

Développement et évaluation d'approches de modélisation numérique couplées 1D et 3D pour le contact rotor-stator

Mikhael TANNOUS

Thèse de doctorat

GÉM, École Centrale de Nantes



Rapporteurs :

Pierre-Alain BOUCARD

Gérard RIO

Membres :

Thouraya BARANGER

Fabrice THOUVEREZ

Mohamed TORKHANI

Encadrants :

Patrice CARTRAUD

David DUREISSEIX

21 novembre 2013

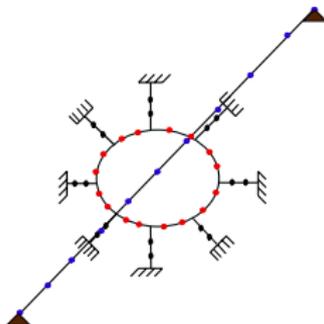
Contexte

Ralentissement accidentel d'une turbine EDF



Ralentissement accidentel d'une turbine EDF

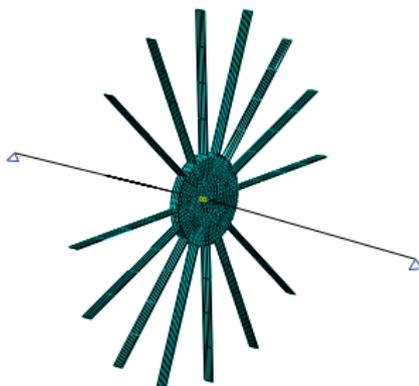
- La thèse vient à la suite de la thèse de [Roques \(2007\)](#) :
 - Modèle simplifié 1D pour la modélisation de la turbine et du stator
 - Le contact rotor-stator se produit entre des éléments poutre : ce qui n'est pas rigoureux
 - Temps de simulation raisonnable



Contexte

Ralentissement accidentel d'une turbine EDF

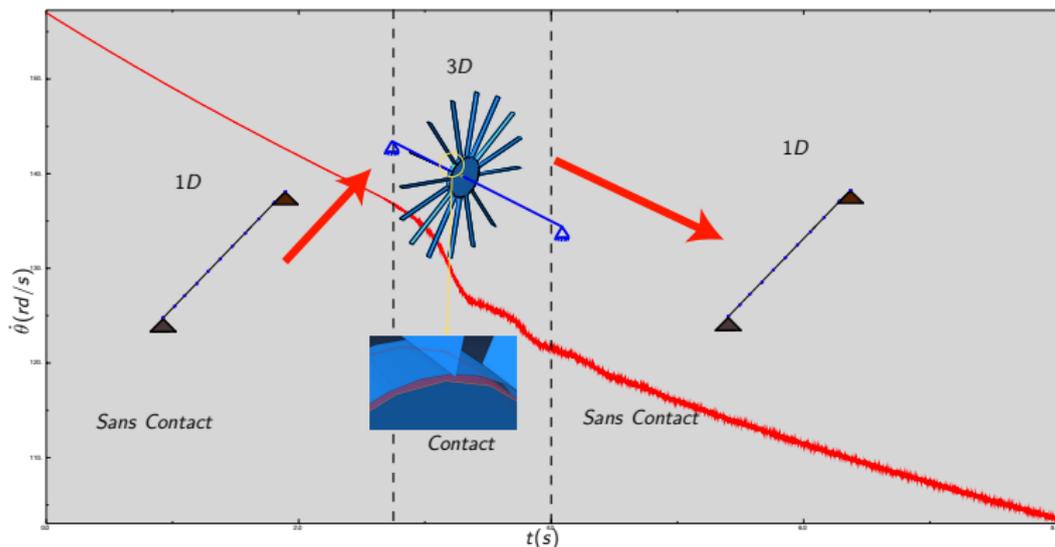
- Nouveaux défis suite à la thèse de [Roques \(2007\)](#) :
 - Une meilleure représentation du contact rotor-stator (utilisation des éléments 3D)
 - Garder un temps de simulation acceptable



Soutenance de Thèse

Contexte

Le contact rotor-stator : un phénomène non linéaire limité en espace et en temps



Objectifs de la thèse

Les deux principaux objectifs de la thèse

- Fournir des outils numériques qui permettent l'utilisation des éléments *3D* pour le contact rotor-stator tout en préservant un temps de calcul acceptable
- Mettre en valeur l'apport d'une modélisation *3D* du contact rotor-stator par rapport à une modélisation simplifiée *1D*

État de l'art

Peu de méthodes dans la littérature pour la réduction du temps de calcul sur les problèmes à non linéarités localisées à la fois en espace et en temps

État de l'art

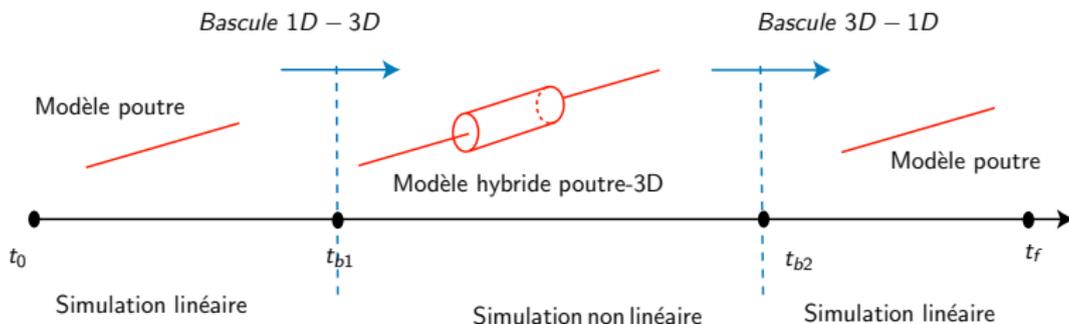
- Phénomènes linéaires/non linéaires limités en espace :
 - Approches exactes : condensation statique [Hirai et al. \(1985\)](#), la méthode Arlequin [Ben Dhia \(1998\)](#), etc.
 - Approches itératives :
 - Avec recouvrement : méthode Schwarz [Lozinski \(2010\)](#), etc.
 - Approches itératives sans recouvrement pour des effets localisés : les méthodes primales [Mandel \(1993\)](#), les méthodes duales (FETI) [Farhat \(1991\)](#), les méthodes hybrides (FETI-DP) [Farhat et al. \(2001\)](#), etc.
 - Approches itératives sans recouvrement pour des effets **non linéaires** localisés : [Gendre \(2009\)](#), etc.
- Phénomènes linéaires/non linéaires limités en temps :
 - Bascule implicite/explicite et inversement : ([Noels et al. \(2002b\)](#) et [Mahjoubi \(2010\)](#))

État de l'art

- Phénomènes linéaires/non linéaires limités en espace :
 - Approches exactes : condensation statique [Hirai et al. \(1985\)](#), la méthode Arlequin [Ben Dhia \(1998\)](#), etc.
 - Approches itératives :
 - Avec recouvrement : méthode Schwarz [Lozinski \(2010\)](#), etc.
 - Approches itératives sans recouvrement pour des effets localisés : les méthodes primales [Mandel \(1993\)](#), les méthodes duales (FETI) [Farhat \(1991\)](#), les méthodes hybrides (FETI-DP) [Farhat et al. \(2001\)](#), etc.
 - Approches itératives sans recouvrement pour des effets **non linéaires** localisés : [Gendre \(2009\)](#), etc.
- Phénomènes linéaires/non linéaires limités en temps :
 - Bascule implicite/explicite et inversement : ([Noels et al. \(2002b\)](#) et [Mahjoubi \(2010\)](#))

Approche adoptée

Bascule 1D-3D et 3D-1D



Approche adoptée : couplage 1D - 3D non intrusif

Choix du code de calcul

Les avantages du Code_Aster

- Un code ouvert et adapté à la recherche : la programmation de la bascule est relativement simple, etc.
- Permet d'unifier le code de calcul dans le projet IRINA pour bénéficier des développements effectués dans d'autres thèses :
 - Gyroscopie des éléments 3D (Ghanem (2013)).
 - Amélioration de la loi de choc (Peletan (2012)).
- Collaboration avec EDF
 - Travailler sur des cas industriels et profiter des expertises d'EDF dans ce domaine.
 - Améliorations du Code_Aster et restitution du travail de la thèse.

Choix du code de calcul

Les avantages du Code_Aster

- Un code ouvert et adapté à la recherche : la programmation de la bascule est relativement simple, etc.
- Permet d'unifier le code de calcul dans le projet IRINA pour bénéficier des développements effectués dans d'autres thèses :
 - Gyroscopie des éléments 3D ([Ghanem \(2013\)](#)).
 - Amélioration de la loi de choc ([Peletan \(2012\)](#)).
- Collaboration avec EDF
 - Travailler sur des cas industriels et profiter des expertises d'EDF dans ce domaine.
 - Améliorations du Code_Aster et restitution du travail de la thèse.

Choix du code de calcul

Les avantages du Code_Aster

- Un code ouvert et adapté à la recherche : la programmation de la bascule est relativement simple, etc.
- Permet d'unifier le code de calcul dans le projet IRINA pour bénéficier des développements effectués dans d'autres thèses :
 - Gyroscopie des éléments 3D ([Ghanem \(2013\)](#)).
 - Amélioration de la loi de choc ([Peletan \(2012\)](#)).
- Collaboration avec EDF
 - Travailler sur des cas industriels et profiter des expertises d'EDF dans ce domaine.
 - Améliorations du Code_Aster et restitution du travail de la thèse.

Choix du code de calcul

Les limitations imposées par le Code_Aster

- La vitesse de rotation est une donnée du problème de dynamique des machines tournantes.
- Code majoritairement implicite : en traitement du contact 3D le temps de calcul est important.

Plan de la présentation

- 1 Bascule sans rotation
- 2 Modèles couplés
- 3 Bascule avec rotation
- 4 Contact rotor-stator
- 5 Conclusions

Bascule (changement de modèle)

Objectif1 : 3D localisé en temps

- Passer d'un modèle poutre (solution \mathbf{U}_p), résolu sur $[0, t_b]$



- à un modèle 3D qui sera étudié sur $[t_b, t_f]$.



- Problème : initialiser la solution du modèle 3D à t_b .

Bascule (changement de modèle)

Objectif1 : 3D localisé en temps

- Passer d'un modèle poutre (solution \mathbf{U}_p), résolu sur $[0, t_b]$



- à un modèle 3D qui sera étudié sur $[t_b, t_f]$.



- Problème : initialiser la solution du modèle 3D à t_b .

Bascule (changement de modèle)

Objectif1 : 3D localisé en temps

- Passer d'un modèle poutre (solution \mathbf{U}_p), résolu sur $[0, t_b]$



- à un modèle 3D qui sera étudié sur $[t_b, t_f]$.



- Problème : initialiser la solution du modèle 3D à t_b .

Bascule

Principe :

- La dynamique du modèle poutre, à $t = t_b$, s'écrit :

$$\mathbf{M}_P \ddot{\mathbf{U}}_P + \mathbf{C}_P \dot{\mathbf{U}}_P + \mathbf{K}_P \mathbf{U}_P = \mathbf{f}_P$$

- La dynamique du modèle 3D, à $t = t_b$, s'écrit :

$$\mathbf{M}_{3D} \ddot{\mathbf{U}}_{3D} + \mathbf{C}_{3D} \dot{\mathbf{U}}_{3D} + \mathbf{K}_{3D} \mathbf{U}_{3D} = \mathbf{f}_{3D}$$

- A partir de la solution poutre \mathbf{U}_p créer une solution 3D \mathbf{PU}_p pour une section rigide
- \mathbf{PU}_p prend en compte la rotation de section rigide.
- \mathbf{U}_{3Dc} est une correction 3D de la solution

$$\mathbf{U}_{3D} = \mathbf{U}_{3Dc} + \mathbf{PU}_p$$

Principe :

- La dynamique du modèle poutre, à $t = t_b$, s'écrit :

$$\mathbf{M}_P \ddot{\mathbf{U}}_P + \mathbf{C}_P \dot{\mathbf{U}}_P + \mathbf{K}_P \mathbf{U}_P = \mathbf{f}_P$$

- La dynamique du modèle 3D, à $t = t_b$, s'écrit :

$$\mathbf{M}_{3D} \ddot{\mathbf{U}}_{3D} + \mathbf{C}_{3D} \dot{\mathbf{U}}_{3D} + \mathbf{K}_{3D} \mathbf{U}_{3D} = \mathbf{f}_{3D}$$

- A partir de la solution poutre \mathbf{U}_p créer une solution 3D \mathbf{PU}_p pour une section rigide
- \mathbf{PU}_p prend en compte la rotation de section rigide.
- \mathbf{U}_{3Dc} est une correction 3D de la solution

$$\mathbf{U}_{3D} = \mathbf{U}_{3Dc} + \mathbf{PU}_p$$

Principe :

- La dynamique du modèle 3D s'écrit alors :

$$\mathbf{M}_{3D}(\ddot{\mathbf{U}}_{3Dc} + \mathbf{P}\ddot{\mathbf{U}}_p) + \mathbf{C}_{3D}(\dot{\mathbf{U}}_{3Dc} + \mathbf{P}\dot{\mathbf{U}}_p) + \mathbf{K}_{3D}(\mathbf{U}_{3Dc} + \mathbf{P}\mathbf{U}_p) = \mathbf{f}_{3D}$$

- On corrige les déplacements de poutre, **en statique**, sous l'effet d'un vecteur force :

$$\mathbf{f}_{3Dc} = \mathbf{K}_{3D}\mathbf{U}_{3Dc} = \mathbf{f}_{3D}(t = t_b) - \mathbf{M}_{3D}\mathbf{P}\ddot{\mathbf{U}}_p + \mathbf{C}_{3D}\mathbf{P}\dot{\mathbf{U}}_p + \mathbf{K}_{3D}\mathbf{P}\mathbf{U}_p$$

- $\ddot{\mathbf{U}}_{3Dc} = \mathbf{0}$ et $\dot{\mathbf{U}}_{3Dc} = \mathbf{0}$

Bascule

Principe :

- On initialise le calcul 3D en dynamique avec :

$$\mathbf{U}_{3D} = \mathbf{U}_{3Dc} + \mathbf{P}\mathbf{U}_p$$

$$\dot{\mathbf{U}}_{3D} = \mathbf{P}\dot{\mathbf{U}}_p$$

$$\ddot{\mathbf{U}}_{3D} = \mathbf{P}\ddot{\mathbf{U}}_p$$

- Cette initialisation déclenche un régime transitoire et des hautes fréquences au moment de la bascule.
- Deux approches différentes pour atténuer les hautes fréquences :
 - Stabilisation par amortissement numérique
 - Bascule à 3 pas de temps

Bascule

Principe :

- On initialise le calcul 3D en dynamique avec :

$$\mathbf{U}_{3D} = \mathbf{U}_{3Dc} + \mathbf{P}\mathbf{U}_p$$

$$\dot{\mathbf{U}}_{3D} = \mathbf{P}\dot{\mathbf{U}}_p$$

$$\ddot{\mathbf{U}}_{3D} = \mathbf{P}\ddot{\mathbf{U}}_p$$

- Cette initialisation déclenche un régime transitoire et des hautes fréquences au moment de la bascule.
- Deux approches différentes pour atténuer les hautes fréquences :
 - Stabilisation par amortissement numérique
 - Bascule à 3 pas de temps

Bascule

Principe :

- On initialise le calcul 3D en dynamique avec :

$$\mathbf{U}_{3D} = \mathbf{U}_{3Dc} + \mathbf{P}\mathbf{U}_p$$

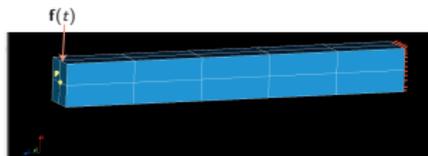
$$\dot{\mathbf{U}}_{3D} = \mathbf{P}\dot{\mathbf{U}}_p$$

$$\ddot{\mathbf{U}}_{3D} = \mathbf{P}\ddot{\mathbf{U}}_p$$

- Cette initialisation déclenche un régime transitoire et des hautes fréquences au moment de la bascule.
- Deux approches différentes pour atténuer les hautes fréquences :
 - Stabilisation par amortissement numérique
 - Bascule à 3 pas de temps

Bascule 1D-3D

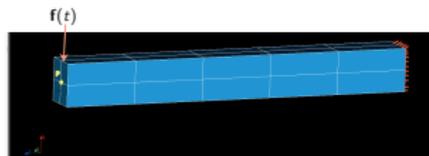
Application : bascule 1D à 3D



- Poutre encastée-libre, à section carré, soumise sur le bord à une excitation $\mathbf{f}_p(t) = 100 \times t^3 \times e^{-1.1t}$
- Cohérence des conditions aux limites et des chargements sur la poutre et sur le 3D
- Deux maillages 3D différents : 1000 nœuds et 220 nœuds (fig)
- Simulation implicite de 3 s et bascule à $t_b = 1.5$ s (le choix de t_b peut être arbitraire)
- La bascule fonctionne pour différents pas de temps ($\Delta t = 10^{-2}$, $\Delta t = 10^{-3}$, $\Delta t = 10^{-4}$ et $\Delta t = 10^{-6} \approx \Delta T_{crit}$)

