans les nanocavités.

donc pour forme [21, 40, 50] :

$$\phi_s = G_r N_p (N_s + 1) \quad (1.60)$$

où  $N_p$  est le nombre de photons à la fréquence pompe,  $N_s$  est le nombre de photons à la fréquence Stokes et  $G_r$  est une constante dépendant du matériau, appelée le gain Raman. Le facteur  $G_r N_p$  représente alors la contribution de la diffusion Raman spontanée et  $G_r N_p N_s$  celle de la diffusion Raman stimulée.

### 1.4.3.2 Diffusion Raman stimulée dans le silicium.

Dans le silicium, la diffusion Raman prend la forme d'un pic de Lorentz très étroit, centré autour de la fréquence  $f_s = f_p - f_R$ , avec  $f_R = \omega_R / (2\pi) = 15.6$  THz la fréquence du décalage Raman dans le silicium, et dont la largeur à mi-hauteur est  $\Delta f_R = \Delta \omega_R / (2\pi) = 105$  GHz [51], soit environ 1 nm pour une longueur d'onde de Stokes autour de 1670 nm. Si on note  $\vec{E}_p(\vec{r}, t) = A_p(t) \times \vec{E}_{p_0}(\vec{r}) \times e^{-i\omega_p t}$  le champ électrique du mode correspondant aux photons à la fréquence de pompe et  $\vec{E}_s(\vec{r}, t) = A_s(t) \times \vec{E}_{s_0}(\vec{r}) \times e^{-i\omega_s t}$  celui du mode des photons à la fréquence de Stokes, alors la polarisation non-linéaire créée par la diffusion Raman stimulée dans le silicium est égale à [21, 41, 49] :

$$P_i^{NL}(\omega) = \frac{-\epsilon_0 \omega_R g_{ijkl}^R \Delta \omega_R}{\omega_R^2 - (\omega - \omega_p)^2 + i(\omega - \omega_p)(\Delta \omega_R)} \times E_j(\omega_p) E_k^*(\omega_p) E_l(\omega) \quad (1.61)$$

où  $g_{ijkl}^R$  est une constante indépendante de la fréquence qui représente le gain de la diffusion Raman stimulée dans le silicium. Pour des fréquences  $\omega$  proches de la fréquence Stokes  $\omega_s = \omega_p - \omega_R$ , nous avons  $\omega - \omega_p \approx -\omega_R$  et  $\omega_R^2 - (\omega - \omega_p)^2 = (\omega_R + \omega - \omega_p)(\omega_R - \omega + \omega_p) \approx 2\omega_R(\omega - \omega_s)$ , et l'équation 1.61 devient alors :

$$P_i^{NL}(\omega) = \frac{-i\epsilon_0 g_{ijkl}^R}{1 + 2i\left(\frac{\omega - \omega_s}{\Delta \omega_R}\right)} \times E_j(\omega_p) E_k^*(\omega_p) E_l(\omega) \quad (1.62)$$

Si on suppose dans un premier temps que le gain  $g_{ijkl}^R$  est scalaire et réel, alors l'équation 1.62 devient :

$$\vec{P}_s^{NL}(\omega) = \frac{-i\epsilon_0 g_R \left\| \vec{E}_p \right\|^2}{1 + 2i\left(\frac{\omega - \omega_s}{\Delta \omega_R}\right)} \times \vec{E}_s(\omega) \quad (1.63)$$

avec  $g_R > 0$ . En injectant cette expression dans l'équation 1.27, et en utilisant le fait que  $\left\| \vec{E}_p(\vec{r}, t) \right\|^2 = |A_p(t)|^2 \left\| \vec{E}_{p_0}(\vec{r}) \right\|^2$  varie beaucoup plus lentement avec le temps que les champs électriques  $\vec{E}_p(\vec{r}, t) = A_p(t) \vec{E}_{p_0}(\vec{r}) e^{-i\omega_p t}$  et  $\vec{E}_s(\vec{r}, t) = A_s(t) \vec{E}_{s_0}(\vec{r}) e^{-i\omega t}$ ,

## Chapitre 1. Nanocavités à cristaux photoniques.

alors nous obtenons

$$\nabla \times \nabla \times \vec{E}_s - \frac{\omega^2 n_0^2}{c^2} \vec{E}_s = \frac{\omega^2 n_0^2}{c^2} \left( \frac{-ic}{\omega n_0} \frac{g_R^B I_p}{1 + 2i \left( \frac{\omega - \omega_s}{\Delta \omega_R} \right)} \right) \vec{E}_s \quad (1.64)$$

où  $g_R^B = 2\omega g_R / (\epsilon_0 c^2 n_0^2)$  est le gain Raman dans le silicium massif [37] et  $I_p = \frac{1}{2} n_0 \epsilon_0 c \|\vec{E}_p\|^2$  est l'intensité optique du mode de pompe. Si nous choisissons d'ignorer la très faible dispersion due à la diffusion Raman stimulée pour ne garder que le facteur de gain, alors cette équation est équivalente à une modification de l'indice de réfraction complexe du matériau, égale à :

$$n_0^l \sim n_0 - i \frac{c}{2\omega} \frac{g_R^B I_p}{1 + 4 \left( \frac{\omega - \omega_s}{\Delta \omega_R} \right)^2} \quad (1.65)$$

On remarque que, au contraire de l'équation 1.35 sur l'absorption à deux photons, la partie imaginaire de la variation de l'indice optique est négative. Il s'agit donc bien d'un gain, et non d'une absorption. La valeur du gain Raman dans le silicium massif  $g_R^B$  est assez mal connue et varie selon les mesures effectuées entre 8.9 cm/GW [52] et 76.5 cm/GW [53].

La puissance de Stokes générée localement par la diffusion Raman stimulée est alors égale à :

$$P_{locale}^R(\omega) = \frac{\frac{c}{n_0} g_R^B I_p}{1 + 4 \left( \frac{\omega - \omega_s}{\Delta \omega_R} \right)^2} \times \left( \frac{1}{2} n_0^2 \epsilon_0 \|\vec{E}_s\|^2 \right) = \frac{\frac{1}{4} n_0^2 \epsilon_0^2 c^2 g_R^B |A_p|^2 |A_s|^2}{1 + 4 \left( \frac{\omega - \omega_s}{\Delta \omega_R} \right)^2} \|\vec{E}_{p0}\|^2 \|\vec{E}_{s0}\|^2 \quad (1.66)$$

En intégrant cette expression sur l'ensemble de la partie en silicium de la cavité, nous obtenons la puissance de Stokes totale générée par la diffusion Raman stimulée dans la cavité :

$$P_{globale}^R(\omega) = \frac{c^2}{n_0^2} \frac{g_R^B |A_p|^2 |A_s|^2}{\left( 1 + 4 \left( \frac{\omega - \omega_s}{\Delta \omega_R} \right)^2 \right) V_R} \quad (1.67)$$

où  $V_R$  est le volume caractéristique de la diffusion Raman, qui est défini comme :

$$V_R = \frac{\left( \iiint_V n(\vec{r})^2 \|\vec{E}_p(\vec{r})\|^2 dr^3 \right) \left( \iiint_V n(\vec{r})^2 \|\vec{E}_s(\vec{r})\|^2 dr^3 \right)}{\iiint_{S_i} n_0^4 \|\vec{E}_p(\vec{r})\|^2 \|\vec{E}_s(\vec{r})\|^2 dr^3} \quad (1.68)$$

Nous pouvons à présent modifier ce résultat pour prendre en compte le fait que le gain de la diffusion Raman n'est pas scalaire, et a en fait pour forme  $g_{ijkl}^R = g_R \left( \sum_{n=x,y,z} R_{ij}^n R_{kl}^n \right)$ ,

## 1.4. Modélisation des effets d'optique non-linéaire dans les nanocavités.

avec  $R^n$  les composantes du tenseur Raman dans le silicium. Si on suppose que le repère (x,y,z) est orienté selon les axes cristallographiques du silicium [100], [010], [001] (les directions des axes sont indiquées selon les indices de Miller), alors ces tenseurs vont avoir pour expressions :  $R_{ij}^x = \delta_{iy}\delta_{jz} + \delta_{iz}\delta_{jy}$ ,  $R_{ij}^y = \delta_{ix}\delta_{jz} + \delta_{iz}\delta_{jx}$  et  $R_{ij}^z = \delta_{ix}\delta_{jz} + \delta_{iy}\delta_{jx}$ . Si nous posons  $\xi_{ijkl}^{(3)} = \sum_{n=x,y,z} R_{ij}^n R_{kl}^n$  le tenseur dont les composantes sont égales à 0 si les composantes correspondantes de  $g_{ijkl}^R$  sont nulles et égales à 1 si ce n'est pas le cas, alors l'expression du volume Raman devient :

$$V_R = \frac{\left( \iiint_V n(\vec{r})^2 \left\| \vec{E}_p(\vec{r}) \right\|^2 dr^3 \right) \left( \iiint_V n(\vec{r})^2 \left\| \vec{E}_s(\vec{r}) \right\|^2 dr^3 \right)}{\iiint_{Si} n_0^4 \vec{E}_s^*(\vec{r}) \xi_{ijkl}^{(3)} \vec{E}_p(\vec{r}) \vec{E}_p^*(\vec{r}) \vec{E}_s(\vec{r}) dr^3} \quad (1.69)$$

C'est cette expression qui sera utilisée par la suite pour calculer le volume Raman dans notre cavité. Ce volume Raman, et donc le gain Raman, peut varier énormément selon la direction de propagation des ondes de pompe et Stokes par rapport aux axes cristallographiques du silicium, et il est donc nécessaire de bien choisir l'orientation de nos cavités pour maximiser ce gain.

Nous pouvons remarquer que l'équation 1.67 sur la puissance Stokes générée dans la cavité correspond bien à l'expression d'un pic de Lorentz de largeur à mi-hauteur  $\Delta\omega_R$  et centré sur la fréquence de Stokes  $\omega_s = \omega_p - \omega_R$ . Cependant, cette expression de la puissance Stokes n'est correcte que si nous sommes dans un guide d'onde sans aucune résonance. Typiquement, une nanocavité adaptée à la diffusion Raman va posséder une résonance à une fréquence proche de la fréquence de Stokes, destinée à augmenter le nombre de photons Stokes dans la cavité et favoriser la diffusion Raman stimulée. Cette résonance va être habituellement plus étroite que le pic de Lorentz du gain Raman, tronquant en partie ce pic. Nous devons prendre cela en compte lorsque nous allons écrire les équations décrivant la diffusion Raman dans nos cavités.

### 1.4.3.3 Diffusion Raman dans une cavité doublement résonante.

Concrètement, pour pouvoir écrire les équations décrivant la diffusion Raman dans nos cavités, nous allons supposer que la diffusion Raman a lieu dans une cavité possédant deux résonances aux fréquences  $\omega_{p_0}$  et  $\omega_{s_0}$  telles que la différence de fréquences  $\omega_{p_0} - \omega_{s_0}$  soit très proche de la fréquence du décalage Raman  $\omega_R$ . Si on note  $\omega_p$  la fréquence du laser de pompe et  $\omega_s = \omega_p - \omega_R$  la fréquence de Stokes, alors la puissance générée par la diffusion

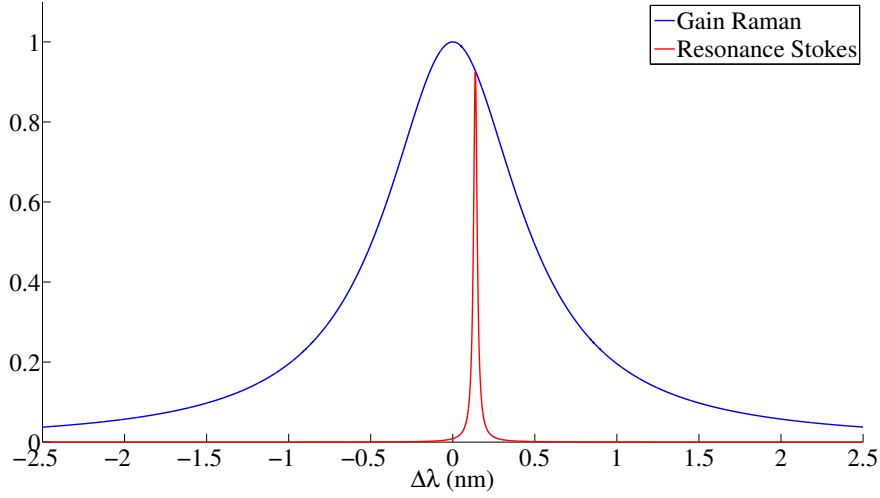


FIGURE 1.19 – Comparaison entre le pic de Lorentz du gain Raman (en bleu) et le pic de Lorentz d’une résonance  $\omega_{s_0}$  utilisée pour le Stokes, avec  $Q_s = 10000$  (en rouge). Il est évident que seuls les photons Stokes de fréquence  $\omega \approx \omega_{s_0}$  vont rester dans la cavité, les autres disparaissant rapidement après avoir été créés, et que seule la puissance Raman générée à la fréquence  $\omega_{s_0}$  va être significative.

Raman stimulée dans la cavité nous est donnée par :

$$P_{globale}^R(\omega) = \frac{c^2 g_R^B |A_p|^2 H_{s_0}(\omega) \hbar \omega_{s_0} N_s}{n_0^2 \left( 1 + 4 \left( \frac{\omega - \omega_s}{\Delta\omega_R} \right)^2 \right) V_R} \quad (1.70)$$

avec  $|A_p|^2$  l’énergie du mode correspondant à la résonance de fréquence  $\omega_{p_0}$ ,  $N_s = |A_s|^2 / (\hbar \omega_{s_0})$  le nombre de photons dans la cavité à la fréquence  $\omega_{s_0}$  de la résonance utilisée pour le Stokes, et  $H_{s_0}(\omega)$  la réponse fréquentielle normalisée de la cavité pour cette résonance Stokes. Typiquement, le pic de résonance de Stokes va être beaucoup plus étroit que le pic de Lorentz du gain Raman, d’un facteur 10 à 100 environ (voir Fig. 1.19). Ceci veut dire que seuls les photons Stokes créés dont la fréquence  $\omega$  est très proche de la fréquence de la résonance Stokes  $\omega_{s_0}$  vont avoir un temps de vie important, les autres disparaissant rapidement après avoir été créés. Nous allons donc négliger les photons Stokes avec une fréquence  $\omega \neq \omega_{s_0}$ , ce qui nous permet d’approximer la puissance Stokes totale générée par la diffusion Raman stimulée par :

$$P_{totale}^R = \frac{c^2 g_R^B |A_p|^2 \hbar \omega_{s_0} N_s}{n_0^2 \left( 1 + 4 \left( \frac{\omega_{s_0} - \omega_s}{\Delta\omega_R} \right)^2 \right) V_R} \quad (1.71)$$

Si on néglige les autres effets non-linéaires, alors l’équation sur le nombre de photons

## 1.4. Modélisation des effets d'optique non-linéaire dans les nanocavités.

Stokes dans la cavité a la forme suivante :

$$\frac{dN_s}{dt} = -\frac{N_s}{\tau_s} + \frac{P_{totale}^R}{\hbar\omega_{s0}} = -\frac{N_s}{\tau_s} + \frac{c^2}{n_0^2} \frac{g_R^B |A_p|^2 N_s}{\left(1 + 4 \left(\frac{\omega_s - \omega_{s0}}{\Delta\omega_R}\right)^2\right) V_R} \quad (1.72)$$

avec  $\tau_s = \frac{Q_s}{\omega_{s0}}$  le temps de vie des photons Stokes dans la cavité. Mais cette équation ne prend en compte que la diffusion Raman stimulée. Si nous tenons compte de la relation entre la diffusion Raman stimulée et spontanée décrite à l'équation 1.60, alors cette équation devient :

$$\frac{dN_s}{dt} = -\frac{N_s}{\tau_s} + \frac{G_r N_p (N_s + 1)}{1 + 4 \left(\frac{\omega_s - \omega_{s0}}{\Delta\omega_R}\right)^2} \quad (1.73)$$

avec  $G_r = \frac{c^2 \hbar \omega_p g_R^B}{n_0^2 V_R}$  le gain Raman de la cavité. Le gain d'un photon Stokes se traduisant par la perte d'un photon pompe, l'équation sur l'amplitude du champ électrique du laser de pompe 1.20 devient alors :

$$\frac{dA_p}{dt} = i(\omega_p - \omega_{p0})A_p - \frac{A_p}{2\tau_p} - \frac{G_r A_p (N_s + 1)}{2 \left(1 + 4 \left(\frac{\omega_s - \omega_{s0}}{\Delta\omega_R}\right)^2\right)} + \sqrt{\frac{\sqrt{T_{pmax}} P_{pin}}{2\tau_p}} \quad (1.74)$$

avec  $\tau_p = \frac{Q_p}{\omega_{p0}}$  le temps de vie des photons pompe dans la cavité. Pour que ces équations nous soient utiles, nous devons cependant y rajouter les autres effets d'optique non linéaire que nous avons décrit à la section 1.4.2. Ces effets vont justement constituer le principal obstacle à la diffusion Raman stimulée dans notre cavité et donc à l'obtention d'un laser Raman, en particulier l'absorption due aux porteurs libres qui est la plus importante des différentes absorptions dans nos cavités, et doivent être pris en compte si nous voulons modéliser correctement le comportement de nos cavités. Les équations de la cavité doublement résonante deviennent alors rapidement beaucoup plus complexes :

$$\frac{dA_p}{dt} = - \left( \frac{1}{\tau_p} + \gamma_{pr}^{FCA} N_e + \gamma_{pp}^{TPA} N_p + (\gamma_{ps}^{TPA} + \gamma_{sp}^{TPA}) N_s + \frac{G_r (N_s + 1)}{1 + 4 \left(\frac{\Delta\omega_s}{\Delta\omega_R}\right)^2} \right) \frac{A_p}{2} + \quad (1.75)$$

$$+ i\Delta\omega_p A_p + \sqrt{\frac{\sqrt{T_{pmax}} P_{pin}}{2\tau_p}}$$

$$\frac{dN_s}{dt} = - \left( \frac{1}{\tau_s} + \gamma_{s_r}^{FCA} N_e + \gamma_{ss}^{TPA} N_s + (\gamma_{ps}^{TPA} + \gamma_{sp}^{TPA}) N_p \right) N_s + \frac{G_r N_p (N_s + 1)}{1 + 4 \left( \frac{\Delta \omega_s}{\Delta \omega_R} \right)^2} \quad (1.76)$$

$$\frac{dN_e}{dt} = - \frac{N_e}{\tau_{fc}} + \sum_{I,J=p,s} \sum \left( \frac{1}{2} \gamma_{IJ}^{TPA} N_I N_J \right) + \sum_{I=p,s} \gamma_I^J N_I \quad (1.77)$$

$$\rho_{Si} C_p^{Si} V_{eff}^T \frac{d\Delta T}{dt} = - \frac{\Delta T}{R_T} + \sum_{I,J=p,s} \sum \left( \hbar \omega_I \gamma_{IJ}^{TPA} N_I N_J \right) + \sum_{I=p,s} \hbar \omega_I \left( \gamma_{I_r}^{FCA} N_e N_I + \gamma_I^J N_I \right) \quad (1.78)$$

$$\Delta \omega_I = \omega_I - \omega_{I_0} + \gamma_{I_i}^{FCD} N_e + \gamma_I^T \Delta T \quad (1.79)$$

où nous avons  $\tau_I = \frac{Q_I}{\omega_{I_0}}$  le temps de vie des photons  $N_I = \frac{|A_I|^2}{\hbar \omega_I}$  dans la cavité (où  $I = p, s$  représente indifféremment la pompe ou le Stokes),  $G_r = \frac{c^2 \hbar \omega_p g_R^B}{n_0^2 V_R}$  le gain Raman,  $\gamma_{I_r}^{FCA} = \frac{c}{n_0} \frac{\sigma_r}{V_{FCA}^I}$  et  $\gamma_{I_i}^{FCD} = \frac{\omega_{I_0}}{n_0} \frac{\sigma_i}{V_{FCA}^I}$  les coefficients de l'absorption et de la dispersion par porteurs libres,  $\gamma_I^J = \frac{c}{n_0} \frac{\hbar \omega_{I_0} \alpha_{lin}}{R_{eff}^I}$  ceux de l'absorption linéaire et  $\gamma_I^T = \frac{\omega_{I_0}}{n_0} n_T$  ceux de la dispersion thermique. Les coefficients  $\gamma_{IJ}^{TPA} = \frac{c^2 \hbar \omega_I \beta^{TPA}}{n_0^2 V_{TPA}^{IJ}}$  représentent l'absorption à deux photons (où  $I$  et  $J$  représentent indifféremment la pompe ou le Stokes) : il y a en fait là quatre coefficients différents car il y a quatre types d'absorptions à deux photons possibles dans notre cavité - deux photons pompe, un photon pompe + un photon Stokes, un photon Stokes + un photon pompe, ou deux photons Stokes. L'absorption à deux photons pompe va être bien sûr la plus importante car on a d'habitude plus de photons pompe que Stokes dans la cavité, mais les autres types d'absorptions à deux photons ne vont pas être négligeables à partir du moment où la diffusion Raman stimulée prédomine et où beaucoup de photons Stokes sont créés. Les coefficients associés à l'effet Kerr ne sont pas indiqués car ils sont en réalité négligeables aux puissances que nous utilisons comparés aux autres formes de dispersion (voir chapitre 2).  $R_T$  et  $V_{eff}^T$  représentent respectivement la résistance thermique et le volume thermal effectif de la cavité. Les différents volumes caractéristiques  $V_{TPA}^{IJ}$ ,  $V_{FCA}^I$  et les fractions  $R_{eff}^I$  sont alors définis comme :

$$V_{TPA}^{IJ} = \frac{\left( \iiint_V n(\vec{r})^2 \left\| \vec{E}_I(\vec{r}) \right\|^2 dr^3 \right) \left( \iiint_V n(\vec{r})^2 \left\| \vec{E}_J(\vec{r}) \right\|^2 dr^3 \right)}{\iiint_{S_i} n_0^4 \left\| \vec{E}_I(\vec{r}) \right\|^2 \left\| \vec{E}_J(\vec{r}) \right\|^2 dr^3} \quad (1.80)$$



$$V_{FCA}^I = \frac{\left( \iiint_V n(\vec{r})^2 \left\| \vec{E}_I(\vec{r}) \right\|^2 dr^3 \right) \left( \iiint_{Si} N_e^d(\vec{r}) dr^3 \right)}{\iiint_{Si} N_e^d(\vec{r}) n_0^2 \left\| \vec{E}_I(\vec{r}) \right\|^2 dr^3} \quad (1.81)$$

$$R_{eff}^I = \frac{\iiint_V n(\vec{r})^2 \left\| \vec{E}_I(\vec{r}) \right\|^2 dr^3}{\iiint_{Si} n_0^2 \left\| \vec{E}_I(\vec{r}) \right\|^2 dr^3} \quad (1.82)$$

Ces équations seront utilisées au chapitre 3 pour décrire le comportement d'un laser de type Raman fabriqué dans une nanocavité à cristaux photoniques en silicium doublement résonante.

## 1.5 Conclusion.

Au cours de ce chapitre, nous avons présenté les cristaux photoniques, tout d'abord d'un point de vue théorique, définissant ces structures et les types de cristaux photoniques. Nous avons expliqué pourquoi nous avons choisi d'utiliser des cristaux photoniques à deux dimensions gravés dans une membrane de silicium, en raison de leur plus grande facilité de fabrication et de leur plus grande compatibilité avec l'optique intégrée et l'opto-électronique silicium. Nous avons également décrit les guides d'onde W1 conçus à partir de ces cristaux photoniques et en particulier les cavités de types Kuramochi [26] dans lesquelles ont été faites les mesures expérimentales qui seront décrites lors du chapitre 2 de cette thèse. Nous avons également décrit rapidement les méthodes (ondes planes et FDTD) utilisées par les logiciels nous ayant permis de modéliser ces cristaux photoniques. Nous avons ensuite décrit en détail les différentes étapes de la fabrication de ces cristaux photoniques, et des guides d'onde suspendus permettant d'y accéder, fabrication qui a été effectuée à la salle blanche de l'IEF. Les différentes machines et méthodes utilisées lors de ces étapes ont été présentées de manière succincte : les deux machines de lithographie électronique disponibles dans la salle blanche (Raith 150 et Nanobeam 4) et leurs différences, ainsi que les masques conçus à l'aide du logiciel L-Edit pour cette lithographie, la gravure plasma ICP utilisée pour la gravure des trous du cristal photonique dans le silicium, la découpe du substrat à la scie diamantée, et la gravure humide à l'acide fluorhydrique utilisée pour retirer la silice sous le silicium et obtenir ainsi un cristal photonique silicium membranaire.

Nous avons conclu ce chapitre par une étude des différents phénomènes d'optique non-linéaire dominants dans nos nanocavités en silicium, ce qui nous a permis de modéliser le comportement de nos cavités et d'obtenir un système d'équations non-linéaires (sur l'amplitude du champ électrique dans la cavité, le nombre de porteurs libres, et sur la

## **Chapitre 1. Nanocavités à cristaux photoniques.**

---

température) décrivant le comportement d'une nanocavité en silicium à une seule résonance et de calculer les différents coefficients associés aux effets non-linéaires dans cette cavité : les absorptions non-linéaires à deux photons et par porteurs libres, et les dispersions dues aux porteurs libres, à l'effet Kerr et à la thermique. C'est ce modèle qui sera utilisé pour étudier le phénomène d'auto-oscillations à haute fréquence dans les nanocavités en silicium lors du deuxième chapitre de cette thèse. Nous avons ensuite modifié ce système d'équations pour prendre en compte le cas d'une nanocavité en silicium à double résonance, afin d'y inclure la diffusion Raman stimulée et spontanée, et d'obtenir ainsi les équations décrivant le fonctionnement d'un laser Raman. C'est ce nouveau modèle qui sera utilisé lors du chapitre 3 de cette thèse afin de décrire le fonctionnement de ces lasers Raman et d'étudier la diffusion Raman dans les cavités doublement résonantes que nous avons fabriquées.

# Chapitre 2

## Auto-oscillations GHz dans une nanocavité.

### 2.1 Introduction.

Nous avons vu au chapitre précédent que les effets d'optique non-linéaire sont très importants dans les nanocavités à cristaux photoniques, puisqu'ils dépendent du rapport  $Q/V_m$  entre le facteur de qualité de la cavité et son volume modal  $V_m$ . Parmi ces effets, celui qui nous intéresse le plus est la diffusion Raman stimulée, puisqu'il s'agit du seul moyen d'obtenir un laser entièrement en silicium que l'on a trouvé jusqu'à présent [54, 55, 56, 57, 58]. Cependant, ce phénomène est en compétition avec de nombreux autres phénomènes non-linéaires, notamment les absorptions non-linéaires à deux photons et par porteurs libres, qui peuvent aisément empêcher l'obtention d'un laser Raman s'ils sont trop importants. Bien que le coefficient d'absorption à deux photons de nos cavités puisse être facilement calculé à partir de la simulation FDTD de la cavité, ce n'est pas le cas de la dispersion et de l'absorption par porteurs libres (beaucoup plus importante que l'absorption à deux photons), qui vont dépendre fortement à la fois du temps de vie des porteurs libres dans la cavité et du volume effectif sur lequel ils vont s'étendre, lesquels ne peuvent pas être aisément calculés par FDTD. Pour mieux comprendre ces effets de porteurs libres, nous avons décidé d'étudier le phénomène des auto-oscillations à haute fréquence, un effet non-linéaire lié à la dispersion par porteurs libres. Ce phénomène consiste en une modulation de la puissance de sortie de la cavité, elle-même liée à une modulation de la transmission de la cavité sous l'influence de la dispersion par porteurs libres, qui va désaccorder la résonance de la cavité par rapport à la longueur d'onde du laser. L'intérêt pour ce phénomène est extrêmement récent dans les micro-cavités, étant donné que le premier article (théorique) sur le sujet n'a été publié qu'en Mai 2011 par Malaguti [59], moins de sept mois avant que nous ne l'observions dans nos propres

## Chapitre 2. Auto-oscillations GHz dans une nanocavité.

---

nanocavités en janvier 2012, et le premier article concernant l'observation de ces auto-oscillations dans les micro-disques par Soltani & co. [60] n'a été publié que quelques mois après. Nous avons donc été les premiers à mesurer expérimentalement ces auto-oscillations à haute fréquence dans une nanocavité à cristaux photoniques en silicium, résultats que nous avons présentés ensuite dans un article publié en Mai 2013 [1].

Ce phénomène d'auto-oscillations est également très intéressant à cause de ses applications à la photonique micro-onde, un domaine qui cherche à fournir des fonctions grâce à l'optique intégrée et l'opto-électronique qui sont difficiles à obtenir dans le domaine des radio-fréquences [61]. En particulier, la génération optique et la distribution de signaux micro-ondes au sein d'un système très compact sont des techniques clés de cette photonique micro-onde. Il a été théoriquement démontré que des auto-oscillations à haute fréquence (jusqu'à 100 GHz) peuvent être obtenues dans des systèmes résonants tel que les cavités à cristaux photoniques en présence de forts effets non-linéaires [59].

La présence d'auto-oscillations est une propriété intrinsèque des systèmes non-linéaires caractérisés par des dynamiques différentielles retardées [62]. Une particularité importante des micro-cavités optiques est que le temps de vie des photons dans la cavité peut être du même ordre de grandeur que le temps de vie des porteurs libres. Dans ce cas, des auto-oscillations peuvent être créées par l'interaction entre la dispersion par porteurs libres et l'absorption à deux photons [59, 63]. Ces auto-oscillations sont obtenues pour des fréquences de l'ordre du gigahertz et diffèrent donc de manière significative des auto-oscillations créées par la compétition entre la dispersion par porteurs libres et la dispersion thermique, qui sont limitées aux fréquences de l'ordre du mégahertz [47, 64].

Nous avons pu mesurer expérimentalement pour la première fois des auto-oscillations non-atténuées à haute-fréquence dans une nanocavité à cristaux photoniques en silicium [1], avec une fréquence proche de 3 GHz. Bien que des auto-oscillations de ce type aient été également mesurées dans des micro-disques en silicium par Soltani, qui a présenté ses premières mesures dans un article publié quelques mois après que nous ayons effectué nos mesures [60], les auto-oscillations dans notre nanocavité à cristaux photoniques présentent l'avantage d'avoir une fréquence beaucoup plus élevée que celles observées dans un micro-disque, dont la fréquence n'est que de 0.5 GHz. En dépit du fait que ces auto-oscillations ont pour origine des effets non-linéaires, elles sont également quasiment sinusoïdales, contrairement aux auto-oscillations dans les micro-disques. Cette propriété remarquable est expliquée par le modèle développé dans ce chapitre.

Ce chapitre est divisé en cinq parties. La première partie décrit le dispositif utilisé pour mesurer ces auto-oscillations et la nanocavité où elles ont été mesurées, et présente les résultats expérimentaux. La deuxième partie présente les équations utilisées pour modéliser cette nanocavité et les simplifications que nous avons effectuées sur ces équations par rapport au modèle présenté à la section 1.3 du chapitre précédent. Nous résolvons ce système

## 2.2. Dispositif utilisé pour les mesures expérimentales.

---

d'équations dans la troisième partie en le linéarisant pour des petites variations autour d'un point d'équilibre, ce qui nous permet de calculer la fréquence des auto-oscillations et de prédire si elles seront atténuées ou non. La quatrième partie porte sur une résolution des équations non-linéarisées par une analyse harmonique, ce qui nous a permis de calculer leur amplitude, ainsi que l'amplitude de la seconde harmonique, et d'estimer de cette manière la pureté spectrale de ces auto-oscillations, montrant ainsi qu'elles sont quasi-sinusoïdales. La cinquième partie compare les résultats expérimentaux obtenus avec les résultats prédits par le modèle théorique et les simulations numériques, montrant que nous avons un excellent accord entre les deux, ce qui nous permet de déterminer entre autres choses le temps de vie des porteurs libres pour nos nanocavités fabriquées dans une membrane en silicium.

## 2.2 Dispositif utilisé pour les mesures expérimentales.

Les mesures ont été effectuées sur une cavité de type Kuramochi semblable à celle décrite sur la figure 1.4, que nous avons fabriquée au Raith 150. Cette cavité, dont la période du cristal photonique est égale à  $a = 420$  nm, a été conçue en décalant les trous d'un guide d'onde à cristal photonique de type W0.98, c'est à dire un guide d'onde de largeur  $0.98 \times \sqrt{3}a$  (légèrement plus étroit que le guide d'onde W1). Ce guide est prolongé de chaque côté de la cavité sur une longueur de barrière de 6 trous, afin de bien assurer le confinement du champ électromagnétique dans la cavité, avant d'être ré-élargi pour se transformer en un guide d'onde W1.05 (un guide de largeur  $1.05 \times \sqrt{3}a$ ), afin d'assurer un meilleur couplage entre le cristal photonique et les guides d'accès "ridge" d'entrée et de sortie [65]. La longueur totale du cristal photonique constituant la nanocavité est d'environ 25 microns (voir Fig. 2.1). La structure étudiée est donc extrêmement compacte.

Afin de nous affranchir des effets thermiques, notamment de la dispersion thermique, et considérer ainsi uniquement l'influence de la dispersion par porteurs libres sur les auto-oscillations de notre cavité, nous avons décidé de moduler le signal du laser continu en entrée à l'aide d'un modulateur Mach-Zehnder. Ce dispositif nous permet de générer des impulsions de longueur 10 ns, qui seront répétées à une fréquence de 100 kHz. La puissance crête de ces impulsions à l'entrée du cristal photonique est de 2 mW. Une photodiode de bande passante 6 GHz a été utilisée pour détecter le signal de sortie, que nous avons ensuite affiché sur un oscilloscope (voir Fig. 2.2). Une partie du signal de sortie est redirigé vers un puissance-mètre pour pouvoir mesurer la puissance moyenne en sortie.

Les mesures ont été effectuées en deux étapes successives. Notre nanocavité a tout d'abord été mesurée juste après sa fabrication en salle blanche. Elle avait alors comme longueur d'onde de résonance  $\lambda_0 \simeq 1590$  nm, comme facteur de qualité  $Q \simeq 9 \times 10^4$  et une transmission maximale à la résonance égale à  $T_{max} = 47\%$ . Des auto-oscillations ont alors été

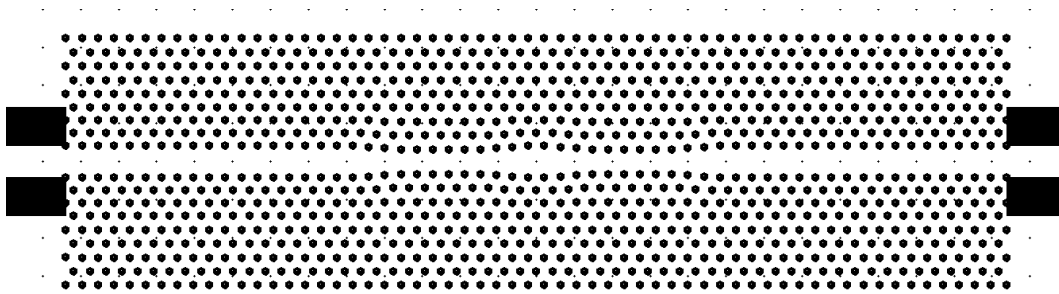


FIGURE 2.1 – Un masque GDS du même type que celui utilisé pour faire la lithographie de la cavité au Raith 150. La nanocavité, du type décrit auparavant sur la figure 1.4, a été fabriquée en décalant les trous d’un guide W0.98. Ce guide se prolonge de chaque côté de la cavité sur une longueur de 6 trous, avant de s’élargir pour devenir un guide W1.05, afin de permettre un meilleur couplage avec les guides d’accès “ridge”. La longueur totale de la structure est de 25 microns. Les décalages des trous ont été fortement exagérés sur ce masque pour des raisons de lisibilité : ils sont d’habitude trop petits pour être visible à l’oeil nu.

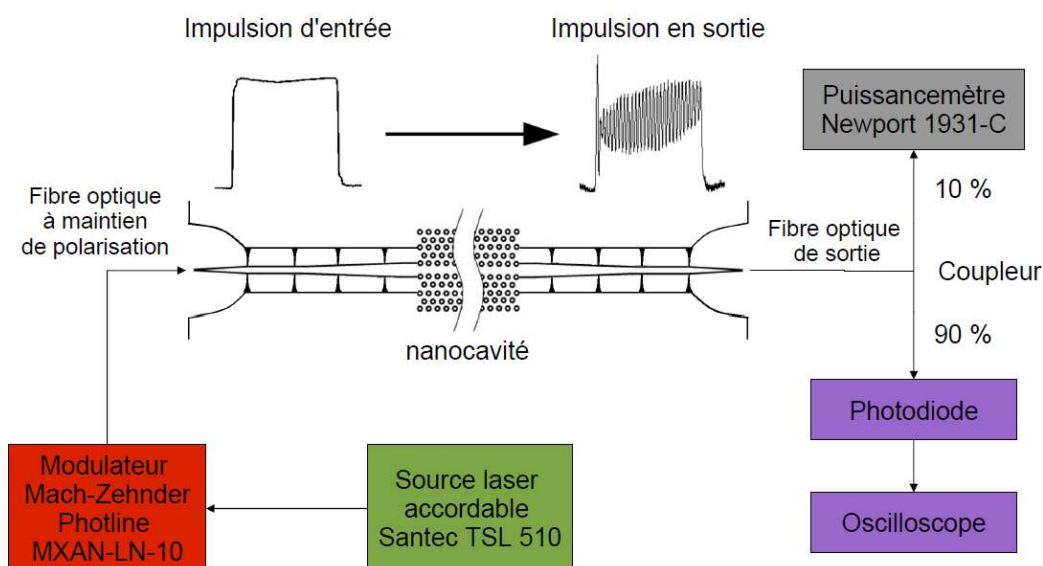


FIGURE 2.2 – Schéma du dispositif utilisé pour mesurer les auto-oscillations dans la cavité. Une source laser continue accordable a été combinée avec un modulateur Mach-Zehnder pour envoyer à l’entrée de la cavité des impulsions de longueur 10 ns, répétées tous les 100 kHz, avec une puissance crête de 2 mW. Les auto-oscillations du signal de sortie ont été ensuite visualisées à l’aide d’une photodiode branchée sur un oscilloscope.

## 2.2. Dispositif utilisé pour les mesures expérimentales.

observées dans cette cavité avec une période d'environ 300 ps, pour un désaccord entre la longueur d'onde du laser et la longueur d'onde de la résonance de la cavité entre -40 pm et -20 pm (la période des oscillations ne change presque pas avec le désaccord). Ces auto-oscillations étaient toujours atténuées et disparaissaient avant la fin de l'impulsion (voir Fig. 2.3a), ce qui n'est guère intéressant si on veut concevoir une source micro-onde. La cavité a ensuite été immergée dans un mélange acide nitrique  $HNO_3$  - eau oxygénée  $H_2O_2$  3 :1, un traitement qui sert à diminuer le temps de vie des porteurs libres dans la cavité et donc l'absorption par porteurs libres [66] en oxydant la surface du cristal photonique, ce qui va introduire de nouveaux états de surfaces qui vont modifier la vitesse de recombinaison des porteurs libres à la surface du silicium. Après ce traitement à l'acide nitrique, nous avons refait les mesures et avons tout d'abord constaté que la longueur d'onde de la résonance de la cavité s'était déplacée de 5 nm vers  $\lambda_0 \simeq 1585$  nm et que son facteur de qualité avait augmenté pour atteindre  $Q \simeq 1.3 \times 10^5$ . Ceci est dû au fait que le silicium a été légèrement gravé par l'acide nitrique, changeant la géométrie du cristal photonique et augmentant ainsi légèrement son facteur de qualité. La transmission maximale à la résonance entre l'entrée et la sortie du cristal photonique avait par contre légèrement diminuée pour atteindre  $T_{max} = 41\%$  (voir Fig. 2.4). Mais la principale différence par rapport à avant le traitement est la présence d'auto-oscillations non-atténuées sur toute la longueur de l'impulsion, pour un désaccord entre la longueur d'onde du laser et celle de la résonance de la cavité compris entre -30 pm et -10 pm (voir Fig. 2.3b). La période de ces auto-oscillations est d'environ 350 ps, ce qui correspond à une fréquence autour de 3 GHz. Ces auto-oscillations sont quasiment sinusoïdales.

L'origine de ce phénomène d'auto-oscillations est relativement simple à comprendre : lorsque l'on met le laser en marche, celui-ci va créer des porteurs libres dans la cavité par absorption à deux photons, ce qui va désaccorder la fréquence de résonance de la cavité par rapport à celle du laser grâce à la dispersion par porteurs libres. Ce désaccord va diminuer la transmission de la cavité, et donc l'énergie stockée dedans, ce qui va à son tour diminuer le nombre de porteurs libres. La cavité va alors se réaccorder sur la fréquence du laser, ce qui va réaugmenter l'énergie dans la cavité, et donc le nombre de porteurs libres, et ainsi de suite (voir Fig. 2.5). Cependant, l'obtention d'auto-oscillations non-atténuées dans une cavité à cristaux photoniques n'est pas si simple. Comme on peut le constater, le comportement de la cavité est très dépendant du facteur de qualité et du temps de vie des porteurs libres. D'autres facteurs tel que le désaccord entre la longueur d'onde du laser de pompe et celle de la résonance de la cavité ont également une grande importance. Pour pouvoir prédire les conditions dans lesquelles des auto-oscillations non-atténuées sont possibles, et calculer leur fréquence d'oscillations, nous avons dû modéliser précisément le comportement de cette nanocavité.

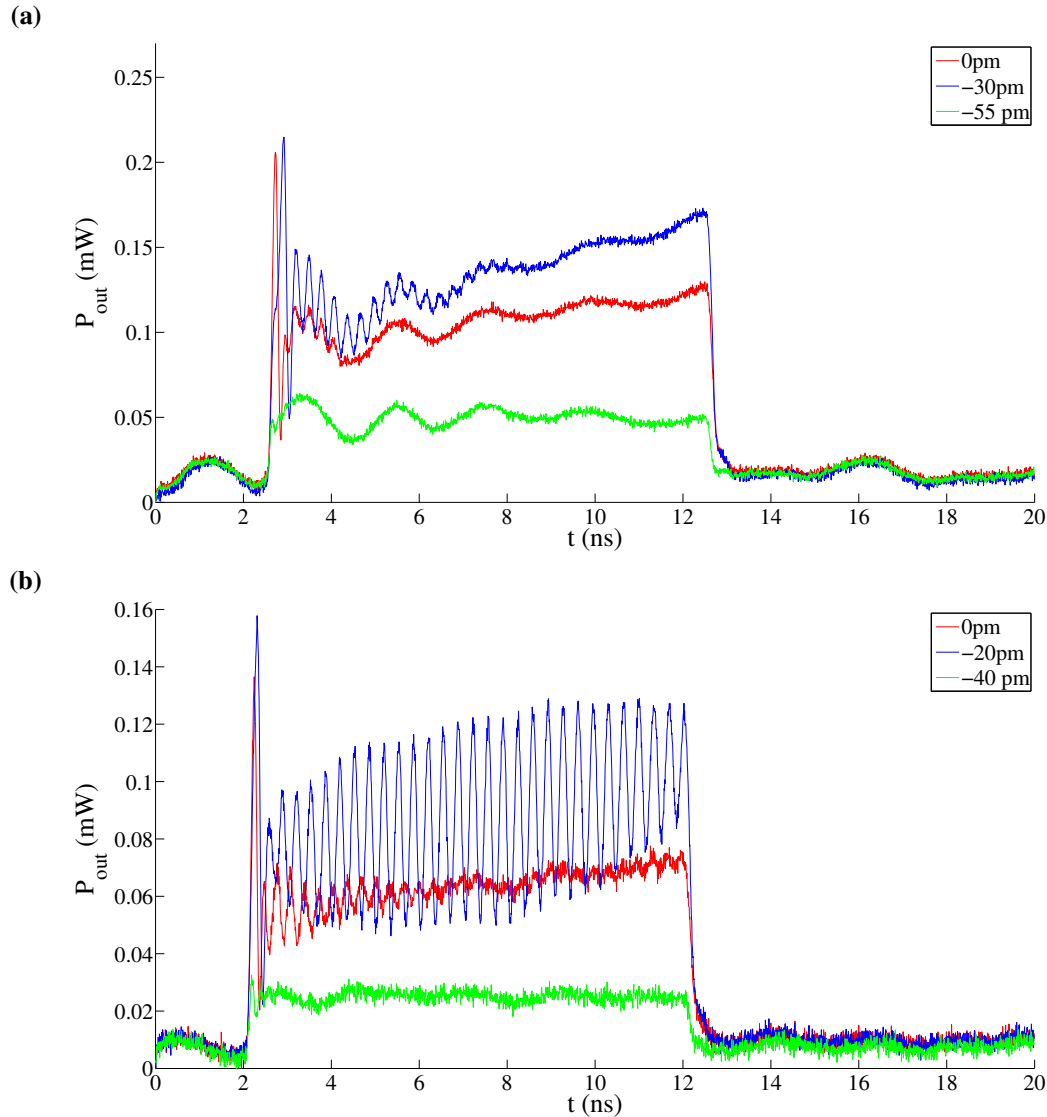


FIGURE 2.3 – La puissance de sortie mesurée en fonction du temps pour différents désaccords entre la longueur d'onde du laser et celle de la cavité. La puissance d'entrée est de 2 mW et la longueur de l'impulsion 10 ns. (a) Cavité mesurée avant le traitement chimique à l'acide nitrique. Nous pouvons constater que dans ce cas, les auto-oscillations sont toujours atténuées. Nous pouvons observer également une modulation lente du signal de sortie (de période 2 ns), laquelle est en fait causée par un effet parasite due au matériel de mesure. Nous avons pu supprimer cet effet parasite pour les mesures suivantes. (b) Cavité mesurée après le traitement chimique à l'acide nitrique. Nous pouvons observer des auto-oscillations non-atténuées sur toute la longueur de l'impulsion pour un désaccord de -20 pm.



## 2.2. Dispositif utilisé pour les mesures expérimentales.

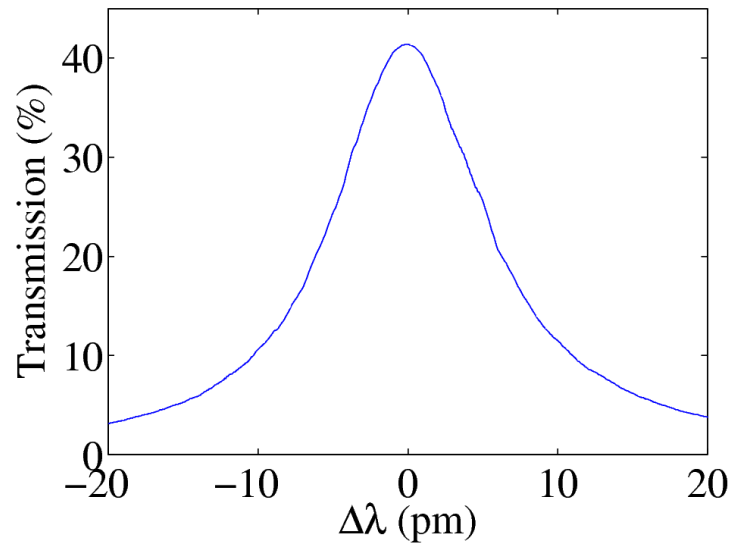


FIGURE 2.4 – Le spectre de transmission de la cavité mesuré à basse puissance, après le traitement à l’acide nitrique, en fonction du désaccord  $\Delta\lambda$  entre la longueur d’onde du laser de pompe et celle de la résonance de la cavité. La longueur d’onde de résonance de la cavité est égale à  $\lambda_0 \simeq 1585$  nm, son facteur de qualité est  $Q \simeq 1.3 \times 10^5$  et la transmission maximale à la résonance entre l’entrée et la sortie du cristal photonique est  $T_{max} = 41\%$ .

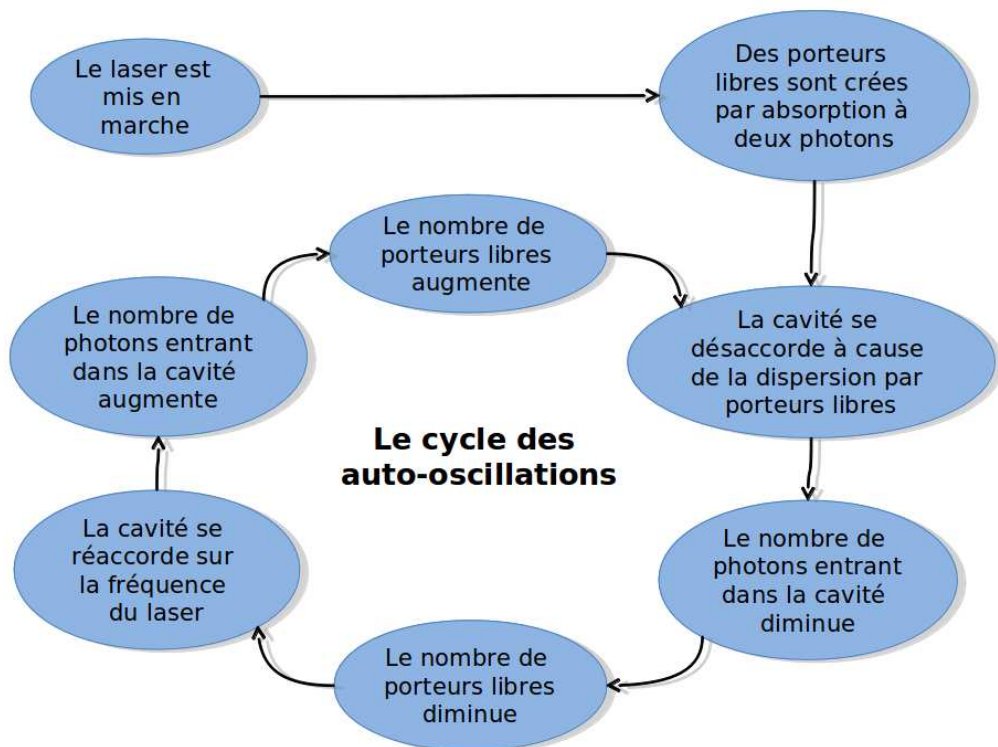


FIGURE 2.5 – Le cycle des auto-oscillations de la cavité.

## 2.3 Les équations de la nanocavité.

Nous rappelons ici le résultat des calculs que nous avons effectués à la section 1.4.2. Le système d'équations décrivant le comportement temporel de notre nanocavité a la forme suivante :

$$\frac{dA}{dt} = -\frac{A}{2\tau} - \frac{\gamma^{TPA}|A|^2 A}{2\hbar\omega} - \frac{\gamma^{FC} N_e A}{V_{eff}^{FC}} + i(\omega - \omega_0 - \frac{\gamma_i^{Kerr}|A|^2}{\hbar\omega} - \gamma_i^T \Delta T)A + \sqrt{\frac{\sqrt{T_{max} P_{in}}}{2\tau}} \quad (2.1)$$

$$\frac{dN_e}{dt} = -\frac{N_e}{\tau_{fc}} + \frac{1}{2}\gamma^{TPA} \frac{|A|^4}{(\hbar\omega)^2} + \gamma^l \frac{|A|^2}{\hbar\omega} \quad (2.2)$$

$$\frac{d\Delta T}{dt} = -\frac{\Delta T}{\tau_T} + \left( \frac{\gamma^{TPA}|A|^2}{\hbar\omega} + \frac{2\gamma_r^{FC} N_e}{V_{eff}^{FC}} + \gamma^l \right) \frac{|A|^2}{\rho_{Si} C_p^{Si} V_{eff}^T} \quad (2.3)$$

où  $\tau = \frac{Q}{\omega_0}$  est le temps de vie des photons dans la cavité,  $\tau_{fc}$  est le temps de vie des porteurs libres,  $\gamma^{TPA} = \frac{c^2 \hbar \omega \beta^{TPA}}{n_0^2 V_{TPA}}$  est le coefficient d'absorption à deux photons,  $\gamma^{FC} = \gamma_r^{FC} + i\gamma_i^{FC} = \frac{c}{2n_0 R_{eff}} (\sigma_r - i\frac{2\omega_0}{c} \sigma_i)$  sont les coefficients de l'absorption et de la dispersion par porteurs libres,  $\gamma^l = \frac{c}{n_0} \frac{\alpha_{lin}}{R_{eff}}$  est le coefficient de l'absorption linéaire,  $\gamma_i^{Kerr} = -\frac{\omega_0 c \hbar \omega n_2}{n_0^2 V_{TPA}}$  est le coefficient de l'effet Kerr,  $\gamma_i^T = -\frac{\omega_0}{n_0} n_T$  est le coefficient de la dispersion thermique et  $\tau_T = \rho_{Si} C_p^{Si} V_{eff}^T R_T$  est le temps de refroidissement de la cavité, avec  $R_T$  la résistance thermique de la cavité.  $V_{eff}^{FC}$  est le volume effectif sur lequel s'étendent les porteurs libres dans le silicium, défini comme :

$$V_{eff}^{FC} = \frac{\left( \iiint_{Si} n(\vec{r})^2 \left\| \vec{E}(\vec{r}) \right\|^2 dr^3 \right) \left( \iiint_{Si} N_e^d(\vec{r}) dr^3 \right)}{\iiint_{Si} N_e^d(\vec{r}) n_0^2 \left\| \vec{E}(\vec{r}) \right\|^2 dr^3} \quad (2.4)$$

Nous pouvons remarquer que ce volume effectif  $V_{eff}^{FC}$  diffère du volume caractéristique  $V_{FCA}$  de l'absorption par porteurs libres, où l'intégrale sur l'énergie était effectuée sur l'ensemble du cristal photonique et pas uniquement sa partie en silicium. Ces deux volumes sont donc reliés par  $V_{eff}^{FC} = V_{FCA}/R_{eff}$ . Etant donné que ces porteurs libres vont être présent uniquement dans le silicium, il est plus logique d'utiliser ce nouveau volume.

