



Communications coopératives dans les réseaux autour du corps humain

Paul Ferrand

► To cite this version:

Paul Ferrand. Communications coopératives dans les réseaux autour du corps humain. Réseaux et télécommunications [cs.NI]. INSA de Lyon, 2013. Français. NNT : 2013ISAL0044 . tel-00931788v3

HAL Id: tel-00931788

<https://theses.hal.science/tel-00931788v3>

Submitted on 28 Jun 2017

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

INSTITUT NATIONAL DES SCIENCES APPLIQUÉES DE LYON

ÉCOLE DOCTORALE E.E.A.

ÉLECTRONIQUE, ÉLECTROTECHNIQUE ET AUTOMATIQUE

THÈSE

pour obtenir le titre de

Docteur

de l'Institut National des Sciences Appliquées de Lyon

Mention : STIC Santé

Présentée et soutenue par

Paul Ferrand

Communications coopératives dans les réseaux autour du corps humain

Thèse dirigée par Jean-Marie Gorce et Claire Goursaud

préparée au laboratoire CITI de l'INSA de Lyon

soutenance prévue le 21 juin 2013

Jury :

<i>Rapporteurs :</i>	Olivier Berder	Maître de conférences, HDR (<i>ENSSAT, Lannion</i>)
	Michel Kieffer	Maître de conférences, HDR (<i>Supélec, Paris</i>)
	Luis Correia	Professeur (<i>Instituto de Telecomunicações, Lisbonne</i>)
<i>Directeurs :</i>	Jean-Marie Gorce	Professeur des Universités (<i>INSA, Lyon</i>)
	Claire Goursaud	Maître de conférences (<i>INSA, Lyon</i>)
<i>Examineurs :</i>	Inbar Fijalkow	Professeur des Universités (<i>ENSEA, Cergy</i>)
	Didier Le Ruyet	Professeur des Universités (<i>CNAM, Paris</i>)

Remerciements

Il est parfois plus difficile d'écrire une page de remerciements qu'un manuscrit de science. Ma première pensée va bien évidemment vers mes directeurs de thèse, Claire et Jean-Marie. J'ai énormément appris d'être votre étudiant, sur le plan scientifique bien évidemment, mais également sur le plan personnel. La patience, le dévouement et la curiosité sont des qualités que je sais maintenant difficiles à conserver en tant qu'enseignant et en tant que chercheur. Je suis arrivé en thèse un peu par défaut car les métiers qu'on m'a proposé à la sortie de ma formation initiale ne m'intéressaient pas. Par chance, j'y ai trouvé ma vocation, et j'espère garder en moi votre modèle tout au long de ma carrière.

Je tenais également à remercier Luis Correia, Olivier Berder et Michel Kieffer pour avoir accepté de rapporter cette thèse. Ma gratitude va également vers Didier Le Ruyet et Inbar Fijalkow qui ont participé au jury de ma soutenance de thèse. Les questions à la fois écrites et orales m'ont beaucoup apporté sur le plan scientifique, et m'ont permis à la fois de voir mon travail sous un angle plus large et d'ouvrir des questions transversales quant à son application dans des champs de recherche connexes. Les remarques tant sur les rapports que durant la soutenance m'ont grandement aidé à améliorer la qualité du manuscrit final que je dépose aujourd'hui.

J'ai eu la chance de naître dans une famille nombreuse et formidable, et je profite de ces quelques lignes pour leur dire à quel point j'en suis reconnaissant. Envers mes parents tout d'abord, qui chacun à leur manière m'ont soutenu durant ces trois (et quelques...) années de thèse, par leur gentillesse et leur patience, et parfois de longues heures au téléphone pour me guider dans le droit chemin de l'analyse statistique. Mes frères ensuite, grâce à qui aucune réunion de famille n'est terne, et en particulier Matthieu pour m'avoir littéralement nourri et blanchi durant la rédaction de ce manuscrit et avoir partagé avec moi de longues discussions métaphysiques sur le balcon quand, tard le soir, je rentrais enfin du laboratoire. Une pensée pour mon filleul, qui a égayé mes voyages à Paris et continue à le faire. Et enfin l'ensemble de ma famille, ma grand-mère, mon parrain, ma marraine, mes oncles, tantes et cousins, pour leur soutien renouvelé.

Un grand merci à l'ensemble des membres du laboratoire CITI, une liste que je n'oserais pas énumérer de peur d'en oublier, mais grâce à qui ces 4 dernières années sont passées à toute vitesse! Une mention toute particulière à Virgile, pour tous les brainstorming que nous avons pu partager – tu peux revenir, je te pardonne d'être parti! – et à Gaëlle, qui a supporté avec sourire et enthousiasme mes procrastinations en cette dernière année.

Pour finir, je remercie les Scouts et Guides de France du groupe Val-de-Saône, sans qui littéralement je n'aurais pu mener à bien ce travail. Une première mention à Marie-Valentine, Pierre-Baptiste, Eric, Aline, Tiphanie, l'ensemble des maîtres et des responsables de groupes, qui m'ont accueilli, puis supporté en tant que co-animateur pendant ces deux années, malgré mes affaires qui traînent, les clés que je perds, mes retards répétés et ma mémoire volatile. Enfin, je remercie les jeunes que j'ai eu la chance d'encadrer ces dernières années, et qui m'ont apporté un équilibre dont j'avais besoin dans ma vie

personnelle et professionnelle. Leur engouement et leur joie de vivre m'ont donné la force nécessaire pour avancer dans mon travail, et m'ont montré que ma vocation était bien dans les métiers de l'éducation. Je leur dédie ce manuscrit, en leur souhaitant de progresser et vivre leurs rêves tout au long de leur vie.

Table des matières

1	Introduction	1
2	Outils mathématiques et introduction théorique	5
2.1	Modélisation du canal de transmission sans-fil	5
2.1.1	Classification des effets d'affaiblissement et de déformation de l'onde transmise	6
2.1.2	Modélisation des évanouissements dans les canaux de transmission radio	7
2.2	Capacité des canaux radios	9
2.2.1	Discrétisation du canal radio	10
2.2.2	Capacité de Shannon	11
2.2.3	Capacité des canaux à plusieurs noeuds	13
2.2.4	Théorème du flot maximum	13
2.2.5	Canaux à accès multiples	14
2.2.6	Le canal à relais	15
2.3	Métriques de performance des canaux de transmission sans-fil	18
2.3.1	Métriques basées sur la capacité	18
2.3.2	Métriques basées sur la probabilité d'erreur	20
2.4	Optimisation sous contraintes	21
2.4.1	Optimisation convexe	22
2.4.2	Résolution analytique des problèmes d'optimisation	24
3	Taux d'erreur paquet dans les canaux relayés	27
3.1	Introduction	28
3.2	Modèle de canal des BANs	30
3.3	Taux d'erreur paquet en lien unique	32
3.3.1	Taux d'erreur paquet pour les modèles de canaux usuels	32
3.3.2	Approximations asymptotiques du taux d'erreur paquet	34
3.3.3	Probabilité de coupure de l'erreur paquet	41
3.4	Fiabilisation par utilisation de relais	42
3.4.1	Optimisation de puissance avec connaissance de l'état de masquage	43
3.4.2	Probabilité de coupure du taux d'erreur paquet dans les canaux à relais	48
3.5	Conclusion	54
3.5.1	Utilisation et extensions des métriques de performance	54
3.5.2	Algorithme semi-géométrique d'optimisation	55
4	Capacité des canaux à relais	57
4.1	Introduction	58
4.2	Modèle gaussien et expression des bornes	61
4.3	Canal équivalent sous contrainte de puissance totale	69
4.3.1	Canal à relais <i>full-duplex</i>	69
4.3.2	Canal à relais <i>half-duplex</i>	71

4.4	Conclusion	76
5	Capacité des canaux à accès multiples coopératifs	77
5.1	Introduction	78
5.2	Modèle de canal et analyse générale des régions de capacité	81
5.2.1	Forme de la région de capacité	84
5.2.2	Capacité commune minimale	86
5.3	Canal à accès multiples coopératif <i>full-duplex</i>	87
5.3.1	CAMC non cohérent	87
5.3.2	CAMC cohérent	91
5.3.3	Minimisation de l'énergie rayonnée	95
5.4	Canal à accès multiples coopératif <i>half-duplex</i>	99
5.4.1	Bornes théoriques de capacité	99
5.4.2	Expression et forme des bornes	106
5.4.3	Application des bornes et protocoles pratiques	108
5.5	Conclusion	112
5.5.1	Heuristiques et extension à plusieurs sources	112
6	Mesures maillées des canaux des BANs	115
6.1	Introduction	116
6.2	Description du matériel et de la plate-forme	118
6.3	Analyse des résultats	122
6.3.1	Stabilité temporelle du canal	126
6.3.2	Symétrie des liens	130
6.3.3	Application aux choix de relais	136
6.3.4	Corrélation des effets de masquage	140
6.4	Conclusion	145
6.4.1	Mouvements périodiques et simulation/prédiction du canal	146
6.4.2	Non-normalité des distributions des liens et modèles à états finis	147
7	Conclusion	151
7.1	Perspectives	153
A	Preuves	155
A.1	Dérivation de l'équation de l'ellipsoïde englobante pour une distribution gaussienne à plusieurs variables	155
A.2	Allocations optimales pour les CAMC non cohérent	159
A.3	Borne supérieure de la capacité du CAMC <i>full-duplex</i>	162
A.4	<i>Decode-and-forward</i> dans le CAMC <i>half-duplex</i> à 2 slots	168
	Bibliographie	173

Liste des abréviations

AWGN <i>AWGN</i>	bruit blanc additif gaussien, en anglais <i>Additive White Gaussian Noise</i>
BAN	réseau autour du corps humain, en anglais <i>Body Area Network</i>
CAMC	canal à accès multiples coopératif
DF	<i>decode-and-forward</i>
ED	<i>Energy Detection</i>
LDPC	<i>Low Density Parity Check</i>
MAC	canal à accès multiples, en anglais <i>Multiple Access Channel</i>
MARC <i>MARC</i>	canal à accès multiples relayés, en anglais <i>Multiple Access Relay Channel</i>
MIMO	<i>Multiple Input Multiple Output</i>
MISO	<i>Multiple Input Single Output</i>
RSSI <i>RSSI</i>	indicateur de puissance reçue, en anglais <i>Received Signal Strength Indicator</i>
SNR	rapport signal-sur-bruit, en anglais <i>Signal to Noise Ratio</i>

Liste des notations

$\mathbb{E}[X]$	Espérance d'une variable aléatoire X
$\mathbb{E}[X Y]$	Espérance conditionnelle d'une variable aléatoire X sachant Y
$\text{Var}(X)$	Variance d'une variable aléatoire X
$p_x(x)$	Densité de probabilité associée à la variable aléatoire x (l'indice x peut être ignoré si il n'y a pas de confusion quant à la variable aléatoire considérée)
$\mathcal{N}(\mu, K)$	Distribution gaussienne de moyenne μ et de variance K
$I_0(\cdot)$	Fonction de Bessel de type 1 et d'ordre 0
$\Gamma(m)$	Fonction Gamma
$\Gamma(m, x)$	Fonction Gamma incomplète supérieure
$\gamma(m, x)$	Fonction Gamma incomplète inférieure
$\Gamma'(m, x)$	Dérivée par rapport à x de la fonction Gamma incomplète supérieure
$H(X)$	Entropie de la variable aléatoire discrète X
$H(X Y)$	Entropie conditionnelle de la variable aléatoire discrète X sachant Y
$h(X)$	Entropie différentielle de la variable aléatoire continue X
$h(X Y)$	Entropie différentielle conditionnelle de la variable aléatoire continue X sachant Y
$N(X)$	Fonction de puissance de l'entropie différentielle de X
$I(X; Y)$	Information mutuelle entre les variables aléatoires X et Y
$I(X; Y Z)$	Information mutuelle conditionnelle entre les variables aléatoires X et Y sachant Z
$\mathcal{A}_\varepsilon^n$	Ensemble faiblement typique
$\mathcal{T}_\varepsilon^n$	Ensemble typique
$\mathbb{P}(O)$	Probabilité d'un évènement O
$\mathbb{P}(O X)$	Probabilité d'un évènement O sachant X
$\mathbf{I}(O)$	Fonction indicatrice de l'évènement O
$\delta_{i,j}$	Fonction delta de Kronecker
$f^{-1}(x)$	Inverse de la fonction $f(x)$, si défini
$Q(x)$	Fonction Q d'erreur associée à la probabilité de queue d'une distribution gaussienne centrée de variance 1
$\Phi(x)$	Fonction de distribution associée à une distribution gaussienne centrée de variance 1
$Q_1(k, x)$	Fonction Q de Marcum d'ordre 1
$\mathcal{L}(\cdot)$	Lagrangien associé à un problème d'optimisation
$\frac{\partial f(\cdot)}{\partial x}$	Dérivée partielle de $f(\cdot)$ par rapport à x
$\mathbb{1}$	Vecteur composé de 1
$\mathbf{0}_E$	Vecteur nul de l'espace vectoriel E
$\ \cdot\ _2$	Norme euclidienne
$n!$	Factorielle de n
$n!!$	Double factorielle de n
$\binom{n}{k}$	Nombre de combinaisons de k parmi n
$\emptyset$	Ensemble vide
∇	Opérateur gradient

Publications

Journaux

- Ferrand, P., Maman, M., Goursaud, C., Gorce, J.-M. et Ouvry, L. **Performance Evaluation of Direct and Cooperative Transmissions in Body Area Networks** *Annals of telecommunications*, 2011, 66, 213-228

Conférences avec comité de lecture

- Lauzier, M., Ferrand, P., Fraboulet, A. and Gorce, J.-M. **Full Mesh Channel Measurements on Body Area Networks under Walking Scenarios** *7th European Conference on Antennas and Propagation (EUCAP)*, 2013
- Ferrand, P., Gorce, J.-M. et Goursaud, C. **Common Rate Maximization in Cooperative Multiple Access Channels** *IEEE Wireless Communication and Networking Conference (WCNC)*, 2013
- Ferrand, P., Goursaud, C. et Gorce, J.-M. **Cooperation Scenarios In Cooperative Multiple Access Channels** *COST IC1004 + iPLAN Joint Workshop on Small Cell Cooperative Communications*, 2012
- Ferrand, P., Goursaud, C. et Gorce, J.-M. **Energy-Delay Tradeoffs in a Linear Sequence of Relay Channels** *IEEE Wireless Communication and Networking Conference (WCNC)*, 2012
- Ferrand, P., Goursaud, C. et Gorce, J.-M. **On The Packet Error Rate Of Correlated Shadowing Links In Body-area Networks** *5th European Conference on Antennas and Propagation (EUCAP)*, 2011

Introduction

Depuis maintenant plusieurs dizaines d'années, les communications sans-fil ont connu un développement exponentiel et font désormais partie intégrante de notre société et notre mode de vie. Historiquement, les techniques déployées pour les systèmes de communication sans-fil suivaient un schéma très structuré, où un équipement spécifique assurait la connectivité d'un certain nombre d'utilisateurs au réseau plus global, ces derniers ne communiquant pas directement entre eux mais de manière concurrentielle vers le point central. C'est en particulier le cas des réseaux de téléphonie mobile, ou encore des réseaux WiFi. Les performances théoriques de cette approche sont désormais proches d'être atteintes, et en contrepartie, la demande des utilisateurs en termes de débit et de couverture, ainsi que leur nombre, reste en augmentation constante.

Parmi les techniques proposées et utilisées pour répondre à ces besoins, l'augmentation du nombre d'antennes sur les équipements de transmission suivant la théorie des canaux *Multiple Input Multiple Output* (MIMO) [Telatar 1999], ou l'augmentation du nombre de stations de base en échange d'une réduction de leur zone de couverture [Hoydis 2011] sont prédominantes dans certains domaines d'application. Il existe néanmoins des situations où ces solutions sont impraticables, et ce problème amène de nos jours la communauté scientifique et technique à s'intéresser à des approches plus décentralisées, et à viser les gains théoriques apportés par la coopération entre les utilisateurs pour fiabiliser et augmenter les performances de leurs communications respectives [Liu 2009].

En parallèle à ce développement, la miniaturisation électronique et la baisse des coûts de production ont permis l'apparition des très petits équipements communiquant et fonctionnant de manière autonome après leur déploiement. Les réseaux formés par ces équipements peu chers sont appelés *réseaux de capteurs* [Akyildiz 2002], car leur champ d'application principal concerne encore aujourd'hui la surveillance et la collecte d'information en provenance de leur environnement, destinée à être agrégée et traitée après récupération par un équipement central. Ces réseaux de capteurs comportent en général un grand nombre de noeuds communicants et sont répartis sur un large espace. Les contraintes de coût, de production massive, de taille et de statut presque "jetable" amène aussi chacun de ces noeuds à être peu puissant par rapport aux équipements de téléphonie et aux ordinateurs mobiles.

Les réseaux de capteurs et les contraintes imposées à leurs noeuds rendent les approches de type MIMO infaisables, les noeuds n'étant tout simplement pas assez grands pour supporter plusieurs antennes. La fiabilisation des communications passe alors principalement par des approches coopératives entre ces noeuds, à tous les niveaux [Akyildiz 2002]. Les applications supportées par ces réseaux vont chercher à agréger et compresser à la volée l'information relevée par les capteurs pour réduire le trafic. Les techniques de routage vont vouloir minimiser les temps de découverte du réseau, et à optimiser la connaissance du voisinage de chaque noeud afin que la route empruntée pour remonter l'information vers

les équipements centraux soit la plus efficiente possible en termes de temps et d'énergie dépensée par chaque noeud. Les couches d'accès au médium de transmission sans-fil vont optimiser leur temps de réveil et d'émission pour réduire la consommation, de concert avec les couches supérieures pour respecter des contraintes applicatives de délais. Il s'agit bien sûr d'une liste non-exhaustive des possibilités offertes par ces approches, et qui ne sert qu'à illustrer nos propos.

Parmi ces réseaux de capteurs, une application particulière et sur laquelle nous nous concentrons dans cette thèse est celle des réseaux autour du corps humain, en anglais *Body Area Networks* (BANs), où les capteurs sont cette fois-ci situés *sur* ou *dans* le corps humain [Patel 2010]. L'application de tels réseaux est avant tout médicale ; les pacemakers régulant l'activité cardiaque sont depuis plusieurs années interrogeables et contrôlables à distance, et il existe également des équipements de suivi du taux de glucose dans le sang pour les diabétiques. Ces applications de suivi s'étendent rapidement à d'autres domaines de la médecine. On voit par exemple apparaître des capteurs de mouvement visant à aider les patients en rééducation à mieux récupérer d'un traumatisme en permettant au médecin de retracer les mouvements de la journée entière, ou encore des détecteurs de chute ou de malaise pour les personnes âgées en autonomie. La technologie des BANs est quoiqu'il arrive en plein essor, et commence à s'étendre dans les domaines sportifs et même de loisir.

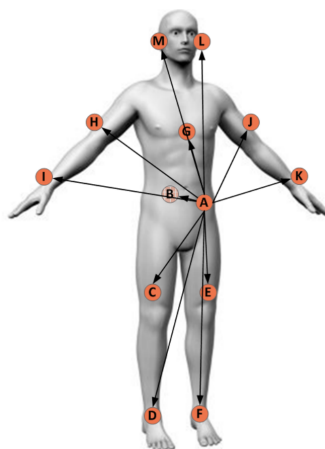


FIGURE 1.1 – Points de mesure stratégiquement positionnés sur le corps humain pour des applications médicales, sportives ou de loisirs.

L'analyse technique des BANs considère en général une distribution des noeuds semblable à celle fournie sur la figure 1.1, et que nous utiliserons comme modèle pour les premiers chapitres de cette thèse. Les BANs présentent quelques particularités par rapport aux réseaux de capteurs traditionnels [Patel 2010]. Tout d'abord, les noeuds sont en nombre très restreint tant qu'on ne considère pas la coexistence entre plusieurs BANs, et la distance les séparant est faible par rapport à celle que l'on peut attendre sur des réseaux de capteurs classiques. Le réseau est aussi hautement mobile et les positions des noeuds peuvent changer de manière brusque. Ces caractéristiques et les spécificités de propagation des ondes autour du corps amènent le réseau à être fortement *maillé*, c'est-à-dire que les noeuds vont potentiellement pouvoir communiquer avec tous les autres noeuds du réseau,

au moins de manière intermittente au cours du temps. La proximité des équipements avec le corps amène également à plus de prudence quant à la quantité d'énergie rayonnée, et pour certains de ces équipements implantés à *l'intérieur* du corps, il n'est pas envisageable en plus de les changer ou les recharger régulièrement.

La motivation de cette thèse est donc d'étudier des approches coopératives adaptées aux **BANs**. De par la présentation que nous avons faite ici, il est possible d'identifier deux contraintes principales qui vont diriger nos recherches :

- La coopération dans le **BAN** doit permettre d'améliorer la robustesse du réseau. Les applications médicales en particulier demandent une transmission à faible débit, mais qui devra respecter des contraintes de qualité de service strictes.
- En contrepartie, l'économie d'énergie de la part des noeuds et la limitation de la puissance rayonnée restent des objectifs cruciaux, qui forment donc un second critère à optimiser dans les développements sur les **BANs**.

Ces deux objectifs sont, si l'on considère une transmission directe et non-coopérative, complètement opposés, et chercher à améliorer l'un va forcément dégrader l'autre. Notre approche à travers ce manuscrit vise donc à quantifier dans quelle mesure une approche coopérative entre les noeuds d'un **BANs** peut permettre d'améliorer ce compromis. Nous choisissons de traiter cette question par une approche théorique ; partant des modèles de canaux des **BANs** présents dans la littérature et de nos propres résultats de mesure, nous évaluons les performances de méthodes de coopération tout en procédant à l'optimisation de leurs paramètres, afin de garantir le meilleur compromis entre leur performance brute et la puissance rayonnée par l'ensemble du réseau.

Le contenu de cette thèse se décompose comme suit :

- Le chapitre 2 présente les outils mathématiques et les bases théoriques que nous utilisons dans la suite du manuscrit. En particulier, nous introduisons la modélisation des canaux radio et les performances des systèmes de communication sur ces mêmes canaux. Nous énonçons ensuite les résultats de base de la théorie de l'information appliquée aux modèles de communication coopératifs. Pour finir, nous développons également les notions d'analyse et d'optimisation convexe qui nous servent par la suite à obtenir mathématiquement les compromis idéaux des approches que nous présentons.
- Dans le chapitre 3, nous choisissons de traiter des performances des **BANs** dans des canaux réalistes, en supposant une connaissance seulement partielle de l'état du canal. Nous présentons en particulier les résultats de la littérature qui nous amène à faire cette première hypothèse. Nous identifions dans l'état de l'art deux niveaux de connaissance de l'état du canal différents. Pour chacun de ces niveaux, nous exposons un critère quantifiant la qualité de service fournie par le réseau en nous basant sur le *taux d'erreur paquet* entre le noeud émetteur et le récepteur. Ces deux critères nous permettent d'évaluer les mérites de différentes approches coopératives basées sur des relais, et dans certains cas de fournir le paramétrage optimal des protocoles de coopération.
- Partant ensuite de l'hypothèse que les canaux des **BANs** sont suffisamment stables et prédictibles, nous considérons que les noeuds connaissent exactement l'état cou-

rant des canaux du réseau. Ce faisant, nous nous ramenons à l'étude du cas gaussien tel qu'étudié et présenté par Shannon [Shannon 1949]. Le chapitre 4 est consacré à l'étude théorique de la capacité du canal à relais sous cette hypothèse, en considérant que nos noeuds doivent respecter une contrainte de puissance globale et non locale. Cette approche nous permet d'obtenir une expression simple des bornes théoriques de la capacité, et également de dériver un critère optimal de choix de relais.

- Nous étendons ensuite cette étude au canal à accès multiples coopératif (CAMC), qui possède contrairement au canal à relais deux sources d'information pouvant potentiellement coopérer entre elles. Dans ce modèle encore, nous obtenons par application de la contrainte de puissance globale une expression simplifiée de la région de capacité atteignable, et nous identifions en particulier une équivalence entre le CAMC et un autre modèle de réseau de la littérature, le canal à accès multiples relayés, en anglais *Multiple Access Relay Channel* (MARC). Au-delà de la simplification de l'expression de la région de capacité, nous montrons que cette équivalence permet de simplifier la dérivation de la borne supérieure de la région de capacité du CAMC telle que présentée dans [Tandon 2011, Al Hajja 2012b].
- Ces mesures et l'importance liée à la connaissance du canal des BANs quant au choix des métriques de performances à analyser nous a amenés à construire notre propre plate-forme de mesures BANs. Nous avons cherché à combler en particulier deux manques dans la littérature. Nous voulions tout d'abord précisément quantifier le degré de fiabilité de la mesure du canal par des capteurs, les protocoles que nous pourrions développer à l'aide de nos résultats nécessitant une connaissance assez précise de l'état des différents liens. De plus, peu de résultats portaient sur la mesure simultanée de la qualité de tous les liens du réseau, et nous avons identifié dans le chapitre 3 que dans certains cas la corrélation entre l'évolution de ces liens pouvait amener à sur-estimer ou sous-estimer la performance des techniques de coopération. Nous exposons dans ce chapitre nos résultats sur ces points, en concentrant nos efforts d'analyse sur la pertinence d'utiliser les mesures remontées par les capteurs dans un protocole réaliste pour l'optimisation des performances des BANs.
- Nous exprimons pour finir, dans le dernier chapitre, les conclusions tirées de ces travaux de thèse. Nous présentons également quelques perspectives immédiates de travail, ainsi que les axes de recherche à plus long terme que nous avons pu identifier tout au long de notre étude.

Outils mathématiques et introduction théorique

Sommaire

2.1	Modélisation du canal de transmission sans-fil	5
2.1.1	Classification des effets d'affaiblissement et de déformation de l'onde transmise	6
2.1.2	Modélisation des évanouissements dans les canaux de transmission radio	7
2.2	Capacité des canaux radios	9
2.2.1	Discrétisation du canal radio	10
2.2.2	Capacité de Shannon	11
2.2.3	Capacité des canaux à plusieurs noeuds	13
2.2.4	Théorème du flot maximum	13
2.2.5	Canaux à accès multiples	14
2.2.6	Le canal à relais	15
2.3	Métriques de performance des canaux de transmission sans-fil	18
2.3.1	Métriques basées sur la capacité	18
2.3.2	Métriques basées sur la probabilité d'erreur	20
2.4	Optimisation sous contraintes	21
2.4.1	Optimisation convexe	22
2.4.2	Résolution analytique des problèmes d'optimisation	24

2.1 Modélisation du canal de transmission sans-fil

Au-delà de modèles d'études simples, le comportement d'un canal de transmission par radiofréquences est un phénomène d'une grande complexité, et dont il est par conséquent difficile de modéliser l'évolution. On a rapidement recours, en pratique, à des modèles probabilistes qui décrivent les différents états d'un canal donné, à partir de statistiques relevées sur des canaux réels. Cette modélisation se base, dans tous les cas, sur le fait que la transmission sans-fil s'effectue en utilisant une onde porteuse à une fréquence donnée. Un émetteur va *moduler* l'amplitude et/ou la phase de cette onde porteuse afin de transmettre de l'information, et un récepteur va devoir détecter et évaluer ces modulations afin d'estimer l'information que l'émetteur a voulu transmettre. Dans la pratique, les déformations physiques auxquelles est soumise l'onde transmise vont à la fois porter sur l'amplitude et la phase du signal reçu. Néanmoins, pour plus de simplicité, et du fait de l'existence d'équipements permettant de compenser les déformations en phase, le phénomène prédominant dans les analyses théoriques portera sur les déformations en amplitude. Les concepts présentés dans cette section sont décrits plus précisément dans

[Proakis 2008, Rappaport 2002], ainsi que dans la plupart des livres portant sur les communications sans fils.

2.1.1 Classification des effets d'affaiblissement et de déformation de l'onde transmise

On cherche donc à caractériser la déformation d'amplitude de l'enveloppe du signal transmis à travers un coefficient d'affaiblissement. Ce coefficient capture un certain nombre d'effets physiques à plusieurs échelles, que nous présentons rapidement dans la liste suivante.

L'affaiblissement en espace libre Comme son nom l'indique, l'affaiblissement en espace libre est un effet inévitable de la propagation de l'onde dans l'espace. Si on considère que l'antenne est un point de l'espace, et qu'elle rayonne dans toutes les directions, alors la densité de puissance par unité de surface sur le front de l'onde reste constante. La surface du front d'onde augmentant suivant $4\pi r^2$, où r est le rayon du front d'onde, la puissance reçue par une antenne isotropique parfaite de gain $\lambda^2/4\pi$ serait de $(\frac{\lambda}{4\pi r})^2$, où λ est la longueur d'onde porteuse. En couplant ce terme avec des gains complémentaires d'antennes en émission et en réception G_e et G_r on obtient la formule de Friis, avec P_e la puissance d'émission et P_r la puissance de réception :

$$P_r = P_e G_r G_e \left(\frac{\lambda}{4\pi r} \right)^2 \quad (2.1)$$

En pratique et dans la littérature, il est courant de modifier l'exposant d'affaiblissement, afin de mieux représenter le comportement moyen de canaux réels. On modulera ainsi l'exposant lié à la distance entre les noeuds r pour obtenir :

$$P_r = P_e G_r G_e \left(\frac{\lambda}{4\pi r} \right)^\alpha \quad \alpha \geq 2 \quad (2.2)$$

Le masquage (shadowing) Aux effets d'affaiblissement en espace libre peut s'ajouter un effet correspondant à une obstruction du trajet en vue directe entre deux noeuds, due par exemple à un bâtiment en milieu urbain. Ces obstructions vont créer un effet semi-aléatoire qui va réduire durablement la qualité d'un lien radio. Comme l'effet de masquage est dû à la présence d'objet physique sur le trajet direct entre l'émetteur et le récepteur, il ne disparaîtra que si l'objet bloquant sort de la ligne de vue. Ces variations sont donc liées à des déplacements physiques d'objet et de personnes, ce qui implique en particulier que l'affaiblissement des signaux transmis est stable sur une longue durée. Le masquage est souvent modélisé à l'aide d'une variable aléatoire log-normale [Turin 1972, Hashemi 1979, Rappaport 2002], et l'on écrit donc la puissance reçue en décibels sous la forme suivante :

$$P_{r,\text{dB}} = 10 \log_{10}(P_r) = P_{e,\text{dB}} + K + S \quad S \sim \mathcal{N}(0, \sigma_S^2) \quad (2.3)$$

Dans (2.3), K représente une constante d'affaiblissement (en dB) telle que celle définie en (2.1), et S est la variable aléatoire liée à un masquage, centrée en 0 et donc définie selon un paramètre de variance σ_S^2 . Cette variance représentera l'amplitude des variations dues aux effets de masquage.

Les évanouissements (*fading*) L'environnement physique de propagation va également générer des effets de superposition de plusieurs versions de l'onde émise. Par des effets de réflexion et de diffraction, en pratique, une onde va pouvoir prendre plusieurs trajets dans l'espace pour arriver à un même point de mesure – ou à une même antenne. Ces différentes versions de l'onde vont s'additionner de manière constructive ou destructive, ce qui va créer des fluctuations de l'enveloppe du signal reçu plus ou moins fortes, et plus ou moins rapides. On caractérise généralement les évanouissements en plusieurs types, en fonction de la vitesse des fluctuations dans le temps. Un canal soumis à des évanouissements dont la fréquence va être inférieure à la fréquence de signalisation – le temps d'utilisation du canal pour émettre un mot code, combinaison de plusieurs symboles – sera dénommé comme étant un canal à *évanouissements rapides*. Dans le cas contraire, on dira qu'il s'agit d'un canal à *évanouissements lents*. De plus, si les statistiques de ces évanouissements sont dépendantes de la fréquence on parlera d'évanouissements sélectifs en fréquence, et si cela n'est pas le cas ou si les variations suivant la bande de fréquence considérée sont négligeables, on parlera d'un canal à *évanouissements plats*.

Le bruit blanc Le mouvement des atomes excités par la chaleur, ainsi qu'un certain nombre de phénomènes physiques microscopiques sont capturés au niveau du récepteur comme un bruit blanc additif gaussien, en anglais *Additive White Gaussian Noise* (AWGN). Ce bruit est modélisé en pratique comme étant le résultat d'une variable aléatoire dont la densité de probabilité suit une loi normale $\mathcal{N}(0, N_0/2)$ dans le cas réel, et $\mathcal{CN}(0, N_0)$ dans le cas complexe. Dans ce modèle, la densité spectrale du bruit est égale à N_0 , une valeur qui dépend de la température ambiante et comprend éventuellement une *figure de bruit* représentant les défauts des équipements de transmission. Le processus aléatoire lié au bruit blanc est complètement indépendant de tous les autres processus, et est modélisé comme tel.

2.1.2 Modélisation des évanouissements dans les canaux de transmission radio

Les évanouissements agissent sur l'amplitude de l'enveloppe du signal transmis, et leurs effets sont en général modélisés à travers une variable aléatoire h de distribution $p_h(h)$. Pour deux des plus courantes modélisations des effets dus aux évanouissements dans les canaux radio, la distribution de probabilité provient d'un raisonnement physique quant aux effets de superposition des différentes versions de l'onde sur l'enveloppe du signal. Ces modèles et ces effets s'appliquent à l'amplitude du signal reçu. Néanmoins, en pratique et dans la plupart des analyses de performances, il est plus courant de traiter le rapport entre la puissance du signal reçu et le niveau de bruit. Si on note P la puissance moyenne des symboles transmis sur la fréquence porteuse, alors le rapport signal-sur-bruit, en anglais *Signal to Noise Ratio* (SNR) γ peut s'écrire de la manière suivante :

$$\gamma = \frac{|h|^2 P}{N_0} \quad (2.4)$$

De même, il est possible de calculer le SNR moyen $\bar{\gamma}$ comme étant égal à $\mathbb{E} \left[|h|^2 \right] \frac{P}{N_0}$. Pour passer de la distribution de l'amplitude $p_h(h)$ à celle du rapport signal à bruit utilisé en pratique, il faudra donc procéder à un changement de variable suivant les règles habituelles

de la théorie des probabilités. On pourra écrire :

$$p_\gamma(\gamma) = \frac{1}{2\sqrt{\frac{P}{N_0} \cdot \gamma}} p_h \left(\sqrt{\frac{N_0}{P}} \cdot \gamma \right) = \frac{1}{2\sqrt{\frac{\bar{\gamma}}{\mathbb{E}[|h|^2]} \cdot \gamma}} p_h \left(\sqrt{\frac{\mathbb{E}[|h|^2]}{\bar{\gamma}}} \cdot \gamma \right) \quad (2.5)$$

Le modèle d'évanouissement le plus courant, et probablement le plus simple à analyser est l'évanouissement dit de Rayleigh. Ce dernier capture l'effet des superpositions de trajets réfléchis, en faisant les hypothèses suivantes :

- Il n'y a pas de trajet direct de forte puissance entre la source et la destination.
- Les ondes réfléchies arrivent au point de réception depuis toutes les directions, uniformément réparties.
- Les puissances de chaque onde réfléchie sont égales.

Ces hypothèses, bien que simplifiées, représentent en pratique un modèle d'évanouissements dégradant très fortement le signal. Néanmoins, il représente une bonne indication du comportement des systèmes de transmission radio dans de mauvaises conditions. La distribution de l'amplitude du signal reçu suivant le modèle de Rayleigh s'écrit :

$$p_h(h) = \frac{2h}{\mathbb{E}[|h|^2]} e^{-\frac{h}{\mathbb{E}[|h|^2]}} \quad (2.6)$$

En effectuant le changement de variable décrit en (2.5) et en intégrant $\bar{\gamma}$ dans l'équation, on obtient la distribution du SNR pour des évanouissements de Rayleigh :

$$p_\gamma(\gamma) = \frac{1}{\bar{\gamma}} e^{-\frac{\gamma}{\bar{\gamma}}} \quad (2.7)$$

On peut remarquer que l'équation (2.7) représente la densité de probabilité d'une variable aléatoire exponentielle, de paramètre $1/\bar{\gamma}$. Comme on le verra rapidement, la simplicité de la distribution du SNR fait du modèle d'évanouissements de Rayleigh un candidat privilégié dans la littérature pour l'étude des performances des canaux à évanouissements.

Le second modèle est appelé *modèle de Rice*, et il étend le modèle de Rayleigh en ajoutant l'hypothèse, réaliste, qu'il existe un trajet direct entre la source et la destination. Cette fois, on aura donc toujours une superposition d'ondes réfléchies réparties uniformément autour du point de réception, mais le modèle de Rice prévoit un paramètre que l'on note K qui identifie la puissance relative de ces ondes réfléchies par rapport à celle du trajet direct. La distribution de l'amplitude pour le modèle d'évanouissements de Rice s'écrit :

$$p_h(h) = \frac{2(1+K)e^{-K}}{\mathbb{E}[|h|^2]} e^{-\frac{h^2(1+K)}{\mathbb{E}[|h|^2]}} I_0 \left(2\sqrt{K}h\sqrt{\frac{K+1}{\mathbb{E}[|h|^2]}} \right) \quad (2.8)$$

Comme précédemment, on effectue le même changement de variable (2.5) pour obtenir la distribution du SNR :

$$p_\gamma(\gamma) = \frac{(1+K)e^{-K}}{\bar{\gamma}} e^{-\frac{\gamma(1+K)}{\bar{\gamma}}} I_0 \left(2\sqrt{K(K+1)}\frac{\sqrt{\gamma}}{\bar{\gamma}} \right) \quad (2.9)$$

La distribution du SNR suit une loi du χ^2 non-centré, avec la fonction $I_0(\cdot)$ la fonction de Bessel de type 1 et d'ordre 0. On voit rapidement que la complexité de l'étude de cette distribution est supérieure à celle du modèle de Rayleigh, de par la présence de la fonction I_0 . On peut remarquer également que si $K = 0$, c'est-à-dire sans trajet direct dans le modèle, la distribution (2.9) se réduit à (2.7). De même, lorsque $K \rightarrow \infty$, et de manière générale plus K est grand, les variations de SNR engendrées par les superpositions sont plus restreintes, jusqu'à devenir non aléatoires et donc s'identifier à un modèle déterministe.

Le dernier modèle que nous présenterons ici est le modèle de Nakagami. Il s'agit d'un modèle plus probabiliste, et qui n'a pas a priori de lien avec des hypothèses quant aux superpositions des ondes réfléchies. Ce modèle est largement utilisé dans la littérature car il est plus simple à manipuler que celui de Rice, et est plus adaptable à différentes formes d'évanouissements, faisant de lui un candidat idéal pour un ajustement statistique à partir de mesures. La distribution de l'amplitude s'écrit :

$$p_h(h) = \frac{2m^m h^{2m-1}}{(\mathbb{E}[|h|^2])^m \Gamma(m)} e^{-\frac{mh}{\mathbb{E}[|h|^2]}} \quad (2.10)$$

La fonction $\Gamma(\cdot)$ est la fonction Gamma usuelle, et le paramètre m permet de modifier la forme de la distribution pour l'adapter au mieux aux valeurs observées. La distribution du SNR s'écrit quant à elle :

$$p_\gamma(\gamma) = \frac{m^m \gamma^{m-1}}{(\bar{\gamma})^m \Gamma(m)} e^{-\frac{m\gamma}{\bar{\gamma}}} \quad (2.11)$$

Pour $m = 1$ on peut observer encore une fois que la distribution (2.11) se réduit à (2.7). La distribution de Nakagami présente une forme plus simplement manipulable que la distribution de Rice, la fonction Gamma possédant un certain nombre d'identités remarquables facilitant les analyses. Il est possible de relier les paramètres de ces deux distributions en utilisant la relation suivante [Simon 2004, p.25] :

$$m = \frac{(1 + K)^2}{1 + 2K} \quad (2.12)$$

Cette dérivation n'est pas une identification analytique des densités de probabilité, mais provient d'une mesure appelée *Amount of Fading (AF)* – en français *quantité d'évanouissements* – basée sur un rapport entre la moyenne et la variance des distributions d'évanouissement [Simon 2004, p.13]. À l'aide de cette identification, on obtient donc une distribution de Nakagami présentant le même rapport AF qu'une distribution de Rice.

2.2 Capacité des canaux radios

Les canaux présentés précédemment supposent que la transmission s'effectue par l'émission d'une fonction continue dans un canal réel. La théorie de l'information et de la communication traite quant à elle une information discrète dans la plupart des cas, et une émission de symboles en temps discret. Par conséquent, il est rapidement nécessaire de définir comment s'effectue le passage entre le canal de transmission réel, et le canal discret utilisé par la suite.

2.2.1 Discrétisation du canal radio

Les résultats de théorie de l'information traitent principalement de collection de *mot codes*, appelées *alphabets* ou *dictionnaires*, associés aux valeurs d'une variable aléatoire représentant la source émettrice d'information. La source prend donc un ensemble de valeurs éventuellement non dénombrables, et les méthodes de compressions et de codage doivent assurer la transmission de ces valeurs à travers le canal. La chaîne de transmission complète est représentée sur la figure 2.1. Il est a priori difficile de justifier l'approximation de ce système dans la théorie de l'information, qui simplifie énormément la partie *analogique* (modulation – canal – détection), mais cette approche a récemment été justifiée de manière très rigoureuse par Gallager et Lapidoth dans leurs deux ouvrages [Gallager 2008, Lapidoth 2009]. Leur approche utilise la projection et la décomposition de formes d'ondes arbitraires en fonctions propres de $\mathcal{L}_2$, l'espace des fonctions à énergie finie.

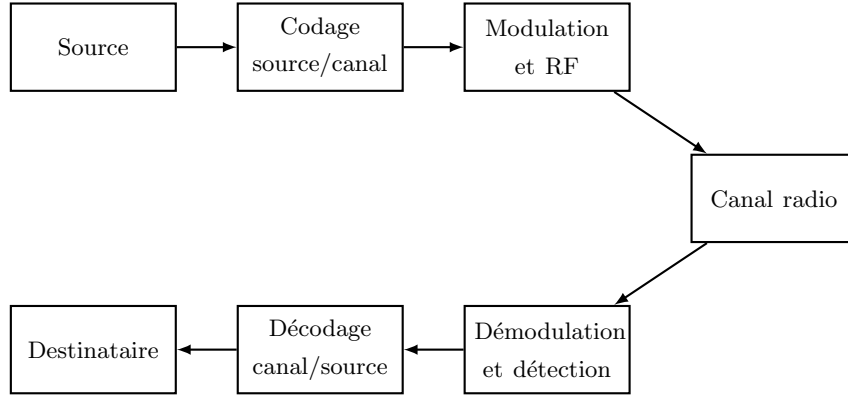


FIGURE 2.1 – Discrétisation du canal radio pour la théorie de l'information.

Nous partons donc du principe qu'il est possible d'approximer le fonctionnement ci-dessus en considérant la partie analogique du canal comme étant une boîte noire, qui pour un symbole envoyé retourne un autre symbole. Ce fonctionnement est formalisé sur la Fig.2.2 et correspond au problème étudié par Shannon dans ses travaux fondateurs [Shannon 1949].

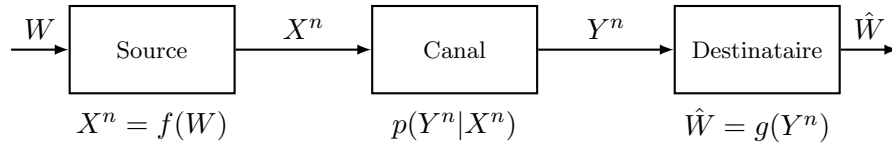


FIGURE 2.2 – Modèle de canal discret prenant en compte une probabilité de transition quelconque pour le canal.

On suppose un ensemble de messages $\mathcal{W}$, indexés par des entiers $\{1, 2, \dots, M\}$, que la source souhaite envoyer à travers le canal. La source dispose d'un alphabet de symboles $\mathcal{X}$, qu'elle peut utiliser n fois pour envoyer l'index du message $W \in \mathcal{W}$. Les symboles transmis par la source sont donc pris dans l'alphabet $\mathcal{X}^n$. Pour tout $x \in \mathcal{X}$, on définit la probabilité de transition du canal $p_{x|y}(y|x = x)$, transformant le symbole x en symbole y , lui-même pris dans un alphabet $\mathcal{Y}$. Utiliser n fois le canal pour transmettre l'index nous amène à considérer un symbole pris dans l'ensemble $\mathcal{X}^n$ et donc un symbole reçu dans l'ensemble

$\mathcal{Y}^n$. On définit $x^n = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in \mathcal{X}^n$ et $y^n = (y_1, y_2, \dots, y_n) \in \mathcal{Y}^n$ comme étant les symboles reçus et transmis dans ces situations, les x_k et y_k étant les symboles reçus lors de la $k^{\text{ième}}$ utilisation du canal. Ces définitions sont formalisées ci-après :

Définition 2.1 (Canal discret). *Un canal discret noté $(\mathcal{X}, p_{y|x}(y|x), \mathcal{Y})$ est formé de deux ensembles finis $\mathcal{X}$ et $\mathcal{Y}$ appelés alphabets de la source (respectivement de la destination), et d'une collection de probabilités conditionnelles $p_{y|x}(y|x)$ définies pour tout $x \in \mathcal{X}$.*

On appellera n -extension du canal discret le canal $(\mathcal{X}^n, p_{y^n|x^n}(y^n|x^n), \mathcal{Y}^n)$ formé par n utilisation du canal $(\mathcal{X}, p_{y|x}(y|x), \mathcal{Y})$. Pour chaque symbole $x^n \in \mathcal{X}^n$ (resp. $y^n \in \mathcal{Y}^n$), on notera $x_k \in \mathcal{X}$ (resp. $y_k \in \mathcal{Y}$) le symbole envoyé lors de la $k^{\text{ième}}$ utilisation du canal. On dira que cette n -extension est sans mémoire et sans retour si

$$p_{y^n|x^n}(y^n|x^n) = \prod_{i=1}^n p_{y|x}(y_i|x_i) \quad (2.13)$$

Définition 2.2 (Code (M, n)). *Un code (M, n) défini sur un canal $(\mathcal{X}^n, p_{y^n|x^n}(y^n|x^n), \mathcal{Y}^n)$ est composé de 3 éléments :*

- *Un ensemble d'index $\{1, 2, \dots, M\}$*
- *Une fonction $f : \{1, 2, \dots, M\} \mapsto \mathcal{X}^n$ appelée fonction d'encodage et fournissant un ensemble de mots codes $\{x_{(1)}^n, x_{(2)}^n, \dots, x_{(M)}^n\}$ indexés par $\{1, 2, \dots, M\}$.*
- *Une fonction $g : \mathcal{Y}^n \mapsto \{1, 2, \dots, M\}$ appelée fonction de décodage et fournissant à partir du mot code $y^n \in \mathcal{Y}^n$ reçu une estimation de l'index $i \in \{1, 2, \dots, M\}$ envoyé.*

Définition 2.3 (Probabilités d'erreur sur un canal discret). *On définit la probabilité d'erreur conditionnelle λ_i comme étant la probabilité qu'un certain index soit décodé de manière erronée, i.e. si le symbole envoyé est $x_{(i)}^n$ et le symbole reçu y^n , avec $I(\cdot)$ la fonction indicatrice au sens usuel :*

$$\lambda_i = \mathbb{P}\left[g(y^n) \neq i | x_{(i)}^n \text{ envoyé}\right] = \sum_{y^n \in \mathcal{Y}^n} p(y^n | x_{(i)}^n) I(g(y^n) \neq i) \quad (2.14)$$

Il s'agit de l'ensemble des symboles y^n de probabilité non nulle sachant que $x_{(i)}^n$ a été émis, pour lesquels la fonction d'estimation $g(\cdot)$ ne renvoie pas le bon index i .

De cette définition, on a :

- *La probabilité d'erreur maximale $\lambda^{(n)}$:*

$$\lambda^{(n)} = \max_{i \in \{1, 2, \dots, M\}} \lambda_i \quad (2.15)$$

- *La probabilité d'erreur moyenne $P_e^{(n)}$:*

$$P_e^{(n)} = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M \lambda_i \quad (2.16)$$

2.2.2 Capacité de Shannon

Le résultat surprenant, et probablement le plus célèbre, de Shannon dans [Shannon 1949] fut de démontrer qu'il est possible de transmettre de l'information à travers un canal radio sans erreur, même en présence de bruit, à la seule condition que le

débit R des données, en bits/transmission, soit inférieur à une certaine valeur déterminée par le rapport signal sur bruit du canal radio. L'intuition de l'époque était de transmettre de la redondance sous la forme par exemple de codes à répétition. Plus la qualité du signal reçu était faible, i.e. le rapport signal sur bruit était lui même bas, plus la quantité de redondance nécessaire était élevée et les méthodes de l'époque amenaient irrémédiablement à une baisse du débit qui approchait alors 0. Shannon montra qu'en dessous de cette borne supérieure du débit, appelée désormais *capacité* du canal, il est toujours possible de transmettre sans aucune erreur, virtuellement, à l'aide d'un code approprié. Au-delà de cette borne, il n'existe aucun code remplissant cette propriété. Le code atteignant la capacité n'était pas donné par Shannon qui se contenta d'inférer son existence, mais ce résultat a permis de fédérer la recherche dans le domaine et à l'heure actuelle il existe plusieurs codes approchant la capacité de Shannon pour des formes simples de canaux radios.

En se basant sur les définitions 2.2 et 2.3, nous formalisons les notions de débit d'un code sur un canal de transmission :

Définition 2.4 (Débit d'un code (M, n)). *On appelle R le débit du code (M, n) défini comme :*

$$R = \frac{\log_2 M}{n} \text{ bits/transmission} \quad (2.17)$$

On note que la valeur M est liée à R par inversion de (2.17), leur relation étant $M = 2^{nR}$.

Définition 2.5 (Débit atteignable). *Un débit est dit atteignable si il existe un code $(\lceil 2^{nR} \rceil, n)$ tel que la probabilité d'erreur maximale $\lambda^{(n)}$ tende vers 0 quand n tend vers l'infini¹.*

Le résultat de Shannon est d'exprimer sous une forme calculable le débit maximum atteignable dans un canal de communication, à l'aide des notions d'entropie et d'information mutuelle. Une présentation de ces deux mesures et de la théorie de l'information en général est disponible gratuitement dans l'ouvrage de David MacKay [MacKay 2003].

Théorème 2.1 (Capacité d'un canal quelconque). *Soit un canal de communication discret, sans mémoire, comme représenté sur la Fig.2.2. On définit la capacité de ce canal comme étant le logarithme du maximum des mots-codes uniquement identifiable par le récepteur compte tenu de la distribution de masses de probabilités $p_X(x)$. On a :*

$$C = \max_{p_X(x)} I(X; Y) \quad (2.18)$$

En utilisant un argument purement probabiliste, il est intuitif que la dégradation induite par le canal et la distribution $p_{Y|X}(y|x)$ va influencer sur la quantité d'information maximale que l'on pourra récupérer en sortie du canal, et que cette valeur va être au maximum égale à l'information mutuelle entre les deux variables aléatoires X et Y . La preuve de ces deux théorèmes est quelque peu complexe, et se décompose en deux parties. Tout d'abord, il faut prouver qu'il existe au moins un code atteignant (2.18). Shannon utilise pour cela un argument consistant à générer aléatoirement des codes respectant certaines propriétés, et en montrant qu'en moyenne la probabilité d'erreur de ces codes tend vers 0 lorsque la taille de bloc tend vers l'infini, ce qui suppose qu'il existe au moins un code remplissant

1. La fonction $\lceil \cdot \rceil$ est définie comme $\lceil \cdot \rceil : x \in \mathbb{R} \rightarrow \min\{K \in \mathbb{Z} | K \geq x\}$. Il s'agit du premier entier suivant x .

les conditions du théorème. La seconde partie de la preuve consiste à montrer que tous les codes dont la probabilité d'erreur tend vers 0 lorsque n tend vers l'infini ont effectivement un débit $R \leq C$. On peut se référer à [Cover 2006] pour une discussion plus complète, mais le concept de borner la capacité par le haut, puis de prouver l'existence d'un code quelconque atteignant cette capacité se retrouve dans toutes les démonstrations de capacité depuis Shannon.

2.2.3 Capacité des canaux à plusieurs noeuds

La théorie de Shannon sur la capacité des canaux de transmission peut s'étendre aux réseaux comprenant plus d'une source et une destination, ce qui est notre cas d'étude dans ce manuscrit. Nous pouvons énoncer deux résultats utiles pour l'étude de ces canaux. Comme pour le canal de Shannon, les démonstrations fonctionnent en deux étapes :

- Une première étape consiste à utiliser un théorème de flot maximum à travers le canal pour établir une borne supérieure pour la capacité.
- La seconde étape étant de démontrer l'existence d'un code et d'une méthode de transmission permettant d'atteindre, idéalement, cette borne supérieure. Dans tous les cas, l'existence d'un code sur une topologie de réseau permet d'établir une borne inférieure de la capacité.

Lorsque la borne supérieure et la borne inférieure se rejoignent, on peut dire que la capacité du canal est connue et est donc égale à l'une ou l'autre des bornes. Dans le cas général et pour la plupart des canaux plus complexes que le simple canal mono-utilisateur, ces deux bornes ne sont pas égales et par conséquent on ne sait pas se prononcer sur une valeur de la capacité du canal. On peut néanmoins évaluer l'efficacité des méthodes de transmission théoriques par rapport à leur proximité relative à la borne supérieure, et des applications réelles de ces méthodes par rapport à leur proximité avec leur borne théorique de performances.

2.2.4 Théorème du flot maximum

On représente le réseau comme étant un ensemble de m noeuds, disposant chacun d'une variable aléatoire $X^{(i)}$, $i \leq m$ représentant le message envoyé, et $Y^{(i)}$, $i \leq m$ le message reçu. On dénotera par $R^{(i,j)}$ le débit entre le noeud (i) et le noeud (j) . Le principe du théorème de flot maximum est de considérer tous les ensembles de noeuds $\mathcal{S} \subset \{1, \dots, m\}$ possibles et de borner la somme des débits atteignable entre tous les noeuds inclus dans $\mathcal{S}$, les sources, et les noeuds inclus dans le complémentaire $\mathcal{S}^C$ de $\mathcal{S}$, les destinations. En pratique, cela revient à représenter le réseau sous la forme d'un graphe, et à considérer toutes les coupes possibles de ce graphe. On obtient ainsi une série d'inégalités qui forment une *région* de capacité atteignable.

Théorème 2.2 (Flot maximum). *Soit un ensemble de m noeuds communicant, chacun représenté par un couple $(X^{(i)}, Y^{(i)})$, $i \leq m$ de variables aléatoire correspondant aux messages reçus et envoyés par ce noeud respectivement. Si l'on note $R^{(i,j)}$ le débit atteignable entre une paire de noeuds (i, j) , alors il existe une distribution de probabilité $p_{X^{(1)}, \dots, X^{(m)}}(x^{(1)}, \dots, x^{(m)})$ telle que :*

$$\forall \mathcal{S} \subset \{1, \dots, m\} \quad \sum_{i \in \mathcal{S}, j \in \mathcal{S}^C} R^{(i,j)} \leq I(X^{(\mathcal{S})}, Y^{(\mathcal{S}^C)} | X^{(\mathcal{S}^C)}) \quad (2.19)$$

où $\mathcal{S}^C$ dénote le complémentaire de $\mathcal{S}$ dans $\{1, \dots, m\}$.

Démonstration. Une définition et une preuve complète sont disponibles dans [Cover 2006, pp.587-590].

On voit que pour toutes les coupes possibles, le débit d'information est inférieur à l'information mutuelle entre les groupes de noeuds émetteurs et récepteurs, conditionnée par l'information émise par les noeuds émetteurs présents dans le complémentaire de la coupe. Ce résultat ne donne qu'une borne supérieure de la capacité.

2.2.5 Canaux à accès multiples

On suppose dans ce cas que plusieurs terminaux souhaitent communiquer simultanément vers un unique destinataire. Ce modèle de canal, tel que représenté sur la Fig.2.3, capture en particulier les communications terrestres vers un même satellite, ou les communications de plusieurs téléphones mobiles vers une même station de base.

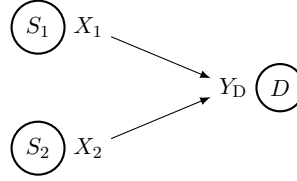


FIGURE 2.3 – Le canal à accès multiples

Définition 2.6 (Canal à accès multiples). *Un canal à accès multiple consiste en 3 ensembles $\mathcal{X}_1$, $\mathcal{X}_2$ et $\mathcal{Y}$ et une distribution de masses de probabilités conditionnelles $p(y|x_1, x_2)$, définie pour tout tuple $(x_1, x_2) \in \mathcal{X}_1 \times \mathcal{X}_2$.*

Comme pour tous les canaux de théorie de l'information, la caractérisation passe par la définition du canal en terme de variables aléatoires, la définition du débit dit *atteignable*, et la preuve de capacité en deux parties (borne supérieure et existence d'un code atteignant la borne). La figure 2.4 présente les coupes considérées avec les ensembles $\mathcal{S}$ correspondant pour l'application du théorème du flot maximum.

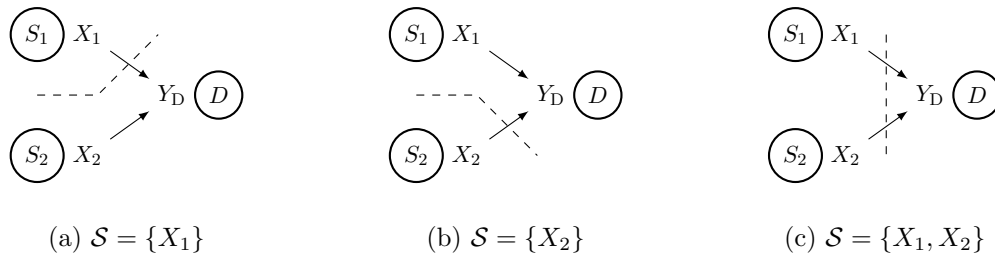


FIGURE 2.4 – Coupes considérées pour le canal à accès multiples.

En appliquant directement le théorème 2.2, on obtient l'expression de la borne supérieure, et dans le cas du canal à accès multiples il est possible de construire un schéma de communication où la borne inférieure rejoint la borne supérieure [Cover 2006].

Théorème 2.3 (Capacité du canal à accès multiples). *Soit un canal à accès multiple général $(\mathcal{X}_1 \times \mathcal{X}_2, p(y|x_1, x_2), \mathcal{Y})$. On dénote par R_1 le débit atteignable du noeud 1 et R_2 le débit atteignable du noeud 2 suivant la définition 2.5. La capacité du canal à accès multiple est la fermeture de l'enveloppe convexe des (R_1, R_2) satisfaisant les conditions suivantes :*

$$\begin{cases} R_1 & \leq I(X_1; Y|X_2) \\ R_2 & \leq I(X_2; Y|X_1) \\ R_1 + R_2 & \leq I(X_1, X_2; Y) \end{cases} \quad (2.20)$$

Sans entrer dans une application à un modèle de canal particulier, il est possible d'analyser un peu la région définie par les inégalités en (2.20), comme on le voit sur la figure 2.5.

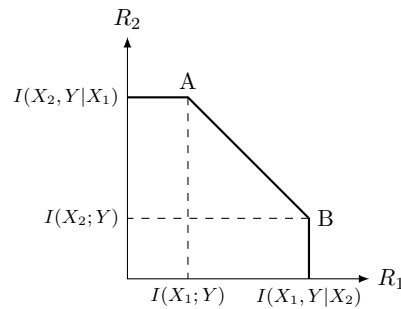


FIGURE 2.5 – Région générique de la capacité du canal à accès multiples

Aux extrêmes, les points d'intersection des axes et de la région correspondent aux cas où un des émetteurs n'émet aucune information. Les coins A et B eux correspondent aux cas où l'inégalité active passe de $R_1 \leq I(X_1; Y|X_2)$ (respectivement $R_2 \leq I(X_2; Y|X_1)$) à $R_1 + R_2 \leq I(X_1, X_2; Y)$. Il s'agit, pour le point A par exemple, de débit de transmission maximal de X_1 qui n'impactera pas X_2 . Sachant que $Y = X_1 + X_2$, X_1 peut envoyer une quantité d'information $I(X_1; Y)$ vers Y qui pourra la décoder en considérant X_2 comme un bruit parasite. En contrepartie, X_2 peut transmettre en moyenne :

$$\sum_{x_1 \in \mathcal{X}_1} p(x_1) I(X_2; Y|X_1 = x_1) = I(X_2; Y|X_1)$$

Considérer un signal comme du bruit est un concept couramment utilisé en théorie de l'information pour les preuves de capacité, et retrouve une réalité physique si le signal interférent a une forme proche du bruit blanc.

2.2.6 Le canal à relais

Un canal à relais est un système communiquant composé, dans sa forme simple, de 3 noeuds. Une source et un destinataire cherchent à communiquer de manière fiable en s'aidant d'un troisième noeud, le relais, qui n'envoie aucune information personnelle. Les études sur le canal à relais théorique ont été initiées dans [Van Der Meulen 1971b], et poursuivies par les travaux de [Cover 1979], dont les résultats restent centraux aujourd'hui. On peut retrouver une analyse récente dans [Kramer 2005] et [Zahedi 2005], comprenant

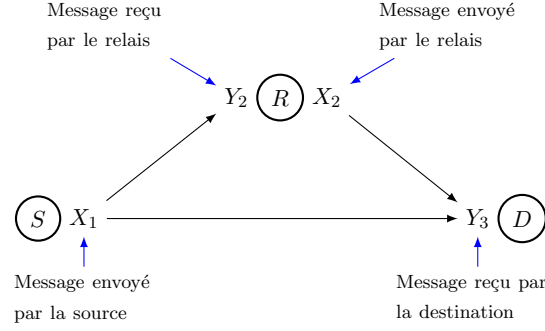


FIGURE 2.6 – Représentation du canal à relais sous forme de graphe associé à des variables aléatoires.

entre autres les résultats présentés dans cette section. Le chapitre 4 donne également une bibliographie plus étendue ainsi que les bornes de capacité des canaux à relais gaussien.

Dans la littérature, sauf si mentionné explicitement, la plupart des configurations traitées des canaux à relais considèrent les noeuds capable de transmettre et de recevoir simultanément (on utilisera l'anglicisme *full-duplex*). Dans tous les cas, on retrouve comme pour le canal gaussien une définition de la capacité en fonction des entrées et sorties du canal.

Définition 2.7 (Canal à relais). *Un canal à relais noté $(\mathcal{X}_1, \mathcal{X}_2, p(y_2, y_3|x_1, x_2), \mathcal{Y}_2, \mathcal{Y}_3)$ est formé de quatre ensembles finis $\mathcal{X}_1$, $\mathcal{X}_2$, $\mathcal{Y}_2$ et $\mathcal{Y}_3$ qui sont les alphabets de la source, du relais à l'émission, du relais à la réception et de la destination respectivement, et d'une distribution de masses de probabilités conditionnelles $p(y_2, y_3|x_1, x_2)$ représentant le canal entre la source, le relais et la destination.*

Remarque. – Comme pour le canal discret général, on peut définir une n -extension du canal à relais.

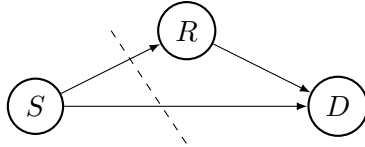
Définition 2.8 (Capacité du canal à relais). *Soit un canal à relais comme représenté sur la Fig.2.6. Soit $(f_k)_{0 \leq k \leq n} : \mathcal{Y}_2^k \mapsto \mathcal{X}_2$ une série de fonctions de relayage définies pour chaque symbole du bloc, mise en oeuvre au niveau du relais. Ces fonctions représentent le traitement effectué par le relais pour générer son propre symbole $X_2^n = (f_0(y_{2,0}), f_1(y_{2,0}, y_{2,1}), \dots, f_n(y_{2,0}, y_{2,1}, \dots, y_{2,n}))$ en fonction de sa réception $Y_2^n = \{y_{2,0}, \dots, y_{2,n}\}$. On dénotera l'ensemble de ces fonctions par $\{f^{(n)}\}$. On considère que les noeuds peuvent recevoir et transmettre simultanément. Sa capacité est définie comme étant :*

$$C = \lim_{n \rightarrow \infty} \sup_{p(x^n): \{f^{(n)}\}} \frac{1}{n} I(X_1^n; Y_3^n) \quad (2.21)$$

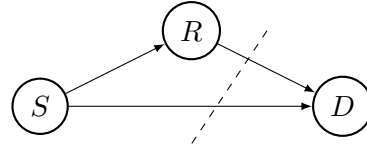
On fait ici apparaître explicitement que la taille de bloc est infinie dans la définition, et que le maximum est pris sur l'ensemble de la distribution de masses de probabilités de la source et sur l'ensemble des fonctions de relayage mises en oeuvre. Ce type de définition est appelé multi-lettres, car elle implique une combinaison de symboles de chaque alphabet mis en oeuvre.

Comme beaucoup de modèles de canaux en théorie de l'information, la capacité du canal a relais n'est pas définie précisément. En effet, on peut montrer qu'il existe une borne supérieure que la capacité ne saurait dépasser, et qu'il existe une borne inférieure

pour laquelle il existe des méthodes de codage et de relayage telles que la probabilité d'erreur tend vers 0 quand la taille du bloc tend vers l'infini. Cependant, contrairement au canal gaussien direct, ces bornes ne coïncident pas. On peut obtenir une borne de la capacité du canal à relais par la méthode du flot maximum en effectuant deux coupes sur le canal, comme vues sur la figure 2.7.



(a) Coupe canal de diffusion



(b) Coupe canal à accès multiples

FIGURE 2.7 – Coupes utilisées pour la méthode du flot maximum appliquée au canal à relais.

Théorème 2.4 (Borne supérieure de la capacité du canal à relais). *Soit un canal à relais $(\mathcal{X}_1 \times \mathcal{X}_2, p(y_2, y_3|x_1, x_2), \mathcal{Y}_3 \times \mathcal{Y}_2)$. La capacité de ce canal au sens de la définition 2.8 est bornée par :*

$$C \leq \max_{p(x_1, x_2)} \min \{I(X_1, X_2; Y_3), I(X_1; Y_3, Y_2|X_2)\} \quad (2.22)$$

Démonstration. [Cover 2006, pp.572-575] ou [Cover 1979, Th.1] ou par application directe du théorème 2.2.

La première dérivation de cette coupe est due à [Cover 1979] dans le cas d'un relais fonctionnant en mode *full-duplex*. Cette borne se représente bien intuitivement, du fait qu'il s'agit soit du flot maximum de la source vers la destination et le relais, ou le flot maximum du relais et de la source vers la destination.

Si l'on combine une transmission multisaut sur le trajet source-relais-destination avec une transmission directe, on obtient le très classique schéma de relayage *decode-and-forward* (DF). Le protocole DF suppose que la destination est capable de décoder de manière cohérente l'information en provenance de la source et du relais, et que les dictionnaires de mots codes de la source et du relais sont construits de manière coopérative.

Théorème 2.5 (Borne inférieure de transmission dans un canal à relais pour un schéma DF). *Soit un canal à relais $(\mathcal{X}_1 \times \mathcal{X}_2, p(y_2, y_3|x_1, x_2), \mathcal{Y}_3 \times \mathcal{Y}_2)$. La capacité de ce canal au sens de la définition 2.8 est bornée par le bas par :*

$$C \geq \max_{p(x_1, x_2)} \min \{I(X_1, X_2; Y_3), I(X_1; Y_2|X_2)\} \quad (2.23)$$

Démonstration. [Cover 1979, Th.2]

Remarque. – Dans le schéma DF, le relais doit décoder l'intégralité de l'information envoyée par la source. Ce fonctionnement donnera de bons résultats si le canal entre la source et le relais est de bonne qualité – comme c'est le cas pour le canal à relais dégradé, le signal reçu par le relais est strictement meilleur que celui reçu par la destination. Cependant, si le canal source-relais n'est pas de bonne qualité, le schéma DF pourra éventuellement être moins performant qu'une transmission directe car le relais ne pourra pas décoder d'information et par conséquent ne coopérerait pas. Pour pallier à ce problème, on peut

mettre en oeuvre un décodage partiel au relais. La source divise son message en deux parties. La première partie sera décodée par le relais et estimée par la destination, et la seconde partie sera directement décodée par la destination. Dans un second temps le relais coopère avec la source pour résorber l'incertitude de la première partie du message. Cela crée un nouveau schéma appelé *partial decode-and-forward* [Cover 1979, Th.3].

Une dernière borne inférieure générique pour le canal à relais est celle dénommée *compress-and-forward* (CF). Dans ce schéma de relayage, le relais effectue une estimation du message envoyé par la source sans chercher à décoder complètement le message. Il transmet ensuite cette estimation à la destination pour l'aider à décoder le message. Le message reçu par le relais, et par conséquent son estimation, étant fortement corrélé avec le message reçu par le destinataire, on peut mettre en oeuvre des procédés de codage de sources corrélées [Wyner 1976] pour faciliter le décodage.

Théorème 2.6 (Borne inférieure de transmission dans un canal à relais pour un schéma CF). *Soit un canal à relais $(\mathcal{X}_1 \times \mathcal{X}_2, p(y_2, y_3|x_1, x_2), \mathcal{Y}_3 \times \mathcal{Y}_2)$. Soit $\hat{Y}_2$ une estimation du signal Y_2 reçu par le relais. La capacité de ce canal est bornée par le bas par :*

$$C \geq \max I(X; Y_3, \hat{Y}_2 | X_1) \quad (2.24)$$

où la maximisation se fait sur les densités de probabilité de la forme $p(x_1)p(x_2)p(\hat{y}_2|y_2, x_2)$ et vérifiant $I(X_2; Y_3) \geq I(Y_2; \hat{Y}_2 | X_2, Y_3)$. Une forme équivalente, donnée par Zahedi dans [Zahedi 2005], permet d'écrire cette borne sous une contrainte plus simple pour les densités de probabilités :

$$C \geq \max_{p(x_1)p(x_2)p(\hat{y}_2|y_2, x_2)} \min \left\{ I(X_1, X_2; Y_3) - I(Y_2; \hat{Y}_2 | X_1, X_2), I(X_1; \hat{Y}_2, Y_3 | X_2) \right\} \quad (2.25)$$

Démonstration. [Cover 1979, Th.7] et [Zahedi 2005, Th.2.5, Th.2.6]

2.3 Métriques de performance des canaux de transmission sans-fil

L'étude des performances des communications passe par la définition d'un certain nombre de métriques autour desquelles seront évalués les mérites de différents systèmes. La majorité de ces métriques se basent, en pratique, sur le SNR au niveau du récepteur, tel que défini dans les sections précédentes. Les équations (2.7), (2.9) et (2.11) expriment la distribution du SNR instantané γ , qui a pour paramètre dans chacune de ces expressions le SNR moyen $\bar{\gamma}$. En présence d'effets de masquage, il est bon de noter que $\bar{\gamma}$ est une variable aléatoire, et que (2.7), (2.9) et (2.11) représentent une distribution de probabilité conditionnelle $\gamma|\bar{\gamma}$.

2.3.1 Métriques basées sur la capacité

Lorsque le canal de transmission est stable dans le temps, la capacité de Shannon telle que présentée à la section précédente est correctement définie, et sa valeur est reliée par bijection à la valeur du SNR au niveau du récepteur. Le canal de transmission stable le plus couramment utilisé est le canal dit *gaussien*, où l'amplitude de l'enveloppe du signal transmis est soumise au niveau du récepteur à un coefficient h comme défini dans l'équation

(2.4), à laquelle s'ajoute un bruit blanc de densité spectrale N_0 . À la k^e utilisation du canal de transmission, le symbole complexe reçu $y[k]$ peut donc s'écrire :

$$y[k] = h[k] \cdot x[k] + z[k] \quad (2.26)$$

Si on considère $h[k] = h$ indépendant de k ainsi qu'une contrainte de puissance moyenne des symboles émis $\mathbb{E}[x[k]] = P$, la définition de Shannon s'applique et on peut montrer [Cover 2006, Tse 2008] que la capacité C du canal gaussien s'écrit :

$$C = \log_2 \left(1 + \frac{|h|^2 P}{N_0} \right) \quad (2.27)$$

Les sections traitant des canaux multi-utilisateurs donneront les expressions équivalentes pour les applications aux canaux gaussiens. On peut remarquer que la capacité est une fonction bijective du SNR $|h|^2 P/N_0$. Cette expression de la capacité est valable pour des symboles complexes limités à une bande de 1 Hz. Si l'on considère que l'on transmet W symboles complexes sur une bande de fréquence de W Hz, la puissance du bruit devient $N_0 W$ et la capacité devient :

$$C = W \log_2 \left(1 + \frac{|h|^2 P}{N_0 W} \right) \quad (2.28)$$

On considère maintenant que $h[k]$ varie selon k . On doit considérer deux situations qui sont fonctions de la vitesse à laquelle le coefficient h varie. Dans un canal à évanouissements lents, le coefficient h est aléatoire mais fixé pour toutes les utilisations du canal. Dans cette situation, la capacité de Shannon est mal définie, en particulier pour des modèles d'évanouissements où la probabilité que le canal soit nul existe. En pratique, la métrique la plus couramment utilisée dans cette situation est la probabilité de coupure $p_{\text{out}}(R)$. On fixe dans ce cas le débit à l'émission à une certaine valeur R et on s'intéresse à la probabilité que le canal soit incapable de supporter ce débit :

$$p_{\text{out}}(R) = \mathbb{P} \left\{ \log_2 \left(1 + |h|^2 \frac{P}{N_0} \right) < R \right\} \quad (2.29)$$

Si les évanouissements du canal sont maintenant suffisamment rapides pour que les mots-codes soient transmis sur un nombre L d'états équiprobables de la variable $h[k]$, i.e. $h[k] \in \{h_1, \dots, h_L\}$, on a alors [Tse 2008] :

$$p_{\text{out}}(R) = \mathbb{P} \left\{ \frac{1}{L} \sum_{\ell=1}^L \log_2 \left(1 + |h_\ell|^2 \frac{P}{N_0} \right) < R \right\} \quad (2.30)$$

Si le nombre d'états augmente, c'est-à-dire si la taille des mots codes est grande par rapport au temps de cohérence des évanouissements, on obtient en limite une quantité appelée dans la littérature la capacité *ergodique* [Host-Madsen 2005], que l'on notera C_∞ :

$$\lim_{L \rightarrow \infty} \frac{1}{L} \sum_{\ell=1}^L \log_2 \left(1 + |h_\ell|^2 \frac{P}{N_0} \right) = \mathbb{E} \left[\log_2 \left(1 + |h|^2 \frac{P}{N_0} \right) \right] = C_\infty \quad (2.31)$$

On peut noter que par application de l'inégalité de Jensen, on a $C_\infty \leq \log_2 \left(1 + \mathbb{E} [|h|^2] \frac{P}{N_0} \right)$. La capacité ergodique suppose en pratique que la transmission se

fait sur suffisamment d'états de la variable aléatoire h pour qu'un moyennage naturel se fasse. Dans les canaux à évanouissements rapides, on cherchera donc à étaler au maximum les mots codes sur de longues périodes afin de profiter de cet effet. Afin d'éviter de générer des mots-codes trop grands, on utilisera en pratique des techniques d'entrelacement entre plusieurs mots codes, ce qui aura pour effet de faire subir aux différents symboles un grand nombre d'états différents de la variable aléatoire h .

2.3.2 Métriques basées sur la probabilité d'erreur

La probabilité d'erreur symbole est également une fonction du SNR, qui dépend également de la modulation utilisée. L'étape de modulation va transformer un ou plusieurs bits d'information en un symbole complexe, qui sera transmis, déformé et bruité au récepteur. En conséquence, ce dernier doit évaluer à partir du signal reçu quel a été le symbole transmis. Dans un contexte théorique, on évalue la probabilité que le décodeur a de se tromper en fonction de la distance dans le plan complexe entre le symbole reçu et le symbole transmis. On notera cet évènement E_s , et il va donc dépendre du nombre de symboles possibles à chaque étape de modulation et des effets du canal qui vont décaler le symbole dans le plan complexe, ces effets étant capturés par le SNR. On notera donc la probabilité d'erreur symbole $\mathbb{P}\{E_s|\gamma, \varphi\}$, où le paramètre φ représente la modulation et toute autre valeur associée.

Lorsqu'il n'y a pas d'ambiguïté quant à la modulation utilisée, on peut écrire la probabilité d'erreur symbole $p_s(\gamma)$ comme étant une fonction du SNR instantané γ . Si la modulation respecte certaines contraintes, on pourra être capable d'exprimer la probabilité d'erreur bit en fonction de la probabilité d'erreur symbole, pour obtenir ainsi $p_b(\gamma)$. Ces expressions sont également souvent obtenues expérimentalement, afin de prendre en compte les défauts éventuels du matériel utilisé pour les communications. À partir de l'expression de la probabilité d'erreur bit instantanée, on peut écrire la probabilité d'erreur bit moyenne comme l'espérance de $p_b(\gamma)$ suivant la variable aléatoire γ sachant $\bar{\gamma}$:

$$\mathbb{P}\{E_b|\bar{\gamma}, \varphi\} = \bar{p}_b(\bar{\gamma}) = \int_0^\infty p_b(\gamma) p_{\gamma|\bar{\gamma}}(\gamma) d\gamma \quad (2.32)$$

Une partie de mon travail de thèse porte sur la probabilité d'erreur paquet, dérivée de la probabilité d'erreur bit. On considère que la transmission s'effectue par bloc de N bits, et que le récepteur déclare une erreur sur le paquet si au moins une erreur a été faite sur un bit lors de la réception. On note E_p cet évènement, et la probabilité d'erreur paquet instantanée est donc :

$$\mathbb{P}\{E_p|\gamma, \varphi\} = 1 - (1 - \mathbb{P}\{E_b|\gamma, \varphi\})^N \quad (2.33)$$

Le paramètre φ contient en plus des informations concernant la modulation, la taille de paquet considérée. Comme pour la capacité dans la section précédente, afin de traiter le cas des canaux à évanouissements, il faut prendre en compte la vitesse de variation du coefficient du canal h . Si les évanouissements sont rapides, par le même raisonnement que pour la capacité, on peut choisir N suffisamment grand et appliquer des techniques d'entrelacement pour moyenner la probabilité d'erreur bit instantanée sur la taille du paquet. En conséquence, la probabilité d'erreur paquet moyenne s'écrit :

$$\mathbb{P}\{E_p|\bar{\gamma}, \varphi\} = 1 - (1 - \mathbb{P}\{E_b|\bar{\gamma}, \varphi\})^N \quad (2.34)$$

En contrepartie, si les évanouissements sont lents, chaque bit du paquet subira le même affaiblissement et la probabilité d'erreur paquet moyenne s'écrit donc :

$$\mathbb{P}\{E_p|\bar{\gamma}, \varphi\} = \int_0^\infty (1 - (1 - \mathbb{P}\{E_b|\gamma, \varphi\})^N) p_{\gamma|\bar{\gamma}}(\gamma) d\gamma \quad (2.35)$$

Pour finir, si l'on considère que $\bar{\gamma}$ est également une variable aléatoire, il est possible de définir une probabilité de coupure pour l'erreur paquet, c'est-à-dire la probabilité que la probabilité d'erreur paquet dépasse un certain seuil fixé P^* . On écrit l'évènement $O = \mathbb{P}\{E_p|\bar{\gamma}, \varphi\} > P^*$. Si on écrit $\mathbb{P}\{E_p|\bar{\gamma}, \varphi\} = \bar{p}_p(\bar{\gamma})$, et on a donc :

$$\mathbb{P}\{O|\varphi\} = \mathbb{P}\{\bar{p}_p(\bar{\gamma}) > P^*\} \quad (2.36)$$

Dans les systèmes étudiés dans cette thèse, la probabilité d'erreur paquet moyenne est une fonction continue et strictement décroissante du SNR moyen $\bar{\gamma}$. Par conséquent, cette fonction possède un inverse, et l'on peut réécrire la probabilité de coupure (2.36) comme suit :

$$\mathbb{P}\{O|\varphi\} = \mathbb{P}\{\bar{\gamma} \leq \bar{p}_p^{-1}(P^*)\} \quad (2.37)$$

2.4 Optimisation sous contraintes

L'optimisation sous contraintes, dans sa forme générale, consiste à résoudre un problème de la forme suivante, pour $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ et où f , g_i et h_j sont des fonctions de $\mathbb{R}^n$ dans $\mathbb{R}$ continues et différentiables :

$$\begin{aligned} \min. \quad & f(\mathbf{x}) \\ \text{s.c.} \quad & g_i(\mathbf{x}) \leq 0 \quad i \in \{1, \dots, l\} \\ & h_j(\mathbf{x}) = 0 \quad j \in \{1, \dots, m\} \end{aligned} \quad (2.38)$$

On appelle ensemble atteignable l'ensemble défini comme suit :

$$\mathcal{A} = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n | g_i(\mathbf{x}) \leq 0, h_j(\mathbf{x}) = 0, i \in \{1, \dots, l\}, j \in \{1, \dots, m\}\}$$

L'optimisation sous contraintes consiste à trouver le minimum **global** de $f(\mathbf{x})$ avec $\mathbf{x} \in \mathcal{A}$. L'intérêt de ces problèmes ne réside rarement que dans la valeur de $f(\mathbf{x})$ à son maximum, et l'on s'intéresse souvent à l'ensemble des points $\mathbf{x}^*$ qui atteignent cette valeur, et qui sont appelés points *optimaux*.

Afin d'étudier ces problèmes, on forme une fonction spécifique appelée le *Lagrangien* du problème, et qui intègre à la fois la fonction objectif f et les contraintes dans une seule et même expression. Le Lagrangien du problème (2.38) s'écrit :

$$\mathcal{L}(\mathbf{x}, \lambda, \mu) = f(\mathbf{x}) + \sum_{i=1}^l \lambda_i g_i(\mathbf{x}) + \sum_{j=0}^m \mu_j h_j(\mathbf{x}) \quad (2.39)$$

Les vecteurs λ et μ sont à composantes positives, et sont appelés les multiplicateurs de Lagrange du problème. On remarque que pour tout $\mathbf{x} \in \mathcal{A}$ on a $\mathcal{L}(\mathbf{x}, \lambda, \mu) \leq f(\mathbf{x})$. Le Lagrangien est en effet construit pour être une borne inférieure de la fonction objectif. En particulier, pour tout λ et μ à composantes positives, la fonction $\mathcal{L}(\lambda, \mu) = \inf_{\mathbf{x} \in \mathcal{A}} \mathcal{L}(\mathbf{x}, \lambda, \mu)$ nous donne une borne inférieure générale à la solution du problème initial.

On peut également noter que les multiplicateurs de Lagrange sont en pratique des variables qui pénalisent la distance d'un choix de vecteur $\mathbf{x}$ par rapport aux contraintes du problème. En effet, plus λ sera élevé, plus la valeur de $\mathcal{L}(\mathbf{x}, \lambda, \mu)$ sera faible si les contraintes d'inégalité ne sont pas exactement atteintes – et donc transformées en égalités. Un choix particulier pour la valeur de λ permet donc de favoriser un certain nombre de contraintes par rapport aux autres, en pénalisant l'éloignement.

2.4.1 Optimisation convexe

Pour détailler la forme et les résultats associés aux problèmes d'optimisation convexe, il est nécessaire de rappeler rapidement la définition d'un ensemble convexe et d'une fonction convexe. Nous en profiterons aussi pour énoncer quelques résultats concernant ces fonctions qui seront utilisés dans la suite de ce manuscrit. Les résultats mentionnés ci-après sont en particulier repris pour la plupart de [Boyd 2004]. Cette section ne fait que résumer les fondamentaux qui seront utilisés par la suite.

