



# THÈSE

Pour l'obtention du grade de

## DOCTEUR DE L'ÉCOLE NATIONALE SUPÉRIEURE DE MÉCANIQUE ET D'AÉRONAUTIQUE

(Diplôme national – Arrêté du 7 Août 2006)

*École Doctorale* : Sciences et Ingénierie en Matériaux, Mécanique, Energétique et Aéronautique

*Secteur de Recherche* : Mécanique des Solides, des Matériaux,  
des Structures et des Surfaces

Présentée par :

**SONG THANH THAO NGUYEN**

---

### CARACTERISATION EXPERIMENTALE ET MODELISATION THERMO- MECANIQUE DE L'ACCOMMODATION CYCLIQUE DU POLYETHYLENE

---

**Directeurs** de thèse : Sylvie CASTAGNET et Jean-Claude GRANDIDIER

Soutenue le 2 Décembre 2013  
devant la Commission d'Examen

#### **-Jury-**

M. André CHRYSOCHOOS, <i>Professeur à l'Université de Montpellier</i>	<i>Président</i>
M. Christophe FOND, <i>Professeur à l'Université de Strasbourg</i>	<i>Rapporteurs</i>
M. Yann MARCO, <i>Maître de Conférences (HDR) à l'ENSTA-Bretagne</i>	<i>Rapporteurs</i>
M. Jean-Benoît LE CAM, <i>Professeur à l'Université de Rennes</i>	
M. Jean-Claude GRANDIDIER, <i>Professeur à l'ENSMA de Poitiers</i>	
Mme Sylvie CASTAGNET, <i>Chargée de Recherche CNRS (HDR), Institut Pprime Poitiers</i>	



## REMERCIEMENTS

Je voudrais remercier chaleureusement mes deux directeurs de thèse Sylvie CASTAGNET et Jean-Claude GRANDIDIER qui ont me supporté et m'encouragé depuis les premiers jours de ma thèse jusqu'à la date de soutenance. Je leur remercie pour leur confiance dans mes compétences, pour leur patience et pour leur essaie de comprendre une fille qui ne parle pas bien le français. Les trois ans travaillant avec eux me permettent enrichir les connaissances scientifiques et linguistiques. Merci à Sylvie pour son intérêt des difficultés de ma vie loin de ma famille. Merci à Jean-Claude pour son partage et pour son conseil à ma passion de voyage.

Je remercie également Eliane BONNEAU et Brigitte VIGNER pour leur sympathie et leur accueil chaleureux au sein du secrétariat.

Je remercie l'équipe technique qui m'a aidé à mener cette étude. Je remercie notamment Guillaume BENOIT pour son aide à acquérir des images au cours d'essai cyclique et à développer les scripts Python de mesurer des déformations. Je remercie David MELLIER pour la corrélation d'images numériques et pour des essais DMA, DSC et tomographie. Je remercie tous les deux et Anne-Laure GORGE pour leur aide lors de la réalisation d'essais. Je remercie également Guerric FORT et Jacques LEFORT pour la découpe des échantillons.

Je tiens également à remercier Mikael GUEGUEN et Eric LAINE pour nos discussions qui m'ont permis d'avancer des calculs numériques.

Je souhaite remercier M. André CHRYSOCHOOS de m'avoir accueilli au sein du LMGC – Montpellier II durant 3 mois pour des études thermomécaniques. Je remercie notamment Laurent SABATIER qui a réalisé des essais et les dépouillé. Je remercie tous les deux et également Jean-Michel MURACCIOLE et Bertrand WATTRISSE pour nos discussions qui m'ont permis de comprendre et d'analyser les phénomènes de couplage thermomécanique.

Je remercie également des membres de mon jury pour avoir accepté d'examiner ou de rapporter ce travail et pour notre discussion.

Je voudrais remercier le ministère de la recherche français pour l'allocation doctorante.

Je remercie également des doctorants et autres personnes du DPMM pour la bonne ambiance. Merci à Marion DASRIAUX, Gaëlle LEOPOLD et Benoit GENTILLEAU, mes premiers amis français, pour les belles soirées. Merci à Marion TROMBINI, Fanny RIALANT et Aline SIMAR pour leurs partages de mes heureuses et mes tristesses. Merci à Ousseynou KANE-DIALLO, un gros ami des vietnamiens, pour sa bonne humeur. Je remercie notamment Aurélien HELSTROFFER alias Bibé pour ses cours de français.

Je remercie ma famille, mes amis et mon copain Thuan qui m'ont supporté et m'ont soutenu.



# Table des matières

INTRODUCTION.....	1
<b>CHAPITRE 1</b>	
<b>BIBLIOGRAPHIE SUR LE COMPORTEMENT CYCLIQUE DES POLYMERES .....</b>	<b>3</b>
<b>1.1. Etudes expérimentales .....</b>	<b>4</b>
1.1.1. Généralités sur les essais cycliques.....	4
1.1.2. Effet de rochet.....	5
1.1.3. Investigation de la source de chaleur générée au cours du cyclage .....	9
<b>1.2. Modélisation .....</b>	<b>12</b>
1.2.1. Rappels sur le cadre de modélisation en Thermodynamique des Processus Irréversibles .....	13
1.2.2. Viscoélasticité .....	15
1.2.3. Viscoplasticité.....	18
1.2.4. Viscoélasticité et viscoplasticité .....	19
1.2.5. Modélisation thermomécanique .....	19
1.2.6. Modélisation de l'effet de rochet .....	21
<b>1.3. Conclusion et objectifs de la thèse .....</b>	<b>23</b>
<b>CHAPITRE 2</b>	
<b>PROCEDURE EXPERIMENTALE .....</b>	<b>25</b>
<b>2.1. Matériau.....</b>	<b>25</b>
<b>2.2. Eprouvettes .....</b>	<b>25</b>
<b>2.3. Protocole expérimental .....</b>	<b>29</b>
<b>2.4. Principes de dépouillement et d'exploitation des données .....</b>	<b>33</b>
2.4.1. Principes de dépouillement .....	33
2.4.2. Suivi de la boucle d'hystérésis.....	36
<b>CHAPITRE 3</b>	
<b>RESULTATS EXPERIMENTAUX .....</b>	<b>39</b>
<b>3.1. Comportement monotone.....</b>	<b>39</b>
<b>3.2. Comportement cyclique en traction .....</b>	<b>40</b>
3.2.1. Reproductibilité .....	40
3.2.2. Influence des caractéristiques de chargement sur l'effet de rochet .....	41
3.2.2.1. Fréquence .....	41
3.2.2.2. Contrainte moyenne .....	43
3.2.3. Evolution de la boucle .....	44
3.2.3.1. Fréquence .....	44
3.2.3.2. Rapport de charge.....	45
3.2.4. Etat stabilisé .....	46
3.2.5. Cinétique de recouvrance .....	46
<b>3.3. Comportement cyclique en cisaillement .....</b>	<b>47</b>
3.3.1. Reproductibilité .....	49
3.3.2. Influence des caractéristiques de chargement sur l'effet de rochet .....	50
3.3.3. Evolution de la boucle .....	51
3.3.4. Rôle de la contrainte appliquée.....	53
3.3.5. Etat stabilisé .....	54
3.3.6. Cinétique de recouvrance .....	56
<b>3.4. Conclusion .....</b>	<b>57</b>

## CHAPITRE 4

### MODELISATION DU COMPORTEMENT VISCOELASTIQUE (Cadre isotherme) .....59

#### 4.1. Cadre de la Thermodynamique des Processus Irréversibles .....59

#### 4.2. Loi de comportement .....60

4.2.1. Potentiel thermodynamique .....60

4.2.2. Loi d'évolution des variables dissipatives .....61

4.2.3. Loi d'état .....62

4.2.4. Etat stabilisé non linéaire .....63

4.2.5. Distribution des temps de relaxation .....65

#### 4.3. Sensibilité des réponses du matériau aux différents paramètres du modèle .....67

4.3.1. Effet des modules « élastiques » .....69

4.3.2. Effet des modules « relaxés »  $G_R$  et  $K_R$  .....70

4.3.3. Effet des paramètres de non-linéarité .....70

4.3.4. Effet des paramètres de la distribution de temps de relaxation .....71

## CHAPITRE 5

### CONFRONTATION DU MODELE ISOTHERME ET DES PRINCIPAUX RESULTATS

### EXPERIMENTAUX .....75

#### 5.1. Identification des paramètres .....75

5.1.1. Principe .....75

5.1.2. Jeux de paramètres obtenus .....77

#### 5.2. Validation et discussion dans le cas d'une même distribution pour les modules G et K .....80

5.2.1. Prédiction de la déformation de rochet .....80

5.2.2. Prédiction de l'évolution des boucles .....81

5.2.3. Rôle de la contrainte moyenne .....84

5.2.4. Cinétique de recouvrance .....86

5.2.5. Modélisation de la traction avec le jeu de paramètres identifié en cisaillement et inversement .....88

#### 5.3. Distinction des contributions déviatorique et volumique .....90

5.3.1. Prédiction de la déformation de rochet .....90

5.3.2. Prédiction de l'évolution des boucles .....91

5.3.3. Cinétique de recouvrance .....91

#### 5.4. Conclusion .....92

## CHAPITRE 6

### PROCEDURE EXPERIMENTALE THERMOMECHANIQUE .....93

#### 6.1. Caractérisation complémentaire des propriétés matériau .....93

6.1.1. Mesure de la capacité calorifique par essai DSC .....94

6.1.2. Mesure du coefficient de dilatation thermique .....95

6.1.3. Identification des paramètres de la loi d'équivalence temps-température par essai DMA .....96

6.1.4. Identification des coefficients de conductivité et de convection thermique par analyse numérique inverse d'un essai de retour à l'équilibre thermique .....99

#### 6.2. Protocole expérimental .....104

6.2.1. Eprouvettes .....104

6.2.2. Dispositif de thermographie infrarouge .....105

6.2.3. Mesure des champs de déplacement par corrélation d'images numériques .....106

6.2.4. Dispositif expérimental .....106

#### 6.3. Reconstruction des sources de chaleur .....110

#### 6.4. Identification du coefficient d'échange de chaleur dans un cadre « 0D » .....111

<b>CHAPITRE 7</b>	
<b>RESULTATS EXPERIMENTAUX</b>	113
<b>7.1. Comportement cyclique en traction</b>	113
7.1.1. <i>Evolution du déplacement</i>	114
7.1.2. <i>Evolution de la déformation</i>	115
7.1.3. <i>Evolution de la température</i>	117
7.1.4. <i>Evolution de la source de chaleur</i>	119
<b>7.2. Comportement cyclique en cisaillement à R = 0</b>	122
7.2.1. <i>Evolution du déplacement</i>	124
7.2.2. <i>Evolution de la déformation</i>	125
7.2.2.1. Déformation longitudinale $\epsilon_{yy}$	125
7.2.2.2. Déformation transverse $\epsilon_{xx}$	127
7.2.2.3. Déformation de cisaillement $\epsilon_{xy}$	128
7.2.3. <i>Evolution de la température</i>	130
7.2.5. <i>Evolution de la boucle</i>	137
<b>7.3. Comportement cyclique en cisaillement à R = -1</b>	138
7.3.1. <i>Evolution du déplacement</i>	138
7.3.2. <i>Evolution de la déformation</i>	140
7.3.3. <i>Evolution de la température</i>	142
7.3.4. <i>Evolution de la source de la chaleur</i>	144
<b>7.4. Conclusions</b>	146
<b>CHAPITRE 8</b>	
<b>MODELISATION THERMO-VISCOELASTIQUE</b>	149
<b>8.1. Loi de comportement</b>	149
<b>8.2. Conclusion</b>	153
<b>CHAPITRE 9</b>	
<b>CONFRONTATION DU MODELE THERMOMECHANIQUE</b>	155
<b>9.1. Essai de traction</b>	155
9.1.1. <i>Prédiction de la déformation</i>	157
9.1.2. <i>Prédiction de la température</i>	158
9.1.3. <i>Prédiction du bilan d'énergie</i>	159
9.1.4. <i>Prédiction de l'évolution de l'aire de boucle</i>	162
<b>9.2. Essai de cisaillement à R = 0</b>	164
9.2.1. <i>Prédiction de la déformation</i>	165
9.2.2. <i>Prédiction de la température</i>	167
9.2.3. <i>Prédiction du bilan d'énergie</i>	168
<b>9.3. Essai de cisaillement à R = -1</b>	171
9.3.1. <i>Prédiction de la déformation</i>	171
9.3.2. <i>Prédiction de la température</i>	173
9.3.3. <i>Prédiction du bilan d'énergie</i>	175
9.3.4. <i>Prédiction de l'évolution de l'aire de boucle</i>	176
<b>9.4. Conclusion</b>	177
<b>CONCLUSION ET PERSPECTIVE</b>	179
<b>BIBLIOGRAPHIE</b>	183
<b>ANNEXE A</b>	191
<b>ANNEXE B</b>	199



# INTRODUCTION

Dans une approche de dimensionnement en fatigue basée sur un critère multiaxial, les paramètres d'entrée du critère (contraintes, déformations, termes énergétiques) sont généralement calculés sur un état stabilisé. Dans les métaux, il s'agit souvent du premier cycle, en supposant que le matériau se comporte élastiquement ou présente des processus de plasticité très localisés. Dans les matériaux viscoélastiques comme les polymères, l'évolution significative de la raideur en début de cyclage soulève la question de la stabilisation du cycle sur lequel les paramètres mécaniques devraient être calculés. Un enjeu majeur est donc de définir et prédire cet état stabilisé, c'est à dire non seulement l'évolution de la déformation moyenne qui accompagne le cyclage (l'effet de rochet) mais aussi la boucle stabilisée elle-même et les contributions énergétiques pertinentes. Pour être applicable à des structures, le modèle doit conserver un formalisme aussi maniable que possible.

Initialement, la littérature sur l'effet de rochet a porté essentiellement sur les matériaux métalliques. Les études sur les polymères sont plus récentes. Les travaux expérimentaux sont centrés sur les facteurs d'influence de l'effet de rochet : contrainte moyenne, amplitude de la contrainte, rapport de charge, température et plus généralement histoire de chargement. Dans la majorité des travaux de modélisation, le chargement cyclique est choisi comme un cadre particulièrement discriminant pour les modèles. La prédiction de l'accommodation cyclique n'est pas un objectif en soi, et seules quelques dizaines de cycles sont simulées.

Un objectif principal de ce travail, mené sur le polyéthylène, est d'étendre le cadre d'analyse et de modélisation au millier de cycles, pour inclure la phase d'accommodation. Il sera montré, par des essais de recouvrance, que la contribution viscoélastique à l'évolution de la déformation moyenne est majoritaire. Un intérêt particulier est donc porté, tout au long de ce travail, à la caractérisation expérimentale et à la modélisation macroscopique de cet aspect du comportement.

La première partie du travail est menée dans un cadre purement mécanique. L'accumulation cyclique est étudiée expérimentalement au cours des premiers 1000 cycles à force contrôlée et faible fréquence, à la température ambiante. La comparaison d'essais de traction et de cisaillement de type Iosipescu permet de discuter les parts volumique et déviatorique. En parallèle, un modèle viscoélastique non linéaire est proposé pour capter à la fois l'augmentation de la déformation moyenne et la description de la boucle stabilisée elle-même, dans un cadre de petite déformation isotherme.

Dans la deuxième partie, l'étude expérimentale et théorique est étendue au cadre thermo-mécanique. La température est en effet intrinsèquement couplée à la viscoélasticité dans les polymères ; cet effet peut conduire à des auto-échauffements importants et influencer l'état stabilisé. Le même type d'essais mécaniques est réalisé pour cela au LMGC de Montpellier, avec une métrologie différente : la mesure de champs de température et déformation au cours de l'essai permet de calculer les différents termes de l'équation de diffusion de la chaleur et d'accéder aux bilans complets d'énergie de la source de chaleur. Ces résultats expérimentaux sont analysés et confrontés à une extension du modèle thermo-viscoélastique du modèle.

L'architecture du présent document s'articule sur neuf chapitres :

Le premier chapitre présente des éléments bibliographiques sur l'étude expérimentale de l'effet de rochet dans les polymères et des facteurs d'influence. Les aspects thermo-mécaniques sont également évoqués. Dans la seconde partie, nous présenterons les principaux modèles de comportement (thermo)mécanique des polymères sous chargement cyclique.

**La première partie**, comportant quatre chapitres, présente l'étude et la modélisation du comportement cyclique du Polyéthylène Haute Densité dans un cadre purement mécanique en petites déformations.

Les techniques expérimentales mises en œuvre sont décrites dans le *deuxième chapitre*. La procédure d'acquisition et de dépouillement des essais de traction et cisaillement est notamment présentée.

Dans le *troisième chapitre*, nous présentons l'ensemble des résultats expérimentaux obtenus sous diverses séquences de chargement (fréquence, rapport de charge, trajet). La cinétique de recouvrance permet d'appréhender le comportement viscoélastique. La contribution volumique/déviatorique est mise en évidence en comparaison des essais de traction et de cisaillement.

Le *quatrième chapitre* présente la modélisation du comportement purement viscoélastique du PEHD dans le cadre de la Thermodynamique des Processus Irréversibles (TPI). Une étude de sensibilité paramétrique est menée sur l'analyse du modèle.

Dans le *cinquième chapitre*, les simulations sont confrontées aux résultats d'essais.

**La deuxième partie**, construite de la même façon que la première partie, présente l'approche thermomécanique.

Le *sixième chapitre* présente des mesures et des identifications des paramètres thermiques du matériau, ainsi que la méthodologie de reconstruction des sources de chaleur développée par l'équipe Thermomécanique des Matériaux du LMGC.

Le *septième chapitre* présente les premières analyses des champs de température et de déformation au cours du cyclage, et d'énergie des sources obtenus.

Le modèle viscoélastique décrit au chapitre 4 est étendu au cadre thermo-viscoélastique couplé dans le *huitième chapitre*. Le couplage est introduit via la thermo-élasticité (par la déformation volumique) et via la dissipation visqueuse (sur la base du principe d'équivalence temps-température).

Le *dernier chapitre* confronte les résultats expérimentaux et simulés, en traction et cisaillement.

# CHAPITRE 1

## BIBLIOGRAPHIE SUR LE COMPORTEMENT CYCLIQUE DES POLYMERES

Les polymères semi-cristallins sont des matériaux ayant une organisation spatiale multiple et complexe. Il y a coexistence de phases amorphe et cristalline. La structure des polymères amorphes peut être entièrement définie à l'échelle moléculaire par la conformation et les dimensions moyennes de la chaîne macromoléculaire. Pour les polymères cristallins, la structure est caractérisée par différentes échelles d'organisation :

- échelle des molécules, constituées de liaisons covalentes de l'ordre de l'Angström qui caractérisent la conformation de la chaîne.
- échelle des cristaux (lamelles) de l'ordre de la dizaine de nanomètres d'épaisseur.
- échelle des sphérolites (entités sphéroïdales issues de la croissance radiale des lamelles cristallines), de l'ordre de quelques microns pour des conditions de mise en forme standard.

Lorsque le polymère semi-cristallin est sollicité au-dessus de sa transition vitreuse, la forte déformabilité de la phase amorphe explique qu'elle soit majoritairement sollicitée dans les premiers stades de la déformation. Elle est principalement responsable de la partie viscoélastique du comportement. Pour des niveaux de déformation supérieurs, la fragmentation et le glissement des lamelles cristallines s'accompagnent d'une déformation plastique, à laquelle peut également contribuer le désenchevêtrement des macromolécules amorphes. Des mécanismes d'endommagement peuvent également être initiés. Sous chargement mécanique, la séparation interlamellaire peut être l'origine de la création de cavités interlamellaires. Des cavités, en général de l'ordre du micron, peuvent également se développer aux frontières entre les sphérolites.

L'objet de cette introduction est de signaler les différentes contributions au comportement mécanique mais nous ne développerons pas davantage la description des mécanismes et les liens avec la microstructure, car l'étude à suivre reste dans un cadre macroscopique phénoménologique.

L'existence d'une contribution viscoélastique pose une difficulté majeure pour la description du comportement cyclique des polymères. L'évolution de raideur associée à la viscoélasticité engendre notamment une augmentation de la déformation moyenne, appelée effet de rochet dans les matériaux métalliques, et une modification de la boucle contrainte-déformation dans les premiers stades du cyclage. La définition et la prédiction d'un état accommodé sont donc moins claires dans ces matériaux. Par ailleurs, le caractère dissipatif du comportement, associé à la mauvaise conduction thermique des polymères rend ces matériaux particulièrement sensibles à l'auto-échauffement au cours de chargements cycliques. Celui-ci affecte l'accommodation cyclique.

Dans ce chapitre, nous allons successivement évoquer des approches expérimentales et des modèles, mécaniques et thermomécaniques, proposés pour appréhender le comportement cyclique des polymères en général, et en particulier des thermoplastiques. Les facteurs d'influence sur l'effet de rochet seront notamment étudiés.

Cette étude est basée sur le polyéthylène, polymère semi-cristallin très répandu et pour lequel il existe une large bibliographie.

## 1.1. Etudes expérimentales

### 1.1.1. Généralités sur les essais cycliques

L'essai peut être piloté en contrainte (c'est-à-dire le plus souvent à force imposée  $F$ , donc à contrainte nominale  $\sigma$  imposée) ou en déformation. L'essai à contrainte imposée est très couramment utilisé car le cahier des charges de nombreux composants est défini en efforts plutôt qu'en déformations.

Le chargement cyclique est essentiellement déterminé par l'amplitude de contrainte (ou déformation) cyclique  $\sigma_a = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2}$  (ou  $\varepsilon_a = \frac{\varepsilon_{\max} - \varepsilon_{\min}}{2}$ ) et la contrainte (ou déformation)

moyenne  $\sigma_m = \frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2}$  (ou  $\varepsilon_m = \frac{\varepsilon_{\max} + \varepsilon_{\min}}{2}$ ).

Le rapport de charge, défini par  $R = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}}$ , constitue un paramètre caractéristique du chargement

couramment utilisé. On distingue alors les sollicitations suivantes :

- $R = -1$  : contraintes alternées symétriques
- $-1 < R < 0$  : contraintes alternées asymétriques
- $R = 0$  : contraintes répétées ( $\sigma_m = \sigma_a$ )
- $R > 0$  : contraintes ondulées.

Différents types de chargements (en fonction de la température, de la vitesse et du niveau de chargement) permettent de mettre en évidence différents aspects du comportement des matériaux testés : élasticité, viscoélasticité, plasticité, viscoplasticité. Par exemple, si les courbes de charge-décharge coïncident au cours d'un essai cyclique, le matériau est élastique (éventuellement non linéairement). Dans le cas contraire, il est anélastique. Après décharge complète, il subsiste une déformation résiduelle. Celle-ci peut s'effacer avec le temps au cours d'un maintien en recouvrance (force nulle) signe d'une réponse viscoélastique du matériau. La déformation résiduelle permanente est la partie plastique de la déformation.

La plupart des matériaux manifestent des propriétés d'écrouissages variables durant le cyclage. En général, deux types de comportement sont relevés au cours d'une sollicitation cyclique symétrique :

- le matériau durcit : la contrainte maximale (à déformation imposée) augmente ou la déformation maximale (à contrainte imposée) diminue avec le nombre de cycles,
- le matériau s'adoucit : la contrainte maximale (à déformation imposée) diminue ou de la déformation maximale (à contrainte imposée) augmente avec le nombre de cycles.

Dans les deux cas, une stabilisation est observée après un certain nombre de cycles, suite à une phase transitoire de durcissement ou d'adoucissement. Dans le cas de sollicitations cycliques multiaxiales, l'écrouissage cyclique est caractérisé par l'évolution de la contrainte équivalente ou de la déformation équivalente au cours des cycles. La forme du trajet de chargement dans l'espace influence considérablement l'écrouissage cyclique.

Sous chargement cyclique autour d'une contrainte moyenne non nulle, on observe une accumulation de la déformation progressive. Deux phénomènes peuvent se manifester selon le type de matériau et les conditions de chargement :

- une accommodation : stabilisation de la déformation au cycle stabilisé,
- un phénomène de rochet : une accumulation de la déformation à chaque cycle et qui ne disparaît pas avec le nombre de cycles.

### 1.1.2. Effet de rochet

L'effet de rochet est un phénomène d'accumulation progressive de la déformation quand des matériaux sont soumis à un chargement cyclique à contrainte imposée, avec une contrainte moyenne non nulle (Kang et al., 2009; Ma et al., 2011; Zhang et al., 2010). Cette accumulation peut endommager le matériau et provoquer une diminution de la durée de vie. Les définitions traditionnelles de la déformation de rochet et sa vitesse au cours de cyclage sont les suivantes (Li et al., 2013; Ma et al., 2011; Zhang et al., 2008) :

$$\varepsilon_R = \frac{1}{2}(\varepsilon_{\max} + \varepsilon_{\min}) \quad (1.1)$$

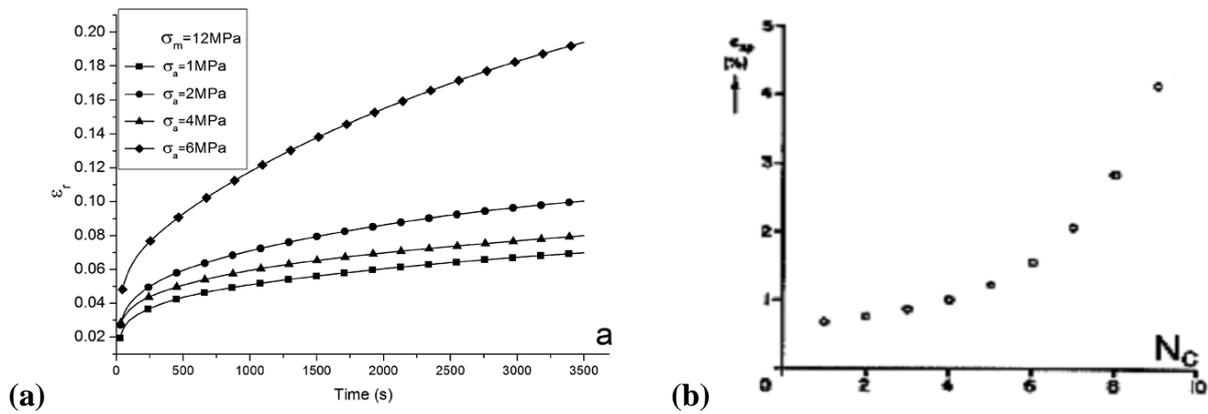
$$\dot{\varepsilon}_R = \frac{d\varepsilon_R}{dN} \quad (1.2)$$

où  $\varepsilon_{\max}$  et  $\varepsilon_{\min}$  sont des déformations de Hencky maximale et le minimale du cycle respectivement. La déformation de Hencky et la contrainte de Cauchy sont évaluées par  $\varepsilon = \ln(1 + \varepsilon_e)$  et  $\sigma = \sigma_e(1 + \varepsilon_e)$  respectivement.  $\sigma_e$  et  $\varepsilon_e$  sont la contrainte nominale et la déformation nominale respectivement. N est le nombre de cycles.

Au cours de deux dernières décennies, des efforts ont porté sur la compréhension de la déformation de rochet des matériaux métalliques et des alliages, à la fois dans les domaines expérimentaux et analytiques. Il est observé que l'effet de rochet augmente avec la contrainte moyenne, l'amplitude de contrainte (Chen et al., 2006; Guozheng Kang, 2006; Yaguchi and Takahashi, 2005) ou la température (Juan et al., 2012; Sarkar et al., 2013). C'est également le cas lorsque la vitesse de chargement diminue (Chen et al., 2006). De fait, l'effet de rochet est sensible à l'histoire du chargement, comme montré par Chen et al. (Chen et al., 2006) avec des chargements par blocs.

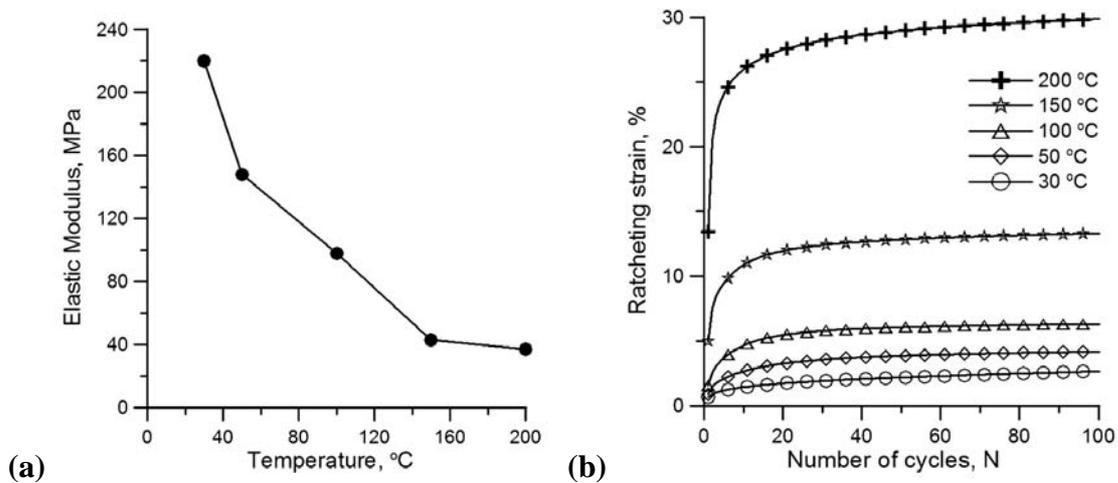
De manière similaire aux métaux, les études expérimentales montrent donc que l'effet de rochet dans polymères dépend de plusieurs facteurs : écrouissage cyclique du matériau, contrainte moyenne, amplitude de la contrainte, vitesse de chargement, histoire du chargement et température. Cependant, l'étude de l'effet de rochet dans les matériaux polymères est beaucoup moins poussée que dans les matériaux métalliques. Nous rappelons succinctement les influences de ces facteurs sur l'effet de rochet dans polymères.

Tout d'abord, l'évolution de la déformation de rochet dépend de *l'écrouissage cyclique* du matériau. Pour un matériau présentant un durcissement cyclique (par exemple PEHD sur la Figure 1.1(a) (Bouvet, 2013)), on peut distinguer deux phases successives de rochet : tout d'abord, une période dite de rochet « transitoire » où le pas de rochet, c'est-à-dire l'incrément de déformation par cycle, est assez fort, puis une seconde phase dite de « rochet asymptotique » où le pas de rochet se stabilise à une valeur plus faible que celle de départ (Djimli, 2010). Les matériaux métalliques peuvent également présenter un adoucissement cyclique, comme par exemple l'acier 1020 représenté sur la Figure 1.1(b) (Hassan and Kyriakides, 1992) pour lequel le pas de rochet évolue de façon exponentielle. La plupart des observations expérimentales dans les élastomères, thermodurcissables et thermoplastiques montrent que le comportement en rochet dans les polymères correspond en général au premier cas.



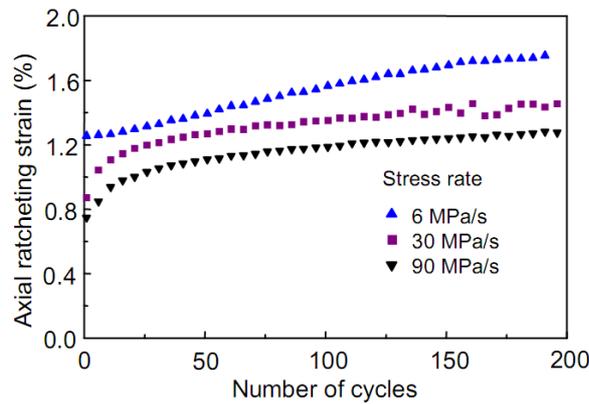
**Figure 1.1.** Influence de l'écroissage cyclique du matériau sur l'effet de rochet  
(a) PEHD (Bouvet, 2013) et (b) acier 1020 (Hassan and Kyriakides, 1992).

Concernant l'effet de *la température*, Zhang et al. (Zhang et al., 2010) ont aussi montré que la déformation uniaxiale de rochet sur un polytetrafluorure de vinylidène (PTFE) à haute température était plus marquée quand la température augmente (Figure 1.2 (b)). La Figure 1.2 (a) montre que l'augmentation de la température génère une diminution du module élastique. Cela explique une accumulation de la déformation de rochet plus forte à haute température, à chargement mécanique constant. La sensibilité à la température est non-linéaire. Les mêmes observations sont montrées sur un poly méthyl méthacrylate (PMMA) dans l'étude de Liu et al. (Liu et al., 2008) ou dans un film adhésive anisotrope (Ma et al., 2011).



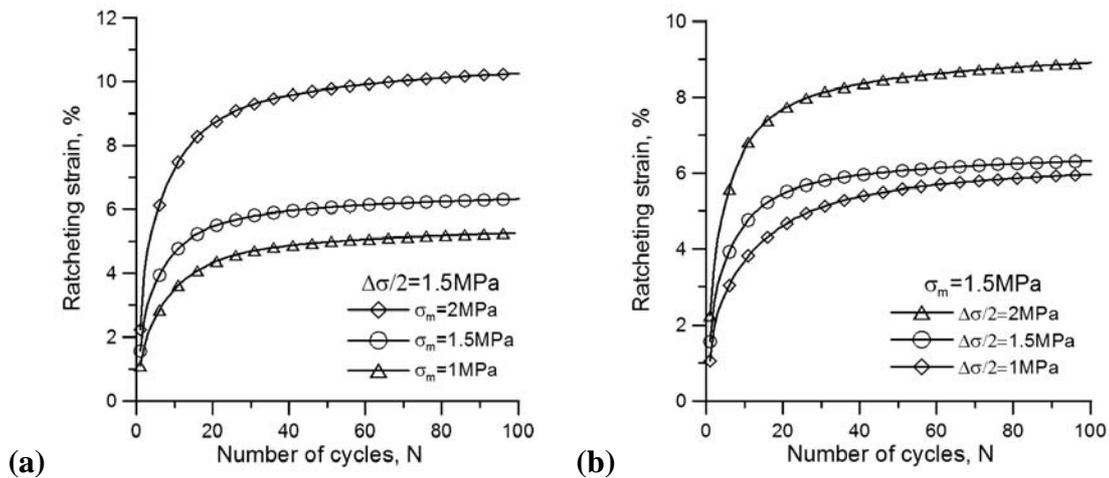
**Figure 1.2.** Influence de la température sur (a) module élastique et (b) effet de rochet du PTFE  
à  $1.5 \pm 1.5$ MPa et 0.1MPa/s (Zhang et al., 2010).

La Figure 1.3 présente un exemple de l'influence de *la vitesse de chargement* sur l'effet de rochet dans le Polyetherimide PEI (Pan et al., 2010). Plus la vitesse de chargement est faible, plus le phénomène de fluage sera important au cours des cycles, ce qui augmente la déformation progressive par cycle. Kang et al. (Kang et al., 2009) ont établi le même résultat sur une résine polyester pure et renforcée par fibre de verre. Les autres études dans un caoutchouc naturel vulcanisé (Wang et al., 2009) ou sur la réponse 'vibrocreep' d'un polyvinylidène fluoride (PVDF) et d'un composite à la base de PVDF (Vinogradov and Schumacher, 2001) présentent le même résultat.



**Figure 1.3.** Influence de la vitesse de chargement sur effet de rochet du PEI à  $15\pm 50\text{MPa}$  (Pan et al., 2010).

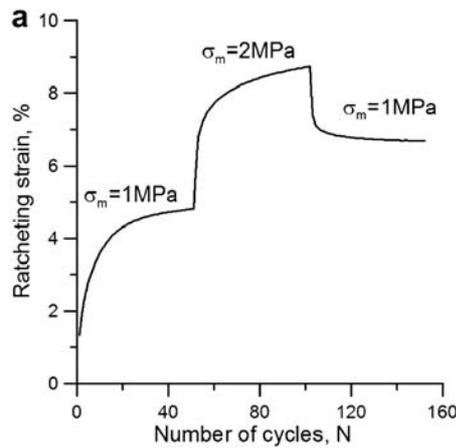
Concernant les effets de *contrainte moyenne et amplitude de contrainte* sur la déformation de rochet, la Figure 1.4 présente un exemple de la dépendance de la déformation de rochet à la contrainte moyenne et à l'amplitude de contrainte du PTFE (Zhang et al., 2010). En fixant l'amplitude de contrainte, l'augmentation de la contrainte moyenne accélère l'accumulation de la déformation de rochet et augmente sa valeur de saturation cyclique. Une phénoménologie similaire est observée pour l'effet d'amplitude mais avec l'influence plus faible.



**Figure 1.4.** Influence de (a) contrainte moyenne et (b) amplitude de contrainte sur l'effet de rochet du PTFE à  $0.1\text{MPa/s}$  et  $100^\circ\text{C}$  (Zhang et al., 2010).

Ces résultats sont retrouvés pour des autres thermoplastiques comme un polyéthylène haute densité (HDPE) (Bouvet, 2013), un PEI (Pan et al., 2010) ou un polyacétal (POM) (Shariati et al., 2012). Un étude sur l'effet de la contrainte moyenne d'un polyamide-6.6 (Mallick and Zhou, 2004) établi le même résultat.

Lin et al. (Lin et al., 2011) ont étudié la déformation uniaxiale de rochet dans un film adhésive anisotrope et ont trouvé que les effets de ces paramètres, ainsi que de *l'histoire de chargement* sont significatifs. Les études de chargement avec des différents blocs de cycles montrent que des blocs avec le niveau de chargement plus important (contrainte moyenne, amplitude de la contrainte, vitesse de chargement, température) restreignent l'accumulation de la déformation de rochet sur des blocs subséquents aux niveaux plus faibles. Un exemple de l'influence de l'histoire de chargement est donné sur la Figure 1.5 (Zhang et al., 2010).



**Figure 1.5.** Influence de l’histoire de chargement sur effet de rochet du PTFE à  $\sigma_a = 1.5\text{MPa}$ ,  $0.1\text{MPa/s}$  et  $100^\circ\text{C}$  (Zhang et al., 2010).

Yu et al. sont arrivés à la même conclusion en étudiant le comportement uniaxial de la déformation de rochet dans un caoutchouc naturel vulcanisé pur (Yu et al., 2008) et renforcée par oxyde de cérium (Li et al., 2013). Ce caoutchouc présente une forte mémoire de l’histoire de chargement précédente.

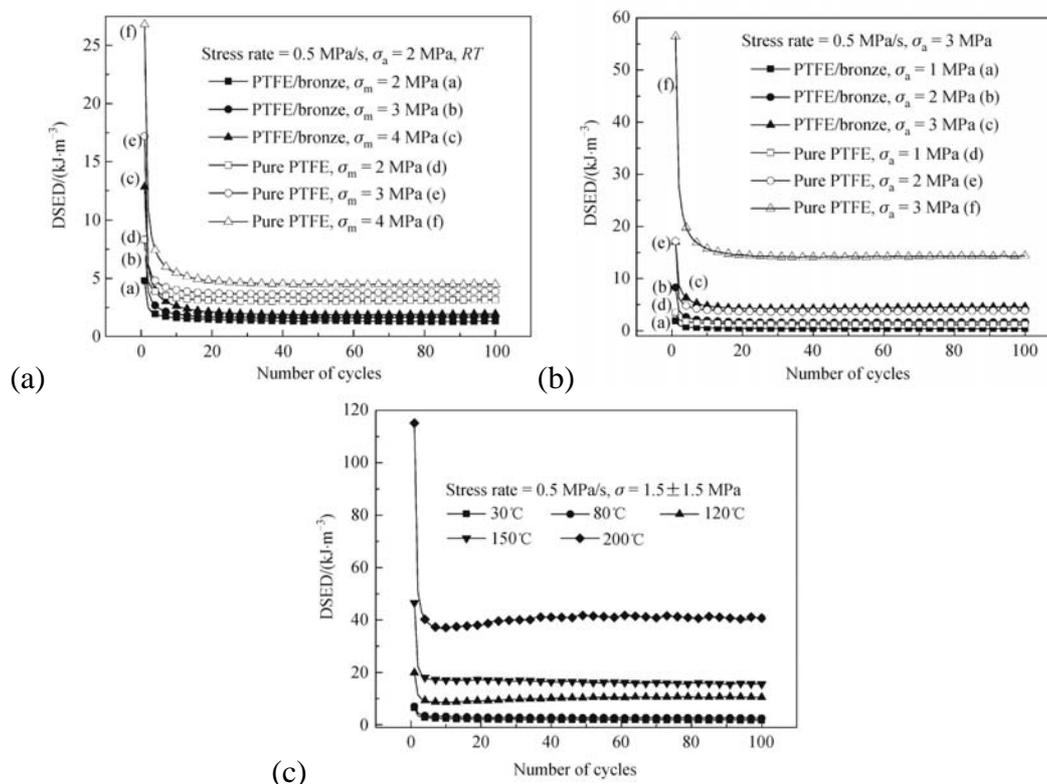
L’étude de l’effet de rochet sous *chargement multiaxial* dans polymères est encore très rare. Deux études de l’effet de rochet multiaxial sont réalisées sur un PTFE (Zhang and Chen, 2009) et un caoutchouc naturel vulcanisé (Wang et al., 2009) sous chargement de traction/torsion (contrainte axiale constante et déformation de cisaillement imposée) à température ambiante. Elles montrent que l’effet de rochet augmente avec la contrainte axiale constante et l’amplitude de déformation de cisaillement. L’effet de rochet du PTFE diminue avec la vitesse de la déformation de cisaillement imposée. Dans le caoutchouc naturel, il n’y est pas sensible. L’influence de l’histoire de chargement est significative. Wang et al. (Wang et al., 2007) ont étudié l’effet de rochet uniaxial et multiaxial dans un caoutchouc nitrile à température ambiante. Les conclusions sont similaires aux études précédentes sur les thermoplastiques et thermodurs. La plupart des études de l’effet de rochet dans les polymères soit réalisée en traction. Quelques rares études portent sur d’autres modes de chargement, comme celle de Chen et Hui (Chen and Hui, 2005) ou de Zhang et al. (Zhang et al., 2008) qui travaillent en compression sur un PTFE. Les conclusions sont similaires aux études précédentes en traction.

Une étude de la morphologie cristalline et de ses changements en cyclage et en fluage à la même contrainte moyenne est abordée par Jeon et al. (Jeon et al., 2011) dans le polyéthylène (PE). Ils montrent que la déformation macroscopique en cyclage est plus importante que celle en fluage. Malgré une différence significative de la déformation macroscopique, les changements morphologiques comme la cristallinité, la taille de cristallite et l’orientation sont trouvés identiques dans les deux types d’essai.

Dans l’étude de Shen et al. (Shen et al., 2004) sur le comportement cyclique d’un polymère époxy, la recouvrance totale de la déformation à partir d’un niveau de  $0.46\%$ , après l’enlèvement de la charge, propose une nature viscoélastique de la déformation de rochet de ce matériau.

Une étude récemment sur l’effet de rochet d’un PTFE pur et renforcé par poudre bronzante de Xu et al. (Xu et al., 2013) montre que l’aire de boucle d’hystérésis a un lien intrinsèque avec la déformation de rochet et elle peut traduire le changement de cette déformation. En effet, l’aire de boucle diminue au cours des premiers cycles, correspondant à la diminution de la vitesse d’accumulation de la déformation moyenne. Ensuite, cette diminution ralentit et tend à se

stabiliser quand le matériau atteint l'état stabilisé. De la même façon que la déformation de rochet, l'aire de boucle augmente avec la contrainte moyenne, l'amplitude de la contrainte et la température (Figure 1.6).



**Figure 1.6.** Influence de (a) contrainte moyenne, (b) amplitude de la contrainte et (c) température sur l'aire de boucle du PTFE (Xu et al., 2013) (Nota : DSED = densité d'énergie de déformation de dissipation)

En conclusion, l'effet de rochet dans polymères dépend de plusieurs facteurs : la contrainte moyenne, l'amplitude de la contrainte, la vitesse et l'histoire de chargement, et la température imposée. La majorité des études concerne les deux premiers facteurs d'influence. L'influence de la température est étudiée dans un cadre isotherme. Les études les plus récentes élargissent le champ d'investigation à d'autres modes de chargement que la traction uniaxiale (cisaillement en particulier, via des essais de torsion).

### 1.1.3. Investigation de la source de chaleur générée au cours du cyclage

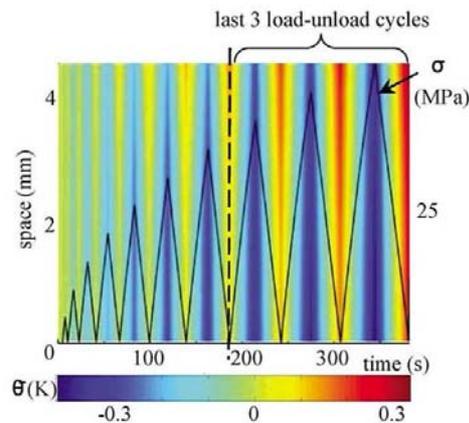
Un matériau viscoélastique ou élasto-plastique sous chargement cyclique montre une boucle d'hystérésis de la relation contrainte-déformation. Une telle boucle peut indiquer qu'une partie de l'énergie de déformation n'est pas récupérée mais dissipée au cours du cyclage. Farren et al. (Farren and Taylor, 1925) montrent que la plupart de l'énergie mécanique se transforme en chaleur.

Concernant les polymères, des composants thermoplastiques soumis à un chargement cyclique peuvent être déformés à cause de l'augmentation localisée de la température. Les résultats expérimentaux de Constable et al. (Constable et al., 1970) ont montré que des échantillons de PMMA vitreux soumis à une contrainte cyclique maximale de 0.35 fois la limite d'élasticité peuvent atteindre la température de transition vitreuse (Rittel, 2000). Quand ces essais sont réalisés à un niveau de chargement plus faible, la température augmente au début et elle tend ensuite à se stabiliser. Des observations similaires sont trouvées sur le même matériau (Tauchert

and Afzal, 1967) et sur le PEHD (Tauchert, 1967). Donc, de façon générale, la réponse typique des polymères soumis à un chargement cyclique est que la température moyenne de l'éprouvette augmente vite avec le cyclage, ensuite elle se stabilise ou pas jusqu'à la rupture. Cette stabilisation résulte de l'équilibre entre la vitesse de l'énergie dissipée moyenne et les échanges de chaleur entre l'éprouvette et l'environnement. Kultural et al. (Kultural and Eryurek, 2007) montrent que l'augmentation de la température au cours du cyclage est plus significative avec la fréquence plus élevée. L'augmentation continue de la température à la haute fréquence produit un adoucissement du module élastique du matériau. La performance de fatigue diminue donc.

Des analyses énergétiques ont été menées pour le PMMA (Tauchert and Afzal, 1967) et pour le PEHD (Kaiya et al., 1989; Tauchert, 1967). Les résultats expérimentaux montrent que l'énergie mécanique fournie par unité de temps ne se transforme pas totalement en chaleur. Ils supposent une partie de cette énergie liée aux mécanismes microstructuraux responsables de la rupture. Néanmoins, ces analyses ne tiennent pas compte du couplage thermo-élastique dans l'équation de la chaleur. Or, ce couplage joue un rôle important dans le bilan d'énergie, comme montré récemment sur plusieurs polymères (Moreau et al., 2005; Muracciole et al., 2008; Wattrisse et al., 2002).

Dans la thèse de Moreau (Moreau, 2004) l'analyse thermographique des sources de chaleur accompagnant la déformation des polymères PMMA, PC, PA12 et PVDF est abordée. L'évolution des variations de température dans l'espace et dans le temps sont présentée sur un même graphe pour des essais charge-décharge à la vitesse de déformation de  $4.35 \times 10^{-4} \text{s}^{-1}$  en augmentant la contrainte maximum de 5MPa à 50MPa par l'incrément de 5MPa comme sur Figure 1.7.



**Figure 1.7.** Carte espace-temps des variations de température du PMMA (Moreau et al., 2005).

Il est observé que le profil de la température est uniforme. Cela est cohérent avec une distribution homogène de la source de chaleur, en particulier pour les matériaux ayant une faible conductivité thermique. L'effet thermoélastique sur la température est clairement visible : le matériau refroidit en charge et s'échauffe en décharge. En utilisant la méthodologie de traitement des cartographies de déformation et de température pour traiter l'équation de chaleur (présentée ultérieurement), on peut estimer la source totale de chaleur. Le même résultat est observé pour les différents matériaux : l'énergie de la source de chaleur est en opposition de phase avec la sollicitation au cours de l'essai. En utilisant les deux modèles rhéologiques de Zener et Poynting-Thomson (présentés dans la partie 1.2.5 de ce chapitre), il peut distinguer la source de couplage thermoélastique et la source dissipative. La première ne revient pas à zéro en fin de décharge compte tenu de la présence d'une déformation résiduelle à chaque fin de cycle. Il travaille aussi avec le chargement cyclique. Au même niveau de charge (contrainte maximale et rapport de charge), l'augmentation de la température avec le temps est plus significative lors que

la fréquence augmente. Dans la gamme de sollicitations étudiée, il y a une stabilisation de la température à la fréquence faible après quelques cycles. L'aire de boucle diminue avec le nombre de cycles et elle se stabilise après quelques cycles. Des autres études avec la même méthode d'analyse thermographique sont réalisées aussi sur un caoutchouc naturel (Caborgan, 2011) et un élastomère (Honorat, 2006).

La déformation des matériaux s'accompagne de variations de température. Ces variations sont induites par des sources de chaleur de différentes natures. Ils peuvent représenter une dissipation intrinsèque de l'énergie (plasticité, viscosité, endommagement, ...) ou résulter des mécanismes de couplage thermomécanique (thermoélasticité, élasticité caoutchoutique). La dissipation intrinsèque caractérise la dégradation du matériau accompagnant la transformation irréversible de la microstructure tandis que les sources de chaleur thermomécanique représentent la thermo-sensibilité du matériau. Cela indique que les états mécanique et thermique sont couplés fortement.

L'intensité et la distribution spatiale de la température dépendent à la fois du matériau et des conditions aux limites. La connaissance de la température ne suffit pas pour comprendre le comportement intrinsèque du matériau. En outre, des petites variations de la température peuvent traduire des sources de chaleur qui ne peuvent pas être négligées. Il est donc nécessaire de calculer des bilans d'énergie complets pour capter l'accommodation cyclique dans la modélisation thermomécanique. Accéder à ces résultats n'est pas une chose facile du point de vue expérimental. Le LMGC de Montpellier est un des laboratoires ayant développé des moyens expérimentaux (thermographie infra-rouge et mesure de champs cinématiques) permettant de dresser des bilans d'énergie au cours d'essais mécaniques, en particulier cycliques. L'analyse est menée à partir de mesures de surface, sur la base des hypothèses suivantes (Chrysochoos, 2012b) :

- La densité massique et la capacité calorifique sont des constantes du matériau,
- La conduction de chaleur reste constante et isotrope au cours de l'essai,
- Les sources externes  $r_e$  liées à l'échange de chaleur par rayonnement sont indépendantes du temps,

La combinaison des premier et deuxième principes de la thermodynamique conduit à l'équation de diffusion de chaleur locale comme suit :

$$\rho C \dot{T} - \text{div}(k \text{grad}T) = \dot{w}_d + \dot{w}_{thm} + r_e \quad (1.3)$$

avec  $\rho$  la densité massique,  $C$  la capacité calorifique et  $k$  le coefficient de conductivité thermique. Le terme à gauche se compose classiquement d'un opérateur différentiel appliqué à la température. Le terme à droite comprend les différentes sources de chaleur : la dissipation intrinsèque  $\dot{w}_d$ , les sources du couplage thermomécanique  $\dot{w}_{thm}$  et des sources externe  $r_e$  (par exemple les échanges par rayonnement).

La détermination des sources de chaleur quand la distribution de température sur la surface est déjà connue est nommée un problème inverse. Les mesures expérimentales ne permettent de mesurer la température que sur la surface de l'éprouvette. Pour des matériaux diffusant bien et des éprouvettes planes et minces, la température moyen dans épaisseur ( $\bar{\theta}$ ) reste représentative de la température mesurée en surface, l'équation de diffusion 2D est écrite comme suivante :

$$\rho C \dot{\bar{\theta}} - k \left( \frac{\partial^2 \bar{\theta}}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \bar{\theta}}{\partial y^2} \right) + \rho C \frac{\bar{\theta}}{\tau_{eq}} = \dot{w}_s \quad (1.4)$$

où  $x$  et  $y$  sont des coordonnées dans la plaque. Le paramètre  $\tau_{eq}$  représente un temps constant qui caractérise des pertes de chaleur par la convection et le rayonnement entre des surfaces de l'éprouvette et l'environnement.

La détermination des sources de chaleur repose donc sur la difficile estimation des opérateurs différentiels de l'équation (1.4) appliqués à la variation de la température.

Le dispositif de thermographie infra-rouge, couplé à la mesure de champs de déformation, permet de déterminer la source de chaleur mise en jeu au cours d'une sollicitation. La connaissance de l'évolution et de la distribution spatiale de la source de chaleur permet de prédire des contributions des différentes sources par des modèles thermo-mécaniques. Cela permet de comprendre des mécanismes de diffusion intrinsèque de la chaleur du matériau, qui sont importants dans l'étude de l'effet de rochet accompagnant un auto-échauffement cyclique.

## 1.2. Modélisation

Les études sur le comportement en fatigue et l'effet de rochet des polymères (Kultural and Eryurek, 2007; Liu et al., 2010; Tao and Xia, 2009, 2008, 2007a, 2007b) montrent que l'effet de rochet dans des polymères a un lien avec la rupture en fatigue du matériau. La cinétique d'accumulation de la déformation de rochet a été souvent négligée dans l'analyse et les discussions. Par ailleurs, les mécanismes de déformation des polymères sont sensibles à la température ; or, l'effet de rochet à différentes températures n'a pas été étudié de façon extensive. Pourtant, dans un but de dimensionnement en fatigue d'applications polymères, il est important de prédire la déformation de rochet des composants de la structure soumis à des conditions de chargement cyclique et de température imposées.

Nombre d'études ont été consacrées à l'effet de rochet des métaux. Dans les études de Ohno (Ohno, 1997, 1990), la précision de la modélisation de l'effet de rochet est un problème qui est centré principalement sur la modélisation de l'écrouissage de déformation anisotrope. Le modèle d'écrouissage cinématique non linéaire de Armstrong et Frederick (qualifié de modèle A-F) (Frederick and Armstrong, 2007), a été utilisé dans plusieurs études récentes. Cependant, ce modèle ne peut pas simuler l'effet de rochet sous un chargement cyclique multiaxial et à température élevée. Récemment, des nouvelles observations expérimentales de l'effet de rochet permettent de développer des nouveaux modèles. Plusieurs travaux ont amélioré le modèle A-F pour simuler l'effet de rochet multiaxial comme dans l'étude de Bari et al. sur l'effet de rochet biaxiaux d'un acier au carbone CS1026 (Bari and Hassan, 2002) ou l'étude de Chen et al. sur l'effet de rochet multiaxiaux non proportionnel d'un acier faiblement allié (Chen et al., 2005). Des modèles constitutifs ont été développés pour l'effet de rochet dépendant du temps des matériaux à adoucissement cyclique comme l'étude de Yaguchi et al. sur l'acier 9Cr-1Mo (Yaguchi and Takahashi, 2005) et durcissement cyclique comme l'étude de Kang et al. sur l'acier inoxydable SS304 (Guozheng Kang, 2007). Kang et Ohno (Kang et al., 2003) ont souligné sur les influences de la dépendance de l'amplitude de la déformation et de l'écrouissage cyclique non stabilisé sur l'effet de rochet uniaxial dans son étude sur acier inoxydable SS304.

Il existe peu d'études de l'accumulation de la déformation de rochet dans des polymères. La plupart des travaux sur l'effet de rochet pour ces matériaux sont ciblés sur la simulation des réponses contrainte-déformation cyclique sur quelques dizaines de cycles, par des modèles viscoélastiques et/ou viscoplastiques. Ces formalismes sont souvent complexes et s'appliquent à modéliser de la façon détaillée la boucle d'hystérésis, ce qui requiert un nombre important de paramètres. Des études du couplage de la température et l'effet de rochet sont encore rarement disponibles dans la littérature.

Dans cette partie, nous rappelons des études centrées sur le comportement visqueux sous chargement monotone ou cyclique des polymères et sur le couplage thermomécanique. Au début, nous présentons l'approche thermodynamique, qui est utilisé plus couramment pour

modéliser le comportement du matériau. Ensuite, différents modèles du comportement développés dans d'autres cadres sont présentés.

### 1.2.1. Rappels sur le cadre de modélisation en Thermodynamique des Processus Irréversibles

#### Premier principe

Soit  $U$  l'énergie interne du domaine  $D$  et  $u$  son énergie interne spécifique telle que  $U = \int_D \rho u dV$ . Soit  $K$  l'énergie cinétique de ce domaine telle que  $K = \frac{1}{2} \int_D \rho \mathbf{v} \cdot \mathbf{v} dV$ , où  $\mathbf{v}$  est le vecteur de vitesse. Soit  $E$  l'énergie totale du domaine  $D$  et  $e$  l'énergie totale spécifique correspondante telle que  $E = \int_D \rho e dV$ . L'énergie totale du domaine se décompose en énergie cinétique et en énergie interne telle que  $E = K + U$ .

Le théorème de l'énergie cinétique permet de relier l'énergie cinétique à la puissance des efforts intérieurs et extérieurs  $\frac{dK}{dt} = P_{int} + P_{ext}$ .

L'évolution de l'énergie totale du domaine  $D$  exprimée au travers du premier principe est partagée en une part due à la puissance réelle des efforts extérieurs  $P_{ext}$  exercée sur  $D$  et une part due au taux de chaleur  $Q$  reçue par  $D$ ,  $\frac{dE}{dt} = P_{ext} + Q$ .

Le taux de chaleur  $Q$  reçue par le domaine  $D$  comprend :

- la chaleur créée dans le volume  $D$  par des actions extérieures (rayonnement) représentée par la densité volumique de taux de chaleur  $r(\mathbf{x}, t)$ .
- la chaleur reçue par conduction au travers de la frontière  $\partial D$  de  $D$  représentée par une densité surfacique de taux de chaleur  $q(\mathbf{x}, t, \mathbf{n})$ . On introduira ici la notion de vecteur courant de chaleur  $\mathbf{J}^q$  tel que  $q(\mathbf{x}, t, \mathbf{n}) = -\mathbf{J}^q \cdot \mathbf{n}$ .

Le taux de chaleur reçue par le domaine  $D$  à l'instant  $t$  s'écrit donc  $Q = \int_D r(\mathbf{x}, t) dV - \int_{\partial D} \mathbf{J}^q \cdot \mathbf{n} dS$ .

Ainsi, en combinant le premier principe, le théorème de l'énergie cinétique et la définition de l'énergie totale, on obtient la conservation de l'énergie sous sa forme locale :

$$\rho \frac{du}{dt} = \mathbf{D} : \boldsymbol{\sigma} - \text{div} \mathbf{J}^q + r \quad (1.5)$$

#### Second principe

L'entropie  $S$  du domaine  $D$  est calculée à partir de l'entropie spécifique  $s$  :  $S = \int_D \rho s dV$ .

Le second principe permet de faire la distinction entre transformations réversibles et irréversibles. Il postule que la production d'entropie  $s$  du domaine  $D$  vérifie toujours l'intégralité suivante :

$$\int_D \left( \rho \frac{ds}{dt} + \text{div} \frac{\mathbf{J}^q}{T} - \frac{r}{T} \right) dV \geq 0 \quad (1.6)$$

L'écriture locale du second principe prend la forme de l'inégalité suivante :

$$\rho \frac{ds}{dt} + \text{div} \frac{\mathbf{J}^q}{T} - \frac{r}{T} \geq 0 \quad (1.7)$$

### Inégalité de Clausius-Duhem

En éliminant la création de chaleur volumique  $r$  avec l'équation de l'énergie et l'inégalité de l'entropie, on obtient l'inégalité de Clausius Duhem (Duhem 1861-1916) :

$$\rho \left( T \frac{ds}{dt} - \frac{du}{dt} \right) + \boldsymbol{\sigma} : \mathbf{D} - \mathbf{J}^q \frac{\text{grad}T}{T} \geq 0 \quad (1.8)$$

Cette inégalité est fondamentale, elle est le socle de la thermodynamique des processus irréversibles. Elle est écrite en général avec l'énergie libre (notée  $\psi$ ) et  $d\psi + s dT = du - T ds$  ce qui donne la dissipation totale  $\phi = -\rho \left( \frac{d\psi}{dt} + s \frac{dT}{dt} \right) + \boldsymbol{\sigma} : \mathbf{D} - \mathbf{J}^q \frac{\text{grad}T}{T} \geq 0$ ). Cette dissipation se décompose en une dissipation intrinsèque  $\phi_{\text{int}}$  et une dissipation thermique  $\phi_{\text{th}}$  :

$$\phi_{\text{int}} = -\rho \left( \frac{d\psi}{dt} + s \frac{dT}{dt} \right) + \boldsymbol{\sigma} : \mathbf{D} \geq 0 \quad (1.9)$$

$$\phi_{\text{th}} = -\mathbf{J}^q \frac{\text{grad}T}{T} \geq 0 \quad (1.10)$$

L'évolution de l'état thermodynamique d'un milieu sera admissible, si et seulement si, à chaque instant de l'évolution, l'inégalité de Clausius-Duhem  $\phi_{\text{int}} + \phi_{\text{th}} \geq 0$  reste satisfaite.

### Equations constitutives

Un système est caractérisé par des variables d'états observables -naturellement par la déformation  $\boldsymbol{\varepsilon}$  et la température  $T$  - et de tous les autres descripteurs de l'état du matériau sous forme de variables internes  $\mathbf{z}^j$ , l'énergie libre spécifique s'écrit comme une fonction  $\psi = \psi(\boldsymbol{\varepsilon}, T, \mathbf{z}^j)$ . Alors la dérivée de l'énergie libre spécifique peut s'écrire comme la somme des dérivées partielles suivantes :

$$\frac{d\psi}{dt} = \frac{\partial \psi}{\partial \boldsymbol{\varepsilon}} : \frac{d\boldsymbol{\varepsilon}}{dt} + \frac{\partial \psi}{\partial T} \frac{dT}{dt} + \frac{\partial \psi}{\partial \mathbf{z}^j} : \frac{d\mathbf{z}^j}{dt} \quad (1.11)$$

### Equation de la chaleur

L'équation de la chaleur s'écrit :

$$\rho C \frac{dT}{dt} - k \Delta T - r = T \frac{\partial \boldsymbol{\sigma}}{\partial T} : \mathbf{D} - T \frac{\partial \mathbf{A}^j}{\partial T} : \frac{d\mathbf{z}^j}{dt} + \phi_{\text{int}} \quad (1.12)$$

avec  $r$  les sources de chaleurs extérieures,

$k \Delta T$  le gradient de température à travers le matériau,

$T \frac{\partial \boldsymbol{\sigma}}{\partial T} : \mathbf{D}$  les sources de chaleurs d'origine thermoélastiques,

$-T \frac{\partial \mathbf{A}^j}{\partial T} : \frac{d\mathbf{z}^j}{dt}$  les sources de chaleurs induites par le couplage avec les variables internes  $\mathbf{z}^j$ ,

$\mathbf{A}^j$  les forces thermodynamiques associées aux variables internes  $\mathbf{z}^j$ ,

$\phi_{\text{int}}$  les sources de chaleur d'origine dissipative.

## Conclusion

Dans le cadre thermodynamique général, proposer une loi de comportement revient à proposer une expression pour les différents potentiels. Ce formalisme peut être appliqué pour différents comportements comme en viscoélasticité (Arieby, 2007), viscoélasticité non linéaire (Rodríguez et al., 1988), viscoélasticité / viscoplasticité (Schapery, 1999, 1997) et viscoélasticité / viscoplasticité / viscoendommagement (Darabi et al., 2012).

Zhang et al. (Zhang and Huang, 2004) ont supposé une énergie libre de Helmholtz à la base du modèle de réseau non-Gaussien et de la théorie des variables internes. Ce modèle viscoélastique non linéaire, comprenant 5 paramètres, a capté bien l'essai de relaxation et de traction pour un caoutchouc styrène butadiène (SBR).

Ramkumar et al. (Ramkumar et al., 2010) ont développé un modèle viscoélastique pour capter le comportement dépendant du temps du Polyamide 6 (PA6). Le modèle, comprenant 4 paramètres, capte des essais de relaxation pré-déformés à différentes vitesses de déformation avec une erreur maximale moins de 10%. L'évolution de la contrainte au cours de 20 cycles d'un essai cyclique à déformation imposée est prédite avec l'erreur maximale moins de 12%. Cette étude sert à prédire la dissipation de la chaleur dans des composants plastiques soumis à un état complexe de la contrainte.

Dans toutes ces études, des jeux de paramètres du modèle sont identifiés et validés par des mêmes essais expérimentaux.

### *1.2.2. Viscoélasticité*

Le comportement viscoélastique possède des composantes élastiques et visqueuses. La combinaison linéaire de ressorts de Hooke ayant un module de cisaillement  $G$  et d'amortisseurs de Newton ayant une viscosité constante  $\eta$  est un modèle viscoélastique classique. Le modèle de Maxwell peut être représenté par un amortisseur purement visqueux et un ressort purement élastique montés en série, le modèle de Kelvin–Voigt en parallèle. Bien que ces deux modèles soient simples, ils peuvent donner des prédictions du comportement du matériau acceptables dans des cadres restreints de fréquence et/ou température. En effet, aucun de ces deux modèles n'est apte à décrire à la fois l'élasticité vitreuse et l'élasticité caoutchoutique.

Pour introduire différents temps de relaxation, plusieurs éléments de Maxwell ou de Kelvin–Voigt sont mis en parallèle ou en série. Une combinaison utilisée régulièrement pour le comportement viscoélastique linéaire est le modèle de Maxwell généralisé, connu comme la série de Prony.

Ensuite, différents formalismes sont retenus pour décrire le comportement viscoélastique : formulations intégrales, dérivées non-entières, approches thermodynamiques par variables internes visqueuses.

Ces modèles sont développés pour prédire le comportement viscoélastique sous chargement uniaxial. Yakimets et al. (Yakimets et al., 2007) ont généralisé un modèle rhéologique non linéaire en 3D pour prédire des réponses d'un polymère semi-cristallin soumis à une sollicitation multiaxiale dans le cadre des déformations viscoélastiques. Selon le modèle développé initialement pour une sollicitation uniaxiale (Lai et al., 2005), la phase amorphe est traitée comme un réseau hétérogène des chaînes. Elle comprend des régions à haute densité (HDZ) et des régions à basse densité (LDZ). Les mécanismes de déformation dans la phase amorphe est réversible et sont modélisés par un élément représentative volumique (VER) comprenant un HDZ et un LDZ (Figure 1.8). Dans ce modèle, la phase cristalline associée à un ressort  $C_2$  est élastique parfaite, la phase amorphe libre ( $I_s$ ) et l'interphase ( $I_d$ ) associées à deux éléments de Maxwell sont viscoélastiques. Les trois phases sont connectés en parallèle (Figure 1.9). En supposant d'un matériau isotrope et incompressible et que la pression hydrostatique n'influence pas le comportement dans la gamme de déformation étudiée ( $\leq 2\%$ ), le modèle est généralisé en

3D par intégrant des mécanismes particuliers de déformation macromoléculaire. La relation contrainte-déformation en 3D est écrite de la façon suivante :

$$\text{en traction} \quad \dot{\sigma}_{vi} = \frac{\dot{\epsilon} - \frac{\sigma_{vi}}{\eta_i} \exp\left[\frac{\sigma_{vi}(1-p)}{C_{li}p}\right]}{\exp\left(\frac{\sigma_{vi}}{C_{li}p} - \epsilon_{eq}\right) \left(1 - \frac{1}{p}\right) + \frac{1}{p}} C_{li} \quad (1.13)$$

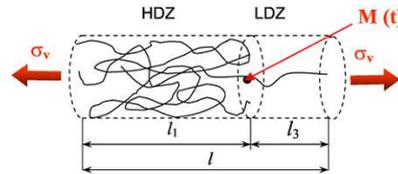
$$\text{en torsion} \quad \dot{\tau}_{vi} \sqrt{3} = \frac{\frac{\dot{\gamma}}{\sqrt{3}} - \frac{\tau_{vi} \sqrt{3}}{\eta_i} \exp\left[\frac{\tau_{vi} \sqrt{3}(1-p_{sh})}{C_{li}p_{sh}}\right]}{\exp\left(\frac{\tau_{vi} \sqrt{3}}{C_{li}p_{sh}} - \epsilon_{eq}\right) \left(1 - \frac{1}{p_{sh}}\right) + \frac{1}{p_{sh}}} C_{li} \quad (1.14)$$

avec  $i = s$  pour la phase amorphe libre et  $i = d$  pour l'interphase,  $\epsilon_{eq}$  déformation équivalent de Von Mises.  $\dot{\epsilon}$  la vitesse de la déformation,  $C_{li}$  et  $\sigma_{vi}$  la rigidité et la contrainte associées à la phase amorphe ou à l'interphase,  $p$  et  $p_{sh}$  les proportions des segments qui glisse de HDZ à LDZ en traction (ou compression) et en torsion (ou en cisaillement).  $\eta_i$  est la viscosité à la contrainte  $\sigma_{vi}$ , déterminée comme suivante :

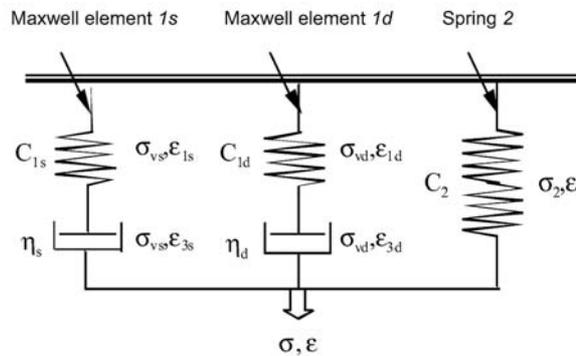
$$\eta_i = \eta_{i0} \exp\left(-\left|\frac{\sigma_{vi}}{\alpha}\right|^\beta\right) \exp\left(-\left|\frac{\sigma_{vi}}{\alpha}\right|\right) \quad (1.15)$$

avec  $\eta_{i0}$  la viscosité initiale,  $\alpha$  et  $\beta$  deux constants réglable.