Bascule 1D-3D

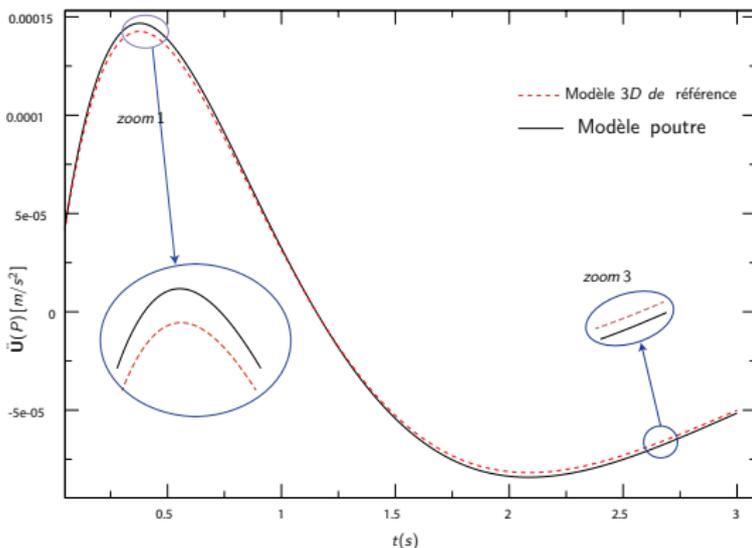
Application : bascule 1D à 3D



- Poutre encastée-libre, à section carré, soumise sur le bord à une excitation $\mathbf{f}_p(t) = 100 \times t^3 \times e^{-1.1t}$
- Cohérence des conditions aux limites et des chargements sur la poutre et sur le 3D
- Deux maillages 3D différents : 1000 nœuds et 220 nœuds (fig)
- Simulation implicite de 3 s et bascule à $t_b = 1.5$ s (le choix de t_b peut être arbitraire)
- La bascule fonctionne pour différents pas de temps ($\Delta t = 10^{-2}$, $\Delta t = 10^{-3}$, $\Delta t = 10^{-4}$ et $\Delta t = 10^{-6} \approx \Delta T_{crit}$)

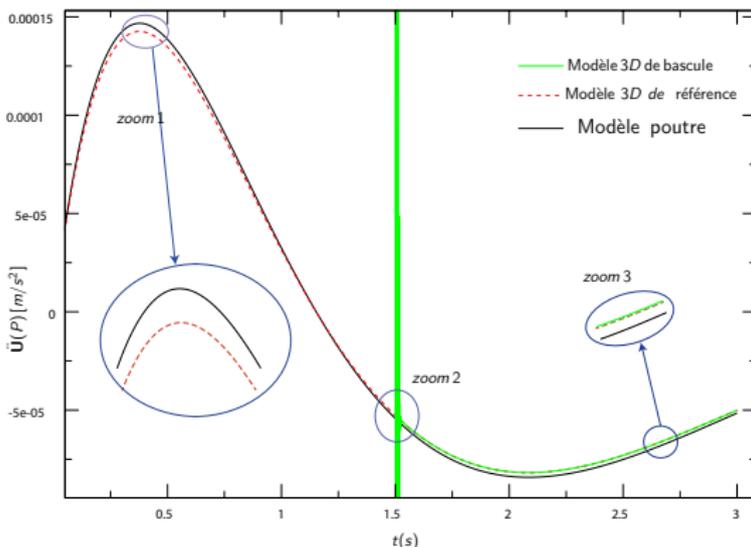
Bascule 1D-3D

Résultats en accélérations : bascule stabilisée par amortissement numérique ($\alpha = 0.25$)



Bascule 1D-3D

Résultats en accélérations : bascule stabilisée par amortissement numérique ($\alpha = 0.25$)



Bascule à 3 pas de temps

Principe

- Faire une correction statique sur 3 pas temps successifs : t_b , le pas de temps d'avant et celui d'après.
- Dédire une correction en vitesse :

$$\dot{\mathbf{U}}_{3D} = \frac{[\mathbf{P}\mathbf{U}_p + \mathbf{U}_{3Dc}](t_{b+1}) - [\mathbf{P}\mathbf{U}_p + \mathbf{U}_{3Dc}](t_{b-1})}{2\Delta T}$$

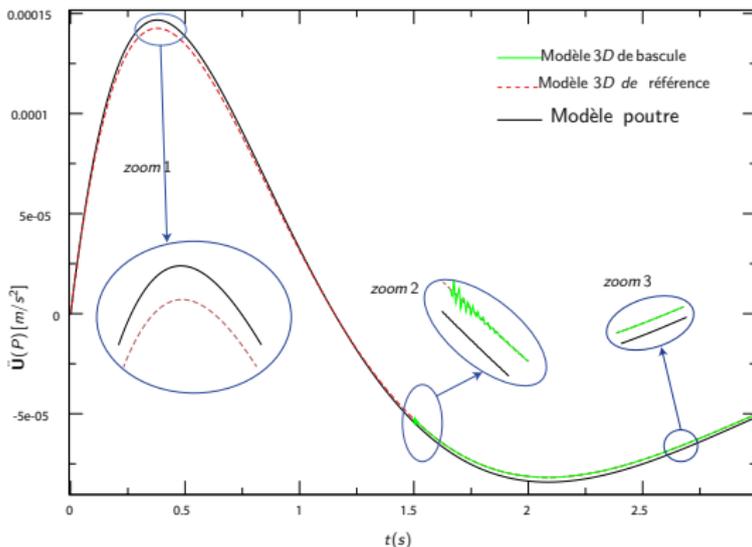
- Les accélérations sont déterminées d'une façon automatique par le code pour un schéma d'intégration implicite :

$$\mathbf{M}_{3D}\ddot{\mathbf{U}}_{3D} + \mathbf{C}_{3D}\dot{\mathbf{U}}_{3D} + \mathbf{K}_{3D}\mathbf{U}_{3D} = \mathbf{F}_{3D}$$

- Résultat : élimination du régime haute fréquence après bascule.

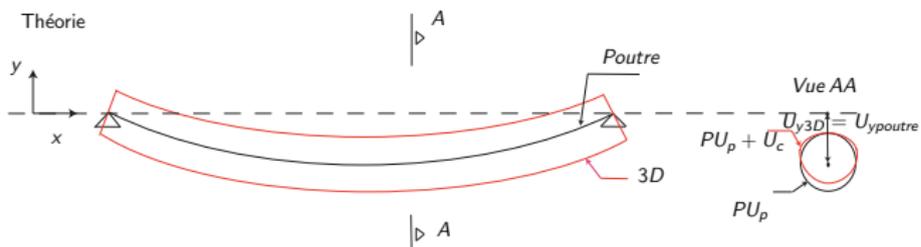
Application : bascule 1D à 3D

Résultats en accélérations : bascule à trois pas de temps



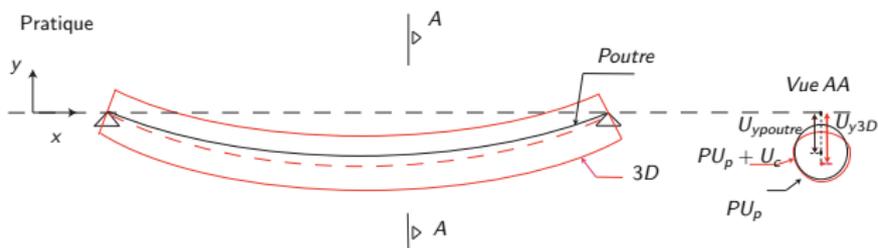
Incompatibilité des fonctions de formes poutre et 3D

- Théoriquement la flèche du modèle 3D est égale à celle poutre.



Incompatibilité des fonctions de formes poutre et 3D

- Pratiquement la flèche du modèle 3D est différente de celle poutre.



Incompatibilité des fonctions de formes poutre et 3D

- L'écart entre les modèles poutre et 3D est inévitable
- La correction 3D, comporte une correction de la flèche, et une correction pour prendre en compte la déformation de la section.

Orthogonalité des vecteurs \mathbf{PU}_p et \mathbf{U}_{3Dc}

Signification énergétique (à $t = t_b$)

- L'énergie de déformation de la poutre : $EdP = (\mathbf{U}_p)^T \mathbf{K}_p \mathbf{U}_p$
- L'énergie de déformation du 3D : $Ed3D = (\mathbf{U}_{3D})^T \mathbf{K}_{3D} \mathbf{U}_{3D}$
- L'énergie de déformation du 3D s'écrit aussi :

$$\begin{aligned}
 Ed3D &= (\mathbf{PU}_p)^T \mathbf{K}_{3D} \mathbf{PU}_p + \mathbf{U}_{3Dc}^T \mathbf{K}_{3D} \mathbf{PU}_p \\
 &+ (\mathbf{PU}_p)^T \mathbf{K}_{3D} \mathbf{U}_{3Dc} + \mathbf{U}_{3Dc}^T \mathbf{K}_{3D} \mathbf{U}_{3Dc}
 \end{aligned}$$

- Découplage : une condition d'orthogonalité peut être obtenue sous la forme $\mathbf{P}^T \mathbf{K}_{3D} \mathbf{U}_p = \mathbf{0}$ à partir de l'équation fondamentale de la dynamique.

Orthogonalité des vecteurs \mathbf{PU}_p et \mathbf{U}_{3Dc}

Signification énergétique (à $t = t_b$)

- L'énergie de déformation de la poutre : $EdP = (\mathbf{U}_p)^T \mathbf{K}_p \mathbf{U}_p$
- L'énergie de déformation du 3D : $Ed3D = (\mathbf{U}_{3D})^T \mathbf{K}_{3D} \mathbf{U}_{3D}$
- L'énergie de déformation du 3D s'écrit aussi :

$$\begin{aligned}
 Ed3D &= (\mathbf{PU}_p)^T \mathbf{K}_{3D} \mathbf{PU}_p + \mathbf{U}_{3Dc}^T \mathbf{K}_{3D} \mathbf{PU}_p \\
 &+ (\mathbf{PU}_p)^T \mathbf{K}_{3D} \mathbf{U}_{3Dc} + \mathbf{U}_{3Dc}^T \mathbf{K}_{3D} \mathbf{U}_{3Dc}
 \end{aligned}$$

- Découplage : une condition d'orthogonalité peut être obtenue sous la forme $\mathbf{P}^T \mathbf{K}_{3D} \mathbf{U}_p = \mathbf{0}$ à partir de l'équation fondamentale de la dynamique.

Orthogonalité des vecteurs \mathbf{PU}_p et \mathbf{U}_{3Dc}

Signification énergétique (à $t = t_b$)

- L'énergie de déformation de la poutre : $EdP = (\mathbf{U}_p)^T \mathbf{K}_p \mathbf{U}_p$
- L'énergie de déformation du 3D : $Ed3D = (\mathbf{U}_{3D})^T \mathbf{K}_{3D} \mathbf{U}_{3D}$
- L'énergie de déformation du 3D s'écrit aussi :

$$\begin{aligned} Ed3D &= (\mathbf{PU}_p)^T \mathbf{K}_{3D} \mathbf{PU}_p + \mathbf{U}_{3Dc}^T \mathbf{K}_{3D} \mathbf{PU}_p \\ &+ (\mathbf{PU}_p)^T \mathbf{K}_{3D} \mathbf{U}_{3Dc} + \mathbf{U}_{3Dc}^T \mathbf{K}_{3D} \mathbf{U}_{3Dc} \end{aligned}$$

- Découplage : une condition d'orthogonalité peut être obtenue sous la forme $\mathbf{P}^T \mathbf{K}_{3D} \mathbf{U}_p = \mathbf{0}$ à partir de l'équation fondamentale de la dynamique.

Orthogonalité des vecteurs \mathbf{PU}_p et \mathbf{U}_{3Dc}

Signification énergétique (à $t = t_b$)

- L'énergie de déformation de la poutre : $EdP = (\mathbf{U}_p)^T \mathbf{K}_p \mathbf{U}_p$
- L'énergie de déformation du 3D : $Ed3D = (\mathbf{U}_{3D})^T \mathbf{K}_{3D} \mathbf{U}_{3D}$
- L'énergie de déformation du 3D s'écrit aussi :

$$\begin{aligned}
 Ed3D &= (\mathbf{PU}_p)^T \mathbf{K}_{3D} \mathbf{PU}_p + \mathbf{U}_{3Dc}^T \mathbf{K}_{3D} \mathbf{PU}_p \\
 &+ (\mathbf{PU}_p)^T \mathbf{K}_{3D} \mathbf{U}_{3Dc} + \mathbf{U}_{3Dc}^T \mathbf{K}_{3D} \mathbf{U}_{3Dc}
 \end{aligned}$$

- Découplage : une condition d'orthogonalité peut être obtenue sous la forme $\mathbf{P}^T \mathbf{K}_{3D} \mathbf{U}_{3Dc} = \mathbf{0}$ à partir de l'équation fondamentale de la dynamique.

Consistance énergétique

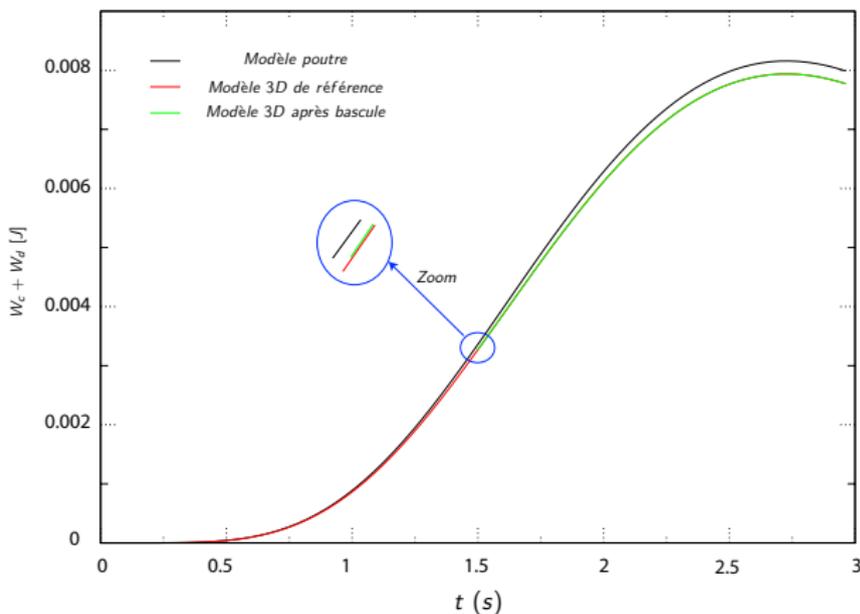


Importance de la consistance énergétique

- Une méthode très répandue dans la littérature pour montrer la stabilité de méthodes numériques utilisées dans le cadre d'une intégration temporelle
 - Bascule implicite/explicite et inversement développée dans Noels (2004), Noels *et al.* (2001), Noels *et al.* (2002b) et Noels *et al.* (2002a).
- Sert à montrer qu'au moment de la bascule pas d'énergie parasite ajoutée ou retranchée au modèle

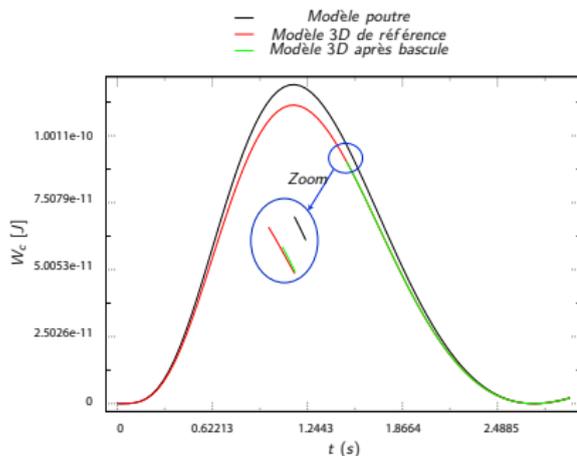
Consistance énergétique

Energie totale ($W_c + W_d$)