Définition 2.9 (Ensemble convexe). *Un ensemble $C \subset \mathbb{R}^n$ est dit convexe si et seulement si pour tout $x_1, x_2 \in C$ et $\delta \in [0, 1]$ on a :*

$$\delta x_1 + (1 - \delta)x_2 \in C$$

On peut étendre cette définition à une combinaison linéaire de points de C . L'ensemble C est dit convexe si et seulement si pour tout $x_1, \dots, x_k \in C$ et $\delta_1 + \dots + \delta_k = 1$ on a :

$$\sum_{i=1}^k \delta_i x_i \in C$$

En pratique, un ensemble est convexe si tous les points situés sur le segment de droite reliant 2 points de l'ensemble appartiennent également à l'ensemble. Cela a de fortes implications pour les problèmes d'optimisation, ainsi que pour les problèmes liés à la théorie de l'information. En effet, cela signifie qu'il est possible de construire une infinité de points atteignables à partir de deux points atteignables d'un problème d'optimisation, si l'ensemble des points atteignables est convexe. De plus, l'intersection de deux ensembles convexes est également un ensemble convexe. Parmi les objets mathématiques courants, on peut citer comme exemple d'ensembles convexes les suivants :

- L'espace vectoriel $\mathbb{R}^n$
- Les hyperplans de $\mathbb{R}^n$: $\{x \in \mathbb{R}^n | a^T x = b, a \in \mathbb{R}^n, b \in \mathbb{R}\}$
- Les demi-espaces de $\mathbb{R}^n$: $\{x \in \mathbb{R}^n | a^T x \geq b, a \in \mathbb{R}^n, b \in \mathbb{R}\}$
- Les boules dans $\mathbb{R}^n$, avec $\|\cdot\|$ une norme de $\mathbb{R}^n$: $\{x \in \mathbb{R}^n | \|x - x_c\| \leq r, x_c \in \mathbb{R}^n, r \in \mathbb{R}\}$

Définition 2.10 (Fonction convexe [Boyd 2004]). *Une fonction $f(\mathbf{x})$, avec $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ est dite convexe si $\text{dom } f$ est un ensemble convexe et si pour tout $x_1, x_2 \in \text{dom } f$, et $\delta \in [0, 1]$ on a :*

$$f(\delta x_1 + (1 - \delta)x_2) \leq \delta f(x_1) + (1 - \delta)f(x_2) \quad (2.40)$$

On appelle concave une fonction g si $-g$ est une fonction convexe.

Ces propriétés se retrouvent dans de nombreuses fonctions usuelles. On a en particulier :

- Une fonction affine est à la fois convexe et concave.

- La fonction $\log(x)$ est une fonction concave de $x \in \mathbb{R}$.
- La fonction $\exp(x)$ est une fonction convexe de $x \in \mathbb{R}$.
- La fonction $1/x$ est une fonction concave de $x \in \mathbb{R}_+^*$.
- La fonction $\sqrt{x}$ est une fonction concave de $x \in \mathbb{R}_+^*$.
- Les normes de $\mathbb{R}^n$ sont des fonctions convexe de $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$.

Pour des fonctions plus développées, la façon la plus connue, mais aussi la plus complexe dans le cas général de prouver la convexité est d'utiliser le théorème suivant :

Théorème 2.7. *Une fonction f de $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$ est convexe si et seulement si son Hessien, c'est-à-dire sa matrice de dérivées secondes, est définie positive. En particulier, pour $x \in \mathbb{R}$, si la dérivée seconde est positive, alors la fonction est convexe.*

Démonstration. Voir [Boyd 2004, ch.3]

Extraire le Hessien d'une fonction de $\mathbb{R}^n$ peut être une tâche difficile, et vérifie que ce Hessien est défini positif l'est encore plus². Lorsque cela est possible, on cherchera à prouver qu'une fonction est convexe en montrant qu'elle est la composée d'une fonction convexe avec une fonction préservant la convexité. Les conditions pour vérifier la convexité par ce moyen sont décrites avec grande précision dans [Boyd 2004, ch.3]. On a en particulier :

- Si $f_1, \dots, f_k$ sont des fonctions convexes de $\mathbb{R}^n$ et $\delta_1, \dots, \delta_k \geq 0$, alors $\sum_{i=1}^k \delta_i f_i(\mathbf{x})$ est convexe.
- Si $f_1, \dots, f_k$ sont des fonctions convexes de $\mathbb{R}^n$ alors $\max\{f_1(\mathbf{x}), \dots, f_k(\mathbf{x})\}$ est convexe.
- Si $f(\mathbf{x})$ est une fonction convexe, et $t \in \mathbb{R}_+^*$ alors $tf(\mathbf{x}/t)$ est appelée perspective de f , et est convexe.

La définition d'un problème d'optimisation convexe est de forme similaire à (2.38), mais avec les conditions suivantes :

- La fonction objectif f doit être une fonction convexe.
- Les fonctions g_i associées aux inégalités doivent être des fonctions convexes.
- Les fonctions h_j associées aux égalités doivent être des fonctions affines.

On peut remarquer que les conditions sur les fonctions associées aux contraintes définissent un ensemble atteignable convexe, comme étant l'intersection d'ensembles convexes. Il est courant de dire qu'un problème d'optimisation convexe consiste à minimiser une fonction convexe sur un ensemble convexe. Dans le cas général (2.38), il est possible de trouver des points appelés *optimaux locaux*, qui sont en fait des points qui minimisent la fonction f dans un voisinage de l'optimum local x_L^* . Par opposition, on appelle un point x_G^* minimisant la fonction f sur l'ensemble de son domaine de définition un *optimum global*. Une des particularités des problèmes d'optimisation convexe est que tout optimum local est aussi un optimum global [Boyd 2004, 4.2.2]. De plus, il est possible de prouver numériquement que l'on a atteint l'optimum de la fonction, et donc d'obtenir une validation mathématique sûre quant à la valeur obtenue.

Nous ne détaillons ici que quelques résultats et techniques liées aux problèmes d'optimisation convexes. L'intérêt particulier de formuler un problème sous forme convexe est

2. Il faut en pratique vérifier que toutes les valeurs propres du Hessien soient positives, ou bien que les déterminants des mineurs principaux du Hessien soient tous positifs.

que de nombreux algorithmes très efficaces existent pour résoudre numériquement ces problèmes d'optimisation, et les solutions offertes par ces algorithmes sont optimales et prouvées comme telle lorsque le problème d'optimisation est convexe. Il suffit donc en pratique de transformer la formulation du problème général en problème convexe, lorsque cela est possible, pour être sûr de le résoudre numériquement. De plus, pour le nombre restreint de variables dans les problèmes traités dans ce manuscrit, les solveurs numériques modernes sont extrêmement efficaces. Parmi ces solveurs numériques, on peut citer les méthodes basées sur les algorithmes de point intérieur [Boyd 2004, ch.11], ainsi que les méthodes basées sur des approximations quadratiques successives [Bonnans 2006, ch.15]. Ces différents algorithmes sont implémentés dans un grand nombre d'outils mathématiques courant, en particulier dans Matlab. Nous nous servons pour ce manuscrit de `fmincon` [fmi] et de CVX [Grant 2012], un outil développé en particulier par Boyd et utilisé comme exemple dans son livre.

2.4.2 Résolution analytique des problèmes d'optimisation

Bien qu'il soit toujours possible de résoudre numériquement un problème d'optimisation convexe, il est souvent intéressant de tenter de trouver une solution analytique – dans le pire des cas, les étapes de résolution théorique apportent souvent des précisions sur la forme de l'optimum global. Ces résolutions analytiques passent par l'étude du Lagrangien du problème, tel que défini en (2.39). Lorsque le problème d'optimisation n'est pas contraint, il est connu qu'une condition nécessaire pour qu'une solution soit un optimum local ou global est que le gradient de la fonction objectif soit nul. On note, avec $\mathbf{x}^*$ un point optimal :

$$\mathbf{x}^* \text{ est un optimum} \implies \nabla f(\mathbf{x}) = \left(\frac{\partial f}{\partial x_1}, \dots, \frac{\partial f}{\partial x_n} \right) = \mathbf{0}_{\mathbb{R}^n}$$

Il existe une propriété similaire pour les problèmes d'optimisation sous contraintes. Cette condition dérive de la même observation, mais la fonction objectif est remplacée par le Lagrangien, et une condition sur les multiplicateurs de Lagrange liés aux inégalités est ajoutée :

Théorème 2.8 (Conditions de Karush-Kuhn-Tucker [Boyd 2004]). *Soit $\mathbf{x}^*$ un optimum d'un problème d'optimisation de la forme (2.38). Il existe alors un unique couple (λ^*, μ^*) tel que les conditions suivantes soient vérifiées :*

$$g_i(\mathbf{x}^*) \leq 0 \quad i = 1, \dots, m \quad (2.41a)$$

$$h_j(\mathbf{x}^*) = 0 \quad j = 1, \dots, l \quad (2.41b)$$

$$\lambda_i^* \geq 0 \quad i = 1, \dots, m \quad (2.41c)$$

$$\lambda_i^* g_i(\mathbf{x}^*) = 0 \quad i = 1, \dots, m \quad (2.41d)$$

$$\nabla \mathcal{L}(\mathbf{x}^*, \lambda^*, \mu^*) = \mathbf{0}_{\mathbb{R}^n} \quad (2.41e)$$

Si de plus, le problème d'optimisation est convexe, alors $\mathbf{x}^$ est un optimum global.*

Parmi les conditions KKT (2.41), les deux dernières sont celles qui vont permettre de travailler à la résolution analytique du problème. La condition (2.41d) permet de vérifier quelles sont les contraintes actives dans le problème, en indiquant que soit le multiplicateur

associé est nul – la contrainte est inactive – soit il prend une valeur strictement différente de zéro si la contrainte est nulle. En pratique, comme on le verra lors de l'utilisation de ces propriétés, on peut donc soit activer et désactiver mathématiquement les contraintes en jouant sur la valeur de λ , soit vérifier qu'à l'optimum on a nécessairement $\lambda_i^* > 0$ pour certaines valeurs de i , ce qui implique l'équation $g_i(\mathbf{x}^*) = 0$. La condition (2.41e) est elle un analogue de la propriété du gradient nul à l'optimum, et fournit par conséquent n équations à n inconnues qu'un point optimum $\mathbf{x}^* \in \mathbb{R}^n$ devra vérifier.

Taux d'erreur paquet dans les canaux relayés

Sommaire

3.1	Introduction	28
3.2	Modèle de canal des BANs	30
3.3	Taux d'erreur paquet en lien unique	32
3.3.1	Taux d'erreur paquet pour les modèles de canaux usuels	32
3.3.2	Approximations asymptotiques du taux d'erreur paquet	34
3.3.3	Probabilité de coupure de l'erreur paquet	41
3.4	Fiabilisation par utilisation de relais	42
3.4.1	Optimisation de puissance avec connaissance de l'état de masquage	43
3.4.2	Probabilité de coupure du taux d'erreur paquet dans les canaux à relais	48
3.5	Conclusion	54
3.5.1	Utilisation et extensions des métriques de performance	54
3.5.2	Algorithme semi-géométrique d'optimisation	55

Nous entamons les contributions de cette thèse par l'étude du taux d'erreur paquet dans des canaux coopératifs. En suivant les modèles de canaux des *BANs* courant de la littérature, nous cherchons donc à dériver la probabilité d'erreur en réception d'un paquet sous deux hypothèses de connaissance du canal :

- Si l'on connaît une valeur moyenne de l'affaiblissement du canal à moyen terme, il est possible d'extraire le taux d'erreur paquet en fonction de la distribution des évanouissements du canal.
- Si en revanche les noeuds n'ont accès qu'à une valeur moyenne globale de l'affaiblissement du canal, il faut considérer à la fois la distribution des évanouissements et celle des effets de masquage, et donc utiliser la probabilité de coupure du taux d'erreur paquet.

Nous évaluons donc à travers ces deux métriques les performances des communications dans les *BANs*, en prenant en compte la possibilité pour les noeuds de coopérer entre eux pour fiabiliser les transmissions.

3.1 Introduction

L'évaluation du taux d'erreur paquet dans les canaux à évanouissements a étonnamment peu intéressé la communauté scientifique. Pourtant, nombre de protocoles applicatifs exigent de la part des couches inférieures une qualité de service exprimée en termes du taux d'erreur paquet. Si l'on considère des évanouissements rapides, il est néanmoins possible d'utiliser des résultats existants de la littérature sur les taux d'erreur bit. Une excellente revue de ces résultats sous différentes hypothèses de modulations et de modèles d'évanouissements est disponible dans [Simon 2004]. Sous cette hypothèse d'évanouissements rapides, Philippe Mary a décrit dans sa thèse une approximation analytique simple de la probabilité d'erreur paquet [Mary 2008]. Une expression analytique est également disponible dans [Simon 2004, Ch.8.2]. Cependant, l'hypothèse d'entrelacement nécessaire pour pouvoir utiliser ce résultat n'est pas applicable aux BANs, dans lesquels les évanouissements sont relativement lents. Une évaluation du taux d'erreur paquet dans les BANs passe donc par le calcul de l'équation (2.35). Une forme close de cette intégrale peut être dérivée en utilisant les résultats de [Radaydeh 2008] pour des évanouissements de Rayleigh ou Nakagami, qui font intervenir une fonction de Lauricella de première espèce – qui a la forme d'une fonction hypergéométrique à plusieurs variables [Exton 1976]. Bien que ce résultat soit intéressant de par sa nature analytique, évaluer et manipuler ces fonctions hypergéométriques à plusieurs variables n'est pas aisé. Nous avons donc cherché à obtenir de bonnes approximations du taux d'erreur paquet sous une forme plus facilement manipulable. Dans des travaux récents, Xi *et al.* ont dérivé plusieurs méthodes pour obtenir des approximations du taux d'erreur paquet dans des canaux à évanouissements lents [Xi 2010b, Xi 2010a, Xi 2011], suivant le modèle de [Wang 2003] pour des taux d'erreur bit, et nous utilisons ces résultats comme base de travail dans cette section.

Dans les BANs, les liens subissent des effets de masquage en plus des évanouissements, qui font varier l'état moyen du canal à moyen terme et agissent donc également sur le taux d'erreur paquet. En conséquence, calculer le taux d'erreur paquet en fonction de la qualité moyenne du canal n'est pas représentatif et ne prend pas en compte la probabilité que le système se retrouve dans un mauvais état de masquage pendant un temps non négligeable. Pour pallier à ce problème, nous étudions donc la probabilité de coupure du taux d'erreur paquet telle que définie dans le chapitre 2, qui capture la probabilité que le système entre dans un état de masquage pour lequel le taux d'erreur paquet dépassera un seuil fixé a priori. La difficulté pour l'évaluation de la probabilité de coupure est d'exprimer le taux d'erreur paquet sous la forme d'une fonction inversible, et les approximations que nous dérivons dans ce chapitre vérifient cette propriété. La probabilité de coupure a été étudiée dans un cadre générique de connectivité dans [Miorandi 2005], par Conti *et al.* dans le cadre du taux d'erreur bit [Conti 2003b, Conti 2003a], et du taux d'erreur paquet sous hypothèse d'évanouissements rapides dans [Mary 2008].

Dans le cadre des réseaux coopératifs, les travaux de la littérature portent de manière générale sur des métriques autres que le taux d'erreur paquet. Une évaluation générale des différents protocoles de coopératifs est menée dans [Laneman 2004] sur une probabilité de coupure arbitraire du SNR. Ces résultats sont étendus dans [Atapattu 2010] pour plusieurs relais. D'autres travaux considèrent la probabilité de coupure de la capacité [Shrestha 2008, Shrestha 2010], ou encore sur le taux d'erreur symbole [Ribeiro 2005, Sadek 2005, Sadek 2007, Liu 2009]. Les métriques basées sur le taux d'erreur paquet sont quant à elles traitées dans [Gorce 2009, Xi 2010b]. Tout comme les liens

simples, en présence d'effets de masquage dont on ne connaît pas l'état à la transmission, il devient nécessaire d'étudier la probabilité de coupure du taux d'erreur paquet dans des canaux relayés. Nous avons décrit une méthode pour arriver à ces résultats en nous basant sur le taux d'erreur paquet dans [Ferrand 2011b], et une version plus complète pour des réseaux arbitraires à n liens dans [Ferrand 2011a]. Nos travaux nous permettent en particulier d'évaluer la probabilité de coupure lorsque les distributions liées aux effets de masquage sont arbitrairement corrélées. Des travaux similaires sur des distributions de masquage corrélées ont été récemment menés dans [Agrawal 2009, Skraparlis 2011] pour des probabilités de coupure génériques semblables à celles définies dans [Laneman 2004].

Les contributions de ce chapitre sont les suivantes :

- Nous présentons une approximation asymptotique du taux d'erreur paquet pour les canaux à évanouissements lents. Nous nous basons sur les travaux de [Xi 2010a] pour dériver une expression en forme close du gain de codage et du gain de diversité, suivant la notation employée par [Wang 2003], alors que les auteurs de [Xi 2010a] se limitent à une évaluation numérique de ces gains.
- Ces approximations étant inversibles, nous sommes donc capables d'exprimer simplement la probabilité de coupure du taux d'erreur paquet pour une distribution gaussienne des effets de masquage. Cela nous permet de traiter le cas où le noeud ne connaîtrait pas a priori l'état de masquage courant, mais uniquement la valeur moyenne de l'affaiblissement du lien.
- Nous étendons ces résultats à des canaux à relais. En particulier, nous dérivons des formes closes pour les expressions des gains de codage et de diversité pour différents scénarios de relayage. Ces résultats nous permettent directement de déduire comment répartir une puissance globale entre la source et le relais, suivant le scénario et le modèle de canal considéré. Nous comparons donc notre allocation de puissance optimale avec une allocation naïve, et nous identifions les cas où le gain du contrôle de puissance est non négligeable.
- Nous finissons le chapitre en présentant une méthode générale d'évaluation de la probabilité de coupure dans les réseaux coopératifs à n liens. Cette méthode peut s'adapter à différentes métriques, mais repose sur une intégration numérique dans une région complexe de l'espace des puissances d'émission, ce qui la rend difficile à utiliser en pratique pour une allocation dynamique de puissance. Nous présentons en perspective une approximation géométrique du problème qui permettrait de lever cette limitation.

3.2 Modèle de canal des BANs

Le travail de cette section repose sur les modèles de canaux des BANs usuels, issus des études menées dans le cadre des travaux sur la norme IEEE 802.15.6 [Yazdandoost 2009], ainsi que les travaux sur le modèle de canal lors de l'ANR BANET [Ferrand 2011b, D'Errico 2010]. Lors de ma troisième année de thèse, nous avons pu mener des campagnes de mesures indépendantes et complémentaires, mettant en avant plus précisément certaines caractéristiques des canaux des BANs. Ces différences seront décrites dans le chapitre 6, et ne sont pas expressément traitées ici. Nous nous basons donc sur les observations suivantes pour évaluer les performances théoriques des transmissions coopératives dans un BAN :

- Les liens sont soumis à un effet de saturation, où l'affaiblissement moyen du canal entre deux noeuds est rapidement indépendant de la distance qui les sépare.
- Les noeuds sont soumis à un fort effet de masquage dû au corps humain, qui est distribué suivant une loi normale centrée autour de l'affaiblissement moyen exprimé en décibels [Yazdandoost 2009]. Ce masquage évolue suivant les mouvements du corps et est donc dépendant de la position des capteurs et du scénario considéré (marche, course, mouvements aléatoires...). La variance est donc mesurée en fonction de ces paramètres. Ces résultats ont été confirmés dans [Ferrand 2011b, D'Errico 2010], à l'aide de simulation de propagation et de mesures respectivement. La figure 3.1 montre l'impact des mouvements sur l'effet de masquage.

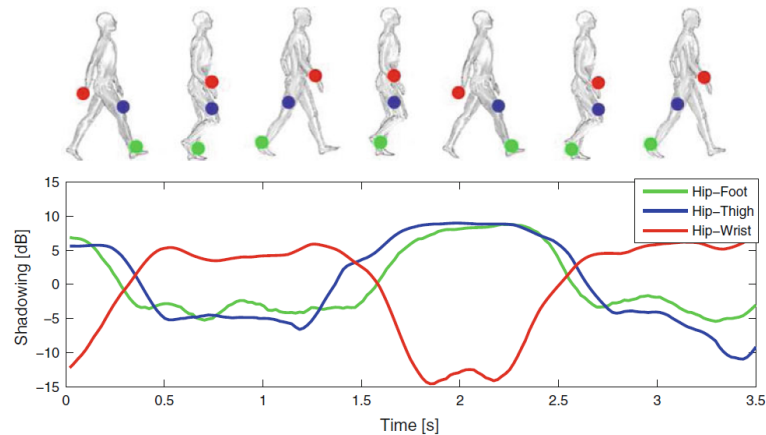


FIGURE 3.1 – Variation de l'état à moyen terme du canal en fonction du mouvement effectué par le sujet (©Raffaele D'Errico, avec l'aimable autorisation de l'auteur)

- Ces effets de masquage évoluent de manière simultanée. En effet, les mouvements du corps sur des scénarios de marche et de course en particulier sont très symétriques. Les liens A-I et A-K (Fig.1.1) par exemple, entre la hanche et les mains, varient de manière opposée. Cette particularité des canaux des BANs s'observe également sur la figure 3.1. Une partie des travaux de l'ANR BANET portait sur la mesure de la corrélation entre les liens à travers un simulateur de propagation [Ferrand 2011b]. Cette corrélation a également pu être mesurée dans [Cotton 2009b], ainsi que dans [D'Errico 2010].
- Les liens subissent également des effets d'évanouissement. Suivant le rapport de puissance en réception entre le trajet direct et les trajets réfléchis, on peut classer ces effets en deux types :

- Les capteurs masqués par le corps communiquent principalement à l'aide de ces trajets réfléchis, les évanouissements étant dans ce cas les plus intenses.
- Au constraires, lorsqu'ils sont en ligne de vue directe – dénoté par *LoS*, de l'anglicisme *Line of Sight* – la contribution des trajets réfléchis est moindre.

La modélisation naturelle, adoptée par la norme IEEE 802.15.6, est donc de représenter les évanouissements à l'aide d'une distribution de Rice, dont le paramètre K va dépendre de l'état courant de masquage du lien. Lorsque le canal à moyen terme est de mauvaise qualité, les évanouissement s'approchent d'un comportement de Rayleigh avec de petites valeurs de K . Lorsque les nœuds sont en vue directe, la valeur de K augmente et l'impact relatif des évanouissements est donc réduit.

- Les mouvements corporels sont assez lents. En conséquence, les temps de cohérence des variations de l'état du canal sont relativement longs par rapport à d'autres modèles. En particulier, le masquage dû aux mouvements du corps est stable et maintient son état pendant de longues durées, entre 400 ms et 700 ms suivant les scénarios considérés. Les évanouissements varient eux aussi lentement comparative-ment aux durées de transmission des paquets, leur temps de cohérence étant mesuré entre 50 ms et 100 ms [D'Errico 2010].

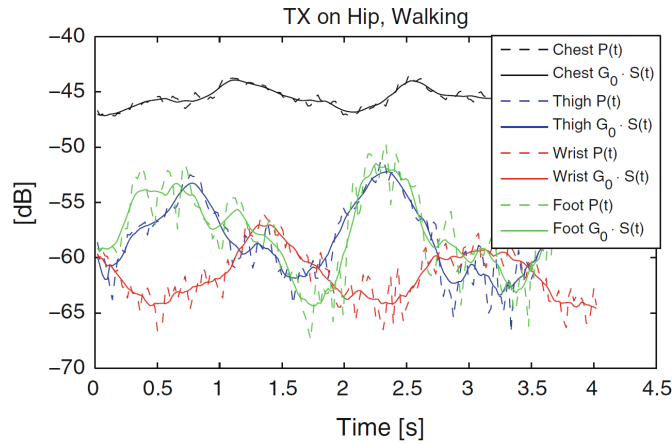


FIGURE 3.2 – Exemple de mesures de canaux des BANs, dans un scénario de marche. Les courbes pleines représentent les effets de masquages, et les courbes pointillées les mesures, montrant ainsi la variation du canal due aux évanouissements autour de la valeur à moyen terme due au masquage par le corps. (©Raffaele D'Errico [D'Errico 2010])

La figure 3.2 montre différents liens tels qu'ils ont été mesurés dans un scénario de marche. En conséquence des observations ci-dessus, le modèle d'affaiblissement entre deux nœuds i et j que nous utilisons peut être écrit comme suit :

$$\gamma_{RX}(i, j) = \gamma_{TX}(i) - \mu_0(i, j) - S_{i,j} - F_{i,j} \quad (3.1)$$

Toutes les variables de (3.1) sont exprimées en décibels, γ_{RX} étant le rapport signal sur bruit en réception et γ_{TX} celui en émission. Dans cette équation, on suppose que le lien est soumis à un effet d'affaiblissement moyen de valeur μ_0 , déterministe et provenant de mesures effectuées pour la paire de nœud considérés dans le scénario d'intérêt. Les effets de masquage sont capturés par la variable aléatoire $S \sim \mathcal{N}(0, \sigma_S(i, j))$ dont la variance dépend également du scénario et du lien considéré. Les effets d'évanouissement représentés

par la variable $F_{i,j}$ suivent quant à eux une distribution de Rice dans un espace linéaire¹, dont le paramètre K dépend de μ_0 suivant la relation [Yazdandoost 2009, Ch.8] :

$$K|_{\text{dB}} = 30.6 - 0.43\mu_0 \quad K = 10^{K|_{\text{dB}}/10} \quad (3.2)$$

On pourra définir une distribution de Nakagami équivalente à l'aide de la relation (2.12). On supposera de plus que pour (i', j') un couple de lien avec $(i', j') \neq (i, j)$, les variables aléatoires $F_{i,j}$ et $F_{i',j'}$ sont indépendantes, mais $S_{i,j}$ et $S_{i',j'}$ sont potentiellement corrélées d'un facteur $\rho(i, j, i', j')$. Nous étudions donc ce modèle dans le cas général, puis dans une dernière partie nous détaillerons une application sur des canaux réalistes, utilisant les valeurs mesurées dans [D'Errico 2010, Ferrand 2011b].

3.3 Taux d'erreur paquet en lien unique

Dans une première partie, on considère que l'on est capable de connaître, par le biais d'un protocole de communication adapté, la valeur moyenne du coefficient d'affaiblissement et de l'état du masquage à chaque instant. La seule composante aléatoire restante correspond donc aux effets d'évanouissement. On va donc chercher à exprimer, pour une valeur de $\bar{\gamma}$ correspondant au SNR moyen terme, la probabilité que l'évanouissement soit suffisamment prononcé pour provoquer une erreur de réception.

3.3.1 Taux d'erreur paquet pour les modèles de canaux usuels

Comme décrit dans le chapitre 2, le taux d'erreur paquet se base sur la probabilité d'erreur bit $p_b(\gamma_{\text{RX}})$, dépendante du SNR en réception – que nous noterons désormais γ pour abrégier les notations. Cette probabilité d'erreur bit varie suivant la couche physique de transmission utilisée. Nous considérons donc pour cette étude une couche physique de type Bluetooth-LE [BTL 2010], mettant en oeuvre une modulation BPSK [Proakis 2008]. La valeur théorique de la probabilité d'erreur bit peut s'écrire, avec $Q(\cdot)$ la fonction de queue de probabilité d'une distribution gaussienne centrée réduite [Simon 2006] :

$$p_{b,\text{th}}(\gamma) = Q(\sqrt{2\gamma}) \quad Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^\infty \exp\left(-\frac{u^2}{2}\right) du \quad (3.3)$$

En pratique, cette expression ne prend pas en compte les défauts possibles des implémentations réelles de la couche physique Bluetooth-LE. À partir de mesures, l'équipe du CEA a pu dériver un ajustement numérique de la probabilité d'erreur bit sur un système Bluetooth-LE réaliste [Ferrand 2011b].

$$p_{b,\text{fit}}(\gamma) = \frac{1}{2} \exp(-\gamma^a) \quad a = 0.7 \quad (3.4)$$

Dans le chapitre 2, nous avons exprimé deux dérivations de la probabilité d'erreur paquet, qui s'appliquaient dans le cas général en fonction de la vitesse des évanouissements. Dans le cas des BANs, ces évanouissements sont lents et un état de canal est susceptible de durer sur toute la longueur d'un bloc de données. En conséquence, nous nous plaçons dans une hypothèse d'évanouissements de type *bloc*, et le taux d'erreur paquet $\mathbb{P}(E_p|\bar{\gamma})$ s'écrit donc suivant (2.35). La norme 802.15.6 prévoyant une taille de paquets de 312 bits, nous choisirons $N = 312$ dans pour les exemples utilisés par la suite.

1. Une conversion en décibels sera donc nécessaire pour obtenir la valeur de $F_{i,j}$ utilisable dans (3.1)

Nous traçons une évaluation numérique de la probabilité d'erreur paquet sous hypothèses d'évanouissements lents (Eq.(2.35)) et rapides (Eq.(2.34)), pour différents canaux sur la figure 3.3. On peut voir que le taux d'erreur paquet sous évanouissements rapides – que nous appellerons taux d'erreur paquet ergodique – semble borner le taux d'erreur paquet *bloc* sous évanouissements lents. Nous pouvons de fait énoncer la proposition suivante :

Proposition 3.1. *Le taux d'erreur paquet ergodique est une borne supérieure du taux d'erreur paquet bloc.*

Démonstration. On peut écrire les taux d'erreur paquet bloc et ergodiques sous la forme d'espérances d'une fonction de γ :

$$\mathbb{P}(E_p|\bar{\gamma}, \text{bloc}) = 1 - \mathbb{E}[(1 - p_b(\gamma))^N|\bar{\gamma}] \quad \mathbb{P}(E_p|\bar{\gamma}, \text{erg}) = 1 - (1 - \mathbb{E}[p_b(\gamma)|\bar{\gamma}])^N \quad (3.5)$$

En conséquence, en remarquant que pour $x \in [0, 1]$ la fonction $x \mapsto (1 - x)^N$ est convexe pour tout N , l'inégalité de Jensen nous assure que :

$$\mathbb{E}[(1 - p_b(\gamma))^N|\bar{\gamma}] \geq (1 - \mathbb{E}[p_b(\gamma)|\bar{\gamma}])^N \quad (3.6)$$

La proposition est donc prouvée en réinjectant (3.6) dans (3.5). $\square$

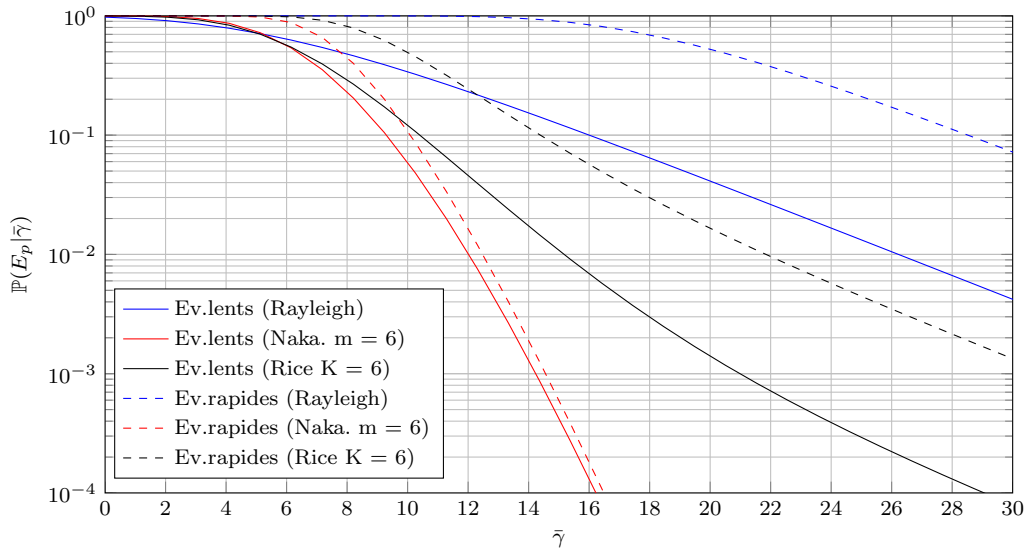


FIGURE 3.3 – Taux d'erreurs paquet pour des évanouissements lents et rapides dans différents modèles de canaux. On considère une taille de paquet $N = 312$ et l'évaluation théorique du taux d'erreur bit de l'équation (3.3).

Cette relation a du sens, car dans une hypothèse d'évanouissements lents ; si l'état moyen du canal a une valeur élevée la probabilité de se retrouver dans un état de moins bonne qualité est faible, et donc la probabilité d'obtenir un bit faux sur le paquet également. Dans une hypothèse d'évanouissements rapides, il reste une probabilité non négligeable de se retrouver dans un mauvais état de canal. On peut voir sur la figure 3.3 que le taux d'erreur paquet ergodique est une borne supérieure très lâche pour les canaux de Rice et de Rayleigh, mais que les deux expressions sont extrêmement proches pour les

canaux de Nakagami lorsque le paramètre m est assez grand. La proximité de la borne est intuitivement dépendante du comportement de la distribution du canal lorsque $\gamma \rightarrow 0$. On pourra se reporter à [Wang 2003] pour une discussion de cette nature sur la probabilité d'erreur bit dans les canaux à évanouissements.

3.3.2 Approximations asymptotiques du taux d'erreur paquet

La plage d'intérêt du taux d'erreur paquet se situe pour nous dans la plage des 10^{-1} à 10^{-3} pour des systèmes réalistes. Dans ces zones, on peut voir sur la figure 3.3 que le taux d'erreur paquet atteint son régime asymptotique, dans le cas des canaux de Rayleigh et de Nakagami. Nous pouvons donc utiliser une représentation similaire à celle de Wang et Giannakis [Wang 2003], qui écrivent le taux d'erreur bit en régime asymptotique sous la forme suivante :

$$\mathbb{P}(E_b|\bar{\gamma}) \approx G_c \cdot \bar{\gamma}^{-G_d} \text{ quand } \bar{\gamma} \rightarrow \infty \quad (3.7)$$

Pour une modulation BPSK théorique (Eq.(3.3)), les valeurs de G_c et G_d sont :

$$G_c = \frac{a\Gamma(t+3/2)}{2\sqrt{\pi}(t+1)} \quad G_d = t+1 \quad (3.8)$$

Les paramètres a et t dépendent du canal utilisé, et la table 3.1 indiquent ceux étant d'intérêt pour notre étude. Les auteurs de [Xi 2011] fournissent une version généralisée des travaux de Wang et Giannakis, s'appliquant aux intégrales de la forme I suivante, en reprenant les paramètres a et t de la table 3.1 :

$$I = \int_0^\infty f(\gamma)p_\gamma(\gamma)d\gamma \approx a \int_0^\infty \gamma^t f(\gamma)d\gamma \cdot \bar{\gamma}^{-(t+1)} \text{ quand } \bar{\gamma} \rightarrow \infty \quad (3.9)$$

La fonction $f(\gamma)$ représente ici la densité de probabilité des évanouissements du canal. Cette formulation peut s'appliquer aux taux d'erreur bit et paquet dans les canaux à évanouissements rapides ou lents. On peut remarquer, comme le font les auteurs dans [Wang 2003, Xi 2011], que le gain en diversité n'est fonction que du canal considéré. La taille des paquets, la modulation utilisée et les autres paramètres de la couche physique et du codage n'influencent donc que sur le gain de codage, et pour le taux d'erreur paquet ils dépendent de l'intégrale $\int_0^\infty \gamma^t f(\gamma)d\gamma$. Xi *et al.* obtiennent le gain de codage par une intégration numérique pour les taux d'erreur paquet dans les canaux à évanouissements lents. Dans la suite de cette section, nous nous intéressons donc aux expressions analytiques de G_c pour les taux d'erreurs paquet dans des canaux à évanouissements rapides et lents.

3.3.2.1 Gain de codage pour le taux d'erreurs paquet ergodique

Le cas du taux d'erreur paquet ergodique est traité de manière rapide en considérant qu'à l'infini ce dernier tend vers $N \mathbb{P}(E_b|\bar{\gamma})$. Nous pouvons donc directement récupérer les

Canal	t	a
Rayleigh	0	1
Rice	0	$(1+K)e^{-K}$
Nakagami	$m-1$	$m^m/\Gamma(m)$

TABLE 3.1 – Paramètres a et t sur les canaux d'intérêt ([Wang 2003]).

évaluations asymptotiques de Wang et Giannakis pour le taux d'erreur bit théorique. Pour les approximations de $p_b(\gamma)$ réalistes de la forme (3.4), nous dérivons le gain de codage de la manière suivante :

$$\frac{a}{2} \int_0^\infty \gamma^t \exp(-\gamma^\alpha) d\gamma = \frac{a}{2\alpha} \int_0^\infty x^{\frac{t+1}{\alpha}-1} \exp(-x) dx = \frac{a}{2\alpha} \Gamma\left(\frac{t+1}{\alpha}\right) \quad (3.10)$$

La première égalité s'obtient à l'aide d'un changement de variable $x = \gamma^\alpha$. Les résultats de ces approximations sont représentés sur la figure 3.4. La qualité de l'approximation autour de 10^{-1} est bonne pour les faibles valeurs de m , et décroît lorsque m augmente. L'écart entre le taux d'erreur bit théorique et l'approximation (3.4) tend asymptotiquement vers :

$$G_{c,fit} - G_{c,th} = \frac{a}{2} \left(\frac{1}{\alpha} \Gamma\left(\frac{t+1}{\alpha}\right) - \frac{1}{\sqrt{\pi}(t+1)} \Gamma\left((t+1) + \frac{1}{2}\right) \right) \quad (3.11)$$

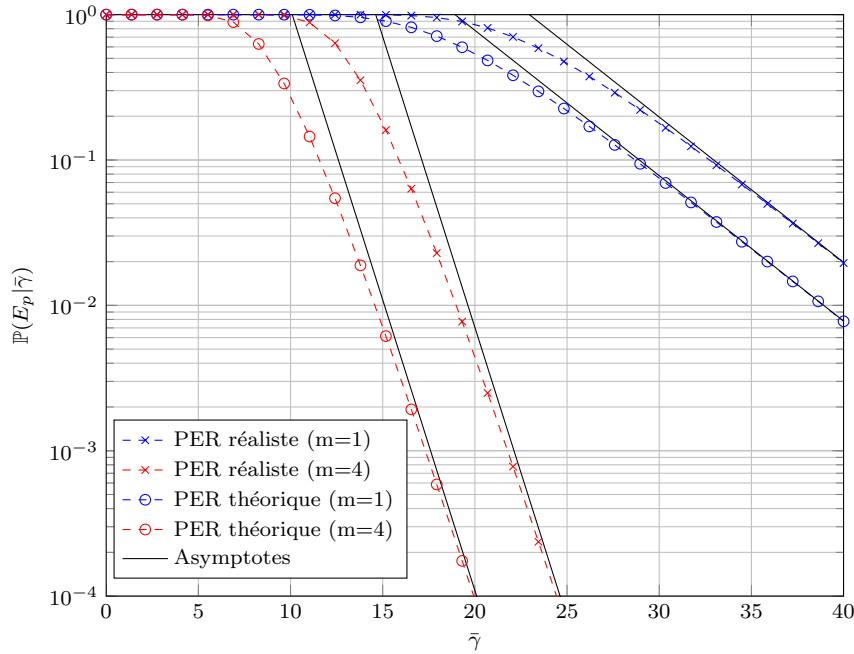


FIGURE 3.4 – Taux d'erreur paquet pour des évanouissements rapides et approximations asymptotiques pour les canaux de Nakagami. On considère une taille de paquet $N = 312$.

3.3.2.2 Gain de codage pour le taux d'erreur paquet sous évanouissements lents

Pour le taux d'erreur paquet, la fonction $f(\gamma)$ dans (3.9) s'écrit $f(\gamma) = (1 - (1 - p_b(\gamma))^N)$, ce qui rend l'intégrale difficile à évaluer dans le cas général. Nous proposons donc d'approximer $f(\gamma)$ par $\tilde{f}(\gamma) = \min\{1, Np_b(\gamma)\}$, représentée sur la figure 3.5. Dans cette situation, l'intégrale d'intérêt de l'équation (3.9) se décompose comme suit :

$$\int_0^\infty \gamma^t \tilde{f}(\gamma) d\gamma = \frac{1}{t+1} \gamma^{*(t+1)} + N \int_{\gamma^*}^\infty \gamma^t p_b(\gamma) d\gamma \quad (3.12)$$

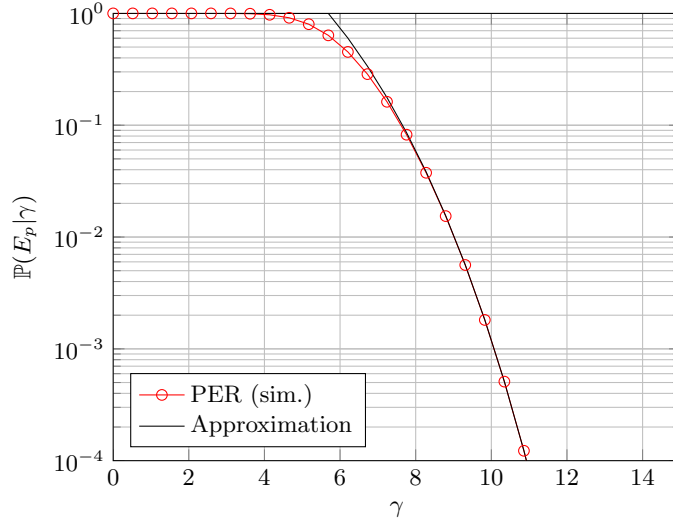


FIGURE 3.5 – Approximation du taux d'erreur paquet instantané.

Dans cette approximation, γ^* est la solution de l'équation $Np_b(\gamma) = 1$, dépendant uniquement de $N \geq 2$ et que l'on peut évaluer en forme close pour les taux d'erreur bit considérés dans ce chapitre :

$$\gamma_{th}^* = \left(\operatorname{erfc}^{-1} \left(\frac{2}{N} \right) \right)^2 \quad \gamma_{fit}^* = \left(-\log \left(\frac{2}{N} \right) \right)^{\frac{1}{\alpha}} \quad (3.13)$$

Les bornes d'intégration de la seconde partie de (3.12) étant différentes de celles de [Wang 2003], nous devons mener une nouvelle analyse pour obtenir un gain de codage sous une forme analytique. Nous commençons par le taux d'erreur bit théorique. Afin de mener à bien l'intégration de (3.12), nous avons besoin du lemme suivant :

Lemme 3.1. Soit $\Gamma(a, x)$ la fonction gamma incomplète supérieure telle que définie dans [Olver 2010, ch.8]. L'intégrale suivante s'écrit :

$$\int x^t \Gamma(a, x) dx = \frac{x^{t+1}}{t+1} \Gamma(a, x) - \frac{1}{t+1} \Gamma(t+a+1, x) \quad (3.14)$$

Démonstration. Nous procédons par une intégration par partie. On a :

$$\int x^t \Gamma(a, x) dx = \frac{x^{t+1}}{t+1} \Gamma(a, x) - \frac{1}{t+1} \int x^{t+1} \Gamma'(a, x) dx$$

De [Olver 2010, Eq.8.8.14], on sait que $\Gamma'(a, x) = -x^{a-1}e^{-x}$. Par conséquent, on a :

$$\frac{1}{t+1} \int x^{t+1} \Gamma'(a, x) dx = \frac{1}{t+1} \int -x^{t+1} x^{a-1} e^{-x} dx = \frac{1}{t+1} \int -x^{t+a} e^{-x} dx$$

En identifiant $-x^{t+a} e^{-x} = \Gamma'(t+a+1, x)$, on obtient le résultat du lemme. $\square$

Nous faisons donc usage de ce lemme et de la relation $Q(x) = (2\sqrt{\pi})^{-1} \Gamma(1/2, x^2/2)$ ([Olver 2010, Eq.7.11.2]) pour énoncer la proposition suivante :

Proposition 3.2. *Le gain de codage G_c selon l'équation (3.9) pour une modulation BPSK théorique est bien approximé par la valeur suivante :*

$$G_c^{(\text{bloc,th})} = \frac{a}{t+1} \gamma^{*(t+1)} + \frac{aN}{2(t+1)\sqrt{\pi}} \left(\Gamma\left(t + \frac{3}{2}, \gamma^*\right) - \gamma^{*(t+1)} \cdot \Gamma\left(\frac{1}{2}, \gamma^*\right) \right) \quad (3.15)$$

Démonstration. En remplaçant $Q(x)$ par son expression selon la fonction gamma incomplète, on peut réécrire l'intégrale à résoudre de (3.12) comme :

$$\int_{\gamma^*}^{\infty} \gamma^t p_b(\gamma) d\gamma = \frac{1}{2\sqrt{\pi}} \int_{\gamma^*}^{\infty} \gamma^t \Gamma\left(\frac{1}{2}, \gamma\right) d\gamma$$

À l'aide du lemme 3.1, on a donc :

$$\frac{1}{2\sqrt{\pi}} \int_{\gamma^*}^{\infty} \gamma^t \Gamma\left(\frac{1}{2}, \gamma\right) d\gamma = \frac{1}{(t+1)\sqrt{\pi}} \left[\gamma^{(t+1)} \Gamma\left(\frac{1}{2}, \gamma\right) - \Gamma\left(t + \frac{3}{2}, \gamma\right) \right]_{\gamma^*}^{\infty}$$

Pour obtenir le résultat de la proposition, il faut donc montrer que :

$$\lim_{\gamma \rightarrow \infty} \gamma^{(t+1)} \Gamma\left(\frac{1}{2}, \gamma\right) - \Gamma\left(t + \frac{3}{2}, \gamma\right) = 0$$

Par définition de la fonction gamma incomplète, on sait que $\lim_{x \rightarrow \infty} \Gamma(a, x) = 0$ pour tout $a > 0$, et $\Gamma(a, x) \leq \Gamma(a)$ pour $a > 0$ et $x \geq 0$. Le second terme de l'équation tend donc vers 0. Pour le premier terme, l'expansion asymptotique de $\Gamma(a, x)$ révèle un terme exponentiel :

$$\Gamma(a, x) \sim x^{a-1} e^{-x} \sum \frac{\Gamma(a)}{\Gamma(a-k)} x^{-k}$$

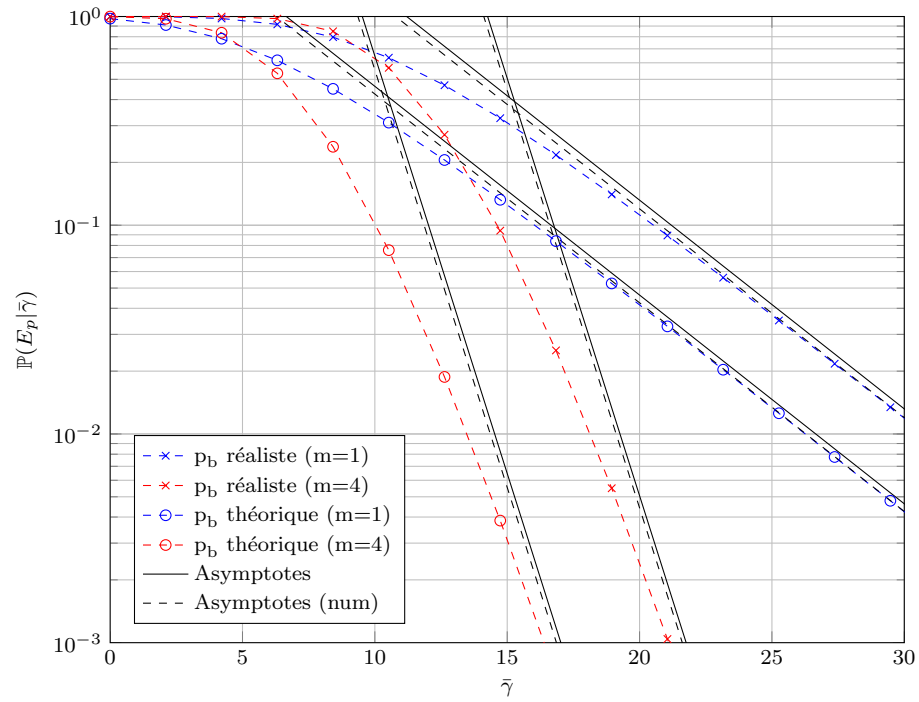
Les termes de la série sont rationnels, donc l'exponentielle domine la convergence à l'infini et on peut en déduire en conséquence que $\lim_{\gamma \rightarrow \infty} \gamma^{(t+1)} \Gamma(1/2, \gamma) = 0$. $\square$

Pour le taux d'erreur bit ajusté, la preuve de la proposition suivante suit la dérivation utilisée pour le taux d'erreur paquet ergodique, en procédant à un changement de variable $x = \gamma^\alpha$ et en identifiant le résultat à une fonction gamma. On peut donc énoncer la proposition suivante :

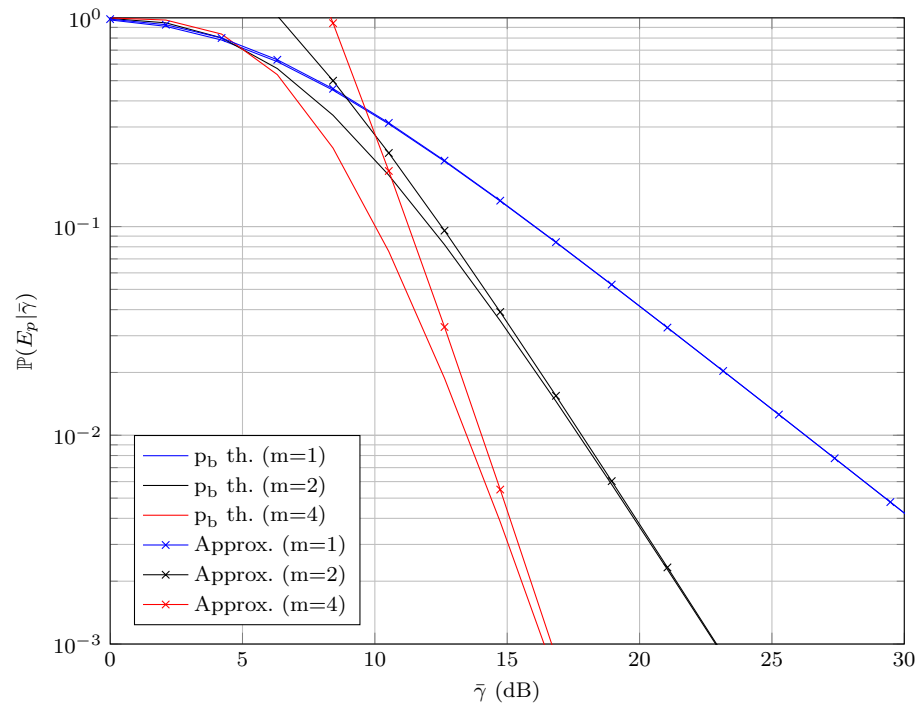
Proposition 3.3. *Le gain de codage G_c selon l'équation (3.9) est bien approximé, pour une modulation BPSK empirique de la forme (3.4), par la valeur suivante :*

$$G_c^{(\text{bloc,fit})} = \frac{a}{t+1} \gamma^{*(t+1)} + \frac{aN}{2\alpha} \Gamma\left(\frac{t+1}{\alpha}, \gamma^{*\alpha}\right) \quad (3.16)$$

Ces approximations sont représentées sur la figure 3.6a, où sont également tracées les asymptotes "réelles" calculées par intégration numérique de (3.9). En pratique, le rapport entre le véritable gain de codage et les propositions ci-dessus a été vérifié empiriquement indépendant de N , et compris entre 1 et $\sqrt{\pi}$ suivant la valeur de t considérée. Nous n'avons pu prouver ces résultats, mais il est néanmoins possible d'appliquer un facteur de compensation si nécessaire. Les approximations brutes sont quoiqu'il arrive très proches des gains de codage obtenus numériquement, la différence étant de l'ordre du $1/10^e$ de décibel. On peut voir que bien que les asymptotes soient correctes, l'approximation autour de 10^{-1} du taux d'erreur paquet n'est pas très précise. Pour améliorer ce résultat, il est



(a) Approximations asymptotiques.



(b) Seconde approximation, en réutilisant les résultats de cette section avec la formule de [Xi 2011].

FIGURE 3.6 – Approximations du taux d'erreur paquet dans les canaux de Nakagami.

possible d'utiliser nos gains de codage dans une expression tirée des travaux plus récents de [Xi 2011], et d'obtenir ainsi une borne du taux d'erreur paquet de la forme suivante :

$$P(E_p|\bar{\gamma}) \leq B \frac{a}{\bar{\gamma}^t} \left(1 - \exp \left(-\frac{(t+1)G_c}{B\bar{\gamma}} \right) \right) \quad 0 \leq \gamma^t f(\gamma) \leq B \quad (3.17)$$

Le paramètre B est difficile à obtenir sous une forme analytique, et de sa valeur va dépendre la qualité de l'approximation. Comme il ne dépend que de la taille des paquets et de la modulation, on peut utiliser une optimisation numérique unique pour toutes les analyses. On peut également noter que pour un canal de Rayleigh, avec $t = 0$, on a $B = 1$. Bien que l'expression (3.17) soit meilleure à faible SNR (Fig.3.6b), elle n'est pas inversible, et par conséquent son utilisation pour le calcul de la probabilité de coupure passerait par une recherche de racines. Son efficacité baisse également à fortes valeurs de m , tout comme l'approximation asymptotique, mais est excellente pour de faibles valeurs de m .

3.3.2.3 Cas des canaux de Rice

La distribution de Rice a un comportement particulier, comme on peut le voir sur la figure ?? . Sa décroissance sur une échelle logarithmique ressemble à une distribution de Nakagami pour de petites valeurs de $\bar{\gamma}$, mais est asymptotiquement en $O(x^{-1})$. L'approximation fournie par l'approche de Wang et Giannakis n'est donc que peu représentative du comportement dans la zone de taux d'erreur paquet d'intérêt pour notre étude. De plus, on voit très clairement les limites de l'équivalence fournie au chapitre 2 ; l'équation (2.12) se basant sur l'égalisation de la moyenne et de la variance entre la distribution de Rice et celle de Nakagami, le comportement asymptotique du canal de Nakagami "équivalent" est très différent de celui du canal de Rice. Cette équivalence, ainsi que les asymptotes calculées à l'aide de (3.15) et (3.12) pour les deux canaux sont représentés sur la figure 3.7. Une

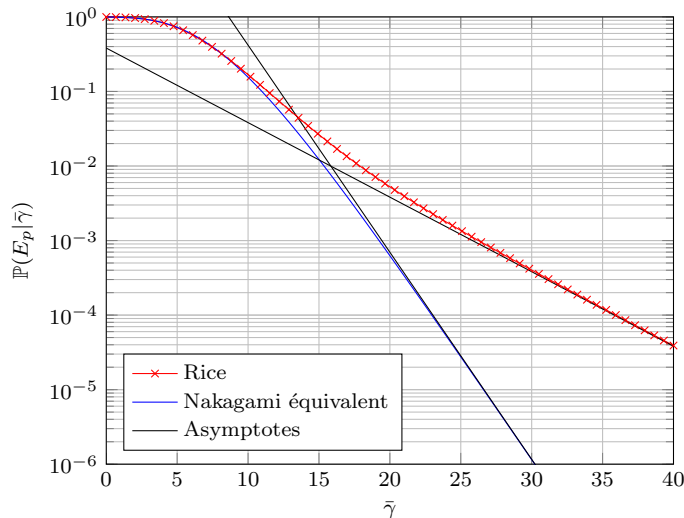


FIGURE 3.7 – Taux d'erreur paquet pour des évanouissements rapides et approximations asymptotiques pour un modèle de Rice, avec $K = 4$. On représente sur la figure le modèle de Nakagami équivalent d'après l'équation (2.12).

approche envisageable serait d'utiliser deux approximations asymptotiques. À bas SNR,

on considère l'approximation du canal de Nakagami équivalent, et à haut SNR celle du canal de Rice. Le point de coupure γ_c des deux expressions est obtenu assez simplement, en notant G_c^N et t^N les gains de codage et de diversité pour le canal de Nakagami, et G_c^R le gain de codage du canal de Rice :

$$\gamma_c = t^N \sqrt{\frac{G_c^N}{G_c^R}} \quad (3.18)$$

Cette approche n'est cependant pas entièrement satisfaisante, car comme on peut le voir sur la figure 3.7 sa précision est mauvaise dans notre zone d'intérêt pour le taux d'erreur paquet. Nous proposons donc une approche différente pour l'expression du taux d'erreur paquet bloc, qui se base sur l'approximation du taux d'erreur paquet instantané par une fonction échelon, comme représenté sur la figure 3.8.

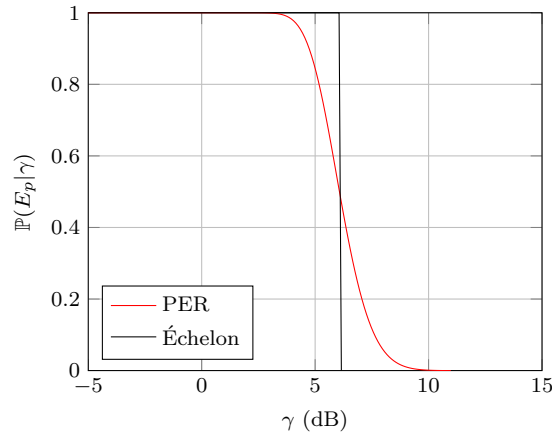


FIGURE 3.8 – Fonction échelon approximant le taux d'erreur paquet.

Le point de transition γ^* vérifie dans ce cas l'équation :

$$(1 - p_b(\gamma^*))^N = \frac{1}{2} \quad (3.19)$$

Comme pour les gains de codage (3.13), il est possible de calculer analytiquement la valeur de γ^* si la fonction $p_b(\gamma)$ est elle-même inversible. On peut finalement écrire l'approximation du taux d'erreur paquet bloc en utilisant la fonction de distribution des évanouissements du canal considéré :

$$\mathbb{P}(E_p | \bar{\gamma}) \approx \int_0^{\gamma^*} p_\gamma(\gamma) d\gamma = 1 - Q_1 \left(\sqrt{2K}, \sqrt{\frac{2(K+1)\gamma^*}{\bar{\gamma}}} \right) \quad (3.20)$$

La fonction $Q_1(\cdot, \cdot)$ est la fonction Q de Marcum de premier ordre [Simon 2006], une fonction spéciale reliée à la distribution de Rice, qui est en réalité la fonction de répartition d'une variable aléatoire distribuée suivant une loi du χ^2 non-centrée. L'expression du taux d'erreur paquet sous cette forme peut être rapprochée de la capacité de coupure de Shannon telle que présentée dans la section 2.3. En supposant le canal stable sur un temps très long, Shannon indique qu'il existe une méthode de codage sur $N \rightarrow \infty$ utilisations du canal permettant d'atteindre une capacité R par utilisation du canal, cette capacité s'exprimant

en fonction du SNR en réception (2.29). Pour un débit R fixé, si ce SNR est insuffisant, il n'existe aucune méthode de codage permettant d'atteindre le débit voulu. En conséquence, cette valeur de coupure du SNR correspond à la transition d'une fonction échelon ; en deçà de ce SNR, il n'est pas possible d'atteindre R . La fonction échelon générée par la probabilité de coupure se comporte donc comme une limite théorique du taux d'erreur paquet atteignable avec codage, et l'approximation proposée ici reprend cette même idée en supposant le taux d'erreur paquet instantané nul en deçà d'un seuil de SNR. On peut voir sur la figure 3.9 que l'approximation est excellente sur une grande plage de SNR, et que sa précision augmente avec la taille de paquet considérée. Néanmoins, il n'existe pas à notre connaissance de fonction inverse aisément calculable pour la fonction Q de Marcum. Lorsque cela est nécessaire, il faudra donc passer par une recherche de racine pour inverser la probabilité d'erreur paquet.

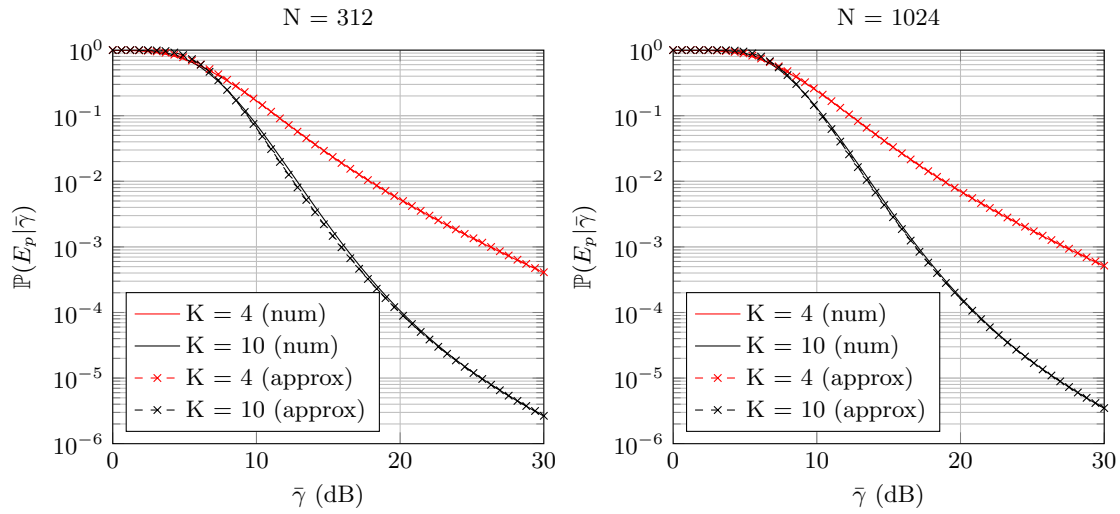


FIGURE 3.9 – Taux d'erreur paquet pour des évanouissements rapides et approximation par la fonction de répartition pour un modèle de Rice, pour différentes tailles de paquet.

Cette approximation présente aussi l'intérêt d'être valide pour des distributions d'évanouissement différentes de celle traitée dans cette thèse. En particulier, des évanouissements suivant une distribution log-normale ne présentent pas d'expansion polynomiale lorsque $\gamma \rightarrow 0$, une condition nécessaire pour pouvoir appliquer les résultats de [Wang 2003] et obtenir une approximation asymptotique. En revanche, en appliquant la méthode présentée ici, le taux d'erreur paquet bloc s'approxime à l'aide de la fonction de distribution log-normale, qui est définie et basée sur une fonction d'erreur gaussienne usuelle.

3.3.3 Probabilité de coupure de l'erreur paquet

Sans connaissance de l'état du masquage au moment de l'envoi, il est impossible de prévoir la probabilité d'erreur paquet en utilisant les résultats de la section précédente. Si l'on ne connaît que la moyenne globale μ_0 de l'affaiblissement du lien, il devient nécessaire de prendre en compte la distribution de probabilité du masquage pour calculer la probabilité d'erreur. L'approche que nous présentons dans cette section se base sur la probabilité de coupure du taux d'erreur paquet tel que défini dans l'équation (2.36). On va chercher à quantifier la probabilité que le taux d'erreur paquet dépasse un certain seuil

prédéfini, afin d'assurer une qualité de service optimale dans la majorité des cas. Dans le cas des canaux des BANs, il a été relevé que le masquage suit une loi log-normale, ce qui signifie que lorsque l'affaiblissement est exprimé en décibels, on peut écrire la probabilité de coupure (2.37) comme étant fonction de la probabilité seuil P^* de l'erreur paquet que l'on ne souhaite pas dépasser. On notera $p_p(\bar{\gamma})$ la probabilité d'erreur paquet telle que calculée dans la section précédente, en prenant soin dans l'expression suivante d'exprimer la valeur $\bar{\gamma}^* = p_p^{-1}(P^*)$ en décibels :

$$\mathbb{P}\{O\} = \mathbb{P}\{\bar{\gamma}_{\text{dB}} \leq p_p^{-1}(P^*)\} = \Phi\left(\frac{p_p^{-1}(P^*) - (\bar{\gamma}_{\text{TX}} + \mu_0)}{\sigma_S}\right) \quad (3.21)$$

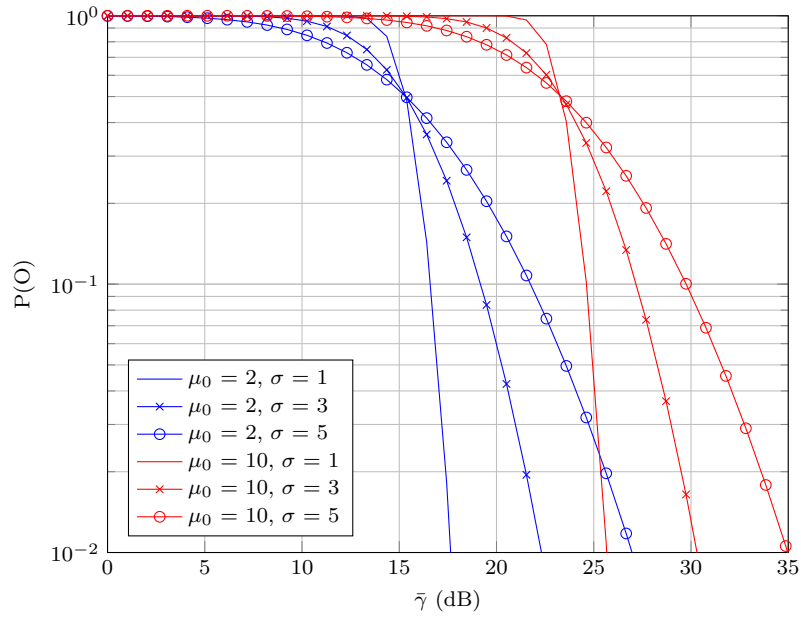


FIGURE 3.10 – Probabilité de coupure pour un canal de Rayleigh, pour différentes valeurs de μ_0 et σ_S , avec $P^* = 10^{-2}$.

La fonction $\Phi(\cdot)$ est la fonction de répartition d'une loi normale centrée réduite [Simon 2006], qui est – ainsi que son inverse – très couramment disponible dans les applications mathématiques et les bibliothèques de calcul numérique. La figure 3.10 représente la probabilité de coupure sous différentes hypothèses quant à la distribution du masquage dans le canal. Le paramètre σ_S va lui influencer sur la forme de la probabilité de coupure ; une variance plus élevée pour l'effet de masquage implique une décroissance plus faible pour la probabilité de coupure en fonction de la puissance moyenne, ce qui signifie en pratique qu'un noeud devra émettre plus fort pour garantir sa qualité de service (Fig.3.11). Le SNR moyen seuil $\bar{\gamma}^*$, lui-même dépendant de la probabilité de coupure seuil P^* , va décaler latéralement la courbe sans changer sa forme.

3.4 Fiabilisation par utilisation de relais

Nous tournons maintenant notre attention sur l'utilisation d'un noeud relais pour améliorer les performances dans des réseaux de petite taille. La brique de base que nous consi-

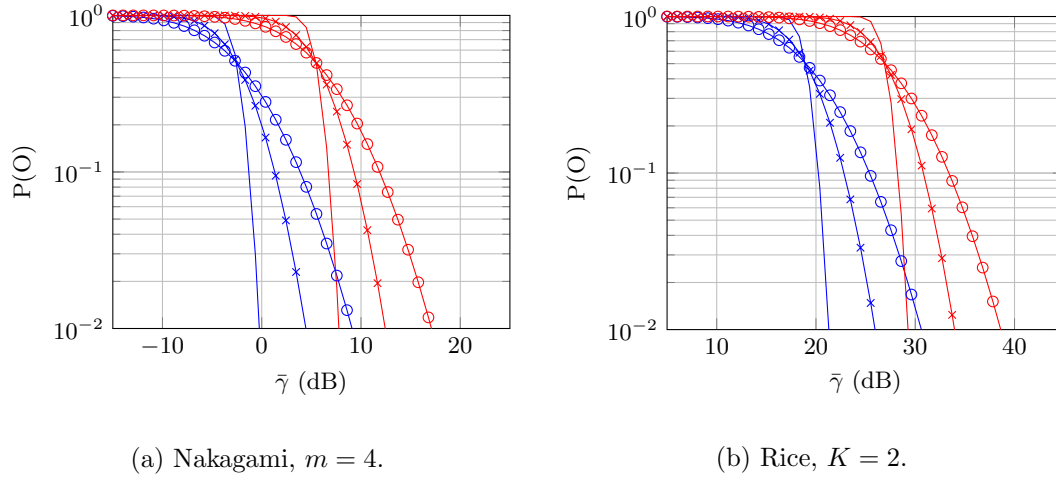


FIGURE 3.11 – Probabilité de coupure pour des canaux de Rice et Nakagami, avec $P^* = 10^{-2}$. Les courbes reprennent les mêmes paramètres que la figure 3.10 pour l’effet de masquage.

dérons ici est le canal à relais, composé d’une source cherchant à communiquer avec une destination, et d’un noeud relais dont le rôle sera d’aider la source à communiquer. Le canal à relais est la forme la plus simple et la plus générale des réseaux coopératifs, et peut être appliqué en tant que modèle à un grand nombre de situations.

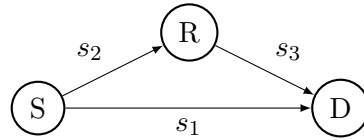


FIGURE 3.12 – Canal à relais générique, avec les affaiblissements dus au masquage sur chaque lien.

Notre étude dans cette partie portera sur trois modèles de coopération dans un canal à relais, décrits dans le tableau suivant. Pour chacun de ces modèles, les performances du canal à relais augmentent, mais la complexité d’implémentation également. En particulier, émettre de manière conjointe pour deux noeuds séparés nécessite une synchronisation et un équipement avancé, et n’est en conséquence pas forcément disponible sur les noeuds utilisés dans les BANS.

3.4.1 Optimisation de puissance avec connaissance de l’état de masquage

Comme pour la section précédente, un noeud peut prévoir la probabilité d’erreur de bout en bout s’il connaît l’état courant du masquage sur les liens. On considère donc une puissance globale disponible sous forme de SNR total équivalent à la source $\bar{\gamma}$, que l’on va répartir entre la source et le relais tel que le SNR à l’émission de la source soit $\bar{\gamma}_{S,TX} = \delta\bar{\gamma}$, et le SNR à l’émission du relais soit $\bar{\gamma}_{R,TX} = (1 - \delta)\bar{\gamma}$. Le masquage génère un affaiblissement du SNR en réception de facteurs s_1 , s_2 et s_3 (Fig.3.12). En conséquence, on note $\bar{\gamma}_1$, $\bar{\gamma}_2$ et $\bar{\gamma}_3$ les SNR en réception des lien $S \rightarrow D$, $S \rightarrow R$ et $R \rightarrow D$ respectivement, et on a :

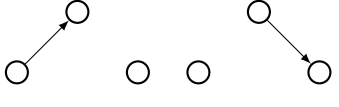
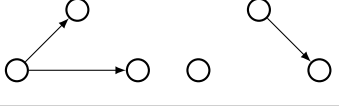
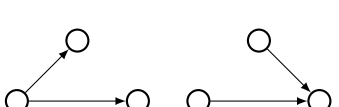
	Coopération en mode multisauts, où la source ne tente pas de communiquer directement avec la destination.
	Coopération partielle avec le relais. La destination écoute la transmission de la source, puis la retransmission du relais.
	Coopération totale avec combinaison d'information à la destination. La destination écoute la transmission de la source, puis la transmission conjointe des deux noeuds.

TABLE 3.2 – Modes de relayage considérés

$$\bar{\gamma}_1 = \delta s_1 \bar{\gamma} \quad \bar{\gamma}_2 = \delta s_2 \bar{\gamma} \quad \bar{\gamma}_3 = (1 - \delta) s_3 \bar{\gamma} \quad (3.22)$$

Afin d'alléger la notation, on notera dans cette section $p(\bar{\gamma}_i)$ le taux d'erreur paquet correspondant au lien ayant pour affaiblissement s_i . Pour le premier modèle du tableau 3.2, la probabilité d'erreur correspond à une erreur sur le lien $S \rightarrow R$, et si cette transmission a réussi une erreur sur $R \rightarrow D$. On note P_1 la probabilité d'erreur de bout en bout de ce premier modèle, et on a donc :

$$P_1 = p(\bar{\gamma}_2) + (1 - p(\bar{\gamma}_2))p(\bar{\gamma}_3) \quad (3.23)$$

Pour le second modèle, une erreur est déclarée si le trajet direct et le trajet relayé sont tous deux en erreur. On a donc :

$$P_2 = p(\bar{\gamma}_1) (p(\bar{\gamma}_2) + (1 - p(\bar{\gamma}_2))p(\bar{\gamma}_3)) \quad (3.24)$$

Si tous les noeuds subissent des évanouissements de Rayleigh ou de Rice, on peut à partir des résultats de la section précédente écrire les fonctions $p(\bar{\gamma}_i) = G_{c,i} \bar{\gamma}_i^{-1}$. En conséquence, à haut SNR, les probabilités d'erreur de bout en bout de ces deux premiers modèles vont être dominés par les termes simples de probabilité d'erreur paquet, les termes faisant intervenir un produit de probabilités d'erreur s'évanouissant plus rapidement. On a donc :

$$P_1 \leq \frac{1}{\bar{\gamma}} \left(\frac{G_{c,2}}{\delta s_2} + \frac{G_{c,3}}{(1 - \delta) s_3} \right) \quad (3.25)$$

$$P_2 \leq \frac{1}{\bar{\gamma}^2} \left(\frac{G_{c,1} G_{c,2}}{\delta s_1 s_2} + \frac{G_{c,1} G_{c,3}}{\delta (1 - \delta) s_1 s_3} \right) = \frac{G_{c,1}}{s_1 \bar{\gamma}^2} \left(\frac{G_{c,2}}{\delta s_2} + \frac{G_{c,3}}{\delta (1 - \delta) s_3} \right) \quad (3.26)$$

Pour le troisième modèle, il faut faire intervenir la probabilité d'erreur d'une réception combinée à la destination. La dérivation de la probabilité d'erreur est décrite dans [Xi 2010a], et une dérivation similaire pour la probabilité d'erreur bit peut être trouvée dans [Liu 2009]. On peut écrire une borne de la probabilité d'erreur de bout en bout du modèle 3 comme :

$$P_3 \leq \frac{1}{\bar{\gamma}^2} \left(\frac{G_{c,1} G_{c,2}}{\delta s_1 s_2} + \frac{G_{c,MRC}}{\delta (1 - \delta) s_1 s_3} \right) = \frac{1}{s_1 \bar{\gamma}^2} \left(\frac{G_{c,1}^2}{\delta s_2} + \frac{G_{c,MRC}}{\delta (1 - \delta) s_3} \right) \quad (3.27)$$

On peut remarquer immédiatement qu'asymptotiquement, le protocole du second et du troisième modèle du tableau 3.2 se comportent suivant $\bar{\gamma}^{-2}$, et possèdent donc un gain de

diversité d'ordre 2. La valeur de $G_{c,MRC}$ peut être ici déduite suivant l'équation (3.15) pour $t = 1$. L'optimisation de puissance avec connaissance de l'état de masquage passe donc simplement par la minimisation de ces trois derniers résultats. Ceux-ci impliquent une dérivation des termes entre parenthèses dans ces expressions, et donc par la résolution d'équations simples du second degré en δ . Nous avons donc la proposition suivante :

Proposition 3.4. *Nous considérons un canal à relais fonctionnant suivant les modèles décrits en 3.2. La répartition optimale de puissance δ_1 pour le premier modèle s'écrit :*

$$\delta_1 = \frac{\sqrt{\beta_2}}{\sqrt{\beta_2} + \sqrt{\beta_3}} \quad (3.28)$$

Pour le second modèle, on a :

$$\delta_2 = \begin{cases} \frac{\beta_2 - 4\beta_3 + \sqrt{\beta_2(\beta_2 + 8\beta_3)}}{4(\beta_2 - \beta_3)} & \text{si } \beta_2 \neq \beta_3 \\ \frac{2}{3} & \text{sinon} \end{cases} \quad (3.29)$$

Pour le troisième modèle, on a :

$$\delta_3 = 1 + \frac{\beta'_2}{\beta'_3} - \sqrt{\left(\frac{\beta'_2}{\beta'_3}\right)^2 + \frac{\beta'_2}{\beta'_3}} \quad (3.30)$$

avec :

$$\beta_1 = \frac{s_1}{G_{c,1}} \quad \beta_2 = \frac{s_2}{G_{c,2}} \quad \beta_3 = \frac{s_3}{G_{c,3}} \quad \beta'_2 = \frac{s_2}{G_{c,1}G_{c,2}} \quad \beta'_3 = \frac{s_3}{G_{c,MRC}} \quad (3.31)$$

Démonstration. Pour le modèle 1, en dérivant l'équation (3.25) selon δ , on peut déduire que la fonction admet un minimum unique pour $\delta \in (0, 1)$ vérifiant l'équation :

$$\delta^2\beta_2 - (1 - \delta)^2\beta_3 = 0$$

Ce polynome admet une racine unique entre 0 et 1, dont la valeur est (3.28). De même, pour le second modèle, à partir de l'équation (3.26), si $\beta_2 \neq \beta_3$, la valeur optimale de δ est une racine de :

$$2(1 - \delta)^2\beta_3 + \beta_2\delta(1 - \delta) = 0$$

Pour le troisième modèle, on se réfère à [Xi 2010a]. □

On peut directement remarquer que la répartition optimale de puissance pour les second et troisième modèles ne dépend pas de s_1 , mais uniquement de s_2 et s_3 . La figure 3.13 donne les taux d'erreur de bout en bout en fonction du SNR global disponible $\bar{\gamma}$. On suppose pour chaque modèle que la puissance est répartie de manière optimale entre la source et le relais. On voit très clairement sur la figure le gain en diversité à utiliser un relais, ainsi que le gain de codage entre le second modèle et le troisième modèle. Sur cet exemple, les trois liens ont un affaiblissement moyen égal. Utiliser le trajet multisaut est donc moins performant, pour la métrique du taux d'erreur paquet, que d'utiliser un trajet direct. D'autres cas sont représentés sur les figures 3.14. En particulier, quand le lien $S \rightarrow D$ est mauvais, le trajet multisaut devient meilleur que le trajet direct. De plus, lorsque le lien $S \rightarrow R$ perd en qualité, le gain en performances relatif du troisième modèle par rapport au second diminue fortement.

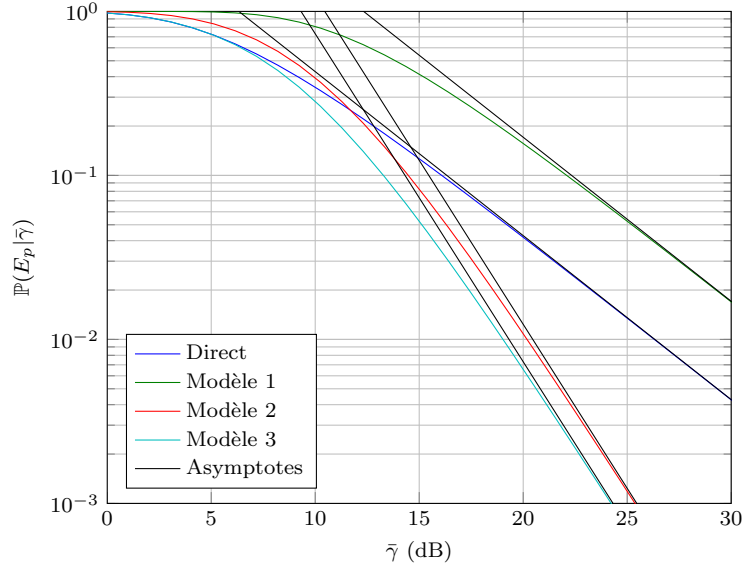


FIGURE 3.13 – Probabilité d'erreur paquet de bout en bout pour les différents modèles du tableau 3.2. On suppose ici $s_1 = s_2 = s_3$.

On peut maintenant comparer les performances relatives entre une allocation de puissance dynamique suivant la proposition 3.4 et une allocation de puissance égale pour la source et le relais. On voit rapidement sur les figures 3.15 et 3.16 que l'allocation de puissance n'apporte qu'un gain marginal dans certains cas. En réalité, on sait par la proposition 3.4 que l'allocation de puissance optimale ne dépend que de la qualité des liens $S \rightarrow R$ et $R \rightarrow D$. Dans ces deux paramètres, l'affaiblissement du lien $S \rightarrow R$ influence plus fortement l'allocation dynamique de puissance, comme on peut le voir sur la figure 3.17. Intuitivement, le gain de performance va avant tout dépendre de la transmission vers le relais. La source va donc se voir allouer suffisamment de puissance pour fiabiliser la transmission sur le lien $S \rightarrow R$, dans la limite où cette allocation ne dégrade pas les performances de bout en bout. Les performances relatives de l'allocation optimale de

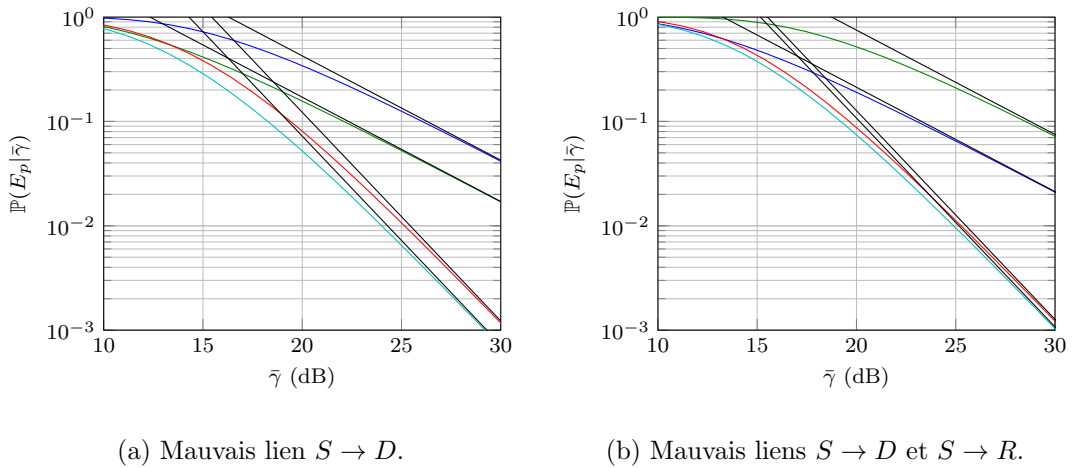


FIGURE 3.14 – Probabilité d'erreur paquet de bout en bout pour les différents modèles du tableau 3.2 et différentes valeurs de s_1 , s_2 et s_3 .

