



**HAL**  
open science

# Détection d'exoplanètes par effet de microlentille gravitationnelle : des observations à la caractérisation.

Etienne Bachelet

► **To cite this version:**

Etienne Bachelet. Détection d'exoplanètes par effet de microlentille gravitationnelle : des observations à la caractérisation.. Cosmologie et astrophysique extra-galactique [astro-ph.CO]. Université Paul Sabatier - Toulouse III, 2013. Français. NNT : . tel-00939349

**HAL Id: tel-00939349**

**<https://theses.hal.science/tel-00939349v1>**

Submitted on 2 May 2014

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.



# THÈSE

En vue de l'obtention du

**DOCTORAT DE L'UNIVERSITÉ DE TOULOUSE**

Délivré par :

*l'Université Toulouse 3 Paul Sabatier (UT3 Paul Sabatier)*

---

Présentée et soutenue par *Etienne Bachelet*  
Le 24 Octobre 2013

Titre

***Détection d'exoplanètes par effet de microlentille gravitationnelle : des observations à la caractérisation.***

Ecole doctorale : *SDU2E*  
Discipline ou spécialité : *Astrophysique*

---

Jury

M. PETER VON BALLMOOS	Institut de Recherche en Astrophysique et Planétologie	(Président)
M. FRANÇOIS BOUCHY	Institut d'Astrophysique de Paris	(Rapporteur)
M. VALERIO BOZZA	Université de Salerne	(Rapporteur)
M. JEAN-PHILIPPE BEAULIEU	Institut d'Astrophysique de Paris	(Examinateur)
M. PASCAL FOUQUÉ	Institut de Recherche en Astrophysique et Planétologie	(Directeur)

---

Unité de recherche : *Institut de Recherche en Astrophysique et Planétologie*  
Directeur de Thèse : *Pascal Fouqué*



*A mes parents et à ma tante Mireille*

# Remerciements

Je tiens à remercier toutes les personnes m'ayant aidé de près ou de loin pendant ces trois ans. J'espère n'oublier personne.

Je remercie en premier lieu Pascal Fouqué qui m'a encadré pendant ces trois années. Ta confiance, tes conseils et ton soutien m'ont permis de réaliser bien plus que le projet initial. Je te suis très reconnaissant pour ta grande disponibilité ainsi que pour tout ce que tu m'a transmis. Merci également pour m'avoir permis de beaucoup voyager pour enrichir mes bagages. Je te souhaite beaucoup de belles nuits à Hawaï.

Merci à François Bouchy et Valerio Bozza d'avoir examiné cette thèse. Leurs commentaires ont été très judicieux. Merci également à Peter von Ballmoos d'avoir présidé la soutenance.

En tant que membre de PLANET, je remercie tout les membres de cette collaboration. Tout d'abord, un grand merci à Jean-Philippe Beaulieu pour ses divers conseils et les voyages en Afrique du Sud. Ta bonne humeur et ton franc parler ont largement facilité l'entrée dans cette collaboration. Je tiens à remercier spécialement Christian Coutures pour ses multiples coups de main lors de la création de PHunter. Je te remercie également pour la découverte de petits restaurants sympathiques autour de l'IAP. Je remercie Jean-Baptiste Marquette pour ses précieuses connaissances du monstre PYTHON. Merci à Arnaud Cassan pour les discussions enrichissantes sur le sujet, merci à Jadzia Donatowicz pour la création de l'interface web ALOHA et enfin merci à John Menzies pour m'avoir enseigné l'art de manier un télescope et son aide en anglais. Un grand merci à Keith Horne pour les bons moments à SAAO, de la table de ping-pong aux discussions sur les conditions d'arrêt des chaînes de Markov. Enfin, merci à Clément Ranc pour les acrobaties sur le mur d'escalade de SAAO ainsi que pour une certaine démonstration... Bon courage pour ton observation des rayons d'Einstein !

Je tiens à remercier maintenant le personnel de l'Observatoire Midi-Pyrénées et plus particulièrement celui de l'IRAP pour leur accueil. Un grand merci au service informatique, notamment Loïc Jahan et Yann Robert, sans qui la réalisation de tout ce travail aurait pris beaucoup plus de temps. Je m'excuse encore du temps passé à me dépanner ! Merci à Carole Gaiti pour avoir organisé mes voyages et rattrapé mes erreurs logistiques. Merci à José-Philippe Pérez pour sa relecture et ses conseils pour l'introduction historique. Je remercie Frédéric Pitout pour m'avoir impliqué dans la mise en place des observations d'exoplanètes au Pic du Midi. Merci aux membres de l'équipe PSE enfin, notamment François Lignièrès pour un certain rodéo dans les marais et Stéphane Charpinet pour son aide sur les algorithmes génétiques.

Mes remerciements vont maintenant aller à l'équipe de l'observatoire du Pic du Midi : Pascal Petit pour m'avoir encouragé à aller observer, Rémi Cabanac pour la formation express, Philippe Mathias pour m'avoir toujours réveillé à temps pour le départ du téléphérique, Jean-Marie Lavie-Cambot à qui je souhaite une belle retraite et tout les autres membres du TBL. J'espère pouvoir remonter bientôt.

Merci également à Cheongho Han et son équipe pour m'avoir tout enseigné sur l'art de la modélisation. Ce voyage en Corée du Sud fut très riche humainement. Merci également à Nicolas Renon pour son aide sur le calcul haute performance et la prise en main du supercalculateur HYPERION.

Je dois également remercier les membres de la belle équipe d'Astro-jeunes, avec qui l'on passe de beaux moments. Merci à Nicolas Laporte pour m'avoir fait rejoindre

cette joyeuse bande et également découvrir le vrai Saint-Nectaire (l'ASM vaincra), à Laurianne Palin avec qui l'on peut vraiment rire de tout, à Alexandre Cadu pour ses conseils précieux, entre autres pour observer les étoiles, à Romain Artigues, fidèle compagnon de Master, dont l'immensité de l'oeuvre ne peut se résumer en quelques lignes, à Claire Divoy qui m'a rendu accro à la Belgique, à Nicolas "The Snake" Vilchez pour les longues discussions jusqu'au petit jour, à Simon Nicolas pour sa bonne humeur et sa tente de premier secours, à Vincent Heussaf et Camille Catalano pour une partie de belotte salvatrice, à Aurélia Bouchez pour son rire communicatif et à Arnaud Beth pour avoir géré un fil rouge à ma place. Je dois également remercier mes chers amis "ouvriers" : Yann Parot qui prouve enfin que les bretons peuvent être de bonne compagnie, Antoine "Shepard" Clenet pour ses cours particuliers sur les tracteurs, Anthony Sournac pour bien avoir voulu jouer au fut avec moi et à Bernard Bertrand pour ses reportages de qualité. Je remercie également Thierry Duhagon pour son enthousiasme et sa bonne humeur sans faille. Merci à Anthony Alexis pour les bonnes rigolades autour d'un café ou d'une bière. Je remercie également tout les thésards que j'ai pu croiser durant ces trois ans.

Je voudrais maintenant remercier ma famille qui m'a toujours soutenu. Merci à mes parents pour m'avoir poussé à faire ce que je souhaitais, cette thèse est le fruit de vos encouragements. Merci à Bruno, le frangin qui m'a fait garder les pieds sur Terre. Merci à mes cousins, Antoine pour ton accueil à la Réunion et Pierre pour ta disponibilité à Orly entre autres. Merci à mes cousines Florence et Valérie pour leur soutien, et à mes oncles Jack et Jean-Pierre.

Merci à la joyeuse bande normande pour les bons moments passés un peu partout en France.

Cette thèse n'aurait put être mené à bien sans la "team" Toulouse, présente à chaque instant pour relâcher la pression. Un grand merci donc à Ju, la Pince et Bombeurre pour tout ces moments de détente.

Enfin, c'est à Anne que revient la palme. Ton soutien pendant ces trois années fut capital. Voyons voir ce que peut l'on peut faire avec des nanotubes et des planètes désormais...



# Sommaire

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>13</b>
<b>2</b>	<b>Tour d'horizon sur les exoplanètes</b>	<b>15</b>
2.1	Modèles théoriques de formation . . . . .	16
2.2	Chronométrage des pulsars . . . . .	19
2.3	Méthode des vitesses radiales . . . . .	20
2.4	Méthode des transits . . . . .	22
2.5	Imagerie directe . . . . .	24
2.6	L'astrométrie . . . . .	25
2.7	Récapitulatif . . . . .	27
<b>3</b>	<b>Théorie et ordres de grandeur</b>	<b>29</b>
3.1	Un peu d'histoire. . . . .	29
3.2	De la relativité générale à l'équation des lentilles gravitationnelles . .	30
3.3	Lentille simple . . . . .	34
3.3.1	De la théorie aux observables . . . . .	34
3.3.2	Courbe de microlensing . . . . .	37
3.4	Lentilles composées de plusieurs objets . . . . .	39
3.4.1	Cas général . . . . .	39
3.4.2	Lentilles binaires et analyse sur les caustiques . . . . .	41
3.4.3	Lentilles triples planétaires . . . . .	49
3.5	Effets du second ordre . . . . .	51
3.5.1	Taille finie de source . . . . .	51
3.5.2	Mouvement orbital de la lentille . . . . .	55
3.5.3	Parallaxe orbitale . . . . .	57
3.5.4	Parallaxe terrestre et mesurée grâce à un satellite . . . . .	59
3.5.5	Les sources binaires et la xallarap . . . . .	61
<b>4</b>	<b>Modélisation</b>	<b>65</b>
4.1	Algorithmes d'optimisation . . . . .	65
4.1.1	Les déplacements d'amibes . . . . .	65
4.1.2	Les chaines de Markov par exploration Monte-Carlo . . . . .	66
4.1.3	Les algorithmes génétiques . . . . .	67
4.2	Le rasoir d'Ockham : choix du meilleur modèle . . . . .	68
4.3	Modélisation des lentilles simples . . . . .	68
4.4	Modélisation des lentilles binaires . . . . .	69
4.4.1	Le tir inverse de rayons . . . . .	69

4.4.2	Les méthodes semi-analytiques : approximation de Taylor . . .	71
4.4.3	Intégration des contours d'images . . . . .	72
4.5	Recherche par "grille" et modélisation en "temps réel" . . . . .	73
4.6	Discussion autour des sources binaires . . . . .	75
4.6.1	Considération statistique . . . . .	76
4.6.2	Différence dans les anomalies et différence dans les couleurs . . . . .	77
4.7	Renormalisation des barres d'erreur . . . . .	79
4.8	MOA-2009-BLG-411L . . . . .	79
4.9	MOA-2010-BLG-477Lb : étude d'un super Jupiter . . . . .	83
<b>5</b>	<b>Observations</b>	<b>87</b>
5.1	Historique . . . . .	87
5.2	Batterie de télescopes . . . . .	89
5.2.1	OGLE . . . . .	89
5.2.2	MOA . . . . .	90
5.2.3	Télescopes professionnels . . . . .	92
5.2.4	Télescopes amateurs . . . . .	93
5.3	Stratégie actuelle de PLANET et MicroFUN . . . . .	93
5.4	Contraintes observationnelles . . . . .	96
5.5	Observations à SAAO . . . . .	97
5.6	Photométrie en champs encombrés : défis et solutions . . . . .	98
5.6.1	Photométrie par différence d'images . . . . .	99
5.6.2	Soustractor : un allié pour la réduction d'images . . . . .	100
5.7	Paramètres physiques des lentilles . . . . .	101
5.7.1	Rayon angulaire des sources . . . . .	101
5.7.2	Contraintes sur la lentille : observations à haute résolution . . . . .	104
5.7.3	Uniformisation des résultats sur les exoplanètes détectées grâce aux microlentilles gravitationnelles . . . . .	104
5.8	Avenir . . . . .	117
5.8.1	KMTNet: Korea Microlensing Telescope Network . . . . .	117
5.8.2	EUCLID et WFIRST . . . . .	117
<b>6</b>	<b>PHunter: le chasseur de planètes</b>	<b>119</b>
6.1	Présentation de PHunter. . . . .	119
6.1.1	Fonctionnement général . . . . .	119
6.1.2	Modèles et alertes . . . . .	121
6.2	OGLE-2012-BLG-406Lb : un proie de choix . . . . .	125
6.3	Analyse des résultats . . . . .	125
6.3.1	Analyse sur les paramètres d'impact $U_o$ . . . . .	131
6.3.2	Analyse sur le temps d'Einstein $t_E$ et la profondeur optique en direction du Bulbe Galactique . . . . .	132
6.3.3	Analyse sur les étoiles sources et de "blending" . . . . .	134
6.4	Analyse sur les "planètes errantes" . . . . .	136
6.4.1	Premières détections . . . . .	136
6.4.2	Confirmation des résultats de PHunter . . . . .	137
6.5	Perspectives d'avenir . . . . .	142
<b>7</b>	<b>Conclusion générale et perspectives</b>	<b>143</b>

<b>Annexes</b>	<b>145</b>
<b>A Parallaxe orbitale</b>	<b>147</b>
<b>B L’algorithme Darwin</b>	<b>151</b>
B.1 La reproduction . . . . .	151
B.2 La mutation . . . . .	152
B.3 Convergence de l’algorithme . . . . .	152
<b>C Modélisation “à la main”</b>	<b>153</b>
<b>Liste des figures</b>	<b>158</b>
<b>Liste des tableaux</b>	<b>167</b>
<b>Bibliographie</b>	<b>168</b>



## Résumé

L'utilisation des microlentilles gravitationnelles dans la recherche d'exoplanètes a débuté en 1995. Les premiers résultats furent rapides, puisque la première exoplanète fut détectée en 2003 par les collaborations MOA et OGLE. Aujourd'hui, plus de vingt exoplanètes ont été publiées et ce nombre va considérablement augmenter dans les prochaines années avec le lancement des télescopes de surveillance KMTNet et les observatoires spatiaux EUCLID et WFIRST. Lorsqu'une étoile "proche", la microlentille, croise la ligne de visée entre la Terre et une étoile plus distante, la source, le flux de cette dernière est alors amplifié. Si par chance, une planète orbite autour de cette lentille, elle va également produire une amplification de faible amplitude. La courbe de lumière de l'évènement présente alors une signature typique : la déviation planétaire. Dans ce manuscrit, nous présentons tous les outils théoriques et observationnels nécessaires à la détection d'exoplanète par la méthode des microlentilles gravitationnelles. Nous présentons ensuite l'étude de deux cas spécifiques : MOA-2010-BLG-411Lb, une binaire composée d'une naine brune autour d'une naine M, et MOA-2010-BLG-477Lb, un super-Jupiter orbitant une étoile M. Une uniformisation des résultats sur les planètes détectées par effet de microlentille gravitationnelle est également présentée. Deux problèmes majeurs compliquent la détection de planètes par la méthode des microlentilles gravitationnelles. Premièrement, le phénomène de microlentille gravitationnelle est peu probable pour une étoile donnée (une chance sur un million). Il faut donc observer des champs très riches en étoiles, tel que le Bulbe Galactique. Chaque nuit, les collaborations OGLE et MOA observent le Bulbe Galactique afin de repérer les évènements de microlentilles. Le second problème est que les déviations planétaires sont très courtes, d'une durée d'une heure à quelques jours pour les planètes les plus massives. Il faut donc observer les évènements de microlentilles en continu. C'est pour cela qu'une batterie de télescopes est répartie sur tout l'Hémisphère Sud. Le nombre d'évènements détectés chaque saison a considérablement augmenté durant les dernières années, obligeant les télescopes de suivre à faire des choix quand aux cibles à observer. Nous avons décidé de développer un nouveau logiciel automatique permettant de faire ce choix à notre place. Il a été testé sur quatre années d'observations et l'analyse statistique des résultats est présentée. Nous espérons utiliser ces nouveaux résultats pour mieux contraindre un modèle de notre Galaxie.

## Abstract

The search of exoplanets using gravitational microlensing started in 1995. First results come quickly and the first exoplanet has been detected on 2003 by the OGLE and the MOA collaborations. Nowadays, more than twenty exoplanets are published and the number of detections should rise a lot in the coming years with the launch of KMTNet survey and EUCLID and WFIRST space-based observatories. When a “close” star, the lens, cross the line of sight between the Earth and a more distant star, the source, the luminosity of this source is magnified. By chance, if a planet orbits this lens star, it produces a second magnification of lower amplitude. The lightcurve of the event then shows a typical signature : a planetary deviation. In this manuscript, we present the theoretical and observational tools needed to detect planets with gravitational microlensing. We present two studies on two special events : MOA-2009-BLG-411L, a lens formed by a brown dwarf around an M-dwarf, and MOA-2010-BLG-477Lb, a super-Jupiter orbiting an M star. We finally present a study on planets already published in order to standardize these results. Two major problems make this research difficult. First, the occurrence of a microlensing event for a single star is very low (one in a million). We then need to observe very dense fields, such as the Galactic Bulge. Each night, OGLE and MOA surveys analyze the Galactic Bulge to detect events. The second problem is the planetary deviation is very short, one hour to few days for most massive planets. This is why we have to continuously observe events and use telescopes all around the Southern Hemisphere. The rapid increase of detection during the last years forces the follow-up telescopes to choose which targets they need to observe. We so decided to develop a new software to make automatically this choice. At the end of this manuscript, we present a statistical study of microlensing parameters from four observational seasons. We expect these results will help to constrain theoretical model of the Milky Way in the future.

# Chapitre 1

## Introduction

*Ce qui est incompréhensible, c'est que le monde soit compréhensible.*

Albert Einstein.

Jusqu'à très récemment, la présence de planètes hors du Système Solaire n'était pas établie. De brillants esprits en avaient prédit l'existence comme par exemple Giordano Bruno en 1584 dans *L'Infini, l'univers et les mondes*, qui pensait que chaque étoile était entourée de planètes similaires aux nôtres. Huygens dans *Cosmotheoros, sive de terris coelestibus, earumque ornatu, conjecturae* (1698) expliquait même que les observer serait très difficile vu la faible luminosité des planètes par rapport aux étoiles. Sa conjecture était correcte puisqu'il a fallu attendre trois siècles pour observer la première exoplanète. En 1995, Michel Mayor et Didier Queloz détectent à l'Observatoire de Haute-Provence la première exoplanète autour de l'étoile 51 Pegasi. Ce premier pas a alors déclenché une course effrénée dans la recherche de nouveau monde et relancé les recherches en exobiologie. Environ un millier d'exoplanètes sont actuellement connues faisant de ce sujet thème majeur de l'astrophysique moderne. Grâce au perfectionnement des techniques de détection, de plus en plus de planètes sont révélées chaque jour. La précision des observations permet dorénavant de mesurer des planètes telluriques, semblables à la Terre, ainsi que des systèmes multiplanétaires. Aujourd'hui, il est clair que le Système Solaire n'est plus isolé dans notre Galaxie. La plupart des détections sont réalisées en utilisant les méthodes dites des transits et des vitesses radiales. Elles sont très prolifiques, comme l'a montré récemment le satellite de la NASA KEPLER en détectant plus de cinq mille candidats exoplanètes. Cependant, ces méthodes sont d'autant plus sensibles que la planète est massive et proche de son étoile. C'est pourquoi la majorité des planètes détectées entrent dans la catégorie des "Jupiter chaud". Ce sont des planètes gazeuses de grande masse avec un demi-grand axe inférieur à une unité astronomique. Afin de contourner ce biais observationnel, et ainsi découvrir une gamme plus vaste d'exoplanètes, plusieurs techniques ont été développées. On peut notamment citer la méthode de l'imagerie directe, qui prend directement une image de l'exoplanète grâce aux plus puissants télescopes. Une seconde méthode a été imaginée dans les années 1990 pour mesurer des exoplanètes "froides" : l'utilisation des microlentilles gravitationnelles. Cette méthode permet la détection de planètes relativement éloignées de leurs étoiles dans une large gamme de masse. De plus, elle permet de détecter des exoplanètes très éloignées du Soleil, indétectables par d'autres techniques. C'est grâce à l'utilisation des microlentilles gravitationnelles qu'a également été détectée

la première exoplanète tellurique (OGLE-2005-BLG-390Lb), montrant les capacités de cette méthode. Le nombre d'observations a ensuite considérablement augmenté : de nos jours, plus de deux mille évènements de microlentilles gravitationnelles sont détectés chaque année. C'est dans ce contexte que s'inscrit ce travail de thèse. Dans le Chapitre 2, nous reviendrons sur le principe des différentes méthodes utilisées pour détecter des exoplanètes. Le Chapitre 3 présentera la théorie des microlentilles gravitationnelles et spécialement les connaissances nécessaires à l'étude des courbes de lumière. Nous détaillerons également dans cette partie les principes physiques du "second ordre" permettant une analyse fine des évènements. Nous verrons dans le Chapitre 4 les méthodes numériques utilisées pour appliquer ces méthodes de manière efficace ainsi que les travaux accomplis durant cette thèse sur deux évènements : MOA-2009-BLG-411L et MOA-2010-BLG-477Lb. Le Chapitre 5 décrira l'aspect observationnel de cette recherche, les nouvelles méthodes utilisées et également les futures missions en préparation. Une uniformisation de tous les résultats sur les planètes détectées par microlentilles gravitationnelles est également présentée dans cette partie. Enfin, le Chapitre 6 décrira l'algorithme développé pour la collaboration PLANET afin d'améliorer le suivi observationnel. Le but recherché est d'augmenter l'efficacité de la méthode afin de détecter le maximum d'exoplanètes. Une analyse statistique sur les paramètres des microlentilles observées durant quatre années est également présentée. Une méthode pour modéliser "à la main" les évènements planétaires de microlentilles gravitationnelles est exposée en toute fin de ce manuscrit pour permettre au lecteur de déterminer facilement un modèle simple des évènements. Bonne lecture!

## Chapitre 2

# Tour d'horizon sur les exoplanètes

Dans cette partie, nous allons nous intéresser aux modèles de formation ainsi qu'aux différentes méthodes de détection d'exoplanètes. Nous présentons les spécificités de chaque méthode ainsi que les résultats les plus importants. Les différentes techniques sont présentées chronologiquement. La dernière partie regroupe les résultats et les compare aux prédictions théoriques. La Figure 2.1 résume les grandeurs importantes à connaître par la suite.

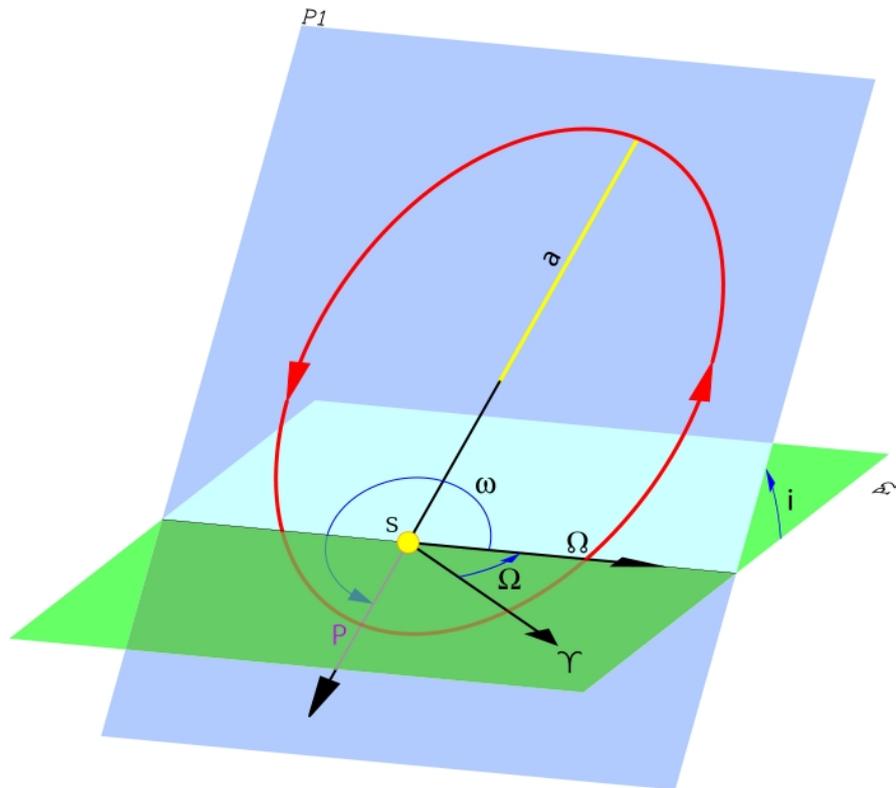


FIGURE 2.1 – Géométrie du problème. Ici,  $P1$  est le plan dans lequel orbite l'exoplanète et  $P2$  le plan perpendiculaire à la ligne de visée, dit plan du ciel. Le point  $S$  représente le corps céleste hôte, généralement une étoile.  $P$  est le périastre de l'orbite de l'exoplanète,  $\omega$  l'argument du périastre : l'angle direct entre le noeud ascendant et le périastre.  $\Omega$  est la longitude du noeud ascendant, par rapport à une direction de référence (ici la direction du point vernal).  $a$  est la longueur du demi-grand axe et  $i$  l'inclinaison de l'orbite par rapport au plan de référence,  $P2$  dans notre cas.

## 2.1 Modèles théoriques de formation

Pour le modèle standard de la cosmologie, l'Univers était au départ extrêmement dense, confiné et chaud. Après le Big-Bang, une dilatation rapide s'amorce, l'Univers devenant alors transparent aux rayonnements. Cette lumière primordiale est aujourd'hui toujours visible, c'est ce que l'on appelle le fond diffus cosmologique. Cette dilatation entraîne alors une rapide baisse de la température et lorsque celle-ci atteint  $\sim 10^9\text{K}$ , les premiers atomes apparaissent : c'est la nucléosynthèse primordiale. Les atomes formés sont principalement l'hydrogène ( $\sim 75\%$ ) et l'hélium 4 ( $\sim 25\%$ ). Ces atomes se répartissent ensuite en grandes structures dans les halos de matière noire, de nature pour le moment inconnue, constituant alors les galaxies des amas de galaxies, le tout formant la super-structure filamenteuse de l'Univers observé aujourd'hui, voir la Figure 2.2.

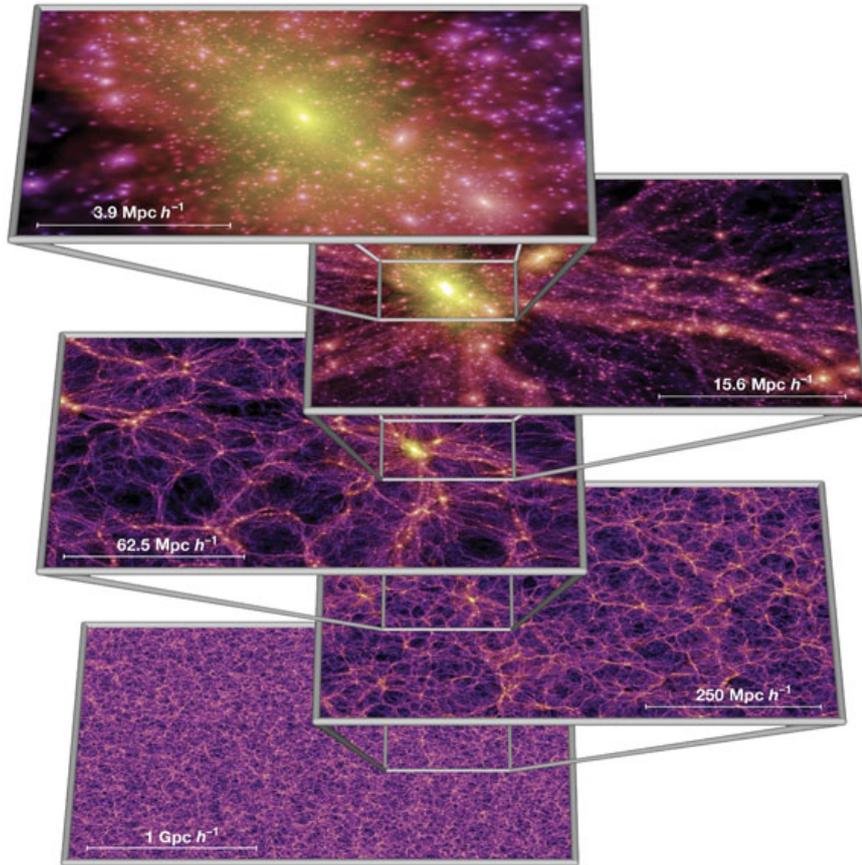


FIGURE 2.2 – Super-structure de matière noire de l'Univers et grossissement progressif dans le sens ascendant. L'image avec le plus fort grossissement représente un amas de galaxies (Springel et al. 2005).

C'est dans ces galaxies que les étoiles naissent à l'intérieur de nuages de gaz ( $H_2$ ,  $H$ ,  $He$  et quelques atomes complexes) et de poussières ( $C$ ,  $O$ ,  $N$ ,  $Si$  et  $Fe$  principalement) de quelques  $\mu m$ . Celles-ci sont issues de l'explosion d'étoiles plus anciennes qui ont enrichi l'espace en métaux. Ces nuages, déséquilibrés par diverses raisons (l'onde de choc due à une supernova par exemple), deviennent instables et commencent à s'effondrer (critère d'instabilité de Jeans). L'effondrement gravitationnel conduit à la formation d'une sphère centrale, la proto-étoile, et d'un disque concentrique. La conservation du moment cinétique permet à une partie de la matière du disque d'être en équilibre et ne pas tomber sur l'objet central. Le transfert de matière sur l'objet central entraîne une élévation de température de celui-ci, jusqu'au déclenchement des réactions de fusion thermonucléaire en son centre (notons que ceci n'est valable que si la masse de l'objet central atteint  $\sim 0.08M_\odot$ , masse nécessaire à la fusion de l'hydrogène. Notons qu'en dessous de  $\sim 0.013M_\odot$ , on ne parle plus d'étoiles mais de naines brunes.). Alors la puissance lumineuse dégagée permet à l'étoile d'être en équilibre : la matière est auto-gravitante. Le reste du disque est alors également en équilibre grâce à la force centrifuge. C'est dans ce disque que les planètes se forment. Par sédimentation, les poussières sont plutôt à l'intérieur du disque et le gaz à l'extérieur. Le frottement des poussières avec le gaz ainsi que leur densité plus

grande les concentrent proche de la proto-étoile. Ces grains vont alors s'agglutiner les uns aux autres jusqu'à atteindre des tailles de l'ordre du mètre. Ce sont alors des planétésimaux. Les plus gros vont alors remporter la bataille et piéger gravitationnellement leurs voisins plus petits et ainsi continuer à grandir dans un phénomène qui s'emballe. Au final, seuls les plus gros planétésimaux restent en orbite proche de leurs étoiles : ce sont les planètes telluriques (comme la Terre, Vénus, Mars et Mercure). Les planètes géantes, plus distantes, se forment différemment. Le scénario le plus probable indique qu'un noyau solide se forme comme pour les précédentes, puis que les gros planétésimaux commencent à piéger gravitationnellement le gaz proche. Il en résulte la formation de planètes géantes gazeuses (comme Jupiter, Saturne, Neptune et Uranus) (Perryman 2000; Cassan 2005). Cette vision de formation du système solaire fut exposée pour la première fois par Laplace (1798), dans son livre *L'exposition du système du monde*. Un exemple de prédictions théoriques est visible sur la Figure 2.3. Deux tendances claires émergent. Les planètes de petites masses semblent pouvoir se former à toutes distances de leurs hôtes tandis que les planètes de fortes masses se forment plutôt loin de leurs étoiles. Pour expliquer la grande quantité de Jupiter chaud observé, il faut alors considérer un phénomène de migration des planètes vers leurs étoiles, voir par exemple Schlaufman et al. (2009).

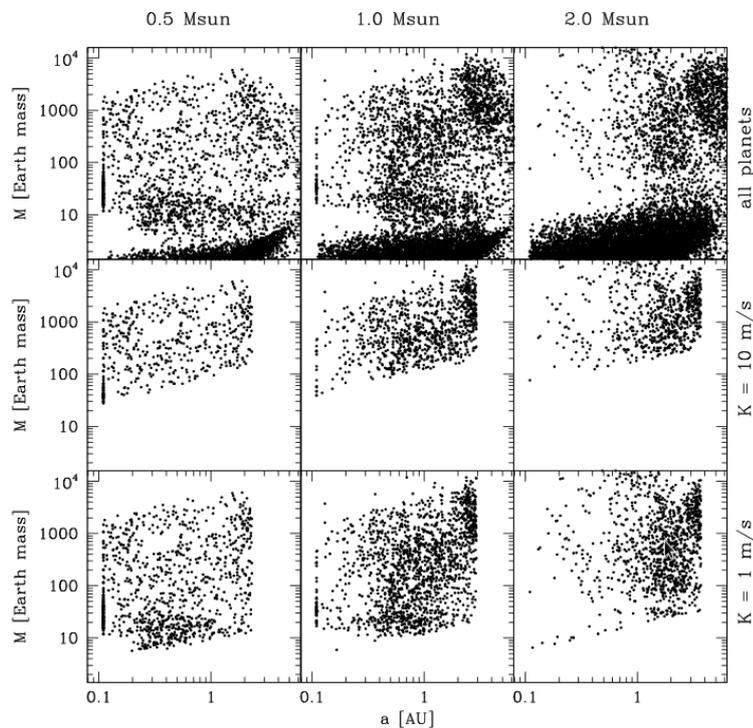


FIGURE 2.3 – Répartition des exoplanètes en fonction de leurs masses et de leur distance à l'étoile. Les planètes géantes se forment loin de leurs étoiles, après la "limite des glaces". Les planètes de faibles masses sont réparties équitablement. Figure tirée de Alibert et al. (2011).

## 2.2 Chronométrage des pulsars

C'est grâce à cette méthode que les premières exoplanètes (au moins deux à l'époque, une troisième confirmée en 2007) furent détectées en 1992 autour du pulsar PSRB1257+12, dans la constellation de la Vierge (Wolszczan & Frail 1992). Un an auparavant, l'annonce d'une planète en orbite autour du pulsar PSRB1829-10 avait été faite, mais les auteurs se sont finalement rétractés (Lyne & Bailes 1992). Le principe de cette technique est simple : la période de rotation des pulsars étant très stable, facilement mesurable et courte, la moindre modification périodique de cette période est aisément quantifiable. Si un ou plusieurs corps orbitent autour du pulsar, celui-ci gravite autour du centre de masse du système, entraînant une modification des temps d'arrivée des "flashes du pulsar". L'analyse des temps d'arrivée en fonction du temps permet alors d'extraire les paramètres d'orbite du système complet. La variation des temps d'arrivée, pour un système composé de  $N$  planètes à orbites elliptiques, est donnée par (Konacki et al. 2000):

$$\Delta t = \sum_{j=1}^N x_j \left[ (\cos E_j - e_j) \sin w_j + \sqrt{1 - e_j^2} (\sin E_j \cos w_j) \right] \quad (2.1)$$

avec  $x_j = \frac{a_j \sin i_j}{c}$  la projection du demi-grand axe,  $a_j$  la longueur du demi-grand axe,  $i_j$  l'inclinaison de l'orbite,  $e_j$  l'excentricité,  $w_j$  l'argument du périastre,  $E_j$  l'anomalie excentrique et  $c$  la vitesse de la lumière. Pour rappel, l'anomalie excentrique est contrainte par l'équation :

$$E_j - e_j \sin E_j = n_j(t - T_j) \quad (2.2)$$

avec  $n_j = \frac{2\pi}{P_j}$ ,  $P_j$  la période et  $T_j$  le temps de passage au périastre. Cette méthode permet donc de remonter à la totalité des paramètres fondamentaux de l'orbite des planètes, mais aussi à leur masse grâce à la troisième loi de Kepler :

$$n_j^2 a_j^3 = G(M_{\text{hôte}} + m_j) \quad (2.3)$$

ce qui se simplifie dans le cas des planètes,  $M_{\text{hôte}} \gg m_j$ , ainsi :

$$n_j^2 a_j^3 = GM_{\text{hôte}} \quad (2.4)$$

La Figure 2.4 représente les modèles ajustant les variations de la pulsation du pulsar en fonction du temps.

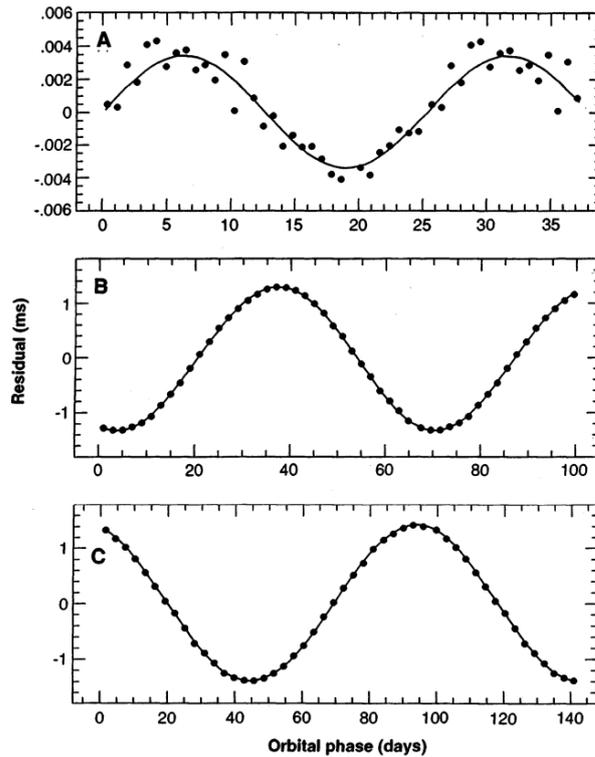


FIGURE 2.4 – Modèle ajustant les données pour les planètes A, B et C. En ordonnée est représentée la variation de temps de la pulsation du pulsar, en abscisse est représentée la période en jour. Figure extraite de Wolszczan (1994).

Cette méthode connaît un renouveau en observant d'autres types d'astres. Un système planétaire a par exemple été découvert autour d'une étoile en fin de vie grâce à cette méthode (Schuh et al. 2010; Charpinet et al. 2011).

## 2.3 Méthode des vitesses radiales

C'est grâce à cette méthode que la première exoplanète a été découverte autour d'une étoile. Duquennoy & Mayor (1988) travaillaient sur l'étude systématique des binaires proches de la Galaxie. Au fur et à mesure que la qualité des instruments s'améliorait, notamment grâce au spectrographe ELODIE de l'Observatoire de Haute-Provence, la capacité à détecter des binaires de faibles masses augmentait. Jusqu'au moment où la précision a atteint l'ordre de  $10 \text{ m.s}^{-1}$  sur les vitesses radiales. En effet, vu le ratio de masse entre les deux composantes dans le cas planétaire, il faut des mesures très précises pour extraire le signal. Le principe de ces mesures repose sur l'effet Doppler-Fizeau. Dans le cas d'un système binaire, les deux composantes orbitent autour de leur centre de masse. Dans le cas planétaire, seul l'étoile est mesurable spectroscopiquement. Le mouvement orbital de la planète induit alors une rotation de l'étoile autour du centre de masse. Lorsque celle-ci se rapproche le long de la ligne de visée, l'étoile paraît plus bleue et elle apparaît plus rouge quand elle s'éloigne. C'est exactement le même phénomène qui se produit lorsqu'une ambulance passe près de nous : le son devient plus aigu quand elle s'approche

et semble plus grave quand elle s'éloigne. Pour remonter aux propriétés du système, il faut suivre la binaire au cours du temps. On mesure le mouvement le long de la ligne de visée en étudiant la variation de couleur de l'étoile. En suivant par exemple les notations de Karami & Mohebi (2007), pour une raie de référence  $\lambda_o$ , on a :

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda_o} = \frac{\lambda_{obs} - \lambda_o}{\lambda_o} = \frac{v}{c} \quad (2.5)$$

avec  $v$  la vitesse radiale du système. Les variations au cours du temps sont donc :

$$\frac{\Delta\lambda}{\lambda_o} = \frac{\Delta v_{obs}}{c} \quad (2.6)$$

Le centre de masse ayant un mouvement propre, le terme  $\Delta v$  peut être décomposé en deux parties :

$$\Delta v_{obs} = v_{cm} + \dot{Z} \quad (2.7)$$

$v_{cm}$  est la vitesse du centre de masse et  $\dot{Z}$  la variation de vitesse due au mouvement orbital de la binaire. En prenant en compte la rotation terrestre :

$$\Delta v = \Delta v_{obs} - v_T \quad (2.8)$$

On relie cette quantité aux paramètres orbitaux grâce à la relation :

$$\Delta v = v_{cm} + \dot{Z} = v_{cm} + K(\cos(\nu + \omega) + e \cos(\omega)) \quad (2.9)$$

avec  $K = \frac{2\pi a \sin i}{P\sqrt{1-e^2}}$ , appelée semi-amplitude de la vitesse radiale. En utilisant la troisième loi de Kepler :

$$\frac{P^2}{a^3} = \frac{4\pi^2}{GM_{tot}} \quad (2.10)$$

avec  $M_{tot} = m_1 + m_2$ , la masse totale du système, il vient :

$$K = \left(\frac{2\pi G}{P}\right)^{1/3} \frac{m_2}{m_1} (m_1 + m_2)^{1/3} \frac{\sin i}{\sqrt{1-e^2}} \quad (2.11)$$

Dans le cas planétaire,  $(m_1 + m_2) \sim m_1$ , on obtient alors :

$$K = \left(\frac{2\pi G}{P}\right)^{1/3} \frac{m_2}{m_1^{2/3}} \frac{\sin i}{\sqrt{1-e^2}} \quad (2.12)$$

Dans le cas du système solaire, on obtient pour l'orbite de la Terre et de Jupiter vues par la tranche ( $i = 90^\circ$ ), pour une excentricité nulle :

$$Terre : K = 0.1 m.s^{-1} \quad (2.13)$$

$$Jupiter : K = 12 m.s^{-1} \quad (2.14)$$

On comprend ici les contraintes sur les mesures de vitesses radiales. Pour un spectre, il suffit de calculer  $\Delta v$  pour chaque raie, et de moyenner afin d'obtenir la variation de vitesse radiale  $\langle \Delta v \rangle$  au temps  $t$ .  $P$  et  $K$  sont alors facilement mesurable sur la courbe  $\langle \Delta v \rangle = f(t)$ . On remonte ainsi aux propriétés de masse du système, voir Figure 2.5.

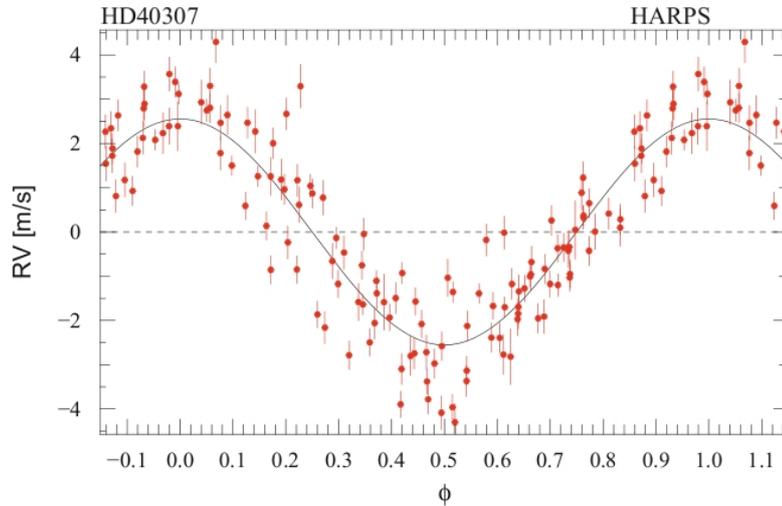


FIGURE 2.5 – Vitesse radiale de l'étoile HD 40307 en fonction de la phase de l'orbite, la période étant de 20.46 jours ici. Mesures réalisées par le spectromètre HARPS à La Silla (Chili). Figure tirée de Mayor et al. (2009).

Cette méthode présente de nombreux avantages. Le premier est qu'elle est reproductible. Multiplier les observations permet d'affiner les paramètres de la binaire. Il est même alors possible de multiplier les détections en analysant les résidus. Le second est que l'on utilise des mesures spectroscopiques, ce qui permet d'étudier l'étoile hôte, comme son champ magnétique ou son activité. Cela permet d'affiner encore les mesures. La première limitation de cette méthode est le fait que la semi-amplitude est une fonction inverse de la période. Seules les binaires proches peuvent donc être observées facilement. La seconde est que l'étude spectroscopique se limite aux étoiles les plus brillantes, et donc les plus proches du Soleil. La dernière limitation est qu'on ne connaît pas les masses des objets, mais uniquement les masses projetées  $M_* \sin i$ . Pour lever cette inconnue, il faut coupler cette méthode avec une seconde : la méthode des transits.

## 2.4 Méthode des transits

C'est la méthode la plus aisée à comprendre. Comme pour une éclipse solaire par la Lune, lorsqu'une planète passe devant son étoile hôte, elle occulte une partie de la lumière émise. Comme la planète orbite autour de son étoile, cette baisse de flux est périodique. Il suffit alors de suivre, avec une bonne précision, le flux des étoiles afin de détecter des exoplanètes. Comme indiqué sur la Figure 2.6, les quatre observables sont la durée du transit  $T$ , le temps au minimum de flux  $t_c$ , la profondeur du transit  $\delta$  et la durée de pénétration de la planète dans le disque de l'étoile  $\tau$ .

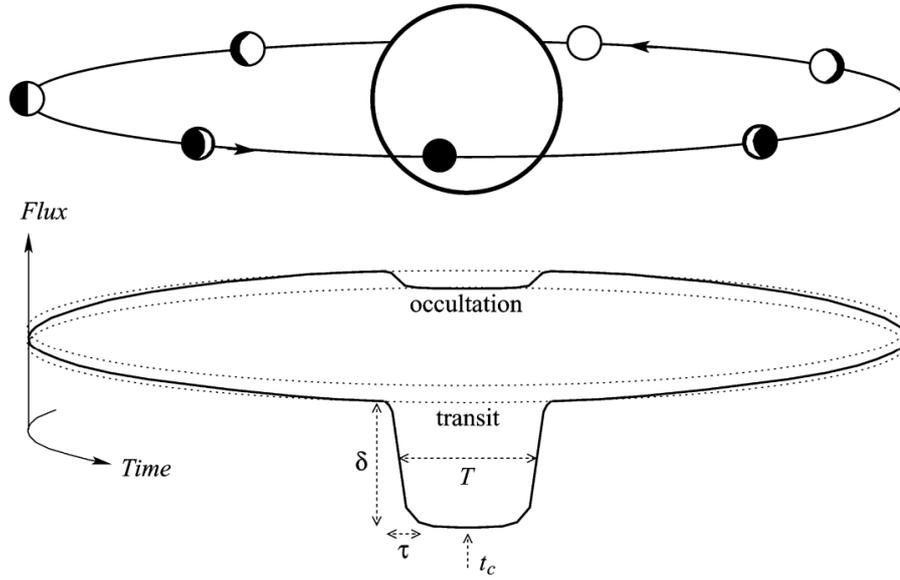


FIGURE 2.6 – Schéma du problème. Figure tirée de Winn (2009).

Dans le cas planétaire,  $\delta$ ,  $\frac{\tau}{P}$  et  $\frac{T}{P}$  sont faibles. En suivant cette hypothèse, on détermine le ratio des rayons des astres grâce à :

$$\frac{R_p}{R_*} = \sqrt{\delta} \quad (2.15)$$

avec  $R_p$  le rayon de la planète,  $R_*$  le rayon de l'étoile. Une démonstration plus complète est disponible dans Seager & Mallén-Ornelas (2003). Le paramètre d'impact  $b$ , qui est la distance entre la planète et le centre de l'étoile normalisée par  $R_*$  au moment du minimum de flux, est calculé ainsi:

$$b = 1 - \sqrt{\delta} \frac{T}{\tau} \quad (2.16)$$

On peut déterminer le rapport entre le demi-grand axe et le rayon de l'étoile grâce à cette formule:

$$\frac{R_*}{a} = \frac{\pi \sqrt{T\tau}}{\delta^{1/4} P} \left( \frac{1 + e \sin \omega}{\sqrt{1 - e^2}} \right) \quad (2.17)$$

$e$  étant l'excentricité de l'orbite et  $\omega$  l'argument du périastre. Enfin, il est possible de connaître l'inclinaison de l'orbite :

$$\cos i = \frac{b R_*}{a} \left( \frac{1 + e \sin \omega}{1 - e^2} \right) \quad (2.18)$$

Ainsi, ces équations couplées avec celles des vitesses radiales permettent de caractériser totalement le système planétaire, notamment la densité de la planète. La méthode des transits est de loin la plus productive, notamment avec les résultats de Kepler et Corot. En effet, plus de deux mille candidats exoplanètes ont été repérés à ce jour (Batalha et al. 2013). Cette méthode possède cependant un problème de taille. Les binaires rasantes présentent exactement les même signatures de transit que les exoplanètes (Prša et al. 2011). Dans ce cas, le compagnon est une étoile,

mais qui occulte une très faible partie de l'étoile observée. Comme seul le bord est occulté, la baisse du flux est faible. Pendant cette thèse, j'ai développé, avec Frédéric Pitout, une manipulation sur le télescope de soixante centimètres du Pic du Midi pour les élèves du Master 2 ASEP de Toulouse. Les élèves vont réaliser à partir de cette rentrée 2013 des suivis en transits d'exoplanètes déjà répertoriées. Le but est de collecter des données pour mieux contraindre les systèmes. Leurs mesures seront envoyées à la base de données Exoplanet Transit Database (<http://var.astro.cz/ETD>) pour publication éventuelle. Le premier relevé fait par Frédéric Pitout est visible sur la Figure 2.7.

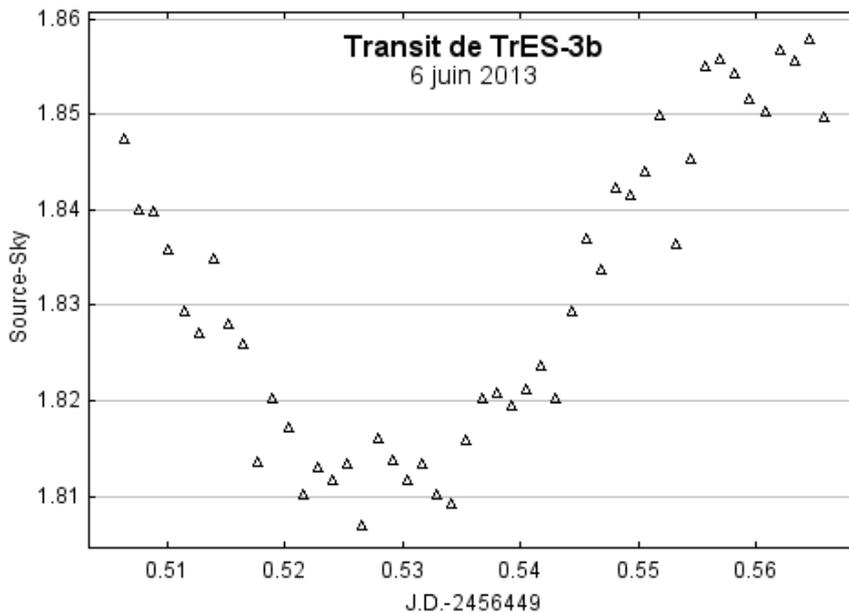


FIGURE 2.7 – Premier transit mesuré dans le cadre du M2ASEP. L'objet étudié est TrES-3b, une planète massive de période  $\sim 1.5$  jours (Vaňko et al. 2013).

## 2.5 Imagerie directe

On peut désormais observer directement les exoplanètes avec les télescopes les plus grands grâce à leur résolution exceptionnelle, voir la Figure 2.8. En effet, l'ordre de grandeur de la séparation dans le ciel entre les planètes et leurs étoiles est de l'ordre de quelques dizaines de mas. Cependant, seules les planètes les plus massives peuvent être observées, afin d'observer un flux réémis suffisant. De plus, si l'étoile est trop proche, le signal de la planète est complètement noyé dans celui de l'étoile. Typiquement, cette méthode s'intéresse aux planètes séparées de plus de 50 UA de leurs étoiles. Ce qui peut sembler un défaut est en fait plutôt un avantage. L'imagerie directe est la seule technique permettant de détecter des planètes avec de si grands demi-axes. De nouvelles méthodes apparaissent pour contrer ces désagréments : occulter l'étoile avec un masque ou utiliser le "nulling" afin d'annuler le signal issu de l'étoile et renforcer celui émis par la planète.

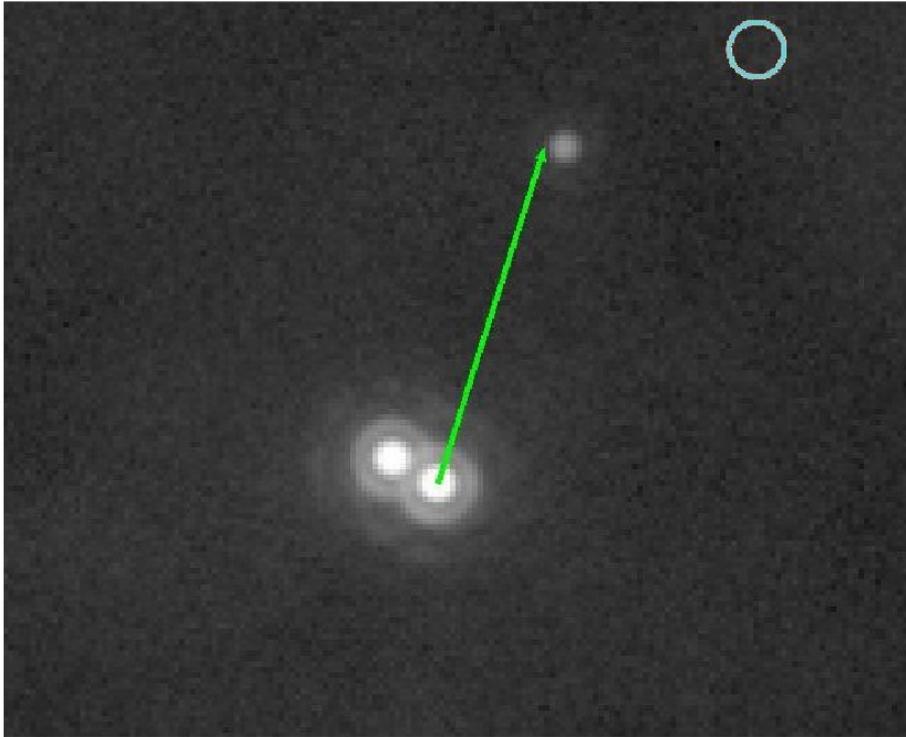


FIGURE 2.8 – Une super Jupiter orbitant autour de l'étoile binaire 2MASS J01033563-5515561(AB)b à une distance projetée de 84 UA. La planète est visible à 1.25 as au bout de la flèche verte. Image prise par NACO au VLT en bande L. Figure extraite de Delorme et al. (2013).

A noter que les générations futures de grand télescopes permettront sans doute la prolifération de découvertes grâce à ce procédé. Cette technique est en effet très prometteuse, car il est possible d'obtenir une quantité gigantesque d'informations sur l'exoplanète : les paramètres d'orbite évidemment, le rayon, la densité, la température d'équilibre, la composition de l'atmosphère voire de la surface.... L'EELT a d'ailleurs placé comme premier objectif la découverte de vie extra-terrestre grâce à cette méthode. Notons enfin que cette technique permet l'étude des "planètes errantes" les plus proches de la Terre. Ces objets, mal connus et mal compris, sont une voie de recherche en plein développement.

## 2.6 L'astrométrie

C'est sans doute la méthode la plus ancienne. Van de Kamp (1969) pensait avoir détecté une planète de  $1.7 M_J$  autour de l'étoile de Barnard, qui possède un grand mouvement propre. La découverte fut plus tard réfutée à cause des imprécisions de mesure. Cette technique est basée sur la modification du mouvement de l'étoile par son compagnon. Comme pour les vitesses radiales, le mouvement de l'étoile induit doit modifier sa trajectoire sur le plan du ciel, voire la simulation de la Figure 2.9. En étudiant alors ce mouvement parasite au mouvement propre, il est possible de remonter aux propriétés du système binaire. Cette méthode moins utilisée actuellement va réapparaître avec le lancement du télescope grand champ GAIA. Celui-ci

doit cataloguer un milliard d'étoiles dans une sphère d'environ 50 kpc autour du Soleil à très grande résolution angulaire (quelques  $\mu as$ ). Le nombre de détections attendues est d'environ 10000!

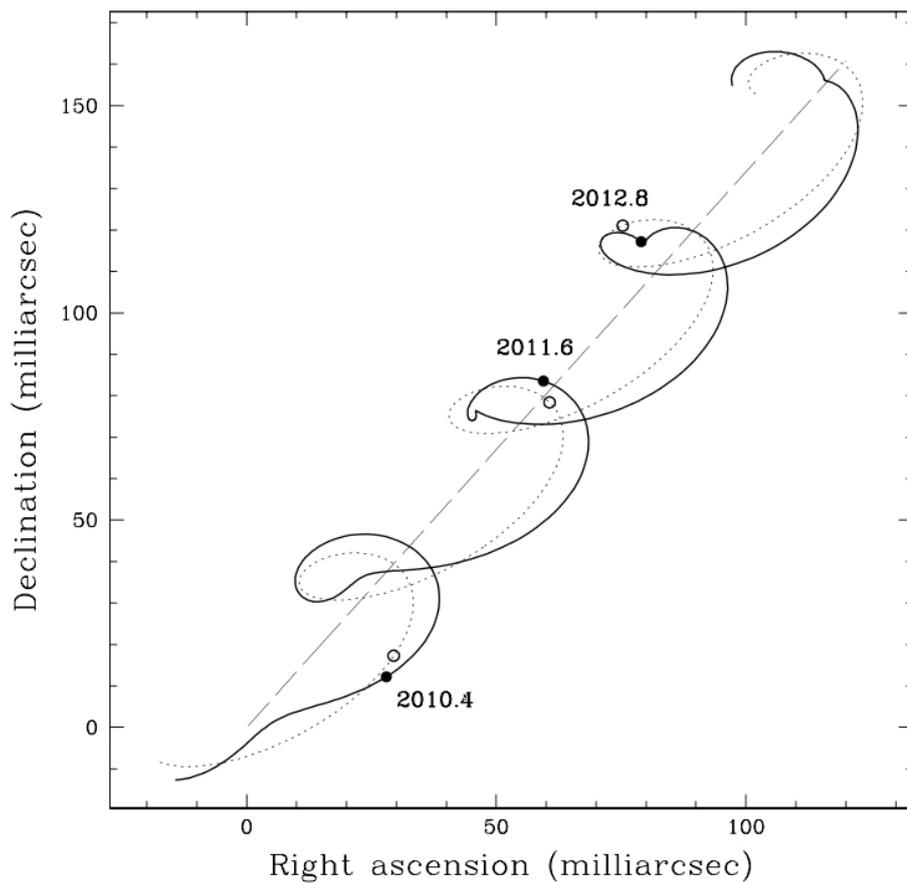


FIGURE 2.9 – Simulation de la modification de la trajectoire d'une étoile située à 50 pc par une planète de  $1.5 M_J$ , avec une excentricité de 0.2 et un demi-grand axe de 0.6 UA. Le mouvement propre, en pointillé, de l'étoile est de  $50 mas.yr^{-1}$  Figure extraite de Perryman (2000).

## 2.7 Récapitulatif

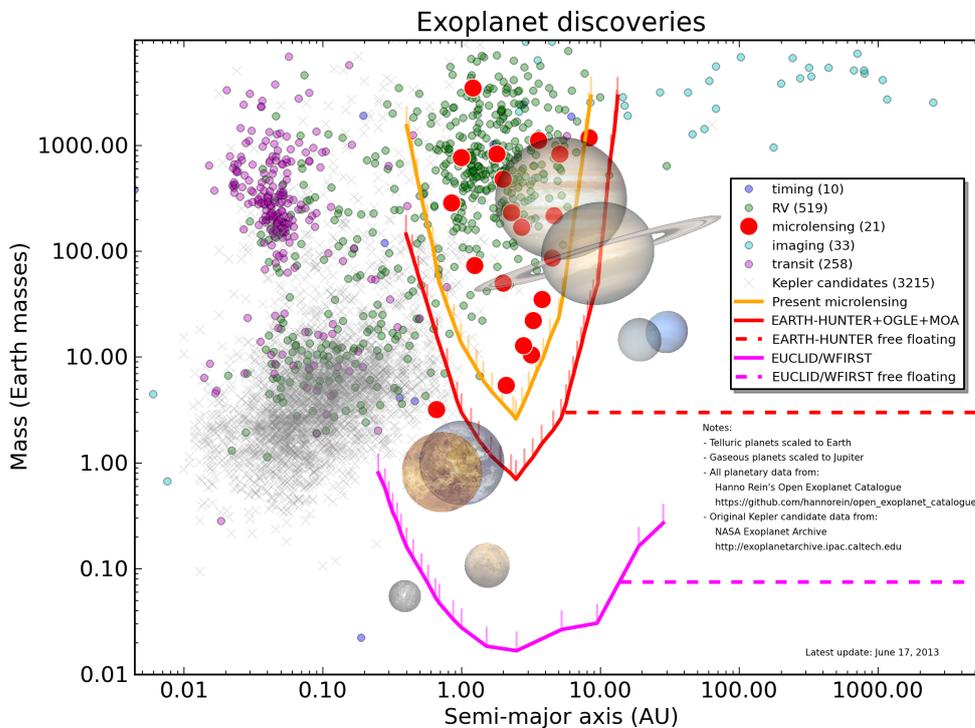


FIGURE 2.10 – Masse des exoplanètes en fonction de la distance à leur étoile. Figure aimablement donnée par Jean-Baptiste Marquette (PLANET).

Cette figure résume toutes les détections grâce à toutes les méthodes à ce jour (17/06/2013). Chaque technique couvre une partie spécifique du diagramme, c'est là tout l'intérêt de continuer les observations dans chaque voie. Les premières exoplanètes détectées appartiennent à la catégorie des "Jupiter-chaud". Cette classe de planète, peu attendue par les théories de formation planétaire, a contraint les modélisateurs à modifier leurs résultats, en ajoutant la migration par exemple. La puissance des observations spatiales est visible grâce aux mesures de Kepler. Bien qu'il ne s'agisse que de candidats, la statistique sur les exoplanètes est clairement améliorée. Pourtant, on voit que la détection de planètes de masse terrestre reste difficile. Les lignes pleines de couleur montrent les capacités actuelles (orange et rouge) du microlensing, la courbe violette indiquant les capacités pour des observations spatiales. Cette technique est donc prometteuse pour observer des planètes analogues à la Terre.