Pour une cavité de type Kuramochi, les valeurs de  $V_{TPA}$  et  $R_{eff}$  calculées par la simulation FDTD sont  $R_{eff} = 1.1$  et  $V_{TPA} = 0.483 \mu m^3$  (voir Fig. 2.6). En fait, les seuls paramètres du modèle utilisé dont nous ne pouvons pas calculer les valeurs sont ceux associés au comportement des porteurs libres : le temps de vie des porteurs libres  $\tau_{fc}$  et leur volume

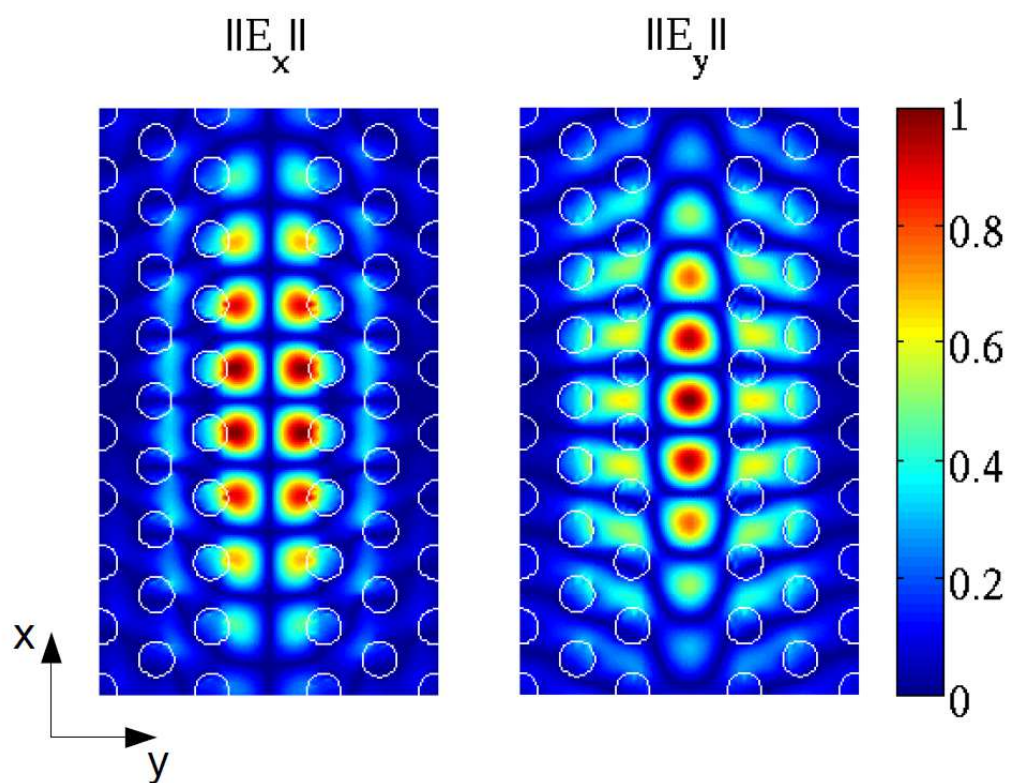


FIGURE 2.6 – La répartition du champ électromagnétique dans la cavité pour le mode résonant, calculée par FDTD 3D, que nous avons utilisée pour déterminer le volume caractéristique de l'absorption à deux photons dans la cavité.

## Chapitre 2. Auto-oscillations GHz dans une nanocavité.

Paramètres du modèle	Valeurs pour la cavité mesurée	Origine
$\tau$	0.11 ns	mesures
$\tau_{fc}$	$\simeq 0.2$ ns	mesures + modélisation
$\tau_T$	$\simeq 39$ ns	mesures
$\gamma^{TPA}$	$1.61 \times 10^4 s^{-1}$	FDTD
$\gamma^l$	$2.88 \times 10^8 s^{-1}$	FDTD
$\gamma_r^{FC}$	$5.98 \times 10^4 \mu m^3 \cdot s^{-1}$	théorie
$\gamma_i^{FC}$	$1.73 \times 10^6 \mu m^3 \cdot s^{-1}$	théorie
$\gamma_i^{Kerr}$	$-3.34 \times 10^4 s^{-1}$	FDTD
$\gamma_i^T$	$-6.33 \times 10^8 K^{-1} \cdot s^{-1}$	théorie
$V_{eff}^{FC}$	$\simeq 5.25 \mu m^3$	mesures + modélisation
$V_{eff}^T$	$\simeq 3.0 \mu m^3$	mesures + modélisation

TABLE 2.1 – Les valeurs des différents paramètres utilisés pour modéliser la cavité.

effectif  $V_{eff}^{FC}$  (il faudrait en effet pour cela faire une simulation du comportement des porteurs libres dans la cavité, ce qui est assez complexe), et ceux associés au comportement thermique de la cavité, c'est à dire le temps de refroidissement de la cavité  $\tau_T$  et son volume thermique effectif  $V_{eff}^T$ . Les valeurs de ces paramètres ont donc été déterminées à partir des résultats expérimentaux. Les valeurs des paramètres correspondant à la cavité mesurée (après traitement à l'acide nitrique) figurent dans le tableau 2.1.

Nous pouvons encore simplifier le système d'équations ci-dessus en remarquant qu'aux puissances que nous utilisons pour faire les mesures ( $P_{in} \simeq 2$  mW), nous avons comme solutions en régime permanent  $|A|^2 \simeq 2.84$  fJ et  $N_e \simeq 8.35 \times 10^4$ . Pour ces deux valeurs, le nombre de porteurs libres générés par l'absorption à deux photons est d'un ordre de grandeur au dessus du nombre de porteurs libres générés par l'absorption linéaire. Nous négligerons donc à l'avenir dans notre modèle l'influence de l'absorption linéaire et prendrons  $\gamma^l = 0$ . De la même façon, nous pouvons constater que la dispersion due à l'effet Kerr est un ordre de grandeur en dessous de la dispersion due aux porteurs libres ou à la thermique. Nous négligerons donc également l'effet Kerr par la suite et prendrons  $\gamma_i^{Kerr} = 0$ .

La troisième simplification que nous pouvons effectuer est basée sur le fait que le temps de refroidissement de la cavité est cent fois plus grand que le temps de vie des photons ou le temps de vie des porteurs libres dans la cavité, et quatre fois plus grand que la durée des impulsions envoyées dans la cavité. La température et la dispersion due à la thermique vont donc évoluer très lentement par rapport au nombre de photons et au nombre de porteurs libres. Nous pouvons donc supposer que la température va rester quasi-constante sur toute la durée de l'impulsion d'entrée et négligerons donc dans un premier temps l'influence de la température et de la dispersion thermique. Les équations de la nanocavité deviennent alors :

## 2.4. Linéarisation autour d'un point d'équilibre.

$$\frac{dA}{dt} = -\frac{A}{2\tau} + i(\omega - \omega_0)A - \frac{\gamma^{TPA}|A|^2A}{2\hbar\omega} - \frac{\gamma^{FC}N_eA}{V_{eff}^{FC}} + \sqrt{\frac{T_{max}P_{in}}{2\tau}} \quad (2.5)$$

$$\frac{dN_e}{dt} = -\frac{N_e}{\tau_{fc}} + \frac{1}{2}\gamma^{TPA} \frac{|A|^4}{(\hbar\omega)^2} \quad (2.6)$$

Même en tenant compte des différentes simplifications que nous avons effectuées jusqu'à présent, ce système d'équations reste fortement non-linéaire et très difficile à résoudre. Afin de prédire le comportement de la cavité et calculer la fréquence des auto-oscillations et leur amplitude, nous avons donc été obligés d'utiliser deux méthodes différentes pour simplifier ce problème : la première méthode a consisté à linéariser ce système d'équations pour des petites variations autour des valeurs d'équilibres en régime permanent. Cette méthode nous a permis de calculer la fréquence des auto-oscillations et de prédire si elles étaient atténuées ou pas, mais pas de calculer leur amplitude. Nous avons donc ensuite dû résoudre ce système par une analyse harmonique qui nous a permis de déterminer les amplitudes du fondamental et de la seconde harmonique des auto-oscillations, et de montrer que celles-ci sont quasiment sinusoïdales.

## 2.4 Linéarisation autour d'un point d'équilibre.

Pour résoudre ce système d'équations et calculer la fréquence des auto-oscillations, nous avons décidé tout d'abord de le résoudre en régime permanent et de le linéariser ensuite pour des petites variations autour des valeurs d'équilibres de ce régime permanent. Nous avons obtenu ainsi une équation linéarisée réelle sous forme matricielle, dont nous avons calculé les valeurs propres afin d'obtenir la fréquence des auto-oscillations et leur gain. Nous avons ensuite pu déterminer une expression simplifiée de ce système et de la fréquence des auto-oscillations à forte puissance.

### 2.4.1 Équation linéarisée sous forme matricielle.

Pour obtenir un système linéarisé sous forme matricielle réel, nous devons tout d'abord modifier la première équation complexe 2.5 pour obtenir deux équations réelles. Nous pourrions faire cela facilement en la divisant entre partie réelle et partie imaginaire. Cependant, nous avons trouvé qu'il était plus simple et plus parlant de décomposer l'amplitude complexe du signal sous la forme  $A(t) = |A(t)|e^{i\varphi(t)}$ . La dérivée de l'amplitude complexe est alors égale à :

$$\frac{dA}{dt} = \frac{d(|A|e^{i\varphi})}{dt} = \left( \frac{d|A|}{dt} + i|A|\frac{d\varphi}{dt} \right) e^{i\varphi} \quad (2.7)$$

## Chapitre 2. Auto-oscillations GHz dans une nanocavité.

En injectant cette expression dans l'équation complexe 2.5 nous obtenons alors :

$$\frac{d|A|}{dt} + i|A|\frac{d\varphi}{dt} = -\frac{|A|}{2\tau} + i(\omega - \omega_0)|A| - \frac{\gamma^{TPA}|A|^3}{2\hbar\omega} - \frac{\gamma^{FC}N_e|A|}{V_{eff}^{FC}} + e^{-i\varphi}\sqrt{\frac{T_{max}P_{in}}{2\tau}} \quad (2.8)$$

ce qui nous donne les deux équations réelles sur  $|A|$  et sur  $\varphi$  :

$$\frac{d|A|}{dt} = -\frac{|A|}{2\tau} - \frac{\gamma_r^{FC}|A|N_e}{V_{eff}^{FC}} - \frac{\gamma^{TPA}|A|^3}{2\hbar\omega} + \cos(\varphi)\sqrt{\frac{T_{max}P_{in}}{2\tau}} \quad (2.9)$$

$$\frac{d\varphi}{dt} = (\omega - \omega_0) - \frac{\gamma_i^{FC}N_e}{V_{eff}^{FC}} - \frac{\sin(\varphi)}{|A|}\sqrt{\frac{T_{max}P_{in}}{2\tau}} \quad (2.10)$$

Avec l'équation réelle 2.6 sur le nombre de porteurs libres  $N_e$ , ceci nous donne un système de trois équations réelles.

### 2.4.1.1 Solutions en régime permanent.

Pour linéariser ce système d'équations réelles autour d'un point d'équilibre, il nous faut tout d'abord déterminer quelles sont les solutions  $(|A_0|, \varphi_0, N_{e_0})$  de ces équations en régime permanent. L'équation la plus facile à résoudre est celle sur les porteurs libres  $N_e$ . Pour  $dN_e/dt = 0$ , l'équation 2.6 nous donne :

$$N_{e_0} = \frac{\tau_{fc}\gamma^{TPA}|A_0|^4}{2(\hbar\omega)^2} \quad (2.11)$$

Les équations 2.9 et 2.10 nous donnent respectivement  $\cos(\varphi_0)\sqrt{\frac{T_{max}P_{in}}{2\tau}} = \frac{|A_0|}{2\tau} + \frac{\gamma_r^{FC}|A_0|N_{e_0}}{V_{eff}^{FC}} + \frac{\gamma^{TPA}|A_0|^3}{2\hbar\omega}$  et  $\sin(\varphi_0)\sqrt{\frac{T_{max}P_{in}}{2\tau}} = \left( (\omega - \omega_0) - \frac{\gamma_i^{FC}N_{e_0}}{V_{eff}^{FC}} \right) |A_0|$ , ce qui nous permet d'obtenir la relation suivante sur le déphasage  $\varphi_0$  :

$$\tan(\varphi_0) = \frac{(\omega - \omega_0) - \frac{\gamma_i^{FC}N_{e_0}}{V_{eff}^{FC}}}{\frac{1}{2\tau} + \frac{\gamma^{TPA}|A_0|^2}{2\hbar\omega} + \frac{\gamma_r^{FC}N_{e_0}}{V_{eff}^{FC}}} = \frac{(\omega - \omega_0) - \frac{\tau_{fc}\gamma^{TPA}\gamma_r^{FC}|A_0|^4}{2(\hbar\omega)^2V_{eff}^{FC}}}{\frac{1}{2\tau} + \frac{\gamma^{TPA}|A_0|^2}{2\hbar\omega} + \frac{\tau_{fc}\gamma^{TPA}\gamma_r^{FC}|A_0|^4}{2(\hbar\omega)^2V_{eff}^{FC}}} \quad (2.12)$$

Comme nous pouvons le constater, il est relativement simple d'exprimer ces deux valeurs en fonction de l'énergie  $|A_0|^2$  présente dans la cavité. Les équations 2.9, 2.10 et 2.12 nous donnent également la relation  $\left( (\omega - \omega_0) - \frac{\gamma_i^{FC}N_{e_0}}{V_{eff}^{FC}} \right)^2 \times (1 + \cot^2(\varphi_0)) \times |A_0|^2 = \frac{\sqrt{T_{max}P_{in}}}{2\tau}$ ,

## 2.4. Linéarisation autour d'un point d'équilibre.

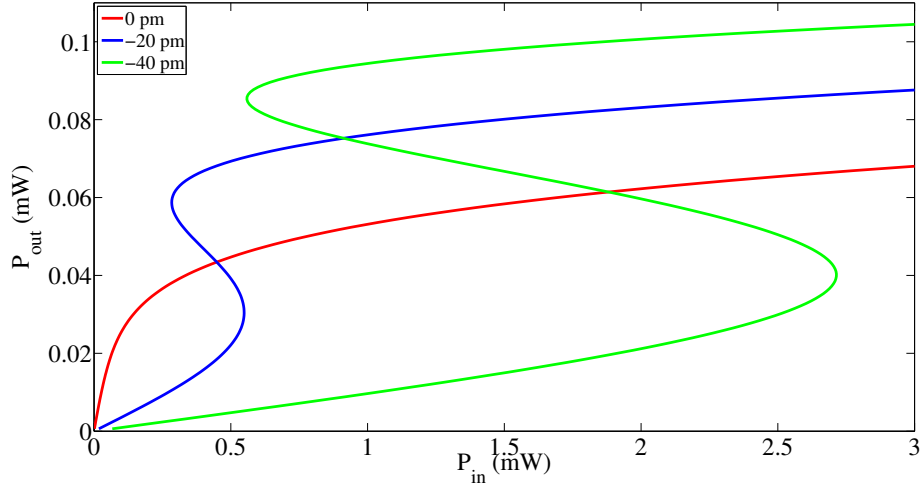


FIGURE 2.7 – La puissance en sortie de la cavité en fonction de la puissance d'entrée en régime permanent, pour différent désaccords entre la longueur d'onde du laser de pompe et celle de la résonance de la cavité. On remarque que dès que ce désaccord devient négatif, c'est à dire lorsque la longueur d'onde du laser est plus petite que celle de la résonance, la cavité présente un phénomène de bistabilité.

que nous pouvons également exprimer sous la forme d'un polynôme d'ordre cinq en  $|A_0|^2$  dont l'énergie  $|A_0|^2$  est une racine :

$$\left( \frac{|A_0|}{2\tau} + \frac{\gamma^{TPA}|A_0|^3}{2\hbar\omega} + \frac{\tau_{fc}\gamma^{TPA}\gamma_r^{FC}|A_0|^5}{2(\hbar\omega)^2V_{eff}^{FC}} \right)^2 + ((\omega - \omega_0)|A_0| - \frac{\tau_{fc}\gamma^{TPA}\gamma_i^{FC}|A_0|^5}{2(\hbar\omega)^2V_{eff}^{FC}})^2 - \frac{\sqrt{T_{max}P_{in}}}{2\tau} = 0 \quad (2.13)$$

Ce polynôme étant d'ordre cinq, il peut avoir plusieurs racines réelles, conduisant à un phénomène de bistabilité dans notre cavité. Si nous traçons la puissance de sortie  $P_{out} = \frac{\sqrt{T_{max}}|A_0|^2}{2\tau}$  en fonction de la puissance d'entrée  $P_{in}$ , alors nous pouvons constater que la cavité devient bistable dès lors que le désaccord  $\Delta\lambda = c(1/\omega - 1/\omega_0)$  entre la longueur d'onde du laser de pompe et la longueur d'onde de la résonance de la cavité devient négatif. Les auto-oscillations ne peuvent se produire que lorsque la cavité se trouve sur la branche de haute énergie de la bistabilité [59]. Cette bistabilité n'a cependant pas d'influence sur les auto-oscillations dues aux porteurs libres elles-mêmes, uniquement sur la puissance moyenne en sortie de la cavité.

### 2.4.1.2 Petites variations autour d'un point d'équilibre.

Une fois connues les valeurs d'équilibres, nous pouvons alors linéariser notre système d'équations pour des petites variations  $(\delta A, \delta\varphi, \delta N_e)$  autour de ces valeurs. Le système d'équations linéarisé peut alors s'exprimer sous la forme d'une équation matricielle li-

néaire :

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \delta|A| \\ \delta\varphi \\ \delta N_e \end{pmatrix} = M \begin{pmatrix} \delta|A| \\ \delta\varphi \\ \delta N_e \end{pmatrix} \quad (2.14)$$

où la matrice  $M$  est définie comme :

$$M = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2\tau} - \frac{\gamma_r^{FC} N_{e0}}{V_{eff}^{FC}} - \frac{3\gamma^{TPA}|A_0|^2}{2\hbar\omega} & -\sin(\varphi_0) \sqrt{\frac{\sqrt{T_{max}P_{in}}}{2\tau}} & -\frac{\gamma_r^{FC}|A_0|}{V_{eff}^{FC}} \\ \frac{\sin(\varphi_0)}{|A_0|^2} \sqrt{\frac{\sqrt{T_{max}P_{in}}}{2\tau}} & -\frac{\cos(\varphi_0)}{|A_0|} \sqrt{\frac{\sqrt{T_{max}P_{in}}}{2\tau}} & -\frac{\gamma_i^{FC}}{V_{eff}^{FC}} \\ \frac{2\gamma^{TPA}|A_0|^3}{(\hbar\omega)^2} & 0 & -\frac{1}{\tau_{fc}} \end{pmatrix} \quad (2.15)$$

Il est alors possible de déterminer le comportement de ce système linéarisé en calculant les valeurs propres de la matrice  $M$ . Les auto-oscillations non atténuées ne sont possibles que lorsque cette matrice possède une paire de valeurs propres complexes conjuguées de la forme  $\alpha_r \pm i\Omega$  qui traversent l'axe imaginaire vers le demi-plan complexe droit lorsque que l'on varie les paramètres, c'est à dire telles que la partie réelle des valeurs propres devient positive :  $\alpha_r > 0$ . On dit alors que la matrice possède une bifurcation de Hopf, et la période des auto-oscillations est alors égale à  $T = 2\pi/\Omega$ .

Si on trace la fréquence des auto-oscillations en fonction de la puissance d'entrée et du désaccord  $\Delta\lambda$  pour les paramètres figurant dans le tableau 2.1, alors nous pouvons constater que les auto-oscillations non-atténuées ne sont possibles que pour un désaccord inférieur à -12 nm et une puissance d'entrée supérieure à 1.5 mW (voir Fig. 2.8a). La fréquence minimale des oscillations non-atténuées est 2.5 GHz. On est donc bien dans le domaine des micro-ondes. Cette fréquence varie très peu avec le désaccord, mais augmente progressivement avec la puissance d'entrée. On peut remarquer que dans la cas de notre nanocavité, la fréquence des auto-oscillations non-atténuées reste inférieure à 10 GHz, ce qui est malheureusement une valeur relativement faible pour les micro-ondes. Typiquement, on est limité par le temps de vie des porteurs libres  $\tau_{fc}$ , qui est de l'ordre de la nanoseconde.

### 2.4.2 Expression simplifiée de la fréquence à forte puissance.

L'expression du système que nous avons trouvé sous forme matricielle est très compliquée, bien qu'elle puisse facilement être calculée sous MATLAB afin de tracer les différentes courbes théoriques. Cependant, nous avons pu déterminer une expression simplifiée de la fréquence des auto-oscillations et de l'énergie dans la cavité en fonction du désaccord et de la puissance d'entrée à forte puissance (voir Fig. 2.8b). Pour trouver cette



## 2.4. Linéarisation autour d'un point d'équilibre.

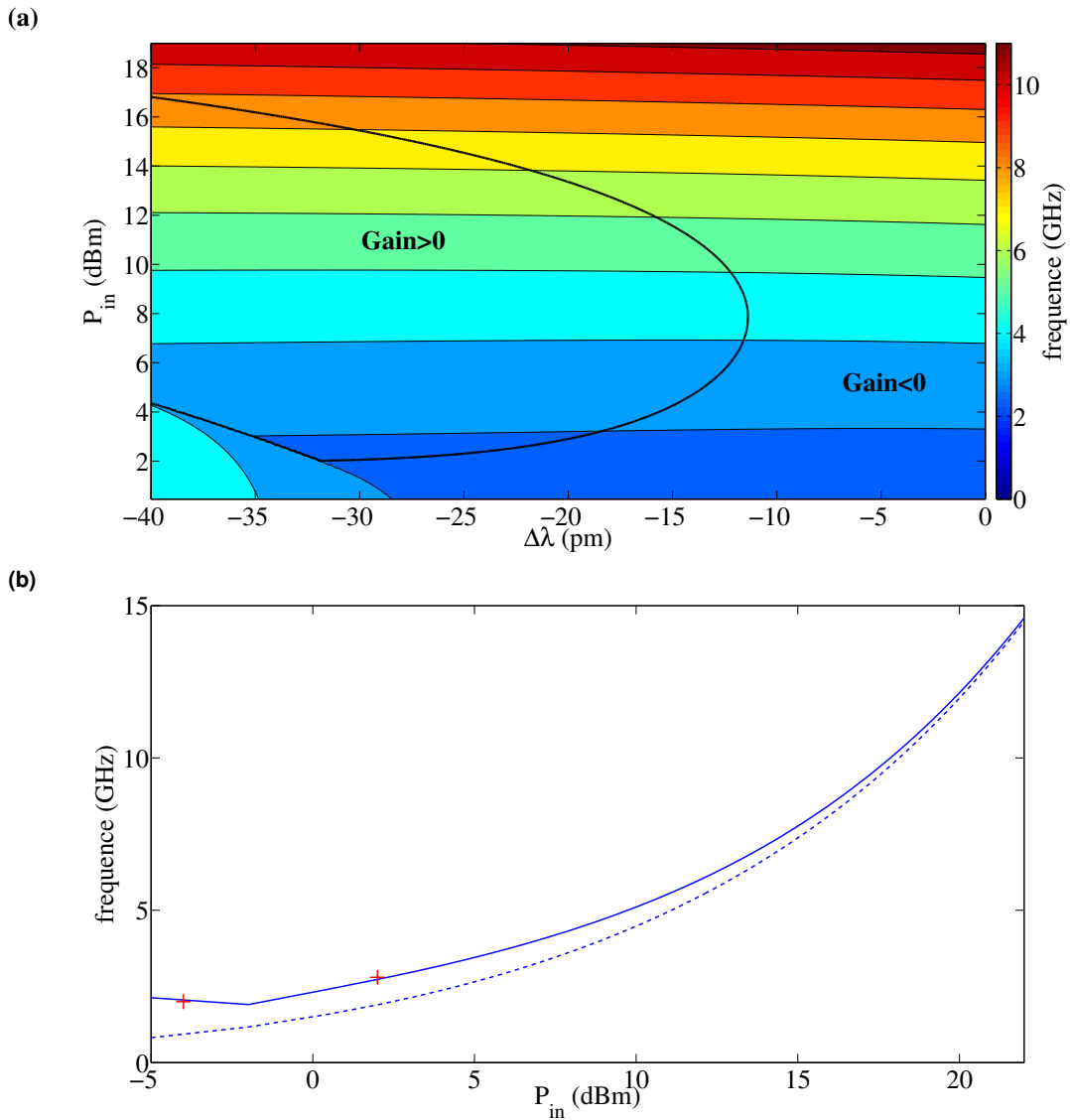


FIGURE 2.8 – (a) La fréquence des oscillations en fonction du désaccord  $\Delta\lambda$  et de la puissance d'entrée  $P_{in}$ . Les oscillations sont non-atténuées à l'intérieur de la zone de gain positif, c'est à dire à l'intérieur de la région délimitée par la ligne noire. (b) La fréquence des oscillations en fonction de la puissance d'entrée  $P_{in}$  pour un désaccord  $\Delta\lambda = -20$  pm (trait continu) et son expression équivalente simplifiée (en pointillé) - (voir équation 2.23). Les deux croix rouges représentent les fréquences mesurées pour  $P_{in} = 0.5$  mW (un cas où les auto-oscillations sont atténuées) et  $P_{in} = 2$  mW (le cas où nous avons observé les auto-oscillations non-atténuées).

## Chapitre 2. Auto-oscillations GHz dans une nanocavité.

expression, nous avons tout d'abord remarqué que, lorsque  $|A_0|^2$  est suffisamment grand (typiquement pour  $P_{in} \geq 2$  mW), l'équation 2.12 sur  $\varphi_0$  se simplifie et devient :

$$\tan(\varphi_0) = \frac{(\omega - \omega_0) - \frac{\tau_{fc} \gamma^{TPA} \gamma_i^{FC} |A_0|^4}{2(\hbar\omega)^2 V_{eff}^{FC}}}{\frac{1}{2\tau} + \frac{\gamma^{TPA} |A_0|^2}{2\hbar\omega} + \frac{\tau_{fc} \gamma^{TPA} \gamma_r^{FC} |A_0|^4}{2(\hbar\omega)^2 V_{eff}^{FC}}} \sim -\frac{\gamma_i^{FC}}{\gamma_r^{FC}} \quad (2.16)$$

Or nous savons que  $\gamma_i^{FC} \gg \gamma_r^{FC}$  (voir tableau 2.1), ce qui nous donne  $\tan(\varphi_0) \sim -\infty$  et donc  $\varphi_0 \sim -\frac{\pi}{2}$ . L'équation 2.13 sur  $|A_0|^2$  se simplifie de la même façon et devient :

$$\frac{\tau_{fc} \gamma^{TPA} \gamma_i^{FC} |A_0|^5}{2(\hbar\omega)^2 V_{eff}^{FC}} - (\omega - \omega_0) |A_0| \sim \sqrt{\frac{\sqrt{T_{max} P_{in}}}{2\tau}} \quad (2.17)$$

Si nous choisissons de négliger également l'influence des absorptions par porteurs libres et à deux photons, alors l'équation 2.15 sur la matrice  $M$  est équivalente à :

$$M \sim \begin{pmatrix} 0 & \sqrt{\frac{\sqrt{T_{max} P_{in}}}{2\tau}} & 0 \\ \frac{-1}{|A_0|^2} \sqrt{\frac{\sqrt{T_{max} P_{in}}}{2\tau}} & 0 & -\frac{\gamma_i^{FC}}{V_{eff}^{FC}} \\ 0 & 0 & -\frac{1}{\tau_{fc}} \end{pmatrix} \quad (2.18)$$

Nous savons que les valeurs propres de cette matrice sont les racines de son polynôme caractéristique, c'est à dire de :

$$P(X) = \det(XI - M) = \left(X + \frac{1}{\tau_{fc}}\right) \left(X^2 + \frac{1}{|A_0|^2} \frac{\sqrt{T_{max} P_{in}}}{2\tau}\right) \quad (2.19)$$

d'où on peut déduire l'équivalence suivante sur la fréquence des auto-oscillations :

$$\Omega \sim \frac{1}{|A_0|} \sqrt{\frac{\sqrt{T_{max} P_{in}}}{2\tau}} \quad (2.20)$$

Numériquement, nous avons  $(\omega - \omega_0) |A_0| \ll \sqrt{\frac{\sqrt{T_{max} P_{in}}}{2\tau}}$ , ce qui nous permet de linéariser l'équation 2.17 sur  $|A_0|$  :

$$\sqrt[5]{\frac{\tau_{fc} \gamma^{TPA} \gamma_i^{FC}}{2(\hbar\omega)^2 V_{eff}^{FC}}} \sqrt{\frac{2\tau}{\sqrt{T_{max} P_{in}}}} |A_0| \sim \left(1 + \frac{(\omega - \omega_0) |A_0|}{\sqrt{\frac{\sqrt{T_{max} P_{in}}}{2\tau}}}\right)^{\frac{1}{5}} \sim \left(1 + \frac{1}{5} \frac{(\omega - \omega_0) |A_0|}{\sqrt{\frac{\sqrt{T_{max} P_{in}}}{2\tau}}}\right) \quad (2.21)$$

d'où nous pouvons déduire l'expression équivalente sur  $|A_0|$  suivante en divisant l'équa-

## 2.5. Amplitude des oscillations et pureté spectrale.

tion 2.21 par le terme  $\sqrt[5]{\frac{\tau_{fc}\gamma^{TPA}\gamma_i^{FC}}{2(\hbar\omega)^2V_{eff}^{FC}}}\sqrt{\frac{2\tau}{\sqrt{T_{max}P_{in}}}}$  :

$$|A_0| \sim \frac{\sqrt[5]{\frac{2(\hbar\omega)^2V_{eff}^{FC}}{\tau_{fc}\gamma^{TPA}\gamma_i^{FC}}}\sqrt{\frac{\sqrt{T_{max}P_{in}}}{2\tau}}}{1 - \frac{(\omega - \omega_0)}{5}\sqrt[5]{\frac{2(\hbar\omega)^2V_{eff}^{FC}}{\tau_{fc}\gamma^{TPA}\gamma_i^{FC}}}\left(\frac{2\tau}{\sqrt{T_{max}P_{in}}}\right)^2} \quad (2.22)$$

Nous pouvons remarquer que plus le désaccord initial  $(\omega - \omega_0)$  est important, plus l'énergie moyenne dans la cavité sera élevée, ce qui est en accord avec ce que nous dit la figure 2.7. Cette expression nous permet également de calculer l'expression simplifiée de la fréquence des auto-oscillations en la réinjectant dans l'équation 2.20. Nous obtenons alors l'expression équivalente suivante (voir Fig. 2.8b) :

$$\Omega \sim \sqrt[5]{\frac{\tau_{fc}\gamma^{TPA}\gamma_i^{FC}}{2(\hbar\omega)^2V_{eff}^{FC}} \times T_{max} \left(\frac{P_{in}}{2\tau}\right)^2} - \frac{(\omega - \omega_0)}{5} \quad (2.23)$$

Cette expression de la fréquence nous permet de confirmer que celle-ci est quasiment indépendante du désaccord, contrairement à l'énergie dans la cavité : le terme  $\frac{(\omega - \omega_0)}{5}$  est en effet quasiment négligeable devant le premier terme de l'expression 2.23, et ne va donc pas beaucoup influencer l'évolution de la fréquence des auto-oscillations  $\Omega$ . On peut remarquer également que cette fréquence va augmenter avec la puissance d'entrée, comme indiqué par les résultats de la figure 2.8, mais cette augmentation ne va être qu'en  $\sqrt[5]{P_{in}^2}$  et donc être très lente, ce qui explique pourquoi il est très difficile d'obtenir une fréquence des auto-oscillations non-atténuées supérieure à 10 GHz (voir Fig. 2.8).

## 2.5 Amplitude des oscillations et pureté spectrale.

Bien que la méthode de linéarisation autour d'un point d'équilibre présentée dans la partie ci-dessus nous ait permis de déterminer la fréquence des auto-oscillations et de savoir lorsqu'elles sont non-atténuées, elle est néanmoins relativement limitée. En effet, elle ne permet pas de déterminer l'amplitude des oscillations et ne nous donne pas d'information sur les harmoniques du signal, ce qui ne nous permet donc pas de savoir si les auto-oscillations vont être sinusoïdales ou non. Nous avons donc cherché ensuite à résoudre le système d'équations non-linéaires par une autre méthode, c'est à dire par une analyse harmonique.

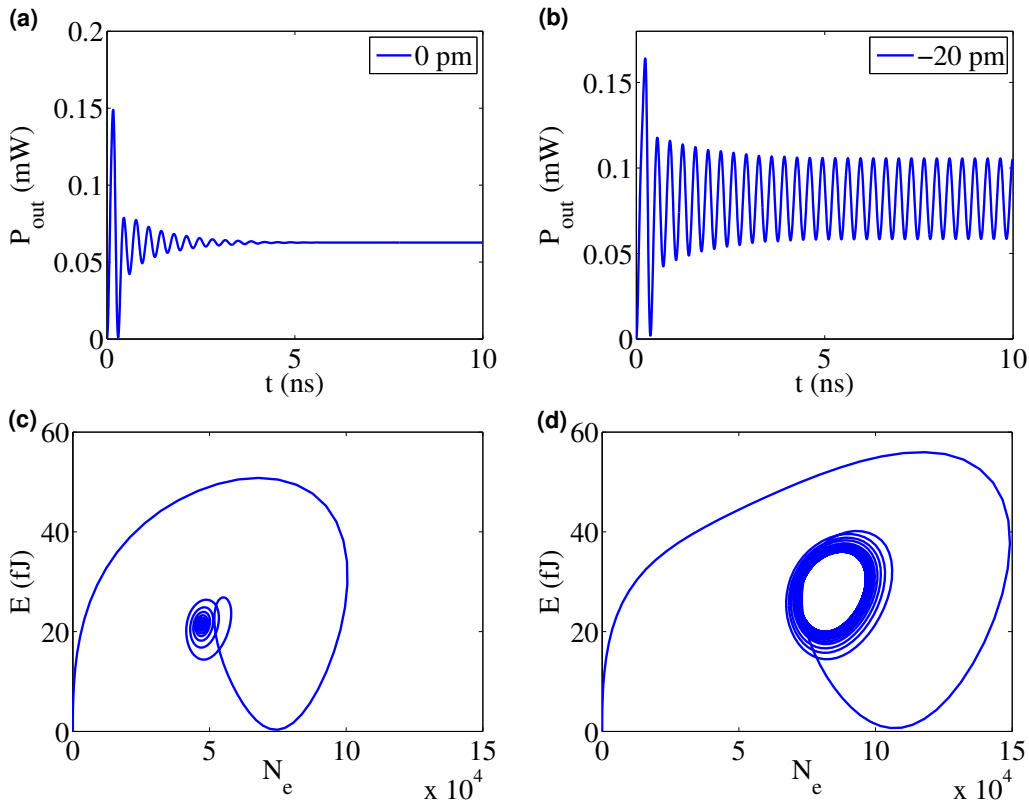


FIGURE 2.9 – Simulation numérique sous MATLAB des auto-oscillations dans la cavité pour une puissance d’entrée  $P_{in} = 2$  mW. (a) et (b) La puissance de sortie de la cavité en fonction du temps : (a) pour  $\Delta\lambda = 0$  pm (cas où les oscillations sont atténuées) et (b) pour  $\Delta\lambda = -20$  pm (cas où les oscillations sont non atténuées) (c) et (d) L’énergie dans la cavité  $E = |A|^2$  en fonction du nombre de porteurs libres : (c) pour  $\Delta\lambda = 0$  pm et (d) pour  $\Delta\lambda = -20$  pm. Nous pouvons remarquer que, pour  $\Delta\lambda = -20$  pm, cette énergie finit par suivre une trajectoire stable autour d’un point d’équilibre, ce qui est caractéristique des oscillations périodiques non-atténuées.

### 2.5.1 Résolution numérique des équations avec MATLAB.

Il est bien sûr possible de déterminer l’amplitude des oscillations et leur spectre fréquentiel en résolvant numériquement le système d’équations (2.5,2.6) sous MATLAB, avec l’aide de la fonction ode15s (voir Fig. 2.9). Nous pouvons alors constater que, dans les cas où les auto-oscillations sont non-atténuées, nous obtenons très rapidement un régime harmonique stable où l’énergie dans la cavité oscille d’une manière quasi-sinusoidale autour d’un point d’équilibre, ce qui est caractéristique des oscillations périodiques non-atténuées.

Cependant, résoudre les équations numériquement avec MATLAB présente d’autres problèmes, notamment en terme de temps de calcul, ce qui nous empêche d’utiliser cette méthode afin de pouvoir tracer des courbes représentant l’évolution de l’amplitude des oscillations en fonction de la puissance d’entrée et du désaccord. Nous avons donc essayé de calculer à la place une expression analytique pour l’énergie lorsque le régime harmo-

## 2.5. Amplitude des oscillations et pureté spectrale.

nique est atteint, pour une puissance en entrée qui soit constante. Pour cela, nous avons utilisé le fait que nous savions d'après nos résultats expérimentaux et nos simulations sous MATLAB que l'évolution de l'énergie au cours du temps est quasi-sinusoïdale, et avons décidé de négliger les harmoniques de second ordre et plus, et d'approximer l'énergie dans la cavité par une sinusoïde. En réinjectant cette expression de l'énergie dans l'équation sur les porteurs libres, ceci nous a permis d'approximer également  $N_e$  sous forme d'une sinusoïde, ce qui nous a permis de réduire notre système d'équations non-linéaire à une seule équation différentielle linéaire du premier ordre sur l'amplitude complexe  $A(t)$ , plus facile à résoudre. Nous avons ensuite résolu cette équation, tout d'abord en négligeant les absorptions non-linéaires, puis dans le cas général, afin de trouver une équation dont l'amplitude du fondamental des oscillations est solution, ce qui nous a permis de calculer avec MATLAB cette amplitude et de la tracer. Nous avons également pu calculer une relation entre les amplitudes du fondamental et de la seconde harmonique des auto-oscillations, ce qui nous a permis de confirmer que l'amplitude de la seconde harmonique était très en dessous de celle du fondamental et de confirmer ainsi que les auto-oscillations étaient quasi-sinusoïdales. Enfin, nous avons tracé le spectre résultant de ces auto-oscillations.

### 2.5.2 Résolution des équations par une analyse harmonique.

Il ne nous reste à présent qu'à faire ces calculs. Puisque nous savons que l'évolution de l'énergie au cours du temps est quasi-sinusoïdale, nous pouvons approximer cette énergie, lorsque la puissance d'entrée est constante et que le régime harmonique est atteint (ce qui se fait en quelques nanosecondes - voir Fig. 2.9b), par l'expression suivante :

$$E(t) = |A(t)|^2 \simeq A_0^{(2)} + 2A_1^{(2)} \cos(\Omega t + \varphi_{A_1^{(2)}}) \quad (2.24)$$

où  $A_0^{(2)}$  est l'énergie moyenne dans la cavité et  $A_1^{(2)}$  l'amplitude du fondamental, avec  $A_1^{(2)} \ll A_0^{(2)}$ . Nous avons alors l'approximation suivante pour  $E^2(t)$  :

$$E^2(t) = |A(t)|^4 \simeq (A_0^{(2)})^2 + 4A_0^{(2)}A_1^{(2)} \cos(\Omega t + \varphi_{A_1^{(2)}}) \quad (2.25)$$

En injectant cette expression dans l'équation 2.6 sur les porteurs libres  $N_e$ , nous obtenons :

$$\frac{dN_e}{dt} \simeq -\frac{N_e}{\tau_{fc}} + \frac{1}{2} \frac{\gamma^{TPA}}{(\hbar\omega)^2} [(A_0^{(2)})^2 + 4A_0^{(2)}A_1^{(2)} \cos(\Omega t + \varphi_{A_1^{(2)}})] \quad (2.26)$$

ce qui constitue une équation différentielle du premier ordre qui a pour solution station-

## Chapitre 2. Auto-oscillations GHz dans une nanocavité.

naire :

$$N_e(t) = N_0 + 2|N_1| \cos(\Omega t + \varphi_{N1}) \quad (2.27)$$

avec  $\varphi_{N1}$  un terme de phase et où les coefficients  $N_0$  et  $N_1 = |N_1|e^{i\varphi_{N1}}$  valent :

$$N_0 = \frac{\tau_{fc} \gamma^{TPA} (A_0^{(2)})^2}{2(\hbar\omega)^2} \quad (2.28)$$

$$N_1 = \frac{\tau_{fc} \gamma^{TPA} 2A_0^{(2)} A_1^{(2)} e^{i\varphi_{A_1^{(2)}}}}{2(\hbar\omega)^2 (1 + i\Omega\tau_{fc})} \quad (2.29)$$

En réinjectant cette expression de  $N_e$  dans l'équation 2.5 sur l'amplitude complexe  $A(t)$ , nous pouvons transformer cette équation en une équation différentielle linéaire du premier ordre :

$$\frac{dA}{dt} \simeq -(R + F(t))A + \sqrt{\frac{\sqrt{T_{max}P_{in}}}{2\tau}} \quad (2.30)$$

avec les expressions suivantes pour les coefficients  $R$  et  $F(t)$  :

$$R = \frac{1}{2\tau} - i(\omega - \omega_0) + \frac{\gamma^{FC} N_0}{V_{eff}^{FC}} + \frac{\gamma^{TPA} A_0^{(2)}}{2\hbar\omega} \quad (2.31)$$

$$F(t) = \frac{2\gamma^{FC} |N_1|}{V_{eff}^{FC}} \cos(\Omega t + \varphi_{N1}) + \frac{2\gamma^{TPA} A_1^{(2)}}{2\hbar\omega} \cos(\Omega t + \varphi_{A_1^{(2)}}) \quad (2.32)$$

Pour des temps  $t \gg \text{Re}(1/R)$ , le régime harmonique est atteint et la solution de l'équation 2.30 devient alors :

$$A(t) = K e^{-Rt - \int F(t)} \int_0^t e^{Rt' + \int F(t')} dt' \quad (2.33)$$

avec  $K = \sqrt{\frac{\sqrt{T_{max}P_{in}}}{2\tau}}$  et où l'intégrale  $\int_0^t F(t)$  vaut :

$$\int_0^t F(t) = \alpha^{FC} \sin(\Omega t + \varphi_{N1}) + \alpha^{TPA} \sin(\Omega t + \varphi_{A_1^{(2)}}) \quad (2.34)$$

où nous avons  $\alpha^{TPA} = \frac{2}{\Omega} \frac{\gamma^{TPA} A_1^{(2)}}{2\hbar\omega}$  et  $\alpha^{FC} = \frac{2}{\Omega} \frac{\gamma^{FC} |N_1|}{V_{eff}^{FC}}$ .

## 2.5. Amplitude des oscillations et pureté spectrale.

### 2.5.2.1 Résolution en négligeant les absorptions non-linéaires.

Dans le cas de notre nanocavité à cristaux photoniques, ces coefficients valent  $\alpha^{TPA} = 0.016$  et  $\alpha^{FC} = 0.004 + 0.123i$  pour une puissance en entrée  $P_{in} = 2$  mW et un désaccord  $\Delta\lambda = -20$  pm. La partie imaginaire de  $\alpha^{FC}$  devient alors la principale contribution à l'intégrale  $\int_0^t F(t)$ . Nous pouvons simplifier encore plus les calculs en négligeant dans un premier temps les contributions des autres termes dans notre évaluation du coefficient  $R$  et de l'intégrale  $\int_0^t F(t)$ . Les équations 2.31 et 2.34 deviennent alors :

$$R \approx \frac{1}{2\tau} + i\left(\frac{\gamma_i^{FC} N_0}{V_{eff}^{FC}} - (\omega - \omega_0)\right) \quad (2.35)$$

$$\int F(t) \approx \alpha_i^{FC} \sin(\theta) \quad (2.36)$$

avec  $\alpha_i^{FC} = \frac{2}{\Omega} \frac{i\gamma_i^{FC} |N_1|}{V_{eff}^{FC}}$  et  $\theta = \Omega t + \varphi_{N1}$ .

Nous pouvons développer  $e^{\int F(t)}$  en utilisant l'expansion de Jacobi-Anger :

$$e^{\int F(t)} \approx e^{\alpha_i^{FC} \sin(\theta)} = \sum_n i^{3n} I_n(\alpha_i^{FC}) e^{in\theta} \quad (2.37)$$

où les  $I_n$  sont les fonctions de Bessel modifiées du premier ordre. Dans cette expression, seuls les termes correspondants à  $n = -1, 0$  et  $1$  ont une influence non négligeable sur les valeurs finales des amplitudes du continu, du fondamental et de la seconde harmonique. Nous pouvons donc négliger les autres termes et nous obtenons alors :

$$e^{\int F(t)} \approx I_0(\alpha_i^{FC}) - iI_1(\alpha_i^{FC})(e^{i\theta} - e^{-i\theta}) \quad (2.38)$$

et

$$\int_0^t e^{Rt' + \int F(t')} dt' = e^{Rt} \left[ \frac{I_0(\alpha_i^{FC})}{R} - iI_1(\alpha_i^{FC}) \left( \frac{e^{i\theta}}{R + i\Omega} - \frac{e^{-i\theta}}{R - i\Omega} \right) \right] \quad (2.39)$$

L'expression de l'amplitude devient alors :

$$A = K \left( \frac{I_0(\alpha_i^{FC})}{R} - iI_1(\alpha_i^{FC}) \left( \frac{e^{i\theta}}{R + i\Omega} - \frac{e^{-i\theta}}{R - i\Omega} \right) \right) e^{-\alpha_i^{FC} \sin(\theta)} \quad (2.40)$$

## Chapitre 2. Auto-oscillations GHz dans une nanocavité.

ce qui nous donne comme expression pour l'énergie :

$$E = |A|^2 = K^2 \left| \frac{I_0(\alpha_i^{FC})}{R} - iI_1(\alpha_i^{FC}) \left( \frac{e^{i\theta}}{R+i\Omega} - \frac{e^{-i\theta}}{R-i\Omega} \right) \right|^2 \quad (2.41)$$

En développant l'expression 2.41, nous obtenons :

$$E = E_0 + 2E_1 \cos(\Omega t + \varphi_1) + 2E_2 \cos(2\Omega t + \varphi_2) \quad (2.42)$$

où les coefficients  $E_0$ ,  $E_1$ ,  $E_2$  correspondent respectivement à l'énergie moyenne dans la cavité, à l'amplitude du fondamental et à celle de la seconde harmonique et valent :

$$E_0 = K^2 \left( \frac{I_0(\alpha_i^{FC})^2}{|R|^2} + \frac{2|I_1(\alpha_i^{FC})|^2(\Omega^2 + |R|^2)}{(|R|^2 - \Omega^2)^2 + (2\Omega \operatorname{Re}(R))^2} \right) \quad (2.43)$$

$$E_1 = K^2 \frac{2\Omega \operatorname{Im}(R) I_0(\alpha_i^{FC}) |I_1(\alpha_i^{FC})|}{\sqrt{(|R|^2 - \Omega^2)^2 + (2\Omega \operatorname{Re}(R))^2}} \quad (2.44)$$

$$E_2 = K^2 \frac{|I_1(\alpha_i^{FC})|^2}{\sqrt{(|R|^2 - \Omega^2)^2 + (2\Omega \operatorname{Re}(R))^2}} \quad (2.45)$$

Pour des raisons de cohérence, cette expression de  $E$  doit être égale à celle utilisée initialement équation 2.24, c'est à dire que nous devons avoir  $E_0 = A_0^{(2)}$ ,  $E_1 = A_1^{(2)}$ , ce qui permet de calculer  $E_1$ , et  $E_2$  négligeable. Nous pouvons alors évaluer l'importance de la seconde harmonique  $E_2$  à l'aide de l'expression suivante du rapport  $E_2/E_1$  :

$$\frac{E_2}{E_1} \simeq \frac{|I_1(\alpha_i^{FC})|^2}{2\Omega \operatorname{Im}(R) I_0(\alpha_i^{FC}) |I_1(\alpha_i^{FC})|} \quad (2.46)$$

Si nous prenons en compte le fait que  $|\alpha_i^{FC}| \ll 1$ , alors nous savons que les fonctions de Bessel sont équivalentes à  $I_0(\alpha_i^{FC}) \sim 1$  et  $I_1(\alpha_i^{FC}) \sim \frac{1}{2} \alpha_i^{FC} = \frac{i\gamma_i^{FC} N_1}{\Omega V_{eff}^{FC}}$ , et l'expression 2.46 se simplifie et devient :

$$\frac{E_2}{E_1} \sim \frac{i\gamma_i^{FC} |N_1|}{2\Omega^2 V_{eff}^{FC} \operatorname{Im}(R)} \quad (2.47)$$

Nous pouvons obtenir à l'aide des équations 2.28 et 2.29 l'expression de  $N_1$  suivante :

$$N_1 = \frac{\tau_{fc} \gamma^{TPA}}{2(\hbar\omega)^2} \frac{2E_0 E_1}{(1 + i\Omega \tau_{fc})} \simeq \frac{E_1}{E_0} \frac{2N_0}{(1 + i\Omega \tau_{fc})} \quad (2.48)$$



## 2.5. Amplitude des oscillations et pureté spectrale.

ce qui nous permet d'exprimer la relation 2.47 sous la forme :

$$\frac{E_2}{E_1} \sim C_0 \times \frac{E_1}{E_0} \quad (2.49)$$

où le coefficient  $C_0$  est égal à :

$$C_0 = \frac{\gamma_i^{FC} N_0}{V_{eff}^{FC}} \frac{|R|^2}{\Omega^2 \text{Im}(R) \sqrt{1 + \Omega^2 \tau_{fc}^2}} \quad (2.50)$$

Le coefficient  $R$  ne dépend que de la valeur de  $N_0$ , donc le coefficient  $C_0$  ne dépend que des valeurs de  $N_0$  et  $\Omega$ , lesquelles sont facilement calculées à partir des solutions du système en régime permanent et des valeurs propres du système linéarisé autour d'un point d'équilibre (voir les équations 2.11 et 2.23 ci-dessus).

Cette expression du coefficient  $C_0$  n'est pas très parlante. Cependant, pour des puissances d'entrée  $P_{in} \geq 2$  mW, les équations 2.17 et 2.20 nous permettent d'obtenir comme expression équivalente pour la fréquence  $\Omega$  :

$$\Omega \sim \frac{\gamma_i^{FC} N_0}{V_{eff}^{FC}} - (\omega - \omega_0) \quad (2.51)$$

ce qui nous donne comme expression équivalente  $R \sim i\Omega$ , et nous permet d'obtenir finalement l'expression équivalente de  $C_0$  suivante :

$$C_0 \sim \frac{\gamma_i^{FC} N_0}{\tau_{fc} \Omega^2 V_{eff}^{FC}} \sim \frac{1}{\Omega \tau_{fc}} \times \left( 1 + \frac{(\omega - \omega_0)}{\Omega} \right) \quad (2.52)$$

On remarque que  $C_0$  diminue lorsque la fréquence augmente, c'est à dire que le signal va être d'autant plus sinusoïdal que la fréquence des auto-oscillations est élevée, c'est à dire que la puissance d'entrée est élevée.