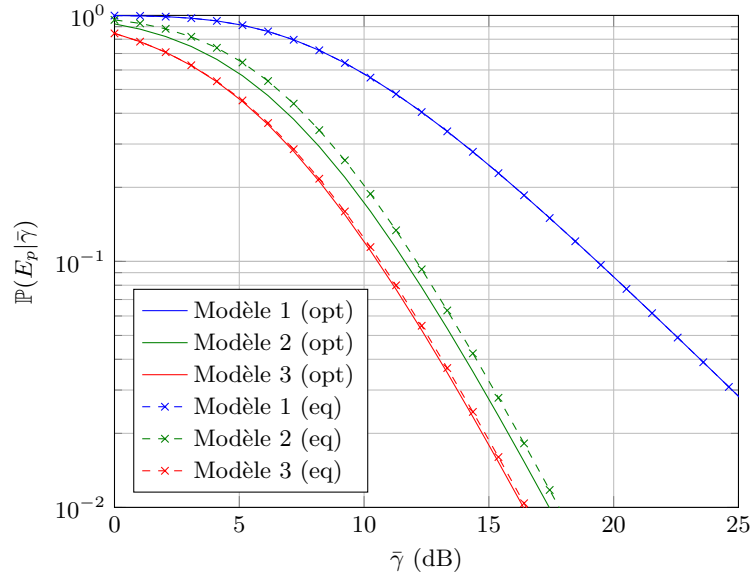
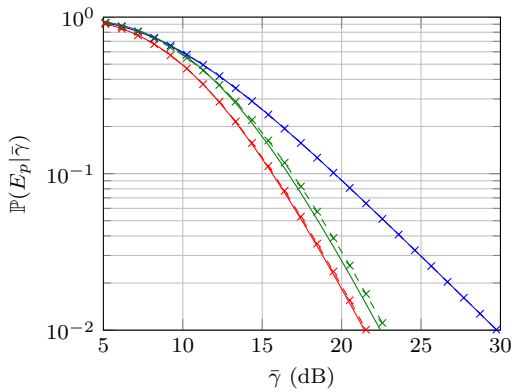
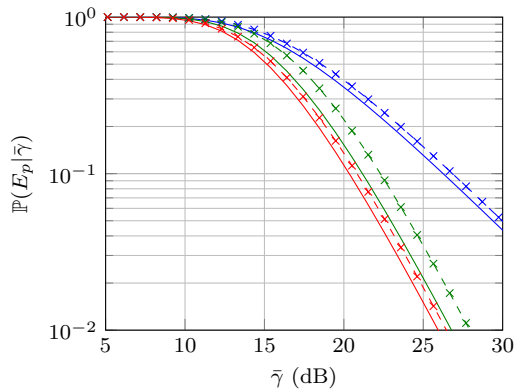


FIGURE 3.15 – Comparaison de l’impact de l’allocation optimale de puissance sur la probabilité d’erreur paquet de bout en bout pour les différents modèles du tableau 3.2. On suppose ici $s_1 = s_2 = s_3$.

puissance ont un impact conséquent lorsque $s_2 \leq s_3$, et se résorbent lorsque s_2 augmente. On remarque également que le rapport entre le gain de codage avec une allocation de puissance égale et le gain de codage optimal $G_c^{(eq)}/G_c^{(opt)}$ est indépendant de la valeur de s_1 et de $\bar{\gamma}$.



(a) Mauvais lien $S \rightarrow D$.



(b) Mauvais liens $S \rightarrow D$ et $S \rightarrow R$.

FIGURE 3.16 – Comparaison de l’impact de l’allocation optimale de puissance sur la probabilité d’erreur paquet de bout en bout.

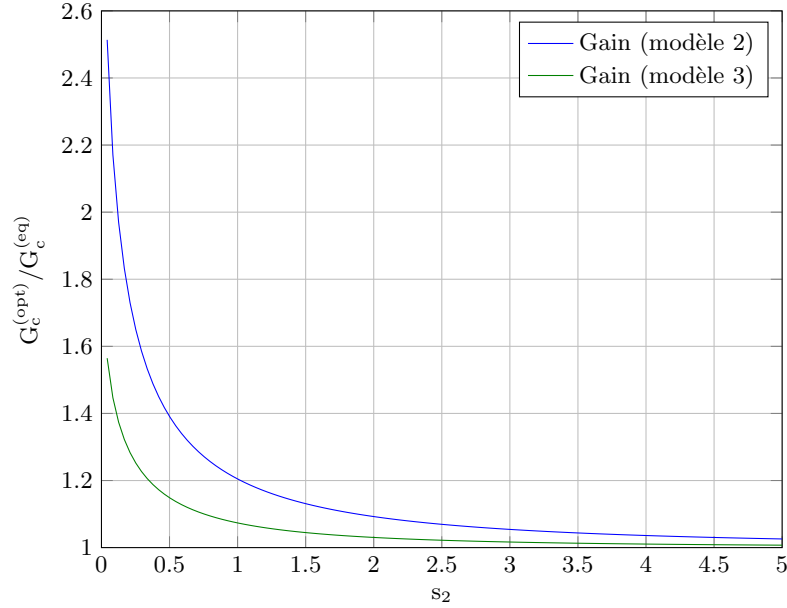


FIGURE 3.17 – Comparaison entre les gains asymptotiques pour une allocation de puissance égale entre la source et le relais, et l'allocation optimale de la proposition 3.4. On suppose ici que $s_3 = s_1 = 1$.

3.4.2 Probabilité de coupure du taux d'erreur paquet dans les canaux à relais

La dérivation de la probabilité de coupure pour un trajet relayé nécessite une généralisation de la notation du chapitre 2. On peut voir le taux d'erreur paquet bloc comme l'espérance conditionnelle de la fonction d'erreur paquet instantanée sur la distribution des évanouissements. Si l'on note $p_p(\gamma)$ la fonction d'erreur paquet instantanée, le taux d'erreur paquet bloc est donc :

$$\bar{p}_p(\bar{\gamma}) = \mathbb{E}[p_p(\gamma)|\bar{\gamma}] \quad (3.32)$$

L'espérance conditionnelle est une fonction de $\bar{\gamma}$, et nous omettons pour simplifier l'écriture les paramètres annexes comme le choix de la modulation ou du nombre de bits dans un paquet. Étant l'espérance d'une fonction $p_p : \gamma \mapsto [0, 1]$, on peut en déduire que $\bar{p}_p(\bar{\gamma}) \in [0, 1] \quad \forall \bar{\gamma} \in [0, \infty)$. On peut donc définir l'ensemble $\Gamma^* = \{\bar{\gamma} | \bar{p}_p(\bar{\gamma}) \geq P^* \in [0, 1]\}$. Si l'on écrit $p_{\bar{\gamma}}(\bar{\gamma})$ la distribution de probabilité liée au masquage, la probabilité de coupure s'écrit donc :

$$\mathbb{P}\{O\} = \mathbb{P}\{\bar{\gamma} \in \Gamma^*\} = \int_{\Gamma^*} p_{\bar{\gamma}}(\bar{\gamma}) d\bar{\gamma} \quad (3.33)$$

Cette définition s'étend directement à des liens multiples, et à des protocoles de communication plus complexes. Si l'on peut écrire le taux d'erreur paquet de bout-en-bout comme une fonction de $\bar{p}_p : (\bar{\gamma}_1, \dots, \bar{\gamma}_n) \mapsto [0, 1]$, avec $(\bar{\gamma}_1, \dots, \bar{\gamma}_n) \in (\mathbb{R}^+)^n$ le vecteur aléatoire lié à la variation du masquage sur l'ensemble des n liens considérés, alors on peut de la même manière définir l'ensemble $\mathbf{\Gamma}^* = \{(\bar{\gamma}_1, \dots, \bar{\gamma}_n) | \bar{p}_p(\bar{\gamma}_1, \dots, \bar{\gamma}_n) \geq P^*\}$, et la probabilité de coupure s'écrit donc simplement :

$$\mathbb{P}\{O\} = \mathbb{P}\{(\bar{\gamma}_1, \dots, \bar{\gamma}_n) \in \mathbf{\Gamma}^*\} = \int \dots \int_{\mathbf{\Gamma}^*} p_{\bar{\gamma}_1, \dots, \bar{\gamma}_n}(\bar{\gamma}_1, \dots, \bar{\gamma}_n) d\bar{\gamma}_1 \dots d\bar{\gamma}_n \quad (3.34)$$

3.4.2.1 Analyse sur des réseaux à 2 liens

Un canal à relais complet requiert l'utilisation de trois variables d'affaiblissement, ce qui rend la visualisation complexe pour l'étude de la probabilité de coupure. Pour gagner en intuition sur le comportement de cette probabilité de coupure de bout-en-bout, nous proposons donc dans un premier temps de considérer les deux cas suivant :

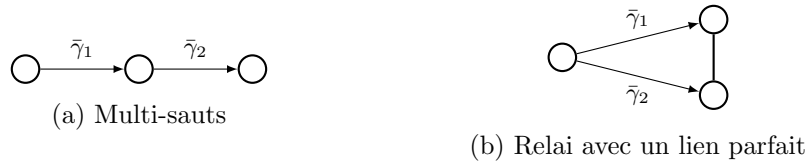


FIGURE 3.18 – Modèles simples à 2 variables pour l'étude de la probabilité de coupure. Dans le premier cas, la transmission échoue si l'un *ou* l'autre des liens échoue. Dans le second cas, les deux liens doivent échouer simultanément pour que le système soit en erreur.

Dans ces modèles, la probabilité de coupure de bout en bout peut s'écrire de manière simple, en reprenant la notation $p(\bar{\gamma}_i)$ de la section précédente pour le taux d'erreur paquet bloc. Si l'on note O_1 l'événement de coupure pour le modèle multisauts, et O_2 l'événement de coupure pour le modèle de relais avec un lien parfait, on a (Fig.3.19) :

$$\mathbb{P}\{O_1\} = \mathbb{P}\{(\bar{\gamma}_1, \bar{\gamma}_2) \in \Gamma_1^* = \{(\bar{\gamma}_1, \bar{\gamma}_2) \mid p(\bar{\gamma}_1) + (1 - p(\bar{\gamma}_1))p(\bar{\gamma}_2) \geq P^*\}\} \quad (3.35)$$

$$\mathbb{P}\{O_2\} = \mathbb{P}\{(\bar{\gamma}_1, \bar{\gamma}_2) \in \Gamma_2^* = \{(\bar{\gamma}_1, \bar{\gamma}_2) \mid p(\bar{\gamma}_1)p(\bar{\gamma}_2) \geq P^*\}\} \quad (3.36)$$

On peut donc numériquement déduire la frontière des régions d'intégration comme étant les lignes de niveau de ces surfaces correspondant à P^* . Nous supposons que la distribution du vecteur aléatoire $(\bar{\gamma}_1, \bar{\gamma}_2)$ suit, lorsque les variables sont exprimées en décibels, une loi normale bi-variée. Dans une figure à 2 dimensions, la distribution de probabilité prend la forme d'une cloche, comme pour la loi normale univariée, et les régions définies par Γ_1^* et Γ_2^* vont potentiellement tronquer cette distribution de probabilité. L'intégrale sous la surface non tronquée restante fournit la probabilité pour le vecteur aléatoire $(\bar{\gamma}_1, \bar{\gamma}_2)$ de se trouver dans la région où le taux d'erreur paquet bloc dépasse la valeur seuil P^* , et donc correspond à la probabilité de coupure.

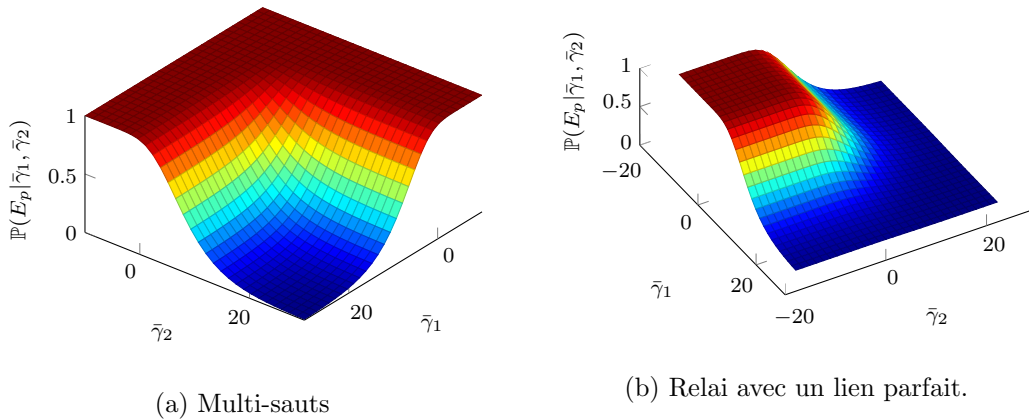


FIGURE 3.19 – Forme du taux d'erreur paquet de bout en bout pour les deux modèles simples à 2 variables.

La distribution log-normale à plusieurs variables des liens introduit, en plus de la moyenne et de la variance du masquage sur chaque lien, un paramètre de corrélation ρ . Ce paramètre capture les changements simultanés de la qualité des liens et la tendance qu'ils ont à évoluer de manière conjointe ; un paramètre $\rho > 0$ indique que les liens évoluent dans le même sens, alors que $\rho < 0$ indique que les liens évoluent de manière opposée. Dans le cas des réseaux coopératifs, l'impact de ce paramètre peut être conséquent. En effet, si l'on prend le cas du multisaut, un paramètre ρ négatif montre que – généralement – lorsqu'un lien est bon, le second est mauvais. Inversement, une corrélation négative est intéressante pour le canal à relais avec un lien parfait, car l'on aura dans ce cas toujours un bon trajet vers la destination.

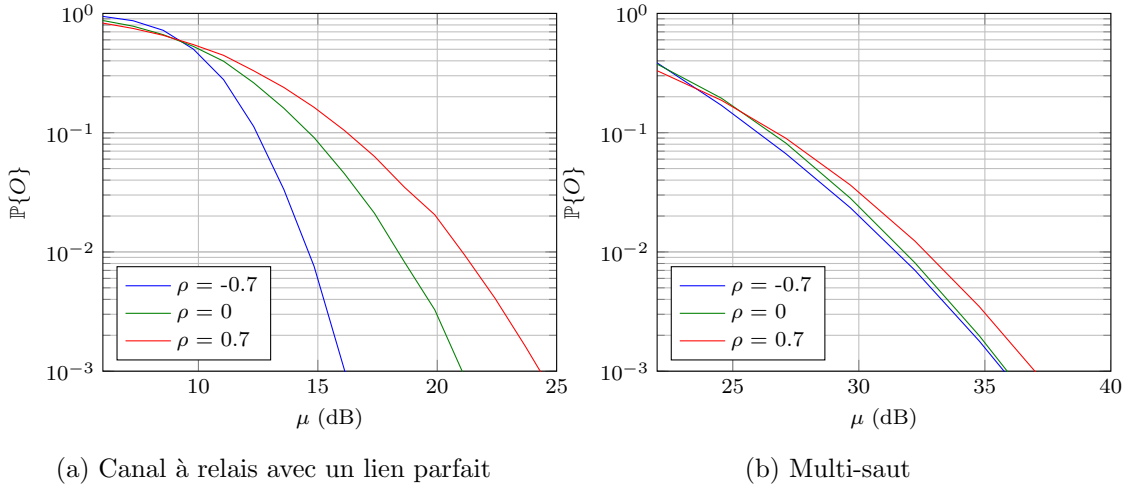
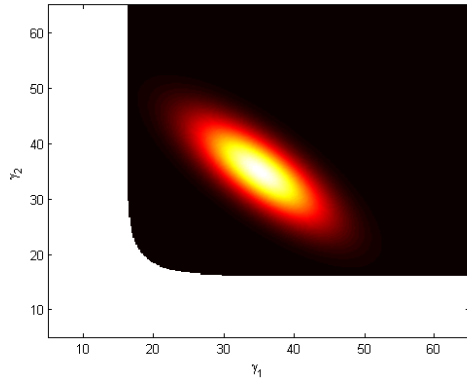
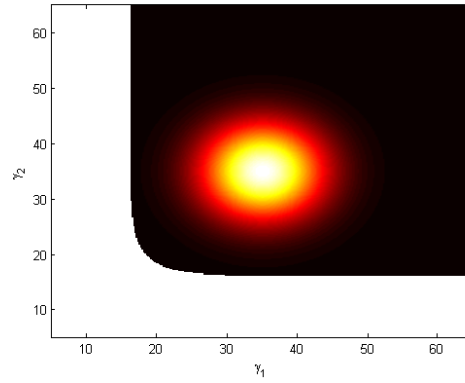


FIGURE 3.20 – Comparaison de l'impact de la corrélation entre les liens sur la valeur de la probabilité de coupure.

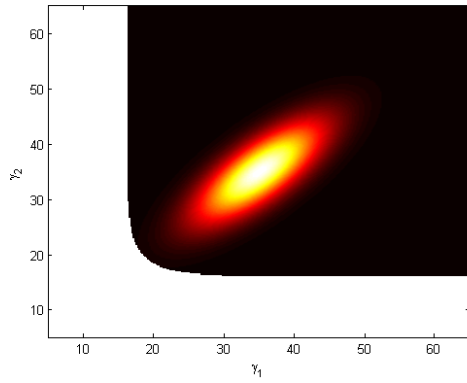
On peut étudier l'impact de la corrélation sur la probabilité de coupure numérique, en considérant que les puissances sont allouées équitablement entre les deux noeuds – ce qui revient à décaler la gaussienne le long de l'axe diagonal suivant les figures 3.21. Suivant le modèle considéré, la corrélation aura un effet plus ou moins conséquent (Fig.3.20). Dans le cas du multisaut, la forme de la région fait que lorsque la probabilité de coupure est basse, le centre de la gaussienne est déjà loin de la frontière de la région de coupure, et la corrélation a un effet limité sur la probabilité de coupure. En contrepartie, pour le canal à relais avec un lien parfait, la limite de la région de coupure est proche du centre de la gaussienne et la corrélation a un effet important. Les figures 3.21 permettent de mieux comprendre pourquoi la probabilité de coupure se comporte ainsi dans le cas du multisaut. Lorsque la gaussienne est assez écartée de la région de coupure, une corrélation positive va étendre la pointe de la cloche vers la région suivant la diagonale et donc augmenter la probabilité pour les liens de se retrouver dans cette région de coupure. En contrepartie, une corrélation négative affine la gaussienne sur la diagonale opposée, donc les extrémités sont plus éloignées de la région de coupure ; la probabilité ne change donc que peu.



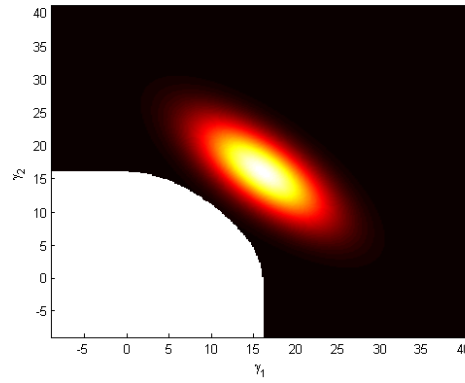
(a) Multi-sauts
 $\rho = -0.7$



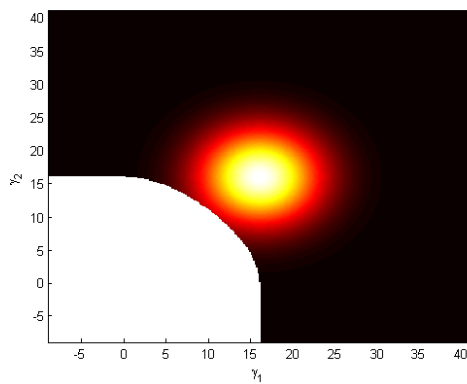
(b) Multi-sauts
 $\rho = 0$



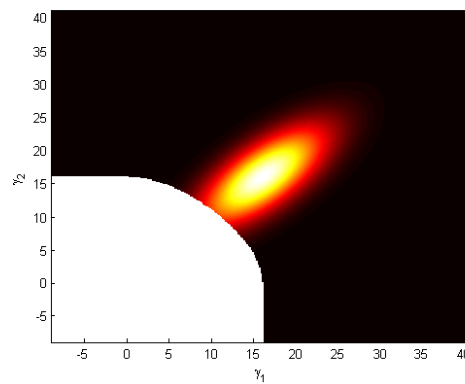
(c) Multi-sauts
 $\rho = 0.7$



(d) Lien parfait
 $\rho = -0.7$



(e) Lien parfait
 $\rho = 0$



(f) Lien parfait
 $\rho = 0.7$

FIGURE 3.21 – Impact du paramètre ρ sur la forme de la distribution. La partie vide du graphique correspond à la région de coupure, et les tons de l'image sont proportionnels à la densité de probabilité dans une distribution gaussienne bi-variée.

3.4.2.2 Évaluation de la probabilité de coupure sur des canaux à relai

Contrairement au cas traité dans la section 3.4.1, il ne nous a pas été possible a priori d'obtenir une allocation de puissance analytique en fonction de la probabilité de coupure. Nous choisissons donc de traiter dans cette dernière section une application numérique de la méthode générale présentée dans la section précédente à des canaux des BANs réalistes. En conclusion de ce chapitre, nous détaillerons une perspective de travail pour mener à bien une optimisation de la répartition de puissance dans les canaux à relais en fonction de la probabilité de coupure.

Nous considérons donc un BAN, composé de 4 noeuds situés sur la hanche, le pied droit, et les deux poignets dans le cadre d'un scénario de marche. Ces positions sont hautement mobiles, et dans un mouvement régulier comme la marche à pied, les évolutions de la qualité des liens seront corrélées. Les mesures effectuées dans le cadre de BANET [Ferrand 2011b] nous donnent les statistiques suivantes pour la distribution de probabilité liée au masquage (Tab.3.3). La notation des noeuds correspond à la figure 1.1.

Lien	μ_0	σ_S
$A \leftrightarrow I$	77.7 dB	6.3 dB
$A \leftrightarrow K$	65.6 dB	5.7 dB
$A \leftrightarrow D$	84.3 dB	3.5 dB
$D \leftrightarrow I$	76.8 dB	4.0 dB
$D \leftrightarrow K$	81.4 dB	7.6 dB

TABLE 3.3 – Statistiques de canaux réalistes pour l'étude de la probabilité de coupure sur un canal à relais.

À l'intérieur de ces deux canaux à relais, nous envisageons deux possibilités. Le pied (noeud D) désire communiquer avec la hanche (noeud A). Il a pour cela la possibilité d'utiliser l'un ou l'autre des poignets (noeuds I et K) comme relais, et nous prenons en compte la corrélation spatiale des liens pour chacun des canaux. Ainsi, nous avons les matrices de corrélation suivantes pour nos liens :

	$A \leftrightarrow I$	$A \leftrightarrow D$	$D \leftrightarrow I$
$A \leftrightarrow I$	1	0.29	-0.04
$A \leftrightarrow D$	0.29	1	-0.34
$D \leftrightarrow I$	-0.04	-0.34	1

	$A \leftrightarrow K$	$A \leftrightarrow D$	$D \leftrightarrow K$
$A \leftrightarrow K$	1	-0.38	0.48
$A \leftrightarrow D$	-0.38	1	0.47
$D \leftrightarrow K$	0.48	0.47	1

TABLE 3.4 – Matrice de corrélation pour les deux possibilités de canaux à relais considérées.

Les calculs numériques des probabilités de coupures sont représentés sur les figures 3.22. Nous comparons sur ces figures les probabilités de coupure de bout en bout, en considérant que la source et le relais émettent à une même puissance μ , exprimée en dBm. Nous représentons pour les deux choix de relais le cas réel, avec prise en compte de la corrélation des liens, et le cas non corrélé où nous supposons que les liens évoluent de manière indépendante. Nous pouvons voir directement que pour des probabilités de coupure faibles, ne pas considérer la corrélation entre les liens amène à sous-estimer la probabilité de coupure d'un peu moins de 2 dB pour une probabilité de coupure de 10^{-2} dans les cas représentés. Sans corrélation, le relais K est légèrement plus performant que

le relais I, mais cette différence s'atténue fortement dans un cas réaliste. On peut voir de plus que pour des taux d'erreurs paquet cibles P^* élevés, utiliser un relais peut être contre-productif et émettre plus fort à la source permet d'assurer la qualité de service voulue en utilisant globalement moins de puissance dans le réseau (Fig.3.22a). Le gain du relais est en contrepartie conséquent pour de faibles valeurs de P^* (Fig.3.22b).

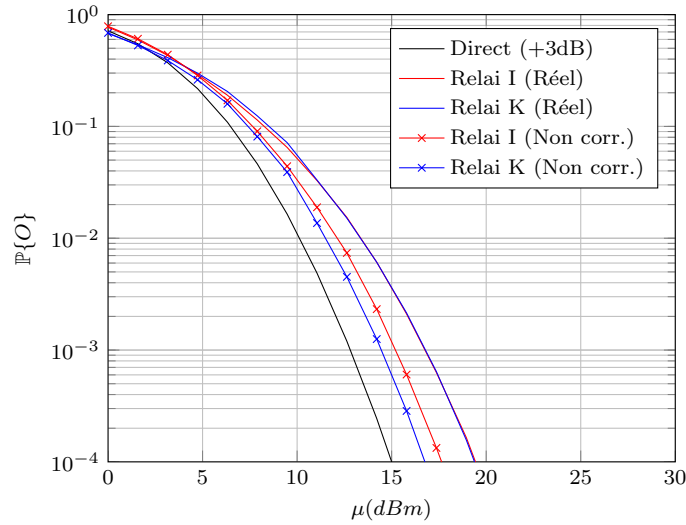
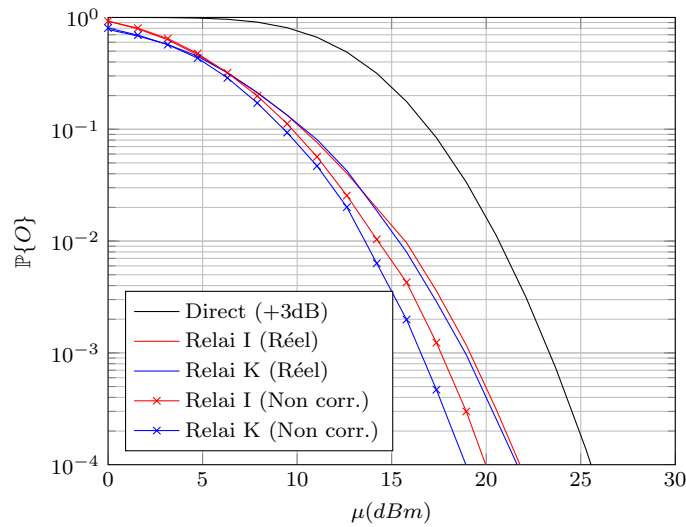
(a) $P^* = 0.1$ (b) $P^* = 0.05$

FIGURE 3.22 – Comparaison des probabilités de coupure de deux choix de relais afin de fiabiliser la communication entre le pied (noeud D) et la hanche (noeud K) pour différentes valeurs de taux d'erreur paquet cible P^* . La source et le relais émettent à la même puissance μ .

3.5 Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons cherché à évaluer les performances des communications sans-fil dans les BANs, en nous basant sur des critères de taux d'erreur paquet. Les études sur les modèles de canaux des BANs mettent en avant un masquage qui suit les mouvements du corps, couplé à des évanouissements assez lents dont le temps de cohérence est de l'ordre du temps de transmission du paquet. En conséquence, on ne peut pratiquer d'entrelacement au niveau paquet et il n'est pas possible d'utiliser directement les résultats existant de la littérature portant sur les taux d'erreur bit.

Nous avons donc étudié deux cas, suivant la connaissance ou non de l'état du masquage courant. Si l'on peut connaître ou prédire l'état de masquage, le taux d'erreur paquet est lié à la distribution de probabilité des évanouissements seulement. Nous avons donc dérivé des expressions asymptotiques pour le taux d'erreur paquet, pour tous les cas de distribution d'évanouissements identifiés dans la littérature. Ces expressions asymptotiques sont assez précises à fort SNR, et ont la particularité d'être inversibles. Sans connaissance de l'état courant du masquage, nous étudions l'approche par probabilité de coupure du taux d'erreur paquet. Dans cette situation, nous avons pu exprimer la puissance d'émission nécessaire pour garantir un taux d'erreur paquet faible quel que soit l'état du canal. Nous réutilisons pour cela les expressions du taux d'erreur paquet obtenues précédemment.

Nous étudions ensuite la possibilité d'utiliser un relais pour fiabiliser les communications. Pour différents scénarios de coopération, avec connaissance de l'état du masquage sur chaque lien du canal à relais, nous avons exprimé le taux d'erreur paquet de bout en bout ainsi que l'allocation de puissance optimale entre la source et le relais. Nous avons déterminé que le lien (Source $\rightarrow$ Relai) était déterminant pour les performances globales du canal à relais, et que l'allocation optimale de puissance dépend avant tout de ce lien. Pour traiter le cas où la connaissance de l'état courant du masquage n'est pas disponible, nous avons décrit une méthode générique pour l'évaluation de la probabilité de coupure dans des réseaux à n liens où il est possible de prendre en compte une distribution de l'état de masquage arbitraire. Partant du constat que les états de masquage dans les BANs suivaient une distribution gaussienne multivariée, nous avons utilisé cette approche pour quantifier l'impact de la corrélation des liens sur la probabilité de coupure.

3.5.1 Utilisation et extensions des métriques de performance

Les perspectives de ce travail sont avant tout liées à la conception de protocoles robustes pour les communications à l'intérieur des BANs. L'évolution des états de masquages étant relativement lente, il est possible de prédire en pratique l'état courant de manière précise et de partager cette information avec les autres noeuds du réseau. En conséquence, nous pouvons réutiliser les résultats portant sur le taux d'erreur paquet pour allouer la puissance entre les noeuds de manière optimale et/ou choisir les noeuds servant de relais.

Comme nous avons étudié en majorité le comportement asymptotique du taux d'erreur paquet, nous n'avons pas détaillé l'apport du codage canal sur les performances du réseau. Suivant les résultats de [Wang 2003, Xi 2011], nous savons en effet que le codage canal n'apporte pas de gain de diversité à haut SNR, et en conséquence va uniquement décaler les asymptotes. Le comportement de nos scénarios de relayage est donc correctement capturé par une approche sans codage, bien évidemment à un gain de codage près. Il serait néanmoins intéressant de compléter cette étude par l'introduction de différentes méthodes

de codage. Pour le cas du taux d'erreur paquet bloc dans des liens simples avec codage canal, on peut référer le lecteur à [Xi 2011] pour une première étude. L'approximation présentée dans la section 3.3.2.3 se prête également bien à l'extension au codage, probablement plus facilement que les approximations asymptotiques de [Xi 2011]. En effet, nous n'avons besoin dans ce cas que d'une inversion de la fonction Beta [Mary 2008] au lieu d'une intégrale complexe de cette même fonction.

3.5.2 Algorithme semi-géométrique d'optimisation

L'approche par probabilité de coupure présentée dans ce chapitre est utilisable pour l'optimisation des puissances d'émission sur des liens simples, l'inverse de la fonction Q étant disponible dans la plupart des bibliothèques de calcul usuelles. L'extension aux canaux à relais reste quant à elle instable numériquement, et l'intégration d'une distribution gaussienne multivariée sur un espace arbitraire est irréalisable sur des équipements embarqués. Afin de pallier à cette limitation, nous travaillons actuellement sur une approximation géométrique du problème que nous présentons ici.

Si l'on part du principe que les SNR en réception suivent une distribution gaussienne multivariée, les contours d'équiprobabilité vont avoir la forme d'un ellipsoïde dans $\mathbb{R}^n$, comme on peut le voir sur la figure 3.23 dans le cas à 2 liens. Si l'on désire assurer une probabilité de coupure inférieure à une valeur seuil P_o^* , il suffit donc géométriquement de s'assurer que le contour d'équiprobabilité contenant une fraction $1 - P_o^*$ de la densité totale de probabilité est situé hors de la région de coupure. Dans l'annexe A.1, nous dérivons les expressions analytiques permettant de définir l'ellipsoïde englobant une fraction arbitraire de probabilité. Nous notons également que par une transformation se rapprochant de l'analyse en composantes principales [Jolliffe 2002], nous pouvons ramener l'étude de l'ellipsoïde à l'étude d'une hypersphère de $\mathbb{R}^n$ par une transformation linéaire. Cette approche permet de borner la probabilité de coupure par le haut, en assurant que l'affaiblissement conjoint des liens se trouvera à l'intérieur de l'ellipsoïde avec une probabilité $1 - P_o^*$.

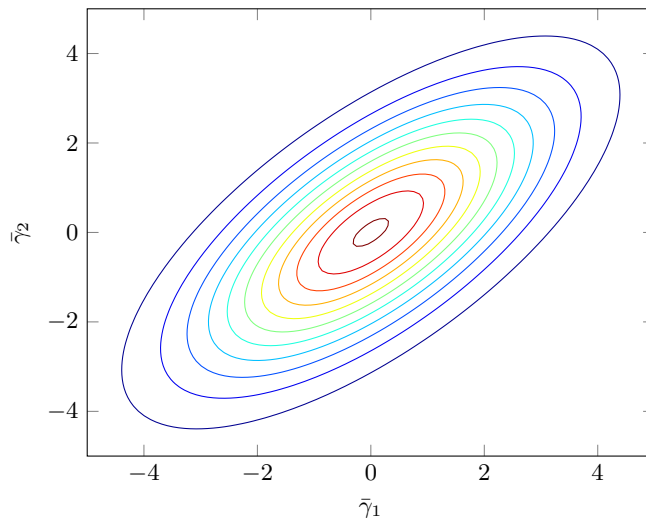


FIGURE 3.23 – Contours d'équiprobabilité pour une loi gaussienne bi-variée, de moyenne $\mu = (0, 0)$ et corrélée positivement.

Notre problème se réduit donc à placer une hypersphère dans un espace a priori ar-

bitraire *et non convexe*, ce qui reste un problème complexe. Nous envisageons donc de simplifier l'expression de la région de coupure en l'approximant par des hyperplans. Pour le cas à 2 liens, les figures 3.24 représentent respectivement un exemple d'algorithme itératif pour le placement de l'hypersphère, ainsi que l'approximation de la région atteignable prenant en compte la puissance globale à allouer au réseau. Le problème pourrait ainsi se réduire à un problème d'optimisation quadratique dans un polytope non convexe, ce qui le rend plus tractable.

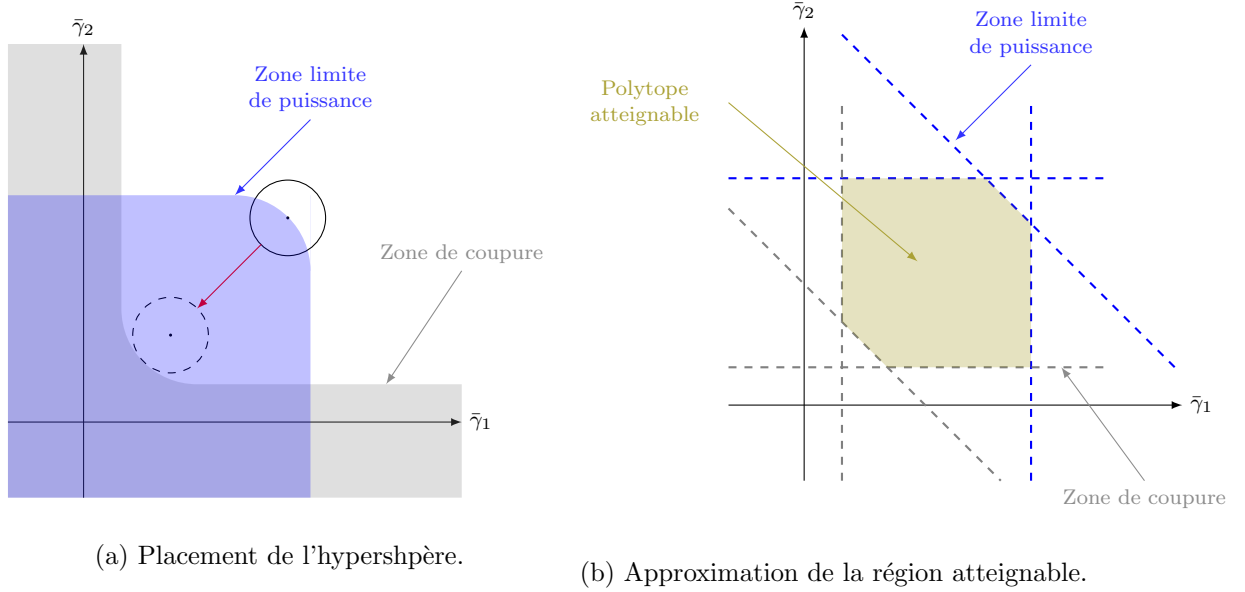


FIGURE 3.24 – Perspective de traitement de la probabilité de coupure dans les réseaux maillés par une approche géométrique.

La représentation dans le cas à 2 liens reste simple et il est possible d'exprimer la région atteignable à partir des résultats de ce chapitre. L'extension à n liens nécessite encore des développements. Nous pouvons également noter à ce niveau que cette méthode de résolution géométrique peut s'adapter à d'autres métriques que le taux d'erreur paquet, et l'on pourrait par exemple étudier la probabilité de coupure de la capacité présentée dans le chapitre 2 sur le même principe.

Capacité des canaux à relais

Sommaire

4.1	Introduction	58
4.2	Modèle gaussien et expression des bornes	61
4.3	Canal équivalent sous contrainte de puissance totale	69
4.3.1	Canal à relais <i>full-duplex</i>	69
4.3.2	Canal à relais <i>half-duplex</i>	71
4.4	Conclusion	76

Dans le chapitre 3, nous avons étudié les effets de la coopération sur la probabilité d'erreur paquet à travers un canal à relais dans un *BAN*. Les paquets transmis étaient soumis à des évanouissements ainsi qu'à des effets de masquage corrélés. Sans connaissance de l'état du canal nous avons dérivé l'impact de ces canaux sur la qualité de la transmission en terme de probabilité d'erreur paquet et de probabilité de coupure de l'erreur paquet. La relative lenteur de l'évolution des canaux des *BANs* permet cependant de faire l'hypothèse que les noeuds sont capables de mesurer ou de prédire précisément la qualité instantanée des canaux vers les sources d'information. En conséquence, les noeuds peuvent adapter leur puissance et éventuellement leur méthode de transmission en fonction de l'état des canaux.

Nous faisons donc dans ce chapitre et la suite de ce manuscrit l'hypothèse d'un canal *AWGN* stable, et nous pouvons donc utiliser comme métrique de performances la capacité de Shannon telle qu'introduite dans le chapitre 2 dans les réseaux coopératifs. Ce chapitre est consacré au canal à relais et à sa capacité, qui reste une brique de base de l'étude de ces réseaux. Sous l'hypothèse de connaissance des différents canaux, nous visons à distribuer la puissance globale disponible entre les noeuds de manière optimale. Ce problème revient à maximiser la capacité pour une puissance totale donnée, ou à minimiser la puissance rayonnée pour atteindre une contrainte de débit particulière.

4.1 Introduction

Le canal à relais est, dans sa forme classique, un modèle possédant une source et une destination, où la source communique vers la destination avec une aide potentielle d'un autre noeud, le relais, qui ne possède pas d'information personnelle et dont le seul rôle est donc d'aider la source. La première étude de ce canal date de Van Der Meulen [Van Der Meulen 1971b] qui a posé les bases de son analyse théorique. La plupart des résultats connus aujourd'hui sur le canal à relais découlent eux de l'article fondateur de Cover et El Gamal [Cover 1979], qui ont caractérisé la borne supérieure de capacité du canal, ainsi que les régions de capacité atteignables connues aujourd'hui sous le nom de *decode-and-forward* (DF) et *compress-and-forward* (CF). Dans des travaux plus récents [El Gamal 2006], El Gamal *et al.* ont donné une forme close des bornes de [Cover 1979] sur la capacité du canal à relais *full-duplex* lorsque les noeuds sont soumis à une contrainte de puissance locale. Ng et Goldsmith ont eux fourni l'étude de la répartition de puissance globale dans les canaux à relais dans [Ng 2007, Ng 2008] pour un cas particulier du canal à relais *full-duplex* où le relais est très proche de la source ou de la destination. Dans [Katz 2006], les auteurs étudient une situation similaire où la source et le relais sont physiquement proches, et adoptent une métrique appelée *capacité effective* qui combine la capacité et la capacité de coupure.

Il existe des approches pratiques implémentant les protocoles présentés par [Cover 1979]. Des applications des protocoles de type *decode-and-forward* ont été traitées dans [Hunter 2004] et [Nosratinia 2004] dans un contexte général puis en utilisant des turbo-codes. L'utilisation de codes LDPC pour le *decode-and-forward* est apparue dans [Chakrabarti 2005]. La popularité des codes LDPC a amené un certain nombre d'études de leur application dans les canaux à relais, et on pourra se référer par exemple à [Valentin 2009, Xu 2010, Duyck 2011]. Plus récemment, les approches basées sur les codes en treillis [Nazer 2011] ont fortement attiré l'attention (voir par exemple [Feng 2011] et [Song 2011]). De même, des implémentations réalistes de protocoles de type *compress-and-forward* se retrouvent en particulier dans [Eckford 2008], [Avram 2010] et [Yang 2010]. Ces implémentations utilisent au niveau du relais les caractéristiques des modulations utilisées, afin de transmettre au destinataire une information l'aidant à décoder le message initial reçu de la source. Un grand nombre de contributions de la littérature porte également sur le protocole *amplify-and-forward*, où le relais retransmet sans le décoder le signal reçu par la source. De fait, l'*amplify-and-forward* est une forme de *compress-and-forward*, le bruit et les déformations du canal source $\rightarrow$ relais étant retransmises vers la destination qui doit effectuer le décodage du signal combiné. Nous ne traitons pas d'*amplify-and-forward* mais une excellente revue des performances théoriques de ce protocole est disponible dans [Kramer 2006], [Coso Sanchez 2008], ainsi que dans [Liu 2009, Ch.4-5].

L'émergence des communications sans-fil, où la source d'information ne dépense pas plus d'énergie pour transmettre à la fois vers une source et un relais, a relancé fortement les études sur la capacité de ces canaux. L'utilisation d'un relais devient un des moyens les plus simples et les plus en vogue pour augmenter la capacité et la robustesse des communications dans les réseaux sans fil. Dans [Gastpar 2002, Gastpar 2005], Gastpar et Vetterli ont étendu les lois de croissance de la capacité dans les grands réseaux de [Gupta 2000] au cas où les noeuds peuvent utiliser plusieurs relais. Ces résultats ont été généralisés par

[Xie 2004] pour un grand nombre de sources et de destinations. On retrouve une étude extensive de la capacité des réseaux à plusieurs relais dans [Coso Sanchez 2008] qui résume les approches existantes et fournit les bornes atteignables correspondantes lorsque cela est possible, ainsi que des algorithmes numériques d'optimisation des protocoles et de choix de sous-ensembles de relais. Gündüz *et al.* proposent des stratégies alternatives d'encodage et de décodage dans le cas général non restreint au modèle AWGN avec plusieurs relais dans [Gunduz 2010]. Si le système comporte plusieurs noeuds sources et relais potentiels, mais où l'information d'une seule source transite à chaque utilisation du réseau, on parle alors de *coopération opportuniste*. Les travaux portant sur le relayage opportuniste combinent en général l'étude des performances suivant une métrique particulière couplée à un mode de sélection des relais. Les critères de sélection de relais utilisés avec des protocoles *decode-and-forward* sont, à notre connaissance, basés sur le minimum entre les canaux $S \rightarrow R$ et $R \rightarrow D$ [Michalopoulos 2008, Fareed 2009, Bletsas 2006], ou sur la moyenne harmonique (MH) entre ces deux valeurs [Ibrahim 2008, Bletsas 2007, Michalopoulos 2010, Chen 2010]. Le choix de la moyenne harmonique en tant que critère de sélection de relais provient du protocole *amplify-and-forward*, où cette dernière apparaît dans l'expression de la capacité de bout en bout. Ces différents travaux étudient les performances de ces modes de sélection dans les canaux à évanouissements en fonction de la probabilité de coupure de la capacité [Michalopoulos 2008, Bletsas 2006, Michalopoulos 2010]. [Chen 2010] a montré que pour la probabilité de coupure à haut SNR, la moyenne harmonique était un critère optimal de choix de relais pour un *decode-and-forward*. D'autres travaux étudient la probabilité de coupure à haut SNR [Bletsas 2007, Abouelseoud 2011]. Un certain nombre de travaux utilisent quant à eux le taux d'erreur bit de bout en bout [Fareed 2009, Ibrahim 2008, Liu 2009]. Dans le cas des canaux AWGN stables sous une contrainte de puissance globale, il n'y a à notre connaissance aucune dérivation du critère optimal de choix de relais.

L'utilisation de plusieurs relais a fait l'objet de nombreuses études, entre autres à cause de la ressemblance du canal résultant avec un canal MIMO (Multiple Inputs Multiple Outputs). L'analogie entre les canaux MIMO et le canal à relais général est apparue en particulier dans [Nabar 2004], qui a identifié la possibilité d'utiliser des résultats existants des méthodes de codage MIMO. Par la suite, on retrouve cette méthode d'analyse dans [Stankovic 2006] et [Wang 2005]. L'application des résultats liés aux canaux MIMO met en avant le fait que le canal à relais crée une diversité des trajets d'information au niveau du récepteur, au-delà du gain en débit d'information. Ce gain en diversité est particulièrement capturé par la probabilité de coupure, et cette dernière a été étudiée dans le cadre des canaux à relais soumis à des effets d'évanouissements. Laneman *et al.* [Laneman 2004] ont exprimé la probabilité de coupure pour des évanouissements de Rayleigh, et ont identifié le fait que seul les protocoles de type *amplify-and-forward* (AF) où le relais réémet le signal reçu par la source sans décodage apportent asymptotiquement un gain en diversité au récepteur, ce qui n'est pas le cas du protocole *decode-and-forward*. Comme on le verra par la suite, le protocole *decode-and-forward* étant limité par la capacité entre la source et le relais, la probabilité de coupure est également bornée par la probabilité de coupure du lien source relais. Une solution pour pallier à ce problème est de considérer des protocoles de type *partial decode-and-forward* où la source sépare son message envoyé entre le relais et la destination [Cover 1979, Th.3]. [Atia 2007] a étendu cette étude à des modèles d'évanouissements plus généraux. Une analyse spécifique pour les évanouissements de Nakagami se retrouve dans [Atapattu 2010]. La capacité ergodique sous évanouissements de

Rayleigh a été étudiée dans [Farhadi 2008] pour *decode-and-forward* et [Farhadi 2010] pour *amplify-and-forward*. Dans [Shi 2007], les auteurs ont proposé une extension du protocole *amplify-and-forward* ainsi qu'une allocation optimale de puissance, dans le cas où plusieurs relais MIMO sont présents. Une expression analytique de la probabilité de coupure pour les protocoles *amplify-and-forward* et *decode-and-forward* en présence de plusieurs relais a été publiée dans [Shrestha 2010]. Dans [Liu 2009, ch.8] et [Michalopoulos 2010], les auteurs proposent des protocoles permettant de choisir un ou plusieurs relais afin de restreindre l'utilisation des ressources, et [Abouelseoud 2011] fournit une étude extensive de ces modes de coopération dits *opportunistes* où les relais sont choisis à la volée en fonction du gain potentiel en terme de capacité et de diversité à haut SNR.

Une des caractéristiques prédominantes des réseaux sans fils est que les noeuds ne peuvent pas recevoir et transmettre de l'information de manière simultanée sur la même bande de fréquence – fonctionnement dit *half-duplex* – contrairement au cas étudié par [Cover 1979]. En conséquence, une extension de ces résultats est nécessaire. La capacité du canal à relais sans fil a été caractérisée par [Host-Madsen 2002] pour le cas gaussien, et deux approches principales pour exprimer la borne supérieure de la capacité dans le cas général ont été traitées dans [Kramer 2004] et [Khojastepour 2003a] (voir également [Vishwanath 2005]). Dans les deux cas, les méthodes se basent sur des réseaux dits *à états*, mais diffèrent sur la façon dont sont traités les différents états du réseau. Pour l'analyse de ce chapitre, nous préférons l'approche de Khojastepour. L'expression générale de la borne inférieure *decode-and-forward* a été fournie par [Khojastepour 2004] et son application aux canaux gaussiens dans [Khojastepour 2003b]. Parallèlement, une étude plus extensive de la capacité des canaux à relais *half-duplex* dans les cas gaussien et le cas de canaux à évanouissements de Rayleigh – à travers la capacité ergodique – a été faite dans [Host-Madsen 2005], qui donne également des algorithmes d'allocation de puissance pour les protocoles de type *decode-and-forward*. Les protocoles de type *compress-and-forward* et *amplify-and-forward* sont eux traités dans [Chakrabarti 2006], ainsi que dans [Kramer 2006], [Dabora 2008], [Liu 2009, ch.9] et [Ding 2009]. Enfin, [Parzysz 2011] développe un protocole proche du *partial-decode-and-forward*, et étudie la minimisation de la puissance consommée sous contrainte de débit et de puissance consommée sur chaque noeud. Ils n'expriment toutefois que des algorithmes optimisés pour la résolution de ces problèmes, passant en particulier par des bisections. En conséquence, il est difficile d'extraire de ces résultats une analyse complète de l'allocation de puissance dans les canaux à relais et de démontrer l'existence de critères optimaux de sélection de relais.

Dans ce chapitre, nous nous basons sur les dérivations de la capacité des canaux à relais AWGN. Les expressions obtenues sont basées sur des contraintes de puissances d'émission fixées à la source et au relais. Après une analyse graphique des performances des différents protocoles, nous concentrons notre étude sur les approches *decode-and-forward*. Ces dernières fournissent en effet les plus forts gains de performance lorsque la source possède un bon canal vers le relais, et s'approchent au plus près de la borne supérieure de capacité dans ce cas.

La particularité de la contribution de ce chapitre est que nous relâchons la contrainte de puissance sur chaque noeud, usuelle dans la littérature, et nous considérons en lieu et place

une contrainte de puissance globale où la somme des puissances d'émission de la source et du relais doit être en moyenne inférieure à une valeur P_{tot} fixée. Ce problème est semblable à celui étudié dans [Parzysz 2011] pour le critère *Network Energy Efficiency*, et représente une situation où l'on cherche à maximiser la capacité pour une puissance totale rayonnée par le réseau. Contrairement à [Parzysz 2011] qui traitent un protocole *partial decode-and-forward* particulier, nos résultats dans ce chapitre portent sur la borne supérieure et la borne inférieure générale *decode-and-forward*. Cette contrainte est liée à notre problème initial des BANs, où l'on cherche à réduire la puissance globale rayonnée par le réseau, pour limiter l'impact potentiel des noeuds du réseau sur la santé, mais également limité l'interférence entre différents réseaux BAN coexistants.

Nous montrons que dans ce cas, il est possible de simplifier les expressions en introduisant un noeud "virtuel" qui représente la capacité qu'ont la source et le relais à émettre une information coopérative de manière totalement synchronisée. À l'aide de la représentation par noeud "virtuel", nous montrons qu'il existe un canal à relais *non-cohérent* dont la capacité est égale à celle du canal cohérent considéré. L'étude du canal non cohérent étant plus simple, nous obtenons une forme close des bornes supérieures et inférieures de la capacité du canal à relais dans le cas *full-duplex*, et des approximations à haut et bas SNR pour le cas *half-duplex*. Nous généralisons ainsi les résultats de [Ng 2008], où les auteurs s'étaient limités à colocaliser la source et le relais, ou le relais et la destination.

4.2 Modèle gaussien et expression des bornes

Le chapitre 2 donne un certain nombre de résultats sur la capacité des canaux à relais dans le cas général. Nous appliquons ces bornes à un modèle de transmission AWGN, tels que représenté sur la figure 4.1 pour le cas *full-duplex*. Les bruits blancs Z_R et Z appliqués aux signaux reçus par le relais et la destination respectivement sont indépendants.

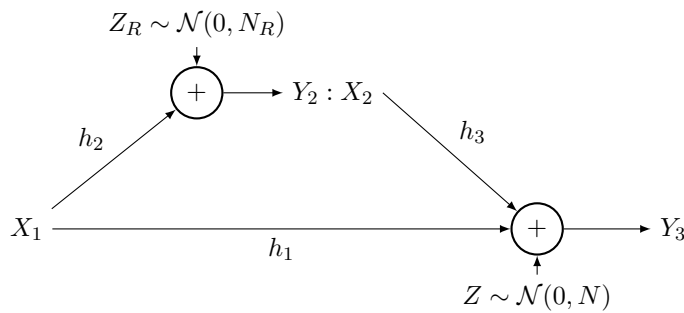


FIGURE 4.1 – Canal à relais gaussien

On suppose que la source et le relais émettent des symboles complexes à puissance moyenne P_1 et P_2 respectivement, ce qui se traduit par une contrainte sur les symboles émis $\mathbb{E}[X_1 X_1^*] = P_1$ et $\mathbb{E}[X_2 X_2^*] = P_2$. Le signal reçu par le relais s'écrit donc $Y_2 = h_2 X_1 + Z_R$ et pour la destination $Y_3 = h_1 X_1 + h_3 X_2 + Z$. À partir de ce modèle, on peut dériver des expressions pour les bornes du chapitre 2 dans le cas des canaux à relais *full-duplex*. La plupart des textes de la littérature fournissent les méthodes de dérivation, et à titre

d'exemple, nous donnons l'application de l'équation (2.22) pour ce modèle gaussien :

$$C \leq \max_{\rho \in [-1,1]} \min \left\{ \log \left(1 + (|h_1|^2 + |h_3|^2 \gamma + 2|h_1||h_3|\rho\sqrt{\gamma}) \frac{P_1}{N} \right), \right. \\ \left. \log \left(1 + |h_1|^2(1 - \rho^2) \frac{P_1}{N} + |h_2|^2(1 - \rho^2) \frac{P_1}{N_R} \right) \right\} \quad (4.1)$$

Nous utilisons dans ce manuscrit des fonctions logarithmes naturelles, et en conséquence les bornes de capacité sont exprimées dans tous les cas en nats/s. Pour simplifier l'analyse de ces bornes, nous utiliserons dans la suite de ce chapitre les changements de variables suivants :

- On suppose que le relais et la destination subissent un bruit blanc de même densité spectrale, i.e. $N_R = N$.
- On écrit $\bar{P}_1 = P_1/N$ et $\bar{P}_2 = P_2/N$ les puissances d'émission de la source et du relais normalisées par rapport au bruit en réception.
- Nous adoptons la notation de [Zahedi 2005, El Gamal 2006] et nous notons dans cette section N' le bruit d'estimation dans les bornes *compress-and forward*.

On voit apparaître dans (4.1) le coefficient ρ , représentant la corrélation entre X_1 et X_2 , défini comme étant égal à $\rho = \mathbb{E}[X_1 X_2] / \sqrt{\text{Var}(X_1) \text{Var}(X_2)}$. Ce paramètre représente le gain de coopération *cohérente* entre la source et le relais. Dans la pratique, deux conditions sont nécessaires pour obtenir ce gain :

- Les symboles doivent être reçus de manière synchrone à la destination, et l'addition de leurs signaux doit être cohérente. Les symboles utilisés en situation réelle étant complexes, la supposition forte qui est faite ici est que leurs *phases* sont synchronisées à la réception, et que par conséquent les modules s'additionnent.
- Le relais et la source doivent être capables de coopérer dans la création de leurs dictionnaires de mots codes, afin encore une fois d'aligner leurs phases au destinataire. En pratique, il faut qu'une communication ait lieu a priori et que l'ensemble des mots codes soit décidé conjointement par la source et le relais.

Si la première condition n'est pas assurée, et que la phase est supposée uniformément distribuée pour chaque symbole en réception, alors en moyenne une corrélation entre les symboles n'apporte aucun gain de capacité, et on aura la valeur de la borne pour $\rho = 0$. De même, si les noeuds ne coopèrent pas pour former leur dictionnaire de mots codes, leurs symboles seront forcément choisis indépendamment, ce qui est équivalent pour des distributions de symboles suivant une loi gaussienne à une corrélation nulle.

Dans l'application aux communications sans-fil, il est rare et peu praticable de considérer que les noeuds sont capables d'écouter et de transmettre de manière simultanée. Cette caractéristique implique, a priori, une séparation de l'accès au médium de transmission, ce qui se traduit implicitement par un partage des temps d'écoute et de parole de chaque noeuds. Il est à noter que d'autres méthodes de partage existent, en particulier des partages des bandes de fréquences allouées à chaque noeud. Cependant, du point de vue de la théorie de l'information, peu importe si le médium est partagé en temps ou en fréquence, l'analyse est similaire. Par simplicité, nous considérons donc uniquement un partage en temps. On peut directement définir deux modèles de communication sous cette nouvelle contrainte, et les canaux à relais ainsi définis seront dénommés *half-duplex*.

Il est nécessaire d'étendre le théorème 2.2 pour ce genre de modèles, où il existe en fait plusieurs états de fonctionnement du réseau. En pratique, il existe deux dérivations possibles à ce niveau. L'approche proposée par Kramer dans [Kramer 2004] est de considérer que les symboles $X \in \mathcal{X}$ et $Y \in \mathcal{Y}$ ne transportent pas uniquement le message à transmettre, mais également le mode de fonctionnement des noeuds. On considère ainsi, par exemple, des symboles (x_i, T) signifiant que le noeud est en mode transmission, ou bien $(0, R)$ si le noeud est en réception. Le premier intérêt de ce modèle est qu'il est possible d'utiliser directement les bornes théoriques du mode full-duplex, bien qu'il faille redériver les applications gaussiennes. Du fait de cette particularité, un effet secondaire est que si, a priori, les noeuds ne partagent pas, ni ne fixent, leurs modes de fonctionnement, alors ils peuvent transmettre plus d'information que dans la section précédente. On voit apparaître dans ce cas un terme correspondant à de l'information transmise à travers le choix des modes de fonctionnement, en plus des symboles émis par les noeuds. Une autre approche, plus standard, considère n utilisations du canal de transmission pour transmettre une certaine quantité d'information. A chaque utilisation correspondra un mode de fonctionnement, et chacune de ces utilisations viendra impacter l'information mutuelle entre la source et la destination. Une dérivation complète de la borne supérieure est disponible dans [Khojastepour 2003a]. C'est cette seconde approche que nous utilisons dans la suite de ce manuscrit.



FIGURE 4.2 – Fonctionnement commun en seconde phase pour un canal à relais *half-duplex*.



FIGURE 4.3 – Fonctionnement séparé en seconde phase pour un canal à relais *half-duplex*.

On considère que les noeuds peuvent donc fonctionner dans plusieurs états, par exemple des états de transmission, d'écoute et éventuellement de sommeil. Par rapport à la définition 2.1, on étend le terme *utilisation du canal* à une *utilisation du réseau*, pour laquelle chaque noeud utilisera un des états qui lui est prédéfini. Bien évidemment, ces états sont mutuellement incompatibles. Le nombre total d'états *du réseau* va dépendre du nombre de noeuds et des états qu'ils sont susceptibles de prendre durant la communication. Si le nombre de noeuds est fini, alors le nombre d'états du réseau l'est également. On remarque que pour le modèle 1 (Fig.4.2) comme pour le modèle 2 (Fig.4.3), le réseau fonctionne en 2 états. On suppose de plus que ces états sont a priori déterminés et connus des noeuds du réseau.

On reprend maintenant des définitions de variables accommodant les états du réseau. On suppose un réseau à N noeuds et M états, chaque noeud possédant une variable représentant son message envoyé X_i et son message reçu Y_i , avec $1 \leq i \leq N$. On écrira $X_i(k)$ et $Y_i(k)$ les variables correspondant à la k -ième utilisation du réseau. On notera $W^{(i,j)}$ le message que le noeud i désire envoyer au noeud j en n utilisations du réseau, et $R^{(i,j)}$ le débit correspondant. Le canal est représenté par une distribution de probabilité $p(y_1, \dots, y_N | x_1, \dots, x_N, \mathbf{m})$ où $\mathbf{m}$ est une variable aléatoire prenant ses valeurs dans $\{1, \dots, M\}$. Pour un bloc de données de taille n , la définition des erreurs et des méthodes d'encodage suit celles usuelles en théorie de l'information, présentée dans le chapitre 2. Pour chaque utilisation du réseau à l'instant k , on définit donc $1 \leq m(k) \leq M$ dont la valeur est connue par chaque noeud. On note $n_\mu(k)$ le nombre d'utilisations du mode $m = \mu$ entre les instants discrets 1 et k – soit $n_\mu(k) = \sum_{i=1}^k \mathbf{I}(m(i) = \mu)$. On définit enfin la fraction du temps passé dans l'état μ comme étant $t_\mu \stackrel{k \rightarrow \infty}{=} n_\mu(k)/k$.

Théorème 4.1 (Flot maximum pour un réseau à états). *Soit un ensemble de N noeuds communicant à travers un réseau fonctionnant à travers M états. Si l'on note $R^{(i,j)}$ le débit atteignable entre une paire de noeuds (i, j) , alors il existe une distribution de probabilité $p_{X_1, \dots, X_N}(x_1, \dots, x_N | m)$ telle que :*

$$\forall \mathcal{S} \subset \{1, \dots, N\} \quad \sum_{i \in \mathcal{S}, j \in \mathcal{S}^C} R^{(i,j)} \leq \sum_{\mu=1}^M t_\mu I(X^{(\mathcal{S})}, Y^{(\mathcal{S}^C)} | X^{(\mathcal{S}^C)}, m = \mu) \quad (4.2)$$

où $\mathcal{S}^C$ dénote le complémentaire de $\mathcal{S}$ dans $\{1, \dots, N\}$, et t_μ est la fraction asymptotique du temps passé par le réseau dans l'état μ .

Démonstration. [Khojastepour 2003a, A.I]

Ce théorème fonctionne de manière similaire au théorème 2.2, et permet par conséquent de dériver directement une borne supérieure de capacité pour les réseaux à états. Comme dans les cas précédents, la capacité de ces réseaux n'est pas connue dans le cas général, mais il est possible de dériver des bornes inférieures. Nous considérerons les bornes *decode-and-forward* et *compress-and-forward* pour les réseaux *half-duplex*. Les dérivations théoriques, et gaussiennes, de ces bornes sont très semblables à celles du *full-duplex*. Nous donnons ici à titre d'exemple l'expression de la borne supérieure pour chaque modèle en appliquant directement le théorème 4.1.

Théorème 4.2 (Borne supérieure de la capacité dans un canal à relais *half-duplex*). *Soit un canal à relais $(\mathcal{X}_1 \times \mathcal{X}_2 \times |m|, p(y_2, y_3 | x_1, x_2, m), \mathcal{Y}_3 \times \mathcal{Y}_2)$. La capacité de ce canal pour le modèle 1 (Fig.4.2) au sens de la définition 2.8 est bornée par le haut par :*

$$C \leq \max_{p(x_1, x_2 | m), t_1 + t_2 = 1} \min \{ t_1 I(X_1; Y_2, Y_3 | m = m_1) + t_2 I(X_1; Y_3 | X_2, m = m_2), \\ t_1 I(X_1; Y_3 | m = m_1) + t_2 I(X_1, X_2; Y_3 | m = m_2) \} \quad (4.3)$$

Pour le modèle 2 (Fig.4.3), la relation est :

$$C \leq \max_{p(x_1, x_2 | m), t_1 + t_2 = 1} \min \{ t_1 I(X_1; Y_2, Y_3 | m = m_1), \\ t_1 I(X_1; Y_3 | m = m_1) + t_2 I(X_2; Y_3 | m = m_2) \} \quad (4.4)$$

Dans les deux cas, $|m| = 2$.

La plupart de ces résultats sont en pratique démontrés pour, et requièrent, une optimisation sur les valeurs t_μ du temps passé dans chaque état du canal. Face à la complexité protocolaire liée au changement de ce qui est en pratique un temps de parole pour chaque noeud, il est courant de considérer que les t_μ sont fixés a priori, vérifiant évidemment $\sum_\mu t_\mu = 1$. On considérera en particulier que les t_μ sont égaux à $1/M$, un temps égal pour chaque état du réseau, dans nos applications sur les canaux à relais *half-duplex*, en évaluant la perte due à l'optimisation du temps de parole.

Les applications des différentes bornes de capacité théorique pour nos modèles de canaux à relais à un canal AWGN (Fig.4.1) sont décrites dans le tableau 4.1. Pour le canal *full-duplex*, El Gamal *et al.* [El Gamal 2006] ont obtenu une forme close de la capacité, optimisée sur ρ , pour la borne supérieure et la borne inférieure *decode-and-forward* lorsque les noeuds sont soumis à une contrainte de puissance locale et non globale. Comme notre problème est différent, nous lui préférons pour cette table l'expression de base telle que présentée dans (4.1). La borne *compress-and-forward* est quant à elle dérivée dans [Zahedi 2005, Sec.3.1.3]. Pour les canaux *half-duplex*, les expressions des bornes supérieures et inférieures *decode-and-forward* sont données dans [Khojastepour 2003a] pour le modèle 1, et déduite de ces résultats pour le modèle 2. L'expression théorique de la borne *compress-and-forward* est disponible dans [Chakrabarti 2006], ainsi que dans [Host-Madsen 2005] pour le cas AWGN pour le modèle 1 du canal *half-duplex*, que nous avons adapté également au modèle 2.

Sur la figure 4.4, nous comparons les différentes valeurs prises par les bornes de la table 4.1 pour des exemples concrets de valeurs de canaux. Nous pouvons évaluer ainsi la proximité des bornes par rapport à la borne supérieure et le gain de performance par rapport à une transmission directe. Dans le cas *full-duplex*, si le lien $S \rightarrow R$ est de bonne qualité comparé au trajet direct (Fig.4.4b), le relais pourra décoder plus d'information que la destination, et par conséquent la coopération de type *decode-and-forward* apportera un gain de capacité important. Le débit du protocole *compress-and-forward* est dans ce cas inférieur au *decode-and-forward*. En pratique, le protocole *decode-and-forward* est limité en terme de performances par la qualité du lien $S \rightarrow R$, alors que le protocole *compress-and-forward* aura tendance à tirer parti du lien $R \rightarrow D$, comme on peut le voir sur la figure 4.4a. Dans ce cas, le lien $R \rightarrow D$ est d'excellente qualité, et la borne inférieure pour le protocole *compress-and-forward* se rapproche relativement de la borne supérieure. On peut voir que ces valeurs particulières sont proches du point où la borne *compress-and-forward* dépasse en général la borne *decode-and-forward*. Si l'on observe les courbes liées aux modèles *half-duplex*, on remarque immédiatement que bien que les valeurs numériques changent, les comportements des différents protocoles par rapport aux gains des branches $S \rightarrow R$ et $R \rightarrow D$ restent identiques à ceux observés sur le canal à relais *full-duplex*. Le modèle 2 du *half-duplex* est aussi clairement le moins performant. Sur les figures 4.4f et 4.4e, nous donnons la borne inférieure de transmission directe sur seulement la moitié du temps de parole, mais dans beaucoup de situations il sera de fait plus intéressant d'utiliser le canal direct plutôt que d'utiliser un relais en mode multisaut. De plus, le fait que les noeuds n'émettent jamais simultanément empêche toute possibilité de gain de transmission cohérente, même si ce dernier est difficile à obtenir en pratique.

<i>Full-duplex</i>	
Borne supérieure	$C \leq \max_{\rho \in [-1,1]} \min \left\{ \log \left(1 + h_1 ^2 \bar{P}_1 + h_3 ^2 \bar{P}_2 + 2 h_1 h_3 \rho\sqrt{\bar{P}_1\bar{P}_2} \right), \right. \\ \left. \log \left(1 + (h_1 ^2 + h_2 ^2)(1 - \rho^2)\bar{P}_1 \right) \right\}$
DF	$C \leq \max_{\rho \in [-1,1]} \min \left\{ \log \left(1 + h_1 ^2 \bar{P}_1 + h_3 ^2 \bar{P}_2 + 2 h_1 h_3 \rho\sqrt{\bar{P}_1\bar{P}_2} \right), \right. \\ \left. \log \left(1 + h_2 ^2(1 - \rho^2)\bar{P}_1 \right) \right\}$
CF	$C \geq \log \left(1 + h_1 ^2 \bar{P}_1 + \frac{ h_2 ^2 h_3 ^2\bar{P}_1\bar{P}_2}{1 + h_2 ^2\bar{P}_1 + h_3 ^2\bar{P}_2} \right)$
<i>Half-duplex, modèle 1</i>	
Borne supérieure	$C \leq \max_{t \in [0,1], \rho \in [-1,1]} \min \left\{ t \cdot \log \left(1 + h_1 ^2 \bar{P}_1 \right) + \right. \\ \left. (1 - t) \cdot \log \left(1 + h_1 ^2 \bar{P}_1 + h_3 ^2 \bar{P}_2 + 2 h_1 h_3 \rho\sqrt{\bar{P}_1\bar{P}_2} \right), \right. \\ \left. t \cdot \log \left(1 + (h_1 ^2 + h_2 ^2)\bar{P}_1 \right) + \right. \\ \left. (1 - t) \cdot \log \left(1 + h_1 ^2(1 - \rho^2)\bar{P}_1 \right) \right\}$
DF	$C \leq \max_{t \in [0,1], \rho \in [-1,1]} \min \left\{ t \cdot \log \left(1 + h_1 ^2 \bar{P}_1 \right) + \right. \\ \left. (1 - t) \cdot \log \left(1 + h_1 ^2 \bar{P}_1 + h_3 ^2 \bar{P}_2 + 2 h_1 h_3 \rho\sqrt{\bar{P}_1\bar{P}_2} \right), \right. \\ \left. t \cdot \log \left(1 + h_2 ^2 \bar{P}_1 \right) + \right. \\ \left. (1 - t) \cdot \log \left(1 + h_1 ^2(1 - \rho^2)\bar{P}_1 \right) \right\}$
CF	$C \geq \max_{t \in [0,1]} t \cdot \log \left(1 + h_1 ^2 \bar{P}_1 + \frac{ h_2 ^2}{1 + N'/N} \bar{P}_1 \right) + (1 - t) \cdot \log \left(1 + h_1 ^2 \bar{P}_1 \right) \\ N'/N = \left(\frac{ h_2 ^2 \bar{P}_1}{1 + h_1 ^2 \bar{P}_1} + 1 \right) \left(\left(1 + \frac{ h_3 ^2 \bar{P}_2}{1 + h_1 ^2 \bar{P}_1} \right)^{(1-t)/t} - 1 \right)^{-1}$
<i>Half-duplex, modèle 2</i>	
Borne supérieure	$C \leq \max_{t \in [0,1]} \min \left\{ t \cdot \log \left(1 + h_1 ^2 \bar{P}_1 \right) + (1 - t) \cdot \log \left(1 + h_3 ^2 \bar{P}_2 \right), \right. \\ \left. t \cdot \log \left(1 + (h_1 ^2 + h_2 ^2)\bar{P}_1 \right) \right\}$
DF	$C \leq \max_{t \in [0,1]} \min \left\{ t \cdot \log \left(1 + h_1 ^2 \bar{P}_1 \right) + (1 - t) \cdot \log \left(1 + h_3 ^2 \bar{P}_2 \right), \right. \\ \left. t \cdot \log \left(1 + h_2 ^2 \bar{P}_1 \right) \right\}$
CF	$C \geq \max_{t \in [0,1]} t \cdot \log \left(1 + h_1 ^2 \bar{P}_1 + \frac{ h_2 ^2}{1 + N'/N} \bar{P}_1 \right) \\ N'/N = \left(\frac{ h_2 ^2 \bar{P}_1}{1 + h_1 ^2 \bar{P}_1} + 1 \right) \left(\left(1 + \frac{ h_3 ^2 \bar{P}_2}{1 + h_1 ^2 \bar{P}_1} \right)^{(1-t)/t} - 1 \right)^{-1}$

TABLE 4.1 – Bornes de capacité pour les canaux à relais.

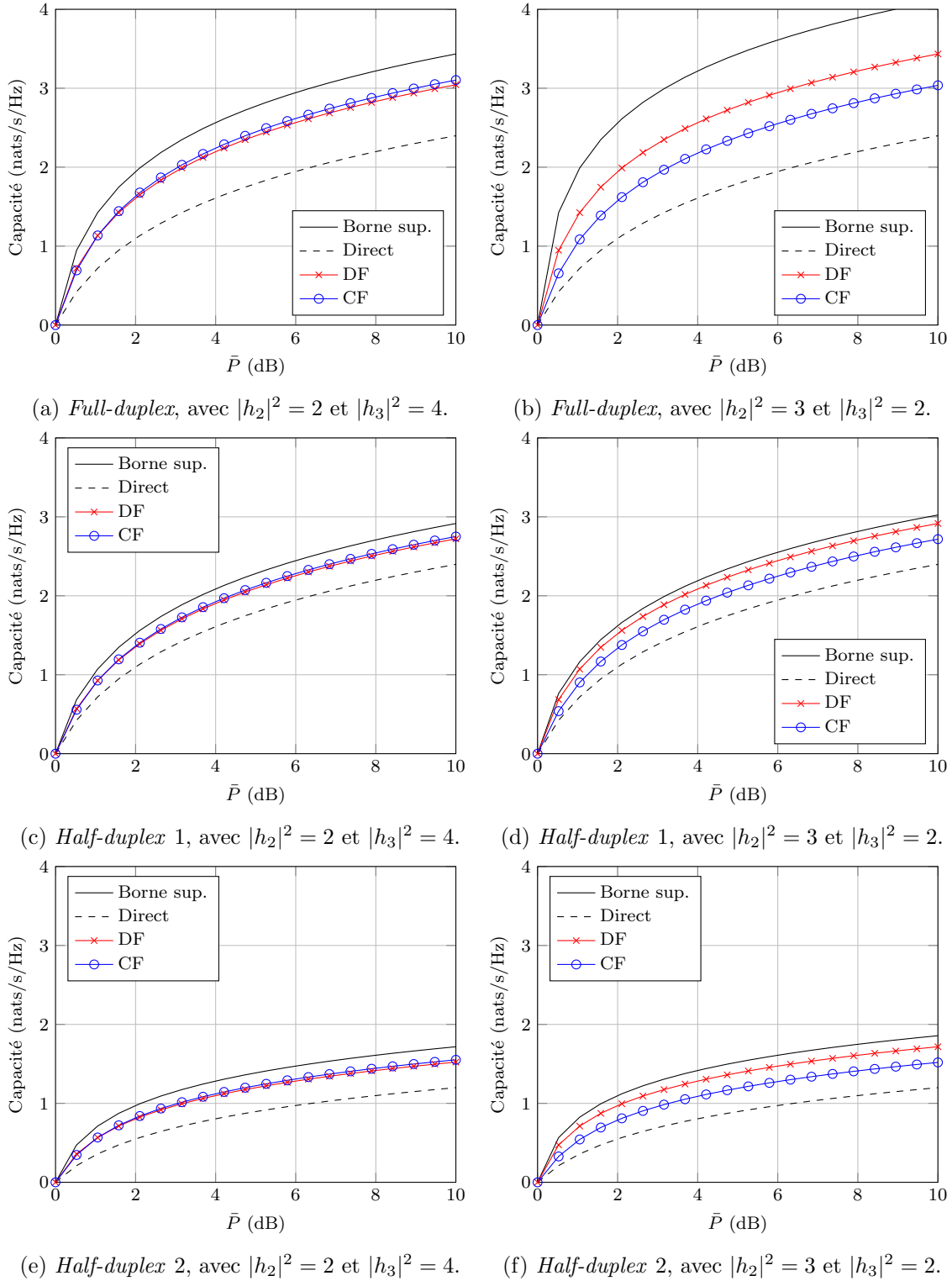


FIGURE 4.4 – Capacité des canaux à relais gaussiens sous différentes valeurs d'états des canaux. On suppose ici que $\bar{P}_1 = \bar{P}_2$ et $|h_1|^2 = 1$.

Afin de compléter notre analyse et de comparer les performances relatives de chaque protocole par rapport à la borne supérieure pour une large plage de valeur de l'affaiblissement des canaux, on peut supposer que les noeuds sont disposés dans l'espace suivant une droite. On place la source S au point $d = 0$, et on applique un modèle d'affaiblissement log-distance aux noeuds. La source et la destination sont séparées d'une unité de distance, et on a $|h_2|^2 = |d|^{-2}$ et $|h_3|^2 = |1 - d|^{-2}$. La figure 4.5 résume ce modèle, qui apparaît en particulier dans [Kramer 2005], et que nous avons étudié pour un enchaînement de canaux à relais dans [Ferrand 2012].

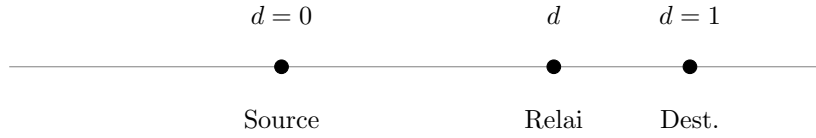


FIGURE 4.5 – Canal à relais dont les noeuds sont disposés de manière linéaire.

On trace sur la figure 4.6 les bornes de capacité dans le cas du modèle 1 du canal à relais *half-duplex*. Comme analysé dans le paragraphe précédent, le protocole *decode-and-forward* se comporte très bien lorsque le relais est proche de la source. Au contraire, pour $d \geq 0.6$, le protocole *compress-and-forward* prend le dessus. Néanmoins, dans une grande majorité des cas, le *decode-and-forward* a de meilleures performances et se rapproche plus de la borne supérieure que *compress-and-forward*. De plus, son principe de fonctionnement se base sur des techniques plus facilement disponibles dans les équipements actuels. Nous focalisons donc notre attention principalement sur les protocoles *decode-and-forward* dans la suite de ce manuscrit.

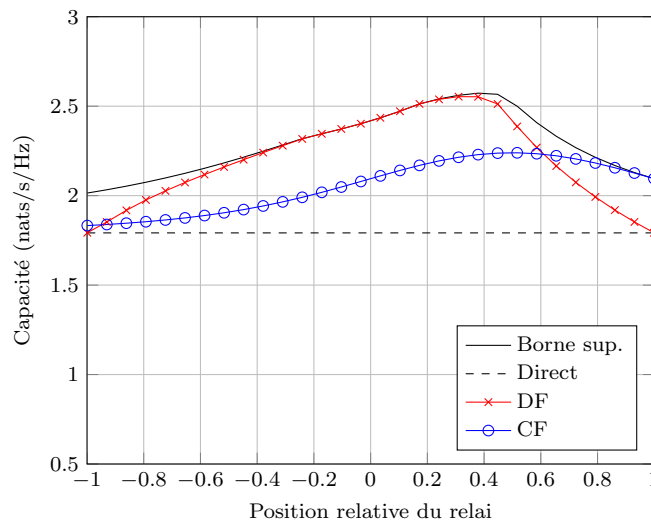


FIGURE 4.6 – Bornes de capacité pour le canal à relais *half-duplex* lorsque les noeuds sont disposés de manière linéaire. On considère ici $\bar{P}_1 = \bar{P}_2 = 5$ dB.

4.3 Canal équivalent sous contrainte de puissance totale

La présence du paramètre ρ de corrélation entre X_1 et X_2 dans les bornes de capacité précédentes rend les expressions difficiles à manipuler, et à généraliser. Ce fait, couplé à la difficulté pour des noeuds séparés de réaliser une addition cohérente de leurs signaux en pratique amène rapidement à considérer que la transmission se fait de manière non cohérente en fixant $\rho = 0$. Néanmoins, nous proposons dans cette section une manière de traiter les canaux à relais cohérents en les réécrivant sous une forme de *canal équivalent*. Ce canal équivalent capture les bénéfices de la transmission cohérente en terme de capacité, mais son analyse se réduit à celle d'un canal non cohérent et est donc simplifiée.

4.3.1 Canal à relais *full-duplex*

On considère maintenant que P_1 et P_2 ne sont pas fixés sur chacun des noeuds, mais que l'on peut effectuer un partage de puissance optimal sous une contrainte de puissance totale P_{tot} . On s'intéresse tout particulièrement aux protocoles *decode-and-forward* et à la borne supérieure de capacité des canaux à relais. En reprenant la normalisation de $\bar{P}_1$ et $\bar{P}_2$ décrite dans la section précédente, l'expression de la borne supérieure tirée de (4.1) s'écrit :

$$C \leq \max_{\rho \in [-1,1]} \min \left\{ \log \left(1 + |h_1|^2 \bar{P}_1 + |h_3|^2 \bar{P}_2 + 2|h_1||h_3|\rho\sqrt{\bar{P}_1\bar{P}_2} \right), \right. \\ \left. \log \left(1 + (|h_1|^2 + |h_2|^2) (1 - \rho^2) \bar{P}_1 \right) \right\} \quad (4.5)$$

On peut remarquer que le noeud source émet une partie de son signal de manière corrélée avec le relais à travers le paramètre ρ , et une partie de son signal de manière non corrélée avec le relais. Dans le cas non cohérent, avec $\rho = 0$, la capacité est simplement :

$$C \leq \min \left\{ \log \left(1 + |h_1|^2 \bar{P}_1 + |h_3|^2 \bar{P}_2 \right), \right. \\ \left. \log \left(1 + (|h_1|^2 + |h_2|^2) \bar{P}_1 \right) \right\} \quad (4.6)$$

La forme de (4.6) est plus simple à étudier et à analyser, et capture les bénéfices d'un décodage conjoint dans le cas d'une transmission non cohérente [El Gamal 2011, Sec.16.5]. On cherche à exprimer (4.5) sous une forme similaire à (4.6) afin d'identifier les coefficients d'affaiblissement d'un canal équivalent. On peut donc supposer que le noeud source sépare sa puissance en deux parties $\bar{P}_{1,1} = (1 - \rho^2) \bar{P}_1$ et $\bar{P}_{1,2} = \rho^2 \bar{P}_1$. On peut directement réécrire :

$$C \leq \min \left\{ \log \left(1 + |h_1|^2 \bar{P}_{1,1} + |h_1|^2 \bar{P}_{1,2} + |h_3|^2 \bar{P}_2 + 2\sqrt{|h_1|^2 |h_3|^2 \bar{P}_{1,2} \bar{P}_2} \right), \right. \\ \left. \log \left(1 + (|h_1|^2 + |h_2|^2) \bar{P}_{1,1} \right) \right\} \quad (4.7a)$$

$$= \min \left\{ \log \left(1 + |h_1|^2 \bar{P}_{1,1} + \left(\sqrt{|h_1|^2 \bar{P}_{1,2}} + \sqrt{|h_3|^2 \bar{P}_2} \right)^2 \right), \right. \\ \left. \log \left(1 + (|h_1|^2 + |h_2|^2) \bar{P}_{1,1} \right) \right\} \quad (4.7b)$$

On peut voir que sous cette contrainte de puissance totale, la coupe d'accès multiples du canal à relais *full-duplex* cohérent se comporte comme un canal non cohérent où la source émet un flux d'information à puissance $\bar{P}_{1,1}$, et un flux d'information purement corrélée

avec le noeud relais à puissances $\bar{P}_{1,2}$ et $\bar{P}_2$. Ce flux d'information corrélée prend la forme d'un canal *Multiple Input Single Output* (MISO) depuis une source virtuelle représentant la coopération entre la source et le relais. Lorsque l'on travaille à puissance totale, on peut noter $\bar{P}_{\text{eq}} = \bar{P}_{1,2} + \bar{P}_2$ la puissance allouée à la transmission de cette source virtuelle, et on sait alors écrire l'allocation optimale de puissance $(\bar{P}_{1,2}^*, \bar{P}_2^*)$ qui maximise la capacité du canal MISO :

$$\bar{P}_{1,2}^* = \frac{|h_1|^2}{|h_1|^2 + |h_3|^2} \bar{P}_{\text{eq}} \quad \bar{P}_2^* = \frac{|h_3|^2}{|h_1|^2 + |h_3|^2} \bar{P}_{\text{eq}} \quad (4.8)$$

En injectant (4.8) dans (4.7) on obtient :

$$C \leq \min \left\{ \log(1 + |h_1|^2 \bar{P}_{1,1} + (|h_1|^2 + |h_3|^2) \bar{P}_{\text{eq}}) \right. \\ \left. \log(1 + (|h_1|^2 + |h_2|^2) \bar{P}_{1,1}) \right\} \quad (4.9)$$

Cette expression est similaire à celle du canal à relais *full-duplex* non cohérent (4.6), où les coefficients des canaux sont $g_1 = |h_1|^2$, $g_2 = |h_2|^2$ et $g_3 = |h_1|^2 + |h_3|^2$. Le canal équivalent génère donc un affaiblissement g_3 . La figure 4.7 représente ce canal.

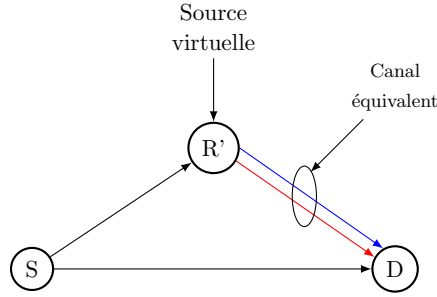


FIGURE 4.7 – Illustration de la source virtuelle et du canal équivalent pour le canal à relais *full-duplex*. La source virtuelle capture l'information purement corrélée émise par la source et le relais dans la coupe d'accès multiples, sous la forme d'un lien MISO à travers un canal équivalent $|h_1|^2 + |h_3|^2$.

