



**HAL**  
open science

# Tomographie acoustique océanique en guide d'onde: de l'utilisation des temps à celle des angles. Guided Waves Ocean Acoustic Tomography: From Travel-time (TT) to Angles (DOA- DOD)

Florian Aulanier

## ► To cite this version:

Florian Aulanier. Tomographie acoustique océanique en guide d'onde: de l'utilisation des temps à celle des angles. Guided Waves Ocean Acoustic Tomography: From Travel-time (TT) to Angles (DOA-DOD). Traitement du signal et de l'image [eess.SP]. Université de Grenoble, 2013. Français. NNT : . tel-00934791v1

**HAL Id: tel-00934791**

**<https://theses.hal.science/tel-00934791v1>**

Submitted on 22 Jan 2014 (v1), last revised 17 Mar 2015 (v2)

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

## THÈSE

pour obtenir le grade de

## DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ DE GRENOBLE

Spécialité : **Océan, Atmosphère, Hydrologie.**

Arrêté ministériel : 7 août 2006

Présentée par

**Florian AULANIER**

Thèse dirigée par **Jérôme MARS**,

co-dirigée par **Barbara NICOLAS**,

et par **Philippe ROUX**,

préparée au sein du laboratoire

**Grenoble, Image, Parole, Signal, Automatique, (GIPSA-lab)**

dans l'école doctorale **Terre, Univers, Environnement (TUE)**

## Tomographie acoustique océanique en guide d'onde : de l'utilisation des temps à celle des angles.

Thèse soutenue publiquement le **9 décembre 2013**,

devant le jury composé de :

**M. Jean-Pierre SESSAREGO**

LMA, Centrale Marseille, Président du jury.

**Mme. Claire PRADA**

Institut Langevin, CNRS, Rapporteur.

**M. Xavier LURTON**

Service Acoustique Sous-marine, Ifremer, Rapporteur.

**M. Dominique FATTACCIOLI**

SDT/SCN/LSM, DGA Techniques navales, Examineur.

**M. Laurent GUILLON**

IRENav, Ecole Navale, Examineur.

**M. Jérôme I. MARS**

GIPSA-lab, Grenoble INP, Directeur de thèse.

**Mme. Barbara NICOLAS**

GIPSA-lab, CNRS, Co-directrice de thèse.

**M. Philippe ROUX**

ISTerre, CNRS, Co-directeur de thèse.





UNIVERSITÉ DE GRENOBLE  
ÉCOLE DOCTORALE TUE  
Terre, Univers, Environnement

**T H È S E**

pour obtenir le titre de

**docteur en sciences**

de l'Université de Grenoble

**Mention : SPÉCIALITÉ**

Présentée et soutenue par

Florian AULANIER

**Tomographie acoustique océanique en guide d'onde :  
de l'utilisation des temps à celle des angles.**

Thèse dirigée par Jérôme MARS,  
co-dirigée par Barbara NICOLAS,  
et par Philippe ROUX,

préparée au laboratoire Grenoble Image Parole Signal Automatique  
(GIPSA-lab)

soutenue le 9 décembre 2013

**Jury :**

<i>Président :</i>	M. Jean-Pierre SESSAREGO	- LMA, Centrale Marseille.
<i>Rapporteurs :</i>	Mme. Claire PRADA	- Institut Langevin, CNRS.
	M. Xavier LURTON	- Service Acoustique Sous-marine, Ifremer.
<i>Examinateur :</i>	M. Dominique FATTACCIOLI	- SDT/SCN/LSM, DGA Techniques navales.
	M. Laurent GUILLON	- IRENav, Ecole Navale.
<i>Directeur :</i>	M. Jérôme I. MARS	- GIPSA-lab, Grenoble INP.
<i>Co-directrice :</i>	Mme. Barbara NICOLAS	- GIPSA-lab, CNRS.
<i>Co-directeur :</i>	M. Philippe ROUX	- ISTerre, CNRS.



# Remerciements

C'est avec la peur et la certitude que cette page ne représentera pas un milliardième de la gratitude que je ressens à l'égard des personnes qui m'ont permis de finaliser ma thèse de doctorat, que je me lance dans l'écriture de mes remerciements de thèse. Par avance à toutes celles et tous ceux que je vais oublier, merci !

Pour commencer, je voudrais remercier Claire Prada, Xavier Lurton, Laurent Guillon, Dominique Fattaccioli, et Jean Pierre Sessarego d'avoir accepté d'évaluer mes travaux. Leurs rapports, commentaires, questions, corrections, m'ont permis de voir mes travaux sous d'autres perspectives. C'est sans aucun doute que ces retours me seront d'une grande utilité pour la suite.

Ma gratitude se tourne ensuite vers mes directeurs de thèses : Jérôme Igor Mars, Barbara Nicolas et Philippe Roux. Quand on a commencé à parler de ce projet de thèse il ya quatre ans maintenant, je n'aurai jamais parié sur la manière dont il s'est déroulé : les planning bancals, les oublis d'ordinateurs dans les trains, les voix cassés par les cris autour des terrains de rugby, les overdoses de sirop pour la toux, les pannes de trains, les correspondances loupées, et les nuits sur les parterres d'aéroports, les fautes d'étourderies, etc... Malgré ces péripéties, j'ai eu la chance de bénéficier de votre patience, vos conseils, votre disponibilité, votre optimisme et surtout de votre soutien indéfectible. Je vous en suis profondément reconnaissant aussi bien professionnellement que personnellement.

Merci aux collègues du Gipsa lab et ISTerre pour ces trois années remplies de discussions passionnantes et collaborations scientifiques, entraide, conseils, pauses café et repas ; et en particulier merci à : TKB, PN Josso pour l'accueil en terre Grenobloise ; I-Zenberg, pour tous ses conseils techniques de geek, sa présence sans faille et pour ne pas m'en vouloir de m'être assis sur sa carte militaire ; "Letouzeg!", pour avoir été le saoumfa qui m'a apporté la lumière, le rebond dans la poudre et bien plus ; David S., pour les explications en géométrie algorithmique, les petits bœufs de guitare et tout le reste ; Benj, pour m'avoir fait découvrir Dr Lektrolov, la bière et les frites sans être belge ! ; Cyrille Siclet, pour les magnifiques feux d'artifices et sa motivation pour la course à pied ; Farouk Mansouri, pour avoir apporté sa sagesse d'Algérie ; Saman Noorzadeh, pour avoir ajouté de la douceur au bureau D1201 ; François Cayre et ses compères pour le meilleur gueuleton de ma vie, et pour m'avoir montré comment fumer un café ; Delphine Mathias, pour les discussions et les pauses repas-footing ; Gnouregma Bazile Kinda, mon frère de doutes Burkina-brestois pour les serrages de coudes ; Christian Marandet, pour ses conseils ; Rodrigo Cabral-Faras, pour les discussions théoriques ; Zhong-Yang Li, pour les saveurs orientales ; Laurent Ross, pour les longs échanges du midi ; Raluca Vlad, pour sa sympathie et ses encouragements dans la dernière ligne droite ; Cédric Grevaise, pour les discussions océano-rugbyistiques et son aide précieuse ; Florian Dadouchi, pour sa nonchalance et ses cheveux ; Ladan Amini, pour sa constante bonne humeur ; Olivier Le Bot, pour avoir partagé avec passion ses sujets de recherches ; Romain Brossier et François, pour les collaborations intéressantes et les prises de recul ; Long-Yu Jiang, Lénaïc, pour la

collaboration ; Julien Huillery et Bastien Lyonnet pour le partage agréable du bureau D1201 ; Audrey Acher, pour son aide au CDL ; aux services administratifs et en particulier à Lucia Bouffard-Tocat, pour tous les services rendus et à Christine Bigot pour les services et son aimable soutien ; et au service info.

Un grand merci à Théo Masson, Marine Camps, Hugues Pommeret, pour l'aide précieuse qu'ils ont apportée lors de leurs stages.

Merci à Yann Le Gall et Frédéric Sturm pour avoir égaillé les séjours en conférences.

Thanks to Bruce Cornuelle and Jit Sarkar for having welcomed me at Scripps and shared their PE code.

J'exprime toute ma reconnaissance à Richard Van Hoof, Jean-Noël Druon et Alexander Gershunov, sans qui je ne me serais certainement jamais lancé dans une thèse.

Un merci musical à Wasp, Gaelou, Emma, JC, Jim, le roi singe et ses incroyables aisselles ; aux zombies de l'ADZ : Laurent AKA Kob, Ikram, Alain et Dada ; et à Louis et Colin, pour les boeufs d'enfer !

Mes remerciements sportifs à tout le GUC rugby.

Merci aux colocataires : Marine, Jim, David, Lorianne, Laurène, pour la cohabitation plaisante et leur patience dans les moments les plus désorganisés. Aymeric, Jean-Fred, Gaelle, Sylvain, Bruno merci pour les parties de pétanques.

Merci à Svetlana et Van, pour les parties de fléchettes.

Many thanks to the polish crew : Janek, Ola, Jed and Zosia, for all the nice moments.

Toute ma reconnaissance à Claire et Emma, pour les discussions philosophiques et leur soutien moral sans faille.

Merci à Ju, Claire, Gaspar, Emma, Gaël et Vanessa, pour l'accueil chaleureux, les bons moments, les prises de recul et leur soutien.

Merci aux amis du sud et en particulier à Jonat, Christo, Rémi, Auré, Mika et Doumé.

Special thanks to Petra, for all the good moments, and her presence in the difficult ones.

Merci énormément à Manu, Laurence, Marine, Lucile et Lison pour leur présence, leur support, les randos et les repas fabuleux.

Et enfin, merci infiniment à tous les membres de la famille Aulanier qui m'ont aidé de leur présence, soutient et conseils.

Les parents, la Fée et Fanoch, merci pour tout.

# Table des matières

<b>Table des sigles et des acronymes</b>	<b>xiii</b>
<b>Introduction</b>	<b>1</b>
<b>1 La tomographie acoustique océanique</b>	<b>9</b>
1.1 Introduction . . . . .	11
1.2 La propagation acoustique dans un guide d'onde océanique . . . . .	11
1.3 La mesure et le signal en tomographie acoustique océanique . . . . .	28
1.4 Résolution du problème inverse . . . . .	44
1.5 Conclusion . . . . .	51
<b>2 Le problème direct : Les noyaux de sensibilité temps - angles</b>	<b>53</b>
2.1 Introduction . . . . .	54
2.2 Présentation du cas d'étude . . . . .	55
2.3 Théorie des noyaux de sensibilité temps-angles . . . . .	56
2.4 Étude des noyaux de sensibilité temps-angles . . . . .	64
2.5 Étude du problème direct . . . . .	81
2.6 Une approche vectorielle du noyau de sensibilité des angles . . . . .	93
2.7 Conclusion . . . . .	97
<b>3 Le problème inverse</b>	<b>99</b>
3.1 Introduction . . . . .	100
3.2 Le problème inverse temps-angles : simulations numériques . . . . .	100
3.3 Traitement de données expérimentales petite-échelle . . . . .	126
3.4 Conclusion . . . . .	150



Conclusion	153
Bibliographie	165

# Table des figures

1	Principe de la tomographie. . . . .	2
1.1	Chaîne de propagation et de traitement des ondes acoustique en tomographie acoustiques océanique. . . . .	11
1.2	Représentation du contexte océanique pour la propagation acoustique. . . . .	13
1.3	Construction géométrique de Descartes pour la réfraction et la réflexion entre un milieu de vitesse $c_1$ et un milieu de vitesse $c_2 > c_1$ . . . . .	14
1.4	Réflexion et transmission au niveau de l'interface eau-fond, vers un fond dans lequel la vitesse du son est plus importante que dans l'eau. . . . .	21
1.5	Coefficients de transmission et de réflexion d'une onde sonore en fonction de l'angle de rasance. . . . .	23
1.6	Tracé de rayons dans le cas d'un profil de Munk, réalisé avec le programme cTraceo développé au SiPLAB, Université d'Algarve. . . . .	25
1.7	Exemple de guide d'onde de Pekeris. . . . .	26
1.8	Représentation (a) temporelle, (b) fréquentielle du signal émis (bleu) et du signal analytique associé (rouge). Il correspond à celui utilisé lors des expériences en laboratoire à échelle réduite. La fréquence centrale est de 1.7 MHz et la largeur de bande de 1.4 MHz, ce qui équivaut à un signal de 1.7 kHz de fréquence centrale et 1.4 kHz de largeur de bande à échelle réelle. . . . .	30
1.9	Représentation temporelle et fréquentielle du signal reçu par un récepteur placé à 1.8 cm de profondeur, après que le signal de la figure 1.8 ait été émis par une source située à 1.8 mm de profondeur et propagé dans un guide d'onde de 5.6 cm de profondeur et de 1.1264 m de long. . . . .	31
1.10	Systèmes d'acquisition acoustiques point-à-point (a), point-antenne (b) et antenne-antenne (c); et leur couverture acoustique associée. Les points rouges, sont des hydrophones et les lignes bleues, des trajets acoustiques (0 à 4 réflexions). 32	
1.11	Séries temporelles des signaux acoustiques enregistrés dans les configuration (b) et (c) de la figure 1.10. . . . .	33
1.12	Représentation temporelle et fréquentielle du signal démodulé de l'enregistrement acoustique présenté par la figure 1.9. . . . .	36

1.13	Trace d'une arrivée acoustique sur un enregistrement effectué par une antenne de capteurs (Attention : l'onde se propage de gauche à droite et l'axe des temps est orienté vers la gauche). . . . .	38
1.14	La figure de gauche représente une onde acoustique plane arrivant avec un angle $\theta$ sur un capteur vectoriel. La figure de droite montre la trace de cette arrivée sur l'enregistrement effectué par le capteur vectoriel. $\theta$ indique la direction de polarisation visible sur l'enregistrement qui correspond à la direction d'arrivée de l'onde acoustique. . . . .	39
1.15	Résultat de traitement d'antenne par simple formation de voies (a), double formation de voies (b), d'un signal reçu par une antenne, resp. émis et reçu par une double antenne, après propagation du son dans un guide d'onde de 5.6 cm de profondeur et de 1.1264 m de long. . . . .	42
2.1	Configuration du guide d'onde et du système d'acquisition double antenne. La référence à ce cas d'étude sera faite sous l'appellation « cas test ». . . . .	55
2.2	Module de la fonction de Green représentée à la fréquence $f_c = 2.5$ kHz, entre une source située à 30 m et tous les points d'un guide d'onde de Pekeris dans le cas de référence (a), et perturbé (b), par une hétérogénéité de vitesse 0.3 m/s, de 100 m de long et 10 m de profondeur, située à 450 m de distance de la source et 20 m de profondeur (dans le cadre blanc). . . . .	58
2.3	Influence d'une perturbation de vitesse de 1 m/s et de 1 m <sup>3</sup> , placée à 198 m de distance de la source et 15.5 m de profondeur, sur un signal émis par une source ponctuelle et reçu en un point de l'espace. . . . .	59
2.4	Influence d'une perturbation de vitesse de 1 m/s et 1 m <sup>3</sup> , placée à 198 m de distance de la source et 15.5 m de profondeur, sur une coupe à temps constant du signal $s(t, z_r, z_e)$ au temps de l'arrivée acoustique du trajet direct, en eau libre. L'enregistrement est effectué dans le « cas test » en utilisant les 97 capteurs. . . . .	60
2.5	Influence d'une perturbation de vitesse de 1 m/s et 1 m <sup>3</sup> , placée à 198 m de distance de la source et 15.5 m de profondeur, sur une coupe à temps constant du signal $s(t, \theta_r, \theta_e)$ au temps de l'arrivée acoustique du trajet direct, en eau libre. L'enregistrement est effectué dans le « cas test » en utilisant les 97 capteurs. . . . .	62
2.6	Noyaux de sensibilité temps-angles associés au trajet direct. Les sous-antennes utilisées comportent 41 capteurs espacés de 0.5 m, soit 20 m d'envergure (points magenta). . . . .	66
2.7	Tracé géométrique des trajets acoustiques : direct (bleu), de l'onde diffractée en M1 (vert), de l'onde diffractée en M2 (rouge) et de l'onde diffractée en M3 (noir). . . . .	67

2.8	Noyaux de sensibilité temps-angles associés au trajet avec 2 réflexions sur la surface et 2 réflexions sur le fond. Les sous-antennes utilisées comportent 41 capteurs espacés de 0.5 m, soit 20 m d'envergure (points magenta). . . . .	69
2.9	Forme de l'arrivée acoustique et couplage des NSTA. . . . .	71
2.10	Lien entre la fréquence centrale et le rayon des zones de Fresnel. . . . .	72
2.11	Lien entre la largeur de bande et le nombre de zones de Fresnel sensibles . . . .	73
2.12	Illustration du phénomène de repliement dans le domaine spatial. . . . .	74
2.13	Influence de la taille de l'antenne sur la forme des NSTP pour l'arrivée acoustique avec deux réflexions sur la surface et deux réflexions sur le fond. . . . .	77
2.14	Schéma de l'application du théorème des images pour l'étude du NSDA correspondant au trajet avec une réflexion sur la surface (ligne noire pointillée). On s'intéresse en particulier à l'étude du champ diffracté par le point diffractant $M_0$ . On ne représente ici qu'une réflexion sur la surface (indices -1) et une réflexion sur le fond (indice 1). . . . .	78
2.15	Composantes du NSDA pour le trajet acoustique avec une réflexion sur la surface. On considère seulement les interférences entre les trois premières arrivées acoustiques (trajet direct, réflexion sur la surface et réflexion sur le fond). . . .	79
2.16	Diagramme bloc du schéma de validation des noyaux de sensibilité temps-angles.	82
2.17	Trajets acoustiques (lignes noires) utilisés pour la validation des NSTA. Les points rouges représentent les centres des sous-antennes utilisées. Les différentes perturbations de vitesse sont représentées par les cercles bleus. La forme de la perturbation est indiquée par l'intensité de la couleur bleue uniquement pour la perturbation E, les autres étant les mêmes. . . . .	83
2.18	Comparaison entre les variations de TP, DA et DD calculées à l'aide des NSTA et celle mesurées sur les simulations PE. Les 25 arrivées acoustiques sont organisées de la manière suivante : en premier les couples correspondants à toutes les sous-antennes d'émission et la première antenne de réception, puis tous les couples pour la deuxième sous-antenne de réception etc... Les arrivées 1 à 25 correspondent à la perturbation E, 26 à 50 à la perturbation F, 51 à 75 à la perturbation R et 76 à 100 à la perturbation S. . . . .	83
2.19	Influence de la quantification sur la mesure du maximum. Zoom sur le maximum d'une coupe angulaire du lobe principal d'une arrivée acoustique avec une grande antenne (courbe rouge) et un petite antenne (courbe bleu). . . . .	86
2.20	Perturbations de la distribution de vitesse du son utilisées pour l'étude de l'influence de la position de la perturbation dans le guide d'onde. . . . .	87

2.21	Forme de la perturbation de vitesse pour des valeurs maximales comprises entre 0.01 m/s et 20 m/s. . . . .	88
2.22	Comportement de rayons choisis en fonction des valeurs maximales de la perturbation de la distribution de vitesse du son. Les courbes bleues représentent les variations d'observables mesurées sur les simulations PE et les courbes noires les régressions linéaires faites sur les $\delta c < 1$ . . . . .	89
2.23	Signaux 3D reçu après propagation dans un guide d'onde de Pekeris, et après traitement par double formation de voies et intégration suivant la dimension des angles d'émission. Un zoom sur les arrivées 3 et 4 est représenté dans le cadre blanc à droite des figures. . . . .	90
2.24	Graphiques de l'étude sur la taille de la perturbation. . . . .	91
2.25	Exemple de perturbations multiples de signe opposé (+/- 0.3 m/s) dans un guide d'onde de Pekeris. . . . .	92
2.26	Schéma de propagation acoustique entre une source $E$ et un récepteur $R$ de manière directe dans l'état de référence ( $ER$ ), où par l'intermédiaire d'une perturbation de vitesse placée en un point $M$ du milieu de propagation. $\mathbf{u}_0$ est le vecteur unitaire dans la direction et le sens de l'onde de référence. $\mathbf{u}_0^\perp$ est un vecteur du plan de propagation orthogonal à $\mathbf{u}_0$ . . . . .	93
2.27	Comparaison entre NSDA calculés avec l'approche « vectorielle » (a et b) et avec l'approche « signal » (c). . . . .	96
3.1	Décomposition en valeurs singulières des matrices de Fréchet composées des noyaux d'une (a) et de plusieurs observables (b). . . . .	103
3.2	Corrélation des variations de vitesse du son intrinsèque au modèle des NSTA. . . . .	104
3.3	Corrélation entre les variations de TP, DA et DD de 2200 trajets acoustiques ( $10 \times 10$ paires de sous-antennes, trajets avec 2 à 12 réflexions aux interfaces). . . . .	106
3.4	Résultats de l'inversion par SVD utilisant les variations des TP, DA et DD des trajets avec 2 à 12 réflexions aux interfaces. . . . .	109
3.5	Indicateurs de qualité de l'estimation en fonction du nombre de valeurs singulières retenues pour l'inversion. . . . .	110
3.6	<i>A priori</i> sur les erreurs de mesure et de modèle physique. Les figures 3.6a, 3.6c et 3.6d montrent : à gauche, les erreurs normalisées en fonction des angles de réception ; à droite, les distributions de ces erreurs, avec en rouge, une approximation gaussienne de ces distributions. La figure 3.6b représente une estimation de la matrice de covariance des erreurs $\mathbf{C}_d$ . . . . .	114

3.7	<i>A priori</i> sur les paramètres du modèle dans le cas de longueur de corrélation $\lambda_x = 20$ m et profondeur de corrélation $\lambda_z = 5$ m. . . . .	116
3.8	Exemple du test du damier réalisé avec les NSTA de 2200 trajets acoustiques pour $\lambda_x = 20$ m et $\lambda_z = 5$ m. . . . .	118
3.9	Courbe en L. . . . .	119
3.10	Résultats d'inversion pour 550 trajets acoustiques : $5 \times 5$ sous-antennes pour 22 arrivées acoustiques (2 à 12 réflexions) avec $\lambda_r = 20$ m, $\lambda_z = 5$ m et $\lambda = 10^2$ . . . . .	121
3.11	Dispositifs d'expérimentation en mer. . . . .	122
3.12	Indicateurs de qualité de l'estimation en fonction de la valeur de la perturbation. Les résultats des inversions utilisant les arrivées acoustiques avec 2 à 12 réflexions sont en rouge et 7 à 12 réflexions en bleu. Sur la figure 3.12a, la ligne en pointillés représente la valeur réelle de la perturbation. . . . .	124
3.13	Comparaison des résultats d'inversion d'une perturbation de vitesse de 10 m/s avec et sans les premières arrivées acoustiques (celles avec 2 à 6 réflexions). $10 \times 10$ paires de sous-antennes ont été utilisées, et les paramètres d'inversion sont : $\lambda = 10^2$ , $\lambda_r = 20$ m et $\lambda_z = 5$ m. . . . .	125
3.14	Dispositif d'expérimentation de l'Institut des Sciences de la Terre (ISTerre), Grenoble. . . . .	127
3.15	Modélisation petite échelle d'une source d'eau chaude. . . . .	128
3.16	Données brutes. . . . .	130
3.17	Effet de la chauffe sur les observables de 4 trajets acoustiques qui échantillonnent spatialement le guide d'onde. . . . .	131
3.18	Effet des chauffes de différentes puissances sur les observables d'un trajet à 5 réflexions. . . . .	132
3.19	Vérification croisée des données acoustiques et de thermocouple. . . . .	134
3.20	Noyaux de sensibilité correspondant au trajet avec 2 réflexions sur le fond et une réflexion à la surface calculés pour le guide d'onde expérimental de la cuve et pour des sous-antennes de 19.5 mm. . . . .	135
3.21	Les figures 3.21a, 3.21b et 3.21c, montrent respectivement les distributions des erreurs de mesures des DA, DD et TP en fonction de l'angle de réception des ondes acoustiques (cadre de gauche) et les distributions totales (cadre de droite) approximées par une gaussienne (courbe rouge). La figure 3.21d montre l'estimation expérimentale de la matrice de covariance des erreurs de mesure ( $\mathbf{C}_{d1}$ ). Ces résultats ont été obtenus à l'aide des 5 premières secondes d'enregistrement (50 acquisitions). . . . .	137

3.22	Information <i>a priori</i> sur la localisation des perturbations de vitesse induites par la chauffe. La ligne continue bleue, indique la variance des perturbations de vitesse attendues en fonction de la distance à la source. Le triangle magenta indique la position de la résistance de chauffage. . . . .	139
3.23	Résultats de l'inversion des DA-DD (colonne de gauche), TP (colonne centrale) et TP-DA-DD (colonne de droite) des trajets acoustiques avec 2 à 8 réflexions aux interfaces, pour différents instants de l'expérience de chauffage à 20 V. . . .	141
3.24	Comparaison de mesures de thermométrie acoustique 3.24a et d'ombroscopie 3.24b pour l'imagerie d'un panache de convection thermique. . . . .	142
3.25	Comparaison de l'évolution des profils célérimétriques et thermiques de la colonne d'eau, respectivement mesurés acoustiquement avec les DA et DD et avec les thermocouples, pour différentes puissances de chauffage. . . . .	144
3.26	Corrélation entre la perturbation de vitesse du son de 1 m/s dans le cadre noir, et les perturbations de vitesse des autres points du milieu, dans le cas de la matrice de Fréchet construite à partir des NSTA de 13 couples de sous-antennes et 14 trajets acoustiques (trajets avec 2 à 8 réflexions). . . . .	145
3.27	Comparaison des résultats d'inversion sans et avec itérations pour l'acquisition à $t_{exp} = 25.1$ s de l'expérience de chauffage à 20 V. . . . .	146
3.28	Directivité azimutale des antennes. . . . .	148
3.29	Coupes des NSTP correspondant à celles explicitées sur la figure 3.29a. Les barrettes échographiques sont représentées en rose et la projection des limites latérales de la zone inter-capteurs est représentée par les lignes pointillées blanches. . . . .	149

# Liste des tableaux

2.1	Erreur normalisée (Eq. 2.39) pour 550 trajets acoustiques pour chaque observable et chaque taille d'antenne. . . . .	86
2.2	Erreur normalisée (Eq. 2.39) pour les observables de 550 trajets acoustiques et les positions des perturbations présentées sur la figure 2.20. . . . .	87





# Table des sigles et acronymes

## Acronymes

<b>TAO</b>	Tomographie Acoustique Océanique
<b>TAO-TA</b>	Tomographie Acoustique Océanique Temps-Angles
<b>TP</b>	Temps de Propagation
<b>DA</b>	Direction d'Arrivée
<b>DD</b>	Direction de Départ
<b>NSTA</b>	Noyau de Sensibilité Temps-Angles
<b>NSTP</b>	Noyau de Sensibilité des Temps de Propagation
<b>NSDA</b>	Noyau de Sensibilité des Directions d'Arrivée
<b>NSDA</b>	Noyau de Sensibilité des Directions de Départ
<b>DFV</b>	Double Formation de Voies
<b>PE</b>	<i>Parabolic Equations</i> pour Équations Paraboliques en français.
<b>MAP</b>	<i>Maximum A Posteriori</i>
<b>SVD</b>	<i>Singular Value Decomposition</i> pour Décomposition en Valeurs Singulières en français.



# Introduction

Au cœur d'enjeux écologiques, économiques, stratégiques et militaires cruciaux, les océans nourrissent, passionnent, inspirent les peuples et leurs artistes, questionnent leurs scientifiques et lancent des défis à leurs ingénieurs. Les océans capitalisent ainsi un patrimoine biologique, social, économique et culturel tout simplement gigantesque.

Cependant, les océans restent des zones très méconnues relativement aux étendues terrestres. Les vagues, la corrosion, l'absence d'oxygène respirable par l'homme, les pressions extrêmes, et l'opacité de l'eau aux ondes lumineuses et électromagnétiques en général, font des mers un milieu hostile, difficile d'accès et avare en information. . .

C'est dans ce contexte que les ondes acoustiques revêtent une importance particulière. En effet, elles possèdent la particularité de se propager sur de grandes distances sous l'eau, contrairement aux ondes électromagnétiques. En outre, la physique de la propagation acoustique est dépendante de certaines caractéristiques du milieu marin.

L'étude de l'acoustique sous-marine semble remonter à des temps très anciens. Les écrits de Léonard de Vinci de la fin du XV<sup>e</sup> siècle relatent déjà l'utilisation des ondes acoustiques pour écouter les bateaux [Lurton 1998], et il paraîtrait même qu'un vieux proverbe phénicien disait : « En trempant un bambou dans l'eau, on peut entendre les bateaux qu'on ne voit pas. ». La première étude scientifique en acoustique sous-marine est à ma connaissance l'expérience de Colladon et Sturm, qui mesurèrent pour la première fois la vitesse du son dans l'eau du lac Léman en 1826. Les intérêts stratégiques du contrôle des mers motivant les troupes, deux guerres mondiales plus tard, l'état des connaissances sur la propagation des ondes acoustiques en milieu marin a fait un bond en avant, et l'utilisation du sonar et des hydrophones est monnaie courante. Et c'est en 1979, que Walter Munk et Carl Wunsch eurent l'idée d'utiliser les ondes acoustiques pour mesurer les caractéristiques physiques de l'eau de mer à distance [Munk 1979]. Cette expérience peut être considérée comme la première expérience de tomographie acoustique océanique (TAO).

Avant de nous plonger plus profondément dans le sujet, posons la question de ce qu'est un problème de tomographie.

## Définition et grands principes de la tomographie

### **Définition 0.1** (Tomographie)

*Formé de tomo-, du grec ancien τέμνειν (temnein) « couper » et -graphie, en latin -graphia, du grec ancien -γραφία (-graphia), issu de γράφειν (graphein) « écrire », la tomographie désigne une technique d'imagerie qui permet de reconstruire le volume d'un objet à partir d'une série de mesures effectuées par tranche depuis l'extérieur de cet objet.*

*En particulier, cette méthodologie est utilisée en imagerie médicale, en astrophysique, en op-*

tique, en sciences des matériaux, en géophysique, ou encore en océanographie.  
(sources : Larousse, Wikipédia)

La tomographie est donc une méthode très générale, pouvant utilisée dans plusieurs domaines d'application. Les composantes communes à tout problème de tomographie, illustrées par la figure 1, sont :

- **l'objet d'étude** : os, tissus humains, étoiles, couches sédimentaires, masses d'eau, ... ;
- **le phénomène physique** qui interagit avec l'objet et qui sert de vecteur d'information sur les propriétés de l'objet : ondes électromagnétiques, ondes acoustiques, champ de gravité, ... ;
- **les capteurs et le traitement des signaux mesurés**, qui permettent d'acquérir les signaux physiques et d'exploiter les informations qu'ils contiennent pour estimer les caractéristiques de l'objet d'étude : radars, télescopes, sondes sismiques, hydrophones, accéléromètres, plaques photosensibles, formation de voies, Doppler, sondes médicales, ...

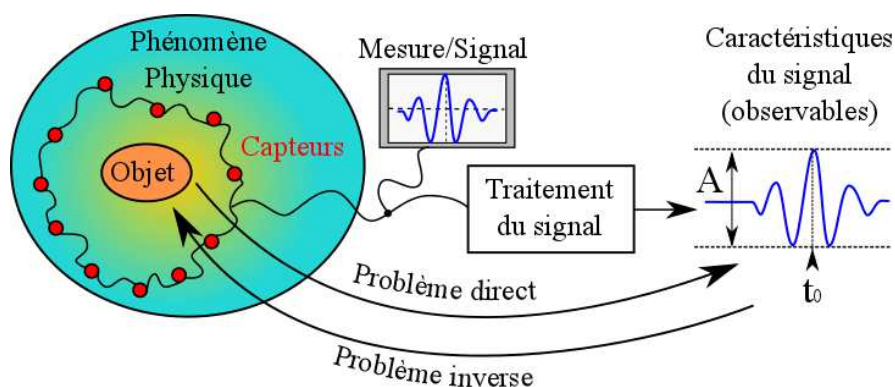


FIGURE 1 – Principe de la tomographie.

Diverses approches scientifiques permettent d'aborder un problème de tomographie :

**l'approche expérimentale** : On part des mesures et on cherche à les comprendre en identifiant le ou les objets d'étude et le modèle physique.

**l'approche théorique** : Connaissant un modèle théorique de phénomène physique, on compare les sorties de ce modèle avec les mesures, lorsqu'on joue sur différents paramètres du modèle (objets d'études).

**l'approche par application** : On souhaite étudier un objet en particulier, et on analyse tous les phénomènes physiques qui peuvent aider à la compréhension de cet objet, et les différents moyens de les mesurer.

Bien qu'en apparence évidents, ces différents schémas méritent d'être soulignés car ils permettent d'obtenir des points de vue complémentaires sur le problème de tomographie à traiter. La présentation de cette thèse mêle ces différentes démarches. Même si les avancées qu'elle contient ont principalement été obtenues par une approche théorique du problème, elle s'inscrit dans une démarche de physique expérimentale menée à plus long terme en collaboration entre le GIPSA lab et ISTERre.

Quel que soit le cheminement employé, un problème de tomographie se formalise comme :

- **Un problème direct**, qui consiste à établir une relation entre l’objet d’étude et le phénomène physique mesuré. Ce qui peut être traduit par l’équation suivante :

$$\mathbf{d} = g(\mathbf{m}) + \mathbf{b} \quad (1)$$

où  $\mathbf{d}$  est le vecteur des mesures du phénomène physique après l’étape de traitement du signal,  $g(\cdot)$  représente le **modèle** physique mais aussi la chaîne de mesure et de traitement du signal,  $\mathbf{m}$  est le vecteur des **paramètres du modèle**, qui vont refléter les caractéristiques de l’objet d’étude, et  $\mathbf{b}$  une variable vectorielle aléatoire qui permet de prendre en compte à la fois les erreurs de mesures, et les erreurs de modèle.

Le modèle représentant le phénomène physique est en général une fonction fortement non-linéaire des paramètres du modèle. Par exemple, en tomographie acoustique océanique le temps de propagation de l’onde acoustique qui se propage en suivant un rayon acoustique s’exprime en fonction de la vitesse du son sur ce même rayon de la manière suivante :

$$\tau = \int_{\mathcal{R}} -\frac{1}{c(\ell)^2} d\ell$$

avec  $\tau$  le temps de propagation de l’onde acoustique,  $\mathcal{R}$  le rayon acoustique,  $\ell$  l’abscisse curviligne le long de ce rayon acoustique, et  $c(\ell)$  la vitesse du son sur le rayon acoustique.

- **Un problème inverse**, pour retrouver l’objet d’étude à partir des mesures du phénomène physique *i.e.* retrouver les paramètres du modèle  $\mathbf{m}$  pour un jeu de données  $\mathbf{d}$  fixé. Dans la plupart des cas, la fonction  $g(\cdot)$  n’est ni linéaire, ni inversible, ce qui rend cette étape très complexe, bien souvent avec une non-unicité des solutions. On fait alors appel à la théorie des problèmes inverses, qui utilise les probabilités pour sélectionner les solutions les plus probables, ainsi qu’à des bases évoluées de décompositions des signaux.

## La tomographie acoustique océanique

Le but visé par la tomographie acoustique océanique (TAO) est d’utiliser les ondes acoustiques pour mesurer les paramètres d’état physique de l’eau de mer : température, salinité et pression, et suivre leurs évolutions [Munk 1979, Munk 2009].

Le problème de la TAO est que les variables d’état de l’eau de mer ne sont pas directement celles qui interviennent dans les équations de propagation acoustiques. La propagation est paramétrée par la densité du milieu ( $\rho$ ) et la célérité des ondes dans le milieu ( $c$ ), qui dépendent des paramètres d’états de l’eau de mer.

Afin de simplifier le problème, les études de tomographie acoustique océanique se concentrent principalement sur l’étude de la température par l’intermédiaire des variations de la distribution de célérité des ondes acoustiques.

En effet les variations de salinité sont relativement faibles par rapport aux variations de

température et de pression, et ont très peu de conséquences sur la propagation acoustique. On néglige donc les effets de la salinité en première approximation.

Les effets de la pression et de la température sont plus déterminant vis-à-vis de la propagation acoustique : la densité et la célérité augmentent toutes les deux avec la pression, et une augmentation de température induit une diminution de la densité de l'eau et une augmentation de la célérité des ondes acoustiques.

Les principales variations de pression dans l'océan sont représentées par une augmentation de la pression d'un bar tous les 10 m lorsqu'on plonge dans l'océan. Cette variabilité est bien modélisée par les lois de l'hydrostatique. Hormis, cette relation entre profondeur, pression et densité/célérité, la pression varie très peu ce qui permet de considérer la pression comme un paramètre connu dans les problèmes de tomographie acoustique océanique.

Les variations de température de l'eau dans l'océan ont des causes multiples. Les radiations solaires ou l'absence de rayonnement induisent le réchauffement ou le refroidissement de la thermocline (couche supérieure de l'océan). Les ondes internes entre des strates d'eau de différentes température sont aussi un exemple de source de variations de température. C'est donc l'étude des variations de température de l'eau qui font l'objet des études de tomographie acoustique océanique .

Pour étudier la distribution de température, la vitesse du son est préférée à la densité. Les variations de densité et leurs effets sur la propagation acoustiques sont négligeables par rapport à celles de la vitesse du son.

De plus, les paramètres d'états de l'eau de mer ne sont pas les seuls paramètres inconnus du milieu océanique. La nature des fonds océaniques, leurs reliefs, ainsi que les états de surface, sont aussi souvent inconnus ou mal connus, ce qui nuit à la connaissance de la propagation des ondes acoustiques et vient perturber l'estimation des paramètres d'état.

Il est cependant possible de simplifier le problème en considérant les ordres de grandeurs des variations spatiales et temporelles et notamment la très faible variabilité temporelle des fonds marins, la très grande variabilité des états de surface de la mer : houle et vagues (périodes entre 5 à 20s), la variabilité bien identifiée des phénomènes de marée (période d'environ 12h), et des phénomènes de turbulence (relations temps-échelles). Il sera donc possible de se focaliser sur l'étude d'un phénomène en particulier en s'intéressant à l'échelle spatio-temporelle correspondante.

Dans cette approximation, **la TAO revient donc à estimer la distribution de température de l'océan grâce aux ondes acoustiques *via* l'estimation de la distribution de vitesse du son dans l'océan.**

C'est en effet le sujet d'étude de la grande majorité de la littérature en TAO, et c'est aussi l'objet de cette thèse. Il existe néanmoins des travaux qui étudient d'autres grandeurs que la vitesse du son dans l'eau dans le cadre d'applications spécifiques : la tomographie des corps immergés via la distribution de densité [Marandet 2011b, Roux 2013a], ou l'étude des courants océaniques via l'effet Doppler [Turgut 2013].

Les questions qui se posent alors sont : quelles caractéristiques de l'onde acoustique sont sensibles à la distribution de vitesse du son ? Comment les mesurer ? Et comment traiter les signaux issus de ces mesures ?

## Contexte et problématique

L'histoire du Gipsa-lab (anciennement CEPHAG) compte de nombreux travaux en lien avec l'acoustique sous-marine, allant de la physique de la propagation [Lacoume 1989], au développement de méthodes de traitement du signal adaptées à la caractérisation passive de l'environnement marin [Le Touzé 2009, Bonnel 2010, Josso 2009] ou active [Nicolas 2009], en passant par l'étude du bruit océanique [Millioz 2010], le traitement d'antennes [Nicolas 2008], et les communications sous-marine [Kibangou 2010, Lyonnet 2010]. Le présent travail s'inscrit dans le prolongement d'une collaboration Gipsa-lab/ISTerre en tomographie acoustique sous-marine marquée par les thèses successives de Ion Iturbe [Iturbe 2010], Christian Marandet [Marandet 2011a] et Longyu jiang [Jiang 2012]. L'objet de cette collaboration est la mise en relation de compétences complémentaires en physique des ondes et en traitement du signal. Plus spécifiquement l'objectif scientifique porte sur l'utilisation d'un système d'acquisition composé d'une paire d'antennes, et le développement de méthodes de traitement du signal appropriées, pour étudier la propagation acoustique à fréquence finie et faire de la TAO. Les trois thèses précédentes portaient respectivement sur :

- l'introduction du concept de double antenne pour séparer les ondes acoustiques, les associer à leurs trajets acoustiques respectifs et faire une tomographie de la distribution de vitesse du son du milieu de propagation en utilisant les temps de propagation des ondes, par Iturbe et al. [Iturbe 2010, Iturbe 2009a, Iturbe 2009b, Roux 2011, Nicolas 2008] ;
- sur le concept de barrière acoustique par effet Larsen et sur la détection d'anomalies de densité au sein du milieu de propagation à l'aide d'une double antenne et des variations d'amplitude des arrivées acoustiques, par Marandet et al. [Marandet 2011a, Marandet 2011b, Roux 2013b] ;
- et enfin, le développement d'outils de traitement du signal pour séparer et comptabiliser les trajets acoustiques utilisables pour le tomographie acoustique sous-marine, par Jiang et al. [Jiang 2012, Jiang 2011a, Jiang 2011b].

Dans ce contexte, **l'objectif de cette thèse est de démontrer que les systèmes d'acquisition double-antenne permettent d'utiliser les directions d'arrivée et de départ des ondes acoustiques pour faire de la tomographie acoustique océanique temps-angles (TAO-TA) permettant de retrouver les perturbations de vitesse du son à haute résolution spatiale et temporelle.**



## Organisation du manuscrit

L'aspect innovant de ce travail est l'utilisation des directions d'arrivée et de départ, en association avec les temps de propagation, en tomographie acoustique océanique temps-angles.

Ce manuscrit s'organise en 3 chapitres :

1. Un état de l'art qui détaille les composantes d'un problème de TAO. Cette partie présente notamment les principaux outils et concepts qui seront utilisés dans la suite.
2. Les développements théoriques, la discussion et la validation numérique du problème direct de TAO temps-angle à l'aide de noyaux de sensibilité temps-angles. Cette partie sera aussi l'occasion de montrer quelques limites de cette théorie et de présenter une deuxième approche, plus physique, pour résoudre le problème direct.
3. L'utilisation de la méthode développée dans le chapitre 2 pour inverser des données de simulations numériques dans un premier temps, puis des données d'expériences à échelle réduite dans la cuve acoustique du laboratoire ISTerre dans un deuxième temps. On verra notamment dans ce chapitre, que l'utilisation des directions d'arrivée et de départ permet de résoudre un problème pratique délicat.

De manière plus détaillée, le **premier chapitre** expose les différentes étapes méthodologiques et technologiques de la tomographie acoustique sous-marine. L'explication de la **propagation acoustique** met en évidence la relation entre les variations de température et les variations de vitesse du son dans l'eau de mer. Nous expliquons notamment que les gradients de vitesse du son au sein de la colonne d'eau conduisent à des changements de direction des ondes acoustiques. Enfin, ces rappels de propagation acoustique nous permettent d'introduire quelques outils de simulations numériques en acoustique sous-marine.

Ensuite, nous introduisons quelques méthodes de mesure acoustiques, et regardons en détail les caractéristiques des signaux acoustiques que l'on peut utiliser pour la TAO, dont les temps de propagation, les directions d'arrivée et départ. Dans un paragraphe dédié au traitement du signal, nous présentons des méthodes de traitement d'antennes comme outil pour séparer les arrivées acoustiques et mesurer les caractéristiques pertinentes du signal qui nous intéressent.

Enfin, nous posons les bases théoriques des problèmes inverses appliqués à la TAO.

Le **second chapitre**, développe la **théorie des noyaux de sensibilité temps-angles** pour relier les variations de distribution de vitesse du son aux variations de temps de propagation, de directions d'arrivée et de départ. Nous utilisons l'approximation de Born au premier ordre pour relier les perturbations de distribution de vitesse du son aux mesures de fluctuations de champ acoustique. Dans notre contexte de double-antenne (émission-réception), la double formation de voies (DFV) permet de séparer les différentes arrivées acoustiques et de les identifier aux trajets acoustiques correspondants en passant de l'espace de représentation temps ( $t$ )–profondeur de réception ( $z_r$ )–profondeur d'émission ( $r_e$ ); à l'espace de représentation temps ( $t$ )–angle de réception ( $\theta_r$ )–angle d'émission ( $\theta_e$ ). Dans ce nouvel espace ( $t, \theta_r, \theta_e$ ), il est désormais possible de mesurer les temps de propagation, les directions d'arrivée et de départ de chaque arrivée acoustique et de relier leurs variations aux fluctuations du signal

acoustique après DFV.

Le problème direct ainsi exposé, est ensuite **validé à l'aide de simulations de la propagation acoustique utilisant la méthode des équations paraboliques**.

Une approche plus « physique » du problème direct est ensuite apportée. Enfin, nous finissons ce deuxième chapitre par l'illustration des **points forts et limites** de ce modèle à l'aide d'une sélection d'exemples.

Le **troisième et dernier chapitre**, démontre que **les noyaux de sensibilité temps-angles peuvent être utilisés en TAO**. Dans un premier temps, nous nous attachons à montrer que **l'apport de l'information contenue par les variations de directions d'arrivée et de départ, permet d'améliorer la résolution du problème inverse**. Nous illustrons cette preuve en inversant par deux méthodes différentes (la décomposition en valeurs singulières (SVD) et la méthode d'estimation du *maximum a posteriori* (MAP)) des données simulées avec un code aux équations paraboliques. Le point d'orgue de ce chapitre est la démonstration qu'il est théoriquement possible de faire de la **TAO en utilisant uniquement les directions d'arrivée et de départ** aussi efficacement qu'avec les temps de propagation. L'avantage de cette méthode de TAO des angles, est qu'elle relâche la contrainte de synchronisation source-récepteur à haute précision, contrairement à la TAO des temps. Nous présentons ensuite le dispositif d'expérimentation en acoustique sous-marine petite échelle du laboratoire de sciences de la terre, ISTerre. Ces équipements permettent de reproduire un panache de convection thermique et d'en faire des mesures acoustiques dans un environnement contrôlé de laboratoire. Ces données sont ensuite analysées et inversées en utilisant la méthode d'estimation du MAP et les noyaux de sensibilité temps-angle. Elles permettent ainsi de **valider la méthode de TAO-TA développée dans cette étude sur des données réelles**.

*le premier chapitre ne contient pas de nouveauté scientifique. Les contributions originales de ces travaux de thèse font l'objet du deuxième et du troisième chapitre.*



# La tomographie acoustique océanique

---

## Sommaire

---

<b>1.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>11</b>
<b>1.2</b>	<b>La propagation acoustique dans un guide d'onde océanique</b>	<b>11</b>
1.2.1	L'océan comme milieu de propagation	11
1.2.2	L'approche géométrique	12
1.2.3	L'approche ondulatoire	14
1.2.3.1	Les mouvements des particules de fluide	15
1.2.3.2	La conservation de la masse de la particule de fluide	16
1.2.3.3	La thermodynamique de la particule de fluide	16
1.2.3.4	L'équation de propagation des ondes acoustiques harmoniques	17
1.2.3.5	La fonction de Green	17
1.2.4	L'atténuation	18
1.2.4.1	L'atténuation géométrique	18
1.2.4.2	L'amortissement	19
1.2.5	Les hétérogénéités du milieu de propagation et la diffraction	20
1.2.6	Les interactions avec les interfaces	20
1.2.6.1	Les réflexions sur la surface	22
1.2.6.2	Les transmissions et réflexions sur les fonds océaniques	22
1.2.7	Les profils de vitesse du son de la colonne d'eau et la réfraction	24
1.2.8	Le guide d'onde de Pekeris	25
1.2.9	La résolution de l'équation d'onde	26
1.2.10	Conclusion sur la propagation acoustique en guide d'onde océanique	28
<b>1.3</b>	<b>La mesure et le signal en tomographie acoustique océanique</b>	<b>28</b>
1.3.1	Le signal émis	29
1.3.2	La mesure acoustique et les signaux reçus	29
1.3.3	Les observables	34
1.3.3.1	Les temps de trajet	34
1.3.3.2	L'amplitude des arrivées acoustiques	35
1.3.3.3	La phase du signal	36
1.3.3.4	Les directions de départ et d'arrivée	37
1.3.3.5	La polarisation	39
1.3.3.6	La forme d'onde complète	39
1.3.3.7	Conclusion sur les observables	40
1.3.4	Les traitements d'antennes	40
1.3.4.1	La formation de voies classiques par retards et somme	41

1.3.4.2	Les méthodes « haute résolution » . . . . .	43
1.3.5	Conclusion sur la mesure des observables . . . . .	43
<b>1.4</b>	<b>Résolution du problème inverse . . . . .</b>	<b>44</b>
1.4.1	Le problème inverse . . . . .	44
1.4.2	Inversion du problème direct non-linéaire . . . . .	45
1.4.3	Linéarisation du problème direct . . . . .	46
1.4.4	Inversion du problème direct linéarisé . . . . .	47
1.4.4.1	Décomposition en valeurs singulières . . . . .	47
1.4.4.2	Inversion Bayésienne ( <i>maximum a posteriori</i> ) et courbe en L . .	48
1.4.5	Conclusion sur la résolution du problème inverse . . . . .	50
<b>1.5</b>	<b>Conclusion . . . . .</b>	<b>51</b>

---

## 1.1 Introduction

A la frontière entre l’océanographie physique, la physique des ondes, le calcul numérique, la métrologie, le traitement du signal et la théorie des problèmes inverses, la tomographie acoustique océanique est par essence un sujet d’étude transdisciplinaire.

Cette partie est un état de l’art concis des outils et concepts à la base de la chaîne de propagation acoustique et de traitement du signal en tomographie acoustique océanique (figure 1.1).

Dans un premier temps, les particularités de la propagation des ondes acoustiques en milieu sous-marin sont présentées. Un soin particulier est apporté à l’explication du lien entre les propriétés physiques de l’eau de mer et la propagation des ondes acoustiques.

Dans un deuxième temps, nous présentons des méthodes de mesures et signaux utilisées en acoustique, et leurs différentes caractéristiques « observables ». L’étude se concentre ensuite sur les temps de propagation (TP), les directions d’arrivée (DA) et de départ (DD) et sur les méthodes de traitement d’antenne qui permettent d’extraire ces observables des signaux acoustiques, et plus spécifiquement la double formation de voies (DFV).

Et enfin, les méthodes d’inversion et la linéarisation du problème de tomographie font l’objet du dernier paragraphe.

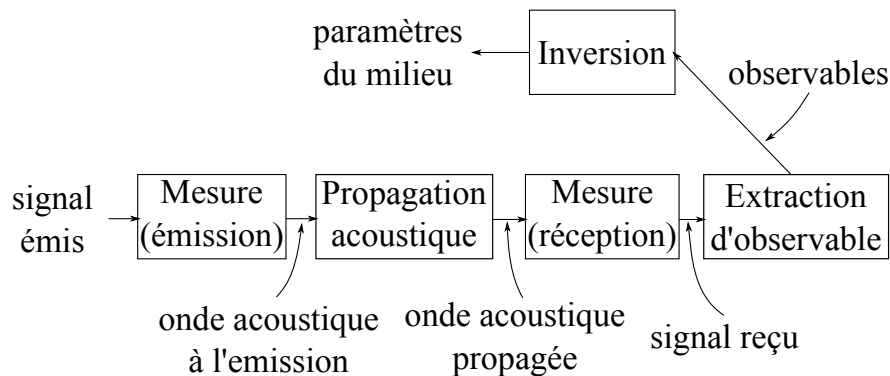


FIGURE 1.1 – Chaîne de propagation et de traitement des ondes acoustique en tomographie acoustiques océanique.

## 1.2 La propagation acoustique dans un guide d’onde océanique

### 1.2.1 L’océan comme milieu de propagation

Les structures océaniques, ainsi que leurs mouvements, font de l’océan un milieu complexe du point de vue de la propagation acoustique. C’est cette variabilité, à la fois spatiale et temporelle, qui rend la tomographie acoustique sous-marine si particulière comparée aux autres domaines dans lesquels on pratique aussi la tomographie.

Parmi les facteurs qui rendent le milieu océanique complexe, on peut citer les suivants, illustrés sur la figure 1.2 :

- la surface** , qui est une interface quasi-parfaitement réfléchissante, déformable, fortement variable (vagues, marée), et sur laquelle peuvent se déplacer des flotteurs (bateaux, bouées, débris flottants,...). Suivant les caractéristiques de la surface, une partie de l'énergie acoustique sera réfléchiée et l'autre partie sera diffusée à cause de la rugosité ou des objets présents en surface ;
- les mouvements de masse d'eau de caractéristiques différentes** (température, salinité, turbidité), qui entraînent des variations de la distribution de la vitesse du son et donc une modification des amplitudes, phase et directions des ondes acoustiques ;
- les diffuseurs immergés** (animaux, plongeurs, sous-marins, bulles), dont la distribution peut varier dans le temps et l'espace, qui diffusent une partie de l'énergie acoustique et modifient le champ acoustique ;
- les irrégularités des fonds océaniques** qui changent la géométrie de la propagation acoustique lorsqu'elles sont de taille plus grande que la longueur d'onde (montagnes, canyons sous-marins), et qui diffusent une partie de l'énergie acoustique lorsqu'elles sont de l'ordre de grandeur de la longueur d'onde ;
- la stratification du fond des océans** qui donne lieu en basses fréquences à des réflexions multiples sur les couches sédimentaires, ainsi qu'au couplage entre les ondes sismiques et acoustiques ;
- les phénomènes de guide d'onde** dus aux phénomènes de réfraction et réflexion, qui induisent des interférences entre les ondes empruntant des trajets multiples, ou l'excitation des modes de résonance du guide d'onde. On dissociera les **guides d'onde grands-fonds** (avec réflexions sur la surface, réfraction mais dont l'énergie acoustique qui interagit avec le fond n'est pas perceptible sur les enregistrements acoustiques), des **guides d'onde petits-fonds** (avec réflexions sur la surface et sur le fond et réfraction) ;
- le bruit océanique** (sources perturbatrices et bruit ambiant) qui vient diminuer le rapport signal / bruit et limiter les performances de détection et d'analyse des signaux acoustiques.

Par comparaison, les milieux de propagation sont beaucoup plus hétérogènes spatialement (et donc plus complexes) en tomographie sismique qu'en tomographie océanique [Virieux 1986, Virieux 1984], mais ils ne varient quasiment pas dans le temps, alors que le milieu marin est en mouvement de manière permanente.

On retrouve la problématique de la haute variabilité temporelle du milieu de propagation en tomographie stellaire pour laquelle les variations temporelles de l'atmosphère influencent la propagation des ondes électromagnétiques, mais dans ce cas les hétérogénéités du milieu sont plus faibles qu'en acoustique sous-marine.

### 1.2.2 L'approche géométrique

Afin de décrire la propagation acoustique dans ce milieu complexe, une première approche intuitive consiste à utiliser les lois de l'acoustique géométrique. L'approche géométrique en

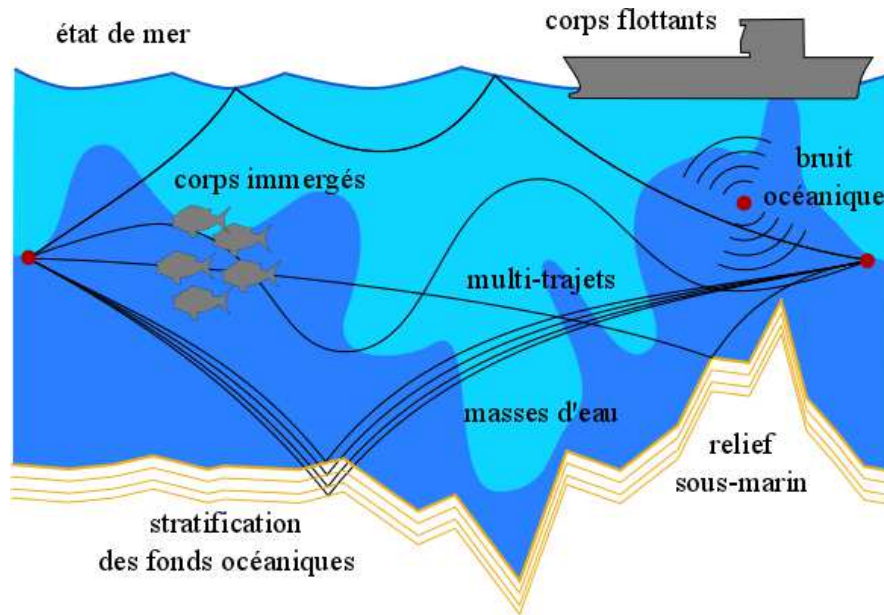


FIGURE 1.2 – Représentation du contexte océanique pour la propagation acoustique.

acoustique est à rapprocher de celle de l'optique géométrique. Pour un milieu de propagation donné (distribution spatiale de vitesse), elle se base sur le principe de Fermat afin de déterminer les trajets possiblement empruntés par une onde acoustique pour relier une source et un récepteur.

**Théorème 1.1** (Principe de Fermat en acoustique)

*Le son se propage d'un point à un autre sur des trajectoires telles que la durée du parcours soit stationnaire.*

Ces trajectoires sont appelées des rayons acoustiques.

De ce principe découlent les lois de réfraction et de réflexion de Snell-Descartes :

**Théorème 1.2** (Loi de Snell-Descartes)

*Lors d'une réflexion ou d'un changement de milieu la composante du vecteur d'onde perpendiculaire au gradient de vitesse se conserve (figure 1.3).*

$$\frac{\cos(\theta(\ell))}{c(\ell)} = \text{constante} \quad (1.1)$$

le long d'un rayon acoustique ; où  $\ell$  est l'abscisse curviligne le long du rayon acoustique,  $c(\ell)$  est la vitesse du son au point  $\ell$  du rayon acoustique, et  $\theta(\ell)$  est l'angle du rayon acoustique par rapport à l'horizontale (angle de rasance) au point  $\ell$  du rayon.

L'équation des rayons acoustiques se déduit de ces deux énoncés :

$$\frac{d}{d\ell} \left( \frac{c_0}{c(\ell)} \frac{d\mathbf{r}}{d\ell}(\ell) \right) = \nabla \left\{ \frac{c_0}{c(\ell)} \right\} \quad (1.2)$$



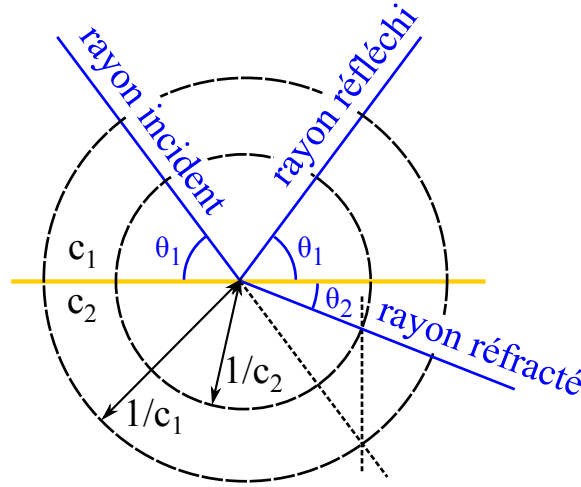


FIGURE 1.3 – Construction géométrique de Descartes pour la réfraction et la réflexion entre un milieu de vitesse  $c_1$  et un milieu de vitesse  $c_2 > c_1$ .

où  $\ell$  est l'abscisse curviligne associée au rayon,  $\mathbf{r} = (x, y, z)$  est le vecteur des coordonnées d'un point du rayon acoustique,  $c_0$  est la vitesse de référence du son dans l'eau,  $c(\ell)$  la vitesse du son le long du rayon acoustique et  $\nabla$  l'opérateur gradient.

On peut aussi noter que  $\frac{d}{d\ell}(\mathbf{r})$  est le vecteur tangent à la trajectoire du rayon, et que sa dérivée par rapport à l'abscisse curviligne peut être vue comme « l'accélération » de l'onde acoustique au point  $\mathbf{r}'$  de sa trajectoire, par analogie avec l'accélération d'un mobile dans le repère de Frenet.

Cependant l'approche géométrique, bien qu'intuitive et pratique, n'est qu'un modèle simplifié de la réalité, soumis à une limitation majeure : elle ne permet pas de modéliser les phénomènes de diffraction qui s'observent lorsqu'une onde acoustique rencontre une hétérogénéité ayant une taille comparable à la longueur d'onde de cette onde acoustique.

Cette limitation se comprend lorsqu'on voit l'approche géométrique comme **une approximation de la propagation acoustique pour des ondes de fréquence infinie** qui ne rencontrent que des hétérogénéités avec une taille très supérieure à leur longueur d'onde. L'approche géométrique peut aussi s'interpréter comme le chemin suivi par le maximum d'énergie de l'onde acoustique.

Il existe cependant une autre approche permettant de prendre en compte les phénomènes liés à la nature ondulatoire à fréquence finie du son.

### 1.2.3 L'approche ondulatoire

**Définition 1.1** (Ondes acoustiques)

*Les ondes acoustiques sont des ondes mécaniques longitudinales, qui se propagent au sein d'un*

fluide (resp. d'un solide), grâce aux effets combinés de l'inertie et de la compressibilité de ce fluide (resp. l'élasticité de ce solide).

Le passage d'ondes acoustiques au sein d'un milieu de propagation fluide, est caractérisé par la vibration des particules élémentaires de fluide autour d'une position de référence, et d'une succession de surpressions et dépressions.

Pour modéliser la propagation des ondes acoustiques, il faut donc s'intéresser à la dynamique et au comportement thermodynamique d'une particule de fluide.

### 1.2.3.1 Les mouvements des particules de fluide

Au passage de l'onde acoustique, les particules élémentaires de fluide vibrent autour d'une position de référence. Pour modéliser la propagation des ondes acoustiques, il faut donc modéliser le déplacement de ces particules. Le principe fondamental de la dynamique appliqué à une particule de fluide, est donné dans le cas général par l'équation de Navier-Stokes :

$$\rho \left( \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + \mathbf{v} \cdot \nabla \{ \mathbf{v} \} \right) = -\nabla \{ p_{atm} - \rho g z \} + \eta \nabla^2 \{ \mathbf{v} \} \quad (1.3)$$

où,  $\rho$  est la masse volumique du fluide,  $\mathbf{v}$  la vitesse des particules de fluide,  $p_{atm}$  la pression atmosphérique,  $g$  l'accélération de la pesanteur ( $\sim 9.81 \text{ m}\cdot\text{s}^{-2}$ ),  $\eta$  la viscosité dynamique de l'eau ( $\sim 10^{-3} \text{ Pa}\cdot\text{s}$ ),  $\nabla \{ \cdot \}$  l'opérateur gradient, et  $\nabla^2 \{ \cdot \}$  l'opérateur laplacien vectoriel.

Lorsqu'on souhaite ne s'intéresser qu'à la propagation des ondes acoustiques plusieurs hypothèses peuvent être faites pour simplifier cette équation.

- **Il est possible de découpler les mouvements du fluide dus à la propagation des ondes acoustiques ( $\delta \mathbf{v}$ ) de ceux dus aux autres forçages *i.e.* les courants et mouvements de convection, ( $\mathbf{v}_0$ ) et ne considérer que les mouvements du fluide dus aux ondes acoustiques.** Ce choix est justifié dans la majeure partie des cas, car l'influence des courants sur la propagation acoustique est négligeable au regard de la différence d'ordre de grandeur entre les vitesses de propagation des ondes acoustiques et celles des courants, ainsi que les échelles spatiales considérées.

En effet, la propagation des ondes acoustiques dans l'eau s'effectue à des vitesses de l'ordre de  $c_0 = 1500 \text{ m/s}$  alors que l'ordre de grandeur des vitesses des courants est de  $0.01 \text{ m/s}$  pour la circulation thermohaline,  $0.1 \text{ m/s}$  pour les courants géostrophiques.

Cependant, dans des cas particuliers, la vitesse de certains courants peut atteindre des vitesses de plusieurs mètres par seconde sur des échelles de parfois plusieurs centaines de kilomètres. A titre d'exemple, le *Gulf Stream* peut atteindre des vitesses de  $2.5 \text{ m/s}$  sur des zones de plusieurs centaines de kilomètres. Plus localement, les courants de marée peuvent même atteindre des vitesses impressionnantes de  $6 \text{ m/s}$  (Les raz, Canada). Dans ces cas bien particuliers (que nous ne traiterons pas), il sera important de reconsidérer ce choix.

- On considèrera que **l'eau de mer est un fluide parfait**, ce qui permet de négliger les termes de frottements visqueux de l'équation de Navier-Stokes. A cette étape, ce choix

est justifié par le fait que la viscosité cinématique de l'eau n'est que de  $10^{-6}$  m<sup>2</sup>/s. À titre de comparaison celle du miel est de  $10000 \cdot 10^{-6}$  m<sup>2</sup>/s. Cependant, dans le cas où elles ne seraient plus négligeables, ces pertes peuvent être modélisées par l'ajout d'un coefficient d'atténuation (cf. paragraphe 1.2.4.2).

- **les perturbations engendrées par le passage de l'onde acoustique, ainsi que leur dérivées temporelles et spatiales, sont de faible amplitude.** Cette approximation appelée « **approximation acoustique** » permet de linéariser l'équation de propagation. Ces petites variations seront dénotées par un  $\delta$  devant la variable correspondante et les valeurs de référence seront indiquées par des 0. On vérifie alors que :
  - la vitesse des particules  $\delta \mathbf{v}(\mathbf{r}, t) \ll c_0 \sim 1500$  m/s ;
  - la pression compensée  $p(\mathbf{r}, t) = p_0(\mathbf{r}) + \delta p(\mathbf{r}, t)$  avec  $p_0(\mathbf{r}, t) = p_{atm} - \rho g z$  et  $\delta p(\mathbf{r}, t) \ll 1$  bar ;
  - la masse volumique  $\rho(\mathbf{r}, t) = \rho_0(\mathbf{r}) + \delta \rho(\mathbf{r}, t)$  avec  $\delta \rho(\mathbf{r}, t) \ll \rho_0(\mathbf{r}) = 1000$  kg/m<sup>3</sup>.

L'équation linéarisée de la dynamique d'une particule d'eau (approximation 1<sup>er</sup> ordre de l'équation d'Euler) s'exprime alors comme :

$$\rho_0(\mathbf{r}, t) \frac{\partial \delta \mathbf{v}(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = -\nabla(\delta p(\mathbf{r}, t)) \quad (1.4)$$

### 1.2.3.2 La conservation de la masse de la particule de fluide

Une particule élémentaire de fluide peut se déformer, bouger, et donc subir des changements de ses propriétés physiques. Cependant, dans tous les cas, en l'absence d'apport extérieur la quantité de matière de la particule et donc sa masse reste constante. Après linéarisation, la conservation de la masse pour une particule de fluide s'écrit localement comme :

$$\operatorname{div} \{ \rho_0(\mathbf{r}) \nabla \{ \mathbf{v}(\mathbf{r}, t) \} \} + \frac{\partial \delta \rho(\mathbf{r}, t)}{\partial t} = s(\mathbf{r}, t) \quad (1.5)$$

où  $s$  représente un éventuel apport de matière dans la particule.

Cette équation indique l'équilibre entre les variations de taille de la particule,  $\operatorname{div} \{ \rho_0(\mathbf{r}) \nabla \{ \mathbf{v}(\mathbf{r}, t) \} \}$  ; les variations de masse volumique de la particule,  $\frac{\partial \delta \rho(\mathbf{r}, t)}{\partial t}$  ; et les entrées/sorties de matière,  $s(\mathbf{r}, t)$ .

### 1.2.3.3 La thermodynamique de la particule de fluide

Comme les ondes acoustiques compressent et dilatent les particules d'eau, les relations entre les grandeurs d'état du fluide (température, pression, masse volumique) doivent être considérées. Le passage d'une onde acoustique est un phénomène très court dans le temps qui déforme peu les particules de fluide. Dans ce contexte, il est possible de simplifier le problème en considérant que **la compression/détente du fluide se fait de manière isentropique**, *i.e.* que toutes les transformations de la particule de fluide sont réversibles et qu'il n'y a

pas d'échange d'énergie thermique avec l'extérieur de la particule. L'équation d'état de la thermodynamique linéarisée s'écrit donc, dans ce cas, de la manière suivante :

$$\frac{1}{\rho_0(\mathbf{r})} \frac{\partial \delta \rho(t, \mathbf{r})}{\partial t} = \chi_s \frac{\partial \delta p(t, \mathbf{r})}{\partial t} \quad (1.6)$$

avec  $\chi_s$  le coefficient de compressibilité isentropique du fluide.

On voit alors que toute variation de pression,  $\delta p$ , est reliée linéairement à la variation relative de masse volumique,  $\delta \rho$ , de la particule.

### 1.2.3.4 L'équation de propagation des ondes acoustiques harmoniques

En combinant les équations modélisant le comportement d'une particule de fluide, il est possible d'obtenir une équation d'onde (équation de d'Alembert) similaire à celle qu'on peut trouver en électromagnétisme ou en sismique. En considérant, le fait que tout signal peut se décomposer en une somme de signaux harmoniques (transformée de Fourier) :  $p(t, \mathbf{r}) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} p(\omega, \mathbf{r}) e^{j\omega t} d\omega$ , il est possible d'écrire l'équation d'onde pour une seule de ces harmoniques  $p(\omega, \mathbf{r})$ . Cette équation est appelée l'équation de Helmholtz (cf. figure ??) :

$$\nabla^2 \{ \delta p(\omega, \mathbf{r}) \} + \frac{\omega^2}{c^2(\mathbf{r})} \delta p(\omega, \mathbf{r}) = -S(\omega, \mathbf{r}) \quad (1.7)$$

où  $S(\omega, \mathbf{r}) = \frac{\partial s(\omega, \mathbf{r})}{\partial t}$  est le terme source et  $c(\mathbf{r}) = \frac{1}{\sqrt{\rho_0(\mathbf{r})\chi_s}}$  la vitesse de l'onde.

Elle permet de décrire de façon réaliste la propagation d'une onde acoustique à la fréquence  $\omega$  dans un milieu comme l'océan.

On rappelle qu'il est possible de faire le lien avec l'approche géométrique en considérant les équations de la propagation dans le cas d'ondes harmoniques de fréquence infinie, et en les simplifiant. Cette approche appelée « approche Eikonale », permet de retrouver les théorèmes de l'optique géométrique (principe de Fermat, lois de Snell-Descartes).

### 1.2.3.5 La fonction de Green

La fonction de Green,  $G$ , caractérise la propagation du son dans un milieu entre une source ponctuelle impulsionnelle (impulsion de Dirac en temps et en espace  $\delta(t, \mathbf{r})$ ) et un autre point dans le milieu de propagation. En d'autres termes, c'est la réponse impulsionnelle du milieu de propagation lorsqu'elle est exprimée dans le domaine temporel, ou encore sa fonction de transfert lorsqu'elle est exprimée en fréquence. Elle se définit comme la solution de l'équation de Helmholtz :

$$\nabla^2 \{ G(\omega, \mathbf{r}, \mathbf{r}_s) \} + \frac{\omega^2}{c^2(\mathbf{r})} G(\omega, \mathbf{r}, \mathbf{r}_s) = -\delta(\omega, \mathbf{r} - \mathbf{r}_s) \quad (1.8)$$

Résoudre l'équation d'onde pour un signal donné, revient donc à déterminer la fonction de Green dans la bande utile de ce signal. Dans les cas simples de propagation acoustique, il est

possible d'obtenir une forme analytique de la fonction de Green. Dans les cas plus complexes, il est possible de résoudre numériquement l'équation d'onde pour obtenir la fonction de Green.

Ainsi, dans un milieu de propagation tridimensionnel libre, et dans le cas d'une distribution uniforme de vitesse du son, l'expression analytique de la fonction de Green est :

$$G(\omega, \mathbf{r}, \mathbf{r}_s) = \frac{e^{-j\mathbf{k} \cdot (\mathbf{r} - \mathbf{r}_s)}}{4\pi\|\mathbf{r} - \mathbf{r}_s\|} \quad \text{avec} \quad \mathbf{k} = \frac{\omega}{c}\mathbf{u}_r \quad (1.9)$$

où  $\mathbf{k}$  est le nombre d'onde et  $\mathbf{u}_r$  est le vecteur unitaire dans la direction et le sens de propagation.

On constate que cette fonction est composée de deux facteurs :  $e^{-j\mathbf{k} \cdot (\mathbf{r} - \mathbf{r}_s)}$  qui contient les informations sur la phase, traduisant le caractère oscillant de l'onde acoustique, et le facteur d'atténuation géométrique  $1/(4\pi\|\mathbf{r} - \mathbf{r}_s\|)$  qui reflète la conservation de l'énergie acoustique sur une surface d'onde.

La fonction de Green peut alors être utilisée pour écrire le champ acoustique en un point du milieu,  $p(\omega, \mathbf{r})$ , connaissant le champ émis par la source ponctuelle ou distribuée,  $p(\omega, \mathbf{r}_s)$  :

$$p(\omega, \mathbf{r}) = \iiint_V G(\omega, \mathbf{r}, \mathbf{r}_s) p(\omega, \mathbf{r}_s) dV(\mathbf{r}_s) \quad (1.10)$$

où,  $V$  est le volume du milieu de propagation et  $dV$  un élément de ce volume.

## 1.2.4 L'atténuation

### 1.2.4.1 L'atténuation géométrique

L'atténuation géométrique est due au fait que l'énergie émise par une source se conserve au sein de chaque front d'onde. La densité d'énergie diminue donc lorsque l'onde diverge et que le front d'onde s'étend spatialement.

Dans le cas d'une source ponctuelle  $\mathbf{r}_s$ , émettant dans un milieu tridimensionnel libre et uniforme, l'onde acoustique diverge de la source de manière isotrope. Alors, l'énergie se conserve sur la surface de la sphère de centre  $\mathbf{r}_s$ . La surface de la sphère étant  $4\pi r^2$ , avec  $r$  la distance radiale au point source, l'énergie associée par unité de surface décroît donc proportionnellement à  $1/r^2$  et l'amplitude de l'onde proportionnellement à  $1/r$ .

Dans le cas de cette même source ponctuelle en environnement bidimensionnel, les fronts d'onde sont des cylindre concentriques de périmètre  $2\pi r$ , et la conservation de l'énergie sur ce front d'onde implique que l'énergie décroisse proportionnellement à  $1/r$  et l'amplitude de l'onde proportionnellement à  $1/\sqrt{r}$ .