L'équation  $E_1 = A_1^{(2)}$  étant transcendante et extrêmement complexe, nous ne l'avons pas développée ici, et nous n'avons pas pu trouver de solution analytique simple à cette équation. Cependant, cette équation peut être facilement (et rapidement) résolue sous MATLAB, ce qui nous a permis de tracer le rapport  $E_1/E_0$  en fonction de la puissance d'entrée et du désaccord (voir Fig. 2.10a). L'amplitude de la seconde harmonique peut être alors calculée en fonction de  $E_1$  et de  $E_0$  à partir de l'expression de  $E_2$  présentée à l'équation 2.49 (voir Fig. 2.10b).

**2.5.2.2 Résolution dans le cas général.**

Les résultats dans le cas général ne sont pas très différents. Si nous ne négligeons pas l'absorption à deux photons et l'absorption par porteurs libres, alors l'expression 2.40 sur l'amplitude complexe devient :

$$A = K \left( a_0 + a_1 e^{i\theta} + a_{-1} e^{-i\theta} \right) e^{-\alpha^{FC} \sin(\theta+\varphi) - \alpha^{TPA} \sin(\theta)} \quad (2.53)$$

où les termes de phases valent  $\theta = \Omega t + \varphi_{A_1^{(2)}}$ ,  $\varphi = \varphi_{N1} - \varphi_{A_1^{(2)}} = -\arg(1 + i\Omega\tau_{fc})$  et les coefficients  $a_0, a_1, a_2$  sont définis comme :

$$a_0 = \frac{I_0(\alpha^{TPA})I_0(\alpha^{FC})}{R} \quad (2.54)$$

$$a_1 = \frac{-i(I_0(\alpha^{TPA})I_1(\alpha^{FC})e^{i\varphi} + I_1(\alpha^{TPA})I_0(\alpha^{FC}))}{R + i\Omega} \quad (2.55)$$

$$a_{-1} = \frac{i(I_0(\alpha^{TPA})I_1(\alpha^{FC})e^{-i\varphi} + I_1(\alpha^{TPA})I_0(\alpha^{FC}))}{R - i\Omega} \quad (2.56)$$

Ceci nous donne alors comme expression pour l'énergie :

$$E = K^2 \left\| a_0 + a_1 e^{i\theta} + a_{-1} e^{-i\theta} \right\|^2 e^{-2\alpha_r^{FC} \sin(\theta+\varphi) - 2\alpha^{TPA} \sin(\theta)} \quad (2.57)$$

Si nous développons  $\left\| a_0 + a_1 e^{i\theta} + a_{-1} e^{-i\theta} \right\|^2$  sous la forme :

$$\left\| a_0 + a_1 e^{i\theta} + a_{-1} e^{-i\theta} \right\|^2 = b_0 + b_1 e^{i\theta} + b_1^* e^{-i\theta} + b_2 e^{2i\theta} + b_2^* e^{-2i\theta} \quad (2.58)$$

avec  $b_0 = |a_0|^2 + |a_1|^2 + |a_{-1}|^2$ ,  $b_1 = a_0 a_{-1}^* + a_0^* a_1$  et  $b_2 = a_1 a_{-1}^*$ , et si nous utilisons l'expansion de Jacobi-Anger pour écrire  $e^{-2\alpha_r^{FC} \sin(\theta+\varphi) - 2\alpha^{TPA} \sin(\theta)}$  sous la forme :

$$e^{-2\alpha_r^{FC} \sin(\theta+\varphi) - 2\alpha^{TPA} \sin(\theta)} = d_0 + d_1 e^{i\theta} + d_1^* e^{-i\theta} \quad (2.59)$$

avec  $d_0 = I_0(2\alpha^{TPA})I_0(2\alpha_r^{FC})$  et  $d_1 = i(I_0(2\alpha^{TPA})I_1(2\alpha_r^{FC})e^{i\varphi} + I_1(2\alpha^{TPA})I_0(2\alpha_r^{FC}))$ , alors nous obtenons pour  $E_0, E_1, E_2$  les expressions suivantes :

$$E_0 = K^2 (b_0 d_0 + b_1 d_1^* + b_1^* d_1) \quad (2.60)$$

$$E_1 = K^2 \left\| b_0 d_1 + b_1 d_0 + d_1^* b_2 \right\| \quad (2.61)$$

## 2.5. Amplitude des oscillations et pureté spectrale.

$$E_2 = K^2 \|b_1 d_1 + b_2 d_0\| \quad (2.62)$$

Ces expressions de  $E_0$ ,  $E_1$ ,  $E_2$  ne sont pas très parlantes, mais si nous les développons complètement, elles seraient bien évidemment beaucoup trop complexes pour nous être utiles. Néanmoins, ces expressions sont suffisantes pour nous permettre de déterminer l'amplitude du fondamental  $A_1^{(2)}$  en résolvant numériquement l'équation  $A_1^{(2)} = E_1$ , ainsi que l'amplitude de la seconde harmonique à partir de l'expression de  $E_2$  dans le cas général (voir Fig. 2.10). Heureusement, lorsque nous avons une puissance en entrée  $P_{in} \geq 2$  mW, nous pouvons encore trouver une expression équivalente simplifiée pour  $E_2/E_1$  et pour le facteur  $C_0$  :

$$\frac{E_2}{E_1} \sim \frac{1}{4} \left( \alpha_i^{FC} - 3\alpha^{TPA} \right) = C_0 \times \frac{E_1}{E_0} \quad (2.63)$$

où le facteur  $C_0$  est équivalent à :

$$C_0 \sim \frac{1}{2\Omega} \times \left( \frac{2\gamma_i^{FC} N_0}{\tau_{fc} \Omega V_{eff}^{FC}} - \frac{3\gamma^{TPA} E_0}{2\hbar\omega} \right) \quad (2.64)$$

La principale différence entre les équations 2.52 et 2.64 est le terme  $-\frac{1}{2\Omega} \times \frac{3\gamma^{TPA} E_0}{2\hbar\omega}$  rajouté dans l'équation 2.64, et qui se traduit par une valeur de  $C_0$  plus faible que dans le cas où les absorptions non-linéaires avaient été négligées. Ces deux équations 2.63 et 2.64 sont importantes car elles nous permettent d'évaluer facilement la non-linéarité des auto-oscillations et de minimiser si possible l'amplitude de la seconde harmonique et d'obtenir ainsi un signal qui soit le plus sinusoïdal possible.

Nous avons également un très bon accord entre ces expressions analytiques et nos simulations numériques sous MATLAB. Par exemple, pour un désaccord  $\Delta\lambda = -20$  pm, le facteur  $C_0$  varie numériquement entre 0.27 et 0.084 pour une puissance en entrée variant entre 1.5 mW et 20 mW. En particulier, pour  $P_{in} = 2$  mW, nous avons  $C_0 = 0.24$  et  $P_1/P_0 = -21.4$  dB, ce qui nous donne  $P_2/P_1 \simeq C_0 (P_1/P_0) = -33.6$  dB ( $P_0, P_1, P_2$  correspondent respectivement à la puissance moyenne mesurée en sortie de la cavité, à l'amplitude de son fondamental et à celle de la seconde harmonique). Ces valeurs sont très proches de celles trouvées par la simulation numérique :  $P_1/P_0 = -21.3$  dB, et  $P_2/P_1 \simeq -34.7$  dB (voir Fig. 2.11). Nous devons remarquer que ces valeurs en dB sont données pour la puissance radiofréquence mesurée par la photodiode  $P^{RF} = R \times I_{diode}^2$ . Etant donné que le courant de la photodiode est proportionnel est à la puissance optique et donc à l'énergie dans la cavité, nous avons donc  $(P_1^{RF}/P_0^{RF})$  (dB) =  $20 \times \log(E_1/E_0)$ , au lieu de  $10 \times \log(E_1/E_0)$  comme c'est habituellement le cas pour une puissance. Cependant, l'amplitude de la seconde harmonique reste très basse comparée à celle du fondamental, ce qui justifie l'approximation de l'énergie dans la cavité par une sinusoïde que

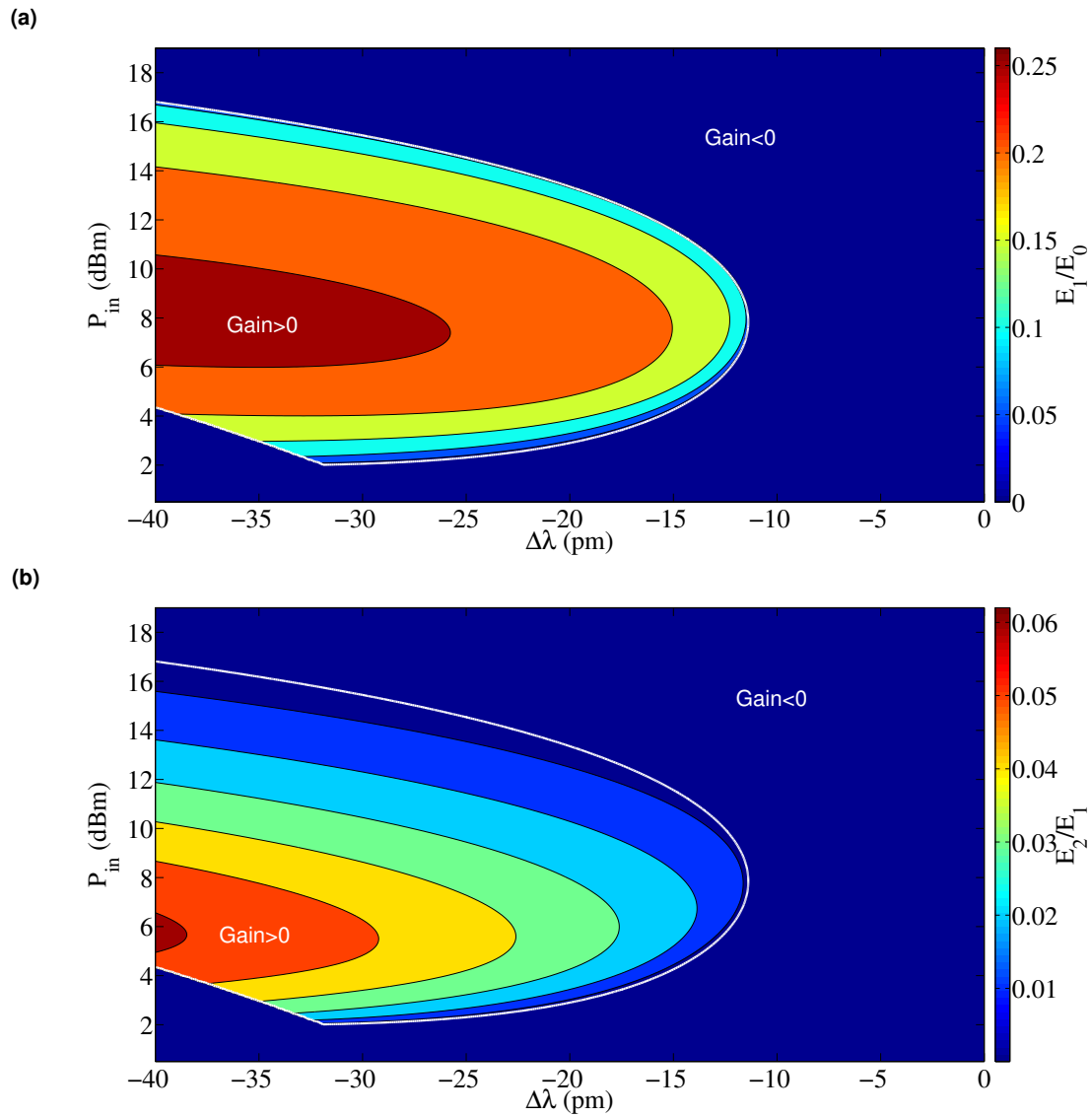


FIGURE 2.10 – (a) Le rapport  $E_1/E_0$ , calculé à partir de l'expression analytique trouvée précédemment. (b) Le rapport  $E_2/E_1$ . Plus ce rapport est petit, plus les oscillations sont sinusoïdales. La zone de gain positif (oscillations non-atténuées) est délimitée par la ligne blanche.

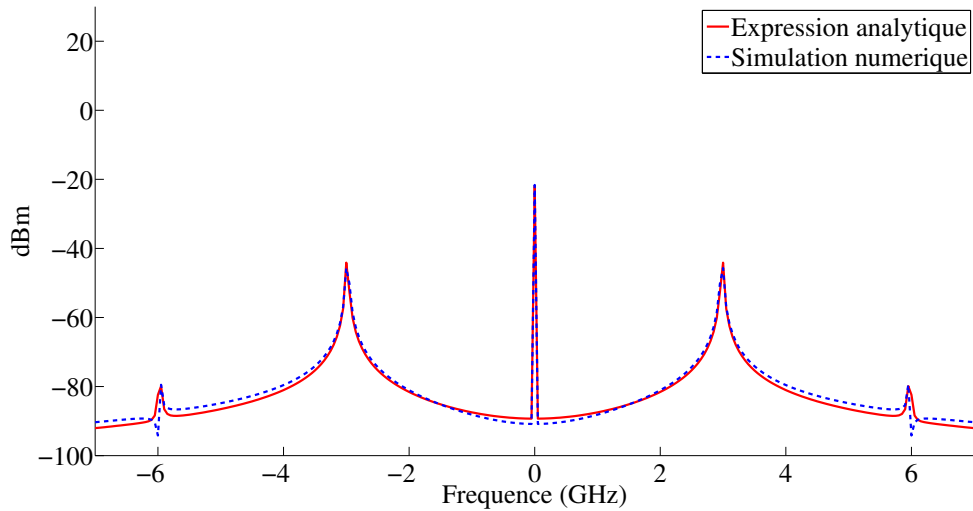


FIGURE 2.11 – Le spectre des oscillations, calculé à la fois par l’expression analytique (voir Eq. 2.61 et 2.62) et par une simulation numérique sous MATLAB, pour un désaccord  $\Delta\lambda = -20$  pm et une puissance d’entrée  $P_{in} = 2$  mW. On remarque que nous avons un très bon accord entre les deux courbes. L’amplitude de la seconde harmonique se situe approximativement -34 dB en dessous de celle du fondamental.

nous avons effectuée au départ.

### 2.5.3 Comparaison avec le cas d’un micro-disque.

Nous avons mentionné auparavant que des auto-oscillations créées par la dispersion due aux porteurs libres avaient aussi été mesurées dans un micro-disque en silicium par Soltani en 2012 [60]. La résonance de ce micro-disque avait pour longueur d’onde  $\lambda_0 = 1532$  nm et un facteur de qualité de  $Q_0 = 1.5 \times 10^6$ , dix fois plus élevé que pour notre cavité. Comparé à notre nanocavité, les auto-oscillations dans le micro-disque avaient deux principaux défauts : tout d’abord, la fréquence des oscillations n’était que de 0.5 GHz, comparé à 3 GHz pour notre cavité, ce qui est une conséquence du facteur de qualité plus élevé et du grand volume modal d’un micro-disque (voir l’équation 2.23 sur l’expression équivalente de la fréquence des auto-oscillations). Ensuite, ces auto-oscillations étaient fortement non-sinusoidales, contrairement à celles dans notre cavité.

Nous pouvons facilement confirmer les résultats de Soltani en effectuant une simulation du micro-disque sous MATLAB. En effet, les équations que nous avons utilisées pour décrire le comportement d’une nanocavité à cristaux photoniques sont également valides pour d’autres types de microcavités tels que les micro-disques, à condition bien sûr de remplacer les différents volumes caractéristiques des effets non-linéaires et le temps de vie des porteurs libres par ceux du micro-disque étudié par Soltani :  $V_{TPA} = 97.1 \mu m^3$ ,  $V_{FCA} = 89.9 \mu m^3$  et  $\tau_{fc} = 0.4$  ns. La seule autre différence entre les équations du micro-

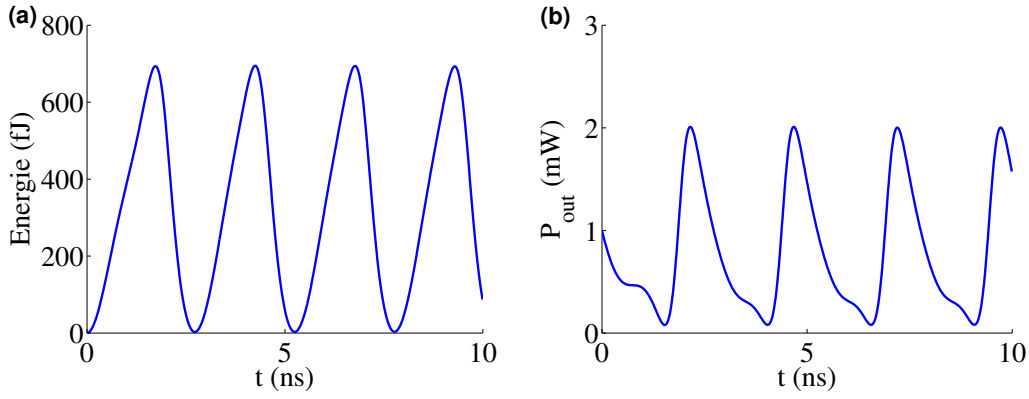


FIGURE 2.12 – Simulation numérique sous MATLAB des auto-oscillations pour un micro-disque du type de celui décrit à la référence [60], dans le cas d’un désaccord de  $-2.5$  pm et d’une puissance d’entrée de 1 mW : (a) l’énergie dans le micro-disque en fonction du temps et (b) la puissance en sortie du micro-disque en fonction du temps. Les auto-oscillations ne sont visiblement plus sinusoidales, contrairement à celles dans notre cavité.

disque et celle de la cavité vient du fait que le micro-disque ne possède qu’un seul guide de couplage servant à la fois à injecter et à récupérer l’énergie dans le micro-disque. La puissance récupérée en sortie du micro-disque est donc égale à  $P_{out} = \left\| \sqrt{P_{in}} - \sqrt{\frac{T_{max}}{2\tau}} A \right\|^2$ , avec  $T_{max} = 1$  [60], au lieu de  $P_{out} = \frac{\sqrt{T_{max}}|A|^2}{2\tau}$  comme pour notre nanocavité. Avec cette simulation, il est facile de constater que non seulement les auto-oscillations de l’énergie dans le micro-disque sont fortement non-sinusoidales, ayant une forme presque triangulaire (voir Fig. 2.12a), mais que l’expression différente de la puissance en sortie du micro-disque par rapport à celle du cristal photonique va déformer encore plus ces auto-oscillations et amplifier leur aspect non-sinusoidal (voir Fig. 2.12b).

D’un autre côté, appliquer les résultats de l’analyse harmonique effectuée à la section 2.5.2 au cas d’un micro-disque est plus difficile. En effet, dans le cas du micro-disque décrit par Soltani, les coefficients  $\alpha^{TPA}$  et  $\alpha^{FC}$  sont d’après nos simulations égaux à  $\alpha^{TPA} = 0.042$  et  $\alpha^{FC} = 0.04 + 1.21i$  dans le cas d’un désaccord de  $-2.5$  pm et d’une puissance d’entrée de 1 mW. Puisque  $|\alpha^{FC}| > 1$ , nous ne pouvons plus faire les approximations  $e^{\alpha_i^{FC} \sin(\theta)} \sim I_0(\alpha_i^{FC}) - iI_1(\alpha_i^{FC})(e^{i\theta} - e^{-i\theta})$ ,  $I_0(\alpha_i^{FC}) \sim 1$  et  $I_1(\alpha_i^{FC}) \sim \frac{1}{2}\alpha_i^{FC}$  que nous avons effectuées auparavant, et nos formules ne sont donc plus totalement correctes. Cependant, nous pouvons encore les utiliser pour estimer l’importance de la seconde harmonique pour les oscillations de l’énergie dans le micro-disque. Avec la valeur de l’amplitude du fondamental donnée par la simulation numérique :  $E_1/E_0 = -3$  dB, et en prenant la valeur de  $C_0$  donnée par la formule 2.64 :  $C_0 = 0.37$ , nous obtenons alors pour le rapport entre les amplitudes de la seconde harmonique et du fondamental  $E_2/E_1 \simeq -7.3$  dB, ce qui est une valeur très proche de celle donnée par la simulation numérique  $E_2/E_1 = -7.5$  dB (voir Fig. 2.13). Nous pouvons en conclure que la plus grande nonlinéarité des auto-

## 2.5. Amplitude des oscillations et pureté spectrale.

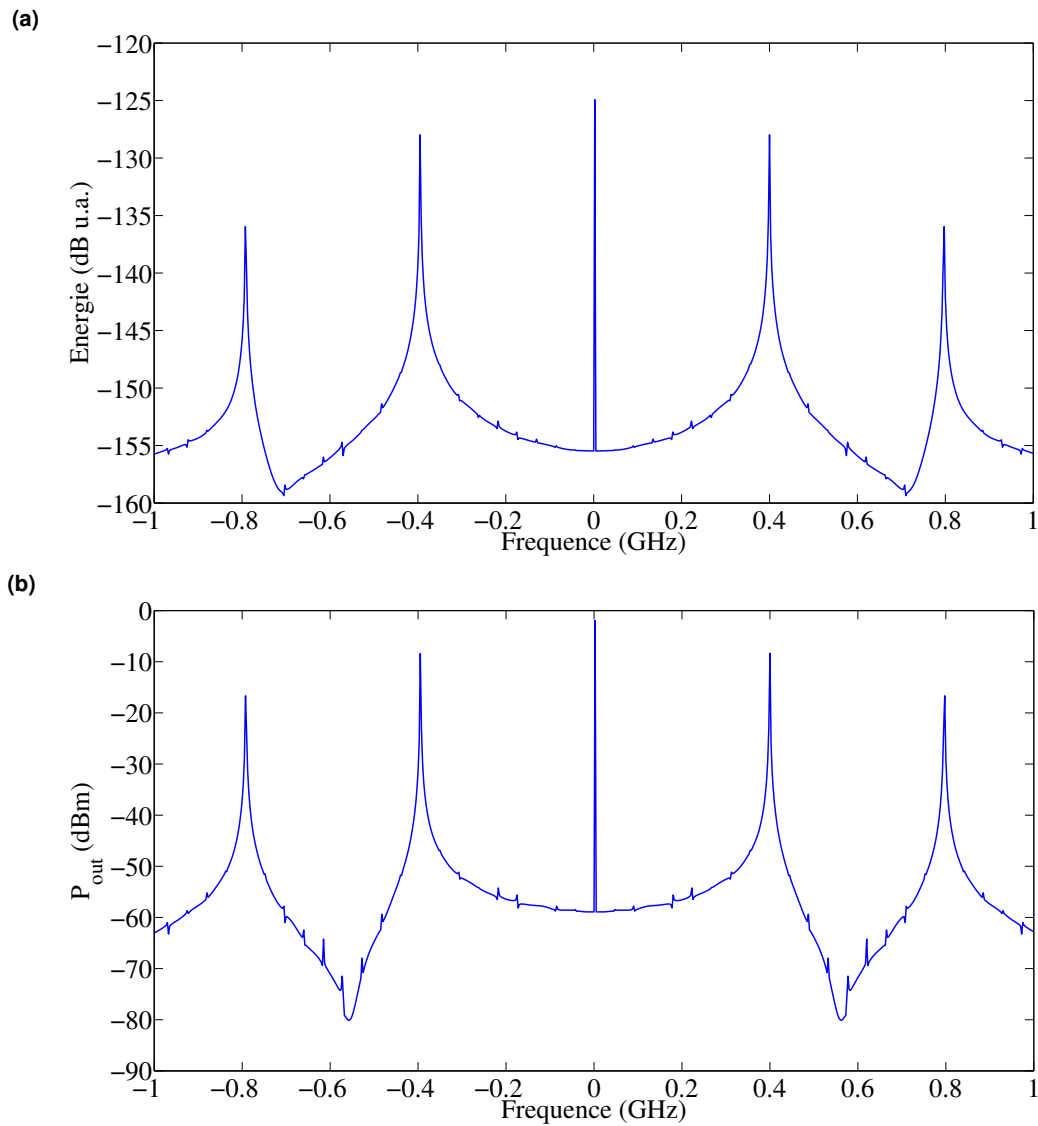


FIGURE 2.13 – Le spectre des oscillations dans le micro-disque, calculé à l'aide de la simulation numérique sous MATLAB, pour un désaccord de -2.5 pm et une puissance d'entrée de 1 mW : (a) spectre de l'énergie dans le micro-disque et (b) spectre de la puissance de sortie. L'amplitude de la seconde harmonique se trouve -7.5 dB en dessous de celle du fondamental pour l'énergie dans le micro-disque et -7.7 dB en dessous du fondamental pour la puissance de sortie.

oscillations dans un micro-disque par rapport à notre cavité à cristal photonique a en fait deux causes : premièrement la plus grande valeur de  $C_0$ , elle-même expliquée par la plus faible valeur de la fréquence des auto-oscillations dans un micro-disque, et deuxièmement la plus grande amplitude de ces auto-oscillations.

## 2.6 Analyse détaillée des résultats expérimentaux.

Nous pouvons à présent utiliser le modèle des auto-oscillations dans la cavité développé ci-dessus pour expliquer et analyser nos résultats expérimentaux. Nous commencerons tout d'abord par rappeler ces résultats et montrer qu'ils sont en accord avec les prédictions de notre modèle en ce qui concerne la fréquence des auto-oscillations et le fait qu'elles soient atténuées ou non. Nous décrirons ensuite comment nous avons utilisé ces résultats pour déterminer le volume effectif et le temps de vie des porteurs libres dans notre nanocavité. Nous comparerons ensuite ces résultats avec les simulations numériques effectuées sous MATLAB sans et avec les effets thermiques. Finalement, nous étudierons les performances de la source micro-ondes que nous pourrions obtenir à partir de cette nanocavité.

### 2.6.1 Rappel des résultats expérimentaux obtenus.

Comme nous l'avons expliqué précédemment (à la section 2.2), la cavité a en fait été mesurée deux fois, avant et après le traitement chimique à l'acide nitrique. Avant le traitement, nous avons observé dans la cavité des auto-oscillations avec une période d'environ 300 ps pour un désaccord sur la longueur d'onde du laser entre -40 pm et -20 pm. La période ne change pas (ou presque pas) avec le désaccord, comme prévu par notre modèle. Ces auto-oscillations sont toujours atténuées et disparaissent avant la fin de l'impulsion (voir Fig. 2.3a). Après le traitement, nous avons pu observer dans la cavité des auto-oscillations non-atténuées sur toute la longueur de l'impulsion pour un désaccord sur la longueur d'onde du laser entre -30 pm et -10 pm (voir Fig. 2.3b). La période de ces auto-oscillations est comprise entre 330 et 350 ps, ce qui correspond à une fréquence d'environ 3 GHz.

L'explication la plus simple pour cette différence de comportement avant et après le traitement à l'acide nitrique est que la légère augmentation du facteur de qualité de la cavité lors du traitement (de 90000 à 130000) nous a permis de faire passer la cavité d'une zone où le gain des auto-oscillations était négatif à une zone où ce gain est positif, et où les auto-oscillations ne sont donc plus atténuées. Si nous traçons la période des oscillations en fonction du facteur de qualité de la cavité et de la puissance d'entrée pour un désaccord



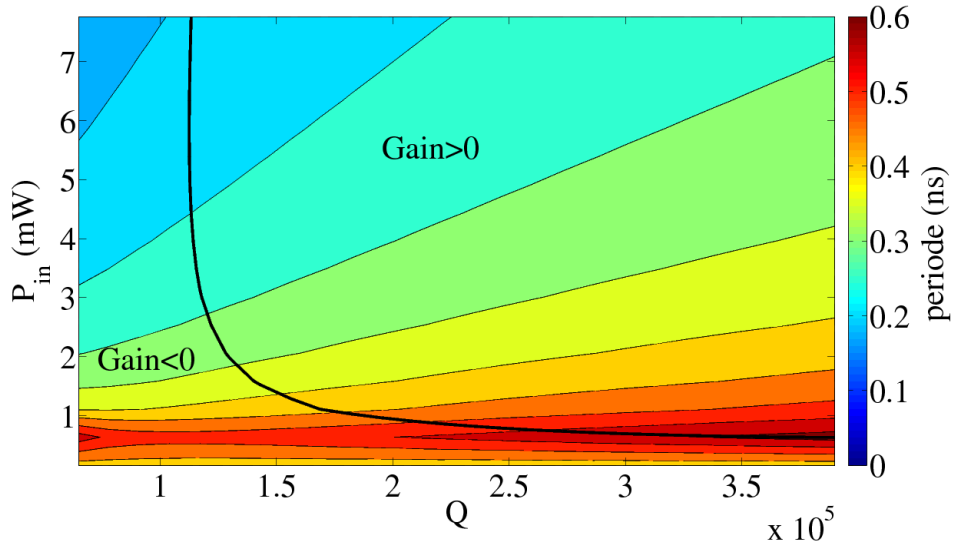


FIGURE 2.14 – Période des auto-oscillations en fonction du facteur de qualité de la cavité et de la puissance d’entrée, pour un désaccord de -20 pm et un temps de vie des porteurs libres de 0.2 ns. Les oscillations non-atténuées ne sont possibles qu’à l’intérieur de la zone de gain positif (délimitée par la ligne noire). Nous pouvons remarquer qu’un facteur de qualité d’au moins 110000 est nécessaire pour que ces auto-oscillations soient présentes.

de -20 pm, nous nous apercevons que celles-ci ne sont possibles que lorsque le facteur de qualité est supérieur à 110000 (voir Fig. 2.14), ce qui est maintenant le cas.

De la même façon, il est facile de confirmer que les auto-oscillations non-atténuées ne sont possibles que pour des désaccords proches de -20 pm en traçant la période des auto-oscillations en fonction de la puissance d’entrée et du désaccord (voir Fig. 2.15). Si le désaccord est trop faible (par exemple 0 pm), alors nous nous trouvons dans la zone de gain négatif et les auto-oscillations sont atténuées. S’il est trop important (par exemple -40 pm), nous nous retrouvons dans la zone de bistabilité de la cavité et l’énergie va se placer sur la branche basse de la bistabilité, où les auto-oscillations ne sont pas possibles. Nous ne nous trouvons dans la zone de gain positif pour une puissance d’entrée de 2 mW que lorsque le désaccord est aux alentours de -20 pm.

### 2.6.2 Détermination du volume effectif et du temps de vie des porteurs libres.

Il a été mentionné auparavant que les deux paramètres de notre modèle dont nous ne connaissons pas bien les valeurs sont le temps de vie des porteurs libres  $\tau_{fc}$  et le volume effectif des porteurs libres  $V_{eff}^{FC}$ , et que nous avons commencé ces mesures afin d’essayer de déterminer le temps de vie des porteurs libres dans nos cavités à cristaux photoniques. Nous avons eu ici de la chance. En effet, si nous choisissons de tracer la fréquence des auto-oscillations en fonction de  $\tau_{fc}$  et  $V_{eff}^{FC}$  pour un désaccord de -20 pm, alors nous

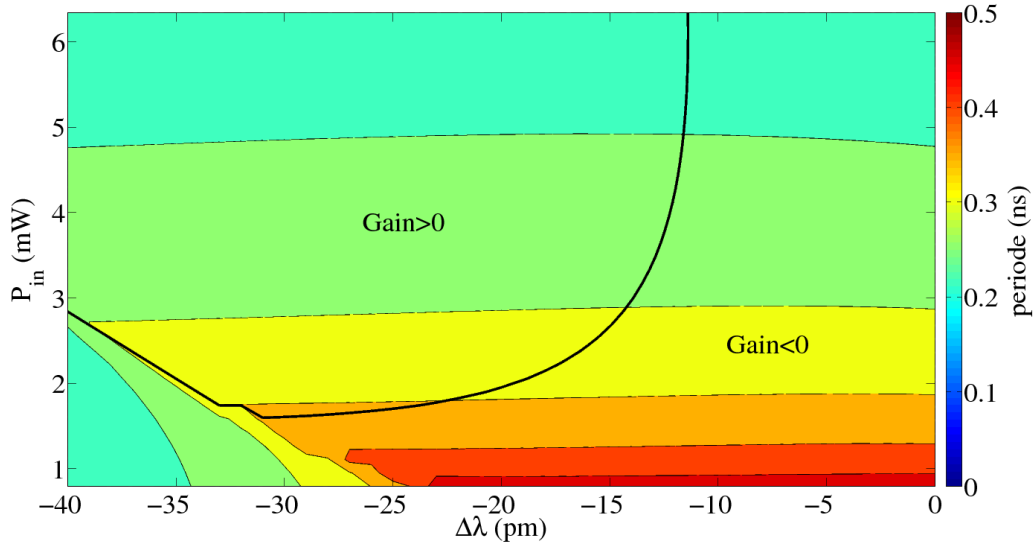


FIGURE 2.15 – La période des auto-oscillations en fonction du désaccord et de la puissance d’entrée, pour une cavité avec un facteur de qualité de 130000 et un temps de vie des porteurs libres de 0.2 ns. Les auto-oscillations sont non-atténuées à l’intérieur de la zone de gain positif (à l’intérieur de la région délimitée par la ligne noire).

remarquons que le seul moyen d’obtenir des auto-oscillations non-atténuées avec une fréquence autour de 3 GHz est d’avoir  $V_{eff}^{FC}$  compris entre  $4.62 \mu m^3$  et  $5.46 \mu m^3$  et  $\tau_{fc}$  compris entre 0.256 ns et 0.176 ns (voir Fig. 2.16). Nous avons donc choisi  $V_{eff}^{FC} \simeq 5.25 \mu m^3$  et  $\tau_{fc} \simeq 0.2$  ns pour notre modèle car ces pour ces valeurs que nous avons le meilleur accord entre nos mesures et les simulations sous MATLAB. En gardant le même volume effectif pour les porteurs libres, nous obtenons de la même manière un temps de vie des porteurs libres  $\tau_{fc} \simeq 0.3$  ns dans la cavité avant le traitement à l’acide nitrique. Cette valeur pour le temps de vie des porteurs libres est du même ordre de grandeur que le temps de vie mesuré dans des cavités à cristaux photoniques en silicium similaires à celles que nous utilisons par Barclay [13], où il est égal à  $\tau_{fc} \simeq 0.5$  ns. Ce temps de vie est un peu plus élevé que celui que nous avons obtenu pour la cavité avant traitement à l’acide nitrique, mais cette différence pourrait être due au fait que les cavités mesurées par Barclay sont constituées d’une plaque de silicium légèrement plus épaisse que les nôtres (d’épaisseur 340 nm au lieu de 200 nm), ce qui confinerait moins les porteurs libres verticalement, diminuant leur probabilité de recombinaison et augmentant donc légèrement leur temps de vie. A noter que dans le micro-disque en silicium mesuré par Soltani [60], dont l’épaisseur est de 230 nm, le temps de vie des porteurs libres mesuré est  $\tau_{fc} \simeq 0.4$  ns, ce qui est également très proche de la valeur que nous avons trouvée.

Par contre, le volume effectif des porteurs libres trouvé expérimentalement est dix fois plus grand que celui utilisé dans la référence [44], où il est calculé à l’aide de la formule  $V_{eff}^{FC} = (2d) \times (\sqrt{3}a) \times h$ , où  $d \simeq 1.1 \mu m$  est la longueur de diffusion des porteurs libres,  $h$  l’épaisseur de la plaque et  $\sqrt{3}a$  la distance entre les trous d’air les plus proches du

## 2.6. Analyse détaillée des résultats expérimentaux.

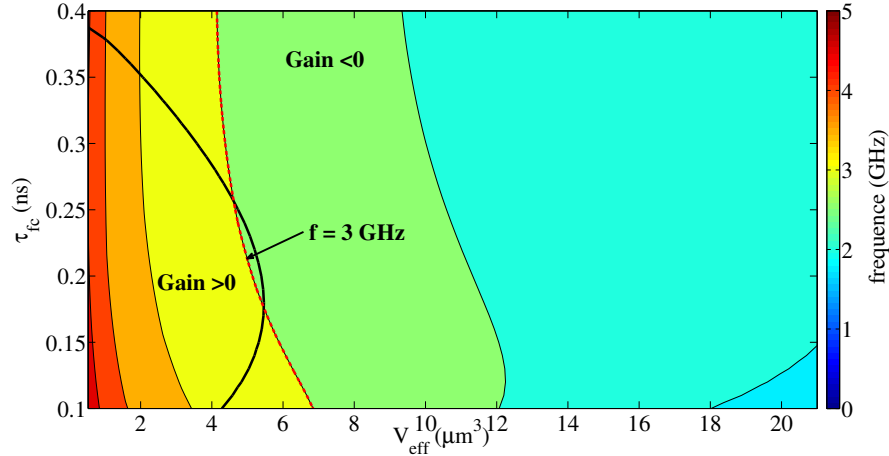


FIGURE 2.16 – La fréquence des auto-oscillations en fonction du temps de vie des porteurs libres et de leur volume effectif  $V_{eff}^{FC}$  pour une puissance d'entrée de 2 mW et un désaccord de -20 pm. On remarque que le seul moyen d'obtenir des auto-oscillations non-atténuées, c'est à dire à l'intérieur de la zone de gain positif délimitée par la ligne noire, avec une fréquence autour de 3 GHz (ligne rouge en pointillés) est d'avoir  $V_{eff}^{FC} \simeq 5.25 \mu m^3$  et  $\tau_{fc} \simeq 0.2$  ns.

centre de la cavité dans la direction orthogonale ( $a$  étant la période du cristal photonique). Utiliser cette formule nous donnerait  $V_{eff}^{FC} \simeq 0.32 \mu m^3$ . Mais ce modèle suppose que la diffusion des porteurs libres s'arrête aux trous d'air, ce qui n'est pas le cas. D'après la référence [67], la diffusion des porteurs libres dans un cristal photonique n'est pas très différente de la diffusion des porteurs libres dans une membrane en silicium sans trous d'air. De plus, ce modèle suppose que les porteurs libres sont tous créés au centre de la cavité, alors que le profil du mode résonant calculé par la FDTD est en fait très large et occupe un volume approximativement égal à  $(8a) \times (2\sqrt{3}a) \times h$  (voir Fig. 2.6). Si nous supposons que les porteurs libres sont créés uniformément dans ce volume et diffusent ensuite dans le reste de la cavité, alors nous pouvons approximer le volume effectif des porteurs libres par :

$$V_{eff}^{FC} = (8a + 2d) \times (2\sqrt{3}a + 2d) \times h \quad (2.65)$$

Cette formule nous donne  $V_{eff}^{FC} = 4.06 \mu m^3$ , ce qui est assez proche de la valeur de  $V_{eff}^{FC}$  que nous avons déduite des mesures expérimentales.

### 2.6.3 Comparaison avec les simulations numériques.

Si nous comparons les résultats des mesures (voir Fig. 2.17a et 2.17b) avec les simulations numériques faites sous MATLAB à partir du système d'équations (2.5,2.6), pour des impulsions de longueur 10 ns, alors nous remarquons que la puissance moyenne de sortie

mesurée augmente lentement au cours du temps tandis que la puissance moyenne simulée reste constante (voir Fig. 2.17c et 2.17d). Ceci est dû au fait que nous avons jusqu'à présent négligé les effets thermiques. En effet, la température va augmenter lentement tout au long de la durée de l'impulsion, et la dispersion thermique va donc accroître lentement le désaccord négatif entre la longueur d'onde du laser et celle de la cavité, ce qui va augmenter l'énergie moyenne dans la cavité et donc la puissance de sortie (voir équation 2.22). Un désaccord négatif plus grand va également accroître l'amplitude des oscillations (voir Fig. 2.10a), ce qui explique pourquoi l'amplitude des oscillations mesurées est plus importante que l'amplitude des oscillations simulées. Le contraste des auto-oscillations mesurées est donc assez élevé :  $C = (P_{max} - P_{min}) / (P_{max} + P_{min}) = 40 \%$ .

En comparant les mesures avec les simulations numériques du comportement de la cavité effectuées en tenant compte des effets thermiques (équation 2.3), alors nous pouvons déterminer quelles sont les valeurs du temps de refroidissement de notre cavité et de son volume thermique effectif :  $\tau_T \simeq 39$  ns et  $V_{eff}^T \simeq 3.0 \mu m^3$ . Les simulations du comportement de notre cavité effectuées avec ces valeurs sont visibles sur la figure 2.17e et 2.17f. Nous pouvons voir que l'accord avec nos courbes mesurées est excellent. Si nous comparons le spectre (obtenu par la transformée de Fourier du signal) des auto-oscillations mesurées avec celui des auto-oscillations simulées avec les effets thermiques, nous constatons que nous avons également un très bon accord entre les deux (voir Fig. 2.18). Dans les deux cas, l'amplitude de la seconde harmonique se situe -26 dB en dessous de celle du fondamental, ce qui est une valeur plus élevée que pour les auto-oscillations simulées sans effets thermiques (voir Fig. 2.11). Ceci s'explique probablement par l'amplitude plus élevée des auto-oscillations. Cependant, cette valeur est encore suffisamment petite pour que les auto-oscillations puissent être considérées comme quasi-sinusoïdales.

### 2.6.4 Auto-oscillations dues aux effets thermiques.

Nous avons jusqu'à présent utilisé des impulsions suffisamment courtes (10 ns) pour que l'influence des effets thermiques soit plus ou moins négligeable. Nous pouvons donc nous demander dans quelle mesure il serait possible d'utiliser des impulsions plus longues, et dans quelle mesure la thermique va interférer avec nos auto-oscillations. Malheureusement, lorsque la durée des impulsions est supérieure à environ 20 ns, la dispersion thermique finit toujours par ramener la cavité dans une zone où elle présente de la bistabilité, et celle-ci passe alors brusquement de la branche haute à la branche basse de cette bistabilité, ce qui se traduit par un effondrement de la puissance de sortie et un arrêt brutal des auto-oscillations dues aux porteurs libres. Par contre, un autre type d'auto-oscillations, dues cette fois-ci à la compétition entre la dispersion thermique, qui va décaler la résonance de la cavité vers le rouge (c'est à dire vers les grandes longueurs d'onde) et la dispersion par porteurs libres, qui va décaler cette résonance vers le bleu (vers les petites

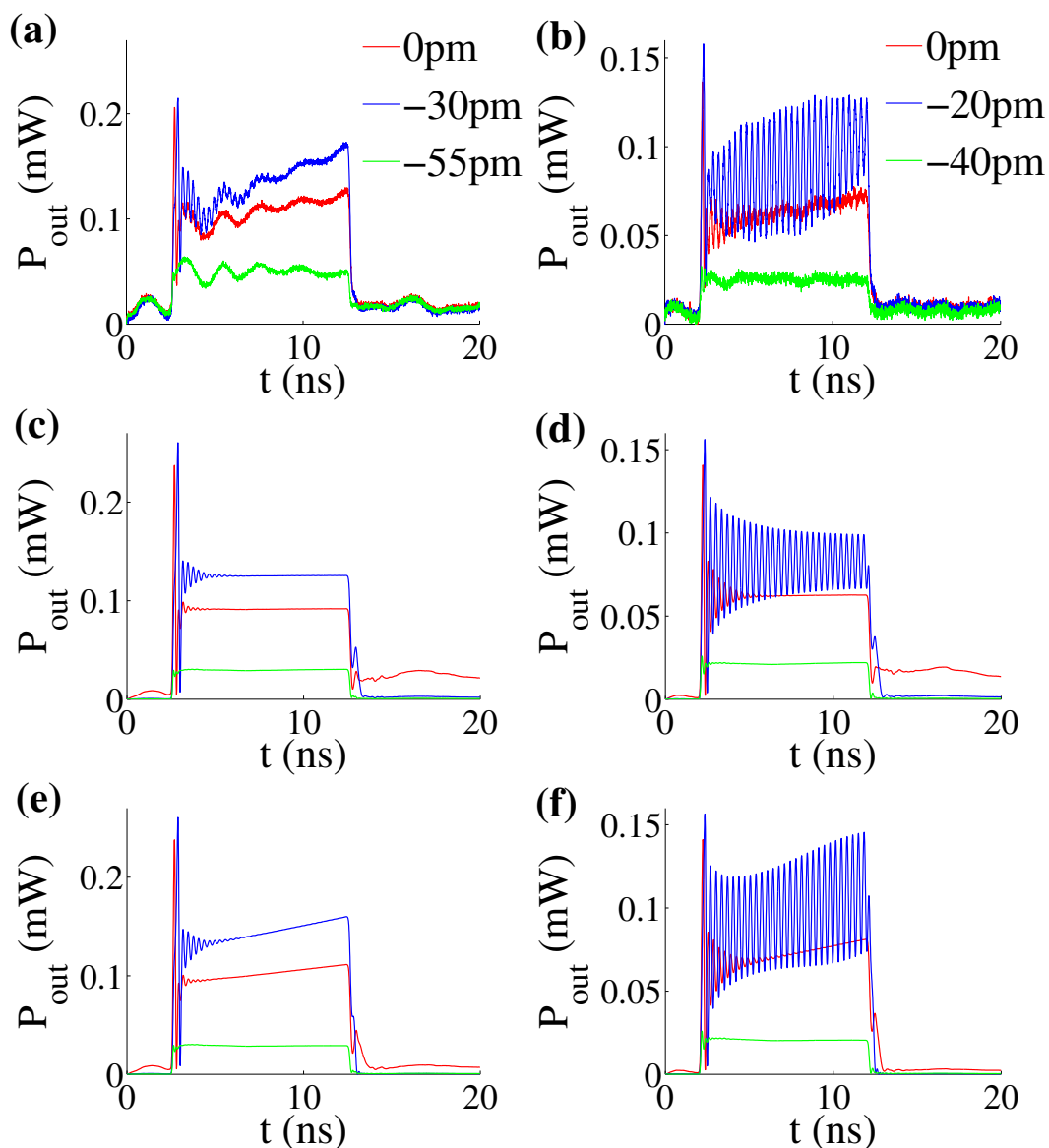


FIGURE 2.17 – (a) et (b) : La puissance de sortie de la cavité mesurée en fonction du temps pour différents désaccords entre la longueur d’onde du laser et celle de la cavité : (a) avant le traitement et (b) après le traitement chimique à l’acide nitrique. (c) et (d) : Simulations numériques sous MATLAB du comportement de la cavité effectuées sans prendre en compte les effets thermiques : (c) avant le traitement et (d) après le traitement chimique à l’acide nitrique. (e) et (f) : Simulations numériques sous MATLAB du comportement de la cavité en prenant en compte les effets thermiques : (e) avant le traitement et (f) après le traitement chimique à l’acide nitrique.

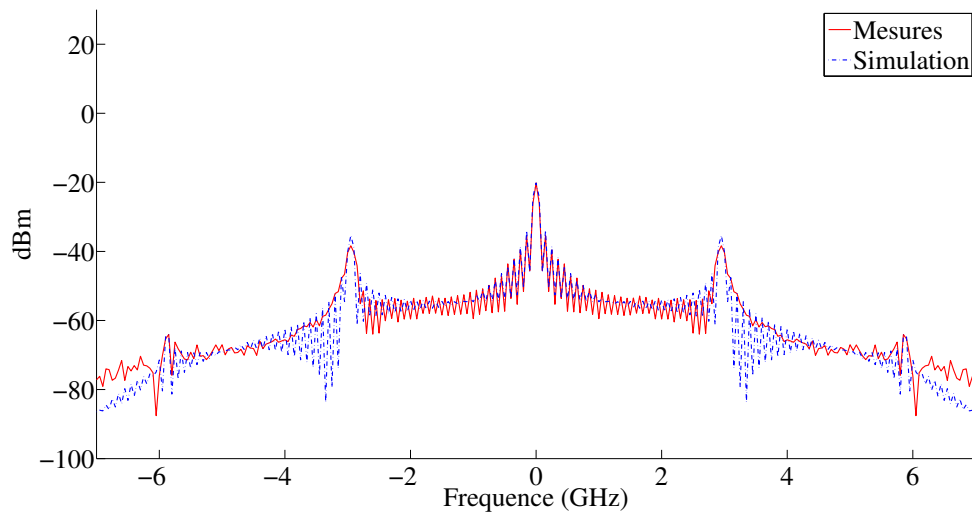


FIGURE 2.18 – Les spectres des auto-oscillations mesurées et simulées sous MATLAB, en tenant compte des effets thermiques, pour un désaccord initial  $\Delta\lambda = -20$  pm. Dans les deux cas, la seconde harmonique se situe approximativement -26 dB en dessous du fondamental, ce qui signifie que les auto-oscillations sont quasi-sinusoidales.

longueurs d'onde) peut se produire, mais avec des fréquences beaucoup plus faibles, de l'ordre du mégahertz (d'environ 15 MHz pour notre cavité).

Ces auto-oscillations dues aux effets thermiques ne sont pas nouvelles, et ont déjà été mesurées à la fois dans les micro-disques [47] et dans les cavités à cristaux photoniques [64]. Leur plus faible fréquence est due au fait que le temps de refroidissement est d'habitude beaucoup plus important que le temps de vie des porteurs libres pour une nanocavité. Le cycle de ces auto-oscillations peut être décrit de la manière suivante : Après la mise en route du laser, la cavité va lentement chauffer et la résonance va se décaler lentement vers le rouge, jusqu'à ce que la cavité devienne bistable et la puissance s'effondre. La cavité va alors lentement refroidir et la résonance va se redécaler vers le bleu, jusqu'à ce qu'il y ait suffisamment d'énergie dans la cavité pour que l'influence de la dispersion par porteurs libres devienne significative, ramenant brusquement la cavité à son point de départ sur la branche haute de la bistabilité. La très faible valeur du temps de vie des porteurs libres va faire passer la cavité très rapidement de la branche haute à la branche basse de la bistabilité (et vice-versa), donnant aux oscillations une forme presque rectangulaire (ou plutôt trapézoïdale), au contraire de la forme sinusoidale des auto-oscillations dues uniquement aux porteurs libres (voir Fig. 2.19a).

Bien que les simulations sous MATLAB du comportement de la cavité effectuées à l'aide de notre modèle vont prédire correctement l'existence ou non d'auto-oscillations thermiques dans notre cavité (voir Fig. 2.19b), il existe quand même un certain nombre de différences entre les simulations et nos mesures : la période des auto-oscillations thermiques semble augmenter avec le temps pour nos mesures, ce qui n'est pas le cas pour

## 2.6. Analyse détaillée des résultats expérimentaux.

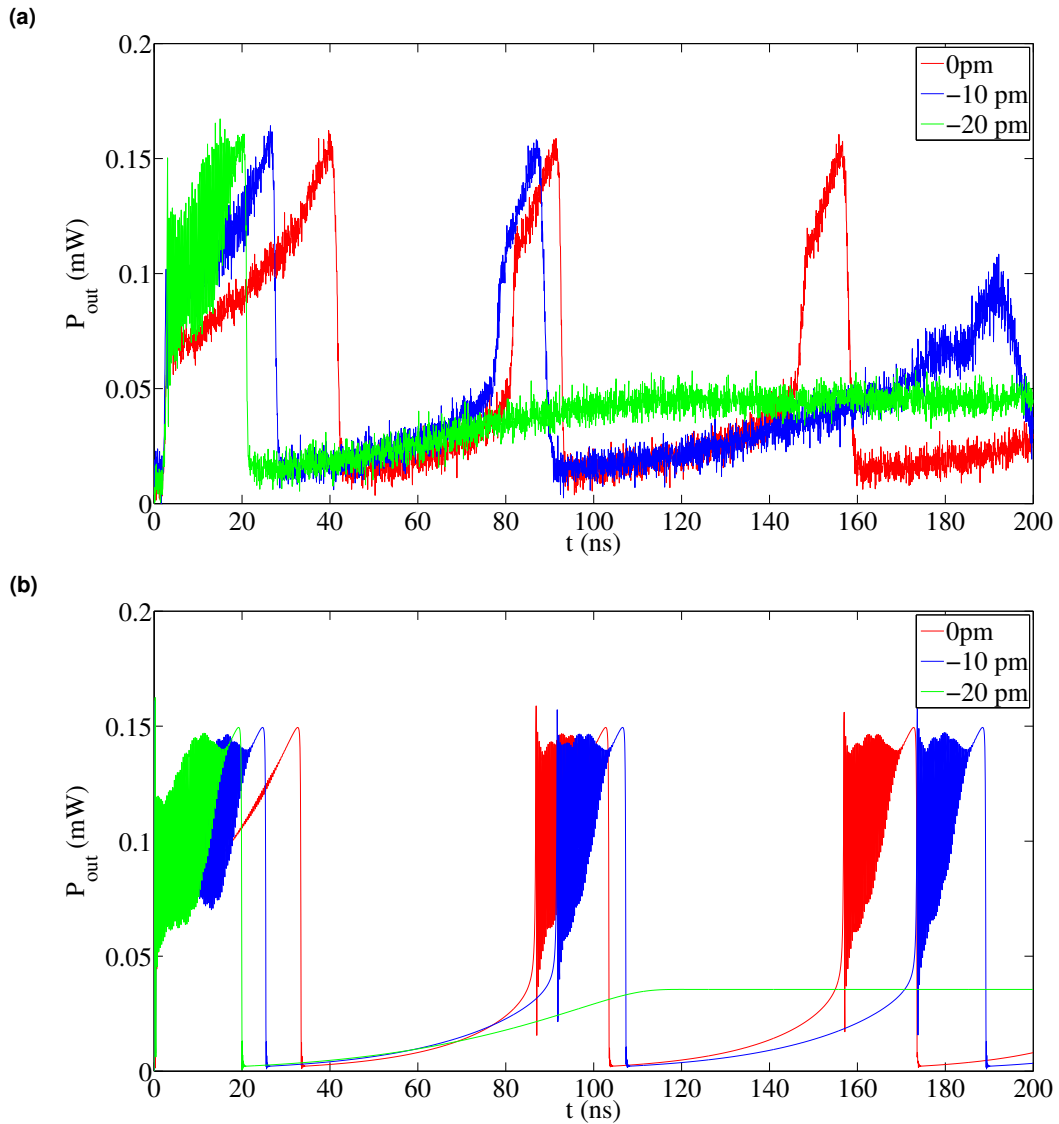


FIGURE 2.19 – Les auto-oscillations thermiques dans notre cavité pour une puissance d'entrée  $P_{in} = 2$  mW et une durée d'impulsion de 200 ns, pour différents désaccords entre la longueur d'onde du laser et celle de la cavité : (a) auto-oscillations thermiques mesurées et (b) auto-oscillations thermiques simulées sous MATLAB.