Sous la contrainte de puissance totale $\bar{P}_{\text{tot}} = \bar{P}_{1,1} + \bar{P}_{\text{eq}}$, on voit que le premier terme de (4.9) croît si l'on alloue plus de puissance à $\bar{P}_{\text{eq}}$, et décroît dans le cas contraire. Les deux termes à l'intérieur du $\min \{ \cdot \}$ évoluent de manière opposée et le maximum sera atteint lorsque $|h_2|^2 \bar{P}_{1,1} = (|h_1|^2 + |h_3|^2) \bar{P}_{\text{eq}}$. On a donc :

$$\bar{P}_{1,1}^* = \frac{|h_1|^2 + |h_3|^2}{|h_1|^2 + |h_2|^2 + |h_3|^2} \bar{P}_{\text{tot}} \quad \bar{P}_{\text{eq}}^* = \frac{|h_2|^2}{|h_1|^2 + |h_2|^2 + |h_3|^2} \bar{P}_{\text{tot}} \quad (4.10)$$

On peut suivre le même raisonnement pour la borne inférieure *decode-and-forward* et obtenir les résultats suivants. On considère dans ce cas que le canal entre la source et la destination est moins bon que celui entre la source et le relais – sinon le protocole *decode-and-forward* ne procure pas de bénéfice par rapport à une transmission directe [El Gamal 2011, Sec.16.5]. Les valeurs de $(\bar{P}_{1,2}^*, \bar{P}_2^*)$ restent les mêmes que dans (4.8), et on a :

$$\bar{P}_{1,1}^* = \frac{|h_1|^2 + |h_3|^2}{|h_2|^2 + |h_3|^2} \bar{P}_{\text{tot}} \quad \bar{P}_{\text{eq}}^* = \frac{|h_2|^2 - |h_1|^2}{|h_2|^2 + |h_3|^2} \bar{P}_{\text{tot}} \quad (4.11)$$

Proposition 4.1. *La borne supérieure de la capacité du canal à relais full-duplex cohérent pour une puissance P_{tot} donnée à distribuer librement entre les noeuds est égale à :*

$$C \leq \log \left(1 + \frac{(|h_1|^2 + |h_2|^2)(|h_1|^2 + |h_3|^2) P_{\text{tot}}}{|h_1|^2 + |h_2|^2 + |h_3|^2 N} \right) \quad (4.12)$$

La borne inférieure de la capacité utilisant un protocole decode-and-forward est quant à elle égale à :

$$C \geq \log \left(1 + \frac{|h_2|^2(|h_1|^2 + |h_3|^2) P_{\text{tot}}}{|h_2|^2 + |h_3|^2 N} \right) \quad (4.13)$$

Remarque. – On peut noter que ces résultats s’appliquent également au canal à relais non cohérent. Dans ce cas, il n’y a pas de source virtuelle pour représenter la coopération, et il suffit de remplacer dans les expressions précédentes $|h_1|^2 + |h_3|^2$ par le coefficient du canal $R \rightarrow D$ seul, $|h_3|^2$. De plus, en égalisant les liens vers la destination – $|h_1|^2 = |h_3|^2$ – et en normalisant le lien source $\rightarrow$ relais – $|h_2|^2/|h_1|^2 = g$ – on retrouve les expressions de [Ng 2008]. Cette situation correspond au cas où le relais est colocalisé avec la source. Une transformation similaire peut être effectuée pour le cas où le relais est colocalisé avec la destination. Notre résultat peut donc être vu comme une généralisation des travaux de [Ng 2008] pour une position arbitraire du relais.

4.3.2 Canal à relais *half-duplex*

Nous considérons maintenant le canal à relais *half-duplex* dans le modèle 1 (Fig.4.2), où apparaît une émission cohérente possible entre la source et la destination sur le second slot. Si l’on suppose a priori que le noeud source peut émettre à puissance P_1 dans le premier slot, et $P'_1 \neq P_1$ dans le second slot, et en utilisant la transformation de la section précédente avec $P'_{1,1} + P'_{1,2} = P'_1$, on peut écrire la borne supérieure et la borne inférieure *decode-and-forward* de la capacité à partir de la table 4.1 :

$$C \leq \min \left\{ t \log (1 + (|h_1|^2 + |h_2|^2) \bar{P}_1) + (1 - t) \log (1 + |h_1|^2 \bar{P}'_{1,1}), \right. \\ \left. t \log (1 + |h_1|^2 \bar{P}_1) + (1 - t) \log (1 + |h_1|^2 \bar{P}'_{1,1} + (|h_1|^2 + |h_3|^2) \bar{P}_{\text{eq}}) \right\} \quad (4.14)$$

$$C \geq \min \left\{ t \log (1 + |h_2|^2 \bar{P}_1) + (1 - t) \log (1 + |h_1|^2 \bar{P}'_{1,1}), \right. \\ \left. t \log (1 + |h_1|^2 \bar{P}_1) + (1 - t) \log (1 + |h_1|^2 \bar{P}'_{1,1} + (|h_1|^2 + |h_3|^2) \bar{P}_{\text{eq}}) \right\} \quad (4.15)$$

Comme précédemment, on a $\bar{P}_{\text{eq}} = \bar{P}'_{1,2} + \bar{P}_2$. La contrainte de puissance globale est donc $t \bar{P}_1 + (1 - t)(\bar{P}'_{1,1} + \bar{P}_{\text{eq}}) = \bar{P}_{\text{tot}}$. Une contrainte alternative serait de fixer la puissance à chaque instant, soit $\bar{P}_1 = \bar{P}_{\text{tot}}$ et $\bar{P}'_{1,1} + \bar{P}_{\text{eq}} = \bar{P}_{\text{tot}}$.

La résolution analytique de ce problème est extrêmement ardue si l’on prend en compte tous les paramètres. Une approche possible est de fixer t a priori, de résoudre le problème pour cette valeur de t et d’effectuer une recherche par bisection afin de trouver la valeur de t optimale – un exemple de cette approche se retrouve par exemple dans [Parzysz 2011]. On verra dans le chapitre 5 que ce problème peut être transformé en problème convexe et donc il est possible numériquement de tirer la valeur optimale de t et des puissances.

Une solution simple, et généralement utilisée dans les protocoles de communication, est de fixer le temps de parole de chaque noeud à la moitié du temps de parole global. L’allocation dynamique de t risque en effet de générer beaucoup de trafic entre les noeuds,

en particulier si l'allocation est faite de manière centralisée par un coordinateur. Si l'on compare le problème général avec tous ses degrés de liberté, avec une résolution où l'on force $t = 1/2$, on obtient le rapport de performance de la figure 4.8a. L'impact de la contrainte $t = 1/2$ se ressent donc plus particulièrement à moyen SNR, une zone d'intérêt, mais n'influe que peu sur les performances à bas et à haut SNR. La dégradation induite est d'autant plus marquée que le canal source-destination est faible. On peut voir sur la figure 4.8b que la contrainte a un effet similaire sur la borne inférieure *decode-and-forward*. Fixer la contrainte reste donc une approche acceptable dans une plage importante de valeurs, et son impact est d'autant plus faible que les valeurs de $|h_1|^2$ et $|h_3|^2$ sont similaires, un cas se rapprochant de l'hypothèse de [Ng 2008].

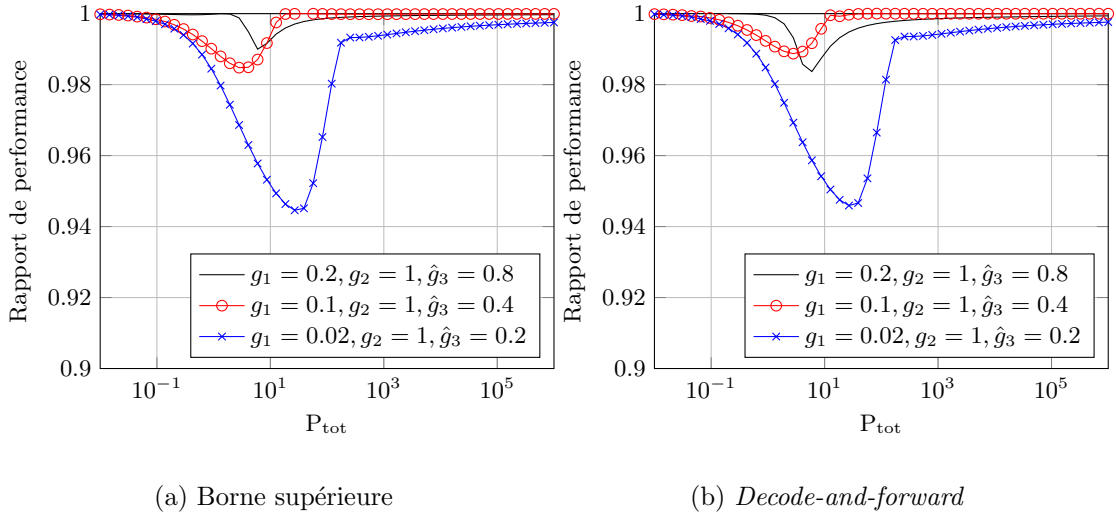


FIGURE 4.8 – Rapport entre le débit obtenu avec le modèle complet, optimisé sur les valeurs de t , $\bar{P}_1$, $\bar{P}'_{1,1}$ et $\bar{P}_{eq}$ et le modèle simplifié avec $t = 1/2$. On a $g_1 = |h_1|^2$, $g_2 = |h_2|^2$ et $\hat{g}_3 = |h_1|^2 + |h_3|^2$. On voit que dans les cas d'intérêt représentés sur la figure, l'impact de la contrainte est faible à bas et fort SNR.

Si l'on considère $t = 1/2$, le problème est donc simplifié, et il est en pratique possible de trouver les valeurs de $\bar{P}_1$, $\bar{P}'_{1,1}$ et $\bar{P}_{eq}$ comme des racines de polynômes d'ordre supérieurs à deux. Cette solution est donc utilisable mais ne permet pas d'exprimer de façon compacte et simple l'allocation optimale des puissances et la capacité résultante. Nous proposons donc d'étudier le problème à fort et bas SNR afin de faciliter la manipulation des fonctions $\log(\cdot)$, ce qui nous amène à énoncer la proposition suivante :

Proposition 4.2. *La borne supérieure de la capacité du canal à relais half-duplex cohérent gaussien général est bien approximée à haut SNR par la fonction suivante :*

$$C \leq \frac{1}{2} \left(\log(1 + |h_1|^2 \bar{P}_{tot}) + \log \left(1 + \frac{(|h_1|^2 + |h_3|^2)(|h_1|^2 + |h_2|^2)}{|h_1|^2 + |h_2|^2 + |h_3|^2} \bar{P}_{tot} \right) \right) \quad (4.16)$$

La borne supérieure de la capacité du canal à relais half-duplex cohérent gaussien général est bien approximée à bas SNR par la fonction suivante :

$$C \leq \frac{1}{2} \left(\log \left(1 + 2 \frac{(|h_1|^2 + |h_3|^2)(|h_1|^2 + |h_2|^2)}{|h_1|^2 + |h_2|^2 + |h_3|^2} \bar{P}_{tot} \right) \right) \quad (4.17)$$

La répartition des puissances suivant les termes de l'équation (4.14) est :

$$\bar{P}_1 = \bar{P}_{\text{tot}} \quad \bar{P}'_{1,1} = \frac{|h_1|^2 + |h_3|^2}{|h_1|^2 + |h_2|^2 + |h_3|^2} \bar{P}_{\text{tot}} \quad \bar{P}_{\text{eq}} = \frac{|h_2|^2}{|h_1|^2 + |h_2|^2 + |h_3|^2} \bar{P}_{\text{tot}} \quad (4.18)$$

Dans le second cas, elle est égale à :

$$\bar{P}_1 = 2 \frac{|h_1|^2 + |h_3|^2}{|h_1|^2 + |h_2|^2 + |h_3|^2} \bar{P}_{\text{tot}} \quad \bar{P}'_{1,1} = 0 \quad \bar{P}_{\text{eq}} = 2 \frac{|h_2|^2}{|h_1|^2 + |h_2|^2 + |h_3|^2} \bar{P}_{\text{tot}} \quad (4.19)$$

Démonstration. À fort SNR, on considère $\log(1+x) \approx \log(x)$, et l'on doit donc résoudre le problème suivant :

$$\begin{aligned} \min_{\bar{P}_1, \bar{P}'_{1,1}, \bar{P}_{\text{eq}}} \quad & -R \\ \text{s.c.} \quad & 2R \leq \log(|h_1|^2 + |h_2|^2) \bar{P}_1 + \log(|h_1|^2 \bar{P}'_{1,1}) \\ & 2R \leq \log(|h_1|^2 \bar{P}_1) + \log(|h_1|^2 \bar{P}'_{1,1} + (|h_1|^2 + |h_3|^2) \bar{P}_{\text{eq}}) \\ & 2\bar{P}_{\text{tot}} = \bar{P}_1 + \bar{P}'_{1,1} + \bar{P}_{\text{eq}} \end{aligned}$$

En écrivant le lagrangien de ce problème, on obtient les dérivées partielles suivantes :

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial P_1} = -\frac{1}{2P_1} + \mu \quad (4.20)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial P'_{1,1}} = -\frac{\lambda_1}{P'_{1,1}} - \frac{\lambda_2 |h_1|^2}{|h_1|^2 P'_{1,1} + (|h_1|^2 + |h_3|^2) P_{\text{eq}}} + \mu \quad (4.21)$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial P_{\text{eq}}} = -\frac{\lambda_2 (|h_1|^2 + |h_3|^2)}{|h_1|^2 P'_{1,1} + (|h_1|^2 + |h_3|^2) P_{\text{eq}}} + \mu \quad (4.22)$$

On a du lagrangien $\lambda_2 = 0 \implies \mu = 0$, ce qui est impossible. De plus, de par la seconde dérivée partielle, $\lambda_1 = 0 \implies |h_3|^2 = 0$. On peut donc en déduire qu'à l'optimum, $\lambda_1 \neq 0$ et $\lambda_2 \neq 0$, ce qui signifie que les deux inégalités sont vérifiées avec égalité. En conséquence, il est possible de résoudre ce problème dans le cas général par le système d'équation suivant :

$$2\lambda_2 (|h_1|^2 + |h_3|^2) P_1 = |h_1|^2 P'_{1,1} + (|h_1|^2 + |h_3|^2) P_{\text{eq}} \quad (4.23)$$

$$\lambda_2 |h_3|^2 P'_{1,1} = \left(\frac{1}{2} - \lambda_2\right) (|h_1|^2 P'_{1,1} + (|h_1|^2 + |h_3|^2) P_{\text{eq}}) \quad (4.24)$$

$$(|h_1|^2 + |h_2|^2) P'_{1,1} = |h_1|^2 P'_{1,1} + (|h_1|^2 + |h_3|^2) P_{\text{eq}} \quad (4.25)$$

$$P_1 + P'_{1,1} + P_{\text{eq}} = 2P_{\text{tot}} \quad (4.26)$$

On peut éliminer le terme en λ_2 en combinant les deux premières équations. On obtient alors la relation $P_1 = P'_{1,1} + P_{\text{eq}}$, ce qui implique $P_1 = P_{\text{tot}}$. La troisième équation permet au final de répartir la puissance entre $P'_{1,1}$ et P_{eq} . La répartition de puissance au final est donc de :

$$\bar{P}_1 = \bar{P}_{\text{tot}} \quad \bar{P}'_{1,1} = \frac{|h_1|^2 + |h_3|^2}{|h_1|^2 + |h_2|^2 + |h_3|^2} \bar{P}_{\text{tot}} \quad \bar{P}_{\text{eq}} = \frac{|h_2|^2}{|h_1|^2 + |h_2|^2 + |h_3|^2} \bar{P}_{\text{tot}} \quad (4.27)$$

A bas **SNR**, on peut écrire $\log(1+x) \approx x$ et on obtient l'équation :

$$(|h_1|^2 + |h_2|^2)\bar{P}_1 + |h_1|^2\bar{P}'_{1,1} = |h_1|^2\bar{P}_1 + |h_1|^2\bar{P}'_{1,1} + (|h_1|^2 + |h_3|^2)\bar{P}_{\text{eq}} \quad (4.28)$$

On obtient donc une relation $(|h_3|^2 + |h_1|^2)\bar{P}_{\text{eq}} = |h_2|^2\bar{P}_1$. Comme on peut de plus, en l'absence de contraintes supplémentaires, fixer arbitrairement $P'_{1,1}$, le partage optimal de puissance à faible **SNR** se réduit à :

$$\bar{P}_1 = 2 \frac{|h_1|^2 + |h_3|^2}{|h_1|^2 + |h_2|^2 + |h_3|^2} \bar{P}_{\text{tot}} \quad \bar{P}'_{1,1} = 0 \quad \bar{P}_{\text{eq}} = 2 \frac{|h_2|^2}{|h_1|^2 + |h_2|^2 + |h_3|^2} \bar{P}_{\text{tot}} \quad (4.29)$$

□

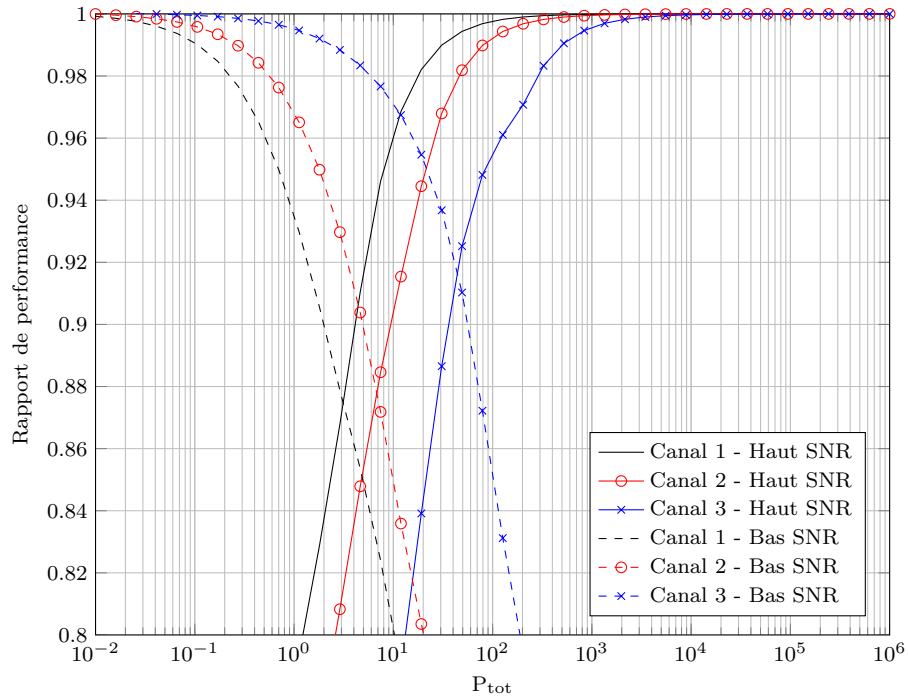


FIGURE 4.9 – Débit relatif obtenu avec l'allocation de puissance de la proposition 4.2 et le modèle général. Les valeurs de g_1 , g_2 et g_3 utilisées sont les mêmes que celle de la figure 4.8a.

La figure 4.9 compare les performances de l'allocation proposée avec une optimisation numérique des puissances de transmission. La figure combine à la fois la contrainte $t = 1/2$ et les allocations asymptotiques de la proposition 4.2. À bas et haut **SNR**, les approximations sont très proches des performances maximales. À moyen **SNR**, sur une plage de quelques décibels, la dégradation induite par la transition entre les approximations est assez conséquente et provoque une perte de performance de l'ordre de 10% suivant les coefficients de canaux considérés. On peut noter cette fois-ci que contrairement aux figures 4.8a et 4.8b, le canal asymétrique subit le moins de pertes de performances.

Pour le cas du *decode-and-forward*, on procède de la même manière pour la résolution pour obtenir la proposition suivante, les performances relatives de l'allocation proposée étant retranscrites sur la figure 4.10.

Proposition 4.3. *On suppose $|h_1|^2 < |h_2|^2$. La borne inférieure de la capacité du canal à relais half-duplex cohérent gaussien pour un protocole decode-and-forward est bien approximée à haut SNR par la fonction suivante :*

$$C \leq \frac{1}{2} \left(\log(1 + |h_1|^2 \bar{P}_{\text{tot}}) + \log \left(1 + \frac{(|h_1|^2 + |h_3|^2)|h_2|^2}{|h_2|^2 + |h_3|^2} \bar{P}_{\text{tot}} \right) \right) \quad (4.30)$$

La borne inférieure de la capacité du canal à relais half-duplex cohérent gaussien pour un protocole decode-and-forward est bien approximée à bas SNR par la fonction suivante :

$$C \leq \frac{1}{2} \left(\log \left(1 + 2 \frac{(|h_1|^2 + |h_3|^2)|h_2|^2}{|h_2|^2 + |h_3|^2} \bar{P}_{\text{tot}} \right) \right) \quad (4.31)$$

La répartition des puissances suivant les termes de l'équation (4.15) est :

$$\bar{P}_1 = \bar{P}_{\text{tot}} \quad \bar{P}'_{1,1} = \frac{|h_1|^2 + |h_3|^2}{|h_2|^2 + |h_3|^2} \bar{P}_{\text{tot}} \quad \bar{P}_{\text{eq}} = \frac{|h_2|^2 - |h_1|^2}{|h_2|^2 + |h_3|^2} \bar{P}_{\text{tot}} \quad (4.32)$$

Dans le second cas, elle est égale à :

$$\bar{P}_1 = 2 \frac{|h_1|^2 + |h_3|^2}{|h_2|^2 + |h_3|^2} \bar{P}_{\text{tot}} \quad \bar{P}'_{1,1} = 0 \quad \bar{P}_{\text{eq}} = 2 \frac{|h_2|^2 - |h_1|^2}{|h_2|^2 + |h_3|^2} \bar{P}_{\text{tot}} \quad (4.33)$$

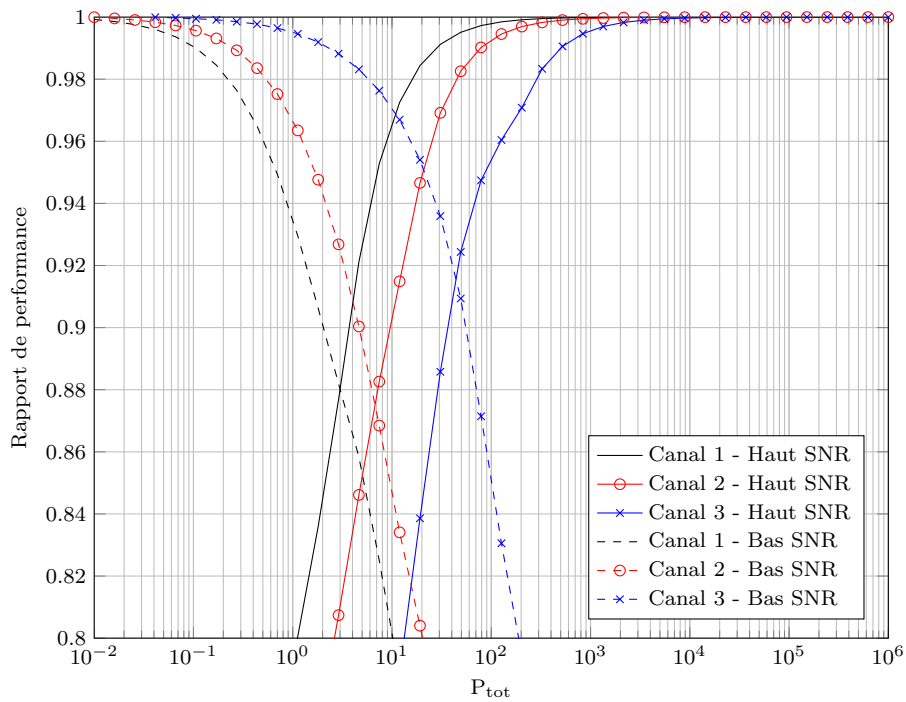


FIGURE 4.10 – Débit relatif obtenu avec l'allocation de puissance de la proposition 4.3 et le modèle général, pour le protocole *decode-and-forward*.

4.4 Conclusion

Dans ce chapitre, nous nous sommes intéressés à la performance des canaux à relais sous une contrainte de puissance rayonnée globale. Ce problème nous intéressait a priori dans le cadre des **BANs**, où la réduction de la puissance émise a non seulement un intérêt vu la proximité entre le corps et les équipements, mais également pour éviter les interférences entre deux **BANs** portés par deux individus colocalisés.

Nous avons proposé une transformation permettant d'exprimer les problèmes d'allocation de puissance dans les canaux à relais cohérents sous la forme d'un canal équivalent mais non cohérent, possédant une source virtuelle qui intègre la coopération entre la source et le relais. Cela nous permet, dans le cas du *full-duplex*, d'exprimer la borne inférieure *decode-and-forward* et la borne supérieure sous la forme d'une expression en forme analytique en fonction de la puissance totale allouée aux noeuds. Dans le cas du canal à relais *half-duplex*, il est possible d'effectuer la même transformation du cas cohérent vers un canal équivalent mais non cohérent. Cependant, il n'est pas possible d'obtenir une forme simple pour l'allocation de puissance et la valeur des bornes de capacité. Nous avons donc recours à une série d'approximation à haut et bas **SNR**, qui nous permettent d'obtenir des expressions simples pour les allocations de puissance et les valeurs des bornes résultantes. Ces approximations combinées permettent de manipuler les modèles *half-duplex* de manière similaire aux modèles *full-duplex*, avec une dégradation à moyen **SNR** – aux alentours de 10 dB – de l'ordre de 10% pour des valeurs particulières d'affaiblissement entre chaque noeud du réseau. Comme nous le verrons plus en avant dans ce manuscrit, ces résultats en forme analytique permettent d'identifier un critère idéal de choix de relais dans les réseaux opportunistes *full-duplex* et *half-duplex*.

Capacité des canaux à accès multiples coopératifs

Sommaire

5.1	Introduction	78
5.2	Modèle de canal et analyse générale des régions de capacité	81
5.2.1	Forme de la région de capacité	84
5.2.2	Capacité commune minimale	86
5.3	Canal à accès multiples coopératif <i>full-duplex</i>	87
5.3.1	CAMC non cohérent	87
5.3.2	CAMC cohérent	91
5.3.3	Minimisation de l'énergie rayonnée	95
5.4	Canal à accès multiples coopératif <i>half-duplex</i>	99
5.4.1	Bornes théoriques de capacité	99
5.4.2	Expression et forme des bornes	106
5.4.3	Application des bornes et protocoles pratiques	108
5.5	Conclusion	112
5.5.1	Heuristiques et extension à plusieurs sources	112

Dans ce chapitre, nous étendons l'étude des canaux à relais vers un cas plus pratique où le relais possède lui aussi une information propre. Nous nous retrouvons donc dans un réseau possédant 2 sources et une destination, les sources étant capables de coopérer entre elles afin d'améliorer potentiellement leurs performances. A priori, ces modes de coopération rendent plus homogènes les performances de chaque source ; en effet, il va être possible d'utiliser les ressources d'un noeud possédant un excellent canal vers la destination pour relayer l'information d'un noeud possédant lui un mauvais canal, en respectant un certain nombre de contraintes.

Nous considérons en particulier que les noeuds sont capables de prédire ou de connaître les états des canaux, comme dans la section précédente. Nous concentrons notre étude sur deux points particuliers :

- Le réseau est soumis à une contrainte de débit minimal à atteindre homogène sur l'ensemble des noeuds sources.
- La puissance globale utilisée par les noeuds est limitée, mais peut être arbitrairement répartie entre les différentes sources.

Nous considérons donc le débit commun atteignable par l'ensemble des sources au lieu de la somme des débits des sources communément traitée. Les applications pratiques autour des BANs ne cherchent en effet pas un débit total optimal, mais plutôt un débit faible et homogène entre les différents noeuds. L'expression du problème sous cette forme permet donc à la fois de quantifier la capacité commune maximale pour un état du réseau et une quantité d'énergie disponible, ou inversement l'énergie minimale rayonnée pour assurer la communication à un débit fixé.

5.1 Introduction

Dans le chapitre 2, nous avons introduit le canal à accès multiples, composé de deux sources ou plus cherchant chacune à communiquer avec un noeud destination. Ce canal a été mentionné par Shannon dans [Shannon 1961], sans donner de résultats précis de capacité. La première caractérisation de la région de capacité provient de van der Meulen [Van Der Meulen 1971a], puis de [Ahlsvede 1973] qui a fourni la borne supérieure en forme simple telle que donnée dans le chapitre 2. La borne inférieure a été prouvée par Slepian et Wolf [Slepian 1973], ainsi que par Cover et El Gamal [Cover 1980] et Han et Kobayashi [Han 1981]. La combinaison de tous ces résultats fait que le canal à accès multiples est un des seuls modèles de canaux, autres que le canal simple de Shannon, dont on sait caractériser exactement la capacité. Plus récemment, Hanly et Tse [Hanly 1998] ont étudié le canal à accès multiples avec un nombre arbitraire de sources, et ont montré que la région de capacité est atteignable en tout point selon un schéma bien choisi de décodage par annulation successive et de partage de temps.

Dans ce chapitre, nous étudions une extension du canal à accès multiples simple. Le CAMC est un canal à accès multiples dans lequel les noeuds sources sont capables de recevoir de l'information, et par conséquent de coopérer entre eux. Le cas non coopératif du paragraphe précédent donne une borne inférieure de la capacité du CAMC. Le CAMC peut être considéré comme un cas spécifique du canal à accès multiples, en anglais *Multiple Access Channel* (MAC) avec canal de retour généralisé. Les études initiales du canal à accès multiples avec retour proviennent de [Cover 1981], [Willems 1982], [Willems 1985], ainsi que [Ozarow 1984]. Ces deux dernières publications caractérisent la borne supérieure de la région de capacité et fournissent des régions atteignables dans le cas *full-duplex*. Une version simplifiée du CAMC où les sources disposent entre elles d'un canal sans erreur de capacité fixée a été étudiée dans [Willems 1983] dans le cas général, puis dans le cas gaussien par [Bross 2008].

Au début des années 2000, comme pour le canal à relais, l'intérêt pour le canal à accès multiples coopératif a fortement augmenté. La forme moderne du CAMC a été introduite par Laneman dans sa thèse [Laneman 2002], où il fournit également une version simplifiée du protocole *decode-and-forward* utilisé par Willems dans [Willems 1982], limitant ce résultat à deux sources. Bien qu'il donne l'expression analytique des bornes de la région atteignable dans le cas AWGN, il ne fournit pas de partage optimal de puissance. Sendonaris a fourni une étude très complète d'un protocole *full-duplex* implémentable à l'aide d'une séparation en codes des deux sources dans [Sendonaris 2003a, Sendonaris 2003b]. Contrairement à [Laneman 2002], son protocole se base sur la superposition de 3 dictionnaires de mots codes, les sources divisant leur message original en deux parties ; une première partie est envoyée directement à la destination, et la seconde est destinée à être relayée par la seconde source. Le troisième dictionnaire correspond dans ce protocole au relaiage pour chaque noeud source de l'information reçue par le biais du message coopératif. Ce protocole est à rapprocher du *partial decode-and-forward* présenté en particulier dans [El Gamal 2011, Th.16.3] pour le canal à relais. Sendonaris *et al.* fournissent dans ce cas une analyse numérique de la probabilité de coupure de la capacité pour le *débit commun atteignable* par chaque source, sous hypothèse d'évanouissements de Rayleigh dans le cas restreint où tous les canaux ont un affaiblissement moyen égal. Le protocole présenté dans [Sendonaris 2003a] a été repris dans [Mesbah 2008] pour un canal AWGN tel qu'étudié dans ce chapitre. Les auteurs ont fourni une expression de la division en puissance des 3

dictionnaires de mots codes pour un débit ciblé R^* sur un seul noeud source en particulier et en considérant une contrainte de puissance à chaque noeud. Kaya et Ulukus [Kaya 2007] ont étudié le problème de maximisation de la somme des débits des sources sur ce même protocole avec toujours une contrainte de puissance fixée sur chacune des sources. Ils expriment le problème sous la forme d'un problème d'optimisation convexe et montrent en particulier que la solution optimale prend la forme d'un *water-filling* basé sur les états des différents canaux.

Parmi les travaux liés au CAMC ces dernières années, on peut citer ceux de Host-Madsen sur la coopération de sources et de destinations dans un canal à interférences, dans le cas AWGN [Host-Madsen 2006]. Une borne inférieure de type *compress-and-forward* a été fournie par Ong et Motani dans [Ong 2006], où ils étudient le CAMC dans le cas où l'information des sources est corrélée – mais l'étude peut s'étendre au cas non corrélé. Une extension de la borne inférieure *decode-and-forward* pour les CAMC à 3 sources a été étudiée dans [Edemen 2008]. Un protocole similaire à celui de Sendonaris *et al.* a également été proposé dans [Bakim 2010], où cette fois le partage de ressources s'effectue non pas à travers des codes CDMA orthogonaux comme dans [Sendonaris 2003b] mais par une répartition de sous-porteuses de type OFDMA. Les auteurs fournissent dans ce cas une application numérique des performances de cette approche en supposant que les noeuds sont capables d'évaluer à chaque transmission la répartition optimale de puissance à travers toutes les sous-porteuses. Récemment, Tandon et Ulukus [Tandon 2011] ont fourni une borne supérieure de la capacité du CAMC plus stricte que celle provenant du théorème de flot maximum (Th.2.2). Leur méthode borne le degré de coopération possible entre les sources, ajoutant ainsi une contrainte supplémentaire à la région de capacité atteignable.

Bien que nous ne traitons pas directement de méthodes d'application réaliste des protocoles *decode-and-forward* dans ce manuscrit, il est intéressant de considérer dans cette bibliographie les possibilités offertes par cette approche dans les réseaux modernes. Après les travaux de Sendonaris, un grand nombre de publications se sont attachées à décrire et à évaluer les performances de protocoles de type *decode-and-forward* dans les CAMC, en utilisant des méthodes de codage et de décodage existantes pour les réseaux point à point. Ces méthodes sont directement applicables et bénéficient des avancées de la recherche autour des communications point-à-point – certains codes modernes s'approchant fortement de la capacité prédite par Shannon. L'évaluation des performances de ces protocoles se base sur une probabilité d'erreur bit, ou une probabilité de coupure théorique de la capacité, pour repérer à chaque étape de la transmission la probabilité d'échec et donner ainsi une borne supérieure de la probabilité d'erreur de bout-en-bout. Hunter a ainsi procédé dans sa thèse [Hunter 2004] où il considère cette fois un CAMC *half-duplex* partagé en temps et évalue les performances en terme de taux d'erreur bit. Il y présente également une implémentation utilisant des turbo-codes. Une étude plus récente sur un protocole mettant en oeuvre la coopération à l'aide de turbo-codes a été traitée dans [Tan 2010]. En parallèle, une étude similaire utilisant des codes convolutifs a été menée par Stefanov et Ekrip [Stefanov 2004]. Hunter a étendu ses résultats en prenant une approche plus générale utilisant la capacité de coupure dans [Hunter 2006], et [Chatzigeorgiou 2011] a étendu cette étude de la capacité de coupure pour les protocoles *decode-and-forward* dans les CAMC à plus de 2 sources. Plus récemment, l'application de codes *Low Density Parity Check* (LDPC) au modèles de type CAMC a attiré l'attention de plusieurs chercheurs. On trouve par exemple une utilisation du code LDPC provenant de la norme WiMax dans [Chebli 2009]. Plusieurs travaux portent sur l'utilisation de méthodes générales de codage

réseau, en lieu et place de méthodes existantes pour les systèmes point-à-point. En particulier, une analyse de la capacité de coupure du CAMC en codage réseau a été effectuée dans [Yu 2007], [Woldegebreal 2008], [Wu 2009]. D'autres méthodes utilisent plusieurs niveaux de modulation pour implémenter la coopération entre les sources [Ishii 2009], ainsi que dans [Hu 2011]. Enfin, Nokeby et Aazhang [Nokeby 2012] ont décrit la mise en oeuvre d'un protocole de type *compute-and-forward* [Nazer 2011] utilisant les propriétés théoriques des codes en treillis pour supporter la coopération dans un CAMC à 2 ou plusieurs sources.

Si l'on considère des noeuds radio et un partage en temps, on obtient un schéma de CAMC *half-duplex*. Soumis à la même borne supérieure générique de [Khojastepour 2003a], l'étude du cas AWGN a été menée pour le protocole de [Sendonaris 2003a] dans [Mesbah 2008] où les auteurs étendent leurs résultats sur le cas *full-duplex* en exprimant la région de capacité atteignable sous la forme d'un problème d'optimisation quasi convexe – nécessitant donc des étapes supplémentaires de bisection par rapport à un problème d'optimisation purement convexe comme nous le présentons dans ce chapitre. Dans leurs récents travaux, Al Haija et Vu [Al Haija 2011] [Al Haija 2012b] fournissent une borne supérieure théorique plus stricte que celle, générale, proposée par Khojastepour *et al.*, ainsi qu'une borne inférieure utilisant un protocole *decode-and-forward* adapté au *half-duplex*. En effet, dans leur modèle, on peut voir que contrairement au cas *full-duplex*, il n'est pas nécessaire d'employer les techniques de codage superposé de Cover et El Gamal [Cover 1979] afin de concevoir un protocole *decode-and-forward*, car les noeuds n'émettent pas d'information coopérative et d'information personnelle de manière simultanée. Cependant, leur supposition nécessite un temps de parole commun entre tous les noeuds, ce temps de parole étant situé après un tour d'émission de la part de chacune des sources présentes dans le réseau. En l'absence de ce temps de parole commun, un codage superposé (dit *Block-Markov*) est de nouveau nécessaire, et nous proposons dans ce chapitre une borne atteignable pour ce cas précis. Un exemple de ces protocoles sans slot coopératif peut être trouvé dans [Xiao 2007], où les auteurs ont proposé un schéma de codage et de décodage par fenêtre glissante avec deux sources coopératives, et ont fourni, par une recherche exhaustive, quelques méthodes de codage optimisées pour leur modèle. Al Haija et Vu proposent dans [Al Haija 2012a] une allocation de puissance optimale en AWGN, maximisant la somme des débits des sources en se basant sur leur propre protocole décrit dans [Al Haija 2012b], les noeuds étant chacun soumis à une contrainte de puissance locale.

Dans ce chapitre, nous faisons une étude générale du CAMC à 2 sources sous l'hypothèse que les noeuds sont capables de connaître à chaque instant l'affaiblissement sur les liens du réseau. Nous utilisons donc comme métrique principale la capacité de Shannon. Par rapport à la littérature existante, nous présentons le concept de débit commun atteignable par les 2 sources et nous optimisons ce débit commun plutôt que la somme des débits de chaque source. Cette notion rejoint la capacité symétrique traitée par Liang *et al.* pour des canaux à évanouissements sans connaissance de l'état du canal aux émetteurs [Liang 2006], mais revient également à maximiser le plus faible débit du réseau – voir [Jindal 2003], où les auteurs traitent le cas d'un canal de diffusion toujours sous hypothèses d'évanouissements sans connaissance du canal.

Notre but est donc de comparer différentes approches coopératives dans les CAMC par rapport à une métrique de capacité. Pour ce faire, nous choisissons de soumettre

les sources à une contrainte de puissance globale et non spécifique à chaque noeud, afin de comparer réellement les gains en capacité dans un réseau coopératif *pour une même puissance rayonnée*. En combinant à la fois le débit commun atteignable et la contrainte de puissance globale, nous visons à obtenir pour chaque méthode de coopération une expression de la forme $R = f(P_{\text{tot}})$, où P_{tot} est la puissance totale allouée aux noeuds pour atteindre une capacité commune R , nous permettant ainsi une comparaison équitable avec les systèmes à une source ou ceux sans coopération. À l'inverse, cette approche permet de minimiser l'énergie totale rayonnée pour atteindre un seuil de capacité R^* fixé a priori.

Après une courte présentation du modèle de canal utilisé, de la forme des régions atteignables dans des réseaux à plusieurs sources et de l'effet de la contrainte de débit commun atteignable, nous traitons successivement les *CAMC full-duplex* et *half-duplex* :

- Pour le *full-duplex*, nous analysons les bornes existantes de la littérature à l'aune du débit commun atteignable sous une contrainte de puissance globale. En plus des bornes existantes, nous dérivons des résultats de [Laneman 2002] une borne inférieure *decode-and-forward* dans le cas où la communication cohérente est impossible. Nous proposons également une approche basée sur les noeuds virtuels introduits dans le chapitre 4 pour les *CAMC*, qui nous permet d'obtenir la borne supérieure de [Tandon 2011] d'une manière alternative. Nous exprimons ensuite chacune de ces bornes sous la forme d'un problème d'optimisation convexe, que nous résolvons analytiquement pour deux cas d'intérêt ; tout d'abord l'allocation de puissance maximisant la capacité symétrique sous une puissance globale fixée, puis la puissance minimale nécessaire et son allocation pour une contrainte de capacité à chaque noeud.
- Dans le cas du *half-duplex*, nous proposons tout d'abord un protocole *decode-and-forward* bornant les performances des approches similaires à celles de [Xiao 2007] dans le cas où les noeuds n'ont pas de temps de parole commun. Nous proposons ensuite, pour les applications AWGN, une approche permettant de ramener les problèmes d'allocations de temps de parole et de puissance dans ces modèles de canaux à un problème d'optimisation convexe, nous permettant de calculer numériquement la région atteignable de manière efficace. Nous comparons ensuite les performances du protocole présenté avec celui de [Al Haija 2012b], une superposition de canaux à relais, ainsi qu'avec des cas non coopératifs de partage de temps ou d'accès simultanés.

5.2 Modèle de canal et analyse générale des régions de capacité

Nous considérons dans ce chapitre un *CAMC* à deux sources, dont la représentation en *full-duplex* est présentée sur la figure 5.1. Il s'agit du modèle étudié en particulier dans [Laneman 2002, Sendonaris 2003a, Ong 2006]. Dans le cas général, chaque noeud dispose d'une variable d'émission X_i et de réception Y_i , et le canal est représenté par une distribution de probabilité spécifique entre les symboles émis et reçus pour chaque noeud. Le *CAMC full-duplex* est donc défini de la manière suivante, pour un nombre arbitraire de sources.

Définition 5.1 (CAMC full-duplex). Un canal à accès multiples coopératifs sans mémoire à n sources est défini par un ensemble d'alphabets $\{\mathcal{X}_1, \dots, \mathcal{X}_n\}$ associés aux variables d'émission des noeuds 1 à n , et $\{\mathcal{Y}_1, \dots, \mathcal{Y}_n, \mathcal{Y}_D\}$ associés aux variables de réception des noeuds 1 à n et de la destination, ainsi que d'une probabilité de transition $p(y_1, \dots, y_n, y_D | x_1, \dots, x_n)$ représentant le canal de communication.

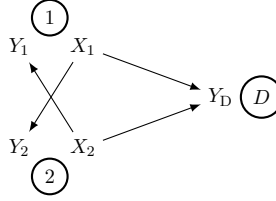


FIGURE 5.1 – Canal à accès multiple coopératif *full-duplex* général.

Dans le cas du CAMC *half-duplex*, il faut étendre la définition précédente pour prendre en compte les états de transmissions ou réceptions des noeuds. Différents modes de fonctionnement du réseau sont alors possibles, et nous choisissons dans ce chapitre de les traiter séparément. Le premier est représenté sur la figure 5.2, et comprend un temps de parole pour chaque source, ainsi qu'un troisième temps où les deux sources ne s'écoutent plus et transmettent vers la destination de manière coordonnée. Ce modèle est celui considéré dans [Al Haija 2012b].

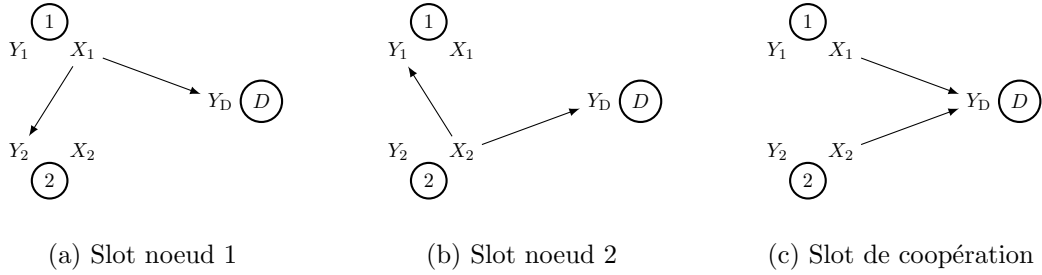
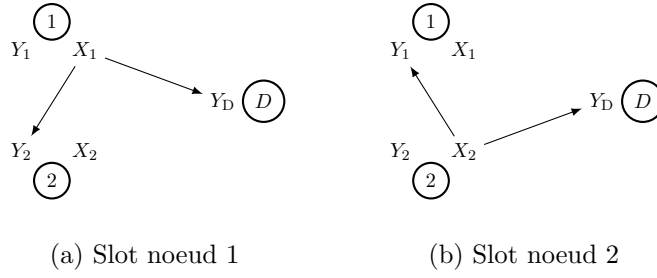


FIGURE 5.2 – Canal à accès multiples coopératif *half-duplex*, modèle 1

Le second modèle ne considère pas de slot coopératif entre les noeuds. Comme on le verra par la suite, l'absence d'émission simultanée réduit les performances potentielles du système, une grosse partie du gain des CAMC provenant de la combinaison des signaux de chaque noeud. Néanmoins, les arguments de la section 4 restent valable ; le gain maximal de la coopération nécessite une synchronisation importante entre les deux noeuds, tant au niveau de la formation des dictionnaires de codage qu'au niveau de l'émission synchronisée des ondes pour obtenir une superposition parfaite en réception. Ce modèle est représenté sur la figure 5.3, et il généralise le mode de fonctionnement présenté dans [Xiao 2007].

Définition 5.2 (CAMC half-duplex). Un canal à accès multiples coopératifs sans mémoire à n sources est défini par un ensemble d'alphabets $\{\mathcal{X}_1, \dots, \mathcal{X}_n\}$ associés aux variables d'émission des noeuds 1 à n , et $\{\mathcal{Y}_1, \dots, \mathcal{Y}_n, \mathcal{Y}_D\}$ associés aux variables de réception des noeuds 1 à n et de la destination, ainsi que d'une probabilité de transition $p(y_1, \dots, y_n, y_D | x_1, \dots, x_n)$ représentant le canal de communication. La probabilité de transition du canal se décompose à chaque utilisation du canal suivant que les noeuds re-

FIGURE 5.3 – Canal à accès multiples coopératif *half-duplex*, modèle 2

çoivent ou envoient de l'information pour cette utilisation. Si l'on note $\mathcal{L} \subset \{1, \dots, n\}$ l'ensemble des noeuds en écoute sur une utilisation du canal, et $\mathcal{S} \subset \{1, \dots, n\}$ l'ensemble des noeuds en émission, on aura à chaque utilisation du canal $p(y_1, \dots, y_n, y_D | x_1, \dots, x_n) = p(\mathbf{y}_{\mathcal{L}}, y_D | \mathbf{x}_{\mathcal{S}})$ de telle sorte que pour tout $i \in \{1, \dots, n\}$, on a $y_i \in \mathbf{y}_{\mathcal{L}} \implies x_i \notin \mathbf{x}_{\mathcal{S}}$.

La forme et le nombre M de distribution $p(\mathbf{y}_{\mathcal{L}}, y_D | \mathbf{x}_{\mathcal{S}})$ possibles identifient le modèle de canal concerné. Si l'on numérote chaque distribution $p(\mathbf{y}_{\mathcal{L}}, y_D | \mathbf{x}_{\mathcal{S}})$ par un indice $j \in \{1, \dots, M\}$, n_j le nombre d'utilisation du canal avec cette distribution et N le nombre total d'utilisations du canal, on peut dériver la fraction du temps passé dans le mode j par $t_j = n_j/N$ suivant le modèle du théorème 4.1.

En conséquence, on peut écrire les deux modèles de fonctionnement traités dans ce chapitre comme suit :

— Modèle 1 à deux sources :

$$(\mathcal{X}_1, \mathcal{X}_2, \{p(y_2, y_D | x_1), p(y_1, y_D | x_2), p(y_D | x_1, x_2)\}, \mathcal{Y}_1, \mathcal{Y}_2, \mathcal{Y}_D)$$

— Modèle 2 à deux sources :

$$(\mathcal{X}_1, \mathcal{X}_2, \{p(y_2, y_D | x_1), p(y_1, y_D | x_2)\}, \mathcal{Y}_1, \mathcal{Y}_2, \mathcal{Y}_D)$$

Ces définitions s'appliquent en particulier à un modèle de canal AWGN tel que considéré dans le chapitre 4 pour les canaux à relais. Nous considérons donc un affaiblissement statique sur chacun des liens et un ajout de bruit blanc à la réception de chacun des noeuds. En reprenant les notations des exemples précédents, on a donc par exemple pour le CAMC *full-duplex* les relations suivantes entre les variables d'émission et de réception sur chacun des noeuds :

$$Y_1 = h_3 X_2 + Z_1 \tag{5.1a}$$

$$Y_2 = h_3 X_1 + Z_2 \tag{5.1b}$$

$$Y_D = h_1 X_1 + h_2 X_2 + Z_D \tag{5.1c}$$

Dans le cas *half-duplex*, ces équations sont étendues en différenciant les symboles entre les différents slots, $X_i^{(j)}$ représentant donc le symbole émis par la source i dans le slot j . Pour le modèle 1 du CAMC *half-duplex* (Fig.5.2), on a donc :

$$Y_2^{(1)} = h_3 X_1^{(1)} + Z_2 \tag{5.2a}$$

$$Y_1^{(2)} = h_3 X_2^{(2)} + Z_1 \tag{5.2b}$$

$$Y_D^{(1)} = h_1 X_1^{(1)} + Z_D \quad (5.2c)$$

$$Y_D^{(2)} = h_2 X_2^{(2)} + Z_D \quad (5.2d)$$

$$Y_D^{(3)} = h_1 X_1^{(3)} + h_2 X_2^{(3)} + Z_D \quad (5.2e)$$

On peut déduire les expressions équivalentes pour le modèle 2 à partir de cette formulation. On voit sur ces deux groupes d'équations que l'affaiblissement entre les noeuds sources est supposé symétrique. On suppose que chaque noeud source i émet à une puissance $P_i^{(j)}$ dans le slot j . En pratique, afin de simplifier les expressions des régions de débits atteignables, nous procédons aux simplifications suivantes :

- Toutes les variables de bruit suivent une distribution gaussienne complexe de variance N_0 .
- Les puissances sont normalisées par rapport au rapport signal sur bruit équivalent du lien intersource : $\bar{P}_i^{(j)} = |h_3|^2 P_i^{(j)} / N_0$. Cette transformation nous permet d'exprimer la qualité des liens entre les sources et la destination de manière relative à la qualité du lien entre les sources. On notera donc $\ell_1 = |h_1|^2 / |h_3|^2$ et $\ell_2 = |h_2|^2 / |h_3|^2$.

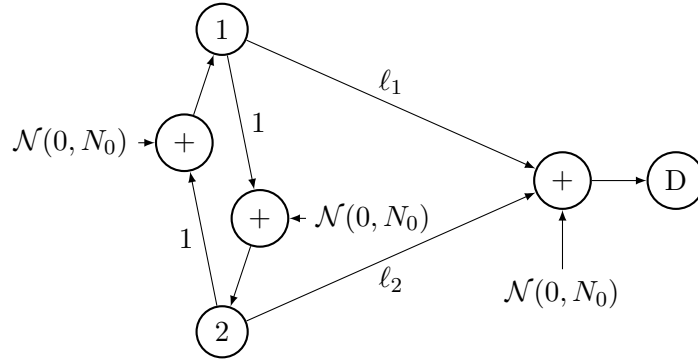


FIGURE 5.4 – Modèle du canal à accès multiples coopératifs gaussien.

5.2.1 Forme de la région de capacité

Les résultats généraux sur les régions atteignables de capacité s'expriment toujours sous la forme de contraintes appliquées à un vecteur de débits atteignables par chaque noeud $\mathbf{R} = \{R_1, \dots, R_n\}$. La région atteignable est donc définie comme un ensemble de vecteurs vérifiant un groupe d'inégalités sur une combinaison linéaire des débits de chaque noeud :

$$\begin{aligned} R_1 &\leq g_1(\mathbf{x}) \\ \dots \\ R_n &\leq g_n(\mathbf{x}) \\ \dots \\ R_1 + \dots + R_i &\leq g_k(\mathbf{x}) \\ \dots \end{aligned}$$

Le paramètre $\mathbf{x}$ correspondra, dans nos applications, à une allocation de puissance et de temps de parole pour les différents modes de fonctionnement du réseau au sens du

théorème 4.1. Nous parlerons donc de $\mathbf{x}$ comme une allocation de ressources. Pour un jeu de paramètres $\mathbf{x}$, la région atteignable est délimitée par des fonctions linéaires du vecteur de débits $\mathbf{R}(\mathbf{x})$, ainsi que la contrainte implicite $R_i \geq 0 \quad \forall i \in \{1, \dots, n\}$. La forme géométrique de la région pour $n = 2$ est représentée sur la figure 5.5.

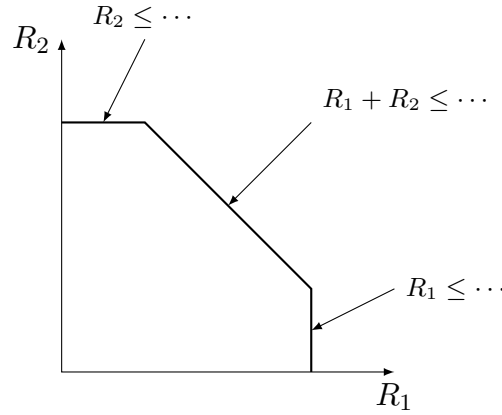


FIGURE 5.5 – Forme de la région atteignable de débit pour $n = 2$ sources

Comme nous avons un ensemble d'allocations de puissance – qui se traduisent par un ensemble de valeurs possibles de $\mathbf{x}$ – la région de capacité est en fait la fermeture convexe de l'union des régions atteignables avec chaque vecteur $\mathbf{x}$. Si chacune des régions atteignables pour un $\mathbf{x}$ fixé est convexe, alors on peut montrer le résultat suivant qui suit les démonstrations de convexité pour le canal à accès multiples [El Gamal 2011, Prop.4.1] [Cover 2006].

Proposition 5.1 (Fermeture convexe des régions de capacité atteignable). *Soit un canal arbitraire à n sources et sa région de capacité atteignable pour un vecteur d'allocation de ressources $\mathbf{x}$, définie comme un vecteur de débits atteignable pour chaque noeud $\mathcal{R}(\mathbf{x}) = \{(R_1(\mathbf{x}), \dots, R_n(\mathbf{x}))\}$. Si tous les points sur la fermeture convexe de chaque ensemble $\mathcal{R}(\mathbf{x})$ sont atteignables pour un vecteur $\mathbf{x}$ fixé, alors l'ensemble des vecteurs de débits à l'intérieur de la fermeture convexe est atteignable. En particulier, si les ensembles $\mathcal{R}(\mathbf{x})$ sont convexes, la propriété est vérifiée.*

Démonstration. Soit $\mathbf{x}_1$ et $\mathbf{x}_2$ deux vecteurs arbitraires d'allocation de puissance, et $\mathcal{R}_1(\mathbf{x}_1)$ et $\mathcal{R}_2(\mathbf{x}_2)$ les régions atteignables de capacité associées. Soient $\mathbf{R}_1 = (R_{1,1}, \dots, R_{1,n}) \in \mathcal{R}_1(\mathbf{x}_1)$ et $\mathbf{R}_2 = (R_{2,1}, \dots, R_{2,n}) \in \mathcal{R}_2(\mathbf{x}_2)$ deux vecteurs de débit atteignable des régions $\mathcal{R}_1(\mathbf{x}_1)$ et $\mathcal{R}_2(\mathbf{x}_2)$ respectivement. Alors pour tout $\delta \in [0, 1]$ le vecteur $\mathbf{R}^* = (\delta R_{1,1} + (1 - \delta)R_{2,1}, \dots, \delta R_{1,n} + (1 - \delta)R_{2,n})$ est atteignable en utilisant un partage de temps de paramètre δ entre les deux allocations de ressources $\mathbf{x}_1$ et $\mathbf{x}_2$. En conséquence, tous les points de la fermeture convexe des ensembles $\mathcal{R}(\mathbf{x})$ sont atteignables, par définition de la fermeture convexe. Par partage de temps complémentaire avec le point $\mathbf{R}_0 = 0_{\mathbb{R}^n}$ les points dans l'intérieur de la fermeture convexe sont donc atteignables.

La figure 5.6 montre la forme de la fermeture convexe des régions atteignables. L'ensemble des débits atteignables sur toutes les allocations de ressources possibles est donc assez complexe à caractériser analytiquement, puisqu'elle provient de la fermeture convexe d'un nombre possiblement infini d'ensembles. Il est néanmoins possible de la tracer, voir de l'approximer à partir d'un nombre restreint de points atteignables.

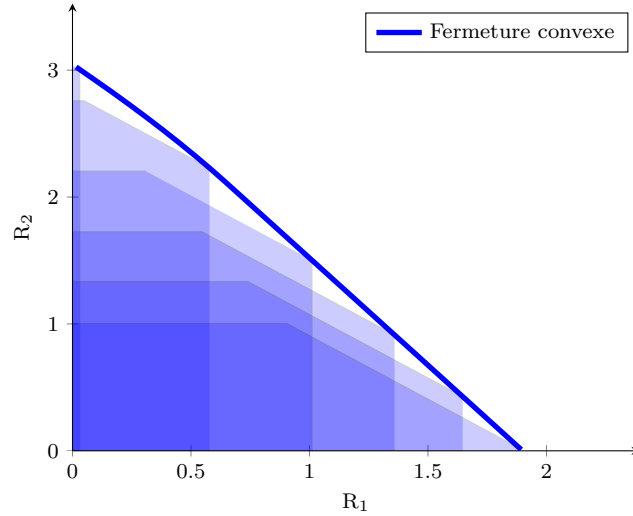


FIGURE 5.6 – Exemple de la fermeture convexe de régions atteignables pour différentes valeurs d'allocation de ressources

5.2.2 Capacité commune minimale

Dans les modèles à plusieurs noeuds sources, il est également difficile d'évaluer le mérite entre deux vecteurs de débits atteignables. En effet, la plupart des résultats impliquent un compromis entre les débits de chaque noeud, et il n'y a donc que rarement une région de capacité atteignable $\mathcal{R}(\mathbf{x})$ qui soit *unilatéralement* meilleure que toutes les autres. En conséquence et en accord avec des réseaux de faible taille qui ont de fortes contraintes en termes de débit minimal, on sera donc plus intéressé par le débit maximal R atteignable par *tous les noeuds*, plutôt que la région générale. On cherche donc R maximal tel que $R \cdot \mathbb{1}_{\mathbb{R}^n} \in \mathcal{R}(\mathbf{x})$. Ce point correspond à l'intersection entre la fermeture convexe des régions atteignables avec la demi droite partant de l'origine et vérifiant $R_1 = R_2 = \dots = R_n$. On représente le cas à 2 sources sur la figure 5.7.

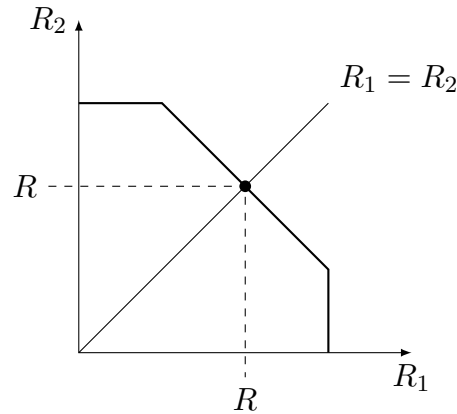


FIGURE 5.7 – Intersection d'une région atteignable avec la demi-droite $R_1 = R_2$

Cette formalisation est intéressante d'un point de vue conceptuel parce qu'elle permet de réduire le nombre de variables de débit à analyser de n à 1. De plus, les résultats obtenus

peuvent être directement comparés à leurs équivalents dans les approches mono-sources – le canal de Shannon ou les canaux à relais par exemple. Potentiellement, l'ensemble des outils classiques d'analyse de la théorie de l'information à une seule source pourrait s'appliquer à ce modèle. Il est également aussi possible de l'étendre aux autres demi-droites partant de l'origine. Pour tout vecteur $\delta = (\delta_1, \dots, \delta_n)$ $|\delta_i| < 1 \quad \forall i \in \{1, \dots, n\}$ tel que $\sum_{i=1}^n \delta_i = 0$, on peut chercher la valeur maximale de R telle que $((1 + \delta_1)R, \dots, (1 + \delta_n)R) \in \mathcal{R}$. Cette solution est plus complexe à dériver analytiquement, mais simple à tracer et permet entre autres de représenter aisément une approximation de la fermeture convexe des régions atteignables.

5.3 Canal à accès multiples coopératif *full-duplex*

Bien qu'il ne soit pas complètement représentatif du comportement des canaux radios, l'étude du cas *full-duplex* nous permet dans un premier temps de dériver un certain nombre de résultats analytiques et de valider nos hypothèses quant au comportement du CAMC. Le modèle *half-duplex* en partage de temps est en effet beaucoup plus complexe et difficile à manipuler, comme on a pu le voir pour les canaux à relais dans le chapitre 4. Nous nous concentrons donc dans cette partie sur les bornes de capacité de la littérature pour des protocoles *decode-and-forward*, tirées des résultats de [Cover 1981, Laneman 2002] et que l'on peut retrouver dans [El Gamal 2011].

5.3.1 CAMC non cohérent

L'application du théorème 2.2 au modèle de canal présenté sur la figure 5.1 permet d'obtenir l'expression générale de la borne supérieure sous la forme suivante [Laneman 2002, Sec.4.2] :

$$R_1 \leq I(X_1; Y_2, Y_D | X_2) \quad (5.3a)$$

$$R_2 \leq I(X_2; Y_1, Y_D | X_1) \quad (5.3b)$$

$$R_1 + R_2 \leq I(X_1, X_2; Y_D) \quad (5.3c)$$

Laneman donne également l'application de cette borne à un canal AWGN similaire au notre [Laneman 2002, Eq.4.10–12]. Dans le cas non cohérent, en remplaçant $\rho = 0$ dans l'expression de Laneman, nous obtenons la borne supérieure de la région de capacité pour le CAMC non cohérent :

$$R_1 \leq \log(1 + (1 + \ell_1)\bar{P}_1) \quad (5.4a)$$

$$R_2 \leq \log(1 + (1 + \ell_2)\bar{P}_2) \quad (5.4b)$$

$$R_1 + R_2 \leq \log(1 + \ell_1\bar{P}_1 + \ell_2\bar{P}_2) \quad (5.4c)$$

Une borne inférieure immédiate pour la capacité des CAMC est donnée par le canal à accès multiples non coopératif (Th.2.3), qui représente la référence sur laquelle le gain de coopération va pouvoir être jugé. Par application du théorème au canal AWGN, on obtient l'expression suivante pour la borne inférieure non-coopérative, très proche de l'expression (5.4) :

$$R_1 \leq \log(1 + \ell_1\bar{P}_1) \quad (5.5a)$$

$$R_2 \leq \log(1 + \ell_2 \bar{P}_2) \quad (5.5b)$$

$$R_1 + R_2 \leq \log(1 + \ell_1 \bar{P}_1 + \ell_2 \bar{P}_2) \quad (5.5c)$$

Il n'existe pas de borne inférieure *decode-and-forward* non cohérente dans la littérature, mais nous présentons ici une adaptation de la borne cohérente proposée par Laneman [Laneman 2002, Sec.4.3.2] où nous forçons les alphabets à être indépendants :

Proposition 5.2 (Borne inférieure *decode-and-forward* non cohérente pour le CAMC full-duplex). *Pour un CAMC full-duplex $(\mathcal{X}_1, \mathcal{X}_2, p(y_1, y_2, y_D | x_1, x_2), \mathcal{Y}_1, \mathcal{Y}_2, \mathcal{Y}_D)$ au sens de la définition 5.1, la région atteignable à l'aide d'un protocole decode-and-forward non-cohérent est donnée par l'ensemble des débits (R_1, R_2) vérifiant*

$$R_1 \leq I(X_1; Y_2 | U_1) \quad (5.6a)$$

$$R_2 \leq I(X_2; Y_1 | U_2) \quad (5.6b)$$

$$R_1 + R_2 \leq I(X_1, X_2; Y_D) \quad (5.6c)$$

pour une distribution de symboles sources se décomposant sous la forme $p(u_1)p(u_2)p(x_1|u_1)p(x_2|u_2)$ sur l'ensemble de définition de (U_1, U_2, X_1, X_2) .

Démonstration. La borne inférieure de Laneman s'écrit

$$R_1 \leq I(X_1; Y_2 | U)$$

$$R_2 \leq I(X_2; Y_1 | U)$$

$$R_1 + R_2 \leq I(X_1, X_2; Y_D)$$

pour une distribution de symboles sources $p(u)p(x_1, x_2 | u)$. Comme nous voulons générer les symboles de manière indépendante, nous pouvons séparer la variable auxiliaire U en deux variables indépendantes U_1 et U_2 . En supposant de plus $X_1 | U_1$ indépendant de U_2 et $X_2 | U_2$ indépendant de U_1 , nous obtenons la région de cette proposition. Il est également possible de prouver ce résultat en reconstruisant complètement une méthode de codage non cohérente, par encodage block-Markov irrégulier et décodage direct. $\square$

L'application de cette proposition à un canal AWGN se construit de la manière suivante. Nous choisissons (U_1, U_2, V_1, V_2) des variables aléatoires indépendantes gaussiennes, centrées en 0 de variance 1. V_1 et V_2 correspondent à l'information personnelle de chaque source, et (U_1, U_2) à l'information relayée pour l'autre noeud. Les symboles sources sont construits sous la forme $X_1 = \sqrt{\bar{P}_{1,1}}V_1 + \sqrt{\bar{P}_{1,2}}U_1$ et $X_2 = \sqrt{\bar{P}_{2,1}}V_2 + \sqrt{\bar{P}_{2,2}}U_2$. On obtient donc la région suivante pour le canal AWGN :

$$R_1 \leq \log(1 + \bar{P}_{1,1}) \quad (5.7a)$$

$$R_2 \leq \log(1 + \bar{P}_{2,1}) \quad (5.7b)$$

$$R_1 + R_2 \leq \log(1 + \ell_1(\bar{P}_{1,1} + \bar{P}_{1,2}) + \ell_2(\bar{P}_{2,1} + \bar{P}_{2,2})) \quad (5.7c)$$

La puissance d'émission de chacune des sources est donc divisée entre une part personnelle et une part coopérative, de telle sorte que leur somme soit égale aux puissances d'émission respectives de chaque noeud source. À partir de ces régions de capacité, que l'on dénotera $\mathcal{R}_1$, $\mathcal{R}_2$ et $\mathcal{R}_3$ pour (5.4), (5.5) et (5.7) respectivement, l'optimisation du débit commun atteignable sous contrainte de puissance globale prendra la forme standard suivante :

$$\begin{aligned} & \underset{\bar{P}_1, \bar{P}_2, R}{\text{minimiser}} && -R \\ & \text{sous contraintes} && (R, R) \in \mathcal{R}_i \quad i \in \{1, 2, 3\} \\ & && \bar{P}_1 + \bar{P}_2 = \bar{P}_{\text{tot}} \end{aligned} \quad (5.8)$$

Les 3 régions de capacité $\mathcal{R}_1$, $\mathcal{R}_2$ et $\mathcal{R}_3$ mettent en oeuvre des fonctions $\log(\cdot)$ composée avec une fonction linéaire des variables d'optimisation. Par application de [Boyd 2004, Sec.3.2.4], la composition d'une fonction concave et non-décroissante avec une fonction affine est concave. Le problème est par conséquent un problème d'optimisation convexe, qui possède donc un unique minimum global vérifiant en particulier les conditions de Karush-Kuhn-Tucker (2.41).

Il est également possible de définir un problème similaire visant à minimiser la somme de puissance nécessaire pour atteindre un débit fixé R^* . Dans ce cas, on peut réécrire le problème sous la forme :

$$\begin{aligned} & \underset{\bar{P}_1, \bar{P}_2}{\text{min.}} && \bar{P}_1 + \bar{P}_2 \\ & \text{s.c.} && (R^*, R^*) \in \mathcal{R}_i \quad i \in \{1, 2, 3\} \end{aligned} \quad (5.9)$$

Nous traitons les solutions analytiques de ce deuxième problème pour les bornes inférieures du CAMC *full-duplex* à la fin de cette section. Dans la table 5.1 nous présentons les allocations de puissance optimales pour maximiser le débit commun atteignable pour une puissance totale P_{tot} fixée. La résolution des problèmes pour les bornes (5.4), (5.5) et (5.7) est présentée dans l'annexe A.2. Les preuves procèdent toutes de manière similaire ; on pose tout d'abord le Lagrangien du problème d'optimisation et ses dérivées partielles suivant $\bar{P}_1$ et $\bar{P}_2$, puis à l'aide des conditions de Karush-Kuhn-Tucker on extrait les valeurs optimales de ces dernières. Plusieurs critères sur ℓ_1 , ℓ_2 et $\bar{P}_{\text{tot}}$ apparaissent pendant ces dérivations, ce qui amène à considérer les différents cas présentés dans la table 5.1. En réinjectant les valeurs optimales de $\bar{P}_1$ et $\bar{P}_2$ dans les régions (5.4), (5.5) et (5.7), on obtient le débit commun maximal atteignable. Contrairement au cas du canal à relais sous contrainte de puissance globale, l'expression de R en fonction de $\bar{P}_{\text{tot}}$ contient des racines de polynômes du second degré, ce qui rend son expression moins manipulable.

	$\ell_1 < \ell_2$	$\ell_1 = \ell_2$	$\ell_1 > \ell_2$
Borne supérieure (5.4)	$\bar{P}_1 = \frac{\sqrt{(2+\ell_1+\ell_2)^2 + 4\ell_2(1+\ell_1)^2\bar{P}_{\text{tot}} - (2+\ell_1+\ell_2)}}{2(1+\ell_1)^2}$ $\bar{P}_2 = \bar{P}_{\text{tot}} - \frac{\sqrt{(2+\ell_1+\ell_2)^2 + 4\ell_2(1+\ell_1)^2\bar{P}_{\text{tot}} - (2+\ell_1+\ell_2)}}{2(1+\ell_1)^2}$	$\bar{P}_1 = \frac{\bar{P}_{\text{tot}}}{2}$ $\bar{P}_2 = \frac{\bar{P}_{\text{tot}}}{2}$	$\bar{P}_1 = \bar{P}_{\text{tot}} - \frac{\sqrt{(2+\ell_1+\ell_2)^2 + 4\ell_1(1+\ell_2)^2\bar{P}_{\text{tot}} - (2+\ell_1+\ell_2)}}{2(1+\ell_2)^2}$ $\bar{P}_2 = \frac{\sqrt{(2+\ell_1+\ell_2)^2 + 4\ell_1(1+\ell_2)^2\bar{P}_{\text{tot}} - (2+\ell_1+\ell_2)}}{2(1+\ell_2)^2}$
Canal à accès multiples (5.5)	$\bar{P}_1 = \frac{\sqrt{(\ell_1+\ell_2)^2 + 4\ell_2\ell_1^2\bar{P}_{\text{tot}} - (\ell_1+\ell_2)}}{2\ell_1^2}$ $\bar{P}_2 = \bar{P}_{\text{tot}} - \frac{\sqrt{(\ell_1+\ell_2)^2 + 4\ell_2\ell_1^2\bar{P}_{\text{tot}} - (\ell_1+\ell_2)}}{2\ell_1^2}$	$\bar{P}_1 = \frac{\bar{P}_{\text{tot}}}{2}$ $\bar{P}_2 = \frac{\bar{P}_{\text{tot}}}{2}$	$\bar{P}_1 = \bar{P}_{\text{tot}} - \frac{\sqrt{(\ell_1+\ell_2)^2 + 4\ell_1\ell_2^2\bar{P}_{\text{tot}} - (\ell_1+\ell_2)}}{2\ell_2^2}$ $\bar{P}_2 = \frac{\sqrt{(\ell_1+\ell_2)^2 + 4\ell_1\ell_2^2\bar{P}_{\text{tot}} - (\ell_1+\ell_2)}}{2\ell_2^2}$
<i>Decode-and-forward</i> non cohérent (5.7)	$\bar{P}_{1,2} = \bar{P}_{2,2} = 0$ $\bar{P}_{1,1} = \bar{P}_{2,1} = \frac{\bar{P}_{\text{tot}}}{2}$		
<i>Decode-and-forward</i> non cohérent (5.7)	$\bar{P}_{1,1} = \frac{\sqrt{(2+\ell_2-\ell_1)^2 + 4\ell_2\bar{P}_{\text{tot}} - (2+\ell_2-\ell_1)}}{2}$ $\bar{P}_{2,1} = \bar{P}_{1,1} \quad P_{1,2} = 0 \quad \bar{P}_{2,2} = \bar{P}_{\text{tot}} - 2\bar{P}_{2,1}$	$\bar{P}_{1,1} = \sqrt{1+\ell_1\bar{P}_{\text{tot}}}$ $\bar{P}_{2,1} = \sqrt{1+\ell_2\bar{P}_{\text{tot}}}$	$\bar{P}_{2,1} = \frac{\sqrt{(2+\ell_1-\ell_2)^2 + 4\ell_1\bar{P}_{\text{tot}} - (2+\ell_1-\ell_2)}}{2}$ $\bar{P}_{1,1} = \bar{P}_{2,1} \quad P_{1,2} = 0 \quad \bar{P}_{1,2} = \bar{P}_{\text{tot}} - 2\bar{P}_{1,1}$

TABLE 5.1 – Allocation de puissance optimale pour les CAMC non-cohérents.

5.3.2 CAMC cohérent

Dans un réseau coopératif, par définition, les terminaux sont capables de communiquer entre eux pour construire un dictionnaire partagé de mots codes. S'ils sont capables d'émettre de manière synchronisée à la destination, le canal formé est alors cohérent. On peut utiliser la forme complète de la borne de Laneman [Laneman 2002, Sec.4.3.2], elle-même dérivée de la borne inférieure de Cover et Leung pour le canal à accès multiples avec canal de retour [Cover 1981]. En réutilisant les notations introduites pour le cas non cohérent dans la section précédente, on peut écrire la région atteignable de la manière suivante, avec $\bar{P}_{i,1}$ la part de puissance allouée par le noeud i pour son propre message, et $\bar{P}_{i,2}$ la part coopérative :

$$R_1 \leq \log(1 + \bar{P}_{1,1}) \quad (5.10a)$$

$$R_2 \leq \log(1 + \bar{P}_{2,1}) \quad (5.10b)$$

$$R_1 + R_2 \leq \log\left(1 + \ell_1(\bar{P}_{1,1} + \bar{P}_{1,2}) + \ell_2(\bar{P}_{2,1} + \bar{P}_{2,2}) + 2\sqrt{\ell_1\ell_2\bar{P}_{1,2}\bar{P}_{2,2}}\right) \quad (5.10c)$$

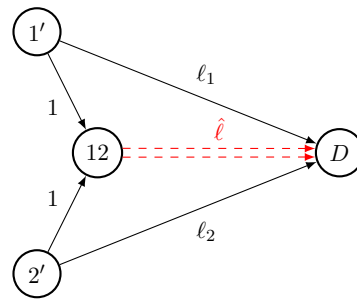


FIGURE 5.8 – Canal à accès multiples relayé équivalent à un canal à accès multiple coopératif et cohérent. On note ici $\hat{\ell} = \ell_1 + \ell_2$.

Par rapport au cas non cohérent (5.7), le gain est ici lié à la somme des débits $R_1 + R_2$, où un terme de combinaison apparaît. On remarque immédiatement que la forme obtenue ainsi est similaire au cas du canal à relais étudié dans le chapitre 4. Il est en effet possible d'introduire ici également un noeud virtuel à la manière du schéma 5.8. Le modèle est ici équivalent à un MARC non cohérent. Ce modèle de canal a été étudié en particulier dans [Kramer 2005], qui donne une borne inférieure *decode-and-forward* et une borne supérieure. Dans notre cas, les sources 1' et 2' émettent leur message vers la destination, et un noeud virtuel 12 représentant la coopération entre les sources. Ce noeud virtuel reçoit les symboles des sources simultanément à travers 2 canaux indépendants. Il émet ensuite son propre symbole à travers un canal MISO. En effet, il est possible de réécrire la contrainte (5.10c) sous la forme suivante :

$$R_1 + R_2 \leq \log\left(1 + \ell_1\bar{P}_{1,1} + \ell_2\bar{P}_{2,1} + \left(\sqrt{\ell_1\bar{P}_{1,2}} + \sqrt{\ell_2\bar{P}_{2,2}}\right)^2\right) \quad (5.11)$$

Sous une contrainte de puissance globale, il est donc possible d'allouer une puissance $\bar{P}_{\text{eq}}$ à la coopération des deux sources, et de dériver l'allocation optimale de puissance entre $\bar{P}_{1,2}$ et $\bar{P}_{2,2}$:

$$\bar{P}_{1,2} = \frac{\ell_1}{\ell_1 + \ell_2} \bar{P}_{\text{eq}} \quad \bar{P}_{2,2} = \frac{\ell_2}{\ell_1 + \ell_2} \bar{P}_{\text{eq}} \quad (5.12)$$

En réinjectant (5.12) dans l'expression de la région atteignable (5.10), on obtient l'expression finale de la région atteignable, avec $\bar{P}_{1,1} + \bar{P}_{2,1} + \bar{P}_{\text{eq}} = \bar{P}_{\text{tot}}$ et $\hat{\ell} = \ell_1 + \ell_2$:

$$R_1 \leq \log(1 + \bar{P}_{1,1}) \quad (5.13a)$$

$$R_2 \leq \log(1 + \bar{P}_{2,1}) \quad (5.13b)$$

$$R_1 + R_2 \leq \log\left(1 + \ell_1 \bar{P}_{1,1} + \ell_2 \bar{P}_{2,1} + \hat{\ell} \bar{P}_{\text{eq}}\right) \quad (5.13c)$$

Il est alors plus simple de dériver l'allocation de puissance optimale entre les différentes sources, et on peut énoncer la proposition suivante :

Proposition 5.3. *Dans un CAMC full-duplex cohérent, sous une contrainte de puissance globale $\bar{P}_{\text{tot}}$, l'allocation optimale de puissance entre les sources pour atteindre un débit commun maximal est telle que :*

— Si $\bar{P}_{\text{tot}} \leq 2(\hat{\ell} - 2)$, alors :

$$\bar{P}_{\text{eq}} = 0 \quad \bar{P}_{1,1} = \bar{P}_{2,1} = \bar{P}_{\text{tot}}/2 \quad (5.14)$$

— Si $\bar{P}_{\text{tot}} > 2(\hat{\ell} - 2)$, alors :

$$\bar{P}_{1,1} = \bar{P}_{2,1} = \frac{\sqrt{(2 + \hat{\ell})^2 + 4\hat{\ell}\bar{P}_{\text{tot}}} - (2 + \hat{\ell})}{2} \quad \bar{P}_{\text{eq}} = \bar{P}_{\text{tot}} - 2\bar{P}_{1,1} \quad (5.15)$$

Démonstration. Le problème d'optimisation s'écrit :

$$\begin{aligned} \min_{R, \bar{P}_{1,1}, \bar{P}_{2,1}, \bar{P}_{\text{eq}}} \quad & -R \\ \text{s.c.} \quad & R \leq \log(1 + \bar{P}_{1,1}) \\ & R \leq \log(1 + \bar{P}_{2,1}) \\ & 2R \leq \log\left(1 + \ell_1 \bar{P}_{1,1} + \ell_2 \bar{P}_{2,1} + \hat{\ell} \bar{P}_{\text{eq}}\right) \\ & \bar{P}_{\text{tot}} = \bar{P}_{1,1} + \bar{P}_{2,1} + \bar{P}_{\text{eq}} \end{aligned} \quad (5.16)$$

Les dérivées partielles du Lagrangien $\mathcal{L}$ associé au problème sont donc, avec $A = 1 + \ell_1 \bar{P}_{1,1} + \ell_2 \bar{P}_{2,1} + \hat{\ell} \bar{P}_{\text{eq}}$:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial R} &= \lambda_1 + \lambda_2 + 2\lambda_3 - 1 \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \bar{P}_{1,1}} &= -\frac{\lambda_1}{1 + \bar{P}_{1,1}} - \frac{\lambda_3 \ell_1}{A} + \mu \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \bar{P}_{2,1}} &= -\frac{\lambda_2}{1 + \bar{P}_{2,1}} - \frac{\lambda_3 \ell_2}{A} + \mu \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \bar{P}_{\text{eq}}} &= -\frac{\lambda_3 \hat{\ell}}{A} + \mu \end{aligned}$$

Dans le cas général on déduit donc, puisque $\mu \neq 0$, que de par la dernière dérivée partielle on a nécessairement $\lambda_3 \neq 0$. En injectant $\mu = \lambda_3 \hat{\ell}/A$ dans les autres dérivées partielles on a $\lambda_1 \neq 0$ et $\lambda_2 \neq 0$. Les 3 inégalités sont donc vérifiées avec égalité. En particulier, on a $\bar{P}_{1,1} = \bar{P}_{2,1}$ et $\bar{P}_{\text{eq}} = \bar{P}_{\text{tot}} - 2\bar{P}_{1,1}$. En combinant les 3 égalités, $\bar{P}_{1,1}$ doit vérifier le polynôme de second degré :

$$\bar{P}_{1,1}^2 + (2 + \hat{\ell})\bar{P}_{1,1} - \hat{\ell}\bar{P}_{\text{tot}} = 0$$

Si la solution dépasse $\bar{P}_{\text{tot}}/2$, alors $\bar{P}_{\text{eq}} = 0$. En réinjectant cette situation dans (5.16), on a toujours $\bar{P}_{1,1} = \bar{P}_{2,1}$, et $\bar{P}_{\text{tot}}$ doit vérifier $(1 + \bar{P}_{\text{tot}}/2)^2 \leq (1 + \hat{\ell}\bar{P}_{\text{tot}})$, ce qui donne le premier cas de la proposition. $\square$

Dans le cas cohérent, la borne supérieure de la région de capacité donnée par Laneman dans [Laneman 2002, Sec.4.2] dépend des variables $\bar{P}_1$, $\bar{P}_2$ et ρ et des qualités des différents canaux. Il est difficile de prouver catégoriquement que les différentes fonctions délimitant la région sont concaves en ces variables – rendant ainsi le problème d’optimisation associé convexe. Cependant, basé sur les observations de la borne inférieure *decode-and-forward*, nous proposons ici d’utiliser la présence du noeud virtuel pour dériver une expression de la borne supérieure région de capacité convexe, incluant de plus la restriction sur la dépendance entre les sources introduite par [Tandon 2011].

Les symboles émis par chaque source dans le modèle original de CAMC sont donc séparés en deux parties indépendantes ; la première contient l’information émise par chaque source pour transmettre son propre message, et la seconde capture la coopération des sources pour transmettre leurs informations combinées. On a donc une séparation des symboles X_1 et X_2 en $X_1 = (X_{1,1}, X_{1,2})$ et $X_2 = (X_{2,1}, X_{2,2})$, et les noeuds peuvent arbitrairement choisir la répartition de leurs ressources entre leurs symboles propres. Les sources virtuelles (1') et (2') ne possède plus de variables de réception, ces dernières étant rassemblées sur le noeud virtuel de coopération (12) et notées $(Y_1, Y_2) = Y_{\text{eq}}$. La proposition suivante et sa preuve formalisent cette approche et montrent l’équivalence entre la capacité du canal 5.8 et celle du CAMC cohérent général.