Le modèle peut prédire la contrainte en charge et décharge sans transférer des paramètres ou l'équation constitutive au point où le chargement est reversé. Ce modèle simple, avec 12 paramètres du matériau, prédit précisément la relaxation et simule séparément des composants de traction et de torsion sous chargement multiaxial pour un polypropylène isotactique (iPP).



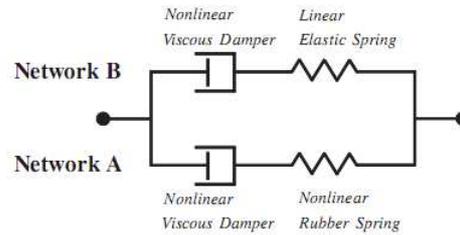
**Figure 1.8.** Élément représentative volumique de la phase amorphe (Yakimets et al., 2007).



**Figure 1.9.** Représentation du modèle rhéologique viscoélastique non linéaire (Yakimets et al., 2007).

Shim et al. (Shim and Mohr, 2011) a proposé un modèle constitutive formulé avec deux éléments de Maxwell en parallèle pour étudier le comportement en compression dans le cadre de grande déformation d'un Polyuréthane. Ce thermoplastique exprime une structure de deux

phases : une phase des segments doux et une phase des segments durs. Chaque phase est associée à un élément de Maxwell (Figure 1.10), le réseau A pour la phase douce et le réseau B pour la phase dure.



**Figure 1.10.** Représentation du modèle rhéologique viscoélastique non linéaire de deux éléments de Maxwell en parallèle (Shim and Mohr, 2011).

Le gradient de la déformation macroscopique est décomposé en une part volumique et une part isochore. Des gradients de la déformation isochore de deux phases sont identiques et égales à celui de la déformation isochore macroscopique. Les comportements visqueux non linéaires de deux phases sont exprimés comme suivants :

$$\text{réseau A} \quad m_A = \frac{3}{2} \eta_A d_A = P_A (\exp \zeta - 1) \left( \frac{d_A}{d_0} \right)^{n_A} \quad (1.16)$$

$$\text{réseau B} \quad m_B = \sqrt{3} \eta_B Q_B \left( \frac{d_B}{d_0} \right)^{n_B} \left\{ 1 - \exp \left[ -\frac{\zeta}{Q_B} \left( \frac{d_B}{d_0} \right)^{-n_B} \right] \right\} \quad (1.17)$$

avec  $\zeta = \sqrt{\text{tr} \mathbf{C} - 3}$  une déformation scalaire,  $\mathbf{C} = \mathbf{F}^T \mathbf{F}$  le tenseur Cauchy-Green et  $\mathbf{F}$  le tenseur de gradient de transformation. La variable  $\zeta$  est égale à zéro pour la configuration non déformée et est positive pour la configuration déformée.  $m_A$  et  $m_B$  sont nommées par les auteurs contraintes équivalentes de Mandel.  $d_A$  et  $d_B$  sont des vitesses de la déformation visqueuse équivalente. La direction du flux visqueux est supposée alignée avec celle de la contrainte de Mandel  $\eta_{A,B} = \frac{2}{3} \frac{m_{A,B}}{d_{A,B}}$ . Les paramètres  $P_A > 0$  et  $n_A > 0$  contrôlent la sensibilité à la vitesse. Les

paramètres  $Q_B$  et  $n_B$  caractérisent la viscosité du réseau B.

Ce modèle de 8 paramètres prédit bien la sensibilité à la vitesse de chargement en compression.

L'effet de la contrainte hydrostatique sur le comportement viscoélastique est mis en évidence dans les études expérimentales : la pression positive (compression) génère des valeurs de modules relaxés plus importantes. Donc, la distinction des portions charge/décharge est nécessaire pour prédire le comportement visqueux des polymères. Tscharnuter et al. (Tscharnuter et al., 2012) ont utilisé le modèle viscoélastique non linéaire en 3D de Schapery pour décrire le comportement dépendant du temps d'un Polyoxyméthylène. Ils montrent que ce modèle peut capter la relaxation de la contrainte, l'influence de la contrainte hydrostatique, l'histoire de chargement avec la contrainte de traction mais pas encore pour le fluage sous la contrainte en compression. Pour améliorer la capacité de modélisation la différence en charge/décharge sur un polymère époxy, Xia et al. (Xia et al., 2005a) ont travaillé avec deux modèles constitutives viscoélastique : un est développé par Xia et Ellyin dans la forme différentielle, une est développé par Lai et Bakker dans la forme intégrale (modèle de Schapery modifié). Ils montrent que le modèle de Xia-Ellyin prédit mieux des essais expérimentaux, en particulier la partie de décharge de la boucle d'hystérésis. Cela vient de la constitution une distinction charge/décharge dans ce modèle. Ces deux modèle ne peuvent pas capter l'effet de

rochet (l'erreur est plus 30% après 20 cycles) et la recouvrance (deux modèle prédisent une recouvrance complètement). Ces résultats sont retrouvés dans l'étude de Xia et al. (Xia et al., 2005b) sur un polymère époxy en comparaison trois modèles viscoélastique non linéaire : le modèle analogue mécanique en forme différentielle de Xia et al., le modèle de Schapery modifié dans le cadre thermodynamique non équilibre en forme intégrale de Lai et al., le modèle modifié de volume libre de Knauss-Emri en forme intégrale de Popelar et al.. Ils supposent qu'une loi charge/décharge peut améliorer la simulation du comportement viscoélastique en décharge de trois modèles.

Plusieurs études du comportement viscoélastiques sont développées pour essayer capter le comportement cyclique dans des polymères. Elles montrent que des modèles viscoélastiques ont la capacité de capter le comportement visqueux sous différents trajet de charge et de plus en plus prédire précisément quelques dizaines premiers cycles. Plus précisément, Gamonpilas et al. (Gamonpilas and McCuiston, 2012) proposent un modèle pour capter à la fois le comportement en traction et en compression aux différentes vitesses de chargement pour un Polyuréa, Kroger et al. (Kröger et al., 2012) essayent de reproduire l'effet de rochet par le modèle rhéologique.

### 1.2.3. Viscoplasticité

Colak et al. (Colak, 2005) ont modélisé le comportement viscoplastique d'un polyphénylène oxyde (PPO) en utilisant une théorie de de la viscoplasticité basée sur une surcontrainte. Cette théorie comporte deux variables d'état tensorielles (contrainte équilibre et contrainte cinématique), deux variables d'état scalaires (contrainte isotrope et contrainte de cisaillement). La déformation dans le cadre de petites déformations, incompressible et isotrope est donnée comme suivante :

$$\dot{\boldsymbol{\varepsilon}} = \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{el} + \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{in} = \frac{1+\nu}{CE} \dot{\mathbf{s}} + \frac{3}{2} \frac{\mathbf{s} - \mathbf{g}}{\Gamma} f\left(\frac{\Gamma}{D}\right) \quad (1.18)$$

où  $\mathbf{s}$  et  $\mathbf{g}$  sont le tenseur des contraintes déviatoriques de Cauchy et le tenseur des contraintes équilibres respectivement.  $E$  et  $\nu$  sont le module d'Young et le coefficient de Poisson respectivement. Une fonction  $C = 1 - \lambda(|G - K|/A)^\alpha$  est introduite dans l'équation de la vitesse de déformation pour déterminer le changement de la rigidité élastique en charge et décharge. L'invariant de surcharge en dimension de la contrainte est défini comme suivant :

$$\Gamma^2 = \frac{3}{2}(\mathbf{s} - \mathbf{g})(\mathbf{s} - \mathbf{g}) \quad (1.19)$$

La contrainte équilibre est non linéaire, dépendante de la vitesse de chargement et hystérique. Son évolution dépend de deux termes d'érouissage, élastique et inélastique, et est écrite de la façon suivante :

$$\dot{\mathbf{g}} = \Psi \frac{\dot{\mathbf{s}}}{E} + \Psi \left( \frac{\mathbf{s} - \mathbf{g}}{\Gamma} - \frac{\mathbf{g} - \mathbf{k}}{A} \right) f\left(\frac{\Gamma}{D}\right) + \left(1 - \frac{\Psi}{E}\right) \dot{\mathbf{k}} \quad (1.20)$$

La contrainte cinématique  $\mathbf{k}$  est présentée pour modéliser l'effet Bauschinger. Elle évolue dans la façon suivante :

$$\dot{\mathbf{k}} = \frac{|\mathbf{s}|}{\Gamma + |\mathbf{g}|} \frac{E_t}{(1 - E_t/E)} \dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{in} \quad (1.21)$$

$A$  est la contrainte isotrope. Elle présente l'érouissage du module. La fonction de forme  $\Psi$  influence sur la transition du régime quasi-linéaire au régime inélastique. Elle est écrite sous la forme comme suivante :

$$\Psi = \Psi_1 + \left( \frac{c_2 - \Psi_1}{\exp(c_3 |\dot{\boldsymbol{\varepsilon}}^{in}|)} \right), \quad \Psi_1 = c_1 \left( 1 + c_4 \left( \frac{|\mathbf{g}|}{A + |\mathbf{k}| + \Gamma} \right) \right) \quad (1.22)$$

Ce modèle présente une modélisation acceptable pour la sensibilité à la vitesse de chargement, le comportement de décharge, le fluage multiple et la recouvrance.

#### 1.2.4. Viscoélasticité et viscoplasticité

Des modèles viscoélastique-viscoplastique sont proposés par Levenberg (Levenberg and Uzan, 2004) sur un agrégats d'enrobés et Chailleux et al. (Chailleux and Davies, 2003) sur un mèche d'aramide renforcé par fibres en supposant l'absence de couplage entre ces deux comportements. La déformation totale est divisée en deux parties : une déformation réversible liée au comportement viscoélastique et une déformation viscoplastique irréversible. La viscoélasticité développée par Schapery est utilisé pour la partie viscoélastique. Pour la part viscoplastique, des modèles à écrouissage classiques sont utilisés. Le modèle développé par Chailleux et al. capte bien des blocs de fluage et de recouvrance successive en traction. Le même résultat est montré sur l'étude de Levenberg et al. à la fois en traction et en compression.

Des modèles prenant en compte un couplage viscoélastique et viscoplastique sont proposés par Drozdov dans plusieurs publications (Drozdov and Gupta, 2003 ; Drozdov 2012) et. Dans ce type de modèle, le polymère semi-cristallin est modélisé par deux phases continues. *La phase cristalline* est considérée dans un cadre incompressible en petites déformations. Ses déformations sont partitionnées en une partie élastique et une partie viscoplastique. *La phase amorphe* est traitée comme un réseau temporaire de chaînes flexibles reliées aux processus d'enchevêtrement et d'élasticité entropique ; elle est à la fois viscoélastique et viscoplastique. Ce réseau est un ensemble des méso-régions (MR) passives et actives. La première comporte des interactions de chaînes permanentes. La deuxième représente le désenchevêtrement de chaînes et le détachement des extrémités de chaîne de la phase cristalline.

#### 1.2.5. Modélisation thermomécanique

Quelques rares auteurs ont proposé des modèles thermo-mécaniques fortement couplés. Ces descriptions mathématiques, macroscopiques viscoélastiques, n'explicitent pas les relations entre les propriétés mécaniques et les caractéristiques microstructurales. Dans cette partie, nous rappelons différentes façons de répartir les sources de couplage et de dissipation. Le choix de cette division des sources est plus ou moins arbitraires et plus ou moins physiques.

Rittel et al. (Rittel, 2000) résolvent le problème thermique numériquement par des éléments finis. A partir du concept de module de relaxation complexe, l'énergie dissipée volumique  $W_{in}$  a la forme suivante :

$$W_{in} = \pi \sigma_0 \varepsilon_0 \sin \delta \quad (1.23)$$

avec  $\sigma_0$  et  $\varepsilon_0$  l'amplitude de la contrainte et de la déformation,  $\delta$  l'angle de phase entre la sollicitation appliquée et la réponse.

En définissant un facteur  $\beta$ , exprimant le rapport entre les puissances thermique et mécanique, l'équation de bilan de chaleur est écrite de la façon suivante :

$$\beta \dot{W}_{in} + k \nabla^2 T = \rho c_E \dot{T} \quad (1.24)$$

avec  $k$  la conductivité thermique,  $\rho$  la densité,  $c_E$  la capacité calorifique,  $T$  la température, La partie de l'énergie  $(1-\beta)\dot{W}_{in}$  est conservée dans le matériau via des changements microstructurales.

Maurel-Pantel et al. (Maurel-Pantel et al., 2011) construisent un modèle thermomécanique dans le cadre thermodynamique à la base de celui développée par Billon et al (Billon, 2003). Dans ce

modèle, les changements de microstructure sont introduits via les variables internes dans la théorie du réseau de Edwards-Vilgis (Edwards and Vilgis, 1986). L'équation de diffusion de la chaleur est écrite de la façon suivante :

$$\rho C_p \dot{T} = \lambda \Delta T + T \frac{\partial \sigma}{\partial T} : D_e + \beta A^{D_v} : D_v \quad (1.25)$$

avec  $D_v$  et  $D_e$  les tenseurs de la vitesse de déformation inélastique et totale respectivement,  $A^{D_v}$  la force thermodynamique associée au processus de déformation inélastique.  $\beta$  est le coefficient Taylor-Quinney décrivant arbitrairement la part d'énergie transformée en chaleur. Les deux valeurs extrêmes de  $\beta$  ont le sens suivant:

- $\beta$  proche à 1 (mais pas égale à 1) : l'inélasticité est transformée principalement en chaleur,
- $\beta = 0$  : il n'y a pas de dissipation, et l'énergie inélastique est stockée pour changer la microstructure seulement.

Dans ces deux modèles, des couplages faibles avec la température sont également introduits dans le modèle via la dépendance à la température d'un certain nombre de paramètres.

Moreau et al. (Moreau et al., 2005) a pris en compte le couplage thermoélastique dans deux modèles rhéologiques viscoélastiques linéaires, dans un cadre 1D : le modèle en série de Poynting-Thomson (PT) et le modèle en parallèle de Zener (Z). Les variables d'états choisies pour les deux modèles sont l'incrément de la température  $\theta$ , la déformation  $\varepsilon$  et sa partie visqueuse  $\varepsilon_v$  (Figure 1.11).  $E$ ,  $h$ ,  $K$ ,  $k$  sont des modules élastiques,  $\alpha$  et  $\beta$  sont des coefficients de dilatation thermique linéaire,  $\eta$  et  $\mu$  sont des paramètres de la viscosité. Les constantes  $\rho$ ,  $C$  et  $\lambda$  représentent la densité, la capacité calorifique et le coefficient de conductivité thermique.

Pour le modèle PT, l'énergie libre volumique est :

$$\psi^{PT}(\theta, \varepsilon, \varepsilon_v) = \frac{E}{2} (\varepsilon - \theta \alpha - \varepsilon_v)^2 - \left( \frac{E \alpha^2}{2} + \frac{\rho_0 C_0}{2 T_0} \right) \theta^2 - s_0 \theta + \frac{h}{2} \varepsilon_v^2 \quad (1.26)$$

avec  $s_0$  l'entropie spécifique associée à l'état initial.

Le potentiel de dissipation est :

$$\phi^{PT}(q, \dot{\varepsilon}, \dot{\varepsilon}_v) = \frac{q \cdot q}{2 \lambda T_0} + \frac{\eta}{2} \dot{\varepsilon}_v^2 \quad (1.27)$$

Avec  $q$  le gradient de flux de chaleur.

L'équation de diffusion de chaleur du modèle de type PT

$$\rho C \dot{\theta} + \text{div} q = \eta \dot{\varepsilon}_v^2 T - E \alpha T_0 (\dot{\varepsilon} - \dot{\varepsilon}_v) \quad (1.28)$$

avec  $d_1^{PT} = \eta \dot{\varepsilon}_v^2 T$  la dissipation intrinsèque et  $s_{the}^{PT} = -E \alpha T_0 (\dot{\varepsilon} - \dot{\varepsilon}_v)$  la source thermoélastique.

Le potentiel ne dépend pas de  $\dot{\varepsilon}$ , donc la contrainte est :

$$\sigma = \psi_{,\varepsilon}^{PT} = E (\varepsilon - \alpha \theta - \varepsilon_v) \quad (1.29)$$

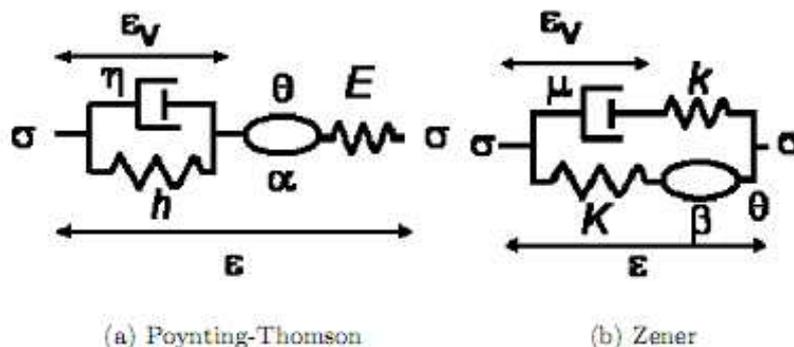


Figure 1.11. Schématisation des modèles thermo-viscoélastiques 1D (Moreau et al., 2005).

Pour le modèle Z, l'énergie libre volumique et le potentiel de dissipation sont :

$$\psi^Z(\theta, \varepsilon, \varepsilon_v) = \frac{K}{2}(\varepsilon - \beta\theta)^2 - \left( \frac{K\beta^2}{2} + \frac{\rho_0 C_0}{2T_0} \right) \theta^2 - s_0\theta + \frac{k}{2}(\varepsilon - \varepsilon_v)^2 \quad (1.30)$$

$$\phi^Z(q, \dot{\varepsilon}, \dot{\varepsilon}_v) = \frac{q \cdot q}{2\lambda T_0} + \frac{\mu}{2} \dot{\varepsilon}_v^2 \quad (1.31)$$

L'équation de diffusion de chaleur du modèle de type Z

$$\rho C \dot{\theta} + \text{div} q = \mu \dot{\varepsilon}_v^2 - K \beta T_0 \dot{\varepsilon} \quad (1.32)$$

avec  $d_1^{PT} = \mu \dot{\varepsilon}_v^2$  la dissipation intrinsèque et  $s_{the}^{PT} = -K \beta T_0 \dot{\varepsilon}$  la source thermoélastique. Le potentiel ne dépend pas de  $\dot{\varepsilon}$ , donc la contrainte est :

$$\sigma = \psi_{,\varepsilon}^Z = K(\varepsilon - \alpha\theta) + k(\varepsilon - \varepsilon_v) \quad (1.33)$$

### 1.2.6. Modélisation de l'effet de rochet

Liu et al. (Liu et al., 2008) ont étudié la période d'accumulation stable de la déformation de rochet d'un PMMA aux différentes températures. L'expression empirique de la déformation de rochet en lien avec l'aire de boucle d'hystérésis est comme suivante :

$$\Delta \varepsilon_c = C(\Delta H)^n \quad (1.34)$$

avec  $C$  et  $n$  les constants de matériau.  $\Delta H$  est l'aire de boucle qui est écrite dans la façon suivante :

$$\Delta H \approx \sigma_a \Delta \varepsilon_p \quad (1.35)$$

avec  $\sigma_a$  l'amplitude de la déformation,  $\Delta \varepsilon_p$  l'incrément de la déformation plastique. En appliquant la théorie de l'état transitoire Eyring, la vitesse de la déformation plastique est écrite comme suite :

$$\dot{\varepsilon}_p = A_f \sinh\left(\frac{\xi V_a}{k\theta} \sigma\right) \quad (1.36)$$

avec  $\sigma$  la contrainte,  $A_f$  le facteur interne,  $k$  le coefficient de Boltzmann,  $V_a$  le volume d'activation,  $\xi$  le facteur de conversion de la contrainte de cisaillement à la contrainte axiale,  $\theta$  la température absolue.

L'incrément de la déformation de rochet par cycle dans la période stable est déduit comme suivante :

$$\Delta \varepsilon_c = C \left( \frac{A_f k \theta}{\omega \xi V_a} \left( \exp\left(\frac{\xi V_a}{k\theta} (\sigma_a + \sigma_m)\right) - \exp\left(\frac{\xi V_a}{k\theta} \sigma_m\right) \right) \right)^n \quad (1.37)$$

L'équation (1.37) permet de déterminer précisément la vitesse de l'accumulation de la déformation de rochet d'un PMMA à différentes températures et niveaux de chargement.

Colak et al. (Colak et al., 2012) ont utilisé la théorie VBO pour simuler l'effet de rochet et le comportement cyclique d'un polyéthylène ultra haute densité (UHMWPE). Différentes lois de l'érouissage ont été utilisées pour décrire la contrainte cinématique : loi de l'érouissage classique, lois de l'érouissage d'Armstrong et Frederick, de Burlet et Cailletaud, d'Ohno et Wang et de Chaboche. Ils montrent que le modèle de Chaboche capte mieux l'effet de rochet.

Un modèle viscoélastique non linéaire, étendu du modèle de Schapery, est utilisé pour décrire l'effet de rochet sur un PEI dans l'étude de Pan (Pan et al., 2012). Ils montrent que ce modèle peut capter bien la sensibilité de la déformation de rochet à la contrainte moyenne et la vitesse de chargement. Cependant, le modèle sous-estime la déformation de rochet à la vitesse faible de

chargement et prédit une recouvrance complète. Le modèle prédire une déformation de fluage plus importante qu'en expérience.

Plusieurs études expérimentales montrent que des polymères expriment à la fois un comportement viscoélastique et viscoplastique. En conséquence, les modèles de comportement des polymères sont couramment basées sur l'(élasto)-viscoplasticité seule ou conjointe avec la viscoélasticité ou l'endommagement. Cependant, des modèles viscoélastiques plus simples, comportant généralement moins de paramètres et exigeant moins d'essais expérimentaux pour identifier ces paramètres et moins de temps de calcul restent intéressants dans certains cadres. Plusieurs modèles viscoélastiques montrent une capacité à prédire les réponses à différents types de chargement (traction, compression, sollicitation multiaxiale et récemment recouvrance, blocs de chargement et quelques premières dizaines de cycles). Néanmoins, la capacité à prédire à la fois la sensibilité de l'effet de rochet aux paramètres de chargement cyclique, son évolution et sa stabilisation reste à améliorer.

### 1.3. Conclusion et objectifs de la thèse

L'objectif de ce chapitre est de rappeler des études expérimentales sur l'effet de rochet dans des polymères et des modèles développés pour simuler le comportement cyclique de ces matériaux. Le volet expérimental montre que l'effet de rochet dépend de plusieurs facteurs comme la contrainte moyenne, l'amplitude de la contrainte, la vitesse de chargement, l'histoire de chargement et la température.

Il y a beaucoup moins de travaux qui étudient l'effet de rochet dans les polymères, comparativement aux études du même type dans les métaux. La plupart des études dans ce domaine visent à essayer de construire des modèles pour comprendre les différentes contributions (viscoélastique, viscoplastique, viscoélastoplastique ou viscoélastique et viscoplastique couplées). Ces modèles comportent souvent un grand nombre de paramètres à identifier, pour simuler précisément les premières dizaines de cycles.

Des études simples sont souvent bien adaptées aux chargements comme le fluage, la recouvrance, le chargement monotone ou quelques dizaines cycles. Des études prenant en compte l'évolution de la déformation moyenne au cours du cyclage négligent souvent l'évolution de la boucle elle-même.

Le premier objectif de notre étude est d'essayer de développer un modèle thermodynamique capable de capter à la fois l'effet de rochet et l'évolution de la boucle au cours du cyclage, tout en restant adapté au calcul de structures. La formulation de ce modèle s'appuyera sur une base d'essais cycliques menés sous différentes fréquences, contraintes moyennes, rapports de charge et mode de chargement (traction ou cisaillement). Un état stabilisé va être déterminé, pour lequel les données d'entrée d'un critère de fatigue pourraient être extraites.

Le travail sera mené d'abord dans le cadre isotherme classique de la littérature. Pour cela, les fréquences d'essais resteront faibles. Néanmoins, plusieurs études montrent que la température joue un rôle dans le comportement cyclique, par modification de la rigidité du matériau. Le nombre de modèles formulés dans un cadre thermo-mécanique fortement couplé (au sens où la déformation modifie la température qui modifie en retour le comportement) est réduit. C'est l'axe de travail qui sera adopté ici, en étendant le modèle isotherme précédent dans un cadre thermo-mécanique fortement couplé. A la différence d'un certain nombre de propositions de la littérature, les termes de couplage thermo-élastique et de dissipation découleront du formalisme, sans hypothèse arbitraire supplémentaire.

Cette approche nécessite d'accéder au calcul des sources de chaleur pendant l'essai. Ceci sera mené sur la base des expériences menées pour cela par le LMGC de Montpellier. La mesure de champs de températures par thermographie infra-rouge, couplée à la mesure de champs de déformation par corrélation d'images numériques, permet de traiter complètement l'équation locale de la chaleur dans une version 2D et de reconstruire les sources de chaleur.



## **CHAPITRE 2**

### **PROCEDURE EXPERIMENTALE**

Ce chapitre présente le matériau étudié et le dispositif expérimental mis en œuvre pour caractériser le comportement mécanique pur sous chargement cyclique de traction et de cisaillement. Une procédure d'acquisition et de dépouillement des données est ensuite exposée. Nous détaillons enfin les paramètres descriptifs de la boucle contrainte-déformation qui serviront par la suite, pour l'analyse des résultats.

#### **2.1. Matériau**

Le matériau utilisé dans cette étude est un Polyéthylène Haute Densité (PEHD) (HD500 produit par DSM). La masse volumique est égale à  $950\text{kg/m}^3$ . Ce polymère a été souvent considéré comme un semi-cristallin « modèle » car il se caractérise par une structure chimique simple (Chivers et al., 1982). Il comporte une phase amorphe et une phase cristalline et se présente ici sous forme d'un agrégat sphérolitique. L'analyse calorimétrique différentielle (DSC) et l'analyse mécanique dynamique (DMA) permettent de caractériser partiellement sa microstructure (référence des mesures réalisées au DPMM pour le même matériau).

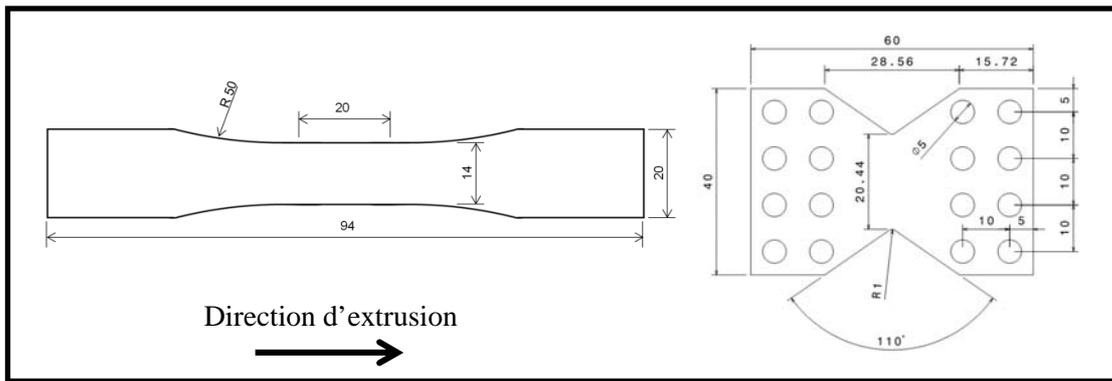
La Calorimétrie Différentielle à Balayage ou DSC (Differential Scanning Calorimetry) est une technique d'analyse thermique des transitions dans les matériaux (DSC, 1996). Elle fournit notamment des informations sur les températures auxquelles se produisent les transitions. Des températures de transitions thermodynamiques du premier ordre (fusion) ou de second ordre (transition vitreuse) peuvent ainsi être déterminées. La DSC utilisée est le calorimètre TA Instruments 2920 Modulated, équipé d'un système de refroidissement à l'azote gazeux afin d'éviter toute dégradation de l'échantillon au cours de l'essai comme l'oxydation à haute température (Berrehili, 2010). L'ensemble des essais de DSC a été réalisé entre  $-150^\circ\text{C}$  et  $160^\circ\text{C}$  à une vitesse de  $10^\circ\text{C}/\text{min}$ . La masse des échantillons était de 10 mg. Dans ce travail, le taux de cristallinité du PEHD est compris de 58%, calculé avec un  $\Delta H_{100\% \text{ cristallin}}$  de  $290\text{J/g}$  (Wunderlich, 1973). La température de fusion est de  $130^\circ\text{C}$ .

Les tests DMA (Dynamic Mechanical Analysis) ont consisté à solliciter, en flexion 3 points, un barreau usiné de PEHD en lui appliquant une faible déformation donnée, sinusoïdale à une fréquence fixée (1Hz), et à mesurer les réponses élastiques et visqueuses du matériau (module de conservation, module de perte et tangente de l'angle de déphasage  $\tan\delta$ ) (Berrehili, 2010). L'appareil utilisé est un TA Instruments Q800. L'essai de DMA est réalisé entre  $-150^\circ\text{C}$  et  $110^\circ\text{C}$  à une vitesse de  $2^\circ\text{C}/\text{min}$ . La température de transition vitreuse est de  $-120^\circ\text{C}$ .

#### **2.2. Eprouvettes**

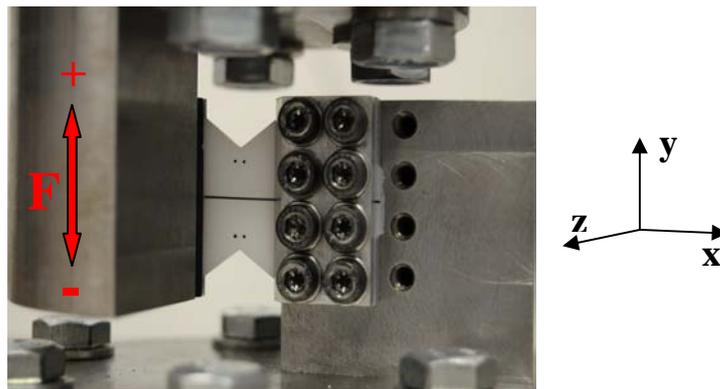
Le PEHD étudié se présente sous forme de plaque extrudée de 2mm d'épaisseur. Des essais de traction et de cisaillement ont été réalisés.

Les éprouvettes de traction, de forme haltère, sont découpées parallèlement au sens d'extrusion selon une géométrie ISO R527 représentée sur la Figure 2.1.



**Figure 2.1.** Prélèvement des éprouvettes et géométrie finale des éprouvettes (en mm).

Les essais de cisaillement sont des essais de type Iosipescu, menés sur éprouvettes plates papillon dont la géométrie est également représentée sur la Figure 2.1. Les éprouvettes de cisaillement sont orientées par rapport à la direction d'extrusion comme indiquée sur la Figure. Dans le cas d'une anisotropie des macromolécules induite par l'extrusion (non quantifiée dans cette étude), cette direction de prélèvement correspond à celle qui exerce davantage les liaisons intramoléculaires, comme dans le cas de la traction. Les deux extrémités de l'éprouvette sont encastrées. L'une est maintenue fixe tandis que l'autre est soumise à un déplacement verticale (direction y sur la Figure 2.2) de manière à rester parallèle à la première.



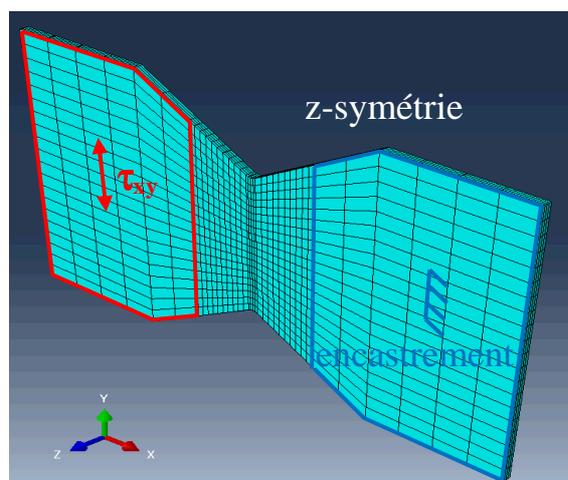
**Figure 2.2.** Essai de cisaillement pur d'Iosipescu

De la même façon pour les éprouvettes de traction, les faces latérales des éprouvettes et les bords de coupe sont polis aux papiers abrasifs afin d'éviter tout amorçage de fissure provenant de l'usinage et pouvant conduire de façon artificielle à une rupture prématurée lors des essais mécaniques.

Cet essai est un essai de glissement mais le champ de contraintes généré dans la section utile peut être considéré comme du cisaillement pur et homogène si la géométrie est bien choisie. Des calculs par éléments finis sont effectués afin de simuler le champ de contrainte de nos éprouvettes en cisaillement et de pouvoir comparer celui-ci aux éprouvettes en traction. L'optimisation de la géométrie d'éprouvette de cisaillement (distance d'encastrement, hauteur de la partie utile, angle d'ouverture de l'entaille) a été réalisée pour avoir un champ de contrainte de cisaillement le plus homogène possible dans la section utile et une valeur équivalente du même ordre que celle en traction.

Un modèle comprenant une éprouvette complète (Figure 2.3) est généré pour établir le lien entre la contrainte de cisaillement dans la section utile et la charge appliquée au mors et ainsi optimiser la géométrie. Le modèle est, grâce à la symétrie en z (épaisseur), réduit à la moitié.

Une étude de sensibilité de la taille de maillage est effectuée et le maillage est optimisé. La simulation s'appuie sur la théorie des petites déformations ce qui est suffisant compte tenu des faibles charges appliquées lors des essais, générant de faibles élongations.



**Figure 2.3.** Modélisation Eléments Finis de l'éprouvette de cisaillement (demi-épaisseur).

Le montage développé à l'ENSMA pour ces essais de cisaillement pur nous impose certaines conditions aux limites. Les deux mors parallèles distants de 15mm maintiennent par encastrement l'éprouvette aux extrémités et la charge est appliquée de manière parallèle.

Dans un premier temps, une géométrie unique est choisie (hauteur de la partie utile 10mm, angle d'ouverture de l'entaille 104°) (Klimkeit, 2009). Deux lois de comportement disponibles dans Abaqus® (élastique et viscoélastique linéaire) sont successivement utilisées. Les paramètres de ces lois sont ceux identifiés auparavant au laboratoire dans le Mastère de Quoc Huy Vu sur un PEHD voisin (Vu, 2006). Une autre distribution de temps caractéristiques plus lente est également testée dans le cas viscoélastique. Différents chargements monotone, cyclique et de fluage sont appliqués. Pour toutes ces situations, à géométrie fixée, le rapport entre la contrainte de cisaillement dans la partie utile et la force axiale exercée sur le mors mobile est identique. L'écart sur ce rapport reste de l'ordre de  $10^{-6}$ . Pour la géométrie retenue finalement, la contrainte de cisaillement dans la section utile obéit à l'équation suivante :

$$\sigma_{12} = 0.025F \quad (2.1)$$

où  $\sigma_{12}$  (en MPa) est la contrainte de cisaillement au centre de l'éprouvette et  $F$  (en N) est la force du vérin.

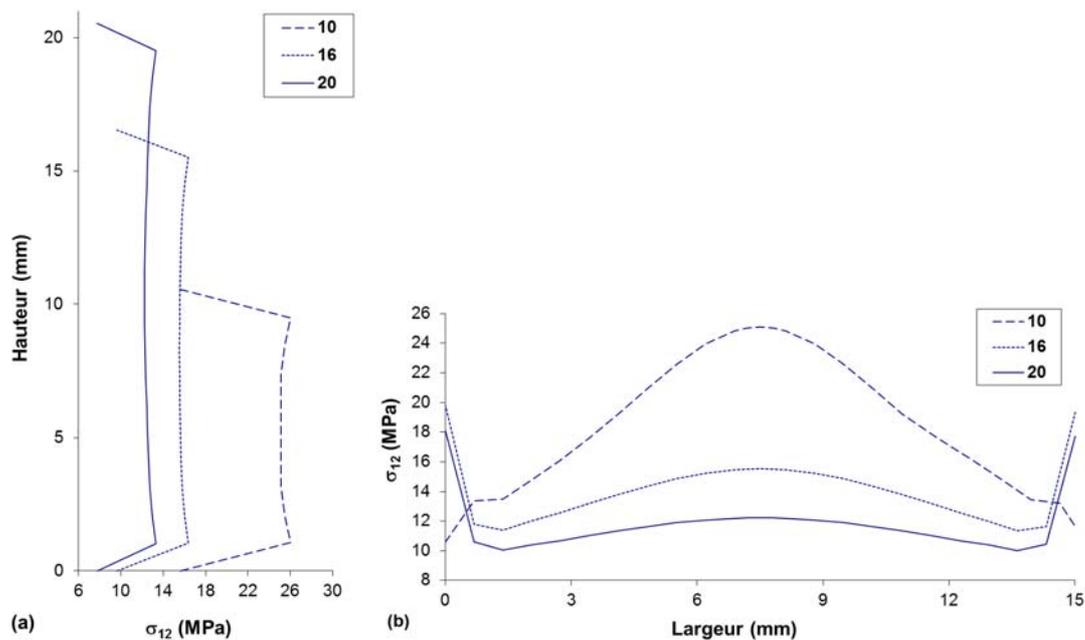
Cette équation est utilisée pour déduire la contrainte de cisaillement expérimentale dans la partie homogène au milieu de l'éprouvette. La déformation moyenne dans cette même zone est également mesurée. Une partie des courbes  $\sigma$ - $\varepsilon$  ainsi établies est utilisée pour identifier les paramètres du modèle, comme expliqué dans les chapitres suivants. Il faut donc regarder ce que devient l'équation (2.1) avec la loi de comportement obtenue au final. L'écart doit rester négligeable pour que la démarche soit valable. Une modélisation conduite sur une éprouvette complète (telle que sur la Figure 2.3), avec la loi de comportement décrite et les paramètres identifiés au chapitre 4, montre que l'équation (2.1) décrit bien la relation entre la force appliquée et la contrainte de cisaillement dans la partie utile. Le nouveau coefficient de proportionnalité ainsi obtenu est en effet de 0.02497.

Dans un deuxième temps, nous travaillons avec la loi viscoélastique, en faisant les paramètres géométriques de l'éprouvette papillon (rayon de courbure du fond d'entaille mais surtout hauteur de la partie utile et angle d'ouverture du V). Un fond d'entaille à angle vif se révèle être la

solution la plus pertinente. En fait, dans le cas d'un rayon non nul, des surcontraintes sont rencontrées au raccordement du rayon et le champ de contrainte est moins homogène. Néanmoins, il existe une limitation technologique liée aux outils de découpe. Le rayon de fraise minimal disponible est de 1mm.

Par le calcul, nous trouvons ensuite que l'entaille doit s'étendre jusque dans les mors pour notre système de serrage. Si le raccordement de l'entaille et la partie droite de l'éprouvette ne se situe pas dans les mors, de très importantes surcontraintes sont rencontrées au niveau des mors. L'essai expérimental confirme ce résultat, puisque les éprouvettes cassent dans les mors (Klimkeit, 2009).

L'étape suivante consiste à optimiser la hauteur de la partie utile et l'angle d'ouverture. L'influence de la hauteur de la section utile a été étudiée, en fixant l'angle à  $104^\circ$ , avec comme valeur 10mm, 16mm et 20mm. Les profils de contraintes de cisaillement selon la hauteur et dans la largeur de la partie centrale sont présentés sur la Figure 2.4 pour les éléments en surface. L'objectif est d'obtenir les champs de contraintes et déformations de cisaillement les plus homogènes possibles dans la hauteur de la partie utile, tout en conservant une valeur de force axiale suffisamment élevée par rapport à la capacité de la cellule de force (25kN). Cette force doit être supérieure à 250N (1% de la force maximale de la cellule) pour être précise.



**Figure 2.4.** Influence de la hauteur de la partie utile (à angle d'ouverture fixé de  $104^\circ$  et épaisseur 2mm) selon : (a) la hauteur et (b) la largeur dans la partie centrale de l'éprouvette.

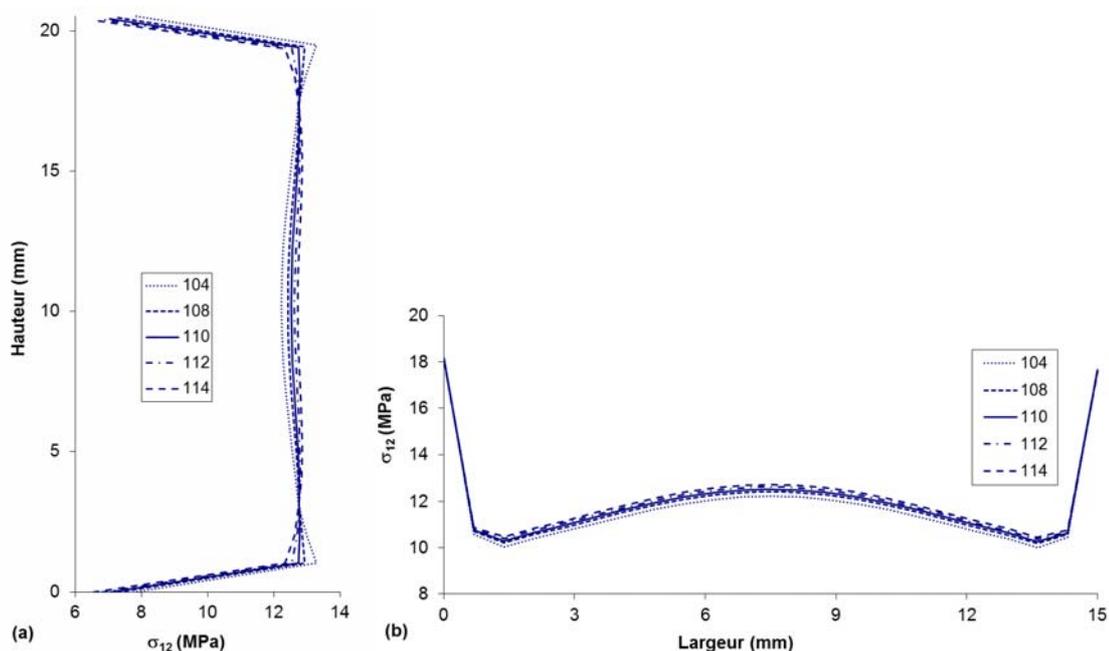
Selon la largeur (au milieu de l'éprouvette), plus la partie utile est courte, plus la localisation de la contrainte de cisaillement dans la section centrale est marquée. Une hauteur de 10mm serait préférable.

Selon la hauteur, le calcul indique que la section la plus avantageuse en termes d'homogénéité du champ de contrainte correspond à une hauteur de 16mm. L'écart relatif entre les valeurs maximale et minimale par rapport à la valeur moyenne est de 3.6% pour 10mm et de 5.3% pour 16mm et de 8.4% pour 20mm. Néanmoins, les différences entre les trois hauteurs testées ne sont pas trop importantes.

Les calculs suggèrent donc une hauteur de 10mm. Cependant, comme  $\sigma_{eq}/F$  augmente quand la hauteur diminue, une hauteur de 10mm correspond à une force axiale trop faible. Pour cette raison, une hauteur de 20mm est finalement retenue.

L'influence de l'angle d'ouverture est ensuite étudiée, à hauteur fixée de 20mm. La Figure 2.5 présente l'évolution de la contrainte de cisaillement selon la hauteur et la largeur de la section utile à mi-hauteur, pour les éléments en surface. La courbe continue correspond à l'angle optimal retenu pour les essais. Pour cet angle de  $\alpha = 110^\circ C$ , nous observons premièrement un champ de contrainte très homogène et deuxièmement que le gradient de la contrainte de cisaillement le long de la hauteur (Figure 2.5(a)) est faible devant les variations de cette même contrainte selon la largeur à mi-hauteur (Figure 2.5(b)).

Pour les éléments à cœur de la partie utile, les hétérogénéités sont un peu plus élevées mais les conclusions de cette étude paramétrique restent valables.

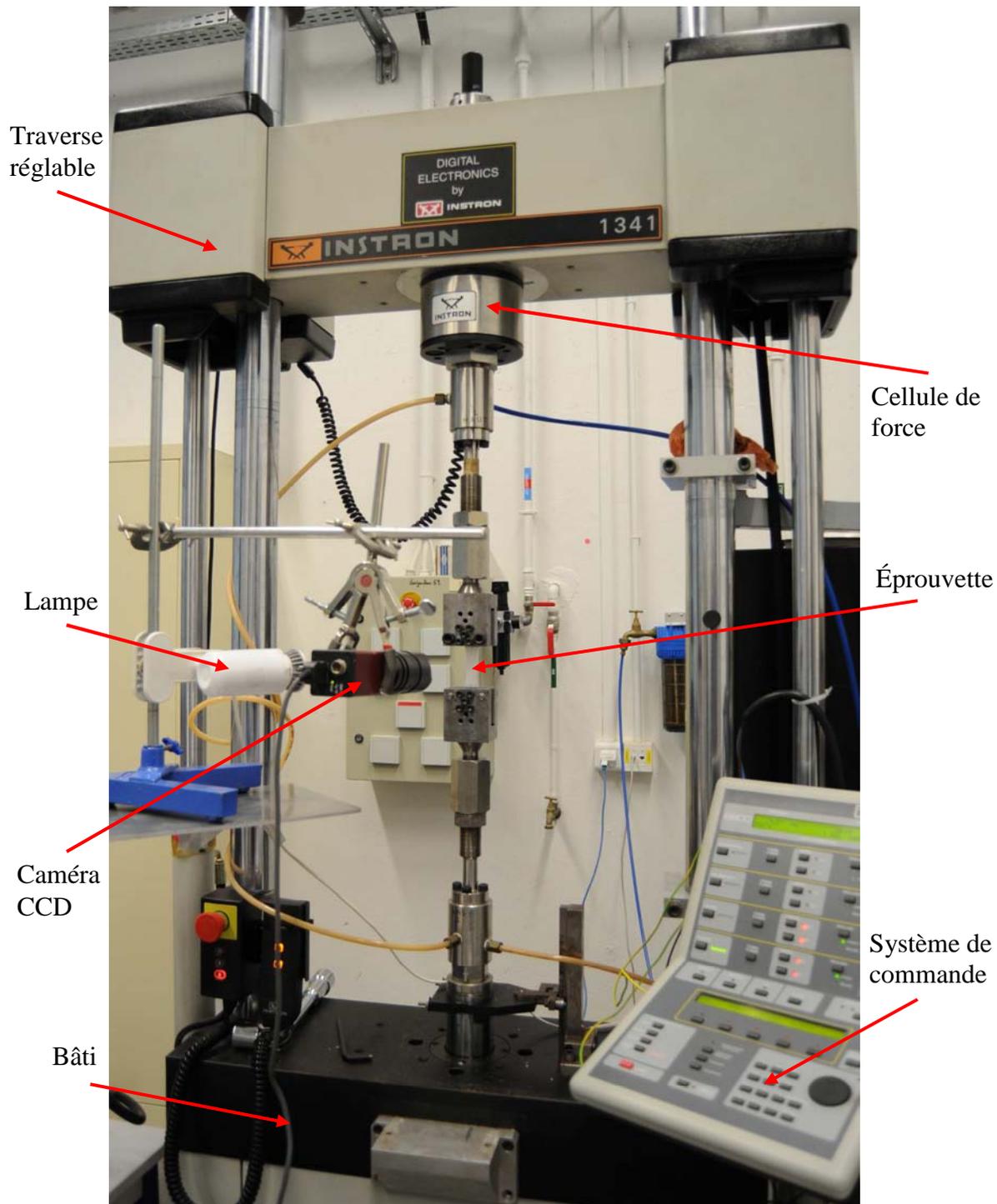


**Figure 2.5.** Influence de l'angle d'ouverture à hauteur 20mm et épaisseur 2mm selon : (a) hauteur et (b) largeur.

La géométrie finale retenue est donc celle illustrée sur la Figure 2.1.

### 2.3. Protocole expérimental

Les essais de traction et de cisaillement sont réalisés respectivement sur une machine servo-hydraulique INSTRON modèle 1341 et une machine biaxiale servo-hydraulique INSTRON modèle 8874 équipées de mors mécaniques permettant de serrer l'éprouvette sans aucun glissement (Figure 2.6 et Figure 2.7). Chaque machine est constituée d'un bâti rigide portant une traverse réglable. Sur la partie inférieure du bâti, deux vérins hydrauliques assurent la mise en charge de l'éprouvette. La traverse mobile de l'INSTRON 1341 (en haut de la machine) est équipée d'une cellule de force de traction-compression de  $\pm 50$ kN. L'INSTRON 8874 est équipée de deux cellules de force, l'une pour déterminer les efforts de traction-compression ( $\pm 25$ kN) et l'autre pour mesurer le couple de torsion jusqu'à  $\pm 100$ Nm. L'énergie hydraulique est fournie par un groupe hydraulique séparé de 10kW de puissance.

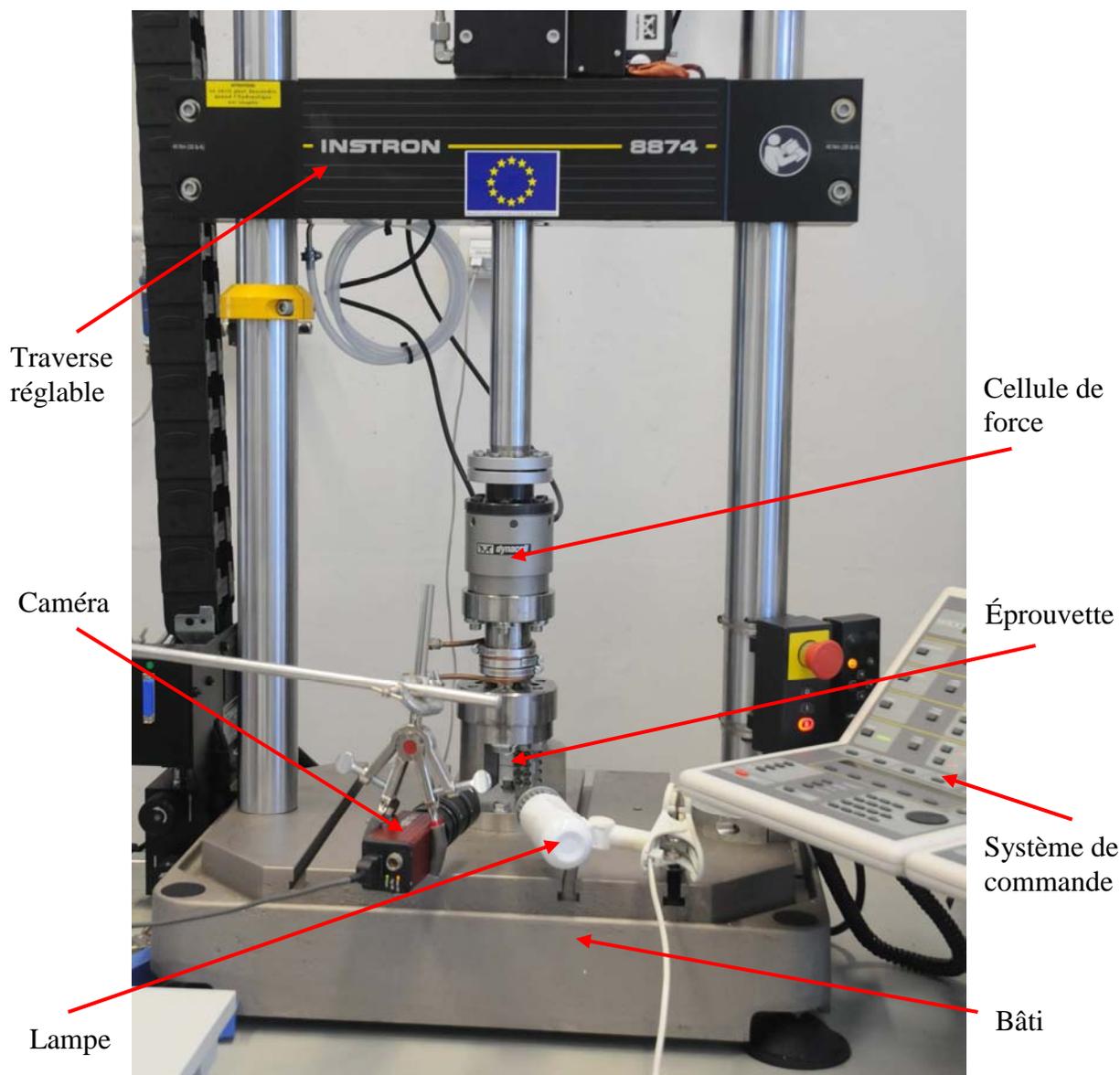


**Figure 2.6.** Dispositif expérimental de traction.

Pour mesurer les déplacements dont sont issues les déformations, une caméra CCD (AVT Dolphin) est utilisée. Le principe général repose sur un suivi, en temps réel, de la position des barycentres de marqueurs déposés sur les faces de l'éprouvette. Un script Python développé par Guillaume Benoît au DPMM permet de calculer de déplacement et de déformation à partir de coordonnées de ces marqueurs. L'éprouvette est éclairée par une lampe lumineuse pour améliorer le contraste.

Le pilotage de la machine s'effectue au travers d'une boucle d'asservissement qui impose par l'intermédiaire de la sollicitation mécanique, l'égalité entre la réponse d'un capteur (position/charge/angle/couple) et une consigne. Tous les essais sont réalisés à force imposée. Il

s'agit de la force axiale appliquée au mors libre de translation. La réponse de la boucle d'asservissement (P.I.D.) est réglable en fonction de la nature de l'éprouvette et du mode de sollicitation recherché.



**Figure 2.7.** Dispositif expérimental de cisaillement.

Afin de s'assurer d'une bonne précision des résultats, l'étalonnage de la machine d'essai a été vérifié. La reproductibilité des essais a été testée en comparant les courbes de réponse de quelques éprouvettes sollicitées à même condition de chargement. Elle sera illustrée au début du chapitre 3.

Différentes séquences de chargement sont appliquées. Il s'agit d'essais classiques de traction monotone, d'essais de fluage et d'essais cycliques suivis de phases de recouvrance. Toutes les campagnes d'essais ont été réalisées à température ambiante. Lors des essais cycliques, notre échantillon est soumis à une force variable dans le temps, d'amplitude et de fréquence choisis pour réduire la possibilité d'un auto-échauffement. La température de la surface des éprouvettes est suivie par un thermocouple, l'augmentation maximale de la température est inférieure à 1°C pour toutes des conditions expérimentales.

Les conventions prises pour décrire un cycle de fatigue en contraintes sont rappelées sur la Figure 2.8. L'amplitude (partie dynamique) et la moyenne (partie statique) de cette contrainte cyclique sont données respectivement par :

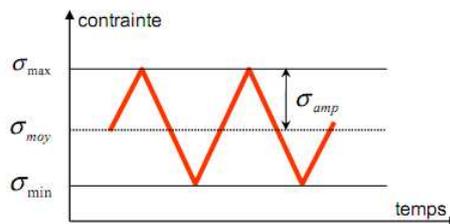
$$\sigma_{amp} = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2} \quad (2.2)$$

$$\sigma_{moy} = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2} \quad (2.3)$$

et le rapport des contraintes extrêmes, appelé rapport de charge, est défini par :

$$R = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}} \quad (2.4)$$

où  $\sigma_{min}$  et  $\sigma_{max}$  sont respectivement les contraintes minimale et maximale auxquelles est soumis l'échantillon.



**Figure 2.8.** Description du cycle de chargement en contraintes.

Une forme d'onde triangulaire en charge a été appliquée pour tous les essais, en raison du comportement visqueux du matériau. Cette forme d'onde permet en effet de garder une vitesse de chargement constante durant tout l'essai et une analyse plus lisible des effets de vitesse.

Les données brutes (temps, position, charge) sont acquises automatiquement par les logiciels intégrés sur la machine d'essai avec une procédure particulière d'acquisition. Cette procédure permet d'échantillonner 40 points de mesure régulièrement sur chaque cycle et de suivre des points extrêmes de tous les cycles au cours de l'essai cyclique. Dans le cas de fluage ou de recouvrance successif au cyclage, des données sont acquises pour 1 point sur chaque 10s pendant 100s premières et sur chaque 100s après. Dans le cas des essais monotones, les points de mesures seront enregistrés à intervalle de temps très rapprochés pendant toute la durée de l'essai. Pour la mesure de la déformation, la caméra CCD acquiert à une fréquence suffisante pour obtenir 40 points régulièrement sur chaque cycle lors de l'essai alterné. Dans le cas du fluage et des essais monotones, la fréquence de la caméra est fixée à 4 images/s et 8 images/s respectivement.

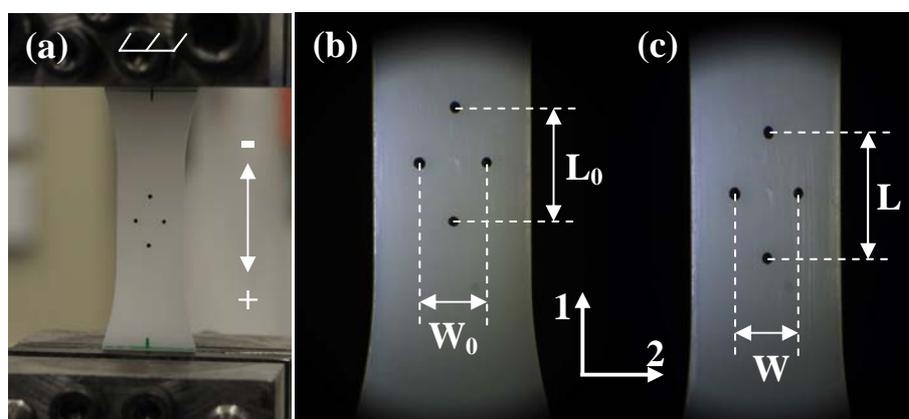
Les problèmes principaux dans l'acquisition des données sont la synchronisation entre le logiciel intégré sur la machine et la caméra, la fréquence d'acquisition et la stabilité de la caméra. En l'état actuel, il n'y a pas la synchronisation entre ces instruments d'acquisition, donc pour obtenir de meilleurs résultats, la fréquence d'échantillonnage doit être grande. Dans cette étude, elle est choisie à 40 points par cycle. Ce choix est optimal afin d'avoir un nombre acceptable de points d'échantillonnage tout en minimisant la mémoire de stockage et en assurant la stabilité de la caméra disponible. La mémoire de stockage et la durée d'acquisition limitent la gamme de fréquence de l'essai mécanique. La taille de l'image est déterminée par la résolution minimale des images pour être dépouillée avec le script Python et une fenêtre d'acquisition suffisante pour capter tous les champs de déformation au cours de l'essai. Comme la fréquence d'acquisition de la caméra est non variable au cours de l'essai, elle est fixée au début de l'acquisition, la partie de recouvrance suivant le cyclage est enregistrée à même fréquence de celui-ci. En conséquence la durée de la recouvrance est limitée à 20000s pour tous les essais.

## 2.4. Principes de dépouillement et d'exploitation des données

### 2.4.1. Principes de dépouillement

Les déformations de Hencky et les contraintes de Cauchy sont mesurées par une méthode optique (déplacement de marqueurs), comme la déformation moyenne d'un domaine rectangulaire dans la partie utile dans lequel ces grandeurs sont considérées comme homogènes. Les marqueurs sont déposés sur les surfaces de l'éprouvette selon une disposition symétrique (axe 1 et 2 de l'éprouvette) avec l'hypothèse de coïncidence entre ce repère et le repère des déformations principales.

Dans le cadre de cette étude, le suivi de quatre marqueurs noirs est utilisé pour les éprouvettes de polyéthylène. En traction, deux d'entre elles sont alignées selon l'axe 1 de l'éprouvette, les deux autres sont alignées selon la direction transverse 2 (Figure 2.9)



**Figure 2.9.** Mesure optique de la déformation en traction : (a) vue générale et zone de mesure en (b) configuration non déformée et (c) déformée.

Les déformations logarithmiques longitudinale et transverse sont calculées respectivement comme suit :

$$\varepsilon_{11} = \ln \left( 1 + \frac{\Delta L}{L_0} \right) \quad (2.5)$$

$$\varepsilon_{22} = \ln \left( 1 + \frac{\Delta W}{W_0} \right) \quad (2.6)$$

où  $L_0$ ,  $W_0$  sont respectivement la longueur et la largeur initiale de l'éprouvette

$\Delta L$  et  $\Delta W$  sont respectivement la variation de la longueur et de la largeur de l'éprouvette

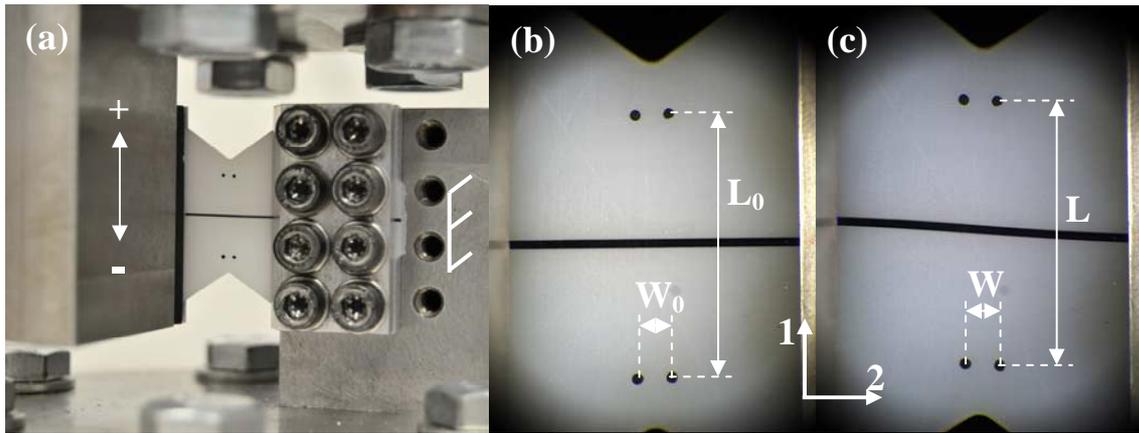
La contrainte de Cauchy est obtenue par la relation :

$$\sigma = \frac{F}{S} = \frac{F}{S_0} \exp(\varepsilon_{11}) \quad (2.7)$$

où  $S_0$  désigne la section initiale de l'éprouvette et  $F$  la force axiale. Ce calcul suppose une isotropie des déformations transverses selon la largeur et l'épaisseur et une conservation du volume.

En cisaillement, quatre marqueurs sont déposés aux sommets d'un rectangle ne comprenant pas les fonds de l'entaille (Figure 2.10) et restent dans la partie homogène au cours d'essai. La position des marqueurs est choisie par la modélisation par éléments finis et vérifiée par d'autres

méthodes de mesure. L'essai sera qualifié abusivement de « cisaillement » bien qu'il est en réalité un essai de glissement et non un essai de cisaillement pur.



**Figure 2.10.** Mesure optique de la déformation de cisaillement : (a) vue générale et zone de mesure en (b) configuration non déformée et (c) déformée.

La contrainte de cisaillement est identifiée à partir de la force appliquée via la relation déterminée au-dessus sur ABAQUS®.

$$\sigma_{12} = 0.025F \quad (2.8)$$

La déformation de cisaillement est calculée comme suit :

$$\varepsilon_{12} = \frac{1}{2} \left( \arctan\left(\frac{\Delta W}{L}\right) + \arctan\left(\frac{\Delta L}{W}\right) \right) \quad (2.9)$$

où  $L$ ,  $W$  et  $\Delta L$ ,  $\Delta W$  sont des dimensions du rectangle formé à partir de quatre marqueurs et ses variations.

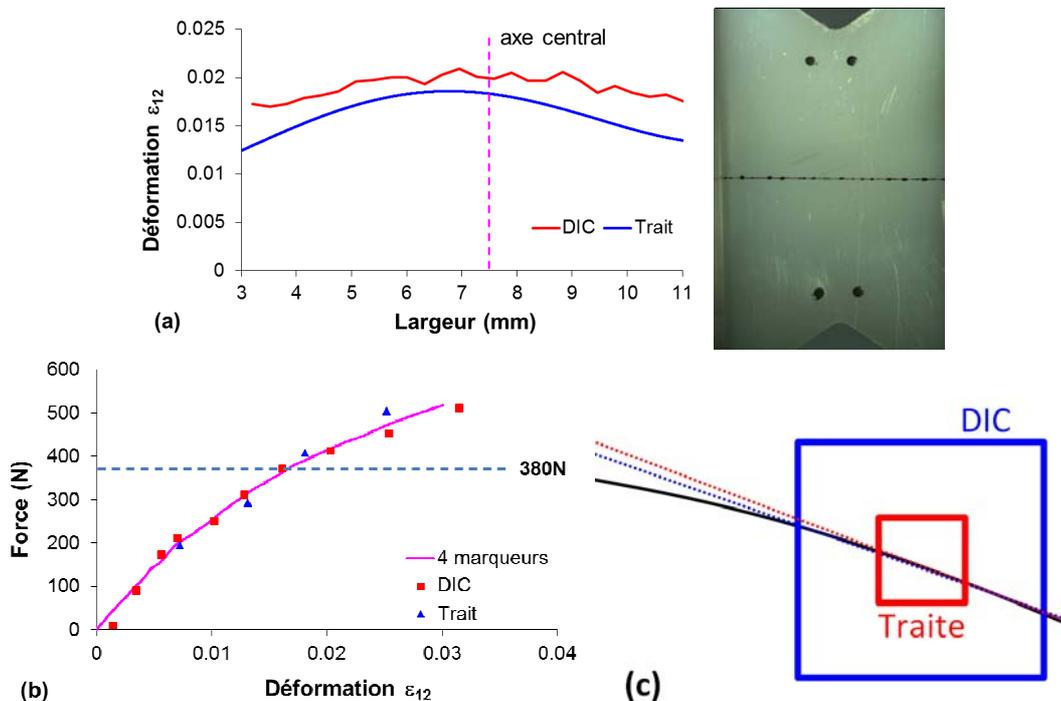
Il s'agit de la déformation moyenne dans la partie centrale de l'éprouvette. Afin de confirmer la représentativité de cette mesure de déformation pour le comportement macroscopique, une série d'essai monotone sous le même chargement (vitesse de charge constante à 9N/s jusqu'à 500N) est réalisée avec trois différentes méthodes de mesure de la déformation :

- champ de déformation déduit à partir du champ de déplacement mesuré par corrélation d'image (DIC) (la surface d'éprouvette est couverte d'un mouchetis en taille de  $8\mu\text{m}$  (Figure 2.11(a)) ;
- gradient de déformation à travers la largeur d'éprouvette déterminé à partir de la déformation d'un trait initialement horizontal (Figure 2.11(b)) ;
- déformation moyenne dans la partie homogène calculée à partir des coordonnées des quatre marqueurs (Figure 2.11(b)).



**Figure 2.11.** Préparation des éprouvettes pour différentes méthodes de mesure de déformation : (a) corrélation d'image et (b) quatre marqueurs et trait.

Un script Python, développé par Guillaume Benoît au laboratoire, permet de calculer la déformation à partir de la tangente du trait en configuration déformée. La Figure 2.12(a) présente le gradient de déformation à travers la largeur, sous une force axiale imposée de 400N, mesuré par deux méthodes différentes (DIC et trait) sur des images ayant la même résolution (1pixel = 0.006mm). Le bord à droite est fixé tandis que le bord à gauche bouge. Le gradient mesuré par le trait est plus régulier à cause de l'algorithme de lissage, et plus important que celui déterminé par DIC. Ceci peut être expliqué par le fait que, dans la méthode du trait, la déformation est déterminée comme la tangente de petits segments dont la longueur peut être plus petite que la taille de la fenêtre de mesure par DIC (comme sur la Figure 2.12(c)).



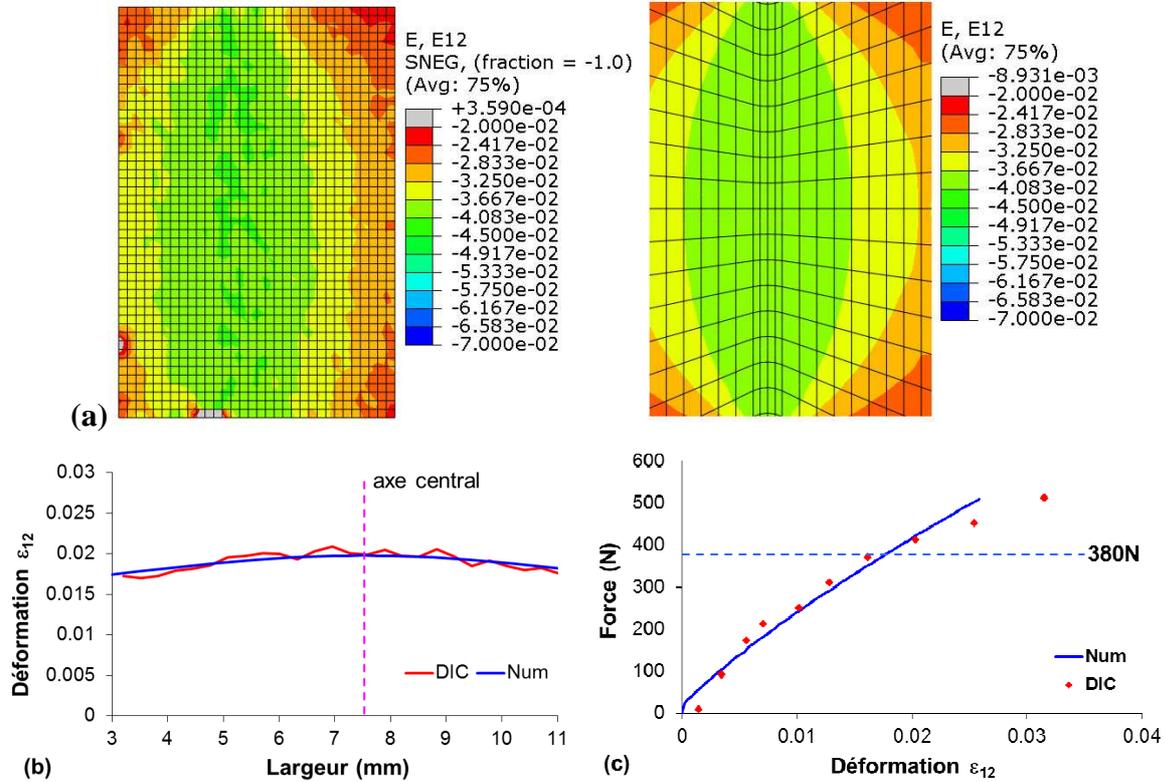
**Figure 2.12.** Comparaison des méthodes de mesure de déformation : (a) gradient de la déformation selon la largeur à  $F \approx 400\text{N}$ , (b) courbes contrainte-déformation obtenues (c) fenêtres de mesure de la déformation.