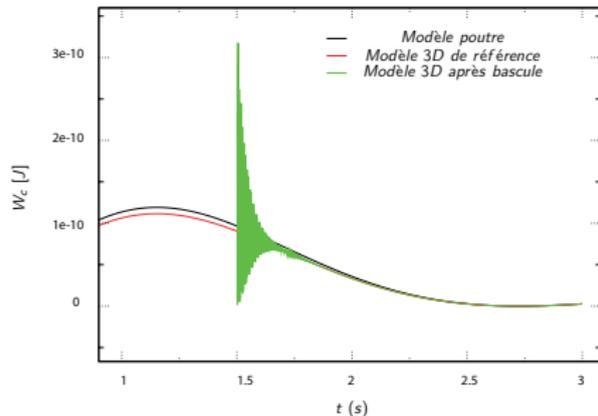


Consistance énergétique

Energie cinétique



Bascule à trois pas de temps

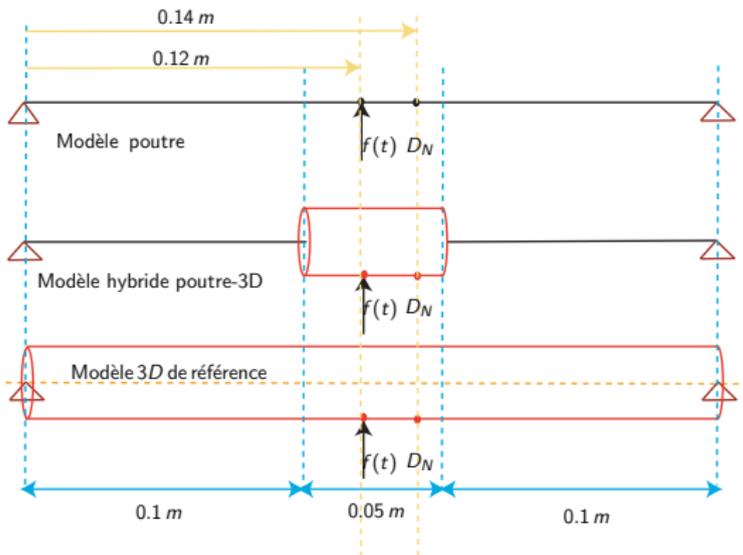


Bascule avec amortissement
numérique

Bascule de poutre vers poutre-3D hybride

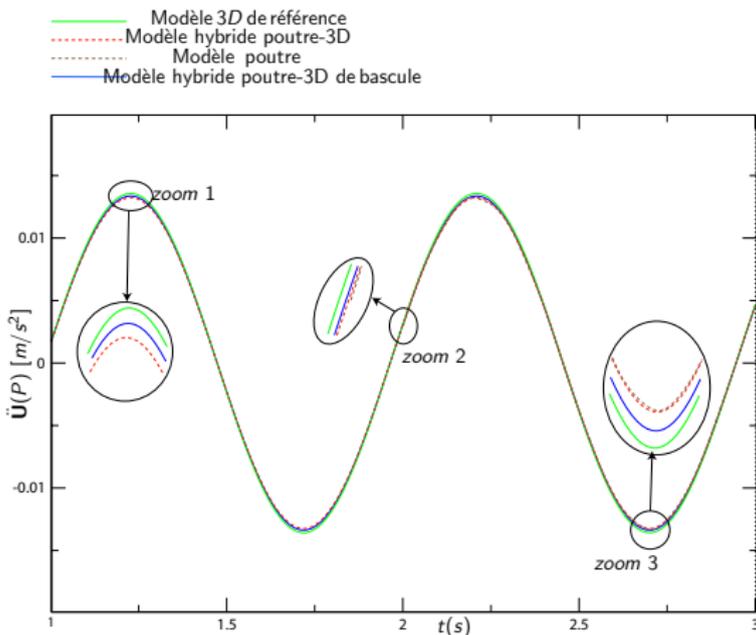
Objectif2 : 3D localisé en espace

Utilisation du raccord 3D_POU dans Code_Aster



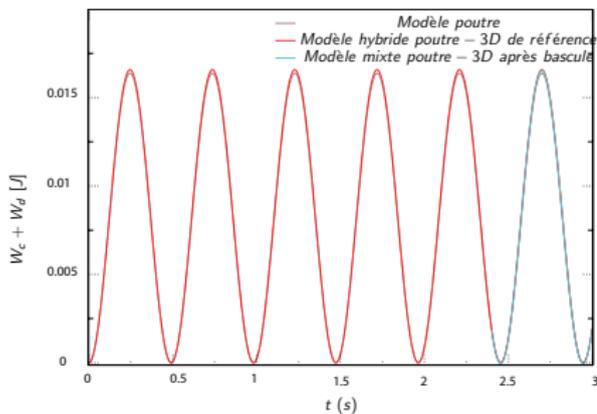
Bascule de poutre vers poutre-3D hybride

Objectif1 + Objectif2 : bascule à trois pas de temps

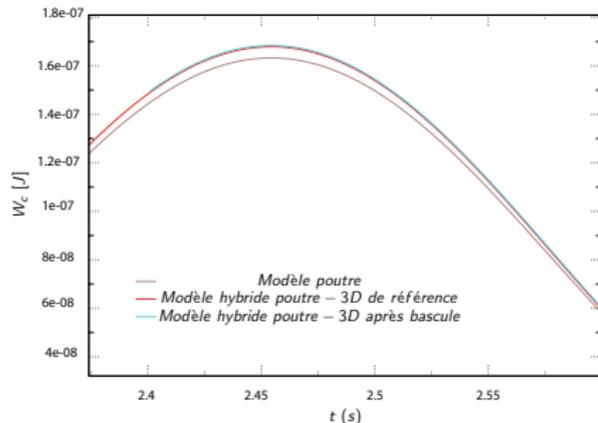


Bascule de poutre vers poutre-3D hybride

Consistance énergétique de la bascule



Somme des énergies cinétique et
de déformation



Zoom sur l'énergie cinétique
à t_b

Conclusions sur la bascule sans rotation

- Développement de la bascule en dynamique transitoire sans rotation d'ensemble
- Stabilisation de la bascule par deux méthodes différentes :
 - Sans corrections sur les vitesses et les accélérations : stabilisation par amortissement numérique
 - Correction des vitesses et des accélérations : bascule à trois pas de temps
- Vérification de la fiabilité de la bascule à travers l'analyse de la consistance énergétique

Plan de la présentation

- 1 Bascule sans rotation
- 2 Modèles couplés**
- 3 Bascule avec rotation
- 4 Contact rotor-stator
- 5 Conclusions

Modèles couplés avec rotation d'ensemble

Décomposition de la solution 3D

La vitesse du modèle 3D pourrait être décomposée en :

- 1 Un champ de rotation de **solide rigide** ω .
- 2 Dans le référentiel corotationnel, un champ de **vitesse poutre** $\mathbf{P}\dot{\mathbf{U}}_p$ (section non déformable).
- 3 Dans le référentiel corotationnel, un champ de correction 3D qui tient compte de la **déformation de la section** $\dot{\mathbf{U}}_{3Dc}$.

$$\dot{\mathbf{U}}_{3D} = \dot{\mathbf{U}}_{3Dc} + \mathbf{P}\dot{\mathbf{U}}_p + \mathbf{p}_s\omega$$

On veut que cette décomposition soit unique \Rightarrow orthogonalité des sous-espaces

Modèles couplés avec rotation d'ensemble

Décomposition de la solution 3D en fonction du schéma en temps

On considère le schéma explicite des différences finies centrées

La dynamique s.r., poutre et 3D de correction sont décrites par un système d'équations **couplées**.

$$\frac{2}{\Delta T} \mathbf{M}_{3D} \dot{\mathbf{U}}_{3Dc} + \frac{2}{\Delta T} \mathbf{M}_{3D} (\mathbf{P} \dot{\mathbf{U}}_p + \mathbf{p}_s \omega) = \mathbf{G}_i$$

$$\frac{2}{\Delta T} \mathbf{P}^T \mathbf{M}_{3D} \mathbf{P} \dot{\mathbf{U}}_p + \frac{2}{\Delta T} \mathbf{P}^T \mathbf{M}_{3D} (\dot{\mathbf{U}}_{3Dc} + \mathbf{p}_s \omega) = \mathbf{P}^T \mathbf{G}_i$$

$$\frac{2}{\Delta T} \mathbf{p}_s^T \mathbf{M}_{3D} (\mathbf{P} \dot{\mathbf{U}}_p + \dot{\mathbf{U}}_{3Dc}) + \frac{2}{\Delta T} \mathbf{p}_s^T \mathbf{M}_{3D} \mathbf{p}_s \omega = \mathbf{p}_s^T \mathbf{G}_i$$

Modèles couplés avec rotation d'ensemble

Décomposition de la solution 3D en fonction du schéma en temps

On considère le schéma explicite des différences finies centrées

La dynamique s.r., poutre et 3D de correction sont décrites par un système d'équations **couplées**

$$\frac{2}{\Delta T} \mathbf{M}_{3D} \dot{\mathbf{U}}_{3Dc} + \frac{2}{\Delta T} \mathbf{M}_{3D} (\mathbf{P} \dot{\mathbf{U}}_p + \mathbf{p}_s \omega) = \mathbf{G}_i$$

$$\frac{2}{\Delta T} \mathbf{P}^T \mathbf{M}_{3D} \mathbf{P} \dot{\mathbf{U}}_p + \frac{2}{\Delta T} \mathbf{P}^T \mathbf{M}_{3D} (\dot{\mathbf{U}}_{3Dc} + \mathbf{p}_s \omega) = \mathbf{P}^T \mathbf{G}_i$$

$$\frac{2}{\Delta T} \mathbf{p}_s \mathbf{M}_{3D} (\mathbf{P} \dot{\mathbf{U}}_p + \dot{\mathbf{U}}_{3Dc}) + \frac{2}{\Delta T} \mathbf{p}_s \mathbf{M}_{3D} \mathbf{p}_s \omega = \mathbf{p}_s^T \mathbf{G}_i$$

Modèles couplés avec rotation d'ensemble

Conditions d'orthogonalité

Les conditions suivantes :

- $\mathbf{p}_s^T \mathbf{M}_p \dot{\mathbf{U}}_p = 0$: orthogonalité s.r./poutre (\mathbf{p}_s : projecteur s.r. \Rightarrow poutre)
- $\mathbf{P}^T \mathbf{M}_{3D} \dot{\mathbf{U}}_{3Dc} = 0$: orthogonalité 3D/poutre (\mathbf{P} : projecteur poutre \Rightarrow 3D)
- $\mathbf{P}_t^T \mathbf{M}_{3D} (\dot{\mathbf{U}}_{3Dc} + \mathbf{P} \dot{\mathbf{U}}_p) = 0$: orthogonalité 3D/s.r. (\mathbf{P}_t : projecteur s.r. \Rightarrow 3D)

permettent de **découpler** les équations de la dynamique 3D.

Modèles couplés avec rotation d'ensemble

Système découplé

$$\begin{aligned}\frac{2}{\Delta T} \mathbf{I} \omega &= \mathbf{P}_t^T \mathbf{G}_i \\ \frac{2}{\Delta T} \mathbf{M}_p \dot{\mathbf{U}}_p &= \mathbf{P}^T \mathbf{G}_i - \frac{2}{\Delta T} \mathbf{M}_p \mathbf{p}_s \omega \\ \frac{2}{\Delta T} \mathbf{M}_{3D} \dot{\mathbf{U}}_{3Dc} &= \mathbf{G}_i - \frac{2}{\Delta T} \mathbf{M}_{3D} (\mathbf{P} \dot{\mathbf{U}}_p + \mathbf{P}_t \omega)\end{aligned}$$

Modèles couplés avec rotation d'ensemble

Sous réserve d'avoir :

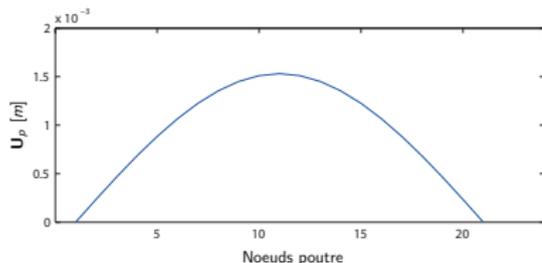
$$\begin{aligned} \mathbf{I} &= \mathbf{P}_t^T \mathbf{M}_{3D} \mathbf{P}_t \\ \mathbf{I} &= \mathbf{p}_s^T \mathbf{M}_p \mathbf{p}_s \\ \mathbf{M}_p &= \mathbf{P}^T \mathbf{M}_{3D} \mathbf{P} \end{aligned}$$

En pratique ces conditions ne sont pas **strictement** vérifiées
(conditions d'orthogonalité pas **strictement** vérifiées)

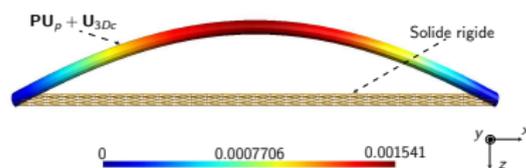
Illustration par un exemple numérique

Poutre en rotation soumise à un balourd et un amortissement

Dimensions		Matériau			Chargement		$C = \alpha K + \beta M$	
d (m)	L (m)	E (Pa)	μ	ρ (kg/m ³)	ω_0	balourd	α	β
0.05	2	2.1×10^{11}	0.3	7800	1500 tr/min	0.5 kg	10^{-3}	1.



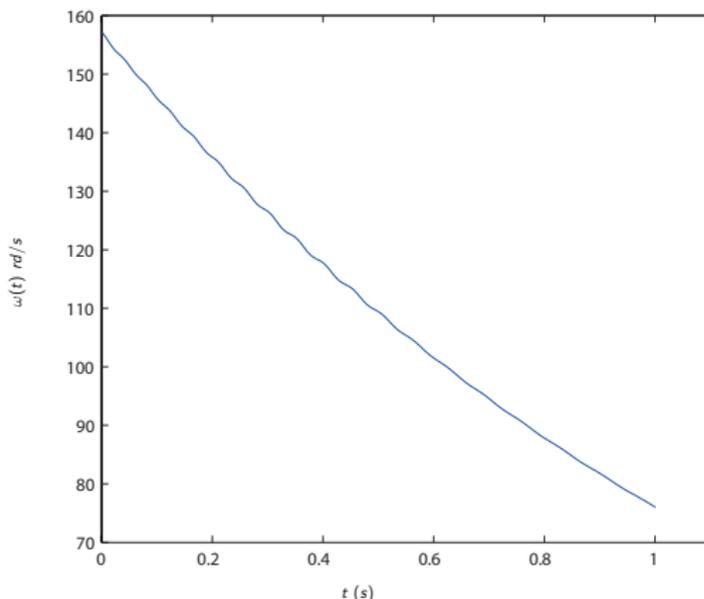
Déplacements poutre obtenus à
 $t = 0.322$ (s)



Somme des champs : s.r., poutre
 et 3D corrigé

Illustration par un exemple numérique

Poutre en rotation soumise à un balourd et un amortissement



Évolution de la vitesse de rotation au cours du temps

Illustration par un exemple numérique

Movie

Modèles couplés avec rotation d'ensemble

Conclusions sur le couplage des modèles

- La décomposition de la solution dépend du schéma en temps
- L'unicité de cette décomposition est obtenue si les matrices de masse respectent strictement certaines conditions (pas en pratique)
- Des modifications sur les projecteurs peuvent forcer l'orthogonalité de la décomposition
- Ces modifications sont très intrusives et lourdes à effectuer
- L'orthogonalité **stricte** est une condition théorique favorable mais non nécessaire à la bascule

Modèles couplés avec rotation d'ensemble

Conclusions sur le couplage des modèles

- La décomposition de la solution dépend du schéma en temps
- L'unicité de cette décomposition est obtenue si les matrices de masse respectent strictement certaines conditions (pas en pratique)
- Des modifications sur les projecteurs peuvent forcer l'orthogonalité de la décomposition
- Ces modifications sont très intrusives et lourdes à effectuer
- L'orthogonalité **stricte** est une condition théorique favorable mais non nécessaire à la bascule

Modèles couplés avec rotation d'ensemble

Conclusions sur le couplage des modèles

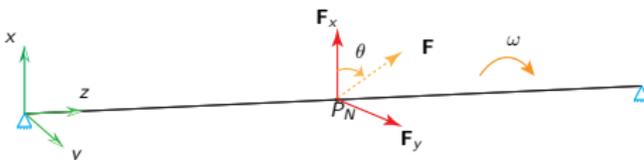
- La décomposition de la solution dépend du schéma en temps
- L'unicité de cette décomposition est obtenue si les matrices de masse respectent strictement certaines conditions (pas en pratique)
- Des modifications sur les projecteurs peuvent forcer l'orthogonalité de la décomposition
- Ces modifications sont très intrusives et lourdes à effectuer
- **L'orthogonalité stricte est une condition théorique favorable mais non nécessaire à la bascule**

Plan de la présentation

- 1 Bascule sans rotation
- 2 Modèles couplés
- 3 Bascule avec rotation**
- 4 Contact rotor-stator
- 5 Conclusions

Bascule en dynamique des rotors

Modélisation poutre du rotor



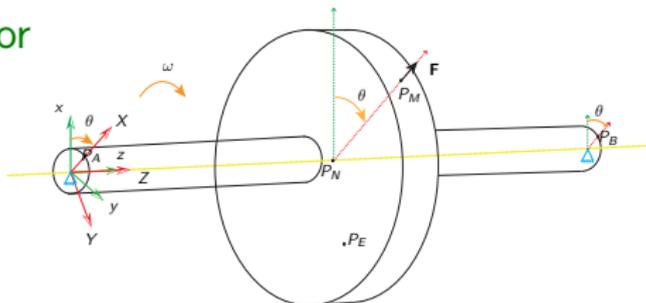
- La dynamique du modèle poutre, à $t = t_b$, s'écrit dans un repère galiléen R_g :

$$\mathbf{M}_p \ddot{\mathbf{U}}_{pg} + (\mathbf{G}_p(\omega) + \mathbf{A}_p) \dot{\mathbf{U}}_{pg} + \mathbf{K}_p \mathbf{U}_{pg} = \mathbf{F}_p$$

- Dans le repère R_g , la force de balourd \mathbf{F}_p a une composante selon l'axe des x égale à $F_x = M \times R \times \omega^2 \times \cos(\omega \times t)$ et une autre selon l'axe des y de valeur $F_y = M \times R \times \omega^2 \times \sin(\omega \times t)$

Bascule en dynamique des rotors

Modélisation 3D du rotor



- La dynamique du modèle 3D, à $t = t_b$, s'écrit dans le repère tournant R :

$$\mathbf{M}_{3D} \ddot{\mathbf{U}}_{3D} + (\mathbf{G}_{3D}(\omega) + \mathbf{A}_{3D}) \dot{\mathbf{U}}_{3D} + \mathbf{K}_{3D} \mathbf{U}_{3D} = \mathbf{F}_{3D}$$

- Le balourd dans R est une force constante centrifuge sortante de valeur $\mathbf{F}_{3D} = M \times R \times \omega^2$.