Proposition 5.4. *La région de capacité du canal à accès multiples coopératif full-duplex est bornée par le haut par l’application du théorème 2.2 sur le canal à accès multiple relayé équivalent tel que représenté sur la figure 5.8.*

Démonstration. La preuve se base sur la construction des symboles émis par les sources $j \in \{1, 2\}$ à partir de symboles indépendants $X_{j,1}$ et $X_{j,2}$ représentant respectivement l’information personnelle de la source et l’information coopérative. Cette dérivation nous permet d’identifier la présence du noeud virtuel, en particulier en montrant que les symboles $X_{1,2}$ et $X_{2,2}$ sont liés par une relation linéaire et s’écrivent donc toutes deux comme une fonction linéaire d’un symbole X_{eq} . On a au final la région suivante :

$$R_1 \leq I(X_{1,1}; Y_2, Y_D | X_{2,1}, X_{\text{eq}}) \quad (5.17a)$$

$$R_2 \leq I(X_{2,1}; Y_1, Y_D | X_{1,1}, X_{\text{eq}}) \quad (5.17b)$$

$$R_1 \leq I(X_{1,1}, X_{\text{eq}}; Y_D | X_{2,1}) \quad (5.17c)$$

$$R_2 \leq I(X_{2,1}, X_{\text{eq}}; Y_D | X_{1,1}) \quad (5.17d)$$

$$R_1 + R_2 \leq I(X_{1,1}, X_{2,1}; Y_1, Y_2, Y_D | X_{\text{eq}}) \quad (5.17e)$$

$$R_1 + R_2 \leq I(X_{1,1}, X_{2,1}, X_{\text{eq}}; Y_D) \quad (5.17f)$$

Cette région correspond à l’application du théorème 2.2 au modèle de MARC représenté sur la figure 5.8. Dans le modèle de MARC équivalent, comme pour la borne inférieure de [Laneman 2002], le “relais” virtuel émet X_{eq} vers la destination à travers un canal MISO, et reçoit l’information des deux autres sources simultanément mais à travers des récepteurs séparés. Les symboles émis par les deux sources virtuelles et par le relais virtuel sont également tous indépendants. La preuve complète est décrite dans l’annexe A.3. $\square$

Remarque. – La région dérivée dans cette preuve correspond partiellement à celle fournie par [Tandon 2011], en identifiant $X_1 = (X_{1,1}, X_{1,2})$, $X_2 = (X_{2,1}, X_{2,2})$ et $T = (X_{1,2}, X_{2,2})$. Elle y ajoute également deux contraintes sur la région de capacité, (5.17c) et (5.17d), qui correspondent intuitivement à la situation où toute la contribution coopérative est dirigée vers le message de la source 1 ou de la source 2. Ce résultat est donc une dérivation alternative et légèrement plus contrainte que celle de [Tandon 2011], et a l'avantage certain que l'optimalité d'une distribution gaussienne pour tous les symboles est plus simple à démontrer. En effet, ces symboles étant tous indépendants les uns des autres, les théorèmes d'entropie maximale [El Gamal 2011, p.21] et de Lévy-Cramer [Pollard 2002, Sec.8.8] permettent d'arriver directement à cette conclusion.

L'application sur un canal AWGN des bornes (5.17) permet d'exprimer directement le problème d'optimisation lié à la maximisation du débit commun sur le CAMC *full-duplex* cohérent de la manière suivante :

$$\begin{aligned}
 & \min_{\bar{P}_1, \bar{P}_2, \bar{P}_{\text{eq}}} && -R \\
 \text{s.c.} &&& R_1 \leq \log(1 + (1 + \ell_1)\bar{P}_{1,1}) \\
 &&& R_2 \leq \log(1 + (1 + \ell_2)\bar{P}_{2,1}) \\
 &&& R_1 + R_2 \leq \log(1 + \ell_1\bar{P}_{1,1} + \ell_2\bar{P}_{2,1} + \hat{\ell}\bar{P}_{\text{eq}}) \\
 &&& R_1 \leq \log(1 + \ell_1\bar{P}_{1,1} + \hat{\ell}\bar{P}_{\text{eq}}) \\
 &&& R_2 \leq \log(1 + \ell_2\bar{P}_{2,1} + \hat{\ell}\bar{P}_{\text{eq}}) \\
 &&& R_1 + R_2 \leq \log(1 + (1 + \ell_1)\bar{P}_{1,1} + (1 + \ell_2)\bar{P}_{2,1} + (1 + \hat{\ell})\bar{P}_{1,1}\bar{P}_{2,1}) \\
 &&& \bar{P}_{\text{tot}} = \bar{P}_{1,1} + \bar{P}_{1,2} + \bar{P}_{\text{eq}}
 \end{aligned} \tag{5.18}$$

Ce problème présente des combinaisons simples des différentes variables de puissances avec les états des canaux. Il est de plus clairement convexe en $\bar{P}_1, \bar{P}_2, \bar{P}_{\text{eq}}$. Il est possible de déduire une allocation optimale de puissance analytiquement, mais celle-ci est sous la forme d'une racine d'un polynôme du 3^e degré, ce qui la rend peu utilisable en pratique. Comme les allocations de puissance sur les bornes supérieures sont de toute façon moins représentatives que sur les bornes inférieures, nous nous limitons dans ce cas à la résolution numérique du problème.

Nous représentons sur la figure 5.9 un certain nombre d'applications des résultats de cette section pour différentes valeurs d'affaiblissement des canaux ℓ_1 et ℓ_2 . Nous concentrons notre intérêt sur le gain de la coopération en terme de débit commun atteignable lorsque l'un des noeuds sources a un canal relativement plus mauvais que l'autre source vers la destination. On voit tout d'abord que dans cette situation, les bornes inférieures *decode-and-forward* sont très proches de leurs bornes supérieures respectives ; comme pour le canal à relais simple, lorsque le lien entre les sources est relativement de bonne qualité par rapport aux liens vers la destination, les protocoles *decode-and-forward* sont les plus performants. En terme de gains de coopération, on observe que par rapport au canal à accès multiples non coopératifs, même sans utiliser un *decode-and-forward* cohérent, la coopération apporte un gain de plus de 20% à $\bar{P}_{\text{tot}} = 10$. On voit sur les courbes représentant les régions de capacité que les performances du protocole non coopératif en terme de débit commun atteignable sont fortement touchées par le noeud ayant le plus mauvais canal vers la destination, alors que la coopération symétrise les performances des deux sources.

On peut ainsi, par l'utilisation des protocoles présentés ici, homogénéiser les performances d'un canal à plusieurs sources en utilisant les meilleurs noeuds du réseau.

5.3.3 Minimisation de l'énergie rayonnée

Nous traitons dans cette section le problème complémentaire, et nous visons à minimiser la puissance nécessaire pour atteindre une capacité commune R^* sur chacune des sources. Dans le cas du canal à relais nous pouvions directement inverser la fonction de capacité par rapport à la puissance totale $\bar{P}_{\text{tot}}$, et ce résultat était immédiat. Pour le CAMC, il n'est pas a priori évident d'inverser la fonction de capacité, car l'expression de celle-ci varie en fonction de l'état des canaux. Il est néanmoins possible de traiter les problèmes à la base, sous la forme (5.9), pour les bornes inférieures. Nous pouvons énoncer la proposition suivante pour le canal à accès multiples non coopératif :

Proposition 5.5. *Dans un canal à accès multiples non coopératif, si $\ell_1 \neq \ell_2$, la puissance minimale globale nécessaire pour que chaque source atteigne un débit seuil R^* est égale à, avec $T = e^{R^*}$:*

$$\bar{P}_{\text{tot}} = (T - 1) \left[\frac{1}{\ell_1} + \frac{1}{\ell_2} + (T - 1) \min \left\{ \frac{1}{\ell_1}, \frac{1}{\ell_2} \right\} \right] \quad (5.19)$$

Si $\ell_1 > \ell_2$, la répartition de puissance est la suivante :

$$\bar{P}_1 = \frac{T(T - 1)}{\ell_1} \quad \bar{P}_2 = \frac{T - 1}{\ell_2} \quad (5.20)$$

Dans le cas contraire, on a le résultat symétrique :

$$\bar{P}_1 = \frac{T - 1}{\ell_1} \quad \bar{P}_2 = \frac{T(T - 1)}{\ell_2} \quad (5.21)$$

Si $\ell_1 = \ell_2 = l$, l'allocation de puissance est indifféremment (5.20) ou (5.21) et on a :

$$\bar{P}_{\text{tot}} = \frac{T^2 - 1}{l} \quad (5.22)$$

Démonstration. La dérivation suit le principe de celles pour le débit commun atteignable, sans contrainte d'égalité. Le Lagrangien du problème s'écrit :

$$\begin{aligned} \mathcal{L}(\bar{P}_1, \bar{P}_2, \lambda_1, \lambda_2, \lambda_3) = & \bar{P}_1 + \bar{P}_2 + \lambda_1 (R^* - \log(1 + \ell_1 \bar{P}_1)) \\ & + \lambda_2 (R^* - \log(1 + \ell_2 \bar{P}_2)) + \lambda_3 (2R^* - \log(1 + \ell_1 \bar{P}_1 + \ell_2 \bar{P}_2)) \end{aligned}$$

Ses dérivées partielles sont :

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \bar{P}_1} = 1 - \frac{\lambda_1 \ell_1}{1 + \ell_1 \bar{P}_1} - \frac{\lambda_3 \ell_1}{1 + \ell_1 \bar{P}_1 + \ell_2 \bar{P}_2} \quad \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \bar{P}_2} = 1 - \frac{\lambda_2 \ell_2}{1 + \ell_1 \bar{P}_1} - \frac{\lambda_3 \ell_2}{1 + \ell_1 \bar{P}_1 + \ell_2 \bar{P}_2}$$

Pour $\ell_1 \neq \ell_2$ il n'est pas possible d'avoir $\lambda_3 = 0$ ou les 3 contraintes actives, sauf pour $R^* = 0$, car les deux premières contraintes sommées sont toujours strictement supérieures à la troisième. En conséquence, nous devons traiter les cas $\lambda_1 = 0$ ou $\lambda_2 = 0$. Dans le premier cas, par recombinaison des dérivées partielles, on obtient que $\lambda_2 \neq 0$ et par conséquent on peut résoudre successivement pour $\bar{P}_1$ et $\bar{P}_2$ à l'aide des relations $R^* = \log(1 + \ell_2 \bar{P}_2)$ et $2R^* = \log(1 + \ell_1 \bar{P}_1 + \ell_2 \bar{P}_2)$. On procède de la même manière pour le cas $\lambda_2 = 0$. Suivant que $\ell_1 > \ell_2$ ou $\ell_1 < \ell_2$ l'une ou l'autre de ces allocations sera minimale et on obtient les premiers résultats de la proposition. Si $\ell_1 = \ell_2$, alors le problème dégénère et on a $2R^* = \log(1 + l\bar{P}_{\text{tot}})$. $\square$

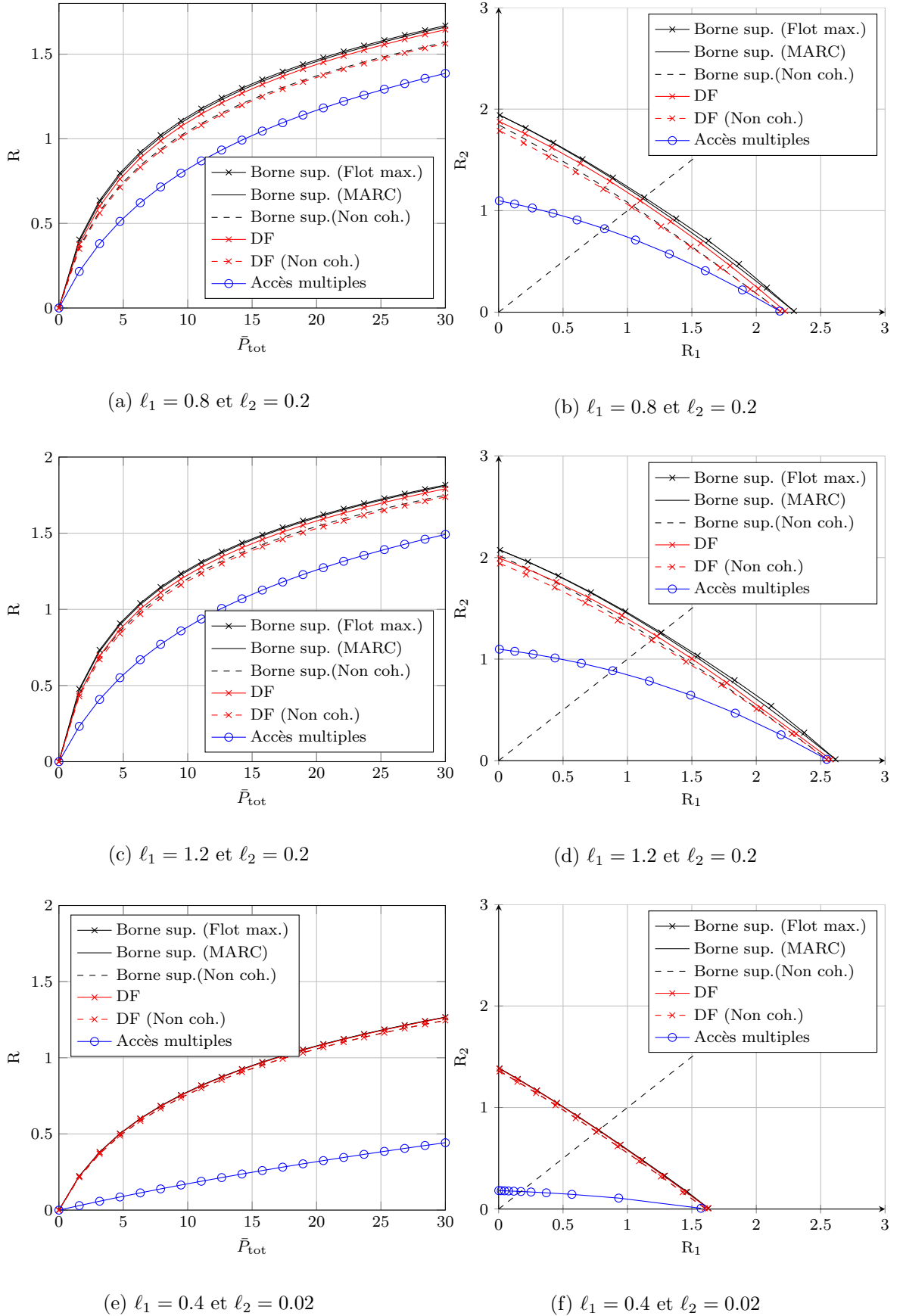


FIGURE 5.9 – La colonne de gauche présente le débit commun atteignable pour les bornes de cette section, la colonne de droite la région de capacité sous contrainte de puissance globale $\bar{P}_{\text{tot}} = 10$. Les débits sont en nats/s/Hz.

Pour le canal à accès multiples non coopératif, on va donc allouer plus de puissance au noeud ayant le meilleur canal. Ce résultat est cohérent avec les méthodes de codage sur ce canal où l'on va décoder en premier l'information de la source ayant le meilleur SNR, puis l'information de la seconde source après avoir ôté la contribution de la première [Cover 2006, Ch.10].

Pour le *decode-and-forward*, nous pouvons remarquer dans un premier temps que dans le cas non-cohérent, la source ayant le moins bon canal ne va pas coopérer avec la seconde, et va uniquement chercher à envoyer sa propre information. Comme les sources ne peuvent pas communiquer de manière synchronisée, il n'y a aucun gain possible à envoyer un symbole commun, et sous une contrainte de puissance globale la stratégie la plus efficace pour la "mauvaise" source est de libérer sa part de coopération. En conséquence, il est possible ici aussi d'utiliser la représentation du noeud virtuel, en considérant cette fois que le canal équivalent est égal au meilleur des deux canaux des sources vers la destination, soit $\hat{\ell} = \max\{\ell_1, \ell_2\}$. Il est donc possible de traiter les cas non cohérents et cohérents de manière similaire, et l'on peut énoncer la proposition suivante :

Proposition 5.6. *Dans un canal à accès multiple coopératif opérant suivant un protocole decode-and-forward, la puissance minimale globale nécessaire pour que chaque source atteigne un débit seuil R^* est égale à, avec $T = e^{R^*}$:*

$$\bar{P}_{\text{tot}} = (T - 1) \left[\frac{(T + 1) - (\ell_1 + \ell_2)}{\hat{\ell}} + 2 \right] \quad (5.23)$$

Si les sources peuvent émettre de manière cohérente, on a $\hat{\ell} = \ell_1 + \ell_2$. Dans le cas contraire, on a $\hat{\ell} = \max\{\ell_1, \ell_2\}$. La répartition des puissances est telle que :

$$\bar{P}_1 = T - 1 \quad \bar{P}_2 = T - 1 \quad \bar{P}_{\text{eq}} = (T - 1) \frac{(T + 1) - (\ell_1 + \ell_2)}{\hat{\ell}} \quad (5.24)$$

Pour le cas non cohérent, la puissance $\bar{P}_{\text{eq}}$ est attribuée au noeud source ayant le canal de meilleure qualité. Dans le cas cohérent, elle est répartie entre les noeuds suivant (5.12).

Démonstration. Le problème comprend cette fois une variable de puissance supplémentaire, et s'écrit :

$$\begin{aligned} \min_{\bar{P}_1, \bar{P}_2, \bar{P}_{\text{eq}}} \quad & \bar{P}_1 + \bar{P}_2 + \bar{P}_{\text{eq}} \\ \text{s.c.} \quad & R^* \leq \log(1 + \bar{P}_1) \\ & R^* \leq \log(1 + \bar{P}_2) \\ & 2R^* \leq \log(1 + \ell_1 \bar{P}_1 + \ell_2 \bar{P}_2 + \hat{\ell} \bar{P}_{\text{eq}}) \end{aligned}$$

Les dérivées partielles du Lagrangien associé sont donc, avec $A = \ell_1 \bar{P}_1 + \ell_2 \bar{P}_2 + \hat{\ell} \bar{P}_{\text{eq}}$:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \bar{P}_1} &= 1 - \frac{\lambda_1}{1 + \bar{P}_1} - \frac{\lambda_3 \ell_1}{1 + A} \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \bar{P}_2} &= 1 - \frac{\lambda_2}{1 + \bar{P}_2} - \frac{\lambda_3 \ell_2}{1 + A} \\ \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \bar{P}_{\text{eq}}} &= 1 - \frac{\lambda_3 \hat{\ell}}{1 + A} \end{aligned}$$

On voit immédiatement que $\lambda_3 = A/\hat{\ell} \neq 0$. En réinjectant cette valeur, on en déduit que $\lambda_1 = \ell_2(1 + \bar{P}_1)/\hat{\ell}$ et $\lambda_2 = \ell_1(1 + \bar{P}_2)/\hat{\ell}$, et sont donc tous deux différents de 0. Les trois contraintes sont donc actives à l'optimal global. Des deux premières on peut déduire $\bar{P}_1 = \bar{P}_2 = T - 1$, et en inversant la dernière contrainte on a :

$$\bar{P}_{\text{eq}} = \frac{T^2 - 1 - \ell_1(T - 1) - \ell_2(T - 1)}{\hat{\ell}} = (T - 1) \frac{(T + 1) - (\ell_1 + \ell_2)}{\hat{\ell}}$$

□

Remarque. – Cette expression nous fournit, pour les protocoles *decode-and-forward* dans les CAMC *full-duplex*, un critère de choix de relais minimisant la puissance nécessaire pour atteindre un certain débit commun R^* . Dans le cas du *decode-and-forward* cohérent, le choix du relais est indépendant de R^* et l'on cherche le partenaire minimisant la métrique $C_{\text{coh}}^{(\text{FD})}$:

$$C_{\text{coh}}^{(\text{FD})} = (\ell_1 + \ell_2)^{-1} = \frac{|h_3|^2}{|h_1|^2 + |h_2|^2} \quad (5.25)$$

Pour le *decode-and-forward* cohérent, on veut minimiser la métrique $C_{\text{noncoh}}^{(\text{FD})}$, qui dépend cette fois du débit ciblé :

$$C_{\text{noncoh}}^{(\text{FD})} = \frac{(T + 1) - (\ell_1 + \ell_2)}{\hat{\ell}} = \frac{|h_3|^2(2^{R^*} + 1) - (|h_1|^2 + |h_2|^2)}{\max\{|h_1|^2, |h_2|^2\}} \quad (5.26)$$

Sur la figure 5.10, on voit que jusqu'à $R^* = 1.5$ nats/s, la diminution de puissance rayonnée pour atteindre R^* en utilisant un protocole *decode-and-forward* est supérieure à 30% de celle dépensée, en globalité, par un accès simultané non coopératif. On voit sur cette figure également que le *decode-and-forward* non-cohérent tend vers le canal à accès multiples non coopératif lorsque le débit cible R^* augmente, alors que le *decode-and-forward* cohérent tend lui vers la borne supérieure.

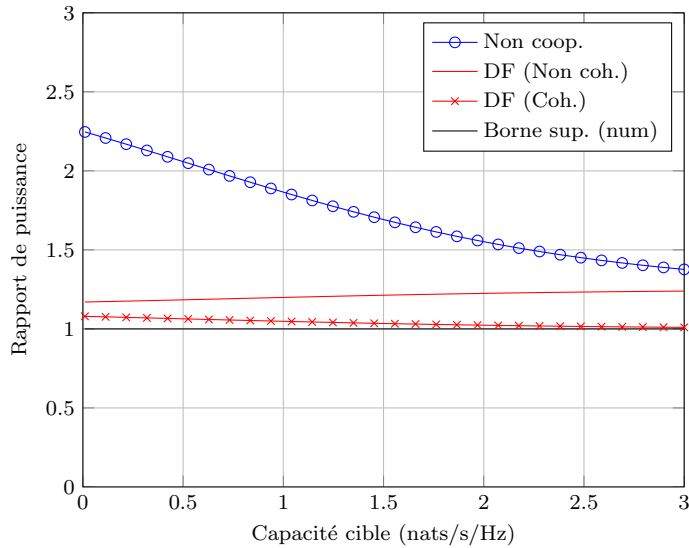


FIGURE 5.10 – Rapport entre les énergies globales minimales des différents protocoles de cette section avec la borne supérieure, calculée numériquement à l'aide du problème (5.9), pour $\ell_1 = 0.8$ et $\ell_2 = 0.2$.

5.4 Canal à accès multiples coopératif *half-duplex*

Comme pour le canal à relais, le cas *half-duplex* a en pratique un comportement similaire au cas *full-duplex*, mais son analyse est rendue plus difficile par la présence des variables de partage de temps en plus de l'allocation de puissance. Nous présentons ici tout d'abord les bornes supérieures et *decode-and-forward* présentes dans la littérature, auxquelles nous ajoutons un nouveau résultat se basant sur le protocole appliqué dans [Xiao 2007]. Nous présentons ensuite une série de transformations permettant d'exprimer n'importe quel problème de capacité dans les réseaux *half-duplex* sous la forme d'un problème d'optimisation purement convexe. L'analyse de ces résultats nous permet au final de proposer un protocole simple présentant de bonnes performances par rapport à la meilleure borne inférieure connue pour ce canal à ce jour.

5.4.1 Bornes théoriques de capacité

Afin de bien différencier les différentes variables, nous noterons $X_i^{(j)}$ pour identifier la variable d'émission du noeud i dans le slot j , $Y_i^{(j)}$ la variable de réception du noeud i dans le slot j , et $U_i^{(j)}$ la variable auxiliaire de relayage de l'information du noeud j par le noeud i .

5.4.1.1 Borne supérieure

Il est possible d'obtenir une borne supérieure de la capacité du CAMC *half-duplex* via une application du théorème 4.1, mais en utilisant un noeud virtuel. L'expression de la borne supérieure s'en trouve simplifiée.

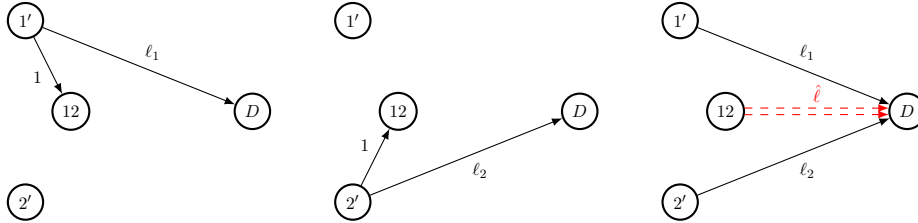


FIGURE 5.11 – Canal à accès multiples relayé équivalent à un canal à accès multiple coopératif *half-duplex* cohérent. On note ici $\hat{\ell} = \ell_1 + \ell_2$.

Cette représentation a un sens principalement pour le modèle 1. En l'absence de slot de coopération, la présence de la source virtuelle n'apporte aucune amélioration à la borne supérieure. L'application du théorème 4.1 au modèle de canal équivalent nous permet d'énoncer la proposition suivante.

Proposition 5.7 (Borne supérieure de la capacité du CAMC à 2 sources). *Soit un canal à accès multiple coopératif à 2 sources, avec un slot de coopération. La région de capacité $\mathcal{C}$ atteignable est incluse dans l'ensemble défini comme suit, sur les débits R_1 et R_2 des noeuds sources 1 et 2 respectivement.*

$$R_1 \leq t_1 I(X_1^{(1)}; Y_D^{(1)}, Y_{eq}^{(1)}) + t_3 I(X_1^{(3)}; Y_D^{(3)} | X_{eq}^{(3)}, X_2^{(3)}) \quad (5.27a)$$

$$R_2 \leq t_1 I(X_1^{(1)}; Y_D^{(1)}) + t_3 I(X_1^{(3)}, X_{eq}^{(3)}; Y_D^{(3)} | X_2^{(3)}) \quad (5.27b)$$

$$R_2 \leq t_2 I(X_2^{(2)}; Y_D^{(2)}, Y_{eq}^{(2)}) + t_3 I(X_2^{(3)}; Y_D^{(3)} | X_{eq}^{(3)}, X_1^{(3)}) \quad (5.27c)$$

$$R_2 \leq t_2 I(X_2^{(2)}; Y_D^{(2)}) + t_3 I(X_2^{(3)}, X_{eq}^{(3)}; Y_D^{(3)} | X_1^{(3)}) \quad (5.27d)$$

$$R_1 + R_2 \leq t_1 I(X_1^{(1)}; Y_D^{(1)}) + t_2 I(X_2^{(2)}; Y_D^{(2)}) + t_3 I(X_1^{(3)}, X_2^{(3)}, X_{eq}^{(3)}; Y_D^{(3)}) \quad (5.27e)$$

$$R_1 + R_2 \leq t_1 I(X_1^{(1)}; Y_{eq}^{(1)}, Y_D^{(1)}) + t_2 I(X_2^{(2)}; Y_{eq}^{(2)}, Y_D^{(2)}) \\ + t_3 I(X_1^{(3)}, X_2^{(3)}; Y_D^{(3)} | X_{eq}^{(3)}) \quad (5.27f)$$

En l'absence de slot de coopération, la région de capacité est incluse dans l'ensemble des (R_1, R_2) vérifiant :

$$R_1 \leq t_1 I(X_1^{(1)}; Y_D^{(1)}, Y_2^{(1)}) \quad (5.28a)$$

$$R_2 \leq t_2 I(X_2^{(2)}; Y_D^{(2)}, Y_1^{(2)}) \quad (5.28b)$$

$$R_1 + R_2 \leq t_1 I(X_1^{(1)}; Y_D^{(1)}) + t_2 I(X_2^{(2)}; Y_D^{(2)}) \quad (5.28c)$$

Remarque. – Al Haija et Vu donnent une version semblable de la borne supérieure du modèle 1 du CAMC *half-duplex* dans [Al Haija 2012b], en introduisant une variable aléatoire auxiliaire S que nous pouvons donc identifier au noeud virtuel. Cette variable leur donne une région légèrement moins contrainte que (5.27), mais qui inclut la seconde contrainte sur la somme des débits (5.27f). Les auteurs de [Al Haija 2012b] notent également, comme on peut le voir ici, qu'il n'y a pas de *condition de dépendance* [Tandon 2011] comme c'était le cas pour le modèle *full-duplex*, car les noeuds n'ont pas à échanger leur information propre et coopérer vers la destination dans le même temps de parole. L'introduction du noeud virtuel permet donc encore d'expliquer de manière intuitive les résultats les plus récents de la littérature.

5.4.1.2 Bornes inférieures *decode-and-forward*

Dans les travaux sur le CAMC *full-duplex*, et comme dans beaucoup de protocoles de relayage dans les réseaux *full-duplex*, il est nécessaire pour les protocoles d'utiliser une formulation dite *block-Markov* où le codage doit être décrit sur plusieurs blocs de taille n , et les mots codes choisis à l'émission dans un bloc b dépendent des mots codes reçus au bloc $b - 1$. Contrairement aux cas point-à-point, on devra étudier le comportement asymptotique de la probabilité d'erreur quand la taille des blocs et le nombre de blocs tendent vers l'infini.

Dans les CAMC *half-duplex* à slot coopératif, cette contrainte disparaît. En effet, si on observe l'ordonnancement des slots sur la figure 5.2, on voit qu'à la fin du second slot, les deux noeuds auront partagé leur information et peuvent choisir le mot code coopératif à transmettre dans la dernière phase. Ce mot code dépend uniquement des messages transmis dans les deux premiers slots, et le décalage naturel dû à la contrainte *half-duplex* rend l'utilisation d'une méthode de codage en *block-Markov* inutile. Le slot coopératif intervient après l'échange des informations initiales, et non pas de manière simultanée. Cette particularité a été identifiée par [Al Haija 2012b]. L'analyse de la probabilité d'erreur de la borne inférieure *decode-and-forward* se trouve donc simplifiée. On donne ci-après la région atteignable d'Al Haija-Vu pour le cas à deux sources.

Théorème 5.1 (*Decode-and-forward* dans un CAMC à 2 sources avec slot coopératif). On considère un canal à accès multiples coopératifs à deux sources $(\mathcal{X}_1, \mathcal{X}_2, \{p(y_2, y_D|x_1), p(y_1, y_D|x_2), p(y_D|x_1, x_2)\}, \mathcal{Y}_1, \mathcal{Y}_2, \mathcal{Y}_D)$. La région de débits atteignables est alors définie comme la fermeture convexe de l'ensemble des vecteurs de débits (R_1, R_2) vérifiant :

$$R_1 \leq t_1 I(X_1^{(1)}; Y_2^{(1)}) + t_3 I(X_1^{(3)}; Y_D^{(3)} | X_2^{(3)}, S) \quad (5.29a)$$

$$R_2 \leq t_2 I(X_2^{(2)}; Y_1^{(2)}) + t_3 I(X_2^{(3)}; Y_D^{(3)} | X_1^{(3)}, S) \quad (5.29b)$$

$$R_1 + R_2 \leq t_1 I(X_1^{(1)}; Y_2^{(1)}) + t_2 I(X_2^{(2)}; Y_1^{(2)}) + t_3 I(X_1^{(3)}, X_2^{(3)}; Y_D^{(3)} | S) \quad (5.29c)$$

$$R_1 + R_2 \leq t_1 I(X_1^{(1)}; Y_D^{(1)}) + t_2 I(X_2^{(2)}; Y_1^{(2)}) + t_3 I(X_1^{(3)}, X_2^{(3)}; Y_D^{(3)}) \quad (5.29d)$$

$$R_1 + R_2 \leq t_1 I(X_1^{(1)}; Y_2^{(1)}) + t_2 I(X_2^{(2)}; Y_D^{(2)}) + t_3 I(X_1^{(3)}, X_2^{(3)}; Y_D^{(3)}) \quad (5.29e)$$

$$R_1 + R_2 \leq t_1 I(X_1^{(1)}; Y_D^{(1)}) + t_2 I(X_2^{(2)}; Y_D^{(2)}) + t_3 I(X_1^{(3)}, X_2^{(3)}; Y_D^{(3)}) \quad (5.29f)$$

La distribution des symboles sources vérifie la factorisation suivante :

$$p(x_1^{(1)}, x_1^{(3)}, x_2^{(2)}, x_2^{(3)}, s) = p(x_1^{(1)})p(x_2^{(2)})p(s|x_1^{(1)}, x_2^{(2)})p(x_1^{(3)}|s, x_1^{(1)})p(x_2^{(3)}|s, x_2^{(2)}) \quad (5.30)$$

Démonstration. [Al Haija 2012b, Th.2]

Remarque. – Les trois dernières inéquations de (5.29) correspondent à l'information minimale transitant de la source 1 vers la source 2 ou vers la destination pendant le premier slot, et inversement pour le second slot. Lorsque le lien entre les sources est de meilleure qualité que celui entre chaque source et la destination – le cas favorable au *decode-and-forward* comme on a pu le voir dans le chapitre 4 – ces inéquations se réduisent donc à la dernière, qui est aussi la coupe correspondante dans la borne supérieure. L'écart avec la borne supérieure provient donc des 3 premières inéquations et est du à la disparition du terme $Y_D^{(j)}$ dans les termes d'information mutuelle à chaque slot $j \in \{1, 2\}$, comme cela était le cas pour le canal à relais.

En l'absence de slot coopératif, il est nécessaire d'employer de nouveau une méthode d'encodage et de décodage block-Markov. Nous proposons un encodage de type block-Markov irrégulier avec décodage direct similaire à celui utilisé par Cover et El Gamal dans [Cover 1979]. On fixe une taille de bloc de n utilisations globales du canal. Pour chaque utilisation globale du canal, on aura $k_1, k_2 \geq 0$ symboles envoyés qui sont les utilisations du canal dans le mode 1 – où la source 1 émet – et le mode 2 respectivement. On a $\mathcal{M}_i = \{1, \dots, M_i\}$ $i \in \{1, 2\}$ et $M_i = 2^{n\tilde{R}_i}$ où $\tilde{R}_i$ est le débit par utilisation globale du canal. On suppose que $w_i \in \mathcal{M}_i$ sont les informations des sources. Dans chaque bloc, le noeud 1 transmet le message décodé du noeud 2 noté $\hat{w}_2$ à travers un index de groupe de messages ℓ_1 et inversement. On suppose une transmission utilisant B blocs de taille n , et $w_{i,b}$ représente l'information transmise par le noeud i dans le block b . Les informations sont agencées à chaque bloc de la manière représentée sur le tableau 5.2. On peut voir que cette méthode envoie $B-1$ message dans B blocs, et le débit associé est donc $\tilde{R}_i(B-1)/B \rightarrow \tilde{R}_i$ quand $B \rightarrow \infty$.

Proposition 5.8 (*Decode-and-forward* dans un CAMC à 2 sources sans slot coopératif). On considère un canal à accès multiples coopératifs à deux sources

Bloc 1 (($k_1 + k_2$) n symboles)	
$k_1 n$ symboles	$k_2 n$ symboles
$\mathbf{x}_1^{(1)}(w_{1,1}, 1)$ $\emptyset$	$\emptyset$ $\mathbf{x}_2^{(2)}(w_{2,1}, 1)$
Bloc 2 (($k_1 + k_2$) n symboles)	
$k_1 n$ symboles	$k_2 n$ symboles
$\mathbf{x}_1^{(1)}(w_{1,2}, l_{1,1}(\hat{w}_{2,1}))$ $\emptyset$	$\emptyset$ $\mathbf{x}_2^{(2)}(w_{2,2}, l_{2,1}(\hat{w}_{1,1}))$
$\vdots$	
Bloc $B - 1$ (($k_1 + k_2$) n symboles)	
$k_1 n$ symboles	$k_2 n$ symboles
$\mathbf{x}_1^{(1)}(w_{1,B-1}, l_{1,B-2}(\hat{w}_{2,B-2}))$ $\emptyset$	$\emptyset$ $\mathbf{x}_2^{(2)}(w_{2,B-1}, l_{2,B-2}(\hat{w}_{1,B-2}))$
Bloc B (($k_1 + k_2$) n symboles)	
$k_1 n$ symboles	$k_2 n$ symboles
$\tilde{\mathbf{x}}_1^{(1)}(1, l_{1,B-1}(\hat{w}_{2,B-1}))$ $\emptyset$	$\emptyset$ $\mathbf{x}_2^{(2)}(1, l_{2,B-1}(\hat{w}_{1,B-1}))$

TABLE 5.2 – Ordonnancement des messages pour le protocole *decode-and-forward* à deux sources sans slot coopératif

$(\mathcal{X}_1, \mathcal{X}_2, \{p(y_2, y_D|x_1), p(y_1, y_D|x_2)\}, \mathcal{Y}_1, \mathcal{Y}_2, \mathcal{Y}_D)$. La région de débits atteignables par un protocole *decode-and-forward* est alors définie comme la fermeture convexe de l'ensemble des vecteurs de débits (R_1, R_2) vérifiant :

$$\begin{aligned}
R_1 &\leq t_1 I(X_1^{(1)}; Y_2^{(1)} | U_1^{(2)}) \\
R_2 &\leq t_2 I(X_2^{(2)}; Y_1^{(2)} | U_2^{(1)}) \\
R_1 + R_2 &\leq t_1 I(X_1^{(1)}; Y_D^{(1)}) + t_2 I(X_2^{(2)}; Y_D^{(2)})
\end{aligned} \tag{5.31}$$

La distribution des symboles sources vérifie la factorisation suivante :

$$p(x_1^{(1)} x_2^{(2)}, u_1^{(2)}, u_2^{(1)}) = p(u_1^{(2)}, u_2^{(1)}) p(x_1^{(1)} | u_1^{(2)}) p(x_2^{(2)} | u_2^{(1)}) \tag{5.32}$$

Démonstration. La preuve de cette proposition est disponible dans l'annexe A.4.

Remarque. – Cette proposition donne une borne supérieure à tous les protocoles semblables à celui utilisé par [Xiao 2007]. Dans cette référence, les auteurs utilisent un décodage par fenêtre glissante de taille 1, ce qui correspond au décodage direct proposé dans l'annexe A.4. Dans certains cas, l'augmentation de la taille de la fenêtre de décodage peut augmenter les performances théoriques maximales des codes ; il existe par exemple pour les MARC des tailles de fenêtre optimales et des méthodes de codage spécifiques plus avancées que celles utilisées pour cette proposition [Sankar 2007].

5.4.1.3 Bornes inférieures simples

La borne inférieure la plus simple pour ces schémas est celle du canal à accès multiples (Th.2.3), ainsi que celle d'un partage de temps classique entre les liens source $\rightarrow$ destination. Dans cette section nous posons aussi comme borne inférieure atteignable la superposition de deux canaux à relais *decode-and-forward*. Pour le modèle 1 du CAMC, le canal à relais et la capacité en *decode-and-forward* associée sera celle du modèle 1 (Fig.4.2), et de même pour le modèle 2 (Fig.4.3).

Partage de temps optimal entre systèmes point à point Si on écrit que $R_1^* = I(X_1; Y_D)$ et $R_2^* = I(X_2; Y_D)$ sont les débits atteignables par la source 1 et 2 émettant seules, le partage de temps entre les deux sources donne la région atteignable suivante, pour $t_1, t_2 \geq 0$ et $t_1 + t_2 = 1$:

$$\begin{aligned} R_1 &\leq t_1 I(X_1; Y_D) \\ R_2 &\leq t_2 I(X_2; Y_D) \end{aligned} \quad (5.33)$$

Il est possible de trouver dans cette situation le débit commun R atteignable par les deux sources. On pose $t_1 R_1^* = t_2 R_2^*$ et $t_1 + t_2 = 1$, ce qui nous donne deux équations à deux inconnues. On note t_1^* le temps de parole de la source 1 correspondant au débit R et on a donc :

$$t_1^* = \frac{R_2^*}{R_1^* + R_2^*} \quad t_2^* = \frac{R_1^*}{R_1^* + R_2^*} \quad R = \frac{R_1^* R_2^*}{R_1^* + R_2^*} \quad (5.34)$$

Le débit commun atteignable est donc la moyenne harmonique des débits atteignables séparément par chacune des sources.

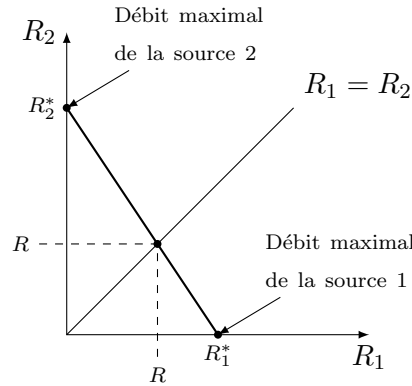


FIGURE 5.12 – Partage de temps optimal entre deux protocoles mono-sources.

La figure 5.12 représente l'interprétation géométrique de cette résolution. Sous une contrainte de puissance globale, un partage de temps entre deux protocoles mono-sources – comme une transmission directe ou un relaying mono-source – prendra toujours la forme d'une droite reliant les points R_1^* et R_2^* . En pratique donc pour ce genre de protocoles, on peut directement utiliser les résultats mono-source comme ceux du chapitre 4 et leur appliquer un partage de temps optimal suivant l'équation (5.34).

Utilisations de canaux à relais superposés Nous pouvons utiliser les deux modèles décrits dans les figures 4.2 et 4.3 afin de superposer des canaux à relais. Dans ces modes, à chaque utilisation du canal, une seule source d'information est active dans le sens où il n'y a jamais de recombinaison entre les informations des sources sur un même slot. Ce mode de fonctionnement est appelé *coopération opportuniste*. Dans notre schéma à deux sources, cela signifie que chaque noeud émet sa propre information ou relaie celle de l'autre source, d'où un fonctionnement en relais superposés avec partage de temps. Les modèles de fonctionnement du CAMC (Fig.5.2 et Fig.5.3) correspondent dans cette situation aux modèles du canal à relais 1 et 2 du chapitre 4. Les figures 5.13 et 5.14 précisent le fonctionnement de ces deux modèles.

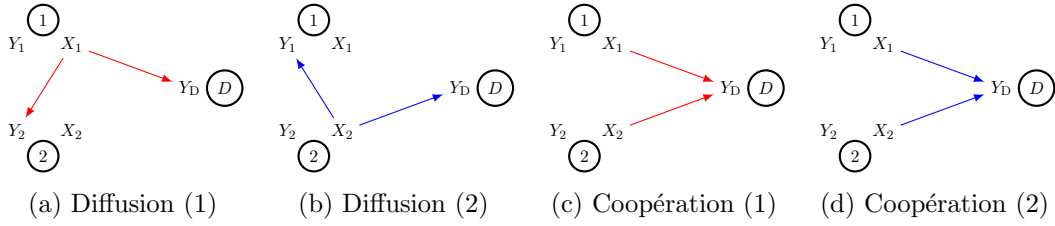


FIGURE 5.13 – Canaux à relais superposés pour le modèle 1. On associe à chaque slot les temps d'émission t_1 , t_2 , t_3 et t_4 .

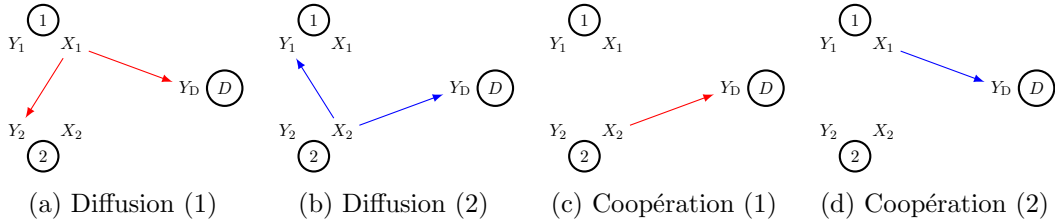


FIGURE 5.14 – Canaux à relais superposés pour le modèle 2. On associe à chaque slot les temps d'émission t_1 , t_2 , t_3 et t_4 .

Proposition 5.9 (Capacité de canaux à relais superposés). *On considère un canal à accès multiples coopératifs à deux sources $(\mathcal{X}_1, \mathcal{X}_2, \{p(y_2, y_D|x_1), p(y_1, y_D|x_2), p(y_D|x_1, x_2)\}, \mathcal{Y}_1, \mathcal{Y}_2, \mathcal{Y}_D)$. La région de débits atteignables par l'utilisation de canaux à relais superposés est alors définie comme la fermeture convexe de l'ensemble des vecteurs de débits (R_1, R_2) vérifiant :*

$$\begin{aligned}
 R_1 &\leq t_1 I(X_1^{(1)}; Y_2^{(1)}) + t_3 I(X_1^{(3)}; Y_D^{(3)} | X_2^{(3)}) \\
 R_1 &\leq t_1 I(X_1^{(1)}; Y_D^{(1)}) + t_3 I(X_1^{(3)}, X_2^{(3)}; Y_D^{(3)}) \\
 R_2 &\leq t_2 I(X_2^{(2)}; Y_1^{(2)}) + t_4 I(X_2^{(4)}; Y_D^{(4)} | X_1^{(4)}) \\
 R_2 &\leq t_2 I(X_2^{(2)}; Y_D^{(2)}) + t_4 I(X_1^{(4)}, X_2^{(4)}; Y_D^{(4)})
 \end{aligned} \tag{5.35}$$

Dans le cas d'un canal à accès multiples coopératifs à deux sources $(\mathcal{X}_1, \mathcal{X}_2, \{p(y_2, y_D|x_1), p(y_1, y_D|x_2)\}, \mathcal{Y}_1, \mathcal{Y}_2, \mathcal{Y}_D)$, la région de débits atteignables par l'utilisation de canaux à relais superposés est alors définie comme la fermeture convexe de

l'ensemble des vecteurs de débits (R_1, R_2) vérifiant :

$$\begin{aligned}
 R_1 &\leq t_1 I(X_1^{(1)}; Y_2^{(1)}) \\
 R_1 &\leq t_1 I(X_1^{(1)}; Y_D^{(1)}) + t_3 I(X_2^{(3)}; Y_D^{(3)}) \\
 R_2 &\leq t_2 I(X_2^{(2)}; Y_1^{(2)}) \\
 R_2 &\leq t_2 I(X_2^{(2)}; Y_D^{(2)}) + t_4 I(X_1^{(4)}; Y_D^{(4)})
 \end{aligned} \tag{5.36}$$

Démonstration. Ce résultat s'obtient par application des résultats de la table 4.1.

Remarque. – Dans le cas du modèle 2, on peut voir que la région de capacité est strictement incluse dans celle obtenue par *decode-and-forward*, en remplaçant $t_3 = t_4 = 0$ et $U_1^{(2)} = U_2^{(1)} = \emptyset$. En pratique, comme on le verra, lorsqu'on autorise l'optimisation des ressources sur ce modèle, la région atteignable par relais superposés et la région atteignable à l'aide du protocole du théorème 5.8 se confondent.

Pour pouvoir réutiliser les résultats du chapitre 4, on peut analyser l'impact d'une contrainte de temps à l'intérieur de chaque relais fixée à la moitié du temps de parole global du canal à relais. Comme pour le canal à relais simple, on s'attend à ce que l'impact sur la région de capacité soit faible dans une majorité des cas. Afin de mieux évaluer les performances relatives, on fixe $\bar{E}_{\text{tot}} = 10$ dB – dans la plage de valeurs défavorables suivant la figure 4.8a – et on compare les régions atteignables sur la figure 5.15. On peut voir que les performances sont très légèrement dégradées lorsque les canaux source-destination sont fortement asymétriques. La différence étant néanmoins acceptable si l'on force cette contrainte, et l'on peut appliquer les allocations de puissance simples de la proposition 4.2.

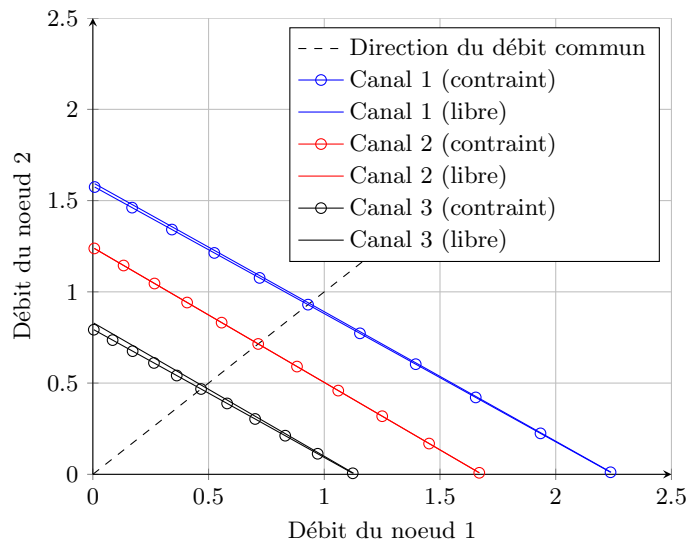


FIGURE 5.15 – Comparaison de la région de capacité obtenue pour des canaux à relais superposés entre le problème général et l'ajout des contraintes $t_1 = t_3$ et $t_2 = t_4$. Les valeurs de l_1 et l_2 pour les canaux 1, 2 et 3 sont respectivement $(l_1 = 0.8, l_2 = 0.2)$, $(l_1 = 0.4, l_2 = 0.1)$ et $(l_1 = 0.2, l_2 = 0.02)$.

5.4.2 Expression et forme des bornes

La dérivation des bornes sous un modèle AWGN (Fig.5.4) à partir des régions théoriques exprimées dans la section précédente suit la même forme que celles données pour les canaux à relais et les CAMC *full-duplex*. Nous ne présentons donc ici que l'expression de la borne inférieure d'Al Haija-Vu, pour illustrer en particulier le fait que celles-ci nécessitent quelques transformations pour pouvoir exprimer le problème de maximisation du débit commun comme un problème d'optimisation convexe. Ainsi, pour la borne inférieure *decode-and-forward* dans le modèle 1 (5.29), on suppose que les sources partagent leur puissance $P_i^{(3)}$ dans le troisième slot entre leur message privé vers la destination et le message coopératif correspondant à la variable $S = X_{eq}$. Ce partage est représenté, pour chaque source i , par le coefficient α_i . On a donc :

$$R_1 \leq t_1 \log \left(1 + \bar{P}_1^{(1)} \right) + t_3 \log \left(1 + \ell_1 \alpha_1 \bar{P}_1^{(3)} \right) \quad (5.37a)$$

$$R_2 \leq t_2 \log \left(1 + \bar{P}_2^{(2)} \right) + t_3 \log \left(1 + \ell_2 \alpha_2 \bar{P}_2^{(3)} \right) \quad (5.37b)$$

$$R_1 + R_2 \leq t_1 \log \left(1 + \ell_1 \bar{P}_1^{(1)} \right) + t_2 \log \left(1 + \ell_2 \bar{P}_2^{(2)} \right) \quad (5.37c)$$

$$+ t_3 \log \left(1 + \ell_1 \bar{P}_1^{(3)} + \ell_2 \bar{P}_2^{(3)} + 2\sqrt{\ell_1 \ell_2 (1 - \alpha_1)(1 - \alpha_2) \bar{P}_1^{(3)} \bar{P}_2^{(3)}} \right)$$

$$R_1 + R_2 \leq t_1 \log \left(1 + \bar{P}_1^{(1)} \right) + t_2 \log \left(1 + \bar{P}_2^{(1)} \right) \quad (5.37d)$$

$$+ t_3 \log \left(1 + \ell_1 \bar{P}_1^{(3)} + \ell_2 \bar{P}_2^{(3)} + 2\sqrt{\ell_1 \ell_2 (1 - \alpha_1)(1 - \alpha_2) \bar{P}_1^{(3)} \bar{P}_2^{(3)}} \right)$$

$$R_1 + R_2 \leq t_1 \log \left(1 + \ell_1 \bar{P}_1^{(1)} \right) + t_2 \log \left(1 + \bar{P}_2^{(2)} \right) \quad (5.37e)$$

$$+ t_3 \log \left(1 + \ell_1 \bar{P}_1^{(3)} + \ell_2 \bar{P}_2^{(3)} + 2\sqrt{\ell_1 \ell_2 (1 - \alpha_1)(1 - \alpha_2) \bar{P}_1^{(3)} \bar{P}_2^{(3)}} \right)$$

$$R_1 + R_2 \leq t_1 \log \left(1 + \bar{P}_1^{(1)} \right) + t_2 \log \left(1 + \bar{P}_2^{(2)} \right) \quad (5.37f)$$

$$+ t_3 \log \left(1 + \ell_1 \alpha_1 \bar{P}_1^{(3)} + \ell_2 \alpha_2 \bar{P}_2^{(3)} \right)$$

Si l'on note $\mathbf{P} \in \mathbb{R}^{n \times m}$ le vecteur des puissances d'émission de chaque noeud à chaque slot, et $\mathbf{t} \in \mathbb{R}^m$ celui des temps de parole, le problème d'optimisation générique considéré dans cette section s'écrit donc sous la forme suivante :

$$\begin{aligned} \min_{\mathbf{P}, \mathbf{t}, R} \quad & -R \\ \text{s.c.} \quad & \delta_k R \leq f_k(\mathbf{P}, \mathbf{t}) \quad k \in \{1, \dots, N\} \quad \delta_k \in \{1, 2\} \\ & \mathbb{1}^T \mathbf{t} = 1 \\ & \mathbf{t} \geq 0 \\ & \mathbf{P} \geq 0 \\ & \sum_{j=1}^m t_j \sum_{i=1}^n P_i^{(j)} = P_{\text{tot}} \end{aligned}$$

On note $\mathbb{1}$ un vecteur de composé de 1 et $\geq$ l'opérateur d'ordre $\geq$ appliqué à chaque composante du vecteur. Nous avons N fonctions f_k représentant la région atteignable et

dépendant de l'allocation de ressources. La variable δ_k prend pour valeur 1 ou 2 suivant que l'inégalité originale portait sur $R_1 = R$, $R_2 = R$ ou $R_1 + R_2 = 2R$. La fonction objectif est affine et par conséquent concave et les contraintes d'égalité sur le vecteur $\mathbf{t}$ sont affines. Cependant, comme on peut le voir sur l'équation (5.37), les fonctions f_k ne sont pas des fonctions concaves de $\mathbf{P}$ et de $\mathbf{t}$, et la dernière égalité du problème n'est pas une fonction affine de $\mathbf{P}$ et de $\mathbf{t}$. Par conséquent, sous cette forme, le problème n'est pas convexe. Il est néanmoins possible de procéder à quelques changements de variable pour le transformer en problème convexe. Les méthodes que nous présentons ici permettent par ailleurs d'exprimer une majorité des problèmes liés à la capacité des réseaux *half-duplex* sous la forme de problèmes d'optimisation convexe.

Variables d'énergie Il est plus naturel, dans les scénarios *half-duplex*, de ne pas considérer une allocation de puissance et de temps, mais plutôt une allocation d'énergie et de temps. Chaque noeud, à chaque slot, se voit allouer une part de l'énergie globale normalisée $\bar{E}_{\text{tot}}$ à utiliser pendant un intervalle de temps t_j . Cette distinction est particulièrement apparente dans la dernière contrainte du problème d'optimisation, où l'on écrit désormais :

$$\sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^n \bar{E}_i^{(j)} = \bar{E}_{\text{tot}} = \bar{P}_{\text{tot}}$$

La puissance totale à allouer sur le réseau est donc vue comme une énergie à allouer sur un temps d'émission normalisé à 1, et les valeurs d'énergie $\bar{E}_i^{(j)}$ attribuées aux noeuds i dans le slot j s'additionnent naturellement. De plus, les fonctions de la forme $t \log(1 + P)$ ne sont pas concaves en P et t , mais l'utilisation d'une variable d'énergie $E = t.P$ les transforme en une fonction de la forme $t \log(1 + E/t)$, qui est la perspective selon t de la fonction concave $\log(1 + E)$, et donc par conséquent concave.

Concavité des fonctions $\log(\cdot)$ Si l'on considère un vecteur $\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n$, un vecteur $\mathbf{y} \in \mathbb{R}^m$, et deux ensembles de coefficients positifs Δ et Γ , les fonctions de la forme :

$$\log \left(1 + \sum_{i=1}^n \delta_i x_i + \sum_{j=1}^m \sum_{\substack{k \leq m \\ k \neq j}} \gamma_{(j \times m + k)} \sqrt{y_j y_k} \right)$$

sont des fonctions concaves de $\mathbf{x}$ et $\mathbf{y}$. En effet, $\sum_{i=1}^n \delta_i x_i$ est une fonction affine de $\mathbf{x}$, et $\sum_{j=1}^m \sum_{\substack{k \leq m \\ k \neq j}} \gamma_{(j \times m + k)} \sqrt{y_j y_k}$ est une fonction concave de $\mathbf{y}$ formée par une somme à coefficients positifs de fonctions concaves $\sqrt{y_j y_k}$. Par conséquent, leur somme est une fonction concave, et la composée d'une fonction concave avec une fonction concave et non-décroissante – $\log(1 + x)$ – est concave. Pour finir, la projection sur t de ces fonctions est également concave.

Pour deux variables x et y positives, les expressions de la forme $\log(1 + xy)$ ne sont pas toujours concaves. Par conséquent, il faut introduire de nouvelles variables d'énergie partagée pour traiter ces problèmes. On peut par exemple écrire les deux inégalités (5.37a) et (5.37a) en utilisant $\alpha_1 \bar{E}_1^{(3)} = \bar{E}_{1,1}^{(3)}$ et $\alpha_2 \bar{E}_2^{(3)} = \bar{E}_{2,1}^{(3)}$:

$$R_1 \leq t_1 \log \left(1 + \frac{\bar{E}_1^{(1)}}{t_1} \right) + t_3 \log \left(1 + \ell_1 \frac{\bar{E}_{1,1}^{(3)}}{t_3} \right)$$

$$R_2 \leq t_2 \log \left(1 + \frac{\bar{E}_2^{(2)}}{t_2} \right) + t_3 \log \left(1 + \ell_2 \frac{\bar{E}_{2,1}^{(3)}}{t_3} \right)$$

$$\bar{E}_{1,1}^{(3)} + \bar{E}_{1,2}^{(3)} = \bar{E}_1^{(3)} \quad \bar{E}_{2,1}^{(3)} + \bar{E}_{2,2}^{(3)} = \bar{E}_2^{(3)}$$

Ces changements de variable correspondent en particulier à ceux effectués pour faire apparaître la puissance d'émission du noeud virtuel dans (5.11) pour le CAMC *full-duplex*. On peut procéder à une transformation similaire pour la borne supérieure du modèle 1 du CAMC *half-duplex* (5.27) et la borne inférieure *decode-and-forward* de Al Haija-Vu (5.29). La contrainte (5.37c) va par exemple s'écrire :

$$R_1 + R_2 \leq t_1 \log \left(1 + \ell_1 \frac{\bar{E}_1^{(1)}}{t_1} \right) + t_2 \log \left(1 + \ell_2 \frac{\bar{E}_2^{(2)}}{t_2} \right) + t_3 \log \left(1 + \ell_1 \frac{\bar{E}_{1,1}^{(3)}}{t_3} + \ell_2 \frac{\bar{E}_{2,1}^{(3)}}{t_3} + \hat{\ell} \frac{\bar{E}_{\text{eq}}^{(3)}}{t_3} \right)$$

avec :

$$\bar{E}_{1,2}^{(3)} = \frac{\ell_1}{\hat{\ell}} \bar{E}_{\text{eq}}^{(3)} \quad \bar{E}_{2,2}^{(3)} = \frac{\ell_2}{\hat{\ell}} \bar{E}_{\text{eq}}^{(3)}$$

5.4.3 Application des bornes et protocoles pratiques

La figure 5.16 présente les applications des différentes bornes dans différentes situations, à la manière de la figure 5.9 pour le CAMC *full-duplex*. Les différentes bornes se comportent de manière similaire au cas *full-duplex*. La borne *decode-and-forward* d'Al Haija-Vu (5.29) est dans tous les cas présentés ici extrêmement proche de la borne supérieure. L'éloignement est similaire à celui observé pour le protocole *decode-and-forward* de Laneman (5.10), car nous nous focalisons sur la situation favorable au *decode-and-forward* où au moins un des liens source → destination est de mauvaise qualité. Les performances de la superposition de canaux à relais et du *decode-and-forward* à deux slots (5.31) sont bonnes à bas SNR, proche du *decode-and-forward* à 3 slots et de la borne supérieure. Cependant, et contrairement au cas *full-duplex*, à haut SNR, un accès simultané non coopératif devient rapidement une approche performante pour maximiser le débit commun. Asymptotiquement, seul le *decode-and-forward* d'Al Haija-Vu permet de conserver un gain en performance par rapport à l'accès simultané.

Lorsque l'un des deux canaux source → destination est de particulièrement mauvaise qualité (Fig. 5.16e), n'importe quel protocole de coopération permet virtuellement d'atteindre la borne supérieure, et procure un gain de capacité conséquent par rapport aux approches non-coopératives. On voit en effet que, comme pour le CAMC *full-duplex*, les approches coopératives tendent à *symétriser* la région de capacité atteignable, et donc à augmenter le débit maximal atteignable de la "mauvaise" source, et par conséquent le débit commun. À travers ces observations, ainsi que celles effectuées pour le cas *full-duplex*, nous pouvons donc proposer différents protocoles à la fois applicables en pratique, et présentant des performances raisonnables sur une métrique de débit commun atteignable.

Protocole sans slot de coopération Si les sources ne peuvent émettre de manière synchronisée, et si la destination ne peut pas décoder de symboles superposés, le protocole idéal se base sur le *decode-and-forward* à 2 slots – comme précisé précédemment, on peut se référer à [Xiao 2007] pour un exemple d'application pratique. Comme il n'y a pas d'émission cohérente néanmoins, le noeud source ayant le meilleur canal vers la destination ne cherchera pas à relayer son information à travers l'autre source. En conséquence, ce

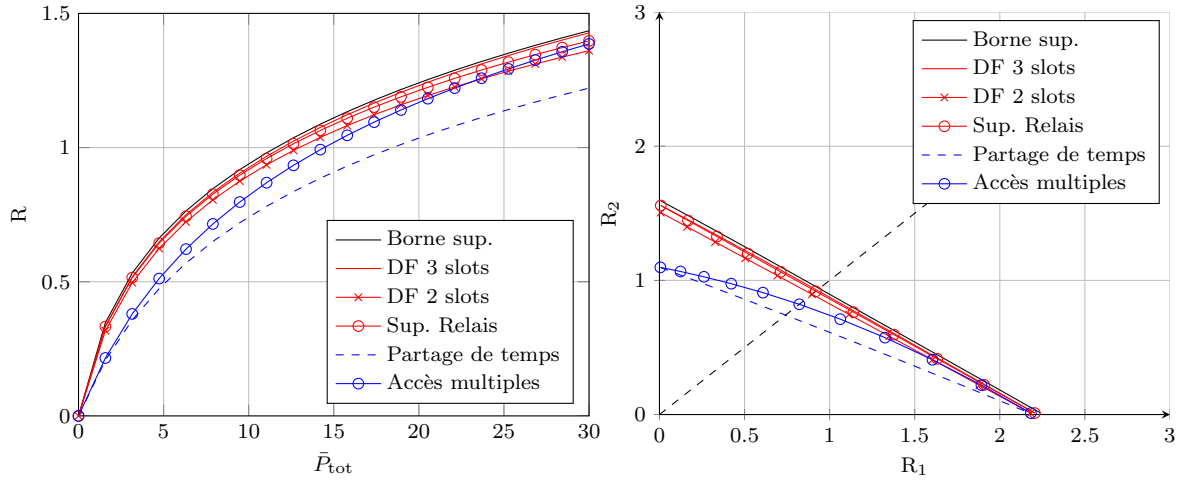
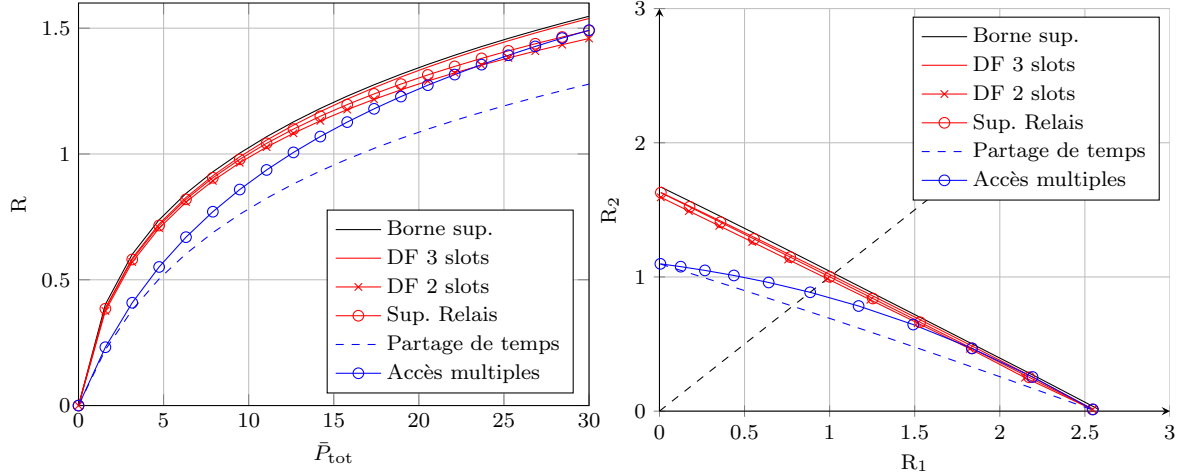
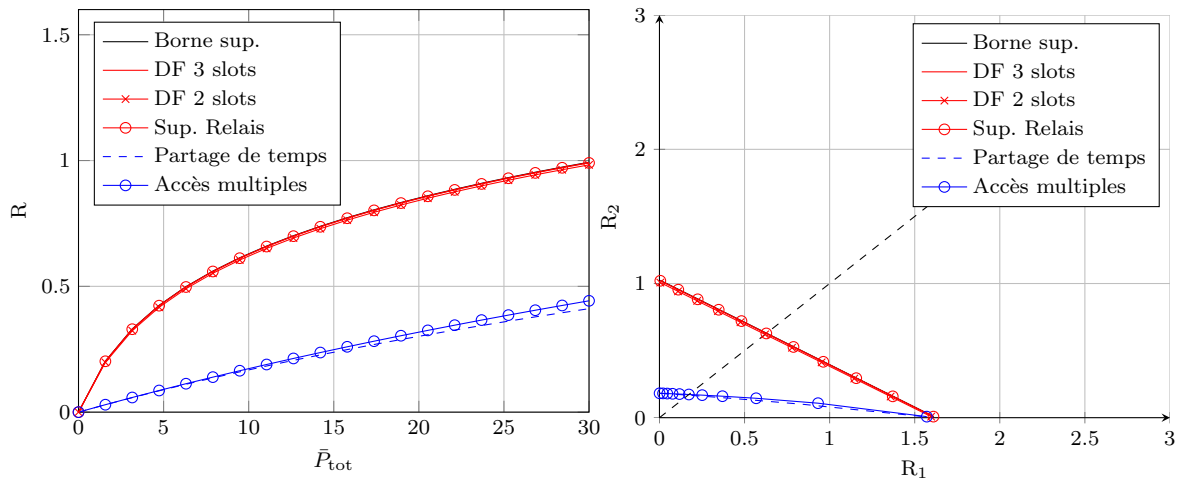
(a) $\ell_1 = 0.8$ et $\ell_2 = 0.2$ (b) $\ell_1 = 0.8$ et $\ell_2 = 0.2$ (c) $\ell_1 = 1.2$ et $\ell_2 = 0.2$ (d) $\ell_1 = 1.2$ et $\ell_2 = 0.2$ (e) $\ell_1 = 0.4$ et $\ell_2 = 0.02$ (f) $\ell_1 = 0.4$ et $\ell_2 = 0.02$

FIGURE 5.16 – La colonne de gauche présente le débit commun atteignable pour les bornes du CAMC *half-duplex*, la colonne de droite la région de capacité sous contrainte de puissance globale $\bar{P}_{\text{tot}} = 10$. Les débits sont en nats/s/Hz.

protocole est équivalent à la superposition d'un canal direct et d'un canal à relais suivant le modèle 2 dans le chapitre 4. Sans autre contrainte que le débit commun atteignable, et en considérant des canaux gaussiens, il n'est donc pas nécessaire de créer des protocoles complexes à 2 sources et l'on peut directement utiliser les protocoles de relayage existant dans la littérature.

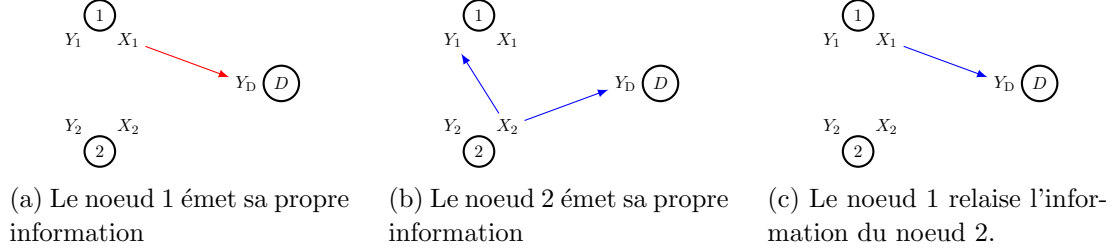


FIGURE 5.17 – Superposition d'un trajet direct et d'un canal à relais, pour les CAMC *half-duplex* sans slot de coopération.

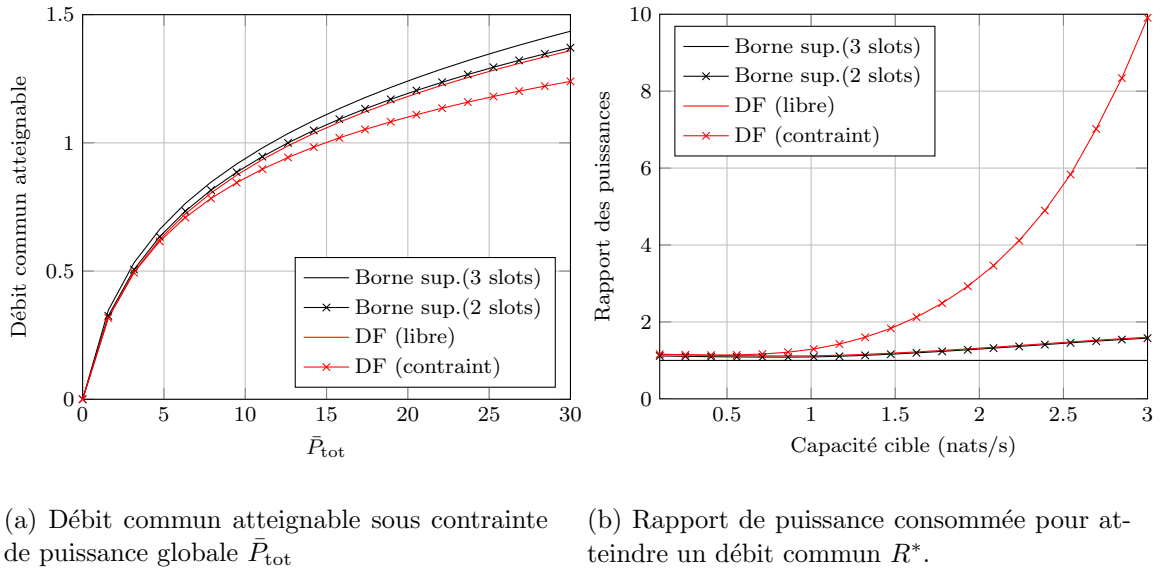


FIGURE 5.18 – Performances des protocoles sans slot de coopération, avec $\ell_1 = 0.8$ et $\ell_2 = 0.2$. On considère que le temps de parole est égal à $1/2$ pour chaque noeud dans le cas DF contraint.

Nous n'avons pas expressément traité le modèle 2 du canal à relais sous une contrainte de puissance globale dans le chapitre 4. Si l'on force un temps de parole égal, comme nous l'avons fait pour le modèle 1, l'allocation optimale de puissance ne nécessite pas dans ce cas d'approximations à haut ou bas SNR. On considère que le canal source 2 $\rightarrow$ destination est de moins bonne qualité, alors la valeur optimale de $\bar{P}_1$ pour la source 1 agissant comme relais est une racine du polynôme du second degré suivant :

$$\bar{P}_1 = \ell_2(\bar{P}_{\text{tot}} - \bar{P}_1) + \ell_1\bar{P}_1 + \ell_1\ell_2\bar{P}_1(\bar{P}_{\text{tot}} - \bar{P}_1) \quad (5.39)$$

Nous traçons sur la figure 5.18 les performances comparées de ce protocole seul, libre ou contraint à temps de parole égaux dans le canal à relais, par rapport aux bornes

supérieures (5.27) et (5.28). On voit qu'en l'absence de slot coopératif, la borne supérieure est extrêmement proche, mais la possibilité d'émission cohérente augmente fortement les performances atteignables. La contrainte de temps de parole a également ici un impact beaucoup plus fort que pour le modèle 1.

Protocole avec slot de coopération Si l'émission commune est envisagée sans pour autant que les noeuds soient capables d'émettre de manière synchronisée, alors le protocole *decode-and-forward* d'Al Haija-Vu ne procure pas de bénéfices par rapport à une superposition de canaux à relais; les termes sous racines, capturant le gain de l'émission synchronisée, disparaissant de l'expression (5.37), il est possible de montrer que les deux régions de capacité se confondent. De plus, comme pour le cas sans slot coopératif, la source ayant le meilleur canal vers la destination n'a pas d'intérêt à relayer son information à travers la seconde source. On se retrouve donc encore avec la superposition d'un trajet direct et d'un canal à relais. Nous sommes de plus dans ce cas capable de calculer l'intégralité de l'allocation de ressources, à travers les résultats de la section 5.4.1.3 et du chapitre 4.

Si l'émission synchronisée est possible, alors le protocole d'Al Haija-Vu procure à ce jour la meilleure méthode disponible pour la coopération, en particulier grâce au décodage commun des mots codes reçus sur l'ensemble des slots. Le protocole est néanmoins complexe à implémenter en pratique et à analyser pour obtenir une allocation optimale de ressources. Une solution alternative consiste à considérer une superposition de canaux à relais cohérent, jusqu'à un certain seuil de puissance globale disponible à partir duquel la transmission simultanée non-coopérative devient plus performante. Comme on le voit sur la figure 5.19, cette approche permet de s'approcher des performances du *decode-and-forward* sur une large plage de SNR. Les résultats de ce chapitre et ceux du chapitre 4 nous permettent de plus d'exprimer de manière analytique toutes les allocations de ressources nécessaires.

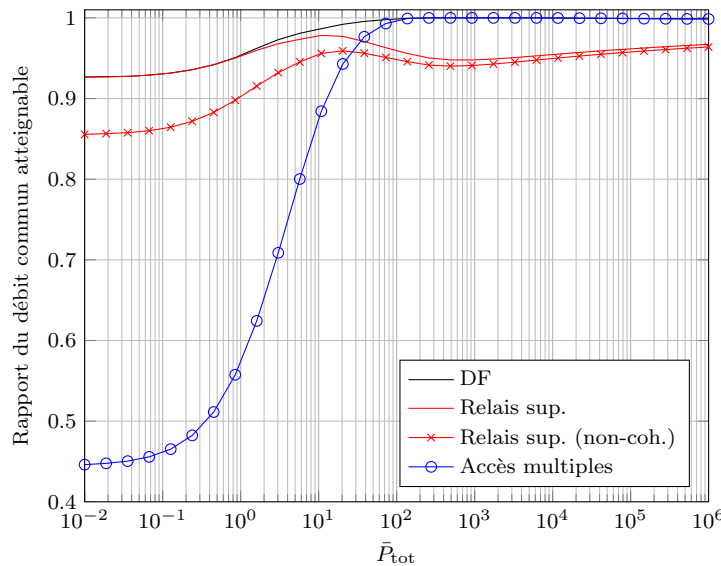


FIGURE 5.19 – Performance de différents protocoles selon la puissance globale disponible, normalisés par rapport à la borne supérieure. On a ici $\ell_1 = 0.8$ et $\ell_2 = 0.2$.

5.5 Conclusion

Ce chapitre était consacré à l'étude des canaux à accès multiples coopératifs. Nous avons cherché à étendre notre étude des canaux à relais sous contrainte de puissance globale à un modèle plus évolué, contenant 2 sources cherchant chacune à émettre une information propre. Dans cette situation, sous une puissance totale disponible, la capacité est une région de débits atteignables par chaque source simultanément. Nous avons donc focalisé nos efforts sur le *débit commun* atteignable par les deux sources, qui correspond donc à l'intersection de la région de capacité avec une demi-droite partant de l'origine.

Nous avons dérivé, pour le **CAMC** *full-duplex*, les expressions analytiques de l'allocation optimale de puissance pour les bornes supérieures et inférieures *decode-and-forward* sous différentes hypothèses. Nous avons également pu dériver la puissance minimale nécessaire pour que chaque source respecte une contrainte de capacité fixée a priori. Ces expressions analytiques nous ont permis d'extraire un critère de choix de partenaire optimal pour les protocoles *decode-and-forward*. Nous montrons de plus que les **CAMC** sont équivalents, en terme de capacité, à des **MARC** où les sources ne coopèrent plus entre elles mais par l'intermédiaire d'un noeud relais virtuel. Cette représentation permet d'obtenir de manière simple la meilleure borne supérieure connue à ce jour pour le **CAMC**, et simplifie la manipulation des bornes inférieures et supérieures en réduisant le nombre de variables à considérer dans les problèmes d'optimisation.

Le cas du *half-duplex* est plus complexe à traiter. Nous avons tout d'abord développé un protocole de type *decode-and-forward* permettant de borner les performances des protocoles appliqués de la forme [Xiao 2007]. Cependant, ces protocoles ne prennent pas en compte la possibilité pour les noeuds d'émettre simultanément vers la destination, un cas traité par [Al Haija 2012b]. Comme pour le canal *full-duplex*, le modèle équivalent du **MARC** est valide et permet d'extraire une borne supérieure égale ou inférieure à celle fournie par [Al Haija 2012b]. Nous avons ensuite proposé un certain nombre de transformations permettant d'exprimer l'optimisation du débit commun atteignable sous la forme d'un problème purement convexe. Ces manipulations montrent en particulier qu'il est plus naturel pour les problèmes *half-duplex* de considérer non pas une allocation de puissance dans le réseau, mais une allocation d'énergie. Nous avons obtenu les allocations de ressources optimales pour les bornes inférieures simples – par partage de temps entre des transmissions non-coopératives ou des canaux à relais – mais il est difficile d'extraire l'expression analytique de l'allocation optimale de ressources pour le protocole *decode-and-forward* d'Al Haija-Vu. Nous montrons cependant qu'il est possible d'approcher ses performances par une combinaison de superposition de canaux à relais et d'accès multiples non coopératifs.

5.5.1 Heuristiques et extension à plusieurs sources

Nous n'avons donc pas pu définir d'allocation de puissance pour le protocole *decode-and-forward* complet sur le canal à accès multiples coopératif *half-duplex* avec un slot de coopération. Nous avons néanmoins pu déterminer qu'il se réduisait à un canal à accès multiples non coopératif à haut SNR, et que ses performances approchaient celles d'une superposition de relai à bas SNR. En conséquence, les performances de la superposition de relais étant toujours inférieures à celles du *decode-and-forward*, nous pouvons en déduire que pour un noeud source ayant un "mauvais" lien vers la destination, le critère de choix

de relais développé dans le chapitre 6 – à partir des expressions sous forme analytique du chapitre 4 – procure une bonne heuristique pour le choix d'un partenaire.

Dans un réseau densément maillé avec plus de 2 sources, le problème est cependant plus complexe. Si l'on suppose que l'on doit former des paires de noeuds coopérant entre eux, alors la solution optimale n'est pas forcément de procéder à partir du plus mauvais noeud et d'attribuer les relais potentiels de manière incrémentale. Une distribution de paires différente permettrait peut-être à tout le réseau d'atteindre un débit commun supérieur. La principale perspective à court terme de ce travail est donc d'étendre nos résultats à plus de 2 sources.

Les protocoles *decode-and-forward* dans un réseau dense sont par ailleurs d'autant plus complexes à analyser. On a pu voir, en effet, que leurs performances étaient limitées par la qualité du lien source $\rightarrow$ relais. En présence de plusieurs relais potentiels, l'extension directe du *decode-and-forward* implique donc de se limiter à la capacité du lien source $\rightarrow$ relais de plus faible qualité, et donc d'amputer les gains possibles. Un exemple de cette approche est disponible dans [Al Haija 2012b, Th.4]. Une autre approche consiste à sélectionner un sous-ensemble des relais disponibles, ou de développer un partage de puissance à l'émission entre les différents relais – un protocole dénommé *decode-and-forward partiel*, et que l'on retrouve par exemple pour un canal à N relais dans [Coso Sanchez 2008]. La source va dans ce cas séparer sa transmission pour chaque relais potentiel. Dans tous les cas, l'analyse du *decode-and-forward* dans un réseau *half-duplex* à N sources implique un grand nombre de contraintes et de variables.

Mesures maillées des canaux des BANs

Sommaire

6.1	Introduction	116
6.2	Description du matériel et de la plate-forme	118
6.3	Analyse des résultats	122
6.3.1	Stabilité temporelle du canal	126
6.3.2	Symétrie des liens	130
6.3.3	Application aux choix de relais	136
6.3.4	Corrélation des effets de masquage	140
6.4	Conclusion	145
6.4.1	Mouvements périodiques et simulation/prédiction du canal	146
6.4.2	Non-normalité des distributions des liens et modèles à états finis	147

Les travaux présentés dans cette thèse jusqu'ici se basaient sur les modèles de canaux de la littérature. Deux effets ont ainsi été identifiés et utilisés ; les mouvements du sujet produisent un affaiblissement du signal reçu lorsque le corps s'interpose entre les émetteurs, auquel s'ajoutent des effets d'évanouissement dus aux réflexions de l'environnement. L'analyse de ces effets par des travaux antérieurs, que nous avons présentée dans le chapitre 3 et que nous détaillons plus en avant dans ce chapitre, nous ont amené à formuler des hypothèses quand à la stabilité temporelle des liens et l'utilisation de données connexes sur l'état du canal pour l'allocation de ressources dans les BANs.

Nous avons en particulier supposé, dans le chapitre 3, que les noeuds étaient capables de prédire l'état courant du masquage, l'affaiblissement induit par les mouvements du corps, avant leur transmission, et pouvait donc intégrer cette connaissance dans le choix du protocole de communication et l'allocation de ressources pour la transmission afin de minimiser le taux d'erreur paquet. Dans le cas où la connaissance de l'état du masquage est uniquement d'ordre statistique, nous avons montré que la corrélation spatiale entre les états de masquage des différents liens influait sur l'analyse des performances. L'évolution des évanouissements étant également lente devant la durée des transmissions, nous avons ensuite supposé que les noeuds avaient une connaissance de leur état de canal courant, ce qui nous a amené à caractériser plus finement cette allocation de ressources dans le cas coopératif en nous basant non pas sur la probabilité d'erreur mais sur la capacité de Shannon (Ch.4 et 5).