### 1.2.4.2 L'amortissement

D'autres facteurs d'atténuation des ondes acoustiques sont : les pertes d'énergie associées à la transformation de l'énergie acoustique en d'autres formes énergétiques comme la chaleur ou l'énergie chimique ; et la diffusion de l'énergie lorsque l'onde acoustique rencontre des inhomogénéités du milieu de propagation. Ces pertes ont été négligées en première approximation dans l'équation d'onde.

Au passage d'une onde acoustique, les particules d'eau se meuvent les unes par rapport aux autres. L'eau n'étant pas un fluide parfait, ces mouvements relatifs conduisent à des pertes d'énergie provoquées par les frottements visqueux qui s'opèrent au sein du fluide. L'échauffement qui en résulte n'est pas totalement réversible car la compression est en réalité non-isentropique à cause des échanges de chaleur avec les particules d'eau environnantes. D'autre part, les changements de pression dus au passage de l'onde catalysent certaines transformations chimiques. Enfin, les petites particules en suspension dans l'eau de mer (turbidité, micro-organismes) sont aussi à l'origine de pertes par diffusion d'une partie de l'énergie acoustique.

Ces pertes sont modélisables par l'introduction d'un terme d'amortissement de la forme  $e^{-\alpha r}$  où  $\alpha$  est le coefficient d'amortissement exprimé en Nepers par mètre. Ce terme peut être introduit en rajoutant une partie imaginaire au nombre d'onde  $\mathbf{k} = (k - j\alpha)\mathbf{u}_r$ , et en écrivant la pression acoustique de la manière suivante :

$$p(t, \mathbf{r}) = A_0 e^{j(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r})} = A_0 e^{-\alpha r} e^{j\omega t - k\mathbf{u}_r \cdot \mathbf{r}} \quad (1.11)$$

Les causes de l'amortissement sont multiples et dépendent de la fréquences des ondes acoustique. Le coefficient d'amortissement  $\alpha$  dépend alors de la fréquence (et donc de la longueur d'onde) de l'onde acoustique. Les pertes par frottements visqueux concernent toutes les gammes de fréquences mais sont plus importantes et prédominantes à très hautes fréquences (au delà de quelques dizaines de kHz). En dessous de 100 kHz, les ondes acoustiques provoquent la relaxation chimique du sulfate de magnésium ( $MgSO_4$ ) induisant des pertes d'énergie supplémentaires, et en dessous de quelques kHz les pertes dues à la relaxation de l'acide borique ( $B(OH)_3$ ) viennent se surajouter aux deux causes précédentes. A très basse fréquences (en dessous de 10 Hz) d'autres pertes d'énergie interviennent mais sont encore mal connues ([Jensen 2011], p.37).

La distance de propagation des ondes acoustiques varie donc avec la fréquence. Par exemple, pour être atténuées de 10 dB en intensité (divisées d'un facteur 10), des ondes acoustiques de 100 Hz doivent parcourir environ 2200 km ; celles de 1 kHz, 145 km ; et celles de 10 kHz environ 9 km.

La dépendance de l'amortissement avec la fréquence, conduit aussi à des effets de dispersion lors de la propagation à longue distance [Lacoume 1989, Loubet 1990].

### 1.2.5 Les hétérogénéités du milieu de propagation et la diffraction

Lorsqu'une onde acoustique rencontre des inhomogénéités du milieu de propagation, ou des irrégularités au niveau des interfaces, qui ont des dimensions du même ordre de grandeur que sa longueur d'onde, l'énergie acoustique est diffractée autour de cette singularité. Ce phénomène peut être mis en équations en utilisant l'approche ondulatoire de la propagation acoustique et le principe de Huygens-Fresnel.

**Théorème 1.3** (Le principe de Huygens-Fresnel)

*Chaque point de l'espace qui reçoit de l'énergie d'une onde acoustique la réémet à la manière d'une source ponctuelle "secondaire". L'amplitude de l'onde réémise par chaque point source "secondaire" est proportionnelle à celle de l'onde incidente, sa phase est prise égale à la phase de l'onde incidente et les champs issus de ces sources ponctuelles sont cohérents entre eux.*

Ce principe permet d'expliquer les phénomènes de diffraction, d'interférences, et même de réflexion et réfraction (cf. figure 1.4) qui interviennent lors de l'interaction entre une onde acoustique et un objet ou une surface. Dans le cas de la diffraction du son par une hétérogénéité (ou par les irrégularités d'une surface) ce sont les points de l'hétérogénéité (resp. irrégularité) stimulés par l'onde acoustique qui sont considérés comme des sources "secondaires". Les champs acoustiques réémis par ces sources secondaires viennent ainsi s'ajouter au champ de l'onde incidente. Cette modélisation permet de décrire la propagation du son de proche en proche entre les points du milieu.

En considérant, une source acoustique  $S$ , une hétérogénéité  $\mathcal{H}$ ,  $M$  un point de  $\mathcal{H}$  et  $R$  un récepteur acoustique, alors le champ acoustique diffracté s'écrit, d'après le principe de Huygens-Fresnel, comme :

$$p(t, R) \propto A_0(t) \iiint_{\mathcal{H}} e^{j(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{SM})} \times e^{j(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{MR})} d\mathbf{M} \quad (1.12)$$

où  $p(t, R)$  est la pression acoustique diffractée reçue à l'instant  $t$  en  $R$ ,  $A_0$  est l'amplitude de la source et  $\mathbf{k}$  le vecteur d'onde.

On distingue deux régimes de diffraction :

**la diffraction de Fresnel** (en champ proche), pour laquelle la distance entre la source et l'objet diffractant ou la surface diffractante est considérée comme finie. Les front d'ondes arrivant sur le diffractant sont donc courbes.

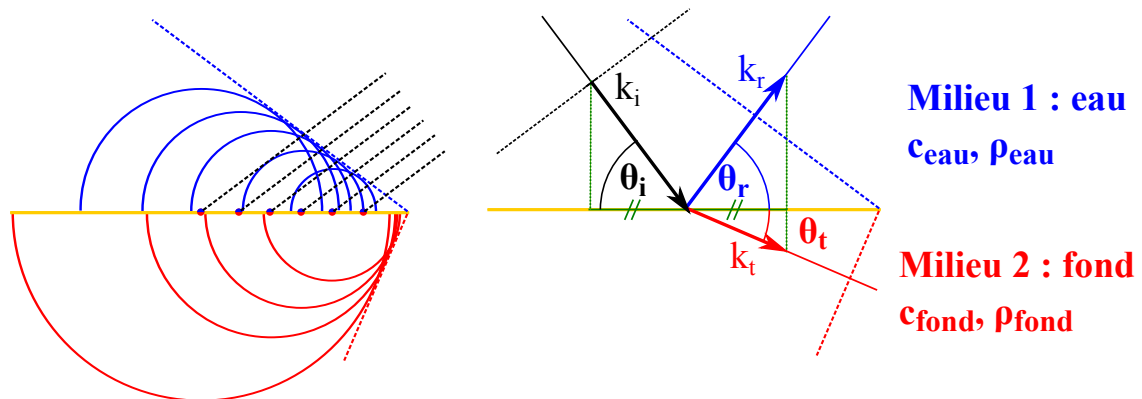
**la diffraction de Fraunhofer** (en champ lointain), pour laquelle cette même distance est considérée comme infinie, ce qui revient à dire que les ondes qui arrivent sur le diffractant sont considérées comme planes.

### 1.2.6 Les interactions avec les interfaces

Dans le cas de guides d'onde océaniques, les deux interfaces à considérer sont **la surface** (interface air-eau) et **le fond** de l'océan (interface eau-sédiments). Nous ne nous intéresserons

pas aux éventuelles interfaces entre les différentes couches géologiques, qui sortent de notre cadre d'étude, et font l'objet d'études plus spécifiques en inversion géo-acoustiques.

Au paragraphe 1.2.2, on a vu de manière géométrique que lorsqu'une onde sonore arrive au contact d'une interface du milieu de propagation (interface air-eau, interface eau-sol ou encore interface entre deux couches sédimentaires), une partie de l'onde peut être transmise au travers de cette interface alors qu'une autre partie est réfléchi (cf. figure 1.3). On peut retrouver ce résultat en utilisant la nature ondulatoire du son et le principe de Huygens-Fresnel au niveau de l'interface (cf figure 1.4a).



(a) Illustration du principe de Huygens-Fresnel. Une onde incidente (lignes pointillées noires) percute l'interface eau-fond (ligne continue jaune) qui réémet l'énergie acoustique comme une somme de sources secondaires (points), dans la colonne d'eau (cercles bleus), et/ou dans le fond (cercles rouges). Les fronts des ondes réfléchi et transmise sont représentés par la tangente aux fronts d'ondes secondaires (resp. ligne pointillée bleue et rouge).

(b) Représentation des vecteur d'ondes incident  $\mathbf{k}_i$ , réfléchi  $\mathbf{k}_r$  et transmis  $\mathbf{k}_t$ .  $\theta_i$  est l'angle de rasance de l'onde incidente,  $\theta_r$  celui de l'onde réfléchi, et  $\theta_t$  celui de l'onde transmise. On peut noter que le vecteur d'onde  $\mathbf{k}_r$  réfléchi est de même module que le vecteur d'onde incident  $\mathbf{k}_i$  :  $\|\mathbf{k}_r\| = \|\mathbf{k}_i\| = \omega/c_{eau}$  (ou  $\omega$  est la pulsation de l'onde acoustique et  $c_{eau}$  la vitesse du son dans l'eau), que la composante tangente au fond est conservée et que seule la composante orthogonale à l'interface change de signe. Le vecteur d'onde transmise  $\mathbf{k}_t$ , quant à lui, voit sa norme,  $\|\mathbf{k}_t\| = \omega/c_{fond}$ , diminuer puisque la vitesse du son est plus rapide dans le fond mais sa composante tangentielle est conservée.

FIGURE 1.4 – Réflexion et transmission au niveau de l'interface eau-fond, vers un fond dans lequel la vitesse du son est plus importante que dans l'eau.

Cependant l'approche géométrique ne permet pas de quantifier le ratio onde transmise-onde réfléchi. La quantité d'énergie transmise et réfléchi dépend de la nature de l'interface, *i.e.* des caractéristiques des milieux de part et d'autre. Ces caractéristiques sont résumées par deux grandeurs : l'impédance acoustique caractéristique d'un milieu  $Z_m = \rho c$ , et l'impédance d'une onde acoustique  $Z = Z_m / \sin(\theta_i)$ , où  $\rho$  est la masse volumique du milieu,  $c$  la vitesse du son et  $\theta_i$  l'angle de rasance de l'onde (angle entre la direction de l'onde et la tangente à l'interface).

En écrivant la continuité de la pression et de la vitesse acoustique au niveau des interfaces, on obtient les coefficients de réflexion  $R$  et de transmission  $T$  en amplitude. Ils correspondent



aux facteurs à appliquer à l'amplitude de l'onde incidente dans le milieu 1 pour trouver respectivement l'amplitude de l'onde réfléchie dans le milieu 1 et transmise dans le milieu 2 :

$$R = \frac{Z_2 - Z_1}{Z_1 + Z_2} \quad \text{et} \quad T = \frac{2Z_2}{Z_1 + Z_2} \quad (1.13)$$

Les formules suivantes déterminent le ratio de l'énergie acoustique transmise et réfléchie par l'interface au passage du milieu 1 au milieu 2 :

$$R' = \left( \frac{Z_2 - Z_1}{Z_1 + Z_2} \right)^2 \quad \text{et} \quad T' = \frac{4Z_1Z_2}{(Z_1 + Z_2)^2} \quad (1.14)$$

où  $R'$  est le coefficient de réflexion en énergie,  $T'$  est le coefficient en transmission de l'énergie et  $Z_1$ ,  $Z_2$  les impédances acoustiques des milieux 1 et 2 respectivement.

Lorsque les interfaces sont rugueuses (état de mer en surface, relief sous-marin au fond), une partie de l'énergie est diffractée/diffusée dans la colonne d'eau. Cette énergie diffusée/diffractée est généralement considérée comme une perte pour la propagation acoustique. On parlera de diffraction lorsque les ondes ré-émises par les interfaces sont cohérentes et de diffusion lorsqu'elles ne le sont plus.

### 1.2.6.1 Les réflexions sur la surface

Lorsque l'énergie acoustique atteint la surface, une partie est transmise du milieu aquatique de masse volumique  $\rho_{eau} = 1000 \text{ kg/m}^3$  et de vitesse du son  $c_{eau} = 1500 \text{ m/s}$ , au milieu aérien de masse volumique  $\rho_{air} = 1.2 \text{ kg/m}^3$  et dans lequel la vitesse du son est de  $c_{air} = 340 \text{ m/s}$ . La valeur des coefficients de transmission et de réflexion indique que très peu d'énergie acoustique traverse la surface et que l'onde est réfléchie quasiment parfaitement ( $T'_{eau-air} = 0.0011$  et  $R'_{eau-air} = 0.9989$  au maximum de transmission).

De plus, l'impédance de l'air est négligeable devant celle de l'eau ( $Z_2 \ll Z_1$ ), ce qui implique que le coefficient de réflexion est négatif. L'onde réfléchie dans l'eau comporte donc un déphasage de  $\pi$  avec l'onde incidente.

Dans ce contexte, on considère généralement que le coefficient de réflexion à la surface vaut -1, en l'absence de phénomènes de diffraction et de diffusion liés à la rugosité de la surface.

### 1.2.6.2 Les transmissions et réflexions sur les fonds océaniques

Les caractéristiques du fond de l'océan peuvent être très variables selon sa nature géologique. Dans certains cas, tels que les fonds sédimentaires sableux, le fond peut vu de manière approchée comme un fluide. Dans d'autres cas, comme pour les fonds rocailloux, on considérera le fond comme un solide dans lequel sont créées, non seulement des ondes de compression, mais aussi des ondes de cisaillement.

Lorsque la vitesse du son dans le fond est supérieure de celle du son dans l'eau, il existe un angle de rasance (angle entre la direction de propagation et l'horizontale) en dessous duquel aucune énergie n'est transmise dans le fond et toute l'énergie acoustique est réfléchi. L'**angle critique**, est donné par la formule suivante issue de la loi de Snell-Descartes sur la réfraction :

$$\theta_c = \arccos\left(\frac{c_{eau}}{c_{fond}}\right) \quad (1.15)$$

Pour des angles de rasance supérieurs à l'angle critique, les coefficients de réflexion et de transmission sont réels. Une partie de l'énergie acoustique est transmise au sous-sol mais sans déphasage. Prenons l'exemple d'un fond de sable fin de masse volumique  $\rho_{fond} = 1900 \text{ kg/m}^3$  et dans lequel le son se propage à une vitesse de  $c_{fond} = 1600 \text{ m/s}$ . Dans ce cas l'angle critique est de  $24.62^\circ$ . Les valeurs des coefficients de réflexion et de transmission en énergie en fonction de l'angle de rasance sont tracés sur la figure 1.5.

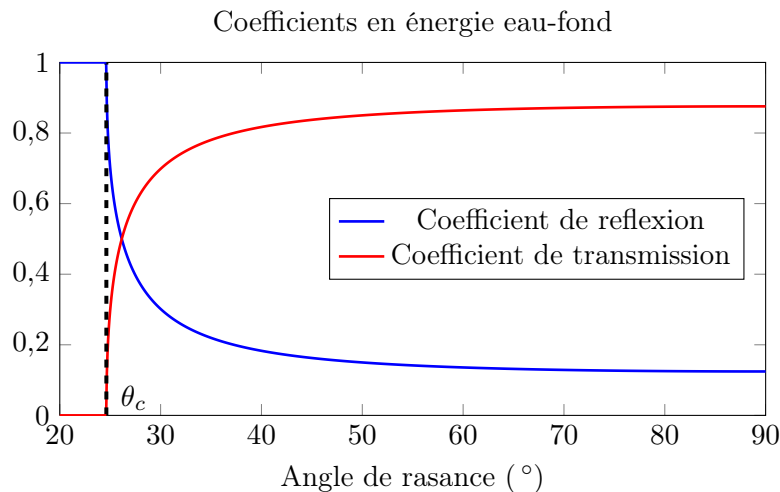


FIGURE 1.5 – Coefficients de transmission et de réflexion d'une onde sonore en fonction de l'angle de rasance.

Les phénomènes d'atténuation au sein de la colonne d'eau et du fond jouent aussi un rôle dans les caractéristiques de transmission et de réflexion des ondes acoustiques. Ces effets peuvent être modélisés en rajoutant une partie complexe à la vitesse (ou de manière équivalente au vecteur d'onde). Ceci a pour effet d'introduire des déphasages pour les ondes réfléchies et transmises avec un angle de rasance inférieur à l'angle critique et une perte d'énergie supplémentaire. Le coefficient de réflexion n'est alors jamais égal à 1 même pour les réflexions sous-critiques.

Les caractéristiques de l'interaction avec le fond (énergie et déphasage des ondes transmises et réfléchies) dépendent donc des vitesses, des masses volumiques et des coefficients d'atténuation de l'eau et du fond, ainsi que de la fréquence de l'onde.

### 1.2.7 Les profils de vitesse du son de la colonne d'eau et la réfraction

Plusieurs modèles pour l'estimation de la vitesse du son dans l'eau de mer à partir des mesures traditionnelles de l'océanographie (conductivité, température, densité) ont été proposés dans la littérature. Une formule proposée par Wilson et al. en 1961 [Wilson 1960], a ensuite été invalidée par d'autres travaux [Anderson 1971]. D'autres formulations ont ensuite été proposées dont celle de Del Grosso [Del Grosso 1974], et celle de Chen et Millero [Chen 1977, Millero 1980]. C'est la formule de Chen et Millero qui a été adoptée comme référence par la Commission Océanographique Intergouvernementale de l'UNESCO. Mais cette version fut à nouveau contestée, en particulier pour les cas de propagation à haute pression et longue distance dans l'océan pour lesquels la formulation de Del Grosso donne des résultats plus en cohérence avec les observations [Dushaw 1993].

En 2008 Leroy et al. ont proposé une nouvelle formulation à destination de la communauté de l'acoustique sous-marine, plus simple, plus précise et valable dans quasiment tous les océans [Leroy 2008].

Plus récemment en 2010, une formulation de la vitesse du son dans l'eau de mer (Thermodynamique Equation Of Seawater, TEOS-10) basée sur la thermodynamique et la fonction de Gibbs (enthalpie thermodynamique), a été adoptée par la Commission Océanographique Intergouvernementale de l'UNESCO, pour remplacer l'ancienne formulation Equation Of Seawater 80, basée sur la formule de Chen et Millero. Les domaines de validité et la justesse de chaque formulation sont encore des sujets de discussion et la formulation de l'UNESCO ne fait pas référence en acoustique sous-marine où la formulation de Del Grosso et plus récemment celle de Leroy sont généralement préférées.

Plus en détail, la vitesse du son est modélisée de manière polynômiales en fonctions des trois paramètres d'état de l'eau de mer : la température, la pression et la salinité. A titre d'exemple, voici une formulation simplifiée avec neuf termes proposée par Mackenzie [Mackenzie 1981] :

$$c(T, S, z) = a_1 + a_2T + a_3T^2 + a_4T^3 + a_5(S - 35) + a_6z + a_7z^2 + a_8T(S - 35) + a_9Tz^3 \quad (1.16)$$

où T est la température en degrés Celsius, S est la salinité en g/kg, et z la profondeur en mètres.

Les neuf constantes définies par Mackenzie sont :

$$\begin{aligned} a_1 &= 1448.96 \text{ m.s}^{-1} & ; & \quad a_6 = 1.630 \times 10^{-2} \text{ m.s}^{-1}/\text{m} & ; \\ a_2 &= 4.591 \text{ m.s}^{-1}/^\circ\text{C} & ; & \quad a_7 = 1.675 \times 10^{-7} \text{ m.s}^{-1}/\text{m}^2 & ; \\ a_3 &= -5.304 \times 10^{-2} \text{ m.s}^{-1}/^\circ\text{C}^2 & ; & \quad a_8 = -1.025 \times 10^{-2} \text{ m.s}^{-1}/^\circ\text{C}/(\text{g}/\text{kg}) & ; \\ a_4 &= 2.374 \times 10^{-4} \text{ m.s}^{-1}/^\circ\text{C}^3 & ; & \quad a_9 = -7.139 \times 10^{-13} \text{ m.s}^{-1}/^\circ\text{C}^2/\text{m}^3 & ; \\ a_5 &= 1.340 \text{ m.s}^{-1}/(\text{g}/\text{kg}) & . & & \end{aligned}$$

Cette formule indique que la vitesse du son augmente avec la température, la pression et la salinité. Or la température, la pression et la salinité ne sont généralement pas uniformes au sein de la colonne d'eau. En conséquence la vitesse du son varie en fonction des trois dimensions de l'espace, ce qui implique que les ondes acoustiques empruntent des trajectoires courbes dues

aux phénomènes de réfraction. La réfraction engendre donc la formation de guides d'onde, de zones d'ombres, et de caustiques (*i.e.* zones de focalisation des rayons acoustiques) suivant les distributions de vitesse du son du milieu océanique [Medwin 2005, Jensen 2011].

Pour exemple, prenons le cas classique d'un profil célérimétrique de Munk (figure 1.6 gauche) :

$$c(z) = 1 + \epsilon(\eta + e^{-\eta} - 1); \quad (1.17)$$

avec  $z$  la profondeur,  $c(z)$  la vitesse du son à la profondeur  $z$ ,  $B = 1.3 \times 10^3$ ;  $\epsilon = 7.37 \times 10^{-3}$ ;  $\eta = 2(z - z_{inversion})/B$ ; et  $z_{inversion}$  la position du minimum de célérité.

Ce profil correspond à une colonne d'eau stratifiée en température de sorte que l'eau en surface soit plus chaude que celle du fond. En surface, les températures élevées induisent une vitesse du son élevée qui diminue lorsqu'on descend en profondeur. Le profil atteint ensuite un minimum et la vitesse du son augmente alors sous l'effet de la pression lorsqu'on continue à descendre.

La partie de droite de la figure 1.6 montre que les trajets acoustiques tendent à toujours revenir vers la zone où la vitesse du son est faible. Ce type de profil célérimétrique guide donc les ondes acoustiques autour de  $z_{inversion}$  sans qu'il y ait d'interactions avec la surface ou le fond. Le canal SOFAR est un exemple de ce type de guide d'onde. Il est très utilisé pour propager le son à longues distances (plusieurs centaines de kilomètres), notamment lors des expériences de tomographie en grand fond.

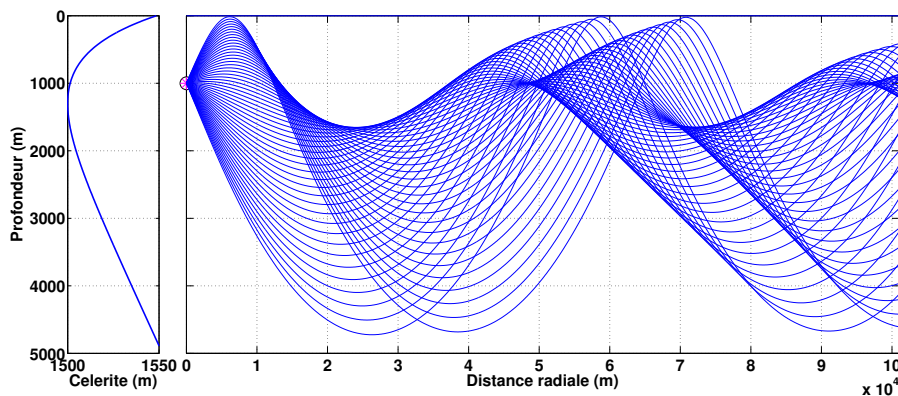


FIGURE 1.6 – Tracé de rayons dans le cas d'un profil de Munk, réalisé avec le programme cTraceo développé au SiPLAB, Université d'Algarve.

### 1.2.8 Le guide d'onde de Pekeris

Le guide d'onde de Pekeris est un modèle simplifié de configuration petit-fond pour la propagation acoustique [Pekeris 1948]. Il est composé d'une colonne d'eau délimitée par une surface horizontale plane parfaitement réfléchissante et un fond fluide horizontal plan semi-infini. Les caractéristiques de la colonne d'eau (vitesse du son, densité et atténuation) sont

uniformes, ainsi que celles du fond.

Le son est donc guidé lors de sa propagation par des réflexions sur la surface qui introduisent un déphasage de  $\pi$  et des réflexions sur le fond avec déphasage quasiment nul pour les angles de rasance inférieurs à l'angle critique. Lors des réflexions à l'interface eau-fond, la part de l'énergie acoustique transmise dans le fond est perdue.

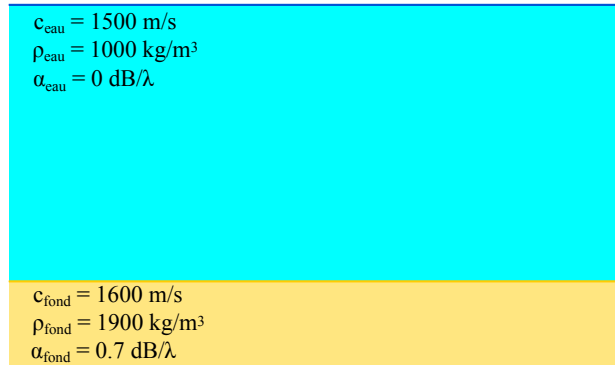


FIGURE 1.7 – Exemple de guide d'onde de Pekeris.

Dans notre étude, ce type de guide d'onde servira de référence. On y introduira éventuellement des perturbations de vitesse du son.

Pour modéliser la propagation des ondes acoustiques dans ce type de guide d'onde plusieurs méthodes sont possibles.

### 1.2.9 La résolution de l'équation d'onde

Le but de ce paragraphe est de faire un bref état de l'art des méthodes de résolution de l'équation d'onde dans un guide d'onde océanique.

La solution de l'équation d'onde dépend à la fois des paramètres du milieu de propagation et des conditions aux limites. Pour résoudre ce problème, il existe de nombreuses techniques analytiques ou numériques, avec chacune leurs avantages et leurs limites :

**La résolution analytique** Dans les cas simples, on peut obtenir une solution analytique exacte ou approchée. Lorsque c'est possible, il est donc préférable de se ramener ou de décomposer le problème en cas simples dont les solutions analytiques sont connues.

Un exemple est l'utilisation du « théorème des images » pour se ramener à un cas de propagation en milieu libre dans lequel la solution est connue. On utilise des sources (ou des milieux de propagation virtuels), que l'on construit par symétries orthogonales par rapport aux interfaces réfléchissantes. En superposant ensuite les champs de ces sources (ou les milieux virtuels), on obtient le champ acoustique total (ou partiel suivant le nombre de réflexions considérées) [Guillon 2001, Pinson 2012].

**Les rayons** L'approche géométrique est une approximation valable à haute fréquence et/ou

en océan profond. Elle peut se traiter soit de manière purement géométrique dans les cas simples, soit par résolution de l'Eikonale. C'est aussi la manière la plus rapide de simuler la propagation acoustique. Les travaux de Keller et al. [Keller 1978] traitent en détail de cette approche.

**L'intégration du nombre d'onde** Cette méthode s'applique dans le cas de milieux stratifiés invariants horizontalement. Elle se base sur la résolution de l'équation d'onde dans chaque couche en respectant les conditions aux limites. Les travaux pionniers de l'utilisation de cette méthode en acoustique sous-marine sont ceux de Pekeris et al. [Pekeris 1948], et Ewing et al. [Ewing 1957]. L'implémentation numérique est connue sous le nom de *Fast Field Program* et peut être étendu numériquement à des milieux variant horizontalement. Le temps de calcul devient coûteux lorsqu'il faut multiplier le nombre de couches.

**Les modes normaux** Cette approche se base sur la résolution analytique de l'équation d'onde par la méthode de séparation des variables en fonction de la profondeur et de la distance par rapport à la source. Cette technique s'utilise beaucoup dans la gamme des très basses fréquences et/ou pour des guides d'onde très peu profonds, et avec peu de variations horizontales. Les travaux de Pekeris et al. [Pekeris 1948] et Williams et al. [Williams 1970] donnent un bon aperçu de l'utilisation des modes en acoustique sous-marine.

**Les équations paraboliques** Pour les moyennes fréquences et/dans les guides d'onde peu profonds, les problèmes de transmission acoustique (propagation dans une seule direction : source  $\rightarrow$  récepteur) à ouverture angulaire limitée, peuvent se résoudre par la méthode des équations paraboliques, avec un temps de calcul faible, relativement aux solutions numériques par différences ou éléments finis. Cette méthode est très largement utilisée en acoustique sous-marine et décrite en détails dans les travaux de Mc Daniel [McDaniel 1975], Tappert [Tappert 1977], Collins [Collins 1993] avec un récapitulatif des développements par Lee et al. [Lee 2000].

**Les solutions numériques directes** (différences finies ou éléments finis) sont applicables quel que soit le contexte, mais au prix d'un temps de calcul important. Les travaux de Forsythe et Wasow ont ouvert la voie à ce type de méthodes de résolution d'équations différentielles [Forsythe 1960] et ont notamment été utilisées par Kuperman en acoustique sous-marine [Kuperman 1989].

Deux références clés présentant toutes ces méthodes et leur implémentation numérique doivent être citées : l'ouvrage de Jensen et al. : « *Computational Ocean Acoustics* » [Jensen 2011] et l'article de Buckingham [Buckingham 1992].

Comme nous nous intéressons à des variations de vitesse du son en deux dimensions, dans un plan délimité par la surface, le fond, la source, et le récepteur, les solutions analytiques restreintes aux cas où les propriétés du milieu de propagation ne dépendent pas de la distance à la source, sont à proscrire.

Dans le cas simple du guide de Pekeris, on utilisera la résolution analytique par la méthode des images. Dans les cas plus complexes où l'on étudie des variations locales de la distribution

de vitesse, c'est un code aux équations paraboliques qui sera utilisé.

### 1.2.10 Conclusion sur la propagation acoustique en guide d'onde océanique

C'est grâce aux différents modèles de propagation qu'il est possible de prévoir les effets de changements de propriétés de la colonne d'eau, sur la propagation acoustique. Tout le défi de la tomographie est de trouver des méthodes qui permettent de faire le chemin inverse : retrouver les modifications de la colonne d'eau grâce aux mesures du champ acoustique.

Dans un premier temps, il apparaît donc nécessaire d'identifier les moyens existants pour mesurer les ondes acoustiques, caractériser les signaux de mesure, et traiter ces signaux, afin d'en sélectionner les caractéristiques pertinentes.

## 1.3 La mesure et le signal en tomographie acoustique océanique

C'est le traitement adéquat des signaux issus des mesures acoustiques qui permet d'extraire les informations pertinentes sur les caractéristiques du milieu de propagation qu'on souhaite mesurer en tomographie. L'évolution des techniques de mesures, et de leurs traitements, permet d'augmenter les performances des méthodes de tomographie océanique.

Dans cette partie, nous parcourons les différentes composantes d'une chaîne d'acquisition et de traitement du signal en tomographie acoustique sous-marine, à savoir :

1. le signal acoustique émis ;
2. les méthodes de mesure et les signaux acoustiques correspondants ;
3. les caractéristiques « observables » des signaux acoustiques ;
4. et enfin, les traitements d'antennes spécifiques.

Les ondes étudiées en acoustique sous-marine sont en majorité des ondes mécaniques de compression. Cependant, lors des interactions des ondes acoustiques avec les fonds solides, une partie de l'énergie acoustique est convertie en ondes de compression, torsion et cisaillement dans les sous-sols océaniques. Une partie de l'énergie transmise dans le fond peut alors être re-transmise dans la colonne d'eau en générant de nouvelles ondes acoustiques.

Un exemple, est le phénomène de *head waves*. Lorsque l'énergie acoustique atteint un fond solide, une onde de cisaillement est générée à l'interface eau-fond. Cette onde se propage à une vitesse beaucoup plus importante que celle des ondes acoustiques dans l'eau. Il en résulte la formation d'une onde acoustique qui précède celles du champ émis directement depuis la source appelée « head wave ».

L'acoustique sous-marine et la géoacoustique sont donc intimement liées. De plus, une analogie peut être faite entre les ondes acoustiques dans la colonne d'eau et les ondes de compression dans les solides géophysiques. Pour ces raisons, quelques références seront faites à la géophysique.

### 1.3.1 Le signal émis

Les signaux utilisés en acoustique dépendent des domaines d'application : signaux modulés en fréquence (« chirps »), modulations de phase, impulsions. . .

En tomographie acoustique océanique double-antenne, les signaux les plus utilisés sont des impulsions large bande qui ont la particularité d'être bien localisées en temps [Iturbe 2010, Marandet 2011a, Sarkar 2011]. Elles peuvent s'écrire de la manière suivante :

$$s(t) = A(t)\cos(\omega_c t) \quad (1.18)$$

où  $s$  est le signal acoustique,  $t$  est le temps,  $A$  est l'enveloppe de l'impulsion portée par la sinusoïde de fréquence  $\omega_c$ , correspondant à la fréquence centrale du spectre.

L'impulsion sinusoïdale gaussienne est composée d'une porteuse sinusoïdale à la fréquence centrale et d'une enveloppe  $A(t)$  gaussienne. C'est ce type de signaux que nous utiliserons dans cette thèse (cf. figure 1.8 ligne bleue continue).

De manière équivalente, le signal émis peut s'exprimer sous forme analytique ou forme complexe [Bargmann 1961] (cf. figure 1.8 tirets rouges) :

$$\underline{s}(t) = A(t)e^{j\phi(t)} = s(t) + j\mathcal{H}\{s\}(t) \quad (1.19)$$

avec  $\phi(t) = \omega_c t$ , la phase du signal analytique et  $\mathcal{H}$  la transformée de Hilbert du signal réel.

Dans ce cas, le signal réel émis sera représenté par la partie réelle du signal analytique.

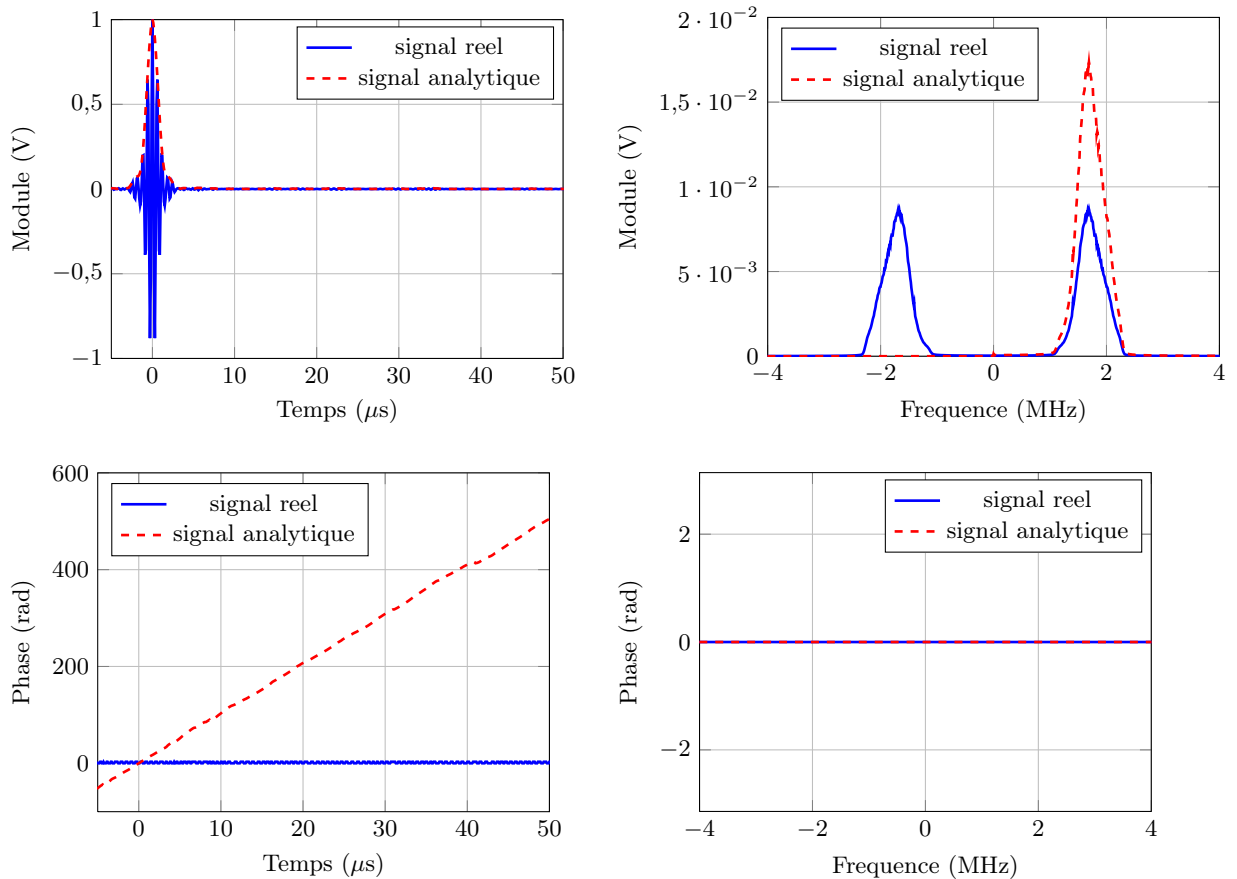
Le signal émis se propage ensuite dans le guide d'onde océanique avant d'être capté par la chaîne de mesure et de traitement.

### 1.3.2 La mesure acoustique et les signaux reçus

Un signal acoustique se caractérise physiquement, à la fois comme une succession de surpressions et de dépressions et comme un déplacement de particules élémentaires de fluide autour d'une position d'équilibre (cf. paragraphe 1.2.3). On peut alors choisir de mesurer le mouvement des particules et/ou la pression pour capter le signal sonore.

En tomographie acoustique océanique, les mesures acoustiques sont classiquement faites à l'aide d'hydrophones : transducteurs électroacoustiques (souvent piézoélectriques), équivalents pour l'acoustique sous-marine des microphones aériens. Cette mesure du champ de pression acoustique est une grandeur scalaire qu'il est possible de résumer par ses caractéristiques fréquentielles (fréquence centrale, largeur de bande, forme du spectre) et temporelles (durée, enveloppe, période des oscillations). La figure 1.9a montre la représentation temporelle du signal reçu par un récepteur placé à 1.8 cm de profondeur, après que le signal de la figure 1.8 ait été émis par une source située à 1.8 mm de profondeur et propagé dans un guide d'onde de 5.6 cm de profondeur et de 1.1264 m de long. Ce signal est étalé dans le temps et comporte de nombreux pics qui correspondent aux différents trajets empruntés par l'onde



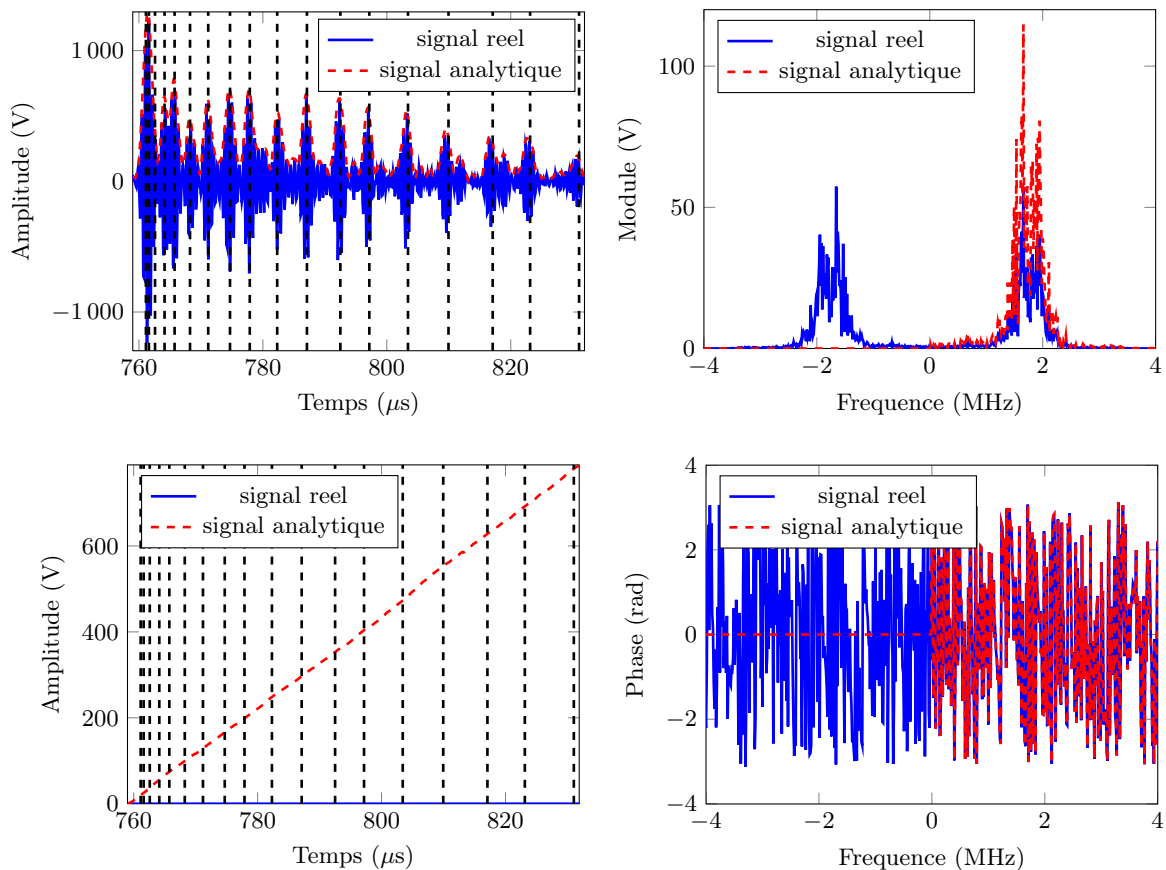


(a) Série temporelle du signal émis.

(b) Spectre du signal émis.

FIGURE 1.8 – Représentation (a) temporelle, (b) fréquentielle du signal émis (bleu) et du signal analytique associé (rouge). Il correspond à celui utilisé lors des expériences en laboratoire à échelle réduite. La fréquence centrale est de 1.7 MHz et la largeur de bande de 1.4 MHz, ce qui équivaut à un signal de 1.7 kHz de fréquence centrale et 1.4 kHz de largeur de bande à échelle réelle.

dans le guide. Cette forme d'onde temporelle est donc caractéristique de la propagation de l'onde acoustique. La figure 1.9b montre, quant à elle, l'effet de la propagation multi-trajets sur le spectre du signal. Certaines fréquences ont été atténuées et d'autres augmentées par rapport au spectre d'émission. Ces effets sont dus au caractère multi-trajets de la propagation acoustique en guide d'onde qui implique des interférences entre les spectres de chaque arrivée acoustique, qui contiennent les mêmes fréquences mais avec des phases différentes.



(a) Série temporelle du signal reçu.

(b) Spectre du signal reçu.

FIGURE 1.9 – Représentation temporelle et fréquentielle du signal reçu par un récepteur placé à 1.8 cm de profondeur, après que le signal de la figure 1.8 ait été émis par une source située à 1.8 mm de profondeur et propagé dans un guide d'onde de 5.6 cm de profondeur et de 1.1264 m de long.

Les méthodes de mesure ont historiquement évolué pour passer de mesures point-à-point sur un hydrophone en émission et un hydrophone en réception (cf. figure 1.10a), vers l'utilisation d'antennes en réception dans un premier temps (cf. figure 1.10b), puis en émission et en réception dans un deuxième temps (cf. figure 1.10c). C'est ce dernier système d'acquisition que nous utilisons pour nos travaux. On retrouve cette évolution en géophysique dans les travaux de Zhou et al. [Zhou 2004] qui utilisent une antenne en réception, et dans ceux

de Lambaré et al. [Lambaré 2008] qui utilisent une antenne source et une antenne réceptrice pour la tomographie de la croûte terrestre.

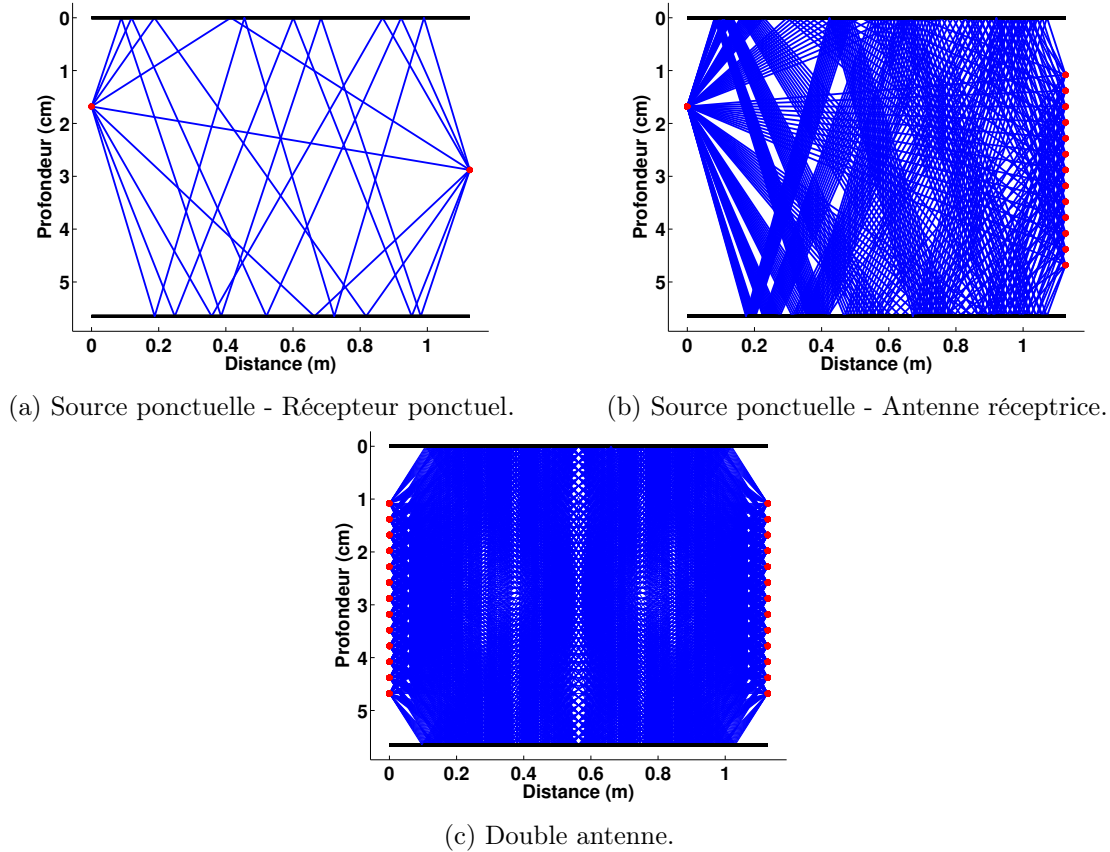
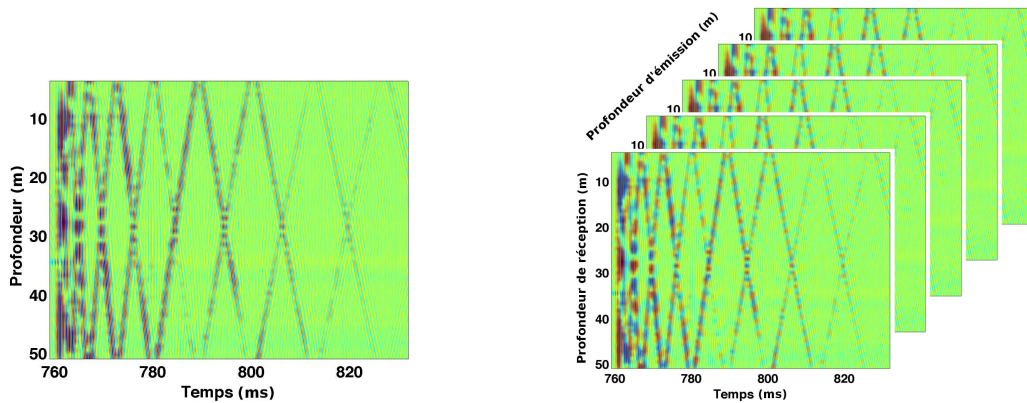


FIGURE 1.10 – Systèmes d’acquisition acoustiques point-à-point (a), point-antenne (b) et antenne-antenne (c); et leur couverture acoustique associée. Les points rouges, sont des hydrophones et les lignes bleues, des trajets acoustiques (0 à 4 réflexions).

L’utilisation d’antennes permet d’améliorer la couverture acoustique du milieu de propagation en rajoutant une dimension spatiale par antenne. La figure 1.10 illustre ce gain de couverture acoustique. Le prix à payer pour ce gain est une plus grande complexité de mise en œuvre de ces systèmes d’acquisition. Les dispositifs de compensation des défauts d’inclinaison et la déformation des antennes verticales et la synchronisation sources-récepteurs en sont des exemples. Néanmoins, les avancées scientifiques permettent de trouver des solutions, comme par exemple la correction post-acquisition de l’inclinaison des antennes par Roux et al. [Roux 2013a].

Sur les figures 1.11a et 1.11b, on peut voir les exemples de signaux acquis avec simple et double-antenne. On constate que la dimension des données passe de 1 dimension (le temps) pour les signaux mono-source et mono-récepteur, à 2 dimensions (temps, profondeur de réception) dans le cas mono-source antenne de récepteurs, puis à 3 dimensions (temps, profondeurs de réception, profondeur d’émission) dans le cas d’antenne de sources et d’antenne de récepteurs. Ces dimensions supplémentaires augmentent considérablement le volume des données

(ce qui n'est pas un problème majeur avec l'évolution de la puissance de calcul des ordinateurs). Elles ouvrent aussi la voie à de nouvelles possibilités de traitement de ces signaux qui permettent d'exploiter au mieux toute l'information qu'ils contiennent.



(a) Signal mesuré avec une antenne pour une source ponctuelle. (b) Signal mesuré avec un système d'acquisition double-antenne (émission et réception).

FIGURE 1.11 – Séries temporelles des signaux acoustiques enregistrés dans les configurations (b) et (c) de la figure 1.10.

Parallèlement au développement des systèmes à antennes, on peut noter l'apparition de systèmes de mesures vectorielles. Au début des années 90, le développement des « *vector sensors* », permet de mesurer à la fois la pression acoustique et la vitesse des particules. L'utilisation des *vector sensors* en acoustique sous marine est récente [Hawkes 2001] et ne représente aujourd'hui qu'une faible partie des travaux, car les difficultés pratiques d'orientation des *vector sensors* la rendent difficile à mettre en œuvre en mer. Cependant, ces technologies nourrissent un intérêt grandissant et ont été utilisées en inversion géoacoustique lors de l'expérience « *Makai Exp 2005* » [Santos 2010].

On pourra aussi noter qu'il existe des capteurs acoustiques par fibres optiques. Cette technologie est apparue fin des années 1970 pour mesurer les variations de températures et de pression [Bucaro 1977, Bucaro 1981]. Mais cette technologie, à ce jour très peu utilisée en acoustique sous-marine, sort de notre cadre d'étude.

Les ondes acoustiques ainsi mesurées contiennent des informations sur le milieu qu'elles ont traversées. En effet, le milieu de propagation a transformé l'onde acoustique au cours de son trajet en modifiant les caractéristiques de celle-ci. Le paragraphe suivant dresse un état des lieux des caractéristiques pertinentes du signal pour la tomographie acoustique océanique. Ces caractéristiques seront nommées « observables », par référence à l'empreinte du milieu qu'on peut observer sur le signal.

### 1.3.3 Les observables

#### 1.3.3.1 Les temps de trajet

Pour étudier la vitesse du son dans l'eau, la méthode la plus intuitive, et celle qui fut utilisée en premier, est l'étude des temps de propagation correspondants à chaque trajet acoustique. À distance donnée, plus le temps de propagation est court, plus la vitesse de l'onde, le long de son trajet acoustique, est élevée. À l'inverse, plus le temps de propagation est long, moins l'onde va vite. En modélisant les trajets acoustiques par des rayons on obtient une expression du temps de propagation :

$$\tau = \int_{\mathcal{R}} \frac{ds}{c(s)} \quad (1.20)$$

où  $\tau$  est le temps de propagation,  $\mathcal{R}$  est l'ensemble des points du rayon acoustique,  $s$  l'abscisse curviligne sur le rayon et  $c(s)$  la vitesse du milieu à l'abscisse  $s$  du rayon.

Le lien avec la distribution spatiale de la vitesse du son dans l'océan, est ensuite fait par mise en correspondance de chaque arrivée avec un rayon acoustique. Ainsi, connaissant la longueur et la durée du trajet acoustique, il est possible de retrouver la vitesse moyenne du son sur ce trajet. Lorsque les trajets acoustiques recouvrent le milieu de propagation, il est alors possible de retrouver la vitesse en chaque point du milieu en combinant les informations de vitesse du son relatives à chaque trajet.

La question qui se pose alors est : comment mesurer ce temps de trajet ? Faut-il prendre le maximum du signal pour chaque arrivée acoustique... ou le maximum de l'enveloppe du signal ? Ce choix n'est pas anodin, car le temps de trajet associé au maximum du signal ou au maximum l'enveloppe caractérise des quantités physiques différentes. Le temps de trajet du maximum du signal correspond à la vitesse des fronts d'onde : la vitesse de phase ; et le temps de trajet du maximum de l'enveloppe correspond à la vitesse de l'énergie de l'onde acoustique : la vitesse de groupe.

Ces deux vitesses sont des grandeurs différentes dans les milieux de propagation dit « dispersifs », c'est à dire les milieux où la vitesse de propagation d'une onde varie suivant la fréquence de cette onde. C'est le cas de l'eau libre, dans une très faible mesure, pour des fréquences de l'ordre du kilohertz pour des raisons intrinsèques à la nature de l'onde acoustique (succession de compression et détente et mouvement des particules) et aux propriétés de l'eau. On retrouve ce phénomène de manière plus importante dans le cas de la propagation en guide d'onde, pour des raisons d'interférences entre les ondes issues des multiples réflexions et réfractions.

Le choix des paramètres utilisés dans un problème de tomographie acoustique océanique n'est pas sans conséquence. Deux observables en apparence similaires peuvent refléter deux caractéristiques physiques différentes du milieu de propagation. La différence entre vitesse de groupe et la vitesse de phase, peut alors être intéressante pour caractériser le milieu : dispersion, nature des réflexions sur le fond (qui peut induire des déphasages variables suivant l'angle de rasance).

D'autres caractéristiques du signal (observables) pourraient alors être utilisées pour l'estimation de la distribution de vitesse du son du milieu de propagation ; comme par exemple l'amplitude et/ou la phase du signal.

### 1.3.3.2 L'amplitude des arrivées acoustiques

L'amplitude d'une arrivée acoustique (cf. figure 1.9a), ou l'amplitude de son enveloppe (cf. figure 1.12a), dépendent de plusieurs facteurs :

- La longueur du trajet acoustique suivi pour relier l'émetteur au récepteur (directement liée à l'atténuation géométrique de l'onde acoustique).
- La perte d'énergie liée à la transmission acoustique dans le fond qui dépend de la nature du fond.
- Les pertes par diffusion dues à la rugosité de la surface ou du fond qui sont caractéristiques de la géométrie des interfaces.
- La diffraction et/ou diffusion avec des hétérogénéités de fort contraste d'impédance (corps immergés, bulles, particules en suspension) qui est caractéristique des objets rencontrés au cours de la propagation. /item calibration des transducteurs.

L'amplitude est utilisée en géophysique où les milieux sont très hétérogènes avec des contrastes d'impédance importants du point de vue des ondes sismiques [Nolet 2005], mais aussi pour la détection et la caractérisation de corps immergés en acoustique sous-marine [Marandet 2011b], ou encore pour suivre l'état de surface [Sarkar 2012]. c'est une grandeur de base pour de nombreuses applications (sonar, sondeur, imagerie du sous-sol).

Cependant, pour imager la température de la colonne d'eau au travers de la distribution de vitesse du son, il est nécessaire d'émettre à des niveaux sonores très élevés, et dans des conditions où le bruit océanique est faible, car l'amplitude n'est pas une observable très sensible. Les contrastes d'impédance entre les différentes masses d'eau (par exemple entre une eau chaude et salée, et une eau froide et douce) sont faibles, et les variations d'amplitude qui en résultent le sont aussi. Par exemple, à 100 m de profondeur, le contraste d'impédance entre une eau à une température de 8 °C, et une salinité de 30 g/kg, et une eau à 25 °C et 40 g/kg est seulement de  $2.3 \times 10^{-2}$ . Dans ce cas la quasi totalité de l'énergie est transmise (plus de 99.9%).

A titre de comparaison, le contraste d'impédance entre de l'eau à 8 °C, et une salinité de 30 g/kg, et un fond sableux de masse volumique de 1600 kg/m<sup>3</sup> et dans lequel les ondes acoustiques se propagent à 1600 m/s est plus de dix fois plus important ( $2.5 \cdot 10^{-1}$ ).

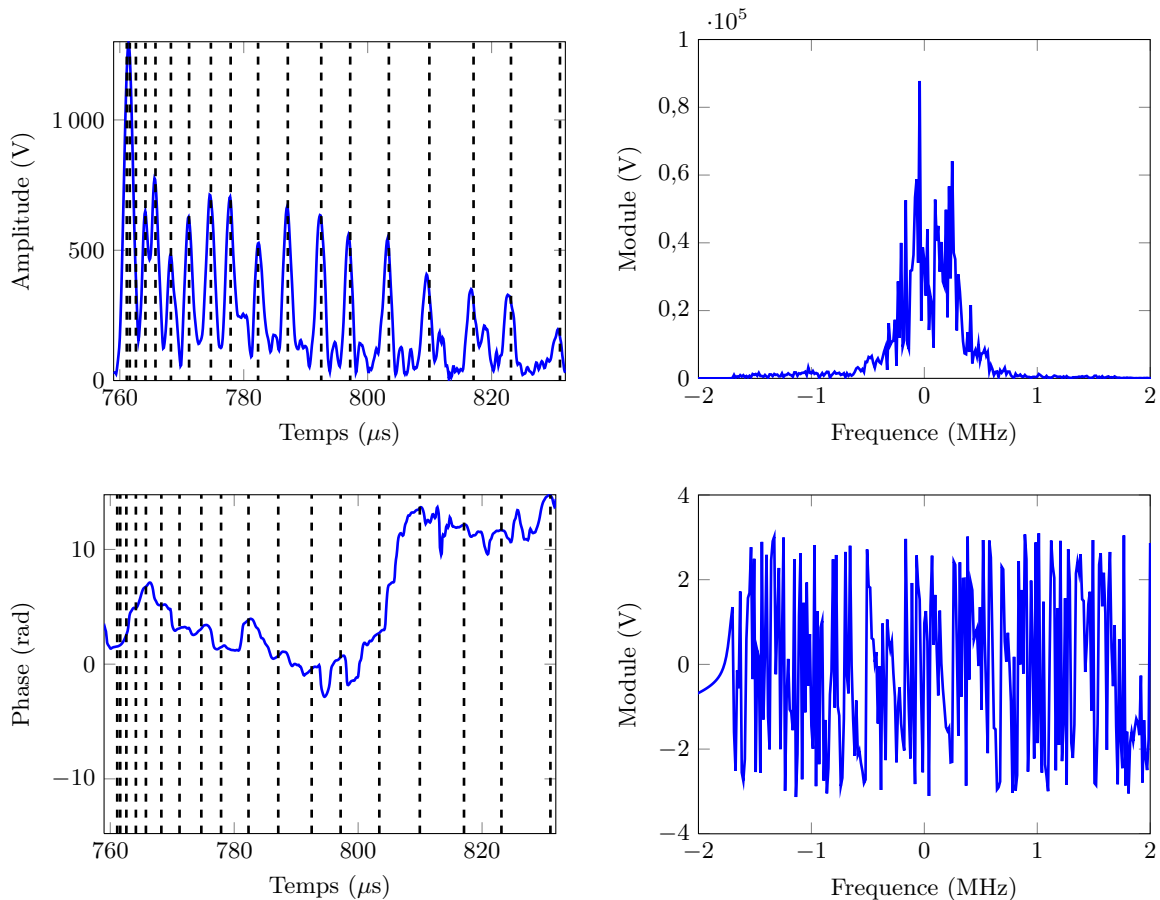
C'est néanmoins l'observable qui est utilisée en océanographie sismique. On utilise alors des « air guns » pour émettre une grande quantité d'énergie dans l'eau. On récupère ensuite la petite partie de l'énergie qui est réfléchiée par les fronts de masses d'eau avec des contrastes d'impédance les plus importants [Holbrook 2003].

De plus, le comportement de l'amplitude des ondes acoustiques est fortement non linéaire vis-à-vis de la distribution de vitesse du son [Sarkar 2011] en particulier lorsque les arrivées

acoustiques interfèrent. Cette non-linéarité du modèle direct reliant la distribution de vitesse du son et l'amplitude complexifie alors grandement l'étape d'inversion acoustique.

### 1.3.3.3 La phase du signal

Très utilisée en communication numérique, l'utilisation de la phase du signal analytique démodulé comme observable pour la tomographie acoustique océanique a aussi été envisagée [Sarkar 2011].



(a) Série temporelle du signal reçu démodulé.

(b) Spectre du signal reçu démodulé.

FIGURE 1.12 – Représentation temporelle et fréquentielle du signal démodulé de l'enregistrement acoustique présenté par la figure 1.9.

En théorie, la phase est liée de manière linéaire au temps d'arrivée ( $\phi = \omega_c t$ ). La phase du signal démodulé donne donc accès à des informations sur la vitesse de phase du signal, comme le maximum du signal de l'arrivée acoustique. Cependant en pratique, les deux mesures ne sont pas équivalentes. Il a été démontré que la mesure de phase se comporte de manière plus linéaire que la mesure des temps de trajet vis-à-vis de perturbations de la distribution de vitesse du son [Sarkar 2011]. La mesure de la phase est donc une observable qui peut être

exploitée pour caractériser les variations du signal reçu, et qui est de plus légèrement plus robuste aux interférences selon l'étude de Sarkar et al. [Sarkar 2011].

Cependant, l'utilisation des observables présentées jusqu'ici présente deux inconvénients majeurs en pratique :

1. Dans le cas de la phase et des temps de propagation, la nécessité d'une synchronisation précise de la source et du récepteur, complexifie la mise en œuvre pratique.

Comme on s'intéresse à des hétérogénéités à la fois locales et de faible amplitude. Considérons par exemple une distribution de vitesse du son de 1500 m/s de valeur moyenne, et une hétérogénéité de 4 m/s sur un volume de l'ordre de 100 m de longueur, 100 m de largeur et 10 m de profondeur. La présence de cette inhomogénéité implique alors une modification du temps de trajet de l'ordre de 0.1 ms pour une onde acoustique qui la traverse de part en part en longueur, soit 1/4 de période pour un signal de 2 kHz. Pour les ondes qui ne traversent que partiellement cette inhomogénéité, les modifications de temps de trajet seront plus faibles encore et on considère que la précision souhaitable pour la mesure est environ 1/100 de période. Ceci implique que la source et le récepteur doivent être synchronisés avec une précision de l'ordre de la microseconde, ce qui est un réel défi technique constaté par le « *Ocean Tomography group* » [Spiesberger 1980, Cornuelle 1985], par l'Ifremer (l'institut français de recherche pour l'exploitation la mer) [Lurton 1998] ou encore lors de l'expérience *Focused Acoustic Field 2005* (FAF-05) [Roux 2013a].

2. Les interférences entre les différentes arrivées acoustiques, qui complexifient l'identification d'une arrivée à un trajet acoustique.

Pour résoudre les problèmes d'interférences entre arrivées acoustiques qui existent avec les mesures point-à-point, des antennes peuvent être utilisées pour séparer les ondes arrivant de directions différentes (cf. section 1.3.4). D'abord en réception, puis en émission et réception, l'utilisation d'antennes a permis d'améliorer les performances en tomographie des temps de trajet [Iturbe 2009a, Roux 2011]. En effet, les antennes apportent des dimensions spatiales supplémentaires qui permettent d'accéder à d'autres informations sur la propagation acoustique ; en particulier la direction de propagation.

#### 1.3.3.4 Les directions de départ et d'arrivée

L'utilisation d'antennes en émission et/ou en réception donne accès à deux autres observables : les directions d'arrivée (DA) et de départ (DD) des ondes acoustiques. Lorsqu'une onde acoustique arrive (ou part) avec un certain angle  $\Theta$  sur une antenne, chaque capteur enregistre un signal décalé en temps par rapport aux autres capteurs de l'antenne. Ce décalage dépend à la fois de l'angle et de la distance inter-éléments de l'antenne.

Pour un capteur situé à une profondeur  $z$  sur une antenne verticale de profondeur de



référence  $z_0$ , et pour une onde plane se propageant dans un milieu uniforme dans la direction  $\Theta$ , le signal reçu à un temps  $t$  et à une profondeur  $z$  peut s'écrire :

$$s(t, z) = s_0(t + T(z, \Theta)), \text{ avec } T(z, \Theta) = \frac{z - z_0}{c} \sin(\Theta) \quad (1.21)$$

où  $s_0$  est le signal reçu à la profondeur de référence de l'antenne verticale, et  $c$  la vitesse du son dans le milieu au niveau de l'antenne.

On remarque alors que l'inclinaison d'un front d'onde par rapport à l'axe d'une antenne se traduit par l'inclinaison des iso-amplitudes sur la représentation temporelle du signal acoustique enregistré (voir figure 1.13).

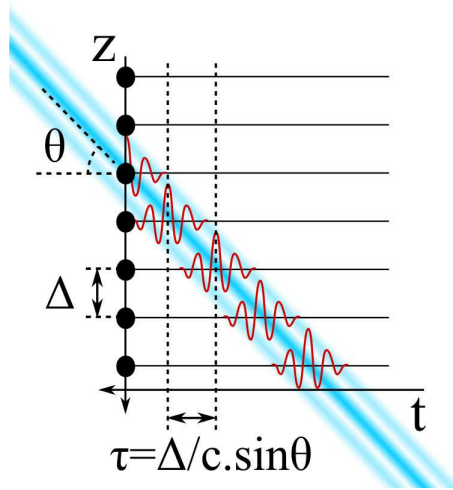


FIGURE 1.13 – Trace d'une arrivée acoustique sur un enregistrement effectué par une antenne de capteurs (Attention : l'onde se propage de gauche à droite et l'axe des temps est orienté vers la gauche).

Ces « pentes » des traces acoustiques en émission et en réception sont utilisées en géophysique pour réaliser l'inversion du milieu (stéréotomographie [Lambaré 2008, Billette 1998]). En effet, dans les milieux de propagation, les gradients des distributions de vitesse induisent des phénomènes de réfraction et de diffraction, et influencent la direction de propagation des ondes. Les directions de départ et d'arrivée fournissent donc des informations sur les propriétés du milieu de propagation.

Une approche vectorielle de la propagation des ondes permet aussi d'utiliser les angles de départ et d'arrivée. Cette approche se base sur l'utilisation du vecteur d'onde (vecteur orthogonal au front d'onde) pour déterminer l'angle entre la direction de propagation d'une onde et une direction de référence. Les travaux de Zhou [Zhou 2004] présentent cette approche pour l'étude des angles de réception des ondes sismiques. Cette approche nécessite que les mesures soient aussi vectorielles, c'est à dire que les mesures ponctuelles donnent directement la direction de propagation du front d'onde dans les trois dimension de l'espace.

### 1.3.3.5 La polarisation

Les mesures vectorielles fournissent une base de l'espace du milieu de propagation. Il est donc possible de regarder comment le champ vectoriel associé à la propagation d'onde (contraintes en géophysique, déplacement des particules d'eau en acoustique sous-marine) se projette dans la base d'un capteur vectoriel. La polarisation de ces champs vectoriels (*i.e.* la relation entre les composantes du champ vectoriel projeté dans la base du capteur) est aussi porteuse d'information sur la nature de la propagation.

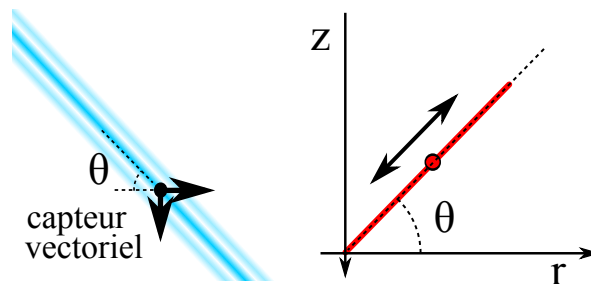


FIGURE 1.14 – La figure de gauche représente une onde acoustique plane arrivant avec un angle  $\theta$  sur un capteur vectoriel. La figure de droite montre la trace de cette arrivée sur l'enregistrement effectué par le capteur vectoriel.  $\theta$  indique la direction de polarisation visible sur l'enregistrement qui correspond à la direction d'arrivée de l'onde acoustique.

La polarisation dépendant de l'orientation du vecteur d'onde, la polarisation est utilisée pour obtenir l'angle d'arrivée d'une onde, comme dans les travaux de Zhou et al. en géophysique [Zhou 2004]. Ces travaux utilisent l'orientation du grand axe de l'ellipse de polarisation, pour déterminer la direction d'arrivée de l'onde (figure 1.14).

En géophysique, une mesure vectorielle est particulièrement appropriée, comme par exemple celle que fournissent les jauges de contrainte à trois composantes en géophysique, ou les *vector sensors* mesurant la pression et les trois composantes du déplacement des particules d'eau récemment développés en acoustique sous-marine.

### 1.3.3.6 La forme d'onde complète

On peut noter que dans les approches présentées jusqu'ici, toute la structure de l'onde acoustique n'est pas utilisée, mais seulement certaines caractéristiques du signal. Ce commentaire vise à mettre le doigt sur les différentes approches qui peuvent être adoptées :

- soit on relie certaines caractéristiques du signal (les observables) aux paramètres qu'on souhaite observer (par exemple lien entre les temps de trajet et la distribution de vitesse, ou encore entre la densité et l'amplitude),
- soit on traite l'ensemble du signal acoustique.

La forme de l'onde acoustique dans son ensemble est porteuse d'information sur le milieu de propagation (figure 1.9 gauche). L'information est contenue à la fois dans la dimension tem-

porelle (mesure sur capteur unique), que dans les dimensions spatiales (mesure sur antenne). En particulier, les figures d'interférences entre différents trajets acoustiques sont particulièrement sensibles aux caractéristiques des guides d'onde et sont donc riches en information sur le milieu de propagation. Les méthodes de *Matched Field Processing* (MFP) [Baggeroer 1993], utilisent l'information contenue dans la forme d'onde pour retrouver les propriétés du milieu de propagation.

L'approche duale de l'utilisation de la forme d'onde temporelle est l'utilisation de la fonction de transfert du milieu de propagation (figure 1.9 droite). Chaque fréquence du spectre du signal reçu est signée par l'empreinte du milieu de propagation, ce qui permet d'identifier les caractéristiques de ce dernier. Cette observable est notamment employée dans les techniques de *Matched Impulse Response* (MIR) [Tolstoy 1991, Hermand 1999, Michalopoulou 2000].

### 1.3.3.7 Conclusion sur les observables

La sensibilité des formes d'ondes complètes sont à la fois un avantage et un inconvénient. En effet, les méthodes d'inversion reposant sur l'utilisation de la forme d'onde permettent de tirer parti de toute l'information contenue dans le signal, mais sont directement confrontées à l'entière complexité d'un problème hautement non linéaire à variables et solutions multiples. Il est alors nécessaire d'avoir de bonnes connaissances *a priori* sur le milieu pour converger vers la bonne solution. Cet aspect est problématique en océanographie, où les connaissances *a priori* sur les propriétés physiques et dynamiques du milieu de propagation sont souvent mal connues. Elles sont aussi généralement plus coûteuses en temps de calcul, et moins robustes vis-à-vis des erreurs de modélisation.

*A contrario*, l'approche par observables a l'avantage de simplifier le problème en n'étudiant qu'une partie du problème global. En effet, l'étude par observable permet de se focaliser sur quelques caractéristiques du problème de propagation acoustique (*i.e.* la célérité des ondes acoustiques dans l'eau, la profondeur du guide d'onde, la profondeur de la source ou du récepteur, ...), en ne sélectionnant que les observables les plus « sensibles » et « pertinentes » vis-à-vis des propriétés qu'on souhaite étudier.

Dans cette thèse, les mesures à 3 dimensions (temps-profondeur de réception-profondeur d'émission) issues du dispositif double-antenne sont utilisées pour estimer les temps de propagation, les directions de départ et les directions d'arrivée des ondes acoustiques. Pour réaliser cet objectif, il est nécessaire de faire appel à des techniques de traitement d'antenne.

### 1.3.4 Les traitements d'antennes

Les techniques de traitement d'antenne permettent d'estimer les directions de propagation d'une onde acoustique. On a donc vu se développer les méthodes de formation de voies [Anderson 1960], puis de double formation de voies sur les systèmes double antenne [Nicolas 2008]. Parallèlement, des avancées en traitement du signal ont permis d'aug-

menter significativement la résolution des traitements, dans un premier temps sur antenne simple [Capon 1969, Schmidt 1986], et très récemment sur double antenne [Jiang 2011b, Le Touzé 2012].

Les traitements d'antenne remplissent trois objectifs :

1. la séparation des arrivées acoustiques ;
2. l'estimation d'observables utiles ;
3. et l'amélioration du rapport signal sur bruit.

On peut distinguer deux grandes familles de méthodes de formation de voies : les méthodes linéaires (retards et somme de signaux) et les méthodes non linéaires (qui utilisent la matrice de covariance du signal). La deuxième catégorie est souvent appelée abusivement « haute résolution », car elles ont un pouvoir de résolution plus important que les méthodes de retards et somme. En réalité, la qualification « haute résolution » ne concerne que les méthodes dont « le pouvoir de résolution est théoriquement illimité pour un temps d'observation infini » [Marcos 1998]. Conscient de cette subtilité, nous nous permettrons néanmoins d'abuser du terme de « haute résolution » dans la suite de ce manuscrit, pour qualifier de haute résolution toutes les méthodes ayant une meilleure résolution que celle de la formation de voies.