Le gradient mesuré par le trait n'est pas symétrique par rapport à l'axe central de l'éprouvette. Le sommet dévie légèrement à gauche. Le serrage imparfait du mors sur l'éprouvette pourrait induire un glissement plus important du côté du mors mobile.

La Figure 2.12(b) montre la relation entre la force appliquée et la déformation moyenne mesurée par les quatre marqueurs, en comparaison avec celles déduites de la courbe de gradient (méthode du trait) et du champ de déformation (corrélation d'images) sur la même zone de 4 marqueurs. La similitude des résultats prouve que la déformation déterminée avec la méthode des marqueurs est fiable pour dépouiller des données. L'écart de mesure entre les trois méthodes augmente avec la force appliquée, la déformation moyenne mesurée par le DIC étant plus importante que par les autres méthodes. Jusqu'à 380N, cet écart reste faible. Donc, pour pouvoir dépouiller la déformation avec 4 marqueurs, dans cette étude nous travaillons avec la force maximale de 380N dans des essais de cisaillement.

La Figure 2.13(a) présente la comparaison des champs de déformation de cisaillement mesurés expérimentalement par DIC et simulés avec la loi de comportement décrit dans le chapitre 4, à la force appliquée de 400N. La même démarche de rebouclage qu'évoquée plus haut pour l'équation (2.1) intervient pour la déformation. Les paramètres du modèle sont identifiés sur un

cube soumis à une contrainte, déduite de la relation (2.1) ou (2.8), se déformant tel que mesuré par les marqueurs. Il faut donc vérifier a posteriori que les conditions d'obtention des résultats expérimentaux pour la mise au point du modèle restent valides avec la loi de comportement obtenue au final. Il est observé que les deux champs sont similaires dans la partie d'observation. Cela est confirmé en regardant des gradients de la déformation à travers la largeur à mi-hauteur sur les profils extraits sur la Figure 2.13(b).



**Figure 2.13.** Comparaison des déformations de cisaillement mesurée et simulée : (a) champ de déformation à  $F \approx 400\text{N}$ , (b) gradient de la déformation et (c) relation force – déformation.

La Figure 2.13(c) présente les relations entre force appliquée et déformation moyenne de cisaillement, soit mesurée par DIC soit simulée dans la partie utile. Pour une charge inférieure à 380N, le modèle prédit bien cette relation.

Bien que le modèle prédise bien la déformation de cisaillement, les autres déformations (longitudinale  $\epsilon_{11}$  et transverse  $\epsilon_{22}$ ) sont très sous-estimées : l'ordre de ces déformations modélisées est de  $10^{-6}$  en comparaison avec celle de  $10^{-3}$  mesurée par le DIC. Les conditions aux limites plus rigides dans le modèle (sans glissement entre les mors et l'éprouvette) peuvent expliquer cette sous-estimation.

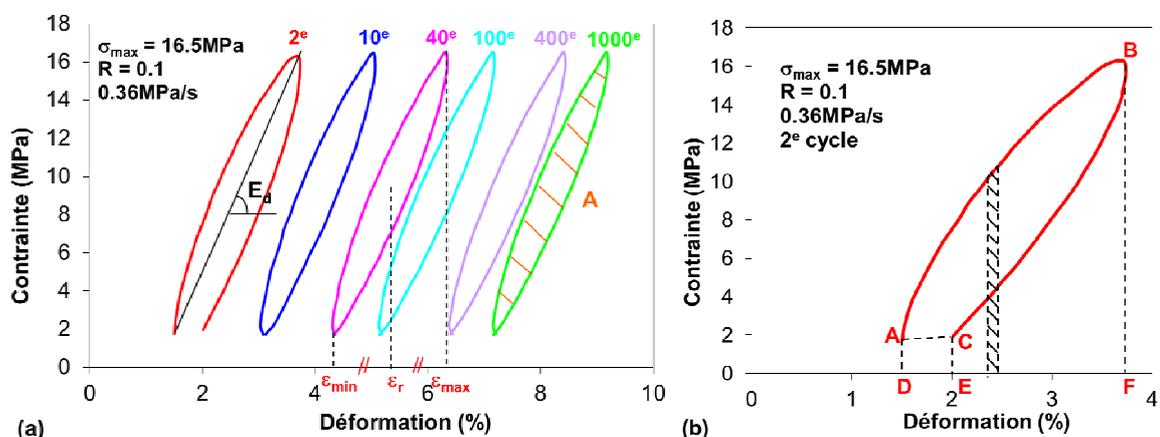
Pour tous ces résultats, nous concluons que la déformation moyenne de cisaillement dans la partie homogène au milieu de l'éprouvette peut être mesurée de façon satisfaisante avec les quatre marqueurs. La contrainte moyenne dans cette partie peut être déduite de la force appliquée via la relation (2.1).

#### 2.4.2. Suivi de la boucle d'hystérésis

Lors d'une sollicitation cyclique, le comportement décrit une boucle d'hystérésis ( $\sigma$ - $\epsilon$ ). Elle correspond à un décalage entre l'évolution de la contrainte (sollicitation) et l'évolution de la

déformation (réponse) en fonction du temps. Ce décalage est notamment issu du caractère visqueux du comportement.

La Figure 2.14(a) illustre l'évolution de ces boucles au cours des 1000 premiers cycles d'un essai de traction à  $R = 0.1$ , sous une contrainte maximale de 16.5MPa et une vitesse de charge de 0.36MPa/s.



**Figure 2.14.** Paramètres mesurés et exploitables : (a) description des paramètres (b) calcul de l'aire de la boucle par une méthode des trapèzes.

Pour une analyse qualitative et quantitative des phénomènes, un suivi de différents paramètres caractéristiques des boucles ( $\sigma$ - $\varepsilon$ ) peut être réalisé. Dans notre étude, trois paramètres sont choisis pour analyser les boucles :

- la déformation de rochet définie comme la moyenne de la déformation minimale et de la déformation maximale du cycle<sup>1</sup>,
- l'aire de la boucle qui est intégrée par une méthode des trapèzes,
- le module d'élasticité sécant  $E_s$  défini comme la pente de la ligne liant le point initial et le point de déformation maximale du cycle.

Dans ce travail, il est observé que des boucles évoluent au cours du cyclage : elles se ferment et s'inclinent. Les premières boucles sont très ouvertes et se ferment après quelques dizaines de cycles. Dans le cas des boucles ouvertes telles que celle montrée sur la Figure 2.14(b), il faut préciser que l'aire de boucle ne comprend pas le domaine ACDE au-dessous de la contrainte minimale, afin de comparer avec l'aire intérieure de la boucle après la fermeture.

La précision du calcul de ces trois paramètres dépend de la fréquence d'acquisition des signaux et de la précision de capture de points extrema de la boucle. Dans cette étude, la fréquence d'acquisition, qui est calibrée pour obtenir 40 points d'intégration par cycle, donne une erreur acceptable d'environ 5%.

<sup>1</sup> Cette dénomination est reprise par commodité de la littérature sur le même type de phénomène observé dans les métaux mais ne présume en rien de la nature des mécanismes associés, a fortiori identiques par rapport aux métaux.



# CHAPITRE 3

## RESULTATS EXPERIMENTAUX

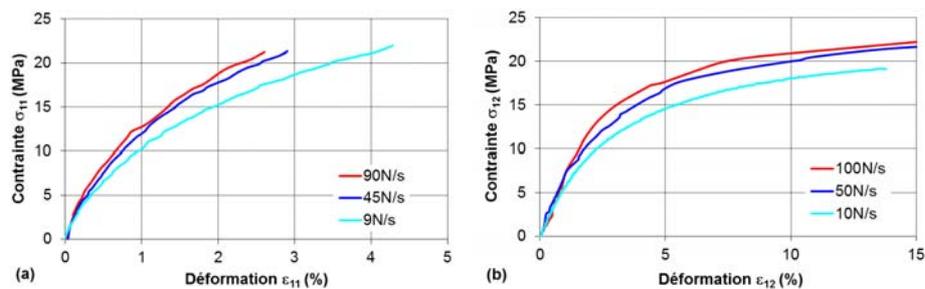
Ce chapitre présente la caractérisation expérimentale du comportement monotone et cyclique du PEHD sous faible fréquence. L'influence de quelques caractéristiques de chargement (fréquence, contrainte moyenne, rapport de charge positif) sur l'effet de rochet est étudiée. Des essais de recouvrance post-cyclage permettent de caractériser le comportement viscoélastique. La contribution volumique/déviatorique est mise en évidence par comparaison des essais de traction et de cisaillement. Cette base de données permettra de préciser certaines hypothèses du modèle présenté au chapitre suivant, et de les évaluer.

### 3.1. Comportement monotone

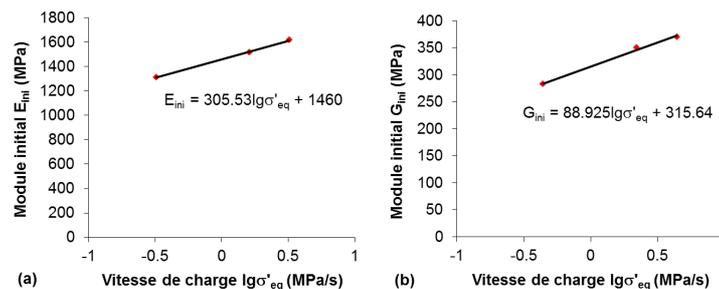
Le comportement mécanique du PEHD est étudié préalablement via des essais monotones à vitesse de charge constante variant de 9N/s à 100N/s. Les réponses contrainte de Cauchy - déformation de Hencky obtenues en traction et en cisaillement sont présentées sur la Figure 3.1. La part viscoélastique du comportement apparaît clairement : le matériau est plus rigide quand la vitesse de charge est plus élevée. Bien qu'il n'y ait que trois essais dans chaque cas, la dépendance des modules initiaux à la vitesse de chargement permet de quantifier cette observation (Figure 3.2(a) et (b)). Les modules sont évalués à la déformation Hencky de 0.2% en traction et de 1% en cisaillement. Une dépendance au logarithme de la vitesse de chargement équivalente est établie :

$$\text{- en traction } E_{ini} = \left( \frac{\sigma_{11}}{\varepsilon_{11}} \right)_{0.5\%} = 305.53 \log(\dot{\sigma}_{eq}) + 1460 \quad (3.1)$$

$$\text{- en cisaillement } G_{ini} = \left( \frac{\sigma_{12}}{2\varepsilon_{12}} \right)_{1\%} = 88.925 \log(\dot{\sigma}_{eq}) + 315.64 \quad (3.2)$$



**Figure 3.1.** Comportement du PEHD à vitesse de charge constante en (a) traction et (b) cisaillement.



**Figure 3.2.** Module initial en fonction de la vitesse de chargement (a) en traction et (b) en cisaillement.

### 3.2. Comportement cyclique en traction

Dans cette partie, les résultats expérimentaux en traction sont présentés. Dans les études de ce type d'essai sur matériaux métalliques, il est fréquent de séparer les effets liés à la contrainte moyenne de ceux liés au cyclage. Une telle dissociation n'est pas si aisée dans le cas des polymères. Les réponses continues observées proviennent de la réponse dépendant de nombreux processus moléculaires avec des temps caractéristiques variant sur une dizaine de décades, allant de temps beaucoup plus courts que la période du cycle jusqu'à des temps plus longs que l'essai complet, et des temps intermédiaires impliqués dans la stabilisation de la boucle. D'un point de vue macroscopique et phénoménologique, il n'est donc pas toujours possible de séparer une partie de la réponse qui dépend de la contrainte moyenne, d'une autre qui résulte du chargement cyclique lui-même. La combinaison des deux effets dépend des conditions de chargement (par exemple la fréquence) et de l'intervalle de temps considéré. Lorsque les échelles de temps sont très séparées, la réponse finale peut être considérée comme la superposition d'un effet de la contrainte moyenne et d'un effet cyclique, mais cela peut ne plus être le cas si les conditions de chargement changent (par exemple pour une fréquence différente).

Dans un premier temps, l'influence des caractéristiques de chargement (la fréquence et le rapport de charge) sur le comportement de rochet sera étudiée en observant l'évolution et la stabilisation de la déformation de rochet, de l'aire de la boucle et du module sécant. Ensuite, le rôle de la contrainte appliquée sera abordé à travers la comparaison avec la déformation accumulée par fluage sous la même contrainte moyenne. Enfin, la recouvrance de la déformation permettra de comprendre le mécanisme de recouvrance de la déformation et la contribution viscoélastique à la déformation accumulée.

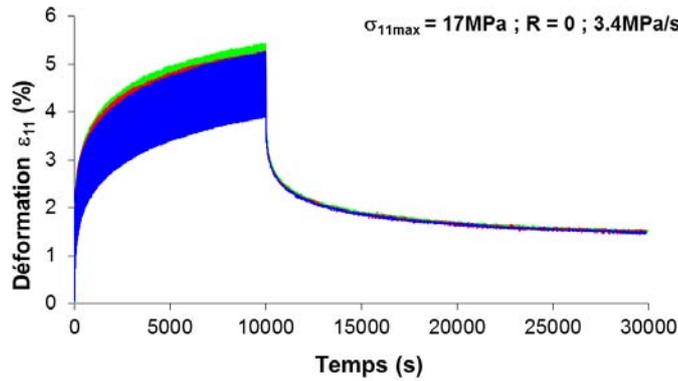
Pour éviter le flambage, tous les essais sont réalisés à rapport de charge positif. Les conditions de chargement correspondantes sont listées dans le Tableau 3.1.

**Tableau 3.1.** Conditions de chargement en traction.

Eprouvette	Contrainte maximale $\sigma_{11\max}$ (MPa)	Rapport de charge $R$	Fréquence $f$ (Hz)	Vitesse de chargement $\dot{\sigma}_{11}$ (MPa/s)	Nombre de cycles	Contrainte de recouvrance $\sigma_{11rec}$ (MPa)
TF001	17	0	0.01	0.34	1000	-
TF005	17	0	0.05	1.7	1000	-
TF01	17	0	0.1	3.4	1000	-
TR0	17	0	0.05	1.7	1000	0
TR02	17	0.2	0.0625	1.7	1000	0
TR05	17	0.5	0.1	1.7	1000	0
TFlu85	$\sigma_{11} = 8.5$ MPa					

#### 3.2.1. Reproductibilité

Pour vérifier la stabilité du montage expérimental et de mesure de la déformation, trois éprouvettes sont mises sous la même sollicitation cyclique à  $\sigma_{11\max} = 17$ MPa,  $f = 0.1$ Hz et  $R = 0$  suivie par une recouvrance. L'évolution de la déformation mesurée avec le temps est représentée sur la Figure 3.3. Une bonne reproductibilité est observée. Le petit écart acceptable vient, d'une part de la non-stabilité de la machine à force faible qui fait varier la contrainte minimale de la sollicitation, et d'autre part de la synchronisation entre la machine et la caméra.



**Figure 3.3.** Reproductibilité des essais en traction cyclique suivie de recouvrance.

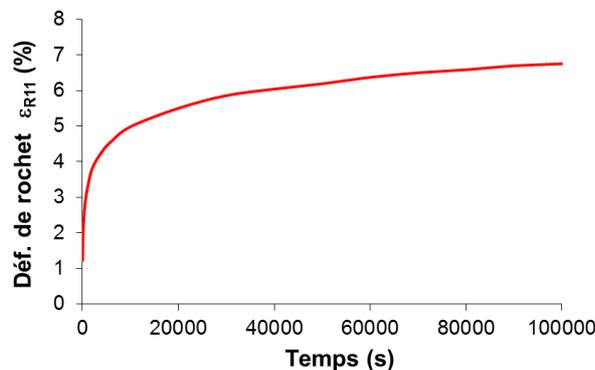
### 3.2.2. Influence des caractéristiques de chargement sur l'effet de rochet

Pour étudier l'effet de rochet, la déformation de rochet est définie traditionnellement comme dans la littérature (Kang et al., 2009; Li et al., 2013; Lin et al., 2011; Zhang et al., 2010), c'est la déformation moyenne évoluant au cours du cyclage.

$$\varepsilon_{\text{rochet}} = \frac{\varepsilon_{\text{max}} + \varepsilon_{\text{min}}}{2} \quad (3.3)$$

où  $\varepsilon_{\text{max}}$  et  $\varepsilon_{\text{min}}$  sont les déformations maximale et minimale du cycle.

Un exemple de cinétique de petite déformation de rochet en fonction du temps est représenté sur la Figure 3.4. Dans ces conditions de cyclage, la durée d'un cycle est de 100 secondes. Il est clair que cette déformation augmente non linéairement: après une croissance rapide au cours des premières dizaines de cycles, la cinétique de déformation de rochet ralentit et tend à se stabiliser. Ce type d'évolution est classiquement rencontré en fluage.

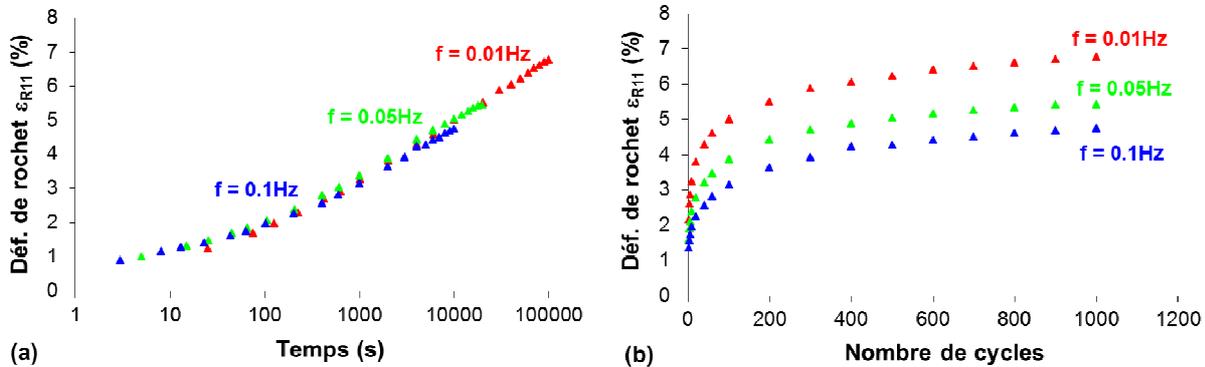


**Figure 3.4.** Evolution et stabilisation de la déformation de rochet au cours d'un essai cyclique à  $0.34\text{MPa}\cdot\text{s}^{-1}$ ,  $\sigma_{11\text{max}} = 17\text{MPa}$  et  $R = 0$ .

#### 3.2.2.1. Fréquence

Au début, trois essais cycliques à différentes fréquences sont réalisés pour étudier l'influence de la vitesse de chargement à  $\sigma_{11\text{max}} = 17\text{MPa}$  et  $R = 0$ . La gamme de la fréquence étudiée dépend de la valeur maximale accessible et de la stabilité de la fréquence d'acquisition de la caméra qui diminue quand la fréquence augmente. Pour éviter l'auto-échauffement important et pour assurer une fonction stable de la caméra, la fréquence varie donc ici de  $0.01\text{Hz}$  à  $0.1\text{Hz}$ . Dans le cadre d'études similaires sur les métaux, la déformation de rochet est souvent tracée en fonctions du nombre de cycles, en lien avec la notion de cumul de plasticité. Dans le cas des polymères,

visqueux, il est intéressant de tracer de façon complémentaire l'évolution en fonction du temps. L'effet de la fréquence sur l'évolution de la déformation de rochet est donc tracé en fonction du temps écoulé et en fonction du nombre de cycles sur la Figure 3.5. Une évolution de la déformation de rochet similaire à celle de la Figure 3.4 est observée pour les trois fréquences, en fonction du temps ainsi qu'en fonction du nombre de cycles.



**Figure 3.5.** Evolution de la déformation de rochet à différentes fréquences ( $\sigma_{11max} = 17\text{MPa}$ ,  $R = 0$ ) en fonction : (a) du temps et (b) du nombre de cycles.

Le niveau de déformation de rochet après le même nombre de cycles dépend de la fréquence (Figure 3.5(b)), mais lorsqu'on trace ces courbes en fonction du temps écoulé (Figure 3.5(a)), elles se superposent pour toutes les fréquences. La cinétique d'accumulation de la déformation de rochet en fonction du temps ne dépend pas de la vitesse de chargement sur la décade étudiée. Cela signifie que la stabilisation de l'accumulation sous différentes vitesses de chargement apparaît après la même durée de sollicitation, c'est-à-dire après différents nombres de cycles. Cependant, dans un but de cohérence avec une approche de dimensionnement en fatigue raisonnant en nombre de cycles, un critère de stabilisation « par cycle » a été retenu par la suite.

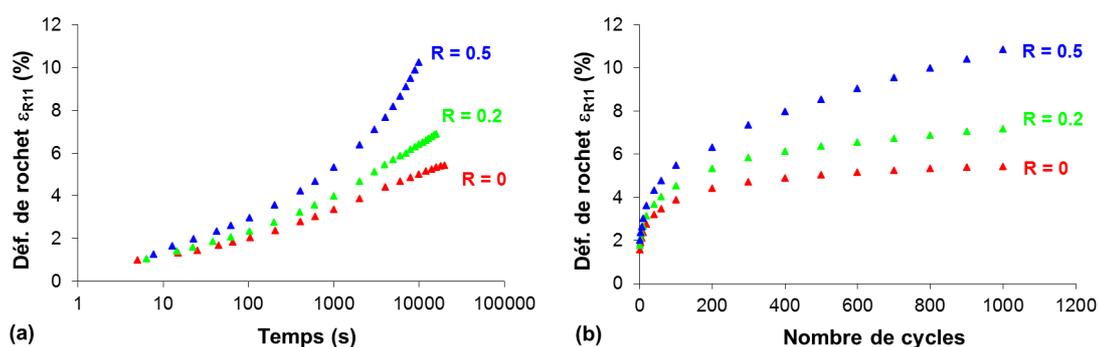
La stabilisation d'une grandeur  $\alpha$  (comme la déformation de rochet par exemple) est définie à partir de l'augmentation relative entre deux cycles successifs : la stabilisation est atteinte quand  $\frac{1}{\alpha} \frac{d\alpha}{dN}$  est égal à la valeur arbitraire de  $10^{-4}$ . Selon la vitesse de chargement, ce critère correspond à différents incréments de temps sur lesquelles l'évolution de la grandeur est interpolée.

D'autre part, une augmentation de la fréquence diminue l'incrément de la déformation par cycle. En effet, le HDPE est moins visqueux à la vitesse de chargement plus élevée : l'amplitude de déformation au cours d'un cycle à charge maximale imposée est plus faible à vitesse élevée et la recouvrabilité est plus importante, donc la contribution de la viscosité à l'accumulation de déformation est moins importante. Bien que les vitesses d'accumulation au début soient différentes pour les différentes vitesses, les courbes de déformation de rochet sont quasi-parallèles après environ 200 cycles. La stabilisation de la déformation de rochet sous différentes vitesses de chargement apparaît après le même nombre de cycles (ici après 1000 cycles avec le critère  $\frac{1}{\varepsilon_R} \frac{d\varepsilon_R}{dN}$  de l'ordre de  $10^{-4}$ ). On peut conclure que les fréquences variant entre 0.01Hz et

0.1Hz affectent principalement la déformation de rochet sur des échelles de temps associées (c'est-à-dire le cycle lui-même) et pas sur l'échelle de temps long (c'est-à-dire au cours d'essai complet).

### 3.2.2.2. Contrainte moyenne

Maintenant, la vitesse de chargement est fixée pour étudier plus en profondeur l'influence de la contrainte moyenne, en faisant varier le rapport de charge et en fixant la contrainte maximale. La Figure 3.6 illustre l'évolution de la déformation de rochet en fonction du temps écoulé et en fonction du nombre de cycles, au cours d'essais effectués à  $\sigma_{11\max} = 17\text{MPa}$  et à  $1.7\text{MPa}\cdot\text{s}^{-1}$  et  $R = 0$  ou  $R = 0.2$  ou  $R = 0.5$ . Pour une contrainte maximale et une vitesse de chargement données, une augmentation du rapport de charge augmente clairement la déformation de rochet initiale et accélère la cinétique, à la fois aux échelles de temps courte et longue. Après 1000 cycles, la déformation de rochet est de 10.25% à  $R = 0.5$ , pour seulement 6.85% à  $R = 0.2$  ou 5.4% à  $R = 0$ . Au sens du critère défini précédemment pour un ordre de  $10^{-4}$ , la stabilisation est atteinte pour  $R = 0$  et  $R = 0.2$  mais pas encore à  $R = 0.5$ .



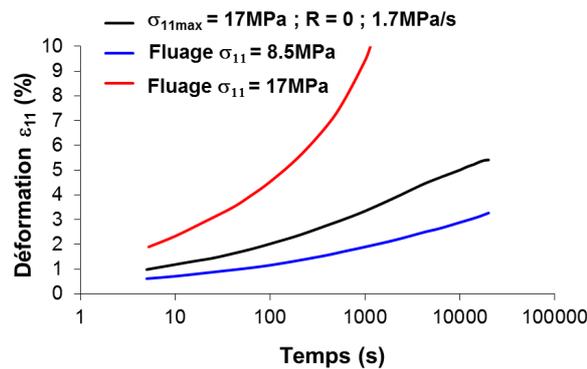
**Figure 3.6.** Evolution de la déformation de rochet sous différents rapports de charge ( $\sigma_{11\max} = 17\text{MPa}$ ,  $1.7\text{MPa}\cdot\text{s}^{-1}$ ) en fonction (a) du temps et (b) du nombre de cycles.

Dans les gammes explorées, les observations expérimentales montrent que l'effet du rapport de charge sur la déformation de rochet est plus important que celui de la fréquence à l'échelle des temps courts. La variation de la fréquence change la vitesse d'accumulation de déformation seulement sur les premières centaines de cycles. Ensuite, l'accumulation ralentit et évolue à la même vitesse, puis se stabilise au même nombre de cycles. En revanche, l'influence du rapport de charge sur la vitesse d'accumulation devient de plus en plus importante avec l'augmentation du nombre de cycles. En conséquence, le nombre de cycles pour lequel la stabilisation est atteinte augmente avec le rapport de charge. Dans ce travail, un état stabilisé est atteint après 1000 cycles pour toutes ces campagnes d'essai sauf le cas de chargement à  $R = 0.5$ , la non-linéarité devenant plus importante quand la contrainte moyenne est plus élevée.

Plusieurs travaux dans la littérature (Kang et al., 2009; Li et al., 2013; Lin et al., 2011; Zhang et al., 2010) rapportent que la déformation de rochet est sensible à la contrainte moyenne en fixant l'amplitude de la contrainte et à l'amplitude de la contrainte en fixant la contrainte moyenne. Pour les deux cas, la déformation de rochet augmente avec l'augmentation de ces deux paramètres. Dans cette étude, afin de ne pas dépasser les seuils de force acceptables pour que la méthode de mesure soit encore valable et que la machine d'essai fonctionne stablement, nous avons fixé la force maximale et changé le rapport de charge : la contrainte moyenne augmente et l'amplitude de la contrainte diminue, et inversement. Des mêmes influences sur l'accumulation de la déformation sont retenus pour le rapport de charge parce que l'influence de l'amplitude de la contrainte est plus faible que celle de la contrainte moyenne comme montrée dans la littérature. Comme les déformations de rochet résultent du cyclage à contrainte moyenne non nulle, il est raisonnable de supposer que *c'est la contrainte moyenne qui pilote le phénomène*.

Dans un chargement cyclique, il est intéressant d'essayer de dégager une contrainte statique « équivalente » responsable au premier ordre de l'effet de rochet : s'agit-il notamment de la

contrainte maximale, de la contrainte moyenne ou d'une contrainte intermédiaire ? Comme la contrainte moyenne est un facteur d'intérêt dans notre étude sur l'effet de rochet, il est intéressant de comparer sa cinétique à celle d'un essai de fluage à la même contrainte moyenne initiale. La Figure 3.7 permet cette comparaison de la déformation accumulée au cours des essais cycliques avec la déformation de fluage mesurée à la même contrainte constante ( $\sigma_{11} = 8.5\text{MPa}$ ) que la contrainte moyenne d'essai cyclique à  $\sigma_{11\text{max}} = 17\text{MPa}$ , et  $R = 0$ . En supposant que l'effet de rochet dans l'essai cyclique est assimilable à un phénomène de fluage, il est clair que le fluage au cours de cyclage est plus important que le fluage sous une contrainte constante. Le cyclage favorise l'incrément de déformation cycle par cycle. L'augmentation de la contrainte moyenne favorise cette amplification, comme montré précédemment dans l'analyse de l'influence du rapport de charge. Ceci peut être expliqué par des effets viscoélastiques non-linéaires ainsi que par l'apparition d'une déformation plastique renforcée par la contrainte maximale atteinte cycle après cycle.



**Figure 3.7.** Evolution de la déformation moyenne de traction en fluage et en cyclage.

La Figure 3.7 montre également la cinétique de fluage sous la même contrainte que la contrainte maximale de l'essai cyclique à  $\sigma_{11\text{max}} = 17\text{MPa}$  et  $R = 0$ . Il est clair que la déformation de rochet en fluage à la contrainte maximale est plus importante qu'en cyclage. Il ressort de ces observations que l'on ne peut pas dissocier « fatigue statique » et « effets cycliques » comme cela est très souvent fait dans les métaux.

### 3.2.3. Evolution de la boucle

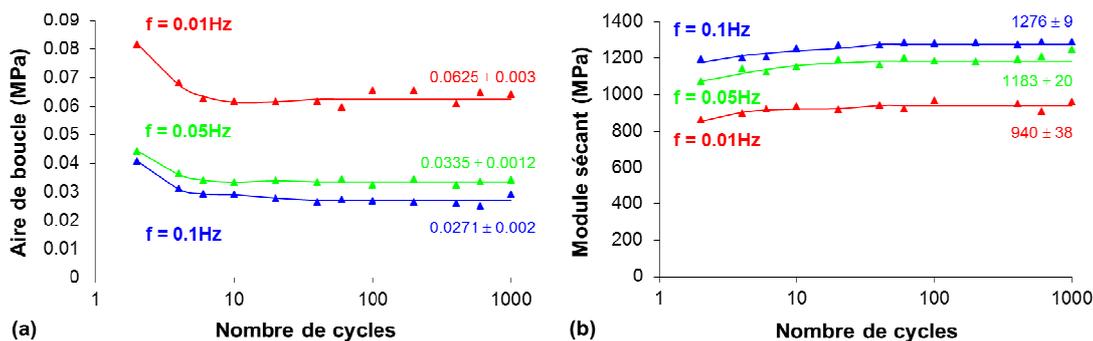
Les influences de la fréquence et du rapport de charge sur la boucle sont étudiées de la même manière que sur la déformation de rochet.

#### 3.2.3.1. Fréquence

Les valeurs de l'aire  $A$  et du module sécant  $E_d$  sont représentés en fonction du nombre de cycles sur la Figure 3.8(a) et la Figure 3.8(b), respectivement, pour les essais à  $\sigma_{11\text{max}} = 17\text{MPa}$  et  $R = 0$  à différentes fréquences. Quelle que soit la fréquence, l'aire de la boucle diminue considérablement au cours des 10 premiers cycles et tend à se stabiliser après environ 20 cycles, alors que le module sécant augmente légèrement au début et se stabilise après 20 cycles. Ceci correspond à une fermeture et à un redressement de la boucle dans le premier stade de cyclage. On observe des fluctuations à partir de quelques dizaines de cycles, notamment sur l'aire de la boucle : ceci est dû à l'absence de synchronisation entre la machine d'essai et la caméra. Cependant, l'incertitude de détermination de l'aire de boucle du module sécant n'est pas très importante. L'écart maximal dans le stade stabilisé est de 7% pour l'aire de boucle et de 4% pour le module (pour  $f = 0.01\text{Hz}$  dans les deux cas). La précision augmente avec l'augmentation de la fréquence parce que la stabilité de la caméra diminue avec le temps écoulé, qui est plus

important à  $f = 0.01\text{Hz}$ . Plus la fréquence est élevée, plus les boucles sont fermées et verticales. La raison est similaire à celle évoquée pour la déformation de rochet : en augmentant la vitesse de chargement, il y a moins de contribution visqueuse donc moins d'hystérésis et moins d'amplitude de déformation.

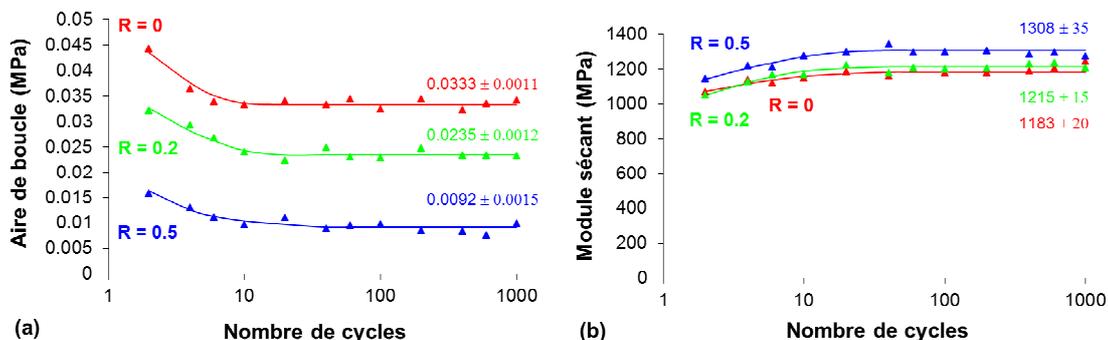
De façon cohérente avec l'effet de fréquence observé sur la déformation de rochet pour les temps courts, nous pouvons observer un effet similaire sur la vitesse de fermeture de la boucle et le durcissement du module sécant pour les quelques premiers cycles. Plus la fréquence est faible, plus les boucles se ferment et s'inclinent vite. Cependant, après 4 cycles la vitesse de fermeture de la boucle et le durcissement du module sécant sont indépendants de la fréquence sur la décade testée.



**Figure 3.8.** Evolution (a) de l'aire de la boucle et (b) du module sécant en fonction du nombre de cycles pour des essais à différentes fréquences ( $\sigma_{11\text{max}} = 17\text{ MPa}$ ,  $R = 0$ ).

### 3.2.3.2. Rapport de charge

L'influence du rapport de charge sur l'aire de la boucle et sur le module sécant est similaire à celle de la fréquence, comme montré sur la Figure 3.9. Plus le rapport de charge est élevé, plus les boucles sont fermées et verticales. Il y a combinaison de l'effet de la contrainte moyenne et de la fréquence dans ce résultat. En fixant la vitesse de chargement, l'augmentation du rapport de charge génère une augmentation de la fréquence (de  $0.05\text{Hz}$  à  $0.1\text{Hz}$ ). Sur la Figure 3.8(a), nous constatons que l'influence de la fréquence entre  $0.05\text{Hz}$  et  $0.1\text{Hz}$  sur l'aire de boucle est faible : l'aire à  $f = 0.1\text{ Hz}$  diminue de 19% par rapport à  $f = 0.05\text{Hz}$ . Tandis que l'aire à  $R = 0.5$  diminue de 72% par rapport à  $R = 0$  sur la Figure 3.9 (a). La diminution importante de l'aire de boucle sur la Figure 3.9(a) donc est dominée principalement par l'augmentation de la contrainte moyenne. L'influence du rapport de charge sur le durcissement du module sécant est moins importante que celle de la fréquence.

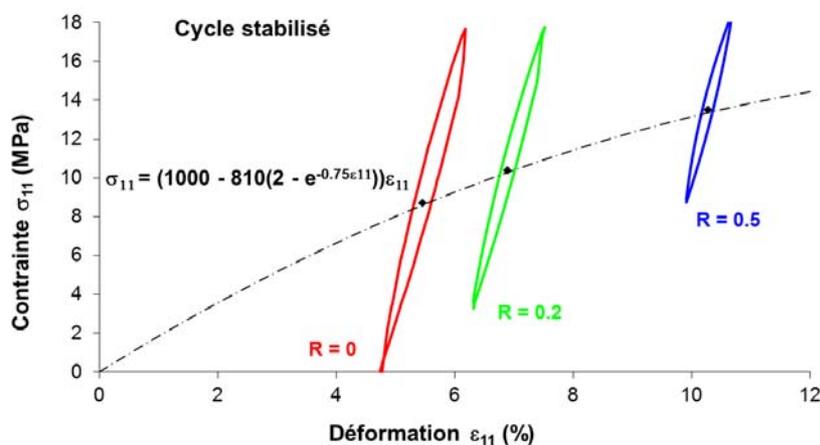


**Figure 3.9.** Evolution (a) de l'aire de la boucle et (b) du module sécant en fonction du nombre de cycles pour des essais à différents rapports de charge ( $\sigma_{11\text{max}} = 17\text{MPa}$ ,  $1.7\text{ MPa.s}^{-1}$ ).

Comme observé auparavant pour la fréquence, pour tous des rapports de charge, la fermeture et l'inclinaison de la boucle évoluent au cours des 10 premiers cycles et tendent à se stabiliser après environ 20 cycles. La même incertitude est observée ensuite. L'écart maximal dans le stade stabilisé est de 10% pour l'aire de boucle et de 3% pour le module (pour  $R = 0.5$  dans les deux cas). La vitesse de fermeture de la boucle et le durcissement du module sécant sont indépendants du rapport de charge après 6 cycles. L'aire de boucle à stabilisation semble proportionnelle au rapport de charge. La diminution de l'aire à stabilisation à  $R = 0.5$  par rapport à  $R = 0$  est 2.5 fois plus importante que celle à  $R = 0.2$ .

A partir des observations en dessus, nous pouvons conclure que pour des différentes caractéristiques du chargement (fréquence et rapport de charge) dans la gamme étudiée, les cinétiques de l'évolution de l'aire de la boucle et du module sécant sont identiques.

### 3.2.4. Etat stabilisé



**Figure 3.10.** Forme de la relation contrainte-déformation stabilisée, déduite de la localisation de la boucle stabilisée aux différents rapports de charge pour une vitesse de chargement de  $1.7 \text{ MPa.s}^{-1}$  et une contrainte maximale de 17 MPa.

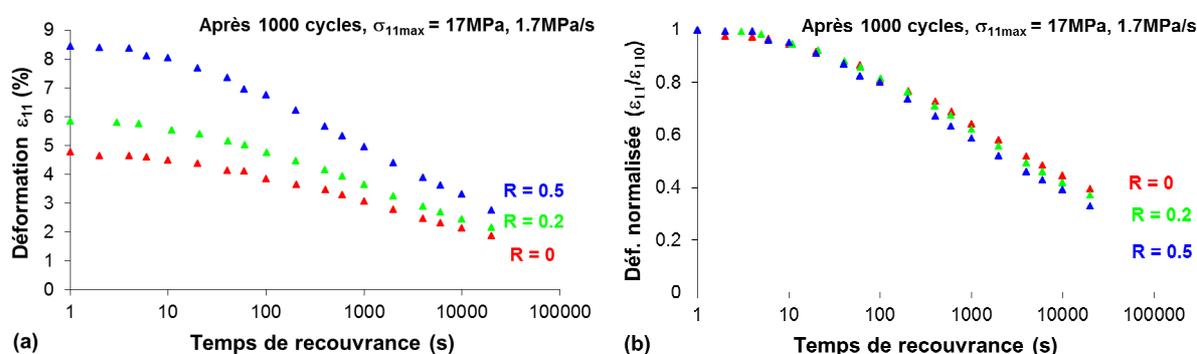
Si l'on considère la viscoélasticité comme une manifestation du retour vers l'équilibre de plusieurs processus de dissipation interne, la stabilisation doit correspondre à la mise en équilibre de plusieurs de ces processus. En imposant les différents rapports de charge, on obtient différentes boucles stabilisées avec une contrainte moyenne liée non linéairement à la déformation moyenne, suivant une loi exponentielle comme illustrée sur la Figure 3.10. Ce résultat suggère que le comportement à l'équilibre est non linéaire. La relation entre la contrainte moyenne et la déformation moyenne des boucles stabilisées est exprimée phénoménologiquement comme indiquée sur la Figure 3.10, par la combinaison d'un module « d'élasticité » et un module non linéaire évoluant avec la déformation. Ce dernier représente la perte de la rigidité du matériau et sera désormais nommé module « relaxé » dans cette étude.

### 3.2.5. Cinétique de recouvrance

Pour évaluer plus finement la recouvrance de déformation après le cyclage et donc la contribution viscoélastique à la déformation de rochet, les échantillons sont cyclés jusqu'à 1000 cycles sous différentes conditions de chargement (différents rapport de charge avec la même contrainte maximale et la même vitesse de chargement) et ensuite sont déchargés à la contrainte égale à zéro. Pour capturer complètement la cinétique de recouvrance, la durée du test de recouvrance doit être au moins 10 fois égale à celle du cyclage. Ici, le temps de recouvrance est d'un ou deux fois le temps de cyclage. Il y a deux explications à cela. Le premier objectif de

cette série d'essais de recouvrance est d'évaluer l'importance relative de la viscoélasticité par la recouvrance de déformation. Après un grand nombre de cycles à faible fréquence, la durée prévue pour la recouvrance devient très long, ce qui pose un problème d'acquisition évoqué au chapitre 2. On verra par la suite que la déformation qui n'est pas encore récupérée après les premières décades est assez faible, ce qui suggère raisonnablement une contribution plastique négligeable. Le second objectif de ces essais est de fournir un cas de validation du modèle dans les premières décades de la cinétique de recouvrance, qui est la phase transitoire ou l'ampleur du phénomène est la plus importante.

La Figure 3.11(a) illustre la recouvrance de déformation en fonction du temps de recouvrance, après cyclage aux différents rapports de charge. Il démontre clairement que la majeure partie de la déformation accumulée est recouvrable avec une cinétique non linéaire classique. Les trois premières décades apparaissent les plus affectées par l'histoire de chargement, c'est-à-dire ici par le rapport de charge. Plus la déformation est accumulée après le cyclage, plus rapide est le retour en déformation, de manière cohérente avec le fait que la recouvrance viscoélastique des polymères est proportionnelle à l'écart à l'équilibre.



**Figure 3.11.** Recouvrance (a) de déformation et (b) de déformation normalisée après 1000 cycles aux différents rapports de charge ( $\sigma_{11max} = 17\text{MPa}$ ,  $1.7\text{MPa}\cdot\text{s}^{-1}$ ).

Mais en dépit de cyclages à des niveaux de contrainte moyenne significativement différents, les déformations résiduelles sont très similaires. Cela suggère que les processus de plasticité et/ou d'endommagement activés après 1000 cycles aux différents rapports R ne sont pas très différents. Cela signifie aussi que les différentes déformations accumulées après le cyclage ne sont pas automatiquement associées à une apparition de la plasticité. Dans le cas d'une contrainte moyenne variable, appréhender les contributions viscoélastique/plastique constitue une vraie question.

La Figure 3.11(b) illustre la diminution de la déformation normalisée (obtenue en divisant la valeur actuelle de la déformation par la valeur au début de la recouvrance) avec la durée de recouvrance après cyclage à R = 0, R = 0.2 et R = 0.5. Les courbes suivent la même cinétique malgré différentes déformations atteintes en fin de cyclage. Ce résultat est intéressant, car il montre qu'au pré-facteur près, la cinétique de recouvrance est paramétrée de la même façon sur toute la plage de déformation concernée. On peut donc s'attendre à ce que les mécanismes moléculaires activés ne soient pas très différents.

### 3.3. Comportement cyclique en cisaillement

Dans cette partie, les résultats expérimentaux en cisaillement sont considérés de la même manière qu'en traction. En outre, pour chaque paramètre, les résultats en traction sont comparés avec ceux en cisaillement pour discriminer les réponses volumique et déviatorique. Pour pouvoir

comparer les résultats d'essais menés sur deux modes de sollicitation différents, on a utilisé les valeurs équivalentes de la contrainte et de la déformation. Les caractéristiques de chargement équivalent en cisaillement sont identiques à celles en traction. Les conditions de chargement correspondantes sont listées dans le Tableau 3.2.

**Tableau 3.2.** Conditions de chargement en cisaillement.

Eprouvette	Contrainte équi. max. $\sigma_{eq\max}$ (MPa)	Contrainte maximale $\sigma_{12\max}$ (MPa)	Rapport de charge $R$	Fréquence $f$ (Hz)	Vitesse de chargement $\dot{\sigma}_{12}$ (MPa/s)	Nombre de cycles	Contrainte de recouvrance $\sigma_{12rec}$ (MPa)
CF001	17	9.6	0	0.01	0.192	1000	-
CF005	17	9.6	0	0.05	0.96	1000	-
CF01	17	9.6	0	0.1	1.92	1000	-
CR0	17	9.6	0	0.05	0.96	1000	0
CR02	17	9.6	0.2	0.0625	0.96	1000	0
CR05	17	9.6	0.5	0.1	0.96	1000	0
CFlu48	$\sigma = 4.8$ MPa						

Dans cette étude, nous utilisons les contraintes et déformations équivalentes de Von Mises pour comparer les états de contrainte et de déformation sous différents chemins de chargement :

$$\text{contrainte équivalente} \quad \sigma_{eq} = \sqrt{\frac{3}{2} \mathbf{s} : \mathbf{s}} \quad (3.4)$$

$$\text{déformation équivalente} \quad \varepsilon_{eq} = \sqrt{\frac{2}{3} \mathbf{e} : \mathbf{e}} \quad (3.5)$$

où  $\mathbf{s} = \boldsymbol{\sigma} - \frac{1}{3} \text{tr} \boldsymbol{\sigma}$  est le tenseur déviateur des contraintes et  $\mathbf{e} = \boldsymbol{\varepsilon} - \frac{1}{3} \text{tr} \boldsymbol{\varepsilon}$  est le tenseur déviateur des déformations.  $\text{tr}$  est la trace du tenseur.

Le tenseur des contraintes pour une traction uniaxiale parfaite est :

$$\begin{pmatrix} \sigma_{11} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

ce qui conduit à la contrainte équivalente  $\sigma_{eq} = \sigma_{11}$ . Le tenseur des déformations correspondant à des composantes  $\varepsilon_{11}$ ,  $\varepsilon_{22}$  et  $\varepsilon_{33}$  non nulles. L'expérience ne donne accès ici qu'à  $\varepsilon_{11}$ . Nous allons supposer que  $\varepsilon_{22}$  et  $\varepsilon_{33}$  sont liées à  $\varepsilon_{11}$  de façon élastique linéaire isotrope. Le tenseur des déformations devient donc :

$$\begin{pmatrix} \varepsilon_{11} & 0 & 0 \\ 0 & -\nu \varepsilon_{11} & 0 \\ 0 & 0 & -\nu \varepsilon_{11} \end{pmatrix}$$

où  $\nu$  est le coefficient de Poisson du matériau. La déformation équivalente est alors

$$\varepsilon_{eq} = \frac{2}{3} (1 + \nu) \varepsilon_{11}.$$

Nous supposons ici que notre essai de cisaillement de type Iosipescu est un essai de cisaillement pur. Le tenseur des contraintes pour un cisaillement pur est

$$\begin{pmatrix} 0 & \sigma_{12} & 0 \\ \sigma_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

ce qui conduit à la contrainte équivalente  $\sigma_{eq} = \sigma_{12} \sqrt{3}$ . En élasticité linéaire isotrope, le tenseur des déformations déduit de la loi de Hooke est comme suit :

$$\begin{pmatrix} 0 & \varepsilon_{12} & 0 \\ \varepsilon_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

ce qui conduit à une déformation équivalente en cisaillement pur  $\varepsilon_{eq} = \varepsilon_{12} \frac{2}{\sqrt{3}}$ .

Avec une valeur de coefficient de Poisson de 0.4, mesurée pour un PEHD voisin, les équations de Von Mises utilisées pour déterminer la sollicitation et la réponse équivalentes dans cette étude sont les suivantes :

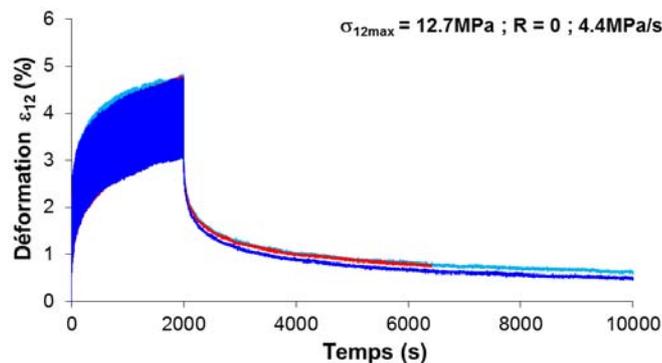
$$\begin{aligned} \text{en traction} \quad \sigma_{eq} &= \sigma_{11} \\ \varepsilon_{eq} &= 0.93\varepsilon_{11} \end{aligned} \quad (3.6)$$

$$\begin{aligned} \text{en cisaillement} \quad \sigma_{eq} &= \sigma_{12} \sqrt{3} \\ \varepsilon_{eq} &= \varepsilon_{12} \frac{2}{\sqrt{3}} \end{aligned} \quad (3.7)$$

Les mesures de champs cinématiques effectuées par le LMGC de Montpellier (chapitre 7) donneront accès aux composantes  $\varepsilon_{11}$ ,  $\varepsilon_{22}$  et  $\varepsilon_{12}$  du tenseur des déformations. D'autres hypothèses peuvent alors être faites pour calculer la déformation équivalente. Dans le cadre de la théorie des plaques, la contrainte hors plan ( $\sigma_{33}$ ) est nulle.  $\varepsilon_{33}$  peut alors être déduite de  $\varepsilon_{11}$  et  $\varepsilon_{22}$  via le coefficient de Poisson. Avec un coefficient de Poisson de 0.4, la différence entre les déformations équivalentes déterminées dans les deux cadres d'hypothèses est inférieure de 1% jusqu'à une déformation de 10% en traction et de 8% en cisaillement. Cela confirme la possibilité d'utiliser les équations (3.6) et (3.7) pour déduire ici les contraintes et déformations équivalentes.

### 3.3.1. Reproductibilité

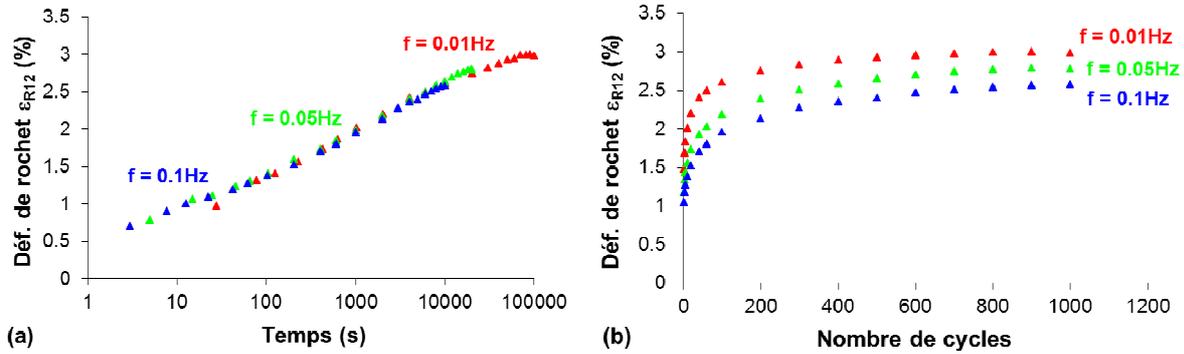
Pour vérifier la stabilité du montage expérimental et de mesure la déformation et le choix de la fenêtre de mesure, trois éprouvettes sont assujetties à la même sollicitation cyclique à  $\sigma_{12max} = 12.7\text{MPa}$ ,  $f = 0.1\text{Hz}$  et  $R = 0$  suivie par une recouvrance. L'évolution de la déformation avec le temps est représentée sur la Figure 3.12. Bien qu'il n'y ait pas synchronisation entre la machine et la caméra, une bonne reproductibilité est observée grâce au grand nombre de points d'intégration choisis par cycle.



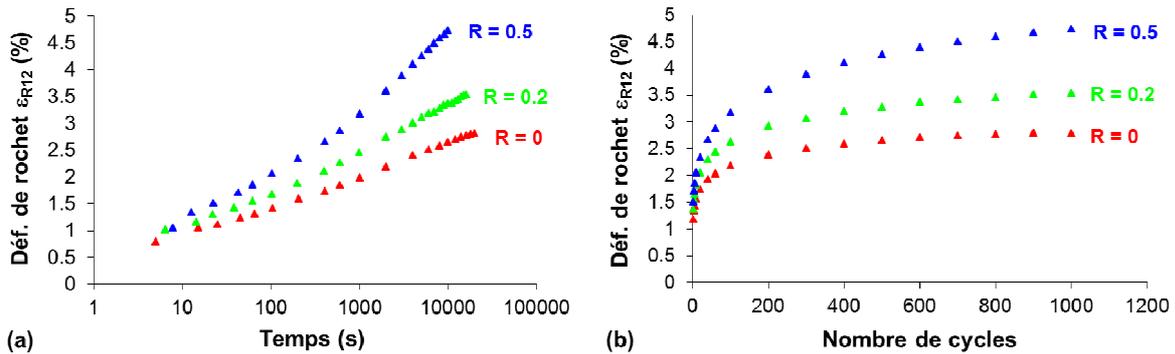
**Figure 3.12.** Reproductibilité des essais en cisaillement cyclique suivie de recouvrance.

### 3.3.2. Influence des caractéristiques de chargement sur l'effet de rochet

Les mêmes sollicitations équivalentes sont utilisées pour appréhender l'influence de la fréquence ( $\sigma_{eqmax} = 17\text{MPa}$ ,  $R = 0$  et  $f = 0.01\text{ Hz}$  ou  $f = 0.05\text{Hz}$  ou  $f = 0.1\text{Hz}$ ) et du rapport de charge ( $\sigma_{eqmax} = 17\text{MPa}$  et à  $1.7\text{MPa.s}^{-1}$  et  $R = 0$  ou  $R = 0.2$  ou  $R = 0.5$ ). Des phénomènes similaires à ceux de traction sont observés en cisaillement, comme cela se voit sur la Figure 3.13 et la Figure 3.14. La déformation de rochet en cisaillement augmente rapidement au début ; ensuite la cinétique de déformation de rochet ralentit et tend à se stabiliser.



**Figure 3.13.** Evolution de la déformation de rochet en cisaillement sous différentes fréquences ( $\sigma_{12max} = 9.6\text{MPa}$ ,  $R = 0$ ) (a) en fonction du temps et (b) en fonction du nombre de cycles.

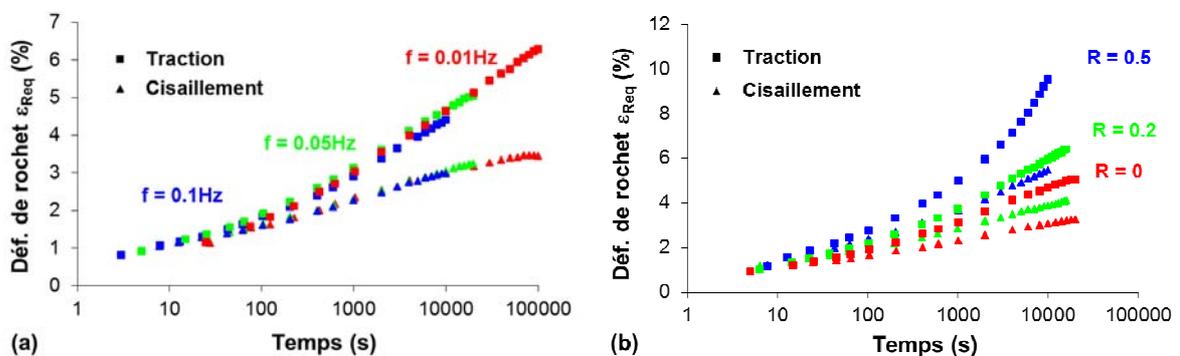


**Figure 3.14.** Evolution de la déformation de rochet en cisaillement sous différents rapports de charge ( $\sigma_{12max} = 9.6\text{MPa}$ ,  $0.96\text{MPa.s}^{-1}$ ) (a) en fonction du temps et (b) en fonction du nombre de cycles.

Le niveau de déformation de rochet après le même nombre de cycles dépend de la fréquence mais la cinétique d'accumulation de cette déformation en fonction du temps ne dépend pas de la vitesse de chargement. Les fréquences variant entre  $0.01\text{Hz}$  et  $0.1\text{Hz}$  affectent principalement la déformation de rochet sur l'échelle des temps associées mais pas sur l'échelle des temps longs. Au sens du critère introduit dans la partie 3.2.2.1, les déformations de rochet aux différentes fréquences se stabilisent plus tôt dans l'essai de cisaillement (ici après 600 cycles pour un critère  $\frac{1}{\epsilon_R} \frac{d\epsilon_R}{dN}$  de  $10^{-4}$ ) que dans l'essai de traction, aux mêmes conditions de chargement équivalente.

Pour une contrainte maximale et une vitesse de chargement données, l'augmentation du rapport de charge accélère la cinétique à la fois aux échelles des temps courts et des temps longs. L'influence de la non-linéarité devient plus importante avec l'augmentation de la contrainte moyenne. Au sens du critère introduit, l'état stabilisé est atteint après 1000 cycles pour tous ces essais.

Les évolutions de la déformation de rochet équivalente en traction et en cisaillement sont comparées sur la Figure 3.15. Sous la même condition de chargement équivalent, la déformation de rochet équivalente initiale est similaire en cisaillement et en traction. Ensuite, la déformation de rochet équivalente accélère plus fortement en traction qu'en cisaillement. Ceci peut résulter de la déformation volumique, apparaissant principalement en traction, qui favorise le mouvement des chaînes macromoléculaires en augmentant le volume libre, et favorise aussi la déformation. Il en existe de fait une dans l'essai Iosipescu mais les mesures de champs cinématiques présentées aux chapitres 2 et 7 montreront qu'elle est faible. Compte tenu de la géométrie des échantillons, pour des éprouvettes de 2 mm d'épaisseur, il est possible de supposer que la contrainte en épaisseur est très faible dans le cadre de travail en petites déformations. Dans ce cadre de la théorie des plaques, une approximation de la déformation volumique est un tiers de la somme des déformations longitudinale  $\epsilon_{11}$  et transverse  $\epsilon_{22}$  comme montré plus tard dans le chapitre 7 (pour un coefficient de Poisson de 0.4 et un incrément de température négligeable). Pour un essai cyclique à  $\sigma_{eqmax} = 22.5\text{MPa}$ ,  $R = 0$  et  $f = 1\text{Hz}$  la déformation volumique après 800 cycles est de 0.16% en cisaillement contre 1.7% en traction.



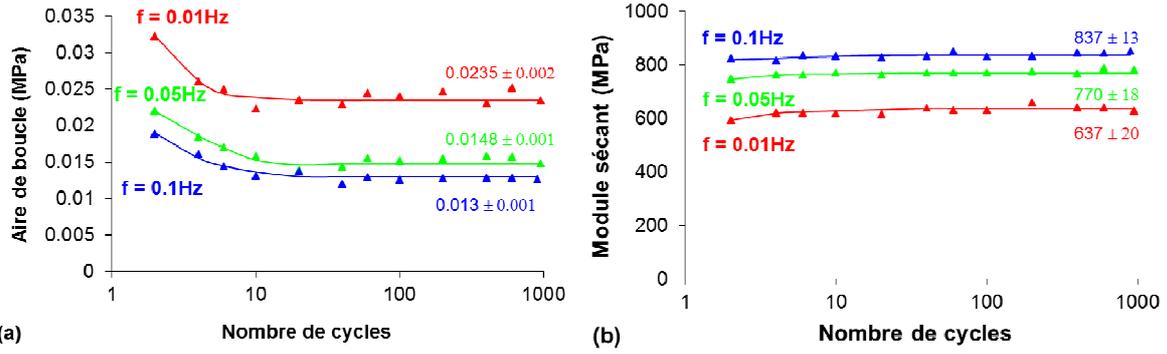
**Figure 3.15.** Evolution de la déformation de rochet équivalente en fonction du temps (a) influence de la fréquence et (b) influence du rapport de charge.

Il est constaté que la cinétique de déformation de rochet équivalente en cisaillement ralentit plus vite et se stabilise plus tôt qu'en traction. Ceci est cohérent avec des résultats de la littérature montrant que la distribution de temps caractéristiques du module de compressibilité est plus étroite que celle sur le module de cisaillement (Grassia and D'Amore, 2009; Grassia et al., 2010). La différence de cinétique de déformation de rochet équivalente entre traction et cisaillement augmente logiquement lorsque le rapport de charge augmente. Sous la même contrainte équivalente appliquée, la déformation équivalente à stabilisation est plus faible en cisaillement qu'en traction. Ces résultats confirment bien des réponses différentes en partie volumique et en partie déviatorique.

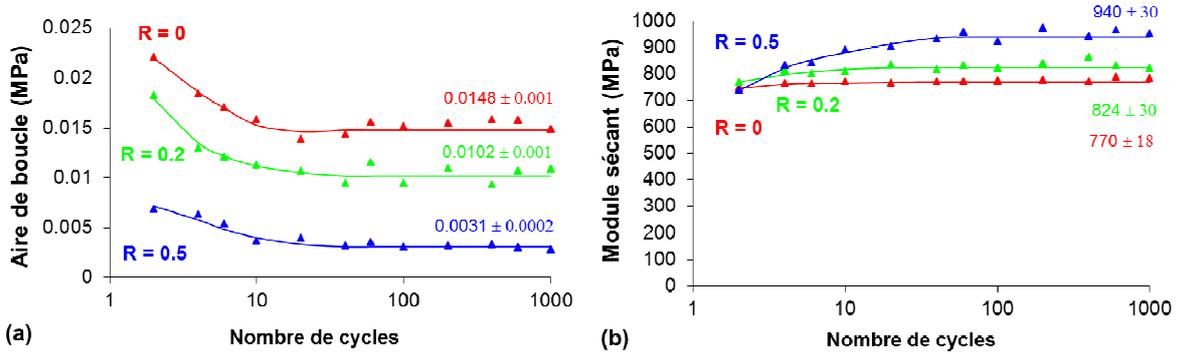
### 3.3.3. Evolution de la boucle

Maintenant, nous considérons l'évolution de la boucle en cisaillement sous les mêmes sollicitations équivalentes que la traction précédemment. La Figure 3.16 et la Figure 3.17 représentent respectivement les valeurs de l'aire  $A$  et du module sécant  $E_d$  en fonction du nombre de cycles, aux différentes fréquences et aux différents rapports de charge.

Des résultats similaires à la traction sont observés. L'aire de la boucle diminue considérablement au cours des 10 premiers cycles et tend à se stabiliser après environ 20 cycles, alors que le module sécant augmente légèrement au début et se stabilise tôt (après 10 cycles pour des essais à  $R = 0$  et après 60 cycles pour autres rapports de charge). L'écart maximal dans le stade stabilisé est de 13% pour l'aire de boucle (pour  $R = 0.2$ ) et de 3% pour le module (pour  $f = 0.01\text{Hz}$ ).



**Figure 3.16.** Evolution (a) de l'aire de la boucle et (b) du module sécant en fonction du nombre de cycles dans des essais aux différentes fréquences ( $\sigma_{12\text{max}} = 9.6\text{MPa}$ ,  $R = 0$ ).



**Figure 3.17.** Evolution (a) de l'aire de la boucle et (b) du module sécant en fonction du nombre de cycles dans des essais aux différents rapports de charge ( $\sigma_{12\text{max}} = 9.6\text{MPa}$ ,  $0.96\text{MPa}\cdot\text{s}^{-1}$ ).

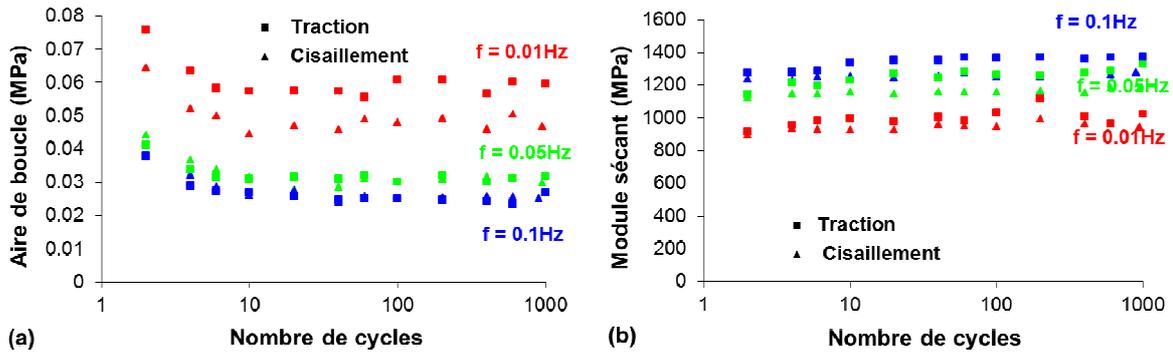
Comme en traction, il est constaté que pour des différentes fréquences et rapports de charge, les cinétiques de l'évolution de l'aire de la boucle sont identiques (Figure 3.16(a) et Figure 3.17(a)). L'aire de boucle à stabilisation semble proportionnelle au rapport de charge. La diminution de l'aire à stabilisation à  $R = 0.5$  par rapport à  $R = 0$  est 2.5 fois plus importante que celle à  $R = 0.2$ . Avec la précision de détermination liée à cette méthode, l'évolution du module sécant apparaît indépendante de la fréquence. Elle est accélérée en revanche par l'augmentation du rapport de charge.

Pour comparer avec l'évolution de la boucle en traction, on utilise les valeurs de l'aire et du module sécant calculées à partir des contraintes et des déformations équivalentes :

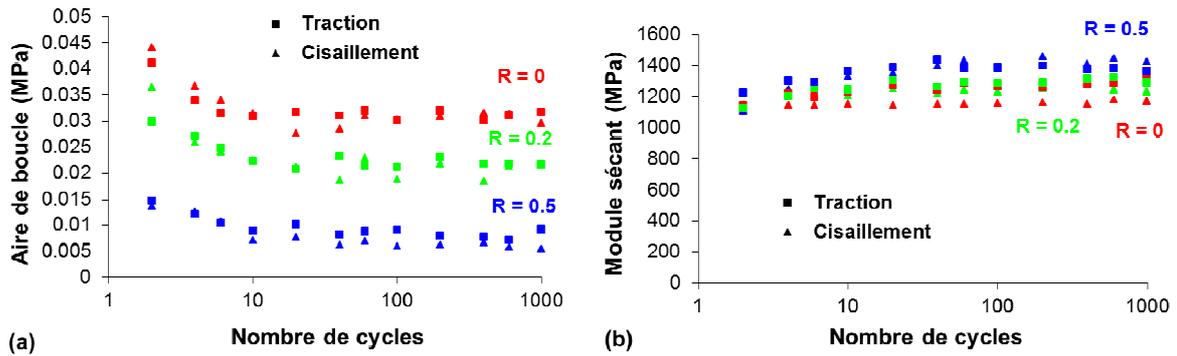
$$\begin{aligned} \text{en traction} \quad A_{eq} &= \int \sigma_{eq} d\epsilon_{eq} = \int \sigma_{11} d\epsilon_{11} = 0.93A_{11} \\ E_d &= 1.08E_{d11} \end{aligned} \quad (3.8)$$

$$\begin{aligned} \text{en cisaillement} \quad A_{eq} &= \int \sigma_{eq} d\epsilon_{eq} = \int \sigma_{12} \sqrt{3} d\epsilon_{12} \frac{2}{\sqrt{3}} = 2A_{12} \\ E_d &= \frac{3}{2}E_{d12} \end{aligned} \quad (3.9)$$

Les comparaisons de l'évolution de la boucle en traction et en cisaillement sous différentes fréquences et sous différents rapports de charge sont présentées sur la Figure 3.18 et la Figure 3.19 respectivement.



**Figure 3.18.** Comparaison de l'évolution de la boucle équivalente en traction et en cisaillement sous différentes fréquences (a) aire de la boucle et (b) module sécant.

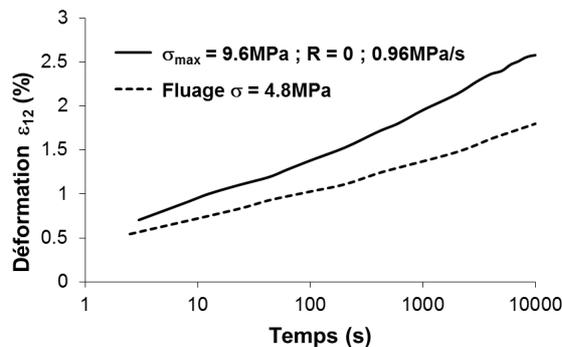


**Figure 3.19.** Comparaison de l'évolution de la boucle équivalente en traction et en cisaillement sous différents rapports de charge (a) aire de la boucle et (b) module sécant.

A l'exception des essais les plus lents ( $f = 0.01\text{Hz}$ ) pour lesquels l'aire de boucle en traction est supérieure, il est intéressant d'observer des évolutions de boucles très similaires en traction et en cisaillement. Cela est différent des observations sur la déformation de rochet équivalente qui, elle, est accélérée par l'effet volumique en traction.

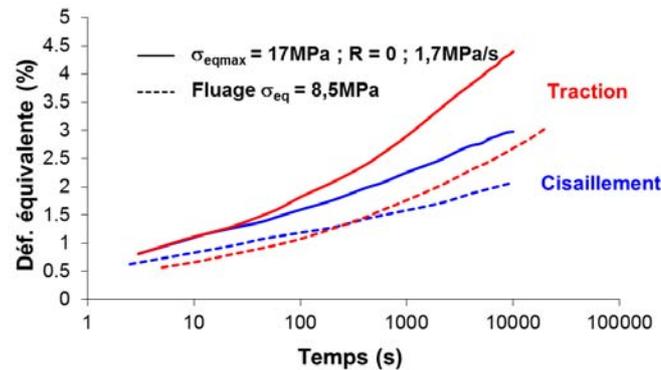
### 3.3.4. Rôle de la contrainte appliquée

La Figure 3.20 compare la déformation accumulée au cours des essais cycliques de cisaillement à  $\sigma_{12\text{max}} = 9.6\text{MPa}$  et  $R = 0$  avec la déformation de fluage mesurée à la même contrainte constante ( $\sigma_{12} = 4.8\text{MPa}$ ) que la contrainte moyenne. La même observation qu'en traction est visualisée sur la Figure : le cyclage favorise l'incrément de déformation cycle par cycle.