Dans ce chapitre, nous présentons une première analyse de mesures relevées sur une plate-forme que nous avons développée lors de ma dernière année de thèse. Cette plate-forme est basée sur des capteurs commerciaux portés par le sujet sans connexion physique à un sondeur de canal, ce qui nous permet d'avoir une meilleure autonomie ainsi qu'une

plus grande liberté de mouvement. Les mesures ainsi effectuées sont en contrepartie moins précises, mais plus représentatives des données disponibles pour les protocoles dans leurs prises de décision. Les résultats de cette étude préliminaire ont ainsi pour but de déterminer la stabilité du canal tel que relevé par les capteurs. Nous cherchons à donner une réponse statistiquement valide aux 3 questions suivantes :

- *La mesure du canal par le capteur est-elle stable dans le temps ?*
- *L’hypothèse de symétrie des liens est-elle vérifiée ?*
- *La corrélation spatiale entre les effets de masquage sur les différents liens est-elle stable dans le temps ?*

6.1 Introduction

Les hypothèses quant aux canaux des BANs sur lesquelles nous nous sommes basés pour nos travaux initiaux étaient largement tirées du modèle de l’IEEE 802.15.6 [Yazdandoost 2009], future norme liée aux BANs, et des résultats liés aux travaux sur BANET [D’Errico 2010, Ferrand 2011b]. Parmi les premières mesures menées spécifiquement pour les BANs, on peut citer [Cotton 2006], où les auteurs identifient les évanouissements sur le corps en mouvement comme suivant principalement des distributions de Rice. Ils notent également une forte réduction du paramètre K du modèle de Rice dans un environnement intérieur, ce qui est attendu lorsque la part d’énergie fournie par les réflexions augmente. [Hu 2007] ont été les premiers à mener des mesures à grande échelle dans des environnements moins contrôlés, à 2.45 GHz, une des plages utilisées dans la norme 802.15.4 et potentiellement disponible pour les BANs. Leurs mesures situent un transmetteur sur l’une ou l’autre des hanches, et des récepteurs placés sur les poignets, les chevilles et la tête du sujet. Ils ne considèrent néanmoins pas de scénarios figés, ce qui limite la finesse de l’analyse quand à la part des effets de masquage et celle des évanouissements. Récemment, les travaux de [Smith 2011] sur des échantillons de grande taille tendent à montrer que sans considérer de scénarios particuliers, une distribution normale de l’affaiblissement – si ce dernier est considéré en décibels – est la plus appropriée. Ce résultat permet une évaluation plus simple, mais tend à renforcer la supposition que les mouvements humains sont un facteur non négligeable, qui ne se fonde dans une loi gaussienne que si l’on considère un grand nombre de scénarios différents. Pour utiliser au mieux les spécificités des BANs dans un protocole de communication, il est nécessaire de séparer l’étude par scénarios. C’est d’ailleurs l’approche proposée par [Yazdandoost 2009] pour le modèle de canal de la norme IEEE 802.15.6.

Dans [Scanlon 2008], les auteurs effectuent une série de mesures visant à estimer la distribution des évanouissements par des distributions de Nakagami. Les paramètres obtenus pour cette distribution rapprochent les évanouissements d’un comportement de type Rayleigh dans la majorité des cas. Lorsque le sujet est stationnaire, les auteurs notent que la propagation est quasi déterministe en environnement contrôlé, donc uniquement soumise à un bruit blanc gaussien, les variations du canal étant seulement dues aux mouvements involontaires de respiration. La campagne de mesure décrite dans [Kim 2009], bien que dirigée plutôt pour des communications en ultra-large bande, utilise des scénarios spécifiques de marche qui mettent en avant la périodicité inhérente au masquage dans les BANs. Les auteurs analysent également les temps de cohérence du canal et mettent en avant sa grande stabilité, qui a pu être confirmée dans [D’Errico 2010, DEr 2010]. Une analyse al-

ternative du temps de cohérence du canal est disponible dans [Zhang 2009], où les auteurs déterminent une métrique alternative à celles basées sur la fonction d'autocorrélation de l'enveloppe du signal reçu. Bien que leur métrique soit plus discriminante, ils identifient une forte probabilité que le canal ne varie que d'un facteur de 10% sur une période de 25 ms dans une majorité des cas considérés. Dans des travaux récents [Fu 2011, Fu 2012], les auteurs ont caractérisé l'étalement Doppler et le temps de cohérence dans les BANs en environnement anéchoïque. L'étalement Doppler des scénarios de courses implique un temps de cohérence de l'ordre de 25ms, et de l'ordre de 125 ms pour la marche, en accord avec les résultats de [D'Errico 2010, DEr 2010].

Les premières mesures mettant en évidence le comportement spatialement corrélé dans les BANs se retrouvent dans [Cotton 2009a]. Pour cette expérience, une plate-forme de mesure spécifique a été développée en utilisant les convertisseurs analogique-vers-digital embarqués sur des capteurs Crossbow Mica2 couplés à un récepteur de Linear Technology RT5504. Les auteurs se sont basés sur des mesures par scénarios, les récepteurs étant placés sur les membres mobiles, ainsi que le torse et le dos, et les sujets se déplaçant en environnement contrôlé principalement à l'intérieur. Une mesure de type étoile a donc été effectuée à 2.4 Ghz, tous les récepteurs sauvegardant simultanément la puissance qu'ils recevaient de la hanche à une fréquence d'échantillonnage de 256 Hz. Les auteurs ont donc pu relever les coefficients de corrélation entre les différents liens. Ils ont également été les premiers à proposer une approche basée sur des séries auto-régressives [Gourrieroux 1995, Box 2008] pour la modélisation de l'évolution conjointe des liens dans un BAN. Une approche similaire a été reprise dans [D'Errico 2010], utilisant cette fois un analyseur réseau complet sur des scénarios courts de marche et de course, et où les auteurs séparent de manière explicite les effets du masquage et des évanouissements. D'autres travaux [Zhen 2010] proposent un modèle basé sur des chaînes de Markov à un nombre fini d'états, dont le principe est décrit dans [Wang 1995] et ses références.

Les mesures simultanées de canaux étant complexes, récemment, certaines équipes se sont tournées vers des approches basées sur des capteurs industriels. Bien que le principe rejoigne celui des travaux de [Cotton 2009a], la précision temporelle et la résolution de la métrique sont moindres. De gros volumes de données ont ainsi été recueillies par [Smith 2011] sur des capteurs portés pendant une journée complète par divers sujets, effectuant des activités standards. Ces mesures n'étant pas traitées suivant des scénarios d'activité, les auteurs n'extraient aucune information sur la corrélation spatiale de l'évolution des liens. De même, les travaux de [Chaganti 2010] caractérisent la durée des évanouissements et leur fréquence, qui sont des métriques de second ordre généralement connues sous leur nom anglais, *Average Fade Duration* et *Level Crossing Rate* [Proakis 2008]. Tout comme les travaux de [Smith 2011], l'étude n'étant pas menée par scénario mais sur une agrégation de scénarios, une distribution normale de l'affaiblissement – en décibels – procure une bonne approximation de la distribution des évanouissements du canal, et aucune analyse n'est menée quant à la corrélation spatiale des liens. Plus récemment, les auteurs de [Kim 2012] ont mené une étude cherchant à caractériser spécialement cette corrélation dans un scénario de marche, toujours à l'aide de capteurs. La configuration était néanmoins limitée à une étoile, comme c'était le cas pour l'étude menée par [Cotton 2009a].

Dans ce chapitre, nous mettons en oeuvre notre propre plate-forme de mesure basée sur des capteurs. En estimant que le temps de cohérence est assez long dans les BANs, nous avons mis en place un protocole simple où tous les noeuds du réseau émettent chacun

leur tour. Pour une période totale d'émission, nous sommes donc en mesure de récupérer l'intégralité de l'état des liens de manière quasi-simultanée. Nous présentons ici les premiers résultats de cette plate-forme. Leur analyse telle que nous la présentons dans ce chapitre nous permet de valider et de guider le développement de protocoles sur les BANs, tout en fournissant une vaste base de données réelles utilisables en simulation.

Après une courte présentation de la plate-forme et de ses composantes, l'analyse des résultats est décomposée en trois étapes :

- Nous analysons dans un premier temps la stabilité temporelle de l'affaiblissement des liens. Nous montrons en particulier que la variance des évanouissements entre deux temps d'émission est relativement faible, comme attendu d'après les résultats de la littérature, mais que les effets d'évanouissements induisent un étalement des variations. Cet étalement correspond à celui généré par des canaux de type Rayleigh. Nous discutons également dans cette partie de la séparation entre les effets de masquage et des évanouissements. Dans la littérature, cette séparation est faite à l'aide de moyennes glissantes, agissant donc comme un filtre passe bas conservant les composantes à faible fréquence de l'évolution des liens. Ce filtrage est simple à mettre en oeuvre mais n'amène pas à une séparation claire des deux effets et va tendre à faire sous-estimer l'importance des évanouissements dans les modèles.
- Comme nos mesures sont complètement maillées, nous avons entre autres accès à l'état des liens *dans les deux sens*. La plupart des protocoles de communication considèrent a priori une symétrie des liens, et se servent pour estimer l'état courant du canal de symboles pilotes connus des deux interlocuteurs dont on mesure le SNR en réception. Nos mesures tendent à démentir cette hypothèse, la variation de l'affaiblissement entre l'aller et le retour pouvant varier de manière très significative. Nous montrons qu'une part fixe de cette variation est imputable à des "défauts" des capteurs, tant au niveau du circuit d'émission que celui de réception, et que celle-ci n'a pas varié sur la période de mesures. Après extraction de l'effet de ce facteur, la variance résiduelle fait elle aussi apparaître les effets d'évanouissement.
- Pour finir, nous évaluons la covariance spatiale des liens mesurés. Nous montrons dans cette dernière partie qu'il est inadapté de considérer la corrélation comme stable sur une longue durée du mouvement où à l'échelle d'un scénario tel que présenté dans [D'Errico 2010, Yazdandoost 2009]. En contrepartie, nous montrons que les mesures de corrélation à moyen terme varient de manière beaucoup moins brusque, et que l'on peut donc raisonnablement l'estimer au fil de l'eau dans un protocole réaliste.

6.2 Description du matériel et de la plate-forme

Les capteurs utilisés pour cette plate-forme sont produits par la société HiKoB, une start-up hébergée sur le campus de l'INSA de Lyon, spécialisée dans les réseaux de capteurs. Le modèle dont nous disposons est dénommé FOX [hik 2012] et est basé sur un processeur ARM 32 bits (Cortex M3) relativement puissant, ainsi que d'un port pouvant accueillir un stockage amovible micro-SD. Le chipset radio intégré sur ce capteur est un Atmel AT86RF231 [atm 2012], implémentant une couche physique et de contrôle d'accès conforme à la norme IEEE 802.15.4. Le capteur opère dans la bande de fréquence libre à

2.4 GHz, sur un canal d'une largeur de 2.8 MHz. Nous avons choisi pour ces expérimentations la vitesse de transmission la plus faible prévue par le capteur, i.e. 250 Kbps, afin de profiter d'une plage de sensibilité en réception maximale, celle-ci passant de -101 dBm à 250 Kbps à -89 dBm pour un débit de 2 Mbps. Les caractéristiques de la radio sont précisées dans la table suivante :

Modulation	Offset-QPSK avec étalement
Fréquences radio	2408-2480 MHz
Espace inter-canaux	5 MHz
Puissance d'émission max	3 dBm (2 mW) $\pm$ 3 dB
Sensibilité	-101 dBm à 250 Kbps
Antenne	Patch (intégrée au circuit FOX)
Polarisation et gain	Omnidirectionnelle (1 dBi)
Figure de bruit	6 dB

TABLE 6.1 – Récapitulatif des caractéristiques du capteur FOX utilisé.

Le chipset AT86RF231 met à disposition plusieurs métriques de la qualité du lien. En particulier, il est possible d'obtenir une moyenne de l'indicateur de puissance reçue, en anglais *Received Signal Strength Indicator (RSSI)* sur 8 symboles de modulation, soit 125 μ s, qu'Atmel dénomme *Energy Detection (ED)*. Cette métrique est plus précise et plus intéressante que le RSSI brut pour notre étude – et pour le développement de protocoles. La plage de valeurs de la métrique ED est de -91 dBm, à -8 dBm, ce qui couvre la majorité de nos besoins si on considère que nous émettrons toujours à puissance maximale. La résolution de l'ED est de 1 dBm *en relatif*, et peut aller jusqu'à 5 dBm en absolu en fonction de l'architecture du capteur et des conditions environnementales. Le décalage absolu est tout de même noté constant par Atmel sur toute la plage de valeurs pouvant être prises par l'ED [atm 2012, Sec.8.4]. Si l'on couple cette remarque avec le fait que la puissance d'émission est elle aussi assurée à $\pm$ 3 dBm, il est facile d'imaginer que même pour deux capteurs identiques, il est dangereux de compter sur une valeur non corrigée de l'ED pour estimer la qualité d'un lien bidirectionnel.

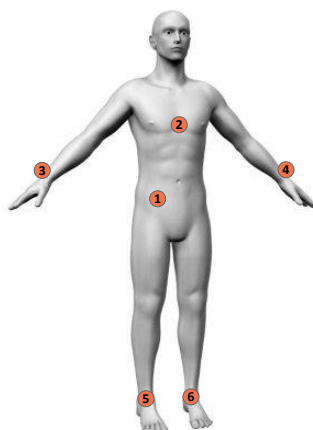


FIGURE 6.1 – Position des noeuds pour les mesures de canaux des BANs.

Pour notre principale série de mesures, nous avons choisi un scénario classique de positionnement des noeuds (Fig.6.1). Un noeud sur la hanche, présumé central dans le réseau, et 5 noeuds périphériques situés sur le torse et les membres en mouvement. Nous nous sommes focalisés sur des scénarios de marche, dans des conditions intérieures et extérieures, un scénario central dans les applications des BANs. N'étant pas limités par une distance de câbles ni par des soucis de batterie, nous avons été libres de choisir les lieux utilisés pour ces mesures. Nous avons avant tout cherché à nous éloigner des interférences, qu'elles soient humaines ou dues aux émissions radio d'autres équipements. Parmi les deux campagnes que nous présentons ici, le premier trajet considéré fait environ 30m et suit la longueur du stade multisports du campus de la Doua (Fig.6.3a). Le second a été effectué au sous-sol du bâtiment Claude Chappe (Fig.6.3b). L'environnement y est confiné et en béton armé. Le trajet fait dans ce cas environ 40m de longueur.

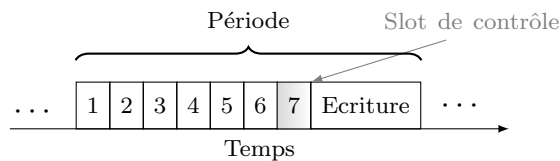
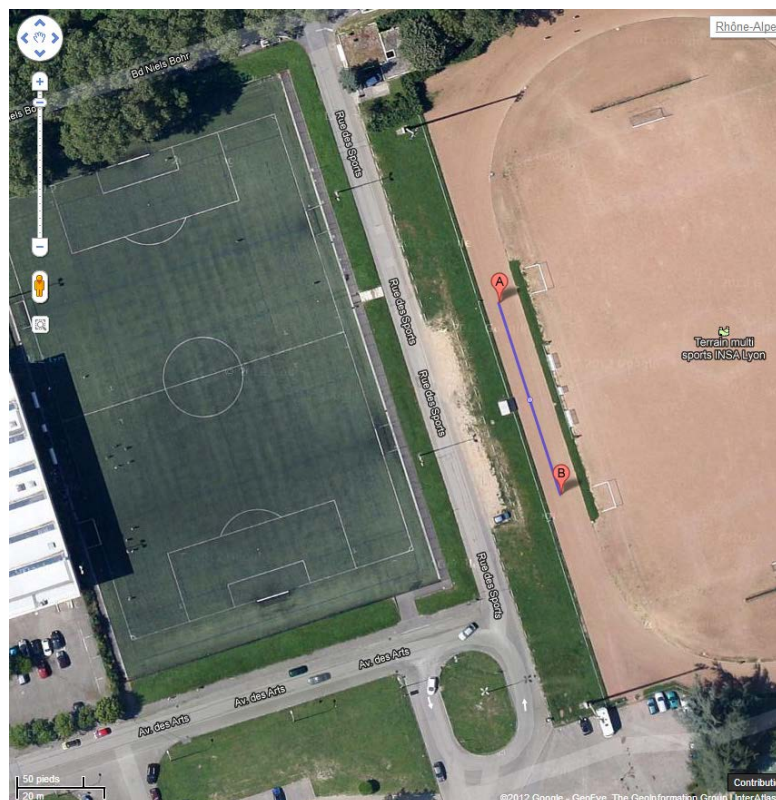
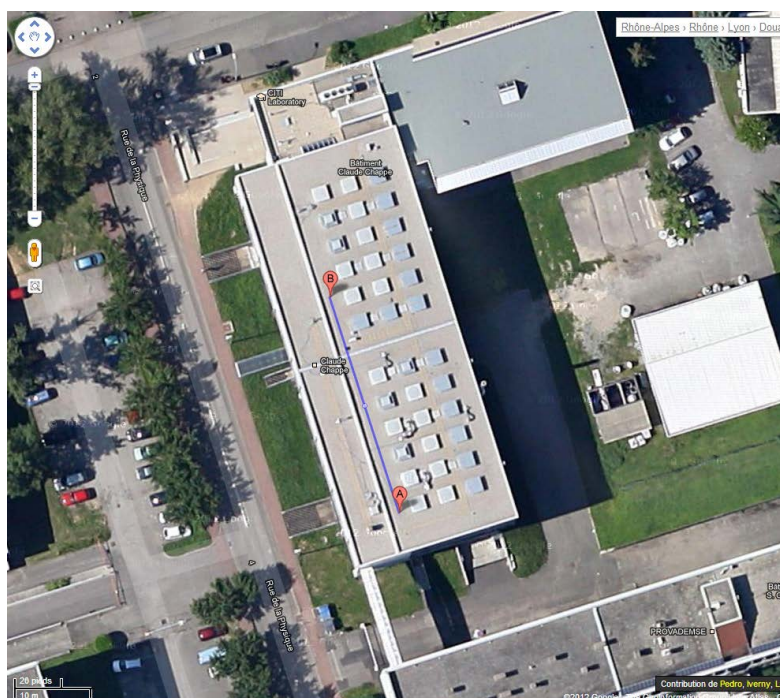


FIGURE 6.2 – Représentation du protocole mis en place pour les mesures

Le protocole que nous utilisons se base sur un simple partage de temps de parole entre les différents noeuds. Nous définissons un *slot* comme étant le temps de parole d'un noeud spécifique, numéroté suivant la figure 6.1. Une *période* correspond à 7 slots pour cette campagne de mesures. Le 7^e noeud, non représenté sur la figure 6.1, correspond à un noeud de contrôle, qui sert à démarrer et arrêter l'écriture des mesures sur le support de stockage, et d'incrémenter l'identifiant interne des mesures. À la fin du tour de parole de chaque noeud, un temps est laissé pour l'écriture des valeurs reçues sur les supports de stockage. Nous ne décrivons pas ici le fonctionnement interne de ce protocole, mais celui-ci est évolutif, et peut accueillir un nombre arbitraire de noeuds de mesure. De plus, le stockage sur carte micro-SD et la durée de vie des batteries des capteurs nous permettent d'envisager des mesures de longue durée si cela est nécessaire, supérieur à plusieurs heures en continu. Nous avons également la possibilité de vérifier en temps réel l'état des capteurs et s'ils sont bien inscrits dans la rotation, ainsi que le numéro associé à la mesure en cours. Les slots de parole des noeuds comprennent le passage des radios en mode émission ou réception en plus du temps d'émission du noeud concerné. La durée de chaque slot est de moins de 1.5 ms, bien en deçà du temps de cohérence mesuré des BANs, et le slot d'écriture dure 2.5 ms. La durée totale d'une période, et donc la résolution de nos mesures pour cette campagne, est donc de 13 ms, soit une fréquence d'échantillonnage de 77 Hz.



(a) Trajet d'environ 30m, à l'extérieur et à environ 100m des bâtiments environnants.



(b) Trajet d'environ 40m, à l'intérieur du bâtiment du laboratoire.

FIGURE 6.3 – Trajets considérés dans ce chapitre

6.3 Analyse des résultats

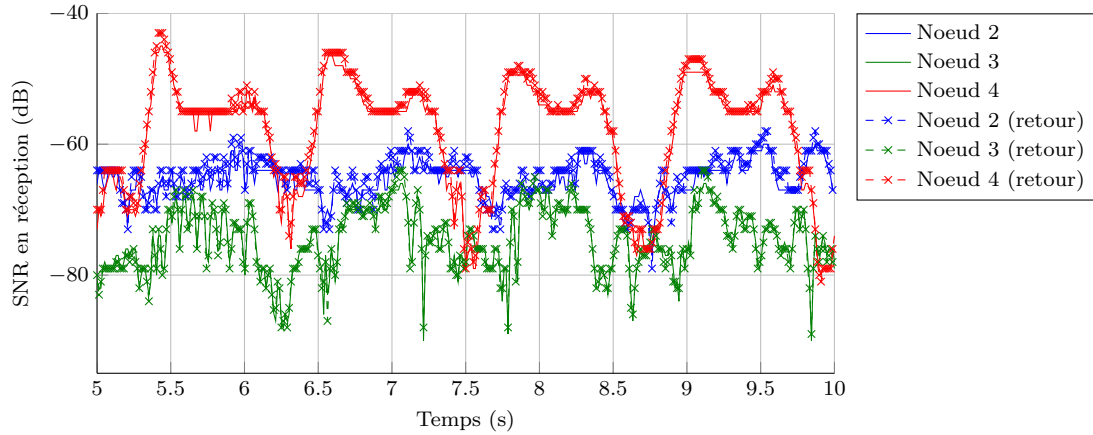


FIGURE 6.4 – Valeur de la métrique ED mesurée pour les liens du noeud 1 (hanche) vers les noeuds 2, 3 et 4, sur une réalisation de trajet. Les courbes en pointillés représentent le lien inverse, du noeud i vers le noeud 1, sur le même échantillon.

Nous présentons sur la figure 6.4 un extrait des résultats de mesure bruts. Pour chaque trajet, le protocole que nous avons mis en place nous permet d'indiquer aisément le début et la fin de la mesure, évitant ainsi à la source d'éventuels effets de bords au lancement et à l'arrêt du mouvement. On voit nettement apparaître sur la figure une période stable d'environ 1 seconde, correspondant à notre vitesse de marche durant cette expérience. Cette période est très nette sur le lien $1 \rightarrow 4$, correspondant au lien entre la hanche droite et la main droite. En contrepartie, le lien $1 \rightarrow 3$ (hanche droite vers main gauche) est nettement plus faible en moyenne, mais aussi plus variable ; la présence du corps dans la ligne de vue des capteurs pendant une majorité du mouvement entraîne, relativement, une contribution plus grande des multitrajets par rapport au trajet direct, ce qui augmente les effets d'évanouissement. Le lien $1 \rightarrow 2$, vers le torse, est lui plus stable et ses variations ne proviennent pas a priori d'un masquage périodique par le corps mais plutôt encore une fois des évanouissements. On peut voir également sur les paires $1 \leftrightarrow 2$ et $1 \leftrightarrow 4$ un léger décalage entre les valeurs relevées sur le trajet aller ($i \rightarrow j$) et retour ($j \rightarrow i$) durant la même période de transmission. Nous quantifions ce décalage plus en avant dans ce chapitre.

Pour le trajet 1, en extérieur (Fig.6.3a), nous disposons pour chaque réalisation du trajet d'environ 1200 échantillons, et pour le trajet en intérieur (Fig.6.3b) environ 1500. Les figures 6.5 et 6.6 représentent les histogrammes des valeurs enregistrées par les liens pour une réalisation du trajet. On voit clairement apparaître une des limitations de la métrique remontée par le chipset AT86RF231, avec des pics réguliers tous les 3 dB. Ces valeurs vont avoir tendance à absorber les valeurs adjacentes, une évaluation de l'ampleur de cet effet étant décrite dans [atm 2012].

Nous donnons dans la table 6.2 et 6.3 les valeurs relevées de moyenne et de variance pour les différents liens, sur une réalisation des trajets 1 et 2. On peut voir que les valeurs moyennes de la puissance reçue sont plus élevées en intérieur, les différences étant comprises entre 5 et 15 dB pour la majorité des liens. La seule exception à cette règle est le lien

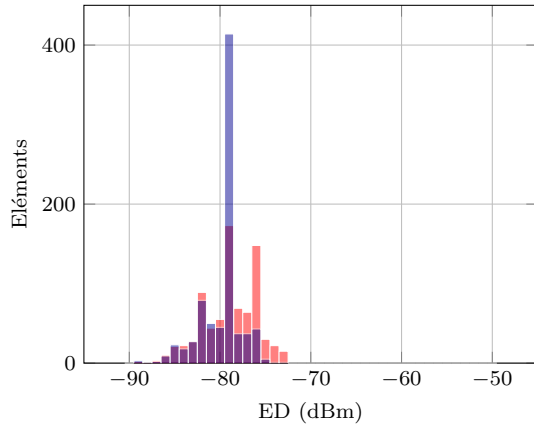
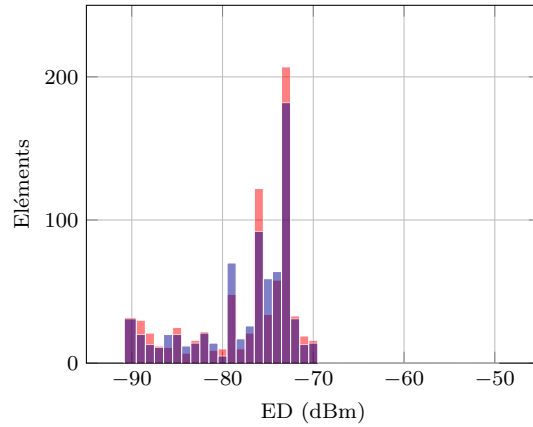
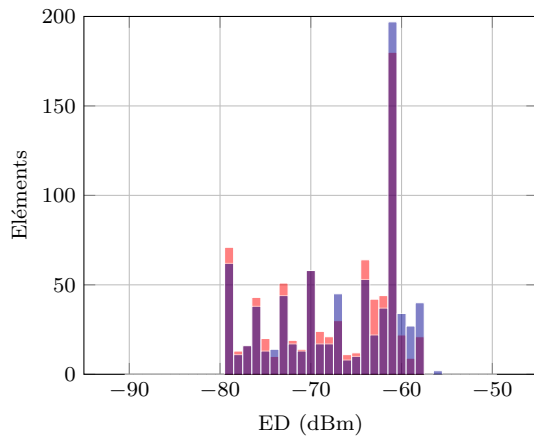
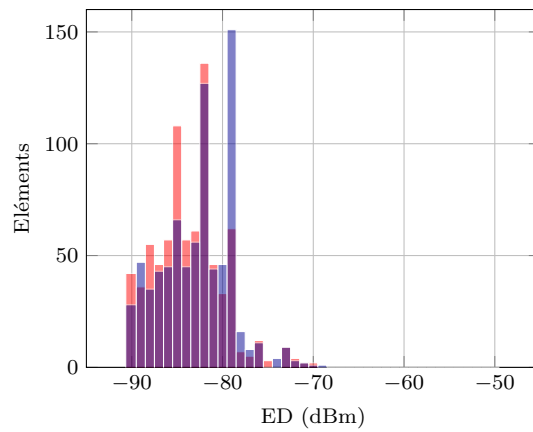
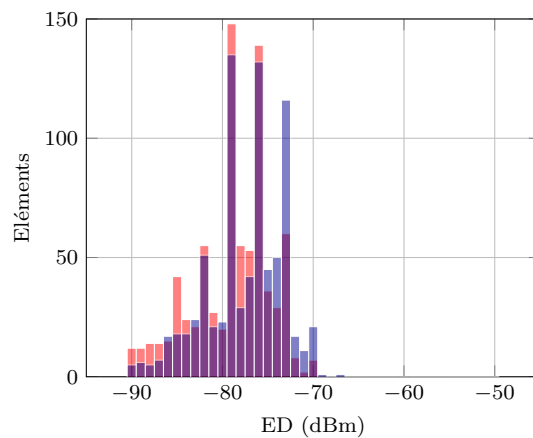
(a) Noeud 1 $\rightarrow$ noeud 2(b) Noeud 1 $\rightarrow$ noeud 3(c) Noeud 1 $\rightarrow$ noeud 4(d) Noeud 1 $\rightarrow$ noeud 5(e) Noeud 1 $\rightarrow$ noeud 6

FIGURE 6.5 – Histogrammes des liens incluant le noeud 1 sur une réalisation particulière du trajet 1, en extérieur. Les éléments bleus correspondent au lien noté en légende ($1 \rightarrow i$), et les éléments rouges le lien inverse ($i \rightarrow 1$).

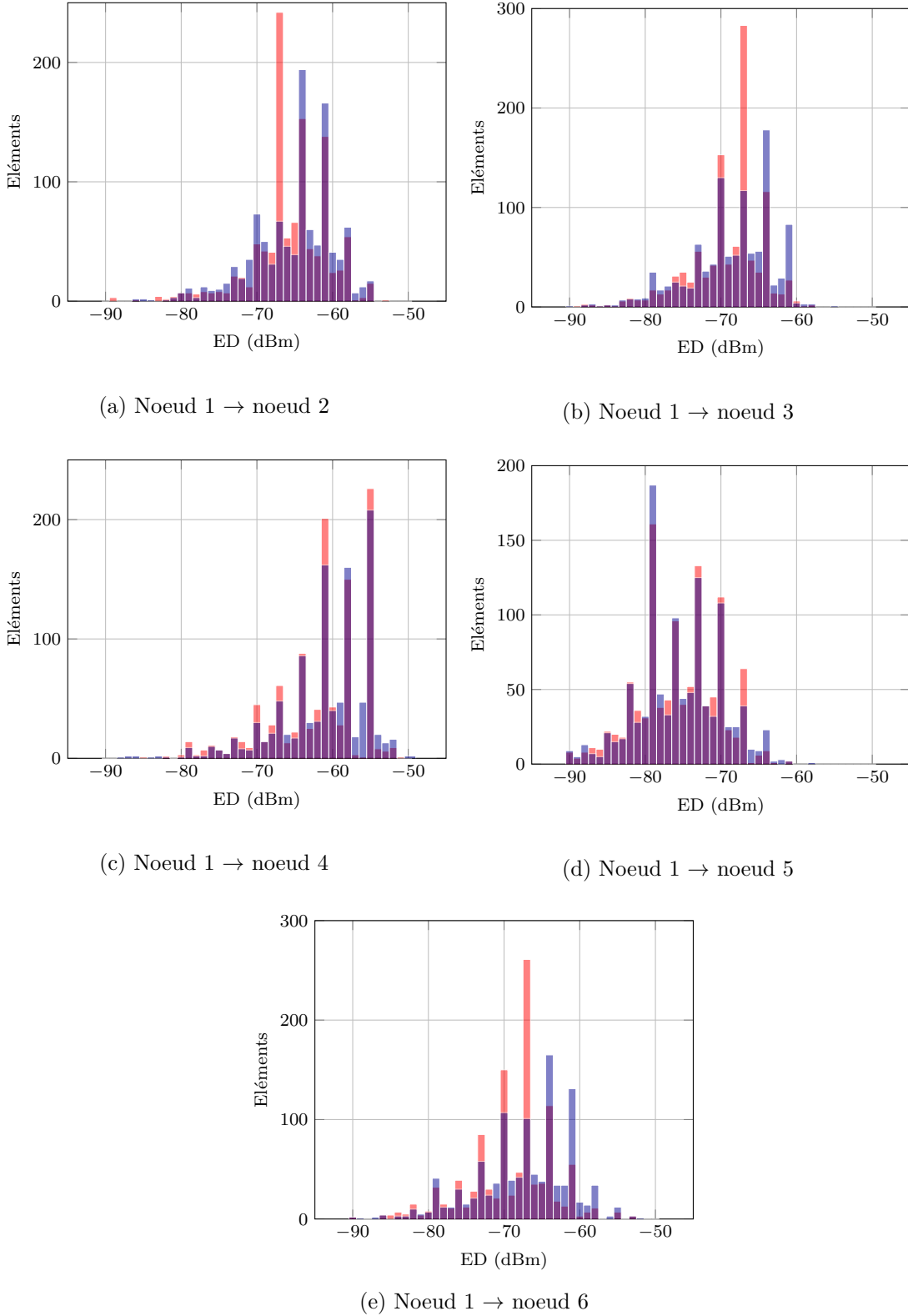


FIGURE 6.6 – Histogrammes des liens incluant le noeud 1 sur une réalisation particulière du trajet 2, en intérieur. Les éléments bleus correspondent au lien noté en légende (1 $\rightarrow$ i), et les éléments rouges le lien inverse ($i \rightarrow$ 1).

entre les noeuds 5 et 6, qui voient leur affaiblissement augmenter. Les différences en terme de puissance reçue proviennent manifestement d'une contribution plus forte des trajets multiples. On voit entre autre que les liens ayant déjà un affaiblissement faible profitent moins du passage en intérieur. On notera pour finir que dans le scénario du trajet 2, les variances sont en général plus élevées qu'à l'extérieur, mais aussi beaucoup plus homogènes, oscillant entre 20 et 40 dB. Encore une fois, ce phénomène peut être expliqué par l'influence des multitrajets. Lorsque l'apport en puissance de ces derniers augmente, les effets d'évanouissements auxquels ils sont soumis rendent les liens nettement plus instables et augmentent la variance de l'affaiblissement.

	Noeud 1	Noeud 2	Noeud 3
Noeud 1	∅	-78.9/8.8	-78.0/41.1
Noeud 2	-79.7/4.9	∅	-71.4/9.4
Noeud 3	-78.3/40.3	-70.4/8.5	∅
Noeud 4	-66.6/44.0	-67.2/20.4	-81.0/28.9
Noeud 5	-82.8/15.7	-85.9/11.9	-76.8/26.8
Noeud 6	-77.5/17.8	-82.8/17.0	-87.0/12.8

	Noeud 4	Noeud 5	Noeud 6
Noeud 1	-67.5/42.7	-83.7/15.0	-78.9/18.7
Noeud 2	-67.9/33.2	-86.5/11.6	-84.0/12.7
Noeud 3	-81.0/22.8	-77.6/27.8	-87.7/11.5
Noeud 4	∅	-78.7/57.8	-75.6/47.5
Noeud 5	-78.2/55.8	∅	-59.6/28.5
Noeud 6	-74.5/46.7	-59.2/23.5	∅

TABLE 6.2 – Valeurs des moyennes/variances (en dBm/dB) pour une réalisation du trajet 1 en extérieur.

	Noeud 1	Noeud 2	Noeud 3
Noeud 1	∅	-65.5/24.6	-69.1/22.8
Noeud 2	-65.0/28.6	∅	-60.6/39.3
Noeud 3	-68.6/30.4	-59.9/40.1	∅
Noeud 4	-60.9/36.1	-62.8/22.7	-69.7/31.4
Noeud 5	-75.4/30.6	-70.4/42.9	-66.8/36.1
Noeud 6	-67.4/38.2	-68.9/30.3	-73.3/31.5

	Noeud 4	Noeud 5	Noeud 6
Noeud 1	-61.7/36.1	-75.5/28.9	-68.9/30.6
Noeud 2	-63.3/28.8	-71.4/40.2	-70.7/31.9
Noeud 3	-70.3/33.5	-67.3/33.8	-74.1/29.6
Noeud 4	∅	-74.4/32.7	-67.0/32.1
Noeud 5	-74.8/28.4	∅	-67.2/29.3
Noeud 6	-66.3/38.6	-66.7/30.4	∅

TABLE 6.3 – Valeurs des moyennes/variances (en dBm/dB) pour une réalisation du trajet 2 en intérieur.

6.3.1 Stabilité temporelle du canal

Comme nous l'avons vu dans l'introduction de ce chapitre, les travaux de la littérature traitent la question de la stabilité principalement à travers une valeur de coupure de la fonction d'autocorrélation du canal. L'approche considérée dans [Fu 2012, D'Errico 2010] considère une valeur de coupure de 0.5. Les figures 6.7 retranscrivent les résultats de cette méthode sur quelques liens, en intérieur et en extérieur pour notre scénario de marche.

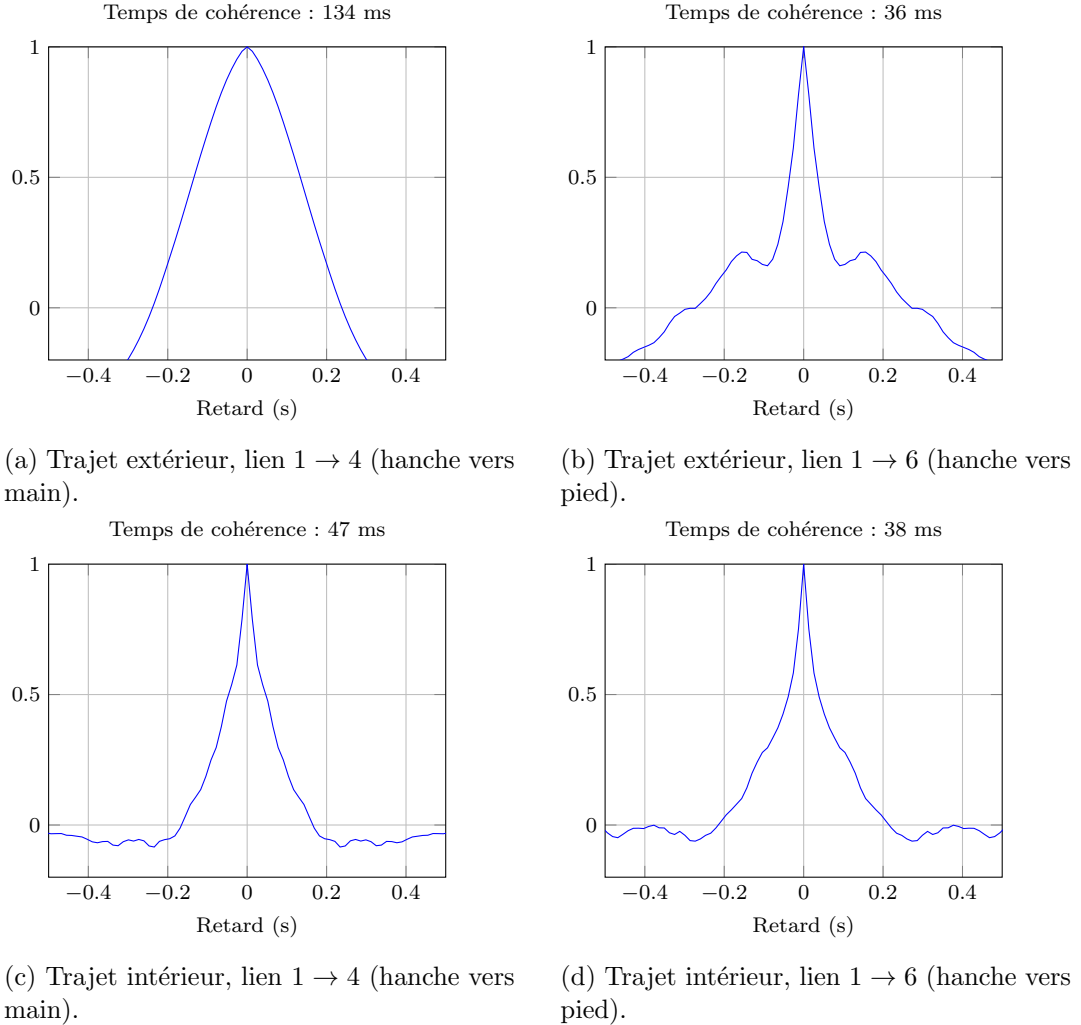


FIGURE 6.7 – Autocorrélation et temps de cohérence du canal pour deux liens, sur le trajet intérieur et extérieur.

Les résultats de la littérature donnaient, pour le trajet extérieur, un temps de cohérence moyen de 125 ms pour le scénario de marche en environnement contrôlé [Fu 2012, Fig.8], et d'environ 80 ms pour un scénario de marche en intérieur [D'Errico 2010, Tab.5]. Les valeurs observées sur la figure 6.7, que l'on retrouve pour l'ensemble des liens dans les tables 6.4 et 6.5, tendent à indiquer dans un premier temps que le temps de cohérence est surestimé pour des applications pratiques sur des réseaux de capteurs. En extérieur, les “bons” liens du réseau – en particulier de la hanche et du torse vers les mains – présentent

en effet un temps de cohérence proche de celui relevé par [Fu 2012]. Cependant, pour les liens de moins bonne qualité, plus soumis aux effets des multi-trajets, ainsi que pour l'ensemble des liens pour le trajet intérieur, le temps de cohérence est bien inférieur à celui relevé par [D'Errico 2010].

Noeuds	1	2	3	4	5	6
1	$\emptyset$	84	77	134	60	36
2	86	$\emptyset$	168	57	119	113
3	81	164	$\emptyset$	62	118	52
4	131	46	59	$\emptyset$	38	76
5	55	104	120	44	$\emptyset$	38
6	38	98	55	78	37	$\emptyset$

TABLE 6.4 – Temps de cohérence (en ms) de l'ensemble des liens, sur une réalisation du trajet extérieur.

Noeuds	1	2	3	4	5	6
1	$\emptyset$	35	17	47	21	38
2	25	$\emptyset$	24	18	37	27
3	16	26	$\emptyset$	19	25	35
4	52	19	19	$\emptyset$	31	45
5	22	40	24	33	$\emptyset$	21
6	33	26	32	39	21	$\emptyset$

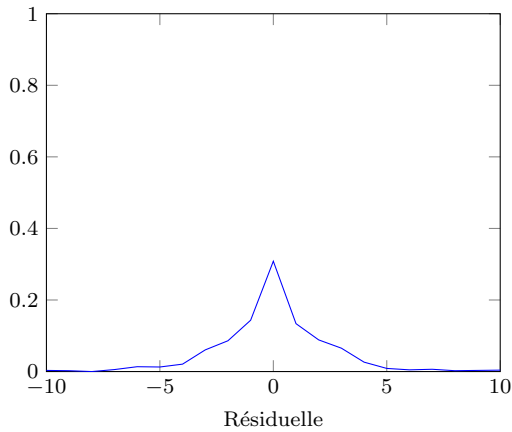
TABLE 6.5 – Temps de cohérence (en ms) de l'ensemble des liens, sur une réalisation du trajet intérieur.

En pratique, pour la conception de protocole, il est possible d'évaluer la variation de la qualité du canal entre deux périodes de transmission. On notera dans la suite de ce chapitre $g_{i,j}[k]$ la valeur de l'ED reçue par le noeud j depuis le noeud i à l'instant k . On s'intéresse en particulier à la variation de $g_{i,j}$ entre les échantillons $k-1$ et k , pour déterminer le degré de prédictibilité de l'affaiblissement du lien :

$$\varepsilon_{i,j}[k] = g_{i,j}[k] - g_{i,j}[k-1] \quad (6.1)$$

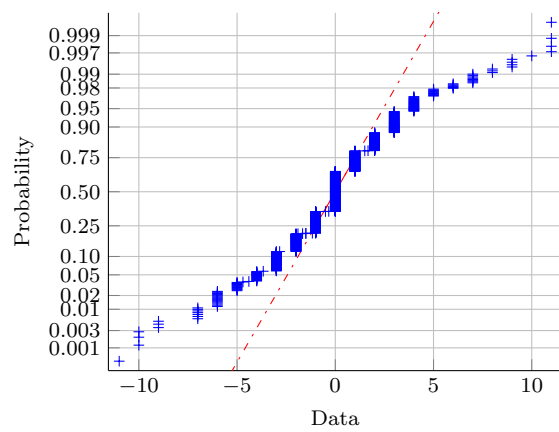
A l'échelle de notre fréquence d'échantillonnage, nous pouvons supposer que les effets de masquage ne varieront que peu, et la résiduelle $\varepsilon_{i,j}[k]$ sera donc principalement impactée par les effets d'évanouissement et le bruit de mesure. La figure 6.8 présente la distribution de cette résiduelle sous forme d'histogramme, et selon un diagramme dit *normal*. Ce type de diagramme permet d'évaluer la forme d'une distribution empirique par rapport à une distribution gaussienne de même variance. La ligne rouge représente la distribution des percentiles pour une distribution gaussienne, et les points bleus indiquent ceux de l'échantillon. On peut voir sur ces exemples que la résiduelle (6.1) ne suit pas une distribution gaussienne. Sa forme est symétrique et unimodale, mais les queues de la distribution sont plus étalées que pour une distribution gaussienne. La comparaison avec la simulation d'un canal de Rayleigh (Fig.6.9) nous amène à faire l'hypothèse que cet écart par rapport à une distribution gaussienne est principalement dû à l'effet des évanouissements du canal, les deux figures présentant une forme similaire. L'utilisation de l'équation (6.1) pour la

Pourcentage de valeurs entre $[-2,2]$ dB de la moyenne : 0.76



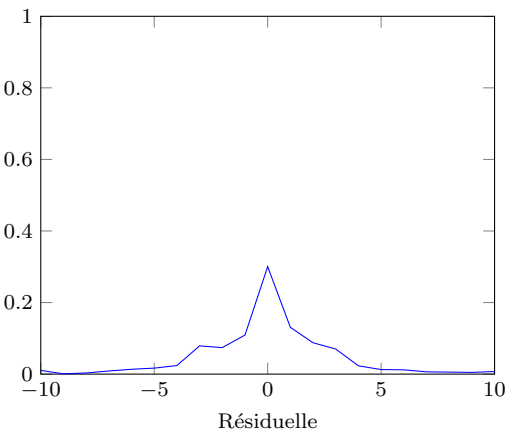
(a) Lien 1 $\rightarrow$ 3 (histogramme)

Normal Probability Plot



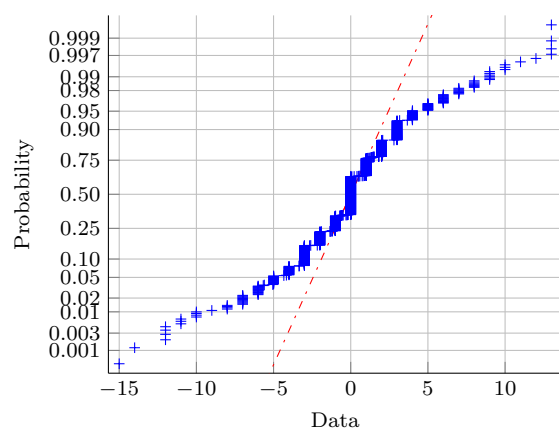
(b) Lien 1 $\rightarrow$ 3 (diagramme normal)

Pourcentage de valeurs entre $[-2,2]$ dB de la moyenne : 0.7



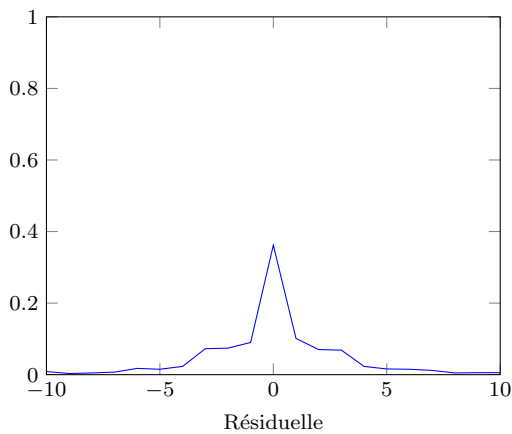
(c) Lien 1 $\rightarrow$ 6 (histogramme)

Normal Probability Plot



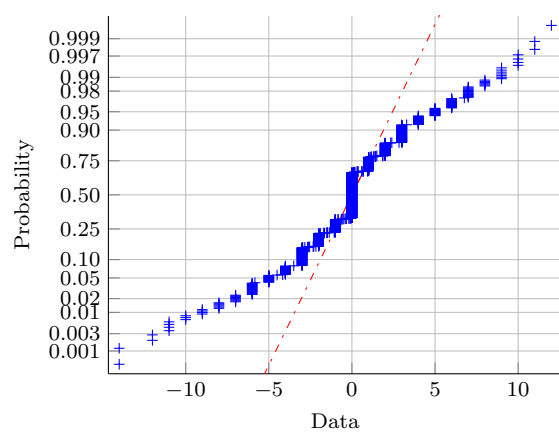
(d) Lien 1 $\rightarrow$ 6 (diagramme normal)

Pourcentage de valeurs entre $[-2,2]$ dB de la moyenne : 0.69



(e) Lien 3 $\rightarrow$ 6 (histogramme)

Normal Probability Plot



(f) Lien 3 $\rightarrow$ 6 (diagramme normal)

FIGURE 6.8 – Histogrammes et diagrammes normaux de la résiduelle (6.1), sur une réalisation du trajet extérieur.

prédiction du canal sera donc imparfaite, mais la prédiction de l'évolution d'un canal de Rayleigh est difficile. Nous n'avons accès qu'à la valeur du SNR résultant des effets d'évanouissement (2.4), qui est une fonction du *module* du coefficient complexe h du canal. Ce module peut varier très brusquement et de manière imprévisible. Une approche efficace pour améliorer cette prédiction est de considérer non pas le module de h , mais ses composantes réelles et imaginaires, variant elles de manière régulière, sans discontinuité dans leurs dérivées [Garcia 2012, Sec.7.4]. Hélas, le matériel déployé actuellement dans les capteurs industriels ne permet pas d'avoir accès au canal complexe, et les protocoles pratiques sont donc pour l'instant restreints à utiliser une approximation similaire à celle de l'équation (6.1).

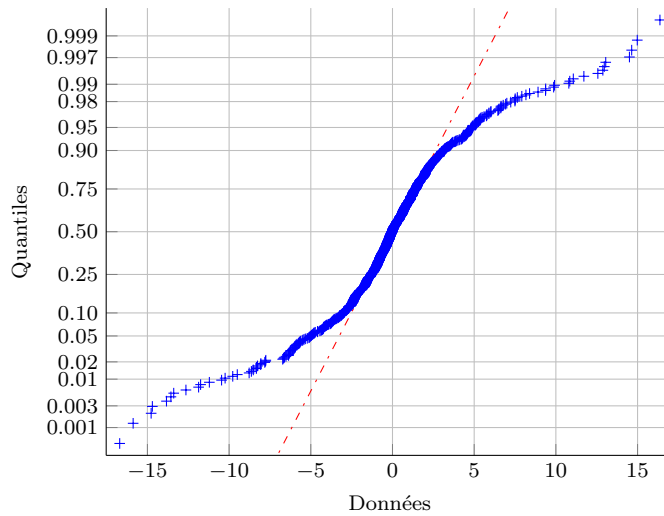


FIGURE 6.9 – Diagramme normaux pour la résiduelle entre deux échantillons successifs, sur un canal de Rayleigh simulé.

Nous reportons dans les tables 6.6 et 6.7 une statistique portant sur la proportion de valeurs résiduelles $\varepsilon_{i,j}[k]$ étant inférieure en valeur absolue à 2 dB. Nous choisissons délibérément de considérer cette statistique plutôt qu'un écart type, car la forme de la résiduelle dans nos mesures est à la fois plus *pointue* et plus *étalée* qu'une distribution gaussienne. Comme nous souhaitons avant tout évaluer la concentration de la distribution empirique autour de sa moyenne, cette statistique remplit ce rôle dans notre analyse en lieu et place de l'écart type. Sur le trajet extérieur, la variation des liens entre deux échantillons est faible, et on peut raisonnablement supposer que la prédiction est valable dans une majorité des cas. Sur le trajet intérieur, la probabilité empirique de sortir de la zone $[-2, 2]$ dB est nettement plus élevée. La contribution au signal reçu des trajets multiples en environnement confiné rend la prédiction à travers l'équation (6.1) peu adaptée. La notion de temps de cohérence tirée de la fonction d'autocorrélation amène donc à surestimer fortement le degré de stabilité du canal, qui peut varier de manière non négligeable entre deux instants temporels proches. Nous explorons plus en avant dans ce chapitre l'impact que peut avoir cette variation dans un protocole réaliste où une source choisit entre deux relais potentiels. Cela nous permet en particulier d'illustrer une utilisation possible de ces mesures et de cette plate-forme dans l'évaluation des performances de protocoles en situation réelle.

Noeuds	1	2	3	4	5	6
1	$\emptyset$	0.39	0.39	0.68	0.46	0.47
2	0.41	$\emptyset$	0.44	0.45	0.50	0.51
3	0.40	0.42	$\emptyset$	0.39	0.53	0.46
4	0.70	0.45	0.42	$\emptyset$	0.48	0.51
5	0.46	0.52	0.51	0.47	$\emptyset$	0.47
6	0.51	0.52	0.45	0.49	0.53	$\emptyset$

TABLE 6.6 – Probabilité empirique pour la résiduelle (6.1) de se retrouver à $[-2, 2]$ dB de la valeur moyenne, pour une réalisation du trajet intérieur.

Noeuds	1	2	3	4	5	6
1	$\emptyset$	0.97	0.75	0.85	0.78	0.69
2	0.97	$\emptyset$	0.73	0.70	0.79	0.75
3	0.76	0.77	$\emptyset$	0.75	0.84	0.64
4	0.86	0.71	0.74	$\emptyset$	0.63	0.71
5	0.72	0.79	0.84	0.69	$\emptyset$	0.75
6	0.69	0.74	0.62	0.72	0.75	$\emptyset$

TABLE 6.7 – Probabilité empirique pour la résiduelle (6.1) de se retrouver à $[-2, 2]$ dB de la valeur moyenne, pour une réalisation du trajet extérieur.

6.3.2 Symétrie des liens

Il est courant, dans les protocoles, de considérer que les liens sont symétriques, afin d'évaluer la qualité de la transmission entre deux noeuds. Par exemple, dans un protocole à partage de temps comme celui présenté pour nos mesures, un noeud i pourrait inférer, après avoir reçu un paquet du noeud j avec une puissance d'émission connue, que le lien $i \rightarrow j$ aura le même affaiblissement. Il utilisera donc cette valeur dans un processus d'optimisation. D'après les figures 6.4, 6.5 et 6.6, on voit que cette propriété mérite d'être vérifiée même si les liens présentent des similitudes. On s'intéresse donc, pour deux noeuds i et j , à la distribution à chaque instant de la valeur $g_{i,j}[k] - g_{j,i}[k]$.

Une évaluation de la dispersion des valeurs est possible en utilisant les figures 6.10 et 6.11, qui représentent l'écart de puissance mesurée par chaque noeud sur un lien donné sous la forme de nuage de points. On voit immédiatement que la dispersion des valeurs est largement supérieure dans le trajet intérieur que dans le trajet extérieur. De plus, sur le scénario extérieur, les liens vers les pieds (noeuds 5 et 6) font également ressortir une forte dispersion. Notre plate-forme de mesure utilisant des temps de paroles différents pour chaque noeud, l'échantillonnage de l'aller et du retour à un intervalle faible mais présent ajoutera encore à la dispersion des mesures. Dans le trajet intérieur, ainsi que pour les liens vers les pieds dans le trajet extérieur, la contribution du trajet direct à la puissance totale reçue par le capteur est plus faible que pour les "bons" liens du trajet extérieur, ce qui explique les différences visuelles de dispersion des figures 6.10 et 6.11.

Nous pouvons tout d'abord quantifier l'écart en utilisant la même méthode que celle présentée dans la section précédente pour la stabilité temporelle des liens. Cela nous permet d'évaluer la probabilité pour un protocole de commettre une erreur significative en considérant que les liens sont symétriques. Nous recensons donc, dans les tables 6.8 et

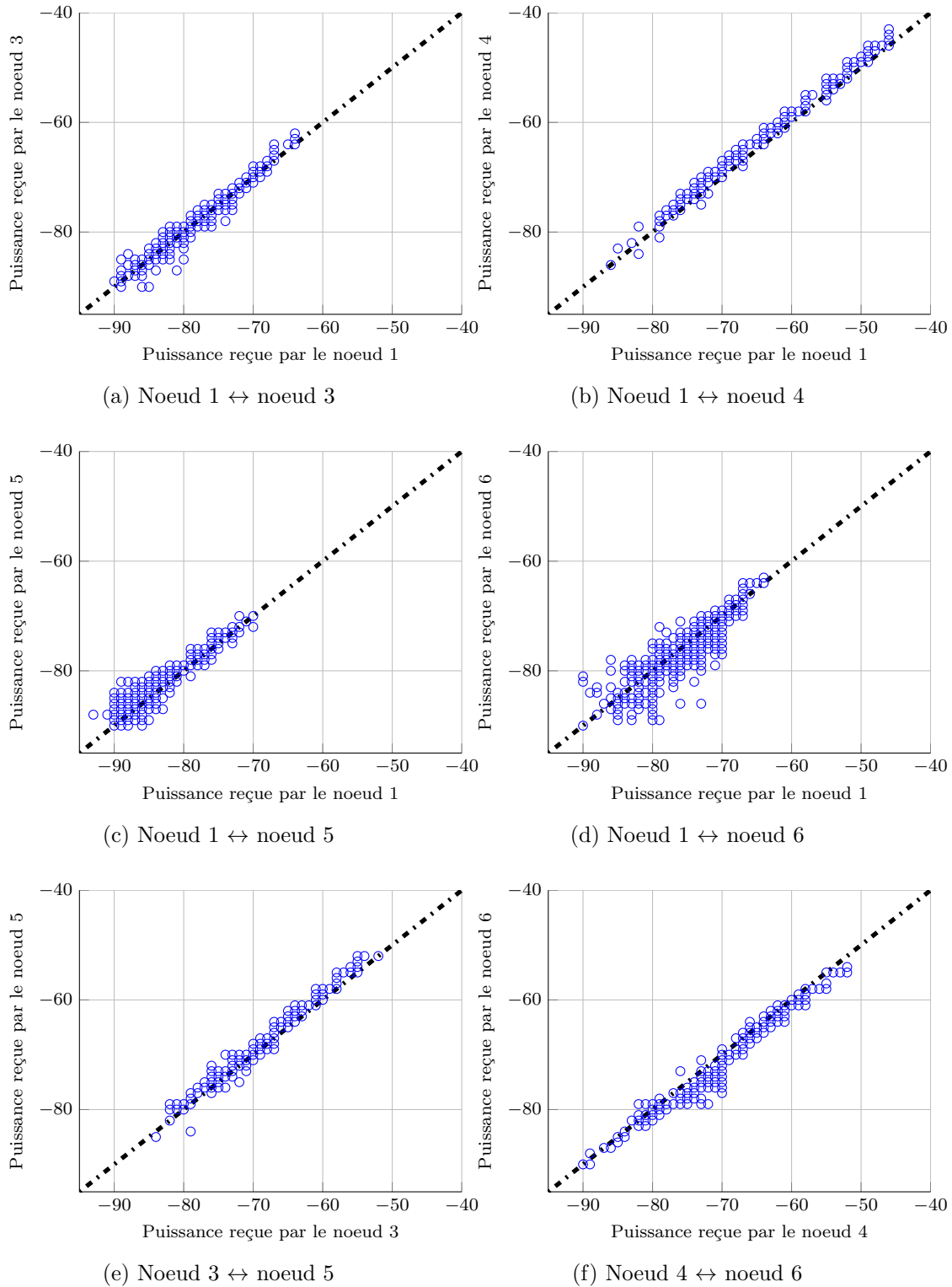


FIGURE 6.10 – Nuages de points, visualisant le biais de symétrie pour différents liens, sur le trajet 1, en extérieur.

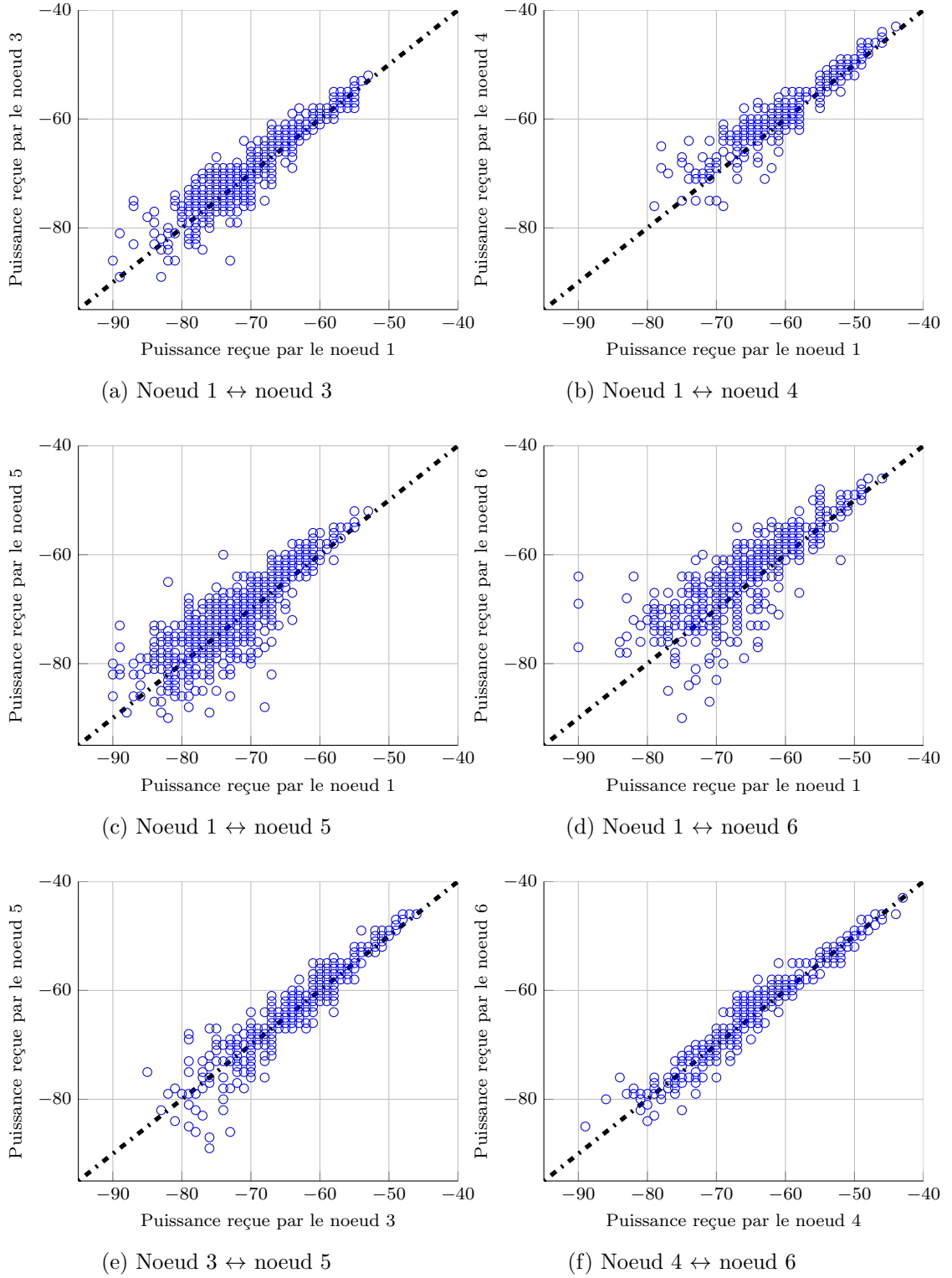


FIGURE 6.11 – Nuages de points, visualisant le biais de symétrie pour différents liens, sur le trajet 2, en intérieur.

6.9 les probabilités empiriques relevées sur nos mesures que la valeur $g_{i,j}[k] - g_{j,i}[k]$ soit supérieure, en valeur absolue, à un seuil de 2 dB.

Noeuds	1	2	3	4	5	6
1	$\emptyset$	0.84	0.71	0.86	0.59	0.44
2	0.84	$\emptyset$	0.94	0.82	0.72	0.64
3	0.71	0.94	$\emptyset$	0.94	0.84	0.67
4	0.86	0.82	0.94	$\emptyset$	0.89	0.78
5	0.59	0.72	0.84	0.89	$\emptyset$	0.94
6	0.44	0.64	0.67	0.78	0.94	$\emptyset$

TABLE 6.8 – Probabilité empirique pour la différence aller-retour d’un lien la valeur $g_{i,j}[k] - g_{j,i}[k]$ de se retrouver à $[-2, 2]$ dB de la valeur moyenne, pour une réalisation du trajet intérieur.

Noeuds	1	2	3	4	5	6
1	$\emptyset$	0.92	0.97	0.91	0.79	0.79
2	0.92	$\emptyset$	0.94	0.67	0.79	0.86
3	0.97	0.94	$\emptyset$	0.97	0.94	0.87
4	0.91	0.67	0.97	$\emptyset$	0.93	0.85
5	0.79	0.79	0.94	0.93	$\emptyset$	0.89
6	0.79	0.86	0.87	0.85	0.89	$\emptyset$

TABLE 6.9 – Probabilité empirique pour la différence aller-retour d’un lien la valeur $g_{i,j}[k] - g_{j,i}[k]$ de se retrouver à $[-2, 2]$ dB de la valeur moyenne, pour une réalisation du trajet extérieur.

Sur le trajet extérieur (Tab.6.9), la majorité des liens peuvent être considérés symétriques en pratique, si tant est que la transmission se fasse très rapidement après réception de la valeur mesurée sur le lien. La densité de probabilité sur l’intervalle que nous considérons est supérieure ou proche de 80%, à l’exception du lien $2 \leftrightarrow 4$, du torse vers la main droite. Sur le trajet intérieur (Tab.6.9), certains liens sont très instables, en particulier ceux de la hanche vers les pieds ($1 \leftrightarrow 5$ et $1 \leftrightarrow 6$), qui sont ceux d’intérêt pour la coopération.

En observant la figure 6.10, on peut voir que certains liens subissent un décalage constant par rapport à la moyenne; ce décalage est particulièrement évident sur les liens $1 \leftrightarrow 4$, $3 \leftrightarrow 5$ et $4 \leftrightarrow 6$. En se basant sur les spécifications du chipset radio utilisé (Tab.6.1), il est raisonnable d’émettre l’hypothèse que ce biais peut être induit par les imperfections du couple de capteur, quant à leur puissance d’émission et à l’évaluation de la puissance reçue. Ce biais apparaît néanmoins constant, et il serait par conséquent possible à travers des moyennes à long terme de le compenser pour améliorer la précision des mesures du canal dans une application pratique. Nous cherchons donc dans la suite de cette section à évaluer à la fois si effectivement le matériel embarqué par les capteurs va induire un biais de symétrie, et si ce biais est significatif – au sens statistique – et mérite donc d’être compensé en pratique. Pour ce faire, nous utilisons dans cette section une approche classique d’analyse de la variance (ANOVA) [Hicks 1999].

Nous avons donc reformulé un plan d’expérience plus complet afin de tester cette hypothèse, où nous allons faire varier la position des différents capteurs sur le corps afin de croiser leur effet sur différents liens. Pour ce nouveau plan, nous considérerons uniquement

le trajet en extérieur, et nous limitons notre étude à 4 capteurs sur 6, sans considérer les pieds. Cette restriction est d'ordre pratique ; prendre en compte la totalité des capteurs nécessiterait plus d'une centaine de modifications de la position des capteurs. Qui plus est, en nous concentrant sur les positions (Hanche, Torse, Main Droite, Main Gauche), nous évitons au maximum les effets d'évanouissements et pouvons donc mieux quantifier l'effet des couples de capteurs.

Nous détaillons à présent notre plan d'expérience. Notre unité de mesure correspond à la différence de la métrique ED lue à l'aller et au retour sur chaque lien. Les facteurs que nous considérons sont au nombre de 3 :

- Un facteur évident, provenant du modèle même de notre réseau, dû aux différents liens, que nous intégrons à notre modèle d'analyse sous la forme d'un effet qualitatif fixé.
- Un second facteur dû aux différents *couples* de capteurs présents sur un lien. Ce facteur est celui qui nous intéresse plus particulièrement dans cette étude.
- Un facteur dû aux répétitions d'un même trajet sans changer les liens considérés et la position des capteurs. Ce facteur est *hiérarchique* par rapport aux deux précédents, et *aléatoire* ; chaque passage correspond en effet à un tirage dans l'ensemble des passages possibles sur chaque trajet, et pour une position de capteur donnée nous répétons plusieurs fois le trajet.

Pour chaque lien, et chaque passage, nous disposons donc d'un nombre d'échantillons de la différence d' ED proche de 1200. Notre plan d'expérience appartient à la famille des plans *factoriels croisés hiérarchiques*, et comporte deux facteurs qualitatifs dits *fixes* et un facteur aléatoire. Les lignes directrices de l'analyse de tels modèles sont décrites en particulier dans [Hicks 1999, Ch.6-7]. Le schéma suivant (Fig.6.12) représente le plan d'expérience sous forme graphique.

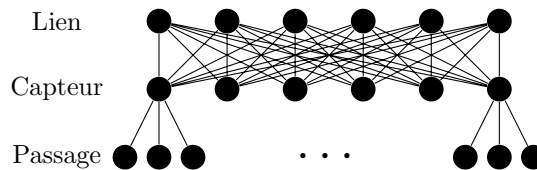


FIGURE 6.12 – Représentation schématique de notre plan d'expérience.

Nous analysons ces données à l'aide de l'outil ANOVA de MATLAB, ce qui nous donne les résultats de la table 6.10. Nous utilisons la présentation usuelle des tables d'ANOVA, où la colonne SS (pour *Sum of Squares*) représente la somme des carrés liée à l'effet, $d.f.$ indique le nombre de degrés de liberté de la somme de carrés et MS (pour *Mean Square*) le résultat de l'opération $SS/d.f.$. On calcule ensuite la valeur de la statistique F , qui correspond à un rapport entre des combinaisons linéaires de ces sommes de carrés. Cette statistique permet d'évaluer si le facteur considéré influe de manière significative, en moyenne, sur les valeurs de la différence d' ED lue. Ainsi, la valeur de p indique la probabilité que l'écart relevé soit dû à la chance plutôt qu'à l'effet du facteur. On considère en général que les valeurs de $p < 0.05$ indiquent un impact statistiquement significatif du facteur sur le résultat. Nous cherchons dans tous les cas à évaluer, pour chaque facteur, l'hypothèse "*Le facteur n'a pas d'effet significatif, en moyenne, sur la symétrie du lien*". Pour l'analyse que nous faisons dans ce chapitre, nous nous référençons principalement

aux méthodes présentées dans [Hicks 1999] et [Rice 1995, Ch9-Ch12].

Effet	SS	d.f.	MS	F	p
Lien	4515	5	902.81	590.34	$< 10^{-50}$
Couple de capteur	166244.9	5	33248.98	21740.29	$< 10^{-50}$
Lien $\times$ Couple de capteur	11836.3	25	473.45	57.96	$< 10^{-50}$
Passage(L,C)	1120.3	72	15.56	1.37	0.09
Erreur	732596.7	479409	1.53		
Total	920779.2	479516			

TABLE 6.10 – Résultats de la méthode ANOVA pour notre plan d'expérience.

Pour les résultats de la table 6.10, on peut voir que les liens ont un impact significatif sur la symétrie, ce qui était attendu du fait du modèle. Les couples de capteur ont également un effet significatif, ce qui nous permet de rejeter l'hypothèse énoncée ci-avant pour ces deux facteurs. Nous ne pouvons en revanche pas nous prononcer sur l'effet des différents passages. Pour en finir avec l'analyse des résultats de cette expérience, il est intéressant de considérer l'interaction entre nos deux effets croisés. La table 6.10 nous indique que cette interaction a un effet significatif, mais il est difficile de se représenter en pratique ce que cela implique. Nous traçons sur la figure 6.13 les variations moyennes de chacun des facteurs. Chaque courbe correspond sur ce graphique à un couple de capteurs, et en abscisse on trouve les 6 liens considérés dans notre modèle.

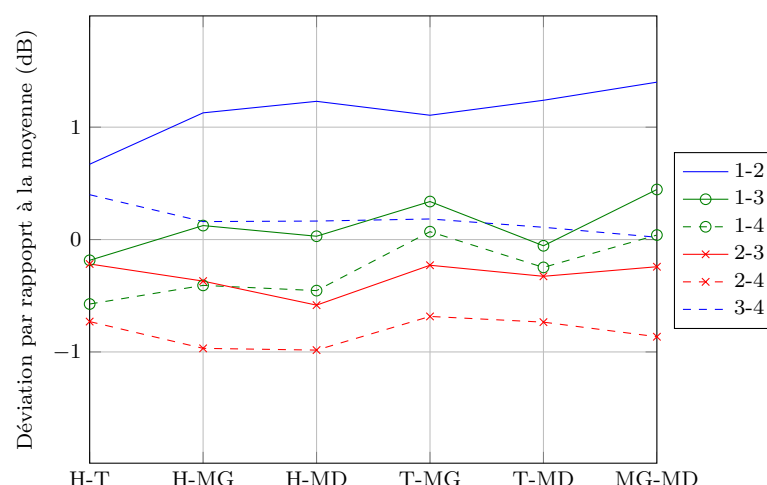


FIGURE 6.13 – Interaction entre les facteurs Lien et Couple de capteur, pour le plan d'expérience décrit en Fig.6.12. Les acronymes des liens sont formés par la première lettre de la position de chaque capteur (Hanche, Torse, Main Droite, Main Gauche).

On peut voir visuellement plusieurs groupes se détacher sur la figure 6.13. En premier lieu, les couples de capteurs (1 – 3) et (1 – 4) se comportent de manière similaire, ainsi que les couples (2 – 3) et (2 – 4). Le décalage moyen du couple (1 – 2) est bien au-dessus de la moyenne des autres couples, et le couple (3 – 4) a quant à lui une déviation faible sur l'ensemble des liens. Entre les deux groupes principaux (1 – 3),(1 – 4) et (2 – 3),(2 – 4), l'interaction est significative, ce qui va engendrer le résultat indiqué dans la table 6.10, mais à l'intérieur des groupes l'interaction n'a que peu d'effet.

De manière plus générale, on peut voir que pour certains couples de capteurs, la déviation peut atteindre ± 1 dB. Cette variation peut paraître conséquente à première vue, mais dans un réseau réaliste les liens et les couples de capteurs situés aux extrémités des liens sont figés. Si a priori, comme semblent indiquer les résultats de la table 6.10, les passages et les répétitions du mouvement n'ont pas d'effet significatif, un protocole réaliste pourra donc compenser cette déviation en échangeant l'information de la puissance reçue par les capteurs aux deux extrémités et en soustrayant la différence moyenne. Cela nécessite tout de même une mesure simultanée de l'état d'un lien bidirectionnel par les noeuds, mais permettrait d'améliorer la qualité de la prédiction de l'état des liens.

6.3.3 Application aux choix de relais

Nous montrons dans cette section une application des mesures effectuées pour l'évaluation de performances en situation réalistes. Dans le chapitre 4, l'expression sous une forme analytique simple de la capacité en fonction de la puissance totale allouée permet d'identifier directement un critère simple de choix de relais. On voit en effet, dans les équations (4.13), (4.30) et (4.31) que la capacité d'un protocole *decode-and-forward* dépend dans tous les cas du même coefficient.

$$\frac{|h_2|^2(|h_1|^2 + |h_3|^2)}{|h_2|^2 + |h_3|^2}$$

Si l'on considère un noeud source S , une destination D et un ensemble fini de relais potentiels indexés dans $\{1, \dots, N\}$, et on note $h_{i,j}$ l'affaiblissement entre deux noeuds. En considérant que la source et le relais choisi sont soumis à une contrainte de puissance globale P_{tot} , et d'après les résultats du chapitre 4, l'indice I^* de relais optimal en terme de capacité est :

$$I^* = \arg \max_{i \in \{1, \dots, N\}} \frac{|h_{S,i}|^2(|h_{S,D}|^2 + |h_{i,D}|^2)}{|h_{S,i}|^2 + |h_{i,D}|^2} \quad (6.2)$$

Cette relation est proche de la moyenne harmonique entre les coefficients $|h_{S,i}|^2$ et $|h_{i,D}|^2$, mais dépend également du canal $S \rightarrow D$. Nous pouvons utiliser les mesures effectuées dans le chapitre courant pour évaluer en situation réaliste les performances de notre critère de sélection par rapport à la littérature. Nous choisissons ici de fiabiliser la transmission entre le pied droit et la hanche, en utilisant la main droite ou la main gauche, sur toute la durée d'un trajet. Le noeud du pied gauche choisit à chaque transmission un noeud relais parmi la main droite ou la main gauche. Nous comparons la capacité moyenne par transmission pour le pied gauche sur la figure 6.14, selon le critère (6.2), le minimum des modules des liens relais→destination, et la moyenne harmonique du module des liens relais→destination.

Notre critère représentant le choix optimal du relais sur une métrique de capacité, on voit qu'une sélection basée sur le minimum des canaux $S \rightarrow R$ et $R \rightarrow D$ est virtuellement équivalent à une sélection basée sur la moyenne harmonique. Cette particularité n'est pas liée au jeu de mesure utilisé pour cette évaluation ; avec tous les échantillons de trajet que nous avons testé ainsi, les deux critères généraient une courbe de capacité quasiment confondue. Le gain en terme de capacité est de l'ordre de 10% à bas SNR, et se résorbe lorsque la valeur de $\bar{P}_{\text{tot}}$ augmente. Notre critère de sélection est aussi légèrement plus stable ; la moyenne harmonique et le minimum ont procédé à un changement de relais dans 20% des transmissions, alors que pour le critère (6.2) un changement n'a été opéré que dans 17% des cas, soit une réduction de 15% environ.

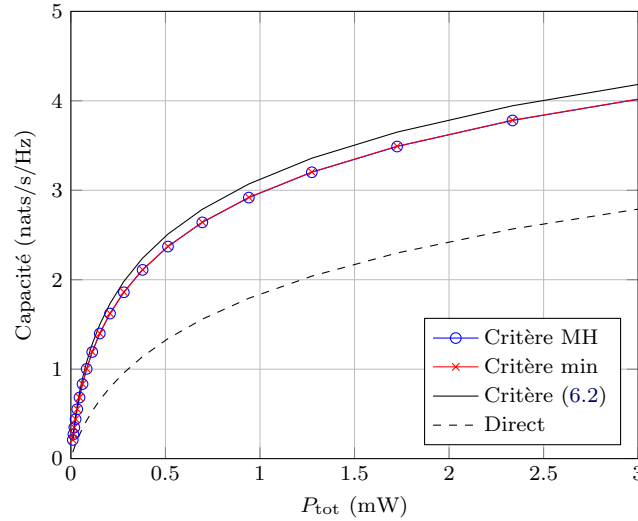


FIGURE 6.14 – Comparaison de la capacité moyenne obtenue avec différents critères de sélection de relais dans un BAN, sur un scénario de marche en extérieur.

Nous pouvons également comparer la puissance nécessaire pour atteindre un seuil de capacité fixé, que l'on notera R^* . Nos expressions de capacité étant basées sur le logarithme naturel, on peut exprimer $\bar{P}_{\min} = \bar{P}_{1,1} + \bar{P}_{\text{eq}}$ en fonction de R^* de la manière suivante, pour un canal à relais *full-duplex* :

$$\bar{P}_{\min} = \min_{i \in \{1, \dots, N\}} \left\{ \frac{(|h_{S,i}|^2 + |h_{i,D}|^2)}{|h_{S,i}|^2 (|h_{S,D}|^2 + |h_{i,D}|^2)} \right\} (e^{R^*} - 1)$$

Les résultats sont représentés sur la figure 6.15. On peut noter que le gain en terme de puissance est cette fois un coefficient de $(e^{R^*} - 1)$ et ne décroît pas lorsque ce dernier augmente. Dans les jeux de mesures que nous avons testés, la diminution de la puissance rayonnée est de l'ordre de 30% à 40% ; dans l'exemple présenté sur la figure 6.15, la puissance nécessaire par notre choix de relais est exactement 42% inférieure au critère de moyenne harmonique.

En pratique, nous avons vu depuis le début de ce chapitre que les estimations que l'on pouvait faire des canaux à la réception étaient loin d'être parfaites avec les équipements disponibles sur nos capteurs. Les défauts des capteurs, la présence d'évanouissements et pour certains liens, le temps de cohérence du canal font que la stabilité des coefficients n'est pas assurée entre deux émissions. La première difficulté une fois la métrique de choix de relais exprimée porte donc sur la conception d'un protocole assurant la propagation des différents états de canaux vers les noeuds sources, sans générer trop de trafic supplémentaire. Les discussions autour d'un tel protocole sortent du cadre de cette section, mais il est possible d'évaluer rapidement les pertes de performances dues à une connaissance imparfaite de l'état des canaux pour le choix d'un relais.

Dans [Ferrand 2011b], nous avons utilisé le principe du *relaying de beacon* pour fiabiliser les transmissions dans les canaux BAN, le *beacon* étant l'information provenant du coordinateur du réseau au début de chaque période de transmission. Ce *beacon* peut en particulier contenir des informations sur l'ordre de parole des différents noeuds du réseau, ainsi que la qualité des liens telle que mesurée par la destination dans le slot précédent.

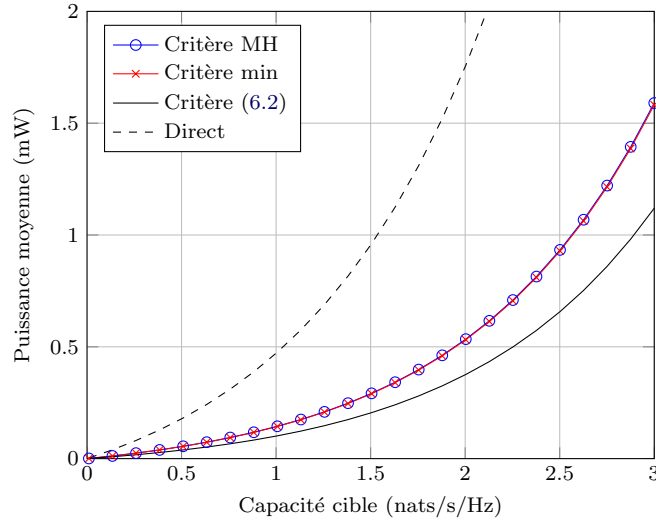


FIGURE 6.15 – Comparaison de la puissance minimale moyenne nécessaire pour transmettre à une capacité fixée, avec différents critères de sélection de relais dans un BAN, sur un scénario de marche en extérieur.

Comme les protocoles sans-fil dans des réseaux contraints sont fortement dépendants des informations contenues dans le *beacon*, il est intéressant de s'assurer que tous les noeuds du réseau l'ont reçu, en particulier ceux ayant un canal faible vers le coordinateur. Nous cherchons donc à fiabiliser les communications de ces noeuds faibles par l'utilisation d'un relais, et nous pouvons proposer par exemple le protocole représenté sur la figure 6.16.

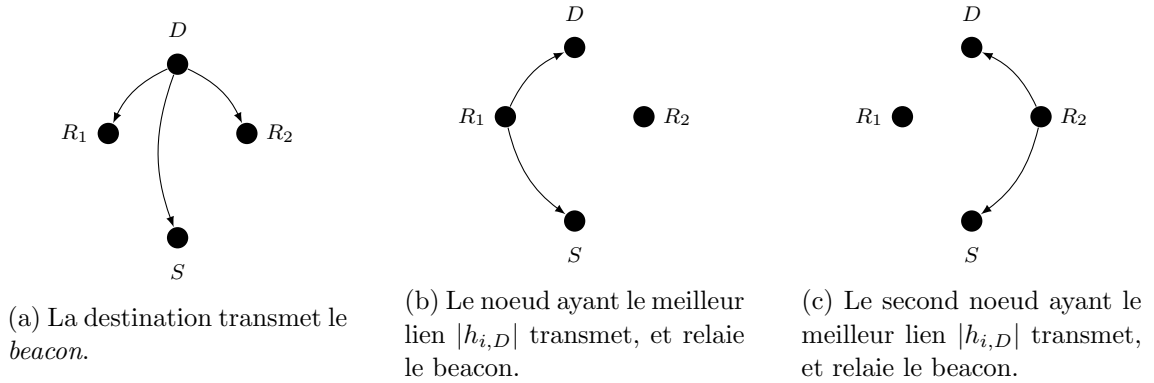


FIGURE 6.16 – Protocole avec relayage de *beacon* pour propager les états de canaux vers le noeud S , ayant un canal faible vers la destination. On suppose pour ce schéma que $|h_{R_1,D}| \geq |h_{R_2,D}|$, sans perte de généralité.