#### 1.3.4.1 La formation de voies classiques par retards et somme

La formation de voies consiste à décaler et sommer les signaux reçus par les capteurs d'une même antenne. Le décalage se fait selon une loi de retard, qui dépend de la géométrie du problème de propagation : géométrie de l'antenne et de l'onde reçue (plane, sphérique (dans ce cas on parlera plutôt de focalisation mais le principe reste le même), ...). Ce décalage vise à remettre en phase les signaux correspondant à une onde arrivant dans une direction donnée  $\theta$ .

Dans le cas d'ondes planes, sur une antenne linéaire verticale et pour un isocélère, la loi de retard  $T$  s'écrit simplement comme à l'équation 1.21. L'opération de formation de voies revient donc à compenser ce retard, comme si on pivotait/déformait virtuellement l'antenne, et faire la moyenne des signaux ainsi décalés. Cette opération transforme donc le signal  $s(t, z)$  en  $s(t, \theta)$  de la manière suivante :

$$s(t, \theta) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N s(t - T(z_i, \theta), z_i) \quad (1.22)$$

où  $s(t, \theta)$  est le signal après formation de voies,  $s(t, z_i)$  est le signal dépendant du temps  $t$  et de la profondeur du récepteur  $z_i$  et  $N$  est le nombre de récepteurs de l'antenne.

On obtient donc une expression du signal à deux variables, non plus dans l'espace signal temps-profondeur de réception, mais dans l'espace temps-angle de réception. Sur la figure 1.15a, on voit que, dans cet espace, les arrivées acoustiques sont presque toutes séparées et identifiables avec un trajet acoustique théorique (croix noires = arrivées acoustiques prédites par la théorie des rayons). Cependant dans certaines configurations (taille d'antenne trop

petite, arrivées acoustiques trop proches en temps et en direction d'arrivée, émetteur/récepteur très proches d'une interface) les premières arrivées restent mal séparées (cf. figure 1.15a). Afin d'améliorer la séparation des arrivées acoustiques, on introduit alors une antenne source en plus de l'antenne réceptrice.

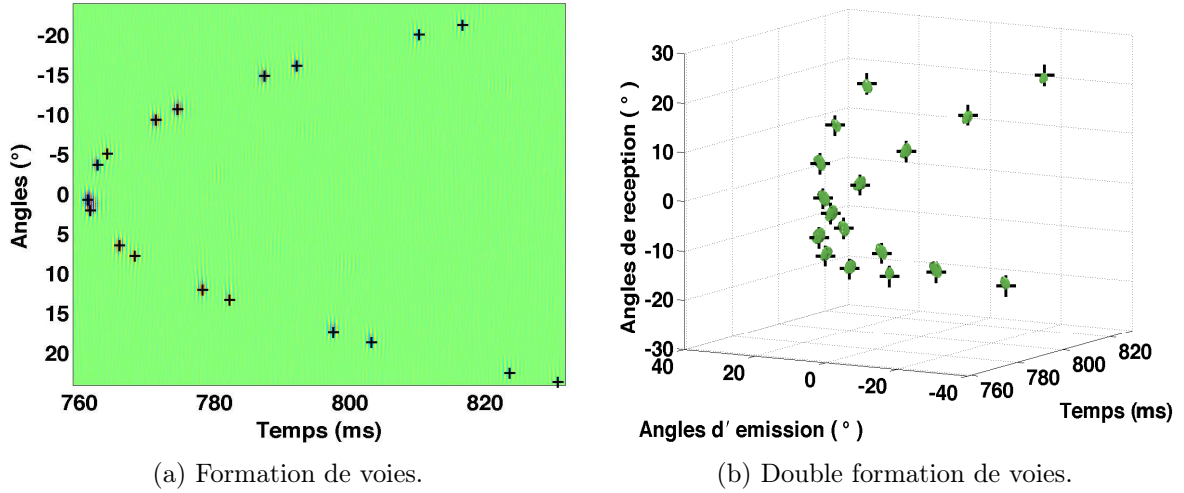


FIGURE 1.15 – Résultat de traitement d'antenne par simple formation de voies (a), double formation de voies (b), d'un signal reçu par une antenne, resp. émis et reçu par une double antenne, après propagation du son dans un guide d'onde de 5.6 cm de profondeur et de 1.1264 m de long.

En s'appuyant sur les principes de réciprocité spatiale et temporelle (ou théorème de réciprocité de Helmholtz-Kirchhoff, très utilisé en retournement temporel [Fink 1989, Prada 1994, Fink 2001]), il est possible d'appliquer la formation de voies dans le cas d'une antenne source seule ou simultanément sur une antenne source et une antenne réceptrice (double formation de voies). Dans ce dernier cas, on émet le signal acoustique successivement avec chaque source de l'antenne d'émission, de manière omnidirectionnelle. On a alors affaire à un signal à trois dimensions temps-profondeur de réception-profondeur d'émission, sur lequel on peut appliquer l'opération de double formation de voies de la manière suivante :

$$s(t, \theta_r, \theta_e) = \sum_{e=1}^{N_e} \sum_{r=1}^{N_r} s(t - T_r(z_r, \theta_r) - T_e(z_e, \theta_e), z_r, z_e) \quad (1.23)$$

$$\text{avec } T_r(z_r, \theta_r) = \frac{z_r - z_{r0}}{c} \sin(\theta_r) \quad \text{et} \quad T_e(z_e, \theta_e) = \frac{z_e - z_{e0}}{c} \sin(\theta_e) \quad (1.24)$$

où  $z_r$  et  $z_e$  sont respectivement les profondeurs des éléments de l'antenne réceptrice / émettrice,  $N_r$  et  $N_e$  sont respectivement le nombre de récepteurs et d'émetteurs,  $z_{r0}$  et  $z_{e0}$  sont les profondeurs de référence des antennes de réception et d'émission,  $T_r$  et  $T_e$  sont les retards appliqués pour la formation de voies en réception et en émission et  $s(t, z_r, z_e)$  le signal émis et reçu par une double antenne.

On obtient donc l'expression du signal dans un nouvel espace temps-angle d'émission-angle de réception  $(t, \theta_r, \theta_e)$ . Dans ce nouvel espace, les signaux sont plus facilement séparables et identifiables comme le montre la figure 1.15b [Nicolas 2008, Roux 2008].

La double formation de voies a notamment été utilisée dans les travaux de Iturbe et al. [Iturbe 2009a], Marandet et al. [Marandet 2011b] et Roux et al. [Roux 2008, Roux 2011] pour séparer les différentes arrivées acoustiques avant de mesurer leur temps de propagation et leur amplitude.

#### 1.3.4.2 Les méthodes « haute résolution »

Dans le cas d'un signal reçu par une antenne réceptrice, il existe des méthodes de séparation de sources dites « haute résolution » [Marcos 1998], basée sur la décomposition du signal reçu sur un espace signal et d'un espace bruit : Capon (ou *Minimum Variance Distortionless Response* (MVDR)) [Capon 1969], *Multiple Signal Classification* (MUSIC) [Schmidt 1986], *Multiple Signal Classification Active Large band* (MUSICAL) [Gounon 1995], ou encore ESPRIT [Roy 1989].

Ces méthodes sont basées sur l'étude de la matrice interspectrale des mesures acoustiques  $R$ .

Récemment, MUSICAL a été étendue pour une double antenne dans un contexte à une seule réalisation (D-MUSICAL) [Le Touzé 2012], ce qui permet une meilleure séparation des arrivées acoustiques. Cette avancée comporte par conséquent un intérêt potentiel pour la mesure d'observables pour la tomographie acoustique sous-marine. Cependant, cette technique nécessite que l'on ait une idée du nombre d'arrivées acoustiques contenues dans le signal. Il existe des méthodes pour estimer le nombre d'arrivées exploitables. Une en particulier a été expérimentée sur des signaux enregistrés avec une double antenne [Jiang 2011b, Jiang 2012].

Les méthodes hautes résolutions sont donc plus précises que les méthodes de formation de voies classiques. Cependant, la complexité des traitements haute résolution (non linéaire) complique grandement l'interprétation physiques des sorties, et leur intégration dans une méthode de tomographie acoustique océanique. Bien qu'il n'en soit pas question dans la suite de cette étude, la perspective de l'utilisation de la haute résolution reste prometteuse en tomographie.

#### 1.3.5 Conclusion sur la mesure des observables

Il existe de multiples méthodes et instruments pour extraire les caractéristiques pertinentes des signaux de mesures acoustiques. Le dispositif de double antenne utilisé dans ces travaux de thèse, permet de faire des acquisitions de signaux acoustiques à trois dimensions ( temps-profondeur de réception-profondeur d'émission). Le traitement de ces signaux par double formation de voies permet de séparer les ondes provenant des différents trajets acoustiques en changeant l'espace de représentation du signal en (temps-angle de réception-angle d'émission) , et de mesurer leurs observables respectives : temps de propagation, direction d'arrivée et direction de départ.

A l'aide de cette chaîne de traitement, il est ainsi possible d'enregistrer l'évolution de ces observables en fonction du temps. Il ne reste donc plus qu'à utiliser ces variations d'observables pour en déduire les évolutions de la distribution de vitesse du son au sein du

guide d'onde océanique. Cette dernière étape méthodologique est appelée « problème inverse ».

## 1.4 Résolution du problème inverse

Il existe plusieurs manières de poser un même problème de tomographie qui conduisent à utiliser différentes méthodes pour résoudre le problème inverse. Toutes ces méthodes constituent un champ de recherches à part entière : la théorie des problèmes inverses. Les bases de cette théorie sont notamment détaillées dans l'ouvrage référence d'Albert Tarantola : *Inverse Problem Theory and Methods for Model Parameter Estimation* [Tarantola 2005]. En acoustique sous-marine, de nombreux travaux et ouvrages traitent aussi de cette problématique et notamment les travaux de Chapman et al. [Chapman 2003], Dosso et al. [Dosso 2001] ou encore de Taroudakis et al. [Taroudakis 2001].

### 1.4.1 Le problème inverse

Considérons le problème direct suivant :

$$\mathbf{d} = g(\mathbf{m}) + b_1(\mathbf{m}) + \mathbf{b}_2 \quad (1.25)$$

où  $d$  est le vecteur de taille  $N_d$  contenant les mesures acoustiques provenant de différents capteurs (champ de pression, champ de vitesse, observables) ;  $m$  est un vecteur de taille  $N_m$  contenant les caractéristiques du milieu de propagation qu'on souhaite retrouver (vitesse du son, densité, profondeur, distance source-récepteur, ...), et  $g$  la fonction représentant le modèle physique reliant les caractéristiques aux mesures (équation d'onde, équations paraboliques, rayons géométriques, noyaux de sensibilité) et les méthodes de traitement du signal (traitement d'antenne, filtrage adapté, etc) ; et les variables  $b_1(\mathbf{m})$  et  $\mathbf{b}_2$  représentant respectivement les erreurs de modèle pouvant dépendre des paramètres du modèle et les erreurs de mesures aléatoires (ces deux sources de bruit sont regroupées dans le bruit  $\mathbf{b}$  de l'équation 1).

Le problème inverse consiste donc à estimer  $\mathbf{m}$  à l'aide de  $g$  et de  $\mathbf{d}$ , compte tenu des imperfections du modèle et de la mesure  $\mathbf{b}$ . Lorsque  $g$  est une bijection le problème est simple :  $\mathbf{m} = g^{-1}(\mathbf{d})$ , avec  $g^{-1}$  la fonction inverse de  $g$ . Ce n'est généralement pas le cas.

D'une part, on a généralement affaire à des processus physiques qu'on ne maîtrise pas dans leur intégralité, ce qui fait apparaître les mesures comme des variables aléatoires. En d'autres mots, pour un milieu de propagation donné, les mesures ne sont pas toujours les mêmes (erreurs de mesures, bruit de mesure, phénomènes physiques parasites inconnus).

D'autre part, pour un ensemble de mesures données, il existe souvent plusieurs milieux de propagation possibles en théorie (plus ou moins probables en pratique).

En conclusion, le problème de tomographie acoustique océanique est très mal posé/très mal conditionné. Les solutions qu'on peut trouver à ce type de problèmes en pratique ne sont que des estimations.

### 1.4.2 Inversion du problème direct non-linéaire

Il existe de nombreux problèmes de tomographie qui reposent sur des modèles directs multivariés hautement non-linéaires. On peut citer par exemple :

- la tomographie océanique par adaptation de champ acoustique (*Matched Field Tomography* (MFT)) [Tolstoy 1992b, Baggeroer 1993] ou l'adaptation de la fonction de transfert (*Matched Impulse Response* (MIR)) [Tolstoy 1991, Hermand 1999, Michalopoulou 2000];
- ou encore la tomographie par adaptation des temps de propagation des arrivées acoustiques (*Matched Peak Inversion* [Spindel 1982, Skarsoulis 2000]).

Pour inverser ces problèmes directs hautement non-linéaires, on a nécessairement recours à des modèles de propagation et des techniques d'optimisation numériques. L'approche est la suivante :

1. On se donne un jeu de paramètres (les paramètres du modèle  $\mathbf{m}$ ) et on simule numériquement la propagation acoustique et la chaîne d'acquisition et de traitement.
2. On compare ensuite les sorties de modèles après traitements, aux mesures (*i.e.* les données  $\mathbf{d}$ ) grâce à une fonction de coût que l'on cherche à minimiser.
3. On étudie ensuite l'ensemble des points de la fonction de coût déjà calculés, pour déterminer un nouveau jeu de paramètres à tester.
4. On réitère ce processus jusqu'à arriver à un seuil minimum de la fonction de coût, ou de son gradient.

Une grande variété de fonctions de coût peuvent être définies. Pour donner quelques exemples classiques, on peut citer :

- les moindres carrés,
- les fonctions de coût basées sur les méthodes Bayésiennes :
  - le *Maximum A Posteriori* (MAP),
  - le maximum de vraisemblance, cas particulier de la fonction de coût MAP,
  - l'espérance *a posteriori*, etc.

Parmi les exemples moins classiques, on peut citer les modèles Bayésiens hiérarchiques trans-dimensionnels [Dosso 2012, Dettmer 2012], qui ont récemment permis d'effectuer l'inversion acoustique de distributions 2D de densité et de vitesse.

Il existe aussi de nombreuses méthodes pour parcourir l'espace des paramètres du modèle, échantillonner la fonction de coût et en trouver le minimum. On peut citer par exemple :

- La méthode de parcours exhaustif des paramètres avec des temps de calculs rédhibitoires en grande dimension ;
- La méthode de descente de gradient, qui consiste à descendre la fonction de coût, et qui peut poser problème pour les fonctions de coût non-linéaires, lorsque la connaissance *a priori* des paramètres est mauvaise ;
- La méthode du recuit simulé, qui permet d'explorer l'espace des paramètres sans tomber directement dans un minimum local de la fonction de coût ;



- La méthode de Monte-Carlo, qui consiste à parcourir aléatoirement l'espace des paramètres ;
- ou encore les méthodes d'échantillonnage de populations Monte-Carlo couplées à des chaînes de Markov parallèles, qui, en plus de parcourir aléatoirement l'espace des paramètres du modèle, permettent de jouer sur le nombre de ces paramètres pour minimiser la fonction de coût.

L'avantage des méthodes d'inversion de problèmes non-linéaire est qu'elles permettent de traiter le problème complet. Leurs inconvénients majeurs sont leur coût de calcul très important, et les difficultés pratiques d'implémentation des algorithmes.

Sous certaines hypothèses (par exemple des hypothèses de faibles variations des paramètres et des mesures acoustiques), il est possible de considérer une approche linéarisée du problème direct de TAO. Cette linéarisation a pour conséquence de simplifier considérablement le problème inverse, et de rendre possible sa résolution analytique. Cette simplification se traduit par une réduction importante des temps de calculs, ce qui permet notamment de prendre en compte de plus grands nombres de paramètres.

### 1.4.3 Linéarisation du problème direct

Il existe plusieurs méthodes pour linéariser le problème direct.

Une méthode proposée par Tolstoy et al. [Tolstoy 1992a] utilise le modèle de la propagation adiabatique des modes normaux. Elle se base sur le fait que les modes normaux sont très peu sensibles aux hétérogénéités qui varient suivant la distance à la source.

Une autre méthode, la tomographie différentielle, s'appuie sur la physique de la diffraction (tomographie de la diffraction [Woodward 1992, Woodward 2008]). La linéarisation du problème se base sur les approximations de Born ou de Rytov au premier ordre, qui permettent de linéariser l'équation de Helmholtz autour d'un état de référence ( $\mathbf{m}_0$ ) sous hypothèse de faibles perturbations de la distribution de vitesse du son ( $\delta\mathbf{c} = \delta\mathbf{m}$ ) autour de cet état de référence.

Considérons un état de référence

$$\mathbf{d}_0 = g(\mathbf{m}_0) + b_1(\mathbf{m}_0) + \mathbf{b}_{2,0} \quad (1.26)$$

où  $\mathbf{d}_0$  sont les données de référence et  $\mathbf{b}_{2,0}$  la réalisation du bruit de mesure dans l'état de référence ; et un état perturbé :

$$\begin{aligned} \mathbf{d}_p &= g(\mathbf{m}_p) \Leftrightarrow \mathbf{d}_0 + \delta\mathbf{d} = g(\mathbf{m}_0 + \delta\mathbf{m}) \\ &= g(\mathbf{m}_0) + \delta\mathbf{m} \frac{dg}{d\mathbf{m}}(\mathbf{m}_0) + o(\delta\mathbf{m}) + b_1(\mathbf{m}_p) + \mathbf{b}_{2,p} \end{aligned} \quad (1.27)$$

où  $\mathbf{d}_p$  est l'état perturbé des données,  $\mathbf{m}_p = \mathbf{m}_0 + \delta\mathbf{m}$  est l'état perturbé des paramètres du modèle,  $\frac{dg}{d\mathbf{m}}(\mathbf{m}_0)$  est la dérivée de Fréchet de  $g$  par rapport à  $\mathbf{m}$  en  $\mathbf{m}_0$ , et  $\mathbf{b}_{2,p}$  la réalisation du bruit de mesure dans l'état perturbé.

On obtient donc, au bruit près, une relation linéaire entre les variations d'observables  $\delta\mathbf{d} = \mathbf{d} - \mathbf{d}_0$  et les perturbations des paramètres du modèle  $\delta\mathbf{m} = \mathbf{m} - \mathbf{m}_0$  qu'on peut exprimer à l'aide du système matriciel suivant :

$$\delta\mathbf{d} = \dot{\mathbf{G}}\delta\mathbf{m} + \mathbf{b} \quad (1.28)$$

où  $\dot{\mathbf{G}}$  est la matrice de la dérivée de Fréchet de  $g$  par rapport à  $\mathbf{m}$  en  $\mathbf{m}_0$  et  $\mathbf{b} = o(\delta\mathbf{m}) + b_1(\mathbf{m}_p) + \mathbf{b}_{2,p} - (b_1(\mathbf{m}_0) + \mathbf{b}_{2,0})$  le bruit des erreurs de modèle et de mesure.

Lorsque les perturbations des paramètres du modèle  $\delta\mathbf{m}$  sont suffisamment faibles, on peut négliger les termes d'ordre supérieur à 1 contenus dans le bruit. De plus, on fait l'hypothèse que les erreurs de modèle sont indépendantes des paramètres du modèle. Le bruit  $\mathbf{b}$  sera donc considéré comme une variable aléatoire dans ce cadre.

Dans ce cas, le but est donc de retrouver des perturbations de paramètres  $\delta\mathbf{m}$  à l'aide des variations de données  $\delta\mathbf{d}$  connaissant l'état de référence des paramètres  $\mathbf{m}_0$  et les données de référence  $\mathbf{d}_0$ . Pour cela il faut trouver une méthode pour estimer l'inverse de  $\dot{\mathbf{G}}$  qui n'est généralement pas inversible, car le problème est très souvent mal conditionné.

Plusieurs travaux utilisent cette approche, notamment avec les rayons [Spofford 1984], ou avec l'équation d'onde qui englobe tous les travaux sur la tomographie basée sur la théorie de la diffraction [Woodward 2008], et la théorie des noyaux de sensibilité des temps de propagation [Marquering 1999, Dahlen 2000, Skarsoulis 2004, Iturbe 2009a], des angles d'arrivée [Zhou 2004], des phases [Sarkar 2011], des amplitudes [Marandet 2011b, Sarkar 2012]).

#### 1.4.4 Inversion du problème direct linéarisé

Ce paragraphe passe en revue deux méthodes classiques d'inversion du problème direct linéarisé, en tomographie acoustique océanique : une méthode d'inversion utilisant la décomposition en valeurs singulières et la méthode du *Maximum A Posteriori* (MAP).

D'autres méthodes classiques d'inversion de matrice existent, par exemple la méthode de l'adjoint ou la méthode du gradient conjugué, mais ne seront pas abordées car elles ne font pas partie des outils utilisés dans la suite de la thèse. Néanmoins, leur utilisation dans le cadre de la TAO-TA et la comparaison avec les méthodes utilisées dans ces travaux, sont des perspectives intéressantes.

##### 1.4.4.1 Décomposition en valeurs singulières

L'estimation de la matrice pseudo-inverse de  $\dot{\mathbf{G}}$  par décomposition en valeurs singulières, repose sur la réduction de la matrice  $\dot{\mathbf{G}}$  à ses éléments propres les plus importants. Le but de cette opération est de réorganiser l'information que contient la matrice  $\dot{\mathbf{G}}$  en la distribuant sur des composantes indépendantes. Il est ensuite possible de ne garder que les composantes intéressantes. Cette opération peut s'exprimer de la manière suivante :

$$\dot{\mathbf{G}} = \mathbf{P}\mathbf{A}\mathbf{Q}^* \quad (1.29)$$

où  $\mathbf{\Lambda}$  est la matrice des valeurs singulières (matrice diagonale à éléments positifs ou nuls),  $\mathbf{P}$  et  $\mathbf{Q}$  sont les matrices des vecteurs singuliers (matrices de vecteurs orthonormaux) et  $(.)^*$  est l'opérateur adjoint. La matrice pseudo-inverse  $\dot{\mathbf{G}}^{\sim 1}$  de  $\dot{\mathbf{G}}$  s'écrit alors :

$$\dot{\mathbf{G}}^{\sim 1} = \mathbf{Q}\mathbf{\Lambda}^{\sim 1}\mathbf{P}^* \quad (1.30)$$

où  $\mathbf{\Lambda}^{\sim 1}$  est la pseudo-inverse de  $\mathbf{\Lambda}$ , c'est à dire la matrice diagonale où tous les éléments non nuls de  $\mathbf{\Lambda}$  ont été remplacés par leur inverse. Il est ensuite possible de donner une estimation de  $\dot{\mathbf{G}}^{\sim 1}$ ,  $\widehat{\dot{\mathbf{G}}^{\sim 1}}$ , en ne sélectionnant que les valeurs singulières les plus grandes et les vecteurs singuliers associés.

Soit  $(\lambda_1, \dots, \lambda_r)$  les valeurs singulières non nulles de  $\dot{\mathbf{G}}$  avec  $\lambda_1 > \lambda_2 > \dots > \lambda_r$  et  $r \leq \min(N_d, N_m)$ , soit  $\ell$  un entier tel que  $\ell \leq r$ , alors on peut écrire :

$$\widehat{\dot{\mathbf{G}}^{\sim 1}} = \mathbf{Q}_\ell \mathbf{\Lambda}_\ell^{-1} \mathbf{P}_\ell^* \quad (1.31)$$

où  $\widehat{\dot{\mathbf{G}}^{\sim 1}}$  est l'estimée de la pseudo-inverse à partir des  $\ell$  premières valeurs singulières de  $\dot{\mathbf{G}}$ .

(Il est à noter que cette estimation est la meilleure estimation de  $\mathbf{G}^{\sim 1}$  à l'aide d'une matrice de dimension  $\ell^2$  au sens des moindres carrés.)

A partir de cette estimation de la pseudo-inverse, il est donc possible de déduire une estimation des caractéristiques du milieu de propagation  $\mathbf{m}$  :

$$\widehat{\mathbf{msVD}}_\ell = \widehat{\dot{\mathbf{G}}^{\sim 1}} \mathbf{d} \quad (1.32)$$

où  $\widehat{\mathbf{msVD}}_\ell$  est l'estimation des caractéristiques du milieu par la méthode de décomposition en valeurs singulières à l'aide des  $\ell$  plus grandes valeurs singulières. L'avantage de cette méthode est qu'elle est simple et qu'elle ne nécessite aucun a priori. Ses désavantages sont que la décomposition en valeurs singulières est une opération coûteuse en temps de calcul pour des matrices de grandes tailles, que cette méthode ne permet pas d'introduire d'information *a priori* si on en a, et enfin, ce qui est plus gênant, que les éléments propres de la matrice  $\dot{\mathbf{G}}$  ne sont pas forcément pertinents d'un point de vue physique. Il n'est pas garanti (et souvent pas le cas) qu'un sous-espace propre ne représente que la partie utile des données mesurées, *i.e.* la partie contenant des informations sur le milieu de propagation. Ce même sous-espace propre peut aussi contenir du bruit de mesure ou des erreurs de modèles.

#### 1.4.4.2 Inversion Bayésienne (*maximum a posteriori*) et courbe en L

Une autre approche pour réaliser l'inversion est de raisonner de manière probabiliste en utilisant la règle de Bayes sur la probabilité des paramètres du modèle sachant les données. Cette méthode permet d'introduire des connaissances *a priori* sur les distributions statistiques des mesures, des caractéristiques du milieu de propagation, ainsi que sur la distribution des erreurs de modèle physique et des erreurs de mesures.

Considérons :

- $p(\mathbf{m})$ , la probabilité que le milieu de propagation soit dans la configuration  $\mathbf{m}$ ,
- $p(\mathbf{d})$  la probabilité que les capteurs mesurent les données  $\mathbf{d}$ ,
- et  $p(\mathbf{d}/\mathbf{m})$  la probabilité qu'on a d'avoir les données  $\mathbf{d}$  sachant que le milieu est dans la configuration  $\mathbf{m}$  en tenant compte à la fois des erreurs de mesure et des erreurs de modèle.

Alors la probabilité  $p(\mathbf{m}/\mathbf{d})$  que le milieu soit dans la configuration  $\mathbf{m}$ , sachant qu'on a mesuré les données  $\mathbf{d}$  est donnée par la loi de Bayes :

$$p(\mathbf{m}/\mathbf{d}) = \frac{p(\mathbf{d}/\mathbf{m})p(\mathbf{m})}{p(\mathbf{d})} \quad (1.33)$$

Le but est donc de trouver le vecteur  $\mathbf{m}$  qui maximise  $p(\mathbf{m}/\mathbf{d})$  en prenant en compte les informations *a priori* qu'on a sur le milieu, la qualité des mesures et la qualité du modèle théorique qu'on utilise.

En considérant que  $p(\mathbf{d})$  est une constante car on travaille sur un jeu de mesures,  $\mathbf{d}$ , donné ; et en faisant les hypothèses :

- que la distribution statistique des paramètres du milieu de propagation est gaussienne centrée autour de  $\mathbf{m}_0$  :

$$p(\mathbf{m}) = ((2\pi)^{N_m} |\mathbf{C}_m|)^{-\frac{1}{2}} \exp \left( (\mathbf{m} - \mathbf{m}_0)^T \mathbf{C}_m^{-1} (\mathbf{m} - \mathbf{m}_0) \right); \quad (1.34)$$

- et que la distribution statistique des erreurs de modélisation et des erreurs de mesure est gaussienne centrée autour de 0 :

$$p(\mathbf{d}/\mathbf{m}) = ((2\pi)^{N_d} |\mathbf{C}_d|)^{-\frac{1}{2}} \exp \left( \left( \dot{\mathbf{G}}\mathbf{m} - \mathbf{d} \right)^T \mathbf{C}_d^{-1} \left( \dot{\mathbf{G}}\mathbf{m} - \mathbf{d} \right) \right); \quad (1.35)$$

alors, l'opposé du logarithme de la loi de Bayes donne, à une constante près, la fonction de coût suivante :

$$C = \left( \dot{\mathbf{G}}\mathbf{m} - \mathbf{d} \right)^T \mathbf{C}_d^{-1} \left( \dot{\mathbf{G}}\mathbf{m} - \mathbf{d} \right) + (\mathbf{m} - \mathbf{m}_0)^T \mathbf{C}_m^{-1} (\mathbf{m} - \mathbf{m}_0) \quad (1.36)$$

qu'il faut alors minimiser.

Ceci revient donc à trouver les paramètres du milieu qui réalisent le meilleur compromis entre :

- la minimisation de l'écart entre les données observées  $\mathbf{d}$  et les données reconstruites  $\dot{\mathbf{G}}\mathbf{m}$  normalisé par la covariance des erreurs de modélisation et mesures  $\mathbf{C}_d$  :

$$\left( \dot{\mathbf{G}}\mathbf{m} - \mathbf{d} \right)^T \mathbf{C}_d^{-1} \left( \dot{\mathbf{G}}\mathbf{m} - \mathbf{d} \right);$$

- et la minimisation de l'écart entre les paramètres estimés du milieu  $\mathbf{m}$  et l'a priori sur les paramètres du milieu  $\mathbf{m}_0$  normalisé par la covariance de l'a priori sur les caractéristiques du milieu de propagation  $\mathbf{C}_m$  :  $(\mathbf{m} - \mathbf{m}_0)^T \mathbf{C}_m^{-1} (\mathbf{m} - \mathbf{m}_0)$  ;

au sens des moindres carrés de la norme  $l_2$ .

$C$  est donc une forme quadratique dont le minimum peut être trouvé analytiquement en résolvant l'équation linéaire :  $\frac{\partial C}{\partial \mathbf{m}} = 0$ . L'estimation *maximum a posteriori* des paramètres du

milieu  $\widehat{\mathbf{m}}_{\text{MAP}}$  est donc donnée, de manière équivalente, par :

$$\widehat{\mathbf{m}}_{\text{MAP}} = \mathbf{m}_0 + \left( \dot{\mathbf{G}}^T \mathbf{C}_d^{-1} \dot{\mathbf{G}} + \mathbf{C}_m^{-1} \right)^{-1} \dot{\mathbf{G}}^T \mathbf{C}_d^{-1} (\mathbf{d} - \dot{\mathbf{G}} \mathbf{m}_0) \quad (1.37)$$

$$= \mathbf{m}_0 + \mathbf{C}_m \dot{\mathbf{G}}^T \left( \dot{\mathbf{G}} \mathbf{C}_m \dot{\mathbf{G}}^T + \mathbf{C}_d \right)^{-1} (\mathbf{d} - \dot{\mathbf{G}} \mathbf{m}_0) \quad (1.38)$$

où la forme (1.37) sera préférée dans le cas où le nombre de paramètres du milieu est plus petit que le nombre de données mesurées ( $N_m < N_d$ ), et la deuxième forme (1.38) dans les autres cas ( $N_m \geq N_d$ ) pour des raisons de coût de calcul.

En pratique, l'*a priori* sur le milieu et les erreurs de mesures et de modélisation, ne sont souvent connus qu'à un ordre de grandeur prêt. Cependant, il est important que l'ordre de grandeur relatif entre les matrices de covariance de l'*a priori* sur les erreurs de données  $\mathbf{C}_d$  et de l'*a priori* sur le milieu  $\mathbf{C}_m$  soit juste. Pour cela, un paramètre scalaire  $\lambda$  est introduit dans la fonction de coût pour régler le poids à donner à l'écart aux données relativement à l'écart à l'*a priori* sur le modèle lors de la recherche du meilleur compromis [Hansen 1992, Hansen 1993]. Le tracé du terme de la fonction de coût lié à l'écart aux données  $\left( (\dot{\mathbf{G}} \mathbf{m} - \mathbf{d})^T \mathbf{C}_d^{-1} (\dot{\mathbf{G}} \mathbf{m} - \mathbf{d}) \right)$  par rapport au terme lié à l'écart à l'*a priori* sur le milieu  $\left( (\mathbf{m} - \mathbf{m}_0)^T \mathbf{C}_m^{-1} (\mathbf{m} - \mathbf{m}_0) \right)$ , montre une courbe en forme de « L », dont le coude montre la zone pour laquelle les valeurs relatives de chaque terme ajusté avec le paramètre  $\lambda$ , permettent d'obtenir la meilleure estimation  $\widehat{\mathbf{m}}_{\text{MAP}}$  des caractéristiques du milieu.

L'utilisation de la courbe en L permet donc d'ajuster le poids des données vis-à-vis du poids donné à l'*a priori* sur le modèle lors de l'inversion pour permettre une meilleure utilisation de l'information contenue dans les données.

### 1.4.5 Conclusion sur la résolution du problème inverse

Deux approches peuvent être adoptées pour résoudre le problème inverse en TAO : l'inversion du problème complet non-linéaire et l'inversion du problème linéarisé (valable uniquement sous certaines hypothèses).

Les méthodes de résolution du problème non-linéaire sont en fait des problèmes d'optimisation numérique de fonctions de coût multivariées non-linéaires. Ce type d'optimisation consiste à parcourir l'espace des paramètres à estimer, de manière à localiser le minimum de la fonction de coût, le danger étant de tomber dans un minimum local de la fonction de coût. Ces méthodes requièrent des outils de modélisation numérique sophistiqués, des méthodes et algorithmes de parcours de l'espace des paramètres performants et des quantités de calculs importantes. Elles nécessitent à la fois une bonne implémentation des algorithmes, et beaucoup de temps. En effet, le temps de calcul est le principal inconvénient de ces méthodes, qui restreint en pratique le nombre de paramètres que l'on peut estimer, du fait des ressources limitées en puissance et en temps de calcul.

Pour inverser la version linéarisée du problème direct, il existe des méthodes qui permettent de déterminer le minimum de la fonction de coût analytiquement. Les calculs nécessitent aussi

l'utilisation d'un ordinateur mais dans des proportions insignifiantes comparées à celles en jeu pour une inversion de problème non-linéaire. L'inversion du problème linéarisé revient en fait à estimer l'inverse d'une matrice généralement non inversible. On utilise alors des méthodes comme la décomposition en valeur singulière, le maximum *a posteriori*, le maximum de vraisemblance. . . Les faibles coûts de calculs de ces méthodes permettent ainsi d'estimer un grand nombre de paramètres. Cependant, ces méthodes restent limitées par le cadre de validité des hypothèses qui ont servi à linéariser le problème direct. Elles nécessitent notamment que l'état de référence des paramètres du milieu (cf.  $\mathbf{m}_0$  dans l'équation 1.28) soit assez proche des paramètres du milieu à inverser.

On voit donc que les deux méthodes ont des caractéristiques complémentaires, et peuvent être associées. L'inversion du problème non-linéaire permet d'effectuer une inversion grossière de quelques paramètres du milieu de propagation, théoriquement sans information *a priori*. En se basant sur ce premier résultat d'inversion, on peut ensuite affiner les résultats d'inversion avec l'inversion du problème linéarisé et/ou traiter des séries temporelles.

## 1.5 Conclusion

Ce premier chapitre a présenté succinctement les étapes théoriques, méthodologiques, et pratique qui composent la tomographie acoustique océanique : la propagation en milieu marin, la mesure du champ acoustique, le traitement d'antenne, l'extraction d'observables et les méthodes d'inversion.

Le lien fort entre la propagation des ondes acoustiques et les propriétés physiques du milieu sous-marin a été mis en évidence, et pose les bases du concept de la TAO. Dans ce cadre, la relation liant la température de l'eau de mer à la vitesse du son justifie que les changements de température aient un impact sur la propagation des ondes acoustiques en milieu marin. L'influence des variations de salinité sont négligeable devant celle des variations de température. Les phénomènes de réfraction et de diffraction permettent de relier la distribution de vitesse du son, et les trajectoires suivies par les ondes acoustiques.

La propagation en guides d'onde océaniques petit-fond, se caractérise par le fait que les ondes se réfléchissent sur la surface et sur le fond. Cette propagation guidée par les réflexion aux interfaces permet aux ondes sonores d'emprunter plusieurs trajets pour relier une source à un récepteur (propagation multi-trajets).

Dans ce contexte, il est possible de mesurer les manifestations physiques d'une onde acoustique : la pression acoustique avec des hydrophones, le mouvement des particules d'eau dû au passage de l'onde acoustique avec des capteurs vectoriels. Les signaux ainsi enregistrés ont une structure particulière qu'il est possible d'analyser et de traiter pour en extraire des caractéristiques de la propagation acoustique.

En particulier, l'utilisation d'une double antenne et de la double formation de voies, permet de séparer et d'identifier les ondes acoustiques en provenance des différents trajets. Elle permet aussi d'avoir accès à de nouvelles observables en tomographie acoustique sous-marine : les directions d'arrivée et les directions de départ des ondes acoustiques.

Enfin, les méthodes existantes en théorie des problèmes inverses montrent qu'il est possible d'estimer les propriétés physiques des océans à l'aide de mesures acoustiques. Le lien entre le champ acoustique (ou ses observables) et les paramètres physiques du milieu de propagation (par exemple la distribution de vitesse du son), clairement non-linéaire dans le cas général, peut-être linéarisé sous certaines hypothèses. Des méthodes différentes sont alors utilisées suivant que l'on souhaite inverser le problème non-linéaire ou sa version linéarisée. Dans l'hypothèse où les conditions du problème acoustique sont favorables à sa linéarisation, celle-ci représente un avantage certain. En effet, les méthodes de résolution de problèmes inverses linéaires sont plus faciles à mettre en œuvre, car elles demandent moins de ressources de calcul, sont plus rapides, et permettent ainsi d'estimer les variations de vitesse du son avec une meilleure résolution spatiale et temporelle.

Le chapitre suivant propose une alternative à l'utilisation des temps de propagation en TAO. Une méthode de résolution du problème direct est proposée afin d'introduire les directions d'arrivée et les directions de départ en tomographie acoustique océanique.

# Le problème direct : Les noyaux de sensibilité temps - angles

---

## Sommaire

<b>2.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>54</b>
<b>2.2</b>	<b>Présentation du cas d'étude</b>	<b>55</b>
<b>2.3</b>	<b>Théorie des noyaux de sensibilité temps-angles</b>	<b>56</b>
2.3.1	Linéarisation de l'équation de propagation	57
2.3.2	Le changement d'espace de représentation du signal	60
2.3.3	L'extraction d'observables	61
2.3.4	Expression des noyaux de sensibilité temps-angles	64
<b>2.4</b>	<b>Étude des noyaux de sensibilité temps-angles</b>	<b>64</b>
2.4.1	Les trajets acoustiques et les NSTA associés	65
2.4.1.1	Le trajet direct	65
2.4.1.2	Les trajets avec réflexions	68
2.4.2	Le couplage des noyaux temps-angles	68
2.4.3	Influence du signal émis	70
2.4.3.1	Fréquence centrale	70
2.4.3.2	Largeur de bande	72
2.4.3.3	Les artéfacts de repliement	73
2.4.4	Influence de la dimension des antennes	75
2.4.4.1	Séparation et lissage des NSTA	75
2.4.4.2	Les interférences inter-NSTA	76
<b>2.5</b>	<b>Étude du problème direct</b>	<b>81</b>
2.5.1	Schéma d'étude	81
2.5.2	Validation des noyaux de sensibilité temps-angles	81
2.5.3	Étude de performances	85
2.5.3.1	La taille des antennes	85
2.5.3.2	La position de la perturbation	86
2.5.3.3	La valeur maximale de la perturbation	88
2.5.3.4	La taille de la perturbation	90
2.5.3.5	Les perturbations multiples	92
<b>2.6</b>	<b>Une approche vectorielle du noyau de sensibilité des angles</b>	<b>93</b>
<b>2.7</b>	<b>Conclusion</b>	<b>97</b>

---



## 2.1 Introduction

Le premier chapitre a montré que les changements de distribution de vitesse du son au sein d'un guide d'onde océanique modifient la manière dont se propagent les ondes acoustiques. Ces changements, qui s'expliquent par la théorie de la réfraction ou de la diffraction, se traduisent principalement par l'accélération ou le ralentissement des ondes, et la déviation de la direction de propagation. Ces fluctuations sont mesurables avec une antenne verticale émettrice et une antenne verticale réceptrice, délimitant le guide d'onde dans sa longueur. Ce système de mesure permet :

- de séparer les différentes arrivées acoustiques et de les associer à leurs trajets acoustiques respectifs ;
- et de mesurer leurs temps de propagation (ou TP, noté  $\tau$  dans les formules), leurs directions d'arrivée (ou DA, notée  $\Theta_r$ ), et leurs directions de départ (ou DD, noté  $\Theta_e$ ).

Dans la suite du manuscrit, le mot « observables » désignera ces quantités uniquement ; les autres observables vu dans le premier chapitre ne sont pas le sujet de ce travail.

Il est possible de mesurer les variations de ces observables, reflet des changements qui ont lieu au sein du milieu de propagation.

Le **but de ce chapitre** est de modéliser le **lien** entre : les **perturbations de la distribution de vitesse du son**, et les variations d'observables (**variations de TP, DA, DD**) induites par la perturbation, à l'aide de **noyaux de sensibilité**, et de discuter cette modélisation.

Cette approche a déjà permis à Skarsoulis et al. de relier les variations de distribution de vitesse du son, aux variations de TP dans le cas d'une transmission acoustique point à point [Skarsoulis 2004] ; et à Iturbe et al. d'étendre cette approche à un contexte de double antenne [Iturbe 2009a, Roux 2011].

**La partie innovante de ce travail repose sur la modélisation des variations des DA et DD, ainsi que sur l'aspect conjoint de la modélisation des variations des TP, DA et DD.**

Dans une première partie, nous détaillerons l'approche des noyaux de sensibilité temps-angles (NSTA) pour résoudre le problème direct. La deuxième partie sera consacrée à l'étude qualitative des NSTA en fonction des paramètres du signal et des antennes. En troisième partie, à l'aide de simulations numériques aux équations paraboliques, nous étudierons de manière quantitative la validité de l'approche par NSTA pour résoudre le problème direct linéarisé. Nous nous attacherons aussi à étudier le cadre de validité de ce modèle. Enfin, la dernière section montrera une autre approche pour le calcul des NSTA.

## 2.2 Présentation du cas d'étude

Pour cette étude sur la tomographie acoustique en environnement océanique peu profond, nous prenons l'exemple d'un guide d'onde de Pekeris de 1500 m de long et de 50 m de profondeur représenté sur la figure 2.1. La vitesse de référence du son dans la colonne d'eau est 1500 m/s, et la vitesse du fond est de 1600 m/s (ce qui correspond à un fond de sédiments de type sable/vase).

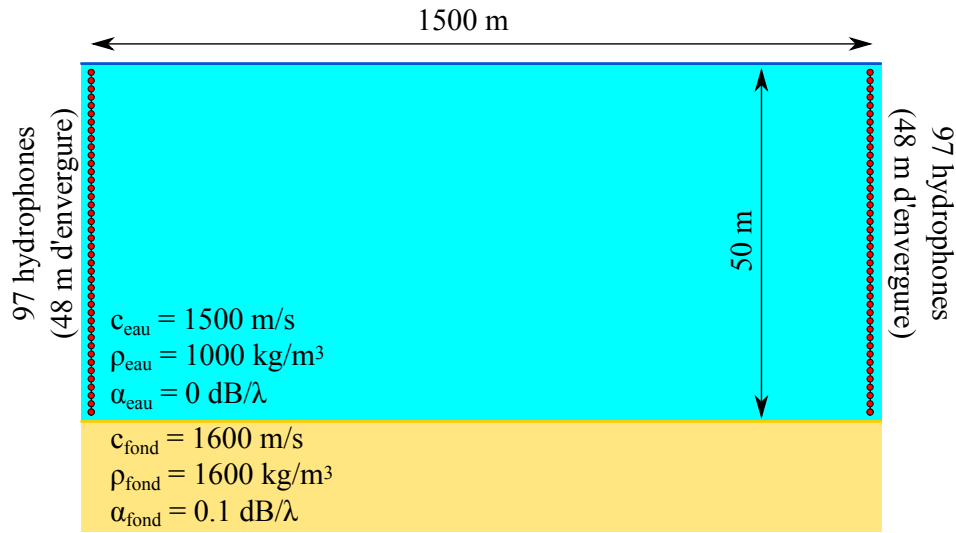


FIGURE 2.1 – Configuration du guide d'onde et du système d'acquisition double antenne. La référence à ce cas d'étude sera faite sous l'appellation « cas test ».

Le système de transmission et d'acquisition acoustique considéré ici est composé d'une antenne source et une antenne réceptrice, chacune constituée de 97 capteurs espacé de 0.5 m, soit une envergure totale de 48 m. Ces deux antennes sont situées aux deux extrémités du guide d'onde et séparées de 1500 m. Leur élément central est situé à 25 m de profondeur.

Le signal émis est une impulsion sinusoïdale à enveloppe gaussienne. Sa fréquence centrale est de 2.5 kHz et sa largeur de bande de 1.25 kHz, ce qui nous place dans le cas des signaux large bande. Les caractéristiques du signal pourront varier pour illustrer l'influence respective de chacune d'entre elles.

Dans ce contexte, le son se propage en subissant de multiples réflexions sur la surface et sur le fond, caractéristiques d'un guide d'onde peu profond.

Le nombre de capteurs est volontairement élevé par rapport à ce qu'on peut trouver en pratique [Roux 2008] pour pouvoir étudier les NSTA de manière plus complète. Il sera cependant possible d'utiliser les antennes soit dans leur intégralité, soit dans une configuration plus réduite en utilisant des sous-antennes.

On peut aussi remarquer que l'espacement inter-capteur ne respecte pas le théorème de Shannon. En théorie, pour que la formation de voies puisse se faire sans repliement sur une

plage d'angles allant de  $-90^\circ$  à  $+90^\circ$  il faut que l'espacement inter-capteur respecte la condition :  $\Delta_{capt} < \lambda_{min}/2$ , avec  $\Delta_{capt}$  l'espacement inter-capteur et  $\lambda_{min}$  la longueur d'onde correspondant à la fréquence maximale du spectre. Or dans notre cas, la demi longueur d'onde  $\lambda/2 = 0.24 \text{ m} < 0.5 \text{ m}$ . On ne pourra donc explorer qu'une plage limitée d'angles dont les bornes sont données, dans un cas de profil de vitesse du son constante au niveau de l'antenne, par la formule :

$$\theta_{lim} = \left| \arcsin \left( \frac{c}{2f_{max}\Delta_{capt}} \right) \right| \quad (2.1)$$

avec  $\theta_{lim}$  la valeur absolue de la plage sans repliement,  $c$  la vitesse du son au niveau de l'antenne, et  $f_{max}$  la fréquence maximale contenue dans le spectre de l'onde acoustique.

Dans notre cas, la formation de voies ne pourra donc se faire sans repliement que jusqu'à des angles d'environ  $30^\circ$ , ce qui cohérent avec les angles de réception maximum observés en pratique.

Cette même configuration sera ensuite reprise pour les études numériques plus poussées des parties 2.5 et 3.2. Il y sera notamment introduit des perturbations de la distribution de vitesse du son de la colonne d'eau. Dans la suite, cet exemple sera utilisé pour illustrer les étapes de l'étude méthodologique et la mise en évidence des phénomènes observés.

### 2.3 Théorie des noyaux de sensibilité temps-angles

L'objectif de cette partie est de formuler un lien théorique entre les perturbations de la distribution de vitesse du son d'un guide d'onde océanique, et la variation des observables associée à chaque arrivée acoustique : les TP, les DA et les DD ( $\delta\tau, \delta\Theta_r$ , et  $\delta\Theta_e$  respectivement) [Aulancier 2013c].

Pour cela, on considèrera deux états :

- **un état de référence**, qui sera indiqué par un indice 0 accolé aux différentes variables ;
- et **un état perturbé**, qui sera indiqué sur les variables avec l'indice  $p$ .

La différence entre ces deux états sera dénotée par un  $\delta$  placé devant chaque grandeur considérée.

Les données du problème direct sont donc :

- la distribution de la vitesse du son de référence  $c_0$ , et le signal acoustique de référence  $s_0(t, z_r, z_e)$  mesuré par le système de sous-antenne ;
- et la perturbation de la distribution de vitesse du son  $\delta c$ , et par conséquent la distribution de vitesse perturbée  $c_p = c_0 + \delta c$ .

La mesure du signal perturbé  $s_p(t, z_r, z_e)$  est une inconnue et ne sera utilisée que pour valider le calcul des variations des TP, DA et DD induites par la perturbation de la distribution de vitesse.

Sous des hypothèses de faible perturbation (faible  $\delta c$ ), il est possible de relier la perturbation de vitesse du son, aux variations d'observables, par l'intermédiaire de fonctions noyaux,

appelées « noyaux de sensibilité » , associées aux observables d'une arrivée acoustique.

La formulation des noyaux de sensibilité temps-angles peut alors se décomposer en trois étapes méthodologiques :

1. la linéarisation de l'équation de Helmholtz autour de l'état de référence, *i.e.* lier linéairement la perturbation de vitesse du son,  $\delta c$ , aux fluctuations de la pression acoustique mesurée par la paire d'antennes,  $\delta s(t, z_r, z_e)$  ;
2. l'utilisation de la double formation de voies (transformation linéaire notée DFV) qui permet de passer de l'espace signal : temps, profondeur de réception, profondeur d'émission,  $(t, z_r, z_e)$ , à l'espace signal : temps, angle de réception, angle d'émission,  $(t, \theta_r, \theta_e)$ , *i.e.* lier linéairement  $\delta s(t, z_r, z_e)$  à  $\delta s(t, \theta_r, \theta_e)$  ;
3. et enfin, la mise en équation de la mesure des variations d'observables, *i.e.* lier de manière linéaire les variations d'observables,  $(\delta\tau, \delta\Theta_r, \delta\Theta_e)$ , aux fluctuations de la pression acoustique mesurée après DFV,  $\delta s(t, \theta_r, \theta_e)$ .

### 2.3.1 Linéarisation de l'équation de propagation

La propagation du son dans le milieu de référence entre un point source  $\mathbf{r}_e$  et un point du milieu  $\mathbf{r}$  est décrite par la fonction de Green de l'état de référence  $G_0$ , définie comme la solution de l'équation suivante :

$$\nabla^2 \{G_0(\omega, \mathbf{r}, \mathbf{r}_e)\} + \frac{\omega^2}{c_0^2(\mathbf{r})} G_0(\omega, \mathbf{r}, \mathbf{r}_e) = -\delta(\omega, \mathbf{r} - \mathbf{r}_e) \quad (2.2)$$

où  $\delta(\omega, \mathbf{r} - \mathbf{r}_e)$  est la distribution de Dirac, représentant une source monochromatique ponctuelle, à la fréquence  $\omega$  et à la position  $\mathbf{r}_e$ .

L'introduction d'une perturbation de la distribution de vitesse du son  $\delta c$ , formalisée par :

$$c_p(\mathbf{r}) = c_0(\mathbf{r}) + \delta c(\mathbf{r}); \quad (2.3)$$

induit des fluctuations de la propagation acoustique et donc de la fonction de Green qui s'écrivent :

$$G_p(\omega, \mathbf{r}_r, \mathbf{r}_e) = G_0(\omega, \mathbf{r}_r, \mathbf{r}_e) + \delta G(\omega, \mathbf{r}_r, \mathbf{r}_e) \quad (2.4)$$

où  $\mathbf{r}_r$  indique la position d'un récepteur.

Dans ce cas, la propagation dans le milieu perturbé est décrite par :

$$\nabla^2 \{G_0(\omega, \mathbf{r}, \mathbf{r}_e) + \delta G(\omega, \mathbf{r}, \mathbf{r}_e)\} + \frac{\omega^2}{(c_0(\mathbf{r}) + \delta c(\mathbf{r}))^2} (G_0(\omega, \mathbf{r}, \mathbf{r}_e) + \delta G(\omega, \mathbf{r}, \mathbf{r}_e)) = -\delta(\omega, \mathbf{r} - \mathbf{r}_e) \quad (2.5)$$

**Hypothèse 1** On considère que  $\delta c/c_0 \ll 1$ .

Sous cette hypothèse, on peut développer l'équation 2.5 au premier ordre par rapport à  $\delta c/c_0$  autour de 0. En retranchant ensuite l'état de référence, et en ne gardant que les termes de perturbation du premier ordre, on obtient l'équation de l'approximation de Born au premier ordre suivante [Born 1999] :

$$\nabla^2 \{ \delta G(\omega, \mathbf{r}, \mathbf{r}_e) \} + \frac{\omega^2}{c_0^2(\mathbf{r})} \delta G(\omega, \mathbf{r}, \mathbf{r}_e) = \frac{2\omega^2}{c_0^3(\mathbf{r})} G_0(\omega, \mathbf{r}, \mathbf{r}_e) \delta c(\mathbf{r}) \quad (2.6)$$

Il est alors possible de considérer le membre de droite de l'équation 2.6, comme la distribution source pour la variation de la fonction de Green  $\delta G$ , qui peut donc être exprimée grâce à l'équation 1.10, comme :

$$\delta G(\omega, \mathbf{r}_r, \mathbf{r}_e) = \iiint_V -\frac{2\omega^2}{c_0^3(\mathbf{r})} G_0(\omega, \mathbf{r}_r, \mathbf{r}) G_0(\omega, \mathbf{r}, \mathbf{r}_e) \delta c(\mathbf{r}) dV(\mathbf{r}) \quad (2.7)$$

Sur la figure 2.2c, on voit que chaque point de la perturbation agit comme un point diffractant, en réémettant l'énergie qu'il a reçu de la source dans toutes les directions avec une amplitude qui dépend du nombre d'onde au carré  $k^2(\mathbf{r}) = \omega^2/c_0^2(\mathbf{r})$  et de la valeur de la perturbation de vitesse  $\delta c$  relativement à la vitesse de référence  $c_0$ .

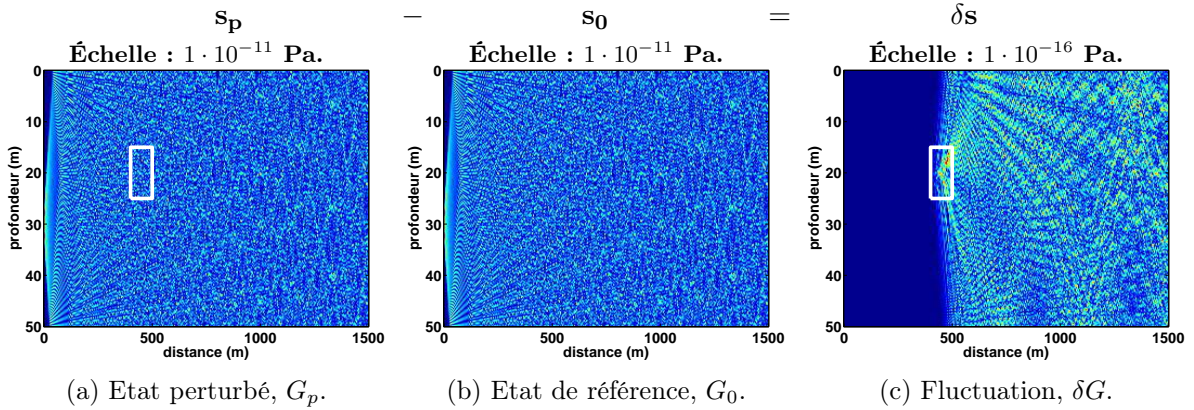


FIGURE 2.2 – Module de la fonction de Green représentée à la fréquence  $f_c = 2.5$  kHz, entre une source située à 30 m et tous les points d'un guide d'onde de Pekeris dans le cas de référence (a), et perturbé (b), par une hétérogénéité de vitesse 0.3 m/s, de 100 m de long et 10 m de profondeur, située à 450 m de distance de la source et 20 m de profondeur (dans le cadre blanc).

On peut constater dans l'équation 2.7 que plus le nombre d'onde  $\omega/c_0$  est grand plus les fluctuations de la fonction de Green issues de la diffraction sont importantes. Les ondes acoustiques avec un grand nombre d'onde seront plus sensibles que celles ayant un petit nombre d'onde.

Pour une vitesse du son fixée, on peut faire le lien entre ondes à grand nombre d'onde, ondes à petite longueur d'onde et ondes à haute fréquence. On retrouve donc ici un résultat bien connu de la diffraction qui dit que les ondes hautes-fréquences sont plus sensibles aux inhomogénéités de petites tailles que les ondes basses-fréquences.

Il est ensuite possible d'utiliser cette expression de la fluctuation de la fonction de Green, pour exprimer la fluctuation du signal reçu  $\delta s$  en  $\mathbf{r}_r$ , après que celui-ci a été émis en  $\mathbf{r}_e$  et propagé dans le milieu :

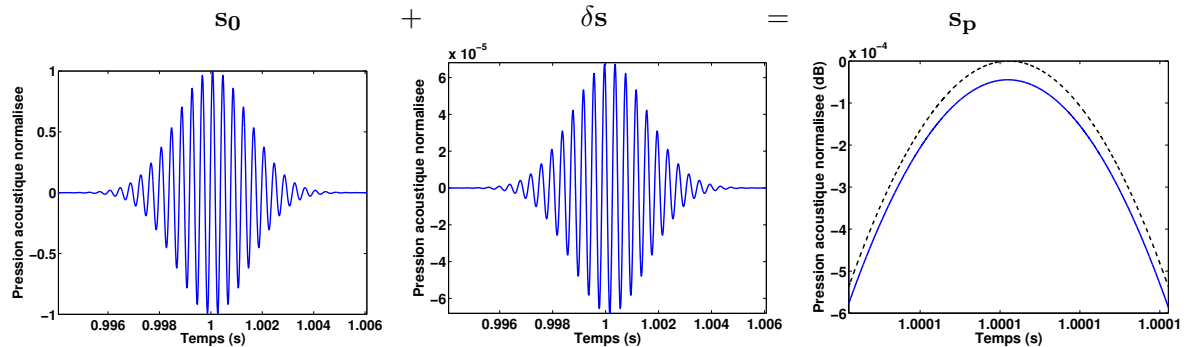
$$\delta s(t, \mathbf{r}_r, \mathbf{r}_e) = \mathcal{F}^{-1} \{ \delta G(\omega, \mathbf{r}_r, \mathbf{r}_e) S(\omega) \} (t) \quad (2.8)$$

$$= \iiint_V K(t, \mathbf{r}_r, \mathbf{r}_e, \mathbf{r}) \delta c(\mathbf{r}) dV(\mathbf{r}) \quad (2.9)$$

où,  $\delta s(t, \mathbf{r}_r, \mathbf{r}_e)$  est la fluctuation de signal reçu en  $\mathbf{r}_r$  après émission en  $\mathbf{r}_e$  par une source de spectre  $S(\omega)$ ,  $\mathcal{F}^{-1}$  est l'opérateur transformée de Fourier inverse, et  $K(t, \mathbf{r}_r, \mathbf{r}_e, \mathbf{r})$  le noyau exprimant la dérivée de Fréchet de  $s$  par rapport à  $c$  en  $c_0$  (cf. paragraphe 1.4.3, équation 1.28) tel que :

$$K(t, \mathbf{r}_r, \mathbf{r}_e, \mathbf{r}) = \mathcal{F}^{-1} \left\{ -\frac{2\omega^2}{c_0^3(\mathbf{r})} G_0(\omega, \mathbf{r}_r, \mathbf{r}) G_0(\omega, \mathbf{r}, \mathbf{r}_e) S(\omega) \right\} (t) \quad (2.10)$$

La relation 2.9 formalise le lien entre la perturbation de la distribution de vitesse du son, et la perturbation du signal enregistré. Cette formule traduit le fait que les fluctuations de signal reçu sont la somme des signaux issus de la diffraction par chaque point de la perturbation. Approché au premier ordre, le signal perturbé n'est rien d'autre que le résultat de l'interférence entre le signal dans l'état de référence, et le signal issu de la diffraction de l'énergie acoustique par la perturbation de vitesse.



(a) Signal de référence.

(b) Fluctuation du signal  
(Signal diffracté par la perturbation de vitesse).

(c) Zoom sur l'oscillation principale du signal perturbé (ligne bleue pleine) et non perturbé (ligne tirée noire). L'échelle est en dB par rapport à la valeur du maximum du signal non perturbé.

FIGURE 2.3 – Influence d'une perturbation de vitesse de 1 m/s et de 1 m<sup>3</sup>, placée à 198 m de distance de la source et 15.5 m de profondeur, sur un signal émis par une source ponctuelle et reçu en un point de l'espace.

La figure 2.3, montre l'interférence entre le signal de référence et le signal issu de la diffraction par un point M du milieu. Cette interférence conduit à une infime modification d'amplitude ( $< 10^{-4}$  dB par rapport de l'amplitude du signal de référence) qu'on négligera et un

léger déphasage, qu'on peut traduire comme un décalage du signal, qui sera exploité par la suite.

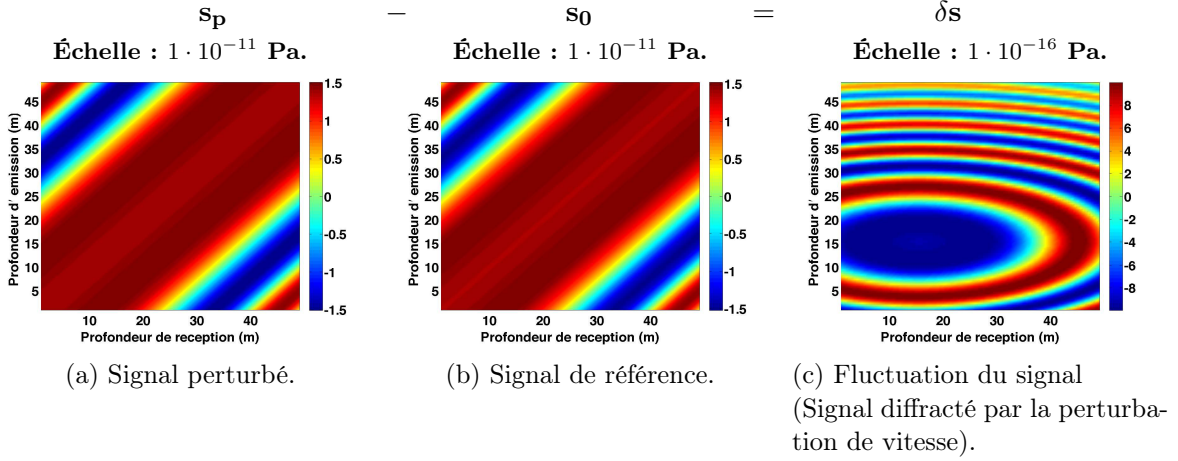


FIGURE 2.4 – Influence d'une perturbation de vitesse de 1 m/s et 1 m<sup>3</sup>, placée à 198 m de distance de la source et 15.5 m de profondeur, sur une coupe à temps constant du signal  $s(t, z_r, z_e)$  au temps de l'arrivée acoustique du trajet direct, en eau libre. L'enregistrement est effectué dans le « cas test » en utilisant les 97 capteurs.

La figure 2.4 montre les fluctuations induites par une perturbation de vitesse sur une coupe à temps constant du signal acquis avec une double antenne. Cette fluctuation représente les franges d'interférences entre l'onde acoustique non perturbée et l'onde diffractée par la perturbation de vitesse. Leur amplitude est environ 4 ordres de grandeur plus faible que l'amplitude du signal enregistré. Ce sont ces fluctuations qui sont modélisées grâce à l'approximation de Born au 1<sup>er</sup> ordre.

### 2.3.2 Le changement d'espace de représentation du signal

Pour pouvoir accéder aux différentes observables, et notamment aux directions d'arrivée et directions de départ, un traitement d'antenne par double formation de voies (DFV) est effectué sur le signal reçu [Nicolas 2008].

Cette étape de traitement, déjà exprimée à l'équation 1.24 du chapitre 1 dans le domaine temporel, s'écrit ici plus utilement dans le domaine fréquentiel de la manière suivante :

$$\delta s(t, \theta_r, \theta_e) = \sum_{e=1}^{N_e} \sum_{r=1}^{N_r} \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \delta S(\omega, \mathbf{r}_r, \mathbf{r}_e) \exp(j\omega(t + T_r(\mathbf{r}_r, \theta_r) + T_e(\mathbf{r}_e, \theta_e))) d\omega \quad (2.11)$$

où

$$T_r(\mathbf{r}_r, \theta_r) = \frac{(z_r - z_{r0}) \sin(\theta_r)}{c_0}, \quad \text{et} \quad T_e(\mathbf{r}_e, \theta_e) = \frac{(z_e - z_{e0}) \sin(\theta_e)}{c_0}, \quad (2.12)$$

$\mathbf{r}_r = (x_r, y_r, z_r)$  et  $\mathbf{r}_e = (x_e, y_e, z_e)$  les coordonnées respectives du récepteur  $r$  et de la source  $e$ , et  $z_{r0}$  et  $z_{e0}$  les profondeurs de référence des antennes réceptrice et émettrice respectivement.

On peut donc exprimer les fluctuations du signal dans le domaine  $(t, \theta_r, \theta_e)$  en fonction de la perturbation de vitesse du son en utilisant les équations 2.9 et 2.11 :

$$\delta s(t, \theta_r, \theta_e) = \sum_{e=1}^{N_e} \sum_{r=1}^{N_r} \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \delta G(\omega, \mathbf{r}_r, \mathbf{r}_e) S(\omega) \exp(j\omega(t + T_r(\mathbf{r}_r, \theta_r) + T_e(\mathbf{r}_e, \theta_e))) d\omega \quad (2.13)$$

$$= \iiint_V K_{DFV}(t, \theta_r, \theta_e, \mathbf{r}) \delta c(\mathbf{r}) dV(\mathbf{r}) \quad (2.14)$$

où  $K(t, \theta_r, \theta_e, \mathbf{r})$  est le noyau des dérivées de Fréchet dans l'espace de représentation  $s(t, \theta_r, \theta_e)$ , s'exprimant comme :

$$K_{DFV}(t, \theta_r, \theta_e, \mathbf{r}) = \mathcal{F}^{-1} \left\{ -\frac{2\omega^2}{c_0^3(\mathbf{r})} G_{R0}(\omega, \theta_r, \mathbf{r}) G_{E0}(\omega, \mathbf{r}, \theta_e) S(\omega) \right\} (t) \quad (2.15)$$

$$\text{avec} \quad G_{R0}(\omega, \theta_r, \mathbf{r}) = \sum_{r=1}^{N_r} G_0(\omega, \mathbf{r}_r, \mathbf{r}) \exp(j\omega T_r(\mathbf{r}_r, \theta_r)) \quad (2.16)$$

$$\text{et} \quad G_{E0}(\omega, \mathbf{r}, \theta_e) = \sum_{e=1}^{N_e} G_0(\omega, \mathbf{r}, \mathbf{r}_e) \exp(j\omega T_e(\mathbf{r}_e, \theta_e)) \quad (2.17)$$

L'équation 2.14, établit donc le lien entre la perturbation de la distribution de vitesse, et le signal reçu après double formation de voies.

La figure 2.5 montre la fluctuation du signal après l'opération de DFV. Ces fluctuations du signal sont la signature acoustique de la perturbation de vitesse sur le signal après DFV. En d'autres mots, c'est le résultat de l'interférence entre l'onde acoustique diffractée et l'onde du trajet non perturbé par la perturbation de vitesse, vue dans l'espace de représentation temps-angle de réception-angle d'émission.

### 2.3.3 L'extraction d'observables

Dans cette étape de calcul, on exprime les variations des caractéristiques du signal qu'on souhaite observer, en fonction des fluctuations du signal reçu après DFV. Les observables auxquelles on s'intéresse ici, sont les coordonnées du maximum de chaque arrivée acoustique dans l'espace de représentation  $(t, \theta_r, \theta_e)$ , appelées TP (TP), DA (DA) et DD (DD), qui seront respectivement notées :  $\tau$ ,  $\Theta_r$  et  $\Theta_e$ .

La conséquence d'une perturbation de la distribution de vitesse du son est que, pour chaque arrivée acoustique indépendamment, la position du maximum se déplace dans l'espace de représentation du signal. On aura donc :

$$\begin{cases} \tau_p &= \tau_0 + \delta\tau \\ \Theta_{rp} &= \Theta_{r0} + \delta\Theta_r \\ \Theta_{ep} &= \Theta_{e0} + \delta\Theta_e \end{cases} \quad (2.18)$$



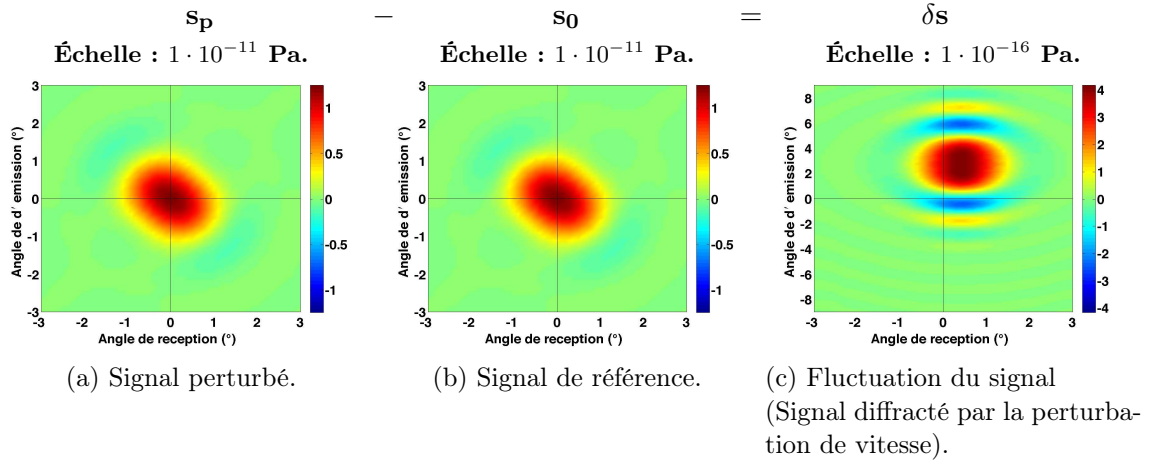


FIGURE 2.5 – Influence d’une perturbation de vitesse de 1 m/s et  $1 \text{ m}^3$ , placée à 198 m de distance de la source et 15.5 m de profondeur, sur une coupe à temps constant du signal  $s(t, \theta_r, \theta_e)$  au temps de l’arrivée acoustique du trajet direct, en eau libre. L’enregistrement est effectué dans le « cas test » en utilisant les 97 capteurs.

avec  $(\tau_0, \Theta_{r0}, \Theta_{e0})$ , les observables (*i.e.* coordonnées du maximum) dans l’état de référence,  $(\tau_p, \Theta_{rp}, \Theta_{ep})$  les observables dans l’état perturbé et  $(\delta\tau, \delta\Theta_r, \delta\Theta_e)$  les variations d’observables.

**Hypothèse 2** Les variations d’observables  $\delta\tau$ ,  $\delta\Theta_r$  et  $\delta\Theta_e$  sont très petites respectivement devant la période du signal à la fréquence centrale  $T_c$ , la largeur du lobe principal dans la dimension des angles d’arrivée  $L_{\theta_r}$ , et des angles de départ  $L_{\theta_e}$ .

**Hypothèse 3** La transformation du signal entre l’état de référence et l’état perturbé dans l’espace de représentation  $(t, \theta_r, \theta_e)$ , peut être modélisée localement par une translation du signal en trois dimensions, sans déformation du signal (cf. figures 2.3 et 2.5). Au voisinage de chaque arrivée acoustique, on pourra donc écrire que :

$$s_p(t, \theta_r, \theta_e) = s_0(t - \delta\tau, \theta_r - \delta\Theta_r, \theta_e - \delta\Theta_e) \quad (2.19)$$

Ces hypothèses sont raisonnables en pratique lorsque l’on s’intéresse à des faibles perturbation de vitesse (petit  $\delta c$ ).

Considérons l’opérateur gradient d’une arrivée acoustique dans l’espace de représentation  $(t, \theta_r, \theta_e)$  :

$$\mathbf{d}\{.\}(t, \theta_r, \theta_e) = \begin{bmatrix} \frac{\partial(.)}{\partial t} \\ \frac{\partial(.)}{\partial \theta_r} \\ \frac{\partial(.)}{\partial \theta_e} \end{bmatrix} (t, \theta_r, \theta_e) \quad (2.20)$$

La suite de la méthode d’extraction consiste à approximer la dérivée du signal par une fonction linéaire au voisinage du maximum. Au maximum de l’arrivée acoustique, ce gradient à la particularité d’être identiquement nul, que ce soit dans le milieu de référence :

$$\mathbf{d}\{s_0\}(\tau_0, \Theta_{r0}, \Theta_{e0}) = \mathbf{0} \quad (2.21)$$

ou dans l'état perturbé :

$$\mathbf{d}\{s_p\}(\tau_p, \Theta_{rp}, \Theta_{ep}) = \mathbf{0} \quad (2.22)$$

A partir de l'équation 2.18 et en considérant que  $\delta\tau \ll T$ ,  $\delta\Theta_r \ll L_{\theta_r}$  et  $\delta\Theta_e \ll L_{\theta_e}$ , on peut faire un développement de Taylor limité au premier ordre en  $(\delta\tau, \delta\Theta_r, \delta\Theta_e)$  au voisinage de  $(\tau_0, \Theta_{r0}, \Theta_{e0})$ , ce qui donne :

$$\mathbf{d}\{s_p\}(\tau_0, \Theta_{r0}, \Theta_{e0}) + \mathbf{H}\{s_p\}(\tau_0, \Theta_{r0}, \Theta_{e0}) \begin{bmatrix} \delta\tau \\ \delta\Theta_r \\ \delta\Theta_e \end{bmatrix} = 0 \quad (2.23)$$

avec :

$$\mathbf{H}\{s_p\}(\tau_0, \Theta_{r0}, \Theta_{e0}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 s_p}{\partial t^2} & \frac{\partial^2 s_p}{\partial t \partial \theta_r} & \frac{\partial^2 s_p}{\partial t \partial \theta_e} \\ \frac{\partial^2 s_p}{\partial \theta_r \partial t} & \frac{\partial^2 s_p}{\partial \theta_r^2} & \frac{\partial^2 s_p}{\partial \theta_r \partial \theta_e} \\ \frac{\partial^2 s_p}{\partial \theta_e \partial t} & \frac{\partial^2 s_p}{\partial \theta_e \partial \theta_r} & \frac{\partial^2 s_p}{\partial \theta_e^2} \end{bmatrix}(\tau_0, \Theta_{r0}, \Theta_{e0}) \quad (2.24)$$

la matrice Hessienne du signal perturbé au point  $(\tau_0, \Theta_{r0}, \Theta_{e0})$ .