Principe :

- A partir de la solution poutre \mathbf{U}_p (repère tournant) créer une solution 3D \mathbf{PU}_p pour une section rigide.
- \mathbf{PU}_p prend en compte la rotation de section rigide.
- Faire une correction 3D qui prend en compte la déformation de la section \mathbf{U}_{3Dc} . La solution 3D est la somme des deux :

$$\mathbf{U}_{3D} = \mathbf{U}_{3Dc} + \mathbf{PU}_p$$

Bascule

Principe :

- La dynamique du modèle 3D s'écrit alors :

$$\mathbf{M}_{3D}(\mathbf{P}\ddot{\mathbf{U}}_p + \ddot{\mathbf{U}}_{3Dc}) + (\mathbf{G}_{3D}(\omega) + \mathbf{A}_{3D})(\mathbf{P}\dot{\mathbf{U}}_p + \dot{\mathbf{U}}_{3Dc}) + \mathbf{K}_{3D}(\mathbf{P}\mathbf{U}_p + \mathbf{U}_{3Dc}) = \mathbf{F}_{3D}$$

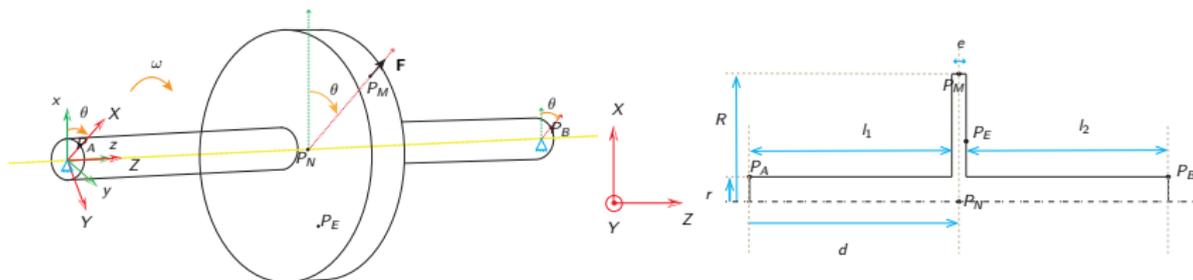
- On corrige les déplacements, **en statique**, sous l'effet d'un vecteur force :

$$\mathbf{K}_{3D}(\mathbf{P}\mathbf{U}_p + \mathbf{U}_{3Dc}) = \mathbf{F}_{3D} + \mathbf{M}_{3D}\mathbf{P}\ddot{\mathbf{U}}_p + (\mathbf{G}_{3D}(\omega) + \mathbf{A}_{3D})\mathbf{P}\dot{\mathbf{U}}_p$$

- On effectue une bascule à trois pas de temps

Exemple d'application

Rotor étudié

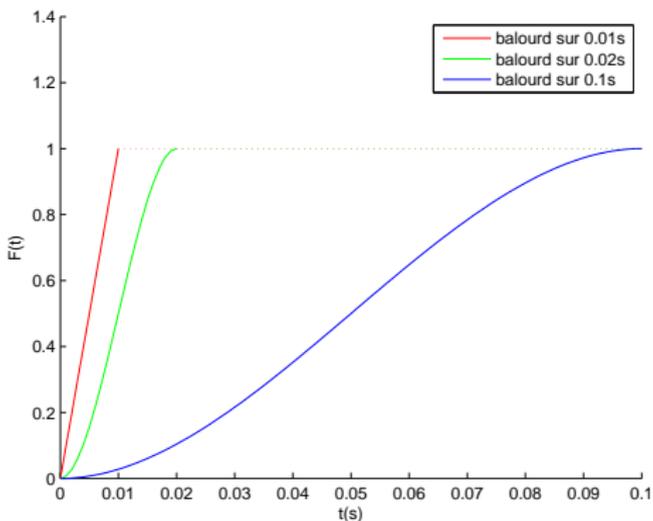


Dimensions (m)	l_1	l_2	e	r	R	d
		0.25	0.25	0.0125	0.025	0.125

- $\omega = 300tr/min$, simulation de 0.5 s et bascule à 0.25 s
- Balourd (1Kg) imposé progressivement selon trois lois différentes.

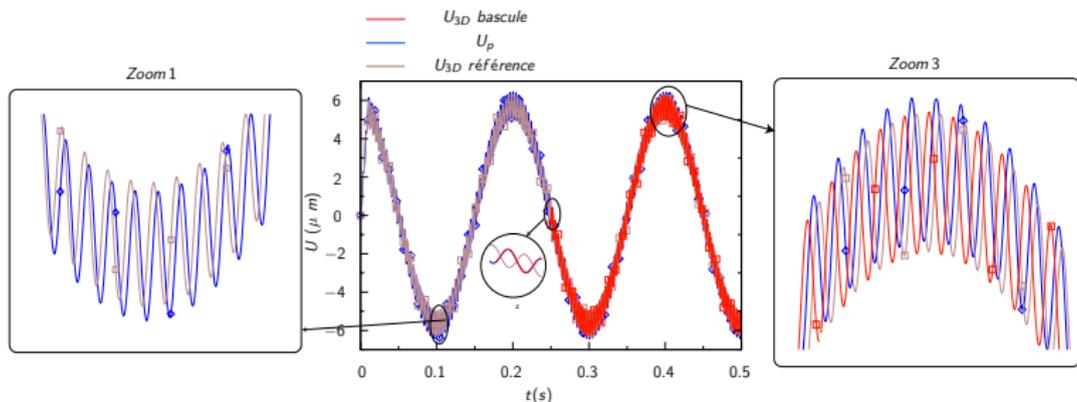
Bascule poutre-3D avec rotation

Lois d'imposition du balourd



Bascule poutre-3D avec rotation

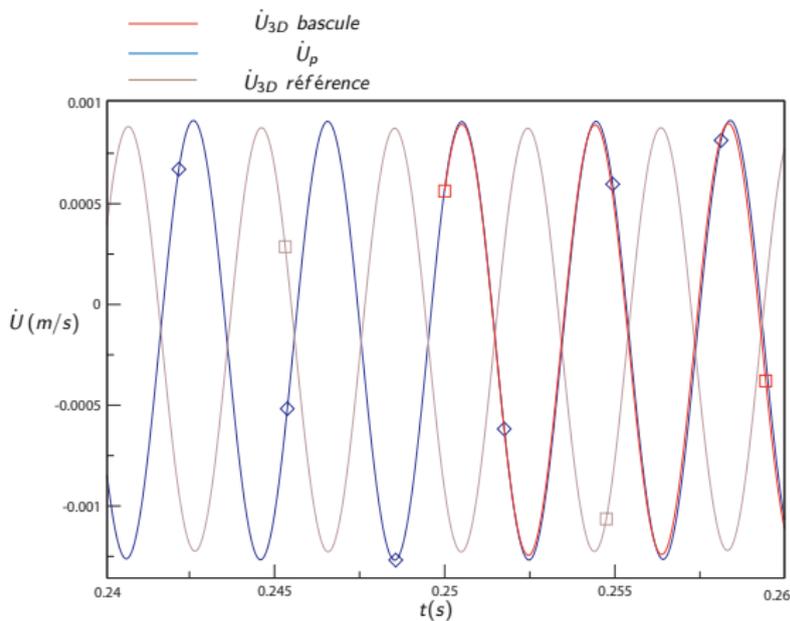
Cas1 (balourd sur 0.01s) : Résultats en déplacements



- Incompatibilité des fonctions de formes poutre et 3D : déphasage entre les solutions poutre et 3D de référence
- Solution 3D après bascule s'accroche à la solution poutre

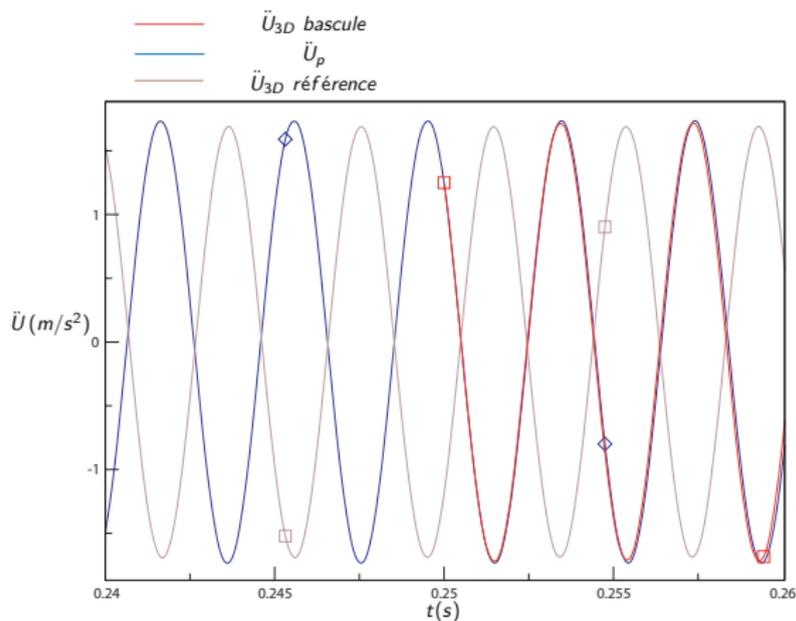
Bascule poutre-3D avec rotation

Cas1 : Résultats en vitesses



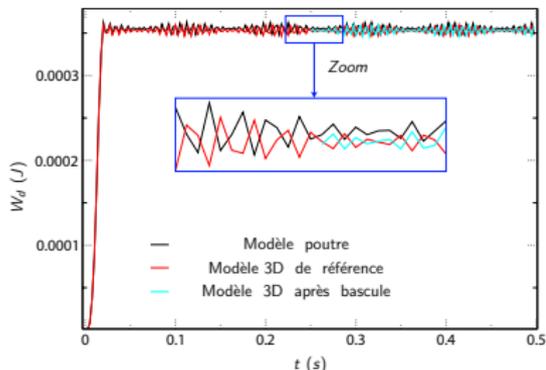
Bascule poutre-3D avec rotation

Cas1 : Résultats en accélérations

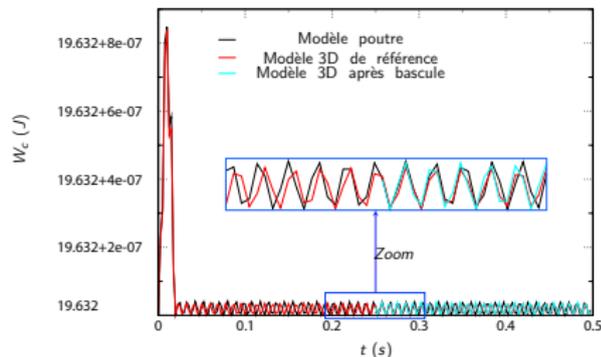


Bascule poutre-3D avec rotation

Cas1 : Analyse de l'énergie



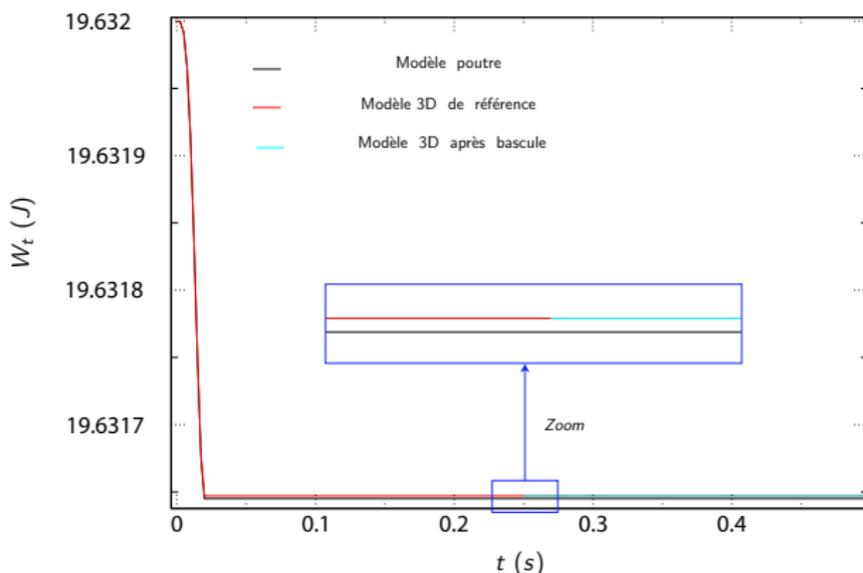
Énergie de déformation pour
 $\omega = 300 \text{ tr/min}$



Énergie cinétique pour
 $\omega = 300 \text{ tr/min}$

Bascule poutre-3D avec rotation

Cas1 : Analyse de l'énergie



L'énergie totale pour $\omega = 300 \text{ tr/min}$

Bascule poutre-3D avec rotation

Autres cas d'études

- Pour le même chargement et pour une vitesse de rotation $\omega = 1500 \text{ tr/min}$ on retrouve les mêmes conclusions
- On retrouve également les mêmes conclusions pour $\omega = 300 \text{ tr/min}$ et les deux autres cas de chargements
- La consistance énergétique de la bascule est vérifiée dans tous ces cas.

Bascule poutre-3D avec rotation

Bascule poutre vers poutre-3D hybride avec rotation

- Le développement de la bascule poutre vers poutre-3D hybride en rotation d'ensemble ne présente pas des difficultés particulières.
- Le raccord poutre-3D type 3D_POU de Code_Aster n'est pas compatible avec la rotation
 - En repère tournant : incompatibilité avec la matrice de gyroskopie des éléments 3D de [Ghanem \(2013\)](#).
 - En repère fixe : raccord non adapté aux grandes rotations.
- Le raccord ne sera pas illustré dans les applications en machines tournantes

Conclusions sur la bascule

Conclusions

- Méthode de bascule proposée en statique, dynamique et dynamique des rotors
- Deux versions : par amortissement et à trois pas de temps pour un passage d'un modèle poutre à un modèle 3D ou bien hybride poutre-3D
- Développée d'une façon non intrusive
- Validée par comparaison avec une solution 3D de référence en déplacements vitesses et accélérations
- La bascule est énergétiquement consistante

Conclusions sur la bascule

Conclusions

- L'orthogonalité des vecteurs \mathbf{PU}_p et \mathbf{U}_{3Dc} n'est jamais strictement vérifiée
- Se traduit pour des problèmes de dynamiques transitoires par une différence de flèches, vitesses et accélérations entre les modèles poutre et $3D$
- En dynamique des machines tournantes, la non orthogonalité se traduit par un déphasage des fréquences propres poutre et $3D$
- Cet écart n'est pas corrigé : la solution $3D$ après bascule s'accroche à la solution poutre.
- L'orthogonalité stricte n'est pas une condition nécessaire à la bascule.

