



HAL
open science

Caractérisation d'antennes par la méthode du développement en singularités appliquée au coefficient de rétrodiffusion

François Sarrazin

► **To cite this version:**

François Sarrazin. Caractérisation d'antennes par la méthode du développement en singularités appliquée au coefficient de rétrodiffusion. Autre. Université de Rennes, 2013. Français. NNT : 2013REN1S080 . tel-00925409

HAL Id: tel-00925409

<https://theses.hal.science/tel-00925409v1>

Submitted on 8 Jan 2014

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



THÈSE / UNIVERSITÉ DE RENNES 1
sous le sceau de l'Université Européenne de Bretagne

pour le grade de

DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE RENNES 1

Mention : Traitement du Signal et Télécommunications

Ecole doctorale Matisse

présentée par

François Sarrazin

Préparée à l'unité de recherche I.E.T.R – UMR 6164
Institut d'Electronique et de Télécommunications de Rennes
ISTIC – UFR Informatique Electronique

**Caractérisation
d'antennes par la méthode
du développement en
singularités appliquée
au coefficient de
rétrodiffusion**

**Soutenance prévue à Rennes
le 22 Novembre 2013**

devant le jury composé de :

Geneviève MAZE-MERCEUR

Docteur HDR, CEA CESTA / *rapporteur*

Marc HELIER

Professeur, Université de Paris VI / *rapporteur*

Joseph SAILLARD

Professeur, Université de Nantes / *examineur*

Yahia ANTAR

Professeur, Collège Militaire Royal du Canada /
examineur

Janic CHAUVEAU

Docteur, DGA/MI/MSE / *examineur*

Ala SHARAIHA

Professeur, Université de Rennes 1 / *Co-
directeur de thèse*

Philippe POULIGUEN

Docteur HDR, DGA/DS/MRIS / *Co-directeur de
thèse*

Patrick POTIER

Docteur, DGA/MI / *Co-encadrant*

Table des matières

Table des matières	iii
Introduction générale	1
I État de l'art sur la méthode du développement en singularités et ses applications	5
I.1 Introduction	7
I.2 Les descripteurs d'antennes	7
I.3 Les méthodes d'obtention des descripteurs	9
I.3.1 Mesure en rayonnement	9
I.3.2 Mesure en rétrodiffusion	10
I.3.2.1 Rappels sur la SER	10
I.3.2.2 Mesure d'antennes par la SER	12
I.3.3 Conclusion	14
I.4 La méthode du développement en singularités	14
I.4.1 Présentation	14
I.4.2 Les pôles de résonance	16
I.4.2.1 Représentation classique	16
I.4.2.2 Représentation en fonction du coefficient de qualité	18
I.4.3 Conclusion	19
I.5 Etat de l'art de l'utilisation de la SEM	19
I.5.1 Exploitation de la SEM dans le domaine radar	19
I.5.1.1 Caractérisation de cibles parfaitement conductrices en espace libre	20
I.5.1.2 Caractérisation de cibles parfaitement conductrices enfouies	20
I.5.1.3 Caractérisation de cibles diélectriques	21
I.5.1.4 Configuration multi-cibles : effets du couplage	21
I.5.1.5 Caractérisation de cibles en bandes fréquentielles étroites	22
I.5.1.6 Interprétation d'une cible à partir de ses pôles	22
I.5.1.7 Conclusion	24

TABLE DES MATIÈRES

I.5.2	Exploitation de la SEM dans le domaine des antennes	24
I.5.3	Autres applications	28
I.5.4	Conclusion	30
I.6	Conclusion	30
II	Les techniques d'extraction des pôles de résonance	31
II.1	Introduction	32
II.2	Les méthodes d'extraction des pôles de résonance	32
II.2.1	Les méthodes temporelles	32
II.2.1.1	Les méthodes de type Prony	32
	La méthode de Prony	33
	La méthode LS-Prony	34
	La méthode TLS-Prony	35
II.2.1.2	Les méthodes de type Matrix Pencil	36
	La méthode Matrix Pencil	37
	La méthode TLS Matrix Pencil	38
II.2.2	Les méthodes fréquentielles	41
	La méthode LS-Cauchy	43
	La méthode TLS-Cauchy	43
II.2.3	Conclusion	46
II.3	Techniques de sélection des pôles de résonance	46
II.3.1	Sélection des pôles dominants	46
II.3.2	Analyse sur une fenêtre glissante	48
II.4	Analyse de la fonction d'autocorrélation	50
II.5	Conclusion	51
III	Définition d'une procédure d'extraction des pôles de résonance	53
III.1	Introduction	55
III.2	Définition d'un jeu de pôles	55
III.3	Extraction en milieu non bruité	58
III.3.1	La méthode de Prony	58
III.3.1.1	Le paramètre M	58
III.3.1.2	La fenêtre d'observation	59
III.3.1.3	La période d'échantillonnage	60
III.3.1.4	La fenêtre glissante	61
III.3.1.5	L'autocorrélation	61
III.3.2	La méthode Matrix Pencil	62
III.3.2.1	Le paramètre M	62
III.3.2.2	La fenêtre d'observation	63
III.3.2.3	La période d'échantillonnage	64
III.3.2.4	La fenêtre glissante	64
III.3.2.5	L'autocorrélation	64

III.3.3	La méthode de Cauchy	65
III.3.3.1	Le paramètre P	66
III.3.3.2	La fréquence d'échantillonnage	66
III.3.3.3	La bande de fréquence	66
III.3.3.4	La fenêtre glissante	68
III.4	Extraction en présence de bruit	71
III.4.1	Extraction directe	73
III.4.2	Extraction avec autocorrélation	76
III.4.3	Application des trois méthodes sur une réponse bruitée	77
III.4.3.1	La méthode de Prony	77
III.4.3.2	La méthode Matrix Pencil	79
III.4.3.3	La méthode de Cauchy	81
III.4.4	Conclusion	82
III.5	Procédures d'extraction	82
III.6	Conclusion	83

IV Validation de la procédure d'extraction sur les champs rayonnés et rétrodiffusés par une antenne 85

IV.1	Introduction	87
IV.2	Pôles de résonance extraits du champ rayonné par une antenne	87
IV.2.1	L'antenne dipôle	88
IV.2.1.1	Présentation	88
IV.2.1.2	Définition du temps retardé	88
IV.2.1.3	Extraction avec la méthode de Prony	90
IV.2.1.4	Extraction avec la méthode MP	91
IV.2.1.5	Extraction avec la méthode de Cauchy	92
IV.2.1.6	Comparaison des trois méthodes	95
IV.2.1.7	Etude de robustesse au bruit	96
IV.2.1.8	Etude de robustesse au bruit sur autocorrélation du signal	98
IV.2.1.9	Application des trois méthodes sur une réponse bruitée	100
	La méthode de Prony	100
	La méthode MP	101
	La méthode de Cauchy	101
IV.2.1.10	Conclusion	102
IV.2.2	L'antenne papillon	102
IV.2.2.1	Présentation	102
IV.2.2.2	Comparaison des trois méthodes	102
IV.2.2.3	Etude de robustesse au bruit	103
IV.2.2.4	Conclusion	105
IV.2.3	Conclusion	105

IV.3	Pôles de résonance extraits du champ rétrodiffusé par une antenne	106
IV.3.1	L'antenne dipôle	106
IV.3.1.1	Définition du temps retardé	106
IV.3.1.2	Extraction avec la méthode de Prony	107
IV.3.1.3	Extraction avec la méthode MP	108
IV.3.1.4	Extraction avec la méthode de Cauchy	109
IV.3.1.5	Comparaison des trois méthodes	112
IV.3.1.6	Comparaison avec l'extraction en rayonnement	113
IV.3.1.7	Etude de robustesse au bruit	114
IV.3.1.8	Etude de robustesse au bruit sur autocorrélation du signal	116
IV.3.1.9	Application des trois méthodes sur une réponse bruitée .	118
	La méthode de Prony	118
	La méthode MP	119
	La méthode de Cauchy	119
IV.3.1.10	Conclusion	120
IV.3.2	L'antenne dipôle papillon	120
IV.3.2.1	Comparaison des trois méthodes	120
IV.3.2.2	Comparaison avec l'extraction en rayonnement	121
IV.3.2.3	Etude de robustesse au bruit	121
IV.3.2.4	Conclusion	122
IV.3.3	Conclusion	123
IV.4	Conclusion	123
V	Caractérisation théorique et expérimentale d'antennes à partir des coefficients naturels de résonance	125
V.1	Introduction	127
V.2	Etude d'antennes canoniques	127
V.2.1	Le dipôle	127
V.2.1.1	Analyse du jeu de pôles physiques	127
V.2.1.2	Analyse des pôles en fonction de la longueur de l'antenne	127
V.2.1.3	Analyse des pôles en fonction du diamètre de l'antenne .	130
V.2.1.4	Analyse des pôles en fonction de la charge de l'antenne .	131
V.2.1.5	Conclusion	134
V.2.2	L'antenne papillon	135
V.2.2.1	Analyse du jeu de pôles physiques	135
V.2.2.2	Extraction des pôles dans plusieurs directions	136
V.2.2.3	Analyse des pôles en fonction de la longueur de l'antenne	137
V.2.2.4	Analyse des pôles en fonction de l'angle d'évasement de l'antenne	138
V.2.2.5	Analyse des pôles en fonction de la charge de l'antenne .	138
V.2.2.6	Conclusion	142

V.3 Etude d'antennes réelles	144
V.3.1 L'antenne patch	145
V.3.1.1 Présentation de l'antenne	145
V.3.1.2 Analyse du jeu de pôles physiques	146
V.3.1.3 Extraction des pôles dans plusieurs directions	151
V.3.1.4 Analyse des pôles en fonction de la charge de l'antenne .	152
V.3.2 L'antenne hélice à cavité	154
V.3.2.1 Présentation de l'antenne	154
V.3.2.2 Analyse du jeu de pôles physiques	155
V.3.2.3 Extraction des pôles dans plusieurs directions	159
V.3.2.4 Analyse en fonction de la charge de l'antenne	160
V.3.3 L'antenne à fente ULB	162
V.3.3.1 Présentation de l'antenne	162
V.3.3.2 Analyse du jeu de pôles physiques	163
V.3.3.3 Extraction des pôles dans plusieurs directions	166
V.3.3.4 Analyse des pôles en fonction de la charge de l'antenne .	169
V.4 Conclusion	170
Conclusion générale et perspectives	173
Listes des publications	177
Bibliographie	179
Annexes	188
A Antenne papillon - Champ rayonné	189
B Antenne papillon - Champ rétrodiffusé	203

Introduction générale

Contexte et motivation de l'étude

Depuis plusieurs années, les communications sans-fil se multiplient et leurs domaines d'application sont aussi nombreux que variés. Les antennes, élément de base de ces dispositifs, présentent des spécificités différentes en fonction de chaque application. Leurs caractéristiques sont définies à l'aide de descripteurs tels que le gain, l'efficacité et le diagramme de rayonnement par exemple. Avec l'augmentation des débits et donc de la largeur de bande, la quantité d'information nécessaire pour caractériser une antenne devient très importante. Des solutions sont à l'étude pour compacter ces informations dont notamment l'utilisation des pôles de résonance.

Les pôles de résonance sont des paramètres de modélisation extraits à l'aide de la méthode du développement en singularités [1] (ou SEM pour Singularity Expansion Method). Cette méthode permet de décrire le comportement d'un objet éclairé par une onde électromagnétique. La réponse en temps retardé d'un tel objet peut en effet se décomposer comme une somme d'exponentielles amorties, chacune correspondant à une paire de pôles de résonance complexes conjugués. Ces pôles sont intrinsèques de l'objet considéré et sont indépendants du signal d'excitation et de l'angle d'incidence de l'onde sur l'objet.

La SEM a d'abord été étudiée dans un contexte radar [2, 3]. En effet, une cartographie de pôles se révèle être la carte d'identité de l'objet, indépendante de l'angle d'observation, qui peut donc être exploitée dans un processus d'identification. Plus récemment, la SEM a été étudiée dans un contexte antennaire [4, 5], l'objectif de ces études étant de compacter l'information liée à l'antenne en modélisant sa hauteur effective. Cependant, l'intégralité de la hauteur effective est considérée alors que la SEM n'est théoriquement applicable que sur la réponse en temps retardé. Dans cette thèse, nous souhaitons appliquer la SEM d'un point de vue physique. En effet, les pôles de résonance d'une antenne sont propres à celle-ci et peuvent donc être directement utilisés pour la caractériser. De plus, une seule mesure suffit pour obtenir l'ensemble des pôles de résonance de l'antenne. La principale motivation de ces travaux est donc de définir un moyen simple, rapide et compact de caractériser les antennes.

Ce travail fait notamment suite à quatre thèses. Les trois premières ont été réalisées par Thierry Lavenan [6], Raphael Toribio [7] et Janic Chauveau [8] et financées par la

Direction Générale de l'Armement / Maitrise de l'Information (DGA/MI). Elles portent sur l'utilisation de la SEM pour l'identification de cibles dans un contexte radar en insistant sur la compréhension des phénomènes physiques de résonance des objets éclairés par une onde électromagnétique. La quatrième thèse, réalisée par Claire Marchais [5] au sein de l'Institut d'Electronique et de Télécommunications de Rennes (IETR), porte sur l'utilisation de la SEM pour modéliser la hauteur effective d'une antenne Ultra Large Bande (ULB).

Objectifs et contributions

Une des principales limitations de la SEM dans le contexte radar est sa trop grande sensibilité au bruit. Dans le contexte antennaire, on s'affranchit en partie de ce problème en réalisant des mesures en chambre anéchoïque qui assurent un Rapport Signal à Bruit (RSB) important. Néanmoins, l'extraction des pôles de résonance reste très sensible et le premier objectif de ces travaux est de comparer les différentes méthodes d'extraction des pôles de résonance afin de déterminer la plus adaptée pour extraire les pôles d'une antenne, notamment en milieu bruité. Cette étude permettra de définir un protocole d'extraction optimisé.

Actuellement, la SEM est appliquée sur des mesures d'antennes en rayonnement. Cependant, les mesures d'antennes en Surface Equivalente Radar (SER) permettent de s'affranchir du câble d'excitation, élément très perturbateur dans le cas d'antennes miniatures notamment. Afin d'élargir la caractérisation d'antennes par la SEM aux antennes compactes et miniatures, le second objectif de ces travaux est d'appliquer le formalisme SEM à des mesures de SER et de comparer les résultats avec ceux obtenus en rayonnement.

Enfin, le dernier objectif de cette étude est d'analyser la position des pôles de résonance en fonction des caractéristiques de l'antenne afin de poser les bases de l'utilisation de la SEM pour la caractérisation d'antennes.

Dans cette thèse, seuls les pôles de résonance physiques des antennes sont considérés. En effet, la SEM est actuellement utilisée comme une méthode de modélisation compacte permettant de réduire les données nécessaires à la caractérisation de l'antenne. Cependant, les paramètres de modélisation, que sont les pôles de résonance, sont physiques de l'antenne et sont eux-mêmes directement reliés à ses caractéristiques. Une attention particulière est donc portée sur la sélection des pôles physiques de l'antenne et le tri des pôles mathématiques.

Organisation de la thèse

Le premier chapitre situe le contexte de cette étude. Dans un premier temps, nous présentons les principaux descripteurs d'antennes et deux moyens de les obtenir : la

mesure en rayonnement et la mesure de SER. Ensuite, la théorie de la SEM est présentée avant de faire l'état de l'art de ses applications, notamment dans les domaines du radar et des antennes.

Il existe plusieurs méthodes permettant d'extraire les pôles de résonance à partir de la réponse d'une antenne. Les méthodes de Prony et Matrix Pencil (MP) sont les plus courantes dans le domaine temporel et la méthode de Cauchy est la plus utilisée dans le domaine fréquentiel. Ces trois méthodes sont décrites dans le deuxième chapitre. De plus, les différents moyens de sélection des pôles dominants et des pôles physiques sont détaillés à la fin de ce chapitre.

Le chapitre III a pour but de définir un protocole d'extraction des pôles de résonance, notamment en présence de bruit. Pour cela, les trois méthodes sont appliquées sur un exemple didactique, basé sur une réponse construite à partir de pôles et résidus théoriques, et l'influence des paramètres de chaque méthode est étudiée. Nous présentons également une étude de robustesse au bruit de chaque méthode ce qui nous permet de conclure que la méthode MP est la plus appropriée dans le cas d'une réponse bruitée.

Dans le chapitre IV, nous appliquons les méthodes d'extraction sur les réponses simulées de deux antennes : le dipôle et le dipôle papillon, de manière à valider les protocoles établis dans le chapitre 3. De plus, cette étude est réalisée à partir des champs rayonnés et rétrodiffusés par ces antennes, ce qui permet de montrer que les pôles obtenus sont identiques dans les deux cas.

Le chapitre V des études paramétriques sur les dimensions et la charge d'une antenne dipôle et d'une antenne papillon permettent de tirer des premières conclusions sur la pertinence des pôles de résonance pour la caractérisation d'antennes. La deuxième partie de chapitre est consacrée à la validation expérimentale de l'extraction des pôles de résonance à partir du champ rétrodiffusé par trois antennes : une antenne patch faible bande, une antenne hélice à cavité large bande et une antenne à fente large Ultra Large Bande (ULB).

Chapitre I

État de l'art sur la méthode du développement en singularités et ses applications

Sommaire

I.1	Introduction	7
I.2	Les descripteurs d'antennes	7
I.3	Les méthodes d'obtention des descripteurs	9
I.3.1	Mesure en rayonnement	9
I.3.2	Mesure en rétrodiffusion	10
I.3.2.1	Rappels sur la SER	10
I.3.2.2	Mesure d'antennes par la SER	12
I.3.3	Conclusion	14
I.4	La méthode du développement en singularités	14
I.4.1	Présentation	14
I.4.2	Les pôles de résonance	16
I.4.2.1	Représentation classique	16
I.4.2.2	Représentation en fonction du coefficient de qualité	18
I.4.3	Conclusion	19
I.5	Etat de l'art de l'utilisation de la SEM	19
I.5.1	Exploitation de la SEM dans le domaine radar	19
I.5.1.1	Caractérisation de cibles parfaitement conductrices en espace libre	20
I.5.1.2	Caractérisation de cibles parfaitement conductrices enfouies	20

Chapitre I État de l'art sur la méthode du développement en singularités et ses applications

I.5.1.3	Caractérisation de cibles diélectriques	21
I.5.1.4	Configuration multi-cibles : effets du couplage	21
I.5.1.5	Caractérisation de cibles en bandes fréquentielles étroites	22
I.5.1.6	Interprétation d'une cible à partir de ses pôles	22
I.5.1.7	Conclusion	24
I.5.2	Exploitation de la SEM dans le domaine des antennes	24
I.5.3	Autres applications	28
I.5.4	Conclusion	30
I.6	Conclusion	30

I.1 Introduction

Ce premier chapitre a pour but de situer le contexte de ces travaux. Dans un premier temps, nous présentons les descripteurs classiques d'antennes afin de montrer l'intérêt d'utiliser les pôles et les résidus, extraits à l'aide de la méthode du développement en singularités (SEM pour Singularity Expansion Method), pour le compactage de données. Une alternative possible aux mesures classiques d'antennes en rayonnement, à savoir la caractérisation à l'aide de mesure de Surface Equivalente Radar (SER), est détaillée dans la deuxième partie. La troisième partie est consacrée à la présentation de la SEM et des pôles de résonance. Enfin, les différentes applications de la SEM, notamment dans les domaines du radar et des antennes, sont présentées dans la dernière partie.

I.2 Les descripteurs d'antennes

Depuis leur création dans la fin du XIX^e siècle, les communications sans-fil ne cessent de se développer et les applications de se multiplier. Les antennes, définies comme des objets généralement métalliques pour recevoir et transmettre les ondes radioélectriques, sont la base de tout système sans-fil. En effet, elles permettent de transformer une onde guidée en une onde rayonnée. Autrement dit, l'antenne assure la transition entre une ligne de transmission et l'espace libre (figure I.2.1 [9]).

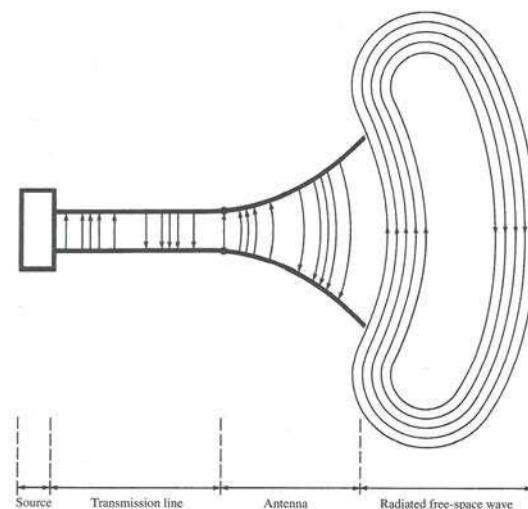


FIGURE I.2.1: L'antenne : transition entre ligne de transmission et espace libre [9]

Selon les applications, civiles ou militaires, telles que la télévision, le GSM, les transmissions par satellite, la détection... les antennes doivent satisfaire des spécifications diverses. Afin de décrire et donc caractériser ces antennes, les antennistes utilisent un certain nombre de descripteurs fréquentiels. Leurs définitions sont standardisées par IEEE [10]. Nous pouvons notamment citer

- le diagramme de rayonnement qui est une représentation graphique des propriétés de rayonnement d'une antenne en fonction de coordonnées polaires. Il peut être en 2D ou 3D et est généralement défini en champ lointain ;
- la directivité $D(\theta, \phi)$ qui est le rapport entre l'intensité de rayonnement dans une certaine direction et l'intensité de rayonnement moyennée dans toutes les directions. Si la direction n'est pas précisée, la directivité indique généralement la direction du maximum de rayonnement ;
- le gain $G(\theta, \phi)$ qui est très proche de la directivité mais tient compte de l'efficacité totale de l'antenne tel que $G(\theta, \phi) = \eta D(\theta, \phi)$ avec η l'efficacité de l'antenne prenant en considération les pertes dans les conducteurs et les diélectriques ainsi que les pertes par désadaptation ;
- la polarisation qui correspond à la direction du champ électrique de l'onde rayonnée par l'antenne. Elle est généralement linéaire, circulaire ou elliptique ;
- l'impédance d'entrée $Z_e = R_e + jX_e$ qui est l'impédance complexe présentée par l'antenne à son port d'excitation. La partie réelle $R_e = R_r + R_p$ où R_p est utilisée pour représenter les pertes par conduction et dans les diélectriques et R_r représente le rayonnement de l'antenne. R_r est d'ailleurs appelée la résistance de rayonnement ;
- le coefficient de réflexion Γ qui indique l'adaptation de l'antenne lorsqu'elle est connectée à une charge ou une ligne de transmission. Il dépend de l'impédance d'entrée de l'antenne Z_e et de l'impédance de la charge Z_c , tel que $|\Gamma|^2 = \frac{|Z_e - Z_c|^2}{|Z_e + Z_c|^2}$;
- le Rapport d'Ondes Stationnaires (ROS ou VSWR en anglais pour Voltage Standing Wave Ratio) traduit la présence d'ondes stationnaires dans la ligne de transmission reliée à l'antenne. Le ROS est donc directement obtenu à partir du coefficient de réflexion $ROS = \frac{1+|\Gamma|}{1-|\Gamma|}$;
- le facteur de qualité Q de l'antenne qui traduit la qualité d'une résonance. Il est défini comme $Q = \frac{f_0}{\Delta f}$ avec f_0 la fréquence centrale de résonance de l'antenne et Δf la largeur de bande autour de cette résonance. Cette relation n'est valable que pour $Q \gg 1$;
- la hauteur effective $e_h(\theta, \phi)$ qui est une quantité utilisée pour déterminer la tension induite sur le port de l'antenne en circuit ouvert lorsqu'une onde excite l'antenne. Il vient $V_{co} = E_i e_h$ avec V_{co} est la tension en circuit ouvert de l'antenne et E_i est le champ électrique incident.

Avec le besoin de communiquer avec des débits de plus en plus élevés en utilisant des antennes de plus en plus petites, de nouvelles normes se sont développées et notamment l'Ultra Large Bande (ULB) qui utilise une large bande spectrale. Ces nouvelles normes entraînent le développement de nouvelles antennes avec des spécificités particulières. D'autres descripteurs temporels ont alors été proposés comme par exemple

- la réponse impulsionnelle $h(\theta, \phi)$ qui est fonction de la direction et de l'impédance d'entrée. Comme son nom l'indique, c'est la réponse de l'antenne lorsqu'elle est soumise à une impulsion électromagnétique ;
- le temps de groupe qui est défini comme la dérivée de la phase du champ rayonné par une antenne en fonction de la fréquence. Si la phase est linéaire, le temps de groupe sera donc constant ;

- le facteur de fidélité [11] qui permet de quantifier la fidélité de la transmission d'une onde à travers l'antenne. Il dépend de la forme d'onde considérée.

L'ensemble de ces paramètres a son importance dans les performances de l'antenne. S'ils sont simples à définir et permettent de caractériser entièrement une antenne, la quantité de données à collecter et stocker devient vite très importante, notamment dans le cas des antennes ULB. Un moyen de compacter ces informations est d'utiliser des paramètres de compactage tels que les pôles et les résidus [12, 13]. Ce type d'approche permet de modéliser la réponse d'une antenne dans les domaines temporel et fréquentiel à l'aide d'un jeu restreint de paramètres. De plus, les pôles sont des paramètres intrinsèques et propres à l'antenne. Ils sont indépendants de l'angle d'observation et de la polarisation et directement liés à la géométrie de l'antenne. Cette analyse est fondée sur la méthode du développement en singularités (ou SEM pour Singularity Expansion Method) qui est présentée plus en détails dans la partie I.4 de ce chapitre.

I.3 Les méthodes d'obtention des descripteurs

Les descripteurs présentés précédemment doivent pouvoir être mesurés pour vérifier le bon fonctionnement d'une antenne. Plusieurs approches sont possibles dont notamment les mesures classiques en rayonnement et les mesures en rétrodiffusion.

I.3.1 Mesure en rayonnement

Classiquement, les descripteurs cités dans la partie I.2 sont obtenus en rayonnement en champ lointain, soit par une mesure directe, soit par une mesure en champ proche permettant de déduire les résultats en champ lointain. Dans le domaine fréquentiel, le principe est de mesurer le coefficient de transmission S_{21} entre l'antenne sous test et une antenne standard à l'aide d'un analyseur de réseau vectoriel (figure I.3.1). Si cette mesure est effectuée dans plusieurs directions, il est possible de déterminer le diagramme de rayonnement normalisé de l'antenne sous test. Ensuite, cette antenne est remplacée par une antenne de référence dont le gain est connu et, par comparaison, le gain de l'antenne sous test est obtenu. Dans le domaine temporel, le principe est le même mais l'instrumentation est différente. Un générateur génère une impulsion sur l'antenne d'émission et un oscilloscope permet de mesurer la réponse obtenue sur l'antenne de réception.

Ce type de mesure oblige à connecter l'antenne sous test à un câble d'excitation qui, selon la taille des chambres de mesure, peut être de longueur importante. Le câble intervient donc dans la mesure avec des possibles courants de fuite le long de celui-ci. Dans le cas d'antennes électriquement petites, le rôle de ce câble devient prépondérant et perturbe complètement l'impédance et le rayonnement de l'antenne. Plusieurs possibilités existent pour s'affranchir de l'influence de ce câble. La première consiste à stopper le courant sur le câble à l'aide d'absorbants, de ferrites ou de stubs par exemple, mais ces solutions ne sont pas efficaces sur une large bande de fréquence. La deuxième possibilité est de remplacer le câble d'excitation par une fibre optique [14] ce qui diminue fortement l'influence du câble. La troisième solution est de réaliser des mesures en rétrodiffusion, aussi appelées mesures de Surface Equivalente

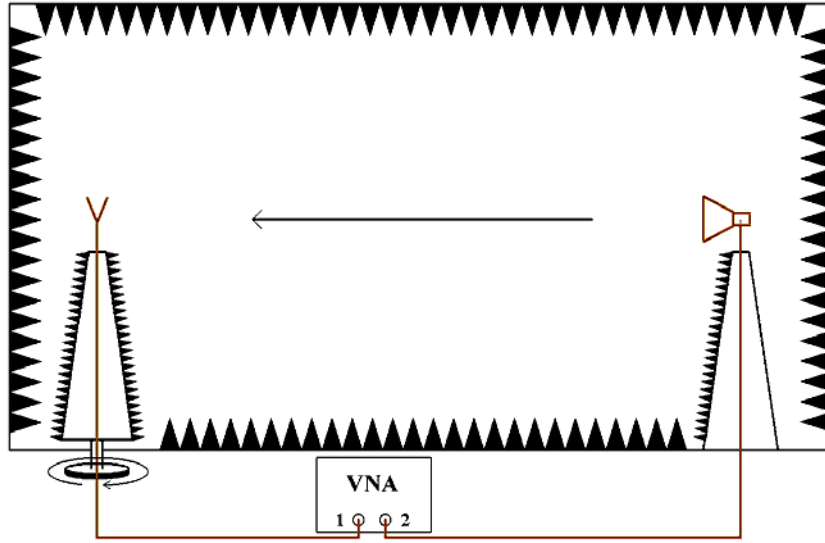


FIGURE I.3.1: Dispositif de mesure en rayonnement

Radar (SER). Cette méthode, permettant de s'affranchir du câble d'excitation, est présentée dans le paragraphe suivant.

I.3.2 Mesure en rétrodiffusion

I.3.2.1 Rappels sur la SER

Ce type de mesure a été utilisé dans un contexte radar signifiant « RAdio Detection And Ranging » ou encore « Détection et estimation de la distance par ondes radio ». Son principe est d'émettre une onde dans une certaine direction et de mesurer l'écho obtenu. L'écart temporel entre l'émission de l'onde et la réception de son écho permet de mesurer la distance séparant l'antenne de la cible. L'écho d'une cible dépend fortement de sa dimension. Plus une cible est grande, plus l'écho sera important et facilement mesurable.

La Surface Equivalente Radar (SER ou RCS en anglais pour « Radar Cross Section ») permet de quantifier l'importance de cet écho. Elle dimensionne la capacité d'une cible à re-rayonner l'énergie qu'elle reçoit. La SER, σ exprimée en m^2 , est la surface équivalente nécessaire pour capter et re-rayonner de façon isotrope la même puissance que la cible re-rayonne à l'antenne de réception du radar [15]. Une SER de $1 m^2$ signifie que l'énergie re-rayonnée par la cible à l'antenne de réception est équivalente à l'énergie re-rayonnée par une surface de $1 m^2$.

Dans le cas d'une configuration bistatique (antennes d'émission et de réception distinctes) présentée sur la figure I.3.2, la puissance reçue par le radar est définie par l'équation du radar suivante

$$P_r = \frac{P_e G_e G_r \lambda^2 \sigma_{ij}}{(4\pi)^3 R_e^2 R_r^2 L} \quad (I.3.1)$$

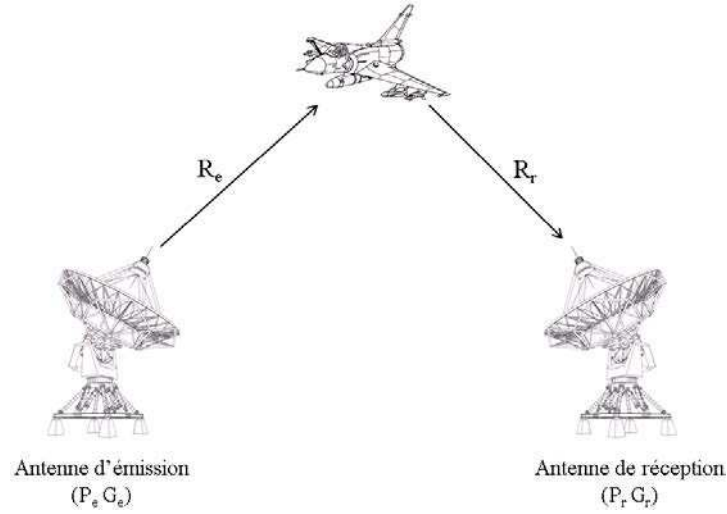


FIGURE I.3.2: Configuration d'un radar en bistatique

où

- P_r est la puissance reçue en W ;
- P_e est la puissance émise en W ;
- G_e est le gain de l'antenne d'émission ;
- G_r est le gain de l'antenne de réception ;
- λ est la longueur d'onde en m ;
- σ_{ij} est la Surface Equivalente Radar en m^2 pour un couple de polarisation i en émission et j en réception ;
- R_e est la distance entre l'émetteur et la cible en m ;
- R_r est la distance entre le récepteur et la cible en m ;
- L est le terme désignant les pertes dans le système radar.

Dans une configuration monostatique, c'est-à-dire lorsque la même antenne est utilisée à la fois en émission et en réception, $G = G_e = G_r$ et $R = R_e = R_r$. L'équation du radar se simplifie alors comme

$$P_r = \frac{P_e G^2 \lambda^2 \sigma_{ij}}{(4\pi)^3 R^2 L} \quad (\text{I.3.2})$$

La SER d'une cible peut être définie en utilisant le théorème de Poynting qui lie les champs électrique et magnétique incidents (\vec{E}_i^i et \vec{H}_i^i) sur la cible et ceux diffusés par la cible (\vec{E}_d^j et \vec{H}_d^j).

$$\sigma_{ij} = 4\pi R^2 \frac{\left| \vec{E}_d^j(\theta_r, \Phi_r) \wedge \vec{H}_d^{j*}(\theta_r, \Phi_r) \right|}{\left| \vec{E}_i^i(\theta_i, \Phi_i) \wedge \vec{H}_i^{i*}(\theta_i, \Phi_i) \right|} \quad (\text{I.3.3})$$

où l'exposant * désigne le conjugué. La plus grande dimension caractéristique de la cible D est en général très inférieure à la distance r qui sépare la cible du radar ($D \ll R$). On considère donc la cible en champ lointain, dans la zone dite de Fraunhofer ($R > 2D^2/\lambda$) et l'équation

précédente peut se simplifier comme

$$\sigma_{ij} = \lim_{R \rightarrow \text{inf}} 4\pi R^2 \frac{|\vec{E}_d^j(\theta_r, \Phi_r)|^2}{|\vec{E}_i^i(\theta_i, \Phi_i)|^2} = \lim_{R \rightarrow \text{inf}} 4\pi R^2 \frac{|\vec{H}_d^{j*}(\theta_r, \Phi_r)|^2}{|\vec{H}_i^{i*}(\theta_i, \Phi_i)|^2}. \quad (\text{I.3.4})$$

La SER σ s'exprime également comme

$$\sigma = \lim_{R \rightarrow \text{inf}} 4\pi R^2 \frac{p_r(\theta_r, \Phi_r)}{p_i(\theta_i, \Phi_i)} \quad (\text{I.3.5})$$

où

- p_r est la densité de puissance diffusée au récepteur en W/m^2 ;
- p_i est la densité de puissance incidente sur la cible en W/m^2 .

I.3.2.2 Mesure d'antennes par la SER

L'avantage de la SER est qu'elle s'obtient sans contact direct avec l'objet considéré. C'est donc une méthode de mesure non invasive. Dans le cas d'une antenne, le schéma de mesure est présenté sur la figure I.3.3. Une antenne standard émet une onde électromagnétique vers l'antenne sous test. Celle-ci diffracte de l'énergie dans toutes les directions et la réponse de l'antenne est mesurée par l'antenne standard dans la direction monostatique.

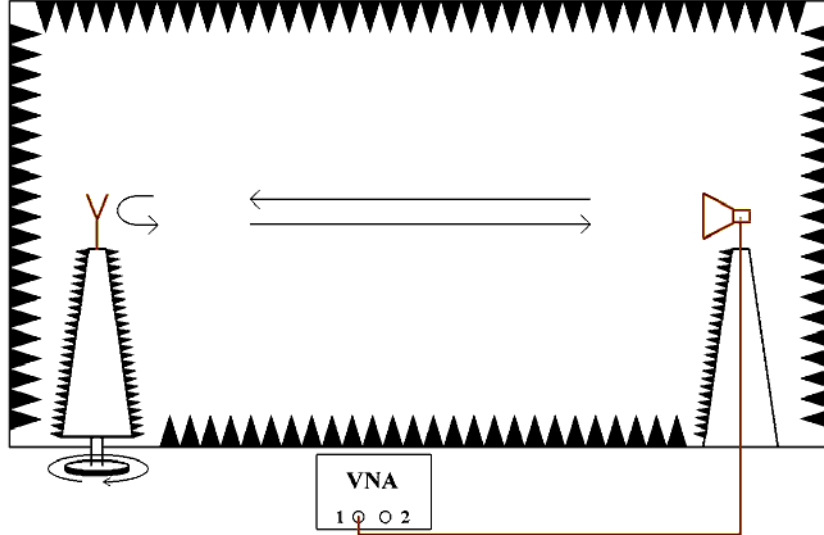


FIGURE I.3.3: Dispositif de mesure en rétrodiffusion

Les premières études de la détermination des caractéristiques de rayonnement d'une antenne à partir de ses propriétés de rétrodiffusion datent de 1946 [16, 17, 18], mais il a fallu attendre les années 60 pour que la théorie soit posée [19]. En effet, les antennes sont des diffuseurs particuliers et il convient de décomposer la SER total σ_t d'une antenne comme la somme de

deux composantes : la SER diffractée σ_d liée au mode de structure et la SER re-rayonnée σ_r liée au mode d'antenne. D'une manière générale, la diffraction due au mode de structure correspond à la diffraction qu'aurait un objet de la forme et de la composition de l'antenne mais qui n'en serait pas une, et le re-rayonnement dû au mode d'antenne correspond à l'énergie collectée par l'antenne, transmise jusqu'à la charge puis re-rayonnée dans l'espace libre (figure I.3.4).

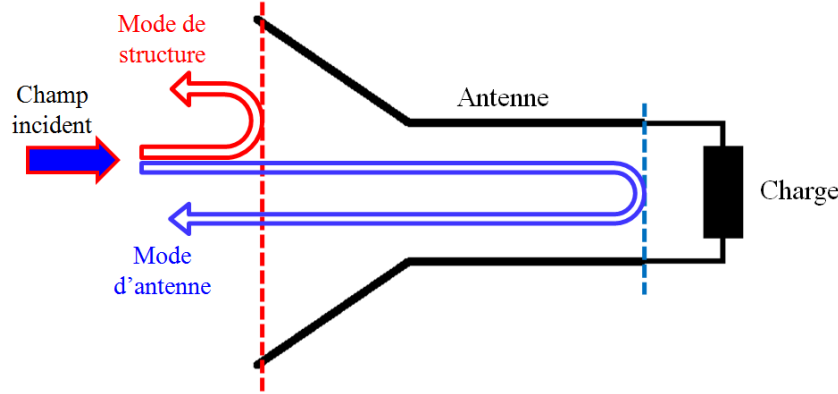


FIGURE I.3.4: Principe de rétrodiffusion d'une antenne

La SER liée au mode d'antenne σ_r est directement reliée au gain de l'antenne considérée via la relation

$$G = \frac{\sqrt{4\pi\sigma_r}}{\lambda}. \quad (\text{I.3.6})$$

Bien que le concept de diviser la SER d'une antenne en deux parties soit facilement compréhensible, il n'existe pas de définition unique de ce que constituent les modes de structure et d'antenne. En effet, le mode de structure peut être défini à partir de l'antenne court-circuitée [20], l'antenne sur une charge adaptée [21] ou encore l'antenne sur une charge adaptée conjuguée [22].

L'obtention des caractéristiques propres de l'antenne implique donc de dissocier le mode de structure et le mode d'antenne. La méthode la plus utilisée [23, 24, 25, 26] consiste à relier l'antenne à une charge réactive variable. Le principe est de mesurer les valeurs minimale σ_{min} et maximale σ_{max} de la SER en faisant varier la charge. En effet, pour des valeurs de charge particulières, la composante de la SER liée au mode d'antenne σ_r devient en phase ou en opposition de phase avec la composante liée au mode de structure σ_d , ce qui correspond aux valeurs minimum et maximum de la SER. σ_r est ensuite déduit de σ_{min} et σ_{max} à l'aide de

$$\begin{aligned} \sigma_{max} &= (\sqrt{\sigma_d} + \sqrt{\sigma_r})^2 \\ \sigma_{min} &= (\sqrt{\sigma_d} - \sqrt{\sigma_r})^2. \end{aligned} \quad (\text{I.3.7})$$

Le gain peut ensuite être obtenu en réalisant la mesure d'une sphère de référence dont les propriétés de diffraction sont connues analytiquement. Dans [27], Lambert étend cette méthode aux antennes à réflecteurs en tenant compte des multiples réflexions possibles sur ce type d'antenne. Cette méthode utilise cependant une charge idéale sans perte et elle n'est plus

valable dans le cas d'une charge réelle. Dans [28, 29, 30], les auteurs présentent une méthode de caractérisation permettant d'obtenir la polarisation, le gain et l'impédance d'une antenne sur une large bande de fréquence. A l'aide de plusieurs mesures de SER en monostatique, pour des conditions de charge de l'antenne différentes (court-circuit, circuit ouvert et charge adaptée), la matrice de diffraction de l'antenne est obtenue. A partir de cette matrice, les différentes caractéristiques de l'antenne peuvent être calculées. Cette méthode a été validée sur une antenne cornet pyramidale dans la bande X ainsi que sur une antenne cornet large bande à double polarisation. Les résultats obtenus avec la méthode en SER sont très proches des résultats obtenus avec une caractérisation classique à deux antennes.

Plus récemment, les réponses rétrodiffusées d'antennes électriquement petites ont été utilisées pour obtenir leurs gains et impédances d'entrée [31, 32]. En effet, s'astreindre du câble d'excitation est un avantage particulièrement important pour ce type d'antenne. Dans [31], les auteurs valident leur approche sur une antenne patch à 433 MHz avant de l'appliquer sur une antenne compacte fonctionnant à 833 MHz. Dans [32], l'étude porte sur une antenne compacte ULB. De bons résultats sont obtenus uniquement dans la bande de fréquence où l'antenne est bien adaptée.

1.3.3 Conclusion

Outre les mesures classiques en rayonnement, il est possible de mesurer le champ rétrodiffusé de l'antenne pour la caractériser. Une mesure de SER présente l'avantage de s'astreindre du câble d'alimentation de l'antenne et donc de moins perturber l'antenne sous test, notamment si elle est compacte voire miniature. En revanche, l'obtention de la SER uniquement liée au mode d'antenne est délicate. Dans le cadre de cette thèse, nous souhaitons notamment nous intéresser aux mesures de SER qui présentent l'avantage d'être non invasives.

1.4 La méthode du développement en singularités

1.4.1 Présentation

La méthode du développement en singularités (SEM) a été développée par Carl Baum en 1971 [1, 33]. Issue de l'analyse des réponses transitoires de diverses structures, elle permet de décrire le comportement global d'une cible éclairée par une onde électromagnétique. Carl Baum a remarqué que les réponses transitoires d'un objet se comportent comme une combinaison de sinusoides exponentiellement amorties. Ces réponses étant réelles, chaque sinusoides amortie correspond à une paire de pôles complexes conjugués dans le domaine fréquentiel. La caractérisation par la SEM consiste donc à extraire les singularités de la réponse transitoire d'une cible. Ces singularités sont également appelées pôles de résonance ou encore Coefficient Naturels de Résonance (CNR).

La réponse impulsionnelle d'un objet soumis à une excitation électromagnétique est composée de deux parties : la réponse en temps proche, notée $h_p(\theta, t)$ et la réponse en temps retardé, notée $h_r(\theta, t)$, θ désignant la dépendance angulaire entre l'antenne et la cible. En effet, comme montré sur la figure I.4.1, lorsqu'une impulsion courte illumine un objet de taille finie, une

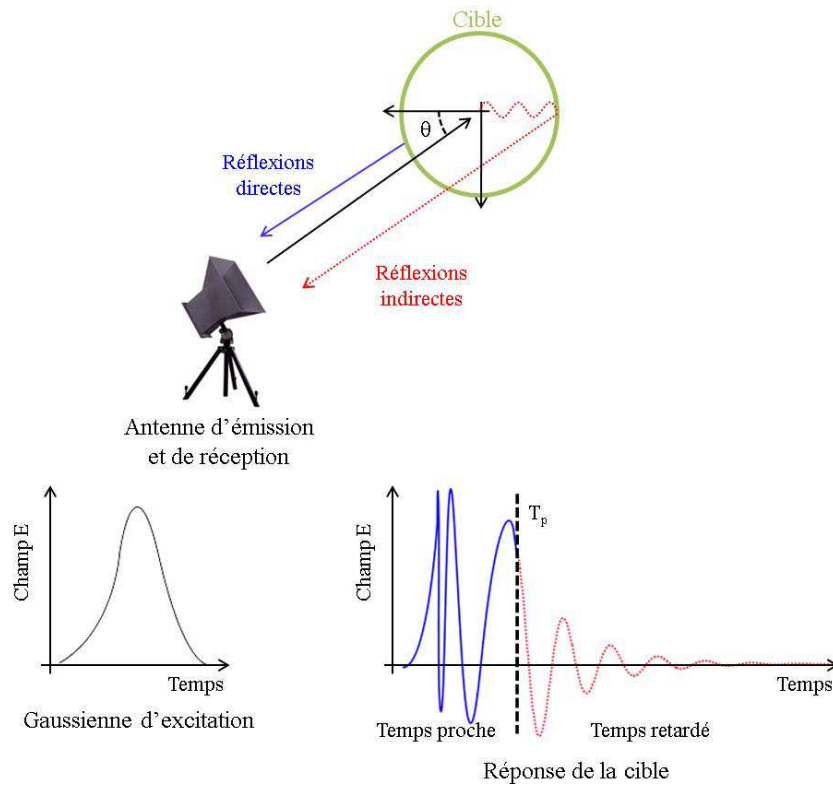


FIGURE I.4.1: Réponse temporelle d'un objet illuminé par une onde électromagnétique

partie de l'onde est tout d'abord directement réfléchi par l'objet illuminé. Cela constitue la réponse en « temps proche » ou « réponse forcée » de la cible et traduit la composante impulsive de la réponse. Cette partie de la réponse dépend du signal d'excitation émis et sa durée est proportionnelle à la taille de l'objet. Dans le cas d'une cible en espace libre, la durée T_p est définie telle que $T_p = 2D/c + \tau$, où D est la dimension caractéristique de l'objet, c la célérité de la lumière et τ la largeur de l'impulsion. Lorsque l'onde incidente a totalement éclairé la cible ($t > T_p$), les courants induits sur l'objet continuent de se propager. Ces courants rayonnent à leur tour une onde propre à la géométrie de l'objet. Cela caractérise la « réponse libre » ou réponse en « temps retardée » de l'objet. Dans la zone de résonance, c'est-à-dire lorsque la taille de l'objet est de l'ordre de grandeur de la longueur d'onde, ces courants excitent et entretiennent les modes de résonance naturels de l'objet. Ces courants s'amortissent avec le temps à cause de la conductivité finie de la cible ainsi que des pertes par rayonnement. On peut distinguer deux types de résonance : les résonances internes qui traduisent l'ensemble des phénomènes d'oscillations qui se produisent à l'intérieur de la cible, et les résonances externes qui traduisent les phénomènes d'ondes rampantes qui se produisent à la surface de l'objet. Ces résonances externes sont principalement associées à la géométrie de l'objet et sont peu dépendantes des résonances internes.

Les résonances naturelles d'un objet interviennent donc dans la deuxième partie de sa réponse temporelle, i.e dans la réponse en temps retardée $h_r(\theta, t)$. C'est cette partie de la réponse que

la SEM permet de modéliser par une somme d'exponentielles amorties telle que

$$h_r(\theta, t) \approx \sum_{n=1}^N R_n(\theta) e^{s_n t} \quad (\text{I.4.1})$$

pour $t > T_p$, et où

- θ désigne la dépendance angulaire de la réponse ;
- $s_n = \sigma_n \pm j\omega_n$ est le $n^{\text{ème}}$ pôle de résonance ;
- σ_n est le coefficient d'amortissement du $n^{\text{ème}}$ mode résonnant ;
- ω_n est la pulsation de résonance du $n^{\text{ème}}$ mode résonnant ;
- R_n est le résidu complexe associé au $n^{\text{ème}}$ mode résonnant ;
- N est le nombre de pôles contenus dans la réponse.

La SEM ramène donc le calcul des résonances naturelles d'un objet à l'estimation des paramètres d'une somme d'exponentielles amorties : les pôles s_n et les résidus R_n . La relation I.4.1 peut être transposée dans le domaine dual complexe de Laplace. Chaque sinusoïde amortie correspond alors à une paire de pôles complexes conjugués permettant d'obtenir une approximation de la fonction de transfert $H(\theta, s)$ de l'objet telle que

$$H(\theta, s) \approx \sum_{n=1}^N \frac{R_n(\theta)}{s - s_n} \quad (\text{I.4.2})$$

où s représente la variable complexe de Laplace. L'obtention des pôles peut donc se faire à partir de données temporelles ou fréquentielles. De plus, une fois les pôles et résidus obtenus, il est possible de passer d'un domaine à l'autre sans utiliser la transformée de Fourier.

I.4.2 Les pôles de résonance

I.4.2.1 Représentation classique

Un pôle de résonance est un nombre complexe : $s_n = \sigma_n + j\omega_n$. La partie réelle σ_n , négative, est le coefficient d'amortissement. Il est lié aux pertes dans les matériaux dues à leur conductivité finie et aux pertes à la surface de l'objet dues au rayonnement. La partie imaginaire ω_n , quant à elle, définit une pulsation de résonance. Chaque pôle correspond donc à une oscillation à la pulsation de résonance ω_n qui s'amortit dans le temps en fonction de son coefficient d'amortissement σ_n . Le résidu R_n , associé à chaque pôle s_n , est représentatif de la pondération de ce pôle sur le signal. Il est important de noter que les pôles de résonance sont indépendants de l'angle d'incidence et de la polarisation. En revanche, les résidus associés varient en fonction de ces paramètres. Ceci est une propriété fondamentale de la SEM et c'est ce qui en fait son intérêt dans la caractérisation de cibles (avion, antennes...). A titre d'exemple, la sinusoïde amortie correspondante à la paire de pôles complexes conjugués $s_{1,2} = -1 \pm j7$ est présentée sur la figure I.4.2.

Les pôles de résonance sont généralement affichés dans le plan de Laplace avec le coefficient d'amortissement en abscisse et la pulsation ou la fréquence de résonance associée en ordonnée. Un exemple de cartographie de pôles est présenté sur la figure I.4.3a. Ces pôles sont extraits de la réponse temporelle d'un dipôle de 100 mm de long et de rapport longueur sur diamètre

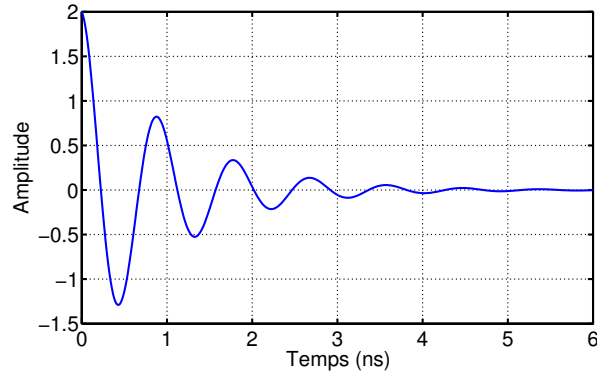


FIGURE I.4.2: Exemple d'une sinusoïde amortie associée aux pôles $s_{1,2} = -1 \pm j7$

égal à 100. Afin d'améliorer la précision de l'affichage des pôles, nous présenterons dans la suite de ce manuscrit uniquement la partie contenant les fréquences positives comme sur la figure I.4.3b.

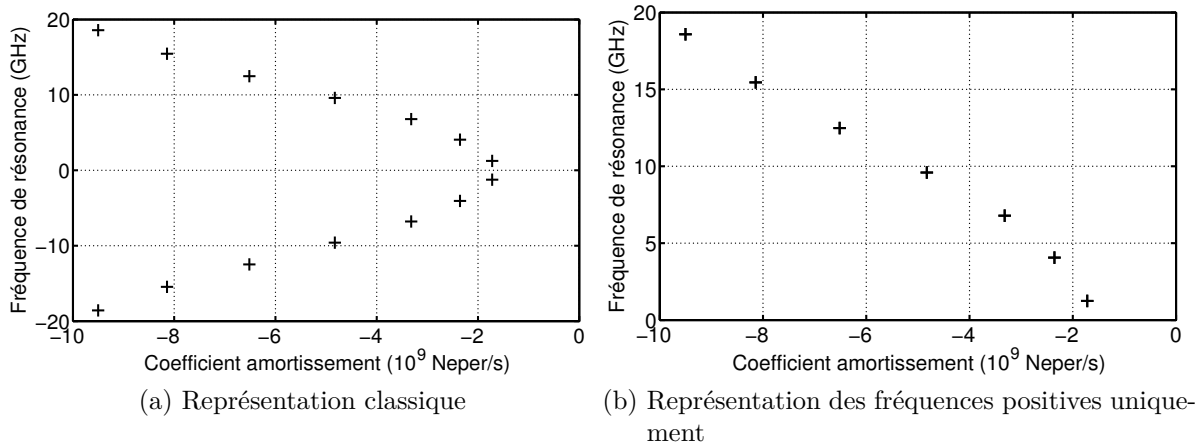


FIGURE I.4.3: Représentation dans le plan complexe des pôles d'un dipôle de longueur 100 mm et de diamètre 1 mm.

Nous remarquons que chaque paire de pôles est bien complexe conjuguée. Afin de rendre les cartographies de pôles plus faciles à analyser, la fréquence de résonance est indiquée plutôt que la pulsation de résonance. Tous les pôles sont situés sur la gauche du plan de Laplace (coefficients d'amortissement négatifs). Sur cet exemple, plus la fréquence de résonance d'un pôle est grande, plus son coefficient d'amortissement augmente en module. En pratique, les pôles les plus près de l'axe des ordonnées (coefficients d'amortissement proches de zéro) sont les plus susceptibles d'être extraits et sont également ceux dont la contribution est la plus importante. En effet, plus l'amortissement est élevé en module, plus la résonance associée s'amortit rapidement et donc l'impact de ce pôle est moins important dans le temps.

1.4.2.2 Représentation en fonction du coefficient de qualité

Dans sa thèse, Janic Chauveau [34] propose une représentation des pôles de résonance par leur facteur de qualité et leur pulsation naturelle de résonance. Cette représentation est fondée sur l'analogie entre les phénomènes de résonance d'un objet et les circuits résonants de type RLC.

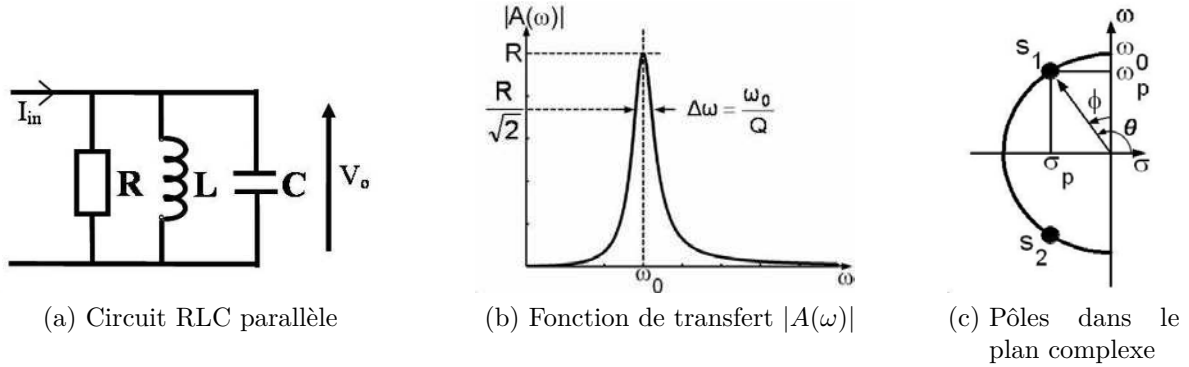


FIGURE I.4.4: Circuit résonant RLC[34]

La fonction de transfert $A(\omega)$ du circuit résonant parallèle présenté sur la figure I.4.4a correspondant à l'impédance Z de ce circuit est donnée par l'équation suivante

$$A(\omega) = Z(\omega) = \frac{V_0}{I_{in}} = \frac{R}{1 + jRC\omega + R/jL\omega} \quad (\text{I.4.3})$$

On montre que la relation I.4.3 peut s'exprimer sous la forme

$$A(\omega) = \frac{R}{1 + jQ\left(\frac{\omega}{\omega_0} - \frac{\omega_0}{\omega}\right)} \quad (\text{I.4.4})$$

avec $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$ la pulsation naturelle de résonance et $Q = RC\omega_0 = R/L\omega_0$ le coefficient de qualité du circuit. La bande passante du circuit est alors définie par $\Delta\omega = \omega_0/Q$. Afin de déterminer les pôles de ce système, la relation I.4.4 peut être redéfinie en fonction de la variable de Laplace $s = j\omega$. La fonction de transfert d'un objet peut être exprimée comme une somme de fonctions de transfert $A_m(s)$ de résonateurs élémentaires $\{\omega_{0,m}; Q_m\}$. Pour la $m^{\text{ème}}$ singularité $s_m = \sigma_m + j\omega_m$, la pulsation naturelle de résonance $\omega_{0,m}$ et le facteur de qualité Q_m sont respectivement définis par

$$\omega_{0,m} = |s_m| = \sqrt{\omega_m^2 + \sigma_m^2} \quad \text{et} \quad Q_m = -\frac{\omega_{0,m}}{2\sigma_m}. \quad (\text{I.4.5})$$

Il utilise ces nouveaux descripteurs dans le cas de trois cibles canoniques : le dipôle, l'ellipsoïde et la sphère, ainsi que sur un modèle simplifié d'avion. Il montre qu'ils permettent de mieux séparer les informations contenues dans les pôles, en effet le paramètre Q traduit directement le comportement résonant d'un objet et la pulsation naturelle de résonance ω_0 donne des indications sur la taille de l'objet. En reprenant l'exemple du dipôle de 100 mm avec

un rapport longueur sur diamètre de 100, la cartographie de pôles en fonction de ces nouveaux paramètres est présentée sur la figure I.4.5.

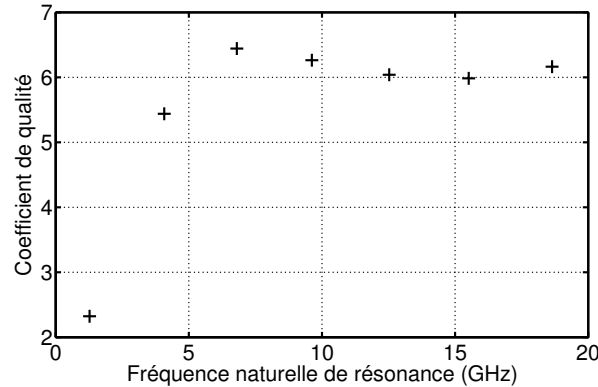


FIGURE I.4.5: Pôles du dipôle de 100 mm de long en fonction du coefficient de qualité

Cette représentation permet de montrer que la première résonance du dipôle est associée à un coefficient de qualité plus faible que pour les résonances multiples où le coefficient de qualité reste stable autour de 6.

I.4.3 Conclusion

La SEM permet de modéliser la réponse en temps retardé d'un objet, dans les domaines harmonique et transitoire, via ses résonances naturelles à l'aide d'un jeu restreint de deux paramètres complexes : les pôles de résonance (fréquence de résonance et coefficient d'amortissement) et les résidus. Le second avantage de la méthode est l'indépendance des pôles vis-à-vis de l'angle d'incidence et de la polarisation de l'onde émise sur la cible. Les pôles étant des paramètres intrinsèques de l'objet, la SEM est une méthode de choix pour la caractérisation d'objet. En conclusion, la SEM peut être interprétée comme une méthode de modélisation « intelligente » puisque les paramètres de modélisation sont physiques et contribuent à apporter de l'information par eux-mêmes. Les différentes applications de la SEM sont présentées dans la partie suivante.

I.5 Etat de l'art de l'utilisation de la SEM

I.5.1 Exploitation de la SEM dans le domaine radar

Au vu de ses propriétés intéressantes, la SEM a rapidement été étudiée pour être appliquée à la caractérisation et l'identification de cibles radar. En effet, il est possible d'établir une cartographie de pôles propres à chaque cible et créer une bibliothèque de ces cartographies. Le principe du traitement radar associé serait alors d'extraire les pôles de résonance de la réponse de la cible et de les comparer à la bibliothèque de pôles existante.

I.5.1.1 Caractérisation de cibles parfaitement conductrices en espace libre

Aujourd'hui, la caractérisation des cibles en espace libre concerne principalement la détection et l'identification d'aéronefs. Dès les années 1970, la SEM a été étudiée pour caractériser des objets canoniques parfaitement conducteurs en espace libre. Un objet particulièrement traité est la sphère conductrice [35, 36]. En effet, l'expression analytique du champ diffusé par une sphère a été établie par Mie dès 1908 [37]. La solution est fondée sur le développement du champ incident en fonctions d'ondes vectorielles physiques. D'autres objets canoniques ont été étudiés et notamment le disque [38], l'ellipsoïde [39], le cube [40] et la plaque rectangulaire [41]. Un autre cas d'étude est le « fil fin » que l'on peut considérer comme un dipôle court-circuité avec un rapport longueur sur diamètre important [33, 42, 43, 44]. Les articles [45, 46] et [47] présentent la caractérisation d'objets de forme plus complexe comme le fil fin en forme de L ou en forme de boucle. On peut citer également la caractérisation d'avions modélisés par plusieurs fils fins [48, 49]. Plus récemment, un certain nombre d'articles traite de la caractérisation d'avions modélisés de façon plus réaliste [3, 47, 50, 51]. La faisabilité d'obtenir les pôles de différentes cibles a donc été validée sur plusieurs exemples. Cependant, l'ensemble des articles cités met en avant le problème de l'obtention des pôles à partir de données bruitées. Des travaux plus récents traitent donc de potentielles optimisations de la SEM pour la caractérisation de cibles [6, 7, 8].

Dans le but d'identifier une cible, des méthodes de type K-pulse (Kill-pulse) [52, 53], E-pulse (Extinction-pulse) [54, 3, 55] et S-pulse (Single-pulse) [56] ont été développées. Ces méthodes sont fondées sur la connaissance a priori des pôles de résonance. Le signal reçu par le radar est convolué avec une batterie de signaux correspondants à différents types de cibles. Si la cible correspond à l'un de ces signaux, le signal résultant devient particulier (nul ou mono mode par exemple). Des améliorations de la méthode E-pulse sont également étudiées pour améliorer ses performances en présence de bruit [57]. Une autre méthode de discrimination est la Noise Space Vector (NSV) décrite dans [2, 6, 7].

I.5.1.2 Caractérisation de cibles parfaitement conductrices enfouies

La caractérisation de cibles parfaitement conductrices enfouies concerne principalement le déminage. En effet, un grand nombre d'articles traite de la détection et de l'identification de mines ou obus [58, 59, 60, 61, 62, 63]. La présence d'objets parasites dans le sol rend la détection de mines ou d'obus enfouis très complexe et le taux de fausse alarme est donc très important. L'identification de l'objet, via la SEM, permettrait donc de réduire ce taux de fausse alarme.

Pour cela, Carl Baum a développé une transformation permettant de calculer les pôles d'un objet enfoui dans un milieu homogène (à pertes ou non) à partir de ses pôles en espace libre [64]. Elle est d'ailleurs communément appelée la transformation de Baum et est définie comme

$$s = -\frac{\sigma}{2\epsilon_0\epsilon_r} + \left[\left(\frac{\sigma}{2\epsilon_0\epsilon_r} \right)^2 + \frac{s_0^2}{\epsilon_r} \right]^{1/2} \quad (\text{I.5.1})$$

où

- $s = \alpha + j\omega$ est le pôle dans le milieu de permittivité relative ϵ_r et de conductivité σ ;
- $s_0 = \alpha_0 + j\omega_0$ est le pôle en espace libre ;

- ϵ_r est la permittivité relative du milieu ;
- σ est la conductivité du milieu.

Dans [8], cette formule a été vérifiée sur l'exemple d'un dipôle enfoui dans un milieu diélectrique. Une bonne concordance entre les pôles extraits directement et ceux obtenus à partir des pôles en espace libre via la transformation de Baum est observée. En revanche, dans le cas d'un milieu multicouches tel qu'une interface air-sol, la transformation de Baum n'est plus valable. Dans ce cas, les pôles sont fonctions de la profondeur et de l'orientation de la cible, ainsi que des paramètres physiques des différentes couches du milieu et il est très difficile de déterminer les pôles de résonance [65]. Toutefois, Raphael Toribio [7] montre que les pôles de résonance d'un cylindre, cible résonnante, varient peu en fonction de la profondeur et de l'orientation de la cible. Ce résultat présente un intérêt pour des applications militaires pour lesquelles les cibles enfouies recherchées sont proches de l'interface air-sol. Raphael Toribio s'est également intéressé à l'obtention des pôles d'un objet posé sur le sol à partir de ses pôles dans l'air. Dans ce cas, il est nécessaire de définir une permittivité équivalente à l'interface air-sol, combinaison des permittivités de l'air et du sol.

I.5.1.3 Caractérisation de cibles diélectriques

La caractérisation de cibles diélectriques à l'aide de la SEM a également été étudiée. Les phénomènes de résonance, lorsqu'une cible diélectrique est éclairée par une onde électromagnétique, ont deux origines : les résonances internes provoquées par les réflexions à l'intérieur de la cible et les résonances externes dues aux ondes rampantes à la surface de l'objet. Dans [8], il est montré, sur trois cibles canoniques, que les résonances internes correspondent aux modes de cavité de la cible et que les résonances externes correspondent aux résonances de la cible parfaitement conductrice, lorsque la condition sur le fort contraste de permittivité entre le milieu et la cible est respectée. Des études traitent le cas d'une sphère parfaitement conductrice recouverte d'une couche diélectrique homogène [66, 8]. Cette couche diélectrique sans pertes favorise la propagation des ondes rampantes à la surface de l'objet et rend donc l'extraction des pôles dus aux résonances externes de la sphère parfaitement conductrice plus facile [8]. Un revêtement diélectrique sans pertes augmenterait finalement le caractère résonant d'une cible et améliorerait le processus d'identification.

I.5.1.4 Configuration multi-cibles : effets du couplage

Dans sa thèse, Raphael Toribio [7] présente le comportement de la SEM dans une configuration multi-cibles. Il présente deux études utilisant deux dipôles de même longueur mais de diamètres différents. La première étude concerne les dipôles en position verticale et séparés d'une distance variable. Dans ce cas, les pôles extraits du système couplé correspondent aux pôles de chaque dipôle pris séparément. Cependant, un effet de couplage est visible sur les coefficients d'amortissement des premiers pôles. Ces pôles sont associés aux fréquences les plus basses et donc aux longueurs d'onde les plus grandes. La distance séparant les deux dipôles n'est alors pas négligeable par rapport à ces longueurs d'onde. Les coefficients d'amortissement de ces pôles sont plus forts en module dans le cas du système couplé. Cet effet est d'autant

plus important que les dipôles sont proches, il est considéré comme négligeable pour une distance de quatre fois la longueur d'onde. Il est intéressant de noter que le couplage n'entraîne pas l'apparition de nouveaux pôles. La deuxième étude utilise les mêmes cibles mais orientées arbitrairement l'une par rapport à l'autre. Le premier dipôle est en position verticale et le deuxième est orienté avec un angle de 80 degrés par rapport au premier. Dans ce cas, les pôles extraits du système couplé sont très proches de ceux extraits pour chaque dipôle séparément, même pour une distance réduite entre les deux cibles. En conclusion, il est possible d'extraire les pôles de résonance de deux cibles différentes couplées. L'effet de couplage varie en fonction de la position des cibles l'une par rapport à l'autre et de la distance les séparant, et influe notamment sur les coefficients d'amortissement des pôles associés aux fréquences les plus basses.

1.5.1.5 Caractérisation de cibles en bandes fréquentielles étroites

Afin d'extraire un maximum de pôles de résonance de la réponse d'un objet, il est préférable que celui-ci soit illuminé par une onde ULB pour couvrir l'ensemble de sa zone de résonance. Cependant, l'utilisation de la totalité de la bande de résonance n'est pas toujours possible pour un radar. De plus, toutes les fréquences ne sont pas utilisables, en effet l'Union Internationale des Télécommunications [67] alloue un certain nombre de bandes fréquentielles pour des usages civils et d'autres pour des usages militaires. Dans ce contexte, Janic Chauveau [68] propose d'appliquer la SEM dans des bandes fréquentielles étroites. Il montre que dans le cas de trois cibles (un dipôle, une sphère et un modèle simplifié d'avion), il est possible d'extraire correctement les pôles si l'on se place autour de leurs fréquences de résonance. Cela implique cependant que les fréquences de résonance des cibles doivent être connues à l'avance, c'est-à-dire d'avoir une idée des dimensions des cibles.

1.5.1.6 Interprétation d'une cible à partir de ses pôles

Jusqu'ici, nous avons présenté l'utilisation de la SEM dans le but d'identifier un objet à l'aide de sa cartographie de pôles à condition de les connaître a priori. Or les pôles sont intrinsèques de l'objet et peuvent donner des informations sur sa forme générale. Dans [69, 8], l'auteur propose de déterminer les dimensions caractéristiques d'objets canoniques comme le dipôle, le cylindre et la sphère à partir de leurs pôles. Dans le cas d'un objet parfaitement conducteur, les pôles de résonance sont dus aux ondes rampantes se propageant à la surface de l'objet. La $m^{\text{ème}}$ pulsation naturelle de résonance, présentée dans le paragraphe I.4.2.2, peut donc être associée à la pulsation de résonance attendue en fonction du périmètre P de l'objet, telle que

$$\omega_{0,m} \approx \omega_{att} = m \frac{2\pi c}{P} \quad (\text{I.5.2})$$

où c est la célérité de la lumière dans le vide. Dans le cas du dipôle ou d'un cylindre de longueur L et de diamètre D , le périmètre est $P = 2(L + D)$ et dans le cas de sphère de diamètre D , le périmètre est $P = \pi D$. On ne s'intéresse ici qu'au pôle fondamental dont la pulsation $\omega_{0,1}$ est directement reliée au périmètre P . Pour chaque cas, l'écart relatif ϵ entre la pulsation naturelle de résonance attendue ω_{att} et la pulsation naturelle de résonance effective $\omega_{eff} = \omega_{0,1}$ est déterminé. Pour le dipôle ($L/D = 1000$), l'écart relatif ϵ est de 5 % et correspond

à la différence entre la longueur réelle du dipôle et la demi-longueur d'onde de résonance. En effet, un dipôle résonne généralement à 0.47λ . Dans le cas du cylindre ($L/D = 5$ et $L/D = 10$), ϵ monte à 10 %. ϵ varie en fonction de la forme des objets ; plus ils présentent de discontinuités, plus ϵ augmente. Ensuite, pour distinguer le dipôle du cylindre (assimilé à un dipôle très épais), il faut s'intéresser aux coefficients d'amortissement des pôles de résonance qui déterminent le coefficient de qualité de la résonance (équation I.4.5). Plus le dipôle est fin, plus son coefficient de qualité est élevé et donc plus le coefficient d'amortissement lié à cette résonance est faible en module. Pour la sphère, la résonance naturelle attendue est très proche de la résonance naturelle effective ($\epsilon < 1\%$). En effet, cet objet ne présente pas de discontinuité. De plus, le facteur de qualité de la sphère est très faible (objet peu résonnant) et ne varie pas en fonction de sa taille. A partir de ces résultats, deux abaques sont proposés dans [8]. Ils permettent de déterminer la longueur et le diamètre d'un dipôle à partir de ses pôles de résonance. En revanche, il est nécessaire de savoir a priori que l'objet considéré est un dipôle.

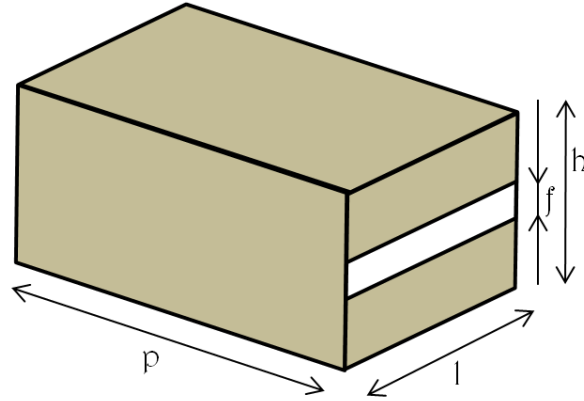


FIGURE I.5.1: Cavité parfaitement conductrice à fente

Une deuxième étude présente le cas d'une cavité parfaitement conductrice à fente présentée sur la figure I.5.1. C'est un cas intéressant car les pulsations de résonance théoriques des modes d'une cavité parfaitement conductrice sont connues analytiquement et données par la formule suivante

$$(\omega_r)_{m,n,q} = \frac{\pi}{(\epsilon\mu)^{1/2}} \left[\left(\frac{m}{h}\right)^2 + \left(\frac{n}{l}\right)^2 + \left(\frac{q}{p}\right)^2 \right]^{1/2}, \quad (\text{I.5.3})$$

où h , l et p sont respectivement la hauteur, la longueur et la profondeur de la cavité. A l'aide d'une étude paramétrique sur les dimensions h , l , p et f (largeur de la fente), il est possible de distinguer les pôles liés aux modes de cavité des pôles liés à la géométrie de la paroi externe de la cavité. Les pôles liés aux modes de cavité ont des pulsations de résonance correspondant à la relation I.5.3 et des coefficients d'amortissement faibles car il n'y a que très peu de pertes par rayonnement. Les pôles liés à la géométrie de l'objet sont dus aux ondes rampantes se propageant à la surface de la cavité. Leurs pulsations de résonance sont donc liées aux périmètres de la cavité ($2(h+l)$, $2(h+p)$ et $2(l+p)$) et de la fente ($2(l+f)$), et leurs

coefficients d'amortissement sont plus forts en module que ceux liés aux modes de cavité car les pertes par rayonnement sont plus importantes.

Pour les cas simples d'un dipôle plus ou moins épais et d'une cavité à fente, il est montré qu'il est possible de déterminer leurs dimensions caractéristiques à partir de leurs pôles de résonance. Cependant, ces analyses supposent une connaissance a priori des objets considérés.

1.5.1.7 Conclusion

Dans un contexte radar, la SEM a été largement utilisée pour modéliser les réponses de cibles radar en zone de résonance. Ces études concernent aussi bien des objets parfaitement conducteurs que diélectriques qu'ils soient enfouis ou en espace libre. Les pôles obtenus sont intrinsèques de la cible et indépendants de l'angle d'incidence de l'onde sur la cible. Il est alors possible de définir une cartographie propre à chaque cible puis de l'utiliser dans un processus d'identification. Il est également possible d'utiliser directement les pôles de résonance afin de décrire l'objet considéré. Ce type d'analyse permet de déterminer les dimensions caractéristiques de l'objet. Cependant, ceci n'est possible que si le type d'objet considéré (dipôle, cavité...) est connu.

1.5.2 Exploitation de la SEM dans le domaine des antennes

Dans le contexte radar, la SEM permet d'obtenir un jeu de pôles et de résidus unique pour chaque cible. De plus, les pôles contiennent des informations propres et caractéristiques de la cible. Appliquée de la même façon sur des antennes, la SEM pourrait permettre de les caractériser de façon unique. Un autre intérêt de la SEM réside dans le compactage des données. En effet, si à partir des pôles et des résidus, il est possible de remonter aux caractéristiques en rayonnement de l'antenne pour différentes fréquences, le volume de données nécessaires à la caractérisation de l'antenne serait considérablement réduit. Ceci serait particulièrement intéressant dans le cas d'antennes ULB dont la bande de fréquence utile est importante. C'est pour ces différentes raisons que la SEM a commencé à intéresser les antennistes.

Tesche est un des premiers à appliquer le formalisme SEM sur une antenne. Dans [70, 71], il modélise la réponse temporelle du courant sur une antenne dipôle court-circuitée. En 1973, Barnes [72] obtient des formulations analytiques simples pour décrire le courant de court-circuit induit sur une antenne dipôle éclairée par une onde électromagnétique. En 1975, Van Blaricum et Mittra [73] appliquent l'algorithme de Prony pour extraire en temporel les pôles et les résidus du courant d'une antenne dipôle. Ils vérifient les pôles obtenus par comparaison avec les pôles analytiques de Tesche [71] obtenus à partir des équations intégrales des champs électriques. Tesche modélise également la réponse en champ lointain d'un dipôle à l'aide de la SEM [74]. Dans [75], Michalski utilise la SEM pour représenter le circuit équivalent large bande d'une antenne boucle.

La hauteur effective permet de modéliser le comportement d'une antenne dans les domaines temporel et fréquentiel, ce qui en fait un descripteur de choix pour les antennes ULB. De plus, les paramètres d'une antenne comme le gain et l'efficacité peuvent être exprimés en fonction de cette hauteur effective. L'application de la SEM pour la modéliser a fait l'objet de plusieurs travaux récents [4, 5, 12, 13]. Dans ces études, la hauteur effective est obtenue à partir du

coefficient de transmission entre deux antennes. En effet, la formule de Friis [76] permet de décrire le processus de transmission entre deux antennes mais Shlivinski [77] a proposé une nouvelle formulation fondée sur les hauteurs effectives des antennes placées en champ lointain l'une par rapport à l'autre.

$$\frac{V_r(s)}{V_t(s)} = S_{21}(s) = \int \int \int \int \frac{s\mu}{Z_0} H_r(\theta_r, \Phi_r, s) C(\theta_r, \Phi_r, \theta_t, \Phi_t, s) H_t(\theta_t, \Phi_t, s) d\Omega_t d\Omega_r \quad (\text{I.5.4})$$

où

- θ_t, Φ_t et θ_r, Φ_r sont les angles d'incidence des antennes en transmission et en réception, respectivement ;
- Ω_t, Ω_r sont les angles solides en transmission et en réception, respectivement ;
- $s = j\omega$ est le coefficient de Laplace ;
- S_{21} est le coefficient de transmission entre les deux antennes ;
- V_r est la tension aux bornes de l'antenne de réception en V ;
- V_t est la tension aux bornes de l'antenne de transmission en V ;
- $Z_0 = 120\pi$ est l'impédance caractéristique du vide en Ω ;
- μ est la perméabilité du milieu de propagation en H/m ;
- H_r et H_t sont les hauteurs effectives réalisées des antennes de réception et de transmission en m, respectivement ;
- C est le modèle de canal tenant compte des contributions des divers chemins multiples.

En admettant que les deux antennes sont fixes l'une par rapport à l'autre (affranchissement de la dépendance angulaire), qu'elles sont en ligne de visée ($\theta_r = \Phi_r = \theta_t = \Phi_t = 0^\circ$) et que le canal ne tient compte que du retard de propagation et de l'atténuation liés à la distance entre les deux antennes ($C = e^{-j\beta r}/4\pi r$), il est possible de simplifier l'équation précédente telle que

$$\frac{V_r(s)}{V_t(s)} = S_{21}(s) = \frac{s\mu}{Z_0} H_r(s) H_t(s) \frac{e^{-j\beta r}}{4\pi r} \quad (\text{I.5.5})$$

où

- $\beta = \omega/c$ est la constante de propagation en m^{-1} ;
- r est la distance entre les deux antennes en m.

Le S_{21} contient donc des informations sur les hauteurs effectives réalisées des deux antennes. Afin d'obtenir la hauteur effective réalisée d'une seule antenne, il est possible d'utiliser soit une antenne de référence dont la hauteur effective réalisée est connue, soit deux antennes identiques. Le produit des deux hauteurs effectives réalisées est donné par

$$H_r(s) H_t(s) = \frac{Z_0}{s\mu} 4\pi r S_{21}(s) e^{j\beta r}. \quad (\text{I.5.6})$$

Dans le cas de deux antennes identiques, l'équation précédente devient

$$H_{t,r}(s) = \sqrt{\frac{Z_0}{s\mu} 4\pi r S_{21}(s) e^{j\beta r}}. \quad (\text{I.5.7})$$

La SEM est alors appliquée à ce signal et permet de modéliser la hauteur effective réalisée de l'antenne en fonction de deux paramètres : les pôles et les résidus.

$$H_{t,r}(\theta_{t,r}, \Phi_{t,r}, s) = \sum_{m=1}^M \frac{R_{m_{t,r}}(\theta_{t,r}, \Phi_{t,r})}{s - s_m} \quad (\text{I.5.8})$$

En temporel, cette équation devient

$$h_{t,r}(\theta_{t,r}, \Phi_{t,r}, t) = \sum_{m=1}^M R_{m_{t,r}}(\theta_{t,r}, \Phi_{t,r}) e^{s_m t}. \quad (\text{I.5.9})$$

Il est donc possible de représenter la hauteur effective réalisée d'une antenne à l'aide de seulement deux paramètres, à la fois dans le domaine temporel et dans le domaine fréquentiel. Le passage d'un domaine à l'autre se fait sans l'utilisation de la transformée de Fourier. A l'aide de la hauteur effective, le champ électrique rayonné peut être déterminé de la façon suivante

$$E_{ray}(\theta, \Phi, s) = s\mu \frac{e^{-j\beta r}}{4\pi r} I_t(s) H(\theta, \Phi, s) \quad (\text{I.5.10})$$

où I_t représente le courant d'excitation. Le champ électrique rayonné est donc proportionnel à la hauteur effective de l'antenne et il est possible de calculer le diagramme de rayonnement de l'antenne pour chaque fréquence à partir d'un jeu de pôles unique, indépendant de l'angle d'observation et de la fréquence, et de résidus qui ne dépendent que de l'angle d'observation. Stanislav Licul [4] a validé ce procédé en l'appliquant sur une antenne Vivaldi mesurée entre 1 et 12 GHz. La réponse de l'antenne est modélisée par 17 pôles extraits dans la direction du maximum de rayonnement de l'antenne. Ce jeu de pôles et la réponse fréquentielle reconstruite sont présentés sur la figure I.5.2. Les résidus sont ensuite calculés dans chaque direction en utilisant le même jeu de pôles. Le diagramme de rayonnement reconstruit à l'aide des pôles et résidus est comparé à la mesure sur la figure I.5.3. L'erreur est inférieure à 1 dB dans le demi-plan supérieur de l'antenne. Dans l'autre demi-plan, les erreurs dues aux multi-trajets entre les antennes d'émission et de réception n'ont pas été traitées et des erreurs importantes sur le diagramme de rayonnement apparaissent.

Claire Marchais [13] a également validé la possibilité d'extraire les pôles de résonance de la hauteur effective d'une antenne ULB à partir de la mesure du coefficient de transmission S_{21} entre deux antennes identiques. Cassio Rego [78] utilise la SEM pour modéliser la hauteur effective d'une antenne dipôle en forme de V ainsi qu'une antenne papillon. La hauteur effective de l'antenne papillon est également modélisée dans [79]. En 2009, Yang [80] applique la SEM sur la réponse d'une antenne Yagi positionnée sur un plan de masse. Il montre notamment l'intérêt d'utiliser les pôles extraits de plusieurs directions afin de pouvoir reconstruire correctement le diagramme de rayonnement. Il évoque également qu'il est préférable d'utiliser un fenêtrage temporel pour limiter les effets du multi-t trajet. Dans [81], Damien Rialet applique la SEM sur une antenne disque compacte ULB.

Dans toutes ces études, la modélisation de la hauteur effective de l'antenne en temporel et en fréquentiel via la SEM est très proche de la simulation numérique ou de la mesure. En revanche, ces études considèrent l'intégralité de la réponse de l'antenne et non pas uniquement la réponse en temps retardé. Pourtant, comme expliqué dans la partie I.4 de ce chapitre, la réponse en

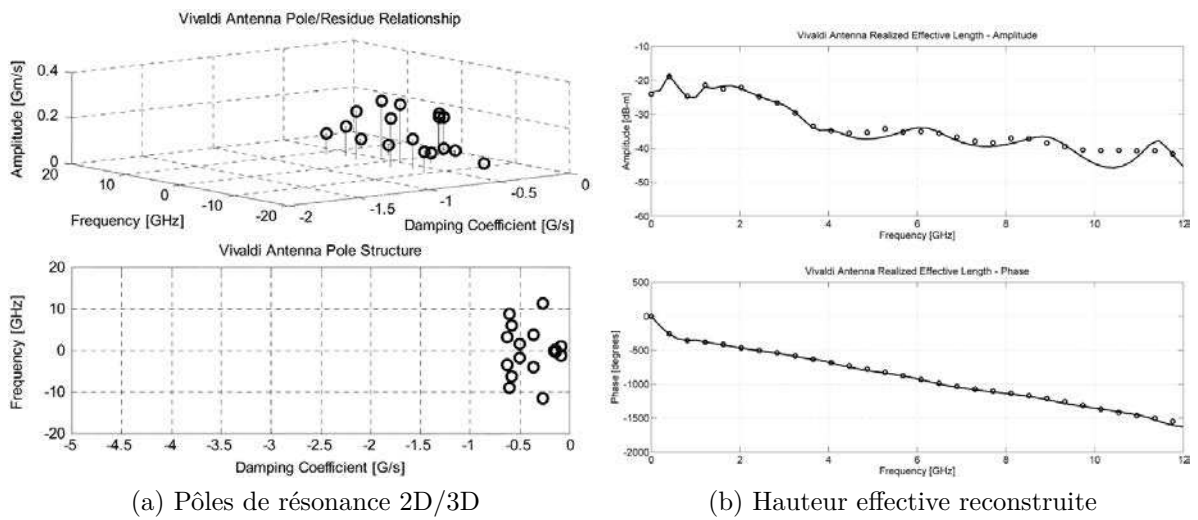


FIGURE I.5.2: Résultats avec 17 pôles/résidus extraits de l'antenne vivaldi [12]

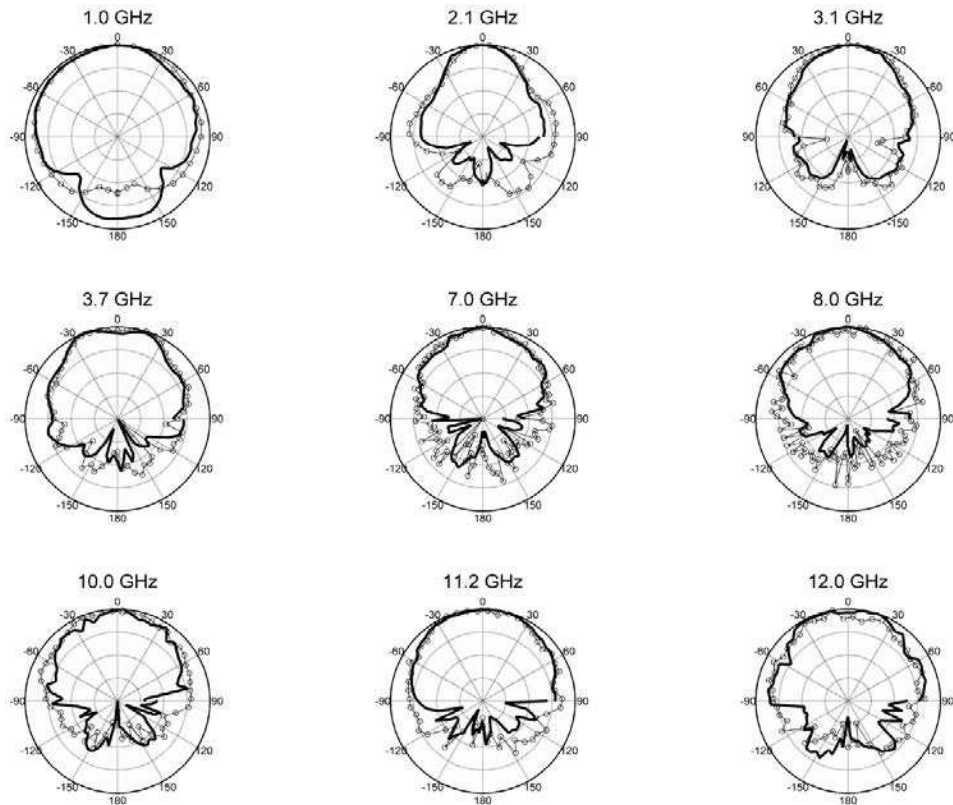


FIGURE I.5.3: Diagrammes de rayonnement de l'antenne Vivaldi mesurés et reconstruits (10 dB/div) [12]

temps proche contient la partie impulsive de la réponse, notamment liée au signal d'excitation, et il n'est donc pas possible de la modéliser physiquement par une somme d'exponentielles amorties. Cependant, en augmentant le nombre de pôles utilisés pour la modélisation et en considérant des pôles mathématiques, c'est-à-dire des pôles pouvant varier en fonction du temps et n'ayant pas de sens physique, il est tout de même possible de modéliser fidèlement la réponse en temps proche. Dans ce cas, la SEM n'est utilisée que comme une modélisation mathématique compacte d'un signal et le gain et le diagramme de rayonnement de l'antenne sont accessibles car l'intégralité de la hauteur effective est modélisée.

Il est à noter que les études sur la caractérisation des antennes en utilisant la SEM sont appliquées à des réponses d'antennes lorsque celles-ci sont alimentées via leurs ports d'excitation. Quelques études traitent de la modélisation du courant induit sur une antenne dipôle [82, 83, 84] et une antenne patch [85] lorsqu'elles sont excitées via une onde plane. En revanche, à notre connaissance, une seule étude traite de la modélisation du champ rétrodiffusé par une antenne [86]. Les pôles d'une antenne ULB obtenus en rayonnement et en rétrodiffusion sont comparés pour plusieurs charges. Ces premiers résultats semblent indiquer des pôles communs entre les deux configurations pour une charge identique. De plus, aucune étude ne traite de l'utilisation des pôles de résonance directement pour décrire l'antenne considérée.

1.5.3 Autres applications

Les deux applications principales de la SEM sont la caractérisation de cibles et d'antennes. Cependant, ses caractéristiques particulières intéressent également les chercheurs dans d'autres domaines comme celui du médical. Dans [87, 88], la SEM est utilisée pour estimer la taille d'une endoprothèse vasculaire implantée dans une artère. En effet, l'insertion de l'endoprothèse étant critique, il est nécessaire de mesurer avec précision son diamètre et l'évolution de celui-ci dans le temps. Les auteurs proposent de regarder la variation des fréquences de résonances des pôles en fonction du rayon de l'endoprothèse. Les premiers résultats obtenus en espace libre sont présentés en simulation et en mesure sur la figure I.5.4 [88]. Ils mettent en évidence que les fréquences de résonance de certains pôles semblent liées au rayon de l'endoprothèse. Une autre application médicale concerne l'identification de tumeur cancéreuse [89, 90]. Ces travaux portent notamment sur la distinction entre les tumeurs bénignes et cancéreuses à l'aide des pôles de résonance.

Récemment, la SEM a été appliquée à l'identification d'étiquettes RFID sans puce [91, 92, 93]. Le principe est de créer une étiquette contenant des fentes de différentes longueurs (figure I.5.5). Chaque fente crée une résonance qui est présente dans la réponse de l'étiquette et chaque résonance correspond à une paire de pôles de résonance (figure I.5.6). Une étiquette possède une cartographie de pôles unique qui permet de l'identifier.