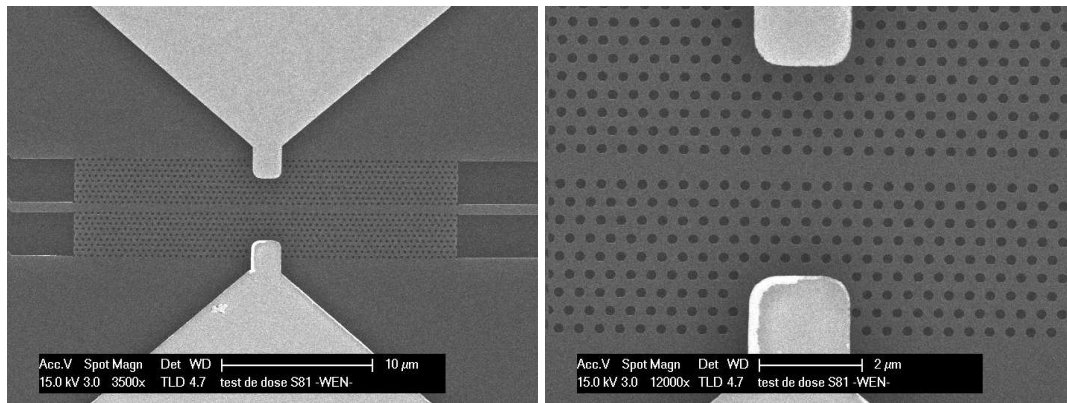


FIGURE 2.20 – Une cavité du type utilisée par L. Haret pour ses photodétecteurs en silicium, semblable à celle où nous avons mesurer les auto-oscillations, mais sur SOI et dotée d’une jonction MSM avec des contacts en platine. A gauche : vue de loin de l’ensemble de la structure avec les guides d’accès. A droite : vue de près de la cavité avec les contacts.

les simulations. De plus, notre simulation semble prédire l’existence d’auto-oscillations dues seulement aux porteurs libres à chaque fois que la cavité repasse sur la branche haute de la bistabilité, ce qui n’est pas le cas d’après nos mesures. Nous pouvons en conclure que notre modèle des effets thermiques dans la cavité est probablement un peu trop simpliste pour pouvoir décrire correctement ces oscillations thermiques. Nos mesures et nos simulations nous montrent aussi que la période des oscillations thermiques, ainsi que leur existence, va dépendre fortement du désaccord initial entre la longueur d’onde de résonance du laser et celle de la cavité.

### 2.6.5 Les performances de la source micro-ondes et comment les améliorer.

Si nous considérons que le signal transmis est détecté par un photodétecteur avec une réponse de 1 A/W et un circuit d’impédance de 50 Ohm, alors la puissance radiofréquence délivrée par la cavité à 3 GHz est de 20 nW. Ces performances sont bien meilleures que celles obtenues jusqu’à présent avec des nano-oscillateurs à transfert de spin, où un seul nano-oscillateur émet une puissance micro-onde maximale de 1 nW [68].

La fréquence des auto-oscillations pourrait être encore améliorée en diminuant à la fois le temps de vie des photons dans la cavité (en prenant par exemple une cavité avec un facteur de qualité  $Q = 10000$ , ce qui nous donnerait un temps de vie des photons égal à  $\tau = 8.4$  ps), et celui des porteurs libres (car ces deux temps de vie doivent théoriquement être du même ordre de grandeur pour avoir des auto-oscillations non atténuées [63]). Des temps de vie pour des porteurs libres égaux à 12 ps ont en effet été obtenus récemment dans des guides d’ondes en silicium en utilisant des jonctions p-i-n avec une polarisation



inversée [69].

Une autre possibilité, que nous favorisons car elle nécessiterait moins d'étapes de fabrication qu'une jonction p-i-n, serait d'utiliser une jonction MSM (Métal-Semiconducteur-Métal), avec des contacts métalliques en platine (voir Fig. 2.20), semblables à celles utilisées par mon collègue L. Haret dans des photodétecteurs en silicium [45, 36], afin d'absorber les porteurs libres et diminuer ce temps de vie. Ces photodétecteurs étaient basés sur des cavités de type Kuramochi [26] semblables à la notre, mais sur SOI (c'est à dire composées de silicium reposant sur un substrat de silice plutôt que d'une membrane de silicium comme nos cavités), et ont donc des facteurs de qualité plus petits, ce qui n'a ici pas d'importance puisque nous souhaitons diminuer ces facteurs de qualité. Ce type de cavité aurait également l'avantage d'offrir une meilleure gestion des effets thermiques. Les contacts métalliques permettraient aussi de récupérer directement le signal radiofréquence, ce qui éliminerait la nécessité d'un photodétecteur rapide pour récupérer le signal transmis.

Si nous combinons une cavité avec un facteur de qualité de 10000 et un coefficient de transmission  $T_{max} = 75\%$  avec un temps de vie des porteurs libres  $\tau_{fc} = 10$  ps et un volume effectif des porteurs libres  $V_{eff}^{FC} = 1.05 \mu m^3$  (le volume effectif des porteurs libres va être plus petit pour  $\tau_{fc} = 10$  ps, car le temps de vie des porteurs libres est maintenant du même ordre de grandeur que leur temps de diffusion dans la cavité [67] et ils ne vont pas avoir le temps de se répandre dans la cavité), alors notre modèle nous prédit des fréquences d'auto-oscillations allant de 30 GHz à 50 GHz pour des puissances d'entrée allant de 50 mW à 150 mW (voir Fig. 2.21a), dix fois plus importante que pour celles que nous avons mesurées. Dans un système en semi-conducteur III-V tel que celui étudié à la référence [59], ces mêmes paramètres de temps de vie conduiraient à une fréquence d'auto-oscillations de 100 GHz, à cause de la différence entre les coefficients non-linéaires (et en particulier à cause de la différence entre le coefficient d'absorption à deux photons du silicium et celui des matériaux III-V). Pour notre nanocavité en silicium, nous pouvons également noter qu'un temps de vie des porteurs libres de 10 ps diminuerait très fortement l'absorption par porteurs libres, principale cause de l'élévation en température de la cavité, et rendrait donc les effets thermiques totalement négligeables, éliminant ainsi la nécessité d'utiliser un laser impulsif avec la cavité. Ceci est confirmé par une simulation numérique du comportement temporel de cette cavité pour  $\Delta\lambda = -200$  pm et  $P_{in} = 50$  mW (voir Fig. 2.21b et c), qui nous permet de constater que l'élévation de la puissance de sortie en fonction du temps caractéristique de la dispersion thermique n'est plus observable sur nos simulations.

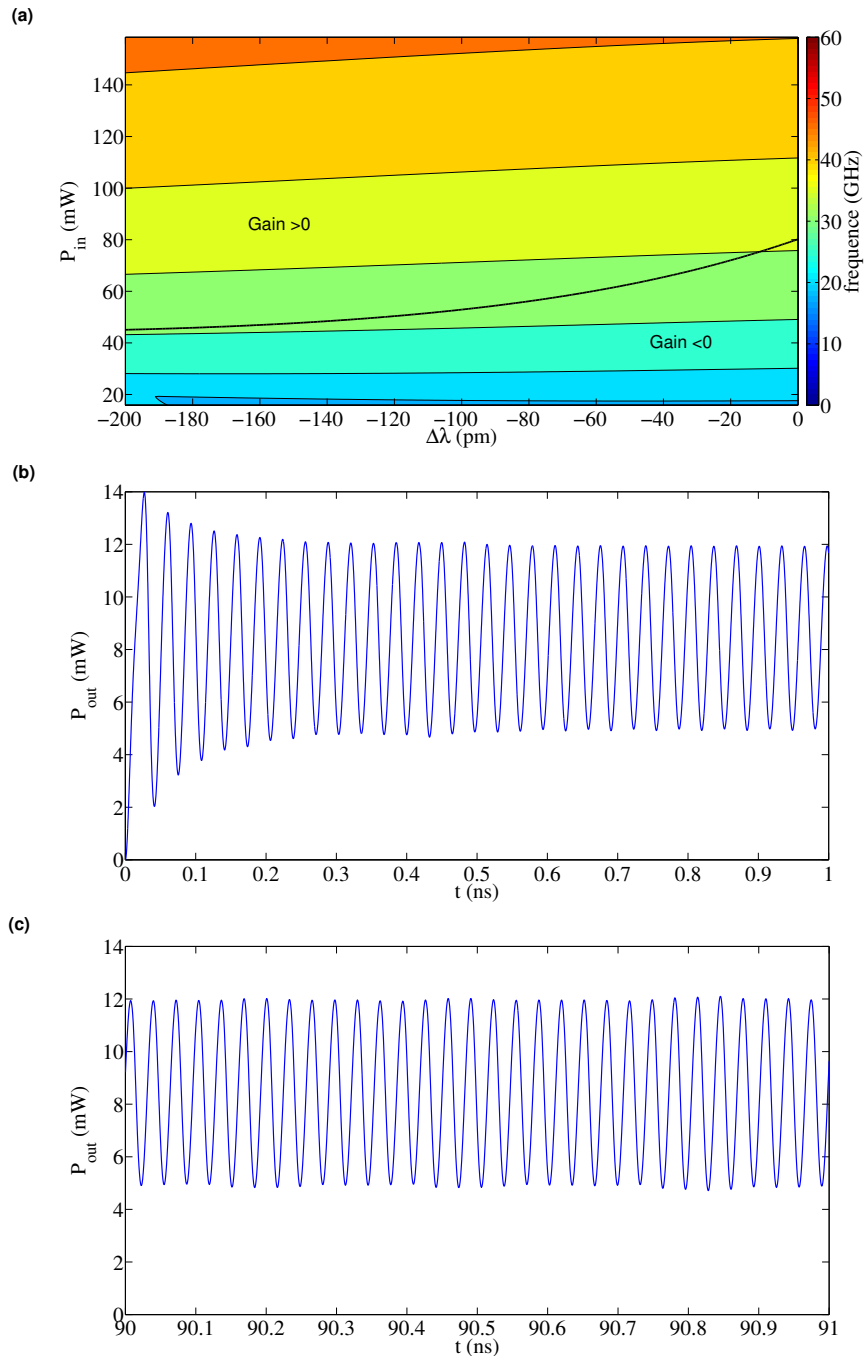


FIGURE 2.21 – (a) La fréquence des auto-oscillations en fonction du désaccord et de la puissance d’entrée, pour une cavité avec un facteur de qualité de 10000, une transmission maximale  $T_{max} = 75\%$ , un temps de vie des porteurs libres de 10 ps et un volume effectif pour les porteurs libres  $V_{eff}^{FC} = 1.05 \mu m^3$ . Les auto-oscillations sont non-atténuées à l’intérieur de la zone de gain positif (à l’intérieur de la région délimitée par la ligne noire). (b) et (c) Simulations sous MATLAB de la puissance en sortie de cette cavité, avec les effets thermiques, pour un désaccord de  $\Delta\lambda = -200$  pm et une puissance d’entrée  $P_{in} = 50$  mW. (b) Simulation juste après la mise en marche du laser et (c) après une durée de 90 ns. Nous pouvons constater que la puissance moyenne en sortie reste constante, ce qui indique que la dispersion thermique est négligeable.

## **2.7 Conclusion.**

Au final, nous avons donc observé expérimentalement pour la première fois dans des nanocavités à cristaux photoniques en silicium des auto-oscillations non-atténuées avec des fréquences de l'ordre du gigahertz, créées par l'interaction entre l'absorption à deux photons et la dispersion due aux porteurs libres. Nous avons également modélisé pour la première fois les harmoniques de ces auto-oscillations. La fréquence de ces auto-oscillations est contrôlée par le temps de vie des photons et des porteurs libres dans notre cavité. Les auto-oscillations dans les nanocavités à cristaux photoniques en silicium présentent l'avantage de permettre de réaliser simplement des sources micro-ondes ultra-compactes avec une haute pureté spectrale. Le modèle que nous avons développé pour ces nanocavités, à partir des équations d'une nanocavité en régime d'optique non-linéaire exposées au premier chapitre de cette thèse, est d'une précision remarquable pour décrire et expliquer ces auto-oscillations. Il montre de plus que cette fréquence élevée des auto-oscillations et cette grande pureté spectrale sont principalement une conséquence des très petits volumes modaux des nanocavités à cristaux photoniques et ne pourraient pas être observées dans des cavités aux volumes modaux plus grands telles que les micro-disques.

L'analyse des résultats expérimentaux nous a également permis de déterminer la valeur du temps de vie des porteurs libres dans nos nanocavités à cristaux photoniques en membrane en silicium, que nous ne connaissions pas précisément auparavant. Nous prendrons donc pour la suite des calculs  $\tau_{fc} = 0.3$  ns comme valeur de ce temps de vie, ce qui est la valeur que nous avons trouvée avant le traitement à l'acide nitrique de la cavité. Les résultats expérimentaux nous ont également permis d'estimer les valeurs du volume effectif des porteurs libres, du volume thermique effectif et du temps de refroidissement de la cavité. Ceci va nous permettre de compléter le modèle des nanocavités en régime d'optique non-linéaire développé au premier chapitre de cette thèse, et de l'utiliser pour étudier le phénomène de la diffusion Raman dans les nanocavités doublement résonantes à cristaux photoniques en silicium, en vue d'obtenir des nanolasers Raman en silicium. Cette étude concernera l'ensemble du troisième chapitre de cette thèse.



# Chapitre 3

## Diffusion Raman dans une nanocavité.

### 3.1 Introduction.

La diffusion Raman dans le silicium a été de plus en plus étudiée au cours de la dernière décennie dans le but d’obtenir des lasers Raman tout silicium [54, 55, 56, 57, 58]. Un laser classique en silicium est en effet extrêmement difficile à obtenir car le silicium possède une bande interdite indirecte, c’est-à-dire que le haut de la bande de valence et le bas de la bande de conduction ne sont pas alignés sur le diagramme de bandes du silicium : ils correspondent donc à des quantités de mouvement différentes (voir Fig. 3.1). Dans un laser basé sur un semi-conducteur à bande interdite directe, tel que l’arséniure de gallium ou le phosphore d’indium, un photon est émis lors d’une recombinaison électron-trou, sans que la quantité de mouvement change (ce qui correspond à une transition verticale dans l’espace des  $\vec{k}$ ). Dans le cas d’un semi-conducteur à bande interdite indirecte, un phonon doit être absorbé ou émis en plus de l’émission d’un photon lors d’une recombinaison électron-trou, afin de respecter la conservation de la quantité de mouvement. Pour cette raison, l’émission de photons dans ces matériaux est très inefficace, ce qui est la raison pour laquelle on ne peut pas obtenir des lasers en silicium de cette manière [70, 71]. Ceci pose un problème, car le silicium est le semi-conducteur le plus utilisé et le moins cher en micro-électronique, et pouvoir obtenir des lasers en silicium serait donc très utile dans ce domaine.

Par contre, étant donné que la diffusion Raman stimulée est un phénomène de gain non-linéaire, il est possible de l’utiliser afin d’obtenir des lasers en silicium. Malheureusement, la plupart des lasers Raman en silicium obtenus lorsque cette thèse a été démarrée, que ce soit dans les guides “ridge” sur SOI [56, 58] ou les cavités en anneaux [54, 55, 57], ont une taille beaucoup trop importante, typiquement de l’ordre du centimètre, pour être utilisable en micro-électronique ou en optique intégrée. Or nous avons vu précédemment que les guides d’ondes et cavités à cristaux photoniques peuvent être utilisés pour am-

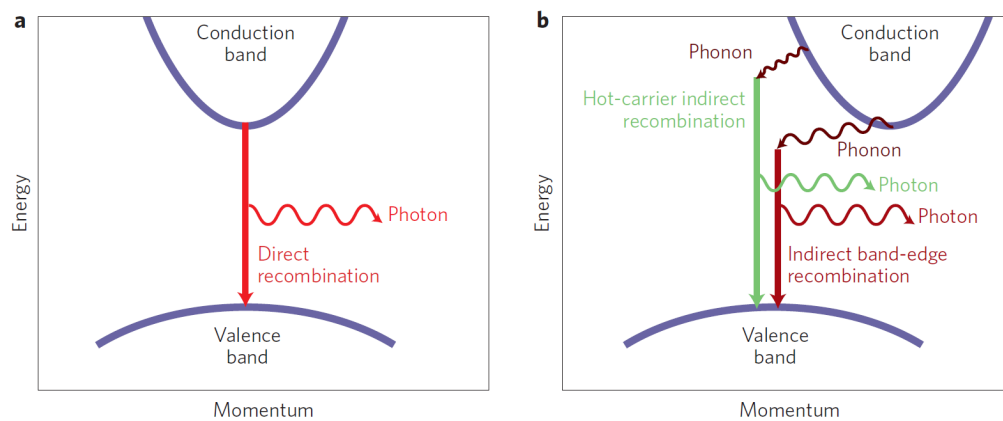


FIGURE 3.1 – Exemple de recombinaison électron-trou dans un semi-conducteur : (a) à bande interdite directe, (b) à bande interdite indirecte (figure reprinted with permission from Macmillan Publisher Ltd : Nature Photonic, Ref. [71], copyright 2013).

plifier l'importance des effets non-linéaires dans le silicium [9, 12], et donc l'importance de la diffusion Raman stimulée. Pour cette raison, la diffusion Raman dans les guides d'ondes à cristaux photoniques [72, 73, 74, 75] ou dans les nanocavités [76, 77] a été fortement étudiée en vue d'obtenir des lasers Raman de taille plus compacte. Il y a quelques mois, un laser Raman en silicium a pu être démontré par Takahashi et al. [2] dans une nanocavité à cristaux photoniques. Les difficultés liées à l'obtention d'un laser Raman en silicium dans une nanocavité sont dues en premier lieu à la nécessité d'obtenir une cavité doublement résonante, avec une résonance à la fréquence du laser de pompe et une autre à la fréquence du laser de Stokes, afin d'amplifier suffisamment la diffusion Raman, et à l'importance des absorptions non-linéaires qui viennent contrebalancer le gain Raman dans la cavité. Bien que nous n'ayons pas réussi pour notre part à obtenir un effet laser Raman franc, nous présenterons dans ce chapitre des exemples de ce type de cavité que nous avons conçues et mesurées.

Ce chapitre est divisé en deux parties. La première partie explique le fonctionnement du laser Raman d'un point de vue théorique, à partir des équations développées à la section 1.4.3 du chapitre 1, en résolvant ces équations en régime permanent, et calcule ensuite à partir de ces équations la réponse fréquentielle du laser Raman pour une petite modulation de la puissance d'entrée, ainsi que le bruit et la largeur de raie du laser Raman. Lors de la deuxième partie, nous mesurerons la diffusion Raman stimulée dans des guides d'ondes étroit W0.63 de longueur 100 microns, puis présenterons un exemple de cavité à cristaux photoniques doublement résonante spécifiquement conçue à partir de ces guides d'onde pour optimiser l'effet de la diffusion Raman. Nous mesurerons ensuite expérimentalement la puissance Raman dans cette nanocavité afin de déterminer la valeur du gain Raman dans le silicium et de valider le modèle que nous avons développé du laser Raman.

## 3.2 Laser Raman - Approche théorique.

Dans cette première partie, nous allons modéliser la diffusion Raman dans une cavité afin de bien comprendre quels sont les paramètres importants permettant d'obtenir un effet laser. Nous nous intéresserons ensuite aux applications possibles de ce laser au domaine des télécommunications, ce qui constitue une des utilisations classiques des lasers réalisés en optique intégrée. Nous chercherons donc tout d'abord la réponse fréquentielle de ce laser Raman à une petite modulation de la puissance de pompe en entrée, afin de connaître les propriétés en modulation qu'aurait un tel laser. Nous essayerons ensuite de déterminer le bruit de ce laser Raman, et notamment son intensité de bruit relative (ou RIN), et son bruit en fréquence. Une propriété importante des lasers Raman est en effet leur bruit en fréquence extrêmement faible comparé à celui d'un laser à semiconducteur classique, ce qui se traduit par une largeur de la raie laser extrêmement fine. Ceci est dû au fait que le gain Raman est parfaitement symétrique, contrairement à celui d'un laser à semiconducteur classique.

### 3.2.1 Les équations du laser Raman.

Nous allons tout d'abord considérer le laser Raman d'un point de vue théorique, afin de trouver les paramètres importants permettant d'obtenir un effet laser. Pour cela, nous supposons que nous disposons d'un guide d'onde ou d'une nano-cavité possédant deux résonances  $\omega_{p_0}$ ,  $\omega_{s_0}$  pour les modes de pompe et de Stokes respectivement, et pour simplifier les calculs, nous allons supposer que ces résonances sont parfaitement accordées sur le décalage Raman, c'est à dire que nous avons  $\omega_{s_0} = \omega_{p_0} - \omega_R$ , où  $\omega_R$  est la fréquence de décalage Raman, et allons négliger tous les effets de dispersion dans notre cavité. Les équations de cette nanocavité doublement résonante deviennent alors (voir section 1.4.3) :

$$\frac{dA_p}{dt} = - \left( \frac{1}{\tau_p} + \gamma_p^{FCA} N_e + \gamma_{pp}^{TPA} N_p + (\gamma_{ps}^{TPA} + \gamma_{sp}^{TPA}) N_s + G_r (N_s + 1) \right) \frac{A_p}{2} + \sqrt{\frac{\sqrt{T_{pmax}} P_{pin}}{2\tau_p}} \quad (3.1)$$

$$\frac{dN_s}{dt} = - \left( \frac{1}{\tau_s} + \gamma_s^{FCA} N_e + \gamma_{ss}^{TPA} N_s + (\gamma_{ps}^{TPA} + \gamma_{sp}^{TPA}) N_p \right) N_s + G_r N_p (N_s + 1) \quad (3.2)$$

$$\frac{dN_e}{dt} = - \frac{N_e}{\tau_{fc}} + \frac{1}{2} \gamma_{pp}^{TPA} N_p^2 + \frac{1}{2} \gamma_{ss}^{TPA} N_s^2 + \frac{1}{2} (\gamma_{sp}^{TPA} + \gamma_{ps}^{TPA}) N_p N_s + \gamma_p' N_p + \gamma_s' N_s \quad (3.3)$$

### Chapitre 3. Diffusion Raman dans une nanocavité.

---

Nous pouvons obtenir une version simplifiée de ces équations en négligeant dans un premier temps tous les effets non-linéaires autres que la diffusion Raman. Nous avons alors comme système d'équations :

$$\frac{dA_p}{dt} = -\frac{A_p}{2\tau_p} - \frac{G_r}{2}A_p(N_s + 1) + \sqrt{\frac{T_{pmax}P_{pin}}{2\tau_p}} \quad (3.4)$$

$$\frac{dN_s}{dt} = -\frac{N_s}{\tau_s} + G_r N_p (N_s + 1) \quad (3.5)$$

#### 3.2.2 Résolution en régime permanent.

Pour comprendre l'origine du phénomène de laser Raman, nous allons tout d'abord résoudre ces équations en régime permanent, ce qui va nous permettre de tracer les courbes de la puissance de sortie Stokes en fonction de la puissance de pompe en entrée ou en sortie de la cavité et de montrer que, dans des circonstances favorables, cette cavité se comporte de manière similaire à un laser classique.

##### 3.2.2.1 Résolution en négligeant les autres effets non-linéaires.

Si nous négligeons tous les effets d'optique non-linéaire à l'exception de la diffusion Raman, alors l'équation 3.5 nous donne en régime permanent l'expression suivante pour le nombre de photons Stokes  $N_s$  dans la cavité :

$$N_s = \frac{\tau_s G_r N_p}{1 - \tau_s G_r N_p} \quad (3.6)$$

Ce résultat est plus facile à interpréter si on choisit d'exprimer plutôt le nombre de photons de pompe  $N_p$  en fonction du nombre de photons Stokes  $N_s$  :

$$N_p = \frac{1}{\tau_s G_r} \frac{N_s}{N_s + 1} \quad (3.7)$$

et si nous utilisons les équations 3.4 et 3.6 pour déduire une expression de la puissance de pompe en entrée  $P_{pin}$  en fonction du nombre de photons pompe  $N_p$  :

$$P_{pin} = \frac{\hbar\omega_p N_p}{2\tau_p \sqrt{T_{max_p}}} \left( 1 + \frac{\tau_p G_r}{1 - \tau_s G_r N_p} \right)^2 \quad (3.8)$$

Lorsque le nombre de photons Stokes est très inférieur à l'unité :  $N_s \ll 1$ , c'est à dire lorsque la diffusion Raman spontanée prédomine, alors l'équation 3.7 prend la forme



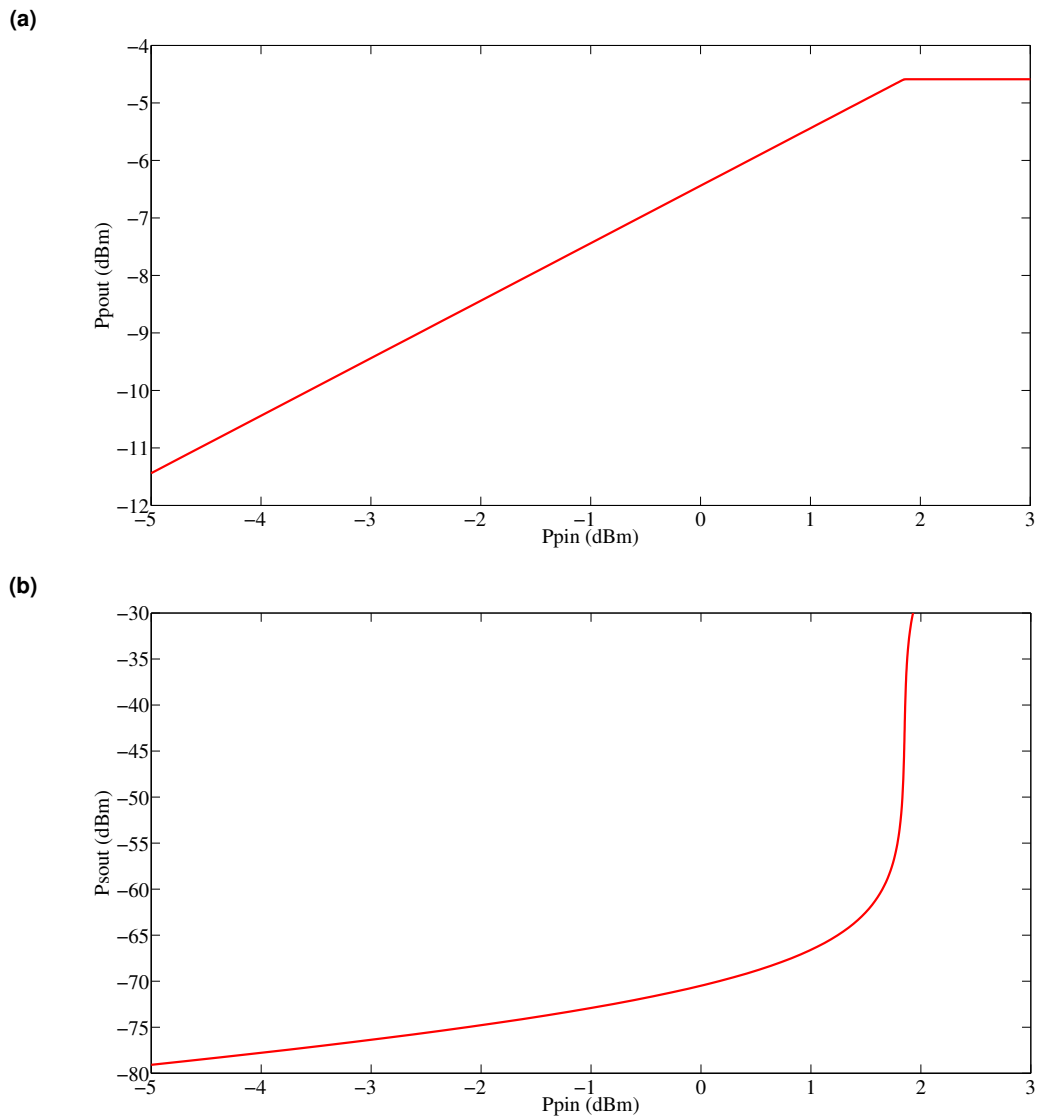


FIGURE 3.2 – (a) La puissance du laser de pompe en sortie tracée en fonction de la puissance d’entrée. (b) La puissance de Stokes en sortie tracée en fonction de la puissance de pompe en entrée. Ces courbes ont été tracées en utilisant les paramètres typique de la cavité que nous avons étudiée plus loin (voir 3.3), en prenant  $g_R^B = 30 \text{ cm/GW}$  pour le gain Raman dans le silicium massif. On peut constater que la puissance de pompe en sortie de la cavité, qui est proportionnelle au nombre de photons pompe dans la cavité, sature lorsque l’on est en mode laser : Tout les photons de pompe “en trop”, c’est à dire au dessus de la valeur de seuil du laser, sont en effet convertis en photons Stokes. Ce comportement est identique à celui d’un laser à semi-conducteur classique, si nous considérons que les photons de pompe et la puissance de pompe en entrée de la cavité ont le même rôle dans un laser Raman que les porteurs libres et le courant d’entrée ont dans un laser à semi-conducteur classique.

### Chapitre 3. Diffusion Raman dans une nanocavité.

$N_p = N_s / (\tau_s G_r)$ . On est donc en régime linéaire. Par contre, lorsque le nombre de photons Stokes est très supérieur à l'unité :  $N_s \gg 1$ , c'est à dire lorsque la diffusion Raman stimulée prédomine, alors l'équation 3.7 prend la forme  $N_p = 1 / (\tau_s G_r)$ . Ce qui signifie que le nombre de photons pompe  $N_p$  reste quasi-constant, mais que le nombre de photons Stokes  $N_s$  peut prendre n'importe quelle valeur, ce qui est caractéristique du comportement d'un laser si on considère que les photons de pompe jouent le même rôle dans un laser Raman que les porteurs libres dans un laser à semi-conducteur classique. En effet, dans un laser classique, lorsque le seuil du laser est atteint, la densité de porteurs libres reste constante quel que soit le courant envoyé dans le laser, tandis que la puissance de sortie du laser augmente très rapidement : ce phénomène s'appelle le clamping du gain [78]. Cette similarité entre le comportement d'un laser Raman et celui d'un laser classique est facile à repérer si on trace la courbe de la puissance de pompe de sortie  $P_{pout} = \frac{\sqrt{T_{pmax}} \hbar \omega_p N_p}{2\tau_p}$  en fonction de la puissance de pompe en entrée  $P_{pin}$ , et la courbe de la puissance de Stokes en sortie  $P_{sout} = \frac{\sqrt{T_{smax}} \hbar \omega_s N_s}{2\tau_s}$  en fonction de la puissance de pompe en entrée  $P_{pin}$  (voir Fig. 3.2).

#### 3.2.2.2 Résolution dans le cas général.

Si nous prenons en compte les absorptions à deux photons et par porteurs libres, alors l'équation 3.7 prend la forme d'un polynôme du second degré en  $N_p$  (que nous obtenons à partir des équations 3.2 et 3.3) :

$$a_2 N_p^2 + a_1 N_p + a_0 = 0 \quad (3.9)$$

dont les coefficients  $a_2$ ,  $a_1$ ,  $a_0$  dépendent du nombre de photons Stokes  $N_s$  par l'intermédiaire des expressions suivantes :

$$a_2 = -\frac{1}{2} \gamma_{pp}^{TPA} \gamma_s^{FCA} N_s \tau_{fc},$$

$$a_1 = G_r (N_s + 1) - (\gamma_{sp}^{TPA} + \gamma_{ps}^{TPA}) N_s - \gamma_s^{FCA} N_s \tau_{fc} \left( \frac{1}{2} (\gamma_{sp}^{TPA} + \gamma_{ps}^{TPA}) N_s + \gamma_p^J \right),$$

$$a_0 = -\frac{N_s}{\tau_s} - \gamma_{ss}^{TPA} N_s^2 - \gamma_s^J \gamma_s^{FCA} N_s^2 \tau_{fc}.$$

L'équation 3.8 sur  $P_{pin}$  est également modifiée et devient alors :

$$P_{pin} = \frac{\tau_p \hbar \omega_p N_p}{2\sqrt{T_{maxp}}} \left( \frac{1}{\tau_p} + \gamma_p^{FCA} N_e + \gamma_{pp}^{TPA} N_p + (\gamma_{ps}^{TPA} + \gamma_{sp}^{TPA}) N_s + G_r (N_s + 1) \right)^2 \quad (3.10)$$

Cette expression dépend du nombre de porteurs libres  $N_e$ , qui vaut :

$$N_e = \tau_{fc} \left( \frac{1}{2} \gamma_{pp}^{TPA} N_p^2 + \frac{1}{2} \gamma_{ss}^{TPA} N_s^2 + \frac{1}{2} (\gamma_{sp}^{TPA} + \gamma_{ps}^{TPA}) N_p N_s + \gamma_p^J N_p + \gamma_s^J N_s \right) \quad (3.11)$$

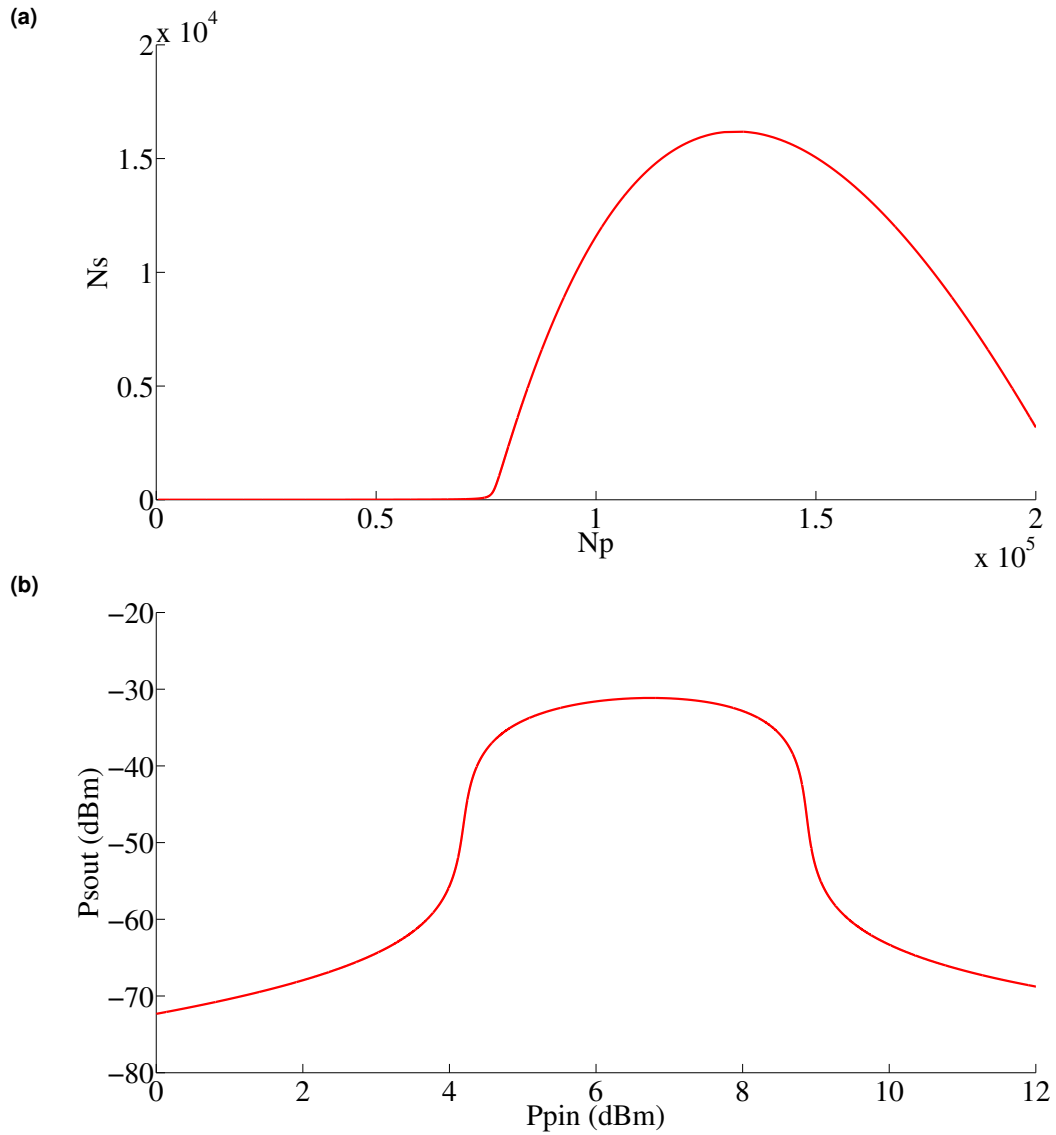


FIGURE 3.3 – (a) Le nombre de photons Stokes en fonction du nombre de photons pompe. (b) La puissance de sortie Stokes en fonction de la puissance d'entrée du laser de pompe. Ces courbes ont été tracées en utilisant les paramètres typiques de la cavité que nous avons étudiée plus loin (voir 3.3), en prenant  $\tau_{fc} = 0.3$  ns pour le temps de vie des porteurs libres,  $Q_p = 4900$  et  $Q_s = 235000$  pour les facteurs de qualité pompe et Stokes,  $g_R^B = 30$  cm/GW pour le gain Raman et  $V_R = 2.78 \mu m^3$  pour le volume Raman.

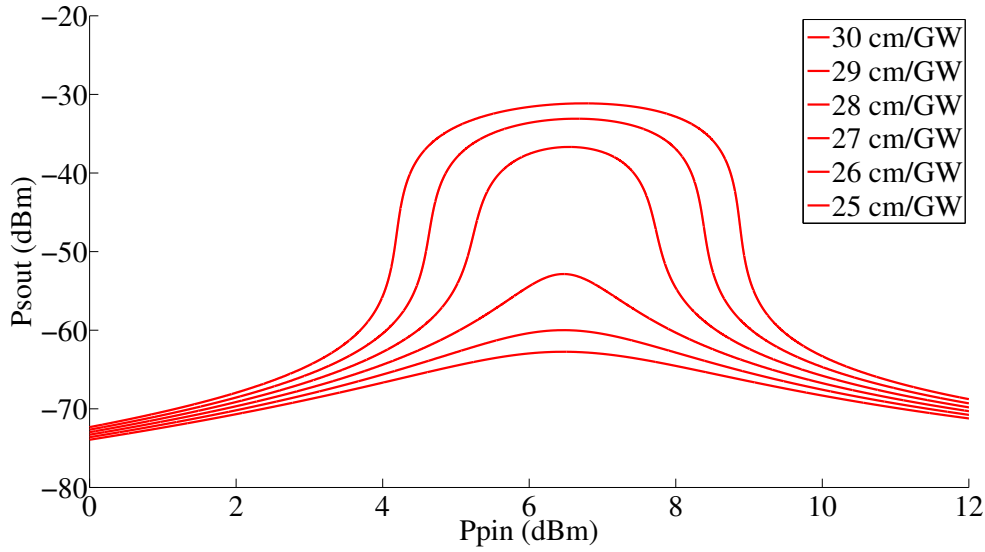


FIGURE 3.4 – La puissance Raman de sortie tracée en fonction de la puissance d’entrée, pour différentes valeurs du gain Raman dans le silicium massif  $g_R^B$ . Une différence de quelques pourcents sur la valeur du gain Raman peut faire une forte différence sur l’obtention ou non d’un laser Raman.

La principale différence avec les expressions précédentes est que pour chaque valeur du nombre de photons Stokes  $N_s$ , nous avons maintenant deux valeurs correspondantes pour le nombre de photons pompe  $N_p = \frac{-a_1 \pm \sqrt{a_1^2 - 4a_2 a_0}}{2a_2}$ , et donc deux valeurs correspondantes pour la puissance pompe en entrée  $P_{pin}$ .

Concrètement, cela veut dire que si nous traçons la puissance de sortie Stokes en fonction de la puissance de pompe en entrée (voir Fig. 3.3), nous nous apercevons que le début de la courbe du laser est semblable à celle du cas sans pertes (voir Fig. 3.2), mais que lorsque la puissance d’entrée devient trop forte, les pertes non-linéaires deviennent tellement importantes que la cavité arrête de laser et la puissance de sortie Stokes s’effondre. Ces pertes non-linéaires sont le principal obstacle à l’obtention d’un laser Raman. Le fait que la cavité lase ou non va dépendre fortement à la fois de l’importance du gain Raman dans le silicium massif  $g_R^B$ , dont la valeur reportée dans la littérature varie d’un facteur 7 entre 8.9 cm/GW [52] et 76.5 cm/GW [53], et de l’importance des effets d’absorptions non-linéaires dans la cavité. Par exemple, une variation de quelques pourcents sur la valeur du gain Raman peut faire toute la différence entre l’obtention d’un laser Raman ou non (voir Fig. 3.4).

### 3.2.3 Réponse fréquentielle pour une petite modulation du laser Raman.

Nous allons à présent essayer de déterminer quelle est la réponse fréquentielle de notre laser Raman pour une petite modulation de la puissance de pompe en entrée. Nous allons tout d'abord simplifier le problème en négligeant tous les effets d'optique non-linéaire à l'exception de la diffusion Raman, et linéariser les équations du laser Raman pour des petites variations ( $\delta A_p, \delta N_s$ ) autour des valeurs d'équilibre ( $A_p, N_s$ ) en régime permanent. Nous obtenons alors l'équation différentielle linéaire matricielle suivante [78] :

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \delta A_p \\ \delta N_s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2\tau_p} - \frac{G_r(N_s+1)}{2} & -\frac{G_r A_p}{2} \\ \frac{2G_r A_p(N_s+1)}{\hbar\omega_p} & -\frac{1}{\tau_s} + \frac{G_r A_p^2}{\hbar\omega_p} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta A_p \\ \delta N_s \end{pmatrix} + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\sqrt{T_{pmax}}}{2\tau_p P_{pin}}} \begin{pmatrix} \delta P_{pin} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.12)$$

Si nous supposons que la modulation de la puissance d'entrée est sinusoïdale avec une pulsation  $\Omega$ , alors l'équation 3.12 devient :

$$\begin{pmatrix} i\Omega + \frac{1}{2\tau_p} + \frac{G_r(N_s+1)}{2} & \frac{G_r A_p}{2} \\ -\frac{2G_r A_p(N_s+1)}{\hbar\omega_p} & i\Omega + \frac{1}{\tau_s} - \frac{G_r A_p^2}{\hbar\omega_p} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta A_p \\ \delta N_s \end{pmatrix} = \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\sqrt{T_{pmax}}}{2\tau_p P_{pin}}} \begin{pmatrix} \delta P_{pin} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.13)$$

Cette équation matricielle constitue un système de Cramer dont les solutions sont les suivantes :

$$\delta A_p = \frac{\frac{1}{2} \sqrt{\frac{\sqrt{T_{pmax}}}{2\tau_p P_{pin}}} \left( i\Omega + \frac{1}{\tau_s} - \frac{G_r A_p^2}{\hbar\omega_p} \right) \delta P_{pin}}{\left( i\Omega + \frac{1}{2\tau_p} + \frac{G_r(N_s+1)}{2} \right) \left( i\Omega + \frac{1}{\tau_s} - \frac{G_r A_p^2}{\hbar\omega_p} \right) + \frac{G_r^2 A_p^2 (N_s+1)}{\hbar\omega_p}} \quad (3.14)$$

$$\delta N_s = \frac{\frac{1}{2} \sqrt{\frac{\sqrt{T_{pmax}}}{2\tau_p P_{pin}}} \frac{2G_r A_p(N_s+1)}{\hbar\omega_p} \delta P_{pin}}{\left( i\Omega + \frac{1}{2\tau_p} + \frac{G_r(N_s+1)}{2} \right) \left( i\Omega + \frac{1}{\tau_s} - \frac{G_r A_p^2}{\hbar\omega_p} \right) + \frac{G_r^2 A_p^2 (N_s+1)}{\hbar\omega_p}} \quad (3.15)$$

Étant donné que  $P_{sout} = \frac{\sqrt{T_{smax}} \hbar\omega_s N_s}{2\tau_s}$ , nous pouvons déduire de l'équation 3.15 la fonction de transfert en modulation  $H(\Omega)$  du système d'équations linéarisé :

$$H(\Omega) = \frac{\delta P_{sout}}{\delta P_{pin}} = \frac{\frac{\sqrt{T_{smax}} \hbar\omega_s}{2\tau_s} \sqrt{\frac{\sqrt{T_{pmax}}}{2\tau_p P_{pin}}} (G_r A_p (N_s + 1))}{\left( i\Omega + \frac{1}{2\tau_p} + \frac{G_r(N_s+1)}{2} \right) \left( i\Omega + \frac{1}{\tau_s} - \frac{G_r A_p^2}{\hbar\omega_p} \right) + \frac{G_r^2 A_p^2 (N_s+1)}{\hbar\omega_p}} \quad (3.16)$$

ce qui nous permet de calculer le gain du système  $|H(\Omega)|$  pour une modulation de la

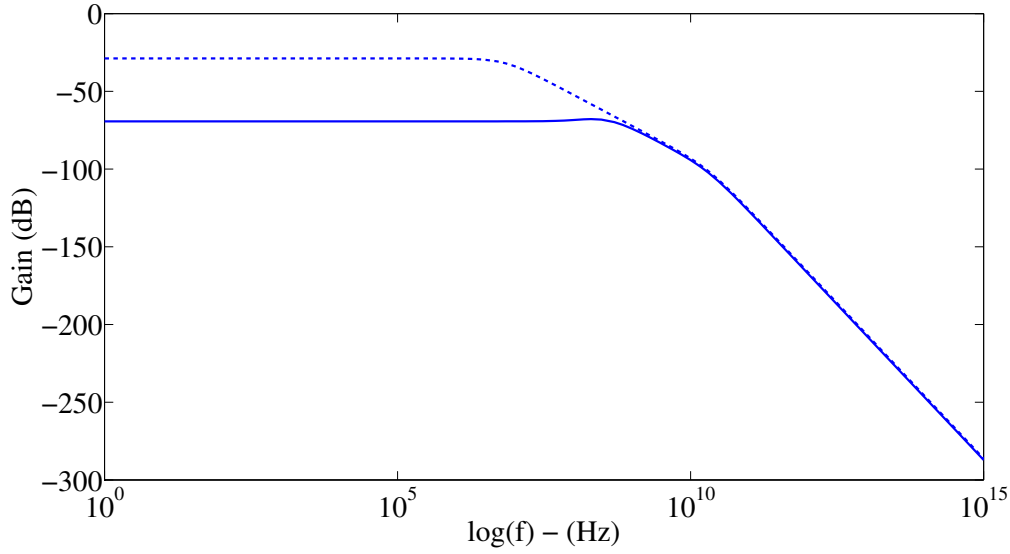


FIGURE 3.5 – Le gain de la fonction de transfert en modulation  $|H(\Omega)|$  pour le laser Raman que nous avons représenté sur les figures 3.2 et 3.3, pour le point de fonctionnement  $P_{sout} = -33$  dBm. La courbe en pointillé représente le gain pour le cas où on néglige les effets non-linéaires autres que la diffusion Raman et la courbe en trait plein le cas où on ne les néglige pas. La fréquence de coupure à -3 dB de cette fonction de transfert est 6.7 MHz dans le cas où on néglige les effets non-linéaires autres que la diffusion Raman, et 630 MHz dans le cas où on ne les néglige pas.

puissance d'entrée du laser Raman.

Dans le cas du laser Raman que nous avons représenté sur la figure 3.2 (où on néglige les effets non-linéaires autres que la diffusion Raman), pour le point de fonctionnement  $P_{sout} = -33$  dBm, la fréquence de coupure à -3 dB de cette fonction de transfert est 6.7 MHz (voir Fig. 3.5). Au delà de cette fréquence, le gain du système pour des petites modulations chute rapidement (-40 dB/décade). Un tel laser ne laisserait donc passer que des modulations présentant des fréquences inférieures à 6.7 MHz, ce qui est très faible comparé aux lasers à semiconducteur classiques dont les fréquences de coupure sont de l'ordre de quelques GHz. Pour interpréter ce résultat, il nous suffit de remarquer que nous pouvons facilement simplifier l'expression de la fonction de transfert en modulation 3.16 dans le cas où nous sommes très au dessus du seuil du laser, comme c'est le cas ici. En effet, nous avons alors  $N_s \gg 1$  et  $N_p = A_p^2 / \hbar \omega_p \sim 1 / (\tau_s G_r)$ , ce qui nous donne comme expression équivalente pour la fonction de transfert :

$$H(\Omega) \sim \frac{\frac{\hbar \omega_s N_s \sqrt{T_{smax}}}{2\tau_s} \sqrt{\frac{G_r \sqrt{T_{pmax}}}{2\hbar \omega_p \tau_p \tau_s P_{pin}}}}{(i\Omega)^2 + i\Omega \left( \frac{1}{2\tau_p} + \frac{G_r N_s}{2} \right) + \frac{G_r N_s}{\tau_s}} \quad (3.17)$$

ce qui correspond à l'équation d'un filtre passe-bas du second ordre, de fréquence de

résonance  $f_0 = \frac{\Omega_0}{2\pi} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{G_r N_s}{\tau_s}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2G_r P_{out}}{\hbar \omega_s \sqrt{T_{smax}}}}$  et de coefficient d'amortissement  $\gamma_0 = \frac{1}{2\tau_p} + \frac{G_r N_s}{2}$  (ce qui nous donne un facteur de qualité de la fonction de transfert du second ordre  $Q_0 = \frac{2\Omega_0}{\frac{1}{\tau_p} + G_r N_s}$ ). Numériquement, pour le cas présenté ci-dessus, nous avons  $f_0 = 365$  MHz et  $\gamma_0 \simeq \frac{1}{2\tau_p} = 125.6 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$  (ce qui donne  $Q_0 \simeq 2\Omega_0 \tau_p = 1.83 \times 10^{-2}$ ). La combinaison de cette valeur relativement faible de la fréquence de résonance  $f_0$  et d'un coefficient d'amortissement relativement élevé explique la très faible valeur de la fréquence de coupure à -3 dB.

Nous pouvons comparer ces valeurs avec celles d'un laser à semi-conducteur classique. Pour ce type de laser, nous avons comme expression approximative pour la fréquence de résonance de la fonction de transfert en modulation  $f_0 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{N_{ph}}{\tau_{ph}} \frac{\partial G_{ls}}{\partial N_e}}$ , où  $N_e$  est le nombre de porteurs libres dans la cavité du laser,  $N_{ph}$  le nombre de photons,  $\tau_{ph}$  leur temps de vie, et  $G_{ls}$  est le gain du laser [78]. Cette expression est similaire à la notre si on considère que dans un laser Raman,  $N_s$  joue le même rôle que  $N_{ph}$ ,  $N_p$  le même rôle que  $N_e$ , et que le gain du laser est  $G_{ls} = G_r N_p$  (et donc que  $\frac{\partial G_{ls}}{\partial N_p} = G_r$ ). Par exemple, pour un laser à puits quantique  $In_{0.2}Ga_{0.8}As/GaAs$ , nous avons typiquement  $\tau_{ph} = 2.75$  ps,  $N_{ph} = 30400$  et  $\frac{\partial G_{ls}}{\partial N_e} = 3.23 \times 10^4 \text{ s}^{-1}$  (à comparer avec  $\tau_s = 210$  ps,  $N_s = 10500$  et  $G_r = 1.05 \times 10^5 \text{ s}^{-1}$  pour le laser Raman étudié ci-dessus), ce qui donne une fréquence de résonance  $f_0 = 2.9$  GHz (le coefficient d'atténuation est lui égal à  $\gamma_0 = 2.88 \times 10^9 \text{ s}^{-1}$ , bien plus faible que pour notre laser Raman, car il est proportionnel à  $1/\tau_{fc}$ , avec  $\tau_{fc} = 1.57$  ns, plutôt qu'à  $1/\tau_p$  comme dans le cas de notre laser Raman, où  $\tau_p = 4.01$  ps, et la fréquence de coupure à -3 dB du laser classique est donc du même ordre de grandeur que la fréquence de résonance) [78]. Nous pouvons en déduire que la faible bande passante pour notre laser est une conséquence du temps de vie plus important des photons (Stokes) dans la cavité, qui est lui-même dû à la valeur très élevée du facteur de qualité de la résonance de Stokes du laser Raman.