En utilisant le fait que  $s_p(t, \theta_r, \theta_e) = s_0(t, \theta_r, \theta_e) + \delta s(t, \theta_r, \theta_e)$ , et l'équation 2.21 alors :

$$\mathbf{d}\{s_p\}(\tau_0, \Theta_{r0}, \Theta_{e0}) = \mathbf{d}\{s_0\}(\tau_0, \Theta_{r0}, \Theta_{e0}) + \mathbf{d}\{\delta s\}(\tau_0, \Theta_{r0}, \Theta_{e0}) \quad (2.25)$$

$$= \mathbf{0} + \mathbf{d}\{\delta s\}(\tau_0, \Theta_{r0}, \Theta_{e0}) \quad (2.26)$$

et :

$$\mathbf{H}\{s_p\}(\tau_0, \Theta_{r0}, \Theta_{e0}) = \mathbf{H}\{s_0\}(\tau_0, \Theta_{r0}, \Theta_{e0}) + \mathbf{H}\{\delta s\}(\tau_0, \Theta_{r0}, \Theta_{e0}) \quad (2.27)$$

En ne gardant que les termes d'ordre 1 de l'équation 2.23, on peut donc écrire que :

$$\mathbf{d}\{\delta s\}(\tau_0, \Theta_{r0}, \Theta_{e0}) + \mathbf{H}\{s_0\}(\tau_0, \Theta_{r0}, \Theta_{e0}) \begin{bmatrix} \delta\tau \\ \delta\Theta_r \\ \delta\Theta_e \end{bmatrix} = 0 \quad (2.28)$$

En considérant le fait que le maximum d'une arrivée acoustique est un point critique non dégénéré (point où la dérivée est nulle et où les valeurs propres de la Hessienne sont strictement négatives), il est possible d'inverser le système, et on a finalement :

$$\begin{bmatrix} \delta\tau \\ \delta\Theta_r \\ \delta\Theta_e \end{bmatrix} = -\mathbf{H}\{s_0\}^{-1}(\tau_0, \Theta_{r0}, \Theta_{e0}) \cdot \mathbf{d}\{\delta s\}(\tau_0, \Theta_{r0}, \Theta_{e0}) \quad (2.29)$$

La relation 2.29, fait ainsi le lien entre la variation des observables et la variation du signal reçu après DFV.

### 2.3.4 Expression des noyaux de sensibilité temps-angles

En utilisant les relations 2.29 et 2.14, on obtient l'expression finale liant les variations d'observables  $(\delta\tau, \delta\Theta_r, \delta\Theta_e)$  mesurées après DFV aux perturbations de vitesse du son  $\delta c$  :

$$\begin{bmatrix} \delta\tau \\ \delta\Theta_r \\ \delta\Theta_e \end{bmatrix} = \iiint_V \begin{bmatrix} K_\tau \\ K_{\theta_r} \\ K_{\theta_e} \end{bmatrix} (\tau_0, \Theta_{r0}, \Theta_{e0}, \mathbf{r}) \delta c(\mathbf{r}) dV(\mathbf{r}) \quad (2.30)$$

avec  $(K_\tau, K_{\theta_r}, K_{\theta_e})$  le **noyau de sensibilité temps-angles (NSTA)** s'exprimant comme :

$$\begin{bmatrix} K_\tau \\ K_{\theta_r} \\ K_{\theta_e} \end{bmatrix} (\tau_0, \Theta_{r0}, \Theta_{e0}, \mathbf{r}) = -\mathbf{H}\{s_0\}^{-1}(\tau_0, \Theta_{r0}, \Theta_{e0}) \cdot \mathbf{d}\{K\}(\tau_0, \Theta_{r0}, \Theta_{e0}, \mathbf{r}) \quad (2.31)$$

On constate que chaque NSTA est en fait constitué de trois noyaux : le noyau de sensibilité des temps de propagation (ou NSTP, noté  $K_\tau$ ), le noyau de sensibilité des directions d'arrivée (ou NSDA, noté  $K_{\theta_r}$ ), et le noyau de sensibilité des directions de départ (ou NSDD, noté  $K_{\theta_e}$ ). Ces noyaux reflètent respectivement la sensibilité des TP, DA et DD, estimée dans l'espace de représentation du signal  $(t, \theta_r, \theta_e)$ . Il est important de préciser que d'autres méthodes de mesure d'observables donneraient des noyaux différents.

Les trois noyaux sont liés entre eux par la Hessienne (équivalent de la dérivée seconde en 3D), dont les coefficients dépendent de la « courbure » de l'arrivée acoustique dans l'espace de représentation  $(t, \theta_r, \theta_e)$ .

## 2.4 Étude des noyaux de sensibilité temps-angles

Dans cette partie, l'implémentation de noyaux de sensibilité temps-angles (NSTA) nous permet de discuter la forme de chaque type de noyaux en fonction de ses paramètres, et de faire le lien avec la physique de la propagation acoustique.

Sauf indication contraire, l'implémentation est faite conformément à la configuration du « cas test » présenté au paragraphe 2.2. On discrétise le guide d'onde sur une grille de résolution 2 m en longueur (751 points) et 0.5 m en profondeur (101 points), soit un total de 75851 points. Pour des raisons de souplesse d'utilisation, les fonctions de Green servant à calculer les NSTA seront calculées à partir de l'expression analytique des fonctions de Green en milieu homogène infini 3D, et du théorème des images [Guillon 2001, Pinson 2012]. Dans un but pédagogique, cette méthode d'implémentation permet notamment de sélectionner les sources et récepteurs images (et donc implicitement sélectionner les trajets acoustiques d'intérêt) pour s'éviter les problèmes d'interférences auxquels on peut être confronté dans des cas plus réalistes.

La forme des NSTA dépend à la fois :

- des paramètres du guide d'onde ;

- du trajet acoustique considéré ;
- du signal émis ;
- et de la taille des sous-antennes.

Dans un premier temps, regardons les résultats issus de l'implémentation de quelques trajets acoustiques.

### 2.4.1 Les trajets acoustiques et les NSTA associés

Comme nous l'avons vu dans la partie théorique, on peut associer un trajet acoustique, une arrivée acoustique et les NSTA correspondants. Les NSTA représentent l'influence qu'aurait une perturbation locale de 1 m/s et de 1 m<sup>3</sup> sur les observables du trajet acoustique considéré.

#### 2.4.1.1 Le trajet direct

Prenons par exemple les NSTA associés au trajet direct (sans réflexion), pour des sous-antennes utilisant 41 des 97 capteurs (soit 20 m d'envergure) dans le « cas test » (cf. figure 2.6). Le cercle P représente une perturbation locale de vitesse de 1 m/s sur un volume de 1 m<sup>3</sup>. Alors, d'après la figure 2.6 la variation de TP induite par cette perturbation sera de  $-1.5 \cdot 10^{-9}$  s, la variation des DA sera quasi nulle et la variation des DD sera d'environ  $5 \cdot 10^{-7}^\circ$ .

On peut donc voir que les observables du trajet direct sont sensibles aux perturbations de vitesse dans une zone située autour de l'axe du trajet et pas seulement sur l'axe, comme l'aurait prédit une approche par rayons (*i.e.* approximation à fréquence infinie). On voit que les zones de sensibilité forment des oscillations qui changent de signe au fur et à mesure qu'on s'écarte de l'axe du trajet acoustique. Ces oscillations sont appelées zones de Fresnel et sont caractéristiques des ondes à fréquence finie.

En comparant les noyaux des TP, DD et DA, on peut constater qu'ils ont des **caractéristiques spatiales complémentaires** en termes de :

- **sensibilité sur le rayon.** Les NSDA et NSDD sont nuls sur le rayon acoustique alors que le NSTP est négatif. Si une perturbation a lieu sur le rayon acoustique et n'occasionne pas de variation d'angle, il sera tout de même possible de voir son effet sur les temps de trajet.
- **symétrie par rapport au rayon.** Les NSDA et NSDD sont antisymétriques par rapport au rayon acoustique leur correspondant alors que le NSTP est symétrique. Il sera donc plus facile de déterminer si une perturbation de vitesse se situe au dessus ou en dessous du rayon acoustique.
- **symétrie source-récepteur.** Les NSDA (resp. les NSDD) ont une sensibilité plus grande près de l'antenne de réception (resp. d'émission), qui s'atténue lorsqu'on

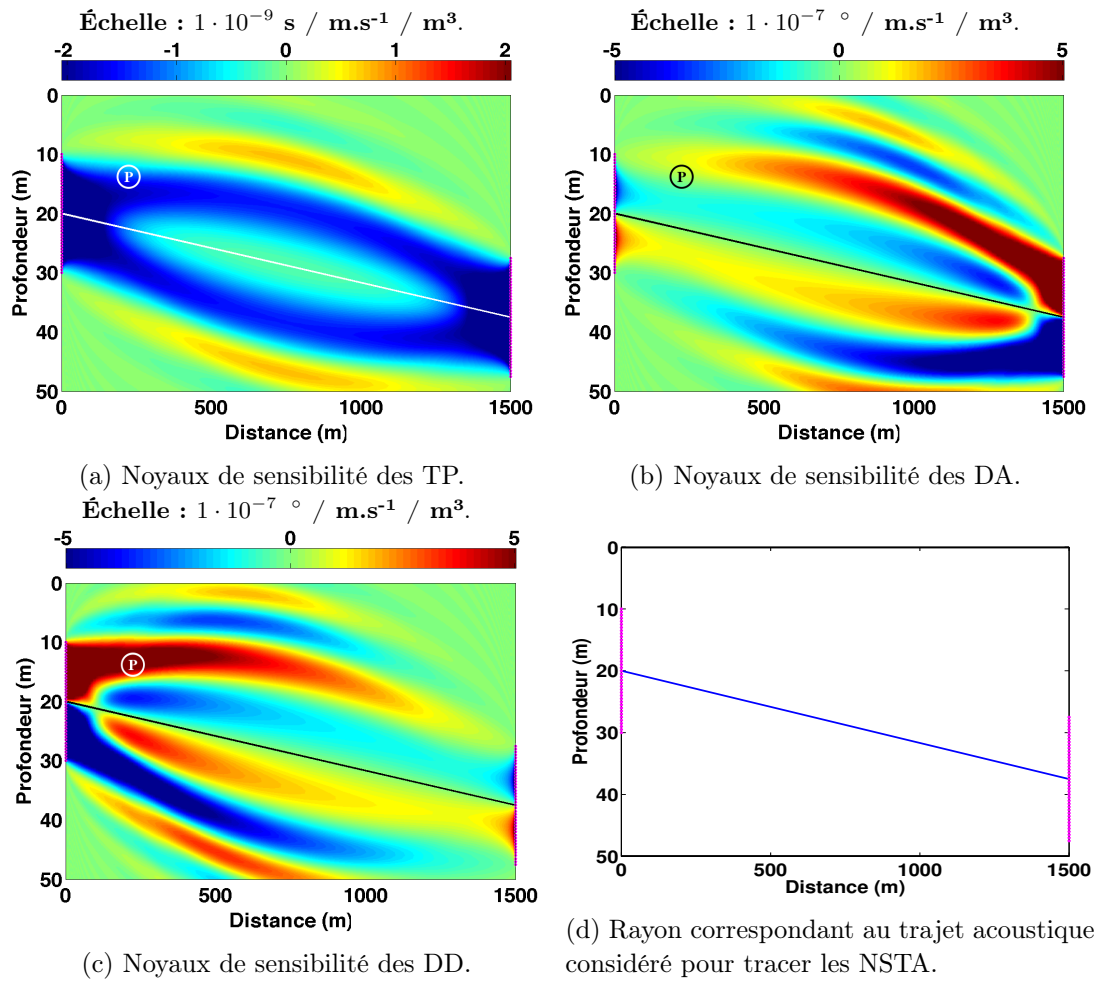


FIGURE 2.6 – Noyaux de sensibilité temps-angles associés au trajet direct. Les sous-antennes utilisées comportent 41 capteurs espacés de 0.5 m, soit 20 m d'envergure (points magenta).

s'éloigne d'elle. Les NSTP sont eux de sensibilité uniforme le long du trajet acoustique. Il sera donc plus aisé de déterminer si une perturbation a lieu au début ou à la fin du guide d'onde.

On peut expliquer ces caractéristiques avec une approche géométrique du problème de diffraction. Sur le tracé géométrique de la figure 2.7, on peut constater que l'influence d'un changement de vitesse au point M1 ou M2, aura le même effet sur l'allongement du trajet acoustique et donc sur les TP, alors que l'effet sera opposé si on considère les DA et DD. En regardant uniquement le point M1, on peut constater que le passage de l'onde acoustique par ce point implique des variations angulaires, qui ne sont pas les mêmes suivant qu'on les regarde au niveau de la source ou du récepteur (variation plus grande à l'émission qu'à la réception). Ceci explique que la sensibilité en angle soit plus forte pour les DD que les DA. De manière analogue, les conclusions opposées peuvent être tirées avec un point M3 placé plus proche des récepteurs.

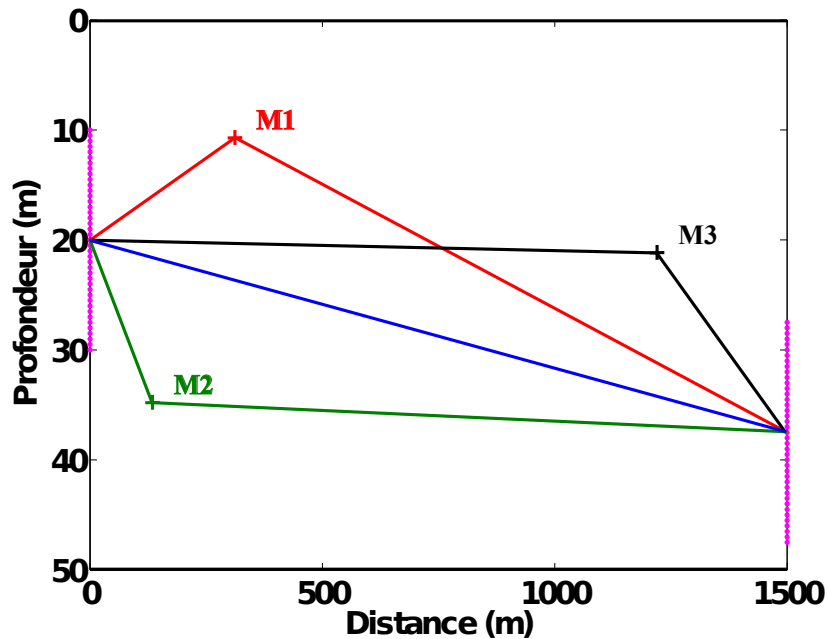


FIGURE 2.7 – Tracé géométrique des trajets acoustiques : direct (bleu), de l'onde diffractée en M1 (vert), de l'onde diffractée en M2 (rouge) et de l'onde diffractée en M3 (noir).

De plus, lorsqu'on intègre les noyaux de sensibilité des angles sur l'ensemble du guide d'onde, l'antisymétrie par rapport à l'axe du rayon implique que le résultat de cette intégrale est nulle, car chaque zone positive est compensée par son antisymétrique. Ce résultat est en accord avec la physique de la réfraction. En effet, dans le cas d'une variation homogène de la distribution de vitesse du son au sein du guide d'onde, la variation des DA ou DD sera nulle. Pour une variation de vitesse du son uniforme sur tout le guide, les variations d'observables données par le calcul utilisant les NSTA sont les mêmes que ceux calculés par la théorie des rayons.

On peut constater que, pour les noyaux des angles, un regain de sensibilité est présent lorsque l'on est très proche de l'antenne opposée, *i.e.* l'antenne source pour les DA et l'antenne réceptrice pour les DD. Nous n'expliquons pas encore cet effet clairement, mais il semblerait être la conséquence d'effet de champ proche lié à la forme des fluctuations du signal dans l'espace de représentation  $(t, \theta_r, \theta_e)$ , lorsque les perturbations sont proches des antennes relativement à leur taille.

### 2.4.1.2 Les trajets avec réflexions

Lorsqu'on considère un trajet acoustique avec des réflexions sur la surface et sur le fond, on peut faire les mêmes observations que celles faites sur le trajet direct. Il existe néanmoins des caractéristiques de ces noyaux qui ne peuvent pas être décrites par une analyse géométrique, et ne peuvent s'expliquer que par une approche ondulatoire du problème acoustique.

Prenons par exemple les NSTA de la figure 2.8 correspondant au trajet acoustique avec 2 réflexions sur la surface et sur le fond. Au niveau des réflexions, on peut apercevoir des franges d'interférences. Ces zones de sensibilité constructives et destructives sont le fait d'interférences entre les ondes acoustiques incidentes et réfléchies. On peut notamment observer la différence de nature entre les réflexions sur la surface et les réflexions sur le fond. Au niveau de la surface, on constate une annulation de la sensibilité qui est l'expression du déphasage de  $\pi$  induit par la réflexion. Au contraire sur le fond, le déphasage étant faible, les interférences sont constructives à l'interface eau-sol.

On a pu observer des phénomènes d'interférence similaires dans le cas de rayons réfractés par un profil célérimétrique non-uniforme, comme présentés dans l'étude de Roux et al. [Roux 2013a].

### 2.4.2 Le couplage des noyaux temps-angles

Le couplage entre les noyaux des temps et des angles, dépend de la forme de l'arrivée acoustique dans l'espace de représentation temps-angles de réception-angle d'émission. Ce couplage apparait dans les calculs lors de l'étape d'extraction d'observables, lors de la résolution du système matriciel 2.23, et est représenté par la Hessienne de l'arrivée acoustique dans l'état de référence :

$$\mathbf{H} \{s_0\} (\tau_0, \Theta_{r0}, \Theta_{e0}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 s_0}{\partial t^2} & \frac{\partial^2 s_0}{\partial t \partial \theta_r} & \frac{\partial^2 s_0}{\partial t \partial \theta_e} \\ \frac{\partial^2 s_0}{\partial \theta_r \partial t} & \frac{\partial^2 s_0}{\partial \theta_r^2} & \frac{\partial^2 s_0}{\partial \theta_r \partial \theta_e} \\ \frac{\partial^2 s_0}{\partial \theta_e \partial t} & \frac{\partial^2 s_0}{\partial \theta_e \partial \theta_r} & \frac{\partial^2 s_0}{\partial \theta_e^2} \end{bmatrix} (\tau_0, \Theta_{r0}, \Theta_{e0}) \quad (2.32)$$

En particulier, ce sont les termes de dérivées secondes croisées qui permettent le couplage entre les noyaux des TP, DA et DD lorsqu'il existe *i.e.* quand les termes croisés ne sont pas nuls. Dans le cas particulier d'ondes parfaitement planes, la forme d'onde dans l'espace de représentation  $(t, \theta_r, \theta_e)$  est parfaitement symétrique au voisinage du maximum de l'arrivée

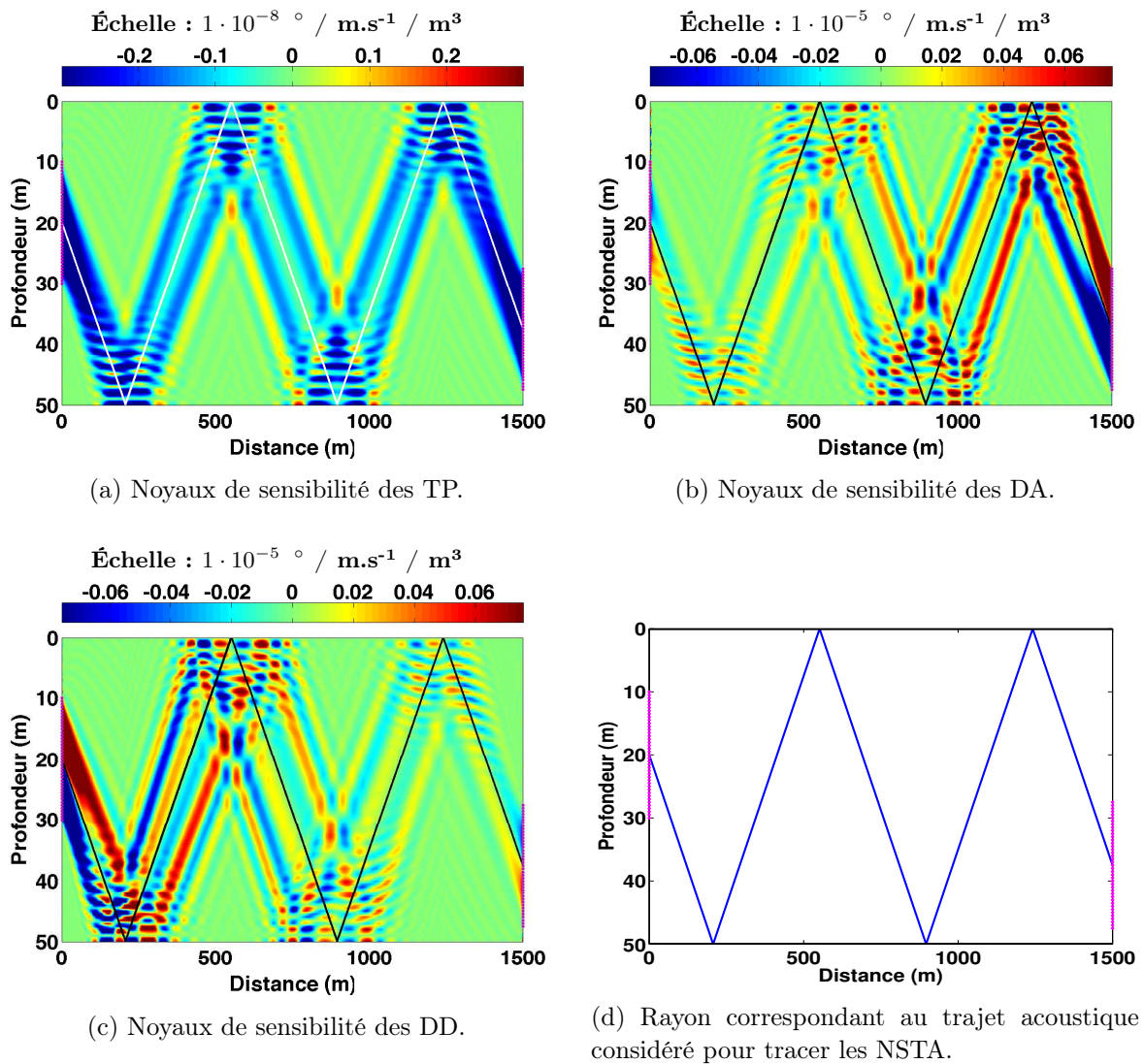


FIGURE 2.8 – Noyaux de sensibilité temps-angles associés au trajet avec 2 réflexions sur la surface et 2 réflexions sur le fond. Les sous-antennes utilisées comportent 41 capteurs espacés de 0.5 m, soit 20 m d'envergure (points magenta).



acoustique. Le centre de cette symétrie est alors le maximum de l'arrivée acoustique de coordonnées  $(\tau, \Theta_r, \Theta_e)$ . Cette propriété a pour conséquence que les termes croisés de la Hessienne sont nuls, ce qui implique que les noyaux ne sont pas couplés entre eux. Or généralement, les ondes qui arrivent sur les antennes ne sont pas parfaitement planes, ce qui implique que les noyaux sont couplés entre eux.

En guise d'exemple, prenons le cas du signal et du guide d'onde décrit paragraphe 2.2. Sur la figure 2.9a, on peut voir que la courbure de l'onde a pour effet d'étirer le signal après DFV dans le sens nord-ouest, sud-est. Ce qui induit un couplage entre les noyaux de sensibilité visible sur l'importance des termes croisés de la matrice Hessienne de la figure 2.9c.

Connaissant le TP de l'onde, il est possible d'estimer grossièrement le trajet parcouru par l'onde (rayon de l'onde sphérique) et donc la courbure du front d'onde. Il est ensuite possible d'inclure une correction de cette sphéricité en incluant le terme de délai dans l'opération de double formation de voies :

$$T_{r,e}^{sph} = \frac{\sqrt{(c_0 * t_0)^2 + (z_r - z_e)^2}}{c_0} - \tau_0 \quad (2.33)$$

avec  $t_0$  le temps de l'enregistrement du capteur de référence.

Sur la figure 2.9b, on constate que l'étirement est quasi parfaitement corrigé. Le couplage résiduel concerne les directions d'arrivée et de départ, et n'existe plus entre le temps et les angles (ordre de grandeur des termes croisés). La figure 2.9d montre qu'une correction grossière de la sphéricité de l'onde acoustique lors de l'opération de double formation de voie permet donc de réduire le couplage des noyaux. Cependant, l'introduction de cette correction implique une augmentation conséquente des temps de calcul, et demande que la vitesse dans le milieu soit connue.

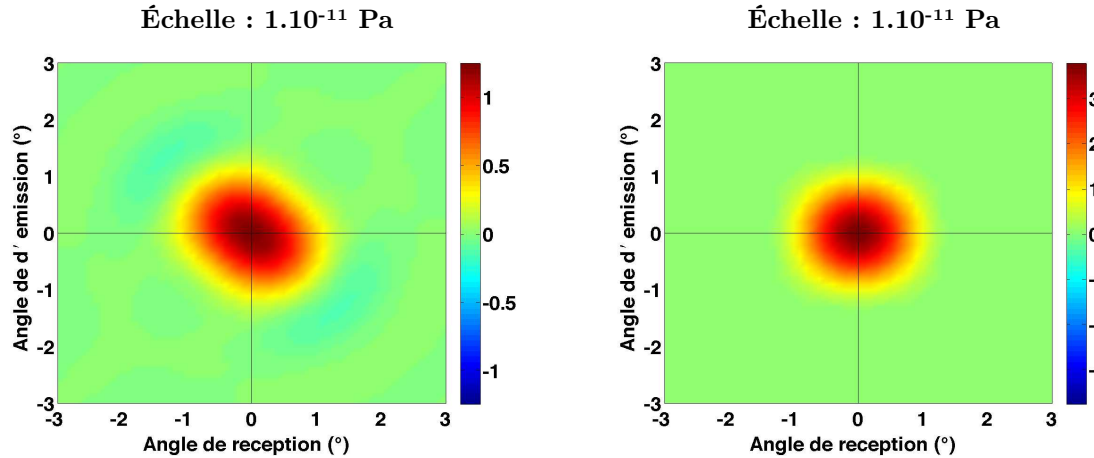
Dans cette étude, nous utilisons la DFV classique et nous considérerons le couplage entre les différents noyaux et en particulier entre les DA et DD.

### 2.4.3 Influence du signal émis

La sensibilité des TP, DA et DD dépend de la fréquence centrale et de la largeur de bande du signal acoustique utilisé. Cette dépendance s'explique par le lien qui existe entre la forme d'onde temporelle et la forme d'onde spatiale.

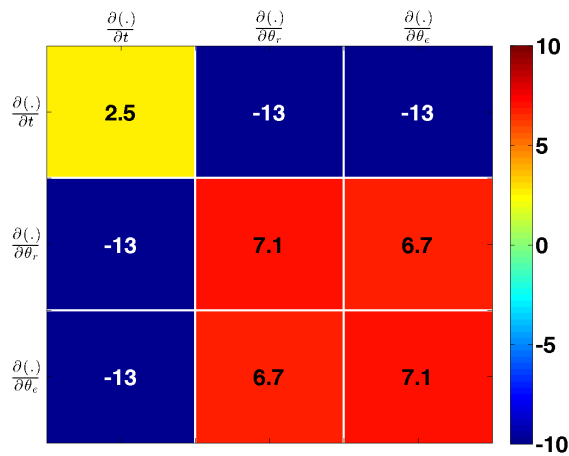
#### 2.4.3.1 Fréquence centrale

La fréquence centrale du signal joue sur la période des oscillations temporelles et sur la longueur d'onde du signal dans le milieu de propagation. C'est oscillation sont appelées zones de Fresnel. En configuration point-à-point le rayon des zones de Fresnel s'exprime de la manière

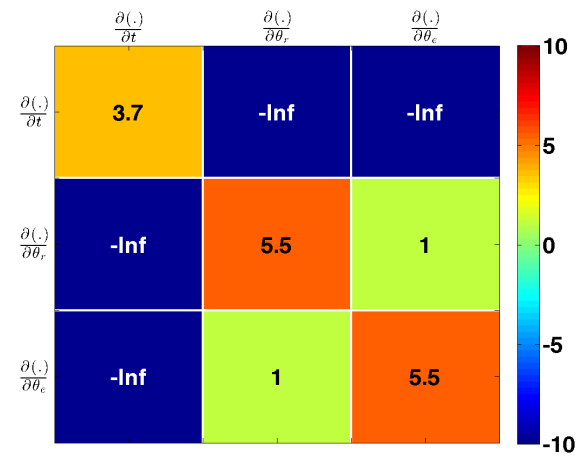


(a) Forme de la coupe 2D à  $t = \tau_0$  de l'arrivée acoustique après DFV sans correction de la sphéricité.

(b) Forme de la coupe 2D à  $t = \tau_0$  de l'arrivée acoustique après DFV avec correction de la sphéricité.



(c) Inverse de la Hessienne  $\mathbf{H}\{s_0\}^{-1}(\tau_0, \Theta_{r0}, \Theta_{e0})$ , après DFV sans correction de la sphéricité. Les valeurs représentées sont les ordres de grandeur des coefficients de l'inverse de la Hessienne (logarithme en base 10 de l'inverse de la Hessienne).



(d) Inverse de la Hessienne  $\mathbf{H}\{s_0\}^{-1}(\tau_0, \Theta_{r0}, \Theta_{e0})$ , après DFV avec correction de la sphéricité. Les valeurs représentées sont les ordres de grandeur des coefficients de l'inverse de la Hessienne (logarithme en base 10 de l'inverse de la Hessienne).

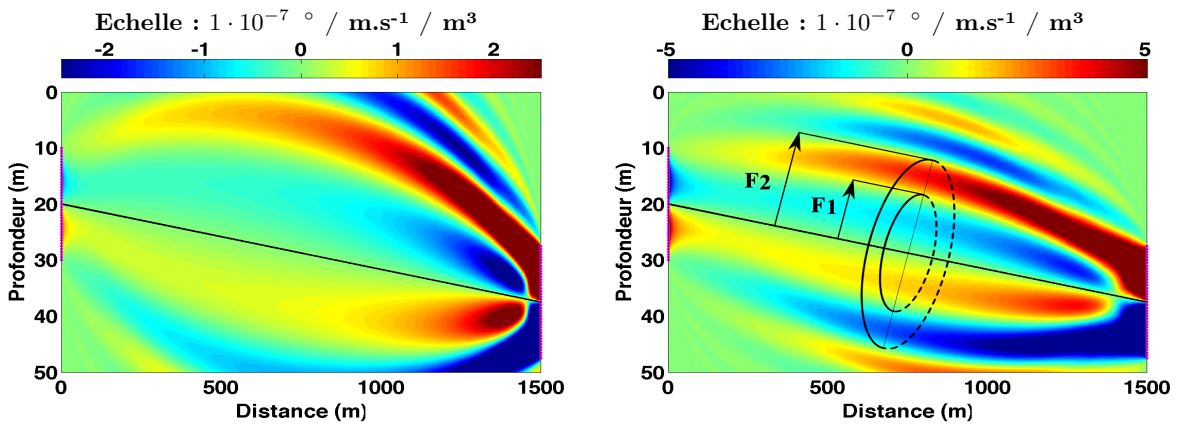
FIGURE 2.9 – Forme de l'arrivée acoustique et couplage des NSTA.

suivante [Medwin 2005] :

$$F_n = \sqrt{\frac{n \cdot \lambda \cdot d_s \cdot d_r}{d_s + d_r}} \quad (2.34)$$

où,  $F_n$  est le rayon de la  $n^{\text{ième}}$  zone de Fresnel ;  
 $n$ , l'indice de la zone de Fresnel ;  
 $d_s$ , la distance au point source ;  
 $d_r$ , la distance au point récepteur ;  
 et  $\lambda$ , la longueur d'onde.

Plus la fréquence centrale du signal est élevée, plus la longueur d'onde est petite, et plus le rayon des zones de Fresnel sera court.



(a) Noyaux des DA du trajet direct pour un signal de fréquence centrale 1 kHz et de bande passante 0.7 kHz.

(b) Noyaux des DA du trajet direct pour un signal de fréquence centrale 2.5 kHz et de bande passante 0.7 kHz.

FIGURE 2.10 – Lien entre la fréquence centrale et le rayon des zones de Fresnel.

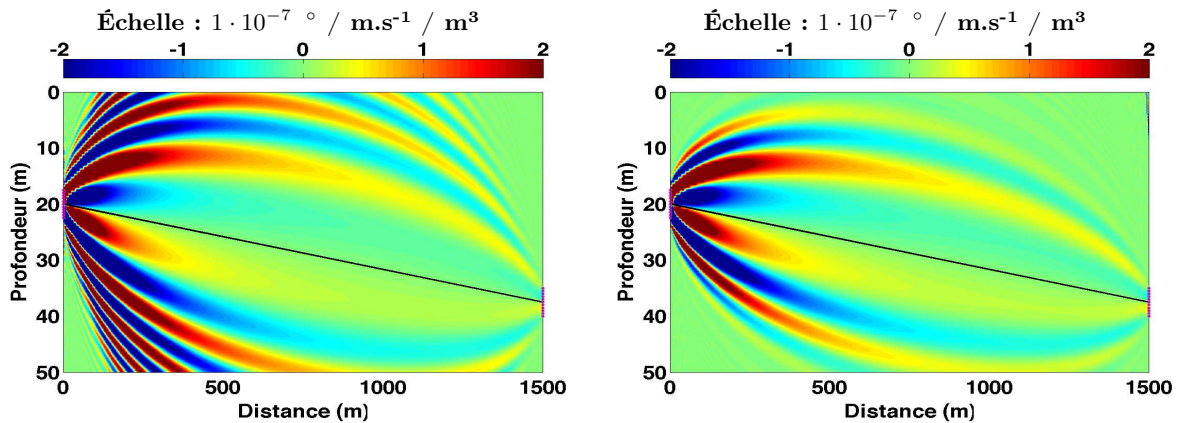
### 2.4.3.2 Largeur de bande

La largeur de bande du signal joue sur la forme temporelle du signal (sa durée), et par conséquent sur la forme spatiale de l'onde acoustique au sein du milieu de propagation. Une impulsion d'enveloppe gaussienne en temps, aura aussi un spectre de forme gaussienne ; et le lien entre localisation temporelle et localisation fréquentielle s'exprime par la relation :

$$T = 2/B \quad (2.35)$$

avec  $T$  la taille du support du signal en temps et  $B$  la largeur de bande.

Ce rapport aura donc aussi une influence sur la forme des noyaux. Plus la largeur de bande  $B$  est grande par rapport à la fréquence centrale, plus le signal est court en temps (moins d'oscillations), et plus la sensibilité de l'onde sera concentrée près de l'axe du trajet acoustique dans l'espace du milieu (nombre de zones de Fresnel sensibles plus petit).



(a) Noyaux des DD du trajet direct pour un signal de fréquence centrale 2.5 kHz et de bande passante 0.7 kHz.

(b) Noyaux des DD du trajet direct pour un signal de fréquence centrale 2.5 kHz et de bande passante 4.5 kHz.

FIGURE 2.11 – Lien entre la largeur de bande et le nombre de zones de Fresnel sensibles

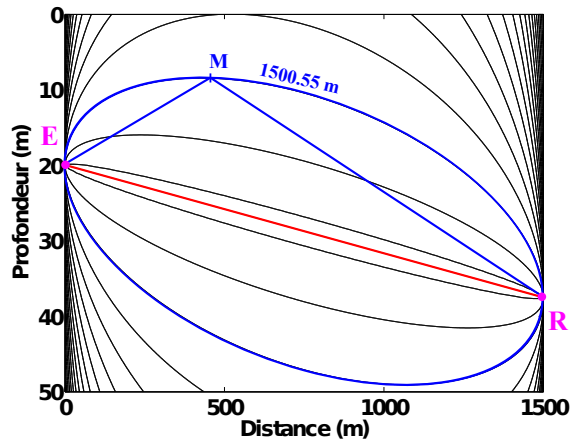
Un lien peut être fait avec l'approximation des rayons, fréquence infinie. Lorsqu'on tend vers une fréquence infinie, il est alors possible d'avoir une largeur de bande infinie. Dans ce cas limite, la sensibilité des ondes acoustiques se concentre sur une zone infiniment fine autour du rayon géométrique, ce qui est bien en accord avec la théorie de l'acoustique géométrique.

### 2.4.3.3 Les artéfacts de repliement

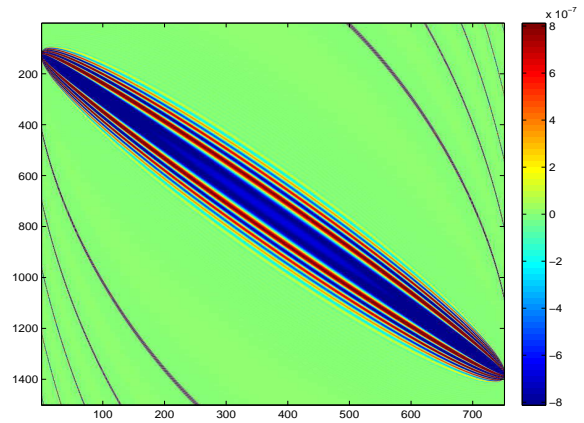
La discrétisation du problème lors de son implémentation numérique peut induire l'apparition d'artéfacts de repliement dans le domaine spatial associé au milieu de propagation, comme le montre la figure 2.12b. Ces artéfacts sont la manifestation, dans le domaine spatial, du repliement temporel dû à la discrétisation en fréquence.

Cependant, il n'est pas évident de bien identifier ces artéfacts comme des répliques du noyau de sensibilité car elles sont très déformées. Pour cela, il faut bien comprendre comment sont construits les noyaux de sensibilité représentés sur les figures 2.12b, 2.12c et 2.12d. La valeur en chaque point M du noyau de sensibilité représente la variation de TP induite par l'interférence entre le signal issu du trajet direct (ER) (en rouge sur la figure 2.12a) et le signal issu de la diffraction des ondes acoustiques par le point M (trajet acoustique (EMR) en bleu sur la figure 2.12a). Le signal issu du trajet direct est le même quelque soit le point M. Par contre, le signal issu de la diffraction change. C'est donc le temps d'arrivée de l'onde diffractée qui va nous intéresser.

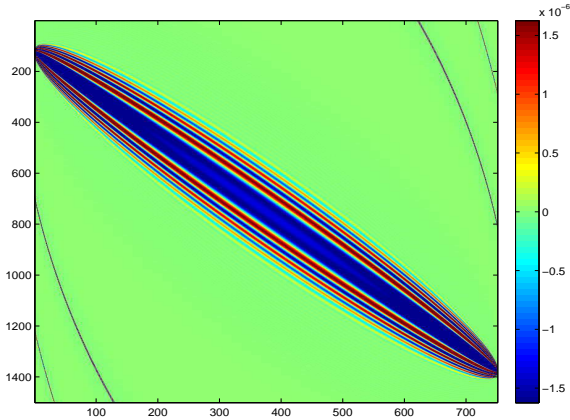
Comme on considère la distribution de vitesse du son uniforme dans le milieu de référence, le temps d'arrivée des ondes diffractées est donc directement lié à la longueur du parcours (EMR). Sur la figure 2.12a, on a tracé quelques lignes correspondant aux « iso-longueurs de parcours (ESM) ». On voit que ces iso-contours constituent une juxtaposition d'ellipses dont les foyers sont la source et le récepteur, ce qui correspond aussi à la forme des artéfacts. On



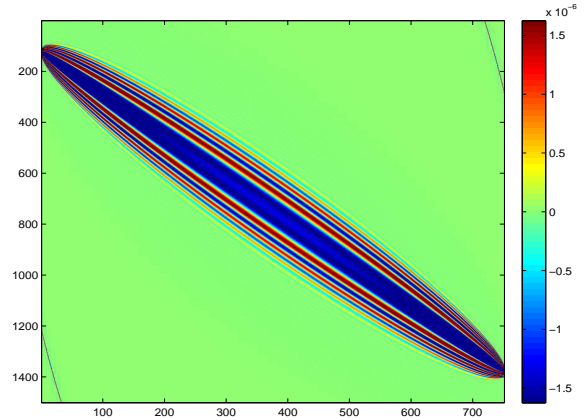
(a) Carte des distances de trajet source-point diffractant-récepteur.



(b) Noyaux des TP dans le cas signal échantillonné avec un pas de  $\Delta f$  en fréquence .



(c) Noyaux des TP dans le cas signal échantillonné avec un pas de  $\Delta f/2$  en fréquence.



(d) Noyaux des TP dans le cas signal échantillonné avec un pas de  $\Delta f/4$  en fréquence.

FIGURE 2.12 – Illustration du phénomène de repliement dans le domaine spatial.

comprend donc que chaque instant de l'enregistrement du signal diffracté correspond à une ellipse dans le domaine spatial. Pour éviter la présence des artéfacts, il faut donc que la fenêtre de temps d'enregistrement soit suffisamment grande pour contenir les temps de trajet associés à chaque ellipse contenue dans le milieu et éviter le repliement temporel. Cette condition se traduit, dans le domaine fréquentiel, par une condition de pas d'échantillonnage maximum.

Les figures 2.12b à d, montrent comment la réduction du pas d'échantillonnage en fréquence permet de diminuer le nombre d'artéfacts. En effet, une division par deux du pas d'échantillonnage en fréquence permet de réduire de moitié le nombre d'artéfacts visibles sur la figure des noyaux.

Les artéfacts ne posent pas de problème pour les premières arrivées, mais impliquent une augmentation du temps de calcul pour les arrivées provenant de réflexions multiples, ou imposent que les calculs soient effectués sur une zone restreinte du guide d'onde comme dans les travaux d'Iturbe et al. [Iturbe 2010].

#### 2.4.4 Influence de la dimension des antennes

L'augmentation de la dimension des antennes a un double impact sur la forme de noyaux de sensibilité :

1. le lissage la structure oscillante des NSTA ;
2. la séparation des NSTA correspondant à une arrivée acoustique.

##### 2.4.4.1 Séparation et lissage des NSTA

Tout d'abord, on constate sur la figure 2.13 que la sensibilité du NSTP diminue avec l'augmentation de la taille des antennes. De grandes antennes seront donc moins sensibles aux perturbations de vitesse que les petites antennes. Cependant, la sensibilité est mieux localisée spatialement dans le cas de grandes antennes que de petites.

La figure 2.13, montre ensuite l'allure du NSTP correspondant au trajet acoustique avec 2 réflexions sur le fond et 2 réflexions à la surface, pour différentes tailles d'antenne. Pour des antennes de 1 m d'envergure (figure 2.13a), on voit qu'il est difficile de séparer les noyaux des deux trajets avec 4 réflexions qui arrivent au même TP. Les antennes, trop petites, ne sont pas assez directives, et le nombre de zones de Fresnel visibles est très grand. Ces noyaux ressemblent aux noyaux point-à-point décrits par Skarsoulis et al. [Skarsoulis 2004].

Lorsqu'on augmente la taille des antennes à 5 m (figure 2.13b), on ne voit plus qu'un seul des NSTP à 4 réflexions. Cependant, on constate toujours un nombre de zones de Fresnel important et on peut voir qu'au niveau du rayon, la sensibilité est nulle la plupart du temps. Cette forme en « *Banana-Doughnut* » est caractéristique des NSTP, devenue classique en géophysique [Marquering 1999].

Lorsqu'on augmente encore la taille des antennes à 10 m (figure 2.13c), puis 30 m d'envergure (figure 2.13d), on voit que les zones de Fresnel d'ordres supérieurs à 1, se lissent pour

laisser place à un NSTP de sensibilité négative et uniforme tout le long du rayon acoustique. On peut constater que le NSTP est identique à ceux des travaux d'Iturbe et al. [Iturbe 2009a], et ressemble à un gros rayon de la largeur des antennes qui nous pousse à faire le rapprochement avec les « *fat rays* » décrits et utilisés en tomographie géoacoustique par Husen et al. [Husen 2001].

L'augmentation de la taille de l'antenne peut être vue de manière duale comme une réduction de la longueur d'onde relativement à la taille du système d'émission-réception, on peut donc faire un rapprochement entre la localisation de la sensibilité sur un rayon à fréquence infinie (longueur d'onde infiniment petite), et sur le gros rayon à fréquence finie mais à longueur d'onde petite devant la taille de l'antenne. La seule différence de cette formulation par rapport à celle d'Iturbe et al. est théorique. En effet, les NSTA sont couplés par l'inverse de la Hessienne,  $\mathbf{H}\{s_0\}^{-1}(\tau_0, \Theta_{r0}, \Theta_{e0})$ , en théorie, mais n'a pas de conséquence en pratique dans notre cas, car ce couplage est faible et n'a pas d'incidence sur la forme du NSTP (cf. paragraphe 2.4.2).

Afin de comprendre les phénomènes d'interférence entre les NSTA, examinons la manière dont ils sont construits.

#### 2.4.4.2 Les interférences inter-NSTA

Comme nous l'avons déjà dit, les NSTA sont en théorie associés à une unique arrivée acoustique. On constate alors que, lorsque les arrivées de deux trajets acoustiques interfèrent, les noyaux de sensibilité correspondants interfèrent aussi. L'utilisation du « théorème des images » permet d'analyser plus en détail la structure des interférences entre noyaux.

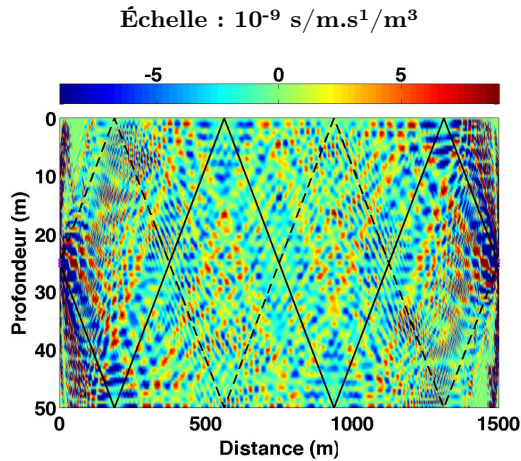
Dans un guide d'onde océanique petit-fond, les ondes acoustiques émises par une source  $S_0$  se propagent en se réfléchissant sur la surface et sur le fond. Si  $Ge$  est la fonction de Green du guide d'onde correspondant à la source  $S_0$ , alors on peut écrire  $Ge$  comme la somme des fonctions Green des « sources images » :

$$Ge = \sum_{i=-\infty}^{+\infty} Ge_i \quad (2.36)$$

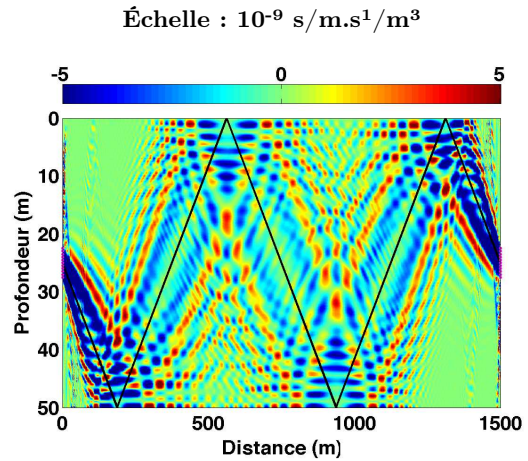
avec,  $Ge_i$  la fonction de Green correspondant à la source image  $i$ . L'indice  $i$  est représentatif du nombre de réflexions associées à la source image, avec un signe  $-$  si les sources virtuelles sont situées à une profondeur virtuelle moins grande que  $S_0$ , et  $+$  si les sources virtuelles sont plus profondes que  $S_0$ .

Le principe de réciprocité spatiale, nous permet d'écrire la même décomposition pour la fonction de Green du guide d'onde  $Gr$ , associée à un récepteur  $R_0$ .

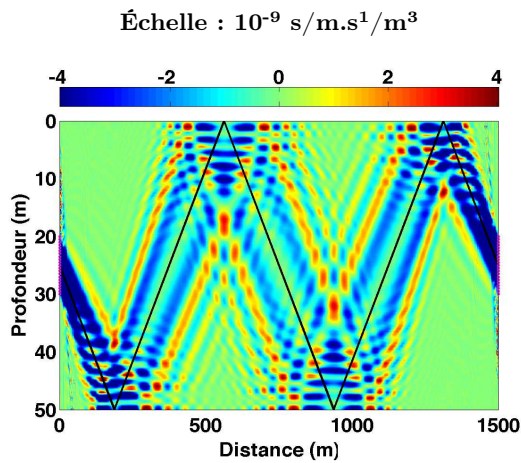
Le produit de ces deux fonctions de Green  $Ge \times Gr$  intervient dans la formule analytique des NSTA (cf. équations 2.15 et 2.30). Il est alors possible de développer ce produit de sommes des « fonctions de Green images », pour obtenir une somme de produits des « fonctions de Green images ».



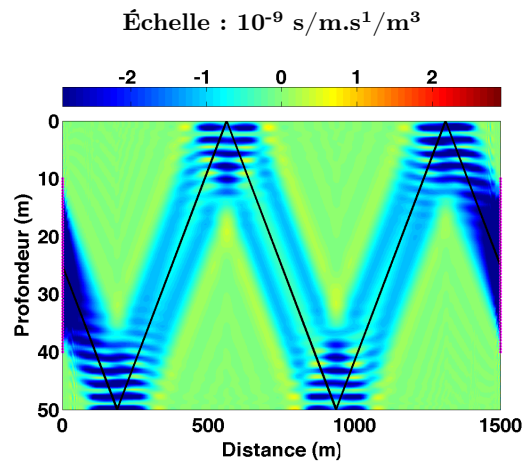
(a) NSTP pour des antennes de 3 capteurs espacés de 0.5 m soit 1 m d'envergure.



(b) NSTP pour des antennes de 11 capteurs espacés de 0.5 m soit 5 m d'envergure.



(c) NSTP pour des antennes de 21 capteurs espacés de 0.5 m soit 10 m d'envergure.



(d) NSTP pour des antennes de 61 capteurs espacés de 0.5 m soit 30 m d'envergure.

FIGURE 2.13 – Influence de la taille de l'antenne sur la forme des NSTP pour l'arrivée acoustique avec deux réflexions sur la surface et deux réflexions sur le fond.



Afin de visualiser les termes cette décomposition, prenons l'exemple du NSDA correspondant au trajet acoustique avec une réflexion à la surface (ligne noire sur les figures 2.15 et 2.14). Dans le but de simplifier les calculs, considérons seulement les « fonctions de Green images » correspondant à une réflexion sur la surface (indice -1), et une réflexion sur le fond (indice 1).

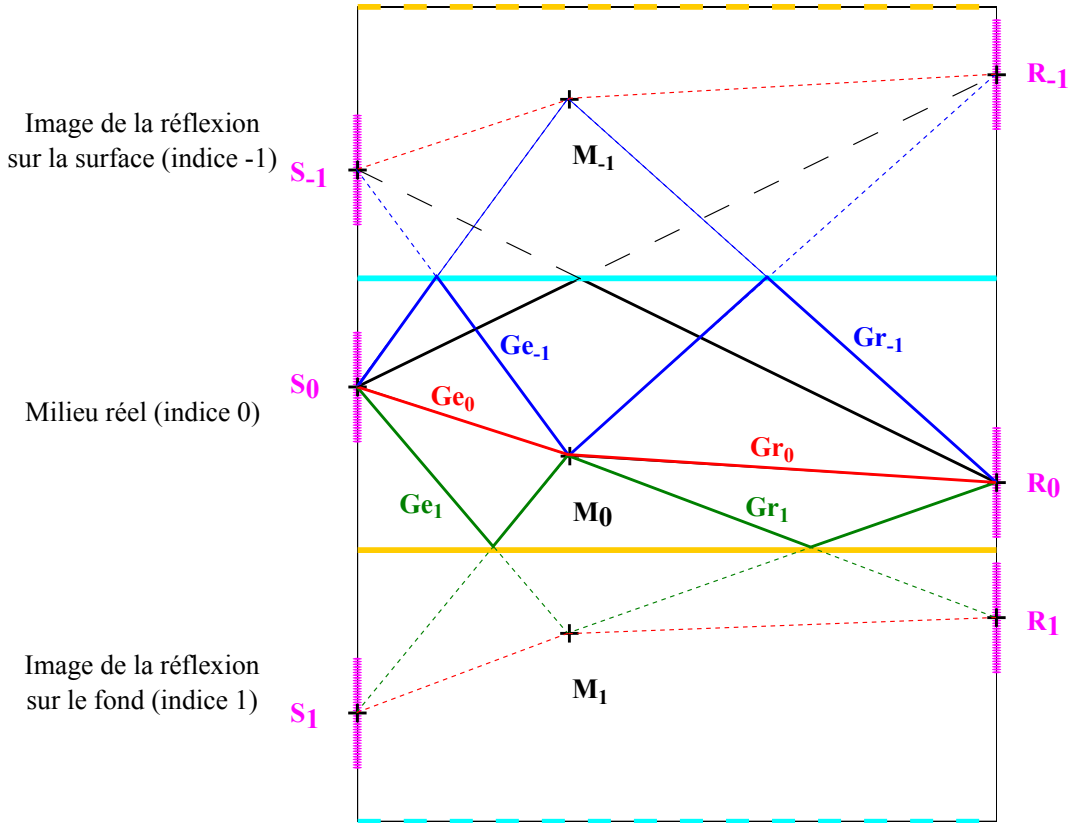


FIGURE 2.14 – Schéma de l'application du théorème des images pour l'étude du NSDA correspondant au trajet avec une réflexion sur la surface (ligne noire pointillée). On s'intéresse en particulier à l'étude du champ diffracté par le point diffractant  $M_0$ . On ne représente ici qu'une réflexion sur la surface (indices -1) et une réflexion sur le fond (indice 1).

Comme l'illustre la figure 2.14, les fonctions de Green peuvent ainsi se décomposer de la manière suivante :

$$Gr(t, \mathbf{r}_r, \mathbf{r}_e) = [Gr_{-1} + Gr_0 + Gr_1](t, \mathbf{r}_r, \mathbf{r}_e) \quad (2.37)$$

$$Ge(t, \mathbf{r}_r, \mathbf{r}_e) = [Ge_{-1} + Ge_0 + Ge_1](t, \mathbf{r}_r, \mathbf{r}_e) \quad (2.38)$$

En développant le produit  $Gr \times Ge$  en fréquence, on obtient alors les neuf termes qui composent le NSDA (cf. figure 2.15).

Chacun de ces termes peut alors être associé à un trajet acoustique. On distingue alors deux catégories :

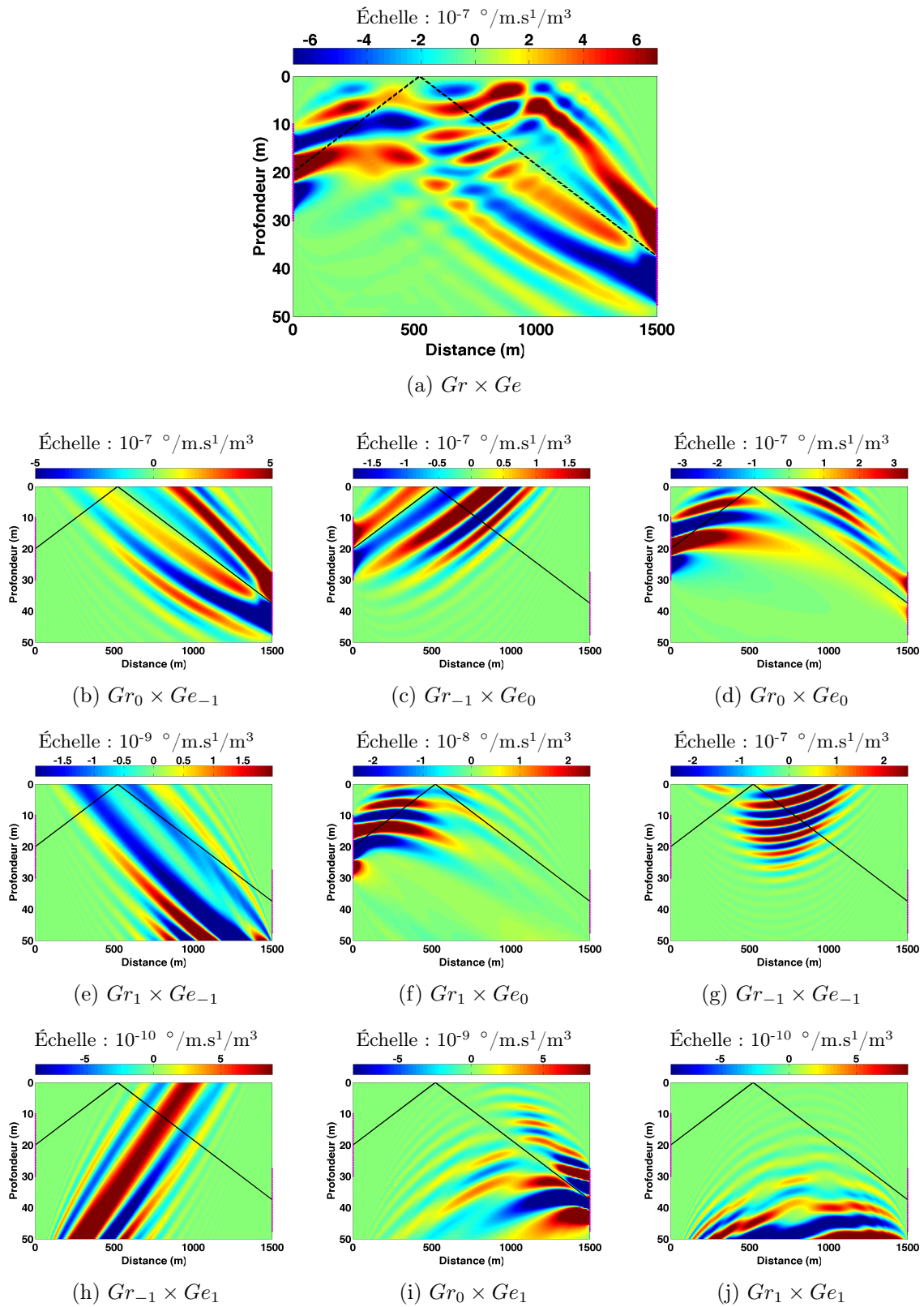


FIGURE 2.15 – Composantes du NSDA pour le trajet acoustique avec une réflexion sur la surface. On considère seulement les interférences entre les trois premières arrivées acoustiques (trajet direct, réflexion sur la surface et réflexion sur le fond).

- **les composantes du trajet avec une réflexion sur la surface** (le « NSDA d'intérêt », *i.e.* celui qu'on souhaite isoler) ;
- **les composantes des autres trajets**, *i.e.* ceux qui interfèrent avec le NSDA d'intérêt.

**Les composantes du trajet acoustique d'intérêt** (trajet avec 1 réflexion sur la surface) :  $Gr_0 \times Ge_{-1}$  et  $Gr_{-1} \times Ge_0$ , sont respectivement représentées sur les figures 2.15b, et 2.15c.

**Les composantes des trajets qui interfèrent** avec le trajet d'intérêt sont :

- celles du **trajet direct** :  $Gr_0 \times Ge_0$  (cf. figure 2.15d), correspond à la composante principale du noyau direct qu'on regarde aux observables de l'arrivée acoustique avec une réflexion sur la surface dans l'état de référence  $(\tau_0, \Theta_{e0}, \Theta_{r0})$ . On voit que cette composante a un poids important dans cette décomposition, ce qui montre que les arrivées acoustiques correspondant au trajet direct et au trajet avec une réflexion sur la surface, interfèrent encore dans l'espace de représentation  $(t, \theta_r, \theta_e)$ , même avec des antennes de 20 m. Avec des antenne plus grandes, et donc plus sélectives en angle, cette composante aurait été affaiblie car elle n'a pas les mêmes DA et DD que le trajet considéré.

Les composantes  $Gr_{-1} \times Ge_{-1}$  et  $Gr_1 \times Ge_1$  (cf. resp. figures 2.15g et 2.15j), correspondent elles aussi au trajet direct, vu respectivement au travers de la réflexion sur la surface ou sur le fond.

- celles du **trajet avec une réflexion sur le fond** :  $Gr_1 \times Ge_0$  et  $Gr_0 \times Ge_1$  (cf. resp. figures 2.15f et 2.15i) sont aussi présentes dans la décomposition de ce noyau. Cependant leur ordre de grandeur est respectivement 10 et 100 fois plus faible que l'ordre de grandeur de la composante du trajet d'intérêt. Dans ce cas, l'utilisation d'antennes en émission et en réception a bien permis de séparer les différentes arrivées acoustiques. Ainsi, leurs noyaux respectifs n'interfèrent que faiblement avec le trajet d'intérêt.
- celles du **trajet avec une réflexion à la surface et une réflexion sur le fond** :  $Gr_1 \times Ge_{-1}$  et  $Gr_{-1} \times Ge_1$  (cf. resp. figure 2.15e et 2.15h) apparaissent aussi dans ce cas. Leur ordre de grandeur est respectivement 100 et 1000 fois plus faible que celui du trajet considéré. La composante du noyau correspondant à ce trajet acoustique interfère donc très peu avec le noyau du trajet d'intérêt.

En conclusion, les NSTA correspondant à des arrivées acoustiques qui interfèrent prennent des formes très complexes (cf. figure 2.15a). L'utilisation du « théorème des images » permet d'identifier les composantes de ces interférences, et d'isoler les composantes correspondant à chaque arrivée acoustique. On constate donc que les interférences entre arrivées acoustiques sont aussi prises en compte dans le calcul des noyaux.

Cependant, les arrivées acoustiques qui interfèrent sont plus délicates à traiter. En effet, les figures d'interférences sont extrêmement sensibles aux perturbations du milieu de propagation, ce qui limite le domaine de validité du modèle des NSTA. De plus, la mesure des observables devient elle aussi extrêmement compliquée, dès que les arrivées acoustiques sont

très mélangées, et la méthode d'extraction d'observables est très souvent mise en défaut.

## 2.5 Étude du problème direct

Pour valider l'approximation du problème direct utilisant les noyaux de sensibilité temps-angle, nous menons une étude quantitative à l'aide de simulations aux équations paraboliques (PE) 2D<sup>1</sup>. Cette étude prend pour exemple différentes perturbations de la distribution de vitesse du son, et différentes configurations d'antenne. On regarde ensuite les performances du modèle des NSTA dans chaque cas [Aulanier 2013b].

Le but secondaire de cette étude est d'obtenir un maximum d'information sur la validité de la modélisation du problème direct linéarisé, afin d'introduire cette information connue *a priori* dans le processus d'inversion, qui fera l'objet du chapitre suivant.

### 2.5.1 Schéma d'étude

L'étude des performances s'effectue en comparant :

- les « mesures », c'est à dire les **variations d'observables mesurées** sur des simulations aux équations paraboliques 2D,
- et les « calculs », c'est à dire les résultats obtenus par **le calcul à l'aide des NSTA**.

Afin de tester uniquement le modèle des NSTA, les fonctions de Green de l'état de référence nécessaires au calcul des NSTA sont aussi simulées avec le code PE 2D. Ce schéma de validation est présenté sur la figure 2.16.

Sur le diagramme bloc de la figure 2.16a, on peut voir que le calcul des variations d'observables à partir des NSTA ne nécessite que l'utilisation de la fonction de Green de référence  $G_0$  (multiplication de deux fonctions de Green).

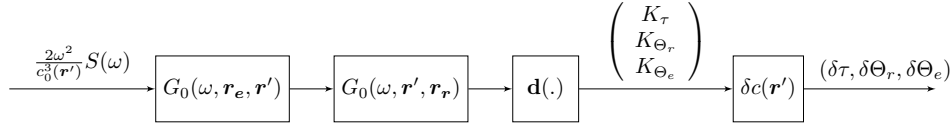
La mesure des variations d'observables sur les simulations PE (cf. figure 2.16b) implique quant à elle une différence entre observables simulées dans le milieu perturbé (avec  $G_p$ ) et celles simulées dans le milieu de référence (avec  $G_r$ ). L'extraction des observables est réalisée avec une méthode de zooms successifs sur le maximum de l'arrivée acoustique, jusqu'à atteindre une précision de 10 ns en temps et  $10^{-5}^\circ$  en angle.

### 2.5.2 Validation des noyaux de sensibilité temps-angles

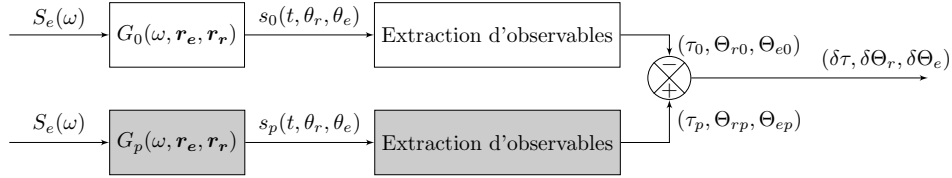
Pour cette comparaison, nous choisissons d'étudier le cas du trajet acoustique avec 2 réflexions à la surface et 2 réflexions sur le fond, avec  $5 \times 5$  paires de sous-antennes de 21 m (soit 25 trajets acoustiques) et pour les perturbations E, R, S, F de la figure 2.17 d'une

---

1. Code de propagation acoustique utilisant les équations paraboliques, programmé par Jit Sarkar et utilisé au Marine Physical Laboratory, UC San Diego.



(a) Diagramme bloc de la chaîne de calcul de variations d'observables avec les NSTA.



(b) Diagramme bloc de la chaîne de mesures des variations d'observables sur simulations PE.

FIGURE 2.16 – Diagramme bloc du schéma de validation des noyaux de sensibilité temps-angles.

valeur maximale de 0.3 m/s ( $7.5 \cdot 10^{-2}$  °C), dans la configuration du « cas test ».

Ces exemples ont été choisis pour représenter les cas où :

- le trajet acoustique traverse la perturbation de vitesse ;
- le trajet acoustique passe à proximité de la perturbation de vitesse ;
- la perturbation est située près d'une réflexion à la surface (perturbation « S ») ;
- la perturbation est située près d'une réflexion sur le fond (perturbation « F ») ;
- la perturbation est située à proximité des sources (perturbation « E ») ;
- la perturbation est située à proximité des récepteurs (perturbation « R »).

La figure 2.18 montre la comparaison entre les variations de TP, DA et DD calculés avec les NSTA (points noirs) et celles mesurées à partir des simulations PE (cercles rouges), pour les 25 trajets et les 4 perturbations.

Dans un premier temps, on voit qu'il y a accord entre les variations d'observables calculées avec les NSTA et celles mesurées sur les simulations PE. Cet accord nous indique que les NSTA permettent bien de calculer des variations d'observables à partir : de la connaissance de la distribution de vitesse du son d'un milieu de référence  $c_0$ , qui nous permet de simuler la propagation acoustique et de calculer les NSTA ; et de la perturbation de vitesse du son  $\delta c$ .

En regardant plus en détail, il est possible de retrouver quelques caractéristiques des NSTA. Par exemple, la perturbation R fait varier les TP, DA et DD de presque tous les trajets acoustiques même si seulement sept d'entre eux passent au travers de la perturbation. On retrouve ici, l'aspect fréquence finie décrit en géophysique par Marquering et al. [Marquering 1999].

Ensuite, on voit que les variations des DA et DD sont à la fois positives et négatives, alors que celles des TP sont quasi systématiquement négatives.

On peut aussi retrouver le comportement symétrique des noyaux des TP, et le comportement non-symétrique des noyaux des DA et DD, entre la source et le récepteur. Les

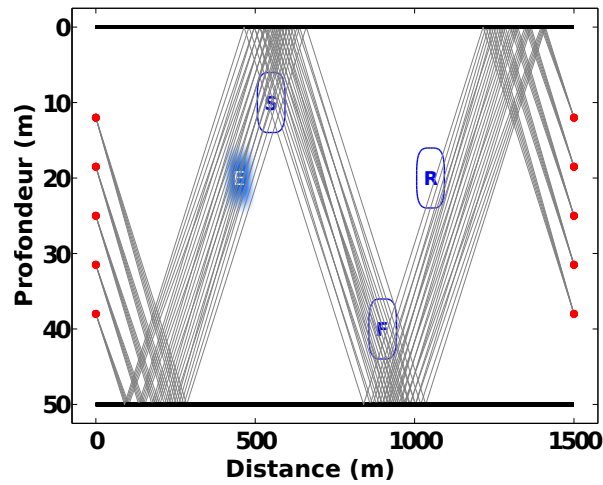


FIGURE 2.17 – Trajets acoustiques (lignes noires) utilisés pour la validation des NSTA. Les points rouges représentent les centres des sous-antennes utilisées. Les différentes perturbations de vitesse sont représentées par les cercles bleus. La forme de la perturbation est indiquée par l'intensité de la couleur bleue uniquement pour la perturbation E, les autres étant les mêmes.

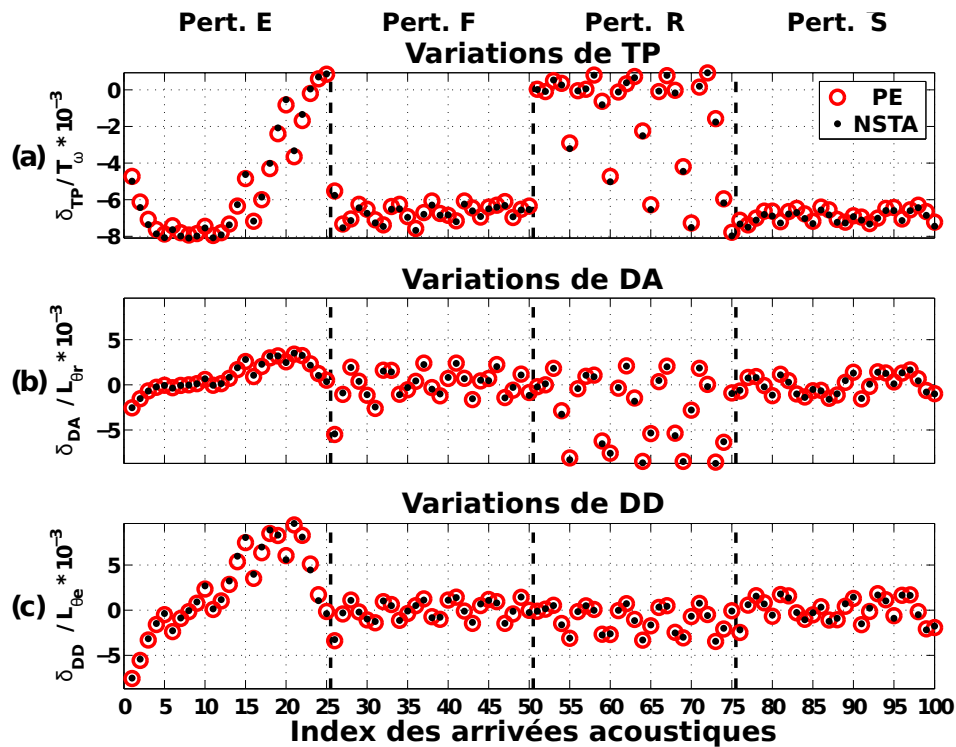


FIGURE 2.18 – Comparaison entre les variations de TP, DA et DD calculées à l'aide des NSTA et celle mesurées sur les simulations PE. Les 25 arrivées acoustiques sont organisées de la manière suivante : en premier les couples correspondants à toutes les sous-antennes d'émission et la première antenne de réception, puis tous les couples pour la deuxième sous-antenne de réception etc. . . Les arrivées 1 à 25 correspondent à la perturbation E, 26 à 50 à la perturbation F, 51 à 75 à la perturbation R et 76 à 100 à la perturbation S.

perturbations E et R induisent des variations de TP du même ordre de grandeur, alors que les DA sont plus perturbées par R que par E, et que les DD sont plus perturbées par E que par R.

Par conséquent, il est possible de deviner la position d'une perturbation seulement en regardant les variations d'observables et les noyaux de sensibilité. Si les DD varient plus que les DA alors la perturbation sera plus proche des sources. Si tous les TP de tous les trajets varient beaucoup, alors la perturbation de vitesse sera soit sur, soit à proximité, des axes des trajets acoustiques (*i.e.* des rayons).

Prenons par exemple la perturbation E, alors le fait que les variations des DD soient plus grandes que celles des DA laissent à penser que la perturbation est probablement plus proche des sources, et le fait que tous les TP ne soient pas affectés par la perturbation montrent que la perturbation n'est proche que de certains rayons.

De plus vu qu'approximativement 50% des trajets acoustiques montrent des variations de DA et DD positives et 50% de négatives, alors la perturbation doit vraisemblablement se trouver au milieu des rayons.

En regardant encore plus en détail, on peut aussi analyser les différences entre les calculs avec les NSTA et les mesures sur simulations ; en d'autres termes les erreurs de modélisation. Bien que toutes les sources d'erreurs ne soient pas clairement identifiées, quelques hypothèses peuvent être avancées.

Tout d'abord, la séparation des arrivées acoustiques n'est pas parfaite. Les interférences restantes entre arrivées acoustiques peuvent donc venir compliquer l'étape d'extraction d'observables. Le modèle des NSTA considère l'influence du champ diffracté sur le champ de référence pour chaque arrivée acoustique indépendamment. L'influence du champ correspondant aux autres arrivées acoustiques peut induire un comportement non linéaire non pris en compte par la modélisation par NSTA.

Une autre source possible d'erreur est la manière dont on utilise les fonctions de Green issues des simulations PE. Sur le diagramme bloc de la figure 2.16a représentant le calcul des variations d'observables *via* NSTA, on fait un produit de deux fonctions de Green,  $G_0(\omega, \mathbf{r}_e, \mathbf{r}_0)$  et  $G_0(\omega, \mathbf{r}_0, \mathbf{r}_r)$ , alors que sur le diagramme bloc représentant le processus de mesure 2.16b, les résultats des simulations PE,  $G_0(\omega, \mathbf{r}_e, \mathbf{r}_r)$  et  $G_p(\omega, \mathbf{r}_e, \mathbf{r}_r)$ , sont soustraits l'un à l'autre pour obtenir les variations d'observables.