## Chapitre 3

# Théorie et ordres de grandeur

### 3.1 Un peu d'histoire.

L'étude de la courbure des rayons lumineux par un corps céleste a commencé à la fin du dix-huitième siècle. Mitchell (1784) mais surtout Soldner (1804) utilisent la loi universelle de la gravitation énoncée par Newton un siècle auparavant pour démontrer que la lumière subit, comme tout autre objet, une déviation due à la masse de l'objet céleste. On peut facilement le prouver en considérant qu'un photon est une particule de très faible masse par rapport à l'astre  $m_p \ll M_A$ , ce qui est une hypothèse très raisonnable. Un photon rasant un astre de rayon  $R$  à une distance  $d$ , comme résumé sur la Figure 3.1, subit alors une accélération. La vitesse  $c$  du photon étant très élevée, l'influence du corps est très brève. La variation de quantité de mouvement  $\Delta\vec{p}$  est donc égale à :

$$\Delta\vec{p} = m_p\Delta\vec{v} = \int_{t_1}^{t_2} \vec{F}dt \sim \vec{F}\Delta t. \quad (3.1)$$

Selon le schéma, la variation de quantité de mouvement s'effectue perpendiculaire-

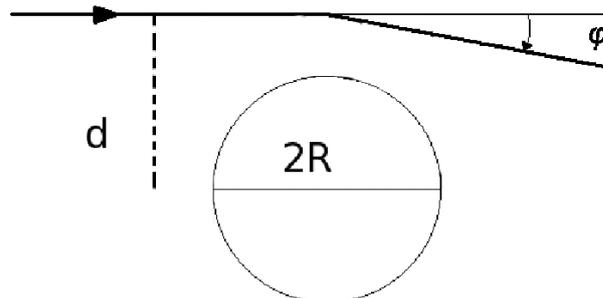


FIGURE 3.1 – Géométrie du problème.  $d$  est la distance d'impact du photon,  $R$  le rayon de l'astre et  $\phi$  l'angle de déviation.

ment à la trajectoire. Il vient alors en projetant la relation :

$$m_p\Delta v = F\Delta t = \frac{GM_A m_p}{d^2} \Delta t \Leftrightarrow \Delta v = \frac{GM_A}{d^2} \Delta t \quad (3.2)$$

L'influence de l'objet est ressentie par le photon pendant une durée  $\Delta t = \frac{2R}{c}$  ce qui donne finalement  $\Delta v = \frac{2GM_A}{Rc}$  si on considère que le photon passe suffisamment près ( $d \sim R$ ). Au final, on trouve un angle de déviation :

$$\Phi_N \sim \tan \Phi_N = \frac{\Delta v}{c} = \frac{2GM_A}{c^2 R} \quad (3.3)$$

En appliquant cette formule aux valeurs solaires, on trouve une déviation  $\Phi_N = 0.88''$ . Cette valeur est très faible, mais pas totalement négligeable comme le souligne Soldner(1804) : "If it were possible to observe the fixed stars very nearly at the sun, then we would have to take this into consideration. However, as it is well known that this doesn't happen, then also the perturbation of the sun shall be neglected." Finalement, il conclut que cet effet peut être négligé pour les observations astronomiques de son époque. L'idée de déviation de la lumière par les masses célestes tombe alors dans l'oubli pendant un siècle, avant d'émerger de la nouvelle théorie de la gravitation d'Einstein. Ce dernier, aidé notamment par son ami mathématicien Marcel Grossman (Einstein & Grossmann 1913; Einstein 1916), publie en 1915 sa théorie de la relativité générale, fruit de dix ans de travaux. L'idée de base d'Einstein est de montrer que les lois physiques s'écrivent de la même façon non seulement dans les référentiels galiléens, mais également dans les repères accélérés. Il pousse ainsi plus loin les idées de la Relativité Restreinte, lesquelles étaient déjà une extension à toutes les lois physiques des idées sur la mécanique de Galilée et Newton. C'est ce que l'on nomme aujourd'hui le principe de covariance générale. Einstein apporte alors un premier gage de la puissance de sa théorie en expliquant l'anomalie de l'avance du périhélie de Mercure. Ce phénomène avait été découvert grâce aux mesures précises de Le Verrier autour de l'année 1850. Ses mesures de l'avance du périhélie diffèrent de  $\Delta\Omega = 43'' \cdot \text{siècle}^{-1}$  par rapport à la théorie newtonnienne. Einstein (1916) fait passer la précision de la prédiction théorique à  $\Delta\Omega = 0.07'' \cdot \text{siècle}^{-1}$ , ce qui correspond aux barres d'erreur de mesures. Dans son article, Einstein réenvisage la déviation des rayons lumineux par les corps célestes. Sa théorie conduit à une valeur de l'angle valant le double de celle de Newton, soit  $\Phi_E = 2\Phi_n = \frac{4GM_A}{c^2 R} = 1.75''$ . En 1919, Eddington tente de mesurer cet angle par le biais de deux expériences lors d'une éclipse de Soleil, l'une au Brésil et l'autre en Afrique. Eddington trouva la valeur prédite par la Relativité Générale d'Einstein. Par la suite, d'autres preuves vinrent confirmer encore cette théorie.

### 3.2 De la relativité générale à l'équation des lentilles gravitationnelles

Einstein (1936) reprit l'idée de courbure des rayons lumineux mais pour des étoiles plus lointaines, bien qu'il pensait que cela était impossible à observer (Einstein 1936): 'Of course, there is no hope of observing this phenomenon directly', ce qui est vrai pour les instruments de l'époque. A la même période, Zwicky (1937) étudie ce même phénomène pour des objets bien plus massifs, comme les galaxies ("strong lensing"). C'est dans ce régime que furent faites les premières observations. En 1979, Dennis Walsh (Walsh et al. 1979) et son équipe ouvrent la voie en mesurant la déviation en deux images d'un quasar par une galaxie, apportant une preuve de plus à la Relativité Générale. Plusieurs démonstrations mènent aux équations des

lentilles gravitationnelles. Le lecteur pourra trouver la plus connue dans de nombreux ouvrages, notamment celui de Peter Schneider (Schneider et al. 1999) qui a inspiré toutes les notions introduites dans cette partie. Nous allons utiliser ici le retard en temps induit par une lentille pour établir les équations. Pour cela, exposons d'abord les hypothèses du problème. La première est que nous utiliserons uniquement l'optique géométrique, qui est une bonne approximation mais qui conduira évidemment à certains paradoxes. La seconde est que nous sommes dans le cadre des petites déviations, c'est-à-dire que les distances perpendiculaires à la ligne de visée ( $\xi$  et  $\eta$  voir Figure 3.2) sont très petites face aux distances des objets. De plus, nous considérerons les masses comme ponctuelles et dans un même plan (plan lentille) et que les vitesses sont non relativistes. Enfin, nous considérerons les étoiles sources comme ponctuelles. Vu les masses relativement faibles considérées dans le

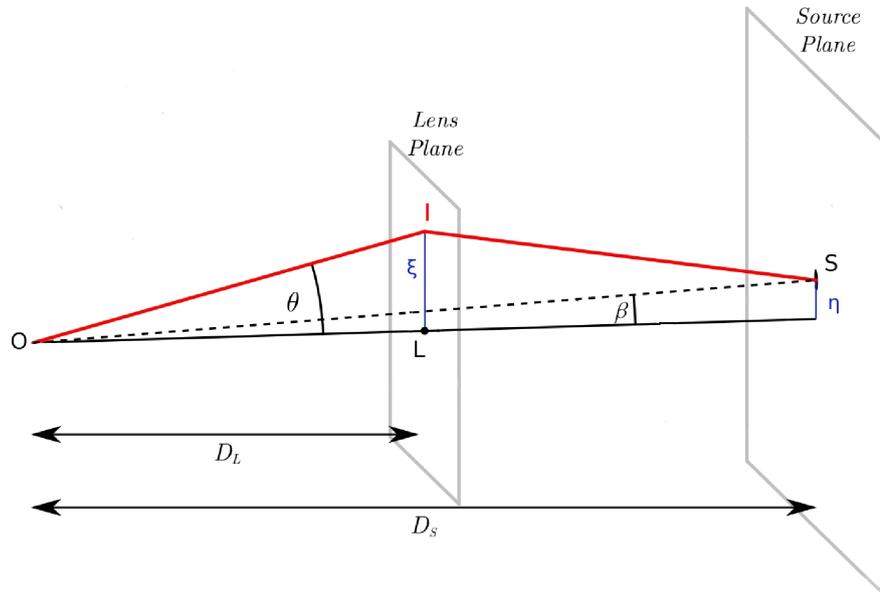


FIGURE 3.2 – Géométrie du problème. Le point  $O$  représente l'observateur de la lentille  $L$  à la distance  $D_l$  et de la source à la distance  $D_s$ .  $\theta$  et  $\beta$  sont les positions angulaires de l'image et de la source respectivement. Figure dérivée de Chote (2011).

cas des microlentilles gravitationnelles, la métrique de Minkowski est perturbée dans la forme suivante:

$$ds^2 = \left(1 + \frac{2\phi}{c^2}\right)c^2 dt^2 - \left(1 - \frac{2\phi}{c^2}\right)dl^2 \quad (3.4)$$

avec  $\phi$  le potentiel gravitationnel de la lentille et  $c$  la vitesse de la lumière. Toujours sous l'hypothèse des champs faibles (i.e,  $\frac{\phi}{c^2} \ll 1$ ) et sachant que le terme  $ds^2$  est nul pour un photon, on obtient :

$$dt = \frac{1}{c} \left(1 - \frac{2\phi}{c^2}\right) dl \quad (3.5)$$

En suivant la géométrie de la Figure 3.2, un rayon lumineux émit du point  $S$  au temps  $t_o = 0$  arrive au point  $O$  en passant par le point  $I$  au temps :

$$t = \frac{1}{c} \int (1 - \frac{2\phi}{c^2}) dl = \frac{l}{c} - \frac{2}{c^3} \int \phi(l) dl \quad (3.6)$$

Le premier terme représente l'allongement de la distance à parcourir dû à la courbure de l'espace, nous l'appellerons temps géométrique. Nous nommerons le second terme temps Shapiro en hommage à son découvreur. Les photons passant près de la lentille sont ralentis par la masse. Cet effet a été mesuré précisément dans le Système Solaire (Reasenberg et al. 1979). On peut également l'écrire sous la forme :

$$t_{Shapiro}(\xi) = -\frac{4G}{c^3} \int \Sigma(\xi') \ln\left(\frac{|\xi - \xi'|}{\xi_0}\right) d^2\xi' \quad (3.7)$$

avec G la constante de gravitation,  $\Sigma(\xi)$  la densité de masse surfacique et  $\xi_0$  une constante. On peut poser  $\theta = \frac{\xi}{D_l}$  et  $\beta = \frac{\eta}{D_s}$  car les angles considérés sont faibles. Il en découle :

$$t_{geo}(\theta) = \frac{\sqrt{(\eta - \xi)^2 + D_{ls}^2} + \sqrt{\xi^2 + D_l^2}}{c} = \frac{D_{ls} \sqrt{1 + \left(\frac{\theta D_l - \beta D_s}{D_{ls}}\right)^2} + D_l \sqrt{1 + \theta^2}}{c} \quad (3.8)$$

et

$$t_{Shapiro}(\theta) = -\frac{4G}{c^3} \int \Sigma(\theta') \ln |\theta - \theta'| d^2\theta' \quad (3.9)$$

avec  $D_{ls} = D_s - D_l$ . Les masses sont considérées comme ponctuelles donc  $\Sigma(\theta) = M\delta^2(\theta_m)$ , où  $\theta_m$  est la position de la lentille dans le plan  $D_l$ . Si l'on considère que le plan lentille contient un nombre N de lentilles, le temps Shapiro s'écrit alors :

$$t_{Shapiro}(\theta) = -\frac{4G}{c^3} \sum_i^N M_i \ln |\theta - \theta_i| \quad (3.10)$$

En réalité, comme Reasenberg et al. (1979), c'est l'écart de temps entre un rayon direct (avec  $t_{direct} = \frac{\sqrt{D_s^2 + \eta^2}}{c} = \frac{D_s \sqrt{1 + \beta^2}}{c}$ ) et un rayon dévié qui nous intéresse. De plus, nous allons normaliser cette différence de temps par  $\Delta t_o = \frac{D_{rel}}{c}$ , soit :

$$\Delta t(\theta) = \frac{t_{geo}(\theta) + t_{Shapiro}(\theta) - t_{direct}(\theta)}{\Delta t_o} \quad (3.11)$$

Ce qui donne avec  $D_{rel} = (\frac{1}{D_l} - \frac{1}{D_s})^{-1}$ :

$$\Delta t(\theta) = \frac{D_{ls} \sqrt{1 + \left(\frac{\theta D_l - \beta D_s}{D_{ls}}\right)^2} + D_l \sqrt{1 + \theta^2} - D_s \sqrt{1 + \beta^2}}{D_{rel}} - \frac{4G}{D_{rel} c^2} \sum_i^N M_i \ln |\theta - \theta_i| \quad (3.12)$$

En sachant que les angles considérés sont faibles, et en utilisant l'approximation :

$$\lim_{x \rightarrow 0} \sqrt{1 + x^2} \sim 1 + \frac{x^2}{2} \dots \quad (3.13)$$

il vient :

$$\Delta t(\theta) = \frac{D_{ls}(1 + \frac{1}{2}(\frac{\theta D_l - \beta D_s}{D_{ls}})^2) + D_l(1 + \frac{\theta^2}{2}) - D_s(1 + \frac{\beta^2}{2})}{D_{rel}} - \frac{4G}{D_{rel}c^2} \sum_i^N M_i \ln |\theta - \theta_i| \quad (3.14)$$

et finalement

$$\Delta t(\theta) = \frac{1}{2}(\theta - \beta)^2 - \frac{4G}{D_{rel}c^2} \sum_i^N M_i \ln |\theta - \theta_i| \quad (3.15)$$

Le retard en temps pour deux situations est visible sur la Figure 3.3. Selon le principe de Fermat, les images de la source se situent aux points stationnaires de la surface du retard en temps, c'est-à-dire à l'endroit où la dérivée du retard en temps s'annule. Ce sont les points rouges sur la Figure 3.3. La dérivée du retard en temps est donnée par cette formule (les variables en gras indiquent des grandeurs vectorielles):

$$\frac{d\Delta t(\boldsymbol{\theta})}{d\boldsymbol{\theta}} = \boldsymbol{\theta} - \beta - \frac{4G}{D_{rel}c^2} \sum_i^N M_i \frac{\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\theta}_i}{|\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\theta}_i|^2} \quad (3.16)$$

et donc en suivant le principe de Fermat

$$\frac{d\Delta t(\boldsymbol{\theta})}{d\boldsymbol{\theta}} = 0 \Leftrightarrow \boldsymbol{\beta} = \boldsymbol{\theta} - \frac{4G}{D_{rel}c^2} \sum_i^N M_i \frac{\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\theta}_i}{|\boldsymbol{\theta} - \boldsymbol{\theta}_i|^2} \quad (3.17)$$

Cette dernière relation est l'équation générale des microlentilles gravitationnelles

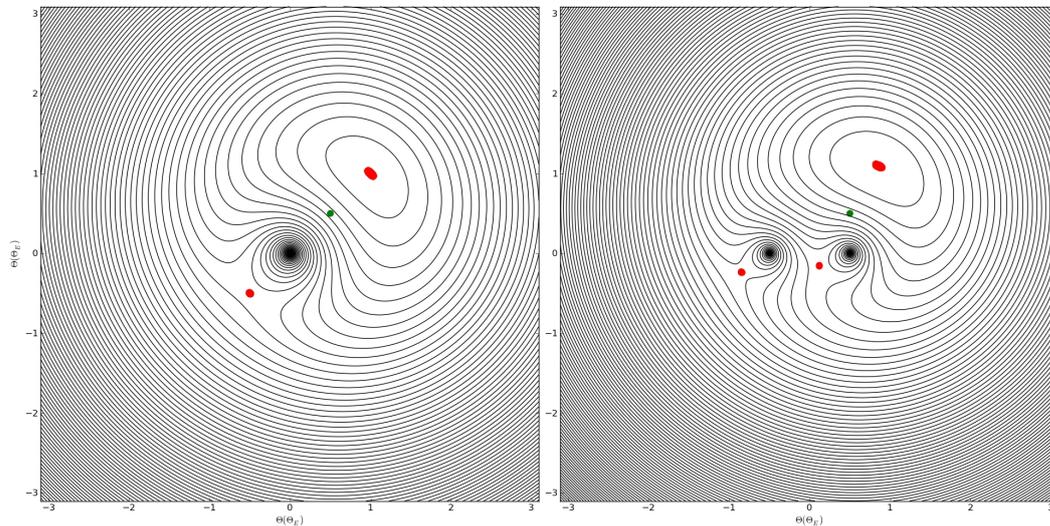


FIGURE 3.3 – Isocontours représentant la surface du retard en temps sur le plan de la lentille. Le point vert représente la position angulaire de la source, les point rouges les positions des images. A gauche, cas d'une lentille simple de  $0.3M_{\odot}$  centrée. A droite, cas d'une lentille double de masse totale  $0.3M_{\odot}$ , avec un rapport de masse égal à un et séparées par une distance d'un rayon d'Einstein, dont le centre de masse est centré.

dans le cadre de nos hypothèses. L'avantage de poser cette relation en terme d'angle

est qu'elle est valable pour n'importe quel plan considéré. Ainsi, on parlera seulement de plan du ciel pour toute la suite. Un tableau récapitulant les variables est visible en toute fin de ce chapitre.

### 3.3 Lentille simple

#### 3.3.1 De la théorie aux observables

Le cas le plus simple et le plus répandu. En effet, que ce soit des étoiles simples ou des “planètes errantes” (Sumi et al. 2011), la majorité des observations annuelles rentre dans cette catégorie. Il est donc nécessaire de bien l'analyser d'autant plus que les notions développées ici seront utiles dans tout les cas. Nous essaierons d'utiliser au maximum pour toute la suite les notations introduites par Gould (2000) dans un soucis d'uniformisation des écritures. Repartons de l'Equation (3.17) dans le cas d'une lentille composée d'un seul corps de masse  $M_l$  centrée dans le plan ( $\theta_m = 0$ ):

$$\beta = \theta - \frac{4GM_l}{D_{rel}c^2} \frac{1}{\theta} \quad (3.18)$$

Lorsque la source est parfaitement alignée avec la lentille ( $\beta = 0$ ), son image décrit alors un cercle de rayon angulaire  $\theta_E = \sqrt{\frac{4GM_l}{D_{rel}c^2}}$  appelé rayon d'Einstein (visible en rouge sur la Figure 3.4). Celui-ci représente la courbe critique du système lentille simple. On peut réécrire cette relation sous la forme :

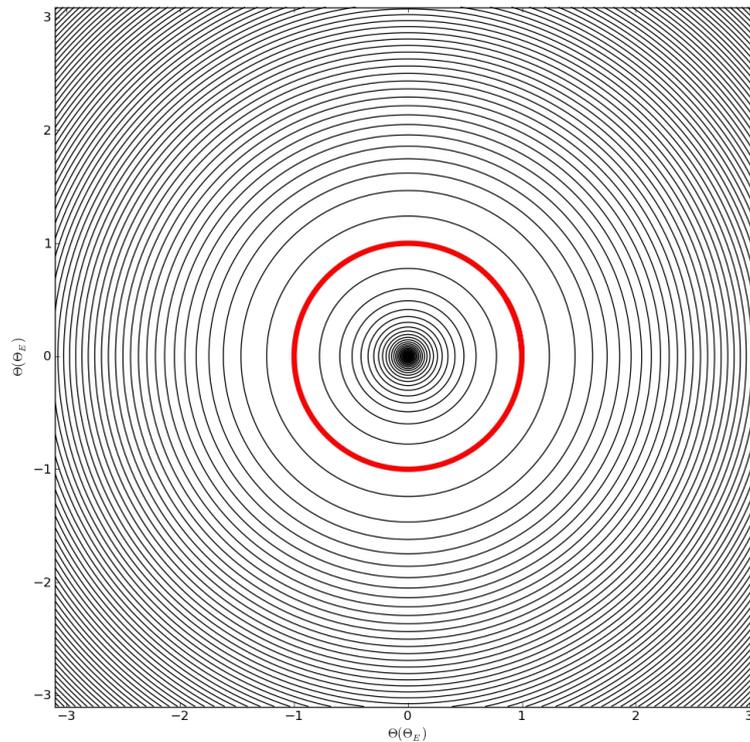


FIGURE 3.4 – Isocontours de la surface du retard en temps pour une source alignée avec une lentille centrée dans le plan. Dans cette configuration, l'image de la source décrit le cercle d'Einstein.

$$\theta_E = 2.85 \sqrt{\frac{1 \text{ kpc}}{D_{rel}}} \sqrt{\frac{M_l}{M_\odot}} \text{ mas} \quad (3.19)$$

Le rayon d'Einstein typique, pour une lentille de masse classique en microlensing  $M_l = 0.5 M_\odot$  située à mi-distance entre la Terre et le Bulbe Galactique (notre cible privilégiée en microlensing, située à  $\sim 8 \text{ kpc}$  (Eisenhauer et al. 2003, 2005; Gillessen et al. 2009; Nataf et al. 2013), qui donne  $D_{rel} = D_s = 8 \text{ kpc}$ ) est  $R_E = \theta_E D_l \sim 0.7 \text{ mas} \cdot 4 \text{ kpc} \sim 3 \text{ UA}$ . Cette valeur est d'une importance capitale! En effet, c'est parce que le rayon d'Einstein est du même ordre de grandeur que le rayon d'orbite des planètes que l'on peut les détecter. De plus, pour une lentille de type naine M, une distance de 1 UA pousse cette zone de détection au delà des limites des glaces du système. Seul le microlensing permet, pour l'instant, de détecter des planètes dans cette région. Si l'on normalise l'équation Equation (3.18) par  $\theta_E$ , on arrive à la formule de Paczyński (1986) :

$$U = V - \frac{1}{V} \quad (3.20)$$

avec  $U = \frac{\beta}{\theta_E}$  le "paramètre d'impact" de la source et  $V = \frac{\theta}{\theta_E}$ . Il est facile de voir que lorsque  $V$  est très grand,  $U \sim V$ , la lentille n'a plus d'effet sur la source. Cette équation de degré deux possède toujours deux solutions  $\forall U \neq 0$ . Cela signifie que lorsque la source passe près d'une lentille, deux images de même brillance (principe de Fermat) sont produites dans le plan du ciel situées aux positions (Paczynski 1986; Gould & Loeb 1992) :

$$V_\pm = \frac{U \pm \sqrt{U^2 + 4}}{2} \quad (3.21)$$

Réécrivons l'équation Equation (3.20) pour les deux coordonnées des vecteurs :

$$x_S = x_I - \frac{x_I}{V_\pm^2} \Leftrightarrow x_S = x_I \left(1 - \frac{1}{V_\pm^2}\right) \quad (3.22)$$

$$y_S = y_I - \frac{y_I}{V_\pm^2} \Leftrightarrow y_S = y_I \left(1 - \frac{1}{V_\pm^2}\right) \quad (3.23)$$

Ces images sont ainsi le fruit d'homothéties. Choisissons un repère quelconque  $(R, \vec{e}_x, \vec{e}_y)$  dans le plan source. Supposons que l'angle formé par les vecteurs  $\vec{U}$  et  $\vec{e}_x$  soit  $\alpha$ .

Comme  $V_+ > 1$ , l'image correspondante a pour coordonnées polaires  $\begin{pmatrix} V_+ \\ \alpha \end{pmatrix}$ . Elle est appelée image majeure et se trouve en dehors du cercle d'Einstein. On sait que  $-1 < V_- < 0$ , ce qui implique que l'image correspondante, dite mineure, se situe à l'intérieur du rayon d'Einstein et a pour coordonnées  $\begin{pmatrix} -V_- \\ \alpha + \pi \end{pmatrix}$ . Les deux images, la

source et la lentille sont donc parfaitement alignées. Nous retrouvons ainsi les points rouges de la Figure 3.3 dans le cas de la lentille simple. Pour une amplification du flux de source significative ( $U \leq 1$ , voir ci-dessous), la séparation entre les deux images vaut  $|V_+ - V_-| \sim 2\theta_E$ . Comme vu précédemment,  $\theta_E$  est de l'ordre de la milliarcseconde, les images en microlensing sont donc non résolues par les télescopes actuels. L'augmentation du flux est ainsi la seule trace détectable du phénomène. L'amplification de l'image de la source par la lentille est égale aux rapport des aires selon le principe de Fermat. Pour des variations infinitésimales  $\partial\alpha$  et  $\partial U$  dans le

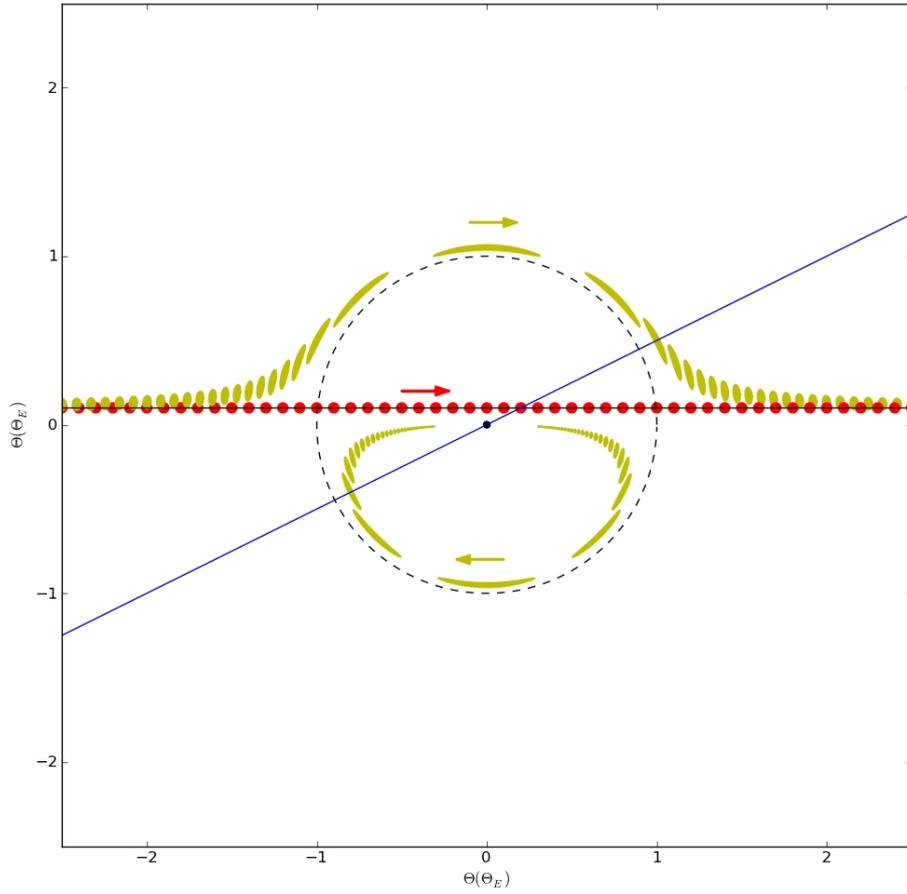


FIGURE 3.5 – Positions et surface des images (en jaune) en fonction de la position de la source (en rouge). A noter que le trait bleu montre que la lentille, la source et les deux images sont alignées à chaque instant. Le cercle en pointillé représente le rayon d'Einstein. La figure est centrée sur la lentille (le point noir).

plan de source, les variations dans le plan image sont  $\partial V_{\pm}$  et  $\pm V_{\pm} \partial \alpha$ . Le rapport des aires, en fonction de  $U$ , pour chaque image est donc :

$$A_{\pm}(U) = \frac{A_I}{A_S} = \pm \frac{V_{\pm}}{U} \frac{\delta V_{\pm}}{\delta U} \quad (3.24)$$

ce qui donne

$$A_{\pm}(U) = \frac{1}{2} \left( \frac{U^2 + 2}{U \sqrt{U^2 + 4}} \pm 1 \right) \quad (3.25)$$

Lorsque  $U \gg 1$ ,  $A_+ \sim 1$  et  $A_- \sim 0$  : il n'y a pas d'amplification du flux. De plus cela montre que si l'on considère une source non ponctuelle de rayon  $\rho$  (normalisé par  $\theta_E$ ), l'aire de l'image majeure est alors  $\sim \pi \rho^2$  tandis que l'image mineure a quasiment disparue : l'effet de la lentille est négligeable. A l'inverse  $\forall U \ll 1$ , l'amplification des images tend vers  $\frac{1}{U} \sim +\infty$  : le flux de la source augmente jusqu'à l'infini. Cette singularité est due à l'hypothèse que nous sommes dans le cadre de l'optique géométrique : cela est faux lorsque la source s'approche des singularités géométriques du plan, ici le centre  $(0,0)$ . Toutes ces propriétés sont résumées sur la Figure 3.5.

Les images n'étant pas résolues, seule la somme des amplifications est détectable (Paczynski 1986; Gould & Loeb 1992):

$$A(U) = \frac{U^2 + 2}{U\sqrt{U^2 + 4}} \quad (3.26)$$

Bien entendu, cette somme suit le comportement vu ci-dessus. Il est important de noter que toutes les relations dérivées jusqu'ici ne prennent pas en compte le flux de l'étoile source. Elles en sont donc indépendantes. C'est pourquoi l'effet de microlentille gravitationnelle est totalement achromatique. Pour détecter une amplification significative, supposons que nos erreurs de mesure du flux soient de l'ordre de 10%. Comme le flux reçu est strictement proportionnel à l'amplification ( $F(U) = F_s \cdot A(U)$ ), la condition nécessaire et suffisante pour la mesurer est alors :

$$A(U) > 1.1 \Leftrightarrow U < \sqrt{-2 + 2\sqrt{\frac{1.1^2}{1.1^2 - 1}}} \sim 1.7 \quad (3.27)$$

On peut alors considérer que le flux reçu d'une source située à plus de deux rayons d'Einstein de la lentille ne sera pas modifié. Cette valeur du paramètre d'impact représente un angle maximum  $\beta \sim 0.8 \text{ mas}$ . En d'autres termes, il faut que la source et la lentille aient une séparation angulaire dans le plan du ciel inférieure à  $\sim 800 \mu\text{as}$  afin d'observer un événement de microlentille gravitationnelle. Cette très faible séparation angulaire explique la faible probabilité ( $\sim 10^{-6}$ ) d'occurrence. Il faut donc observer des champs très riches en étoiles pour espérer détecter des événements, voir Chapitre 5.

### 3.3.2 Courbe de microlensing

Nous avons vu que l'amplification du flux de la source par la lentille est uniquement contrainte par le paramètre d'impact  $U$ . Comme les sources observées en microlensing sont majoritairement situées dans le Bulbe Galactique et que les lentilles sont réparties aléatoirement entre l'observateur et la source, il existe un mouvement propre entre ses trois composantes. Celui-ci est expliqué par divers phénomènes : vitesse de rotation différentes entre le disque et le Bulbe Galactique, mouvement "thermique" des étoiles du Bulbe ou encore une vitesse intrinsèque des lentilles. Pour connaître l'ordre de grandeur de ce mouvement, reprenons la configuration déjà étudiée pour connaître le rayon d'Einstein typique des lentilles: la source, supposée fixe, se situe à 8 kpc de la Terre. Le mouvement propre de Sagittarius  $A^*$  est  $6.4 \text{ mas.yr}^{-1}$  (Reid & Brunthaler 2004). On sait que le mouvement propre est défini ainsi:

$$\mu_{rel} = \frac{V_S}{D_s} \quad (3.28)$$

Pour la distance adoptée, nous trouvons  $V_S \sim 242 \text{ km.s}^{-1}$ . Or, le Soleil possède un mouvement particulier qui vaut  $\Delta V_S \sim 12 \text{ km.s}^{-1}$  (Schönrich et al. 2010). La vitesse de rotation du Soleil autour du centre galactique vaut donc  $V_T \sim 230 \text{ km.s}^{-1}$ , très proche de la valeur dérivée par Fich et al. (1989) ( $V_T \sim 220 \text{ km.s}^{-1}$ ), ce qui donne un mouvement propre corrigé de  $\mu_{rel} \sim 6.1 \text{ mas.yr}^{-1}$ . C'est le mouvement propre d'une lentille du disque et d'une source du Bulbe fixes. En considérant les mouvements particuliers de la lentille et de la source, deux cas se présentent : la lentille est située

dans le Bulbe ou le disque. La dispersion en mouvement propre pour les étoiles du Bulbe est estimée à  $\sigma_\mu = 2.7 \text{ mas.yr}^{-1}$  (Kuijken & Rich 2002; Kozłowski et al. 2006) pour chaque direction  $l$  et  $b$ , ce qui correspond à une dispersion en vitesse de  $\sigma_V \sim 100 \text{ km.s}^{-1}$ . Pour le premier cas, la lentille et la source ont alors une dispersion en mouvement propre de :

$$\sigma_{\mu,l} = \sigma_{\mu,s} = \sqrt{2\sigma_\mu^2} = \sqrt{2}\sigma_\mu \quad (3.29)$$

Le mouvement relatif des deux astres est donc :

$$\mu_{rel} = \sqrt{2\sigma_{\mu,l}^2 + 2\sigma_{\mu,s}^2} = \sqrt{4\sigma_\mu^2} = 2\sigma_\mu = 5.2 \text{ mas.yr}^{-1} \quad (3.30)$$

Pour le second cas, la lentille a une vitesse propre de  $V_l = \sigma_V = 30 \text{ km.s}^{-1}$ . Pour une lentille située à  $D_l = 4.0 \text{ kpc}$ , le mouvement propre est alors  $\sigma_{\mu,l} = 1.6 \text{ mas.yr}^{-1}$ . Le mouvement relatif entre les deux astres est donc la somme entre le mouvement particulier de la lentille, celui de la source et le mouvement propre entre le disque et le Bulbe, la lentille et la Terre suivant le même déplacement :

$$\mu_{rel} = \sqrt{6.1^2 + 2\sigma_{\mu,l}^2 + 2\sigma_{\mu,s}^2} = \sqrt{6.1^2 + 2 * 1.6^2 + 2 * 2.6^2} = 7.5 \text{ mas.yr}^{-1} \quad (3.31)$$

Les mouvements propres pour les deux situations sont donc du même ordre de grandeur. Bien qu'un mouvement propre grand "favorise" les lentilles proches, car  $\sigma_{\mu,l} = \frac{V_l}{D_l}$ , la grande dispersion des distributions pour chaque géométrie ne permet pas de conclure. Sachant que la résolution angulaire des meilleures télescopes actuelles (HST, KECK, VLT...) est de l'ordre de 10 mas, il faut attendre environ 5 ans pour bien mesurer la séparation entre la lentille et la source. Nous reviendrons sur ce point dans le Chapitre 5, car mesurer cette séparation est un excellent moyen d'infirmier ou d'appuyer un modèle. Nous savons désormais que la source possède un mouvement propre. On peut le caractériser en fonction du temps. Définissons pour commencer le temps d'Einstein qui correspond à la durée que met la source pour parcourir un rayon d'Einstein :

$$t_E = \frac{\theta_E}{\mu_{rel}} \quad (3.32)$$

Soit ensuite  $t_o$  le temps pour lequel le paramètre d'impact  $U$  est minimal, que nous notons  $U_o$ . Par convention,  $U_o > 0$  si la lentille passe la source sur sa droite (Gould 2004; Skowron et al. 2011). Comme la trajectoire est rectiligne, pour chaque temps  $t$ , nous pouvons écrire (Yoo et al. 2004) :

$$U(t) = \sqrt{U_o^2 + \frac{(t - t_o)^2}{t_E^2}} \quad (3.33)$$

Ainsi, l'amplification au cours du temps est uniquement déterminée par les trois paramètres  $U_o$ ,  $t_o$  et  $t_E$ . Toujours en suivant notre exemple, on peut calculer un temps d'Einstein typique du microlensing :

$$t_E = \frac{\theta_E}{\mu_{rel}} \sim \frac{0.5}{0.017} \sim 30 \text{ jours} \quad (3.34)$$

La distribution en  $t_E$  est en fait très élargie, voir Sumi et al. (2011) ou Chapitre 6, mais l'ordre de grandeur est correct. Il est en effet très rare de voir des événements

dont le temps d'Einstein n'est pas inclus dans l'intervall [1 jours,200 jours]. Notons que le microlensing est un bon moyen pour détecter des trous noirs ou des naines blanches isolés, ces lentilles produisant des évènements typiques avec  $t_E \geq 300$  (Sahu et al. 2012). Cinq exemples d'amplification en fonction du temps sont visibles sur la Figure 3.6. L'origine du temps  $t_o$  est choisie arbitrairement à zéro.

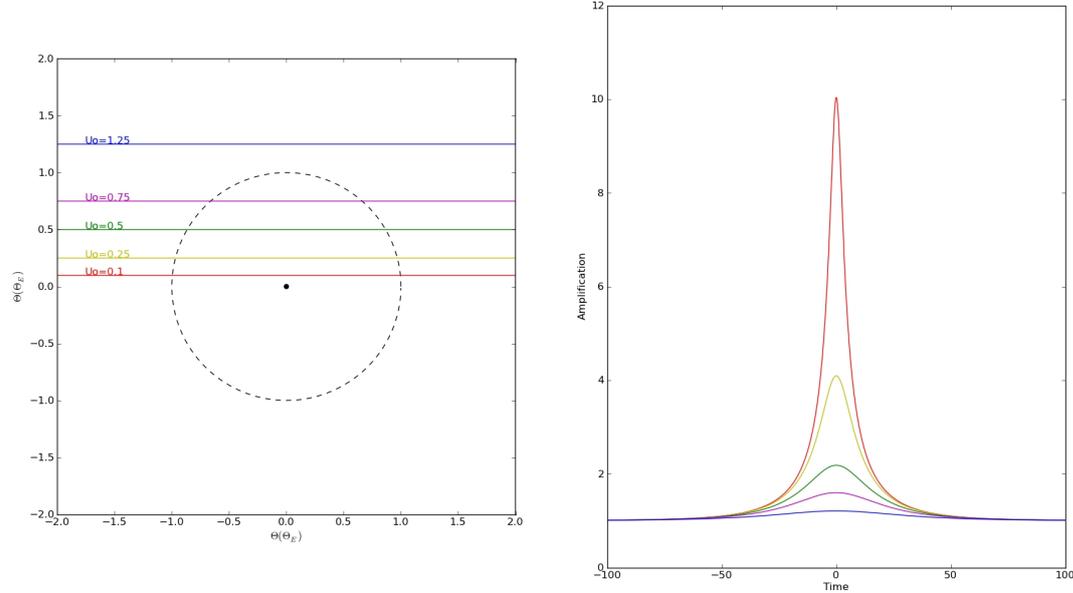


FIGURE 3.6 – Courbes d'amplification en fonction des différents paramètres d'impact.  $t_o$  est égal à 0 par convention, tandis que  $t_E$  vaut 30 jours.

### 3.4 Lentilles composées de plusieurs objets

#### 3.4.1 Cas général

L'équation générale des microlentilles gravitationnelles Equation (3.17) représente la transformation du vecteur  $\vec{\beta}$  par la distribution de masse que compose la lentille. On peut réécrire cette relation en terme de nombre complexe en suivant les notations introduites par Witt(1990) :

$$\zeta = z - \frac{4G}{D_{rel}c^2} \sum_i^N M_i \frac{z - z_i}{|z - z_i|^2} \quad (3.35)$$

avec  $\zeta = \xi + i\eta$  et  $z = x + iy$  les positions de la source et de l'image respectivement.

On peut alors normaliser par  $\theta_E$  en posant  $\epsilon_i = \frac{M_i}{M_{tot}}$  avec  $M_{tot} = \sum_i^N M_i$  :

$$\zeta = z - \sum_i^N \epsilon_i \frac{z - z_i}{|z - z_i|^2} \Leftrightarrow \zeta = z - \Theta_E \sum_i^N \frac{\epsilon_i}{\bar{z} - \bar{z}_i} \quad (3.36)$$

Comme démontré dans Witt(1990), cette équation possède toujours  $N^2 + 1$  solutions dans l'espace complexe. Cela représente alors une borne maximale dans l'espace réel. Autrement dit, les solutions imaginaires pures ne seront jamais observées

en réalité. La borne minimale est  $N + 1$  (Han 2005). Résoudre ce polynôme pour  $N \geq 2$  est impossible analytiquement, il faudra donc utiliser des méthodes numériques pour trouver les solutions (méthode de Laguerre). Cependant, on peut tirer quelques informations intéressantes de cette équation. La matrice Jacobienne  $J$  de cette transformation s'écrit :

$$J = \begin{pmatrix} \frac{\partial \xi}{\partial x} & \frac{\partial \xi}{\partial y} \\ \frac{\partial \eta}{\partial x} & \frac{\partial \eta}{\partial y} \end{pmatrix} \quad (3.37)$$

L'inverse du jacobien de cette matrice donne alors l'amplification d'une image :

$$|J| = \frac{\partial \xi}{\partial x} \frac{\partial \eta}{\partial y} - \frac{\partial \eta}{\partial x} \frac{\partial \xi}{\partial y} \quad (3.38)$$

Après un peu d'algèbre et en sachant que  $\frac{\partial \eta}{\partial x} = \frac{\partial \xi}{\partial y}$ , voir (Schneider 1984), il vient :

$$|J| = \left( \frac{\partial \zeta}{\partial z} \right)^2 - \frac{\partial \zeta}{\partial \bar{z}} \frac{\partial \bar{\zeta}}{\partial \bar{z}} \quad (3.39)$$

Comme vu dans le cas de la lentille simple, les courbes critiques sont les positions des images lorsque l'amplification du flux de la source est infinie. Mathématiquement, on peut écrire cette condition sous la forme :

$$A = +\infty \Leftrightarrow |J| = 0 \quad (3.40)$$

D'après la relation Equation (3.36), il vient  $\frac{\partial \zeta}{\partial z} = 1$  et  $\frac{\partial \zeta}{\partial \bar{z}} = \sum_i^N \frac{\epsilon_i}{(\bar{z} - \bar{z}_i)^2}$  donc la relation précédente se résume à :

$$|J| = 0 \Leftrightarrow \left| \sum_i^N \frac{\epsilon_i}{(\bar{z}_i - \bar{z})^2} \right|^2 = 1 \quad (3.41)$$

Comme il faut que le module de cette somme soit égal à un, on peut trouver les positions des images critiques en résolvant une équation paramétrique :

$$\sum_i^N \frac{\epsilon_i}{(\bar{z}_i - \bar{z})^2} = e^{i\phi} \quad \forall \phi \in [0; 2\pi] \quad (3.42)$$

Les positions de source correspondantes à ces solutions décrivent des courbes fermées, appelées caustiques. Elles sont d'une importance capitale en microlensing, car elles sont la projection de la géométrie de la lentille dans le plan du ciel. Une étude approfondie des caustiques est visible dans la prochaine partie. Sur Terre, on rencontre ce phénomène comme le montre la Figure 3.7 : ce sont les points où la majorité des rayons lumineux convergent en passant à travers un milieu réfringent.



FIGURE 3.7 – La photo du haut montre des caustiques sur le dos du requin blanc tandis que le passage de la lumière à travers le verre d'eau crée une caustique très lumineuse.

### 3.4.2 Lentilles binaires et analyse sur les caustiques

Intéressons-nous maintenant au cas où la lentille est composée de deux corps. Comme environ la moitié des étoiles dans notre Galaxie sont des étoiles doubles (Duquennoy & Mayor (1988), ou bien sont accompagnées d'au moins une planète (Cassan et al. 2012), ce cas est relativement fréquent. La majorité des planètes découvertes en

microlensing rentrent dans cette catégorie. Historiquement, Mao & Paczynski (1991) sont les premiers à proposer l'idée que la première exoplanète puisse être découverte ainsi. Ils estiment qu'environ 10% des événements doivent être binaires et qu'environ deux planètes peuvent être détectées par an. Cela est très peu, mais rappelons-nous qu'en 1991, aucune exoplanète n'avait été observée, la première autour d'un pulsar datant de 1992 (Wolszczan & Frail 1992), la première autour d'une étoile datant de 1995 (Mayor & Queloz 1995). Cette technique semblait donc très prometteuse. Il est assez facile de comprendre pourquoi le microlensing permet de détecter des planètes. En effet, comme vu dans la Figure 3.5, les images produites par la lentille primaire, l'étoile, se situent autour du rayon d'Einstein du système, soit une distance d'environ une unité astronomique. Dans le cas où une planète se trouve dans ces régions, elle va elle-même agir comme une seconde lentille et réamplifier le flux de l'étoile source. Cependant, comme ce corps est de très faible masse, son rayon d'Einstein propre est très petit et donc l'amplification de lumière sera de très courte durée comparée à l'évènement dans sa globalité. C'est le cas le plus simple en microlensing. On observera alors un pic principal créé par l'étoile et un pic secondaire dans les ailes créé par la planète. Dans ce cas, assez fréquent, il est possible de faire une modélisation de l'évènement "à la main", comme montré dans l'Annexe C. Le cas le moins favorable, c'est à dire  $U \leq 1.7$ , donne l'intervalle des distances des planètes pouvant être détectées en microlensing, c'est ce que l'on nomme la "lensing zone":

$$V_{\pm} = s_{min,max} = \frac{1.7 \pm \sqrt{1.7^2 + 4}}{2} = [0.46, 2.2] \quad (3.43)$$

avec  $s$  la distance projetée entre les deux corps composant la lentille, normalisée par  $\Theta_E$ . Cet interval est un peu plus grand que celui donné dans la littérature [0.6,1.6], voir par exemple (Wambsganss 1997; Griest & Safizadeh 1998; Gaudi et al. 2002). Le rayon d'Einstein de la planète  $\Theta_{E,p}$  sera parcouru par l'image pendant un temps  $t_p \sim \frac{\Theta_{E,p}}{\mu_{rel}} \sim t_E \sqrt{q}$ , où  $q$  est le ratio de masse entre les deux composantes. Pour un ratio de masse  $q = 0.001$ , typique d'une planète géante autour d'une étoile  $M$ , la durée typique d'une déviation est de  $t_p \sim 24h$  pour  $t_E = 30$  jours. Les déviations planétaires sont donc de très courtes durées, ce qui pose des problèmes observationnels.

Les caustiques représentent les positions de la source où l'amplification de son flux par la lentille est infinie. Ainsi, comme dans le cas de la lentille simple, elles sont une projection de la géométrie de la lentille sur le plan du ciel. Autrement dit, si l'on parvient à déterminer la géométrie de la caustique d'un évènement, on peut alors remonter aux propriétés physiques de la lentille. En sachant  $s$  et  $q$ , il est possible de tracer les caustiques correspondantes grâce aux équations données par Witt (1990). Les caustiques ainsi que les courbes critiques ont été longuement étudiées dans la littérature (Schneider & Weiss 1986; Erdl & Schneider 1993; Dominik 1999). La première grande propriété que l'on peut montrer est le fait que l'espace des paramètres des caustiques est divisé en trois parties, comme résumé sur la Figure 3.8. Lorsque les deux corps sont proches, trois caustiques sont formées : l'une près de l'objet le plus massif et deux autres à l'opposé du compagnon. A l'inverse, si les deux lentilles sont éloignées l'une de l'autre, la caustique proche de l'astre le plus massif est toujours présente tandis qu'une grosse caustique est formée entre les deux compagnons. Il faut noter que la caustique la plus proche de l'objet le plus massif est appelée "caustique centrale" et les autres "caustiques planétaires". Enfin, quand la

séparation est suffisamment proche de un ( $s \sim 1$ ), les caustiques fusionnent pour n'en former qu'une seule, appelée "caustique résonante". Ces trois régimes sont délimités par les relations suivantes (Schneider & Weiss 1986; Erdl & Schneider 1993; Dominik 1999):

$$\frac{d_c^8}{(1 - d_c^4)^3} = \frac{(1 + q)^2}{27q} \quad (3.44)$$

$$d_w = \left( \frac{(1 + q^{\frac{1}{3}})^3}{1 + q} \right)^{\frac{1}{2}} \quad (3.45)$$

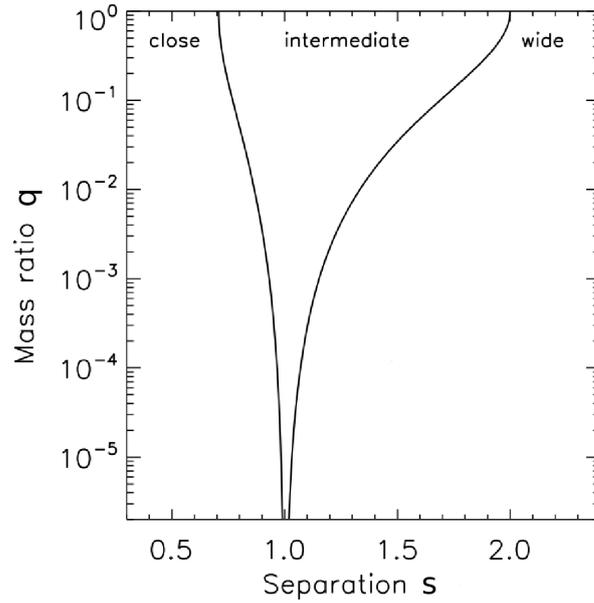


FIGURE 3.8 – Les trois types de régimes pour les caustiques binaires. Figure extraite de Cassan (2008).

La seconde propriété est qu'il existe une dégénérescence en  $s \Leftrightarrow \frac{1}{s}$  pour les caustiques centrales. Cela signifie qu'une caustique centrale donnée peut-être produite indifféremment par un compagnon proche ou éloigné. En pratique, il est très difficile de différencier les deux cas. Pour tracer ces caustiques, Witt & Mao (1995) montrent que l'équation Equation (3.42) revient à résoudre ce polynôme de degré cinq :

$$p(z) = \sum_i^5 c_i z^i = 0 \quad (3.46)$$

où  $c_i$  sont des coefficients dépendants de  $s$  et  $q$ . Trouver les racines de ce polynôme numériquement est aisé mais a un coût en terme de temps de calcul. Nous verrons dans la partie modélisation qu'il faut essayer de réduire le plus possible l'appel à cette méthode. Ce polynôme possède cinq racines complexes. Cependant, les solutions imaginaires pures ne sont pas physiques. Ainsi, trois images sont formées lorsque la source est à l'extérieur des caustiques et deux images supplémentaires apparaissent quand la source est à l'intérieur de celles-ci (Witt 1990; Witt & Mao 1995). Un exemple est visible sur la Figure 3.9.

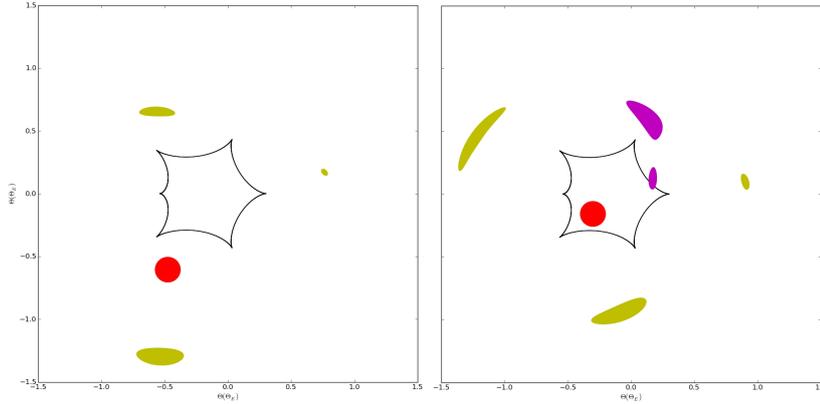


FIGURE 3.9 – La source est représentée par le disque rouge, les images sont en jaune. Dans le cas de droite, deux nouvelles images, en magenta, apparaissent quand la source est à l’intérieur de la caustique.

Ces deux images supplémentaires forcent alors l’amplification à être supérieure ou égale à trois  $A \geq 3$  (Witt & Mao 1995). Dans le cas d’une source réelle, c’est-à-dire non ponctuelle, la situation évolue si la source traverse une branche de caustique. Les images sont alors très étirées et certaines fusionnent pour n’en former que deux, trois ou quatre. Nous allons maintenant analyser plus en détails la topologie des caustiques binaires ainsi que les courbes de lumière correspondantes. Le but est de montrer que les courbes de lumière ont des formes très diversifiées. La forme des déviations est principalement contrainte par la trajectoire de la source, dirigée selon l’angle  $\alpha$ , et la forme des caustiques. De plus, pour une même caustique, la courbe de lumière peut changer drastiquement en modifiant la trajectoire de la source. Sur les figures suivantes, les courbes fermées noires sont les caustiques. Le point jaune représente le corps le plus massif, placé à gauche par convention. Le point rouge représente le compagnon tandis que le point violet est le centre de masse. La trajectoire de la source est tracée en vert, la flèche indiquant la direction. Les paramètres sont donnés en haut à droite de chaque figure. Il faut maintenant détailler un point crucial ici : comment définir  $U_o$ ? Pour une lentille simple, on prend pour origine la position de la lentille. Dans le cas d’une lentille binaire, cela est plus délicat. Par convention, nous prendrons pour origine le photocentre du système, qui est le centre de la caustique centrale (Han 2009; Skowron et al. 2011). La distance  $\delta$  séparant le photocentre de l’astre le plus massif est donné par:

$$\delta = \begin{cases} \frac{q}{s(1+q)} & \text{for } s > 1 \\ \frac{sq}{1+q} & \text{for } s < 1 \end{cases} \quad (3.47)$$

L’angle  $\alpha$  est l’angle caractérisant la direction de la trajectoire de la source par rapport à la droite reliant, de gauche à droite, les deux lentilles, dans le sens trigonométrique. Sachant que les caustiques sont les points où l’amplification augmente fortement (cela est d’autant plus vrai près des “cusps”: les points de rebroussement des caustiques), il est intéressant de retrouver “à la main” la forme des courbes de lumière en suivant la trajectoire. Cet exercice est très utile pour bien comprendre ce qui se passe dans les événements réels, par exemple pour comprendre des dégénérescences de modèles ou anticiper un pic en temps réel. Chaque cas est discuté en détails

dans la légende. Pour chaque graphique, les valeurs des variables sont indiquées en haut à droite.

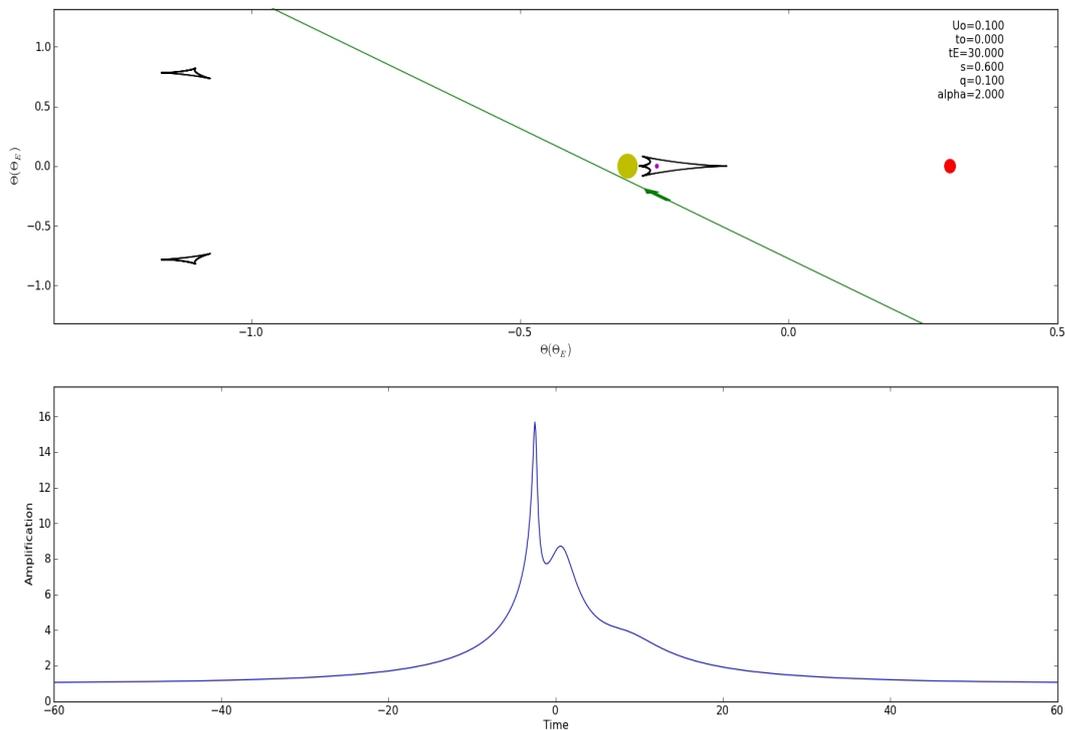


FIGURE 3.10 – Topologie d’une microlentille binaire proche (“close” en anglais). La caustique centrale est composée de quatre “cusps”. Les deux caustiques “planétaires”, situées à l’opposée du compagnon, possèdent trois “cusps”. Chaque pic est dû au passage près d’un “cusp” de la caustique centrale, l’amplification étant d’autant plus importante que la distance est petite.

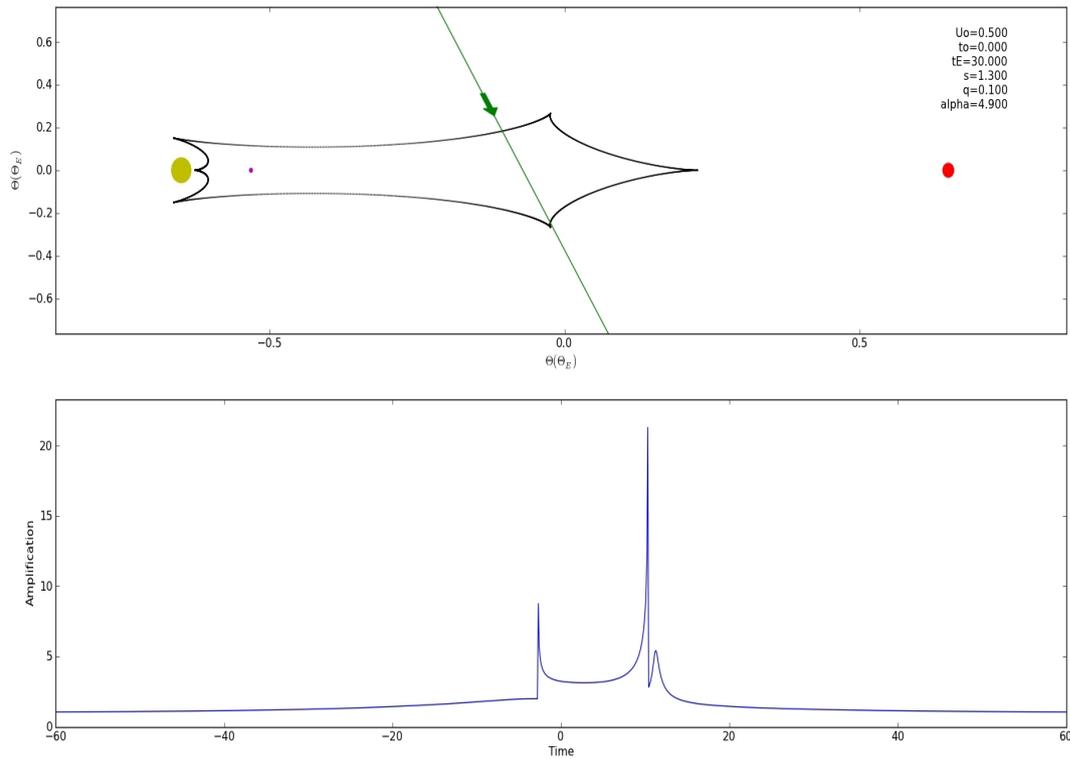


FIGURE 3.11 – Topologie d’une microlentille binaire résonante (“resonant” en anglais). Elle est le fruit de la fusion des caustiques centrale et planétaire. Les deux premiers pic étroits sont produits par le passage d’une branche (“fold”) de la caustique. L’ensemble de ces deux pics ainsi que la forme en U les séparant sont typiques d’un franchissement de caustique. Le dernier pic est dû à l’effleurement du dernier “cusp”.

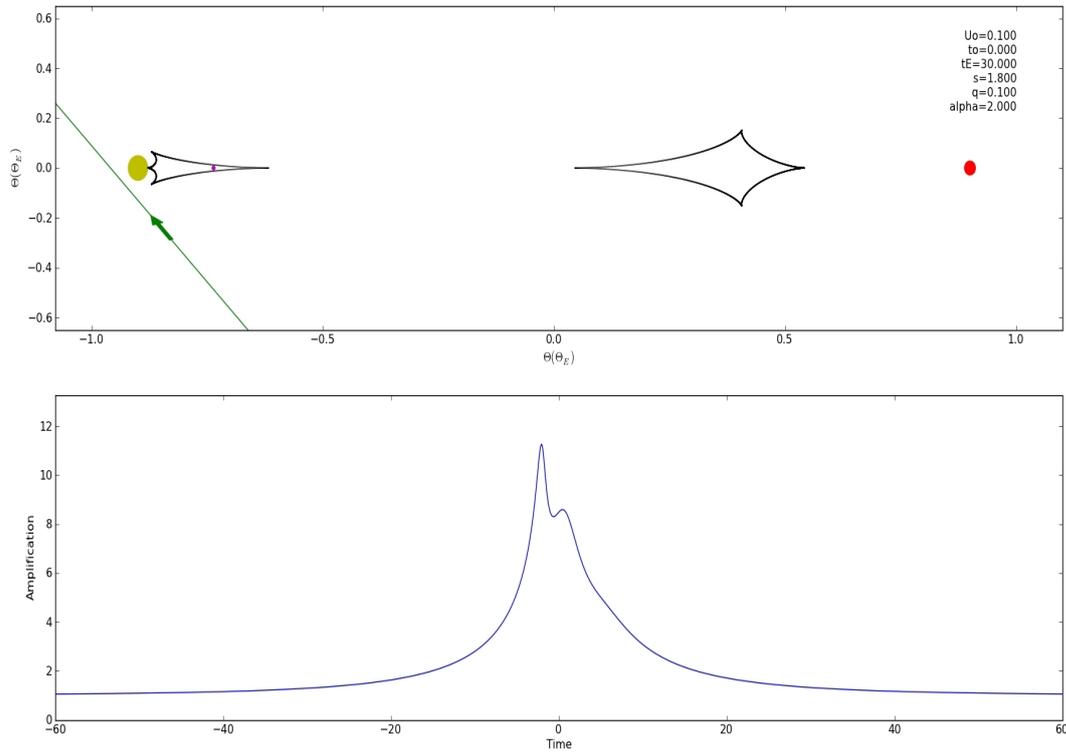


FIGURE 3.12 – Topologie d’une microlentille binaire éloignée (“wide” en anglais). La signature de ce type de lentille est que la caustique planétaire, de grande taille par rapport à la centrale, se situe entre les deux corps. Notons la similitude de la courbe de lumière avec celle de la Figure 3.10.

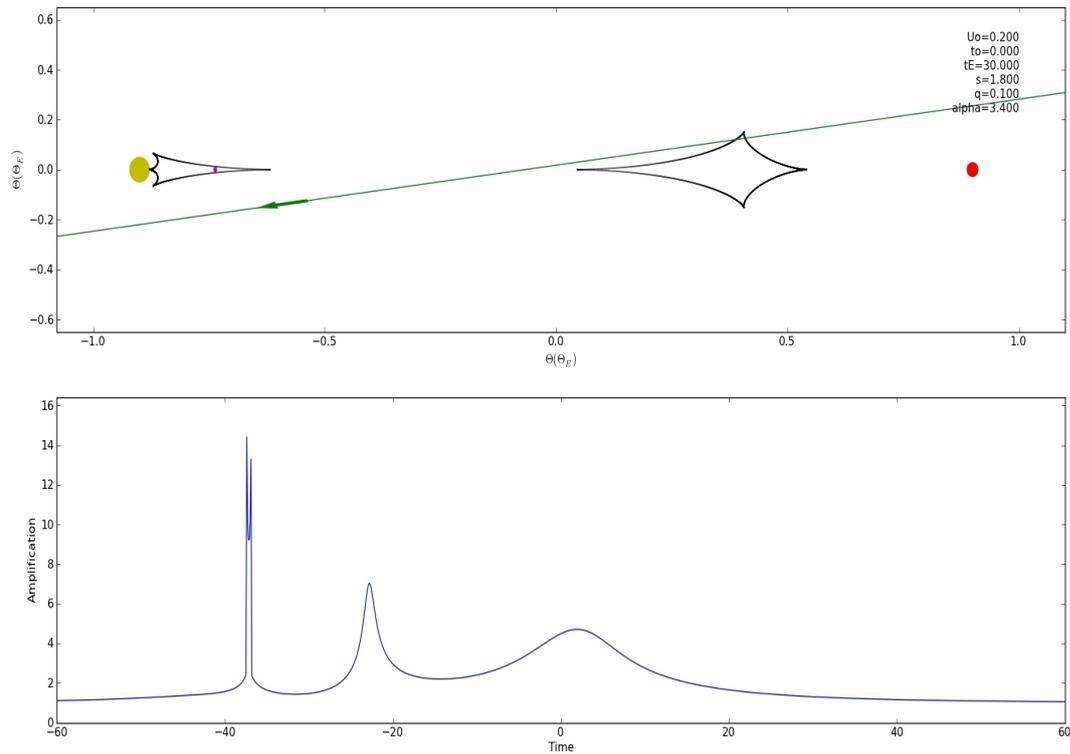


FIGURE 3.13 – Même géométrie que précédemment ( $s$  et  $q$  identique). On voit ici qu’une trajectoire de source modifiée amène une courbe de lumière totalement différente. Ceci est un vrai problème en microlensing car le problème inverse est tout aussi vrai : deux configurations différentes peuvent amener à une courbe de lumière similaire. Le problème est dégénéré. Ce type de courbe de lumière est la situation optimale pour l’étude des lentilles binaires. En effet, le pic aux alentours de  $-40$  jours avant le pic principal est la signature d’un passage près de la caustique “planétaire”, signe que l’événement est très prometteur.