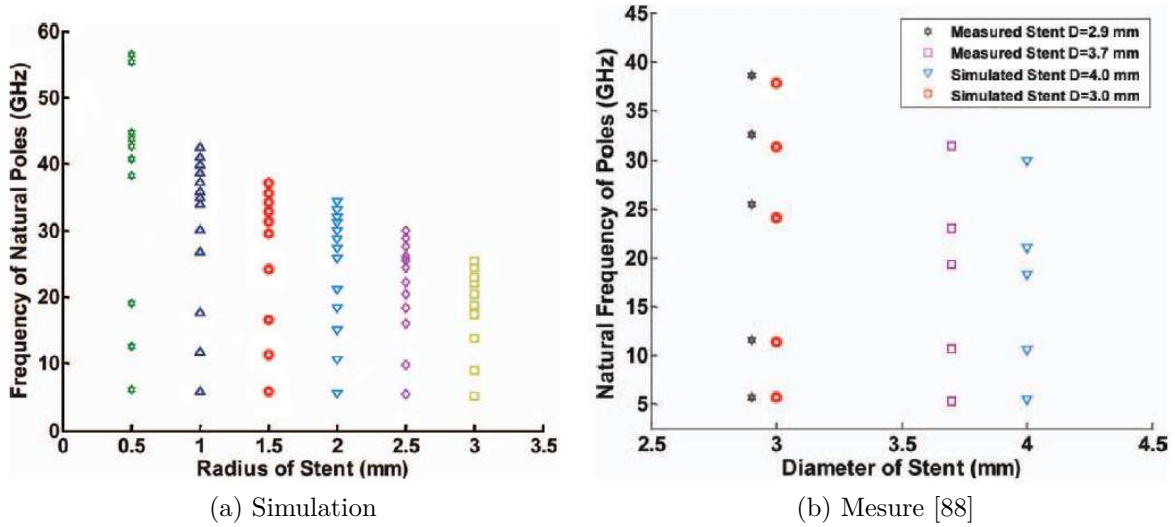


FIGURE I.5.4: Fréquences de résonance en fonction du rayon de l'endoprothèse [88]

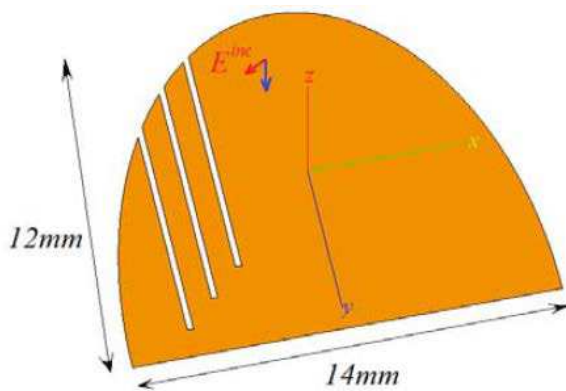


FIGURE I.5.5: Etiquette RFID sans puce [93]

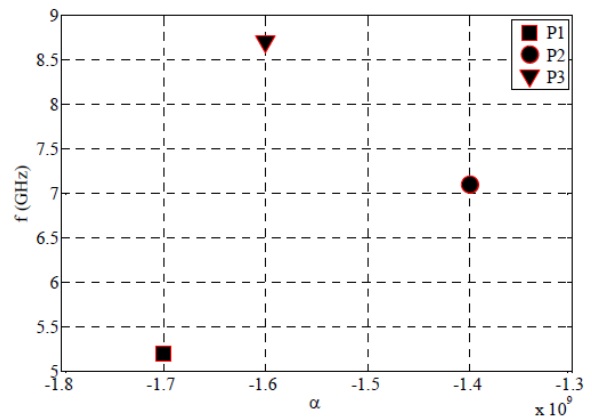


FIGURE I.5.6: Pôles de résonance [93]

La possibilité de compacter l'information d'une antenne intéresse également les spécialistes de canal de propagation. Dans [94], Christophe Roblin propose de combiner la SEM et la SMEM (Spherical Modes Expansion Method ou méthode de développement en modes sphériques) pour réduire les données liées aux antennes dans un contexte de modélisation de canal. L'idée est d'utiliser la SEM pour compacter l'information en fonction de la fréquence, puis de modéliser les résidus, fonctions de la direction, en utilisant la SMEM. Cette approche permet de réduire de 99.9% l'information liée à l'antenne biconique considérée.

On utilise également la SEM dans de nombreux autres domaines comme par exemple l'extraction des paramètres S des circuits microondes intégrés [95], l'analyse de la propagation des signaux sur des plans de masse perforés [96], l'analyse des modes complexes dans des structures

fermées conductrices sans pertes [97], l'imagerie radar à ouverture synthétique inverse [98] et l'imagerie haute résolution des cibles mobiles [99].

I.5.4 Conclusion

Nous avons montré que la SEM peut s'appliquer dans de nombreux domaines. Historiquement, la SEM est utilisée dans le domaine radar pour la caractérisation et l'identification de cibles à partir de leurs cartographies de pôles. L'autre grand domaine d'application est celui des antennes où la SEM permet de caractériser de manière compacte la hauteur effective d'une antenne et ainsi compacter fortement le volume de données nécessaire à sa caractérisation. Cependant, ces études prennent en compte l'intégralité de la réponse et ne considèrent donc pas uniquement les phénomènes physiques. Enfin, d'autres applications ont été envisagées ou commencent à émerger notamment dans le domaine médical et celui de la RFID.

I.6 Conclusion

Les antennes possèdent des caractéristiques particulières qui sont définies à l'aide de descripteurs. Avec l'apparition des antennes ULB, travaillant dans une large bande de fréquences, le volume de données à stocker afin de complètement caractériser l'antenne devient de plus en plus important. De nouveaux descripteurs tels que les pôles et les résidus ont été proposés afin de réduire la quantité de données nécessaire. De plus, les pôles de résonance sont intrinsèques de l'objet et peuvent donc être utilisés dans un processus d'identification.

Plusieurs méthodes permettent de mesurer les descripteurs d'antennes et notamment les mesures en rétrodiffusion, qui ne nécessitent pas de câble d'alimentation relié à l'antenne. Ce point est particulièrement intéressant dans le cas d'antennes compactes voire miniatures où la présence du câble perturbe le comportement global de l'antenne.

La SEM est une méthode permettant d'obtenir des paramètres intrinsèques d'un objet : les pôles de résonance. Elle a notamment été appliquée dans le domaine du radar pour l'identification de cibles telles que les avions et les mines. Dans le domaine des antennes, son utilisation se limite aujourd'hui au compactage d'information, un jeu restreint de pôles et résidus permettant de modéliser avec précision le champ rayonné par une antenne. D'autres applications voient également le jour dans les domaines du médical et de la RFID.

Dans cette thèse, nous proposons d'étudier le formalisme SEM appliqué à des mesures de SER d'antennes dans le but de pouvoir les caractériser d'une nouvelle manière. Nous nous concentrons uniquement sur les pôles de résonance physiques, i.e. ceux directement liés à la structure et aux caractéristiques de l'antenne. Cette approche trouve notamment de l'intérêt pour les antennes ULB et compactes mais reste applicable à tous types d'antennes.

Chapitre II

Les techniques d'extraction des pôles de résonance

Sommaire

II.1	Introduction	32
II.2	Les méthodes d'extraction des pôles de résonance	32
II.2.1	Les méthodes temporelles	32
II.2.1.1	Les méthodes de type Prony	32
II.2.1.2	Les méthodes de type Matrix Pencil	36
II.2.2	Les méthodes fréquentielles	41
II.2.3	Conclusion	46
II.3	Techniques de sélection des pôles de résonance	46
II.3.1	Sélection des pôles dominants	46
II.3.2	Analyse sur une fenêtre glissante	48
II.4	Analyse de la fonction d'autocorrélation	50
II.5	Conclusion	51

II.1 Introduction

La SEM permet de modéliser la réponse en temps retardé d'une antenne par une somme d'exponentielles amorties. Il existe plusieurs méthodes permettant d'extraire les pôles de résonance et les résidus associés. Dans le domaine temporel, les deux méthodes les plus utilisées sont la Total Least Square Prony (TLS-Prony) et la Total Least Square Matrix Pencil (TLS-MP). Dans le domaine fréquentiel, la méthode la plus répandue est celle de Cauchy. Les différents algorithmes d'extraction sont détaillés d'un point de vue mathématique et les travaux de leurs comparaisons sont présentés. Ensuite, nous présentons les critères de sélection des pôles dominants et les techniques de discrimination des pôles physiques.

II.2 Les méthodes d'extraction des pôles de résonance

II.2.1 Les méthodes temporelles

Dans le domaine temporel, les méthodes de type « Prony » et « Matrices Pencil » (MP) sont les plus couramment utilisées. Afin de travailler sur des valeurs discrètes, il est possible de ré-écrire l'équation I.4.1 en posant $z_n = e^{s_n}$ tel que

$$y_r(\theta, k) \approx \sum_{n=1}^N R_n(\theta) z_n^k \quad (\text{II.2.1})$$

où

- $k = 0, 1, \dots, K - 1$ est le $k^{\text{ième}}$ échantillon ;
- K est le nombre d'échantillons ;
- z_n est la racine complexe associée au $n^{\text{ème}}$ mode résonant, $z_n = e^{s_n}$.

Sous forme matricielle et en supposant un nombre d'échantillons K , l'équation II.2.1 devient

$$\begin{bmatrix} y_0 \\ y_1 \\ \vdots \\ y_{K-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_1^0 & z_2^0 & \cdots & z_N^0 \\ z_1^1 & z_2^1 & \cdots & z_N^1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ z_1^{K-1} & z_2^{K-1} & \cdots & z_N^{K-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_1 \\ R_2 \\ \vdots \\ R_N \end{bmatrix} \quad (\text{II.2.2})$$

Les méthodes de Prony et MP permettent de résoudre cette équation de deux façons différentes.

II.2.1.1 Les méthodes de type Prony

L'équation II.2.1 est un problème d'estimation non linéaire particulièrement difficile à résoudre. En 1795, le baron de Prony [100], qui étudiait alors la dilatation des gaz, a réussi à linéariser ce problème en reconnaissant que ce système d'équations est également la solution d'une équation différentielle linéaire à coefficients constants a_q associée à un polynôme caractéristique $p(z)$ dont les racines sont les z_n . La résolution des pôles z_n est donc séparée de celle

des résidus R_n . La méthode est articulée autour de trois étapes : deux pour le calcul des pôles et une pour le calcul des résidus.

La méthode de Prony

La première étape consiste à résoudre le système d'équations différentielles linéaires à coefficients constants. Pour cela, il existe deux types de prédiction linéaire : celle dite avancée ou « forward » et celle dite retardée ou « backward ».

Prédiction linéaire avancée ou « forward »

L'équation différentielle à coefficients constants est définie comme

$$\sum_{q=0}^M a_q y_{k-q} = 0 \quad M+1 \leq k \leq K = 2M \quad a_0 = 1 \quad (\text{II.2.3})$$

où

- K est le nombre d'échantillons ;
- M est le nombre de pôles.

Soit, sous forme matricielle $[y_F | Y_F][a_F] = 0$, y_F étant appelé le vecteur d'observation et Y_F la matrice de données,

$$\begin{bmatrix} y_{M+1} & y_M & \cdots & y_1 \\ y_{M+2} & y_{M+1} & \cdots & y_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y_K & y_{K-1} & \cdots & y_{K-M} \end{bmatrix}_{M*(M+1)} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_M \end{bmatrix} = 0. \quad (\text{II.2.4})$$

Prédiction linéaire retardée ou « backward »

L'équation différentielle à coefficients constants est alors définie comme

$$\sum_{q=0}^M a_q y_{k-M+q} = 0 \quad M+1 \leq k \leq K = 2M \quad a_0 = 1 \quad (\text{II.2.5})$$

Soit, sous forme matricielle $[y_B | Y_B][a_B] = 0$

$$\begin{bmatrix} y_1 & y_2 & \cdots & y_{M+1} \\ y_2 & y_3 & \cdots & y_{M+2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y_M & y_{M+1} & \cdots & y_{2M} \end{bmatrix}_{M*(M+1)} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_M \end{bmatrix} = 0. \quad (\text{II.2.6})$$

Les coefficients a_q étant connus, la deuxième étape consiste à calculer les racines du polynôme associé $p(z)$ où les a_q sont solutions de II.2.4 et II.2.6. Les racines associées au système II.2.4 sont les z_m alors que les racines associées au système II.2.6 sont les z_m^{-1} .

$$p(z) = \prod_{m=1}^M (z - z_m) = \sum_{q=1}^M a_q z^{-q} = 0 \Leftrightarrow 1 + a_1 z^{-1} + a_2 z^{-2} + \dots + a_M z^{-M} = 0 \quad (\text{II.2.7})$$

La troisième et dernière étape réside dans le calcul des résidus R_m en résolvant l'équation II.2.1 devenue linéaire.

Un des problèmes de cette méthode est que si on considère $2M$ échantillons, alors, la méthode va extraire M pôles, même si le nombre réel de pôles est très inférieur [73]. De plus, cette méthode ne minimise pas les effets du bruit et une petite erreur sur les données de départ peut entraîner une grande erreur sur les pôles extraits. Il est possible de résoudre ces problèmes en utilisant une approche des moindres carrés.

La méthode LS-Prony

En 1950, Householder [101] propose de sur-déterminer le système d'équation II.2.2, c'est-à-dire de choisir $K > 2M$ et de calculer les systèmes II.2.4 et II.2.6 en utilisant le critère des moindres carrés. Il est nécessaire de définir un nouveau paramètre L , l'ordre de prédiction, qui permet de fixer le nombre de pôles de résonance que l'on souhaite extraire. Dans ce cas, les équations II.2.4 et II.2.6 deviennent

$$\left[\begin{array}{c|ccc} y_{L+1} & y_L & \cdots & y_1 \\ y_{L+2} & y_{L+1} & \cdots & y_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y_K & y_{K-1} & \cdots & y_{K-L} \end{array} \right]_{(K-L)*(L+1)} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_L \end{bmatrix} = 0 \Leftrightarrow [y_F | Y_F] \begin{bmatrix} \frac{1}{a_F} \end{bmatrix} = 0 \quad (\text{II.2.8})$$

et

$$\left[\begin{array}{c|ccc} y_1 & y_2 & \cdots & y_{L+1} \\ y_2 & y_3 & \cdots & y_{L+2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y_{K-L} & y_{K-L+1} & \cdots & y_K \end{array} \right]_{(K-L)*(L+1)} \begin{bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ \vdots \\ a_L \end{bmatrix} = 0 \Leftrightarrow [y_B | Y_B] \begin{bmatrix} \frac{1}{a_B} \end{bmatrix} = 0. \quad (\text{II.2.9})$$

La résolution de ces matrices au sens des moindres carrés se calcule comme

$$a_{F,B} = Y_{F,B}^+ y_{F,B} \quad (\text{II.2.10})$$

avec $Y_{F,B}^+$ la matrice pseudo-inverse de Moore-Penrose de $Y_{F,B}$ définie telle que

$$Y_{F,B}^+ = (Y_{F,B}^* Y_{F,B})^{-1} Y_{F,B}^* \quad (\text{II.2.11})$$

où l'exposant $*$ désigne la matrice transposée conjuguée. Les deux autres étapes sont ensuite similaires à la méthode originale de Prony. L'approche LS permet d'augmenter les performances de l'algorithme en présence de bruit mais ne tient compte des effets du bruit que dans le vecteur

d'observation $[y]$ et non dans la matrice de données $[Y]$. La méthode LS-Prony reste donc très sensible au bruit [102]. Il existe des variantes de la LS-Prony mais qui ne présentent pas des robustesses plus importantes [103]. Afin de prendre en compte la présence de bruit dans l'intégralité des données, il est possible d'utiliser une approche des moindres carrés totaux.

La méthode TLS-Prony

En 1987, Rahman et Yu proposent une nouvelle variante de la méthode de Prony : la Total Least Square Prony (TLS-Prony) qui applique une Décomposition en Valeurs Singulières (SVD pour Singular Value Decomposition) sur la matrice $[y|Y]$ avant d'effectuer la résolution au sens des moindres carrés. Cette technique a l'avantage de tenir compte du bruit présent à la fois dans le vecteur d'observation et la matrice de données.

La matrice $[y|Y]$ est construite à partir des données y_k et à l'aide de l'ordre du filtre de prédiction L . Dans le cas d'une prédiction « forward », cette matrice s'écrit

$$[y|Y] = \left[\begin{array}{c|ccc} y_{L+1} & y_L & \cdots & y_1 \\ y_{L+2} & y_{L+1} & \cdots & y_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y_K & y_{K-1} & \cdots & y_{K-L} \end{array} \right]_{(K-L)*(L+1)} \quad (II.2.12)$$

Dans le cas d'une prédiction « backward », la matrice $[y|Y]$ est définie comme

$$[y|Y] = \left[\begin{array}{c|ccc} y_1 & y_2 & \cdots & y_{L+1} \\ y_2 & y_3 & \cdots & y_{L+2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y_{K-L} & y_{K-L+1} & \cdots & y_K \end{array} \right]_{(K-L)*(L+1)} \quad (II.2.13)$$

Le paramètre L permet d'ajuster le nombre d'équations par rapport au nombre d'inconnues dans le système, K étant ici supérieur à $2M$, L doit donc être choisi assez grand sans conduire à une indétermination du système. Il doit donc satisfaire la relation suivante

$$L \leq \frac{K-1}{2} \quad (II.2.14)$$

Une SVD est maintenant appliquée à la matrice $[y|Y]$.

$$[y|Y] = [U] [\Sigma] [V]^H \quad (II.2.15)$$

où

- l'exposant H réfère à la transposée hermitienne ;
- $[U] = \left[\begin{array}{cccc} u_1 & u_2 & \cdots & u_{K-L} \end{array} \right]_{(K-L)*(K-L)}$ avec u_i les vecteurs propres de $[y|Y][y|Y]^H$;
- $[V] = \left[\begin{array}{cccc} v_1 & v_2 & \cdots & v_{K-L} \end{array} \right]_{(L+1)*(L+1)}$ avec v_i les vecteurs propres de $[y|Y]^H[y|Y]$;
- $[\Sigma] = \text{diag}(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_{L+1})_{(K-L)*(L+1)}$ avec σ_i les valeurs propres de $[y|Y]$.

Le conditionnement d'une matrice est donné par le rapport de sa valeur singulière maximale sur celle minimale (non nulle) : $\sigma_{max}/\sigma_{min}$. Le mauvais conditionnement de cette matrice est

donc lié aux valeurs singulières les plus faibles. Pour résoudre ce problème, la méthode TLS-Prony propose d'éliminer les valeurs singulières les plus faibles (proches de zéro) en définissant un seuil ϵ et un paramètre M tel que

$$\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_M \geq \epsilon \geq \sigma_{M+1} \geq \dots \geq \sigma_{L+1} \geq 0 \quad (\text{II.2.16})$$

Les valeurs singulières inférieures à ϵ sont mises à zéro, seules les M valeurs singulières supérieures à ϵ sont conservées. La nouvelle matrice $[\Sigma]$ est donc définie comme

$$[\Sigma] = \text{diag}(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_M, 0, \dots, 0)_{(K-L) \times (L+1)}. \quad (\text{II.2.17})$$

En plus du choix du paramètre L , la méthode TLS-Prony nécessite donc le choix du paramètre M tel que

$$M < L. \quad (\text{II.2.18})$$

La matrice $[y|Y]$ est recalculée selon l'équation II.2.15 mais en utilisant la nouvelle matrice $[\Sigma]$ définie selon l'équation II.2.17. La SVD peut être appliquée au système d'équations de la prédiction « forward » ou celui de la prédiction « backward ». Les deux étapes suivantes sont identiques à celles de la méthode LS-Prony, à savoir une résolution des systèmes d'équations II.2.8 et II.2.9 au sens des moindres carrés puis le calcul des résidus, solutions de l'équation II.2.2. Dans [104], Steedly propose une étude statistique détaillée sur la TLS-Prony.

Des optimisations de la TLS-Prony ont été proposées. Nous pouvons notamment citer la LC-TLS-Prony (Linear Constraint Total Least Square Prony) [105] qui suppose que certains pôles sont connus à l'avance. L'idée est alors d'insérer ces pôles connus dans l'algorithme de calcul afin d'améliorer la précision de l'extraction des autres pôles. Dans [106], Daniel Trudnowski propose d'appliquer la TLS-Prony simultanément à un ensemble de réponses d'un même objet obtenues dans plusieurs directions pour n'extraire qu'un seul jeu de pôles.

Dans la littérature, il y a également d'autres méthodes, par exemple celle proposée par Tufts et Kumaresan [107, 108] ou celle de Steiglitz et McBride [109, 110], mais elles sont très similaires à la méthode de Prony. De plus, la robustesse de ces méthodes en présence de bruit est équivalente à la méthode de Prony [111].

II.2.1.2 Les méthodes de type Matrix Pencil

La fonction Pencil

La méthode MP tire son nom de la fonction de Pencil en mathématiques. Cette fonction est la combinaison de deux fonctions g et h définies sur un intervalle commun avec le paramètre Pencil λ tel que

$$f(t, \lambda) = g(t) + \lambda h(t). \quad (\text{II.2.19})$$

La fonction f est alors le Pencil des fonctions g et h , paramétrée par λ , et contient des informations sur les pôles de résonance des fonctions g et h .

La méthode Matrix Pencil

En 1990, Hua et Sarkar [112, 113] développent une nouvelle méthode de calcul des pôles de résonance à partir des fonctions Pencil. Cette méthode est issue de la généralisation des fonctions Pencil. A partir des échantillons de données y_k , deux matrices $[Y_1]$ et $[Y_2]$ sont construites telles que

$$[Y_1] = \begin{bmatrix} y_1 & y_2 & \cdots & y_L \\ y_2 & y_3 & \cdots & y_{L+1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y_{K-L} & y_{K-L+1} & \cdots & y_{K-1} \end{bmatrix}_{(K-L)*L} \quad (\text{II.2.20})$$

et

$$[Y_2] = \begin{bmatrix} y_0 & y_1 & \cdots & y_{L-1} \\ y_1 & y_2 & \cdots & y_L \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y_{K-L-1} & y_{K-L} & \cdots & y_{K-2} \end{bmatrix}_{(K-L)*L} \quad (\text{II.2.21})$$

où

- L est le paramètre Pencil ;
- K est le nombre d'échantillons.

Il est possible de décomposer les deux matrices $[Y_1]$ et $[Y_2]$ de la façon suivante.

$$[Y_1] = [Z_1][R][Z_2] \quad (\text{II.2.22})$$

$$[Y_2] = [Z_1][R][Z_0][Z_2] \quad (\text{II.2.23})$$

$[Z_1]$ et $[Z_2]$ sont deux matrices de Vandermonde définies comme

$$[Z_1] = \begin{bmatrix} 1 & 1 & \cdots & 1 \\ z_1^1 & z_2^1 & \cdots & z_M^1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ z_1^{K-L-1} & z_2^{K-L-1} & \cdots & z_M^{K-L-1} \end{bmatrix}_{(K-L)*M} \quad (\text{II.2.24})$$

et

$$[Z_2] = \begin{bmatrix} 1 & z_1^1 & \cdots & z_1^{L-1} \\ 1 & z_2^1 & \cdots & z_2^{L-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & z_M^1 & \cdots & z_M^{L-1} \end{bmatrix}_{M*L} \quad (\text{II.2.25})$$

où M est le nombre de pôles que l'on souhaite extraire. $[R]$ et $[Z_0]$ sont deux matrices carrées diagonales définies comme

$$[R] = \text{diag}[R_1, R_2, \dots, R_M] \quad (\text{II.2.26})$$

et

$$[Z_0] = \text{diag}[z_1, z_2, \dots, z_M]. \quad (\text{II.2.27})$$

Il est maintenant possible de définir la fonction de Pencil des matrices $[Y_1]$ et $[Y_2]$ comme

$$[Y_2] - \lambda[Y_1] = [Z_1][R] \{ [Z_0] - \lambda[I] \} [Z_2] \quad (\text{II.2.28})$$

où $[I]$ est la matrice identité. En choisissant L tel que $M \leq L \leq K - M$, le rang de la matrice $\{ [Y_2] - \lambda[Y_1] \}$ est M . Cependant, dans le cas où $\lambda = z_i$ avec $i \in [1, M]$, le rang de cette matrice devient $M - 1$. En effet, la $i^{\text{ème}}$ ligne de la matrice $\{ [Z_0] - \lambda[I] \}$ est alors composée de zéros. Les pôles z_i avec $i \in [1, M]$ sont donc les valeurs propres généralisées de la paire de matrices $\{ [Y_2]; [Y_1] \}$. Il vient

$$[Y_1][r_i] = z_i[Y_2][r_i] \quad (\text{II.2.29})$$

où $[r_i]$ est le vecteur propre correspondant à z_i . Cette équation peut également s'écrire

$$\{ [Y_2]^+[Y_1] - z_i[I] \} [r_i] = [0] \quad (\text{II.2.30})$$

où l'exposant $+$ désigne la pseudo-inversion de Moore-Penrose. A partir de cette équation, il est donc possible de déterminer les pôles z_i avec $i \in [1, M]$ à partir des valeurs propres de $[Y_2]^+[Y_1]$. La méthode des matrices Pencil permet donc le calcul des pôles en une seule étape contre deux pour la méthode de Prony. Cette méthode ne tient cependant pas compte du bruit. Une évolution fondée sur la SVD permet de résoudre ce problème.

La méthode TLS Matrix Pencil

Afin d'augmenter la robustesse au bruit de la méthode des Matrices Pencil, la méthode TLS Matrices Pencil (TLS-MP) est proposée. Elle utilise une décomposition en valeurs singulières afin de traiter le bruit contenu dans les données de départ. Dans un premier temps, une matrice de données $[Y]$ est construite à partir des échantillons de données y_k de l'équation II.2.1.

$$[Y] = \begin{bmatrix} y_0 & y_1 & \cdots & y_L \\ y_1 & y_2 & \cdots & y_{L+1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y_{K-L-1} & y_{K-L} & \cdots & y_{K-1} \end{bmatrix}_{(K-L+1) \times (L+1)} \quad (\text{II.2.31})$$

Le choix du paramètre L joue un rôle important dans le filtrage du bruit. Son influence a été étudiée [113] et il est proposé de le choisir tel que

$$\frac{K}{3} \leq L \leq \frac{K}{2} \quad (\text{II.2.32})$$

En effet, la variance sur les pôles extraits, en milieu bruité, est la plus faible pour ces valeurs de L . Comme pour la TLS-Prony, la matrice $[Y]$ est décomposée en valeurs singulières de la façon suivante

$$[Y] = [U][\Sigma][V]^H \quad (\text{II.2.33})$$

où

- l'exposant H réfère à la transposée hermitienne ;
- $[U] = [u_1 \quad u_2 \quad \cdots \quad u_{K-L}]_{(K-L) \times (K-L)}$ avec u_n les vecteurs propres de $[Y][Y]^H$;
- $[V] = [v_1 \quad v_2 \quad \cdots \quad v_{L+1}]_{(L+1) \times (L+1)}$ avec v_n les vecteurs propres de $[Y]^H[Y]$;
- $[\Sigma] = \text{diag}(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_{L+1})_{(K-L) \times (L+1)}$ avec σ_n les valeurs singulières de $[Y]$.

Dans le cas de données non bruitées, la matrice $[Y]$ contient exactement M valeurs singulières non nulles. Dans le cas contraire, les valeurs singulières nulles sont perturbées et le nombre de valeurs singulières devient donc supérieur à M . L'idée de cette méthode est de filtrer les valeurs singulières. Pour cela, les valeurs singulières les plus faibles de $[\Sigma]$ (inférieures à un seuil ϵ) sont mises à zéro et seules les M valeurs singulières les plus élevées sont conservées. Le seuil ϵ et le paramètre M sont définis tels que

$$\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \cdots \geq \sigma_M \geq \epsilon \geq \sigma_{M+1} \geq \cdots \geq \sigma_{L+1} \geq 0. \quad (\text{II.2.34})$$

La nouvelle matrice $[\Sigma']$ est alors définie comme

$$[\Sigma'] = \text{diag}(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_M)_{(K-L) \times M}. \quad (\text{II.2.35})$$

Les nouvelles matrices $[U']$ et $[V']$ sont construites à partir de $[U]$ et $[V]$, respectivement, en ne conservant que les M vecteurs propres dominants.

$$[U'] = [u_1 \quad u_2 \quad \cdots \quad u_M]_{(K-L) \times M} \quad (\text{II.2.36})$$

$$[V'] = [v_1 \quad v_2 \quad \cdots \quad v_M]_{(L+1) \times M} \quad (\text{II.2.37})$$

La nouvelle matrice $[Y']$ peut donc s'écrire

$$[Y'] = [U'][\Sigma'] [V']^H. \quad (\text{II.2.38})$$

On peut définir les matrices $[Y_1]$ et $[Y_2]$ à partir de $[Y']$ telles que

$$[Y'] = [c_1 | Y_1] \quad (\text{II.2.39})$$

$$[Y'] = [Y_2 | c_{L+1}] \quad (\text{II.2.40})$$

où c_i représente la $i^{\text{ème}}$ colonne de $[Y']$. A partir des équations II.2.39 et II.2.40, il est possible d'écrire

$$[Y_1] = [U'][\Sigma'] [V_1']^H, \quad (\text{II.2.41})$$

$$[Y_2] = [U'][\Sigma'][V_2']^H \quad (\text{II.2.42})$$

où

- V_1' est égal à $[V']$ sans la première ligne ;
- V_2' est égal à $[V']$ sans la dernière ligne.

D'après la théorie de l'approche TLS [114], les pôles sont obtenus à partir des valeurs propres non nulles de $\{[V_1']^H\}^+ [V_2']^H$. Les pôles étant connus, les résidus R_n sont calculés en résolvant

$$\begin{bmatrix} y_0 \\ y_1 \\ \vdots \\ y_{K-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} z_1^0 & z_2^0 & \cdots & z_N^0 \\ z_1^1 & z_2^1 & \cdots & z_N^1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ z_1^{K-1} & z_2^{K-1} & \cdots & z_N^{K-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_1 \\ R_2 \\ \vdots \\ R_N \end{bmatrix} \quad (\text{II.2.43})$$

En 2000, Sarkar a proposé une méthode permettant d'obtenir un jeu de pôles de résonance pertinent à partir de réponses temporelles mesurées dans plusieurs directions [115]. En effet, bien que les pôles sont indépendants de l'angle d'observation, dans le cas de données bruitées, il est possible d'extraire des pôles différents selon la direction d'observation. Pour pallier ce problème et améliorer la précision du jeu de pôles obtenus, il est proposé d'utiliser l'ensemble des réponses temporelles mesurées dans différentes directions simultanément.

Considérons la matrice $[Y_r]$ correspondant à la matrice $[Y]$ de l'équation II.2.31 de la $r^{\text{ème}}$ réponse telle que

$$[Y_r] = \begin{bmatrix} y_r(0) & y_r(1) & \cdots & y_r(K-L) \\ y_r(1) & y_r(2) & \cdots & y_r(K-L+1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y_r(L) & y_r(L+1) & \cdots & y_r(K) \end{bmatrix}_{(L+1) \times (K-L+1)} \quad (\text{II.2.44})$$

En supposant R réponses différentes, nous définissons alors une nouvelle matrice $[Y]$ tel que

$$[Y] = \begin{bmatrix} Y_1 & Y_2 & \cdots & Y_R \end{bmatrix} \quad (\text{II.2.45})$$

Soit en développant :

$$[Y] = \begin{bmatrix} y_1(0) & y_1(1) & \cdots & y_1(K-L) & y_2(0) & y_2(1) & \cdots & y_2(K-L) \\ y_1(1) & y_1(2) & \cdots & y_1(K-L+1) & y_2(1) & y_2(2) & \cdots & y_2(K-L+1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ y_1(L) & y_2(L+1) & \cdots & y_1(K) & y_2(L) & y_2(L+1) & \cdots & y_2(K) \\ \cdots & \cdots & y_R(0) & y_R(1) & \cdots & y_R(K-L) & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & y_R(1) & y_R(2) & \cdots & y_R(K-L+1) & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \cdots & \cdots \\ \cdots & \cdots & y_R(L) & y_R(L+1) & \cdots & y_R(K) & \cdots & \cdots \end{bmatrix} \quad (\text{II.2.46})$$

La matrice $[Y]$ est ensuite utilisée de la même façon que dans le cas de la TLS-MP classique. L'intérêt de cette méthode est de n'extraire qu'un seul jeu de pôles « moyennés » à partir de plusieurs réponses. De plus, les effets du bruit peuvent être atténués [115].

II.2.2 Les méthodes fréquentielles

Nous présentons maintenant une méthode travaillant dans le domaine fréquentiel. Elle est issue des travaux de Cauchy [116] et est fondée sur l'approximation de la fonction de transfert d'une cible par un rapport de deux fonctions polynomiales. La méthode de Cauchy comporte deux étapes principales. La première consiste à calculer les coefficients des deux fonctions polynomiales et la deuxième est le calcul des pôles et des résidus à partir des fonctions polynomiales dont les coefficients sont connus. La méthode de Cauchy est également appelée méthode de Prony équivalente [117].

La méthode de Cauchy originale

Considérons l'approximation de la fonction de transfert $H(s)$ par un quotient de deux fonctions polynomiales $P(s)$ et $Q(s)$.

$$H(s) \approx \frac{P(s)}{Q(s)} \quad (\text{II.2.47})$$

où s est la variable de Laplace et P et Q sont deux polynômes complexes de degrés respectifs P et Q définis comme

$$P(s) = \sum_{n=0}^P a_n s^n \quad (\text{II.2.48})$$

et

$$Q(s) = \sum_{n=0}^Q b_n s^n. \quad (\text{II.2.49})$$

La fonction de transfert $H(s)$ devient

$$H(s) \approx \frac{\sum_{n=0}^P a_n s^n}{\sum_{n=0}^Q b_n s^n}. \quad (\text{II.2.50})$$

Il est possible d'écrire cette équation sous la forme suivante.

$$\sum_{n=0}^Q b_n s^n H(s) - \sum_{n=0}^P a_n s^n \approx 0 \quad (\text{II.2.51})$$

Sous forme matricielle $AX = 0$ et en considérant K échantillons, l'équation II.2.51 peut s'écrire

$$\begin{bmatrix} H(s_1) & \cdots & s_1^Q H(s_1) & 1 & \cdots & s_1^P \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ H(s_K) & \cdots & s_K^Q H(s_K) & 1 & \cdots & s_K^P \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_0 \\ \vdots \\ b_Q \\ -a_0 \\ \vdots \\ -a_P \end{bmatrix} = 0. \quad (\text{II.2.52})$$

Si ce système d'équation est déterminé (système de Cramer à solution unique), c'est-à-dire si $K = P + Q + 2$ exactement, il est possible de calculer directement les coefficients a_p et b_q contenus dans le vecteur X . En pratique, si la réponse temporelle étudiée est réelle, il vient $H^*(s) = H(-s)$ et il est alors possible de réduire de moitié le nombre d'échantillons ($K/2$). La seconde étape de la méthode de Cauchy est le calcul des pôles de résonance s_n et des résidus R_n de la fonction de transfert $H(s)$ à partir des coefficients a_p et b_q comme indiqué par l'équation II.2.53.

$$H(s) \approx \frac{\sum_{n=0}^P a_n s^n}{\sum_{n=0}^Q b_n s^n} = \sum_{n=1}^Q \frac{R_n}{s - s_n} \quad (\text{II.2.53})$$

Cette relation décrit un développement en fractions partielles ou encore en éléments simples. Dans un premier temps, les singularités de la fonction $H(s)$ sont déterminées à l'aide des coefficients en résolvant II.2.54.

$$Q(s) = \sum_{n=0}^Q b_n s^n = 0 \quad (\text{II.2.54})$$

Le polynôme $Q(s)$ se factorise alors sous la forme

$$Q(s) = \sum_{n=0}^Q b_n s^n = b_Q \prod_{n=1}^Q (s - s_n). \quad (\text{II.2.55})$$

où les s_n sont les singularités donc les pôles de résonance de la fonction de transfert. $H(s)$ peut maintenant s'écrire

$$H(s) \approx \frac{\sum_{p=0}^P a_p s^p}{b_Q \prod_{n=1}^Q (s - s_n)} = \sum_{n=1}^Q \frac{R_n}{s - s_n}. \quad (\text{II.2.56})$$

Les résidus R_n associés aux pôles de résonance s_n sont calculés à partir de

$$R_n = \frac{\sum_{p=0}^P a_p s_n^p}{b_Q \prod_{q=1, q \neq n}^Q (s_n - s_q)}. \quad (\text{II.2.57})$$

Comme pour les autres méthodes, cette approche originale ne prend pas en compte un éventuel bruit dans les données et n'est donc valable que pour des données non bruitées. Une évolution fondée sur l'approche des moindres carrés ou encore « Least Square Cauchy » (LS-Cauchy) permet d'améliorer la résistance au bruit de cette méthode. Elle est présentée dans le paragraphe suivant.

La méthode LS-Cauchy

La méthode LS-Cauchy est très similaire à la méthode de Cauchy. La seule différence réside dans le calcul des coefficients a_p et b_q des polynômes qui utilise ici une approche des moindres carrés au lieu d'être fait directement. A partir de l'équation II.2.50 et en considérant $b_0 = 1$, nous obtenons

$$H(s) \approx \frac{\sum_{p=0}^P a_p s^p}{1 + \sum_{q=1}^Q b_q s^q}. \quad (\text{II.2.58})$$

Il est possible d'écrire cette équation sous la forme

$$\sum_{q=1}^Q b_q s^q H(s) - \sum_{p=0}^P a_p s^p \approx -H(s). \quad (\text{II.2.59})$$

Sous forme matricielle $AX = B$, cela devient

$$\begin{bmatrix} s_1 H(s_1) & \cdots & s_1^Q H(s_1) & 1 & \cdots & s_1^P \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ s_K H(s_K) & \cdots & s_K^Q H(s_K) & 1 & \cdots & s_K^P \end{bmatrix} \begin{bmatrix} b_1 \\ \vdots \\ b_Q \\ -a_0 \\ \vdots \\ -a_P \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -H(s_1) \\ \vdots \\ -H(s_K) \end{bmatrix} \quad (\text{II.2.60})$$

où X est le vecteur à déterminer, contenant les coefficients a_p et b_q des polynômes. K est défini tel que $K > P + Q + 2$ afin de surestimer le système d'équations. Le vecteur X est ensuite déterminé au sens des moindres carrés en utilisant la relation

$$X = (A^H A)^{-1} A^H B. \quad (\text{II.2.61})$$

Les coefficients a_p et b_q étant maintenant connus, il est possible de déterminer les singularités de la fonction $H(s)$ à l'aide d'un développement en fractions partielles de la même façon que dans le paragraphe précédent. Plus récemment [118], une approche des moindres carrés totaux ou encore « Total Least Square » (TLS-Cauchy) a été utilisée avec Cauchy. Elle est présentée dans le paragraphe suivant.

La méthode TLS-Cauchy

Afin d'améliorer la résistance au bruit de la méthode de Cauchy, une amélioration fondée sur la SVD est proposée. La fonction de transfert est définie comme

$$H(s) = \frac{\sum_{n=0}^P a_n s^n}{\sum_{n=0}^Q b_n s^n} \quad (\text{II.2.62})$$

Cette équation peut s'écrire sous la forme

$$\sum_{n=0}^P a_n s^n - \sum_{n=0}^Q b_n s^n H(s) = 0 \quad (\text{II.2.63})$$

Soit, sous forme matricielle $[A|B] \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = 0$, et avec $2N$ échantillons

$$\left[\begin{array}{ccc|ccc} 1 & \cdots & s_1^P & H(s_1) & \cdots & s_1^Q H(s_1) \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \cdots & s_{N-1}^P & H(s_{N-1}) & \cdots & s_{N-1}^Q H(s_{N-1}) \\ 1 & \cdots & s_N^P & H(s_N) & \cdots & s_N^Q H(s_N) \\ \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & \cdots & s_{2N}^P & H(s_{2N}) & \cdots & s_{2N}^Q H(s_{2N}) \end{array} \right]_{2N \times P+Q+2} \begin{bmatrix} a_0 \\ \vdots \\ a_{N-1} \\ -b_0 \\ \vdots \\ -b_N \end{bmatrix}_{2N} = 0 \quad (\text{II.2.64})$$

Une SVD est appliquée sur la matrice $[C] = [A|B]$ telle que

$$[C] = [U][\Sigma][V]^H \quad (\text{II.2.65})$$

où

- l'exposant H réfère à la transposée hermitienne ;
- $[U] = [u_1 \ u_2 \ \cdots \ u_{2N}]_{(2N) \times (2N)}$ avec u_n les vecteurs propres de $[C][C]^H$;
- $[V] = [v_1 \ v_2 \ \cdots \ v_{P+Q+2}]_{(P+Q+2) \times (P+Q+2)}$ avec v_n les vecteurs propres de $[C]^H[C]$;
- $[\Sigma] = \text{diag}(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_{P+Q+2})_{(2N) \times (P+Q+2)}$ avec σ_n les valeurs singulières de $[C]$.

Le rang de la matrice $[\Sigma]$ est le nombre de valeurs singulières non nulles qu'elle contient dans le cas de données non bruitées. Ce rang, noté R , correspond au nombre de pôles du système d'équations. La dimension de l'espace nul de $[C]$ est donc $P+Q+2-R$. Pour rendre la solution de ce système unique, il est nécessaire de limiter la dimension de cet espace à 1. P et Q doivent donc satisfaire cette relation

$$R + 1 = P + Q + 2 \quad (\text{II.2.66})$$

En pratique, P et Q sont, dans un premier temps, choisis supérieurs au nombre de pôles estimés ou plus généralement « grand ». Ensuite, R est estimé à partir du nombre de valeurs singulières non négligeables de $[C]$. Enfin, P et Q sont redéfinis à l'aide de l'équation II.2.66.

La sous matrice $[A]$ ne dépend que de la fréquence, elle n'est donc pas affectée par le bruit et les erreurs de mesure. En revanche, la sous matrice $[B]$ dépend des paramètres mesurés $H(s)$. Pour prendre en compte cette différence, une décomposition orthogonale triangulaire, également appelée QR, est appliquée à la matrice $[C]$

$$\begin{bmatrix} R_{11} & R_{12} \\ 0 & R_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a \\ b \end{bmatrix} = 0 \quad (\text{II.2.67})$$

où

- R_{11} est la matrice triangulaire supérieure ;
- R_{22} est la matrice triangulaire inférieure qui est entièrement bruitée.

Il vient

$$[R_{22}] b = 0 \quad (\text{II.2.68})$$

et

$$[R_{11}] a = -[R_{12}] b \quad (\text{II.2.69})$$

Une SVD est appliquée à la matrice $[R_{22}]$ telle que

$$[R_{22}] = [U][\Sigma][V]^H. \quad (\text{II.2.70})$$

Il vient

$$[U][\Sigma][V]^H b = 0 \quad (\text{II.2.71})$$

Or, d'après l'approche TLS [114], la solution de l'équation II.2.71 est proportionnelle à la dernière colonne de la matrice $[V]$, d'où

$$b = [V]_{Q+1}. \quad (\text{II.2.72})$$

Les pôles sont ensuite déterminés de la même façon que précédemment en déterminant les zéros du dénominateur de l'équation II.2.62

$$\sum_{n=0}^Q b_n s^n = 0. \quad (\text{II.2.73})$$

Ce polynôme peut alors se factoriser tel que

$$\sum_{n=0}^Q b_n s^n = b_Q \prod_{n=1}^Q (s - s_n). \quad (\text{II.2.74})$$

Nous avons donc

$$H(s) = \frac{\sum_{n=0}^P a_n s^n}{b_Q \prod_{n=1}^Q (s - s_n)} = \sum_{n=1}^Q \frac{R_n}{s - s_n}. \quad (\text{II.2.75})$$

Les résidus R_n sont ensuite calculés à l'aide de

$$R_n = \frac{\sum_{k=0}^P a_k s_n^k}{b_Q \prod_{k=1, k \neq n}^Q (s_n - s_k)}. \quad (\text{II.2.76})$$

Il a été montré [114] que dans le cas où la matrice $[R_{22}]$ est bruitée, l'utilisation de la TLS permet de mieux réduire les effets du bruit que l'approche LS.

II.2.3 Conclusion

Il existe plusieurs méthodes pour extraire les pôles de résonance ; les principales sont les méthodes de Prony, MP et Cauchy. Un problème connu est la sensibilité au bruit de ce type de méthode. Pourtant, peu d'études existent sur leurs comparaisons en présence de bruit. Janic Chauveau [8] a utilisé la TLS-MP ainsi que la méthode de Cauchy pour extraire les pôles de résonance d'une cible. Une comparaison de ces méthodes appliquées sur la réponse d'un dipôle conducteur, en présence de bruit, montre que la TLS MP est plus robuste que la méthode de Cauchy. En effet, la TLS MP permet d'obtenir plus de pôles et de façon plus précise. Cependant, il n'existe pas à notre connaissance de comparaison détaillée de ces deux méthodes.

II.3 Techniques de sélection des pôles de résonance

Les pôles de résonance extraits à l'aide des méthodes précédemment présentées permettent de modéliser la réponse temporelle ou fréquentielle d'une cible. Certains pôles sont caractéristiques de la cible, ils sont alors « physiques », d'autres ne sont présents que pour donner une solution au système d'équations, ils sont dits « mathématiques » et n'ont pas de sens physique. Dans la perspective de caractériser une antenne à partir de ses pôles, il est nécessaire de pouvoir dissocier les pôles physiques et mathématiques. De plus, tous les pôles extraits avec ces méthodes n'ont pas le même « poids ». Certains pôles sont prépondérants alors que d'autres ne contribuent que très peu à la modélisation de la réponse. Il existe différentes méthodes pour déterminer l'importance d'un pôle et ainsi ne conserver que les pôles caractéristiques de l'objet.

II.3.1 Sélection des pôles dominants

Les méthodes d'extraction présentées dans la partie II.2 proposent souvent de surestimer le nombre de pôles à extraire. Le jeu de pôles ainsi obtenu contient à la fois des pôles physiques et des pôles mathématiques. De plus, certains pôles (physiques ou non) ne contribuent que très peu à la modélisation de la réponse de l'objet. Dans l'optique d'obtenir un jeu compact de pôles représentatifs de l'objet, il est nécessaire de trier les pôles dont la contribution est moindre, notamment caractérisés par un fort coefficient d'amortissement ou un résidu très faible. En 1978, Poggio [119] propose d'éliminer les pôles dont le résidu associé est trois fois inférieur au résidu le plus fort. Cependant, ce critère semble trop simple pour sélectionner les pôles pertinents. Marrocco [120] propose de calculer le poids P_m de chaque pôle en fonction de

$$P_m = \int_0^{\infty} |R_m e^{s_m t}|^2 dt, \quad (\text{II.3.1})$$

puis de normaliser ce poids par rapport au poids le plus élevé P_{max} et de le comparer à un seuil ξ . Si le poids normalisé est inférieur au seuil, alors ce pôle n'est pas conservé. A l'aide de l'exemple de la modélisation du champ électrique rayonné par une antenne cornet, il propose de fixer le seuil tel que $\xi = 10^{-2}$. Dans [121], il est proposé de calculer le poids P_m de chaque pôle en terme du rapport entre le résidu et le coefficient d'amortissement tel que $P_m = \frac{|R_m|}{|\sigma_m|}$,

normalisé par rapport à celui du pôle dominant $P_{max} = \frac{|R_d|}{|\sigma_d|}$ (rapport le plus élevé). Ce poids normalisée est ensuite comparé à un seuil ξ .

$$\frac{|R_m/\sigma_m|}{|R_d/\sigma_d|} < \xi \quad m = 0, 1, \dots, M \quad (\text{II.3.2})$$

Si le poids normalisé d'un pôle est inférieur au seuil, alors ce pôle est jugé peu contributeur et est éliminé. Chauveau propose également un autre critère fondé sur la durée de vie d'une résonance dans le temps, directement liée à son coefficient d'amortissement. Les pôles ayant un coefficient d'amortissement en module $|\sigma_m|$ supérieur à un coefficient d'amortissement dit maximum $|\sigma_{max}| = 5/T_p$ où T_p est la durée du temps proche. Dans ce cas, le coefficient d'amortissement est tellement fort en module que ce pôle est très atténué avant le début du temps retardé. Dans le cas de cibles canoniques et de cibles de formes plus complexes, ce critère permet de sélectionner un jeu de pôles restreint et suffisant pour correctement modéliser leurs réponses [121].

Cependant, l'importance de la contribution d'un pôle dans une réponse temporelle varie en fonction du temps. Nous proposons alors une autre pondération P_n , associée au n^{ème} pôle, telle que

$$P_n = R_n e^{\sigma_n t}, \quad (\text{II.3.3})$$

La figure II.3.1 montre la réponse temporelle en temps retardé d'un dipôle de 100 mm. Les valeurs des P_n à quatre instants t différents sont présentés sur la figure II.3.2. L'échelle des pondérations est différente sur chaque figure mais cette évolution montre bien l'importance de chaque pôle en fonction du temps. En particulier, l'importance du pôle à l'amortissement le plus faible augmente avec le temps car les autres pôles s'atténuent plus rapidement.

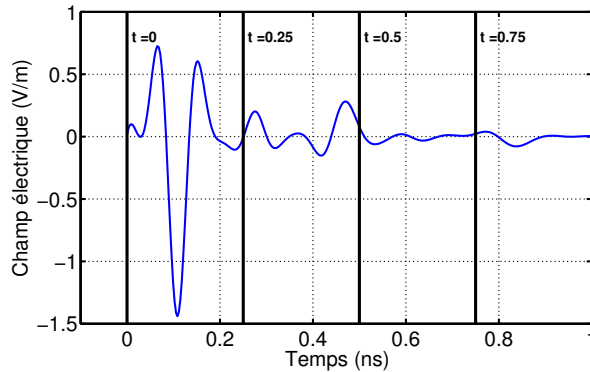


FIGURE II.3.1: Réponse en temps retardé temporelle du dipôle de 100 mm

Les études présentées dans ce paragraphe se fondent sur la contribution d'un pôle dans la reconstruction de la réponse d'un objet dans une direction particulière, le but étant de réduire le nombre de pôles nécessaires à sa modélisation. Cependant, ce critère n'est pas fondé sur le côté physique ou non du pôle de résonance. En effet, un pôle peut être dominant bien que mathématique. Pour différencier les pôles physiques des pôles mathématiques, nous proposons d'étudier la méthode de la fenêtre glissante.

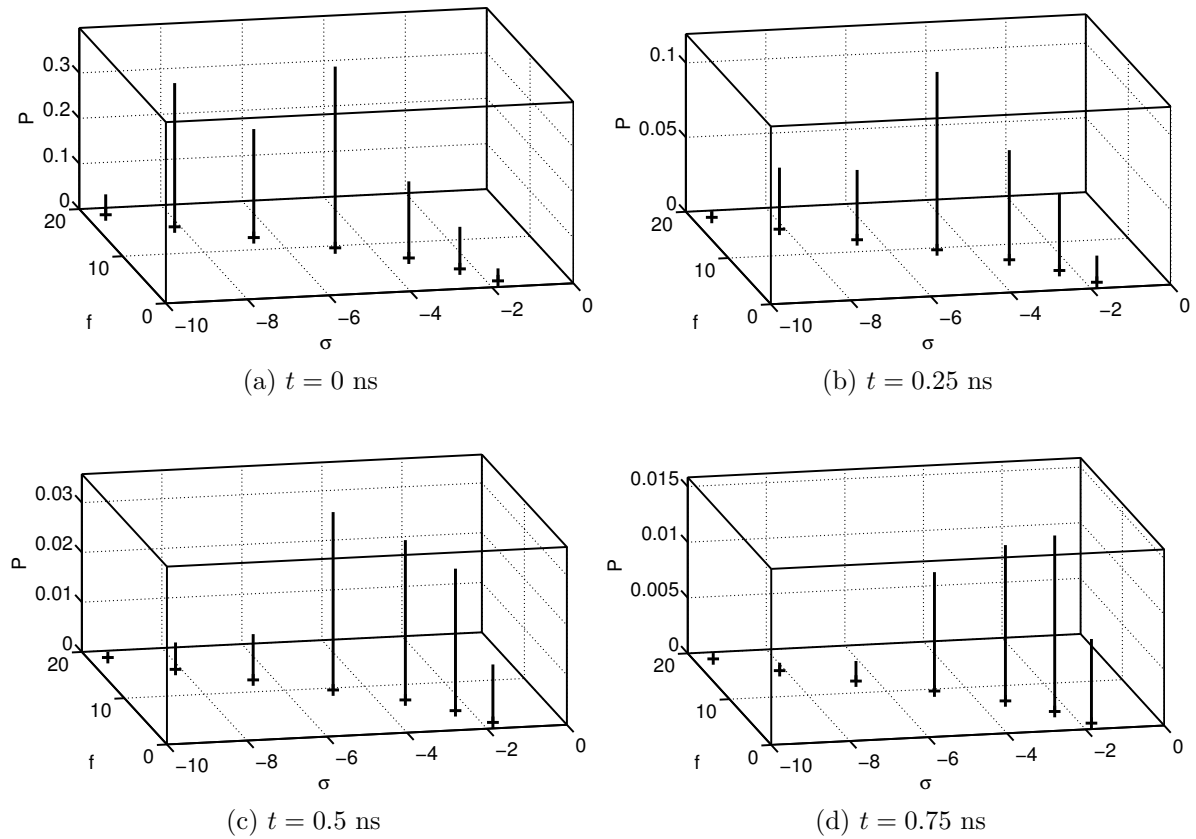


FIGURE II.3.2: Pondération $P_n = R_n e^{\sigma_n t}$ en fonction du temps

II.3.2 Analyse sur une fenêtre glissante

Également appelée « analyse temps-fréquence », le principe de cette méthode [122, 123] est de fenêtrer la réponse temporelle avant d'appliquer la méthode d'extraction des pôles de résonance. La fenêtre est ensuite « décalée » d'un certain nombre d'échantillons et la méthode numérique est à nouveau appliquée sur cette nouvelle fenêtre et ainsi de suite jusqu'à atteindre le dernier échantillon de la réponse. Le principe est présenté sur la figure II.3.3.

Les fréquences de résonance ainsi que les coefficients d'amortissement de chaque pôle sont ensuite représentés en fonction de l'instant du début de la fenêtre. Par exemple, pour une fenêtre de 100 échantillons et un décalage de cinq échantillons, la fenêtre 1 comporte les échantillons 1 à 100, la fenêtre 2 les échantillons 6 à 105 et ainsi de suite. La figure II.3.4 présente les résultats de la fenêtre glissante appliquée à la réponse en temps retardé temporelle d'un dipôle de longueur $L = 100$ mm avec un rapport $L/D = 100$ où D est le diamètre du dipôle.

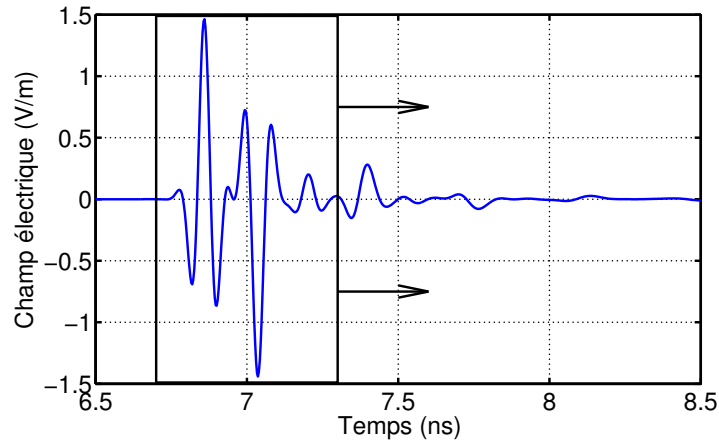


FIGURE II.3.3: Fenêtre glissante sur une réponse temporelle

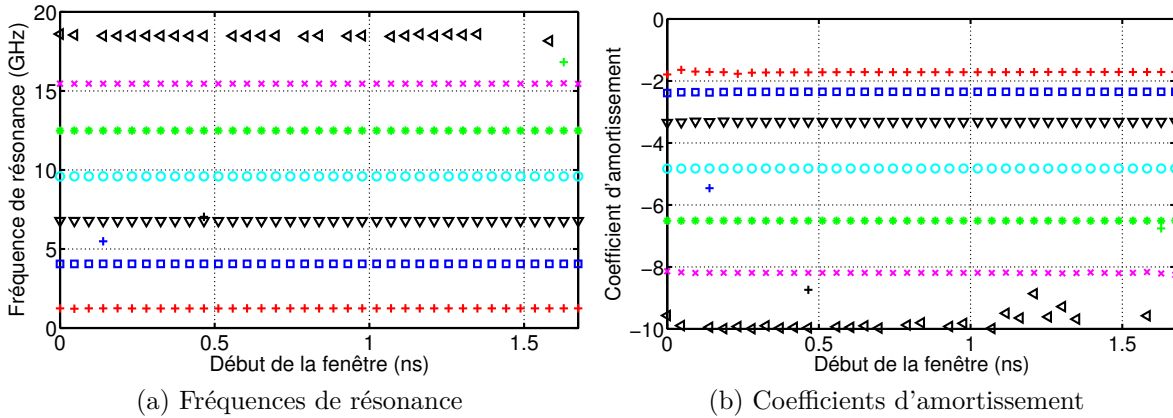


FIGURE II.3.4: MP sur une fenêtre glissante appliquée sur la réponse d'un dipôle

Ce traitement permet de différencier les pôles physiques et les pôles mathématiques. En effet, un pôle physique contribue à chaque instant de la réponse temporelle. Quelle que soit la fenêtre utilisée, un pôle physique doit présenter une valeur quasi-constante. En revanche, un pôle mathématique présente une valeur plus fluctuante en fonction de la fenêtre. Il ne sert qu'à aider l'algorithme d'extraction des pôles à converger. Sur l'exemple de la figure II.3.4, les sept pôles (correspondant aux pôles de la figure I.4.3a) sont constants en fonction de la fenêtre aussi bien en terme de fréquence de résonance que de coefficient d'amortissement. Ces pôles sont donc physiques. En revanche, d'autres pôles apparaissent aléatoirement pour certaines fenêtres, ces pôles sont considérés mathématiques. Dans [60], Chen utilise la fenêtre glissante pour discriminer les pôles physiques d'une cible enfouie dont les pôles ont été extraits avec la TLS-Prony. Liang [124] utilise la fenêtre glissante avec la méthode de Prony pour la détection de résonances dans un système de puissance.

Habituellement, la fenêtre glissante est appliquée afin de déterminer les pôles physiques d'un signal. Les pôles sont ensuite extraits de l'ensemble du signal et triés en fonction de ceux

jugés stables dans la fenêtre glissante. Dans [93], les auteurs proposent de calculer les pôles directement à partir des résultats de la fenêtre glissante. Dans un premier temps, ils calculent et affichent le module du résidu en fonction de l'indice de la fenêtre. Puis, en fonction de la pente des résidus diminuant avec le temps, ils calculent le coefficient d'amortissement du pôle associé à l'aide de

$$\ln(|R_m^T|) = \ln(|R_m|) - \sigma_m T \quad (\text{II.3.4})$$

où

- R_m est le résidu associé au $m^{\text{ème}}$ pôle calculé pour l'intégralité du signal ;
- R_m^T est le résidu associé au $m^{\text{ème}}$ pôle calculé dans un certain intervalle de temps ;
- T est le début de l'intervalle de temps considéré.

L'extraction des coefficients d'amortissements est très sensible et varie généralement en fonction de la fenêtre considérée. Dans le cas considéré dans cette étude d'un tag RFID, cette méthode permet de diminuer de 10 à 40% l'erreur sur le coefficient d'amortissement par rapport à une extraction directe sur l'ensemble du signal.

II.4 Analyse de la fonction d'autocorrélation

Dans [7], Raphael Toribio évoque la possibilité d'appliquer un algorithme d'extraction des pôles sur l'autocorrélation du signal à traiter. Cela permet de diminuer les effets du bruit. De plus, la fonction d'autocorrélation ne modifie pas le comportement résonant du signal. En effet, considérons un signal $s(t)$ de la forme

$$s(t) = x(t) + b(t) \quad (\text{II.4.1})$$

où

- $x(t) = e^{\sigma t} \cos(\omega t)$;
- $b(t)$ est un bruit additif.

La fonction d'autocorrélation $c_{ss}(\tau)$ du signal $s(t)$ est donnée par

$$c_{ss}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} s(t + \tau) s^*(t) dt, \quad (\text{II.4.2})$$

$$c_{ss}(\tau) = \int_{-\infty}^{\infty} [x(t + \tau) + b(t + \tau)][x(t) + b(t)]^* dt, \quad (\text{II.4.3})$$

$$c_{ss}(\tau) = c_{xx}(\tau) + c_{xb}(\tau) + c_{bx}(\tau) + c_{bb}(\tau). \quad (\text{II.4.4})$$

Les signaux $x(t)$ et $b(t)$ étant indépendants, $c_{xb}(\tau) = c_{bx}(\tau) = 0$ donc

$$c_{ss}(\tau) = c_{xx}(\tau) + c_{bb}(\tau). \quad (\text{II.4.5})$$

Le calcul d'une primitive de $c_{xx}(\tau)$ aboutit à l'expression

$$c_{xx}(\tau) = \frac{1}{4\sigma} \cos(\omega\tau) e^{(\sigma\tau+2\sigma t)} + \frac{\sigma \cos(\omega t) e^{(\sigma\tau+2\sigma t)}}{4(\omega^2 + \sigma^2)} \sin(2\omega t + \omega\tau) + 2\sigma \frac{\cos(\omega t) e^{(\sigma\tau+2\sigma t)}}{\omega^2 + \sigma^2} \sin(2\omega t + \omega\tau). \quad (\text{II.4.6})$$

A l'aide d'un filtre passe-bas, l'équation II.4.6 se résume à

$$c_{xx}(\tau) \approx \frac{1}{4\sigma} \cos(\omega\tau) e^{(\sigma\tau+2\sigma t)} \quad (\text{II.4.7})$$

On observe ici que les pôles de résonance du signal de départ sont identiques à ceux de son autocorrélation. Cela permet d'extraire les pôles de résonance à partir de données moins bruitées. En revanche, les résidus associés à chaque pôle seront bien sûr modifiés. Dans [92], les auteurs utilisent l'autocorrélation pour diminuer le bruit dans la réponse impulsionnelle d'une étiquette RFID sans puce. Cela permet d'améliorer très légèrement la précision des pôles de résonance obtenus.

II.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons vu que plusieurs méthodes permettent d'extraire les pôles de résonance de la réponse d'une antenne. Les trois principales sont les méthodes de Prony, Matrix Pencil et Cauchy. Ces méthodes sont actuellement utilisées mais aucune étude à notre connaissance ne permet de déterminer la méthode la plus appropriée à l'extraction des pôles de la réponse d'une antenne, notamment en présence de bruit. En effet, la principale limitation de ces méthodes est leurs grandes sensibilités au bruit. Plusieurs techniques permettent de sélectionner les pôles de résonance pertinents d'une antenne. Tout d'abord, il existe des critères permettant de juger de l'importance d'un pôle et ainsi pouvoir sélectionner uniquement les pôles dominants dans l'optique de réduire la taille du jeu de pôles nécessaire à la modélisation d'une réponse. La méthode de la fenêtre glissante permet quant à elle de discriminer les pôles mathématiques des pôles physiques en regardant la stabilité d'un pôle dans le temps. Enfin, l'utilisation de l'autocorrélation permet d'extraire les mêmes pôles mais en diminuant le bruit de la réponse d'une antenne.

Chapitre III

Définition d'une procédure d'extraction des pôles de résonance

Sommaire

III.1 Introduction	55
III.2 Définition d'un jeu de pôles	55
III.3 Extraction en milieu non bruité	58
III.3.1 La méthode de Prony	58
III.3.1.1 Le paramètre M	58
III.3.1.2 La fenêtre d'observation	59
III.3.1.3 La période d'échantillonnage	60
III.3.1.4 La fenêtre glissante	61
III.3.1.5 L'autocorrélation	61
III.3.2 La méthode Matrix Pencil	62
III.3.2.1 Le paramètre M	62
III.3.2.2 La fenêtre d'observation	63
III.3.2.3 La période d'échantillonnage	64
III.3.2.4 La fenêtre glissante	64
III.3.2.5 L'autocorrélation	64
III.3.3 La méthode de Cauchy	65
III.3.3.1 Le paramètre P	66
III.3.3.2 La fréquence d'échantillonnage	66
III.3.3.3 La bande de fréquence	66
III.3.3.4 La fenêtre glissante	68

III.4	Extraction en présence de bruit	71
III.4.1	Extraction directe	73
III.4.2	Extraction avec autocorrélation	76
III.4.3	Application des trois méthodes sur une réponse bruitée	77
III.4.3.1	La méthode de Prony	77
III.4.3.2	La méthode Matrix Pencil	79
III.4.3.3	La méthode de Cauchy	81
III.4.4	Conclusion	82
III.5	Procédures d'extraction	82
III.6	Conclusion	83

III.1 Introduction

Les pôles de résonance peuvent s'extraire à partir de la réponse impulsionnelle temporelle d'une antenne ou de sa fonction de transfert fréquentielle. Plusieurs méthodes d'extraction, présentées dans le deuxième chapitre, permettent d'obtenir ces pôles de résonance. L'objectif de ce chapitre est de définir une procédure d'extraction avec les trois méthodes TLS-Prony, TLS-MP et TLS-Cauchy. Pour cela, nous utilisons un exemple didactique dont le principe est présenté sur la figure III.1.1.

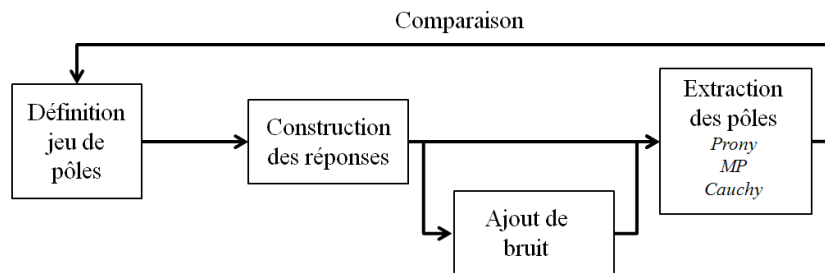


FIGURE III.1.1: Principe de validation à l'aide de l'exemple didactique

Dans un premier temps, nous définissons un jeu de pôles. Celui-ci est choisi suffisamment complexe pour essayer de mettre en défaut les algorithmes d'extraction. Nous construisons ensuite les réponses temporelle et fréquentielle associées à ce jeu de pôles. Puis, les trois méthodes sont appliquées sur les réponses créées et nous comparons les pôles obtenus avec les pôles de départ. Cette dernière étape est également réalisée en ajoutant au préalable un bruit blanc Gaussien (BBG) sur les réponses construites. Cela permet de comparer les méthodes d'extraction en présence de bruit et donc de tester leurs robustesses. L'utilisation de la fenêtre glissante, pour déterminer des pôles stables, et de l'autocorrélation, pour réduire le bruit, est également abordée dans ce chapitre.

L'intérêt de cet approche est de parfaitement connaître les pôles de résonance contenus dans les réponses et ainsi de pouvoir comparer précisément les pôles extraits avec les pôles théoriques. Pour simplifier l'écriture, nous parlerons maintenant des méthodes de Prony, Matrix Pencil (MP) et Cauchy lorsque nous utiliserons les méthodes TLS-Prony, TLS-MP et TLS-Cauchy.

III.2 Définition d'un jeu de pôles

La première étape de cette analyse est la définition d'un jeu de pôles. Afin de mettre en lumière les éventuels défauts des méthodes d'extraction, nous définissons un jeu de pôles et de résidus complexes dont les valeurs sont indiquées sur le tableau III.1. Les pôles et les résidus sont représentés dans le plan complexe sur la figure III.2.1. Sur la figure III.2.2, nous proposons deux autres représentations dans le plan complexe. Sur la première, la taille des marqueurs dépend du module du résidu $|R|$ et sur la deuxième, la taille des marqueurs dépend du quotient $|R|/|\sigma|$. Ces représentations, plus lisibles, permettent de pouvoir déterminer rapidement les

pôles dominants. En effet, le pôle 9 a le plus fort résidu mais c'est le pôle 1 qui est dominant si on tient compte de la pondération en $|R|/|\sigma|$.

Numéro	Pôles ($\times 10^9$)	Résidus ($\times 10^9$)
1	$-1 \pm j2$	$-7 \pm j2$
2	$-17 \pm j3.5$	$-21 \pm j5$
3	$-3 \pm j5$	$4 \pm j5$
4	$-12 \pm j5$	$3 \pm j2$
5	$-4 \pm j6.85$	$-2 \pm j1.5$
6	$-15 \pm j7$	$0.1 \pm j0.2$
7	$-22 \pm j8.5$	$0.3 \pm j0.05$
8	$-7 \pm j9$	$-0.2 \pm j0.1$
9	$-14 \pm j10.2$	$40 \pm j10$

TABLE III.1: Jeu de pôles de l'exemple didactique

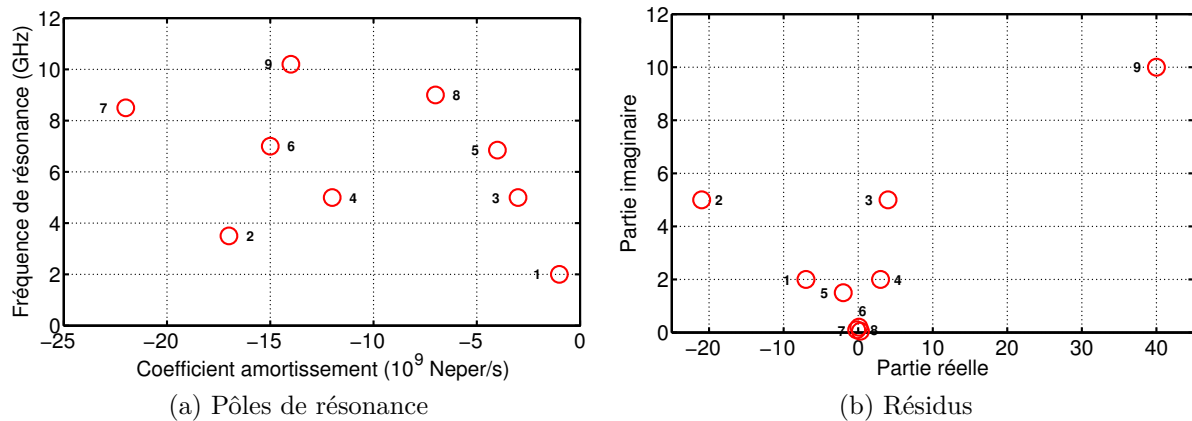


FIGURE III.2.1: Pôles et résidus dans le plan complexe

En pratique, les pôles avec un fort coefficient d'amortissement sont les plus difficiles à extraire. En effet, plus le coefficient d'amortissement est fort, plus sa contribution dans la réponse s'amortit rapidement et il est donc plus délicat d'extraire ce pôle. Nous intégrons donc à notre exemple cinq pôles avec un fort coefficient d'amortissement (supérieur à $10 \cdot 10^9$ en module) : les pôles 2, 4, 6, 7 et 9. Deux de ces pôles (2 et 9) ont un résidu important, deux autres (pôles 6 et 7) sont associés à des résidus faibles et le dernier (pôle 4) est associé à un résidu que nous qualifierons d'intermédiaire. Une autre difficulté courante est la présence de deux paires de pôles ayant la même fréquence de résonance. Les pôles 3 et 4 possèdent donc la même fréquence de résonance mais des coefficients d'amortissement et des résidus différents.

A l'aide de l'équation I.4.1, nous construisons les réponses temporelle et fréquentielle liées à ces pôles et résidus. Elles sont présentées sur la figure III.2.3 pour un temps compris entre 0

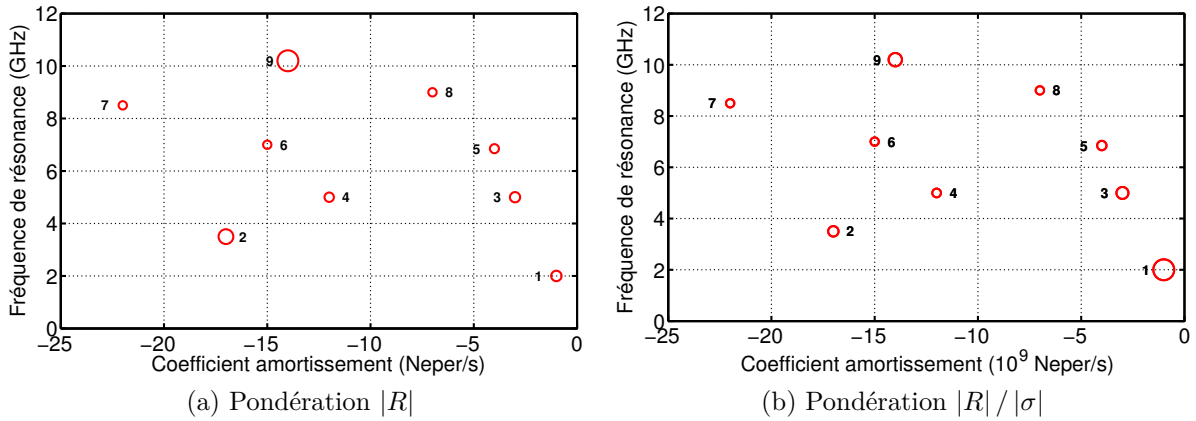


FIGURE III.2.2: Cartographie du jeu de pôles didactique pondéré

et 5 ns avec 500 échantillons soit un pas de 0.01 ns pour la réponse temporelle et une bande de fréquence de 0 à 15 GHz avec 500 échantillons soit un pas de 0.03 GHz pour la réponse fréquentielle. Rappelons que les fréquences de résonance associées aux pôles varient entre 2 et 10.2 GHz et sont donc comprises dans la bande de fréquence considérée.

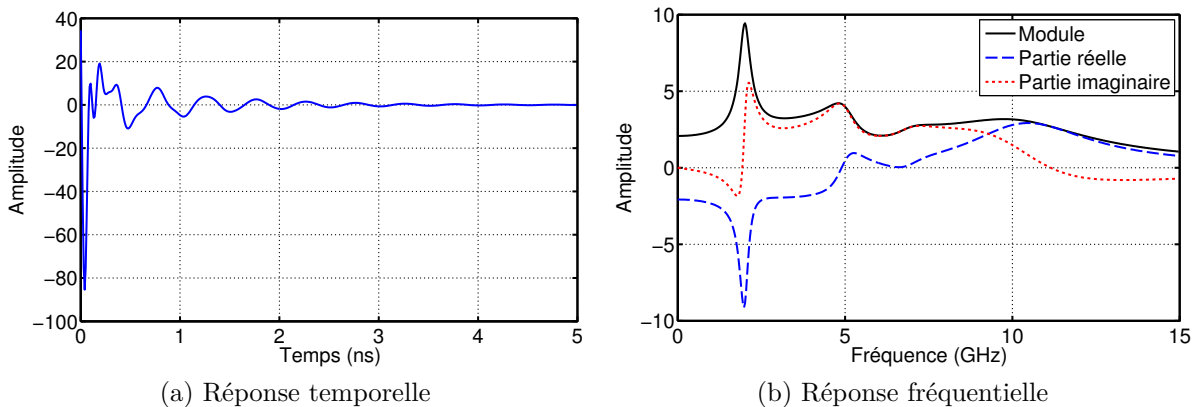


FIGURE III.2.3: Réponses construites à partir du jeu de pôles didactique

Nous constatons que la réponse temporelle contient plusieurs oscillations et est déjà très amortie à 5 ns. La réponse fréquentielle est plus facile à analyser que la réponse temporelle. Par exemple, nous remarquons un pic de résonance à 2 GHz. Cette fréquence correspond au pôle numéro 1 associé au coefficient d'amortissement le plus faible et à la pondération $R/|\sigma|$ la plus importante. Le pôle 1 est donc effectivement le pôle dominant. Il y a également un pic à 5 GHz et deux pôles possèdent cette fréquence de résonance dont le pôle 3 qui semble être le troisième pôle dominant. Plus difficilement, nous pouvons imaginer, à partir de cette réponse, des pôles aux alentours de 7 et 10 GHz qui correspondent aux pôles 5 et 9. La pondération des pôles en $|R|/|\sigma|$ est donc cohérente avec l'allure de la réponse fréquentielle.

Dans la suite de cette thèse, nous proposons d'utiliser l'Erreur Quadratique Moyenne Normalisée (EQMN) pour définir l'erreur entre une réponse reconstruite et la réponse de départ. Elle est définie comme

$$EQMN = \frac{\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N (x_n - x_n^*)^2}{\frac{1}{N} \sum_{n=1}^N x_n^2}, \quad (\text{III.2.1})$$

où

- N est le nombre d'échantillons ;
- x_n est le $n^{\text{ème}}$ échantillon de la réponse théorique ;
- x_n^* est le $n^{\text{ème}}$ échantillon de la réponse reconstruite.

III.3 Extraction en milieu non bruité

Les trois algorithmes d'extraction de pôles sont maintenant appliqués directement aux réponses temporelle et fréquentielle de la figure III.2.3. Pour chaque méthode, nous présentons l'étude de l'influence de ses paramètres : ordre du modèle, période ou fréquence d'échantillonnage, nombre d'échantillons conservés...

III.3.1 La méthode de Prony

III.3.1.1 Le paramètre M

Dans un premier temps, nous appliquons la méthode de Prony sur la réponse temporelle. Le paramètre M est l'ordre du modèle et correspond au nombre de pôles que la méthode cherche à extraire. La réponse de cet exemple est constituée de neuf paires de pôles, soit 18 pôles. Cependant, en pratique, ce nombre n'est pas connu. Nous proposons donc de regarder le comportement de cette méthode lorsque M est sous-estimé ou sur-estimé. Les pôles et les résidus extraits pour $M = 18$, $M = 30$ et $M = 50$ sont présentés sur la figure III.3.1.

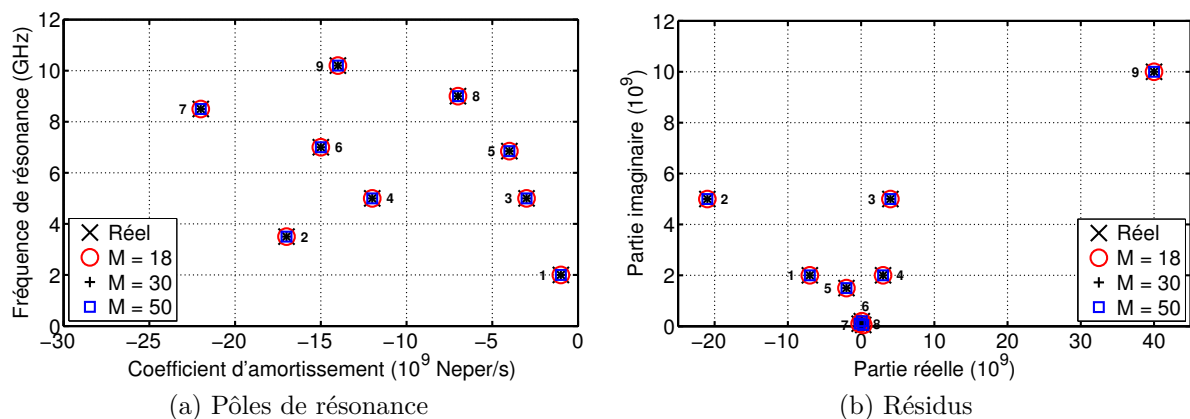


FIGURE III.3.1: Pôles et résidus extraits avec la méthode de Prony, $M = 18, 30$ et 50

Les pôles obtenus pour chaque valeur de M sont identiques et correspondent parfaitement avec les pôles d'origine. Les résidus associés à ces pôles sont également constants et identiques à ceux de départ. Il est donc possible de sur-estimer le nombre de pôles à extraire M sans perturber l'extraction des pôles de résonance de la réponse. En effet, pour $M = 30$ et $M = 50$, respectivement 12 et 32 pôles mathématiques sont extraits mais sont hors de la bande de fréquence d'intérêt ou avec des coefficients d'amortissement très forts ou positifs. Nous proposons maintenant de sous-estimer M . Les résultats sont présentés sur la figure III.3.2 pour $M = 12$, $M = 14$ et $M = 16$.

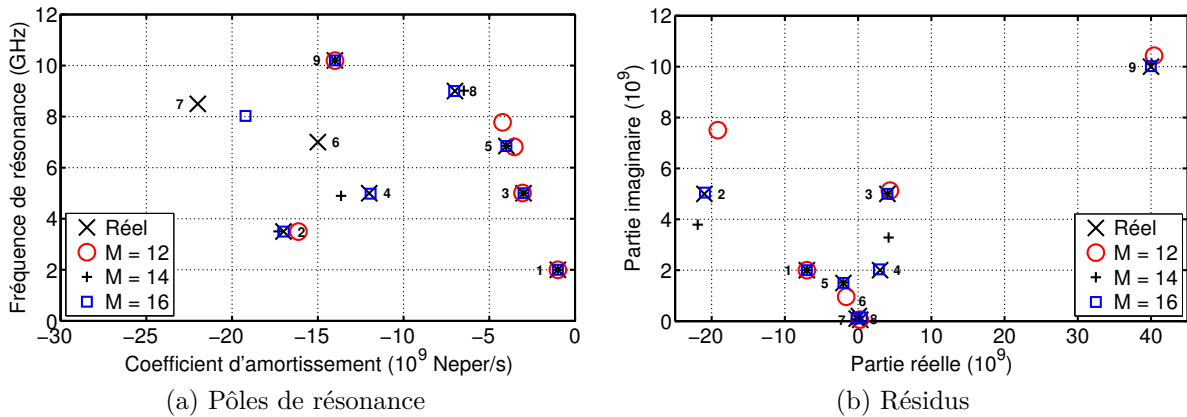


FIGURE III.3.2: Pôles et résidus extraits avec la méthode de Prony, $M = 12, 14$ et 16

Lorsque M est sous-estimé, il n'est bien sûr pas possible d'extraire l'ensemble des pôles de résonance présents dans la réponse. Cependant, certains pôles sont tout de même extraits correctement et d'autres sont extraits avec une certaine erreur sur le coefficient d'amortissement et/ou la fréquence de résonance. Par exemple, les pôles 6 et 7 ne sont pas extraits pour $M = 12$ et $M = 14$ alors que lorsque $M = 16$, un pôle « intermédiaire » entre les pôles 6 et 7 est extrait. En conclusion, sous-estimer le nombre de pôles à extraire ne permet pas d'obtenir tous les pôles et peut générer des erreurs sur les pôles extraits; il est préférable de sur-estimer ce nombre de pôles afin d'extraire l'ensemble des pôles physiques de la réponse.

III.3.1.2 La fenêtre d'observation

Nous regardons maintenant l'influence de la longueur de la fenêtre d'observation de la réponse sur l'extraction des pôles. Pour cela, la réponse est tronquée à 40, 80 puis 120 échantillons avec $T_e = 0.01$ ns et la méthode de Prony est appliquée sur ces différentes réponses tronquées. Les résultats sont présentés sur la figure III.3.3 pour $M = 50$. Pour une fenêtre de 40 échantillons, seuls les pôles 1 et 9 sont correctement extraits ce qui correspond aux deux pôles dominants. Les pôles 4 et 6 ne sont pas extraits et les autres pôles sont obtenus avec une faible erreur sur le coefficient d'amortissement. A partir de 80 échantillons, soit 0.8 ns, l'ensemble des pôles est correctement extrait. Il est donc nécessaire d'utiliser une réponse d'une durée supérieure à 0.8 ns pour cet exemple, ce qui peut se généraliser comme environ deux fois la période du pôle à la fréquence la plus faible (ici 2 GHz).

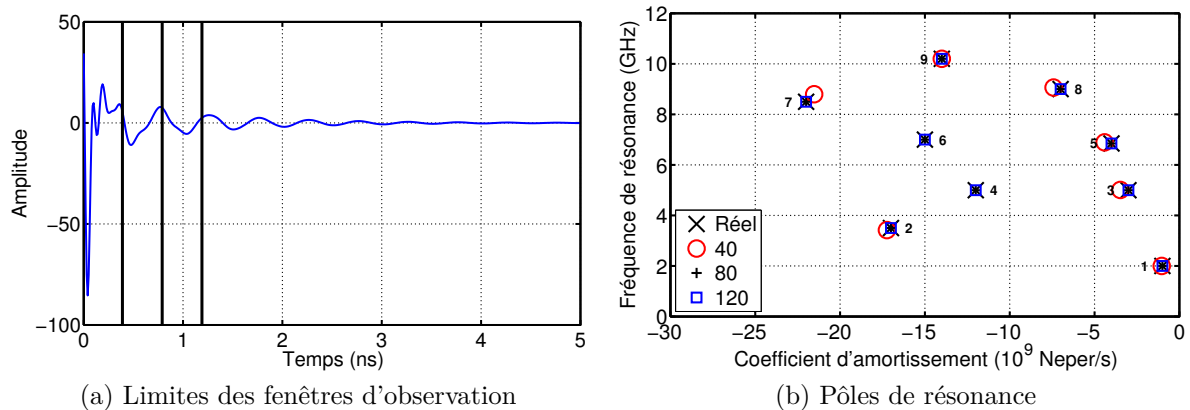


FIGURE III.3.3: Extraction avec la méthode de Prony pour des fenêtres de 40, 80 et 120 échantillons, $T_e = 0.01$ ns

III.3.1.3 La période d'échantillonnage

L'influence de la période d'échantillonnage est maintenant présentée. La durée totale de la réponse temporelle est maintenue à 5 ns mais le pas d'échantillonnage T_e , et donc le nombre d'échantillons, varie. Les pôles obtenus lorsque $T_e < 0.01$ ns et $T_e > 0.01$ ns sont présentés sur la figure III.3.4 pour $M = 50$.

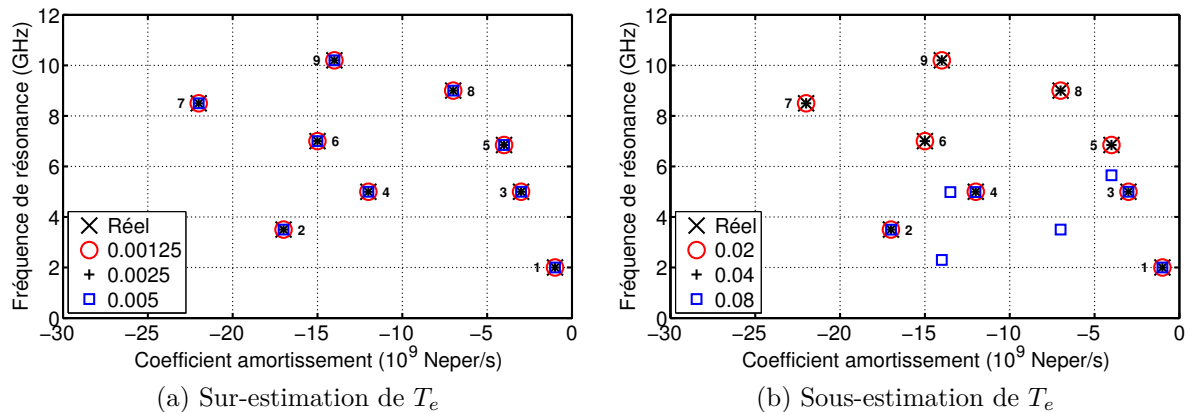


FIGURE III.3.4: Extraction avec la méthode de Prony pour plusieurs périodes d'échantillonnages T_e

Lorsque $T_e = 0.00125$ ns, i.e. lorsque la réponse temporelle est composée de 4000 échantillons, la méthode de Prony extrait correctement l'ensemble des pôles. En revanche, lorsque T_e diminue à 0.08 ns, les pôles dont les fréquences de résonance sont les plus importantes (5, 6, 7, 8 et 9) ne sont pas retrouvés. Pour $T_e = 0.08$ ns, la fréquence d'échantillonnage est $F_e = 12.5$ GHz. La fréquence de résonance la plus importante est de 10.2 GHz, $T_e = 0.08$ ns ne satisfait donc

pas le théorème de Shannon.

III.3.1.4 La fenêtre glissante

La méthode de Prony est appliquée sur une fenêtre glissante dont la largeur est de 120 échantillons, soit une durée de 1.2 ns, et se décale de 10 échantillons, soit une durée de 0.10 ns. Les résultats sont présentés sur la figure III.3.5. Tous les pôles sont extraits de façon constante en fonction de la fenêtre. Il est intéressant de noter que plus le coefficient d'amortissement est fort, plus l'extraction du pôle stoppe rapidement. En effet, les paires de pôles 1, 3, 5 et 8 sont extraits quelle que soit la fenêtre alors que le pôle 7 n'est plus extrait dès la neuvième fenêtre.

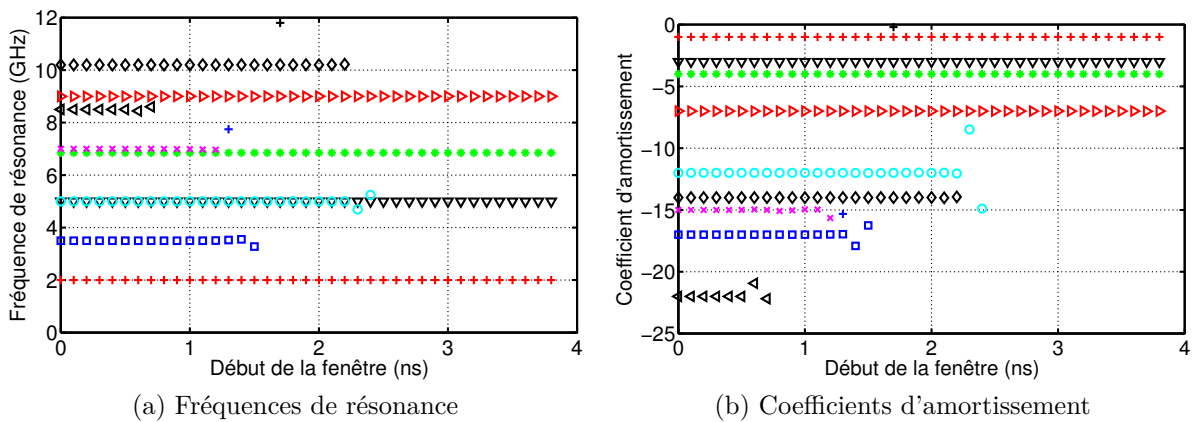


FIGURE III.3.5: Application de la méthode de Prony sur une fenêtre glissante de 120 échantillons, $M = 50$

III.3.1.5 L'autocorrélation

Dans le chapitre précédent, nous avons vu que l'autocorrélation peut être utilisée sur une réponse temporelle sans modifier ses pôles de résonance. Nous proposons ici de calculer l'autocorrélation de la réponse temporelle et d'appliquer la méthode de Prony sur cette réponse autocorrélée. Les résultats pour plusieurs valeurs de M sont présentés sur la figure III.3.6. Les pôles sont correctement retrouvés pour $M = 50$ uniquement. Il est donc possible d'extraire les mêmes pôles de résonance à partir de l'autocorrélation de la réponse temporelle mais il est nécessaire de sur-estimer la valeur de M pour extraire la totalité des pôles correctement.

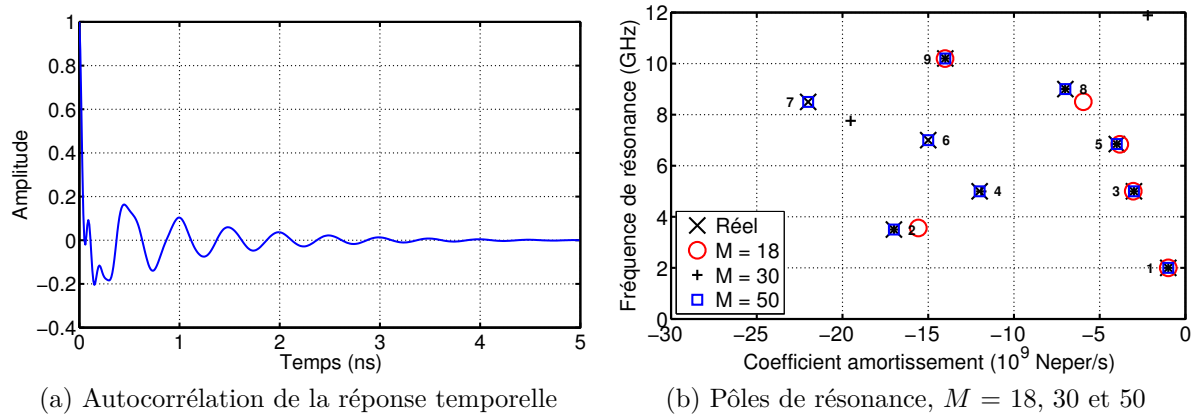


FIGURE III.3.6: Extraction avec la méthode de Prony sur la réponse autocorrélée

III.3.2 La méthode Matrix Pencil

III.3.2.1 Le paramètre M

Nous appliquons la même procédure que dans le cas de la méthode de Prony. La figure III.3.7 présente les résultats de l'extraction avec la méthode MP pour M sur-estimé. Tous les pôles sont extraits avec précision quel que soit M . Les résidus sont tous également correctement retrouvés.

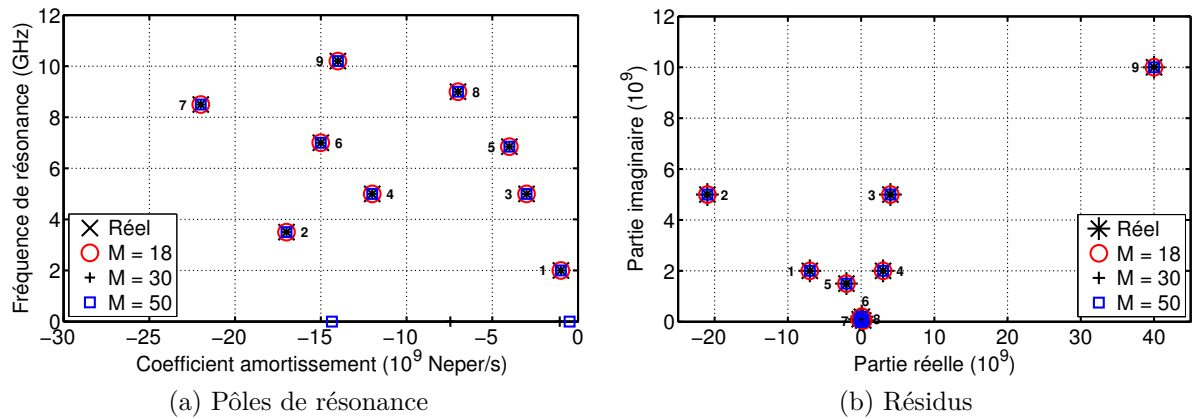


FIGURE III.3.7: Pôles et résidus extraits avec MP, $M = 18, 30$ et 50

Nous présentons maintenant sur la figure III.3.8 les pôles et résidus extraits lorsque M est sous-estimé. Les résultats sont très proches de ceux obtenus avec la méthode de Prony. Les pôles 6 et 7 ne sont pas extraits et les pôles 4 et 8 sont extraits avec une certaine erreur sur le coefficient d'amortissement. Les résidus associés aux pôles correctement extraits sont

identiques à ceux d'origine. En revanche, les résidus associés aux pôles extraits avec erreur sont modifiés.