Pour ce protocole, nous organisons donc les temps de parole des différents noeuds selon la qualité du lien $|h_{i,D}|$ lors du précédent slot. Le noeud le plus fort va donc émettre son information en premier, et retransmettre le beacon en particulier vers le noeud S , pour s'assurer qu'il l'a bien reçu. Il peut, dans ce beacon, interchanger la valeur du lien $|h_{R_1,D}|$ du slot précédent tel que mesuré par la destination, par la valeur $|h_{D,R_1}|$ du slot courant, puisque nous avons vu dans ce chapitre que sur les meilleurs liens l'asymétrie des liens était faible. Le second noeud va ensuite faire de même. Ils vont donc devenir des relais potentiels

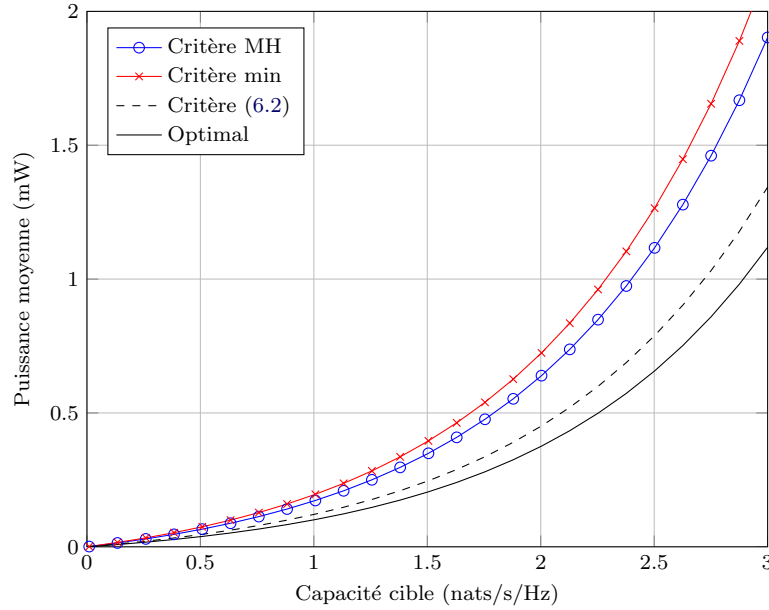


FIGURE 6.17 – Comparaison de la puissance minimale moyenne nécessaire pour transmettre à une capacité fixée, avec différents critères de sélection de relais dans un BAN, sur un scénario de marche en extérieur et en considérant le protocole d’échange d’informations sur la valeur des canaux décrit dans cette section.

pour le noeud S . Cette manipulation permet tout d’abord au noeud S de connaître avec une forte probabilité le temps de parole qui lui est alloué. Au moment de commencer sa transmission, il connaît donc :

- Les coefficients $|h_{D,R_1}|$, $|h_{D,R_2}|$ du slot courant, et $|h_{S,D}|$ du slot précédent par l’intermédiaire des *beacons* relayés.
- Les coefficients $|h_{R_1,S}|$ et $|h_{R_2,S}|$ du slot courant en ayant mesuré les liens des relais potentiels durant la transmission de leurs *beacons*.

On voit qu’en pratique l’hypothèse de symétrie est cruciale pour les protocoles de relayage opportunistes, car la source ne connaît pas les liens $|h_{S,R_j}|$ et $|h_{R_j,D}|$ pour $R_j = R_1$ et $R_j = R_2$, et utilise donc les valeurs mesurées sur le trajet inverse. De même, elle ne connaît pas non plus la valeur courante du lien $|h_{S,D}|$ mais seulement celle du slot précédent dans le cas où le *beacon* n’a pas été reçu depuis la destination dans le slot courant. On trace sur la figure 6.17 la puissance moyenne utilisée résultante des différents critères de choix de relais, se basant sur les informations réelles disponibles pour les noeuds.

La figure montre que la connaissance imparfaite des états du canal induit une consommation de puissance supplémentaire sur l’ensemble des critères de choix de relais traités dans ce chapitre. Pour les critères usuels de la littérature, la puissance rayonnée est ici 70% plus importante pour la moyenne harmonique et 90% plus importante pour le minimum des canaux du trajet relayé, ces deux critères présentant une robustesse inégale face à l’imperfection des mesures du canal. Le critère (6.2) présente lui aussi une augmentation de la puissance rayonnée de l’ordre de 20%. Une autre conséquence des mesures de canal inexacts fait que la contrainte de capacité cible risque de ne pas être respectée à la destination.

6.3.4 Corrélation des effets de masquage

Pour clôturer l'étude de cette campagne de mesures, nous nous intéressons maintenant à la corrélation spatiale entre les états des différents canaux. En particulier, comme nous l'avons fait tout au long de ce chapitre, nous cherchons à évaluer la stabilité de l'estimation de cette corrélation pour un protocole réaliste. Effectuer la mesure de manière quasi-simultanée de l'énergie reçue sur les différents liens nous permet d'évaluer la corrélation de l'évolution de la qualité des liens au cours du temps. Nous nous sommes concentrés sur le mouvement de marche, qui présente cette corrélation couplée à une forte périodicité (Fig.6.4). Dans cette section, nous cherchons avant tout à quantifier la corrélation entre les liens, une donnée cruciale pour la simulation et la prédiction de l'évolution des canaux, et qui a un impact potentiel sur l'évaluation de certaines métriques de performance comme nous avons pu le voir dans le chapitre 3.

6.3.4.1 Séparations des effets de masquage et d'évanouissements

L'étude de la corrélation porte avant tout sur les effets de masquage ; ceux-ci étant dus aux mouvements du corps, il est raisonnable a priori de penser que la régularité et la symétrie de ces mouvements auront une influence simultanée sur la qualité de l'ensemble des liens, et que cette influence ne sera pas indépendante d'un lien à l'autre. En contrepartie, la distance séparant les capteurs étant grande par rapport à la longueur d'onde, il est également raisonnable de supposer que les évanouissements seront, eux, indépendants entre les différents liens. Une étape préliminaire à l'étude de la corrélation est donc de séparer, au mieux, ces deux effets pour extraire l'effet de masquage des données que nous avons enregistrées.

Dans la littérature, cette opération est faite à partir de moyennes glissantes [D'Errico 2010, Kim 2012], où les auteurs appliquent ces moyennes glissantes sur des fenêtres de 125ms et 100ms respectivement. Si l'on écrit $P(k)$ la valeur de la puissance reçue à un instant k , et que la fenêtre glissante a une largeur de N échantillons, alors la valeur de puissance lissée $P_s(k)$ s'écrit :

$$P_s(k) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N P(k-i) \quad (6.3)$$

Dans notre cas, une fenêtre de taille similaire correspondrait à $N = 8$ échantillons. Les moyennes glissantes se comportent comme un filtre passe bas, appliquant néanmoins une atténuation limitée sur les hautes fréquences. La figure 6.18 montre sous la forme d'un périodogramme la distribution fréquentielle d'un lien de bonne qualité, ainsi que l'effet de l'application du filtre par moyennes glissantes.

On voit clairement apparaître, sur la figure 6.18, des pics à basse fréquence correspondant au mouvement de marche. Le filtrage du signal par moyennes glissantes permet donc effectivement de renforcer la part relative des effets de masquage par rapport aux évanouissements qui vont dominer les hautes fréquences. Néanmoins, on peut voir sur la figure que les basses fréquences ne sont pas complètement dues aux effets de masquage uniquement, et les évanouissements vont aussi générer des variations dans cette bande. L'opération de filtrage n'est donc pas, à proprement parler, une séparation entre les effets de masquage et d'évanouissements. Il est difficile avec la précision de nos mesures d'effectuer une séparation plus avancée, mais nous pouvons néanmoins fournir quelques pistes qui pourraient améliorer cette opération :

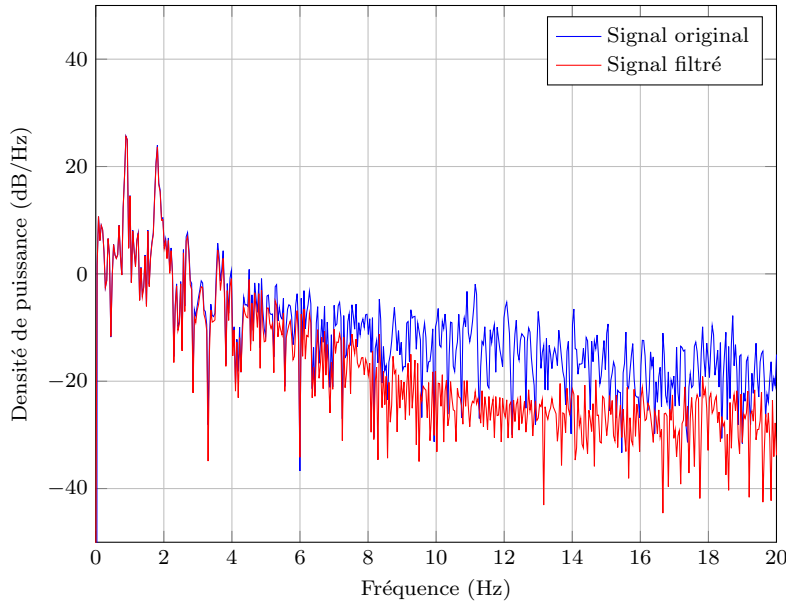


FIGURE 6.18 – Densité spectrale de puissance obtenue sur l'évolution de l'état du lien $1 \rightarrow 4$ (hanche vers main droite), sur une réalisation du trajet extérieur.

- Il serait envisageable d'utiliser une estimation de l'effet des évanouissements sur les basses fréquences à partir de leurs effets sur les hautes fréquences. En pratiquant un alignement d'une distribution a priori des effets d'évanouissements sur la résiduelle du filtrage, nous pourrions inférer de l'effet sur la totalité du signal, et soustraire cette composante.
- En complément de cette approche, il serait intéressant de se concentrer sur les pics visibles des effets de masquage sur les basses fréquences, et tenter de les suivre au long du signal et d'extraire leur contribution à l'aide de filtres passe-bandes.

6.3.4.2 Corrélation interliens

Nous nous concentrons donc sur l'analyse des corrélations des effets de masquage sur le trajet extérieur. Nous cherchons à évaluer, à différents niveaux, la stabilité des mesures de corrélation. Nous avons donc besoin de tests d'hypothèses portant sur l'égalité de matrices de corrélation pour mener à bien cette étude. On peut trouver deux tests spécifiques aux matrices de corrélation dans la littérature, dans les travaux initiaux de Jennrich [Jennrich 1970], puis dans les travaux de Larntz *et al.* [Larntz 1985]. Nous décrivons ici rapidement les tests, plus de précisions étant disponibles dans les papiers cités ci-avant. Nous cherchons donc à tester l'égalité de deux matrices de corrélation R_1 et R_2 de taille p , estimées respectivement à partir de n_1 et n_2 échantillons indépendants de leur population d'origine. Dans ce qui suit, on pourra dénommer une matrice carrée A de taille p par ses composantes, soit $A = (a_{i,j})_{1 \leq i,j \leq p}$. On note également, suivant la notation de Jennrich, les coefficients de la matrice inverse $A^{-1} = (a^{i,j})_{1 \leq i,j \leq p}$. Jennrich a proposé la statistique suivante :

$$T_j = \frac{1}{2} \text{tr} (Z^T Z) - \text{diag}(Z)^T S^{-1} \text{diag}(Z) \quad (6.4)$$

La fonction $\mathbf{tr}(\cdot)$ est la fonction trace d'une matrice, et $\mathbf{diag}(\cdot)$ la fonction renvoyant les éléments diagonaux d'une matrice carrée sous la forme d'un vecteur colonne. Les composantes de cette statistique sont les suivantes, avec $\delta_{i,j}$ la fonction delta de Kronecker :

$$\begin{aligned} Z &= \sqrt{c}\bar{R}^{-1}(R_1 - R_2) \\ \bar{R} &= \frac{n_1 R_1 + n_2 R_2}{n_1 + n_2} = (\bar{r}_{i,j})_{1 \leq i,j \leq p} \\ S &= (\delta_{i,j} + \bar{r}_{i,j} \bar{r}^{i,j})_{1 \leq i,j \leq p} \\ c &= \frac{n_1 n_2}{n_1 + n_2} \end{aligned}$$

Dans cette situation, Jennrich montre qu'asymptotiquement la statistique T_j a une distribution de χ^2 avec $p(p-1)/2$ degrés de libertés quand $R_1 = R_2$, et qu'elle est par conséquent sensible aux décalages par rapport à cette hypothèse. Ayant identifié que la statistique proposée par Jennrich était asymptotiquement correcte mais nécessitait un grand nombre d'échantillons pour avoir la puissance nécessaire, Larntz *et al.* ont proposé d'utiliser une transformation de Fischer sur les coefficients de la matrice de corrélation, afin d'accélérer la convergence. Leur statistique porte également sur la différence maximale entre les coefficients, et s'écrit :

$$T_l = \sqrt{d} \max_{1 \leq i,j \leq p} |z_{i,j}^{(1)} - z_{i,j}^{(2)}| \quad d = \frac{(n_1 - 3)(n_2 - 3)}{(n_1 + n_2 - 6)} \quad (6.5)$$

Les coefficients $z_{i,j}^{(\beta)}$ sont liés aux coefficients de la matrice de corrélation R_β par la relation suivante :

$$z_{i,j}^{(\beta)} = \frac{1}{2} \log \left(\frac{1 + r_{i,j}}{1 - r_{i,j}} \right)$$

L'hypothèse d'égalité est dans ce cas rejetée à un niveau de signification α pour $T_l \geq b(\alpha)$ choisi tel que, pour $\Phi(\cdot)$ la fonction de distribution d'une loi normale centrée de variance 1 :

$$[\Phi(b(\alpha)) - \Phi(-b(\alpha))]^{p(p-1)/2} = 1 - \alpha$$

La statistique de Larntz *et al.* est également plus robuste que celle de Jennrich lorsque les matrices de corrélation sont proches de la singularité. Les auteurs de ces deux papiers fournissent une extension de leurs statistiques pour le test simultané de l'égalité de plusieurs matrices de corrélation.

Nous utilisons pour cette section notre jeu de données initial sur le trajet extérieur, qui comportait 10 répétitions du trajet. Nous pouvons tout d'abord, en utilisant l'estimateur proposé par Jennrich pour la matrice de corrélation moyenne, donner pour chaque trajet la corrélation globale entre tous les liens, à travers l'ensemble des passages (en annexe, Tab.6.14 et Tab.6.15). Cependant, si l'on applique l'une ou l'autre de ces statistiques pour tester l'égalité des matrices de corrélation de chaque passage avec la corrélation moyenne, *les tests indiquent une différence très significative dans tous les cas, peu importe le niveau de signification α choisi.* En ne considérant qu'un sous-ensemble de noeuds, et en particulier en ôtant les liens incluant le noeud 2 du jeu de test, les matrices restent significativement différentes.

Ce résultat est contraignant pour la modélisation des canaux BAN, car il implique qu'on ne peut pas considérer la corrélation moyenne comme représentative du scénario considéré. Les matrices de corrélation changent de manière non négligeable entre chaque

répétition du même trajet, et dans le même environnement. Nous pouvons cependant pondérer ces faits. Tout d'abord, des effets d'évanouissements sont toujours présents, même en plus faible proportion, suite à notre filtrage. En conséquence ceux-ci étant largement décorrélés du mouvement et des effets de masquage, ils vont influencer sur les variations de la corrélation spatiale des liens et sont donc un facteur potentiel d'échec du test. De plus, bien que nous ayons tenté de reproduire des mouvements réguliers et naturels au possible, il est difficile d'affirmer qu'ils aient été parfaitement répétés avec la précision nécessaire entre chaque passage.

Partant néanmoins du constat statistique, il n'est donc a priori pas possible de considérer une corrélation globale à un scénario de mouvement. Cela signifie en particulier qu'une corrélation calculée sur le long terme est peu représentative de la corrélation réelle, à un instant donné, des effets de masquage. Nous pouvons néanmoins nous intéresser à l'estimation de matrices de corrélation à l'intérieur de chaque passage. Le scénario considéré est le suivant ; sur un certain nombre K d'échantillons, les noeuds peuvent estimer la corrélation de l'évolution des affaiblissements sur le réseau, et l'on cherche à déterminer si cette estimation évolue largement tous les K échantillons. Afin d'être cohérent par rapport au scénario de marche, la taille de la fenêtre K doit être supérieure à la durée d'une période du mouvement, soit environ 70 échantillons.

La taille de K étant relativement faible par rapport à la taille de la matrice, nous choisissons la statistique de Larntz pour mener ces comparaisons, celle-ci étant plus discriminantes lorsque $\min(n_1, n_2)/p \leq 4$ [Larntz 1985, Sec.3]. Pour des niveaux significatifs fixés à $\alpha = 0.05$ et $\alpha = 0.01$ avec $p = 15$, les valeurs critiques de la statistique T_l sont respectivement 3.49 et 3.90. Nous effectuons les tests sur une série de 10 pas à l'intérieur de chaque passage en comparant la matrice de corrélation estimée à chaque pas avec la matrice estimée sur le pas précédent. Cette procédure nous permet d'évaluer la stabilité temporelle de l'estimation de la matrice de corrélation. Les résultats sont indiqués sur la table 6.11. Les valeurs significatives à 1% dans cette table le sont également à 5%, par définition du test statistique. Si l'on considère l'intégralité des liens, on voit qu'entre les pas la différence est significative dans une majorité des cas. On peut donc raisonnablement en déduire que même l'estimation pas à pas de la matrice de corrélation est impraticable pour prédire la matrice de corrélation au pas suivant.

Pas	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Passage 1	5.23	5.36	5.23	4.48	3.76	4.28	3.07	3.16	4.52	5.03
Passage 2	3.88	3.16	4.62	5.83	3.76	5.31	3.17	4.07	6.56	4.27
Passage 3	4.76	4.28	4.98	4.89	4.64	3.06	3.79	4.45	3.98	3.48
Passage 4	3.37	4.18	2.95	4.60	3.64	3.34	2.78	2.70	3.25	6.71
Passage 5	3.53	3.92	2.70	4.71	5.47	4.11	5.04	4.01	3.39	5.06
Passage 6	3.79	4.60	2.90	5.34	2.83	5.99	4.84	3.41	4.37	4.34
Passage 7	3.29	2.99	3.75	4.40	3.75	4.44	4.59	5.88	4.46	3.19
Passage 8	3.43	3.30	2.77	4.84	5.14	3.24	4.02	4.72	4.23	3.03
Passage 9	7.62	4.40	3.01	4.08	3.98	4.36	3.37	7.02	6.23	2.38
Passage 10	4.39	3.75	5.70	4.13	3.66	4.56	2.91	3.80	3.03	5.79

TABLE 6.11 – Valeur de la statistique de Larntz pour l'égalité des matrices de corrélation entre chaque pas Les cellules en rouge foncé font état d'une différence significative entre les matrices de corrélation pour $\alpha = 1\%$, et celles en rouge clair pour $\alpha = 5\%$.

Si l'on ne considère qu'une partie des liens, la matrice est plus stable. On peut par

exemple se restreindre aux liens entre la hanche et les membres mobiles, afin d'étudier les possibilités de relayage entre les pieds et les mains. Dans cette situation, la taille de la matrice est $p = 9$ et les valeurs critiques à 5% et 1% sont respectivement 3.12 et 3.57. Les valeurs de la statistique sont indiquées sur la table 6.12.

Pas	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Passage 1	2.45	1.89	2.58	3.91	2.91	2.20	1.84	2.96	2.79	1.80
Passage 2	2.84	2.66	3.46	3.52	2.51	3.80	3.12	2.63	2.67	2.43
Passage 3	1.60	3.24	4.91	4.05	3.15	1.74	2.17	1.98	1.35	2.04
Passage 4	1.79	2.61	2.08	3.57	3.64	2.81	2.12	2.56	3.25	2.86
Passage 5	2.11	2.51	2.44	4.03	2.51	2.51	3.31	2.96	2.58	3.90
Passage 6	3.79	1.71	1.77	3.68	2.62	2.47	2.07	3.11	2.68	2.52
Passage 7	1.84	2.99	3.28	3.80	2.33	2.05	1.77	2.32	2.19	1.80
Passage 8	1.91	1.95	2.35	2.25	3.20	1.92	2.42	1.56	1.81	1.92
Passage 9	2.64	2.11	2.67	2.73	3.11	2.60	1.31	3.47	3.11	2.37
Passage 10	4.39	3.35	1.98	4.13	2.61	1.99	2.48	3.80	2.60	1.99

TABLE 6.12 – Valeur de la statistique de Larntz pour l'égalité des matrices de corrélation entre chaque pas, pour le sous-ensemble des liens reliant les noeuds (1,3,4,5,6). Les cellules en rouge foncé font état d'une différence significative entre les matrices de corrélation pour $\alpha = 1\%$, et celles en rouge clair pour $\alpha = 5\%$.

On voit que l'absence du noeud 2 dans le réseau rend la matrice nettement moins variable. Pour $\alpha = 0.01$, les estimations diffèrent de manière significative seulement entre une et deux fois par passage. On pourrait donc envisager pour ce sous-ensemble de liens d'estimer la matrice de corrélation du pas suivant à partir de celle du pas courant. Pour compléter notre analyse, nous pouvons nous intéresser à l'égalité entre la matrice de corrélation à chaque pas et la matrice de corrélation globale du passage. Cette étape, dont le résultat est représenté sur la table 6.13, indique que comme pour la matrice de corrélation commune entre tous les passages, la matrice de corrélation de chaque passage est parfois significativement différente de celle mesurée à chaque pas. Cette conclusion dépend néanmoins fortement du passage ; on peut voir par exemple que sur le passage 8, la statistique n'indique de différence significative sur aucun des pas, alors que sur le passage 2, 8 tests sont significatifs à 5% sur les 10 pas.

Pas	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Passage 1	2.01	2.45	1.79	3.86	2.31	3.88	3.25	2.89	2.18	3.25
Passage 2	3.58	4.64	5.44	2.96	3.23	4.57	3.20	3.38	3.89	2.38
Passage 3	2.61	4.88	3.12	2.85	3.40	2.70	1.66	2.90	2.88	1.76
Passage 4	2.02	3.87	2.58	3.40	3.66	2.80	1.92	2.58	3.49	3.83
Passage 5	2.72	2.14	3.24	2.56	1.88	2.97	3.31	2.04	2.14	4.83
Passage 6	2.21	2.95	1.78	3.38	2.47	3.08	2.56	2.38	1.91	3.71
Passage 7	2.56	2.83	4.01	4.23	2.95	1.75	2.05	2.40	2.32	2.26
Passage 8	1.76	2.76	2.57	2.23	2.15	1.99	2.75	1.73	2.37	2.64
Passage 9	3.17	2.30	2.09	3.25	1.87	2.25	3.20	2.50	2.57	1.38
Passage 10	4.56	2.88	2.43	3.54	3.65	3.57	2.12	3.64	2.50	2.20

TABLE 6.13 – Valeur de la statistique de Larntz pour l'égalité des matrices de corrélation à chaque pas avec la matrice globale du passage, pour le sous-ensemble des liens reliant les noeuds (1,3,4,5,6). Les cellules en rouge foncé font état d'une différence significative entre les matrices de corrélation pour $\alpha = 1\%$, et celles en rouge clair pour $\alpha = 5\%$.

6.4 Conclusion

À travers ce chapitre, nous avons présenté des résultats expérimentaux obtenus à travers une plate-forme de mesure basée sur des capteurs. L'utilisation de capteurs plutôt que des équipements classiques de sondage de canal nous offrent un compromis entre la précision des mesures obtenues et la mobilité nécessaire à l'évaluation de l'affaiblissement dans les BANs. Nous nous basons donc sur les métriques remontées par le chipset radio du capteur pour mesurer la puissance reçue par les équipements. Nous avons conçu un protocole simple à partage de temps nous permettant de récupérer quasi simultanément cette puissance sur l'intégralité des liens du réseau. La présence d'un stockage de masse sur les capteurs utilisés nous permet également d'envisager des séries de mesures de longue durée.

L'étude présentée dans ce chapitre portait sur un scénario de marche régulière, en environnements intérieur et extérieur. Les données récupérées nous ont permis de mettre en avant plusieurs points. Tout d'abord, la métrique *Energy Detection* disponible au niveau du chipset AT86RF231 est plus fiable que les mesures de RSSI classiquement disponibles dans les réseaux de capteurs, mais manque encore de précision. En particulier, les mesures remontées font apparaître des valeurs "absorbantes" espacées de 3 dB sur toute la plage de valeurs possibles pour la métrique. Les liens peuvent être fortement asymétriques, les valeurs lues à l'aller et au retour pouvant, dans certains cas, différer à hauteur de ± 10 dB dans certains cas extrêmes. Nous avons pu identifier une part constante de l'asymétrie comme étant due à la différence matérielle et aux imperfections des capteurs, cette différence pouvant être compensé par moyennage dans des protocoles réalistes. Néanmoins, se baser sur la puissance reçue sur le trajet $i \rightarrow j$ pour estimer la qualité du lien $j \rightarrow i$ peut mener vers une mauvaise estimation, surtout dans les environnements fortement soumis aux multitrajets. Une conclusion similaire peut également être tirée de nos analyses sur la stabilité d'un lien dans le temps. Nous avons pu quantifier ces effets et fournir quelques pistes d'amélioration pour cette estimation, et par *rejeu* de nos mesures, nous avons également pu évaluer la conséquence de cette variabilité du canal sur un protocole réaliste de choix de relais.

La mesure quasi-simultanée de tous les liens du réseau nous a ensuite permis d'extraire des statistiques sur la corrélation de l'évolution des effets de masquage durant le mouvement. À l'aide de tests statistiques spécifiques, nous avons pu conclure que la corrélation entre les liens est significativement différente entre plusieurs passages sur le même trajet. En conséquence, une matrice de corrélation moyenne correspondant à un scénario de mouvement dans un environnement donné ne sera que peu représentative de la matrice de corrélation réelle du signal à chaque instant. En contrepartie, si l'on se limite à une dizaine de liens d'intérêt pour des protocoles de coopération, la corrélation sur une fenêtre de courte durée est relativement stable durant le mouvement. On peut donc raisonnablement considérer la corrélation à un instant t comme étant proche de la corrélation à un instant $t + 1$, sous réserve de réitérer l'estimation de manière régulière pendant le mouvement.

En perspectives immédiates de ce travail, notre plate-forme de mesures est opérationnelle et permet potentiellement d'étudier un grand nombre de scénarios d'utilisation des BANs. Nous visons également à compléter la métrique d'*Energy Detection* par un relevé complémentaire externe d'une carte fille sur nos capteurs, sur le principe de la plate-forme de [Cotton 2009a]. L'étude de l'ED est intéressante en soi pour le développement de protocoles utilisant directement cette métrique, mais elle reste peu fiable pour une caracté-

risation précise du canal, et cette modification nous permettrait de lire simultanément les deux valeurs. Nous cherchons également à améliorer les performances de notre protocole par rapport aux contraintes matérielles des capteurs ; l'écriture sur le support de stockage est relativement lente et réduit la fréquence d'échantillonnage en l'état actuel.

6.4.1 Mouvements périodiques et simulation/prédiction du canal

Nous pouvons réutiliser de plusieurs manières les données récupérées dans ces expérimentations. Tout d'abord, nous avons implémenté dans le simulateur WSNNet [WSN 2012] un module permettant de rejouer arbitrairement un jeu de mesures, sur l'ensemble des liens. WSNNet est un simulateur de réseaux sans-fil fonctionnant à événements discrets ; en pratique, la simulation est limitée aux événements d'envoi et de réception de paquets au niveau des capteurs. Ce simulateur permet de tester différents protocoles de communication en situation réaliste, et il est particulièrement bien adapté au développement de protocoles relatifs aux couches MAC et NET des réseaux sans-fil. Par l'intermédiaire de ce module, nous espérons donc permettre aux équipes du laboratoire et à la communauté scientifique de tester facilement leurs protocoles à travers un BAN réaliste, dont le comportement provient directement de mesures de canaux.

Au-delà du jeu, il est possible d'utiliser nos résultats pour modéliser le canal en utilisant des séries temporelles. Ce principe est utilisé par exemple dans [D'Errico 2010], et est un modèle connu pour représenter des phénomènes périodiques. Une série auto-régressive est une représentation d'un signal en temps discret où l'élément à un instant k dépend des valeurs de la série aux instants $k - 1, \dots, k - N$, la valeur de N étant l'ordre de la série.

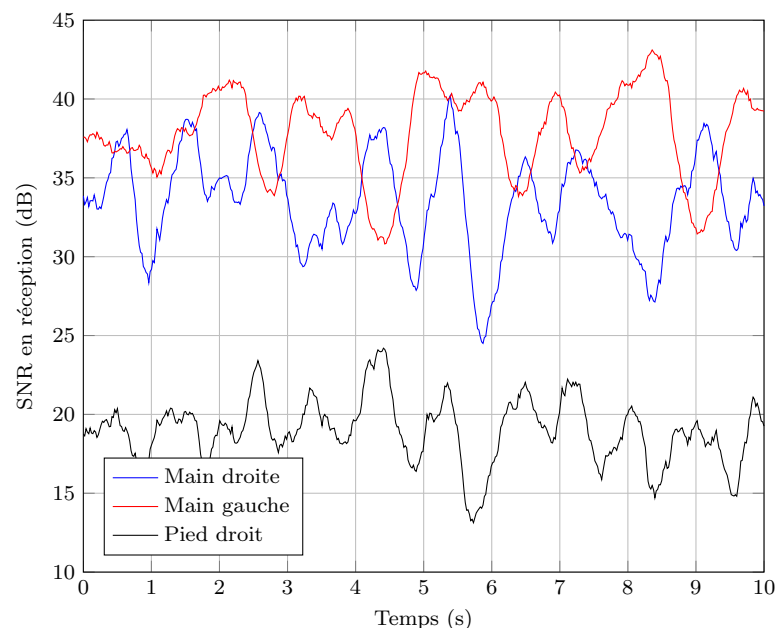


FIGURE 6.19 – Exemple de séries temporelles générées à partir des données relevées dans notre campagne de mesure. Le noeud source est situé ici sur la hanche (noeud 1).

Une grande quantité de littérature existe sur les séries temporelles, et on pourra se référer à [Gourrieroux 1995, Box 2008] pour une vision générale du sujet. La génération

de séries temporelles auto-régressives réalistes pour les effets du masquage dans les BANs nécessite deux étapes d'analyse, qui sont en pratique :

- D'obtenir pour chaque lien les coefficients de la série auto-régressive à partir de la fonction d'auto-corrélation du signal mesuré. L'ordre de la série peut aussi être déterminé à partir de cette fonction.
- Ensuite, à partir de la corrélation du signal mesuré sur tous les liens, il suffit de générer un bruit blanc pour chaque lien, et de lui appliquer une transformation linéaire visant à corrélérer ce bruit de la même manière que les liens. En appliquant ensuite les coefficients obtenus précédemment au bruit blanc, on obtient des canaux ayant un comportement statistiquement proche des mesures originales. Un exemple d'évolution de l'effet de masquage généré par cette méthode est représenté sur la figure 6.19.

Cette approche est très préliminaire et expérimentale, mais il existe potentiellement beaucoup de possibilités et de perspectives pour l'utilisation des modèles par séries temporelles, tant pour la simulation que pour la prédiction de l'évolution des canaux BANs.

6.4.2 Non-normalité des distributions des liens et modèles à états finis

Comme on a pu le voir en partie sur la figure 6.5, les liens n'ont en général pas du tout une forme gaussienne. La distribution des effets de masquage semble plutôt s'approcher d'une distribution gaussienne mélangée, à deux composantes si l'on considère un lien seul. La figure 6.4 renforce cette observation ; les liens du noeud 1 vers les noeud 3 et 4 par exemple, les mains, ont très clairement deux états et oscillent entre ces états de manière périodique. Les séries temporelles présentées ci-avant sont un exemple de modélisation de ces signaux périodiques, mais l'observation de ces courbes et des histogrammes donne beaucoup de poids aux modèles basés sur un nombre fini d'états, utilisant des chaînes de Markov pour passer d'un état à l'autre.

L'allure non gaussienne des distributions augmente encore fortement si l'on considère

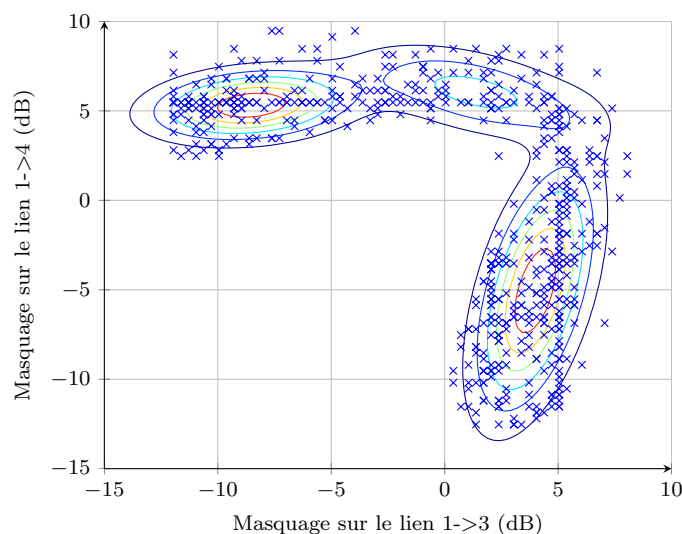


FIGURE 6.20 – Distribution gaussienne mélangée à 3 composantes ajustée sur la distribution empirique de l'effet de masquage entre les liens $1 \rightarrow 3$ et $1 \rightarrow 4$.

les liens de manière simultanée. Ainsi, sur la figure 6.20, nous représentons la distribution empirique conjointe des liens $1 \rightarrow 3$ et $1 \rightarrow 4$. On voit nettement apparaître au moins 2 états extrêmes et un état transitionnel sur ce graphique, autour desquels le signal est distribué de manière répartie. L'ajustement de gaussiennes mélangées à n composantes permet de récupérer une probabilité relative de chaque état dans la distribution totale, et cette approche pourrait s'étendre facilement à un grand nombre de liens. Dans le cas d'un lien, nous avons vu dans l'introduction qu'une équipe en particulier avait proposé ce genre de modèle. À la vue de nos résultats d'expérimentation, il semble que la perspective de traiter l'évolution conjointe des BANs à l'aide d'outils basés sur les chaînes de Markov soit adaptée.

Liens	1-2	1-3	1-4	1-5	1-6	2-3	2-4	2-5	2-6	3-4	3-5	3-6	4-5	4-6	5-6
1-2	1	0.03	-0.29	-0.25	-0.05	0.18	-0.21	-0.10	0.16	-0.29	-0.02	-0.03	0.17	0.25	-0.44
1-3	0.03	1	-0.52	-0.46	-0.04	0.79	-0.53	-0.06	0.28	0.25	-0.37	-0.69	0.36	0.62	-0.56
1-4	-0.29	-0.52	1	0.32	-0.18	-0.68	0.91	0.02	-0.38	0.58	0.49	0.42	-0.79	-0.88	0.78
1-5	-0.25	-0.46	0.32	1	0.48	-0.42	0.37	0.40	-0.04	0.09	0.39	0.28	-0.17	-0.28	0.39
1-6	-0.05	-0.04	-0.18	0.48	1	0.05	-0.07	0.49	0.45	-0.06	0.16	-0.06	0.25	0.35	-0.07
2-3	0.18	0.79	-0.68	-0.42	0.05	1	-0.72	-0.07	0.30	-0.12	-0.60	-0.63	0.66	0.76	-0.56
2-4	-0.21	-0.53	0.91	0.37	-0.07	-0.72	1	0.17	-0.28	0.62	0.66	0.45	-0.88	-0.85	0.69
2-5	-0.10	-0.06	0.02	0.40	0.49	-0.07	0.17	1	0.27	0.15	0.33	0.06	-0.10	0.02	0.12
2-6	0.16	0.28	-0.38	-0.04	0.45	0.30	-0.28	0.27	1	-0.09	-0.07	-0.19	0.30	0.49	-0.39
3-4	-0.29	0.25	0.58	0.09	-0.06	-0.12	0.62	0.15	-0.09	1	0.37	-0.10	-0.62	-0.41	0.34
3-5	-0.02	-0.37	0.49	0.39	0.16	-0.60	0.66	0.33	-0.07	0.37	1	0.30	-0.68	-0.50	0.25
3-6	-0.03	-0.69	0.42	0.28	-0.06	-0.63	0.45	0.06	-0.19	-0.10	0.30	1	-0.35	-0.49	0.41
4-5	0.17	0.36	-0.79	-0.17	0.25	0.66	-0.88	-0.10	0.30	-0.62	-0.68	-0.35	1	0.80	-0.54
4-6	0.25	0.62	-0.88	-0.28	0.35	0.76	-0.85	0.02	0.49	-0.41	-0.50	-0.49	0.80	1	-0.76
5-6	-0.44	-0.56	0.78	0.39	-0.07	-0.56	0.69	0.12	-0.39	0.34	0.25	0.41	-0.54	-0.76	1

TABLE 6.14 – Corrélation moyenne des différents liens, sur le trajet 1 en extérieur

Liens	1-2	1-3	1-4	1-5	1-6	2-3	2-4	2-5	2-6	3-4	3-5	3-6	4-5	4-6	5-6
1-2	1	0.23	0.15	0.04	0.13	0.16	0.08	0.06	0.25	0.07	-0.03	0.10	0.05	0.17	0.16
1-3	0.23	1	0.39	-0.07	0.23	0.25	-0.09	-0.16	0.30	0.21	-0.16	0.08	0.04	0.32	0.39
1-4	0.15	0.39	1	-0.15	0.10	0.11	0.07	0.22	0.22	0.12	-0.12	0.02	0.15	0.25	0.32
1-5	0.04	-0.07	-0.15	1	-0.00	-0.03	0.22	0.53	0.09	0.40	0.40	0.23	0.40	-0.06	-0.08
1-6	0.13	0.23	0.10	-0.00	1	0.29	-0.12	-0.17	0.32	0.12	0.02	0.15	0.08	0.38	0.40
2-3	0.16	0.25	0.11	-0.03	0.29	1	-0.24	-0.12	0.32	-0.28	0.13	0.25	0.00	0.32	0.47
2-4	0.08	-0.09	0.07	0.22	-0.12	-0.24	1	0.33	-0.00	0.31	0.07	0.01	0.18	-0.10	-0.23
2-5	0.06	-0.16	-0.18	0.53	-0.17	-0.12	0.33	1	-0.01	0.24	0.41	0.19	0.34	-0.20	-0.30
2-6	0.25	0.30	0.19	0.09	0.32	0.32	-0.00	-0.01	1	0.01	0.09	0.27	0.12	0.36	0.37
3-4	0.07	0.21	0.22	0.12	-0.12	-0.28	0.31	0.24	0.01	1	-0.01	0.01	0.16	0.02	-0.16
3-5	-0.03	-0.16	-0.24	0.40	0.02	0.13	0.07	0.41	0.09	-0.01	1	0.32	0.26	-0.07	0.04
3-6	0.10	0.08	-0.02	0.23	0.15	0.25	0.01	0.19	0.27	0.01	0.32	1	0.19	0.14	0.24
4-5	0.05	0.04	-0.08	0.40	0.08	0.00	0.18	0.34	0.12	0.16	0.26	0.19	1	0.02	0.02
4-6	0.17	0.32	0.25	-0.06	0.38	0.32	-0.10	0.36	0.36	0.02	-0.07	0.14	0.02	1	0.38
5-6	0.16	0.39	0.21	-0.08	0.40	0.47	-0.23	-0.30	0.37	-0.16	0.04	0.24	0.02	0.38	1

TABLE 6.15 – Corrélation moyenne des différents liens, sur le trajet 2 en intérieur

Conclusion

Dans cette thèse, nous nous sommes attachés à évaluer les gains de performance théoriques des approches coopératives dans les BANs. Cette définition du sujet nous a amenés rapidement à nous fixer un modèle de communication où le réseau était composé d'un faible nombre de noeuds pouvant potentiellement tous communiquer. En nous basant sur la littérature et les spécificités des canaux des BANs, en terme de stabilité du canal de transmission et de la capacité potentielle des noeuds à prévoir l'état des différents canaux, nous avons considéré différents cas pour les analyses menées suivant la connaissance ou non de ces états par les noeuds.

Chaque niveau de connaissance implique rapidement une approche différente quant à la métrique de performance étudiée. En particulier, nous nous sommes attachés dans le chapitre 3 à traiter le taux d'erreur paquet lorsque les noeuds n'avaient qu'une connaissance partielle du canal. Une des spécificités des canaux des BANs étant la présence d'évanouissements de type *bloc*, nous avons dans un premier temps borné le taux d'erreur paquet bloc par le taux d'erreur paquet sous une hypothèse d'évanouissements rapides, et nous avons rappelé les résultats de la littérature sur les approximations asymptotiques de ces évanouissements. Ces approximations ont récemment été étendues aux évanouissements de type *bloc* mais les expressions obtenues nécessitent une intégration numérique. Nous avons obtenu une bonne approximation analytique de cette intégration pour deux expressions des taux d'erreur bit de techniques usuelles de modulation. Ensuite, dans le cas où les noeuds ne connaissent que la valeur moyenne à long terme du canal de transmission, nous avons décrit une métrique de probabilité de coupure du taux d'erreur paquet permettant d'exprimer un taux de qualité de service dans cette situation. Cette métrique nécessite une expression inversible du taux d'erreur paquet *bloc*, raison pour laquelle nous nous sommes intéressés aux approximations asymptotiques de ce taux d'erreur paquet, qui vérifient cette propriété.

Nous avons ensuite étendu cette étude aux canaux coopératifs, sous la forme de canaux à relais. Suivant le mode de coopération, nous avons dérivé les allocations asymptotiquement optimales en nous basant sur les résultats du début de ce chapitre. Nous avons montré que les allocations dérivées suivant cette méthode dépendent uniquement des liens vers la destination dans tous les cas, et non du lien entre la source et le relais. Elles donnent également pour certaines valeurs des canaux un gain en performance sur une large plage de SNR par rapport à une allocation naïve de la puissance entre les différents noeuds. L'extension de la probabilité de coupure du taux d'erreur paquet aux canaux coopératifs a nécessité une formulation du problème sous une forme plus générale. Cette formulation nous a permis d'évaluer numériquement l'impact de la corrélation des effets de masquage sur la probabilité de coupure, et nous avons pu voir que dans certains cas cet impact peut être conséquent. Néanmoins, nous n'avons pas pu obtenir de forme analytique de la probabilité de coupure dans les canaux à relais.

En supposant une connaissance parfaite de l'état courant des liens, la dernière composante aléatoire quand à la transmission sur le canal est l'ajout d'un bruit blanc de type gaussien au niveau des récepteurs. Nous retombons ainsi dans le modèle *AWGN* étudié par Shannon, et la métrique de choix est dans ce cas est donc la capacité de Shannon. Le chapitre 4 étudiait la capacité des canaux à relais. Ce problème est courant dans la littérature, et une particularité de notre approche a été de considérer une contrainte de puissance globale à distribuer entre les noeuds comme nous l'avons fait dans le chapitre 3.

Nous avons pu montrer que sous cette contrainte, il est possible d'exprimer la répartition optimale de puissance entre les noeuds maximisant la capacité, et de montrer que le canal à relais *cohérent* général a une relation d'équivalence, en termes de région de capacité, avec un canal à relais non-cohérent donc les paramètres dépendent du canal original. Les bornes de capacité du canal à relai *full-duplex* prennent alors une forme analytique très simple, qui fournit en particulier un critère optimal de choix de relais parmi plusieurs candidats. Cette forme analytique et ce critère se retrouvent également dans le cas du canal à relais *half-duplex*, si l'on considère des approximations à haut et bas *SNR*, et l'on retrouve pour ces deux cas des allocations optimales de puissance. L'impact de ces allocations asymptotiques a ensuite été évalué pour des valeurs particulières d'affaiblissement des canaux, et ces résultats montrent qu'une dégradation de l'ordre de 10% est présente à moyen *SNR*.

Le chapitre 5 était consacré à l'étude de la capacité de Shannon des canaux à accès multiples coopératifs, comportant deux sources pouvant échanger de l'information et cherchant à transmettre leurs propres messages vers une destination. En plus de la contrainte de puissance globale similaire à celle des chapitres précédents, nous nous sommes focalisés sur l'étude du *débit commun atteignable*, visant à respecter une qualité de service minimale en terme de débit pour chaque source. Ces deux approches combinées visent, a priori, à exprimer la capacité C sous la forme d'une fonction de la puissance totale disponible $C = f(P_{\text{tot}})$, d'une manière similaire aux résultats du canal point-à-point et à ceux que nous avons obtenus dans le chapitre 4.

Dans le cas où les sources ne peuvent pas coopérer de manière cohérente, nous avons obtenu pour le cas *full-duplex* l'expression des allocations de puissance maximisant le débit commun atteignable, ainsi que le problème inverse de minimiser l'énergie nécessaire pour respecter une contrainte de débit. Dans le cas où les sources peuvent se synchroniser pour coopérer de manière cohérente, nous avons obtenu ces mêmes résultats pour la borne inférieure *decode-and-forward*, et nous avons montré que dans ce cas il existe une transformation similaire à celle du canal à relais présentée dans le chapitre 4 permettant de grandement simplifier l'analyse. En nous inspirant de ces résultats, nous nous sommes attachés à obtenir une meilleure borne supérieure que celle du flot maximum (Th.2.2) faisant apparaître cette équivalence. Nous avons ainsi obtenu une région plus contrainte que la meilleure borne connue de la littérature sur la capacité du *CAMC*.

Nous avons ensuite étendu cette étude aux *CAMC half-duplex*. Nous avons identifié deux modèles de fonctionnement dans ce cas. Pour chacun de ces modèles, nous nous sommes attachés à fournir une borne inférieure de type *decode-and-forward* et une borne supérieure utilisant la relation d'équivalence identifiée plus en avant dans le chapitre. Nous avons ensuite exprimé une méthode générale permettant d'exprimer la maximisation du débit commun atteignable sur ces modèles sous la forme d'un problème d'optimisation convexe à travers des changements de variables. En particulier, nous avons montré que

dans le cas des réseaux *half-duplex*, il est plus naturel de considérer non pas une allocation de temps et de puissance, mais une allocation d'énergie et de puissance. Nous avons ensuite comparé les performances des bornes théoriques *decode-and-forward* avec des protocoles simples de superposition de canaux à relais et d'accès simultané, pour lesquels nous disposons d'une allocation de ressources optimale sous forme analytique. Nous avons pu montrer que dans le cas des CAMC cohérent, le *decode-and-forward* présente un gain théorique seulement dans une région restreinte à moyen SNR, résultat à opposer à la complexité de mise en oeuvre du protocole.

Le chapitre 6 présentait des résultats d'expérimentation effectués à la fin de mes travaux de thèse. Nous avons développé dans ce cadre une plate-forme de mesure des canaux des BANs basée sur des capteurs industriels. Cette plate-forme nous permet d'évaluer directement les statistiques de la connaissance du canal utilisable par des protocoles réalistes, et également de mesurer de manière quasi-simultanée la qualité de l'ensemble des liens du réseau sur des durées pouvant aller jusqu'à plusieurs heures en autonomie. Pour cette première mise en oeuvre de la plate-forme, nous nous sommes concentrés sur des scénarios de marche en intérieur et en extérieur.

Ce premier jeu de mesure nous a permis de mettre en évidence que le temps de cohérence des BANs était plus court que celui relevé dans la littérature. En particulier, les effets d'évanouissements génèrent des variations rapides de l'état du canal tel que relevé par la métrique ED, et amène ce dernier à pouvoir changer brusquement particulièrement en environnement intérieur. Nous nous sommes alors attachés à déterminer statistiquement quelle était la probabilité de se maintenir dans le même état de canal entre deux émissions. À partir d'un second plan d'expérience plus conséquent, nous avons évalué la réciprocité des canaux des BANs tels que relevés par les capteurs, et nous avons pu identifier le fait que l'asymétrie des canaux dépendait fortement du couple de capteurs considérés. Cette variation ne changeant pas de manière significative à travers les répétitions du mouvement dans le temps, nous en avons conclu qu'un protocole pouvait, sur le long terme, estimer et compenser ce défaut de réciprocité. Pour finir, grâce à la mesure quasi-simultanée de tous les liens du réseau, nous avons pu estimer la covariance spatiale de l'ensemble de liens. À l'aide de tests d'hypothèses sur l'égalité des matrices de corrélation, nous avons déterminé qu'il n'est pas réaliste de considérer une matrice de corrélation standard correspondant à un scénario particulier, car celle-ci peut varier fortement entre différentes répétitions du même mouvement. En contrepartie, la matrice de corrélation évolue lentement dans le temps, et nous avons pu montrer qu'elle ne diffère pas de manière significative entre deux pas. Il est donc a priori raisonnable pour un protocole utilisant l'information de corrélation d'estimer cette corrélation au fil de l'eau.

7.1 Perspectives

À travers les travaux du chapitre 6, nous avons pu mettre en avant deux points. Tout d'abord, les estimations de canal remontées par les circuits radios industriels sont encore peu fiables et présentent même à leur niveau des défauts de quantifications augmentant l'incertitude quant aux valeurs lues. De plus, ces métriques ne permettent à l'heure actuelle que d'avoir accès au *module* de l'affaiblissement $|h|$. En conséquence, il est extrêmement difficile de prédire l'évolution temporelle du canal lorsque ce dernier est soumis à des

évanouissements, et nous avons en particulier pu voir que la puissance reçue pouvait varier plus rapidement que ce qui était attendu dans la littérature.

Cette incertitude quant à la qualité du canal est contraignante pour les approches coopératives, qui nécessitent pour atteindre leur potentiel maximal une information la plus fiable possible à ce sujet. Un premier axe de travail porte donc sur la modélisation et la prédiction de l'évolution des canaux des BANs. Tout d'abord, il faut intégrer cette incertitude dans les métriques utilisées pour l'évaluation des performances. Le taux d'erreur paquet tel que présenté dans le chapitre 3 supposait une connaissance de l'état de masquage ou une connaissance de la moyenne globale de l'affaiblissement et remplit donc en partie cette condition. Néanmoins, nous faisons quand même l'hypothèse de certaines distributions de ces effets, et pour le masquage en particulier, il est clair d'après nos mesures que des modèles plus précis sont nécessaires. Les chapitres 4 et 5 supposaient eux une connaissance parfaite des différents canaux, et une première approche serait d'étendre ces métriques de performances pour prendre en compte l'incertitude et proposer une allocation *robuste* de puissance [Boyd 2004, p.208]. L'extension de la capacité sous connaissance peut prendre plusieurs formes, à partir de la probabilité de coupure (2.29) ou de définitions de bornes sur l'information mutuelle [Medard 2000] (voir aussi [Piantanida 2007] et [Goldsmith 2007]). Suivant les résultats de ces approches appliquées aux scénarios des BANs, il sera possible, ou non, de justifier d'équipements plus avancés sur les capteurs pour aider à l'estimation de la qualité des canaux.

Hors de l'application immédiate aux BANs, l'équivalence entre les régions de capacité des différents modèles de canaux étudiés dans les chapitres 4 et 5 est intéressante d'un point de vue théorique. En particulier, la dérivation de la borne supérieure de capacité présentée dans la proposition 5.4 apporte des informations intéressantes sur la manière d'atteindre cette borne. On peut voir en particulier que les sources coopératives doivent générer les symboles coopératifs séparément à leurs symboles personnels, et ces symboles coopératifs dépendent simultanément des symboles reçus par chacune des sources.

Cette observation donne beaucoup de poids à des approches coopératives récentes comme celles de [Nazer 2011] et [Nokeby 2012] basées sur un protocole *compute-and-forward*, qui vise à décoder non pas les symboles de chaque source mais la superposition de ces symboles. La destination va ensuite résorber l'incertitude quant aux symboles envoyés suivant une approche semblable à du codage en réseau ([El Gamal 2011, ch.15,ch.18], [Yeung 2008]). Cette méthode vise avant tout à considérer l'interférence entre les symboles de manière utile, par opposition aux méthodes basées sur du décodage successif. La dérivation théorique de la borne supérieure nous permet à court terme d'étendre cette borne à des modèles de canaux comprenant plus de sources, puis d'évaluer la proximité de cette borne avec celle proposée par [Nokeby 2012]. La mise en oeuvre pratique des approches *compute-and-forward* présente également une perspective intéressante, et l'apparition de plateformes comprenant des noeuds radiocommunicants reconfigurables [Cor 2013] permettrait de tester les performances de ces techniques dans un environnement réaliste.

A.1 Dérivation de l'équation de l'ellipsoïde englobante pour une distribution gaussienne à plusieurs variables

Un ellipsoïde de $\mathbb{R}^n$ peut être vu comme la transformation affine d'une hypersphère de $\mathbb{R}^n$ centrée en $\mathbf{0}_{\mathbb{R}^n}$. On peut écrire l'ellipsoïde E comme suit, pour une certaine matrice A de taille $n \times n$, et un certain vecteur $b \in \mathbb{R}^n$:

$$E = \{\mathbf{x} \in \mathbb{R}^n \mid \|A\mathbf{x} + b\|_2 \leq 1\} \quad (\text{A.1})$$

On considère un vecteur aléatoire $\mathbf{X} \in \mathbb{R}^n$ suivant une loi normale multivariée de moyenne $\boldsymbol{\mu}^T = (\mu_1, \dots, \mu_n)$ et de covariance Σ – que l'on notera $\mathbf{X} \sim \mathcal{N}(\boldsymbol{\mu}, \Sigma)$. Considérant, dans une application pratique, la matrice Σ positive définie, on peut par une décomposition de Cholesky trouver une matrice L telle que $LL^T = \Sigma$. La similarité entre la transformation affine d'une hyper-sphère vers un ellipsoïde et la transformation d'un vecteur de variables aléatoires normales centrées réduites amène à identifier $b = -\boldsymbol{\mu}$ et $A = (L^T)^{-1}$.

Il reste à connaître le rayon de la sphère d'équiprobabilité pour une distribution normale multivariée centrée réduite de dimension n arbitraire $\mathcal{N}(0, \mathbf{I}_k)$. On suppose le domaine $\mathcal{A}_n(R) = \{x \in \mathbb{R}^n \mid \|x\|_2 \leq R\}$ la boule de rayon R suivant une norme 2. La densité de probabilité de $\mathbf{Y} \sim \mathcal{N}(0, \mathbf{I}_k)$ s'écrit :

$$f_{\mathbf{Y}}(\mathbf{y}) = (2\pi)^{-\frac{n}{2}} e^{-\frac{1}{2}\mathbf{y}^T\mathbf{y}} = (2\pi)^{-\frac{n}{2}} e^{-\frac{1}{2}\|\mathbf{y}\|_2^2} \quad (\text{A.2})$$

La densité de probabilité $\mu(\mathcal{A}_n(R))$ contenue dans la boule $\mathcal{A}_n(R)$ peut donc s'écrire :

$$\mu(\mathcal{A}_n(R)) = \int \dots \int_{\mathcal{A}_n(R)} (2\pi)^{-\frac{n}{2}} e^{-\frac{1}{2}\sum_{k=1}^n y_k^2} dy_1 \dots dy_n \quad (\text{A.3})$$

Pour simplifier l'intégration, on effectue un changement de coordonnées cartésiennes $(y_1, \dots, y_n)$ vers des coordonnées hypersphériques $(r, \phi_1, \dots, \phi_{n-1})$ comprenant un rayon r et $n - 1$ angles indexés ϕ_i :

$$\begin{aligned} y_1 &= r \cos(\phi_1) \\ y_2 &= r \sin(\phi_1) \cos(\phi_2) \\ y_3 &= r \sin(\phi_1) \sin(\phi_2) \cos(\phi_3) \\ &\vdots \\ y_{n-1} &= r \sin(\phi_1) \dots \sin(\phi_{n-2}) \cos(\phi_{n-1}) \\ y_n &= r \sin(\phi_1) \dots \sin(\phi_{n-2}) \sin(\phi_{n-1}) \end{aligned}$$

L'élément de volume s'écrit donc, avec $\left| \frac{\partial(x_i)}{\partial(r, \phi_j)} \right|$ le déterminant du Jacobien de la transformation précédente.

$$\begin{aligned} dy_1 \dots dy_n &= \left| \frac{\partial(x_i)}{\partial(r, \phi_j)} \right| dr d\phi_1 \dots d\phi_{n-1} \\ &= r^{n-1} \sin^{n-2}(\phi_1) \sin^{n-3}(\phi_2) \dots \sin(\phi_{n-2}) dr d\phi_1 \dots d\phi_{n-1} \end{aligned}$$

L'intégrale (A.3) peut donc se réécrire de la manière suivante :

$$\begin{aligned} \mu(\mathcal{A}_n(R)) &= \int_{\phi_1=0}^{\pi} \sin^{n-2}(\phi_1) d\phi_1 \dots \int_{\phi_{n-2}=0}^{\pi} \sin(\phi_{n-2}) d\phi_{n-2} \\ &\quad \int_{\phi_{n-1}=0}^{2\pi} d\phi_{n-1} \int_{r=0}^R r^{n-1} (2\pi)^{-\frac{n}{2}} e^{-\frac{1}{2}r^2} dr \end{aligned} \quad (\text{A.4})$$

Soit de manière un peu plus concise :

$$\mu(\mathcal{A}_n(R)) = (2\pi)^{1-\frac{n}{2}} \left(\prod_{k=1}^{n-2} \int_{\theta=0}^{\pi} \sin^k(\theta) d\theta \right) \int_{r=0}^R r^{n-1} e^{-\frac{1}{2}r^2} dr \quad (\text{A.5})$$

On considère tout d'abord l'intégrale en r , qui se résout d'après [Gradshteyn 2007, 3.381,p.346] en :

$$\int_{r=0}^R r^{n-1} e^{-\frac{1}{2}r^2} dr = 2^{\frac{n}{2}-1} \gamma\left(\frac{n}{2}, \frac{R^2}{2}\right) \quad (\text{A.6})$$

On note $\gamma(\cdot, \cdot)$ la fonction gamma incomplète.

$$\mu(\mathcal{A}_n(R)) = (\pi)^{1-\frac{n}{2}} \left(\prod_{k=1}^{n-2} \int_{\theta=0}^{\pi} \sin^k(\theta) d\theta \right) \gamma\left(\frac{n}{2}, \frac{R^2}{2}\right) \quad (\text{A.7})$$

On différencie ensuite les cas où n est pair, et ceux où n est impair. Si n pair, on a $n = 2m$ pour $m \in \mathbb{N}^*$ et on peut réécrire :

$$\mu(\mathcal{A}_n(R)) = (\pi)^{1-m} \frac{\int_{\theta=0}^{\pi} \sin(\theta) d\theta}{\int_{\theta=0}^{\pi} \sin^{2m-1}(\theta) d\theta} \left(\prod_{i=1}^{m-1} \int_{\theta=0}^{\pi} \sin^{2i}(\theta) d\theta \int_{\theta=0}^{\pi} \sin^{2i+1}(\theta) d\theta \right) \gamma\left(m, \frac{R^2}{2}\right) \quad (\text{A.8})$$

On a $\int_{\theta=0}^{\pi} \sin(\theta) d\theta = 2$, et d'après [Gradshteyn 2007, 2.513,p.153] :

$$\begin{aligned} \int_{\theta=0}^{\pi} \sin^{2i}(\theta) d\theta &= \left[\frac{1}{2^{2i}} \binom{2i}{i} \theta + \frac{(-1)^i}{2^{2i-1}} \sum_{k=0}^{i-1} (-1)^k \binom{2i}{k} \frac{\sin((2i-2k)\theta)}{2i-2k} \right]_0^{\pi} \\ &= \frac{1}{4^i} \binom{2i}{i} \pi \\ \int_{\theta=0}^{\pi} \sin^{2i+1}(\theta) d\theta &= \left[\frac{(-1)^{i+1}}{2^{2i}} \sum_{k=0}^i (-1)^k \binom{2i+1}{k} \frac{\cos((2i+1-2k)\theta)}{2i+1-2k} \right]_0^{\pi} \\ &= \frac{i! \sqrt{\pi}}{\Gamma(i + \frac{3}{2})} = \frac{4^{i+1}}{2(2i+1) \binom{2i}{i}} \end{aligned}$$

On a donc :

$$\prod_{i=1}^{m-1} \int_{\theta=0}^{\pi} \sin^{2i}(\theta) d\theta \int_{\theta=0}^{\pi} \sin^{2i+1}(\theta) d\theta = \prod_{i=1}^{m-1} \frac{2\pi}{2i+1} = \frac{(2\pi)^{m-1}}{(2m-1)!!} \quad (\text{A.9})$$

Au final, on a :

$$\mu(\mathcal{A}_n(R))|_{n \text{ pair}} = \frac{2^m}{(2m-1)!!} \frac{\Gamma(m + \frac{1}{2})}{(m-1)!\sqrt{\pi}} \gamma\left(m, \frac{R^2}{2}\right) = \frac{1}{(\frac{n}{2}-1)!} \gamma\left(\frac{n}{2}, \frac{R^2}{2}\right) \quad (\text{A.10})$$

Pour n impair, on écrit $n = 2m + 1$ avec $m \in \mathbb{N}^*$. On écrit :

$$\mu(\mathcal{A}_n(R))|_{n \text{ impair}} = \frac{(\pi)^{1-m-\frac{1}{2}}}{\int_{\theta=0}^{\pi} d\theta} \left(\prod_{i=0}^{m-1} \int_{\theta=0}^{\pi} \sin^{2i}(\theta) d\theta \int_{\theta=0}^{\pi} \sin^{2i+1}(\theta) d\theta \right) \gamma\left(m + \frac{1}{2}, \frac{R^2}{2}\right) \quad (\text{A.11})$$

Suivant le même raisonnement, on obtient :

$$\mu(\mathcal{A}_n(R))|_{n \text{ impair}} = \frac{2^m}{\sqrt{\pi}(2m-1)!!} \gamma\left(m + \frac{1}{2}, \frac{R^2}{2}\right) = \frac{2^{\frac{n-1}{2}}}{\sqrt{\pi}(n-2)!!} \gamma\left(\frac{n}{2}, \frac{R^2}{2}\right) \quad (\text{A.12})$$

On peut simplifier les équations, en notant que $(\frac{n}{2}-1)! = \Gamma(\frac{n}{2})$, et que l'on peut exprimer $\Gamma(\frac{n}{2})$ comme suit :

$$\Gamma\left(\frac{n}{2}\right) = \frac{\sqrt{\pi}(n-2)!!}{2^{\frac{n-1}{2}}} \quad (\text{A.13})$$

Au final, on a simplement, avec $P(\cdot, \cdot)$ la fonction gamma incomplète normalisée [Olver 2010] :

$$\mu(\mathcal{A}_n(R)) = \frac{1}{\Gamma(\frac{n}{2})} \gamma\left(\frac{n}{2}, \frac{R^2}{2}\right) = P\left(\frac{n}{2}, \frac{R^2}{2}\right) \quad (\text{A.14})$$

On peut voir la courbe en gris sur la figure A.1, représentant le cas usuel $n = 1$, couper les verticales $R = 1$, $R = 2$ et $R = 3$ aux habituels 68%, 95% et 99.5%. Les autres courbes nous donnent donc les équivalents pour les dimensions supérieures, permettant ainsi de générer des tables à la manière du cas $n = 1$ (Tab.A.1 et Tab.A.2). Les résultats obtenus concordent avec une sélection de tests consistant à intégrer numériquement la fonction de densité de probabilité sur la boule à l'aide de Mathematica, et ce pour une fraction du temps – le calcul de la fonction gamma est quasi instantané, alors que l'intégration numérique prend 3s pour $n = 3$ et plus de 10s pour $n = 4$.

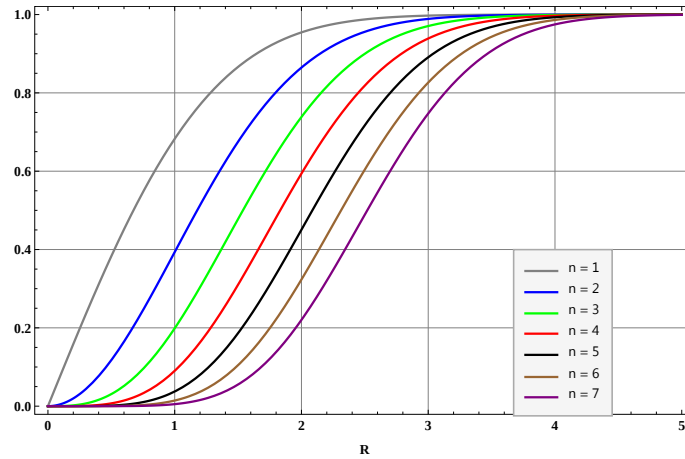


FIGURE A.1 – Densité de probabilité capturée par une boule centrée de rayon R , pour différentes dimensions n du vecteur aléatoire $\mathbf{X}$.

	Rayon R									
n	0.5	1	1.5	2	2.5	3	3.5	4	4.5	5
2	0.118	0.393	0.675	0.865	0.956	0.989	0.998	1.000	1.000	1.000
3	0.031	0.199	0.478	0.739	0.900	0.971	0.993	0.999	1.000	1.000
4	0.007	0.090	0.310	0.594	0.819	0.939	0.984	0.997	1.000	1.000
5	0.002	0.037	0.186	0.451	0.717	0.891	0.968	0.993	0.999	1.000
6	0.000	0.014	0.105	0.323	0.604	0.826	0.943	0.986	0.998	1.000

TABLE A.1 – Densité de probabilité capturée par une boule fermée de $\mathbb{R}^n$ de rayon R sur une variable aléatoire $X \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}_{\mathbb{R}^n}, \mathbf{I}_n)$.

	Pourcentage de probabilité visé				
n	0.50	0.90	0.95	0.99	0.999
2	1.18	2.15	2.45	3.03	3.67
3	1.54	2.50	2.80	3.37	4.03
4	1.83	2.79	3.08	3.64	4.29
5	2.09	3.04	3.33	3.88	4.52
6	2.31	3.26	3.55	4.10	4.73

TABLE A.2 – Rayon nécessaire d'une boule fermée de $\mathbb{R}^n$ pour capturer la densité de probabilité voulue sur une variable aléatoire $X \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}_{\mathbb{R}^n}, \mathbf{I}_n)$.

A.2 Allocations optimales pour les CAMC non cohérent

Nous commençons par traiter le cas de la borne supérieure non-cohérente (5.4). Le problème s'écrit :

$$\begin{aligned}
 \min_{R, \bar{P}_1, \bar{P}_2} \quad & -R \\
 \text{s.c.} \quad & R \leq \log(1 + (1 + l_1)\bar{P}_1) \\
 & R \leq \log(1 + (1 + l_2)\bar{P}_2) \\
 & 2R \leq \log(1 + l_1\bar{P}_1 + l_2\bar{P}_2) \\
 & \bar{P}_{\text{tot}} = \bar{P}_1 + \bar{P}_2
 \end{aligned} \tag{A.15}$$

Le lagrangien $\mathcal{L}(\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3, \mu, R, \bar{P}_1, \bar{P}_2)$ s'écrit donc de la manière suivante [Boyd 2004] :

$$\begin{aligned}
 \mathcal{L} = & -R + \lambda_1 [R - \log(1 + (1 + l_1)\bar{P}_1)] \\
 & + \lambda_2 [R - \log(1 + (1 + l_2)\bar{P}_2)] \\
 & + \lambda_3 [2R - \log(1 + l_1\bar{P}_1 + l_2\bar{P}_2)] \\
 & + \mu [\bar{P}_1 + \bar{P}_2 - \bar{P}_{\text{tot}}]
 \end{aligned} \tag{A.16}$$

Ses dérivées partielles sont :

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial R} &= \lambda_1 + \lambda_2 + 2\lambda_3 - 1 \\
 \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \bar{P}_1} &= -\frac{\lambda_1(1 + l_1)}{1 + (1 + l_1)\bar{P}_1} - \frac{\lambda_3 l_1}{1 + l_1\bar{P}_1 + l_2\bar{P}_2} + \mu \\
 \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \bar{P}_2} &= -\frac{\lambda_2(1 + l_2)}{1 + (1 + l_2)\bar{P}_2} - \frac{\lambda_3 l_2}{1 + l_1\bar{P}_1 + l_2\bar{P}_2} + \mu
 \end{aligned}$$

Par application des conditions de Karush-Kuhn-Tucker (2.41), nous savons que soit les contraintes d'inégalités sont vérifiées avec égalité, soit les coefficients λ_i associés sont nuls. Dans notre expression, nous avons de plus $\mu \neq 0$. Nous procédons par élimination :

- Si $\lambda_1 \neq 0$ ou $\lambda_2 \neq 0$, alors on voit immédiatement que la condition $\mu \neq 0$ est violée.
- $\lambda_3 \neq 0$ et $\lambda_1 = 0, \lambda_2 = 0$ implique $l_1 = l_2$, et donc $\bar{P}_1 = \bar{P}_2 = \bar{P}_{\text{tot}}/2$.
- Il est impossible d'avoir $\lambda_1 \neq 0, \lambda_2 \neq 0$ et λ_3 arbitraire, car la somme des deux premières inégalités est strictement supérieure à la dernière pour tout $P_1, P_2 \neq 0$.

Il reste donc à étudier les cas $(\lambda_1 \neq 0, \lambda_3 \neq 0, \lambda_2 = 0)$ et $(\lambda_2 \neq 0, \lambda_3 \neq 0, \lambda_1 = 0)$, qui sont symétriques. Nous détaillons le cas $\lambda_2 = 0$. Les dérivées partielles du Lagrangien donnent les relations :

$$\begin{aligned}
 \mu &= \frac{\lambda_3 l_2}{1 + l_1\bar{P}_1 + l_2\bar{P}_2} \\
 \frac{\lambda_3(l_2 - l_1)}{1 + l_1\bar{P}_1 + l_2\bar{P}_2} &= \frac{(1 + l_1)\lambda_1}{1 + (1 + l_1)\bar{P}_1}
 \end{aligned}$$

Comme $\mu \neq 0$ et $\lambda_1 \geq 0$, nous déduisons de ces deux équations $l_2 > l_1$, $\lambda_3 \neq 0$ et $\lambda_1 \neq 0$. En conséquence, la première contrainte et la dernière contrainte du problème (A.15) sont vérifiées avec égalité. La valeur optimale de $\bar{P}_1$ est donc une racine du polynôme de second degré :

$$(1 + l_1)^2 \bar{P}_1^2 + (2 + l_1 + l_2) \bar{P}_1 - l_2 \bar{P}_{\text{tot}} = 0 \tag{A.17}$$

Ce polynôme a une seule racine positive qui est donc la solution de notre problème. En notant que $\bar{P}_2 = \bar{P}_{\text{tot}} - \bar{P}_1$, nous obtenons les expressions correspondantes dans le tableau 5.1. La borne inférieure non-coopérative (5.5) procède de manière similaire. Le problème s'écrit dans ce cas :

$$\begin{aligned}
 & \min_{R, \bar{P}_1, \bar{P}_2} && -R \\
 \text{s.c.} & && R \leq \log(1 + l_1 \bar{P}_1) \\
 & && R \leq \log(1 + l_2 \bar{P}_2) \\
 & && 2R \leq \log(1 + l_1 \bar{P}_1 + l_2 \bar{P}_2) \\
 & && \bar{P}_{\text{tot}} = \bar{P}_1 + \bar{P}_2
 \end{aligned} \tag{A.18}$$

Ce problème a exactement la forme du problème (5.4), mais les coefficients des deux premières contraintes sont l_i et non $(1 + l_i)$. La dérivation procède cependant de la même manière.

Pour finir, le problème correspondant à la borne inférieure *decode-and-forward* dans le cas non-cohérent s'écrit :

$$\begin{aligned}
 & \min_{R, \bar{P}_{1,1}, \bar{P}_{1,2}, \bar{P}_{2,1}, \bar{P}_{2,2}} && -R \\
 \text{s.c.} & && R \leq \log(1 + \bar{P}_{1,1}) \\
 & && R \leq \log(1 + \bar{P}_{2,1}) \\
 & && 2R \leq \log(1 + l_1(\bar{P}_{1,1} + \bar{P}_{1,2}) + l_2(\bar{P}_{2,1} + \bar{P}_{2,2})) \\
 & && \bar{P}_{\text{tot}} = \bar{P}_{1,1} + \bar{P}_{1,2} + \bar{P}_{2,1} + \bar{P}_{2,2}
 \end{aligned} \tag{A.19}$$

Les dérivées partielles du Lagrangien sont dans ce cas, avec les 4 variables de puissance :

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial R} &= \lambda_1 + \lambda_2 + 2\lambda_3 - 1 \\
 \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \bar{P}_{1,1}} &= -\frac{\lambda_1}{1 + \bar{P}_{1,1}} - \frac{\lambda_3 l_1}{A} + \mu \\
 \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \bar{P}_{1,2}} &= -\frac{\lambda_3 l_1}{A} + \mu \\
 \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \bar{P}_{2,1}} &= -\frac{\lambda_2}{1 + \bar{P}_{2,1}} - \frac{\lambda_3 l_2}{A} + \mu \\
 \frac{\partial \mathcal{L}}{\partial \bar{P}_{2,2}} &= -\frac{\lambda_3 l_2}{A} + \mu
 \end{aligned}$$

avec $A = 1 + l_1(\bar{P}_{1,1} + \bar{P}_{1,2}) + l_2(\bar{P}_{2,1} + \bar{P}_{2,2})$. Forcer $\lambda_3 = 0$ nous amène directement à conclure que $\bar{P}_{1,2} = \bar{P}_{2,2} = 0$ et $\bar{P}_{1,1} = \bar{P}_{2,1} = \bar{P}_{\text{tot}}/2$. De plus, dans ce cas, comme les deux contraintes sur R sont actives mais pas celle sur $2R$, cette situation ne peut arriver que si $(1 + \bar{P}_{\text{tot}}/2)^2 \leq 1 + (l_1 + l_2)\bar{P}_{\text{tot}}/2$. Après simplification, on obtient la condition retranscrite dans la 3^e ligne de la table 5.1 sur $\bar{P}_{\text{tot}}$:

$$\bar{P}_{\text{tot}} \leq 4 \left(\frac{l_1 + l_2}{2} - 1 \right)$$

Si $\lambda_3 \neq 0$, on en déduit directement que $\lambda_1 = \lambda_2 = 0$ et $l_1 = l_2$. Dans ce cas $2R = \log(1 + l_1 \bar{P}_{\text{tot}})$. L'allocation des puissances est dans ce cas presque arbitraire, néanmoins pour respecter les 3 contraintes simultanément on doit avoir $R \leq \log(1 + \bar{P}_{1,1})$ et $R \leq$

$\log(1 + \bar{P}_{2,1})$. On choisit donc $\bar{P}_{1,1} = \bar{P}_{2,1}$ et $\bar{P}_{1,2} = \bar{P}_{2,2}$ pour obtenir le cas $l_1 = l_2$ de la table 5.1.

A ce niveau, nous devons donc supposer que $\bar{P}_{1,2}$ ou $\bar{P}_{2,2}$ est égal à 0. Si l'on prend par exemple $\bar{P}_{2,2} = 0$ – l'autre cas étant symétrique – on a nécessairement $\lambda_3 \neq 0$ et $\lambda_1 = 0$. De la dérivée partielle sur $\bar{P}_{2,1}$ on obtient la condition $l_1 > l_2$ et $\lambda_2 > 0$. En conséquence, la seconde et la troisième contrainte sont actives dans (A.19) et l'allocation optimale de puissance pour $\bar{P}_{2,1}$ est l'unique racine positive de $(1 + \bar{P}_{2,1})^2 = 1 + l_2 \bar{P}_{2,1} + l_1(\bar{P}_{\text{tot}} - \bar{P}_{2,1})$. Pour s'assurer au final que la première inégalité n'est pas contraignante, on en déduit $\bar{P}_{1,1} \geq \bar{P}_{2,1}$. On procède de manière similaire pour compléter le cas $\bar{P}_{1,2} = 0$.

A.3 Borne supérieure de la capacité du CAMC *full-duplex*

On emploie ici la notation de El Gamal [El Gamal 2011], où le dernier indice d'une variable indique qu'il s'agit d'un symbole envoyé ou reçu à l'instant i , par exemple $X_{1,i}$, et une notation en exposant indique un vecteur des symboles envoyés ou reçus jusqu'à l'instant i , par exemple $X_1^{i-1} = (X_{1,1}, \dots, X_{1,i})$.

On suppose que chaque source j émet un symbole X_j comme une fonction de deux symboles $c_j(X_{j,1}, X_{j,2})$, qui représentent la partie "personnelle" et la partie coopérative du symbole émis. Pour chacun de ces symboles, on a le symbole personnel $X_{j,1,i}$ émis à l'instant i comme une fonction du message M_j , et $X_{j,2,i}$ comme une fonction des symboles (Y_1^{i-1}, Y_2^{i-1}) . Le symbole coopératif est donc une fonction des symboles reçus par chaque source, et l'on considère qu'en l'absence de symboles reçus à la première émission, $X_{j,2,1} = \emptyset$. Par construction, on a donc $X_{1,1,i}$ indépendant de $X_{2,1,i}$, $X_{1,2,i}$ et $X_{2,2,i}$, et $X_{2,1,i}$ indépendant de $X_{1,1,i}$, $X_{1,2,i}$ et $X_{2,2,i}$. Nous considérons également un canal sans mémoire sur chacun des noeuds, ce qui signifie que les symboles reçus à chaque instant i ne dépendent que des symboles émis à l'instant i et d'un processus de bruit indépendant de ces symboles.