Les solutions envisageables pour augmenter cette bande passante seraient soit d'augmenter la puissance de sortie du laser, ce qui n'est pas toujours possible, puisque nous sommes en réalité limité sur la valeur de cette puissance de sortie par les absorptions non-linéaires (voir Fig. 3.3), soit de diminuer le facteur de qualité de la résonance de Stokes, ce qui pose d'autres problèmes car ce facteur de qualité doit être très élevé afin d'obtenir un seuil du laser Raman suffisamment bas et/ou de compenser les pertes dues aux absorptions non linéaires. Une solution plus simple serait de diminuer le coefficient d'atténuation, ce qui rapprocherait la fréquence de coupure à -3 dB de la fréquence de résonance du filtre et augmenterait ainsi sa bande passante (la bande passante de ce type de filtre est maximale pour  $Q_0 = 1/\sqrt{2} \approx 0.707$  [78]). Pour cela, il suffirait simplement d'augmenter la valeur du temps de vie  $\tau_p$  des photons pompe dans la cavité, ce qui peut être fait en augmentant la valeur du facteur de qualité  $Q_p$  de la résonance utilisée pour la pompe.

Nous pouvons noter que, si nous rajoutons les absorptions non-linéaires à notre calcul de la fonction de transfert, ce qui nous donne une expression beaucoup plus compliquée pour le filtre (voir les annexes à la fin de ce manuscrit de thèse), alors pour le laser Raman que nous avons représenté sur la figure 3.3 (qui correspond au laser étudié ci-dessus, mais avec les coefficients des absorptions non-linéaires) et le point de fonctionnement  $P_{s_{out}} = -33$  dBm, la fréquence de coupure à -3 dB de cette fonction de transfert est de 630 MHz (voir Fig. 3.5), une valeur bien plus importante qu'avant. Cette différence s'explique probablement par un coefficient d'atténuation beaucoup plus faible, car la fréquence de résonance semble être du même ordre de grandeur qu'avant. Si nous n'étions pas limité sur la puissance de sortie Stokes par les absorptions non-linéaires, alors nous pourrions obtenir une fréquence de coupure encore plus importante. Par exemple, pour une puissance Stokes en sortie de  $P_{s_{out}} = -3$  dBm, nous obtiendrions une fréquence de coupure à -3 dB de 1.25 GHz, bien meilleure qu'auparavant et du même ordre de grandeur que pour un laser à semi-conducteur classique.

### 3.2.4 Bruit du laser Raman.

Nous avons considéré jusqu'à présent uniquement le cas d'une modulation délibérée de la puissance d'entrée du laser Raman, et avons supposé qu'en régime permanent, les nombres de photons pompe et Stokes restaient constants. Cependant, même en régime permanent et sans modulation de la puissance d'entrée, ces nombres vont fluctuer de manière aléatoire, ce qui va créer un plancher de bruit pour la puissance de sortie du laser Raman. Il est intéressant d'étudier ce bruit dans un laser Raman car ceux-ci doivent avoir des facteurs de couplage amplitude/phase  $\alpha$  (ou facteur de Henry) beaucoup plus faible que les lasers à semi-conducteur classiques du fait de leur gain symétrique, ce qui devrait se traduire par des bruits en fréquences et des largeurs de raies beaucoup plus faibles pour les lasers Raman que pour les lasers à semi-conducteurs. Nous nous proposons donc d'étudier ces aspects du bruit dans les lasers Raman à microcavité, aspects qui n'ont pas encore été étudiés. Nous allons tout d'abord considérer quels sont les problèmes que la présence de ce bruit pose dans un laser utilisé pour la transmission d'un signal et définir ainsi l'intensité de bruit relative (ou RIN). Nous calculerons ensuite les densités spectrales de bruit sur les photons pompe et Stokes dans la cavité à l'aide de l'approche de Langevin, pour en déduire à la fois le RIN du laser Raman et le bruit sur la fréquence du laser.

#### 3.2.4.1 Définition du RIN.

Nous allons tout d'abord considérer les problèmes posés par présence de bruit pour dans un laser utilisé pour la transmission d'un signal. Si le signal transmis par le laser est analogique (sous la forme  $P(t) = P_0 + P_1 \sin(\Omega t) + \delta P(t)$ , où  $\delta P(t)$  représente le bruit,



alors le ratio signal sur bruit (SNR= “Signal to Noise Ratio”) est égal à [78] :

$$SNR = \frac{1}{2} \left( \frac{P_1}{P_0} \right)^2 \frac{P_0^2}{\langle \delta P^2(t) \rangle} \quad (3.18)$$

où on note  $\langle \rangle$  la moyenne du signal. Si le signal transmis par le laser est numérique alors la puissance de sortie pour chaque bit vaut soit 0, soit  $P_0$ . Il faut que l’on ait  $|\delta P(t)| < \frac{P_0}{2}$  pour qu’il n’y ait pas d’erreur lors de la lecture d’un bit. Par exemple, pour avoir une probabilité d’erreur (“bit-error rate”) inférieure à 1 sur  $10^9$  pour un bruit ayant une distribution Gaussienne autour de la puissance moyenne  $P_0$ , il faut que l’on ait  $\frac{P_0^2}{\langle \delta P^2(t) \rangle} > 11.89^2$ . Pour chacune de ces deux applications, il est nécessaire d’évaluer l’intensité de bruit relative, ou RIN (“Relative Noise Intensity”), définie comme [78] :

$$RIN = \frac{\langle \delta P^2(t) \rangle}{P_0^2} \quad (3.19)$$

Si on note  $S_{\delta P}(\Omega) = \frac{1}{2\pi} \int \langle \delta P(\Omega) \delta P^*(\Omega') \rangle d\Omega'$  la densité spectrale du bruit  $\delta P(t)$  alors, ce bruit étant totalement aléatoire, nous pouvons écrire que  $\langle \delta P(\Omega) \delta P^*(\Omega') \rangle = S_{\delta P}(\Omega) \cdot 2\pi \delta(\Omega - \Omega')$ , où  $\delta$  est la fonction de Dirac. Si nous supposons que ce bruit est mesuré avec un filtre étroit centré sur la fréquence  $\Omega$  et de bande passante  $\Delta f$ , alors nous avons  $\langle \delta P^2(t) \rangle \approx S_{\delta P}(\Omega) \cdot 2\Delta f$ , ce qui nous permet d’exprimer le RIN en dB/Hz sous la forme [78] :

$$\frac{RIN}{\Delta f} = \frac{2S_{\delta P}(\Omega)}{P_0^2} \quad (3.20)$$

Pour donner un exemple d’ordre de grandeur, dans le cas d’un signal numérique détecté avec un filtre de bande passante 1 GHz et une probabilité d’erreur requise de 1 sur  $10^9$ , alors nous devons avoir un RIN (dB)  $< -21.5$  dB, ce qui nécessite un RIN (dB/Hz) moyen de  $-111.5$  dB/Hz.

#### 3.2.4.2 Sources de bruit de Langevin.

Nous allons à présent essayer de calculer cette intensité de bruit relative (dans le cas où on néglige les absorptions non-linéaires) à l’aide de l’approche de Langevin. Cette approche consiste à exprimer le spectre du bruit en amplitude du laser en fonction des sources de bruit de Langevin  $F_p(t)$  et  $F_s(t)$ , qui sont considérées comme des sources de bruit blanc portants respectivement sur les nombres de photons pompe et Stokes dans la cavité et qui ont pour origine le bruit de grenaille ou “shot noise”, engendré par la nature discontinue des flux de photons pompe et Stokes entrant et sortant de la cavité.

Nous définissons maintenant les densités spectrales de bruit sur les photons pompe et Stokes comme  $S_{N_{I=p,s}}(\Omega) = \frac{1}{2\pi} \int \langle \delta N_I(\Omega) \delta N_I^*(\Omega') \rangle d\Omega'$ , et les densités spectrales des

### Chapitre 3. Diffusion Raman dans une nanocavité.

sources de bruit de Langevin comme  $\langle F_I F_J \rangle = \frac{1}{2\pi} \int \langle F_I(\Omega) F_J^*(\Omega') \rangle d\Omega'$ , où  $I$  et  $J$  désignent indifféremment la pompe et le Stokes. Ces densités spectrales représentent les corrélations entre les différentes sources de bruit du laser. Les sources de bruit de Langevin  $F_p$  et  $F_s$  étant des sources de bruit blanc, les densités spectrales de bruit  $\langle F_I F_J \rangle$  sont donc distribuées uniformément sur toutes les fréquences et peuvent être considérées comme constantes. Nous allons tout d'abord calculer les densités spectrales des sources de bruit de Langevin, avant de faire le lien entre ces sources de bruit et les densités spectrales sur les photons pompe et Stokes (nous suivrons ici la démarche décrite par Coldren & Corzine dans la référence [78]).

La densité spectrale du bruit de grenaille à l'origine des sources de Langevin est constante et proportionnelle au taux moyen du flux de particules correspondant. Nous pouvons donc déterminer les densités spectrales  $\langle F_I F_I \rangle$  simplement en faisant la somme de toutes les contributions du bruit de grenaille, c'est à dire la somme de tout les flux  $R_I$  de particules  $N_I$  entrants et sortants de la cavité :  $\langle F_I F_I \rangle = \sum |R_I^{in}| + \sum |R_I^{out}|$ . Cette expression peut-être simplifiée en utilisant le fait qu'en régime permanent, la somme des flux de particules entrants  $\sum |R_I^{in}|$  est égale à la somme des flux de particules sortants  $\sum |R_I^{out}|$ . Nous avons alors  $\langle F_I F_I \rangle = 2 (\sum |R_I^{in}|) = 2 (\sum |R_I^{out}|)$ , ce qui nous donne les expressions suivantes pour les  $\langle F_I F_I \rangle$  :

$$\langle F_p F_p \rangle = 2 (\sum |R_p^{out}|) = 2 \left( \frac{N_p}{\tau_p} + G_r N_p (N_s + 1) \right) \quad (3.21)$$

$$\langle F_s F_s \rangle = 2 (G_r N_p (N_s + 1)) = 2 \frac{N_s}{\tau_s} \quad (3.22)$$

Par contre, pour déterminer la valeur des densités spectrales  $\langle F_I F_J \rangle$ , avec  $I \neq J$ , alors nous devons faire uniquement la somme des flux de particules qui affectent à la fois les particules  $N_I$  et  $N_J$ , c'est à dire les cas où une particule  $N_I$  est transformée en particule  $N_J$ , et vice-versa :  $\langle F_I F_J \rangle = -(\sum |R_{I \rightarrow J}| + \sum |R_{J \rightarrow I}|)$ . Ce bruit  $\langle F_I F_J \rangle$  est toujours négatif, car lorsque une particule  $N_I$  est créée ( $F_I > 0$ ), une particule  $N_J$  est détruite ( $F_J < 0$ ), ou vice-versa, ce qui veut dire que les bruits  $F_I$  et  $F_J$  sont négativement corrélés. Nous pouvons constater que cette expression est symétrique, et que nous avons donc  $\langle F_I F_J \rangle = \langle F_J F_I \rangle$ . Ceci nous donne l'expression suivante pour les  $\langle F_I F_J \rangle$  :

$$\langle F_p F_s \rangle = \langle F_s F_p \rangle = -G_r N_p (N_s + 1) \quad (3.23)$$

Il est relativement facile de faire ensuite le lien entre le bruit de Langevin  $F$  sur le nombre de photons  $N$ , et le bruit de Langevin  $F_A$  sur l'amplitude  $A$  du champ électrique du mode correspondant. Si nous notons  $A = (A_0 + F_A) e^{i\varphi}$ , avec  $A_0 = \sqrt{\hbar \omega N}$  le module de l'amplitude non bruitée et  $\varphi$  sa phase, et  $F_A = F_r + iF_i$ , avec  $F_r$  et  $F_i$  les parties du bruit  $F_A$  en phase et en quadrature de phase avec  $A_0$  (avec  $F_r, F_i \ll A_0$ ), alors

### 3.2. Laser Raman - Approche théorique.

nous avons  $|A|^2 \simeq A_0^2 + 2A_0F_r = \hbar\omega(N+F)$ , ce qui nous donne :  $F_r = \frac{\sqrt{\hbar\omega}}{2\sqrt{N}}F = \frac{\hbar\omega}{2A_0}F$  et  $\langle F_rF_r \rangle = \frac{\hbar\omega}{4N} \langle FF \rangle$ . De la même façon, le bruit de Langevin sur la phase de l'amplitude  $A$  est égal à  $F_\varphi \simeq \frac{F_i}{A_0}$ . Si nous supposons que les densités spectrales des parties réelles et imaginaires du bruit sont égales, c'est à dire que  $\langle F_rF_r \rangle = \langle F_iF_i \rangle$ , alors nous avons  $\langle F_\varphi F_\varphi \rangle = \frac{\langle F_iF_i \rangle}{|A_0|^2} = \frac{\langle F_rF_r \rangle}{\hbar\omega N} = \frac{\langle FF \rangle}{4N^2}$ . Cette expression sera utilisée plus tard pour calculer le bruit sur la fréquence du laser Raman.

#### 3.2.4.3 Densités spectrales de bruit sur les photons.

Il ne nous reste plus qu'à calculer les densités spectrales de bruit sur les photons pompe et Stokes en fonction des densités spectrales des sources de bruit de Langevin, ce qui est facile à faire en adaptant les calculs que nous avons fait sur la réponse fréquentielle du laser Raman pour des petites modulations. Si nous supposons ici que la puissance d'entrée est constante, c'est à dire que  $\delta P_{pin} = 0$ , alors l'équation 3.12 devient :

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \delta A_p \\ \delta N_s \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{2\tau_p} - \frac{G_r(N_s+1)}{2} & -\frac{G_r A_p}{2} \\ \frac{2G_r A_p(N_s+1)}{\hbar\omega_p} & -\frac{1}{\tau_s} + G_r N_p \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta A_p \\ \delta N_s \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{\hbar\omega_p}{2A_p} F_p(t) \\ F_s(t) \end{pmatrix} \quad (3.24)$$

Si nous passons dans le domaine fréquentiel, alors nous obtenons un système de Cramer qui, après résolution, nous donne la relation suivante entre  $(\delta A_p, \delta N_s)$  et  $(F_p, F_s)$  :

$$\begin{pmatrix} \delta A_p \\ \delta N_s \end{pmatrix} = \frac{1}{\Delta(\Omega)} \begin{pmatrix} i\Omega + \frac{1}{\tau_s} - G_r N_p & -\frac{G_r A_p}{2} \\ \frac{2G_r A_p(N_s+1)}{\hbar\omega_p} & i\Omega + \frac{1}{2\tau_p} + \frac{G_r(N_s+1)}{2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\hbar\omega_p}{2A_p} F_p(\Omega) \\ F_s(\Omega) \end{pmatrix} \quad (3.25)$$

où le déterminant  $\Delta(\Omega)$  est défini par  $\Delta(\Omega) = \left(i\Omega + \frac{1}{2\tau_p} + \frac{G_r(N_s+1)}{2}\right) \left(i\Omega + \frac{1}{\tau_s} - G_r N_p\right) + G_r^2 N_p(N_s+1)$ .

En utilisant ces notations, ainsi que la relation  $\delta N_p = \frac{2A_p}{\hbar\omega_p} \delta A_p$ , nous obtenons alors à partir de l'équation 3.25 les relations suivantes entre les densités spectrales de bruit sur les photons pompe et Stokes et celles sur les sources de bruit de Langevin calculées ci-dessus :

$$\begin{pmatrix} S_{N_p}(\Omega) \\ S_{N_s}(\Omega) \end{pmatrix} = \frac{R(\Omega)}{\|\Delta(\Omega)\|^2} \begin{pmatrix} \langle F_p F_p \rangle \\ \langle F_s F_s \rangle \\ \langle F_p F_s \rangle \end{pmatrix} \quad (3.26)$$

### Chapitre 3. Diffusion Raman dans une nanocavité.

où la matrice  $R(\Omega)$  est définie comme :

$$R = \begin{pmatrix} \Omega^2 + \left(-\frac{1}{\tau_s} + G_r N_p\right)^2 & G_r^2 N_p^2 & 2G_r N_p \left(G_r N_p - \frac{1}{\tau_s}\right) \\ G_r^2 (N_s + 1)^2 & \Omega^2 + \left(\frac{1}{\tau_p} + G_r (N_s + 1)\right)^2 & G_r (N_s + 1) \left(\frac{1}{\tau_p} + G_r (N_s + 1)\right) \end{pmatrix} \quad (3.27)$$

Nous allons à présent utiliser ces résultats pour calculer l'intensité de bruit relative à partir de la densité spectrale de bruit des photons Stokes, ainsi que le bruit en fréquence à partir de la densité spectrale de bruit des photons pompe.

#### 3.2.4.4 Bruit de partition et RIN.

Nous connaissons maintenant la densité spectrale de bruit des photons Stokes présent dans la cavité  $S_{N_s}$ , mais calculer la densité spectrale de bruit sur la puissance de sortie Stokes  $P_{s_{out}} = \frac{\sqrt{T_{smax}} \hbar \omega_s N_s}{2\tau_s}$  du laser Raman nécessite de rajouter une autre source de bruit de Langevin  $F_{out}$  sur cette puissance de sortie.  $F_{out}$  est appelé le bruit de partition car il est dû à la division aléatoire des photons Stokes à la sortie de la cavité entre les photons transmis hors de la cavité et les photons réfléchis vers l'intérieur de la cavité (techniquement, il nous faudrait également rajouter un bruit de partition sur la puissance de pompe entrant dans la cavité, mais l'influence de celui-ci sur le bruit total est en fait négligeable, donc nous ne l'avons pas pris en compte dans nos équations pour les simplifier). Le bruit sur la puissance de sortie Stokes est alors égal à :

$$\delta P_{s_{out}}(t) = \frac{\sqrt{T_{smax}} \hbar \omega_s \delta N_s(t)}{2\tau_s} + F_{out}(t) \quad (3.28)$$

ce qui nous donne une densité spectrale de bruit sur la puissance de sortie du laser Raman égale à :

$$S_{\delta P_{s_{out}}}(\Omega) = \left(\frac{\sqrt{T_{smax}} \hbar \omega_s}{2\tau_s}\right)^2 S_{N_s}(\Omega) + Re \left(\frac{\sqrt{T_{smax}} \hbar \omega_s}{\tau_s} \langle \delta N_s F_{out} \rangle\right) + \langle F_{out} F_{out} \rangle \quad (3.29)$$

Il n'y a pas de corrélation entre ce bruit de partition et les photons pompe, donc nous avons  $\langle F_p F_{out} \rangle = 0$ . Si nous tenons également compte du fait que  $\langle F_{out} F_{out} \rangle = \hbar \omega_s P_{s_{out}}$  et  $\langle F_s F_{out} \rangle = -P_{s_{out}}$ , alors nous obtenons à partir de l'équation 3.28 :  $\langle \delta N_s F_{out} \rangle =$

### 3.2. Laser Raman - Approche théorique.

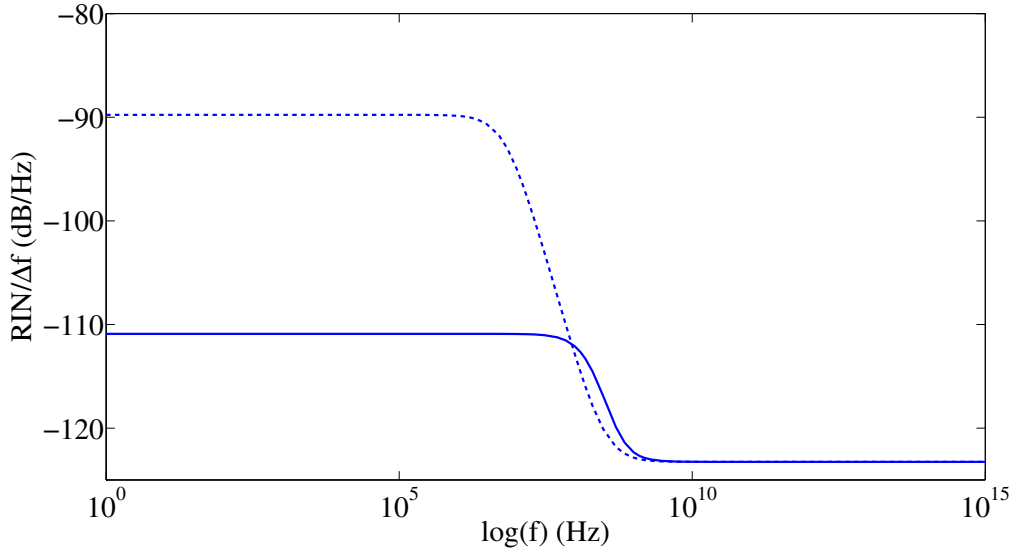


FIGURE 3.6 – L'intensité relative de bruit (RIN) du laser Raman que nous avons représenté sur les figures 3.2 et 3.3, pour le point de fonctionnement  $P_{sout} = -33$  dBm. La courbe en pointillé représente le RIN pour le cas où on néglige les effets non-linéaires autres que la diffusion Raman et la courbe en trait plein le cas où on ne les néglige pas.

$\left( \frac{i\Omega + \frac{1}{2\tau_p} + \frac{G_r(N_s+1)}{2}}{\Delta(\Omega)} \right) P_{sout}$ , et l'équation 3.29 devient alors :

$$S_{\delta P_{sout}}(\Omega) = \left( \frac{\sqrt{T_{smax}} \hbar \omega_s}{2\tau_s} \right)^2 S_{N_s}(\Omega) + \hbar \omega_s \left( 1 - \frac{\sqrt{T_{smax}}}{\tau_s} \operatorname{Re} \left( \frac{i\Omega + \frac{1}{2\tau_p} + \frac{G_r(N_s+1)}{2}}{\Delta(\Omega)} \right) \right) P_{sout} \quad (3.30)$$

Au final, nous obtenons donc pour l'intensité de bruit relative :

$$\frac{RIN}{\Delta f} = \left( \frac{\sqrt{T_{smax}} \hbar \omega_s}{2\tau_s} \right)^2 \frac{2S_{N_s}(\Omega)}{P_{sout}^2} + \frac{2\hbar \omega_s}{P_{sout}} \left( 1 - \frac{\sqrt{T_{smax}}}{\tau_s} \operatorname{Re} \left( \frac{i\Omega + \frac{1}{2\tau_p} + \frac{G_r(N_s+1)}{2}}{\Delta(\Omega)} \right) \right) \quad (3.31)$$

Le premier terme de cette expression correspond au bruit créé par les fluctuations du nombre de photons dans la cavité et le deuxième terme à la contribution du bruit de partition. Pour les basses fréquences, ce deuxième terme est négligeable par rapport au premier. Cependant, pour les hautes fréquences (c'est à dire au dessus de la fréquence de coupure à -3 dB de la fonction de transfert en modulation du laser), la valeur du premier terme chute rapidement et nous finissons par avoir  $\frac{RIN}{\Delta f} = 2\hbar \omega_s / P_{sout}$  dB/Hz, ce qui représente la valeur minimale du bruit de grenaille en dessous de laquelle il est impossible de descendre.

### Chapitre 3. Diffusion Raman dans une nanocavité.

---

Si nous traçons cette intensité de bruit relative dans le cas du laser Raman que nous avons représenté sur la figure 3.2 (où on néglige les effets non-linéaires autres que la diffusion Raman), pour le point de fonctionnement  $P_{sout} = -33$  dBm, alors nous avons  $\frac{RIN}{\Delta f} = -89.75$  dB/Hz en dessous de la fréquence de coupure à -3 dB de 6.7 MHz de la fonction de transfert en modulation du laser, ce qui est relativement élevé. Au dessus de cette fréquence de coupure, l'intensité de bruit relative chute rapidement pour atteindre  $\frac{RIN}{\Delta f} = -123.26$  dB/Hz, ce qui correspond en fait au niveau du bruit de grenaille  $2\hbar\omega_s/P_{sout}$  (voir Fig. 3.6). Cette importance de l'intensité de bruit relative s'explique par la faible valeur de la puissance de sortie  $P_{sout}$ , ce qui est typique d'un nanolaser. Contrairement à un laser à semi-conducteur classique, nous n'avons pas de pic de bruit à la fréquence de résonance, à cause du fort coefficient d'atténuation de la fonction de transfert en modulation de notre laser Raman comparé à un laser à semi-conducteur classique (voir section 3.2.3).

Nous pouvons remarquer que, dans le cas où l'on ne néglige pas les absorptions non-linéaires (voir les annexes à la fin de ce manuscrit de thèse), l'intensité de bruit relative est beaucoup plus faible, n'étant égal qu'à  $\frac{RIN}{\Delta f} = -111$  dB/Hz en dessous de la fréquence de coupure à -3 dB de 6.7 MHz. Cette valeur plus faible s'explique par une valeur plus faible du gain de la fonction de transfert en modulation dans le cas où on prend compte les absorptions non-linéaires (voir Fig. 3.5 et Fig. 3.6). Si nous n'étions pas limité sur la puissance de sortie Stokes par les absorptions non-linéaires, alors nous pourrions obtenir des bruits beaucoup plus faibles. Par exemple, pour une puissance Stokes en sortie de  $P_{sout} = -3$  dBm, nous obtiendrions  $\frac{RIN}{\Delta f} = -152.38$  dB/Hz en dessous de la fréquence de coupure à -3 dB (qui est dans ce cas de 1.25 GHz), ce qui presque égal au niveau du bruit de grenaille  $\frac{RIN}{\Delta f} = 2\hbar\omega_s/P_{sout} = -153.25$  dB/Hz au dessus de la fréquence de coupure. Ceci est bien meilleur que pour un laser à semi-conducteur classique, dont le pic de bruit peut monter jusqu'à  $\frac{RIN}{\Delta f} = -112$  dB/Hz pour une puissance de sortie équivalente [78].

#### 3.2.4.5 Facteur de Henry et bruit en fréquence.

Le calcul que nous venons d'effectuer nous permet de calculer également les fluctuations en fréquence du laser Raman à partir de la densité spectrale de bruit sur les photons pompe  $S_{N_p}$ . En effet, le bruit sur le nombre de photons pompe  $\delta N_p$  engendre un bruit sur la fréquence du laser  $\delta f_s$  égal à :

$$\delta f_s = \frac{\alpha}{4\pi} G_r \delta N_p \quad (3.32)$$

où  $\alpha$  est appelé le facteur de couplage amplitude/phase, ou facteur de Henry, du laser. Si nous connaissons ce facteur de Henry, alors il est facile d'estimer le bruit en fréquence du laser dû au couplage amplitude/phase, ou de calculer la modulation en fréquence qui va être engendrée par la modulation en amplitude du laser, par la formule 3.32. Si nous

### 3.2. Laser Raman - Approche théorique.

notons  $n = n_r + in_i$  l'indice optique complexe du milieu avec  $n_r$  et  $n_i$  réels, alors ce facteur de couplage est défini par [78] :

$$\alpha = -\frac{dn_r/dN_p}{dn_i/dN_p} \quad (3.33)$$

Dans le cas d'un laser Raman, le changement d'indice dû à l'effet Raman est égal à (voir équation 1.64) :

$$n = n_0 - i\frac{c}{2\omega} \frac{g_R^B I_p}{1 + 2i\left(\frac{\omega_{s_0} - \omega_s}{\Delta\omega_R}\right)} = n_0 - \frac{cg_R^B I_p}{2\omega} \frac{i + 2\left(\frac{\omega_{s_0} - \omega_s}{\Delta\omega_R}\right)}{1 + 4\left(\frac{\omega_{s_0} - \omega_s}{\Delta\omega_R}\right)^2} \quad (3.34)$$

où on note  $\omega_{s_0}$  la fréquence de la résonance utilisée sur le Stokes, et  $\omega_s = \omega_p - \omega_R$  la fréquence du maximum théorique du gain Raman (avec  $\omega_R$  est la fréquence de décalage Raman). En tenant compte du fait que l'intensité optique du mode de pompe  $I_p$  est proportionnelle au nombre de photons de pompe  $N_p$ , nous pouvons calculer le facteur de Henry d'un laser Raman à partir des équations 3.33 et 3.34 :

$$\alpha = -2\left(\frac{\omega_{s_0} - \omega_s}{\Delta\omega_R}\right) \quad (3.35)$$

Nous pouvons remarquer que, dans le cas où la fréquence du maximum du gain Raman  $\omega_s$  est égale à celle de la résonance utilisée pour le Stokes  $\omega_{s_0}$ , nous avons  $\alpha = 0$ , et le bruit en fréquence engendré par le bruit sur le nombre de photons pompe est nul. Même dans les cas où ces deux fréquences ne sont pas bien accordées entre elles, le facteur de Henry est relativement faible : dans le cas de la cavité doublement résonance étudié à la section 3.3.2, nous avons  $\alpha = -0.27$ , ce qui est beaucoup plus faible que pour un laser à semi-conducteur classique, où typiquement nous avons  $\alpha = 6$ . Les lasers Raman vont donc avoir à priori l'avantage d'avoir des bruits en fréquence beaucoup plus faibles que ceux des lasers à semi-conducteur classiques.

Bien sûr, le bruit en fréquence ne va jamais être complètement nul, car il faut prendre en compte les fluctuations sur la phase de l'amplitude  $A_s$  dues au bruit de grenaille. Si nous notons  $F_{\phi_s}$  la source de bruit de Langevin sur la phase de l'amplitude  $A_s$ , alors l'équation 3.32 devient :

$$\delta f_s = \frac{\alpha}{4\pi} G_r \delta N_p + \frac{1}{2\pi} F_{\phi_s} \quad (3.36)$$

En tenant compte du fait que nous avons  $\langle F_p F_{\phi_s} \rangle = 0$ ,  $\langle F_s F_{\phi_s} \rangle = 0$  (pas de corrélation entre le bruit de phase et le bruit sur les photons pompe et Stokes) et  $\langle F_{\phi_s} F_{\phi_s} \rangle = \frac{\langle F_s F_s \rangle}{4N_s^2} \simeq \frac{G_r N_p}{2N_s}$  (voir section 3.2.4.2), ceci nous donne pour la densité spectrale de bruit

fréquentielle :

$$S_{\delta f_s}(\Omega) = \left(\frac{\alpha G_r}{4\pi}\right)^2 S_{N_p}(\Omega) + \left(\frac{1}{2\pi}\right)^2 \frac{G_r N_p}{2N_s} \quad (3.37)$$

Le premier terme de cette expression représente le bruit fréquentiel dû au bruit sur les photons pompe, et le deuxième terme le bruit de phase inhérent au laser, créé par les photons émis spontanément dans le mode de Stokes. Il est possible de déterminer la largeur totale à mi-hauteur de la raie du laser à partir de cette densité spectrale à l'aide de la formule  $(\Delta f_s)_{FW} = 2\pi S_{\delta f_s}(0)$ . Nous pouvons remarquer que le dernier terme est égal à  $\frac{1}{2\pi} (\Delta f_s)_{ST}$ , où  $(\Delta f_s)_{ST} = \frac{G_r N_p}{4\pi N_s}$  est la largeur à mi-hauteur de la raie laser (au dessus du seuil), calculée à l'aide de la formule de Schawlow-Townes [78]. Dans le cas du laser Raman que nous avons représenté sur la figure 3.2 pour le point de fonctionnement  $P_{sout} = -33$  dBm, nous avons  $(\Delta f_s)_{ST} = 36.1$  kHz, ce qui donne dans le cas où  $\alpha = -0.27$  une largeur totale à mi-hauteur de la raie laser de  $(\Delta f_s)_{FW} = 38.8$  kHz. Cette largeur de raie est beaucoup plus petite que pour les lasers à semi-conducteur classiques. Cette différence s'explique par le plus grand gain du laser classique, qui se traduit par un coefficient de l'émission spontanée plus important dans un laser à semi-conducteur que dans un laser Raman. Par exemple, pour un laser à puit quantique  $In_{0.2}Ga_{0.8}As/GaAs$ , nous avons typiquement pour le coefficient de l'émission spontanée  $R_{sp} = 4.08 \times 10^{11} s^{-1}$  et un nombre de photons  $N_{ph} = 30400$ , ce qui donne pour la largeur de raie du laser  $(\Delta f_s)_{ST} = \frac{R_{sp}}{4\pi N_{ph}} = 1.07$  MHz par la formule de Schawlow-Townes, et une largeur de raie totale de  $(\Delta f_s)_{FW} = 39.6$  MHz pour  $\alpha = 6$  [78] (à comparer avec  $R_{sp} = G_r N_p = 4.78 \times 10^9 s^{-1}$  pour le laser Raman avec  $P_{sout} = -33$  dBm, où  $G_r = 1.05 \times 10^5 s^{-1}$ ,  $N_p = 45500$  et  $N_s = 10500$ ).

Nous pouvons remarquer qu'il est fort probable que la valeur réelle de  $\alpha$  va être aussi plus importante que celle que nous avons calculée ici. En effet, la fréquence va également varier avec le nombre de photons pompe par l'intermédiaire des dispersions par porteurs libres et thermique et des absorptions non-linéaires que nous avons négligé ici, ce qui va modifier l'équation 3.32 et le facteur de Henry :

$$\delta f_s = \delta \omega_s / (2\pi) = \frac{\alpha_R}{4\pi} G_r \delta N_p - \frac{1}{2\pi} \left( \gamma_{s_i}^{FCD} \delta N_e + \gamma_{s_i}^T \delta T \right) \quad (3.38)$$

Dans le cas du laser Raman que nous avons représenté sur la figure 3.3, pour le point de fonctionnement  $P_{sout} = -33$  dBm, alors en régime permanent, en tenant compte du fait que  $N_s \ll N_p$ , nous avons  $N_e \approx \tau_{fc} \frac{1}{2} \gamma_{pp}^{TPA} N_p^2$  et  $\Delta T \approx R_T \hbar \omega_p \gamma_{pr}^{FCA} N_p N_e$ , ce qui nous donne  $\delta N_e \approx \tau_{fc} \gamma_{pp}^{TPA} N_p \delta N_p$  et  $\delta T \approx \frac{3}{2} R_T \hbar \omega_p \gamma_{pr}^{FCA} \tau_{fc} \gamma_{pp}^{TPA} N_p^2 \delta N_p$ , et pour le facteur de Henry :

$$\alpha = \alpha_R - \frac{2\tau_{fc} \gamma_{pp}^{TPA} N_p}{G_r} \left( \gamma_{s_i}^{FCD} + \frac{3}{2} \gamma_{s_i}^T R_T \hbar \omega_p \gamma_{pr}^{FCA} N_p \right) \quad (3.39)$$



### 3.3. Diffusion Raman dans une cavité doublement résonante.

Ce qui nous donne, si nous prenons  $\alpha_R = -2 \left( \frac{\omega_{s0} - \omega_s}{\Delta\omega_R} \right) = 0$ , un facteur de Henry égal à  $\alpha = 9.7$ , ou égal à  $\alpha = 14.9$  si nous ne prenons en compte que la dispersion par porteurs libres (la dispersion thermique n'a d'influence que sur les basses fréquences de modulation/bruit car le temps de refroidissement de la cavité est beaucoup plus élevée que le temps de vie des porteurs libres) ce qui nous donne, dans le cas du laser Raman que nous avons représenté sur la figure 3.3 et pour le point de fonctionnement  $P_{sout} = -33$  dBm, une largeur de raie totale à mi-hauteur de  $(\Delta f_s)_{FW} = 261$  kHz et suggère que nous allons quand même avoir un bruit en fréquence assez faible. Bien sûr, il serait possible de diminuer fortement le facteur de Henry en diminuant le temps de vie des porteurs libres à l'aide d'une jonction MSM, comme suggéré plus loin à la section 3.3.2. Pour un temps de vie des porteurs libres  $\tau_{fc} = 10$  ps au lieu de 0.3 ns, nous aurions  $\alpha = 0.5$  et la largeur de raie totale à mi-hauteur retomberait à  $(\Delta f_s)_{FW} = 41.5$  kHz.

Nous pouvons donc constater qu'un laser Raman serait à priori plus avantageux qu'un laser à semi-conducteur classique en terme de bruit, aussi bien en ce qui concerne le RIN que le bruit en fréquence et la largeur de raie du laser.

## 3.3 Diffusion Raman dans une cavité doublement résonante.

Nous allons à présent étudier un exemple concret de diffusion Raman dans une nanocavité doublement résonante. Nous allons tout d'abord présenter les guides d'onde W0.63 (c'est à dire les guides d'onde de largeur  $0.63\sqrt{3}a$ , où  $a$  est la période du cristal photonique), qui sont des guides où nous avons pu mesurer de la diffusion Raman stimulée, et sur lesquels nous avons basé le design de notre nanocavité. Nous présenterons ensuite le design de notre nanocavité et son fonctionnement, et mesurerons finalement la diffusion Raman dans cette cavité, afin de déterminer quelle est la valeur du gain Raman dans cette nanocavité, ainsi que les mécanismes qui limitent cette diffusion Raman, et d'envisager comment nous pourrions diminuer leur influence afin d'obtenir un laser Raman. Nous terminerons cette partie par une comparaison entre notre cavité doublement résonante et le nanolaser Raman en silicium qui a été démontré il y a quelques mois par Takahashi [2].

### 3.3.1 Diffusion Raman stimulée dans des guides d'onde W0.63 de longueur 100 microns.

La plupart des études sur la diffusion Raman dans des cristaux photoniques ont été effectuées dans des guides d'onde de type W1 [72, 74, 79, 80]. Ces guides d'onde ne disposent que d'une seule résonance, habituellement utilisée pour la résonance de Stokes, ce qui

### Chapitre 3. Diffusion Raman dans une nanocavité.

---

limite fortement l'efficacité de la diffusion Raman dans ces guides : la diffusion Raman stimulée n'a pu être observée dans ces guides que dans le cas d'un laser de pompe de type impulsionnel [80]. Dans le silicium, la diffusion Raman stimulée n'avait été observée pour un laser de pompe continu que pour des guides d'onde étroits de type W0.66 (c'est à dire des guides d'onde dont la largeur est égale à  $0.66\sqrt{3}a$ , où  $a$  est la période du cristal photonique), par mon collègue Z. Han [75].

L'intérêt de ces guides d'onde W0.66 par rapport aux guides d'onde W1, outre leur meilleur confinement du champ électromagnétique lié au fait qu'ils sont plus étroits, vient du fait que leur diagramme de bandes possède deux zones où la vitesse de groupe est quasiment nulle, contrairement au guide W1 où il n'y a qu'une seule de ces zones, et où les interactions entre lumière et matière sont donc maximales (et où la diffusion Raman est donc maximale). En choisissant intelligemment la période du cristal photonique, on peut s'arranger pour que la différence de fréquences entre ces deux zones à faible vitesse de groupe soit quasiment égale au décalage Raman dans le silicium de 15.6 THz [75]. L'une de ces zones peut alors être utilisée pour le mode du laser de pompe, et l'autre pour le mode de Stokes (voir Fig. 3.7). A cause de la désadaptation entre les modes du guide W0.66 et ceux des guides "ridge" d'accès, le guide W0.66 va se comporter comme une cavité de Fabry-Perot et présenter un grand nombre de pics de résonances sur son spectre en transmission, de telle sorte qu'il est relativement facile de trouver deux résonances qui correspondent aux fréquences choisies pour la pompe et le Stokes.

Comme nous l'avons vu à la section 1.4.3 du chapitre 1, le volume caractéristique de la diffusion Raman varie avec la direction de propagation (c'est à dire l'orientation du vecteur d'onde) des ondes électromagnétiques par rapport à l'orientation de la maille cristalline du silicium. Si nous calculons ce volume Raman sur une période du guide W0.66 à l'aide de la formule 1.69 pour différentes directions du guide, alors nous pouvons constater que la taille de ce volume est minimale lorsque le vecteur d'onde de la pompe est parallèle à la direction cristallographique [100] du silicium, et le gain Raman  $G_r$  va donc être maximal dans cette direction. Par exemple, pour la direction [100] du silicium, le volume Raman est égal à  $0.1 \mu m^3$  sur une période du guide W0.66, comparé à  $0.16 \mu m^3$  pour la direction [110] du silicium, qui est la direction normalement utilisée pour maximiser la diffusion Raman dans les guides W1 [21, 75]. Nos structures et cavités basées sur les guides d'onde W0.66 vont donc être orientées par la suite dans la direction [100] du silicium afin de maximiser ce gain Raman.

De la diffusion Raman stimulée a été mesurée dans un guide W0.66 à l'IEF par mon collègue Zheng Han juste avant le début de ma thèse [75, 21]. Cette mesure a été effectuée dans un guide W0.66 de longueur 50 microns avec une période de 438 nm. Les résonances de pompe et Stokes choisies avaient comme facteurs de qualité  $Q_p = 2400$  pour la pompe et  $Q_s = 18000$  pour le Stokes. Cependant, même si on pouvait voir un début de diffusion

### 3.3. Diffusion Raman dans une cavité doublement résonante.

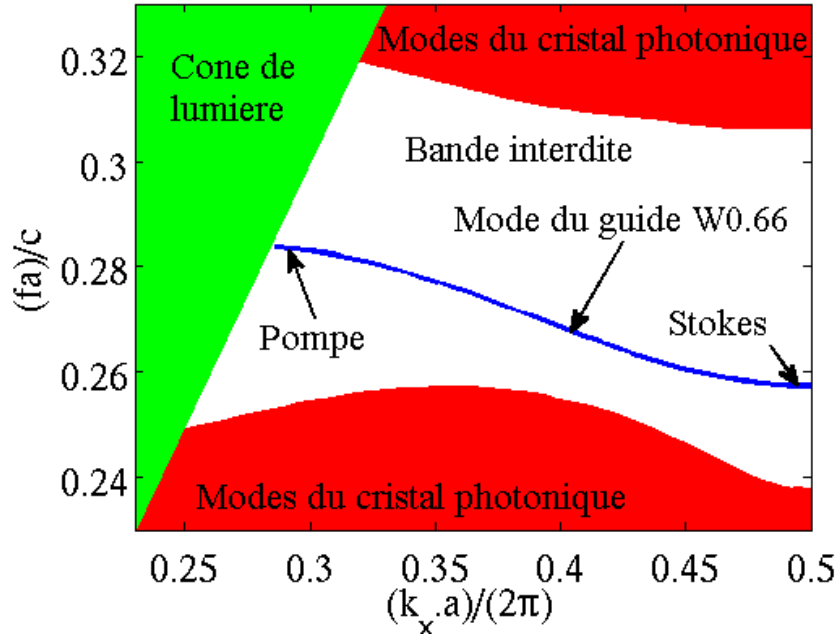


FIGURE 3.7 – Le diagramme de bandes d’un guide d’onde W0.66 calculé à l’aide du logiciel MPB. Les emplacements des modes pompe et Stokes sont indiqués sur le diagramme de bande. La différence entre ces deux modes est quasiment égale au décalage Raman de 15.6 THz pour un cristal photonique dont la période est égale à  $a = 438$  nm.

Raman stimulée dans ce guide d’onde, on était visiblement encore très en dessous du seuil nécessaire pour obtenir un laser Raman, qui était pour ce guide d’onde de 31 mW pour la puissance de pompe en sortie lorsque l’on néglige les autres effets non-linéaires, en particulier les absorptions à deux photons et par porteurs libres, ce qui nous donne une puissance de pompe en entrée non réaliste pour un pompage en continu.

En effet, la puissance de pompe que nous pouvons coupler dans la cavité est limitée par la mauvaise dissipation thermique du “taper” du guide d’accès : si nous augmentons trop la puissance du laser d’entrée, ce “taper” risque de fondre, détruisant ainsi l’entrée du guide d’accès et rendant l’échantillon inutilisable. Si nous voulons obtenir un laser Raman, nous devons donc tout d’abord essayer de diminuer la valeur du seuil du laser Raman. Or nous avons vu que, lorsque l’on néglige les autres effets non-linéaires, nous avons au dessus du seuil laser  $N_p \sim 1/(\tau_s G_r)$ , ce qui nous donne une valeur de seuil sur la puissance de pompe en sortie du cristal photonique de  $P_{Pout}^{seuil} = \frac{\sqrt{T_{pmax}}}{2\tau_p} \frac{\hbar\omega_p}{\tau_s G_r}$ , ce qui nous donne, en utilisant la formule  $G_r = \frac{c^2}{n_0^2} \frac{\hbar\omega_p g_R^B}{V_R}$ , une puissance de seuil de  $P_{Pout}^{seuil} = \frac{n_0^2}{c^2} \frac{\sqrt{T_{pmax}}}{2\tau_p \tau_s} \frac{V_R}{g_R^B}$ . Il y a donc deux manières de diminuer le seuil Raman : l’une consiste à augmenter la valeur du gain Raman  $G_r$ , ce qui n’est possible qu’en diminuant la valeur du volume Raman  $V_r$ , ce qui peut se faire soit en optimisant le recouvrement entre les modes de pompe et de Stokes, soit en diminuant la longueur du guide d’onde, et l’autre consiste à augmenter les temps de vie  $\tau_p = \frac{Q_p}{\omega_{p0}}$  et  $\tau_s = \frac{Q_s}{\omega_{s0}}$  des photons pompe et Stokes, ce qui ne peut se faire

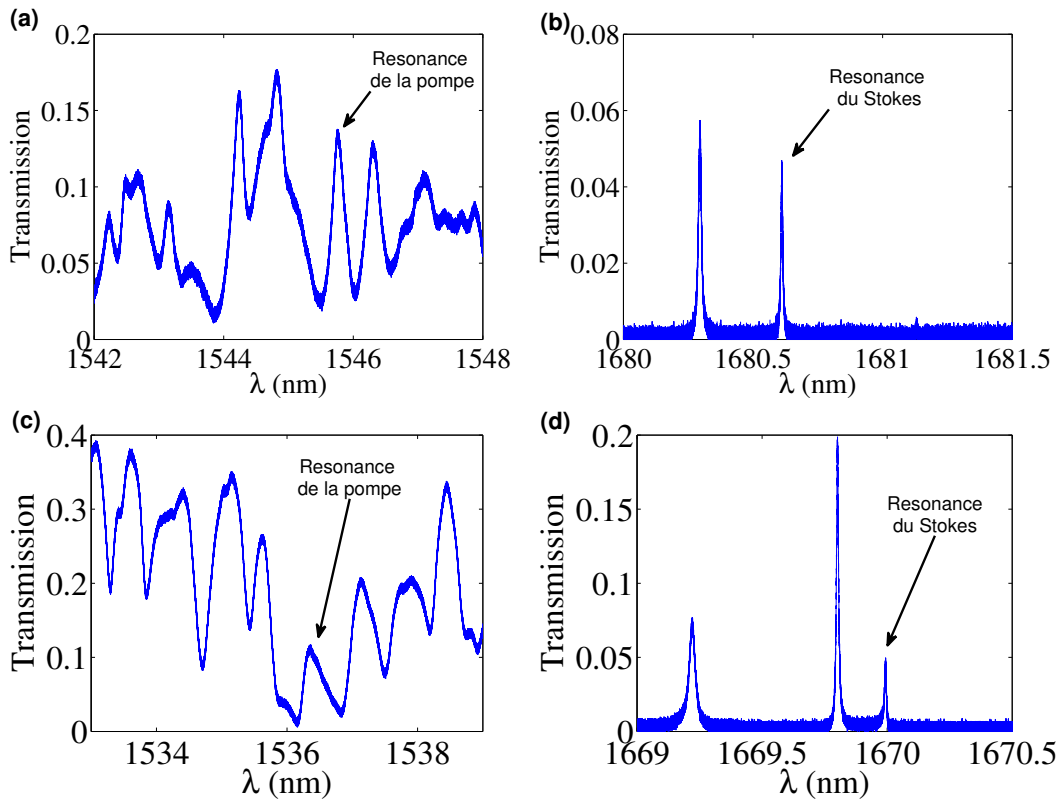


FIGURE 3.8 – Les résonances de pompe et Stokes choisies pour les guides W0.63 de longueur 100 microns que nous avons mesurés. (a) Le spectre de transmission du 1er guide pour la résonance de pompe : sa longueur d’onde est  $\lambda_{p_0} = 1545.74$  nm, son facteur de qualité  $Q_p = 7300$ , et sa transmission maximale  $T_p = 0.135$ . (b) Le spectre de transmission du 1er guide pour la résonance de Stokes : sa longueur d’onde est  $\lambda_{s_0} = 1680.475$  nm, son facteur de qualité  $Q_s = 207000$ , et sa transmission maximale  $T_s = 0.046$ . (c) Le spectre de transmission du 2e guide pour la résonance de pompe : sa longueur d’onde est  $\lambda_{p_0} = 1536.35$  nm, son facteur de qualité  $Q_p = 4200$ , et sa transmission maximale  $T_p = 0.1$ . (d) Le spectre de transmission du 2e guide pour la résonance de Stokes : sa longueur d’onde est  $\lambda_{s_0} = 1669.79$  nm, son facteur de qualité  $Q_s = 220000$ , et sa transmission maximale  $T_s = 0.05$ .

qu’en augmentant les valeurs des facteurs de qualité des résonances pompe et Stokes.

Nous avons au départ essayé d’augmenter les facteurs de qualité de pompe et de Stokes en augmentant la longueur du guide d’onde, passant ainsi d’un guide de longueur 50 microns à un guide de longueur 100 microns, bien que cette méthode présente le désavantage de multiplier par deux la taille du volume Raman. Nous avons néanmoins réussi à multiplier par deux le facteur de qualité de la pompe et par dix le facteur de qualité du Stokes, ce qui nous permet de diviser par dix la valeur théorique du seuil laser même si le volume Raman augmente. Nous avons mesuré ainsi la diffusion Raman dans deux guides d’onde de longueur 100 microns. Ces nouveaux guides étaient légèrement plus étroits, étant des guides W0.63, c’est à dire de largeur  $0.63\sqrt{3}a$ , avec  $a$  la période du cristal photonique, plutôt que W0.66. Comme le guide précédent, ces deux guides présentaient de nombreuses ré-

### 3.3. Diffusion Raman dans une cavité doublement résonante.

sonances de Fabry-Pérot, à cause de la désadaptation entre les modes du guide W0.63 et ceux des guides “ridge” d'accès.

Le premier guide que nous avons mesuré avait pour période du cristal photonique 444 nm, et la résonance que nous avons choisie pour le Stokes se trouvait à la longueur d'onde  $\lambda_{s_0} = 1680.475$  nm, avec un facteur de qualité  $Q_s = 207000$  (dix fois plus important que pour le guide de 50 microns) et une transmission maximale  $T_s = 0.046$  entre l'entrée et la sortie du cristal photonique (voir Fig. 3.8b). La résonance la plus proche de la fréquence de pompe “idéale”  $f_{s_0} + f_R$  (avec  $f_R = \omega_R/(2\pi) = 15.6$  THz la fréquence du décalage Raman) se trouvait à la longueur d'onde  $\lambda_{p_0} = 1545.74$  nm, avec un facteur de qualité  $Q_p = 7300$  et une transmission maximale  $T_p = 0.135$  entre l'entrée et la sortie du cristal photonique (voir Fig. 3.8a). Si nous choisissons de pomper sur cette résonance, alors cela nous donne un décalage entre la longueur d'onde de la résonance Stokes  $\lambda_{s_0}$  et la longueur d'onde correspondant au maximum du gain Raman  $\lambda_s$  égal à  $\Delta\lambda_s = \lambda_s - \lambda_{s_0} = 0.47$  nm. Ce désaccord explique probablement pourquoi nous n'avons pu observer que la diffusion Raman spontanée dans ce guide, et pas de diffusion Raman stimulée (voir Fig. 3.10), puisque la largeur à mi-hauteur du pic du gain Raman est d'environ 1 nm.