Il est connu que les simulations PE utilisant les décompositions de Padé peuvent avoir de petites erreurs de phase suivant le nombre de coefficients de Padé choisis, ou à cause de la solution pour résoudre le problème difficile du champ initial (« *starting field* ») [Collins 1993, Jensen 2011]. Comme nous étudions ici de très faibles variations de TP, DA et DD, la différence entre multiplier les fonctions de Green ou les additionner peut expliquer une part des erreurs entre les variations d'observables calculées avec les NSTA et mesurées sur les simulations aux équations paraboliques.

On peut donc conclure ici, que les NSTA permettent bien de modéliser le problème direct linéarisé. Il reste donc à définir plus précisément les limites du domaine de validité de cette approche. Dans la suite, nous tentons d'éclaircir ce point en étudiant l'influence de plusieurs paramètres.

### 2.5.3 Étude de performances

L'étude de performances est effectuée en analysant l'**erreur normalisée**. Ceci permet d'estimer la précision des variations d'observables calculées avec les NSTA, relativement à la valeur des variations d'observables mesurées sur les simulations PE :

$$\frac{\sum |\delta obs_{NSTA} - \delta obs_{PE}|}{\sum |\delta obs_{PE}|} \times 100 \quad (2.39)$$

On regarde ensuite la manière dont varie cette erreur dans les cas :

- de tailles d'antennes plus ou moins grandes ;
- de perturbations positionnées à différents endroits du guide d'onde ;
- de perturbations de valeurs maximales croissantes ;
- de perturbations de plus ou moins grandes tailles ;
- et enfin, de perturbations multiples.

#### 2.5.3.1 La taille des antennes

Comme il a été vu au paragraphe 2.4.4.1, la taille des antennes source et réceptrice est un paramètre important qui modifie la forme et la valeur des NSTA. Il est donc nécessaire de déterminer si la taille de l'antenne est aussi un facteur important de la qualité des variations d'observables calculées avec les NSTA.

En effet, plus les antennes sont grandes, moins les noyaux comportent des zones de Fresnel d'ordres importants, et plus la sensibilité du système est faible en valeur absolue. Les variations d'observables seront donc moins importantes dans le cas de grandes antennes. La même erreur absolue de calcul pourra refléter deux situations différentes en terme d'erreur relative.

D'autre part, la taille des antennes détermine aussi la taille du lobe principal de l'arrivée acoustique dans l'espace de représentation temps-angle de réception-angle d'émission. En effet, plus l'antenne est grande, plus la largeur du lobe principal des arrivées acoustiques suivant les dimensions des angles de réception et d'émission est petite. La courbure d'une arrivée acoustique est donc plus importante avec de grandes taille d'antenne. Or les mesures d'observables ( maximum des arrivées acoustiques ) se font avec des pas de quantification identiques pour toutes les tailles d'antenne. L'incertitude de mesure du maximum sera donc plus grande dans le cas de petites antennes que dans le cas de grandes antennes (voir figure 2.19).

En se plaçant dans la configuration du « cas test », on mesure les TP, DA et DD d'un panel de 550 rayons (5×5 sous-antennes pour 24 trajets acoustiques différents *i.e.* de 2 à 12 réflexions sur la surface et sur le fond). Le milieu de référence est perturbé par la perturbation E de la figure 2.20, située à 450 m de l'antenne source et à 20 m de profondeur, et ayant pour valeur maximale 0.3m/s (0.2 % de la distribution de référence).

Les tailles des sous-antennes utilisées pour l'étude sont les suivantes : 15 m (31 hydrophones), 21 m (43 hydrophones), 31 m (63 hydrophones) et 36 m (73 hydrophones), avec un



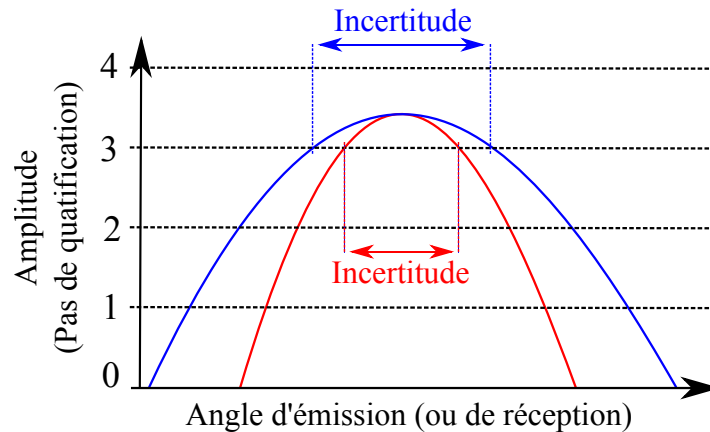


FIGURE 2.19 – Influence de la quantification sur la mesure du maximum. Zoom sur le maximum d’une coupe angulaire du lobe principal d’une arrivée acoustique avec une grande antenne (courbe rouge) et un petite antenne (courbe bleu).

espacement inter-hydrophones de 0.5 m.

Taille	15 m	21 m	31 m	36 m
TP	9.8 %	9.7 %	9.6 %	9.4 %
DA	12.1 %	11.6 %	10.9 %	10.7 %
DD	12.5 %	12 %	11.5 %	11.1 %

TABLE 2.1 – Erreur normalisée (Eq. 2.39) pour 550 trajets acoustiques pour chaque observable et chaque taille d’antenne.

Dans le tableau 2.1, on peut voir que l’erreur d’estimation ne varie pas beaucoup suivant la taille des antennes considérées (moins de 2% pour chaque observable prise séparément). Le plus grand écart étant de 1.4% entre les erreurs d’estimations faites avec la plus grande et la plus petite des sous-antennes, ce paramètre ne semble pas être déterminant pour la qualité de l’estimation sur les simulations numériques.

Cependant, un compromis devra être fait entre une taille de sous-antenne qui permet la séparation d’un maximum d’arrivées acoustiques, et une taille de sous-antennes qui permet d’avoir nombre de sous-antennes suffisant pour que la couverture acoustique du guide d’onde soit bonne.

### 2.5.3.2 La position de la perturbation

Pour vérifier que la position de la perturbation n’est pas un facteur limitant pour l’application du problème direct, quatre cas particuliers de perturbations de distribution de vitesse du son sont étudiés dans le « cas test ». Ces perturbations représentées sur la figure 2.20 ont pour valeur maximale 0.3 m/s et sont situées :

- proche des émetteurs, perturbation « E » ;

- proche des récepteurs, perturbation « R » ;
- proche de la surface, perturbation « S » ;
- proche du fond, perturbation « F ».

La taille d'antenne choisie pour cette étude est de 21 m. On étudie les mêmes arrivées acoustiques que dans le cas précédent (550 rayons).

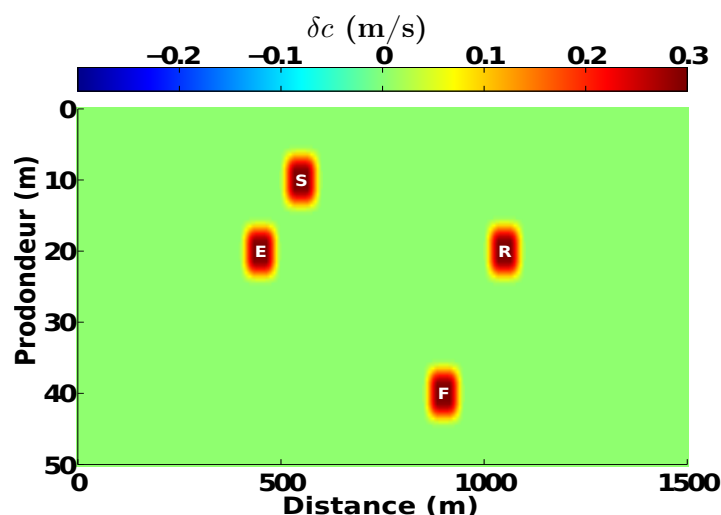


FIGURE 2.20 – Perturbations de la distribution de vitesse du son utilisées pour l'étude de l'influence de la position de la perturbation dans le guide d'onde.

Les erreurs normalisées sont résumées dans le tableau 2.2.

Position	Emetteur (E)	Fond (F)	Récepteur (R)	Surface (S)
TP	9.8 %	9.7 %	9.6 %	9.9 %
DA	11.6 %	11.7 %	11.4 %	11.9 %
DD	11.8 %	12.2 %	11.9 %	12.3 %

TABLE 2.2 – Erreur normalisée (Eq. 2.39) pour les observables de 550 trajets acoustiques et les positions des perturbations présentées sur la figure 2.20.

L'erreur normalisée d'estimation ne varie pas significativement d'une position à l'autre. En effet, l'écart par observable est d'au plus 0.5 % ce qui reste faible comparé à la valeur des erreurs d'environ 10 %. On peut donc conclure que sur les simulations numériques l'estimation des variations d'observables avec les NSTA est fiable quelque soit la position de la perturbation de vitesse du son dans le guide d'onde.

Cet aspect est rassurant puisqu'en pratique la position de la perturbation n'est pas connue. De plus il n'est pas trivial de prendre en compte un *a priori* sur l'erreur au modèle qui dépende des paramètres du modèle.

### 2.5.3.3 La valeur maximale de la perturbation

Un autre paramètre qui n'est pas maîtrisable en pratique, est la valeur maximale de la perturbation de vitesse  $\|\delta c\|_\infty$ . Ce paramètre est crucial puisqu'il est au centre de l'approximation de Born (cf. équation 2.6). L'étude menée ici a pour but de tester le domaine de validité de cette approximation de manière empirique sur un cas réaliste.

Le principe consiste à prendre un exemple donné de perturbation de vitesse du son, et de faire varier sa valeur maximale pour observer le comportement des observables et leurs variations. Notamment, l'attention se porte sur le caractère linéaire des variations puisqu'il est une condition pour la validité de l'approximation de Born au premier ordre.

En prenant le « cas test » comme référence, on fait varier la valeur maximale de la perturbation  $E$  présentée figure 2.20, entre 0.01 m/s et 20 m/s (cf. figure 2.21).

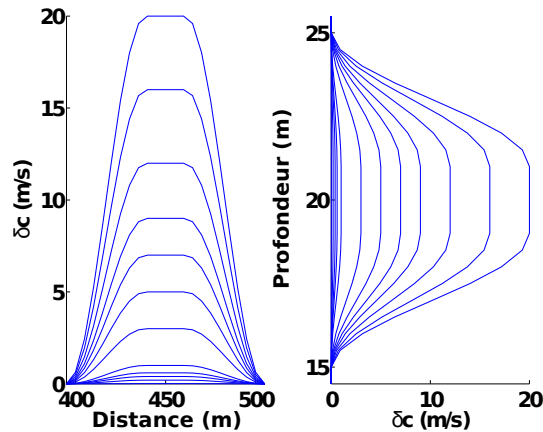


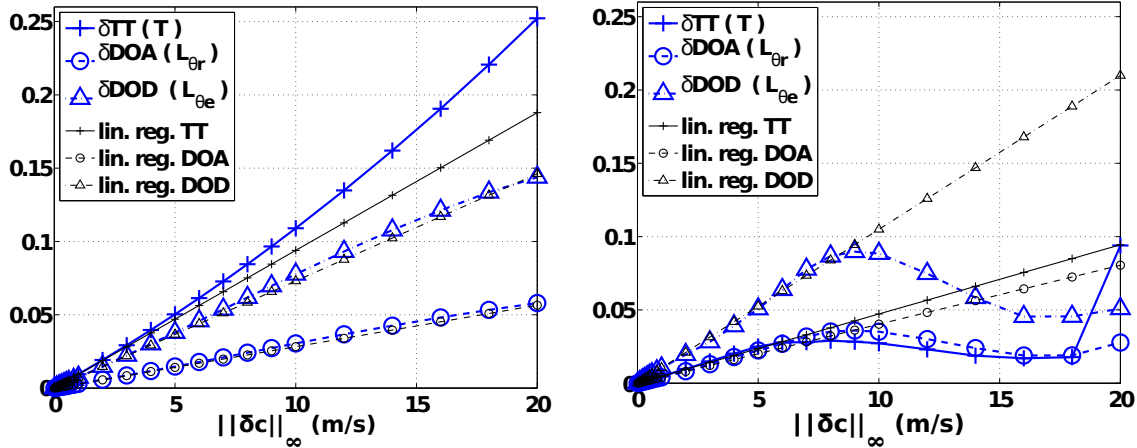
FIGURE 2.21 – Forme de la perturbation de vitesse pour des valeurs maximales comprises entre 0.01 m/s et 20 m/s.

Pour chacune des valeurs maximales de la perturbation de vitesse, on procède à des simulations PE. On regarde ensuite l'évolution de la différence entre les mesures d'observables obtenues pour chacune des valeurs maximales à celles mesurées pour le milieu de référence sans perturbation, par rapport à la valeur maximale de la perturbation en vitesse  $\|\delta c\|_\infty$ .

La figure 2.22 montre les résultats de cette étude dans deux cas :

- Le cas des arrivées acoustiques correspondant aux trajets comportant un total de 7 à 12 réflexions aux interfaces du guide d'onde. Le comportement de ces arrivées, illustré par la figure 2.22a, correspond à un comportement proche de la linéarité.
- Le cas des arrivées acoustiques correspondant aux trajets avec 2 réflexions sur la surface et 2 réflexions sur le fond (4 réflexions au total). Le comportement de ces arrivées, illustré par la figure 2.22b, est typiquement non linéaire.

Dans le cas linéaire, on peut observer une différence notable entre le comportement des variations d'angles de réception et d'émission et celui des temps de propagations. Les calculs de variations d'observables faites avec les noyaux de sensibilité des DA et DD restent valables sur toute la plage de perturbation de vitesse (0.01 à 20 m/s), alors que celles des TP tendent



(a) Comportement des rayons avec un nombre de réflexions supérieur ou égal à sept sur la surface et sur le fond.

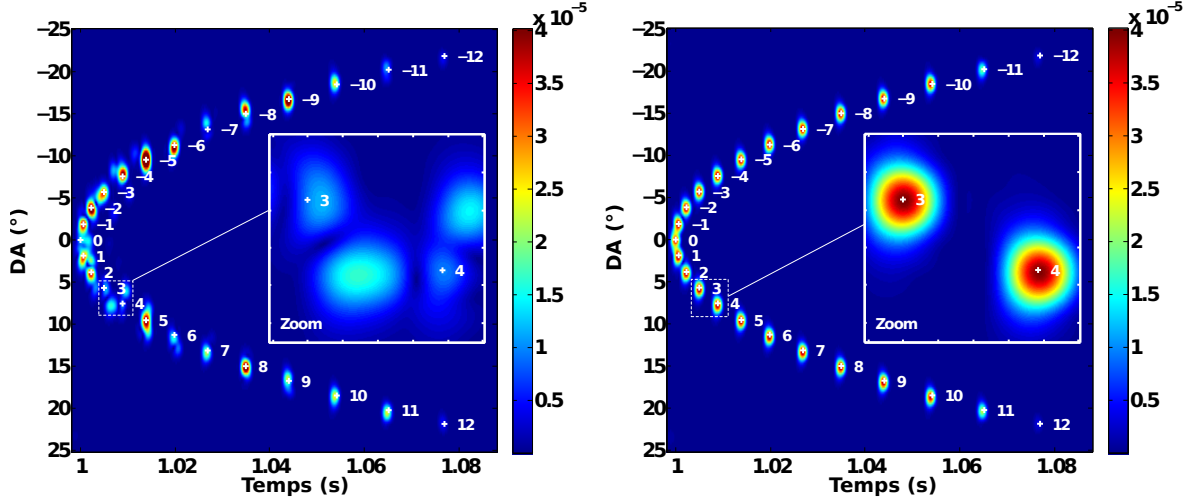
(b) Comportement des rayons avec deux réflexions sur la surface et sur le fond.

FIGURE 2.22 – Comportement de rayons choisis en fonction des valeurs maximales de la perturbation de la distribution de vitesse du son. Les courbes bleues représentent les variations d’observables mesurées sur les simulations PE et les courbes noires les régressions linéaires faites sur les  $\delta c < 1$ .

à diverger significativement à partir d’une perturbation de 5 m/s. On peut donc conclure que l’approximation linéaire de la variation des DA et DD reste pertinente pour des perturbations de vitesse plus élevées que pour les TP.

Dans le cas non linéaire, on peut voir que le domaine de validité est restreint aux perturbations avec une valeur maximale inférieure à 6-8 m/s, de la même manière pour trois observables. Dans ce cas précis, c’est l’étape d’extraction d’observable à l’aide de développement de Taylor au premier ordre qui atteint ses limites. En effet, comme le montre la figure 2.23a, la forme de l’arrivée acoustique après double formation de voies change drastiquement pour une perturbation de 20 m/s. Elle ne correspond plus à une boule d’énergie unique comme c’est le cas pour des perturbations de vitesse de faible valeur maximale (cf. figure 2.23b), mais se sépare en plusieurs parties, ce qui ne correspond plus à l’hypothèse de forme invariante de l’arrivée acoustique formulée pour l’étape d’extraction d’observable. C’est cet aspect qui induit un comportement non linéaire des variations d’observables dans ce cas.

On peut noter que ce type de phénomène affecte plus les premières que les dernières arrivées acoustiques. Ceci est dû au fait qu’une forte perturbation en vitesse est à l’origine d’une forte diffraction de l’énergie acoustique, ce qui perturbe la cohérence des fronts d’onde. Plus la propagation est longue, plus les fronts d’onde ont le temps de redevenir cohérents. Il faut donc considérer l’importance du phénomène de diffraction relativement à la distance de propagation ; plus longue pour les arrivées acoustiques avec de nombreuses réflexions sur les interfaces du guide d’onde, qui sont aussi les dernières à arriver dans le temps dans le cas d’un guide d’onde peu profond. Ce phénomène de « guérison du front d’onde » (« wavefront healing ») a aussi été constaté en géoacoustique [Hung 2001].



(a) Propagation dans un milieu avec un perturbation de 20 m/s (1.3 % de la valeur de la distribution de vitesse du son de référence). (b) Propagation dans un milieu avec un perturbation de 0.1 m/s (6e-3 % de la vitesse du son du milieu de référence).

FIGURE 2.23 – Signaux 3D reçu après propagation dans un guide d’onde de Pekeris, et après traitement par double formation de voies et intégration suivant la dimension des angles d’émission. Un zoom sur les arrivées 3 et 4 est représenté dans le cadre blanc à droite des figures.

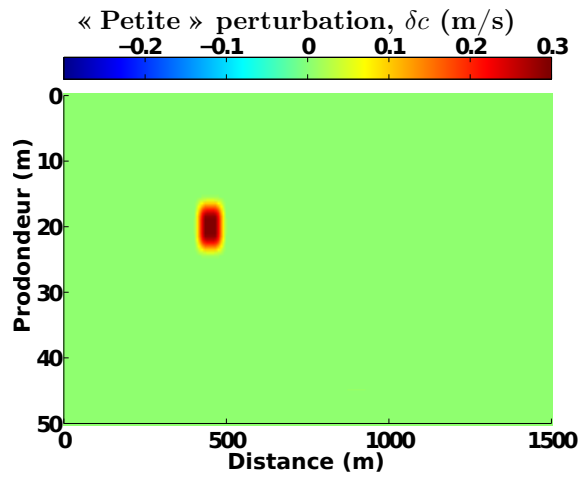
### 2.5.3.4 La taille de la perturbation

La taille de la perturbation est aussi à prendre en compte dans le cas de l’approximation de Born au premier ordre. Bien qu’implicite, l’hypothèse de faible étalement spatial des perturbations de distribution de vitesse du son existe. Elle apparait dans les équations avec le terme  $-\frac{2\omega^2}{c_0^3(\mathbf{r})}G_0(\omega, \mathbf{r}_r, \mathbf{r})G_0(\omega, \mathbf{r}, \mathbf{r}_e)S(\omega)$ . Dans le cadre de cette approximation au premier ordre, on considère que l’énergie acoustique qui arrive au niveau du point diffractant est proportionnelle à l’énergie acoustique qui se serait propagée entre la source et le point diffractant dans le milieu de référence. Or, dans le cas d’une perturbation acoustique de grande étendue, cette hypothèse n’est plus valable pour les points de la perturbation les plus éloignés de la source, car le champ est fortement modifié par les premiers points de cette même perturbation de vitesse.

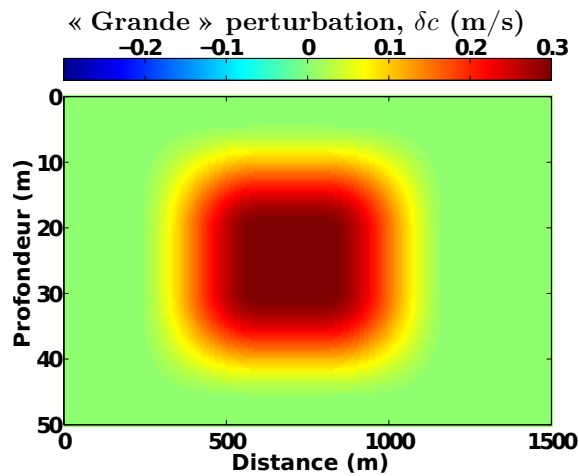
Pour étudier cet aspect du problème, on regarde donc la distribution des erreurs d’estimations pour deux tailles de la perturbation : une perturbation de 100 m de long et de 10 m de profondeur (cf. figure 2.24a), et une perturbation de 750 m de long et de 40 m de profondeur (figure 2.24b).

Sur les histogrammes de la figure 2.24c, on peut voir que les erreurs d’estimation sont plus importantes dans le cas de la « grande » perturbation que de la « petite » perturbation. Quelque soit l’observable, on voit que la moyenne et les écarts types des distributions d’erreurs, sont plus importants pour la « grande » perturbation que pour la « petite ».

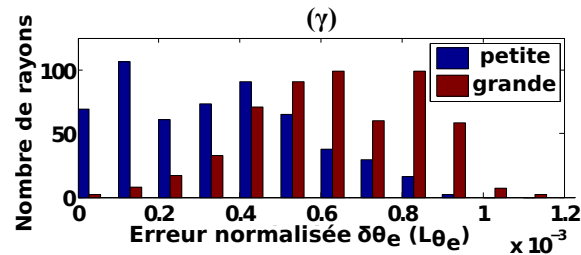
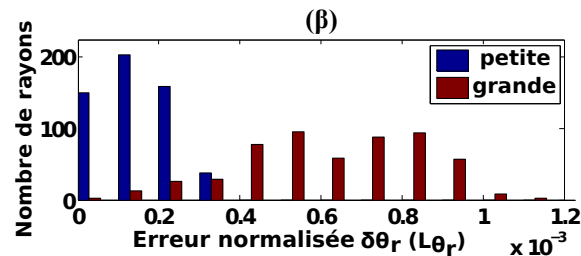
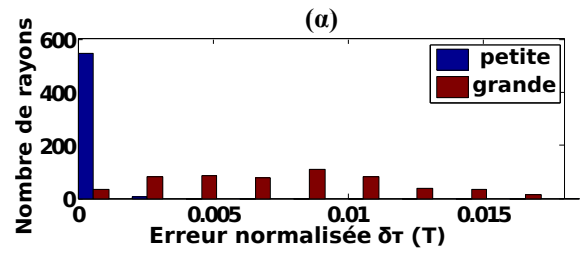
On peut aussi constater que l’augmentation de l’erreur est plus importante pour les TP



(a) Perturbation de la distribution de vitesse du son de valeur maximale 0.3 m/s, sur une étendue de 100 m de long et de 10 m de profondeur.



(b) Perturbation de la distribution de vitesse du son de valeur maximale 0.3 m/s, sur une étendue de 750 m de long et de 40 m de profondeur.



(c) Histogramme des erreurs d'estimation des (α) NSTP normalisées par  $T$  la période du signal ( $0.4 \mu\text{s}$ ); (β) NSDA normalisées par  $L_{\theta_r}$  la largeur du lobe principal de réception; et (γ) NSDA normalisées par  $L_{\theta_e}$  la largeur du lobe principal de réception ( $L_{\theta_r}$  et  $L_{\theta_e} \sim 3^\circ$  pour des sous-antennes de 21 m d'envergure).

FIGURE 2.24 – Graphiques de l'étude sur la taille de la perturbation.

(cf. figure 2.24 $\alpha$ ) que pour les DA et DD (cf. figure 2.24 $c\beta$  et 2.24 $c\gamma$  respectivement).

De manière prévisible, la taille de la perturbation (*i.e.* son étalement spatial) limite le domaine de validité du modèle des NSTA. Cette information devra donc être prise en compte pour interpréter les résultats d'inversion.

### 2.5.3.5 Les perturbations multiples

La problématique des perturbations multiples est très similaire à celle de la taille de perturbation. En effet, lorsque le nombre de perturbations de vitesse devient important, il est alors probable qu'une onde acoustique soit impactée par plusieurs perturbations. Si ces perturbations en chaîne sont trop importantes, alors on sort du cadre de l'approximation de Born au premier ordre. En effet, comme il a déjà été expliqué dans le paragraphe précédent, le terme  $-\frac{2\omega^2}{c_0^3(\mathbf{r})}G_0(\omega, \mathbf{r}_\mathbf{r}, \mathbf{r})G_0(\omega, \mathbf{r}, \mathbf{r}_\mathbf{e})S(\omega)$  implique un unique point diffractant placé au point de coordonnées  $\mathbf{r}$ , ce qui est incompatible avec la présence de plusieurs perturbations.

On teste alors ici, le cas de deux perturbations de vitesse, de 100 m de long et de 10 m de profondeur, de signes opposés, et ayant une valeur absolue maximale de 0.3 m/s (cf. figure 2.25). Le fait que les perturbations de vitesse aient la même valeur, n'a pas vraiment d'importance ici. En revanche, la valeur absolue maximale, qui est une limite connue dans le cas de perturbations simples (cf. paragraphe 2.5.3.3), joue un rôle d'autant plus important que le nombre de perturbations de vitesse est élevé.

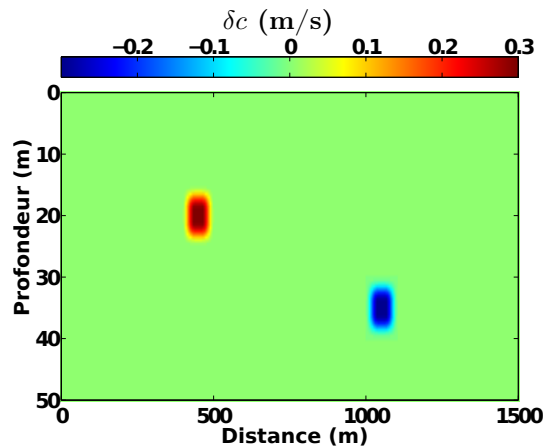


FIGURE 2.25 – Exemple de perturbations multiples de signe opposé ( $\pm 0.3$  m/s) dans un guide d'onde de Pekeris.

Dans ce cas, on constate que les performances du modèle des NSTA ne sont pas affectées par la présence de ces deux perturbations de vitesse. Plusieurs raisons permettent d'expliquer ce fait :

1. Les trajets acoustiques dans leur grande majorité ne passent qu'à proximité d'une des deux perturbations. On se retrouve alors dans le cas d'une perturbation simple qui rentre bien dans le cadre de l'approximation.

2. pour les rares cas où l'onde diffractée passe par les deux perturbations, la somme des perturbations reste assez faible pour que l'approche des NSTA reste valable.

On peut donc conclure que, tant que le nombre de perturbations reste limité, et que leurs tailles et leurs valeurs sont assez faibles, le nombre et le signe des perturbations ne sont pas une restriction à l'utilisation des noyaux de sensibilité pour résoudre le problème direct de TAO.

## 2.6 Une approche vectorielle du noyau de sensibilité des angles

L'approche suivie jusqu'à présent a montré comment formuler les NSDA et NSDD du point de vue du traitement du signal de pression acoustique (approche « signal »). Une autre approche, avec un point de vue physique, consiste à regarder le champ acoustique comme un champ vectoriel orienté dans la direction de propagation de l'onde (approche « vectorielle »); comme par exemple le champ des vecteurs de vitesse des particules [Zhou 2004]. En regardant la direction de ce champ, on s'intéresse directement aux directions de propagation des ondes acoustiques et non plus au signal reçu. Pour illustrer cette approche prenons l'exemple des variations de DA (l'approche sera similaire pour les DD).

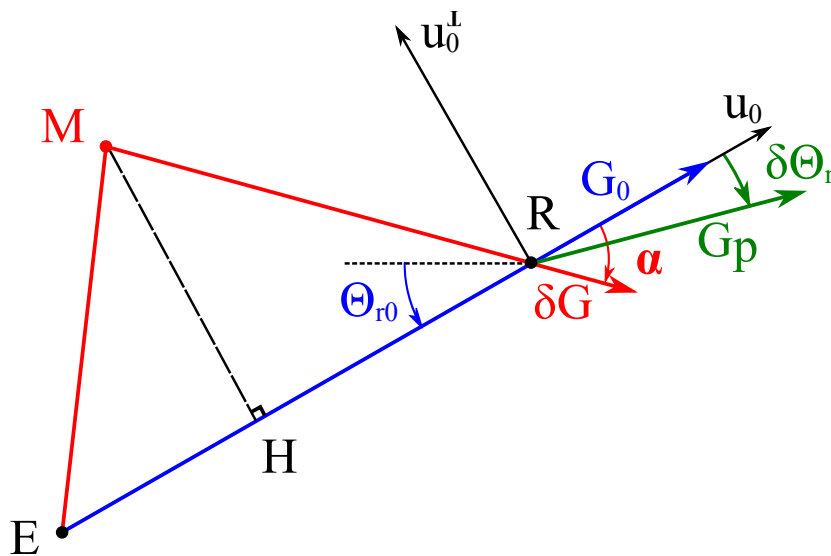


FIGURE 2.26 – Schéma de propagation acoustique entre une source  $E$  et un récepteur  $R$  de manière directe dans l'état de référence ( $ER$ ), où par l'intermédiaire d'une perturbation de vitesse placée en un point  $M$  du milieu de propagation.

$\mathbf{u}_0$  est le vecteur unitaire dans la direction et le sens de l'onde de référence.

$\mathbf{u}_0^\perp$  est un vecteur du plan de propagation orthogonal à  $\mathbf{u}_0$ .

Considérons le cas d'une transmission directe entre une source  $E$  (de coordonnées  $\mathbf{r}_e$ ) monochromatique unitaire de pulsation  $\omega$  et un récepteur  $R$  (de coordonnées  $\mathbf{r}_r$ ) (cf. figure 2.26).



En l'absence de perturbation de vitesse du son, l'onde acoustique suit le trajet (ER) et arrive au niveau du récepteur avec une certaine DA ( $\Theta_{r0}$ ). Le champ acoustique vectoriel correspondant à cette onde est noté :

$$\mathbf{G}_0 = G_0(\omega, \mathbf{r}_r, \mathbf{r}_e) \mathbf{u}_0. \quad (2.40)$$

où  $G_0$  est la fonction de Green du trajet trajet sans perturbation (trajet de référence), et  $\mathbf{u}_0$  est le vecteur unitaire dans la direction et le sens de l'onde de référence.

En présence d'une perturbation de vitesse M, une partie de l'énergie acoustique est diffractée par M, et suit le trajet (EMR) pour relier la source au récepteur. La diffraction par M se manifeste en R sous la forme d'une onde acoustique perturbatrice, qui vient interférer avec l'onde du trajet (SR). On note le champ vectoriel associé à cette onde :

$$\delta \mathbf{G} = \delta G_R(\omega, \mathbf{r}_r, \mathbf{r}_e) \mathbf{u}_0 + \delta G_T(\omega, \mathbf{r}_r, \mathbf{r}_e) \mathbf{u}_0^\perp; \quad (2.41)$$

$$\text{où : } \delta G_R(\omega, \mathbf{r}_r, \mathbf{r}_e) = \delta G(\omega, \mathbf{r}_r, \mathbf{r}_e) \cos(\alpha(\mathbf{r})); \quad (2.42)$$

$$\text{et : } \delta G_T(\omega, \mathbf{r}_r, \mathbf{r}_e) = \delta G(\omega, \mathbf{r}_r, \mathbf{r}_e) \sin(\alpha(\mathbf{r})); \quad (2.43)$$

et où  $\delta G$  représente la fonction de Green du trajet de l'onde diffractée par le point M, et  $\mathbf{u}_0^\perp$  un vecteur du plan de propagation orthogonal au vecteur  $\mathbf{u}_0$ .

Au point R, le champ perturbé  $\mathbf{G}_p$ , résultant de l'interférence de ces deux ondes, peut alors être noté :

$$\mathbf{G}_p = [G_0(\omega, \mathbf{r}_r, \mathbf{r}_e) + \delta G_R(\omega, \mathbf{r}_r, \mathbf{r}_e)] \mathbf{u}_0 + \delta G_T(\omega, \mathbf{r}_r, \mathbf{r}_e) \mathbf{u}_0^\perp \quad (2.44)$$

On peut alors exprimer la tangente de l'angle entre la direction du champ perturbé et la direction du champ de référence (*i.e.* l'angle formé par  $G_0$  et  $G_p$ ), comme :

$$\tan(\delta\Theta_r(\omega, \mathbf{r}_r, \mathbf{r}_e, \mathbf{r})) = \frac{\delta G_T(\omega, \mathbf{r}_r, \mathbf{r}_e)}{G_0(\omega, \mathbf{r}_r, \mathbf{r}_e) + \delta G_R(\omega, \mathbf{r}_r, \mathbf{r}_e)} \quad (2.45)$$

Cet angle correspond à la variation de DA de l'onde au point R (*i.e.*  $\delta\Theta_r$ ), résultant de l'influence du champ diffracté par la perturbation de vitesse localisée en M de coordonnées  $\mathbf{r}$ .

Pour des perturbations faibles, l'approximation de Born (cf. équation 2.7), nous permet d'exprimer  $\delta G$  en fonction des fonctions de Green du milieu de référence (sans perturbation) entre E et M,  $G_0(\omega, \mathbf{r}, \mathbf{r}_e)$ , et entre M et R,  $G_0(\omega, \mathbf{r}_r, \mathbf{r})$ , et de la perturbation de vitesse en M,  $\delta c(\mathbf{r})$ .

En ne gardant que les termes d'ordre les plus faibles (1<sup>er</sup> ordre au numérateur et ordre 0 au dénominateur), on peut alors écrire la variation de DA de la manière suivante :

$$\delta\Theta_r(\omega, \mathbf{r}_r, \mathbf{r}_e, \mathbf{r}) = \frac{-\frac{2\omega^2}{c_0^3(\mathbf{r})} G_0(\omega, \mathbf{r}_r, \mathbf{r}) G_0(\omega, \mathbf{r}, \mathbf{r}_e) \delta c(\mathbf{r}) \sin(\alpha(\mathbf{r}))}{G_0(\omega, \mathbf{r}_r, \mathbf{r}_e)} \quad (2.46)$$

En sommant les contributions de chaque point M du guide d'onde, et en se ramenant dans le domaine temporel grâce à une transformée de Fourier inverse, on obtient une expression

faisant apparaître un noyau liant les variations de DA à une perturbation de vitesse du son :

$$\delta\Theta_r(\tau_0, \mathbf{r}_r, \mathbf{r}_e) = \iiint_V K_{\theta_r}(\tau_0, \mathbf{r}_r, \mathbf{r}_e, \mathbf{r}) \delta c(\mathbf{r}) dV(\mathbf{r}) \quad (2.47)$$

avec le noyau de sensibilité des directions d'arrivée (NSDA) suivant :

$$K_{\theta_r}(\tau_0, \mathbf{r}_r, \mathbf{r}_e, \mathbf{r}) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} -\frac{2\omega^2}{c_0^3(\mathbf{r})} \frac{MH}{MR} \frac{G_0(\omega, \mathbf{r}_r, \mathbf{r}) G_0(\omega, \mathbf{r}, \mathbf{r}_e)}{G_0(\omega, \mathbf{r}_r, \mathbf{r}_e)} e^{j\omega\tau_0} d\omega \quad (2.48)$$

La figure 2.27a montre l'implémentation de ce noyau point-à-point. On retrouve bien l'anti-symétrie par rapport à l'axe du trajet acoustique, caractéristique des noyaux de sensibilité des directions d'onde (NSDA et NSDD). La sensibilité est aussi plus forte près du récepteur tout comme la version « signal » des NSDA.

Cependant la différence principale est que l'approche « vectorielle » est une formulation correspondant à une propagation point-à-point. Pour que cette approche soit permise, on a présumé qu'il était possible de séparer les composantes radiale et tangentielle des ondes acoustiques avec un unique capteur. En pratique, ceci revient à utiliser des *vector sensors*, ce qui sort de notre cadre d'étude.

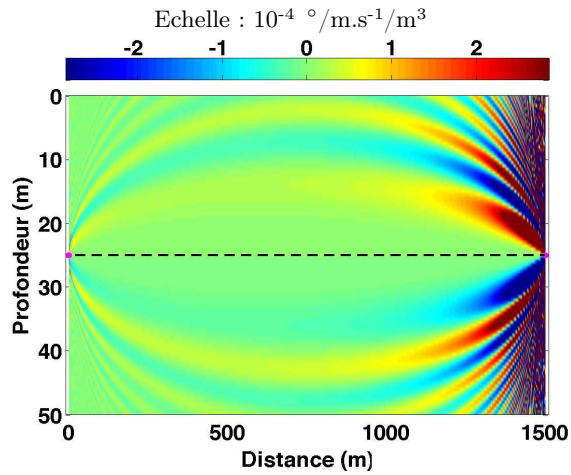
Comme l'utilisation d'antennes permet aussi de mesurer les variations, on pourrait considérer que ce noyau représente la sensibilité d'une paire d'antennes en considérant que les points  $E$  et  $R$  sont respectivement les centres des antennes émettrice et réceptrice. Cependant, ce modèle ne permet pas de modéliser les effets de champs proches à proximité des antennes.

Afin de mieux intégrer l'utilisation d'antennes, on peut alors faire une double formation de voies (DFV) de ces noyaux. Comme les noyaux dépendent des trois variables  $(t, \mathbf{r}_r, \mathbf{r}_e)$ , l'opération peut simplement s'écrire de la façon suivante :

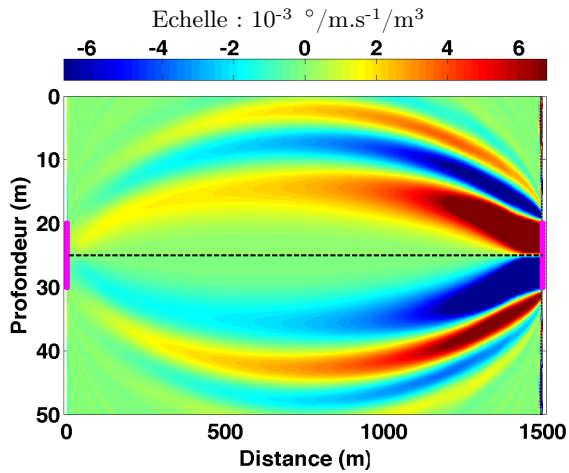
$$K_{\theta_r}(\tau_0, \Theta_{r0}, \Theta_{e0}, \mathbf{r}) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \sum_{e=1}^{N_e} \sum_{r=1}^{N_r} -\frac{2\omega^2}{c_0^3(\mathbf{r})} \frac{MH}{MR} \frac{G_0(\omega, \mathbf{r}_r, \mathbf{r}) G_0(\omega, \mathbf{r}, \mathbf{r}_e)}{G_0(\omega, \mathbf{r}_r, \mathbf{r}_e)} \exp(j\omega(\tau_0 + T_r(\mathbf{r}_r, \Theta_{r0}) + T_e(\mathbf{r}_e, \Theta_{e0}))) d\omega \quad (2.49)$$

Une fois implémenté, le calcul du NSDA par l'approche « vectorielle » pour une paire d'antenne de 21 m, donne le résultat de la figure 2.27. Comme pour les NSDA de l'approche « signal », l'utilisation d'antenne élimine les zones de Fresnel d'ordres supérieurs et épaissit les premières zones de Fresnel. L'anti-symétrie par rapport à l'axe du trajet acoustique est aussi conservée dans ce cas, ainsi que la diminution de la sensibilité lorsqu'on s'éloigne de l'antenne réceptrice.

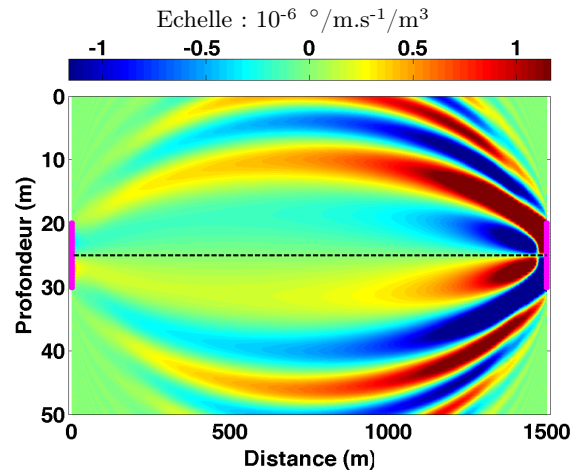
Néanmoins, une différence d'ordre de grandeur entre les deux approches reste inexplicée à ce jour. En effet l'approche « vectorielle » est 1 000 fois plus sensible que l'approche « signal ». On peut se demander si la nature vectorielle de la mesure est à l'origine de cette différence ou s'il existe une différence entre les variations de directions d'arrivée observées sur le signal et celles de l'onde physique ? Une des deux formulations est-elle fautive ? Est-ce que la nature



(a) NSDA calculé avec l'approche « vectorielle » en point-à-point.



(b) NSDA calculé avec l'approche « vectorielle » pour une paire d'antennes de 21 éléments espacées de 0.5 m, soit 10 m d'envergure.



(c) NSDA calculé avec l'approche « signal » pour une paire d'antennes de 21 éléments espacées de 0.5 m, soit 10 m d'envergure.

FIGURE 2.27 – Comparaison entre NSDA calculés avec l'approche « vectorielle » (a et b) et avec l'approche « signal » (c).

physique du phénomène observé (vitesse particulière d'un côté, pression de l'autre) y est pour quelque chose ?

Aujourd'hui, rien ne permet de trancher. Des mesures réelles à l'aide de *vector sensors*, ou d'antenne de *vector sensors*, permettraient peut-être de vérifier s'il existe bien une différence de sensibilité entre les deux approches.

## 2.7 Conclusion

Ce chapitre nous a permis de développer et de valider la théorie des noyaux de sensibilité temps-angles pour résoudre le problème direct de tomographie acoustique en guide d'onde océanique.

La méthode proposée s'appuie sur un système d'acquisition acoustique double antenne, et sur la double formation de voies, pour pouvoir séparer les arrivées acoustiques et mesurer de nouvelles observables : les directions d'arrivée (DA) et directions de départ (DD) des ondes acoustiques ; en plus des temps de propagation (TP).

La sensibilité de ces observables, vis-à-vis de perturbations de vitesse du son, est ensuite modélisée grâce à la physique de la diffraction de Born, approchée au premier ordre. Un lien linéaire, entre les variations d'observables et les perturbations de vitesse du son, est obtenu par l'intermédiaire de fonctions noyaux : les noyaux de sensibilité temps-angles (NSTA).

Ces NSTA sont en réalité composés de trois noyaux, associés à chacune des trois observables : le noyau de sensibilité des TP (NSTP), des DA (NSDA) et des DD (NSDD). Ils représentent chacun une carte de la sensibilité de leur observable associée, dans l'espace du guide d'onde.

Les caractéristiques de la sensibilité sont différentes d'une observable à l'autre :

- les NSDA et NSDD sont anti-symétriques par rapport à l'axe du trajet acoustique, alors que les NSTP sont symétriques ;
- la sensibilité des temps est uniforme sur toute la longueur du guide d'onde, alors que celle des DA et DD diminue lorsqu'on s'éloigne de l'antenne de réception et d'émission respectivement.

Cependant, ces noyaux ne sont pas complètement indépendants les uns des autres. La courbure des fronts d'ondes induit un couplage entre les noyaux de sensibilité des différentes observables (et en particulier ceux des DA et DD).

Le modèle des NSTA permet ainsi de résoudre le problème direct de la TAO pour de faibles perturbations de vitesse. En effet, les variations d'observables calculées avec les NSTA sont en accord avec celles mesurées sur les sorties de simulations aux équations paraboliques, ce qui valide cette approche.

Comme on pouvait le prévoir, l'approximation de faibles perturbations a cependant des limites. Celles-ci s'observent pour des perturbations de vitesse du son de l'ordre de 1% de la vitesse du son de référence ( $\sim 15$  m/s), et pour des perturbations de taille importante. Concernant ce point, il est constaté que les DA et DD sont plus robustes que les TP.

Enfin, il est possible d'envisager le problème de TAO des angles, avec une autre approche, plus physique. L'approche « vectorielle » de la propagation acoustique permet de calculer d'autres noyaux de sensibilité des angles. Cette modélisation est particulièrement bien adaptée à l'utilisation de *vector sensors*. On remarque aussi que les ordres de grandeur des noyaux de l'approche « vectorielle » sont différents de ceux de l'approche « traitement du signal ». Cette différence d'ordre de grandeur reste une énigme à ce jour.

D'autre part, quelques perspectives de recherche pour l'amélioration du problème direct peuvent être envisagées. Connaissant les limites des méthodes linéaires d'extraction d'observables, et de l'approximation de Born au premier ordre, on peut se demander si une modélisation du problème direct linéaire n'est pas un frein aux performances de modélisation. Il pourrait donc être envisagé d'introduire des méthodes de séparation de source non-linéaires, comme les méthodes à haute résolution [Le Touzé 2012, Marcos 1998]. Il pourrait aussi être envisagé de considérer les ordres supérieurs de l'approximation de Born en utilisant les méthodes de développement en perturbations [Skarsoulis 2011].

Néanmoins, les résultats obtenus jusqu'ici nous poussent à utiliser les variations de TP, DA et DD, et le modèle des NSTA dans un processus d'inversion destiné à estimer les variations de vitesse du son. En particulier, la complémentarité spatiale des NSTA montre que l'utilisation conjointe des trois observables présente un intérêt certain pour les performances d'inversion.

# Le problème inverse

## Sommaire

<b>3.1</b>	<b>Introduction</b>	<b>100</b>
<b>3.2</b>	<b>Le problème inverse temps-angles : simulations numériques</b>	<b>100</b>
3.2.1	Présentation du problème	100
3.2.2	Rang de la matrice des dérivées de Fréchet	101
3.2.3	Corrélation spatiale des perturbations de vitesse	104
3.2.4	Corrélation des variations d'observables	105
3.2.5	Inversion SVD	108
3.2.6	Inversion MAP	111
3.2.6.1	<i>A priori</i> sur les erreurs de mesures et de modélisation	112
3.2.6.2	<i>A priori</i> sur les perturbations de vitesse	115
3.2.7	Optimisation des paramètres d'inversion	117
3.2.7.1	Le test du damier	117
3.2.7.2	La courbe en L	118
3.2.8	Étude de l'utilisation des différentes observables	119
3.2.8.1	Inversion utilisant les TP, les DA et les DD	119
3.2.8.2	Une solution aux problèmes de synchronisation source-récepteur	120
3.2.9	Influence de la valeur max de la perturbation	123
<b>3.3</b>	<b>Traitement de données expérimentales petite-échelle</b>	<b>126</b>
3.3.1	Principe des expériences à échelle réduite	126
3.3.2	Présentation du matériel d'expérimentation	126
3.3.3	Protocole expérimental	128
3.3.4	Analyse des données	129
3.3.4.1	Les données brutes	129
3.3.4.2	Les observables	130
3.3.5	Calculs des NSTA	133
3.3.6	<i>A priori</i> sur les erreurs de modélisation et de mesure	136
3.3.7	<i>A priori</i> sur les perturbations de vitesse	138
3.3.8	Résultats et Discussion	139
3.3.8.1	Résultats d'estimation par MAP	139
3.3.8.2	Forme du panache thermique	140
3.3.8.3	Comparaison avec les mesures de thermocouple	142
3.3.8.4	<i>A priori</i> sur le signe de la perturbation	146
3.3.8.5	Modèle de propagation acoustique	147
<b>3.4</b>	<b>Conclusion</b>	<b>150</b>

### 3.1 Introduction

Dans la partie précédente, on a vu qu'il est possible de modéliser les variations de temps de propagation (TP), direction d'arrivée (DA) et direction de départ (DD) en réponse à une perturbation de vitesse du son à l'aide des noyaux de sensibilité temps-angle (NSTA). Cette approximation linéaire du problème direct, reste valable dans une majorité de cas de perturbation de vitesse du son, mais pas toujours. On peut donc se poser la question suivante : qu'obtient-on lorsqu'on utilise cette approche pour le processus d'inversion de tomographie acoustique sous-marine ?

De multiples sous-problèmes sont sous-jacents à cette question, comme par exemple : y-a-t-il un avantage à combiner des observables de différentes natures ? Est-il possible d'utiliser indépendamment l'une ou l'autre observable ? Quelles sont les limites d'une telle approche ?

Dans une première partie nous étudierons le problème inverse temps-angle, pour montrer l'apport de l'utilisation des DA et DD en vue de la résolution du problème inverse [Aulancier 2013a]. Dans une deuxième partie nous inverserons des données simulées par la méthode des équations paraboliques et nous comparerons les résultats d'inversion utilisant chaque observable indépendamment puis conjointement. En particulier, nous porterons notre attention sur le cas particulier de l'utilisation conjointe des DA et DD uniquement, car il permet de contourner une difficulté de mise en oeuvre liée à l'utilisation des TP en tomographie [Aulancier 2013c]. Enfin, nous appliquerons la méthode d'inversion développée à des données réelles d'une expérience petite-échelle réalisée en cuve acoustique ultrasonore, pour simuler un phénomène de source hydrothermale avec phénomène de convection turbulente et non-turbulente.

## 3.2 Le problème inverse temps-angles : simulations numériques

### 3.2.1 Présentation du problème

Pour cette étude, on se donne les variations d'observables issues des simulations numériques présentées dans le paragraphe 2.5. Les données à inverser sont donc les variations d'observables de chaque arrivée acoustique,  $\delta\tau_i$ ,  $\delta\Theta_{r,i}$ ,  $\delta\Theta_{e,i}$  où  $i \in [1..N_d]$  est l'indice du trajet acoustique. Les observables considérées seront rangées dans le vecteur  $\delta\mathbf{d}$  de taille  $N_d$  ( $2N_d$  ou  $3N_d$  suivant le nombre d'observables que l'on considère) qui sera utilisé pour l'inversion.

Les paramètres du milieu à retrouver, sont les variations de vitesse du son associées à chaque élément du milieu discrétisé  $\delta c(\mathbf{r}_j)$  où  $\mathbf{r}_j$  est un point du milieu de propagation  $\mathbf{r}_j = (x_j, y_j, z_j)$  et l'indice  $j \in [1..N_m]$  l'indice de discrétisation. Dans notre étude la méthode de discrétisation employée sera une méthode de discrétisation par pixel (ou voxel). Il est à noter que d'autres méthodes de discrétisation peuvent être adoptées. Elles peuvent se baser sur la physique des phénomènes à imager comme par exemple la décomposition modale pour les ondes interne [Sarkar 2011], ou encore la décomposition orthogonale aux valeurs singulières (*Empirical Orthogonal Function decomposition* en anglais) qui permet de trouver

empiriquement les éléments d'une base de représentation des variations de vitesse du milieu en les triant par leur ordre d'importance. Ces bases sont néanmoins adaptées à un phénomène physique en particulier. Dans le cas où de telles bases ne sont pas disponibles (notre cas), on utilise la base des pixels, plus générale mais beaucoup moins parcimonieuse.

Les paramètres du milieu à retrouver sont rangés dans le vecteur  $\delta\mathbf{m}$  de taille  $N_m$ .

Comme décrit dans le paragraphe 1.4.4, le lien entre les variations d'observables et les variations de vitesse du son se fait en première approximation de manière linéaire *via* la matrice des dérivées de Fréchet. Cette approche se formalise de la manière suivante, soit :

$$\delta\mathbf{d} = \dot{\mathbf{G}}(\mathbf{m}_0)\delta\mathbf{m} + \mathbf{b} \quad (3.1)$$

avec  $\dot{\mathbf{G}} = \frac{d\mathbf{G}}{d\mathbf{m}}$  la matrice des dérivées de Fréchet. Chaque ligne  $i$  de la matrice des dérivées de Fréchet est donc le vecteur qui contient le noyau de sensibilité (faisant le lien entre l'observable  $i$  et les variations de vitesse du son  $\delta\mathbf{m}$ ), multiplié par la taille de l'élément de volume utilisé pour la discrétisation (taille du voxel ou du pixel en 2D). La matrice  $\dot{\mathbf{G}}$  a donc  $N_d$  lignes et  $N_m$  colonnes.

L'inversion de ce problème dépend fortement des caractéristiques de la matrice des noyaux et en particulier des informations qui y sont contenues ainsi que du nombre d'observables à disposition et du nombre de pixels ou voxels à estimer. En particulier le rang de la matrice des dérivées de Fréchet comparé à la dimension du système sera déterminant dans le choix des paramètres de la méthode d'inversion.

### 3.2.2 Rang de la matrice des dérivées de Fréchet

Le rang de la matrice des dérivées de Fréchet représente la quantité d'information qu'il est possible de transférer des données vers les paramètres du modèle, sans information complémentaire. En d'autres termes, c'est le nombre d'éléments discrets de la distribution des perturbations de vitesse qu'il est possible d'estimer directement à partir des variations observables mesurées en utilisant les NSTA.

En pratique, comme on essaie d'estimer un nombre maximum de paramètres du milieu (en général  $N_m > N_d$ ), on fait en sorte d'augmenter le nombre d'observables (on augmente  $N_d$ ) en utilisant le plus d'arrivées acoustiques et le plus de sous-antennes possible. On augmente ainsi la couverture acoustique du milieu (cf. figure 1.10) et on espère donc augmenter aussi la quantité d'information sur le milieu de propagation contenue dans les mesures d'observables.

Or en réalité, on constate que toutes les mesures acoustiques ne sont pas complètement indépendantes les une des autres. Cette corrélation, mise en évidence par Rodriguez et Jesus [Rodriguez 2000], montre que la quantité maximale d'information sur le guide d'onde qu'on peut obtenir avec des ondes acoustiques est limitée par la physique de la propagation acoustique.



Une compréhension plus fine de cette limitation peut être tirée des travaux d'Iturbe et al. [Iturbe 2010] dans lesquels sont comparées les performances d'inversion pour une modélisation de la propagation acoustique avec la théorie des rayons (approximation fréquence infinie) et la théorie des NSTP (fréquence finie). On peut y voir que la matrice des dérivées de Fréchet utilisant la théorie des rayons a un rang plus grand que celle utilisant les NSTP plus réalistes d'un point de vue physique. On comprend donc que la corrélation entre les arrivées acoustiques est due à la localisation spatiale des trajets acoustiques à fréquence finie (« épaisseur » des rayons), qui se superposent sur de plus grandes étendues spatiales que les rayons infiniment fins de l'approximation fréquence infinie. Cette limitation physique entraîne à la fois des limitations d'inversion tomographique en terme de résolution ; mais aussi en terme de corrélation acoustique de deux zones du guide d'onde : des perturbations de vitesse à deux endroits distincts du milieu peuvent provoquer les mêmes variations de mesure acoustique. En d'autres mots, les fluctuations du signal acoustique peuvent être la conséquence de la perturbation de vitesse de plusieurs endroits distincts du guide.

Il existe aussi un autre facteur de la corrélation entre les différentes mesures de variation d'observables dans notre cas : l'utilisation commune d'hydrophones par différentes sous-antennes issues du découpage des antennes source et réceptrice (recouvrement entre sous-antennes). Les mesures de deux sous-antennes partageant les mêmes hydrophones partageront du même coup le bruit de mesure spécifique à chaque capteur.

Dans ce cadre, nous allons donc étudier l'apport que représente l'introduction des DA et DD à ce problème. Pour cela, comparons le rang des matrices des dérivées de Fréchet constituées des noyaux de sensibilité d'un type d'observable, puis de plusieurs types d'observables combinés dans le cas où les TP, DA et DD de 2200 trajets acoustiques sont mesurés et les noyaux calculés pour un milieu discrétisé sur une grille d'une résolution de 20 m en distance et 2 m en profondeur (1976 pixels).

La figure 3.1, montre les valeurs singulières des matrices de Fréchet construites avec les noyaux de sensibilité : de chacune des observables indépendamment (figure 3.1a) ; ou d'une combinaison d'observables (figure 3.1b).

Tous les cas montrent des valeurs singulières qui décroissent rapidement pour atteindre des valeurs négligeables ( $\leq 10^{-3}$ ). Ceci confirme bien que les noyaux de sensibilité associés aux trajets considérés pour l'inversion sont liés entre eux : le nombre de valeurs singulières au dessus de  $10^{-3}$  est inférieur au nombre d'observables considérées. Ceci indique que plusieurs trajets acoustiques sont sensibles de la même manière sur les mêmes zones du guide d'onde. Une grande part de l'information apportée par deux trajets quasi-identiques est donc redondante ce qui conduit à la diminution du rang du système à inverser. Néanmoins cette redondance d'information peut être utile vis-à-vis de la robustesse au bruit de mesure. En effet, si le bruit de mesure est indépendant d'un trajet à l'autre cette redondance induit un effet de lissage des résultats d'inversion.

La distribution des valeurs singulières est cependant différente suivant les observables ou combinaison d'observables considérées. La figure 3.1 montre par exemple que le rang des matrices de Fréchet contenant les NSDA et NSDD (1200 valeurs singulières  $\geq 10^3$ ) est plus

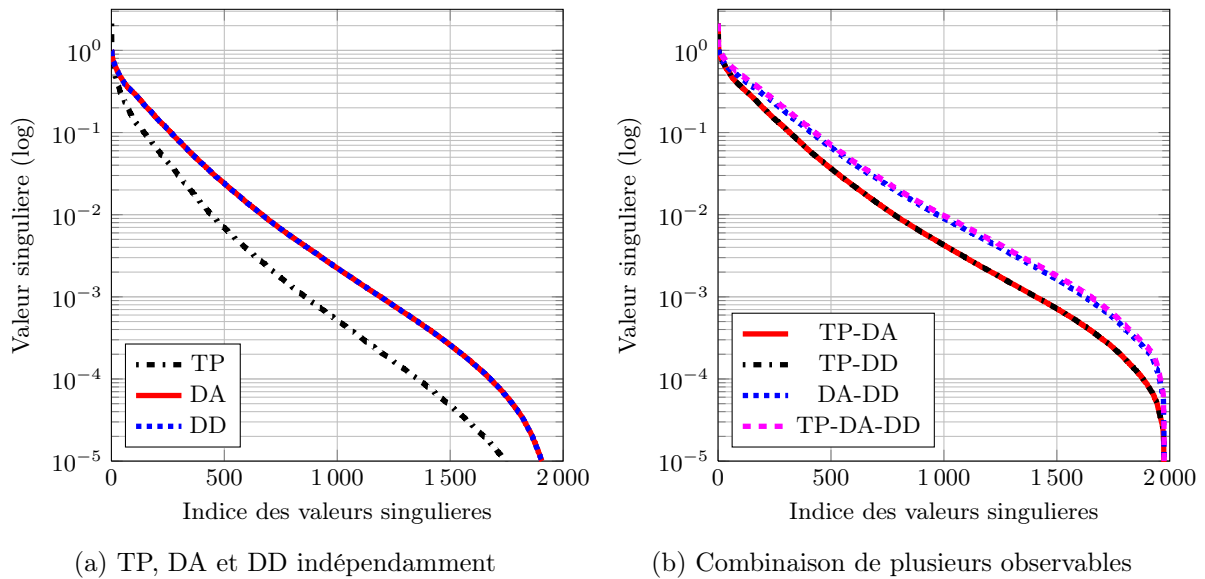


FIGURE 3.1 – Décomposition en valeurs singulières des matrices de Fréchet composées des noyaux d’une (a) et de plusieurs observables (b).

important que celui de la matrice de Fréchet contenant uniquement les NSTP (850 valeurs singulières  $\geq 10^3$ ). Ceci indique qu’un plus grand nombre de sous-espaces propres sont nécessaires pour représenter la sensibilité des DA et DD que celle des TP. Les NSDA et NSDD sont donc moins redondants que les NSTP. Comme on dispose du même nombre de NSTP que de NSDA et NSDD, ces derniers contiennent donc plus d’information au total. Il sera donc plus facile de localiser une perturbation avec les NSDA et NSDD qu’avec les NSTP.

On voit aussi que la combinaison de plusieurs observables permet aussi d’augmenter le rang. La combinaison des TT et DA (ou des TT et DD) permet d’obtenir 1400 valeurs singulières au dessus de  $10^{-3}$ . Lorsqu’on combine les deux angles, DA et DD, on passe à 1620 valeurs singulières au dessus de  $10^{-3}$ . Enfin, la combinaison des 3 observables permet d’obtenir 1650 valeurs singulières au dessus de  $10^{-3}$ . On peut donc conclure qu’il existe une grande complémentarité de la distribution spatiale de la sensibilité des DD et DA, et qu’elle est plus importante que la complémentarité NSDA-NSTP ou NSDD-NSTP. Bien que la combinaison des trois observables permet encore d’augmenter le rang du système, on peut remarquer que ce gain n’est pas très important comparé à l’utilisation des DA et DD seules.

Deux questions peuvent alors être posées :

- Comment se traduit la déficience de rang des matrices des dérivées de Fréchet, sur les estimations des paramètres du milieu (perturbation de vitesse du son) ?
- Est ce que la redondance qu’on observe dans l’analyse des noyaux de sensibilité est cohérente avec celle observée sur les variations d’observables mesurées ?

### 3.2.3 Corrélation spatiale des perturbations de vitesse

Une des conséquences de la déficience de rang et du mauvais conditionnement du système matriciel est la corrélation entre les perturbations de vitesse du son intervenant à différents endroits du guide d'onde.

Pour étudier la corrélation spatiale du modèle, on peut alors étudier la matrice  $\dot{\mathbf{G}}^* \dot{\mathbf{G}}$  de taille  $N_m^2$ . Cette matrice est symétrique et chaque ligne  $j$  (ou de manière équivalente chaque colonne) représente la manière dont le point  $j$  du milieu est corrélé avec les autres points du milieu.

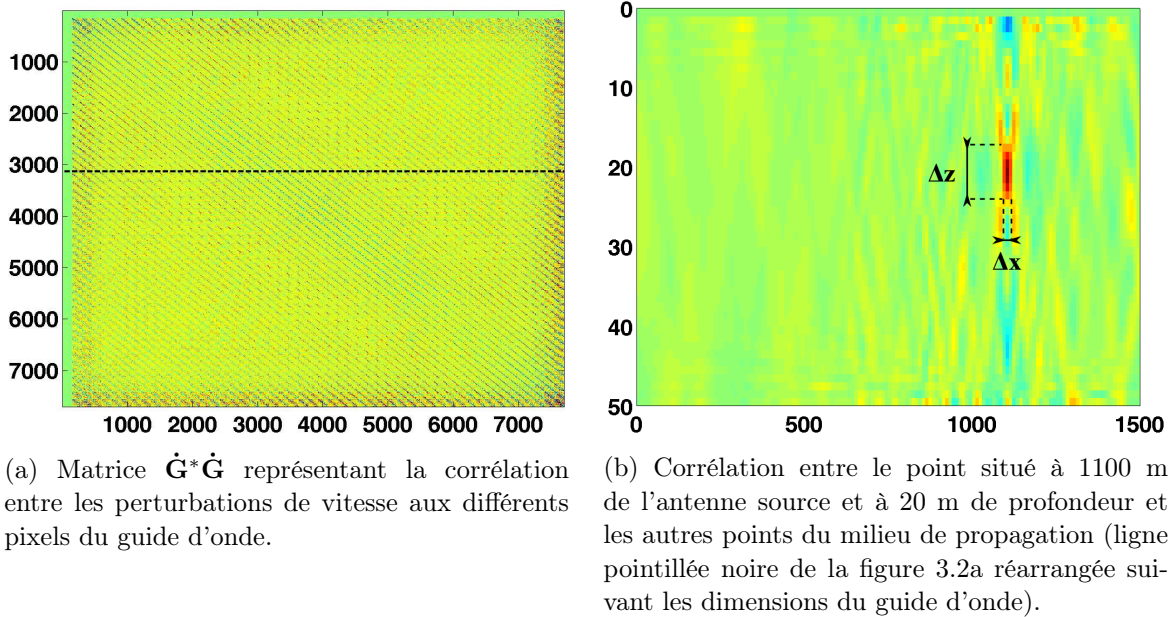


FIGURE 3.2 – Corrélation des variations de vitesse du son intrinsèque au modèle des NSTA.

La figure 3.2a montre la matrice  $\dot{\mathbf{G}}^* \dot{\mathbf{G}}$  entière. Cette matrice est difficilement interprétable en l'état, cependant on constate que les premières lignes qui représentent les points du milieu proche de la surface sont très faibles par rapport aux autres. Ceci signifie que les NSTA n'apportent que très peu d'information sur les points proches de la surface par rapport aux points situés dans le reste du guide d'onde et qu'une perturbation de vitesse du son proche de la surface ne sera pas corrélée avec une perturbation de vitesse du son à un autre endroit dans le guide d'onde. En effet, la zone près de la surface n'est pas sensible car la pression est nulle à cet endroit.

En revanche, les autres lignes de la matrice montrent que les NSTA ont tendance à corréler les perturbations de vitesse en différents points du guide d'onde. Afin de mieux comprendre le contenu de ces lignes, on peut réorganiser les pixels de chaque ligne  $j$ , pour obtenir une carte du guide d'onde montrant comment le modèle corréle une perturbation de vitesse au pixel  $j$  et ce qui se passe sur les autres pixels. On s'aperçoit alors qu'une perturbation de vitesse du son en ce point entrainera aussi une perturbation de vitesse du son de même signe

au voisinage de ce point qui limite la résolution spatiale de l'inversion utilisant les NSTA à :  $\Delta x = 30$  m en longueur (2% de la longueur du guide d'onde), et  $\Delta z = 7$  m en profondeur (14% la profondeur du guide d'onde).

On peut aussi voir l'apparition de perturbations « fantômes », c'est à dire des perturbations produites par des artefacts d'inversion. On peut voir quatre artefacts positifs accolés au nord-ouest, nord-est, sud-ouest et sud-est de la perturbation. On remarque aussi la présence de fantômes négatifs en-dessous et au-dessus du pixel considéré, ainsi que celle d'un bruit de fond non négligeable.

Mais la redondance d'information entre les différents NSTA peut aussi être observée dans l'espace des variations d'observables.

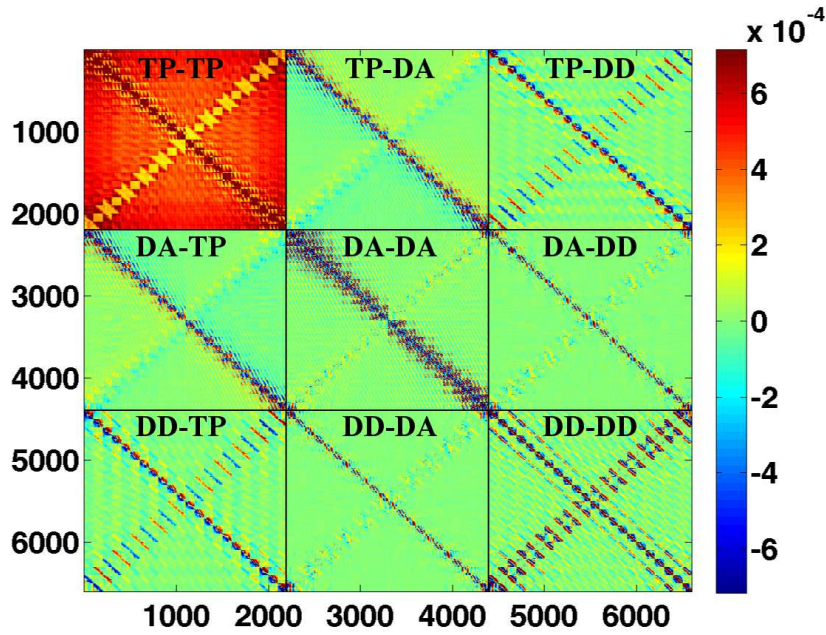
### 3.2.4 Corrélation des variations d'observables

On peut aussi étudier la traduction de la déficience du rang des matrices des dérivées Fréchet sur les variations d'observables de chaque trajet acoustique. Pour étudier les dépendances inter-observables inhérentes au modèle des NSTA, on peut étudier la matrice  $\dot{\mathbf{G}}\dot{\mathbf{G}}^*$  symétrique, de dimension  $N_d^2$ . Chaque ligne  $i$  de la matrice montre la corrélation des variations de l'observable  $i$  avec les variations des autres observables. Si la corrélation entre les variations d'observables de deux trajets acoustiques est forte, alors on pourra en conclure que ces deux trajets sont porteurs de la même information *i.e.* ils sont redondants l'un par rapport à l'autre.

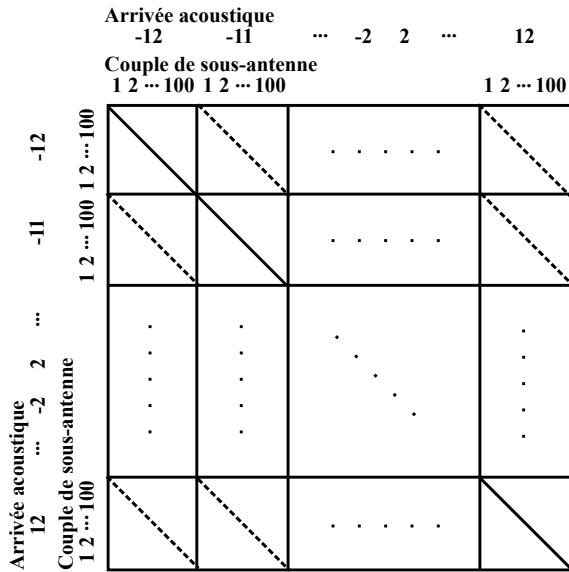
La figure 3.3a représente la matrice  $\dot{\mathbf{G}}\dot{\mathbf{G}}^*$  pour les TP, DA et DD de 22 arrivées acoustiques (2 à 12 réflexions) enregistrées par 100 couples de sous-antennes (10 en émission et 10 en réception). Cette matrice peut se diviser en neuf sous-matrices « inter-observables » qui indiquent la corrélation entre les variations de deux types d'observables (TP, DA ou DD) expliquée par le modèle des NSTA.

La figure 3.3b détaille la construction de chaque sous-matrice « inter-observables » et montre comment sont agencées les observables de chaque arrivée acoustique et chaque paire de sous-antennes. Les arrivées acoustiques sont indexées par le nombre de réflexions aux interfaces du trajet acoustique affecté du signe de la direction de l'arrivée acoustique (positif si elle arrive par le haut et négative si elle arrive par le bas). On voit alors que chaque sous-matrice « inter-observables » se décompose en blocs « inter-arrivées » de taille  $100 \times 100$ , qui correspondent à la corrélation entre les variations d'observables de deux arrivées acoustiques, pour tous les couples de sous-antennes. La corrélation entre observables d'une même arrivée acoustique mais de couples de sous-antennes différents est représentée par les blocs « inter-arrivées » diagonaux. La corrélation entre deux arrivées de signe opposé et avec le même nombre de réflexions sera donc constituée des blocs « inter-arrivées » anti-diagonaux.

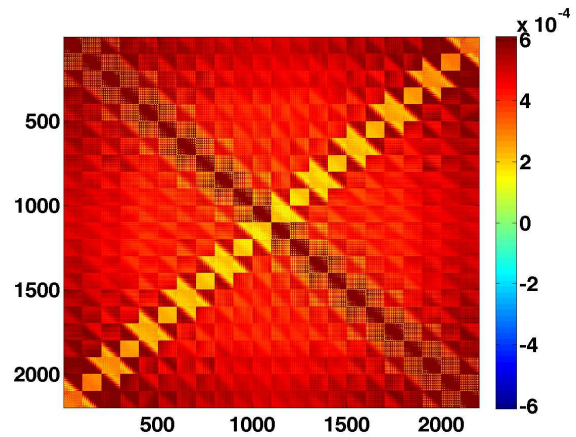
Cette matrice est donc une matrice symétrique, très riche et très dense en information. Ce qu'il est important de voir ici, c'est que la physique de la propagation à fréquence finie (à la base des NSTA) explique en partie que les variations d'observables de trajets acoustiques de ca-



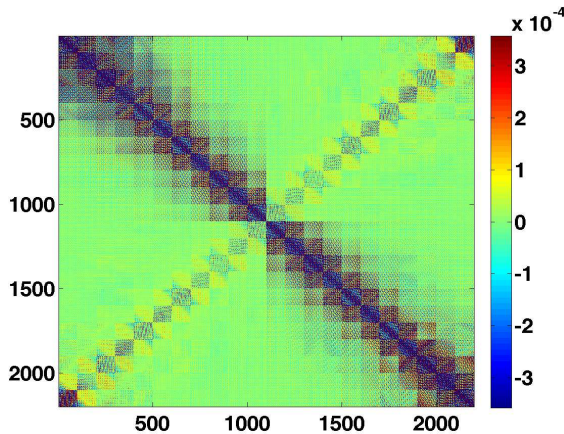
(a) Matrice  $\hat{\mathbf{G}}\hat{\mathbf{G}}^*$  représentant la corrélation entre les variations d'observables des différents trajets acoustiques.



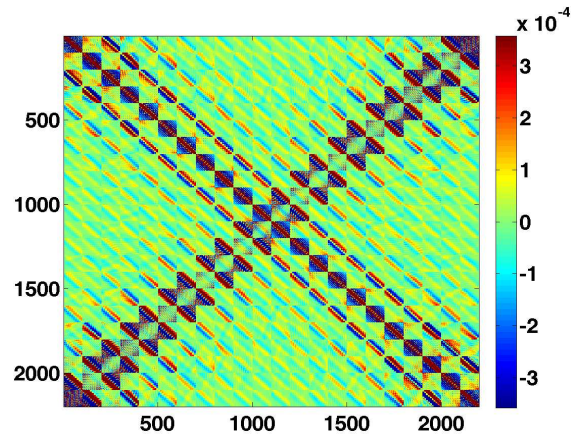
(b) Détail d'une des neuf sous-matrices de  $\hat{\mathbf{G}}\hat{\mathbf{G}}^*$ .