Plan de la présentation

- 1 Bascule sans rotation
- 2 Modèles couplés
- 3 Bascule avec rotation
- 4 Contact rotor-stator**
- 5 Conclusions

Position face à l'état de l'art

- Le contact rotor-stator est généralement traité avec des modèles 1D ([Roques et al. \(2009\)](#) et [Peletan et al. \(2012\)](#))
- Certains modèles se basent sur un rotor de Jeffcott (section rigide)
- Le traitement 3D du contact-rotor est quasiment absent des synthèses bibliographiques sur le sujet ([Jacquet-Richardet et al. \(2013\)](#); [Muszynska \(1989\)](#); [Ahmad \(2010\)](#); [Ehrich \(1999\)](#) et [Muszynska \(2005\)](#))
- Les éléments 3D sont utilisés récemment dans le contact aube-carter ([Legrand et al. \(2012\)](#))
- Certains effets localisés (déformations des sections, plastifications localisées, arrachement de matière, etc.) ne sont pas visible en 1D.
- Les modèles 3D conduisent à des temps de calcul rédhibitoires.

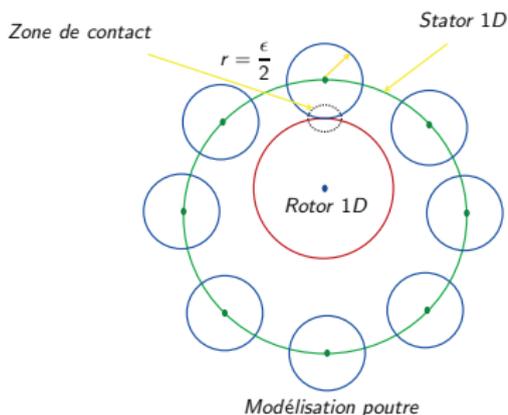
Position face à l'état de l'art

Apport d'une modélisation 3D du contact rotor-stator

- Objectifs :
 - Comparer une modélisation simplifiée (1D) du contact avec une modélisation 3D.
- Utilisation de Code_Aster
 - Vitesse de rotation imposée.
 - Résolution implicite (schéma de Newmark) pour le contact en 3D : **temps de calcul important.**
 - Utilisation de la détection du contact dans Code_Aster
- Critères de comparaison :
 - Orbites du rotor.
 - Comportement du stator.

Contact rotor-stator sur Code_Aster

Le contact 1D dans le Code_Aster : la loi de choc

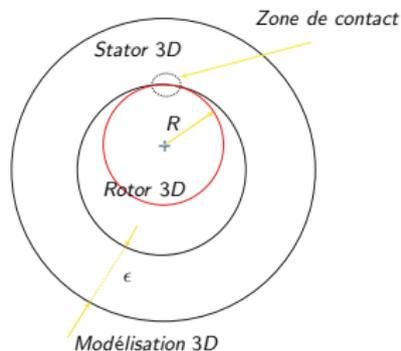


- Contact entre disques rigides
- Méthode de pénalité et appariement nodal
- Résolution selon le schéma de Runge-Kutta (non amorti)

Contact rotor-stator sur Code_Aster

Contact rotor-stator en 3D

- Mise en équation dans le repère fixe
- Pas de prise en compte de la gyroscopie des éléments volumiques
- Résolution par le schéma de Newmark amorti ($\alpha = 0.25$)
- Résolution du contact frottement par pénalité et méthode d'appariement maître-esclave
- Méthode des multiplicateurs de Lagrange : onéreuse en temps CPU et non cohérente avec la loi de choc 1D



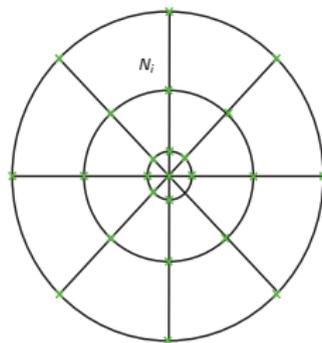
Contact rotor-stator sur Code_Aster

Contact rotor-stator en 3D

DDL imposés sur les deux extrémités du rotor :

$$x_{N_i}(t) = r \times \cos(\phi(t))$$

$$y_{N_i}(t) = r \times \sin(\phi(t))$$



$$\phi(t) = \omega \times \left(1 - \frac{t}{2 \times t_m}\right) \frac{t^3}{t_m^2} \quad t \in [0, t_m]$$

$$\phi(t) = \omega \times \left(t - \frac{t_m}{2}\right) \quad t \geq t_m$$

Accélération nulle à $t = 0$ et $t = t_m$

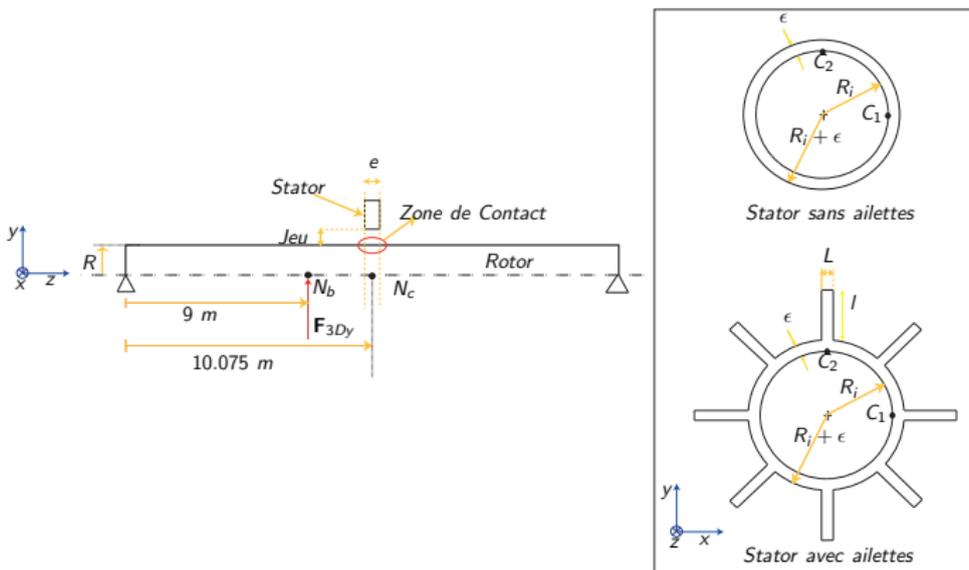
Cohérence des modèles 1D et 3D

Objectifs

- Les différences entre les modélisations 1D et 3D du contact rotor-stator doivent provenir uniquement de l'approche utilisée pour traiter le contact et non pas des modélisations elles mêmes, ou bien des schémas en temps, etc.
- Les modes propres et les réponses des rotors 1D et 3D à une excitation donnée doivent être très proches. De même pour les stators.
- Remarques : dans le Code_Aster, impossibilité d'utiliser le même schéma en temps en modélisation 1D et 3D du contact

Cohérence des modèles 1D et 3D

Système rotor-stator inspiré d'une vraie turbine EDF

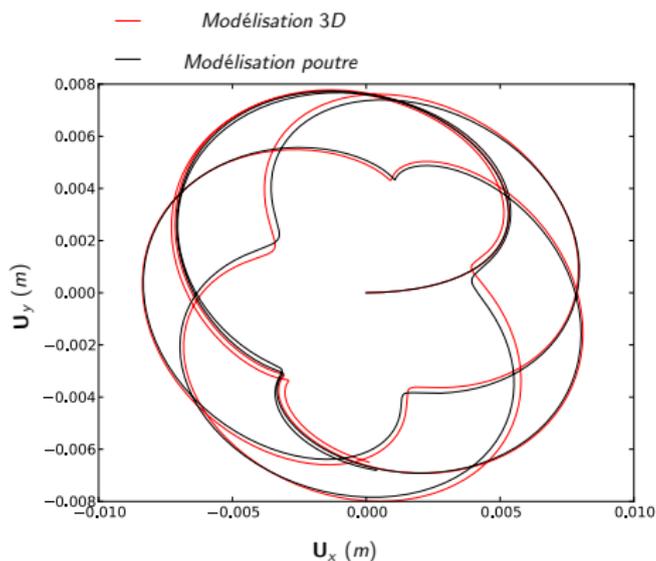


R (m)	e (m)	ϵ	R_i	L	l	Balourd
1.075	0.15	0.207	1.083	0.038	0.755	6.8×10^6 (N)

Cohérence des modèles 1D et 3D

Cohérence des rotors 1D et 3D

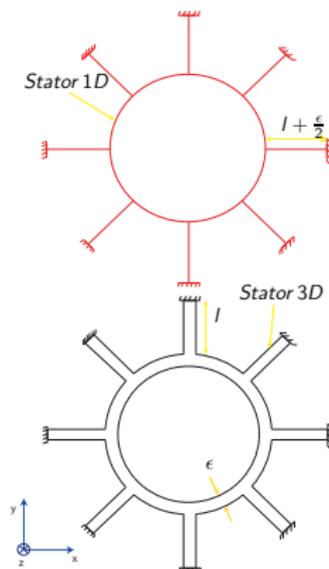
Fréquence (Hz)	
Rotor 1D	Rotor 3D
23.77	23.75
23.77	23.75
62.48	62.29
62.48	62.29
79.85	79.87
115.33	114.69
115.34	114.69
128.68	128.79



Cohérence des modèles 1D et 3D

Cohérence des stators 1D et 3D

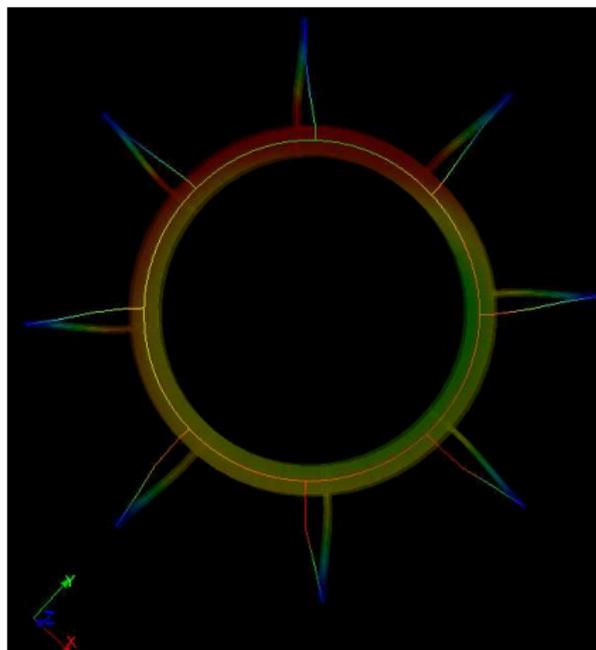
Fréquences (Hz)		
Stator 1D	Stator 3D	Erreur (%)
1.91	2.61	36.65
4.67	5.13	9.85
6.69	7.7	15
10.71	12.13	13.25
20.22	21.4	5.83
22.35	25.12	12.4
31.21	33.33	6.8



Cohérence des modèles 1D et 3D

Cohérence des stators 1D et 3D : conclusion

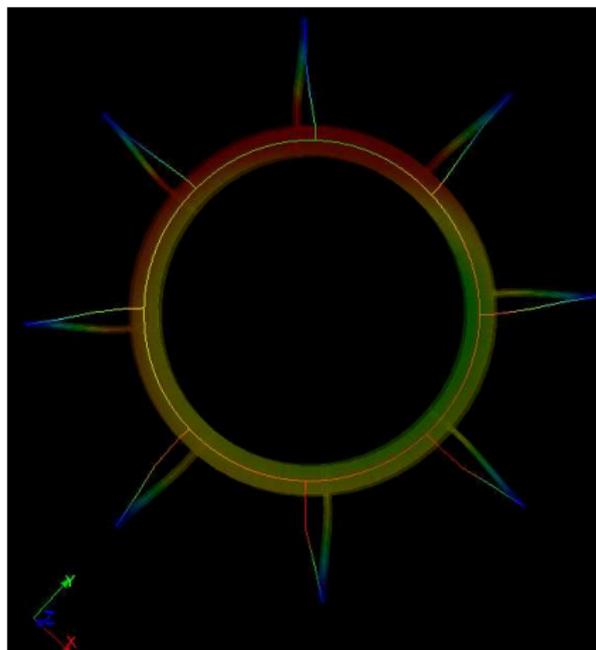
- Non cohérence entre les stators poutre et 3D
- Trois possibilités de modélisation du stator en 1D ont été testées : aucune n'est satisfaisante
- Souvent, les stators des applications industrielles ne sont pas suffisamment élancés pour être modélisés en poutre



Cohérence des modèles 1D et 3D

Cohérence des stators 1D et 3D : conclusion

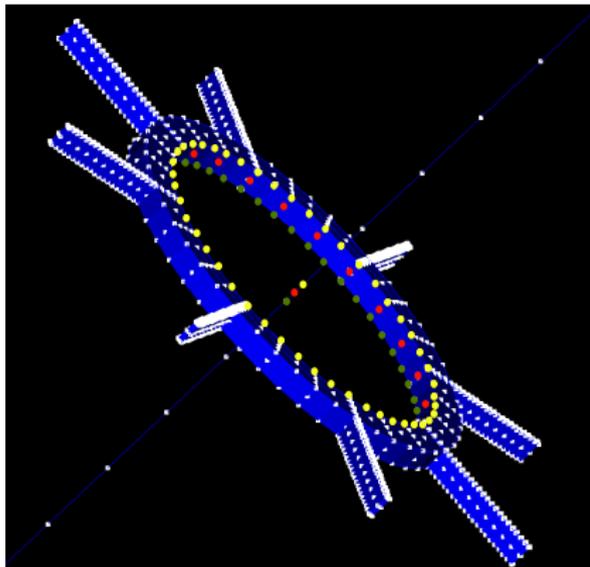
- Non cohérence entre les stators poutre et 3D
- Trois possibilités de modélisation du stator en 1D ont été testées : aucune n'est satisfaisante
- Souvent, les stators des applications industrielles ne sont pas suffisamment élancés pour être modélisé en poutre



Cohérence des modèles 1D et 3D

Approche adoptée pour le contact 1D : contact entre un rotor 1D et un stator 3D

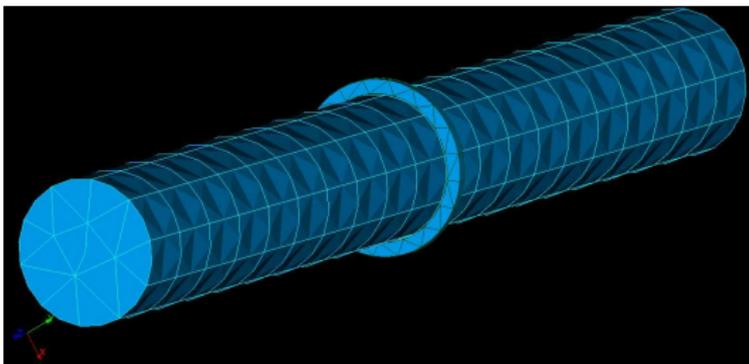
- Contact rotor 1D contre stator 3D géré par la loi de choc
- Trois sections de contact



Cas1 : contact avec une couronne encastrée

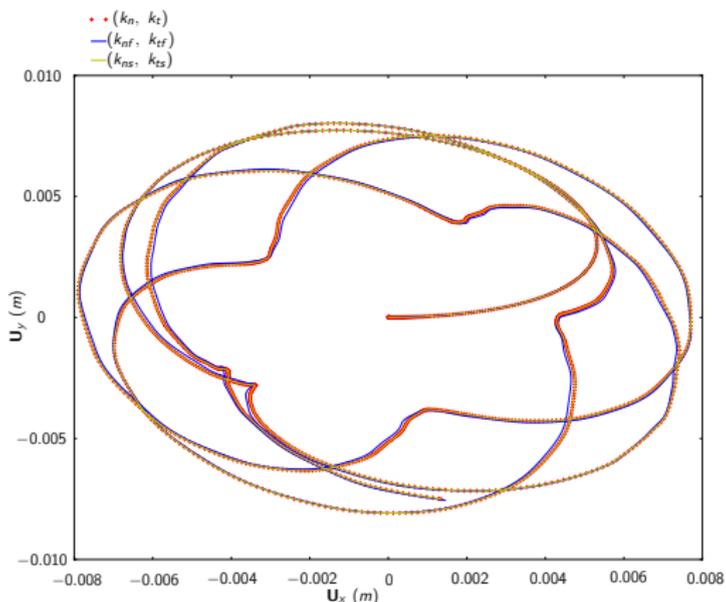
Contact contre un stator encastré

- Rotor en acier tournant à $\omega = 240 \text{ tr/min}$ et sujet à un balourd de $6.8 \times 10^6 \text{ (N)}$
- Maillage avec des éléments quadratiques :
 - Stator 259 nœuds
 - Rotor 3D : 1400 nœuds et rotor 1D : 22 nœuds



Cas1 : contact avec une couronne encastrée

Etude paramétrique sur les raideurs de pénalités en contact 3D



$$k_n = 10^{14} \text{ N/m et } k_t = 10^9 \text{ N/m}$$

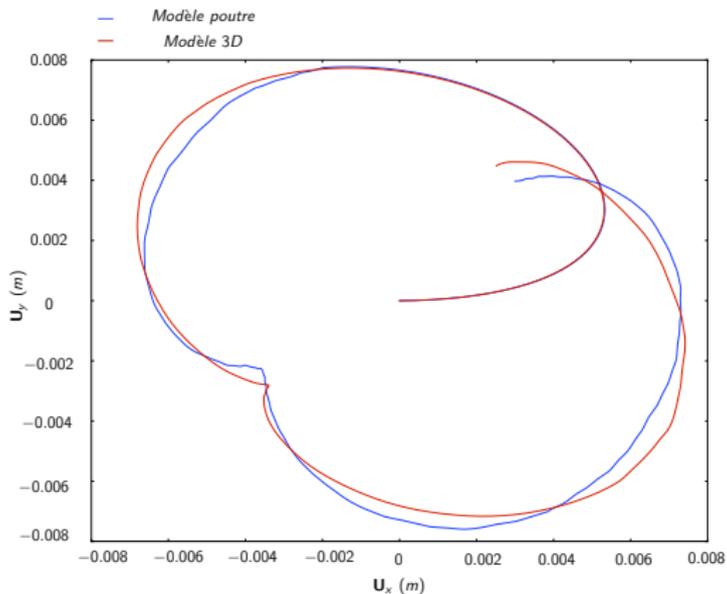
Cas1 : contact avec une couronne encastrée

Etude paramétrique sur les raideurs de pénalités en contact 1D et 3D

- Pour la cohérence des modélisations 1D et 3D du contact rotor-stator : on utilise les mêmes valeurs nominales pour les raideurs de pénalité en modélisation 1D et en modélisation 3D
- L'étude paramétrique sur les raideurs de pénalité en modélisation 1D du contact montre la faible sensibilité de la solution au choix des raideurs de pénalité.