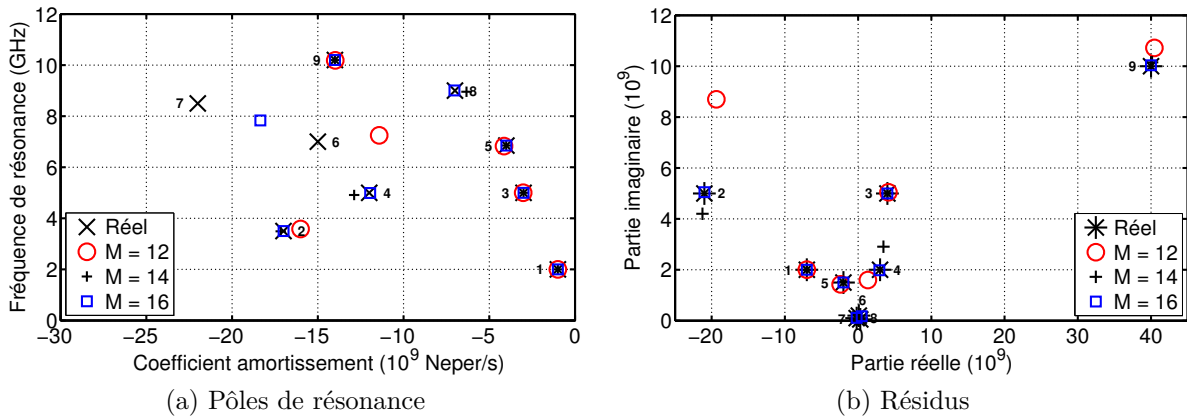


FIGURE III.3.8: Pôles et résidus extraits avec MP, $M = 12, 14$ et 16

III.3.2.2 La fenêtre d'observation

La réponse temporelle est tronquée à 40, 80 et 120 échantillons et la méthode MP est appliquée sur ces réponses tronquées. Les résultats sont présentés sur la figure III.3.9. Les résultats sont semblables à ceux obtenus avec la méthode de Prony ; il est nécessaire d'avoir au moins 80 échantillons pour que l'extraction soit précise. La limite se trouve donc au niveau de la durée minimale de la réponse qui doit être environ 2 fois supérieure à la période associée à la fréquence de résonance la plus basse.

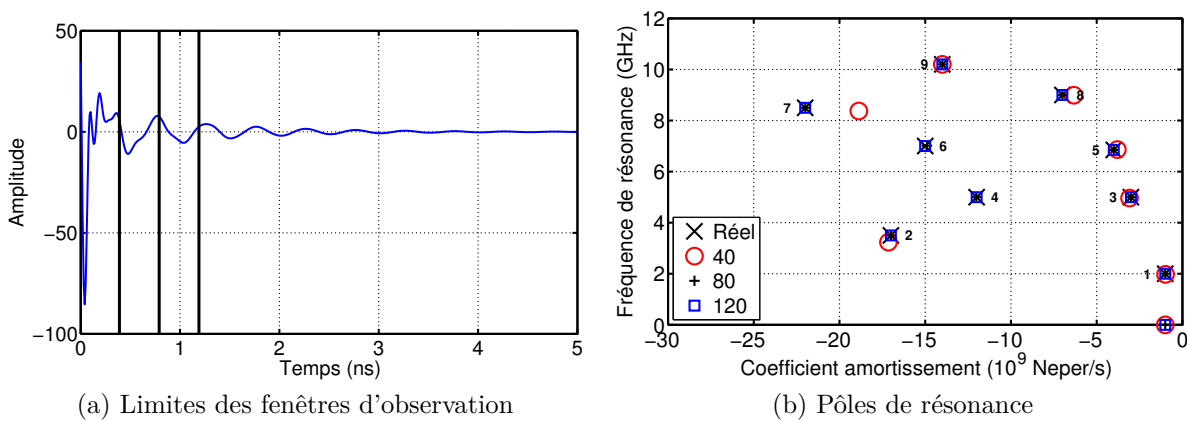


FIGURE III.3.9: Pôles extraits avec MP pour plusieurs fenêtres d'observation $T_e = 0.01$ ns

III.3.2.3 La période d'échantillonnage

Dans cette partie, la durée totale de la réponse temporelle est maintenue à 5 ns mais le pas d'échantillonnage T_e et donc le nombre d'échantillons varie. Les pôles obtenus lorsque $T_e < 0.01$ ns et $T_e > 0.01$ ns sont présentés sur la figure III.3.10.

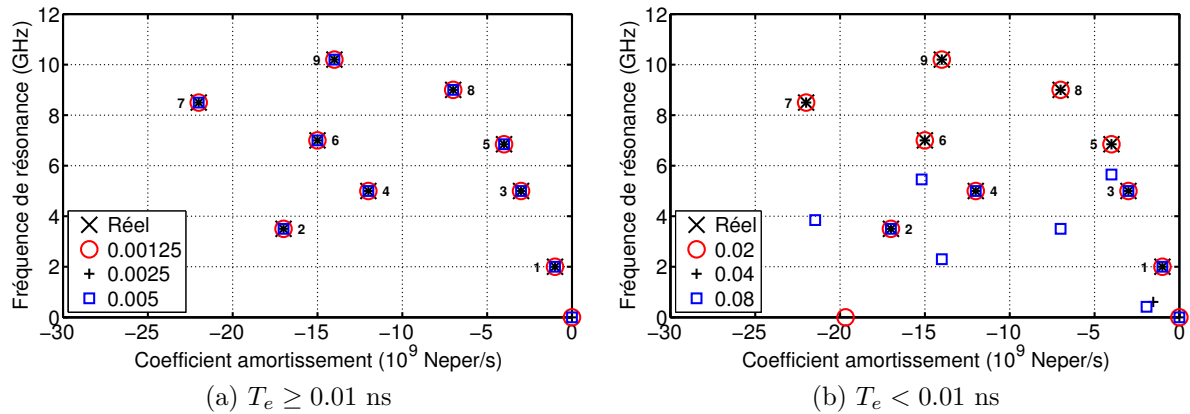


FIGURE III.3.10: Pôles extraits avec MP en fonction de la période d'échantillonnage

Lorsque T_e diminue et donc que le nombre d'échantillons augmente, la méthode MP arrive à extraire l'ensemble des poles avec précision. En revanche, lorsque T_e augmente à 0.08 ns, les pôles dont les fréquences sont les plus élevées ne sont plus extraits. Il est donc nécessaire de respecter le théorème de Shannon à la fréquence de résonance la plus importante. En conclusion, T_e est déterminée en accord avec le théorème de Shannon et le nombre d'échantillons doit être fixé suffisamment grand pour que la durée totale du signal soit supérieure à deux fois la période du pôle à la fréquence la plus faible.

III.3.2.4 La fenêtre glissante

Nous appliquons maintenant MP sur une fenêtre glissante de 100 échantillons, soit une durée de 1 ns, suffisante pour théoriquement extraire l'ensemble des pôles. Les résultats sont présentés sur la figure III.3.11. Tous les pôles physiques sont extraits de façon stable. Quelques pôles sont extraits aléatoirement ; ce sont des pôles mathématiques. L'application sur une fenêtre glissante permet donc de séparer les pôles physiques qui sont stables des pôles mathématiques qui sont extraits arbitrairement. Il est intéressant de noter que MP semble extraire plus de pôles mathématiques dans la bande de fréquence considérée que la méthode de Prony.

III.3.2.5 L'autocorrélation

Nous appliquons MP sur la réponse temporelle autocorrélée. La figure III.3.12 présente l'autocorrélation de la réponse temporelle ainsi que les pôles extraits avec Matrix Pencil pour plusieurs valeurs de M . Il est nécessaire d'augmenter M pour extraire l'ensemble des pôles de départ. Les pôles de résonance sont donc toujours présents dans le signal autocorrélé mais leur

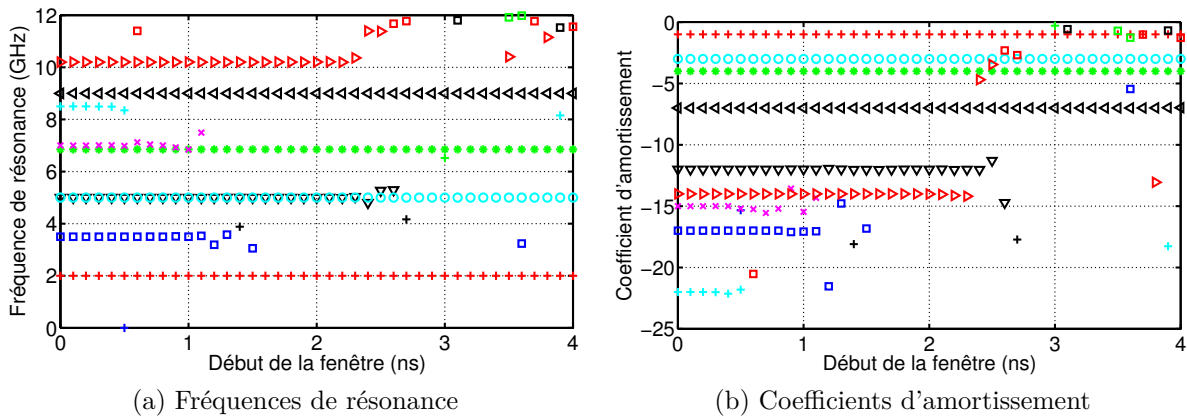


FIGURE III.3.11: Application de la méthode MP sur une fenêtre glissante de 100 échantillons

extraction est plus délicate et nécessite de doubler la valeur de M dans notre exemple. Il est également intéressant de noter que l'utilisation de l'autocorrélation n'amène pas de nouveaux pôles de résonance dans la bande de fréquence d'intérêt.

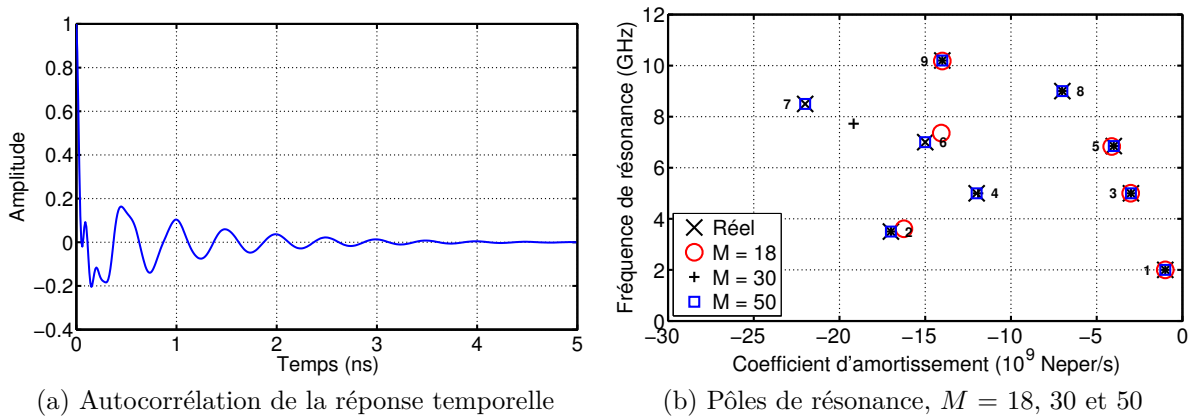


FIGURE III.3.12: Extraction avec MP sur la réponse autocorrélée

III.3.3 La méthode de Cauchy

La troisième méthode d'extraction de pôles de résonance que nous comparons est la méthode de Cauchy. Cette méthode est fondée sur l'approximation de la réponse fréquentielle par un quotient de polynômes. Nous rappelons que le paramètre P définit le degré du polynôme du numérateur et correspond donc au nombre de pôles extraits moins un.

III.3.3.1 Le paramètre P

L'extraction des pôles de résonance est effectuée sur la réponse fréquentielle, présentée sur la figure III.2.3b, c'est-à-dire sur toute la bande de fréquence 0-15 GHz, qui contient 500 échantillons soit un pas de 0.03 GHz. Les pôles obtenus pour plusieurs valeurs de P sont présentés sur la figure III.3.13. Lorsque $P = 8$, seul le pôle 9 est extrait précisément, les pôles 1, 3 et 5 étant extraits avec une erreur importante. Lorsque P est égal à 24, les pôles 5, 8 et 9 sont alors extraits correctement. Dans tous les cas, les pôles 2, 4, 6 et 7 ne sont pas extraits. Quelle que soit la valeur de P utilisée, il n'est donc pas possible d'extraire l'ensemble des pôles de la réponse fréquentielle.

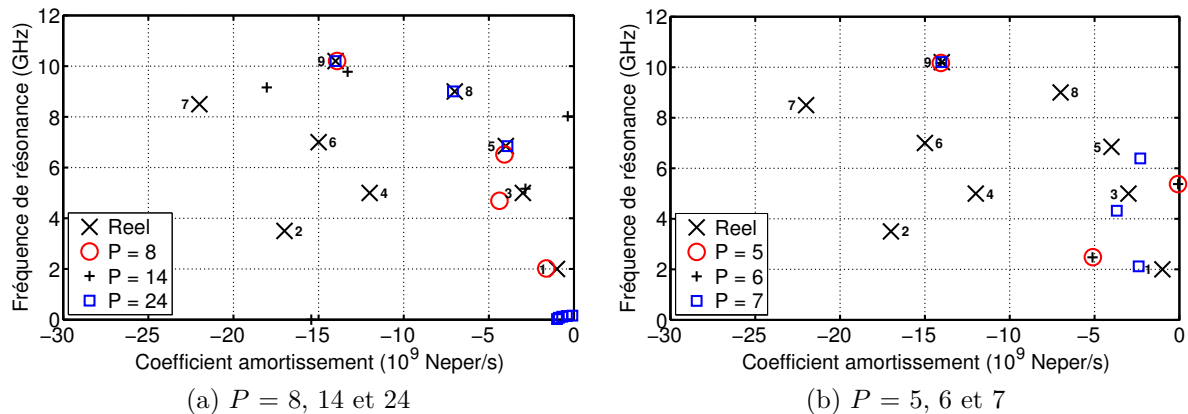


FIGURE III.3.13: Pôles extraits avec la méthode de Cauchy en fonction de P

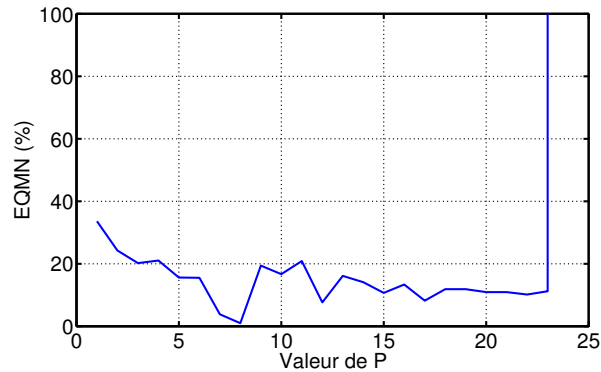
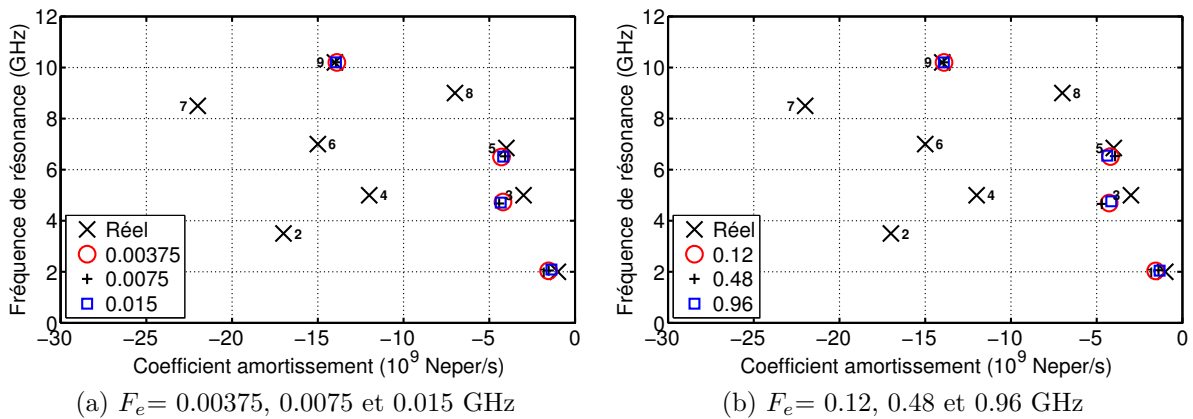
Sur la figure III.3.14, nous présentons l'EQMN de la réponse reconstruite en fonction de P . L'erreur est la plus faible lorsque $P = 8$. Au-delà de $P = 23$, le peu de pôles physiques et le nombre trop important de pôles mathématiques extraits empêchent de reconstruire correctement la réponse. La méthode de Cauchy permet donc de correctement modéliser la réponse fréquentielle du dipôle pour $P = 8$, mais ne permet pas d'extraire l'ensemble des pôles physiques.

III.3.3.2 La fréquence d'échantillonnage

Nous diminuons le pas d'échantillonnage de la réponse fréquentielle (initialement à 0.03 GHz) tout en travaillant sur la même bande de fréquence (0-15 GHz). Les pôles extraits pour $P = 8$ en fonction de l'échantillonnage sont présentés sur la figure III.3.15. Les pôles extraits avec la méthode de Cauchy pour $P = 8$ sont identiques quelle que soit la fréquence d'échantillonnage et notamment pour $F_e = 0.96$ GHz où la réponse n'est constitué que de 16 points. Ceci a également été vérifié pour d'autres valeurs de P .

III.3.3.3 La bande de fréquence

Afin d'améliorer la précision sur les pôles extraits ou d'en extraire davantage, nous proposons de diviser la bande de fréquence en quatre sous-bandes et d'appliquer l'algorithme de Cauchy


 FIGURE III.3.14: Erreur sur la réponse reconstruite en fonction de P

 FIGURE III.3.15: Pôles extraits avec la méthode de Cauchy pour plusieurs fréquences d'échantillonnage F_e

indépendamment sur chaque sous-bande. Les sous-bandes choisies ainsi que l'erreur sur la réponse reconstruite dans chacune d'elles sont présentées sur la figure III.3.16. L'EQMN est la plus faible dans les quatre sous-bandes pour P compris entre 3 et 7. Les pôles extraits pour ces valeurs sont présentés sur la figure III.3.17.

Pour P compris entre 3 et 5, les pôles 1, 3, 5 et 9 sont correctement extraits. En revanche, aucun autre pôle n'est obtenu. Lorsque $P = 7$ et 8, le pôle 2 est également extrait correctement et pour $P = 7$, le pôle 8 l'est aussi. En divisant la réponse en plusieurs sous-bandes et en appliquant la méthode de Cauchy indépendamment sur chacune d'elles, il est donc possible d'améliorer la précision sur les pôles obtenus mais aussi d'extraire d'autres pôles de résonance comme ici les pôles 2 et 8. En revanche, les pôles 4, 6 et 7 qui ont un coefficient d'amortissement fort et un résidu moyen ou faible, ne sont jamais extraits quelle que soit la valeur de P et les sous-bandes choisies. Cependant, le jeu de pôles didactique choisi ici est complexe à extraire et la méthode de Cauchy peut avoir de l'intérêt pour extraire les pôles de résonance d'une réponse moins complexe.

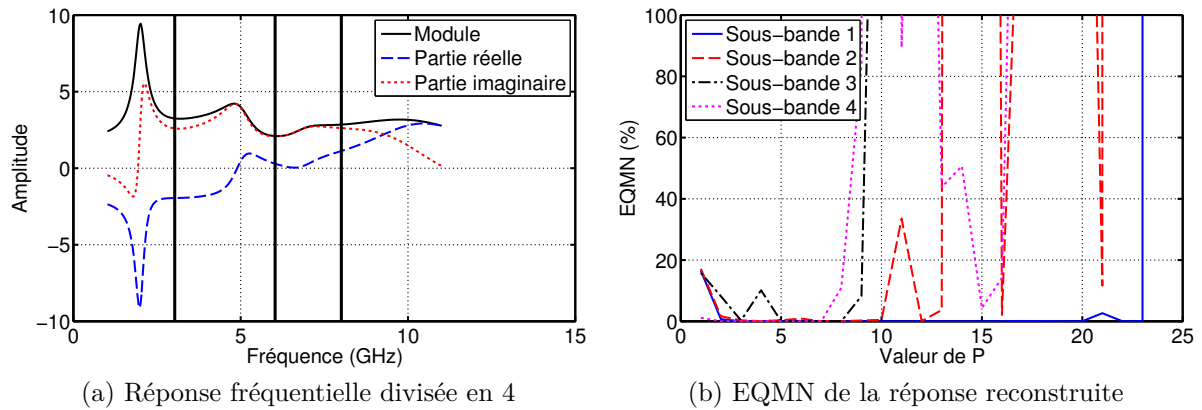


FIGURE III.3.16: Extraction avec la méthode de Cauchy sur quatre sous-bandes

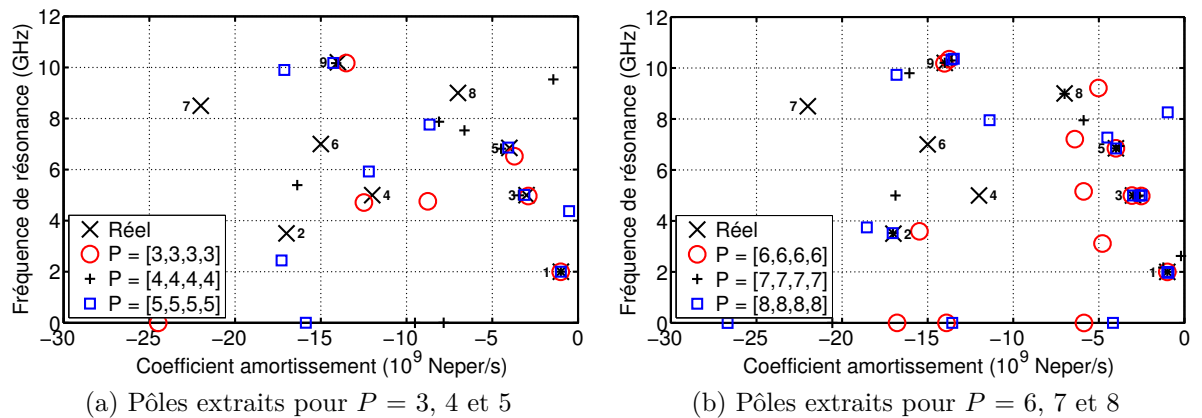


FIGURE III.3.17: Application de la méthode de Cauchy sur quatre sous-bandes

III.3.3.4 La fenêtre glissante

L'application de la méthode de Cauchy sur plusieurs sous-bandes permet d'améliorer l'extraction des pôles de résonance. Cependant, il n'existe pas de règle permettant de définir précisément ces sous-bandes. De plus, dans un cas concret où les pôles ne sont pas connus à l'avance, il sera difficile de déterminer si le pôle extrait est physique ou non s'il n'est extrait que dans une certaine bande de fréquence et pour une valeur de P particulière. Nous proposons donc d'appliquer l'algorithme de Cauchy sur une fenêtre glissante. Contrairement à son utilisation sur une réponse temporelle, il ne sera pas possible d'extraire l'ensemble des pôles de résonance dans chaque fenêtre mais il est intéressant de regarder la stabilité des pôles autour de leurs fréquences de résonance. A notre connaissance, la méthode de Cauchy n'a jamais été appliquée de cette manière. Les deux premières fenêtres glissantes utilisées sont présentées sur la figure III.3.18. Le décalage est de 5 échantillons soit 0.15 GHz et l'ordre du modèle P est égal à 8. Les résultats sont présentés sur les figures III.3.19 et III.3.20.

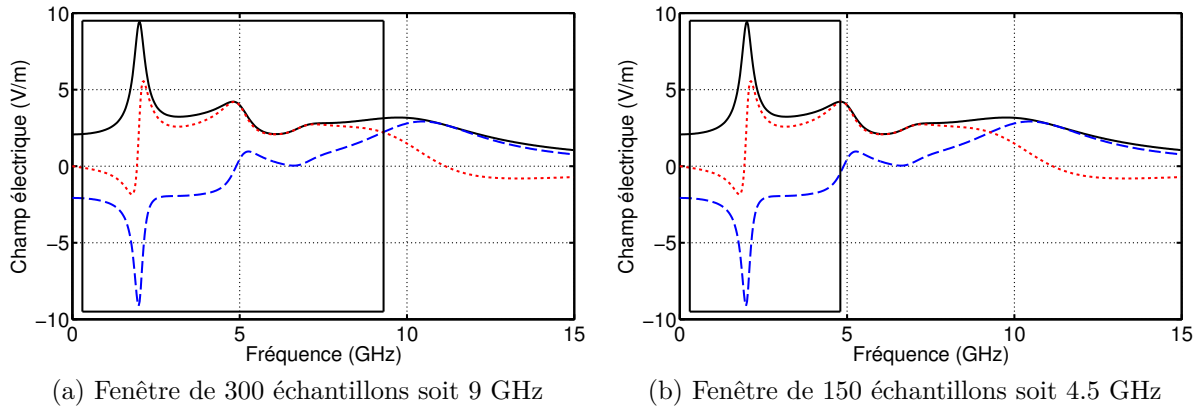


FIGURE III.3.18: Tailles des fenêtres considérées

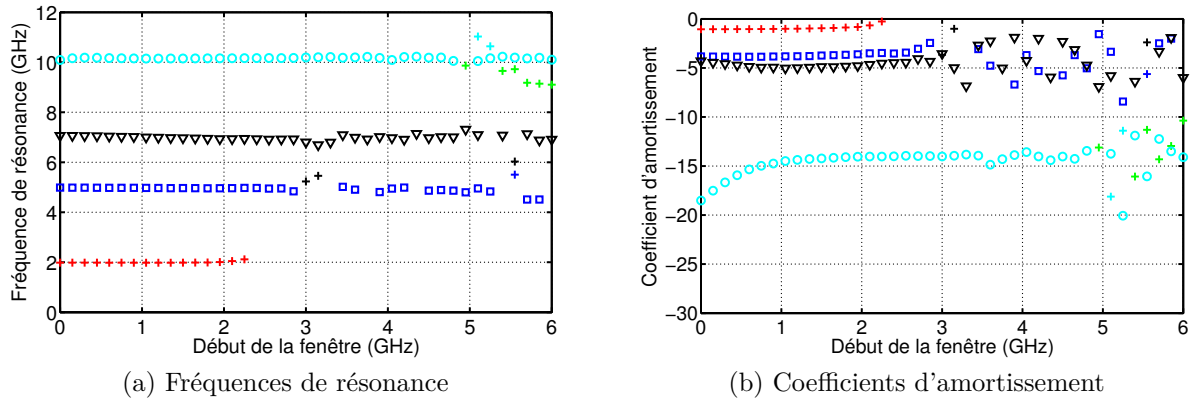


FIGURE III.3.19: La méthode de Cauchy sur une fenêtre glissante de 9 GHz

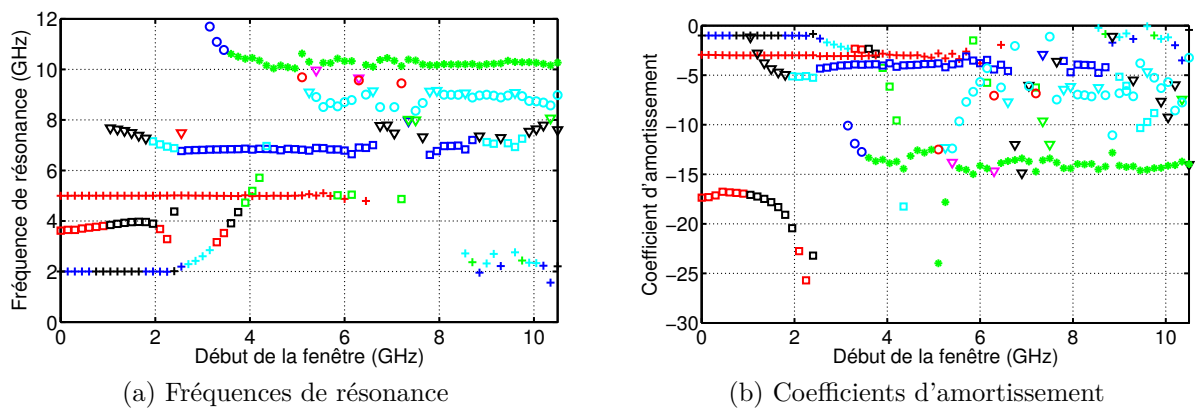


FIGURE III.3.20: La méthode de Cauchy sur une fenêtre glissante de 4.5 GHz

Avec la fenêtre de 9 GHz, la paire de pôles numéro 1 est correctement extraite tant que la fenêtre utilisée contient la fréquence de résonance de ce pôle. Une paire de pôles est extraite vers 5 GHz et est liée à un coefficient d'amortissement compris entre -3.10^9 et -4.10^9 Neper/s, il s'agit donc du pôle 3 avec une erreur sur le coefficient d'amortissement. Cette erreur est due à la présence d'une autre paire de pôles à la même fréquence de résonance (le pôle 4) qui perturbe l'extraction et décale le coefficient d'amortissement. Une troisième paire de pôles est extraite vers 7 GHz. Son coefficient d'amortissement varie légèrement entre -4.10^9 et -5.10^9 Neper/s. Il s'agit donc du pôle 5 avec le coefficient d'amortissement un peu plus faible à cause de la présence du pôle 6 qui a presque la même fréquence de résonance. Enfin, une quatrième paire de pôle est extraite. Sa fréquence de résonance est stable autour de 10.2 GHz et son coefficient d'amortissement l'est également pour des fenêtres commençant entre 1.5 et 3.5 GHz. Il s'agit donc du pôle 9.

En utilisant la fenêtre de 4.5 GHz, deux paires de pôles supplémentaires peuvent être distinguées. Une première dont la fréquence de résonance est comprise entre 3.6 et 4 GHz et le coefficient d'amortissement est d'environ -17.10^9 Neper/s. Il s'agit donc de la paire de pôles 2 extraite avec une erreur. La deuxième est la paire de pôles 8. A partir de la fenêtre commençant à 8 GHz, la fréquence de résonance est assez stable autour de 9 GHz et le coefficient d'amortissement varie autour de -7.10^9 Neper/s.

Afin d'affiner ces premiers résultats, nous appliquons la méthode de Cauchy sur deux autres fenêtres glissantes de 75 et 30 échantillons, soit 2.25 et 0.9 GHz, présentées sur la figure III.3.21. Les résultats sont présentés sur les figures III.3.22 et III.3.23. Avec la fenêtre de 75 échantillons, les six paires de pôles extraites avec la fenêtre de 150 échantillons le sont également mais la précision sur celles-ci est plus grande, notamment sur la paire de pôle 2. La précision s'améliore encore lorsque l'on utilise la fenêtre de 30 échantillons. Dans ce cas, les six paires de pôles peuvent être extraites avec une bonne précision sur la fréquence de résonance et le coefficient d'amortissement. Ces résultats valident également la possibilité de travailler en bandes fréquentielles étroites autour de la fréquence des pôles de résonance.

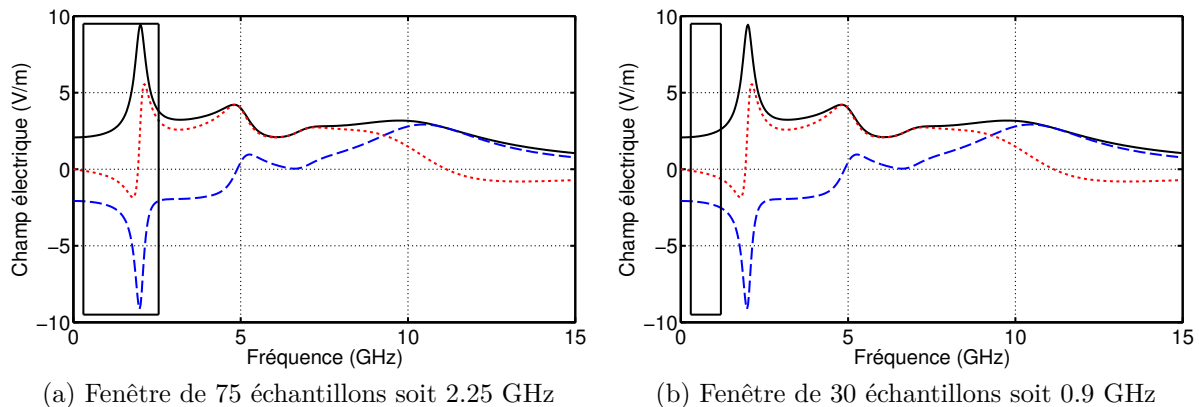


FIGURE III.3.21: Tailles des fenêtres glissantes considérées

En conclusion, la méthode de Cauchy ne permet pas d'extraire l'ensemble des pôles de résonance de cet exemple, contrairement aux deux autres méthodes. Cependant, les pôles do-

minants sont tout de même extraits et permettent de modéliser avec précision la réponse considérée. Deux démarches ont été proposées pour améliorer la méthode de Cauchy. La première consiste à diviser la réponse fréquentielle en sous-bandes et de regarder la stabilité des pôles en fonction de P . La deuxième démarche consiste quant à elle à utiliser une fenêtre glissante. Dans ce cas, P est fixe et nous regardons la stabilité des pôles en fonction de la bande de fréquence. C'est cette deuxième approche qui semble la plus pertinente et permet de plus facilement distinguer les pôles physiques.

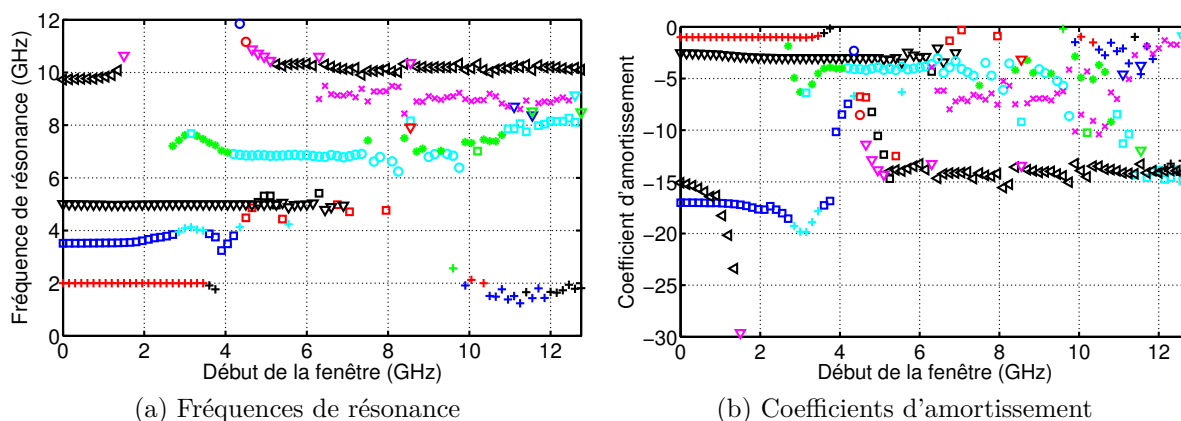


FIGURE III.3.22: La méthode de Cauchy sur une fenêtre glissante de 0.9 GHz

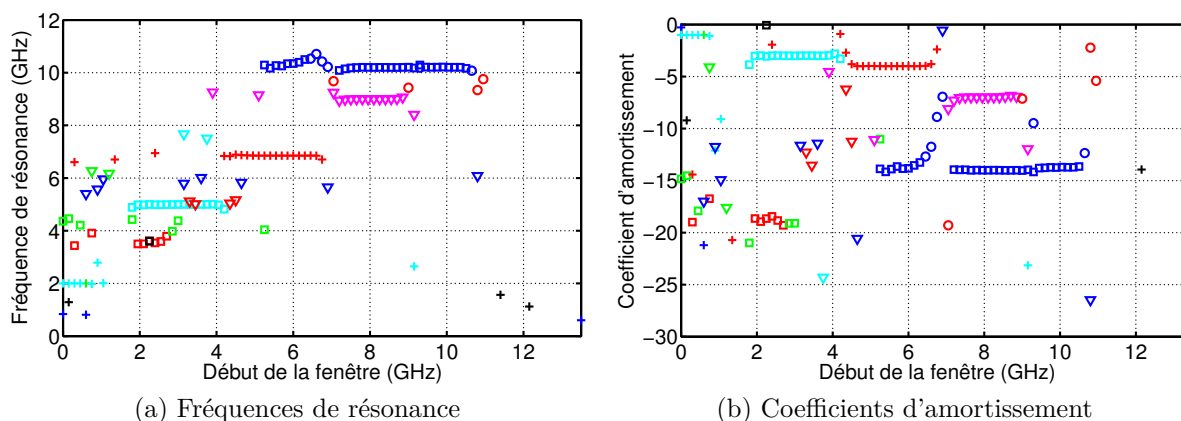


FIGURE III.3.23: La méthode de Cauchy sur une fenêtre glissante de 0.3 GHz

III.4 Extraction en présence de bruit

Nous proposons maintenant de tester ces algorithmes en présence de bruit. Pour cela, un bruit blanc Gaussien (BBG) est ajouté aux réponses temporelle et fréquentielle avant d'appli-

quer les algorithmes d'extraction. Nous proposons deux approches différentes décrites sur la figure III.4.1. Suivant l'approche 1, un BBG est ajouté à la réponse temporelle théorique puis les méthodes de Prony et MP sont appliquées directement sur cette réponse temporelle bruitée et la méthode de Cauchy est appliquée sur la FFT (Fast Fourier Transform) de la réponse temporelle bruitée. Dans l'approche 2, le BBG est ajouté à la réponse théorique fréquentielle et une IFFT (Inverse Fast Fourier Transform) est utilisée pour appliquer les méthodes d'extraction temporelles. Dans un deuxième temps, et de la même façon pour les deux approches, nous sélectionnons les pôles physiques. En effet, en présence de bruit, les méthodes extraient un certain nombre de pôles mathématiques. Cependant, afin d'utiliser ces pôles dans un processus de caractérisation et d'identification, il est nécessaire de ne conserver que les pôles physiques. Dans le cas de cet exemple, les pôles physiques sont les pôles de départ définis dans le paragraphe III.2, utilisés pour construire les réponses théoriques. Les pôles extraits sont donc perturbés et il est nécessaire de définir un critère permettant de juger si un pôle sera conservé ou non. Dans cette étude, nous considérons qu'un pôle extrait est physique si sa fréquence de résonance est retrouvée à 5 % près et si son coefficient d'amortissement est retrouvé à 30 % près. Enfin, les réponses temporelle et fréquentielle sont reconstruites à l'aide des pôles de résonance conservés et de leurs résidus associés et nous calculons l'Erreur Quadratique Moyenne Normalisée (EQMN) entre la réponse théorique et la réponse reconstruite.

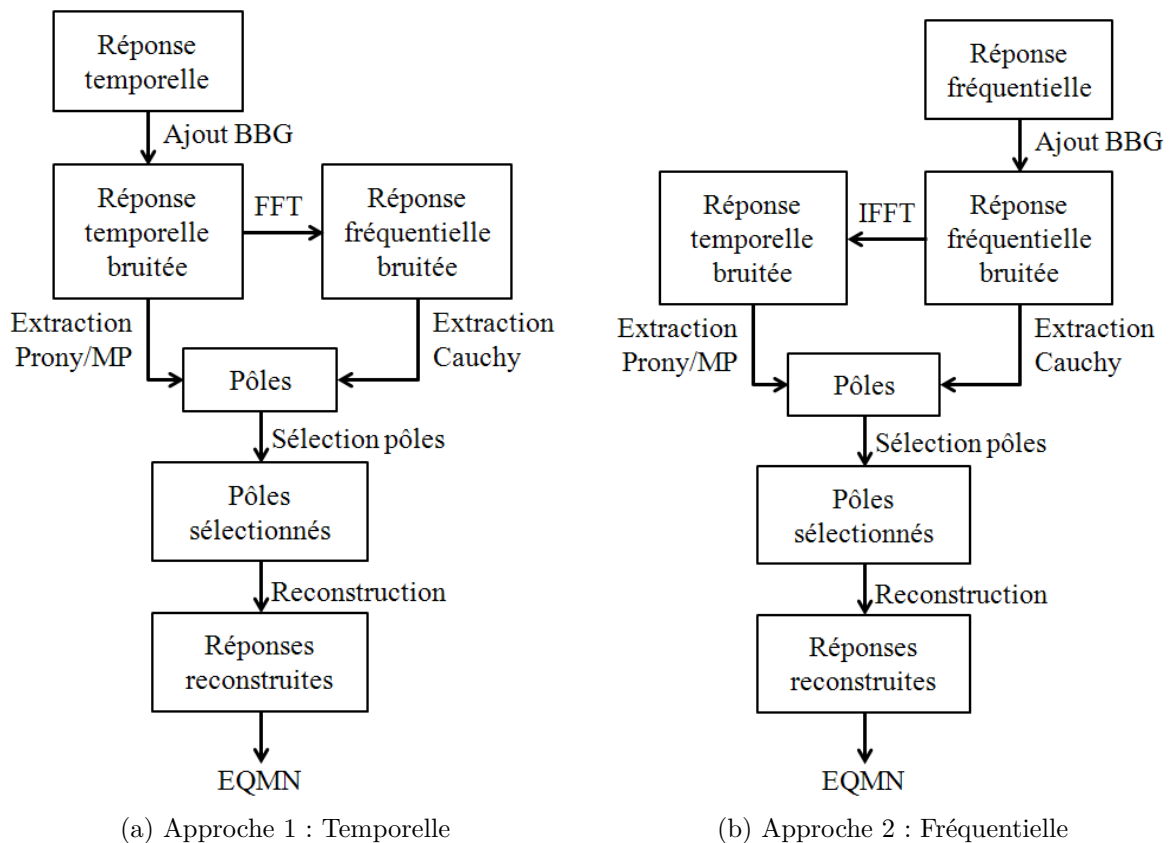


FIGURE III.4.1: Organigramme du test de robustesse des méthodes d'extraction

L'EQMN permet de quantifier la qualité de la reconstruction de la réponse théorique. Une EQMN faible signifie que soit la majorité des pôles présents dans la réponse, soit les pôles les plus contributeurs de la réponse (résidu fort, amortissement faible), ont été extraits correctement. Afin de limiter l'impact du côté aléatoire du bruit ajouté, nous appliquons chaque méthode sur 250 tirages de réponse bruitée puis nous effectuons la moyenne de l'erreur.

III.4.1 Extraction directe

Sur les figures III.4.2 et III.4.3, nous montrons l'EQMN du signal reconstruit en fonction du RSB ainsi que la moyenne du nombre de pôles correctement extraits pour les approches 1 et 2 respectivement.

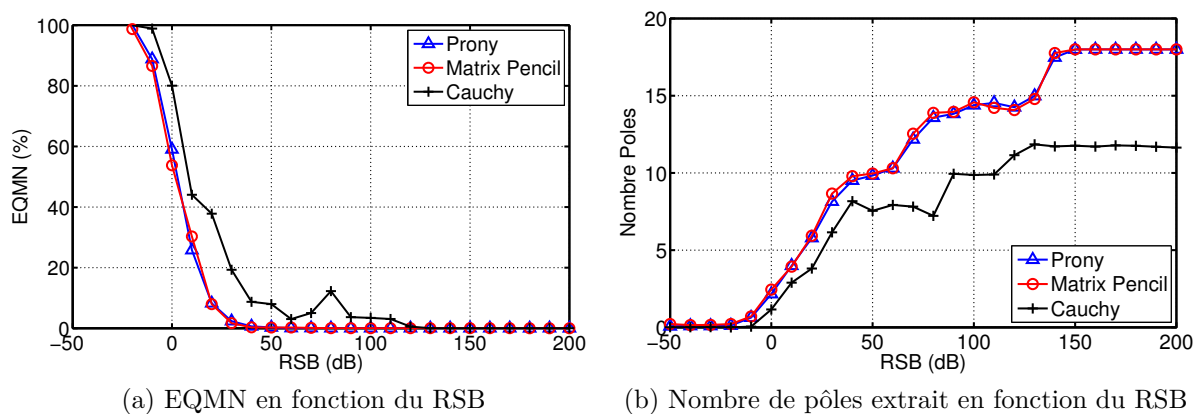


FIGURE III.4.2: Extraction avec les trois méthodes en milieu bruité (approche 1)

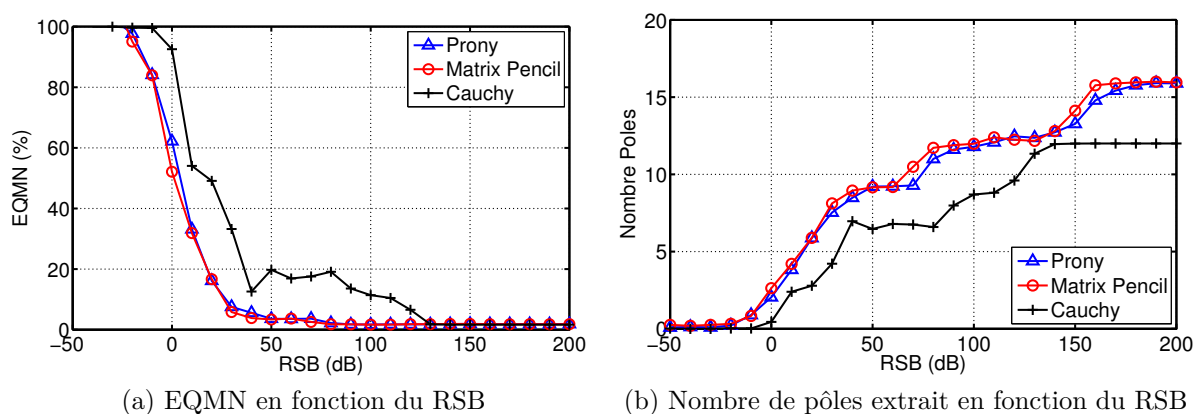


FIGURE III.4.3: Extraction avec les trois méthodes en milieu bruité (approche 2)

Pour les deux approches, les méthodes de Prony et MP donnent des résultats quasiment identiques que ce soit au niveau de l'erreur sur la réponse reconstruite ou le nombre de pôles

extraits. En revanche, l'erreur obtenue en utilisant la méthode de Cauchy est supérieure aux deux méthodes temporelles, notamment lorsque le RSB est faible. De plus, même lorsque l'EQMN de la réponse reconstruite est inférieure à 5%, le nombre de pôles extraits avec la méthode de Cauchy est toujours inférieur à celui extrait avec les méthodes de Prony et MP. Bien que l'approche 2 travaille avec des données d'origine fréquentielle, la méthode de Cauchy est tout de même moins robuste au bruit que les méthodes temporelles, malgré l'utilisation d'une IFFT. Il est également intéressant de noter qu'il est nécessaire d'avoir un RSB de 150 dB pour extraire l'ensemble des pôles de résonance avec les méthodes temporelles. Ceci s'explique par la complexité du jeu de pôles considéré dans cet exemple. Sur les figures III.4.4 et III.4.5, nous montrons la probabilité d'extraction de chaque paire de pôles avec les trois méthodes et pour les deux approches. Les paires de pôles 6 et 7 sont les plus compliquées à extraire. Ces pôles ne seront donc pas extractibles en pratique. L'ordre dans lequel sont extraits les pôles de résonance lorsque le RSB augmente est cohérent avec le poids de chaque pôle lorsqu'ils sont pondérés en $|R|/|\sigma|$ (cf figure III.2.2).

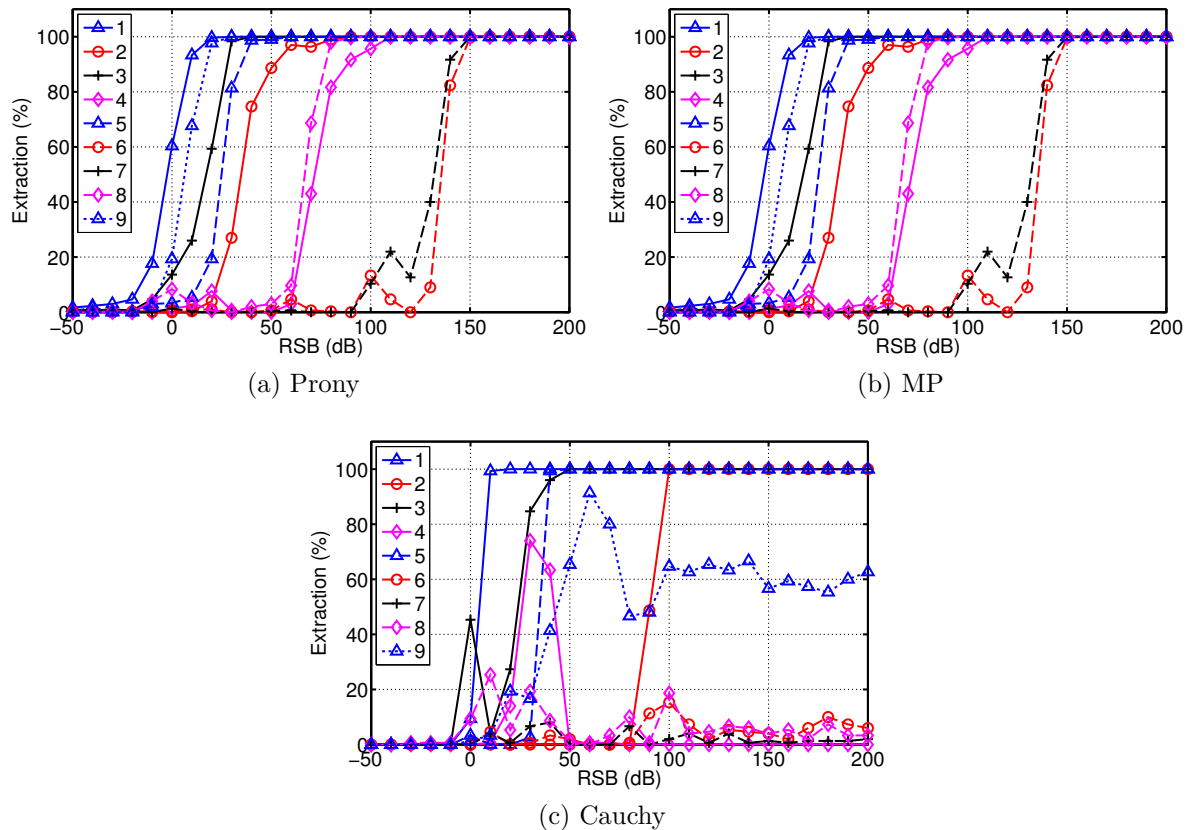


FIGURE III.4.4: Probabilité d'extraction des pôles en présence de bruit (approche 1)

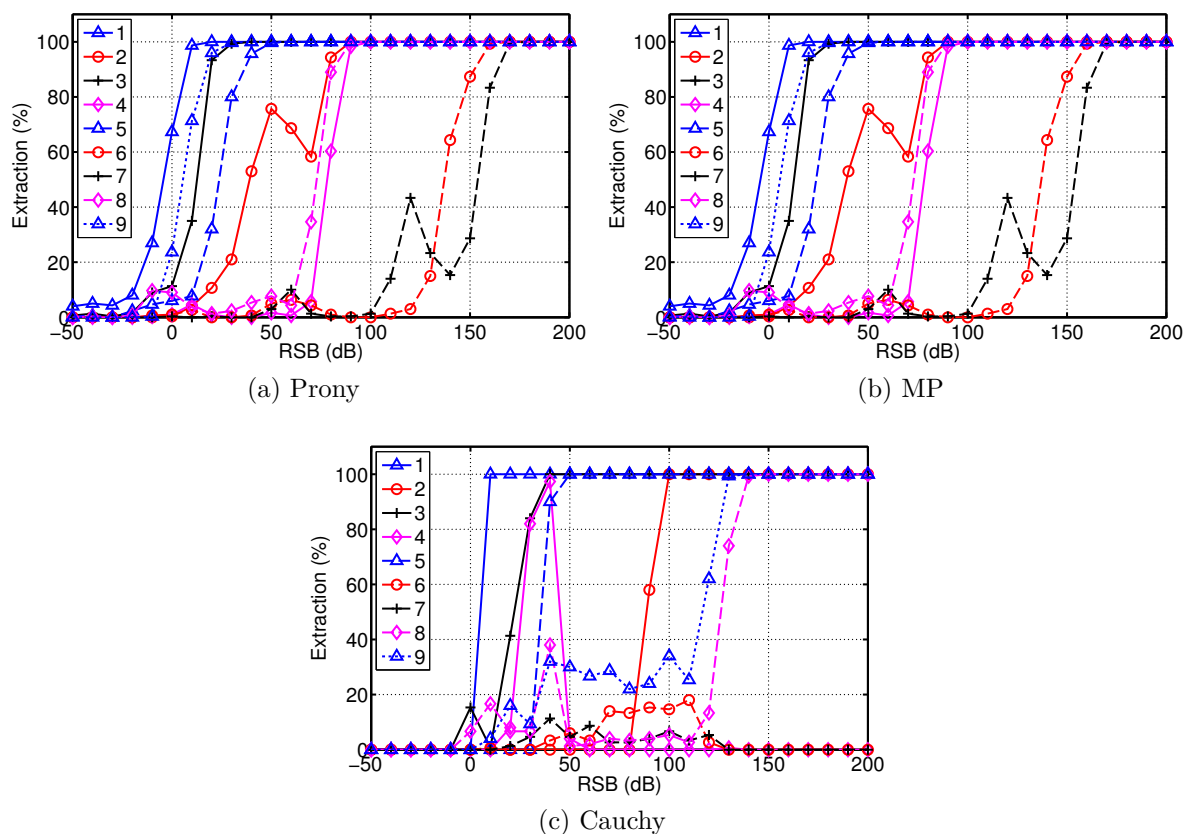


FIGURE III.4.5: Probabilité d'extraction des pôles en présence de bruit (approche 2)

III.4.2 Extraction avec autocorrélation

Dans cette partie, nous appliquons les méthodes d'extraction sur l'autocorrélation de la réponse temporelle. La méthode de Cauchy est donc appliquée sur la FFT de l'autocorrélation de la réponse temporelle. De plus, dans le cas de la deuxième approche (cf figure III.4.1), nous faisons le choix de faire une IFFT de la réponse fréquentielle bruitée, de calculer son autocorrélation puis de repasser dans le domaine fréquentiel à l'aide d'une FFT afin d'appliquer la méthode de Cauchy. Les résultats sont présentés sur la figure III.4.6 pour l'approche 1 et la figure III.4.7 pour l'approche 2.

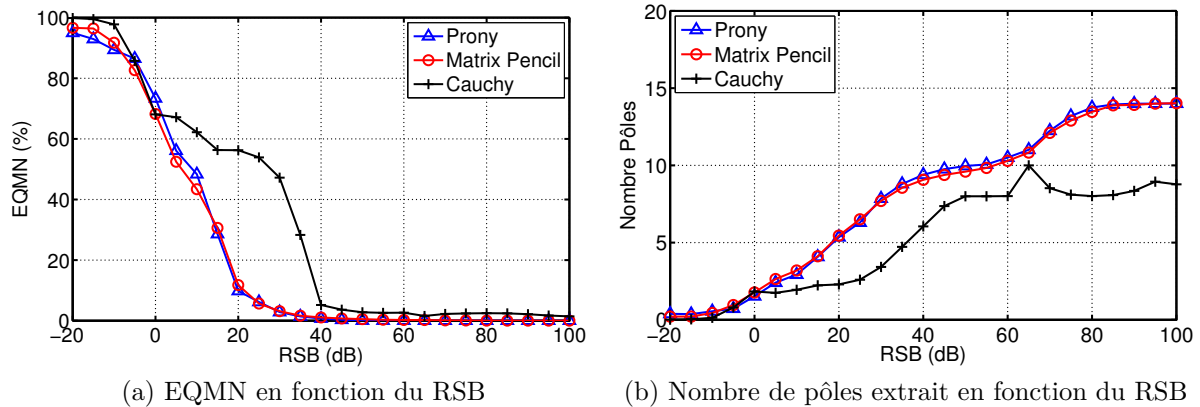


FIGURE III.4.6: Extraction avec les trois méthodes en milieu bruité avec autocorrélation (approche 1)

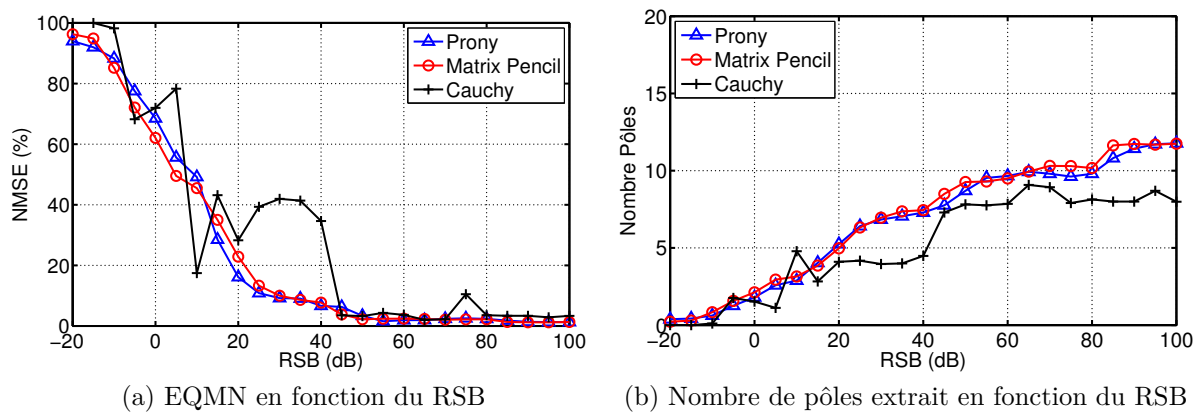


FIGURE III.4.7: Extraction avec les trois méthodes en milieu bruité avec autocorrélation (approche 2)

Les résultats obtenus avec MP et la méthode de Prony sont quasiment identiques pour les deux approches que ce soit au niveau de l'EQMN ou du nombre de pôles correctement

extraits. Toutefois, l'extraction est légèrement moins précise en utilisant l'autocorrélation. En ce qui concerne la méthode de Cauchy, l'autocorrélation du signal permet d'obtenir une EQMN inférieure à 10% avec un RSB plus faible de 5 dB avec la première approche et avec un RSB plus faible de 15 dB avec la seconde approche. L'autocorrélation semble donc améliorer la robustesse au bruit de la méthode de Cauchy.

III.4.3 Application des trois méthodes sur une réponse bruitée

Dans la partie précédente, nous avons montré la robustesse des trois méthodes d'extraction en présence de bruit. Pour cela, nous avons utilisé la procédure d'extraction définie sans bruit sur les réponses bruitées pour différents SNR. Puis les pôles ont été sélectionnés en fonction de leur côté physique, c'est-à-dire s'ils étaient proches des pôles définis pour cet exemple. Seulement, en pratique, les pôles physiques ne sont pas connus à l'avance et il est donc nécessaire de pouvoir déterminer si un pôle est physique lorsqu'il est extrait à partir d'une réponse bruitée. Nous choisissons d'appliquer les trois méthodes d'extraction sur la réponse temporelle théorique bruitée avec un RSB de 20 dB et sur sa FFT pour la méthode de Cauchy. La réponse bruitée est présentée dans les domaines temporel et fréquentiel sur la figure III.4.8.

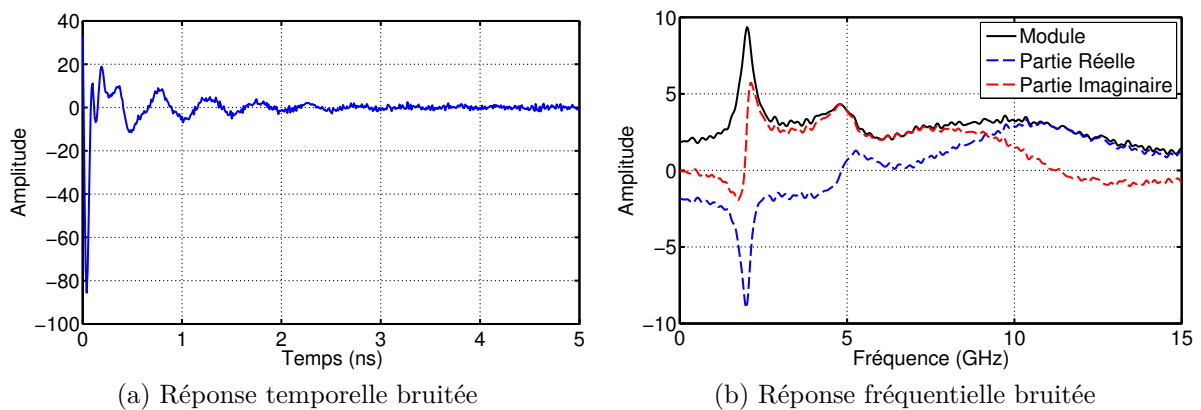


FIGURE III.4.8: Réponse didactique bruitée avec un SNR de 20 dB

III.4.3.1 La méthode de Prony

La méthode de Prony est dans un premier temps appliquée sur une fenêtre glissante de 120 échantillons soit une durée de 1.2 ns. Les résultats sont présentés pour $M = 12$ et $M = 50$ sur les figures III.4.9 et III.4.10.

Ces résultats permettent de distinguer quelques fréquences de résonance reliées à des pôles physiques (autour de 2, 5 et 7 GHz) mais leurs coefficients d'amortissement ne sont pas extraits correctement. Nous proposons d'appliquer la méthode de Prony sur une fenêtre qui commence toujours au temps $t = 0$ mais dont la fin et donc la taille varie. Nous appellerons cette approche la fenêtre croissante et les résultats sont présentés pour $M = 12$ et $M = 50$ sur les figures III.4.11 et III.4.12.

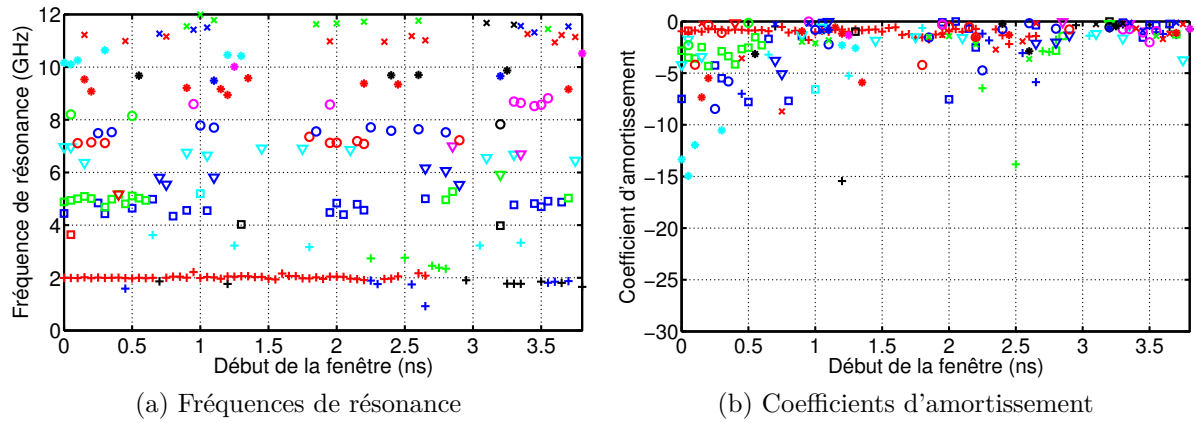


FIGURE III.4.9: La méthode de Prony sur une fenêtre glissante, $M = 12$

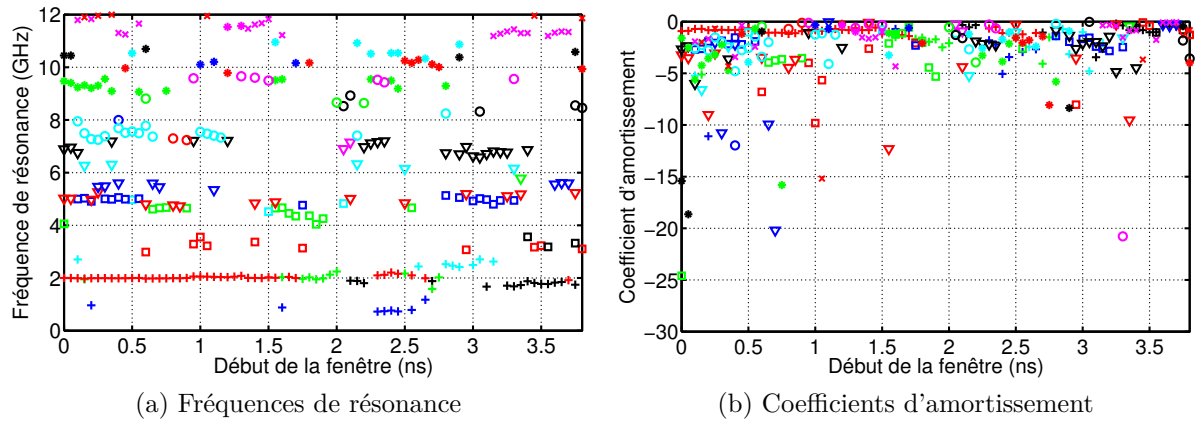


FIGURE III.4.10: La méthode de Prony sur une fenêtre glissante, $M = 50$

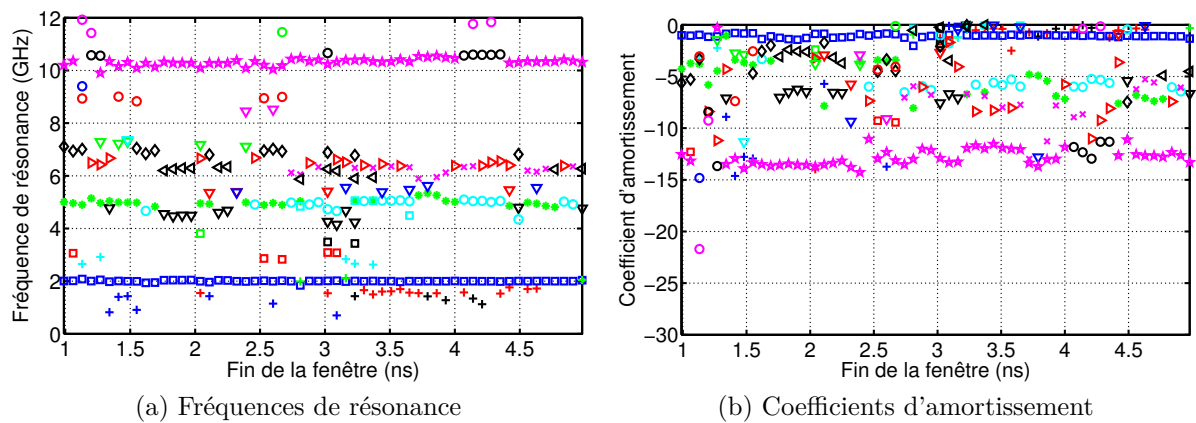
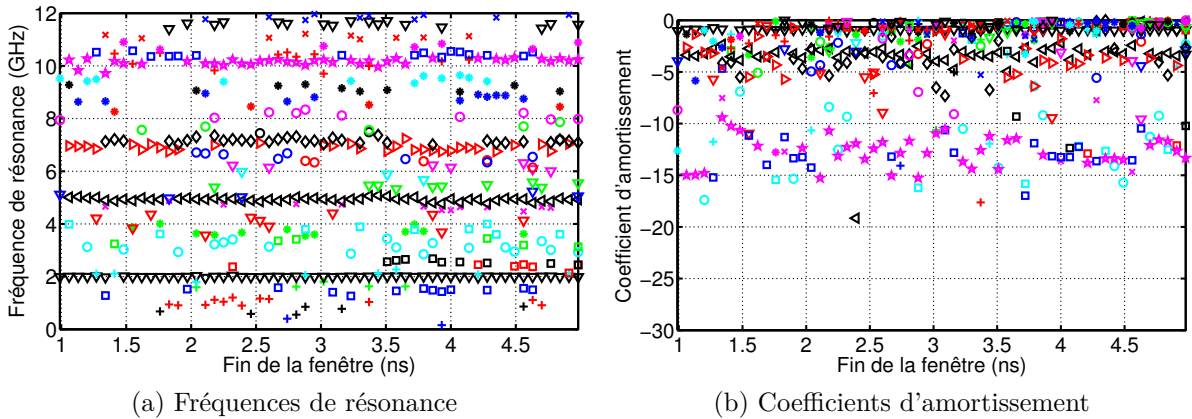


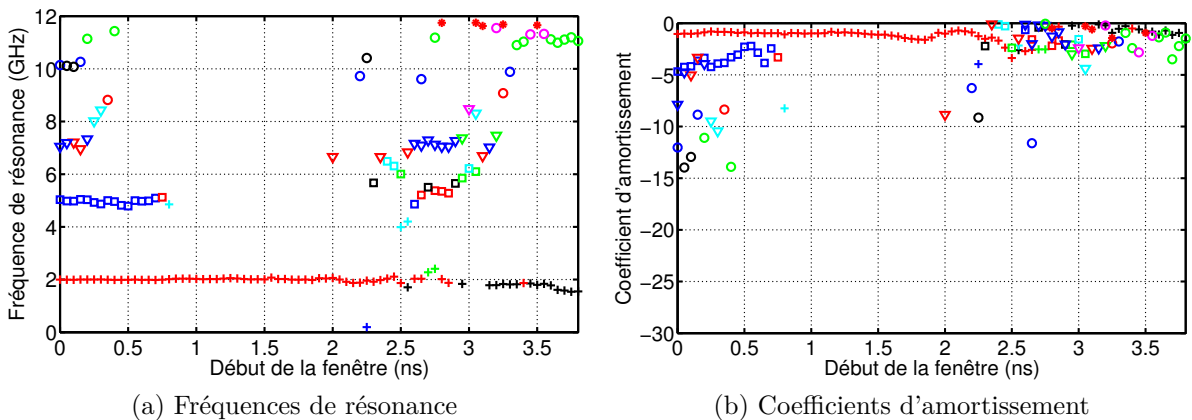
FIGURE III.4.11: Application de la méthode de Prony sur une fenêtre croissante, $M = 12$


 FIGURE III.4.12: Application de la méthode de Prony sur une fenêtre croissante, $M = 50$

Avec cette nouvelle approche fondée sur une fenêtre croissante, il est possible d'extraire de façon stable des pôles de résonance en termes de fréquence de résonance et de coefficient d'amortissement.

III.4.3.2 La méthode Matrix Pencil

Nous appliquons la méthode MP sur une fenêtre glissante de 120 échantillons soit une durée de 1.2 ns et les résultats sont présentés sur les figures III.4.13 et III.4.14 pour $M = 12$ et $M = 50$.


 FIGURE III.4.13: Application de MP sur une fenêtre glissante, $M = 12$

Comme précédemment, l'application sur une fenêtre glissante ne permet pas d'extraire de façon stable les coefficients d'amortissements. Nous appliquons donc MP sur une fenêtre croissante avec $M = 12$ et $M = 50$. Les résultats sont présentés sur les figures III.4.15 et III.4.16.

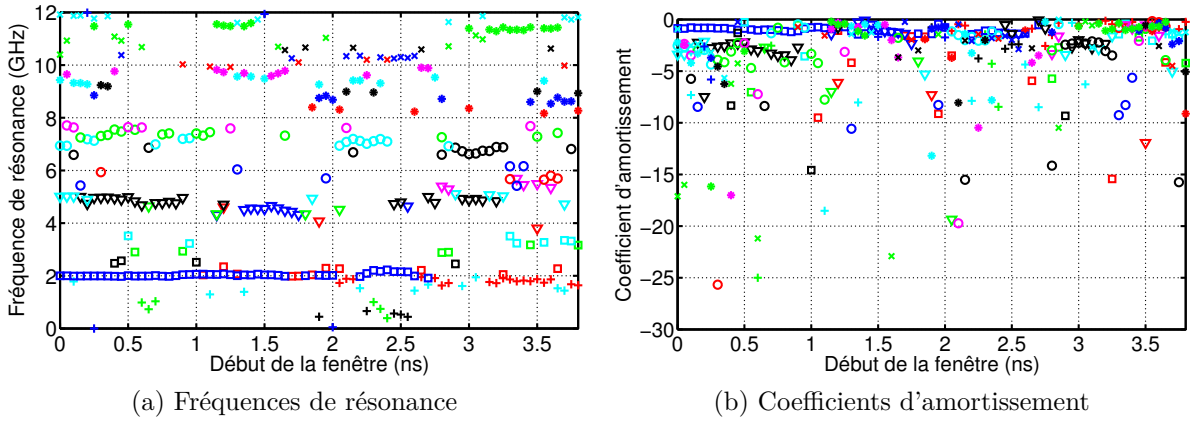


FIGURE III.4.14: Application de MP sur une fenêtre glissante, $M = 50$

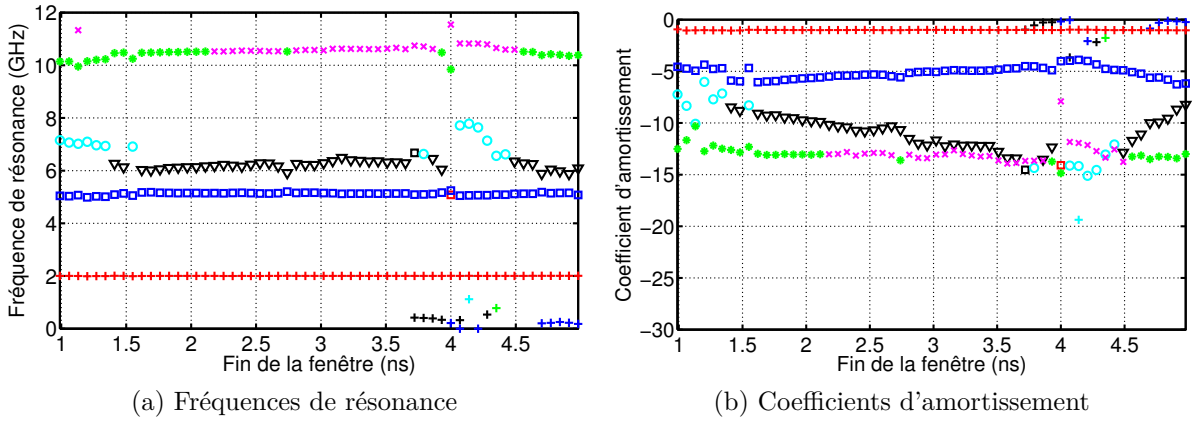


FIGURE III.4.15: Application de MP sur une fenêtre croissante, $M = 12$

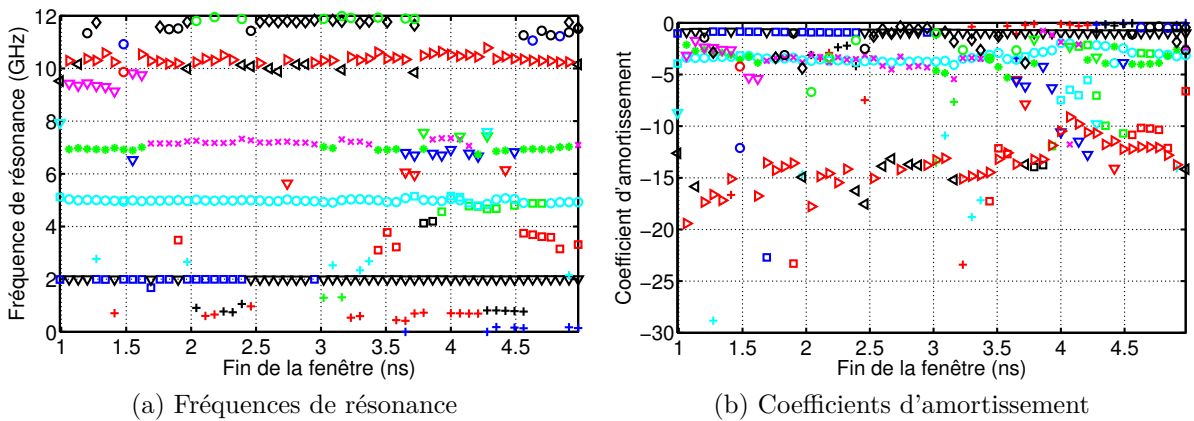


FIGURE III.4.16: Application de MP sur une fenêtre croissante, $M = 50$

Avec $M = 12$, les résultats sont facilement lisibles et trois paires de pôles se distinguent. Augmenter la valeur de M permet de déterminer d'autres fréquences de résonance stables mais leurs coefficients d'amortissement associés varient trop fortement. Les résultats sur une fenêtre croissante sont donc pertinents comparés aux résultats de la fenêtre glissante. Cela améliore notamment la stabilité des coefficients d'amortissement.

III.4.3.3 La méthode de Cauchy

L'application directe de la méthode ne permettant pas l'obtention des pôles de résonance de départ, nous appliquons directement la méthode de Cauchy sur des fenêtres glissantes de 300 et 150 échantillons. Les résultats sont présentés sur les figures III.4.17 et III.4.18

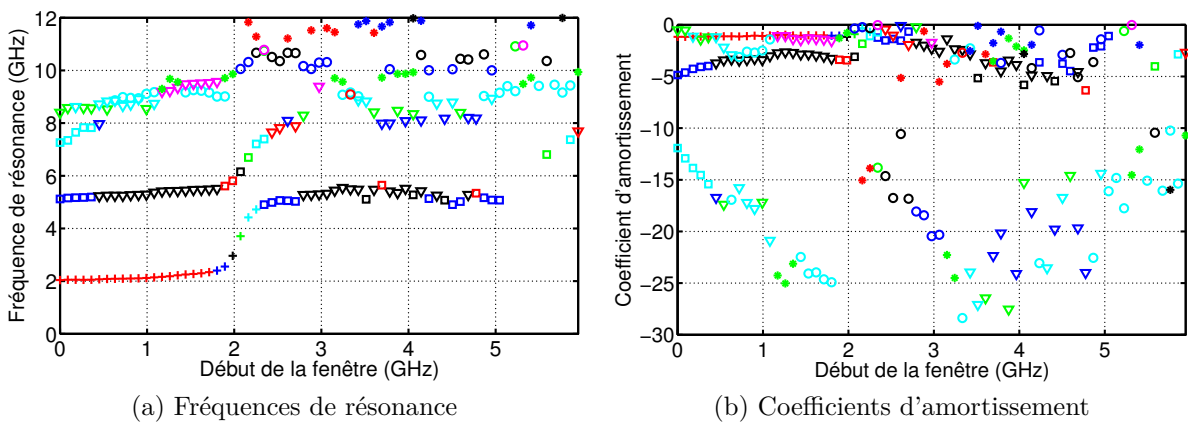


FIGURE III.4.17: Application de la méthode de Cauchy sur une fenêtre glissante de 300 échantillons, $P = 8$

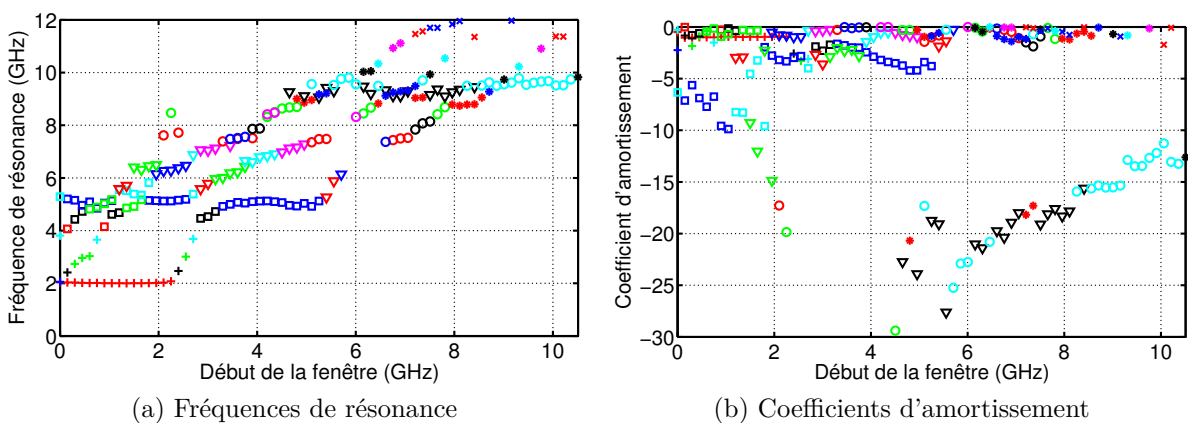


FIGURE III.4.18: Application de la méthode de Cauchy sur une fenêtre glissante de 150 échantillons, $P = 7$

Grâce à cette approche, il est possible de distinguer quelques pôles stables avec la méthode de Cauchy, notamment les pôles autour de 2, 5 et 11 GHz.

III.4.4 Conclusion

Les trois méthodes d'extraction ont été comparées en présence de bruit. Les méthodes de Prony et MP sont les plus robustes au bruit et donnent des résultats très proches. La méthode de Cauchy est en revanche la moins robuste des trois. Pour un même RSB, l'erreur obtenue est plus importante qu'avec les méthodes temporelles et le nombre de pôles physiques extraits est plus faible. Concernant l'application des algorithmes sur une réponse bruitée particulière, nous avons montré que la fenêtre glissante ne permet pas de distinguer les coefficients d'amortissements stables. Pour cela, nous proposons de travailler sur une fenêtre grandissante qui donne de meilleurs résultats. Nous avons également appliqué la méthode de Cauchy sur une fenêtre glissante ce qui permet de distinguer quelques pôles physiques avec cette méthode. La méthode MP est donc la plus pertinente en présence de bruit.

III.5 Procédures d'extraction

L'analyse des méthodes de Prony, Matrix Pencil et Cauchy sur cet exemple didactique nous permet de déterminer les paramètres à utiliser et les techniques à appliquer avec ces méthodes. La méthode MP est la plus robuste au bruit et sera donc utilisée dans la suite de ce manuscrit. Les conclusions étant identiques pour les méthodes de Prony et MP, la procédure suivante est valable pour les deux méthodes :

1. La durée de la réponse à traiter doit être supérieure au double de la période du pôle à la fréquence la plus basse. Cette durée définit donc la fréquence à partir de laquelle des pôles peuvent être extraits.
2. La période d'échantillonnage de la réponse à traiter doit respecter le théorème de Shannon. Cette période impose donc la fréquence à partir de laquelle les pôles ne seront plus extraits.
3. L'ordre du modèle, i.e. le paramètre M correspondant au nombre de pôles que l'on cherche à extraire, doit être surestimé.
4. En absence de bruit, la méthode d'extraction doit être appliquée pour plusieurs valeurs de M . Une stabilité des pôles extraits apparaît à partir d'une certaine valeur. Ces pôles peuvent être considérés physiques. En présence de bruit, la méthode d'extraction doit être appliquée sur une fenêtre croissante. Des critères de variation maximum de 5% pour la fréquence de résonance et de 30% pour le coefficient d'amortissement sont utilisés dans ce manuscrit. La taille de la fenêtre doit respecter les points 1 et 2 de cette procédure. M doit être surestimé mais le moins possible afin de limiter le nombre de pôles mathématiques extraits.

La méthode de Cauchy est moins robuste au bruit que les deux autres méthodes. Cependant, elle peut être utilisée pour valider les résultats obtenus par la méthode MP, notamment pour les fréquences de résonance. La procédure d'extraction avec cette méthode est la suivante :

1. La bande de fréquence de la réponse à traiter doit contenir les fréquences de résonance des pôles que l'on souhaite extraire.
2. Le nombre d'échantillons de la réponse à traiter doit être supérieur à deux fois l'ordre du modèle.
3. La méthode de Cauchy doit être appliquée sur une fenêtre glissante. La taille de la fenêtre doit être choisie suffisamment étroite pour ne contenir que deux à trois paires de pôles de résonance. L'ordre du modèle P est en conséquence limité à des valeurs comprises entre 4 et 8. Cette approche permet d'identifier des fréquences de résonance stables. En revanche, les coefficients d'amortissement varient fortement.

III.6 Conclusion

A l'aide d'un jeu de pôles et résidus théoriques, nous avons construit des réponses temporelle et fréquentielle sur lesquelles ont été appliquées les méthodes de Prony, MP et Cauchy. Cet exemple a permis de déterminer les valeurs des paramètres permettant d'extraire correctement les pôles de résonance. Les méthodes de Prony et MP ont des comportements similaires en absence de bruit. Ces deux méthodes permettent d'extraire l'ensemble des pôles de la réponse théorique et la technique de la fenêtre glissante permet de distinguer les pôles physiques. En revanche, l'application directe de la méthode de Cauchy ne permet pas d'extraire l'ensemble des pôles. Nous avons donc proposé d'appliquer cette méthode sur plusieurs sous-bandes ou sur une fenêtre glissante ce qui améliore les résultats obtenus avec la méthode de Cauchy.

En présence de bruit, c'est la méthode MP qui est la plus robuste mais la méthode de Prony reste très performante par rapport à la méthode de Cauchy. Il est intéressant de noter que même lorsque les données d'origine sont dans le domaine fréquentiel, il est préférable d'utiliser une méthode temporelle malgré l'utilisation d'une IFFT. Enfin, les pôles peuvent être extraits à partir de l'autocorrélation de la réponse temporelle mais cela ne permet pas d'améliorer la robustesse au bruit des méthodes temporelles. Malgré l'application successive d'une IFFT, de l'autocorrélation et d'une FFT, la robustesse au bruit de la méthode de Cauchy est améliorée après autocorrélation du signal.

Pour chaque méthode, une procédure pour différencier les pôles physiques et mathématiques a été établie. Pour les méthodes temporelles, nous avons proposé d'appliquer les algorithmes sur une fenêtre croissante ce qui permet d'obtenir des coefficients d'amortissement stables en fonction de la fenêtre. Les résultats obtenus sont plus intéressants qu'avec la technique de la fenêtre glissante. Dans le domaine fréquentiel, nous avons proposé de travailler sur une fenêtre glissante. Cette technique permet également de distinguer des pôles stables avec la méthode de Cauchy alors que l'application directe de cette méthode ne permettait pas d'obtenir les mêmes résultats.

Chapitre IV

Validation de la procédure d'extraction sur les champs rayonnés et rétrodiffusés par une antenne

Sommaire

IV.1	Introduction	87
IV.2	Pôles de résonance extraits du champ rayonné par une antenne	87
IV.2.1	L'antenne dipôle	88
IV.2.1.1	Présentation	88
IV.2.1.2	Définition du temps retardé	88
IV.2.1.3	Extraction avec la méthode de Prony	90
IV.2.1.4	Extraction avec la méthode MP	91
IV.2.1.5	Extraction avec la méthode de Cauchy	92
IV.2.1.6	Comparaison des trois méthodes	95
IV.2.1.7	Etude de robustesse au bruit	96
IV.2.1.8	Etude de robustesse au bruit sur autocorrélation du signal	98
IV.2.1.9	Application des trois méthodes sur une réponse bruitée	100
IV.2.1.10	Conclusion	102
IV.2.2	L'antenne papillon	102
IV.2.2.1	Présentation	102
IV.2.2.2	Comparaison des trois méthodes	102
IV.2.2.3	Etude de robustesse au bruit	103
IV.2.2.4	Conclusion	105
IV.2.3	Conclusion	105

IV.3 Pôles de résonance extraits du champ rétrodiffusé par une antenne	106
IV.3.1 L'antenne dipôle	106
IV.3.1.1 Définition du temps retardé	106
IV.3.1.2 Extraction avec la méthode de Prony	107
IV.3.1.3 Extraction avec la méthode MP	108
IV.3.1.4 Extraction avec la méthode de Cauchy	109
IV.3.1.5 Comparaison des trois méthodes	112
IV.3.1.6 Comparaison avec l'extraction en rayonnement	113
IV.3.1.7 Etude de robustesse au bruit	114
IV.3.1.8 Etude de robustesse au bruit sur autocorrélation du signal	116
IV.3.1.9 Application des trois méthodes sur une réponse bruitée	118
IV.3.1.10 Conclusion	120
IV.3.2 L'antenne dipôle papillon	120
IV.3.2.1 Comparaison des trois méthodes	120
IV.3.2.2 Comparaison avec l'extraction en rayonnement	121
IV.3.2.3 Etude de robustesse au bruit	121
IV.3.2.4 Conclusion	122
IV.3.3 Conclusion	123
IV.4 Conclusion	123

IV.1 Introduction

Trois méthodes d'extraction ont été présentées dans le chapitre II puis testées et comparées à l'aide d'un exemple didactique dans le chapitre III. Une procédure d'extraction a notamment été mise au point pour chaque méthode. L'objectif de ce chapitre IV est d'appliquer ces algorithmes sur des réponses d'antennes et de tester leur robustesse. Deux antennes sont considérées dans ce chapitre : un dipôle faible bande et un papillon large bande. Dans un premier temps, les trois méthodes sont appliquées sur le champ rayonné par ces deux antennes. Les pôles obtenus sont ensuite comparés à ceux extraits à partir de leurs champs rétrodiffusés. Les différents moyens d'extraire les pôles de résonance sont résumés sur la figure IV.1.1.

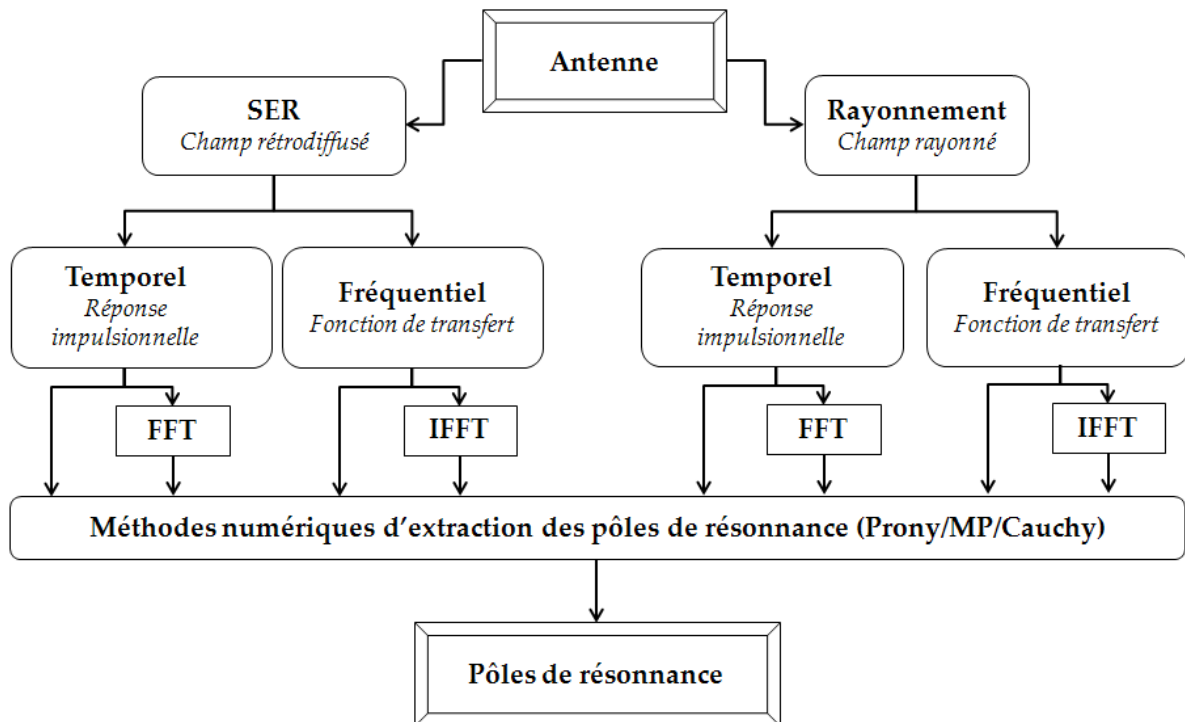


FIGURE IV.1.1: Solutions possibles pour extraire les pôles de résonance d'une antenne

IV.2 Pôles de résonance extraits du champ rayonné par une antenne

Nous appliquons maintenant les méthodes d'extraction sur le champ rayonné par deux antennes différentes, un dipôle et une antenne papillon. Ces antennes sont simulées entre 1 et 30 GHz avec CST Microwave Studio (MWS) en utilisant le solveur temporel. Un port localisé est utilisé pour alimenter les antennes avec une excitation Gaussienne présentée en temporel et en fréquentiel sur la figure IV.2.1.