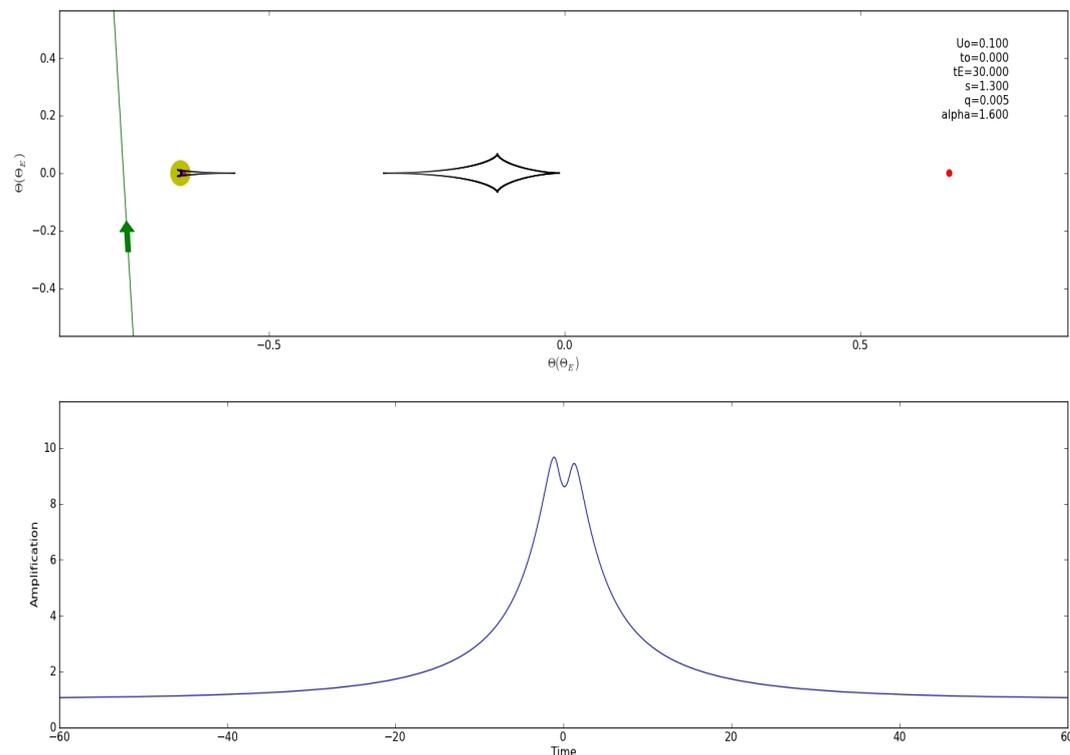


FIGURE 3.14 – Illustration de la dégénérescence  $s \Leftrightarrow \frac{1}{s}$  avec la Figure 3.15.

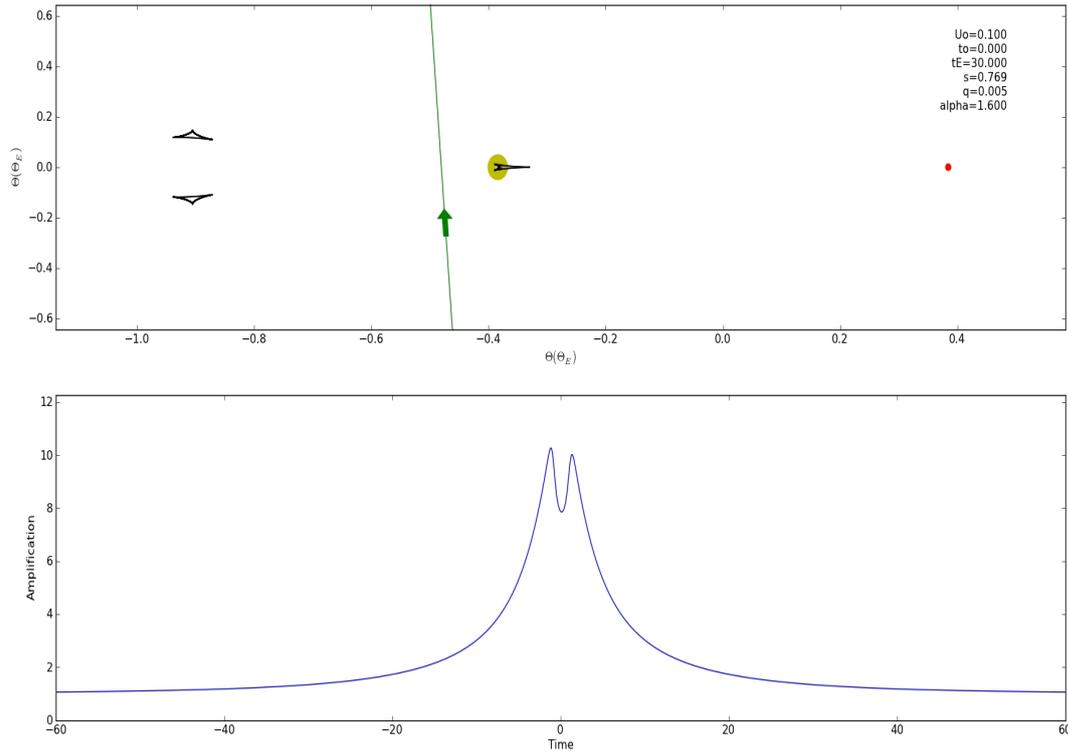


FIGURE 3.15 – Illustration de la dégénérescence  $s \Leftrightarrow \frac{1}{s}$ . Dans ce cas, les pics autour du maximum d’amplification sont plus prononcés, mais la topologie est similaire.

Ces graphiques résument les situations observées chaque année. Pour chaque cas, il est possible de connaître la position des caustiques planétaires par rapport à la caustique centrale grâce à cette relation (Dominik 1999; Bozza 2000; Chung & Lee 2011) :

$$s_c = s - \frac{1}{s} \quad (3.48)$$

### 3.4.3 Lentilles triples planétaires

Bien que prévu par la théorie depuis le départ, la détection de système triple n’est que très récente. Gaudi et al. (2008) suivi de Han et al. (2013) sont les précurseurs. On peut espérer une augmentation du nombre de détection de ces systèmes dans les années à venir, comme pour les autres techniques de détection d’exoplanètes. L’équation Equation (3.36) pour trois corps donne un polynôme d’ordre dix, Rhie (1997) donne les coefficients permettant de résoudre numériquement ce polynôme. Cette méthode étant vraiment trop gourmande en temps de calcul, une seconde approche a été développée dans le cas des **systèmes planétaires**. Les perturbations engendrées par les planètes étant de faible amplitude, Rattenbury et al. (2002) puis Han (2005) montrent que les caustiques du système peuvent être vues comme la somme de caustiques binaires. La modélisation devient alors beaucoup plus simple. On cherche d’abord d’où provient “ la majorité de la déviation ” puis on cherche à modéliser les résidus par l’addition d’une seconde caustique dans le système. Le résultat est très efficace, comme on peut le voir sur la Figure 3.16. Ainsi, la considération d’un système triple ne se fera que dans le cas d’une modélisation très avancée,

après même la considération des “effets de second-ordre” décrits dans le prochain chapitre.

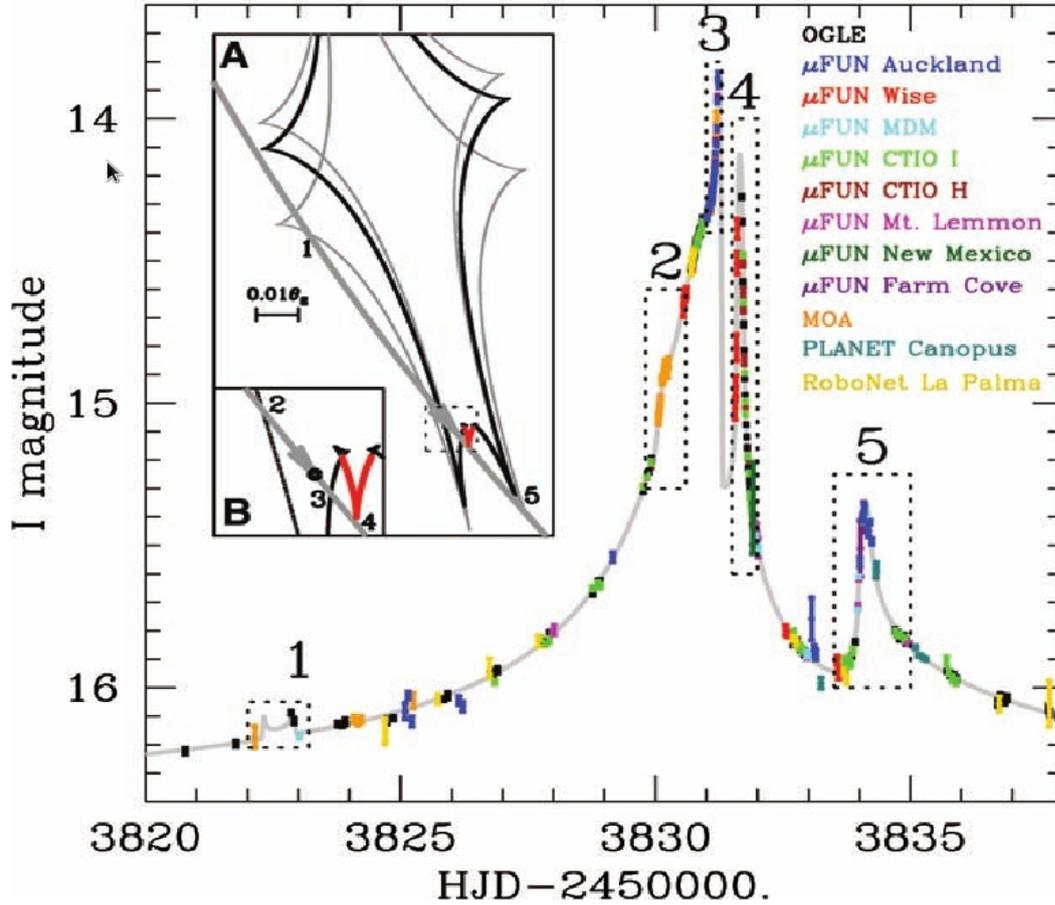


FIGURE 3.16 – OGLE-2006-BLG-109Lb: analogues de Jupiter et Saturne orbitant autour d’une étoile M de masse  $M_* \sim 0.5M_\odot$ . C’est le premier événement triple découvert en microlensing. L’ensemble de la courbe de lumière (pics 1,2,3,5) s’explique très bien par la présence de la caustique grise, créée avec le compagnon le moins massif : l’analogue Saturne. Les différentes représentation de cette caustique (nuances de gris) sont dues au mouvement orbital de la lentille. Le pic 4 ne peut s’expliquer qu’en ajoutant le “cusp” en rouge produit par l’analogue Jupiter. Ceci est un exemple de la sensibilité géométrique décrite dans le texte. Figure extraite de (Gaudi et al. 2008).

La détection de systèmes multiples est donc possible. Comme décrit dans le chapitre précédent, le microlensing est surtout sensible aux planètes proches du rayon d’Einstein et ceci indépendamment de leur masse. Par exemple, une planète de masse de la Terre proche du rayon d’Einstein aura un impact sur la courbe de lumière beaucoup plus grand qu’une planète Jovienne situé à 3 UA (Gaudi et al. 2008; Han et al. 2013). On voit ici que c’est l’aspect géométrique, donné par le paramètre  $s$ , qui explique davantage les déviations que le paramètre  $q$ .

### 3.5 Effets du second ordre

Nous appellerons par la suite “effets du second-ordre” tous les phénomènes décrits dans ce chapitre. Cette dénomination n’a rien de mathématique et n’est pas utilisée par la communauté. Cette appellation vient du fait que ces phénomènes, à part la taille finie des sources, ont une incidence minime sur les courbes de lumières et qu’ils doivent être considérés dans le cadre d’une analyse poussée des événements. Cependant, nous verrons qu’ils sont très utiles pour l’étude des lentilles : ils permettent notamment d’en mesurer la masse.

#### 3.5.1 Taille finie de source

C’est l’effet le plus significatif sur les courbes de lumière. Si l’on considère une source géante de dix rayons solaires dans le bulbe galactique, son rayon normalisé  $\rho = \frac{\Theta_*}{\Theta_E}$  vaut dans le cadre de notre exemple :

$$\rho = \frac{\Theta_*}{\Theta_E} \sim \frac{6\mu as}{0.7mas} \sim 0.01 \quad (3.49)$$

Si  $U_o \leq 0.01$ , alors la lentille résout spatialement la source ! Cela vaut également pour des étoiles plus petites. Si l’on prend le même exemple pour une étoile de rayon solaire, alors le paramètre d’impact minimal sera environ de 0.001, ce qui n’est pas inenvisageable. Dans le cas du Bulbe Galactique, on peut considérer que le rayon normalisé des sources est compris entre  $[0.0001, 0.05]$ , un interval partant des étoiles M aux plus grosses géantes. Le fait de considérer une source résolue implique des modifications dans les courbes de lumière. Witt & Mao (1994) sont les premiers à décrypter ce phénomène. La carte d’amplification autour de la lentille est à symétrie circulaire et le gradient d’amplification est d’autant plus fort qu’on s’approche de la lentille, jusqu’à la singularité centrale. Ainsi, plus la source s’approche de la lentille, plus l’amplification varie rapidement. Cette hétérogénéité va expliquer la phénoménologie résumée sur la Figure 3.18. Lorsque la source est à une distance significative, disons inférieure à  $10\rho$  (Gould 2004) pour une variation non négligeable de la magnification, une partie de cette source est plus proche et est donc plus amplifiée. Evidemment, la partie plus lointaine sera alors moins amplifiée. Cependant la moyenne spatiale de ces amplifications sera plus grande que pour le cas ponctuel. Inversement, si la source passe sur la lentille à une distance de  $\frac{\rho}{4}$  par exemple, seulement une faible surface de la source sera plus proche de lentille et donc plus amplifiée. Dans ce cas, l’amplification moyenne sera alors inférieure au cas ponctuel. La transition entre les deux cas s’effectuent pour un paramètre d’impact  $U_o \sim \frac{\rho}{2}$  (Witt & Mao 1994). Cela est résumé sur la Figure 3.17. Mathématiquement, l’amplification totale de la source de brillance de surface constante  $A_{ES}$  est alors la moyenne des amplifications de chaque partie discrétisée :

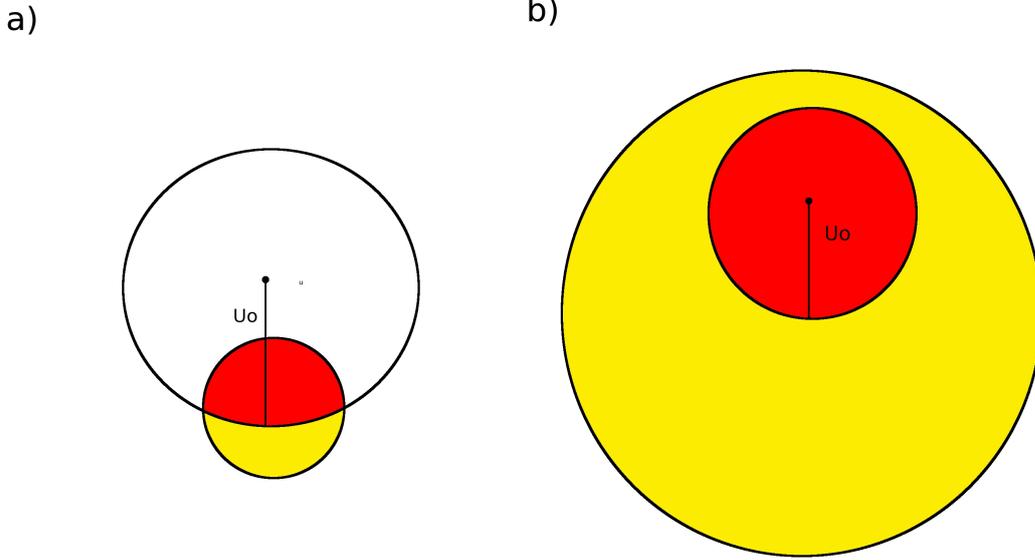


FIGURE 3.17 – Dans les deux schémas, l'étoile source est en jaune, la lentille est représentée par le point noir. Le disque de rayon  $U_o$  représente les parties de la source qui sont plus amplifiées que le centre de celle-ci (en rouge). Pour le cas a), la source est relativement éloignée de la lentille. Cependant, une grande part de cette source est plus amplifiée que son centre, les effets de taille finie engendreront une plus grande amplification que le cas source ponctuelle. Dans le cas b), c'est l'inverse qui se produit. Une grande part de la source est moins amplifiée que le centre.

$$A_{ES} = \int_0^{2\pi} \int_0^\rho A(U(r, \phi)) \delta r \delta \phi \quad (3.50)$$

On peut également voir l'amplification comme le rapport de l'aire des images, voir Figure 3.5, et l'aire de la source. L'expression complète de l'amplification est alors donnée par (Witt & Mao 1994) :

$$\begin{aligned} A_{ES}(z|\rho) = \frac{1}{\pi} \left[ E\left(\frac{\pi}{2}, k\right) \frac{(z+1)\sqrt{4z^2 + \rho^2(z-1)^2}}{2\rho} \right. \\ \left. - F\left(\frac{\pi}{2}, k\right) \frac{(z-1)}{\rho} \frac{4 + \frac{\rho^2}{2}(z^2 - 1)}{\sqrt{4z^2 + \rho^2(z-1)^2}} \right. \\ \left. + \Pi\left(\frac{\pi}{2}, n, k\right) \frac{2(z-1)^2}{\rho(z+1)} \frac{1 + \rho^2}{\sqrt{4 + \rho^2(z-1)^2}} \right] \quad (3.51) \end{aligned}$$

avec  $z = \frac{U}{\rho}$ , E, F et  $\Pi$  les intégrales elliptiques de première, seconde et troisième type définies par Gradshteyn & Ryzhik (1980) et :

$$n = \frac{4z}{(z+1)^2} ; k = \sqrt{\frac{4n}{4 + \rho^2(z-1)^2}} \quad (3.52)$$

Cette formule étant relativement complexe, Gould (1994) émet alors l'idée que l'hypothèse d'une source ponctuelle se brise uniquement si la source est très proche de

la lentille, comme expliqué ci-dessus. La borne maximale vue ci-dessus étant de 0.05, cela signifie que l'on peut utiliser l'approximation  $A(U) \rightarrow \frac{1}{U}$ . Dans ce cas, on obtient une formulation simplifiée au premier ordre en  $\rho$  (Gould 1994; Yoo et al. 2004):

$$A_{ES}(U|\rho) = A(U)B_o(z) \quad (3.53)$$

avec

$$B_o(z) = \frac{4}{\pi} z E(k, z) \quad ; \quad k = \min\left(\frac{1}{z}, 1\right) \quad (3.54)$$

Attention, ici E est l'intégrale elliptique incomplète de second type introduite dans Gradshteyn & Ryzhik (1965). L'effet de taille finie est représenté sur la Figure 3.18.

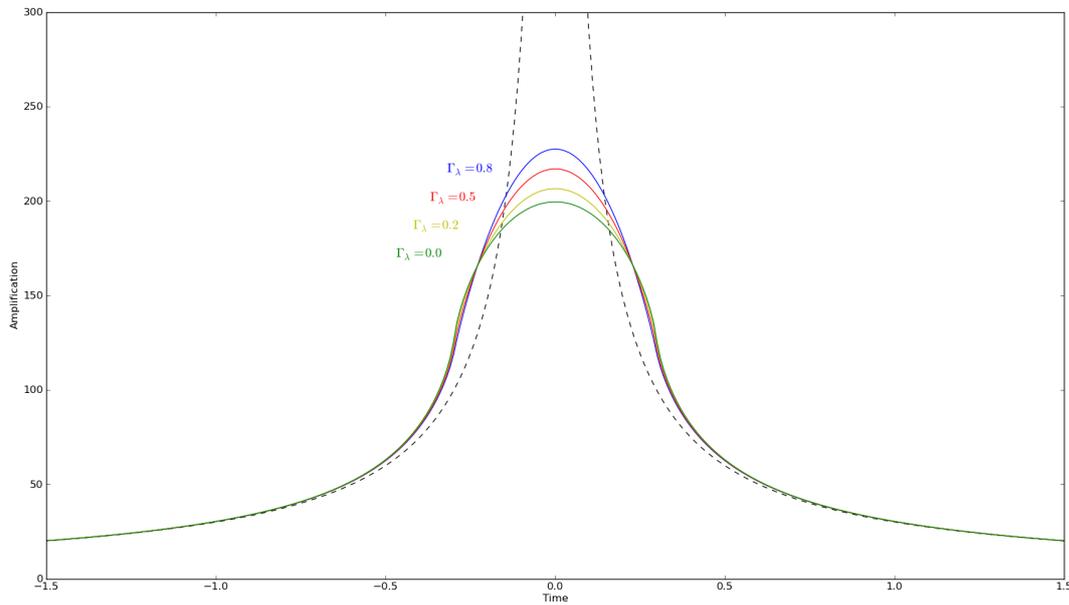


FIGURE 3.18 – Courbes d'amplification pour  $U_o = 0.001$ ,  $t_E = 30.0$ ,  $t_o = 0.0$  et  $\rho = 0.01$ . Chaque courbe représente l'amplification pour différentes longueurs d'onde  $\lambda$ , la courbe verte est pour une source de brillance de surface uniforme. On voit clairement les effets décrits dans le texte : l'amplification est augmentée à l'approche du pic tandis que l'amplification maximale est diminuée. La courbe en pointillé est pour une source ponctuelle. Très loin du maximum d'amplification, l'effet de taille finie est clairement négligeable.

Mais si l'on considère une source étendue résolue, il faut alors tenir compte de l'assombrissement centre-bord des sources ("limb darkening" en anglais). Autrement dit, la méthode du microlensing permet d'étudier le profil de brillance des atmosphères stellaires pour des étoiles situées à vingt-quatre mille années-lumière! On voit ici la puissance du télescope spatial que sont les lentilles gravitationnelles. Cependant, il ne faut pas espérer une trop grande précision dans cette mesure. Ainsi, nous nous contenterons d'une approximation linéaire pour décrire ce phénomène : la loi de Milne (Russell 1912; Milne 1921; An et al. 2002; Yoo et al. 2004):

$$I_\lambda = \frac{F_\lambda}{\pi \Theta_*^2} \left[ 1 - \Gamma_\lambda \left( 1 - \frac{3}{2} \cos \phi \right) \right] \quad (3.55)$$

avec  $\Gamma_\lambda$  le coefficient de limb-darkening à la longueur d'onde  $\lambda$ ,  $F_\lambda$  le flux total de l'étoile et  $\phi$  l'angle entre la ligne de visée et la surface normale de l'étoile. On retrouve les notations plus classiques de Milne en posant:

$$u = \frac{3\Gamma_\lambda}{2 + \Gamma_\lambda} \quad (3.56)$$

Dans le cas des lentilles simples, Yoo et al. (2004) démontre que l'effet centre-bord peut s'écrire analytiquement à l'aide d'intégrale elliptique sous cette forme :

$$A_{ld}(U|\rho) = A(U)[B_0(z) - \Gamma_\lambda B_1(z)] \quad (3.57)$$

avec  $z = \frac{u}{\rho}$  et  $B_0$  et  $B_1$  des intégrales elliptiques de première et seconde espèces. En utilisant des tables pour ces deux variables, l'effet sur l'amplification de différentes longueurs d'onde est visible sur la Figure 3.18. On peut voir clairement que l'amplification au pic est d'autant plus forte que la bande photométrique est dans les grandes longueurs d'onde. L'étude des effets de taille finie permet ainsi de connaître  $\Theta_E = \frac{\Theta_*}{\rho}$  et donc de contraindre la distance et la masse de la lentille, les mesures photométriques pour différentes longueurs d'onde permettant, grâce à des relations tirées d'études interférométriques sur la brillance de surface et de couleur des sources (Groenewegen 2004; Kervella & Fouqué 2008), une mesure du rayon angulaire des source  $\Theta_*$ . Ce type d'étude est détaillée dans le Chapitre 5. Les coefficients d'assombrissement centre-bord permettent également d'analyser les paramètres stellaires fondamentaux des étoiles sources et de les comparer aux données spectroscopiques. Bensby et al. (2009, 2010b,a, 2011, 2013) développe ainsi une étude très détaillée du Bulbe Galactique, difficilement accessible par d'autres méthodes. Néanmoins, il est assez rare de détecter ces effets. Une dizaine d'évènements par an seulement présentent ces signatures dans le cas des lentilles simples. Le paramètre  $\rho$  est donc très peu utilisé pour les analyser. Il est cependant obligatoire de le prendre en compte dans le cas des lentilles multiples, le passage près d'une caustique entraînant les mêmes effets décrit précédemment. Un exemple est visible sur la Figure 3.19. Ce point est capital pour la modélisation des évènements. Le calcul de l'amplification d'une source ponctuelle est très rapide mais très lente pour une source résolue, à cause des singularités induites par les caustiques et la prise en compte de l'assombrissement centre-bord. Nous verrons cela plus en détail dans le Chapitre 4.

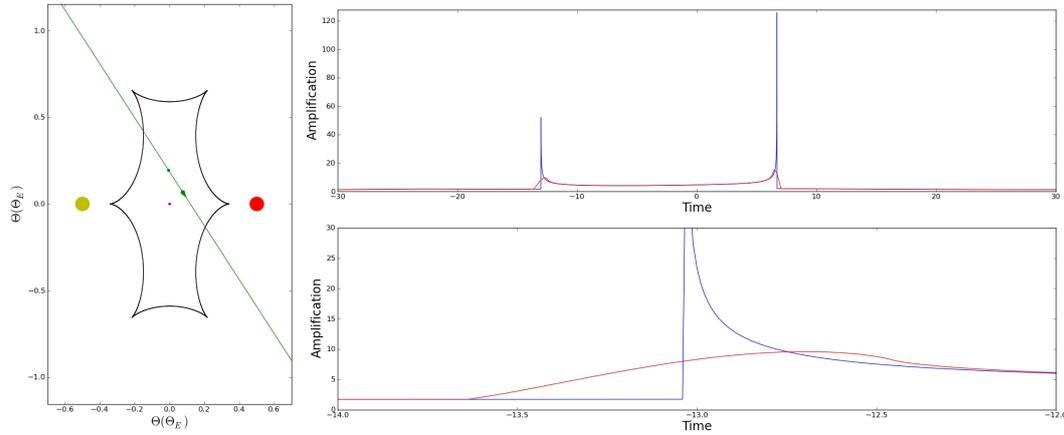


FIGURE 3.19 – La figure de gauche expose la géométrie du problème. Les couleurs sont les mêmes que les figures précédente, le point vert représentant la taille finie de la source.  $U_o$  vaut 0.1,  $t_o$  est nul,  $t_E$  vaut trente jours,  $s$  et  $q$  sont égaux à un,  $\alpha$  vaut  $-1.0$ ,  $\rho$  est égal à 0.01 et  $\Gamma$  vaut 0.5. L’effet sur l’amplification lors du franchissement de caustique est visible sur la figure de droite, la figure du dessous étant un agrandissement. La courbe en rouge prend en compte les effets de taille finie. L’effet est similaire au cas lentille simple.

Commu vu sur la Figure 3.19, les effets de taille finie diminuent fortement les effets du franchissement de caustique (Han & Kim 2009). Il est possible de quantifier cet effet en calculant le ratio entre la taille de source et la largeur de la caustique centrale  $\omega$ , dans le cas planétaire (Dominik 1999; Bozza 2000; Chung et al. 2005; Dong et al. 2009a):

$$\omega = \begin{cases} \frac{4q}{s^2} & \text{for } s \gg 1 \\ 4qd^2 & \text{for } s \ll 1 \\ \sqrt{\frac{27}{16}} \frac{q}{|s-1|} & \text{for } s \sim 1 \end{cases} \quad (3.58)$$

Ainsi, plus  $\frac{\omega}{\rho}$  est faible, plus les déviations dues au compagnon sont difficile à extraire. D’autres formules sont disponibles dans la littérature, voir notamment An (2005); Chung et al. (2005); Bachelet et al. (2012a). Les limites assurant une détection d’un compagnon pour ce type de cas sont peu claires, bien que Yee et al. (2013) pense qu’un écart entre modèle de  $\Delta\chi^2 \sim 500$  et  $\frac{\omega}{\rho} \geq 0.5$  (Han & Kim 2009) soit suffisant.

### 3.5.2 Mouvement orbital de la lentille

Ce concept a été introduit par Dominik (1999), puis largement étudié dans la littérature (Ioka et al. 1999; Albrow et al. 2000; Penny et al. 2011). Le temps d’Einstein étant de l’ordre du mois, il est du même ordre de grandeur que la période des planètes. Il faut donc considérer que le système lentille évolue durant l’observation. En projetant les lois de Kepler sur le plan du ciel, deux paramètres suffisent à prendre en compte ce phénomène :  $\dot{s} = \frac{ds}{dt}$  et  $\omega = \frac{d\alpha}{dt}$ . Le premier symbolise l’évolution de la séparation projetée  $s$ , et donc des caustiques, entre les deux astres tandis que le second représente la rotation du système projetée dans le plan du ciel. Autrement dit, l’axe reliant les deux astres tournent autour du centre de masse du système, modifiant ainsi l’origine de l’angle  $\alpha$ . Ainsi, on représentera souvent les caustiques

fixes en introduisant cette composante dans le mouvement de la source. Suivant les notations de Skowron et al. (2011), l'évolution de ces paramètres est régie par :

$$s(t) = s(t_{o,kep}) + (t - t_{o,kep}) \dot{s} \quad (3.59)$$

$$\alpha(t) = \alpha(t_{o,kep}) + (t - t_{o,kep})\omega \quad (3.60)$$

avec  $t_{o,kep}$  un temps d'origine quelconque. A noter que l'on considère la vitesse du compagnon constante pendant la durée de l'évènement, ce qui est une hypothèse forte. Le paramètre  $\dot{s}$  est le plus significatif du mouvement orbital. En effet, seul cet effet permet d'expliquer la transformation des caustiques dans le temps, provoquant des déviations impossibles avec un modèle statique comme sur la Figure 3.20. Il faut noter que dans le cas d'un mouvement orbital très fort, les caustiques peuvent facilement passer d'un régime à un autre, voire passer d'un modèle "close" à "wide".

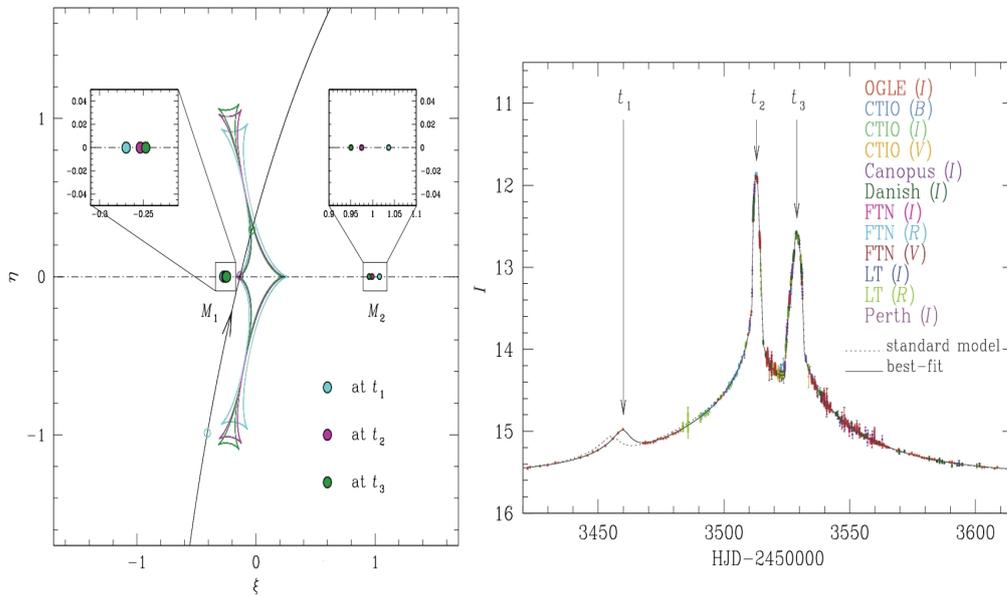


FIGURE 3.20 – La figure de gauche expose la géométrie du problème. Les caustiques de différentes couleurs représentent la géométrie du système aux différents temps  $t_1$ ,  $t_2$  et  $t_3$ . On peut voir également la courbure de la trajectoire expliquée en partie par  $\omega$ . Sur la figure de droite, on voit clairement que le pic en  $t_1$  ne peut s'expliquer qu'en prenant compte de ce phénomène. Figures tirées de Shin et al. (2011).

Le paramètre  $\omega$ , comme nous allons le voir par la suite, est moins intéressant, car dégénéré avec d'autres effets sur la trajectoire de la source. Il est possible de sophistication ce modèle en le déprojetant pour obtenir les cinq paramètres orbitaux fondamentaux. Le lecteur intéressé trouvera tout le matériel nécessaire dans le très explicite Skowron et al. (2011). La "mauvaise" qualité photométrique obtenue par nos télescopes terrestres ne permettant pas objectivement d'obtenir une telle précision dans l'analyse, il est pour l'instant utopiste de vouloir traiter ce phénomène ainsi. Seules les données spatiales permettront une application de ce modèle. Voilà pourquoi ces méthodes ne sont pas détaillées ici.

### 3.5.3 Parallaxe orbitale

Ce paramètre provient du fait que la Terre tourne autour du Soleil pendant l'évènement, changeant ainsi légèrement la ligne de visée vers la cible. Cela introduit une accélération relative de la source qui modifie sa trajectoire rectiligne. L'idée fut introduite par Smith et al. (2003) mais uniquement d'un point de vue "technique", c'est-à-dire afin de mieux ajuster leurs modèles aux données. Gould (2004) montra que ce paramètre est bien plus précieux et permet de remonter à deux paramètres fondamentaux de la lentille : sa masse totale et sa distance ! Il faut ici faire une parenthèse importante. Tous les paramètres des modèles sont définis dans le référentiel héliocentrique. Dans cet article, l'auteur propose de passer dans le référentiel géocentrique pour calculer le changement relatif de la position du Soleil  $\vec{\Delta}S$ , ce changement relatif entraînant alors une modification de la trajectoire de la source. Pour cela, il faut définir une origine des temps  $t_{o,par}$ , qui n'est pas un paramètre du modèle mais qui est fixé proche de  $t_o$ . La vitesse de la Terre autour du Soleil sera alors considérée comme constante durant tout l'évènement. Ceci est une bonne approximation étant donné la durée d'un évènement par rapport à une année. Soit  $\vec{X}$  le vecteur unitaire tangent à la trajectoire de la source à  $t = t_{o,par}$ . On définit alors le vecteur de parallaxe en microlensing  $\vec{\pi}_E$  comme :

$$\vec{\pi}_E = \frac{AU}{r_E} \vec{X} \quad (3.61)$$

où  $\tilde{r}_E$  est la projection du rayon d'Einstein de la lentille dans le plan de l'observateur. Si l'on définit  $d\tau$  et  $dU_o$  les variations infinitésimales de la trajectoire, on peut alors montrer que (Gould 2004):

$$dU_o(t) = (\vec{\pi}_E \wedge \vec{\Delta}S_{proj}(t)) \quad (3.62)$$

$$d\tau(t) = (\vec{\pi}_E \cdot \vec{\Delta}S_{proj}(t)) \quad (3.63)$$

où

$$\vec{\Delta}S(t) = \vec{S}(t_{o,par}) + (t - t_{o,par})\vec{v}_S(t_{o,par}) - \vec{S}(t) \quad (3.64)$$

et  $\vec{\Delta}S_{proj}$  est sa projection dans le plan du ciel et  $\vec{v}_S(t_{o,par}) = \left. \frac{d\vec{S}}{dt} \right|_{t_{o,par}}$ . Une démonstration des principaux résultats est fournie en Annexe A. Finalement, le mouvement de la source, en prenant compte de l'angle  $\alpha$ , devient:

$$\begin{pmatrix} X_s(t) \\ Y_s(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \tau_o(t) \\ v(t) \end{pmatrix} \quad (3.65)$$

avec

$$\tau_o(t) = \frac{(t - t_o)}{t_E} + d\tau(t) \quad (3.66)$$

$$v(t) = U_o + dU_o(t) \quad (3.67)$$

En pratique, les deux paramètres à ajuster aux modèles sont  $\pi_{EE}$  et  $\pi_{EN}$ . On peut également écrire le vecteur de parallaxe sous la forme  $\vec{\pi}_E = (\pi_{E,\parallel}, \pi_{E,\perp})$ , avec  $\pi_{E,\parallel}$  la composante parallèle à l'accélération de la Terre à la date  $t_{o,par}$  et  $\pi_{E,\perp}$  la composante

normale. On sait alors que l'angle  $\beta$  entre la composante  $\pi_{EE}$  et  $\pi_{E,\perp}$  est donné par cette relation :

$$\beta = \arctan\left(\frac{-\pi_{EN}}{\pi_{EE}}\right) = \arctan\left(\frac{-\vec{S}(t_{o,par}) \cdot \vec{n}}{\vec{S}(t_{o,par}) \cdot \vec{e}}\right) \quad (3.68)$$

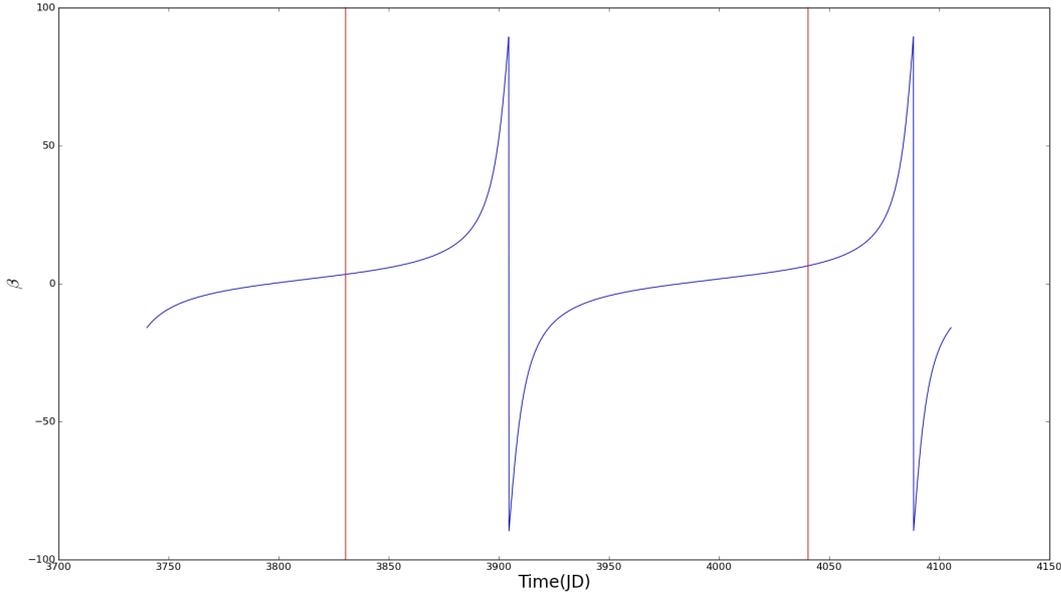


FIGURE 3.21 – Angle entre la composante parallèle  $\pi_{\parallel}$  et  $\pi_{EN}$  en fonction de la période de l'année, pour un évènement pointant Sagittarius  $A^*$   $\alpha = 17 : 45 : 40.03$  ;  $\delta = -29 : 00 : 28.10$  (Backer & Sramek 1999) pendant l'année 2006. Les traits rouges limitent l'année à la période d'observation, environ de Mars à Octobre. L'angle est proche de 0.0 pour la majeure partie des observations, ce qui signifie que l'accélération projetée de la Terre pendant cette période se fait majoritairement selon le Nord  $\vec{n}$  et donc le mouvement projeté du Soleil selon l'Est  $\vec{e}$ . Le paramètre  $\pi_{EE}$  est ainsi bien mieux contraint pour la plupart des évènements. Seule une région d'environ cinquante jours présente un angle très élevé autour de JD3900.

La Figure 3.21 nous révèle l'angle entre ces deux composantes en fonction du temps sur une année. Nous avons choisi comme cible Sagittarius  $A^*$ , très proche du centre galactique (Backer & Sramek 1999). Le comportement pour cette cible est très analogue à tout les évènements observés par OGLE et MOA, qui observe le Bulbe. Pendant la période d'observation (environ Mars à Novembre), l'angle est très faible pour une grande gamme de temps, ce qui signifie que l'accélération subie par la Terre est majoritairement selon l'axe Nord. Or, si l'accélération se fait selon cette composante, le mouvement du Soleil projeté est donc normal à cette direction, soit dirigé selon  $\pi_{EE}$ . Comme le mouvement est majoritairement selon  $\pi_{EE}$ , celui-ci est bien contraint. Au contraire, la direction selon  $\pi_{\parallel}$  (et donc  $\pi_{EN}$ ), est très mal contraint. C'est un phénomène classique en microlensing, comme le montre l'exemple de la Figure 3.22. L'effet sur la courbe de lumière est visible sur la Figure 3.23.

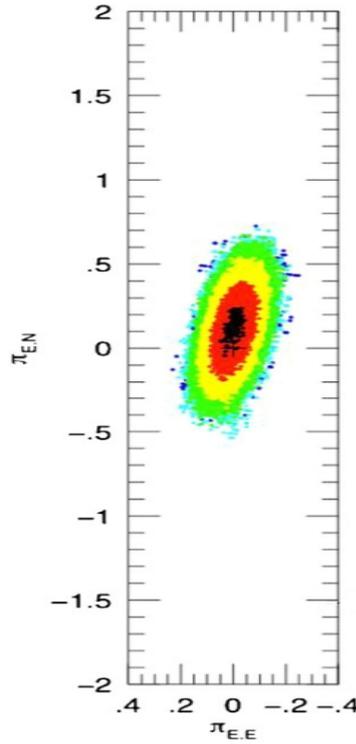


FIGURE 3.22 – Exemple de dégénérescence classique du vecteur  $\pi_E$  en microlensing. Ici, l’angle  $\beta$  vaut  $7.7^\circ$ . Figure extraite de Bachelet et al. (2012b).

C’est Gould (2000, 2004) qui montre le premier l’importance de la détermination de ce vecteur. En effet, il permet d’obtenir une seconde relation masse-distance et ferme ainsi le système d’équations:

$$M_l = \frac{\Theta_E}{\kappa \pi_E} \quad (3.69)$$

$$D_l = \frac{D_{rel} D_s}{D_{rel} + D_s} \quad (3.70)$$

$$D_{rel} = \frac{16GM_l}{\Theta_E^2 c^2} \quad (3.71)$$

$$\Theta_E = \frac{\Theta_*}{\rho} \quad (3.72)$$

la dernière étant résolue grâce à la méthode vue au Chapitre 5. L’estimation de ce vecteur est donc très précieuse pour l’analyse des événements. Ce paramètre sera donc utilisé dans le cas des lentilles multiples ou des événements de très grande amplification, appelé *EME* pour “Extreme Microlensing Event”, où des effets de taille finie sont visibles. Gould & Yee (2013) montre que la probabilité d’un tel alignement pour une lentille simple est très rare  $P = \rho \sim 10^{-3}$ .

### 3.5.4 Parallaxe terrestre et mesurée grâce à un satellite

L’observation de ce phénomène est très délicate car il s’agit de prendre en compte la différence de longitude, et donc de ligne de visée, des observatoires répartis sur

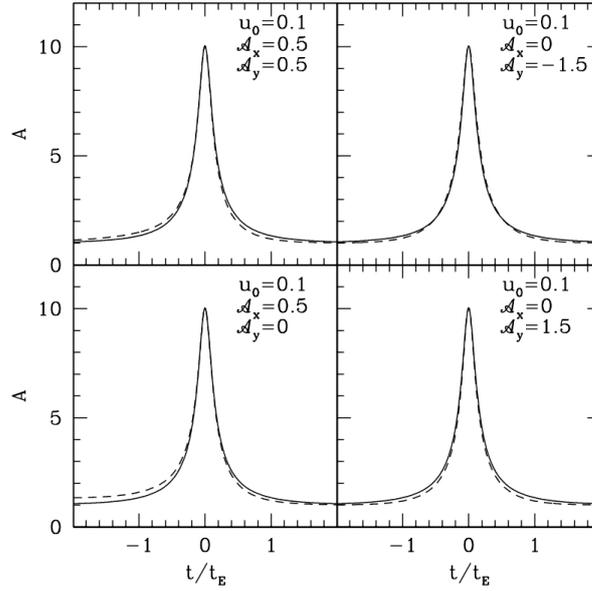


FIGURE 3.23 – Effets de la parallaxe sur la courbe de lumière. La courbe pleine est sans parallaxe, celle en pointillée avec.  $A_x$  est la composante du vecteur parallaxe tangente à la trajectoire tandis que  $A_y$  est la composante normale. L’effet de la parallaxe est visible sur toute la courbe de lumière, ce qui est une propriété fondamentale. La composante tangente a tendance à “accélérer” la source, si  $A_x > 0$ , avant le maximum et de la “ralentir” après, d’où une plus grande amplification avant le pic et une décroissance plus rapide ensuite, comme sur la figure en bas à gauche. Cela provoque une dissymétrie dans la courbe. Ce phénomène s’inverse si  $A_x < 0$ . La composante normale peut soit “accélérer” soit “ralentir” la source, mais de manière symétrique autour du maximum. Il en résulte une modification parfaitement symétrique dans la courbe de lumière. Figure provenant de Smith et al. (2003).

Terre, pour mesurer le vecteur  $\vec{\pi}_E$ . L’écart en temps  $\Delta t_o$  et d’amplification  $\Delta U_o$  permet alors de remonter à cette quantité. En plus de la nécessaire caractérisation de  $\rho$  pour pouvoir l’utiliser, trois conditions fondamentales exposées par Gould & Yee (2013) sont nécessaires pour contraindre ce phénomène. La première est que  $\rho \widetilde{r}_E \leq 50T_\oplus$  afin que l’écart en amplification soit significatif (Holz & Wald 1996; Gould 1997). Il faut bien sûr que le pic de l’évènement soit observé par au moins deux observatoires suffisamment séparés pour que l’effet soit quantifiable et que cet évènement soit effectivement observé pendant le pic. Cet effet est encore plus ténu que la parallaxe orbitale, qui considère l’observateur au centre de la Terre, et ne peut donc se considérer que dans un cas : les évènements très amplifiés (Hardy & Walker 1995; Holz & Wald 1996; Gould 1997), appelé par la suite *EME* pour “Extreme Microlensing Event”. Les variations de trajectoire pour une lentille repérée par  $(\alpha, \delta)$  en coordonnées équatoriales et  $(l, \phi)$  la latitude et la longitude du télescope peuvent s’écrire (Hardy & Walker 1995; Holz & Wald 1996; Gould 1997; Dong et al. 2007) :

$$\vec{\pi}_E = \frac{AU}{r_\perp} \left( \frac{\Delta t_o}{t_E}; \Delta U_o \right) = \frac{AU}{r_\perp} \Delta \vec{x} \quad (3.73)$$

avec  $r_{\perp} = R_{\oplus}(\sin l \cos \delta - \cos l \sin \delta \cos \phi, \cos l \sin \phi)$  dans les directions  $\vec{e}$  et  $\vec{n}$  (Hardy & Walker 1995). Comme  $|\vec{\pi}_e| = \frac{AU}{r_E} \sim 1$ , la valeur attendue de  $|\Delta\vec{x}|$  est très faible. Voilà pourquoi il faut observer les EME, dont les variations  $\Delta t_o$  et  $\Delta U_o$  sont plus significatives. Plusieurs mesures de ce phénomène ont été fait sur Terre (Gould et al. 2009; Yee et al. 2009). La Figure 3.24 est un exemple pour l'évènement OGLE-2007-BLG-224.

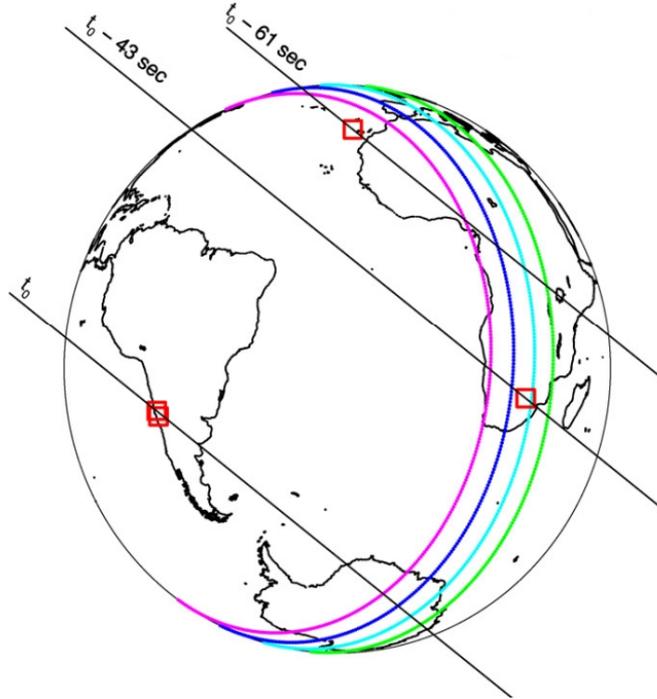


FIGURE 3.24 – Représentation de la Terre au moment du pic d'OGLE-2007-BLG-224. Les lignes noires diagonales représentent les contours à  $t_o$  fixes. Les carrés rouges indiquent les différents observatoires utilisés. Figure dérivée de Gould et al. (2009).

Notez que la mesure de  $\Delta\vec{x}$  est beaucoup plus aisée avec un télescope spatial, car on remplace  $r_{\perp}$  par  $d_{\perp}$ , la distance Terre-satellite, bien plus élevée.

### 3.5.5 Les sources binaires et la xallarap

Griest & Hu (1992) décrivent les premiers cette idée. Lorsque la source est binaire deux phénomènes, ainsi que leur combinaison, peuvent être observés. Considérons d'abord une binaire fixe, c'est-à-dire dont la période est très grande face au temps d'Einstein. Les deux composantes sont donc très éloignées, par rapport au rayon d'Einstein du système, l'une de l'autre dans le plan de la lentille. Si les deux composantes passent successivement au voisinage de la lentille, on verra alors un pic double correspondant à deux évènements de lentille simple successifs. Cela est résumé sur la Figure 3.25. L'autre possibilité est qu'une seule composante soit amplifiée par la source, mais que la binaire ne soit pas statique durant l'évènement, entraînant alors un mouvement additionnel de la source  $\begin{pmatrix} \delta X_s(t) \\ \delta Y_s(t) \end{pmatrix}$ . On appelle cette compo-

sante “xallarap” par opposition à parallaxe. En effet, le phénomène est parfaitement symétrique au fait que la Terre tourne autour du Soleil. La seule différence est que trois des paramètres qui sont connus pour la Terre, la période de rotation ainsi que la position de l’observateur relativement à l’axe orbital de la source binaire (Paczynski 1997; Poindexter et al. 2005; Miyake et al. 2012),  $RA_\xi$  et  $DEC_\xi$ , ne le sont pas pour la source. Il faut donc considérer cinq paramètres pour modéliser ce phénomène. La rotation de la binaire entraîne alors des variations sur la courbe de lumière, dépendant de la période, comme visible sur la Figure 3.26. Nous reviendrons plus en détails sur ceci dans la Chapitre 4.

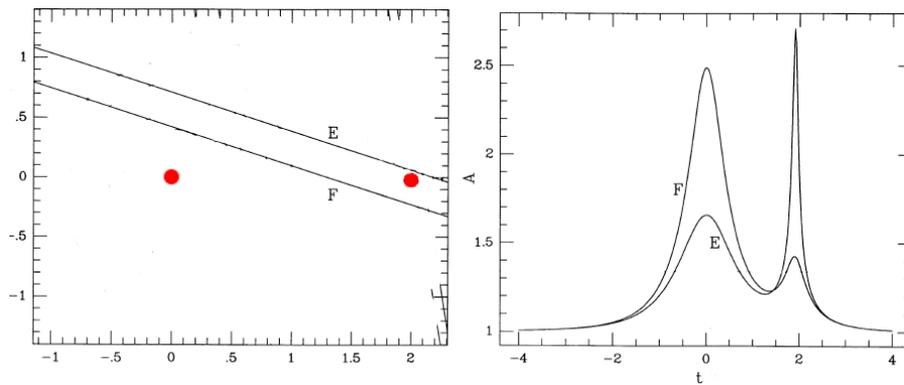


FIGURE 3.25 – Effets d’une source double fixe sur une lentille simple pour deux trajectoires. Sur la figure de gauche, les deux composantes de la binaires sont en rouges, les trajectoires sont dénotées E et F. Les courbes d’amplifications correspondantes sont visibles sur la figure de droite. Il faut noter que l’on considère ici les sources fixes et la lentille se déplaçant, à l’inverse de la convention classique. Figure dérivée de Griest & Hu (1992).

Notons pour conclure qu’il est tout à fait possible de cumuler tout ou une partie de ces effets pour un même évènement.

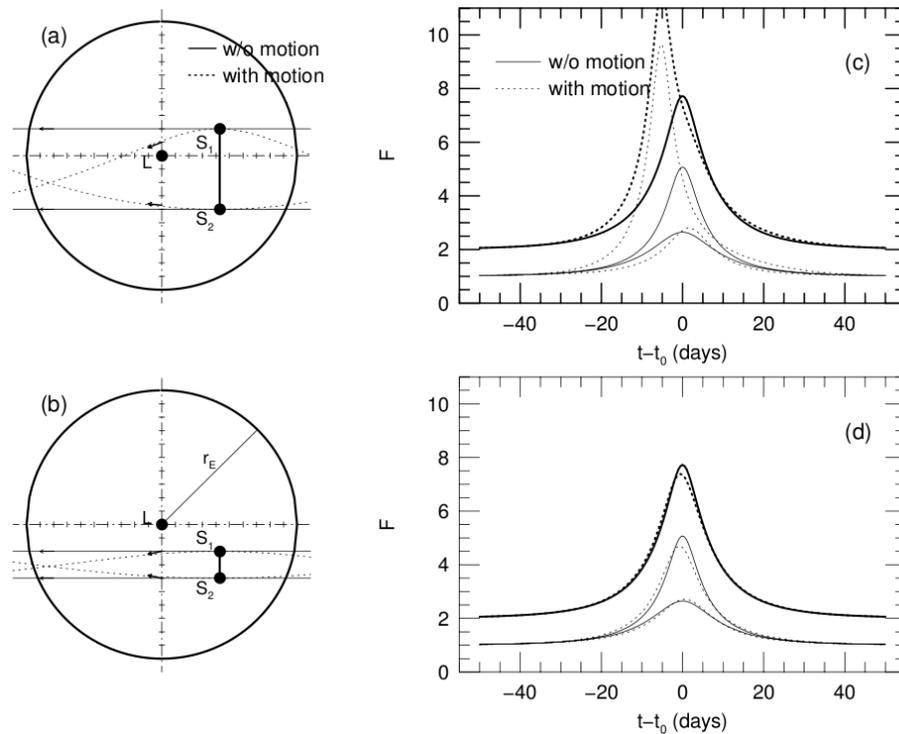


FIGURE 3.26 – Ici, les deux composantes sont proches par rapport au rayon d'Einstein. A gauche sont représentées deux géométries avec les courbes d'amplification correspondantes sur la droite. Les courbes en pointillées prennent en compte la rotation de la binaire source. les courbes en gras sont la somme des contributions de chaque source. En effet, ces binaires étant très proche (séparation inférieure au rayon d'Einstein), il est impossible des les résoudre. Le flux observé est alors la somme des deux termes. L'effet du mouvement orbital de la source est très sévère dans le cas du haut. Figure extraite de (Han & Gould 1997).

## Récapitulatif des variables

Variables	Définition
$D_l$	Distance entre l'observateur et la lentille
$D_s$	Distance de la source
$D_{ls}$	$D_s - D_l$ , distance entre la lentille et la source
$M_l$	Masse de la lentille
$D_{rel}$	$\frac{D_s D_l}{D_s - D_l}$
$\Theta_E$	Rayon d'Einstein angulaire , $\Theta_E = \sqrt{\frac{4GM_l}{D_{rel}c^2}}$
$\Theta$	Position angulaire d'une image
	Position angulaire de la source
$\zeta$	Position de la source en coordonnées complexes (Witt 1990)
$z$	Position d'une image en coordonnées complexes (Witt 1990)
$U$	Paramètre d'impact, $U = \frac{\beta}{\Theta_E}$
$V$	$V = \frac{\Theta}{\Theta_E}$
$\Theta_*$	Rayon angulaire de la source
$\rho$	Rayon angulaire de la source normalisé, $\rho = \frac{\Theta_*}{\Theta_E}$
$\mu_{rel}$	Mouvement relatif entre la lentille et la source
$t_E$	Temps d'Einstein, $t_E = \frac{\Theta_E}{\mu_{rel}}$
$q$	Ratio de masse entre les deux composantes d'une binaire
$s$	Séparation angulaire en unité de rayon d'Einstein entre les deux composantes
$\alpha$	Angle de la trajectoire de la source
$\vec{\pi}_E$	Vecteur de parallaxe

## Chapitre 4

# Modélisation

### 4.1 Algorithmes d'optimisation

Comme toutes les méthodes de détection d'exoplanètes, l'obtention du meilleur modèle en microlensing est délicate, car l'espace des paramètres est vaste. De plus, beaucoup de minima locaux existent. Les méthodes du gradient ne sont donc clairement pas optimales, bien qu'elles puissent être utilisés en parallèle pour accélérer les routines. Pour savoir si un modèle ajuste bien la courbe de lumière, il est nécessaire d'utiliser un critère mathématique exprimant la qualité du modèle. Le critère de qualité choisit par la communauté est le  $\chi^2$ , souvent normalisé, ou la vraisemblance du modèle ("likelihood" en anglais). Le but d'un algorithme d'optimisation est alors de rechercher un modèle avec le  $\chi^2$  le plus petit possible. Pour rappel, le  $\chi^2$  d'un modèle est donné par cette formule:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^N \frac{(O_i - M_i)^2}{\sigma_i^2} \quad (4.1)$$

avec  $N$  le nombre de points de mesures,  $O_i$  l'observable au point  $i$ , souvent le flux, et  $M_i$  le point du modèle correspondant. Trois algorithmes majeurs sont utilisés pour explorer efficacement l'espace des paramètres : les déplacements d'amibes, les chaînes de Markov par exploration Monte-Carlo (MCMC) et les algorithmes génétiques (GA).

#### 4.1.1 Les déplacements d'amibes

Cet algorithme est aussi appelé méthode du simplex ou algorithme de Nelder-Mead, voir par exemple Spielman & Teng (2004). Le but est de faire progresser un système dans l'espace des paramètres vers le minimum global. Généralement, ce système est formé de trois points, chacun représentant un couple de paramètres associé à une fonction de mérite. Comme les amibes, cet algorithme déplace le système par mouvement successif d'un de ces points. A partir de trois points initiaux, le point présentant la plus mauvaise fonction de mérite est désigné comme le point à être déplacé. Les paramètres du nouveau point sont alors calculés par projection du point initial par rapport aux deux autres. Ainsi, en répétant cette procédure, le système se déplace dans l'espace des paramètres à la recherche du meilleur modèle. Ce type d'algorithme est très utilisé par la communauté pour modéliser les lentilles simples.

### 4.1.2 Les chaînes de Markov par exploration Monte-Carlo

Ces algorithmes sont de plus en plus utilisés dans une gamme de problèmes très vastes et notamment en astronomie. Ils sont très efficaces pour déterminer le minimum global, c'est-à-dire le meilleur modèle, d'un vaste espace de paramètres. Diverses variantes existent, notamment des méthodes hybrides permettant une convergence plus rapide, mais nous parlerons ici de la méthode utilisée dans cette thèse : l'algorithme de Métropolis-Hastings (Metropolis et al. 1953; Hastings 1970). Le principe est d'explorer l'espace des paramètres par une marche aléatoire orientée vers les meilleurs modèles. La méthode est la suivante. Partons d'un couple de paramètre  $P_i$  à laquelle nous associons une fonction de mérite, ici le  $\chi^2$ . Le but est donc de trouver le couple de paramètres ayant la meilleure fonction de mérite. A partir de ces valeurs initiales, un nouveau couple de paramètres est créé, de manière aléatoire, et une nouvelle fonction de mérite est calculée. Si le nouveau point respecte le critère C, décrit plus bas, et les limites des paramètres L, alors un chaînon est formé et l'algorithme se déplace sur celui-ci, formant ainsi le nouveau point de départ de l'algorithme. La marche continue ainsi jusqu'à converger vers le minimum global car le critère C favorise les points possédant une bonne fonction de mérite. En microlensing, il est facile de connaître les limites L des paramètres. Par exemple pour le paramètre  $s$ , nous avons vu dans le Chapitre 3 que la "lensing zone" est  $[0.6, 1.6]$ . Ainsi, il est inutile d'explorer des modèles n'entrant pas dans les limites  $[0.1, 10]$ . Le critère C est la condition pour laquelle la chaîne avance. Nous souhaitons une exploration optimale de l'espace, mais pas totale. Ainsi, il est inutile d'explorer les régions présentant une fonction de mérite médiocre. Nous refusons donc d'avancer vers des points avec de mauvaises fonction de mérite. Cependant, si la chaîne se trouve "au fond" d'un minimum local, nous souhaitons qu'elle en sorte, afin de permettre à notre algorithme de progresser. Nous pouvons résumer ce problème par l'exemple d'un randonneur en haut d'une montagne souhaitant redescendre. Parfois, pendant la descente, une légère remontée est nécessaire afin de pouvoir atteindre le pied de la montagne. Ces algorithmes sont très puissant en microlensing et permettent d'éviter les minima locaux, bien qu'ils soient plutôt gourmand en temps de calcul. Ils permettent de plus de connaître les erreurs sur l'estimation des paramètres. Ils sont majoritairement utilisés par la communauté.