Cas1 : contact avec une couronne encastrée

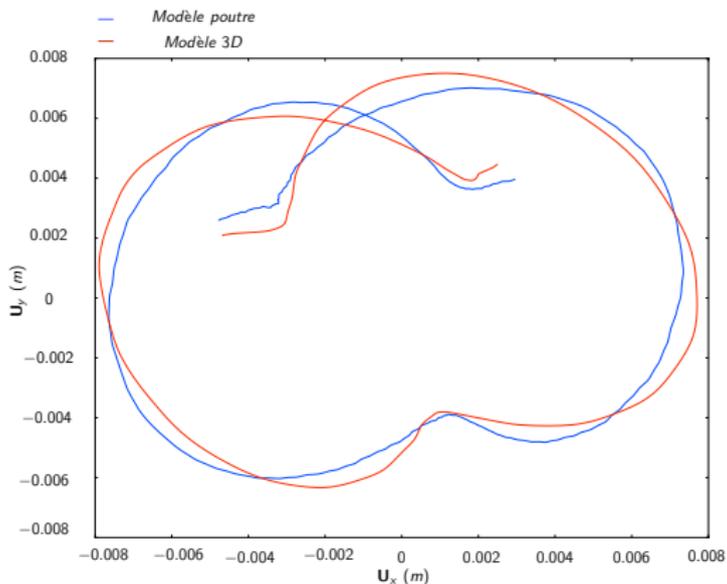
Comparaison des orbites du rotor



$t \in [0, 0.33] \text{ (s)}$

Cas1 : contact avec une couronne encastrée

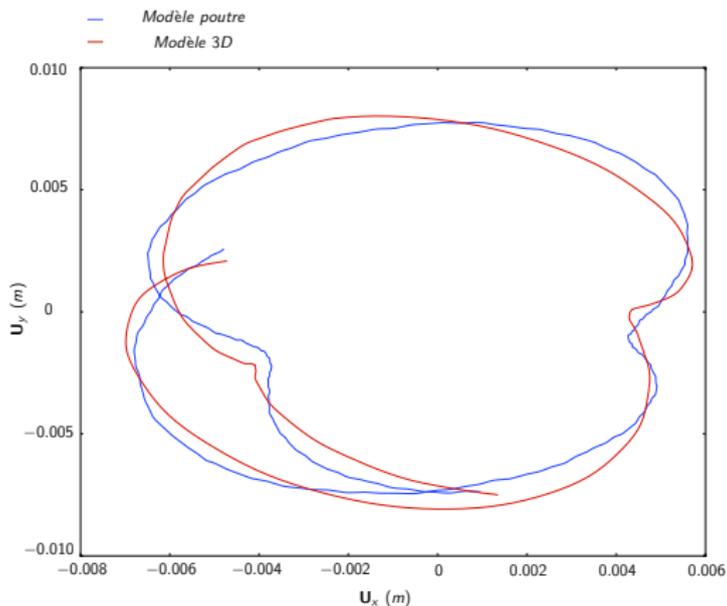
Comparaison des orbites du rotor



$$t \in [0.33, 0.66] \text{ (s)}$$

Cas1 : contact avec une couronne encastrée

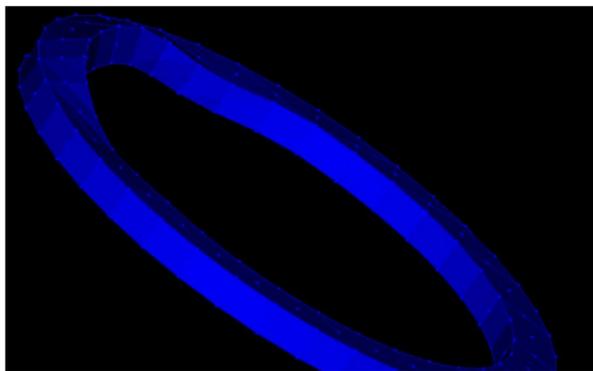
Comparaison des orbites du rotor



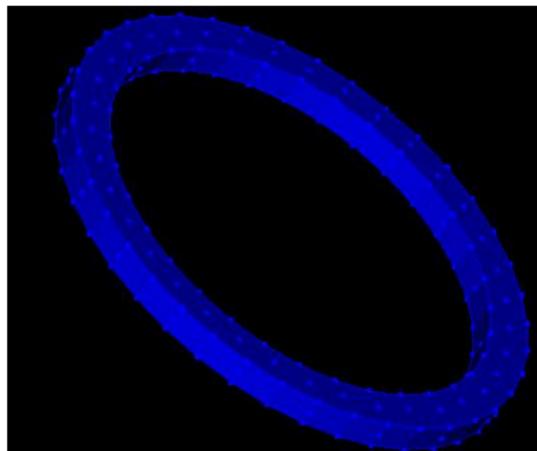
$t \in [0.66, 1]$ (s)

Cas1 : contact avec une couronne encastrée

Déformation localisée du stator à l'échelle 1.5×10^5 et $t = 0.875$ (s)



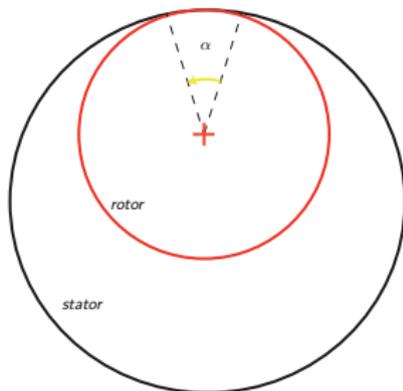
Modèle 3D



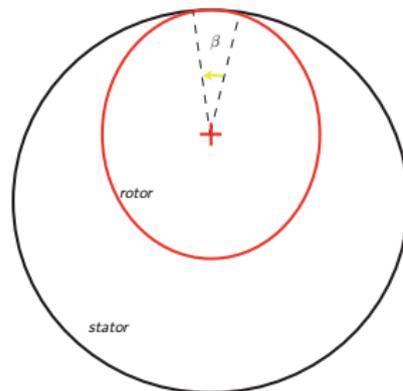
Modèle 1D

Cas1 : contact avec une couronne encastrée

Déformation de la section du rotor : résultats



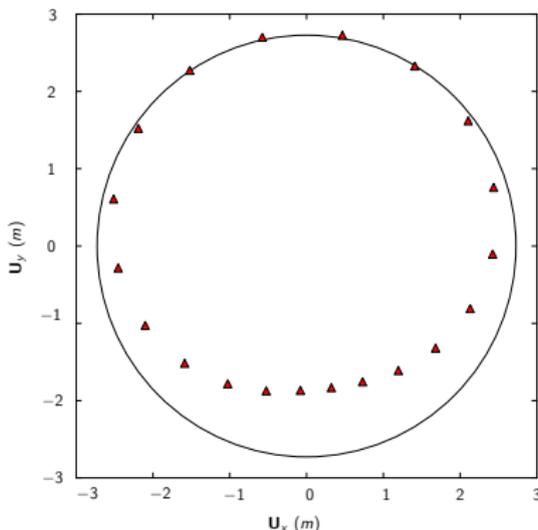
En modélisation poutre



En modélisation 3D

Cas1 : contact avec une couronne encastrée

Déformation de la section du rotor : résultats



Déformée amplifiée de la section du rotor 3D dans la zone de contact à
 $t = 0.875$ s

Cas1 : contact avec une couronne encastrée

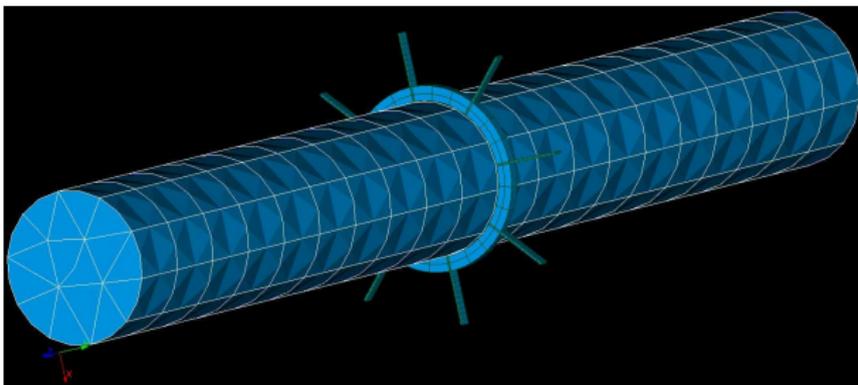
Conclusion

- A vitesse de rotation imposée, les orbites des rotors se ressemblent
- Suite à la déformation de la section, on observe en modélisation *3D* (uniquement) des déformations localisées sur le stator
- Temps CPU en contact *1D* de l'ordre de quelques minutes alors qu'il est de 30 heures pour un contact *3D*

Cas2 : contact avec un stator suspendu

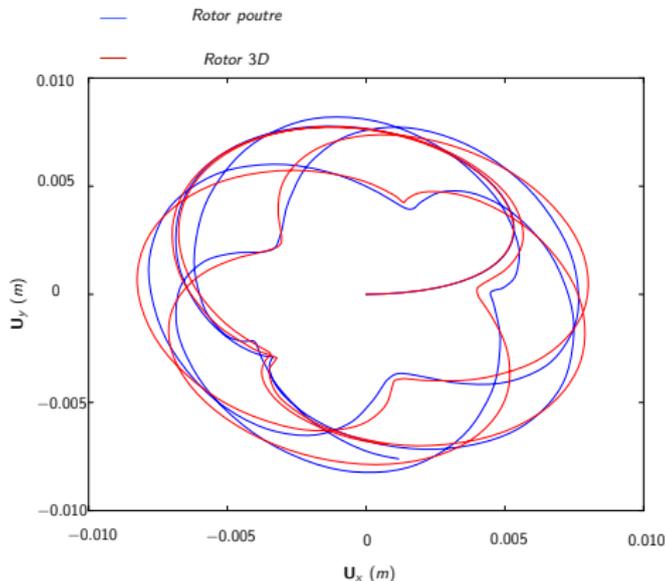
Modèle 3D

- Rotor en acier tournant à $\omega = 240 \text{ tr/min}$ et sujet à un balourd de $6.8 \times 10^6 \text{ (N)}$
- Maillage avec des éléments quadratiques :
 - Stator 2280 nœuds
 - Rotor 3D : 1400 nœuds et rotor 1D : 22 nœuds



Cas2 : contact avec un stator suspendu

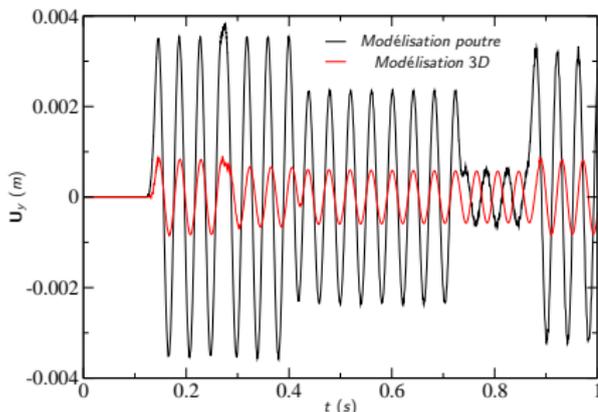
Orbites rotor



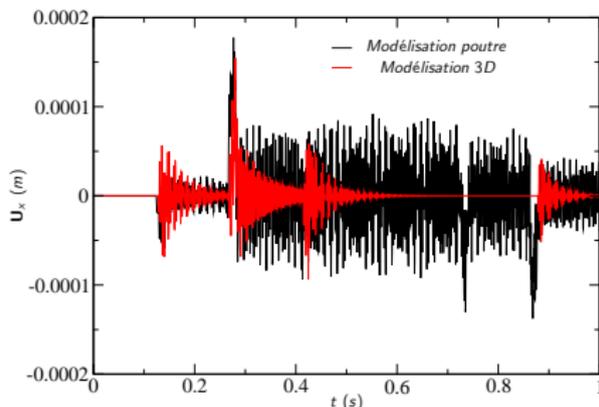
L'écart entre les orbites des rotors 1D et 3D est faible car ω est imposée

Cas2 : contact avec un stator suspendu

Comportement du stator (couple frottement)



Déplacements selon la direction
tangente au stator

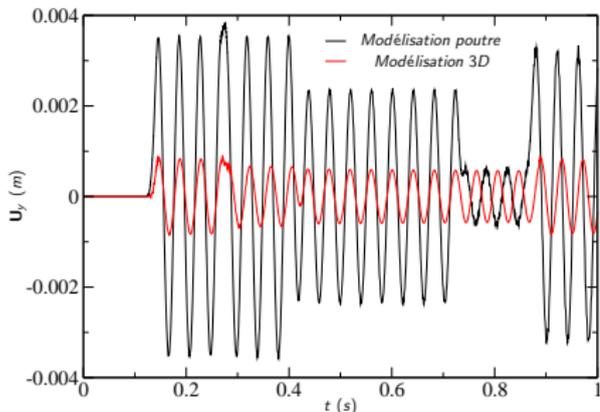


Déplacements selon la direction
normale au stator

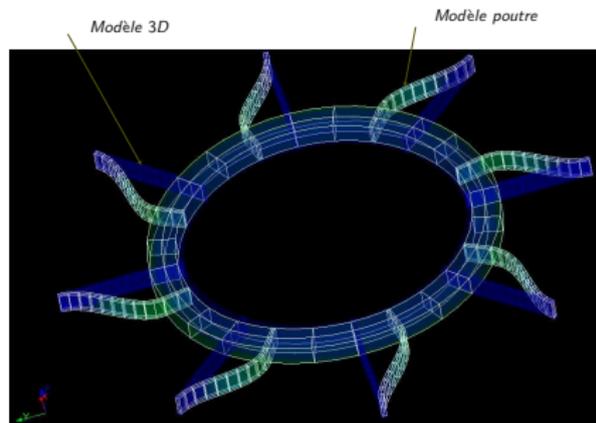
Le couple de frottement est surestimé en modélisation 1D

Cas2 : contact avec un stator suspendu

Comportement du stator (couple frottement)



Déplacements selon la direction
tangente au stator



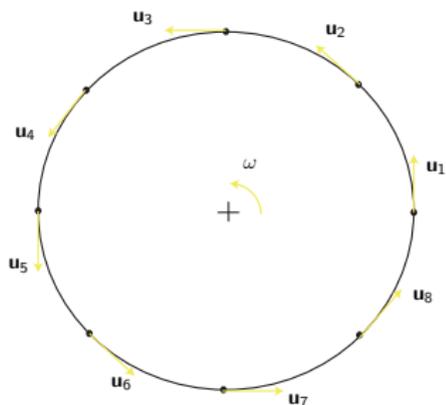
Déformées amplifiées d'un
facteur de 100 des stators

Le couple de frottement est surestimé en modélisation 1D

Cas2 : contact avec un stator suspendu

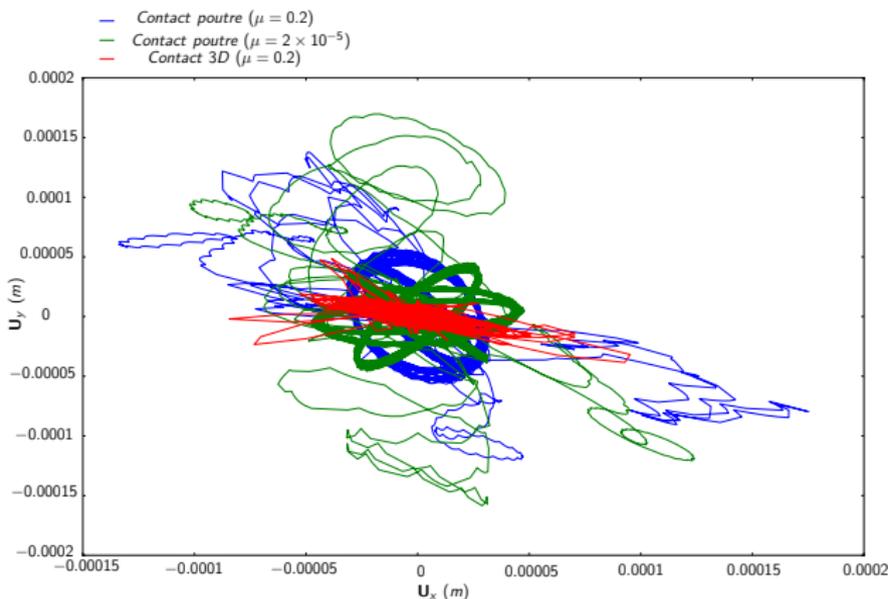
Orbites du stator

- Huit points appartenant à la surface de contact du stator et répartis symétriquement par rapport au centre du stator.
- La moyenne des déplacements en ces points élimine la rotation du stator autour de son axe.
- On appelle cette somme **orbite du stator**. Elle permet de comparer le comportement du stator en découplant la rotation causée par le frottement.