**Figure 3.20.** Evolution de la déformation moyenne de cisaillement en fluage et en cyclage.

La Figure 3.21 compare les accumulations en traction et en cisaillement avec les fluages respectifs en grandeur équivalente. Les essais de fluage sont réalisés sous une contrainte équivalente constante ( $\sigma_{eq} = 8.5\text{MPa}$ ), qui correspond à la valeur moyenne de la contrainte équivalente des essais cycliques ( $\sigma_{eqmax} = 17\text{MPa}$ , et  $R = 0$ ). On constate que sous la même sollicitation équivalente, l'accélération de la déformation de rochet en traction est plus importante qu'en cisaillement. On peut y voir de nouveau un effet de la part hydrostatique du chargement qui augmente le volume libre et favorise les mouvements moléculaires. Cette composante peut en outre favoriser l'amorçage de certains mécanismes d'endommagements (cavitation par exemple) qui peuvent se coupler non-linéairement à la viscoélasticité.



**Figure 3.21.** Comparaison des accélérations de la déformation moyenne par cyclage en traction et en cisaillement.

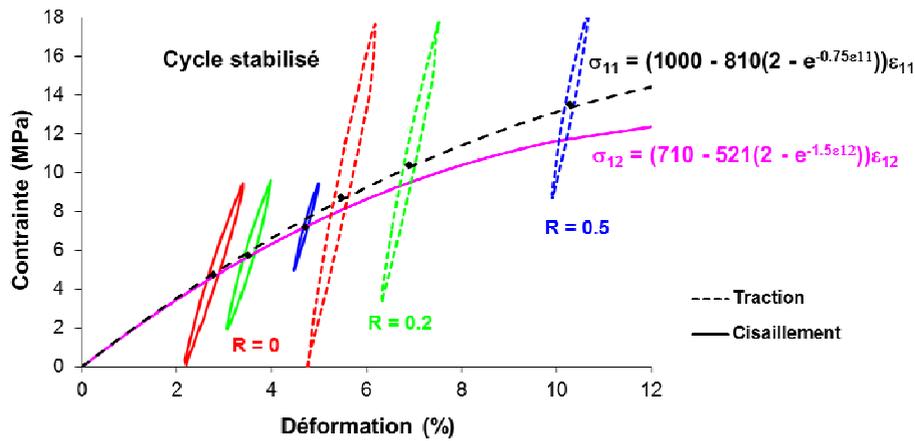
### 3.3.5. Etat stabilisé

D'une manière tout à fait similaire à l'étude en traction, en imposant différents rapports de charge et en fixant la contrainte maximale, on obtient différentes boucles stabilisées de cisaillement, représentées sur la Figure 3.22. Ces boucles ont la contrainte moyenne liée non linéairement à la déformation moyenne suivant une loi exponentielle telle qu'indiquée par l'Equation 3.8. Cette loi fait intervenir trois paramètres, dont les valeurs numériques sont indiquées sur la Figure 3.22. Sa forme sera retenue pour décrire l'état relaxé dans le modèle viscoélastique du chapitre 4. Le paramètre  $P_1$  aura alors le sens du module vitreux et il est nommé le module « élastique » dans cette étude.  $P_2$  correspondra à la différence entre module vitreux et module relaxé et il est nommé le module « relaxé » dans cette étude.

$$\sigma_i = \left( P_1 - P_2 \left( 2 - e^{P_3 \varepsilon_i} \right) \right) \varepsilon_i \quad (3.10)$$

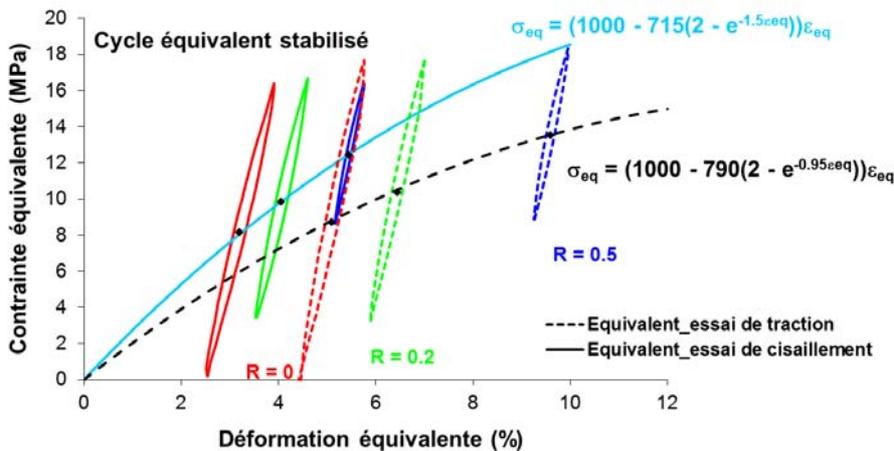
où  $\sigma_i$  est la contrainte d'étude (traction, cisaillement ou équivalente) et  $\varepsilon_i$  est la déformation correspondante.

Il est observé que les courbes des états stabilisés en traction et en cisaillement se superposent aux faibles déformations (jusqu'à 2%). Toutefois aux déformations plus élevées ces courbes n'évoluent pas tout à fait de la même manière, ce qui confirme les différences dans les contributions des parties volumiques et déviatoriques dans la réponse. Le module « relaxé » en cisaillement évolue avec un exposant plus grand. L'état stabilisé du module de cisaillement a une non linéarité plus marquée que celui en traction. Comme dans la réponse en traction les contributions du cisaillement et de la compressibilité interviennent conjointement, on peut qualitativement imaginer une évolution presque linéaire de la compressibilité pour obtenir cette réponse en traction. La non-linéarité du comportement déviatorique est plus importante que celle du comportement volumique.



**Figure 3.22.** Forme de la relation contrainte-déformation stabilisée ( $\sigma_{11}$ - $\epsilon_{11}$  en traction et  $\sigma_{12}$ - $\epsilon_{12}$  en cisaillement) pour un chargement équivalent à  $\sigma_{eqmax} = 17\text{MPa}$ ,  $1.7\text{MPa}\cdot\text{s}^{-1}$  déduite de la boucle stabilisée.

Maintenant, nous comparons les états stabilisés équivalents sur la Figure 3.23. Nous constatons que l'état stabilisé équivalent en cisaillement se situe à un niveau supérieur à celui en traction. Cela est cohérent avec notre discussion de la partie 3.2.2 : sous une sollicitation à même contrainte moyenne équivalente, la déformation équivalente à stabilisation est plus importante en traction qu'en cisaillement. Les deux courbes des états stabilisés équivalents en traction et en cisaillement ont la même valeur du paramètre  $P_1$ , qui correspondra dans le modèle au module vitreux.



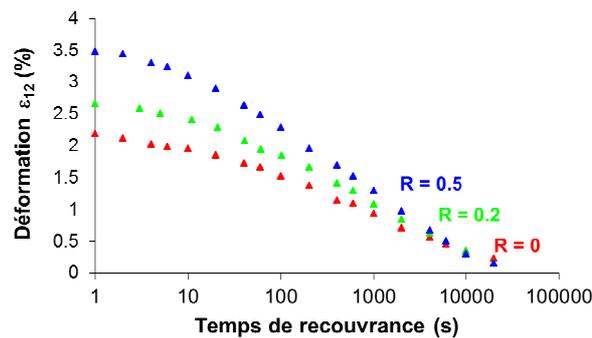
**Figure 3.23.** Forme de la relation contrainte-déformation équivalente stabilisée pour un chargement équivalent à  $\sigma_{eqmax} = 17\text{MPa}$ ,  $1.7\text{MPa}\cdot\text{s}^{-1}$  déduite de la boucle équivalente stabilisée.

Nous avons comparé les comportements cycliques sous deux différents modes de sollicitation sur la base de la contrainte équivalente de Von Mises. Cette contrainte satisfait à la propriété que deux états de contraintes générant des énergies de déformation égales ont même contrainte de Von Mises. Dans notre étude, cette propriété est confirmée via l'évolution de l'aire de boucle équivalente sur la Figure 3.18 et la Figure 3.19. Cependant, les états stabilisés équivalents pour les deux modes de sollicitation sont très différents. Cela suggère que la contrainte équivalente de Von Mises ne peut pas représenter toutes les conditions de chargement 3D complexes, quelle que soit la combinaison des contraintes normales et de cisaillement. Mais pour un critère de fatigue basé de l'énergie, cette contrainte équivalente est un bon choix pour considérer l'influence du mode de sollicitation.

### 3.3.6. Cinétique de recouvrance

La Figure 3.24 illustre la recouvrance de déformation de cisaillement en fonction du temps de recouvrance, après 1000 cycles aux différents rapports de charge. Elle démontre clairement qu'en dépit du cyclage à différents niveaux de contrainte moyenne générant une déformation accumulée significative, toute la déformation accumulée est recouvrable après 20000s avec une cinétique non linéaire classique. Plus la déformation accumulée est importante au terme du cyclage, plus le recouvrance est rapide.

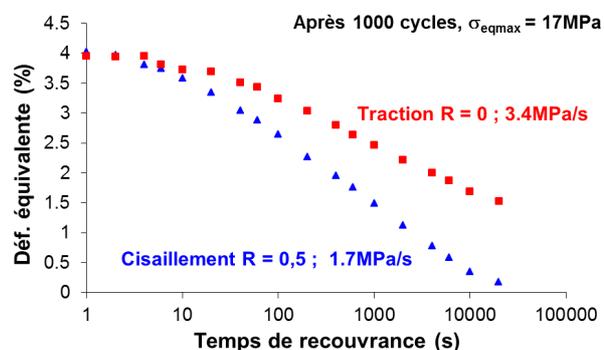
Les déformations résiduelles quasi-nulles suggèrent que sous les sollicitations appliquées, il n'apparaît pas de déformation plastique au cours de l'essai et qu'il n'y a pas de glissements significatifs générés dans les zones cristallines au niveau de charge étudié ici.



**Figure 3.24.** Recouvrance de déformation de cisaillement après 1000 cycles aux différents rapports de charge ( $\sigma_{12\max} = 9.6\text{MPa}$  et  $0.96\text{MPa.s}^{-1}$ ).

La Figure 3.25 compare la recouvrance de la déformation équivalente à partir de la même déformation initiale en traction et en cisaillement après deux essais cycliques néanmoins menés à deux rapports de charge et vitesse de charge équivalente différents. On observe que la cinétique de recouvrance en cisaillement est plus rapide qu'en traction et toute la déformation de cisaillement est recouvrée après 20000s tandis qu'une part de la déformation de traction est encore à recouvrer. Cela suggère qu'il n'y a pas de processus de plasticité et/ou d'endommagement en action après 1000 cycles en cisaillement. En revanche, de tels mécanismes peuvent être possibles en traction sous la même sollicitation équivalente. Pour expliquer la cinétique différente en traction, deux pistes peuvent être avancées :

- 1) les déformations plastiques cumulées réduisent l'écart à l'équilibre,
- 2) la déformation volumique ralentit la recouvrance et augmente par conséquent la durée de retour à l'équilibre.



**Figure 3.25.** Comparaison de recouvrance de déformation équivalente après 1000 cycles à  $\sigma_{eq\max} = 17\text{MPa}$ .

La Figure 3.26 illustre la diminution de la déformation normalisée avec la durée de recouvrance, après le cyclage en traction et en cisaillement. Comme en traction, les courbes de déformation de cisaillement normalisée suivent la même cinétique malgré différentes déformations cycliques initiales. Ce résultat confirme encore une fois des mêmes mécanismes de recouvrance de la déformation. Cependant, ces mécanismes sont plus rapides en cisaillement.

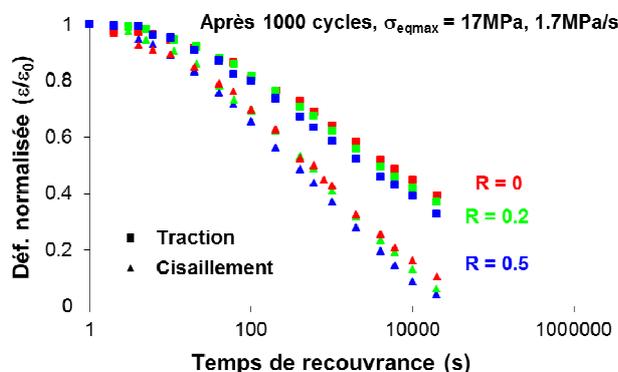


Figure 3.26. Recouvrance de déformation normalisée en traction et en cisaillement.

### 3.4. Conclusion

Dans ce chapitre, nous avons analysé le comportement cyclique du PEHD sous deux types de chargement : traction et cisaillement. Nous avons fait varier plusieurs paramètres de chargement : vitesse ou fréquence, contrainte moyenne, rapport de charge. L'analyse a principalement porté sur la cinétique d'accumulation de la déformation de rochet, et sur la stabilisation des boucles de fatigue elles-mêmes.

La déformation de rochet en fonction du temps écoulé évolue indépendamment de la fréquence, dans une gamme variant entre 0.01Hz et 0.1Hz. En fonction du nombre de cycles en revanche, son accumulation augmente lorsque la fréquence diminue. L'augmentation du rapport de charge accélère la cinétique, à la fois aux échelles de temps courts et de temps longs. La non-linéarité devient plus importante avec l'augmentation de la contrainte moyenne. Sous la même condition de chargement équivalent, la déformation de rochet équivalente accélère plus fortement en traction qu'en cisaillement à cause de l'effet de la déformation volumique.

Les évolutions de boucles équivalentes, très similaires en traction et en cisaillement, suggèrent que le mode de chargement n'affecte pas l'ouverture et l'inclinaison de la boucle. L'augmentation de la fréquence et du rapport de charge conduit à des boucles plus fermées et plus verticales mais ces paramètres n'influencent pas la vitesse de fermeture et de durcissement des boucles au cours d'un même essai.

*A partir de ces observations expérimentales, on peut conclure que les différents modes de sollicitation (traction et cisaillement) et les différents trajets de chargement (fréquence et rapport de charge) influencent majoritairement la cinétique de stabilisation de la déformation de rochet équivalente mais n'influencent pas significativement la cinétique de stabilisation de la boucle, en grandeurs équivalentes s'agissant du mode de chargement. La boucle se stabilise tôt, après quelques dizaines de cycles pour toutes les conditions de chargement. En conséquence, dans le contexte d'un dimensionnement en fatigue basé sur la donnée d'une déformation stabilisée, il sera nécessaire de tenir compte des caractéristiques de chargement et de modéliser davantage de cycles (plus de 1000 cycles) pour bien obtenir la déformation stabilisée. En revanche, si le critère utilisé est basé sur des grandeurs issues de la boucle elle-même, la modélisation de quelques dizaines de cycles est suffisante pour capter la boucle stabilisée. Si les*

*grandeurs d'entrée font appel à l'ouverture et l'inclinaison de la boucle, les grandeurs équivalentes de Von Mises semblent appropriées à une description multiaxiale.*

Les essais de recouvrance démontrent que la majeure partie de la déformation accumulée après 1000 cycles est recouvrable, avec une cinétique non linéaire classique. Les déformations résiduelles après 1000 cycles aux différents rapports de charge, très similaires, suggèrent que les différentes déformations accumulées après le cyclage ne sont pas automatiquement associées à une apparition de la plasticité. Pour les deux types de chargement, les courbes de recouvrance de déformation normées suivent la même cinétique. Ce résultat suggère des mécanismes moléculaires de recouvrance de la déformation identiques. Cependant, ces mécanismes sont plus rapides en cisaillement.

Une comparaison des comportements cycliques sous différents types de chargement a permis de mettre en évidence une différence de réponse volumique/déviatorique. Le lieu des états stabilisés, définis comme les couples contrainte-déformation moyennes de la boucle stabilisée, a été tracé en traction et en cisaillement. Il est observé que l'état stabilisé et la cinétique de recouvrance sont distincts en traction et en cisaillement. Il semble que la non-linéarité du comportement déviatorique soit plus importante que celle du comportement volumique et que les mécanismes de recouvrance soient plus rapides en cisaillement.

*Plusieurs études de la littérature prouvent que la gamme de la distribution des processus de relaxation en cisaillement est plus large qu'en traction. Nous essayerons de confirmer ce résultat lors de l'identification des distributions des processus de relaxation dans le modèle de comportement viscoélastique présenté dans le chapitre suivant.*

# **CHAPITRE 4**

## **MODELISATION DU COMPORTEMENT VISCOELASTIQUE (Cadre isotherme)**

L'objectif de notre modélisation consiste à rendre compte du comportement cyclique du PEHD semi-cristallin -lequel présente un effet de rochet assez marqué- et à prédire un état stabilisé dont il soit possible d'extraire les données d'entrée d'un critère de fatigue. Le cadre de travail de cette première partie est purement mécanique.

Pour aborder ce problème, nous proposons en premier lieu de présenter les fondements généraux de notre approche thermodynamique des lois de comportement. Cette approche, basée sur la notion de distribution de relaxations, s'inscrit dans le cadre de la Thermodynamique des Processus Irréversibles (TPI).

Par souci de compromis entre le réalisme de la description du comportement et la maniabilité du modèle, nous proposons une première modélisation purement viscoélastique, non linéaire, prenant en compte l'effet de rochet sous sollicitation cyclique quasi-isotherme.

La sensibilité du modèle aux différents paramètres est présentée dans la dernière partie.

### **4.1. Cadre de la Thermodynamique des Processus Irréversibles**

Comme cela est possible en TPI, le comportement thermodynamique d'un milieu continu est traité par le biais d'une formalisation des phénomènes de « relaxation » (réorganisations internes) qui gouvernent l'évolution hors équilibre du Volume Élémentaire Représentatif (VER). Ce travail se fait en intégrant des connaissances d'ordre macroscopique (analyse phénoménologique des réponses). L'approche thermodynamique, qui consiste à analyser avec précision les conditions de retour vers l'équilibre, est fondée principalement sur :

- une partition des mécanismes en processus dissipatifs de relaxation,
- une description de leur cinétique selon une approche de type Maxwell.

A la mise sous sollicitation, la microstructure est perturbée : les processus les plus rapides génèrent une réponse instantanée et les plus lents vont engendrer une réponse plus ou moins différée dans le temps. Le milieu se retrouve dans un état de fluctuation hors équilibre interne qui dépend de la sollicitation (type, trajet), il est alors caractérisé d'une part par son nouvel équilibre et d'autre part, par les cinétiques de retour vers cet équilibre traduisant une réorganisation de la microstructure, qui est une succession de fluctuation locale. Il nous convient d'appréhender ces deux caractéristiques pour modéliser l'évolution de la matière avec des lois de comportement adaptées.

Le formalisme est établi à l'échelle d'un VER, à l'intérieur duquel on étudie le comportement au niveau macroscopique. Ce VER est considéré comme un milieu continu ouvert dont l'état est caractérisé assez naturellement par sa déformation.

Dans ce travail, il a été choisi de construire le modèle en utilisant la notion de variables internes qui vont décrire l'écart à l'équilibre. Un potentiel énergie libre spécifique est proposé et permet de définir les forces motrices.

Un second potentiel de dissipation  $\gamma$  est associé pour décrire les évolutions des phénomènes dissipatifs ; il permet en plus d'assurer le second principe de la Thermodynamique pendant les transformations de retour à l'équilibre.

## 4.2. Loi de comportement

Les résultats expérimentaux obtenus dans le chapitre III font apparaître une contribution majeure de la viscoélasticité non linéaire dans le comportement cyclique du PEHD à la température ambiante. En considérant la gamme des déformations expérimentales et les mesures thermiques (moins de 1°C), un modèle isotherme de type Maxwell est développé pour les petites déformations, dans le cadre de la TPI.

L'état d'équilibre correspond à un régime d'élasticité relaxée. L'évolution hors équilibre dans le régime viscoélastique est alors caractérisée par un ensemble de variables internes  $z^j$  associées aux temps caractéristiques  $\tau^j$  de relaxation.

Il a été choisi une écriture où l'on sépare les réponses volumique et déviatorique. L'avantage est multiple : d'abord l'effet de la pression hydrostatique sur la réponse du polymère est clairement séparé et modulable, ensuite le couplage avec la thermique (dilatation volumique) est simplifié, enfin la part cisaillement est directement caractérisée par les expériences cyclées sur éprouvettes de cisaillement. Les tenseurs des déformations et des contraintes sont décomposés en une partie sphérique ( $\text{tr}\boldsymbol{\varepsilon}$  et  $\text{tr}\boldsymbol{\sigma}$ ) et une partie déviatorique tensorielle ( $\mathbf{e}$  et  $\mathbf{s}$ ). En reprenant les mêmes arguments, on sépare les variables internes  $z^{ej}$  en une famille scalaire de variables représentatives des phénomènes de relaxation volumiques notées  $z^{\text{tr}ej}$  et une famille tensorielle de variables internes  $\mathbf{z}^{ej}$  associées aux phénomènes internes déviatoriques. Du point de vue de la mécanique, on dissocie donc les mécanismes microscopiques qui entrent en jeu durant des transformations quelconques.

Dans une telle approche, l'état d'équilibre doit être défini : les variables internes à l'équilibre notées  $z_{\infty}^{\text{tr}ej}$  et  $\mathbf{z}_{\infty}^{ej}$  sont liées aux variables d'état observables ( $\text{tr}\boldsymbol{\varepsilon}$  et  $\mathbf{e}$ ) à travers une série de rigidités généralisées,  $\beta^{\text{tr}ej}$  et  $\beta^{ej}$  par la relation linéaire suivante :

$$\begin{aligned} dz_{\infty}^{\text{tr}ej} &= \beta^{\text{tr}ej} d(\text{tr}\boldsymbol{\varepsilon}) \\ d\mathbf{z}_{\infty}^{ej} &= \beta^{ej} d(\mathbf{e}) \end{aligned} \tag{4.1}$$

$\beta^{ej}$  dans un cadre général est un tenseur d'ordre 4, mais ici par souci de simplification nous le réduisons à un scalaire unique.

Contrairement à de nombreux modèles viscoélastiques, dans notre approche la non-linéarité n'est pas introduite par une dépendance du temps de relaxation à la déformation ou à la contrainte, mais portée par ces relations (4.1). Ce point sera détaillé dans la suite.

### 4.2.1. Potentiel thermodynamique

Le comportement est décrit par un potentiel thermodynamique. On fait l'hypothèse que ce potentiel est toujours défini, même pour des états éloignés de l'équilibre. Pour un petit écart de l'équilibre thermodynamique dans le cadre de TPI, l'énergie libre spécifique  $\psi$  (J/kg) est utilisée comme potentiel thermodynamique et définie comme une fonction des variables d'état observables et des variables internes  $\psi = \psi(\text{tr}\boldsymbol{\varepsilon}, \mathbf{e}, z^{\text{tr}ej}, \mathbf{z}^{ej})$ .

Explicitement, nous proposons l'expression suivante :

$$\rho\psi = \frac{1}{2}K_{\infty}(\text{tr}\boldsymbol{\varepsilon})^2 + G_{\infty}(\mathbf{e} : \mathbf{e}) + \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{n^k} \frac{(z^{\text{tr}ej} - z_{\infty}^{\text{tr}ej})^2}{K^{\text{tr}ej}} + \sum_{j=1}^{n^g} \frac{(\mathbf{z}^{ej} - \mathbf{z}_{\infty}^{ej}) : (\mathbf{z}^{ej} - \mathbf{z}_{\infty}^{ej})}{G^{ej}} \quad (4.2)$$

où  $K_{\infty}$ ,  $G_{\infty}$  sont les modules de compressibilité et de cisaillement en situation d'équilibre interne. Les variables  $z^{\text{tr}ej}$ ,  $\mathbf{z}^{ej}$  sont les valeurs à l'équilibre prises par  $z^{\text{tr}ej}$  et  $\mathbf{z}^{ej}$ .  $K^{\text{tr}ej}$  et  $G^{ej}$  sont des modules généralisées liés à l'écart viscoélastique à l'équilibre. Le terme  $\frac{1}{2}K_{\infty}(\text{tr}\boldsymbol{\varepsilon})^2 + G_{\infty}(\mathbf{e} : \mathbf{e})$  représente donc l'énergie du système à l'état relaxé, alors que le terme  $\frac{1}{2}\sum_{j=1}^{n^k} \frac{(z^{\text{tr}ej} - z_{\infty}^{\text{tr}ej})^2}{K^{\text{tr}ej}} + \sum_{j=1}^{n^g} \frac{(\mathbf{z}^{ej} - \mathbf{z}_{\infty}^{ej}) : (\mathbf{z}^{ej} - \mathbf{z}_{\infty}^{ej})}{G^{ej}}$  représente l'énergie associée à l'écart de l'équilibre.

Les variables duales associées aux variables d'état et aux variables internes peuvent être obtenues à partir de la dérivée de l'énergie libre :

$$\begin{aligned} \text{tr}\boldsymbol{\sigma} &= \frac{\partial(\rho\psi)}{\partial \text{tr}\boldsymbol{\varepsilon}} = K_{\infty} \text{tr}\boldsymbol{\varepsilon} - \sum_{j=1}^{n^k} \frac{\beta^{\text{tr}ej} (z^{\text{tr}ej} - z_{\infty}^{\text{tr}ej})}{K^{\text{tr}ej}} \\ \mathbf{s} &= \frac{\partial(\rho\psi)}{\partial \mathbf{e}} = 2G_{\infty} \mathbf{e} - 2 \sum_{j=1}^{n^g} \frac{\beta^{ej} (\mathbf{z}^{ej} - \mathbf{z}_{\infty}^{ej})}{G^{ej}} \\ \rho A^{\text{tr}ej} &= -\frac{\partial(\rho\psi)}{\partial z^{\text{tr}ej}} = -\frac{(z^{\text{tr}ej} - z_{\infty}^{\text{tr}ej})}{K^{\text{tr}ej}} \\ \rho A^{ej} &= -\frac{\partial(\rho\psi)}{\partial \mathbf{z}^{ej}} = -2 \frac{(\mathbf{z}^{ej} - \mathbf{z}_{\infty}^{ej})}{G^{ej}} \end{aligned} \quad (4.3)$$

où  $\boldsymbol{\sigma}$  est le tenseur des contraintes,  $\mathbf{s}$  sa partie déviatorique et  $\text{tr}$  l'opérateur trace. Les grandeurs  $A^{\text{tr}ej}$  et  $A^{ej}$  peuvent être considérées comme des forces thermodynamiques (scalaire et tensorielle, respectivement) associées aux variables internes indépendantes respectives. Par choix les forces  $A^{\text{tr}ej}$  et  $A^{ej}$  sont exprimées avec un signe « - » pour avoir l'expression (4.4) simplifiée.

#### 4.2.2. Loi d'évolution des variables dissipatives

Dans le cadre classique de la viscoélasticité, le comportement dissipatif du VER peut être décrit par une superposition de différents processus dissipatifs, chaque processus correspondant très schématiquement aux variables internes. La réponse globale résulte au final de la superposition des  $j$  processus de dissipation. Afin de vérifier le second principe, la dissipation introduite sous la forme donnée de l'équation (4.4), doit toujours être positive.

$$\Phi = \rho \sum_j A^{\text{tr}ej} \frac{dz^{\text{tr}ej}}{dt} + \rho \sum_j A^{ej} : \frac{d\mathbf{z}^{ej}}{dt} \quad (4.4)$$

Pour vérifier cette condition, les lois complémentaires d'évolution sont déduites (par condition de normalité) à partir du potentiel donné par l'équation (4.5) :

$$D^* = \frac{1}{2} \sum_j B^{\text{tr}ej} (\rho A^{\text{tr}ej})^2 + \frac{1}{2} \sum_j (\rho A^{ej}) : \mathbf{B}^{ej} : (\rho A^{ej}) \quad (4.5)$$

où  $B^{\text{tr}ej}$  et  $\mathbf{B}^{ej}$  sont les coefficients associés aux phénomènes de relaxation représentés.  $\mathbf{B}^{ej}$  est un tenseur d'ordre 4 que l'on réduit à une grandeur scalaire  $B^{ej}$  par souci de simplicité. Avec cette hypothèse réductrice  $B^{\text{tr}ej}$  et  $B^{ej}$  sont définis comme suit :

$$\begin{aligned} \mathbf{B}^{\text{tr}ej} &= \frac{\mathbf{K}^{\text{tr}ej}}{\tau^{\text{tr}ej}} \\ \mathbf{B}^{ej} &= \frac{\mathbf{G}^{ej}}{2\tau^{ej}} \end{aligned} \quad (4.6)$$

En introduisant la règle de normalité, condition suffisante au respect du second principe, les vitesses de processus de relaxation peuvent être exprimées par le système d'équation suivant :

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{z}^{\text{tr}ej}}{dt} &= \frac{\partial D^*}{\partial(\rho\mathbf{A}^{\text{tr}ej})} = \mathbf{B}^{\text{tr}ej}(\rho\mathbf{A}^{\text{tr}ej}) = -\frac{(\mathbf{z}^{\text{tr}ej} - \mathbf{z}_{\infty}^{\text{tr}ej})}{\tau^{\text{tr}ej}} \\ \frac{d\mathbf{z}^{ej}}{dt} &= \frac{\partial D^*}{\partial(\rho\mathbf{A}^{ej})} = \mathbf{B}^{ej}(\rho\mathbf{A}^{ej}) = -\frac{(\mathbf{z}^{ej} - \mathbf{z}_{\infty}^{ej})}{\tau^{ej}} \end{aligned} \quad (4.7)$$

Les temps de relaxation peuvent dépendre des variables d'état observables et des variables internes, ce qui a été mis en évidence par l'expérience. Par exemple, Kovacs (Kovacs, 1958) a montré que lors d'une expérience de relaxation volumique isotherme, la vitesse de réorganisation interne (relaxation) dépend de l'écart à l'équilibre et donc des variables internes. Si la non-linéarité a été clairement établie expérimentalement, sa prise en compte conduit à de nombreux modèles plus ou moins complexes. Par souci de pragmatisme (identification) notre modèle ne va pas prendre en compte toutes les non-linéarités mises en évidence dans la littérature. Les expériences ont mis en avant une réponse non linéaire de l'état stabilisé indépendamment de la fréquence (dans la gamme de 0.01Hz à 0.1Hz). En conséquence nous avons choisi de faire porter la non linéarité sur l'équilibre qui s'exprime dans la réponse de l'état stabilisé.

#### 4.2.3. Loi d'état

Les lois d'état qui traduisent les réponses d'un système à diverses sollicitations, relient entre elles les variables duales. Prenant en compte l'équation (4.1), les parties sphérique et déviatorique du tenseur des contraintes deviennent :

$$\begin{aligned} \text{tr}\boldsymbol{\sigma} &= \frac{\partial(\rho\psi)}{\partial \text{tr}\boldsymbol{\varepsilon}} = \left( \mathbf{K}_{\infty} + \sum_{j=1}^{n^k} \frac{(\beta^{\text{tr}ej})^2}{\mathbf{K}^{\text{tr}ej}} \right) \text{tr}\boldsymbol{\varepsilon} - \sum_{j=1}^{n^k} \frac{\beta^{\text{tr}ej} \mathbf{z}^{\text{tr}ej}}{\mathbf{K}^{\text{tr}ej}} \\ \mathbf{s} &= \frac{\partial(\rho\psi)}{\partial \mathbf{e}} = 2 \left( \mathbf{G}_{\infty} + \sum_{j=1}^{n^g} \frac{(\beta^{ej})^2}{\mathbf{G}^{ej}} \right) \mathbf{e} - 2 \sum_{j=1}^{n^g} \frac{\beta^{ej} \mathbf{z}^{ej}}{\mathbf{G}^{ej}} \end{aligned} \quad (4.8)$$

Les rigidités généralisées ont été choisies égales à la raideur du matériau :

$$\begin{aligned} \beta^{\text{tr}ej} &= \mathbf{K}^{\text{tr}ej} \\ \beta^{ej} &= \mathbf{G}^{ej} \end{aligned} \quad (4.9)$$

Il s'agit d'une simplification qui suppose que l'état d'équilibre ( $\beta^{\text{tr}ej}$  et  $\beta^{ej}$ ) permet de définir la rigidité du matériau, sans besoin d'autres paramètres. Il s'agit d'une hypothèse classique pour les modèles viscoélastiques dans la littérature. Ce choix conduit à une perte relative de généralité de ce modèle, mais permet d'éviter l'augmentation du nombre de paramètres à déterminer et par conséquent le temps nécessaire à l'identification.

Dans cette écriture, les variables internes représentent une contrainte interne qui pilote le retour vers l'équilibre. Les variables internes  $z^{\text{tr}ej}$  et  $z^{\text{e}j}$ , correspondant à la contrainte hydrostatique et déviatorique respectivement, sont toutes les deux actives au cours d'un essai de traction. En revanche, dans un VER en cisaillement seul  $z^{\text{e}j}$  évolue.

L'équation (4.8) devient :

$$\begin{aligned} \text{tr}\boldsymbol{\sigma} &= \left( K_{\infty} + \sum_{j=1}^{n^k} K^{\text{tr}ej} \right) \text{tr}\boldsymbol{\varepsilon} - \sum_{j=1}^{n^k} z^{\text{tr}ej} \\ \mathbf{s} &= 2 \left( G_{\infty} + \sum_{j=1}^{n^g} G^{\text{e}j} \right) \mathbf{e} - 2 \sum_{j=1}^{n^g} z^{\text{e}j} \end{aligned} \quad (4.10)$$

Les modules « élastiques » de compressibilité et de cisaillement du polymère sous sollicitations à hautes vitesses pourraient être déterminés expérimentalement et ils correspondent à :

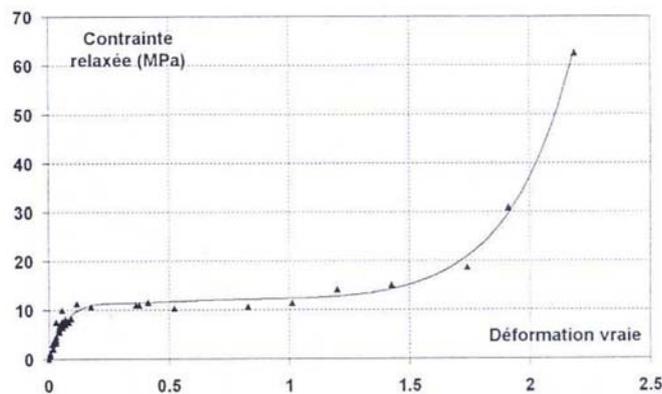
$$\begin{aligned} K_0 &= K_{\infty} + \sum_{j=1}^{n^k} K^{\text{tr}ej} \\ G_0 &= G_{\infty} + \sum_{j=1}^{n^g} G^{\text{e}j} \end{aligned} \quad (4.11)$$

Enfin, les équations d'état peuvent être exprimées par l'équation simplifiée suivante :

$$\begin{aligned} \text{tr}\boldsymbol{\sigma} &= K_0 \text{tr}\boldsymbol{\varepsilon} - \sum_{j=1}^{n^k} z^{\text{tr}ej} \\ \mathbf{s} &= 2G_0 \mathbf{e} - 2 \sum_{j=1}^{n^g} z^{\text{e}j} \end{aligned} \quad (4.12)$$

#### 4.2.4. Etat stabilisé non linéaire

Un des verrous essentiels touchant à la modélisation du comportement mécanique d'un polymère semi-cristallin est sans nul doute la question de la description de l'état relaxé de ce système biphasé à morphologie complexe. Comme cet état est utilisé comme référence pour décrire la viscosité, le lien avec la microstructure n'est pas imaginable.



**Figure 4.1.** Contrainte relaxée en fonction de la déformation axiale (Kaïs, 2003).

L'état relaxé ne peut pas être identifié complètement directement à partir de la cinétique de déformation de rochet, car des processus hors équilibres de temps caractéristiques voisins de la

période des cycles continuent à être actifs. Cependant, une expression pertinente peut être choisie en observant la réponse stabilisée. Après un grand nombre de cycles, la plupart des processus de relaxation sont devenus très rapides par rapport au temps d'observation et un grand nombre de processus internes sont très proches de l'équilibre. Comme cela a été montré sur la Figure 3.22, l'état de contrainte-déformation accommodé est situé sur une courbe exponentielle. Ces résultats sont similaires avec ceux obtenus par M'Rabet (Kaïs, 2003) repris sur la Figure 4.1. Pour caractériser expérimentalement la contrainte relaxée du PEHD en grandes déformations, il a effectué plusieurs séquences de relaxation à partir de différents points de charge situés dans le domaine de traction. Il constate que la courbe contrainte relaxée-déformation axiale présente la même allure que les courbes de réponse de traction, proche d'une forme exponentielle aux petites déformations.

Dans le cadre de cette approche, il est proposé d'introduire cette non-linéarité exprimant les modules généralisés sous la forme suivante :

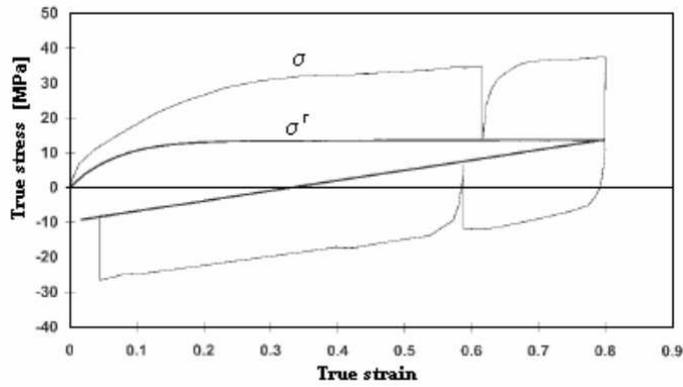
$$\begin{aligned}\beta^{\text{traj}} &= K^{\text{traj}} = p_j^K K_R \left( 2 - \exp\left(-A_V \text{tr}\boldsymbol{\varepsilon}^{\text{relaxé}}\right) \right) \\ \beta^{\text{ej}} &= G^{\text{ej}} = p_j^G G_R \left( 2 - \exp\left(-A_D \boldsymbol{\varepsilon}_{\text{eq}}^{\text{relaxé}}\right) \right)\end{aligned}\tag{4.13}$$

où  $K_R$  et  $G_R$  sont des modules « relaxés » de compressibilité et de cisaillement respectivement.  $A_V$  et  $A_D$  sont les paramètres définissant l'état « relaxé » non linéaire du comportement volumique et déviatorique respectivement.  $\boldsymbol{\varepsilon}_{\text{eq}}^{\text{relaxé}}$  est une déformation équivalente définie classiquement comme suit :

$$\boldsymbol{\varepsilon}_{\text{eq}}^{\text{relaxé}} = \sqrt{\frac{2}{3} \mathbf{e}^{\text{relaxé}} : \mathbf{e}^{\text{relaxé}}}\tag{4.14}$$

où  $\mathbf{e}^{\text{relaxé}}$  est la partie déviatorique du tenseur des déformations relaxées  $\boldsymbol{\varepsilon}^{\text{relaxé}}$  qui se définit comme suit  $\mathbf{e}^{\text{relaxé}} = \boldsymbol{\varepsilon}^{\text{relaxé}} - \frac{1}{3} \text{tr}\boldsymbol{\varepsilon}^{\text{relaxé}} \mathbf{I}$ . L'intérêt de cette expression non linéaire est de pouvoir saisir l'état stabilisé observé sur la Figure 3.22.

Lors de la mise en œuvre des séquences de relaxation pendant un essai de compression (Figure 4.2), M'Rabet montre que les états relaxés sont différents en charge et en décharge. Des observations identiques ont été rapportées sur le PA11, le PVDF et le iPP, y compris en élevant la température et en diminuant la vitesse de déformation pour tenter d'approcher l'état relaxé de façon asymptotique (Castagnet, 2009; Roguet et al., 2008). Il apparaît manifestement que l'état relaxé est étroitement lié à l'histoire du chargement appliqué, et qu'il n'est pas réversible. C'est donc un état de pseudo-équilibre qui présente une forte hystérésis. Dans premier temps, on ne discriminerait pas les états relaxés en charge et en décharge. Toutefois, dans le chapitre suivant, nous étudions cet effet de dissymétrie (charge - décharge) sur la réponse en fluage comparativement à l'accumulation de la déformation sous chargement cyclique. Cela permettra de quantifier l'erreur commise par l'hypothèse d'un comportement de retour à l'équilibre symétrique posée dans notre modélisation.



**Figure 4.2.** Irréversibilité de la contrainte relaxée (Mrabet et al., 2004).

L'équation (4.13) décrit les  $j^{\text{ième}}$  modules de compressibilité et de cisaillement ( $K^{\text{tr}ej}$  et  $G^{\text{ej}}$ ) en fonction des modules « relaxés » de compressibilité et de cisaillement ( $K_R$  et  $G_R$ ) respectivement, à travers l'utilisation de deux paramètres de poids,  $p_j^K$  et  $p_j^G$  pour lequel :

$$\begin{aligned} \sum_j p_j^K &= 1 \\ \sum_j p_j^G &= 1 \end{aligned} \quad (4.15)$$

Les paramètres de poids  $p_j^K$  et  $p_j^G$  définissent l'influence du  $j^{\text{ième}}$  processus sur la perte de la rigidité viscoélastique et ils sont associés aux temps caractéristiques correspondants ( $\tau^{\text{tr}ej}$  pour  $z^{\text{tr}ej}$  et  $\tau^{\text{ej}}$  pour les composants de  $\mathbf{z}^{\text{ej}}$ ). Ils représentent la contribution sur l'évolution de la rigidité du processus  $j$ .

Les équations (4.11), (4.13) et (4.15) donnent :

$$\begin{aligned} K_0 &= K_\infty + K_R \left( 2 - \exp(-A_V \text{tr} \boldsymbol{\epsilon}^{\text{relaxé}}) \right) \\ G_0 &= G_\infty + G_R \left( 2 - \exp(-A_D \boldsymbol{\epsilon}_{\text{eq}}^{\text{relaxé}}) \right) \end{aligned} \quad (4.16)$$

$K_R$  et  $G_R$  (qui sont les paramètres effectivement renseignés par la suite dans la manipulation du modèle) désigne les différences entre les modules vitreux ( $K_0$  et  $G_0$ ) et relaxés ( $K_\infty$  et  $G_\infty$ ).

#### 4.2.5. Distribution des temps de relaxation

L'expérience montre la complexité des phénomènes de relaxation. Ils résultent d'une multiplicité de mécanismes élémentaires, descriptibles par un spectre, appelé spectre de retard ou de relaxation en rhéologie. Tous les processus de réorganisations internes n'ont pas la même probabilité d'occurrence, leurs contributions à la réponse globale ne sont pas traitées de façon identique.

En étudiant la relaxation structurale des polymères vitreux, Kovacs (Kovacs, 1958) a clairement mis en évidence la multiplicité des mécanismes de relaxation à partir d'expériences de recouvrance volumique. D'autres expériences (Struik, 1978) confortent l'observation de Kovacs, et mettent aussi en évidence la nécessité de prendre en compte plusieurs processus dissipatifs. Comme nous l'avons souligné, chaque processus est schématiquement représentatif de la combinaison de plusieurs mécanismes. On lui attribue un poids relatif à l'écart global à

l'équilibre  $p_j$ , et un temps de relaxation  $\tau_j$ . Cet ensemble de caractéristiques définit le spectre de relaxation.

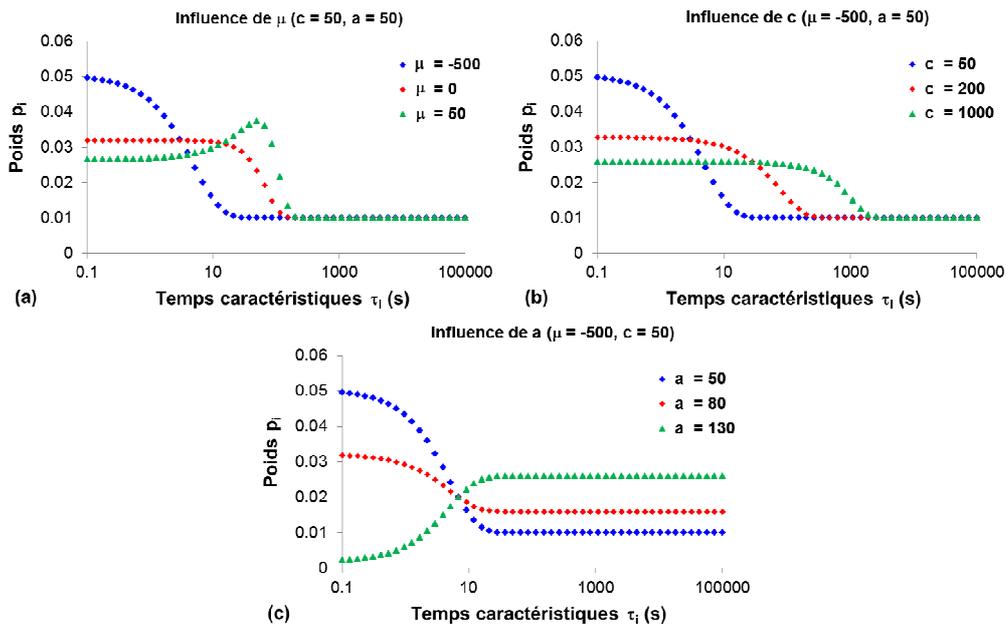
Dans la littérature, les auteurs ont proposé différentes distributions (Chan et al., 2006; Gamonpilas and McCuiston, 2012; Gigliotti et al., 2011; Marklund et al., 2008; Schapery and Park, 1999). Il n'y a pas de consensus sur une forme particulière, le choix de cette distribution relève, dans la majeure partie des cas, de la phénoménologie. Nous choisissons ici une distribution des paramètres de poids dépendante du temps logarithmique, proche de celle obtenue classiquement dans les polymères pour le module de conservation  $E'$  reconstruit à partir du principe de superposition temps-température appliqué par exemple à des expériences d'Analyse Mécanique Dynamique (Ferry, 1980). L'expression utilisée est donnée par l'équation (4.17) :

$$p_j^{K,G} = \frac{\frac{1}{c^{K,G} \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(\tau_j^{\text{traj},ej} - \mu^{K,G})^2}{2(c^{K,G})^2}\right)}{\sum_{j=1}^{n^{K,G}} \frac{1}{c^{K,G} \sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{(\tau_j^{\text{traj},ej} - \mu^{K,G})^2}{2(c^{K,G})^2}\right)} \left(1 - \frac{a^{K,G}}{100}\right) + \frac{a^{K,G}}{100} n^{K,G} \quad (4.17)$$

où  $a^K$  et  $a^G$  sont des paramètres modifiant la distribution du poids aux différents temps caractéristiques, et  $\mu^{K,G}$  et  $c^{K,G}$  sont des paramètres de la distribution gaussienne.

Le spectre de temps de relaxation est paramétré par le temps du processus le plus long,  $\tau_{\text{max}}^{K,G}$  et s'étend sur un certain nombre de décades  $N^{K,G}$ ;  $n^{K,G}$  temps de relaxation caractéristiques sont donc répartis uniformément sur le temps en échelle logarithmique.

La Figure 4.3 présente des courbes de distributions de poids typiques obtenues pour les différents jeux de paramètres ( $\mu$ ,  $c$ ,  $a$ ). La forme de la distribution dépend principalement de  $\mu$ , comme illustré sur la Figure 4.3(a), tandis que la position et la netteté de la transition vitreuse dépendent à la fois des paramètres  $\mu$  et  $c$ . L'écart entre les deux régimes élastiques varie avec  $a$ .



**Figure 4.3.** Distribution des paramètres de poids (a) avec  $\mu$ , (b) avec  $c$  et (c) avec  $a$ .

Dans la littérature (Grassia and D'Amore, 2009; Grassia et al., 2010), des expériences ont mis en évidence une distribution de temps plus large pour la réponse en cisaillement. Cependant, dans une première étape du travail, la même distribution a été retenue pour les modules de compressibilité et de cisaillement, c'est-à-dire  $\tau_{\max}^K = \tau_{\max}^G$ ,  $N^K = N^G$ ,  $n^K = n^G$ ,  $c^K = c^G$ ,  $\mu^K = \mu^G$ ,  $a^K = a^G$ . Deux jeux de paramètres (avec la même distribution cisaillement/volumique) ont d'abord été identifiés, l'un pour reproduire l'essai de traction, l'autre l'essai de cisaillement. Ensuite, pour établir le modèle final, les deux distributions sont discriminées. Pour ce faire, on choisira la distribution en cisaillement identifiée sur le test de cisaillement et la partie volumique sera ré-identifiée afin de pouvoir reproduire l'essai de traction. Ces étapes sont dues au déroulement du travail, puisque les résultats de traction ont été obtenus en premier, au début de la thèse.

En résumé, dans le cadre de petites déformations isothermes et avec l'hypothèse de distributions de temps de relaxation identiques sur G et K, la réponse viscoélastique non linéaire est schématisée par les relations (4.1), (4.7), (4.12), (4.13). Ces équations impliquent 12 paramètres :

- modules de cisaillement élastique et relaxé,  $G_0$  et  $G_R$ ,
- modules de compressibilité élastique et relaxé,  $K_0$  et  $K_R$ ,
- paramètres de non linéarité,  $A_V$  et  $A_D$  de l'équilibre,
- paramètres de la distribution de poids des temps de relaxation  $\tau_{\max}$ ,  $N$ ,  $n$ ,  $c$ ,  $\mu$ ,  $a$ .

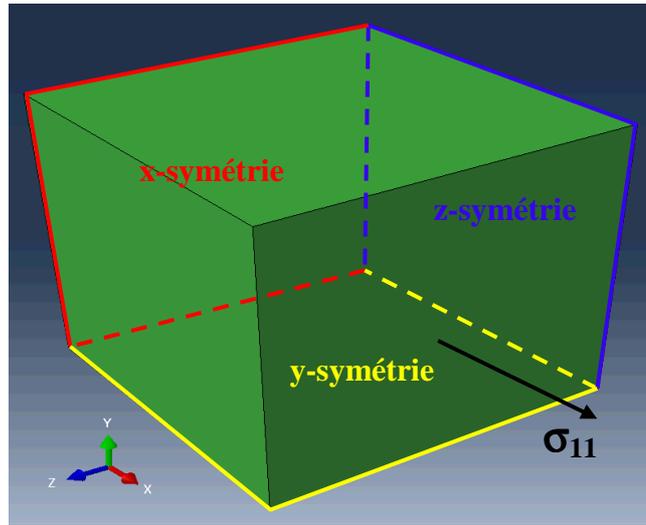
Dans le cas où la seconde hypothèse est levée, le nombre de paramètres est de 18.

### 4.3. Sensibilité des réponses du matériau aux différents paramètres du modèle

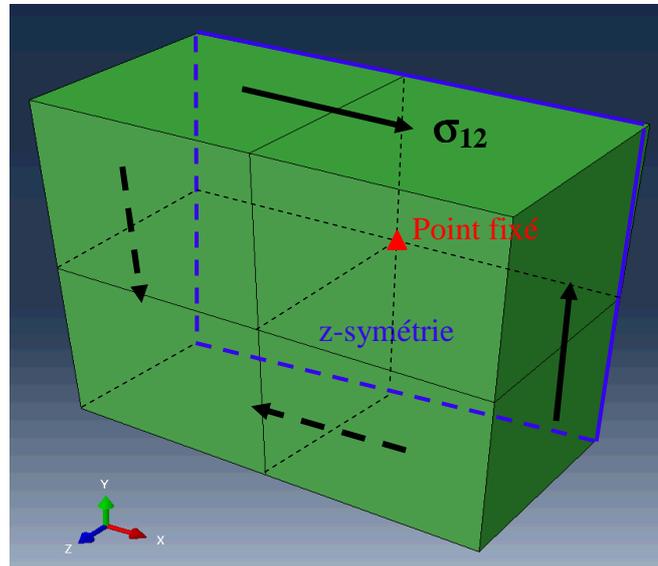
Dans cette partie, nous présentons très succinctement une étude de sensibilité concernant les différents paramètres qui interviennent dans le modèle.

La loi viscoélastique non linéaire phénoménologique est codée sous forme d'une UMAT intégrée dans ABAQUS®. Pour étudier la sensibilité des paramètres du modèle dans ce chapitre – puis pour identifier ces paramètres et pour modéliser le comportement cyclique macroscopique du HDPE dans le chapitre suivant – nous travaillons avec un VER cubique. La Figure 4.4 décrit la modélisation des essais de traction sous ABAQUS® avec un élément quadratique à 20 nœuds (C3D20) et la Figure 4.5 présente la configuration en cisaillement avec quatre éléments de C3D20. A cause de la nature symétrique de la réponse selon les trois axes du repère dans l'essai de traction, des conditions aux limites périodiques sont appliquées sur trois faces, ceci pour diminuer le temps de calcul. Le chargement est appliqué sur l'une des trois faces libres (Figure 4.4).

Dans le cas du cisaillement, cette condition de symétrie est appliquée sur une face seulement. Le chargement est appliqué sur les quatre faces latérales (Figure 4.5). Pour créer un cisaillement pur, ces quatre faces sont soumises à des forces tangentes de même amplitude. Ce chargement fait que le cube peut bouger librement dans l'espace. Pour fixer sa position et maintenir la nature de cisaillement pur, le point situé au milieu de la face symétrique est fixé. Cette dernière condition nécessite de travailler sur quatre éléments pour la modélisation du cisaillement.



**Figure 4.4.** Modélisation de l'essai de traction sous ABAQUS®.



**Figure 4.5.** Modélisation de l'essai de cisaillement sous ABAQUS®.

Les contraintes appliquées sont calculées à partir des forces mesurées expérimentalement comme dans le chapitre 2 :

$$\text{en traction} \quad \sigma_{11} = \frac{F}{S} \approx \frac{F}{S_0} \exp(\varepsilon_{11}) \quad (4.18)$$

$$\text{en cisaillement} \quad \sigma_{12} = 0.025F \quad (4.19)$$

Dans l'équation (4.19), la contrainte de cisaillement  $\sigma_{12}$  est en MPa et la force  $F$  est en N.

Nous commençons par les modules « élastique » et « relaxé », suivi des paramètres de non-linéarité et enfin les paramètres de la distribution de poids des processus de relaxation. Les effets des paramètres sont étudiés sur la déformation de rochet dans un essai cyclique à  $\sigma_{eqmax} = 17\text{MPa}$ ,  $f = 0.01\text{Hz}$  et  $R = 0$  en supposant des mêmes distributions de temps caractéristiques pour le module de cisaillement et pour le module de compressibilité. A partir d'un jeu de paramètres de référence, nous changeons chaque paramètre successivement et fixons les autres paramètres pour comprendre son influence sur le comportement cyclique du matériau. Les jeux de paramètres de référence en traction et en cisaillement sont présentés dans le Tableau 4.1.

**Tableau 4.1.** Jeux de paramètres de référence en traction et en cisaillement.

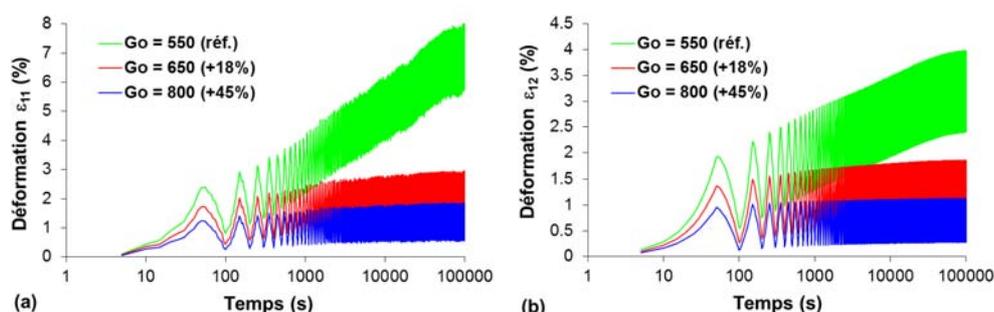
$G_0$ (MPa)	$K_0$ (MPa)	$G_R$ (MPa)	$K_R$ (MPa)	$A_D$	$A_V$	n	N	$\tau_{\max}$ (s)	$\mu$	c	a
Traction											
550	8600	470	7330	1.1	0	50	5.475	30000	-100	600	16
Cisaillement											
550	8600	450	7000	1.5	0	50	5.475	30000	-100	305	26

### 4.3.1. Effet des modules « élastiques »

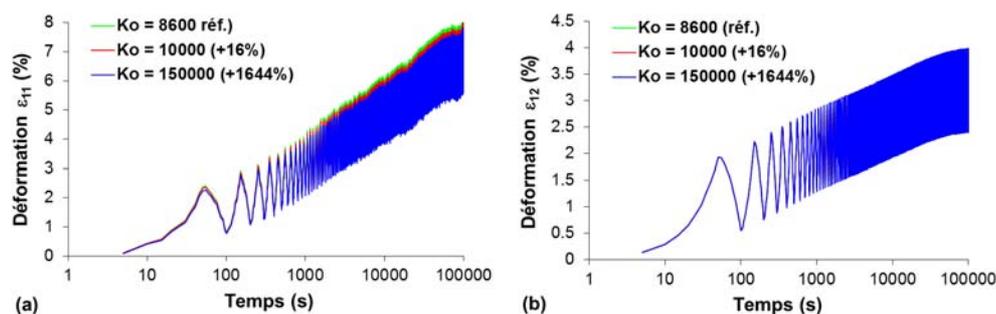
La Figure 4.6 et la Figure 4.7 présentent l'influence des modules de cisaillement et de compressibilité « élastiques » respectivement sur l'accumulation de la déformation en traction et en cisaillement. Il est clair que l'augmentation des modules  $G_0$  et  $K_0$  rendent le matériau plus rigide, donc l'accumulation de la déformation est moins importante et l'amplitude de la déformation ( $\varepsilon_{\max} - \varepsilon_{\min}$ ) est plus faible. Par exemple, la déformation moyenne et l'amplitude de la déformation en traction après 1000 cycles sont respectivement 6.9% et 1% pour le  $G_0$  de référence, ces grandeurs sont 1.2% et 0.6% pour le  $G_0$  (+45%). L'influence des modules  $G_0$  et  $K_0$  est non linéaire. Par exemple, la déformation moyenne en traction diminue de 70% lorsque  $G_0$  augmente de 18%, et de 82.5% pour une augmentation de  $G_0$  de 45%.

Malgré des variations de  $K_0$  autour de la valeur de référence plus fortes que celles de  $G_0$ , l'influence du module  $K_0$  est beaucoup moins marquée. Par exemple, la déformation moyenne en traction ne diminue que de 12% pour une augmentation de  $K_0$  de 1644%.

L'influence de  $G_0$  en traction et en cisaillement est similaire. En revanche, le paramètre  $K_0$  n'a logiquement aucun effet en cisaillement où la déformation volumique est quasi-nulle.



**Figure 4.6.** Effet du module de cisaillement « élastique » (a) en traction et (b) en cisaillement.

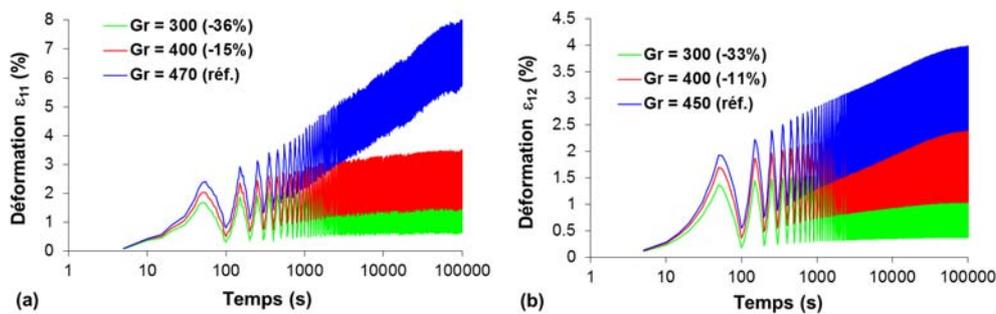


**Figure 4.7.** Effet du module de compressibilité « élastique » (a) en traction et (b) en cisaillement.

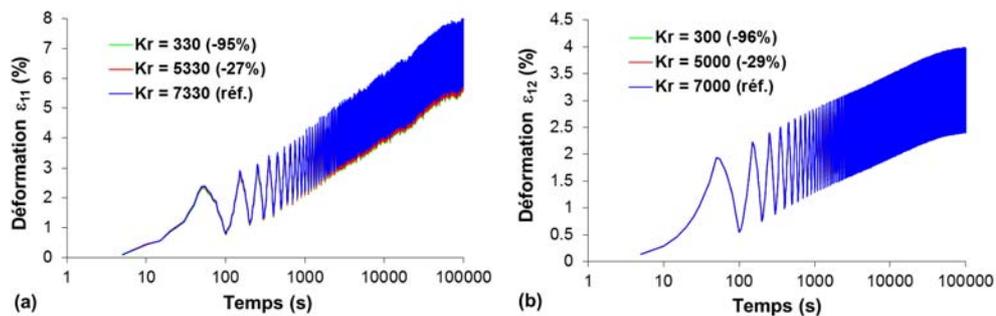
### 4.3.2. Effet des modules « relaxés » $G_R$ et $K_R$

La Figure 4.8 et la Figure 4.9 présentent respectivement l'influence des modules de cisaillement et de compressibilité « relaxés »  $G_R$  et  $K_R$  sur l'accumulation de la déformation en traction et en cisaillement. Il est clair que l'augmentation de ces modules génère une perte de la rigidité du matériau plus importante. A même valeur de modules vitreux, l'augmentation de  $G_R$  et  $K_R$  correspond en effet à des valeurs plus faibles de  $G_\infty$  et  $K_\infty$ . A contrainte fixée, l'amplitude de la déformation est plus importante et l'accumulation de la déformation est accentuée. L'influence des modules  $G_R$  et  $K_R$  est non linéaire. Par exemple, la déformation moyenne en traction diminue de 64% lorsque  $G_R$  diminue de 15% et de 78% pour une diminution de  $G_R$  de 36%.

D'une manière similaire au module « élastique », l'influence du module  $K_R$  est beaucoup plus faible que celle du module  $G_R$  en traction, malgré des variations imposées du paramètre plus fortes que sur  $G_R$ . Elle est négligeable en cisaillement.



**Figure 4.8.** Effet du module de cisaillement « relaxé » (a) en traction et (b) en cisaillement.

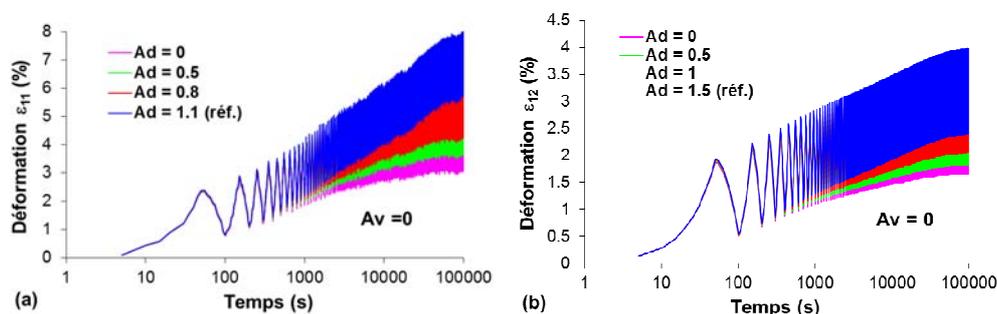


**Figure 4.9.** Effet du module de compressibilité « relaxé » (a) en traction et (b) en cisaillement.

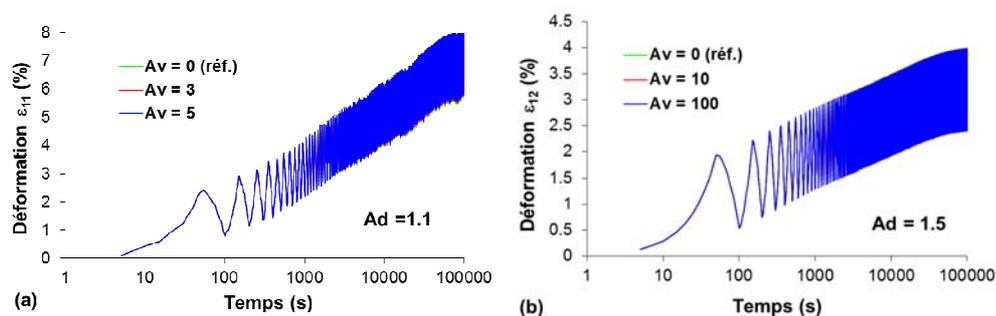
### 4.3.3. Effet des paramètres de non-linéarité

La Figure 4.10 et la Figure 4.11 présentent respectivement l'influence des paramètres de non-linéarité déviatorique et volumique sur l'accumulation de la déformation en traction et en cisaillement. Il est clair que l'augmentation du paramètre  $A_d$  accélère la déformation accumulée. Il faut noter que de faibles variations de la valeur de  $A_d$  conduisent à des changements notables de la cinétique de déformation de rochet à la fois en traction et en cisaillement. En revanche, sous les conditions de chargement étudiées dans la gamme des petites déformations (donc petites déformations volumiques) l'influence du paramètre  $A_v$  est négligeable. En conséquence, afin de diminuer le temps de calcul des essais cycliques dans cette étude, nous avons choisi  $A_v = 0$  pour

des jeux de paramètres séparés en traction et en cisaillement. Nous rappelons qu'une valeur nulle du paramètre de non-linéarité  $A_d$  (ou  $A_v$ ) signifie un comportement déviatorique (ou volumique) linéaire.



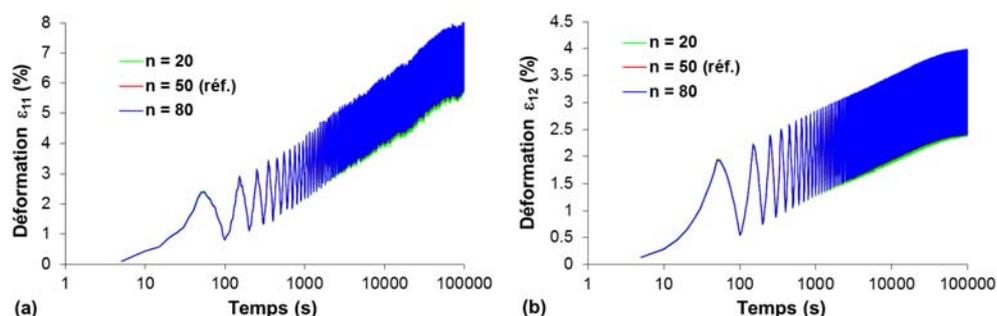
**Figure 4.10.** Effet du paramètre non linéaire déviatorique (a) en traction et (b) en cisaillement.



**Figure 4.11.** Effet du paramètre non linéaire volumique (a) en traction et (b) en cisaillement.

#### 4.3.4. Effet des paramètres de la distribution de temps de relaxation

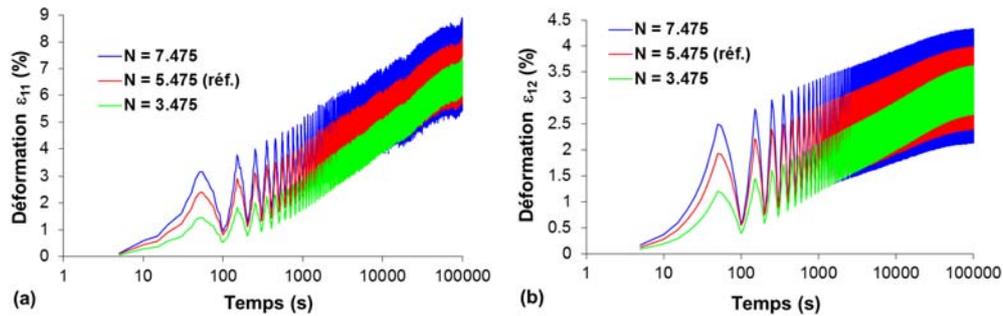
La Figure 4.12 montre que l'influence du nombre de processus de relaxation sur l'accumulation de la déformation en traction et en cisaillement est négligeable. Bien que les processus physiques doivent être représentés par une distribution continue de temps de relaxation, Ayadi et al. (Ayadi et al., 1998) a montré qu'une distribution discrète avec 50 temps caractéristiques donne des résultats raisonnables. Nous retrouvons ce résultat dans cette étude.



**Figure 4.12.** Effet du nombre de processus (a) en traction et (b) en cisaillement.

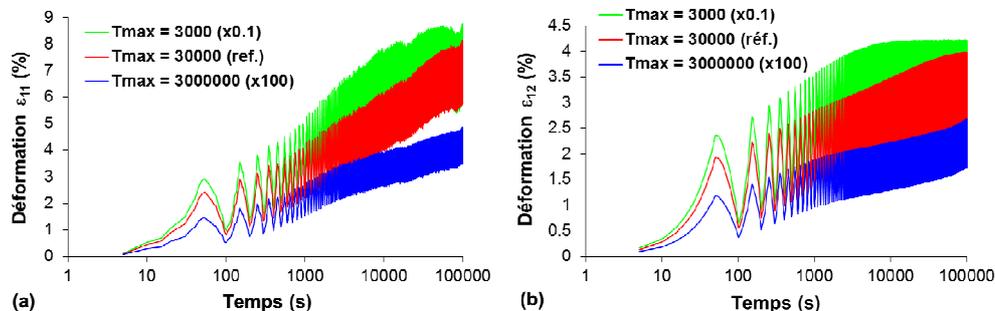
La Figure 4.13 présente l'influence du nombre de décades sur l'accumulation de la déformation en traction et en cisaillement. Le temps de relaxation maximal est inchangé d'une simulation à l'autre. L'augmentation de  $N$  élargit donc la gamme de distribution vers des processus ayant le temps caractéristique le plus court. Cela augmente le nombre de processus actifs aux temps courts et leur confère plus de poids, rendant le matériau plus souple. Donc l'accumulation de la

déformation accélère et se stabilise plus rapidement au début du cyclage. Par ailleurs, l'amplitude de la déformation sur le cycle est plus importante. Les influences de  $N$  en traction et en cisaillement sont similaires.