#### Les recuits simulés

Nous allons décrire brièvement l'algorithme MCMC utilisé pour nos modélisations. Les recuits simulés se basent sur l'usage d'un paramètre, appelé la température T, qui permet d'étendre ou de concentrer la recherche des chaînes autour d'un point. Il contraint le critère C décrit plus haut. Le principe est visible sur la Figure 4.1.

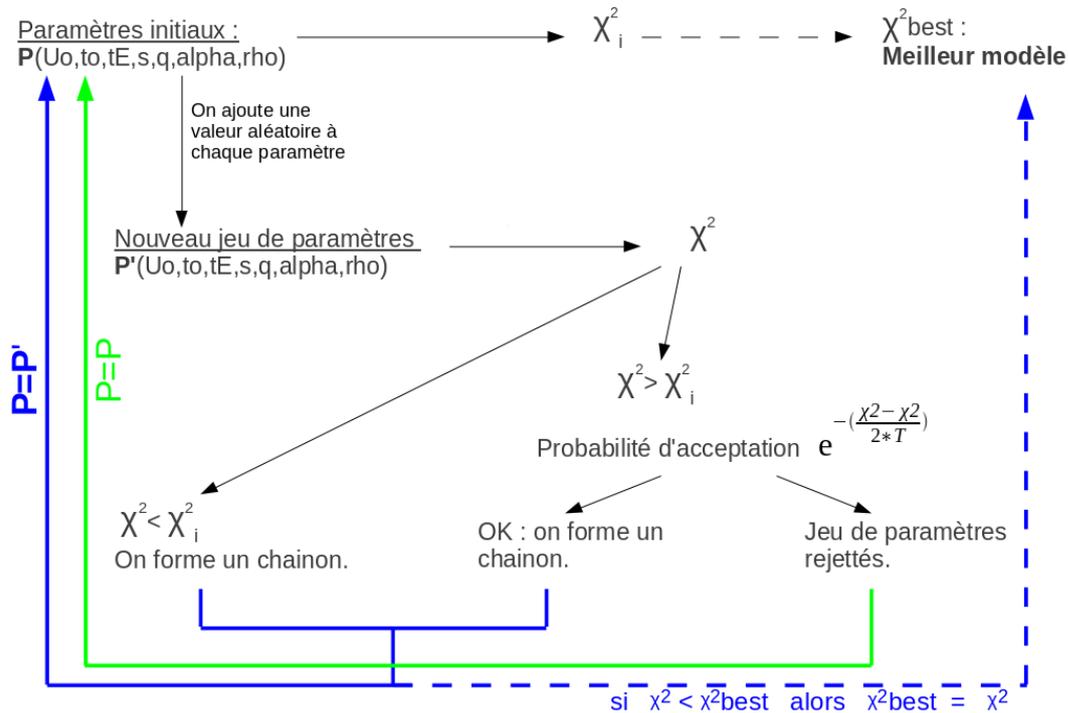


FIGURE 4.1 – Principe schématisé du recuit simulé. Le critère C décrit dans le texte correspond au terme d'acceptation. Le paramètre T relaxe ou contraint ce paramètre, permettant une exploration plus ou moins vaste.

Comme vu sur la Figure 4.1, le paramètre C contraignant la chaîne revient à une loi bayésienne. Si  $i$  est le point original,  $i + 1$  le point suivant, alors la probabilité du point suivant est:

$$P(X_{i+1}|X_i) = \frac{P(X_i|X_{i+1})P(X_{i+1})}{P(X_i)} \tag{4.2}$$

avec  $P(X_i|X_{i+1}) = e^{-\frac{\Delta X^2}{2T}}$ . Le but des recuits simulés est de partir d'un point initial, puis d'explorer un vaste espace grâce à une température élevée, puis la réduire au fur et à mesure de l'exploration (toutes les 100000 chaînes par exemple) jusqu'à  $T = 1$ . L'exploration est alors complète et les erreurs sur les paramètres peuvent être estimées en explorant autour de la solution optimale.

### 4.1.3 Les algorithmes génétiques

Ce sont certainement les algorithmes les plus puissants pour déterminer le minimum global. Ils sont cependant peu efficaces pour vraiment converger vers la meilleure solution. Ils sont basés sur la théorie d'évolution de Darwin. Dans la nature, le but des espèces est de s'adapter au mieux à leur environnement. Deux processus sont à l'œuvre durant la sélection : la reproduction et la mutation. Les individus les "plus forts" ont plus de chance de procréer et de plus, leurs enfants sont également statistiquement bien adaptés à leurs milieux. Les "plus faibles" ayant peu de chance de procréer, leurs gènes ont peu de chance de se développer dans la population. Ainsi, les moins adaptés disparaissent au profit des plus forts. C'est ce que l'on appelle

la sélection naturelle. Les mutations, aléatoires, permettent l'exploration de nouvelles solutions au problème. Certains individus ont parfois la chance d'hériter d'une modification d'un gène leur permettant une meilleure adaptation au milieu. Les mutations assurent ainsi une diversité génétique et une recherche perpétuelle de meilleure adaptation. La modélisation par algorithmes génétiques fonctionne strictement de la même manière. Une population d'individus est répartie dans l'espace des paramètres. Chaque individu est caractérisé par un jeu de paramètres, ses gènes, et une fonction de mérite, son adaptation. Il suffit alors d'appliquer les règles de reproduction et de mutation pour produire une nouvelle génération d'individus. Il faut alors répéter ce processus pour que tous les individus convergent vers la meilleure adaptation : le minimum global. Cette méthode a récemment fait ses preuves en microlensing grâce à Rajpaul (2012).

## 4.2 Le rasoir d'Ockham : choix du meilleur modèle

Comme vu dans le Chapitre 3, plusieurs modèles peuvent être testés pour extraire des informations supplémentaires. Ces effets du second ordre ajoutent des paramètres aux modèles, abaissant ainsi automatiquement le  $\chi^2$ . Il faut alors savoir si cette baisse est significative ou, en d'autres termes, si les effets du second ordre ont une réalité physique. La solution la plus simple étant souvent la meilleure, comment quantifier cette baisse? Jusqu'à récemment, la question ne se posait guère en microlensing, le meilleur modèle étant forcément celui présentant le plus faible  $\chi^2$ . Dans la publication sur MOA-2010-BLG-477Lb, nous avons introduit une méthode pour trancher dans le choix du modèle le plus plausible. Nous avons utilisé différents critères afin de comparer (Bachelet et al. 2012b):

$$\Delta AIC = \Delta\chi^2 + 2\Delta k \quad (4.3)$$

$$\Delta BIC = \Delta\chi^2 + \Delta k \ln N \quad (4.4)$$

$$\Delta DIC = \Delta(2\overline{\chi^2} - \chi^2(\overline{\Theta})) \quad (4.5)$$

avec  $\Delta k$  la différence du nombre de paramètres entre les modèles considérés,  $N$  le nombre de points et  $\overline{\Theta}$  les paramètres moyens issus de l'exploration autour du modèle. Le AIC est le Akaike Information Criterion (Akaike 1974), le BIC est le Bayesian Information Criterion (Schwarz 1978) et le DIC est le Deviation Information Criterion (Spiegelhalter et al. 2002). Il faut noter que  $\Delta k$  correspond au nombre de paramètres linéaires additionnels, ce qui n'est clairement pas le cas pour nos paramètres. Nous devrions donc considérer les paramètres effectifs, mais ceux-ci sont délicats à déterminer. Les conclusions sur ces critères sont donc d'ordre qualitatifs. Dans le cas de MOA-2010-BLG-477Lb, il est très difficile de faire un choix. Le rasoir d'Ockham nous a donc contraint de choisir le plus simple des modèles. Nous conseillons cependant l'utilisation de ces critères ainsi que celui du test de Fisher (F-test).

## 4.3 Modélisation des lentilles simples

Pour modéliser des lentilles simples, il faut utiliser une paramétrisation à  $2N+5$  variables, où  $N$  est le nombre de télescopes. En effet, pour chaque télescope on a :

$$F_{tel}(t) = F_{s,tel} \cdot A(t) + F_{b,tel} \quad (4.6)$$

les flux de source et de “blending” étant propre à chaque télescope, dépendant de leur ouverture, leur résolution... La somme  $F_{s,tel} + F_{b,tel}$  est le flux de la ligne de base. Le flux de “blending” est un flux résiduel issu de la réduction photométrique (Gaudi 2012). Ce terme parasite peut provenir d’une étoile sur la même ligne de visée que la source ou de la lentille elle-même, voire d’une combinaison des deux. Dans ce dernier cas, il est très utile puisque s’il est suffisamment important, cela signifie que l’on peut observer la lentille en utilisant des télescopes puissants (HST, VLT, KECK...). Dans ce cas il est alors possible de comparer le flux théorique du blend  $F_{b,tel}$ . Le problème de ce flux de blending est qu’il augmente le nombre de modèles possible. En effet, pour deux valeurs de blending différent, supposons 10 % et 20 % de la magnitude de base, il est possible d’ajuster les paramètres  $U_o$ ,  $t_o$ ,  $t_E$  et  $F_s$  pour que le modèle ajuste les données. Pourtant, la dégénérescence n’est pas parfaite et peut être levée grâce à un algorithme d’exploration complet. Cependant, la détermination exacte du flux de blending est un véritable problème, spécialement quand la magnitude de la cible est faible ( $I \geq 19$ ). Ce problème mis de côté, il est ensuite plutôt aisé de déterminer les paramètres d’amplification car l’on peut deviner facilement une bonne solution de départ.  $t_o$  est choisi la date du pic,  $t_E$  approximativement comme la largeur du pic et  $U_o$  comme l’inverse de l’amplification maximale  $\frac{1}{A_{max}}$ , voir Annexe C. Ensuite, les routines explorent autour de ce point afin de trouver le meilleur jeu de paramètres. Dans le cas d’une source résolue, le problème se complexifie, car le paramètre  $\rho$  s’ajoute.

## 4.4 Modélisation des lentilles binaires

Ce cas est nettement plus complexe. Mis de côté les évènements planétaires “faciles”, voir Annexe C, il faut explorer un vaste espace de paramètre minés par des minima locaux. De plus, nous avons vu que l’amplification autour des caustiques est irrégulière, le fait de prendre en compte des effets de taille finies nous obligent à utiliser des méthodes gourmandes en temps de calcul pour surmonter ce problème. Plusieurs solutions existent, nous présentons ici les trois les plus utilisées.

### 4.4.1 Le tir inverse de rayons

Cette méthode introduite par Kayser et al. (1986) part du constat que l’équation des lentilles doubles se résout plus facilement si l’on connaît la position de l’image pour en déduire la position de la source. Nous rappelons ici l’équation :

$$\zeta = z - \Theta_E \sum_i^N \frac{\epsilon_i}{\bar{z} - \bar{z}_i} \quad (4.7)$$

Le principe est donc de tirer des centaines de milliers de rayons à partir du plan image, et de regarder où ils tombent sur le plan source. Les rayons suivront alors la carte d’amplification, et donc une majorité se trouvera près des caustiques. Ainsi, à partir d’un tir homogène sur le plan image, le résultat sur le plan source sera hétérogène, avec une concentration de plus en plus importante en s’approchant des caustiques. Un exemple est visible sur la Figure 4.2.

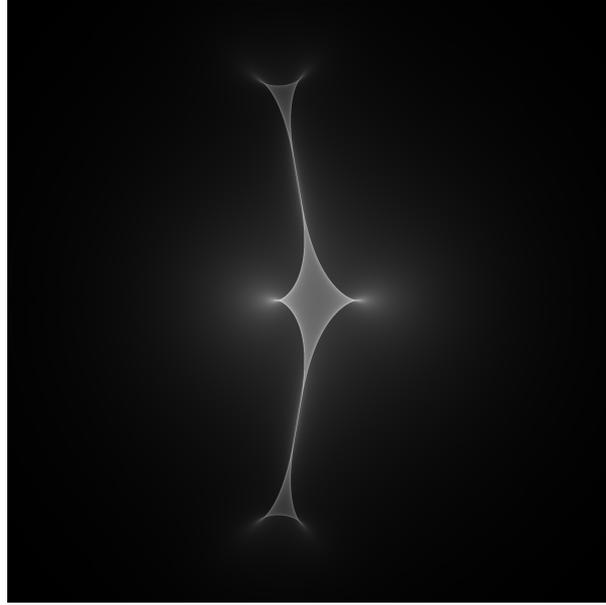


FIGURE 4.2 – Exemple de carte d’amplification autour d’une caustique résonnante ( $s = 0.711$  et  $q = 0.674$ ). Les régions les plus brillantes sont celles contenant le plus rayons. Cette carte a été réalisée en tirant plus de  $10^9$  rayons.

Au final, l’amplification de la source à un point précis sera alors la somme des rayons contenus dans son disque normalisée par la concentration de rayons tirés par pixel du plan image. Si  $n_i$  est le nombre de rayons contenus dans le pixel  $p_i$  et  $c_i$  la concentration initiale, l’amplification est alors simplement :

$$A(\rho) = \frac{\sum_i^{p_i < \rho} n_i}{c_i} \quad (4.8)$$

La prise en compte de l’effet centre-bord se fait alors aisément en pondérant les rayons dans la source en fonction de leur distance au centre de la source, en suivant la loi de Milne décrite dans le Chapitre 3. Il faut noter que cette méthode est la plus fiable pour calculer les effets de taille finie (Bozza 2010), notamment lors des franchissements de caustiques, le cas le plus délicat. Cette méthode fonctionne très bien, elle permet même de construire les caustiques dans le cas des milliers d’étoiles d’une Galaxie présentes dans les études de "weak lensing". Malheureusement, elle est très gourmande en temps de calcul, bien que diverses améliorations existent (Wambsganss et al. 1992; Wambsganss 1997; Dong et al. 2009b). Le point central de ces améliorations est de déterminer les régions les plus critiques à couvrir dans le plan source, c’est-à-dire très proche des caustiques. Les cartes d’amplification permettent également une meilleure compréhension de la forme des déviations. En effet, si jusqu’à présent nous avons parlé des déviations “positives”, c’est-à-dire entraînant une augmentation de l’amplification par rapport au modèle lentille simple, il existe des déviations “négatives”. En effet, la présence d’un second corps produit des caustiques, zones de fortes amplifications, mais également des zones de moindre amplification. Un exemple est visible sur la Figure 4.3.

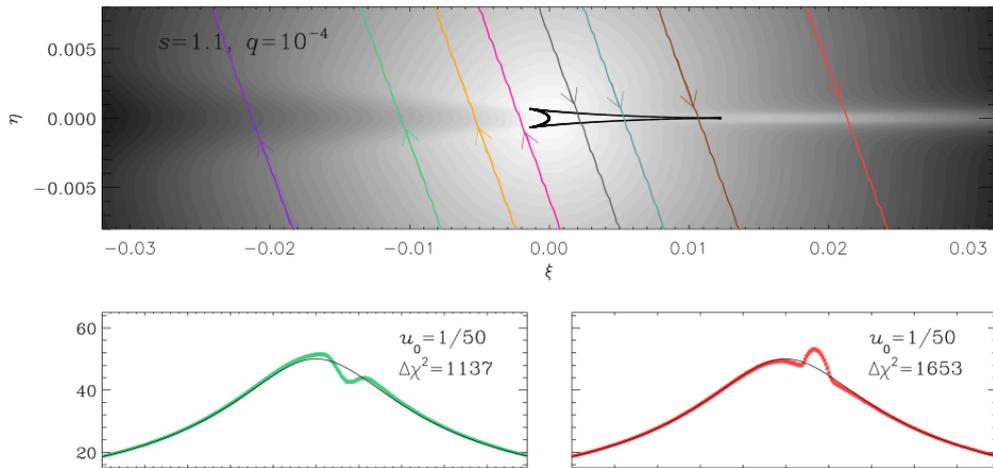


FIGURE 4.3 – Exemple de carte d’excès d’amplification autour d’une caustique centrale ( $s = 1.1$  et  $q = 0.0001$ ). Les zones les plus sombres ont un excès d’amplification négatif, les zones blanches ont un excès positif. Différentes trajectoire sont tracées. Deux courbes de lumière correspondantes sont visibles sur les figures du bas. Notons la courbe verte présentant une anomalie “négative”. Figure dérivée de Han (2011).

Pour réduire le recours à cette méthode, (Gould 2008) a développé une méthode semi-analytique : l’approximation en dipôles.

#### 4.4.2 Les méthodes semi-analytiques : approximation de Taylor

Si l’on se situe suffisamment loin d’une caustique, il est possible de reproduire les effets de taille finie en calculant les différences d’amplification entre plusieurs point de la source, puis d’en faire la moyenne afin d’obtenir une approximation de l’effet, voir la Figure 4.4.

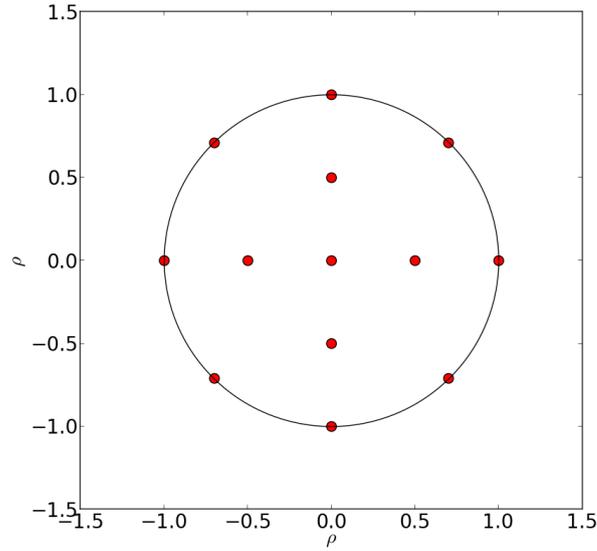


FIGURE 4.4 – Points sur lesquels est calculée l’amplification pour l’approximation de Taylor.

Autrement dit, si l’on ne franchit pas de caustique, c’est-à-dire à une distance supérieur à  $\rho$ , le champs d’amplification autour du centre de la source peut être approximé par une série de Taylor. Dans ce cas, la fonction est continue, il n’y a pas de singularité. Toujours en utilisant la loi de Milne et après un peu d’algèbre, il vient alors (Gould 2008) :

$$A(\rho, \Gamma) = A_0 + \frac{A_2 \rho^2}{2} \left(1 - \frac{1}{5} \Gamma\right) + \frac{A_4 \rho^4}{3} \left(1 - \frac{11}{35} \Gamma\right) + \dots \quad (4.9)$$

avec  $A_0$  l’amplification calculée au centre de la source,  $A_2 \rho^2$  et  $A_4 \rho^4$  des fonctions de  $\rho$ .  $\Gamma$  est le coefficient de l’effet centre-bord. L’avantage est que ces calculs sont très rapides et fiables. Il faut donc les utiliser le plus possible.

#### 4.4.3 Intégration des contours d’images

Comme les lentilles gravitationnelles conservent la brillance superficielle de la source, il est alors possible de connaître l’amplification de la source en calculant l’aire des images produites. Il suffit alors de faire une intégration de Stokes sur les contours d’images. Suivant l’exemple de la Figure 4.5, on obtient l’amplification dans chaque cas en sommant l’aire de chaque image:

$$A(\rho) = \frac{\sum_i^N \iint_S dS_i}{\rho} \quad (4.10)$$

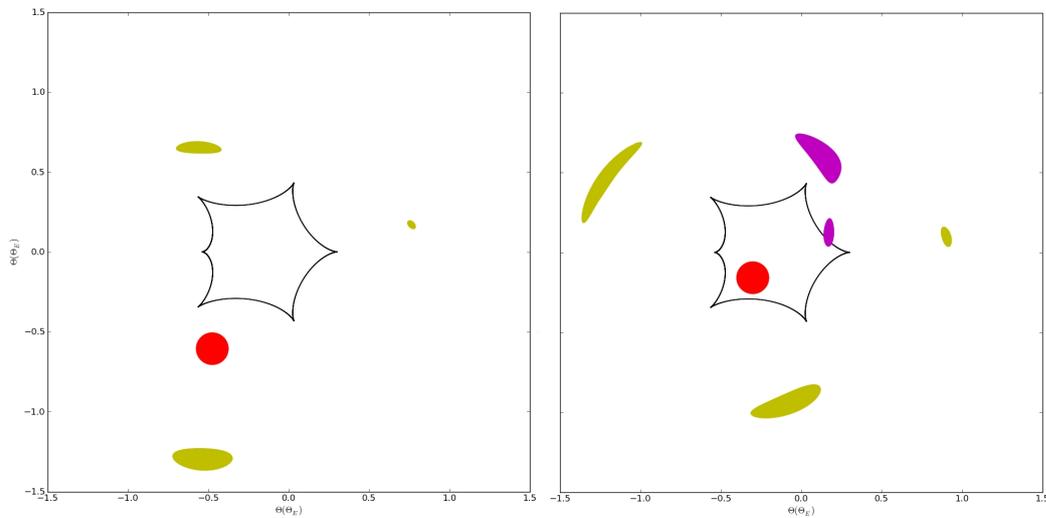


FIGURE 4.5 – Deux cas d’utilisation de l’intégration du contour d’image.

Cette idée élégante introduite par Gould & Gaucherel (1997) a réellement fait ses preuves sous l’impulsion de Bozza (2010). Cette méthode comporte toutefois deux problèmes majeurs. Le premier est justement de délimiter les images. En effet, lorsque la source franchît une caustique, le nombre d’image passe de trois à cinq. Mais si la source est de taille équivalente à la caustique, alors celle-ci franchît plusieurs fois les branches de la caustiques. Tout se complique alors, et le nombre d’images fluctuent grandement (de quatre à deux). Il faut alors développer une routine classant efficacement les images, ce qui est loin d’être évident. C’est la source d’erreur la plus fréquente dans ce type d’algorithme. Le second est la prise en compte de l’effet centre-bord. Il faut en effet reproduire la chaîne précédente pour une multitude de cercle concentriques schématisant la source.

## 4.5 Recherche par “grille” et modélisation en “temps réel”

Comme vu dans le Chapitre 3, une courbe de lumière peut être expliquées par plusieurs modèles très différents, notamment quand les déviations sont de faibles amplitudes. Dans l’exemple de la Figure 4.6, les déviations sont aussi bien ajustées par un modèle de microlentilles comprenant deux étoiles ou bien d’une planète orbitant une étoile, bien que cette dernière configuration présente une légère amélioration du  $\chi^2$ .

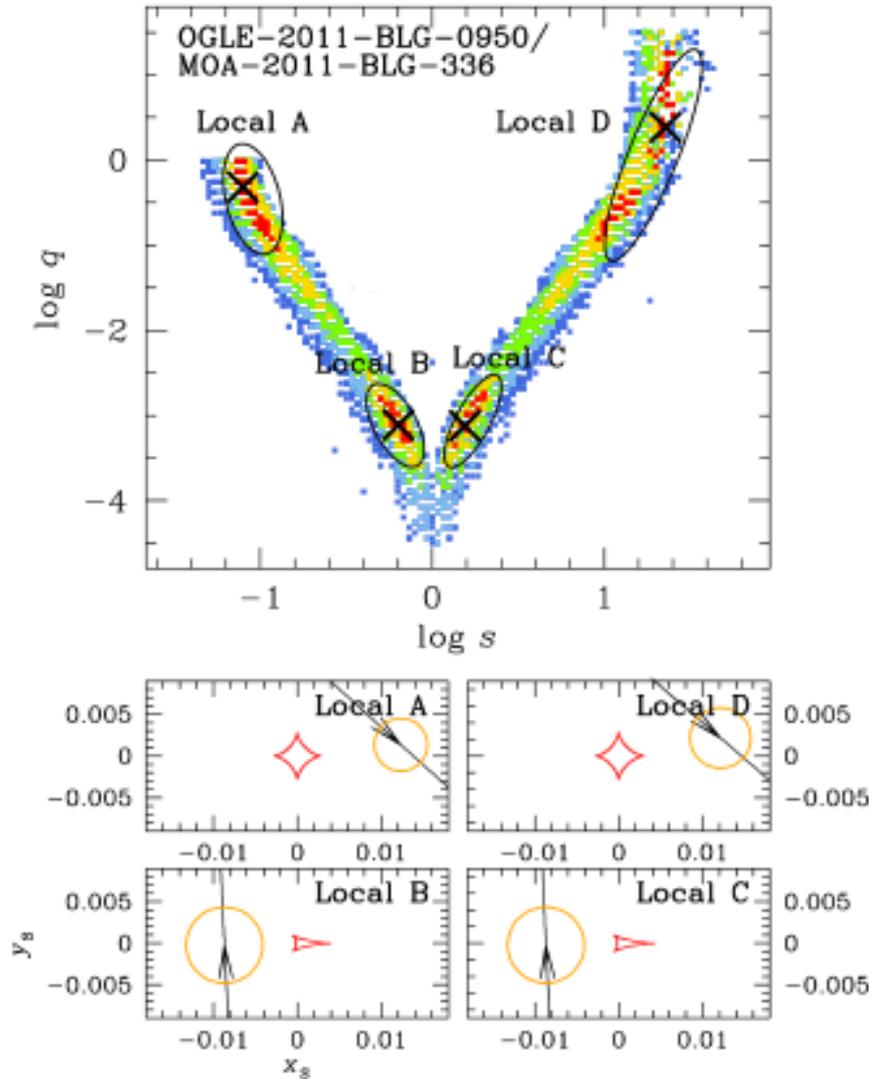


FIGURE 4.6 – Représentation des quatre minima ajustant la courbe de lumière de OGLE-2011-BLG-950/MOA-2011-BLG-336. D’après Choi et al. (2012).

Afin de vérifier les diverses géométries, il est nécessaire d’explorer l’espace des paramètres avec soin. Pour cela, nous utilisons la méthode dite des “grilles”. Les déviations d’une courbe de lumière sont majoritairement contraintes par les trois paramètres  $s$ ,  $q$  et  $\alpha$ . Nous choisissons alors de créer des grilles sur ces trois paramètres couvrant totalement l’espace des paramètres. Les autres paramètres des modèles ( $U_o$ ,  $t_E$ ...) sont alors ajustés par une des méthodes décrites précédemment. Les bornes classiques pour ces paramètres sont  $s \in [0.1, 10]$ ,  $q \in [10^{-5}, 1]$  et  $\alpha \in [0, 2\pi]$ . Une fois les différents minima déterminés, il faut alors les explorer un par un afin de déterminer le minimum global. Plusieurs itérations de recherche de grille sont souvent nécessaire, en affinant les pas ainsi que les bornes sur chaque minimum. La modélisation prend fin en laissant explorer chaque paramètre librement. Le problème de cette méthode est qu’elle est extrêmement coûteuse en temps de calcul, typiquement

une journée sur huit processeurs pour une grille composée de 2500 pas. Durant cette thèse, nous avons passé un temps certain à essayer d'améliorer l'algorithme fourni par l'équipe de Cheongho Han afin de le rendre plus rapide. Plusieurs voies ont été effectuées comme par exemple l'implémentation du module MPI (The Message Passing Interface) ou encore une optimisation de l'exploration en  $\alpha$ . En effet, le temps de calcul est proportionnel au nombre de pas devant être testé sur ce paramètre.

Les améliorations faites ont permis d'utiliser notre algorithme pour réaliser des modèles dit en "temps réels". Ils consistent à analyser au plus vite les évènements anormaux afin de confirmer ou d'infirmer la présence d'une planète. Le second rôle de ces modèles est d'anticiper des déviations futures afin d'être certain de les observer, et ainsi bien mieux contraindre la géométrie de la microlentille. Durant ces trois ans, nous avons donc participé à cet effort grâce à cet algorithme. Notons que dans ce cas, il est nécessaire d'obtenir un modèle rapidement, même s'il n'est pas optimal. C'est pour cette raison que nous ne faisons que des recherches par "grille", et non des modèles totalement libres, qui nécessite une analyse gourmande en temps. Un exemple de nos résultats est visible sur la Figure 4.7.

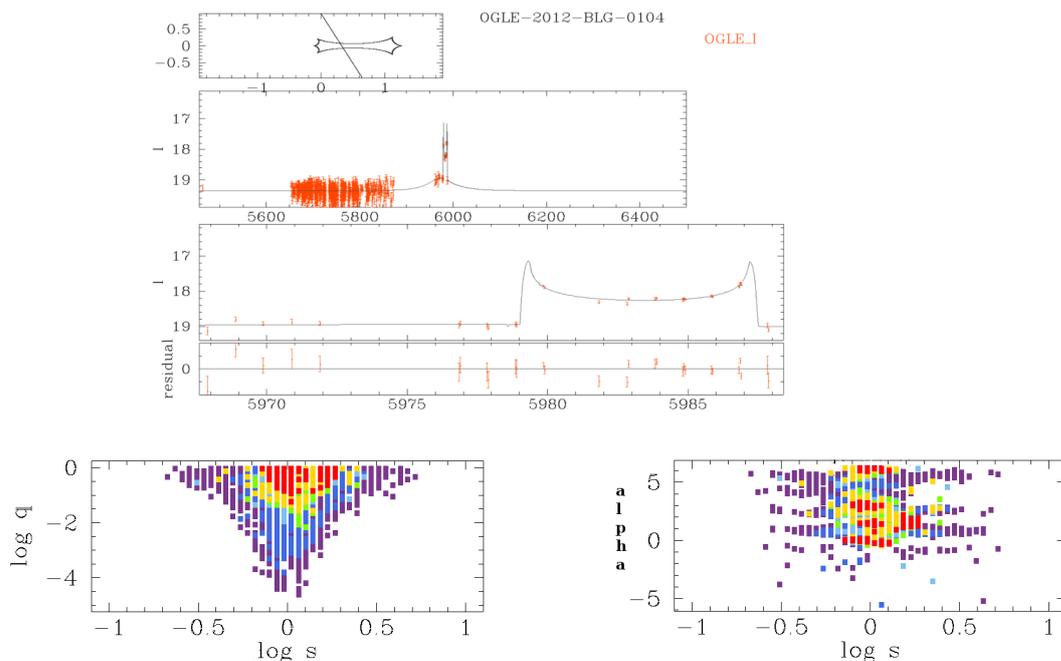


FIGURE 4.7 – Exemple de modèle temps réel obtenu pour OGLE-2012-BLG-0104. Cet évènement est probablement due à une microlentille composée d'étoiles binaires.

## 4.6 Discussion autour des sources binaires

Nous l'avons vu dans le Chapitre 3, certaines courbes anormales de microlensing peuvent être expliquées par un modèle à deux étoiles sources. Il est donc important de savoir si ce phénomène est fréquent. Les cas discutés concernent seulement les courbes avec des déviations uniques, comme présentés dans l'Annexe C. Dans le cas de déviations plus complexes, comme pour MOA-2010-BLG-477Lb (Bachelet et al. 2012b) par exemple, il n'y a aucune ambiguïté, seul une caustique peut produire ce

type de déviation.

#### 4.6.1 Considération statistique

Pour qu'un évènement binaire reproduise une déviation planétaire, il faut que le rapport de flux  $\epsilon = \frac{F_2}{F_1}$  entre les deux composantes soit compris dans l'intervalle  $[10^{-4}, 10^{-2}]$  (Gaudi 1998), afin que le "pic planétaire" ne soit pas trop grand. La probabilité de détecter de tels évènements est sensiblement la même que celle de détecter une planète orbitant une lentille ( $\sim 20\%$ ) (Gould & Loeb 1992; Gaudi 1998). En choisissant la borne supérieure et en sachant que la luminosité des étoiles vaut environ  $L \propto M^3$ , il vient une limite sur le ratio de masse:

$$\frac{F_2}{F_1} = \frac{M_2^3}{M_1^3} \Leftrightarrow q < 0.2 \quad (4.11)$$

La grande majorité des sources en microlensing sont des étoiles de la séquence principale ou des géantes rouges (voir Chapitre 5 et Chapitre 6). Suivant les travaux de Abt & Levy (1976) et Duquennoy & Mayor (1991), Eggenberger et al. (2004) montrent que 55.6 % des étoiles de type F7-G9 sont binaires avec une période  $P \leq 5500$  jours. Un exemple de distribution des périodes est disponible sur la Figure 4.8

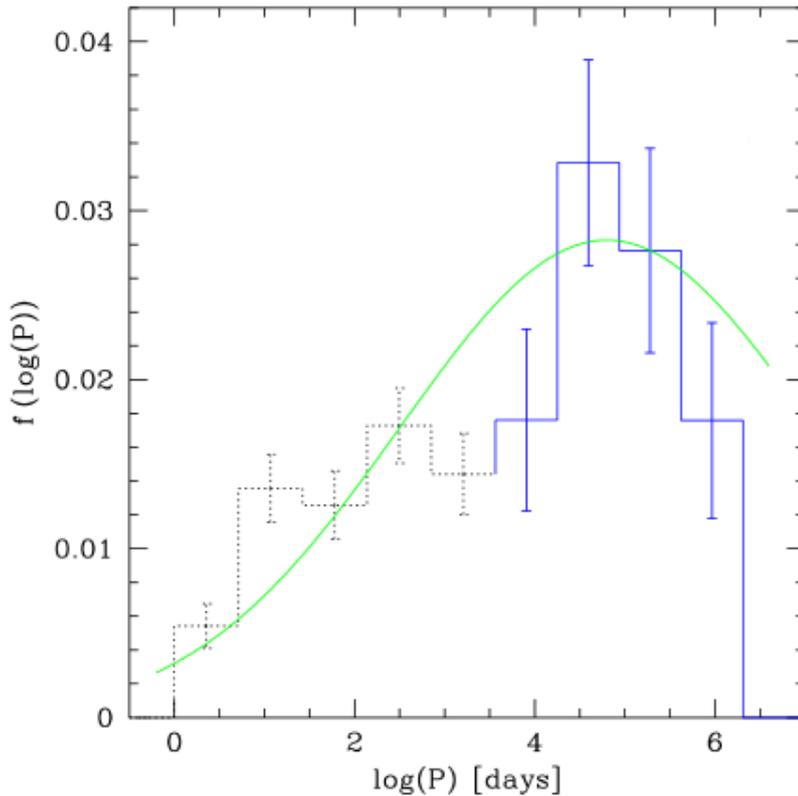


FIGURE 4.8 – Exemple de distribution en période pour les étoiles binaires. Figure extraite de Eggenberger et al. (2004).

Si l'on choisit une période typique de cette distribution, par exemple  $P \sim 10^4$

jours  $\sim 27$  ans, pour une binaire de masse solaire, on obtient une séparation angulaire pour un tel système dans le Bulbe Galactique de :

$$S \sim \frac{10 \text{ UA}}{8 \text{ kpc}} \sim 1 \text{ mas} \quad (4.12)$$

Donc, pour les binaires de grandes périodes, les plus nombreuses, la séparation typique est de  $1 \text{ mas}$ , soit approximativement un rayon d'Einstein. Il est donc probable que les deux sources puissent être amplifiées par la lentille. La proportion d'étoiles binaires à longue période, multipliée par l'efficacité de détection, conduit à une probabilité de détection  $p_l$ :

$$p_l \sim 0.55 \times 0.2 \sim 11\% \quad (4.13)$$

Cependant, le ratio de masse pour ces étoiles binaires de la séquence principale de longue période vaut un (Eggenberger et al. 2004; Halbwachs et al. 2004). Il est alors difficile de les confondre avec un évènement planétaire. Les binaires de période plus faibles sont moins nombreuses selon la Figure 4.8 et leur ratio de masse est encore plus proche de un (Eggenberger et al. 2004; Halbwachs et al. 2004). Ainsi, il semble peu probable que les étoiles binaires de la séquence principale imite les signatures planétaires fréquemment.

Pour les géantes de type K, 9.5% sont binaires (Mermilliod et al. 2007) et 11 % pour les géantes de type M (Frankowski et al. 2009). Cette faible proportion, couplée à l'efficacité de détection, donne une probabilité  $p_c$  faible de détection:

$$p_c \sim 0.1 \times 0.2 \sim 2\% \quad (4.14)$$

Comparé à la proportion de planètes autour des étoiles M, 6% selon Montet et al. (2013), 9% selon Cassan et al. (2012) et même 70% selon Bonfils et al. (2013), la probabilité de détecter est plus faible pour les étoiles géantes, et du même ordre pour les étoiles de la séquence principale.

Ainsi, les étoiles binaires peuvent reproduire une signature planétaire, mais dans une proportion qui semble moindre. Dans le cas où un modèle explique mal la courbe de lumière, il est nécessaire d'étudier ce phénomène. En effet, comme décrit dans la prochaine partie, les déviations n'ont pas exactement la même signature pour le cas planétaire et le cas source binaire. Pour les naines, le ratio de binarité est de 28 % pour les étoiles M (Delfosse et al. 2004) et 15 % pour les naines M de faible masse (Close et al. 2003).

#### 4.6.2 Différence dans les anomalies et différence dans les couleurs

Bien que les anomalies semblent très similaires, une couverture optimale permet de différencier les deux cas. En effet, avant l'approche d'une caustique, il se produit généralement une légère baisse d'amplification, mesurable en cas de bon suivi photométrique. Les deux évènements présentés dans l'Annexe C en sont un parfait exemple. Un exemple théorique est présenté sur la Figure 4.9. L'analyse précise des ailes des déviations permet alors de lever la dégénérescence entre la lentille binaire et la source binaire.

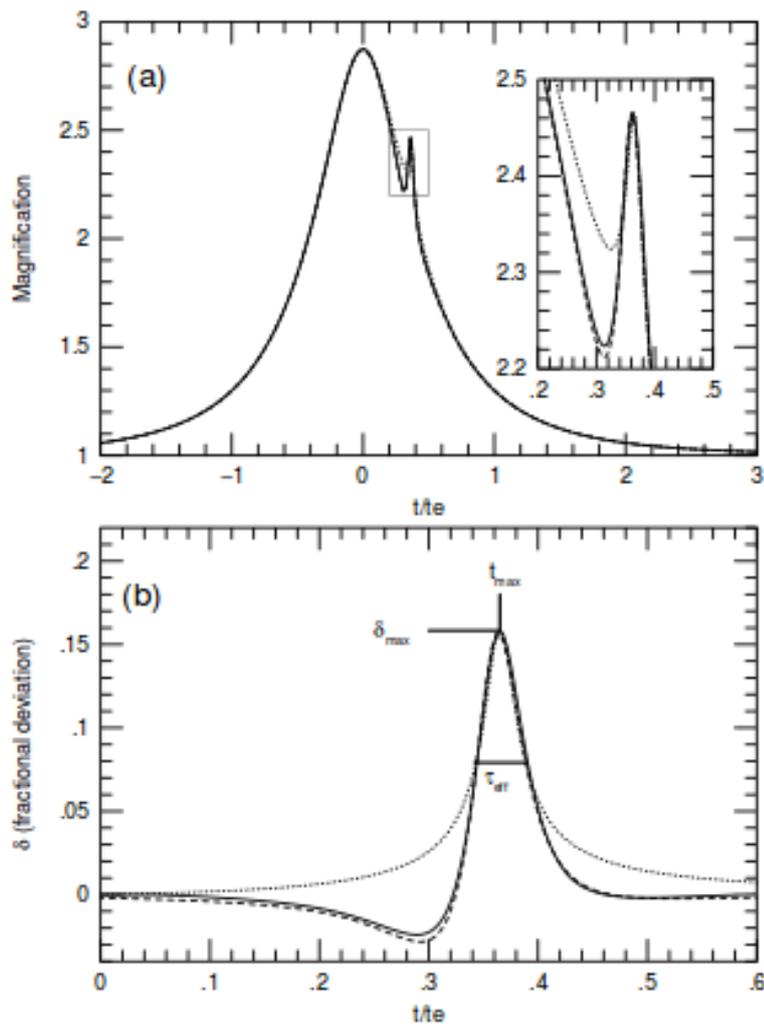


FIGURE 4.9 – Exemple d’anomalie modélisée par un modèle planétaire (trait plein) et par une étoile source binaire (pointillé). La figure du bas est un grossissement au niveau de l’anomalie. Notons la baisse d’amplification avant la déviation du modèle planétaire. Figure extraite de Gaudi (1998).

De plus, l’effet de microlentille gravitationnelle est achromatique. Donc dans le cas d’une lentille double composée d’une planète et d’une étoile, les deux pics doivent porter la même signature chromatique. Mais dans le cas d’une étoile source double, les couleurs des étoiles et leur paramètres de “limb-darkening” changent, provoquant une asymétrie des modèles pendant les deux maxima. Ainsi, la détection d’anomalie de ce type permet de favoriser les modèles source binaires. C’est ce qui s’est produit dans la modélisation de MOA-2012-LG-486, un événement en cours de publication. En conclusion, nous pouvons dire que la considération d’un événement avec des étoiles sources binaires ne doit se considérer uniquement si la signature est peu claire, c’est à dire que la couverture photométrique est mauvaise et quand de forts résidus existent entre les différentes données disponibles.

## 4.7 Renormalisation des barres d'erreur

Pour bien contraindre les effets de second ordre, il faut être sûr que les barres d'erreur des données sont correctement estimées. Traditionnellement, les modélisateurs cherchaient un modèle statique correct puis renormalisaient les barres d'erreur grâce au paramètre  $f$  en forçant le  $\frac{\chi^2}{\text{dof}}$  à un pour chaque télescope en suivant cette formule:

$$e' = fe \quad (4.15)$$

avec  $e'$  les nouvelles barres d'erreur (toutes les barres d'erreur considérées ici sont en magnitude). Cette méthode pose un problème. En effet, au fur et à mesure que la source est amplifiée, la précision sur la photométrie augmente. Or en suivant cette méthode de renormalisation, les barres d'erreur subissent la même correction indépendamment de l'amplification, ce qui est incorrect. Celles à fortes amplifications sont sous-estimées et celles de la ligne de base sont sur-estimées. Nous avons développé une renormalisation à deux facteurs :  $f$ , qui agit sur les faibles amplifications et  $e_{min}$ , qui assure une erreur minimale pour les fortes amplifications. La nouvelle formule utilisée est alors:

$$e' = f\sqrt{e^2 + e_{min}^2} \quad (4.16)$$

Le but est alors d'obtenir une équipartition de la contribution au  $\chi^2$  pour chaque point, comme visible sur la Figure 4.10.

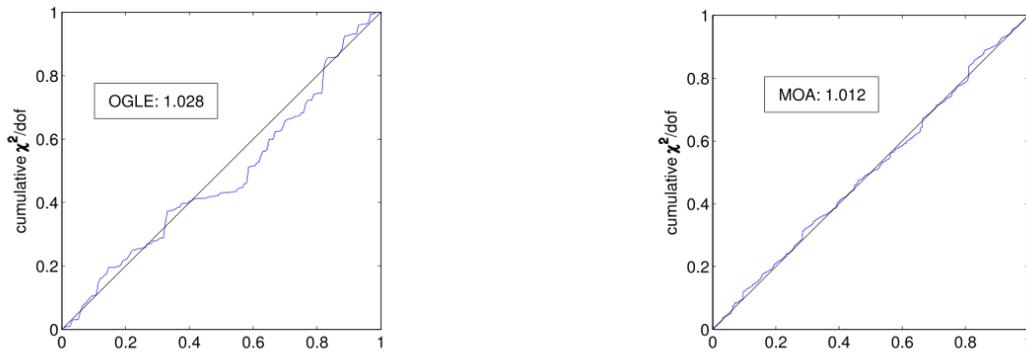


FIGURE 4.10 – Exemple de renormalisation des barres d'erreur à deux paramètres. Chaque point a une contribution au  $\chi^2$  quasi-identique. Figure tirée de Bachelet et al. (2012b).

Plusieurs itérations de recherche de modèles et de renormalisation sont nécessaires pour converger vers un ensemble de paramètres stables. L'élimination des points aberrants se fait également pendant cette étape. Cette méthode est désormais utilisée par la communauté, voir par exemple (Miyake et al. 2012; Street et al. 2013).

## 4.8 MOA-2009-BLG-411L

MOA-2009-BLG-411L a été détecté comme événement particulièrement intéressant le 05 août 2009. Prévu comme événement de grand amplification, de nombreux télescopes ont commencé le suivi. Ainsi, le pic a été bien couvert et des effets de taille

finie ont été détectés. Mais une analyse plus fine a permis de détecter une anomalie avant le maximum d'amplification. Celle-ci est due au passage d'une source géante sur une caustique centrale.

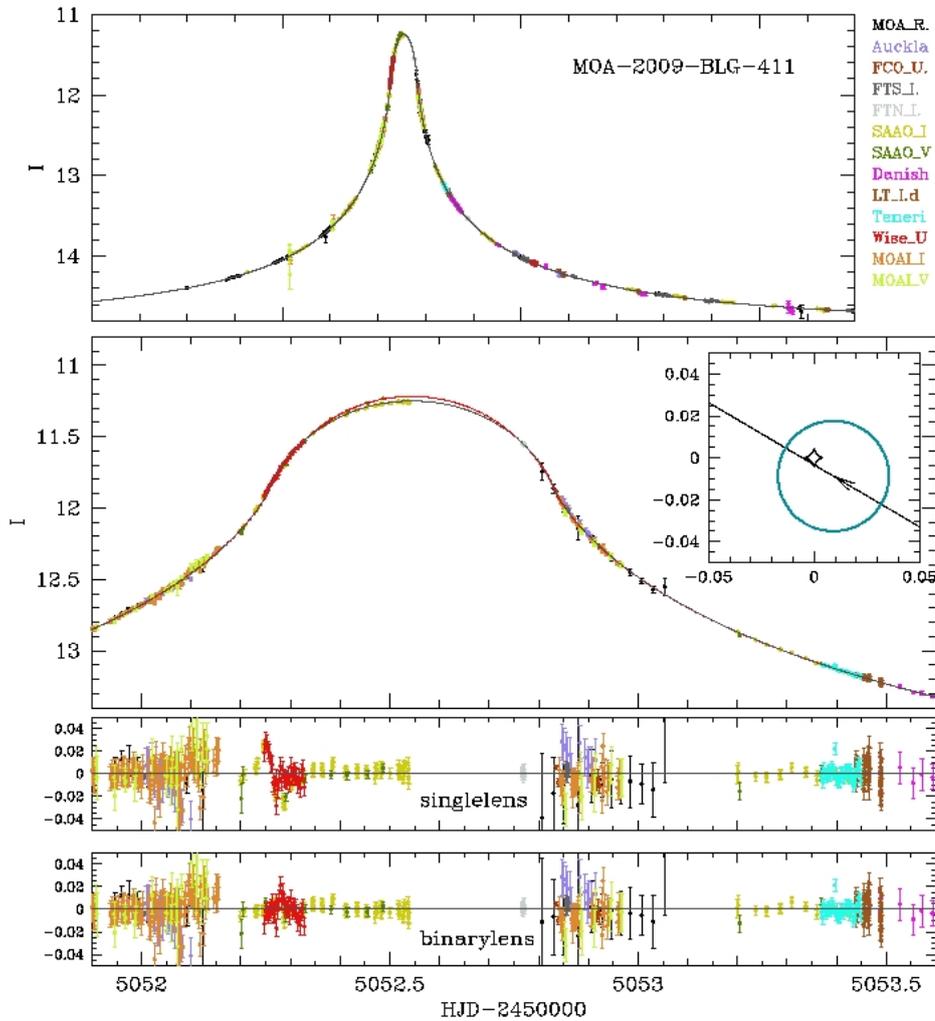


FIGURE 4.11 – Courbe de lumière de l'évènement binaire MOA-2009-BLG-411L. Le modèle rouge est pour  $\Gamma = 0.67$  (bande V) et ma courbe grise pour  $\Gamma = 0.49$  (bande I). Les résidus sont correctement modélisés par une géométrie binaire. Le cercle bleu en haut à droite représente la taille de source face à la taille de la caustique centrale. Figure tirée de Bachelet et al. (2012a).

Cependant, la nature de celle-ci était ambiguë, la sortie de caustique n'étant pas couverte. Les modèles en temps réels postulant pour un système planétaire, nous avons donc décidé de l'étudier. Plusieurs problèmes se sont présentés à nous. Premièrement, il fut très délicat d'extraire le signal planétaire car la source, géante, masquait beaucoup le franchissement de caustique, d'autant plus qu'aucunes données n'étaient disponibles pour la sortie. Ensuite, les données étaient d'une qualité moyenne, bien que la source est très brillante. Une analyse fine des barres d'erreur a été nécessaire pour extraire le signal. De plus, aucune photométrie calibrée n'était

disponible. Enfin, le système possède de nombreux minima locaux. En plus de la classique dégénérescence  $s \Leftrightarrow s^{-1}$ , nous avons détecté un nouveau type de dégénérescence en  $q \Leftrightarrow q^{-1}$ . Pour commencer la modélisation, nous avons commencé par faire un modèle lentille simple avec effet de taille finie. La déviation due à la caustique étant de faible amplitude, environ 0.1 mag sur une durée très courte, ce type de modèle ajuste très bien les données. Cela a permis d'estimer les paramètres  $U_o, t_o$  et  $t_E$ , et de contraindre les paramètres de limb-darkening  $\Gamma$ . Nous avons alors commencé à rechercher le minimum par la méthode de grille classique. Une grande quantité de modèles sont plausibles, comme le montre la Figure 4.12.

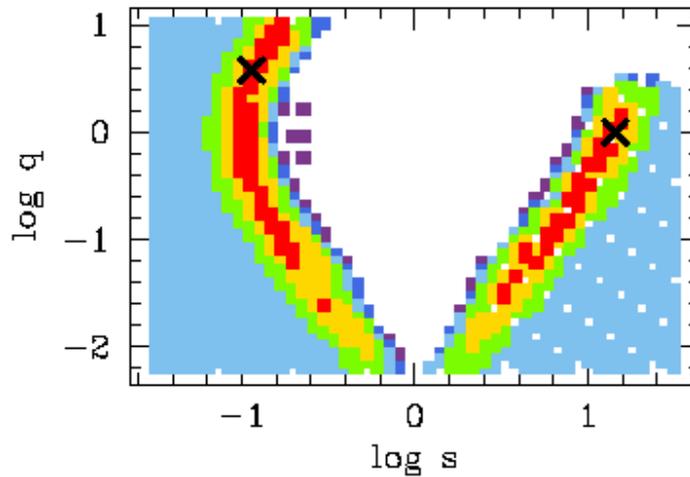


FIGURE 4.12 – Grille d'exploration en  $s$  et  $q$  pour trouver les minima locaux. Les zones rouges à violet vont de un à six sigma du meilleur modèle. Les deux croix représentent les meilleurs modèles répertoriés dans la Table 4.1. Figure tirée de Bachelet et al. (2012a).

La dégénérescence  $s \Leftrightarrow s^{-1}$  est clairement visible. Nous devons donc explorer ces deux minima locaux. Ceci a été fait avec plusieurs itérations, afin de déterminer les paramètres de renormalisation des erreurs par la méthode vue précédemment. Une fois les barres d'erreur correctement contraintes, nous avons alors exploré l'espace des paramètres en les gardant fixes. Les meilleurs modèles sont visibles sur la Table 4.1, l'exploration des paysages de  $\chi^2$  sur la Figure 4.13.

TABLE 4.1 – Paramètres des modèles “close” et “wide” d’OGLE-2009-BLG-411L.

Paramètres	Lentille simple	Modèle “Close”	Modèle “Wide”
$t_o$ (days)	5052.5446	$5052.5439 \pm 0.0003$	$5052.5437 \pm 0.0004$
$U_o$	0.00041	$0.0029 \pm 0.0005$	$0.0018 \pm 0.0007$
$t_E$ (days)	10.76	$10.71 \pm 0.1$	$15.06 \pm 1.9$
$\rho$	0.027	$0.026 \pm 0.0003$	$0.019 \pm 0.0026$
$s$		$0.115 \pm 0.013$	$14.5 \pm 2.61$
$q$		$3.74 \pm 0.38$	$0.99 \pm 0.29$
$\alpha$		$3.67 \pm 0.07$	$0.547 \pm 0.06$
$\chi^2$	2156.21	1578.513	1586.947

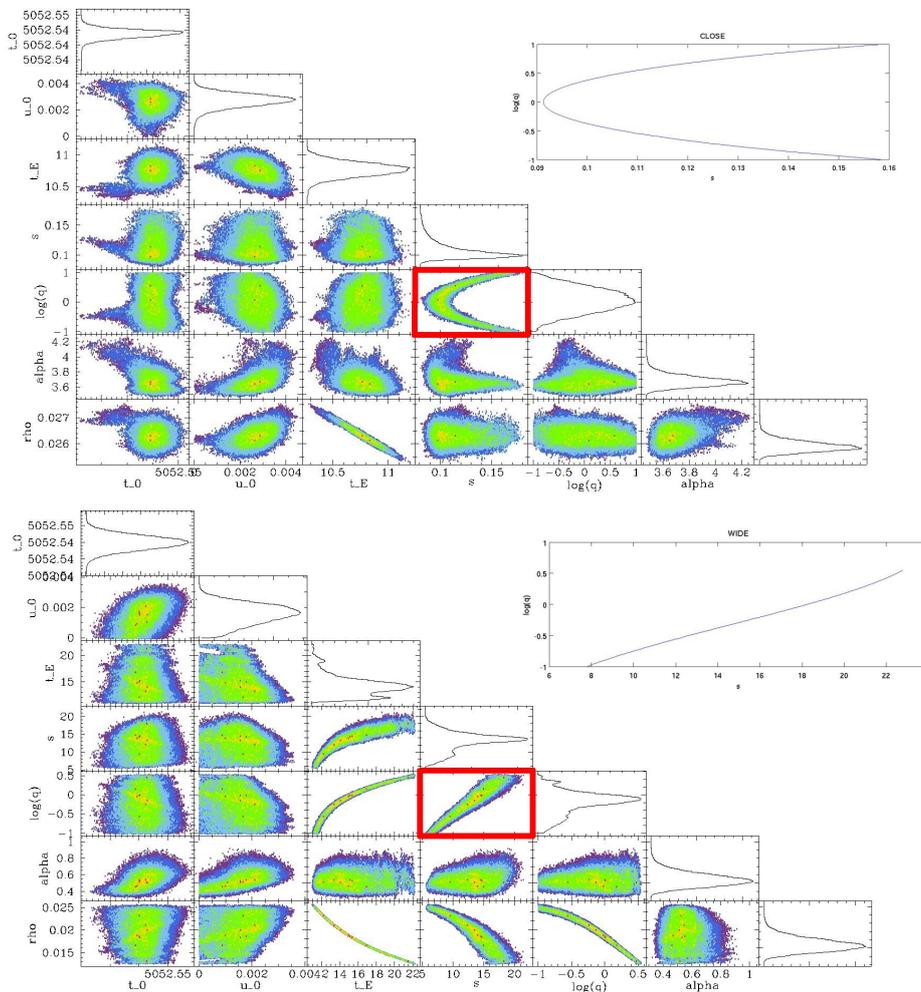


FIGURE 4.13 – Représentation de nos chaînes MCMC autour des meilleurs modèles. Pour chaque figure, une courbe théorique de  $\log q$  en fonction de  $s$  est visible sur la droite. Notons que celles-ci reproduisent fidèlement l’exploration observationnelle (encadrées en rouge). Figure tirée de Bachelet et al. (2012a).

Le diagramme  $s$  et  $q$  pour le modèle "close" nous a tout de suite sauté aux yeux. Une telle géométrie parabolique des chaînes ne peut être due au hasard. Nous avons alors réalisé une étude théorique basée sur An et al. (2002). Au vu des diagrammes MCMC, il est clair que le système est composé d'étoiles de masse équivalentes. Nous avons déterminé la dépendance de  $s$  et  $q$  avec pour contrainte  $\frac{p}{w} = cte$ . Les courbes théoriques reproduisant fidèlement l'exploration expérimental, il est clair qu'une nouvelle dégénérescence a été mis à jour. Celle-ci, en  $q \Leftrightarrow q^{-1}$ , vaut uniquement pour les binaires très proches,  $q \sim 1$  et  $s \leq 0.2$ . Elle n'est toutefois que théorique. En effet, comme montré dans Han (2009), la carte d'amplification autour de ce type de caustique centrale est parfaitement symétrique. Ainsi, les modèles sont incapables de déterminer si la source passe le corps le plus massif sur la droite ou sur la gauche. Sachant que seul le ratio de masse est le paramètre physique recherché, la dégénérescence n'est pas un problème en soit. Finalement, nous ne pouvions pas essayer de modéliser des effets d'ordre deux pour cet événement pour deux raisons. La première est que  $t_E$  est très petit ( $\sim 10$  jours), ce qui implique des perturbations trop petites pour être mesurées. De plus, la faible amplitude des déviations observées ne permettait pas de contraindre suffisamment ces effets. Le modèle galactique de Dominik (2006) nous a alors permis de déterminer les paramètres du système : une naine brune de masse  $m = 0.05M_\odot$  orbitant autour d'une naine rouge de masse  $M = 0.18M_\odot$  à une distance  $D_L = 7.3$  kpc. Ce système est le premier de ce type à être découvert grâce aux microlentilles gravitationnelles.

## 4.9 MOA-2010-BLG-477Lb : étude d'un super Jupiter

Cet événement planétaire a été détecté le 02 août 2010 par la collaboration MOA. Très bien couvert lors des diverses déformations engendrées par la caustique résonante, la nature planétaire du système binaire fut très tôt révélé.

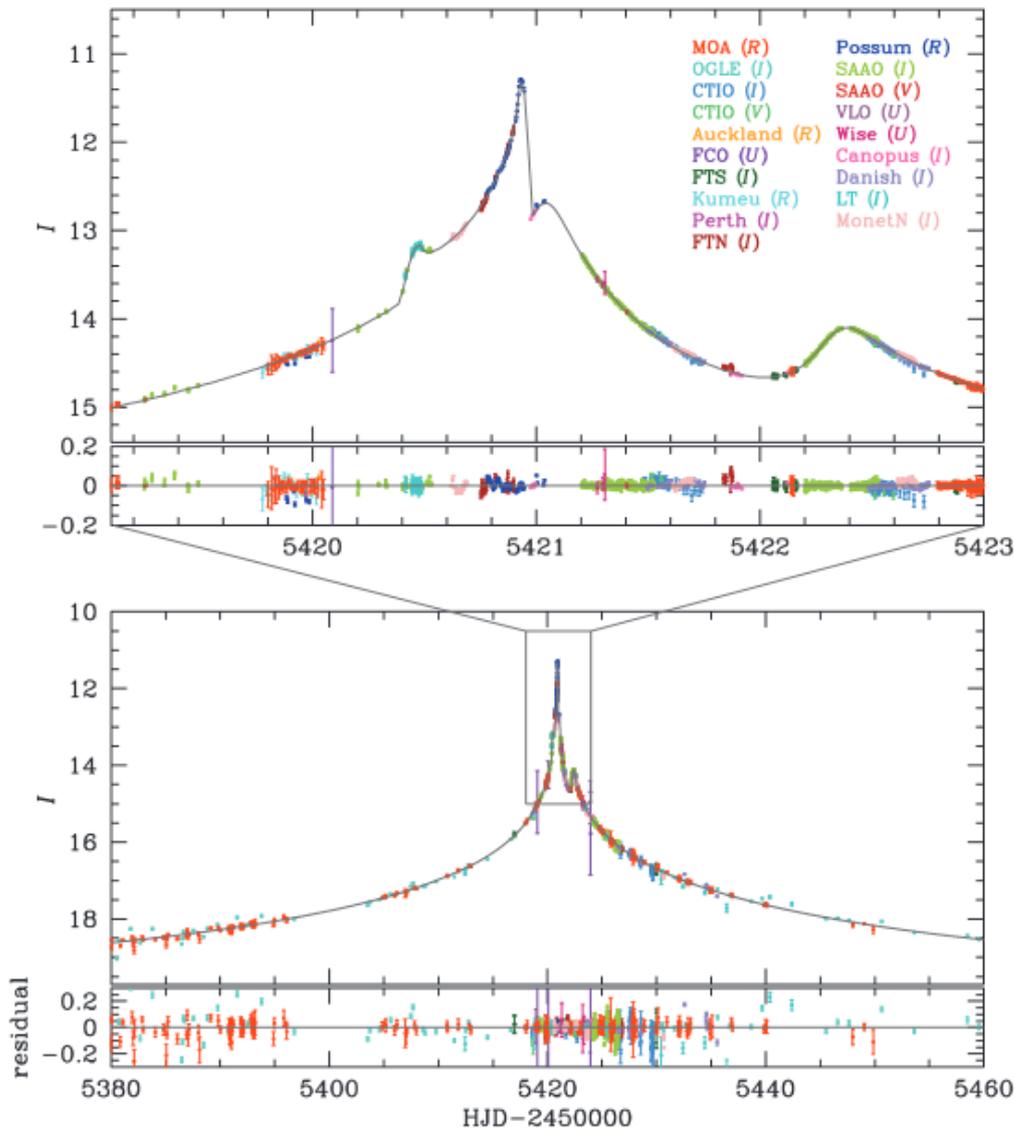


FIGURE 4.14 – Courbe de lumière de l'évènement binaire MOA-2010-BLG-477Lb. Les paramètres de la courbe de lumière sont ceux du meilleur modèle incluant la parallaxe et le mouvement orbital. Figure tirée de Bachelet et al. (2012a).

Grâce à la bonne couverture photométrique des collaborations, la recherche du meilleur modèle statique fut aisée puisque le modèle était bien contraint. Il faut d'ailleurs noter que deux codes totalement indépendants ont convergé vers cette même solution, assurant une bonne confiance en ce minimum. Les déviations de la courbe de lumière sont dues à une caustique centrale visible sur la Figure 4.15.

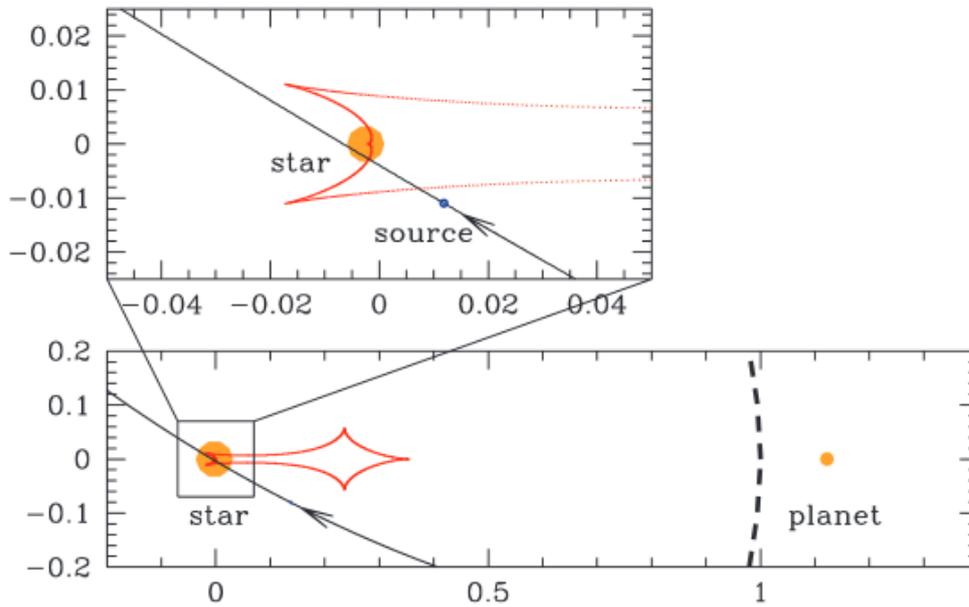


FIGURE 4.15 – Géométrie expliquant au mieux la courbe de lumière de MOA-2010-BLG-477Lb. D'après Bachelet et al. (2012a).