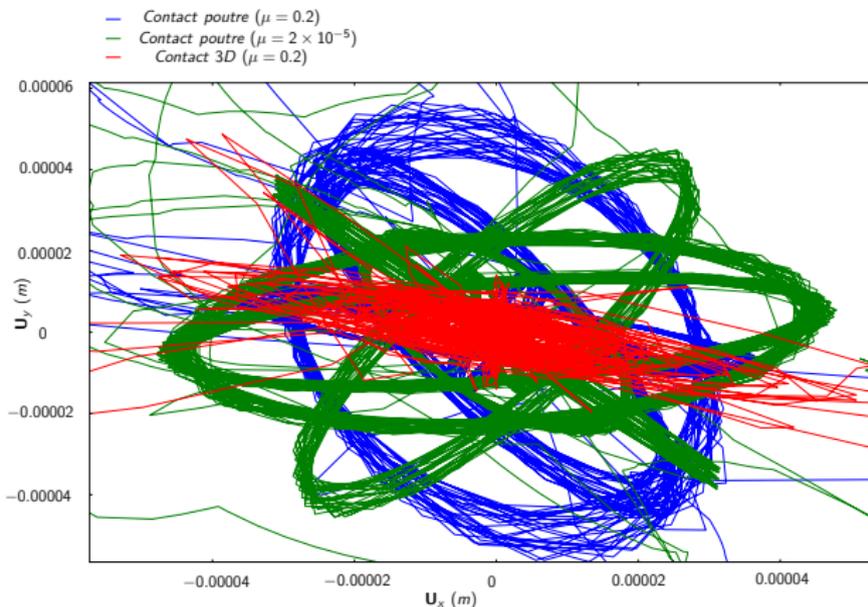
Cas2 : contact avec un stator suspendu

Orbites du stator



Cas2 : contact avec un stator suspendu

Orbites du stator



Cas2 : contact avec un stator suspendu

Conclusions

- Le comportement des rotors $1D$ et $3D$ est semblable
- Le couple de frottement est surestimé en modélisation $1D$
- Le comportement du stator n'est pas le même dans les deux modélisations même en découplant la rotation imposée par le frottement
- Temps CPU monte à plus de 60 heures pour le modèle $3D$.

Cas3 : contact à vitesse critique

Les conclusions principales :

- Le contact est très intense
- Le couple de frottement est surestimé en modélisation poutre
- Le temps CPU augmente considérablement en modélisation 3D (72 heures pour 0.2 (s) de simulation) : 6 fois plus long que le calcul précédent
- Le pas de temps nécessaire à la convergence chute (se divise par 100 lorsque le contact atteint sa sévérité maximale)

Cas3 : contact à vitesse critique

Les conclusions principales :

- Le contact est très intense
- Le couple de frottement est surestimé en modélisation poutre
- Le temps CPU augmente considérablement en modélisation 3D (72 heures pour 0.2 (s) de simulation) : 6 fois plus long que le calcul précédent
- Le pas de temps nécessaire à la convergence chute (se divise par 100 lorsque le contact atteint sa sévérité maximale)

Conclusions sur le contact rotor-stator

Les conclusions principales

- Le couple de frottement est surestimé en modélisation 1D car
 - Déformation de la section du rotor négligée.
 - Aspect de contact surface contre surface absent.
- Hypothèses de sections rigides : effets locaux négligés

Conclusions sur le contact rotor-stator

Les conclusions principales

		Modèle		Temps CPU 3D
		1D	3D	
Coefficient de frottement	Négligeable	++	-	++
	Signifiante	-	+	-
Rigidité du stator	Stator rigide	+	-	
	Stator souple	-	+	
Déformation du rotor	Négligeable	+	-	
	Importante	-	+	
Intensité du contact	Rotor au voisinage ω_0	--	++	---
	Balourd important	-	+	--
	Intensité faible	+	-	+

Conclusions sur le contact rotor-stator

Les conclusions principales

- Si $\mu \gg +$ rotor et stator souples + rotor au voisinage d'une vitesse critique \Rightarrow modèle 3D (calcul onéreux mais nécessaire)
- Si $\mu \ll +$ rotor et stator rigides + balourd faible \Rightarrow modèle 1D

Plan de la présentation

- 1 Bascule sans rotation
- 2 Modèles couplés
- 3 Bascule avec rotation
- 4 Contact rotor-stator
- 5 Conclusions**

Conclusions générales

- Développement d'une bascule d'un modèle poutre vers un modèle hybride poutre-3D dans le cadre de la dynamique des rotors
- Permet de gagner beaucoup en temps de calcul sur les problèmes présentant des non-linéarités limitées en espace et en temps
- Collecte des ingrédients de modélisation et de résolution d'un problème de contact rotor-stator en 3D
- Mise en valeur d'une modélisation 3D du contact-stator par rapport à une modélisation simplifiée 1D
- On a donc proposé un outil et un cadre scientifiques et numériques pour un traitement efficace et robuste des problèmes de contact rotor-stator

Conclusions générales

- Développement d'une bascule d'un modèle poutre vers un modèle hybride poutre-3D dans le cadre de la dynamique des rotors
- Permet de gagner beaucoup en temps de calcul sur les problèmes présentant des non-linéarités limitées en espace et en temps
- Collecte des ingrédients de modélisation et de résolution d'un problème de contact rotor-stator en 3D
- Mise en valeur d'une modélisation 3D du contact-stator par rapport à une modélisation simplifiée 1D
- On a donc proposé un outil et un cadre scientifiques et numériques pour un traitement efficace et robuste des problèmes de contact rotor-stator

Conclusions générales

- Développement d'une bascule d'un modèle poutre vers un modèle hybride poutre-3D dans le cadre de la dynamique des rotors
- Permet de gagner beaucoup en temps de calcul sur les problèmes présentant des non-linéarités limitées en espace et en temps
- Collecte des ingrédients de modélisation et de résolution d'un problème de contact rotor-stator en 3D
- Mise en valeur d'une modélisation 3D du contact-stator par rapport à une modélisation simplifiée 1D
- On a donc proposé un outil et un cadre scientifiques et numériques pour un traitement efficace et robuste des problèmes de contact rotor-stator

Perspectives

- 1 La bascule est implémentée dans le Code_Aster, et comme elle est non intrusive, elle va bénéficier des développements futurs (ω inconnue du problème et raccord 3D_POU en rotation)
- 2 Développement de la bascule inverse
- 3 Traiter un problème de ralentissement avec des critères de bascules (directe et inverse) automatiques
- 4 Traiter un problème de ralentissement en 3D pour appuyer les conclusions obtenues
- 5 Investiguer les possibilités intrusives permettant de proposer une bascule dans laquelle l'orthogonalité est forcée et qui ne nécessite pas d'inversion de matrices de grandes tailles

Perspectives

- 1 La bascule est implémentée dans le Code_Aster, et comme elle est non intrusive, elle va bénéficier des développements futurs (ω inconnue du problème et raccord 3D_POU en rotation)
- 2 Développement de la bascule inverse
- 3 Traiter un problème de ralentissement avec des critères de bascules (directe et inverse) automatiques
- 4 Traiter un problème de ralentissement en 3D pour appuyer les conclusions obtenues
- 5 Investiguer les possibilités intrusives permettant de proposer une bascule dans laquelle l'orthogonalité est forcée et qui ne nécessite pas d'inversion de matrices de grandes tailles

Perspectives

- 1 La bascule est implémentée dans le Code_Aster, et comme elle est non intrusive, elle va bénéficier des développements futurs (ω inconnue du problème et raccord 3D_POU en rotation)
- 2 Développement de la bascule inverse
- 3 Traiter un problème de ralentissement avec des critères de bascules (directe et inverse) automatiques
- 4 Traiter un problème de ralentissement en 3D pour appuyer les conclusions obtenues
- 5 Investiguer les possibilités intrusives permettant de proposer une bascule dans laquelle l'orthogonalité est forcée et qui ne nécessite pas d'inversion de matrices de grandes tailles

Perspectives

- 1 La bascule est implémentée dans le Code_Aster, et comme elle est non intrusive, elle va bénéficier des développements futurs (ω inconnue du problème et raccord 3D_POU en rotation)
- 2 Développement de la bascule inverse
- 3 Traiter un problème de ralentissement avec des critères de bascules (directe et inverse) automatiques
- 4 Traiter un problème de ralentissement en 3D pour appuyer les conclusions obtenues
- 5 Investiguer les possibilités intrusives permettant de proposer une bascule dans laquelle l'orthogonalité est forcée et qui ne nécessite pas d'inversion de matrices de grandes tailles

Merci de votre attention !

Application en statique

But : vérification de la correction des déplacements

- Le déplacement $3D$ après la bascule : $\mathbf{U}_{3D} = \mathbf{P}\mathbf{U}_p + \mathbf{U}_{3Dc}$, est comparé à celui d'un modèle de référence $3D$.
- \mathbf{U}_{3D} présente une erreur maximale de $2.5 * 10^{-10}$ % par rapport à une solution de référence $3D$: \mathbf{U}_{3DRef} .
- La bascule en statique revient à résoudre une équation à une seule inconnue : fonctionne même pour des chargements et sections complexes si les conditions aux limites et les chargements $1D$ et $3D$ sont cohérents

Application en statique

But : vérification de la correction des déplacements

- Le déplacement $3D$ après la bascule : $\mathbf{U}_{3D} = \mathbf{P}\mathbf{U}_p + \mathbf{U}_{3Dc}$, est comparé à celui d'un modèle de référence $3D$.
- \mathbf{U}_{3D} présente une erreur maximale de $2.5 * 10^{-10}$ % par rapport à une solution de référence $3D$: \mathbf{U}_{3DRef} .
- La bascule en statique revient à résoudre une équation à une seule inconnue : fonctionne même pour des chargements et sections complexes si les conditions aux limites et les chargements $1D$ et $3D$ sont cohérents

Références I

- Ahmad, S., 2010, "Rotor Casing Contact Phenomenon in Rotor Dynamics - Literature Survey," *Journal of Vibration and Control* 16, pp. 1369–1377.
- Ben Dhia, H., 1998, "Multiscale mechanical problems : the Arlequin method," *Mechanics of Solids and Structures* 326, pp. 899–904.
- Ehrich, F., 1999, *Handbook of Rotordynamics*, Krieger Publishing Co.
- Farhat, C., 1991, "A Lagrange multiplier based divide and conquer finite element algorithm," *Computing Systems in Engineering* 2, pp. 149–156.
- Farhat, C., Lesoinne, M., Le Tallec, P., et al., 2001, "FETI-DP : A dual-primal unified FETI method – Part I : A faster alternative to the two-level FETI method," *International Journal for Numerical Methods in Engineering* 50, no. 7, pp. 1523–1544.
- Gendre, L., 2009, *Approche globale/locale non intrusive : application aux structures avec plasticité locale*, Ph.D. Thesis, Ecole Normale Supérieure de Cachan.
- Ghanem, A., 2013, *Contributions à la modélisation avancée des machines tournantes en dynamique transitoire dans le cadre Arlequin*, Ph.D. Thesis, l'Institut National des Sciences Appliquées de Lyon.
- Hirai, I., Uchiyama, Y., Mizuta, Y., et al., 1985, "An exact zooming method," *Finite Elements in Analysis and Design* 1, pp. 61–69.

Références II

- Jacquet-Richardet, G., Torkhani, M., Cartraud, P., *et al.*, 2013, "Rotor to stator contacts in turbomachines. Review and application,"
- Legrand, M., Batailly, A., Magnain, B., *et al.*, 2012, "Full three-dimensional investigation of structural contact interactions in turbomachines," *Journal of Sound and Vibration* 331, pp. 2578–2601.
- Lozinski, A., 2010, *Méthodes numériques et modélisation pour certains problèmes multi-échelles*, Habilitation à diriger des recherches, Université Paul Sabatier, Toulouse.
- Mahjoubi, N., 2010, *Méthode générale de couplage de schémas d'intégration multi-échelles en temps en dynamique des structures*, Ph.D. Thesis, Institut National des Sciences Appliquées de Lyon.
- Mandel, J., 1993, "Balancing domain decomposition," *Communications in Numerical Methods in Engineering* 9, pp. 233–241.
- Muszynska, A., 1989, "Rotor-to-stationary element rub-related vibration phenomena in rotating machinery," *The Shock and Vibration Digest* 21-3, pp. 3–11.
- Muszynska, A., 2005, *Rotor dynamics*, CRC Press.
- Noels, L., 2004, *Contributions aux algorithmes d'intégration temporelle conservant l'énergie en dynamique non-linéaire des structures*, Ph.D. Thesis, Université de Liège-Faculté des Sciences Appliquées.

Références III

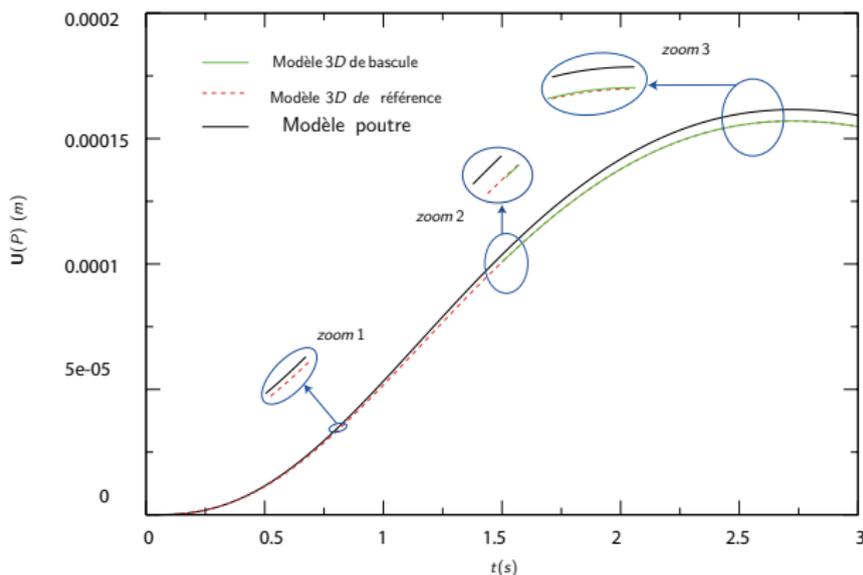
- Noels, L., Stainier, L., Ponthot, J.-P., *et al.*, 2001, "Automatic time stepping algorithms for implicit numerical simulations of blade/casing interactions," *International Journal of Crashworthiness* 6, pp. 351–362.
- Noels, L., Stainier, L., Ponthot, J.-P., *et al.*, 2002a, "Automatic time stepping algorithms for implicit numerical simulations of non-linear dynamics," *Advances in Engineering Software* 33, pp. 589–603.
- Noels, L., Stainier, L., Ponthot, J.-P., *et al.*, 2002b, "Combined implicit-explicit algorithms for non-linear structural dynamics," *Revue Européenne des Éléments Finis* 11, pp. 565–591.
- Peletan, L., 2012, *Stratégie de modélisation simplifiée et de résolution accélérée en dynamique non linéaire des machines tournantes. Application au contact*, Ph.D. Thesis, l'Institut National des Sciences Appliquées de Lyon.
- Peletan, L., Baguet, S., Jacquet Richardet, G., *et al.*, 2012, "Use and limitations of the Harmonic Balance Method for rub-impact phenomena in rotor-stator dynamics," *ASME Turbo Expo 2012 Turbine Technical Conference and Exposition, Copenhagen : Danemark*.
- Roques, S., 2007, *Modélisation du comportement dynamique couplé rotor-stator d'une turbine en situation accidentelle*, Ph.D. Thesis, Ecole Centrale de Nantes.