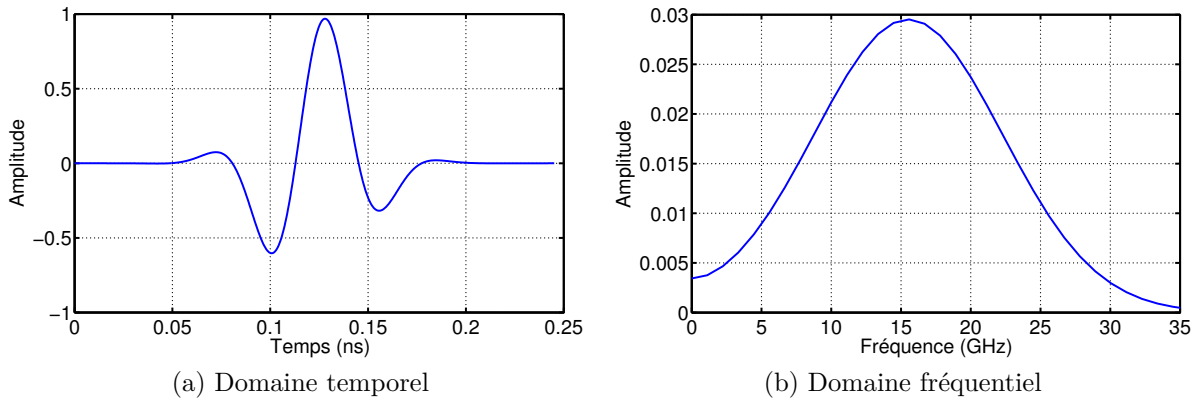


FIGURE IV.2.1: Signal d'excitation Gaussien utilisé pour alimenter les antennes

IV.2.1 L'antenne dipôle

IV.2.1.1 Présentation

Le dipôle mesure $L = 34$ mm de long et $D = 0.05$ mm de diamètre. Son rapport L/D est donc de 680 et son gap est de 0.5 mm. La géométrie de ce dipôle est présentée sur la figure IV.2.2.

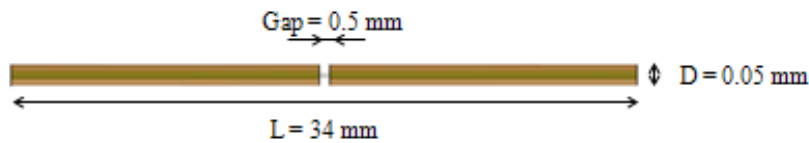


FIGURE IV.2.2: Dimensions du dipôle

La longueur électrique de ce dipôle est de 34 mm auquel il faut rajouter quatre fois le rayon de 0.025 mm, soit 34.1 mm. La première résonance d'un dipôle se situe à 0.47λ , où λ est la longueur d'onde, donc la fréquence de résonance théorique de ce dipôle est 4.13 GHz. Le coefficient de réflexion et l'impédance d'entrée du dipôle sont présentés sur les figures IV.2.4 et IV.2.3. Ces figures montrent que la première fréquence de résonance de ce dipôle est de 4.13 GHz, ce qui confirme la théorie. Les fréquences de résonance multiples se situent à 12.7, 21.3 et 30 GHz.

IV.2.1.2 Définition du temps retardé

Une sonde placée en champ lointain à une distance $R = 2$ m dans la direction du maximum de rayonnement, i.e. dans la direction radiale de l'antenne, permet de mesurer le champ électrique rayonné par l'antenne. La région en champ lointain est en effet définie par la condition de Fraunhofer comme supérieure à $2D^2/\lambda = 30.4$ cm à 4.13 GHz. Le champ électrique rayonné par le dipôle est présenté sur la figure IV.2.5 en temporel et en fréquentiel.

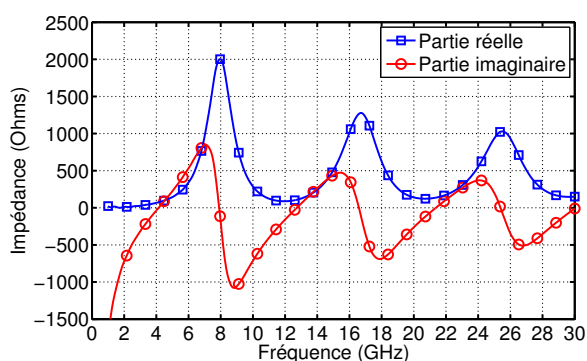


FIGURE IV.2.3: Impédance d'entrée

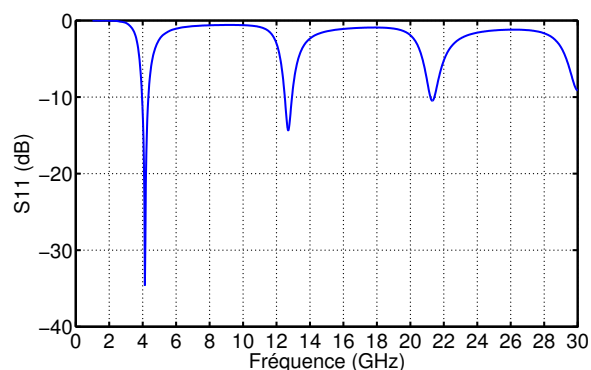
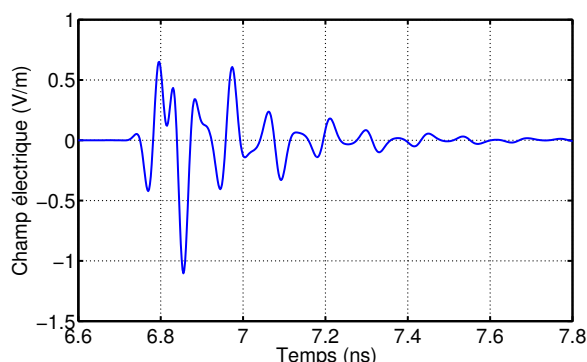
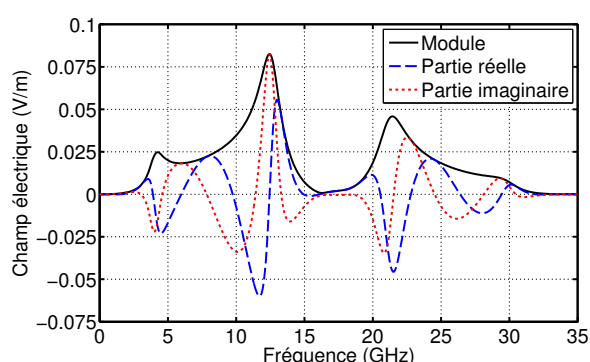


FIGURE IV.2.4: Coefficient de réflexion



(a) Domaine temporel



(b) Domaine fréquentiel

FIGURE IV.2.5: Champ électrique rayonné par le dipôle

La SEM ne permet de modéliser que la réponse en temps retardé, il est donc nécessaire de définir le début du temps retardé. La durée de la réponse en temps proche d'un objet est définie comme le temps mis par l'onde pour parcourir l'objet plus la largeur de l'impulsion d'excitation. Dans notre cas, la largeur de l'impulsion, présentée sur la figure IV.2.1, est de 0.108 ns si nous considérons un seuil à 5 % de la valeur maximale. L'antenne étant alimentée via un port localisé au centre du dipôle, la distance que parcourt l'onde n'est composée que d'une demi-longueur de dipôle, soit 17 mm, auquel il faut ajouter deux fois le rayon du dipôle, soit 17.05 mm au total. La durée totale de la réponse en temps proche T_p est donc de 0.166 ns. La séparation entre les réponses en temps proche et retardé ainsi que la FFT de la réponse en temps retardé sont présentées sur la figure IV.2.6. C'est à partir de ces réponses que les pôles de résonance sont extraits à l'aide des trois algorithmes de Prony, MP et Cauchy.

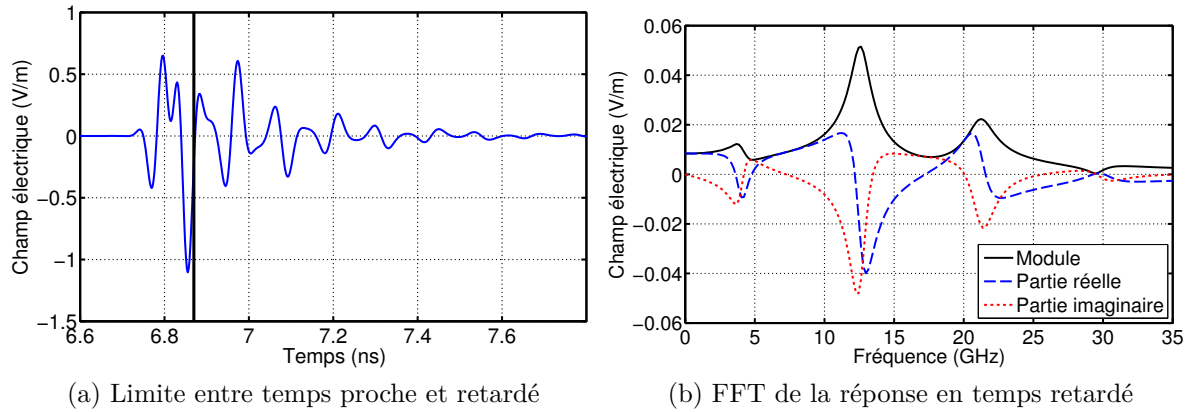


FIGURE IV.2.6: Réponse en temps retardé du dipôle

IV.2.1.3 Extraction avec la méthode de Prony

Dans un premier temps, nous appliquons la méthode de Prony sur une fenêtre glissante de 130 échantillons, soit une durée de 0.27 ns , avec un pas de 15 échantillons, soit une durée de 0.03 ns . La taille de la fenêtre glissante sur la réponse temporelle du dipôle est présentée sur la figure IV.2.7. Les pointillés rouge rappellent le début du temps retardé. Les résultats sont présentés sur la figure IV.2.8 pour $M = 50$.

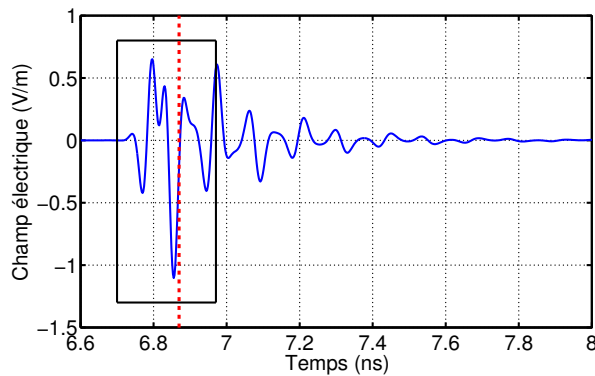
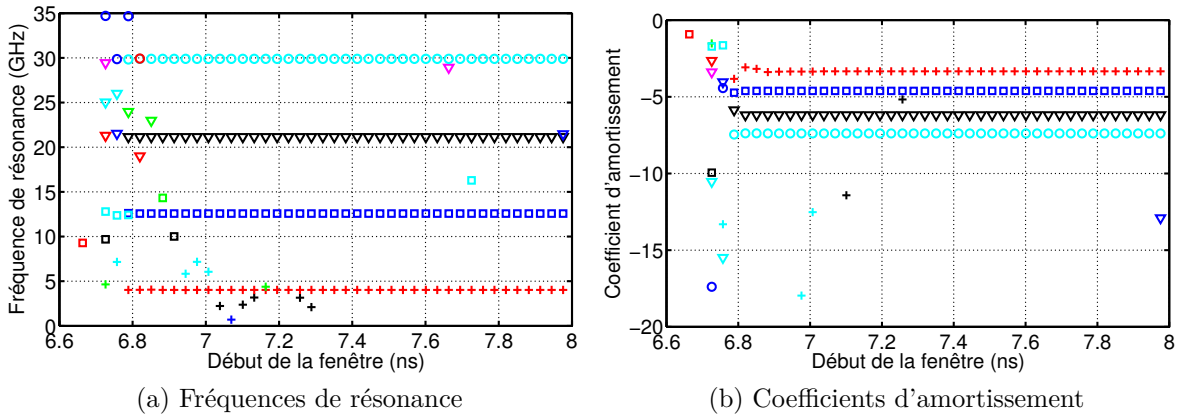
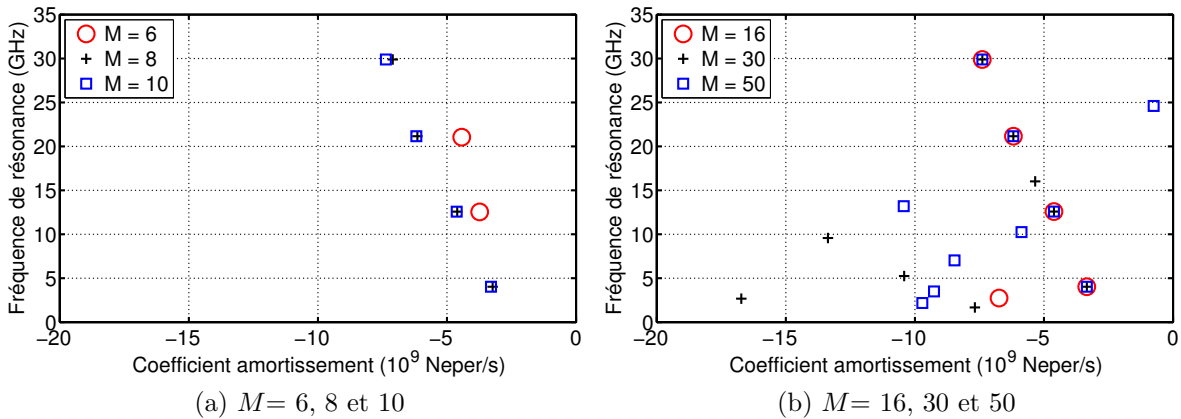


FIGURE IV.2.7: Fenêtre glissante de 130 échantillons

Plusieurs pôles sont extraits à partir de la fenêtre commençant à 6.7 ns et se terminant à 6.97 ns . Quatre paires de pôles deviennent stables en termes de fréquence de résonance et de coefficient d'amortissement à partir de la fenêtre commençant à 6.86 ns et finissant à 7.13 ns . Les quatre fréquences de résonance étaient stables dès la fenêtre commençant à 6.78 ns mais le coefficient d'amortissement du pôle à 4 GHz ne l'est pas encore. Cette étude sur une fenêtre glissante permet de confirmer la séparation entre temps proche et retardé définie précédemment. En ne conservant que la partie en temps retardé de la réponse temporelle, nous montrons les pôles obtenus pour différentes valeurs de M sur la figure IV.2.9. Nous rappelons que M est le nombre de pôles que l'on souhaite extraire avec l'algorithme. A partir de $M = 8$,


 FIGURE IV.2.8: Application de la méthode de Prony sur une fenêtre glissante, $M = 50$

quatre paires de pôles semblent être extraites de la même façon quel que soit M . D'autres pôles semblent être extraits aléatoirement. Ces pôles correspondent à ceux stables avec la fenêtre glissante. Quatre paires de pôles physiques sont donc extraites de la réponse en temps retardé du dipôle avec la méthode de Prony.


 FIGURE IV.2.9: Pôles extraits avec la méthode de Prony pour plusieurs M

IV.2.1.4 Extraction avec la méthode MP

La même démarche est utilisée avec l'algorithme Matrix Pencil. Nous appliquons la méthode MP sur la même fenêtre que précédemment avec Prony (cf figure IV.2.7), avec $M = 50$. Les résultats sont présentés sur la figure IV.2.10. Le comportement est similaire à celui obtenu avec la méthode de Prony. Quatre fréquences de résonances sont stables et liées à des coefficients d'amortissement stables également à partir de la fenêtre commençant à 6.86 ns.

Les pôles extraits sur la réponse en temps retardé pour différents M sont présentés sur la figure IV.2.11. Pour $M \geq 8$, quatre paires de pôles sont retrouvées de façon identique

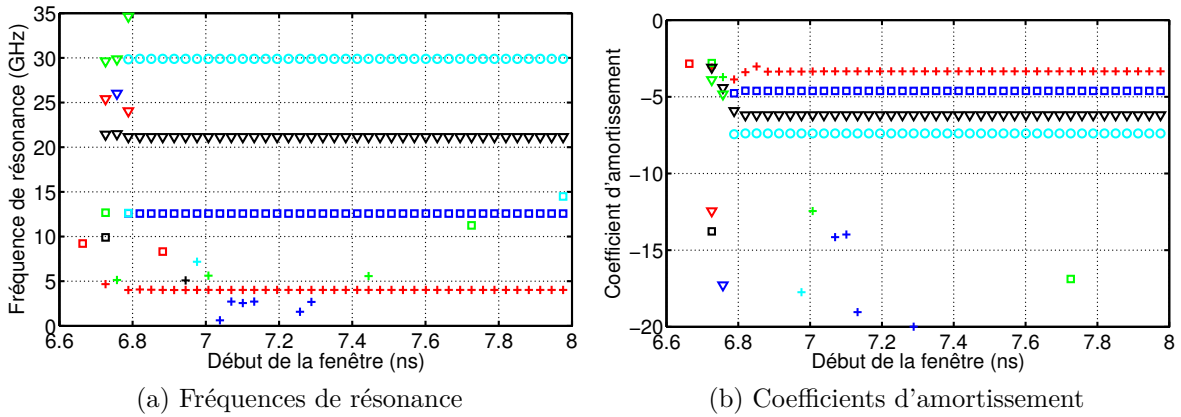


FIGURE IV.2.10: Application de la méthode MP sur une fenêtre glissante, $M = 50$

et correspondent aux pôles stables sur les résultats de la fenêtre glissante. Quatre paires de pôles physiques sont donc extraites avec MP.

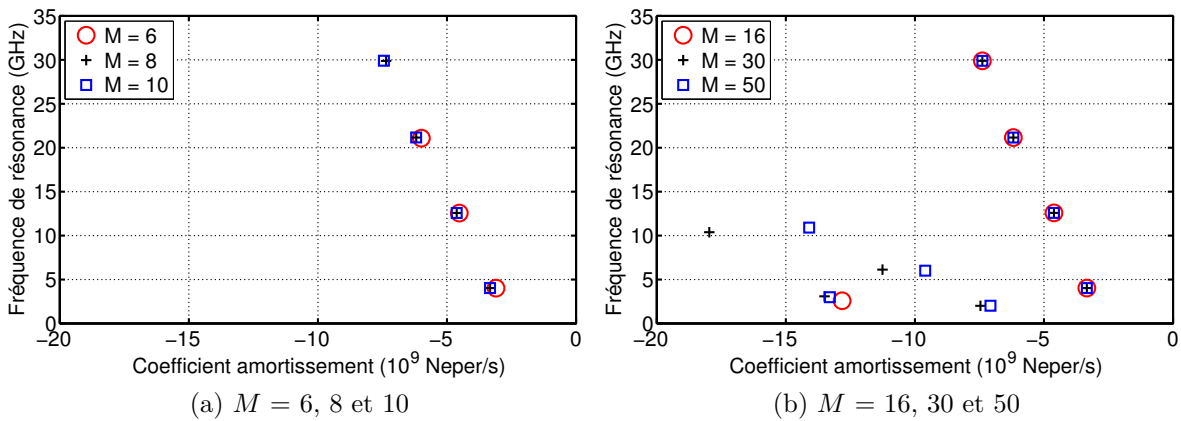


FIGURE IV.2.11: Pôles extraits avec la méthode MP pour plusieurs M

IV.2.1.5 Extraction avec la méthode de Cauchy

Nous appliquons maintenant la méthode de Cauchy sur la réponse fréquentielle du dipôle. Les pôles extraits pour différentes valeurs de P sont présentés sur la figure IV.2.12. Nous rappelons que P correspond au degré du numérateur du polynôme qui approxime la réponse fréquentielle et correspond donc au nombre de pôles à extraire moins un.

Comme dans le cas de l'exemple didactique, il n'est pas possible de définir des pôles physiques à partir de ces résultats. En effet, il n'y a pas de convergence vers certains pôles lorsque P augmente. Nous procédons donc à une optimisation de la méthode en découpant la réponse

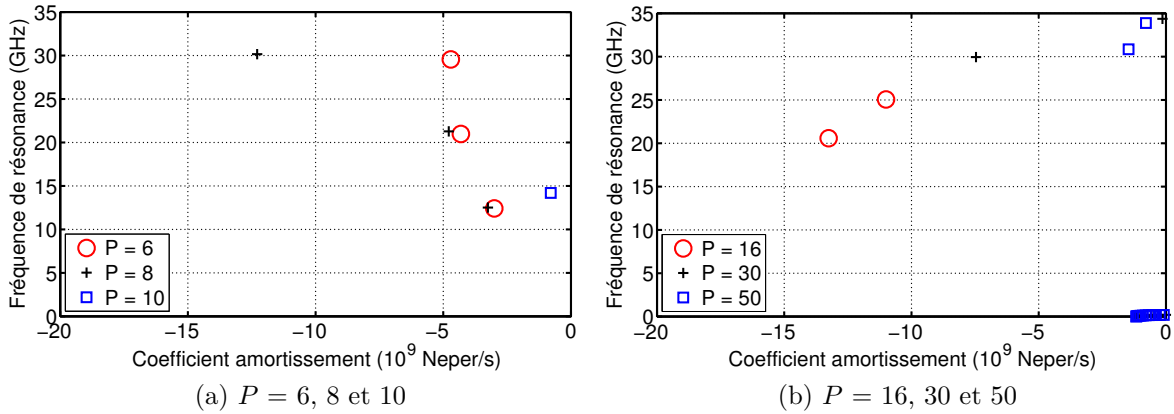


FIGURE IV.2.12: Pôles extraits avec la méthode de Cauchy pour plusieurs P

fréquentielle en sous-bandes et en appliquant la méthode de Cauchy sur chacune de ces sous-bandes indépendamment.

Nous proposons de diviser la réponse fréquentielle en quatre sous-bandes distinctes (1-8, 8-17, 17-26 et 26-35 GHz) et d'appliquer la méthode de Cauchy indépendamment sur chacune d'elles. Afin de déterminer quelle valeur de P utiliser, nous calculons l'erreur sur la reconstruction de chaque sous-réponse en utilisant les pôles obtenus pour plusieurs valeurs de P . Les sous-bandes considérées ainsi que l'erreur sur la reconstruction des réponses dans ces sous-bandes en fonction de la valeur de P sont présentées sur la figure IV.2.13.

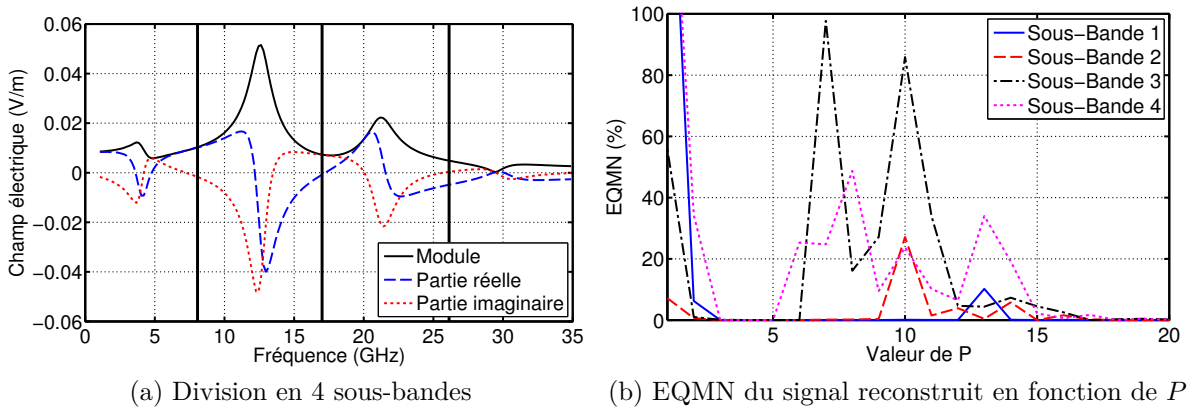


FIGURE IV.2.13: Extraction avec la méthode de Cauchy en 4 sous-bandes

Pour P compris entre 3 et 5 et entre 18 et 20, l'erreur sur la reconstruction est très faible. Les pôles extraits pour ces valeurs de P sont présentés sur la figure IV.2.14.

Cinq pôles sont stables pour les valeurs de P les plus faibles : quatre identiques à ceux obtenus avec les méthodes MP et Prony et un autre pôle vers 13 GHz. Afin de lever l'incertitude quant à ce cinquième pôle, nous proposons de réaliser la même étude mais en modifiant légèrement

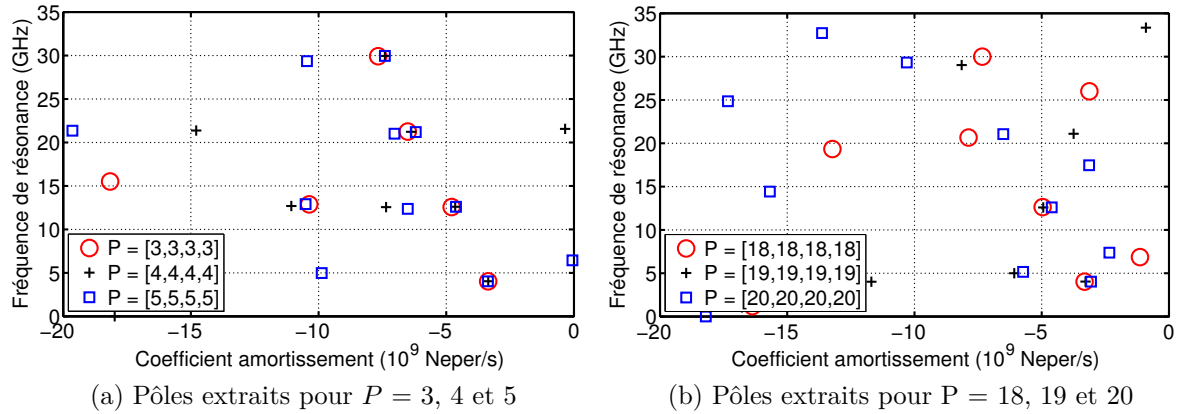


FIGURE IV.2.14: Pôles extraits avec la méthode de Cauchy avec 4 sous-bandes

les sous-bandes choisies (1-5.5, 5.5-16, 16-27 et 27-35 GHz). Les sous-bandes ainsi que l'erreur sur les réponses reconstruites en fonction de P sont présentées sur la figure IV.2.15.

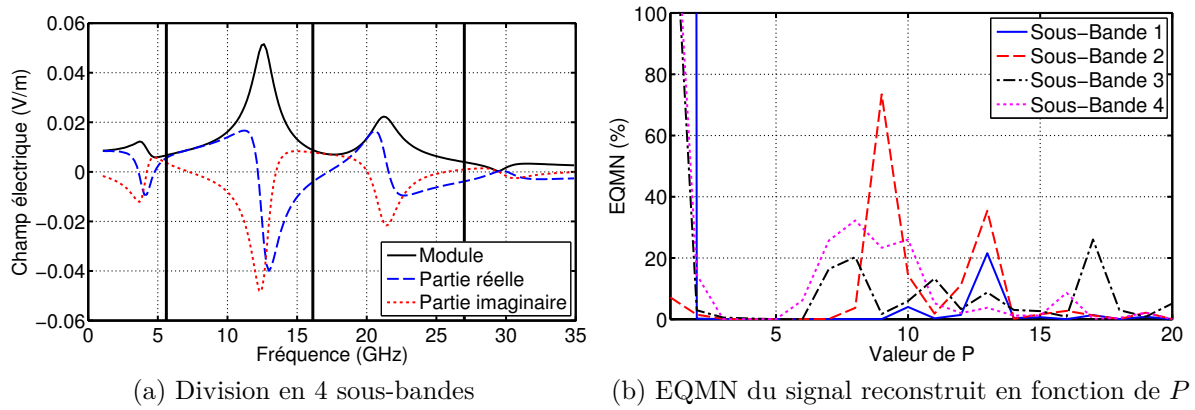


FIGURE IV.2.15: Extraction avec la méthode de Cauchy en 4 sous-bandes

Pour P compris entre 3 et 5 et entre 14 et 16, l'erreur sur la reconstruction est très faible. Les pôles extraits pour ces valeurs de P sont présentés sur la figure IV.2.16. Les quatre pôles communs avec les méthodes Prony et MP sont toujours extraits de la même façon et stables en fonction de P . En revanche, le cinquième pôle n'est plus extrait. Il peut donc être considéré comme mathématique. Cette procédure, fondée sur la variation des sous-bandes d'étude, couplée à la variation de P , permet de définir un jeu de pôles physiques avec la méthode de Cauchy.

Un autre moyen de définir un jeu de pôles physiques est d'appliquer la méthode de Cauchy sur une fenêtre glissante. La fenêtre utilisée contient 29 échantillons soit 5 GHz et se décale de 3 échantillons soit 0.5 GHz (figure IV.2.17). Les résultats obtenus pour $P = 4$ sont présentés sur la figure IV.2.18. Les quatre paires de pôles sont stables lorsque la fenêtre utilisée englobe

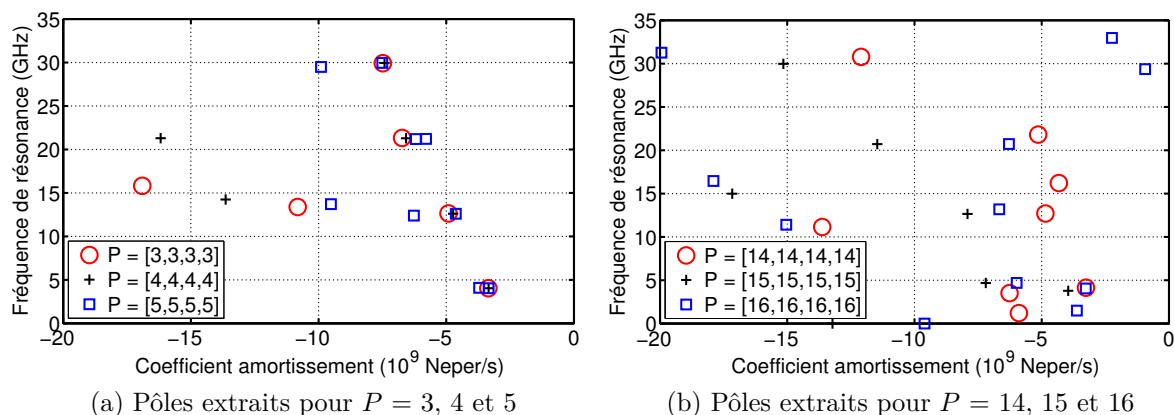


FIGURE IV.2.16: Pôles extraits avec la méthode de Cauchy avec 4 sous-bandes

sa fréquence de résonance. Cette méthode est donc plus rapide et plus efficace pour déterminer les pôles physiques de la réponse du dipôle.

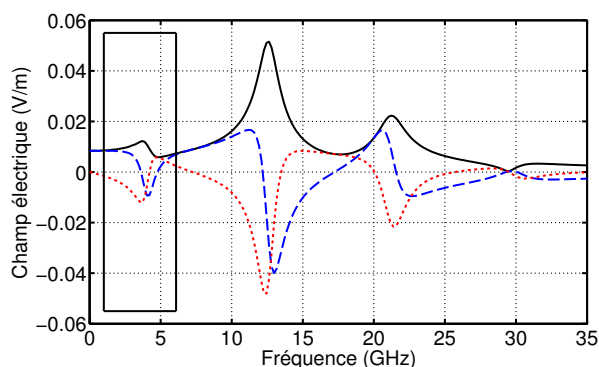


FIGURE IV.2.17: Fenêtre glissante de 30 échantillons soit 5 GHz

IV.2.1.6 Comparaison des trois méthodes

Les trois méthodes permettent d'extraire les pôles de résonance de la réponse temporelle ou fréquentielle d'un dipôle. Les pôles physiques obtenus avec chaque méthode ainsi que leurs résidus associés sont présentés sur la figure IV.2.19. Les pôles comme leurs résidus sont très proches. Les trois méthodes utilisées ici : Prony, MP et Cauchy, permettent donc d'extraire les mêmes pôles de résonance des réponses temporelle et fréquentielle d'un dipôle.

Les pôles de résonance extraits avec Prony sont représentés avec une pondération en $|R| / |\sigma|$ sur la figure IV.2.20. La paire de pôles 2 est donc dominante puis la 3, la 1 et enfin la 4. A partir de ces trois jeux de pôles et résidus, les réponses temporelles sont reconstruites et présentées sur la figure IV.2.21. Les quatre courbes sont superposées. En effet, l'EQMN pour ces trois réponses est inférieure à 0.05 %.

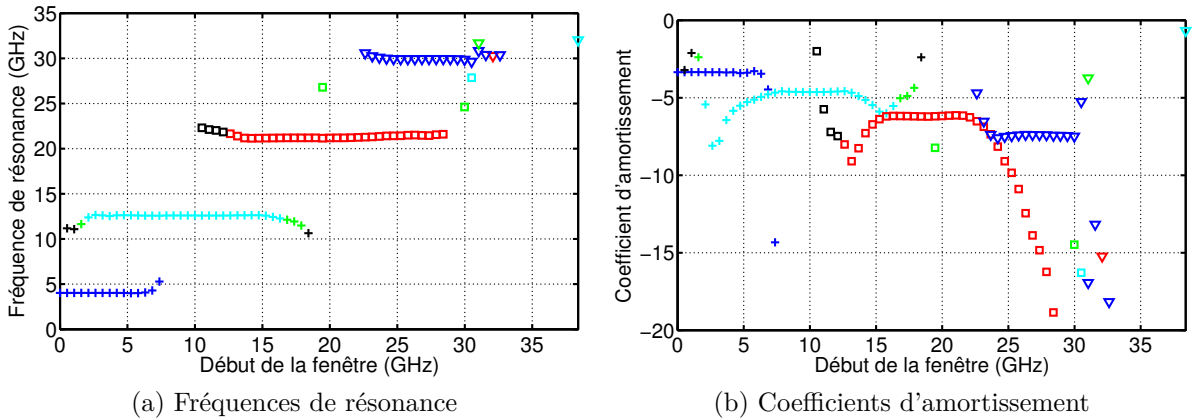


FIGURE IV.2.18: La méthode de Cauchy sur une fenêtre glissante de 5 GHz

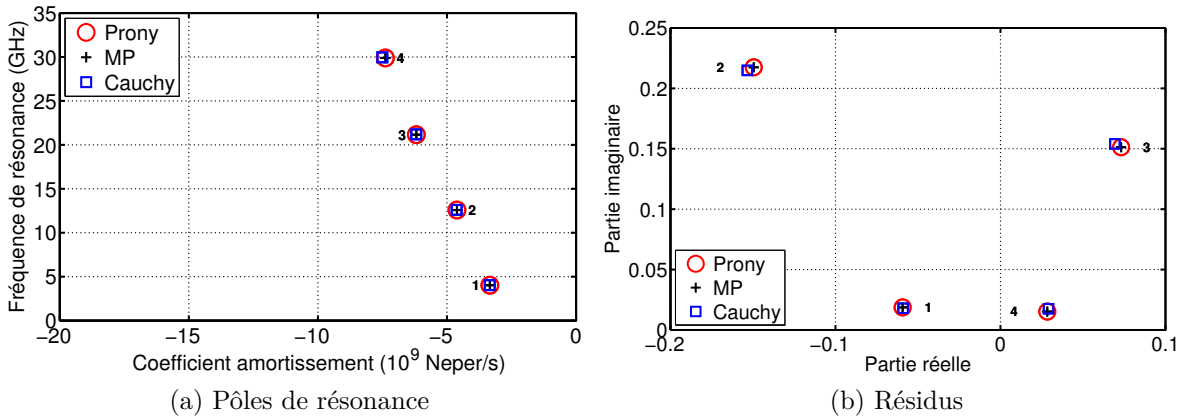


FIGURE IV.2.19: Pôles et résidus du dipôle extraits avec les trois méthodes

IV.2.1.7 Etude de robustesse au bruit

Les trois méthodes sont maintenant comparées en présence de bruit. Les deux approches présentées sur la figure III.4.1 sont utilisées et les résultats sont présentés sur les figures IV.2.22 et IV.2.23.

Avec l'approche 1, l'EQMN est inférieure à 10 % pour un RSB de 0 dB avec MP alors qu'il faut un RSB de 5 dB avec la méthode de Prony et 15 dB avec celle de Cauchy. L'erreur est toujours plus faible avec MP quel que soit le RSB. Les huit pôles physiques de la réponse sont extraits dans 99% des cas avec un RSB de 20 dB avec la méthode MP, 25 dB avec la méthode de Prony et 35 dB avec celle de Cauchy. En utilisant l'approche 2, la différence de robustesse au bruit entre les méthodes est identique à la première approche. Les probabilités d'extraire chaque pôle en fonction du RSB avec les trois méthodes et pour les deux approches sont présentées sur les figures IV.2.24 et IV.2.25. La paire de pôles 2 est toujours la première à être extraite puis la 3 et enfin le 1 et le 4. Cet ordre correspond à l'importance de chaque paire

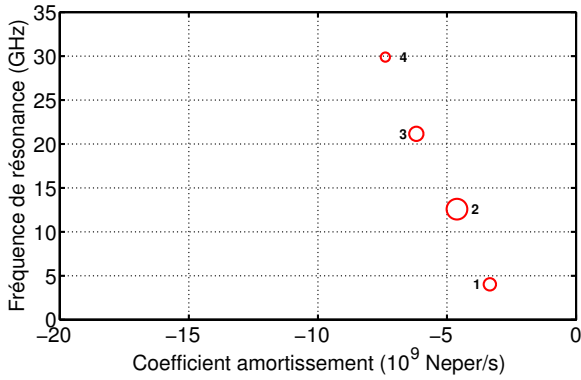


FIGURE IV.2.20: Pôles de résonance pondérés en $|R|/|\sigma|$

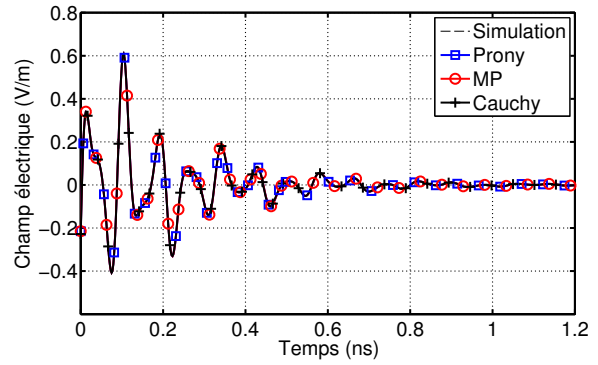
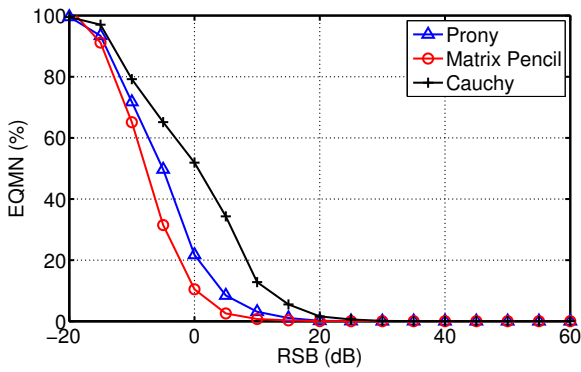
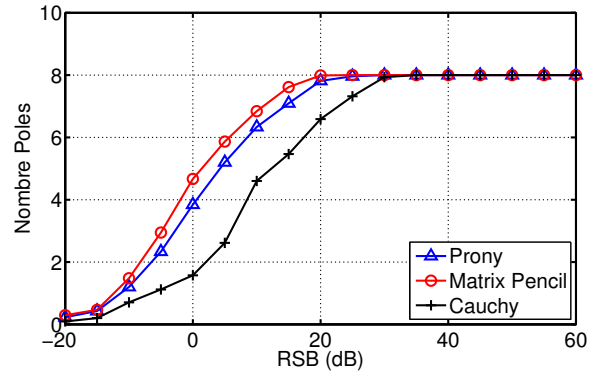


FIGURE IV.2.21: Réponses reconstruites avec les trois jeux de pôles

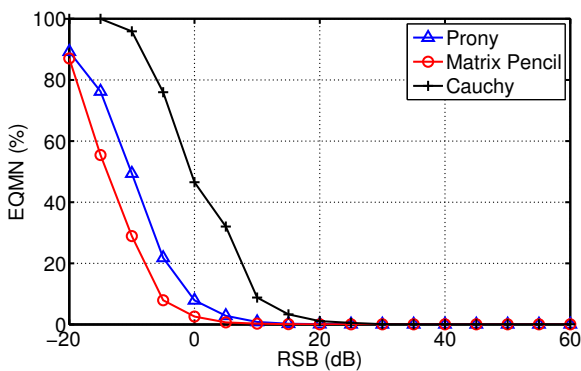


(a) EQMN en fonction du RSB

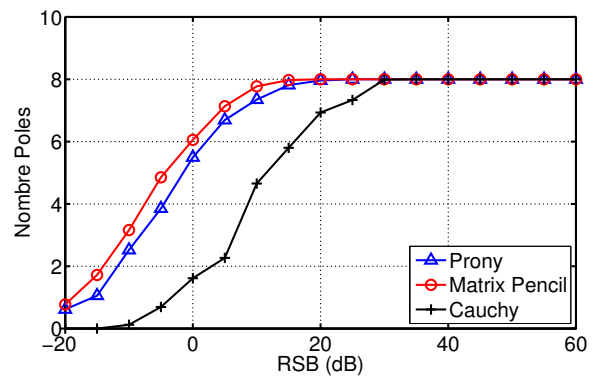


(b) Nombre de pôles extraits en fonction du RSB

FIGURE IV.2.22: Robustesse au bruit des trois méthodes (approche 1)



(a) EQMN en fonction du RSB



(b) Nombre de pôles extraits en fonction du RSB

FIGURE IV.2.23: Robustesse au bruit des trois méthodes (approche 2)

de pôles dans la réponse de l'antenne et est cohérent avec la pondération en $|R|/|\sigma|$ proposée sur la figure IV.2.20.

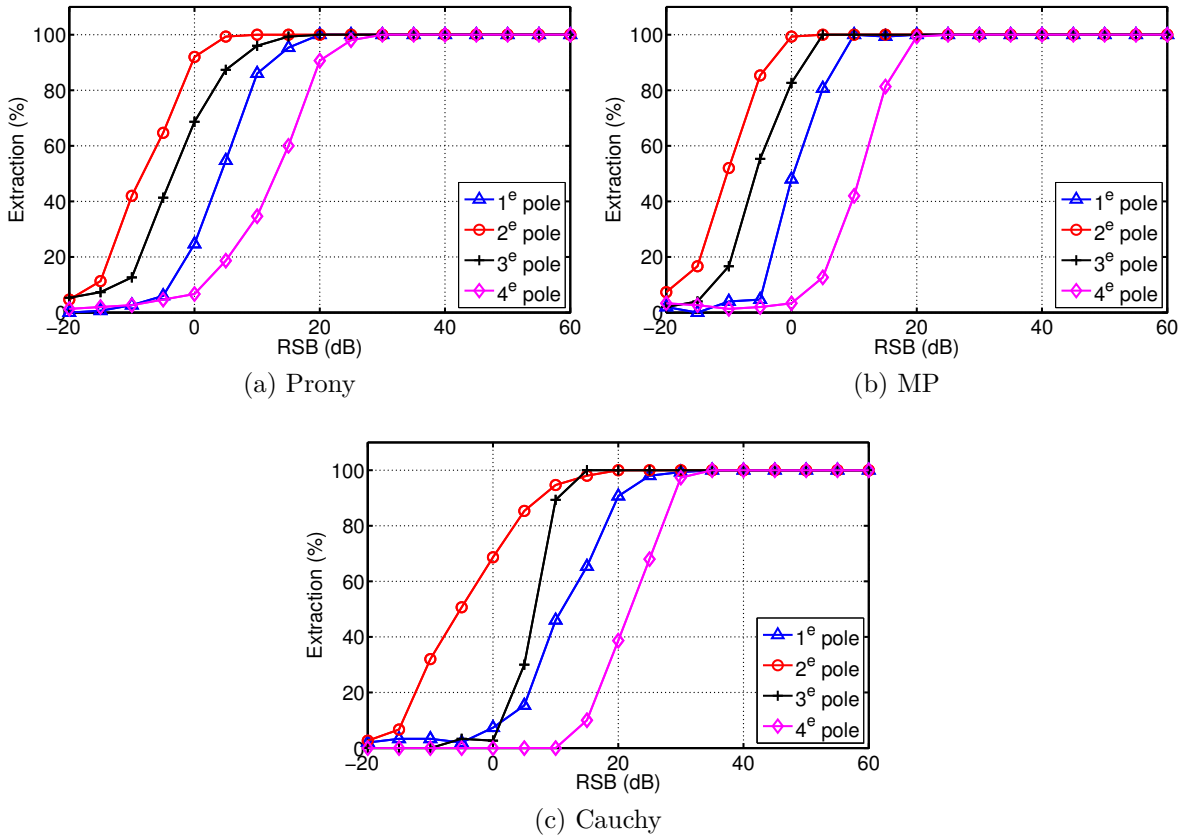


FIGURE IV.2.24: Probabilité d'extraction des pôles en présence de bruit (approche 1)

IV.2.1.8 Etude de robustesse au bruit sur autocorrélation du signal

Nous regardons maintenant l'influence de l'autocorrélation. Les résultats de robustesse sont présentés sur les figures IV.2.26 et IV.2.27 pour les deux approches (cf figure III.4.1).

L'utilisation de la réponse autocorrélée de l'antenne ne permet pas d'améliorer la reconstruction pour un même RSB avec les méthodes temporelles. Au contraire, pour obtenir la même EQMN, il est nécessaire que le RSB soit 10 dB supérieur si les méthodes d'extraction sont appliquées sur la réponse autocorrélée. En revanche, l'autocorrélation permet d'améliorer la robustesse au bruit de la méthode de Cauchy. Malgré cette amélioration, la méthode MP appliquée sur la réponse temporelle directement donne des résultats plus précis que la méthode de Cauchy appliquée sur la réponse autocorrélée.

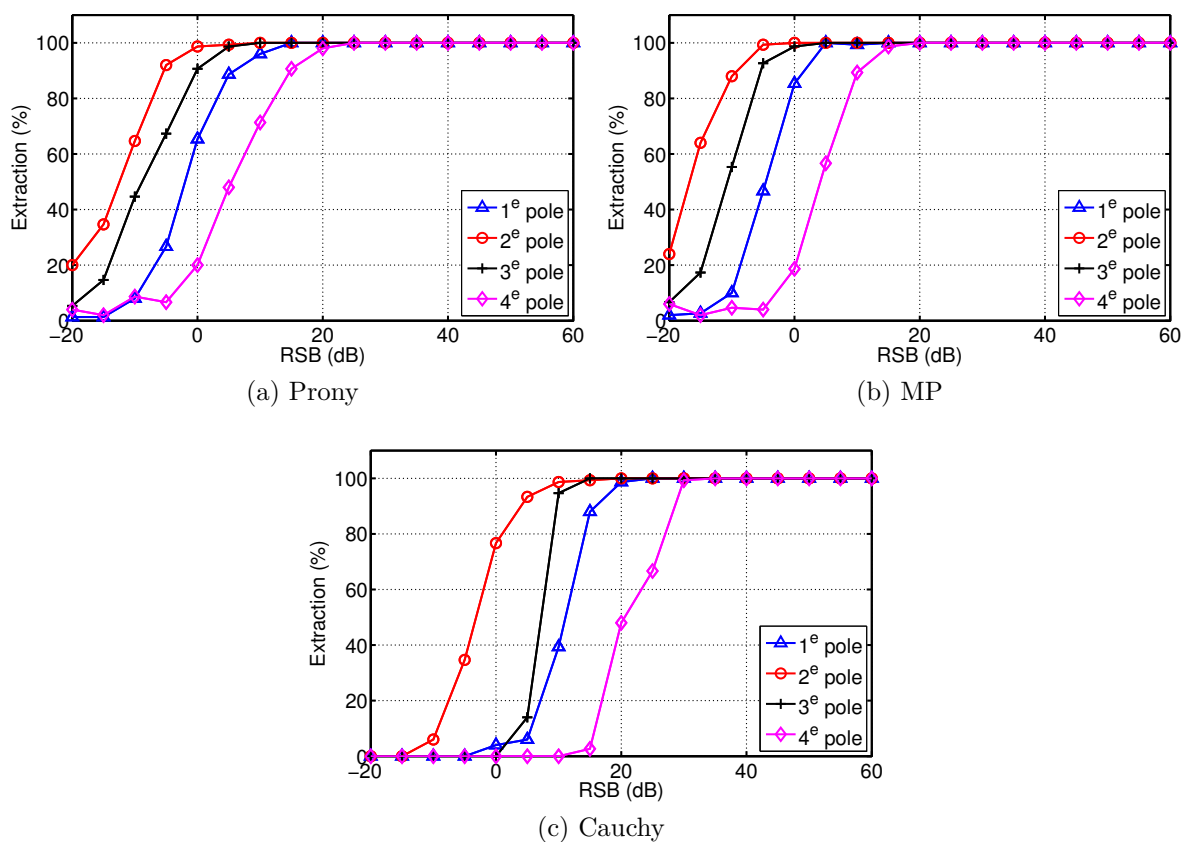


FIGURE IV.2.25: Probabilité d'extraction des pôles en présence de bruit (approche 2)

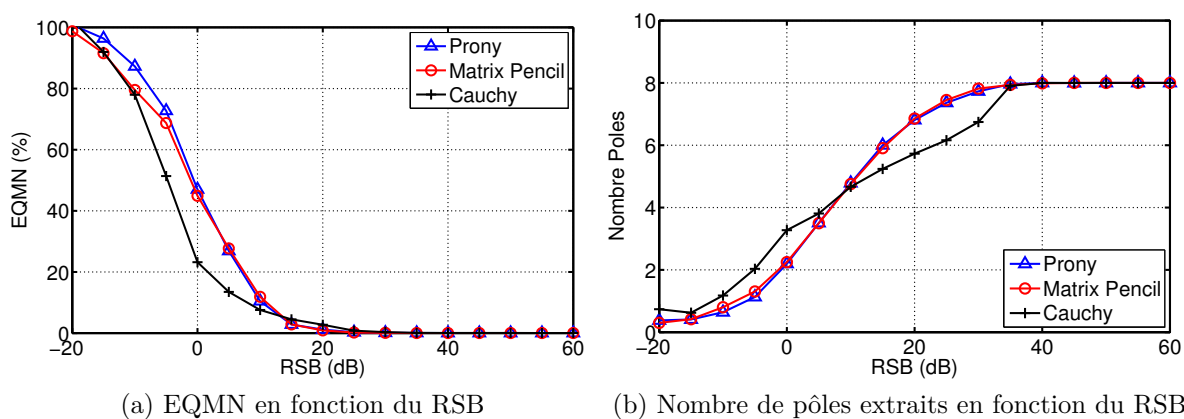


FIGURE IV.2.26: Robustesse au bruit des trois méthodes appliquées sur l'autocorrélation de la réponse du dipôle (approche 1)

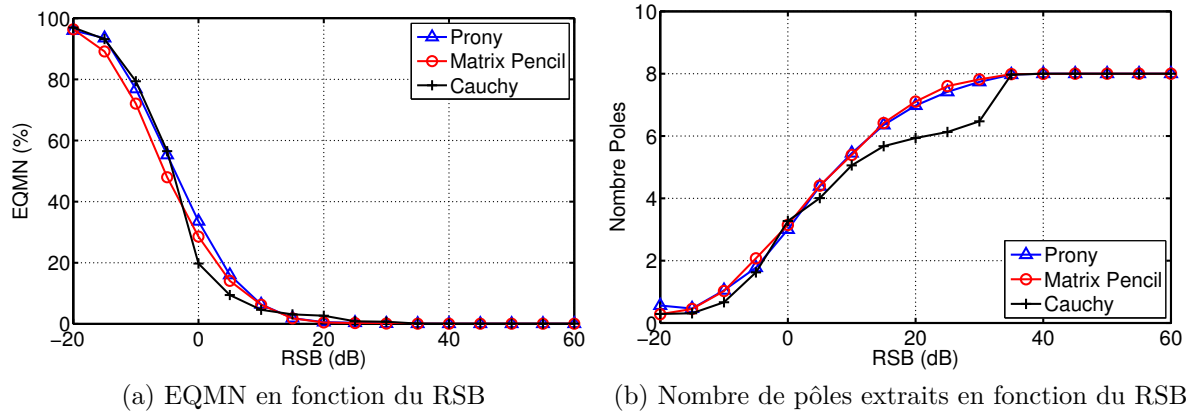


FIGURE IV.2.27: Robustesse au bruit des trois méthodes appliquées sur l'autocorrélation de la réponse du dipôle (approche 2)

IV.2.1.9 Application des trois méthodes sur une réponse bruitée

Les trois méthodes sont maintenant appliquées sur la réponse du dipôle bruitée pour obtenir un RSB de 10 dB. Les réponses en temps retardé temporelle et fréquentielle bruitées sont présentées sur la figure IV.2.30.

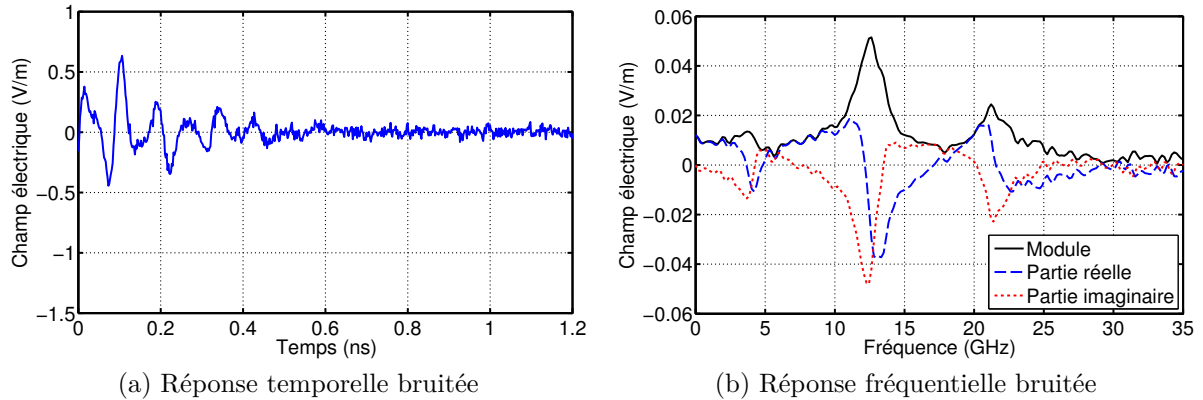


FIGURE IV.2.28: Réponses du dipôle bruitées avec un SNR de 10 dB

La méthode de Prony

La méthode de Prony est appliquée sur une fenêtre croissante. Les résultats sont présentés pour $M = 20$ sur la figure IV.2.29. Les fréquences de résonance des trois premières paires de pôles sont stables et celle de la quatrième ne varie que légèrement. Les coefficients d'amortissement associés aux trois premières paires varient assez peu autour de leur vraie valeur alors que celui associé à la quatrième paire varie fortement.

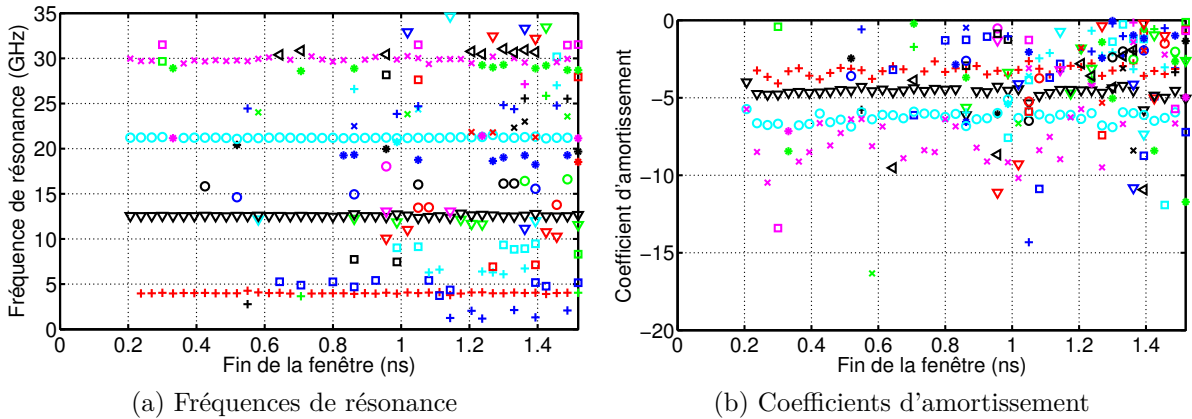


FIGURE IV.2.29: Application de la méthode de Prony sur une fenêtre croissante, $M = 20$

La méthode MP

Nous appliquons MP sur une fenêtre croissante et les résultats sont présentés pour $M = 20$ sur la figure IV.2.30. Les résultats sont similaires à ceux obtenus avec la méthode de Prony pour les fréquences de résonance. En revanche, les coefficients d'amortissement sont légèrement plus stables et le nombre de pôles mathématiques extraits est beaucoup plus faible avec MP.

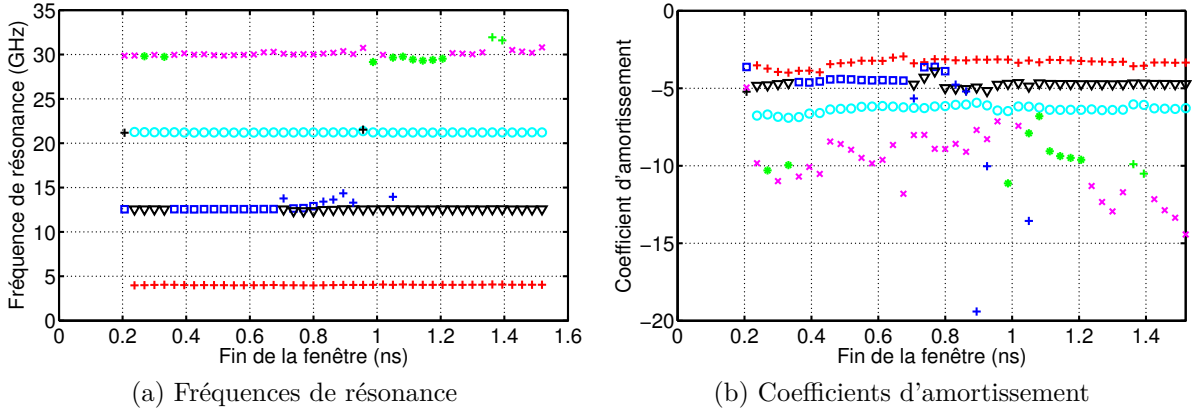


FIGURE IV.2.30: Application de MP sur une fenêtre croissante, $M = 20$

La méthode de Cauchy

La méthode de Cauchy est appliquée sur une fenêtre glissante de 50 échantillons. Les résultats sont présentés sur la figure IV.2.31. Les deux premières paires de pôles sont distinguables. En revanche, seule la fréquence de résonance de la troisième paire est réellement identifiable.

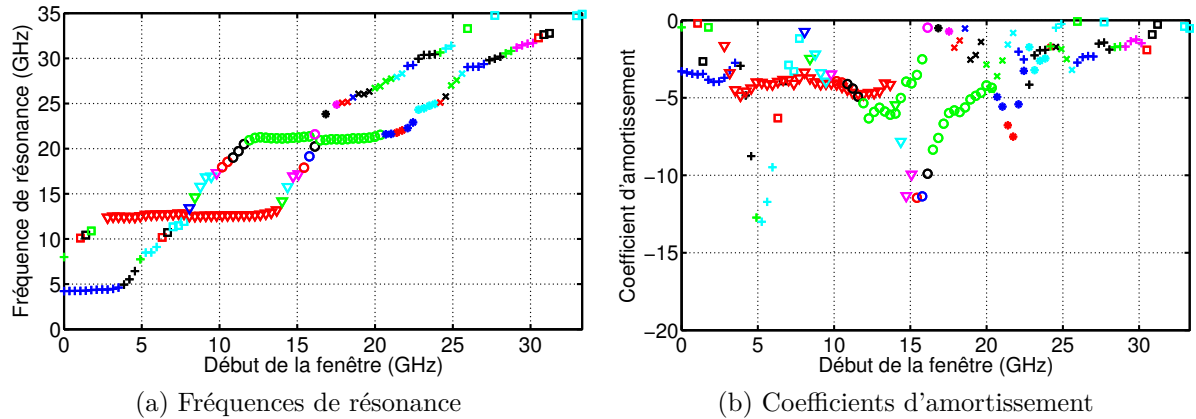


FIGURE IV.2.31: Application de la méthode de Cauchy sur une fenêtre glissante de 50 échantillons, $P = 4$

IV.2.1.10 Conclusion

Les trois méthodes d'extraction étudiées permettent d'extraire des jeux de pôles identiques sur une réponse non bruitée. En revanche, en présence de bruit, la méthode MP est la plus robuste et permet d'extraire plus de pôles physiques pour un RSB donné. Enfin, l'utilisation de l'autocorrélation améliore la robustesse au bruit de la méthode de Cauchy mais dégrade celles des méthodes de Prony et MP.

IV.2.2 L'antenne papillon

IV.2.2.1 Présentation

L'antenne papillon, présentée sur la figure IV.2.32, mesure $L = 34$ mm de long comme le dipôle, 0.35 mm d'épaisseur et son angle d'évasement α est de 45° . Son impédance d'entrée est présentée sur la figure IV.2.33. La partie imaginaire varie entre -150 et 200 Ω à partir de 4 GHz et sa partie réelle varie entre 150 et 400 Ω dans la même bande de fréquence. Le port d'excitation de l'antenne est donc normalisé à 200 Ω afin de placer l'antenne dans des conditions d'adaptation optimales. Le coefficient de réflexion S11 est présenté sur la figure IV.2.34. Il est inférieur à -10 dB de 8 à 30 GHz et est inférieur à -8 dB dès 4 GHz. Cette antenne papillon est donc Ultra Large Bande (ULB).

L'analyse complète et détaillée de l'extraction des pôles de résonance de l'antenne papillon est présenté dans l'annexe A. Seuls quelques résultats et les conclusions sont présentés ici.

IV.2.2.2 Comparaison des trois méthodes

Sur la figure IV.2.35, nous présentons les pôles et les résidus obtenus avec les trois méthodes après optimisation et tri des pôles physiques. Les pôles et résidus extraits avec les méthodes MP et Prony sont très proches et sont numérotés en noir à gauche ou à droite du pôle ou

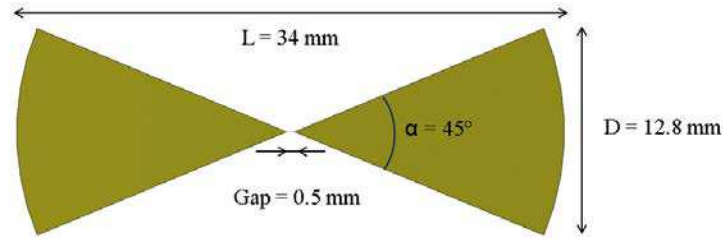


FIGURE IV.2.32: Géométrie de l'antenne papillon

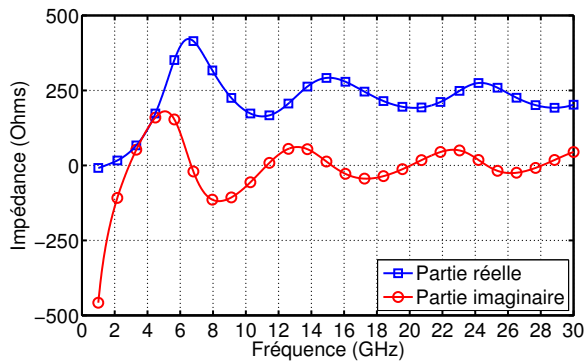


FIGURE IV.2.33: Impédance d'entrée

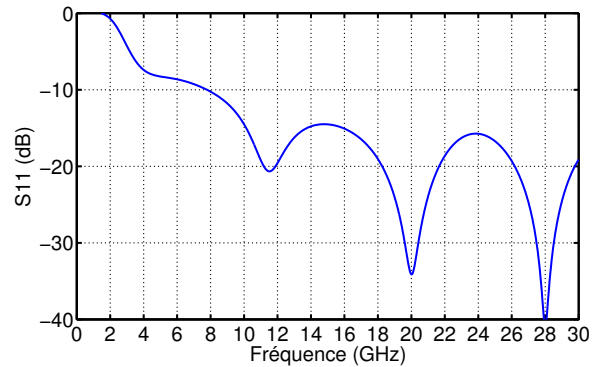


FIGURE IV.2.34: Coefficient de réflexion

du résidu. Avec la méthode de Cauchy, seules cinq paires de pôles sont extraites mais sont communes avec celles des deux autres méthodes. Les pôles de résonance sont présentés avec une pondération en $|R|/|\sigma|$ sur la figure IV.2.36. La paire de pôles 3 (2 avec Cauchy) est donc dominante. La contribution de toutes les autres paires de pôles est bien inférieure à celle de la paire dominante. Ces différents jeux de pôles sont utilisés pour reconstruire la réponse temporelle présentée sur la figure IV.2.37.

Les trois courbes sont superposées donc les trois jeux de pôles permettent de reconstruire la réponse en temps retardé de l'antenne papillon avec précision. Cependant, l'EQMN avec les méthodes de Prony et MP est de 0.0024 % alors que celle avec la méthode de Cauchy est de 0.0277 %. Les pôles supplémentaires extraits avec les algorithmes de Prony et MP permettent donc d'affiner la modélisation de la réponse même si la méthode de Cauchy permet d'extraire les pôles les plus contributeurs de la réponse et donc d'obtenir une EQMN très faible sur la réponse reconstruite.

IV.2.2.3 Etude de robustesse au bruit

L'étude de la robustesse des trois méthodes dans le cas de l'antenne papillon est présentée sur les figures IV.2.38 et IV.2.39 pour les deux approches (cf figure III.4.1). Nous rappelons que seuls les pôles jugés physiques sont conservés pour reconstruire la réponse temporelle.

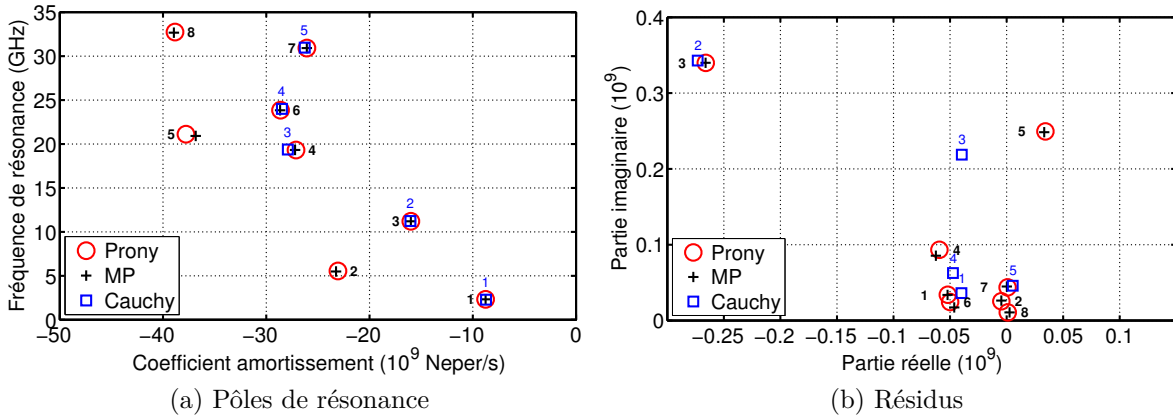


FIGURE IV.2.35: Pôles et résidus physiques extraits avec les trois méthodes

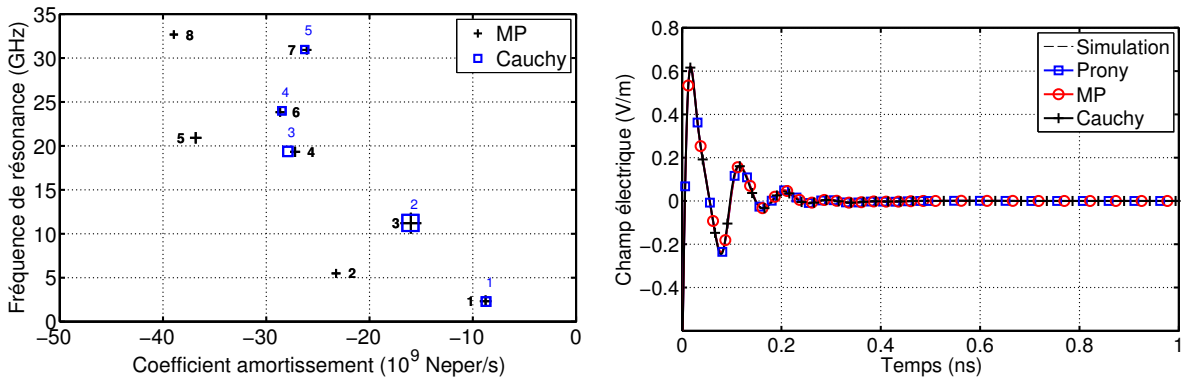


FIGURE IV.2.36: Pôles de résonance pondérés en $|R|/|\sigma|$

FIGURE IV.2.37: Réponses reconstruites avec les trois jeux de pôles

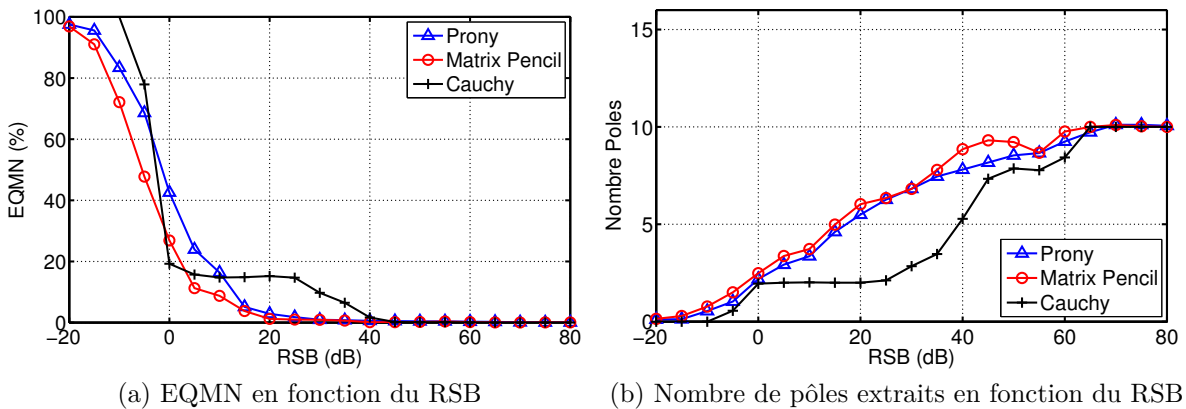


FIGURE IV.2.39: Erreur sur le signal reconstruit après extraction des pôles sur la réponse bruitée de l'antenne papillon (approche 2)

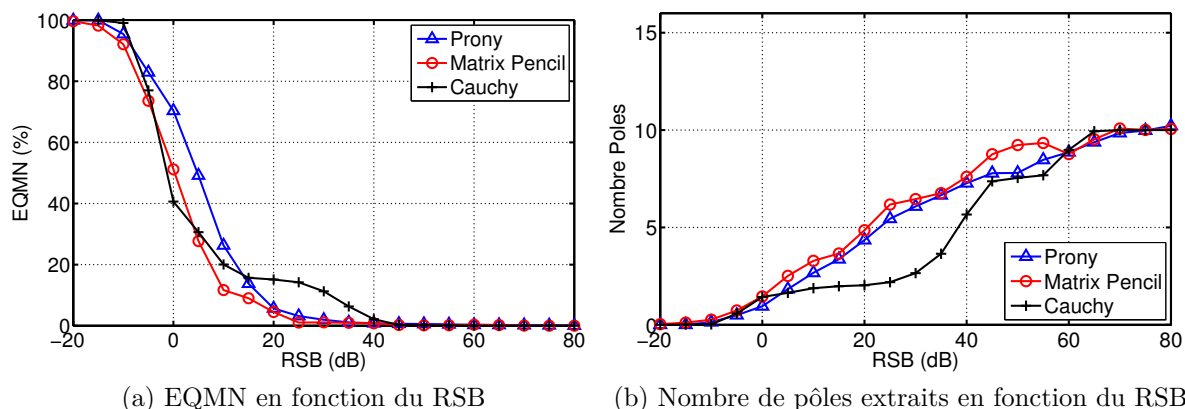


FIGURE IV.2.38: Erreur sur le signal reconstruit après extraction des pôles sur la réponse bruitée de l'antenne papillon (approche 1)

La méthode MP permet d'obtenir l'EQMN la plus faible et le nombre de pôles physiques extraits le plus grand quel que soit le RSB sauf pour un RSB de 0 où l'EQMN est plus faible avec la méthode de Cauchy. A partir d'un RSB de 25 dB, les méthodes de Prony et MP sont très proches en terme de robustesse. Pour un RSB inférieur à 25 dB, l'EQMN avec la méthode MP est plus faible qu'avec la méthode de Prony. Avec l'approche 1, l'EQMN est inférieure à 10 % pour un RSB de 15 dB avec la méthode MP, 20 dB avec la méthode de Prony et 35 dB avec la méthode de Cauchy. Avec l'approche 2, il faut un RSB de 10 dB avec la méthode MP, 15 dB avec la méthode de Prony et 35 dB avec celle de Cauchy pour atteindre une EQMN inférieure à 10 %. Il est intéressant de noter que même pour un RSB de 60 dB, seulement dix pôles sont extraits par les méthodes de Prony et MP sur les seize pôles physiques obtenus à partir de la réponse non bruitée.

IV.2.2.4 Conclusion

L'antenne papillon est beaucoup plus large bande que le dipôle fin présenté précédemment et la détermination de ses pôles de résonance est de ce fait plus complexe. Avec les deux méthodes temporelles, huit paires de pôles sont considérées physiques et seulement cinq avec la méthode de Cauchy. En effet, il est très compliqué de déterminer d'autres pôles physiques avec la méthode de Cauchy. En présence de bruit, c'est la méthode MP qui permet d'extraire le plus de pôles physiques et de reconstruire la réponse temporelle le plus précisément.

IV.2.3 Conclusion

Les pôles de résonance de deux antennes, le dipôle et le papillon, ont été extraits à l'aide des trois méthodes d'extraction étudiées : Prony, MP et Cauchy. En absence de bruit, les trois méthodes permettent d'extraire les mêmes pôles de la réponse du dipôle. En revanche, la méthode de Cauchy a montré ses limites sur la réponse de l'antenne papillon même si cette méthode permet d'extraire les pôles dominants, c'est-à-dire ceux qui contribuent le plus à la

réponse de l'antenne. En présence de bruit, c'est la méthode MP qui permet d'extraire le plus de pôles physiques lorsque le RSB diminue et de reconstruire la réponse temporelle avec la meilleure précision.

IV.3 Pôles de résonance extraits du champ rétrodiffusé par une antenne

Dans cette partie, nous appliquons les trois algorithmes d'extraction sur les réponses temporelle et fréquentielle des deux mêmes antennes : le dipôle et le papillon, mais lorsqu'elles sont excitées par une onde plane. Les réponses sont donc obtenues en rétrodiffusion, avec une mesure de type SER. Pour se placer dans les mêmes conditions que lors des simulations en rayonnement, les conditions de charge des antennes ne sont pas modifiées. Le dipôle est donc chargé sur 73 ohms et l'antenne papillon sur 200 ohms.

IV.3.1 L'antenne dipôle

IV.3.1.1 Définition du temps retardé

Dans le cas d'une simulation en rétrodiffusion, le durée de la réponse en temps proche est alors égale à la largeur de l'impulsion d'excitation auquel est ajouté le trajet aller et retour de l'onde à travers l'antenne alors que dans les simulations précédentes, seul le trajet aller était considéré. La réponse de l'antenne est présentée dans les domaines temporel et fréquentiel sur la figure IV.3.1.

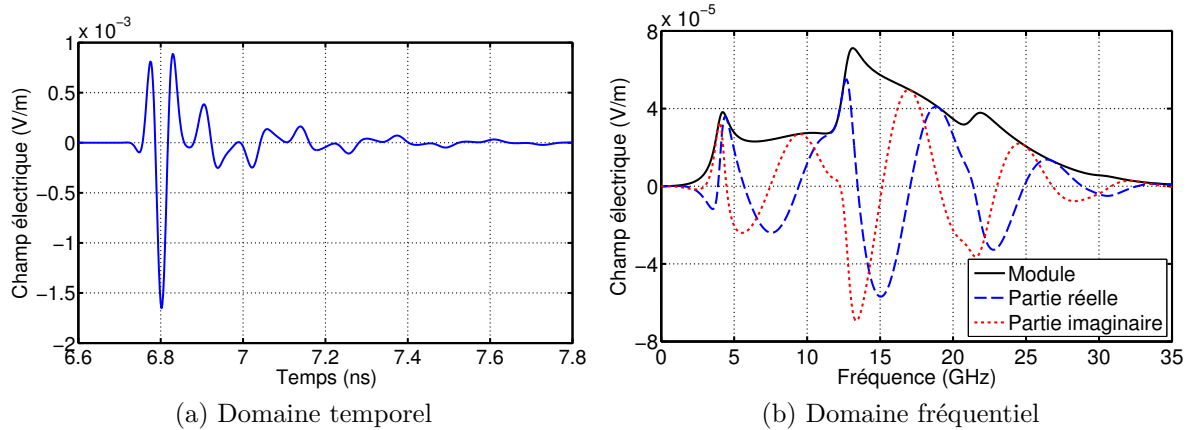


FIGURE IV.3.1: Champ rétrodiffusé par le dipôle

La durée du temps retardé est donc estimé à 0.221 ns. Il est indiqué sur la réponse temporelle de la figure IV.3.2 à l'aide d'une ligne verticale noire. La réponse fréquentielle associée

uniquement à cette partie du signal est également présentée sur cette figure. Dans les trois paragraphes suivants, les méthodes d'extraction sont utilisées pour extraire les pôles de résonance de ces réponses.

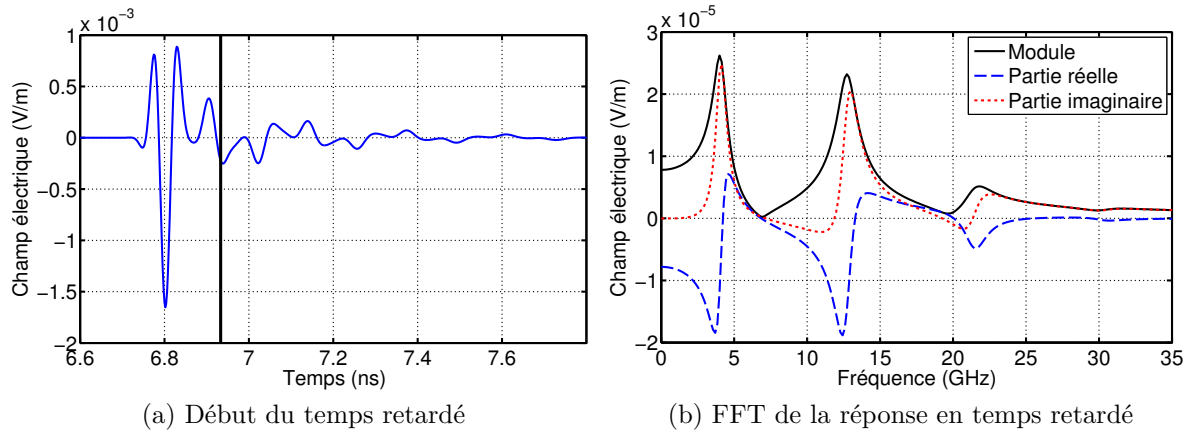


FIGURE IV.3.2: Réponse en temps retardé

IV.3.1.2 Extraction avec la méthode de Prony

Dans un premier temps, nous utilisons la méthode de Prony. Les résultats de l'analyse sur une fenêtre glissante sont présentés sur la figure IV.3.4. La taille de la fenêtre, présentée sur la figure IV.3.3, est de 130 échantillons, soit une durée de 0.27 ns et le pas est de 15 échantillons, soit une durée de 0.03 ns. Des pôles de résonance commencent à être extraits à partir de la fenêtre commençant à 6.7 ns et quatre paires de pôles deviennent très stables à partir de la fenêtre commençant à 6.85 ns, c'est-à-dire lorsque la fenêtre contient plus de temps retardé que de temps proche.

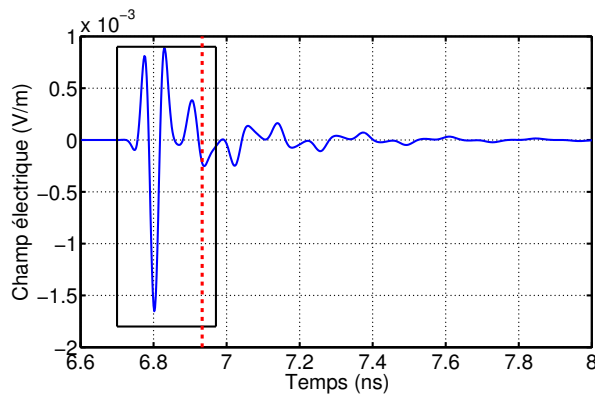


FIGURE IV.3.3: Fenêtre glissante de 130 échantillons

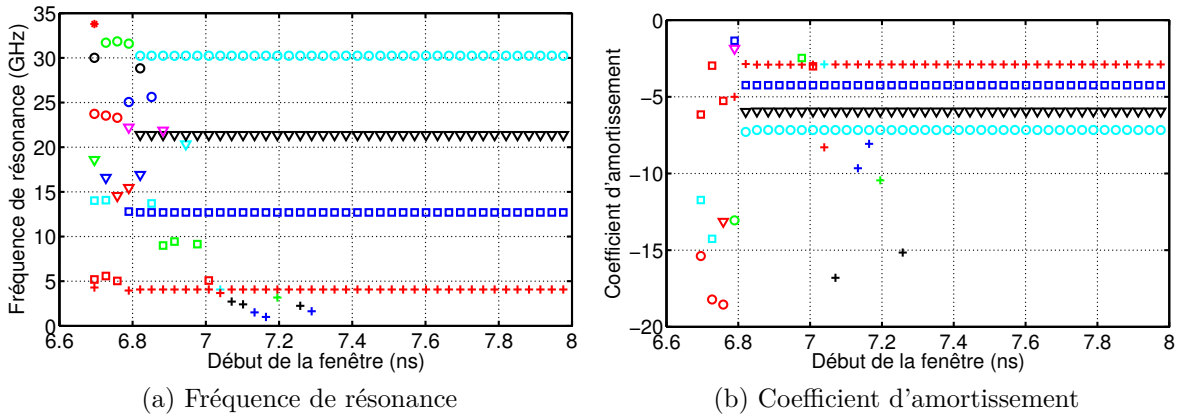


FIGURE IV.3.4: Application de la méthode de Prony sur une fenêtre glissante, $M = 50$

Les pôles extraits sur la réponse en temps retardé pour différentes valeurs de M sont présentés sur la figure IV.3.5. A partir de $M = 8$, les quatre paires de pôles stables dans le temps sont systématiquement extraites quel que soit M .

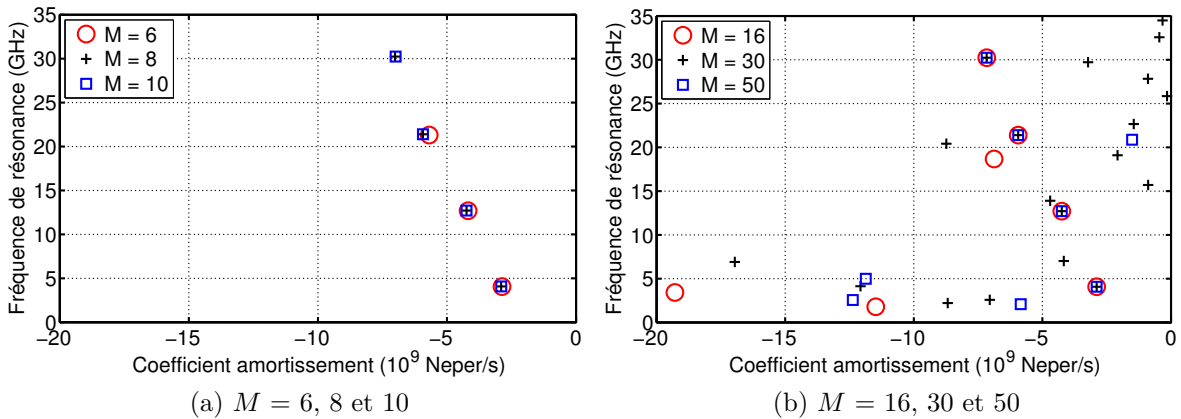


FIGURE IV.3.5: Extraction avec la méthode de Prony, variation de M

IV.3.1.3 Extraction avec la méthode MP

Nous réalisons la même étude avec l'algorithme Matrix Pencil. La fenêtre utilisée est à celle utilisée avec la méthode de Prony (cf figure IV.3.3). Les résultats sont présentés sur la figure IV.3.6. Il faut attendre la fenêtre commençant à 6.8 ns pour que les pôles extraits deviennent stables. Les pôles obtenus à partir de la réponse en temps retardé pour différentes valeurs de M sont présentés sur la figure IV.3.7. A partir de $M = 8$, les quatre paires de pôles stables sur la fenêtre glissante sont systématiquement extraits.

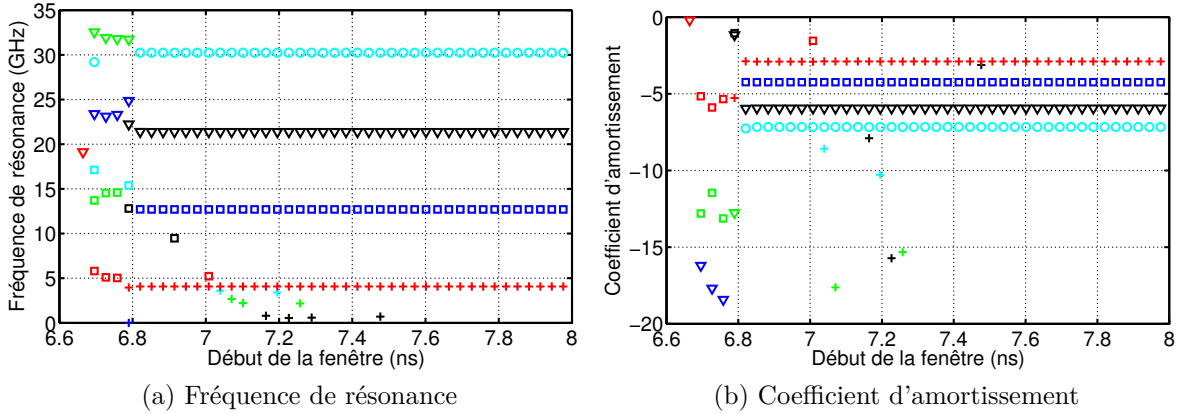


FIGURE IV.3.6: Application de la méthode MP sur une fenêtre glissante, $M = 50$

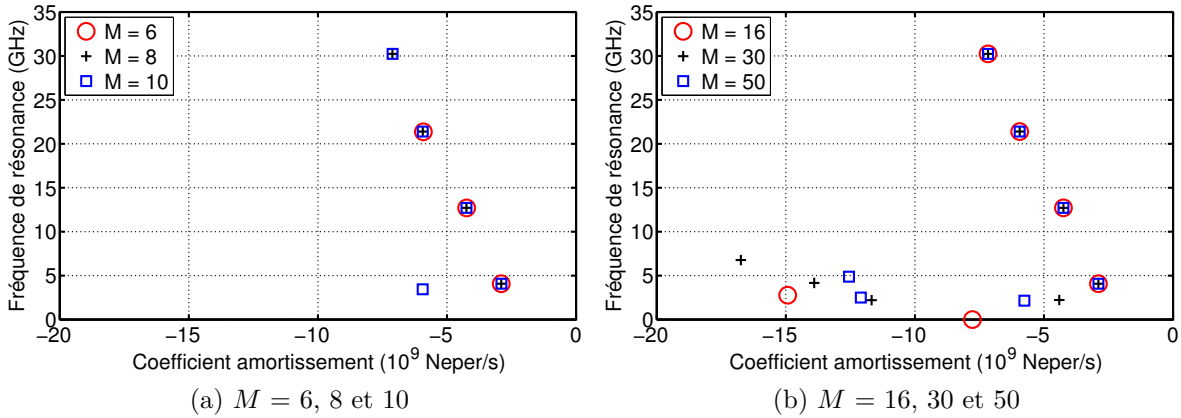


FIGURE IV.3.7: Extraction avec MP, variation de M

IV.3.1.4 Extraction avec la méthode de Cauchy

Les pôles obtenus avec la méthode de Cauchy pour différentes valeurs de P sont présentés sur la figure IV.3.8. Comme dans les cas précédents, il n'y a pas de convergence pour certains pôles lorsque P augmente. En effet, seul $P = 7$ semble extraire des pôles équivalents à ceux extraits avec les méthodes de Prony et MP.

La bande de fréquence d'étude (1-35 GHz) est divisée en quatre sous-bandes. Sur la figure IV.3.9, les sous-bandes choisies ainsi que l'EQMN des réponses reconstruites dans chaque sous-bande en fonction de P sont présentées.

Lorsque P est compris entre 3 et 6, l'EQMN du signal reconstruit est inférieure à 10%. La figure IV.3.10 montre les pôles obtenus pour ces différentes valeurs de P . Quatre pôles se distinguent mais les coefficients d'amortissement varient une nouvelle fois jusqu'à $2 \cdot 10^9$ Neper/s pour le pôle à la fréquence la plus élevée.

La même étude est réalisée en modifiant légèrement les quatre sous-bandes considérées (1-5,

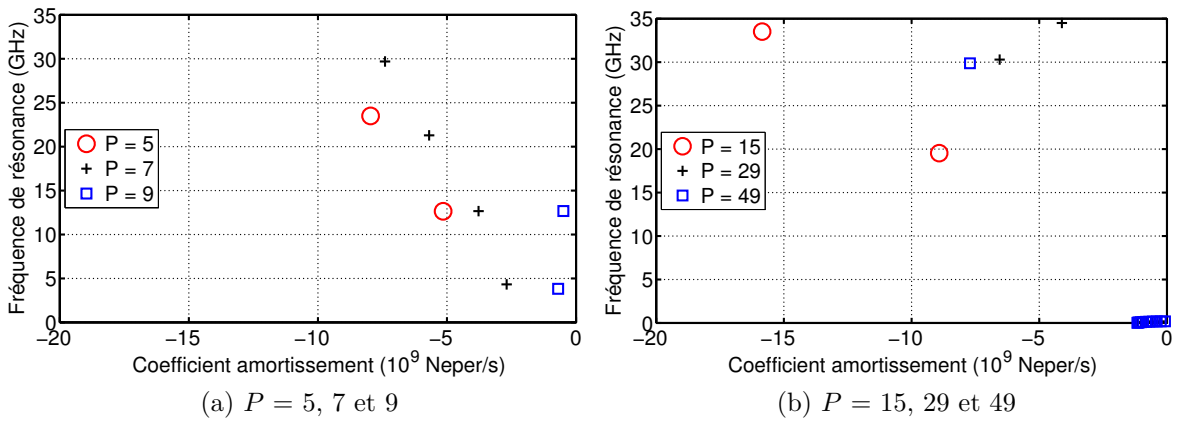


FIGURE IV.3.8: Extraction avec la méthode de Cauchy, variation de P

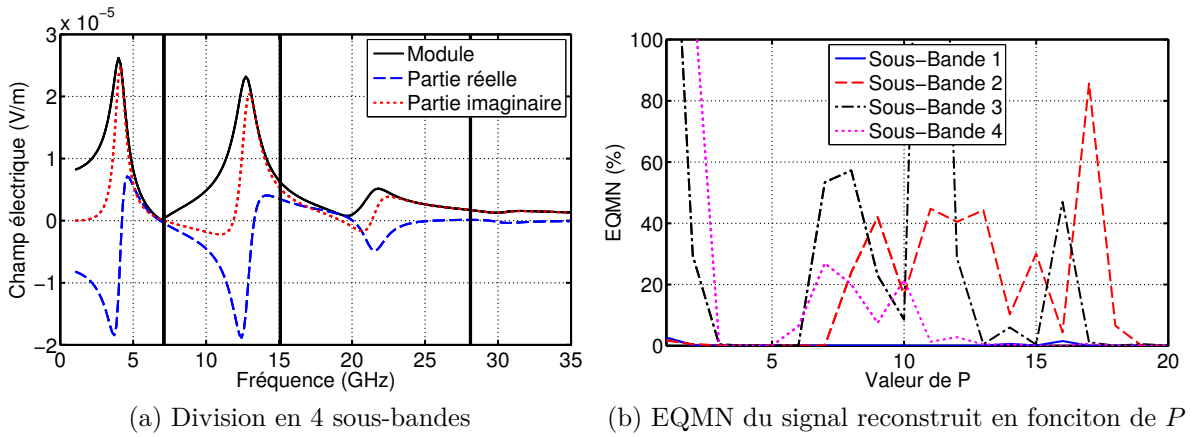


FIGURE IV.3.9: Extraction avec la méthode de Cauchy en 4 sous-bandes

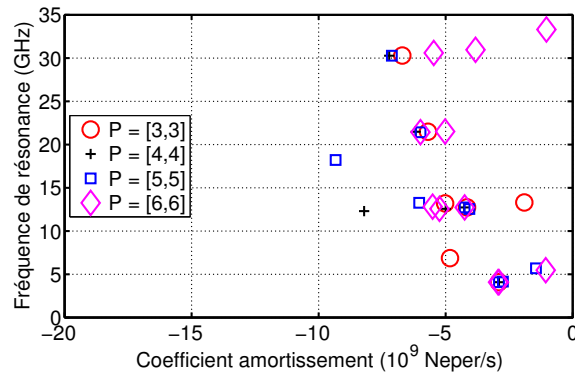


FIGURE IV.3.10: Pôles extraits avec la méthode de Cauchy en 4 sous-bandes, $P = 3, 4, 5$ et 6

5-13, 13-25 et 25-35 GHz). L'EQMN du signal reconstruit pour différentes valeurs de P est présentée sur la figure IV.3.11. L'EQMN est stable et très proche de 0 pour P compris entre 3 et 6. Les pôles obtenus dans chaque sous-bande pour ces différentes valeurs de P sont présentés sur la figure IV.3.12.