Les choses se sont compliquées lors de la modélisation des effets du second ordre. Malgré le traitement rigoureux des barres d'erreurs, la qualité photométrique des données n'a pas permis d'obtenir des mesures précises de la parallaxe et du mouvement orbital. Les deux effets n'ayant que peu d'effets sur le  $\chi^2$  et sur les déviations, seule une limite inférieure sur la masse de la lentille ( $M_L > 0.19M_\odot$ ) a pu être extraite de la mesure de la parallaxe. De plus, une limite supérieure sur la masse ( $M_L < 1.0M_\odot$ ) a été déduite du flux de "blending" mesuré. Ces contraintes ont été ajoutées au modèle galactique de Batista et al. (2011). Les paramètres du modèle sont disponible sur la Table 4.2. Les contraintes du modèle bayésien ont permis de mesurer une masse de lentille  $M_L = 0.7 M_\odot$  située à une distance de de 2.3 kpc. La masse de la planète a été estimée à 1.5 fois la masse de Jupiter. L'estimation sur les paramètres étant relativement imprécise, des observations haute résolution sont attendues pour affiner nos résultats. Une demande de temps sur le VLT avec l'imageur NACO a été acceptée, nous attendons désormais les observations.

TABLE 4.2 – Paramètres des différents modèles considérés pour l'évènement MOA-2010-BKG-477Lb.

Paramètres	Standard	Parallaxe	Orbital+Parallaxe
$\chi^2/\text{dof}$	7175.912/(7332-7)	7162.809/(7332-9)	7134.728/(7332-11)
$t_0$ (HJD $^\dagger$ )	5420.95714 $\pm$ 0.00017	5420.95713 $\pm$ 0.00017	5420.93705 $\pm$ 0.00038
$u_0$	0.003268 $\pm$ 0.000018	0.003191 $\pm$ 0.000015	0.003266 $\pm$ 0.000020
$t_E$ (days)	42.70 $\pm$ 0.20	44.05 $\pm$ 0.26	47.72 $\pm$ 0.24
$s$	1.12315 $\pm$ 0.00038	1.12514 $\pm$ 0.00063	1.12441 $\pm$ 0.00064
$q$	0.0023798 $\pm$ 0.0000069	0.00234475 $\pm$ 0.00000068	0.00215822 $\pm$ 0.00000044
$\alpha$ (rad)	3.67662 $\pm$ 0.00086	3.6756 $\pm$ 0.0010	3.6788 $\pm$ 0.0017
$\rho_*$	(6.379 $\pm$ 0.042) $\times 10^{-4}$	(6.218 $\pm$ 0.042) $\times 10^{-4}$	(5.710 $\pm$ 0.031) $\times 10^{-4}$
$f_s$	0.4104 $\pm$ 0.0021	0.3973 $\pm$ 0.0026	0.3673 $\pm$ 0.0019
$\sqrt{f_s}/\rho_*$	1004.2 $\pm$ 7.1	1013.8 $\pm$ 7.6	1061.4 $\pm$ 6.4
$\pi_{E,N}$	–	-0.73 $\pm$ 0.22	0.47 $\pm$ 0.53
$\pi_{E,E}$	–	0.172 $\pm$ 0.057	-0.078 $\pm$ 0.089
$\dot{s}$ (yr $^{-1}$ )	–	–	0.612 $\pm$ 0.086
$\omega$ (yr $^{-1}$ )	–	–	1.5 $\pm$ 1.1

# Chapitre 5

## Observations

### 5.1 Historique

Les observations de microlentilles gravitationnelles ont réellement débutées suite à la publication de Paczyński (1986), qui proposait de scruter le halo galactique, en pointant les nuages de Magellan, pour y détecter des objets non lumineux, les MACHOs (Massive astrophysical compact halo objects) en anglais, pouvant constituer une partie de la matière noire. Les naines brunes, les “planètes errantes”, les étoiles à neutrons ou encore les trous noirs étaient alors de bon candidats. En 1990, la collaboration française EROS est la première à observer les nuages de Magellan afin de détecter les lentilles du halo (Aubourg et al. 1993), suivie par la collaboration anglo-australienne MACHO (Alcock et al. 1993). Les deux collaborations, ainsi qu’OGLE (Udalski et al. 1993), ont mesuré indépendamment les deux premiers événements de microlentilles (Alcock et al. 1993; Aubourg et al. 1993) dans le halo galactique. Cependant, leurs conclusions finales diffèrent. Tisserand et al. (2007) pour EROS affirme que moins de 8% du halo est composé de MACHOs tandis que Alcock et al. (2000a) porte ce ratio à 20%. On voit ici que les MACHOs ne peuvent expliquer seuls la problématique de la matière noire. En parallèle, l’idée de découvrir des exoplanètes par cette méthode se développe, une fois de plus sous l’impulsion de Bohdan Paczyński (Mao & Paczynski 1991; Gould & Loeb 1992). Ils estiment que cinq à vingt pourcent des événements de microlentilles gravitationnelles en direction du Bulbe Galactique doivent conduire à la détection de planètes, soit une dizaine de planètes par an en surveillant  $10^7$  étoiles sources. La collaboration OGLE (Optical Gravitational Lensing Experiment) commence les observations vers le Bulbe Galactique en 1992 (Udalski et al. 1992) suivie en 1995 par MOA (Microlensing Observations in Astrophysics) (Muraki et al. 1999). Le premier succès date de 2004 avec la découverte de la première exoplanète en microlensing : OGLE-2003-BLG-0235/MOA-2003-BLG-053 (Bond et al. 2004; Bennett et al. 2006), une super Jupiter froide ( $M_p = 2.6M_J$ ;  $a_{\perp} = 4.3$  UA). Finalement, ces deux collaborations sont les seules survivantes aujourd’hui grâce à leurs résultats sur le Bulbe Galactique et notamment la détection d’exoplanètes. Il faut noter également que plusieurs collaborations font le même travail pour la galaxie d’Andromède M31 (PAndromeda, AGAPE, SLOTT-AGAPE, Columbia-VATT, PLAN). Bien qu’ils soient parvenus à mesurer des événements de microlentilles, aucune planète n’est pour l’instant détectée (Riffeser et al. 2011; Lee et al. 2012). Le Bulbe Galactique est la cible privilégiée car c’est celle qui

assure la plus grande probabilité de détection. Pour comprendre ceci, nous allons calculer la “profondeur optique” de ce champ (Vietri & Ostriker 1983; Paczyński 1986). Considérons  $\Omega$  l’angle solide observé par un télescope. A une distance  $D_l$  quelconque, l’élément de volume  $dV$  délimité par cet angle solide est donné par :

$$dV = D_l^2 \Omega dD_l \quad (5.1)$$

Dans ce volume existe un nombre  $n_l$  de lentilles  $i$  possédant chacune un disque d’Einstein couvrant un angle solide  $\frac{\pi R_{Ei}^2}{D_l^2}$ . On considère que la source doit passer dans le cercle d’Einstein pour qu’un évènement soit détecté, ce qui est une hypothèse plus forte que celle vue dans le Chapitre 3. Ainsi, la contribution de ce volume à la profondeur optique totale est :

$$d\tau = \sum_i^{n_l} \frac{\pi R_{Ei}^2}{D_l^2} \frac{dV}{\Omega} \quad (5.2)$$

Comme  $R_E^2 = D_l^2 \Theta_E^2 = \frac{4GM D_l^2}{D_{rel} c^2}$ , on obtient:

$$d\tau = \sum_i^{n_l} \frac{4\pi G M_i}{c^2 D_{rel}} \frac{dV}{\Omega} \quad (5.3)$$

On peut simplifier cette expression en introduisant la densité stellaire  $\rho(D_l)$ , qui est une moyenne de la masse des microlentilles dans le volume  $dV$ , ce qui donne :

$$d\tau = \frac{4\pi G \rho(D_l) dV}{c^2 D_{rel} \Omega} = \frac{4\pi G \rho(D_l) dV D_l^2}{c^2 D_{rel} dV} dD_l = \frac{4\pi G \rho(D_l) D_l^2}{c^2 D_{rel}} dD_l \quad (5.4)$$

Il suffit alors d’intégrer jusqu’au plan source pour trouver la contribution totale de toutes les lentilles le long de la ligne de visée :

$$\tau = \int_0^{D_s} d\tau = \frac{4\pi G}{c^2} \int_0^{D_s} \frac{\rho(D_l) D_l (D_s - D_l)}{D_s} dD_l \quad (5.5)$$

En supposant  $\rho(D_l)$  constant dans le cas du disque galactique et valant environ  $\rho_o \sim 0.05 M_\odot \cdot pc^{-3}$  (Chabrier 2002), l’intégrale précédente se résout facilement et donne le résultat final:

$$\tau = \frac{2\pi G \rho_o D_s^2}{3c^2} \quad (5.6)$$

Ainsi pour une distance de source  $D_s \sim 8kpc$ , la probabilité de qu’une source soit amplifiée par une lentille est de  $\tau_{GB} \sim 3 \cdot 10^{-7}$  ! Une meilleur estimation,  $\tau_{GB} \sim 3 \cdot 10^{-6}$ , a été donnée par l’expérience OGLE (Udalski et al. 1994), puis plus récemment par les données MOA (Sumi et al. 2013). Ainsi, une étoile donnée a une chance sur un million d’être amplifiée par une lentille. Voilà pourquoi il est absolument nécessaire d’observer des champs denses en étoiles sources à travers des champs riches en lentilles. La combinaison Bulbe Galactique/Disque Galactique est donc la plus évidente et toutes les observations de cette thèse sont faites sur ce système.

## 5.2 Batterie de télescopes

Deux catégories se démarquent : les télescopes de surveillance et de suivi. Les premiers sont chargés de repérer les évènements, les seconds sont chargés de les couvrir au mieux. OGLE et MOA sont à l’heure actuelle les deux télescopes de surveillance. Leurs but est de mesurer chaque nuit la magnitude de millions d’étoiles du Bulbe Galactique, du mois de Mars au mois de Novembre environ. Ils sont situés dans l’hémisphère Sud pour permettre une observation optimale de cette cible. Les dernières générations de caméras CCD permettent désormais de mesurer plus de deux mille évènements de microlentilles par an, faisant basculer le microlensing dans une nouvelle ère. En effet, autant d’exoplanètes ont été détectées en 2012 que pendant la période de 2005 à 2011. Leurs travaux sont de première importance, rien ne pourrait être réaliser sans le libre accès à leurs données quotidiennes. Les télescopes de suivis se séparent en deux sous-catégories : les télescopes “professionnels” et “amateurs”.

### 5.2.1 OGLE

Situé à Las Campanas au Chili, il profite de conditions d’observations optimales. Le miroir primaire mesure 1,3 mètre de diamètre et la caméra au foyer est désormais OGLE IV. Celle-ci est une mosaïque de trente-deux CCD couvrant un degré carré. Cette nouvelle génération de caméra permet d’agrandir le champ d’observa-

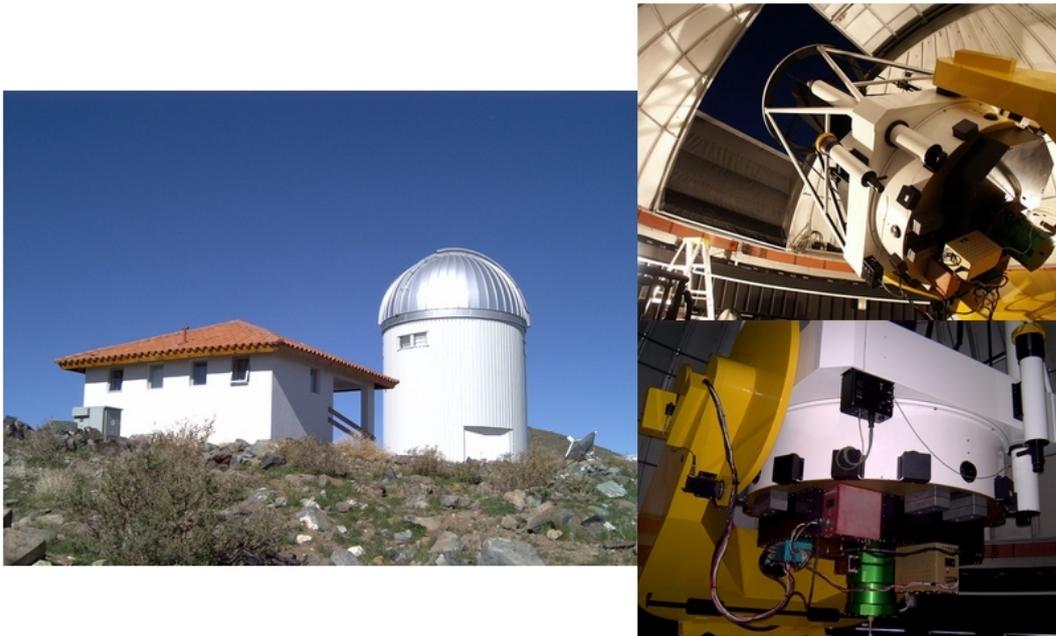


FIGURE 5.1 – Dôme et télescope OGLE.

tion ainsi que la fréquence, offrant ainsi une qualité de suivi inégalé. Deux filtres majeurs sont utilisés : I, pour 99 % des mesures, et V. Cela permet de connaître les couleurs des sources, ce qui est très précieux d’autant plus que la photométrie est calibrée. Enfin, il faut noter que ce télescope est entièrement robotisé. Les évènements recensés cette année ainsi que la photométrie sont disponible ici : <http://ogle.astro.uw.edu.pl/ogle4/ews/ews.html>.

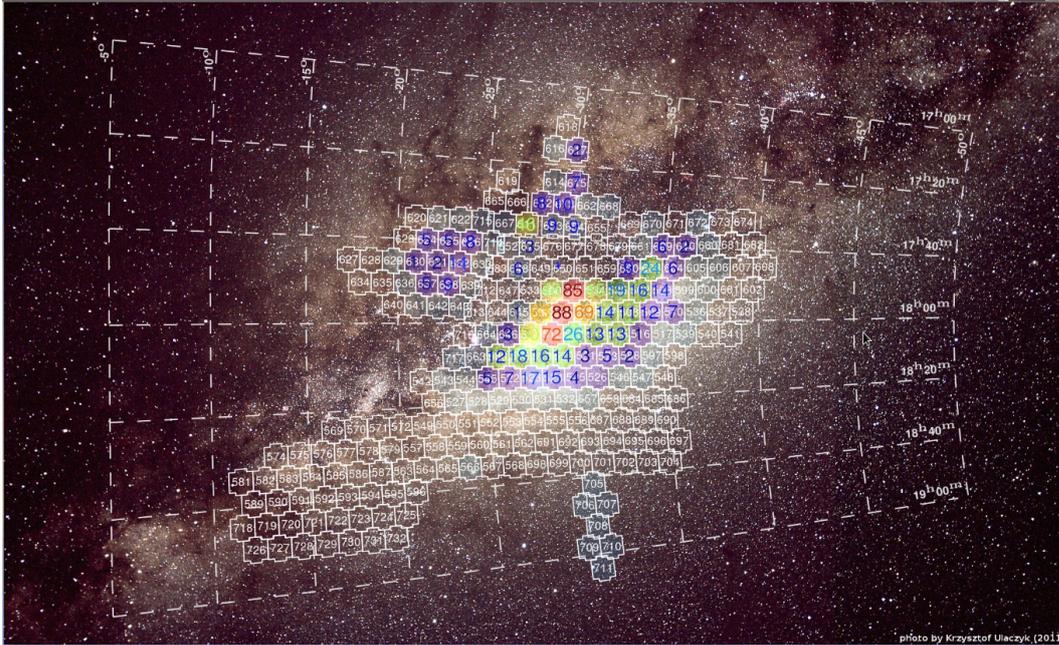


FIGURE 5.2 – Champs observés par OGLE dans le Bulbe Galactique. Les couleurs correspondent à la fréquence d’observations chaque nuit : 10 à 30 pour le rouge, 3 à 10 pour le jaune, 1 à 3 pour le vert, 0.5 à 1 pour le violet, moins de 0.5 pour le cyan et occasionnellement pour les champs transparents. En blanc est donné le numéro de champ OGLE. Les chiffres en couleurs donne le nombre d’évènement recensé au jour du 07 juin 2011. Les coordonnées sont en système équatoriale. Photo de Krzysztof Ulaczyk (2011).

### 5.2.2 MOA

MOA possède un télescope principal de surveillance de 1.80 mètre de diamètre basé à l’observatoire du Mont John en Nouvelle Zélande. Il est le fruit d’une collaboration entre le Japon et la Nouvelle-Zélande. Un second télescope proche, plus petit (60 cm), mesure uniquement les évènements les plus intéressants. Notons tout de même que les observations MOA faites pour OGLE-2003-235Lb/MOA-2003-53Lb, la première exoplanète détectée, ont été obtenues par ce télescope. Le nouveau télescope couvre d’autres champs qu’OGLE, bien que beaucoup soient communs, à une fréquence beaucoup plus élevée depuis l’installation de la caméra grand champ MOA-II, couvrant deux degrés carré. Cela permet une couverture plus fine des évènements. Cependant, la qualité photométrique est inférieure à OGLE, d’autant plus que les conditions d’observations sont moins bonnes. La photométrie en temps réel est disponible ici : <https://it019909.massey.ac.nz/moa/alert2013/alert.html>. La Figure 5.4 montre l’évolution historique du nombre de détections d’évènements de microlentille.



FIGURE 5.3 – Dôme et télescope MOA.

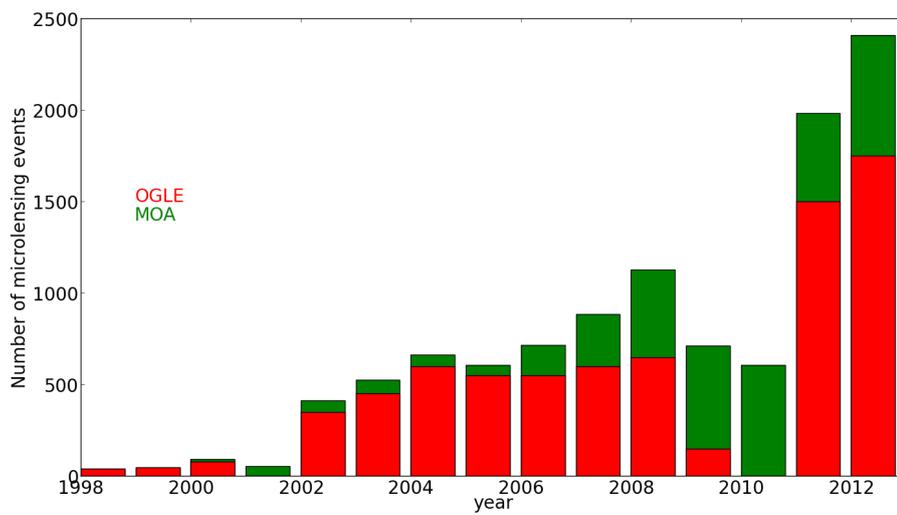


FIGURE 5.4 – Evolution du nombre de détections en fonction des années.

tel-00939349, version 1 - 30 Jan 2014

### 5.2.3 Télescopes professionnels

Ce sont des télescopes de taille importantes, environ un mètre de diamètre, équipés de filtres et dirigés par des professionnels. Leur qualité photométrique est excellente, leur données sont donc précieuses. Ceux-ci appartiennent aux cinq grandes collaborations réalisant les suivis : PLANET (Probing Lensing Anomalies Network), MicroFUN (Microlensing Follow Up Network), MiNDSTEp (Microelensing Network for the Detection of Small Terrestrial Exoplanets), RoboNet (Searching for planets using a global network of robotic telescopes) et LCOGT (Las Cumbres Observatory Global Telescope Network). Cette dernière a été créée par Wayne Rosing, un des fondateurs de Google, qui a décidé à la retraite d'investir son argent et son temps dans l'astronomie. Elle déploie actuellement une batterie de télescope robotique à travers le monde (Pickles et al. 2010). Voici une liste non exhaustive des principaux télescopes utilisés. Le lecteur intéressé pourra trouver une liste plus complète dans les différents articles cités ici.

#### SAAO

C'est le télescope Elizabeth de Sutherland en Afrique du Sud. De type Cassegrain, il a été construit en 1964. Il possède aujourd'hui une caméra CCD de 1024x2048 pixels pour un champ couvert de 317x317 secondes d'arc. Il est équipé de filtres Bessell UBRI. Il est utilisé par la collaboration PLANET.

#### Canopus

Basé à douze kilomètres de Hobart en Tasmanie, c'est un télescope PLANET d'un mètre de diamètre. Il est équipé d'une caméra CCD et de filtres UBVRI.

#### The Liverpool Telescope

Télescope anglais basé à La Palma en Espagne, membre de RoboNet, son miroir primaire mesure deux mètres. Il est équipé en filtre V et I.

#### The Faulkes North Telescope

Membre de LCOGT, il mesure également deux mètres de diamètre. Il est basé à Haleakala à Hawaï.

#### The Faulkes South Telescope

Caractéristiques identiques au précédent mais il est installé à Siding Spring en Australie.

#### The Danish Telescope

Télescope de la collaboration MiNDSTEp, il mesure 1.54 mètre de diamètre et est basé à La Silla au Chili.

## CTIO

Ce télescope fait partie de la batterie MicroFUN. Installé à Cerro Tololo au Chili, il mesure un mètre et trente centimètres de diamètre. Il est équipé des filtres UBVR<sub>I</sub>JHK.

La position de ces télescopes est représentée sur la Figure 5.5.



FIGURE 5.5 – Répartition géographique des télescopes professionnels. OGLE est signalisé en rouge, MOA en vert.

### 5.2.4 Télescopes amateurs

Sous l’impulsion de MicroFUN, des caméras CCD ont été confiées à des observateurs amateurs équipés en “petits” télescopes. En effet, la magnitude des cibles étant parfois assez faible, il est possible de prendre des mesures avec des télescopes de faibles ouvertures ( $\sim 50$  cm). L’avantage est que ces observateurs sont très réactifs et ne coûtent rien après l’achat de la caméra. Le désavantage de ces mesures est qu’elles ne sont pas filtrées pour recevoir un maximum de flux, ce qui entraîne des problèmes observationnels. Néanmoins, leur grande réactivité et l’importante quantité de mesures qu’ils fournissent méritent d’être saluées.

## 5.3 Stratégie actuelle de PLANET et MicroFUN

Alors que dans les premières années, la stratégie des télescopes de suivi était de couvrir le maximum d’évènements afin de repérer des déviations dues à n’importe quelle caustiques, cette méthode n’est plus applicable dorénavant. En effet, le nombre d’évènements est tel qu’il est tout simplement impossible de tous les suivre. Il faut donc choisir les évènements à couvrir. La stratégie adoptée est la suivante :

1) Suivre les évènements anormaux, jusqu’à ce que les modèles en temps réel décrivent la composition de la lentille. Si l’évènement est planétaire, le suivi se poursuit. Sinon, les observations se réduisent, voire s’arrête en fonction de l’intérêt scientifique

du système binaire. Par exemple, l'étude des naines brunes par microlentilles gravitationnelles réapparaît. Ces objets sont donc de nouveaux suivis dans le temps.

2) Se concentrer sur les évènements à haute magnification. La probabilité de détecter des planètes augmentent sur ce type d'évènement. La source passant près de la lentille, il y a alors une bonne chance de détecter la caustique centrale si elle existe, et donc d'observer une anomalie. La Figure 5.6 montre la probabilité de détection en fonction du paramètre d'impact  $U_o$  et du ratio de masse du système.

3) Récemment, le pouvoir des microlentilles de détecter les "planètes errantes", à encourager à se pencher de plus en plus sur ces cibles. Il faut alors se concentrer sur les évènements dont le temps d'Einstein est inférieur à  $\sim 3.5$  jours.

Chaque jour, il faut surveiller les évènements les plus intéressants donnés par MOA et OGLE et déterminer ceux qui méritent d'être surveillé. La personne allouée à cette tâche est appelée "homebase" ("camp de base"). Il collecte les informations de diverses sources, comme les observateurs, les modélisateurs en temps réel ou des programmes prédisant les paramètres d'amplification, puis fait son choix en fonction de son expérience. Les observateurs suivent alors ses recommandations. Un échange d'informations s'effectuent ensuite en fonction de l'avancement des évènements. Si par exemple une anomalie est détectée à SAAO, l'information est alors relayée à tout les collaborateurs, afin que les télescopes chiliens prennent le relais.

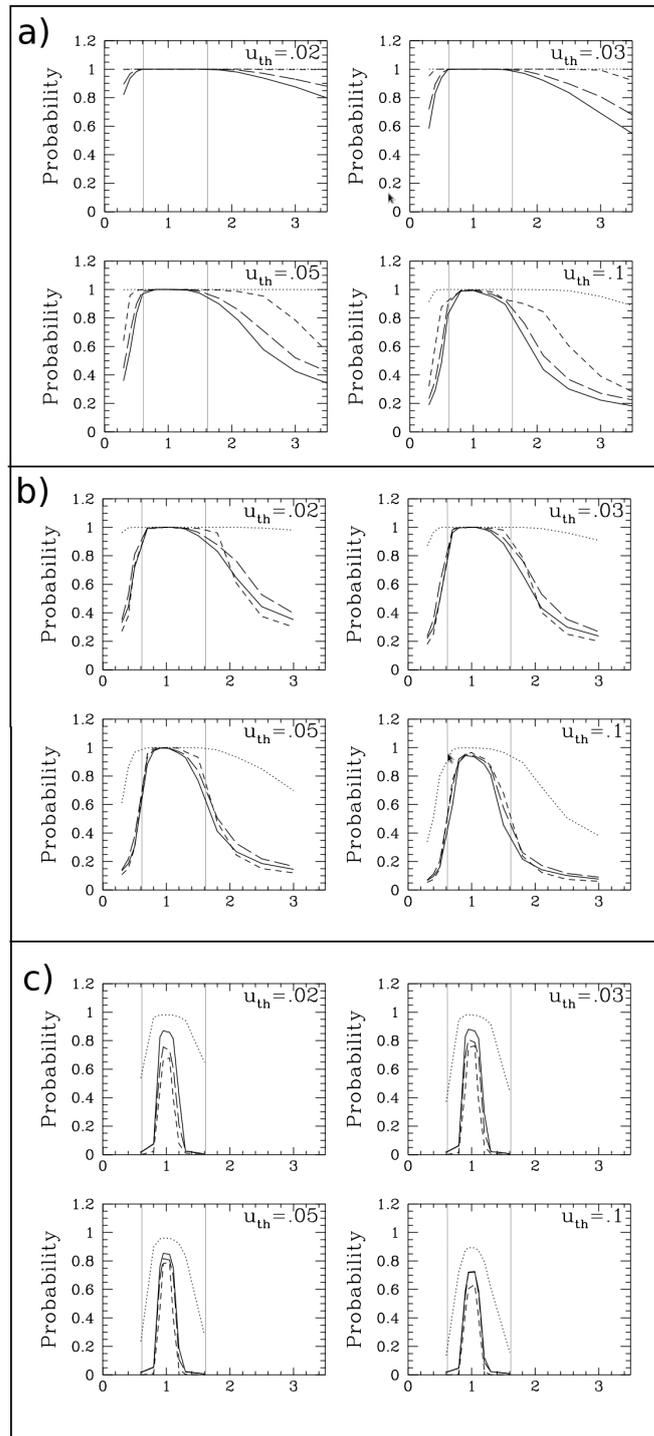


FIGURE 5.6 – Probabilité de détection de l'exoplanète en fonction du paramètre d'impact, ici  $U_{th}$ , et du ratio de masse. L'abscisse est la séparation projetée  $s$ . La figure a) est pour un ratio de masse de  $q = 0.003$ , b) est pour  $q = 0.001$  et c) pour  $q = 0.0001$ . Les différentes courbes dépendent des critères de détection variés de la littérature. La probabilité de détection augmente clairement avec la diminution du  $U_{th}$ , notamment pour les compagnons de faible masse. Voilà pourquoi les événements de grande magnification sont nos cibles prioritaires. Figure dérivée de Griest & Safizadeh (1998).

En pratique, toutes les données PLANET sont régulièrement envoyées des différents sites d'observations sur un serveur à l'Institut d'Astrophysique de Paris. Il est alors possible de réduire les données afin d'affiner les estimations préliminaires sur l'évènement. Ce travail est fait par tous les membres de la collaboration. Cette méthodologie est résumée sur la Figure 5.7.

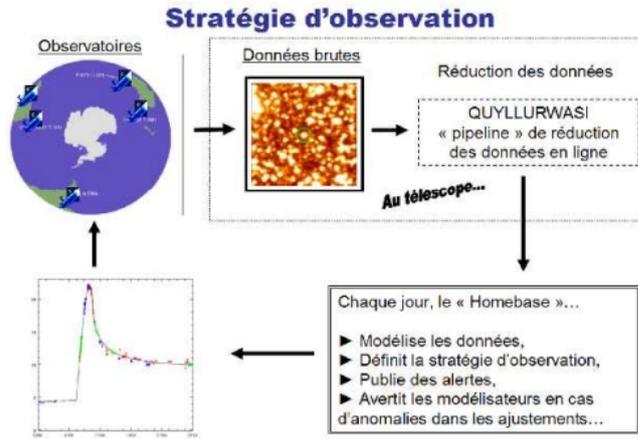


FIGURE 5.7 – Mode opératoire de PLANET pendant les saisons d'observation de 2002 à 2008. Il faut désormais ajouter les modélisateurs en temps réels à cette boucle. Figure tirée de Cassan (2005).

## 5.4 Contraintes observationnelles

Comme expliqué précédemment, nos cibles prioritaires sont les événements anormaux et de haute amplification. Dans le premier cas, rappelons que la durée de la déviation est environ égale à  $t_E\sqrt{q}$  (Bennett et al. 2012). Pour un cas typique où  $t_E = 30 \text{ jours}$  et  $q = 0.001$  (une planète de la masse de Jupiter orbitant autour d'une étoile M de  $0.3M_\odot$ ), la durée de la déviation est  $t_p \sim 1$  jour. Dans le cas d'une planète de masse terrestre, cette valeur passe à  $t_p \sim 1$  heure ! Il faut donc absolument que les télescopes de suivi soit très réactifs pour ne pas rater la déviation planétaire. Dans le second cas, il faut revenir à la Figure 5.6. Celle-ci indique clairement que plus la source est proche de la lentille, plus la détection de l'éventuelle planète augmente. Cela implique qu'il faut absolument couvrir le maximum d'amplification de l'évènement avec le maximum de télescopes disponible. Cela est très délicat. Pour comprendre pourquoi, nous allons montrer la dépendance en  $U_o$  de la durée  $\Delta t_{\frac{1}{2}}$  pendant laquelle l'évènement est amplifiée de plus de moitié. Soit  $t_{\frac{1}{2}}$  les deux temps pour lesquels la différence d'amplification avec la ligne de base est égale à la moitié de la différence d'amplification entre le pic et la ligne de base. Cette condition peut s'écrire :

$$A_{\frac{1}{2}} - 1 = \frac{A_{max} - 1}{2} \quad (5.7)$$

avec  $A_{max} = \frac{U_o^2 + 2}{U_o \sqrt{U_o^2 + 4}}$ . La condition ci-dessus revient alors à résoudre :

$$\frac{U(t_{\frac{1}{2}})^2 + 2}{U(t_{\frac{1}{2}}) \sqrt{U(t_{\frac{1}{2}})^2 + 4}} = \frac{1}{2} \left( \frac{U_o^2 + 2}{U_o \sqrt{U_o^2 + 4}} + 1 \right) \quad (5.8)$$

L'amplification en fonction du temps est symétrique par rapport à  $t_o$ , il existe donc deux solutions:

$$t_{\frac{1}{2}\pm} = t_o \pm t_E \sqrt{-2 + 2 \sqrt{1 + \frac{1}{B^2 - 1} - U_o^2}} \quad (5.9)$$

avec  $B = \frac{1}{2}(A_{max} + 1)$ . L'écart en temps entre ces deux valeurs vaut donc :

$$\Delta t_{\frac{1}{2}} = 2t_E \sqrt{-2 + 2 \sqrt{1 + \frac{1}{B^2 - 1} - U_o^2}} \quad (5.10)$$

Pour un évènement fortement amplifié, disons  $U_o = 0.005$  et  $t_E = 30 \text{ jours}$ , on obtient  $\Delta t_{\frac{1}{2}} \sim 12h$ . Une fois encore, la contrainte observationnelle est forte. Notons enfin que dans le cas des “planètes errantes”, la contrainte est également sévère car la durée des évènements ne doit dépasser  $t_E \sim 3.5$  jours et donc oblige à repérer au plus vite ces évènements.

## 5.5 Observations à SAAO

Dans le cadre de cette thèse, j'ai été amené à conduire des observations pour la collaboration PLANET. Je suis donc parti pendant ces trois années à Sutherland, pour une durée d'observations totale d'un mois et demi. Situé dans le désert de Karoo, le site de SAAO (South African Astronomical Observatory) est isolé de toute pollution lumineuse et peuplé de springboks. J'ai été formé la première année par John Menzies. La prise en main du télescope *Elizabeth* est aisée, bien qu'il soit non automatisé. Il faut en effet aller dans la coupole pour changer de cible : les nuits claires deviennent alors une course car les temps de pause sont assez courts (environ 5 minutes). Le début de la nuit, vers 18 heures, commence par l'acquisition des “flats-fields” en bande I et V. Le système optique et la caméra ayant une bonne stabilité dans le temps, les “flats-fields” ne sont fait que tout les trois jours si le temps est clair pendant plusieurs jours. La caméra étant refroidie à  $180K$ , la prise de “dark” est inutile. Il faut ensuite régler le pointage du télescope, qui lui n'est pas très stable, en visant une étoile brillante. Les observations commencent réellement vers 19 heure, pour un angle horaire d'environ  $-4$  heures, et finissent 8 heures plus tard lorsque le Bulbe Galactique se couche. Le seeing est excellent en cas de belle nuit (environ 1 seconde d'arc). Lors de ma première année, j'ai été très chanceux et j'ai pu observer pendant les quatorze nuits. Les deux dernières années ont été plus difficiles à cause du mauvais temps (pluie, vent, neige, humidité...). Ces trois années ont été très formatrices et m'ont permises de mieux cerner les problèmes observationnels. A l'heure actuelle, je n'ai pas eu encore la chance d'observer une anomalie naissante dans les courbes du lumière. J'ai uniquement participé au suivi d'évènements déjà caractérisé comme l'évènement planétaire OGLE-2012-BLG-0406Lb ou OGLE-2011-BLG-0251Lb (Kains et al. 2013). Je tiens à remercier Pascal Fouqué,

la collaboration PLANET ainsi que le PNPS (Programme National de Physique Stellaire) pour le financement de ces observations ainsi que la confiance qui m'a été accordée. Je remercie également les équipes du camp de base pour leur accueil ainsi que mes binômes d'observations avec qui j'ai passé de bons moments sur ce site.

## 5.6 Photométrie en champs encombrés : défis et solutions

Le Bulbe Galactique est notre cible privilégiée, car il contient beaucoup d'étoiles. Un exemple d'image prise par OGLE est visible sur la Figure 5.8.

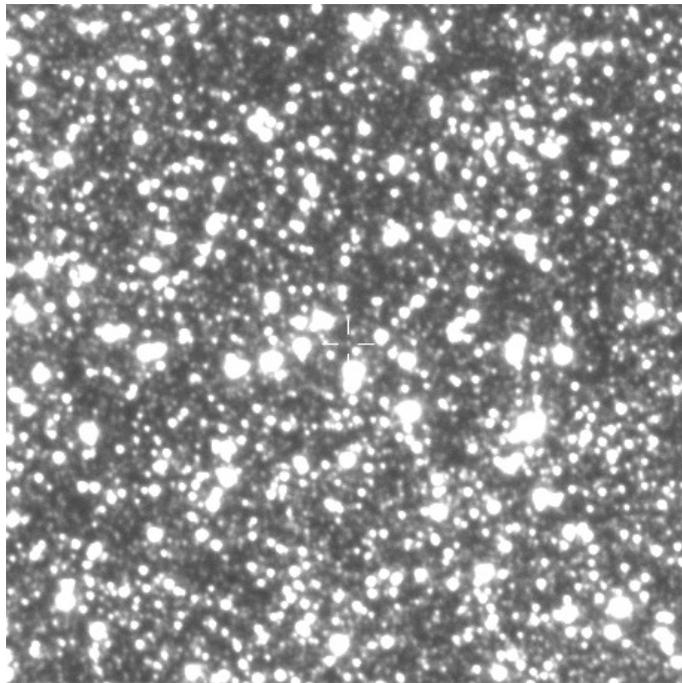


FIGURE 5.8 – Champs observé autour de la cible OGLE-2013-BLG-0002. Le Nord est en dirigé vers le haut, l'Est à gauche. La croix indique la position de la cible. Image aimablement prêtée par la collaboration OGLE.

Cependant, cela amène des problèmes observationnels. Comment obtenir une photométrie précise d'une étoile lorsque celle-ci est sur la même ligne de visée qu'une étoile plus brillante? Comment faire pour prendre en compte les variations dues aux conditions d'observations (seeing, pleine Lune, mauvais suivi du télescope...)? Par quels moyens peut-on obtenir les variations de flux de tout les objets variables du champs? Au commencement des observations, la photométrie était réalisée grâce au logiciel DOPHOT (Schechter et al. 1993). Très vite, des problèmes de photométrie ont été révélés. Le premier est que DOPHOT fait une photométrie à partir de l'estimation de la PSF de l'image. Pour cela, il faut choisir un certains nombre d'étoiles isolées, isotropiquement réparties dans l'image, afin de prendre en compte la variation spatiale de la PSF, et ni trop lumineuses ni trop faibles. Or, les champs observés présentent peu d'étoiles respectant ces critères. Le second problème est que le temps

d'exposition de nos cibles varient en fonction de l'amplification. Ainsi, les étoiles références choisies précédemment deviennent soit trop lumineuses soit trop faibles, réduisant leur nombre drastiquement, rendant l'estimation de la PSF très imprécise. Bodan Paczyński eut alors l'idée pour résoudre ces problèmes : la photométrie par différence d'images.

### 5.6.1 Photométrie par différence d'images

Développée spécialement pour le microlensing, la photométrie différentielle en champs encombrés a été créée par Christophe Alard (Alard & Lupton 1998; Alard 2000). Suivant ces travaux, les différentes collaborations développent au milieu des années 2000 leurs codes de photométrie différentielle. Par la suite, nous prendrons exemple sur le code PLANET, pySIS (Albrow et al. 2009), mais les algorithmes sont similaires. Le but de la photométrie différentielle est simple : soustraire des images les unes aux autres afin de repérer et mesurer les variations de flux des étoiles sources. Pour cela, plusieurs étapes sont nécessaires.

#### Choix de l'image de référence et alignement des images

Cette image est appelé "template". Son choix est crucial car c'est elle qui va permettre d'aligner, de modéliser et de calculer les variations de flux. On privilégiera donc une image de très bonne qualité photométrique. Les images prises au télescope pouvant être décalées les unes aux autres, il faut alors les aligner par rapport à l'image de référence. C'est ce que l'on appelle couramment l'alignement astrométrique.

#### Variation du seeing

Bien sûr le seeing varie d'une pose à l'autre, mais également spatialement dans l'image. Pour l'estimer, Alard (2000) a l'idée de modéliser l'image à soustraire  $I$  à partir de la "template"  $T$  de bon seeing. Le but est donc d'estimer la fonction, appelée kernel  $K$ , qui transforme la template en un modèle de l'image à traiter. Mathématiquement, il faut résoudre (Alard 2000):

$$I(x, y) = T(x, y) \otimes K(u, v) \quad (5.11)$$

où  $\otimes$  représente la convolution. La méthode utilisée pour résoudre cette équation est classiquement une méthode des moindres-carrés. Alard & Lupton (1998) définissent la fonction  $K$  comme une somme de trois fonctions gaussiennes du plan, dont il faut déterminer les largeurs à mi-hauteur et les hauteurs. Bien que cette méthode soit efficace, Bramich (2008) a eu l'idée d'estimer cette fonction numériquement. Ainsi, le kernel peut prendre en compte toute forme non symétrique ainsi que des variations de PSF non continue. Cela améliore sensiblement la photométrie dans le cas d'image de mauvaise qualité, ce qui est malheureusement souvent le cas. Le choix de la template se comprend ici : il est plus facile de modéliser une augmentation de la PSF par rapport à la template que de devoir "réduire" la PSF pour une image de meilleure qualité. Voilà donc pourquoi on cherche systématiquement la meilleure image pour nos réductions.

### Fond de ciel et ajustement photométrique

De même, le niveau du fond de ciel, ici noté “bg” peut changer d’une image à l’autre. Il peut même varier spatialement, en cas de pleine Lune par exemple. L’équation à résoudre devient alors:

$$I(x, y) + bg(x, y) = T(x, y) \otimes K(u, v) \quad (5.12)$$

Le fond de ciel peut être modélisée par des séries polynomiales (Alard & Lupton 1998). Enfin, il est nécessaire d’ajuster les flux des étoiles entre deux images. En effet, les conditions d’observations ou bien la réponse du CCD peuvent changer d’une journée à l’autre, induisant une mauvaise mesure du flux des étoiles. Un facteur correctif est alors appliqué à toutes les étoiles afin d’aligner les flux, en calculant la moyenne de ce facteur sur toute l’image. Notons qu’il est possible de faire varier spatialement ce facteur, comme montré par Bramich et al. (2013). Cependant, les champs observés par les télescopes en microlensing sont petits, quelques minutes d’arc, comparés aux variations attendues de ce facteur, nous ne le considérerons donc pas ici. Toutes ces étapes conduisent à la création d’un modèle  $M$  de l’image observée  $I$ .

### Soustraction et calcul des flux

Il suffit alors de simplement soustraire l’image  $I$  à son modèle pour observer les objets variables du champs. En effet, si toutes les étapes sont correctement effectués, les étoiles à flux constant ne sont plus visibles, seules subsistent celles dont le flux intrinsèques varient : les étoiles à transits, les variables cataclysmiques ou encore les étoiles amplifiées par le passage d’une lentille gravitationnelle... Les variations de flux  $\Delta F$  de chaque image sont alors déterminées sur les résidus  $Res$  et ajouté au flux de référence  $F_o$  de la template  $T$ . Dans pySIS, ces flux sont estimés par photométrie d’ouverture :

$$F(t) = F_o + \Delta F(t) \quad (5.13)$$

Le flux de référence est connu en “moyennant” les estimations faites pour chaque image (Albrow et al. 2009):

$$\langle F_o \rangle = \frac{\sum_j \frac{F_{o,j}}{Var(F_{o,j})}}{\sum_j \frac{1}{Var(F_{o,j})}} \quad (5.14)$$

avec  $Var(F_{o,j}) \sim Var(\Delta F_j)$  la variance sur la différence de flux mesurée pour l’image  $j$  et  $F_{o,j}$  l’estimation faite du flux de référence pour chaque image, voir Albrow et al. (2009).

### 5.6.2 Soustractor : un allié pour la réduction d’images

Le choix de la template peut parfois être délicat. Sur un évènement, certains télescopes peuvent collecter plusieurs centaines d’images, rendant ce choix très longs puisqu’il se fait à l’oeil. J’ai donc décidé de développer un logiciel permettant d’accélérer et fiabiliser ce choix. Pour cela, je devais choisir les paramètres caractérisant une “bonne” image. Mon choix s’est porté sur trois facteurs.

1) Le seeing. Celui-ci est le plus évident. Il donne directement une information fiable sur la qualité du ciel. De plus, il est plutôt aisé à estimer pour les algorithmes.

2) Le fond de ciel. Cela donne une idée du contraste perçu dans les images et donc une deuxième information sur la qualité des observations. Le fond de ciel étant parfois délicat à estimer, car il peut varier spatialement, j'ai choisi comme paramètre le nombre d'étoiles dans le champs. Cette information est souvent bien déterminée par les codes. Il faut noter qu'une image possédant le maximum d'étoiles est souvent la meilleure.

3) L'ellipticité. Ce paramètre permet de savoir si le suivi du télescope est correct. En effet, le seeing peut être d'excellente qualité mais le suivi mauvais, formant alors des étoiles ovales. Comme vu précédemment, il sera alors délicat pour pySIS de transformer cette étoile en une étoile plus ronde, même avec un plus grand seeing. Ce paramètre est toutefois couplé avec l'estimation du seeing.

Pour calculer ces paramètres pour chaque étoile, j'ai décidé de faire appel à la suite de logiciel développé par Emmanuel Bertin : SEXtractor et PSFex (Bertin & Arnouts 1996; Bertin 2011). Ces logiciels sont largement utilisés par la communauté astronomique. SEXtractor est tout d'abord utilisé pour extraire une carte des étoiles dans un champs encombré, puis PSFex estiment les paramètres observationnels correspondant. Une fois les résultats de PSFex connus, l'algorithme calcule le critère de sélection  $\sigma$  pour chaque image. Chaque paramètre  $p_j$  est comparée à sa valeur moyenne, en additionnant la différence si elle est négative et en la soustrayant si la différence est positive, comme suit :

$$\sigma(n) = \sum_{j=1}^3 \text{sign}(j) \frac{p_j - \bar{p}_j}{\sigma_j} \quad (5.15)$$

La meilleure image choisie pour la "template" aura alors le plus petit  $\sigma$  possible. Notons qu'un contrôle à l'oeil est souvent nécessaire.

## 5.7 Paramètres physiques des lentilles

### 5.7.1 Rayon angulaire des sources

Pour connaître le rayon d'Einstein angulaire  $\Theta_E$  des lentilles, il faut connaître  $\Theta_*$ . Pour cela, nous allons étudier les sources par rapport à une chandelle standard, la zone d'accumulation des géantes rouges ("red giant clump" en anglais, RGC). Cette zone du diagramme HR correspond à une période de longue durée de la vie des étoiles où elles brûlent leur noyau d'hélium. Cette zone est relativement indépendante de la métallicité et de l'âge des étoiles (Salaris et al. 2002; Salaris & Girardi 2002). Pour le Bulbe Galactique, les propriétés du RGC ont été étudiées en détails par Nataf et al. (2013). Les caractéristiques intrinsèques sont une couleur de  $(V - I)_o = 1.06$  et une magnitude absolue de  $M_I = -0.12$ . Il suffit alors de comparer les propriétés des flux de source en bande I et V issus des modèles afin de connaître la couleur et la magnitude apparente de la source. Deux méthodes sont possibles. Si l'évènement possède de la photométrie OGLE, donc calibrée, il suffit d'étudier le diagramme couleur-magnitude (CMD) pour déterminer l'extinction différentielle  $E(V - I)$  et l'absorption  $A_I$  du champs. Si l'on suppose que l'absorption est identique pour la source et pour le RGC, on connaît alors sa couleur  $(V - I)_{o,s}$  et sa magnitude

apparente  $I_{o,s}$ . Sinon, on étudie le CMD en photométrie non calibrée, et on détermine alors uniquement  $(V - I)_{o,s}$  et  $I_{o,s}$ . Cette méthode a été introduite par Yoo et al. (2004). Le rayon angulaire est alors connu grâce aux relations de brillance superficielle

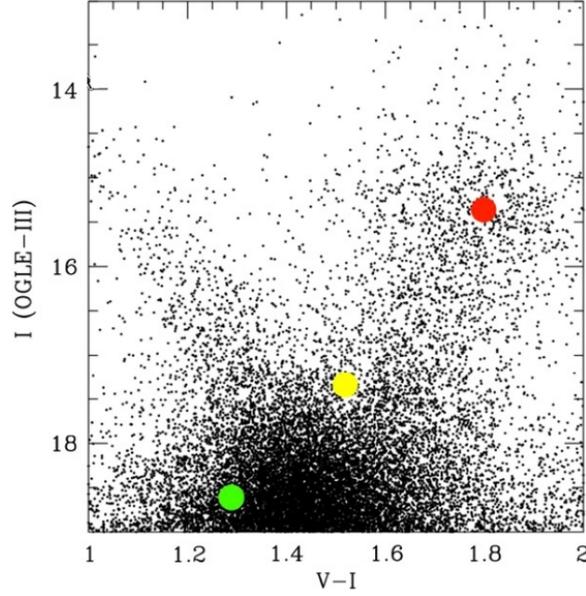


FIGURE 5.9 – Etude classique du RGC en microlensing. Le modèle indique la position de la source, en vert, et la position du “blend” en jaune. La position du RGC est noté en rouge. La magnitude absolue et la couleur intrinsèque du RGC étant connue Nataf et al. (2013), il est possible de connaître l’absorption et l’extinction différentielle sur la ligne de visée et donc de caractériser la source. Figure extraite de Bachelet et al. (2012b).

en fonction des couleurs et magnitudes de Kervella & Fouqué (2008) pour les naines et sous-géantes et de Groenewegen (2004) pour les géantes :

$$\log(2\Theta_*) = 3.1982 + 0.4895(V - I)_{o,s} - 0.0657(V - I)_{o,s}^2 - 0.2I_{o,s} \quad (5.16)$$

$$\log(\Theta_*) = 3.283 + 0.045(V - K)_{o,s} - 0.2K_{o,s} \quad (5.17)$$

Pour la seconde relation, la transformation de la couleur  $(V - I)_{o,s}$  en  $(V - K)_{o,s}$  se fait grâce aux tables de Bessell & Brett (1988). Si la source est suffisamment brillante, il est possible de pousser cette méthode en étudiant différentes couleurs en infrarouge, grâce à des télescopes comme 2MASS ou IRSF. Dans ce cas, les propriétés de la source sont très bien contraintes, même sans photométrie calibrée (Bachelet et al. 2012a). En effet, pour l’évènement MOA-2010-BLG-411L, nous ne disposons pas de photométrie calibrée pour la modélisation, OGLE étant en maintenance. Nous avons alors développé une méthode basée sur l’ajustement d’isochrone (Bonatto et al. 2004; Marigo et al. 2008) au CMD du champ avec de la photométrie issue de 2MASS et d’OGLE (des années précédentes), voir Figure 5.10. Nous avons ainsi caractérisé précisément les propriétés de la source. Le résultat marquant est que cette étoile source du Bulbe Galactique est très jeune : environ 1 milliard d’année. Cela est clairement inhabituel. Cependant, Bensby et al. (2011) montre que l’âge des étoiles du RGC est très étendu sur l’intervalle [1.0, 13] milliard d’années. Une seconde hypothèse

est que la source fait partie du disque galactique, rendant notre hypothèse initiale erronée. Seules des observations spectroscopiques à haute résolution permettront de trancher entre ces deux hypothèses. Notons enfin qu'en cas de grande amplification, il est possible d'obtenir un spectre de la source. Les propriétés de la source sont alors connus avec une très bonne précision. Différents travaux ont montré que ces deux méthodes étaient en bon accord (Bachelet et al. 2012b; Bensby et al. 2013).

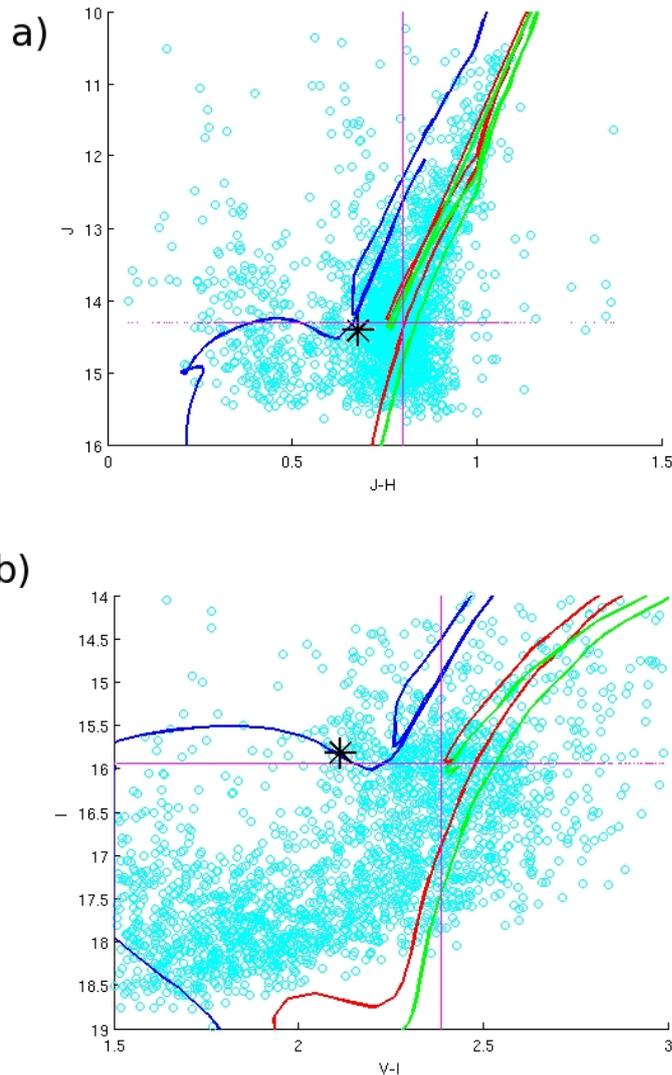


FIGURE 5.10 – Etudes du RGC de MOA-2010-BLG-411L sur deux couleurs. Dans les deux cas, la croix rose indique le centre du RGC mesuré et l'étoile noire note la position de la source. Dans les deux cas, les courbes bleue, rouge et verte sont les isochrones à métallicité solaire pour des âges de 0.6, 5 et 10 milliard d'années respectivement, issus de Bonatto et al. (2004) en a) et de Marigo et al. (2008) en b). La courbe bleue est tracée pour remonter à l'âge de l'étoile source. Les deux études convergent vers un rayon de source  $\Theta_* \sim 5 \mu\text{as}$ , correspondant à une étoile géante G âgée d'environ un milliard d'année. On peut remarquer le peu d'effet de l'âge sur la position du RGC. Figure extraite de Bachelet et al. (2012a).

### 5.7.2 Contraintes sur la lentille : observations à haute résolution

L'utilisation des télescopes les plus puissants permet d'extraire plusieurs informations de premier choix pour le microlensing. Tout d'abord, il permet dans les cas favorables de mesurer la magnitude et la couleur de l'étoile lentille, permettant ainsi de remonter à sa masse et donc de mieux caractériser la planète. Il est alors possible de comparer les données haute-résolution au paramètres issu des modèles (le flux de "blending"  $f_b$ ). Cette méthode a été utilisé sur plusieurs évènements (Bennett et al. 2006; Dong et al. 2009b; Janczak et al. 2010; Batista et al. 2011). Dans ces évènements, voir la Table 5.1, le flux issu de la lentille a pu être mesuré et donc la masse de la lentille a été estimée, permettant alors une mesure fiable de la masse de la planète. La seconde information disponible grâce aux observations haute résolution est la mesure du déplacement relatif entre la source et la lentille  $\mu_{rel}$ . Il est également possible d'en connaître le sens. Une fois de plus, confronter cette mesure aux modèles permettrait d'infirmer/confirmé les résultats. Cette méthode a été utilisé pour OGLE-2005-BLG-071Lb Dong et al. (2009b). La mesure astrométrique a permis de montrer que le flux de "blending" était dû à la lentille. De plus, la mesure du déplacement relatif entre les deux étoiles a permis de mieux contraindre le modèle. Ces techniques vont être davantage utilisé dans le futur, notamment si les satellites EUCLID et WFIRST sont lancés.

### 5.7.3 Uniformisation des résultats sur les exoplanètes détectées grâce aux microlentilles gravitationnelles

Dans cette partie, nous allons remanier tout les résultats publiés sur les exoplanètes à ce jour afin de les uniformiser. La méthode pour déterminer le rayon des sources s'est chronologiquement affinée, avec différentes hypothèses sur les propriétés du RGC. Le but ici est d'uniformiser toutes ces publications autour de l'étude très précise du RGC par Nataf et al. (2013). Son étude est disponible sur <http://ogle.astrouw.edu.pl/> et donne l'extinction différentielle  $E(V - I)$ , l'absorption  $A_I$  et la distance du RGC  $D_{RGC}$  sur la ligne de visée. Nous allons recalculer les propriétés des source et en déduire une nouvelle estimation des rayon d'Einstein  $\Theta_E$  de chaque évènement. Pour avoir une idée de l'influence de ce changement sur les masses et les distances, nous utiliserons un modèle galactique (Dominik 2006) déjà utilisé sur certains évènements (Beaulieu et al. 2006). Il faut noter que cette approche est relativement imprécise, les barres d'erreurs étant parfois très grandes. Pour la suite, le symbole "?" indique que les informations ne sont pas disponible dans la publication. Les évènements avec des indices b et c montrent que le système planétaire est multiple. Les évènements dont les auteurs sont marqués d'un astérisque \* présentes des études antérieures disponibles dans la littérature (Bond et al. 2004; Udalski et al. 2005; Gaudi et al. 2008; Bennett et al. 2008). La table qui suit reporte les codifications utilisées ainsi que les coordonnées des sources étudiées. Le nom des évènements est donné par rapport au télescope l'ayant détecté en premier, ou du moins l'anomalie. Historiquement, l'abréviation M était déjà utilisé par la collaboration MACHO. L'abréviation de MOA en "K" provient du fait que MOA se situe en Nouvelle-Zélande, le "K" signifiant kiwi.

TABLE 5.1 – Codification des événements. L’ascension droite  $\alpha$  et la déclinaison  $\delta$  sont données en coordonnées J2000.0. La signification des codes est donnée dans le texte.

Évènement	Auteurs	$\alpha$	$\delta$	$l$	$b$	Code
OGLE-2003-BLG-235Lb	Bennett et al. (2006)*	18:05:16.35	-28:53:42.00	2.20	-3.69	OB-03-235
OGLE-2005-BLG-071Lb	Dong et al. (2009b)*	17:50:09.77	-34:40:23.50	-4.42	-3.79	OB-05-071
OGLE-2005-BLG-390Lb	Beaulieu et al. (2006)	17:54:19.19	-30:22:38.30	-0.27	-2.36	OB-05-390
OGLE-2005-BLG-169Lb	Gould et al. (2006)	18:06:05.32	-30:43:57.50	0.68	-4.74	OB-05-169
OGLE-2006-BLG-109Lb	Bennett et al. (2010)*	17:52:34.51	-30:05:16.00	-0.21	-1.89	OB-06-109b
OGLE-2006-BLG-109Lc						OB-06-109c
MOA-2007-BLG-192Lb	Gould et al. (2010)*	18:08:03.80	-27:09:00.27	4.03	-3.39	KB-07-192
MOA-2007-BLG-400Lb	Dong et al. (2009a)	18:09:41.98	-29:13:26.95	2.38	-4.70	KB-07-400
MOA-2008-BLG-310Lb	Janczak et al. (2010)	17:54:14.53	-34:46:40.99	-4.09	-4.56	KB-08-310
OGLE-2007-BLG-368Lb	Sumi et al. (2010)	17:56:25.96	-32:14:14.47	-1.65	-3.69	OB-08-368
MOA-2009-BLG-387Lb	Batista et al. (2011)	17:53:50.79	-33:59:25.20	-3.44	-4.10	KB-09-387
MOA-2009-BLG-319Lb	Miyake et al. (2011)	18:06:58.13	-26:49:10.89	4.20	-3.01	KB-09-319
MOA-2009-BLG-266Lb	Muraki et al. (2011)	17:48:01.95	-35:00:19.48	-4.93	-3.58	KB-09-266
MOA-2010-BLG-477Lb	Bachelet et al. (2012b)	18:06:07.44	-31:27:16.12	0.05	-5.10	KB-10-477
MOA-bin-1	Bennett et al. (2012)	17:51:10.20	-29:47:38.30	-0.11	-1.48	KB-06-bin1
MOA-2011-BLG-293Lb	Yee et al. (2012)	17:55:39.35	-28:28:36.65	1.52	-1.66	KB-13-293
OGLE-2011-BLG-0251Lb	Kains et al. (2013)	17:38:14.18	-27:08:10.10	0.67	2.33	OB-13-0251
OGLE-2012-BLG-0026Lb	Han et al. (2013)	17:34:18.70	-27:08:33.90	0.20	3.07	OB-13-0026b
OGLE-2012-BLG-0026Lc						OB-13-0026c
MOA-2010-BLG-073Lb	Street et al. (2013)	18:10:11.34	-26:31:22.54	4.81	-3.50	KB-10-073

### Résumé des propriétés des sources

La Table 5.2 résume les hypothèses sur l'extinction, la distance du RGC, la magnitude absolue et la couleur intrinsèque du RGC utilisées ainsi que les résultats qui en découlent. Dans cette table figure uniquement les valeurs explicitement indiquées dans la littérature. Il est en effet possible de connaître la magnitude apparente de la source car le décalage par rapport au RGC est donné, nous avons cependant décidé de ne pas l'inclure pour plus de clarté, bien que le calcul soit utilisé par la suite. On voit clairement que les hypothèses ont fortement variées au fur et à mesure que la méthode se précisait, notamment sur la magnitude absolue du RGC. C'est ce qui a motivé cette étude. En effet, les résultats sur les masses des planètes découlant directement de l'estimation de  $\Theta_E$ , il faut estimer celui-ci en utilisant les mêmes hypothèses.

TABLE 5.2 – Table sur les propriétés des sources de la littérature. La distance  $D_{RGC}$  est donnée en kpc.  $\Theta_*$  est en  $\mu as$ . La colonne Modèle indique la méthode utilisée pour déterminer la masse/distance de la lentille : B pour un modèle bayésien, Px pour la parallaxe, OM pour le mouvement orbital de la lentille et HR pour des observations hautes-résolution. La colonne caustique indique quel type de caustique implique la déviation : R pour résonante, C pour la caustique centrale et P pour une ou des caustiques planétaires.  $\rho$  est le rayon angulaire des sources normalisé par le rayon d'Einstein  $\Theta_E$  de la lentille correspondante.

Evènement	$D_{RGC}$	$M_{l,RGC}$	$(V-I)_{o,RGC}$	$E(V-I)$	$I_s$	$(V-I)_s$	$I_{o,s}$	$(V-I)_{o,s}$	$\Theta_*$	$\rho$	$T_{eff}$	Modèle	Caustique
OB-03-235	8.8	?	?	0.82	19.63	1.58	18.73	0.76	0.53	0.00096	?	B/HR	R
OB-05-071	8.0	-0.20	1.00	0.89	19.49	1.33	18.31	0.45	0.52	0.00061	?	Px	C
OB-05-390	8.5	?	?	?	?	?	14.25	0.85	5.25	0.025	5200K	B	P
OB-05-169	?	?	?	?	?	?	?	?	0.44	0.00044	?	B	R
OB-06-109b	8.0	-0.25	1.04	1.44	20.94	2.18	?	0.74	0.468	0.00031	6000K	Px	R
OB-06-109c													
KB-07-192	7.5	-0.25	1.04	1.12	21.45	2.36	19.93	1.24	0.57	0.00086	?	Px	C
KB-07-400	8.0	-0.20	1.00	?	?	?	17.57	0.81	1.05	0.00329	?	B	C
KB-08-310	8.2	-0.20	1.05	0.79	19.28	1.48	18.03	0.69	0.76	0.0049	5750K	B/HR	R
OB-07-368	8.0	-0.25	1.04	1.10	19.51	1.85	18.08	0.77	0.82	0.00155	?	B	P
KB-09-387	8.7	-0.25	1.08	?	?	?	18.71	0.82	0.63	0.00202	?	B/HR	R
KB-09-319	7.6	-0.25	1.04	0.87	19.82	1.69	18.66	0.82	0.66	0.001929	5475K	B	R
KB-09-266	8.8	-0.21	0.99	0.92	15.86	1.82	14.64	0.90	5.2	0.0053	?	Px/OM	P
KB-10-477	8.0	-0.10	1.06	0.72	18.71	1.27	17.61	0.55	0.79	0.000576	5950K	B	R
KB-06-bin1	8.0	-0.25	1.04	2.73	20.23	3.38	16.99	0.65	1.23	0.0016	?	B	P
KB-11-293	7.7	-0.10	1.06	?	?	?	19.69	0.84	0.42	0.00163	5315K	B	C
OB-11-0251	8.0	-0.12	1.06	2.39	15.97	?	?	1.15	10.41	0.0139	?	Px	C
OB-12-0026b	8.1	-0.10	1.06	?	?	?	17.23	0.99	1.55	0.00172	?	Px	R
OB-12-0026c													
KB-10-073	7.5	-0.13	1.09	?	?	?	13.98	1.22	9.14	0.0165	?	Px/OM	R

### Résumé des propriétés des lentilles

Comme pour la table précédente, nous avons regroupé ici les propriétés des lentilles issues de la littérature. On peut voir que toutes les planètes sont dans la “lensing zone”, comme le prévoit la théorie. De plus, toutes les étoiles hôtes sont des étoiles naines de type M, mise à part KB-07-192. Cela confirme également la théorie de Dominik (2006) qui montre 90% des étoiles lentilles doivent être de faible masse. On peut également remarquer qu’aucune tendance ne se dégage de la distribution des masses de planètes. Ces détections prouvent ainsi que la méthode a une sensibilité constante par rapport à la masse du compagnon.