Le deuxième guide que nous avons mesuré avait pour période du cristal photonique de 440 nm, et la résonance que nous avons choisi pour le Stokes se trouvait à la longueur d'onde  $\lambda_{s_0} = 1669.79$  nm, avec un facteur de qualité  $Q_s = 220000$  et une transmission maximale  $T_s = 0.05$  entre l'entrée et la sortie du cristal photonique (voir Fig. 3.8d). La résonance la plus proche de la fréquence de pompe “idéale”  $f_{s_0} + f_R$  (avec  $f_R = \omega_R/(2\pi) = 15.6$  THz la fréquence du décalage Raman) se trouvait à la longueur d'onde  $\lambda_{p_0} = 1536.35$  nm, avec un facteur de qualité  $Q_p = 4200$  et une transmission maximale  $T_p = 0.1$  entre l'entrée et la sortie du cristal photonique (voir Fig. 3.8c). Si nous choisissons de pomper sur cette résonance, alors cela nous donne un décalage entre la longueur d'onde de la résonance Stokes  $\lambda_{s_0}$  et la longueur d'onde correspondant au maximum du gain Raman  $\lambda_s$  égal à  $\Delta\lambda_s = \lambda_s - \lambda_{s_0} = 0.057$  nm, bien meilleur que pour le guide précédent. C'est dans ce guide que nous avons pu observer de la diffusion Raman stimulée (voir Fig. 3.11).

Les mesures sur nos guides W0.63 de longueur 100 microns ont été effectuées à l'aide d'un laser de pompe accordable continu, que nous avons connecté à un amplificateur à fibre optique dopée à l'erbium pour obtenir les puissances nécessaires pour effectuer les mesures. Un filtre passe-bande centré sur la longueur d'onde de la pompe permet de retirer le bruit due à l'amplificateur erbium, avant de l'envoyer vers le guide d'onde W0.63. Une partie du signal de sortie est redirigée à l'aide d'un coupleur vers un puissance-mètre permettant de mesurer la puissance de pompe récupérée en sortie. Le reste du signal de sortie est envoyé sur un filtre passe-bande centré sur la longueur d'onde de Stokes, ce qui nous permet de retirer la puissance de sortie à la fréquence de pompe et de conserver uniquement la diffusion Raman, avant d'être récupéré par un analyseur de spectre optique

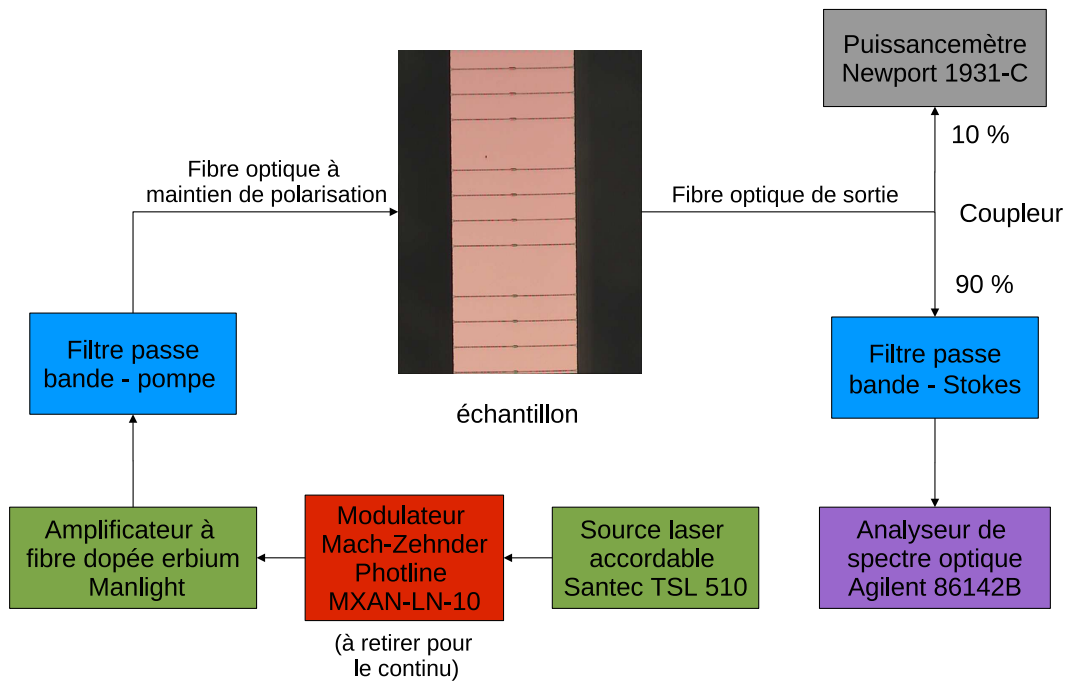


FIGURE 3.9 – Schéma du dispositif utilisé pour mesurer la diffusion Raman dans nos guides d'onde à cristaux photoniques W0.63.

### 3.3. Diffusion Raman dans une cavité doublement résonante.

qui va nous permettre de mesurer la puissance de sortie récupérée à la longueur d'onde de Stokes (voir Fig. 3.9). Nous avons ensuite ajouté à ce dispositif un modulateur Mach-Zehnder afin de pouvoir effectuer des mesures en impulsionnel (méthode semblable à celle utilisée au chapitre 2 de cette thèse pour les auto-oscillations), ce qui nous permet de faire monter encore plus haut la puissance du laser de pompe sans risquer de faire fondre le taper d'entrée. Nous avons pu ainsi effectuer des mesures avec des impulsions de longueur 50 ns, 25 ns et 12.5 ns, répétées toutes les 100 ns.

Les mesures sur le 2e guide où nous avons pu observer la diffusion Raman stimulée ont tout d'abord été effectuées pour une longueur d'onde de pompe  $\lambda_p = 1536.30$  nm, pour laquelle nous avons théoriquement  $\Delta\lambda_s = \lambda_s - \lambda_{s_0} \simeq 0$  nm. Malheureusement, les résultats des mesures effectuées sur le guide de longueur 100 microns sont plus mitigés que pour le guide de longueur 50 microns. La courbe de la puissance de Stokes en sortie de la cavité en fonction de la puissance de pompe en entrée est en conformité avec le modèle théorique du laser Raman : La puissance de Stokes augmente de manière non-linéaire avec la puissance de pompe en entrée dans un premier temps, ce qui indique la présence de diffusion Raman stimulée, mais sature à forte puissance lorsque les autres effets non-linéaires, et notamment les effets d'absorptions et la dispersion thermique qu'ils génèrent, deviennent plus important que la diffusion Raman (voir Fig. 3.11c). Cependant, lorsque la puissance est suffisamment élevée, la puissance de pompe en sortie de la cavité se met à chuter (voir Fig. 3.11a) alors que la puissance de Stokes en sortie va continuer d'augmenter lentement, se traduisant par un repliement de la courbe de la puissance de Stokes en sortie en fonction de la puissance de pompe en sortie (voir Fig. 3.11b) : pour une même valeur de  $P_{p_{out}}$ , nous avons deux valeurs de  $P_{s_{out}}$ , ce qui n'est pas prévu par le modèle du laser Raman (voir Fig. 3.3a). Ce phénomène est visible à la fois pour le laser de pompe en continu et en impulsionnel.

Il y a plusieurs explications possibles à ce phénomène. La première est que le modèle que nous avons développé est pour une nanocavité, c'est à dire un système suffisamment petit pour que l'on puisse considérer que l'amplitude complexe  $A(t)$  de l'enveloppe du champ électrique est la même dans toute la cavité. Un guide d'onde de longueur 100 microns étant beaucoup plus grand qu'une nanocavité typique, il est possible que cette hypothèse ne soit plus valide, et que notre modèle ne puisse donc pas bien modéliser le comportement d'un guide d'onde de longueur 100 microns. Il nous faudrait probablement plutôt chercher une solution pour l'amplitude complexe de la forme  $A(x, t)$ , avec un champ électrique  $\vec{E}(\vec{r}, t) = A(x, t) \vec{E}_0(x, y, z) e^{-i\omega t}$  où  $\vec{E}_0(x, y, z)$  est périodique en  $x$  de période  $a$  et représente le profil du champ électrique sur une période du guide W0.63. La seconde explication est elle aussi liée à la longueur importante du guide : il est en effet possible que, à cause des imperfections de la lithographie électronique, la largeur du guide d'onde, ou le diamètre des trous du cristal photonique, ne soit pas homogène tout au long du guide

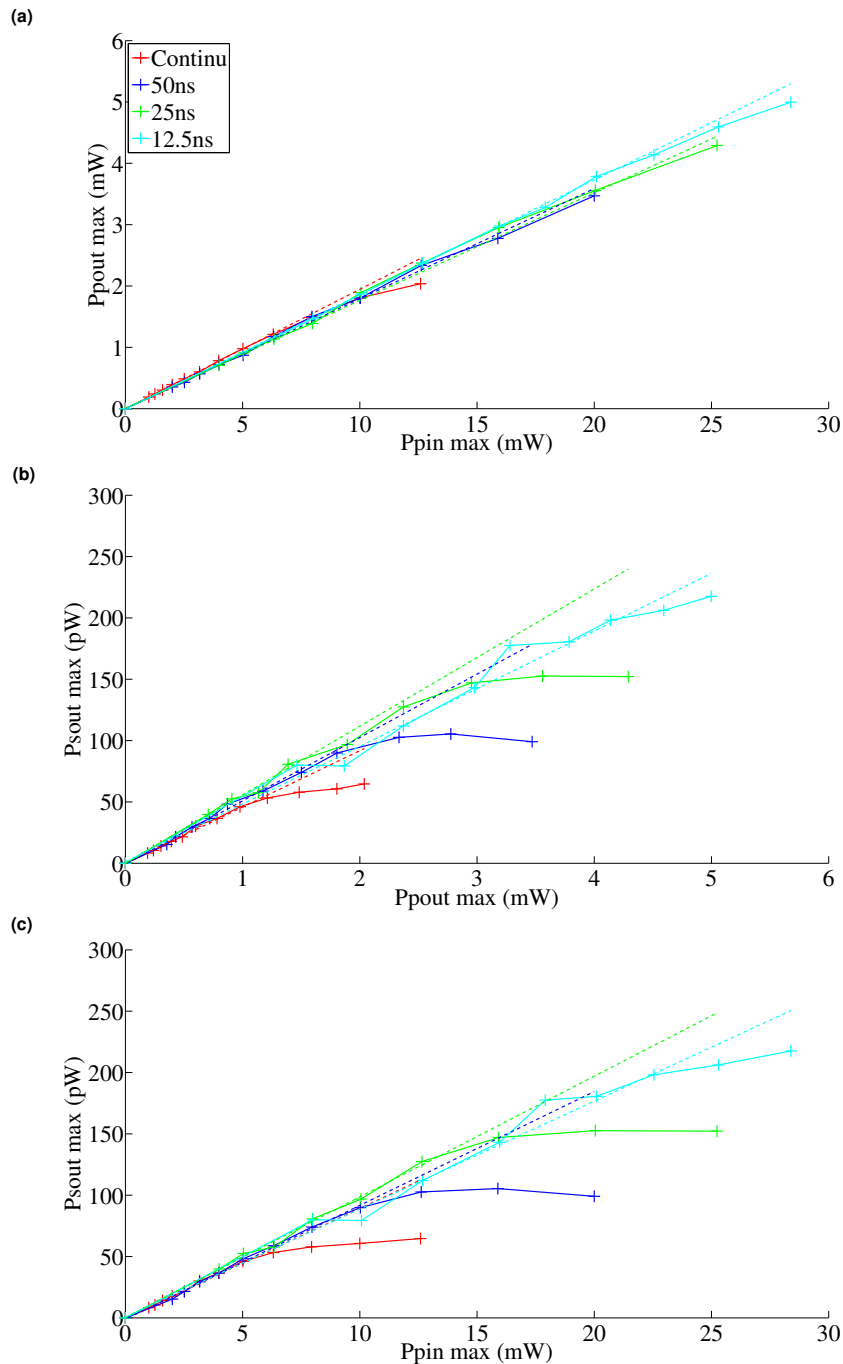


FIGURE 3.10 – Les mesures Raman effectuées dans le 1er guide W0.63 de longueur 100 microns, en continu et pour des impulsions de longueurs 50 ns, 25 ns et 12.5 ns, répétées toutes les 100 ns. Les valeurs indiquées en impulsionsnel pour la puissance de pompe en entrée du cristal photonique  $P_{pin}$  sont les puissances crêtes de ces impulsions, et les valeurs pour les puissances de pompe et Stokes en sortie du cristal photonique  $P_{pout}$  et  $P_{sout}$  sont des moyennes effectuées sur la durée de ces impulsions. (a)  $P_{pout}$  en fonction de  $P_{pin}$ . (b)  $P_{sout}$  en fonction de  $P_{pout}$ . (c)  $P_{sout}$  en fonction de  $P_{pin}$ . Les courbes en traits pleins représentent les mesures effectuées sur le guide, et les courbes en pointillés des ajustements linéaires effectués à partir des cinq premiers points mesurés (les légères différences entre ces ajustements sur (b) et (c) s'expliquent par le bruit important sur les mesures de la puissance de sortie Stokes qui entraîne une légère incertitude la valeur de cette puissance). Seule la diffusion Raman spontanée est visible.



### 3.3. Diffusion Raman dans une cavité doublement résonante.

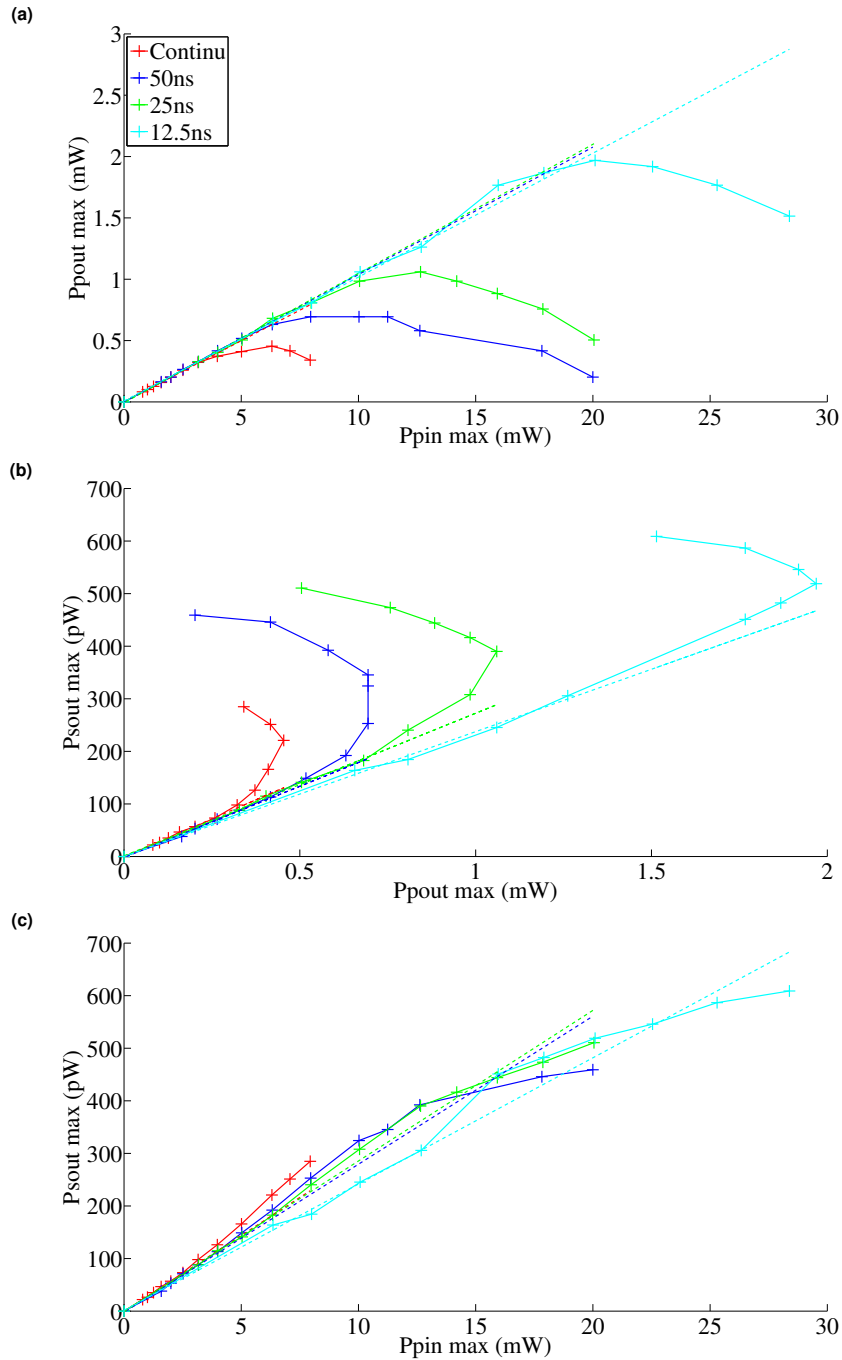


FIGURE 3.11 – Les mesures Raman effectuées dans le 2e guide W0.63 de longueur 100 microns, en continu et pour des impulsions de longueurs 50 ns, 25 ns et 12.5 ns, répétées toutes les 100 ns, pour une longueur d’onde de pompe  $\lambda_p = 1536.30$  nm. (a)  $P_{pout}$  en fonction de  $P_{pin}$ . (b)  $P_{sout}$  en fonction de  $P_{pout}$ . (c)  $P_{sout}$  en fonction de  $P_{pin}$ . On remarque à la fois la présence évidente de diffusion Raman stimulée sur les figures (b) et (c), mais aussi le comportement non prévu par le modèle de  $P_{sout}$  en fonction de  $P_{pout}$ .

### Chapitre 3. Diffusion Raman dans une nanocavité.

---

d'onde, engendrant la création d'une mini-cavité au sein de ce guide à chaque fois que ces défauts sont trop importants, ce qui perturberait le fonctionnement global du guide. La longueur plus importante du guide comparé à une nanocavité augmente en effet la probabilité d'avoir un de ces défauts présent au sein du guide. Il se pourrait par exemple que la puissance de pompe de sortie ne soit pas proportionnelle à l'énergie au sein du guide, mais chute à cause d'un défaut présent juste à la sortie de celui-ci. Une autre remarque que nous pouvons faire est que la résonance utilisée pour pomper le 2e guide semble asymétrique, et qu'il ne s'agit donc pas d'un pic de Lorentz comme nous l'avions supposé pour notre modélisation, et qu'il nous faudrait peut-être là aussi modifier nos équations pour prendre cela en compte.

Nous pouvons remarquer que, dans tous les cas, nous obtenons des valeurs mesurées pour la puissance Stokes  $P_{sout} = \frac{\sqrt{T_{smax}} \hbar \omega_s N_s}{2\tau_s}$  correspondant à des nombres de photons Stokes  $N_s$  présents au sein du 2e guide allant jusqu'à 9 photons, ce qui montre que nous sommes déjà dans un régime où le coefficient de la diffusion Raman stimulée  $G_r N_p N_s$  prédomine sur celui de la diffusion Raman spontanée  $G_r N_p$ , c'est à dire où nous avons  $N_s > 1$ . Pourrait t'on donc considérer que ce 2e guide est un laser Raman, que l'on est au dessus du seuil dès que  $N_s > 1$ , et que seuls les autres effets non-linéaires nous empêchent d'obtenir un nombre de photons Stokes supérieur à 10 ? C'est difficile à dire. Le début des courbes y ressemble un peu en effet. Mais, bien que des nanolasers avec des nombres de photons inférieurs à 10 ont déjà été démontrés [81], ceux-ci avaient des puissances de seuil bien inférieures aux nôtres (de l'ordre du microwatt) et fonctionnaient bien au dessus du seuil. Pour être utile, un laser Raman devrait avoir un nombre de photons Stokes dans la cavité bien supérieur à 10, surtout avec des puissances de seuils de l'ordre du milliwatt. Dans le nanolaser Raman présenté par Takahashi [2] et étudié plus loin à la section 3.3.3, le nombre de photons Stokes dans la cavité peut notamment monter jusqu'à 8000 photons. Il est donc difficile de dire que nous avons obtenu un effet laser franc dans notre 2e guide, malgré le fait que la diffusion Raman stimulée prédomine. Ce résultat reste néanmoins très encourageant, montrant que nous sommes très près d'obtenir un laser Raman.

Nous avons également effectué une seconde série de mesures, pour des impulsions de 25 ns répétées toutes les 100 ns, en faisant varier la longueur d'onde du laser de pompe, afin de vérifier que nous étions bien au maximum du gain Raman. Ce ne devait pas être tout à fait le cas, car nous avons obtenu plus de puissance Stokes pour une longueur d'onde de pompe de 1536.25 nm que pour la longueur d'onde de pompe utilisée précédemment de 1536.30 nm (voir Fig. 3.12). Il est donc probable que nous avons en fait  $\Delta\lambda_s = \lambda_s - \lambda_{s0} \simeq 50$  nm lorsque  $\lambda_p = 1536.30$  nm au lieu de  $\Delta\lambda_s \approx 0$  nm comme nous le pensions précédemment. Ceci suggère une autre explication pour le comportement du guide pour  $\lambda_p = 1536.30$  nm plutôt que la diffusion Raman stimulée : lorsque la puissance d'entrée est importante, les résonances de pompe et Stokes se décalent vers le rouge (vers les

### 3.3. Diffusion Raman dans une cavité doublement résonante.

plus hautes longueurs d'onde) sous l'effet de la dispersion thermique, augmentant ainsi le désaccord négatif  $\Delta\lambda_p = \lambda_p - \lambda_{p0}$  entre les longueurs d'onde du laser et de la résonance pompe et faisant chuter la puissance de sortie de pompe, mais diminuant le désaccord  $\Delta\lambda_s$  entre la longueur d'onde de Stokes et celle de la résonance Stokes, permettant ainsi une augmentation de la puissance Stokes. Mais ce changement de longueur d'onde ne serait que de 50 pm, ce qui est très petit comparé à la largeur du pic de gain Raman et se traduit donc par une augmentation de gain assez faible, et cela n'expliquerait donc pas pourquoi la valeur de  $P_{sout}$  en fonction de  $P_{pout}$  augmente autant lorsque l'on change la longueur d'onde de pompe (même si cela pourrait être une explication pour la légère augmentation de  $P_{sout}$  en fonction de  $P_{pin}$ ). Nous pouvons remarquer que dans le cas où nous obtenons le plus de puissance Raman (pour une longueur d'onde de pompe de 1536.25 nm), la courbe de  $P_{sout}$  en fonction de  $P_{pout}$  se comporte presque comme la courbe d'un laser Raman ( $P_{pout}$  reste constant à partir d'une certaine valeur de la puissance d'entrée mais  $P_{sout}$  continue d'augmenter), bien que ce ne soit pas le cas pour  $P_{sout}$  en fonction de  $P_{pin}$ , où nous ne voyons presque pas de diffusion Raman stimulée pour cette courbe, et que l'on s'attendrait à ce que  $P_{sout}$  augmente beaucoup plus vite s'il s'agissait réellement d'un laser Raman.

J'ai ensuite essayé de comparer les résultats des mesures en continu avec des courbes obtenues en effectuant des simulations sous MATLAB à partir des équations d'une cavité doublement résonante présentée à la section 1.4.3. J'ai choisi de regarder les résultats en continu plutôt qu'en pulsé car ils sont plus faciles à simuler, et plus précis car on s'affranchit des régimes transitoires que l'on a en impulsionnel pour ne regarder que les résultats en régime permanent. Ces simulations ont donc été effectuées en modifiant les équations 3.9, 3.10 et 3.11 sur les valeurs de  $N_s$ ,  $N_p$ ,  $N_e$  et  $P_{pin}$  en régime permanent pour y inclure les effets de dispersion par porteurs libres et thermique. Nous avons tout d'abord effectué ces simulations en prenant les volumes caractéristiques pour le Raman et les absorptions à deux photons calculés sous MEEP pour une période d'un guide d'onde W0.63 et en les multipliant par le nombre de périodes du guide d'onde de 100 microns (une autre possibilité pour calculer ces volumes caractéristiques, théoriquement plus précise, aurait été de simuler l'ensemble du guide d'onde W0.63 sous MEEP, ce qui aurait pris beaucoup trop de temps pour un guide de 100 microns et n'a donc pas été effectué. Cependant, une simulation avec MEEP faite de l'ensemble d'un guide W0.63 de 50 microns, avec une période de 444 nm, nous donne un volume Raman  $V_R^{ens} = 12.9 \mu m^3$ , ce qui est très proche de la valeur donnée en multipliant le volume Raman sur une période par le nombre de périodes du guide d'onde  $V_R = 112 \times 0.105 = 11.8 \mu m^3$ , donc il est probable qu'il n'y aurait pas eu de grande différence non plus dans le cas des guides de longueur 100 microns). J'ai pris  $\tau_{fc} = 0.3$  ns pour le temps de vie des porteurs libres et ait ensuite ajusté la valeur du gain Raman  $G_r = \frac{c^2 \hbar \omega_p g_R^B}{n_0^2 V_R}$  pour ajuster la puissance Stokes simulée avec la puissance Stokes mesurée à basse puissance (qui correspond en théorie à la diffusion Raman

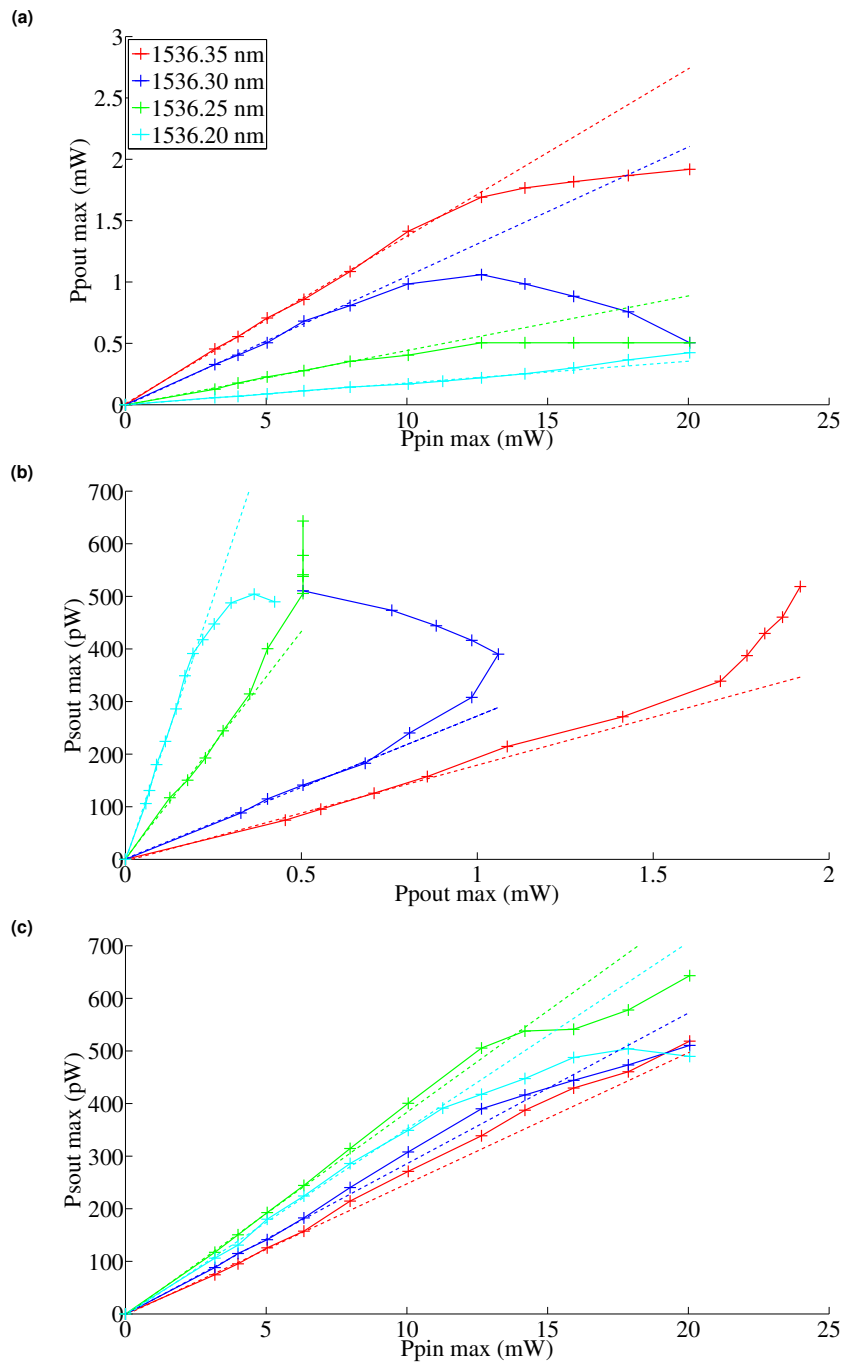


FIGURE 3.12 – Les mesures Raman effectuées dans le 2e guide W0.63 de longueur 100 microns, des impulsions de longueur 25 ns répétées toutes les 100 ns, pour différentes longueurs d’onde de pompe. (a)  $P_{pout}$  en fonction de  $P_{pin}$ . (b)  $P_{sout}$  en fonction de  $P_{pout}$ . (c)  $P_{sout}$  en fonction de  $P_{pin}$ . Nous obtenons plus de puissance Raman pour une longueur d’onde de pompe de 1536.25 nm que pour la longueur d’onde de pompe utilisée précédemment de 1536.30 nm.

### 3.3. Diffusion Raman dans une cavité doublement résonante.

Volumes	1er guide (FDTD)	1er guide (simu)	2e guide (FDTD)	2e guide (simu)
$V_R$	$23.7 \mu m^3$	$\simeq 10.2 \mu m^3$	$23.4 \mu m^3$	$\simeq 4.2 \mu m^3$
$V_{TPA}^{PP}$	$13.5 \mu m^3$	$\simeq 13.5 \mu m^3$	$13.3 \mu m^3$	$\simeq 2.4 \mu m^3$
$V_{TPA}^{PS} = V_{TPA}^{SP}$	$13.6 \mu m^3$	$\simeq 5.8 \mu m^3$	$13.5 \mu m^3$	$\simeq 2.4 \mu m^3$
$V_{TPA}^{SS}$	$11.1 \mu m^3$	$\simeq 4.8 \mu m^3$	$11.0 \mu m^3$	$\simeq 2.0 \mu m^3$
$R_{eff}^P$	1.22	1.22	1.22	1.22
$R_{eff}^S$	1.31	1.31	1.31	1.31
$V_{peff}^{FC}$	$\simeq 9.3 \mu m^3$	$\simeq 3.7 \mu m^3$	$\simeq 9.3 \mu m^3$	$\simeq 0.56 \mu m^3$
$V_{seff}^{FC}$	$\simeq 10.9 \mu m^3$	$\simeq 0.72 \mu m^3$	$\simeq 10.8 \mu m^3$	$\simeq 0.65 \mu m^3$
$V_{eff}^T$	$\simeq 60.0 \mu m^3$	$\simeq 60.0 \mu m^3$	$\simeq 60.0 \mu m^3$	$\simeq 10.8 \mu m^3$
$\tau_T$	$\simeq 29.4$ ns	$\simeq 14.7$ ns	$\simeq 28.6$ ns	$\simeq 18.5$ ns

TABLE 3.1 – Comparaisons entre les volumes caractéristiques donnés par les simulations FDTD et utilisées pour la première série de simulations (sont également indiquées les valeurs des volumes effectifs pour la thermique et les porteurs libres et le temps de refroidissement utilisé pour la première série de simulations), et les volumes caractéristiques obtenus en faisant un ajustement avec les courbes mesurées lors de la seconde série de simulations, en prenant  $g_R^B = 30$  cm/GW.

spontanée, du moins tant que le nombre de photons Stokes dans le guide reste très inférieur à 1). Nous avons obtenu de cette manière  $G_r \simeq 2.4 \times 10^4 s^{-1}$  pour le premier guide et  $G_r \simeq 8.2 \times 10^4 s^{-1}$  pour le deuxième guide. Malheureusement, ces valeurs sont problématiques. Tout d'abord, si le gain Raman était réellement aussi élevé, alors nos deux guides laseraient d'après nos simulations (ce qui n'est pas le cas), et ce bien avant les valeurs de puissance de pompe pour lesquelles nous avons observé de la diffusion Raman stimulée dans notre deuxième guide (voir Fig. 3.13). De plus, avec les volumes Raman que nous avons calculés pour les guides ( $V_r = 23.7 \mu m^3$  pour le 1er guide et  $V_r = 23.5 \mu m^3$  pour le 2e guide), cela nous donnerait comme valeur de gain Raman dans le silicium massif  $g_R^B = 60$  cm/GW pour le 1er guide et  $g_R^B = 200$  cm/GW pour le 2e guide. Non seulement ces valeurs sont très différentes, mais la deuxième valeur est également beaucoup plus élevée que toutes les valeurs de ce gain Raman mesurées jusqu'à présent, et donc visiblement fausse.

Ceci confirmerait notre hypothèse que notre modèle décrivant la diffusion Raman dans des cavités doublement résonantes n'est pas bien adapté à la description complète de ce phénomène dans les guides d'onde W0.63 de longueur 100 microns. Cela suggère également que la diffusion Raman a lieu sur des volumes beaucoup plus petits que ce à quoi nous nous attendions, par exemple dans une micro-cavité créée accidentellement au sein du guide W0.63 par des défauts de la lithographie électronique. Nous avons donc effectué ensuite une seconde série de simulations, en fixant la valeur du gain Raman dans le silicium à  $g_R^B = 30$  cm/GW et en essayant d'ajuster cette fois le volume Raman et les autres volumes caractéristiques des guides d'ondes W0.63 (ainsi que leur temps de refroidissement) pour faire correspondre le plus possible les simulations avec les mesures. Nous

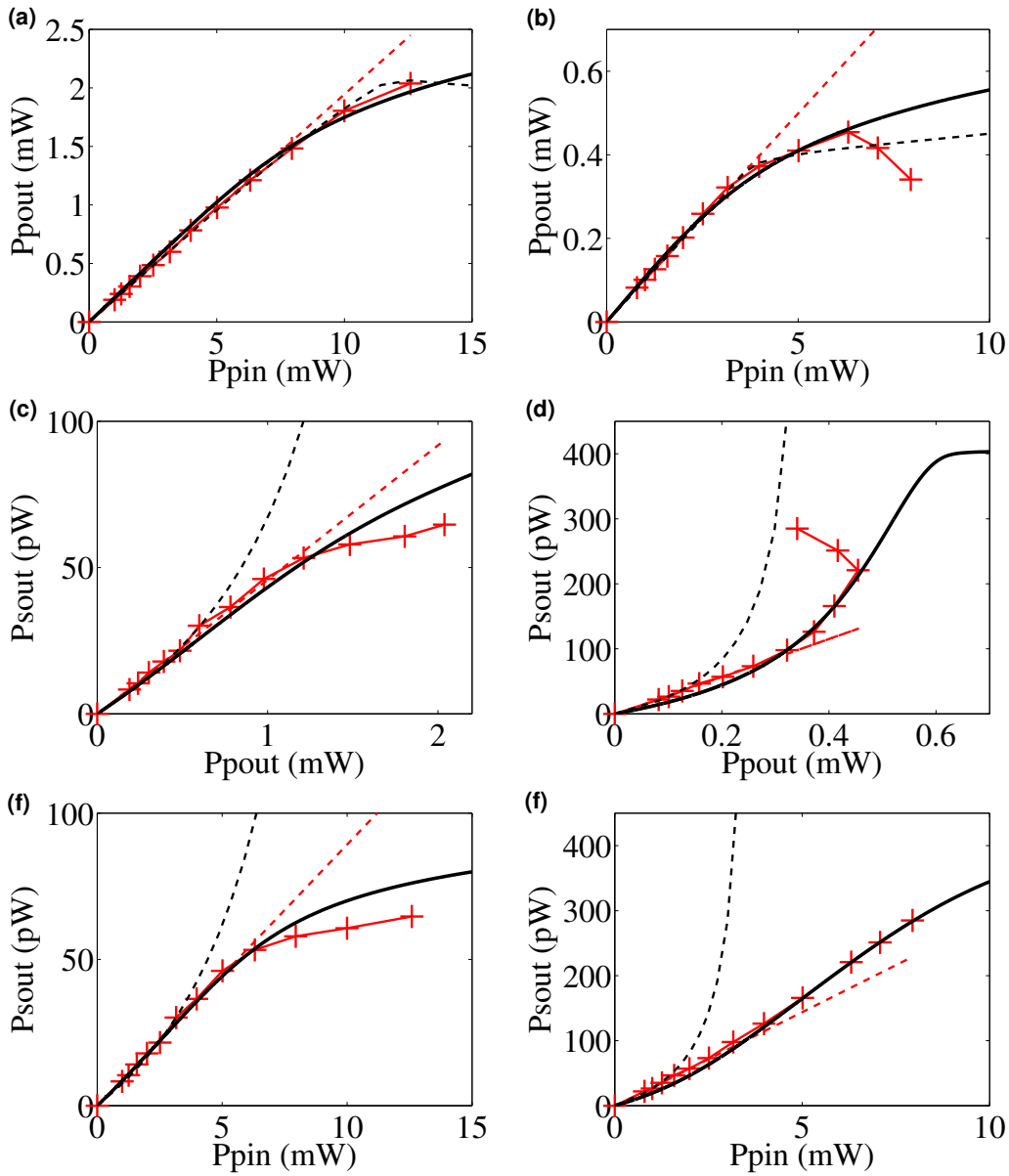


FIGURE 3.13 – Comparaison entre les résultats des mesures effectuées sur les guides W0.63 en continu (courbes en rouge) et les simulations effectuées sous MATLAB à partir des équations d’une nanocavité doublement résonante (en noir). Les courbes en pointillés rouges sont des ajustements linéaires effectués à partir des cinq premiers points mesurés. Les courbes en pointillés noirs correspondent aux simulations effectuées avec les volumes caractéristiques calculées par la FDTD, en ajustant uniquement la valeur du gain Raman. Les courbes noires en traits pleins correspondent aux simulations effectuées en prenant  $g_R^B = 30 \text{ cm/GW}$  et en ajustant les valeurs des volumes Raman et autres volumes caractéristiques. (a) et (b)  $P_{pout}$  en fonction de  $P_{pin}$  (a) pour le 1er guide et (b) pour le 2e guide. (c) et (d)  $P_{sout}$  en fonction de  $P_{pout}$  (c) pour le 1er guide et (d) pour le 2e guide. (e) et (f)  $P_{sout}$  en fonction de  $P_{pin}$  (e) pour le 1er guide et (f) pour le 2e guide.

### 3.3. Diffusion Raman dans une cavité doublement résonante.

obtenons ainsi un bien meilleur ajustement avec les mesures (voir Fig. 3.13), sauf pour les derniers points de la courbe (ce qui était prévisible dans le cas du 2e guide, car nous avons dans ce cas deux valeurs de  $P_{sout}$  pour une même valeur de  $P_{pin}$ , ce qui n'était pas prévu par notre modèle). Nous obtenons aussi des volumes Raman beaucoup plus petits que ceux prévus par la FDTD :  $V_r = 10.2 \mu m^3$ , au lieu de  $V_r = 23.7 \mu m^3$  pour le 1er guide et  $V_r = 4.2 \mu m^3$  au lieu de  $V_r = 23.4 \mu m^3$  pour le 2e guide (voir tableau 3.1). Les valeurs des autres volumes caractéristiques sont également beaucoup plus basses que celles prévues par la FDTD, ce qui confirmerait notre hypothèse que la diffusion Raman a en fait lieu dans une micro-cavité créée accidentellement au sein du guide W0.63 par des défauts de la lithographie électronique plutôt que sur toute la longueur du guide. Nous pouvons aussi remarquer que ces nouvelles simulations confirment non seulement l'existence de diffusion Raman stimulée dans le 2e guide, mais aussi le fait que l'on n'ait pas pu obtenir de laser Raman dans nos guides W0.63 : la puissance Stokes finit par saturer, avec une valeur de  $N_s$  restant inférieure à 10, et à redescendre dans nos simulations, malgré l'existence de la diffusion Raman stimulée.

Les gains Raman des guides ont également légèrement changés par rapport à ceux utilisés pour la 1ere série de simulations :  $G_r \simeq 2.8 \times 10^4 s^{-1}$  au lieu de  $G_r \simeq 2.4 \times 10^4 s^{-1}$  pour le 1er guide et  $G_r \simeq 6.8 \times 10^4 s^{-1}$  au lieu de  $G_r \simeq 8.2 \times 10^4 s^{-1}$  pour le 2e guide, ce qui se traduit par un meilleur accord entre simulations et mesures à haute puissance qu'à basse puissance pour le 2e guide : les valeurs données par la simulation sont légèrement en dessous de celles données par les mesures (voir Fig. 3.13). Mais il est possible que nous ayons surévalué la puissance Stokes en sortie du guide à basse puissance. En effet, nous pouvons remarquer sur la figure 3.8 qu'il y a une résonance très proche en longueur d'onde ( $\simeq 0.2$  nm) à côté de la résonance utilisé pour le Stokes. Etant donné que les mesures sur la puissance Stokes ont été effectuées avec un analyseur de spectre réglé avec une bande passante de 1 nm, et que le gain Raman a également une largeur de 1 nm, il est possible que nous ayons mesuré la puissance Stokes émise par cette autre résonance en plus de celle de la résonance Stokes, gonflant artificiellement la valeur de la puissance Stokes. Un spectre effectué à l'analyseur de spectre avec une bande passante plus fine, pour des impulsions de durée 25 ns répétée toutes les 100 ns, une longueur d'onde de pompe  $\lambda_p = 1536.25$  nm et une puissance de pompe à l'entrée de la cavité  $P_{pin} = 11$  mW, suggère que cette deuxième résonance pourrait représenter jusqu'à un tiers de la puissance Stokes totale que nous avons mesurée (mais nous pouvons remarquer que même en retirant cette puissance Stokes due à la seconde résonance, nous avons quand même un nombre de photons Stokes dans la cavité allant jusqu'à 6, et donc que nous sommes toujours dans un régime où la diffusion Raman stimulée prédomine sur la diffusion Raman spontanée).

Cependant, même lorsque l'on retire cette puissance Stokes parasite générée par la se-

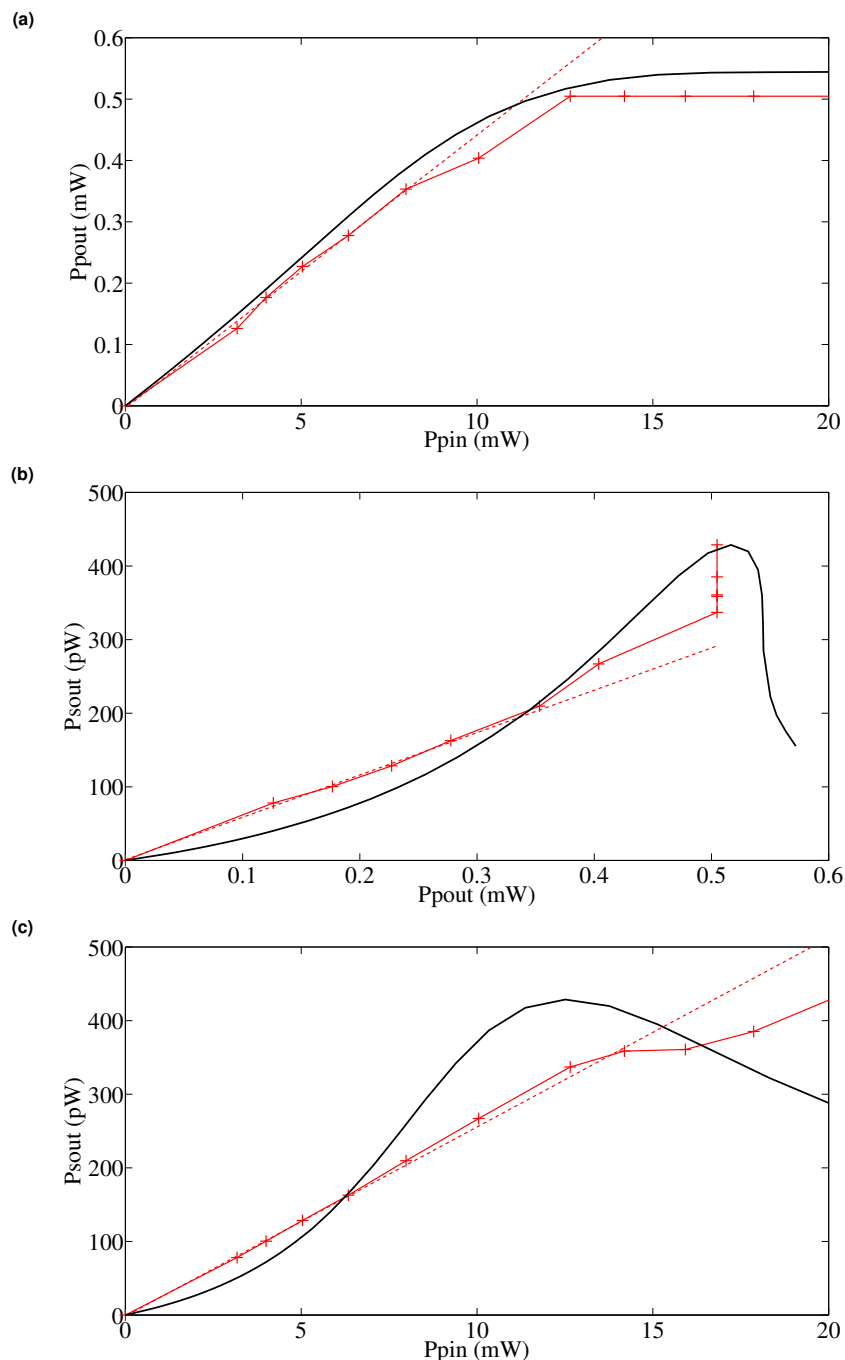


FIGURE 3.14 – Comparaison entre les résultats des mesures effectuées sur le 2e guide, pour des impulsions de longueur 25 ns répétées toutes les 100 ns et une longueur d’onde de pompe de 1536.25 nm (courbes en rouge), et les simulations effectuées sous MATLAB à partir des équations d’une nanocavité doublement résonante. Les courbes en pointillés rouges sont des ajustements linéaires effectués à partir des cinq premiers points mesurés. Les courbes noires correspondent à une simulation effectuée en prenant  $g_R^B = 30$  cm/GW et en ajustant les valeurs des volumes Raman et autres volumes caractéristiques. La puissance Stokes mesurée a été diminuée ici d’un tiers afin de retirer la puissance Stokes parasite générée par la seconde résonance. (a)  $P_{pout}$  en fonction de  $P_{pin}$ . (b)  $P_{sout}$  en fonction de  $P_{pout}$ . (c)  $P_{sout}$  en fonction de  $P_{pin}$ .



### 3.3. Diffusion Raman dans une cavité doublement résonante.

conde résonance, il est beaucoup plus difficile d'effectuer un ajustement entre les simulations et les courbes mesurées en régime impulsif qu'en régime permanent. Nous avons notamment essayé de simuler le comportement du 2e guide pour des impulsions de longueur 25 ns répétées toutes les 100 ns et une longueur d'onde de pompe de 1536.25 nm (le cas où nous avons obtenu le plus de puissance Raman et où la courbe était la plus proche d'un laser Raman), en diminuant d'un tiers la puissance Stokes mesurée pour prendre la puissance parasite générée par la seconde résonance, et en prenant des valeurs des volumes caractéristiques proches de celles utilisées pour la seconde série de simulations en régime permanent. Bien que les simulations nous donnent des puissances pompe et Stokes en sortie qui ont le même ordre de grandeur que celles mesurées et des courbes dont le comportement est assez proche de celles mesurées, il nous est impossible d'ajuster les valeurs pour obtenir une correspondance entre les courbes mesurées et simulées qui soit aussi bonne que celle que nous avons obtenue en régime permanent (voir Fig. 3.14).

D'après la référence [82], la valeur du facteur de Purcell pour la diffusion Raman dans notre guide est égale à  $F_R = G_r \cdot \tau_R$ , où  $\tau_R = 1 / (4\pi g_R^B h c^2 n_0 (2\pi \Delta f_R) / (3\lambda_p \lambda_s^2))$  est le temps caractéristique de l'émission Raman spontanée dans le silicium massif. A basse puissance, c'est à dire lorsque  $N_s \ll 1$ , nous avons  $N_s \approx \tau_s G_r N_p$  et  $P_{pin} \approx \frac{\hbar \omega_p N_p}{2\tau_p \sqrt{T_{max_p}}}$ , et le facteur de Purcell peut alors être calculé à partir de la puissance de Stokes mesurée en sortie par la formule  $F_R = \frac{\tau_R \hbar \omega_p}{\tau_p \hbar \omega_s} \frac{1}{\sqrt{T_{max_p} T_{max_s}}} \frac{P_{sout}}{P_{pin}}$ . Ceci nous donne pour le 2e guide un facteur de Purcell de  $F_R = 2.5$ , en reprenant la valeur du gain Raman dans le silicium massif  $g_R^B = 30$  cm/GW que nous avons utilisée lors de la seconde série de simulations. Cette valeur mesurée est du même ordre de grandeur que la valeur théorique du facteur de Purcell du 2e guide  $F_R = 1.68$ , que nous avons calculée à partir de la formule  $F_R = \frac{3}{8\pi^2} \frac{1}{V_R} \frac{Q_R Q_s}{Q_R + Q_s} \left(\frac{\lambda_s}{n_0}\right)^3$ , où  $Q_R = (c/\lambda_s) / \Delta f_R$  est le facteur de qualité du pic du gain Raman [82], en prenant pour le volume Raman la valeur déterminée lors de la seconde série de simulations :  $V_R = 4.2 \mu m^3$  (il va de soi qu'avec le volume  $V_R = 23.4 \mu m^3$  calculé par la simulation FDTD, nous aurions obtenu un facteur de Purcell beaucoup plus faible). La différence entre les valeurs mesurée et théorique du facteur de Purcell est due au fait que nous avons obtenu un meilleur accord entre simulations et mesures à haute puissance qu'à basse puissance pour le 2e guide lors de la seconde série de simulations, ce qui probablement lié au fait que nous avons surévalué la puissance Stokes en sortie du guide à basse puissance en mesurant en plus la puissance spontanée générée par la seconde résonance à côté. Si nous diminuons d'un tiers la puissance Stokes mesurée pour retirer cette puissance parasite, alors nous obtenons comme nouvelle valeur du facteur de Purcell  $F_R = 1.65$ , ce qui est beaucoup plus proche de la valeur théorique  $F_R = 1.68$ . Cette valeur est néanmoins plus importante que celle mesurée dans le guide d'onde W0.66 de longueur 50 microns, où on avait  $F_R = 1.3$  [75]. En supposant que le Raman est émis seulement dans la résonance Stokes que nous avons utilisée pour la modélisation, et que le taux

d'émission spontanée dans les modes du continuum n'est que peu modifié par le cristal photonique, ce facteur de Purcell  $F_R = 1.65$  nous donnerait pour le facteur de l'émission spontanée  $\beta_{sp}$  du laser que nous obtiendrions à partir de ce guide une valeur de  $\beta_{sp} \approx F_R/(F_R + 1) = 0.62$ . Cette valeur est beaucoup plus élevée que pour les lasers à semi-conducteur classiques (par exemple, pour un laser à puit quantique  $In_{0.2}Ga_{0.8}As/GaAs$ , nous avons typiquement pour le facteur de l'émission spontanée  $\beta_{sp} = 0.869 \times 10^{-4}$  [78]), mais est néanmoins du même ordre de grandeur que dans d'autres microlasers à semi-conducteur avec des facteurs  $Q/V_m$  particulièrement élevés [81, 83]. Evidemment, il nous faudrait probablement prendre également en compte la puissance Stokes spontanée générée par la seconde résonance à côté pour calculer ce coefficient  $\beta_{sp}$ , ce qui va diminuer sa valeur. Si nous supposons que cette seconde résonance a un facteur de Purcell  $F_{R_2}$  du même ordre de grandeur que celui de la première résonance  $F_R$ , alors nous aurions  $\beta_{sp} \approx F_R/(F_R + F_{R_2} + 1) \approx F_R/(2F_R + 1) = 0.38$ .

Au final, puisque nous n'avons pas réussi à obtenir d'émission laser Raman franche à partir des guides d'onde W0.63 de longueur 100 microns, nous avons à la place essayé de modifier ces guides de façon à obtenir une nanocavité doublement résonante dont le facteur de qualité de la résonance de Stokes seraient tout aussi important que pour les guides d'onde de longueur 100 microns, mais dont la longueur (et donc le volume Raman) serait beaucoup plus petite, afin de ne pas avoir les problèmes qui se sont manifestés dans ces guides d'ondes et qui avaient probablement pour cause leur longueur trop importante.