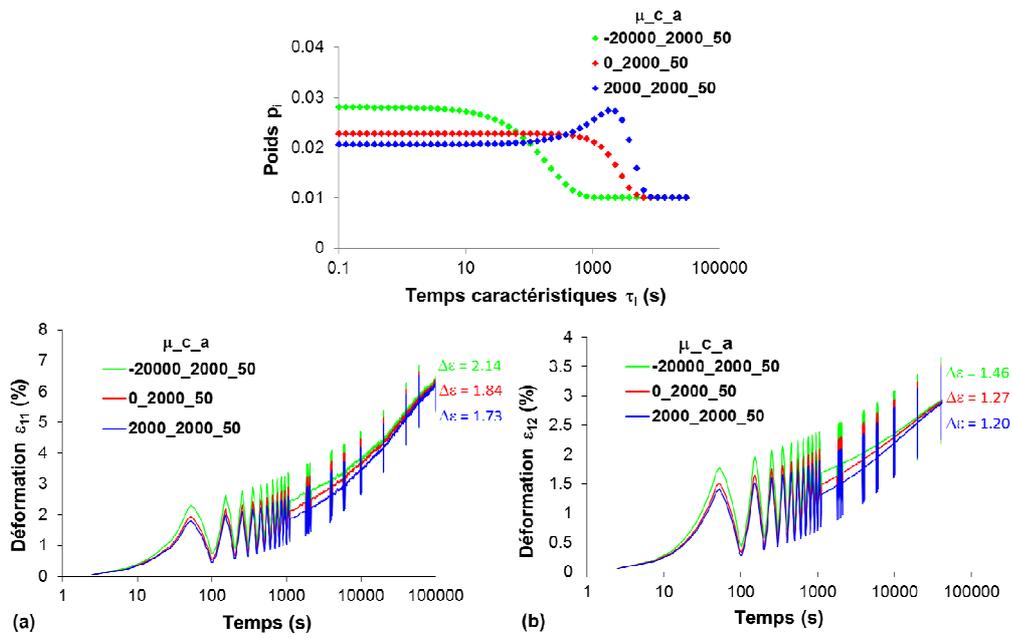
**Figure 4.13.** Effet du nombre de décades (a) en traction et (b) en cisaillement.

La Figure 4.14 présente l'influence du temps caractéristique du processus le plus lent  $\tau_{\max}$  sur l'accumulation de la déformation en traction et en cisaillement. Cette fois-ci, le nombre de décades  $N$  est fixé. L'augmentation de  $\tau_{\max}$  élargit donc la gamme de distribution vers des processus ayant le temps caractéristique plus long. Cela rend le matériau plus rigide aux temps courts et augmente le nombre de processus aux temps longs, donc l'accumulation de la déformation diminue et se stabilise plus lentement. L'amplitude de la déformation sur le cycle diminue. Lorsque  $\tau_{\max}$  diminue (courbe verte), la stabilisation de la déformation intervient plus tôt en cisaillement que en traction. Ceci est cohérent avec le fait que, pour les paramètres de distribution choisis, les poids des temps caractéristiques les plus courts sont plus importants en cisaillement qu'en traction.



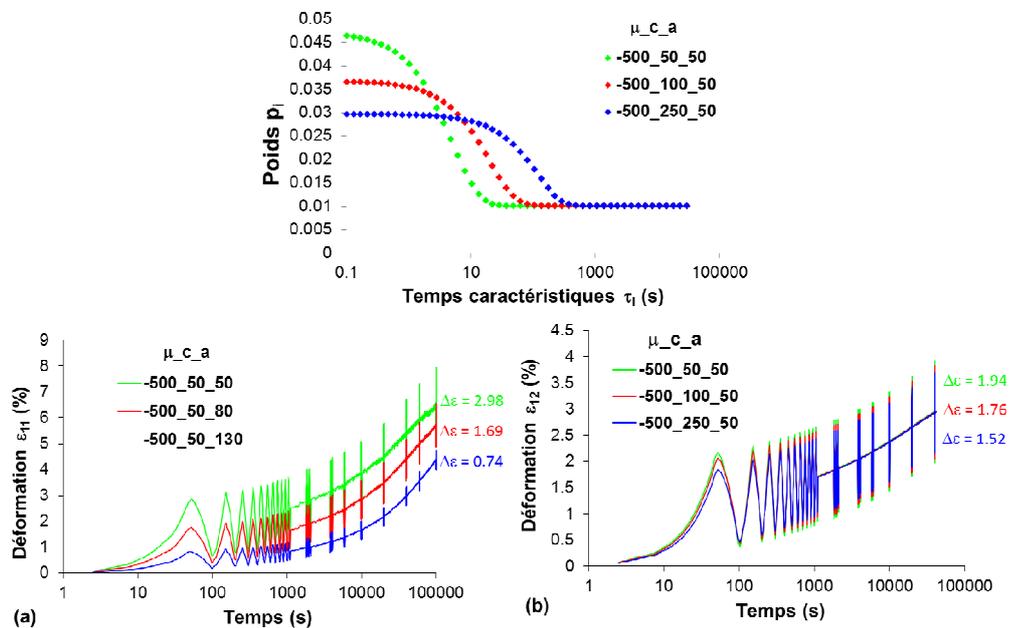
**Figure 4.14.** Effet du temps caractéristique plus long (a) en traction et (b) en cisaillement.

La Figure 4.15 présente l'influence de la forme de la distribution (via le paramètre  $\mu$ ), sur l'accumulation de la déformation en traction et en cisaillement. Quand nous fixons  $c$  et  $a$ , la variation de  $\mu$  change les poids des processus aux temps caractéristiques courts et maintient la distribution au temps long. Donc la cinétique de la déformation de rochet est identique aux temps longs et diffère seulement au cours de la première centaine de cycles. Pour les valeurs de  $\mu$  les plus faibles, les premiers poids sont les plus grands : la perte de la rigidité du matériau au cours des premiers cycles est plus conséquente et l'amplitude de la déformation est plus importante. Ces observations sont similaires en cisaillement.



**Figure 4.15.** Effet de la forme de distribution (a) en traction et (b) en cisaillement.

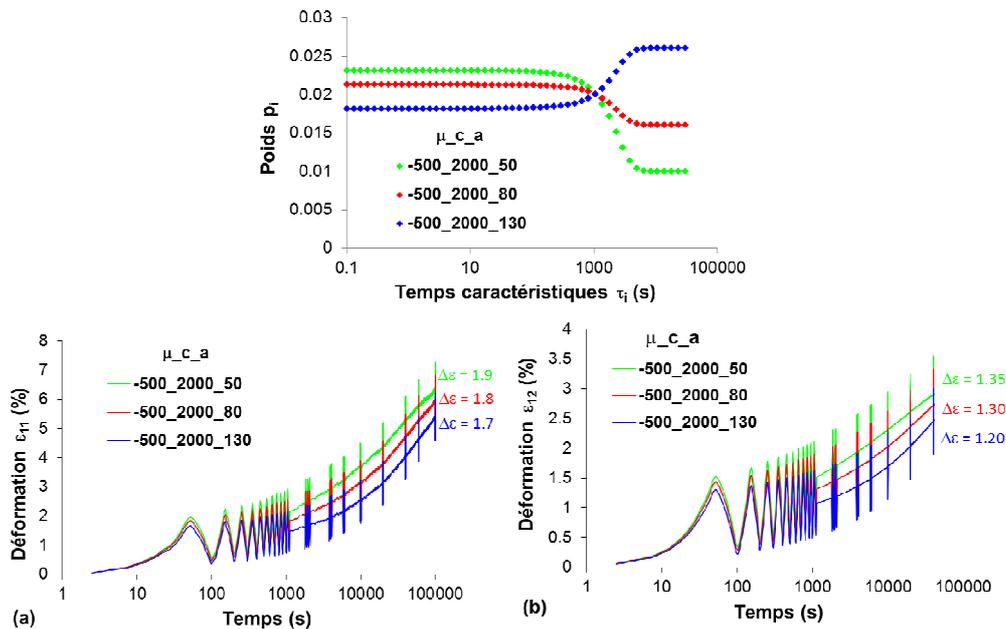
La Figure 4.16 montre l'influence du paramètre  $c$ , à  $\mu$  et  $a$  fixés. Ce paramètre affecte la position de transition vitreuse et le poids des temps courts (via  $c$ ). En traction, l'augmentation de  $c$  favorise la non-linéarité de la cinétique de la déformation de rochet. En revanche, le changement de  $c$  n'affecte pas la cinétique de la déformation de rochet en cisaillement. L'amplitude de la déformation dépend directement de la rigidité du matériau sur les temps courts (autour de 100s), et donc des premiers poids dans la distribution.



**Figure 4.16.** Effet de la position de transition vitreuse (a) en traction et (b) en cisaillement.

La Figure 4.17 montre l'influence du paramètre  $a$ , à  $\mu$  et  $c$  fixés. Il affecte l'écart entre les poids des processus dans les deux régimes élastiques (vitreux et relaxé). Pour  $0 \leq a \leq 100$ , les processus de relaxation aux temps courts sont plus importants que ceux aux temps longs et inversement pour  $a \geq 100$ . La variation de  $a$  considérée dans ce travail n'influence pas la

cinétique de la déformation de rochet car la plage d'influence est égale au temps de 10 cycles. En revanche, il change la perte de rigidité du matériau à l'échelle du cycle. L'augmentation de  $a$  diminue le poids des processus de relaxation aux temps courts et l'amplitude de la déformation.



**Figure 4.17.** Effet de l'écart entre les deux régimes élastiques (a) en traction et (b) en cisaillement.

Comme nous l'avons déjà mentionné dans la partie 4.2.5, une distribution des paramètres de poids dépendante du temps logarithmique est choisie proche de celle obtenue classiquement dans les polymères pour le module de conservation  $E'$ . C'est-à-dire que nous travaillons avec  $\mu \leq 0$  et  $0 \leq a \leq 100$ .

## Conclusion

Le modèle viscoélastique non-linéaire proposé est écrit dans le cadre classique de la TPI par variables internes, en petites déformations et en isotherme. La séparation des variables internes en deux familles (volumique et déviatorique) constitue l'originalité du modèle et elle a été suggérée par des résultats expérimentaux présentés précédemment. La distribution des temps de relaxation prend appui sur des résultats expérimentaux et non pas sur une étude de physique statistique qui est, à notre avis, difficilement accessible vu la complexité de la microstructure semi-cristalline. Ce modèle a la particularité d'être assez simple à mettre en œuvre. L'écriture de la non-linéarité de l'état relaxé est une proposition originale (alternative de la majorité des formalismes où les temps de relaxation dépendent de la contrainte ou de la déformation). Le fait d'avoir séparé le déviatorique du volumique offre des possibilités intéressantes, qui peuvent nécessiter néanmoins un nombre de paramètres non négligeable. Cela semble un prix à payer pour le moment pour espérer capter l'ensemble des réponses ciblées dans cette étude, plus vaste que la plupart des études de la littérature, à savoir déformation moyenne et boucle elle-même (c'est-à-dire charges-décharges) cumulées sur 1000 cycles, effet de la fréquence et effet du rapport de charge positif.

# CHAPITRE 5

## CONFRONTATION DU MODELE ISOTHERME ET DES PRINCIPAUX RESULTATS EXPERIMENTAUX

Ce chapitre porte sur l'identification et la validation du modèle à l'échelle d'un VER. Tout d'abord, une stratégie d'identification est appliquée pour obtenir les paramètres matériaux à partir d'un nombre réduit d'essais de la base de données constituée dans le chapitre précédent. Les déformations sont calculées sur un cube sur lequel sont appliquées les contraintes en accord avec les forces mesurées expérimentalement, comme présenté dans le chapitre précédent.

La validation consiste ensuite à comparer ces déformations avec la déformation moyenne mesurée par la méthode de quatre marqueurs.

Le modèle est évalué dans un premier temps avec la même distribution de temps caractéristiques pour le module de cisaillement et pour le module de compressibilité, identifiée sur l'un des modes de chargement uniquement. Dans un second temps, les deux distributions sont différenciées par identification simultanée en traction et cisaillement. L'apport de cette différenciation sur la qualité de prédiction du modèle est discuté.

### 5.1. Identification des paramètres

Le modèle de comportement du PEHD a été présenté de façon détaillée au chapitre précédent. Il s'agit maintenant de juger de sa robustesse et de son aptitude à rendre compte des résultats expérimentaux. Pour ce faire, il faut appréhender les différentes sollicitations mécaniques avec le même modèle et le même jeu de paramètres. Tout d'abord, nous avons identifié un jeu de paramètres spécifique pour chaque mode de sollicitation (traction et cisaillement) en supposant des distributions de temps caractéristiques identiques pour le module de cisaillement et pour le module de compressibilité. Il s'agit de faire en sorte que ce modèle permette de rendre compte des essais cycliques aux différentes vitesses de chargement et aux différentes contraintes moyennes, des essais de recouvrance et des essais de fluage. Ensuite, nous avons essayé d'identifier un jeu de paramètres unique pour modéliser tous les deux modes de sollicitation en discriminant les distributions de temps de relaxation. Cette démarche dictée par la chronologie de la thèse, n'est pas optimale, mais elle permet de mieux appréhender le rôle de la part déviatorique en traction et en cisaillement. L'objectif est de mieux comprendre le rôle des différents paramètres. La présentation de l'ensemble de la démarche a été choisie pour des raisons pédagogiques.

#### 5.1.1. Principe

L'objectif de la stratégie d'identification est de capturer à la fois les échelles de temps courts et de temps longs à partir d'un nombre réduit d'essais.

Les cinétiques complètes de la déformation accumulée (déformation moyenne) à la fréquence et au rapport de charge les plus faibles F001 ( $\sigma_{eqmax} = 17\text{MPa}$ ,  $R = 0$  et  $f = 0.01\text{Hz}$ ), à la fréquence et au rapport de charge les plus grands R05 ( $\sigma_{eqmax} = 17\text{MPa}$ ,  $R = 0.5$  et  $1.7\text{MPa/s}$ ), ainsi que les 10 premières boucles complètes de l'essai F001 sont utilisées pour identifier les paramètres du matériau en minimisant la différence entre les points numérique et expérimentaux. L'utilisation de la cinétique de déformation accumulée à la fréquence la plus faible (pour laquelle le temps de cyclage est plus long et davantage de processus atteignent l'équilibre) permet de prendre en compte plus exactement la contribution des différents processus de relaxation. La cinétique de la déformation accumulée au rapport de charge le plus grand (pour lequel la contrainte moyenne est plus grande et, comme montré dans la partie suivante, l'influence de la non linéarité est plus

importante) permet d'estimer le comportement non linéaire. L'identification des paramètres sur les 10 premiers cycles permet de prédire plus exactement l'évolution de la boucle.

Le même principe d'identification est utilisé pour les deux modes de sollicitation. Le nombre de processus est fixé à 50.  $A_v = 0$  comme mentionné précédemment. La valeur des paramètres est ajustée en exploitant successivement différentes parties des essais décrits ci-dessus.

① Tout d'abord, la déformation de rochet *au premier cycle de l'essai F001* ( $R=0$ ) est utilisée pour estimer l'ordre de grandeur des rigidités « élastiques »  $G_0$ ,  $K_0$ . En effet, l'étude de sensibilité des paramètres a montré que les modules  $G_0$  et  $K_0$  influencent l'amplitude de la déformation. La déformation de rochet initiale donc permet d'estimer ces modules.

Les valeurs des autres paramètres sont alors fixées :

- $\tau_{\max}$  est choisi égal à la durée de l'essai à plus basse fréquence F001
- le nombre de décades  $N$  est choisi pour avoir le plus petit temps caractéristique égal à 0.01 s
- $A_D$ ,  $G_R$  et  $K_R$  sont extraits de l'expression analytique de la courbe « relaxée » (lieu des  $\sigma$ - $\varepsilon$  moyens des boucles stabilisées ; cf. Figure 3.23)) en supposant  $\nu = 0.4$ .
- $\mu$ ,  $C$  et  $a$  sont fixés arbitrairement.

On cherche ici à minimiser l'écart entre les valeurs de déformation simulée et mesurée expérimentalement, au point de plus grande divergence.

② Ensuite, les valeurs de  $G_0$  et  $K_0$  sont fixées. Les valeurs de  $\tau_{\max}$ ,  $G_R$  et  $K_R$  sont affinées *sur la partie finale de l'essai F001*, en conservant inchangés les autres paramètres. L'étude de sensibilité aux paramètres a montré que la déformation de rochet stabilisée dépend principalement de  $\tau_{\max}$ ,  $G_R$  et  $K_R$ .

On cherche également à minimiser l'écart entre les valeurs de déformation simulée et mesurée expérimentalement, au point de plus grande divergence.

③ Cette seconde étape modifie le début de courbe.  $G_0$ ,  $K_0$  et  $N$  sont alors ré-affinés sur les 10 premières boucles de l'essai F001. Nous avons vu, dans l'étude de sensibilité aux paramètres, que l'influence de  $\tau_{\max}$  et de  $N$  sur l'amplitude de la déformation était plus importante que celle des modules. Les valeurs des  $G_0$  et  $K_0$  ré-identifiées par des 10 premiers cycles sont logiquement proches des valeurs obtenues à l'étape ①.

④ Les paramètres de la distribution de temps caractéristique ( $\mu$ ,  $c$  et  $a$ ) sont calibrés *sur la totalité de l'essai F001*. Le paramètre de non-linéarité  $A_D$  est déterminé pour minimiser l'écart avec la cinétique de déformation moyenne de l'essai R05.

On cherche toujours à minimiser l'écart entre les valeurs de déformation simulée et mesurée expérimentalement, au point de plus grande divergence.

⑤ La qualité de description de la déformation moyenne à R0 est dégradée par l'étape ③. Dans une dernière étape, l'ensemble des paramètres (à l'exception de  $n$ ,  $N$ ,  $\tau_{\max}$  et  $A_D$ ) sont affinés par optimisation simultanée des deux cinétiques de la déformation moyenne à la fréquence et au rapport de charge les plus faibles F001 et à la fréquence et au rapport de charge les plus grands R05. On cherche alors à minimiser la somme des écarts entre déformation simulée et mesurée sur la totalité des courbes.

### 5.1.2. Jeux de paramètres obtenus

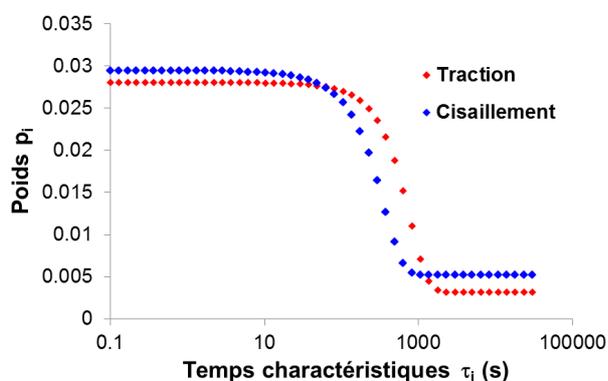
Sur la base des observations expérimentales, il s'avère que les déformations de rochet équivalentes initiales sont identiques en traction et en cisaillement pour les différentes conditions de chargement équivalent, et que les modules « élastiques » de la courbe d'état stabilisé équivalent déduite expérimentalement sont identiques en traction et en cisaillement. Nous avons alors choisi la même rigidité « élastique » du matériau et le même temps caractéristique du processus le plus rapide  $10^{-N} \tau_{\max}$  pour les deux jeux de paramètres. Les deux jeux de paramètres identifiés séparément pour la traction et le cisaillement, en supposant des mêmes distributions de temps caractéristiques pour le module de cisaillement et pour le module de compressibilité, sont listés dans le Tableau 5.1.

**Tableau 5.1.** Jeux de paramètres identifiés en traction et en cisaillement (distributions de temps caractéristiques identiques pour G et K).

$G_0$ (MPa)	$K_0$ (MPa)	$G_R$ (MPa)	$K_R$ (MPa)	$A_D$	$A_V$	n	N	$\tau_{\max}$ (s)	$\mu$	c	a
Traction											
549	8606	468	7328	1.1	0	50	5.475	30000	-100	600	16
Cisaillement											
549	8606	447	7000	1.5	0	50	5.475	30000	-100	305	26

Les résultats expérimentaux ont mis en évidence un état stabilisé en cisaillement plus fortement non linéaire mais avec un module « relaxé » proche de celui en traction. En conséquence, nous trouvons ici des rigidités « relaxées » similaires pour les deux jeux de paramètres et des paramètres de non-linéarité plus grands en cisaillement.

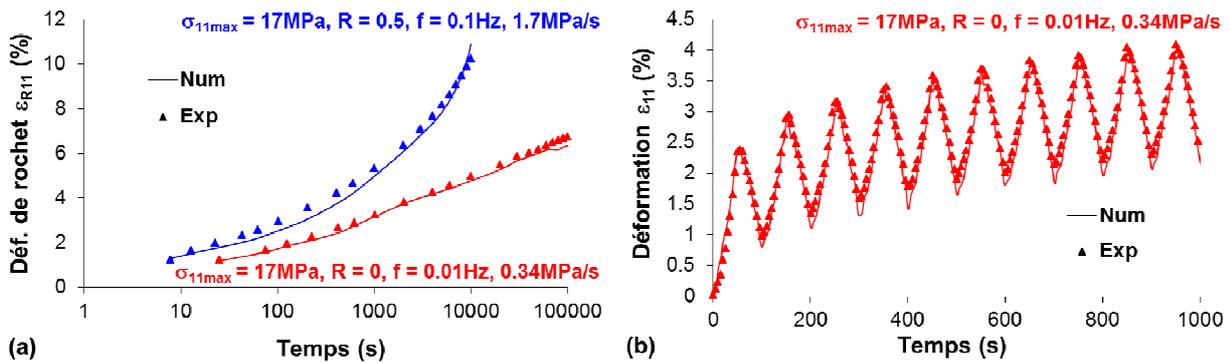
La Figure 5.1 représente les deux distributions de temps caractéristiques identifiées séparément en traction et en cisaillement. Les poids des processus de relaxation aux temps courts sont plus importants en cisaillement qu'en traction. La majorité de processus avec des poids élevés est activée plus tôt en cisaillement. En conséquence, après le même temps de sollicitation, la relaxation en cisaillement est plus importante qu'en traction, donc l'accumulation de la déformation de rochet en cisaillement se stabilise plus tôt. Cela correspond aux résultats expérimentaux obtenus en comparant la stabilisation de la déformation de rochet entre la traction et le cisaillement dans la partie 3.2.2.



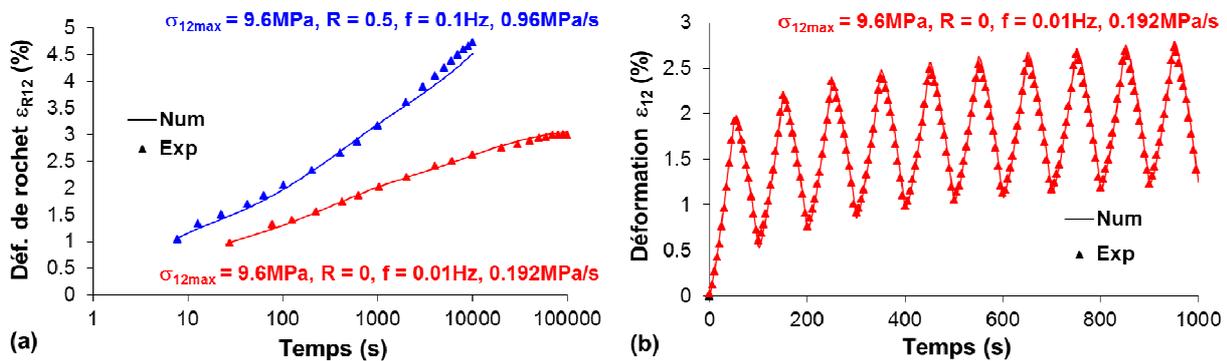
**Figure 5.1.** Distribution de temps caractéristiques en traction et en cisaillement.

La comparaison entre les courbes expérimentales et d'identification est présentée sur la Figure 5.2 et la Figure 5.3 pour des essais de traction et de cisaillement respectivement. En traction, la déformation de rochet est bien appréhendée au rapport de charge le plus faible ( $R = 0$  et

$f = 0.01$  Hz) bien que l'amplitude de la déformation numérique au cours des 10 premiers cycles soit un peu plus grande que dans l'expérience. La déformation de rochet prédite à  $R = 0.5$  apparaît plus fortement non linéaire que l'expérience. Le jeu de paramètres identifié en cisaillement capte bien les courbes expérimentales. A cause de la petite déformation volumique observée expérimentalement en cisaillement, l'effet du volume reste négligeable et l'influence du module de compressibilité est faible. Donc l'hypothèse de comportement volumique linéaire  $A_v = 0$  n'affecte pas la qualité du modèle en cisaillement. En revanche, l'augmentation de la déformation volumique avec le cyclage et avec la contrainte moyenne en traction rend cette hypothèse un peu moins raisonnable au rapport de charge plus grand ( $R = 0.5$ ).



**Figure 5.2.** Comparaison expérience et identification en traction  
(a) cinétiques de la déformation de rochet et (b) 10 premiers cycles de l'essai TF001.



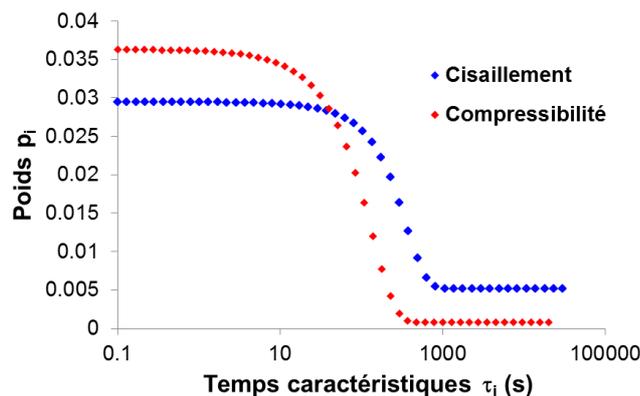
**Figure 5.3.** Comparaison expérience et identification en cisaillement  
(a) cinétiques de la déformation de rochet et (b) 10 premiers cycles de l'essai CF001.

Dans un second temps, nous avons recherché un jeu de paramètres unique pour tous les deux modes de sollicitation. Nous fixons d'abord les rigidités « élastiques »  $G_0$ ,  $K_0$  aux valeurs identifiées pour deux jeux de paramètres en traction et en cisaillement. Ensuite, nous reprenons la distribution de temps caractéristiques, les paramètres de l'état relaxé et le paramètre de non-linéarité  $A_d$  identifiés en cisaillement pour le module de cisaillement. Puis nous faisons une itération avec deux essais de traction TF001 et TR05 pour déterminer la distribution, la valeur à l'état relaxé et le paramètre de non-linéaire  $A_v$  pour le module de compressibilité en utilisant le principe d'identification décrit au-dessus. Le jeu de paramètres obtenu, avec distinction des deux distributions volumique/déviatorique est donné dans le Tableau 5.2.

**Tableau 5.2.** Jeu de paramètres obtenu avec deux distributions de temps caractéristiques pour G et K.

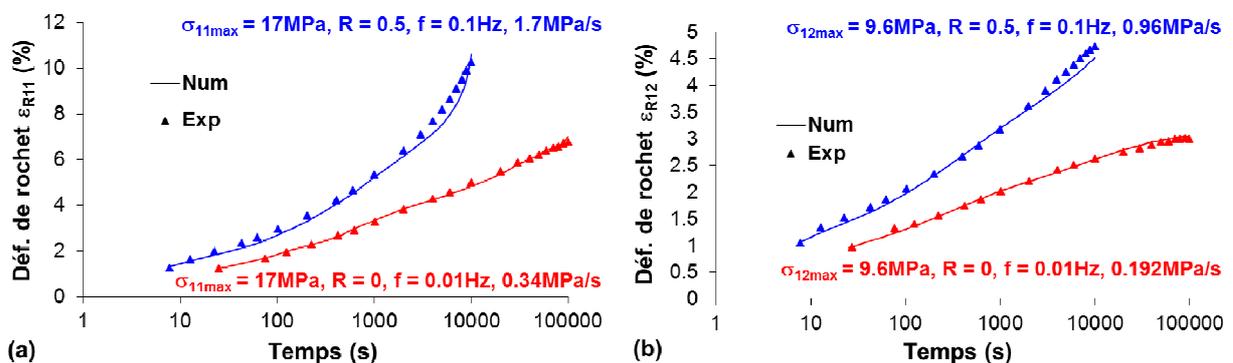
Module de cisaillement								
$G_0$ (MPa)	$G_R$ (MPa)	n	N	$\tau_{max}$ (s)	$A_D$	$\mu$	c	a
549,291	446,809	50	5,475	30000	1,5	-100	305	26
Module de compressibilité								
$K_0$ (MPa)	$K_R$ (MPa)	n	N	$\tau_{max}$ (s)	$A_V$	$\mu$	c	a
8605,556	8360.778	50	5,3	20000	0,2	-120	150	4

La Figure 5.4 représente les distributions des poids des processus de relaxation des modules de compressibilité et de cisaillement. Nous observons que la distribution de temps caractéristiques en cisaillement est plus large que celle en traction. Cela correspond aux résultats expérimentaux de la littérature (Grassia and D'Amore, 2009; Grassia et al., 2010).



**Figure 5.4.** Distribution de temps caractéristique des modules.

La Figure 5.5 présente les courbes expérimentales et identifiées des cinétiques de la déformation de rochet en traction et cisaillement. Les courbes prédites en cisaillement changent logiquement très peu avec la variation de la distribution de temps caractéristiques du module de compressibilité. Avec deux jeux de paramètres descriptifs de la distribution de temps, distincts pour G et K, on obtient de bonnes prédictions de la cinétique de la déformation de rochet en traction. Des améliorations sur ces deux distributions sont discutées dans la partie suivante.



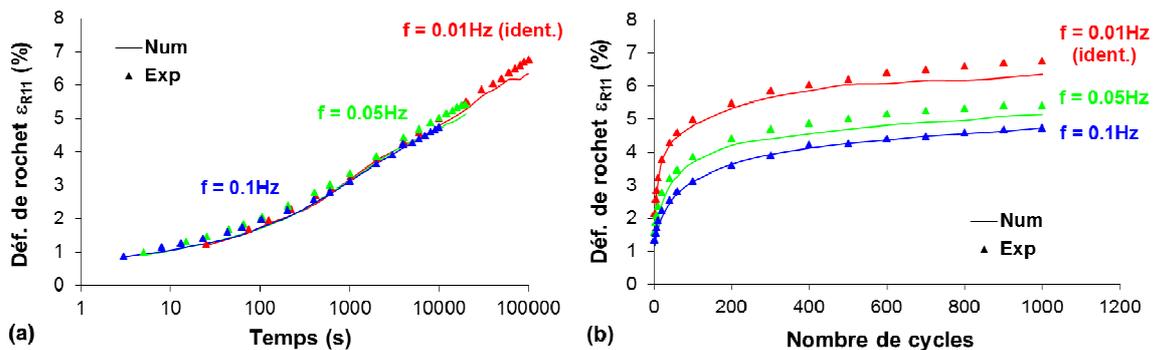
**Figure 5.5.** Comparaison les cinétiques de la déformation de rochet expérimentale et identifiées (a) en traction et (b) en cisaillement.

## 5.2. Validation et discussion dans le cas d'une même distribution pour les modules G et K

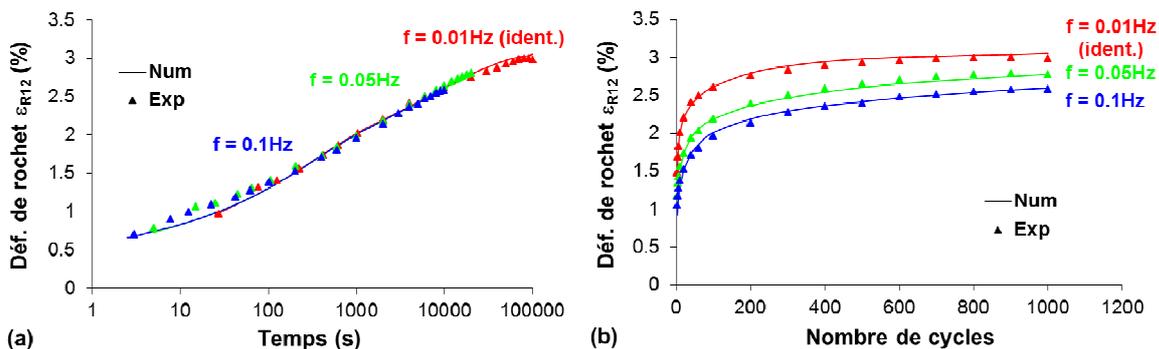
Cette partie est consacrée à la présentation des résultats de la simulation numérique dans le cas d'une même distribution de temps caractéristiques pour les modules G et K. Elle permet de se faire une idée de la cohérence du modèle et d'évaluer son potentiel de prévision. Tout d'abord, chaque jeu de paramètres spécifique est évalué pour le mode de sollicitation utilisé pour l'identifier. Ensuite, il est testé sur l'autre mode de sollicitation.

### 5.2.1. Prédiction de la déformation de rochet

Il est montré expérimentalement qu'une variation des fréquences entre 0.01Hz et 0.1Hz affecte principalement la déformation de rochet sur l'échelle de temps courte et pas sur l'échelle de temps longue. Les mêmes phénomènes sont observés dans la prédiction de l'influence de la fréquence sur l'effet de rochet du modèle en traction (Figure 5.6) et en cisaillement (Figure 5.7). Bien que les paramètres du modèle soient identifiés seulement sur la cinétique de la déformation de l'essai à la fréquence la plus faible  $f = 0.01\text{Hz}$ , le modèle proposé prédit bien l'influence de la fréquence sur l'effet de rochet à la fois au temps court et au temps long pour les deux modes de sollicitation différents.



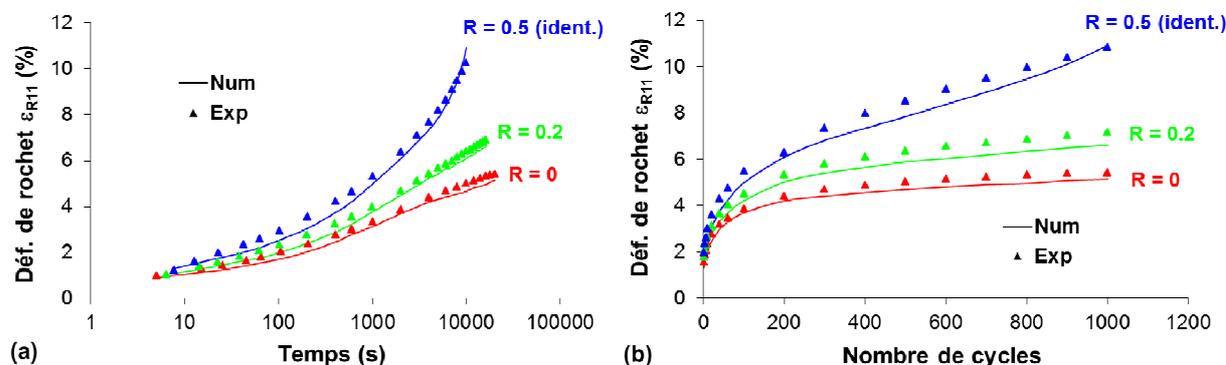
**Figure 5.6.** Evolution de la déformation de rochet en traction sous différentes fréquences ( $\sigma_{11\max} = 17\text{MPa}$ ,  $R = 0$ ) (a) en fonction du temps et (b) en fonction du nombre de cycles.



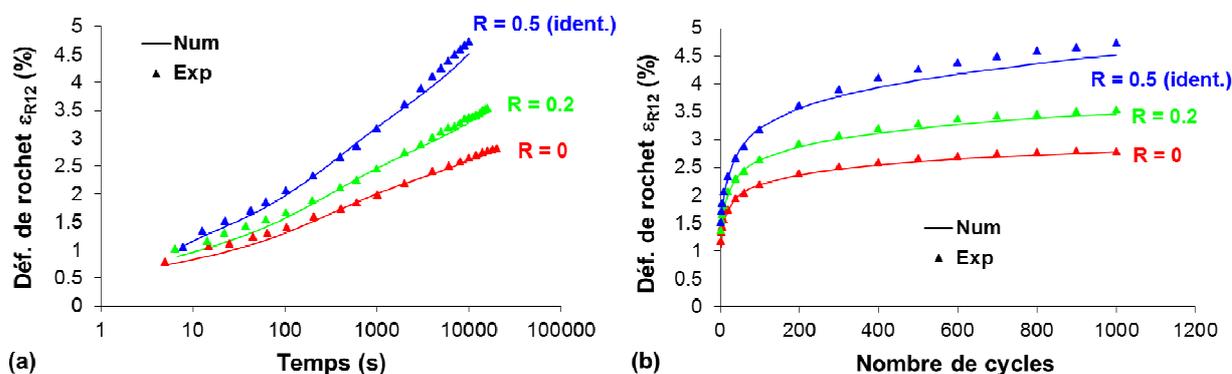
**Figure 5.7.** Evolution de la déformation de rochet en cisaillement sous différentes fréquences ( $\sigma_{12\max} = 9.6\text{MPa}$ ,  $R = 0$ ) (a) en fonction du temps et (b) en fonction du nombre de cycles.

L'influence du rapport de charge sur l'effet de rochet est examinée sur la Figure 5.8 et la Figure 5.9 pour les essais de traction et de cisaillement respectivement. Nous rappelons que les paramètres sont identifiés sur la cinétique de déformation de rochet à  $R = 0.5$ . Afin de vérifier que la capacité du modèle à capturer l'effet du rapport de charge, nous considérons la

déformation de rochet aux autres rapports  $R = 0$  et  $R = 0.2$  mais à la même vitesse de chargement ( $1.7\text{MPa/s}$  en traction et  $0.96\text{MPa/s}$  en cisaillement). Une bonne prédiction de la cinétique de la déformation accumulée est encore observée à la fois aux temps longs et aux temps courts.



**Figure 5.8.** Evolution de la déformation de rochet en traction sous différents rapports de charge ( $\sigma_{11\max} = 17\text{MPa}$ ,  $1.7\text{MPa}\cdot\text{s}^{-1}$ ) (a) en fonction du temps et (b) en fonction du nombre de cycles.

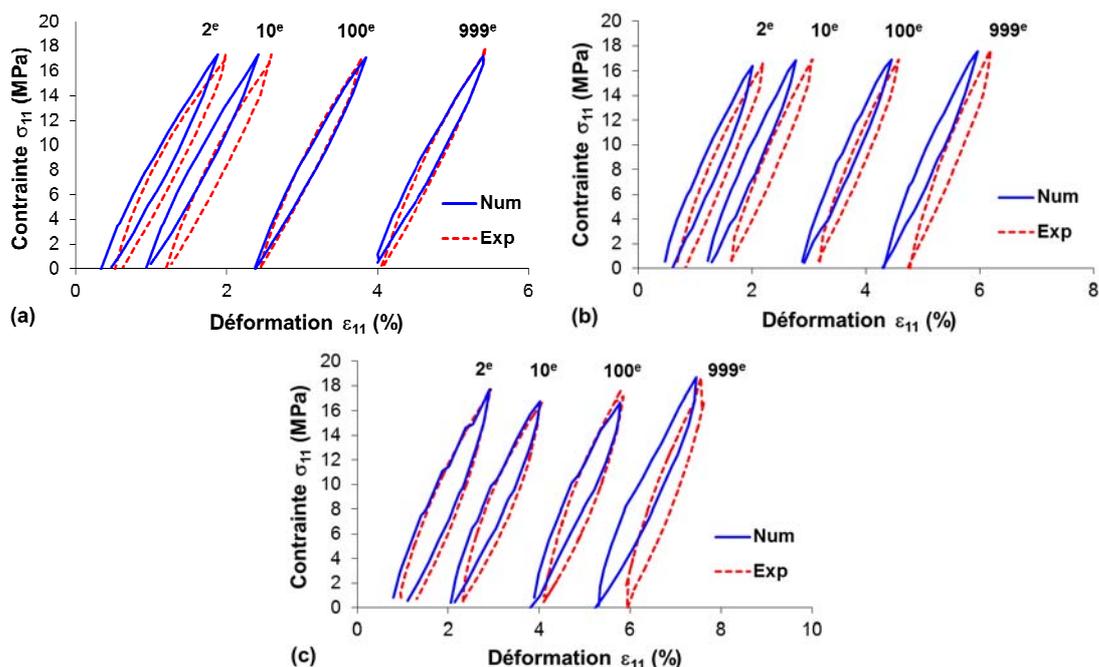


**Figure 5.9.** Evolution de la déformation de rochet en cisaillement sous différents rapports de charge ( $\sigma_{12\max} = 9.6\text{MPa}$ ,  $0.96\text{MPa}\cdot\text{s}^{-1}$ ) (a) en fonction du temps et (b) en fonction du nombre de cycles.

Avec deux jeux de paramètres identifiés séparément pour la traction et pour le cisaillement, le modèle prédit très bien l'effet de la fréquence et du rapport de charge sur l'accumulation de la déformation pour le même mode de sollicitation respectivement. L'identification de meilleure qualité en cisaillement conduira à de meilleures prévisions de l'accumulation de la déformation de rochet pour ce mode de sollicitation.

### 5.2.2. Prédiction de l'évolution des boucles

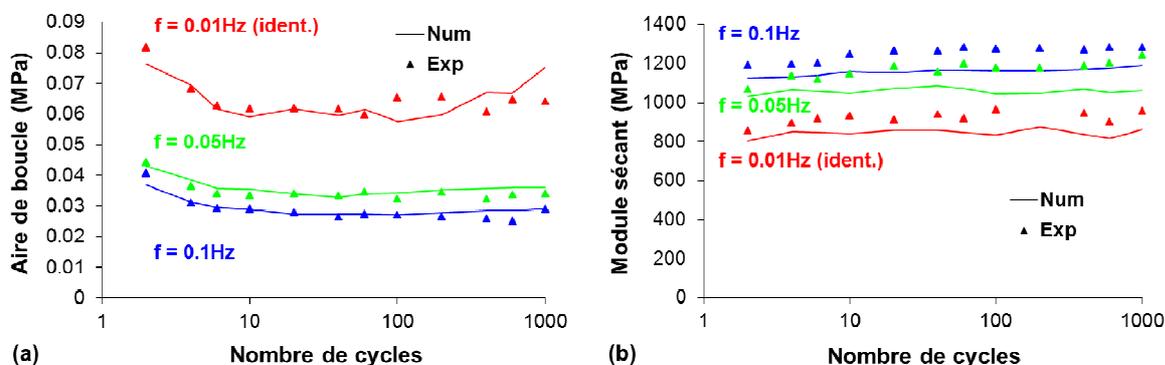
Le modèle proposé a été identifié à partir de deux cinétiques de la déformation moyenne et des 10 premiers cycles seulement, dans une condition de cyclage. Il est possible de prévoir correctement l'évolution de la déformation de rochet mais le but est aussi de capturer de manière satisfaisante les paramètres de la boucle elle-même. De la Figure 5.10 à la Figure 5.15, nous comparons les 2<sup>ème</sup>, 10<sup>ème</sup>, 100<sup>ème</sup> et 999<sup>ème</sup> cycles expérimentaux avec ceux prédits par le modèle, aux différentes fréquences et aux différents rapports de charge, en traction et en cisaillement séparément.



**Figure 5.10.** Evolution des boucles en traction aux différentes fréquences ( $\sigma_{\max} = 17\text{MPa}$ ,  $R = 0$ ) :  
 (a)  $f = 0.1\text{Hz}$ , (b)  $f = 0.05\text{Hz}$  et (c)  $f = 0.01\text{Hz}$ .

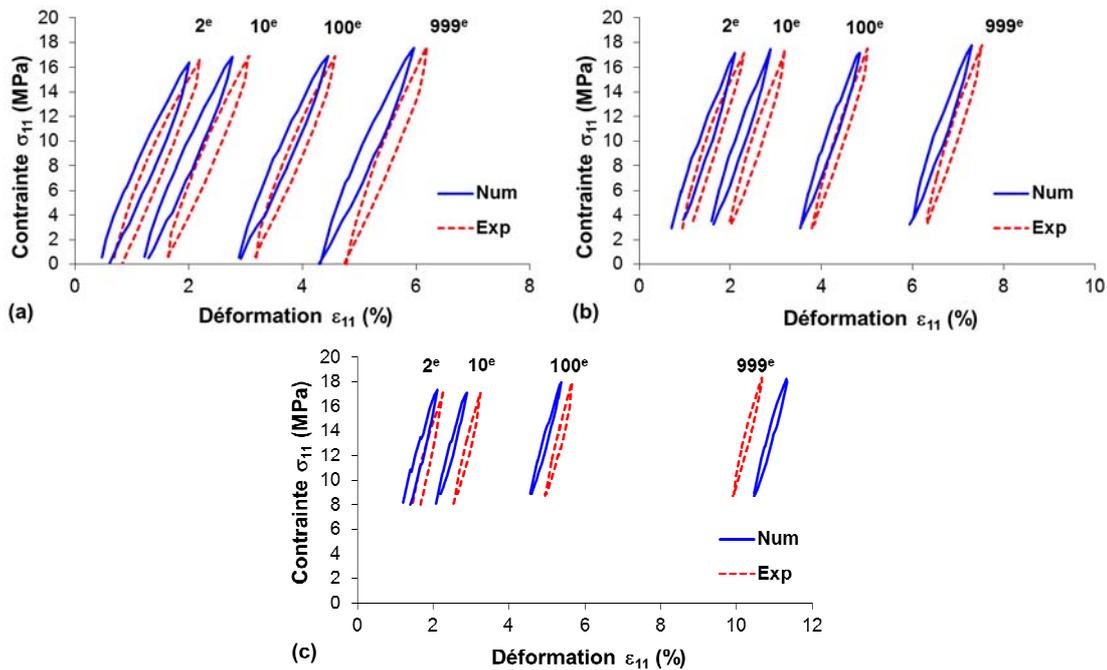
La Figure 5.10(c) correspond à l'identification en traction. La déformation de rochet numérique est légèrement sous-estimée donc les positions des boucles numériques et expérimentales ne sont pas identiques. L'amplitude de la déformation numérique au cours des 10 premiers cycles est un peu plus grande que celle de l'expérience, donc les boucles prédites par le modèle sont plus inclinées. La Figure 5.11(b) compare les inclinaisons prédites numériquement et mesurées expérimentalement. Le modèle prévoit un module sécant plus faible en comparaison avec l'expérience (la valeur maximale de l'écart reste inférieure à 15% après 1000 cycles) mais la sensibilité à la fréquence est correcte.

Le modèle prédit correctement l'influence de la fréquence sur l'évolution de l'aire de boucle comme montré sur la Figure 5.11(a). L'écart maximal entre les aires prédites numériquement et mesurées expérimentalement est moins de 20% (à  $f = 0.01\text{Hz}$ ). Cette dernière courbe est plus bruitée que les autres, en partie car elle répercute le bruit de la courbe de charge expérimentale en entrée du calcul.



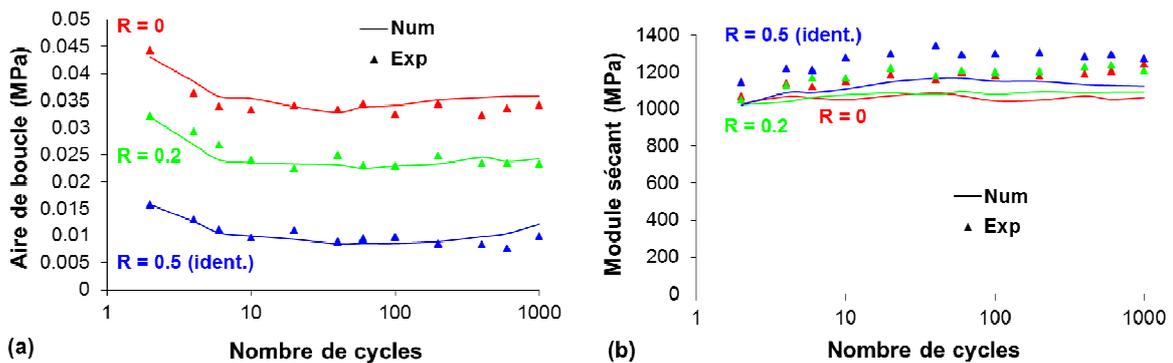
**Figure 5.11.** Evolution de (a) aire de boucle et (b) module sécant en traction en fonction du nombre de cycles sous différentes fréquences ( $\sigma_{11\max} = 17\text{MPa}$ ,  $R = 0$ ).

La Figure 5.12 présente la prédiction de l'évolution de la boucle en traction du modèle aux différentes contraintes moyennes en fixant la vitesse de chargement et la contrainte maximale.



**Figure 5.12.** Evolution des boucles en traction aux différents rapports de charge ( $\sigma_{\max} = 17\text{MPa}$ ,  $1.7\text{MPa}\cdot\text{s}^{-1}$ ) : (a)  $R = 0$ , (b)  $R = 0.2$  et (c)  $R = 0.5$ .

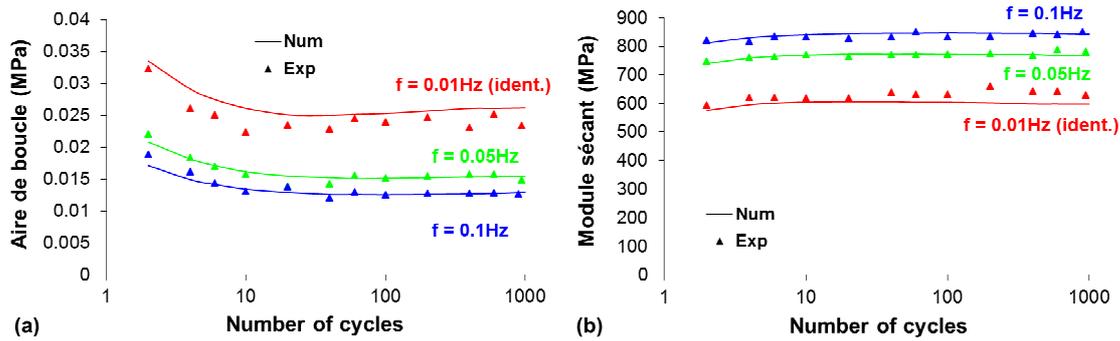
Des résultats similaires à ceux montrés précédemment sur l'influence de la fréquence sont observés sur la Figure 5.13. Le modèle sous-estime la rigidité dynamique mais prévoit correctement l'aire de boucle. L'erreur de la prédiction de l'aire de boucle et du module sécant est inférieure à 11% après 1000 cycles pour tous les rapports de charge étudiés.



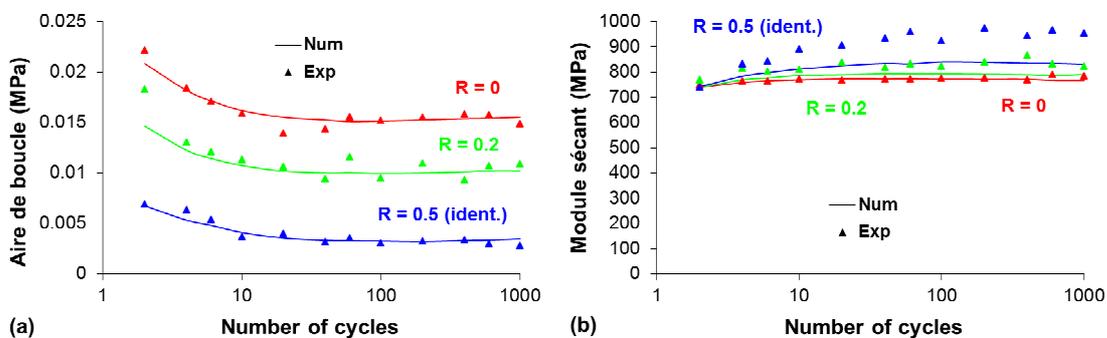
**Figure 5.13.** Evolution de (a) aire de boucle et (b) module sécant en traction en fonction du nombre de cycles sous différents rapports de charge ( $\sigma_{11\max} = 17\text{MPa}$ ,  $1.7\text{MPa}\cdot\text{s}^{-1}$ ).

De manière similaire, les influences de la fréquence et du rapport de charge sur l'évolution de la boucle en cisaillement sont montrées sur la Figure 5.14 et la Figure 5.15 respectivement. Du fait d'une meilleure identification de la cinétique de rochet et des 10 premiers cycles de l'essai à  $f = 0.01\text{ Hz}$ , une excellente prédiction du module sécant et de l'aire de boucle est obtenue avec une erreur maximale de moins de 2% à  $f = 0.1$  et  $f = 0.05\text{ Hz}$ , et de moins de 10% à  $f = 0.01\text{ Hz}$  après 1000 cycles. Bien que la non-linéarité soit sous-estimée à  $R = 0.5$ , le modèle capte encore correctement l'évolution de l'aire de boucle sous différents rapports de charge. Le

modèle sous-estime le module sécant avec une erreur maximale de moins de 10% pour  $R = 0.2$  et de moins de 15% pour  $R = 0.5$ .



**Figure 5.14.** Evolution de (a) aire de boucle et (b) module sécant en cisaillement en fonction du nombre de cycles sous différentes fréquences ( $\sigma_{12max} = 9.6\text{MPa}$ ,  $R = 0$ ).



**Figure 5.15.** Evolution de (a) aire de boucle et (b) module sécant en cisaillement en fonction du nombre de cycles sous différents rapports de charge ( $\sigma_{12max} = 9.6\text{MPa}$ ,  $0.96\text{MPa}\cdot\text{s}^{-1}$ ).

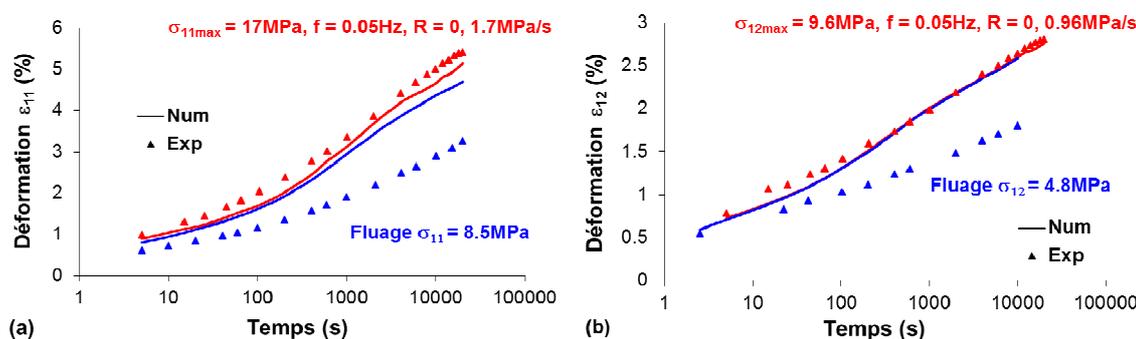
En conclusion, le modèle a la capacité de prévoir non seulement l'accumulation de la déformation de rochet mais aussi l'évolution de la boucle elle-même au cours des différents chargements cycliques dans deux situations uniaxiales dissociées. Il est évidemment nécessaire de valider le jeu de paramètres unique pour vérifier si le modèle peut capturer le comportement dans un cadre multiaxial.

D'un point de vue pratique, il faudra développer une identification automatique et optimisée pour obtenir de meilleurs jeux de paramètres et améliorer les données d'entrée d'un critère de fatigue par exemple.

### 5.2.3. Rôle de la contrainte moyenne

Nous avons confirmé la capacité du modèle à prédire le comportement cyclique et nous avons observé que le cyclage amplifie la déformation moyenne en comparaison avec le fluage à même contrainte moyenne. Il est intéressant de voir quelle est l'origine de cet effet et si le modèle est capable de le prédire. La Figure 5.16 représente la comparaison entre cyclage et fluage, numériques et expérimentaux, en traction et en cisaillement. Les courbes rouges correspondent aux conditions d'identification en cyclage et les courbes bleues aux essais de fluage. Il est clair que le modèle est incapable de prédire la cinétique de déformation de fluage. Les prédictions de la déformation du cyclage et du fluage sont quasi identiques : le petit écart numérique en traction vient de la différence entre la contrainte moyenne d'essai cyclique et la contrainte constante d'essai de fluage à cause de la stabilité de la machine d'essai. Les conditions aux limites de

chargement en entrée de la modélisation sont les histoires expérimentales pour lesquelles la force minimale du cyclage en traction appliquée n'est pas vraiment de 0N, c'est-à-dire que la contrainte moyenne du cyclage n'est pas rigoureusement identique à la contrainte constante appliquée en fluage.



**Figure 5.16.** Evolution de la déformation de rochet et de fluage (a) en traction et (b) en cisaillement sous la même contrainte moyenne.

Nous proposons deux raisons pour expliquer cet effet :

- i) dans le trajet de chargement cyclique, où la contrainte est périodiquement plus grande que la contrainte moyenne, des déformations plastiques peuvent apparaître et s'accumuler au cours de cyclage ;
- ii) la différence entre l'état stabilisé en charge et décharge génère différentes vitesses de retour à l'équilibre en charge et décharge ce qui a pour effet de creuser progressivement un écart outre le cyclage et le fluage.

La première proposition n'est pas valable en cisaillement car nous avons observé une recouvrance complète de la déformation en cisaillement dans le chapitre précédent. Il faudrait comparer la déformation résiduelle après le cyclage et le fluage en traction sur une durée très longue pour évaluer la contribution de la déformation plastique, ce qui n'a pas été possible dans notre étude avec le temps machine disponible.

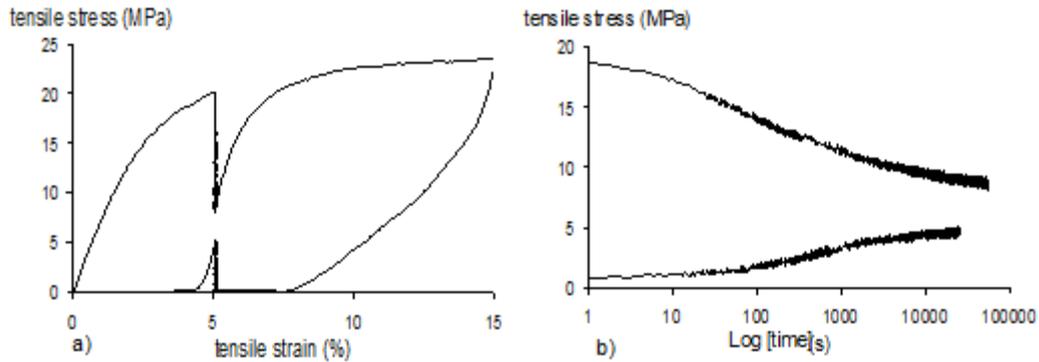
Comme les expériences antérieures ont montré que l'état d'équilibre dans les polymères est différent en charge et en décharge, nous avons essayé de les distinguer dans le modèle en différenciant les paramètres non linéaires en charge  $A_{D1}$ ,  $A_{V1}$  et décharge  $A_{D2}$ ,  $A_{V2}$ . Les états stabilisés en charge et en décharge deviennent alors :

$$\begin{aligned} \text{en charge} \quad \text{tr}\boldsymbol{\sigma} &= \left( K_0 - K_R \left( 2 - \exp(-A_{V1} \text{tr}\boldsymbol{\epsilon}^{\text{relaxed}}) \right) \right) \text{tr}\boldsymbol{\epsilon} \\ \mathbf{s} &= 2 \left( G_0 - G_R \left( 2 - \exp(-A_{D1} \boldsymbol{\epsilon}_{eq}^{\text{relaxed}}) \right) \right) \mathbf{e} \end{aligned} \quad (5.1)$$

$$\begin{aligned} \text{en décharge} \quad \text{tr}\boldsymbol{\sigma} &= \left( K_0 - K_R \left( 2 - \exp(-A_{V2} \text{tr}\boldsymbol{\epsilon}^{\text{relaxed}}) \right) \right) \text{tr}\boldsymbol{\epsilon} \\ \mathbf{s} &= 2 \left( G_0 - G_R \left( 2 - \exp(-A_{D2} \boldsymbol{\epsilon}_{eq}^{\text{relaxed}}) \right) \right) \mathbf{e} \end{aligned} \quad (5.2)$$

Dans les travaux de Castagnet sur le PEHD (Teixeira-Pinto, 2012), deux types d'essais de traction ont été effectués sur des éprouvettes haltères de type ISO 527, usinées dans la direction d'extrusion d'une plaque de 5mm d'épaisseur. Des essais de charge/décharge, avec deux étapes de relaxation au même niveau de déformation après charge et décharge partielle, ont été réalisés à une vitesse de déformation de  $0.001\text{s}^{-1}$  et à la température ambiante. A titre d'illustration, la Figure 5.17 montre le résultat d'un essai avec des relaxations réalisées à 5% pendant 7 heures (après charge) et 15 heures (après décharge). Nous constatons que la contrainte relaxée atteinte

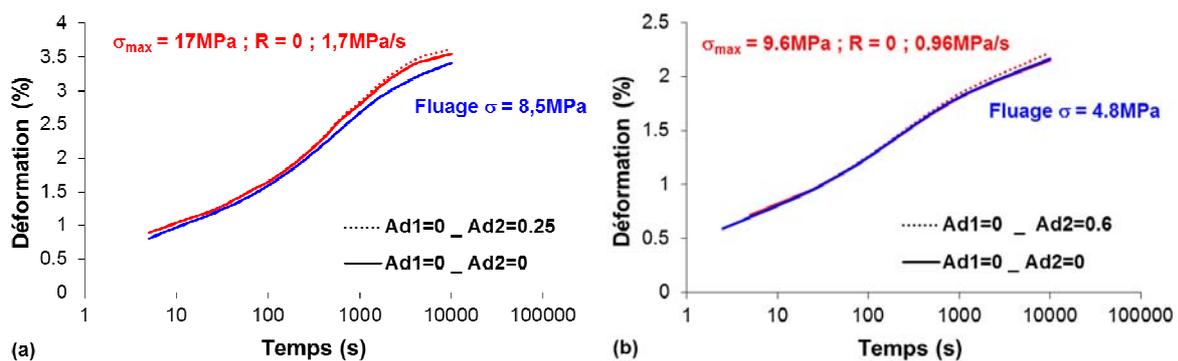
après décharge est inférieure à celle atteinte en charge. Donc, une hypothèse complémentaire est ajoutée, à savoir  $A_{D2} \geq A_{D1}$  et  $A_{V2} \geq A_{V1}$ . A cause de l'influence négligeable des paramètres  $A_{V1}$  et  $A_{V2}$ , nous ne considérons que l'effet des paramètres de non-linéarité déviatoriques sur le rôle de la contrainte moyenne en fixant  $A_{V1} = A_{V2} = 0$ .



**Figure 5.17.** Essai de traction sur le PEHD à  $0.001s^{-1}$  et  $23^{\circ}C$  avec des étapes de relaxation à 5% (Teixeira-Pinto, 2012).

Pour illustrer l'effet de cette modification sur le rôle de la contrainte moyenne, un exemple de modélisation distinguant l'état stabilisé en charge et en décharge est donné sur la Figure 5.18 pour des valeurs différentes des paramètres  $A_{d1}$ ,  $A_{d2}$  étant fixé à zéro. Nous constatons qu'en fixant  $A_{d1}$ , la variation du paramètre  $A_{d2}$  influence peu la cinétique de la déformation de rochet et pas le fluage. Cela correspond à une seule phase de chargement dans le fluage. Bien que la distinction de l'état stabilisé en charge et décharge favorise légèrement l'accumulation de la déformation en cyclage, elle ne peut pas expliquer le grand écart entre la déformation de rochet et la déformation de fluage observé expérimentalement. En conclusion, le modèle proposé ne peut pas modéliser l'essai de fluage.

Ceci est une limite forte pour la perspective d'utilisation du modèle pour des chargements de fatigue – fluage alternés.

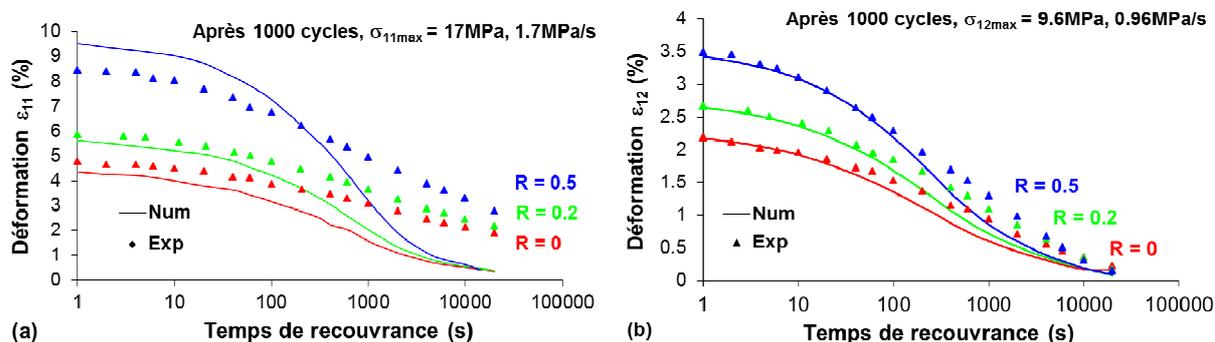


**Figure 5.18.** Rôle de la contrainte moyenne en distinguant l'état stabilisé en charge et en décharge : (a) en traction et (b) en cisaillement.

#### 5.2.4. Cinétique de recouvrance

La Figure 5.19 présente les courbes expérimentales et simulées de recouvrance de la déformation après 1000 cycles en traction et en cisaillement. Avec des déformations initiales similaires, la cinétique de recouvrance simulée en traction est plus rapide. La plupart de la

déformation de traction est recouverte après 20000s dans la modélisation ce qui est loin d'être le cas expérimentalement. En revanche, sous cisaillement, la faible déformation résiduelle et la qualité accrue de l'identification permettent de prédire correctement la cinétique de recouvrance.

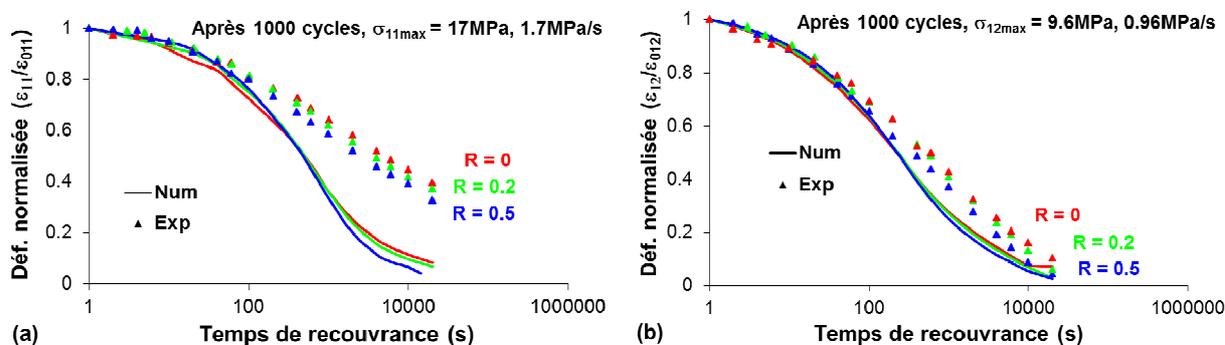


**Figure 5.19.** Recouvrance de la déformation après 1000 cycles (a) en traction et (b) en cisaillement sous différents rapport de charge.

Comme montrée sur la Figure 5.20, les simulations de la cinétique de recouvrance de la déformation normalisée sont similaires pour les différentes conditions de chargement en traction et en cisaillement. Ce résultat montre que le modèle peut prédire le mécanisme de recouvrance observé expérimentalement en cisaillement sans qu'il soit intégré dans l'identification. Cependant la prédiction de la cinétique en traction est plus rapide que dans l'expérience. Cela peut s'expliquer par plusieurs facteurs :

- toute la déformation simulée est recouvrable en raison du cadre viscoélastique pur du modèle,
- la distribution de temps de relaxation identifiée ne couvre pas suffisamment la gamme de temps de relaxation du matériau,
- les poids attribués aux processus aux temps courts sont plus importants que ceux effectifs dans le matériau.

En fait, l'existence d'une déformation résiduelle, d'un temps de relaxation maximal plus grand ou une influence des processus aux temps courts plus faibles peuvent conduire à une recouvrance plus lente. Pour statuer sur les raisons de l'écart expérience-modélisation, une recouvrance plus longue et une nouvelle identification de la distribution des temps caractéristiques sont nécessaires. Comme l'objectif principal de cette étude est de prédire un état stabilisé pour alimenter un critère de fatigue en utilisant un modèle viscoélastique simple dans la gamme de petites déformations, ces résultats sont jugés acceptables.

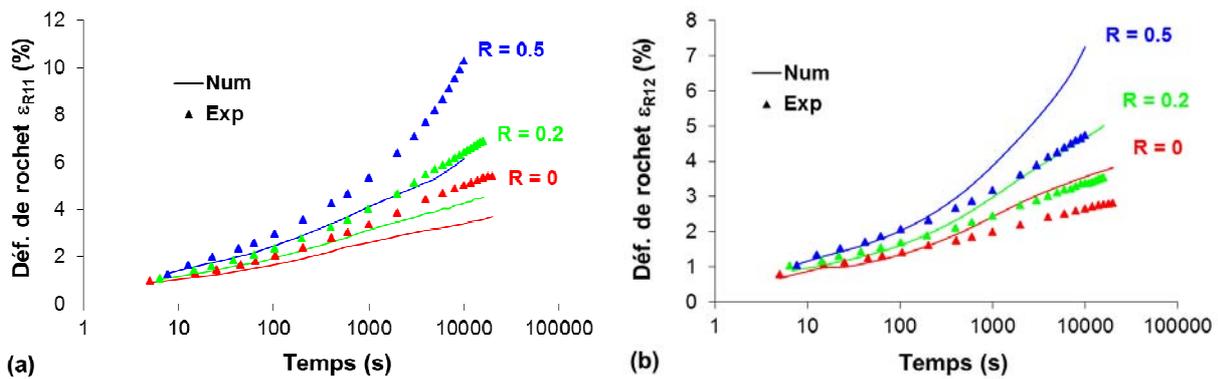


**Figure 5.20.** Recouvrance de la déformation normalisée après 1000 cycles (a) en traction et (b) en cisaillement sous différents rapports de charge.