On suppose une méthode de codage et de coopération nécessitant n utilisations du canal et dont la probabilité d'erreur de décodage à la destination tend vers 0 lorsque $n \rightarrow \infty$. Par l'inégalité de Fano [El Gamal 2011, p.19], avec $\varepsilon_n \rightarrow 0$ quand $n \rightarrow \infty$, on peut écrire :

$$H(M_1, M_2 | Y_D^n) \leq n\varepsilon_n$$

On a de plus, par chaînage de l'entropie :

$$H(M_1 | Y_D^n, M_2) \leq H(M_1, M_2 | Y_D^n) \quad H(M_2 | Y_D^n, M_1) \leq H(M_1, M_2 | Y_D^n)$$

On peut donc dériver :

$$\begin{aligned} nR_1 &\leq H(M_1) = H(M_1 | M_2) = I(M_1; Y_D^n | M_2) + H(M_1 | Y_D^n, M_2) \\ &\leq I(M_1; Y_D^n | M_2) + n\varepsilon_n \leq I(M_1; Y_1^n, Y_2^n, Y_D^n | M_2) + n\varepsilon_n \\ &= \sum_{i=1}^n I(M_1; Y_{1,i}, Y_{2,i}, Y_{D,i} | M_2, Y_1^{i-1}, Y_2^{i-1}, Y_D^{i-1}) + n\varepsilon_n \end{aligned} \quad (\text{A.20})$$

La dérivation de (A.20) provient des règles de chaînage de l'information mutuelle. Les termes de la somme peuvent être développés comme suit :

$$\begin{aligned} &I(M_1; Y_{1,i}, Y_{2,i}, Y_{D,i} | M_2, Y_1^{i-1}, Y_2^{i-1}, Y_D^{i-1}) \\ &= I(M_1, X_{1,1,i}; Y_{1,i}, Y_{2,i}, Y_{D,i} | M_2, X_{2,1,i}, X_{1,2,i}, X_{2,2,i}, Y_1^{i-1}, Y_2^{i-1}, Y_D^{i-1}) \end{aligned} \quad (\text{A.21a})$$

$$\begin{aligned} &\leq I(M_1, M_2, Y_1^{i-1}, Y_2^{i-1}, Y_D^{i-1}, X_{1,1,i}; Y_{1,i}, Y_{2,i}, Y_{D,i} | X_{2,1,i}, X_{1,2,i}, X_{2,2,i}) \\ &= I(X_{1,1,i}; Y_{1,i}, Y_{2,i}, Y_{D,i} | X_{2,1,i}, X_{1,2,i}, X_{2,2,i}) \end{aligned} \quad (\text{A.21b})$$

$$= I(X_{1,1,i}; Y_{2,i}, Y_{D,i} | X_{2,1,i}, X_{1,2,i}, X_{2,2,i}) \quad (\text{A.21c})$$

(A.21a) vient du fait que $X_{1,1,i}$ et $X_{2,1,i}$ sont des fonctions de M_1 et M_2 respectivement, et $X_{1,2,i}$ et $X_{2,2,i}$ des fonctions de (Y_1^{i-1}, Y_2^{i-1}) . (A.21b) vient de la propriété du modèle de canal, sachant que les symboles reçus à l'instant i dépendent uniquement des symboles envoyés à l'instant i , et (A.21c) car $Y_{1,i}$ est indépendant de $X_{1,1,i}$. En réinjectant

(A.21c) dans l'expression (A.20), avec Q une variable aléatoire uniformément distribuée sur $[1 \dots n]$, on obtient :

$$\begin{aligned}
 nR_1 &\leq \sum_{i=1}^n I(X_{1,1,i}; Y_{2,i}, Y_{D,i} | X_{2,1,i}, X_{1,2,i}, X_{2,2,i}) + n\varepsilon_n \\
 &= \sum_{i=1}^n I(X_{1,1,i}; Y_{2,i}, Y_{D,i} | X_{2,1,i}, X_{1,2,i}, X_{2,2,i}, Q = i) + n\varepsilon_n \\
 &= nI(X_{1,1,Q}; Y_{2,Q}, Y_{D,Q} | X_{2,1,Q}, X_{1,2,Q}, X_{2,2,Q}, Q) + n\varepsilon_n
 \end{aligned} \tag{A.22}$$

La variable aléatoire Q est une variable de partage de temps, dont les symboles émis vont dépendre. En contrepartie, les symboles reçus dépendent de Q uniquement à travers les symboles émis. On a donc $Q \leftrightarrow (X_{1,1}, X_{1,2}, X_{2,1}, X_{2,2}) \leftrightarrow (Y_1, Y_2, Y, D)$ qui forment une chaîne de Markov. De cette chaîne de Markov, on peut donc relâcher la borne et écrire :

$$\begin{aligned}
 nR_1 &\leq nI(X_{1,1}; Y_2, Y_D | X_{2,1}, X_{1,2}, X_{2,2}, Q) + n\varepsilon_n \\
 &\leq nI(Q, X_{1,1}; Y_2, Y_D | X_{2,1}, X_{1,2}, X_{2,2}) + n\varepsilon_n \\
 &= nI(X_{1,1}; Y_2, Y_D | X_{2,1}, X_{1,2}, X_{2,2}) + n\varepsilon_n
 \end{aligned} \tag{A.23}$$

Cette borne est plus lâche que celle avec Q dans le cas général mais est suffisante pour notre caractérisation. Au final, on peut écrire :

$$R_1 \leq I(X_{1,1}; Y_2, Y_D | X_{2,1}, X_{1,2}, X_{2,2}) \tag{A.24}$$

En procédant de manière symétrique sur R_2 , on obtient :

$$R_2 \leq I(X_{2,1}; Y_1, Y_D | X_{1,1}, X_{1,2}, X_{2,2}) \tag{A.25}$$

On peut borner la somme des débits de la manière suivante :

$$\begin{aligned}
 n(R_1 + R_2) &\leq H(M_1, M_2) \\
 &\leq I(M_1, M_2; Y_1^n, Y_2^n, Y_D^n) + n\varepsilon_n \\
 &= \sum_{i=1}^n I(M_1, M_2; Y_{1,i}, Y_{2,i}, Y_{D,i} | Y_1^{i-1}, Y_2^{i-1}, Y_D^{i-1}) + n\varepsilon_n \\
 &= \sum_{i=1}^n I(M_1, M_2, X_{1,1,i}, X_{2,1,i}; Y_{1,i}, Y_{2,i}, Y_{D,i} | Y_1^{i-1}, Y_2^{i-1}, Y_D^{i-1}, X_{1,2,i}, X_{2,2,i}) + n\varepsilon_n \\
 &\leq \sum_{i=1}^n I(M_1, M_2, Y_1^{i-1}, Y_2^{i-1}, Y_D^{i-1}, X_{1,1,i}, X_{2,1,i}; Y_{1,i}, Y_{2,i}, Y_{D,i} | X_{1,2,i}, X_{2,2,i}) + n\varepsilon_n \\
 &= \sum_{i=1}^n I(X_{1,1,i}, X_{2,1,i}; Y_{1,i}, Y_{2,i}, Y_{D,i} | X_{1,2,i}, X_{2,2,i}) + n\varepsilon_n \\
 &= nI(X_{1,1,Q}, X_{2,1,Q}; Y_{1,Q}, Y_{2,Q}, Y_{D,Q} | X_{1,2,Q}, X_{2,2,Q}, Q) + n\varepsilon_n \\
 &\leq nI(X_{1,1}, X_{2,1}; Y_1, Y_2, Y_D | X_{1,2}, X_{2,2}) + n\varepsilon_n
 \end{aligned} \tag{A.26a}$$

Soit, lorsque $n \rightarrow \infty$:

$$R_1 + R_2 \leq I(X_{1,1}, X_{2,1}; Y_1, Y_2, Y_D | X_{1,2}, X_{2,2}) \tag{A.27}$$

On peut dériver des bornes complémentaires de la manière suivante, en partant toujours de l'inégalité de Fano :

$$\begin{aligned}
nR_1 &= H(M_1) = H(M_1|M_2) \\
&\leq I(M_1; Y_D^n | M_2) + n\varepsilon_n \\
&\leq \sum_{i=1}^n I(M_1; Y_{D,i} | M_2, Y_D^{i-1}) + n\varepsilon_n \\
&= \sum_{i=1}^n I(M_1, X_{1,1}^i; Y_{D,i} | M_2, X_{2,1}^i, Y_D^{i-1}) + n\varepsilon_n \\
&\leq \sum_{i=1}^n I(M_1, X_{1,1}^{i-1}, X_{2,1}^{i-1}, X_{1,1,i}; Y_{D,i} | M_2, X_{2,1,i}, Y_D^{i-1}) + n\varepsilon_n \tag{A.28a}
\end{aligned}$$

On a que le premier symbole reçu $Y_{2,1}$ est une fonction de $X_{1,1,1}$ uniquement, $X_{1,2,1}$ étant nul et Z_2 étant indépendant de toutes les autres variables. Il en va de même pour $Y_{1,1}$. Par conséquent, on peut rajouter ces termes dans le terme d'information mutuelle de (A.28a) :

$$\begin{aligned}
&I(M_1, X_{1,1}^{i-1}, X_{2,1}^{i-1}, X_{1,1,i}; Y_{D,i} | M_2, X_{2,1,i}, Y_D^{i-1}) \\
&= I(M_1, X_{1,1}^{i-1}, X_{2,1}^{i-1}, Y_{1,1}, Y_{2,1}, X_{1,1,i}; Y_{D,i} | M_2, X_{2,1,i}, Y_D^{i-1})
\end{aligned}$$

On peut procéder de la même manière en ajouter les termes $X_{1,2,2}$ et $X_{2,2,2}$, dépendant uniquement de $Y_{1,1}$ et $Y_{2,1}$. Par induction, on peut donc écrire :

$$\begin{aligned}
&I(M_1, X_{1,1}^{i-1}, X_{2,1}^{i-1}, X_{1,1,i}; Y_{D,i} | M_2, X_{2,1,i}, Y_D^{i-1}) \\
&= I(M_1, X_{1,1}^{i-1}, X_{2,1}^{i-1}, Y_1^{i-1}, Y_2^{i-1}, X_{1,2}^i, X_{2,2}^i, X_{1,1,i}; Y_{D,i} | M_2, X_{2,1,i}, Y_D^{i-1}) \\
&\leq I(M_1, M_2, Y_D^{i-1}, X_{1,1}^{i-1}, X_{2,1}^{i-1}, Y_1^{i-1}, Y_2^{i-1}, X_{1,2}^i, X_{2,2}^i, X_{1,1,i}; Y_{D,i} | X_{2,1,i}) \\
&= I(X_{1,2,i}, X_{2,2,i}, X_{1,1,i}; Y_{D,i} | X_{2,1,i}) \tag{A.29}
\end{aligned}$$

En réinjectant cette expression dans (A.28a) et en considérant, comme précédemment, une variable aléatoire Q uniformément distribuée sur $[1 \dots n]$ on obtient :

$$\begin{aligned}
nR_1 &\leq nI(X_{1,2,Q}, X_{2,2,Q}, X_{1,1,Q}; Y_{D,Q} | X_{2,1,Q}, Q) + n\varepsilon_n \\
&\leq nI(X_{1,2}, X_{2,2}, X_{1,1}; Y_D | X_{2,1}) + n\varepsilon_n \tag{A.30}
\end{aligned}$$

Soit :

$$R_1 \leq I(X_{1,2}, X_{2,2}, X_{1,1}; Y_D | X_{2,1}) \tag{A.31}$$

Par une dérivation similaire pour R_2 , on a :

$$R_2 \leq I(X_{1,2}, X_{2,2}, X_{2,1}; Y_D | X_{1,1}) \tag{A.32}$$

Pour finir, on a :

$$\begin{aligned}
n(R_1 + R_2) &= H(M_1, M_2) \leq I(M_1, M_2; Y_D^n) + n\varepsilon_n \\
&= \sum_{i=1}^n I(M_1, M_2; Y_{D,i} | Y_D^{i-1}) + n\varepsilon_n \\
&= \sum_{i=1}^n I(M_1, M_2, X_{1,1}^{i-1}, X_{2,1}^{i-1}, X_{1,1,i}, X_{2,1,i}; Y_{D,i} | Y_D^{i-1}) + n\varepsilon_n \tag{A.33}
\end{aligned}$$

Comme précédemment, on peut étendre le terme d'information mutuelle de la somme, en reconstruisant par induction les symboles reçus par les sources :

$$\begin{aligned}
& I(M_1, M_2, X_{1,1}^{i-1}, X_{2,1}^{i-1}, X_{1,1,i}, X_{2,1,i}; Y_{D,i} | Y_D^{i-1}) \\
&= I(M_1, M_2, X_{1,1}^{i-1}, X_{2,1}^{i-1}, X_{1,2}^{i-1}, X_{2,2}^{i-1}, Y_1^{i-1}, Y_D^{i-1}, X_{1,1,i}, X_{2,1,i}; Y_{D,i} | Y_D^{i-1}) \\
&\leq I(M_1, M_2, X_{1,1}^{i-1}, X_{2,1}^{i-1}, X_{1,2}^i, X_{2,2}^i, Y_2^{i-1}, Y_1^{i-1}, Y_D^{i-1}, X_{1,1,i}, X_{2,1,i}; Y_{D,i}) \\
&= I(X_{1,1,i}, X_{2,1,i}, X_{1,2,i}, X_{2,2,i}; Y_{D,i})
\end{aligned} \tag{A.34}$$

En réinjectant (A.34) dans (A.33), et en utilisant la variable de partage de temps on a :

$$\begin{aligned}
& n(R_1 + R_2) \\
&\leq \sum_{i=1}^n I(X_{1,1,i}, X_{2,1,i}, X_{1,2,i}, X_{2,2,i}; Y_{D,i}) + n\varepsilon_n \\
&= nI(X_{1,1,Q}, X_{2,1,Q}, X_{1,2,Q}, X_{2,2,Q}; Y_{D,Q}, Q) + n\varepsilon_n \\
&\leq nI(X_{1,1}, X_{2,1}, X_{1,2}, X_{2,2}; Y_D) + n\varepsilon_n
\end{aligned} \tag{A.35}$$

On en conclue donc que, lorsque $n \rightarrow \infty$:

$$R_1 + R_2 \leq I(X_{1,1}, X_{2,1}, X_{1,2}, X_{2,2}; Y_D) \tag{A.36}$$

Au final, et sans autres contraintes, la région de capacité s'écrit :

$$R_1 \leq I(X_{1,1}; Y_2, Y_D | X_{2,1}, X_{1,2}, X_{2,2}) \tag{A.37a}$$

$$R_2 \leq I(X_{2,1}; Y_1, Y_D | X_{1,1}, X_{1,2}, X_{2,2}) \tag{A.37b}$$

$$R_1 \leq I(X_{1,1}, X_{1,2}, X_{2,2}; Y_D | X_{2,1}) \tag{A.37c}$$

$$R_2 \leq I(X_{2,1}, X_{1,2}, X_{2,2}; Y_D | X_{1,1}) \tag{A.37d}$$

$$R_1 + R_2 \leq I(X_{1,1}, X_{2,1}; Y_1, Y_2, Y_D | X_{1,2}, X_{2,2}) \tag{A.37e}$$

$$R_1 + R_2 \leq I(X_{1,1}, X_{2,1}, X_{1,2}, X_{2,2}; Y_D) \tag{A.37f}$$

Jusqu'à ce point, la démonstration ne fait pas l'hypothèse de modèle gaussien sur les variables. Si l'on émet cette hypothèse désormais, une contrainte de puissance locale sur chaque noeud s'écrit de la manière suivante, pour $j \in \{1, 2\}$:

$$\mathbb{E} [c_j(X_{j,1}, X_{j,2})^2] \leq P_j$$

Une contrainte de puissance globale se réduit à la même condition sur la variance de $c_j(X_{j,1}, X_{j,2})$. Si l'on suppose que la somme des variances des symboles est contrainte à une valeur P_{tot} , alors il existe $P'_1 \in [0, P_{\text{tot}}]$ tel que :

$$\mathbb{E} [c_1(X_{1,1}, X_{1,2})^2] \leq P'_1 \quad \mathbb{E} [c_2(X_{2,1}, X_{2,2})^2] \leq P'_2 = P_{\text{tot}} - P'_1$$

Les symboles $(X_{j,1}, X_{j,2})$ étant choisis de manière indépendante, on peut faire le choix de leur attribuer une variance relative $P'_{j,1}$ et $P'_{j,2}$. Nous supposons maintenant que les fonctions $c_j(\cdot, \cdot)$ conservent l'entropie des symboles de base. Comme nous traitons de variables aléatoires continues, il est naturel de considérer pour cette condition que la fonction vérifie :

$$N(c_j(X_{j,1}, X_{j,2})) \leq N(X_{j,1}) + N(X_{j,2}) \tag{A.38}$$

La fonction $N(\cdot)$ est la fonction de *puissance d'entropie* [Cover 2006] définie de la manière suivante pour une entropie différentielle exprimée en nats :

$$N(X) = \frac{1}{2\pi e} \exp(2h(X))$$

Cette fonction représente la variance d'une variable aléatoire gaussienne possédant la même entropie différentielle que la variable originale X . Nous supposons maintenant que $c_j(X_{j,1}, X_{j,2}) = X_{j,1} + X_{j,2}$. Nous montrerons que dans ce cas la fonction $c_j(\cdot, \cdot)$ vérifie la condition (A.38) avec égalité. Le modèle des variables en réception s'écrit alors :

$$Y_1 = h_3 (X_{2,1} + X_{2,2}) + Z_1 \quad (\text{A.39a})$$

$$Y_2 = h_3 (X_{1,1} + X_{1,2}) + Z_1 \quad (\text{A.39b})$$

$$Y_D = h_1 (X_{1,1} + X_{1,2}) + h_2 (X_{2,1} + X_{2,2}) + Z_D \quad (\text{A.39c})$$

Pour la borne (A.37a), on a donc :

$$\begin{aligned} R_1 &\leq h(Y_2, Y_D | X_{2,1}, X_{1,2}, X_{2,2}) - h(Y_2, Y_D | X_{1,1}, X_{2,1}, X_{1,2}, X_{2,2}) \\ &= h(h_3 X_{1,1} + Z_2, h_1 X_{1,1} + Z_D) - h(Z_2, Z_D) \end{aligned} \quad (\text{A.40})$$

Le premier terme d'entropie sera donc maximisé pour $h_3 X_{1,1} + Z_2$ et $h_1 X_{1,1} + Z_D$ gaussiens [El Gamal 2011, p.21]. Comme $X_{1,1}$ et Z_2 – ainsi que $X_{1,1}$ et Z_D – sont indépendants, on utilise le théorème de Lévy-Cramer [Pollard 2002, Sec.8.8] pour en déduire que $X_{1,1}$ devra également être gaussien. Une dérivation similaire nous permet de conclure que (A.37b) sera maximal pour $X_{2,1}$ gaussien. Pour la borne (A.37c), on peut écrire :

$$\begin{aligned} R_1 &\leq h(Y_D | X_{2,1}) - h(Y_2, Y_D | X_{1,1}, X_{2,1}, X_{1,2}, X_{2,2}) \\ &= h(h_1 X_{1,1} + h_1 X_{1,2} + h_2 X_{2,2} + Z_D) - h(Z_D) \end{aligned} \quad (\text{A.41})$$

Ce terme sera maximisé lorsque $X_{1,2}$ et $X_{2,2}$ sont parfaitement corrélés, et les variables $X_{1,2}$ et $X_{2,2}$ seront donc linéairement liées. Comme ces variables sont centrées en 0, on peut écrire :

$$\frac{X_{1,2}}{\sqrt{P'_{1,2}}} = \frac{X_{2,2}}{\sqrt{P'_{2,2}}} = X_{\text{eq}} \quad \mathbb{E}[X_{\text{eq}}^2] = 1 \quad (\text{A.42})$$

Au final, on a :

$$R_1 \leq h\left(h_1 X_{1,1} + \left(h_1 \sqrt{P'_{1,2}} + h_2 \sqrt{P'_{2,2}}\right) X_{\text{eq}} + Z_D\right) - h(Z_D) \quad (\text{A.43})$$

Comme $X_{1,1}$, X_{eq} et Z_D sont tous indépendants, R_1 sera maximisé lorsque la somme de ces variables sera gaussienne, et par le théorème de Lévy-Cramer, on obtient que $X_{1,1}$ et X_{eq} doivent être gaussiens. Pour R_2 , de (A.37d), on obtient $X_{2,1}$ et X_{eq} gaussiens et :

$$R_2 \leq h\left(h_2 X_{2,1} + \left(h_1 \sqrt{P'_{1,2}} + h_2 \sqrt{P'_{2,2}}\right) X_{\text{eq}} + Z_D\right) - h(Z_D) \quad (\text{A.44})$$

La contrainte (A.37e) sur la somme des débits s'écrit, après expansion du terme d'information mutuelle :

$$R_1 + R_2 \leq h(h_3 X_{1,1} + Z_2, h_3 X_{2,1} + Z_1, h_1 X_{1,1} + h_2 X_{2,1} + Z_D) - h(Z_1, Z_2, Z_D) \quad (\text{A.45})$$

Les variables aléatoires étant encore une fois toutes indépendantes, le théorème de Lévy-Cramer nous indique que l'entropie sera maximale pour $X_{1,1}$ et $X_{2,1}$ gaussiens. Pour finir, la borne (A.37f) se dérive de manière similaire à (A.37c) et (A.37d), et on a que $X_{1,1}$, $X_{2,1}$ et X_{eq} doivent être gaussiens et :

$$R_1 + R_2 \leq h \left(h_1 X_{1,1} + h_2 X_{2,1} + \left(h_1 \sqrt{P'_{1,2}} + h_2 \sqrt{P'_{2,2}} \right) X_{\text{eq}} + Z_D \right) - h(Z_D) \quad (\text{A.46})$$

Pour finir, on remarque que pour maximiser la région (R_1, R_2) de (A.37), les variables aléatoires $X_{1,2}$ et $X_{2,2}$ doivent être choisies linéairement dépendantes d'une variable aléatoire commune X_{eq} dans tous les cas. De plus, chaque contrainte, et donc la région (A.37), sont maximisées lorsque $X_{1,1}$, $X_{2,1}$ et X_{eq} sont toutes gaussiennes et indépendantes. De [Cover 2006, Th.17.7.3], on sait que :

$$N(X + Y) = N(X) + N(Y)$$

si X et Y sont deux variables gaussiennes indépendantes, ce qui est le cas dans nos résultats. Le choix de la somme comme fonction de combinaison $c_j(\cdot, \cdot)$ permet donc de vérifier la condition (A.38) avec égalité. Dans l'expression (A.37), on peut identifier X_{eq} comme étant le couple de variables $(X_{1,2}, X_{2,2})$ et réécrire :

$$R_1 \leq I(X_{1,1}; Y_2, Y_D | X_{2,1}, X_{\text{eq}}) \quad (\text{A.47a})$$

$$R_2 \leq I(X_{2,1}; Y_1, Y_D | X_{1,1}, X_{\text{eq}}) \quad (\text{A.47b})$$

$$R_1 \leq I(X_{1,1}, X_{\text{eq}}; Y_D | X_{2,1}) \quad (\text{A.47c})$$

$$R_2 \leq I(X_{2,1}, X_{\text{eq}}; Y_D | X_{1,1}) \quad (\text{A.47d})$$

$$R_1 + R_2 \leq I(X_{1,1}, X_{2,1}; Y_1, Y_2, Y_D | X_{\text{eq}}) \quad (\text{A.47e})$$

$$R_1 + R_2 \leq I(X_{1,1}, X_{2,1}, X_{\text{eq}}; Y_D) \quad (\text{A.47f})$$

A.4 *Decode-and-forward* dans le CAMC *half-duplex* à 2 slots

La démonstration suit la forme usuelle, et utilise un encodage irrégulier avec compression aux relai et un décodage direct.

Encodage On note le débit de chaque source par utilisation du canal par $\tilde{R}_1$ et $\tilde{R}_2$ respectivement. On choisit $\tilde{R}'_1 \leq \tilde{R}_1$ et $\tilde{R}'_2 \leq \tilde{R}_2$, et de même pour $\tilde{R}'_i$. L'information des sources sera notée $w_{i,b} \in \{1, \dots, 2^{n\tilde{R}_i}\}$, représentant l'index du message de la source i dans le bloc b . De même, l'information relayée depuis le bloc précédent sera notée $l_{i,b-1} \in \{1, \dots, 2^{n\tilde{R}'_i}\}$ représentant l'index du message relayé pour la source i dans le bloc b . Par convention, on a $l_{i,0} = 1$. Afin de traiter le cas half-duplex, on considèrera n utilisations du canal, et à chaque utilisation du canal les différents modes de fonctionnement liés aux probabilités de transition définissent des *super-symboles* composé de k_1 utilisations de $p(y_2, y_D|x_1)$ et k_2 utilisations de $p(y_1, y_D|x_2)$. En conséquence, les fonctions d'encodage associent un message $w_{i,b} \in \{1, \dots, 2^{n\tilde{R}_i}\}$ à un mot code dans $\mathcal{X}_i^{k_i n}$ avec $i \in \{1, 2\}$. On note $\tilde{X}_i = X_i^{k_i}$ la k_i -extension de la variable aléatoire X_i , de même pour les variables aléatoires de réception et les probabilités de transition. En conséquence, pour chaque utilisation du canal par rapport à n on a en réalité $(k_1 + k_2)n$ utilisations, ce qui signifie que les débits réels devront être divisés par $k_1 + k_2$. On a donc $\tilde{R}_i = (k_1 + k_2)R_i$.

Pour chaque bloc $b \geq 1$ on génère aléatoirement $2^{n\tilde{R}'_2}$ mots-codes distribués indépendamment suivant $\tilde{\mathbf{u}}_1^{(2)}(l_{1,b-1})$ selon $\prod_{i=1}^n p_{\tilde{u}_1^{(2)}}(\tilde{u}_{1,i}^{(2)})$. Pour chaque $l_{1,b-1}$ on génère aléatoirement $2^{n\tilde{R}_1}$ mots-codes distribués indépendamment suivant $\tilde{\mathbf{x}}_1^{(1)}(w_{1,b}|\tilde{\mathbf{u}}_1^{(2)}(l_{1,b-1}))$ selon $\prod_{i=1}^n p_{\tilde{x}_1^{(1)}|\tilde{u}_1^{(2)}}(\tilde{x}_{1,i}^{(1)}|\tilde{u}_{1,i}^{(2)}(l_{1,b-1}))$. Chaque message $w_{2,b} \in 2^{n\tilde{R}_2}$ relayé par le noeud 1 est aléatoirement assigné à un groupe de message dénoté par $\mathcal{B}_1(l_{1,b})$ $l_{1,b} \in \{1, \dots, 2^{n\tilde{R}'_2}\}$, chaque groupe de message contenant $2^{n(\tilde{R}_2 - \tilde{R}'_2)}$ messages. On procède de la même manière pour la source 2.

Dans le bloc $b - 1$, la source 1 connaît son ancien mot-code transmis $w_{1,b-1}$ et l'indice $l_{2,b-1}$ du groupe de message associé $\mathcal{B}_2(l_{2,b-1})$. Elle estime $\hat{w}_{2,b-1}$, le message transmis par la source 2, à partir du signal reçu $\tilde{\mathbf{y}}_1^{(2)}$ et connaissant $\tilde{\mathbf{u}}_2^{(1)}(l_{2,b-1})$. A l'issue elle découvre le groupe de message associé à $\hat{w}_{2,b-1}$ et en déduit $l_{1,b}$ et $\tilde{\mathbf{u}}_1^{(2)}(l_{1,b})$. Dans le slot b elle transmet donc $\tilde{\mathbf{x}}_1^{(1)}(w_{1,b}|\tilde{\mathbf{u}}_1^{(2)}(l_{1,b}))$. La source 2 procède de manière similaire.

Décodage La probabilité liée à l'évènement d'erreur $\mathcal{D}$ de décodage à la destination peut se décomposer comme suit en fonction de l'évènement d'erreur $\mathcal{E}$ de décodage des sources :

$$\mathbb{P}(\mathcal{D}) = \mathbb{P}(\mathcal{D}|\mathcal{E}) \mathbb{P}(\mathcal{E}) + \mathbb{P}(\mathcal{D}|\bar{\mathcal{E}}) \mathbb{P}(\bar{\mathcal{E}}) \leq \mathbb{P}(\mathcal{E}) + \mathbb{P}(\mathcal{D}|\bar{\mathcal{E}}) \quad (\text{A.48})$$

On note $\mathcal{E}_{i,b}$ l'évènement d'erreur de décodage de la source i dans le slot b . On suppose que chaque source a correctement décodé l'information du slot $b-1$ et on veut donc estimer $\mathbb{P}(\mathcal{E}_{i,b}|\bar{\mathcal{E}}_{i,b-1})$. On effectue un décodage par séquences typiques. Les mots codes sont choisis aléatoirement et chaque message est également probable. On peut donc considérer que le mot-code correspondant à $w_{i,b} = 1$ a été envoyé pour les deux sources et la probabilité

d'erreur sera identique pour n'importe quel mot-code. Les évènements d'erreur liés aux décodage des sources sont au nombre de 4 :

$$\mathcal{E}_{1,b}^1 = \left\{ \tilde{\mathbf{x}}_2^{(2)}(1|l_{2,b-1}), \tilde{\mathbf{u}}_2^{(1)}(l_{2,b-1}), \tilde{\mathbf{y}}_1^{(2)} \right\} \notin \mathcal{A}_\varepsilon^n \quad (\text{A.49})$$

$$\mathcal{E}_{1,b}^2 = \bigcup_{w_{2,b} \neq 1} \left\{ \tilde{\mathbf{x}}_2^{(2)}(w_{2,b}|l_{2,b-1}), \tilde{\mathbf{u}}_2^{(1)}(l_{2,b-1}), \tilde{\mathbf{y}}_1^{(2)} \right\} \in \mathcal{A}_\varepsilon^n \quad (\text{A.50})$$

$$\mathcal{E}_{2,b}^1 = \left\{ \tilde{\mathbf{x}}_1^{(1)}(1|l_{1,b-1}), \tilde{\mathbf{u}}_1^{(2)}(l_{1,b-1}), \tilde{\mathbf{y}}_2^{(1)} \right\} \notin \mathcal{A}_\varepsilon^n \quad (\text{A.51})$$

$$\mathcal{E}_{2,b}^2 = \bigcup_{w_{1,b} \neq 1} \left\{ \tilde{\mathbf{x}}_1^{(1)}(w_{1,b}|l_{1,b-1}), \tilde{\mathbf{u}}_1^{(2)}(l_{1,b-1}), \tilde{\mathbf{y}}_2^{(1)} \right\} \in \mathcal{A}_\varepsilon^n \quad (\text{A.52})$$

Par la loi des grands nombres et son application aux ensembles typiques, $\mathbb{P}(\mathcal{E}_{1,b}^1) \rightarrow 0$ et $\mathbb{P}(\mathcal{E}_{1,b}^2) \rightarrow 0$ quand $n \rightarrow \infty$. La probabilité des deux évènements restant peut être bornée de la manière suivante :

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(\mathcal{E}_{2,b}^2) &= \sum_{w_{1,b} \neq 1} \mathbb{P}\left(\left\{ \tilde{\mathbf{x}}_1^{(1)}(w_{1,b}|l_{1,b-1}), \tilde{\mathbf{u}}_1^{(2)}(l_{1,b-1}), \tilde{\mathbf{y}}_2^{(1)} \right\} \in \mathcal{A}_\varepsilon^n\right) \\ &\leq \sum_{w_{1,b} \neq 1} 2^{-n(I(\tilde{X}_1^{(1)}; \tilde{Y}_2^{(1)} | \tilde{U}_1^{(2)}) - \delta(\varepsilon))} \\ &\leq (2^{n\tilde{R}_1} - 1) 2^{-n(I(\tilde{X}_1^{(1)}; \tilde{Y}_2^{(1)} | \tilde{U}_1^{(2)}) - \delta(\varepsilon))} \\ &\leq 2^{-n(I(\tilde{X}_1^{(1)}; \tilde{Y}_2^{(1)} | \tilde{U}_1^{(2)}) - \tilde{R}_1 - \delta(\varepsilon))} \end{aligned}$$

On a donc $\mathbb{P}(\mathcal{E}_{2,b}^2) \rightarrow 0$ quand $n \rightarrow \infty$ si :

$$\tilde{R}_1 \leq I(\tilde{X}_1^{(1)}; \tilde{Y}_2^{(1)} | \tilde{U}_1^{(2)}) - \delta(\varepsilon) \quad (\text{A.53})$$

De même, on a $\mathbb{P}(\mathcal{E}_{1,b}^2) \rightarrow 0$ quand $n \rightarrow \infty$ si :

$$\tilde{R}_2 \leq I(\tilde{X}_2^{(2)}; \tilde{Y}_1^{(2)} | \tilde{U}_2^{(1)}) - \delta(\varepsilon) \quad (\text{A.54})$$

A l'issue du bloc b , la destination commence par décoder $\tilde{\mathbf{u}}_i^{(j)}$ dans chaque slot j pour obtenir les index $l_{i,b-1}$ des groupes de message qui l'aideront à décoder l'information des sources dans le slot $b-1$. En supposant que $l_{1,b-1} = l_{2,b-1} = 1$ par symétrie de la méthode de codage, on a donc les termes d'erreur suivants :

$$\mathcal{D}_b^1 = \left\{ \tilde{\mathbf{u}}_1^{(2)}(1), \tilde{\mathbf{y}}_D^{(1)} \right\} \notin \mathcal{A}_\varepsilon^n \quad (\text{A.55})$$

$$\mathcal{D}_b^2 = \bigcup_{l_{1,b-1} \neq 1} \left\{ \tilde{\mathbf{u}}_1^{(2)}(l_{1,b-1}), \tilde{\mathbf{y}}_D^{(1)} \right\} \in \mathcal{A}_\varepsilon^n \quad (\text{A.56})$$

$$\mathcal{D}_b^3 = \left\{ \tilde{\mathbf{u}}_2^{(1)}(1), \tilde{\mathbf{y}}_D^{(2)} \right\} \notin \mathcal{A}_\varepsilon^n \quad (\text{A.57})$$

$$\mathcal{D}_b^4 = \bigcup_{l_{2,b-1} \neq 1} \left\{ \tilde{\mathbf{u}}_2^{(1)}(l_{2,b-1}), \tilde{\mathbf{y}}_D^{(2)} \right\} \in \mathcal{A}_\varepsilon^n \quad (\text{A.58})$$

Comme précédemment, on a par la loi des grands nombres et son application aux ensembles typiques, $\mathbb{P}(\mathcal{D}_b^1) \rightarrow 0$ et $\mathbb{P}(\mathcal{D}_b^3) \rightarrow 0$ quand $n \rightarrow \infty$. La probabilité d'erreur des évènements restants peut se borner de la manière suivante :

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(\mathcal{D}_b^2) &= \sum_{l_{1,b-1} \neq 1} \mathbb{P}\left(\left\{\tilde{\mathbf{u}}_1^{(2)}(l_{1,b-1}), \tilde{\mathbf{y}}_D^{(1)}\right\} \in \mathcal{A}_\varepsilon^n\right) \\ &\leq \sum_{l_{1,b-1} \neq 1} 2^{-n\left(I(\tilde{U}_1^{(2)}; \tilde{Y}_D^{(1)}) - \delta(\varepsilon)\right)} \\ &\leq \left(2^{n\tilde{R}'_2} - 1\right) 2^{-n\left(I(\tilde{U}_1^{(2)}; \tilde{Y}_D^{(1)}) - \delta(\varepsilon)\right)} \\ &\leq 2^{-n\left(I(\tilde{U}_1^{(2)}; \tilde{Y}_D^{(1)}) - \tilde{R}'_2 - \delta(\varepsilon)\right)} \end{aligned}$$

On a donc $\mathbb{P}(\mathcal{D}_b^2) \rightarrow 0$ quand $n \rightarrow \infty$ si :

$$\tilde{R}'_2 \leq I(\tilde{U}_1^{(2)}; \tilde{Y}_D^{(1)}) - \delta(\varepsilon) \quad (\text{A.59})$$

De la même manière, $\mathbb{P}(\mathcal{D}_b^4) \rightarrow 0$ quand $n \rightarrow \infty$ si :

$$\tilde{R}'_1 \leq I(\tilde{U}_2^{(1)}; \tilde{Y}_D^{(2)}) - \delta(\varepsilon) \quad (\text{A.60})$$

Ayant estimé $\hat{l}_{1,b-1}$ et $\hat{l}_{2,b-1}$, la destination cherche à décoder $w_{1,b-1}$ et $w_{2,b-1}$ du bloc $b-1$. Connaissant $\mathcal{B}_1(\hat{l}_{1,b-1})$ et $\mathcal{B}_2(\hat{l}_{2,b-1})$, et supposant $w_{1,b-1} = w_{2,b-1} = 1$ les messages envoyés par les sources, les évènements d'erreur sont donc :

$$\mathcal{D}_b^5 = \left\{\tilde{\mathbf{x}}_1^{(1)}(1|\hat{l}_{1,b-2}), \tilde{\mathbf{u}}_1^{(2)}(\hat{l}_{1,b-2}), \tilde{\mathbf{y}}_D^{(1)}\right\} \notin \mathcal{A}_\varepsilon^n \quad (\text{A.61})$$

$$\mathcal{D}_b^6 = \bigcup_{\substack{w_{1,b-1} \neq 1 \\ w_{1,b-1} \in \mathcal{B}_2(\hat{l}_{2,b-1})}} \left\{\tilde{\mathbf{x}}_1^{(1)}(w_{1,b-1}|\hat{l}_{1,b-2}), \tilde{\mathbf{u}}_1^{(2)}(\hat{l}_{1,b-2}), \tilde{\mathbf{y}}_D^{(1)}\right\} \in \mathcal{A}_\varepsilon^n \quad (\text{A.62})$$

$$\mathcal{D}_b^7 = \left\{\tilde{\mathbf{x}}_2^{(2)}(1|\hat{l}_{2,b-2}), \tilde{\mathbf{u}}_2^{(1)}(\hat{l}_{2,b-2}), \tilde{\mathbf{y}}_D^{(2)}\right\} \notin \mathcal{A}_\varepsilon^n \quad (\text{A.63})$$

$$\mathcal{D}_b^8 = \bigcup_{\substack{w_{2,b-1} \neq 1 \\ w_{2,b-1} \in \mathcal{B}_1(\hat{l}_{1,b-1})}} \left\{\tilde{\mathbf{x}}_2^{(2)}(w_{2,b-1}|\hat{l}_{2,b-2}), \tilde{\mathbf{u}}_2^{(1)}(\hat{l}_{2,b-2}), \tilde{\mathbf{y}}_D^{(2)}\right\} \in \mathcal{A}_\varepsilon^n \quad (\text{A.64})$$

De la même manière, $\mathbb{P}(\mathcal{D}_b^5) \rightarrow 0$ et $\mathbb{P}(\mathcal{D}_b^7) \rightarrow 0$ quand $n \rightarrow \infty$. On borne $\mathbb{P}(\mathcal{D}_b^5)$ et $\mathbb{P}(\mathcal{D}_b^7)$ en utilisant les étapes suivantes :

$$\begin{aligned} \mathbb{P}(\mathcal{D}_b^6) &= \sum_{\substack{w_{1,b-1} \neq 1 \\ w_{1,b-1} \in \mathcal{B}_2(\hat{l}_{2,b-1})}} \mathbb{P}\left(\left\{\tilde{\mathbf{x}}_1^{(1)}(w_{1,b-1}|\hat{l}_{1,b-2}), \tilde{\mathbf{u}}_1^{(2)}(\hat{l}_{1,b-2}), \tilde{\mathbf{y}}_D^{(1)}\right\} \in \mathcal{A}_\varepsilon^n\right) \\ &\leq \sum_{\substack{w_{1,b-1} \neq 1 \\ w_{1,b-1} \in \mathcal{B}_2(\hat{l}_{2,b-1})}} 2^{-n\left(I(\tilde{X}_1^{(1)}; \tilde{Y}_D^{(1)}|\tilde{U}_1^{(2)}) - \delta(\varepsilon)\right)} \\ &\leq \left(2^{n(\tilde{R}_1 - \tilde{R}'_1)} - 1\right) 2^{-n\left(I(\tilde{X}_1^{(1)}; \tilde{Y}_D^{(1)}|\tilde{U}_1^{(2)}) - \delta(\varepsilon)\right)} \end{aligned}$$

$$\leq 2^{-n} \left(I(\tilde{X}_1^{(1)}; \tilde{Y}_D^{(1)} | \tilde{U}_1^{(2)}) - \tilde{R}_1 + \tilde{R}'_1 - \delta(\varepsilon) \right)$$

En utilisant la borne sur $\tilde{R}'_1$ de (A.60) on obtient que $\mathbb{P}(\mathcal{D}_b^6) \rightarrow 0$ quand $n \rightarrow \infty$ si :

$$\tilde{R}_1 \leq I(\tilde{X}_1^{(1)}; \tilde{Y}_D^{(1)} | \tilde{U}_1^{(2)}) + I(\tilde{U}_1^{(1)}; \tilde{Y}_D^{(2)}) - 2\delta(\varepsilon) \quad (\text{A.65})$$

De même pour $\tilde{R}_2$:

$$\tilde{R}_2 \leq I(\tilde{X}_2^{(2)}; \tilde{Y}_D^{(2)} | \tilde{U}_2^{(1)}) + I(\tilde{U}_2^{(2)}; \tilde{Y}_D^{(1)}) - 2\delta(\varepsilon) \quad (\text{A.66})$$

Afin de s'affranchir des expressions basées sur le décodage de $\tilde{\mathbf{u}}_i^{(j)}$ on peut remarquer que l'addition des expressions (A.65) et (A.66) nous donne la contrainte suivante sur la somme des débits :

$$\tilde{R}_1 + \tilde{R}_2 \leq I(\tilde{X}_2^{(2)}; \tilde{Y}_D^{(2)}) + I(\tilde{X}_1^{(1)}; \tilde{Y}_D^{(1)}) \quad (\text{A.67})$$

De plus, pour tout $(\tilde{R}_1, \tilde{R}_2)$ vérifiant (A.67) on peut définir $\tilde{R}'_1, \tilde{R}'_2, \tilde{U}_1^{(2)}$ et $\tilde{U}_2^{(1)}$ tels que $\tilde{U}_1^{(2)} \leftrightarrow \tilde{X}_1^{(1)} \leftrightarrow \tilde{Y}_D^{(1)}$ et $\tilde{U}_2^{(1)} \leftrightarrow \tilde{X}_2^{(2)} \leftrightarrow \tilde{Y}_D^{(2)}$ forment des chaînes de Markov, et par conséquent vérifient (A.66), (A.65), (A.60) et (A.59). Pour finir, on effectue les remplacements suivants dans les expressions :

$$\begin{aligned} \tilde{R}_1 &= (k_1 + k_2) R_1 \\ \tilde{R}_2 &= (k_1 + k_2) R_2 \\ I(\tilde{X}_1^{(1)}; \tilde{Y}_D^{(1)} | \tilde{U}_1^{(2)}) &= k_1 I(X_1^{(1)}; Y_D^{(1)} | U_1^{(2)}) \\ I(\tilde{X}_2^{(2)}; \tilde{Y}_D^{(2)} | \tilde{U}_2^{(1)}) &= k_2 I(X_2^{(2)}; Y_D^{(2)} | U_2^{(1)}) \\ I(\tilde{X}_1^{(1)}; \tilde{Y}_D^{(1)}) &= k_1 I(X_1^{(1)}; Y_D^{(1)}) \\ I(\tilde{X}_2^{(2)}; \tilde{Y}_D^{(2)}) &= k_2 I(X_2^{(2)}; Y_D^{(2)}) \end{aligned}$$

En définissant $t_1 = k_1/(k_1 + k_2)$ et $t_2 = k_2/(k_1 + k_2)$ on obtient les expressions du théorème 5.8.

Bibliographie

- [Abouelseoud 2011] M. Abouelseoud et A. Nosratinia. *Opportunistic Wireless Relay Networks : Diversity-multiplexing Tradeoff*. IEEE Trans. Inf. Theory, vol. 57, no. 10, pages 6514–6538, 2011. (Cité en pages 59 et 60.)
- [Agrawal 2009] P. Agrawal et N. Patwari. *Correlated Link Shadow Fading In Multi-hop Wireless Networks*. IEEE Trans. Wireless Commun., vol. 8, no. 8, pages 4024–4036, 2009. (Cité en page 29.)
- [Ahlsweide 1973] R. Ahlsweide. *Multiway Communication Channels*. In Proc. IEEE Int. Symp. Information Theory (ISIT), pages 23–51, 1973. (Cité en page 78.)
- [Akyildiz 2002] I.F. Akyildiz, Weilian Su, Y. Sankarasubramaniam et E. Cayirci. *A Survey On Sensor Networks*. IEEE Commun. Mag., vol. 40, no. 8, pages 102–114, 2002. (Cité en page 1.)
- [Al Haija 2011] A. A. Al Haija et Mai Vu. *Joint Typicality Analysis For Half-duplex Cooperative Communication*. In Proc. Canadian Workshop Information Theory (CWIT), pages 116–119, 2011. (Cité en page 80.)
- [Al Haija 2012a] A. A. Al Haija et Mai Vu. Rate maximization for half-duplex multiple access with cooperating transmitters. submitted to IEEE Trans. Commun., 2012. (Cité en page 80.)
- [Al Haija 2012b] Ahmad Abu Al Haija et Mai Vu. Achievable rates and outer bound for the half-duplex MAC with generalized feedback. submitted to IEEE Trans. Information Theory, 2012. (Cité en pages 4, 80, 81, 82, 100, 101, 112 et 113.)
- [Atapattu 2010] S. Atapattu, N. Rajatheva et C. Tellambura. *Performance Analysis Of tdma Relay Protocols Over Nakagami-m Fading*. IEEE Trans. Veh. Technol., vol. 59, no. 1, pages 93–104, 2010. (Cité en pages 28 et 59.)
- [Atia 2007] G. Atia, M. Sharif et V. Saligrama. *On Optimal Outage In Relay Channels With General Fading Distributions*. IEEE Trans. Inf. Theory, vol. 53, no. 10, pages 3786–3797, 2007. (Cité en page 59.)
- [atm 2012] *AT86RF231 Data Sheet*. <http://www.atmel.com/devices/at86rf231.aspx>, 2012. (Cité en pages 118, 119 et 122.)
- [Avram 2010] I. Avram, N. Aerts, D. Duyck et M. Moeneclaey. *A Novel Quantize-and-forward Cooperative System : Channel Estimation and M-PSK Detection Performance*. Eurasip J. Wireless Communications and Networking, vol. 2010, page 415438, 2010. (Cité en page 58.)
- [Bakim 2010] S. Bakim et O. Kaya. *Achievable Rates For Two User Cooperative OFDMA*. In Proc. IEEE Global Telecommun. Conf. (GLOBECOM), pages 1–5, 2010. (Cité en page 79.)
- [Bletsas 2006] A. Bletsas, A. Khisti, D. P. Reed et A. Lippman. *A Simple Cooperative Diversity Method Based On Network Path Selection*. IEEE J. Sel. Areas Commun., vol. 24, no. 3, pages 659–672, 2006. (Cité en page 59.)
- [Bletsas 2007] A. Bletsas, Hyundong Shin et M. Z. Win. *Cooperative Communications With Outage-optimal Opportunistic Relaying*. IEEE Trans. Wireless Commun., vol. 6, no. 9, pages 3450–3460, 2007. (Cité en page 59.)

- [Bonnans 2006] F. Bonnans, C. Lemaréchal, C. Gilbert et C. A. Sagastizábal. Numerical optimization : Theoretical and practical aspects. Springer-Verlag Berlin Heidelberg, 2006. (Cité en page 24.)
- [Box 2008] G. E. P. Box, G. M. Jenkins et G. C. Reinsel. John Wiley & Sons, 4^e édition, 2008. (Cité en pages 117 et 146.)
- [Boyd 2004] S. Boyd et L. Vanderberghe. Convex optimization. Cambridge University Press, 2004. (Cité en pages 22, 23, 24, 89, 154 et 159.)
- [Bross 2008] S. I. Bross, A. Lapidoth et M. A. Wigger. *The Gaussian MAC With Conferencing Encoders*. In Proc. IEEE Int. Symp. Information Theory (ISIT), pages 2702–2706, 2008. (Cité en page 78.)
- [BTL 2010] *Bluetooth Specification Version 4.0 Vol. 6*, 2010. (Cité en page 32.)
- [Chaganti 2010] V. G. Chaganti, D. B. Smith et L. W. Hanlen. *Second-order Statistics For Many-link Body Area Networks*. IEEE Antennas Wireless Propag. Lett., vol. 9, pages 322–325, 2010. (Cité en page 117.)
- [Chakrabarti 2005] A. Chakrabarti, A. de Baynast, A. Sabharwal et B. Aazhang. *ldpc Code Design For Half-duplex Decode-and-forward Relaying*. In Proc. Allerton Conf. Commun., Control and Computing, 2005. (Cité en page 58.)
- [Chakrabarti 2006] A. Chakrabarti, A. de Baynast, A. Sabharwal et B. Aazhang. *Half-duplex Estimate-and-forward Relaying : Bounds And code Design*. In Proc. IEEE Int. Symp. Information Theory (ISIT), pages 1239–1243, 2006. (Cité en pages 60 et 65.)
- [Chatzigeorgiou 2011] I. Chatzigeorgiou, Weisi Guo, I. J. Wassell et R. A. Carrasco. *Exact And Asymptotic Outage Probability Analysis For Decode-and-forward networks*. IEEE Trans. Commun., vol. 59, no. 2, pages 376–381, 2011. (Cité en page 79.)
- [Chebli 2009] L. Chebli, C. Hausl, G. Zeitler et R. Koetter. *Cooperative Uplink Of Two Mobile Stations With Network Coding Based on The Wimax LDPC Code*. In Proc. IEEE Global Telecommun. Conf. (GLOBECOM), pages 1–6, 2009. (Cité en page 79.)
- [Chen 2010] Xu Chen, Ting wai Siu, Qing F. Zhou et Francis C. M. Lau. *High-SNR Analysis Of Opportunistic Relaying Based On The Maximum harmonic Mean Selection Criterion*. IEEE Signal Process. Lett., vol. 17, no. 8, pages 719–722, 2010. (Cité en page 59.)
- [Conti 2003a] A. Conti, M.Z. Win et M. Chiani. *On The Inverse Symbol-error Probability For Diversity Reception*. IEEE Trans. Commun., vol. 51, no. 5, pages 753–756, 2003. (Cité en page 28.)
- [Conti 2003b] A. Conti, M.Z. Win, M. Chiani et J.H. Winters. *Bit Error Outage For Diversity Reception In Shadowing Environment*. IEEE Commun. Lett., vol. 7, no. 1, pages 15–17, 2003. (Cité en page 28.)
- [Cor 2013] *Fit/cortex-lab Cognitive Radio Testbed*. <http://www.cortexlab.fr/>, April 2013. (Cité en page 154.)
- [Coso Sanchez 2008] A. del Coso Sanchez. *Achievable Rates for Gaussian Channels with Multiple Relays*. PhD thesis, Universitat Politecnica de Catalunya, 2008. (Cité en pages 58, 59 et 113.)

- [Cotton 2006] S.L. Cotton et W.G. Scanlon. *A Statistical Analysis Of Indoor Multipath Fading For a Narrowband Wireless Body Area Network*. In Proc. IEEE Int. Symp. Personal Indoor Mobile Radio Commun. (PIMRC), pages 1–5, 2006. (Cité en page 116.)
- [Cotton 2009a] S.L. Cotton, G.A. Conway et W.G. Scanlon. *A time-domain Approach To The Analysis And Modeling Of On-Body Propagation Characteristics Using Synchronized measurements At 2.45 GHz*. IEEE Trans. Antennas Propag., vol. 57, no. 4, pages 943–955, 2009. (Cité en pages 117 et 145.)
- [Cotton 2009b] S.L. Cotton et W.G. Scanlon. *Characterization Of The On-body Channel In An Outdoor Environment at 2.45 GHz*. In Proc. Eur. Conf. Antennas and Propagation (EuCAP), pages 722–725, 2009. (Cité en page 30.)
- [Cover 1979] T. Cover et A. El Gamal. *Capacity Theorems For The Relay Channel*. IEEE Trans. Inf. Theory, vol. 25, no. 5, pages 572–584, 1979. (Cité en pages 15, 17, 18, 58, 59, 60, 80 et 101.)
- [Cover 1980] T. Cover, A.E. Gamal et M. Salehi. *Multiple Access Channels With Arbitrarily Correlated Sources*. IEEE Trans. Inf. Theory, vol. 26, no. 6, pages 648–657, 1980. (Cité en page 78.)
- [Cover 1981] T. Cover et C. Leung. *An Achievable Rate Region For The Multiple-access Channel With feedback*. IEEE Trans. Inf. Theory, vol. 27, no. 3, pages 292–298, 1981. (Cité en pages 78, 87 et 91.)
- [Cover 2006] T.M. Cover et J. A. Thomas. Elements of information theory. Springer Verlag, 2   dition, 2006. (Cité en pages 13, 14, 17, 19, 85, 97, 166 et 167.)
- [Dabora 2008] R. Dabora et S. D. Servetto. *On The Role Of Estimate-and-forward With Time Sharing in Cooperative Communications*. IEEE Trans. Inf. Theory, vol. 54, no. 10, pages 4409–4431, 2008. (Cité en page 60.)
- [DEr 2010] *Delay Dispersion Of The On-body Dynamic Channel*. In Proc. Eur. Conf. Antennas and Propagation (EuCAP), pages 1–5, 2010. (Cité en pages 116 et 117.)
- [D’Errico 2010] R. D’Errico et L. Ouvry. *A Statistical Model For On-body Dynamic Channels*. Springer Int. J. Wireless Inform. Networks, vol. 17, no. 3-4, pages 92–104, 2010. (Cité en pages 30, 31, 32, 116, 117, 118, 126, 127, 140 et 146.)
- [Ding 2009] Yanwu Ding, Jian-Kang Zhang et K.M. Wong. *Ergodic Channel Capacities For The Amplify-and-forward half-duplex Cooperative Systems*. IEEE Trans. Inf. Theory, vol. 55, no. 2, pages 713–730, 2009. (Cité en page 60.)
- [Duyck 2011] D. Duyck, J. J. Boutros et M. Moeneclaey. *Low-density Graph Codes For Coded Cooperation On Slow fading Relay Channels*. IEEE Trans. Inf. Theory, vol. 57, no. 7, pages 4202–4218, 2011. (Cité en page 58.)
- [Eckford 2008] A. W. Eckford, J. P. K. Chu et R. S. Adve. *Low Complexity And Fractional Coded Cooperation For Wireless Networks*. IEEE Trans. Wireless Commun., vol. 7, no. 5, pages 1917–1929, 2008. (Cité en page 58.)
- [Edemen 2008] C. Edemen et O. Kaya. *Channel Adaptive Encoding And Decoding Strategies And Rate regions For The Three User Cooperative Multiple Access channel*. In Proc. IEEE Global Telecommun. Conf. (GLOBECOM), pages 1–5, 2008. (Cité en page 79.)

- [El Gamal 2006] A. El Gamal, M. Mohseni et S. Zahedi. *Bounds On Capacity And Minimum Energy-per-bit For awgn Relay channels*. IEEE Trans. Inf. Theory, vol. 52, no. 4, pages 1545–1561, 2006. (Cité en pages 58, 62 et 65.)
- [El Gamal 2011] A. El Gamal et Y.-H. Kim. *Network information theory*. Cambridge University Press, 2011. (Cité en pages 69, 70, 78, 85, 87, 94, 154, 162 et 166.)
- [Exton 1976] H. Exton. *Multiple hypergeometric functions and applications*. John Wiley & Sons, 1976. (Cité en page 28.)
- [Fareed 2009] M. M. Fareed et M. Uysal. *On Relay Selection For Decode-and-forward Relaying*. IEEE Trans. Wireless Commun., vol. 8, no. 7, pages 3341–3346, 2009. (Cité en page 59.)
- [Farhadi 2008] G. Farhadi et N. Beaulieu. *On The Ergodic Capacity Of Wireless Relaying Systems over Rayleigh Fading Channels*. IEEE Trans. Wireless Commun., vol. 7, no. 11, pages 4462–4467, 2008. (Cité en page 60.)
- [Farhadi 2010] G. Farhadi et N.C. Beaulieu. *Capacity Of Amplify-and-forward Multi-hop Relaying Systems Under adaptive Transmission*. IEEE Trans. Commun., vol. 58, no. 3, pages 758–763, 2010. (Cité en page 60.)
- [Feng 2011] Chen Feng, D. Silva et F. R. Kschischang. *Lattice Network Coding Over Finite Rings*. In Proc. Canadian Workshop Information Theory (CWIT), pages 78–81, 2011. (Cité en page 58.)
- [Ferrand 2011a] P. Ferrand, C. Goursaud et J.-M. Gorce. *On The Packet Error Rate Of Correlated Shadowing Links In Body-area Networks*. In Proc. Eur. Conf. Antennas and Propagation (EuCAP), pages 3094–3098, 2011. (Cité en page 29.)
- [Ferrand 2011b] Paul Ferrand, Mickael Maman, Claire Goursaud, Jean-Marie Gorce et Laurent Ouvry. *Performance Evaluation Of Direct And Cooperative Transmissions in Body Area Networks*. Ann. Telecommun., pages 1–16, 2011. (Cité en pages 29, 30, 32, 52, 116 et 137.)
- [Ferrand 2012] P. Ferrand, C. Goursaud et J.-M. Gorce. *Energy-delay Tradeoffs In A Linear Sequence Of Relay Channels*. In Proc. IEEE Wireless Commun. Networking Conf. (WCNC), pages 1140–1145, 2012. (Cité en page 68.)
- [fmi] *fmincon Product Documentation*. <http://www.mathworks.fr/help/toolbox/optim/ug/fmincon.html>. (Cité en page 24.)
- [Fu 2011] Ruijun Fu, Yunxing Ye, Ning Yang et K. Pahlavan. *Doppler Spread Analysis Of Human Motions For Body Area Network Applications*. In Proc. IEEE Int. Symp. Personal Indoor Mobile Radio Commun. (PIMRC), pages 2209–2213, 2011. (Cité en page 117.)
- [Fu 2012] Ruijun Fu, Yunxing Ye et Kaveh Pahlavan. *Characteristic And Modeling Of Human Body Motions For Body Area Network applications*. Springer Int. J. Wireless Inform. Networks, vol. 19, no. 3, pages 219–228, 2012. (Cité en pages 117, 126 et 127.)
- [Gallager 2008] R. G. Gallager. *Principles of digital communication*. Cambridge University Press, 2008. (Cité en page 10.)
- [Garcia 2012] Virgile Garcia. *Optimisation Du Partage De Ressources Pour Les Réseaux Cellulaires auto-organisés*. PhD thesis, INSA de Lyon, 2012. (Cité en page 129.)

- [Gastpar 2002] M. Gastpar et M. Vetterli. *On The Capacity Of Wireless Networks : The Relay Case*. In Proc. Joint Conf. IEEE Comp. Commun. Soc. (INFOCOM), pages 1577–1586, 2002. (Cité en page 58.)
- [Gastpar 2005] M. Gastpar et M. Vetterli. *On The Capacity Of Large Gaussian Relay Networks*. IEEE Trans. Inf. Theory, vol. 51, no. 3, pages 765–779, 2005. (Cité en page 58.)
- [Goldsmith 2007] A. J. Goldsmith et M. Medard. *Capacity Of Time-varying Channels With Causal Channel Side Information*. IEEE Trans. Inf. Theory, vol. 53, no. 3, pages 881–899, 2007. (Cité en page 154.)
- [Gorce 2009] Jean-Marie Gorce, Claire Goursaud et Guillaume Villemaud. *Opportunistic Relaying Protocols For Human Monitoring In BANs*. In Proc. IEEE Int. Symp. Personal Indoor Mobile Radio Commun. (PIMRC), pages 732–736, 2009. (Cité en page 28.)
- [Gourrieroux 1995] C. Gourrieroux et A. Monfort. *Séries temporelles et modèles dynamiques*. Economica, 1995. (Cité en pages 117 et 146.)
- [Gradshteyn 2007] I.M. Gradshteyn I.S. Ryzhik, A. Jeffrey et D. Zwillinger. *Table of integrals, series and products*. Academic Press, 2007. (Cité en page 156.)
- [Grant 2012] Michael Grant et Stephen Boyd. *cvx : Matlab Software For Disciplined Convex Programming*. <http://cvxr.com/cvx/>, 2012. (Cité en page 24.)
- [Gunduz 2010] D. Gunduz, E. Erkip, A. Goldsmith et H. V. Poor. *Cooperative Relaying In Sensor Networks*. In Proc. IEEE Int. Conf. Cognitive Radio Oriented Wireless Networks Commun. (CROWNCOM), pages 1–5, 2010. (Cité en page 59.)
- [Gupta 2000] P. Gupta et P. R. Kumar. *The Capacity Of Wireless Networks*. IEEE Trans. Inf. Theory, vol. 46, no. 2, pages 388–404, 2000. (Cité en page 58.)
- [Han 1981] Te Han et K. Kobayashi. *A New Achievable Rate Region For The Interference Channel*. IEEE Trans. Inf. Theory, vol. 27, no. 1, pages 49–60, 1981. (Cité en page 78.)
- [Hanly 1998] S. V. Hanly et D. N. C. Tse. *Multiaccess Fading Channels. ii. Delay-limited Capacities*. IEEE Trans. Inf. Theory, vol. 44, no. 7, pages 2816–2831, 1998. (Cité en page 78.)
- [Hashemi 1979] H. Hashemi. *Simulation Of The Urban Radio Propagation Channel*. IEEE Trans. Veh. Technol., vol. 28, no. 3, pages 213–225, 1979. (Cité en page 6.)
- [Hicks 1999] C. Hicks et K. Turner. *Fundamental concepts in the design of experiments*. Oxford University Press, 5^e édition, 1999. (Cité en pages 133, 134 et 135.)
- [hik 2012] *HiKoB FOX Sensor*. <http://www.hikob.com/hikob-fox>, 2012. (Cité en page 118.)
- [Host-Madsen 2002] A. Host-Madsen. *On The Capacity Of Wireless Relaying*. In Proc. IEEE Vehicular Technology Conf. (VTC), pages 1333–1337, 2002. (Cité en page 60.)
- [Host-Madsen 2005] A. Host-Madsen et J. Zhang. *Capacity Bounds And Power Allocation For Wireless Relay Channels*. IEEE Trans. Inf. Theory, vol. 51, no. 6, pages 2020–2040, 2005. (Cité en pages 19, 60 et 65.)
- [Host-Madsen 2006] A. Host-Madsen. *Capacity Bounds For Cooperative Diversity*. IEEE Trans. Inf. Theory, vol. 52, no. 4, pages 1522–1544, 2006. (Cité en page 79.)

- [Hoydis 2011] Jakob Hoydis, Mari Kobayashi et M  rouane Debbah. *Green Small-cell Networks*. IEEE Veh. Technol. Mag., vol. 6, no. 1, pages 37–43, 2011. (Cité en page 1.)
- [Hu 2007] Z. H. Hu, Y. I. Nechayev, P. S. Hall, C. C. Constantinou et Yang Hao. *Measurements And Statistical Analysis Of On-body Channel fading At 2.45 GHz*. IEEE Antennas Wireless Propag. Lett., vol. 6, pages 612–615, 2007. (Cité en page 116.)
- [Hu 2011] Yongxu Hu, Kwok Hung Li et Kah Chan Teh. *Performance Analysis Of Two-user Cooperative Multiple access Systems With df Relaying And Superposition Modulation*. IEEE Trans. Veh. Technol., vol. 60, no. 7, pages 3118–3126, 2011. (Cité en page 80.)
- [Hunter 2004] T.E. Hunter. *Coded Cooperation : A New Framework For User Cooperation In wireless Networks*. PhD thesis, University of Texas, 2004. (Cité en pages 58 et 79.)
- [Hunter 2006] T.E. Hunter, S. Sanayei et A. Nosratinia. *Outage Analysis Of Coded Cooperation*. IEEE Trans. Inf. Theory, vol. 52, no. 2, pages 375–391, 2006. (Cité en page 79.)
- [Ibrahim 2008] Ahmed S. Ibrahim, Ahmed K. Sadek, Weifeng Su et K. J. Ray Liu. *Cooperative Communications With Relay-selection : When To Cooperate and Whom To Cooperate With ?* IEEE Trans. Wireless Commun., vol. 7, no. 7, pages 2814–2827, 2008. (Cité en page 59.)
- [Ishii 2009] K. Ishii, K. Ishibashi et H. Ochiai. *A Novel Cooperative Diversity Based On Multilevel Coded Modulation*. In Proc. IEEE Int. Conf. Commun. (ICC), pages 1–5, 2009. (Cité en page 80.)
- [Jennrich 1970] R. I. Jennrich. *An Asymptotic χ^2 Test For The Equality Of Two Correlation Matrices*. J. Amer. Stat. Assoc., vol. 65, no. 330, pages 904–912, 1970. (Cité en page 141.)
- [Jindal 2003] N. Jindal et A. Goldsmith. *Capacity And Optimal Power Allocation For Fading Broadcast Channels with Minimum Rates*. IEEE Trans. Inf. Theory, vol. 49, no. 11, pages 2895–2909, 2003. (Cité en page 80.)
- [Jolliffe 2002] I. T. Jolliffe. *Principal component analysis*. Springer, 2002. (Cité en page 55.)
- [Katz 2006] M. Katz et S. Shamai. *Relaying Protocols For Two Colocated Users*. IEEE Trans. Inf. Theory, vol. 52, no. 6, pages 2329–2344, 2006. (Cité en page 58.)
- [Kaya 2007] O. Kaya et S. Ulukus. *Power Control For Fading Cooperative Multiple Access Channels*. IEEE Trans. Wireless Commun., vol. 6, no. 8, pages 2915–2923, 2007. (Cité en page 79.)
- [Khojastepour 2003a] M. A. Khojastepour, A. Sabharwal et B. Aazhang. *Bounds On Achievable Rates For General Multi-terminal Networks with Practical Constraints*. In Proc. Int. Conf. Information Processing in Sensor Networks, pages 146–161, 2003. (Cité en pages 60, 63, 64, 65 et 80.)
- [Khojastepour 2003b] M. A. Khojastepour, A. Sabharwal et B. Aazhang. *On Capacity Of Gaussian 'Cheap' Relay Channels*. In Proc. IEEE Global Telecommun. Conf. (GLOBECOM), pages 1776–1780, 2003. (Cité en page 60.)
- [Khojastepour 2004] M.A. Khojastepour, A. Sabharwal et B. Aazhang. *Lower Bounds On The Capacity Of Gaussian Relay Channel*. In Proc. Annu. Conf. Information Sci. Syst. (CISS), pages 17–19, 2004. (Cité en page 60.)

- [Kim 2009] Minseok Kim et J.-I. Takada. *Statistical Model For 4.5-GHz Narrowband On-body Propagation channel With Specific Actions*. IEEE Antennas Wireless Propag. Lett., vol. 8, pages 1250–1254, 2009. (Cité en page 116.)
- [Kim 2012] Minseok Kim, K. Wangchuk et J. Takada. *Link Correlation Property In wban At 2.4 ghz By Multi-link channel Measurement*. In Proc. Eur. Conf. Antennas and Propagation (EuCAP), pages 548–552, 2012. (Cité en pages 117 et 140.)
- [Kramer 2004] G. Kramer. *Models And Theory For Relay Channels With Receive Constraints*. In Proc. Allerton Conf. Commun., Control and Computing, pages 1312–1321, 2004. (Cité en pages 60 et 63.)
- [Kramer 2005] G. Kramer, M. Gastpar et P. Gupta. *Cooperative Strategies And Capacity Theorems For Relay networks*. IEEE Trans. Inf. Theory, vol. 51, no. 9, pages 3037–3063, 2005. (Cité en pages 15, 68 et 91.)
- [Kramer 2006] G. Kramer, I. Marić et R.D. Yates. *Cooperative Communications*. Foundation and Trends in Networking, vol. 1, no. 3, pages 271–425, 2006. (Cité en pages 58 et 60.)
- [Laneman 2002] J. N. Laneman. *Cooperative Diversity In Wireless Networks : Algorithms and Architectures*. PhD thesis, Massachusetts Institute of Technology, 2002. (Cité en pages 78, 81, 87, 88, 91 et 93.)
- [Laneman 2004] J.N. Laneman, D.N.C. Tse et G.W. Wornell. *Cooperative Diversity In Wireless Networks : Efficient Protocols and Outage Behavior*. IEEE Trans. Inf. Theory, vol. 50, no. 12, pages 3062–3080, 2004. (Cité en pages 28, 29 et 59.)
- [Lapidoth 2009] A. Lapidoth. *A foundation in digital communications*. Cambridge University Press, 2009. (Cité en page 10.)
- [Larntz 1985] K. Larntz et M. D. Perlman. *A Simple Test For The Equality Of Correlation Matrices*. Rapport technique, Department of Statistics, University of Washington, 1985. (Cité en pages 141 et 143.)
- [Liang 2006] Yifan Liang et A. Goldsmith. *Symmetric Rate Capacity Of Cellular Systems With Cooperative base Stations*. In Proc. IEEE Global Telecommun. Conf. (GLOBECOM), pages 1–5, 2006. (Cité en page 80.)
- [Liu 2009] K.J. Ray Liu, A. K. Sadek, W. Su et A. Kwasinski. *Cooperative communications and networking*. Cambridge University Press, 2009. (Cité en pages 1, 28, 44, 58, 59 et 60.)
- [MacKay 2003] D. MacKay. *Information theory, inference, and learning algorithms*. Cambridge University Press, 2003. (Cité en page 12.)
- [Mary 2008] Philippe Mary. *Etude Analytique Des Performances Des Systèmes Radiomobiles en Présence D'évanouissements Et D'effets De Masque*. PhD thesis, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon, 2008. (Cité en pages 28 et 55.)
- [Medard 2000] M. Medard. *The Effect Upon Channel Capacity In Wireless Communications Of perfect And Imperfect Knowledge Of The Channel*. IEEE Trans. Inf. Theory, vol. 46, no. 3, pages 933–946, 2000. (Cité en page 154.)
- [Mesbah 2008] W. Mesbah et T. N. Davidson. *Optimized Power Allocation For Pairwise Cooperative Multiple access*. IEEE Trans. Signal Process., vol. 56, no. 7, pages 2994–3008, 2008. (Cité en pages 78 et 80.)

- [Michalopoulos 2008] Diomidis S. Michalopoulos et George K. Karagiannidis. *Performance Analysis Of Single Relay Selection In Rayleigh Fading*. IEEE Trans. Wireless Commun., vol. 7, no. 10, pages 3718–3724, 2008. (Cité en page 59.)
- [Michalopoulos 2010] D. S. Michalopoulos, A. S. Lioumpas, G. K. Karagiannidis et R. Schober. *Selective Cooperative Relaying Over Time-varying Channels*. IEEE Trans. Commun., vol. 58, no. 8, pages 2402–2412, 2010. (Cité en pages 59 et 60.)
- [Miorandi 2005] D. Miorandi et E. Altman. *Coverage And Connectivity Of Ad Hoc Networks In Presence of Channel Randomness*. In Proc. Joint Conf. IEEE Comp. Commun. Soc. (INFOCOM), pages 491–502, 2005. (Cité en page 28.)
- [Nabar 2004] R.U. Nabar, H. Bolcskei et F.W. Kneubuhler. *Fading Relay Channels : Performance Limits And Space-time Signal Design*. IEEE J. Sel. Areas Commun., vol. 22, no. 6, pages 1099–1109, 2004. (Cité en page 59.)
- [Nazer 2011] Bobak Nazer et Michael Gastpar. Compute-and-forward : Harnessing interference through structured codes. to appear in IEEE Trans. Information Theory, 2011. (Cité en pages 58, 80 et 154.)
- [Ng 2007] C. T. K. Ng. *Cooperation And Optimal Cross-layer Resource Allocation in Wireless Networks*. PhD thesis, Stanford University, 2007. (Cité en page 58.)
- [Ng 2008] C. T. K. Ng et A. Goldsmith. *The Impact Of CSI And Power Allocation On Relay Channel Capacity and Cooperation Strategies*. IEEE Trans. Wireless Commun., vol. 7, no. 12, pages 5380–5389, 2008. (Cité en pages 58, 61, 71 et 72.)
- [Nokebly 2012] M. Nokebly et B. Aazhang. Cooperative compute-and-forward. To be published in IEEE Trans. Information Theory, 2012. (Cité en pages 80 et 154.)
- [Nosratinia 2004] A. Nosratinia, T.E. Hunter et A. Hedayat. *Cooperative Communication In Wireless Networks*. IEEE Commun. Mag., vol. 42, no. 10, pages 74–80, 2004. (Cité en page 58.)
- [Olver 2010] F.W. Olver, D.W. Lozier, R.F. Boisvert et C.W. Clark. NIST handbook of mathematical functions. Cambridge University Press, 2010. (Cité en pages 36 et 157.)
- [Ong 2006] L. Ong et M. Motani. *The Multiple Access Channel With Feedback And Correlated sources*. In Proc. IEEE Int. Symp. Information Theory (ISIT), pages 2129–2133, 2006. (Cité en pages 79 et 81.)
- [Ozarow 1984] L. Ozarow. *The Capacity Of The White Gaussian Multiple Access Channel With feedback*. IEEE Trans. Inf. Theory, vol. 30, no. 4, pages 623–629, 1984. (Cité en page 78.)
- [Parzysz 2011] F. Parzysz, M. H. Vu et F. Gagnon. Energy minimization for the half-duplex relay channel with decode-forward relaying. submitted to IEEE Trans. Commun., 2011. (Cité en pages 60, 61 et 71.)
- [Patel 2010] M. Patel et Jianfeng Wang. *Applications, Challenges, And Prospective In Emerging Body Area networking Technologies*. IEEE Wireless Commun. Mag., vol. 17, no. 1, pages 80–88, 2010. (Cité en page 2.)
- [Piantanida 2007] Juan-Pablo Piantanida. *Multi-user Information Theory : State Information And imperfect Channel Knowledge*. PhD thesis, Supélec, 2007. (Cité en page 154.)

- [Pollard 2002] D. Pollard. A user's guide to measure theoretic probability. Cambridge University Press, 2002. (Cité en pages 94 et 166.)
- [Proakis 2008] J. G. Proakis et M. Salehi. Digital communications. McGraw-Hill, 5^eédition, 2008. (Cité en pages 6, 32 et 117.)
- [Radaydeh 2008] RM Radaydeh et MM Matalgah. *Results For Infinite Integrals Involving Higher-order powers Of The Gaussian Q-function With Application To average sep Analysis Of De-qpsk*. IEEE Trans. Wireless Commun., vol. 7, no. 3, pages 793–798, 2008. (Cité en page 28.)
- [Rappaport 2002] T. S. Rappaport. Wireless communications principles and practice. Prentice Hall, 2002. (Cité en page 6.)
- [Ribeiro 2005] A. Ribeiro, Xiaodong Cai et G. B. Giannakis. *Symbol Error Probabilities For General Cooperative Links*. IEEE Trans. Wireless Commun., vol. 4, no. 3, pages 1264–1273, 2005. (Cité en page 28.)
- [Rice 1995] J. Rice. Mathematical statistics and data analysis. International Thompson Publishing, 1995. (Cité en page 135.)
- [Sadek 2005] A.K. Sadek, Weifeng Su et K.J.R. Liu. *Performance Analysis For Multi-node Decode-and-forward Relaying in Cooperative Wireless Networks*. In Proc. IEEE. Int. Conf. Acoustics, Speech, and Sig. Processing (ICASSP), volume 3, pages 521–524, 2005. (Cité en page 28.)
- [Sadek 2007] A. K. Sadek, W. Su et K. J. R. Liu. *Multinode Cooperative Communications In Wireless Networks*. IEEE Trans. Signal Process., vol. 55, no. 1, pages 341–355, 2007. (Cité en page 28.)
- [Sankar 2007] L. Sankar, G. Kramer et N.B. Mandayam. *Offset Encoding For Multiple-access Relay Channels*. IEEE Trans. Inf. Theory, vol. 53, no. 10, pages 3814–3821, 2007. (Cité en page 102.)
- [Scanlon 2008] W.G. Scanlon et S.L. Cotton. *Understanding On-body Fading Channels At 2.45 GHz Using Measurements based On User State And Environment*. In Loughborough Antenna and Propagation Conf. (LAPC), pages 10–13, 2008. (Cité en page 116.)
- [Sendonaris 2003a] A. Sendonaris, E. Erkip et B. Aazhang. *User Cooperation Diversity. Part I. System Description*. IEEE Trans. Commun., vol. 51, no. 11, pages 1927–1938, 2003. (Cité en pages 78, 80 et 81.)
- [Sendonaris 2003b] A. Sendonaris, E. Erkip et B. Aazhang. *User Cooperation Diversity. Part ii. Implementation Aspects and Performance Analysis*. IEEE Trans. Commun., vol. 51, no. 11, pages 1939–1948, 2003. (Cité en pages 78 et 79.)
- [Shannon 1949] C Shannon. *Communications In The Presence Of Noise*. Proc. Inst. Radio Engineers, vol. 37, no. 1, pages 10–21, 1949. (Cité en pages 4, 10 et 11.)
- [Shannon 1961] Claude E. Shannon. *Two-way Communication Channels*. In Berkeley Symposium on Mathematics, Statistics and Probability, volume 1, pages 611–644. University of California Press, Berkeley, 1961. (Cité en page 78.)
- [Shi 2007] Hui Shi, T. Abe, T. Asai et H. Yoshino. *Relaying Schemes Using Matrix Triangularization For mimo wireless Networks*. IEEE Trans. Commun., vol. 55, no. 9, pages 1683–1688, 2007. (Cité en page 60.)

- [Shrestha 2008] S. Shrestha et KyungHi Chang. *Analysis Of Outage Capacity Performance For Cooperative Df And Af relaying In Dissimilar Rayleigh Fading Channels*. In Proc. IEEE Int. Symp. Information Theory (ISIT), pages 494–498, 2008. (Cité en page 28.)
- [Shrestha 2010] S. Shrestha et K. Chang. *Closed-form Solution Of Outage Capacity For Cooperative DF And AF Relay Network*. Springer Wireless Personal Commun., vol. 54, no. 4, pages 651–665, 2010. (Cité en pages 28 et 60.)
- [Simon 2004] M. K. Simon et M.-S. Alouini. Digital communications over fading channels. Wiley & Sons, 2004. (Cité en pages 9 et 28.)
- [Simon 2006] M. K. Simon. Probability distributions involving gaussian random variables. Springer, 2006. (Cité en pages 32, 40 et 42.)
- [Skraparlis 2011] D. Skraparlis, V. K. Sakarellos, A. D. Panagopoulos et J. D. Kanellopoulos. *New Results On The Statistics And The Capacity Of Dual-branch MRC And EGC Diversity In Correlated Lognormal Channels*. IEEE Commun. Lett., vol. 15, no. 6, pages 617–619, 2011. (Cité en page 29.)
- [Slepian 1973] D. Slepian et J. K. Wolf. *A Coding Theorem For Multiple Access Channels With Correlated Sources*. Bell Tech. J., vol. 52, pages 1037–1076, 1973. (Cité en page 78.)
- [Smith 2011] D. B. Smith, L. W. Hanlen et T. A. Lamahewa. *A New Look At The Body Area Network Channel Model*. In Proc. Eur. Conf. Antennas and Propagation (EuCAP), pages 2987–2991, 2011. (Cité en pages 116 et 117.)
- [Song 2011] Yiwei Song et Natasha Devroye. Lattice codes for the gaussian relay channel : Decode-and-forward and compress-and-forward. submitted to IEEE Trans. Information Theory, 2011. (Cité en page 58.)
- [Stankovic 2006] V. Stankovic, A. Host-Madsen et Zixiang Xiong. *Cooperative Diversity For Wireless Ad Hoc Networks*. IEEE Signal Process. Mag., vol. 23, no. 5, pages 37–49, 2006. (Cité en page 59.)
- [Stefanov 2004] A. Stefanov et E. Erkip. *Cooperative Coding For Wireless Networks*. IEEE Trans. Commun., vol. 52, no. 9, pages 1470–1476, 2004. (Cité en page 79.)
- [Tan 2010] P.H. Tan, C.K. Ho et S. Sun. *Joint Network-channel Code Design For Block Fading Cooperative Multiple Access Channel*. In Proc. IEEE Information Theory Workshop (ITW), pages 1–5, 2010. (Cité en page 79.)
- [Tandon 2011] R. Tandon et S. Ulukus. *Dependence Balance Based Outer Bounds For Gaussian Networks with Cooperation And Feedback*. IEEE Trans. Inf. Theory, vol. 57, no. 7, pages 4063–4086, 2011. (Cité en pages 4, 79, 81, 93, 94 et 100.)
- [Telatar 1999] E. Telatar. *Capacity Of Multi-antenna Gaussian Channels*. European Trans. Telecommun., vol. 10, no. 6, pages 585–595, 1999. (Cité en page 1.)
- [Tse 2008] D. N. C. Tse et P. Vishwanath. Fundamentals of wireless communication. Cambridge University Press, 2008. (Cité en page 19.)
- [Turin 1972] G. L. Turin, F. D. Clapp, T. L. Johnston, S. B. Fine et D. Lavry. *A Statistical Model Of Urban Multipath Propagation*. IEEE Trans. Veh. Technol., vol. 21, no. 1, pages 1–9, 1972. (Cité en page 6.)

- [Valentin 2009] S. Valentin, H.S. Lichte, H. Karl, G. Vivier, S. Simoens, J. Vidal et A. Agustin. *Cooperative Wireless Networking Beyond Store-and-forward*. Springer Wireless Personal Commun., vol. 48, no. 1, pages 49–68, 2009. (Cité en page 58.)
- [Van Der Meulen 1971a] Edward C. Van Der Meulen. *The Discrete Memoryless Channel With Two Senders And One Receiver*. In Proc. IEEE Int. Symp. Information Theory (ISIT), 1971. (Cité en page 78.)
- [Van Der Meulen 1971b] Edward C. Van Der Meulen. *Three Terminal Communication Channels*. Advances Appl. Probability, vol. 3, no. 1, pages 120–154, 1971. (Cité en pages 15 et 58.)
- [Vishwanath 2005] S. Vishwanath, S. Jafar et S. Sandhu. *Half-duplex Relays : Cooperative Communication Strategies And Outer Bounds*. In Proc. IEEE. Int. Conf. Wireless Commun. and Mobile Computing (IWCMC), volume 2, pages 1455–1459, 2005. (Cité en page 60.)
- [Wang 1995] Hong Shen Wang et N. Moayeri. *Finite-state Markov Channel-a Useful Model For Radio Communication channels*. IEEE Trans. Veh. Technol., vol. 44, no. 1, pages 163–171, 1995. (Cité en page 117.)
- [Wang 2003] Zhengdao Wang et G.B. Giannakis. *A Simple And General Parameterization Quantifying Performance In fading Channels*. IEEE Trans. Commun., vol. 51, no. 8, pages 1389–1398, 2003. (Cité en pages 28, 29, 34, 36, 41 et 54.)
- [Wang 2005] B. Wang, J. Zhang et A. Host-Madsen. *On The Capacity Of mimo Relay Channels*. IEEE Trans. Inf. Theory, vol. 51, no. 1, pages 29–43, 2005. (Cité en page 59.)
- [Willems 1982] F. Willems. *The Feedback Capacity Region Of A Class Of Discrete Memoryless multiple Access Channels (corresp.)*. IEEE Trans. Inf. Theory, vol. 28, no. 1, pages 93–95, 1982. (Cité en page 78.)
- [Willems 1983] F. Willems. *The Discrete Memoryless Multiple Access Channel With Partially cooperating Encoders (corresp.)*. IEEE Trans. Inf. Theory, vol. 29, no. 3, pages 441–445, 1983. (Cité en page 78.)
- [Willems 1985] F. Willems et E. van der Meulen. *The Discrete Memoryless Multiple-access Channel With Cribbing Encoders*. IEEE Trans. Inf. Theory, vol. 31, no. 3, pages 313–327, 1985. (Cité en page 78.)
- [Woldegebreal 2008] D. H. Woldegebreal, S. Valentin et H. Karl. *Incremental Network Coding In Cooperative Transmission wireless Networks*. In Proc. IEEE. Vehicular Technology Conf. (VTC), pages 1–5, 2008. (Cité en page 80.)
- [WSN 2012] *WSNet : An Event-driven Simulator For Large Scale Wireless Sensor networks*. <http://wsnet.gforge.inria.fr/>, 2012. (Cité en page 146.)
- [Wu 2009] Suwen Wu, Jinkang Zhu et Ming Zhao. *A Novel Network-coding-based Coded Cooperation Scheme*. In Proc. IEEE Wireless Commun. Networking Conf. (WCNC), pages 1–6, 2009. (Cité en page 80.)
- [Wyner 1976] A.D. Wyner et J. Ziv. *The Rate-distortion Function For Source Coding With Side Information At The Receiver*. IEEE Trans. Inf. Theory, vol. 22, no. 1, pages 1–10, 1976. (Cité en page 18.)

- [Xi 2010a] Yong Xi, Shaoyang Liu, Shengchun Huang, A. Burr et D. Grace. *Performance Analysis And Optimum Power Allocation For Packet Decode-and-forward cooperative Relaying System*. In Proc. IEEE. Vehicular Technology Conf. (VTC), pages 1–5, 2010. (Cité en pages 28, 29, 44 et 45.)
- [Xi 2010b] Yong Xi, Shaoyang Liu, Jibo Wei, Alistair Burr et David Grace. *Asymptotic Performance Analysis Of Packet Cooperative Relaying System over Quasi-Static Fading Channel*. In Proc. IEEE Int. Symp. Personal Indoor Mobile Radio Commun. (PIMRC), pages 1–5, 2010. (Cité en page 28.)
- [Xi 2011] Yong Xi, A. Burr, Jibo Wei et D. Grace. *A General Upper Bound To Evaluate Packet Error Rate Over Quasi-static fading Channels*. IEEE Trans. Wireless Commun., vol. 10, no. 5, pages 1373–1377, 2011. (Cité en pages 28, 34, 38, 39, 54 et 55.)
- [Xiao 2007] Lei Xiao, T. E. Fuja, J. Kliewer et D. J. Costello. *A Network Coding Approach To Cooperative Diversity*. IEEE Trans. Inf. Theory, vol. 53, no. 10, pages 3714–3722, 2007. (Cité en pages 80, 81, 82, 99, 102, 108 et 112.)
- [Xie 2004] Liang-Liang Xie et P.R. Kumar. *A Network Information Theory For Wireless Communication : Scaling laws And Optimal Operation*. IEEE Trans. Inf. Theory, vol. 50, no. 5, pages 748–767, 2004. (Cité en page 59.)
- [Xu 2010] Xiaoyan Xu, M. F. Flanagan, N. Goertz et J. Thompson. *Joint Channel And Network Coding For Cooperative Diversity in A Shared-relay Environment*. IEEE Trans. Wireless Commun., vol. 9, no. 8, pages 2420–2423, 2010. (Cité en page 58.)
- [Yang 2010] Changqing Yang, Wenbo Wang, Shuang Zhao et Mugen Peng. *Performance Of Decode-and-forward Opportunistic Cooperation With Channel Estimation Errors*. In Proc. IEEE Int. Symp. Personal Indoor Mobile Radio Commun. (PIMRC), pages 1967–1971, 2010. (Cité en page 58.)
- [Yazdandoost 2009] K. Y. Yazdandoost et K Sayrafian-Pour. *Channel Model For Body Area Networks (BAN)*. <http://math.nist.gov/mcsd/savg/papers/15-08-0780-09-0006-tg6-channel-model.pdf>, 2009. (Cité en pages 30, 32, 116 et 118.)
- [Yeung 2008] R. W. Yeung. *Information theory and network coding*. Springer, 2008. (Cité en page 154.)
- [Yu 2007] Meng Yu, Jing Li et R. S. Blum. *User Cooperation Through Network Coding*. In Proc. IEEE Int. Conf. Commun. (ICC), pages 4064–4069, 2007. (Cité en page 80.)
- [Zahedi 2005] S Zahedi. *On Reliable Communication Over Relay Channels*. PhD thesis, 2005. (Cité en pages 15, 18, 62 et 65.)
- [Zhang 2009] Jian Zhang, D. B. Smith, L. W. Hanlen, D. Miniutti, D. Rodda et B. Gilbert. *Stability Of Narrowband Dynamic Body Area Channel*. IEEE Antennas Wireless Propag. Lett., vol. 8, pages 53–56, 2009. (Cité en page 117.)
- [Zhen 2010] Bin Zhen, Minseok Kim, J.-I. Takada et R. Kohno. *Finite-state Markov Model For On-body Channels With Human Movements*. In Proc. IEEE Int. Conf. Commun. (ICC), pages 1–5, 2010. (Cité en page 117.)

Résumé :

Cette thèse a pour but d'évaluer la performance théorique des approches coopératives pour la fiabilisation des transmissions dans les réseaux autour du corps humain. Ces réseaux sont formés d'un nombre limité de capteurs communicants disposés sur et dans le corps. Les techniques de coopération dans les réseaux de cette taille sont extrêmement dépendantes de l'information disponible quant à la qualité des canaux de communication au moment de la transmission. Sous une hypothèse de connaissance de la valeur moyenne à moyen et long terme de l'affaiblissement de ces canaux, nous dérivons une approximation du taux d'erreur paquet de bout en bout pour des techniques de relaying. Nous présentons également, pour certains de ces modèles, une allocation de puissance asymptotiquement optimale, fournissant néanmoins un gain en performance sur une large plage de puissances d'émission. En supposant ensuite que les noeuds ont une connaissance parfaite de l'état du réseau, nous étudions la capacité de Shannon sur des canaux à relais et des canaux comprenant deux émetteurs coopérant entre eux. Pour ces deux modèles, nous montrons que lorsque l'on cherche à optimiser la répartition de la puissance totale disponible à l'émission, l'étude se réduit à celle d'un modèle de canal équivalent, simplifiant grandement l'analyse de la région de capacité. Nous dérivons ensuite l'allocation de ressources optimale ou de bonnes approximations pour des protocoles de coopération adaptés à ces deux modèles. Nous présentons enfin une plate-forme de mesures pour les réseaux autour du corps humain nous permettant de relever de manière quasi-simultanée l'intégralité des affaiblissements des liens entre les noeuds du réseau. Cette plate-forme nous permet de traiter de la stabilité de la qualité des liens et de la validité de l'hypothèse de réciprocité de chaque lien. De plus, nous évaluons aussi la corrélation spatiale de l'affaiblissement des liens, et nous montrons en particulier que celle-ci varie fortement au cours du mouvement, mais de manière suffisamment lente pour être estimée au fil de l'eau.

Mots clés : théorie de l'information dans les réseaux, taux d'erreur paquet, canaux à évanouissements, canaux à relais, canaux à accès multiples coopératifs, mesures de canal, réseaux autour du corps humain