#### 3.3.2 Diffusion Raman dans une cavité doublement résonante de longueur 12 périodes.

Pour concevoir notre nanocavité doublement résonante, nous sommes partis d'un guide d'onde W0.63 avec une période  $a = 444$  nm pour le cristal photonique, d'une longueur correspondant à 12 périodes du cristal photonique. Nous avons ensuite essayé de transformer ce guide en une cavité Fabry-Perot en le rétrécissant progressivement à chaque extrémité jusqu'à ce qu'il atteigne la largeur d'un guide W0.47, afin de créer une barrière et de former ainsi une cavité. Ce guide est ensuite rélargi pour former un guide W0.65 de longueur 4 périodes, afin de faciliter le couplage entre la cavité et les guides "ridge" d'accès et de sortie (voir Fig. 3.15).

Si nous simulons la structure décrite ci-dessus à l'aide du logiciel MEEP et traçons son spectre de transmission (voir Fig. 3.16a), alors nous obtenons pour la résonance de Stokes une longueur d'onde  $\lambda_s = 1674.74$  nm, avec un facteur de qualité  $Q_s = 677000$  et une transmission maximale  $T_s = 0.1$  entre l'entrée et la sortie du cristal photonique. Bien sûr, ce facteur de qualité est pour une structure parfaite et les imprécisions sur la lithographie signifient que le facteur de qualité réel et la transmission maximale vont vraisemblable-

### 3.3. Diffusion Raman dans une cavité doublement résonante.

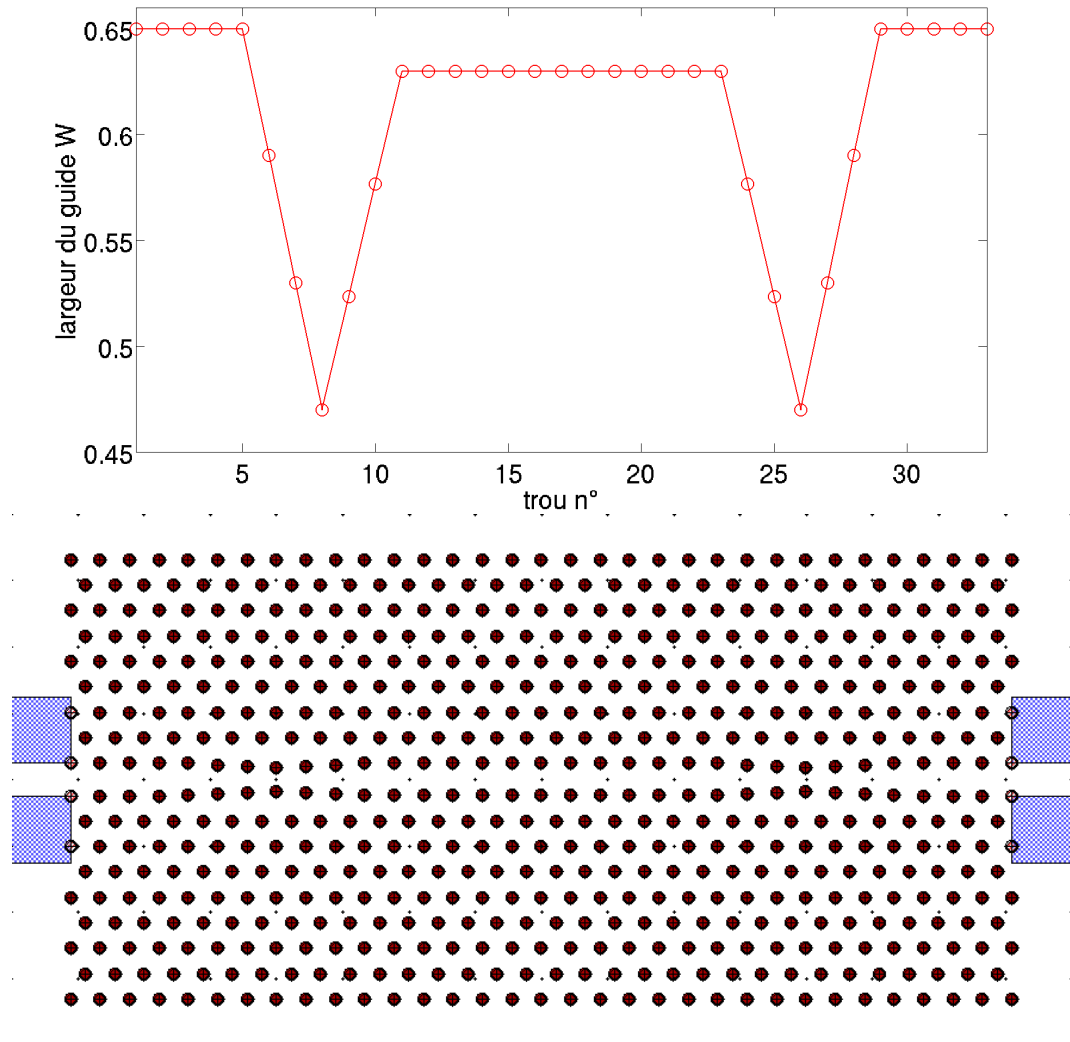


FIGURE 3.15 – En haut : L'évolution de la largeur du guide d'onde le long de la première rangée de trous du cristal photonique. La cavité consiste en 12 périodes (ou 13 trous) d'un guide W0.63 de période 444 nm, qui est ensuite progressivement rétréci (sur 3 périodes) pour atteindre la largeur d'un guide W0.47, afin de confiner le champ électrique et transformer le guide W0.63 en cavité. Le guide est ensuite rélargi (aussi sur 3 périodes) et devient un guide de largeur W0.65 sur une longueur de 4 périodes, afin d'obtenir un meilleur couplage avec les guides "ridge" d'accès et de sortie. En bas : le masque GDS utilisé pour faire la lithographie de la cavité au Nanobeam 4. La longueur totale du cristal photonique est de 15 microns.

### Chapitre 3. Diffusion Raman dans une nanocavité.

---

ment être plus bas : en effet, pour la cavité où nous avons fait les mesures, ce facteur de qualité Stokes n'était que de 235000 et la transmission maximale de 0.028 (voir Fig. 3.16b et Fig. 3.17b). Notre nanocavité possède un certain nombre d'autres résonances, bien qu'elle en ait beaucoup moins que les guides d'onde W0.63. Une de ces résonances a pour longueur d'onde  $\lambda_p = 1541.06$  nm, avec un facteur de qualité  $Q_p = 2600$  et une transmission maximale  $T_p = 0.19$  entre l'entrée et la sortie du cristal photonique. Nous avons  $f_p - f_s = \frac{c}{\lambda_p} - \frac{c}{\lambda_s} = 15.528$  THz, ce qui très proche de la valeur du décalage Raman  $f_R = 15.6$  THz. Cette résonance peut donc être utilisée pour le laser de pompe. Toutes les résonances de la structure ne correspondent pas forcément aux résonances de la nanocavité : certaines sont des résonances des guides de couplage W0.65 entre la cavité et les guides "ridge". Ces guides de couplage ont en effet été conçus pour être légèrement plus larges que le guide W0.63 constituant la cavité, afin que leurs résonances ne se confondent pas avec celles de la cavité et ne perturbent pas son fonctionnement.

Cependant, obtenir une différence réelle entre les résonances de pompe et de Stokes qui soit précisément égale au décalage Raman est difficile à cause de l'imprécision de la lithographie électronique. Une petite variation de la dose d'insolation peut en effet facilement entraîner une variation de cette différence qui soit supérieure à la largeur de la raie Raman. Pour corriger cela, nous avons décidé de fabriquer une série de cavités où nous avons décalé la troisième rangée de trous du cristal photonique de chaque côté du guide d'onde W0.63, en la faisant varier entre -21 nm à +21 nm par pas de 3 nm. Ceci nous a permis d'accorder la valeur de  $|(f_p - f_s) - f_R|$  et obtenir ainsi au moins une cavité avec  $|(f_p - f_s) - f_R| \ll \Delta f_R$ , où  $\Delta f_R = 105$  GHz est la largeur à mi-hauteur du pic du gain Raman dans le silicium. C'est en fait la fréquence de la résonance de la pompe  $f_p$  qui varie : la fréquence de la résonance de Stokes  $f_s$  n'est quasiment pas influencée par le décalage de la troisième rangée de trous. En effet, le profil du mode de Stokes est beaucoup plus confiné à l'intérieur de la cavité que le profil du mode de pompe (voir Fig. 3.18), et est donc beaucoup moins affecté par ce décalage. Par contre, le décalage de la troisième rangée de trous fait varier les facteurs de qualité à la fois des résonances pompe et Stokes : le facteur de qualité donné par nos simulations varie entre 2100 et 3100 pour la pompe et entre 920000 et 480000 pour le Stokes lorsque le décalage de la 3e rangée varie entre -21 et 21 nm. Les facteurs de qualité mesurés varient aussi, entre 2300 et 6700 pour la pompe et entre 635000 et 232000 pour le Stokes.

Nous avons un assez bon accord entre le spectre de transmission simulé et le spectre mesuré pour nos cavités (voir Fig. 3.16). Il n'y a en fait que deux principales différences entre les courbes : la première est que la transmission maximale sur le Stokes et son facteur de qualité ont été divisés par trois dans le cas de la cavité que nous avons mesurée par rapport à celui de la cavité simulée. La seconde est que la résonance du spectre mesuré dont la longueur d'onde est la plus proche de celle de la pompe ne correspond pas à

### 3.3. Diffusion Raman dans une cavité doublement résonante.

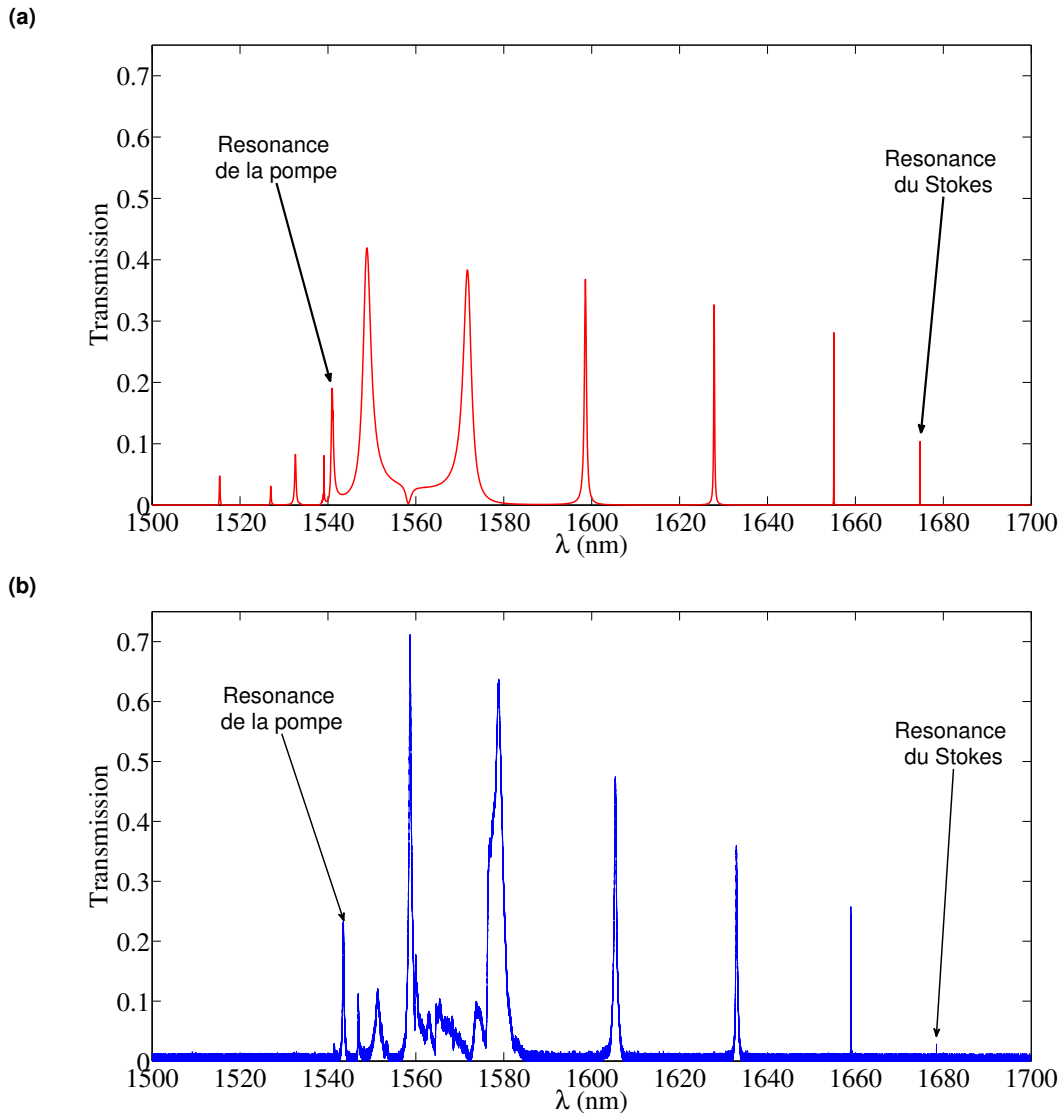


FIGURE 3.16 – (a) Le spectre en transmission de la cavité décrite à la figure 3.15, calculée à l'aide du logiciel MEEP. (b) Le spectre en transmission de la cavité utilisée pour nos mesures. Nous avons indiqué sur la figure les résonances que nous avons utilisées pour la pompe et le Stokes. Nous pouvons constater que nous avons un assez bon accord entre simulation et mesure pour la transmission. Il y a deux principales différences entre les courbes : la première est que la transmission maximale sur le Stokes et son facteur de qualité ont été divisés par trois pour le spectre mesuré par rapport au spectre simulé. La seconde est que la résonance de pompe du spectre mesuré ne correspond pas à la résonance de pompe du spectre simulée, mais à une résonance située un peu plus à gauche sur le spectre simulée. Mais d'après nos simulations FDTD, ces deux résonances ont le même profil de mode et nous donnent donc des volumes Raman quasiment identiques, donc cela n'a en fait pas d'importance.

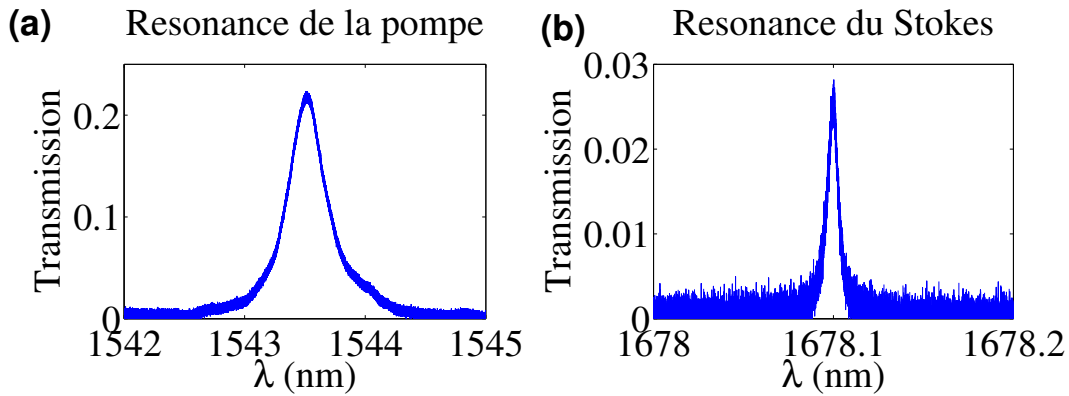


FIGURE 3.17 – Les résonances de pompe et Stokes choisies pour faire nos mesures. (a) La résonance utilisée pour le laser de pompe. Sa longueur d’onde est  $\lambda_p = 1545.45$  nm, et la transmission mesurée à basse puissance et son facteur de qualité sont  $T_{p_{max}} = 0.218$  et  $Q_p = 4900$  respectivement. (b) La résonance utilisée pour le Stokes. Sa longueur d’onde est  $\lambda_s = 1678.1$  nm, et la transmission mesurée à basse puissance et son facteur de qualité sont  $T_{s_{max}} = 0.028$  et  $Q_s = 235000$  respectivement.

la résonance qui était la plus proche de la pompe pour le spectre simulé, mais à une résonance située un peu plus à gauche sur le spectre simulé. Mais cela n’a en fait pas d’importance, car d’après nos simulations FDTD, les modes de ces deux résonances ont en fait le même profil et nous donnent des volumes Raman quasiment identiques. Ces deux différences peuvent s’expliquer soit par le fait que la cavité que nous avons mesurée possède un très léger décalage de la 3e rangée de trous par rapport à la cavité simulée, ou par un rayon des trous réels légèrement différent de  $r = 0.25a$  (où  $a$  est la période du cristal photonique) de la cavité simulée. En effet, bien que nous ayons ajusté le décalage entre les résonances en faisant varier le décalage de la 3e rangée, nous aurions pu tout aussi bien modifier ce décalage en faisant varier le rayon des trous, ce qui est la méthode qui a été utilisée pour le nanolaser Raman présenté par Takahashi [2]. Nous avons décidé de ne pas le faire car les facteurs de qualité de notre cavité prévus par nos simulations chutaient dès que le rayon des trous devenait trop grand ou trop petit. Il est aussi possible que ces différences soient une conséquence de la variation de l’indice optique du silicium avec la longueur d’onde, que nous n’avons pas prise en compte dans nos équations.

Nous avons tracé l’évolution de  $f_p - f_s$  en fonction du décalage de la troisième rangée de trous sur la figure 3.19, pour nos simulations de cavités avec MEEP et pour la série de cavités que nous avons fabriquées, en prenant pour  $f_p$  la fréquence de la résonance la plus proche du décalage Raman lorsque le décalage de la 3e rangée est nul (la courbe des simulations est incomplète car nous n’avons pas pu identifier la résonance de pompe sur les spectres de transmission simulés pour des décalages de la troisième rangée supérieurs à 9 nm). On peut remarquer que bien que les deux courbes se ressemblent beaucoup, la courbe mesurée semble décalée par rapport à la courbe simulée, ce qui est probablement dû au fait que les résonances de pompe utilisées sont en fait différentes, comme expliqué

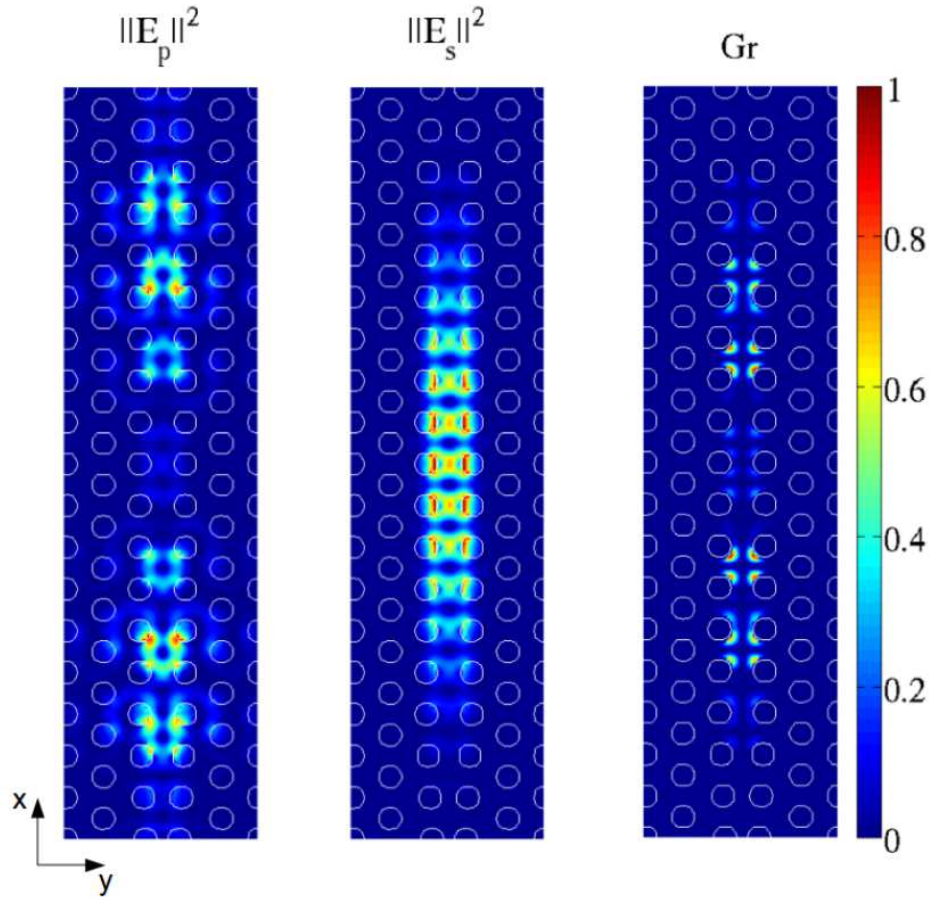


FIGURE 3.18 – La répartition de l'énergie du mode de pompe (à gauche) et du mode de Stokes (au milieu) et du gain Raman (à droite) dans la cavité doublement résonante, calculée par FDTD à l'aide du logiciel MEEP.

ci-dessus. Nous pouvons également constater que l'évolution du décalage entre les résonances est beaucoup moins régulière pour les mesures que pour les simulations, ce qui est probablement due à des défauts lors de la lithographie électronique.

Pour la série de cavités que nous avons fabriquées, la condition  $|(f_p - f_s) - f_R| \ll \Delta f_R$  n'est remplie que pour un décalage de la troisième rangée de trous de  $d_3 = 12$  nm, pour lequel nous avons  $|(f_p - f_s) - f_R| = 15$  GHz. Pour cette cavité, la longueur d'onde de résonance de la pompe est  $\lambda_p = 1545.45$  nm, avec une transmission mesurée à basse puissance  $T_{p_{max}} = 0.218$  entre l'entrée et la sortie de la cavité et un facteur de qualité  $Q_p = 4900$  (voir Fig. 3.17a), et la longueur d'onde de résonance du Stokes est  $\lambda_s = 1678.1$  nm, avec une transmission mesurée à basse puissance  $T_{s_{max}} = 0.028$  et un facteur de qualité  $Q_s = 235000$  (voir Fig. 3.17b), qui est donc beaucoup plus élevé que pour le guide d'onde W0.66 de longueur 50 microns mentionné à la référence [75], mais du même ordre de grandeur que pour les guides d'onde W0.63 de longueur 100 microns que nous avons mesuré précédemment. C'est dans cette cavité que nous avons fait nos mesures, et c'est le spectre mesuré pour cette cavité qui a été représenté sur la figure 3.16b.

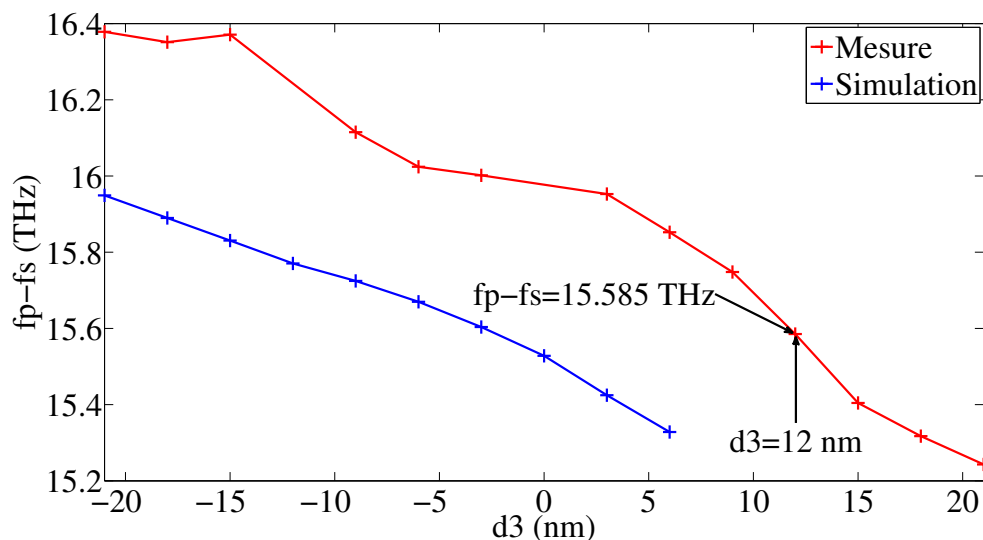


FIGURE 3.19 – La différence entre les résonances de pompe et Stokes en fonction du décalage de la troisième rangée de trous. En bleu : la différence obtenue par nos simulations à l'aide du logiciel MEEP (les valeurs pour  $d_3 \geq 9$  nm ne sont pas indiquées nous n'avons pas pu identifier la résonance de pompe sur les spectres de transmission simulés avec ces décalages). En rouge : La différence mesurée sur la série de cavités que nous avons utilisées pour faire les expériences. Pour obtenir de la diffusion Raman, nous devons avoir  $|(f_p - f_s) - f_R| \ll \Delta f_R$ , avec  $\Delta f_R = 105$  GHz la largeur à mi-hauteur du pic du gain Raman. Cette condition est remplie pour un décalage de la troisième rangée égal à  $d_3 = 12$  nm, pour lequel nous avons  $|(f_p - f_s) - f_R| = 15$  GHz.

La cavité doublement résonante décrite ci-dessus a deux principaux défauts si on la compare à un guide W0.63. La première est que la transmission à la résonance Stokes est plus faible que pour le guide W0.63, ce qui est une conséquence du facteur de qualité plus élevé et du rétrécissement du guide d'onde nécessaire pour créer la cavité. Ceci rend la diffusion Raman plus difficile à détecter et à mesurer. La seconde est le mauvais recouvrement entre le mode de la résonance pompe et celui de la résonance Stokes (voir Fig. 3.18) : le mode de Stokes se trouve en effet au centre de la cavité, tandis que le mode de pompe se trouve aux extrémités de la cavité, ce qui se traduit par un volume Raman de la cavité plus grand que celui d'un guide W0.63 de même taille, et donc un gain Raman plus faible que pour ce guide.

Si nous comparons les volumes caractéristiques des différents effets non-linéaires dans la cavité avec ceux d'un guide W0.63 de longueur 12 périodes (voir tableau 3.2), nous pouvons en effet constater que le rapport entre le volume Raman  $V_R = 2.78 \mu m^3$ , dont va dépendre l'importance du gain Raman et les volumes modaux  $V_m^p$  et  $V_m^s$ , dont va dépendre l'importance des autres effets non-linéaires, est beaucoup plus favorable dans le cas d'un guide W0.63 que dans le cas d'une cavité doublement résonante. Le volume Raman est cependant plus petit que dans le cas du guide W0.66 de longueur 50 microns, où il était égal à  $13 \mu m^3$ , donc la diffusion Raman devrait à priori être plus importante dans notre



### 3.3. Diffusion Raman dans une cavité doublement résonante.

Volumes	Cavité mesurée	Guide W0.63 12 périodes	Cavité Takahashi
$V_R$	$2.78 \mu m^3$	$1.26 \mu m^3$	$0.514 \mu m^3$
$V_{TPA}^{PP}$	$1.19 \mu m^3$	$0.718 \mu m^3$	$0.419 \mu m^3$
$V_{TPA}^{PS} = V_{TPA}^{SP}$	$1.69 \mu m^3$	$0.728 \mu m^3$	$0.492 \mu m^3$
$V_{TPA}^{SS}$	$0.498 \mu m^3$	$0.595 \mu m^3$	$0.394 \mu m^3$
$V_m^P$	$0.189 \mu m^3$	$0.199 \mu m^3$	$0.079 \mu m^3$
$V_m^S$	$0.147 \mu m^3$	$0.232 \mu m^3$	$0.089 \mu m^3$
$R_{eff}^P$	1.33	1.22	1.46
$R_{eff}^S$	1.38	1.31	1.41
$V_R/V_m^P$	14.7	6.34	6.49
$V_R/V_m^S$	18.9	5.43	5.79

TABLE 3.2 – Les valeurs des différents volumes caractéristiques pour la cavité mesurée, pour un guide W0.63 de longueur 12 périodes, et pour une cavité semblable à celle du nanolaser Raman de Takahashi [2], calculées à l’aide du logiciel MEEP.

cavité. A titre de comparaison, nous avons également calculé les volumes caractéristiques pour une cavité semblable à celle utilisée par Takahashi [2] pour le nanolaser Raman qui a été récemment démontré. Pour la cavité de type Takahashi le volume Raman vaut  $V_R = 0.514 \mu m^3$ , c’est à dire environ un cinquième de celui dans notre cavité, ce qui est beaucoup plus favorable à l’obtention d’un laser Raman. Les rapports entre le gain Raman et les volumes modaux pour cette cavité sont du même ordre de grandeur que ceux d’un guide W0.63.

Contrairement au cas des guides d’onde W0.63 de longueur 100 microns présentés ci-dessus, nous ne pouvons pas voir de diffusion Raman stimulée dans cette cavité doublement résonante, uniquement de la diffusion Raman spontanée (voir Fig. 3.20). Ceci est dû tout d’abord au plus mauvais rapport entre le volume Raman et les volumes modaux dans notre cavité par rapport à ceux d’un guide W0.63, et ensuite à la très importante absorption par porteurs libres dans la cavité, qui est beaucoup plus importante que ce à quoi nous nous attendions, ce qui suggère que les volumes effectifs associés aux porteurs libres pour les modes pompe et Stokes sont beaucoup plus petits que celui de la cavité étudiée au chapitre 2 de cette thèse. Ceci est sans doute une conséquence du plus grand confinement du champ dans un guide W0.63, qui est plus étroit que le guide W1 sur lequel est basé la cavité étudiée précédemment. Il est aussi possible que les puissances plus élevées utilisées se traduisent par un volume effectif des porteurs libres plus petit. Pour déterminer ces volumes effectifs, ainsi que le gain Raman de la cavité, nous avons effectué un ajustement non-linéaire entre les courbes mesurées et celles simulées à partir des équations de la cavité doublement résonante. Les équations complètes décrivant le comportement de cette cavité sont (voir section 1.4.3) :

$$\frac{dA_p}{dt} = - \left( \frac{1}{\tau_p} + \gamma_{pr}^{FCA} N_e + \gamma_{pp}^{TPA} N_p + (\gamma_{ps}^{TPA} + \gamma_{sp}^{TPA}) N_s + \frac{G_r(N_s + 1)}{1 + 4 \left( \frac{\Delta\omega_s}{\Delta\omega_R} \right)^2} \right) \frac{A_p}{2} + \quad (3.40)$$

$$+ i\Delta\omega_p A_p + \sqrt{\frac{T_{pmax} P_{pin}}{2\tau_p}}$$

$$\frac{dN_s}{dt} = - \left( \frac{1}{\tau_s} + \gamma_{sr}^{FCA} N_e + \gamma_{ss}^{TPA} N_s + (\gamma_{ps}^{TPA} + \gamma_{sp}^{TPA}) N_p \right) N_s + \frac{G_r N_p (N_s + 1)}{1 + 4 \left( \frac{\Delta\omega_s}{\Delta\omega_R} \right)^2} \quad (3.41)$$

$$\frac{dN_e}{dt} = - \frac{N_e}{\tau_{fc}} + \sum_{I,J=p,s} \sum \left( \frac{1}{2} \gamma_{IJ}^{TPA} N_I N_J \right) + \sum_{I=p,s} \gamma_I^J N_I \quad (3.42)$$

$$\rho_{Si} C_p^{Si} V_{eff}^T \frac{d\Delta T}{dt} = - \frac{\Delta T}{R_T} + \sum_{I,J=p,s} \sum \left( \hbar\omega_I \gamma_{IJ}^{TPA} N_I N_J \right) + \sum_{I=p,s} \hbar\omega_I \left( \gamma_r^{FCA} N_e N_I + \gamma_I^J N_I \right) \quad (3.43)$$

$$\Delta\omega_I = \omega_I - \omega_{I_0} + \gamma_i^{FCD} N_e + \gamma_i^T \Delta T \quad (3.44)$$

Dans ces équations, les seuls paramètres dont nous ne connaissons pas bien les valeurs sont le gain Raman  $G_r$ , les coefficients d'absorptions et de dispersion par porteurs libres  $\gamma_{pr}^{FCA}$ ,  $\gamma_{sr}^{FCA}$  et  $\gamma_{pi}^{FCD}$ ,  $\gamma_{si}^{FCD}$ , ainsi que le temps de refroidissement de la cavité  $\tau_T$ . Les valeurs des autres coefficients ont été soit calculées à partir des volumes caractéristiques obtenus par la simulation FDTD (voir tableau 3.2), soit déterminées à partir des mesures effectuées au deuxième chapitre de cette thèse. Les valeurs de  $G_r$ ,  $\gamma_{pr}^{FCA}$ ,  $\gamma_{sr}^{FCA}$ ,  $\gamma_{pi}^{FCD}$ ,  $\gamma_{si}^{FCD}$ ,  $\tau_T$  ont donc été déterminées à l'aide de l'ajustement non-linéaire effectué à partir des courbes mesurées (voir tableau 3.3 et figure 3.20). Nous trouvons de cette manière  $G_r \simeq 5.5 \times 10^4 \text{ s}^{-1}$ , ce qui nous donne comme valeur de gain Raman dans le silicium massif  $g_R^B = 16 \text{ cm/GW}$ , ainsi qu'un temps de refroidissement de la cavité  $\tau_T = 143 \text{ ns}$ , trois fois plus élevé que pour la cavité que nous avons étudiée au deuxième chapitre, probablement parce que la longueur totale de la structure est plus petite et la dissipation thermique plus mauvaise. Cette valeur du gain Raman que nous avons mesurée est un peu faible, mais se trouve dans l'intervalle des valeurs rapportées précédemment dans la littérature [84, 53]. Bien sûr, la présence de petits défauts dans le cristal photonique pourrait modifier la répartition des modes dans la cavité et nous donner un volume Raman réel plus grand que celui calculé par la FDTD, et le gain Raman réel serait alors plus

### 3.3. Diffusion Raman dans une cavité doublement résonante.

Paramètres du modèle	Valeurs pour la cavité mesurée	Origine
$\tau_p$	4.01 ps	mesures
$\tau_s$	0.21 ns	mesures
$\tau_{fc}$	0.3 ns	voir chapitre 2
$\tau_T$	$\simeq 143$ ns	mesures + modélisation
$G_r$	$\simeq 5.5 \times 10^4$ s <sup>-1</sup>	mesures + modélisation
$\gamma_{pp}^{TPA}$	$6.73 \times 10^3$ s <sup>-1</sup>	FDTD
$\gamma_{ps}^{TPA}$	$4.76 \times 10^3$ s <sup>-1</sup>	FDTD
$\gamma_{sp}^{TPA}$	$4.37 \times 10^3$ s <sup>-1</sup>	FDTD
$\gamma_{ss}^{TPA}$	$1.48 \times 10^4$ s <sup>-1</sup>	FDTD
$\gamma_p^J$	$1.19 \times 10^8$ s <sup>-1</sup>	FDTD
$\gamma_s^J$	$1.15 \times 10^8$ s <sup>-1</sup>	FDTD
$\gamma_{pr}^{FCA}$	$\simeq 1.97 \times 10^5$ s <sup>-1</sup>	mesures + modélisation
$\gamma_{pi}^{FCD}$	$\simeq 2.93 \times 10^6$ s <sup>-1</sup>	mesures + modélisation
$\gamma_{sr}^{FCA}$	$\simeq 2.88 \times 10^5$ s <sup>-1</sup>	mesures + modélisation
$\gamma_{si}^{FCD}$	$\simeq 3.94 \times 10^6$ s <sup>-1</sup>	mesures + modélisation
$\gamma_p^T$	$-6.52 \times 10^8$ K <sup>-1</sup> · s <sup>-1</sup>	théorie
$\gamma_s^T$	$-5.0 \times 10^8$ K <sup>-1</sup> · s <sup>-1</sup>	théorie
$V_{eff}^T$	$\simeq 3.0$ μm <sup>3</sup>	mesures + modélisation

TABLE 3.3 – Les valeurs des différents paramètres utilisés pour modéliser notre cavité.

grand que celui que nous avons mesuré. Les valeurs trouvées pour  $\gamma_{pr}^{FCA}$ ,  $\gamma_{sr}^{FCA}$ ,  $\gamma_{pi}^{FCD}$ ,  $\gamma_{si}^{FCD}$  nous donnent pour les volumes effectifs associés aux porteurs libres  $V_{peff}^{FC} = 0.473$  μm<sup>3</sup> et  $V_{seff}^{FC} = 0.378$  μm<sup>3</sup>. Comme mentionné précédemment, ces volumes sont beaucoup plus petits que pour la cavité étudiée au chapitre 2. Nous pouvons remarquer que ces volumes ont le même facteur de proportionnalité par rapport aux volumes modaux calculés par la FDTD :  $\frac{V_{peff}^{FC}}{V_m^p} \simeq \frac{V_{seff}^{FC}}{V_m^s} \simeq 2.5$ , ce qui suggère qu'il y a peut-être un lien entre les volumes effectifs des porteurs libres et les volumes modaux de la cavité.

La valeur du facteur de Purcell pour la diffusion Raman de notre nanocavité, calculé avec la formule  $F_R = \frac{\tau_R}{\tau_p} \frac{\hbar\omega_p}{\hbar\omega_s} \frac{1}{\sqrt{T_{maxp}T_{maxs}}} \frac{P_{sout}}{P_{pin}}$  (où  $\tau_R = 1 / (4\pi g_R^B \hbar c^2 n_0 (2\pi \Delta f_R) / (3\lambda_p \lambda_s^2))$ ) présentée précédemment, est de  $F_R = 2.9$ . Cette valeur mesurée est proche de la valeur théorique du facteur de Purcell pour notre cavité  $F_R = 2.59$  calculée à partir de la formule  $F_R = \frac{3}{8\pi^2} \frac{1}{V_R} \frac{Q_R Q_s}{Q_R + Q_s} \left(\frac{\lambda_s}{n_0}\right)^3$ . Cette valeur est deux fois plus grande que celle mesurée dans le guide d'onde W0.66 de longueur 50 microns, où on avait  $F_R = 1.3$  [75], et plus élevée que celle de  $F_R = 1.65$  que nous avons mesurée dans le guide d'onde W0.63 de longueur 100 microns à la section 3.3.1. Ce qui montre que la diffusion Raman spontanée est bien plus importante dans la cavité doublement résonante que dans les guides d'ondes W0.66.

Logiquement, l'étape suivante aurait été d'essayer de mesurer la cavité en pulsé. Malheureusement, nos simulations sous MATLAB montrent que, à forte puissance, la cavité présente un régime transitoire juste après la mise en marche du laser qui est peu favo-

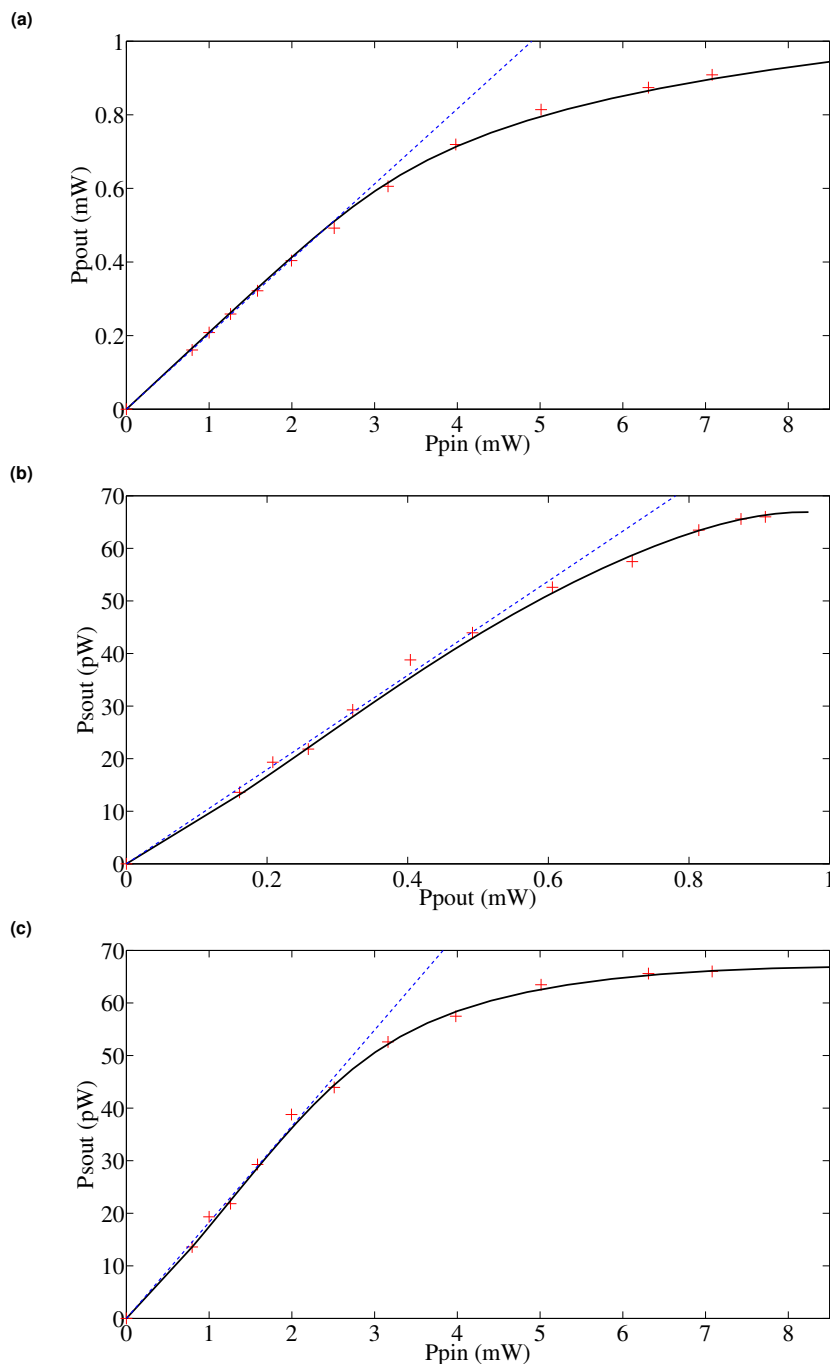


FIGURE 3.20 – La diffusion Raman mesurée dans notre cavité doublement résonante : (a) La puissance de pompe en sortie du cristal photonique  $P_{pout}$  en fonction de la puissance de pompe en entrée du cristal photonique  $P_{pin}$ , (b) La puissance Stokes en sortie du cristal photonique  $P_{sout}$  en fonction de la puissance de pompe en sortie du cristal photonique  $P_{pout}$ , (c) La puissance Stokes en sortie du cristal photonique  $P_{sout}$  en fonction de la puissance de pompe en entrée du cristal photonique  $P_{pin}$ . Les croix rouges correspondent aux points que nous avons mesurés, tandis que les courbes noires sont des ajustements non-linéaires effectués à partir des équations décrites ci-dessus. Les courbes en pointillés bleues sont des ajustements linéaires effectués à partir des cinq premiers points des mesures à basse puissance.

### 3.3. Diffusion Raman dans une cavité doublement résonante.

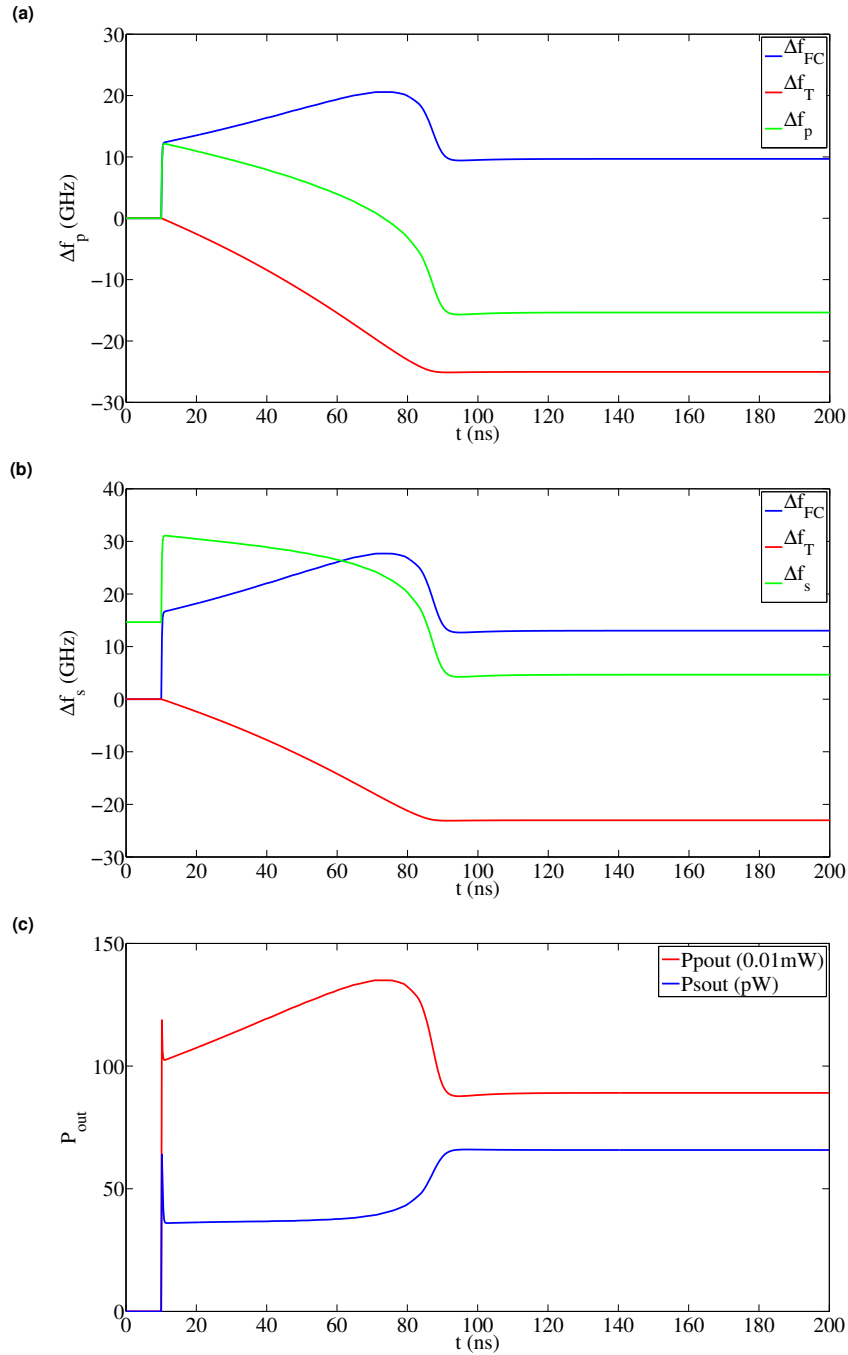


FIGURE 3.21 – Simulations sous MATLAB du comportement temporel de la cavité et de son régime transitoire, pour une puissance en entrée du cristal photonique  $P_{pin} = 7$  mW. Le laser a été mis en marche à  $t_0 = 10$  ns. (a) L'évolution du désaccord sur la pompe  $\Delta\omega_p$  (en vert), avec les contributions de la dispersion par porteurs libres (en bleu) et thermique (en rouge). (b) L'évolution du désaccord sur le Stokes  $\Delta\omega_s$  (en vert), avec les contributions de la dispersion par porteurs libres (en bleu) et thermique (en rouge). (c) L'évolution de la puissance de pompe en sortie (en rouge) et de la puissance de Stokes en sortie (en bleu). Juste après la mise en marche du laser, la dispersion par porteurs libres va désaccorder complètement la résonance de Stokes par rapport à la fréquence du Raman, ce qui va provoquer une chute temporaire du gain Raman.

rable à la diffusion Raman. En effet, juste après la mise en marche du laser, la dispersion par porteurs libres va désaccorder complètement la résonance de Stokes par rapport à la fréquence du Raman, ce qui va provoquer une chute temporaire du gain Raman  $G_r / \left( 1 + 4 \left( \frac{\Delta\omega_s}{\Delta\omega_R} \right)^2 \right)$  (voir Fig. 3.21b). La cavité va partiellement se réaccorder par la suite, et le gain va réaugmenter, mais cela a comme conséquence que nous obtiendrions une puissance Stokes en sortie bien moindre juste après la mise en marche du laser qu'en continu (voir Fig. 3.21c), ce qui n'est guère favorable à des mesures en pulsé (sans compter le fait que la puissance de sortie Stokes étant déjà très faible en continu, elle serait encore plus difficile à détecter en pulsé). Nous pouvons également constater que le temps de montée de la raie Stokes est assez lent, ce qui était prévisible compte tenu de la faible bande passante du laser Raman que nous obtiendrions à partir de cette cavité (voir section 3.2.3). Nous avons donc renoncé à faire ces mesures. Nous pouvons également remarquer que la résonance de la pompe va être de plus en plus désaccordée par rapport à la longueur d'onde du laser de pompe lorsque la puissance d'entrée augmente (voir Fig. 3.21a), ce qui explique en partie pourquoi la puissance de pompe en sortie va saturer à haute puissance, comme nous pouvons le voir sur la figure 3.20a).

Nous n'avons donc toujours pas obtenu de laser Raman à partir de ces cavités, à cause de l'importance des effets d'absorptions non-linéaires dans ces cavités qui empêche la diffusion Raman, en particulier l'absorption due aux porteurs libres. Pour résoudre ce problème, nous prévoyons d'essayer de retirer ces porteurs libres à l'aide d'une jonction MSM (métal-semiconducteur-métal) avec des contacts en platine du type décrit à la section 2.6.5 du chapitre 2 [45, 36]. Cependant, la fabrication de ces jonctions MSM pose problème car les contacts métalliques doivent résister à l'acide fluorhydrique lors de l'étape de gravure humide qui nous permet d'obtenir une nanocavité de type membranaire (avec des facteurs de qualité plus élevés qu'une cavité sur SOI) en retirant la silice en dessous du silicium où se trouve le cristal photonique. Bien qu'il soit facile de trouver un métal qui résiste à l'acide fluorhydrique (par exemple le platine), cet acide peut quand même graver légèrement le silicium en dessous de ces contacts métalliques et les décoller. Nous sommes à présent en train d'essayer de trouver une résine optique qui protégerait ces contacts métalliques lors de la gravure humide, mais nos recherches à ce sujet n'avaient pas encore abouties au moment de rédiger ce manuscrit de thèse.

Si nous réussissons à fabriquer ces jonctions MSM, alors il serait relativement facile de diminuer le temps de vie des porteurs libres dans la cavité et de régler ainsi le problème de l'absorption par porteurs libres, qui est le principal obstacle à l'obtention d'un laser Raman. D'après nos simulations, si nous pouvions diminuer ce temps de vie jusqu'à  $\tau_{fc} = 10$  ps, alors nous obtiendrions un laser Raman avec un seuil de 0.8 mW pour la puissance de pompe en sortie du cristal photonique et de 4 mW pour la puissance de pompe en entrée du cristal photonique (voir Fig. 3.22), une valeur relativement facile à atteindre avec les

### 3.3. Diffusion Raman dans une cavité doublement résonante.

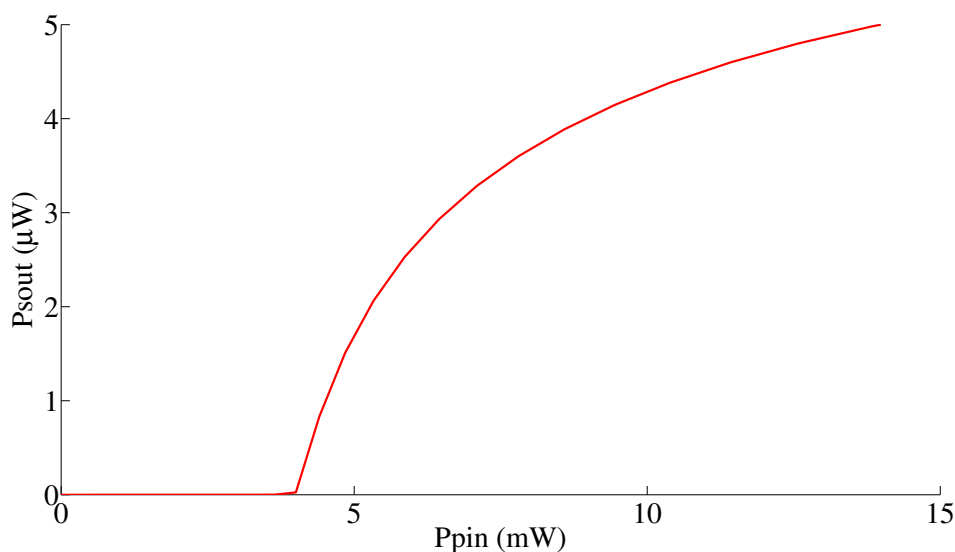


FIGURE 3.22 – Simulation sous MATLAB du comportement de la puissance de Stokes de notre cavité doublement résonante en fonction de la puissance de pompe en entrée pour un temps de vie des porteurs libres de  $\tau_{fc} = 10$  ps. Nous pouvons remarquer que dans ce cas, nous obtiendrions un laser Raman avec un seuil de 4 mW sur la puissance de pompe en entrée du cristal photonique, avec une puissance Raman en sortie allant jusqu'à 5  $\mu W$ .

moyens dont nous disposons. De plus, atteindre une valeur aussi basse pour le temps de vie ne serait pas nécessaire. Un temps de vie des porteurs libres de  $\tau_{fc} = 0.1$  ns serait en effet suffisant pour obtenir dans notre nanocavité un laser Raman avec un seuil d'environ 1 mW pour la puissance de pompe en sortie du cristal photonique et de 5 mW pour la puissance de pompe en entrée du cristal photonique.