(c) Sous-matrice TP-TP.



(d) Sous-matrice DA-DA.



(e) Sous-matrice DD-DD.

FIGURE 3.3 – Corrélation entre les variations de TP, DA et DD de 2200 trajets acoustiques (10×10 paires de sous-antennes, trajets avec 2 à 12 réflexions aux interfaces).

ractéristiques spatiales proches soient corrélées. On remarque que la corrélation des variations d'observables concerne aussi bien des observables de même nature, que de nature différentes (sous-matrice inter-observables non-nulles). En particulier, les variations d'observables d'un même trajets (blocs « inter-arrivées » situés sur la diagonale) montrent des valeurs fortes de corrélation quelle que soit la paire de sous-antennes utilisée.

On remarquera aussi l'aspect singulier de la sous-matrice TP-TP (cf. figure 3.3c). Cette matrice est exclusivement positive, ce qui semble logique compte tenu du fait que les NSTP sont composés d'une large zone de sensibilité de même signe. Ceci confirme aussi que les NSTP sont plus redondants que les NSDA et NSDD, comme l'avait déjà montré l'étude du rang de la matrice des dérivées de Fréchet. On peut aussi constater que ce sont les variations des TP des arrivées acoustiques avec le même nombre de réflexions mais de DA de signe opposé (*i.e.* index opposés blocs situées sur l'anti-diagonale) qui sont le moins corrélés entre eux.

La différence apparente des caractéristiques de corrélation des DA et DD est uniquement due à la manière dont est construite la matrice de co-variance. Le fait que les trajets acoustiques soient rangés grâce à leur indices (et donc grâce au signe des DA) rompt la symétrie émission-réception. En effet, les trajets acoustiques avec des DA proches ont aussi des indices proches. La sous-matrice de corrélation DA-DA (cf. figure 3.3d) aura ses termes forts concentrés autour de sa diagonale. En revanche, deux indices de trajets acoustiques adjacents désigneront des trajets avec des DD de signes opposés, car les DD ne sont de même signe que les DA que pour les nombres impairs de réflexions, et sont de signe opposé pour les nombres de réflexions pairs. Ceci justifie le fait que les sous-sous matrices proches de l'anti-diagonale ont aussi des valeurs élevées pour les sous-matrices DD-DD (cf. figure 3.3e), TP-DD et DD-TP (cf. figure 3.3a).

On peut aussi noter que les variations de DA et DD sont très peu corrélées entre elles. En effet, les NSDA et NSDD ne sont généralement pas sensibles aux mêmes endroits du guide d'onde, sauf pour des trajets acoustiques avec le même indice.

Enfin, un dernier point important est de constater que les variations d'observables d'une même arrivée acoustique mesurées avec plusieurs sous-antennes sont fortement redondantes les unes par rapport aux autres. En revanche, plus l'écart entre le nombre de réflexions de deux trajets est grand, moins les variations d'observables de ces trajets sont corrélées, *i.e.* faibles valeurs des sous-sous matrices hors diagonale (et sous-diagonale pour les DD).

On en conclut, que l'utilisation de trajets acoustiques avec des nombres différents de réflexions aux interfaces permet d'augmenter le rang du système de manière plus importante que l'augmentation du nombre de sous-antennes. Cependant, il est intéressant de se demander dans quelle mesure la redondance introduite grâce à la multiplication des sous-antennes n'est pas un avantage vis-à-vis du traitement de variations d'observables bruitées par les erreurs de mesure et de modélisation du problème direct.

En conclusion, le système matriciel à inverser montre donc deux caractéristiques qui vont compliquer l'inversion :

- la **sur-détermination** (*i.e.* NSTA redondants), ou comment traiter le cas où les erreurs

de mesures et de modélisation conduisent à deux estimations discordantes du même pixel de la distribution de vitesse ?

- la **sous-détermination** (*i.e.* nombre de pixels à estimer  $>$  au nombre de trajets acoustiques + non indépendance des NSTA ), ou comment combler le manque d'information (par exemple au niveau de la surface) ?

### 3.2.5 Inversion SVD

Une première méthode pour inverser cette formulation du problème direct est d'utiliser la décomposition de la matrice des dérivées de Fréchet en valeurs singulières et ne garder que les composantes les plus importantes. Les résultats de l'inversion dépendent du rang de la matrice des dérivées de Fréchet et du nombre de valeurs singulières qui sont conservées. Un exemple d'inversion de la perturbation "E" (cf. paragraphe 2.5.3.2) à l'aide de 2200 rayons ( $10 \times 10$  paires d'émetteurs récepteurs et 22 arrivées acoustiques avec 2 à 12 réflexions) est donné sur la figure 3.4.

On constate que lorsque trop peu de valeurs singulières sont conservées, il est impossible de détecter la perturbation de vitesse du son (cf. figure 3.4a). La conservation de plus de valeurs singulières permet d'augmenter le niveau de détail de l'estimation, notamment au niveau des contours et de la valeur maximale de la perturbation, mais favorise l'apparition de bruit de fond (cf. figure 3.4c). C'est ce bruit de fond qui devient gênant lorsque trop de valeurs singulières sont conservées. Les erreurs de mesure et les erreurs de modèles introduites dans l'inversion prennent alors le dessus sur les variations d'observables qui traduisent réellement la physique de la propagation acoustique (cf. figure 3.4d).

Sur la figure 3.5, on peut voir une comparaison des résultats d'inversion utilisant différentes observables : uniquement les TP, les DA et DD conjointement et enfin toutes les observables en même temps. On voit que l'utilisation des angles permet d'augmenter la quantité d'information. En effet, sur la figure 3.5c on voit qu'avec les DA et DD, il faut considérer plus de valeurs singulières pour arriver à reconstruire les données qu'avec les TT et que cette augmentation d'information permet d'améliorer les résultats. Sur les figures 3.5a et 3.5b, on peut noter que l'utilisation de 1500 valeurs singulières permet de retrouver la valeur maximale de la perturbation (*i.e.* 0.3 m/s) avec une précision de 0.02 m/s à la fois pour les TP, les DA et DD et pour toutes les observables en même temps. Cependant l'information apportée par les angles permet de garder un niveau de bruit de fond raisonnable (0.015 m/s pour 1500 valeurs singulières) alors que le bruit de fond augmente significativement pour les TP au dessus de 800 valeurs singulières (0.05 m/s pour 1500 valeurs singulières).

Sur la figure 3.4c, on peut noter que la taille de la perturbation est de  $D = 80 \text{ m} \pm 40 \text{ m}$  de longueur et  $L = 10 \text{ m} \pm 4 \text{ m}$  de profondeur. Les dimensions de la perturbation de vitesse estimée sont donc tout à fait cohérentes avec celles la perturbation d'origine de 100 m de longueur sur 10 m de profondeur.

L'avantage de cette méthode est sa simplicité. Elle ne comporte qu'un unique paramètre à régler : le nombre de valeurs singulières, et ne nécessite aucune connaissance *a priori*. Cepen-

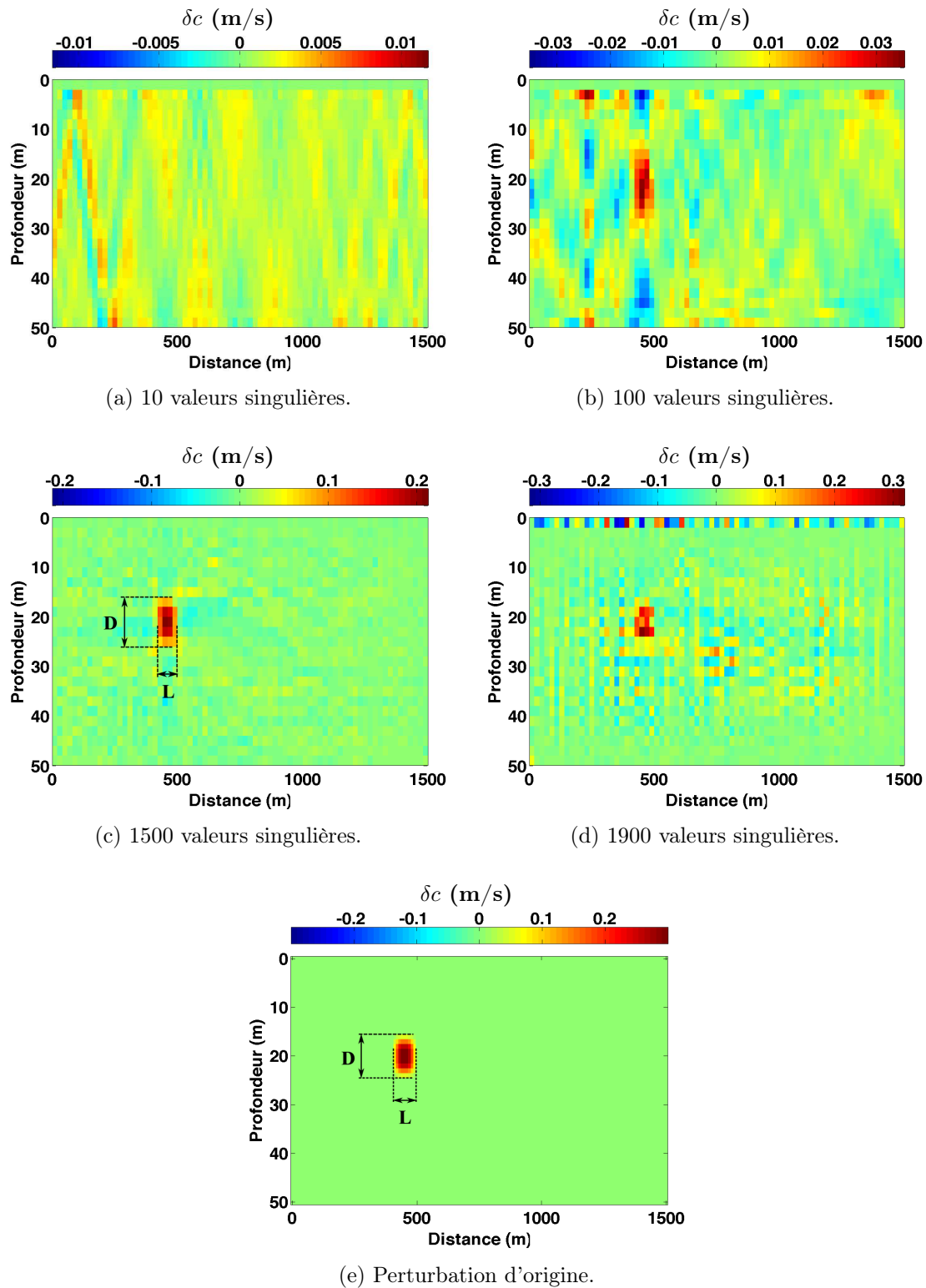
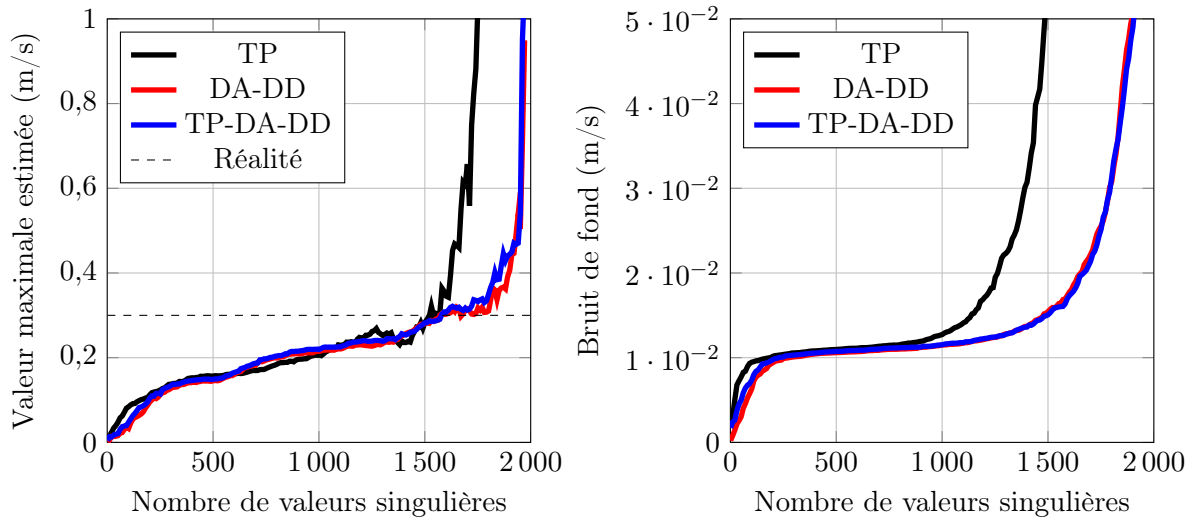


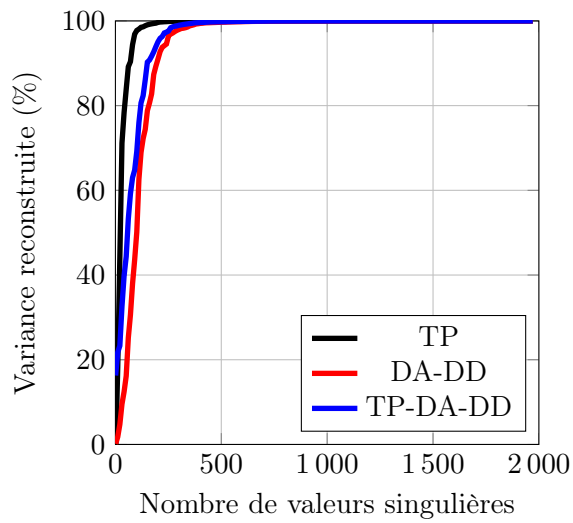
FIGURE 3.4 – Résultats de l'inversion par SVD utilisant les variations des TP, DA et DD des trajets avec 2 à 12 réflexions aux interfaces.





(a) Valeur maximale de la perturbation estimée.

(b) Niveau de bruit de fond.



(c) Variance reconstruite.

FIGURE 3.5 – Indicateurs de qualité de l'estimation en fonction du nombre de valeurs singulières retenues pour l'inversion.

dant, l'introduction de connaissance *a priori* est parfois souhaitable. Par exemple, sur la figure 3.4c, le caractère aléatoire du bruit de fond n'est pas de nature physique. Les perturbations de vitesse du son en un point sont généralement corrélées avec celles des points voisins. On voit donc poindre deux inconvénients de l'inversion par décomposition en valeurs singulières : l'absence de sens physique des vecteurs propres de la décomposition, et l'impossibilité d'introduire des connaissances *a priori*.

Pour ces raisons, il est possible de considérer une autre méthode d'inversion classique : l'estimation *maximum a posteriori* (MAP) des perturbations de vitesse du son.

### 3.2.6 Inversion MAP

La méthode du *maximum a posteriori* (cf. paragraphe 1.4.4.2) est une méthode d'estimation probabiliste basée sur la loi des probabilités conditionnelles de Bayes. Elle permet d'introduire des informations *a priori* sur :

- les distributions statistiques des erreurs de mesures et de modélisation physique ;
- la corrélation entre les erreurs de mesures des différentes observables ;
- la distribution statistique des perturbations de vitesse du son ;
- la corrélation entre les perturbations de vitesse en différents endroits du guide d'onde (par exemple au voisinage d'un pixel).

L'introduction d'information *a priori* sert ainsi à « régulariser » le système initialement mal posé pour pouvoir l'inverser.

Dans le cas où l'on suppose *a priori* que les densités de probabilité pour les erreurs de mesure et de modélisation et les perturbations de vitesse du son sont gaussiennes, cette méthode revient à minimiser la fonction de coût suivante :

$$C = C_1 + \lambda C_2 \quad (3.2)$$

où  $C_1 = \left( \dot{\mathbf{G}} \widehat{\delta \mathbf{m}_{\text{MAP}}} - \delta \mathbf{d} \right)^* \mathbf{C}_d^{-1} \left( \dot{\mathbf{G}} \widehat{\delta \mathbf{m}_{\text{MAP}}} - \delta \mathbf{d} \right)$  représente l'écart entre les variations d'observables reconstruites  $\dot{\mathbf{G}} \widehat{\delta \mathbf{m}_{\text{MAP}}}$  et les variations d'observables mesurées  $\delta \mathbf{d}$ , normalisé par la matrice de covariance  $\mathbf{C}_d$  ;  
 et  $C_2 = \left( \widehat{\delta \mathbf{m}_{\text{MAP}}} - \delta \mathbf{m}_0 \right)^* \mathbf{C}_m^{-1} \left( \widehat{\delta \mathbf{m}_{\text{MAP}}} - \delta \mathbf{m}_0 \right)$  représente l'écart entre l'estimation de la perturbation de vitesse  $\widehat{\delta \mathbf{m}_{\text{MAP}}}$  et la distribution des perturbations *a priori*  $\delta \mathbf{m}_0$ , normalisé par la matrice de covariance  $\mathbf{C}_m$ .

Cette fonction de coût permet donc d'introduire des informations *a priori* sur les distributions statistiques :

1. des **erreurs entre les variations d'observables reconstruites et les variations d'observables mesurées**, *i.e.*  $C_1$  ;
2. et de la **distribution spatiale de perturbation de vitesse du son**, *i.e.*  $C_2$ .

Les **erreurs entre les variations d'observables reconstruites et les variations d'observables mesurées** ont deux origines distinctes :

- les **erreurs de mesures de variations d'observables** : précision de localisation du maximum par zoom successifs + bruit des instruments de mesure,
- et les **erreurs de modélisation du problème direct** : ici la justesse du modèle NSTA.

En approximant les distributions de ces deux erreurs par des gaussiennes, on peut donc les caractériser par leur moyenne et par leur matrice de covariance. On considère *a priori* que leur moyenne est nulle, ce qui signifie qu'à la fois le biais du modèle et le biais de la mesure sont considérés comme nuls. En prenant  $\mathbf{C}_{d1}$  la matrice de covariance des erreurs de mesure, et  $\mathbf{C}_{d2}$  la matrice de covariance des erreurs de modélisation, il peut être montré que la variance *a priori* de la somme de ces deux erreurs sera égale à la somme des variances [Tarantola 2005], soit :

$$\mathbf{C}_d = \mathbf{C}_{d1} + \mathbf{C}_{d2}. \quad (3.3)$$

Classiquement, cette matrice est prise diagonale, même si les différentes observables sont liées. Cette hypothèse bien que souvent erronée en pratique sert à régulariser le problème inverse.

La **distribution spatiale de perturbation de vitesse du son** est considérée par hypothèse comme gaussienne, et se caractérise par :

- sa moyenne *a priori*,  $\delta\mathbf{m}_0$ , qui représente la moyenne statistique des variations de vitesse du son.
- sa matrice de covariance *a priori*,  $\mathbf{C}_m$ , dont les éléments diagonaux donnent un intervalle des perturbations de vitesse du son probables, et dont les termes croisés donnent la corrélation entre les perturbations de vitesse du son en différents pixels (ou voxels) du guide d'onde.

Ces informations *a priori* permettent d'attribuer des valeurs de perturbations de vitesse du son réalistes, même aux endroits où la couverture acoustique n'est pas bonne.

Or, ces connaissances *a priori* sont souvent connues approximativement, parfois à plusieurs ordres de grandeur près. C'est pourquoi on rajoute un paramètre supplémentaire : le paramètre  $\lambda$  qui permet d'ajuster le poids relatifs donné à chaque terme de la fonction de coût. Ce paramètre sera déterminé grâce à la méthode de la courbe en L (cf. paragraphe 1.4.4.2), qui est une manière d'optimiser le processus d'inversion *a posteriori*.

### 3.2.6.1 *A priori* sur les erreurs de mesures et de modélisation

Pour acquérir des connaissances *a priori* sur les erreurs de mesures et de modélisation, on étudie les sorties des simulations aux équations paraboliques. Dans le cas de simulations numériques, le bruit des instruments de mesure est inexistant. Les erreurs de mesure restantes peuvent donc être dues à la précision de la mesure du maximum par zooms successifs (dues à la quantification, cf. figure 2.19) ou aux erreurs de modélisation (dues aux approximations de la théorie des NSTA).

On a supposé que les erreurs de mesure et de modèle physique suivaient la loi gaussienne :

$$p(\delta\mathbf{d}/\delta\mathbf{m}) \propto \exp\left(\left(\dot{\mathbf{G}}\delta\mathbf{m} - \delta\mathbf{d}\right)^T \mathbf{C}_d^{-1} \left(\dot{\mathbf{G}}\delta\mathbf{m} - \delta\mathbf{d}\right)\right) \quad (3.4)$$

Il faut donc vérifier dans quelle mesure cette hypothèse est valide et déterminer les paramètres de cette distribution *a priori*. Nous devons donc vérifier que la distribution est bien centrée et observer les caractéristiques de la matrice de covariance.

Pour cela, on se sert du même schéma d'étude qu'au paragraphe 2.5.1 :

1. on mesure les observables de 625 trajets acoustiques (5×5 paires de sous-antennes et 25 arrivées acoustiques de 0 à 12 réflexions) sur des signaux acoustiques simulés avec un code aux équations paraboliques (PE). Ces observables sont mesurées sur le « cas test » (cf. paragraphe 2.2) avec une distribution uniforme de vitesse du son, et sur le « cas test » avec une distribution de vitesse du son modifiée successivement par les perturbations de vitesse E, R, S, F (voir figure 2.20) et leurs opposés. En faisant la différence entre les observables du milieu non perturbé et celles de chacun des 8 milieux perturbés, on obtient les variations des TP, DA et DD (variations d'observables « mesurées ») pour chaque trajet acoustique et chaque perturbation de vitesse.
2. on calcule les variations des TP, DA et DD pour chacune des perturbations (*i.e.* E, R, S, F et leur opposés) en utilisant les NSTA (variations d'observables « calculées »).

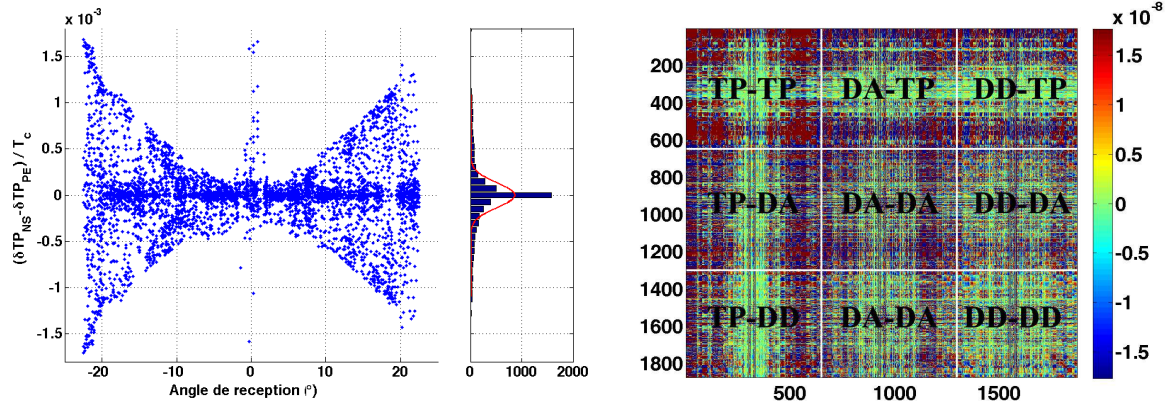
Sur les figures 3.6c, 3.6d et 3.6a sont respectivement représentées les différences entre les variations de DA, DD et de TP « calculées » et « mesurées » (erreurs de modélisation) en fonction des directions d'arrivées.

Tout d'abord, on remarque que les arrivées acoustiques avec de très faibles angles de réception sont affectées par des erreurs importantes (certains de ces points ont même été coupés pour des raisons d'échelle de représentation). Ces erreurs sont dues au fait que l'arrivée du trajet direct et les arrivées des trajets avec une réflexion aux interfaces sont mal séparées. Dans ces cas, on sort du cadre de la théorie de NSTA qui suppose qu'il est possible de mesurer les observables de chaque arrivée indépendamment.

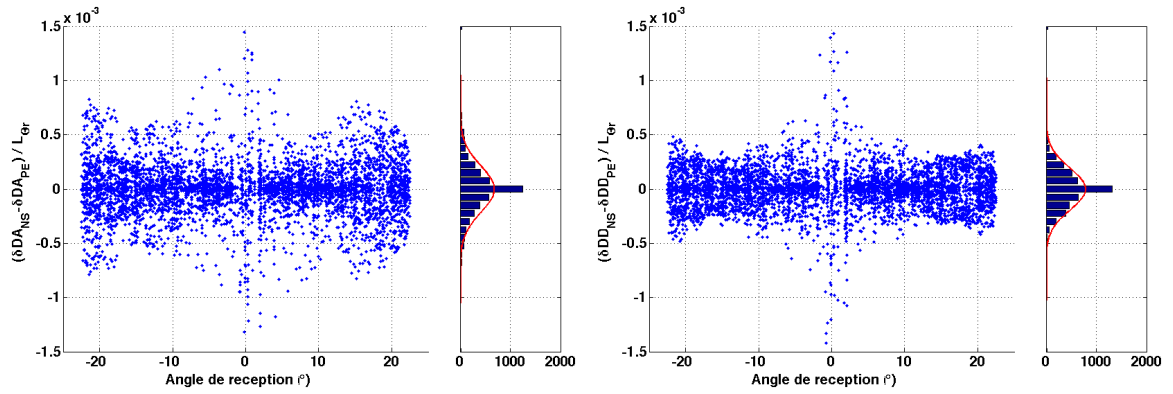
On voit ensuite que, pour des angles de réception  $\geq 5^\circ$ , la variance des erreurs de modélisation des TP dépend des angles de réception : la variance de l'erreur augmente avec l'angle de réception. Il est plus probable d'obtenir des erreurs de modélisation importantes à fort angle de réception, et inversement on peut donc avoir plus confiance dans les arrivées à faibles angle de réception. Dans une bien moindre mesure, ceci est aussi vrai pour les DA et les DD, on pourra cependant considérer que la variance des erreurs est constante en fonction de l'angle d'arrivée.

Deux hypothèses peuvent être formulées pour expliquer la dépendance des erreurs en fonction de l'angle.

La première serait de dire que les erreurs observées ici sont dues aux approximations de la modélisation des NSTA. Ces derniers modéliseraient donc moins bien les variations d'observables des arrivées fortement inclinées (les arrivées les plus tardives) et mieux les arrivées avec un faible angle de réception (les arrivées les plus précoces).



(a) Distribution des erreurs pour les TP.

(b) Matrice de covariance  $C_d$ .

(c) Distribution des erreurs pour les DA.

(d) Distribution des erreurs pour les DD.

FIGURE 3.6 – *A priori* sur les erreurs de mesure et de modèle physique. Les figures 3.6a, 3.6c et 3.6d montrent : à gauche, les erreurs normalisées en fonction des angles de réception ; à droite, les distributions de ces erreurs, avec en rouge, une approximation gaussienne de ces distributions. La figure 3.6b représente une estimation de la matrice de covariance des erreurs  $C_d$ .

Le deuxième hypothèse serait de dire que ces erreurs sont dues à la précision de mesure qui dépendrait des angles de réception. En effet, les arrivées acoustiques les plus inclinées sont celles qui parcourent les trajets acoustiques les plus longs. L'atténuation géométrique est donc plus importante dans ce cas. Parallèlement, la largeur des lobes principaux de l'antenne source ( $L_{\theta_e}$ ) et réceptrice ( $L_{\theta_r}$ ) ont tendance à augmenter avec l'angle. La combinaison de ces deux effets implique que la précision de mesure du maximum par zoom successifs (liée à la quantification cf. figure 2.19) est moins bonne pour les arrivées tardives.

Il est pour l'instant impossible de trancher entre ces deux hypothèses, ce qui n'empêche pas de prendre cet aspect en compte pour nourrir nos connaissances *a priori*.

D'autre part, les histogrammes des figures 3.6c, 3.6d et 3.6a montrent que la distribution globale des erreurs de modélisation est en réalité un peu plus étroite qu'une gaussienne, en particulier pour les erreurs des TP. En revanche, lorsqu'on regarde les distributions d'erreurs à angle de réception constant, il semble que l'hypothèse de l'*a priori* gaussien soit plus adaptée. La variance de la distribution des erreurs de mesure de chaque observable (termes diagonaux de la matrice de covariance  $\mathbf{C}_d$ ) sera donc fixée suivant l'angle de réception de l'arrivée acoustique correspondante. Ainsi, processus d'inversion s'appuiera plus sur les arrivées acoustiques avec un faible angle de réception, *i.e.* celles pour lesquelles l'erreur de mesure est la moins importante.

La figure 3.6b, montre la matrice de covariance des erreurs de modélisation calculée pour les 625 arrivées acoustiques et moyennée sur les 8 réalisations de perturbation de vitesse du son. On peut voir que la diagonale de cette matrice, correspondant à la variance de l'erreur de chaque arrivée, ressort très légèrement. Cependant la corrélation entre les erreurs des différents trajets acoustiques reste forte, ce qui implique que la matrice de covariance ainsi calculée n'est pas inversible. Il est à noter que le nombre de réalisations qui a servi à calculer cette matrice est faible, ceci pousse à relativiser l'importance des termes de la matrice les uns par rapport aux autres.

Classiquement, cette matrice est prise diagonale car on fait l'hypothèse que les erreurs entre les différents trajets acoustiques sont indépendantes. Cette étude montre que ce n'est pas le cas ici. Cependant, dans un souci de régularisation, nous ne garderons que les termes diagonaux de cette matrice comme information *a priori* pour l'inversion.

### 3.2.6.2 *A priori* sur les perturbations de vitesse

Les connaissances *a priori* sur les paramètres du modèle physique (ici les perturbations de vitesse du son) sont données par des connaissances théoriques et empiriques des caractéristiques de perturbation de vitesse du son dans l'eau. Il faudra néanmoins veiller à ce que les informations introduites *a priori* ne détériorent pas le conditionnement du problème inverse. Comme pour les données, la loi de probabilité des perturbations de vitesse du son est prise de forme gaussienne :

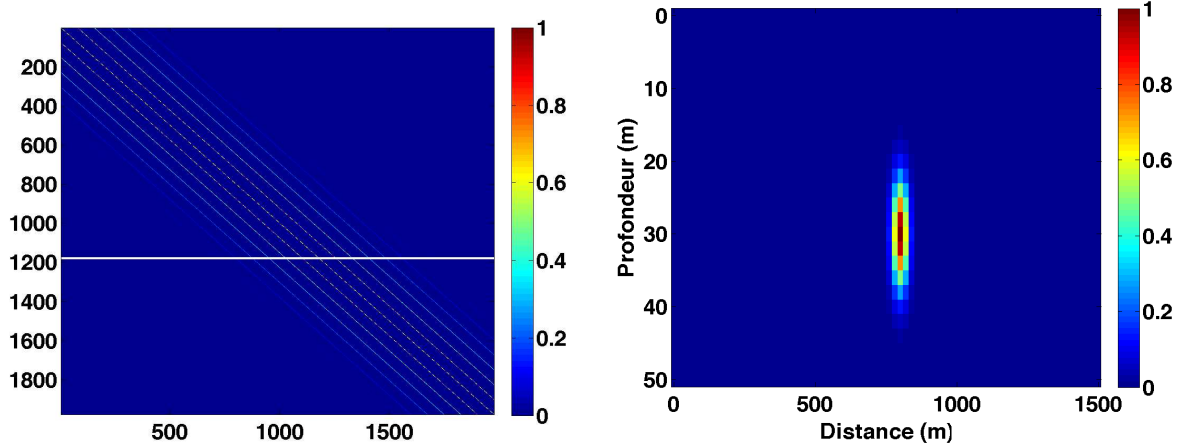
$$p(\delta\mathbf{m}) \propto \exp\left((\delta\mathbf{m} - \delta\mathbf{m}_0)^T \mathbf{C}_m^{-1} (\delta\mathbf{m} - \delta\mathbf{m}_0)\right); \quad (3.5)$$

Dans l'océan, les perturbations de la distribution de vitesse du son de la colonne d'eau sont le plus souvent susceptibles d'être provoquées par des mouvements de masse d'eau (exemple : ondes internes, convection). Ces mouvements peuvent conduire à des perturbations locales de la vitesse du son aussi bien positives que négatives. Il n'y a donc en général pas *a priori* sur le signe de la perturbation. De plus, comme ces variations restent locales, *a priori* la température reste constante sur une grande partie du guide d'onde. En moyenne les perturbations de vitesse du son seront donc supposées nulles d'où  $\delta\mathbf{m}_0 = 0$ .

L'ordre de grandeur des variations de vitesse sera pris égal à 1 m/s. Les termes diagonaux de la matrice de covariance seront donc réglés à 1. En outre, les perturbations de vitesse, bien que locales, ont souvent un certain étalement spatial, ce qui implique que les perturbations de vitesse de points proches dans le guide d'onde sont liées. Par exemple, le bruit aléatoire présent dans le résultat d'inversion de la figure 3.4c, correspond à une réalité physique très peu probable. C'est dans ce but que la corrélation entre points voisins du milieu est introduite dans la matrice de covariance. Cette corrélation spatiale est modélisée par la loi gaussienne suivante :

$$C(\mathbf{r}_1, \mathbf{r}_2) = \exp\left(\frac{(x_1 - x_2)^2}{2\lambda_x^2} + \frac{(y_1 - y_2)^2}{2\lambda_y^2} + \frac{(z_1 - z_2)^2}{2\lambda_z^2}\right) \quad (3.6)$$

où  $\mathbf{r}_1$  et  $\mathbf{r}_2$  sont deux points du milieu de coordonnées respectives  $(x_1, y_1, z_1)$  et  $(x_2, y_2, z_2)$ , et  $\lambda_x, \lambda_y, \lambda_z$  les distances de corrélation respectivement suivant l'axe des  $x, y$  et  $z$ . Dans le cas d'un milieu 2D la composante en  $y$  n'existe pas.



(a) Matrice de covariance  $\mathbf{C}_m$ . La ligne blanche montre la ligne utilisée pour faire la figure 3.7b

(b) Covariance d'une perturbation de vitesse située à 800m de la source et 30m de profondeur avec celles des autres points du milieu.

FIGURE 3.7 – *A priori* sur les paramètres du modèle dans le cas de longueur de corrélation  $\lambda_x = 20$  m et profondeur de corrélation  $\lambda_z = 5$  m.

La figure 3.7 présente la matrice de covariance définie à l'aide des connaissances *a priori* mentionnées ci-dessus. Les distances de corrélation entre points voisins sont  $\lambda_x = 20$  m et  $\lambda_z = 5$  m.

On peut noter que le nombre de sous-diagonales non nulles de la matrice  $\mathbf{C}_m$  (figure 3.7a) dépend des longueurs de corrélation. Plus ces longueurs sont grandes, plus le nombre de sous-

diagonales non-nulles est élevé. On comprend donc bien qu'une augmentation des longueurs de corrélation conduit à une diminution du rang de  $\mathbf{C}_m$ . Les longueurs  $\lambda_x$ ,  $\lambda_y$  et  $\lambda_z$ , seront donc limitées par le fait que  $C_m$  doit rester inversible.

Les *a priori* adoptés jusqu'à présent ne représentent que des connaissances approchées ou approximées de la réalité. Il est donc nécessaire d'introduire une étape d'optimisation des paramètres d'inversion.

### 3.2.7 Optimisation des paramètres d'inversion

#### 3.2.7.1 Le test du damier

Le test du damier permet d'étudier la résolution du processus d'inversion aux différents endroits du guide d'onde [Lévêque 1993]. Pour effectuer ce test, on utilise un damier avec des perturbations de vitesse de  $\pm 1$  m/s,  $\delta \mathbf{m}_{\text{damier}}$ , et on calcule les variations d'observables associées grâce à  $\dot{\mathbf{G}}(\mathbf{m}_0)$ . On inverse ensuite ces variations d'observables grâce à la pseudo-inverse,  $\left(\dot{\mathbf{G}}(\mathbf{m}_0)\right)^{\sim 1}$ , obtenue par la méthode du MAP.

Le test peut donc être résumé par les équations suivantes :

$$\widehat{\delta \mathbf{m}_{\text{damier}}} = \left(\dot{\mathbf{G}}(\mathbf{m}_0)\right)^{\sim 1} \dot{\mathbf{G}}(\mathbf{m}_0) \delta \mathbf{m}_{\text{damier}} \quad (3.7)$$

où la pseudo-inverse s'écrit :

$$\left(\dot{\mathbf{G}}(\mathbf{m}_0)\right)^{\sim 1} = \left(\dot{\mathbf{G}}^* \mathbf{C}_d^{-1} \dot{\mathbf{G}} + \mathbf{C}_m^{-1}\right)^{-1} \dot{\mathbf{G}}^* \mathbf{C}_d^{-1} \quad (3.8)$$

$$= \mathbf{C}_m \dot{\mathbf{G}}^* \left(\dot{\mathbf{G}} \mathbf{C}_m \dot{\mathbf{G}}^* + \mathbf{C}_d\right)^{-1} \quad (3.9)$$

On constate que la résolution de l'inversion dépend notamment des longueurs de corrélations  $\lambda_x$ ,  $\lambda_z$ . Plus les longueurs de corrélations sont grandes, plus le résultat du test du damier est lissé rendant les contours plus flous. A l'inverse, des longueurs de corrélation trop faibles laissent apparaître du bruit aléatoire irréaliste physiquement. Le test du damier permet donc de trouver un compromis acceptable pour la valeur des longueurs de corrélation. Ce compromis dépend néanmoins des caractéristiques du damier : taille des cases (échelle spatiale des détails des perturbations de vitesse) et gradient de transition entre les cases (gradients de perturbations qu'on souhaite observer). Il faudra donc adapter les longueurs de corrélation en fonction de ces caractéristiques.

Une fois que ces caractéristiques ont été fixées, il est ensuite intéressant d'utiliser le test du damier pour juger des performances de l'algorithme d'inversion. La figure 3.8, montre le résultat du test du damier pour des longueurs de corrélation  $\lambda_x = 20$  m et  $\lambda_z = 5$  m. Dans ce cas, les cases du damier ont des dimensions du même ordre de grandeur que celles de la perturbation qu'on souhaite retrouver (i.e 150 m de longueur et 10 m de profondeur) et on s'intéresse au comportement de l'algorithme d'inversion vis-à-vis de transitions franches entre



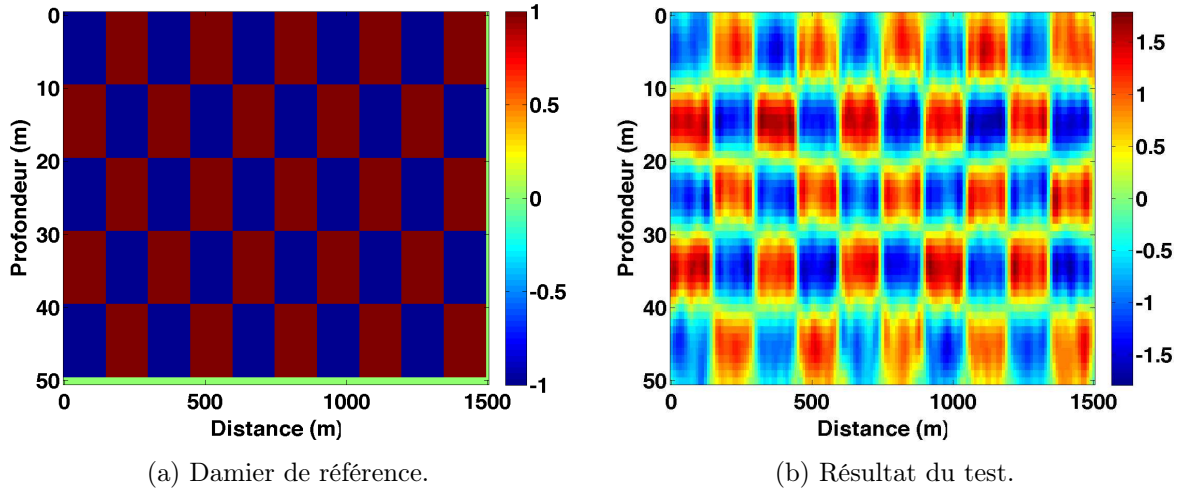


FIGURE 3.8 – Exemple du test du damier réalisé avec les NSTA de 2200 trajets acoustiques pour  $\lambda_x = 20$  m et  $\lambda_z = 5$  m.

les cases du damier.

Comme le laissait présager la figure 3.2b montrant la corrélation spatiale intrinsèque aux NSTA, la résolution de l'inversion relativement aux dimensions du guide d'onde est meilleure en longueur qu'en profondeur. Ceci s'explique par la géométrie du problème. En effet, la longueur du guide d'onde étant 30 fois supérieure à sa profondeur, les trajets acoustiques considérés restent faiblement inclinés par rapport à l'horizontale ( $\leq 25^\circ$ ).

Il reste ensuite à régler le poids relatif des deux termes de la fonction de coût  $C_1$  et  $C_2$ , ou en d'autres termes : doit-on faire plus confiance aux mesures de variations d'observables ou aux informations *a priori* qu'on donne sur les perturbations de vitesse du son ?

### 3.2.7.2 La courbe en L

Pour optimiser le poids relatifs des deux termes de la fonction de coût  $C_1$  et  $C_2$  (cf. équation 3.2) dans le processus d'inversion, le paramètre  $\lambda$  a été introduit dans la fonction de coût globale  $C$ .

Sur la figure 3.9 on peut voir la courbe en L et les résultats d'inversions correspondant pour différentes valeurs de  $\lambda$ . On constate que plus  $\lambda$  est petit, plus on force les résultats d'inversion à correspondre aux données (écart aux données petit). À l'inverse, plus  $\lambda$  est petit plus on donne de l'importance au modèle *a priori* sur les perturbations de vitesse du son.

Lorsqu'on donne plus de poids aux données, on constate que la valeur maximale de la perturbation est mieux estimée mais que le bruit de fond est aussi plus présent. En effet, les variations d'observables sont traduites fidèlement en variations de vitesse que ce soit des variations d'origine physique aussi bien que des erreurs. Lorsqu'on donne plus de poids à l'*a*

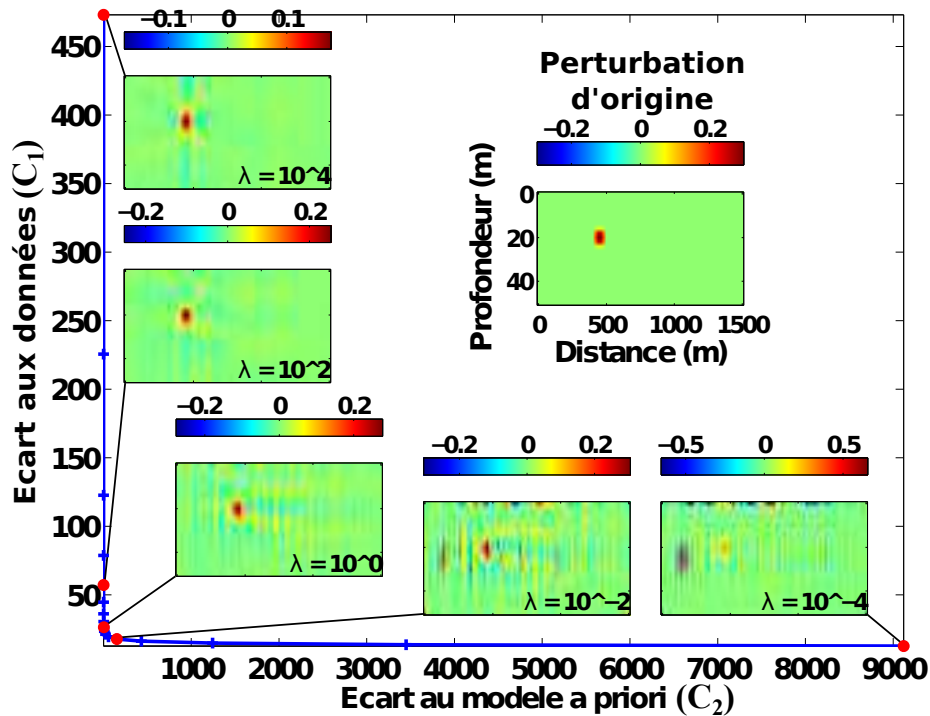


FIGURE 3.9 – Courbe en L.

*priori* sur le modèle, on constate que la carte des perturbations de vitesse se lisse, ce qui a pour effet de diminuer la valeur maximale de la perturbation (qui n'est plus totalement retrouvée) et de diminuer le bruit de fond.

Les meilleures inversions sont obtenues pour les valeurs de  $\lambda$  de l'ordre de  $10^1 - 10^2$ , qui sont situées au voisinage du coude de la courbe en L et réalisent les meilleurs compromis entre la reconstruction des données et l'accord avec les *a priori* sur le milieu.

Une fois que les paramètres d'inversion sont connus, il est possible d'étudier les possibilités offertes par l'utilisation des différentes observables des NSTA.

### 3.2.8 Étude de l'utilisation des différentes observables

#### 3.2.8.1 Inversion utilisant les TP, les DA et les DD

Ce paragraphe a pour but de montrer l'apport de l'utilisation conjointe de plusieurs observables. On se propose de comparer les résultats d'inversion utilisant les variations de TP, DA ou DD indépendamment à ceux obtenus dans le cas de l'utilisation conjointe des variations des DA-DD et des TP-DA-DD. Pour cela, on réalise l'inversion des variations d'observables mesurées sur les simulations PE dans le cas où l'on perturbe le « cas test » avec la perturbation E (cf. figure 3.10a) avec les paramètres d'inversion suivants :  $\lambda_r = 20$  m,  $\lambda_z = 5$  m et  $\lambda = 10^2$ .

Il est à noter que la difficulté d'une inversion de variations d'observables de natures différentes réside principalement dans le réglage de la variance des erreurs de modélisation de chaque observable relativement à celle des autres (valeur relative des coefficients de la matrice  $\mathbf{C}_d$ ). En effet, les ordres de grandeur des variations et des erreurs de modélisation ne sont pas les mêmes d'une observable à l'autre. Un mauvais réglage relatif de ces variances implique que les variations d'une observable auront plus de poids que celles d'une autre, ce qui n'est pas souhaitable lorsqu'on veut utiliser toutes les informations contenues dans toutes les observables.

Les figures 3.10c, 3.10e et 3.10f, montrent les résultats d'inversion utilisant les variations d'une observable seulement (resp. TP, DA et DD). Grossièrement, on peut dire que les résultats sont similaires quelque soit l'observable utilisée. Plus finement, on peut voir que la hauteur de la perturbation est légèrement plus importante pour les TP ( $D \sim 12$  m) que pour les angles ( $D \sim 10$  m). On note aussi le fait que l'inversion des DD est légèrement meilleure que celle des TP et DA (valeur maximale plus proche de la réalité, moins de bruit de fond), ce qui peut peut-être s'expliquer par le fait que la perturbation est proche des sources.

Les figures 3.10b et 3.10d, montrent respectivement les résultats de l'inversion conjointe des variations des DA-DD et celles des TP-DA-DD. On peut déjà observer une amélioration nette de la qualité des résultats par rapport à celle des résultats n'utilisant qu'un seul type d'observable. La valeur maximale est mieux retrouvée (0.15-0.17 m/s pour les observables indépendamment contre 0.25 m/s pour les DA-DD et TP-DA-DD) et le niveau de bruit de fond relativement diminué. Ce résultat est en accord avec les observations faites sur le rang des matrices des dérivées de Fréchet utilisant chaque observables indépendamment ou de manière conjointe (cf. paragraphe 3.2.2).

On remarquera la bonne qualité de l'inversion compte tenu du faible nombre de trajets acoustiques considérés. Ces inversions n'utilisent que 550 trajets acoustiques mesurés à l'aide de  $5 \times 5$  paires de sous-antennes. C'est trois à quatre fois moins que le nombre de trajets acoustiques utilisés habituellement pour une inversion de même qualité n'utilisant que les TP [Iturbe 2009a, Iturbe 2010].

L'utilisation conjointe d'observables permet donc d'obtenir de meilleurs résultats d'inversion, avec un même nombre de trajets acoustiques. De plus, le fait de pouvoir utiliser seulement une ou deux des trois observables pour faire de l'inversion de qualité peut aussi être un avantage en pratique.

### 3.2.8.2 Une solution aux problèmes de synchronisation source-récepteur

L'utilisation classique des TP en tomographie acoustique océanique requiert que les horloges de la source et le récepteur soient synchronisées avec une grande précision. Les variations de TP sont de l'ordre de quelques centièmes de période de signal, *i.e.* de l'ordre de la microseconde voire du dixième de microseconde pour des signaux de fréquence centrale de quelques kilohertz.

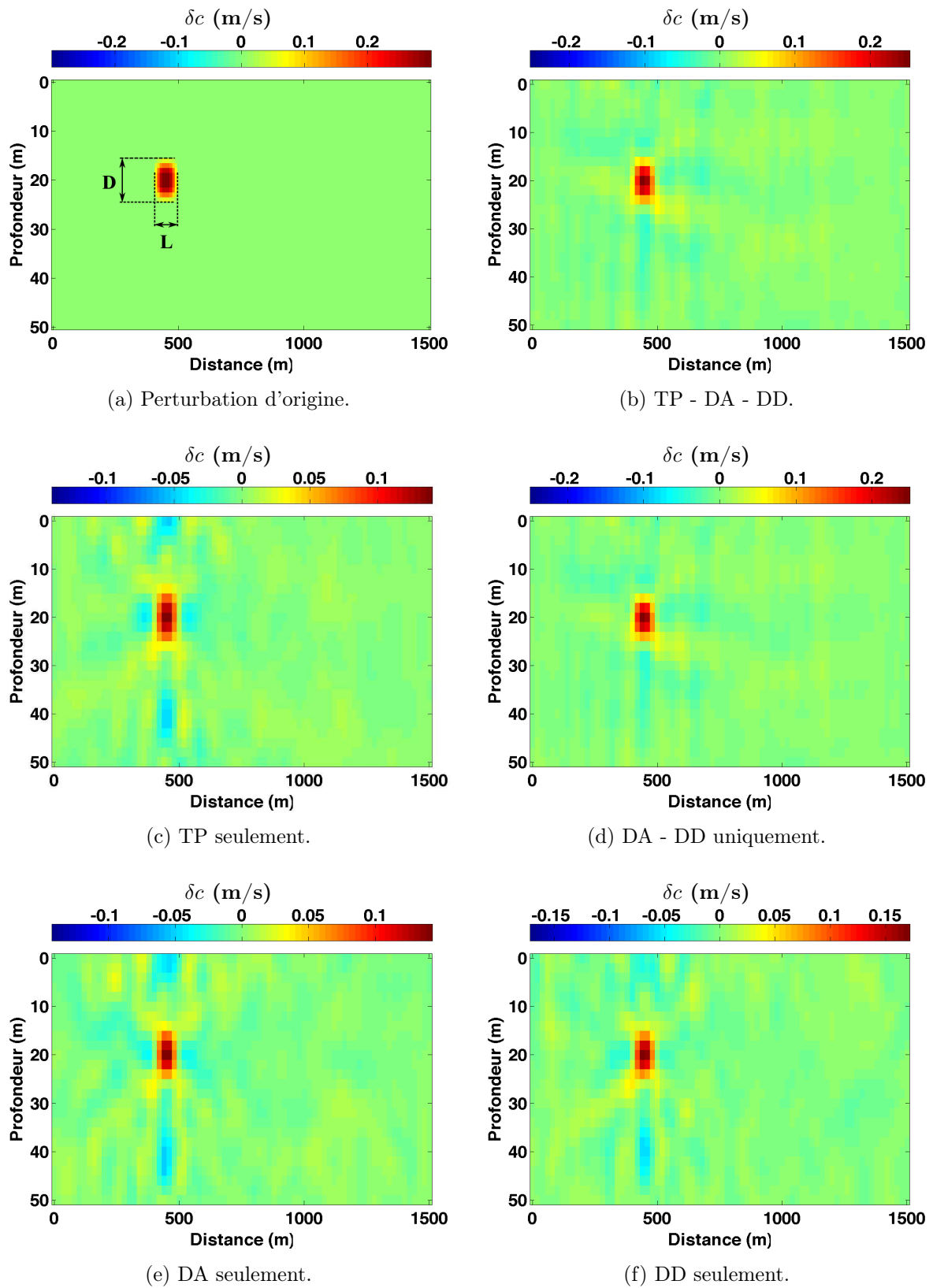


FIGURE 3.10 – Résultats d'inversion pour 550 trajets acoustiques :  $5 \times 5$  sous-antennes pour 22 arrivées acoustiques (2 à 12 réflexions) avec  $\lambda_r = 20$  m,  $\lambda_z = 5$  m et  $\lambda = 10^2$ .

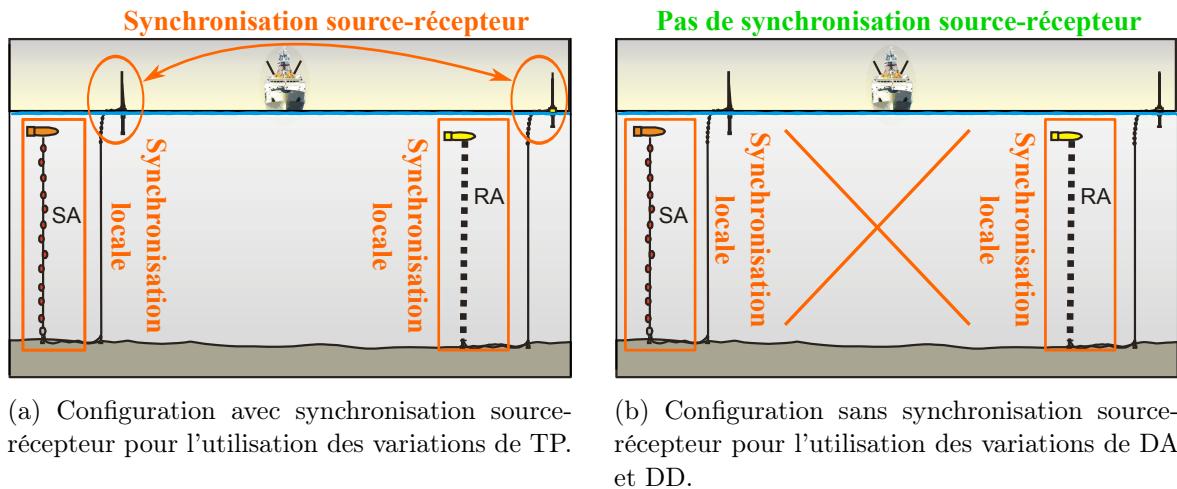


FIGURE 3.11 – Dispositifs d'expérimentation en mer.

Cette synchronisation haute précision représente un défi technique en pratique lorsque la source et le récepteur sont séparés par plusieurs kilomètres. Cette difficulté réside dans le fait que deux horloges distinctes n'ont pas la même fréquence de battement. Cette différence aussi infime soit elle, implique la dérive d'une horloge par rapport à l'autre et conduit, à terme, à une diminution de la précision de synchronisation. Pour des durées d'observation suffisamment longues, cette désynchronisation induit un biais non négligeable dans les mesures des variations de TP qui se répercute ensuite dans les inversions [Spiesberger 1980, Cornuelle 1985].

Dans les expériences en milieu réel, ce problème technique est en partie résolu par la resynchronisation source-récepteur au cours de l'expérience [Roux 2013a]. Dès que les horloges dérivent trop l'une par rapport à l'autre, on les re-synchronise en utilisant l'horloge GPS. Mais ce dispositif est coûteux, et consommateur d'énergie et de ressources informatiques.

L'introduction d'antenne source et réceptrice en tomographie acoustique océanique (indispensable en petit-fond pour pouvoir séparer assez d'arrivées acoustiques), ajoute en plus du besoin de synchronisation source-récepteur, un besoin de synchronisation locale entre les hydrophones d'une même antenne.

Cependant, l'utilisation d'antenne double permet de mesurer les DA et DD en plus des TP. Il est alors possible de contourner les problèmes de synchronisation source-récepteur en utilisant uniquement les DA et DD. En effet, une fois que les arrivées acoustiques ont été correctement identifiées, l'utilisation des DA et DD nécessite seulement la synchronisation locale des antennes et pas de synchronisation source-récepteur (cf. figure 3.11).

Comme le montre la figure 3.10d, le résultat d'une inversion utilisant uniquement les DA et DD est d'une qualité comparable à celui obtenu en utilisant les TP, DA et DD conjointement. L'utilisation en tomographie acoustique océanique des DA et DD seuls est donc performante et devrait être plus facile à mettre en œuvre en mer. Des tests en condition réelle permettrait de vérifier cette affirmation.

Après discussion des résultats d'inversion en fonction des observables utilisées, se pose la question du comportement du processus d'inversion en fonction de la valeur de la perturbation.

### 3.2.9 Influence de la valeur max de la perturbation

Le modèle des NSTA étant basé sur une hypothèse de faible perturbation, il convient donc de tester le comportement du processus d'inversion pour différentes valeurs d'une même perturbation. Ainsi, on pourra voir comment les limites du modèle direct influent sur les résultats d'inversion.

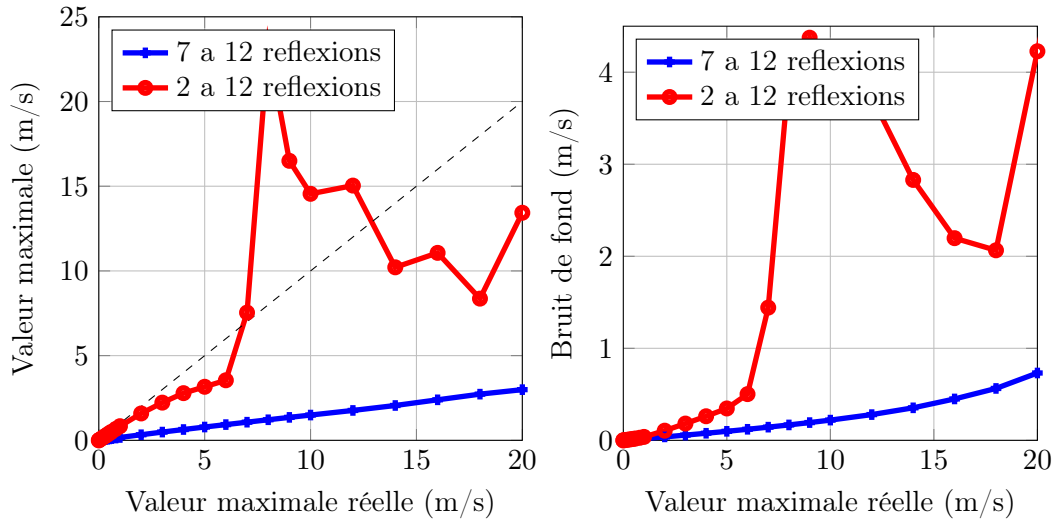
Pour cela, on considère les mêmes perturbations que dans le paragraphe 2.5.3.3 ; à savoir la perturbation E de la figure 2.20 avec des valeurs maximales comprises entre 0.01 m/s et 20 m/s (cf. figure 2.21). On étudie les performances d'inversion au regard de trois critères : la valeur maximale retrouvée, le bruit de fond et la variance reconstruite.

Les courbes de ces trois critères en fonction de la valeur de la perturbation sont représentées sur la figure 3.12 pour une inversion effectuée avec les TP, DA et DD des 2200 trajets acoustiques présentés au paragraphe 3.2.5. Pour des perturbations de 0 à 1 m/s, on voit que la valeur maximale de la perturbation est retrouvée à environ 80% alors que le bruit de fond est d'environ 3% de la valeur maximale. Sur cette plage on peut donc considérer que l'inversion se passe correctement.

Entre 1 m/s et 6 m/s, la valeur maximale retrouvée baisse progressivement jusqu'à atteindre 59% de la valeur maximale théorique, alors qu'en parallèle le bruit de fond augmente progressivement jusqu'à atteindre 8 %. Cette augmentation du bruit de fond au détriment de la valeur maximale de la perturbation laisse penser qu'une partie des variations d'observables ne peuvent plus être expliquées par l'approximation linéaire à faible perturbation des NSTA. On peut donc soupçonner qu'une partie des arrivées acoustiques commencent à se comporter de manière faiblement non linéaire mais que l'utilisation d'un grand nombre de trajets acoustiques permet de garder l'inversion stable.

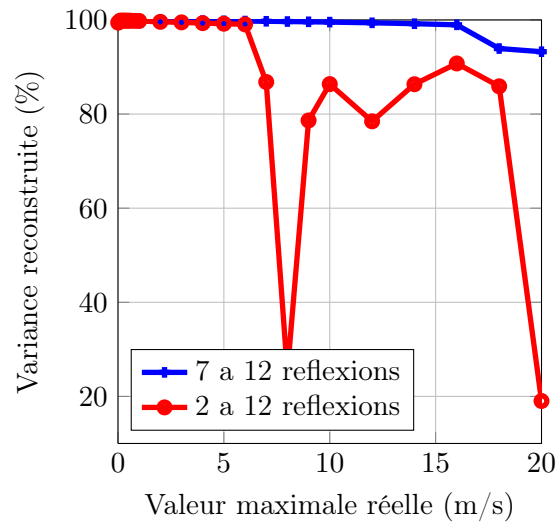
Au delà de 6 m/s l'inversion n'est plus stable. On constate une augmentation anormale de la valeur maximale de la perturbation et du bruit de fond qui s'accompagne d'une baisse drastique de la variance reconstruite. On peut donc supposer qu'un grand nombre d'arrivées acoustiques se comportent de manière non linéaire, et/ou que la séparation/identification des arrivées acoustiques ne fonctionne plus ce qui se traduit par de fortes non-linéarités apparentes. On sort donc du cadre d'application du modèle des NSTA.

Dans l'étude du modèle direct (cf. paragraphe 2.5.3.3), on a vu que les premières arrivées acoustiques étaient plus sujettes à des comportements non linéaires que les arrivées tardives. On peut donc se demander s'il n'est pas possible d'améliorer les performances d'inversion en ne considérant que ces dernières arrivées. Sur la figure 3.12, la courbe en bleu avec les marqueurs en croix représente les résultats n'utilisant que les arrivées comportant 7 à 12 réflexions aux interfaces (*i.e.* dernières arrivées). Pour les perturbations faibles, on constate des écarts importants entre les caractéristiques de la perturbation de vitesse d'origine et son estimée (valeur maximale moins bien retrouvée, bruit de fond important relativement à la



(a) Valeur maximale de la perturbation.

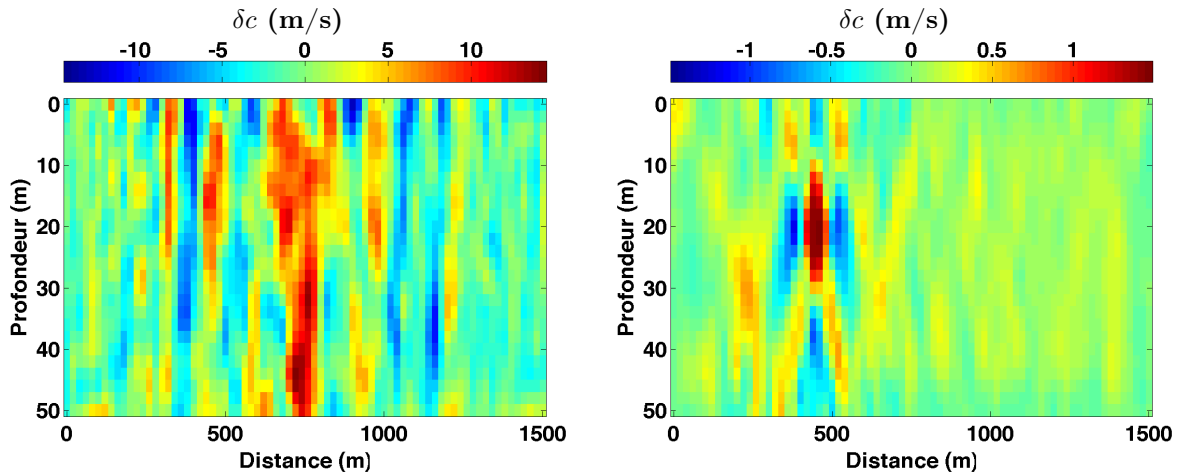
(b) Niveau de bruit de fond.



(c) Variance reconstruite.

FIGURE 3.12 – Indicateurs de qualité de l'estimation en fonction de la valeur de la perturbation. Les résultats des inversions utilisant les arrivées acoustiques avec 2 à 12 réflexions sont en rouge et 7 à 12 réflexions en bleu. Sur la figure 3.12a, la ligne en pointillés représente la valeur réelle de la perturbation.

valeur de la perturbation retrouvée) ce qui est logique puisqu'on diminue de nombre de trajets acoustiques considérés (1200 au lieu de 2200). Cependant elle est beaucoup plus stable. On voit que la valeur maximale de la perturbation augmente proportionnellement à la valeur réelle de la perturbation jusqu'à des perturbations de 20 m/s. Avec un étalonnage du système, il est donc possible de mesurer des perturbations importantes.



(a) Arrivées acoustiques avec 2 à 12 réflexions.

(b) Arrivées acoustiques avec 7 à 12 réflexions.

FIGURE 3.13 – Comparaison des résultats d'inversion d'une perturbation de vitesse de 10 m/s avec et sans les premières arrivées acoustiques (celles avec 2 à 6 réflexions).  $10 \times 10$  paires de sous-antennes ont été utilisées, et les paramètres d'inversion sont :  $\lambda = 10^2$ ,  $\lambda_r = 20$  m et  $\lambda_z = 5$  m.

La figure 3.13 montre les résultats d'inversion d'une perturbation de vitesse de 10 m/s avec et sans les premières arrivées acoustiques (celles avec 2 à 6 réflexions). Dans le deuxième cas il est possible d'identifier la perturbation alors que le premier cas ne le permettait pas. Ceci montre bien l'importance du choix des observables à inverser. Ici un tri se basant le nombre de réflexions des arrivées a été effectué pour mettre en évidence le fait que la sélection des arrivées acoustiques est un point important. Cependant cette solution de tri, n'est pas une solution souhaitable pour deux raisons principales :

1. les dernières arrivées sont souvent les plus difficiles à mesurer en pratique à cause de leur faible énergie,
2. ce tri grossier implique une diminution importante du rang du système.

En effet, les variations d'observables et les NSTA associés au trajet direct, et aux échos à une réflexion, sont porteurs d'information non-redondante, qui permettrait d'augmenter considérablement le rang du système. On peut envisager qu'un tri plus intelligent des arrivées acoustiques pourrait améliorer les estimations dans le cas de fortes perturbations.

Après avoir testé l'utilisation des DA et DD pour l'inversion de données issues de simulations numériques, l'étape suivante consiste à traiter des données réelles enregistrées en milieu contrôlé. Les expériences à échelles réduites en laboratoire sont donc un moyen d'atteindre cet objectif.



### 3.3 Traitement de données expérimentales petite-échelle

#### 3.3.1 Principe des expériences à échelle réduite

Les expériences petite-échelle s'inscrivent comme une étape intermédiaire entre le traitement de données simulées et le traitement de mesures effectuées en mer. Elles sont un passage au traitement de mesures réelles rendu délicat par le fait que tous les paramètres ne sont pas parfaitement connus et que la réalité physique est toujours plus complexe que les modèles et simulations numériques qu'on en fait. Les expériences petite-échelle permettent donc d'identifier des paramètres et phénomènes qui auraient été négligés dans les simulations tout en gardant un certain contrôle sur le déroulement des expériences. On peut ainsi isoler les phénomènes physiques qu'on souhaite étudier et décortiquer les problèmes trop complexes pour être étudiés directement sur le terrain.

En acoustique sous-marine, le principal apport des expériences petite-échelle est l'aspect dynamique et aléatoire des variations du milieu de propagation qui rajoutent un niveau de complexité par rapport aux simulations.

Les expériences petite-échelle se basent sur la possibilité de reproduire des phénomènes physiques en réduisant les échelles spatiales : les dimensions du guide d'onde, mais aussi la longueur d'onde  $\lambda$ . La conservation de l'eau comme fluide dans lequel se propage les ondes acoustiques implique que la vitesse du son  $c$  est conservée. Or,  $c = \lambda f$ , où  $f$  est la fréquence de l'onde. La réduction de  $\lambda$  entraîne du même coup l'augmentation de la fréquence.

En résumé, en acoustique sous-marine la division par  $10^3$  des échelles spatiales implique la division par  $10^3$  des échelles de temps et une multiplication par  $10^3$  des échelles de fréquences, lorsque la vitesse du son reste constante.

Avec cette réduction d'échelles on s'attend aussi à voir des phénomènes physiques prendre plus d'importance que celle qu'ils avaient à l'échelle réelle. Par exemple, à ces échelles, on ne pourra plus négliger les ondes capillaires reliées aux phénomènes de tension superficielle à l'interface air - eau. Les ondes de gravité qui prédominent largement à échelles réelles seront remplacées par analogie par des ondes gravito-capillaires ayant un comportement légèrement différent.

#### 3.3.2 Présentation du matériel d'expérimentation

Le dispositif d'expérimentation acoustique à petites-échelles mis en place par P. Roux au laboratoire ISTerre se constitue :

- d'une cuve de 1.5 m  $\times$  1 m  $\times$  1.3 m (2000 L) remplie d'eau douce de masse volumique  $\rho_{eau} = 1000 \text{ kg/m}^3$  modélisant la colonne d'eau et dans laquelle le son se propage à une vitesse  $c_{eau}$  d'environ 1490 m/s,
- d'une règle en acier inoxydable de 1.4 m modélisant le fond, de masse volumique  $\rho_{fond} = 7900 \text{ kg/m}^3$  et dans laquelle la vitesse des ondes mécaniques longitudinales (ondes P) est de 5900 m/s et celle des ondes mécanique transversale (ondes S) est de  $c_{fond} = 3100$

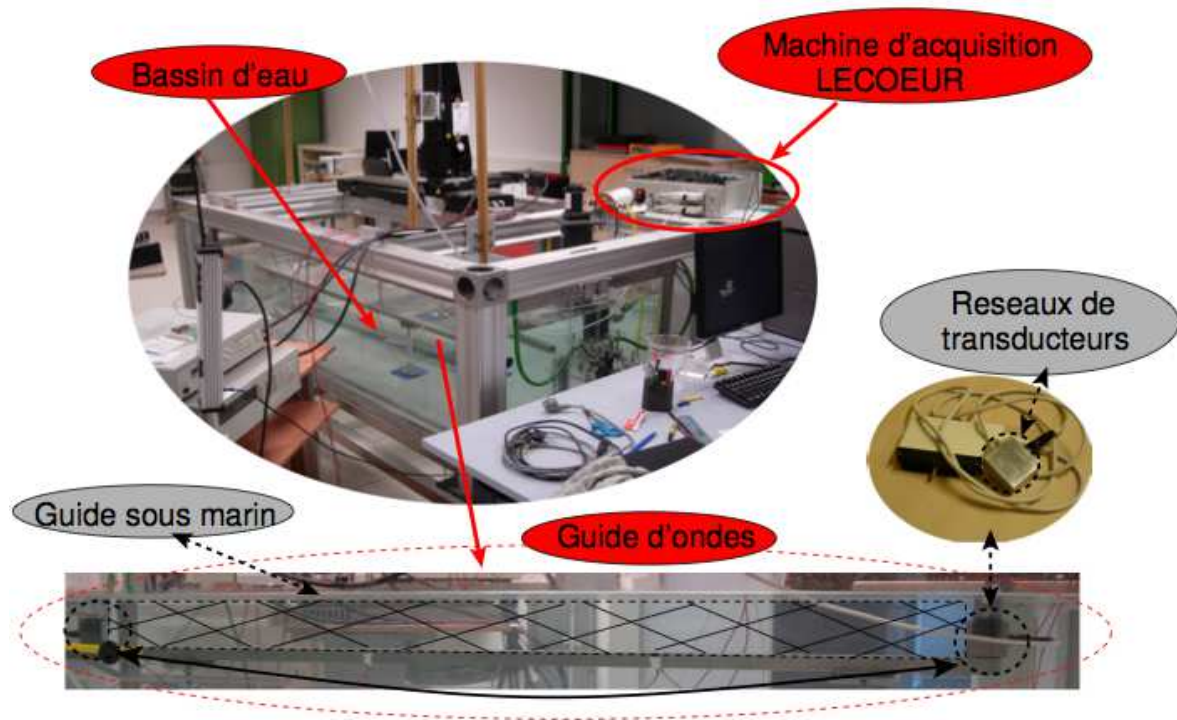


FIGURE 3.14 – Dispositif d'expérimentation de l'Institut des Sciences de la Terre (ISTerre), Grenoble.

m/s ;

- et d'un dispositif de transmission et acquisition acoustique composé :
  - de jeux de deux barrettes échographiques servant d'antennes d'émission et de réception, comportant chacune 64 transducteurs de largeur 10 mm et de hauteur 0.75 mm (soit une hauteur totale de 48 mm), fonctionnant à des fréquences nominales de 1 ou 3MHz ;
  - et du système d'acquisition LECOEUR  $64 \times 64$  voies permettant d'échantillonner le signal acoustique à une fréquence de 10 MHz tout en garantissant la synchronisation entre les sources et les récepteurs.

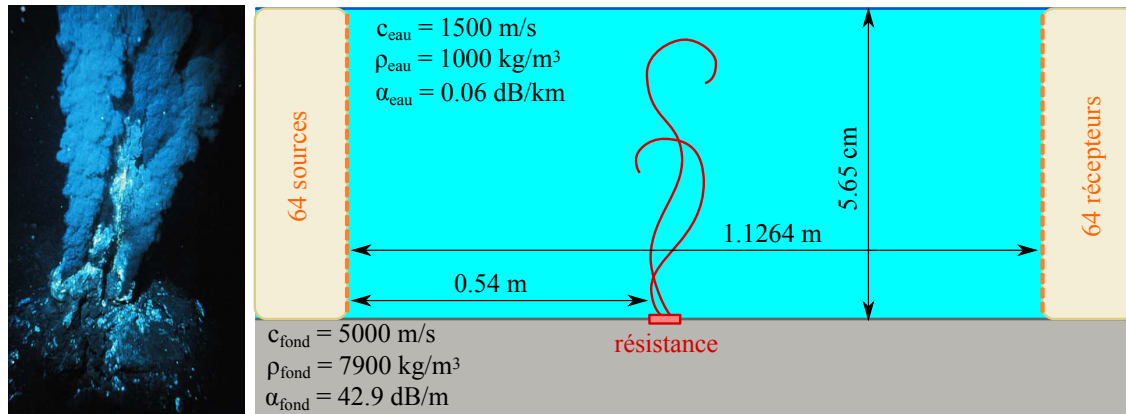
La position de la barre en acier par rapport à la surface du guide d'onde est réglable et permet de contrôler la profondeur et l'inclinaison du fond. Les caractéristiques de cette règle en acier en font un fond plat quasi parfaitement réfléchissant jusqu'à des angles de rasance allant de  $0^\circ$  à près de  $60^\circ$  avec un déphasage quasi nul pour des angles supérieurs à  $5^\circ$ .