### 5.2.5. Modélisation de la traction avec le jeu de paramètres identifié en cisaillement et inversement

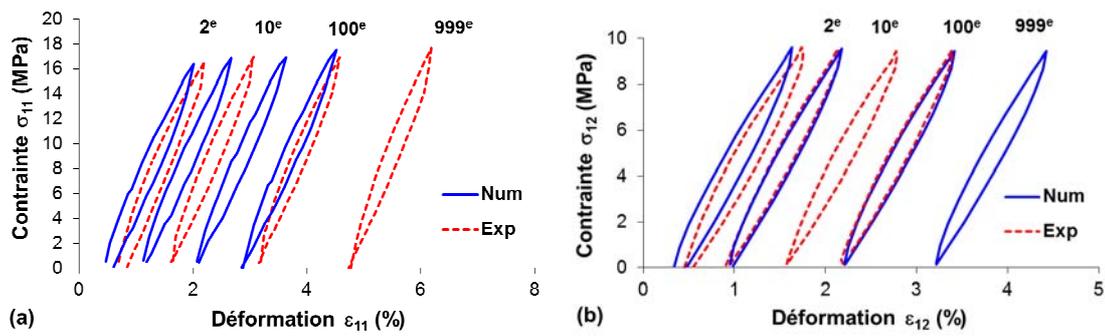
Deux jeux de paramètres spécifiques sont identifiés séparément pour chaque mode de sollicitation (traction et cisaillement) et sont validés sur le même trajet, avec de bonnes prévisions de l'évolution et la stabilisation de la déformation de rochet et de la boucle sont obtenues. Il est intéressant d'utiliser chaque jeu de paramètres sur l'autre mode de sollicitation afin d'évaluer la portée d'une identification uniaxiale, en supposant une même distribution de temps caractéristiques pour les modules de cisaillement et de compressibilité.

La Figure 5.21 présente l'influence du rapport de charge sur la déformation de rochet en traction et en cisaillement en utilisant le jeu de paramètres identifié sur l'autre mode de sollicitation. L'accumulation de la déformation est sous-estimée en traction et surestimée en cisaillement. Comme les deux jeux de paramètres ont les mêmes modules « élastiques », ce résultat semble venir principalement de la perte de la rigidité du matériau qui est plus importante en cisaillement. Comme il est montré que l'influence du module de compressibilité sur l'accumulation de la déformation est beaucoup plus faible que celle du module de cisaillement, nous pouvons conclure que le module de cisaillement « relaxé » joue un rôle important dans l'évolution de la déformation quand nous fixons les modules « élastiques ».

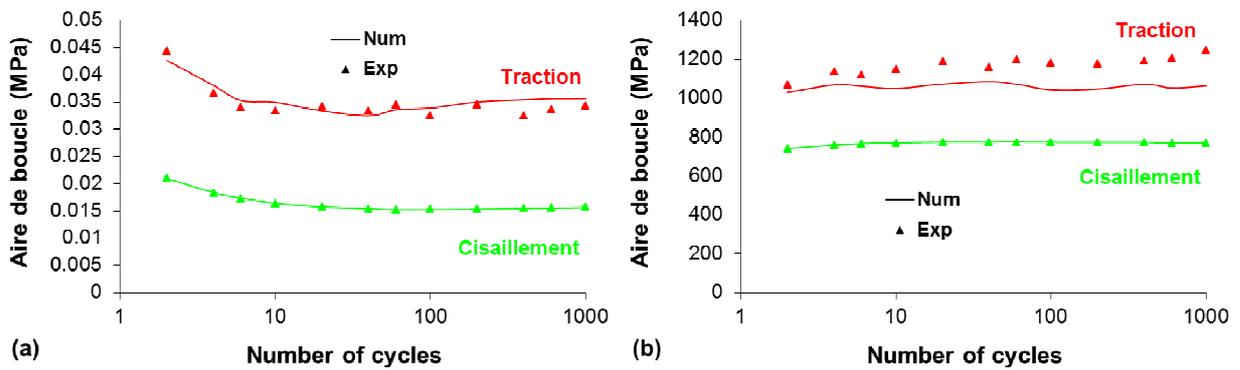


**Figure 5.21.** Influence du rapport de charge sur la déformation de rochet (a) en traction et (b) en cisaillement.

La Figure 5.22 présente un exemple de l'évolution de la boucle en traction et en cisaillement à  $\sigma_{eq\ max} = 17\text{ MPa}$ ,  $R = 0$  et  $17\text{ MPa}\cdot\text{s}^{-1}$ . La position des boucles n'est pas prédite exactement à cause de la sous-estimation en traction (respectivement de la surestimation en cisaillement) de l'accumulation de la déformation discutée au-dessus. Cependant, les caractéristiques de la boucle (aire et module sécant), qui concernent les temps courts, sont bien prédites, comme montré sur la Figure 5.23. En effet, l'écart maximal entre expérience et modélisation pour les deux modes de sollicitation est inférieur à 15%. Ce résultat s'explique car les paramètres qui influencent la boucle au premier ordre (les modules « élastiques » et temps caractéristique du processus le plus rapide) sont les mêmes dans les deux jeux de paramètres.

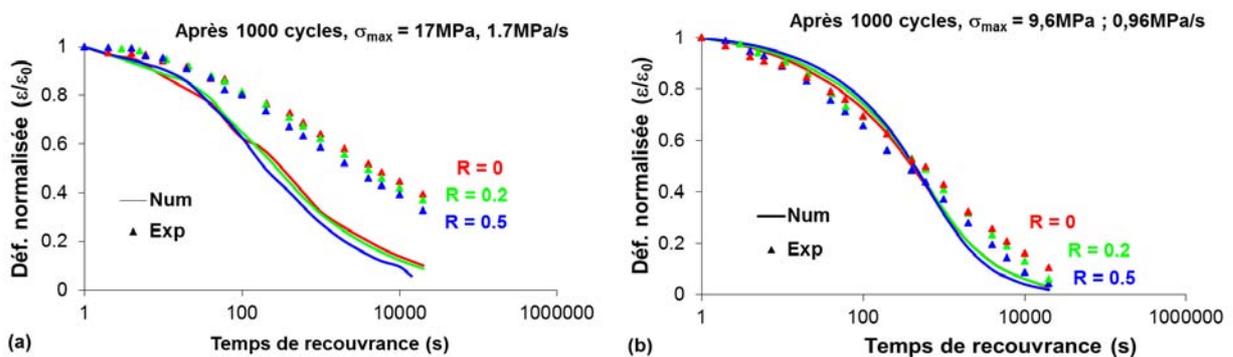


**Figure 5.22.** Evolution de la boucle dans essai à  $\sigma_{eqmax} = 17\text{MPa}$ ,  $R = 0$  et  $1.7\text{MPa}\cdot\text{s}^{-1}$  ( $f = 0.05\text{Hz}$ ) (a) en traction et (b) en cisaillement.



**Figure 5.23.** Evolution de (a) l'aire et (b) l'inclinaison de boucle en fonction du nombre de cycles dans essai à  $\sigma_{eqmax} = 17\text{MPa}$ ,  $R = 0$  et  $1.7\text{MPa}\cdot\text{s}^{-1}$  ( $f = 0.05\text{Hz}$ ) en traction et en cisaillement.

La Figure 5.24 présente la cinétique de recouvrance de la déformation normalisée en traction et en cisaillement. En comparant les courbes de la Figure 5.20(a) et de la Figure 5.24(a), la déformation au cours des premières décades est recouverte plus vite avec le jeu de paramètres identifié sur le cisaillement. La même observation est obtenue en comparant les courbes de la Figure 5.20(b) et de la Figure 5.24(b).



**Figure 5.24.** Recouvrance de la déformation normalisée (a) en traction et (b) en cisaillement.

Ces résultats montrent qu'en prenant les mêmes distributions de temps caractéristiques pour les modules de compressibilité et de cisaillement et en menant l'identification sur un trajet uniaxial unique, le modèle ne peut pas prédire le comportement cyclique du matériau pour tous les modes de sollicitation. En conséquence, cela suggère une stratégie d'identification sur les deux trajets, en distinguant les distributions de temps caractéristiques sur  $G$  et  $K$ .

### 5.3. Distinction des contributions déviatorique et volumique

La partie précédente comparait deux jeux de paramètres identifiés soit en traction, soit en cisaillement, mais avec la même distribution de temps caractéristiques pour  $G$  et  $K$  dans les deux cas. Cette partie présente les améliorations de la modélisation apportées en distinguant les distributions de temps caractéristiques des modules de compressibilité et de cisaillement.

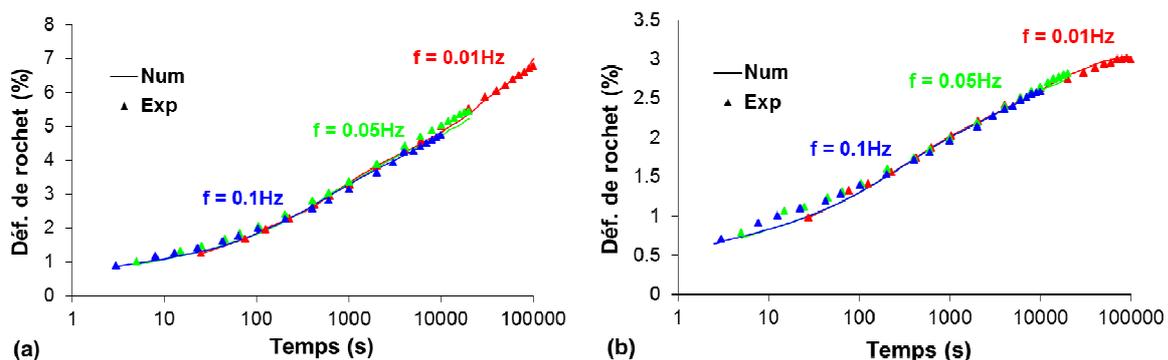
Nous venons de voir que l'identification des paramètres  $G_0$ ,  $K_0$  et du temps caractéristique du processus le plus rapide  $10^{-N} \tau_{\max}$  à partir de la traction ou du cisaillement conduisait aux mêmes valeurs et permettait de fait de prédire correctement l'évolution de la boucle pour l'autre chemin de chargement. Nous conservons donc ici les mêmes valeurs de ces paramètres pour les deux distributions  $G$  et  $K$ .

Plus généralement, nous conservons pour  $G$  les valeurs de paramètres identifiées en cisaillement. L'évolution du module de compressibilité sera alors identifiée à partir des essais de traction, à partir du même jeu d'essais que ceux utilisés dans la partie 5.2.

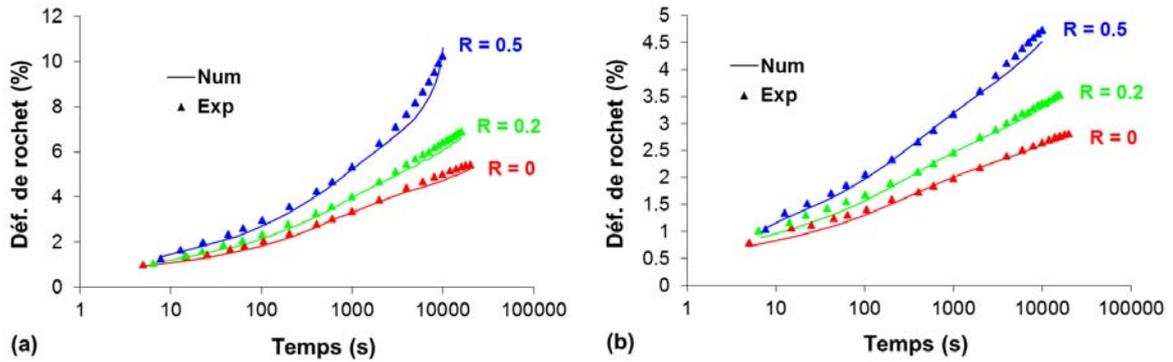
Le jeu de paramètres obtenu, est donné dans le Tableau 5.2 précédent.

#### 5.3.1. Prédiction de la déformation de rochet

La Figure 5.25 et la Figure 5.26 présentent les prédictions des influences de la fréquence et du rapport de charge sur l'accumulation de la déformation en traction et en cisaillement respectivement. Il est clair que les courbes en cisaillement sont simulées correctement parce que le comportement en cisaillement dépend principalement du module de cisaillement que nous avons conservé dans ce jeu de paramètres. La modification de ce jeu de paramètres sur l'évolution de la déformation de rochet en cisaillement est très faible (moins de 0.5% par rapport à la Figure 5.7(a) et à la Figure 5.9(a)). En ce qui concerne les essais de traction, le modèle prédit correctement l'évolution de la déformation de rochet avec une qualité voisine de la Figure 5.8(a) (essais de traction simulés avec le jeu de paramètres identifiés en traction) et nettement améliorée par rapport à la Figure 5.21(a) (essais de traction simulés avec les paramètres identifiés en cisaillement). La nouvelle distribution sur la compressibilité a permis d'améliorer les capacités du modèle sur ce point.



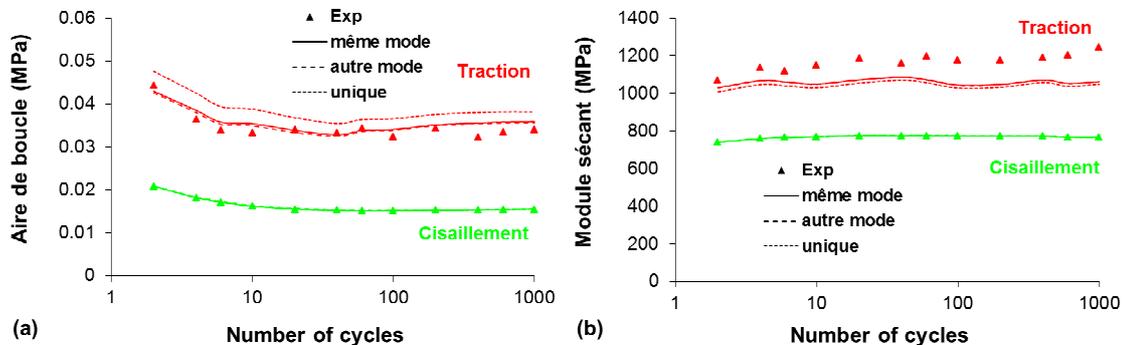
**Figure 5.25.** Influence de la fréquence sur la déformation de rochet au cours d'un essai à  $\sigma_{\text{eqmax}} = 17\text{MPa}$  et  $R = 0$  (a) en traction et (b) en cisaillement.



**Figure 5.26.** Influence du rapport de charge sur la déformation de rochet au cours d'un essai à  $\sigma_{eqmax} = 17\text{MPa}$  et  $1.7\text{MPa}\cdot\text{s}^{-1}$  (a) en traction et (b) en cisaillement.

### 5.3.2. Prédiction de l'évolution des boucles

La Figure 5.27 présente un exemple les prédictions de l'évolution de la boucle par différents jeux de paramètres dans essai à  $\sigma_{eqmax} = 17\text{MPa}$ ,  $R = 0$  et  $1.7\text{MPa}\cdot\text{s}^{-1}$  ( $f = 0.05\text{Hz}$ ) en traction et en cisaillement. Nous constatons que la plupart des résultats trouvés avec le jeu identifié sur un mode de sollicitation (traction ou cisaillement) est retrouvé sur cette Figure pour le jeu de paramètres unique sauf de l'aire de boucle en traction. La différence entre les prédictions issues des différents jeux de paramètres en cisaillement est très faible, moins de 2%. Les prédictions de la boucle en traction par les jeux de paramètres identifiés par la traction (même mode) ou par le cisaillement (autre mode) sont similaires (l'écart maximale est moins de 2%). Le jeu des paramètres identifié par deux modes de sollicitation (unique) surestime l'aire de boucle (plus de 10% par rapport aux autres prédictions).



**Figure 5.27.** Evolution de (a) l'aire et (b) l'inclinaison de boucle prédite par différents jeux de paramètres en fonction du nombre de cycles dans essai à  $\sigma_{eqmax} = 17\text{MPa}$ ,  $R = 0$  et  $1.7\text{MPa}\cdot\text{s}^{-1}$  ( $f = 0.05\text{Hz}$ ) en traction et en cisaillement.

### 5.3.3. Cinétique de recouvrance

Nous observons les cinétiques de recouvrance en traction et en cisaillement sur la Figure 5.28. En comparaison avec la Figure 5.20, cette Figure montre que la cinétique de recouvrance dépend très légèrement des distributions de temps caractéristiques identifiées. L'écart maximal entre les courbes de recouvrance prédites par le jeu de paramètres identifié sur un seul mode de sollicitation (Figure 5.20) et sur différents modes de sollicitation (Figure 5.28) est inférieur à 0.5%. Afin de pouvoir prédire la recouvrance, il faut réaliser les essais de recouvrance bien plus longs et modéliser le comportement avec des distributions de temps caractéristique des modules de cisaillement et de compressibilité très différentes.

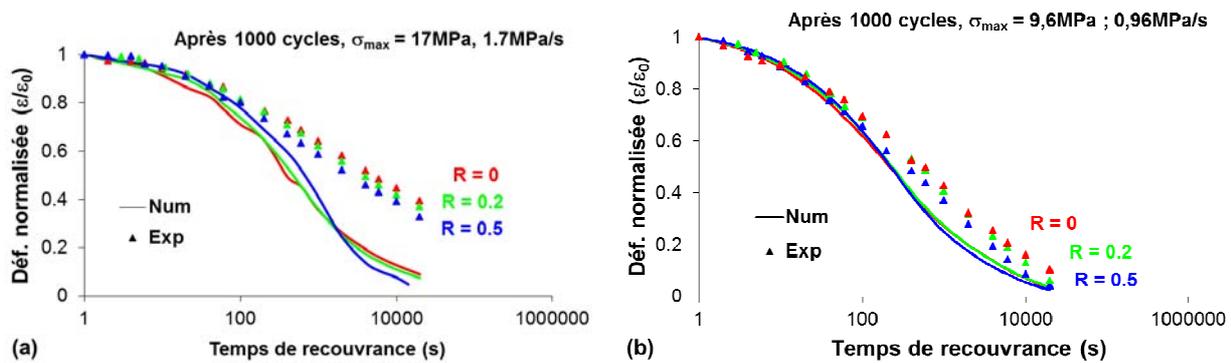


Figure 5.28. Recouvrance de la déformation normalisée (a) en traction et (b) en cisaillement.

## 5.4. Conclusion

En utilisant le modèle viscoélastique non-linéaire décrit au chapitre précédent, la plupart des phénomènes qui nous intéressent dans le comportement cyclique du PEHD sont correctement captés.

En identifiant les paramètres du modèle sur un mode de sollicitation uniquement, et en supposant que les distributions de temps caractéristiques des modules de compressibilité et de cisaillement sont identiques, le modèle peut prédire correctement les influences de la fréquence et du rapport de charge sur les évolutions de la déformation de rochet et de la boucle, mais pour ce mode de sollicitation uniquement.

En effet, le jeu identifié par la traction surestime l'évolution de la déformation de cisaillement. En revanche, le jeu identifié par le cisaillement sous-estime l'évolution de la déformation de traction. Cependant, tous les deux jeux prédisent bien l'évolution de la boucle avec l'erreur maximale moins de 15%.

Pour modéliser le comportement dans un cadre multiaxial, il faut discriminer la distribution de temps caractéristiques des comportements volumique et déviatorique. Dans ce cas, l'influence de la fréquence et du rapport de charge sur l'accumulation de la déformation moyenne est captée à la fois en traction et en cisaillement. Cependant, l'aire de boucle en traction est surestimée. Il est nécessaire de ré-identifier ce jeu des paramètres pour pouvoir capturer tous les phénomènes.

La recouvrance de la déformation après 1000 cycles en cisaillement est prédite de façon acceptable, à l'exception de la déformation résiduelle, inexistante dans la simulation après 20000 secondes. L'existence d'une déformation résiduelle plus importante en traction qu'en cisaillement n'est pas non plus captée avec les jeux de paramètres identifiés. Dans cette étude, nous n'avons pas pris en compte de déformation inélastique liée à des mécanismes de plasticité, d'endommagement, ni de déformation thermique. Une déformation inélastique peut expliquer la déformation résiduelle dans les tests de recouvrance en traction, mais son cumul peut également contribuer à l'accélération de la déformation de rochet dans l'essai cyclique, comparativement à la cinétique de fluage à la même contrainte moyenne. En dépit de certaines limites, ce modèle viscoélastique non-linéaire simple (avec 18 paramètres) peut prédire le comportement cyclique du matériau à la fois sur l'échelle des temps longs (supérieurs à la majorité des études sur le comportement cyclique dans ces matériaux) et l'échelle des temps courts, selon deux modes de chargement. La capacité de prédiction de l'état stabilisé du modèle peut fournir avec fiabilité certaines données d'entrée pour les critères de fatigue.

# CHAPITRE 6

## PROCEDURE EXPERIMENTALE THERMOMECHANIQUE

Le comportement thermo-viscoélastique couplé implique que la déformation du polymère modifie localement la température (par couplage ou par dissipation), laquelle affecte en retour la réponse viscoélastique. Pour compléter le suivi mécanique de l'essai, la mesure de température ne suffit pas. En effet, celle-ci dépend non seulement de l'intensité et de la distribution des sources de chaleur mais également de la diffusion par conduction dans le matériau et des échanges de l'éprouvette avec l'extérieur.

La forme locale de l'équation de la chaleur permet de calculer les sources de chaleur en appliquant au champ de température un certain nombre d'opérateurs différentiels spatiaux et temporels. Dans la pratique, il n'est pas trivial d'appliquer certains de ces opérateurs à un champ de température discret et bruité.

L'équipe « Thermomécanique des matériaux » du LMGC de Montpellier a développé une expertise dans ce domaine, particulièrement adaptée aux chargements cycliques sinusoïdaux. Elle est basée sur la mesure simultanée de champs de température par thermographie infra-rouge et de champs de déformation par corrélation d'images numériques (DIC en anglais). Cette dernière permet de tenir compte de la contribution du transport de matière dans la diffusion de chaleur.

Ce chapitre présente donc cette approche expérimentale, précédée de la caractérisation de propriétés matériau (capacité calorifique à pression constante et coefficient de dilatation thermique) et paramètres du comportement viscoélastique complémentaires, nécessaires à l'analyse expérimentale et/ou à l'extension thermo-mécanique du modèle.

### 6.1. Caractérisation complémentaire des propriétés matériau

Le cadre thermomécanique de ce chapitre impose la caractérisation de grandeurs supplémentaires, nécessaires à différents stades de la démarche.

Comme expliqué dans la partie « Protocole expérimental » de ce chapitre, les sources de chaleur sont reconstruites expérimentalement à partir des mesures de champs de température et déformations qui permettent de calculer les différents termes de l'équation de la chaleur dans un cadre 2D. Outre la masse volumique donnée au chapitre 2, ce calcul nécessite de connaître la capacité calorifique  $C$ , le coefficient de conductivité  $k$  (supposé isotrope), et le coefficient d'échange de chaleur  $h$  entre le polymère et l'air ambiant en face avant de l'échantillon. Ce dernier paramètre est estimé en traitant un essai de retour à l'équilibre thermique après choc thermique par une forme simplifiée de l'équation de la chaleur (dite « 0D ») détaillée ultérieurement également.

Ensuite, l'extension du modèle de comportement au cadre thermomécanique nécessite d'identifier :

- la capacité calorifique  $C$
- le coefficient de conductivité thermique  $k$  (supposé isotrope)
- le coefficient de dilatation thermique  $\alpha$
- les facteurs de glissement  $a_T$  des temps caractéristiques obtenus via l'application du principe d'équivalence temps-température

Ces deux dernières grandeurs sont liées respectivement aux parts thermo-élastique et dissipative de la description des couplages thermo-mécaniques.

Enfin, de nouvelles conditions aux limites thermiques doivent être prescrites lors de la simulation numérique des essais, notamment par les coefficients  $h$  d'échange de chaleur entre l'éprouvette et l'air environnant. Ces coefficients dépendent notamment de la géométrie de la surface en contact avec l'air et de son orientation. Comme la simulation numérique porte sur l'éprouvette entière, nous tenterons d'identifier par analyse inverse les coefficients d'échange sur les différentes faces.

Cette caractérisation complémentaire est menée sur une plage de température suffisamment large pour inclure les auto-échauffements constatés dans les essais réalisés au LMGC.

### 6.1.1. Mesure de la capacité calorifique par essai DSC

La capacité calorifique à pression constante  $C_p$  est obtenue par Calorimétrie Différentielle à Balayage (DSC en anglais), conventionnelle et modulée, sur un appareil TA Instruments Q2000. Des essais ont été réalisés avec une vitesse de chauffage de  $2^\circ\text{C}/\text{min}$  à partir de  $-20^\circ\text{C}$  jusqu'à  $70^\circ\text{C}$ . Des échantillons d'environ 10 mg ont été prélevés dans la plaque de HDPE.

La DSC conventionnelle mesure le flux de chaleur échangée au cours d'un chauffage à une vitesse constante  $dT/dt$  (K/min). La capacité calorifique massique est mesurée comme indiqué par l'équation (6.1), à savoir comme la valeur absolue du rapport entre le flux de chaleur et la vitesse de chauffage multipliée avec une constante d'étalonnage  $E$  :

$$C_p = \frac{dH/dt}{dT/dt} \times E \quad (6.1)$$

La constante  $E$ , dépendante de la température, peut être mesurée par la capacité calorifique standard d'un disque de saphir à température fixée.

En DSC modulée, une oscillation sinusoïdale est superposée à la rampe de température linéaire appliquée en DSC conventionnelle. Le flux de chaleur mesuré  $dH/dt$  (J/min) est alors décomposé en deux termes, comme indiqué par l'Equation (6.2):

$$\frac{dH}{dt} = C_p \frac{dT}{dt} + f(T,t) \quad (6.2)$$

où  $dH/dt$  (J/min) est le flux de chaleur,  $C_p$  (J/g.K) la capacité calorifique à pression constante,  $T$  (K) la température, et  $dT/dt$  (K/min) la vitesse de chauffe respectivement.

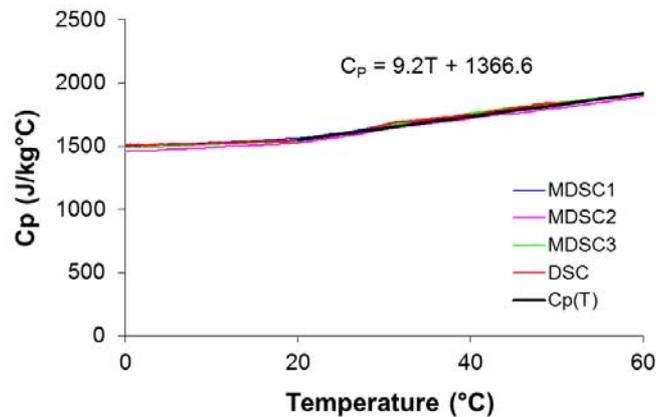
La DSC modulée a été conçue pour pouvoir séparer le premier terme, qui décrit les effets de capacité calorifique, du second qui traduit les phénomènes « asynchrones », avec une cinétique propre, comme une vitesse de réaction par exemple.  $f(T,t)$  est souvent qualifié de terme « cinétique » dans la littérature (Simon, 2001). La terminologie réversible/non-réversible est également souvent utilisée pour qualifier ces deux contributions, mais elle peut être source de confusion par rapport à la terminologie thermodynamique.

La Figure 6.1 représente l'évolution de la capacité calorifique du PEHD en fonction de la température, issue des deux méthodes.

Les courbes mesurées sont identiques. Une température de transition secondaire est déterminée sur ces courbes à  $20^\circ\text{C}$ . Une loi d'évolution linéaire pour la capacité calorifique massique en fonction de la température ( $T$  en  $^\circ\text{C}$ ) entre  $20^\circ\text{C}$  et  $60^\circ\text{C}$  est déduite de ces courbes et sera ensuite utilisée dans le modèle éléments finis :

$$C_p(T) = 9.2T + 1366.6 \quad (\text{J/kg} \cdot ^\circ\text{C}) \quad (6.3)$$

L'ordre de grandeur de la capacité calorifique massique mesurée sur la gamme de température étudiée correspond aux indications du fabricant.



**Figure 6.1.** Evolution de la capacité calorifique du PEHD en fonction de la température.

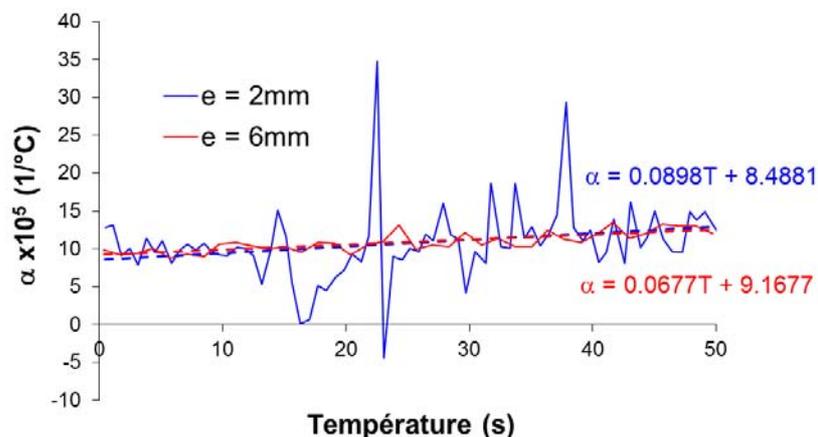
### 6.1.2. Mesure du coefficient de dilatation thermique

Ce coefficient est défini ici avec une vision « mécanique », comme le coefficient de proportionnalité entre une variation de volume et la variation de température qui la génère. Les essais de dilatométrie linéique sont conduits dans un appareil DMA TA Instruments Q800. Deux échantillons cylindriques pleins de diamètre 8mm usinés dans des plaques de PEHD (2 et 6 mm d'épaisseur) sont maintenus sous une force de compression faible de 0,001N régulée, au cours d'une montée en température à vitesse constante de 1°C/min à partir de 0°C jusqu'à 60°C. Un des plateaux est fixe et le déplacement vertical de l'autre plateau est enregistré.

La Figure 6.2 représente l'évolution du coefficient de dilatation linéique du PEHD en fonction de la température (T en °C). Il est clair qu'il y a moins de bruit dans la mesure de ce coefficient avec un échantillon plus épais. Cependant, des lois d'évolution linéaire déduites de ces courbes sont comparables. Nous choisissons celle issue du test sur l'échantillon d'épaisseur de 6mm. La loi utilisée ensuite dans le modèle numérique se présente sous la forme :

$$\alpha(T) = (0.0677T + 9.1677) \times 10^{-5} \quad (1/^\circ\text{C}) \quad (6.4)$$

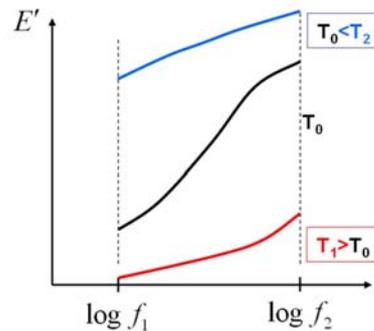
L'ordre de grandeur du coefficient de dilatation linéique mesuré est similaire à celui indiqué par le fournisseur de PEHD.



**Figure 6.2.** Evolution du coefficient de dilatation linéique du PEHD en fonction de la température.

### 6.1.3. Identification des paramètres de la loi d'équivalence temps-température par essai DMA

La température joue un rôle important mais n'est pas le seul paramètre influençant le comportement mécanique des polymères. Dans le cas d'un essai de DMA par exemple, les modules de conservation  $E'$  (part de la réponse en phase avec la sollicitation cyclique) et de perte  $E''$  (part déphasée de la réponse) dépendent également de la vitesse ou de la fréquence de sollicitation. La Figure 6.3 présente une dépendance en fréquence et en température du module de conservation pour trois températures  $T_0$ ,  $T_1$ ,  $T_2$ .



**Figure 6.3.** Sensibilité à la fréquence du module élastique pour trois températures (Baquet, 2011)

Dans les polymères, il est fréquent d'unifier la dépendance du module à la vitesse et à la température par application du principe d'équivalence temps-température. Ce principe de traitement repose sur l'hypothèse que les mêmes mécanismes moléculaires sont activés sur toutes les plages de vitesse et température testées et que la même déformation (résultant d'un certain nombre de sauts moléculaires d'un type donné) peut donc être atteinte pour des couples différents de températures et de temps (ou vitesses) de sollicitation. Un rhéomètre fonctionnant à une seule température ne peut généralement fournir que des données sur une gamme de trois ou quatre décades de la fréquence ou du temps, ce qui est insuffisant pour suivre le comportement viscoélastique sur toute la plage de fréquence concernée. En exploitant des données à plusieurs températures, le principe d'équivalence temps-température peut être utilisé pour générer une courbe maîtresse représentant le comportement à une température de référence  $T_0$  sur de nombreuses décades du temps ou de la fréquence (Ferry, 1980). Dans la construction de la courbe maîtresse, « l'échelle » du temps est soumise à un glissement horizontal  $a_{T/T_0}$ , tandis que « l'échelle » en amplitude de la variable est soumise à un glissement vertical  $b_{T/T_0}$ . Appliqué au module de conservation en DMA, le principe s'exprime sous la forme suivante (Dealy and Plazek, 2009) :

$$b_{T/T_0} E'(T, 2\pi f) = E'(T_0, 2\pi f a_{T/T_0}) \quad (6.5)$$

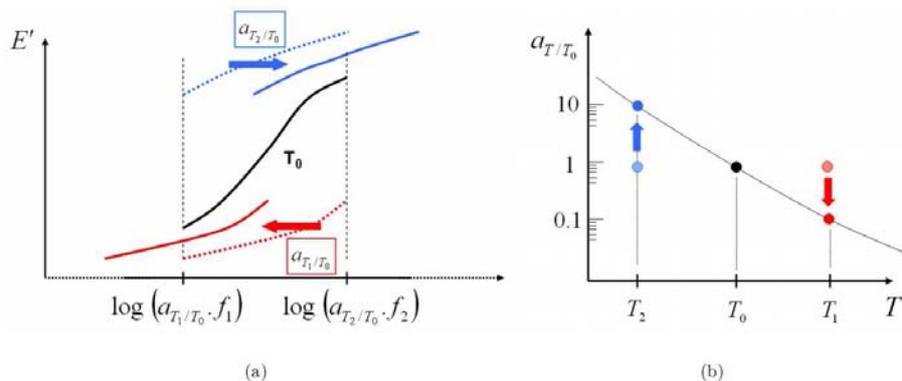
La même relation est applicable au module de perte dans le cas d'un essai de DMA.

Les théories de Bueche-Rouse de la viscoélasticité linéaire des fondus et des solutions de polymères non enchevêtrées supposent que les grandeurs de contrainte sont proportionnelles au produit de la température et de la densité. Cela implique que le facteur de glissement vertical  $b_{T/T_0}(T)$  est de la forme :

$$b_{T/T_0} = \frac{T_0 \rho_0}{T \rho} \quad (6.6)$$

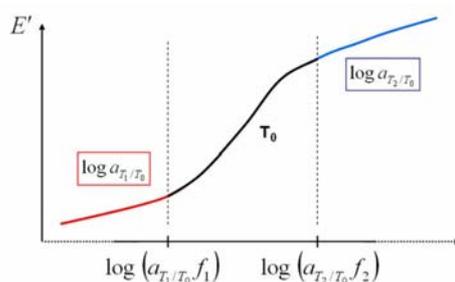
Ensuite, la courbe maîtresse est obtenue en superposant les courbes via des glissements horizontaux comme présenté sur le schéma de la Figure 6.4(a).

Dans le cas d'essais DMA avec un balayage en fréquence, on applique un facteur multiplicateur  $a_{T/T_0}(T)$  à la fréquence. L'échelle de temps (ou de fréquence) est élargie ou contractée par rapport à la fenêtre expérimentale originelle, en fonction de l'écart entre la température de référence choisie et les températures testées expérimentalement. Les valeurs  $a_{T/T_0}(T)$  sont supérieures à 1 pour des températures inférieures à la température de référence, et inférieures à 1 pour des températures supérieures à la température de référence (Figure 6.4(b)). Les facteurs  $a_{T/T_0}(T)$  ne sont pas prédits mais extraits des glissements horizontaux effectués en déplaçant les données jusqu'à leurs superpositions.



**Figure 6.4.** Raisonnement en fréquence équivalente à une température de référence : (a) décalage horizontal des courbes en fréquence équivalent à une température de référence et (b) exemple d'évolution du facteur de décalage  $a_{T/T_0}$  avec la température (Baquet, 2011).

Après la détermination des différents facteurs de glissement en fonction de la température, nous disposons d'une courbe maîtresse (Figure 6.5) en vitesse équivalente à la température de référence.



**Figure 6.5.** Courbe maîtresse à la température de référence (Baquet, 2011).

Ce principe a une interprétation moléculaire directe dans le cas de mécanismes isolés, comme par exemple dans le domaine des transitions sous-vitreuses ou dans le domaine d'activation de défauts dans le cristal. Les facteurs de glissement obéissent alors à une loi d'Arrhénius :

$$a_T(T) = \exp \left[ \frac{E_a}{R} \left( \frac{1}{T} - \frac{1}{T_0} \right) \right] \quad (6.7)$$

où  $R$  est la constante universelle des gaz parfaits. On retrouve à l'échelle macroscopique dans cette équation, l'expression de la barrière d'énergie potentielle  $E_a$  à franchir pour passer d'une conformation moléculaire à une autre à l'échelle moléculaire.

La plupart du temps, et en particulier lorsque plusieurs types de mouvements moléculaires co-existent et/ou sont corrélés entre eux, il n'est plus possible d'établir de lien direct entre les grandeurs descriptives des mécanismes à l'échelle moléculaire et les paramètres macroscopiques de la loi  $a_T(T)$ . L'expression de la loi de dépendance en température du facteur de glissement devient phénoménologique.

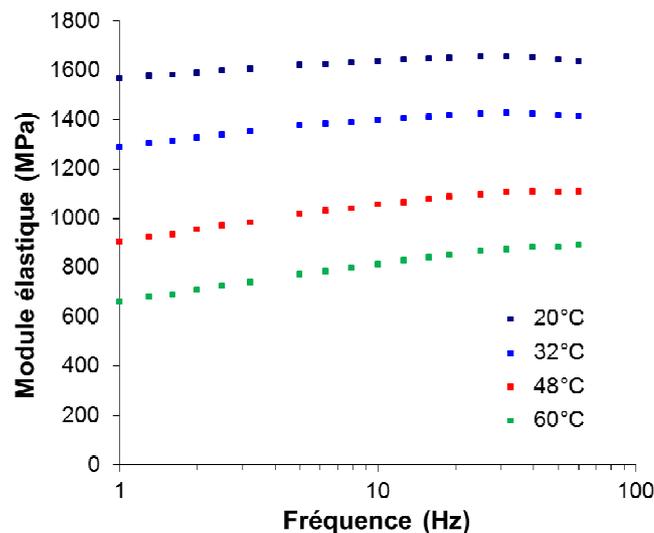
Pour des températures proches de  $T_g$ , pour lesquelles les mécanismes moléculaires impliquent des longueurs de chaînes plus importantes et une corrélation entre différents sauts moléculaires, les facteurs de glissement suivent la relation de Williams-Landel-Ferry (WLF) :

$$\log a_T(T) = \frac{-C_1(T-T_0)}{(C_2+T-T_0)} \quad (6.8)$$

où  $C_1$  et  $C_2$  sont des constantes empiriques.

Quoiqu'empirique, la loi WLF s'avère « robuste » dans l'extrapolation à d'autres températures d'analyses ou de modèles mécaniques isothermes. Ceci explique qu'il soit fréquemment utilisé.

Un essai DMA est ici réalisé en traction sur un barreau usiné de PEHD à déformation imposée faible (0.174%) sur une plage de fréquence comprise entre 1Hz et 60Hz. La Figure 6.6 présente l'évolution du module d'élasticité en fonction de la fréquence pour des températures comprises entre 20°C et 60°C. A chaque température, le module élastique augmente avec la fréquence. Cette dépendance traduit une diminution de la quantité de mouvements moléculaires activés dans le temps caractéristique de l'essai. Cette sensibilité à la fréquence ou à la vitesse de chargement évolue avec la température.

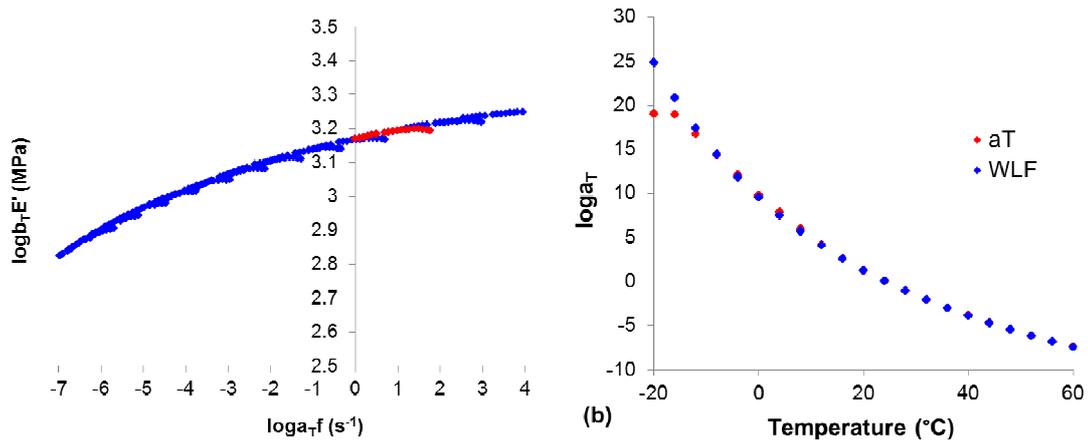


**Figure 6.6.** Sensibilité à la fréquence du module élastique pour différentes températures.

Le principe d'équivalence temps-température est appliqué, comme décrit ci-dessus, aux courbes d'évolution de  $E'$ , même s'il aurait été plus rigoureux de l'appliquer aux diagrammes de Cole-Cole liant les modules de conservation  $E'$  et de perte  $E''$ .

La Figure 6.7 représente les différents facteurs de glissement expérimentaux identifiés, tracés sur une échelle logarithmique en fonction de la température. On utilise la loi WLF pour relier ces facteurs de glissement  $a_T$  aux différentes températures.

$$\log a_T(T) = -\frac{26.5(T-24)}{91+(T-24)} \quad (6.9)$$



**Figure 6.7.** Détermination des paramètres  $C_1$  et  $C_2$  de la loi WLF  
(a) courbe maîtresse et (b) courbe de corrélation des facteurs de décalage.

Du fait de la difficulté de réaliser l'essai DMA en cisaillement avec suffisamment de maîtrise, dans ce travail nous supposons que les équivalences temps-température du comportement volumique et déviatorique sont identiques et que les facteurs de glissement peuvent être identifiés par un essai de traction.

#### 6.1.4. Identification des coefficients de conductivité et de convection thermique par analyse numérique inverse d'un essai de retour à l'équilibre thermique

Comme décrit ultérieurement dans la partie « Protocole expérimental » de ce chapitre, un cadre simplifié de résolution de l'équation de la chaleur permet d'estimer le coefficient d'échange en face avant et arrière de l'échantillon, à partir d'un essai de retour à l'équilibre thermique après un choc thermique. Ce cadre d'analyse est celui développé au LMGC de Montpellier. Une éprouvette haltère ayant la géométrie décrite dans le chapitre 2 a été tenue par les mors et la force de traction a été réglée à une valeur quasi-nulle. Un flash a été appliqué pendant un court instant afin d'échauffer instantanément la surface d'éprouvette d'environ 30°C. L'échantillon est ensuite laissé libre d'échanger la chaleur avec l'air ambiant. Une caméra infrarouge permet de suivre l'évolution du champ de température en temps réel sur la surface échauffée. Cette méthode d'identification du coefficient d'échange dans un cadre « 0D » est détaillée au paragraphe 6.4.

Pour le modèle en revanche, la simulation numérique de l'essai sur éprouvette quasi-complète nécessite de connaître les coefficients d'échange de chaleur entre l'éprouvette et l'air environnant sur toutes les faces, qui sont a priori différents en raison de rapports de forme et d'orientations différents. L'objectif de cette partie est donc d'estimer ces coefficients, par analyse inverse de ce même essai de retour à l'équilibre thermique. L'identification porte simultanément sur le coefficient de conductivité  $k$  du polymère et sur les coefficients d'échange de chaleur. L'estimation de ces coefficients est basée sur un modèle d'échange de chaleur entre une paroi et un écoulement liquide en surface. Ce formalisme a précédemment été mis en œuvre au laboratoire dans la thèse de Benoît Gentilleau (Gentilleau, 2012).

La réponse thermo-mécanique d'un quart d'éprouvette haltère de 2mm d'épaisseur a été simulée sur Abaqus®. L'illumination de l'éprouvette sur la face avant uniquement empêche en effet de réduire le modèle numérique à un huitième d'éprouvette. Les conditions aux limites, initiales et de symétrie appliquées sont illustrées sur la Figure 6.8.

A l'exception de la conductivité qui est identifiée ici, les autres propriétés thermiques du matériau massif ( $\alpha$ ,  $C_p$ ) et la densité  $\rho$  sont celles déterminées précédemment. Leur dépendance en température est tabulée dans Abaqus®. Le comportement thermo-mécanique du matériau est décrit par le modèle qui sera présenté au chapitre 8.

Comme illustré sur la partie gauche de la Figure 6.8, deux des surfaces du quart d'éprouvette sont dotées de conditions de symétrie mécaniques (certaines composantes du déplacement sont fixées à zéro) et thermiques (le flux de chaleur est nul à travers la surface de symétrie).

Les conditions aux limites sont les suivantes. La tête d'éprouvette, correspondant à la partie entre les mors, est maintenue constante à la température ambiante initiale pendant toute la durée de l'essai. Les faces libres sont soumises à un phénomène de convection caractérisé par cinq coefficients  $h$  différents selon la face considérée :  $h_{\text{face}}$  sur les faces avant et arrière de l'éprouvette,  $h_{\text{ver\_utile}}$  sur la face latérale de la partie utile,  $h_{\text{ver\_curve}}$  sur la face latérale du congé de raccordement (traitée comme une surface verticale dans tout le calcul),  $h_{\text{ver\_mors}}$  sur la face latérale du mors et  $h_{\text{hor}}$  sur le haut de l'éprouvette. Cette distinction est introduite pour tenir compte de l'orientation de la surface et de son rapport de forme.

Dans le transfert de chaleur à la surface avec un fluide, le rapport du transfert de chaleur par convection et par conductivité est un nombre sans dimension nommé Nusselt :

$$\text{Nu} = \frac{hL_c}{k_L} \quad (6.10)$$

avec  $L_c$  (m) une longueur caractéristique,  $k_L$  (W/m.K) la conductivité thermique du liquide.

En convection libre dans un fluide, le nombre de Nusselt est exprimé comme une fonction du nombre de Prandtl et du nombre de Grashof, donc  $h = \frac{k_L}{L_c} f(\text{Gr}, \text{Pr})$ . Ce formalisme est appliqué avec les propriétés de l'air, qui est le gaz environnant l'expérience.

Dans cette modélisation, nous ne différencions pas le coefficient de convection thermique horizontal sur la surface supérieur et inférieur de l'éprouvette. Nous ne pouvons donc modéliser qu'un quart de l'éprouvette. Le coefficient  $h_{\text{hor}}$  est déterminé suivi la relation suggérée par W.H. McAdams (McAdams, 1954) :

$$h_{\text{hor}} = 0.54 \frac{k_L}{L_c} (\text{Gr.Pr})^{1/4} \quad (\text{W/m}^2.\text{K}) \quad (6.11)$$

où Gr est le nombre de Grashof définit de la manière suivante

$$\text{Gr} = \frac{g\beta(T - T_\infty)L_c^3}{\nu^2} \quad (6.12)$$

avec  $g$  ( $\text{m/s}^2$ ) la constante gravitationnelle,  $\beta$  ( $1/\text{K}$ ) le coefficient de dilatation volumique du fluide,  $T$  ( $\text{K}$ ) la température de la surface,  $T_\infty$  ( $\text{K}$ ) la température ambiante,  $\nu$  ( $\text{m}^2/\text{s}$ ) la viscosité cinématique du fluide. Ce nombre sans dimension correspond au rapport des forces de gravité sur les forces visqueuses. Il permet donc de caractériser le transfert thermique dû au déplacement naturel d'un fluide.

Pr est le nombre de Prandtl, représente le rapport entre la diffusivité de quantité de mouvement  $\nu$  (ou viscosité cinématique) et la diffusivité thermique, définit de la manière suivante :

$$\text{Pr} = \frac{\rho C_p \nu}{k_L} \quad (6.13)$$

avec  $\rho$  (kg/m<sup>3</sup>) la masse volumique,  $C_p$  (J/kg.K) la capacité thermique massique du fluide. Le nombre de Prandtl compare la rapidité des phénomènes thermiques et des phénomènes hydrodynamiques dans un fluide. Un nombre de Prandtl élevé indique que le profil de température dans le fluide sera fortement influencé par le profil de vitesse. Un nombre de Prandtl faible (exemple : métaux liquides) indique que la conduction thermique est tellement rapide que le profil de vitesse a peu d'effet sur le profil de température.

Les autres coefficients  $h$  sont extraits de la dépendance en température établie par Gentilleau pour une surface verticale (Gentilleau, 2012), selon la relation (6.14) :

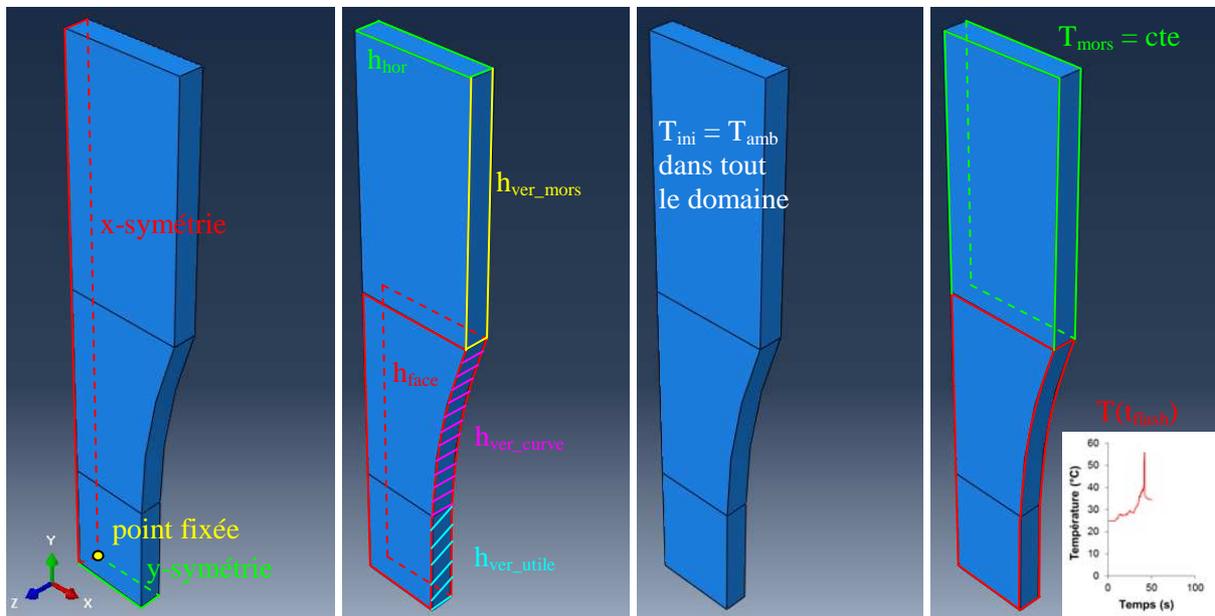
$$h_{\text{ver}} = \frac{k_L}{L_c} \left( \frac{Gr}{4} \right)^{1/4} \frac{0.75 Pr^{1/2}}{(0.609 + 1.1221 Pr^{1/2} + 1.238 Pr)^{1/4}} \quad (6.14)$$

La longueur caractéristique, permettant tenir compte du rapport de forme de la surface, est définie comme un diamètre hydraulique :

$$L_c = \frac{A}{P} \quad (6.15)$$

où  $A$  est l'aire de la surface et  $P$  est le périmètre « mouillé » de cette surface.

Connaissant la densité, le coefficient de dilatation volumique, la viscosité cinématique, la conductivité thermique et la capacité thermique massique de l'air, ainsi que la géométrie des faces, les nombres de Prandtl et de Grashof (qui donnent la dépendance de  $h$  à la température) sont déterminés par les équations (6.12) et (6.13). Les coefficients d'échange de chaleur sont donc déterminés par les équations (6.11) et (6.14). Avec ces expressions des coefficients de convection, l'identification se restreint à la détermination des valeurs de la conductivité thermique du polymère  $k$ .



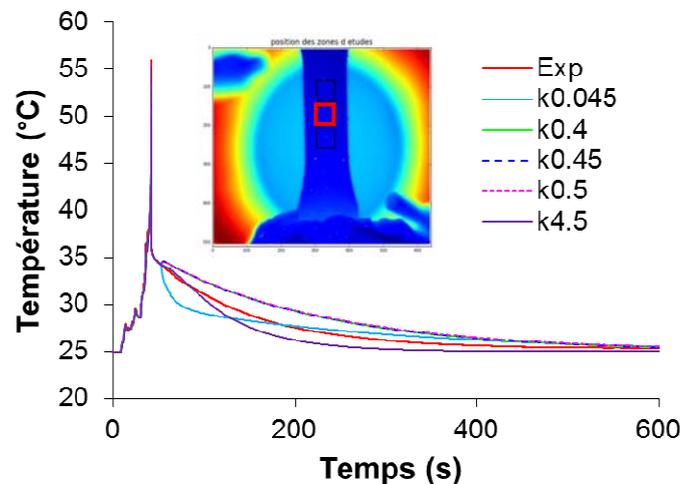
**Figure 6.8.** Modélisation du retour à l'équilibre thermique : conditions aux limites.

A l'instant initial, l'ensemble de l'éprouvette est à température imposée de 25°C. La température sur les deux faces en contact avec les mors est constamment fixée à la température initiale pendant que la face avant et la face latérale subissent une histoire représentative du choc thermique représenté en insert sur la Figure 6.8. Ce choix est fait pour être au plus proche de l'expérience pendant laquelle l'éprouvette est éclairée avec un angle par rapport à la surface,

comme le montre la cartographie de température de la Figure 6.8. Après le choc, toute l'éprouvette est laissée libre d'évoluer. Hormis les surfaces de symétrie, tous les déplacements sont libres.

La conductivité  $k$  du polymère est ajustée pour minimiser la somme des écarts entre les courbes expérimentale et simulée entre 41 et 60s puis 500 à 600s.

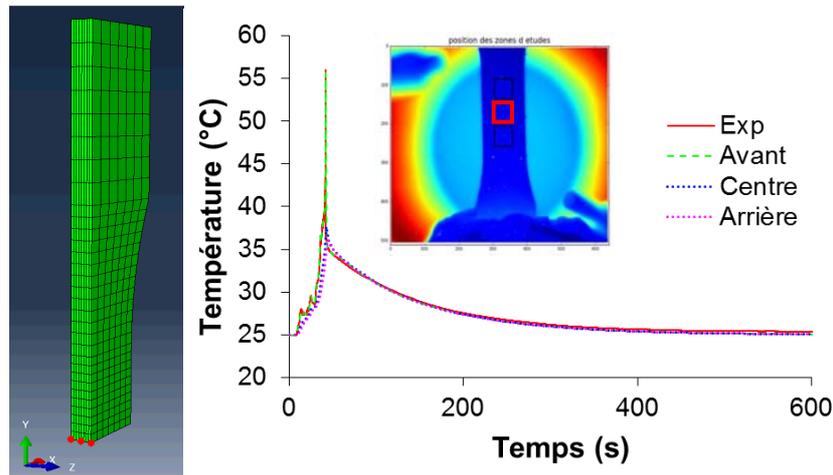
La valeur initiale du coefficient de conductivité thermique est comprise entre 0.4 et 0.5 W/mK (fiche matériau DSM). Pour les valeurs de  $k$  dans cette gamme, nous ne trouvons pas une valeur acceptable pour simuler la courbe de retour à l'équilibre thermique expérimentale. La Figure 6.9 présente les courbes identifiées pour trois valeurs de  $k$  comprises de 0.4 et 0.5 avec deux autres  $k$  de 10 fois plus ou moins grands en comparaison avec la courbe expérimentale mesurée au milieu de l'éprouvette. Les courbes pour  $k$  dans la gamme physique du PEHD sont superposées et loin de la courbe expérimentale. Une explication tient dans le fait que les équations (6.11) et (6.14) sont développées pour une plaque théorique avec un écoulement du fluide environnant très spécifique et simplifié, elles sont plus ou moins adaptées à la situation de notre éprouvette placée dans une pièce délivrant du rayonnement ou de la ventilation. Comme le retour à l'équilibre dans la modélisation est très sensible au coefficient  $h$ . Nous proposons par souci de pragmatisme de multiplier ces relations avec une constante  $a_h$  afin de pouvoir identifier uniquement deux paramètres. *L'identification porte donc sur les valeurs de la conductivité thermique du polymère  $k$  et sur la constante  $a_h$ . Cette façon de faire évite d'avoir à identifier chaque coefficient de convection pour chaque surface ce qui aurait généré un problème d'identification sans solution unique.*



**Figure 6.9.** Modélisation le retour à l'équilibre thermique : comparaison modélisation et expériences pour les  $h$  déterminés par les relations (6.11) et (6.14) avec des différents  $k$ .

La valeur initiale de la constante  $a_h$  est choisie pour que la valeur à 25°C du paramètre  $h_{face}$  sur les faces avant et arrière de l'éprouvette est prise proche de celle identifiée auparavant au laboratoire dans le Mastère de Jaravel sur un PEHD voisin (Jaravel, 2008).

La Figure 6.10 représente les courbes de retour à l'équilibre thermique expérimentale et simulée au milieu de l'éprouvette qui donne une bonne simulation.



**Figure 6.10.** Modélisation le retour à l'équilibre thermique : comparaison modélisation et expériences pour  $k = 0.45$  et  $a_h = 2$ .

Cette méthode conduit à une conductivité thermique  $k = 0.45 \text{ W/mK}$ , en accord avec les indications du fabricant et une constante  $a_h = 2$ . Les dépendances en température des coefficients  $h$  pour les faces avant/arrière (Face verticale dans le Tableau), latérales verticales (Vertical de côté dans le Tableau) et horizontales sont données dans le Tableau 6.1. Nous retenons par souci de simplification un coefficient  $h$  unique pour toutes les faces latérales verticales dans la suite des calculs qui est la moyenne des  $h$  identifiés sur ces faces. Les valeurs identifiées pour les différentes faces latérales verticales sont en effet très voisines.

**Tableau 6.1. Coefficient de convection ( $\text{W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}$ )**

Température ( $^\circ\text{C}$ )	Face verticale	Horizontale	Verticale de côté	Diagonale $\alpha = 55^\circ$
25	11.019	21.375	15.492	19.087
30	13.772	26.34	18.789	23.403
35	16.615	31.776	22.667	28.233
40	18.645	35.659	25.437	31.684
45	20.309	35.842	27.707	34.512
50	21.76	41.616	29.687	36.977
55	23.07	44.121	31.474	39.203
60	24.279	46.434	33.123	41.257

Bien que les coefficients de convection dépendent de la géométrie de la surface d'échange de chaleur, nous ne discriminons donc que la position de la surface (verticale, horizontale, diagonale) et supposons que les coefficients identifiés par l'essai sur l'éprouvette de traction sont pertinents pour décrire le transfert de la chaleur dans l'éprouvette de cisaillement. Le coefficient de transfert de la chaleur sur les surfaces diagonales de l'éprouvette de cisaillement est déduit à partir de ceux sur les surfaces horizontale et verticale par interpolation linéaire selon l'équation (6.16).

$$h_{\text{diagonal}} = h_{\text{horizontal}} \times \frac{\alpha}{\pi} + h_{\text{vertical}} \times \left(1 - \frac{\alpha}{\pi}\right) \quad (6.16)$$

où  $\alpha$  ( $\text{rad}$ ) est l'angle entre la surface diagonale et l'axe vertical.

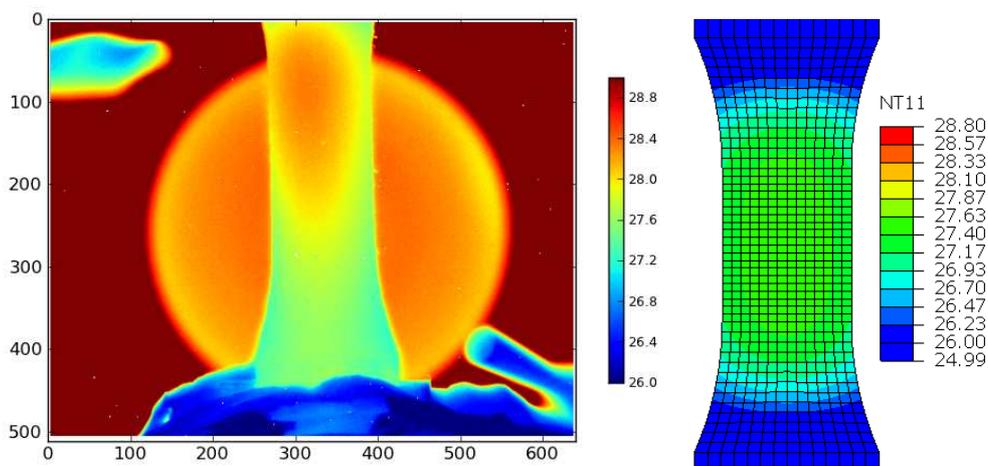
Dans la modélisation, le gradient de température maximal à travers l'épaisseur, juste après le choc thermique ( $\Delta T = 30^\circ\text{C}$ ) est de  $20^\circ\text{C}$  (entre les faces avant et arrière du spécimen), mais ce gradient diminue rapidement à  $1^\circ\text{C}$  après seulement 5 secondes.

Au moment du flash, la différence de température entre la surface et le cœur de l'éprouvette est importante. Lorsque l'échauffement de surface redescend à  $10^\circ\text{C}$ , le gradient dans l'épaisseur

n'est plus que de 1.2°C. Lorsque la température sur la surface était de 1°C supérieure à la température ambiante, comme mesuré dans les essais basse fréquence réalisés à l'Institut Pprime, les faces avant et arrière sont alors à la même température, et le gradient de température maximal entre la surface extérieure et le cœur d'éprouvette est de 0.01°C seulement.

Dans les conditions d'essais cycliques, pour lesquels l'échauffement constaté est de moins de 10°C, il est donc possible de négliger l'influence de l'épaisseur dans l'échange de chaleur et d'utiliser le champ de température mesuré sur la surface de l'éprouvette par la caméra infrarouge pour les dépouillements calorifiques en 2D développés au LMGC.

La Figure 6.11 donne une comparaison des champs de température 180s après le choc thermique obtenus par l'expérience et par la modélisation. Des champs similaires sont observés. Le champ expérimental est un peu plus chaud au coin à gauche en haute à cause de la position du flash appliqué.



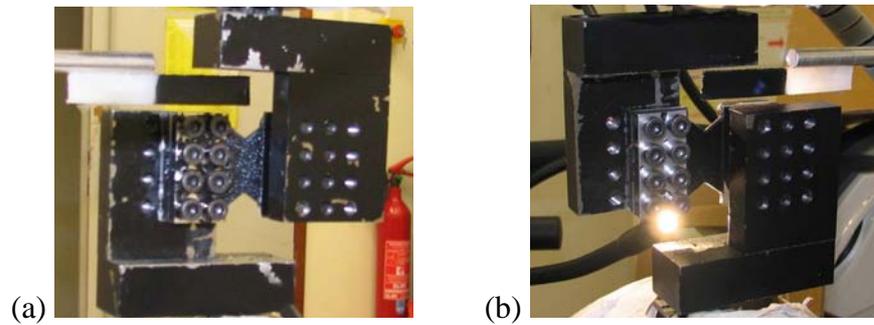
**Figure 6.11.** Champ de température mesuré expérimentalement et modélisé à 200s après le choc thermique.

## 6.2. Protocole expérimental

Dans cette partie nous parlons tout d'abord de la préparation des éprouvettes. Ensuite, nous rappellerons les performances de la caméra infrarouge, la mesure de la déformation par la corrélation d'image numérique et les caractéristiques de machine d'essais utilisée. Puis nous présenterons le dépouillement des signaux. Tous les essais thermiques dans cette étude ont été conduits au LMGC par Laurent Sabatier, ingénieur de recherche au CNRS. Le lecteur est invité à se reporter aux publications de l'équipe pour une description détaillée de l'expérience et de son analyse (Muracciole et al., 2008).

### 6.2.1. Eprouvettes

Les géométries d'éprouvettes sont identiques à celles utilisées pour la caractérisation purement mécanique de la première partie. La déformation et la température sont mesurées parallèlement sur les deux surfaces opposées. A cause de la semi-transparence aux infrarouges du matériau étudié et pour éviter le réfléchissement sur la mesure de la température avec la caméra infrarouge, les éprouvettes sont couvertes de peinture noire. Une peinture blanche est ensuite projetée sur l'éprouvette pour créer des mouchetis nécessaire à la mesure de la déformation par corrélation d'image. La taille des mouchetis est aléatoire. La Figure 6.12 présente les surfaces couvertes par les peintures noires et le mouchetis.



**Figure 6.12.** Préparation des éprouvettes pour mesurer les champs (a) de déformation et (b) de température lors des essais thermomécaniques.

Les éprouvettes sont positionnées grâce à des butées qui permettent de faire coïncider l'axe des vérins et l'axe des éprouvettes. Malgré le soin apporté à l'alignement du montage et de l'éprouvette, un usinage imparfait (par exemple la position et le diamètre des trous de vis) peut générer un léger défaut de parallélisme de la partie utile et des mors. Les éprouvettes sont serrées avec la même couple de serrage comme au DPMM (2.7Nm).

### 6.2.2. Dispositif de thermographie infrarouge

La thermographie infrarouge est une technique permettant de mesurer le champ de température sur la surface d'un corps via son rayonnement. La dépendance du rayonnement d'un corps à sa température et à son émissivité obéit à l'équation :

$$M = \varepsilon_E \sigma_s T^4 \quad (6.17)$$

où  $M$  est l'énergie rayonnée du corps observé,  $\sigma_s \approx 5.67 \cdot 10^8 \text{ W/m}^2 \text{ K}^4$  est la constante de Stefan et  $\varepsilon_E$  est l'émissivité du corps.

Des mesures de température sont réalisées à l'aide de caméras infrarouges Titanium ayant une précision de  $\pm 1^\circ\text{C}$ . Pour l'essai de traction, la caméra utilisée est la Titanium grand format qui est constituée d'un objectif 100mm et d'une matrice de détecteurs infrarouges (640x512 pixels). Pour l'essai de cisaillement, la Titanium petit format est utilisée avec un objectif 50 mm et une fenêtre de détecteurs 320x256 pixels.

Le rayonnement infrarouge issu un corps est converti en signal électrique. Ce signal est intégré sur la surface d'un pixel durant le temps d'intégration et est numérisé en Niveaux Informatiques (NI). Chaque détecteur possède une réponse différente (« non uniformity ») à un signal identique et certains détecteurs peuvent même être défectueux (« bad pixels »). Pour associer une température à ce rayonnement, corriger la non uniformité de la matrice et remplacer d'éventuels pixels défectueux, il faut effectuer un étalonnage de la chaîne de mesure (atmosphère, optique, capteur infrarouge, convertisseur analogique/numérique, ...) avec un corps noir. Pour obtenir la meilleure mesure, il faut réaliser cet étalonnage dans les mêmes conditions que l'essai (temps d'intégration, distance de travail, ...) et dans le même environnement thermique, généralement immédiatement après les essais (Caborgan, 2011). Le LMGC a développé un protocole d'étalonnage pixel à pixel plus performant sur un plan quantitatif que le protocole standard proposé par le constructeur et reposant sur une correction de non uniformité (non uniformity correction (NUC)) et un remplacement des pixels défectueux (bad pixel replacement (BPR)). La méthode d'étalonnage pixel par pixel suppose que les réponses des différents pixels du détecteur ne sont pas couplées.

Un corps noir étendu d'émissivité égale à 0.98 produit par la société CISYSTEMS SR80 est utilisé pour corriger la non uniformité (Figure 6.13). L'opération d'étalonnage consiste à faire

correspondre la température du corps noir observé par la caméra à la distribution des niveaux informatiques délivrés par le numériseur et enregistrés par le système d'acquisition. Un étalonnage de la caméra a été réalisé pour des températures comprises entre 15°C et 45°C pour chaque série d'essais.