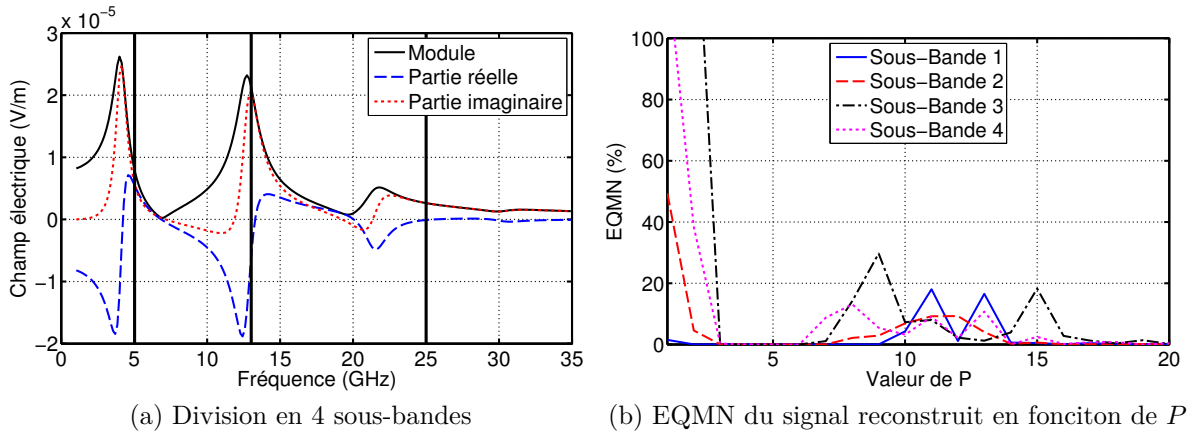


FIGURE IV.3.11: Extraction avec la méthode de Cauchy en 4 sous-bandes

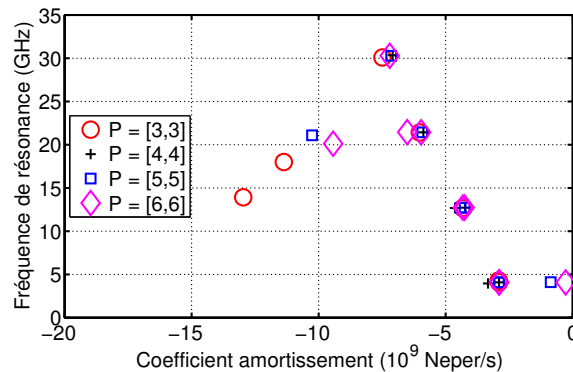


FIGURE IV.3.12: Pôles extraits avec la méthode de Cauchy en 4 sous-bandes, $P = 3, 4, 5$ et 6

Pour ce nouveau choix de sous-bandes, les pôles sont beaucoup plus stables en fonction de la valeur de P . De plus, les pôles mathématiques extraits ici diffèrent de ceux extraits dans le cas précédent. Il est donc possible de déterminer avec certitude les quatre paires de pôles physiques du dipôle avec la méthode de Cauchy. Nous appliquons maintenant la méthode de Cauchy sur une fenêtre glissante de 29 échantillons, soit 4.3 GHz, présentée sur la figure IV.3.13. Les résultats obtenus pour $P = 4$ sont présentés sur la figure IV.3.14. Cette approche permet de bien distinguer les quatre paires de pôles physiques présents dans la réponse de l'antenne. Ils sont correctement extraits lorsque la fenêtre considérée contient la fréquence de résonance du pôle.

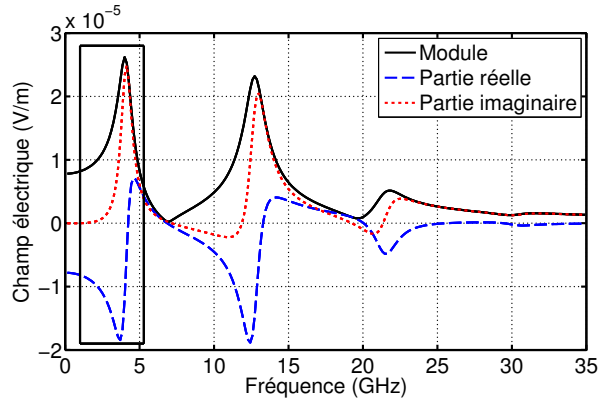


FIGURE IV.3.13: Fenêtre glissante de 29 échantillons soit 4.3 GHz

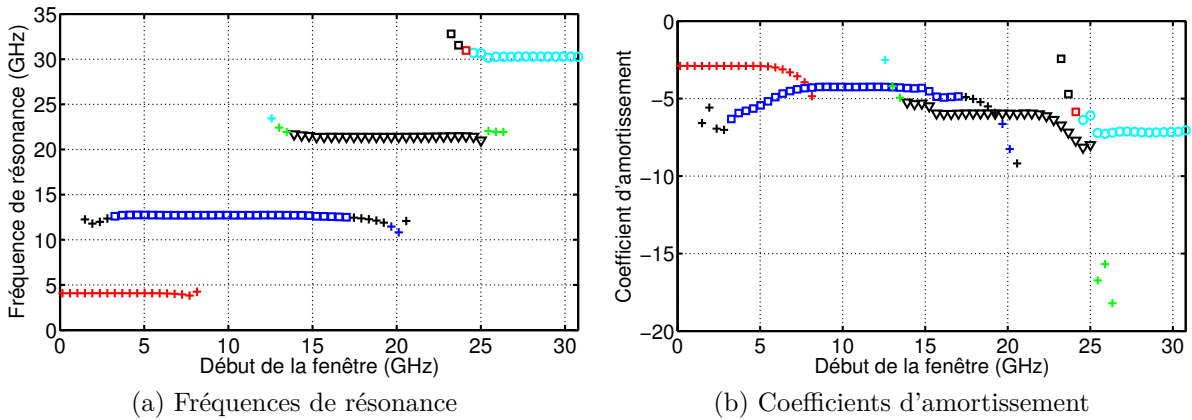


FIGURE IV.3.14: Application de la méthode de Cauchy sur une fenêtre glissante de 4.3 GHz

IV.3.1.5 Comparaison des trois méthodes

Dans les trois paragraphes précédents, nous avons montré qu'il est possible de déterminer un jeu de pôles physiques à partir de la réponse du dipôle éclairé par une onde plane. Sur la figure IV.3.15, nous présentons les pôles obtenus par chacune des trois méthodes d'extraction après optimisation et tri des pôles mathématiques.

Les pôles sont ainsi identiques quelle que soit la méthode utilisée (erreur relative inférieure à 0.5 %). La cartographie de pôles pondérés en $|R|/|\sigma|$ est présentée sur la figure IV.3.16. Les paires de pôles 1 et 2 sont dominantes puis la paire 3 et enfin 4. La paire de pôles 1 est plus contributrice que lors de l'extraction en rayonnement (cf figure IV.2.20). C'est certainement dû à la différence entre le début du temps retardé dans chaque configuration. En rétrodiffusion, le début du temps retardé arrive plus tard dans la réponse et l'impact des pôles à faible coefficient d'amortissement est donc plus élevé. Les réponses temporelles reconstruites à partir des trois jeux de pôles et résidus obtenus avec chaque méthode sont présentées sur la figure IV.3.17.

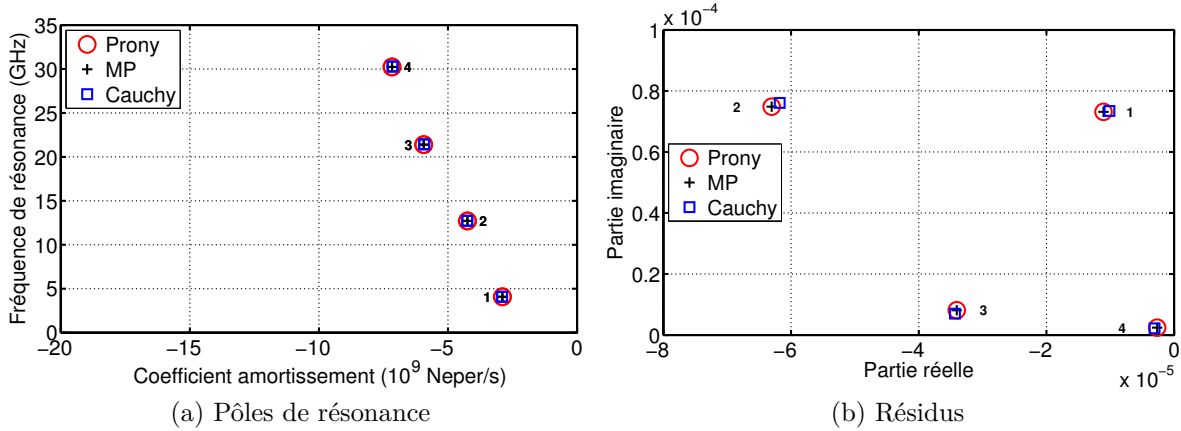


FIGURE IV.3.15: Pôles et résidus physiques extraits avec les trois méthodes

Les trois courbes sont superposées avec celle issue de la simulation. L'EQMN est inférieure à 0.1 % quelle que soit la méthode utilisée. Il est donc possible de modéliser précisément le temps retardé de la réponse d'un dipôle en utilisant un jeu de quatre paires de pôles et résidus.

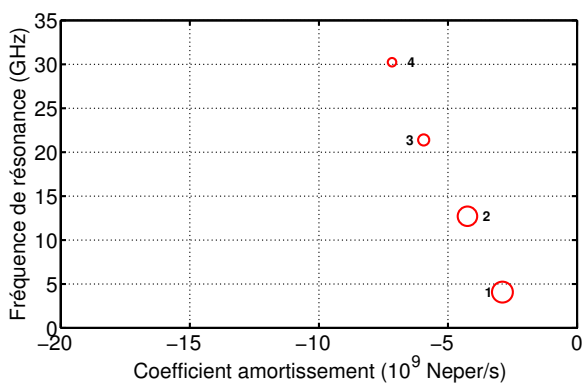


FIGURE IV.3.16: Pôles de résonance pondérés en $|R|/|\sigma|$

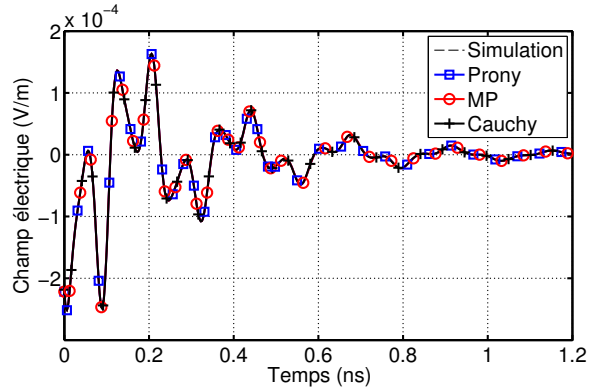


FIGURE IV.3.17: Temps retardé de la réponse temporelle reconstruite avec les trois jeux de pôles et résidus

IV.3.1.6 Comparaison avec l'extraction en rayonnement

Les pôles de résonance extraits en rayonnement et en rétrodiffusion avec la méthode MP sont présentés sur la figure IV.3.18. Ils sont parfaitement identiques. Etant donné que les trois méthodes permettent d'obtenir les mêmes pôles, la comparaison des pôles obtenus avec les méthodes de Prony et de Cauchy n'est pas présentée. Il est donc possible d'obtenir les mêmes

pôles en utilisant les champs rayonné et rétrodiffusé de l'antenne dipôle placée dans les mêmes conditions de charge.

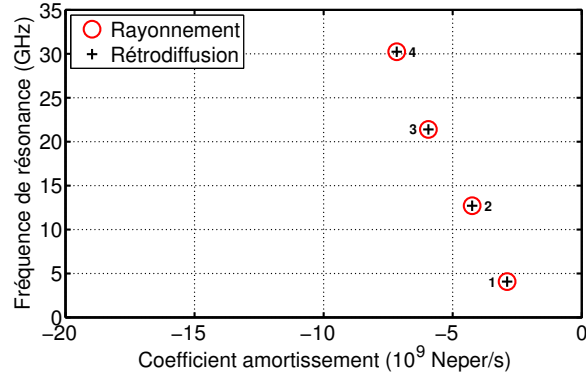


FIGURE IV.3.18: Pôles extraits en rayonnement et rétrodiffusion

IV.3.1.7 Etude de robustesse au bruit

La procédure de test de la robustesse des trois méthodes d'extraction vis-à-vis du bruit est de nouveau utilisée pour cet exemple. L'EQMN sur le signal reconstruit ainsi que le nombre de pôles correctement extraits en fonction du RSB sont présentés sur la figure IV.3.19 dans le cas de l'approche 1 et sur la figure IV.3.20 pour l'approche 2. Quelle que soit l'approche utilisée, la méthode MP permet d'utiliser des réponses avec un RSB plus faible qu'avec les deux autres méthodes pour une même erreur.

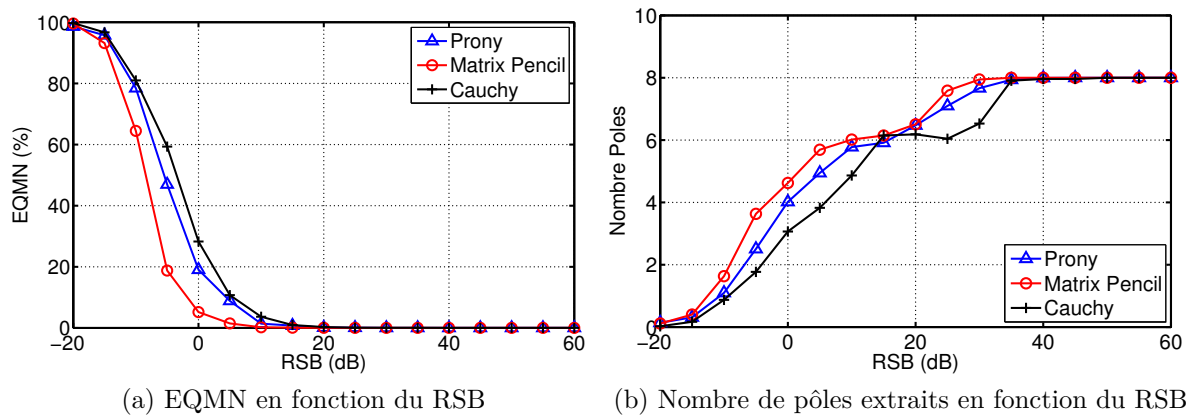


FIGURE IV.3.19: Erreur sur le signal reconstruit après extraction des pôles sur la réponse bruitée du dipôle (approche 1)

Sur les figures IV.3.21 et IV.3.22, nous présentons la probabilité d'extraire les quatre pôles en fonction du RSB pour les trois méthodes et pour les deux approches, respectivement.

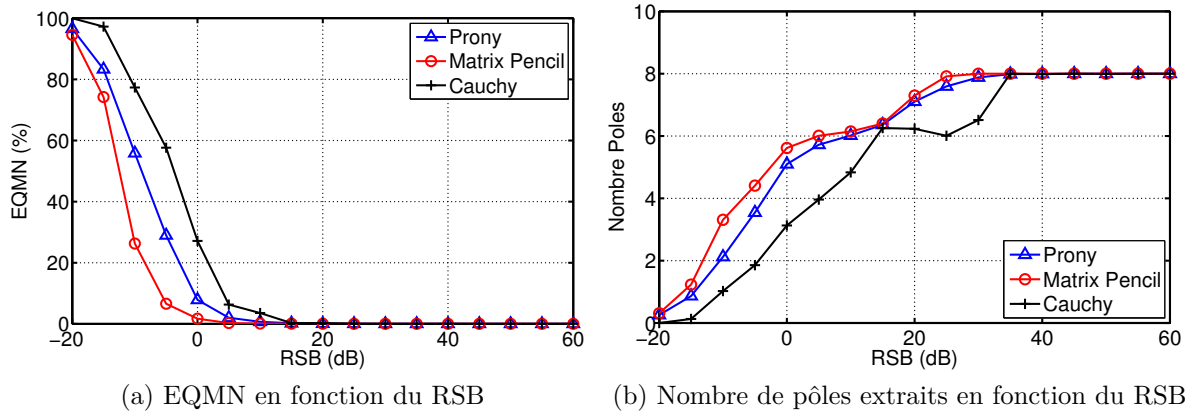


FIGURE IV.3.20: Erreur sur le signal reconstruit après extraction des pôles sur la réponse bruitée du dipôle (approche 2)

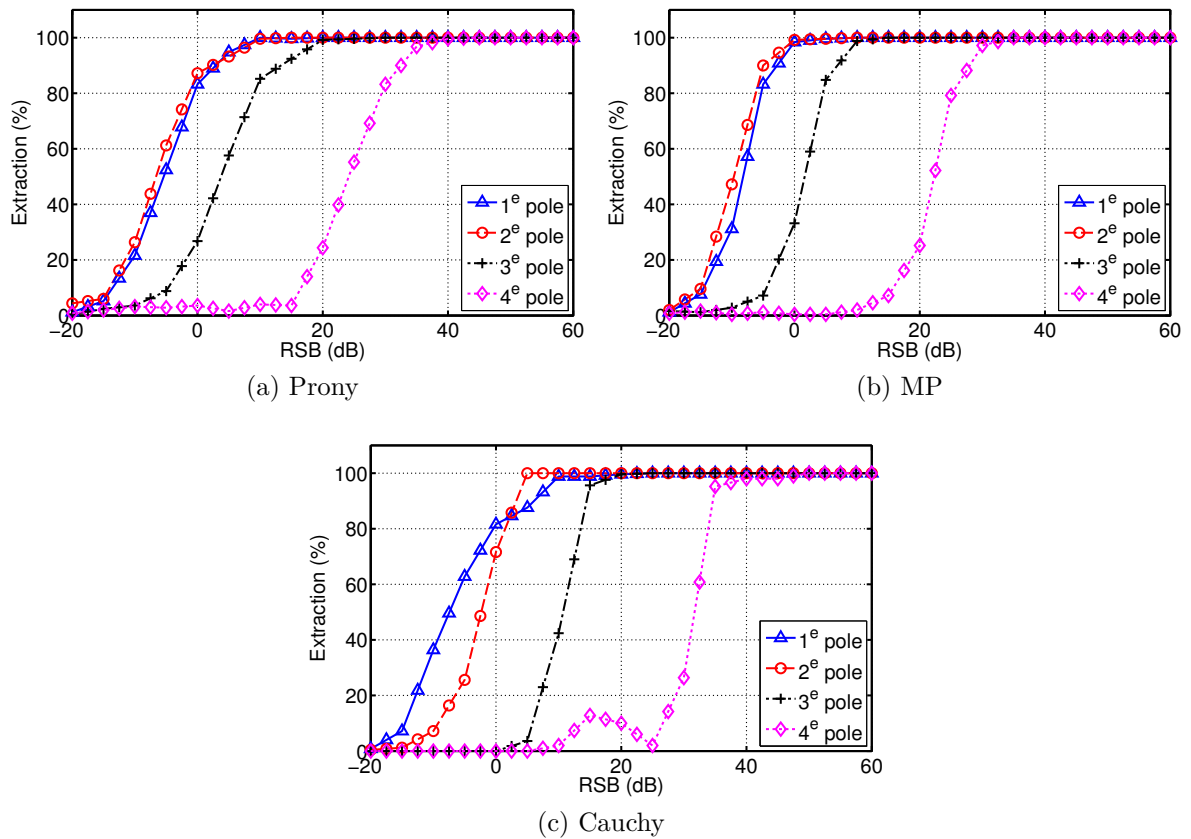


FIGURE IV.3.21: Probabilité d'extraction des pôles de résonance en présence de bruit (approche 1)

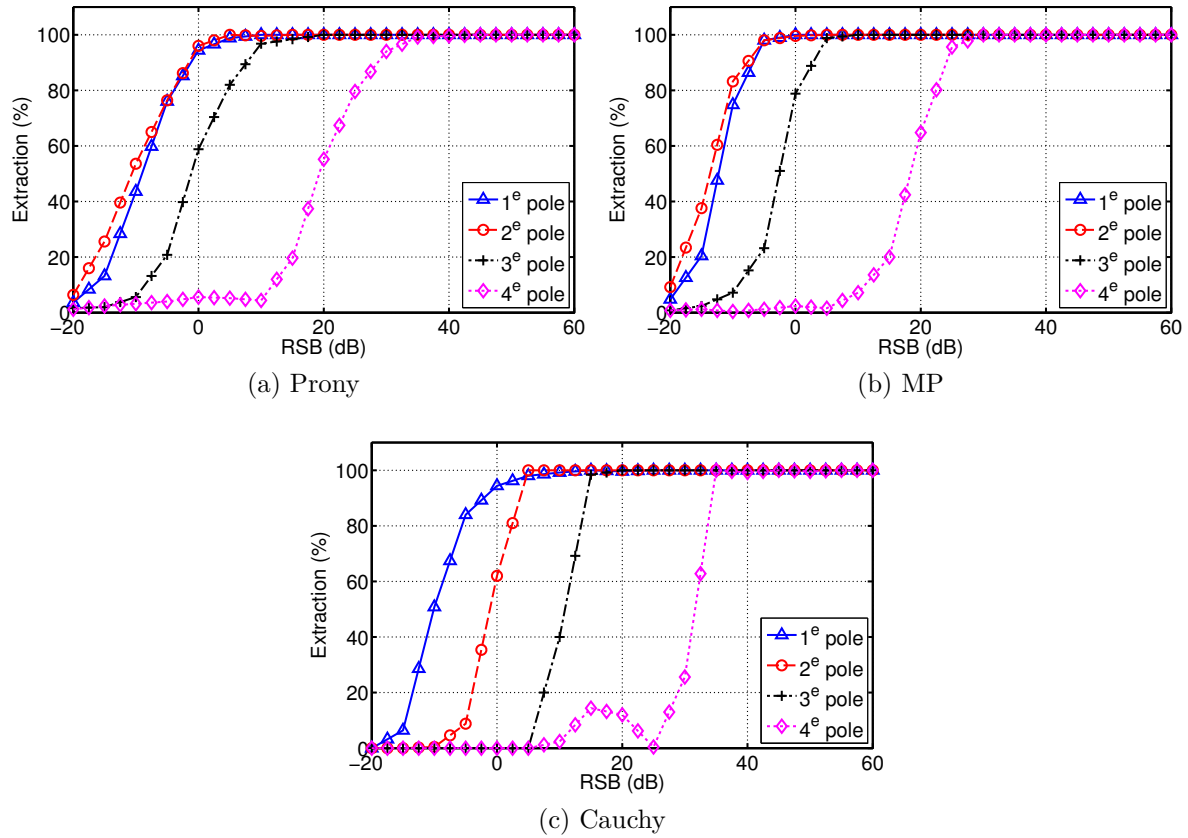


FIGURE IV.3.22: Probabilité d'extraction des pôles de résonance en présence de bruit (approche 2)

Pour les méthodes de Prony et MP, les deux premiers pôles sont extraits quasi simultanément à partir du même RSB puis lorsque le RSB augmente, les pôles 3 et 4 sont progressivement extraits. Avec la méthode de Cauchy, les pôles sont progressivement extraits à partir du premier. Les pôles avec les plus forts résidus et les plus faibles coefficients d'amortissement sont donc les premiers pôles obtenus pour des RSB faibles.

IV.3.1.8 Etude de robustesse au bruit sur autocorrélation du signal

L'étude de robustesse est également réalisée en appliquant les méthodes d'extraction sur la réponse temporelle autocorrélée. Les réponses temporelle et fréquentielle après autocorrélation sont présentées sur la figure IV.3.23. Les résultats sont présentés sur les figures IV.3.24 et IV.3.25 pour les approches 1 et 2. L'utilisation de l'autocorrélation dégrade la robustesse avec les méthodes de Prony et MP. En revanche, la robustesse de la méthode de Cauchy est améliorée. En effet, pour un RSB de 0 dB, l'EQMN est 10 % plus faible avec autocorrélation.

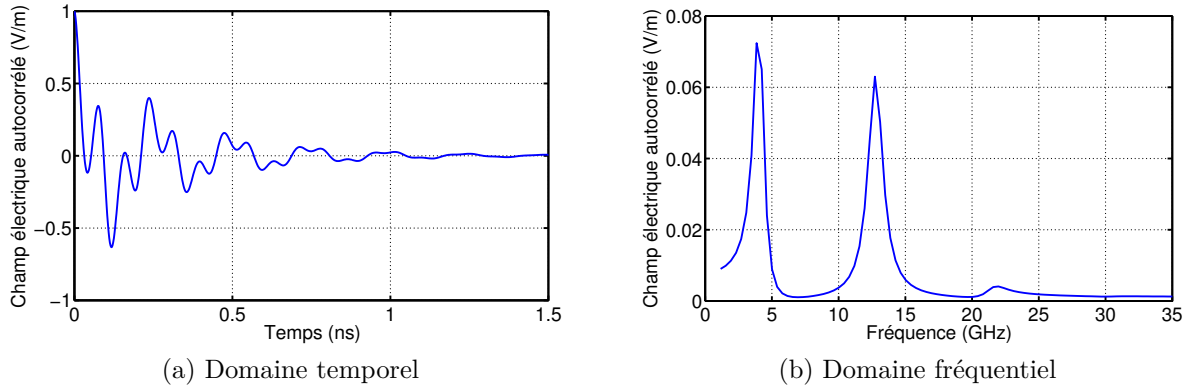


FIGURE IV.3.23: Autocorrélation du temps retardé de la réponse de l'antenne dipôle

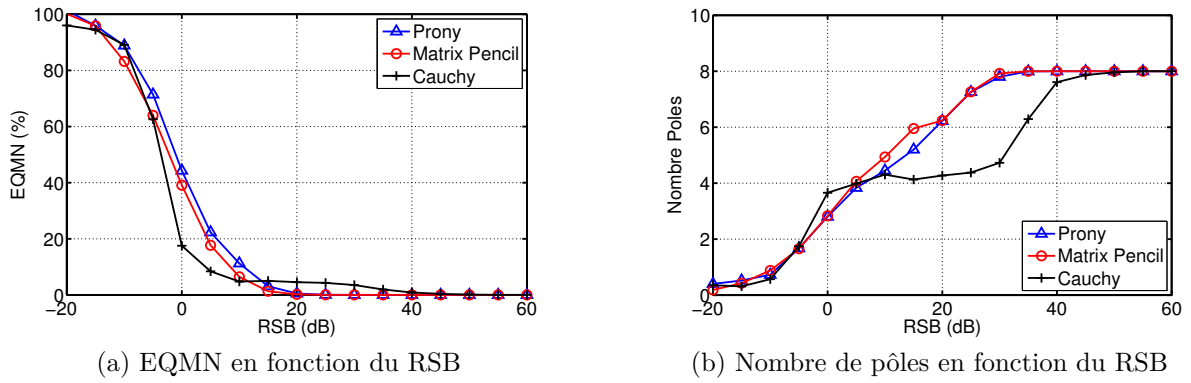


FIGURE IV.3.24: Erreur sur le signal reconstruit après extraction des pôles sur l'autocorrélation de la réponse bruitée du dipôle (approche 1)

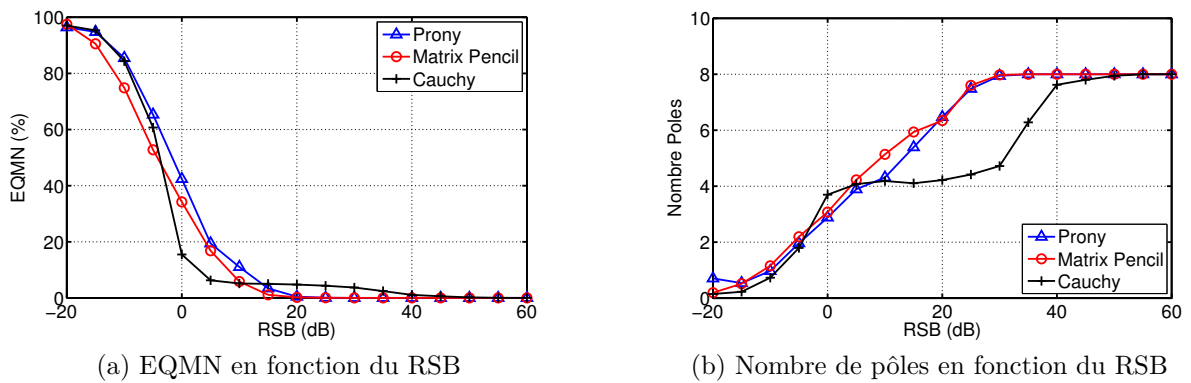


FIGURE IV.3.25: Erreur sur le signal reconstruit après extraction des pôles sur l'autocorrélation de la réponse bruitée du dipôle (approche 2)

IV.3.1.9 Application des trois méthodes sur une réponse bruitée

Les trois méthodes sont maintenant appliquées sur la réponse de l'antenne papillon bruitée pour obtenir un RSB de 10 dB. Les réponses en temps retardé temporelle et fréquentielle bruitées sont présentées sur la figure IV.3.26.

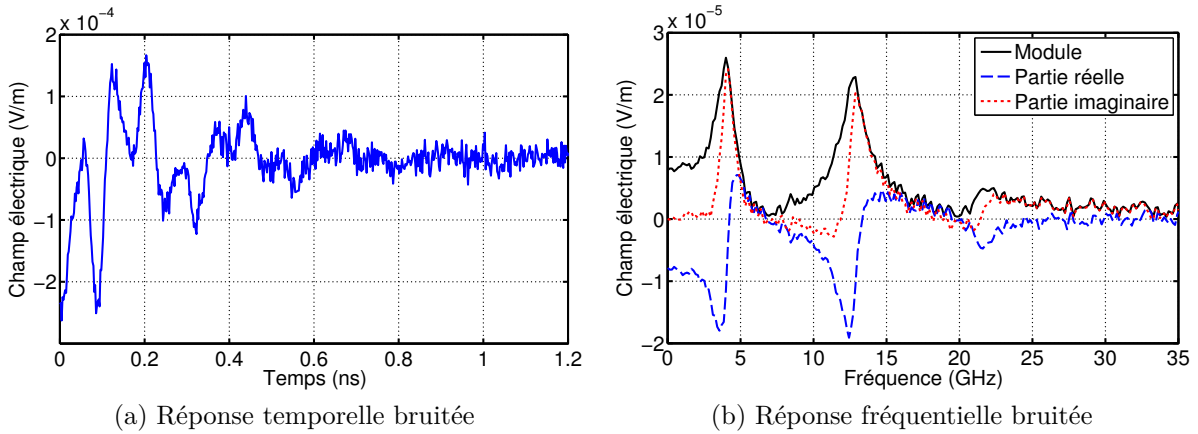


FIGURE IV.3.26: Réponses du dipôle bruitées avec un SNR de 10 dB

La méthode de Prony

Nous appliquons la méthode de Prony sur une fenêtre croissante. Les résultats sont présentés sur la figure IV.3.27 pour $M = 20$. Les trois premières fréquences de résonance sont stables et associées à des coefficients d'amortissement stables également. Trois paires de pôles sont donc identifiables comme physiques.

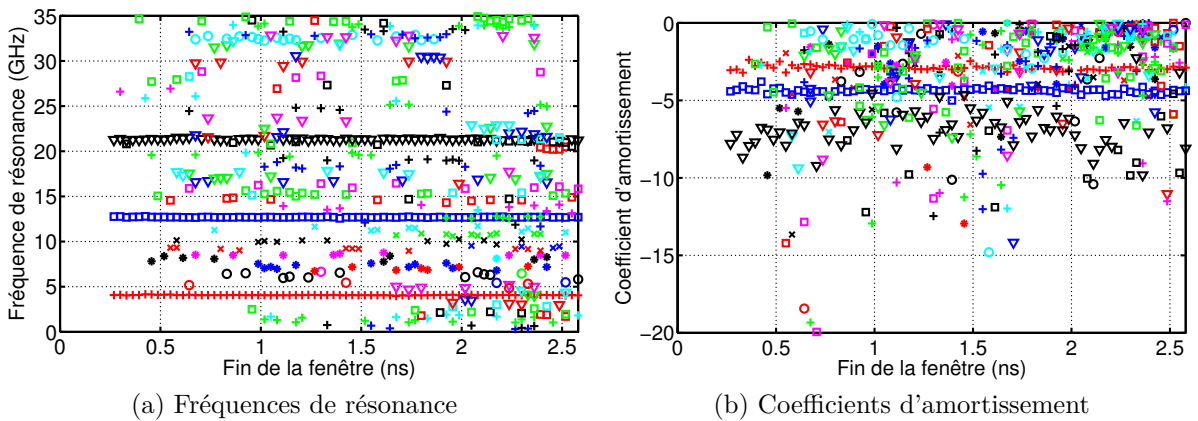


FIGURE IV.3.27: Application de la méthode de Prony sur une fenêtre croissante, $M = 20$

La méthode MP

Nous appliquons MP sur une fenêtre croissante et les résultats sont présentés pour $M = 20$ sur la figure IV.3.28. Trois paires de pôles peuvent être considérées physiques. Il est à noter que les coefficients d'amortissement sont plus stables qu'avec la méthode de Prony.

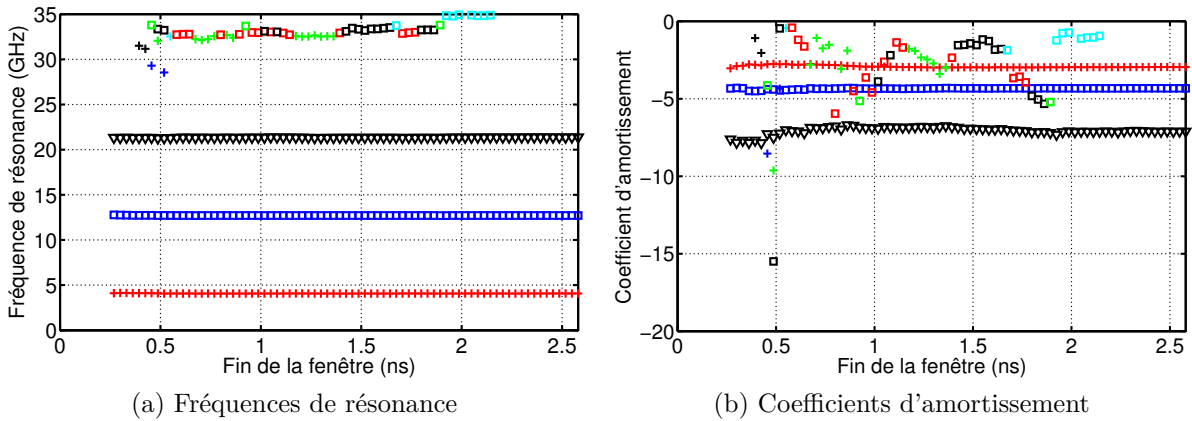


FIGURE IV.3.28: Application de MP sur une fenêtre croissante, $M = 20$

La méthode de Cauchy

La méthode de Cauchy est appliquée sur une fenêtre glissante de 50 échantillons. Les résultats sont présentés pour $P = 4$ sur la figure IV.3.29. Seules les deux premières paires de pôles sont distinguées avec la méthode de Cauchy.

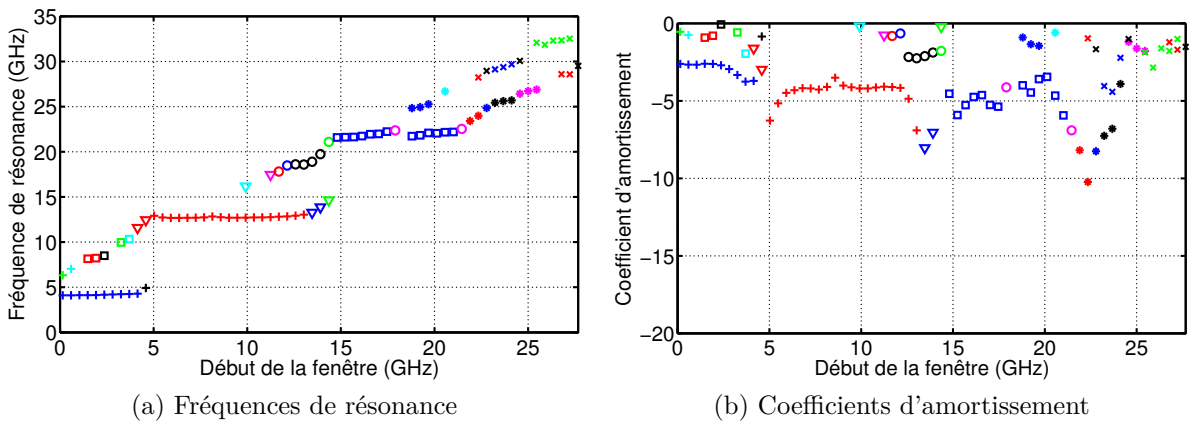


FIGURE IV.3.29: Application de la méthode de Cauchy sur une fenêtre glissante de 50 échantillons, $P = 4$

IV.3.1.10 Conclusion

Quatre paires de pôles physiques peuvent être extraites à partir du champ rétrodiffusé par l'antenne dipôle et permettent de la modéliser avec précision. Les trois méthodes permettent d'extraire les mêmes pôles de résonance. Les pôles obtenus sont identiques à ceux obtenus à partir du champ rayonné par le dipôle. En présence de bruit, c'est la méthode MP qui est la plus robuste et permet d'extraire le plus de pôles physiques pour un RSB donné. Enfin, l'autocorrélation ne permet pas d'accroître cette robustesse au bruit.

IV.3.2 L'antenne dipôle papillon

L'analyse complète de l'extraction des pôles de résonance de l'antenne papillon à partir de son champ rétrodiffusé est présentée à l'annexe B. Seuls les résultats et les conclusions sont présentés ici.

IV.3.2.1 Comparaison des trois méthodes

Les pôles considérés physiques extraits avec les trois méthodes sont présentés sur la figure IV.3.30. Les quatre paires de pôles obtenus avec chaque méthode sont rigoureusement identiques. Les pôles de résonance pondérés en $|R|/|\sigma|$ sont présentés sur la figure IV.3.31. La paire de pôles numéro 2 est clairement dominante comme le laisse imaginer son résidu. La deuxième paire dominante est la numéro 1. Les paires de pôles 3 et 4 sont ensuite beaucoup moins contributrices. A l'aide des trois jeux de pôles obtenus avec les trois méthodes d'extraction, nous reconstruisons la réponse temporelle et les résultats sont présentés sur la figure IV.3.32.

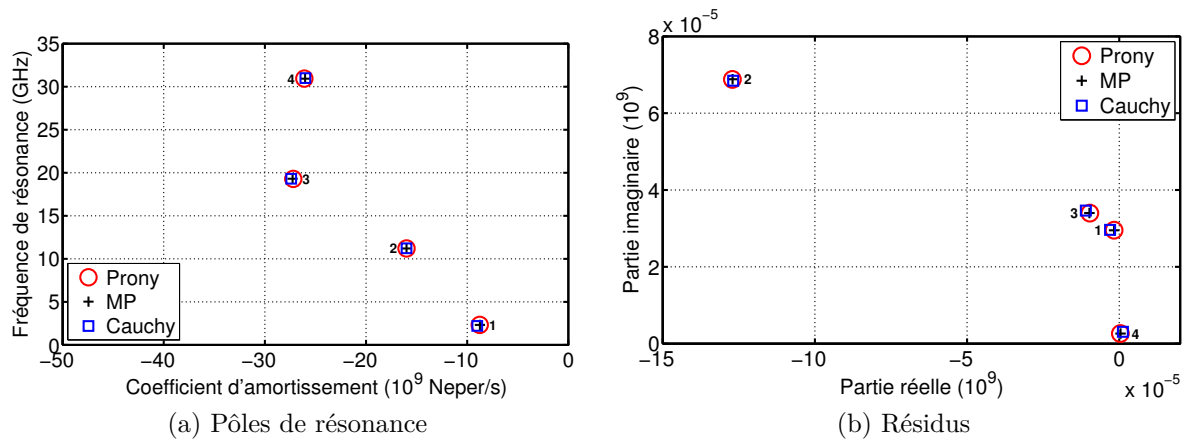


FIGURE IV.3.30: Pôles et résidus physiques extraits avec les trois méthodes

L'EQMN avec les trois méthodes est inférieure à 0.01 %. Les trois méthodes permettent donc d'extraire les pôles physiques du champ rétrodiffusé par l'antenne papillon et de le modéliser avec une très bonne précision.

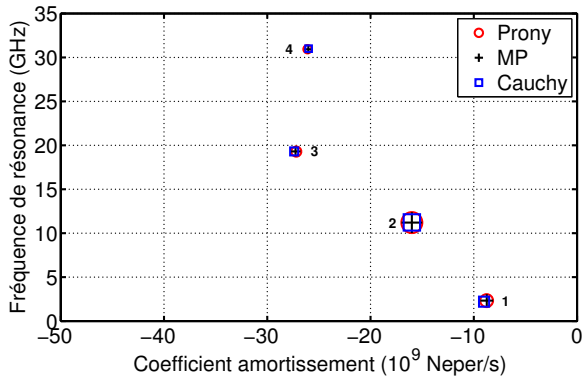


FIGURE IV.3.31: Pôles de résonance pondérés en $|R|/|\sigma|$

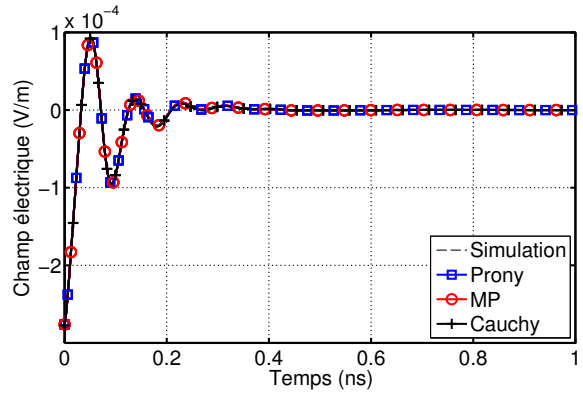


FIGURE IV.3.32: Temps retardé de la réponse temporelle reconstruite avec les trois jeux de pôles et résidus

IV.3.2.2 Comparaison avec l'extraction en rayonnement

Les pôles obtenus avec MP à partir des champs rayonné et rétrodiffusé de l'antenne papillon sont présentés sur la figure IV.3.33. Les quatre pôles extraits en rétrodiffusion sont identiques à ceux extraits en rayonnement. En revanche, moins de pôles sont extraits en rétrodiffusion. Cependant, en regardant les pondérations de ces pôles, nous observons que les quatre pôles extraits dans les deux configurations sont les pôles dominants.

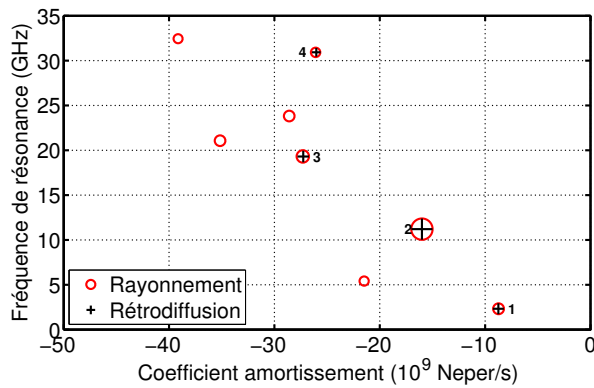


FIGURE IV.3.33: Pôles extraits en rayonnement et rétrodiffusion

IV.3.2.3 Etude de robustesse au bruit

Le comportement des trois méthodes d'extraction en présence de bruit est présenté sur les figures IV.3.34 et IV.3.35 pour les deux approches. La méthode MP permet d'obtenir l'erreur la moins importante lorsque le RSB est faible. De plus, c'est également la méthode MP qui extrait

le plus de pôles physiques pour RSB donné. Il est à noter que la méthode de Cauchy extrait moins de pôles en moyenne mais que l'erreur reste faible. En effet, cette méthode semble bien extraire les pôles dominants mais nécessite un RSB plus importants que les méthodes temporelles pour extraire les pôles moins contributeurs.

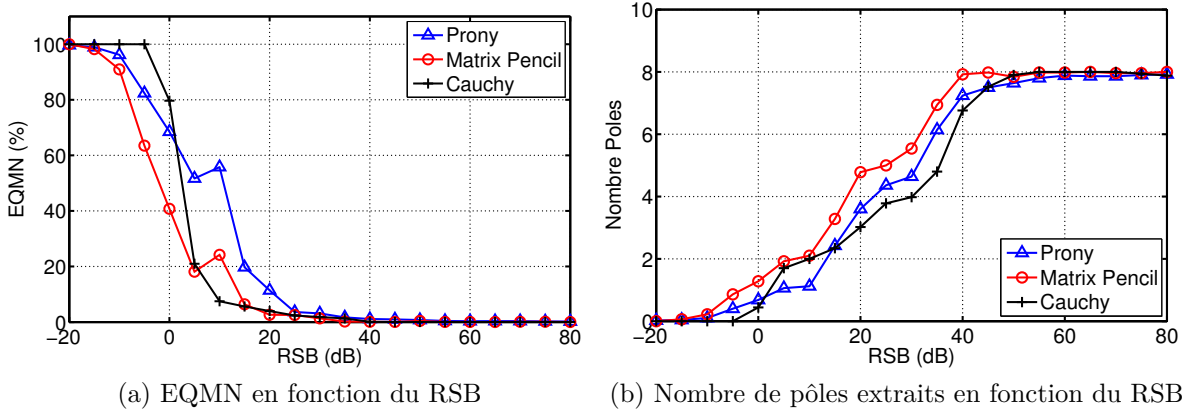


FIGURE IV.3.34: Erreur sur le signal reconstruit après extraction des pôles sur la réponse bruitée de l'antenne papillon (approche 1)

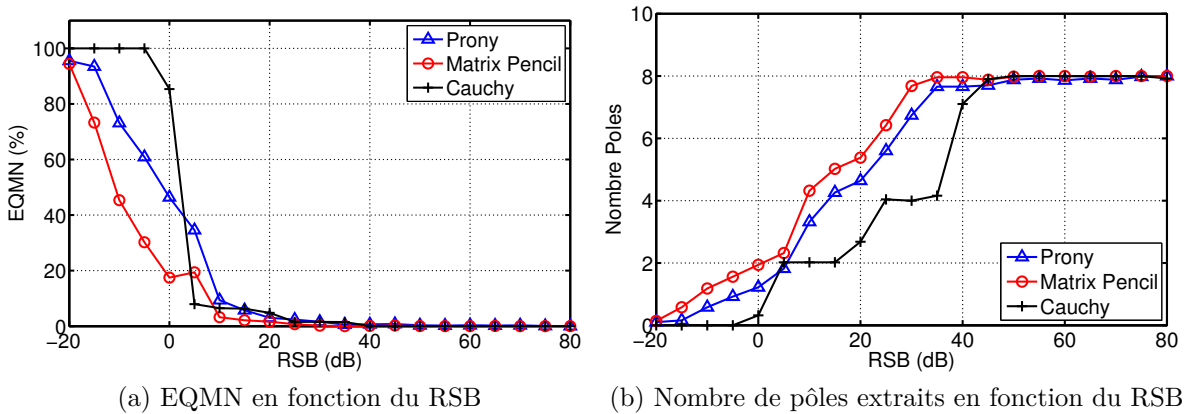


FIGURE IV.3.35: Erreur sur le signal reconstruit après extraction des pôles sur la réponse bruitée de l'antenne papillon (approche 2)

IV.3.2.4 Conclusion

Quatre paires de pôles de résonance physiques peuvent être déterminées à partir du champ rétrodiffusé par l'antenne papillon avec les méthodes de Prony, MP et Cauchy. Ces trois méthodes permettent de modéliser ce champ avec précision. Les pôles obtenus sont identiques à

ceux extraits à partir du champ rayonné. En revanche, seules les paires de pôles dominantes sont extraites en rétrodiffusion. En présence de bruit, la méthode de Cauchy semble être la moins appropriée car elle permet d'extraire moins de pôles pour un RSB donné que les méthodes temporelles.

IV.3.3 Conclusion

Les trois méthodes ont été appliquées aux réponses rétrodiffusées des deux antennes. Les conclusions sont semblables à celles faites en rayonnement. Les trois méthodes permettent d'extraire les mêmes pôles sur la réponse du dipôle. En présence de bruit, c'est la méthode MP qui est la plus robuste. L'utilisation de l'autocorrélation ne permet pas d'améliorer la robustesse au bruit des méthodes d'extraction. De plus, les pôles dominants extraits de la réponse rétrodiffusée sont similaires à ceux extraits en rayonnement, il est donc possible d'utiliser l'une ou l'autre des réponses pour extraire les pôles de résonance d'une antenne à condition de se placer dans les mêmes conditions de charge.

IV.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons montré que la SEM permet de modéliser la réponse en temps retardé d'une antenne de façon précise et compacte. En effet, seulement quatre paires de pôles sont nécessaires pour modéliser la réponse en temps retardé du dipôle avec précision (EQMN inférieure à 0.1 %) et quatre à huit paires de pôles dans le cas d'une antenne papillon ULB. Trois méthodes d'extraction de pôles de résonance ont été comparées : deux méthodes temporelles (Prony et MP) et une méthode fréquentielle (Cauchy).

Dans le cas d'une antenne résonante telle que le dipôle, les trois méthodes permettent d'extraire les mêmes pôles en absence de bruit. En revanche, dans le cas de l'antenne papillon ULB, les méthodes de Prony et MP sont équivalentes et permettent d'extraire plus de pôles physiques que la méthode de Cauchy, notamment en absence de bruit. Cependant, la méthode de Cauchy permet tout de même d'extraire les pôles dominants, c'est-à-dire ceux dont la contribution pour la modélisation de la réponse est la plus importante.

Nous avons ensuite appliqué le protocole permettant de tester la robustesse au bruit de ces trois méthodes en ne considérant que les pôles physiques. Pour les deux antennes, c'est la méthode MP qui est la plus robuste ; que les données de départ soient temporelles ou fréquentielles. La méthode de Prony est légèrement moins robuste que MP mais son comportement est semblable. Le comportement de la méthode de Cauchy est en revanche plus aléatoire. Selon le RSB, elle peut être plus ou moins robuste que les méthodes temporelles. Enfin, les études de robustesse ont été réalisées en utilisant l'autocorrélation de la réponse temporelle afin d'en diminuer le bruit. Finalement, ce traitement dégrade fortement la robustesse des deux méthodes temporelles et affecte peu la méthode de Cauchy.

Les trois méthodes ont été appliquées sur les réponses d'antennes en rayonnement et en rétrodiffusion. Ces antennes ont été simulées pour des charges identiques. Les pôles extraits dans ces deux cas sont très proches. Il est donc possible d'extraire les pôles physiques d'une antenne à partir de son champ rayonné ou de son champ rétrodiffusé.

Dans la suite de ce travail, les pôles de résonance de plusieurs antennes seront extraits à partir de leurs champs rétrodiffusés. De plus, c'est la méthode Matrix Pencil qui sera utilisée. En effet, cette méthode est facile à utiliser, permet de différencier les pôles physiques et mathématiques de façon efficace avec la méthode de la fenêtre croissante, et semble la plus robuste au bruit pour extraire un maximum de pôles physiques, notamment à partir de réponses d'antennes mesurées et donc bruitées.

Chapitre V

Caractérisation théorique et expérimentale d'antennes à partir des coefficients naturels de résonance

Sommaire

V.1	Introduction	127
V.2	Etude d'antennes canoniques	127
V.2.1	Le dipôle	127
V.2.1.1	Analyse du jeu de pôles physiques	127
V.2.1.2	Analyse des pôles en fonction de la longueur de l'antenne	127
V.2.1.3	Analyse des pôles en fonction du diamètre de l'antenne	130
V.2.1.4	Analyse des pôles en fonction de la charge de l'antenne	131
V.2.1.5	Conclusion	134
V.2.2	L'antenne papillon	135
V.2.2.1	Analyse du jeu de pôles physiques	135
V.2.2.2	Extraction des pôles dans plusieurs directions	136
V.2.2.3	Analyse des pôles en fonction de la longueur de l'antenne	137
V.2.2.4	Analyse des pôles en fonction de l'angle d'évasement de l'antenne	138
V.2.2.5	Analyse des pôles en fonction de la charge de l'antenne	138
V.2.2.6	Conclusion	142
V.3	Etude d'antennes réelles	144
V.3.1	L'antenne patch	145
V.3.1.1	Présentation de l'antenne	145
V.3.1.2	Analyse du jeu de pôles physiques	146

Chapitre V Caractérisation théorique et expérimentale d'antennes à partir des coefficients naturels de résonance

V.3.1.3	Extraction des pôles dans plusieurs directions	151
V.3.1.4	Analyse des pôles en fonction de la charge de l'antenne	152
V.3.2	L'antenne hélice à cavité	154
V.3.2.1	Présentation de l'antenne	154
V.3.2.2	Analyse du jeu de pôles physiques	155
V.3.2.3	Extraction des pôles dans plusieurs directions	159
V.3.2.4	Analyse en fonction de la charge de l'antenne	160
V.3.3	L'antenne à fente ULB	162
V.3.3.1	Présentation de l'antenne	162
V.3.3.2	Analyse du jeu de pôles physiques	163
V.3.3.3	Extraction des pôles dans plusieurs directions	166
V.3.3.4	Analyse des pôles en fonction de la charge de l'antenne	169
V.4	Conclusion	170

V.1 Introduction

Les chapitres précédents ont permis d'établir une procédure d'extraction des pôles de résonance d'une antenne. Il est notamment montré qu'il est possible d'extraire les pôles physiques d'une antenne à partir de son champ rétrodiffusé. Ceci est particulièrement intéressant dans le cas d'antennes miniatures pour obtenir les pôles de résonance intrinsèques de l'antenne, lorsqu'elle n'est pas perturbée par le câble d'alimentation. Ce chapitre est consacré à l'application de cette procédure sur le champ rétrodiffusé par cinq antennes différentes, et à l'analyse des pôles obtenus. Dans un premier temps, nous étudions deux antennes canoniques : le dipôle et le papillon, en montrant notamment l'évolution des pôles en fonction de leurs dimensions et de leurs charges. Dans un second temps, nous validons l'extraction des pôles de résonance à partir de champs rétrodiffusés mesurés. Trois antennes sont considérées : une antenne patch faible bande, une antenne hélice à cavité large bande et une antenne à fente ULB.

V.2 Etude d'antennes canoniques

V.2.1 Le dipôle

Dans un premier temps, nous considérons le dipôle présenté dans le chapitre IV (cf paragraphe IV.2.1.1). Plusieurs études paramétriques portant sur la longueur, le diamètre et la charge sont présentées pour mettre en évidence le lien entre les pôles de l'antenne et l'antenne elle-même.

V.2.1.1 Analyse du jeu de pôles physiques

Le temps retardé du champ rétrodiffusé par le dipôle dans la direction du maximum de rayonnement est présenté sur la figure V.2.1 dans les domaines temporel et fréquentiel. Trois maximums de champ sont visibles autour de 4, 12.5 et 21 GHz. Les pôles pondérés en $|R|/|\sigma|$ obtenus à partir de ce champ sont présentés sur la figure V.2.2. Plus la fréquence d'un pôle est faible, plus son poids est important. La pondération est cohérente avec les niveaux de champ reçus : plus le champ est important, plus le poids du pôle associé est grand.

Les positions des fréquences de résonance de ces pôles sont présentées sur l'impédance d'entrée et le coefficient de réflexion du dipôle sur les figures V.2.3 et V.2.4, respectivement. Les fréquences de résonance correspondent aux résonances naturelles du dipôle en $\lambda/2$, $3\lambda/2$, $5\lambda/2$ et $7\lambda/2$, i.e. lorsque la partie imaginaire de l'impédance est proche de 0 et la partie réelle proche de 73Ω .

V.2.1.2 Analyse des pôles en fonction de la longueur de l'antenne

Nous réalisons une étude paramétrique portant sur la longueur L du dipôle. Celle-ci varie de 20 à 50 mm et le diamètre D est ajusté pour conserver un rapport L/D constant à 680. Les pôles physiques obtenus pour chaque longueur sont présentés sur la figure V.2.5. Plus le cercle du marqueur est grand, plus l'antenne est petite.

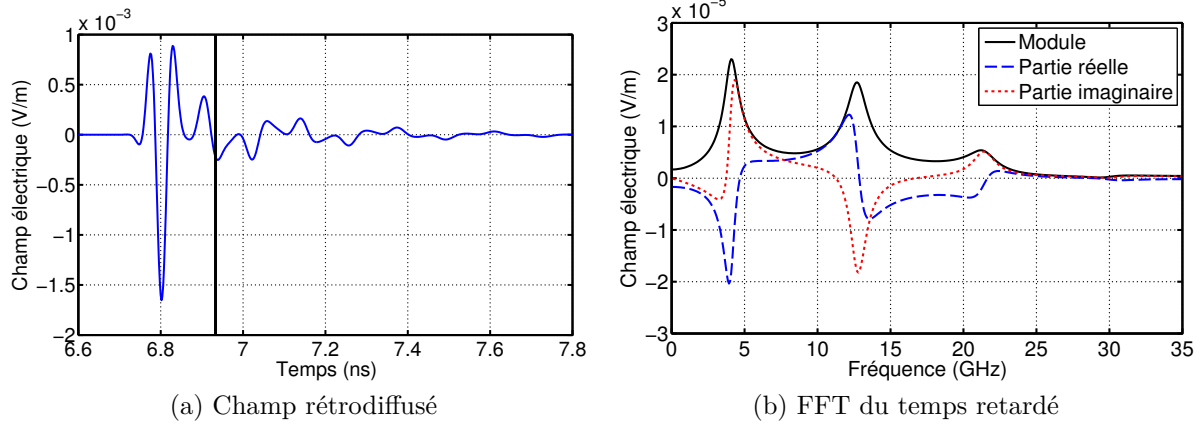


FIGURE V.2.1: Champ rétrodiffusé par le dipôle

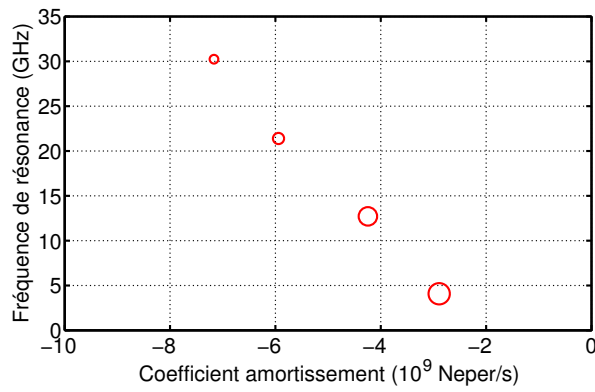


FIGURE V.2.2: Pôles de résonance pondérés du dipôle

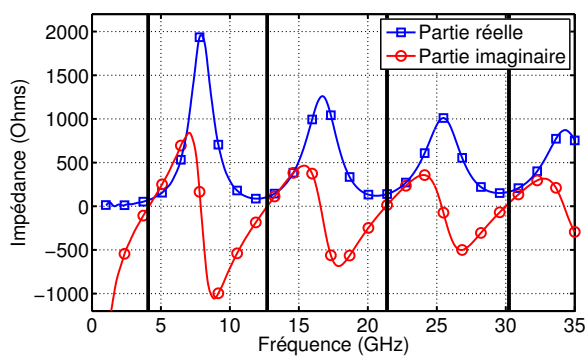


FIGURE V.2.3: Impédance d'entrée du dipôle

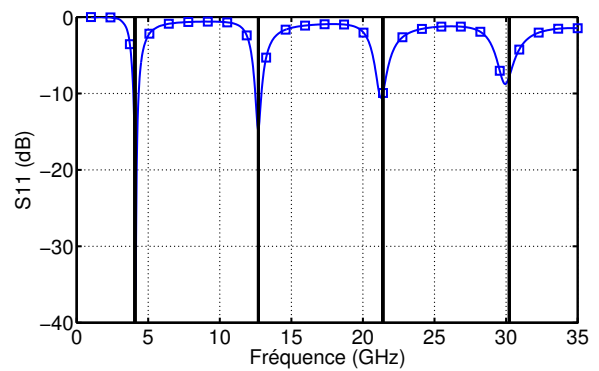


FIGURE V.2.4: Coefficient de réflexion du dipôle

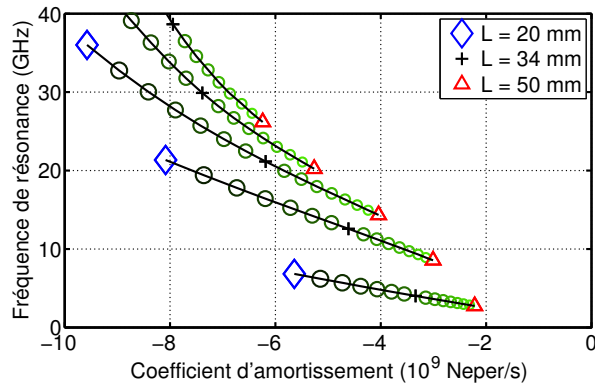
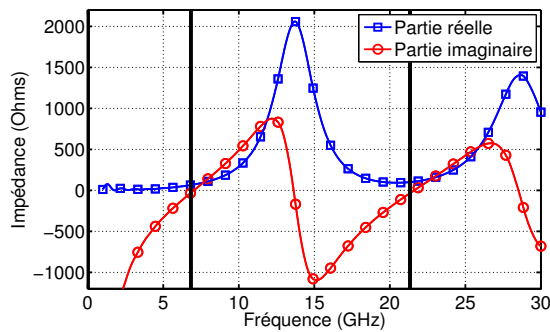
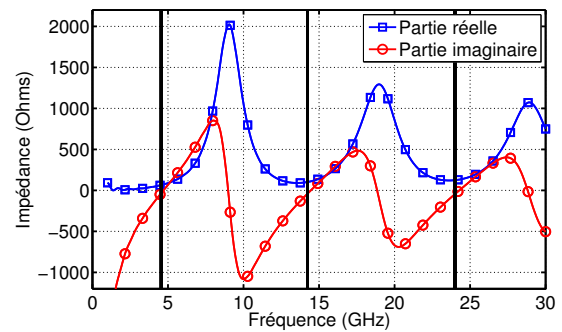


FIGURE V.2.5: Pôles de résonance en fonction de la longueur du dipôle

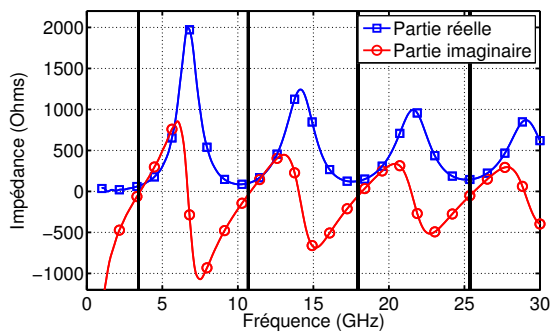
Nous remarquons que plus l'antenne est petite, plus sa fréquence de résonance est importante et son coefficient d'amortissement également. Les positions des fréquences de résonance sont présentées sur l'impédance et le coefficient de réflexion du dipôle pour quatre longueurs différentes sur les figures V.2.6 et V.2.7.



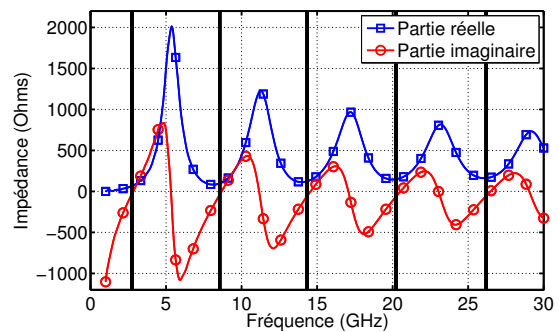
(a) $L = 20$ mm



(b) $L = 30$ mm



(c) $L = 40$ mm



(d) $L = 50$ mm

FIGURE V.2.6: Positions des pôles sur l'impédance pour différentes longueurs de dipôle

Les pôles de résonance sont toujours situés aux niveaux des résonances naturelles du dipôle (partie imaginaire de l'impédance d'entrée proche de 0). L'antenne étant adaptée, les pôles de résonance se retrouvent dans les bandes d'adaptation de l'antenne. Dans le cas de cette antenne faible bande très résonnante, les pôles sont directement liés à son impédance d'entrée.

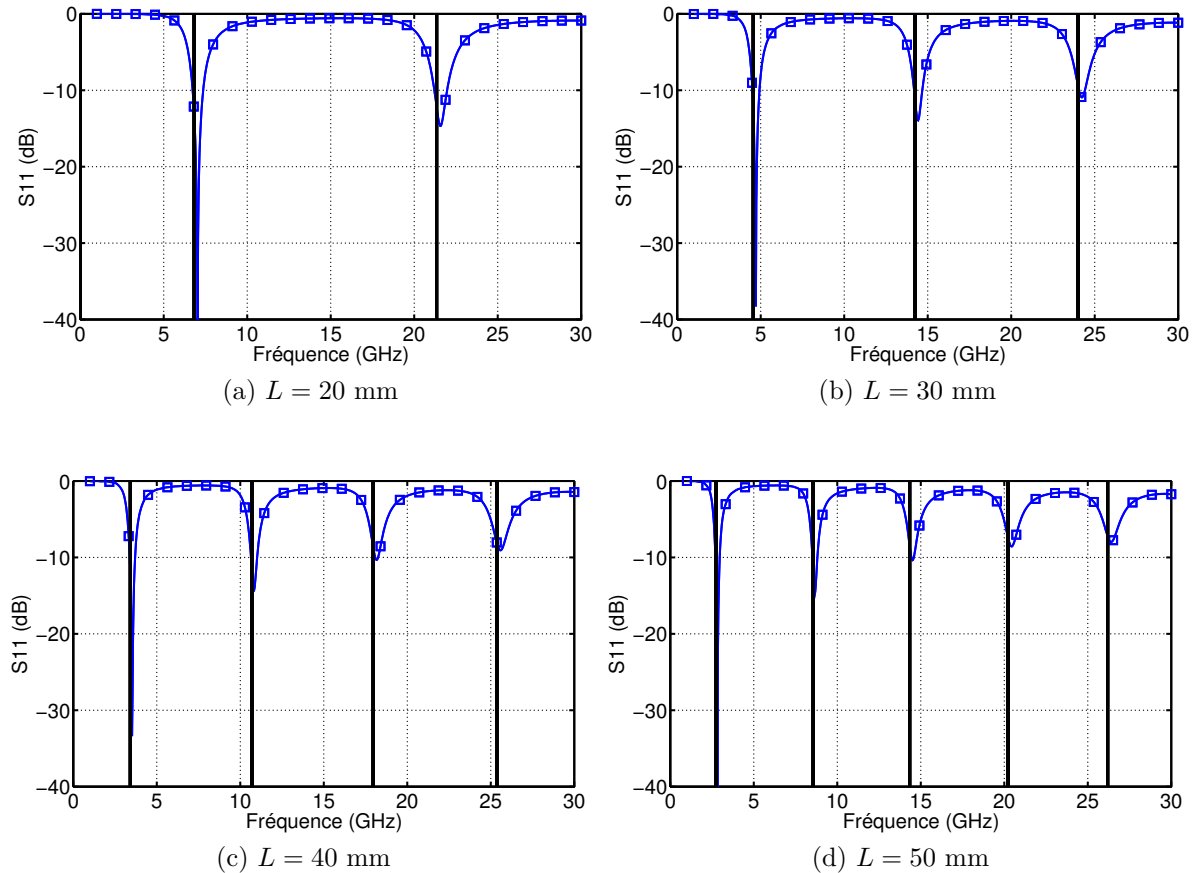
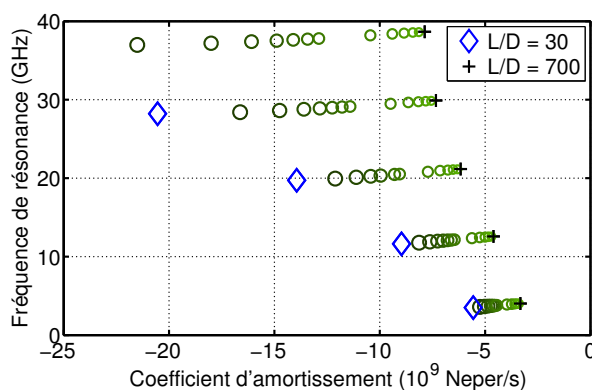


FIGURE V.2.7: Positions des pôles sur le coefficient de réflexion pour différentes longueurs de dipôle

V.2.1.3 Analyse des pôles en fonction du diamètre de l'antenne

La deuxième étude concernant le dipôle porte sur son rapport longueur sur diamètre L/D . Ce rapport varie de 30 à 700 en conservant la même longueur $L = 34$ mm. Le diamètre D varie donc de 1.13 à 0.05 mm. Les pôles physiques obtenus pour chaque L/D sont présentés sur la figure V.2.8. Plus la taille du marqueur est grande, plus le dipôle est épais.

Lorsque le rapport L/D diminue, les fréquences de résonance diminuent également. En effet, plus le dipôle est épais, plus son périmètre est important et donc sa fréquence de résonance diminue. De plus, le coefficient d'amortissement augmente également lorsque L/D diminue.

FIGURE V.2.8: Pôles de résonance en fonction du rapport L/D du dipôle

Plus le dipôle est épais, plus la largeur de bande de ses résonances est grande. Cela semble influencer sur le coefficient d'amortissement des pôles. Les fréquences de résonance sont indiquées par des lignes noires sur l'impédance et le coefficient de réflexion du dipôle pour quatre valeurs de L/D sur les figures V.2.9 et V.2.10.

Lorsque le dipôle est épais, les fréquences de résonance des pôles sont inférieures aux résonances naturelles du dipôle. Le décalage est d'environ 7% lorsque $L/D = 30$ et tend vers 0% lorsque ce rapport augmente.

V.2.1.4 Analyse des pôles en fonction de la charge de l'antenne

Cette étude traite de la variation de la charge localisée au niveau du gap du dipôle. Les pôles sont extraits de la réponse de l'antenne pour des charges allant du court-circuit (CC) au circuit ouvert (CO) (figure V.2.11). Plus la charge est importante, plus le marqueur est grand. On observe un phénomène de rebroussement des pôles. Pour les pôles 3 à 5, la fréquence de résonance diminue avec l'augmentation de la charge. Quant au coefficient d'amortissement, il diminue jusqu'à 750 ou 900 Ω puis augmente jusqu'au circuit ouvert. Nous observons un changement de comportement du dipôle. Pour la charge CC, les fréquences de résonance des pôles correspondent aux résonances naturelles (résonances séries) du dipôle. Lorsque la charge augmente jusqu'à environ 750 Ω , la longueur électrique de l'antenne est artificiellement augmentée donc la fréquence de résonance diminue. De plus, le dipôle devient de moins en moins adapté et le coefficient d'amortissement augmente en conséquence. Lorsque la charge devient supérieure à 900 Ω , le dipôle tend à résonner à ses antirésonances (résonances parallèles). En effet, la charge élevée impose un minimum de courant au niveau du gap du dipôle. Dans ce cas, les fréquences des pôles diminuent jusqu'à atteindre les antirésonances et l'antenne devenant de plus en plus adaptée à ces fréquences, les coefficients d'amortissement diminuent jusqu'à un minimum pour la charge CO. Pour le pôle 2, l'analyse est similaire mais pour des charges comprises entre 650 et 1100 Ω , deux pôles distincts sont extraits : un proche de la résonance et l'autre proche de l'antirésonance. Enfin pour le pôle 1, il n'y a pas d'antirésonance dont la fréquence est inférieure à la première résonance naturelle, ce pôle n'est donc plus extrait lorsque la charge devient trop importante.

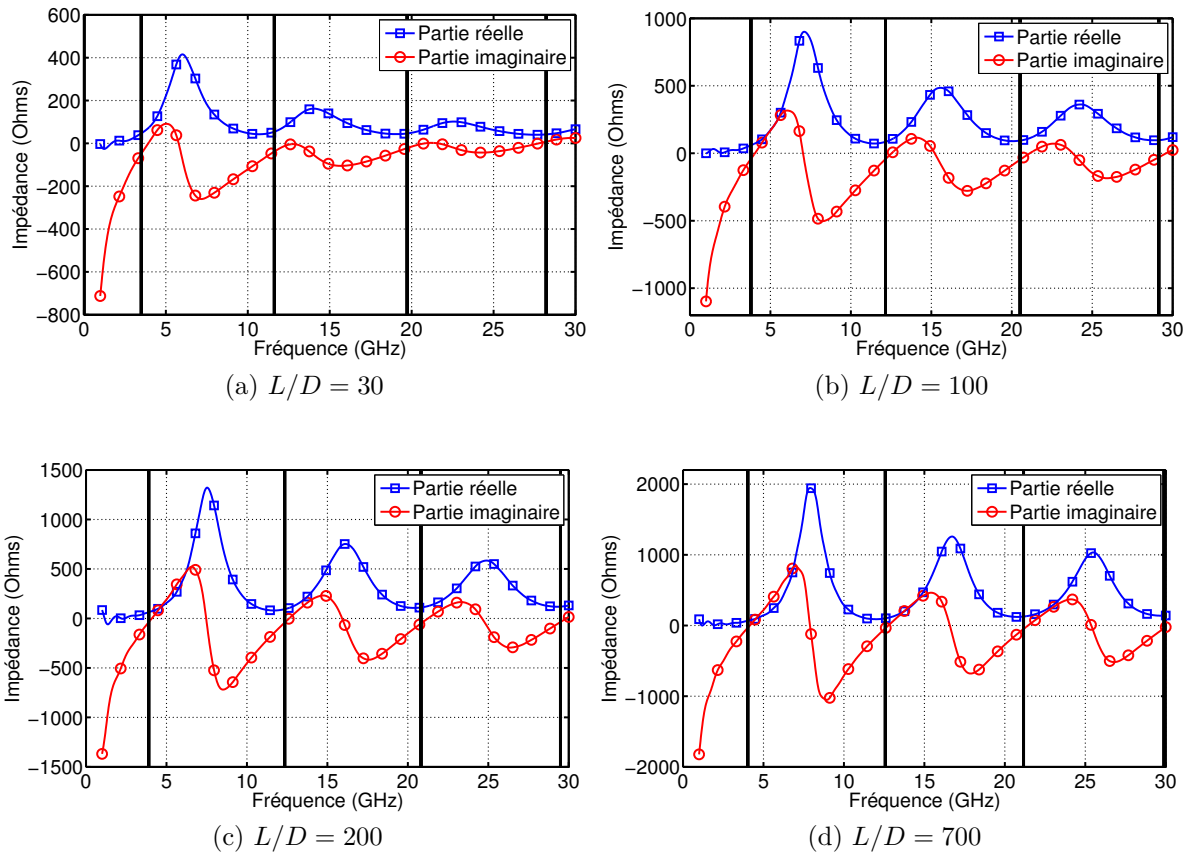


FIGURE V.2.9: Positions des pôles sur l'impédance pour différents rapports L/D

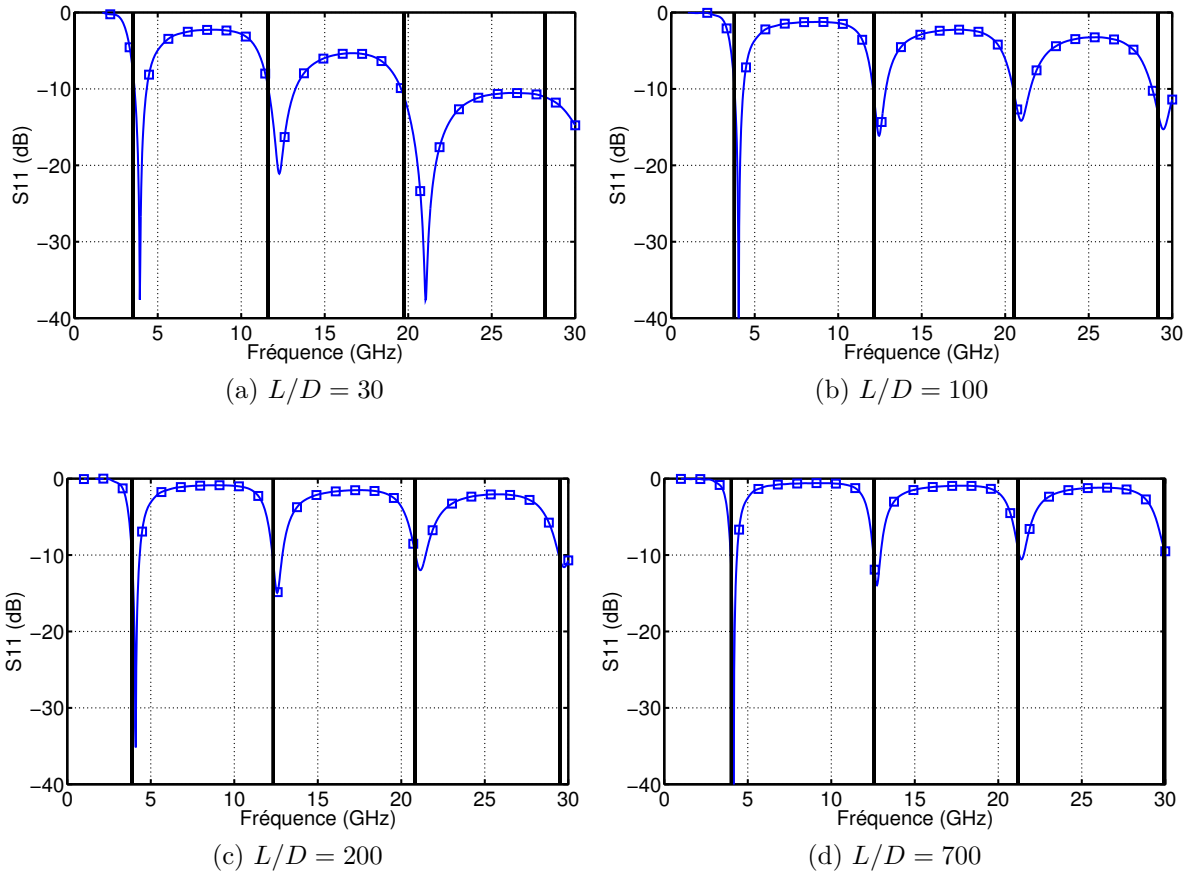


FIGURE V.2.10: Positions des pôles sur le coefficient de réflexion pour différents rapports L/D

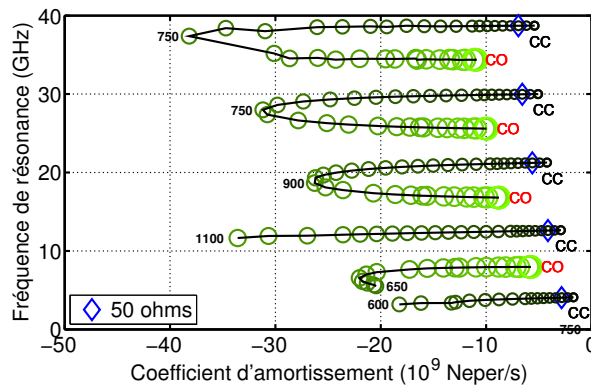


FIGURE V.2.11: Pôles de résonance en fonction de la charge du dipôle

Les positions des pôles sur le coefficient de réflexion du dipôle pour quatre charges différentes sont présentées sur la figure V.2.12. Ces résultats confirment l'analyse précédente. A 75 et 300 Ω , les fréquences de résonance des pôles correspondent aux résonances naturelles (séries) du dipôle. Lorsque la charge augmente, le comportement du dipôle tend vers celui de deux demi-dipôles court-circuités séparés par le gap du dipôle. Le dipôle fonctionne alors à ses antirésonances (résonances parallèles). La première antirésonance est le double de la première fréquence de résonance naturelle.

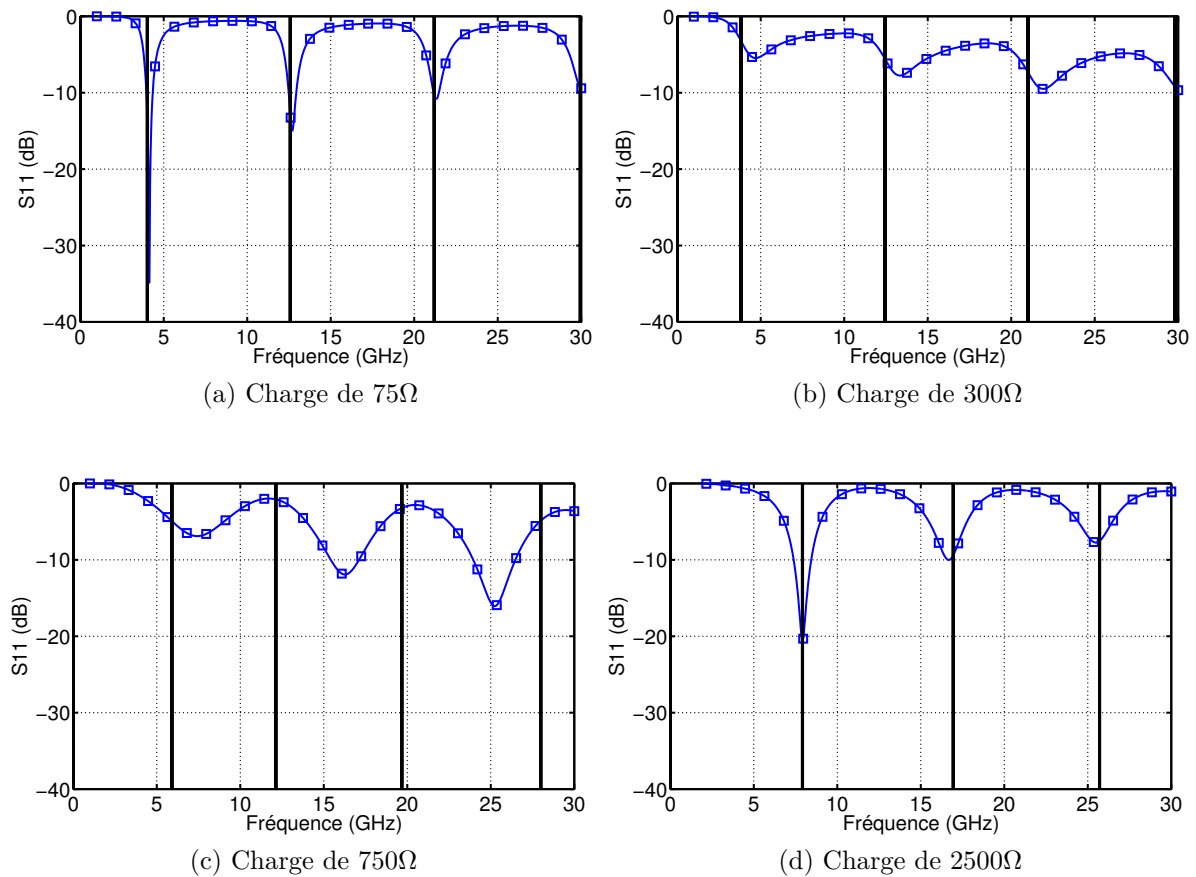


FIGURE V.2.12: Position des pôles sur le coefficient de réflexion pour différentes charges

V.2.1.5 Conclusion

La réponse du dipôle peut être modélisée avec précision dans une large bande de fréquence avec un jeu de pôles restreint. Les pôles correspondent aux résonances naturelles de l'antenne lorsque celle-ci est adaptée et très résonante. En effet, si l'antenne est moins résonante (dipôle plus épais), nous observons un décalage entre la résonance de l'antenne et la position du pôle. Enfin, la charge a une influence sur les pôles de résonance de l'antenne. L'évolution de la

position des pôles permet de décrire le changement de comportement de l'antenne lorsque la charge augmente.

V.2.2 L'antenne papillon

V.2.2.1 Analyse du jeu de pôles physiques

Le champ rétrodiffusé dans la direction du maximum de rayonnement par l'antenne papillon est présenté sur la figure V.2.13. Seule la réponse en temps retardé est considérée dans le domaine fréquentiel. Deux résonances sont visibles à 2.5 et 11 GHz.

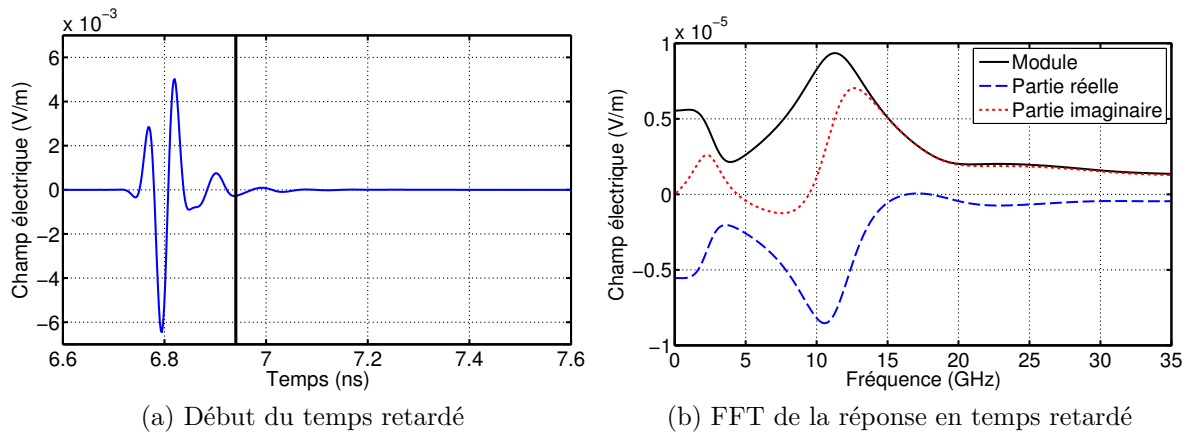


FIGURE V.2.13: Réponse en temps retardé de l'antenne papillon

Les méthodes d'extraction permettent d'obtenir le jeu de pôles pondérés en $|R| / |\sigma|$ présenté sur la figure V.2.14. Le poids des pôles est cohérent avec les maximums de champ de la réponse en temps retardé.

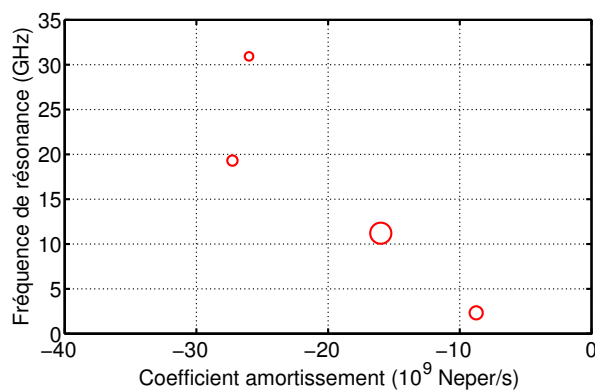


FIGURE V.2.14: Pôles de résonance pondérés de l'antenne papillon

Les positions des fréquences de résonance sur l'impédance d'entrée et le coefficient de réflexion de l'antenne papillon sont présentées sur les figures V.2.15 et V.2.16. Les trois premiers

pôles sont positionnés sur les résonances naturelles de l'antenne papillon malgré la mauvaise adaptation ($S_{11} = -2$ dB) à la fréquence du premier pôle.

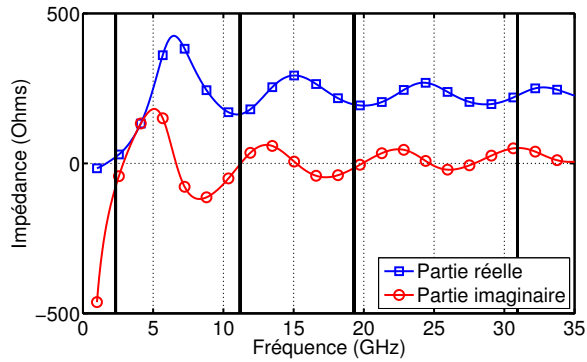


FIGURE V.2.15: Impédance d'entrée

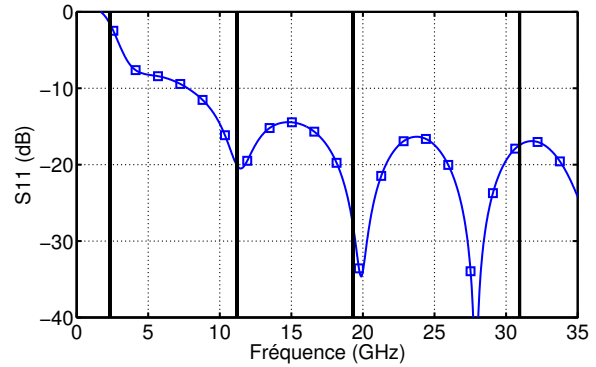


FIGURE V.2.16: Coefficient de réflexion

V.2.2.2 Extraction des pôles dans plusieurs directions

Les champs rétrodiffusés dans le plan vertical de l'antenne sont obtenus avec des sondes en simulation (figure V.2.17). Le pas angulaire est de 5° .

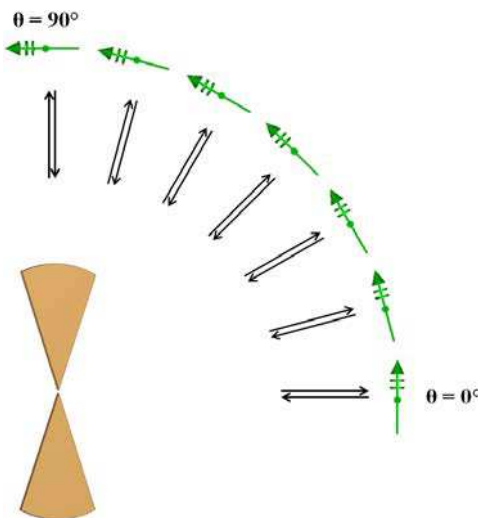


FIGURE V.2.17: Mesure des champs rétrodiffusés monostatiques dans un plan de l'antenne

Sur la figure V.2.18a sont présentés les pôles extraits avec $M = 14$ à partir du champ rétrodiffusé par l'antenne papillon pour plusieurs valeurs de θ . Lorsque $\theta = 0^\circ$, la direction est celle du maximum de rayonnement et les pôles correspondent à ceux de la figure V.2.14. Pour les trois autres angles d'incidence considérés, deux pôles sont extraits autour de 8 et 16 GHz, alors qu'ils ne le sont pas dans la direction $\theta = 0^\circ$. De plus, ces deux pôles ont un poids

important dans ces directions. Nous considérons deux jeux de pôles différents. Le premier (JP 1) contient les pôles issus de la direction du maximum de rayonnement et le deuxième (JP 2) contient les deux pôles prépondérants du jeu de pôles 1 ainsi que les deux autres pôles à 8 et 16 GHz (figure V.2.18b).

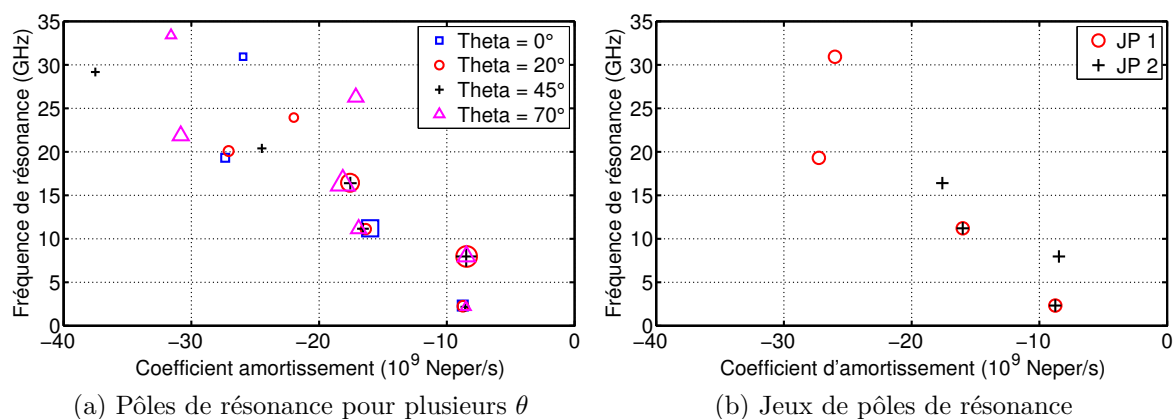


FIGURE V.2.18: Pôles de résonance issus de plusieurs directions

Les champs rétrodiffusés sont reconstruits à l'aide des jeux de pôles 1 et 2 et l'EQMN calculée (figure V.2.19). Seuls les résidus sont calculés en fonction de l'angle θ . L'EQMN est supérieure à 10% pour $15^\circ < \theta < 45^\circ$ avec JP 1 et pour $\theta > 60^\circ$ avec JP 2. En utilisant les six paires de pôles des JP 1 et 2, l'erreur est inférieure à 1% dans l'ensemble des directions.