TABLE 5.3 – Table sur les propriétés des lentilles de la littérature.  $\Theta_E$  est en  $\mu as$ . La masse totale du système  $M_l$  est en masse solaire.  $D_l$  est en kpc.  $s$  est en unité de rayon d’Einstein angulaire  $\Theta_E$ .

Evènement	$\Theta_E$	$M_l$	$D_l$	$s$	$q$	$m_p$
OB-03-235	550	0.63	5.8	1.12	0.0039	$2.6M_J$
OB-05-071	840	0.46	3.2	1.305	0.0077	$3.8M_J$
OB-05-390	210	0.22	6.6	1.61	0.000076	$5.5M_T$
OB-05-169	1000	0.49	2.7	1.0198	0.000086	$13M_T$
OB-06-109b	1505	0.51	1.51	0.6272	0.00136	$0.73M_J$
OB-06-109c				1.04185	0.000505	$0.27M_J$
KB-07-192	660	0.06	1.00	1.12	0.00012	$3.3M_T$
KB-07-400	320	0.30	5.8	2.87	0.0025	$0.83M_J$
KB-08-310	155	0.67	7.9	1.085	0.00033	$0.23M_J$
OB-07-368	529	0.64	5.9	0.9255	0.000095	$20M_T$
KB-09-387	310	0.19	5.69	0.9136	0.0132	$2.6M_J$
KB-09-319	340	0.38	6.1	0.97537	0.000395	$0.16M_J$
KB-09-266	980	0.56	3.04	0.91	0.000058	$10M_T$
KB-10-477	1380	0.67	2.3	1.12279	0.0022	$1.5M_J$
KB-06-bin1	770	0.75	5.1	2.12	0.0049	$3.7M_J$
KB-11-293	260	0.43	7.15	0.548	0.0053	$2.4M_J$
OB-11-0251	749	0.26	3.04	1.408	0.0019	$0.53M_J$
OB-12-0026b	910	0.82	4.08	1.034	0.00013	$0.11M_J$
OB-12-0026c				1.254	0.00078	$0.68M_J$
KB-10-073	557	0.17	2.8	0.7750	0.0654	$11.0M_J$

### Uniformisation des propriétés des sources

La Table 5.4 qui suit présente les nouvelles estimations que nous avons obtenues en utilisant Nataf et al. (2013). La distance du RGC, l’extinction différentielle  $E(V - I)$  et l’absorption en bande  $I$   $A_I$  ont été recueillies sur le site <http://ogle.astrouw.edu.pl/>. La taille de source est calculée en utilisant Kervella & Fouqué (2008) pour les naines et sous-géantes et Groenewegen (2004) pour les géantes. Les températures effectives  $T_{eff}$  sont induites par Ramírez & Meléndez

(2005) pour les géantes et Casagrande et al. (2010) pour les naines et sous-géantes grâce aux formules (en assumant une métallicité solaire) :

$$\frac{5040}{T_{eff}} = 0.3575 + 0.9069(V - I)_{o,s} - 0.2025(V - I)_{o,s}^2 \quad (5.18)$$

$$\frac{5040}{T_{eff}} = 0.4033 + 0.8171(V - I)_{o,s} - 0.1987(V - I)_{o,s}^2 \quad (5.19)$$

Le type spectral est issu de Bessell & Brett (1988). Nous avons placé ces sources dans un diagramme Hertzsprung-Russel dans la Figure 5.11. Nous avons ajouté les isochrones issus de Bonatto et al. (2004) pour une métallicité solaire et 0.5,5 et 10 milliards d'années. Trois populations distinctes se dégagent : les étoiles de la séquence principale, les géantes rouges du clump et les étoiles sur la branche des géantes rouges.

TABLE 5.4 – Table sur les propriétés des sources dérivées grâce à Nataf et al. (2013). L'exposant <sup>a</sup> signifie que la valeur provient de la littérature.

Èvènement	$D_{RGC}$	$E(V-I)$	$A_I$	$I_{o,s}$	$(V-I)_{o,s}$	$\Theta_*$	$T_{eff}$	Type spectral
OB-03-235	7.9	0.70	0.88	18.75	0.88	0.67	5200K	K0V
OB-05-071	8.8	0.78	1.00	18.48	0.55	0.56	6360K	F5V
OB-05-390	8.2	1.37	1.65	14.25 <sup>a</sup>	0.85 <sup>a</sup>	5.26	5130K	G2III
OB-05-169	8.0	0.89	1.07	19.47	0.75	0.43	5570K	G6V
OB-06-109b	7.9	1.49	1.78	19.15	0.68	0.47	5810K	G2V
OB-06-109c								
KB-07-192	7.7	1.16	1.40	20.05	1.21	0.48	4580K	K5V
KB-07-400	7.8	0.77	0.93	17.58	0.87	1.14	5230K	K0IV
KB-08-310	8.7	0.76	0.96	18.32	0.72	0.71	5670K	G4V
OB-07-368	8.6	1.20	1.47	18.04	0.65	0.76	5920K	G0V
KB-09-387	8.8	1.03	1.31	18.86	0.80	0.60	5420K	G8V
KB-09-319	7.8	0.85	1.00	18.82	0.84	0.63	5310K	K0V
KB-09-266	8.9	0.83	1.02	14.84	0.99	4.7	4770K	K0III
KB-10-477	8.1	0.70	0.88	17.83	0.56	0.77	6310K	F5V
KB-06-bin1	7.7	2.78	3.3	16.93	0.60	1.21	6130K	F7V
KB-11-293	7.8	1.7	2.11	19.72	0.84	0.42	5310K	K0V
OB-11-0251	~ 8.1	?	?	~ 13.20	1.15	~ 11.6	4450K	K2III
OB-12-0026b	8.3	1.84	2.27	17.25	0.99	1.47	4950K	K2IV
OB-12-0026c								
KB-10-073	7.7	1.04	1.26	14.04	1.19	8.05	4380K	K2III

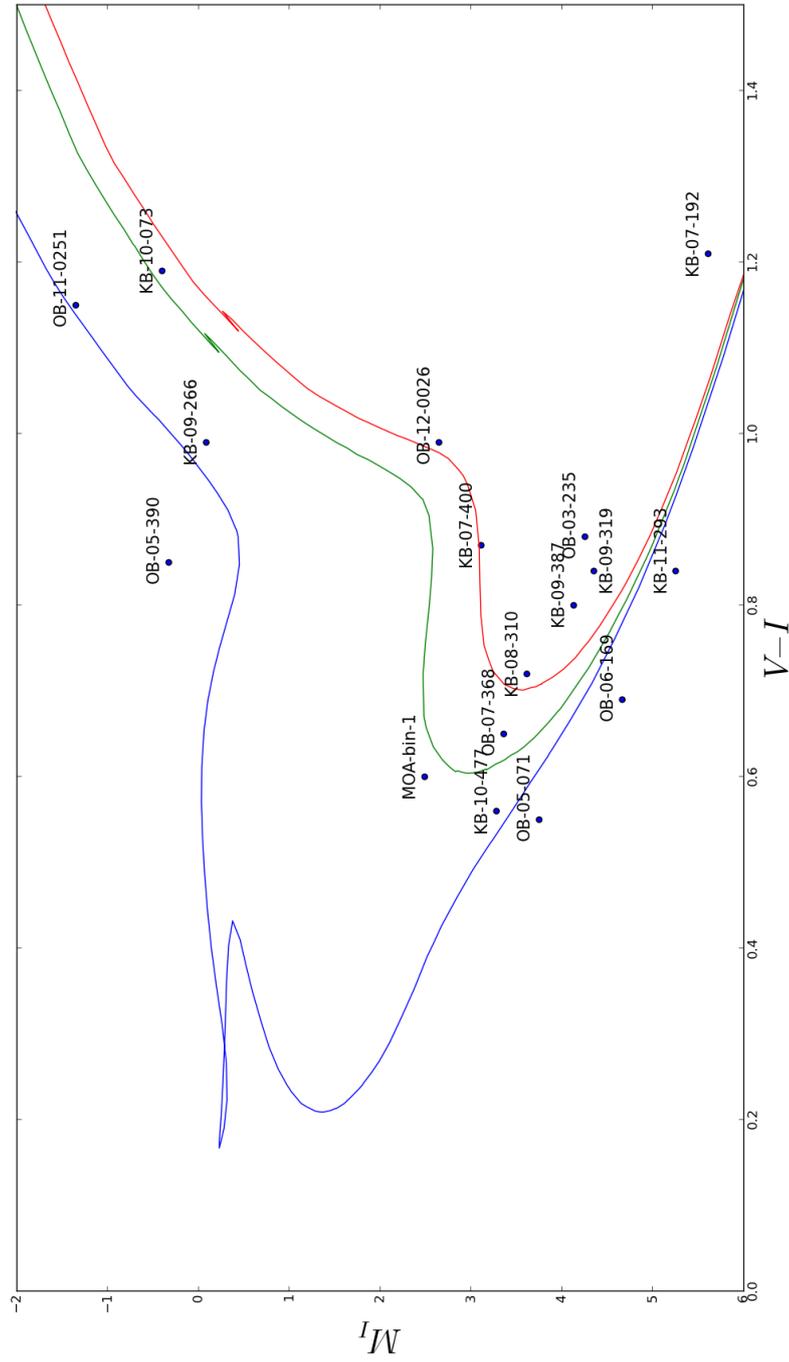


FIGURE 5.11 – Diagramme de Hertzsprung-Russel représentant les sources des événements planétaires. Les courbes bleue, verte et rouge sont les isochrones issus de Bonatto et al. (2004) pour une métallicité solaire et différents âges (0,5, 5 et 10 milliards d'années respectivement). Les trois groupes de populations décrites dans le texte sont clairement visibles.

### Uniformisation des propriétés des lentilles

Grâce à ces nouvelles valeurs pour les sources, nous avons décidé de réestimer les propriétés des lentilles. Pour cela, nous avons redéterminé  $\Theta_E$  grâce aux tailles des sources  $\rho$  données par les modèles et aux valeurs de  $\Theta_*$  de la table précédente. Les paramètres des lentilles sont issus du modèle galactique de Dominik (2006), des valeurs de parallaxe de la littérature ou des observations hautes résolutions.

Jusqu'à présent nous avons étudié la séparation normalisée  $s$  entre les deux corps. Celle-ci représente la projection du rayon d'orbite  $a$  sur le plan du ciel. En définissant  $\gamma$  comme l'angle entre la ligne de visée et l'axe étoile-planète, on a :

$$r_{\perp} = a \sin \gamma = s R_E \quad (5.20)$$

La distribution de probabilité  $p(r_{\perp})$  de  $r_{\perp}$  est donnée par Gould & Loeb (1992):

$$p(r_{\perp}) = \frac{\tan \gamma}{a} \quad (5.21)$$

Ainsi, la valeur moyenne de  $r_{\perp}$ , correspondant au "demi-grand axe moyen" observé en microlensing est:

$$\langle r_{\perp} \rangle = \int_0^a r_{\perp} p(r_{\perp}) dr_{\perp} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} a \sin(\gamma)^2 d\gamma = \frac{\pi}{4} a \quad (5.22)$$

Il suffit donc de multiplier  $s$  par  $\frac{4}{\pi} R_E$  pour obtenir un ordre de grandeur "moyen" sur le rayon de l'orbite de la planète. C'est ainsi qu'a été estimé le paramètre  $a$  de la Table 5.5. Notons que cette indétermination due à la projection de l'orbite est comparable aux résultats sur la masse déterminée grâce aux vitesses radiales  $M \sin i$ . Nos résultats sont en bon accord avec ceux de la littérature, excepté OB-05-169, KB-10-477 et KB-06-bin1. Ceux-ci ont utilisés des modèles galactiques avec des contraintes supplémentaires, notamment sur la brillance limite de la lentille, issue de l'estimation du flux de "blending"  $f_b$ , que nous ne pouvions intégrer dans le modèle. Nous pouvons conclure que les estimations des modèles galactiques sont en bon accord, les masses des planètes sont donc relativement bien connues. Cependant, seul des observations hautes-résolutions pourront conclure définitivement sur ces valeurs de masse. Nous encourageons cependant l'utilisation de nos valeurs de  $\Theta_E$  pour conserver l'homogénéité des résultats sur les lentilles. Notons enfin que ces résultats seront utilisés avec le Dr Eamonn Kerins pour analyser les valeurs estimés grâce au modèle galactique du modèle de Besançon (Robin et al. 2003), le plus détaillé à ce jour.

TABLE 5.5 – Table sur les propriétés des lentilles dérivées grâce à Nataf et al. (2013) et au modèle galactique de Dominik (2006).  $\Theta_E$  est en  $\mu as$ ,  $t_E$  est en jour.  $\mu_{rel}$  est en  $mas.yr^{-1}$ . La masse totale du système  $M_l$  est en masse solaire.  $D_l$  est en kpc. Les indices suivants indiquent par quel moyen la distance et la masse ont été calculées :  $^p$  pour la parallaxe,  $^h$  pour des observations haute résolution et  $^b$  pour le modèle bayésien de Dominik (2006). Les événements marqués d'un \* diffèrent significativement des valeurs de la littérature.

Evènement	$\Theta_E$	$t_E$	$\mu_{rel}$	$D_l$	a	$M_l$	$m_p$
OB-03-235	698	61.5	4.15	3.9 <sup>h</sup>	3.1	0.46	1.9 $M_J$
OB-05-071	903	69.2	4.77	3.3 <sup>p</sup>	3.9	0.53	4.3 $M_J$
OB-05-390	210	11.03	6.95	7.0 <sup>b</sup>	2.4	0.25	6.3 $M_T$
OB-05-169	977	42.27	8.44	4.7 <sup>b</sup>	4.7	1.35*	0.12 $M_J$
OB-06-109b	1516	127.3	4.35	1.5 <sup>p</sup>	1.4	0.51	0.73 $M_J$
OB-06-109c					2.4		0.27 $M_J$
KB-07-192	558	74.5	2.73	1.0 <sup>p</sup>	0.6	0.05	2.0 $M_T$
KB-07-400	346	14.33	8.77	6.0 <sup>b</sup>	6.0	0.40	1.0 $M_J$
KB-08-310	145	11.14	4.76	8.4 <sup>h</sup>	1.3	0.69	0.24 $M_J$
OB-07-368	490	55.4	3.24	6.4 <sup>b</sup>	2.9	0.72	23 $M_T$
KB-09-387	297	40	2.71	7.0 <sup>b</sup>	1.9	0.36	5.0 $M_J$
KB-09-319	326	16.57	7.18	6.2 <sup>b</sup>	2.0	0.39	0.16 $M_J$
KB-09-266	887	61.45	5.27	3.4 <sup>p</sup>	2.7	0.52	10 $M_T$
KB-10-477	1337	46.95	10.4	4.8 <sup>b</sup>	7.2	2.5*	5.8 $M_J$
KB-06-bin1	756	31.77	8.69	5.2 <sup>b</sup>	8.3	1.1*	5.6 $M_J$
KB-11-293	258	21.75	4.33	6.6 <sup>b</sup>	0.9	0.33	1.8 $M_J$
OB-11-0251	834	63.88	4.77	2.4 <sup>p</sup>	2.8	0.29	0.58 $M_J$
OB-12-0026b	855	93.92	3.32	4.2 <sup>p</sup>	3.7	0.78	0.11 $M_J$
OB-12-0026c					4.5		0.64 $M_J$
KB-10-073	488	44.3	4.02	3.2 <sup>p</sup>	1.2	0.16	11 $M_J$

### Table recommandée pour l'utilisation des résultats de microlensing

Cette dernière table est celle que nous recommandons pour l'utilisation des données du microlensing. Les valeurs de  $\Theta_E$  sont les plus précises disponibles actuellement et surtout homogènes.

TABLE 5.6 – Table recommandée pour l'utilisation des données issues du microlensing. L'exposant <sup>a</sup> indique que les données de la littérature n'ont pas été modifiées.

Evènement	$\Theta_E$	$D_l$	$a \sin \gamma$	$M_l$	$m_p$
OB-03-235	698	3.9	3.1	0.46	$1.9M_J$
OB-05-071	903	3.3	3.9	0.53	$4.3M_J$
OB-05-390	210	7.0	2.4	0.25	$6.3M_T$
OB-05-169	977	2.7 <sup>a</sup>	2.7	0.49 <sup>a</sup>	$13M_T$ <sup>a</sup>
OB-06-109b	1516	1.5	1.4	0.51	$0.73M_J$
OB-06-109c			2.4		$0.27M_J$
KB-07-192	558	1.0	0.6	0.05	$2.0M_T$
KB-07-400	346	6.0	6.0	0.40	$1.0M_J$
KB-08-310	145	8.4	1.3	0.69	$0.24M_J$
OB-07-368	490	6.4	2.9	0.72	$23M_T$
KB-09-387	297	5.69 <sup>a</sup>	2.0	0.19 <sup>a</sup>	$2.6M_J$ <sup>a</sup>
KB-09-319	326	6.2	2.0	0.39	$0.16M_J$
KB-09-266	887	3.4	2.7	0.52	$10M_T$
KB-10-477	1337	2.3 <sup>a</sup>	3.5	0.67 <sup>a</sup>	$1.5M_J$ <sup>a</sup>
KB-06-bin1	756	5.1 <sup>a</sup>	8.2	0.75 <sup>a</sup>	$3.7M_J$ <sup>a</sup>
KB-11-293	258	7.15 <sup>a</sup>	1.0	0.43 <sup>a</sup>	$2.4M_J$ <sup>a</sup>
OB-11-0251	834	2.4	2.8	0.29	$0.58M_J$
OB-12-0026b	855	4.2	3.7	0.78	$0.11M_J$
OB-12-0026c			4.5		$0.64M_J$
KB-10-073	488	3.2	1.2	0.16	$11M_J$

Les deux dernières figures placent les systèmes dont la parallaxe est connue dans deux graphiques en fonction de leur distance et de leur masse. Comme attendu, il est possible de mesurer la parallaxe seulement pour les systèmes les plus proches.

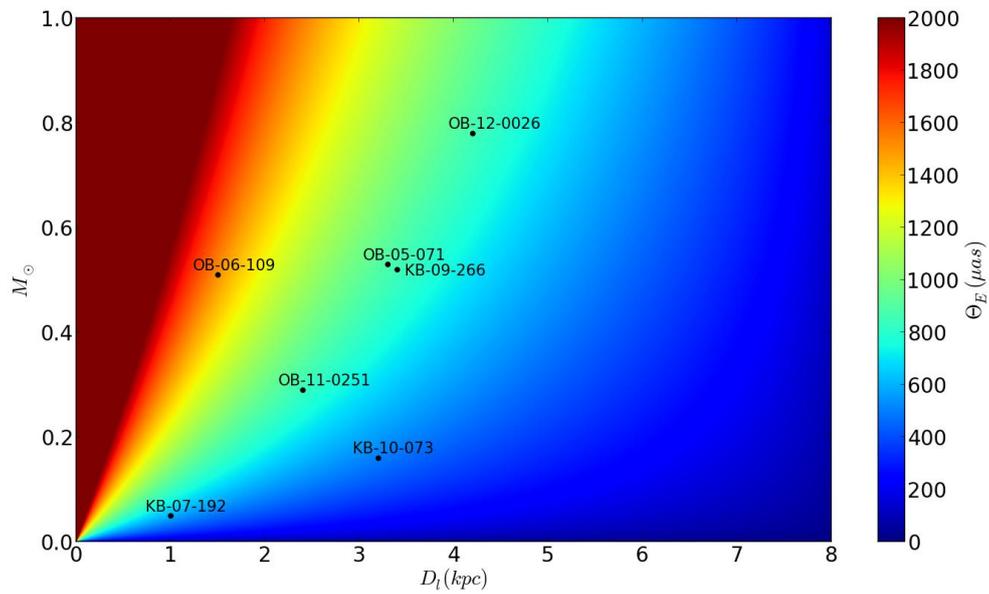


FIGURE 5.12 – Diagramme représentant la valeur de  $\Theta_E$  en fonction de la masse et la distance. Les systèmes dont la parallaxe est connue ont été placés. La valeur maximale en  $\Theta_E$  est arbitrairement de 2000 *mas*.

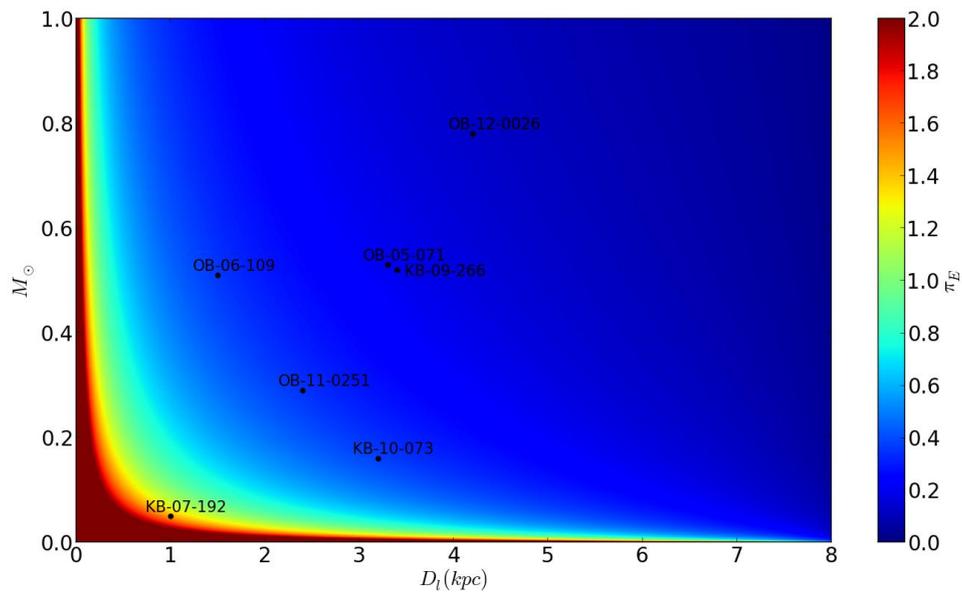


FIGURE 5.13 – Diagramme représentant la valeur de  $\pi_E$  en fonction de la masse et la distance. Les systèmes dont la parallaxe est connue ont été placés. La valeur maximale en  $\pi_E$  est arbitrairement de 2.

### Discussion sur les incertitudes

Nous allons estimer l'ordre de grandeur des barres d'erreur sur la masse et la distance des planètes. L'erreur relative sur les rayons de sources vaut environ 8% (Bachelet et al. 2012a; Han et al. 2013). L'erreur sur le paramètre  $\rho$  varie entre les publications, voir Table 5.7, mais une estimation raisonnable est d'environ 5%. Les erreurs relatives sur l'estimation de la parallaxe sont délicates à estimer, car sa mesure dépend d'un grand nombre de facteur (date d'observations, durée de l'évènement...). Ainsi, il faut se reporter à chaque évènement pour en connaître la barre d'erreur. Pour notre calcul, choisissons un minimum raisonnable de 10%. Dans le cas des modèles bayésiens, les erreurs sur la détermination de la masse sont généralement élevées, car ceux-ci sont assez peu précis. La barre d'erreur typique sur la masse de la lentille s'approche alors de 100%. Le paramètre  $q$  est généralement bien contraint par les modèles, nous choisissons alors une erreur typique de 1%. La distance du Bulbe Galactique est assez bien connue ( $8 \pm 0.5$  kpc (Bachelet et al. 2012a)). En appliquant ces valeurs aux formules suivantes, nous allons estimer les barres d'erreur typiques de chaque grandeur :

$$\frac{\Delta\Theta_E}{\Theta_E} = \sqrt{\left(\frac{\Delta\rho}{\rho}\right)^2 + \left(\frac{\Delta\Theta_*}{\Theta_*}\right)^2} \sim 9\% \quad (5.23)$$

$$\frac{\Delta M_l}{M_l} = \sqrt{\left(\frac{\Delta\Theta_E}{\Theta_E}\right)^2 + \left(\frac{\Delta\Pi_E}{\Pi_E}\right)^2} \sim 13\% \quad (5.24)$$

$$\frac{\Delta m_p}{m_p} = \sqrt{\left(\frac{\Delta M_l}{M_l}\right)^2 + \left(\frac{\Delta q}{q}\right)^2} \sim 13\% \quad (5.25)$$

$$\frac{\Delta D_{rel}}{D_{rel}} = \sqrt{\left(\frac{\Delta\Pi_E}{\Pi_E}\right)^2 + \left(\frac{\Delta\Theta_E}{\Theta_E}\right)^2} \sim 13\% \quad (5.26)$$

$$\frac{\Delta D_l}{D_l} = \sqrt{\left(\frac{\Delta D_s}{D_s}\right)^2 + \left(\frac{\Delta D_{rel}}{D_{rel}}\right)^2} \sim 14\% \quad (5.27)$$

Ainsi, les masses et les distances typiques des planètes sont connues assez précisément si la parallaxe est connue et bien déterminée. La Table 5.7 recense les erreurs sur nos estimations des rayons d'Einstein.

TABLE 5.7 – Erreurs relatives et absolues du paramètre  $\Theta_E$  estimées pour chaque évènement. L’erreur relative sur  $\rho$  provient de la littérature tandis que l’erreur relative sur  $\Theta_*$  vaut 8% (voir texte). Les valeurs avec un indice \* ont été fixées à 10% car non fournies par la littérature.  $\Theta_E$  et  $\Delta\Theta_E$  sont en  $\mu as$ .

Evènement	$\Theta_E$	$\frac{\Delta\rho}{\rho}$	$\frac{\Delta\Theta_E}{\Theta_E}$	$\Delta\Theta_E$
OB-03-235	698	11%	19%	132
OB-05-071	903	7%	15%	135
OB-05-390	210	5%	13%	27
OB-05-169	977	10%*	18%*	176
OB-06-109b	1516	1%	9%	136
OB-06-109c				
KB-07-192	558	10%*	18%*	100
KB-07-400	346	10%*	18%*	62
KB-08-310	145	5%	13%	19
OB-07-368	490	2%	10%	49
KB-09-387	297	2%	10%	30
KB-09-319	326	1%	9%	30
KB-09-266	887	3%	11%	98
KB-10-477	1337	10%*	18%*	241
KB-06-bin1	756	16%	24%	181
KB-11-293	258	4%	12%	31
OB-11-0251	834	4%	12%	100
OB-12-0026b	855	1%	9%	77
OB-12-0026c				
KB-10-073	488	1%	9%	44

## 5.8 Avenir

### 5.8.1 KMTNet: Korea Microlensing Telescope Network

KMTNet est une nouvelle génération de télescopes de surveillance fondée par l’agence nationale de Corée du Sud. Les premières lumières sont prévues pour 2014. Basés sur les sites de CTIO (Chili), SAAO (Afrique du Sud) et SSO (Australie), les trois télescopes seront identiques. Ce seront des télescopes à grand champs, environ 1.2 degrés carré, possédant un miroir primaire de 1.6 mètre de diamètre, afin d’observer un grand nombre de source, comme OGLE et MOA. L’avantage est que la couverture sera complète et homogène avec une très grande cadence. Le but est de détecter un grand nombre de Super-Terre : dix par an (Park et al. 2012).

### 5.8.2 EUCLID et WFIRST

EUCLID est un projet de télescope spatial de l’ESA chargé d’étudier la matière noire et l’énergie noire grâce notamment au “weak lensing”, l’effet de lentille gravitationnelle en champs faible. Ses caractéristiques sont un large champs d’environ 0.5

degré carré avec un imageur en visible et en infrarouge. Ces propriétés ont font un instrument idéal pour le microlensing. Ainsi, une demande de mission a été formulée pour observer le Bulbe Galactique pendant quelques mois, voir par exemple Penny et al. (2013). Une détection de mille évènements par mois est attendue. Pour les évènements où des observations terrestres seront disponibles, la mesure de la parallaxe sera assurée. On pourra alors mesurer la masse d'un grand nombre de microlentilles. Le lancement est prévu pour 2020. WFIRST est un satellite de la NASA sensiblement indentique à EUCLID, si ce n'est que la partie microlensing est assurée.

## Chapitre 6

# PHunter: le chasseur de planètes

PHunter est un logiciel créé pour répondre à l'augmentation importante de détection d'évènement en microlensing. Nous l'avons vu, OGLE et MOA détectent désormais plus de deux mille évènements chaque année, augmentant ainsi le nombre de cibles intéressantes à suivre. Cependant, il est alors délicat pour les télescopes de suivi de faire un choix. En effet, suivre chaque jour "à l'oeil" tous ces évènements pour savoir si une anomalie (AN), un évènement de grande amplification (HM) ou une "planète errante" (FFP) est en cours devient très fastidieux. Depuis plusieurs années, la collaboration MiNDSTEp utilise un logiciel automatique, ARTEMIS (Dominik et al. 2007), qui permet une détection fiable et rapide des évènements les plus prometteurs. Les alertes issues de cette analyse permettent alors de définir une liste de cible à observer chaque nuit par la batterie de télescope robotique de leur collaboration. Cette nouvelle méthode d'observations est très prometteuse pour l'avenir, réduisant au maximum les erreurs et manquements humains.

PHunter est un logiciel similaire créé pour la collaboration PLANET. Chaque jour, il télécharge la photométrie OGLE et MOA actualisées de chaque évènements, les modélise et produit différents fichiers de sortie. Un fichier regroupant les paramètres modélisés et une figure sont alors obtenus pour chaque cible. De plus, afin d'aider les observateurs, deux autres fichiers sont édités : Classement\_date et ALERT\_date. Ceux-ci regroupent les cibles les plus intéressantes (AN, HMC et FFPC) ainsi que des informations pratiques aux observateurs : la magnitude et l'amplification actuelle de la cible, la date prévue du pic et l'amplification maximale. Dans ce chapitre nous verrons tout d'abord l'algorithme utilisé, les résultats obtenus ainsi que leur analyse.

### 6.1 Présentation de PHunter.

#### 6.1.1 Fonctionnement général

La première étape du logiciel est de récupérer la photométrie. Il faut ici faire une parenthèse. Il a été décidé par la collaboration PLANET, de n'utiliser ce logiciel que pour les évènements de microlentille contenant des données OGLE. La première raison à cela est que leur photométrie est calibrée, assurant ainsi une base fiable sur laquelle il est facile d'ajuster les flux des autres télescopes. La seconde est que leur photométrie est d'excellente qualité, un fit automatique des points de données est alors plus aisé, car celle-ci présente peu de points aberrants. Ceux-ci sont un vrai

cauchemard pour un code basé sur les algorithmes du gradient. PHunter analyse principalement les données de la collaboration OGLE, puis utilise les données MOA des évènements communs dans ses modèles. Les évènements correspondant uniquement à la collaboration MOA subissent un autre traitement de la part de PLANET, un procédé moins automatique.

La photométrie OGLE est donc récupérée automatiquement sur leur site internet pour tous les évènements puis les données MOA correspondantes. Une fois tout en stock, PHunter commence à déterminer les modèles de chaque évènement. Les modèles en microlensing sont dégénérés, aussi bien pour les lentilles binaires que pour les lentilles simples. En effet, la prise en compte du blending amène des problèmes de modélisation sur les paramètres d'amplification de la courbe de lumière. Les algorithmes d'ajustement par méthode du gradient ne sont donc pas optimaux pour chercher le meilleur modèle. Cependant, c'est le choix qui a été fait pour PHunter. La principale contrainte que nous souhaitions pour ce code était la rapidité. Or, il est clair que les algorithmes par méthode de gradient sont, de loin, les plus rapides. De plus, ils convergent souvent vers la bonne solution si l'estimation initiale des paramètres est correcte. Or, comme nous allons le voir, il est plutôt facile d'obtenir une estimation des paramètres dans le cas des lentilles simples. Tout d'abord, pour la date du maximum  $t_o$ , il suffit de prendre la date correspondant au flux maximum. Pour les flux de source et de blending, il suffit de fixer les flux de blending à zéro et le flux de source égal à celui de la ligne de base, définie comme la moyenne des points des années précédentes l'amplification. En suivant cette hypothèse, il est alors possible d'obtenir une table d'amplification de chacun des points de données, en divisant simplement le flux par le flux de source. Pour le temps d'Einstein, deux choix sont possibles : soit on choisit une valeur moyenne correcte, par exemple trente jours, soit on estime les points proches du pic correspondant à une amplification de 1.34, valeur de  $A(t_E)$ . Enfin,  $U_o$  est déduit du maximum d'amplification. Le corps de PHunter réside dans l'algorithme du gradient de Levenberg-Marquardt (LM). Il est utilisé plusieurs fois pour l'estimation des paramètres d'amplification. Tout d'abord, il affine une première fois nos hypothèses sur les paramètres en ajustant le modèle à  $t_o$  et  $U_o$  constants. Il faut noter que toutes ces premières étapes sont effectuées uniquement sur les données OGLE, de bien meilleure qualité photométrique, assurant ainsi une plus grande réussite de la modélisation. Les données des autres télescopes ne sont ajoutées que dans la seconde partie de l'algorithme. Ensuite, une première boucle est effectuée en raffinant ces paramètres grâce à la méthode de LM, puis les flux de blending et de source sont réestimés par régression affine. Lorsque la différence sur l'estimation des paramètres entre deux itérations est inférieure à chaque barre d'erreur respective, le code sort de la boucle. Ensuite, le même procédé est réutilisé en ajoutant les données des autres télescopes, notamment MOA. Enfin, le fichier de résultat et la figure sont édités avant de passer à l'évènement suivant. Une fois tous les évènements modélisés, les fichiers ALERT\_date et Classement\_date sont produits. Afin de réaliser une interface graphique agréable résumant les résultats disponible pour le plus grand nombre, nous avons réalisé avec Jadzia Donatowicz l'interface internet ALOHA, qui prendra le relais du Planet Plotter à l'avenir. Un aperçu est disponible sur <http://lss1.tuwien.ac.at:8888/~planet/ogle/>. Un résumé de cette chaîne est disponible sur la Figure 6.1.

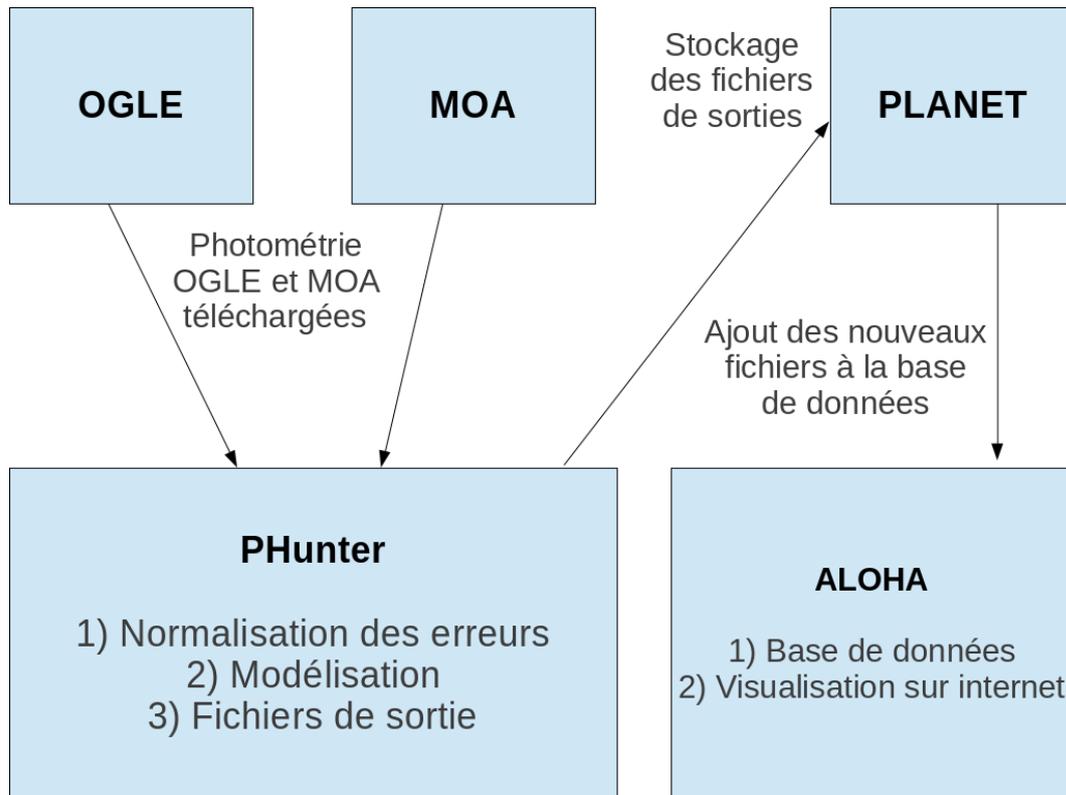


FIGURE 6.1 – Schéma représentant le fonctionnement de PHunter.

Notons qu'il ne faut que quarante minutes à PHunter pour modéliser plus de 1500 évènements, ce qui représente moins de 2 secondes par évènement en moyenne. Le principal objectif de PHunter a clairement été atteint, d'autant plus que la fiabilité des modèles est correcte.

### 6.1.2 Modèles et alertes

Dans cette partie, nous allons montrer les différents fichiers que produit PHunter chaque jour. Nous allons commencer par un évènement ciblé, puis l'exemple d'un fichier d'alerte.

#### Exemple sur deux évènements

Sur la Figure 6.2, on peut voir un modèle produit par PHunter, les paramètres correspondant sont disponible sur la Table 6.1. Un second exemple pour un évènement anormal est visible sur la Figure 6.3.

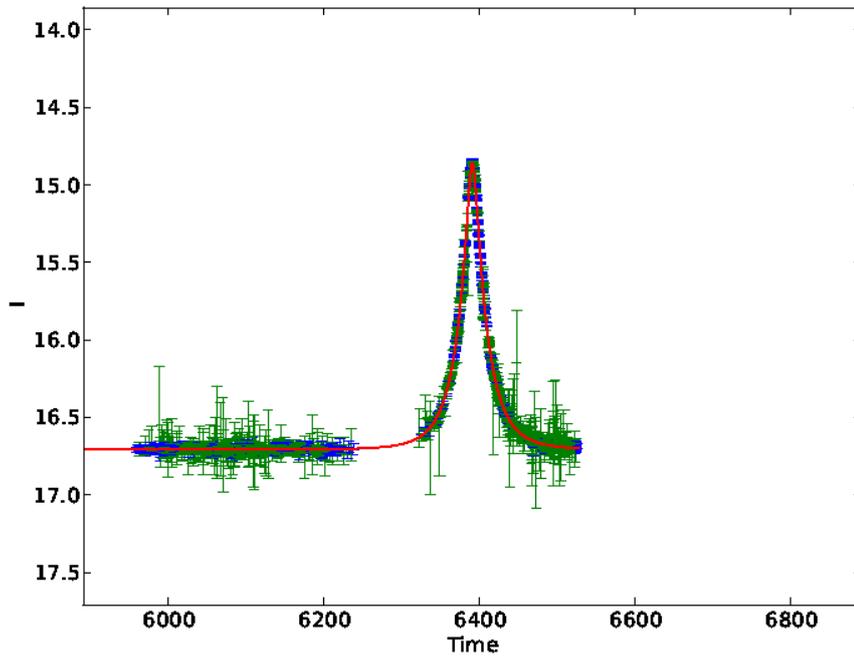


FIGURE 6.2 – Modèle obtenu par PHunter sur OGLE-2013-BLG-0005/KB-2013-BLG-050. Les points OGLE sont en bleu, les points MOA en vert. Le modèle est en rouge.

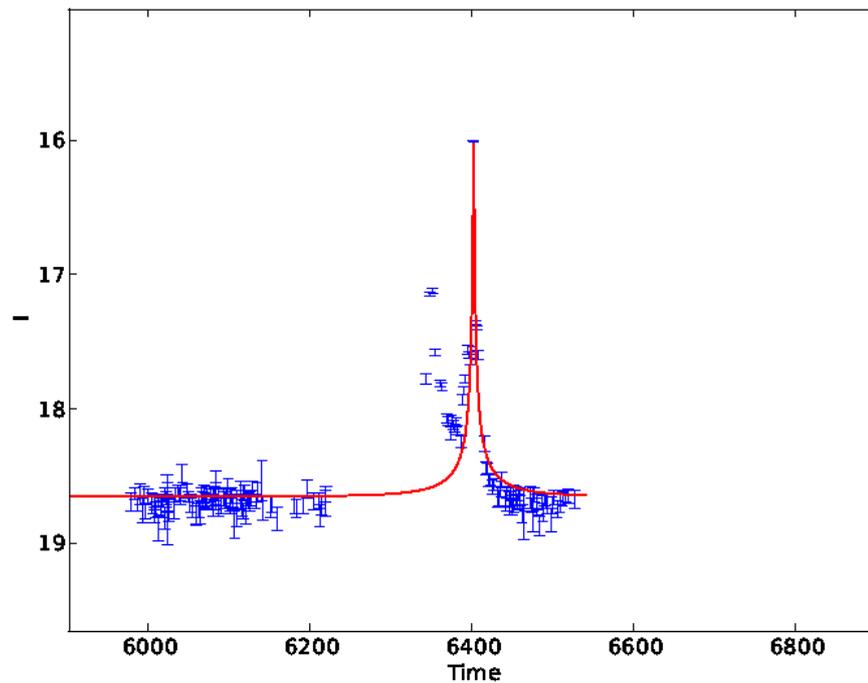


FIGURE 6.3 – Modèle obtenu par PHunter sur OGLE-2013-BLG-0192. Notons l'anomalie due à une lentille composée d'étoiles binaires.

TABLE 6.1 – Paramètres modélisés pour OGLE-2013-BLG-0005/KB-2013-BLG-050.  $I_s$ ,  $I_b$  et  $I_{now}$  sont respectivement la magnitude de base de la source, du “blending” et la magnitude actuelle de la cible.

Paramètres	Valeur	Erreur
$U_o$	0.179	$6.2 \cdot 10^{-5}$
$t_o$	6391.817	0.003
$t_E$	37.589	0.010
$f_{s,ogle}$	3.196	0.002
$f_{b,ogle}$	0.089	0.002
$f_{s,moa}$	26426.857	21.271
$f_{b,moa}$	3588.999	30.208
$I_s$	16.738	$7 \cdot 10^{-4}$
$I_b$	20.628	$7 \cdot 10^{-4}$
$I_{now}$	16.699	
$\frac{\chi(ogle)^2}{dof}$	1.005	
$\frac{\chi(moa)^2}{dof}$	0.988	

Il ne faut attendre que quelques secondes pour obtenir ces fichiers pour chaque évènement. Cela fait de PHunter un logiciel très efficace, d’autant plus que tout est automatique.

### Les fichiers Classement\_date et ALERT\_date

PHunter va ensuite classer chaque évènement dans quatre catégories distinctes :

1) L’évènement est détectée comme anormal ( $\frac{\chi^2}{dof} > 2.5$ ). Une ligne s’ajoute dans le fichier Classement\_date avec le nom de l’évènement et la mention ‘ANOMALY’.

2) Si l’évènement est détecté comme lentille simple mais avec une grande amplification ( $U_o < 0.001$ ), une ligne s’ajoute dans le fichier Classement\_date avec le nom de l’évènement et la mention ‘HighMagevent’.

3) Si aucun paramètre critère précédent n’est détectée mais que  $t_E < 5 \text{ jours}$ , alors une ligne s’ajoute dans le fichier Classement\_date avec le nom de l’évènement et la mention ‘possibleFFP’.

De plus, si à l’heure de la modélisation, l’amplification  $A(t)$  est supérieure à 2.5, alors une ligne s’ajoute au fichier ALERT\_date, avec les mêmes spécifications. Ce fichier est alors celui a regardé pour trouver les cibles les plus prometteuses. Un exemple du fichier ALERT du 06 juin 2013 est disponible sur la Table 6.2.

TABLE 6.2 – Fichier d’ALERT du 06 juin 2013.”HIGHMAG” indique que l’évènement est indentifiée comme un candidat de grande amplification, “ANOMALY” indique que l’évènement est détecté comme anormal et “FFP” indique que le temps d’Einstein  $t_E$  est inférieur à 3.5 jours.

Evènement	Type d’alerte	$t_o$	$A_{now}$	$A_{max}$	$I_{now}$
OGLE-2013-BLG-0006	HIGHMAG	6271.60	3.89	20833.33	>18.23
OGLE-2013-BLG-0035_KB-13-049	ANOMALY	6462.47	3.02	7.18	>18.84
OGLE-2013-BLG-0102_KB-13-127	ANOMALY	6394.25	2.05	5.70	>16.91
OGLE-2013-BLG-0110	ANOMALY	6348.87	10.32	29.43	>19.20
OGLE-2013-BLG-0367	ANOMALY	6379.27	4.10	28.09	>20.01
OGLE-2013-BLG-0389	ANOMALY	6379.77	24.27	366.56	>20.02
OGLE-2013-BLG-0420_KB-13-312	HIGHMAG	6517.91	2.02	10526.31	<15.88
OGLE-2013-BLG-0446_KB-13-306	ANOMALY	6446.04	2.93	1855.28	>17.05
OGLE-2013-BLG-0479	ANOMALY	6425.49	7.42	184.56	>19.27
OGLE-2013-BLG-0506	HIGHMAG	6520.19	2.05	62500.0	<17.26
OGLE-2013-BLG-0550_KB-13-434	ANOMALY	6461.02	12.32	13.48	>17.24
OGLE-2013-BLG-0578_KB-13-413	ANOMALY	6454.40	7.87	8.46	>15.79
OGLE-2013-BLG-0612	HIGHMAG	6451.72	8.25	2403.84	>19.22
OGLE-2013-BLG-0649	HIGHMAG	6614.73	2.91	38461.53	<15.76
OGLE-2013-BLG-0721	ANOMALY	6437.01	2.19	4.52	>16.02
OGLE-2013-BLG-0738	ANOMALY	6433.53	3.10	203.33	>19.55
OGLE-2013-BLG-0782	ANOMALY	6433.51	2.55	222.32	>19.78
OGLE-2013-BLG-0862	ANOMALY	6443.64	2.46	47.51	>19.97
OGLE-2013-BLG-0870	ANOMALY	6443.04	4.15	8.89	>19.31
OGLE-2013-BLG-0873_KB-13-410	ANOMALY	6452.98	2.90	16.36	>18.76
OGLE-2013-BLG-0877	HIGHMAG	6486.91	3.42	11494.25	<17.35
OGLE-2013-BLG-0879	ANOMALY	6444.06	3.63	733.67	>19.64
OGLE-2013-BLG-0882	HIGHMAG	6494.11	3.98	8620.68	<17.93
OGLE-2013-BLG-0890	FFP	6446.31	1.00	1.34	>16.93
OGLE-2013-BLG-0903	ANOMALY	6446.80	5.77	60.80	>20.02
OGLE-2013-BLG-0918	HIGHMAG	6468.35	16.08	83333.33	<17.84
OGLE-2013-BLG-0924_KB-13-438	HIGHMAG	6474.75	5.67	142857.14	<17.33
OGLE-2013-BLG-0925	HIGHMAG	6496.09	2.39	6289.30	<17.69
OGLE-2013-BLG-0956	HIGHMAG	6488.41	2.45	40000.0	<17.46
OGLE-2013-BLG-0959	HIGHMAG	6476.54	4.08	250000.0	<17.69
OGLE-2013-BLG-0994	ANOMALY	6455.10	3.30	18.76	>19.62
OGLE-2013-BLG-1019	FFP	6461.50	1.20	1.54	>17.53
OGLE-2013-BLG-1037	HIGHMAG	6470.63	10.60	76923.07	<18.85
OGLE-2013-BLG-1040	HIGHMAG	6471.60	2.72	34482.75	<16.93
OGLE-2013-BLG-1043	ANOMALY	6456.27	2.27	12.98	>19.86
OGLE-2013-BLG-1044	HIGHMAG	6476.48	2.25	14492.75	<16.84
OGLE-2013-BLG-1058	HIGHMAG	6470.74	3.66	2688.17	<18.01
OGLE-2013-BLG-1059	ANOMALY	6460.87	2.58	5.11	>19.33
OGLE-2013-BLG-1060_KB-13-449	ANOMALY	6464.55	16.01	19.72	>16.92
OGLE-2013-BLG-1064	HIGHMAG	6466.50	8.85	16949.15	<16.78
OGLE-2013-BLG-1070	FFP	6462.43	1.42	4.77	>19.44
OGLE-2013-BLG-1072	FFP	6461.23	1.15	6.84	>20.28
OGLE-2013-BLG-1079	ANOMALY	6463.95	7.61	20.49	>18.46
OGLE-2013-BLG-1085	HIGHMAG	6472.51	35.78	34482.75	<19.17
OGLE-2013-BLG-1086	HIGHMAG	6467.22	7.99	2976.19	<18.42

## 6.2 OGLE-2012-BLG-406Lb : un proie de choix

Parmi toutes les alertes répertoriées par PHunter sur les années 2012 et 2013, un évènement s'est révélé être particulièrement intéressant. Le 2 juillet 2012, PHunter ainsi que le système SIGNALMEN de la collaboration MINDSTEP, détecte une anomalie dans cet évènement. L'alerte est alors passé à tous les collaborateurs, et un suivi photométrique de bonne qualité a pu être réalisé, comme le montre la Figure 6.4. Le carré vert indique la date pour laquelle l'anomalie a été détectée par PHunter. Dans cet évènement, la microlentille est composée d'une super-Jupiter autour d'une

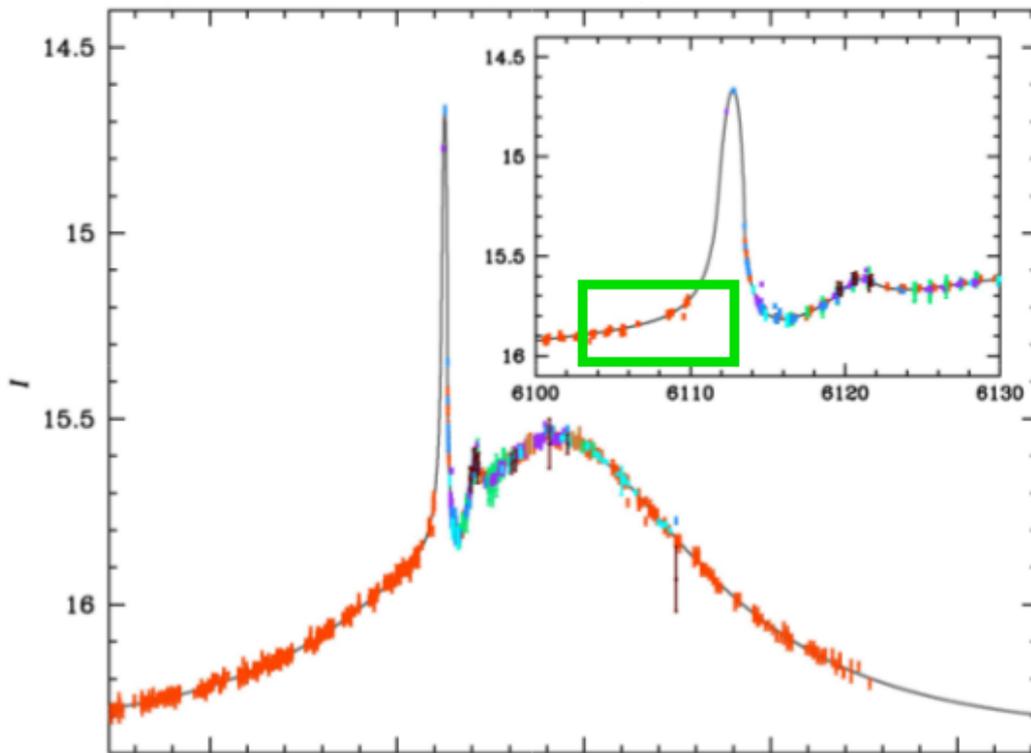


FIGURE 6.4 – Courbe de lumière de l'évènement OGLE-2012-BLG-0406Lb. Les points oranges sont les données d'OGLE. Le carré vert indique la date à laquelle PHunter a passé une alerte. Figure prêtée aimablement par CHEongho Han.

étoile M. Les paramètres du modèles sont visible dans l'Annexe C. Grâce à l'alerte de PHunter, il a été possible pour la première fois en microlensing de faire des observations spatiales pendant la déviation planétaire. En effet, le Pr David Bennett a pu lancé une demande d'observations avec le satellite Deep Impact suite à cette alerte. Bien que la photométrie soit de mauvaise qualité, une publication est en cours d'écriture sur ce sujet.

## 6.3 Analyse des résultats

Pour prouver la fiabilité des résultats, nous avons décidé d'effectuer une étude statistique sur ceux-ci afin de les comparer à la littérature. Les quatre figures suivantes montrent les distributions des paramètres pour les années de 2008 à 2012

issues des données OGLE. Sur chacune d'elle, la première (en haut à gauche) montre la distribution en  $U_o$ . La seconde (en haut à droite) est la distribution en  $t_E$ . La contribution des FFP à cette distribution est modélisée en rouge, les étoiles sont modélisées en vert. La somme des deux contributions est visible en jaune. La troisième (en bas à gauche) est la distribution des étoiles sources. Les étoiles sources géantes sont modélisées en rouge, les étoiles de la séquence principale sont représentées en vert tandis que leur somme est modélisée en jaune. La dernière est la distribution des étoiles de "blending". La courbe rouge modélise cette population. Une discussion sur chaque paramètre est détaillée dans les prochaines parties. Chaque année, les événements considérés par PHunter comme anormaux ont été exclus de cette étude. Notons enfin que cette étude est basée sur le plus grand nombre d'événements modélisés (plus de 4000).

2007

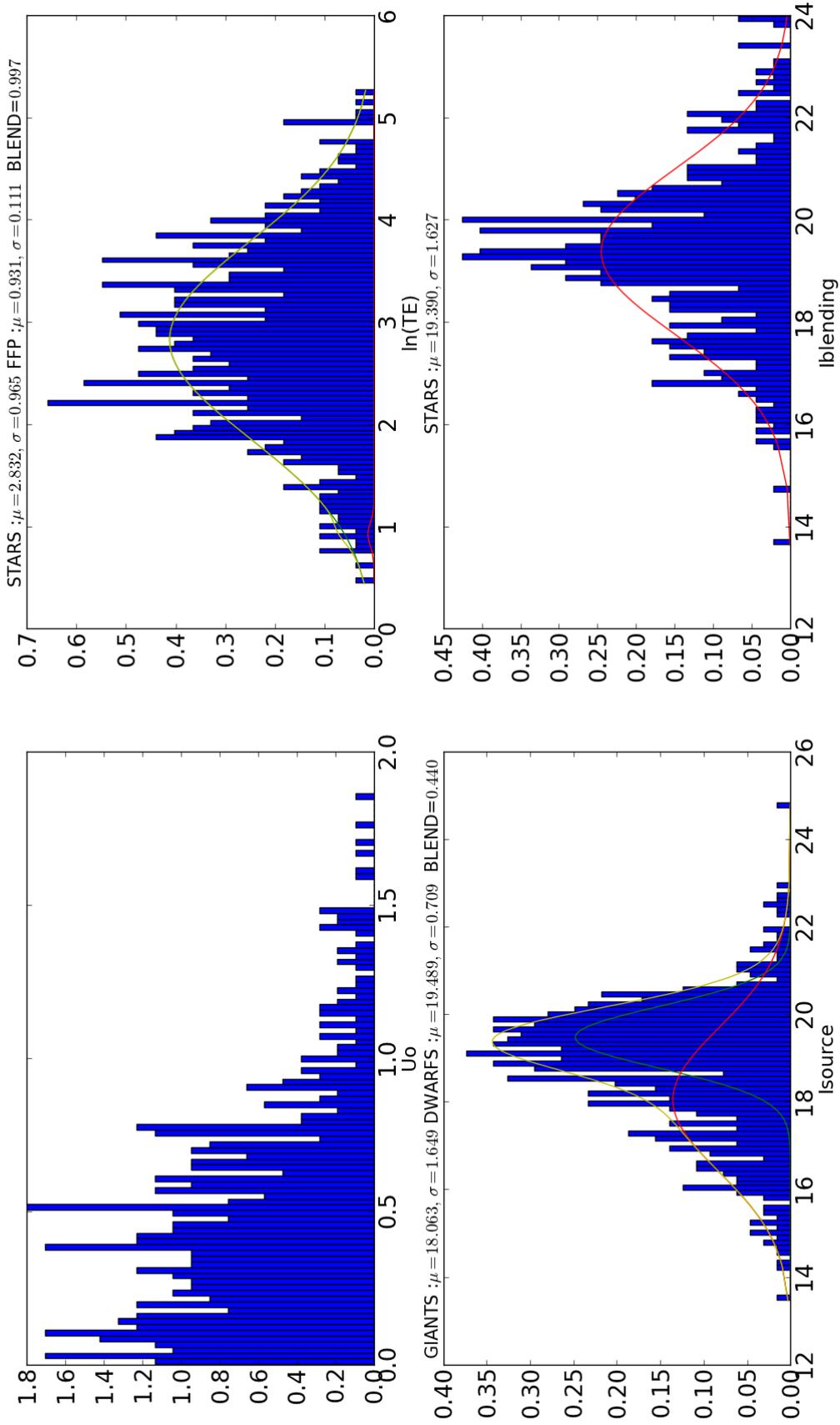


FIGURE 6.5 – Distribution des paramètres des microlentilles issus de l'année d'observation 2007.

2008

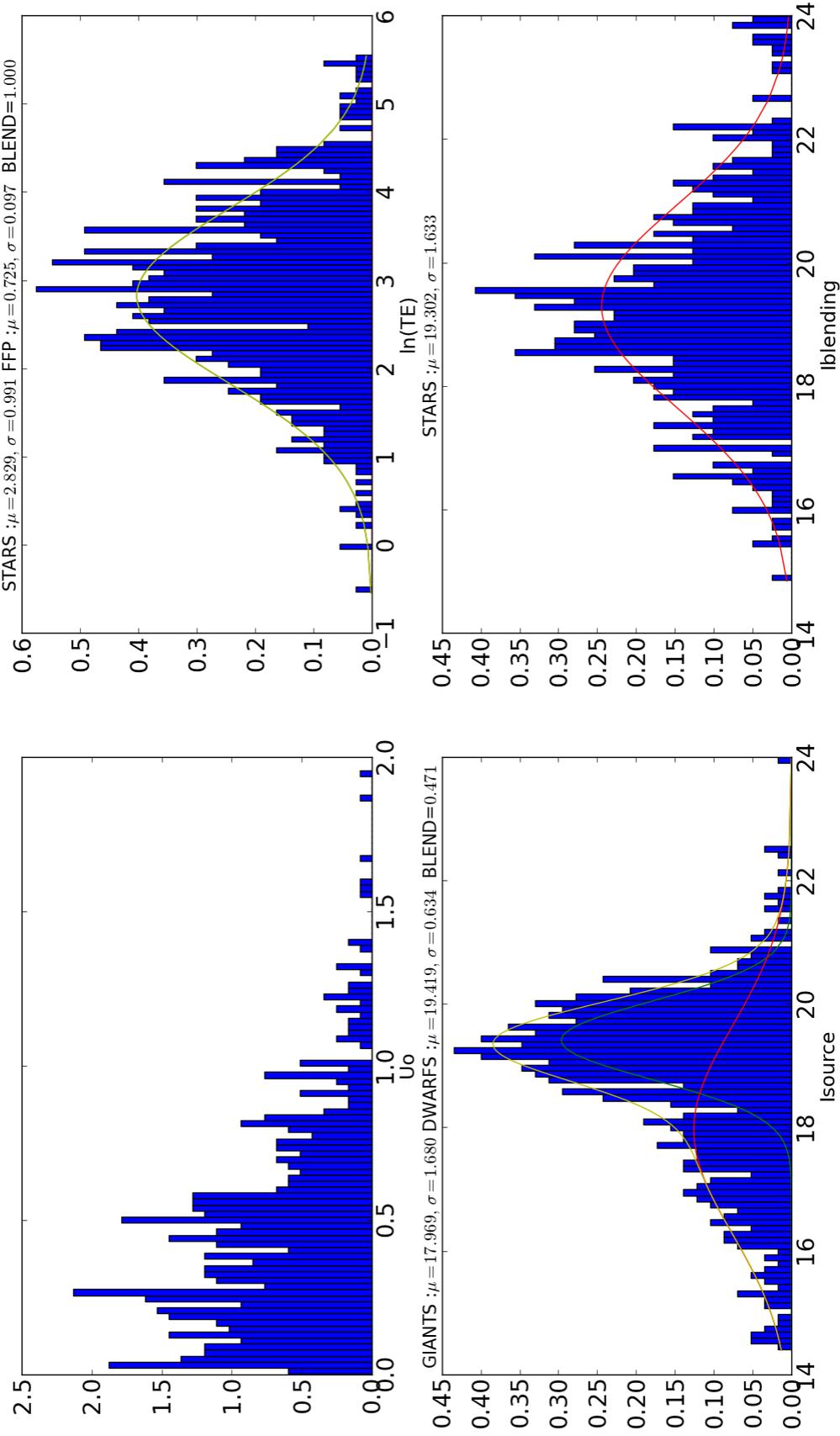


FIGURE 6.6 – Distribution des paramètres des microlentilles issus de l'année d'observation 2008.