**Figure 6.13.** Correction de non uniformité à partir du corps noir.

### 6.2.3. Mesure des champs de déplacement par corrélation d'images numériques

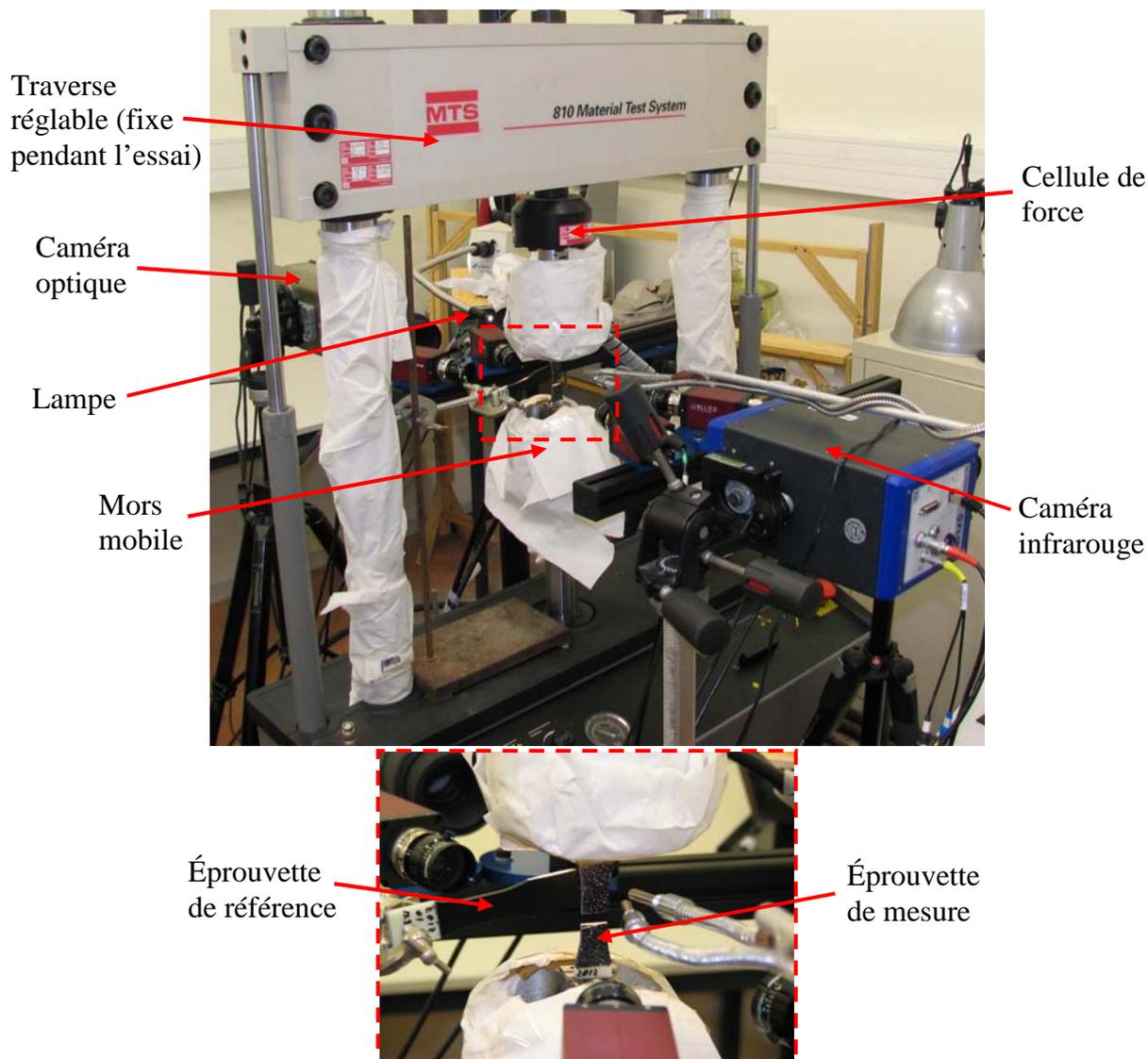
La technique de corrélation d'images numériques est une technique permettant de mesurer un champ de déplacement à partir de la comparaison d'images d'un échantillon prises pour différents états de déformation (Asundi and Chiang, 1982; Bascoul et al., 1993; Brillaud and Lagattu, 2002; Chevalier et al., 2001; Chu et al., 1985; Doumalin and Bornert, 2000; Germaneau et al., 2007; Grédiac, 2004; Wattrisse et al., 2001). Ces images sont découpées en petites zones, uniques du fait de la présence d'un mouchetis naturel ou artificiel sur les éprouvettes. Dans notre cas, il s'agit des projections de peinture blanche déposées sur la peinture noire. On appellera ces zones des fenêtres de corrélation ; elles représentent en fait une signature optique locale des zones matérielles qu'elles recouvrent. La technique repose sur l'hypothèse que la distribution des niveaux de gris d'une fenêtre reste la même (autocorrélation) ou très proche (intercorrélation) dans son état déformé. On peut donc connaître le déplacement d'une fenêtre entre l'état non déformé et l'état déformé grâce à sa distribution de niveaux de gris. Le champ de déplacement obtenu peut être utilisé pour obtenir le champ de déformation par différentiation.

Dans cette étude, les mesures par corrélation d'images numériques seront réalisées avec une caméra optique Phantom V10 équipée d'un objectif Sigma macro 105mm avec ouverture de 16. La dimension de 1280x800 pixels de la fenêtre d'acquisition est choisie pour optimiser la résolution de l'image, la vitesse d'acquisition et la taille d'image, afin d'obtenir un nombre raisonnable de points d'intégration par cycle au cours d'un essai cyclique de 1500 cycles avec une mémoire RAM de 32Go. Des fenêtres de corrélation de 100x100 pixels donnent une précision de 70 $\mu$ m.

### 6.2.4. Dispositif expérimental

Les essais de traction et de cisaillement sont réalisés sur une machine d'essai servo-hydraulique MTS, modèle 810, équipée d'une cellule de force de 25kN. La Figure 6.14 et la Figure 6.15 présentent les dispositifs expérimentaux de cisaillement et de traction respectivement. Les mors de cisaillement sont similaires à ceux décrits dans la première partie. Les distances horizontales entre deux mors en service et les positions des trous sont conservées. Les mors sont modifiés en

diminuant ses épaisseurs et couverts de peinture noire pour éviter un effet de réflexion et l'émission de chaleur des mors (Figure 6.12). Les parties métalliques voisines sont également enveloppées dans du papier.



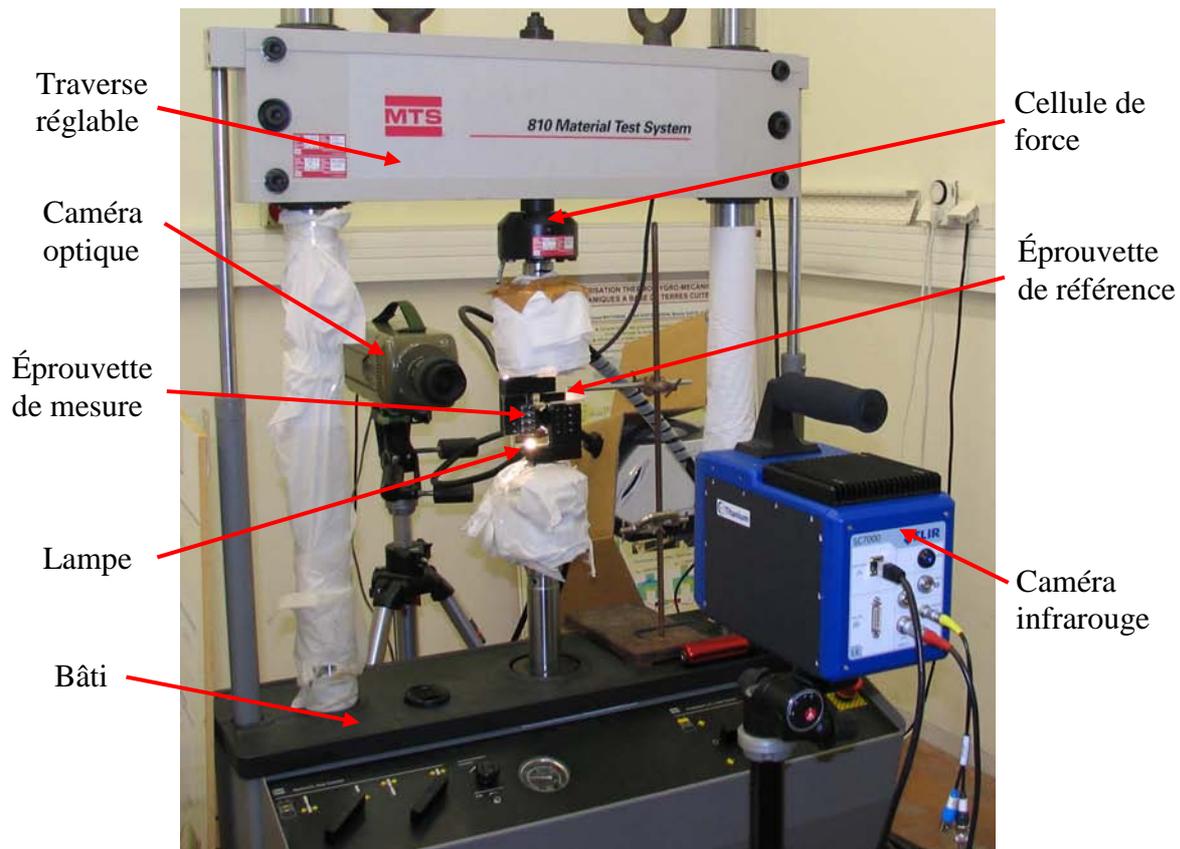
**Figure 6.14.** Dispositif expérimental de traction.

Les données mécaniques relatives aux essais (forces, déplacements du vérin au cours du temps) sont acquises par le système MTS Flex Test®.

Les caméras optique et infrarouge sont disposées face à face afin de mesurer la déformation et la température simultanément. Ce choix d'observer les 2 faces de l'éprouvette implique que l'analyse est faite en supposant l'échantillon comme plan ou, en d'autres termes, que la distribution des processus suivant l'épaisseur est suffisamment régulière pour que les moyennes estimées via les mesures cinématiques et thermiques de surface restent représentative de ce qui se passe suivant l'épaisseur.

Pour éviter un effet de réflexion et l'émission de chaleur des cellules et des vérins hydrauliques sur la mesure infrarouge, ces derniers sont emballés par des papiers blancs. Pour améliorer le contraste optique, l'éprouvette est éclairée par une petite lampe lumineuse afin de ne pas influencer la mesure infrarouge. La mesure simultanée de la température sur la surface d'une

éprouvette de référence, située juste à côté de l'éprouvette sollicitée mécaniquement, permet de compenser la variation de la température ambiante.



**Figure 6.15.** Dispositif expérimental de cisaillement.

Afin de superposer les mesures mécanique et thermique, les deux caméras sont synchronisées en temps et en position. La synchronisation en temps a été développée au LMGC. Pour « synchroniser » en position (i.e recaler les deux repères des images optiques et infrarouge), nous utilisons la méthode de 3 points avec un barreau percé de trous, comme on peut l'observer sur la Figure 6.16.

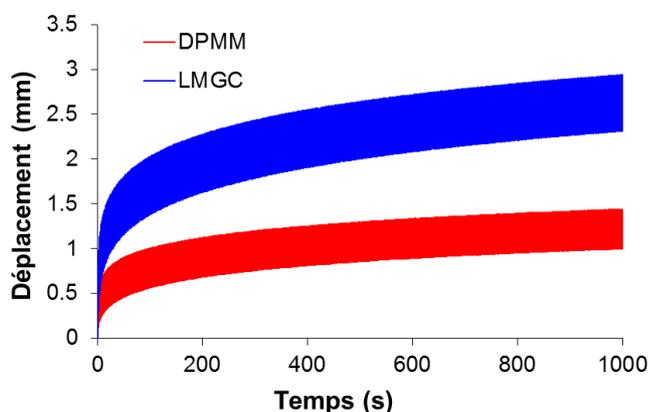
Les champs cinématiques sont transformés géométriquement pour coïncider avec le repère des images infra-rouges. Pour des déplacements contenus dans le champ global de la caméra (fixe), chaque fenêtre de mesure du champ de température peut donc être suivie.



**Figure 6.16.** Mire de recalage en position des images issues des deux caméras.

Une forme d'onde sinusoïdale en charge a été appliquée pour tous les essais. Afin d'obtenir une variation de la température plus conséquente, il faut augmenter la fréquence de sollicitation et le niveau de chargement en comparaison avec ceux des essais mécaniques purs réalisés dans le chapitre 3.

Deux essais de cisaillement sous une même sollicitation sinusoïdale cyclique avec  $F_{\max} = 500 \text{ N}$ ,  $f = 1 \text{ Hz}$  et  $R = 0$  sont néanmoins réalisés à la fois au DPMM et au LMGC pour comparer la rigidité des montages expérimentaux et vérifier l'hypothèse d'isothermie à la fréquence faible posée dans l'étude purement mécanique de la première partie. La Figure 6.17 montre les déplacements du vérin pour deux essais. Sous une même condition de chargement, il est clair que le montage du LMGC est plus souple que celui au DPMM. Le déplacement moyen du vérin après 1000 cycles est de 2.6mm, contre 1.2mm avec le montage du DPMM. L'augmentation maximale de la température après 1000 cycles mesurée au LMGC est  $1.8^{\circ}\text{C}$  (Figure 7.29 dans le chapitre 7). Donc pour toutes les conditions de travail moins sévères de la première partie ( $F_{\max} = 380 \text{ N}$ ,  $f \leq 0.1 \text{ Hz}$ ), l'élévation de température est plus faible. Cela signifie des déformations volumiques d'origine thermique plus faibles et peu de décalage temporel dans l'expression de la réponse viscoélastique.



**Figure 6.17.** Comparaison des déplacements expérimentaux des deux montages pour un essai à  $F_{\max} = 500 \text{ N}$ ,  $f = 1 \text{ Hz}$  et  $R = 0$ .

Pour réaliser les essais thermomécaniques, la procédure est la suivante :

- Préchauffage de la caméra environ quatre heures avant le début des essais.
- Démarrage de la synchronisation.
- Maintien à force quasi-nulle pendant 11s pour détecter un éventuel problème de lancement et pour stabiliser les caméras.
- Mise en œuvre de l'essai cyclique.
- Maintien à force quasi-nulle pendant 11s pour vérifier l'acquisition des signaux.
- Enregistrement des données à la fréquence d'échantillonnage de 10 points par cycle.
- Etalonnage pixel par pixel de la caméra infrarouge.

Nous rappelons que l'essai sera qualifié abusivement de « cisaillement » bien qu'il est en réalité un essai de glissement et non un essai de cisaillement pur.

### 6.3. Reconstruction des sources de chaleur

La température mesurée par la Thermographie Infrarouge permet de déduire, sous certaines conditions, les sources de chaleur via une forme simplifiée de l'équation de la chaleur (Chrysochoos and Louche, 2000). Dans cette partie, nous rappelons les hypothèses principales pour déduire la version 2D de cette équation.

En combinant les premier et second principes de la thermodynamique, l'équation de la chaleur locale permet de connaître l'évolution de la température tout en prenant en compte le couplage entre effets mécaniques et effets thermiques. L'expression de l'équation de diffusion de la chaleur est sous la forme suivante :

$$\rho C \frac{dT}{dt} + \text{div}(\mathbf{J}_q) = r + \frac{dw_s}{dt} \quad (6.18)$$

où  $\rho C \frac{dT}{dt}$  est la puissance calorifique emmagasinée ou libérée par le matériau quand sa température varie de  $dT$  pendant un temps  $dt$ ,  $\text{div}(\mathbf{J}_q)$  est le flux de chaleur (par conduction) dans le milieu,  $r$  est une source possible de chaleur volumique ayant pour origine une cause extérieure (effet joule, rayonnement...),  $w_s$  ( $\text{W/m}^3$ ) est la source induite par le processus de déformation.

Si nous supposons que la conduction de chaleur suit une loi de Fourier isotrope, le vecteur flux de chaleur  $\mathbf{J}_q$  s'écrit sous la forme :

$$\mathbf{J}_q = -k \cdot \text{grad}T \quad (6.19)$$

où  $k$  désigne le coefficient de conductivité thermique que nous supposons constant dans cette étude.

La divergence du flux de chaleur s'écrit donc :

$$\text{div}(\mathbf{J}_q) = -k \cdot \Delta T \quad (6.20)$$

avec  $\Delta T = \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} \right) (T)$ .

Si nous supposons que les sources externes sont constantes au cours de l'essai et que l'éprouvette est à l'équilibre thermique avant sollicitation, alors ces sources externes sont telles que :

$$r = r_0 = -k \cdot \Delta T_0 \quad (6.21)$$

En introduisant  $\theta = T - T_0$  la variation de température par rapport à l'équilibre thermique, nous obtenons l'équation de la chaleur sous la forme :

$$\rho C \frac{d\theta}{dt} - k \cdot \Delta \theta = \frac{dw_s}{dt} \quad (6.22)$$

Compte tenu de la géométrie de l'éprouvette utilisée et comme l'a montré la modélisation de l'essai de retour à l'équilibre en traction, nous considérons que la température varie très faiblement dans l'épaisseur. Donc nous confondrons température moyenne dans l'épaisseur et température de surface. Avec cette hypothèse, l'équation de la chaleur 2D peut s'écrire de la façon suivante :

$$\rho C \left( \frac{d\theta}{dt} + \frac{\theta}{\tau_{th}} - \frac{k}{\rho C} \Delta_{2D} \theta \right) = \frac{dw_s}{dt} \quad (6.23)$$

où  $\tau_{th} = \frac{\rho C e}{2h}$  représente la constante de temps caractéristique des fuites thermiques par convection sur les faces avant et arrière de l'éprouvette, avec  $e$  l'épaisseur de l'éprouvette et  $h$  le coefficient d'échange entre l'éprouvette et l'air ambiant qui est supposé constant au cours de la transformation.  $\Delta_{2D}\theta = \left( \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) (\theta)$  est l'écriture bidimensionnelle du Laplacien. C'est sous cette forme que l'équation de la chaleur est traitée, spatialement et temporellement, pour quantifier les sources de chaleur.

#### 6.4. Identification du coefficient d'échange de chaleur dans un cadre « 0D »

Pour dépouiller expérimentalement la source de chaleur dans un cadre 2D par l'équation (6.22), en dehors des paramètres du matériau identifiés précédents ( $\rho$ ,  $C_p$  et  $k$ ), il faut identifier la constante de temps caractéristique des fuites thermiques  $\tau_{th}$ , ce qui permet de déduire aussi le coefficient d'échange de chaleur. Cette constante est déterminée à partir du même essai de retour à l'équilibre thermique que décrit précédemment, dans la partie d'identification inverse de  $h$  par un modèle thermo-viscoélastique 3D.

Durant le refroidissement, les sources sont nulles et l'équation de la chaleur devient :

$$\rho C \left( \frac{d\theta}{dt} + \frac{\theta}{\tau_{th}} - \frac{k}{\rho C} \Delta_{2D}\theta \right) = 0 \quad (6.24)$$

En définissant une constante de temps de retour à l'équilibre thermique  $\tau_{eq}$  telle que

$$\frac{\theta}{\tau_{eq}} = \frac{\theta}{\tau_{th}} - \frac{k}{\rho C} \Delta_{2D}\theta, \text{ nous avons :}$$

$$\rho C \left( \frac{d\theta}{dt} + \frac{\theta}{\tau_{eq}} \right) = 0 \quad (6.25)$$

Pour tous les essais réalisés, l'augmentation de la température est inférieure à 10°C, l'augmentation de la capacité calorifique du PEHD étudié est donc faible (moins de 92J/kg.°C). Pour diminuer le temps et la complexité de dépouillement du champ de température et des sources de chaleur, nous supposons la capacité calorifique constante et égale à 1600J/kg.°C. Donc, la constante  $\tau_{eq}$  ne dépend pas de la température.

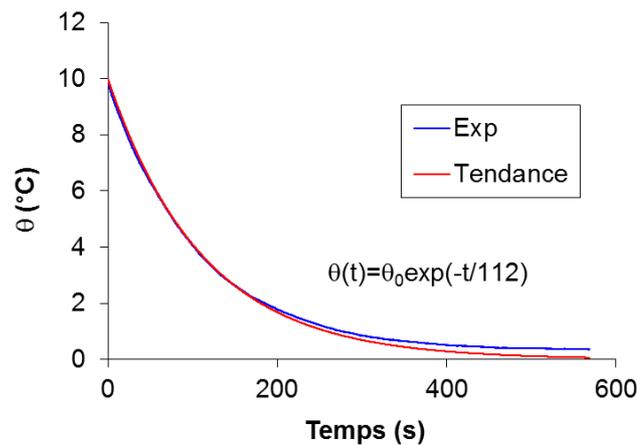
La solution analytique de l'équation (6.25) est obtenue à partir de l'évolution de la température mesurée lors du retour à l'équilibre thermique :

$$\theta(t) = \theta_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau_{eq}}\right) \quad (6.26)$$

où  $\theta_0$  est la température à l'instant où débute le retour à l'équilibre. La Figure 6.18 présente la courbe exponentielle de retour à l'équilibre thermique qui donne  $\tau_{eq} = 112s$ .

Pour établir les bilans d'énergie mises en jeu dans les essais de traction et cisaillement, l'équation (6.23) est utilisée. Elle ne fait plus intervenir  $\tau_{eq}$  mais  $\tau_{th}$ . Pour déterminer cette constante  $\tau_{th}$  à partir de  $\tau_{eq}$ , nous travaillons avec la version « 0D » de l'équation de diffusion.

Dans ce cas, le terme de l'expression de  $\frac{\theta}{\tau_{eq}} = \frac{\theta}{\tau_{th}} - \frac{k}{\rho C} \Delta_{2D} \theta$  peut être négligé et  $\tau_{eq}$  devient égal à  $\tau_{th}$ . Ceci suppose que la solution en température puisse être approximée par sa première composante dans la base propre de l'opérateur Laplacien. Pour que cette version soit valable, il faut que les sources soient homogènes, que le matériau diffuse bien, que la condition initiale soit uniforme, les fuites symétriques et linéaires par rapport aux axes (de symétries) de la zone utile de l'échantillon (Berthaud et al., 1995; Louche, 1999). Bien que les observations expérimentales montrent que la condition initiale de l'essai n'est pas uniforme, nous confondrons  $\tau_{eq}$  et  $\tau_{th}$  dans cette étude. Les discussions des fortes hypothèses de la version « 0D » et ses influences sur la détermination de  $\tau_{th}$  (ou  $h$ ) seront présentées dans la partie de confrontation du modèle thermoviscoelastique dans le chapitre 9.



**Figure 6.18.** Courbe exponentielle de retour à l'équilibre thermique.

Le coefficient  $h$  identifié à partir de  $\tau_{th}$  sur la gamme de travail ( $25^0\text{C} - 35^0\text{C}$ ) est du même ordre que celui identifié par modélisation par éléments finis.

$$h = \frac{950 \cdot 1600 \cdot 0.002}{2 \cdot 112} \approx 13.57 \quad (\text{W/m}^2 \cdot ^\circ\text{C}) \quad (6.27)$$

Ce coefficient d'échange de chaleur sera utilisée pour déterminer la source de chaleur  $dw_s/dt$  dans un cadre 2D avec l'équation (6.23) via la constante  $\tau_{th} = 112\text{s}$ .

# CHAPITRE 7

## RESULTATS EXPERIMENTAUX

Dans le chapitre 3, nous avons présenté le comportement du PEHD d'un point de vue purement mécanique. Pour aborder le comportement thermomécanique et compléter cette première analyse, nous présentons dans ce chapitre une étude calorimétrique. Cette étude est réalisée en coopération avec le LMG. L'analyse des champs de déformation et de température va permettre d'appréhender l'interaction thermomécanique et les énergies mises en jeu au cours du cyclage. Afin d'étudier les mécanismes thermomécaniques qui peuvent se développer et se cumuler au cours d'un essai cyclique, des essais de traction et de cisaillement sont réalisés à différents rapports de charge. Sous sollicitation de cisaillement, une famille d'essai avec l'effet de rochet ( $R = 0$ ) et une famille d'essai sans l'effet de rochet ( $R = -1$ ) sont dépouillées et analysées.

L'étude s'appuie sur des champs de déplacement et de déformation qui sont mesurés par la méthode de DIC avec l'aide d'une caméra optique (Opt), et des champs de température et de puissance de chaleur cartographiés avec une caméra infrarouge (IR). Pour les conditions opératoires choisies, sur le montage en cisaillement 1 pixel correspond à 0.07mm pour les images optiques et à 0.287mm pour les images infrarouges. Pour le montage en traction, 1 pixel correspond à 0.078mm pour les images optiques et à 0.1152mm pour les images infrarouges. Les images optiques sont transformées par symétrie pour les ramener dans le même repère optique que les images infra-rouge, comme si les deux champs étaient mesurés sur la même face. Ceci suppose qu'ils soient homogènes dans l'épaisseur de l'éprouvette.

### 7.1. Comportement cyclique en traction

Dans cette partie, les évolutions des déplacements et des déformations, l'auto-échauffement au cours du cyclage et les bilans d'énergie en traction sont présentés. Ces résultats concernent l'essai cyclique à  $F_{\max} = 630\text{N}$  (correspond à  $\sigma_{\max} = 22.5\text{MPa}$ ),  $f = 1\text{Hz}$  et  $R = 0$  avec un signal de force sinusoïdal.

Au cours de l'essai, l'extrémité supérieure de l'éprouvette est maintenue fixe tandis que l'extrémité inférieure est soumise à un déplacement vertical avec le sens positif vers le bas. La Figure 7.1 présente la position de la zone d'étude des déplacements et de la température.

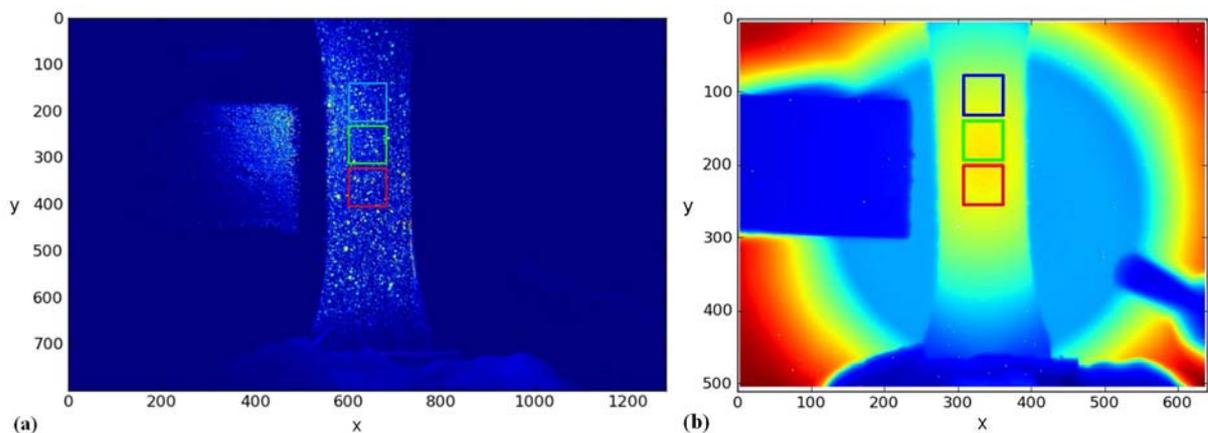


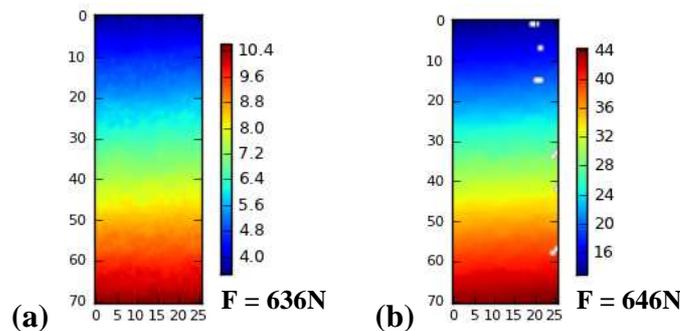
Figure 7.1. Position de la zone d'étude (a) des déformations et (b) de la température en traction.

Les champs de déplacement et de température sont mesurés sur une *zone de mesure* de  $13.65 \times 31.2 \text{ mm}^2$  dans la partie utile de l'éprouvette. Toutes les cartographies des résultats sont représentées sur une *zone d'étude* de  $9.75 \times 27.3 \text{ mm}^2$  avec l'échelle des axes en pixel/pas de calcul (ici le pas de calcul est égale à 5). L'évolution des grandeurs est analysée par sa valeur moyenne sur des petites fenêtres de  $6 \times 6 \text{ mm}^2$  à différentes positions comme montrées sur cette Figure 7.1.

Les représentations (déplacement, déformation, température,...) sont ramenées dans la configuration d'origine (image de l'éprouvette non déformé), dont on note X la direction transversale et Y la longitudinale (ou verticale) comme notifié sur la Figure 7.1.

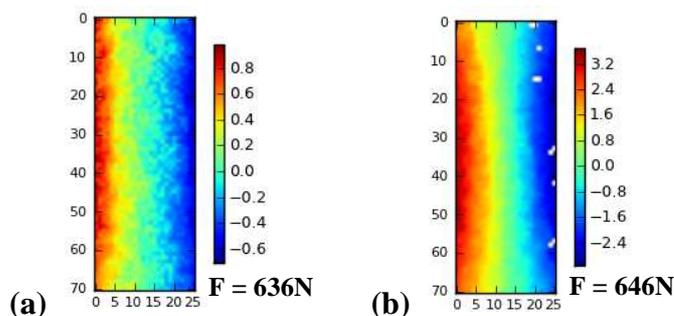
### 7.1.1. Evolution du déplacement

La Figure 7.2 présente la cartographie des déplacements longitudinaux (en pixels) dans le sens Y aux points de force maximale des 1<sup>er</sup> et 500<sup>ème</sup> cycles. Ces déplacements sont constants le long d'un axe oblique qui correspond à un angle d'approximativement  $3^\circ$  par rapport à l'axe vertical qui reste très faible. Cela signifie que l'éprouvette et la caméra Opt sont bien alignées avec le montage, les axes machines et caméra sont parallèles. Des pixels blancs observés sur des cartographies cinématiques à grand nombre de cycles viennent de la dé-corrélation des points de suivre dans la mesure de DIC.



**Figure 7.2.** Cartographie des déplacements longitudinaux (pixels) du (a) 1<sup>er</sup> cycle et (b) 500<sup>ème</sup> cycle aux points de force maximale de l'essai de traction à  $F_{\max} = 630 \text{ N}$ ,  $f = 1 \text{ Hz}$  et  $R = 0$ .

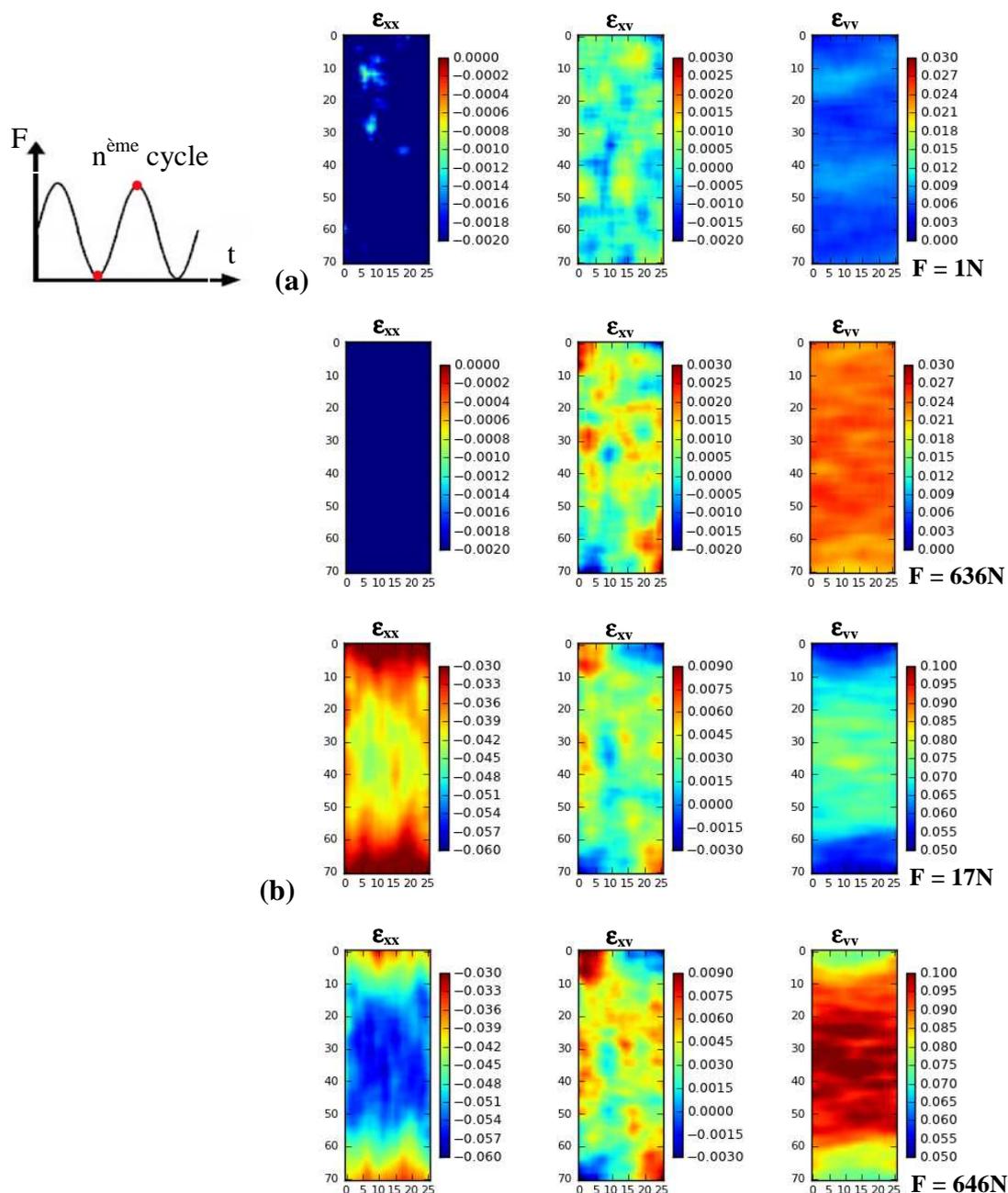
La Figure 7.3 présente des cartographies du déplacement transverse (en pixels) dans le sens X aux points de force maximale des 1<sup>er</sup> et 500<sup>ème</sup> cycles. Il y a un gradient du déplacement le long d'un axe vertical, des déplacements transverses sont plus importants à mi-hauteur et sont l'expression de l'effet de Poisson (signe opposé sur chaque côté de l'éprouvette). Ces gradients deviennent plus grands quand le nombre de cycles augmente. Cela crée une striction au milieu de l'éprouvette comme souvent observé sur un essai de traction classique.



**Figure 7.3.** Cartographie des déplacements transverses (pixels) du (a) 1<sup>er</sup> cycle et (b) 500<sup>ème</sup> cycle aux points de force maximale de l'essai de traction à  $F_{\max} = 630 \text{ N}$ ,  $f = 1 \text{ Hz}$  et  $R = 0$ .

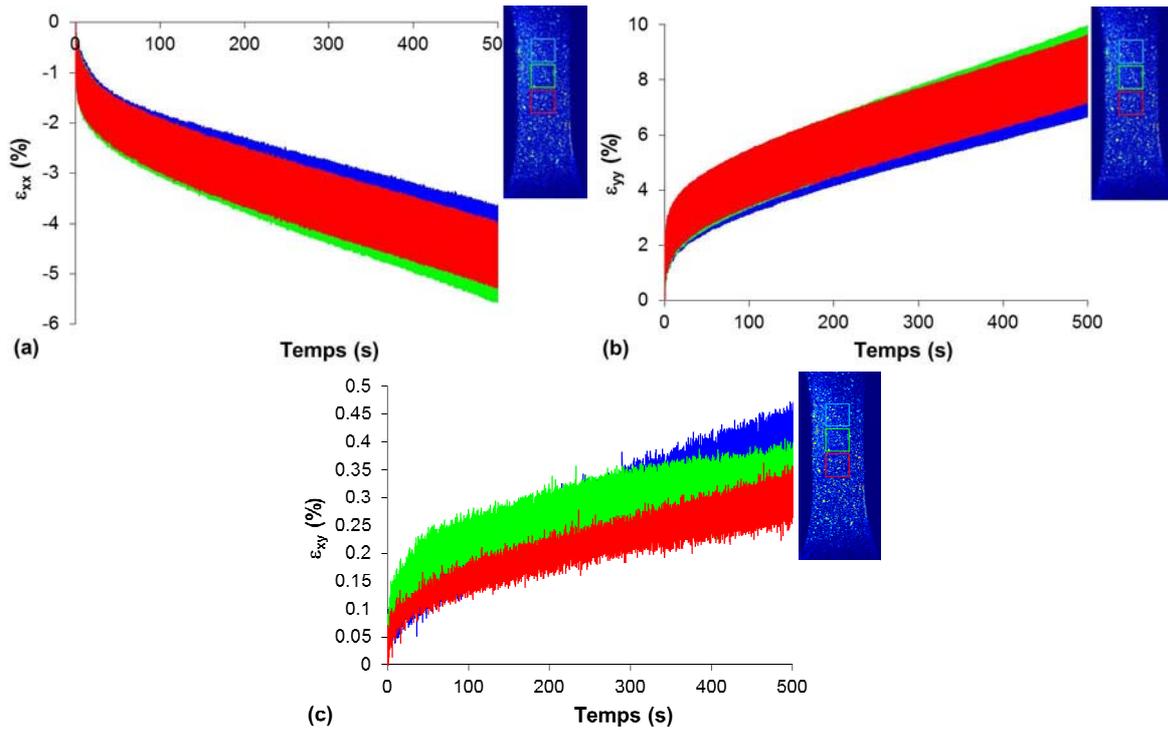
### 7.1.2. Evolution de la déformation

La Figure 7.4 présente des cartographies des déformations transverse  $\epsilon_{xx}$ , longitudinale  $\epsilon_{yy}$  et de cisaillement  $\epsilon_{xy}$  aux points de force minimale et maximale des 1<sup>er</sup> et 500<sup>ème</sup> cycles. Les déformations de cisaillement sont faibles (une décade de moins) par rapport aux autres composantes des déformations. L'éprouvette subit une elongation dans le sens Y qui n'est pas parfaitement homogène, les variations observées sont supérieures à la précision de la mesure de champ et augmentent avec le nombre de cycles. Dans le sens X transversal, on retrouve l'effet de Poisson : la déformation est de 0.4 fois la déformation longitudinale. Au 500<sup>ème</sup> cycle une localisation des déformations transverse et longitudinale est constatée.



**Figure 7.4.** Cartographies des déformations aux points de force minimale (en haut) et maximale (en bas) du (a) 1<sup>er</sup> cycle et (b) 500<sup>ème</sup> cycle de l'essai de traction à  $F_{max} = 630N$ ,  $f = 1Hz$  et  $R = 0$ .

La Figure 7.5 présente l'évolution de ces déformations à différentes positions dans la zone d'étude (carrés de couleurs) au cours des cycles, La déformation  $\epsilon_{xy}$  reste assez faible puisque sa valeur absolue est nettement inférieure à 0.5%. On retrouve bien l'observation des cartographies précédentes : les déformations  $\epsilon_{xx}$  et  $\epsilon_{yy}$  sont légèrement plus importantes au centre de l'éprouvette (carré vert). Les évolutions de chaque déformation aux différents points ne sont pas vraiment similaires et confirment la remarque précédente d'une légère hétérogénéité dans le champ des déformations. Il est à noter que l'amplitude de la déformation ( $\epsilon_{\max} - \epsilon_{\min}$ ) dans cette zone d'intérêt est de plus en plus importante. Ce résultat est cohérent avec la variation du champ de température, comme discuté dans la partie suivante.



**Figure 7.5.** Evolution de la déformation (a) transverse, (b) longitudinale et (c) de cisaillement de l'essai de traction à  $F_{\max} = 630\text{N}$ ,  $f = 1\text{Hz}$  et  $R = 0$ .

Pour observer plus clairement les étendues cycliques de la déformation, le diagramme de chaque courbe est présenté dans l'annexe.

En supposant que la contrainte normale  $\sigma_{zz}$  est nulle dans toute l'épaisseur (condition de cinématique de plaque de faible épaisseur), et que nous restons dans un régime thermo'élastique' linéaire alors :

$$\sigma_{zz} = 0 = \frac{E}{1+\nu} \left[ \epsilon_{zz} + \frac{\nu}{1-2\nu} (\epsilon_{xx} + \epsilon_{yy} + \epsilon_{zz}) \right] \quad (7.1)$$

où  $\epsilon_{xx}$ ,  $\epsilon_{yy}$ ,  $\epsilon_{zz}$  sont des déformations transverse, longitudinale et en épaisseur. E est le module d'Young,  $\nu$  est le coefficient de Poisson. Donc :

$$\left( 1 + \frac{\nu}{1-2\nu} \right) \epsilon_{zz} = - \frac{\nu}{1-2\nu} (\epsilon_{xx} + \epsilon_{yy}) \quad (7.2)$$

$$\epsilon_{zz} = - \frac{\nu}{1-\nu} (\epsilon_{xx} + \epsilon_{yy})$$

Alors :

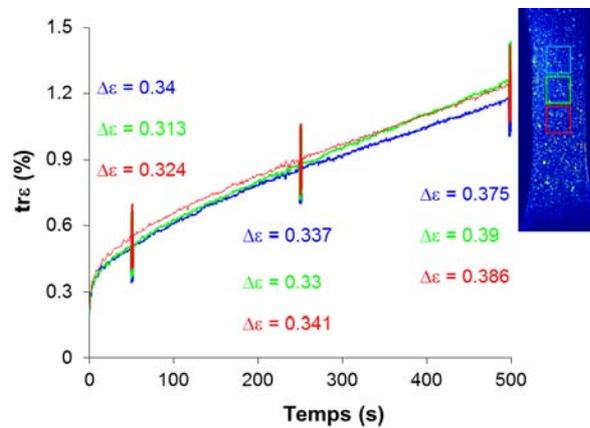
$$\text{tr}\varepsilon = \varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy} + \varepsilon_{zz} = \frac{1-2\nu}{1-\nu} (\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy}) \quad (7.3)$$

En supposant un coefficient de Poisson de 0.4, nous pouvons estimer la déformation volumique par la trace du tenseur de déformation qui s'exprime comme suit :

$$\text{tr}\varepsilon = 0.33 (\varepsilon_{xx} + \varepsilon_{yy}) \quad (7.4)$$

où  $\varepsilon_{xx}$  et  $\varepsilon_{yy}$  sont issus de la mesure de champ cinématique. La déformation volumique est calculée à partir des composantes moyennées sur la zone.

La Figure 7.6 présente l'évolution de la trace de la déformation totale dans la même zone que celle sur laquelle sont effectués des déformations transverse et longitudinale, l'incrément de la température et le bilan d'énergie. Il est clair que la déformation volumique et son amplitude ( $\Delta\varepsilon = \varepsilon_{\max} - \varepsilon_{\min}$ ) augmentent avec le temps sur toute la partie utile.



**Figure 7.6.** Evolution de la trace de déformation de l'essai de traction à  $F_{\max} = 630\text{N}$ ,  $f = 1\text{Hz}$  et  $R = 0$ .

En appliquant l'hypothèse de la plaque, à partir des composantes de déformation  $\varepsilon_{xx}$ ,  $\varepsilon_{yy}$  et  $\varepsilon_{xy}$  issues de la mesure de champ cinématique et en supposant un coefficient de Poisson de 0.4, nous pouvons déduire la composante  $\varepsilon_{zz}$  suivant l'équation (7.2) et les valeurs équivalentes de Von Mises de la contrainte et de la déformation comme suit :

$$\varepsilon_{eq} = \sqrt{2\varepsilon_{12} + 2\varepsilon_{12} \left( \frac{1}{3} \text{tr}\varepsilon - \varepsilon_{33} \right) + \varepsilon_{11}^2 + \varepsilon_{22}^2 + \varepsilon_{33}^2 - \frac{1}{3} (\text{tr}\varepsilon)^2} \quad (7.5)$$

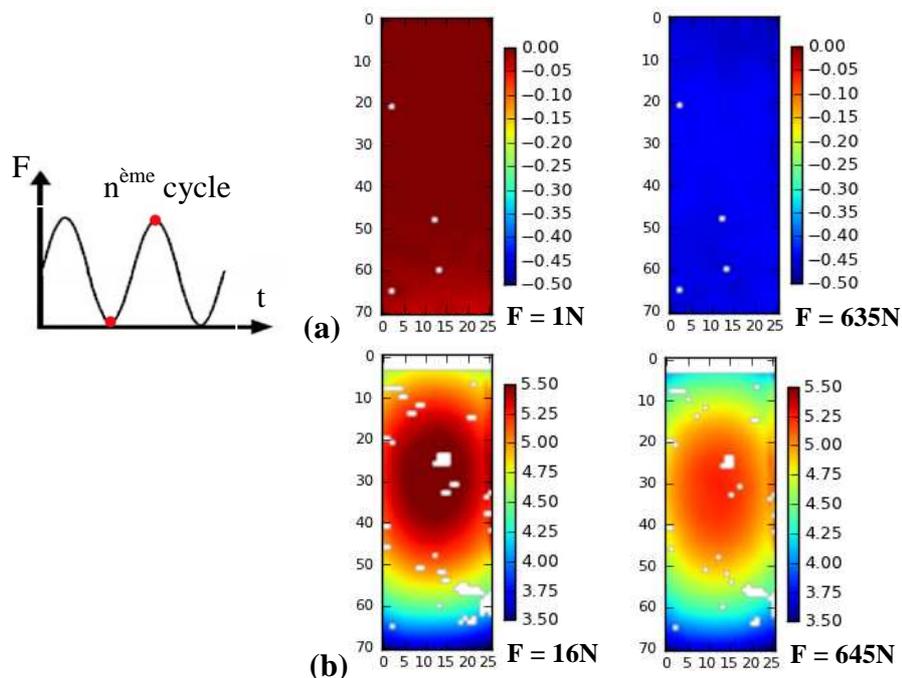
$$\begin{aligned} \text{en traction} & \quad \sigma_{eq} = \sigma_{11} \\ \text{en cisaillement} & \quad \sigma_{eq} = \sigma_{12} \sqrt{3} \end{aligned} \quad (7.6)$$

### 7.1.3. Evolution de la température

La Figure 7.7 présente les cartographies de l'incrément de la température aux points de force minimale et maximale des 1<sup>er</sup> et 500<sup>ème</sup> cycles. L'incrément est calculé par la différence de la température au point considéré et la température initiale en ce même point. Sur le 1<sup>er</sup> cycle, l'incrément de la température est homogène dans la zone d'étude. Toute l'éprouvette refroidit en charge.

De même façon sur des cartographies cinématiques, la dé-corrélation des points de suivre dans la mesure de DIC génère des pixels blancs sur des cartographies de la température et de la puissance de source de chaleur à grand nombre de cycles. La température des points physiques est suivie par le déplacement de ces points et la puissance de la source est exploitée à partir du gradient de la température sur la surface de l'éprouvette.

Le champ de température est le résultat de la diffusion de la chaleur interne produite (dissipation et couplage) et de l'échange avec l'ambiante à tous les cycles précédents. Après 500 cycles, la forme du champ de température a changé par rapport au 1<sup>er</sup> cycle : il y a une « concentration » de la température au centre de l'éprouvette. En supposant que les conditions d'échange avec l'extérieur n'évoluent pas au cours du cyclage, le changement de forme du champ ne peut pas être expliqué par le couplage thermoélastique seul. D'une part, la mise en place des fuites change l'homogénéité du champ de température, d'autre part le cumul de la source dissipative devient majoritaire, en lien avec la concentration des déformations transverse et longitudinale dans la zone centrale. La contribution de la source de couplage thermoélastique produite par la déformation volumique est de moins en moins importante. La faible conductivité de la chaleur du polymère accompagnant une concentration de l'énergie dissipative au centre de l'éprouvette génère une localisation de cette source, sans propagation dans le reste de l'échantillon.

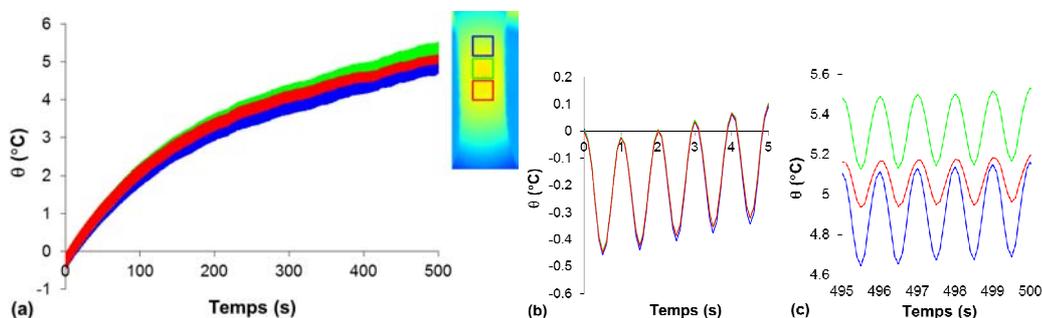


**Figure 7.7.** Cartographies de l'incrément de la température (°C) aux points de force minimale (à gauche) et maximale (à droite) du (a) 1<sup>er</sup> cycle et (b) 500<sup>ème</sup> cycle de l'essai de traction à  $F_{\max} = 630\text{N}$ ,  $f = 1\text{Hz}$  et  $R = 0$ .

La Figure 7.8(a) présente l'évolution de l'incrément de la température à différentes positions. Nous observons qu'à travers la longueur de l'éprouvette, l'incrément de la température au centre est plus important. Les cinétiques d'évolution de la température sont similaires en tous les points d'observation. La température augmente rapidement pendant les 100 premières secondes de l'essai. Ensuite, son évolution ralentit mais reste croissante.

Les oscillations de la température sont en opposition de phase avec le chargement cyclique. Au cours des premiers cycles, la source de couplage thermoélastique génère une augmentation ou une diminution de la température qui dépend du sens de sollicitation (traction ou compression). Sur la Figure 7.8(b), il est clairement visible que pendant les premiers cycles, l'éprouvette subit

un refroidissement en charge et un échauffement en décharge ce qui est cohérent avec le chargement qui induit une dilatation de la matière en charge et une compaction en décharge, comme montré ultérieurement sur la Figure 7.12. Cette oscillation s'opère autour d'une valeur moyenne qui croît dès le troisième cycle. L'évolution est similaire en chaque point et d'une amplitude de l'ordre de grandeur de  $0.45^{\circ}\text{C}$ .

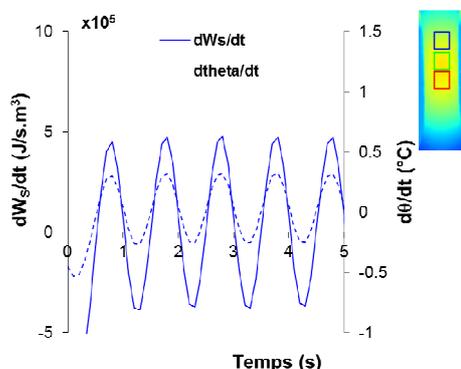


**Figure 7.8.** Evolution de la température (a) au cours de 500 cycles, (b) au début et (c) à long temps de l'essai de traction à  $F_{\max} = 630\text{N}$ ,  $f = 1\text{Hz}$  et  $R = 0$ .

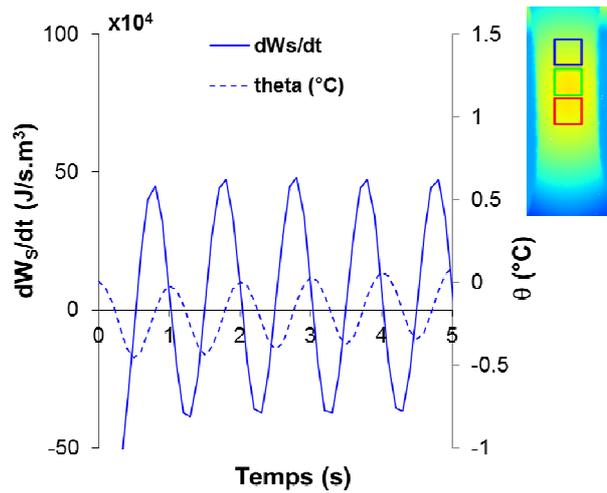
La Figure 7.8(c) présente les 5 derniers cycles (496 à 500). L'évolution de la température est très proche de la stabilisation (l'incrément par cycle est faible). On observe toujours la fluctuation thermoélastique mais elle n'a pas la même amplitude aux différents points d'étude comme sur les premiers cycles (Figure 7.8(b)). Sur la partie supérieure (carré bleu) on retrouve une amplitude identique à ce qui a été observé sur les 5 premiers cycles. En revanche, sur la partie basse de l'éprouvette 'carré rouge' l'amplitude est deux fois moindre et la zone centrale présente une amplitude des oscillations intermédiaire. Un gradient dans le cycle de dilatance-compactance s'est installé, signe d'une modification conséquente des champs de déformation au 500<sup>ème</sup> cycle.

#### 7.1.4. Evolution de la source de chaleur

La puissance de chaleur générée  $dW_s/dt$  identifiée est presque en phase avec la vitesse de l'incrément de la température  $d\theta/dt$  (Figure 7.9). Sous sollicitation sinusoïdale, la puissance est en avance de phase de l'ordre de  $\pi/2$  par rapport à l'incrément de la température. La Figure 7.10 donne un exemple du déphasage entre la puissance de chaleur générée et l'incrément de la température au point situé sur la partie haute du milieu de l'éprouvette (carré bleu). Ce retard a un lien avec les constantes de temps de fuite. Ce résultat sera également discuté avec les simulations numériques au chapitre 9.

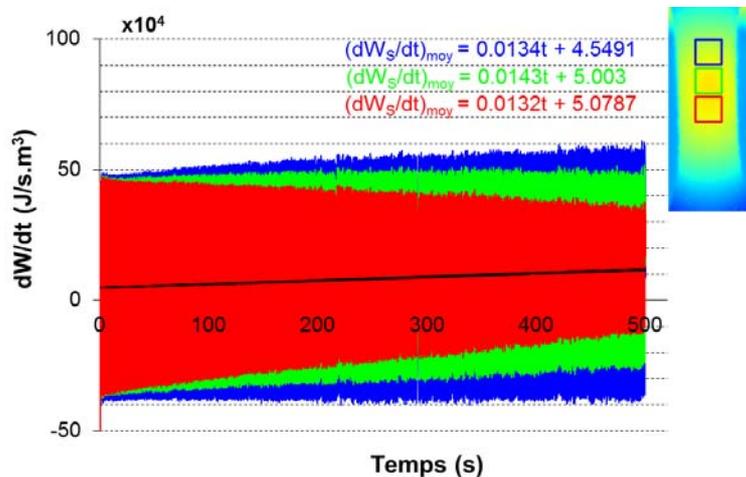


**Figure 7.9.** Exemple des phases de la puissance de chaleur générée  $dW_s/dt$  et de la vitesse de l'incrément de la température  $d\theta/dt$  de l'essai de traction à  $F_{\max} = 630\text{N}$ ,  $f = 1\text{Hz}$  et  $R = 0$ .



**Figure 7.10.** Exemple du déphasage entre la puissance de chaleur générée et l'incrément de la température de l'essai de traction à  $F_{\max} = 630\text{N}$ ,  $f = 1\text{Hz}$  et  $R = 0$ .

La Figure 7.11 présente la puissance de chaleur totale  $\frac{dw_s}{dt}$  à différentes positions dans la zone d'étude. Cette puissance peut être décomposé en deux parties, une puissance moyenne  $\left(\frac{dw_s}{dt}\right)_{\text{moyenne}}$ , et une puissance fluctuante autour de cette moyenne que l'on associe au couplage thermoélastique  $\frac{dw_s}{dt} - \left(\frac{dw_s}{dt}\right)_{\text{moyenne}}$ . La moyenne est calculée sur chaque cycle et la valeur est associée au temps moyen du cycle.

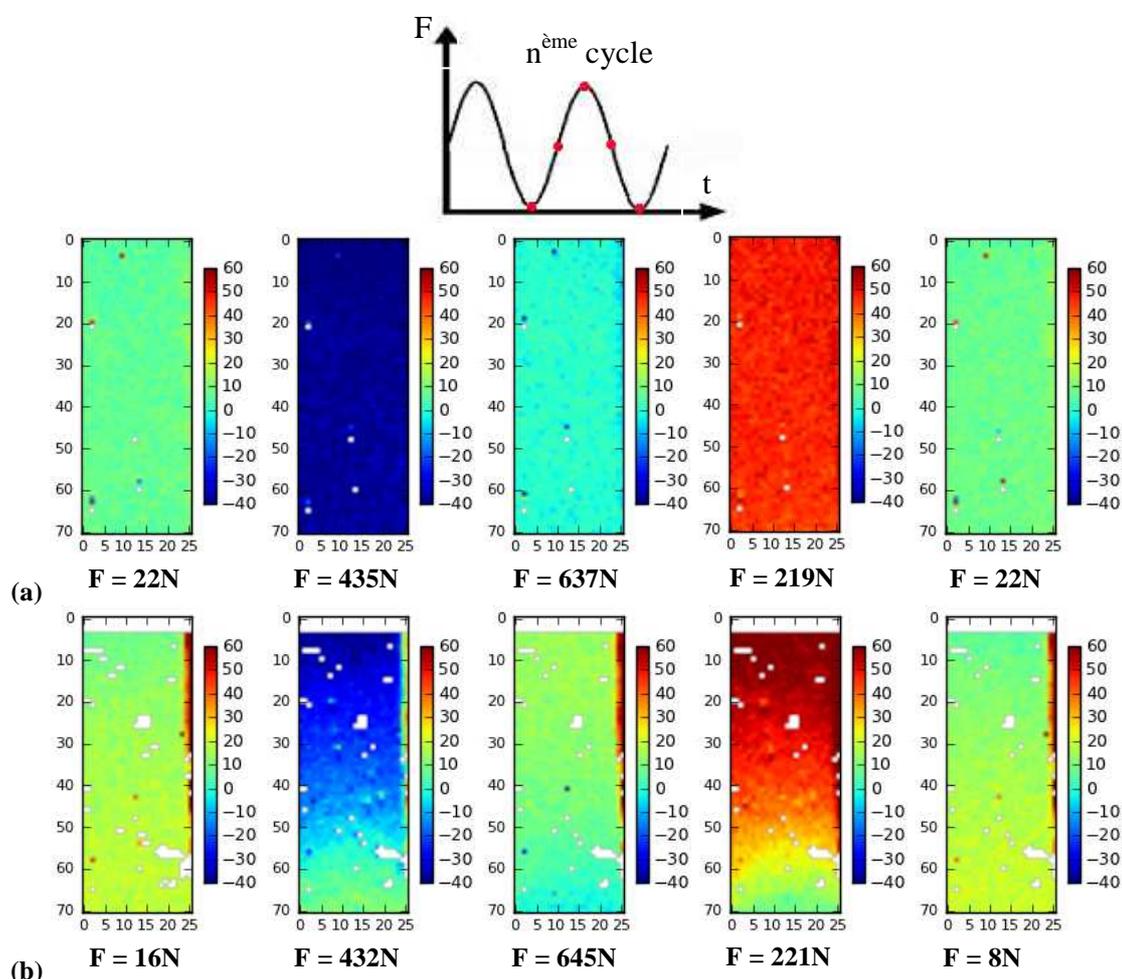


**Figure 7.11.** Evolution de la puissance de la source de chaleur de l'essai de traction à  $F_{\max} = 630\text{N}$ ,  $f = 1\text{Hz}$  et  $R = 0$ .

Il faut souligner que la superposition de courbes oscillantes, représentées avec un grand nombre de points, peut induire des artefacts graphiques et fausser l'interprétation des évolutions et des maxima. Sur toutes les courbes de ce type, il a été vérifié que de tels artefacts n'existaient pas, c'est-à-dire que les maxima relevés sur les courbes représentées seules sont les mêmes que ceux qui peuvent être lus sur les courbes superposées. Sur toute la zone d'étude, la puissance moyenne est de l'ordre de  $5 \times 10^4 \text{W/m}^3$ . Elle croit très légèrement avec les cycles comme le prouvent les interpolations linéaires temporelles des valeurs de puissance tracées sur la Figure et dont les équations figurent en insert. On retrouve l'effet d'hétérogénéisation du champ dans cet

essai : l'amplitude de la puissance de la source croît sur la partie supérieure, décroît sur la partie inférieure et reste 'presque stable' sur la partie centrale.

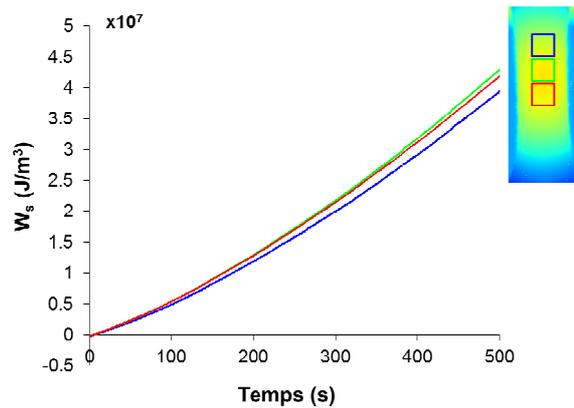
La Figure 7.12 présente les cartographies de la puissance thermique des 1<sup>er</sup> et 500<sup>ème</sup> cycles. Nous retrouvons l'évolution de la source générée par le couplage thermoélastique *sur un cycle* : l'évolution de la source couplage thermoélastique est du « premier ordre » comparativement à celle de la source dissipative (i.e. l'étendue de la source thermoélastique sur un cycle est environs 10 fois plus grande que l'intensité moyenne de la dissipation sur ce même cycle). Sur un cycle, l'évolution de la puissance thermique peut donc être approximée par celle de la puissance générée par le couplage. Sous une sollicitation sinusoïdale, aux points de force minimale et maximale, la vitesse de la déformation volumique  $d\epsilon/dt$  est quasi nulle. La puissance totale est alors quasi nulle. En revanche, aux points de force moyenne, la vitesse de déformation volumique  $d\epsilon/dt$  est maximale, et la puissance atteinte supérieure. Le refroidissement et l'échauffement au centre de l'éprouvette (la partie supérieure dans la zone de présentation) correspondent au sens de sollicitation.



**Figure 7.12.** Cartographies de la puissance ( $\times 10^4 \text{ W/m}^3$ ) du (a) 1<sup>er</sup> cycle et (b) 500<sup>ème</sup> cycle de l'essai de traction à  $F_{\text{max}} = 630\text{N}$ ,  $f = 1\text{Hz}$  et  $R = 0$ .

La Figure 7.13 présente l'évolution de l'énergie de la source de chaleur  $w_s$  à différentes positions. Comme la puissance moyenne augmente linéairement avec le temps sur des observations précédentes, il est clair que l'énergie de chaleur intégrée (l'énergie thermoélastique cumulée sur un cycle restant très faible) évolue paraboliquement avec le temps. L'écart entre les valeurs de l'énergie à différentes positions est plus visible avec l'augmentation du temps.

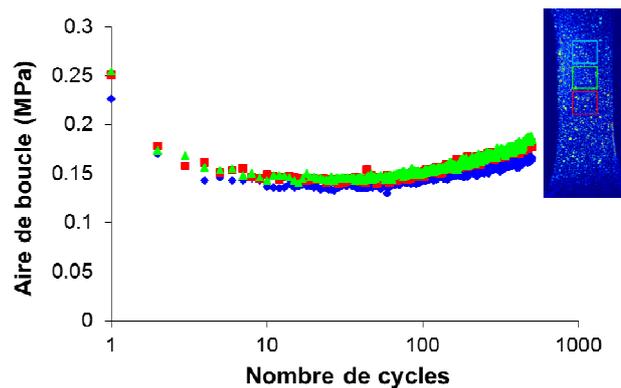
L'évolution de la source est corrélée à la partie volumique de la déformation totale montrée sur la Figure 7.6.



**Figure 7.13.** Evolution de l'énergie de la source de chaleur de l'essai de traction à  $F_{\max} = 630\text{N}$ ,  $f = 1\text{Hz}$  et  $R = 0$ .

### 7.1.5. Evolution de la boucle

Nous considérons l'évolution de la boucle dans la partie utile de l'éprouvette sur la Figure 7.14. Les courbes de déformation en fonction du nombre de cycles aux différents points sont très similaires. Une forte diminution de l'aire de la boucle s'opère au cours des 6 premiers cycles. Ensuite, la vitesse de fermeture de la boucle chute jusqu'à environ 40 cycles pour s'annuler. Toutefois après une centaine de cycle on retrouve l'hétérogénéité dans la réponse : sur la partie supérieure, l'aire de boucle augmente plus légèrement que celles sur la partie basse et centrale de la zone d'étude. Cela peut être expliqué par l'augmentation de la température ce qui génère une diminution de la rigidité du matériau par une modification de la réponse visqueuse. Ce constat est différent de celui effectué avec le comportement mécanique étudié dans le chapitre 3 où il y a une stabilisation plus marquée de l'aire de boucle. Cette augmentation est à corrélérer avec la légère croissance de la puissance moyenne.



**Figure 7.14.** Evolution de la boucle dans la partie utile de l'éprouvette de l'essai de traction à  $F_{\max} = 630\text{N}$ ,  $f = 1\text{Hz}$  et  $R = 0$ .

## 7.2. Comportement cyclique en cisaillement à $R = 0$

Cette partie présente le même type d'analyse, mais sur un essai de cisaillement à  $R = 0$ ,  $F_{\max} = 500\text{N}$ ,  $f = 1\text{Hz}$  avec un signal de force sinusoïdal. Ce chargement est équivalent avec celui de l'essai de traction au sens de la contrainte équivalente de Von Mises.

La Figure 7.15 et la Figure 7.16 présentent la position de la zone d'étude des déplacements et de la température respectivement. Pour cette présentation, l'extrémité à gauche de l'éprouvette est maintenue fixe tandis que l'extrémité à droite est soumise à une force verticale avec le sens positif vers le bas. Des champs de déplacement et de température sont mesurés sur une *zone de mesure* de  $14.5 \times 19.9 \text{ mm}^2$  au milieu de l'éprouvette (rectangle noir sur ces Figures). Toutes les cartographies des résultats sont représentées sur une *zone d'étude* plus petite de  $9.2 \times 13.5 \text{ mm}^2$  (rectangle rouge sur ces Figures) avec l'échelle des axes en pixels correspondant à ceux sur l'image infrarouge ( $32 \times 47$  pixels). L'évolution des grandeurs est analysée par sa valeur moyenne sur des petites fenêtres de  $3 \times 3 \text{ mm}^2$  à différentes positions, comme montré sur ces Figures. La partie au milieu de l'éprouvette où la contrainte et la déformation de cisaillement sont homogènes est nommée la *partie d'intérêt*. Les coins de la zone d'étude sont numérotés de 1 à 4.

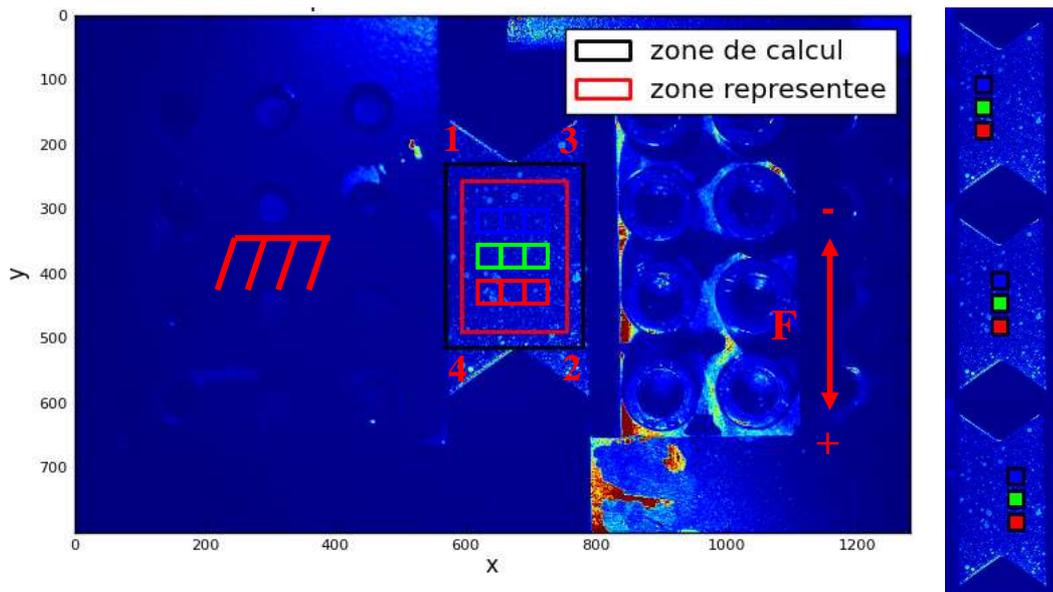


Figure 7.15. Position de la zone d'étude des déformations.

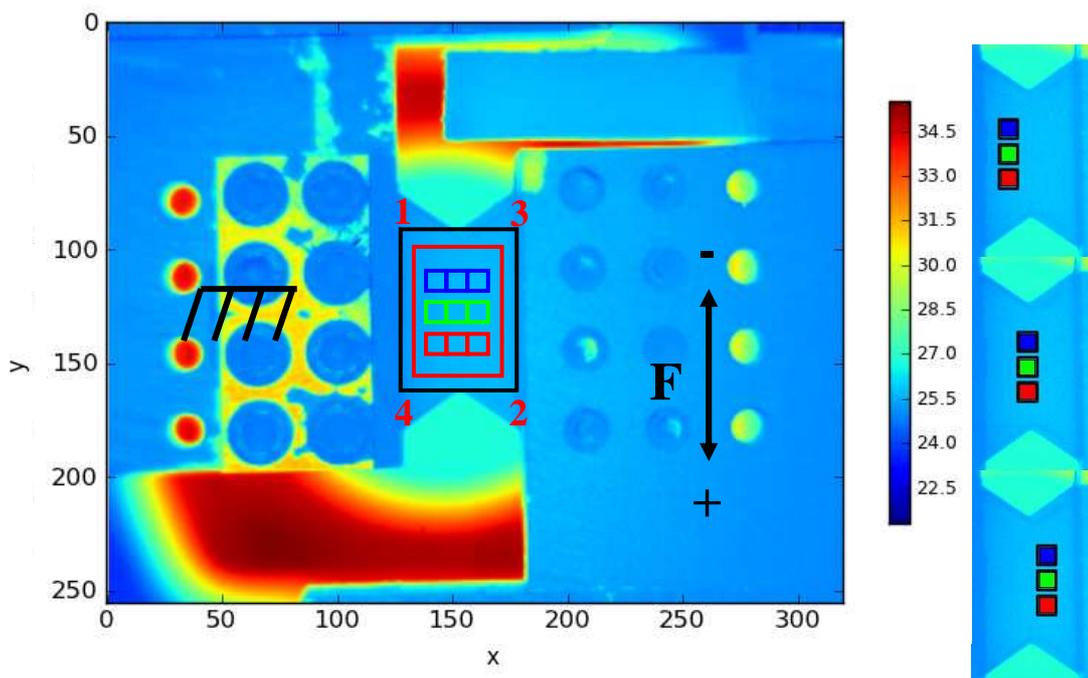
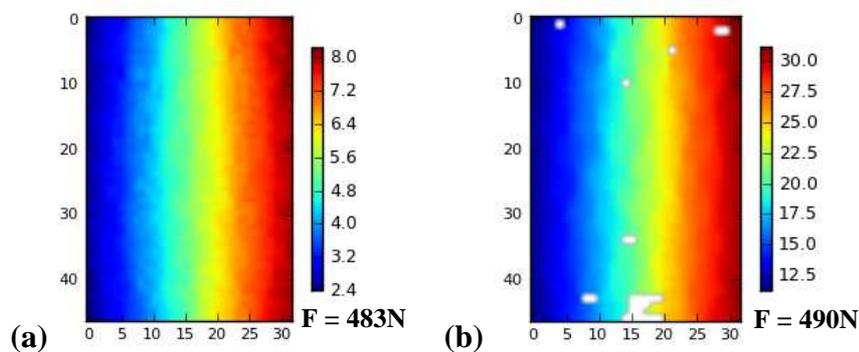


Figure 7.16. Position de la zone d'étude de la température.