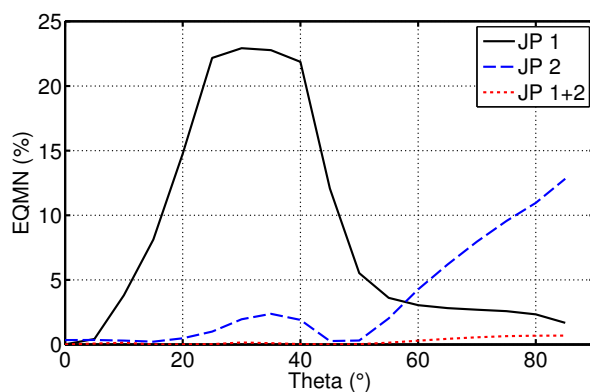


FIGURE V.2.19: EQMN en fonction de l'angle d'incidence

Les pôles physiques de l'antenne qui modélisent au mieux la réponse en temps retardé doivent prendre en compte plusieurs directions d'observation dans le cas de cette antenne papillon.

V.2.2.3 Analyse des pôles en fonction de la longueur de l'antenne

Nous réalisons une étude sur la position des pôles en fonction de la taille de l'antenne papillon. Les pôles extraits pour des longueurs de 34 à 60 mm avec un pas de 2 mm sont

présentés sur la figure V.2.20. Plus l'antenne est grande, plus le marqueur est petit. Pour six des sept pôles présentés, l'évolution est linéaire en fonction de la taille de l'antenne. Pour l'autre pôle, l'évolution est linéaire en fréquence mais l'amortissement augmente puis diminue lorsque la taille augmente.

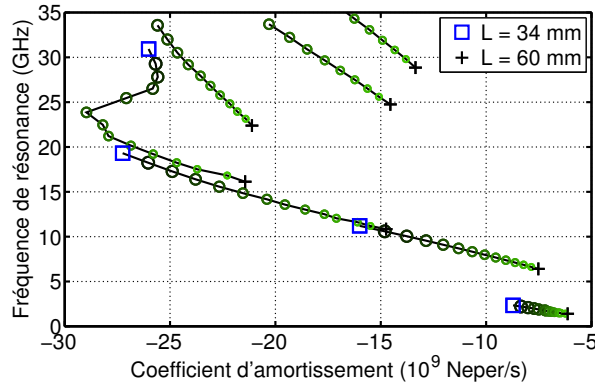


FIGURE V.2.20: Pôles de résonance en fonction de la longueur du papillon

Les positions des fréquences de résonance sont présentées sur l'impédance et le coefficient de réflexion de l'antenne pour quatre longueurs différentes sur les figures V.2.21 et V.2.22. Nous remarquons qu'effectivement, lorsque L augmente, l'amortissement diminue et donc les résonances sont plus faibles (notamment visible sur le coefficient de réflexion). Les premiers pôles sont situés proches des résonances de l'antenne. En revanche, les pôles aux fréquences les plus élevées ne correspondent plus aux résonances de l'antenne.

V.2.2.4 Analyse des pôles en fonction de l'angle d'évasement de l'antenne

La deuxième étude concerne l'angle d'évasement α de l'antenne papillon. Les pôles extraits pour des angles d'évasement variant de 1 à 100 degrés sont présentés sur la figure V.2.23. Plus l'angle est important, plus la taille du marqueur est importante. Seule l'évolution des quatre pôles extraits dans le cas $\alpha = 1^\circ$ est montrée pour plus de lisibilité.

Les impédances d'entrée et les coefficients de réflexion de l'antenne papillon pour quatre angles d'évasement différents sont présentés sur les figures V.2.24 et V.2.25. Des lignes noires indiquent les positions des pôles de résonance. Plus l'angle d'évasement est important, plus l'antenne est large bande, cela se traduit par une augmentation du coefficient d'amortissement. En revanche, plus α est grand, moins la position des pôles coïncide avec les résonances naturelles de l'antenne. En effet, plus l'antenne est large bande et moins les résonances sont marquées.

V.2.2.5 Analyse des pôles en fonction de la charge de l'antenne

Les pôles extraits en fonction de la charge de l'antenne pour $\alpha = 45^\circ$ sont présentés sur la figure V.2.26. Plus le marqueur est grand, plus la charge est importante. Concernant les deux premiers pôles, leurs fréquences varient très légèrement mais leurs coefficients d'amortissement augmentent nettement avec la charge. Le troisième pôle est en revanche quasi-constant quelle

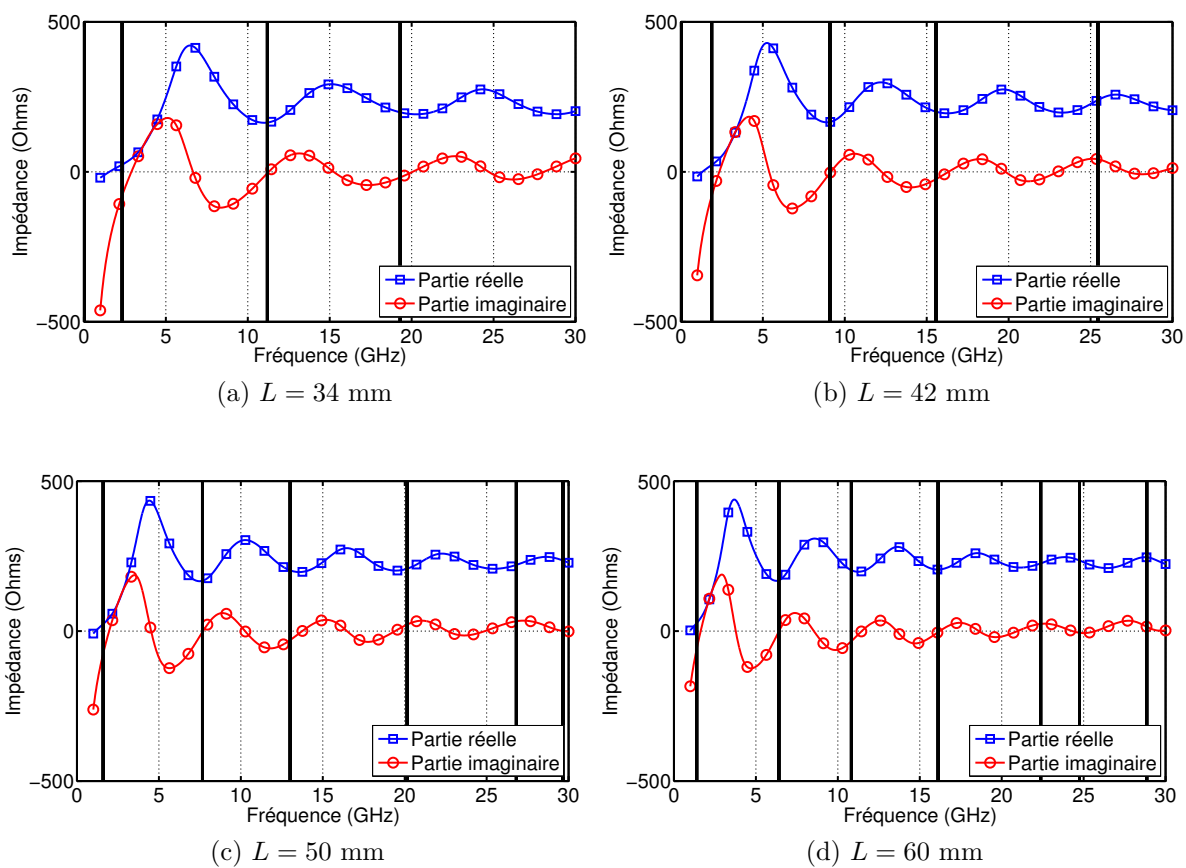


FIGURE V.2.21: Positions des pôles sur l'impédance pour différentes longueurs L

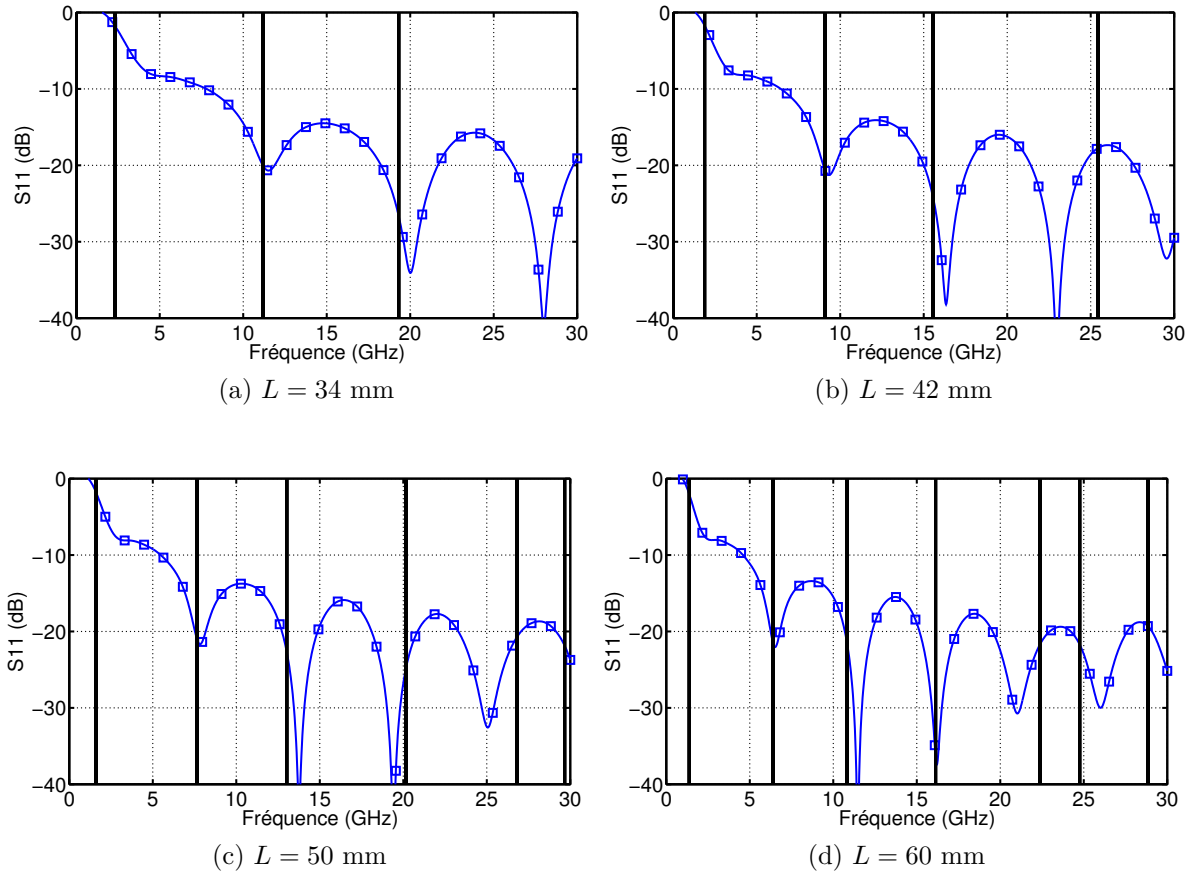


FIGURE V.2.22: Positions des pôles sur le coefficient de réflexion pour différentes longueurs L

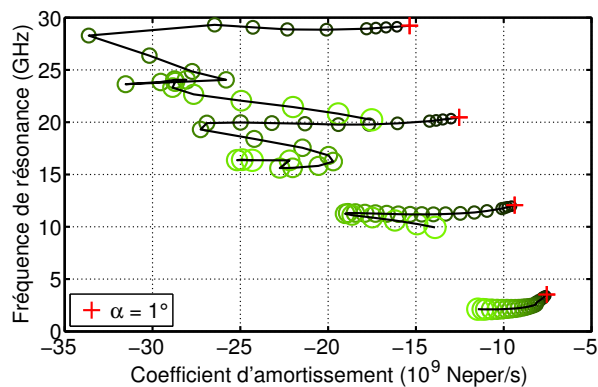


FIGURE V.2.23: Pôles de résonance en fonction de la l'angle d'évasement du papillon

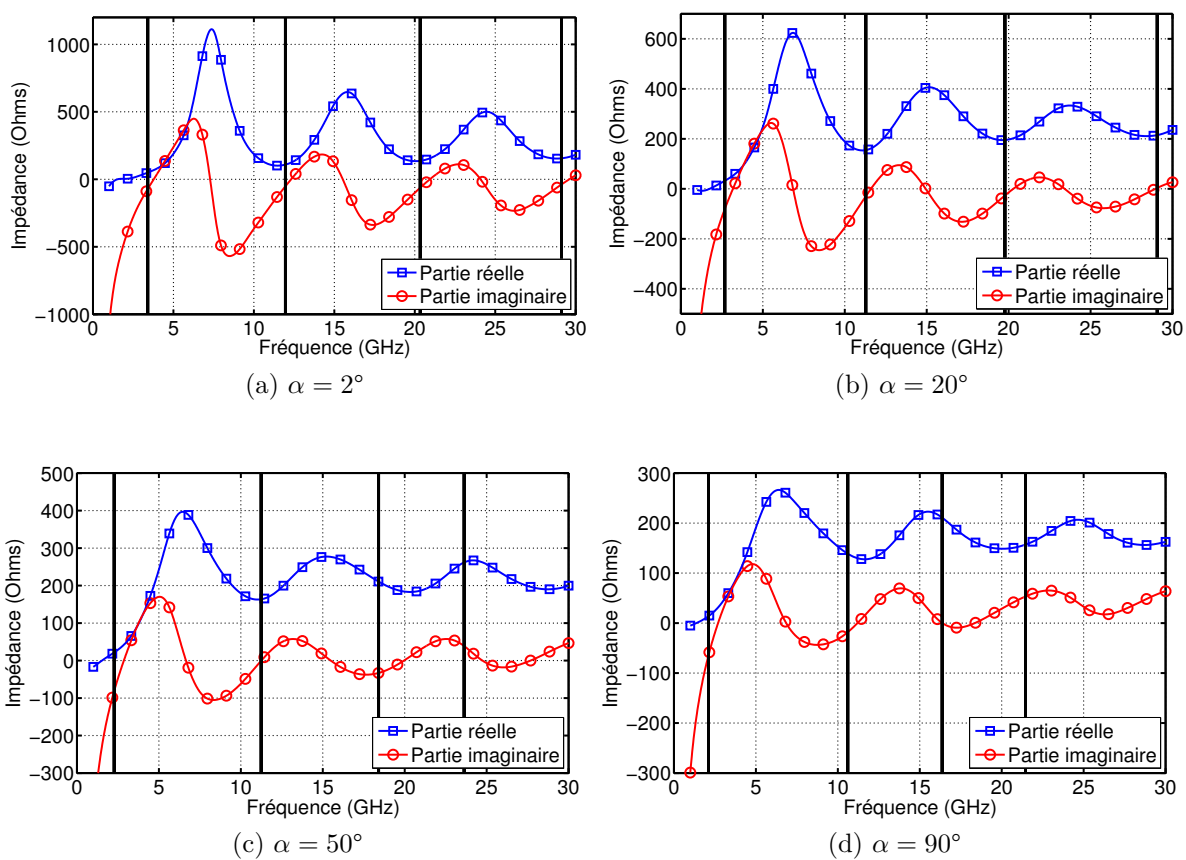


FIGURE V.2.24: Position des pôles sur l'impédance pour différents angles d'évasement α

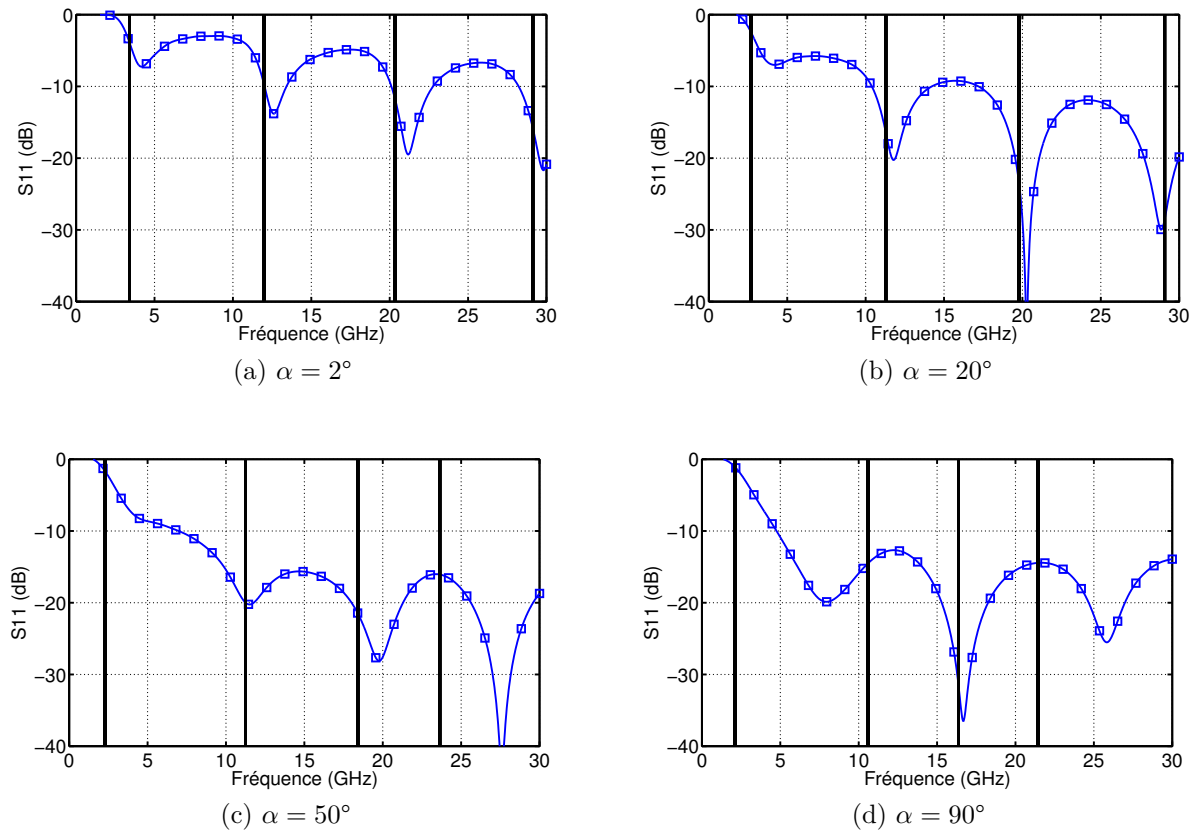


FIGURE V.2.25: Position des pôles sur le coefficient de réflexion pour différents angles d'évasement α

que soit la charge. Ce pôle est donc principalement lié à la structure de l'antenne. Enfin, la fréquence du quatrième pôle augmente avec la charge. Son amortissement augmente entre 0 et 200 Ω puis diminue ensuite.

Les positions des fréquences de résonance sur le coefficient de réflexion sont présentées sur la figure V.2.27 pour quatre charges différentes. Nous remarquons que le pôle à 19 GHz est constant en fonction de la charge alors que le coefficient de réflexion varie fortement selon la charge à cette fréquence.

V.2.2.6 Conclusion

La réponse de l'antenne papillon peut être modélisée avec précision à l'aide de quatre paires de pôles dans la direction $\theta = 0^\circ$ et avec six paires de pôles dans toutes les directions. Cette antenne étant beaucoup plus large bande que le dipôle, les coefficients d'amortissement de ses pôles sont sensiblement plus importants. Comme avec le dipôle, il est possible de relier la taille de l'antenne avec ses pôles de résonance.

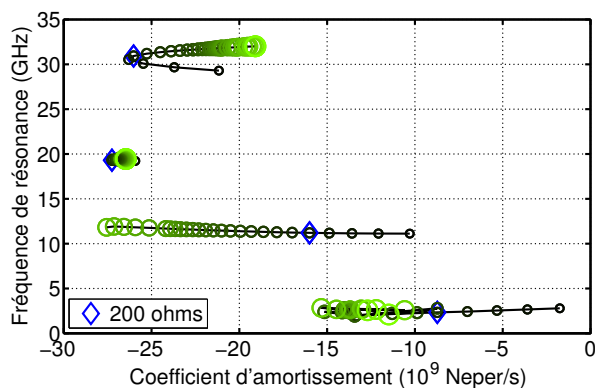
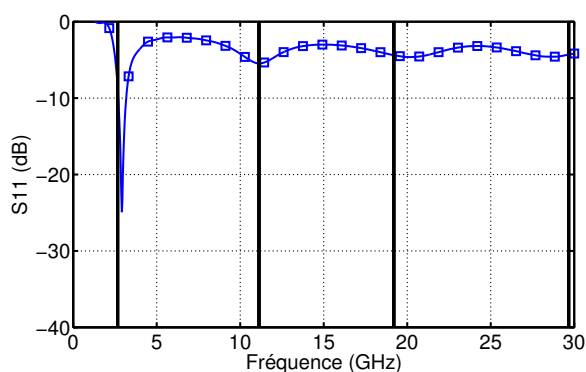
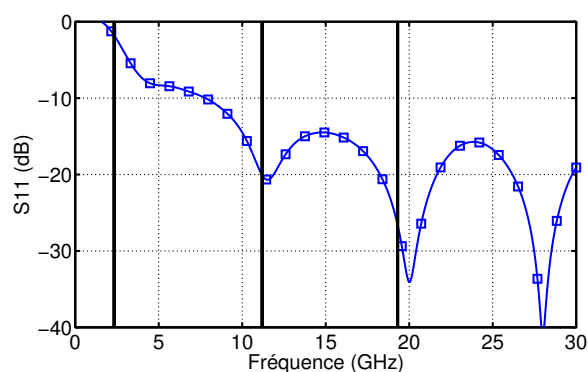


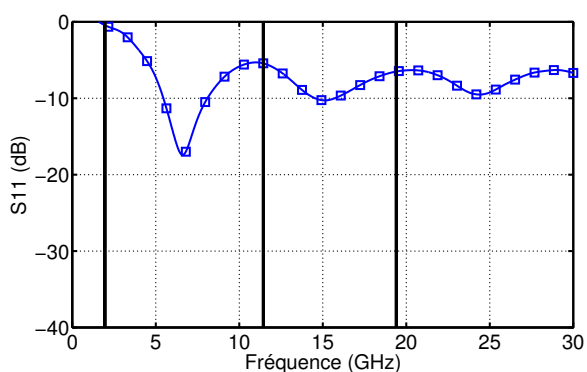
FIGURE V.2.26: Pôles de résonance en fonction de la charge du papillon pour $\alpha = 45^\circ$



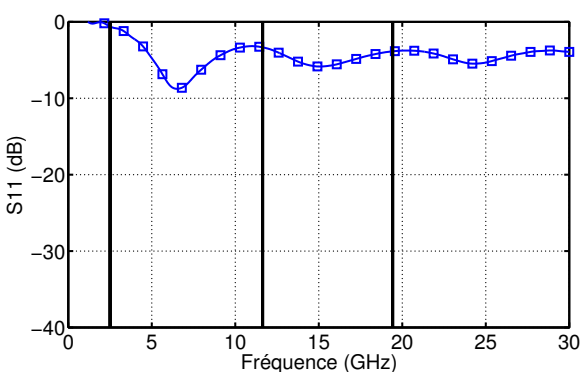
(a) Charge de 25 Ω



(b) Charge de 200 Ω



(c) Charge de 600 Ω



(d) Charge de 900 Ω

FIGURE V.2.27: Positions des pôles sur le coefficient de réflexion pour différentes charges

V.3 Etude d'antennes réelles

Trois antennes sont considérées dans cette partie : une antenne patch alimentée par fente, une antenne hélice à cavité ainsi qu'une antenne ULB à fente large. Les pôles de résonance de chaque antenne sont extraits à partir de la simulation et de la mesure. Elles sont simulées sur CST MWS et mesurées dans la chambre anéchoïque CHEOPS de la Direction Générale de l'Armement / Maitrise de l'information (DGA/MI) à Bruz. Cette chambre, réalisée en 1972 et rénovée en 2000, mesure 25*12*12 mètres. Deux photographies de la chambre sont présentées sur la figure V.3.1. Elle est fonctionnelle dans les bandes 0.2-18 et 27-40 GHz et sa sensibilité est de -60 dBm² en mode de diagramme.

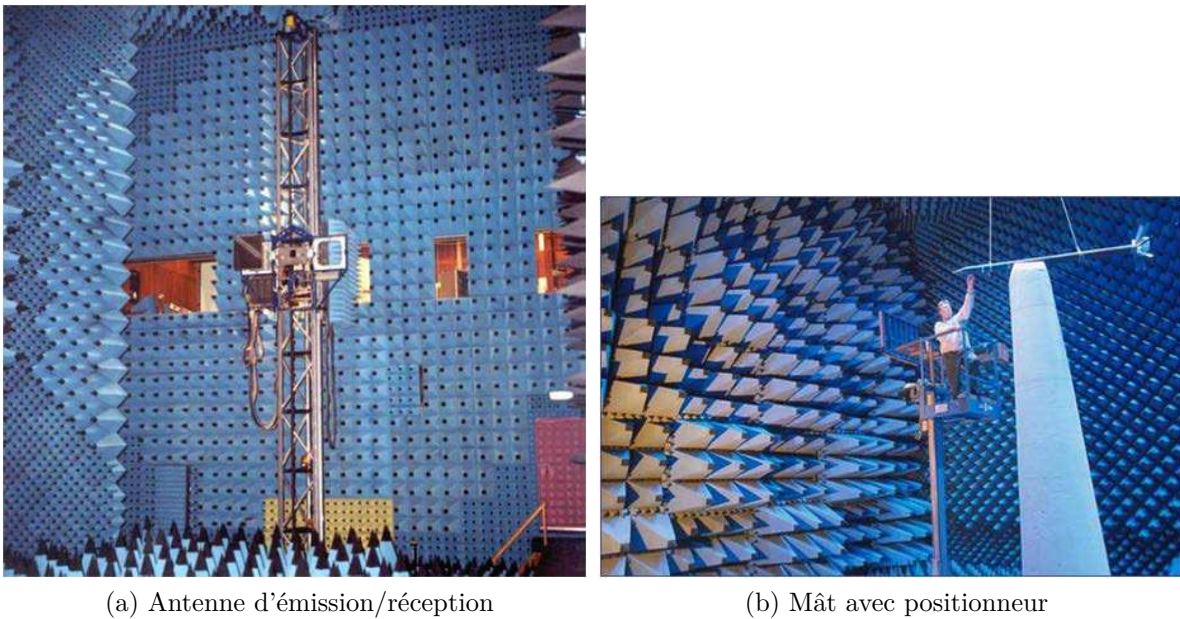


FIGURE V.3.1: Présentation de la chambre anéchoïque CHEOPS de la DGA/MI

Les signaux bruts mesurés sont entachés de signaux parasites résiduels (réflexions sur les murs) et fournissent un coefficient de rétrodiffusion relatif. Pour cela, il existe une procédure de compensation et de calibrage qui nécessite de mesurer les coefficients de rétrodiffusion

- d'une cible étalon $s_{\text{étalon}}^{\text{mesuré}}$ dont la valeur théorique $s_{\text{étalon}}^{\text{théorique}}$ est connue ;
- de la chambre à vide $s_{\text{chambre}}^{\text{mesuré}}$;
- de la cible à évaluer $s_{\text{cible}}^{\text{mesuré}}$.

Le coefficient de rétrodiffusion calibré et compensé de la cible $s_{\text{cible}}^{\text{cal}}$ est calculé par

$$s_{\text{cible}}^{\text{cal}} = \left(\frac{s_{\text{cible}}^{\text{mesuré}} - s_{\text{chambre}}^{\text{mesuré}}}{s_{\text{étalon}}^{\text{mesuré}} - s_{\text{chambre}}^{\text{mesuré}}} \right) s_{\text{étalon}}^{\text{théorique}}. \quad (\text{V.3.1})$$

Dans cette partie, les résultats fréquentiels sont présentés en SER et en dBm² afin de faciliter les comparaisons entre simulation et mesure.

V.3.1 L'antenne patch

V.3.1.1 Présentation de l'antenne

La première antenne « réelle » que nous utilisons est une antenne patch excitée par une fente. Ce type d'antenne a été notamment étudié par David Posar [125], l'excitation par fente permettant d'élargir la bande de fréquence du patch. L'antenne est présentée sur la figure V.3.2. Cette antenne a été développée pour fonctionner entre 1.7 et 2.1 GHz, elle est donc simulée et mesurée entre 1 et 3 GHz. Cette antenne possède deux accès selon la polarisation choisie. Dans notre étude, nous n'utiliserons qu'un seul port, le deuxième étant laissé en circuit ouvert. Le patch rayonnant est un carré de 60 mm de côté, il est placé à 12.5 mm du plan de masse large de 150 mm.

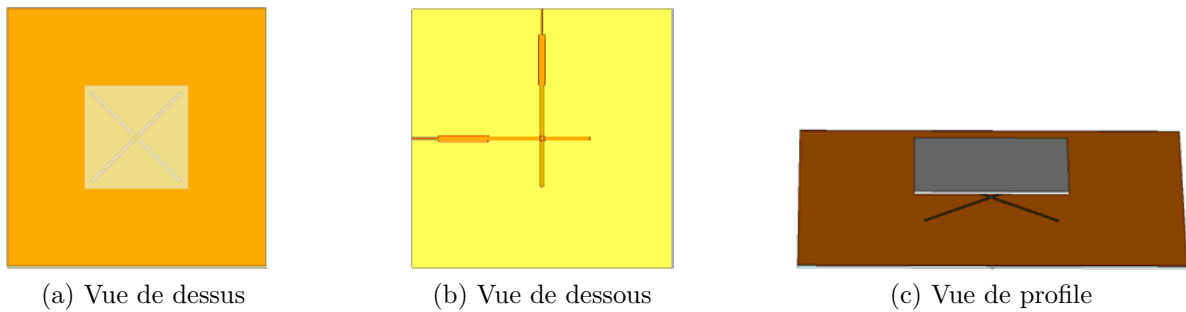


FIGURE V.3.2: L'antenne patch

L'impédance d'entrée et le coefficient de réflexion de l'antenne patch sur une charge 50Ω sont présentés sur les figures V.3.3 et V.3.4. Nous observons deux résonances à 1.7 et 2.1 GHz. Le S_{11} est inférieur à -6 dB dans la bande 1.7-2.1 GHz.

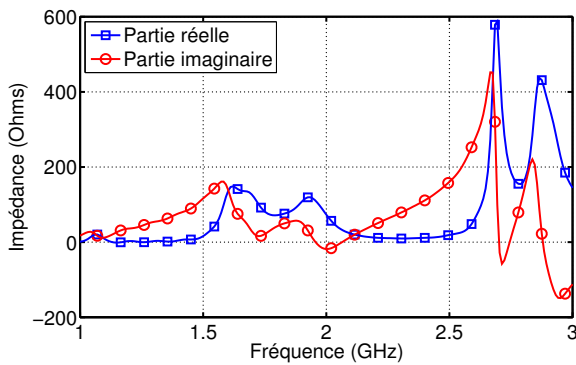


FIGURE V.3.3: Impédance d'entrée de l'antenne patch

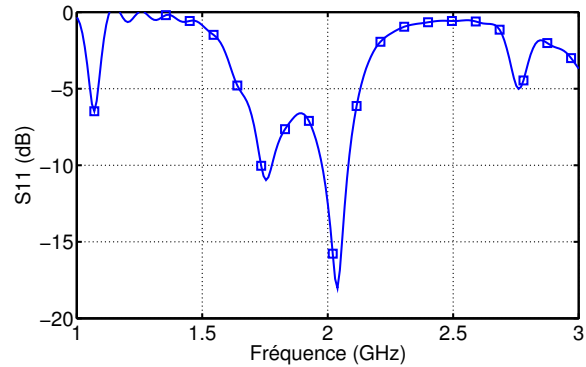


FIGURE V.3.4: Coefficient de réflexion de l'antenne patch

V.3.1.2 Analyse du jeu de pôles physiques

Le patch, chargé sur 50Ω , est excité par une onde plane dans l'axe du patch (direction du maximum de rayonnement) avec le couple de polarisation VV. Le champ rétrodiffusé dans le domaine temporel et sa SER sont présentés sur la figure V.3.5. Une ligne noire positionne la limite entre le temps proche et le temps retardé sur la réponse temporelle. Deux minimums locaux sont présents à 1.7 et 2.1 GHz sur la SER simulée alors qu'un seul minimum est présent à 1.9 GHz sur la mesure.

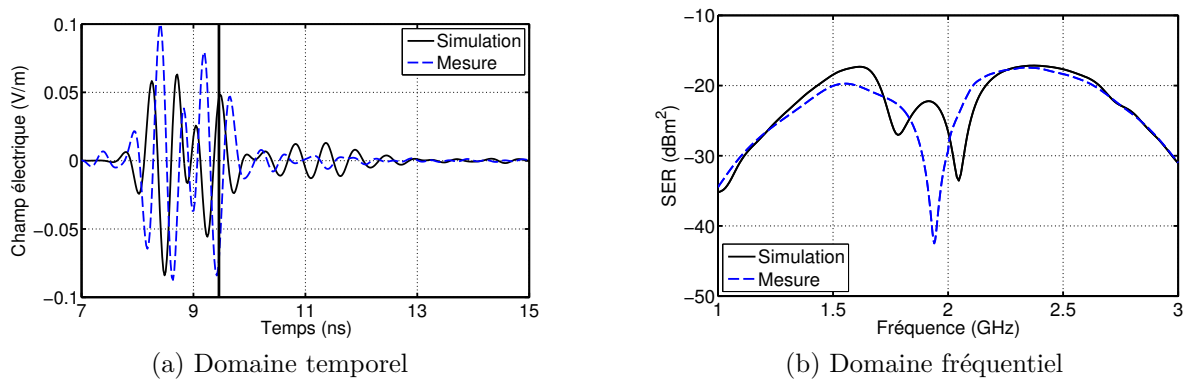


FIGURE V.3.5: Champ rétrodiffusé dans le domaine temporel et SER de l'antenne patch dans la bande 1-3 GHz (polarisation VV)

La réponse en temps retardé dans les domaines temporel et la SER associée sont présentés sur la figure V.3.6. Sur la SER, l'élimination de la réponse en temps proche révèle les deux résonances du patch à 1.7 et 2.1 GHz. Filtrer la réponse en temps proche revient à supprimer une partie du terme de structure du champ rétrodiffusé par l'antenne et donc à rendre prépondérant le mode d'antenne.

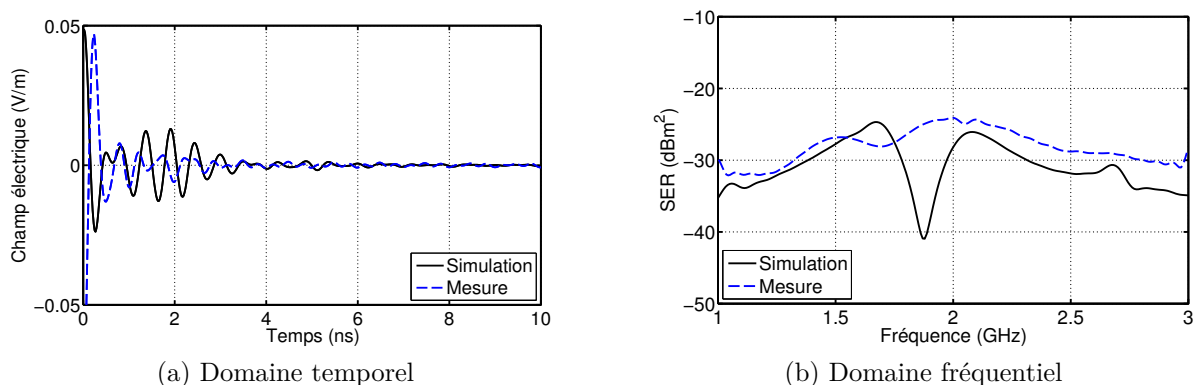


FIGURE V.3.6: Temps retardé du champ rétrodiffusé et SER associée de l'antenne patch dans la bande 1-3 GHz (polarisation VV)

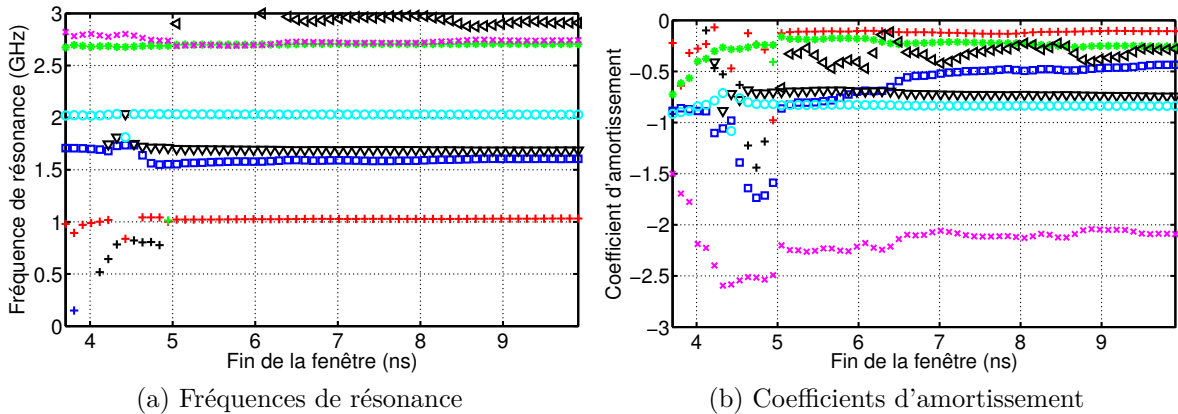


FIGURE V.3.7: La méthode MP sur une fenêtre croissante, $M = 14$ (simulation)

La méthode MP est appliquée sur les réponses en temps retardé simulée et mesurée de l'antenne patch. Les résultats sur une fenêtre croissante sont présentés sur la figure V.3.7 (simulation) et V.3.8 (mesure). $M = 14$ et $M = 10$ sont ajustés pour obtenir une bonne stabilité des pôles et un nombre de pôles mathématiques limité.

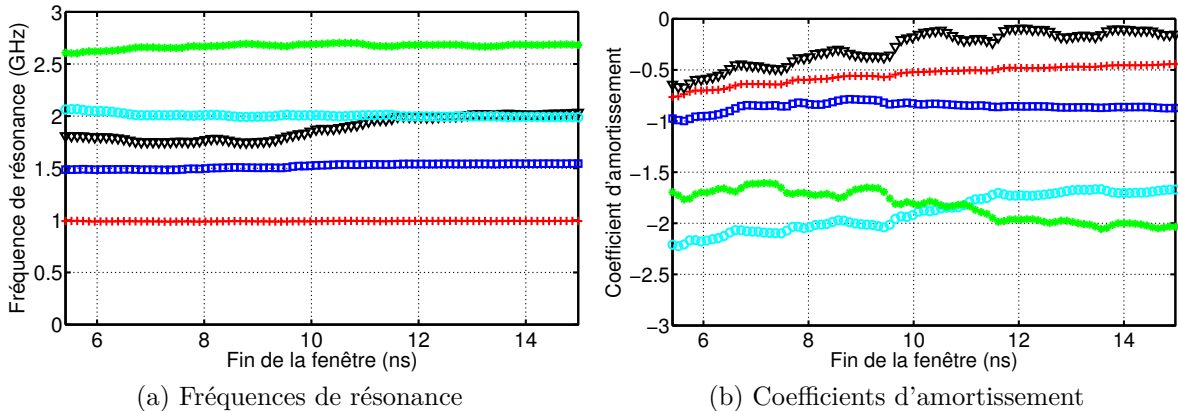


FIGURE V.3.8: La méthode MP sur une fenêtre croissante, $M = 10$ (mesure)

Six et cinq paires de pôles sont stables avec la fenêtre croissante en simulation et en mesure, respectivement. Les pôles conservés sont présentés sur la figure V.3.9 avec une pondération en $|R|/|\sigma|$. Le pôle à 2 GHz est extrait en simulation et en mesure. Sur les deux pôles autour de 1.6 GHz en simulation, un seul est retrouvé à 1.5 GHz en mesure et avec un amortissement plus important. A 2.7 GHz, un seul pôle est retrouvé en mesure avec un amortissement de valeur intermédiaire à ceux des deux pôles extraits en simulation. De plus, son poids est plus important.

Afin de vérifier les pôles obtenus avec la méthode MP, nous appliquons la méthode de Cauchy sur une fenêtre glissante de 0.5 GHz avec $P = 10$ (figure V.3.10 pour la simulation et figure

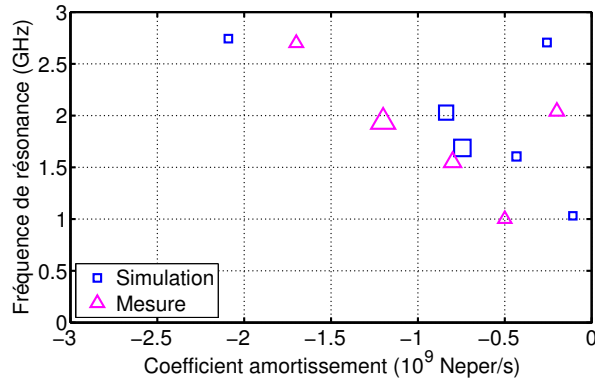


FIGURE V.3.9: Comparaison des pôles extraits en simulation et en mesure

V.3.11 pour la mesure). Les fréquences de résonance sont proches de celles obtenues avec MP. En revanche, les coefficients d'amortissement sont peu stables. Cette analyse permet toutefois de valider l'extraction des pôles de résonance avec une autre méthode.

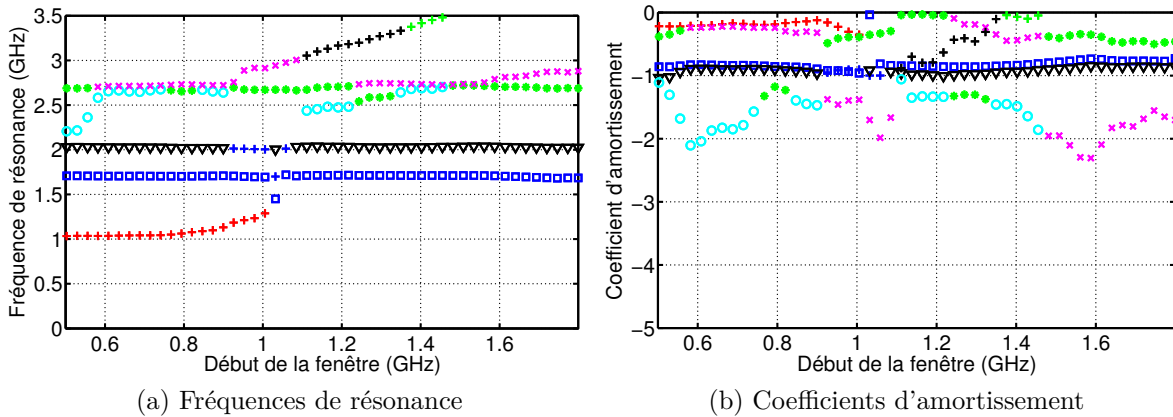


FIGURE V.3.10: Application de Cauchy sur une fenêtre glissante de 0.5 GHz, $P = 10$

Afin de définir un jeu de pôles minimal pour caractériser l'antenne, nous définissons deux jeux de pôles présentés dans le plan complexe sur la figure V.3.12. Le jeu de pôle 1 (JP 1) contient l'ensemble des pôles extraits alors que le jeu de pôles 2 (JP 2) comprend uniquement les deux paires de pôles avec le poids le plus important.

Les champs rétrodiffusés temporel et fréquentiel sont reconstruits en utilisant les deux jeux de pôles différents et présentés sur les figures V.3.13 (simulation) et V.3.14 (mesure). Les EQMN des réponses reconstruites sont indiqués sur le tableau V.1.

Les fréquences de résonance sont indiquées par des lignes noires sur l'impédance d'entrée et le coefficient de réflexion de l'antenne patch (figures V.3.15 et V.3.16). Les fréquences de résonance sont situées aux niveaux des résonances du patch.

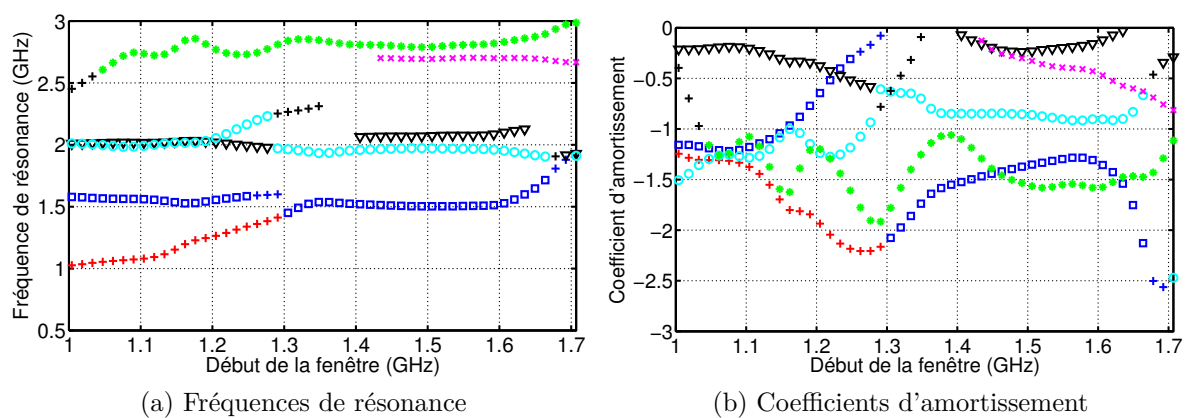


FIGURE V.3.11: Application de la méthode de Cauchy sur une fenêtre glissante, $P = 11$ (mesure)

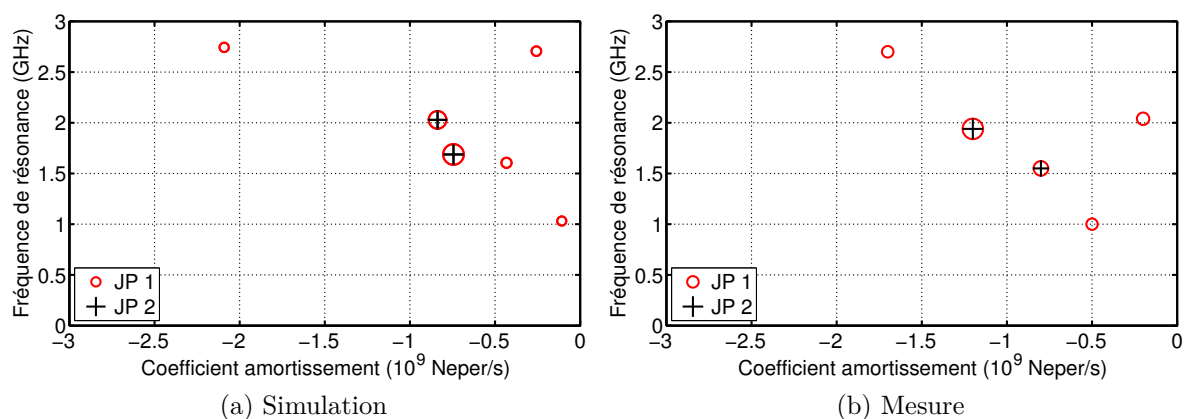


FIGURE V.3.12: Pôles de résonance extraits du champ rétrodiffusé par l'antenne patch

	Simulation		Mesure	
	Temporel	Fréquentiel	Temporel	Fréquentiel
JP 1	0.003%	0.4%	1.7%	12.8%
JP 2	2.4%	4.5%	9%	38.8%

TABLE V.1: EQMN des réponses reconstruites avec les deux jeux de pôles

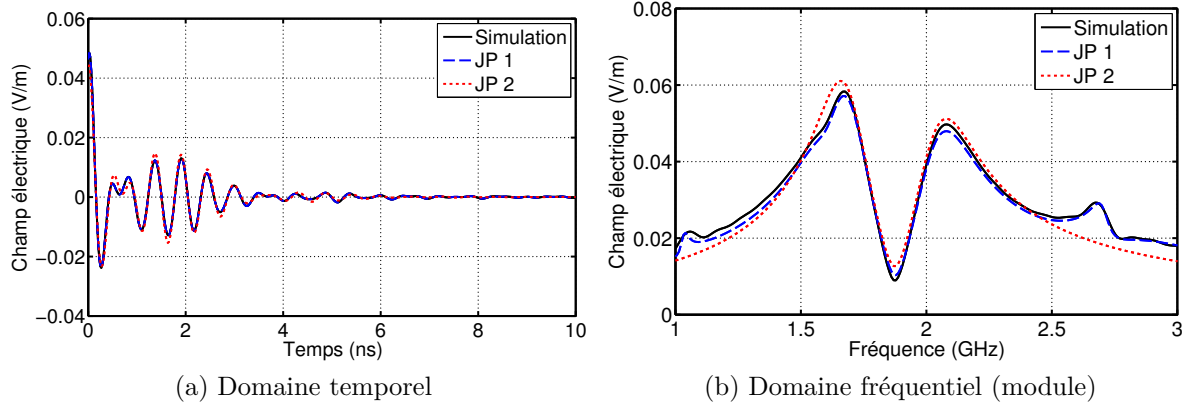


FIGURE V.3.13: Réponses en temps retardé reconstruites à l'aide des deux jeux de pôles

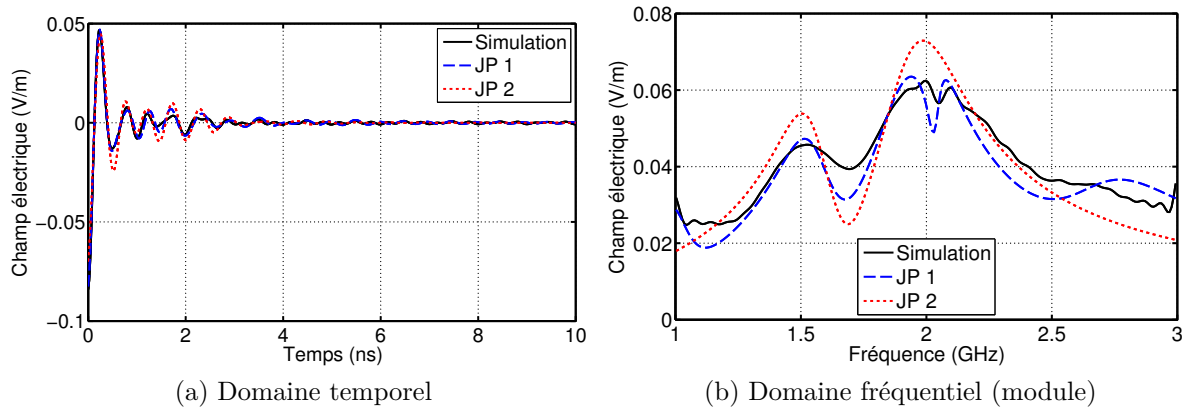


FIGURE V.3.14: Réponses en temps retardé reconstruites à l'aide des deux jeux de pôles (mesure)

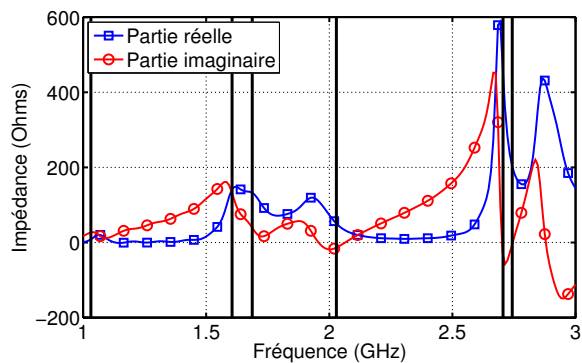


FIGURE V.3.15: Impédance d'entrée

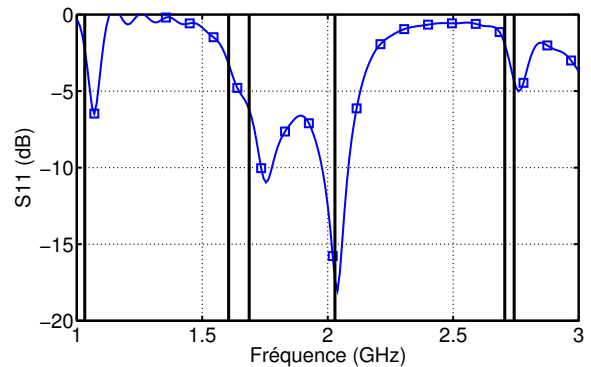


FIGURE V.3.16: Coefficient de réflexion

V.3.1.3 Extraction des pôles dans plusieurs directions

Les champs rétrodiffusés dans le plan vertical de l'antenne sont simulés et mesurés avec un pas angulaire de 5° (figure V.3.17).

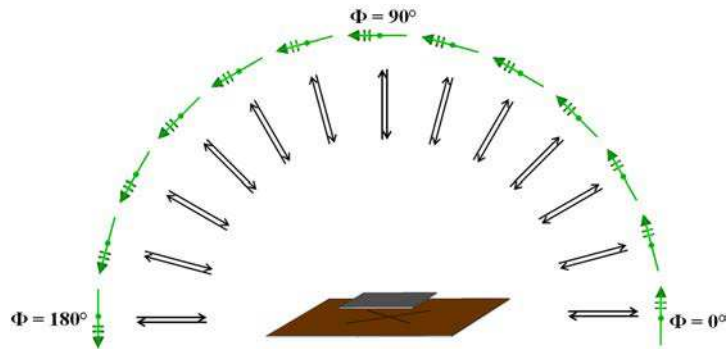


FIGURE V.3.17: Mesure des champs rétrodiffusés monostatiques dans un plan de l'antenne

Sur la figure V.3.18a sont présentés les pôles extraits avec $M = 14$ à partir du champ rétrodiffusé simulé pour plusieurs valeurs de Φ . Lorsque $\Phi = 90^\circ$, la direction est celle du maximum de rayonnement et les pôles correspondent à ceux de la figure V.3.9. Pour les trois autres angles d'incidence considérés, les pôles sont très proches de ceux extraits pour $\Phi = 90^\circ$ mais leurs pondérations varient avec l'angle Φ . Les pôles issus du maximum de rayonnement semblent donc cohérents pour l'ensemble des directions. Les deux jeux de pôles présentés précédemment sont conservés à savoir JP 1 contenant l'ensemble des pôles issus de la direction du maximum de rayonnement et JP 2 contenant uniquement les deux pôles prépondérants de JP 1 (figure V.3.18b).

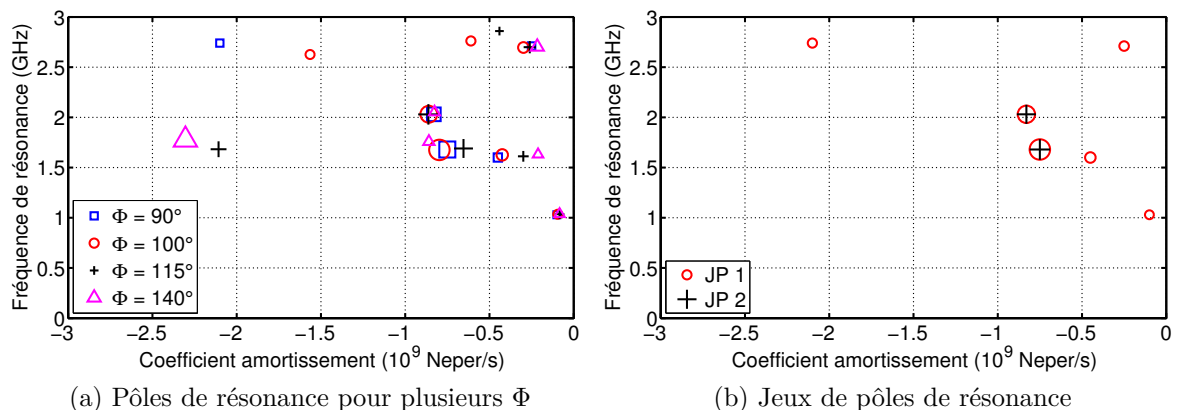


FIGURE V.3.18: Pôles de résonance issus de plusieurs directions (simulation)

Une étude similaire est réalisée sur le champ rétrodiffusé mesuré (figure V.3.19a). Les coefficients d'amortissement varient de façon importante en fonction de l'angle Φ mais les fréquences

de résonance restent stables. Les deux jeux de pôles conservés (figure V.3.19b) sont obtenus dans la direction du maximum de rayonnement.

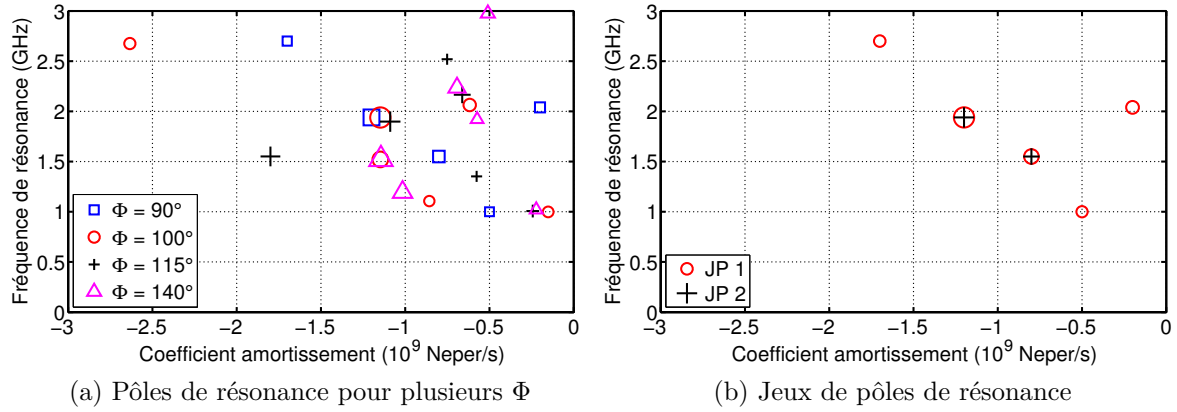


FIGURE V.3.19: Pôles de résonance issus de plusieurs directions (mesure)

Les champs rétrodiffusés sont reconstruits à l'aide des jeux de pôles 1 et 2 et l'EQMN calculée (figure V.3.20). Seuls les résidus sont calculés en fonction de l'angle Φ . En simulation, l'EQMN est inférieure à 2 % pour $10^\circ < \Phi < 170^\circ$ avec JP 1 et inférieure à 10% pour $50^\circ < \Phi < 130^\circ$ avec JP 2. Pour 0 et 180°, le champ rétrodiffusé obtenu en simulation est trop faible pour être considéré. En mesure, l'erreur est inférieure à 17 % quelque soit la direction avec JP 1. L'EQMN est la plus importante pour $\Phi = 45^\circ$ et $\Phi = 135^\circ$.

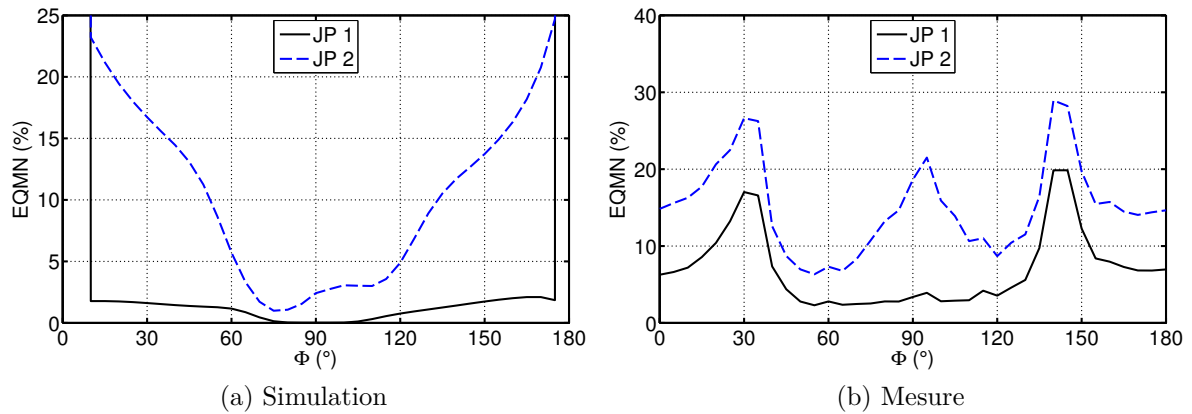


FIGURE V.3.20: EQMN en fonction de l'angle d'incidence

V.3.1.4 Analyse des pôles en fonction de la charge de l'antenne

Les champs rétrodiffusés par le patch dans le domaine temporel pour trois conditions de charge (50Ω, court-circuit (CC) et circuit ouvert (CO)) sont présentés en simulation et en

mesure sur la figure V.3.21 et les SER associées sur la figure V.3.22. Les réponses en temps proche sont identiques pour les trois charges et il est à noter que les réponses en temps retardé dans les cas CC et CO sont en opposition de phase. Sur les SER, nous remarquons la présence de deux résonances aux mêmes fréquences en CC et sur 50Ω (1.7 et 2.1 GHz en simulation et 1.5 et 2 GHz en mesure) alors qu'un seul maximum est présent pour la charge CO (1.9 GHz en simulation et 1.8 GHz en mesure).

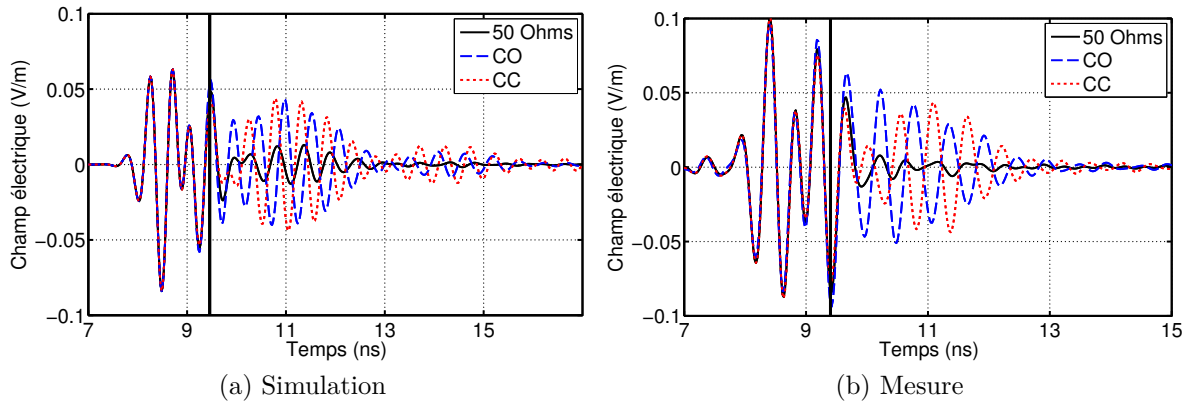


FIGURE V.3.21: Champs rétrodiffusés par le patch pour trois conditions de charge (50Ω , CC et CO) dans le domaine temporel

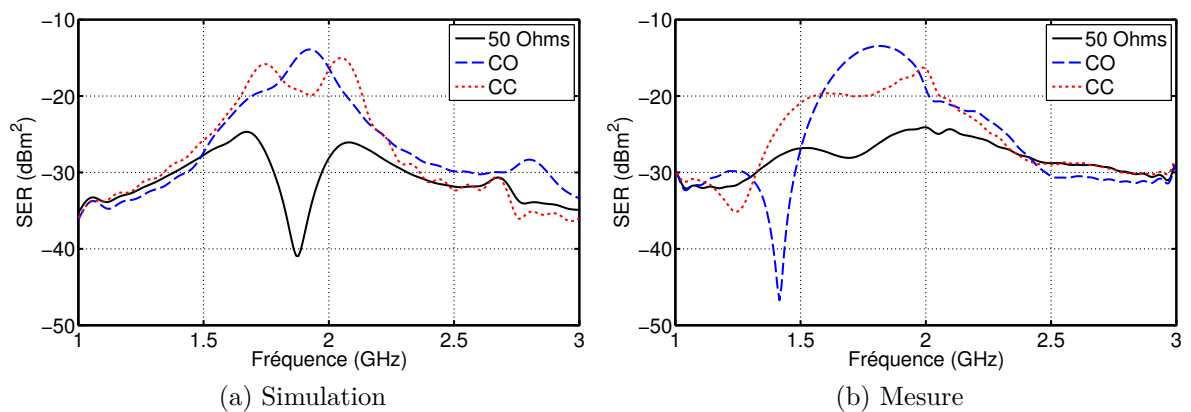


FIGURE V.3.22: SER calculées à partir du temps retardé des champs rétrodiffusés par le patch pour trois conditions de charge : 50Ω , CC et CO (polarisation VV)

Les pôles obtenus pour ces différentes charges sont présentés sur la figure V.3.23 avec la pondération en $|R|/|\sigma|$. La position et la pondération des pôles sont cohérentes avec les réponses de l'antenne. En effet, pour les charges CC et 50Ω , nous observons deux paires de pôles dominantes alors qu'une seule paire de pôles est dominante pour la charge CO.

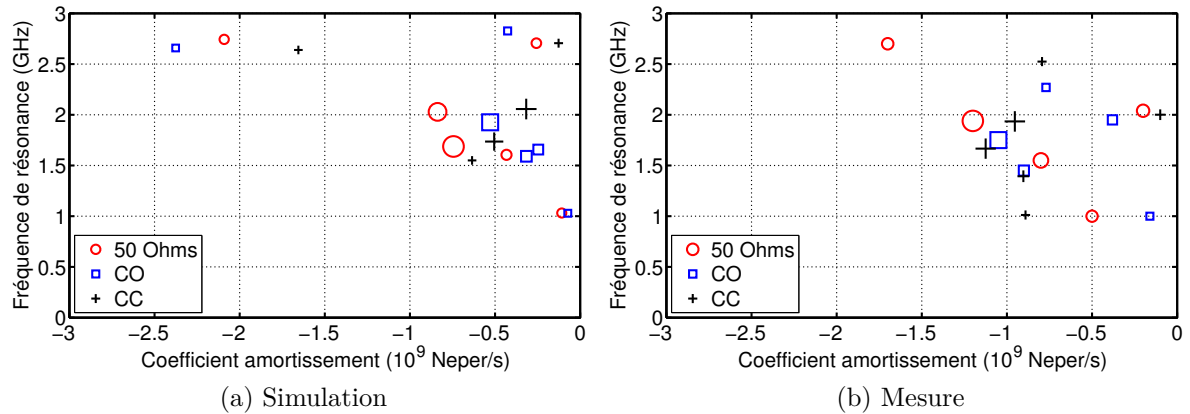


FIGURE V.3.23: Pôles extraits pour les trois configurations de charges. Simulation et Mesure.

V.3.2 L'antenne hélice à cavité

V.3.2.1 Présentation de l'antenne

La deuxième antenne que nous étudions est une antenne hélice à cavité conique dimensionnée pour fonctionner à 5.8 GHz. Sa géométrie est présentée sur la figure V.3.24. L'hélice comporte quatre tours et mesure 50 mm de hauteur. La cavité mesure 32 mm de hauteur. De forme conique, son petit diamètre est de 58 mm et son grand diamètre mesure 130 mm.

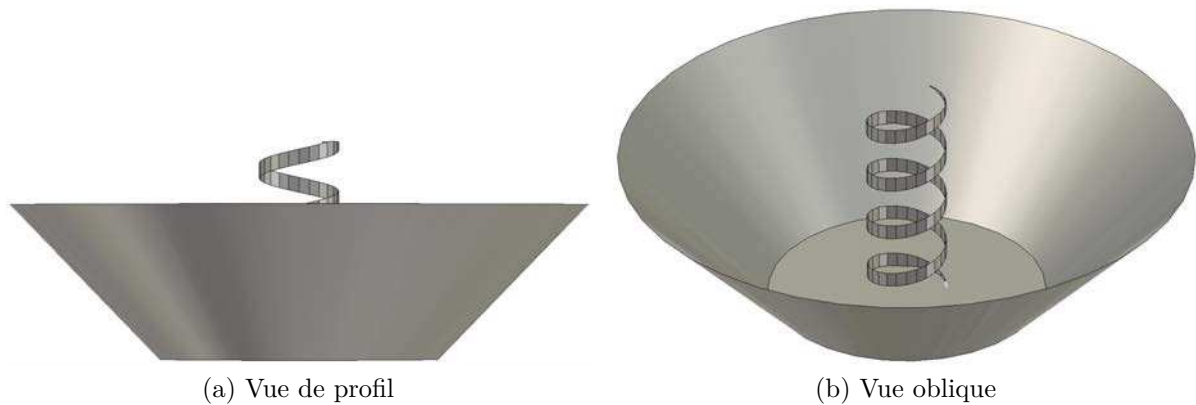


FIGURE V.3.24: L'antenne hélice

Elle est simulée et mesurée entre 3.5 et 8 GHz dans la polarisation VV. Son impédance d'entrée ainsi que son coefficient de réflexion simulés sur une charge 50Ω sont présentés sur les figures V.3.25 et V.3.26. Elle est plus large bande que l'antenne patch étudiée précédemment ; sa bande d'adaptation à -10 dB est de 1.8 GHz.

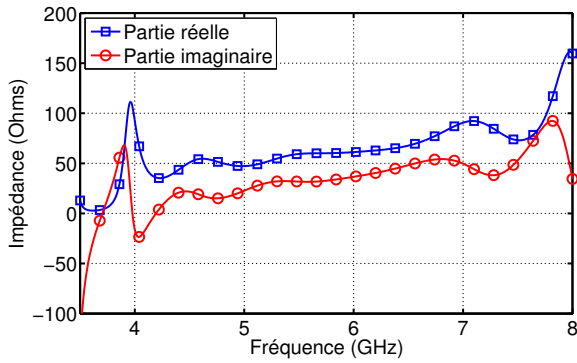


FIGURE V.3.25: Impédance d'entrée de l'antenne hélice

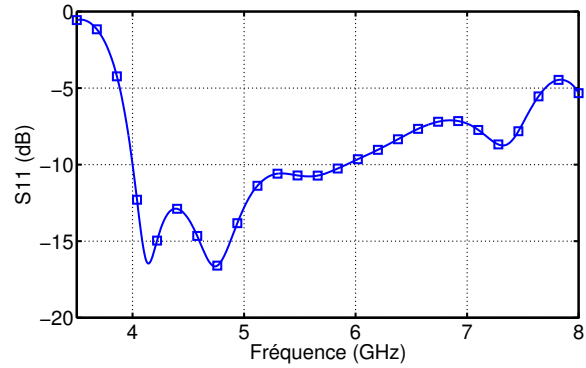
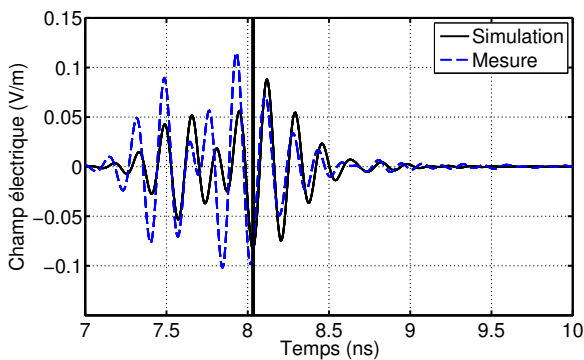


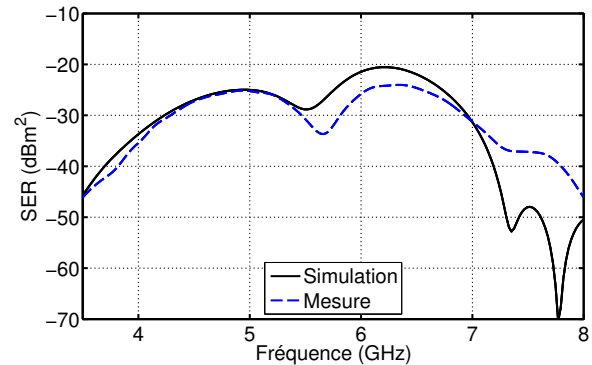
FIGURE V.3.26: Coefficient de réflexion de l'antenne hélice

V.3.2.2 Analyse du jeu de pôles physiques

Le champ rétrodiffusé par l'antenne hélice dans le domaine temporel ainsi que sa SER sont présentés sur la figure V.3.27. Deux pics de résonance sont identifiables. Ils sont autour de 5 et 6.3 GHz en simulation comme en mesure.



(a) Domaine temporel



(b) Domaine fréquentiel

FIGURE V.3.27: Champ rétrodiffusé par l'antenne hélice et sa SER dans la bande 3.5-8 GHz (polarisation VV)

La réponse en temps retardé et la SER associée sont présentées sur la figure V.3.28. Un seul maximum de SER est présent à 5.8 GHz en simulation et 6 GHz en mesure.

La méthode MP est appliquée sur une fenêtre croissante sur les réponses en temps retardé simulée et mesurée de l'antenne hélice (figures V.3.29 et V.3.30). Cinq paires de pôles sont stables en simulation et sept en mesure.

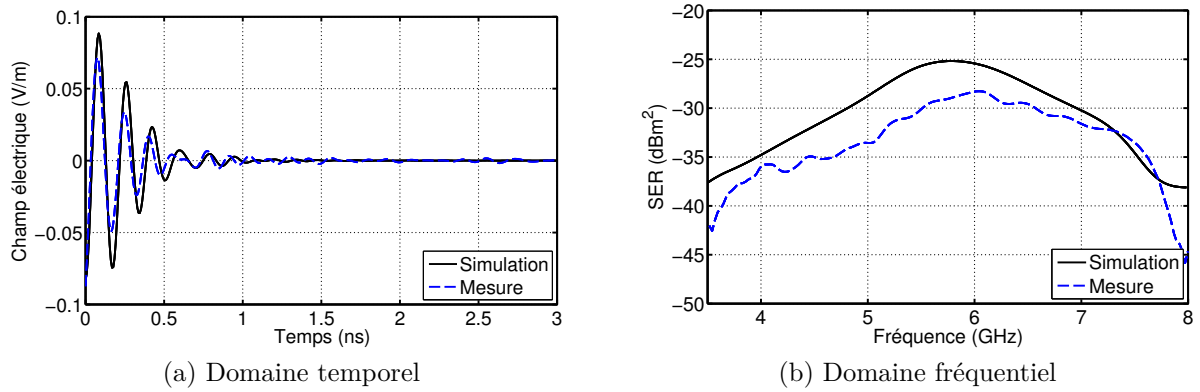


FIGURE V.3.28: Temps retardé du champ rétrodiffusé par l'antenne hélice et sa SER associée dans la bande 3.5-8 GHz (polarisation VV)

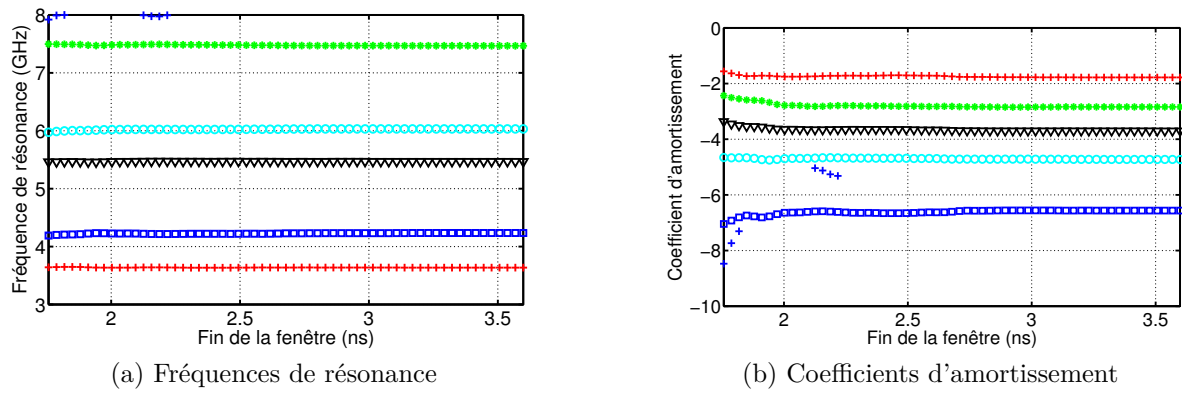


FIGURE V.3.29: La méthode MP sur une fenêtre croissante, $M = 14$ (simulation)

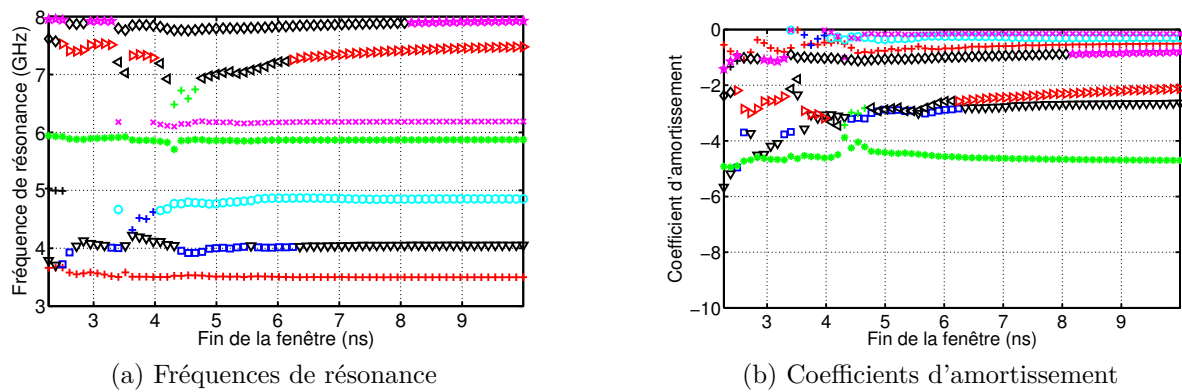


FIGURE V.3.30: La méthode MP sur une fenêtre croissante, $M = 14$ (mesure)

Les pôles stables sont présentés dans le plan complexe sur la figure V.3.31 avec la pondération en $|R|/|\sigma|$. En simulation comme en mesure, le pôle dominant est situé à 6 GHz avec un amortissement très proche.

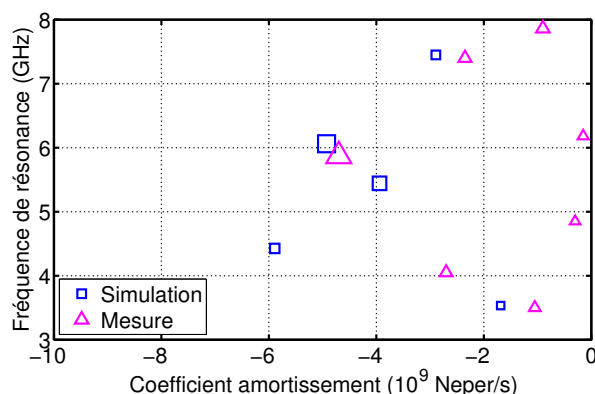


FIGURE V.3.31: Comparaison des pôles extraits en simulation et en mesure

Deux jeux de pôles sont définis dans chaque cas (figure V.3.32). Le deuxième jeu ne contient que la paire de pôles dominante.

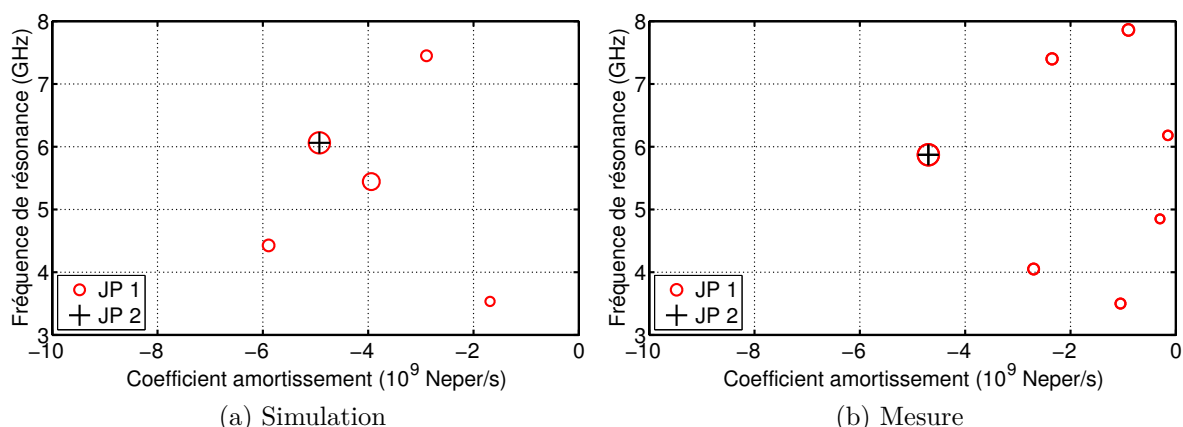


FIGURE V.3.32: Pôles de résonance extraits du champ rétrodiffusé de l'antenne hélice

A l'aide de ces jeux de pôles, les réponses temporelles et fréquentielles sont reconstruites (figures V.3.33 et V.3.34). L'EQMN est calculée pour chaque réponse et présentée sur le tableau V.2. Avec les JP 1, l'EQMN est très faible en simulation comme en mesure. Avec les JP 2, i.e. lorsque seule la paire dominante est utilisée, l'EQMN augmente sensiblement en simulation et modérément en mesure. En effet, le pôle à 5.5 GHz en simulation n'est pas pris en compte dans le JP 2 alors que sa pondération est tout de même importante.

Les fréquences de résonance sont indiquées par des lignes noires sur l'impédance d'entrée et le coefficient de réflexion de l'antenne hélice obtenus en simulation (figures V.3.35 et V.3.36).

	Simulation		Mesure	
	Temporel	Fréquentiel	Temporel	Fréquentiel
JP 1	0.04%	0.16%	0.14%	0.76%
JP 2	14.1%	24%	3.5%	10.4%

TABLE V.2: EQMN des réponses reconstruites avec les deux jeux de pôles

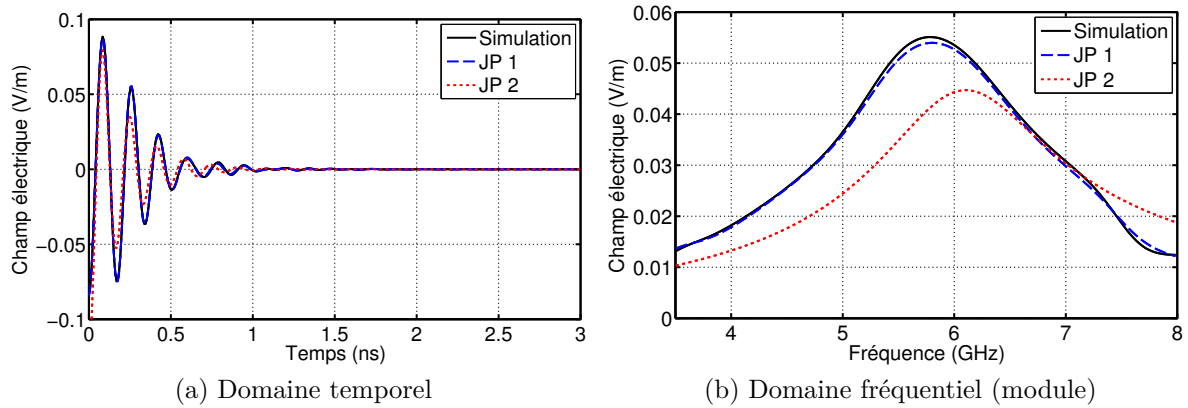


FIGURE V.3.33: Réponses en temps retardé reconstruites à l'aide des deux jeux de pôles

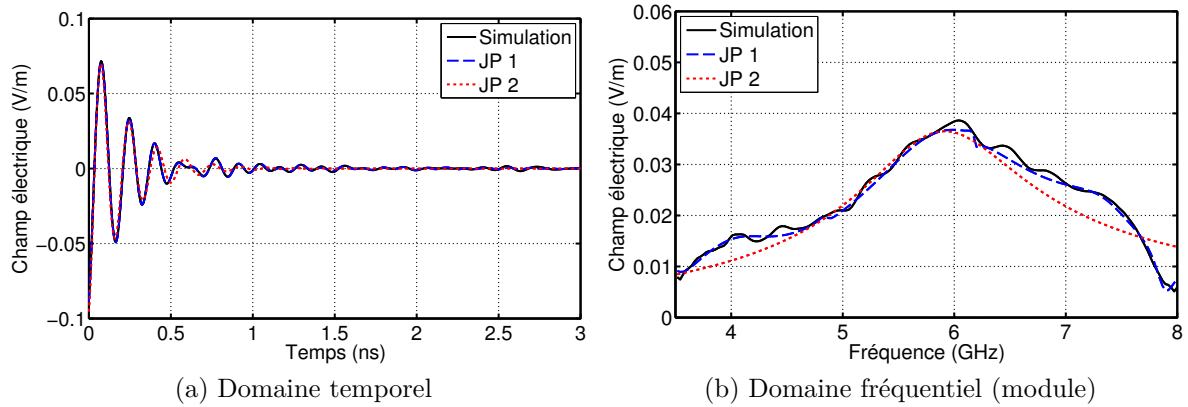


FIGURE V.3.34: Réponses en temps retardé reconstruites à l'aide des deux jeux de pôles (mesure)

L'antenne n'ayant pas de résonance marquée, il est difficile de faire le lien entre la position des pôles et l'impédance de l'antenne.

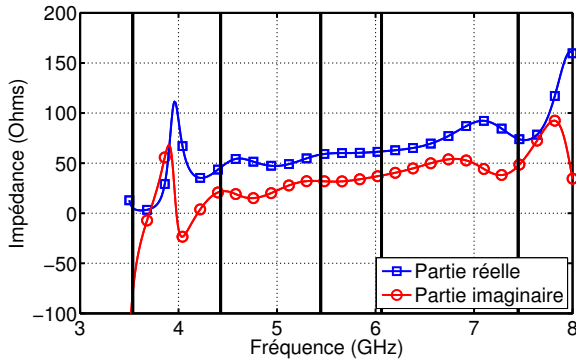


FIGURE V.3.35: Impédance d'entrée

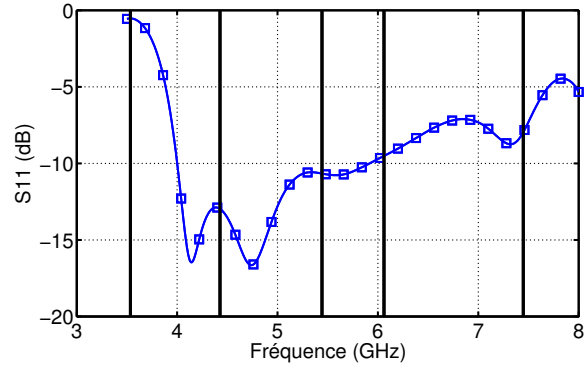


FIGURE V.3.36: Coefficient de réflexion

V.3.2.3 Extraction des pôles dans plusieurs directions

Les champs rétrodiffusés dans le plan vertical de l'antenne sont simulés et mesurés avec un pas angulaire de 10° (figure V.3.37).

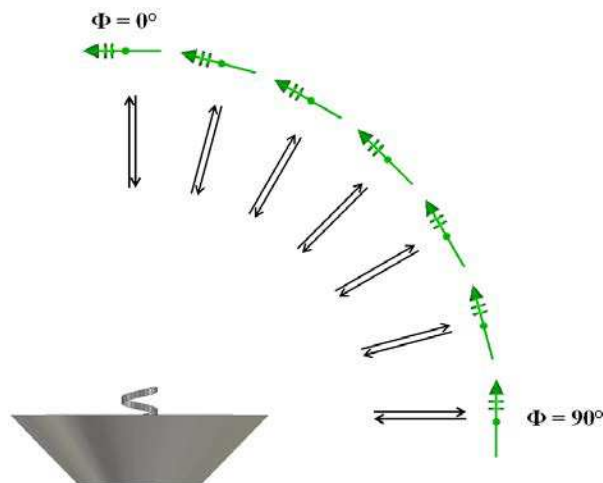


FIGURE V.3.37: Mesure des champs rétrodiffusés monostatiques dans un plan de l'antenne

Sur la figure V.3.38 sont présentés les pôles extraits avec $M = 14$ à partir du champ rétrodiffusé pour plusieurs valeurs de Φ . Lorsque $\Phi = 0^\circ$, la direction est celle du maximum de rayonnement et les pôles correspondent à ceux de la figure V.3.32. Pour les trois autres angles d'incidence considérés, les pôles sont proches de ceux extraits pour $\Phi = 0^\circ$ en simulation; la différence est plus importante en mesure, notamment sur le coefficient d'amortissement. Néanmoins, le pôle dominant (autour de 6 GHz) est stable pour $0 \leq \Phi \leq 10^\circ$.

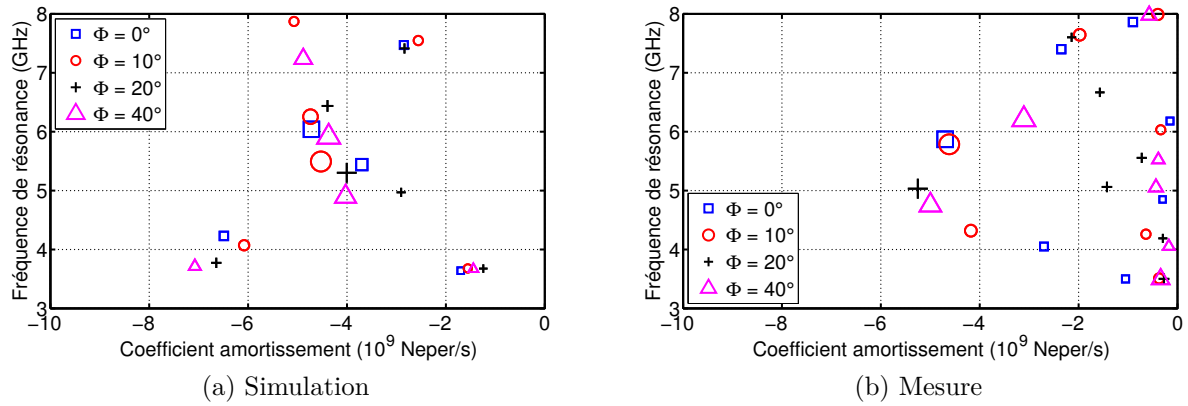


FIGURE V.3.38: Pôles de résonance issus de plusieurs directions

Les champs rétrodiffusés sont reconstruits (figure V.3.39) à l'aide des jeux de pôles 1 et 2 de la figure V.3.32. Seuls les résidus sont calculés en fonction de l'angle Φ . En mesure comme en simulation, l'EQMN est faible dans toutes les directions avec le JP 1. En revanche, avec le JP 2, l'EQMN atteint 60% en simulation et 40% en mesure pour certaines directions.

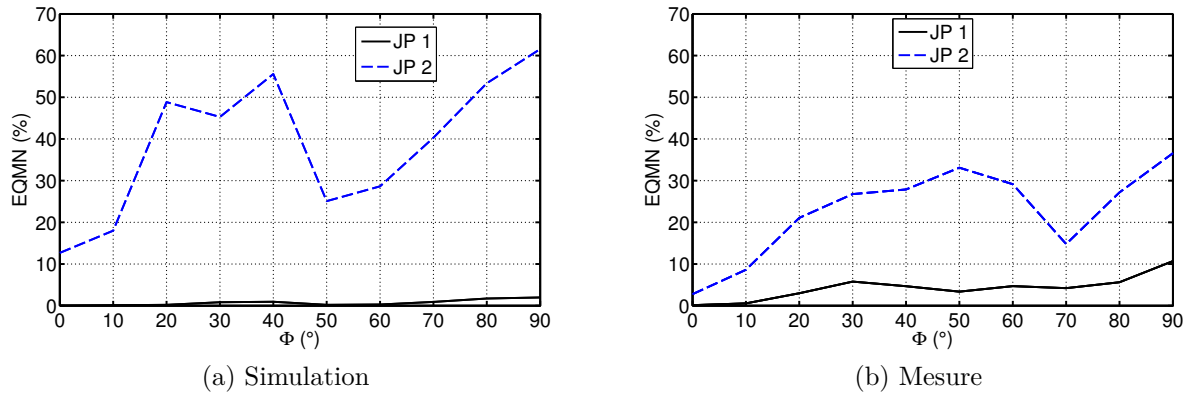


FIGURE V.3.39: EQMN en fonction de l'angle d'incidence

V.3.2.4 Analyse en fonction de la charge de l'antenne

Les champs rétrodiffusés par l'antenne sous trois conditions de charge sont présentés sur la figure V.3.40 dans le domaine temporel et les SER sur la figure V.3.41. Dans le domaine temporel, les champs rétrodiffusés pour les charges CO et CC sont quasiment en opposition de phase dans la deuxième partie de la réponse (principalement liée au mode d'antenne).