2011

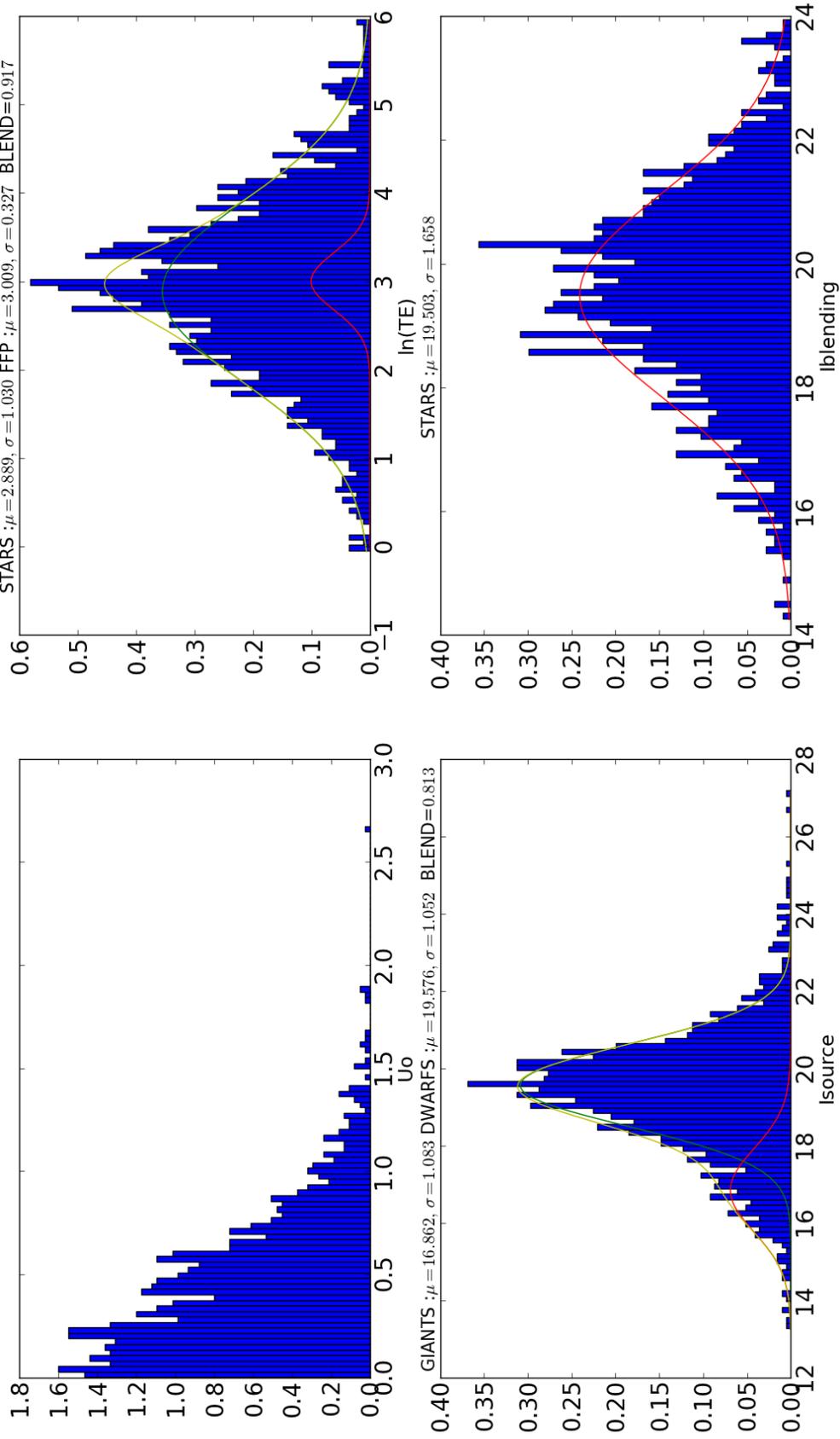


FIGURE 6.7 – Distribution des paramètres des microlentilles issus de l'année d'observation 2011.

2012

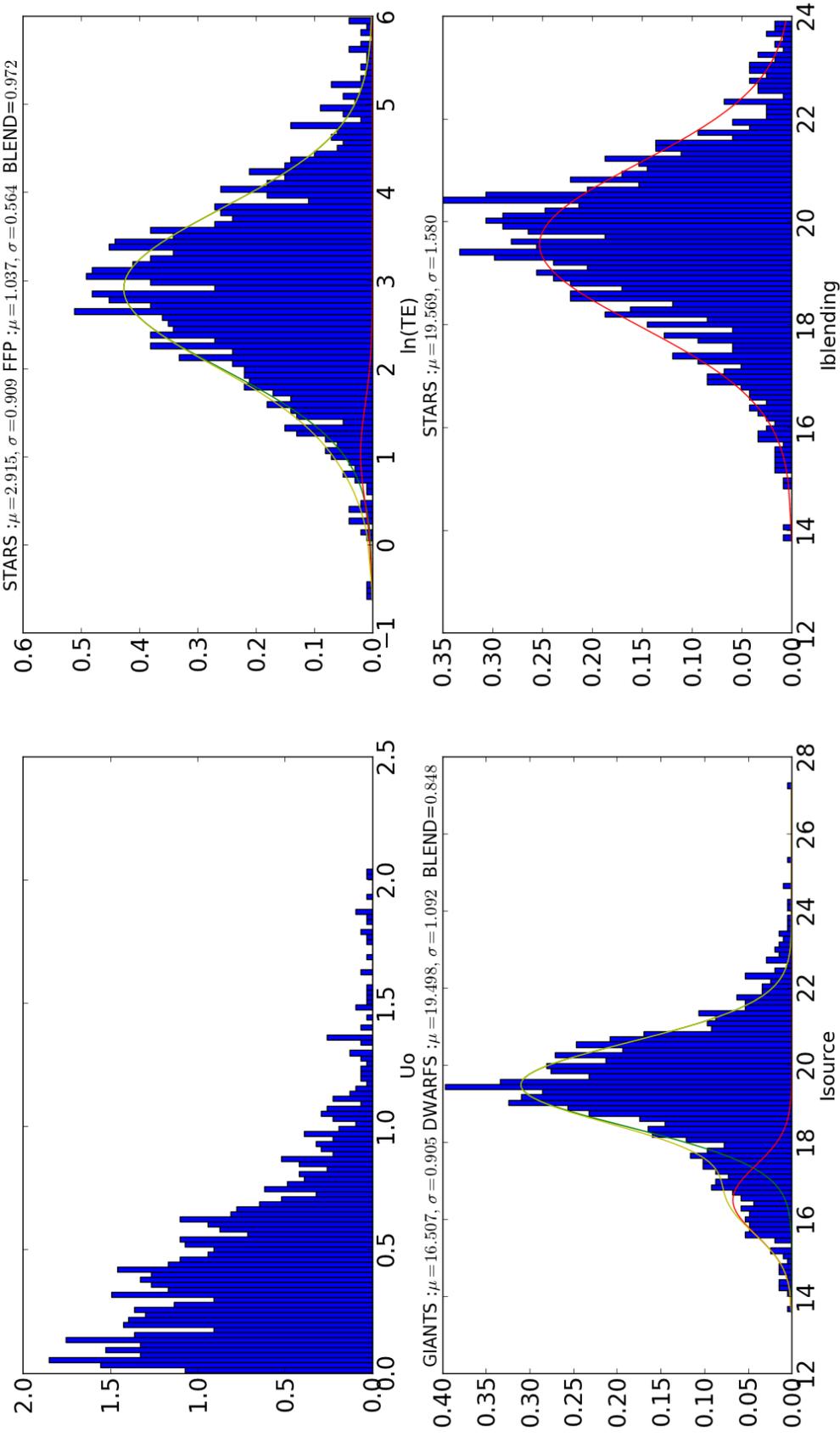


FIGURE 6.8 – Distribution des paramètres des microlentilles issus de l'année d'observation 2012.

### 6.3.1 Analyse sur les paramètres d'impact $U_o$

Il est généralement admis que la distribution du paramètre d'impact suit une loi uniforme. A notre connaissance, aucune publication n'en fait l'exact démonstration, bien que des références existent (Alcock et al. 2000b; Sumi et al. 2011; Penny et al. 2013). Pour comprendre cela, nous avons entrepris une simulation simple du phénomène. Plaçons une étoile source centrée dans un champ d'observation. Puis, de façon aléatoire (distribution uniforme), ajoutons des lentilles dans le plan. Enfin, toujours suivant une distribution uniforme, choisissons un angle de trajectoire pour ces lentilles et calculons la distance minimale à la source, c'est-à-dire le paramètre d'impact. Les résultats sont visibles sur la Figure 6.9. Bien sûr, comme vu dans le

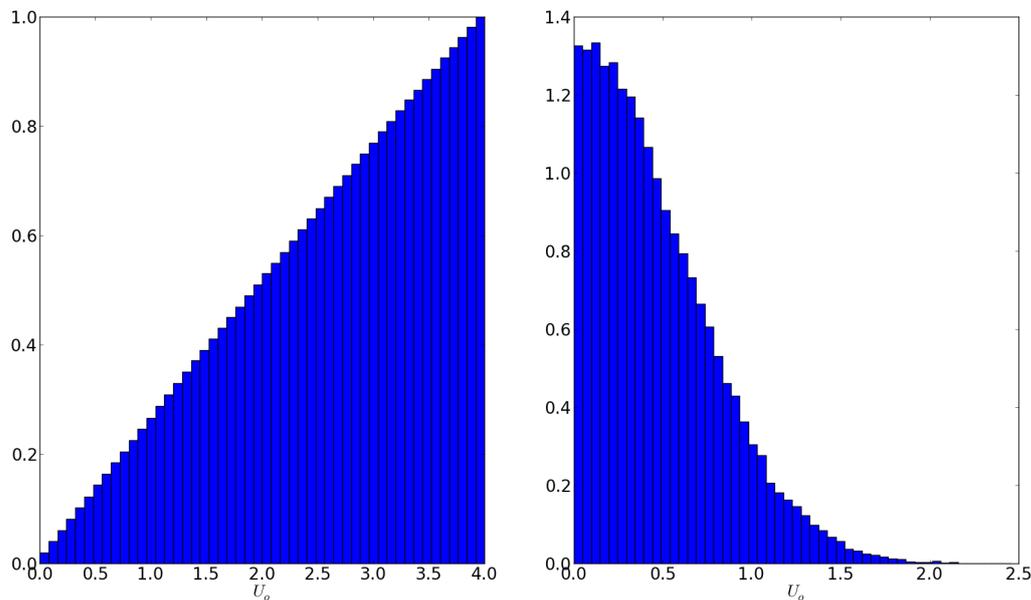


FIGURE 6.9 – Distribution “théorique” du paramètre  $U_o$ . La figure de gauche montre la distribution “brute”. Nous avons ajouté une coupure observationnelle sur la figure de droite, une gaussienne centrée en  $\mu = 0.2$  avec un écart-type  $\sigma = 0.55$ . Cela représente le fait que les événements peu amplifiés sont délicats à observer, voir le Chapitre 3. Simulation réalisée avec 100000 lentilles.

Chapitre 5, il faut multiplier cette distribution théorique par une coupure observationnelle les plus grands  $U_o$ , afin de se rapprocher du cas pratique. Pour comparer cette simulation aux résultats de PHunter, nous avons tracé les distributions cumulées de chaque année sur la Figure 6.11, tandis que la distribution cumulée de notre simulation est visible sur la Figure 6.10. Ces distributions observationnelles sont en bon accord avec notre simulation numérique. On peut notamment vérifier que 90% des lentilles ont un paramètre d'impact minimal  $U_o \leq 1$ . Ces résultats sont également en bon accord avec Alcock et al. (2000b) (voir sa Figure 9) et Sumi et al. (2011) (voir sa Figure 4). Ainsi, notre étude confirme que le paramètre d'impact minimal des microlentilles gravitationnelles suit une distribution uniforme, couplée à une coupure observationnelle. Cette étude est la première à porter sur un nombre si important de lentilles, 4079 au total.

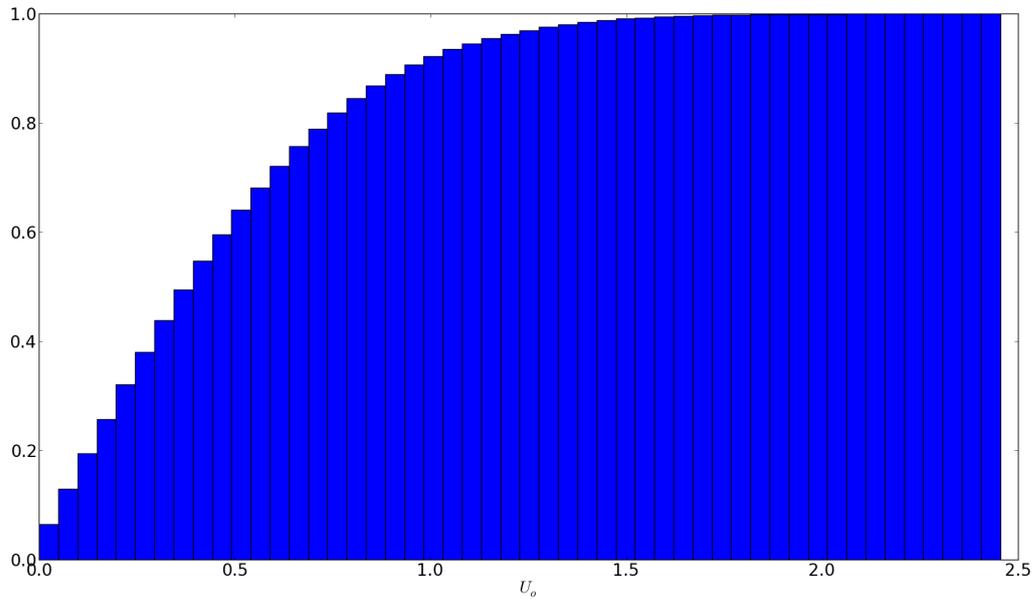


FIGURE 6.10 – Distribution cumulée “théorique” du paramètre  $U_o$ . Simulation réalisée avec 100000 lentilles.

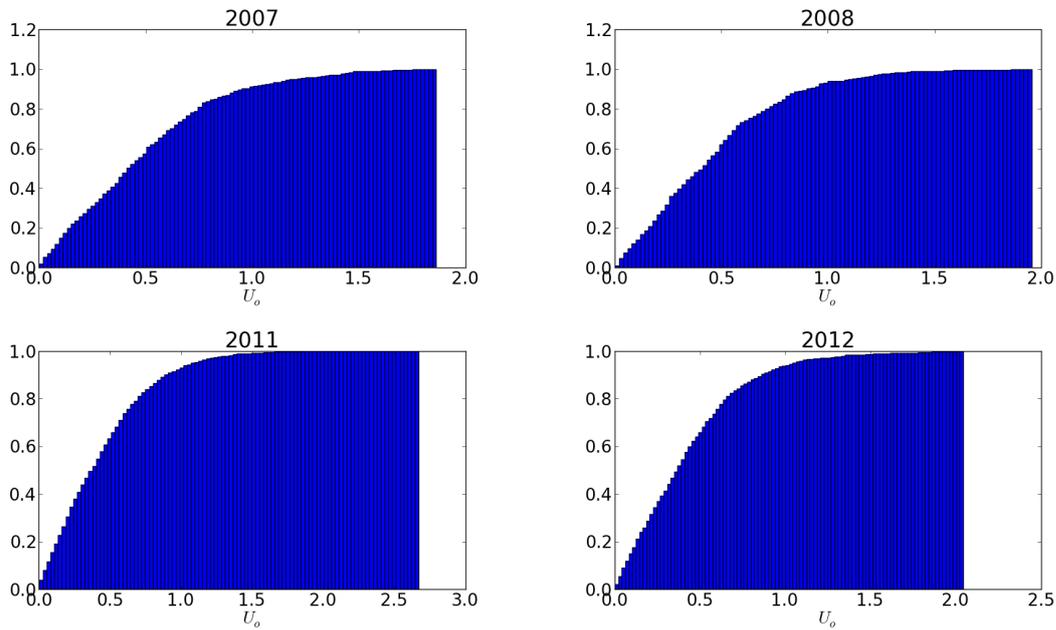


FIGURE 6.11 – Distribution cumulées du paramètre  $U_o$  pour chaque année.

### 6.3.2 Analyse sur le temps d'Einstein $t_E$ et la profondeur optique en direction du Bulbe Galactique

On a compris combien ce paramètre est important. Statistiquement, il nous informe sur la répartition en masse des lentilles. En effet, rappelons-nous que  $t_E \propto \sqrt{M_L}$ . Les FFP ont donc statistiquement un temps d'Einstein inférieur ou égal 3.5

jours (Sumi et al. 2011), tandis que les lentilles de type sub-stellaire, trou noir ou étoile à neutrons, auront des  $t_E$  très grands, supérieurs à 300 jours. Notons que pour ce dernier point, des expériences voient le jour afin de détecter les premiers trous noirs solitaires, en utilisant le HST (Sahu et al. 2012). Ces expériences nécessitent d’observer le Bulbe Galactique toute l’année, il est donc impossible de le faire sur Terre. Ainsi, ces objets ne nous préoccupons pas ici.

Pour comparer les distributions en temps d’Einstein  $t_E$  obtenus par PHunter avec la littérature, nous avons modélisé celles-ci par une distribution bimodale ainsi:

$$p(t_E) = bG_S(\mu_S, \sigma_S) + (1 - b)G_{ffp}(\mu_{ffp}, \sigma_{ffp}) \quad (6.1)$$

où  $b$  est le terme de proportion,  $G_S$  la loi normale régulant la population stellaire et  $G_{ffp}$  la loi correspondant aux lentilles de très faible masse. La Table 6.3 résume les résultats.

TABLE 6.3 – Modèles issus des distributions en  $t_E$  données par PHunter. Les valeurs sont données en jours. N est le nombre d’évènement dans l’échantillon étudié. Un “?” signifie que les paramètres ajustés ne sont pas significatifs.

Année	$\mu_S$	$\sigma_S$	$\mu_{ffp}$	$\sigma_{ffp}$	b	N
2007	16.98	2.62	?	?	?	567
2008	18.02	2.69	?	?	?	600
2011	17.98	2.80	?	?	?	1403
2012	18.45	2.48	2.82	1.76	97.2%	1509

Pour les distributions dues aux étoiles, les quatre années convergent vers des valeurs similaires ( $t_E \sim 18$  jours). Ces valeurs sont en très bon accord avec Sumi et al. (2011), voir la Figure 6.12 ou encore Alcock et al. (1997), montrant la fiabilité de PHunter. On peut également noter que seule l’année 2012 présente une contribution significative (3%) à la distribution de  $t_E$ . En effet, pour les années 2007 et 2008, le ratio de la contribution des FFP (0.3% et 0% respectivement) est trop faible pour considérer une quelconque contribution. Pour l’année 2011, l’ajustement des modèles n’a pas convergé : les deux distributions modélisées sont confondues. Les résultats concernant les FFP seront détaillés plus en détails ultérieurement.

Grâce à cette première analyse sur les temps d’Einstein, il est possible d’estimer la profondeur optique en direction du Bulbe Galactique grâce à la relation (Alcock et al. 2000b; Sumi et al. 2011, 2013):

$$\tau = \frac{\pi}{2N_*T_o} \sum_j \frac{t_{E,i}}{\epsilon(t_{E,i})} \quad (6.2)$$

avec  $N_*$  le nombre d’étoiles étudiées,  $T_o$  la durée des observations en jours et  $\epsilon(t_{E,i})$  l’efficacité de détection. En prenant une valeur moyenne de  $\epsilon = 0.20$  pour  $\epsilon(t_{E,i})$  (Sumi et al. 2013), nous avons estimé  $\tau$  pour les années d’observations de 2007 à 2012. Les résultats sont visibles sur la Table 6.4.

TABLE 6.4 – Profondeur optique  $\tau$  mesurée par PHunter pour les quatre années d’observations.  $N_*$  et  $T_o$  sont issus du site internet OGLE.

Année	$N_*$	$T_o$	$\tau$
2007	120 $10^6$	270	3.61 $10^{-6}$
2008	120 $10^6$	290	3.85 $10^{-6}$
2011	380 $10^6$	285	3.18 $10^{-6}$
2012	380 $10^6$	280	3.49 $10^{-6}$

Nous pouvons remarquer dans ce tableau l’augmentation importante du nombre d’étoiles étudiées entre OGLE-III (2007-2008) et OGLE-IV (2011-2012). Une fois encore, les valeurs trouvées sont en bon accord avec la littérature (Udalski et al. 1994; Sumi et al. 2013).

### 6.3.3 Analyse sur les étoiles sources et de “blending”

Grâce à cette étude nous allons pouvoir estimer les populations d’étoiles en direction du Bulbe Galactique. Pour cela, nous avons modélisé la distribution en magnitude des étoiles sources par une distribution bimodale:

$$p(I_S) = bG_D(\mu_D, \sigma_D) + (1 - b)G_G(\mu_G, \sigma_G) \quad (6.3)$$

où  $b$  est le terme de proportion,  $G_G$  la loi normale régulant la population des étoiles géantes et  $G_D$  la loi correspondant aux étoiles de la séquence principale. Nous considérons ainsi deux familles majeures d’étoiles. Cela est motivé par le fait que les étoiles reste peu de temps sur la branche d’ascension des géantes, et donc qu’une étoile passe une grande partie de sa vie sur la séquence principale, puis dans la zone des géantes rouges. La Table 6.5 résumant nos résultats.

TABLE 6.5 – Table résumant les modèles issus des distributions de la magnitude des étoiles sources I données par PHunter. N est le nombre d’évènement dans l’échantillon étudié. Les valeurs sont données en magnitude. Les valeurs anotées de l’exposant <sup>a</sup> sont issues d’un modèle différent, voir le texte.

Année	$\mu_G$	$\sigma_G$	$\mu_D$	$\sigma_D$	b	N
2007	16.75 <sup>a</sup>	0.94 <sup>a</sup>	19.52 <sup>a</sup>	0.93 <sup>a</sup>	73.8% <sup>a</sup>	567
2008	16.76 <sup>a</sup>	0.93 <sup>a</sup>	19.45 <sup>a</sup>	0.82 <sup>a</sup>	73.5% <sup>a</sup>	600
2011	16.86	1.08	19.58	1.05	81.3%	1403
2012	16.51	0.91	19.50	1.09	84.8%	1509

Pour les années 2011 et 2012, la distribution bimodale est clairement visible. La proportion d’étoile géantes est plausible ( 20 %) et similaire à notre étude sur

les évènements planétaires, voir Chapitre 5. Très clairement, aucune distribution bimodale ne ressort de nos modèles pour les années 2007 et 2008. Le terme de proportion  $b$  est dans ces deux cas trop faible pour que ces ajustements soient justes. En effet, on observe majoritairement des étoiles faibles ( $I > 17$ ), le terme de proportion  $b$  doit donc être très supérieur à 50%. Cela vient du fait que les échantillons pour ces deux années sont trop faibles. Nous avons donc utilisé une seconde méthode pour mesurer les deux populations dans ces échantillons. Nous avons séparé les échantillons en deux catégories : les géantes avec une magnitude inférieure à 18, et les naines une magnitude supérieure à 18. Un ajustement gaussien a été fait sur ces deux sous-groupes. Les résultats sont marqué d'un exposant <sup>a</sup> dans la Table 6.5. Le terme de proportion est alors simplement le ratio entre le nombre d'étoiles naines et le nombre total d'étoiles de l'échantillon. Cette seconde méthode a également été utilisée sur les années 2011 et 2012. Les résultats sont en très bon accord avec l'estimation par distribution bimodale.

Sachant que les étoiles sources sont à environ 8 kpc, qu'elles subissent une absorption  $A_I \sim 1.3$  (voir Chapitre 5), on peut estimer leur magnitude absolue. Les résultats sont visibles dans la Table 6.6.

TABLE 6.6 – Magnitudes absolues moyennes des sources géantes et naines déduites des mesures de PHunter.  $D_S$  est en kpc.

Année	$D_S$	$A_I$	$I_G$	$M_{I,G}$	$I_D$	$M_{I,D}$
2007	8.0	1.30	16.75	0.93	19.52	3.70
2008	8.0	1.30	16.76	0.94	19.45	3.63
2011	8.0	1.30	16.86	1.04	19.58	3.76
2012	8.0	1.30	16.51	0.69	19.50	3.68

La magnitude absolue des étoiles géantes est un peu plus haute qu'attendue ( $\sim -0.1$  selon Nataf et al. (2013)). Cela est dû à la contamination du RGC par les étoiles de la branche ascendante des géantes. Les sources provenant de la séquence principale sont des étoiles de type FV ou GV, similaires au Soleil. En effet, la magnitude apparente du Soleil en suivant les mêmes conditions est de 19.90.

Nous avons modélisé les distributions des étoiles de "blending" par une simple distribution gaussienne car le flux de "blending" peut avoir deux explications. Soit il provient d'une étoile parasite proche de la source, qui ne peut être géante car son flux serait éliminé grâce aux routines de photométrie. Ces étoiles sont des étoiles typiques de la séquence principale, de type F ou G. C'est la contribution la plus probable au "blending". Soit le flux provient de la lentille elle-même. Si l'on considère une lentille typique de  $0.3 M_\odot$ , dont la magnitude absolue en bande I est 9.3 selon Kroupa & Tout (1997), située à 4 kpc et ne souffrant pas d'absorption, alors sa magnitude apparente est :

$$I_M = M_I + 5 \log(D_L) - 5 = 9.3 + 5 * \log(4000) - 5 = 22.3 \quad (6.4)$$

Ainsi, il est peu probable de détecter ces lentilles avec les données issues d'OGLE et

MOA. Les distribution de “blending” ont donc été modélisée comme suit:

$$p(I_B) = G_B(\mu_B, \sigma_B) \quad (6.5)$$

où  $G_B$  la loi normale régulant la population des étoiles de “blending”. La Table 6.7 rassemble nos résultats. En utilisant la même méthode que pour les étoiles sources, nous avons également estimé leur magnitude absolue.

TABLE 6.7 – Table résumant les modèles issus des distributions de la magnitude apparente I des étoiles de “blending” I données par PHunter.

Année	$\mu_B$	$\sigma_B$	$D_S$	$A_I$	$M_I$	N
2007	19.39	1.63	8.0	1.30	3.57	567
2008	19.30	1.63	8.0	1.30	3.48	600
2011	19.50	1.66	8.0	1.30	3.68	1403
2012	19.57	1.58	8.0	1.30	3.75	1509

Les étoiles participant au “blending” semblent donc être des étoiles similaires au Soleil.

## 6.4 Analyse sur les “planètes errantes”

### 6.4.1 Premières détections

Les “planètes errantes” sont des astres mystérieux. De faible masse ( $M \leq 0.08 M_\odot$ ), ils émettent très peu de lumière et sont donc très délicats à observer. Trois types d’astres peuvent être définis en tant que “planètes errantes”:

1) Ce sont des planètes avec des orbites tellement longues que leurs étoiles hôtes ne sont pas détectées, voir par exemple (Sumi et al. 2011).

2) Ces planètes ont été éjectées de leur système et voyagent seules dans l’Univers. En effet, Sumi et al. (2011) déclarent que pour un système planétaire donné, la moitié des planètes devrait être éjectée pour confirmer ses mesures. Cependant, ce nombre est bien trop élevé selon les théoriciens (Alessandro Morbidelli, communication privée). Cela semble montrer que les objets détectés par Sumi et al. (2011) ne peuvent pas être uniquement des planètes.

3) Ce sont des objets de masse planétaire mais non formée autour d’une étoile.

La première détection de ce type d’objet a été réalisée par (Zapatero Osorio et al. 2000), puis elle a été suivie par d’autres mesures (Luhman et al. 2005; Burgess et al. 2009; Quanz et al. 2010; Marsh et al. 2010; Delorme et al. 2013). Cependant ces objets restent mystérieux, il faut donc multiplier les observations pour mieux les comprendre. La technique des microlentilles gravitationnelles est très efficace pour détecter ces astres non brillant (Sumi et al. 2011). Il est fort probable que la distribution des FFP présentée sur la Figure 6.12 soit composée des trois catégories citées précédemment. Nous continuerons cependant à les appeler FFP par la suite.

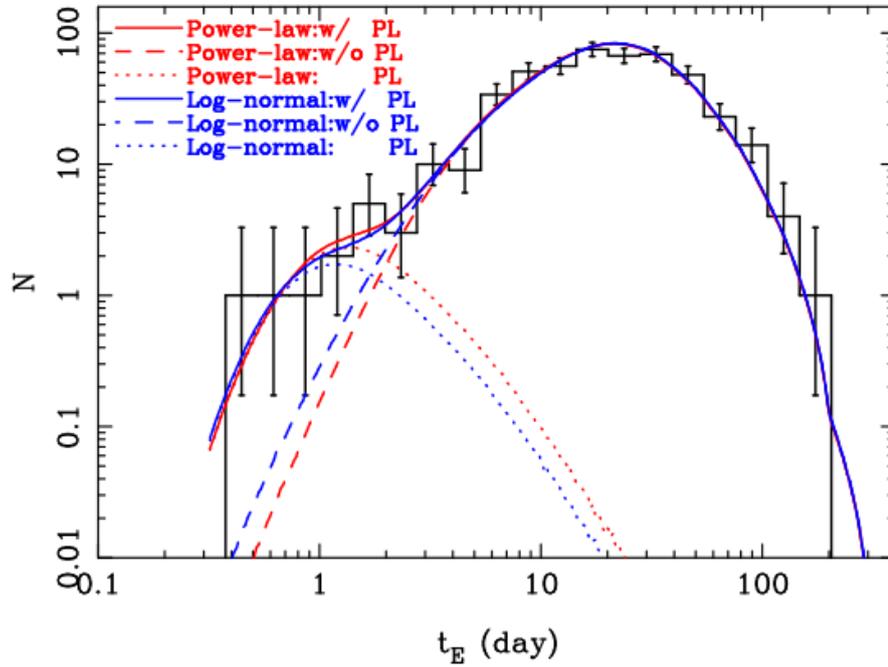


FIGURE 6.12 – Distribution en  $t_E$  des évènements sélectionnés par Sumi et al. (2011). La présence des FFP est modélisée par les lois en pointillés autour de  $t_E = 1$  jour.

Pour la suite, nous considérerons les évènements avec  $t_E$  inférieurs ou égaux à 3.5 jours comme des candidats FFP car cela correspond à une lentille de masse  $M_l \leq 13M_{Jup}$  (Sumi et al. 2011).

#### 6.4.2 Confirmation des résultats de PHunter

Comme nous l'avons vu précédemment, les meilleurs modèles peuvent échapper à PHunter à cause de l'utilisation d'un algorithme de Levenberg-Marquard. C'est pourquoi, pour confirmer les détections de FFP, nous avons développé un second logiciel de modélisation basé sur les algorithmes génétiques : Darwin. Il ré-analyse les candidats FFP en explorant complètement l'espace des paramètres ( $U_o, t_o, t_E, f_s$  et  $f_b$ ), voir l'Annexe B. Un exemple d'exploration est disponible sur la Figure 6.13. Les paramètres associés à chaque candidat sont alors comparés à ceux déterminés par l'algorithme d'OGLE. Les critères à respecter étaient alors :

- 1) Pour s'assurer qu'il s'agit d'un évènement de microlentille gravitationnelle, il faut que le paramètre  $U_o$  donné par PHunter soit inférieur à un.
- 2) Il faut que l'évènement ne soit pas répertorié comme anormal par Phunter.
- 3) Il faut que  $t_{E,PHunter}$ ,  $t_{E,Darwin}$  et  $t_{E,Ogle}$  soient inférieurs à 3.5 jours.

Bien que la proportion des FFP n'ait été validée que pour la saison 2012, nous avons réalisé ce travail pour les quatre années d'observations. Les tableaux suivants résument par année les détections.

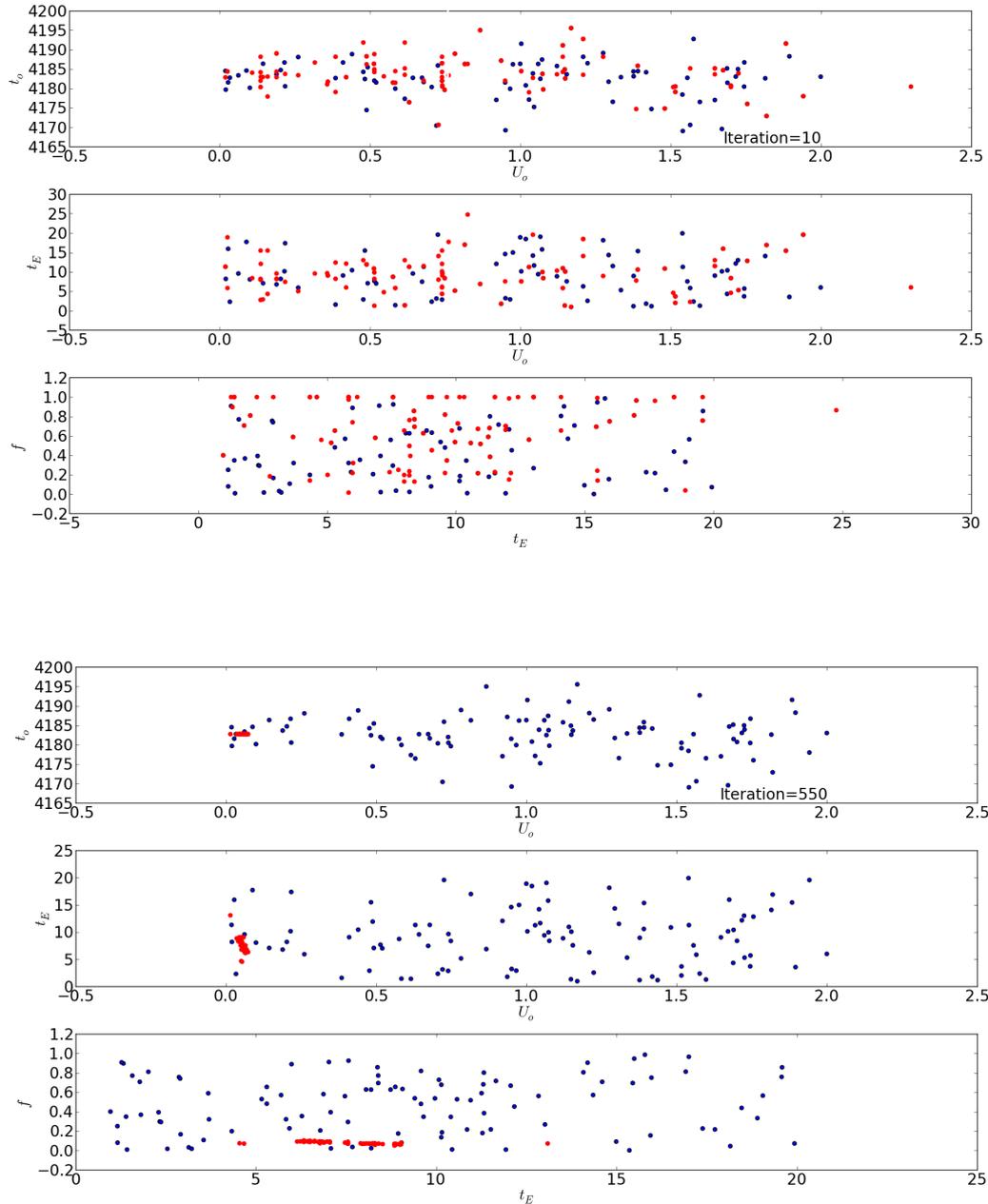


FIGURE 6.13 – Exemple d’exploration réalisée par l’algorithme Darwin. La population initiale est représentée par les points bleus dans chaque figure. La population actuelle est représentée en rouge. La figure du haut représente l’itération 10, celle du bas l’itération 550. Pour chaque figure, trois coupes de l’espace des paramètres sont représentées. Celle du haut représente le paramètre  $U_o$  en abscisse et  $t_o$  en ordonnée. La figure du milieu représente  $t_E$  en fonction de  $U_o$  et la dernière  $f$  en fonction de  $t_E$ , où  $f$  est le ratio du flux de source sur le flux total. Notons la convergence de l’algorithme dans la figure du bas.

TABLE 6.8 – Table des candidats FFP pour l’année 2007. Les temps d’Einstein sont donnés en jours.

Evènement	$t_{E,PHunter}$	$t_{E,Darwin}$	$t_{E,Ogle}$
OGLE-2007-BLG-143	2.447	2.574	2.432
OGLE-2007-BLG-217	3.371	3.221	3.264
OGLE-2007-BLG-258	2.718	2.648	2.394
OGLE-2007-BLG-289	2.702	2.797	2.697
OGLE-2007-BLG-291	2.775	2.766	2.752
OGLE-2007-BLG-487	3.237	2.933	3.189
OGLE-2007-BLG-501	2.583	1.126	2.584
OGLE-2007-BLG-520	2.505	2.875	2.483
OGLE-2007-BLG-592	2.497	2.501	2.498

TABLE 6.9 – Table des candidats FFP pour l’année 2008. Les temps d’Einstein sont donnés en jours.

Evènement	$t_{E,PHunter}$	$t_{E,Darwin}$	$t_{E,Ogle}$
OGLE-2008-BLG-201	3.361	3.311	3.219
OGLE-2008-BLG-235	2.898	1.406	2.962
OGLE-2008-BLG-281	3.008	2.247	2.818
OGLE-2008-BLG-401	3.054	2.347	2.375
OGLE-2008-BLG-419	2.812	1.07	1.692
OGLE-2008-BLG-424	3.121	1.745	2.991
OGLE-2008-BLG-450	1.619	2.339	0.942
OGLE-2008-BLG-479	1.503	0.330	0.311
OGLE-2008-BLG-523	1.000	0.818	1.020
OGLE-2008-BLG-536	2.540	2.138	1.942
OGLE-2008-BLG-589	2.651	2.585	2.645

TABLE 6.10 – Table des candidats FFP pour l’année 2011. Les temps d’Einstein sont donnés en jours.

Evènement	$t_{E,PHunter}$	$t_{E,Darwin}$	$t_{E,Ogle}$
OGLE-2011-BLG-0096	1.040	1.292	1.043
OGLE-2011-BLG-0236	2.471	3.024	1.690
OGLE-2011-BLG-0318	1.134	1.048	1.057
OGLE-2011-BLG-0358	1.118	1.787	0.912
OGLE-2011-BLG-0359	1.667	1.506	1.671
OGLE-2011-BLG-0369	0.958	1.000	2.322
OGLE-2011-BLG-0385	2.479	2.812	2.864
OGLE-2011-BLG-0404	1.722	3.143	2.980
OGLE-2011-BLG-0416	2.869	2.318	2.770
OGLE-2011-BLG-0432	1.904	1.773	1.520
OGLE-2011-BLG-0442	3.414	2.790	2.786
OGLE-2011-BLG-0471	1.388	0.515	0.276
OGLE-2011-BLG-0589	3.366	2.135	2.879
OGLE-2011-BLG-0638	2.964	2.258	2.708
OGLE-2011-BLG-0645	2.227	1.773	1.791
OGLE-2011-BLG-0653	1.698	1.511	1.921
OGLE-2011-BLG-0661	2.842	2.968	2.590
OGLE-2011-BLG-0676	1.816	0.83	1.601
OGLE-2011-BLG-0700	0.983	0.618	0.811
OGLE-2011-BLG-0731	1.900	1.892	1.913
OGLE-2011-BLG-0783	2.904	3.030	2.884
OGLE-2011-BLG-0929	2.634	1.104	1.760
OGLE-2011-BLG-1077	2.549	2.242	2.239
OGLE-2011-BLG-1126	2.032	2.329	3.673
OGLE-2011-BLG-1140	1.929	1.163	1.728
OGLE-2011-BLG-1167	2.104	1.614	2.531
OGLE-2011-BLG-1171	3.128	3.182	2.863
OGLE-2011-BLG-1175	3.042	2.748	2.283
OGLE-2011-BLG-1269	1.495	2.972	2.765
OGLE-2011-BLG-1416	2.775	1.500	2.186
OGLE-2011-BLG-1424	1.331	1.217	1.313
OGLE-2011-BLG-1484	2.983	3.311	3.191

TABLE 6.11 – Table des candidats FFP pour l’année 2012. Les temps d’Einstein sont donnés en jours.

Evènement	$t_{E,PHunter}$	$t_{E,Darwin}$	$t_{E,Ogle}$
OGLE-2012-BLG-0090	2.825	2.592	2.660
OGLE-2012-BLG-0151	1.459	1.326	1.862
OGLE-2012-BLG-0168	3.455	2.586	2.538
OGLE-2012-BLG-0180	1.180	1.089	0.912
OGLE-2012-BLG-0234	1.470	2.646	2.452
OGLE-2012-BLG-0282	3.265	0.367	0.265
OGLE-2012-BLG-0290	3.001	1.546	0.912
OGLE-2012-BLG-0377	2.959	2.637	2.960
OGLE-2012-BLG-0392	2.170	2.130	1.736
OGLE-2012-BLG-0441	3.102	3.499	2.705
OGLE-2012-BLG-0445	1.418	1.525	0.489
OGLE-2012-BLG-0481	2.259	2.296	2.126
OGLE-2012-BLG-0483	1.838	1.677	1.698
OGLE-2012-BLG-0604	2.468	0.427	0.109
OGLE-2012-BLG-0715	2.731	1.460	2.731
OGLE-2012-BLG-0735	1.351	1.468	2.043
OGLE-2012-BLG-0796	1.484	1.541	1.232
OGLE-2012-BLG-0846	3.466	1.064	0.841
OGLE-2012-BLG-0964	3.284	2.786	3.760
OGLE-2012-BLG-1016	2.325	1.901	1.668
OGLE-2012-BLG-1027	3.205	2.705	2.931
OGLE-2012-BLG-1068	2.840	1.09	2.674
OGLE-2012-BLG-1195	1.342	2.669	3.501
OGLE-2012-BLG-1210	1.947	2.196	2.166
OGLE-2012-BLG-1323	0.623	0.411	0.446
OGLE-2012-BLG-1395	2.262	2.511	1.931
OGLE-2012-BLG-1552	2.037	2.106	2.663
OGLE-2012-BLG-1596	0.615	1.355	0.334
OGLE-2012-BLG-1604	3.417	2.396	3.415
OGLE-2012-BLG-1610	3.035	2.933	3.048
OGLE-2012-BLG-1670	1.574	3.339	1.446

Ainsi, 83 évènements ont été détectés comme candidat FFP sur quatre saisons d’observations OGLE. Comme montré par Sumi et al. (2011), ce nombre est relativement faible, environ 2% de tout les évènements. Cependant, cela montre la capacité des microlentilles gravitationnelles à détecter ces objets peu brillants. Une étude systématique avec des observations haute résolution serait souhaitable afin de déterminer la nature exacte de ces lentilles exotiques. La Table 6.12 montre le ratio de ces évènements par année.

TABLE 6.12 – Table montrant les ratios de FFP pour chaque année d’observation. Notons qu’ils sont en bon accord avec celui de Sumi et al. (2011) ( $R = \frac{10}{474} = 2.11\%$ ).

Année	$N_{FFP}$	$N_{Total}$	Ratio
2007	9	607	1.48%
2008	11	654	1.68%
2011	32	1562	2.05%
2012	31	1744	1.78%

## 6.5 Perspectives d’avenir

PHunter est un logiciel en constante évolution. De nombreuses améliorations sont en cours de développement. Jusqu’à aujourd’hui, seuls les données MOA et OGLE sont modélisées. Nous souhaitons développer l’algorithme pour qu’il puisse prendre en compte toutes les données disponibles, afin de pouvoir suivre l’évolution des courbes de lumière au plus près des observations. Une seconde amélioration est d’implémenter la modélisation des effets de taille finie ainsi que la modélisation des lentilles binaires. Le but est de développer la plateforme ALOHA pour en faire un site permettant une analyse complète et rapide des évènements. En parallèle, les résultats statistiques présentés ont donné naissance à une collaboration avec le Dr Eammon Kerins afin de mieux contraindre le modèle de Besançon. En effet, ce modèle reproduit fidèlement l’essentiels des contraintes observationnelles, comme les mesures photométriques et astrométriques d’Hipparcos (Robin et al. 2003). Seules les observations de microlentilles gravitationnelles semblent en désaccord avec celui-ci. Ainsi, nous souhaitons contraindre à nouveau ce modèle grâce à nos observations. Le but serait d’obtenir un modèle galactique fiable qui serait utiliser pour contraindre les futurs évènements. Malheureusement, le temps de cette thèse était écoulé avant de pouvoir les utiliser.

## Chapitre 7

# Conclusion générale et perspectives

La méthode des microlentilles gravitationnelles est désormais une méthode éprouvée dans la détection d'exoplanètes. La gamme de planètes détectées, éloignées de leurs étoiles hôtes et distantes du Système Solaire, en fait une méthode complémentaire aux autres techniques que sont les transits et les vitesses radiales. En effet, comme exposé dans la première partie de cette thèse, les microlentilles gravitationnelles permettent la détection de planètes de faible masse situées à quelques unités astronomiques (au delà de la limite des glaces) et réparties sur la ligne de visée entre la Terre et le Bulbe Galactique. J'ai moi-même contribué à ces détections en observant pendant un mois et demi à l'observatoire SAAO situé en Afrique du Sud. J'ai ainsi eu la chance d'observer en direct plusieurs événements planétaires. Les courbes de lumière issues des observations sont ensuite modélisées afin d'extraire les paramètres des microlentilles. Pour cela, nous avons utilisé les modèles dits de "grille" ainsi que des modèles MCMC. Un effort particulier a été porté pour modéliser deux événements. Le premier, MOA-2009-BLG-411Lb, est une microlentille composée d'une naine brune orbitant une naine M. Le premier défi a été d'extraire la signature de l'étoile compagnon dans le jeu de données à notre disposition. Pour cela, nous avons développé une nouvelle méthode de renormalisation des erreurs photométriques. Nous avons également méticuleusement étudié les minima locaux du modèle, notamment la nouvelle dégénérescence  $q \Leftrightarrow q^{-1}$  détectée dans notre étude. C'est la première fois qu'un tel système est détecté grâce aux microlentilles gravitationnelles. Depuis, une seconde lentille composée d'une naine brune autour d'une naine M a été détectée Bozza et al. (2012). Les mêmes méthodes ont ensuite été utilisées pour caractériser la planète présente dans la microlentille MOA-2010-BLG-477Lb. Bien que des effets de second ordre aient été détectés, une analyse bayésienne a estimé la masse de la planète à une masse jovienne et demie, orbitant une naine M à une distance de 2.3 kpc. Nous avons également utilisé les méthodes numériques développées pour réaliser des modèles dit "en temps réel". Leur but est toujours d'aider la communauté observer les événements les plus intéressants.

Le second objectif de cette thèse a été le développement d'outils automatisés pour traiter le flux important de données observationnelles. Tout d'abord, afin d'aider les observateurs à repérer les événements les plus prometteurs et ainsi gagner en efficacité, j'ai développé le logiciel PHunter qui permet une analyse rapide et

robuste des évènements détectés par les deux télescopes de surveillance OGLE et MOA. Les résultats sur quatre années d'observations ont été présentés dans la dernière partie. Cette étude portait sur un grand nombre d'évènements (plus de 4000), ce qui en fait la plus grande jamais réalisée. Nous avons ainsi montré expérimentalement que le paramètre d'impact  $U_o$  suivait une distribution uniforme. L'étude sur les temps d'Einstein  $t_E$  a confirmé une valeur moyenne de dix-huit jours, en bon accord avec la littérature. La profondeur optique a également été déterminée pour ces quatre années et confirme une valeur de  $\tau \sim 3.10^{-6}$ . Nous avons également montré que les étoiles sources sont composées d'étoiles géantes pour 20% et d'étoiles de la séquence principale pour 80%. Nous souhaitons désormais comparer ces résultats avec un modèle galactique robuste : le modèle de Besançon. En effet, ce modèle peine à reproduire les résultats issus du microlensing. Les résultats issus de cette étude devraient aider à contraindre ce modèle à l'avenir. Nous avons également conduit une étude sur une nouvelle catégorie d'objet céleste : les "planètes errantes". Nous avons montré que de nombreux candidats, environ 2% des évènements totaux, existent et que ces objets semblent courants. Ces astres restent très mystérieux et une analyse plus poussée sur ceux-ci s'impose afin de savoir si ce sont des planètes très distantes de leurs étoiles, des naines brunes de très faible masse ou alors réellement des "planètes errantes". Dans le cas des naines brunes, il faudra alors comprendre quels processus physiques contrebalancent la gravité afin d'assurer la stabilité de ces astres. Dans le cas des "planètes errantes", une étude statistique sera nécessaire car leur nombre ne doit pas être trop élevé selon les théories de formation planétaire.

Ce manuscrit a été écrit de manière à présenter toutes les étapes nécessaires à la caractérisation d'exoplanètes. Les outils théoriques, numériques et observationnels présentés sont maintenant à maturité pour augmenter significativement le nombre d'exoplanètes détectées par microlentilles gravitationnelles. Les nouveaux moyens observationnels terrestres (KMTNet) et spatiaux (WFIRST/EUCLID) devraient considérablement augmenter le nombre d'évènements détectés avec une photométrie d'excellente qualité autorisant la mesure de la masse de façon quasi-systématique. Ces expériences devraient ainsi permettre la détection d'un grand nombre de planètes similaires à la Terre, renforçant ainsi l'idée que nous ne sommes pas isolés dans l'Univers.

# Annexes



## Annexe A

# Parallaxe orbitale

Le but de cet appendice est de retrouver les formules de l'Equation (3.73) et l'Equation (3.63), ainsi que définir explicitement chaque quantité. Pour cela, nous utiliserons les notations classiques pour l'ascension droite  $\alpha$  et la déclinaison  $\delta$ . L'obliquité de la Terre sera noté  $i$  et l'angle entre l'équinoxe de printemps et la position de la Terre au périhélie sera  $\Omega_p$ . L'orbite de la Terre sera considérée circulaire pour plus de simplicité. Les relations avec la prise en compte de l'excentricité  $e$  sont données à la toute fin. Toute les distance sont normalisées en Unité Astronomique. L'idée centrale est de connaître à chaque temps  $t$  l'écart de position, par rapport au temps de référence  $t_{o,par}$ ,  $\vec{\Delta S}(t)$  du Soleil par rapport à la Terre, dans la base de vecteur géocentrique  $\mathbf{G}$ . Le repère héliocentrique  $\mathbf{H}$ , est défini par les trois vecteurs  $\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}$ , qui pointe le point vernal,  $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$  pointe l'écliptique Nord et enfin  $\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$  complète cette base orthonormée directe. La situation est résumée sur la Figure A.1. Le passage du repère héliocentrique  $\mathbf{H}$  au repère géocentrique  $\mathbf{G}$ , se fait grâce à la matrice de passage  $P$ :

$$P = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos i & -\sin i \\ 0 & \sin i & \cos i \end{pmatrix} \quad (\text{A.1})$$

Le Soleil, à la date  $t_p$ , aura pour coordonnées dans le repère  $\mathbf{G}$ :

$$\vec{S}(t_p) = P \begin{pmatrix} \cos \Omega_p & -\sin \Omega_p & 0 \\ \sin \Omega_p & \cos \Omega_p & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \Omega_p & -\sin \Omega_p & 0 \\ \cos i \sin \Omega_p & \cos i \cos \Omega_p & -\sin i \\ \sin i \sin \Omega_p & \sin i \cos \Omega_p & \cos i \end{pmatrix} \quad (\text{A.2})$$

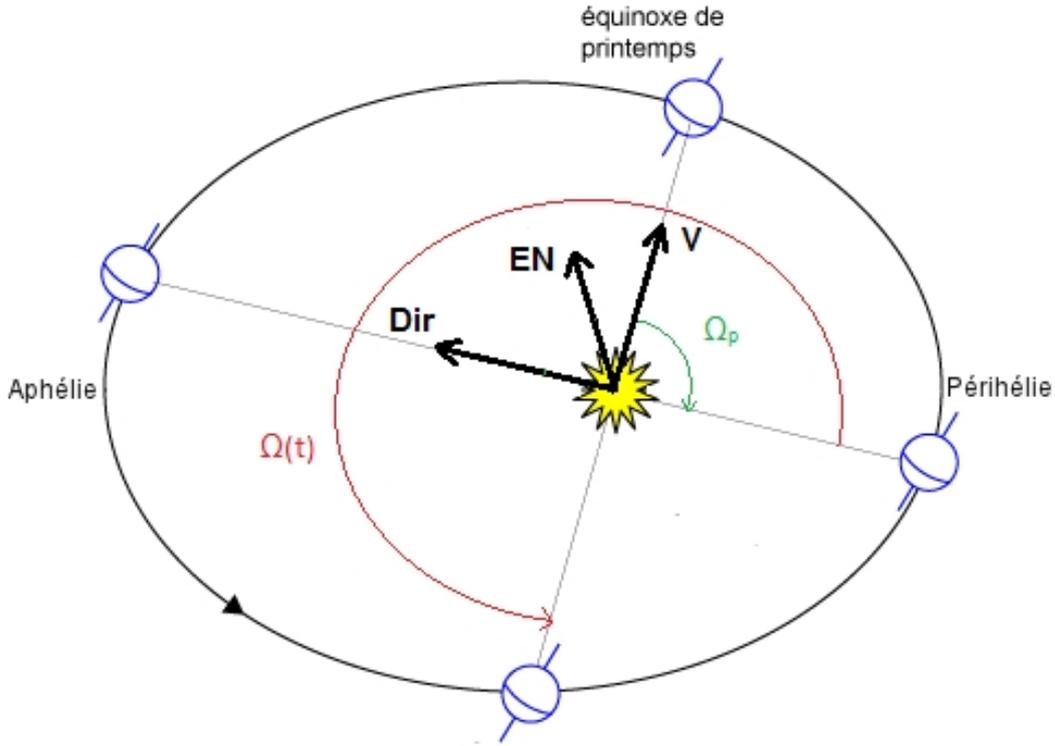


FIGURE A.1 – Géométrie du problème. Le Soleil est en jaune, la Terre pour différentes dates en bleue. En gras est représenté le repère héliocentrique  $\mathbf{H}$ .  $\Omega_p$  et  $\Omega(t)$  correspondent aux angles définis dans le texte.

On choisit comme point d'origine le périhélie car la saison d'observations, voir le Chapitre 5, commence début Mars, avant l'équinoxe de printemps. Ainsi, au temps de référence  $t$  correspondant à l'angle  $\Omega(t)$  avec le périhélie, la Terre aura pour coordonnées :

$$\vec{S}(t) = \begin{pmatrix} \cos \Omega_p & -\sin \Omega_p & 0 \\ \cos i \sin \Omega_p & \cos i \cos \Omega_p & -\sin i \\ \sin i \sin \Omega_p & \sin i \cos \Omega_p & \cos i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \Omega(t) \\ \sin \Omega(t) \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \Omega_p \cos \Omega(t) - \sin \Omega_p \sin \Omega(t) \\ \cos i \sin \Omega_p \cos \Omega(t) + \cos i \cos \Omega_p \sin \Omega(t) \\ \sin i \sin \Omega_p \cos \Omega(t) + \sin i \cos \Omega_p \sin \Omega(t) \end{pmatrix} \quad (\text{A.3})$$

En considérant la vitesse de rotation  $\vec{v}_T$  de la Terre autour du Soleil constante pendant l'évènement, on peut alors approximer celle-ci par:

$$\vec{v}_T = \frac{d\vec{T}(t)}{dt} \sim \frac{\vec{T}(t_{o,par} + 1) - \vec{T}(t_{o,par} - 1)}{2} \quad (\text{A.4})$$

Et donc on obtient:

$$\vec{\Delta S}(t) = -\vec{S}(t_{o,par}) - \vec{v}_T(t - t_{o,par}) + \vec{S}(t) \quad (\text{A.5})$$

Le vecteur unitaire pointant la lentille,  $\vec{C}$ , a pour coordonnées dans le référentiel géocentrique :

$$\vec{C} = \begin{pmatrix} \cos \delta \cos \alpha \\ \cos \delta \sin \alpha \\ \sin \delta \end{pmatrix} \quad (\text{A.6})$$

Les vecteurs  $\vec{e}$  et  $\vec{n}$  de ce plan pointant l'est et le nord sont alors :

$$\vec{e} = \frac{\vec{N}_{ord} \wedge \vec{C}}{\|\vec{N}_{ord} \wedge \vec{C}\|} = \frac{\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} \wedge \begin{pmatrix} \cos \delta \cos \alpha \\ \cos \delta \sin \alpha \\ \sin \delta \end{pmatrix}}{\cos \delta} = \begin{pmatrix} -\sin \alpha \\ \cos \alpha \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A.7})$$

$$\vec{n} = \vec{C} \wedge \vec{e} = \begin{pmatrix} -\sin \delta \cos \alpha \\ -\sin \delta \sin \alpha \\ \cos \delta \end{pmatrix} \quad (\text{A.8})$$

Le changement de position du Soleil, projeté dans le plan lentille, est alors donné par (Gould 2004):

$$\vec{\Delta S}_{proj} = \begin{pmatrix} S_n \\ S_e \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \vec{\Delta S}(t) \cdot \vec{n} \\ \vec{\Delta S}(t) \cdot \vec{e} \end{pmatrix} \quad (\text{A.9})$$

Soit  $\vec{X}$  le vecteur tangent à la trajectoire de la source par rapport à la lentille. On définit  $\vec{\pi}_E = (\pi_{EN}, \pi_{EE})$  ainsi:

$$\vec{\pi}_E = \frac{AU}{r_E} \vec{X} \quad (\text{A.10})$$

Le vecteur  $\vec{Y}$  est quand à lui perpendiculaire à la trajectoire. Le changement de position du Soleil, projeté dans le plan, est alors donné par :

$$d\tau(t) = \|\vec{\pi}_E\| \Delta S_{proj,X}(t) = \|\vec{\pi}_E\| (\vec{X} \cdot \vec{\Delta S}_{proj}(t)) = \vec{\pi}_E \cdot \vec{\Delta S}_{proj}(t) \quad (\text{A.11})$$

$$dU_o(t) = \|\vec{\pi}_E\| \Delta S_{proj,Y}(t) = \|\vec{\pi}_E\| (\vec{Y} \cdot \vec{\Delta S}_{proj}(t)) = \vec{\pi}_E \times \vec{\Delta S}_{proj}(t) \quad (\text{A.12})$$

Si l'on prend en compte l'excentricité  $e$ , il faut alors remplacer l'anomalie excentrique du périhélie  $\Omega_p$  par son anomalie vraie  $\Omega_{p,V}$  selon la relation :

$$\cos \Omega_{p,V} = \frac{\cos \Omega_p - e}{1 - e \cos \Omega_p} \quad (\text{A.13})$$

De même, l'angle  $\Omega(t)$  que fait la Terre par rapport au périhélie suivra cette relation:

$$\cos \Omega_V(t) = \frac{\cos \Omega(t) - e}{1 - e \cos \Omega(t)} \quad (\text{A.14})$$

Il faut également considérer que la distance Terre-Soleil  $\|\vec{\rho}(t)\|$  varie en fonction du temps. Dans le repère héliocentrique  $\mathbf{H}$ , les coordonnées du vecteur sont:

$$\vec{\rho}(t) = \begin{pmatrix} \cos \Omega_V(t) - e \\ \sin \Omega_V(t) \sqrt{1 - e^2} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A.15})$$

Finalement, le Soleil a une position dans le repère géocentrique  $\mathbf{G}$  :

$$\vec{S}(t) = \begin{pmatrix} \cos \Omega_{p,V} & -\sin \Omega_{p,V} & 0 \\ \cos i \sin \Omega_{p,V} & \cos i \cos \Omega_{p,V} & -\sin i \\ \sin i \sin \Omega_{p,V} & \sin i \cos \Omega_{p,V} & \cos i \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \Omega_V(t) - e \\ \sin \Omega_V(t) \sqrt{1 - e^2} \\ 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A.16})$$



## Annexe B

# L'algorithme Darwin

Suivant Rajpaul (2012), nous avons développé un algorithme génétique afin de confirmer ou d'infirmier les résultats de PHunter sur les FFP. Nous allons décrire ici l'algorithme. Comme décrit dans le Chapitre 4, les algorithmes génétiques se basent sur l'évolution d'une population d'individus à travers un espace des paramètres. Les individus seront décrits par leurs gènes : les paramètres  $U_o$ ,  $t_o$ ,  $t_E$ ,  $f_s$  et  $f_b$ , ainsi que leur  $\chi^2$  associé. Au départ, une population d'individus est donc disséminée dans l'espace des paramètres. Il faut choisir un nombre raisonnable d'individus pour que l'algorithme soit efficace. Une centaine d'individus est ainsi amplement suffisant. Cette population est alors classée par ordre de mérite, donc en fonction de leur  $\chi^2$  ici. Deux processus entrent alors en oeuvre, la reproduction et la mutation.

### B.1 La reproduction

Comme dans le processus de la sélection naturelle, nous choisissons les meilleurs individus pour produire une nouvelle génération. Ainsi, si  $N$  est le nombre d'individus, nous sélectionnons un nombre aléatoire  $p1$  de parents afin de produire des enfants. Nous avons limité ce nombre aléatoire entre  $p1 \in [40\%, 60\%]$ . Cela est motivé par le fait que les individus n'ont pas tous la chance de se reproduire, de plus avec un taux constant. Ces valeurs ont été déterminées par ajustements successifs sur la vitesse de convergence de l'algorithme. Ainsi le nombre de d'enfants  $E$  produits est alors :

$$E = Np1 \tag{B.1}$$

Bien entendu, ce nombre  $p1$  est choisi pair afin de faire une reproduction deux à deux. Pour construire un enfant, on procède de la sorte. On choisit un nombre aléatoire de gènes  $g$ , ici compris entre un et quatre, que le père va échanger avec la mère. Si par exemple  $g = 2$ , un des enfants sera formé de deux paramètres issus du père et trois de la mère. Un deuxième enfant est bien entendu produit afin d'assurer un nombre d'individus constant. Celui-ci sera formé par trois paramètres issus du père et deux de la mère. Enfin, nous comparons la fonction de mérite des enfants par rapport à celle de leurs parents. Si celle de l'enfant est meilleure, il prend alors la place d'un du plus mauvais parent dans la nouvelle génération. Notons que ce procédé se rapproche plus de la sélection humaine utilisée pour les animaux domestiques. Ainsi, les gènes de bonne qualité, favorisant un bon  $\chi^2$  auront tendance à rester dans la population, éliminant de ce fait les mauvais gènes.

## B.2 La mutation

Comme nous l'avons vu précédemment, certains individus n'ont pas la chance de se reproduire. Cependant, nous avons décidé de leur donner une chance de remonter dans le classement de la population. Pour cela, nous les faisons muter. Les mutations ont pour rôle de permettre une exploration de paramètres non présent dans la population initiale. En effet, sans ce processus, il existerait seulement les paramètres définissant la première population. Le nombre d'individus  $I$  concerné est donc :

$$I = N(1 - p1) \quad (\text{B.2})$$

Parmi ces malchanceux, nous choisissons encore une population pouvant muter, avec la probabilité  $p2 \in [10\%, 20\%]$ . Ce nombre ne doit pas être trop élevé afin que l'exploration reste stable, c'est à dire ne visite pas des valeurs de paramètres totalement hors de propos. Le nombre final de mutants choisis est alors :

$$M = N(1 - p1)p2 \quad (\text{B.3})$$

Une fois encore, nous avons choisi de ne pas faire muter trop de gènes à chaque étape. Ainsi, un maximum de trois paramètres peuvent muter pour chaque mutant. Le nouveau gène  $g_{i+1}$  est alors calculé ainsi :

$$g_{i+1} = g_i + dg_i \quad (\text{B.4})$$

où  $g_i$  est la valeur du paramètre et  $dg_i$  la mutation. Plusieurs procédés différents existent pour calculer  $dg_i$ , voir par exemple Rajpaul (2012). Nous avons choisi de le calculer ainsi :

$$dg_i = RG(g_i, \sigma_g) \quad (\text{B.5})$$

La fonction  $RG(g_i, \sigma_g)$  est un générateur de nombre aléatoire gaussien centré sur  $g_i$  et d'écart type  $\sigma_g$ , calculé sur la population de mutants sélectionnée. Tous les mutants sont acceptés dans la nouvelle génération. En effet, même s'ils possèdent une fonction de mérite inférieure à leurs ancêtres, ils sont utiles pour explorer l'espace des paramètres finement. La population n'ayant subi ni mutation ni reproduction est finalement ajoutée à la nouvelle population.