Références IV

Roques, S., Legrand, M., Cartraud, P., *et al.*, 2009, "Modeling of a rotor speed transient response with a radial rubbing," *Journal of Sound and Vibration* 329, pp. 527–546.

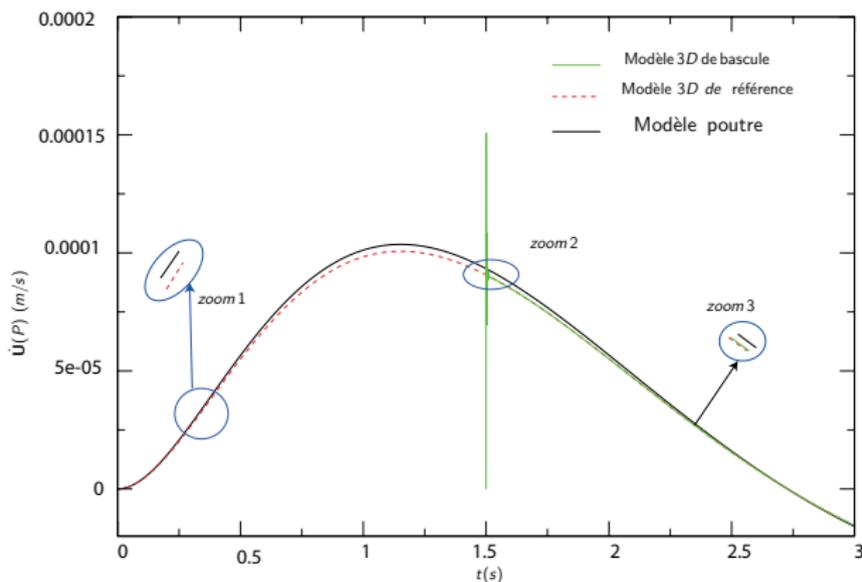
Bascule 1D-3D stabilisée par amortissement numérique

Résultats en déplacements



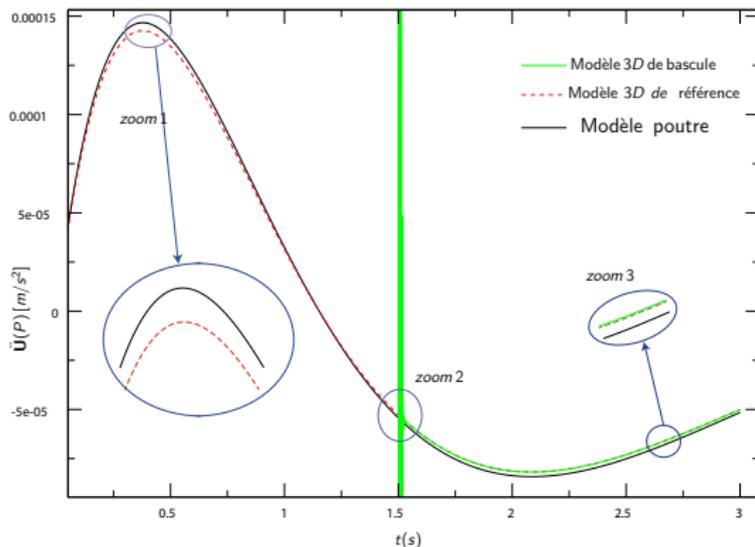
Bascule 1D-3D stabilisée par amortissement numérique

Résultats en vitesses



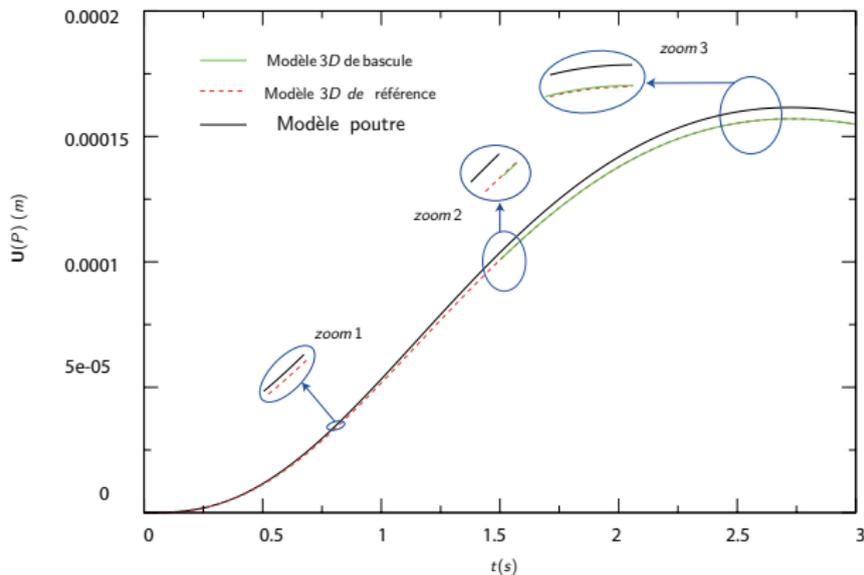
Bascule 1D-3D stabilisée par amortissement numérique

Résultats en accélérations



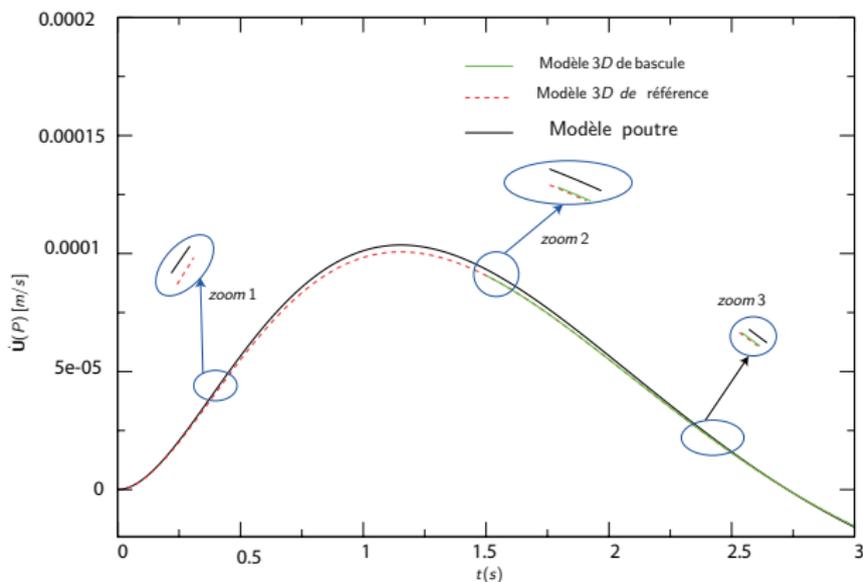
Bascule 1D à 3D à trois pas de temps

Résultats en déplacements



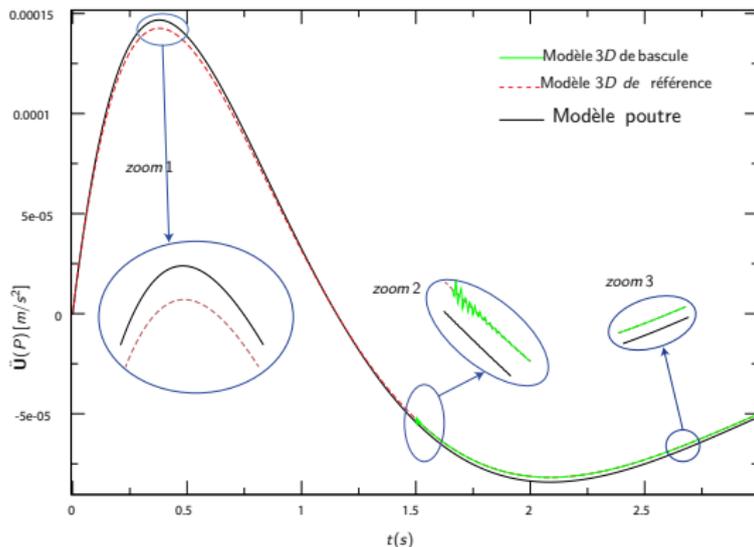
Bascule 1D à 3D à trois pas de temps

Résultats en vitesses



Bascule 1D à 3D à trois pas de temps

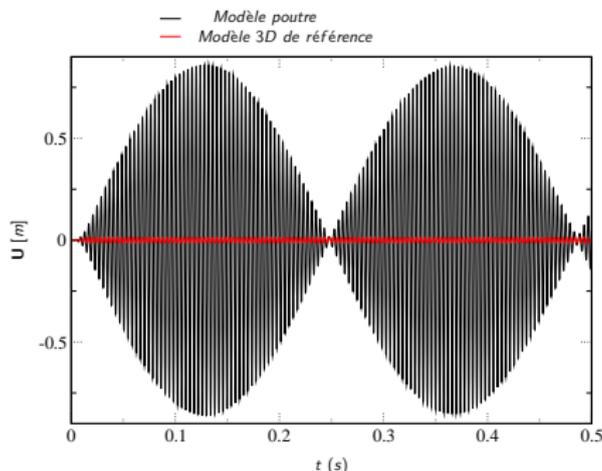
Résultats en accélérations



Bascule à vitesse critique

Autres cas d'études

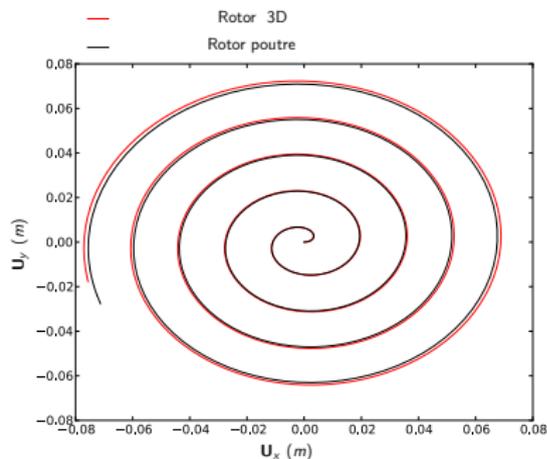
Proche d'une vitesse critique la bascule n'a pas de sens car les comportement poutre et 3D sont très différents (ici $\omega = 15000 \text{ tr}/\text{min}$ équivalent à 250 Hz)



Cas3 : contact à vitesse critique

Comparaison des orbites des rotors 1D et 3D en absence de contact

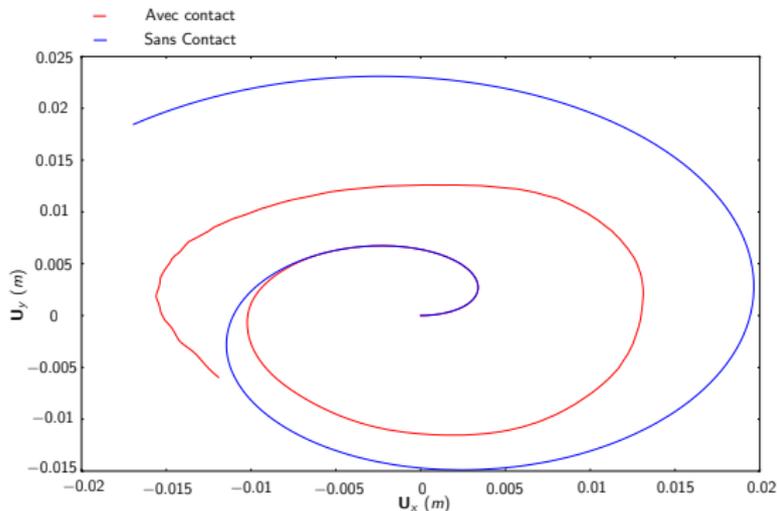
- Cohérence des modèles 1D et 3D des rotors vérifiée
- On vérifie l'indépendance des résultats des coefficients de raideurs de pénalité
- Résonance du rotor : contact violent



Cas3 : contact à vitesse critique

Orbites du rotor 1D sans et avec contact

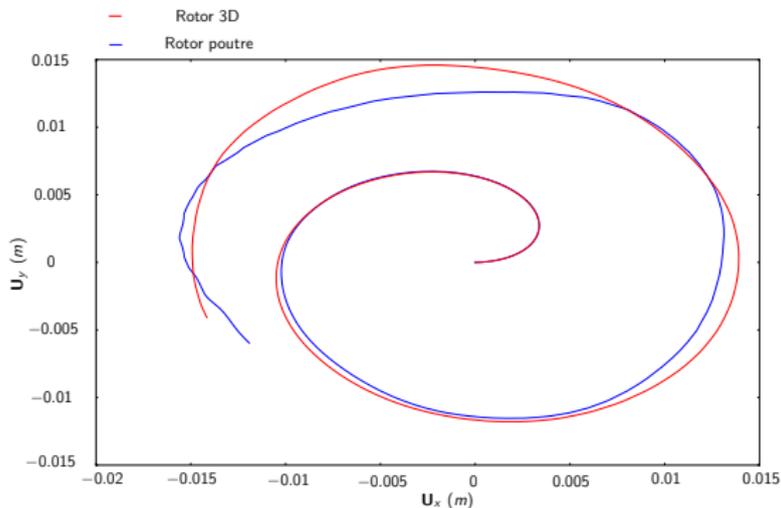
La comparaison des orbites sans et avec contact met en évidence la violence du choc



Cas3 : contact à vitesse critique

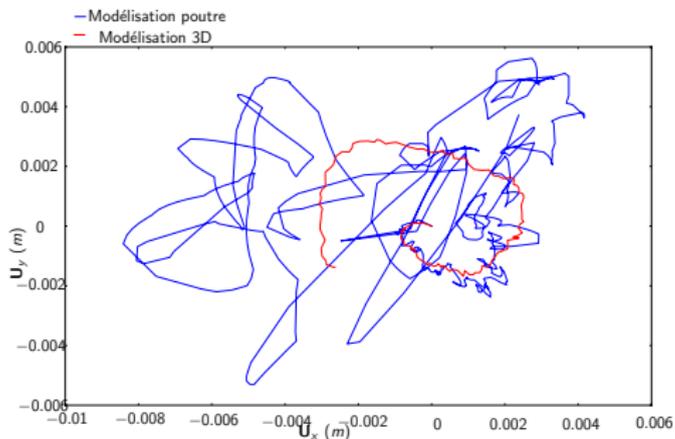
Orbites rotor

La différence est moins perçue sur les orbites du rotor

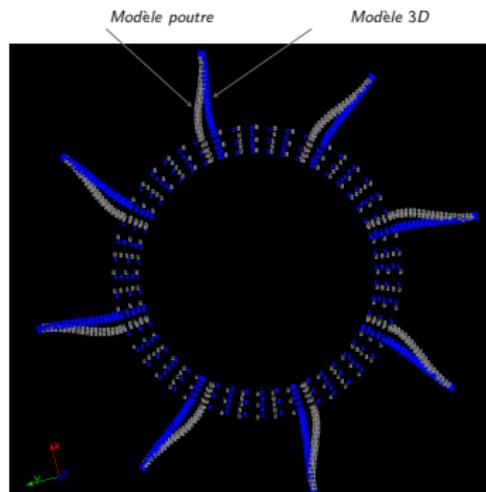


Cas3 : contact à vitesse critique

Comparaison du comportement des stators



Orbits stator



État du stator à $t = 0.1576$ s

Le couple de frottement est surestimé en modélisation 1D
Les différences de modélisation sont évidentes sur le comportement des stators

Cas3 : contact à vitesse critique

Conclusions

- Le temps CPU augmente considérablement en modélisation 3D (72 heures pour 0.2 (s) de simulation) : 6 fois plus long que le calcul précédent
- Le pas de temps nécessaire à la convergence chute (se divise par 100 lorsque le contact atteint sa sévérité maximale)