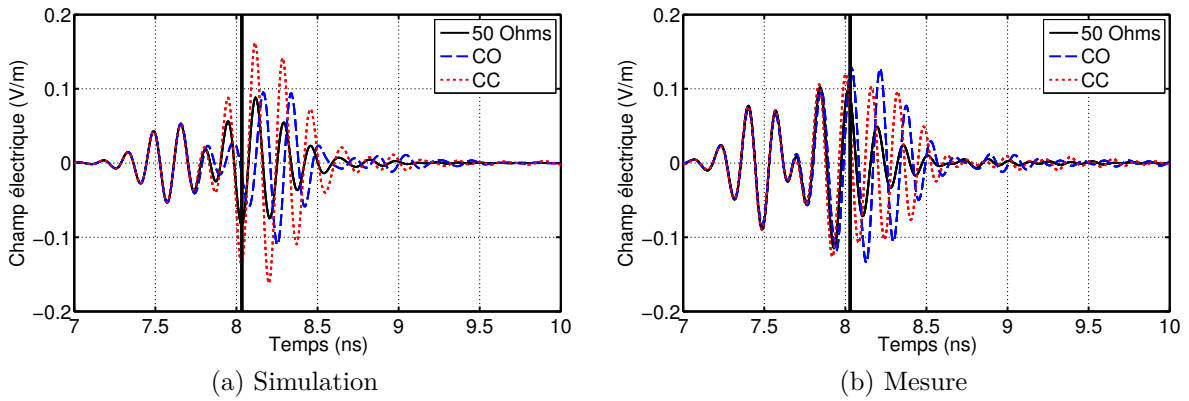


FIGURE V.3.40: Champs rétrodiffusés par l'antenne hélice pour trois conditions de charge (50Ω , CO et CC) dans le domaine temporel

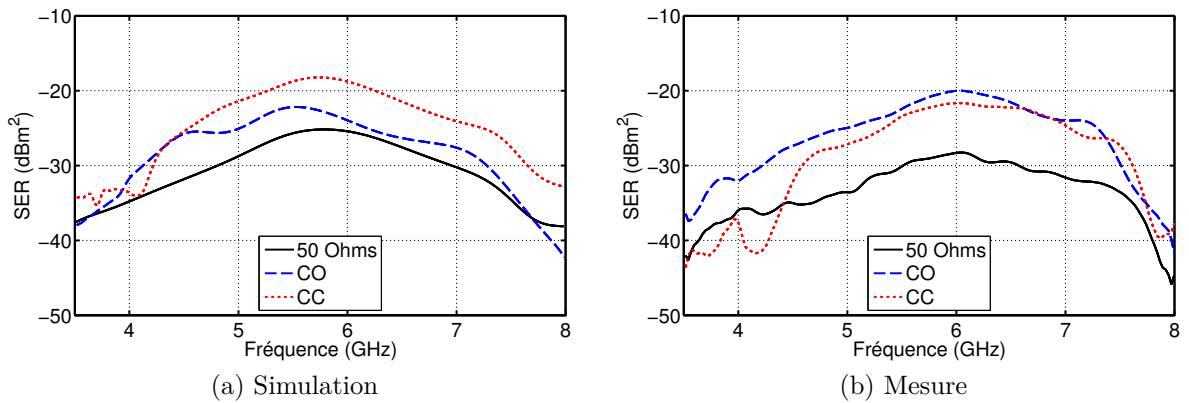


FIGURE V.3.41: SER issues du temps retardé des champs rétrodiffusés par l'antenne hélice les conditions de charge 50Ω , CO et CC (polarisation VV)

Les pôles extraits pour les trois charges sont présentés sur la figure V.3.42. En simulation, les pôles extraits pour les trois conditions de charge sont proches. En effet, deux paires de pôles dominantes sont extraites à 5.5 et 6 GHz quelle que soit la charge. En mesure, le pôle dominant à 6 GHz est également extrait pour chaque charge.

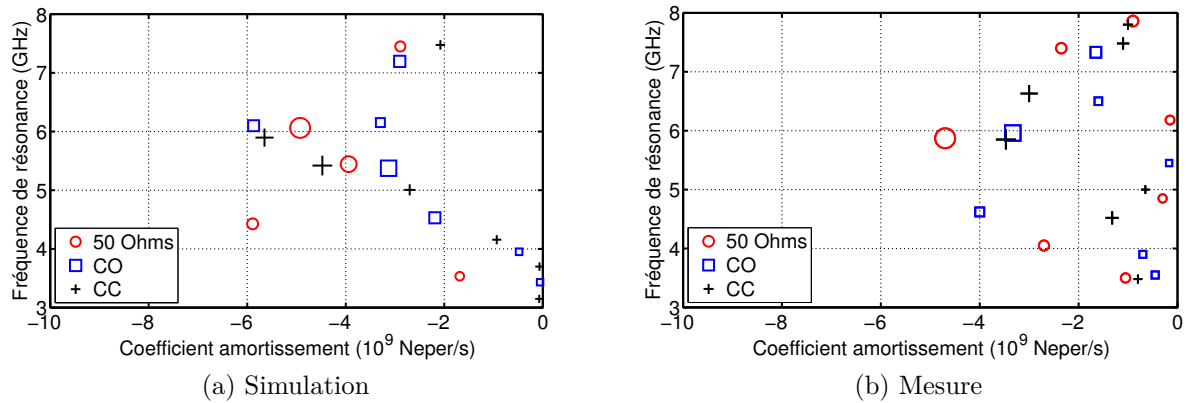


FIGURE V.3.42: Pôles extraits pour les trois configurations de charges

V.3.3 L'antenne à fente ULB

V.3.3.1 Présentation de l'antenne

La troisième antenne considérée dans cette étude est une antenne ULB à large fente alimentée par une fourche [126]. Sa géométrie est présentée sur la figure V.3.43. Elle mesure $42 \times 42 \times 3$ mm sans le connecteur. Les simulations et les mesures sont réalisées entre 1 et 15 GHz.

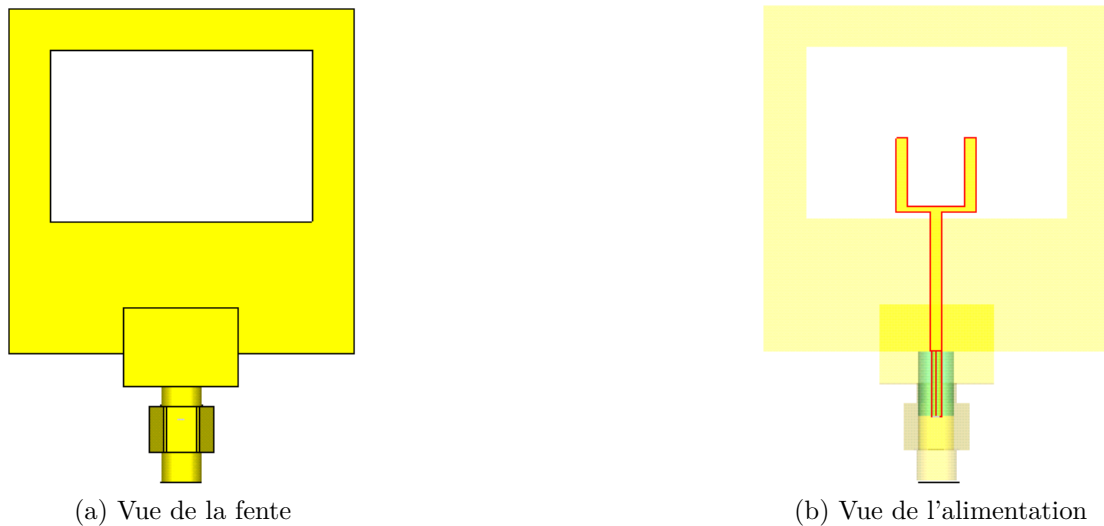


FIGURE V.3.43: L'antenne ULB

L'impédance d'entrée ainsi que son coefficient de réflexion sur une charge 50Ω de l'antenne ULB sont présentés sur les figures V.3.44 et V.3.45. Le S11 est inférieur à -10 dB dans la bande 3.3-13.3 GHz.

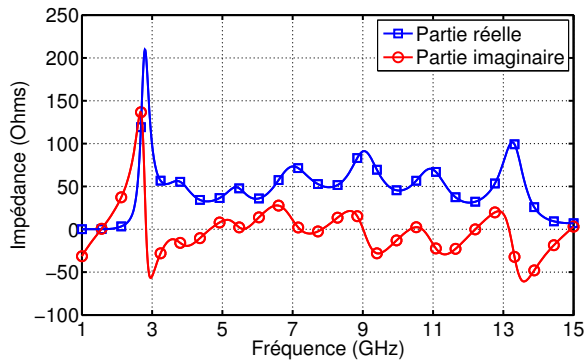


FIGURE V.3.44: Impédance d'entrée

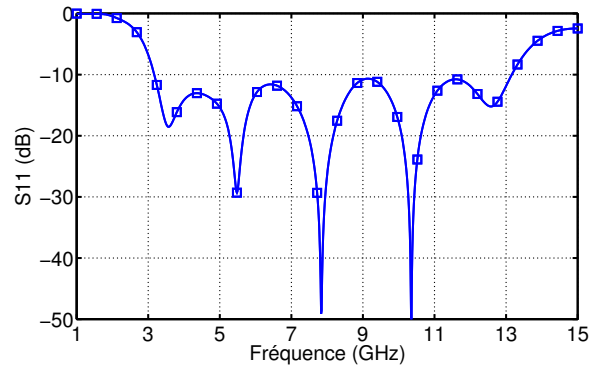
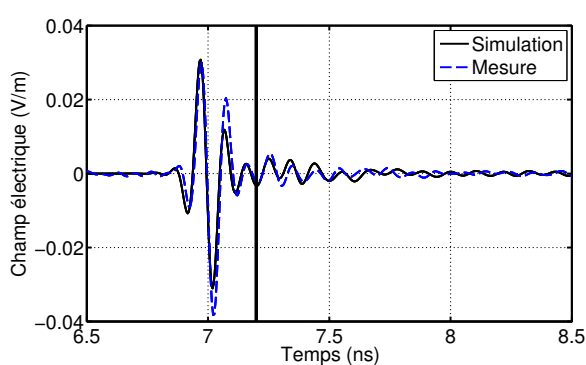


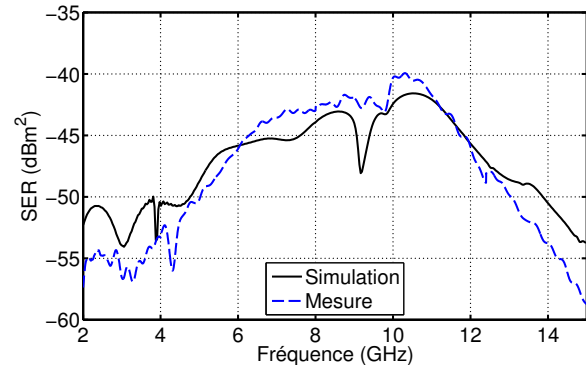
FIGURE V.3.45: Coefficient de réflexion

V.3.3.2 Analyse du jeu de pôles physiques

Le champ rétrodiffusé par l'antenne ULB dans les domaines temporel dans la direction de son maximum de rayonnement ainsi que sa SER sont présentés sur la figure V.3.46. Une ligne noire indique le début du temps retardé sur les réponses temporelles. Nous observons une bonne concordance entre mesure et simulation.



(a) Domaine temporel



(b) Domaine fréquentiel

FIGURE V.3.46: Champ rétrodiffusé par l'antenne ULB et sa SER dans la bande 1-15 GHz (polarisation VV)

Les réponses en temps retardé dans les domaines temporel et les SER associées sont présentées sur les figures V.3.47. Filtrer le temps proche accentue les maximums de champ à 9 GHz en simulation et 10 GHz en mesure. Il y a donc un décalage de fréquence entre ces deux maximums. En revanche, le pic à 4 GHz est retrouvé en mesure comme en simulation.

La méthode MP est appliquée sur une fenêtre croissante (figures V.3.48 et V.3.49) ce qui permet de définir les jeux de pôles physiques en simulation et en mesure. Comme précédemment, nous définissons un jeu de pôles restreint ne contenant que les pôles dominants (figure V.3.50).

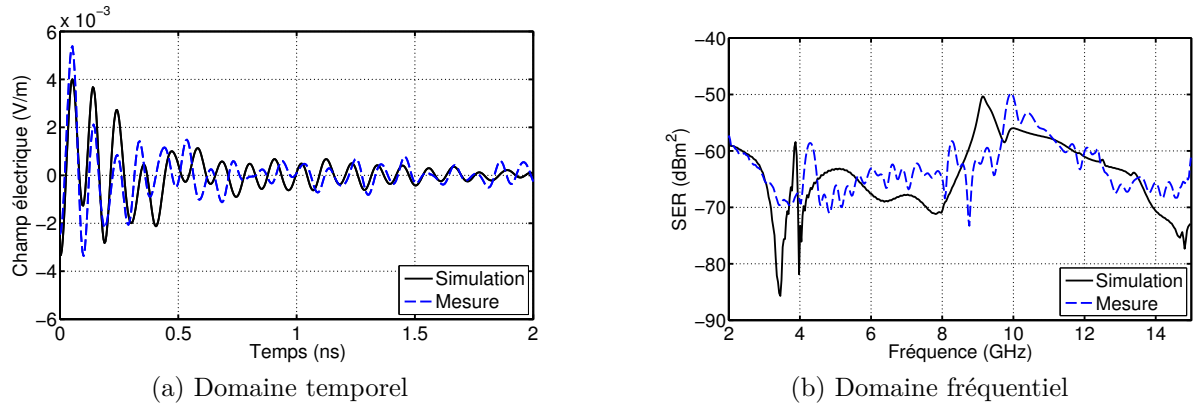


FIGURE V.3.47: Temps retardé du champ rétrodiffusé par l'antenne ULB et sa SER associée dans la bande 2-15 GHz (polarisation VV)

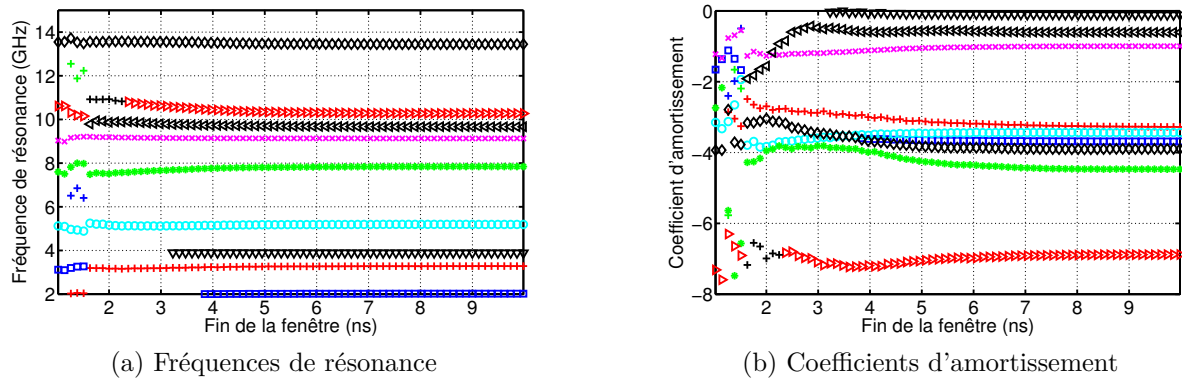


FIGURE V.3.48: La méthode MP sur une fenêtre croissante, $M = 18$ (simulation)

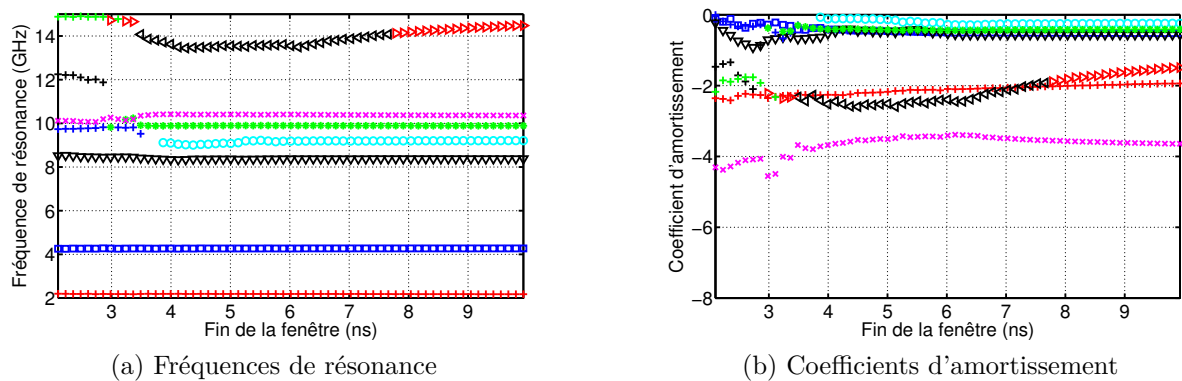


FIGURE V.3.49: La méthode MP sur une fenêtre croissante, $M = 14$ (mesure)

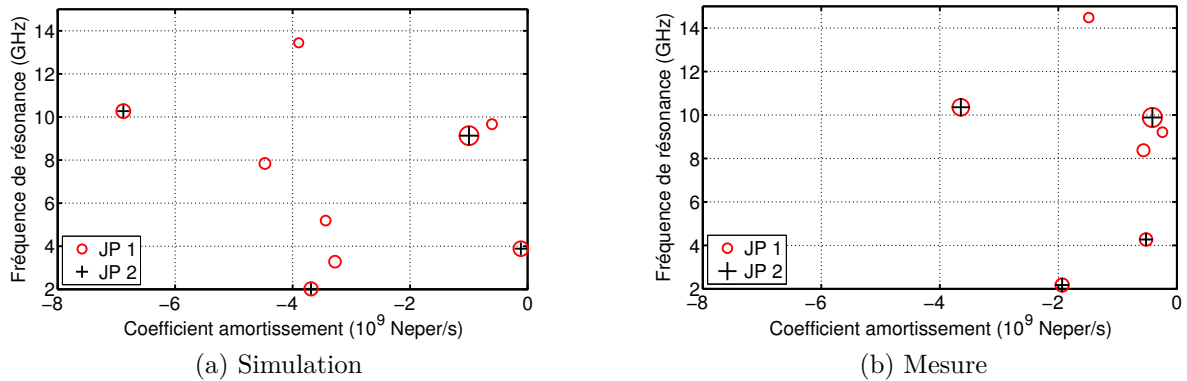


FIGURE V.3.50: Pôles de résonance extraits du champ rétrodiffusé de l'antenne ULB

A l'aide de ces jeux de pôles, les réponses temporelle et fréquentielle de l'antenne fourche sont reconstruites. Les résultats sont présentés sur les figures V.3.51 (simulation) et V.3.52 (mesure). L'EQMN des champs reconstruits est indiquée sur le tableau V.3. En simulation, l'erreur est très faible en utilisant l'ensemble des pôles (JP 1) et reste inférieure à 14% si uniquement quatre paires de pôles sont utilisés. En mesure, l'EQMN est inférieur à 10% avec le JP 1 et inférieur à 12% avec le JP 2.

	Simulation		Mesure	
	Temporel	Fréquentiel	Temporel	Fréquentiel
JP 1	0.3%	0.8%	6.10%	9.88%
JP 2	13.4%	11.9%	8.81%	13.1%

TABLE V.3: EQMN des réponses reconstruites avec les deux jeux de pôles

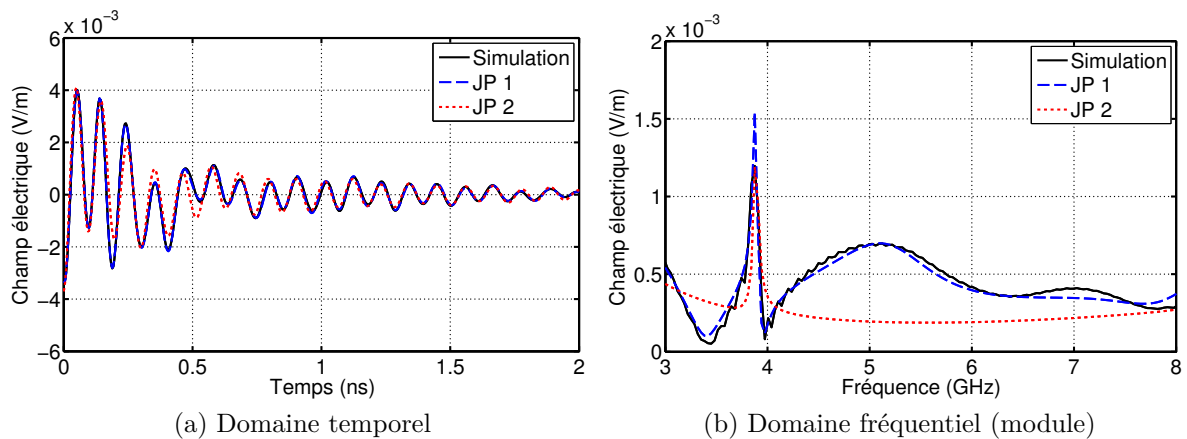


FIGURE V.3.51: Réponses en temps retardé reconstruites à l'aide des deux jeux de pôles

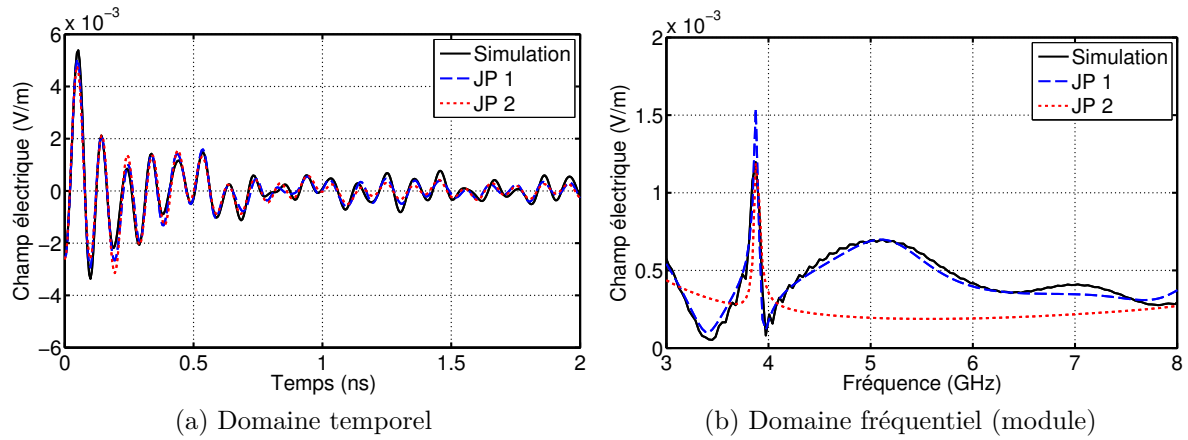


FIGURE V.3.52: Réponses en temps retardé reconstruites à l'aide des deux jeux de pôles (mesure)

V.3.3.3 Extraction des pôles dans plusieurs directions

Les champs rétrodiffusés dans les plans horizontal et vertical de l'antenne sont simulés et mesurés avec un pas angulaire de 5° (figure V.3.53).

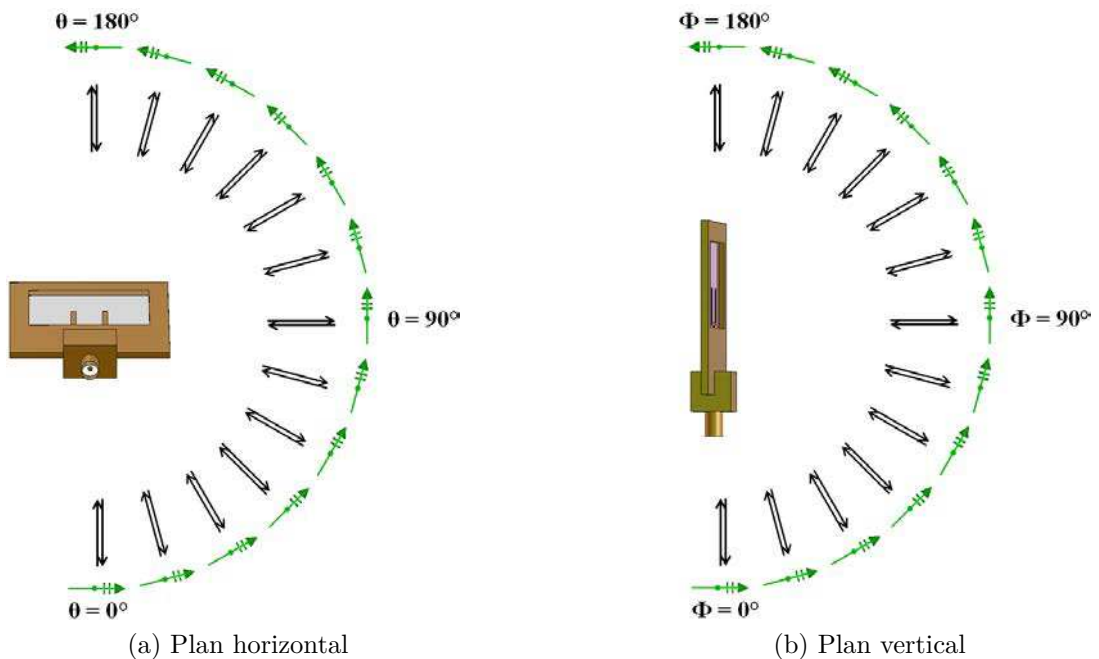


FIGURE V.3.53: Mesure des champs rétrodiffusés dans deux plans de l'antenne

Dans un premier temps, nous traitons les résultats obtenus dans le plan horizontal. Sur la

figure V.3.54 sont présentés les pôles extraits avec $M = 18$ à partir du champ rétrodiffusé pour plusieurs valeurs de θ . Lorsque $\theta = 0^\circ$, la direction est celle du maximum de rayonnement et les pôles correspondent à ceux de la figure V.3.50. En simulation, le pôle dominant (autour de 9 GHz) est extrait de la même façon pour $\theta = 0^\circ$ et $\theta = 10^\circ$. Pour $\theta = 20^\circ$ et $\theta = 30^\circ$, la fréquence de résonance est inchangée mais le coefficient d'amortissement est plus important. Le pôle à 4 GHz est invariant quel que soit l'angle considéré. Il y a également un pôle proche de 2 GHz dont la fréquence est identique quel que soit θ mais dont le coefficient d'amortissement est modifié. En mesure, les pôles varient de façon plus significative. Cependant, le pôle à 4 GHz est invariant et le pôle à 2 GHz a le même comportement qu'en simulation. Concernant le pôle dominant à 8 GHz pour $\theta = 0^\circ$, il y a un pôle équivalent pour $\theta = 20^\circ$ et un pôle à la même fréquence mais avec un amortissement beaucoup plus fort pour $\theta = 30^\circ$. A $\theta = 10^\circ$, deux paires de pôles sont extraites autour de cette fréquence avec des pondérations inférieures.

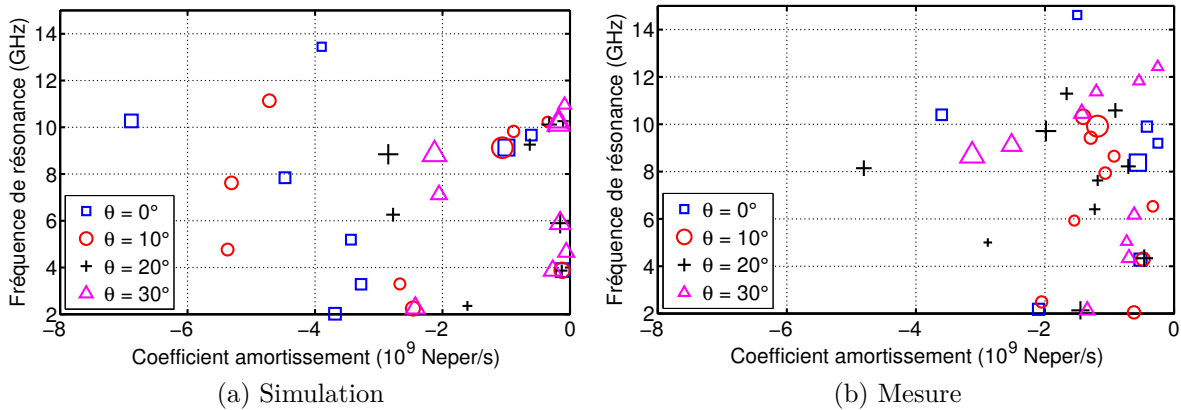


FIGURE V.3.54: Pôles de résonance issus de plusieurs directions (Plan horizontal)

Pour vérifier la pertinence des pôles dans la direction $\theta = 0^\circ$, les champs rétrodiffusés sont reconstruits (figure V.3.55) à l'aide des jeux de pôles 1 et 2 de la figure V.3.50. Seuls les résidus sont calculés en fonction de l'angle θ . En simulation, le JP 1 permet de reconstruire les champs rétrodiffusés avec une EQMN inférieure à 17% quelle que soit la direction. En mesure, le jeu de pôles obtenus pour $\theta = 0^\circ$ semble moins pertinent, l'EQMN pouvant atteindre 56% dans certaines directions.

La même étude est réalisée dans le plan vertical de l'antenne ULB. Les pôles extraits des champs rétrodiffusés dans plusieurs directions avec $M = 18$ sont présentés sur la figure V.3.56. La direction $\Phi = 90^\circ$ correspond à la direction du maximum de rayonnement de l'antenne (V.3.53b). En simulation, le pôle dominant (9.1 GHz) est extrait de façon proche pour les quatre angles considérés. Pour $\Phi = 80^\circ$, son amortissement est cependant plus important. Le pôle à 4 GHz avec un amortissement très faible est constant tout comme les pôles autour de 2 et 13 GHz dont seuls les amortissements varient avec l'angle. Enfin, le pôle proche de 9.7 GHz est également extrait de façon constante. Concernant les résultats de mesure, les pôles à 2, 4 et 6 GHz sont constants. Pour $\Phi = 90^\circ$, deux pôles dominants sont extraits à des fréquences proches (autour de 10 GHz) alors qu'un seul pôle est extrait dans les autres directions avec un amortissement intermédiaire.

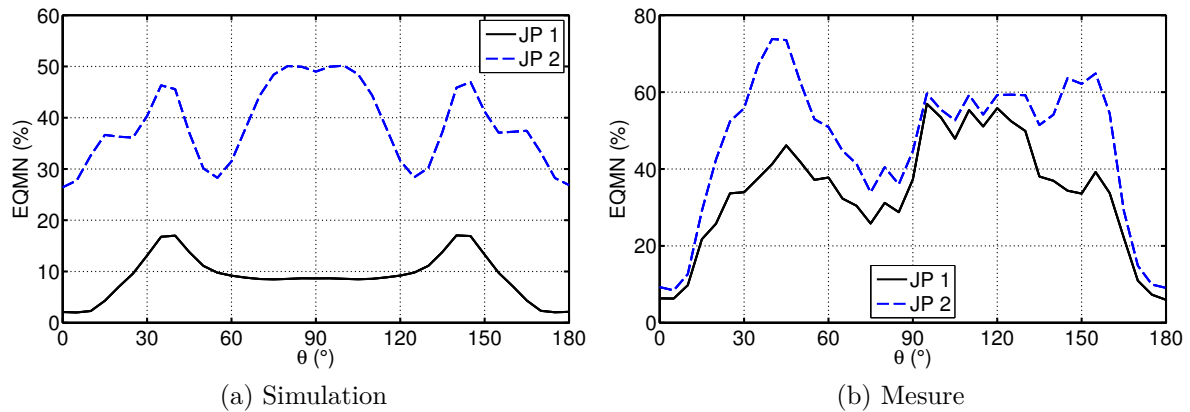


FIGURE V.3.55: EQMN en fonction de l'angle d'incidence (Plan horizontal)

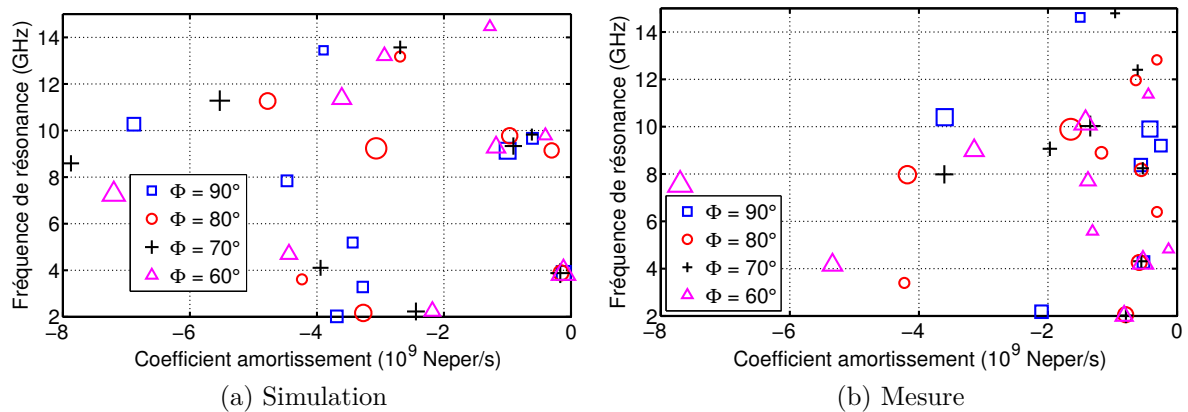


FIGURE V.3.56: Pôles de résonance issus de plusieurs directions (Plan vertical)

Les jeux de pôles de la figure V.3.50 sont utilisés pour reconstruire les champs rétrodiffusés dans toutes les directions du plan vertical. Seuls les résidus sont calculés dans chacune des directions. L'EQMN des réponses reconstruites en fonction de l'angle Φ sont présentés sur la figure V.3.57. En simulation, l'erreur reste inférieure à 27% avec le JP 1. En revanche, avec le JP 2, l'erreur augmente sensiblement dans certaines directions. En mesure, l'EQMN est plus importante et atteint 60% pour $\Phi = 30^\circ$.

Il est donc possible en simulation d'obtenir un jeu de pôles pertinents à partir d'une seule direction, celle du maximum de rayonnement. En revanche, en mesure, l'extraction des pôles étant plus délicate, il sera nécessaire d'utiliser plusieurs directions pour définir un jeu de pôles pertinents, c'est-à-dire un jeu de pôles permettant de modéliser avec précision les réponses de l'antenne dans toutes les directions.

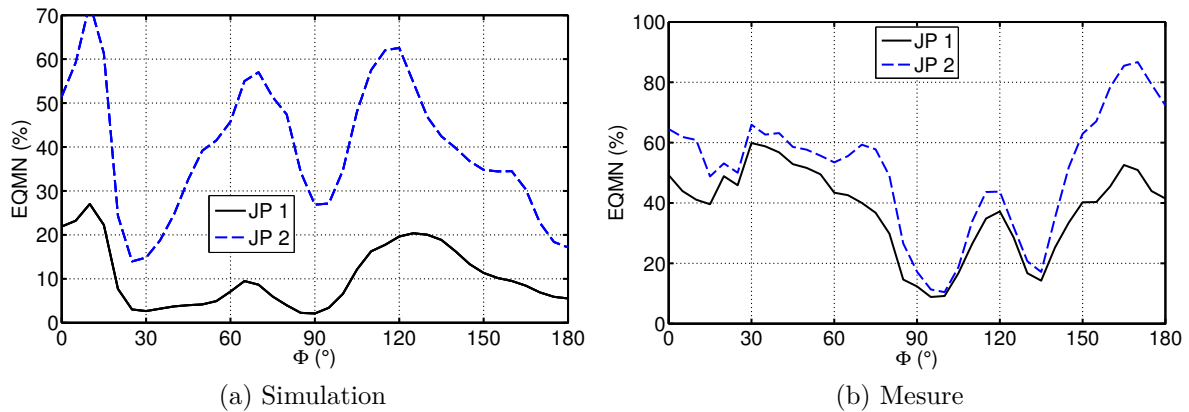


FIGURE V.3.57: EQMN en fonction de l'angle d'incidence (Plan vertical)

V.3.3.4 Analyse des pôles en fonction de la charge de l'antenne

Les champs rétrodiffusés simulés et mesurés pour trois conditions de charge (50Ω , CO et CC) sont présentés dans le domaine temporel sur la figure V.3.58 et les SER correspondantes sur la figure V.3.59. Nous observons une bonne concordance entre mesure et simulation au niveau du comportement des SER en fonction de la charge. Cependant, il y a un décalage en fréquence de 1 GHz entre le maximum de SER en simulation (autour de 9 GHz) et en mesure (autour de 10 GHz). Cette antenne étant ULB, la SER obtenue sur la charge 50Ω est inférieure à celles obtenues pour les charges CC et CO dans toute la bande de fréquence.

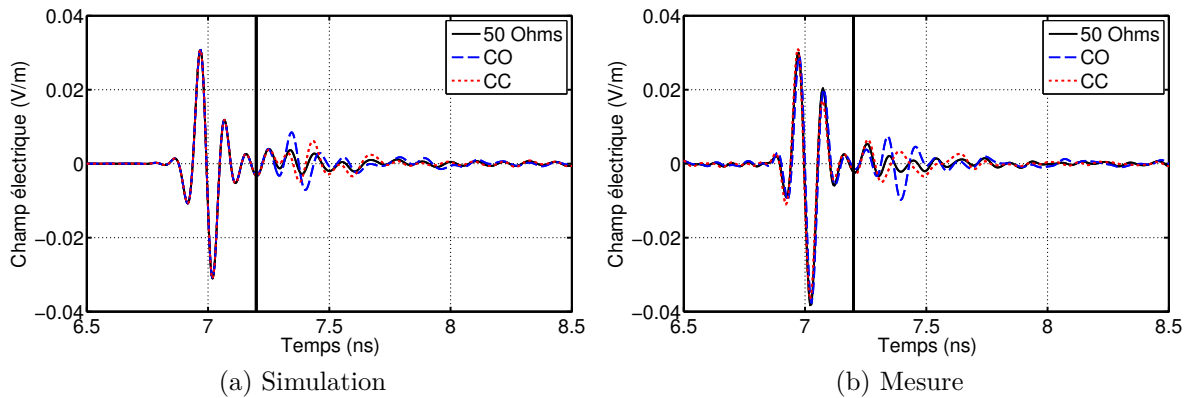


FIGURE V.3.58: Champs rétrodiffusés par l'antenne ULB dans le domaine temporel pour trois conditions de charge (50Ω , CC et CO)

Les pôles extraits avec MP dans le cas de ces trois charges sont présentés sur la figure V.3.60. L'allure de la SER étant assez similaire pour les trois charges (pic à 4 et à 9 ou 10 GHz), les pôles correspondants à chaque charge sont proches. En effet, en simulation, le pôle dominant est à 9 GHz pour les trois cas. On retrouve également des pôles très proches à 2,

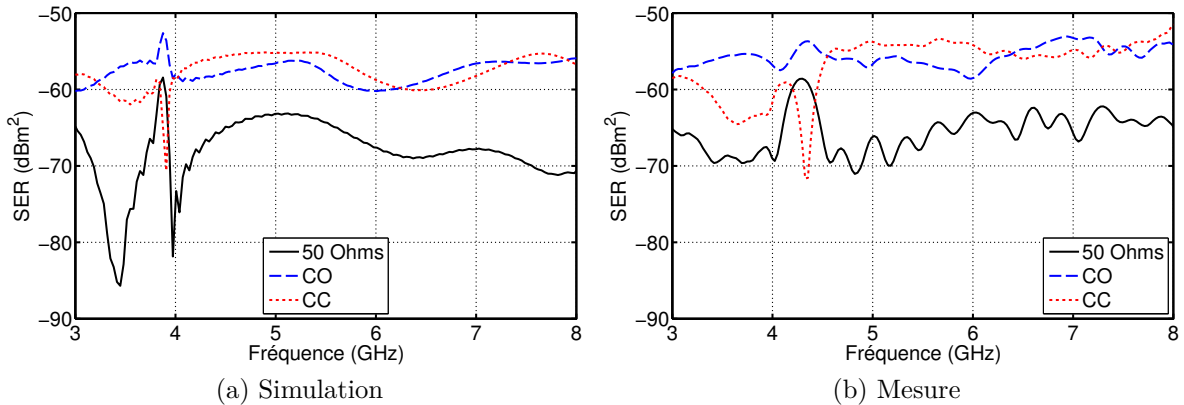


FIGURE V.3.59: SER issues du temps retardé des champs rétrodiffusés par l'antenne ULB pour trois conditions de charge : 50Ω , CC et CO (polarisation VV)

4 et 5 GHz. Le coefficient d'amortissement est cependant différent selon la charge mais il est intéressant de noter qu'il est généralement plus faible dans le cas de la charge 50Ω . En mesure, le comportement des pôles est identique avec deux pôles dominants à 10 et 10.4 GHz dont la fréquence ne varie pas avec la charge.

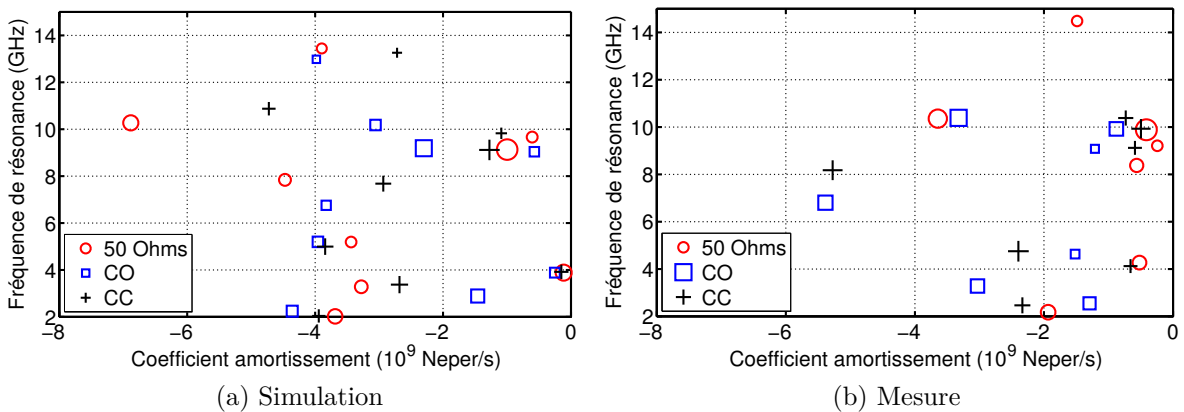


FIGURE V.3.60: Pôles extraits pour les trois configurations de charges. Simulation et Mesure.

V.4 Conclusion

Dans la première partie de ce chapitre, nous avons montré que les pôles de résonance d'une antenne sont directement reliés aux propriétés de résonance de celle-ci. En effet, dans le cas du

dipôle et de l'antenne papillon, la position des pôles coïncident avec les résonances naturelles de l'antenne. Une étude paramétrique portant sur la longueur de l'antenne a mis en évidence ce phénomène. Dans le cas du dipôle, il est alors possible de déterminer la longueur du dipôle directement à partir de ces pôles de résonance. En analysant les pôles extraits à partir de dipôle plus ou moins épais, nous avons mis en évidence que plus la résonance du dipôle est large bande, plus le coefficient d'amortissement de cette résonance est fort. Enfin, l'évolution des pôles en fonction de l'impédance de charge des antennes permet d'analyser le comportement de l'antenne pour ces différentes charges. Ces différentes études valident l'intérêt des pôles de résonance dans la caractérisation d'antenne. En effet, ils permettent de distinguer rapidement le caractère résonant ou non d'une antenne.

Dans la deuxième partie de ce chapitre, nous avons étudié les pôles de résonance obtenus pour trois antennes « réelles », à savoir un patch, une antenne hélice à cavité et une antenne à fente ULB à la fois en simulation et en mesure. Nous observons une bonne correspondance entre les pôles simulés et mesurés. Toutefois, une réalisation n'étant jamais parfaite, les pôles obtenus ne sont pas identiques. Pour ces trois antennes en simulation, il est possible de définir un jeu de pôles, à partir de la direction du maximum de rayonnement, qui permet de modéliser avec précision le temps retardé du champ rétrodiffusé dans toutes les directions. Ceci confirme donc l'indépendance des pôles vis-à-vis de l'angle d'observation. En pratique, il est plus difficile d'extraire des pôles non dominants dans une certaine direction, notamment à cause du bruit. Il est donc nécessaire d'extraire les pôles à partir de plusieurs directions afin de définir un jeu de pôles complet. Contrairement au dipôle, la charge ne modifie pas le comportement général de ces trois antennes. Les pôles obtenus pour les différentes conditions de charge sont donc proches, seul le coefficient d'amortissement est modifié.

Conclusion générale et perspectives

Rappel des objectifs

La méthode du développement en singularités (SEM) permet de modéliser la réponse en temps retardé d'un objet illuminé par une onde électromagnétique par une somme d'exponentielles amorties. Chaque exponentielle amortie correspond à une paire de pôles de résonance complexes conjugués dans le domaine fréquentiel. La cartographie de ces pôles de résonance est une véritable carte d'identité de l'objet considéré. En effet, les pôles sont indépendants de l'angle d'observation et du signal d'excitation. Initialement étudiée dans le domaine du radar, la SEM a trouvé de l'intérêt auprès des antennistes pour le compactage d'information liée aux antennes. C'est précisément cette application qui était visée dans ce travail.

L'extraction des pôles de résonance est cependant très sensible au bruit et le premier objectif de cette thèse était d'étudier plusieurs méthodes d'extraction et de déterminer quelle est la plus robuste au bruit. Le second point était d'appliquer le formalisme SEM sur des mesures de SER et de comparer les pôles obtenus avec ceux extraits en rayonnement. Enfin, le dernier objectif de ce travail était de faire le lien entre la position des pôles de résonance et l'antenne considérée en veillant à ne tenir compte que des pôles ayant un sens physique.

Bilan des travaux effectués

Le premier chapitre a permis de situer le contexte de l'étude. En effet, les pôles de résonance se révèlent être des descripteurs compacts d'antennes, notamment adaptés pour les antennes ULB. De plus, les mesures de SER permettent de s'affranchir du câble d'alimentation relié à l'antenne et sont donc particulièrement intéressantes pour les mesures sans perturbation d'antennes compactes voire miniatures. C'est pour ces différentes raisons que nous avons décidé d'étudier l'extraction des pôles de résonance d'une antenne à partir de sa SER.

Les trois méthodes d'extraction les plus utilisées dans la littérature des pôles de résonance ont été présentées dans le chapitre II : les méthodes de Prony et Matrix Pencil dans le domaine temporel et la méthode de Cauchy dans le domaine fréquentiel. Le nombre de pôles de résonance extrait par chaque méthode étant généralement surestimé, il existe des critères permettant de trier les pôles en fonction de leur contribution afin de conserver les pôles dominants uniquement. Cependant, quel que soit le critère de pondération choisi, cette méthode ne tient pas compte de l'évolution de l'influence d'un pôle dans le temps. De plus, certains pôles peuvent être dominants dans une direction et négligeables dans d'autres. Pour cela, nous proposons d'utiliser

des techniques permettant de juger si un pôle est physique, i.e. pertinent et propre à l'antenne, sans tenir compte de sa pondération. Dans le domaine temporel, la méthode de la fenêtre glissante permet de distinguer efficacement les pôles physiques en absence de bruit.

Ces trois méthodes ont été codées et appliquées sur un exemple basé sur un jeu de pôles et résidus théoriques dans le chapitre III. En absence de bruit, les méthodes de Prony et Matrix Pencil permettent d'extraire l'ensemble des pôles de l'exemple avec une très bonne précision. En revanche, la méthode de Cauchy ne permet d'extraire que les quatre paires de pôles dominantes sur les neuf que contient la réponse. Cette étude a permis de déterminer les valeurs optimales des paramètres à utiliser lors de l'extraction des pôles avec chaque méthode, comme l'ordre du modèle, la période d'échantillonnage et la durée de la réponse à traiter.

Le comportement des trois méthodes a également été comparé en présence de bruit. Un protocole pour tester la robustesse a été développé. La méthode de Cauchy est la moins robuste alors que les deux méthodes temporelles donnent des résultats similaires. Toutefois, la méthode Matrix Pencil est légèrement plus robuste au bruit que la méthode de Prony. Enfin, en présence de bruit, la technique de la fenêtre glissante permet, dans le domaine temporel, de distinguer les fréquences de résonance stables et donc les pôles physiques. En revanche, les coefficients d'amortissement associés ne sont pas stables. Nous avons donc proposé une nouvelle approche, dite de la fenêtre croissante, qui consiste à conserver le début de la réponse dans l'ensemble des fenêtres mais de modifier la largeur de celle-ci. La technique de la fenêtre croissante permet d'améliorer les résultats de la fenêtre glissante, notamment au niveau des coefficients d'amortissement qui deviennent beaucoup plus stables. Dans le domaine fréquentiel, nous avons proposé d'appliquer la méthode de Cauchy sur une fenêtre glissante. Bien que les pôles ne puissent être extraits que pour des fenêtres incluant leurs fréquences de résonance, cette approche permet de distinguer des pôles stables et améliore considérablement les résultats obtenus avec une application unique de la méthode de Cauchy. En conclusion, nous avons choisi de travailler avec la méthode Matrix Pencil mais la méthode de Cauchy peut être intéressante pour valider la position des pôles dominants.

Dans le chapitre IV, nous avons validé les procédures d'extraction définies dans le chapitre III sur les champs rayonnés par deux antennes : un dipôle faible bande et un dipôle papillon large bande. Dans le cas de l'antenne faible bande, les trois méthodes donnent des résultats strictement équivalents. En revanche, dans le cas de l'antenne large bande, la méthode de Cauchy n'est plus apte à extraire les pôles de résonance correctement. Les trois méthodes ont également été appliquées aux champs rétrodiffusés par ces mêmes antennes. Les résultats sont identiques pour les deux types de champ. Il est donc possible d'extraire les pôles de résonance d'une antenne à partir de son rayonné ou rétrodiffusé.

Enfin, dans le chapitre V, nous avons étudié la variation des pôles extraits pour le dipôle et le dipôle papillon, en fonction de leurs dimensions et de leurs charges. Cette étude a permis de montrer que la position des pôles est directement liée à la longueur de l'antenne dans le cas du dipôle. La position des pôles a été étudiée en fonction de l'impédance des antennes. Quelle que soit la longueur du dipôle, les pôles de résonance sont situés aux niveaux des résonances naturelles du dipôle. Nous avons également constaté que lorsqu'un dipôle est plus épais, les fréquences de résonance diminuent légèrement mais surtout les amortissements deviennent plus importants. Dans le cas de la variation de charge, l'évolution de la position des pôles permet de traduire rapidement le changement de comportement du dipôle que l'on force à résonner

à ses antirésonances en lui imposant une charge élevée. Le chapitre V a également permis de valider expérimentalement l'extraction des pôles de résonance sur trois antennes : une antenne patch faible bande, une antenne hélice à cavité large bande et une antenne ULB à fente large. La correspondance entre les pôles issus de la simulation et de la mesure est bonne, notamment pour les pôles dominants. De plus, la variation des pôles en fonction de la charge des antennes est également similaire en simulation et en mesure.

Apports, limites et perspectives

Cet ouvrage pose les bases de l'utilisation de la SEM dans le domaine des antennes en insistant sur la notion physique des pôles de résonance. Concernant l'extraction des pôles de résonance, nous avons établi une procédure permettant d'utiliser les méthodes d'extraction de façon optimum. Deux nouvelles techniques de discrimination des pôles physiques ont été proposées : la fenêtre croissante dans le domaine temporel et la fenêtre glissante appliquée à la réponse fréquentielle. Nous avons également validé la possibilité de travailler à partir de la SER des antennes et d'obtenir les mêmes pôles qu'en rayonnement. Enfin, les pôles de résonance sont effectivement intrinsèques de l'antenne et sont liés à son impédance d'entrée par exemple. Ces travaux ouvrent donc la voie à une nouvelle approche de caractérisation d'antennes basée sur les pôles de résonance d'une antenne obtenue à partir de sa SER.

La SER d'une antenne est cependant composée de deux parties : une liée au mode de structure et une liée au mode d'antenne. Dans ce manuscrit, nous utilisons le temps retardé de la réponse globale de l'antenne, i.e. mode de structure et mode d'antenne confondus. Nous avons remarqué que le temps proche contient principalement la partie liée au mode de structure. Cependant, il serait intéressant de dissocier les deux modes afin d'extraire les pôles de résonance de la partie due à l'antenne uniquement. De plus, les résidus seraient alors pondérés uniquement en fonction du terme lié à l'antenne et il serait peut-être possible de reconstruire le diagramme de rayonnement normalisé de l'antenne par exemple.

Les pôles de résonance sont liés à la géométrie de l'antenne et dépendent également de sa charge. En effet, nous avons vu que les pôles varient lorsque le diamètre et la longueur du dipôle varient et restent cohérents par rapport à l'impédance d'entrée de l'antenne, notamment dans le cas du dipôle. Il serait intéressant d'essayer de mettre en équation la relation entre les pôles de résonance d'une antenne et son impédance d'entrée.

Une autre étude intéressante serait de tester la reproductibilité de l'extraction des pôles de résonance pour une même antenne mais des réalisations différentes. Si ce type de mesure est reproductible, il serait envisageable d'utiliser ce type d'approche pour vérifier la conformité des antennes réalisées. Une seule mesure de SER permettrait de valider le comportement global de l'antenne.

Liste des publications

Revue internationale avec comité de lecture

1. F. Sarrazin, J. Chauveau, P. Pouliguen, P. Potier et A. Sharaiha : « Accuracy of Singularity Expansion Method in Time and Frequency Domains to Characterize Antennas in Presence of Noise », IEEE Transactions on Antennas and Propagation (accepté pour publication)

Colloques internationaux avec comité de lecture

1. F. Sarrazin, A. Sharaiha, P. Pouliguen, J. Chauveau, S. Collardey et P. Potier : « Comparison between Matrix Pencil and Prony Methods applied on Noisy Antenna Responses », Loughborough Antennas and Propagation Conference (LAPC), Loughborough (Angleterre), pp 1-4, Novembre 2011
2. F. Sarrazin, A. Sharaiha, P. Pouliguen, P. Potier et J. Chauveau : « Analysis of two methods of poles extraction for antenna characterization », Antennas and Propagation Symposium (APS), Chicago (Etats-Unis), pp 1-2, Juillet 2012
3. F. Sarrazin, A. Sharaiha, P. Pouliguen, P. Potier et J. Chauveau : « Comparison of antenna poles extracted from radiated and scattered fields », European Conference on Antennas and Propagation (EuCAP), Göteborg (Suède), pp 797-800, Avril 2013

Colloques nationaux avec comité de lecture

1. F. Sarrazin, A. Sharaiha, P. Pouliguen, P. Potier et J. Chauveau : « Méthodes d'extraction des pôles de résonance d'une antenne », Journées Nationales Microondes (JNM), Paris (France), Mai 2013
2. F. Sarrazin, A. Sharaiha, P. Pouliguen, P. Potier et J. Chauveau : « Caractérisation d'antenne basée sur la Méthode du Développement en Singularités », URSI, Paris (France), Mars 2013

Séminaires

1. F. Sarrazin, A. Sharaiha, P. Pouliguen : « Comparaison des méthodes Matrix Pencil et Prony appliquées sur des réponses bruitées d'antennes », Groupement De Recherche (GDR) Ondes, Nice, Octobre 2011
2. F. Sarrazin, A. Sharaiha, P. Pouliguen, P. Potier et J. Chauveau : « Caractérisation d'antennes utilisant la méthode du développement en singularités (SEM) », Groupement De Recherche (GDR) Ondes, Dijon, Octobre 2013

Bibliographie

- [1] C. E. Baum, “On the singularity expansion method for the solution of electromagnetic interaction problems,” *EMP Interaction Note 8*, vol. 8, p. 112, 1971. [Online]. Available : <http://handle.dtic.mil/100.2/ADA066905>
- [2] A. Berni, “Target identification by natural resonance estimation,” *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. AES-11, no. 2, pp. 147 –154, march 1975.
- [3] C. Baum, E. Rothwell, K.-M. Chen, and D. Nyquist, “The singularity expansion method and its application to target identification,” *Proceedings of the IEEE*, vol. 79, no. 10, pp. 1481 –1492, oct 1991.
- [4] S. Licul, “Ultra-wideband antenna characterization and measurements,” Ph.D. dissertation, Faculty of the Virginia Polytechnic Institute, September 2004.
- [5] C. Marchais, “Conception et caractérisation compacte temporelle / fréquentielle d’antennes pour applications ultra large bande,” Ph.D. dissertation, Université de Rennes 1, Dec 2006.
- [6] T. Lavenan, “Contribution à la discrimination d’obstacle radar en zone de résonance,” Ph.D. dissertation, Université de Nantes, 1994.
- [7] R. Toribio, “Méthodes d’extraction de pôles de résonance : Application à la caractérisation de cibles,” Ph.D. dissertation, January 2003.
- [8] J. Chauveau, “Caractérisation des pôles de résonance d’objets éclairés par une onde électromagnétique large bande,” Ph.D. dissertation, Ecole Polytechnique de l’Université de Nantes, September 2007.
- [9] C. Balanis, *Antenna Theory Analysis and Design*, 3rd ed. Wiley, 2005.
- [10] IEEE, “Ieee standard definitions of terms for antennas,” *IEEE Std 145-1983*, pp. 1–31, 1983.
- [11] D.-H. Kwon, “Effect of antenna gain and group delay variations on pulse-preserving capabilities of ultrawideband antennas,” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 54, no. 8, pp. 2208–2215, 2006.
- [12] S. Licul and W. Davis, “Unified frequency and time-domain antenna modeling and characterization,” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 53, no. 9, pp. 2882 – 2888, sept. 2005.
- [13] C. Marchais, B. Uguen, A. Sharaiha, G. Ray, and L. Coq, “Compact characterisation of ultra wideband antenna responses from frequency measurements,” *Microwaves, Antennas Propagation, IET*, vol. 5, no. 6, pp. 671 –675, 26 2011.

- [14] M. Hachemi, S. Bories, K. H. Khelifa, and C. Delaveaud, "Miniature antenna radiation pattern measurement using fiber-optic link," in *Proceedings of the Fourth European Conference on Antennas and Propagation (EuCAP), 2010*, april 2010, pp. 1–5.
- [15] E. Knott, J. Shaeffer, and M. Tuley, *Radar Cross Section*, ser. Artech House Radar Library. Artech House, 1993. [Online]. Available : <http://books.google.fr/books?id=9zp7QgAACAAJ>
- [16] J. Gruber, "Investigation of the method of measuring antenna patterns by utilizing the reradiated electromagnetic field," Master's thesis, 1946.
- [17] G. Sinclair, E. Jordan, and E. Vaughan, "Measurement of aircraft-antenna patterns using models," *Proceedings of the IRE*, vol. 35, no. 12, pp. 1451 – 1462, dec. 1947.
- [18] D. King, "The measurement and interpretation of antenna scattering," *Proceedings of the IRE*, vol. 37, no. 7, pp. 770 – 777, july 1949.
- [19] R. Harrington, "Electromagnetic scattering by antennas," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 11, no. 5, pp. 595–596, 1963.
- [20] R. Collin, *The receiving antenna*, McGraw-Hill, Ed. R.E. Collin and F.J. Zucker, 1969.
- [21] R. Hansen, "Relationships between antennas as scatterers and as radiators," *Proceedings of the IEEE*, vol. 77, no. 5, pp. 659–662, 1989.
- [22] R. Green, "The general theory of antenna scattering," Antenna Laboratory - Ohio State University, Report 1223-17, November 1963.
- [23] R. Garbacz, "Determination of antenna parameters by scattering cross-section measurements," *Proceedings of the Institution of Electrical Engineers*, vol. 111, no. 10, pp. 1679–1686, october 1964.
- [24] J. Appel-Hansen, "A van Atta reflector consisting of half-wave dipoles," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 14, no. 6, pp. 694 – 700, nov 1966.
- [25] J. Appel-Hansen, "Accurate determination of gain and radiation patterns by radar cross-section measurements," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 27, no. 5, pp. 640 – 646, sep 1979.
- [26] J. Wang, C. Choi, and R. Moore, "Precision experimental characterization of the scattering and radiation properties of antennas," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 30, no. 1, pp. 108 – 112, jan 1982.
- [27] K. Lambert, R. Rudduck, and T.-H. Lee, "A new method for obtaining antenna gain from backscatter measurements," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 38, no. 6, pp. 896 –902, jun 1990.
- [28] E. Heidrich and W. Wiesbeck, "Features of advanced polarimetric rcs-antenna measurements," in *Antennas and Propagation Society International Symposium, 1989. AP-S. Digest*, june 1989, pp. 1026 –1029 vol.2.
- [29] E. Heidrich and W. Wiesbeck, "Wideband polarimetric rcs-antenna measurement," in *Seventh International Conference on (IEE) Antennas and Propagation, 1991. ICAP 91.*, apr 1991, pp. 424 –427 vol.1.

-
- [30] W. Wiesbeck and E. Heidrich, "Wide-band multiport antenna characterization by polarimetric rcs measurements," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 46, no. 3, pp. 341–350, mar 1998.
- [31] O. Vicencio and J. Romeu, "Application of rcs measurement method for characterization of small antennas," in *Antennas and Propagation Society International Symposium, 2008. AP-S 2008. IEEE*, july 2008, pp. 1–4.
- [32] S. Bories, M. Hachemi, K. H. Khelifa, and C. Delaveaud, "Small antennas impedance and gain characterization using backscattering measurements," in *Proceedings of the Fourth European Conference on Antennas and Propagation (EuCAP), 2010*, april 2010, pp. 1–5.
- [33] C. Baum, *The Singularity Expansion Method*, Pelson, Ed. Transient Electromagnetic Field, 1976.
- [34] J. Chauveau, N. Beaucoudray, and J. Saillard, "Characterization of perfectly conducting targets in resonance domain with their quality of resonance," *PIER*, vol. 74, pp. 69–84, 2007.
- [35] H. Uberall and G. C. Gaunaurd, "The physical content of the singularity expansion method," *Applied Physics Letters*, vol. 39, no. 4, pp. 362–364, aug 1981.
- [36] N. Gharsallah, E. Rothwell, K.-M. Chen, and D. Nyquist, "Identification of the natural resonance frequencies of a conducting sphere from a measured transient response," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 38, no. 1, pp. 141–143, jan 1990.
- [37] G. Mie, "Beiträge zur optik trüber medien, speziell kolloidaler metallösungen," *Annalen der Physik*, vol. 330, no. 3, pp. 377–445, 1908. [Online]. Available : <http://dx.doi.org/10.1002/andp.19083300302>
- [38] G. Kristensson, "Natural frequencies of circular disks," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 32, no. 5, pp. 442–448, may 1984.
- [39] S. Chaudhuri, "A time domain synthesis of electromagnetic backscattering by conducting ellipsoids," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 28, no. 4, pp. 523–530, jul 1980.
- [40] Y. Long, "Determination of the natural frequencies for conducting rectangular boxes," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 42, no. 7, pp. 1016–1021, jul 1994.
- [41] W. Sun, K.-M. Chen, D. Nyquist, and E. Rothwell, "Determination of the natural modes for a rectangular plate [transient scattering]," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 38, no. 5, pp. 643–652, may 1990.
- [42] K. Cho and J. Cordaro, "Calculation of the sem parameters from the transient response of a thin wire," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 28, no. 6, pp. 921–924, nov 1980.
- [43] J. Brittingham, E. Miller, and J. Willows, "Pole extraction from real-frequency information," *Proceedings of the IEEE*, vol. 68, no. 2, pp. 263–273, feb. 1980.
- [44] A. Hoorfar and D. Chang, "Analytic determination of the transient response of a thin-wire antenna based upon an sem representation," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 30, no. 6, pp. 1145–1152, nov 1982.

- [45] K. Umashankar and D. Wilton, "Transient scattering of an l-shaped wire using the singularity expansion method," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 23, no. 6, pp. 838 – 841, nov 1975.
- [46] M. Richards, T. Shumpert, and L. Riggs, "Sem formulation of the fields scattered from arbitrary wire structures," *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*, vol. 35, no. 2, pp. 249 –254, may 1993.
- [47] E. Rothwell, J. Baker, K.-M. Chen, and D. Nyquist, "Approximate natural response of an arbitrarily shaped thin wire scatterer," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 39, no. 10, pp. 1457 –1462, oct 1991.
- [48] C. Chuang and D. Moffatt, "Natural resonances of radar targets via prony's method and target discrimination," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. AES-12, no. 5, pp. 583 –589, sept. 1976.
- [49] N. Shuley and I. Longstaff, "Polarisation studies in uwb target recognition," *URSI Commission F Triennium Open Symposium*, pp. 171–175, June 2004.
- [50] M. Morgan, "Target i.d. using natural resonances," *IEEE Potentials*, vol. 12, no. 4, pp. 11 –14, dec. 1993.
- [51] C. Baum, "Signature-based target identification and pattern recognition," *IEEE Antennas and Propagation Magazine*, vol. 36, no. 3, pp. 44 –51, june 1994.
- [52] E. Kennaugh, "The k-pulse concept," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 29, no. 2, pp. 327 – 331, mar 1981.
- [53] T. Benny, "Simple target identification using k-pulse techniques," Ph.D. dissertation, University of Queensland, Australia, October 2003.
- [54] E. Rothwell, K.-M. Chen, and D. Nyquist, "Extraction of the natural frequencies of a radar target from a measured response using e-pulse techniques," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 35, no. 6, pp. 715 – 720, jun 1987.
- [55] R. Toribio, J. Saillard, and P. Pouliguen, "Identification of radar targets in resonance zone : E-pulse techniques," *Progress In Electromagnetics Research*, vol. 43, pp. 39–58, 2003.
- [56] K. M. Chen, D. Nyquist, E. Rothwell, L. Webb, and B. Drachman, "Radar target discrimination by convolution of radar return with extinction-pulses and single-mode extraction signals," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 34, no. 7, pp. 896 – 904, jul 1986.
- [57] J. Mooney, Z. Ding, and L. Riggs, "Robust target identification in white gaussian noise for ultra wide-band radar systems," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 46, no. 12, pp. 1817 –1823, dec 1998.
- [58] L. Chan, *Subsurface Electromagnetic Target Characterization and Identification*. Ohio State University, 1979. [Online]. Available : <http://books.google.fr/books?id=ntertgAACAAJ>
- [59] L. Chan, D. Moffatt, and J. Peters, L., "A characterization of subsurface radar targets," *Proceedings of the IEEE*, vol. 67, no. 7, pp. 991 – 1000, july 1979.

-
- [60] C. C. Chen and J. Peters, L., “Buried unexploded ordnance identification via complex natural resonances,” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 45, no. 11, pp. 1645–1654, nov 1997.
- [61] C. Baum, “Discrimination of buried targets via the singularity expansion,” *Inverse Problems*, vol. 13, no. 3, p. 557, 1997.
- [62] P. D. Smith, S. R. Cloude, Y. LOSTANLEN, Y. CORRE, and B. UGUEN, “Buried object identification with an optimisation of the tls prony algorithm,” in *Ultra-Wideband, Short-Pulse Electromagnetics 5*. Springer US, 2002, pp. 615–622.
- [63] C. Gilmore, “A comparison of imaging methods using gpr for landmine detection and a preliminary investigation into the sem for identification of buried objects,” Ph.D. dissertation, University of Manitoba, Canada, December 2004.
- [64] C. Baum, “The sem representation of scattering from perfectly conducting targets in simple lossy media,” Philips Lab., Kirtland Air Force Base, Tech. Rep., April 1993, 492.
- [65] S. Vitebskiy and L. Carin, “Resonances of perfectly conducting wires and bodies of revolution buried in a lossy dispersive half-space,” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 44, no. 12, pp. 1575–1583, dec 1996.
- [66] W. Howell and H. Uberall, “Selective observation of resonances via their ringing in transient radar scattering, as illustrated for conducting and coated spheres,” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 38, no. 3, pp. 293–298, mar 1990.
- [67] U. I. des Télécommunications, “www.itu.int.”
- [68] J. Chauveau, N. de Beaucoudrey, and J. Saillard, “Determination of resonance poles of radar targets in narrow frequency bands,” in *European Radar Conference*, oct. 2007, pp. 122–125.
- [69] J. Chauveau, N. Beaucoudray, and J. Saillard, “Analysis of complex shape targets by natural poles of resonance,” *URSI*, July 2006.
- [70] F. M. Tesche, “On the singularity expansion method as applied to electromagnetic scattering from thin-wires,” *AFWL Interaction Note 102*, April 1972.
- [71] F. Tesche, “On the analysis of scattering and antenna problems using the singularity expansion technique,” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 21, no. 1, pp. 53–62, jan 1973.
- [72] P. Barnes, “On the singularity expansion method as applied to the emp analysis and simulation of the cylindrical dipole antenna,” Oak Ridge National Laboratory, Tech. Rep., November 1973, 146.
- [73] M. Van Blaricum and R. Mittra, “A technique for extracting the poles and residues of a system directly from its transient response,” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 23, no. 6, pp. 777–781, nov 1975.
- [74] F. Tesche, “The far-field response of a step-excited linear antenna using sem [singularity expansion method],” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 23, no. 6, pp. 834–838, nov 1975.
- [75] K. Michalski and L. Pearson, “Equivalent circuit synthesis for a loop antenna based on the singularity expansion method,” *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 32, no. 5, pp. 433–441, may 1984.

- [76] H. Friis, "A note on a simple transmission formula," *Proceedings of the IRE*, vol. 34, no. 5, pp. 254 – 256, may 1946.
- [77] A. Shlivinski, E. Heyman, and R. Kastner, "Antenna characterization in the time domain," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 45, no. 7, pp. 1140 –1149, jul 1997.
- [78] C. Rego, J. Nunes, and M. de Abreu Bueno, "Unified characterization of uwb antennas in time and frequency domains : an approach based on the singularity expansion method," in *SBMO/IEEE International Microwave and Optoelectronics Conference*, 29 2007-nov. 1 2007, pp. 827 –831.
- [79] W. dos Anjos and C. Goncalves do Rego, "Characterization uwb of wire antennas in the space-time domain," in *SBMO/IEEE MTT-S International Microwave Optoelectronics Conference*, 29 2011-nov. 1 2011, pp. 420 –425.
- [80] T. Yang, W. Davis, and W. Stutzman, "Multipath mitigation in pattern measurement of small directive antennas based on the singularity expansion method (sem)," in *IEEE International Workshop on Antenna Technology*, march 2009, pp. 1 –4.
- [81] D. Rialet, S. Podilchak, M. Clenet, M. Essaaidi, and Y. Antar, "Characterization of compact disc uwb monopole antennas using the singularity expansion method," in *IEEE International Conference on Ultra-Wideband (ICUWB)*, sept. 2012, pp. 412 –416.
- [82] G. Hanson, "Steady-state scattering from microstrip dipole and patch antennas evaluated by the singularity expansion method," in *IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium*, jul 1992, pp. 2235 –2238 vol.4.
- [83] G. Hanson and D. Nyquist, "The rcs of a microstrip dipole deduced from an expansion of pole singularities," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 41, no. 3, pp. 376–379, 1993.
- [84] G. Hanson, "An sem analysis of the voltage induced upon a printed strip antenna by a transient plane wave," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 41, no. 12, pp. 1742–1746, 1993.
- [85] R. Hall and H. Steyskal, "Wideband scattering of microstrip patches using natural modes," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 43, no. 10, pp. 1140–1143, 1995.
- [86] N. Plantis, P. Pouliguen, A. Sharaiha, and P. Potier, "Caractérisation électromagnétique des antennes ultra large bandes pour les systèmes de communications numériques sans fils de nouvelle génération," Master's thesis, July 2009.
- [87] N. Hendijani and M. Manteghi, "Application of singularity expansion method in estimating size of a stent implanted in the artery," in *IEEE International Symposium on Antennas and Propagation (APSURSI)*, 2011, july 2011, pp. 131 –133.
- [88] C. D. B. Manteghi, M. and P. P. Vlachos, "Application of singularity expansion method for monitoring the deployment of arterial stents," *Microw. Opt. Technol. Lett.*, vol. 54, pp. 2241–2246, 2012.
- [89] S. Padhi and N. Shuley, "Investigation into detection of malignant tumor using singularity expansion method (sem)," in *IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium*, 2007, pp. 2180–2183.

-
- [90] F. Yang and A. Mohan, "Complex natural resonances for breast tissues with complex morphology," in *IEEE International Symposium on Antennas and Propagation (AP-SURSI), 2011*, july 2011, pp. 699–702.
- [91] A. Blischak and M. Manteghi, "Embedded singularity chipless rfid tags," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 59, no. 11, pp. 3961–3968, Nov. 2011.
- [92] M. Manteghi, "A novel approach to improve noise reduction in the matrix pencil algorithm for chipless rfid tag detection," in *IEEE Antennas and Propagation Society International Symposium*, july 2010, pp. 1–4.
- [93] R. Rezaiesarlak and M. Manteghi, "Short-time matrix pencil method for chipless rfid detection applications," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 61, no. 5, pp. 2801–2806, 2013.
- [94] C. Roblin, "Ultra compressed parametric modelling of uwb antenna measurements," in *European Conference on Antennas and Propagation*, nov. 2006, pp. 1–8.
- [95] T. Sarkar, Z. Maricevic, and M. Kahrizi, "An accurate de-embedding procedure for characterizing discontinuities," *International Journal of Microwave and Millimeter-Wave Computer-Aided Engineering*, vol. 2, pp. 135–142, 1992.
- [96] M. Kahrizi, T. Sarkar, and Z. Maricevic, "Dynamic analysis of a microstrip line over a perforated ground plane," *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques*, vol. 42, no. 5, pp. 820–825, may 1994.
- [97] T. Sarkar and M. Salazar, "An alternate interpretation of complex modes in closed perfectly conducting structures," *TMTT*, pp. 123–129, 1994.
- [98] Y. Hua, F. Baqai, Y. Zhu, and D. Heilbronn, "Imaging of point scatterers from step-frequency isar data," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 29, no. 1, pp. 195–205, jan 1993.
- [99] Y. Hua, "High resolution imaging of continuously moving object using stepped frequency radar," *Signal Processing*, vol. 36, no. 3, pp. 33–40, January 1994.
- [100] R. Prony, *Essai expérimental et analytique sur les lois de la dilatabilité de fluides élastiques et sur celles de la force expansive de la vapeur d'alcool*. Journal de l'Ecole Polytechnique, 1795, vol. 1, no. 1440-1454.
- [101] A. Householder, "On prony's method of fitting exponential decay curves and multiple-hit survival curves." vol. ORNL-455, February 1950.
- [102] M. VanBlaricum and R. Mittra, "Problems and solutions associated with prony's method for processing transient data," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 26, no. 1, pp. 174–182, jan 1978.
- [103] R. McDonough and W. Huggins, "Best least squares representation of signals by exponentials," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 13, no. 4, pp. 408–412, August 1968.
- [104] W. Steedly, C.-H. Ying, and R. Moses, "Statistical analysis of svd-based prony techniques," in *Conference Record of the Twenty-Fifth Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers*, nov 1991, pp. 232–236 vol.1.

- [105] E. Dowling, R. DeGroat, and D. Linebarger, "Exponential parameter estimation in the presence of known components and noise," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 42, no. 5, pp. 590–599, may 1994.
- [106] D. J. Trudnowski, J. Johnson, and J. Hauer, "Making prony analysis more accurate using multiple signals," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 14, no. 1, pp. 226–231, February 1999.
- [107] D. Tufts and R. Kumaresan, "Estimation of frequencies of multiple sinusoids : Making linear prediction perform like maximum likelihood," *Proceedings of the IEEE*, vol. 70, no. 9, pp. 975–989, September 1982.
- [108] R. Kumaresan and D. Tufts, "Estimating the parameters of exponentially damped sinusoids and pole-zero modeling in noise," *Acoustics, Speech and Signal Processing, IEEE Transactions on*, vol. 30, no. 6, pp. 833–840, December 1982.
- [109] K. Steiglitz and L. McBride, "A technique for the identification of linear systems," *Automatic Control, IEEE Transactions on*, vol. 10, no. 4, pp. 461–464, October 1965.
- [110] L. McBride, H. Schaefgen, and K. Steiglitz, "Time-domain approximation by iterative methods," *Circuit Theory, IEEE Transactions on*, vol. 13, no. 4, pp. 381–387, December 1966.
- [111] Y. Hua and Y. Zhang, "A perturbation property of the tls-lp method," *IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing*, vol. 38, no. 11, pp. 2004–2005, November 1990.
- [112] Y. Hua and T. Sarkar, "Generalized pencil-of-function method for extracting poles of an em system from its transient response," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 37, no. 2, pp. 229–234, feb 1989.
- [113] Y. Hua and T. Sarkar, "Matrix pencil method for estimating parameters of exponentially damped/undamped sinusoids in noise," *IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing*, vol. 38, no. 5, pp. 814–824, may 1990.
- [114] S. Van Huffel, "Analysis of the total least square problem and its use in parameter estimations," Ph.D. dissertation, Kattrolieke Universiterit Leuven, 1990.
- [115] T. Sarkar, S. Park, J. Koh, and S. Rao, "Application of the matrix pencil method for estimating the sem (singularity expansion method) poles of source-free transient responses from multiple look directions," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 48, no. 4, pp. 612–618, apr 2000.
- [116] A. Cauchy, "Sur le formule de lagrange relative à l'interpolation," vol. *Analyse Algébrique*, 1821.
- [117] D. J. Figueiredo and C. Hu, *Application of a Frequency Domain Prony Method to Wide Bandwidth Radar Signature Classification*, September 1979.
- [118] R. Adve and T. Sarkar, "The effect of noise in the data on the cauchy method," *Microwave and Optical Technology Letters*, vol. 7, pp. 242–247, April 1994.
- [119] A. Poggio, M. VanBlaricum, E. Miller, and R. Mittra, "Evaluation of a processing technique for transient data," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 26, no. 1, pp. 165–173, January 1978.

- [120] G. Marrocco and M. Ciattaglia, "Ultrawide-band modeling of transient radiation from aperture antennas," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 52, no. 9, pp. 2341–2347, September 2004.
- [121] J. Chauveau, N. de Beaucoudrey, and J. Saillard, "Selection of contributing natural poles for the characterization of perfectly conducting targets in resonance region," *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*, vol. 55, no. 9, pp. 2610–2617, sept. 2007.
- [122] M. Van Blaricum, "An analysis of existing prony's method techniques," in *Spring Fulmen Meeting*, 1977.
- [123] R. Gomez Martin and M. Carrion Perez, "Extended prony method applied to noisy data," *Electronics Letters*, vol. 22, no. 11, pp. 613–614, 22 1986.
- [124] W. Liang, H. Kang, and L. Yao, "Detection of power system oscillation using moving window prony method," in *Power System Technology*, October 2010, pp. 1–6.
- [125] P. Haddad and D. Pozar, "Analysis of an aperture coupled microstrip patch antenna with a thick ground plane," in *Antennas and Propagation Society International Symposium*, vol. 2, 1994, pp. 932–935 vol.2.
- [126] C. Marchais, G. Le Ray, and A. Sharaiha, "Stripline slot antenna for uwb communications," *IEEE Antennas and Wireless Propagation Letters*, vol. 5, no. 1, pp. 319–322, 2006.

Annexe A

Extraction des pôles de résonance de l'antenne papillon à partir de son champ rayonné

A.1 Définition du temps retardé

Le signal d'excitation utilisé a la même forme Gaussienne que précédemment (figure IV.2.1). Une sonde placée à la même distance $R = 2$ m permet de mesurer le champ électrique en champ lointain de l'antenne papillon. Il est présenté dans les domaines temporel et fréquentiel sur la figure A.1.1.

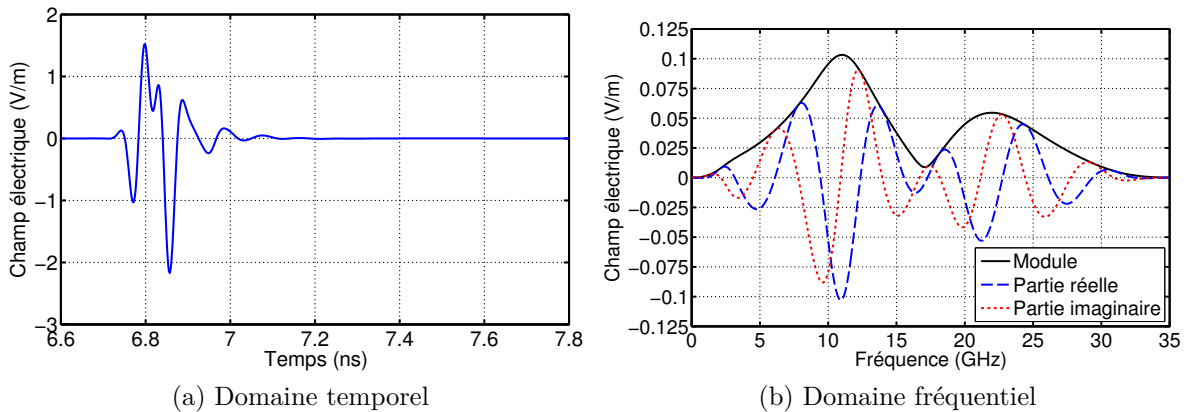


FIGURE A.1.1: Champ électrique rayonné par l'antenne papillon

Le début du temps retardé est défini quasiment de la même façon que pour le dipôle. En effet, les conditions de simulation sont identiques : utilisation d'un port localisé, sonde placée à la même distance, excitation Gaussienne couvrant la même bande de fréquence et longueur de l'antenne identique. Seule la largeur de l'antenne est modifiée. La durée de la réponse en

temps proche dans le cas de l'antenne papillon est donc de 0.164 ns.

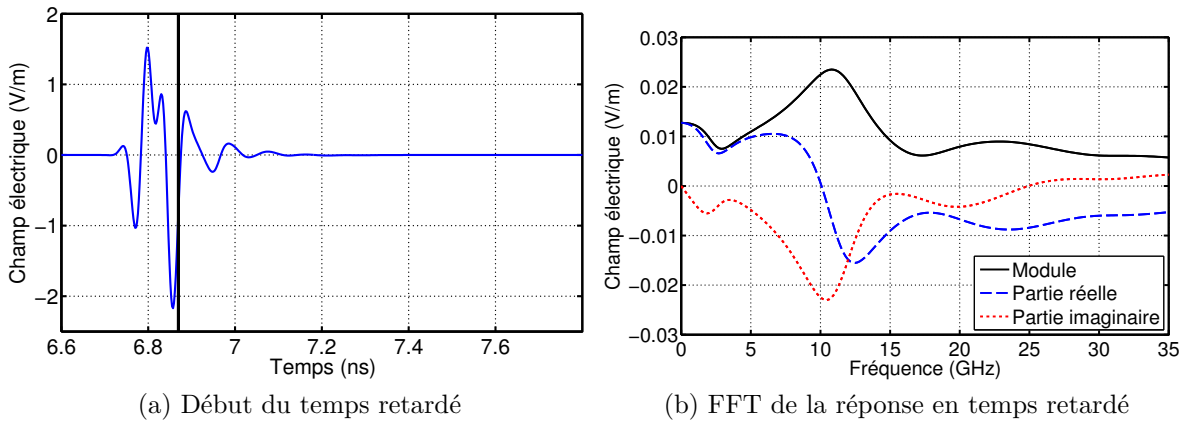


FIGURE A.1.2: Réponse en temps retardé

A.2 Extraction avec la méthode de Prony

Cette antenne ne présente pas de fortes résonances comme le dipôle. Il sera donc plus compliqué d'identifier les pôles physiques. L'algorithme de Prony est tout d'abord appliqué sur deux fenêtres glissantes de 150 et 250 échantillons soit des durées de 0.31 et 0.52 ns. Le pas est de 10 échantillons soit une durée de 0.021 ns. Les deux fenêtres utilisées sont présentées sur la figure A.2.1 et les résultats sont présentés sur les figures A.2.2 et A.2.3.

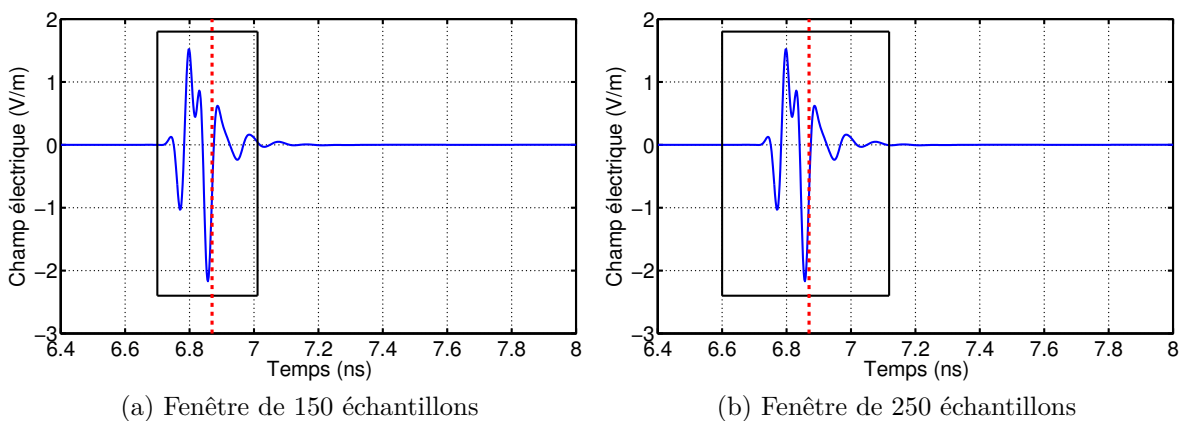


FIGURE A.2.1: Les dimensions des fenêtres glissantes considérées

Pour les deux tailles de fenêtres, plusieurs pôles commencent à être extraits lorsque la fenêtre contient à peu près autant de temps proche que de temps retardé (lorsque les fenêtres de 150 et 250 échantillons débutent à 6.7 et 6.6 ns respectivement). Avec la fenêtre la plus courte,

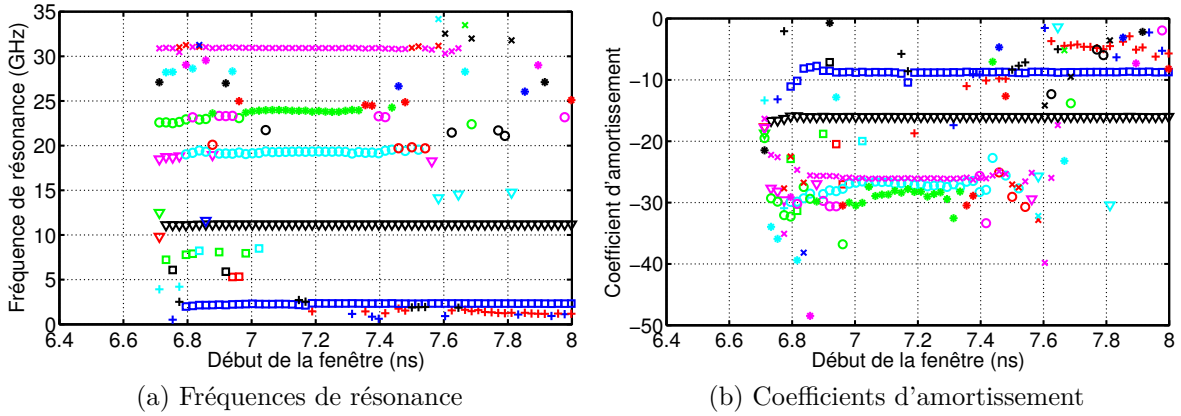


FIGURE A.2.2: La méthode de Prony sur une fenêtre glissante de 150 échantillons, $M = 50$

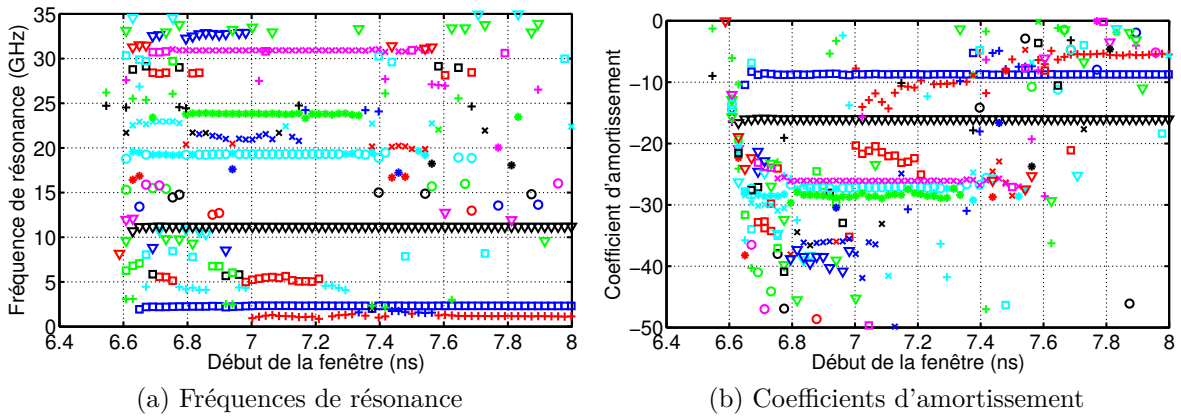


FIGURE A.2.3: La méthode de Prony sur une fenêtre glissante de 250 échantillons, $M = 50$

cinq paires de pôles sont stables à partir de la fenêtre commençant à 6.86 ns ce qui correspond parfaitement au début du temps retardé théorique. Pour la fenêtre plus grande, les cinq paires de pôles retrouvées précédemment le sont également et trois paires de pôles supplémentaires peuvent être considérées comme stables (aux alentours de 5, 21 et 33 GHz). Le pôle dont la fréquence de résonance est la plus faible (autour de 1 GHz) varie trop fortement au niveau de la fréquence de résonance (il oscille entre 0.7 et 2 GHz) et du coefficient d'amortissement (entre -15 et -4) pour être considéré comme physique. Il est donc nécessaire d'utiliser une fenêtre assez large afin de pouvoir extraire correctement le plus de pôles possible. Sur la figure A.2.4, nous présentons les pôles extraits sur la réponse en temps retardé de l'antenne papillon pour plusieurs valeurs de M .

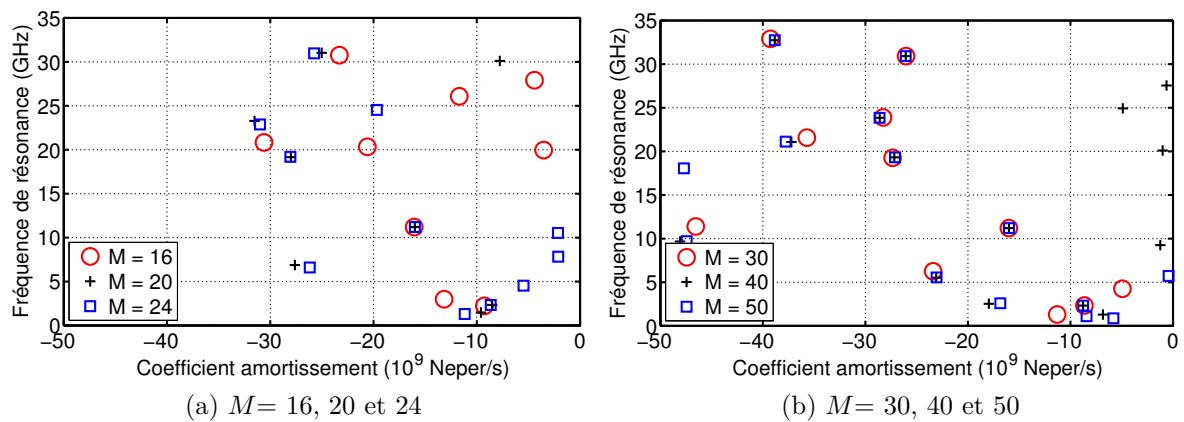


FIGURE A.2.4: Pôles extraits avec la méthode de Prony

A partir de $M = 24$, les cinq paires de pôles les plus stables sont retrouvées quel que soit M . Pour $M > 40$, les trois autres paires de pôles sont également stables. M doit donc être également défini suffisamment grand pour extraire l'ensemble des pôles de résonance.

A.3 Extraction avec la méthode MP

La même étude est maintenant présentée en utilisant la méthode MP. Les deux fenêtres utilisées sont les mêmes que précédemment (cf figure A.2.1) et les résultats sont présentés sur les figures A.3.1 et A.3.2.

Les résultats sont très proches de ceux obtenus avec la méthode de Prony. Cinq paires de pôles sont stables pour la première fenêtre et ce nombre passe à huit pour la deuxième fenêtre. Les pôles extraits pour différentes valeurs de M sont présentés sur la figure A.3.3. Là encore, les résultats sont similaires à ceux obtenus avec la méthode de Prony et il est nécessaire d'avoir $M > 40$ pour extraire l'ensemble des pôles stables de la fenêtre glissante.