Trois résistances chauffantes sont intégrées à cette barre et permettent de réchauffer localement l'eau du guide d'onde en trois endroits différents.

À ce matériel d'expérimentation acoustique viennent s'ajouter des sondes thermocouples utilisées pour vérifier la cohérence des résultats de la méthode de tomographie acoustique. En pratique, on utiliserait des sondes XBT (bathythermographes à sonde perdue).

### 3.3.3 Protocole expérimental

Le but de cette expérience est de tester les possibilités de la méthode de tomographie temps-angles pour l'étude de la température d'un panache d'eau chaude qui pourrait être par exemple le panache issu d'une source hydrothermale localisée dans une zone côtière environnement petit fond (cf. [Medwin 2005] pages 551 à 563).



(a) Cheminées hydrothermales (« Fumeurs noirs »), océan Atlantique.

(b) Dispositif expérimental.

FIGURE 3.15 – Modélisation petite échelle d'une source d'eau chaude.

Pour cela, on va réaliser des acquisitions acoustiques à l'aide des barrettes échographiques positionnées à une distance de  $1.1264 \text{ m}^1$  l'une de l'autre, de part et d'autre d'une résistance chauffante située à  $0.54 \text{ m}$  de la barrette source dans le fond en acier. Les barrettes sont posées sur le fond et s'étendent sur la quasi totalité de la hauteur du guide d'onde de  $5.65 \text{ cm}$  de profondeur. Le schéma du dispositif est représenté figure 3.15b.

On réalise 7 expériences pour 7 puissances de chauffage différentes : 5, 7.5, 10, 12.5, 15, 17.5 et 20 V. Chaque expérience dure 50 s durant laquelle on allume la résistance entre  $t_{\text{exp}} = 5 \text{ s}$  et  $t_{\text{exp}} = 35 \text{ s}$ .

Pendant ces expériences de chauffage, 500 acquisitions acoustiques sont effectuées à raison d'une toutes les 0.1 s. Chaque acquisition acoustique est composée de l'émission successive par chacune des 64 sources d'un pulse gaussien centré autour de 1.7 MHz, qui sont ensuite enregistrées par les 64 récepteurs à l'autre bout du guide d'onde à une fréquence d'échantillonnage de 10 MHz. L'intervalle de temps entre l'émission de chaque source est d'environ  $5.67 \mu\text{s}$ , ce qui porte la durée totale d'une acquisition à 3.575 ms. On peut donc considérer qu'à l'échelle de temps d'une acquisition le milieu est quasi-statique.

1. La précision des mesures des dimensions du guide d'onde est obtenue par optimisation à l'aide des mesures acoustiques [Iturbe 2010].

On aura donc deux échelles de temps distinctes :

- l'échelle de temps de l'expérience paramétrée par  $t_{exp}$  qui correspondra aussi à l'échelle de temps des phénomènes de convection résultant de la chauffe,
- et l'échelle de temps d'une acquisition paramétrée par  $t_{acq}$  qui correspond à l'échelle de temps de la propagation acoustique dans le guide d'onde.

On notera que le processus de formation de voies à l'émission comme à la réception est un post traitement, conformément à la théorie exposée précédemment.

Dans le but d'analyser les résultats issus de la méthode de tomographie acoustique, des mesures par thermocouples ont aussi été effectuées par Adeline Richard, assistante ingénieur, au laboratoire ISTerre. Pour éviter qu'elles interagissent avec la propagation acoustique, ces mesures par thermocouple ont été effectuées sur des expériences indépendantes des expériences acoustiques.

En conclusion, ces expériences en laboratoire donnent un jeu de données acoustiques et des données de thermocouple, qu'on peut alors analyser, comparer et traiter pour pouvoir estimer l'apport de l'utilisation des DA et de DD pour la tomographie acoustique océanique.

### 3.3.4 Analyse des données

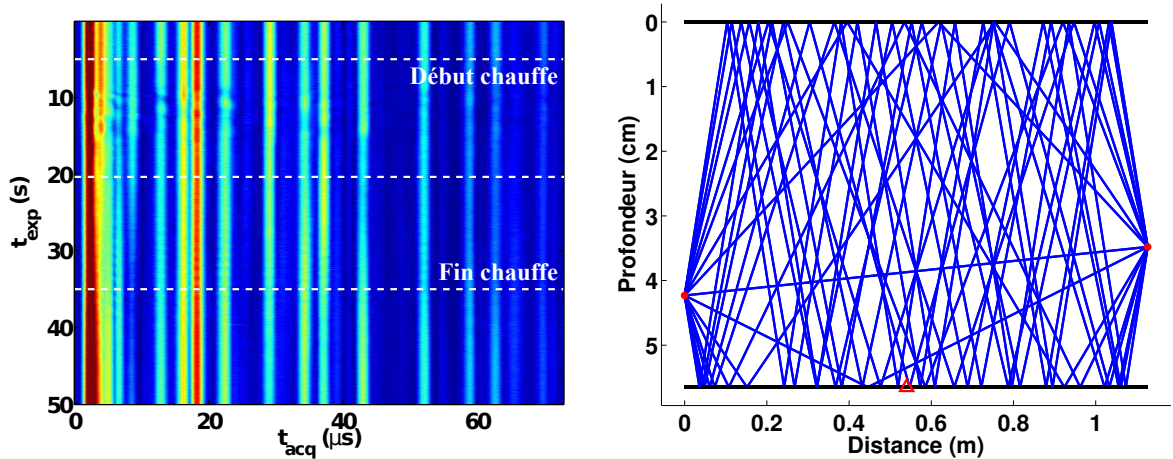
Une fois les données expérimentales récoltées, une première étape de traitement consiste à identifier leur contenu afin d'avoir une idée de ce qu'on peut espérer obtenir lors du traitement tomographique.

#### 3.3.4.1 Les données brutes

On regarde tout d'abord les données brutes pour voir comment elles retranscrivent l'épisode de chauffe.

La figure 3.16a montre le signal acoustique enregistré par un couple de capteurs suivant les deux échelles de temps de l'expérience de chauffage à 20V. Sur une ligne horizontale, on voit le signal enregistré pour une acquisition. Les zones de forte énergie représentent les arrivées acoustiques successives qui correspondent aux rayons de la figure 3.16b. Il est ensuite possible de suivre verticalement chaque arrivée acoustique. On voit que les signaux acoustiques commencent à varier peu après le début de la chauffe, à la fois en amplitude (via modification de l'échelle de couleur) et en temps d'arrivée (les lignes représentant les arrivées acoustiques ne sont plus des droites verticales). On peut donc en conclure que les données acoustiques contiennent bien des informations sur le chauffage de la cuve et on peut découper l'expérience en plusieurs phases :

1. une phase de repos de 0 à 5 s, avant la mise en route de la résistance : début de la chauffe.
2. une phase transitoire de 5 s à 20 s, qui correspond à la mise en place des phénomènes



(a) Enveloppe du signal mesuré par un couple de capteurs pour chaque acquisition (abscisses) tout au long de l'expérience de chauffage à 20 V (ordonnées).

(b) Tracé de rayons présents sur le signal de la figure 3.16a.

FIGURE 3.16 – Données brutes.

de transferts thermiques.

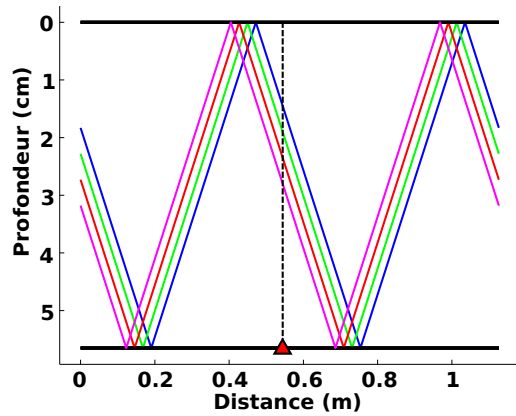
3. une phase de régime établi de 20 s à 35 s, pendant laquelle les mécanismes de transfert thermique sont établis.
4. une phase de relaxation de 35 s à 50 s qui correspond aux effets inertiels de la chauffe après l'arrêt de la résistance.

On retrouve le même type de phénomènes sur les signaux enregistrés par les autres couples de capteurs. Cependant la durée de chaque phase diffère grandement suivant la position des couples de capteurs considérés et la puissance de chauffage.

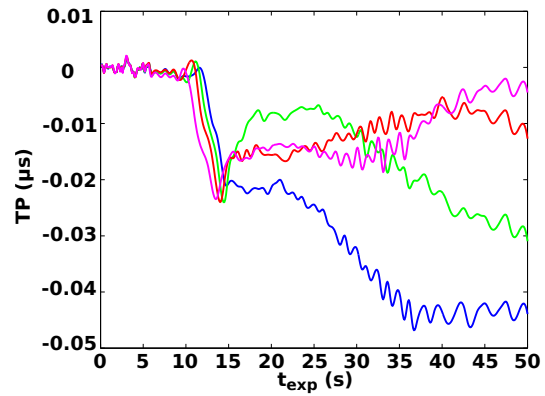
### 3.3.4.2 Les observables

Ce qui nous intéresse le plus ensuite, ce sont les variations d'observables induites par le réchauffement de l'eau. En utilisant la double formation de voies, on mesure les TP, DA et DD de 2873 trajets acoustiques :  $13 \times 13$  couples de sous-antennes de 19.5 mm et 17 arrivées acoustiques (jusqu'à 8 réflexions). Cependant seuls 2366 d'entre eux (de 2 à 8 réflexions) seront utilisés car ils ne posent pas de soucis de séparation et d'identification. Il est à noter qu'une méthode de tri plus fine que la sélection des rayons en fonction du nombre de réflexions pourrait permettre d'accéder à ces observables à faibles angles contenant des informations précieuses sur le milieu.

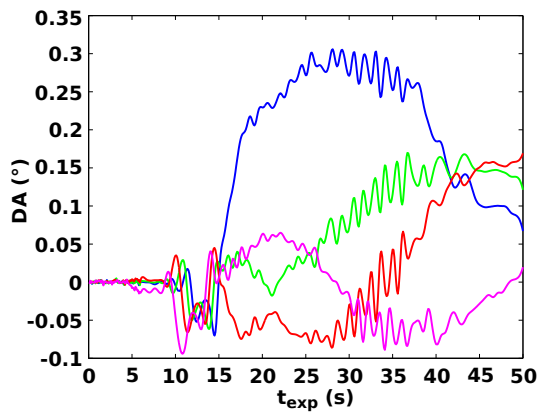
Sur la figure 3.17 on peut voir que les variations d'observables comportent les mêmes phases que celles observées sur les données brutes : phase de repos, régime transitoire, régime établi puis relaxation. On constate que l'effet du chauffage apparaît d'autant plus vite sur les séries temporelles des observables que le trajet acoustique passe près de la résistance de chauffage



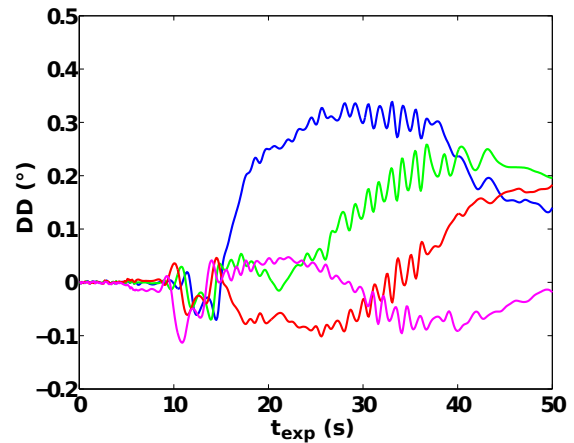
(a) Tracé des rayons correspondant aux trajets acoustiques dont les observables sont représentées sur les figures 3.17b, c et d. Le triangle rouge représente la position de la résistance.



(b) Séries temporelles des TP correspondant aux rayons acoustiques de la figures 3.17a.



(c) Séries temporelles des DA correspondant aux rayons acoustiques de la figures 3.17a.

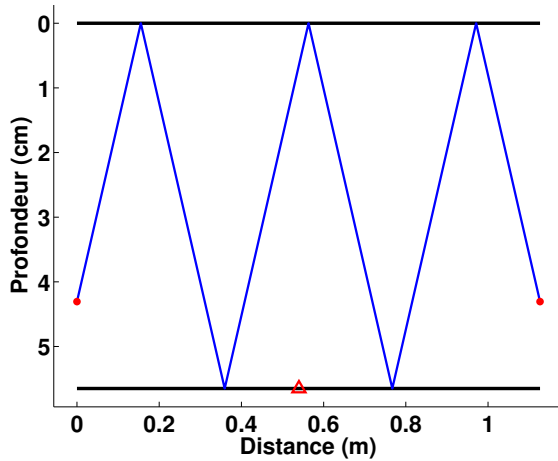


(d) Séries temporelles des DD correspondant aux rayons acoustiques de la figures 3.17a.

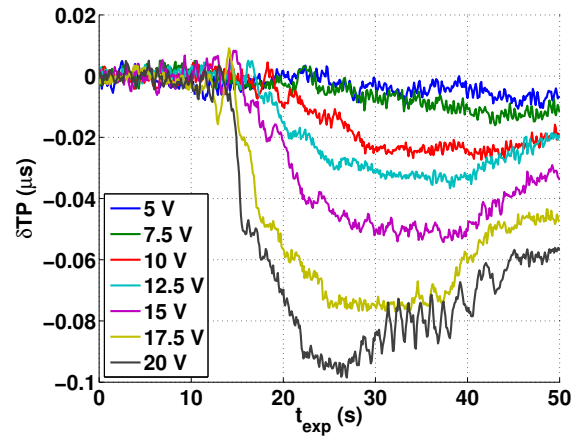
FIGURE 3.17 – Effet de la chauffe sur les observables de 4 trajets acoustiques qui échantillonnent spatialement le guide d'onde.

(du plus près au plus loin trajet rose, rouge, vert et bleu).

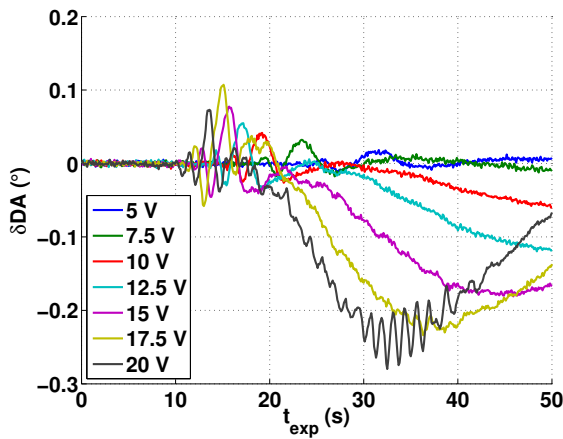
On peut aussi noter que la forme des premières variations d'observables (entre 10 et 15 s) rappelle celle des noyaux de sensibilité. Une grosse variation négative pour des TP rappelle les NSTP avec une zone de Fresnel uniforme et négative, et les oscillations positives puis négatives rappellent la forme des NSDA et NSDD.



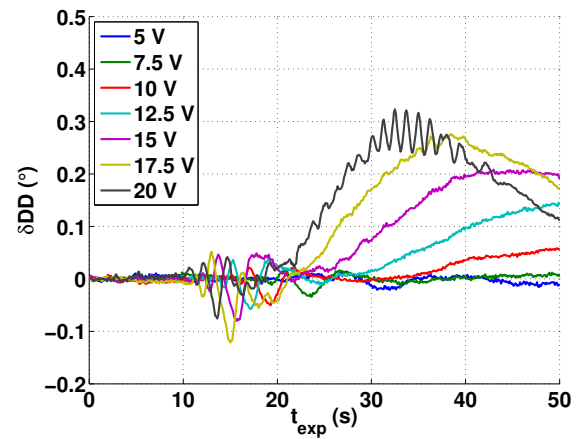
(a) Tracé du rayon correspondant au trajet acoustique dont les observables sont représentées sur les figures 3.18b, c et d. Le triangle rouge représente la position de la résistance.



(b) Séries temporelles des TP correspondant au rayon acoustique de la figure 3.18a pour différentes puissances de chauffage.



(c) Séries temporelles des DA correspondant au rayon acoustique de la figure 3.18a pour différentes puissances de chauffage.



(d) Séries temporelles des DD correspondant au rayon acoustique de la figure 3.18a pour différentes puissances de chauffage.

FIGURE 3.18 – Effet des chauffes de différentes puissances sur les observables d'un trajet à 5 réflexions.

Les variations d'observables retranscrivent aussi les différentes puissances de chauffage. Les figures 3.18b, 3.18c et 3.18d montrent les variations des TP, DA et DD du rayon à 5 réflexions présenté sur la figure 3.18a. On voit que, plus la puissance de la chauffe est importante, plus

les variations d'observables montrent de grandes amplitudes. De plus, la durée de chaque phase de l'expérience n'est pas la même suivant la puissance de chauffage. La phase de repos se prolonge jusqu'à 10 s pour l'expérience de chauffage à 20 V et 22 s pour l'expérience de chauffage à 5 V. En effet, la vitesse de convection dépend du réchauffement de l'eau. Plus une particule d'eau est chaude, plus vite elle monte en surface. On voit ensuite que la phase transitoire n'est pas la même suivant les observables. Elle est bien identifiable pour les TP et dure jusqu'à 25 s. Pour les angles, il est plus difficile de l'identifier. Pour la chauffe à 20 V, la fin de la transition semble apparaître à environ 30 s. Le régime établi, lorsqu'il est atteint, diffère suivant la puissance de chauffage. Pour les plus faibles puissances, la convection est lente et semble se dérouler sans turbulence. Au contraire pour la chauffe à 20 V, on voit clairement apparaître des oscillations qui font penser à un régime de convection turbulente. L'inertie durant la phase de relaxation dépend elle aussi de la puissance de chauffage. On voit que l'inertie augmente avec la puissance de chauffage jusqu'à 17.5 V. Au delà, les phénomènes de turbulence semblent accélérer le mélange de l'eau et par conséquent accélérer le retour vers la phase de repos.

Une validation croisée avec les données de thermocouple est effectuée, afin de voir si on retrouve des caractéristiques communes entre les mesures directes de la température et les données acoustiques. La figure 3.19a montre bien que, plus la puissance de chauffage est importante, plus la température de l'eau est élevée. Ensuite on peut voir que pour la chauffe à 20 V les mesures de températures montrent les mêmes oscillations d'une période d'environ 1.15 s que celles des mesures acoustiques de la figure 3.19c. Ceci est confirmé par le tracé des spectres des séries temporelles qui exhibent tous les deux un pic à 0.8 Hz.

Nous pouvons donc en conclure que les données acoustiques contiennent bien des informations sur la turbulence qui sont confirmées par les mesures de thermocouple. La question qui se pose alors est : est-il possible de visualiser ces structures turbulentes sur les résultats de tomographie ?

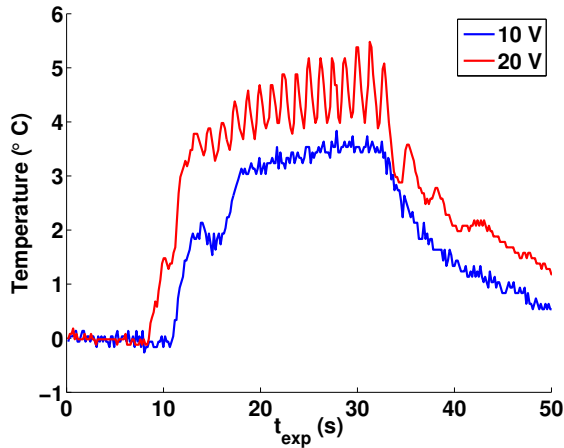
### 3.3.5 Calculs des NSTA

Dans un premier temps, le calcul des NSTA demande que les dimensions du guide d'onde, la position des source/récepteurs et la vitesse du son du guide d'onde dans l'état de référence, soient connues avec le plus de précision possible. Pour cela les données acoustiques sont utilisées pour optimiser ces paramètres du guide d'onde, en comparant les TP, DA et DD mesurés sur les données avec la double formation de voies, aux observables estimées avec un modèle rayon. Une fois que les paramètres du milieu de référence sont connus, les NSTA peuvent alors être calculés.

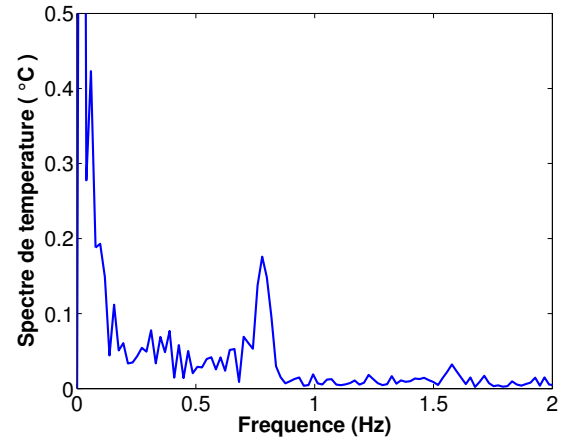
Il se pose ensuite le problème suivant : comment modéliser ce qu'il se passe dans la cuve, sachant qu'on a des ressources de calcul limitées ?

En effet, tout les phénomènes observés lors de l'expérience acoustique se déroulent dans l'espace à trois dimensions de la cuve. L'idéal serait donc de simuler une propagation acoustique 3D et de calculer la sensibilité du système d'antennes double dans l'espace à trois dimensions

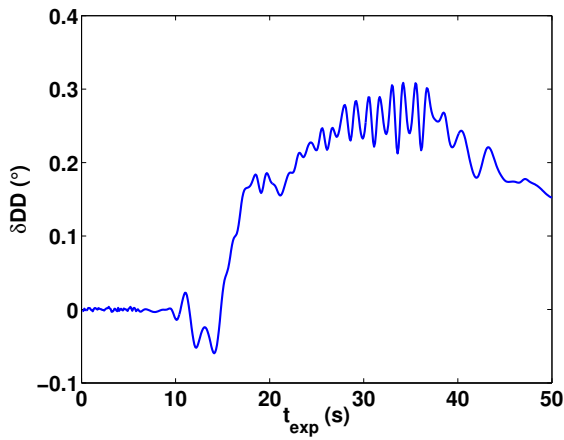




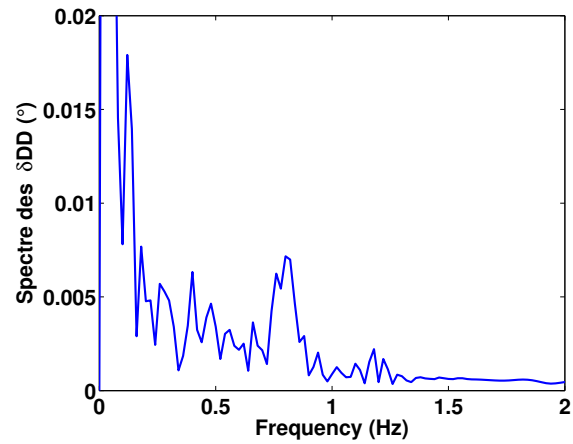
(a) Série temporelle extraite des mesures de température par thermocouple sur des chauffés de 10 V et 20 V. Le thermocouple est situé à l'aplomb de la chauffe à 1.3 cm de profondeur.



(b) Spectre des données de thermocouple à 20 V de la figure 3.19a.



(c) Série temporelle extraite des mesures acoustiques de variations de DD d'un rayon à 4 réflexions pour la chauffe à 20 V.



(d) Spectre des données acoustiques de la figure 3.19c.

FIGURE 3.19 – Vérification croisée des données acoustiques et de thermocouple.

du guide d'onde. Or, ceci aboutit à des temps de calcul élevés, si l'on souhaite discrétiser le milieu de propagation avec une résolution raisonnable. Par exemple :  $100 \times 50 \times 50$  points, qu'on doit calculer pour les noyaux d'au moins 2 000 trajets acoustiques, qui se calculent avec un algorithme qui emploie une multiplication de deux fonctions de Green calculées en chacun de ces points. . . Ce qui aboutit à plusieurs semaines voire plusieurs mois de calculs suivant la puissance du ordinateur utilisé.

Pour conserver des temps de calculs raisonnables, on utilise en première approximation les NSTA calculés avec le code aux équations paraboliques 2D.

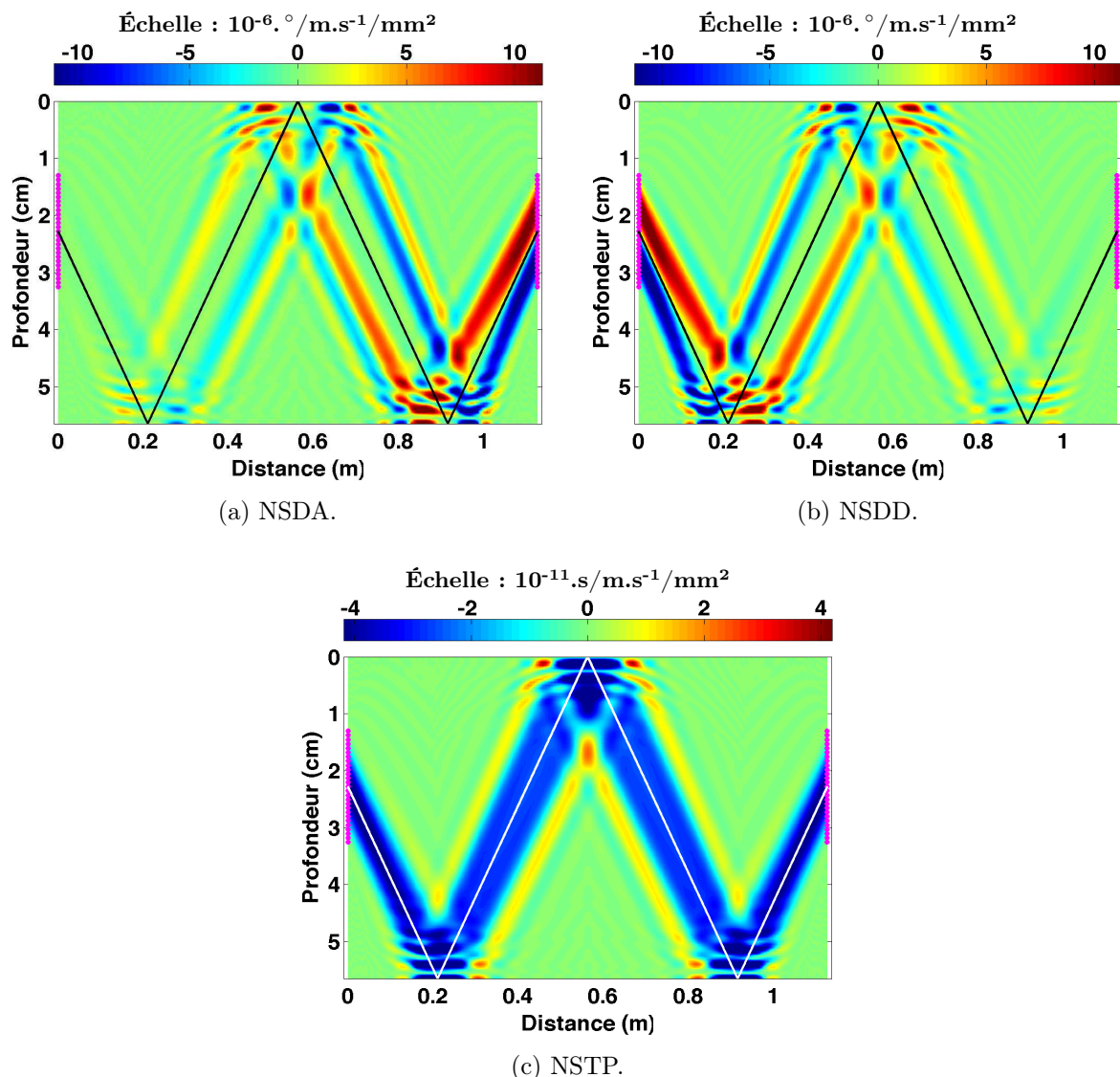


FIGURE 3.20 – Noyaux de sensibilité correspondant au trajet avec 2 réflexions sur le fond et une réflexion à la surface calculés pour le guide d'onde expérimental de la cuve et pour des sous-antennes de 19.5 mm.

La figure 3.20 montre les NSTA correspondant au trajet à 2 réflexions sur le fond et une sur la surface pour une sous-antennes de 19.5 mm (27 capteurs). Après le passage à l'échelle ( $m^2$  en  $mm^2$ ), les ordres de grandeurs des NSTA sont bien cohérents avec ceux observés sur les simulations numériques de la partie 2.4.

### 3.3.6 *A priori* sur les erreurs de modélisation et de mesure

De la même manière que pour l'estimation MAP des variations d'observables simulées, il est possible d'introduire des connaissances *a priori* sur :

- les erreurs de mesures (cf.  $C_{d1}$  équation 3.3),
- et les erreurs de modélisation (cf.  $C_{d2}$  équation 3.3).

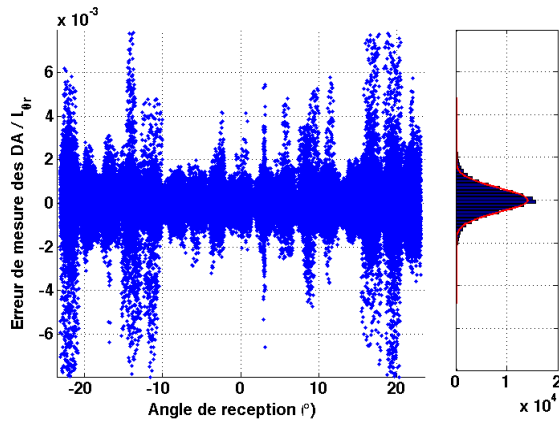
Les connaissances *a priori* sur les **erreurs de mesures** peuvent être obtenues à l'aide des 5 premières secondes des mesures expérimentales de variations d'observables. Ces 5 secondes correspondent à une phase de repos avant chauffage, on suppose donc que les variations de température (et donc de vitesse) sont nulles. Toutes les variations observées sur les mesures sont par conséquent dues au bruit de mesure (imprécision de mesure + phénomènes parasites autres que les variations de température).

Les figures 3.21a, 3.21b et 3.21c, montrent respectivement les distributions des erreurs de mesures normalisées des DA, DD et TP. En les comparant respectivement aux figures des erreurs sur données simulées sans bruit 3.6c, 3.6d et 3.6a, on peut voir que la mesure des variations de DA et DD est plus robuste au passage sur données expérimentale que la mesure des variations de TP. En effet, les erreurs de mesures des variations DA et DD sont 4 fois plus importantes pour les expériences que pour les simulations, alors qu'elles sont 10 fois plus importantes pour les variations de TP.

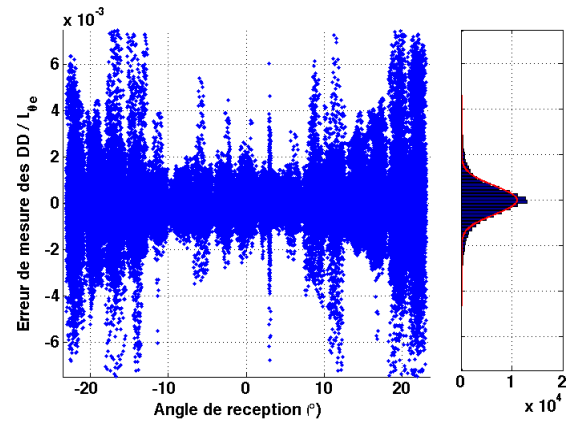
D'autre part, la distribution des erreurs de TP dépend fortement de l'angle de réception ; celles des DA et DD aussi mais dans une bien moindre mesure. Les variations d'observables des trajets acoustiques avec les angles de réception les plus forts sont aussi ceux pour lesquels l'erreur de mesure est la plus importante.

Dans un premier temps, on peut avancer l'hypothèse que cette augmentation de l'erreur avec les angles de réception est due à l'augmentation du rapport signal sur bruit en fonction des angles. En effet, les arrivées avec les angles les plus élevés sont aussi celles dont le trajet acoustique est le plus long et donc soumis à une atténuation géométrique plus forte. Si on considère que le bruit dû aux phénomènes parasites (par exemple le bruit électronique, ou les oscillations de surface) est constant pendant ces 5 secondes, alors le rapport signal sur bruit diminue avec l'angle de réception, ce qui aura tendance à compliquer les mesures des arrivées les plus inclinées.

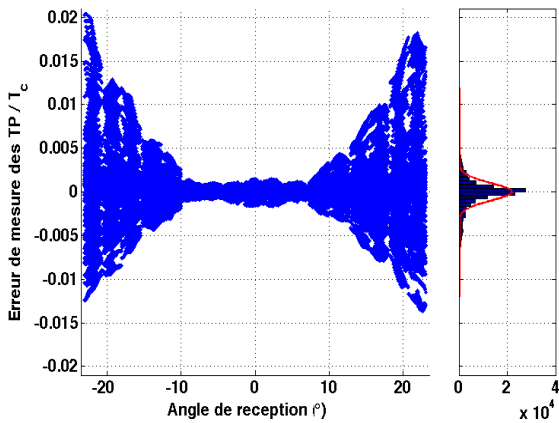
Dans un deuxième temps, on peut constater que les erreurs de mesures dépendaient aussi des angles de réception pour les données simulées, en l'absence de bruit de mesure. L'hypothèse avait été alors émise que la dépendance des erreurs vis-à-vis des angles de réception pouvait venir de la méthode de mesure par zooms successifs et de la quantification imposée par le traitement numérique des données 3.2.6.1. Sans qu'une preuve soit réellement apportée, cette



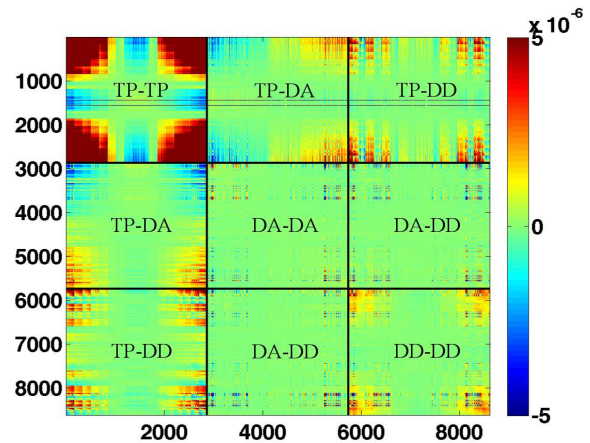
(a) Distribution des erreurs de mesures des variations de DA (normalisée par la taille du lobe principal du diagramme d'antenne réceptrice  $L_{\theta_r}$ ).



(b) Distribution des erreurs de mesures des variations de DD (normalisée par la taille du lobe principal du diagramme d'antenne source  $L_{\theta_e}$ ).



(c) Distribution des erreurs de mesures des variations de TP (normalisée par la période du signal  $T_c$ ).



(d) Matrice de covariance des erreurs de mesure ( $\mathbf{C}_{d1} = \mathbf{C}_{d1}$ ).

FIGURE 3.21 – Les figures 3.21a, 3.21b et 3.21c, montrent respectivement les distributions des erreurs de mesures des DA, DD et TP en fonction de l'angle de réception des ondes acoustiques (cadre de gauche) et les distributions totales (cadre de droite) approximées par une gaussienne (courbe rouge). La figure 3.21d montre l'estimation expérimentale de la matrice de covariance des erreurs de mesure ( $\mathbf{C}_{d1}$ ). Ces résultats ont été obtenus à l'aide des 5 premières secondes d'enregistrement (50 acquisitions).

hypothèse semble se confirmer ici et s'ajouter au problème du bruit seul.

La matrice de covariance issue de ces 50 réalisations (10 réalisations par seconde) est représentée sur la figure 3.21d. L'examen minutieux des caractéristiques de cette matrice, très riche en information, peut être réalisé en s'aidant de la figure 3.3b. Il reste cependant très fastidieux et comporte peu d'intérêt ici. Cette matrice est surtout représentée dans le but de mettre l'accent sur le fait qu'il existe des corrélations entre les variations d'observables des différents trajets acoustiques, dues notamment au fait que les couples de sous-antennes se chevauchent, partagent certains de leurs hydrophones et dans le même temps leur bruit.

Les **erreurs de modélisation** sont en revanche mal connues dans le cas expérimental. On sait que les modèles de propagation acoustique et de sensibilité sont des approximations mais il est difficile d'estimer la justesse de ces modèles dans le cas expérimental. En effet, il n'existe aucun autre moyen de mesure non invasif pour mesurer la température de l'eau simultanément aux mesures acoustiques. Les mesures par thermocouples, utilisées pour la validation dans notre cas, perturbent les mesures acoustiques et sont faites sur des expériences de chauffe indépendantes des expériences acoustiques. Enfin, les mesures par caméra infrarouge passive sont impossibles sous l'eau. Il n'y a donc pas de moyen d'accéder à cette information.

C'est ici que la phase d'optimisation de l'inversion à l'aide du paramètre  $\lambda$  et de la courbe en  $L$  s'avère donc d'une importance fondamentale. Elle permet de trouver le meilleur compromis entre la fidélité aux mesures, poids plus important donné au terme  $C_1$  de la fonction de coût (cf. équation 3.2), et la fidélité aux connaissances *a priori* que l'on possède sur les perturbations de vitesse, poids plus important donné au terme  $C_2$  de la fonction de coût (cf. équation 3.2).

### 3.3.7 *A priori* sur les perturbations de vitesse

Les connaissances *a priori* que l'on possède sur la distribution des perturbations de vitesse liées à la chauffe partielle du guide sont de deux types :

- La **valeur absolue** des perturbations : on estime qu'on peut séparer le guide d'onde en trois tiers :
  - le tiers proche de l'émetteur, où il n'y a *a priori* pas de phénomène de chauffe ;
  - le tiers central, où se déroule le phénomène de chauffe *a priori* ;
  - le tiers proche des récepteurs, qui n'est *a priori* pas affecté par les perturbation de la chauffe non plus.

Dans tous les cas, on considère *a priori* que l'espérance des perturbations de vitesse partout dans le milieu est nulle. Pour chaque pixel, on affectera ensuite une variance qui dépend de sa distance à la zone de chauffage : plus le pixel est loin de la zone de chauffage, plus la variance sera petite, ce qui contraint les perturbations de vitesse à être plus resserrées autour de la distribution moyenne nulle. La fenêtre qui fixe la valeur de la variance affectée à chaque pixel est donnée en figure 3.22.

Il est à noter que la connaissance *a priori* de la localisation de la chauffe n'est pas indispensable. Elle permet simplement de réduire le bruit de fond des résultats d'inversion aux endroits où l'on sait qu'il n'y a pas de réchauffement.

On donne ensuite un ordre de grandeur de la valeur absolue des perturbations de vitesse de 1 m/s. Cette valeur sera optimisée à l'aide de la L-curve par la suite.

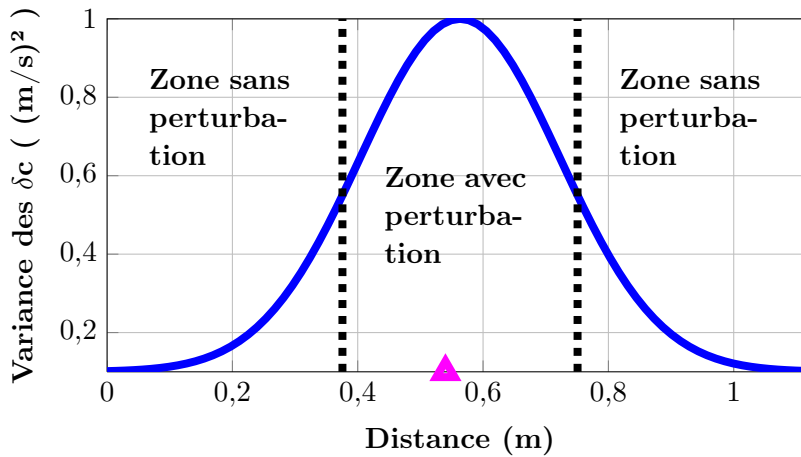


FIGURE 3.22 – Information *a priori* sur la localisation des perturbations de vitesse induites par la chauffe. La ligne continue bleue, indique la variance des perturbations de vitesse attendues en fonction de la distance à la source. Le triangle magenta indique la position de la résistance de chauffage.

- Les **gradients de température**, *i.e.* le couplage entre les perturbations de température de différents points du guide d'onde, impliquent des longueurs de corrélation de l'ordre de 1.5 cm en longueur, et 2 mm en profondeur. On introduit ces informations *a priori* en donnant une valeur aux termes croisés de la matrice de covariance des perturbations de vitesse du son *a priori*,  $\mathbf{C}_m$  (cf. figure 3.2).

On peut remarquer que les connaissances *a priori* introduites ici sont fortes comparées avec celles qu'on peut avoir dans certaines situations pratiques. Le but étant ici d'imager au mieux un phénomène que l'on sait localiser, on s'autorise donc à avoir ce type de connaissances *a priori*.

C'est donc à l'aide de ces connaissances *a priori* qu'on inverse ensuite les variations d'observables issues des mesures expérimentales.

### 3.3.8 Résultats et Discussion

#### 3.3.8.1 Résultats d'estimation par MAP

Le paragraphe 3.2.8 a montré qu'il était possible d'utiliser les TP, DA et DD soit indépendamment, soit en les combinant pour estimer les perturbations de vitesse du son. Parmi toutes les possibilités offertes par ces trois observables, deux d'entre elles ont retenu notre attention :

- l'utilisation conjointe des TP, DA et DD, « inversion temps-angles », car elle permet d'utiliser toutes l'information fournie par les NSTA pour relier les variations d'obser-

- vables et les perturbations de vitesse du son (cf. paragraphe 3.2.2) ;
- l'utilisation conjointe des DA et DD, « inversion des angles », car elle permet de se passer de synchronisation source récepteurs.

Les résultats d'inversion de ces deux méthodes sont comparés aux résultats de la méthode développée par Roux et al. dans le même contexte (double-antenne + expériences petites-échelles) [Roux 2011], utilisant uniquement les TP, « inversion des temps ». Dans tous les cas, on utilise les observables des rayons avec 2 à 8 réflexions sur la surface et sur le fond. On omet les 3 premières arrivées pour éviter les problèmes liés à une mauvaise séparation des arrivées acoustiques.

La figure 3.23 montre cette comparaison pour différentes acquisitions de l'expérience de chauffage à 20 V, correspondant aux différentes phases de l'expérience de chauffe. On peut constater que les trois méthodes donnent des résultats très similaires et on identifie bien les différentes parties de l'expérience sur les résultats d'inversion :

- En l'absence de chauffage, l'inversion ne montre aucune perturbation de vitesse du son (phase de repos, figure 3.23g).
- L'effet du chauffage n'apparaît clairement qu'à la 9<sup>ème</sup> seconde de l'expérience, après 4 secondes de chauffage. On aperçoit alors une particule d'eau chaude qui remonte à la surface ce qui correspond à ce qui est prévu par les phénomènes de convection (phase transitoire, figures 3.23f, 3.23e et 3.23d).
- Une fois à la surface, la particule d'eau chaude continue à se réchauffer et sa taille augmente (cf. figures 3.23c et 3.23b) jusqu'à l'arrêt du chauffage (phase de régime établi).
- Ensuite, la perturbation de vitesse du son diminue (phase de relaxation) comme on peut le voir entre les figures 3.23b et 3.23a.

Poussons ensuite l'étude des résultats en nous intéressant à la forme du panache de convection thermique.

### 3.3.8.2 Forme du panache thermique

En plus de la visualisation des différentes phases de l'expérience de chauffe, la forme du panache de convection thermique de l'eau observé sur les mesures acoustiques, ressemble à celui observé sur les images réalisées par ombroscopie dans l'étude de Xi et Xia [Xi 2004] sur la convection du dipropylène glycérol. On observe notamment une forme en « champignon » caractéristique des panaches de convection thermiques. Il ne paraît pas impossible que le haut du champignon ainsi que les vortex des bords des champignons (zones surlignées en rouges sur le champignon 2 de la figure 3.24b) soient visualisés comme plus chauds sur les inversions acoustiques. L'eau chaude au cœur des vortex n'étant pas en contact avec l'eau plus froide environnante, on peut concevoir que les vortex conservent une zone d'eau chaude en leur centre.

Cependant, il faut être prudent car cette forme ressemble aussi à la forme des artéfacts d'inversion dus à la corrélation entre les perturbations de vitesse en différents points du guide d'onde (cf. figure 3.2b, et paragraphe 3.3.8.3). Le résultat des inversions est sans doute un

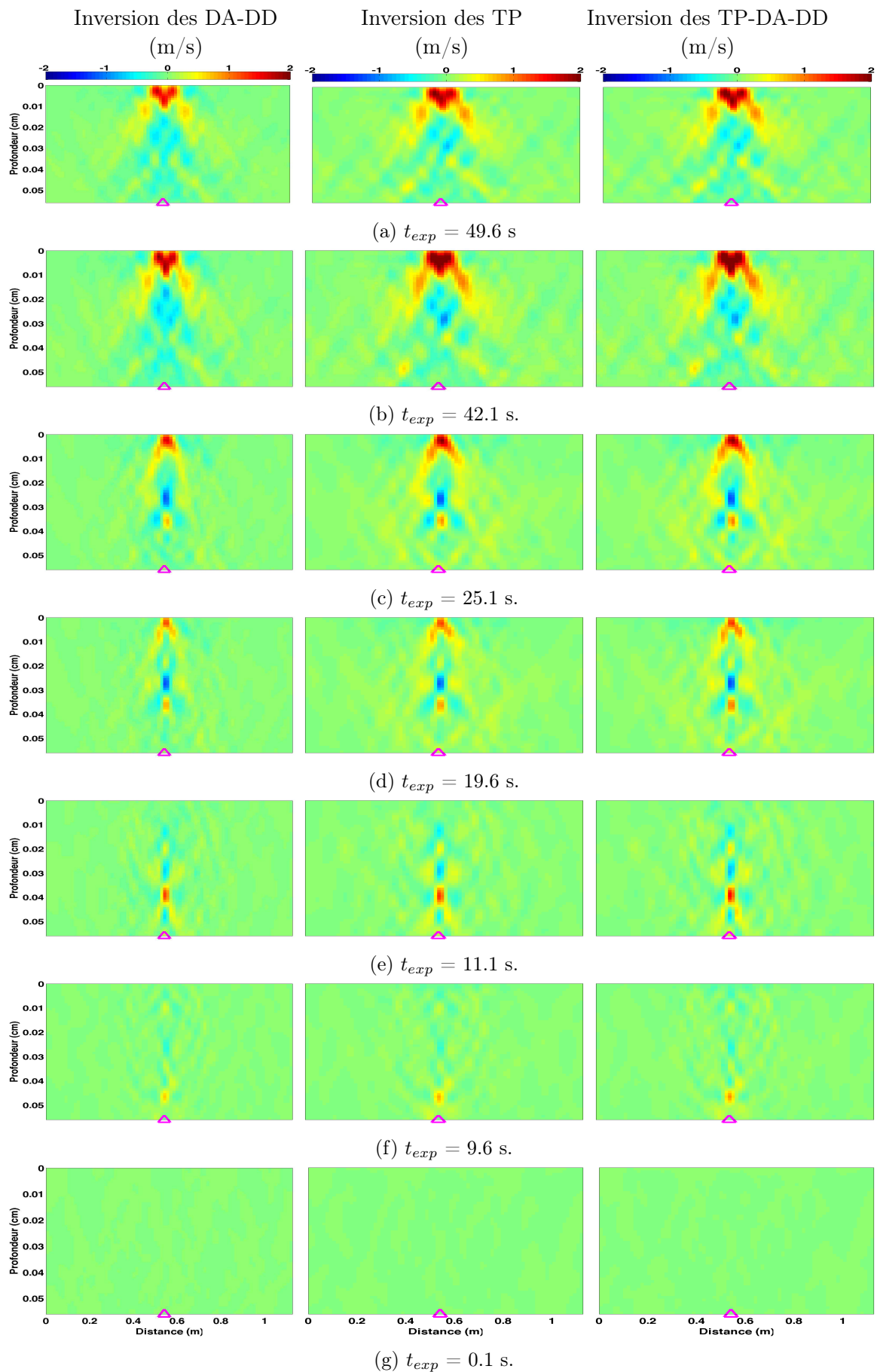
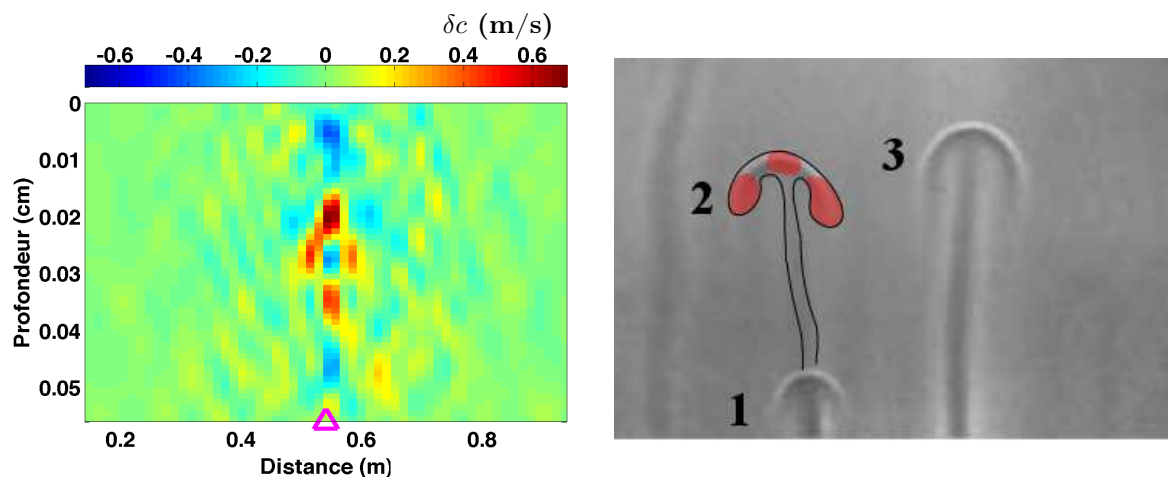


FIGURE 3.23 – Résultats de l'inversion des DA-DD (colonne de gauche), TP (colonne centrale) et TP-DA-DD (colonne de droite) des trajets acoustiques avec 2 à 8 réflexions aux interfaces, pour différents instants de l'expérience de chauffage à 20 V.





(a) Image de convection thermique d'eau douce réalisée par thermométrie acoustique temps-angles au  $t_{exp} = 13.6$  s de l'expérience de chauffe à 20 V.

(b) Image d'un panache de convection thermique de dipropylene glycol réalisée avec une méthode d'ombroscopie. Cette figure est extraite de l'article de Xi et Xia [Xi 2004].

FIGURE 3.24 – Comparaison de mesures de thermométrie acoustique 3.24a et d'ombroscopie 3.24b pour l'imagerie d'un panache de convection thermique.

mélange de ces deux causes. Des études plus poussées doivent être menées pour pouvoir démêler l'influence de chacune d'entre elle.

Cependant toutes les caractéristiques du panache thermique ne sont pas retrouvées. En particulier, la tige du panache n'apparaît pas clairement sur les mesures acoustiques. Utilisons alors les mesures de température effectuées par thermocouple dans la cuve acoustique pour mieux étudier les résultats obtenus avec la méthode de tomographie acoustique temps-angle.

### 3.3.8.3 Comparaison avec les mesures de thermocouple

Parallèlement aux expériences acoustiques, des séries de mesures de température de la colonne d'eau ont été réalisées, à l'aplomb de la résistance de chauffage, par Adeline Richard (assistante ingénieure au laboratoire ISTerre).

La figure compare l'évolution temporelle du profil des perturbations de vitesse du son estimées avec les NSTA, avec l'évolution temporelle du profil des variations de température mesurées par thermocouples. Cette comparaison est effectuée pour deux puissances de chauffage : tension à 20V et 10V au bornes de la résistance.

Le lien établi entre la vitesse du son et la température de l'eau permet une comparaison qualitative directe de ces mesures de natures différentes. Les estimations et les mesures montrent plusieurs **caractéristiques similaires** :

- la création simultanée (à  $t_{exp} = t_D$ ) d'une **particule d'eau chaude** au fond du guide d'onde, son décrochage et sa remontée.

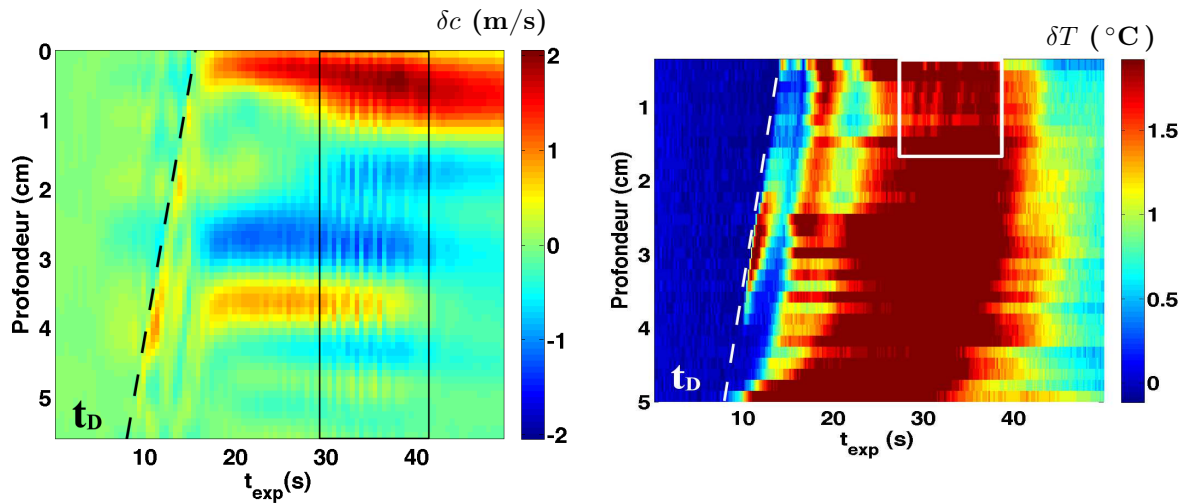
- la **vitesse de remontée de la particule d'eau chaude** (pente des lignes pointillées). On constate notamment qu'elle est plus rapide pour la chauffe à 20V que pour celle à 10V ce qui est cohérent avec la physique des phénomènes de convection thermique (plus l'eau est chaude, plus elle monte vite).
- la **dynamique de la remontée d'eau chaude** ( courbure des lignes pointillées ). Constante dans le cas 20V (ligne pointillée droite), elle montre des variations pour la chauffe à 10V (ligne pointillée avec une forme en « S »).
- les **oscillations à 0.8 Hz** déjà mises en évidence au paragraphe 3.3.4.2, apparaissent entre 30 s et 40 s sur les résultats d'inversion (cf. figure 3.25c cadre noir) et les mesures par thermocouples (cf. figure 3.25d cadre blanc).

En revanche, la comparaison des estimations NSTA avec les mesures de thermocouples montrent aussi des **différences** non négligeables :

- les mesures par thermocouple montrent **un réchauffement de l'intégralité de la colonne d'eau** quand les mesures acoustiques mettent en évidence un réchauffement de surface principalement. Les mesures de thermocouples montrent que les variations de températures les plus importantes sont localisées dans la colonne d'eau à l'aplomb et à proximité de la résistance de chauffage. Les variations de températures enregistrées les plus extrêmes atteignent des valeurs de près de 20 °C ce qui correspond à des perturbations de vitesse du son d'environ 50 m/s. Les études menées précédemment au deuxième chapitre, paragraphe 2.5.3.3 ; et au troisième chapitre, paragraphe 3.2.9, montrent clairement que l'approche des NSTA n'est plus valide pour de telles valeurs de perturbations de vitesse du son. En particulier, l'approximation de Born au 1<sup>er</sup> ordre, et la méthode d'extraction d'observables par développements limités au premier ordre, ne sont plus des approximations correctes. Une étude plus approfondie des données expérimentales à faible chauffage (5V) devrait permettre de vérifier s'il est possible de retrouver les variations de toute la colonne d'eau dans ces cas.
- les **perturbations de vitesse négatives (« fantômes »)** sont visibles sur les mesures acoustiques alors qu'aucun refroidissement n'est observé sur les mesures par thermocouples. Il est donc fort probable que ces perturbations négatives soient des artéfacts issus de l'inversion.

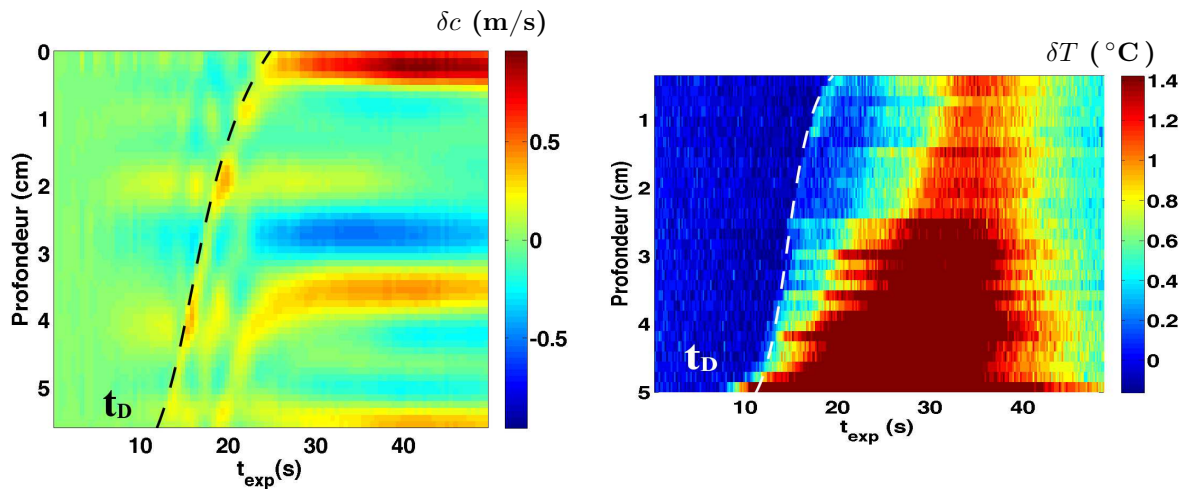
Afin d'étudier l'origine de ces fantômes, reprenons les résultats de l'étude menée sur la corrélation entre les perturbations de vitesse en différents points du guide d'onde (cf. paragraphe 3.2.3).

La figure 3.2b montre la corrélation induite par l'utilisation des NSTA, entre une perturbation de vitesse du son en un point donné, et les perturbations des autres points du milieu. En utilisant le fait qu'une perturbation étendue peut être vue comme la somme de perturbations ponctuelle, on calcule la corrélation entre la perturbation de 1 m/s des points du milieu (située à l'intérieur du cadre noir) et les perturbations des autres points du guide d'onde (cf. figure 3.26). La présence de variations négatives en dessous de la perturbation semble correspondre aux fantômes visualisés sur les résultats d'inversion.



(a) Mesure du profil des perturbations de vitesse du son avec les TT, DA et DD (chauffe à 20V).

(b) Mesure du profil des perturbations de température  $\delta T$  par thermocouple (chauffe à 20V).



(c) Mesure du profil des perturbations de vitesse du son avec les DA et DD (chauffe à 10V).

(d) Mesure du profil des perturbations de température  $\delta T$  par thermocouple (chauffe à 10V).

FIGURE 3.25 – Comparaison de l'évolution des profils célérimétriques et thermiques de la colonne d'eau, respectivement mesurés acoustiquement avec les DA et DD et avec les thermocouples, pour différentes puissances de chauffage.

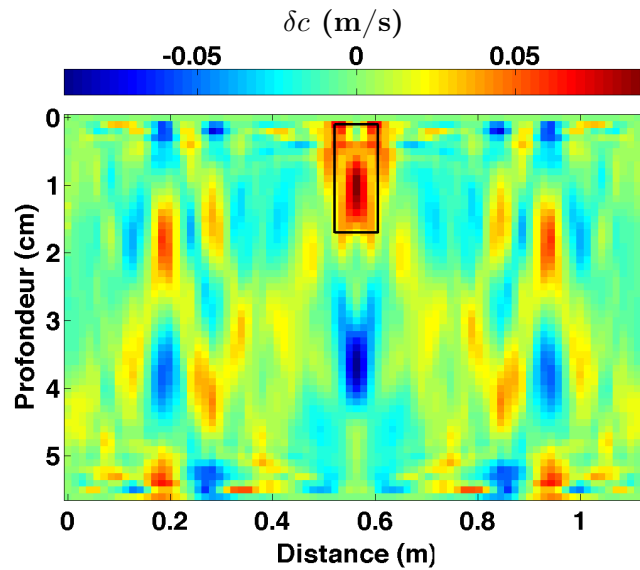


FIGURE 3.26 – Corrélation entre la perturbation de vitesse du son de 1 m/s dans le cadre noir, et les perturbations de vitesse des autres points du milieu, dans le cas de la matrice de Fréchet construite à partir des NSTA de 13 couples de sous-antennes et 14 trajets acoustiques (trajets avec 2 à 8 réflexions).

Les fantômes semblent donc être liées à la déficience de rang de la matrice des dérivées de Fréchet, et dus au fait que les noyaux des différents trajets acoustiques ne sont pas orthogonaux entre eux. Il est donc possible que ces artefacts viennent masquer une partie des perturbations de vitesse. En particulier, on peut imaginer que le réchauffement présent du fond du guide soit masqué par ces fantômes.

On comprend donc que les informations *a priori* introduites jusqu'à présent ne suffisent pas à corriger les artefacts d'inversion. Pour réduire l'apparition de ces « fantômes », une première solution pourrait être de donner plus d'importance au modèle *a priori* ou d'augmenter les longueurs de corrélation spatiale  $\lambda_r$  et  $\lambda_z$ . Mais cette méthode conduit inévitablement à diminuer la fidélité aux mesures.

Une autre solution pourrait être de considérer plus d'arrivées acoustiques pour augmenter le rang de la matrice des dérivées de Fréchet. Il est notamment envisageable d'utiliser le trajet acoustique avec 1 réflexion et le trajet direct quand on arrive à les séparer. L'utilisation des trajets acoustiques avec plus de réflexions est aussi une idée intéressante. Cependant, les observables des arrivées acoustiques tardives sont souvent difficiles à mesurer en pratique, car elles sont de faibles amplitudes.

Un dernier exemple de méthodes envisageables pour corriger les effets de fantômes négatifs est d'intégrer d'autres informations *a priori* pour contraindre l'inversion de manière plus forte. On peut par exemple essayer d'intégrer une contrainte de positivité dans le processus d'inversion.

### 3.3.8.4 *A priori* sur le signe de la perturbation

Dans des cas particuliers (exemple : sources hydrothermales, chauffe dans la cuve,...) on peut avoir un *a priori* sur le signe de la perturbation de vitesse du son.

Une méthode empirique, utilisée en géophysique, pour imposer une contrainte de positivité, consiste à itérer le processus d'inversion en remettant à jour l'*a priori* sur les variations de vitesse du son d'une itération sur l'autre [Planès 2012]. L'espérance de l'*a priori* gaussien de l'itération  $n + 1$  est donné par la carte des perturbations de vitesse estimée à l'itération  $n$  dans laquelle on a mis à zéros les zones perturbées négativement. La matrice de covariance *a priori* de l'itération  $n + 1$  est donnée par la matrice de covariance *a posteriori* de l'itération  $n$ . Ceci se formule de la manière suivante :

$$\mathbf{m}_0^{(n+1)} = \widehat{\mathbf{m}_{\text{MAP}}}^{(n)} \quad \text{et} \quad \mathbf{C}_m^{(n+1)} = \mathbf{C}_{\mathbf{m}_{\text{MAP}}}^{(n)} \quad (3.10)$$

La figure 3.27 compare les résultats de l'inversion des données de l'acquisition à  $t_{exp} = 25.1$  s de la chauffe à 20V sans itération (cf. figure 3.27a) et après 2 itérations (cf. figure 3.27b). On peut constater que les zones de perturbations négatives ont disparues et que les zones de perturbations positives n'ont été que légèrement modifiées (légère amplification, et très légers changements de contours).

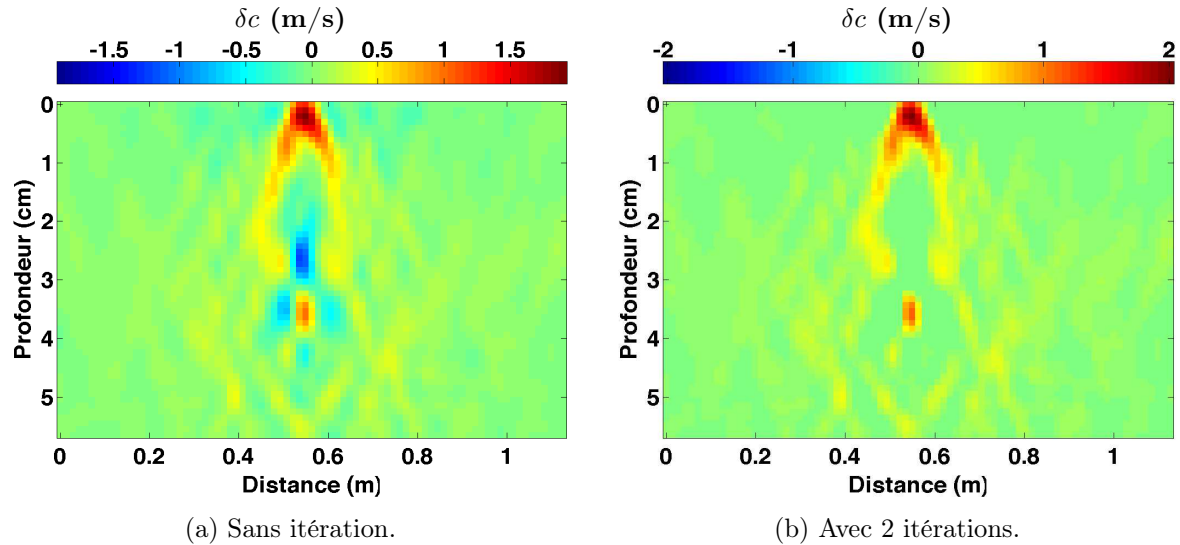


FIGURE 3.27 – Comparaison des résultats d'inversion sans et avec itérations pour l'acquisition à  $t_{exp} = 25.1$  s de l'expérience de chauffage à 20 V.

Les conclusions sur cette méthode sont mitigées. En effet, les fantômes négatifs ont bien disparu, ce qui représente une amélioration nette des résultats d'inversion car des valeurs aberrantes ont été supprimées.

Cependant, cette méthode d'inversion n'a pas permis d'améliorer suffisamment la qualité des résultats pour qu'un réchauffement puisse être observé sur l'intégralité de la colonne d'eau.

Alors que les résultats d'inversion des variations de TP, DA et DD simulées sont très

satisfaisantes, les inversions de données des expériences petites-échelles, bien que satisfaisantes sur certains points, ne permettent pas d'imager l'intégralité des perturbations de vitesse. Pourtant, l'analyse des mesures acoustiques brutes montre un rapport signal sur bruit excellent et semble indiquer que les mesures contiennent bien des informations sur le phénomène de chauffe. D'autre part, la déficience de rang des matrices de Fréchet qui semble limiter les performances d'inversion dans le cas réel, était aussi présente lors des tests sur simulations.

Ceci nous pousse à chercher d'autres causes possibles aux différences de performance observées entre les simulations et les expériences petites-échelles, qui pourraient s'additionner aux causes déjà identifiées.

### 3.3.8.5 Modèle de propagation acoustique

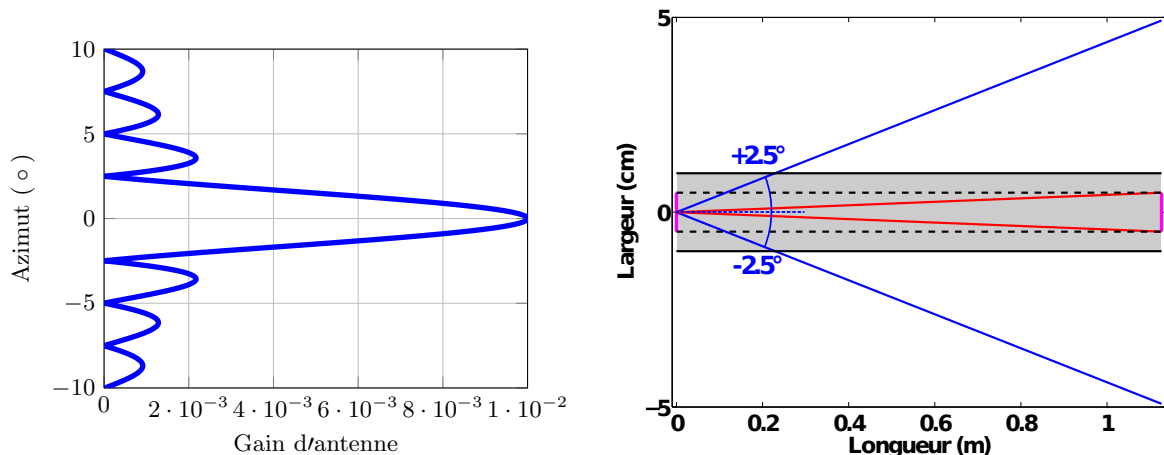
Une différence notable entre les simulations et les expériences peut être constatée : lors des simulations on a implicitement supposé que la propagation acoustique était parfaitement connue. En effet, le simulateur de propagation aux équations paraboliques (PE) a permis à la fois de simuler les signaux acoustiques desquels ont été extrait les variations d'observables, et de calculer les NSTA. Cependant, lors des expériences les variations d'observables sont mesurées sur les signaux issus de la propagation acoustique réelle en trois dimensions en cuve (longueur, largeur, profondeur), alors que les NSTA sont calculés à l'aide de simulations PE à deux dimensions (longueur, profondeur).

Pour regarder dans quelle mesure ce modèle de propagation PE correspond à la réalité de la propagation acoustique de la cuve, intéressons nous à deux aspects :

1. l'atténuation géométrique ;
2. la forme des noyaux tridimensionnels dans la dimension de la largeur du guide d'onde expérimental.

Pour vérifier dans quelle mesure le modèle PE pris en première approximation correspond bien à la réalité, raisonnons sur le diagramme de directivité en azimuth des barrettes acoustiques larges de 10 mm, (cf. figure 3.28a). On constate que le lobe principal couvre un secteur angulaire situé entre les azimuths de  $\pm 2.5^\circ$ . La figure 3.28b montre que seule une petite partie (zone rouge) du champ acoustique du lobe principal (zone bleue) atteint le récepteur. Dans ce cas, la barrette échographique source n'est donc pas assez large pour focaliser la majeure partie de l'énergie acoustique dans la direction du récepteur et un facteur de pertes de propagation par atténuation géométrique doit être pris en compte, ce qu'on avait négligé en première approche.

Il faut ensuite vérifier à quel point l'approximation 2D du modèle PE convient à la modélisation de la sensibilité dans le guide d'onde. Pour cela, nous allons étudier la forme des noyaux de sensibilité suivant la largeur du guide d'onde relativement aux gradients de perturbations de température suivant la largeur du guide d'onde. Les figures 3.29c et 3.29d montrent respectivement les noyaux de sensibilité des temps suivant les coupes XY et YZ replacées dans le guide d'onde sur la figure 3.29a. La figure 3.29b montre quant à elle les perturbations de



(a) Diagramme de directivité de l'antenne source et réceptrice.

(b) Vue de dessus du guide d'onde expérimental. La zone bleue représente le secteur angulaire correspondant au lobe principal. La zone rouge représente le secteur angulaire des ondes acoustiques qui atteignent l'antenne de réception. Les lignes pointillées délimitent le volume intercepteurs et la partie grisée le fond en acier.

FIGURE 3.28 – Directivité azimutale des antennes.

température mesurées sur la largeur du guide d'onde (coupe YZ).

Pour pouvoir considérer une approximation 2D du problème de sensibilité deux approches possibles sont discutées en détails dans la thèse d'Iturbe [Iturbe 2010] :

- **La largeur des perturbations est très petite devant la largeur des noyaux de sensibilité** : Il est alors possible de considérer que le noyau est constant à l'endroit de la perturbation de vitesse. Le problème se passe dans le plan de coupe XZ qui contient la perturbation, et la sensibilité acoustique est bien modélisée par la coupe XZ des noyaux.
- **La largeur des perturbations est grande devant celle des noyaux de sensibilité** (et les gradients suivant la largeur des perturbations sont faibles) : Il est alors possible de considérer que la perturbation est constante sur tout le noyau de sensibilité. On peut donc réduire le problème à un problème 2D en intégrant analytiquement les noyaux de sensibilité sur leur largeur.

Dans notre cas, on voit qu'aucune de ces deux solutions n'est réellement adaptée. Il n'est donc pas impossible que l'approximation faite en première approche contribue à limiter les performances d'inversion. Ceci est cohérent avec le fait qu'il a été nécessaire de beaucoup jouer sur le paramètre  $\lambda$  (paramètre de la courbe en L) pour arriver à des résultats d'inversion satisfaisants.