#### 3.3.3 Comparaison avec le laser Raman de Takahashi.

Nous avons déjà mentionné à plusieurs reprises au cours de cette thèse qu'un nanolaser Raman en silicium avait été démontré dans une cavité doublement résonante il y a quelques mois (en juin 2013) par Takahashi [2]. Nous allons maintenant étudier quelles sont les différences entre cette cavité et la notre qui ont rendu possible ce laser Raman. La cavité utilisée par Takahashi est une cavité à double hétérostructure, constituée d'un guide W1, parallèle la direction cristallographique [100] du silicium (comme pour notre cavité), où l'on fait varier la période du cristal photonique le long du guide afin de constituer une nanocavité (voir Fig. 3.23-bas). La période de ce cristal photonique est 410 nm, le rayon des trous est 130 nm et la hauteur de la plaque de silicium où il est gravé est de 220 nm. Le mode pair du guide W1 a été utilisé pour le Stokes et le mode impair pour la pompe plutôt que d'utiliser un mode de même parité pour les deux résonances comme nous l'avons fait pour les guides W0.63, ce qui garantit de meilleurs facteurs de qualité pour la pompe et un meilleur recouvrement entre les modes de pompe et Stokes, d'où le

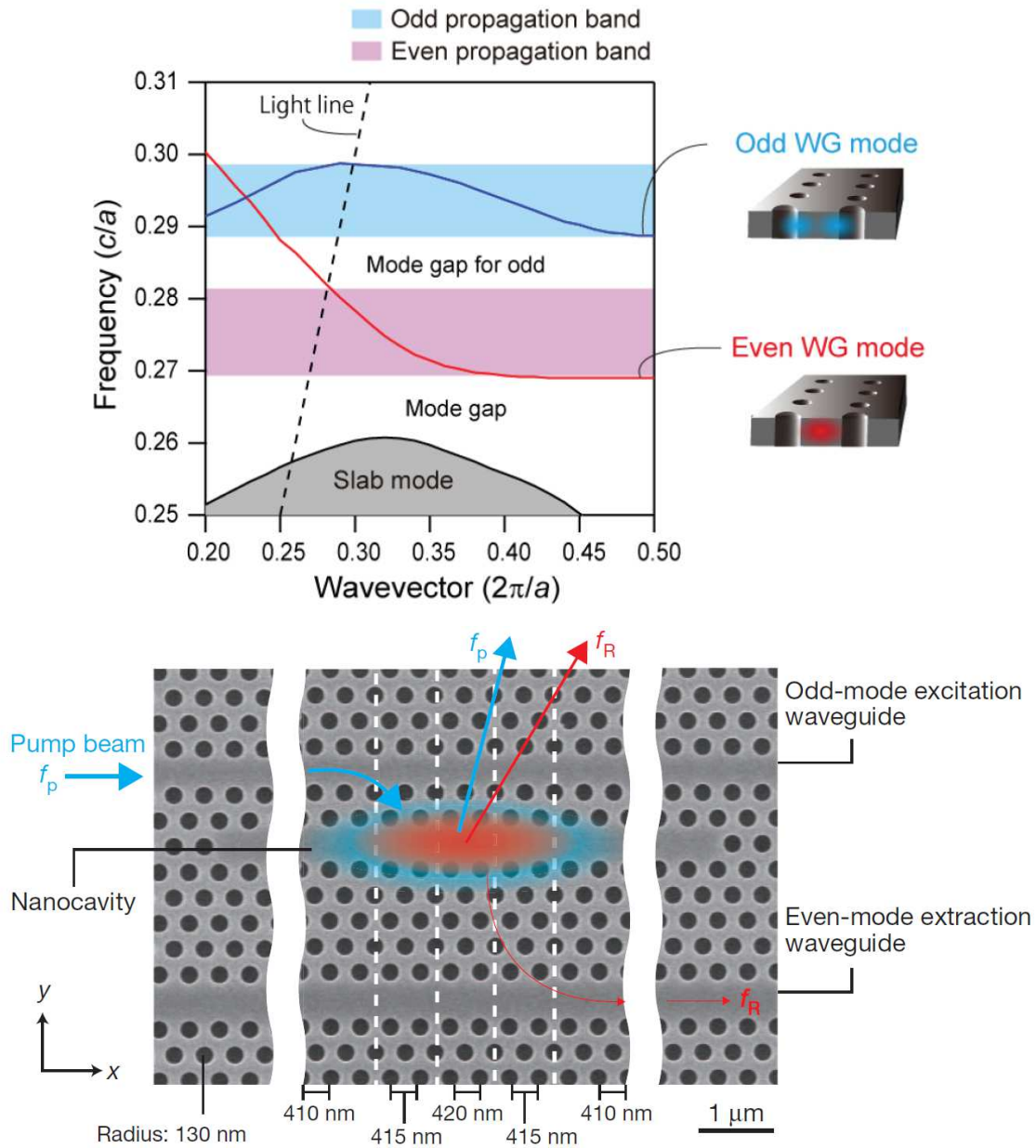


FIGURE 3.23 – En haut : le diagramme de bande d'un guide W1 avec ses modes impair et pair utilisés respectivement pour la pompe et le Stokes par Takahashi. En bas : Le schéma de la cavité à double hétérostructure utilisée par Takahashi pour le nanolaser Raman (figures reprinted with permission from Macmillan Publisher Ltd : Nature, Ref. [2], copyright 2013).



### 3.3. Diffusion Raman dans une cavité doublement résonante.

meilleur volume Raman de cette cavité mentionné précédemment (voir Fig. 3.23-haut). La différence de fréquence entre ces deux modes correspond presque au décalage Raman, et cette différence a été ajustée en faisant varier la taille des trous du cristal photonique. Le laser de pompe n'est pas injecté le long de ce guide W1, mais par un guide de couplage parallèle à ce guide, ce qui leur permet d'obtenir de bien meilleurs facteurs de qualité pour les résonances :  $Q_p = 140000$  pour la pompe et  $Q_s = 1500000$  pour le Stokes, largement supérieurs aux nôtres. Bien qu'un second guide de couplage pour le Stokes figure sur ce schéma, la puissance de Stokes émise par la cavité a été mesurée par la surface (voir Fig. 3.23-bas). Le seuil du laser Raman mesuré est de  $1 \mu\text{W}$  sur la puissance de pompe qui est couplée dans la cavité (voir Fig. 3.24-haut). Cette puissance de pompe couplée dans la cavité a été estimée à partir de la puissance de pompe mesurée en sortie, c'est à dire par la surface (comme pour le Stokes), en supposant que la puissance de pompe mesurée par la surface représentait 20% de la puissance de pompe présente dans la cavité (cette estimation suppose que la puissance quittant la cavité par l'intermédiaire des guides de couplage est négligeable) [2].

Nous avons essayé d'utiliser nos équations d'une nanocavité doublement résonante pour simuler le comportement du laser Raman de Takahashi (voir Fig. 3.24-bas), en utilisant les volumes Raman de cette cavité que nous avons calculé avec MEEP (voir tableau 3.2) et les paramètres pour le temps de vie et le volume effectif des porteurs libres, le temps de refroidissement et le volume thermique effectif de la cavité que nous avons déterminé pour la cavité de type Kuramochi étudiée au chapitre 2 (cette cavité étant elle aussi fabriquée dans un guide W1 et donc assez proche de celle de Takahashi), et en ajustant la valeur du gain Raman pour trouver celle qui correspondait le mieux aux mesures effectuées par Takahashi. Nous trouvons de cette manière  $G_r \simeq 5.62 \times 10^5 \text{ s}^{-1}$  (une valeur de gain Raman dix fois plus grande que pour notre nanocavité), ce qui nous donne comme valeur de gain Raman dans le silicium massif  $g_R^B = 28 \text{ cm/GW}$  avec la valeur du volume Raman que nous avons calculée et un facteur de Purcell théorique  $F_R = 11.9$  (quatre fois plus élevé que pour notre cavité). Cette valeur du gain Raman semble plus raisonnable que celle que nous avons trouvée de  $16 \text{ cm/GW}$ , car elle est plus proche de la valeur médiane des différentes valeurs du gain Raman qui ont été mesurées jusqu'à présent, ce qui suggère que la valeur du volume Raman donné pour notre cavité par la simulation MEEP a été sous-évaluée par rapport au volume Raman réel. Il faut néanmoins noter que la valeur du seuil laser donnée par Takahashi repose sur une estimation de la puissance de pompe entrant dans la cavité effectuée à partir de la puissance de pompe mesurée sortant par la surface, et qu'il est toujours possible que cette estimation soit inexacte et que la puissance de seuil soit en fait plus élevée, ce qui nous donnerait une valeur du gain Raman plus faible. Néanmoins, nous avons pour cette valeur de gain un très bon accord entre notre simulation et la courbe mesurée par Takahashi (voir Fig. 3.24), aussi bien en ce qui concerne la puissance de seuil du laser que la saturation de la puissance Stokes en

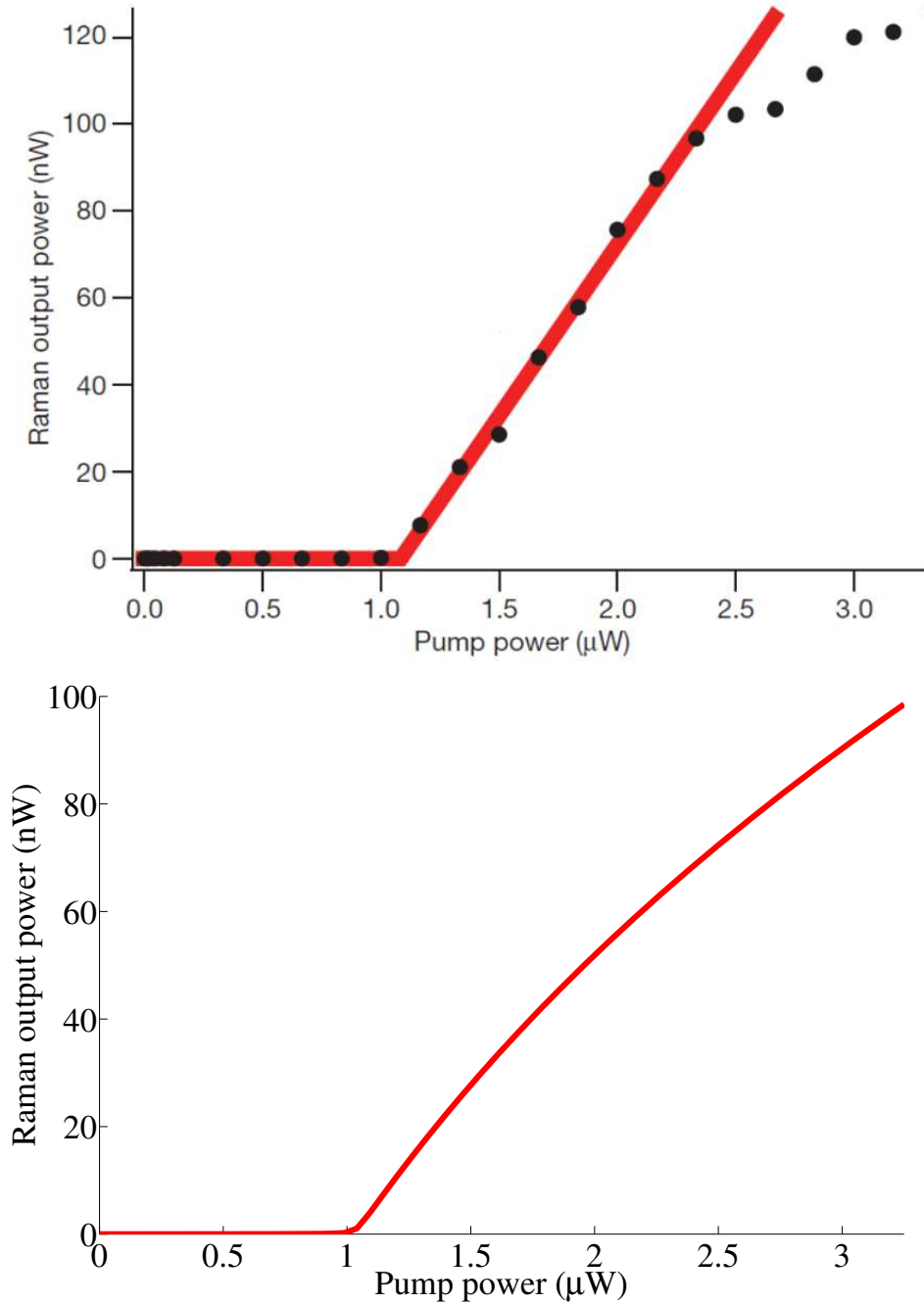


FIGURE 3.24 – En haut : La puissance de Stokes mesurée par la surface du laser Raman de Takahashi en fonction de la puissance de pompe entrant dans la cavité (figure reprinted with permission from Macmillan Publisher Ltd : Nature, Ref. [2], copyright 2013). En bas : Une simulation sous MATLAB du laser Raman de Takahashi que nous avons effectuée à partir de nos équations d’une cavité doublement résonante.

sortie sous l'effet de l'absorption par porteurs libres lorsqu'on augmente la puissance de pompe, ce qui confirme la validité du modèle que nous avons développé pour décrire le fonctionnement des lasers Raman.

En supposant que nous puissions obtenir un laser Raman à partir de notre cavité en utilisant la jonction MSM pour diminuer le temps de vie des porteurs libres, quelles en seraient les désavantages et avantages de ce laser par rapport à celui de Takahashi ? Les principaux désavantages seraient bien évidemment la puissance de seuil plus élevée, entre 4 et 5 mW pour la puissance de pompe en entrée du cristal photonique comparée au seuil de 1  $\mu$ W pour le laser de Takahashi, ainsi que la fabrication plus complexe liée à l'ajout des contacts métalliques en platine. Il faut cependant noter que ce seuil pour le laser de Takahashi concerne la puissance de pompe couplée dans la cavité et que la puissance de pompe en entrée de son cristal photonique est probablement plus élevée. Dans notre cas, un seuil entre 4 et 5 mW sur la puissance de pompe en entrée du cristal photonique correspondrait à un seuil entre 1.8 et 2.3 mW sur la puissance couplée dans la cavité, ce qui reste néanmoins largement plus élevé que pour Takahashi. Ce laser aurait cependant l'avantage d'être plus facile à moduler en amplitude grâce à ces contacts métalliques, et la puissance de sortie Stokes serait plus facile à récupérer par l'intermédiaire du guide d'onde de sortie plutôt que par la surface. Nous devrions avoir également moins d'absorption par porteurs libres dans notre cavité, ce qui nous permettrait a priori d'obtenir des puissances de sortie plus importantes pour le laser Raman (jusqu'à 5  $\mu$ W pour un temps de vie des porteurs libres de 10 ps (voir Fig. 3.22) à comparer avec 125 nW pour le laser Raman de Takahashi (voir Fig. 3.24)).

### 3.4 Conclusion.

Nous avons étudié au cours de ce chapitre la possibilité d'obtenir un nanolaser Raman à partir d'une cavité à cristaux photoniques silicium de deux points de vue. Tout d'abord, nous avons étudié le laser Raman d'une manière théorique, et avons déterminé quelle serait la réponse fréquentielle de ce laser pour des petites modulations en amplitude, ainsi que son intensité de bruit relative et son bruit en fréquence, qui serait théoriquement plus bas que pour un laser à semi-conducteur classique. Cette étude nous a également montré que l'obtention d'un laser Raman était très dépendante du gain de ce laser Raman et de l'importance des absorptions non-linéaires.

Nous avons ensuite pu mesurer de la diffusion Raman stimulée relativement importante au sein d'un guide d'onde étroit W0.63 de longueur 100 microns, même si nous n'avons pas réussi à obtenir un effet laser franc dans ce guide. Nous avons ensuite conçu et réalisé une nanocavité doublement résonante à partir d'un de ces guides d'onde W0.63. Bien que nous n'ayons pas pu obtenir de laser Raman à partir de cette nanocavité, nous avons

### **Chapitre 3. Diffusion Raman dans une nanocavité.**

---

quand même obtenu un très bon accord entre la diffusion Raman spontanée mesurée dans cette cavité et nos simulations numériques, ce qui prouve la validité de notre modèle du laser Raman pour les nanocavités. Un très bon accord a également été obtenu entre ces simulations numériques et le laser Raman démontré récemment par Takahashi. Notre modèle montre également qu'il serait possible d'obtenir un nanolaser Raman avec un seuil en dessous du milliwatt dans nos cavités doublement résonantes à condition de diminuer les pertes dues à l'absorption par porteurs libres dans ces cavités. Ceci pourrait être accompli en diminuant le temps de vie des porteurs libres, par exemple en retirant ces porteurs libres du silicium à l'aide d'une jonction MSM (métal-semiconducteur-métal) [45].

# Conclusion générale.

Ce manuscrit de thèse présente les travaux que j'ai effectués sur deux importants phénomènes d'optique non-linéaires observés dans les cavités à cristaux photoniques silicium : les auto-oscillations aux fréquences gigahertz engendrées par la dispersion par porteurs libres et la diffusion Raman stimulée qui est à l'origine des lasers de type Raman.

L'étude des auto-oscillations haute fréquence nous a permis d'observer expérimentalement pour la première fois des auto-oscillations non-atténuées dans les nanocavités à cristaux photoniques, avec des fréquences de l'ordre de 3 GHz et d'une grande pureté spectrale. Ces auto-oscillations permettraient de réaliser simplement des sources micro-ondes ultra-compactes en silicium. Le modèle que nous avons développé de ces auto-oscillations nous montre que la fréquence élevée et la haute pureté spectrale de ces auto-oscillations sont une conséquence des très petits volumes modaux des nanocavités à cristaux photoniques par rapport à d'autres types de nanocavités tels que les micro-disques. Ce modèle nous a également permis de déterminer le temps de vie des porteurs libres dans ces cavités et d'évaluer l'absorption par porteurs libres, principal obstacle à l'obtention d'un laser Raman. Il nous a montré que la fréquence des auto-oscillations était dépendante des temps de vie des photons et des porteurs libres dans la cavité. En diminuant suffisamment à la fois le temps de vie des photons (à l'aide d'une cavité avec des barrières plus courtes) et celui des porteurs libres (en retirant ces porteurs de la cavité à l'aide d'une jonction p-i-n à polarisation inversée ou d'une jonction MSM), il serait possible d'obtenir des auto-oscillations non-atténuées à des fréquences beaucoup plus importantes, de l'ordre de 50 GHz.

Nous avons ensuite étudié la diffusion Raman dans une nanocavité et avons modélisé le comportement d'un laser Raman, puis montré par une étude théorique que le bruit en fréquence dans ces lasers Raman est beaucoup plus faible que celui des lasers à semi-conducteur classiques. Nous avons ensuite mesuré la diffusion Raman dans un guide d'onde étroit W0.63 long de 100 microns, et avons montré que la diffusion Raman stimulée prédominait dans ce guide d'onde, même si nous n'avons pas pu obtenir un effet laser franc. Nous avons alors conçu un type de nanocavité à cristaux photoniques doublement résonante afin d'amplifier le gain de cette diffusion Raman et obtenir un nanolaser Raman en silicium. Cette nanocavité a été conçue de manière à pouvoir "accorder" la

---

différence entre les deux résonances de manière à ce qu'elle soit égale au décalage en fréquence spécifique de la diffusion Raman dans le silicium. Bien que nous ayons pu mesurer une diffusion Raman importante dans cette cavité, nous n'avons pas pu obtenir de laser Raman, à cause de l'importance de l'absorption par porteurs libres dans cette nanocavité. Cependant, nous avons obtenu un très bon accord entre nos simulations et la diffusion Raman mesurée dans cette nanocavité, validant ainsi le modèle que nous avons développé du laser Raman dans une nanocavité doublement résonante. Ce modèle nous montre que nous pourrions obtenir un laser Raman avec un seuil de l'ordre du milliwatt dans cette cavité si nous pouvions diminuer suffisamment le temps de vie des porteurs libres et donc l'absorption qu'ils engendrent. Ceci pourrait être fait en déposant aux bords de notre cavité des contacts métalliques (jonction MSM) afin de retirer ces porteurs libres de la cavité. Des recherches dans cette direction sont en cours.

## Annexes.

### Réponse fréquentielle du laser Raman avec les absorptions non-linéaires.

Si nous prenons en compte les absorptions non-linéaires pour calculer la réponse fréquentielle du laser Raman pour des petites variations autour des valeurs d'équilibres, alors l'expression de la fonction de transfert  $H(\Omega)$  devient encore plus complexe car on a maintenant un système à trois équations en tenant compte de l'équation sur les porteurs libres. Lorsque nous linéarisons ce système, nous obtenons alors l'équation différentielle matricielle linéaire suivante :

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \delta A_p \\ \delta N_s \\ \delta N_e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta A_p \\ \delta N_s \\ \delta N_e \end{pmatrix} + \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\sqrt{T_{pmax}}}{2\tau_p P_{pin}}} \begin{pmatrix} \delta P_{pin} \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \quad (3.45)$$

où les valeurs des coefficients de la matrice  $M$  sont :

$$\begin{aligned} m_{11} &= -\frac{1}{2} \left( \frac{1}{\tau_p} + G_r(N_s + 1) + \gamma_p^{FCA} N_e + \gamma_{pp}^{TPA} N_p + (\gamma_{ps}^{TPA} + \gamma_{sp}^{TPA}) N_s \right), \\ m_{12} &= -\frac{1}{2} A_p (G_r + \gamma_{sp}^{TPA} + \gamma_{ps}^{TPA}), \quad m_{13} = -\frac{1}{2} \gamma_p^{FCA} A_p, \\ m_{21} &= \frac{2A_p}{\hbar\omega_p} (G_r(N_s + 1) - (\gamma_{sp}^{TPA} + \gamma_{ps}^{TPA}) N_s), \\ m_{22} &= -\frac{1}{\tau_s} + \frac{G_r A_p^2}{\hbar\omega_p} - 2\gamma_{ss}^{TPA} N_s - \frac{(\gamma_{sp}^{TPA} + \gamma_{ps}^{TPA}) A_p^2}{\hbar\omega_p} - \gamma_s^{FCA} N_e, \quad m_{23} = -\gamma_s^{FCA} N_s, \\ m_{31} &= \frac{2A_p}{\hbar\omega_p} \left( \frac{\gamma_{pp}^{TPA} A_p^2}{\hbar\omega_p} + (\gamma_{sp}^{TPA} + \gamma_{ps}^{TPA}) N_s + \gamma_p^J \right), \\ m_{32} &= \gamma_{ss}^{TPA} N_s + \frac{(\gamma_{sp}^{TPA} + \gamma_{ps}^{TPA}) A_p^2}{2\hbar\omega_p} + \gamma_s^J, \quad m_{33} = -\frac{1}{\tau_{fc}}. \end{aligned}$$

Nous pouvons alors déduire de l'équation 3.45 la nouvelle expression de la fonction de transfert en modulation  $H(\Omega)$  :

$$H(\Omega) = \frac{\delta P_{sout}}{\delta P_{pin}} = \frac{\hbar\omega_s \sqrt{T_{smax}}}{2\tau_s} \sqrt{\frac{\sqrt{T_{pmax}}}{2\tau_p P_{pin}}} \frac{m_{21}(i\Omega - m_{33}) + m_{23}m_{31}}{\Delta_m(\Omega)} \quad (3.46)$$

où  $\Delta_m(\Omega)$  est défini comme :

$$\Delta_m(\Omega) = \det \begin{pmatrix} i\Omega - m_{11} & -m_{12} & -m_{13} \\ -m_{21} & i\Omega - m_{22} & -m_{23} \\ -m_{31} & -m_{32} & i\Omega - m_{33} \end{pmatrix} \quad (3.47)$$

## Intensité de bruit relative du laser Raman avec les absorptions non-linéaires.

Avec les absorptions non-linéaires, nous avons alors pour l'équation différentielle linéaire matricielle 3.24 :

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} \delta A_p \\ \delta N_s \\ \delta N_e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m_{11} & m_{12} & m_{13} \\ m_{21} & m_{22} & m_{23} \\ m_{31} & m_{32} & m_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta A_p \\ \delta N_s \\ \delta N_e \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{\hbar\omega_p}{2A_p} F_p(t) \\ F_s(t) \\ F_e(t) \end{pmatrix} \quad (3.48)$$

En passant dans le domaine fréquentiel, et en utilisant les formules de Cramer, alors nous obtenons à partir de l'équation 3.48 la relation suivante :

$$\begin{pmatrix} \delta A_p \\ \delta N_s \\ \delta N_e \end{pmatrix} = \frac{1}{\Delta_m(\Omega)} \begin{pmatrix} n_{11} & n_{12} & n_{13} \\ n_{21} & n_{22} & n_{23} \\ n_{31} & n_{32} & n_{33} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\hbar\omega_p}{2A_p} F_p \\ F_s \\ F_e \end{pmatrix} \quad (3.49)$$

où les coefficients de la matrice  $N$  et  $\Delta_m(\Omega)$  sont définis comme :

$$n_{11} = -\Omega^2 - i\Omega(m_{22} + m_{33}) + (m_{22}m_{33} - m_{23}m_{32}), \quad n_{12} = i\Omega m_{12} + (m_{13}m_{32} - m_{12}m_{33}),$$

$$n_{13} = i\Omega m_{13} + (m_{12}m_{23} - m_{13}m_{22}), \quad n_{21} = i\Omega m_{21} + (m_{23}m_{31} - m_{21}m_{33}),$$

$$n_{22} = -\Omega^2 - i\Omega(m_{11} + m_{33}) + (m_{11}m_{33} - m_{13}m_{31}), \quad n_{23} = i\Omega m_{23} + (m_{13}m_{21} - m_{23}m_{11}),$$

$$n_{31} = i\Omega m_{31} + (m_{21}m_{32} - m_{31}m_{22}), \quad n_{32} = i\Omega m_{32} + (m_{31}m_{12} - m_{32}m_{11}),$$

$$n_{33} = -\Omega^2 - i\Omega(m_{11} + m_{22}) + (m_{11}m_{22} - m_{12}m_{21}).$$

L'équation 3.26 sur les densités spectrales de bruit devient alors :

$$\begin{pmatrix} \frac{4N_p}{\hbar\omega_p} S_{N_p} \\ S_{N_s} \\ S_{N_e} \end{pmatrix} = \frac{1}{\|\Delta_m\|^2} \begin{pmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} & r_{14} & r_{15} & r_{16} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} & r_{24} & r_{25} & r_{26} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} & r_{34} & r_{35} & r_{36} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{\hbar\omega_p}{4N_p} \langle F_p F_p \rangle \\ \langle F_s F_s \rangle \\ \langle F_e F_e \rangle \\ \langle F_p F_s \rangle \\ \langle F_p F_e \rangle \\ \langle F_s F_e \rangle \end{pmatrix} \quad (3.50)$$



où les coefficients de la matrice  $R$  sont définis comme :

$$\begin{aligned}
r_{11} &= \Omega^4 + ((m_{22} + m_{33})^2 - 2(m_{22}a_{33} - m_{23}a_{32}))\Omega^2 + (m_{22}m_{33} - m_{23}m_{32})^2, \\
r_{12} &= m_{12}^2\Omega^2 + (m_{13}m_{32} - m_{12}m_{33})^2, \quad r_{13} = m_{13}^2\Omega^2 + (m_{12}m_{23} - m_{13}m_{22})^2, \\
r_{14} &= -2(((m_{22}m_{33} - m_{23}m_{32}) + m_{12}(m_{22} + m_{33}))\Omega^2 + (m_{22}m_{33} - m_{23}m_{32})(m_{13}m_{32} - m_{12}m_{33})), \\
r_{15} &= -2(((m_{22}m_{33} - m_{23}m_{32}) + m_{13}(m_{22} + m_{33}))\Omega^2 + (m_{22}m_{33} - m_{23}m_{32})(m_{12}m_{23} - m_{13}m_{22})), \\
r_{16} &= 2(m_{12}m_{13}\Omega^2 + (m_{13}m_{32} - m_{12}m_{33})(m_{12}m_{23} - m_{13}m_{22})), \\
r_{21} &= m_{21}^2\Omega^2 + (m_{23}m_{31} - m_{21}m_{33})^2, \quad r_{23} = m_{23}^2\Omega^2 + (m_{13}m_{32} - m_{23}m_{11})^2, \\
r_{22} &= \Omega^4 + ((m_{11} + m_{33})^2 - 2(m_{11}m_{33} - m_{13}m_{31}))\Omega^2 + (m_{11}m_{33} - m_{13}m_{31})^2, \\
r_{24} &= -2(((m_{23}m_{31} - m_{21}m_{33}) + m_{21}(m_{11} + m_{33}))\Omega^2 + (m_{23}m_{31} - m_{21}m_{33})(m_{11}m_{33} - m_{13}m_{31})), \\
r_{25} &= 2(m_{21}m_{23}\Omega^2 + (m_{23}m_{31} - m_{21}m_{33})(m_{13}m_{21} - m_{23}m_{11})), \\
r_{26} &= -2(((m_{13}m_{21} - m_{23}m_{11}) + m_{23}(m_{11} + m_{33}))\Omega^2 + (m_{13}m_{21} - m_{23}m_{11})(m_{11}m_{33} - m_{13}m_{31})), \\
r_{31} &= m_{31}^2\Omega^2 + (m_{21}m_{32} - m_{31}m_{22})^2, \quad r_{32} = m_{32}^2\Omega^2 + (m_{31}m_{12} - m_{32}m_{11})^2, \\
r_{33} &= \Omega^4 + ((m_{11} + m_{22})^2 - 2(m_{11}m_{22} - m_{12}m_{21}))\Omega^2 + (m_{11}m_{22} - m_{12}m_{21})^2, \\
r_{34} &= 2(m_{31}m_{32}\Omega^2 + (m_{21}m_{32} - m_{31}m_{22})(m_{31}m_{12} - m_{32}m_{11})), \\
r_{35} &= -2(((m_{21}m_{32} - m_{31}m_{22}) + m_{31}(m_{11} + m_{22}))\Omega^2 + (m_{21}m_{32} - m_{31}m_{22})(m_{11}m_{22} - m_{12}m_{21})), \\
r_{36} &= -2(((m_{31}m_{12} - m_{32}m_{11}) + m_{32}(m_{11} + m_{22}))\Omega^2 + (m_{31}m_{12} - m_{32}m_{11})(m_{11}m_{22} - m_{12}m_{21})).
\end{aligned}$$

et où les valeurs des densités spectrales des sources de bruit de Langevin sont égales à :

$$\begin{aligned}
\langle F_p F_p \rangle &= 2 \left( \frac{N_p}{\tau_p} + G_r(N_s + 1)N_p + \gamma_{pp}^{TPA} N_p^2 + (\gamma_{sp}^{TPA} + \gamma_{ps}^{TPA}) N_p N_s + \gamma_p^{FCA} N_e N_p \right), \\
\langle F_s F_s \rangle &= 2G_r(N_s + 1)N_p, \quad \langle F_e F_e \rangle = \frac{2N_e}{\tau_{fc}}, \quad \langle F_p F_s \rangle = -G_r(N_s + 1)N_p, \\
\langle F_p F_e \rangle &= -\left( \frac{1}{2} \gamma_{pp}^{TPA} N_p^2 + \frac{1}{2} (\gamma_{sp}^{TPA} + \gamma_{ps}^{TPA}) N_p N_s + \gamma_p^I N_p \right), \\
\text{et } \langle F_s F_e \rangle &= -\left( \frac{1}{2} \gamma_{ss}^{TPA} N_s^2 + \frac{1}{2} (\gamma_{sp}^{TPA} + \gamma_{ps}^{TPA}) N_p N_s + \gamma_s^I N_s \right).
\end{aligned}$$

L'expression de la densité spectrale de bruit de la puissance de sortie devient alors :

$$S_{\delta P_{out}}(\Omega) = \left( \frac{\sqrt{T_{smax}} \hbar \omega_s}{2\tau_s} \right)^2 S_{N_s}(\Omega) + \hbar \omega_s \left( 1 - \frac{\sqrt{T_{smax}}}{\tau_s} \text{Re} \left( \frac{n_{22}}{\Delta_m} \right) \right) P_{sout} \quad (3.51)$$

Ce qui nous donne pour l'intensité de bruit relative :

$$\frac{RIN}{\Delta f} = \left( \frac{\sqrt{T_{smax}} \hbar \omega_s}{2\tau_s} \right)^2 \frac{2S_{N_s}(\Omega)}{P_{sout}^2} + \frac{2\hbar \omega_s}{P_{sout}} \left( 1 - \frac{\sqrt{T_{smax}}}{\tau_s} \text{Re} \left( \frac{n_{22}}{\Delta_m} \right) \right) \quad (3.52)$$

**Conclusion**

---

# Bibliographie

- [1] N. Cazier, X. Checoury, L.-D. Haret, and P. Boucaud, “High-frequency self-induced oscillations in a silicon nanocavity,” *Optics Express*, vol. 21, pp. 13626–13638, 2013.
- [2] Y. Takahashi, Y. Inui, M. Chihara, T. Asano, R. Terawaki, and S. Noda, “A micrometre-scale raman silicon laser with a microwatt threshold,” *Nature*, vol. 498, pp. 470–4, June 2013.
- [3] B. S. Song, S. Noda, and T. Asano, “Photonic devices based on in-plane hetero photonic crystals,” *Science*, vol. 300, pp. 1537–1537, June 2003.
- [4] H. Takano, B. S. Song, T. Asano, and S. Noda, “Highly efficient multi-channel drop filter in a two-dimensional hetero photonic crystal,” *Optics Express*, vol. 14, pp. 3491–3496, Apr. 2006.
- [5] S. Noda, “Seeking the ultimate nanolaser,” *Science*, vol. 314, pp. 260–261, 2006.
- [6] M. Nomura, S. Iwamoto, K. Watanabe, N. Kumagai, Y. Nakata, S. Ishida, and Y. Arakawa, “Room temperature continuous-wave lasing in photonic crystal nanocavity,” *Optics Express*, vol. 14, pp. 6308–6315, June 2006.
- [7] O. Painter, R. Lee, A. Scherer, A. Yariv, J. O’Brien, P. Dapkus, and I. Kim, “Two-dimensional photonic band-gap defect mode laser,” *Science*, vol. 284, pp. 1819–1821, 1999.
- [8] S. Strauf, K. Hennessy, M. T. Rakher, Y.-S. Choi, A. Badolato, L. C. Andreani, E. L. Hu, P. M. Petroff, , and D. Bouwmeester, “Self-tuned quantum dot gain in photonic crystal lasers,” *Physical Review Letter*, vol. 96, 2006.
- [9] Y. Akahane, T. Asano, B. S. Song, and S. Noda, “High-Q photonic nanocavity in a two-dimensional photonic crystal,” *Nature*, vol. 425, pp. 944–947, Oct. 2003.
- [10] B. S. Song, S. Noda, T. Asano, and Y. Akahane, “Ultra-high-Q photonic double-heterostructure nanocavity,” *Nature Materials*, vol. 4, no. 3, pp. 207–210, 2005.
- [11] Y. Takahashi, Y. Tanaka, H. Hagino, T. Sugiya, Y. Sato, T. Asano, and S. Noda, “Design and demonstration of high-Q photonic heterostructure nanocavities suitable for integration,” *Optics Express*, vol. 17, pp. 18093–18102, Sept. 2009.

## BIBLIOGRAPHIE

---

- [12] M. Soljačić and J. D. Joannopoulos, “Enhancement of nonlinear effects using photonic crystals,” *Nat. Mater.*, vol. 3, pp. 211–219, Apr. 2004.
- [13] P. Barclay, K. Srinivasan, and O. Painter, “Nonlinear response of silicon photonic crystal microresonators excited via an integrated waveguide and fiber taper,” *Opt. Express*, vol. 13, no. 3, pp. 801–820, 2005.
- [14] C. Monat, B. Corcoran, M. Ebnali-Heidari, C. Grillet, B. J. Eggleton, T. P. White, L. O’Faolain, and T. F. Krauss, “Slow light enhancement of nonlinear effects in silicon engineered photonic crystal waveguides,” *Optics Express*, vol. 17, pp. 2944–2953, Feb. 2009.
- [15] T. Tanabe, M. Notomi, S. Mitsugi, A. Shinya, and E. Kuramochi, “Fast bistable all-optical switch and memory on a silicon photonic crystal on-chip,” *Optics Letters*, vol. 30, pp. 2575–2577, Oct. 2005.
- [16] J. F. McMillan, M. B. Yu, D. L. Kwong, and C. W. Wong, “Observation of four-wave mixing in slow-light silicon photonic crystal waveguides,” *Optics Express*, vol. 18, pp. 15484–15497, July 2010.
- [17] J. Joannopoulos, S. G. Johnson, J. N. Winn, and R. D. Meade, *Photonic Crystals : Molding the Flow of Light (Second Edition)*. 2008.
- [18] E. YABLONOVITCH, “Inhibited spontaneous emission in solid-state physics and electronics,” *Physical Review Letters*, vol. 58, pp. 2059–2062, May 1987.
- [19] S. JOHN, “Strong localization of photons in certain disordered dielectric superlattices,” *Physical Review Letters*, vol. 58, pp. 2486–2489, June 1987.
- [20] S. Y. Lin, J. G. Fleming, D. L. Hetherington, B. K. Smith, R. Biswas, K. M. Ho, M. M. Sigalas, W. Zubrzycki, S. R. Kurtz, and J. Bur, “A three-dimensional photonic crystal operating at infrared wavelengths,” *Nature*, vol. 394, pp. 251–253, 1998.
- [21] Z. Han, *Vers le laser Raman à cristal photonique en filière silicium*. PhD thesis, Université Paris Sud XI, 2010.
- [22] T. Baba, “Slow light in photonic crystals,” *Nature Photonics*, vol. 2, pp. 465–473, Aug. 2008.
- [23] H. Benisty, J. M. Lourtioz, A. Chelnokov, S. Combrie, and X. Checoury, “Recent advances toward optical devices in semiconductor-based photonic crystals,” *Proceedings Of The Ieee*, vol. 94, pp. 997–1023, 2006.
- [24] T. Tanabe, A. Shinya, E. Kuramochi, S. Kondo, H. Taniyama, and M. Notomi, “Single point defect photonic crystal nanocavity with ultrahigh quality factor achieved by using hexapole mode,” *Applied Physics Letters*, vol. 91, p. 021110, July 2007.

- [25] Y. Taguchi, Y. Takahashi, Y. Sato, T. Asano, and S. Noda, “Statistical studies of photonic heterostructure nanocavities with an average  $q$  factor of three million,” *Opt. Express*, vol. 19, pp. 11916–11921, Jun 2011.
- [26] E. Kuramochi, M. Notomi, S. Mitsugi, A. Shinya, T. Tanabe, and T. Watanabe, “Ultrahigh-Q photonic crystal nanocavities realized by the local width modulation of a line defect,” *APPLIED PHYSICS LETTERS*, vol. 88, JAN 23 2006.
- [27] Z. Han, X. Checoury, D. Néel, S. David, M. El Kurdi, and P. Boucaud, “Optimized design for  $2 \times 10^6$  ultra-high Q silicon photonic crystal cavities,” *Optics Communications*, vol. 283, no. 21, pp. 4387–4391, 2010.
- [28] K. M. LEUNG and Y. F. LIU, “Photon band structures - the plane-wave method,” *Physical Review B*, vol. 41, pp. 10188–10190, May 1990.
- [29] S. G. Johnson and J. D. Joannopoulos, “Block-iterative frequency-domain methods for maxwell’s equations in a planewave basis,” *Optics Express*, vol. 8, pp. 173–190, Jan. 2001.
- [30] M. Qiu, K. Azizi, A. Karlsson, M. Swillo, and B. Jaskorzynska, “Numerical studies of mode gaps and coupling efficiency for line-defect waveguides in two-dimensional photonic crystals,” *Physical Review B*, vol. 64, p. 155113, Oct. 2001.
- [31] J. P. BERENGER, “A perfectly matched layer for the absorption of electromagnetic-waves,” *Journal of Computational Physics*, vol. 114, pp. 185–200, Oct. 1994.
- [32] R. F. W. Pease, “Electron beam lithography,” *Contemporary Physics*, vol. 22 :3, pp. 265–290, 1981.
- [33] J. G. Goodberlet, J. T. Hastings, and H. I. Smith, “Performance of the raith 150 electron-beam lithography system,” *Journal of Vacuum Science & Technology B*, vol. 19, pp. 2499–2503, Nov. 2001.
- [34] A. M. Hynes, H. Ashraf, J. K. Bhardwaj, J. Hopkins, I. Johnston, and J. N. Shepherd, “Recent advances in silicon etching for mems using the ase (tm) process,” *Sensors and Actuators A-physical*, vol. 74, pp. 13–17, Apr. 1999.
- [35] G. I. Font, W. L. Morgan, and G. Mennenga, “Cross-section set and chemistry model for the simulation of c-c4f8 plasma discharges,” *Journal of Applied Physics*, vol. 91, pp. 3530–3538, Mar. 2002.
- [36] L.-D. Haret, *Détecteur en silicium sur cristal photonique par absorption linéaire à deux photons*. PhD thesis, Université paris-Sud, 2012.
- [37] X. D. Yang and C. W. Wong, “Coupled-mode theory for stimulated raman scattering in high- $q/v$ - $m$  silicon photonic band gap defect cavity lasers,” *Optics Express*, vol. 15, no. 8, pp. 4763–4780, 2007.
- [38] A. Yariv, *Optical Electronics in Modern Communications*. Oxford University Press, 1997.

## BIBLIOGRAPHIE

---

- [39] P. J. Petersan and S. M. Anlage, "Measurement of resonant frequency and quality factor of microwave resonators : Comparison of methods," *Journal of Applied Physics*, vol. 84, pp. 3392–3402, Sept. 1998.
- [40] R. W. Boyd, *Nonlinear Optics*. Academic Press, 1992.
- [41] Q. Lin, O. J. Painter, and G. P. Agrawal, "Nonlinear optical phenomena in silicon waveguides : Modeling and applications," *Optics Express*, vol. 15, pp. 16604–16644, 2007.
- [42] H. H. Li, "Refractive index of silicon and germanium and its wavelength and temperature derivatives," *Journal of Physical and Chemical Reference Data*, vol. Volume 9 / Issue 3, p. 98, 1980.
- [43] M. Dinu, F. Quochi, and H. Garcia, "Third-order nonlinearities in silicon at telecom wavelengths," *Applied Physics Letters*, vol. 82, pp. 2954–2956, May 2003.
- [44] T. Uesugi, B. S. Song, T. Asano, and S. Noda, "Investigation of optical nonlinearities in an ultra-high-Q si nanocavity in a two-dimensional photonic crystal slab," *Optics Express*, vol. 14, pp. 377–386, Jan. 2006.
- [45] L.-D. Haret, X. Checoury, Z. Han, P. Boucaud, S. Combrié, and A. D. Rossi, "All-silicon photonic crystal photoconductor on silicon-on-insulator at telecom wavelength," *Opt. Express*, vol. 18, pp. 23965–23972, Nov 2010.
- [46] T. Tanabe, H. Sumikura, H. Taniyama, A. Shinya, and M. Notomi, "All-silicon sub-gb/s telecom detector with low dark current and high quantum efficiency on chip," *Applied Physics Letters*, vol. 96, p. 101103, Mar. 2010.
- [47] T. J. Johnson, M. Borselli, and O. Painter, "Self-induced optical modulation of the transmission through a high-q silicon microdisk resonator," *Optics Express*, vol. 14, pp. 817–831, Jan. 2006.
- [48] T. Johnson, *Silicon Microdisk Resonators for Nonlinear Optics and Dynamics*. PhD thesis, California Institute of Technology, 2009.
- [49] B. Jalali, V. Raghunathan, D. Dimitropoulos, and O. Boyraz, "Raman-based silicon photonics," *IEEE Journal of Selected Topics in Quantum Electronics*, vol. 12, pp. 412–421, May-June 2006.
- [50] R. W. Hellwarth, "Theory of stimulated raman scattering," *Physical Review*, vol. 130(5), pp. 1850–1852, 1963.
- [51] P. A. Temple and C. E. Hathaway, "Multiphonon raman spectrum of silicon," *Physical Review B*, vol. 7(8), p. 3685, 1973.
- [52] F. Kroeger, A. Ryasnyanskiy, A. Baron, N. Dubreuil, P. Delaye, R. Frey, G. Roosen, and D. Peyrade, "Saturation of the raman amplification by self-phase modulation in silicon nanowaveguides," *Applied Physics Letters*, vol. 96, p. 241102, June 2010.

- [53] R. Claps, D. Dimitropoulos, Y. Han, and B. Jalali, "Observation of raman emission in silicon waveguides at 1.54  $\mu\text{m}$ ," *Optics Express*, vol. 10, pp. 1305–1313, Nov. 2002.
- [54] O. Boyraz and B. Jalali, "Demonstration of a silicon raman laser," *Optics Express*, vol. 12, no. 21, pp. 5269–5273, 2004.
- [55] O. Boyraz and B. Jalali, "Demonstration of directly modulated silicon raman laser," *Optics Express*, vol. 13, pp. 796–800, Feb. 2005.
- [56] H. S. Rong, R. Jones, A. S. Liu, O. Cohen, D. Hak, A. Fang, and M. Paniccia, "A continuous-wave Raman silicon laser," *Nature*, vol. 433, pp. 725–728, Feb. 2005.
- [57] H. S. Rong, S. B. Xu, Y. H. Kuo, V. Sih, O. Cohen, O. Raday, and M. Paniccia, "Low-threshold continuous-wave raman silicon laser," *Nature Photonics*, vol. 1, pp. 232–237, Apr. 2007.
- [58] H. S. Rong, S. B. Xu, O. Cohen, O. Raday, M. Lee, V. Sih, and M. Paniccia, "A cascaded silicon Raman laser," *Nature Photonics*, vol. 2, pp. 170–174, Mar. 2008.
- [59] S. Malaguti, G. Bellanca, A. de Rossi, S. Combrie, and S. Trillo, "Self-pulsing driven by two-photon absorption in semiconductor nanocavities," *Physical Review A*, vol. 83, p. 051802, May 2011.
- [60] M. Soltani, S. Yegnanarayanan, Q. Li, A. A. Eftekhar, and A. Adibi, "Self-sustained gigahertz electronic oscillations in ultrahigh-q photonic microresonators," *Physical Review A*, vol. 85, p. 053819, May 2012.
- [61] J. Capmany and D. Novak, "Microwave photonics combines two worlds," *Nature Photonics*, vol. 1, pp. 319–330, June 2007.
- [62] K. Ikeda and O. Akimoto, "Instability leading to periodic and chaotic self-pulsations in a bistable optical cavity," *Phys. Rev. Lett.*, vol. 48, pp. 617–620, Mar. 1982.
- [63] Y. F. Shaowu Chen, Libin Zhang and T. Cao, "Bistability and self-pulsation phenomena in silicon microring resonators based on nonlinear optical effects," *Optics Express*, vol. 20, no. 7, pp. 7454–7468, 2012.
- [64] M. Brunstein, A. M. Yacomotti, I. Sagnes, F. Raineri, L. Bigot, and A. Levenson, "Excitability and self-pulsing in a photonic crystal nanocavity," *Phys. Rev. A*, vol. 85, pp. 031803–, Mar. 2012.
- [65] Z. Han, X. Checoury, L.-D. Haret, and P. Boucaud, "High quality factor in a two-dimensional photonic crystal cavity on silicon-on-insulator," *Opt. Lett.*, vol. 36, pp. 1749–1751, May 2011.
- [66] T. J. Johnson and O. Painter, "Passive modification of free carrier lifetime in high-q silicon-on-insulator optics," *2009 Conference On Lasers and Electro-optics and Quantum Electronics and Laser Science Conference (cleo/qels 2009), Vols 1-5*, pp. 72–73, 2009.

## BIBLIOGRAPHIE

---

- [67] T. Tanabe, H. Taniyama, and M. Notomi, "Carrier diffusion and recombination in photonic crystal nanocavity optical switches," *Journal Of Lightwave Technology*, vol. 26, pp. 1396–1403, May 2008.
- [68] S. Kaka, M. R. Pufall, W. H. Rippard, T. J. Silva, S. E. Russek, and J. A. Katine, "Mutual phase-locking of microwave spin torque nano-oscillators," *Nature*, vol. 437, pp. 389–392, Sept. 2005.
- [69] A. C. Turner-Foster, M. A. Foster, J. S. Levy, C. B. Poitras, R. Salem, A. L. Gaeta, and M. Lipson, "Ultrashort free-carrier lifetime in low-loss silicon nanowaveguides," *Optics Express*, vol. 18, pp. 3582–3591, Feb. 2010.
- [70] B. Jalali, "Silicon lasers," *APS NEWS*, vol. 15, 2006.
- [71] M. Fujita, "Silicon photonics : Nanocavity brightens silicon," *Nat Photon*, vol. 7, pp. 264–265, Apr. 2013.
- [72] J. E. McMillan, X. D. Yang, N. C. Panoiu, R. M. Osgood, and C. W. Wong, "Enhanced stimulated raman scattering in slow-light photonic crystal waveguides," *Optics Letters*, vol. 31, no. 9, pp. 1235–1237, 2006.
- [73] J. F. McMillan, M. B. Yu, D. L. Kwong, and C. W. Wong, "Observation of spontaneous raman scattering in silicon slow-light photonic crystal waveguides," *Applied Physics Letters*, vol. 93, no. 25, p. 251105, 2008.
- [74] X. Chécoury, M. El Kurdi, Z. Han, and P. Boucaud, "Enhanced spontaneous raman scattering in silicon photonic crystal waveguides on insulator," *Optics Express*, vol. 17, no. 5, pp. 3500–3507, 2009.
- [75] X. Chécoury, Z. Han, and P. Boucaud, "Stimulated Raman scattering in silicon photonic crystal waveguides under continuous excitation," *Physical Review B*, vol. 82, JUL 26 2010.
- [76] X. D. Yang and C. W. Wong, "Design of photonic band gap nanocavities for stimulated raman amplification and lasing in monolithic silicon," *Optics Express*, vol. 13, pp. 4723–4730, June 2005.
- [77] X. D. Yang and C. W. Wong, "Stimulated raman amplification and lasing in silicon photonic band gap nanocavities," *Sensors and Actuators A-physical*, vol. 133, pp. 278–282, Feb. 2007.
- [78] L. A. Coldren and S. W. Corzine, *Diode Lasers and Photonic Integrated Circuits*. Wiley, 1995.
- [79] K. Inoue, H. Oda, A. Yamanaka, N. Ikeda, H. Kawashima, Y. Sugimoto, and K. Asakawa, "Dramatic density-of-state enhancement of Raman scattering at the band edge in a one-dimensional photonic-crystal waveguide," *Physical Review A*, vol. 78, no. 1, p. 011805, 2008.



- [80] H. Oda, K. Inoue, A. Yamanaka, N. Ikeda, Y. Sugimoto, and K. Asakawa, “Light amplification by stimulated Raman scattering in AlGaAs-based photonic-crystal line-defect waveguides,” *Applied Physics Letters*, vol. 93, no. 5, 2008.
- [81] Y. Ota, K. Watanabe, S. Iwamoto, and Y. Arakawa, “Nanocavity-based self-frequency conversion laser,” *Optics Express*, vol. 21, pp. 19778–19789, Aug. 2013.
- [82] X. Checoury, Z. Han, M. El Kurdi, and P. Boucaud, “Deterministic measurement of the purcell factor in microcavities through raman emission,” *Phys. Rev. A*, vol. 81, p. 033832, Mar 2010.
- [83] S. M. Ulrich, C. Gies, S. Ates, J. Wiersig, S. Reitzenstein, C. Hofmann, A. Löffler, A. Forchel, F. Jahnke, and P. Michler, “Photon statistics of semiconductor microcavity lasers,” *Physical Review Letter*, vol. 98, p. 043906, 2007.
- [84] A. S. Liu, H. S. Rong, and M. Paniccia, “Net optical gain in a low loss silicon-on-insulator waveguide by stimulated raman scattering,” *Optics Express*, vol. 12, pp. 4261–4268, Sept. 2004.