## B.3 Convergence de l'algorithme

Plusieurs conditions d'arrêt permettent de stopper cet algorithme. On peut par exemple fixer un nombre maximum de populations générées, par exemple cent. Pour Darwin, nous avons fixé comme limite la convergence de tous les membres de la population. Pour cela, nous avons fixé que les écarts types des paramètres  $U_o, t_o$  et  $t_E$  ne devaient pas excéder 0.1, 0.5 et 0.1 respectivement. Ce paramètre semble bien fonctionner puisque dans la plupart des cas, Darwin converge rapidement vers des minimas présentant des  $\chi^2$  similaires à ceux trouvés par PHunter.

## Annexe C

# Modélisation “à la main”

Le but de cette annexe est de calculer rapidement les paramètres des évènements planétaires les plus simples, c'est à dire dont la signature de résumé par une hausse ou une baisse d'amplification, voir par exemple MOA-2007-BLG-192Lb (Bennett et al. 2008). Les évènements possédant des signatures trop complexes ne peuvent être résolus par cette méthode, MOA-2010-BLG-477Lb est un bon exemple (Bachelet et al. 2012b). Nous allons ici utiliser l'exemple de OGLE-2011-0265, dont la courbe de lumière est disponible sur la Figure C.1.

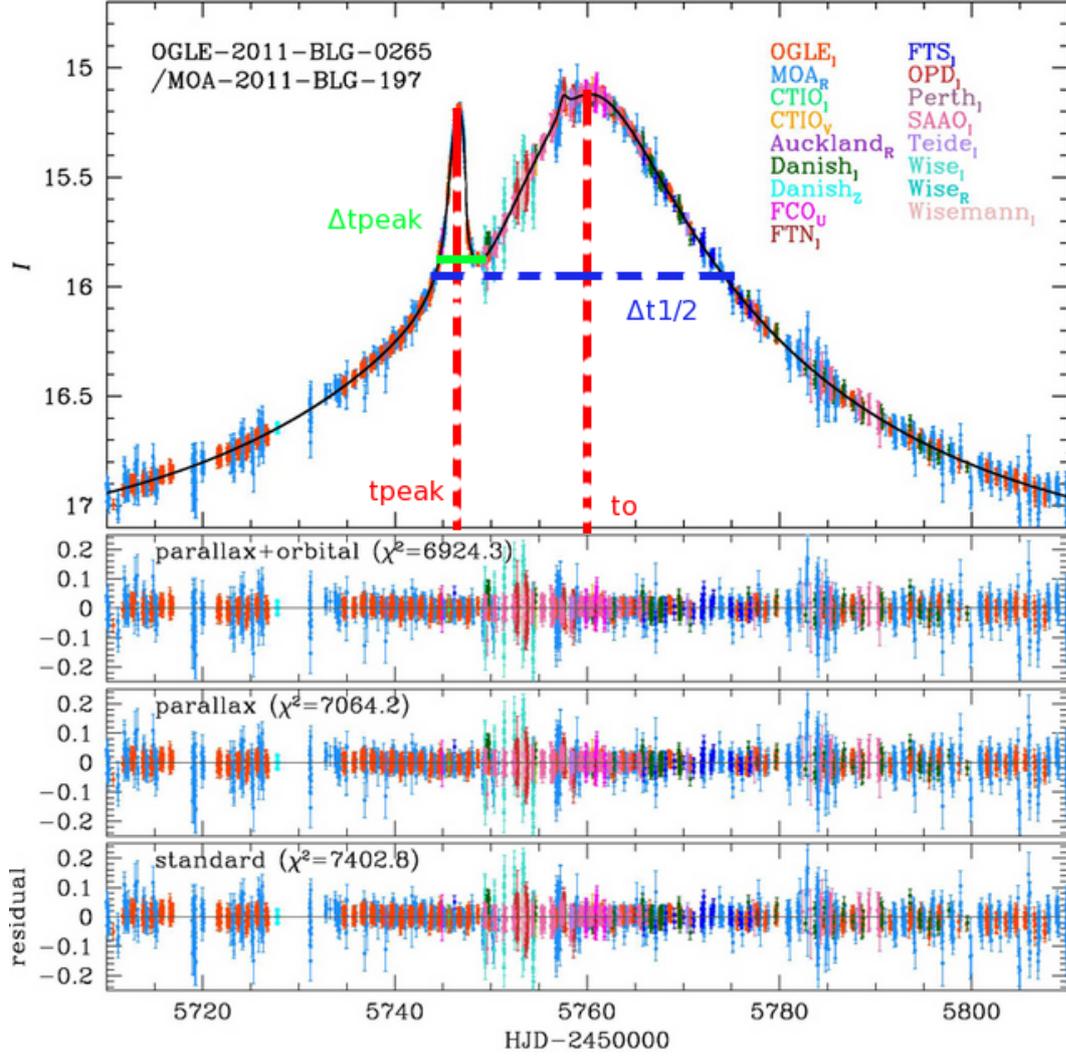


FIGURE C.1 – Courbe de lumière de l'évènement planétaire OGLE-2011-BLG-0265Lb. Figure aimablement prêtée par Cheongho Han.

Plusieurs informations peuvent être lues sur la figure. Approximativement, nous avons  $t_o = 5760$ ,  $I_{max} = 15$ , la durée de la déviation est environ  $\Delta t_{peak} = 5$  jours, la date de la déviation est  $t_{peak} = 5745$  et l'amplitude de la déviation vaut  $\Delta I_{peak} = 0.8$ . Le site OGLE nous renseigne sur la magnitude de base  $I_{base} = 17.31$ . En assumant un "blending" nul, le flux de source vaut alors :

$$f_s = 10^{\frac{18-17.31}{2.5}} = 1.88 \quad (\text{C.1})$$

En approximant l'amplification maximum par  $A_{max} \sim \frac{1}{U_o}$ , il vient:

$$\frac{f_s}{U_o} = 10^{\frac{18-15}{2.5}} \Leftrightarrow U_o = 0.12 \quad (\text{C.2})$$

Pour connaître  $t_E$ , nous allons utiliser Equation (5.10), rappelée ici:

$$\Delta t_{\frac{1}{2}} = 2t_E \sqrt{-2 + 2\sqrt{1 + \frac{1}{B^2 - 1} - U_o^2}} \quad (\text{C.3})$$

Pour cela, il faut mesurer l'écart en temps entre les deux dates de demi-amplification. Pour cela, il faut calculer  $I_{\frac{1}{2}}$ :

$$I_{\frac{1}{2}} = 18 - 2.5 * \log(f_s \frac{A_{max}}{2}) = 15.85 \quad (C.4)$$

Sur la figure, on lit alors  $\Delta t_{\frac{1}{2}} = 20 \text{ jours}$ . En utilisant la formule précédente, il vient alors  $t_E = 55 \text{ jours}$ . Calculons maintenant la séparation normalisée  $s$ . Dans notre cas, la déviation est une baisse de magnitude, c'est donc l'image majeure qui est affectée par le compagnon. Dans le cas inverse, il faut considérer l'image mineure. A la date  $t_{peak}$ , le paramètre d'impact vaut :

$$U(t_{peak}) = \sqrt{U_o^2 + \frac{(t_{peak} - t_o)^2}{t_E^2}} = \sqrt{0.12^2 + \frac{15^2}{55^2}} = 0.30 \quad (C.5)$$

L'image majeure, située sur la même position que le compagnon, est à une distance :

$$s = V_+ = \frac{U(t_{peak}) + \sqrt{U(t_{peak}) + 4}}{2} = \frac{0.30 + \sqrt{0.3^2 + 4}}{2} = 1.16 \quad (C.6)$$

Passons désormais au calcul du ratio de masse  $q$ . Lorsque l'image est à cette position, on peut considérer qu'elle agit comme une source agissant sur une deuxième lentille : la planète. Comme vu sur la figure 3.5, lorsque la source est proche de la lentille, l'image majeure est déformée et est bien plus grande que la source. En prenant comme approximation grossière que cette image est circulaire, nous sommes alors dans la situation où l'image est une source de rayon  $\rho_p = \frac{\Theta_i}{\Theta_p}$  centrée sur la planète. Dans ce cas, un rayon d'Einstein se forme autour de cette seconde lentille et l'amplification ainsi créée s'ajoute à l'amplification due à la lentille principale, créant l'excès de magnification. Dans ce cas, en notant  $y_+$  et  $y_-$  les images créées par cette seconde lentille, l'amplification de ce second système vaut :

$$A_2 = \frac{\pi(y_+^2 - y_-^2)}{\pi\rho_p} = \sqrt{1 + \frac{4}{\rho_p^2}} \quad (C.7)$$

Comme l'image est bien plus grande que la source et que  $\Theta_p \ll \Theta_E$  car  $\Theta_E \propto \sqrt{M}$ , il vient que  $\rho_p \gg 1$ . On en conclue finalement que  $A_2 \sim 1 + \frac{2}{\rho_p^2}$ . L'excès d'amplification est alors simplement  $\Delta A_{peak} = \frac{2}{\rho_p^2}$ . L'écart de magnification est facilement calculable:

$$\Delta A_{peak} = 10^{\frac{\Delta I_{peak}}{2.5}} = 2.09 \quad (C.8)$$

En approximant grossièrement  $\Theta_i \sim \Theta_*$ , il vient :

$$\Delta A_{peak} = 2 \frac{\Theta_p^2}{\Theta_*^2} \quad (C.9)$$

On sait que  $q = \frac{m_p}{M_*} = \frac{\Theta_p^2}{\Theta_E^2}$ . En ajoutant  $\Theta_*$  dans cette relation, on obtient :

$$q = \frac{\Theta_p^2}{\Theta_E^2} = \frac{\Theta_p^2}{\Theta_*^2} \frac{\Theta_*^2}{\Theta_E^2} = \frac{\Delta A_p}{2} \frac{\Theta_*^2}{\Theta_E^2} \quad (C.10)$$

Il faut donc encore déterminer  $\rho = \frac{\Theta_*}{\Theta_E}$ . La source avance au cours du temps à la vitesse  $\mu = \frac{\Theta_E}{t_E}$ . La déviation a une durée  $\Delta t_{peak} = 5 \text{ jours}$  environ. Pendant cette période, l'image créée par la première lentille subit l'influence de la planète sur approximativement tout son diamètre au fur et à mesure qu'elle se déplace. L'image s'est ainsi déplacée de  $2\Theta_*$  en un temps  $\Delta t_{peak}$  en conservant l'hypothèse  $\Theta_i \sim \Theta_*$ . L'image est la source ayant la même vitesse, on obtient :

$$\mu = \frac{\Theta_E}{t_E} = 2 \frac{\Theta_*}{\Delta t_{peak}} \Leftrightarrow \rho = \frac{\Delta t_{peak}}{2t_E} = 0.045 \quad (\text{C.11})$$

Il vient alors :

$$q = \frac{\Delta A_p}{2} \rho^2 = \frac{2.09}{2} 0.045^2 = 0.0021 \quad (\text{C.12})$$

Nous connaissons maintenant approximativement les paramètres du système. La table qui suit donne les paramètres issus d'une modélisation numérique. Au vu des hypothèses, nous pouvons considérer que nos calculs sont en très bon accord. Cette méthode est donc une bonne méthode pour trouver un modèle de base facilement ajustable par la modélisation. Cela permet notamment de s'affranchir de l'étape de recherche par grille, très gourmande en temps de calcul.

TABLE C.1 – Table comparant les résultats issus de la modélisation "à la main" et d'un modèle préliminaire de l'équipe de Cheongho Han.

Modèle	$t_o$	$U_o$	$t_E$	s	q	$\rho$
Manuel	5760	0.12	55	1.16	0.0021	0.045
Numérique	5760.070	0.13	53.78	1.03	0.00419	0.0097

Pour entrainer le lecteur intéressé, voici un second exemple sur l'évènement planétaire OGLE-2012-BLG-0406Lb. La table qui suit donne les valeurs pour le modèle numérique.

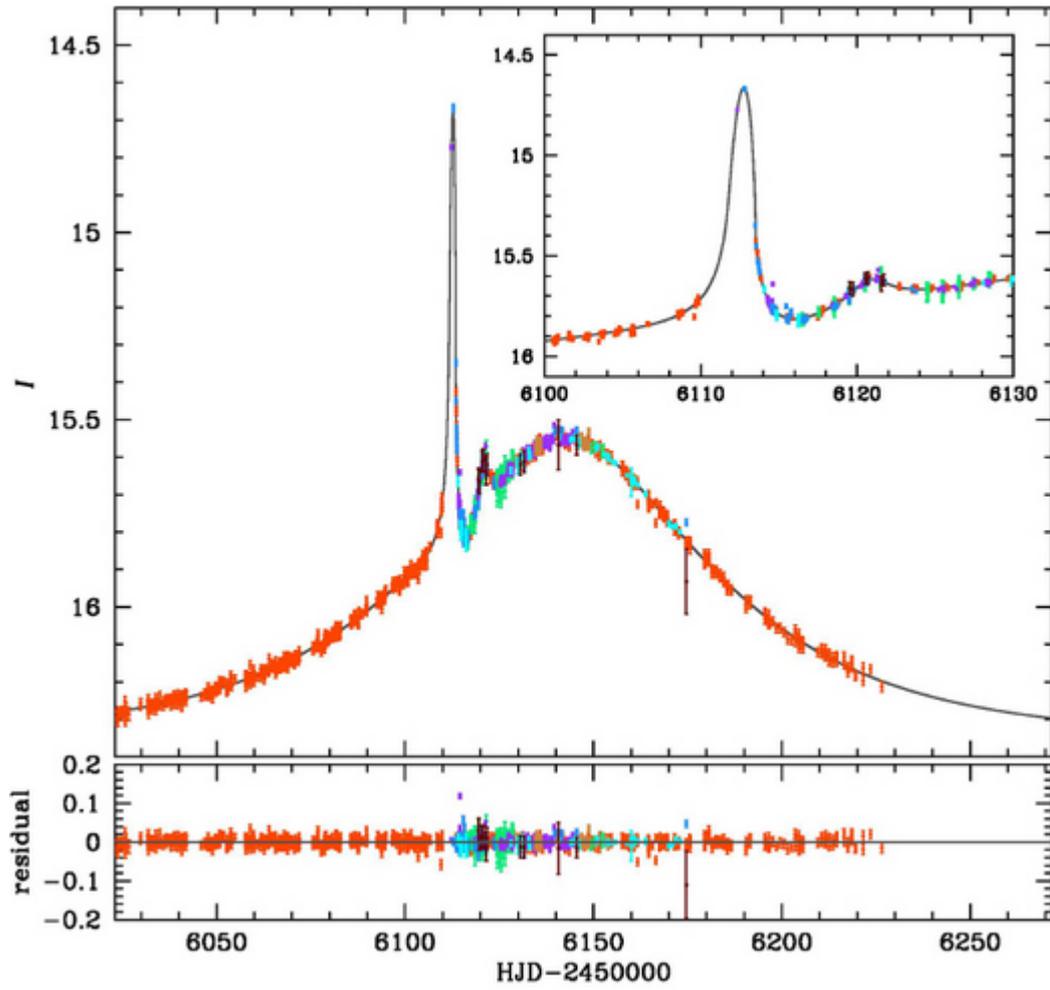


FIGURE C.2 – Courbe de lumière de l’évènement planétaire OGLE-2012-BLG-0406Lb. Figure aimablement prêtée par Cheongho Han.

TABLE C.2 – Résultats du modèle préliminaire de l’équipe de Cheongho Han sur OGLE-2012-BLG-0406Lb.

Modèle	$t_o$	$U_o$	$t_E$	$s$	$q$	$\rho$
Numérique	6141.67	0.53	62.75	1.34	0.005	0.012



# Liste des figures

2.1	Géométrie du problème. Ici, $P1$ est le plan dans lequel orbite l'exoplanète et $P2$ le plan perpendiculaire à la ligne de visée, dit plan du ciel. Le point $S$ représente le corps céleste hôte, généralement une étoile. $P$ est le périastre de l'orbite de l'exoplanète, $\omega$ l'argument du périastre : l'angle direct entre le noeud ascendant et le périastre. $\Omega$ est la longitude du noeud ascendant, par rapport à une direction de référence (ici la direction du point vernal). $a$ est la longueur du demi-grand axe et $i$ l'inclinaison de l'orbite par rapport au plan de référence, $P2$ dans notre cas. . . . .	16
2.2	Super-structure de matière noire de l'Univers et grossissement progressif dans le sens ascendant. L'image avec le plus fort grandissement représente un amas de galaxies (Springel et al. 2005). . . . .	17
2.3	Répartition des exoplanètes en fonction de leurs masses et de leur distance à l'étoile. Les planètes géantes se forment loin de leurs étoiles, après la "limite des glaces". Les planètes de faibles masses sont réparties équitablement. Figure tirée de Alibert et al. (2011). . . . .	18
2.4	Modèle ajustant les données pour les planètes A, B et C. En ordonnée est représentée la variation de temps de la pulsation du pulsar, en abscisse est représentée la période en jour. Figure extraite de Wolszczan (1994). . . . .	20
2.5	Vitesse radiale de l'étoile HD 40307 en fonction de la phase de l'orbite, la période étant de 20.46 jours ici. Mesures réalisées par le spectromètre HARPS à La Silla (Chili). Figure tirée de Mayor et al. (2009). . . . .	22
2.6	Schéma du problème. Figure tirée de Winn (2009). . . . .	23
2.7	Premier transit mesuré dans le cadre du M2ASEP. L'objet étudié est TrES-3b, une planète massive de période $\sim 1.5$ jours (Vaňko et al. 2013). . . . .	24
2.8	Une super Jupiter orbitant autour de l'étoile binaire 2MASS J01033563-5515561(AB)b à une distance projetée de 84 UA. La planète est visible à 1.25 as au bout de la flèche verte. Image prise par NACO au VLT en bande L'. Figure extraite de Delorme et al. (2013). . . . .	25
2.9	Simulation de la modification de la trajectoire d'une étoile située à 50 pc par une planète de $1.5 M_J$ , avec une excentricité de 0.2 et un demi-grand axe de 0.6 UA. Le mouvement propre, en pointillé, de l'étoile est de $50 \text{ mas.yr}^{-1}$ Figure extraite de Perryman (2000). . . . .	26
2.10	Masse des exoplanètes en fonction de la distance à leur étoile. Figure aimablement donnée par Jean-Baptiste Marquette (PLANET). . . . .	27

3.1	Géométrie du problème. $d$ est la distance d'impact du photon, $R$ le rayon de l'astre et $\phi$ l'angle de déviation. . . . .	29
3.2	Géométrie du problème. Le point $O$ représente l'observateur de la lentille $L$ à la distance $D_l$ et de la source à la distance $D_s$ . $\theta$ et $\beta$ sont les positions angulaires de l'image et de la source respectivement. Figure dérivée de Chote (2011). . . . .	31
3.3	Isocontours représentant la surface du retard en temps sur le plan de la lentille. Le point vert représente la position angulaire de la source, les points rouges les positions des images. À gauche, cas d'une lentille simple de $0.3M_\odot$ centrée. À droite, cas d'une lentille double de masse totale $0.3M_\odot$ , avec un rapport de masse égal à un et séparées par une distance d'un rayon d'Einstein, dont le centre de masse est centré. . . . .	33
3.4	Isocontours de la surface du retard en temps pour une source alignée avec une lentille centrée dans le plan. Dans cette configuration, l'image de la source décrit le cercle d'Einstein. . . . .	34
3.5	Positions et surface des images (en jaune) en fonction de la position de la source (en rouge). À noter que le trait bleu montre que la lentille, la source et les deux images sont alignées à chaque instant. Le cercle en pointillé représente le rayon d'Einstein. La figure est centrée sur la lentille (le point noir). . . . .	36
3.6	Courbes d'amplification en fonction des différents paramètres d'impact. $t_o$ est égal à 0 par convention, tandis que $t_E$ vaut 30 jours. . . . .	39
3.7	La photo du haut montre des caustiques sur le dos du requin blanc tandis que le passage de la lumière à travers le verre d'eau crée une caustique très lumineuse. . . . .	41
3.8	Les trois types de régimes pour les caustiques binaires. Figure extraite de Cassan (2008). . . . .	43
3.9	La source est représentée par le disque rouge, les images sont en jaune. Dans le cas de droite, deux nouvelles images, en magenta, apparaissent quand la source est à l'intérieur de la caustique. . . . .	44
3.10	Topologie d'une microlentille binaire proche ("close" en anglais). La caustique centrale est composée de quatre "cusps". Les deux caustiques "planétaires", situées à l'opposée du compagnon, possèdent trois "cusps". Chaque pic est dû au passage près d'un "cusp" de la caustique centrale, l'amplification étant d'autant plus importante que la distance est petite. . . . .	45
3.11	Topologie d'une microlentille binaire résonante ("resonant" en anglais). Elle est le fruit de la fusion des caustiques centrale et planétaire. Les deux premiers pics étroits sont produits par le passage d'une branche ("fold") de la caustique. L'ensemble de ces deux pics ainsi que la forme en U les séparant sont typiques d'un franchissement de caustique. Le dernier pic est dû à l'effleurement du dernier "cusp". . . . .	46
3.12	Topologie d'une microlentille binaire éloignée ("wide" en anglais). La signature de ce type de lentille est que la caustique planétaire, de grande taille par rapport à la centrale, se situe entre les deux corps. Notons la similitude de la courbe de lumière avec celle de la Figure 3.10. . . . .	47

- 3.13 Même géométrie que précédemment ( $s$  et  $q$  identique). On voit ici qu'une trajectoire de source modifiée amène une courbe de lumière totalement différente. Ceci est un vrai problème en microlensing car le problème inverse est tout aussi vrai : deux configurations différentes peuvent amener à une courbe de lumière similaire. Le problème est dégénéré. Ce type de courbe de lumière est la situation optimale pour l'étude des lentilles binaires. En effet, le pic aux alentours de  $-40$  *jours* avant le pic principal est la signature d'un passage près de la caustique "planétaire", signe que l'événement est très prometteur. 48
- 3.14 Illustration de la dégénérescence  $s \Leftrightarrow \frac{1}{s}$  avec la Figure 3.15. . . . . 48
- 3.15 Illustration de la dégénérescence  $s \Leftrightarrow \frac{1}{s}$ . Dans ce cas, les pics autour du maximum d'amplification sont plus prononcés, mais la topologie est similaire. . . . . 49
- 3.16 OGLE-2006-BLG-109Lb: analogues de Jupiter et Saturne orbitant autour d'une étoile M de masse  $M_* \sim 0.5M_\odot$ . C'est le premier événement triple découvert en microlensing. L'ensemble de la courbe de lumière (pics 1,2,3,5) s'explique très bien par la présence de la caustique grise, créée avec le compagnon le moins massif : l'analogue Saturne. Les différentes représentation de cette caustique (nuances de gris) sont dues au mouvement orbital de la lentille. Le pic 4 ne peut s'expliquer qu'en ajoutant le "cusp" en rouge produit par l'analogue Jupiter. Ceci est un exemple de la sensibilité géométrique décrite dans le texte. Figure extraite de (Gaudi et al. 2008). . . . . 50
- 3.17 Dans les deux schémas, l'étoile source est en jaune, la lentille est représentée par le point noir. Le disque de rayon  $U_o$  représente les parties de la source qui sont plus amplifiées que le centre de celle-ci (en rouge). Pour le cas a), la source est relativement éloignée de la lentille. Cependant, une grande part de cette source est plus amplifiée que son centre, les effets de taille finie engendreront une plus grande amplification que le cas source ponctuelle. Dans le cas b), c'est l'inverse qui se produit. Une grande part de la source est moins amplifiée que le centre. . . . 52
- 3.18 Courbes d'amplification pour  $U_o = 0.001$ ,  $t_E = 30.0$ ,  $t_o = 0.0$  et  $\rho = 0.01$ . Chaque courbe représente l'amplification pour différentes longueurs d'onde  $\lambda$ , la courbe verte est pour une source de brillance de surface uniforme. On voit clairement les effets décrits dans le texte : l'amplification est augmentée à l'approche du pic tandis que l'amplification maximale est diminuée. La courbe en pointillé est pour une source ponctuelle. Très loin du maximum d'amplification, l'effet de taille finie est clairement négligeable. . . . . 53
- 3.19 La figure de gauche expose la géométrie du problème. Les couleurs sont les mêmes que les figures précédente, le point vert représentant la taille finie de la source.  $U_o$  vaut 0.1,  $t_o$  est nul,  $t_E$  vaut trente jours,  $s$  et  $q$  sont égaux à un,  $\alpha$  vaut  $-1.0$ ,  $\rho$  est égal à 0.01 et  $\Gamma$  vaut 0.5. L'effet sur l'amplification lors du franchissement de caustique est visible sur la figure de droite, la figure du dessous étant un agrandissement. La courbe en rouge prend en compte les effets de taille finie. L'effet est similaire au cas lentille simple. . . . . 55

- 3.20 La figure de gauche expose la géométrie du problème. Les caustiques de différentes couleurs représentent la géométrie du système aux différents temps  $t_1$ ,  $t_2$  et  $t_3$ . On peut voir également la courbure de la trajectoire expliquée en partie par  $\omega$ . Sur la figure de droite, on voit clairement que le pic en  $t_1$  ne peut s'expliquer qu'en prenant compte de ce phénomène. Figures tirées de Shin et al. (2011). . . . . 56
- 3.21 Angle entre la composante parallèle  $\pi_{\parallel}$  et  $\pi_{EN}$  en fonction de la période de l'année, pour un évènement pointant Sagittarius  $A^*$   $\alpha = 17 : 45 : 40.03$  ;  $\delta = -29 : 00 : 28.10$  (Backer & Sramek 1999) pendant l'année 2006. Les traits rouges limitent l'année à la période d'observation, environ de Mars à Octobre. L'angle est proche de 0.0 pour la majeure partie des observations, ce qui signifie que l'accélération projetée de la Terre pendant cette période se fait majoritairement selon le Nord  $\vec{n}$  et donc le mouvement projeté du Soleil selon l'Est  $\vec{e}$ . Le paramètre  $\pi_{EE}$  est ainsi bien mieux contraint pour la plupart des évènements. Seule une région d'environ cinquante jours présente un angle très élevé autour de JD3900. . . . . 58
- 3.22 Exemple de dégénérescence classique du vecteur  $\pi_E$  en microlensing. Ici, l'angle  $\beta$  vaut  $7.7^\circ$ . Figure extraite de Bachelet et al. (2012b). . . 59
- 3.23 Effets de la parallaxe sur la courbe de lumière. La courbe pleine est sans parallaxe, celle en pointillée avec.  $A_x$  est la composante du vecteur parallaxe tangente à la trajectoire tandis que  $A_y$  est la composante normale. L'effet de la parallaxe est visible sur toute la courbe de lumière, ce qui est une propriété fondamentale. La composante tangente a tendance à "accélérer" la source, si  $A_x > 0$ , avant le maximum et de la "ralentir" après, d'où une plus grande amplification avant le pic et une décroissance plus rapide ensuite, comme sur la figure en bas à gauche. Cela provoque une dysymétrie dans la courbe. Ce phénomène s'inverse si  $A_x < 0$ . La composante normale peut soit "accélérer" soit "ralentir" la source, mais de manière symétrique autour du maximum. Il en résulte une modification parfaitement symétrique dans la courbe de lumière. Figure provenant de Smith et al. (2003). . . . . 60
- 3.24 Représentation de la Terre au moment du pic d'OGLE-2007-BLG-224. Les lignes noires diagonales représentent les contours à  $t_o$  fixes. Les carrés rouges indiquent les différents observatoires utilisés. Figure dérivée de Gould et al. (2009). . . . . 61
- 3.25 Effets d'une source double fixe sur une lentille simple pour deux trajectoires. Sur la figure de gauche, les deux composantes de la binaires sont en rouges, les trajectoires sont dénotées E et F. Les courbes d'amplifications correspondantes sont visibles sur la figure de droite. Il faut noter que l'on considère ici les sources fixes et la lentille se déplaçant, à l'inverse de la convention classique. Figure dérivée de Griest & Hu (1992). . . . . 62

- 3.26 Ici, les deux composantes sont proches par rapport au rayon d'Einstein. A gauche sont représentées deux géométries avec les courbes d'amplification correspondantes sur la droite. Les courbes en pointillées prennent en compte la rotation de la binaire source. les courbes en gras sont la somme des contributions de chaque source. En effet, ces binaires étant très proche (séparation inférieure au rayon d'Einstein), il est impossible des les résoudre. Le flux observé est alors la somme des deux termes. L'effet du mouvement orbital de la source est très sévère dans le cas du haut. Figure extraite de (Han & Gould 1997). . . . . 63
- 4.1 Principe schématique du recuit simulé. Le critère C décrit dans le texte correspond au terme d'acceptation. Le paramètre T relaxe ou contraint ce paramètre, permettant une exploration plus ou moins vaste. 67
- 4.2 Exemple de carte d'amplification autour d'une caustique résonnante ( $s = 0.711$  et  $q = 0.674$ ). Les régions les plus brillantes sont celles contenant le plus rayons. Cette carte a été réalisée en tirant plus de  $10^9$  rayons. . . . . 70
- 4.3 Exemple de carte d'excès d'amplification autour d'une caustique centrale ( $s = 1.1$  et  $q = 0.0001$ ). Les zones les plus sombres ont un excès d'amplification négatif, les zones blanches ont un excès positif. Différentes trajectoire sont tracées. Deux courbes de lumières correspondantes sont visibles sur les figures du bas. Notons la courbe verte présentant une anomalie "négative". Figure dérivée de Han (2011). . . . . 71
- 4.4 Points sur lesquels est calculée l'amplification pour l'approximation de Taylor. . . . . 72
- 4.5 Deux cas d'utilisation de l'intégration du contour d'image. . . . . 73
- 4.6 Représentation des quatres minimas ajustant la courbe de lumière de OGLE-2011-BLG-950/MOA-2011-BLG-336. D'après Choi et al. (2012). 74
- 4.7 Exemple de modèle temps réel obtenu pour OGLE-2012-BLG-0104. Cet évènement est probablement due à une microlentille composée d'étoiles binaires. . . . . 75
- 4.8 Exemple de distribution en période pour les étoile binaires. Figure extraite de Eggenberger et al. (2004). . . . . 76
- 4.9 Exemple d'anomalie modélisée par un modèle planétaire (trait plein) et par une étoile source binaire (pointillé). La figure du bas est un grossissement au niveau de l'anomalie. Notons la baisse d'amplification avant la déviation du modèle planétaire. Figure extraite de Gaudi (1998). . . . . 78
- 4.10 Exemple de renormalisation des barres d'erreur à deux paramètres. Chaque point a une contribution au  $\chi^2$  quasi-identique. Figure tirée de Bachelet et al. (2012b). . . . . 79
- 4.11 Courbe de lumière de l'évènement binaire MOA-2009-BLG-411L. Le modèle rouge est pour  $\Gamma = 0.67$  (bande V) et ma courbe grise pour  $\Gamma = 0.49$  (bande I). Les résidus sont correctement modélisés par une géométrie binaire. Le cercle bleu en haut à droite représente la taille de source face à la taille de la caustique centrale. Figure tirée de Bachelet et al. (2012a). . . . . 80

4.12	Grille d'exploration en $s$ et $q$ pour trouver les minima locaux. Les zones rouges à violet vont de un à six sigma du meilleur modèle. Les deux croix représentent les meilleurs modèles repertoriés dans la Table 4.1. Figure tirée de Bachelet et al. (2012a). . . . .	81
4.13	Représentation de nos chaînes MCMC autour des meilleurs modèles. Pour chaque figure, une courbe théorique de $\log q$ en fonction de $s$ est visible sur la droite. Notons que celles-ci reproduisent fidèlement l'exploration observationnelle (encadrées en rouge). Figure tirée de Bachelet et al. (2012a). . . . .	82
4.14	Courbe de lumière de l'évènement binaire MOA-2010-BLG-477Lb. Les paramètres de la courbe de lumière sont ceux du meilleur modèle incluant la parallaxe et le mouvement orbital. Figure tirée de Bachelet et al. (2012a). . . . .	84
4.15	Géométrie expliquant au mieux la courbe de lumière de MOA-2010-BLG-477Lb. D'après Bachelet et al. (2012a). . . . .	85
5.1	Dôme et télescope OGLE. . . . .	89
5.2	Champs observés par OGLE dans le Bulbe Galactique. Les couleurs correspondent à la fréquence d'observations chaque nuit : 10 à 30 pour le rouge, 3 à 10 pour le jaune, 1 à 3 pour le vert, 0.5 à 1 pour le violet, moins de 0.5 pour le cyan et occasionnellement pour les champs transparents. En blanc est donné le numéro de champ OGLE. Les chiffres en couleurs donne le nombre d'évènement recensé au jour du 07 juin 2011. Les coordonnées sont en système équatoriale. Photo de Krzysztof Ulaczyk (2011). . . . .	90
5.3	Dôme et télescope MOA. . . . .	91
5.4	Evolution du nombre de détections en fonction des années. . . . .	91
5.5	Répartition géographique des télescopes professionnels. OGLE est signalisé en rouge, MOA en vert. . . . .	93
5.6	Probabilité de détection de l'exoplanète en fonction du paramètre d'impact, ici $U_{th}$ , et du ratio de masse. L'abscisse est la séparation projetée $s$ . La figure a) est pour un ratio de masse de $q = 0.003$ , b) est pour $q = 0.001$ et c) pour $q = 0.0001$ . Les différentes courbes dépendent des critères de détection variés de la littérature. La probabilité de détection augmente clairement avec la diminution du $U_{th}$ , notamment pour les compagnons de faible masse. Voilà pourquoi les évènements de grande magnification sont nos cibles prioritaires. Figure dérivée de Griest & Safizadeh (1998). . . . .	95
5.7	Mode opératoire de PLANET pendant les saisons d'observation de 2002 à 2008. Il faut désormais ajouter les modélisateurs en temps réels à cette boucle. Figure tirée de Cassan (2005). . . . .	96
5.8	Champs observé autour de la cible OGLE-2013-BLG-0002. Le Nord est en dirigé vers le haut, l'Est à gauche. La croix indique la position de la cible. Image aimablement prêtée par la collaboration OGLE. . . . .	98

5.9	Etude classique du RGC en microlensing. Le modèle indique la position de la source, en vert, et la position du “blend” en jaune. La position du RGC est noté en rouge. La magnitude absolue et la couleur intrinsèque du RGC étant connue Nataf et al. (2013), il est possible de connaître l’absorption et l’extinction différentielle sur la ligne de visée et donc de caractériser la source. Figure extraite de Bachelet et al. (2012b).	102
5.10	Etudes du RGC de MOA-2010-BLG-411L sur deux couleurs. Dans les deux cas, la croix rose indique le centre du RGC mesuré et l’étoile noire note la position de la source. Dans les deux cas, les courbes bleue, rouge et verte sont les isochrones à métallicité solaire pour des âges de 0.6, 5 et 10 milliard d’années respectivement, issus de Bonatto et al. (2004) en a) et de Marigo et al. (2008) en b). La courbe bleu est tracée pour remonter à l’âge de l’étoile source. Les deux études convergent vers un rayon de source $\Theta_* \sim 5\mu as$ , correspondant à une étoile géante G âgée d’environ un milliard d’année. On peut remarquer le peu d’effet de l’âge sur la position du RGC. Figure extraite de Bachelet et al. (2012a).	103
5.11	Diagramme de Hertzsprung-Russel représentant les sources des événements planétaires. Les courbes bleue, verte et rouge sont les isochrones issus de Bonatto et al. (2004) pour une métallicité solaire et différents âges (0.5, 5 et 10 milliards d’années respectivement). Les trois groupes de populations décrites dans le texte sont clairement visibles.	111
5.12	Diagramme représentant la valeur de $\Theta_E$ en fonction de la masse et la distance. Les systèmes dont la parallaxe est connue ont été placés. La valeur maximale en $\Theta_E$ est arbitrairement de 2000 <i>mas</i> .	115
5.13	Diagramme représentant la valeur de $\pi_E$ en fonction de la masse et la distance. Les systèmes dont la parallaxe est connue ont été placés. La valeur maximale en $\pi_E$ est arbitrairement de 2.	115
6.1	Schéma représentant le fonctionnement de PHunter.	121
6.2	Modèle obtenu par PHunter sur OGLE-2013-BLG-0005/KB-2013-BLG-050. Les points OGLE sont en bleu, les points MOA en vert. Le modèle est en rouge.	122
6.3	Modèle obtenu par PHunter sur OGLE-2013-BLG-0192. Notons l’anomalie due à une lentille composée d’étoiles binaires.	122
6.4	Courbe de lumière de l’évènement OGLE-2012-BLG-0406Lb. Les points oranges sont les données d’OGLE. Le carré vert indique la date à laquelle PHunter a passé une alerte. Figure prêtée aimablement par Cheongho Han.	125
6.5	Distribution des paramètres des microlentilles issus de l’année d’observation 2007.	127
6.6	Distribution des paramètres des microlentilles issus de l’année d’observation 2008.	128
6.7	Distribution des paramètres des microlentilles issus de l’année d’observation 2011.	129
6.8	Distribution des paramètres des microlentilles issus de l’année d’observation 2012.	130

6.9	Distribution “théorique” du paramètre $U_o$ . La figure de gauche montre la distribution “brute”. Nous avons ajouté une coupure observationnelle sur la figure de droite, une gaussienne centrée en $\mu = 0.2$ avec un écart-type $\sigma = 0.55$ . Cela représente le fait que les événements peu amplifiés sont délicats à observer, voir le Chapitre 3. Simulation réalisée avec 100000 lentilles. . . . .	131
6.10	Distribution cumulée “théorique” du paramètre $U_o$ . Simulation réalisée avec 100000 lentilles. . . . .	132
6.11	Distribution cumulées du paramètre $U_o$ pour chaque année. . . . .	132
6.12	Distribution en $t_E$ des événements sélectionnés par Sumi et al. (2011). La présence des FFP est modélisée par les lois en pointillés autour de $t_E = 1$ jour. . . . .	137
6.13	Exemple d’exploration réalisée par l’algorithme Darwin. La population initiale est représentée par les points bleus dans chaque figure. La population actuelle est représentée en rouge. La figure du haut représente l’itération 10, celle du bas l’itération 550. Pour chaque figure, trois coupes de l’espace des paramètres sont représentées. Celle du haut représente le paramètre $U_o$ en abscisse et $t_o$ en ordonnée. La figure du milieu représente $t_E$ en fonction de $U_o$ et la dernière $f$ en fonction de $t_E$ , où $f$ est le ratio du flux de source sur le flux total. Notons la convergence de l’algorithme dans la figure du bas. . . . .	138
A.1	Géométrie du problème. Le Soleil est en jaune, la Terre pour différentes dates en bleue. En gras est représenté le repère héliocentrique <b>H</b> . $\Omega_p$ et $\Omega(t)$ correspondent aux angles définis dans le texte. . . . .	148
C.1	Courbe de lumière de l’évènement planétaire OGLE-2011-BLG-0265Lb. Figure aimablement prêtée par Cheongho Han. . . . .	154
C.2	Courbe de lumière de l’évènement planétaire OGLE-2012-BLG-0406Lb. Figure aimablement prêtée par Cheongho Han. . . . .	157

# Liste des tableaux

4.1	Paramètres des modèles “close” et “wide” d’OGLE-2009-BLG-411L.	82
4.2	Paramètres des différents modèles considérés pour l’évènement MOA-2010-BKG-477Lb. . . . .	86
5.1	Codification des évènements. L’ascension droite $\alpha$ et la déclinaison $\delta$ sont données en coordonnées J2000.0. La signification des codes est donnée dans le texte. . . . .	105
5.2	Table sur les propriétés des sources de la littérature. La distance $D_{RGC}$ est donnée en kpc. $\Theta_*$ est en $\mu as$ . La colonne Modèle indique la méthode utilisée pour déterminer la masse/distance de la lentille : B pour un modèle bayésien, Px pour la parallaxe, OM pour le mouvement orbital de la lentille et HR pour des observations hautes-résolution. La colonne caustique indique quel type de caustique implique la déviation : R pour résonante, C pour la caustique centrale et P pour une ou des caustiques planétaires. $\rho$ est le rayon angulaire des sources normalisé par le rayon d’Einstein $\Theta_E$ de la lentille correspondante. .	107
5.3	Table sur les propriétés des lentilles de la littérature. $\Theta_E$ est en $\mu as$ . La masse totale du système $M_l$ est en masse solaire. $D_l$ est en kpc. $s$ est en unité de rayon d’Einstein angulaire $\Theta_E$ . . . . .	108
5.4	Table sur les propriétés des sources dérivées grâce à Nataf et al. (2013). L’exposant <sup>a</sup> signifie que la valeur provient de la littérature. . . . .	110
5.5	Table sur les propriétés des lentilles dérivées grâce à Nataf et al. (2013) et au modèle galactique de Dominik (2006). $\Theta_E$ est en $\mu as$ , $t_E$ est en jour. $\mu_{rel}$ est en $mas.yr^{-1}$ La masse totale du système $M_l$ est en masse solaire. $D_l$ est en kpc. Les indices suivants indiquent par quel moyen la distance et la masse ont été calculées : <sup>p</sup> pour la parallaxe, <sup>h</sup> pour des observations haute résolution et <sup>b</sup> pour le modèle bayésien de Dominik (2006). Les évènements marqués d’un * diffèrent significativement des valeurs de la littérature. . . . .	113
5.6	Table recommandée pour l’utilisation des données issues du microlensing. L’exposant <sup>a</sup> indique que les données de la littérature n’ont pas été modifiées. . . . .	114
5.7	Erreurs relatives et absolues du paramètre $\Theta_E$ estimées pour chaque évènement. L’erreur relative sur $\rho$ provient de la littérature tandis que l’erreur relative sur $\Theta_*$ vaut 8% (voir texte). Les valeurs avec un indice * ont été fixées à 10% car non fournies par la littérature. $\Theta_E$ et $\Delta\Theta_E$ sont en $\mu as$ . . . . .	117

6.1	Paramètres modélisés pour OGLE-2013-BLG-0005/KB-2013-BLG-050. $I_s$ , $I_b$ et $I_{now}$ sont respectivement la magnitude de base de la source, du “blending” et la magnitude actuelle de la cible. . . . .	123
6.2	Fichier d’ALERT du 06 juin 2013.”HIGHMAG” indique que l’évènement est indentifiée comme un candidat de grande amplification, “ANOMALY” indique que l’évènement est détecté comme anormal et “FFP” indique que le temps d’Einstein $t_E$ est inférieur à 3.5 jours. . . . .	124
6.3	Modèles issus des distributions en $t_E$ données par PHunter. Les valeurs sont données en jours. N est le nombre d’évènement dans l’échantillon étudié. Un “?” signifie que les paramètres ajustés ne sont pas significatifs.	133
6.4	Profondeur optique $\tau$ mesurée par PHunter pour les quatres années d’observations. $N_*$ et $T_o$ sont issus du site internet OGLE. . . . .	134
6.5	Table résumant les modèles issus des distributions de la magnitude des étoiles sources I données par PHunter. N est le nombre d’évènement dans l’échantillon étudié. Les valeurs sont données en magnitude. Les valeurs anotées de l’exposant $a$ sont issues d’un modèle différent, voir le texte. . . . .	134
6.6	Magnitudes absolues moyennes des sources géantes et naines déduites des mesures de PHunter. $D_S$ est en kpc. . . . .	135
6.7	Table résumant les modèles issus des distributions de la magnitude apparente I des étoiles de “blending” I données par PHunter. . . . .	136
6.8	Table des candidats FFP pour l’année 2007. Les temps d’Einstein sont donnés en jours. . . . .	139
6.9	Table des candidats FFP pour l’année 2008. Les temps d’Einstein sont donnés en jours. . . . .	139
6.10	Table des candidats FFP pour l’année 2011. Les temps d’Einstein sont donnés en jours. . . . .	140
6.11	Table des candidats FFP pour l’année 2012. Les temps d’Einstein sont donnés en jours. . . . .	141
6.12	Table montrant les ratios de FFP pour chaque année d’observation. Notons qu’ils sont en bon accord avec celui de Sumi et al. (2011) ( $R = \frac{10}{474} = 2.11\%$ ). . . . .	142
C.1	Table comparant les résultats issus de la modélisation “à la main” et d’un modèle préliminaire de l’équipe de Cheongho Han. . . . .	156
C.2	Résultas du modèle préliminaire de l’équipe de Cheongho Han sur OGLE-2012-BLG-0406Lb. . . . .	157

# Bibliographie

- Abt, H. A. & Levy, S. G. 1976, *ApJS*, 30, 273
- Akaike, H. 1974, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 19, 716
- Alard, C. 2000, *A&AS*, 144, 363
- Alard, C. & Lupton, R. H. 1998, *ApJ*, 503, 325
- Albrow, M. D., Beaulieu, J.-P., Caldwell, J. A. R., et al. 2000, *ApJ*, 534, 894
- Albrow, M. D., Horne, K., Bramich, D. M., et al. 2009, *MNRAS*, 397, 2099
- Alcock, C., Akerlof, C. W., Allsman, R. A., et al. 1993, *Nature*, 365, 621
- Alcock, C., Allsman, R. A., Alves, D., et al. 1997, *ApJ*, 479, 119
- Alcock, C., Allsman, R. A., Alves, D. R., et al. 2000a, *ApJ*, 542, 281
- Alcock, C., Allsman, R. A., Alves, D. R., et al. 2000b, *ApJ*, 541, 734
- Alibert, Y., Mordasini, C., & Benz, W. 2011, *A&A*, 526, A63
- An, J. H. 2005, *MNRAS*, 356, 1409
- An, J. H., Albrow, M. D., Beaulieu, J.-P., et al. 2002, *ApJ*, 572, 521
- Aubourg, E., Bareyre, P., Bréhin, S., et al. 1993, *Nature*, 365, 623
- Bachelet, E., Fouqué, P., Han, C., et al. 2012a, *A&A*, 547, A55
- Bachelet, E., Shin, I.-G., Han, C., et al. 2012b, *ApJ*, 754, 73
- Backer, D. C. & Sramek, R. A. 1999, *ApJ*, 524, 805
- Batalha, N. M., Rowe, J. F., Bryson, S. T., et al. 2013, *ApJS*, 204, 24
- Batista, V., Gould, A., Dieters, S., et al. 2011, *A&A*, 529, A102
- Beaulieu, J.-P., Bennett, D. P., Fouqué, P., et al. 2006, *Nature*, 439, 437
- Bennett, D. P., Anderson, J., Bond, I. A., Udalski, A., & Gould, A. 2006, *ApJ*, 647, L171
- Bennett, D. P., Bond, I. A., Udalski, A., et al. 2008, *ApJ*, 684, 663
- Bennett, D. P., Rhie, S. H., Nikolaev, S., et al. 2010, *ApJ*, 713, 837

- Bennett, D. P., Sumi, T., Bond, I. A., et al. 2012, *ApJ*, 757, 119
- Bensby, T., Adén, D., Meléndez, J., et al. 2011, *A&A*, 533, A134
- Bensby, T., Asplund, M., Johnson, J. A., et al. 2010a, *A&A*, 521, L57
- Bensby, T., Feltzing, S., Johnson, J. A., et al. 2009, *ApJ*, 699, L174
- Bensby, T., Feltzing, S., Johnson, J. A., et al. 2010b, *A&A*, 512, A41
- Bensby, T., Yee, J. C., Feltzing, S., et al. 2013, *A&A*, 549, A147
- Bertin, E. 2011, in *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, Vol. 442, *Astronomical Data Analysis Software and Systems XX*, ed. I. N. Evans, A. Accomazzi, D. J. Mink, & A. H. Rots, 435
- Bertin, E. & Arnouts, S. 1996, *A&AS*, 117, 393
- Bessell, M. S. & Brett, J. M. 1988, , 100, 1134
- Bonatto, C., Bica, E., & Girardi, L. 2004, *A&A*, 415, 571
- Bond, I. A., Udalski, A., Jaroszyński, M., et al. 2004, , 606, L155
- Bonfils, X., Delfosse, X., Udry, S., et al. 2013, *A&A*, 549, A109
- Bozza, V. 2000, *A&A*, 355, 423
- Bozza, V. 2010, *MNRAS*, 408, 2188
- Bozza, V., Dominik, M., Rattenbury, N. J., et al. 2012, *MNRAS*, 424, 902
- Bramich, D. M. 2008, *MNRAS*, 386, L77
- Bramich, D. M., Horne, K., Albrow, M. D., et al. 2013, *MNRAS*, 428, 2275
- Burgess, A. S. M., Moraux, E., Bouvier, J., et al. 2009, *A&A*, 508, 823
- Casagrande, L., Ramírez, I., Meléndez, J., Bessell, M., & Asplund, M. 2010, *A&A*, 512, A54
- Cassan, A. 2005, *L'effet de microlentille gravitationnelle dans la recherche de planètes extra-solaires et dans le sondage d'atmosphères d'étoiles géantes du Bulbe* (Université PARIS VI)
- Cassan, A. 2008, *A&A*, 491, 587
- Cassan, A., Kubas, D., Beaulieu, J.-P., et al. 2012, *Nature*, 481, 167
- Chabrier, G. 2002, *ApJ*, 567, 304
- Charpinet, S., Fontaine, G., Brassard, P., et al. 2011, *Nature*, 480, 496
- Choi, J.-Y., Shin, I.-G., Han, C., et al. 2012, *ApJ*, 756, 48
- Chote, P. 2011, *A Semi-Analytical Model for Gravitational Microlensing* (Victoria University of Wellington)

- Chung, S.-J., Han, C., Park, B.-G., et al. 2005, *ApJ*, 630, 535
- Chung, S.-J. & Lee, C.-U. 2011, *MNRAS*, 411, 151
- Close, L. M., Siegler, N., Freed, M., & Biller, B. 2003, *ApJ*, 587, 407
- Delfosse, X., Beuzit, J.-L., Marchal, L., et al. 2004, in *Astronomical Society of the Pacific Conference Series*, Vol. 318, *Spectroscopically and Spatially Resolving the Components of the Close Binary Stars*, ed. R. W. Hilditch, H. Hensberge, & K. Pavlovski, 166–174
- Delorme, P., Gagné, J., Girard, J. H., et al. 2013, *A&A*, 553, L5
- Dominik, M. 1999, *A&A*, 349, 108
- Dominik, M. 2006, *MNRAS*, 367, 669
- Dominik, M., Rattenbury, N. J., Allan, A., et al. 2007, *MNRAS*, 380, 792
- Dong, S., Bond, I. A., Gould, A., et al. 2009a, *ApJ*, 698, 1826
- Dong, S., Gould, A., Udalski, A., et al. 2009b, *ApJ*, 695, 970
- Dong, S., Udalski, A., Gould, A., et al. 2007, *ApJ*, 664, 862
- Duquennoy, A. & Mayor, M. 1988, *A&A*, 195, 129
- Duquennoy, A. & Mayor, M. 1991, *A&A*, 248, 485
- Eggenberger, A., Halbwachs, J.-L., Udry, S., & Mayor, M. 2004, in *Revista Mexicana de Astronomía y Astrofísica*, vol. 27, Vol. 21, *Revista Mexicana de Astronomía y Astrofísica Conference Series*, ed. C. Allen & C. Scarfe, 28–32
- Einstein, A. 1916, *Annalen der Physik*, 354, 769
- Einstein, A. 1936, *Science*, 84, 506
- Einstein, A. & Grossmann, M. 1913, *Zeitschrift für Mathematik und Physik*, 62, 225, *cPAE* 4, 13
- Eisenhauer, F., Genzel, R., Alexander, T., et al. 2005, *ApJ*, 628, 246
- Eisenhauer, F., Schödel, R., Genzel, R., et al. 2003, *ApJ*, 597, L121
- Erdl, H. & Schneider, P. 1993, *A&A*, 268, 453
- Fich, M., Blitz, L., & Stark, A. A. 1989, *ApJ*, 342, 272
- Frankowski, A., Famaey, B., van Eck, S., et al. 2009, *A&A*, 498, 479
- Gaudi, B. S. 1998, *ApJ*, 506, 533
- Gaudi, B. S. 2012, *ARA&A*, 50, 411
- Gaudi, B. S., Albrow, M. D., An, J., et al. 2002, *ApJ*, 566, 463
- Gaudi, B. S., Bennett, D. P., Udalski, A., et al. 2008, *Science*, 319, 927

- Gillessen, S., Eisenhauer, F., Trippe, S., et al. 2009, *ApJ*, 692, 1075
- Gould, A. 1994, *ApJ*, 421, L71
- Gould, A. 1997, *ApJ*, 480, 188
- Gould, A. 2000, *ApJ*, 542, 785
- Gould, A. 2004, *ApJ*, 606, 319
- Gould, A. 2008, *ApJ*, 681, 1593
- Gould, A., Dong, S., Bennett, D. P., et al. 2010, *ApJ*, 710, 1800
- Gould, A. & Gaucherel, C. 1997, *ApJ*, 477, 580
- Gould, A. & Loeb, A. 1992, *ApJ*, 396, 104
- Gould, A., Udalski, A., An, D., et al. 2006, , 644, L37
- Gould, A., Udalski, A., Monard, B., et al. 2009, , 698, L147
- Gould, A. & Yee, J. C. 2013, *ApJ*, 764, 107
- Gradshteyn, I. S. & Ryzhik, I. M. 1965, *Table of integrals, series and products*
- Gradshteyn, I. S. & Ryzhik, I. M. 1980, *Table of integrals, series and products*
- Griest, K. & Hu, W. 1992, *ApJ*, 397, 362
- Griest, K. & Safizadeh, N. 1998, *ApJ*, 500, 37
- Groenewegen, M. A. T. 2004, *MNRAS*, 353, 903
- Halbwachs, J.-L., Mayor, M., Udry, S., & Arenou, F. 2004, in *Revista Mexicana de Astronomia y Astrofisica Conference Series*, Vol. 21, *Revista Mexicana de Astronomia y Astrofisica Conference Series*, ed. C. Allen & C. Scarfe, 20–27
- Han, C. 2005, *ApJ*, 629, 1102
- Han, C. 2009, *ApJ*, 691, L9
- Han, C. 2011, *Journal of Korean Astronomical Society*, 44, 109
- Han, C. & Gould, A. 1997, *ApJ*, 480, 196
- Han, C. & Kim, D. 2009, *ApJ*, 693, 1835
- Han, C., Udalski, A., Choi, J.-Y., et al. 2013, *ApJ*, 762, L28
- Hardy, S. J. & Walker, M. A. 1995, *MNRAS*, 276, L79
- Hastings, W. K. 1970, *Biometrika*, 57, 97
- Holz, D. E. & Wald, R. M. 1996, *ApJ*, 471, 64
- Ioka, K., Nishi, R., & Kan-Ya, Y. 1999, *Progress of Theoretical Physics*, 102, 983

- Janczak, J., Fukui, A., Dong, S., et al. 2010, *ApJ*, 711, 731
- Kains, N., Street, R. A., Choi, J.-Y., et al. 2013, *A&A*, 552, A70
- Karami, K. & Mohebi, R. 2007, , 7, 558
- Kayser, R., Refsdal, S., & Stabell, R. 1986, *A&A*, 166, 36
- Kervella, P. & Fouqué, P. 2008, *A&A*, 491, 855
- Konacki, M., Maciejewski, A. J., & Wolszczan, A. 2000, *ApJ*, 544, 921
- Kozłowski, S., Woźniak, P. R., Mao, S., et al. 2006, *MNRAS*, 370, 435
- Kroupa, P. & Tout, C. A. 1997, *MNRAS*, 287, 402
- Kuijken, K. & Rich, R. M. 2002, , 124, 2054
- Laplace, P. 1798, *L'exposition du systÃ¨me du monde* (Duprat)
- Lee, C.-H., Riffeser, A., Koppenhoefer, J., et al. 2012, , 143, 89
- Luhman, K. L., Adame, L., D'Alessio, P., et al. 2005, , 635, L93
- Lyne, A. G. & Bailes, M. 1992, *Nature*, 355, 213
- Mao, S. & Paczynski, B. 1991, *ApJ*, 374, L37
- Marigo, P., Girardi, L., Bressan, A., et al. 2008, *A&A*, 482, 883
- Marsh, K. A., Plavchan, P., Kirkpatrick, J. D., et al. 2010, *ApJ*, 719, 550
- Mayor, M. & Queloz, D. 1995, *Nature*, 378, 355
- Mayor, M., Udry, S., Lovis, C., et al. 2009, *A&A*, 493, 639
- Mermilliod, J.-C., Andersen, J., Latham, D. W., & Mayor, M. 2007, *A&A*, 473, 829
- Metropolis, N., Rosenbluth, A. W., Rosenbluth, M. N., Teller, A. H., & Teller, E. 1953, , 21, 1087
- Milne, E. A. 1921, *MNRAS*, 81, 361
- Mitchell, J. 1784, *Philosophical Transactions of the Royal Society of London*, 74, 35
- Miyake, N., Sumi, T., Dong, S., et al. 2011, *ApJ*, 728, 120
- Miyake, N., Udalski, A., Sumi, T., et al. 2012, *ApJ*, 752, 82
- Montet, B. T., Crepp, J. R., Johnson, J. A., Howard, A. W., & Marcy, G. W. 2013, *ArXiv e-prints*
- Muraki, Y., Han, C., Bennett, D. P., et al. 2011, *ApJ*, 741, 22
- Muraki, Y., Sumi, T., Abe, F., et al. 1999, *Progress of Theoretical Physics Supplement*, 133, 233

- Nataf, D. M., Gould, A., Fouqué, P., et al. 2013, *ApJ*, 769, 88
- Paczynski, B. 1986, *ApJ*, 304, 1
- Paczynski, B. 1997, *ArXiv Astrophysics e-prints*
- Park, B.-G., Kim, S.-L., Lee, J. W., et al. 2012, in *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, Vol. 8444, *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*
- Penny, M. T., Kerins, E., Rattenbury, N., et al. 2013, *MNRAS*
- Penny, M. T., Mao, S., & Kerins, E. 2011, *MNRAS*, 412, 607
- Perryman, M. A. C. 2000, *Reports on Progress in Physics*, 63, 1209
- Pickles, A., Rosing, W., Brown, T. M., et al. 2010, in *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*, Vol. 7733, *Society of Photo-Optical Instrumentation Engineers (SPIE) Conference Series*
- Poindexter, S., Afonso, C., Bennett, D. P., et al. 2005, *ApJ*, 633, 914
- Prša, A., Batalha, N., Slawson, R. W., et al. 2011, , 141, 83
- Quanz, S. P., Goldman, B., Henning, T., et al. 2010, *ApJ*, 708, 770
- Rajpaul, V. 2012, *MNRAS*, 427, 1755
- Ramírez, I. & Meléndez, J. 2005, *ApJ*, 626, 465
- Rattenbury, N. J., Bond, I. A., Skuljan, J., & Yock, P. C. M. 2002, *MNRAS*, 335, 159
- Reasenber, R. D., Shapiro, I. I., MacNeil, P. E., et al. 1979, *ApJ*, 234, L219
- Reid, M. J. & Brunthaler, A. 2004, *ApJ*, 616, 872
- Rhie, S. H. 1997, *ApJ*, 484, 63
- Riffeser, A., Seitz, S., & Bender, R. 2011, in *American Astronomical Society Meeting Abstracts #218*, 113.15
- Robin, A. C., Reylé, C., Derrière, S., & Picaud, S. 2003, *A&A*, 409, 523
- Russell, H. N. 1912, *ApJ*, 36, 54
- Sahu, K. C., Albrow, M., Anderson, J., et al. 2012, in *American Astronomical Society Meeting Abstracts*, Vol. 220, *American Astronomical Society Meeting Abstracts #220*, 307.03
- Salaris, M., Cassisi, S., & Weiss, A. 2002, , 114, 375
- Salaris, M. & Girardi, L. 2002, *MNRAS*, 337, 332
- Schechter, P. L., Mateo, M., & Saha, A. 1993, , 105, 1342

- Schlaufman, K. C., Lin, D. N. C., & Ida, S. 2009, *ApJ*, 691, 1322
- Schneider, P. 1984, *A&A*, 140, 119
- Schneider, P., Ehlers, J., & Falco, E. 1999, *Gravitational Lenses (Astronomy and Astrophysics Library)* (Springer)
- Schneider, P. & Weiss, A. 1986, *A&A*, 164, 237
- Schönrich, R., Binney, J., & Dehnen, W. 2010, *MNRAS*, 403, 1829
- Schuh, S., Silvotti, R., Lutz, R., et al. 2010, , 329, 231
- Schwarz, G. 1978, *Annals of Statistics*, 6, 461
- Seager, S. & Mallén-Ornelas, G. 2003, *ApJ*, 585, 1038
- Shin, I.-G., Udalski, A., Han, C., et al. 2011, *ApJ*, 735, 85
- Skowron, J., Udalski, A., Gould, A., et al. 2011, *ApJ*, 738, 87
- Smith, M. C., Mao, S., & Paczyński, B. 2003, *MNRAS*, 339, 925
- Soldner, J. 1804, *Berliner Astronomisches Jahrbuch*
- Spiegelhalter, D. J., Best, N. G., & Carlin, B. P. 2002, *Journal of the Royal Statistical Society, Series B*
- Spielman, D. A. & Teng, S.-H. 2004, *J. ACM*, 51, 385
- Springel, V., White, S. D. M., Jenkins, A., et al. 2005, *Nature*, 435, 629
- Street, R. A., Choi, J.-Y., Tsapras, Y., et al. 2013, *ApJ*, 763, 67
- Sumi, T., Bennett, D. P., Bond, I. A., et al. 2013, *ArXiv e-prints*
- Sumi, T., Bennett, D. P., Bond, I. A., et al. 2010, *ApJ*, 710, 1641
- Sumi, T., Kamiya, K., Bennett, D. P., et al. 2011, *Nature*, 473, 349
- Tisserand, P., Le Guillou, L., Afonso, C., et al. 2007, *A&A*, 469, 387
- Udalski, A., Jaroszyński, M., Paczyński, B., et al. 2005, , 628, L109
- Udalski, A., Szymanski, M., Kaluzny, J., et al. 1993, , 43, 289
- Udalski, A., Szymanski, M., Kaluzny, J., Kubiak, M., & Mateo, M. 1992, , 42, 253
- Udalski, A., Szymanski, M., Stanek, K. Z., et al. 1994, , 44, 165
- Vaňko, M., Maciejewski, G., Jakubík, M., et al. 2013, *MNRAS*, 432, 944
- Vietri, M. & Ostriker, J. P. 1983, *ApJ*, 267, 488
- Walsh, D., Carswell, R. F., & Weymann, R. J. 1979, *Nature*, 279, 381
- Wambsganss, J. 1997, *MNRAS*, 284, 172

- Wambsganss, J., Witt, H. J., & Schneider, P. 1992, *A&A*, 258, 591
- Winn, J. N. 2009, in *IAU Symposium*, Vol. 253, *IAU Symposium*, ed. F. Pont, D. Sasselov, & M. J. Holman, 99–109
- Witt, H. J. 1990, *A&A*, 236, 311
- Witt, H. J. & Mao, S. 1994, *ApJ*, 430, 505
- Witt, H. J. & Mao, S. 1995, *ApJ*, 447, L105
- Wolszczan, A. 1994, *Science*, 264, 538
- Wolszczan, A. & Frail, D. A. 1992, *Nature*, 355, 145
- Yee, J. C., Hung, L.-W., Bond, I. A., et al. 2013, *ApJ*, 769, 77
- Yee, J. C., Shvartzvald, Y., Gal-Yam, A., et al. 2012, *ApJ*, 755, 102
- Yee, J. C., Udalski, A., Sumi, T., et al. 2009, *ApJ*, 703, 2082
- Yoo, J., DePoy, D. L., Gal-Yam, A., et al. 2004, *ApJ*, 603, 139
- Zapatero Osorio, M. R., Béjar, V. J. S., Martín, E. L., et al. 2000, *Science*, 290, 103
- Zwicky, F. 1937, *Phys. Rev.*, 51, 290