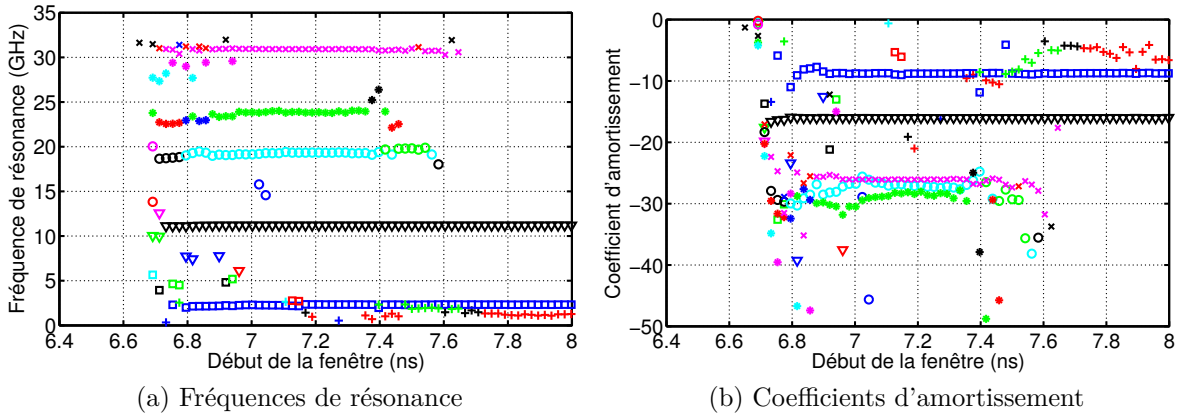


FIGURE A.3.1: MP sur une fenêtre glissante de 150 échantillons, $M = 50$

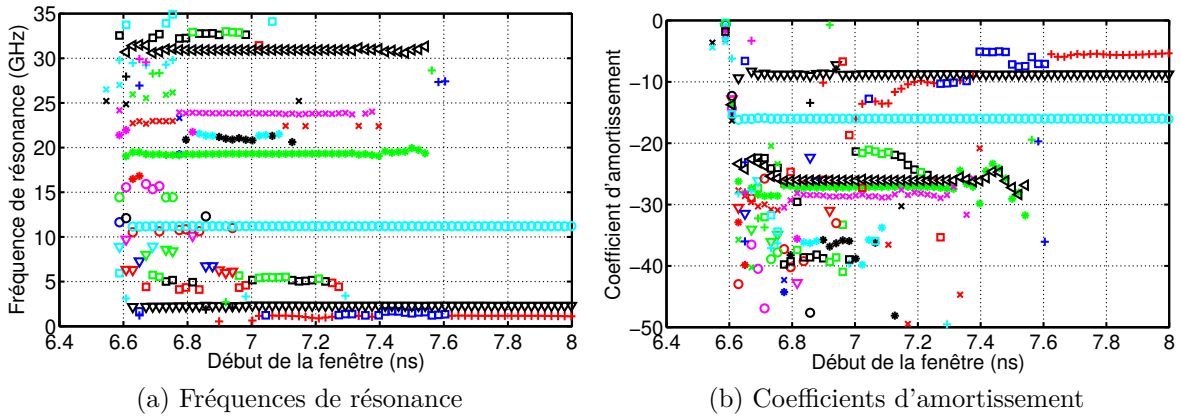


FIGURE A.3.2: MP sur une fenêtre glissante de 250 échantillons, $M = 50$

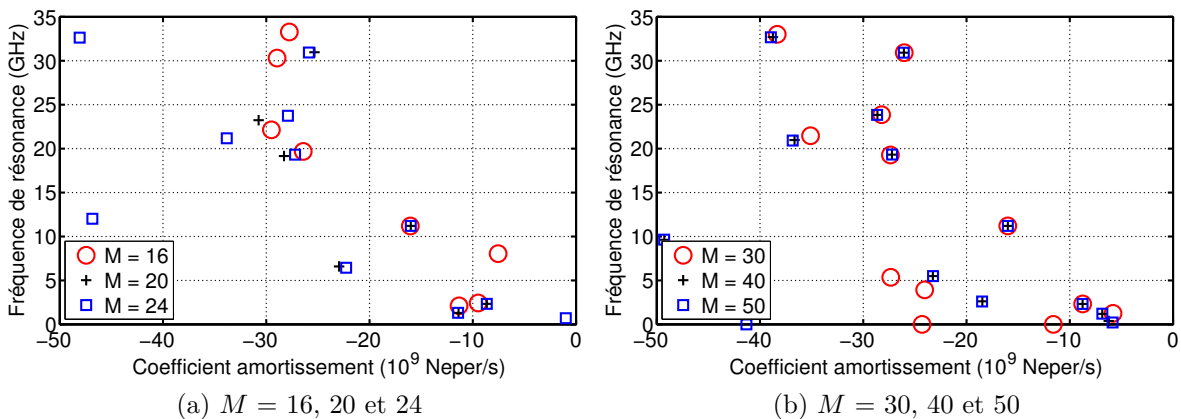


FIGURE A.3.3: Pôles extraits avec la méthode MP

A.4 Extraction avec la méthode de Cauchy

Dans un premier temps, l'algorithme de Cauchy est appliqué directement à l'intégralité de la réponse fréquentielle. Les pôles obtenus pour différentes valeurs de P sont présentés sur la figure A.4.1.

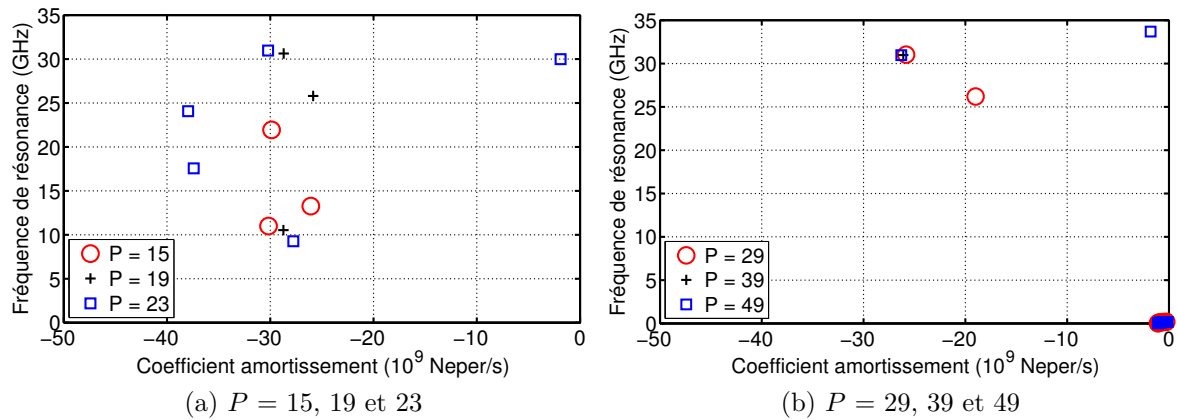


FIGURE A.4.1: Pôles extraits avec la méthode de Cauchy

Aucun pôle n'est stable en fonction de P . Nous proposons de diviser la réponse fréquentielle en quatre sous-bandes. Les quatre sous-bandes considérées ainsi que l'erreur du signal reconstruit en fonction de P sont présentées sur la figure A.4.2. L'EQMN est très faible dans les quatre sous-bandes pour P compris entre 3 et 6. Les pôles extraits pour ces valeurs sont présentés sur la figure A.4.3.

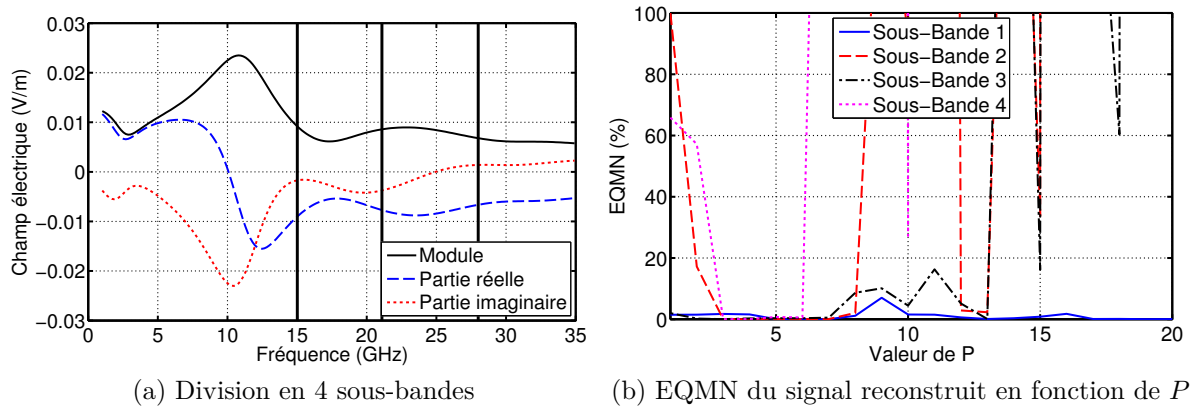


FIGURE A.4.2: Extraction avec la méthode de Cauchy en 4 sous-bandes

Seuls trois pôles sont réellement stables en fonction de P . Afin d'essayer d'en définir davantage, nous proposons de réaliser la même étude mais pour quatre sous-bandes différentes. Elle

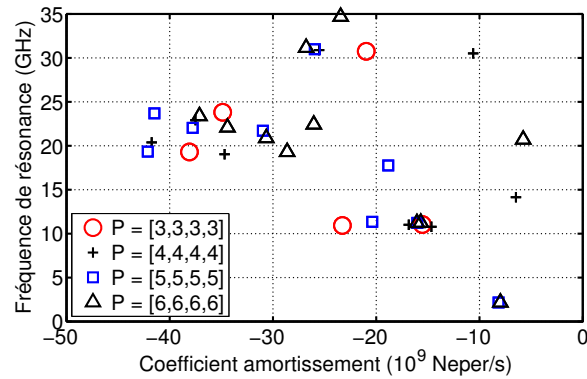


FIGURE A.4.3: Extraction avec la méthode de Cauchy en 4 sous-bandes

est présentée sur la figure A.4.4. L'EQMN est très faible pour P compris entre 3 et 6. Les pôles extraits pour ces valeurs sont présentés sur la figure A.4.5.

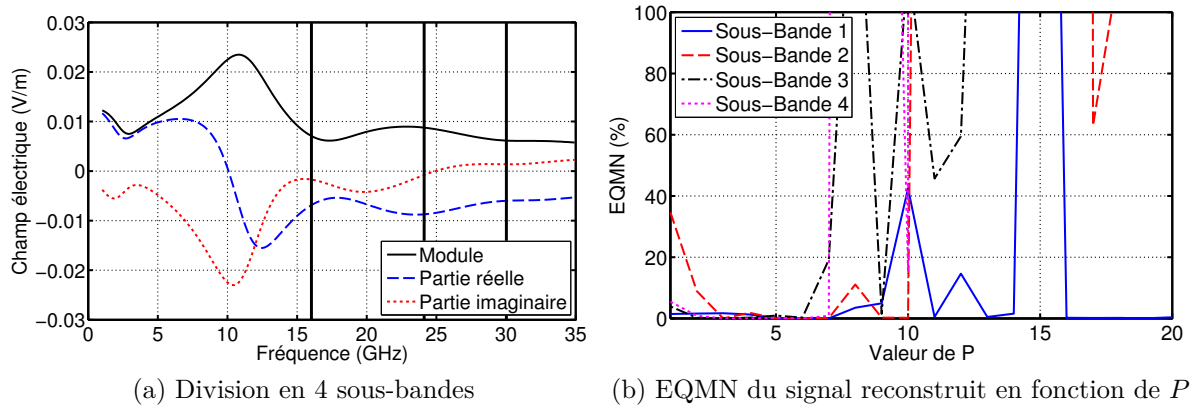


FIGURE A.4.4: Extraction avec la méthode de Cauchy en 4 sous-bandes

En comparant les figures A.4.3 et A.4.5, deux autres pôles sont extraits plusieurs fois de la même façon. Cette approche permet donc de déterminer cinq paires de pôles physiques. Nous appliquons maintenant la méthode de Cauchy sur une fenêtre glissante. Les deux fenêtres utilisées sont présentées sur la figure A.4.6 et les résultats sur les figures A.4.7 et A.4.8 pour $P = 4$. Ces résultats permettent de définir cinq paires de pôles stables. A l'aide de la fenêtre glissante, il est plus facile de déterminer les valeurs des pôles stables notamment au niveau du coefficient d'amortissement qu'avec la méthode précédente.

A.5 Etude de robustesse au bruit

Sur les figures A.5.1 et A.5.2, la probabilité d'extraction de chaque pôle en fonction du RSB est présentée pour les trois méthodes et pour chaque approche.

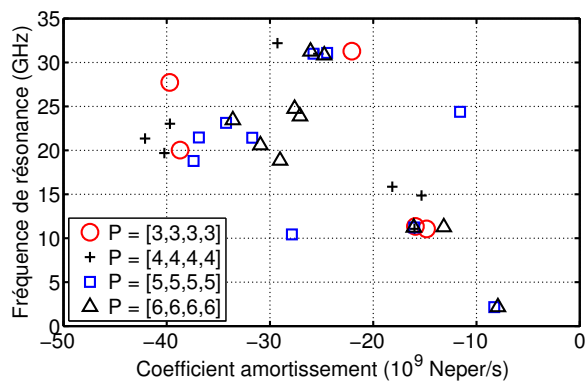
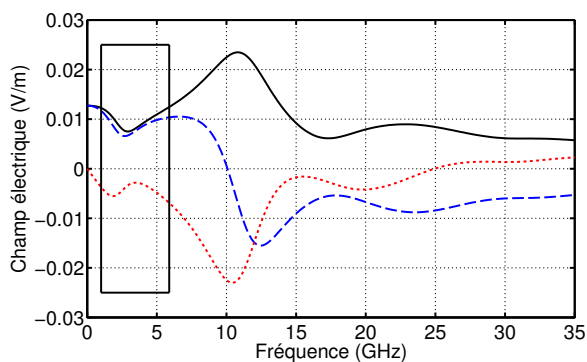
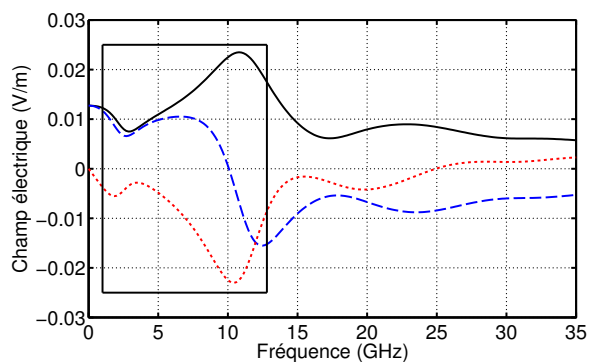


FIGURE A.4.5: Pôles extraits avec la méthode de Cauchy en 4 sous-bandes

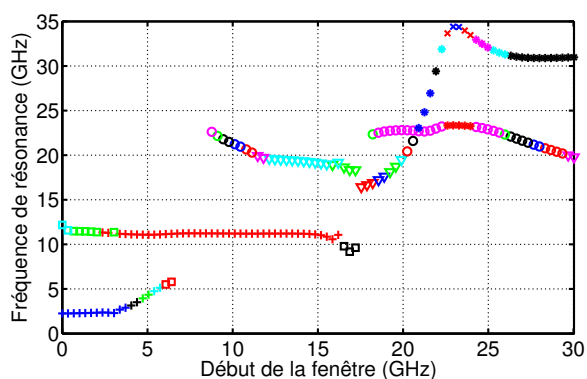


(a) Fenêtre de 29 échantillons soit 4.7 GHz

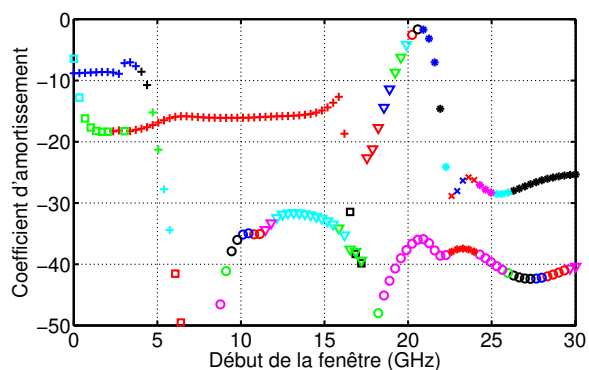


(b) Fenêtre de 70 échantillons soit 11.6 GHz

FIGURE A.4.6: Tailles des fenêtres considérées



(a) Fréquences de résonance



(b) Coefficients d'amortissement

FIGURE A.4.7: Application de la méthode de Cauchy sur une fenêtre glissante de 4.7 GHz

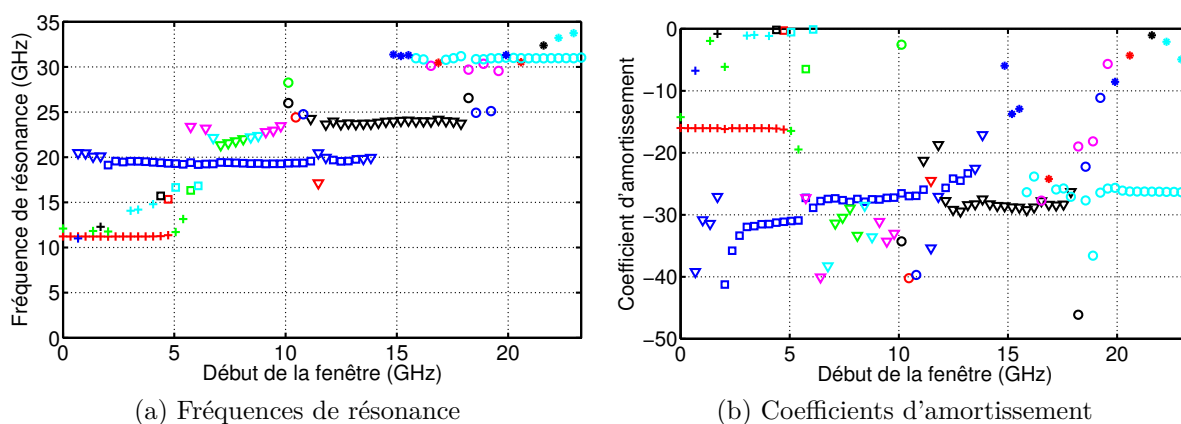


FIGURE A.4.8: Application de la méthode de Cauchy sur une fenêtre glissante de 11.6 GHz

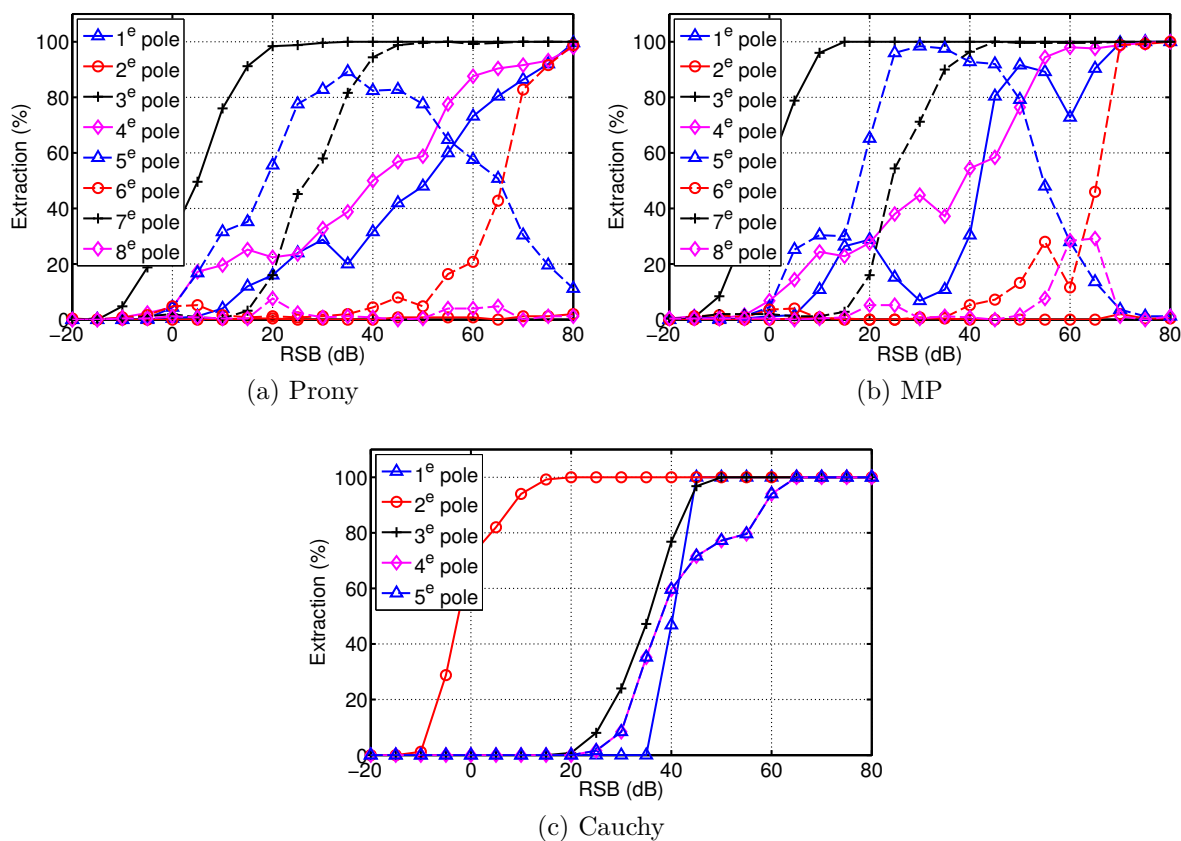


FIGURE A.5.1: Probabilité d'extraction des pôles en présence de bruit (approche 1)

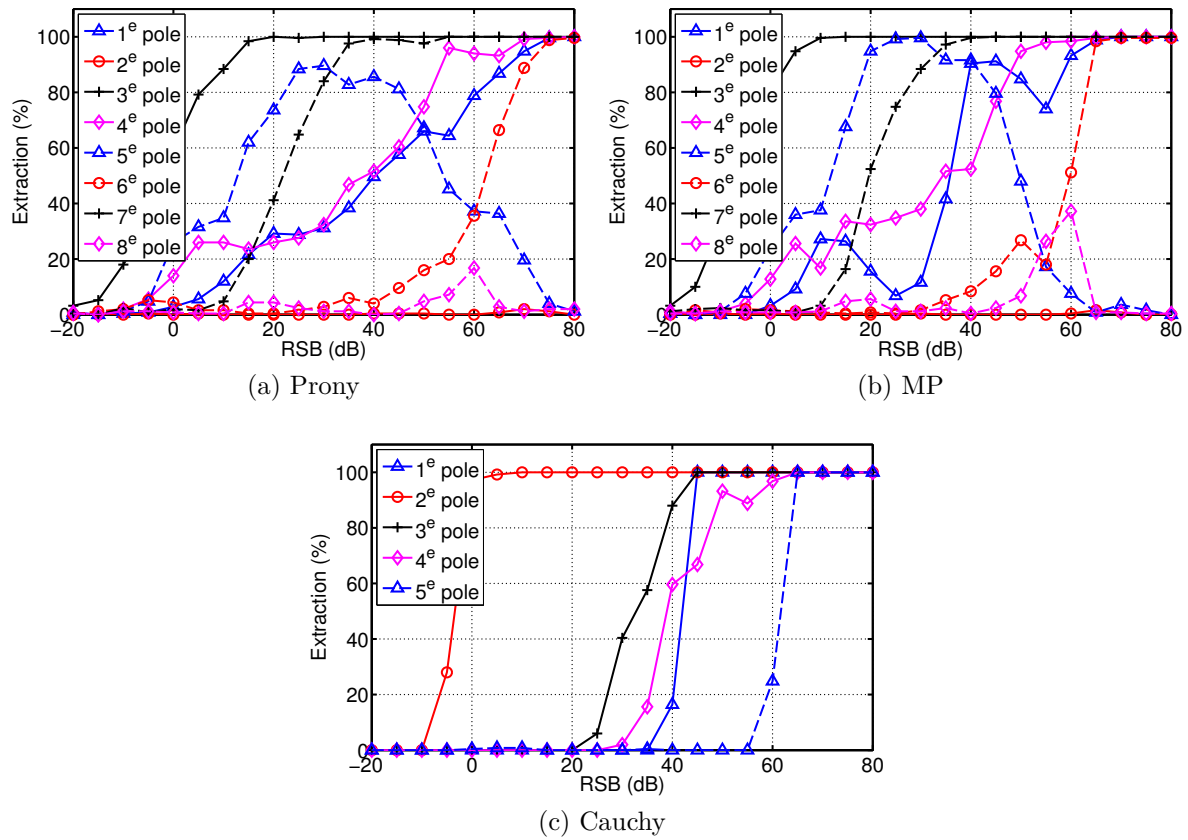


FIGURE A.5.2: Probabilité d'extraction des pôles en présence de bruit (approche 2)

Le pôle 3 pour les méthodes de Prony et MP qui correspond au pôle 2 avec la méthode de Cauchy est toujours le premier extrait. C'est un pôle avec un coefficient d'amortissement assez faible et surtout avec le résidu le plus fort. Avec les méthodes de Prony et MP, c'est ensuite le pôle 5 qui est extrait le plus fréquemment puis le pôle 7. Il est intéressant de remarquer que lorsque le pôle 7 commence à être extrait fréquemment, le pôle 5 l'est alors de moins en moins jusqu'à ne plus jamais être extrait pour un RSB de 80 dB. Le pôle 1 est extrait 99 % du temps à partir d'un RSB de 80 dB avec les méthodes de Prony et MP alors qu'il est extrait de la même façon à partir d'un RSB de 45 dB avec celle de Cauchy. Chaque méthode n'extrait donc pas les pôles « dans le même ordre », dans le sens où il semble plus facile pour une méthode d'extraire certains pôles plutôt que d'autres. Le pôle dominant est en revanche toujours extrait en premier par les trois méthodes.

A.6 Etude de robustesse au bruit sur autocorrélation du signal

La même étude de robustesse est réalisée en utilisant les trois méthodes d'extraction sur l'autocorrélation de la réponse temporelle. La réponse autocorrélée dans les domaines temporel et fréquentiel est présentée sur la figure A.6.1.

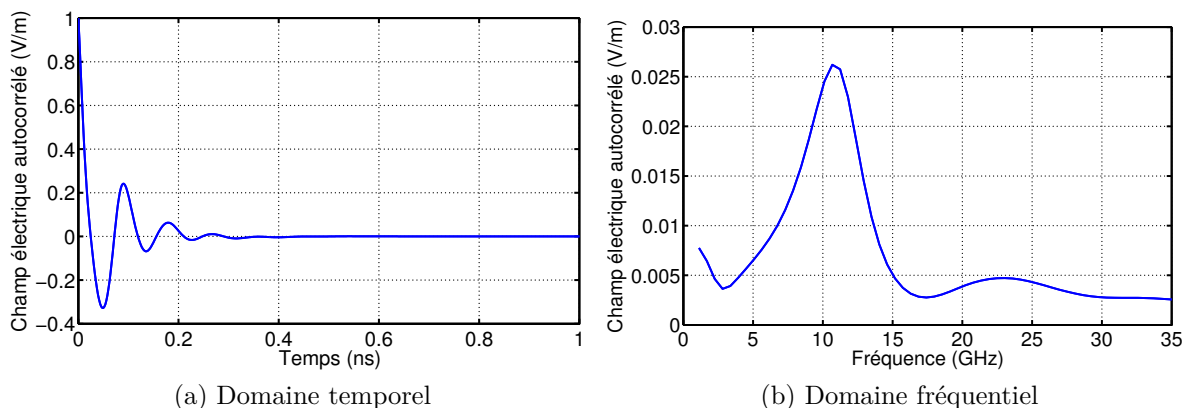


FIGURE A.6.1: Autocorrélation du temps retardé de la réponse de l'antenne papillon

Les résultats de la robustesse des trois méthodes d'extraction en présence de bruit sont présentés sur les figures A.6.2 et A.6.3.

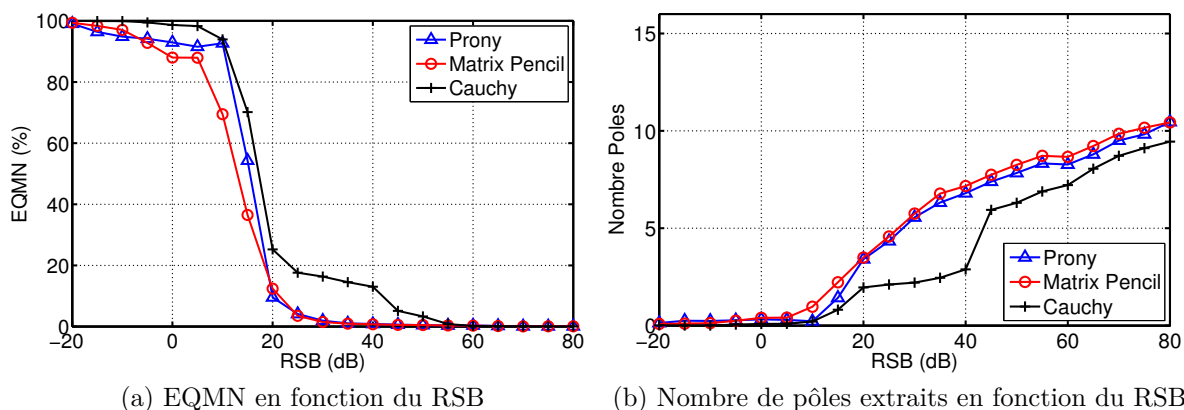


FIGURE A.6.2: Erreur sur le signal reconstruit après extraction des pôles sur l'autocorrélation de la réponse bruitée de l'antenne papillon (approche 1)

L'utilisation de l'autocorrélation dégrade fortement la robustesse des trois méthodes d'extraction et principalement la méthode de Cauchy. Son utilisation est donc déconseillée pour cet exemple.

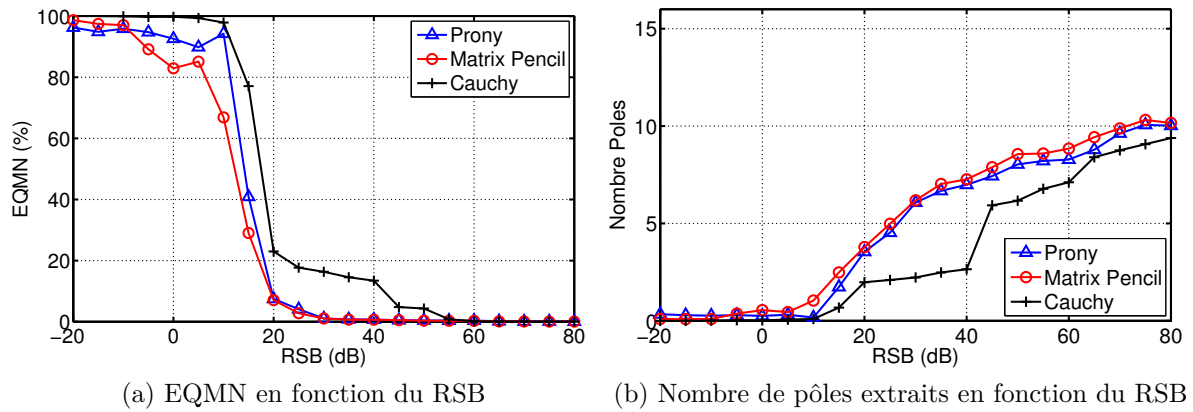


FIGURE A.6.3: Erreur sur le signal reconstruit après extraction des pôles sur l'autocorrélation de la réponse bruitée de l'antenne papillon (approche 2)

A.7 Application des trois méthodes sur une réponse bruitée

Les trois méthodes sont maintenant appliquées sur la réponse de l'antenne papillon bruitée pour obtenir un RSB de 20 dB. Les réponses en temps retardé temporelle et fréquentielle bruitées sont présentées sur la figure A.7.3.

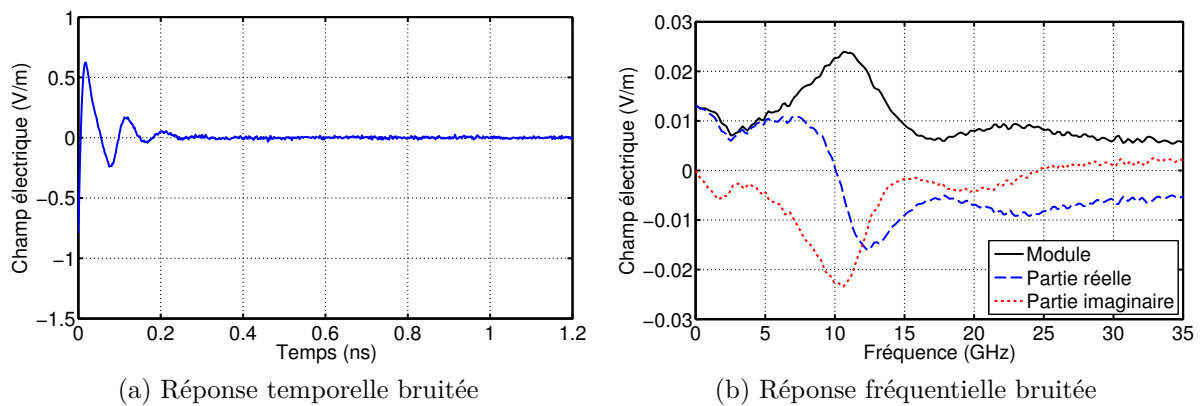


FIGURE A.7.1: Réponses de l'antenne papillon bruitées avec un SNR de 20 dB

A.7.1 La méthode de Prony

Nous appliquons la méthode de Prony sur une fenêtre croissante. Les résultats sont présentés sur la figure A.7.2 pour $M = 40$. Quatre fréquences de résonance sont stables mais seuls trois

fréquences sont associées à des coefficients d'amortissement stables eux aussi. Le pôle dominant est néanmoins extrait avec précision.

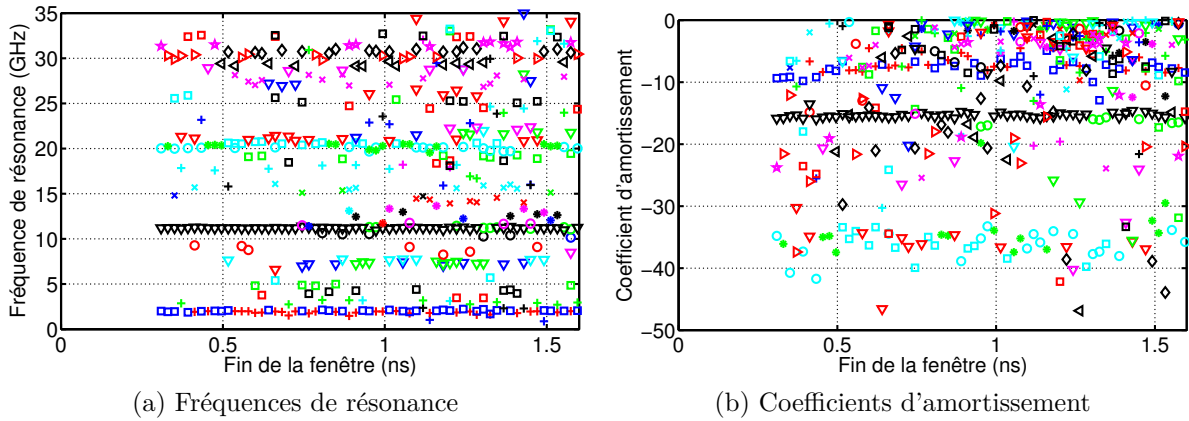


FIGURE A.7.2: Application de la méthode de Prony sur une fenêtre croissante, $M = 40$

A.7.2 La méthode MP

La méthode MP est appliquée sur une fenêtre croissante. Les résultats sont présentés pour $M = 40$ sur la figure A.7.3. Les résultats sont plus lisibles qu'avec la méthode de Prony. En effet, moins de pôles mathématiques sont extraits. Toutefois, un pôle apparaît stable à 7 GHz avec un amortissement de -2 mais ce pôle n'est pas extrait lorsque le signal n'est pas bruité.

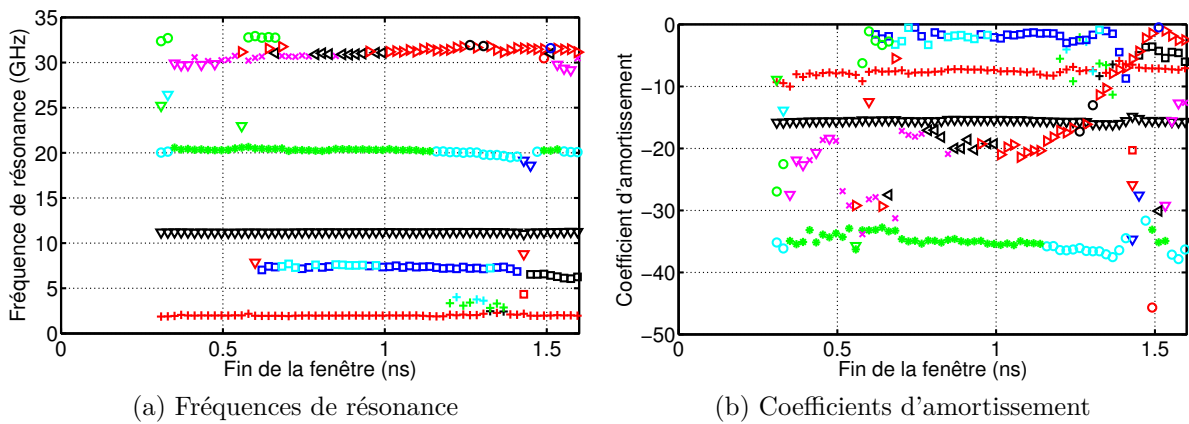


FIGURE A.7.3: Application de MP sur une fenêtre croissante, $M = 40$

A.7.3 La méthode de Cauchy

La méthode de Cauchy est appliquée sur une fenêtre glissante de 50 échantillons. Les résultats sont présentés pour $P = 6$ sur la figure A.7.4. Seuls les deux premiers pôles sont identifiables avec cette analyse. La méthode de Cauchy est donc moins robuste au bruit que les deux autres méthodes temporelles.

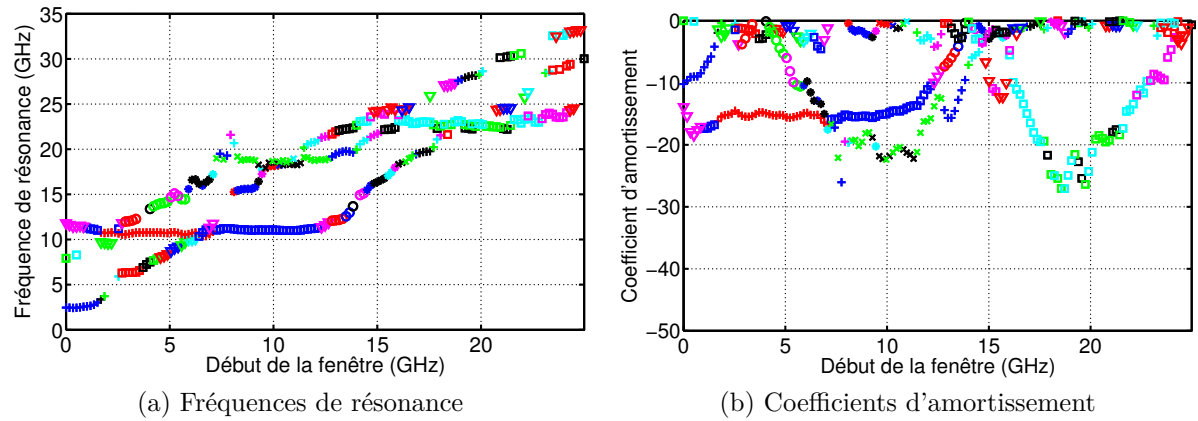


FIGURE A.7.4: Application de la méthode de Cauchy sur une fenêtre glissante de 60 échantillons, $P = 6$

Annexe B

Extraction des pôles de résonance de l'antenne papillon à partir de son champ rétrodiffusé

B.1 Définition du temps retardé

Le champ rétrodiffusé par l'antenne papillon est présenté sur la figure B.1.1 dans les domaines temporel et fréquentiel. La réponse fréquentielle possède deux résonances principales aux alentours de 15 et 22 GHz.

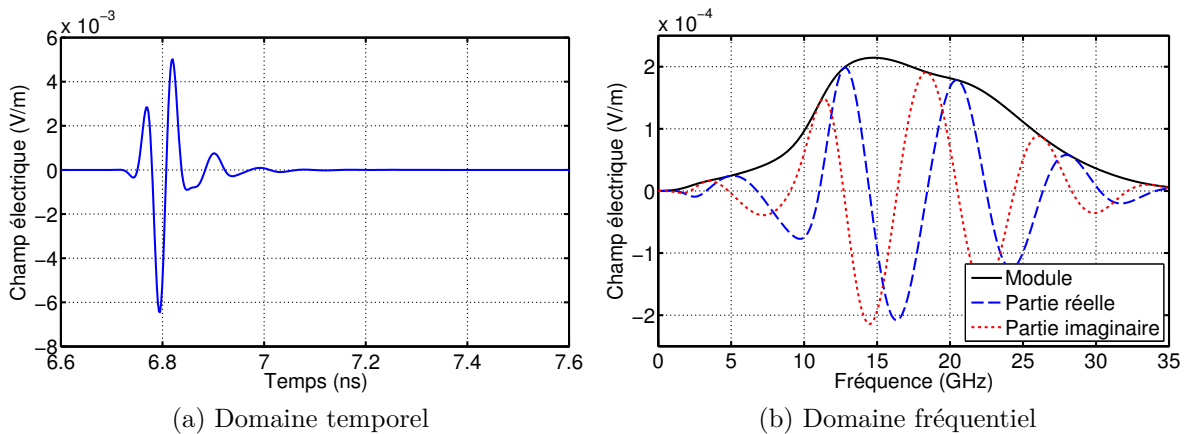


FIGURE B.1.1: Champ rétrodiffusé par l'antenne papillon

La durée du temps proche est $T_p = 0.221$ ns. La fin du temps proche sur la réponse temporelle et la FFT de la réponse en temps retardée sont présentées sur la figure B.1.2. Les maximum de champ se situent maintenant à 2 et 11.5 GHz.

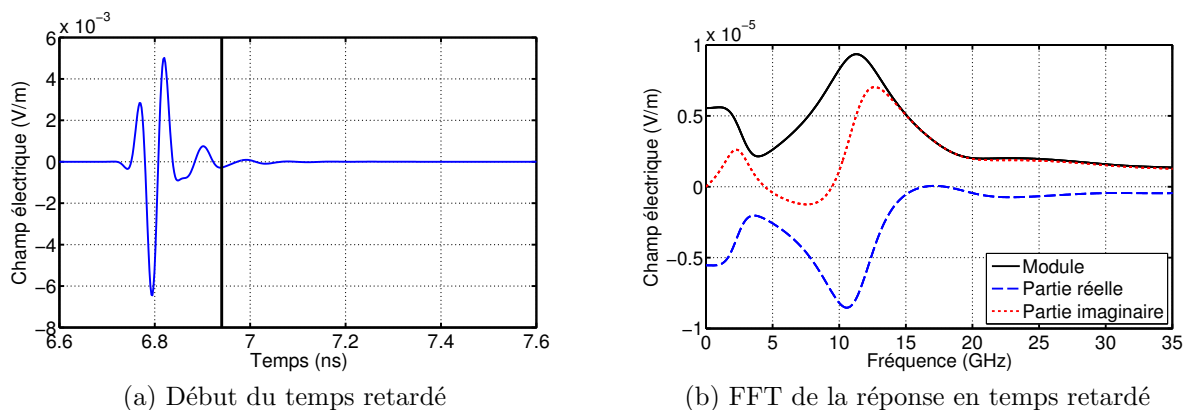


FIGURE B.1.2: Réponse en temps retardé de l'antenne papillon

B.2 Extraction avec la méthode de Prony

La méthode de Prony est appliquée sur deux fenêtres glissantes présentées sur la figure B.2.1. La première est de 150 échantillons soit une durée de 0.31 ns alors que la deuxième est de 250 échantillons soit une durée de 0.52 ns . Les résultats sont présentés sur les figures B.2.2 et B.2.3.

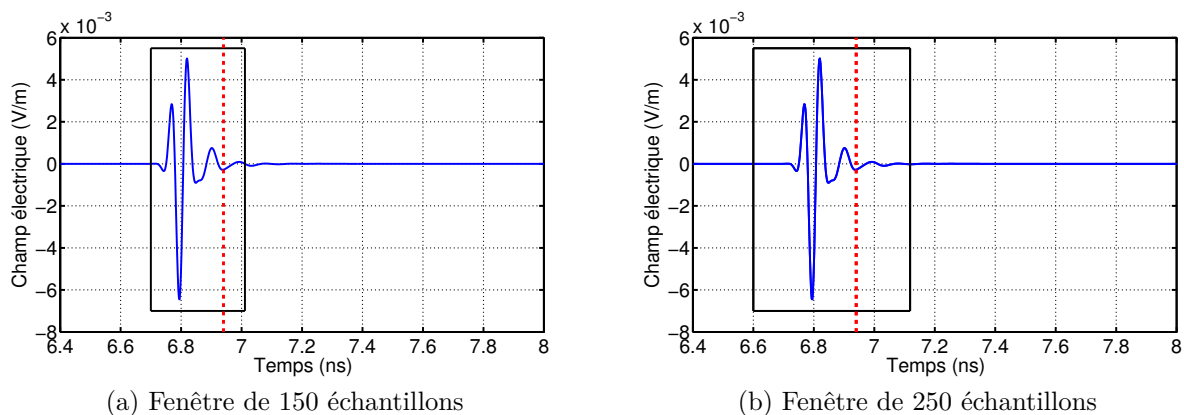


FIGURE B.2.1: Les dimensions des fenêtres glissantes considérées

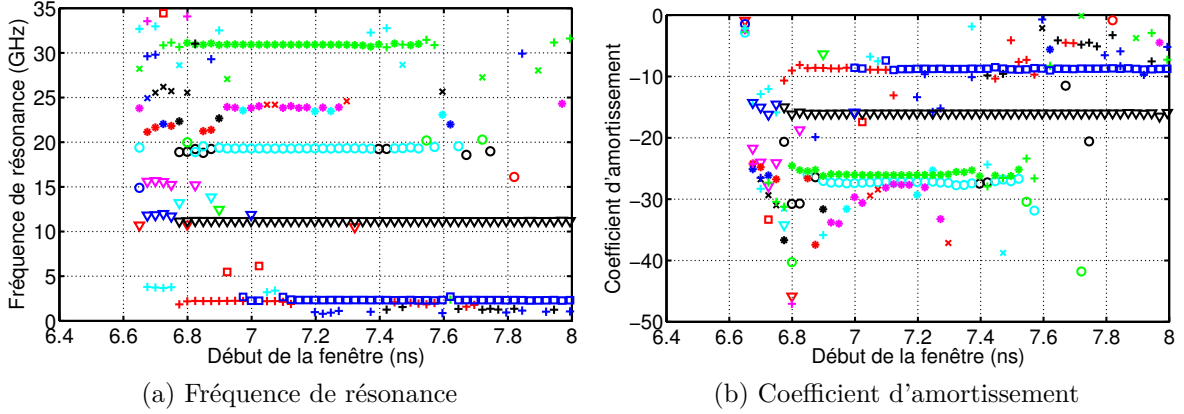


FIGURE B.2.2: Application de la méthode de Prony sur une fenêtre glissante de 150 échantillons, $M = 50$

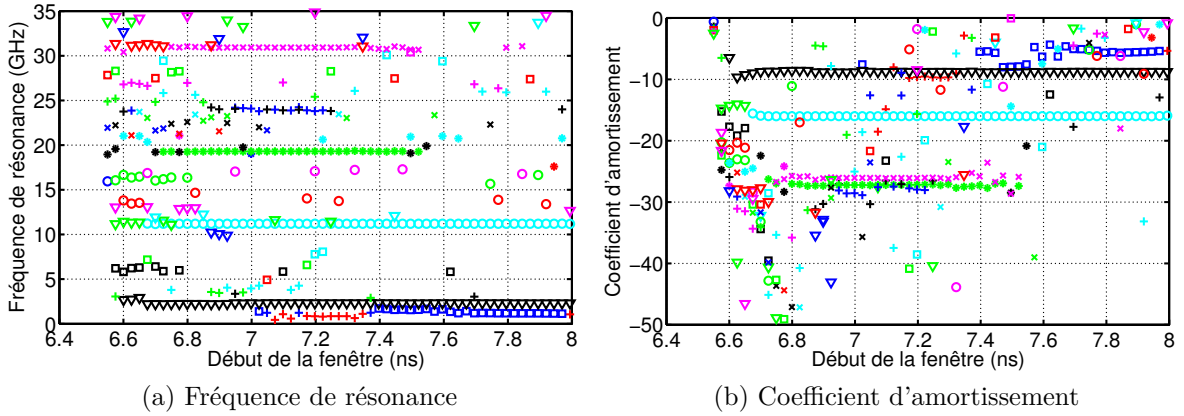


FIGURE B.2.3: Application de la méthode de Prony sur une fenêtre glissante de 250 échantillons, $M = 50$

Des pôles de résonance sont extraits à partir de la fenêtre commençant à 6.68 ns avec 150 échantillons et 6.58 ns avec 250 échantillons mais les pôles ne deviennent stables, notamment au niveau du coefficient d'amortissement, qu'à partir des fenêtres commençant à 6.9 (150 échantillons) et 6.8 ns (250 échantillons). Avec les deux fenêtres, quatre paires de pôles sont très stables et une cinquième autour de 24 GHz est stable sur une courte période. Les pôles extraits avec la méthode de Prony pour différentes valeurs de M sont présentés sur la figure B.2.4. Quel que soit M , les cinq paires de pôles stables en fenêtre glissante sont extraites de la même façon. Il y a uniquement le pôle autour de 24 GHz qui a son coefficient d'amortissement qui varie légèrement en fonction de M .

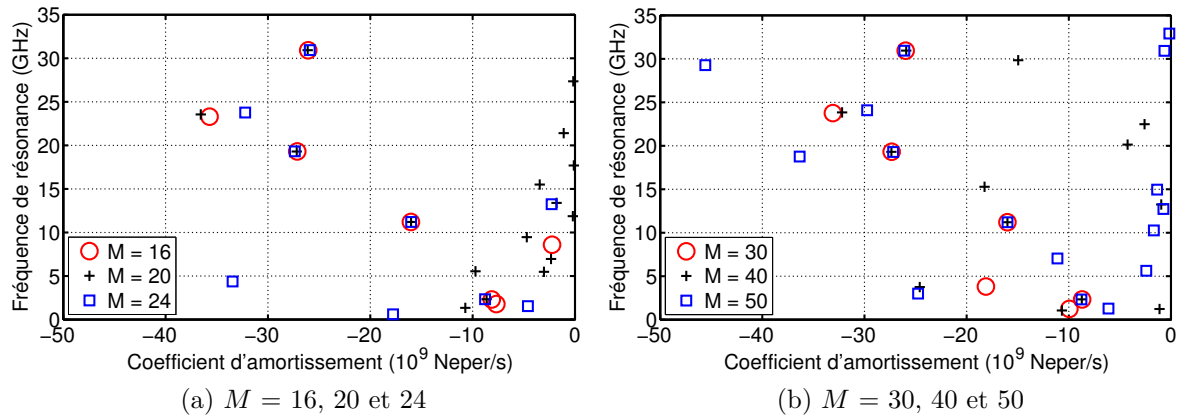


FIGURE B.2.4: Extraction avec la méthode de Prony, variation de M

Quatre à cinq paires de pôles peuvent donc être considérés physiques à l'aide de la méthode de Prony. En effet, ces pôles sont stables en fonction du temps et en fonction de M .

B.3 Extraction avec la méthode MP

La même étude est réalisée avec MP. Les résultats sur des fenêtres glissantes de 150 et 250 échantillons (cf figure B.2.1) sont présentés sur les figures B.3.1 et B.3.2. Les résultats sont similaires à ceux obtenus avec la méthode de Prony. Cinq paires de pôles peuvent être considérées stables à partir des deux fenêtres.

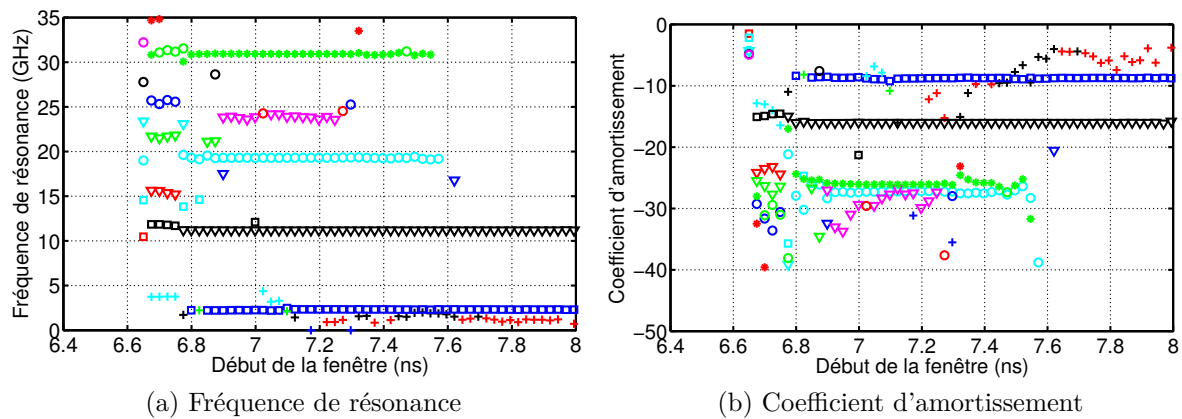


FIGURE B.3.1: MP sur une fenêtre glissante de 150 échantillons, $M = 50$

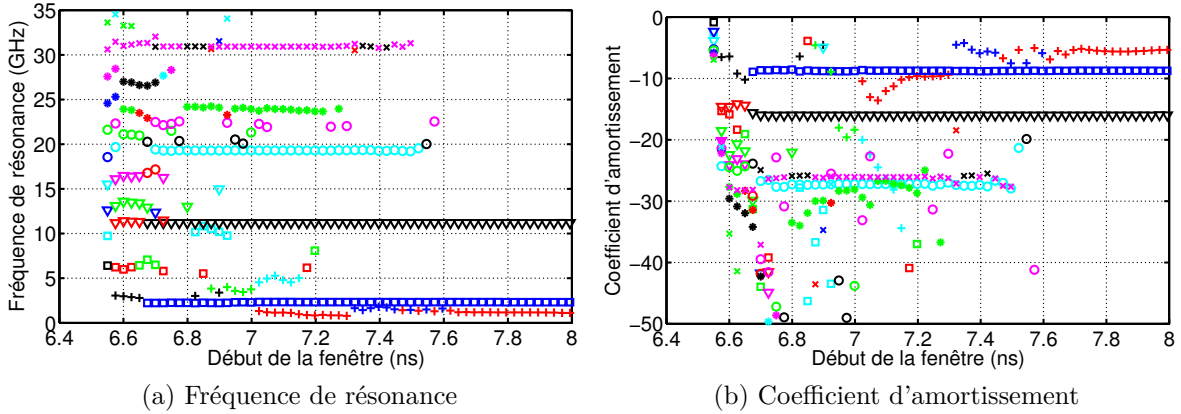


FIGURE B.3.2: MP sur une fenêtre glissante de 250 échantillons, $M = 50$

Les pôles extraits sur la réponse en temps retardé de l'antenne papillon pour différentes valeurs de M sont présentés sur la figure B.3.3. Quatre paires de pôles sont parfaitement stables en fonction de M . Concernant la cinquième paire de pôle autour de 24 Hz, son coefficient d'amortissement varie significativement avec M .

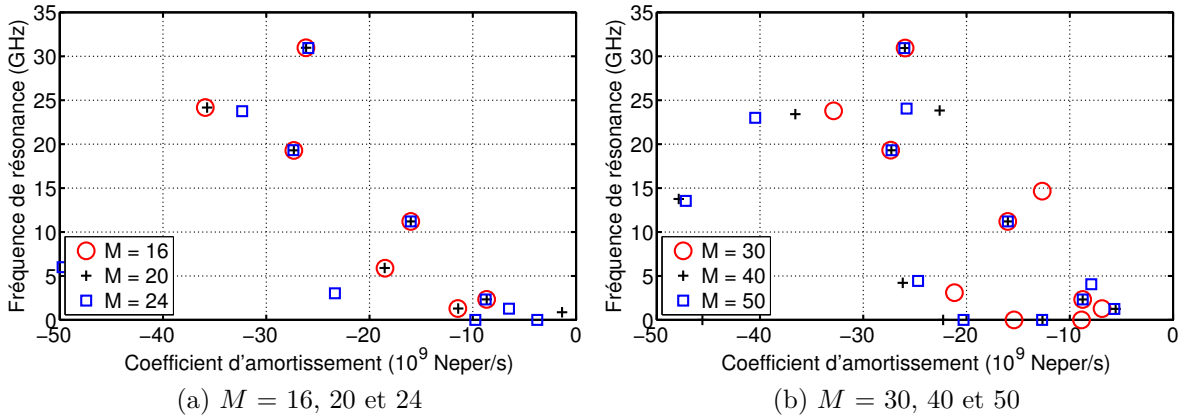


FIGURE B.3.3: Extraction avec MP, variation de M

B.4 Extraction avec la méthode de Cauchy

L'extraction des pôles de résonance de l'antenne papillon avec la méthode de Cauchy est maintenant présentée. Les pôles extraits pour différentes valeurs de P sont présentés sur la figure B.4.1. Cette approche ne permettant pas de déterminer de pôles physiques, la méthode de Cauchy est appliquée indépendamment sur quatre sous-bandes comme présenté sur la figure B.4.2. Pour P compris entre 3 et 6, l'EQMN du signal reconstruit est très faible dans les quatre sous-bandes. Les pôles extraits pour ces valeurs de P sont présentés sur la figure B.4.3.

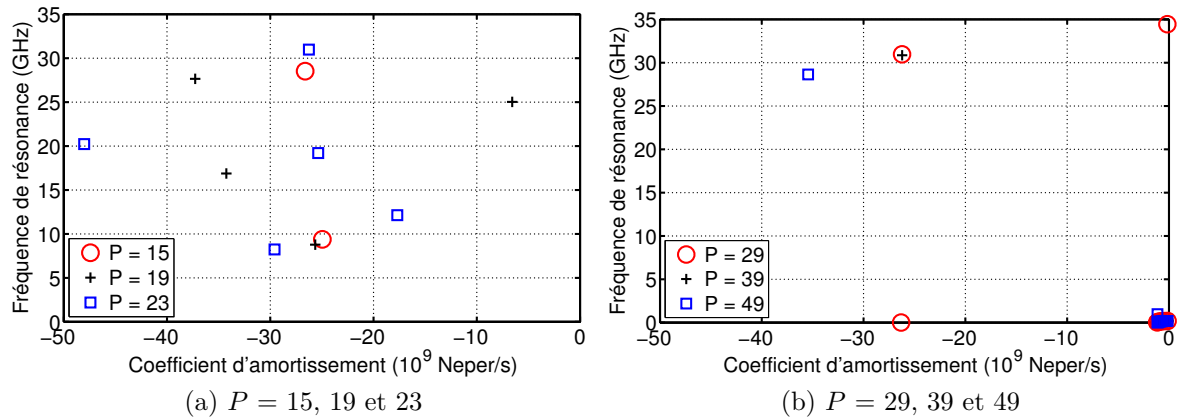


FIGURE B.4.1: Pôles extraits avec la méthode de Cauchy

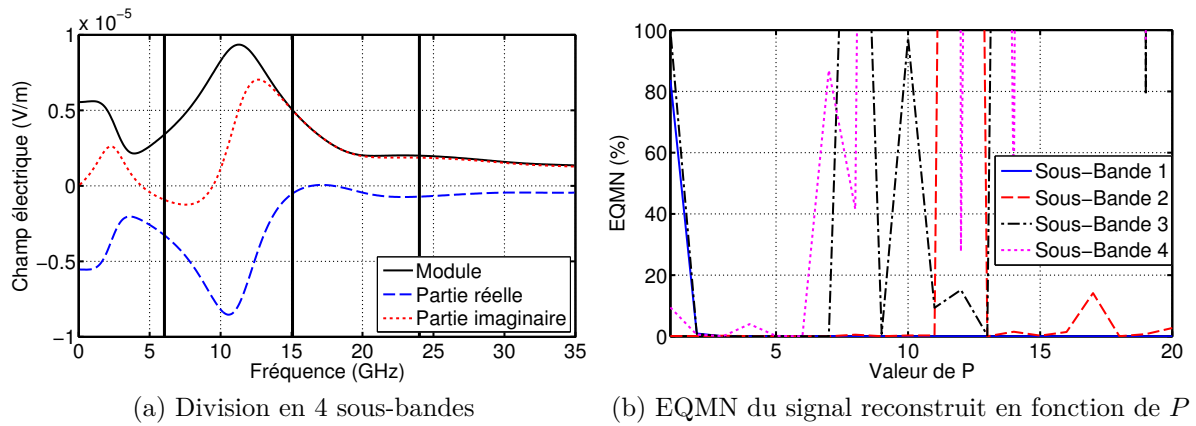


FIGURE B.4.2: Extraction avec la méthode de Cauchy en 4 sous-bandes

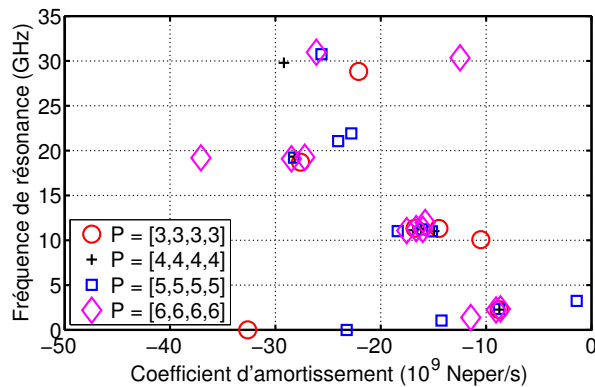


FIGURE B.4.3: Pôles extraits avec la méthode de Cauchy en 4 sous-bandes

Quatre pôles sont extraits de la même façon pour plusieurs valeurs de P . Afin de vérifier s'ils sont bien physiques, nous réalisons la même étude pour d'autres sous-bandes. Les nouvelles sous-bandes considérées et l'erreur de la réponse reconstruite en fonction de P sont présentés sur la figure B.4.4.

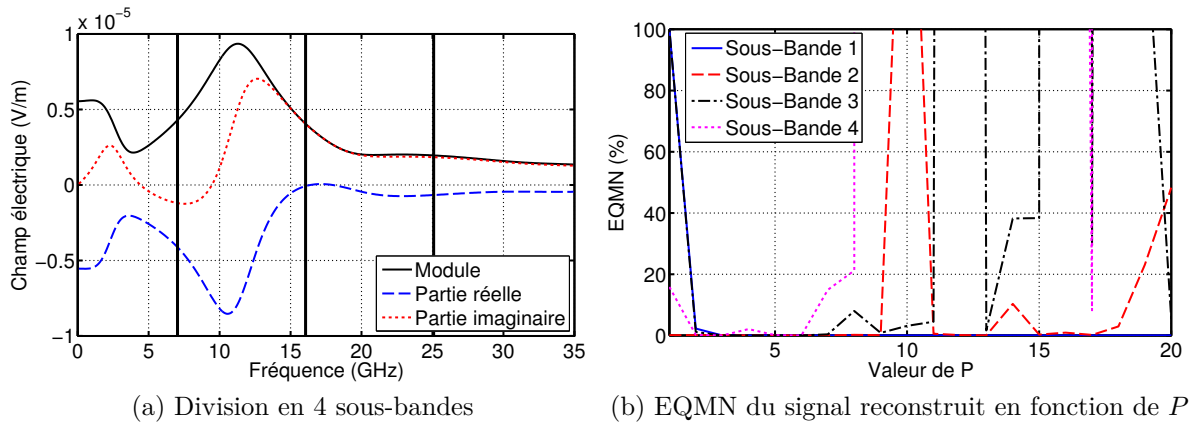


FIGURE B.4.4: Extraction avec la méthode de Cauchy en 4 sous-bandes

Pour P compris entre 3 et 6, l'EQMN du signal reconstruit est très faible. Les pôles extraits pour ces valeurs de P sont présentés sur la figure B.4.5. Les quatre même paires de pôles sont retrouvés plusieurs fois pour plusieurs valeurs de P et des sous-bandes différentes. Ils peuvent alors être considérés comme physique.

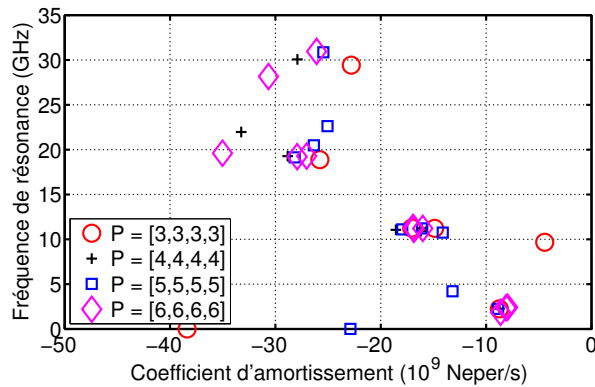


FIGURE B.4.5: Pôles extraits avec la méthode de Cauchy en 4 sous-bandes

Nous appliquons la méthode de Cauchy sur des fenêtres glissantes présentées sur la figure B.4.6. Elles contiennent 50 et 70 échantillons soit des bandes de 4 et 5.7 GHz. Les fréquences de résonance ainsi que les coefficients d'amortissement (figures B.4.7 et B.4.8) sont stables en fonction de la fenêtre dans une certaine bande de fréquence. Il est intéressant de noter que des pôles sont correctement extraits dans des bandes ne les contenant pas. Par exemple pour la fenêtre commençant à 15 GHz, le pôle autour de 11 GHz est bien extrait. De plus, il est

nécessaire d'ajuster la valeur de P en fonction de la taille de la fenêtre considérée pour obtenir une bonne stabilité des pôles.

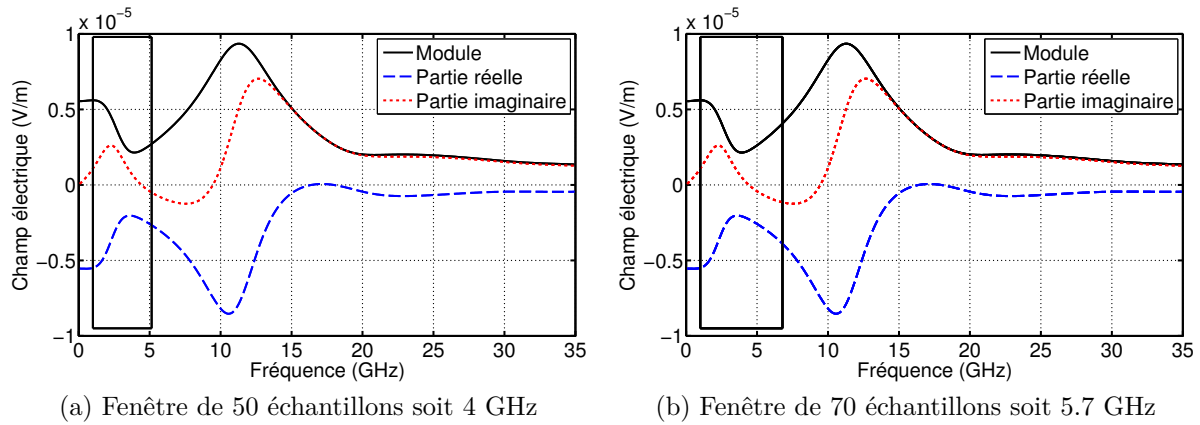


FIGURE B.4.6: Tailles des fenêtres considérées

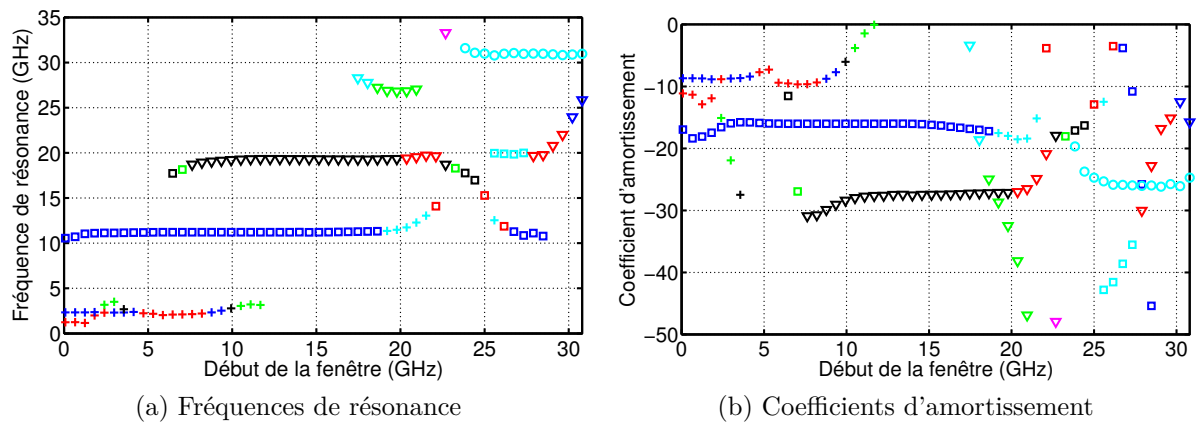


FIGURE B.4.7: Application de la méthode de Cauchy sur une fenêtre glissante de 4 GHz, $P = 4$

B.5 Etude de robustesse au bruit

Sur les figures B.5.1 et B.5.2, nous présentons la probabilité d'extraire chaque pôle physique en fonction du RSB pour les trois méthodes et pour les deux approches, respectivement. Le pôle numéro 2 est toujours le seul pôle extrait lorsque le RSB est faible. Cela confirme qu'il est le pôle prépondérant. Avec MP et Prony, c'est le troisième pôle qui est extrait ensuite, puis le pôle 1 et le pôle 4. En revanche, la méthode de Cauchy extrait plus facilement le pôle 1 que le pôle 3.

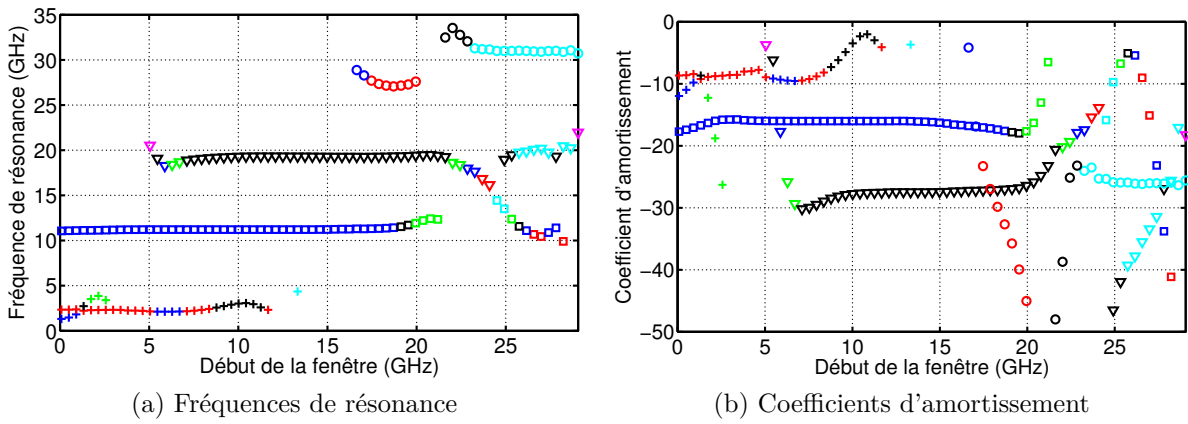


FIGURE B.4.8: Application de la méthode de Cauchy sur une fenêtre glissante de 5.7 GHz, $P = 6$

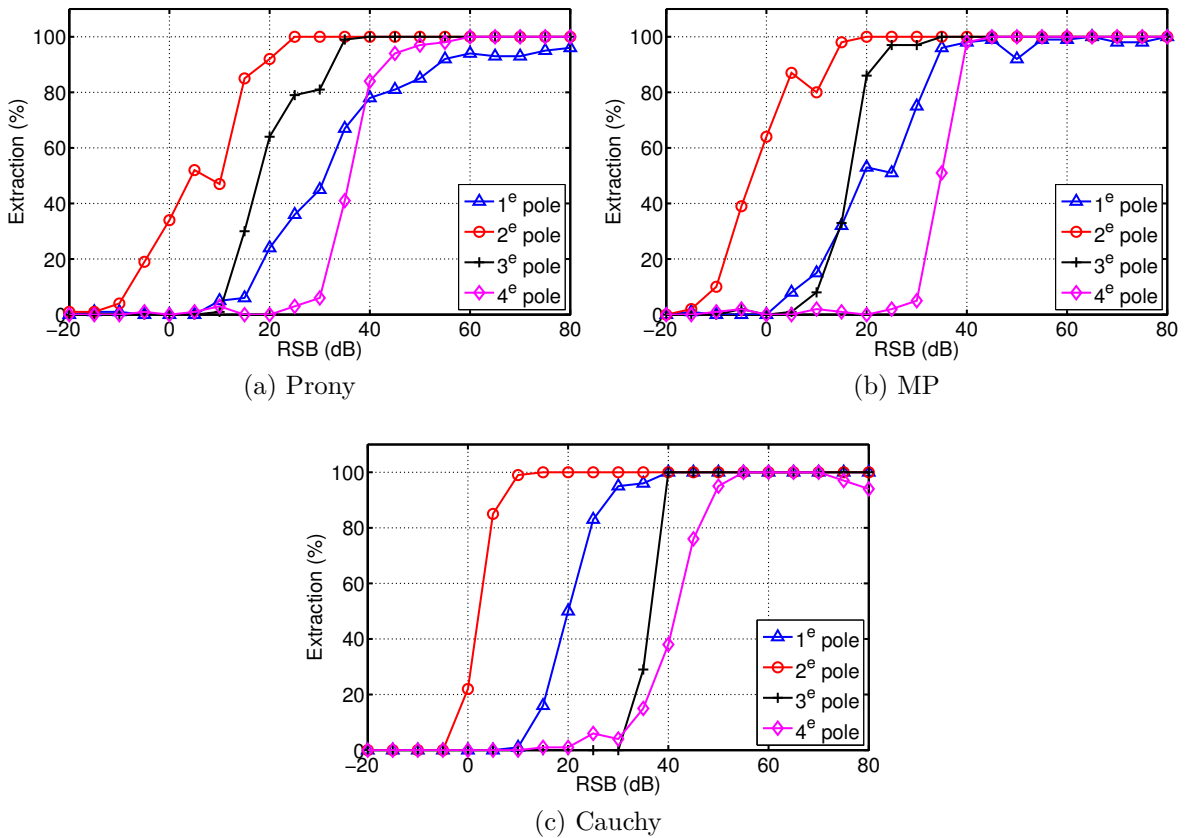


FIGURE B.5.1: Probabilité d'extraction des pôles en présence de bruit (approche 1)

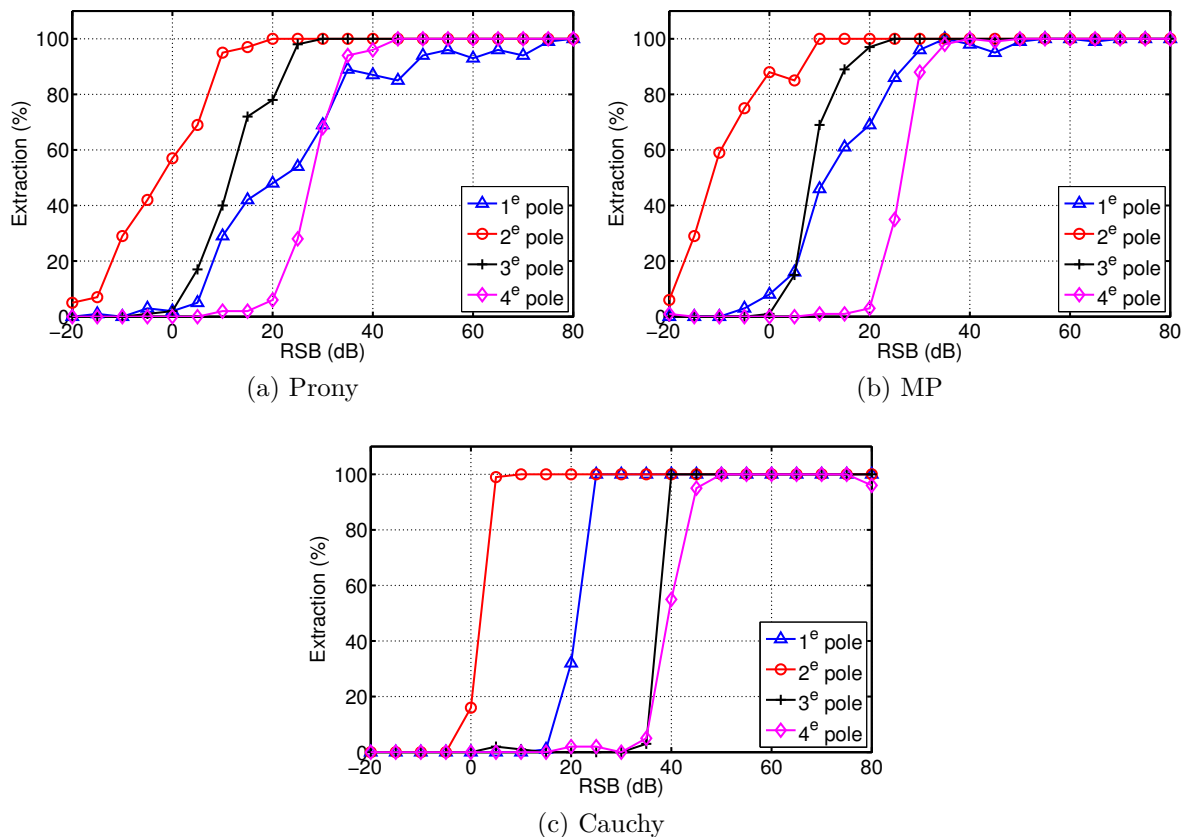


FIGURE B.5.2: Probabilité d'extraction des pôles en présence de bruit (approche 2)

B.6 Etude de robustesse au bruit sur autocorrélation du signal

La même étude de robustesse est réalisée en appliquant l'autocorrélation sur la réponse temporelle. Les résultats sont présentés sur les figures B.6.1 et B.6.2 pour les approches 1 et 2. L'autocorrélation dégrade la robustesse des méthodes de Prony, MP et Cauchy. Il est nécessaire d'augmenter le RSB de 10 dB pour obtenir la même EQMN que sans autocorrélation.

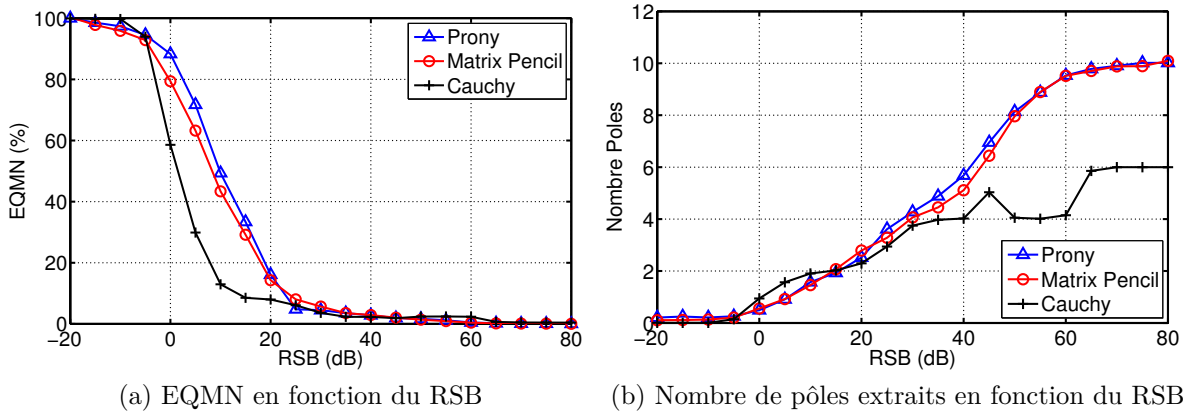


FIGURE B.6.1: Erreur sur le signal reconstruit après extraction des pôles sur l'autocorrélation de la réponse bruitée de l'antenne papillon (approche 1)

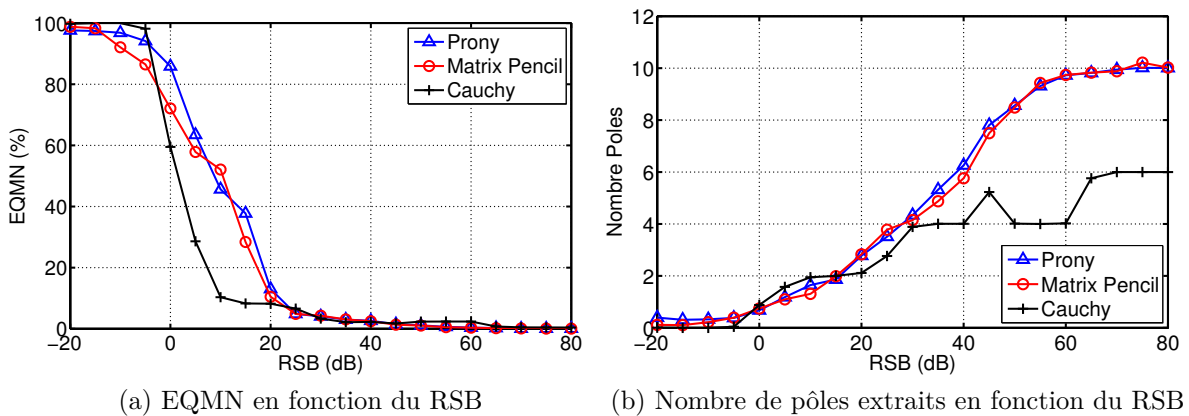


FIGURE B.6.2: Erreur sur le signal reconstruit après extraction des pôles sur l'autocorrélation de la réponse bruitée de l'antenne papillon (approche 2)

B.7 Application des trois méthodes sur une réponse bruitée

Les trois méthodes sont maintenant appliquées sur la réponse de l'antenne papillon bruitée pour obtenir un RSB de 20 dB. Les réponses en temps retardé temporelle et fréquentielle bruitées sont présentées sur la figure B.7.1.

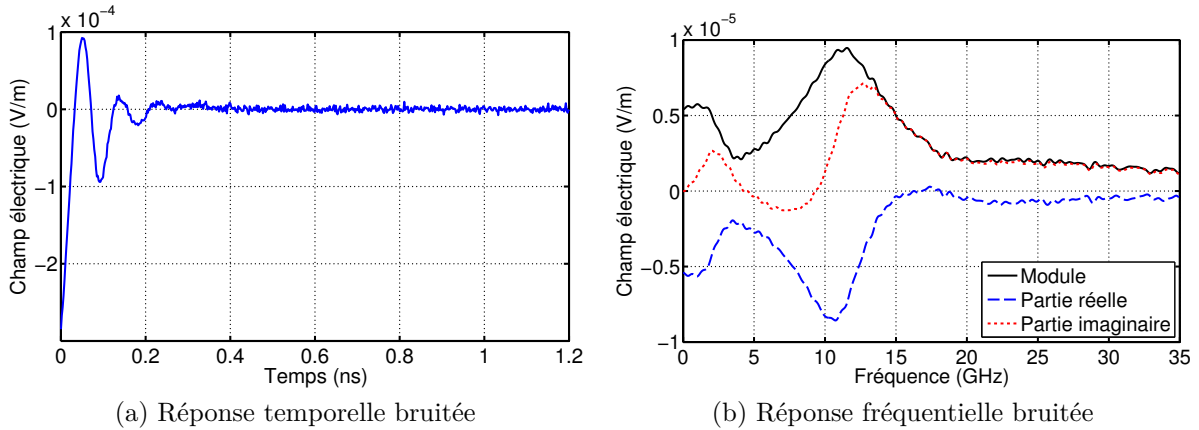


FIGURE B.7.1: Réponses de l'antenne papillon bruitées avec un SNR de 20 dB

B.7.1 La méthode de Prony

Nous appliquons la méthode de Prony sur une fenêtre croissante donc les résultats sont présentés sur la figure B.7.2 pour $M = 8$. Les trois premiers pôles sont identifiables, notamment à partir de la fenêtre se terminant à 1 ns.

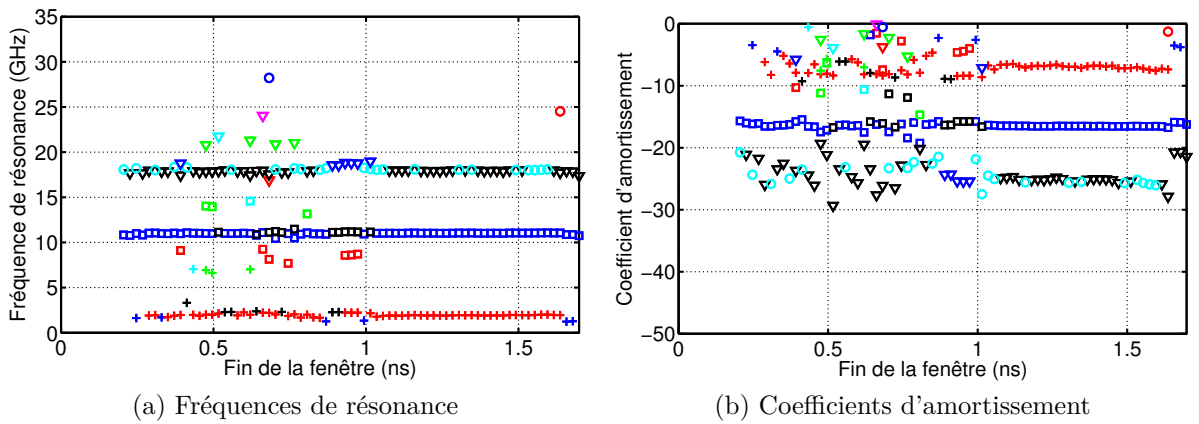


FIGURE B.7.2: Application de la méthode de Prony sur une fenêtre croissante, $M = 12$

B.7.2 La méthode MP

Nous appliquons MP sur une fenêtre croissante. Les résultats sont présentés sur la figure B.7.3 pour $M = 12$. Les trois premiers pôles sont parfaitement stables dès la première fenêtre considérée.

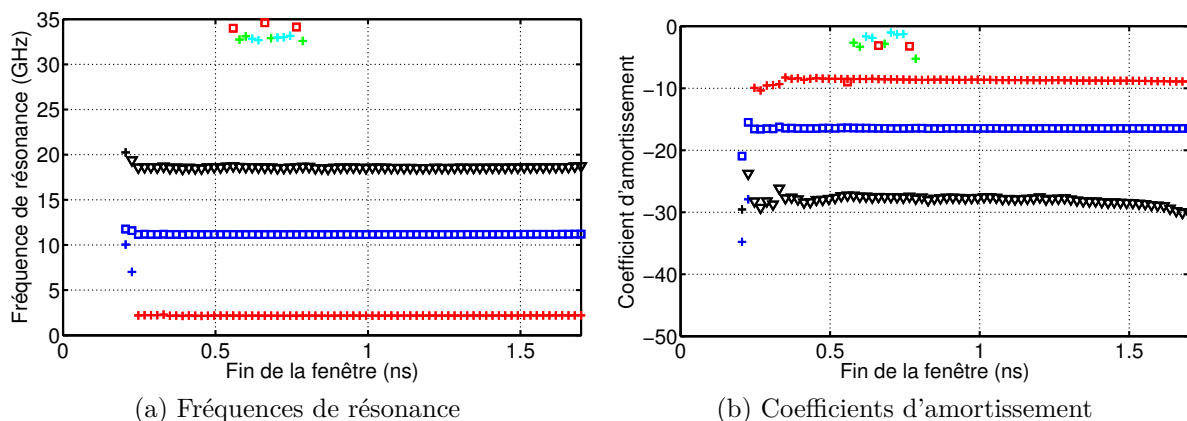


FIGURE B.7.3: Application de MP sur une fenêtre croissante, $M = 12$

B.7.3 La méthode de Cauchy

La méthode de Cauchy est appliquée sur une fenêtre glissante de 50 échantillons, soit une bande de 4 GHz. Les résultats sont présentés sur la figure B.7.4 pour $P = 4$. Seuls les deux premiers pôles sont identifiables avec la méthode de Cauchy.

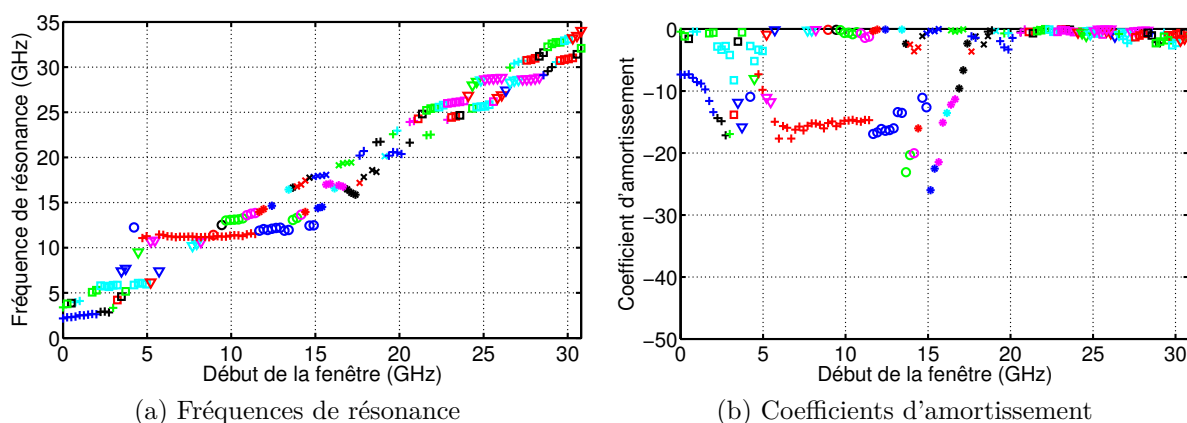


FIGURE B.7.4: La méthode de Cauchy appliquée sur une fenêtre glissante de 50 échantillons, $P = 4$

Résumé

Ce manuscrit est consacré à l'étude de la méthode du développement en singularités (SEM) appliquée aux antennes. Dans la première partie de ce travail, trois méthodes d'extraction des pôles de résonance sont présentées et comparées : les méthodes de Prony et Matrix Pencil dans le domaine temporel et la méthode de Cauchy dans le domaine fréquentiel. Une procédure est établie pour optimiser l'extraction avec chaque méthode et une étude de robustesse montre que la méthode Matrix Pencil permet d'obtenir plus de pôles et avec une meilleure précision que les deux autres méthodes en présence de bruit. Dans un second temps, la méthode Matrix Pencil est appliquée sur des réponses d'antennes, obtenues en rayonnement et en Surface Equivalente Radar (SER), et les pôles de résonance extraits sont identiques pour les deux approches. Cette étude valide donc la possibilité d'extraire les pôles de résonance d'une antenne directement à partir de sa SER. La variation de la position des pôles de résonance en fonction des dimensions et de la charge de deux antennes est ensuite étudiée et met en évidence le lien entre l'impédance d'entrée de l'antenne et ses pôles de résonance. Enfin, les mesures de la SER de trois antennes valident expérimentalement l'extraction des pôles de résonance à partir de la SER d'une antenne. Ce travail pose donc les bases de la caractérisation d'antennes à l'aide de la SEM appliquée à la SER de l'antenne.

Mots clés : Caractérisation d'antennes, Méthode du Développement en Singularités, Surface Equivalente Radar d'antennes, Pôles de résonance, Prony, Matrix Pencil, Cauchy.

Abstract

This manuscript deals with the Singularity Expansion Method (SEM) applied to antenna characterization. In the first part of this work, three resonant poles extraction methods are presented and compared: the Prony and Matrix Pencil methods in the transient domain and the Cauchy method in the frequency domain. A procedure is defined to optimize the extraction with each method and a robustness study shows that Matrix Pencil method allows obtaining more physical poles with a better accuracy than the two other methods in presence of noise. In a second part, the Matrix Pencil algorithm is applied on radiated and backscattered antenna responses. Extracted resonant poles from both responses are exactly the same. This study validates the possibility to extract poles directly from its backscattered response. The position of resonant poles is analyzed with respect to antenna's dimension and its load for two different cases. This emphasizes the link between antenna poles and antenna input impedance. Finally, RCS measurements of three antennas validate antenna poles extraction directly from its RCS. This work lays the foundations of antenna characterization using the SEM applied to RCS measurements.

Keywords: Antenna Characterization, Singularity Expansion Method, Antenna Radar Cross Section, Resonant poles, Prony, Matrix Pencil, Cauchy.