La résolution du problème 3D apporterait certainement des éléments de réponse quant aux limites de l'approximation de la propagation acoustique en cuve, à l'aide de modèles de propagations 2D. Mais ceci représente un traitement lourd en pratique, qui nécessiterait le développement d'algorithmes de calculs des NSTA plus performants et l'utilisation de moyens

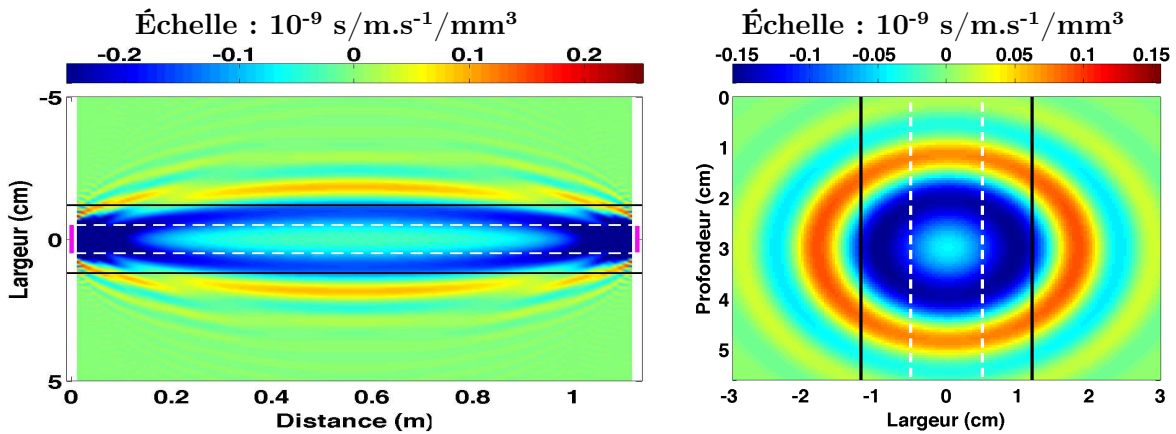
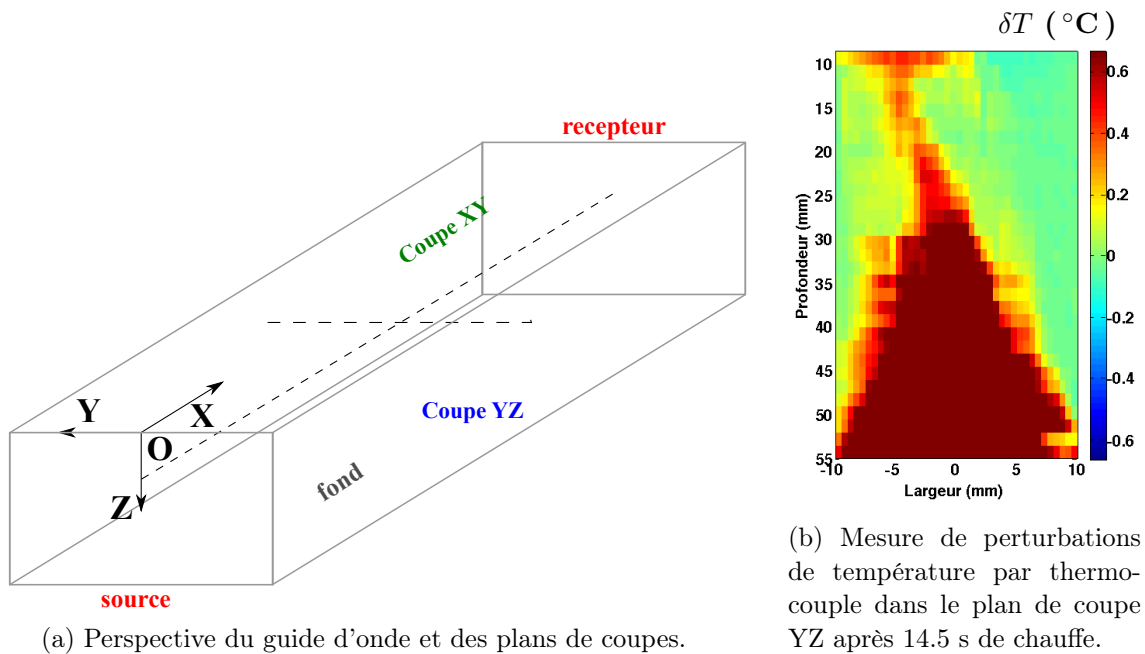


FIGURE 3.29 – Coupes des NSTP correspondant à celles explicitées sur la figure 3.29a. Les barrettes échographiques sont représentées en rose et la projection des limites latérales de la zone inter-capturs est représentée par les lignes pointillées blanches.



de calcul adaptés (par exemple une implémentation sur cluster ou GPU).

L'inversion des variations de TP, DA et DD mesurées sur les données d'expériences acoustiques petite-échelle, a permis de tester la robustesse de la tomographie acoustique océanique temps-angle sur des données réelles, et d'en montrer quelques limites. La tomographie acoustique d'un panache de convection thermique montre qu'il est possible de suivre la dynamique du régime transitoire de chauffage. Des oscillations apparentées à la nature turbulente du régime de convection ont aussi été imagées. Cependant, le réchauffement global de la colonne d'eau, visible sur les données de thermocouples, reste invisible sur les résultats de tomographie acoustique. Plusieurs hypothèses ont été évoquées pour expliquer ce phénomène, et doivent maintenant être explorées pour mieux appréhender ce problème.

### 3.4 Conclusion

Ce chapitre a été l'occasion de montrer l'apport que représente l'introduction des directions d'arrivée (DA) et directions de départ (DD) pour le problème inverse de la tomographie acoustique océanique. Sur des données simulées, les variations de DA et DD ont été utilisées seules pour estimer avec succès les perturbations de vitesse du son d'un guide d'onde de faible profondeur, indépendamment ou en complément des variations de temps de propagation (TP) classiquement utilisés en tomographie acoustique océanique.

A partir de cette étude sur données numériques, plusieurs conclusions ont pu être dressées :

- La matrice des dérivées de Fréchet construite à partir des noyaux de sensibilité temps-angles (NSTA), développés au chapitre 2, possède un rang supérieur à celle construite uniquement avec les noyaux de sensibilité des temps de propagation (NSTP). Ceci est la preuve que les variations de DA et DD sont porteuses d'informations complémentaires à celles des TP. Des simulations numériques aux équations paraboliques (PE) ont permis de montrer que l'utilisation conjointe des variations de ces trois observables permet de mieux estimer les perturbations de vitesse du son en utilisant le même nombre d'arrivée acoustiques (cf. 3.2.8).
- En outre, la possibilité d'inverser les variations de DA et DD indépendamment offre un moyen de se passer de synchronisation source-récepteur, tout en gardant des performances comparables à celles obtenues avec les trois observables. Ceci est d'autant plus intéressant que la synchronisation source-récepteur, liée à l'utilisation des TP, est un problème délicat et coûteux à régler en pratique.

Dans la suite du chapitre, l'inversion de données réelles, issues d'expériences en cuve acoustique, a montré que l'utilisation des variations de DA et DD, indépendamment ou conjointement aux variations de TP, permettait d'imager avec une haute résolution spatiale et temporelle des phénomènes de convection thermique. On observe clairement les différentes phases de l'expérience de chauffage : la phase de repos, la phase transitoire, le régime établi puis la phase de relaxation. En particulier on observe le décrochage d'une particule d'eau chaude avec

une convection plus rapide au début de la phase transitoire, qu'il est aussi possible d'observer sur des mesures de température réalisées avec des thermocouples.

Les données acoustiques comportent aussi des informations sur la nature du phénomène de convection. Des oscillations d'une fréquence d'environ 0.8 Hz sont observées pour les fortes puissances de chauffage, et confirmées avec les mesures de thermocouples. Elles semblent être la signature de la nature turbulente de la convection thermique. D'autre part, une similitude frappante est constatée entre la forme du panache thermique des résultats d'inversion acoustique et la forme du panache thermique observé par ombroscopie dans l'étude de Xi et Xia ; même si la qualité des résultats d'inversion ne permet pas de certifier qu'on observe bien le même phénomène.

Néanmoins, alors que l'inversion de données simulées montre des résultats très satisfaisants, l'inversion des données réelles petites échelles ne rend pas compte de l'intégralité des perturbations de température et reste sujette à questionnement. Une partie des phénomènes de chauffe visibles sur les mesures de thermocouples, ne sont pas visibles sur les résultats d'inversion. Notamment, le réchauffement quasi uniforme de la colonne d'eau, à l'aplomb de la résistance de chauffage, n'est pas visible sur les résultats d'inversion acoustique.

Plusieurs hypothèses sont avancées pour tenter d'expliquer l'absence de réchauffement de l'intégralité de la colonne d'eau. Parmi elles :

- les fortes valeurs des perturbations de vitesse près du fond semblent montrer que l'on sort du domaine d'application des NSTA, ce qui est en accord avec l'étude menée sur les données simulées relatives à la valeur maximale des perturbations de vitesse.
- La présence d'artéfact d'inversion se manifestant sous la forme de perturbations négatives de vitesse du son semble contrarier fortement l'inversion. Une étude plus poussée a permis de comprendre que ces artefacts sont liés à la déficience de rang de la matrice des dérivées de Fréchet. En effet, la redondance d'information qui existe entre les différents trajets acoustiques se traduit par le fait que les perturbations de vitesse en différents endroits du guide d'onde sont liées entre elles.

A l'issue de ce chapitre, même si les résultats montrent qu'il est possible de faire de la tomographie temps-angles, des questions restent encore en suspens. Quelques pistes d'étude peuvent déjà être dégagées pour les recherches à venir :

- L'étude des données acquises pour de **faibles puissances de chauffage** permettrait de mieux cerner comment se traduisent les limites de l'approximation de Born (approximation « faibles perturbation ») sur les résultats d'inversion des données expérimentales.
- L'utilisation des **trajets acoustiques avec peu de réflexions**, permettrait d'augmenter le rang de la matrice des dérivées de Fréchet. Aujourd'hui, le trajet direct et les trajets avec une réflexion ne sont absolument pas utilisés. Une étude plus poussée de ces arrivées acoustiques permettrait sûrement d'en faire une sélection plus fine et d'en utiliser une partie ce qui permettrait certainement d'améliorer la qualité des résultats d'inversion.
- L'utilisation d'outils de **modélisation de la propagation plus réaliste**, permettrait de vérifier la pertinence des approximations faites dans notre cas. Cette piste reste néanmoins risquée car elle demande beaucoup de temps pour des résultats incertains.

D'autres axes de recherche plus conséquents peuvent aussi être envisagés à ce stade. Néanmoins, le temps de la conclusion étant venu, ils seront abordés en tant que perspectives.

# Conclusion et perspectives

Les travaux de recherche décrits dans ce manuscrit donnent vie au concept de tomographie acoustique océanique temps-angles (TAO-TA). Cette méthode de tomographie acoustique est développée dans le cadre de guides d'onde océaniques de faible profondeur ( $\sim 100$  m), pour des distances de propagation de l'ordre de quelques kilomètres, et pour des signaux basses fréquences ( $\sim 2$  kHz) à large bande ( $\sim 1.5$  kHz).

Dans ce contexte, la propagation des ondes acoustiques entre une source et un récepteur s'effectue via de multiples trajets, en se réfléchissant à la surface et sur le fond du guide d'onde. Chaque trajet peut alors être vu comme un rayon dont l'épaisseur dépend des caractéristiques de la source, du récepteur et de celles du signal.

## Synthèse des travaux

Le principe de la TAO-TA est d'imager les changements de célérité du son dans l'eau en utilisant les variations de temps de propagation (TP), les directions d'arrivée (DA), et directions de départ (DD) des ondes acoustiques provenant de chaque trajet. En effet, les changements de température de l'eau impactent la propagation des ondes acoustiques en perturbant la distribution spatiale de la vitesse du son. Ces perturbations de vitesse vont alors ralentir, accélérer et/ou dévier les ondes acoustiques. Pour cela, il faut alors :

1. modéliser les variations de TP, DA et DD induites par les perturbations de vitesse du son, *i.e.* résoudre le « **problème direct** » ;
2. retrouver les perturbations de vitesse du son à partir des variations de TP, DA et DD et du modèle du problème direct, *i.e.* résoudre le « **problème inverse** ».

## Le problème direct

Deux approches permettent de résoudre le problème direct : l'**approche « signal »**, et l'**approche « vectorielle »**.

L'**approche « signal »**, au cœur de ces travaux, s'intéresse au signal enregistré par un couple d'antennes (une à l'émission, une à la réception). Ce signal, qui dépend de trois variables : le temps ( $t$ ), la profondeur de réception ( $z_r$ ) et la profondeur d'émission ( $z_e$ ), contient la marque des ondes provenant de chaque trajet appelée « arrivée acoustique ». Dans l'espace de représentation ( $t, z_r, z_e$ ), chaque arrivée acoustique est caractérisée par son TP, son inclinaison dans la dimension  $z_r$  (qui dépend de sa DA), et son inclinaison dans la dimension  $z_e$  (qui dépend de sa DD). Or, cette représentation du signal n'est pas adéquate car les arrivées acoustiques interfèrent, ce qui nous empêche d'étudier chacune d'entre elles indépendamment. De plus, les DA et les DD sont des entités qui ne sont pas facilement accessibles dans cet

espace.

Le traitement par double formation de voies (DFV) [Roux 2008, Nicolas 2008] permet alors de passer de l'espace de représentation  $(t, z_r, z_e)$  à l'espace : temps  $(t)$ , angle de réception  $(\theta_r)$ , angle d'émission  $(\theta_e)$ . Dans ce nouvel espace de représentation  $(t, \theta_r, \theta_e)$ , les arrivées acoustiques sont alors séparées. Il est donc possible de les étudier séparément en mesurant leurs observables *i.e.* les coordonnées du maximum de chaque arrivée acoustique dans l'espace  $(t, \theta_r, \theta_e)$  : les TP ( $\tau$ ), les DA ( $\Theta_r$ ), et les DD ( $\Theta_e$ ). Ainsi chaque arrivée acoustique est identifiée et associée au trajet acoustique qui lui correspond.

Lorsque le guide d'onde connaît des perturbations de vitesse ( $\delta c$ ), on enregistre alors des variations de TP ( $\delta\tau$ ), de DA ( $\delta\Theta_r$ ) et de DD ( $\delta\Theta_e$ ). Une perturbation de vitesse induit donc une translation du signal dans l'espace  $(t, \theta_r, \theta_e)$ , qu'il est possible d'estimer à l'aide d'un développement de Taylor au premier ordre des fluctuations du signal acoustique. Le lien entre les variations d'observables et les perturbations de vitesse est ensuite réalisé par l'application de l'approximation de Born au premier ordre [Born 1999]. Cette approximation nécessite de faire l'hypothèse que les perturbations de vitesse sont faibles par rapport la valeur de la distribution de vitesse non perturbée ( $c_0$ ) :  $\delta c \ll c_0$ .

Nous démontrons alors que pour chaque arrivée acoustique, et sous hypothèse de faible perturbation, les perturbations de vitesse sont liées linéairement aux variations d'observables par l'intermédiaire de fonction noyaux appelées : noyaux de sensibilité temps-angles (NSTA). Chaque NSTA peut en fait se décomposer en trois noyaux : le noyau de sensibilité des TP (NSTP), le noyaux de sensibilité des DA (NSDA), et le noyaux de sensibilité des DD (NSDD).

L'**approche « vectorielle »** que nous décrivons ici, part du principe qu'une onde acoustique peut être représentée par un champ vectoriel associé à l'amplitude et la direction de propagation des ondes acoustiques.

D'un point de vue physique des ondes, l'interaction entre les ondes acoustiques et les perturbations de vitesse peut être vue comme un problème de diffraction des ondes acoustiques par la perturbation de vitesse. Le champ acoustique vectoriel en tout point du guide d'onde peut donc s'écrire comme la somme du champ acoustique en l'absence de perturbation et du champ acoustique issu de la diffraction. La physique de la diffraction au premier ordre permet d'exprimer l'amplitude du champ diffracté proportionnellement au produit des fonctions de Green source-perturbation et perturbation-récepteur. La géométrie du problème permet ensuite d'écrire la variation du champ induite par la perturbation de vitesse en tout point du guide d'onde, et en particulier au niveau de la source et du récepteur.

En s'intéressant à la direction de propagation des ondes contenue dans le champ vectoriel au niveau des récepteurs d'une antenne, il est alors possible de relier linéairement les variations de DA induites par la perturbation de vitesse, à l'aide d'un nouveau noyau de sensibilité des DA. La forme de ce NSDA est très proche de celle du NSDA de l'approche « signal ». Il existe cependant une différence d'ordre de grandeur entre ces deux noyaux qui reste à ce jour non expliquée.

Ces deux approches, qui abordent le problème direct de deux manières bien distinctes, aboutissent à des résultats très proches mais dont les différences nous questionnent encore : La sensibilité de la DA de l'onde acoustique est-elle réellement différente de celle mesurée sur le signal de pression acoustique ? Comment lier ces deux approches ?

Les recherches menées dans cette thèse, se concentrent ensuite sur l'étude des NSTA de l'approche « signal ». L'implémentation des NSTA montre qu'ils sont composés de zones de sensibilités différentes autour de l'axe du trajet acoustique ou rayon acoustique. Ces zones appelées « zones de Fresnel » sont caractéristiques de la propagation d'ondes à fréquence finie. Leur taille et leur nombre dépend à la fois : de la fréquence centrale du signal émis (plus la fréquence est grande, plus les zones de Fresnel sont petites et nombreuses), de sa largeur de bande (plus le signal est large bande moins il y a de zones de Fresnel). La taille des antennes joue aussi un rôle important : plus les antennes sont grandes, mieux les NSTA de chaque trajet acoustique sont séparés. L'augmentation de la taille d'antenne implique en parallèle la disparition des zones de Fresnel d'ordres les plus grands, et l'apparition d'une zone de Fresnel unique entre les deux antennes, dont la sensibilité diminue lorsque la taille des antennes augmente.

Quelques caractéristiques importantes différencient toutefois les NSTP, les NSDA et les NSDD, et montrent des complémentarités spatiales de la sensibilité des NSTA :

- Les NSDA et les NSDD sont anti-symétriques par rapport au plan orthogonal au plan contenant les antennes et passant par le rayon acoustique, alors que les NSTP sont symétriques.
- La sensibilité des NSTP est uniforme tout le long du guide d'onde, alors que celle des NSDA diminue lorsque l'on s'éloigne de l'antenne de réception, et celle des NSDD diminue lorsque l'on s'éloigne de l'antenne d'émission.

On retrouve alors que les NSTP sont quasiment les mêmes que ceux des travaux de Iturbe et al. [Iturbe 2009a].

Les études portent ensuite sur l'approche « signal » comme méthode de résolution du problème direct. L'utilisation de simulations numériques aux équations paraboliques permet de valider avec succès le modèle des NSTA pour calculer les variations d'observables à partir des perturbations de vitesse.

Les limites de la modélisation NSTA sont ensuite étudiées. Il est constaté que la taille des antennes et la position des perturbations de vitesse n'ont pas d'influence sur la validité du modèle des NSTA. Les perturbations multiples en nombre raisonnable n'affectent pas non plus les performances du modèle direct.

En revanche, la valeur maximale des perturbations de vitesse joue un rôle important. En effet, l'hypothèse de faibles perturbations de l'approximation de Born et du développement de Taylor au premier ordre est mise à l'épreuve. Il est constaté que le domaine de validité de l'approximation linéaire se limite à des valeurs maximales de perturbations de l'ordre de 5 m/s. Cependant, ce domaine de validité dépend du trajet acoustique que l'on considère. Il est montré que le domaine de linéarité atteint des valeurs de perturbations plus fortes pour les longs trajets que pour les courts.

L'étendue de la perturbation joue aussi un rôle important. Plus la perturbation est étendue, moins l'approche de NSTA est valide. L'hypothèse de petites perturbations de l'approximation de Born au premier ordre s'applique donc aussi à la taille des perturbations.

Fort de cette étude détaillée du problème direct, la suite des travaux se tourne vers l'étude du problème inverse de tomographie acoustique océanique.

## Le problème inverse

La TAO-TA offre une modélisation linéaire du problème direct reliant les perturbations de vitesse du son aux variations des TP, DA et DD, par l'intermédiaire de la matrice des dérivées de Fréchet (matrice contenant les NSTA). La résolution du problème inverse de TAO-TA se résume donc à l'estimation de la pseudo-inverse de la matrice des dérivées de Fréchet. L'inversion de problèmes linéaires étant un chapitre classique de la théorie des problèmes inverses, nous utiliserons les outils classiques d'estimation de pseudo-inverse par décomposition en valeur singulière (SVD) et *maximum a posteriori* (MAP), ainsi que la détermination des paramètres d'estimation par la courbe en L.

Les contributions de ce chapitre pour la tomographie acoustique océanique portent sur :

1. l'inversion réussie de données simulées par la méthode de TAO-TA proposée ;
2. l'imagerie à haute résolution spatiale et temporelle d'un phénomène de convection thermique reproduit à petite-échelle dans une cuve d'expérimentation acoustique ;
3. le développement d'une méthode d'inversion alternative permettant de contourner les problèmes de synchronisation source-récepteur ;
4. l'utilisation des DA et DD pour réduire le problème de déficience de rang de la matrice des dérivées de Fréchet ;
5. l'étude et une meilleure compréhension des limites de la TAO-TA.

Pour réaliser une TAO-TA avec succès, il faut réussir à inverser simultanément les variations de TP, les DA et les DD, qui sont des observables de nature très différentes. Or, la sur-détermination du problème inverse, habituelle en tomographie, qui peut représenter un avantage pour l'inversion de données bruitées, complique l'inversion de données ayant des ordres de grandeur disparates. Dans cette thèse, l'estimation du *maximum a posteriori* (MAP) à l'aide d'information *a priori* pertinente, et l'utilisation de la courbe en L pour régler le poids relatif de chaque observable dans le schéma d'inversion, ont permis de réaliser l'inversion conjointe des variations de TP, DA et DD. La méthode de TAO-TA a ainsi été validée sur des variations de TP, DA et DD simulées avec la méthode des équations paraboliques. Les résultats montrent qu'une perturbation locale (100 m de longueur sur 10 m de profondeur) de 0.3 m/s est retrouvée avec une précision relative de plus de 80% (0.25 m/s pour 0.3 m/s) et un bruit de fond de 0.03 m/s (10% de la perturbation).

En outre, les tests sur le domaine de validité de l'approximation linéaire montrent que la TAO-TA reste stable jusqu'à des valeurs de perturbations de vitesse d'environ 6 m/s lorsqu'on utilise un maximum de trajets acoustiques. En ne sélectionnant que les arrivées les plus tardives, il est même possible de prolonger le domaine de stabilité jusqu'à des perturbations de près de 20 m/s. Ces tests montrent par ailleurs, qu'il est possible de mesurer la valeur de perturbations de vitesse de moins de 1 m/s, avec une précision relative de 80%.

La méthode de TAO-TA a ensuite été appliquée à des mesures acoustiques réelles, acquises lors d'expériences petites-échelles. Un panache de convection thermique, reproduit dans une cuve équipée de matériel acoustique ultrasonore, a été imagé par l'inversion des TP, DA et DD, avec une haute résolution spatiale (7 mm en longueur et 2 mm en profondeur) et

temporelle (0.1 s).

Les images d'inversions acoustiques montrent en particulier la remontée d'une particule d'eau chaude qui se détache du fond pour remonter vers la surface. Elles permettent aussi de caractériser le régime de convection (laminaire/turbulent) grâce à la présence d'oscillations à 0.8 Hz qui n'apparaissent que sur les séries temporelles des expériences de chauffe les plus intenses.

Ces deux résultats sont corroborés par des mesures de température par thermocouples. En effet, ces mesures montrent aussi le détachement simultané d'une particule d'eau avec la même cinétique et la même dynamique que celle des inversions acoustiques et les mêmes oscillations à 0.8 Hz.

Enfin, avec prudence, il est constaté que la forme du panache de convection observé par imagerie acoustique, est très proche de celle des images de panaches thermiques de dipropylène glycérol, réalisées par ombroscopie par Xi et Xia [Xi 2004].

L'usage des variations de DA et DD en tomographie acoustique océanique offre aussi une alternative intéressante à l'utilisation classique des TP. En pratique, la mesure des variations des TP requiert une synchronisation extrêmement précise (*i.e.* de l'ordre de la microseconde) de sources et récepteurs séparées par plusieurs kilomètres. Cette contrainte pose problème en pratique car deux horloges distinctes, mêmes extrêmement stables individuellement, ne possèdent pas la même fréquence. L'impossibilité d'une synchronisation parfaite entraîne donc la dérive d'une horloge par rapport à l'autre, qui se répercute immédiatement sur la mesure des variations de TP. Les systèmes d'acquisition actuels ont donc recouru à des resynchronisations fréquentes à l'aide du signal GPS ce qui est contraignant autant du point de vue des mesures acoustiques, que des coûts supplémentaires qu'elles engendrent. L'utilisation des DA et DD seules, dans le processus d'inversion, permet de se contenter de synchronisation locale des hydrophones au sein d'une même antenne, ce qui est de toute façon un impératif pour le traitement d'antenne par double formation de voies.

L'étude des matrices des dérivées de Fréchet construites à partir d'une ou plusieurs des trois observables montrent que l'utilisation des NSDA et NSDD permet d'augmenter de manière conséquente le rang de ces matrices. L'utilisation des NSDA et NSDD en complément des NSTP est donc pertinente pour réduire la sous-détermination du problème inverse de tomographie acoustique océanique. En effet en pratique, les arrivées acoustiques exploitables pour l'inversion sont en nombre limité à cause des interférences et du bruit présents sur les signaux acoustiques. Dans ce contexte, les variations de DA et des DD représentent une dose d'information supplémentaire sur les variations du signal acoustique liées aux perturbations de vitesse.

Cependant, les images de tomographie acoustique temps-angles ne permettent pas d'imager le panache thermique dans son intégralité. Le réchauffement important de la colonne d'eau sur toute sa hauteur, n'est pas visible. L'origine de ce phénomène n'est à ce jour pas tout à fait déterminée, et plusieurs hypothèses sont émises pour l'expliquer :

- Les fortes température observées peuvent laisser penser que l'on sort de l'approximation des faibles perturbations. Or, cette hypothèse est fondamentale pour rester dans le cadre de l'approximation de Born, à la base de la théorie des NSTA.



- La déficience de rang de la matrice des dérivées de Fréchet a pour conséquence l'apparition d'artéfacts d'inversion. Il est fort probable que ces artéfacts puissent masquer certains phénomènes que l'on cherche à imager.
- Et enfin, avec une probabilité moindre, le fait que le modèle de propagation 2D utilisé pour calculer les NSTA ne soit pas une assez bonne approximation pour modéliser la propagation acoustique de la cuve.

Toutes ces hypothèses, doivent maintenant faire l'objet d'études supplémentaires pour être soit validées, soit invalidées. Il sera ensuite temps de trouver des solutions afin d'imager le panache de convection thermique dans son intégralité.

## Perspectives

Quelques perspectives peuvent être dégagées pour la suite des travaux en tomographie acoustique océanique temps-angles.

### Aller au delà de l'approximation de Born au premier ordre

La théorie des NSTA présentée dans ce manuscrit est une approximation au premier ordre de la sensibilité des TP, DA et DD. Cette approximation repose sur les hypothèses de faible perturbation de la distribution de vitesse du son (approximation de Born au premier ordre, cf. paragraphe 2.3.1) et les faibles fluctuations du signal acoustique (développement de Taylor au premier ordre, cf. paragraphe 2.3.3). Or la simplification du problème par approximation linéaire a pour conséquence de restreindre le domaine d'application de cette théorie (cf. paragraphe 2.5.3.3).

La sensibilité du second ordre des TP vis-à-vis des perturbations de vitesse du son a déjà fait l'objet de quelques études en acoustique sous-marine [Skarsoulis 1998, Skarsoulis 2011]. Il semble donc intéressant de comparer les performances d'une modélisation au second ordre du problème direct, à la modélisation au premier ordre des NSTA. En particulier, il est intéressant de regarder dans quelle mesure la modélisation du problème direct au second ordre permet de repousser la limite de faible perturbation de vitesse du son par rapport à celle des NSTA.

### Utiliser les premières arrivées acoustiques

L'utilisation des premières arrivées acoustiques (correspondant au trajet direct et aux trajets avec une réflexion aux interfaces) est rendu délicate car elles sont difficilement séparables, même avec l'utilisation d'une paire d'antenne et de la double formation de voies. Deux situations problématiques peuvent alors se produire :

1. les variations d'observables d'une arrivée acoustique ne sont pas seulement la conséquence directe des perturbations de la distribution de vitesse du son du guide d'onde, mais résultent aussi des interférences avec les autres arrivées acoustiques ;
2. l'impossibilité de mesurer les observables de deux arrivées acoustiques qui interfèrent.

Une première solution serait de pouvoir **trier les arrivées acoustiques problématiques** et utiliser celles qui ne posent pas de problème. L'idée serait donc de développer un algorithme de tri qui permette de déterminer si les variations d'observables des arrivées acoustiques se comportent linéairement vis-à-vis des perturbations de vitesses. Or, il existe un obstacle de taille : les perturbations de la distribution de vitesse sont inconnues. On peut cependant envisager deux solutions :

- Dans un premier temps, il est facile d'éliminer les trajets acoustiques qui montrent des variations d'observables avec des valeurs aberrantes, notamment au regard des informations *a priori* que l'on possède sur les perturbations de vitesse. On conserve tous les autres trajets acoustiques, et on s'en remet à la statistique. En d'autres mots, on espère que les variations d'observables d'un nombre suffisant de trajets acoustiques varient linéairement avec les perturbations de vitesse du son. Ceci permet de faire un premier tri efficace des arrivées avec un comportement fortement non-linéaire .
- Dans un second temps, il est envisageable d'essayer de tirer parti des relations entre les variations d'observables des différents trajets acoustiques. Sachant que les arrivées acoustiques des trajets avec un grand nombre de réflexions sont bien séparées, et que les variations d'observables associées sont reliées de manière linéaire avec les variations de vitesse du son, est-on capable de séparer les arrivées acoustiques avec un comportement linéaires des autres ?

Une deuxième solution envisageable est d'**améliorer la séparation des premières arrivées acoustiques**. Récemment les techniques de traitement d'antenne haute résolution de Capon et MUSICAL, ont été étendues à un contexte de double-antenne et mono-réalisation pour donner les algorithmes D-Capon et D-MUSICAL [Le Touzé 2012]. Ces nouvelles méthodes permettraient donc d'utiliser les variations d'observables de plus de trajets acoustiques en combinaison avec les noyaux de sensibilité calculés avec la double formation de voies. Ceci aurait pour conséquence directe d'atténuer le problème de déficience de rang de la matrice de dérivée de Fréchet et probablement d'améliorer les résultats de tomographie.

Néanmoins, l'utilisation de ces techniques passe par la compréhension détaillée de la sensibilité de ces méthodes haute résolution vis-à-vis des perturbations de vitesse du son, et, selon toute vraisemblance, par le développement d'une théorie adaptée à la haute résolution. Plusieurs arguments permettent d'étayer cette affirmation :

1. Les mesures de variations d'observables mesurées avec la double formation de voie et les techniques à haute résolution ne sont pas les mêmes.
2. La double formation de voies est un traitement d'antenne linéaire alors que D-MUSICAL et D-Capon sont non-linéaires.

3. Les noyaux de sensibilité de deux arrivées acoustiques qui interfèrent, interfèrent aussi.

En d'autres termes, le principal défi de cette piste sera probablement de trouver un lien simple (linéaire ?) reliant les perturbations de vitesse aux mesures de variations d'observables réalisée à l'aide des méthodes à haute résolution (non-linéaires).

## Exploiter les séries temporelles

Le suivi par tomographie acoustique de phénomènes océaniques dynamiques implique le traitement de séries temporelles. Un exemple de ce type est présenté dans cette thèse dans le cadre d'expériences petites-échelles : l'application de la tomographie acoustique temps-angles à l'imagerie haute résolution spatiale et temporelle d'un panache de convection thermique. Dans nos travaux, les mesures acoustiques de chaque échantillon temporel sont traitées de manière indépendante *i.e.* comme s'il n'y avait qu'une seule acquisition. Or, cette méthode de traitement n'est pas optimale puisqu'on ne tire parti ni des connaissances *a priori* que l'on possède sur la dynamique de ces phénomènes, ni des résultats obtenus par inversion des acquisitions acoustiques antérieures.

Les méthodes d'assimilation de données permettent de mieux tirer parti de telles séries temporelles [Lermusiaux 2002]. En effet, il est possible d'utiliser des modèles pour prédire l'évolution de la distribution de température au sein du guide d'onde entre deux acquisitions acoustiques. Les résultats que fournissent ces modèles de prédiction en se basant sur les images d'inversion acoustique obtenues pour le temps d'acquisition  $t$ , donnent une idée sur ce que les mesures seront au temps d'acquisition  $t + \delta t$  (où  $\delta t$  est la période des acquisitions acoustiques). Il est donc possible d'utiliser cette information *a priori* dans le processus d'inversion acoustique.

Dans le même temps, les images d'inversions acoustiques réalisées au temps  $t$  permettent de mettre à jour les paramètres des différents modèles : modèle de propagation acoustique (*i.e.* NSTA) et modèle d'évolution de la distribution de vitesse du son.

L'assimilation de données n'est pas une idée nouvelle en acoustique sous-marine [Elisseff 2002]. L'utilisation des méthode de filtrage de Kalman [Evensen 2009, Kalman 1960] a notamment permis d'imager l'évolution de profils de célérité de la colonne d'eau [Li 2013], et même les fronts de température [Carrière 2009].

Cependant, la combinaison des NSTA avec les méthodes d'assimilation de données permettra sûrement d'améliorer les performances de la tomographie acoustique océanique. En effet, l'hypothèse des petites perturbations des propriétés physiques du milieu de propagation est particulièrement pertinente lorsqu'on s'intéresse aux variations entre deux temps d'acquisition d'une série de données à haute résolution temporelle.

L'idée est donc de s'appuyer sur les équations de la dynamique des fluides (l'équation de Navier-Stokes en particulier) pour en déduire des modèles d'évolution du milieu pour des petites perturbations de la distribution de température. Les sorties de ces modèles au temps  $t$  seront ensuite utilisées comme information *a priori* pour effectuer l'inversion acoustique du temps  $t + \delta t$ .

Parallèlement, il est envisageable de faire évoluer les NSTA pour les adapter aux perturbations de la distribution de vitesse du son. En effet, les NSTA sont des fonctions de la distribution de vitesse du son de référence (cf. dépendance de l'équation 2.30 vis-à-vis de  $c_0$ ). On peut donc regarder l'influence d'une petite perturbation de  $c_0$  sur les NSTA.

Ces travaux permettraient ainsi de coller au mieux avec les hypothèses de faibles perturbations de l'approximation de Born au premier ordre qui est une limite à la tomographie temps-angles tel qu'elle est formulée dans ce manuscrit.

## Adapter les méthodes d'inversion utilisées en traitement d'images

La théorie des problèmes inverses est un champ de recherche à part entière, particulièrement vaste. Son champ d'applications balaie des domaines de la physique et du traitement du signal et des images divers et variés, allant de la géophysique, à l'imagerie médicale, en passant par le contrôle non destructif, le radar, la spectroscopie. . .

Les méthodes d'inversion employées dans ce manuscrit sont des méthodes extrêmement classiques. Leur succès est dû à leur grande robustesse qui fait qu'elles peuvent être employées pour résoudre la majorité des problèmes inverses. Cependant, même si ces méthodes permettent d'obtenir des premiers résultats satisfaisants, elles ne sont pas spécifiquement adaptées au problème de tomographie acoustique océanique.

Les avancées récentes autour des problèmes inverses laissent penser que de grosses améliorations peuvent être obtenues en tomographie acoustique océanique (temps-angles en particulier) en poussant les recherches dans cette direction. Plusieurs pistes sont à envisager :

- Au paragraphe 3.3.8.4 de cette thèse, nous avons cherché à **introduire un *a priori* de positivité** des distributions de perturbations de vitesse du son, afin de contraindre le processus d'inversion. Or, les travaux en restauration d'images qui utilisent la théorie des problèmes inverses, font face aux mêmes hypothèses de positivité pour reconstruire les pixels d'une image. La régularisation du problème inverse est alors effectuée avec d'autres méthodes que celle de Tikonov, comme par exemple celle du maximum d'entropie avec des distances de type Kullback, mieux adaptées aux problèmes inverses avec des contraintes de positivité [Demoment 1989].
- La méthode d'estimation du *maximum a posteriori* utilisée dans cette thèse suppose *a priori* que la distribution des erreurs de mesures et de modélisation est gaussienne. Or nous avons vu dans les paragraphes 3.2.6.1 et 3.3.6 que le modèle gaussien était une approximation discutable de la distribution des erreurs de mesures et de modélisation, en particulier pour les variations de temps de propagation (TP). Il est alors envisageable d'**utiliser d'autres types de distributions d'erreur de mesures et de modélisation**, comme par exemple des lois de Laplace qui reviennent à minimiser la norme  $\ell_1$  des erreurs, ou des plus complexes de types lois hybrides  $\ell_1/\ell_2$  [Brossier 2010].
- Enfin, il est constaté sur les expériences petites-échelles que les perturbations de vi-

tesses du son ne sont pas uniformes sur tout le guide d'onde (cf. paragraphe 3.3.7). Or, des méthodes de régularisation locale existent en restauration d'images, qui permettent d'**introduire des contraintes de régularisation « presque partout »** en tant que information *a priori* pour le problème d'inversion [Idier 2001, Demoment 2002]. Le principe de ces méthodes est de considérer le problème d'inversion conjointement avec un problème de détection des discontinuités. Il est ainsi possible d'adapter les contraintes de régularisation du problème inverse en fonction des propriétés de discontinuités locales des résultats d'inversion.

La principale réticence à l'adaptation de ces méthodes pour la tomographie acoustique océanique est leur coût de calcul important. En effet, les temps de calcul peuvent représenter un frein au traitement de séries de données acoustiques à haute résolution temporelle.

### **Tester la tomographie acoustique temps-angles sur des données d'expériences en mer**

Une dernière perspective aux travaux présentés dans cette thèse est l'application des méthodes de tomographie acoustique océanique temps-angles à des données réelles d'expérience en mer. En effet, toute la complexité de la tomographie acoustique océanique en mer n'est pas reproductible en laboratoire.

Dans cette optique, des travaux préparatoires concernant les problématiques classiques d'expériences en mer s'avèrent évidemment judicieux voire nécessaires. Quelques pistes peuvent d'ores et déjà être envisagées :

- **L'étude de l'influence de l'inclinaison et de la déformation des antennes :** L'utilisation d'antennes verticales en mer se confronte aux problèmes d'inclinaison et de déformation de celles-ci. En ce qui concerne l'inclinaison, une méthode de correction de l'inclinaison des antennes existe déjà [Roux 2013a] et pourra être intégrée au traitement des mesures acoustiques. En ce qui concerne la déformation, on pourra dans un premier temps tester son influence sur les résultats de tomographie acoustique temps-angles. A l'issue de ces tests, si cela est nécessaire, une étude pourra être envisagée pour tenter de corriger la déformation.
- **L'étude de l'influence de l'état de surface :** Dans les travaux présentés dans cette thèse, la surface a toujours été considérée comme parfaitement plane. Or en pratique, on sait que la houle omniprésente en mer vient rompre cette hypothèse et que les déformations de surface induisent des variations d'amplitude et de temps de trajets des ondes acoustiques [Sarkar 2012]. Il est donc envisageable d'étudier au préalable l'influence des déformations de surface sur les directions d'arrivée et de départ des ondes acoustiques.
- **L'application à des profils bathy-célérimétriques non constants :** Des études qualitatives des noyaux de sensibilité des temps de propagation et de la phase

ont déjà réalisées pour des profils bathy-célérimétriques variant avec la profondeur [Skarsoulis 2004]. Elles ont notamment permis de mieux comprendre la variabilité des temps de trajet mesurés lors de l'expérience en mer FAF05 [Roux 2013a]. Ceci montre que la physique des noyaux de sensibilité est bien cohérente avec les observations faites en mer, dans un contexte de profils bathy-célérimétriques variant avec la profondeur. Il est cependant envisageable de tester les performances du modèle direct des NSTA dans un contexte similaire, afin de vérifier qu'elles sont similaires à celles obtenues pour un profil constant.

- **L'étude des perturbations de vitesse liées aux ondes internes** : Les phénomènes d'ondes et de marées internes sont aussi connus pour perturber les distributions de vitesse du son et par conséquent les mesures acoustiques. De multiples études portant sur le sujet ont permis d'imager les conséquences de ces phénomènes internes par l'acoustique [Sarkar 2011], et d'en réaliser le suivi [Carrière 2013].

On constate que les méthodes d'inversion employées dans ces études utilisent des bases de fonctions orthogonales empiriques (*Empirical Orthogonal Functions* en anglais) afin de réduire le nombre de paramètres à estimer. Il peut donc être envisagé d'intégrer ces nouvelles bases de décomposition aux algorithmes d'inversion présentés dans cette thèse, et de tester la tomographie acoustique temps-angles dans le cadre d'expériences petites-échelles reproduisant des ondes internes.

La perspective d'appliquer la méthode de tomographie acoustique océanique temps-angle sur des données réelles d'expériences en mer représente sans doute un formidable défi. De telles expériences sont le seul moyen de valider pleinement cette méthode. Elles seraient aussi l'occasion de vérifier la faisabilité de la tomographie acoustique océanique sans synchronisation source-récepteur (cf. paragraphe 3.2.8.2) comme cela a été présenté dans ce manuscrit pour des simulations et des expériences petites-échelles (cf. respectivement paragraphe 3.2.8.1 et 3.3.8.1).

Pour terminer, les résultats obtenus ces dernières années en tomographie acoustique océanique montrent qu'on se rapproche petit à petit de l'utilisation de la TAO comme outil opérationnel pour le suivi des mers et des océans. En parallèle, le développement des observatoires sous-marins, et des méthodes acoustiques passives pour l'étude de l'environnement marin, laissent espérer que cet objectif soit atteint dans un avenir proche.



# Bibliographie

- [Anderson 1960] Victor C Anderson. *Digital array phasing*. The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 32, page 867, 1960. (Cité en page 40.)
- [Anderson 1971] Ernest R Anderson. *Sound Speed in Seawater as a Function of Realistic Temperature-Salinity-Pressure Domains*. Rapport technique, DTIC Document, 1971. (Cité en page 24.)
- [Aulanier 2013a] Florian Aulanier, Barbara Nicolas, Philippe Roux, Romain Brossier et Jérôme I. Mars. *Time-angle ocean acoustic tomography using sensitivity kernels : Numerical and experimental inversion results*. Proceedings of Meetings on Acoustics, vol. 19, page 005019, 2013. (Cité en page 100.)
- [Aulanier 2013b] Florian Aulanier, Barbara Nicolas, Philippe Roux et Jérôme I Mars. *Time-angle ocean acoustic tomography using sensitivity kernels : The forward problem*. In Proceedings of Meetings on Acoustics, volume 19, page 005018, 2013. (Cité en page 81.)
- [Aulanier 2013c] Florian Aulanier, Barbara Nicolas, Philippe Roux et Jérôme I Mars. *Time-angle sensitivity kernels for sound-speed perturbations in a shallow ocean*. The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 134, no. 1, pages 88–96, 2013. (Cité en pages 56 et 100.)
- [Baggeroer 1993] Arthur B Baggeroer, William A Kuperman et Peter N Mikhalevsky. *An overview of matched field methods in ocean acoustics*. Oceanic Engineering, IEEE Journal of, vol. 18, no. 4, pages 401–424, 1993. (Cité en pages 40 et 45.)
- [Bargmann 1961] Valentine Bargmann. *On a Hilbert space of analytic functions and an associated integral transform Part I*. Communications on pure and applied mathematics, vol. 14, no. 3, pages 187–214, 1961. (Cité en page 29.)
- [Billette 1998] Frédéric Billette et Gilles Lambaré. *Velocity macro-model estimation from seismic reflection data by stereotomography*. Geophysical Journal International, vol. 135, no. 2, pages 671–690, 1998. (Cité en page 38.)
- [Bonnell 2010] Julien Bonnell, Barbara Nicolas, Jérôme I Mars et Shane C Walker. *Estimation of modal group velocities with a single receiver for geoacoustic inversion in shallow water*. The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 128, page 719, 2010. (Cité en page 5.)
- [Born 1999] Max Born et Emil Wolf. Principles of optics : electromagnetic theory of propagation, interference and diffraction of light. CUP Archive, 1999. (Cité en pages 58 et 154.)
- [Brossier 2010] Romain Brossier, Stéphane Operto et Jean Virieux. *Which data residual norm for robust elastic frequency-domain full waveform inversion ?* Geophysics, vol. 75, no. 3, pages R37–R46, 2010. (Cité en page 161.)
- [Bucaro 1977] JA Bucaro, HD Dardy et EF Carome. *Fiber-optic hydrophone*. The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 62, page 1302, 1977. (Cité en page 33.)



- [Bucaro 1981] Joseph A Bucaro et Edward F Carome. *Fiber-optic acoustic sensor*. The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 70, no. 2, pages 652–652, 1981. (Cité en page 33.)
- [Buckingham 1992] Michael J Buckingham. *Ocean-acoustic propagation models*. J. Acoustique, vol. 3, pages 223–287, 1992. (Cité en page 27.)
- [Capon 1969] Jack Capon. *High-resolution frequency-wavenumber spectrum analysis*. Proceedings of the IEEE, vol. 57, no. 8, pages 1408–1418, 1969. (Cité en pages 41 et 43.)
- [Carrière 2009] Olivier Carrière, J-P Hermand et James V Candy. *Inversion for time-evolving sound-speed field in a shallow ocean by ensemble Kalman filtering*. Oceanic Engineering, IEEE Journal of, vol. 34, no. 4, pages 586–602, 2009. (Cité en page 160.)
- [Carrière 2013] Olivier Carrière et J-P Hermand. *Feature-Oriented Acoustic Tomography for Coastal Ocean Observatories*. Oceanic Engineering, IEEE Journal of, vol. 38, no. 3, pages 534–546, 2013. (Cité en page 163.)
- [Chapman 2003] N Ross Chapman, Stanley Chin-Bing, David King et Richard B Evans. *Benchmarking geoacoustic inversion methods for range-dependent waveguides*. Oceanic Engineering, IEEE Journal of, vol. 28, no. 3, pages 320–330, 2003. (Cité en page 44.)
- [Chen 1977] Chen-Tung Chen et Frank J Millero. *Speed of sound in seawater at high pressures*. The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 62, page 1129, 1977. (Cité en page 24.)
- [Collins 1993] Michael D Collins. *A split-step Padé solution for the parabolic equation method*. The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 93, page 1736, 1993. (Cité en pages 27 et 84.)
- [Cornuelle 1985] Bruce D Cornuelle. *Simulations of acoustic tomography array performance with untracked or drifting sources and receivers*. Journal of Geophysical Research : Oceans (1978–2012), vol. 90, no. C5, pages 9079–9088, 1985. (Cité en pages 37 et 122.)
- [Dahlen 2000] FA Dahlen, S-H Hung et Guust Nolet. *Fréchet kernels for finite-frequency traveltimes—I. Theory*. Geophysical Journal International, vol. 141, no. 1, pages 157–174, 2000. (Cité en page 47.)
- [Del Grosso 1974] Vincent A Del Grosso. *New equation for the speed of sound in natural waters (with comparisons to other equations)*. The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 56, page 1084, 1974. (Cité en page 24.)
- [Demoment 1989] Guy Demoment. *Image reconstruction and restoration : Overview of common estimation structures and problems*. Acoustics, Speech and Signal Processing, IEEE Transactions on, vol. 37, no. 12, pages 2024–2036, 1989. (Cité en page 161.)
- [Demoment 2002] G Demoment. *Problèmes inverses en traitement du signal et de l'image*. In Journal de Physique IV (Proceedings), volume 12, pages 3–34. EDP sciences, 2002. (Cité en page 162.)
- [Dettmer 2012] Jan Dettmer et Stan E Dosso. *Trans-dimensional matched-field geoacoustic inversion with hierarchical error models and interacting Markov chains*. The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 132, page 2239, 2012. (Cité en page 45.)

- [Dosso 2001] Stan E Dosso, Michael J Wilmot et A-LS Lapinski. *An adaptive-hybrid algorithm for geoacoustic inversion*. Oceanic Engineering, IEEE Journal of, vol. 26, no. 3, pages 324–336, 2001. (Cité en page 44.)
- [Dosso 2012] Stan E Dosso, Charles W Holland et Malcolm Sambridge. *Parallel tempering for strongly nonlinear geoacoustic inversion*. The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 132, no. 5, pages 3030–3040, 2012. (Cité en page 45.)
- [Dushaw 1993] Brian D Dushaw, Peter F Worcester, Bruce D Cornuelle et Bruce M Howe. *On equations for the speed of sound in seawater*. The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 93, page 255, 1993. (Cité en page 24.)
- [Elisseeff 2002] Pierre Elisseeff, Henrik Schmidt et Wen Xu. *Ocean acoustic tomography as a data assimilation problem*. Oceanic Engineering, IEEE Journal of, vol. 27, no. 2, pages 275–282, 2002. (Cité en page 160.)
- [Evensen 2009] Geir Evensen. *Data assimilation : the ensemble kalman filter*. Springer, 2009. (Cité en page 160.)
- [Ewing 1957] William Maurice Ewing, Wenceslas S Jardetzky, Frank Press et Arthur Beiser. *Elastic waves in layered media*. Physics Today, vol. 10, page 27, 1957. (Cité en page 27.)
- [Fink 1989] Mathias Fink, Claire Prada, Francois Wu et Didier Cassereau. *Self focusing in inhomogeneous media with time reversal acoustic mirrors*. In Ultrasonics Symposium, 1989. Proceedings., IEEE 1989, pages 681–686. IEEE, 1989. (Cité en page 42.)
- [Fink 2001] Mathias Fink et Claire Prada. *Acoustic time-reversal mirrors*. Inverse problems, vol. 17, no. 1, page R1, 2001. (Cité en page 42.)
- [Forsythe 1960] George E Forsythe et Wolfgang R Wasow. *Finite-difference methods for partial differential equations*. Applied Mathematics Series, New York : Wiley, 1960, vol. 1, 1960. (Cité en page 27.)
- [Gounon 1995] P Gounon et S Bozinoski. *High resolution spatio-temporal analysis by an active array*. In Acoustics, Speech, and Signal Processing, 1995. ICASSP-95., 1995 International Conference on, volume 5, pages 3575–3578. IEEE, 1995. (Cité en page 43.)
- [Guillon 2001] Laurent Guillon et Xavier Lurton. *Backscattering from buried sediment layers : The equivalent input backscattering strength model*. The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 109, page 122, 2001. (Cité en pages 26 et 64.)
- [Hansen 1992] Per Christian Hansen. *Analysis of discrete ill-posed problems by means of the L-curve*. SIAM review, vol. 34, no. 4, pages 561–580, 1992. (Cité en page 50.)
- [Hansen 1993] Per Christian Hansen et Dianne Prost O’Leary. *The use of the L-curve in the regularization of discrete ill-posed problems*. SIAM Journal on Scientific Computing, vol. 14, no. 6, pages 1487–1503, 1993. (Cité en page 50.)
- [Hawkes 2001] Malcolm Hawkes et Arye Nehorai. *Acoustic vector-sensor correlations in ambient noise*. Oceanic Engineering, IEEE Journal of, vol. 26, no. 3, pages 337–347, 2001. (Cité en page 33.)
- [Hermard 1999] J-P Hermard. *Broad-band geoacoustic inversion in shallow water from waveguide impulse response measurements on a single hydrophone : Theory and experimental results*. Oceanic Engineering, IEEE Journal of, vol. 24, no. 1, pages 41–66, 1999. (Cité en pages 40 et 45.)

- [Holbrook 2003] W Steven Holbrook, Pedro Páramo, Scott Pearse et Raymond W Schmitt. *Thermohaline fine structure in an oceanographic front from seismic reflection profiling*. Science, vol. 301, no. 5634, pages 821–824, 2003. (Cité en page 35.)
- [Hung 2001] S-H Hung, FA Dahlen et Guust Nolet. *Wavefront healing : a banana–doughnut perspective*. Geophysical Journal International, vol. 146, no. 2, pages 289–312, 2001. (Cité en page 89.)
- [Husen 2001] Stephan Husen et Edi Kissling. *Local earthquake tomography between rays and waves : fat ray tomography*. Physics of the earth and Planetary Interiors, vol. 123, no. 2, pages 127–147, 2001. (Cité en page 76.)
- [Idier 2001] Jérôme Idier. *Approche bayésienne pour les problèmes inverses, Traité IC2, Série traitement du signal et de l'image*. Hermès, Paris, 2001. (Cité en page 162.)
- [Iturbe 2009a] Ion Iturbe, Philippe Roux, Barbara Nicolas, Jean Virieux et Jérôme I Mars. *Shallow-water acoustic tomography performed from a double-beamforming algorithm : simulation results*. Oceanic Engineering, IEEE Journal of, vol. 34, no. 2, pages 140–149, 2009. (Cité en pages 5, 37, 43, 47, 54, 76, 120 et 155.)
- [Iturbe 2009b] Ion Iturbe, Philippe Roux, Jean Virieux et Barbara Nicolas. *Travel-time sensitivity kernels versus diffraction patterns obtained through double beam-forming in shallow water*. The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 126, page 713, 2009. (Cité en page 5.)
- [Iturbe 2010] Ion Iturbe. *Tomographie acoustique haute résolution dans un guide d'onde océanique*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Grenoble-INPG, 2010. (Cité en pages 5, 29, 75, 102, 120, 128 et 148.)
- [Jensen 2011] Finn B Jensen, William A. Kuperman, Michael B. Porter et Henrik Schmidt. *Computational ocean acoustics*. Springer Science+ Business Media, 2011. (Cité en pages 19, 25, 27 et 84.)
- [Jiang 2011a] Longyu Jiang, Florian Aulanier, Grégoire Le Touzé, Barbara Nicolas et Jérôme I Mars. *Raypath separation with high resolution processing*. In OCEANS, 2011 IEEE-Spain, pages 1–5. IEEE, 2011. (Cité en page 5.)
- [Jiang 2011b] Longyu Jiang et Jérôme Mars. *Automatic detection of the number of raypaths in colored noise using short-length samples*. The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 130, no. 4, pages 2392–2392, 2011. (Cité en pages 5, 41 et 43.)
- [Jiang 2012] Longyu Jiang. *Séparation et détection de trajets dans un guide d'onde en eau peu profonde*. PhD thesis, Institut National Polytechnique de Grenoble-INPG, 2012. (Cité en pages 5 et 43.)
- [Josso 2009] Nicolas F Josso, Cornel Ioana, Jérôme I Mars, Cédric Gervaise et Yann Stéphan. *On the consideration of motion effects in the computation of impulse response for underwater acoustics inversion*. The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 126, page 1739, 2009. (Cité en page 5.)
- [Kalman 1960] Rudolph Emil Kalman *et al.* *A new approach to linear filtering and prediction problems*. Journal of basic Engineering, vol. 82, no. 1, pages 35–45, 1960. (Cité en page 160.)

- [Keller 1978] Joseph B Keller. *Rays, waves and asymptotics*. Bulletin of the American mathematical society, vol. 84, no. 5, pages 727–750, 1978. (Cité en page 27.)
- [Kibangou 2010] Alain Y Kibangou, Cyrille Siclet et Laurent Ros. *Joint channel and doppler estimation for multicarrier underwater communications*. In Acoustics Speech and Signal Processing (ICASSP), 2010 IEEE International Conference on, pages 5630–5633. IEEE, 2010. (Cité en page 5.)
- [Kuperman 1989] William A Kuperman et Henrik Schmidt. *Self-consistent perturbation approach to rough surface scattering in stratified elastic media*. The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 86, page 1511, 1989. (Cité en page 27.)
- [Lacoume 1989] JL Lacoume et G Loubet. *Sur le déphasage entre l’enveloppe et la porteuse en acoustique sous-marine*. In 12<sup>e</sup> Colloque sur le traitement du signal et des images, FRA, 1989. GRETSI, Groupe d’Etudes du Traitement du Signal et des Images, 1989. (Cité en pages 5 et 19.)
- [Lambaré 2008] Gilles Lambaré. *Stereotomography*. Geophysics, vol. 73, no. 5, pages VE25–VE34, 2008. (Cité en pages 32 et 38.)
- [Le Touzé 2009] Grégoire Le Touzé, Barbara Nicolas, Jérôme I Mars et J-L Lacoume. *Matched representations and filters for guided waves*. Signal Processing, IEEE Transactions on, vol. 57, no. 5, pages 1783–1795, 2009. (Cité en page 5.)
- [Le Touzé 2012] Grégoire Le Touzé, Barbara Nicolas, Jérôme I Mars, Philippe Roux et Benoit Oudompheng. *Double-Capon and double-MUSICAL for arrival separation and observable estimation in an acoustic waveguide*. EURASIP Journal on Advances in Signal Processing, vol. 2012, no. 1, pages 1–13, 2012. (Cité en pages 41, 43, 98 et 159.)
- [Lee 2000] Ding Lee, Allan D Pierce et Er-Chang Shang. *Parabolic equation development in the twentieth century*. Journal of Computational Acoustics, vol. 8, no. 04, pages 527–637, 2000. (Cité en page 27.)
- [Lermusiaux 2002] PFJ Lermusiaux et C-S Chiu. *Four-dimensional data assimilation for coupled physical-acoustical fields*. Springer, 2002. (Cité en page 160.)
- [Leroy 2008] Claude C Leroy, Stephen P Robinson et Mike J Goldsmith. *A new equation for the accurate calculation of sound speed in all oceans*. The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 124, page 2774, 2008. (Cité en page 24.)
- [Lévêque 1993] Jean-Jacques Lévêque, Luis Rivera et Gérard Wittlinger. *On the use of the checker-board test to assess the resolution of tomographic inversions*. Geophysical Journal International, vol. 115, no. 1, pages 313–318, 1993. (Cité en page 117.)
- [Li 2013] Jianlong Li et Hui Zhou. *Tracking of time-evolving sound speed profiles in shallow water using an ensemble Kalman-particle filter*. The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 133, page 1377, 2013. (Cité en page 160.)
- [Loubet 1990] G Loubet, JL Lacoume, B Faure et F Vial. *Effet de la dispersion sur la propagation acoustique sous-marine*. Le Journal de Physique Colloques, vol. 51, no. C2, pages C2–945, 1990. (Cité en page 19.)
- [Lurton 1998] Xavier Lurton. *Acoustique sous-marine. : Présentation et applications*. Editions Quae, 1998. (Cité en pages 1 et 37.)

- [Lyonnet 2010] Bastien Lyonnet, Cyrille Siclet et J-M Brossier. *Maximum likelihood estimator for Doppler parameter and cramer rao bound in ZP-OFDM UWA channel*. In Communications, Control and Signal Processing (ISCCSP), 2010 4th International Symposium on, pages 1–5. IEEE, 2010. (Cité en page 5.)
- [Mackenzie 1981] Kenneth V Mackenzie. *Nine-term equation for sound speed in the oceans*. The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 70, page 807, 1981. (Cité en page 24.)
- [Marandet 2011a] Christian Marandet. *Détection et localisation de cible en guide d'onde : application au concept de barrière acoustique à l'échelle du laboratoire*. PhD thesis, Université de Grenoble, 2011. (Cité en pages 5 et 29.)
- [Marandet 2011b] Christian Marandet, Philippe Roux, Barbara Nicolas et Jérôme Mars. *Target detection and localization in shallow water : An experimental demonstration of the acoustic barrier problem at the laboratory scale*. The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 129, no. 1, pages 85–97, 2011. (Cité en pages 4, 5, 35, 43 et 47.)
- [Marcos 1998] Sylvie Marcos. *Les méthodes à haute résolution : traitement d'antenne et analyse spectrale*. Hermes, 1998. (Cité en pages 41, 43 et 98.)
- [Marquering 1999] Henk Marquering, FA Dahlen et Guust Nolet. *Three-dimensional sensitivity kernels for finite-frequency traveltimes : the banana-doughnut paradox*. Geophysical Journal International, vol. 137, no. 3, pages 805–815, 1999. (Cité en pages 47, 75 et 82.)
- [McDaniel 1975] Suzanne T McDaniel. *Parabolic approximations for underwater sound propagation*. The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 58, page 1178, 1975. (Cité en page 27.)
- [Medwin 2005] Herman Medwin et Joseph E Blue. *Sounds in the sea : From ocean acoustics to acoustical oceanography*. Cambridge University Press, 2005. (Cité en pages 25, 72 et 128.)
- [Michalopoulou 2000] Zoi-Heleni Michalopoulou. *Matched-impulse-response processing for shallow-water localization and geoacoustic inversion*. The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 108, page 2082, 2000. (Cité en pages 40 et 45.)
- [Millero 1980] Frank J Millero, Chen-Tung Chen, Alvin Bradshaw et Karl Schleicher. *A new high pressure equation of state for seawater*. Deep Sea Research Part A. Oceanographic Research Papers, vol. 27, no. 3, pages 255–264, 1980. (Cité en page 24.)
- [Millioz 2010] Fabien Millioz et Nadine Martin. *Estimation of a white Gaussian noise in the Short Time Fourier Transform based on the spectral kurtosis of the minimal statistics : Application to underwater noise*. In Acoustics Speech and Signal Processing (ICASSP), 2010 IEEE International Conference on, pages 5638–5641. IEEE, 2010. (Cité en page 5.)
- [Munk 1979] Walter Munk et Carl Wunsch. *Ocean acoustic tomography : A scheme for large scale monitoring*. Deep Sea Research Part A. Oceanographic Research Papers, vol. 26, no. 2, pages 123–161, 1979. (Cité en pages 1 et 3.)
- [Munk 2009] Walter Munk, Peter Worcester et Carl Wunsch. *Ocean acoustic tomography*. Cambridge University Press, 2009. (Cité en page 3.)
- [Nicolas 2008] Barbara Nicolas, Ion Iturbe, Philippe Roux et Jerome I Mars. *Double formation de voies pour la séparation et l'identification d'ondes : applications en contexte*

- fortement bruité et à la campagne FAF03*. TS. Traitement du signal, vol. 25, no. 4, pages 293–304, 2008. (Cité en pages 5, 40, 42, 60 et 154.)
- [Nicolas 2009] Barbara Nicolas, Grégoire Le Touzé, Christiano Soares, Sérgio Jesus et JI Marsal. *Incoherent versus coherent matched mode processing for shallow water source localisation using a single hydrophone*. Instrumentation viewpoint, no. 8, pages 67–68, 2009. (Cité en page 5.)
- [Nolet 2005] Guust Nolet, F Dahlen et Raffaella Montelli. *Traveltimes and amplitudes of seismic waves : a re-assessment*. Geophysical Monograph Series, vol. 157, pages 37–47, 2005. (Cité en page 35.)
- [Pekeris 1948] Chaim Leib Pekeris. Theory of propagation of explosive sound in shallow water. Numeéro 415. Geological Society of America, 1948. (Cité en pages 25 et 27.)
- [Pinson 2012] Samuel Pinson, Laurent Guillon, Pierre CERVENKA *et al.* *Geoacoustic characterization by the image source method : a sensitivity study*. Acoustics 2012 Nantes, 2012. (Cité en pages 26 et 64.)
- [Planès 2012] Thomas Planès. *Imagerie de changements locaux en régime de diffusion multiple*. PhD thesis, Université de Grenoble, 2012. (Cité en page 146.)
- [Prada 1994] Claire Prada et Mathias Fink. *Eigenmodes of the time reversal operator : A solution to selective focusing in multiple-target media*. Wave motion, vol. 20, no. 2, pages 151–163, 1994. (Cité en page 42.)
- [Rodriguez 2000] Orlando C Rodriguez et Sérgio M Jesus. *Physical limitations of travel-time-based shallow water tomography*. The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 108, page 2816, 2000. (Cité en page 101.)
- [Roux 2008] Philippe Roux, Bruce D Cornuelle, WA Kuperman et WS Hodgkiss. *The structure of raylike arrivals in a shallow-water waveguide*. The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 124, page 3430, 2008. (Cité en pages 42, 43, 55 et 154.)
- [Roux 2011] Philippe Roux, Ion Iturbe, Barbara Nicolas, Jean Virieux et Jérôme I Mars. *Travel-time tomography in shallow water : Experimental demonstration at an ultrasonic scale*. The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 130, page 1232, 2011. (Cité en pages 5, 37, 43, 54 et 140.)
- [Roux 2013a] Philippe Roux, WA Kuperman, Bruce D Cornuelle, Florian Aulanier, WS Hodgkiss et Hee Chun Song. *Analyzing sound speed fluctuations in shallow water from group-velocity versus phase-velocity data representation*. The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 133, page 1945, 2013. (Cité en pages 4, 32, 37, 68, 122, 162 et 163.)
- [Roux 2013b] Philippe Roux, Christian Marandet, Barbara Nicolas et WA Kuperman. *Experimental measurement of the acoustic sensitivity kernel*. The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 134, no. 1, pages EL38–EL44, 2013. (Cité en page 5.)
- [Roy 1989] Richard Roy et Thomas Kailath. *ESPRIT-estimation of signal parameters via rotational invariance techniques*. IEEE Transactions on Acoustics, Speech and Signal Processing, vol. 37, no. 7, pages 984–995, 1989. (Cité en page 43.)
- [Santos 2010] P Santos, OC Rodríguez, P Felisberto et SM Jesus. *Seabed geoacoustic characterization with a vector sensor array*. The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 128, page 2652, 2010. (Cité en page 33.)

- [Sarkar 2011] Jit Sarkar, Bruce D Cornuelle et WA Kuperman. *Information and linearity of time-domain complex demodulated amplitude and phase data in shallow water*. The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 130, page 1242, 2011. (Cité en pages 29, 35, 36, 37, 47, 100 et 163.)
- [Sarkar 2012] Jit Sarkar, Christian Marandet, Philippe Roux, Shane Walker, Bruce D Cornuelle et WA Kuperman. *Sensitivity kernel for surface scattering in a waveguide*. The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 131, page 111, 2012. (Cité en pages 35, 47 et 162.)
- [Schmidt 1986] Ralph Schmidt. *Multiple emitter location and signal parameter estimation*. Antennas and Propagation, IEEE Transactions on, vol. 34, no. 3, pages 276–280, 1986. (Cité en pages 41 et 43.)
- [Skarsoulis 1998] EK Skarsoulis et GA Athanassoulis. *Second-order perturbations of peak-arrival times due to sound-speed variations*. The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 104, page 3313, 1998. (Cité en page 158.)
- [Skarsoulis 2000] EK Skarsoulis. *A matched-peak inversion approach for ocean acoustic travel-time tomography*. The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 107, page 1324, 2000. (Cité en page 45.)
- [Skarsoulis 2004] EK Skarsoulis et BD Cornuelle. *Travel-time sensitivity kernels in ocean acoustic tomography*. The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 116, page 227, 2004. (Cité en pages 47, 54, 75 et 163.)
- [Skarsoulis 2011] EK Skarsoulis, BD Cornuelle et MA Dzieciuch. *Second-Order Sensitivity of Acoustic Travel Times to Sound Speed Perturbations*. Acta Acustica united with Acustica, vol. 97, no. 4, pages 533–543, 2011. (Cité en pages 98 et 158.)
- [Spiesberger 1980] John L Spiesberger, Robert C Spindel et Kurt Metzger. *Stability and identification of ocean acoustic multipaths*. The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 67, page 2011, 1980. (Cité en pages 37 et 122.)
- [Spindel 1982] R Spindel. *A demonstration of ocean acoustic tomography*. Nature, vol. 299, page 121, 1982. (Cité en page 45.)
- [Spofford 1984] CW Spofford et AP Stokes. *An iterative perturbation approach for ocean acoustic tomography*. The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 75, page 1443, 1984. (Cité en page 47.)
- [Tappert 1977] Fred D Tappert. *The parabolic approximation method*. In Wave propagation and underwater acoustics, pages 224–287. Springer, 1977. (Cité en page 27.)
- [Tarantola 2005] Albert Tarantola. *Inverse problem theory and methods for model parameter estimation*. Society for Industrial & Applied, 2005. (Cité en pages 44 et 112.)
- [Taroudakis 2001] Michael I Taroudakis et George Makrakis. *Inverse problems in underwater acoustics*. Springer, 2001. (Cité en page 44.)
- [Tolstoy 1991] A Tolstoy, O Diachok et LN Frazer. *Acoustic tomography via matched field processing*. The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 89, page 1119, 1991. (Cité en pages 40 et 45.)

- [Tolstoy 1992a] A Tolstoy. *Linearization of the matched field processing approach to acoustic tomography*. The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 91, page 781, 1992. (Cité en page 46.)
- [Tolstoy 1992b] A Tolstoy. *Review of matched field processing for environmental inverse problems*. International Journal of Modern Physics C, vol. 3, no. 04, pages 691–708, 1992. (Cité en page 45.)
- [Turgut 2013] Altan Turgut, Peter C Mignerey, David J Goldstein et Jeffrey A Schindall. *Acoustic observations of internal tides and tidal currents in shallow water*. The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 133, page 1981, 2013. (Cité en page 4.)
- [Virieux 1984] Jean Virieux. *SH-wave propagation in heterogeneous media : Velocity-stress finite-difference method*. Geophysics, vol. 49, no. 11, pages 1933–1942, 1984. (Cité en page 12.)
- [Virieux 1986] Jean Virieux. *P-SV wave propagation in heterogeneous media : Velocity-stress finite-difference method*. Geophysics, vol. 51, no. 4, pages 889–901, 1986. (Cité en page 12.)
- [Williams 1970] AO Williams. *Normal-mode methods in propagation of underwater sound*. Underwater acoustics, pages 23–56, 1970. (Cité en page 27.)
- [Wilson 1960] Wayne D Wilson. *Equation for the speed of sound in sea water*. The Journal of the Acoustical Society of America, vol. 32, page 1357, 1960. (Cité en page 24.)
- [Woodward 1992] Marta Jo Woodward. *Wave-equation tomography*. Geophysics, vol. 57, no. 1, pages 15–26, 1992. (Cité en page 46.)
- [Woodward 2008] Marta Jo Woodward, Dave Nichols, Olga Zdraveva, Phil Whitfield et Tony Johns. *A decade of tomography*. Geophysics, vol. 73, no. 5, pages VE5–VE11, 2008. (Cité en pages 46 et 47.)
- [Xi 2004] Heng-Dong Xi, Siu Lam et Ke-Qing Xia. *From laminar plumes to organized flows : the onset of large-scale circulation in turbulent thermal convection*. Journal of Fluid Mechanics, vol. 503, pages 47–56, 2004. (Cité en pages 140, 142 et 157.)
- [Zhou 2004] Ying Zhou, FA Dahlen et Guust Nolet. *Three-dimensional sensitivity kernels for surface wave observables*. Geophysical Journal International, vol. 158, no. 1, pages 142–168, 2004. (Cité en pages 31, 38, 39, 47 et 93.)





---

**Résumé** — Dans l’océan, les changements de température induisent des perturbations de la vitesse de propagation des ondes acoustiques. A partir des fluctuations des signaux acoustiques enregistrés, la tomographie acoustique océanique permet d’imager ces perturbations de vitesse du son. Dans un contexte de double antenne de réception et d’émission, cette thèse propose une méthode alternative utilisant la direction de propagation des ondes acoustiques et ses paramètres physiques associés, direction d’arrivée (DA) et direction de départ (DD), plutôt que les temps de propagation (TP) utilisés classiquement. Nous nous plaçons dans un guide d’onde océanique petit fond ( 100 m), sur une échelle spatiale entre 1 et 10 km, et une résolution spatiale d’environ 10 m horizontalement et 2 m en profondeur.

Dans ce cas, les ondes acoustiques basses fréquences ( 1 kHz) se réfléchissent sur les interfaces du guide d’ondes et se propagent entre une source et un récepteur, en suivant des trajectoires multiples. Après extraction des TP, DA et DD par double formation de voies, et dans l’hypothèse de faibles perturbations, nous relierons linéairement les variations des TP, DA et DD aux perturbations de la distribution de vitesse du son de manière analytique. Cette formulation, basée sur la physique de la diffraction de Born au 1er ordre, utilise des fonctions appelées : noyaux de sensibilité temps-angles (NSTA). Ainsi après avoir traité le problème direct, l’utilisation de méthodes d’inversion nous permet alors de retrouver les perturbations de vitesse à partir des variations de TP, DA et DD en utilisant les NSTA. Dans cette thèse, nous montrons que l’inversion utilisant uniquement les angles est identique à celle classiquement réalisée avec les temps.

Cette méthode nouvelle de tomographie acoustique, a été validée sur données simulées, et sur des données réelles d’expériences à échelle réduites.

**Mots clés** : Tomographie acoustique océanique, thermométrie, temps-angles, noyaux de sensibilité, direction d’arrivée, direction de départ, double formation de voie, guide d’onde, zone côtière.

---

**Abstract** — In the ocean, temperature changes induce sound-speed perturbations. Ocean acoustic tomography uses the fluctuations of recorded acoustic signals, to map those sound-speed perturbations. To this end, sound-speed perturbations are classically related to the acoustic-wave travel-times measured on the records.

This study suggests an alternative method to perform acoustic thermometry based on acoustic-wave propagation directions. It allows imaging a shallow-water waveguide ( 100 m), at small scale (1 to 10 km), with high spatial resolution (10 m in range, 2 m in depth). In this context, wideband ( 1.5 kHz) low frequency ( 1 kHz) acoustic waves propagates along multiple paths similar to spatially « fat » geometrical rays. Using a pair of arrays (source/receiver) and the double-beamforming processing to separate acoustic signals coming from different paths and measure their : travel-time (TT), directions-of-arrival (DOA) and directions-of-departure (DOD). Under the hypothesis of small perturbations, TP, DOA and DOD variations are linearly related to sound-speed perturbations in an analytical way. This formulation based on Born’s diffraction physics at the first order uses kernel functions called : the time-angle sensitivity kernels (T-A-SK). The T-A-SK model is then combined to classical inversion methods to retrieve sound-speed perturbations from TT, DOA and DOD variations. The methods developed here have been validated on simulated data, and applied on real small-scale data coming from the ultrasonic tank of the ISTerre, Grenoble.

**Keywords** : Ocean acoustic tomography, thermometry, time-angle, direction-of-arrival, direction-of-departure, double-beamforming, shallow-water, waveguide.

---

Laboratoire Grenoble Image Parole Signal et Automatique  
11 rue des Mathématiques, Domaine universitaire, BP46  
38402 SAINT MARTIN D’HERES Cedex, France.