De la même façon qu'en traction, les représentations (déplacement, déformation, température,...) sont ramenées dans la configuration d'origine (image de l'éprouvette non déformée), dont on note X la direction transversale (reliant les deux mors), Y la direction longitudinale (ou verticale) comme notifié sur les Figure 7.15 et Figure 7.16.

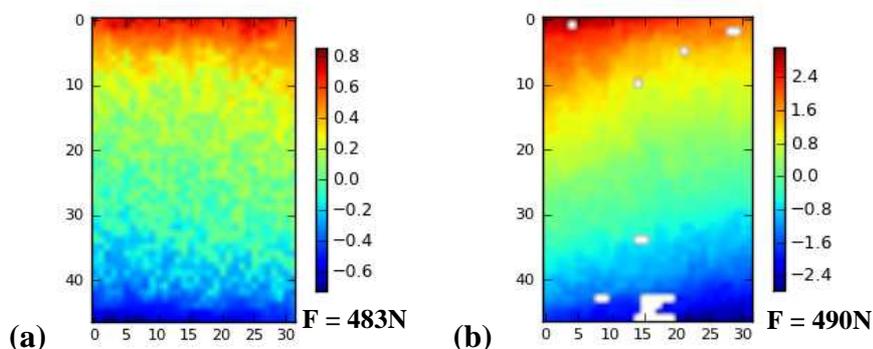
### 7.2.1. Evolution du déplacement

La Figure 7.17 présente la cartographie des déplacements longitudinaux (en pixels) dans le sens Y aux points de force maximale des 1<sup>er</sup> et 1000<sup>ème</sup> cycles. Sur le 1<sup>er</sup> cycle, l'éprouvette suit une cinématique de glissement parallèlement avec l'axe vertical. Cela signifie que l'éprouvette et la caméra Opt sont bien alignées avec le montage, les axes machines et caméra sont parallèles. On observe une très légère inclinaison de la direction de glissement, qui évolue très peu tout au long du cyclage (de l'ordre du degré au 1000<sup>ème</sup> cycle). Seule son amplitude (écart entre le bord droit et le gauche) augmente d'une manière importante (de 5.6 à 17.5). Cela est causé par le déplacement transverse induit comme montré immédiatement.



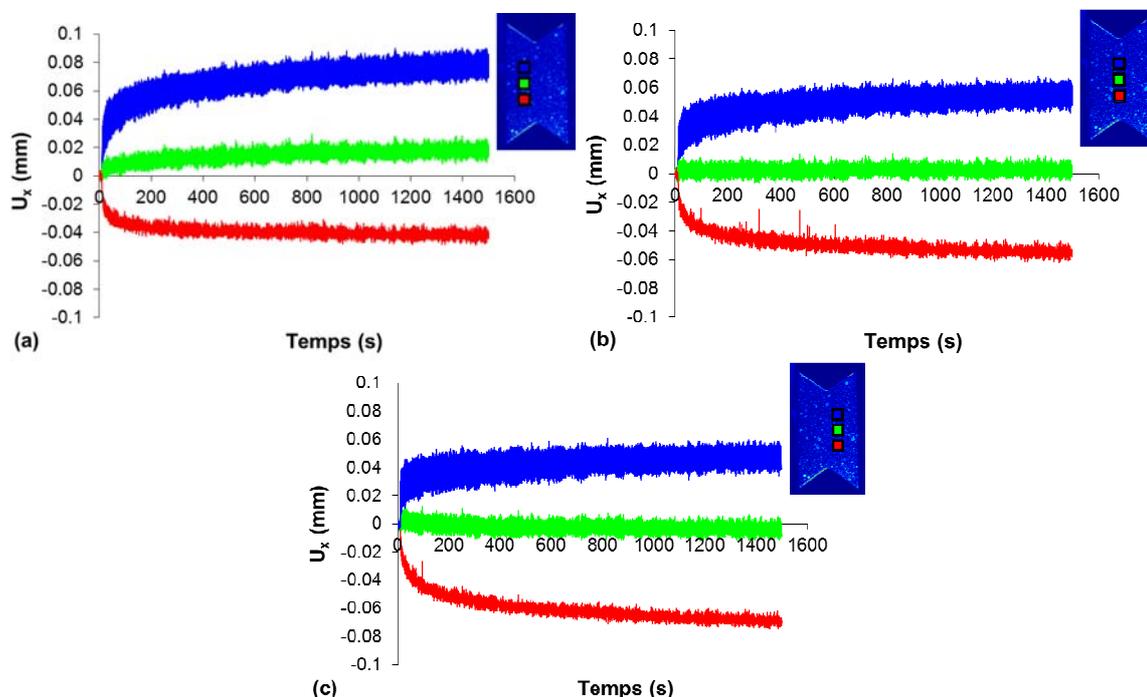
**Figure 7.17.** Cartographie des déplacements longitudinaux (pixels) du (a) 1<sup>er</sup> cycle et (b) 1000<sup>ème</sup> cycle aux points de force maximale de l'essai de cisaillement à  $F_{\max} = 500\text{N}$ ,  $f = 1\text{Hz}$  et  $R = 0$ .

La Figure 7.18 présente des cartographies du déplacement transverse (en pixels) dans le sens X aux points de force maximale des 1<sup>er</sup> et 1000<sup>ème</sup> cycles. Sur le 1<sup>er</sup> cycle, les déplacements transverses sont constants le long d'un axe oblique qui correspond à un écart de 8 pixels entre les bords à gauche et à droite. Sur le 1000<sup>ème</sup> cycle, cet écart est de -10 pixels ce qui montrerait au premier abord que la répartition du déplacement transversal a significativement évolué (18 pixels). Toutefois, nous constatons sur la Figure 7.17(b) que le bord de droite descend de 17.5 pixels par rapport à celui de gauche. Si l'on se plaçait dans l'état déformé, la direction de déplacement transverse est quasi constante après 1000 cycles.



**Figure 7.18.** Cartographie des déplacements transverses (pixels) du (a) 1<sup>er</sup> cycle et (b) 1000<sup>ème</sup> cycle aux points de force maximale de l'essai de cisaillement à  $F_{\max} = 500\text{N}$ ,  $f = 1\text{Hz}$  et  $R = 0$ .

La Figure 7.19 complète l'image ci-dessus et présente l'évolution du déplacement transverse aux différentes positions schématisées par les petits carrés en conservant le code couleur. Les zones hautes et basses de l'éprouvette (points bleus et rouges) sont soumises à un déplacement plus important que la partie centrale (vert). Ce gradient correspond au dégradé de couleur vertical de la Figure 7.18.



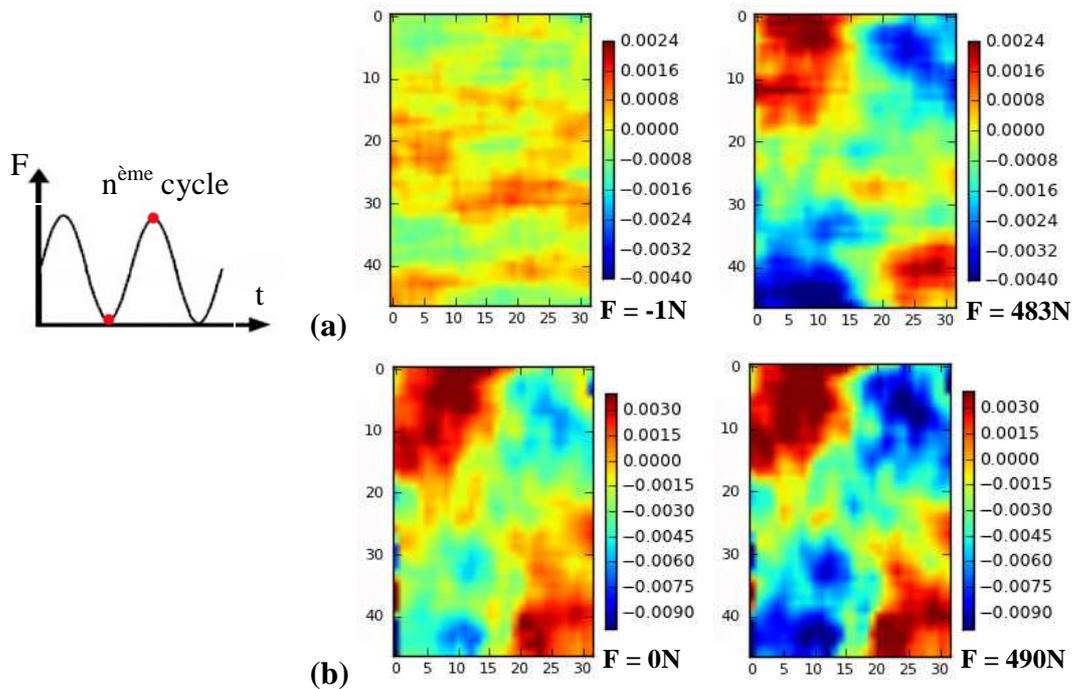
**Figure 7.19.** Evolution du déplacement transverse (a) à gauche, (b) au milieu et (c) à droite de la zone d'étude de l'essai de cisaillement à  $F_{\max} = 500\text{N}$ ,  $f = 1\text{Hz}$  et  $R = 0$ .

## 7.2.2. Evolution de la déformation

### 7.2.2.1. Déformation longitudinale $\varepsilon_{yy}$

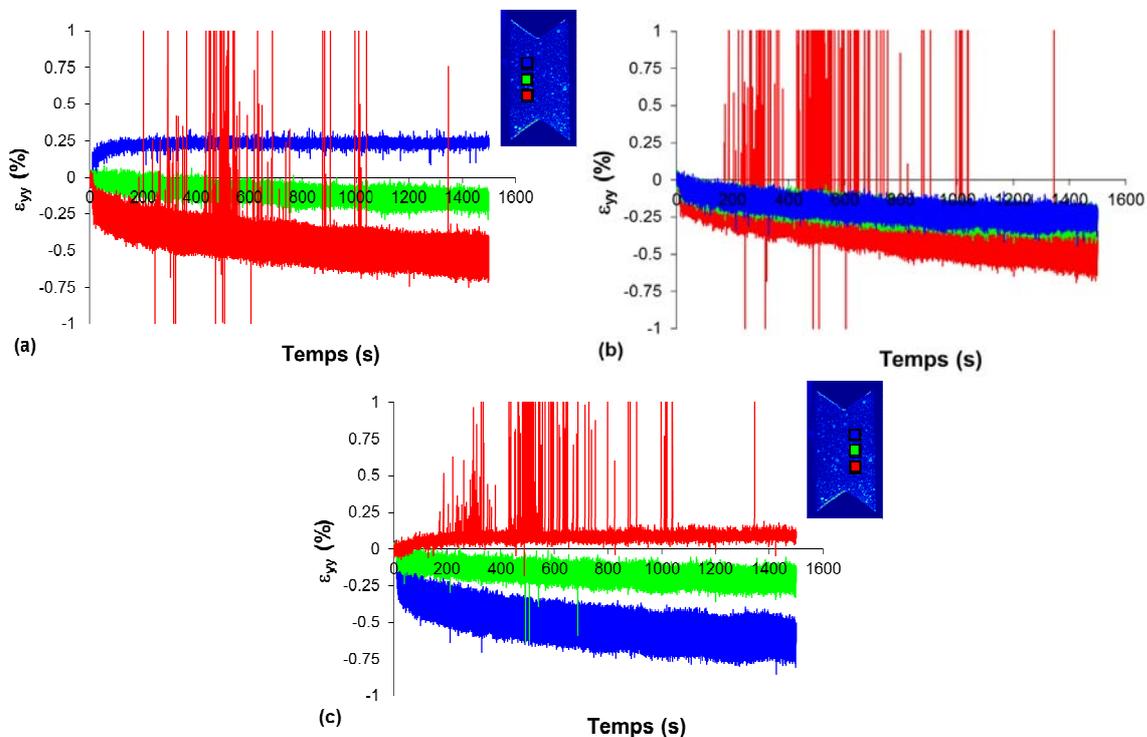
La Figure 7.20 présente des cartographies de la déformation longitudinale  $\varepsilon_{yy}$  aux points de force minimale et maximale des 1<sup>er</sup> et 1000<sup>ème</sup> cycles. Des gradients de la déformation  $\varepsilon_{yy}$  sont clairement observés. En cisaillement XY, l'éprouvette est en traction dans la direction reliant les points 1 & 2 (Figure 7.15) et compressée selon la direction reliant les points 3 & 4. Cet état se traduit par des concentrations de la déformation  $\varepsilon_{yy}$  aux coins de la zone d'intérêt de l'éprouvette, comme montré sur les cartographies de la Figure 7.20.

La Figure 7.21 présente l'évolution de cette déformation à différentes positions dans la zone d'étude (carrés de couleurs) au cours des cycles. La déformation  $\varepsilon_{yy}$  reste assez faible puisque sa valeur absolue est nettement inférieure à 1%. On retrouve bien l'observation des cartographies précédentes, les déformations  $\varepsilon_{yy}$  sont bien positives aux coins 1 (le point bleu à gauche) et 2 (le point rouge à droite) et négatives aux coins 3 (le point rouge à gauche) et 4 (le point bleu à droite). Toute la partie d'intérêt au centre de l'éprouvette est légèrement compressée (Figure 7.21(b)). Il est à noter que l'amplitude de la déformation longitudinale ( $\varepsilon_{yy\max} - \varepsilon_{yy\min}$ ) dans cette zone d'intérêt est de plus en plus importante au cours du cyclage. Ce résultat est cohérent avec la variation du champ de température comme discutée dans la partie suivante.



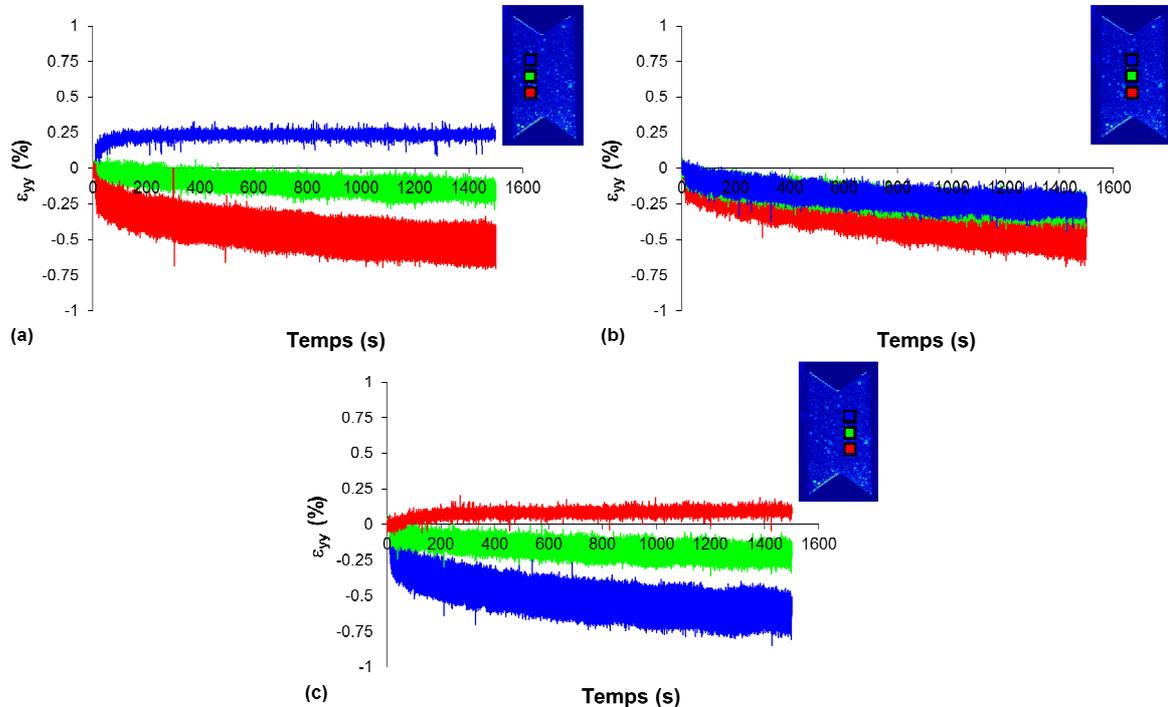
**Figure 7.20.** Cartographies de la déformation longitudinale aux points de force minimale (à gauche) et maximale (à droite) du (a) 1<sup>er</sup> cycle et (b) 1000<sup>ème</sup> cycle de l'essai de cisaillement à  $F_{\text{max}} = 500\text{N}$ ,  $f = 1\text{Hz}$  et  $R = 0$ .

Dans la zone d'étude, l'effet de rochet sur la déformation  $\epsilon_{yy}$  est observé en tous points. La déformation moyenne  $\epsilon_{yy\text{moy}} = (\epsilon_{yy\text{max}} + \epsilon_{yy\text{min}}) / 2$  augmente avec le temps. Une stabilisation de la déformation  $\epsilon_{yy}$  apparaît aux coins 1 et 2 dans les zones de traction.



**Figure 7.21.** Evolution de la déformation longitudinale (sans traitement) (a) à gauche, (b) au milieu et (c) à droite de la zone d'étude de l'essai de cisaillement à  $F_{\text{max}} = 500\text{N}$ ,  $f = 1\text{Hz}$  et  $R = 0$ .

Les graphes apparaissent inhabituellement bruités. Pour une meilleure lisibilité, les données sont traitées pour supprimer les points aberrants. Si la valeur absolue de la différence entre les deux signaux successifs (par exemple  $|\varepsilon_{i+1} - \varepsilon_i|$ ) est supérieure à une valeur critique choisie  $\Delta_c$  (de 50% de l'amplitude moyenne du signal au cours du cyclage), deux signaux sont égales à celui ayant la valeur absolue plus faible. La Figure 7.22 présente des courbes traitées.

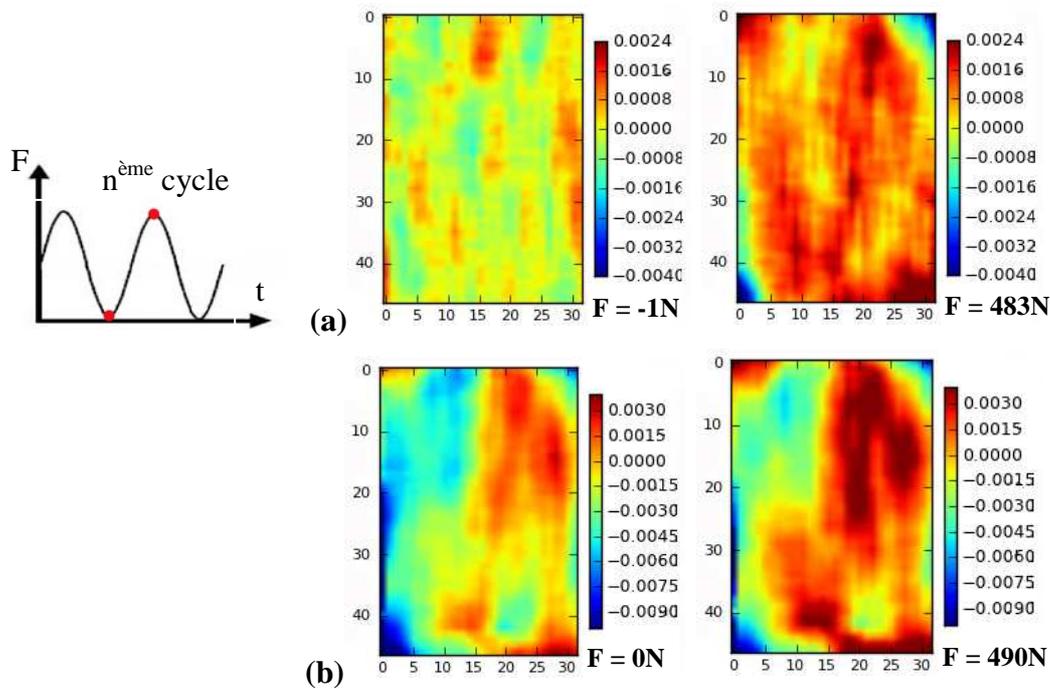


**Figure 7.22.** Evolution de la déformation longitudinale (traitée) (a) à gauche, (b) au milieu et (c) à droite de la zone d'étude de l'essai de cisaillement à  $F_{\max} = 500\text{N}$ ,  $f = 1\text{Hz}$  et  $R = 0$ .

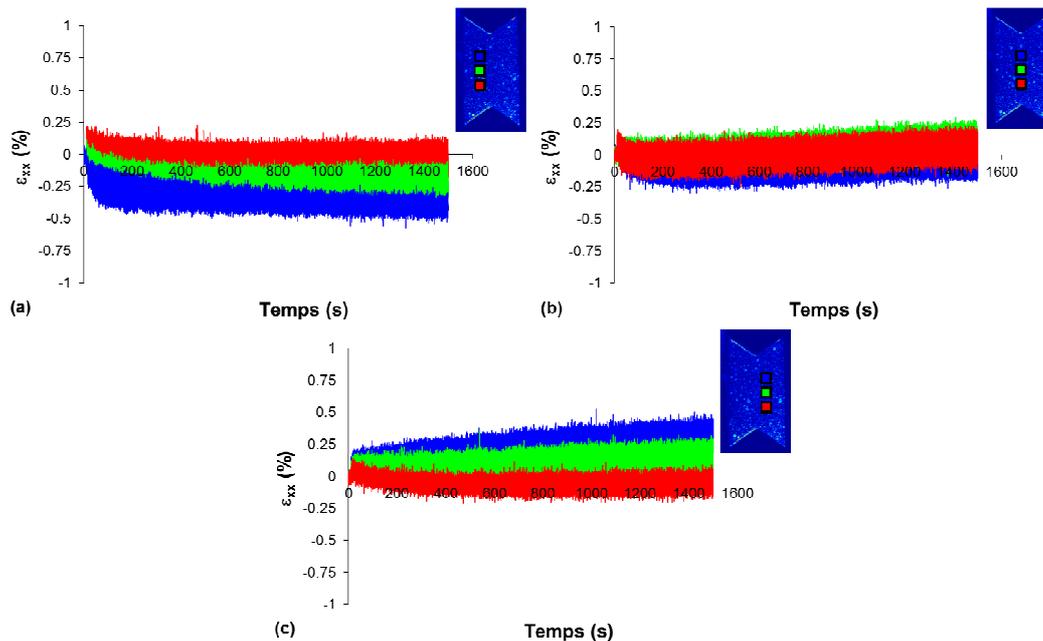
#### 7.2.2.2. Déformation transverse $\varepsilon_{xx}$

La Figure 7.23 présente les cartographies de déformation transverse  $\varepsilon_{xx}$ , toujours aux points de force minimale et maximale des 1<sup>er</sup> et 1000<sup>ème</sup> cycles. Dans la zone d'étude, nous observons une déformation  $\varepsilon_{xx}$  quasi-homogène et non nulle.

La Figure 7.24 présente l'évolution de la déformation transverse à différentes positions. Nous observons une déformation  $\varepsilon_{xx}$  très faible, sa valeur absolue est moins de 0.5% dans la zone d'étude. Il y a une légère fluctuation de cette déformation autour de la valeur zéro dans la partie d'intérêt. La partie haute de l'éprouvette subit une déformation transverse plus importante que la partie basse. L'effet de rochet est aussi observé sur la déformation  $\varepsilon_{xx}$ .



**Figure 7.23.** Cartographies de déformation transverse aux points de force minimale (à gauche) et maximale (à droite) du (a) 1<sup>er</sup> cycle et (b) 1000<sup>ème</sup> cycle de l'essai de cisaillement à  $F_{\text{max}} = 500N$ ,  $f = 1Hz$  et  $R = 0$ .

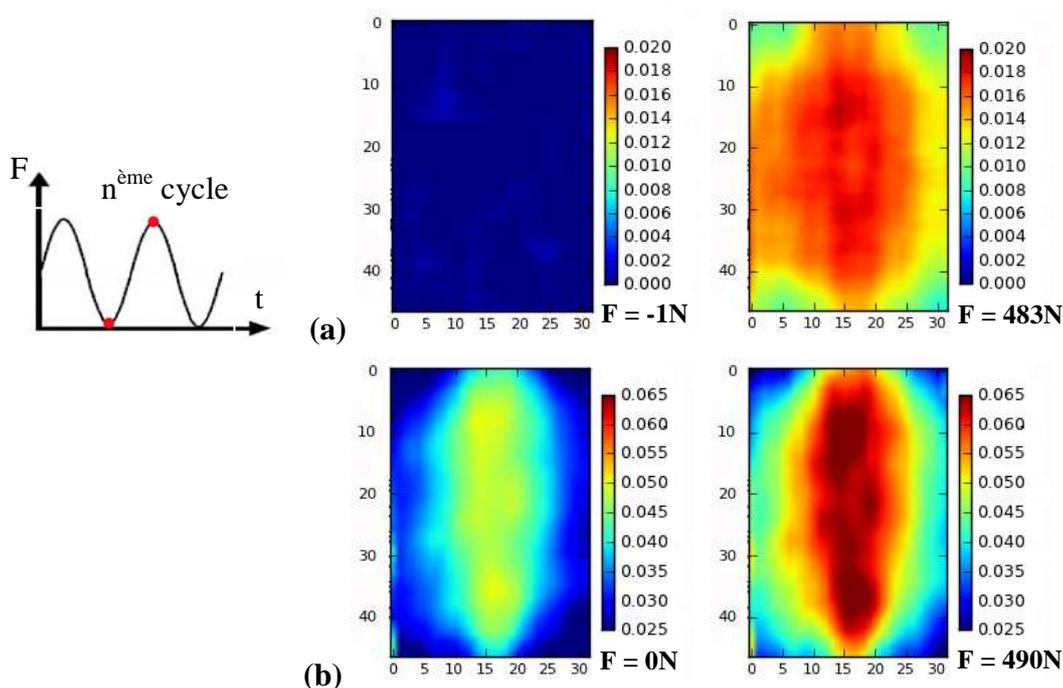


**Figure 7.24.** Evolution de la déformation transverse (a) à gauche, (b) au milieu et (c) à droite de la zone d'étude de l'essai de cisaillement à  $F_{\text{max}} = 500N$ ,  $f = 1Hz$  et  $R = 0$ .

### 7.2.2.3. Déformation de cisaillement $\epsilon_{xy}$

La Figure 7.25 présente les cartographies de déformation de cisaillement  $\epsilon_{xy}$  aux points de force minimale et maximale des 1<sup>er</sup> et 1000<sup>ème</sup> cycles. Nous observons une concentration de déformation  $\epsilon_{xy}$  au milieu de l'éprouvette. Dans cette zone, limitée en largeur (environ 3mm, c'est-à-dire environ 10 pixels sur les cartographies de la Figure), les déformations  $\epsilon_{xy}$  sont

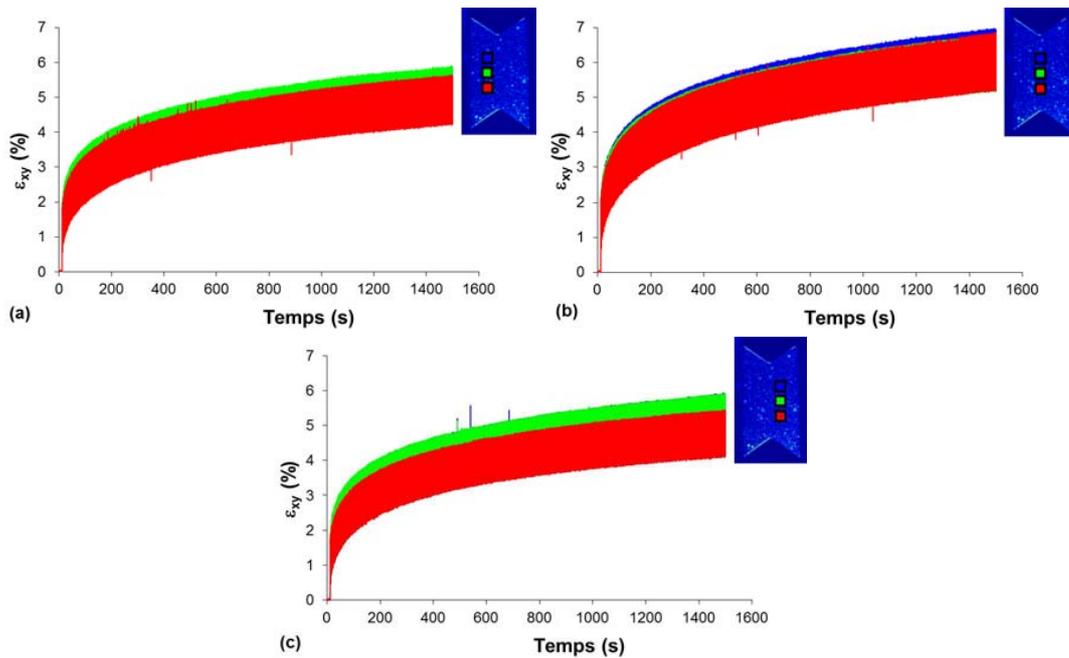
quasi-homogènes sur toute la hauteur du ligament reliant les entailles. Les valeurs maximale et minimale de la déformation  $\varepsilon_{xy}$  sur cette zone sont environ de 0.02 et de 0.014.



**Figure 7.25.** Cartographies de déformation de cisaillement aux points de force minimale (à gauche) et maximale (à droite) du (a) 1<sup>er</sup> cycle et (b) 1000<sup>ème</sup> cycle de l'essai de cisaillement à  $F_{\max} = 500\text{N}$ ,  $f = 1\text{Hz}$  et  $R = 0$ .

La Figure 7.26 présente l'évolution de la déformation de cisaillement aux différentes positions dans la zone d'étude. Des courbes très similaires sont obtenues : la déformation moyenne  $\varepsilon_{xymoy} = (\varepsilon_{xy\max} + \varepsilon_{xy\min})/2$  augmente rapidement au début, puis la cinétique de l'évolution de cette déformation ralentit et se stabilise. Cela est le résultat de l'effet de rochet sous une sollicitation à contrainte moyenne non nulle.

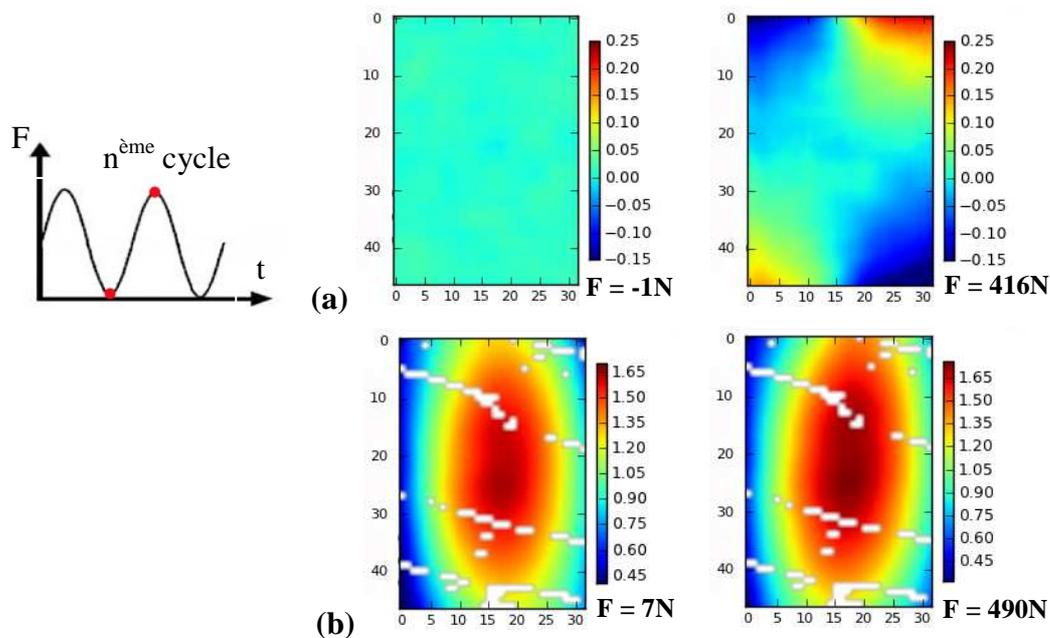
La déformation de cisaillement  $\varepsilon_{xy}$  est 10 fois plus grande que les autres déformations (longitudinale  $\varepsilon_{yy}$  et transverse  $\varepsilon_{xx}$ ). Cette déformation est plus importante au milieu de l'éprouvette (la déformation moyenne est de 6% sur la Figure 7.26(b)) et elle est symétrique par rapport au ligament liant les deux entailles (la déformation moyenne est de 5% à chaque côté sur la Figure 7.26(a) et (c)). Dans la partie au milieu de l'éprouvette, l'amplitude de la déformation  $\varepsilon_{xy\max} - \varepsilon_{xy\min}$  aux différentes hauteurs est identique. L'écart maximal entre les déformations moyennes  $\varepsilon_{xymoy}$  est de 0.14%. Ces observations confirment la très bonne homogénéité de la déformation de cisaillement dans une zone de largeur de 3mm (taille de la fenêtre de mesure de la moyenne de la déformation). Cela signifie que la déformation mesurée par la méthode des quatre marqueurs, sur une zone de 15x2mm au milieu de l'éprouvette, dans le chapitre 3 est très raisonnable pour dépouiller le comportement du matériau.



**Figure 7.26.** Evolution de la déformation de cisaillement (a) à gauche, (b) au milieu et (c) à droite de la zone d'intérêt de l'essai de cisaillement à  $F_{\max} = 500\text{N}$ ,  $f = 1\text{Hz}$  et  $R = 0$ .

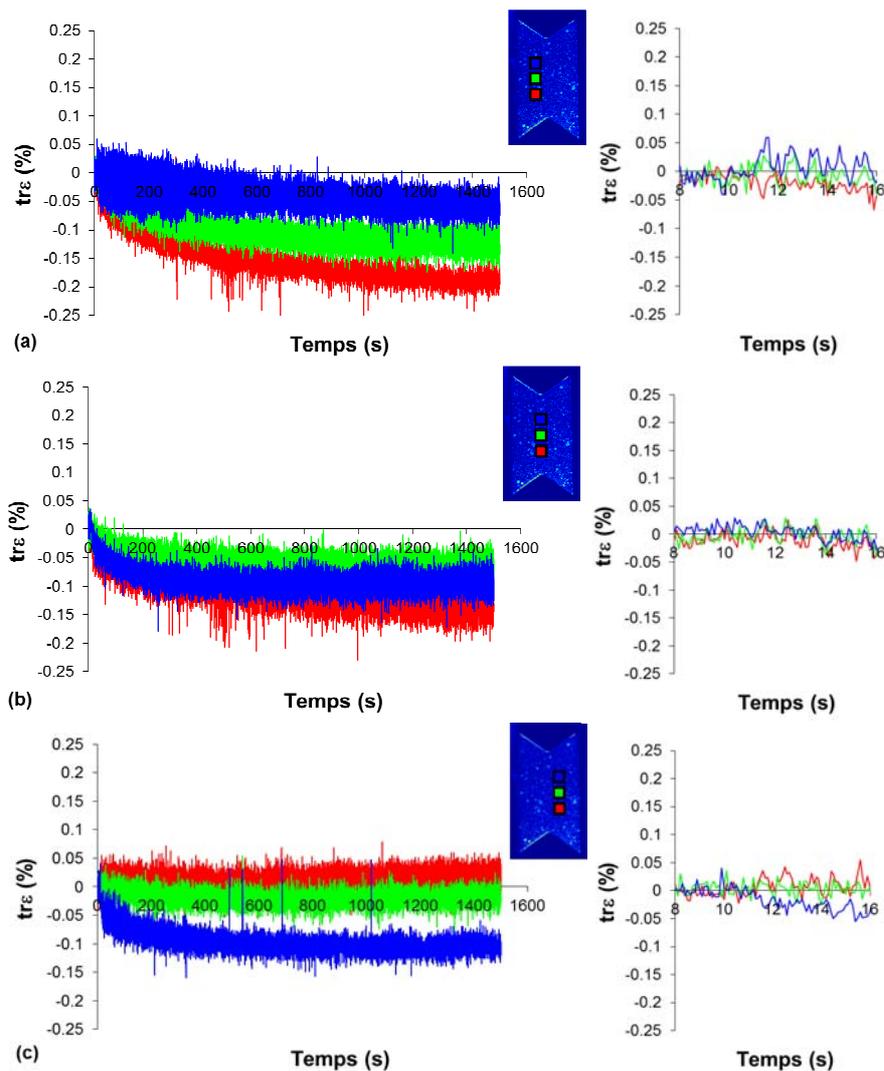
### 7.2.3. Evolution de la température

La Figure 7.27 présente des cartographies de l'incrément de la température aux points de force minimale et maximale des 1<sup>er</sup> et 1000<sup>ème</sup> cycles. Le terme « incrément » désigne la variation de température par rapport à la valeur initiale. Cet incrément (variation) est (calculée par) la différence de température au point considéré entre l'instant courant et l'instant initial. Sur le 1<sup>er</sup> cycle, l'incrément de la température est plus intense aux quatre coins de la zone d'étude. Cela peut être expliqué par la déformation volumique.



**Figure 7.27.** Cartographies de l'incrément de la température ( $^{\circ}\text{C}$ ) aux points de force minimale (à gauche) et maximale (à droite) du (a) 1<sup>er</sup> cycle et (b) 1000<sup>ème</sup> cycle de l'essai de cisaillement à  $F_{\max} = 500\text{N}$ ,  $f = 1\text{Hz}$  et  $R = 0$ .

La Figure 7.28 présente la trace du tenseur de déformation à différentes positions. Il est observé que la déformation volumique n'est pas homogène dans la zone d'étude. Sur les premiers cycles (graphes de droites), les points proches des quatre coins ont les déformations volumiques les plus importantes. Plus précisément, il apparaît une corrélation entre le signe de la déformation volumique et le signe de l'incrément de température. Par exemple, dans le coin en haut à droite la température croît au premier cycle avec une déformation volumique négative. La constatation est similaire aux trois autres coins. Pendant les premiers cycles, les variations de température sont la conséquence de la déformation volumique induite par couplage thermoélastique. Dans cette première phase du chargement cyclé, la contribution de la partie de dissipation est encore très faible.



**Figure 7.28.** Evolution de la déformation volumique (a) à gauche, (b) au milieu et (c) à droite de l'essai de cisaillement à  $F_{\max} = 500\text{N}$ ,  $f = 1\text{Hz}$  et  $R = 0$ .

Après le 1000<sup>ème</sup> cycle, la forme du champ de température a changé par rapport au 1<sup>er</sup> cycle : il y a une concentration de la température au centre de l'éprouvette. Le champ de température est symétrique par rapport au ligament entre des deux entailles. En supposant que les conditions d'échange avec l'extérieur n'évoluent pas au cours du cyclage, le changement de forme du champ ne peut pas être expliqué par le couplage thermoélastique seul. En effet, le cumul de la source dissipative est à rapprocher de la déformation maximale en cisaillement. La contribution du couplage thermoélastique générée par la déformation volumique est cyclique : elle croît et décroît au cours des cycles. En revanche, la dissipation viscoélastique est sans cesse croissante.

Elle se concentre au centre de l'éprouvette (zone de déformation maximale) : la source dissipative crée dans cette zone un fort incrément de température. Ce champ de température est le résultat de la diffusion de la chaleur interne produite (dissipation et couplage) et de l'échange avec l'ambiante à tous les cycles précédents. Le matériau diffuse peu à cause de sa faible conductivité de la chaleur ET il existe une forte thermo-dépendance des caractéristiques du matériau telle qu'une localisation des sources entraîne, un fort auto-échauffement localisé qui à son tour entraîne une augmentation de la dissipation... cycle auto-catalytique.... En comparant les champs de déformation (Figure 7.25 (b)) et de température (Figure 7.27 (b)) au 1000<sup>ème</sup> cycle, il est clair que le champ de température est en accord avec le champ de déformation. Plus précisément au centre, la répartition des déformations de cisaillement au niveau du ligament est maximale et homogène sur la hauteur. Cette distribution se retrouve sur la variation de la température. Hors de cette zone de cisaillement maximale, les déformations sont bien plus faibles, tout comme l'évolution de la température.

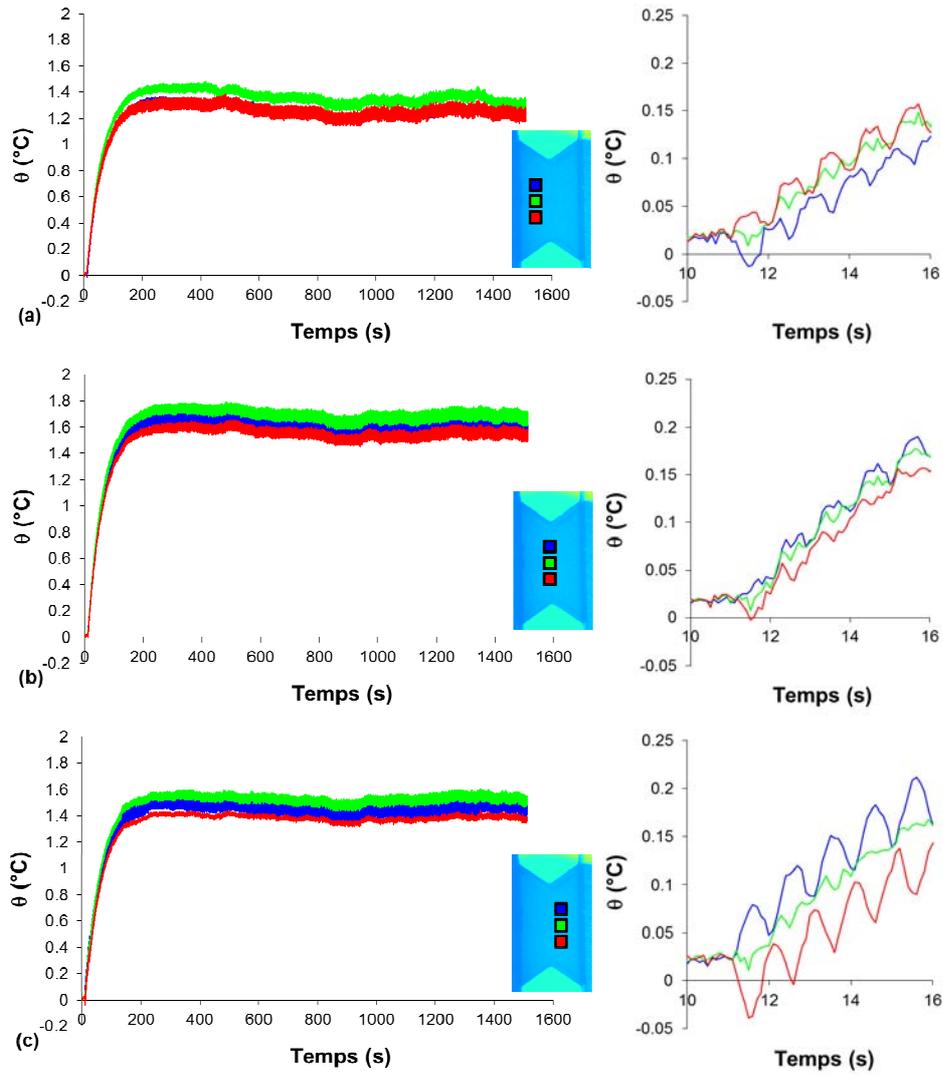
La Figure 7.29 présente l'évolution de la température à différentes positions. Nous observons qu'à travers la largeur de l'éprouvette, l'incrément de température (Figure 7.29 (b)) est plus important au milieu. Dans cette zone, sa valeur moyenne est de 1.6°C alors qu'elle n'atteint que 1.3°C sur les côtés. Cette observation est valable sur toute la hauteur du ligament. Les cinétiques d'évolution de la température sont similaires en tous points d'observation. La température augmente rapidement au cours des cents premières secondes. Ensuite, la cinétique de l'évolution ralentit et se stabilise après environ 200s. Cette étape est du même ordre de grandeur que le temps caractéristique de retour à l'équilibre thermique  $\tau_{th}$ . Ceci corrobore la pertinence, déjà établie, du cadre 0D pour l'estimation du temps caractéristique de retour à l'équilibre thermique.

Au cours des premiers cycles, l'incrément de la température est en phase avec le cyclage. La source générée par le couplage thermoélastique est bien la contribution la plus importante et elle permet d'expliquer les différences de signe des incréments de température aux différents points. On retrouve le lien entre l'évolution de température et le changement de volume local (Figure 7.28) (traction ou compression). Sur la Figure 7.29, on constate que les deux coins 1 et 2 subissant une dilatation en charge et une contraction en décharge, les températures refroidissent en charge et échauffent en décharge. Les observations sont inverses aux coins 3 et 4. Nous verrons au chapitre 9 que les simulations numériques permettent de retrouver ces singularités aux coins de la zone d'intérêt.

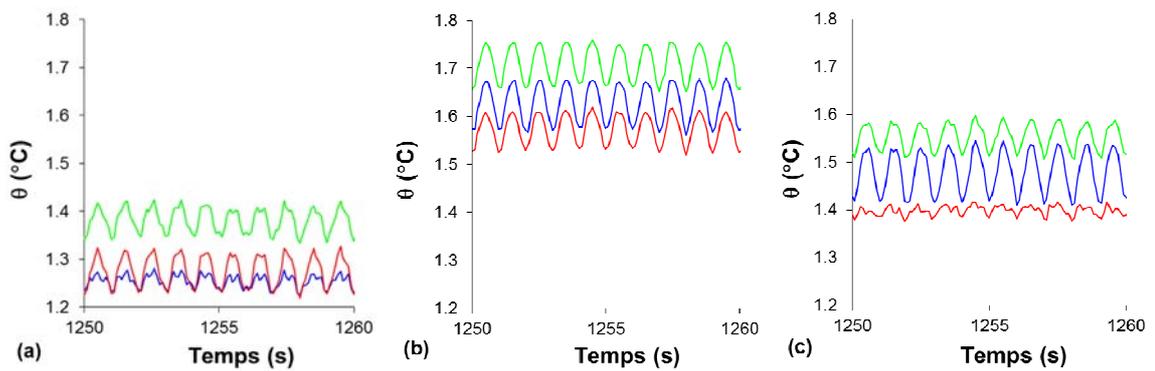
La Figure 7.30 montre la stabilisation de la température aux temps longs. Nous constatons que tous les incréments de la température sur la zone d'étude sont du même signe, à la différence des premiers cycles. Cela peut être expliqué comme suit :

- la contribution de la source de couplage thermoélastique devient moins importante,
- la dilatation thermique, produite par l'augmentation de la température, devient plus importante et elle change le champ des déformations
- les déformations visqueuses qui se cumulent participent à cette modification du champ de déformation.

L'augmentation de l'expansion thermique favorise la compaction mécanique aux coins 3 et 4, et diminue la dilatation mécanique aux coins 1 et 2. Le terme de compaction est assez générique ici et ne désigne pas forcément des variations hydrostatiques au sens classique de la compactance/dilatance. En effet, la dilatation thermique agit sur la partie sphérique du tenseur des contraintes mais le chargement effectif vu en chaque point dépend des conditions aux limites du problème de structure que représentent l'éprouvette et son bridage. Ce chargement effectif peut ne pas être purement hydrostatique au final. Sur la Figure 7.28 on constate bien que tous les points d'étude sont en compaction aux grands nombres de cycles. Cette explication permet de justifier les Figure 7.30(a) et (c).



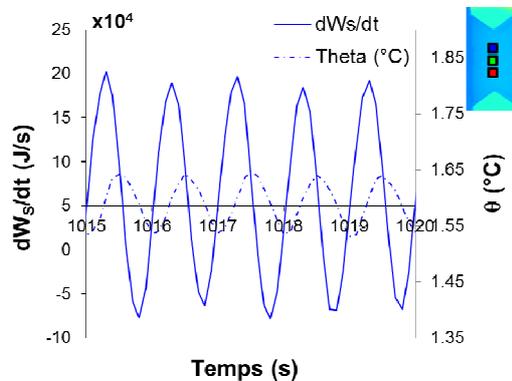
**Figure 7.29.** Evolution de la température (a) à gauche, (b) au milieu et (c) à droite de l'essai de cisaillement à  $F_{\max} = 500\text{N}$ ,  $f = 1\text{Hz}$  et  $R = 0$ .



**Figure 7.30.** Stabilisation de la température (a) à gauche, (b) au milieu et (c) à droite de l'essai de cisaillement à  $F_{\max} = 500\text{N}$ ,  $f = 1\text{Hz}$  et  $R = 0$ .

### 7.2.4. Evolution de la source de chaleur

De même façon qu'en traction, la Figure 7.31 donne un exemple de ce déphasage entre la puissance de chaleur et l'incrément de la température au point le plus haut de la zone étudiée au milieu de l'éprouvette (carré bleu).



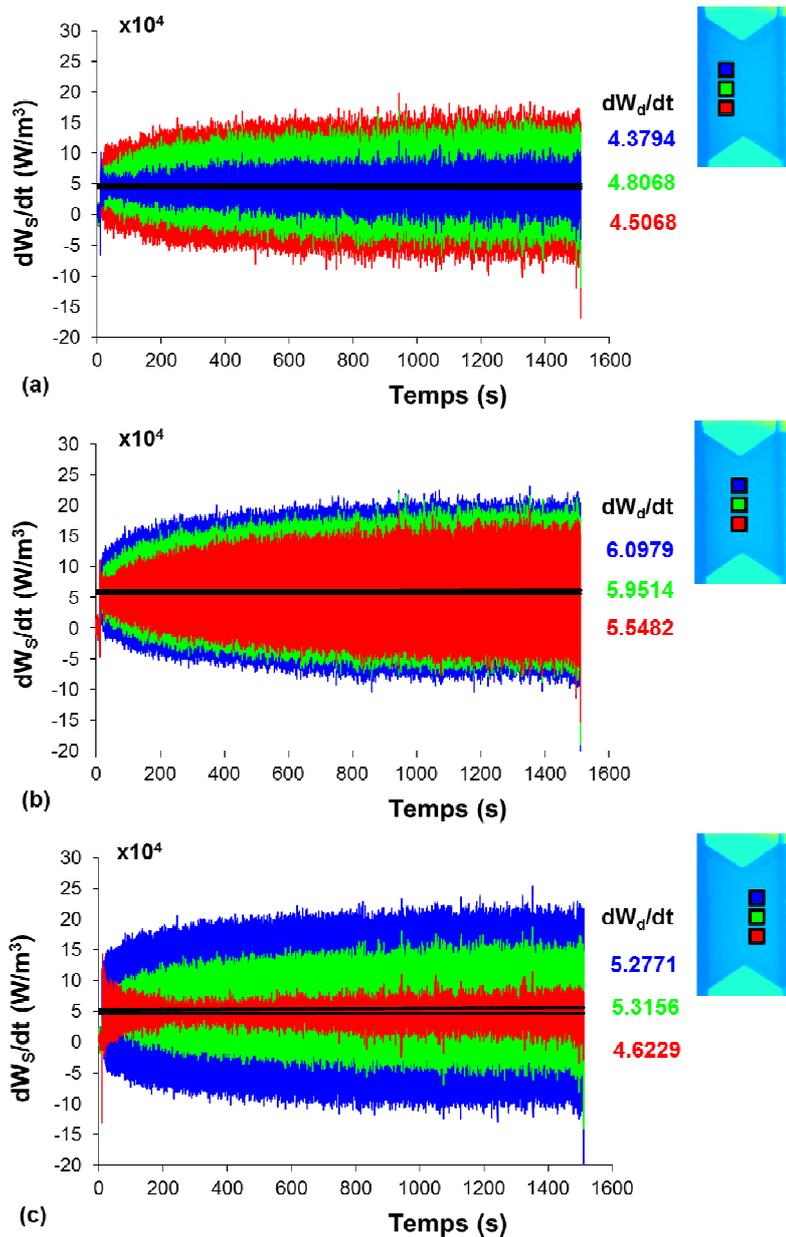
**Figure 7.31.** Illustration du déphasage entre la puissance thermique et l'incrément de la température de l'essai de cisaillement à  $F_{\max} = 500\text{N}$ ,  $f = 1\text{Hz}$  et  $R = 0$ .

La Figure 7.32 présente la puissance de chaleur totale  $\frac{dw_s}{dt}$  à différentes positions dans la zone d'étude. De la même façon qu'en traction, cette puissance peut être décomposé en deux parties, une puissance moyenne  $\frac{dw_d}{dt} = \left( \frac{dw_s}{dt} \right)_{\text{moyenne}}$ , et une puissance fluctuante  $\frac{dw_{cte}}{dt} = \frac{dw_s}{dt} - \frac{dw_d}{dt}$ .

La moyenne est calculée sur chaque cycle et la valeur est associée au temps moyen du cycle.

En comparaison avec la Figure 7.11, cette Figure montre que les puissances moyennes des sources en traction et en cisaillement sont du même ordre ( $5 \times 10^4 \text{W/m}^3$ ). Toutefois, cette moyenne évolue linéairement en traction et elle est quasi-constante en cisaillement. Cela résulte de la déformation volumique plus importante en traction. L'essai est en réalité un essai de glissement, qui fait apparaître une composante croissante de traction latérale. La Figure 7.28 montre que l'amplitude de  $\text{tr}\epsilon$  n'augmente pas au fur et à mesure du cyclage, mais la légère dérive de la déformation volumique devrait peu à peu faire apparaître un effet thermoélastique. Cependant, l'influence de faible déformation volumique est négligeable au cours de 1500 premiers cycles. Cette puissance est la plus importante dans la partie d'intérêt, et cela génère une forte croissance de la température. A part les coins 3 et 4, nous observons que l'amplitude de la puissance totale ainsi que la puissance générée par le couplage augmentent toujours avec le temps. L'évolution de la forme de la puissance aux coins 1 et 2 diminue au début et augmente ensuite. La diminution s'effectue sur une plage de 100 à 300 s qui correspond à la croissance rapide de la température qui peut modifier les champs de déformation par dilatation. Les valeurs constantes de la puissance dissipative sont données sur la Figure 7.32 : elle est maximale sur la rangée de points du centre. La variation suivant la hauteur est plus faible que transversalement.

En cisaillement, la déformation volumique et l'effet de rochet sur cette déformation sont très faibles. Cela génère une évolution très faible de la puissance moyenne de la source de couplage thermique. Donc la puissance moyenne en cisaillement peut être assimilée à la puissance de la partie dissipative. Nous pouvons supposer que la puissance dissipative de la partie déviatorique est constante. L'évolution légère de la puissance moyenne en traction avec le temps peut être liée à la partie volumique.

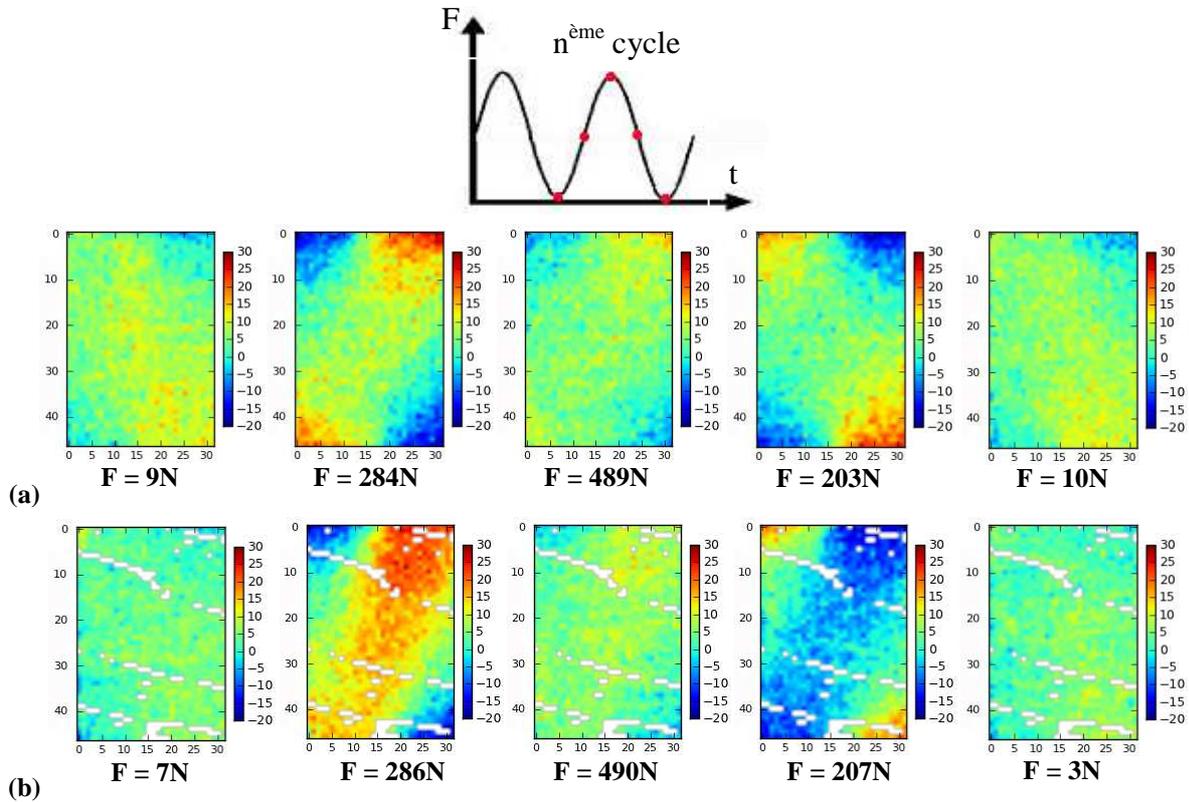


**Figure 7.32.** Evolution de la puissance de chaleur (a) à gauche, (b) au milieu et (c) à droite de l'essai de cisaillement à  $F_{\max} = 500\text{N}$ ,  $f = 1\text{Hz}$  et  $R = 0$ .

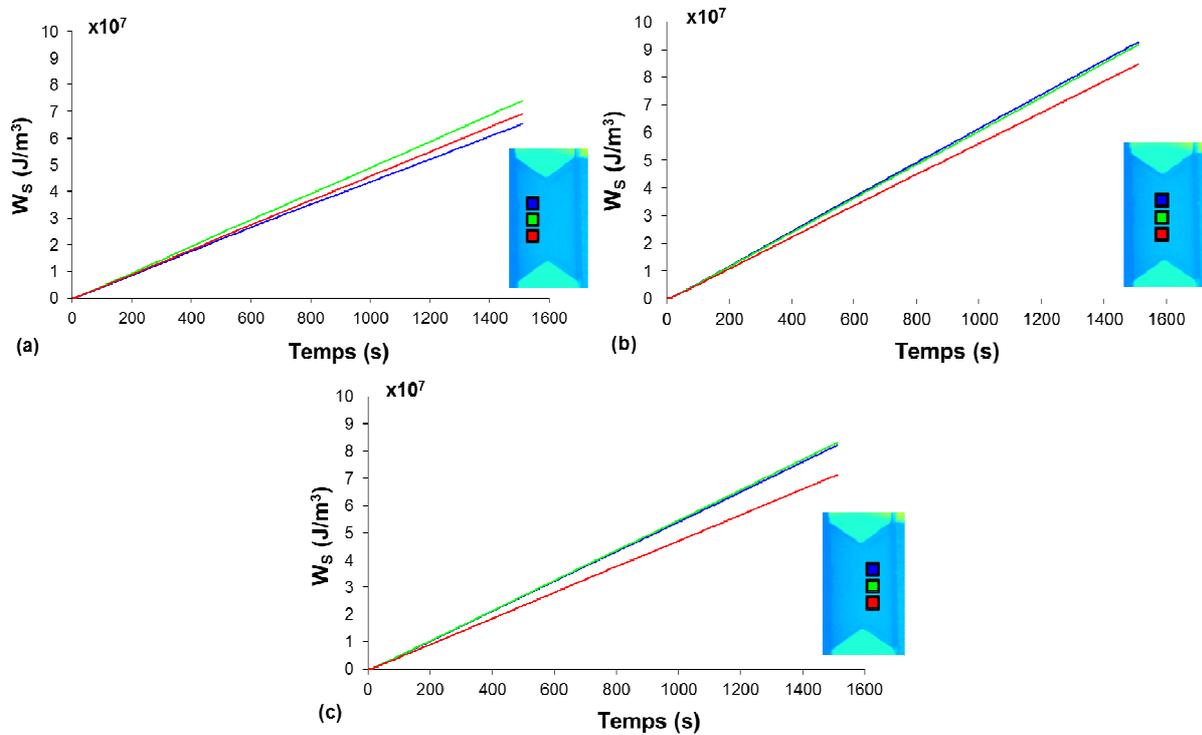
La Figure 7.33 présente des cartographies de la puissance thermique des 1<sup>er</sup> et 1000<sup>ème</sup> cycles. Nous retrouvons l'évolution de la source issue du couplage thermoélastique *sur un cycle*. Elle est plus forte que celle de la source dissipative. Sous une sollicitation sinusoïdale, aux points de force minimale et maximale, la vitesse de l'augmentation de la déformation volumique  $dtr\epsilon/dt$  est quasi nulle et la puissance totale est alors quasi nulle. En revanche,  $dtr\epsilon/dt$  est plus importante aux points de force moyenne et correspond à une forte puissance générée. Le refroidissement et l'échauffement aux coins correspondent alors au sens de sollicitation.

La Figure 7.34 présente l'évolution de l'énergie de la source de chaleur cumulée  $w_s$  aux différentes positions de la zone d'étude. Comme constatée précédemment, la puissance moyenne est quasi constante au cours du temps alors que le couplage thermo mécanique fluctue à chaque cycle. Le cumul de chaleur généré est dominé par la source dissipative et il évolue linéairement avec le temps. Avec l'augmentation du temps, on perçoit des différences de les énergies de source aux différentes positions dans la zone d'intérêt. Nous observons que cette énergie de la

source de chaleur est plus faible qu'en traction. Cet écart est provient de la partie volumique parce que les puissances moyennes dans ces deux cas sont du même ordre.

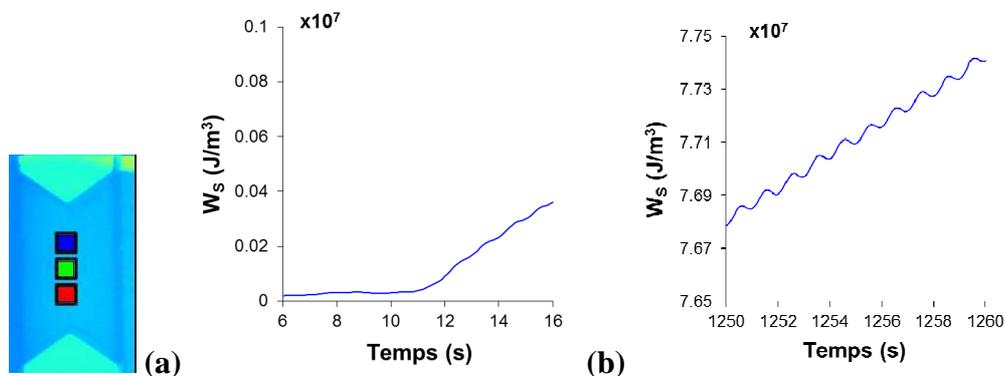


**Figure 7.33.** Cartographies de la puissance ( $\times 10^{-4} \text{ W/m}^3$ ) du (a) 1<sup>er</sup> cycle et (b) 1000<sup>ème</sup> cycle de l'essai de cisaillement à  $F_{\text{max}} = 500\text{N}$ ,  $f = 1\text{Hz}$  et  $R = 0$ .



**Figure 7.34.** Evolution de la source de chaleur (a) à gauche, (b) au milieu et (c) à droite de l'essai de cisaillement à  $F_{\text{max}} = 500\text{N}$ ,  $f = 1\text{Hz}$  et  $R = 0$ .

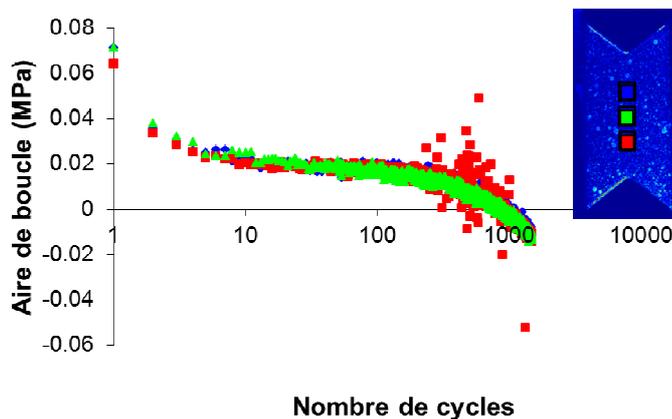
La Figure 7.35 illustre l'augmentation de l'amplitude de l'énergie de la source entre le début du cyclage (a) et la fin (b), au point le plus haut de la zone d'intérêt (carré bleu). Ceci s'explique par le fait que l'essai réalisé est un glissement, et non véritablement un cisaillement pur. Il y donc une composante de traction transverse qui présente également un effet de rochet, comme montré auparavant. Cet effet s'ajoute à la dilatation thermique pour augmenter progressivement la déformation volumique et l'amplitude de sa variation au cours du cycle.



**Figure 7.35.** L'évolution de l'amplitude de l'énergie de la source de chaleur de l'essai de cisaillement à  $F_{\max} = 500\text{N}$ ,  $f = 1\text{Hz}$  et  $R = 0$ .

### 7.2.5. Evolution de la boucle

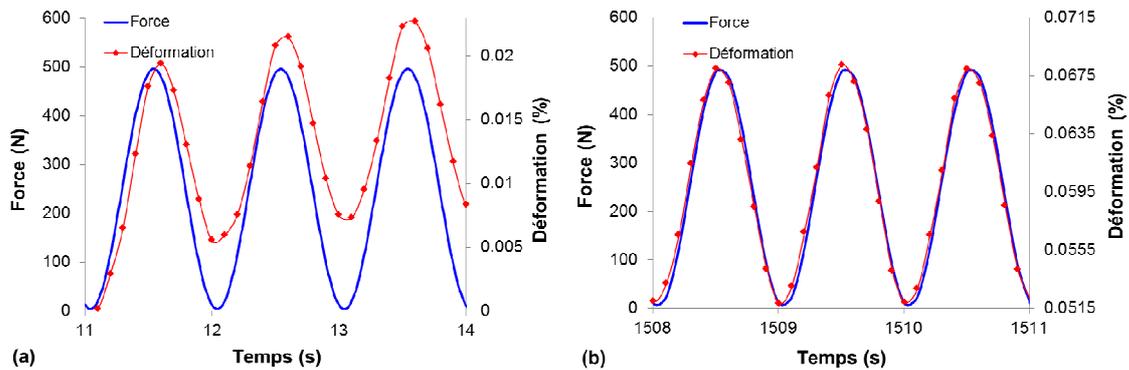
La Figure 7.36 présente l'évolution de l'aire de boucle contrainte-déformation au cours du cyclage, dans les trois fenêtres de mesure du ligament central. Les courbes sont très similaires. Une forte diminution s'opère au cours des 6 premiers cycles. Ensuite, la vitesse de fermeture de la boucle chute jusqu'à environ 20 cycles pour s'annuler. L'aire de boucle se stabilise jusqu'à environ 200 cycles. Puis, elle diminue fortement et elle devient négative après 1000 cycles. Cela correspond à un artefact lié à la précision de la fréquence d'acquisition de la caméra optique.



**Figure 7.36.** Evolution de l'aire des boucles contrainte-déformation au centre de l'éprouvette de l'essai de cisaillement à  $F_{\max} = 500\text{N}$ ,  $f = 1\text{Hz}$  et  $R = 0$ .

La Figure 7.37 présente le déphasage entre la force et la déformation au début et à la fin du cyclage. Nous observons qu'au début, la force appliquée est en avance de phase par rapport à celle de la réponse. Toutefois, ce déphasage diminue avec le nombre de cycle. Après 1500 cycles, la réponse de la déformation est en avance de phase par rapport de celle de la force. Cela génère une boucle « inverse ».

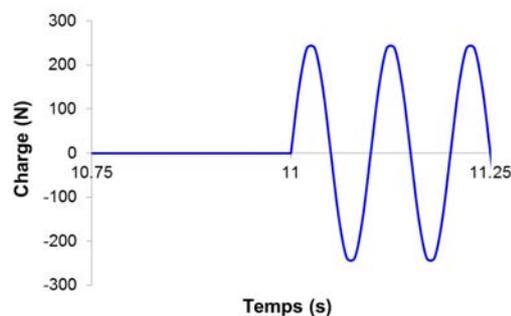
Cet effet peut provenir du fait que les fréquences d'acquisition de la force d'une part, et de la caméra optique d'autre part ne sont pas rigoureusement constantes. Le signal de force est parfaitement corrélé par une sinusoïde de fréquence 1Hz tout au long de l'essai. Une supposition possible est donc que la fréquence d'acquisition de la caméra optique est très légèrement différente de 10Hz. A titre indicatif, une différence de  $10^{-3}$  de cette fréquence d'acquisition ( $f_{acq} = 10,001\text{Hz}$  au lieu de  $10\text{Hz}$ ) peut générer une erreur d'un cycle après 1500 cycles pour une sollicitation à la fréquence de  $f = 1\text{Hz}$ . Pour pouvoir analyser précisément l'évolution de la boucle, nous aurions besoin de connaître très précisément la fréquence d'acquisition de la caméra optique et éventuellement son évolution dans le temps.



**Figure 7.37.** Déphasage entre la force et la déformation (a) au début et (b) à la fin du cyclage de l'essai de cisaillement à  $F_{max} = 500\text{N}$ ,  $f = 1\text{Hz}$  et  $R = 0$ .

### 7.3. Comportement cyclique en cisaillement à $R = -1$

Dans la partie précédente, le comportement thermomécanique avec l'effet de rochet est considéré. En procédant de manière similaire, l'évolution de la source sous une sollicitation symétrique est considérée dans cette partie. Les évolutions des déplacements, des déformations, de l'auto-échauffement au cours du cyclage et les bilans d'énergie sont présentés. Ces résultats sont établis pour l'essai cyclique à  $F_{max} = 250\text{N}$ ,  $f = 10\text{Hz}$  et  $R = -1$  avec un signal de force sinusoïdal comme montrée sur la Figure 7.38. Les résultats sont analysés dans les zones identiques à celles définies dans la partie 7.2.

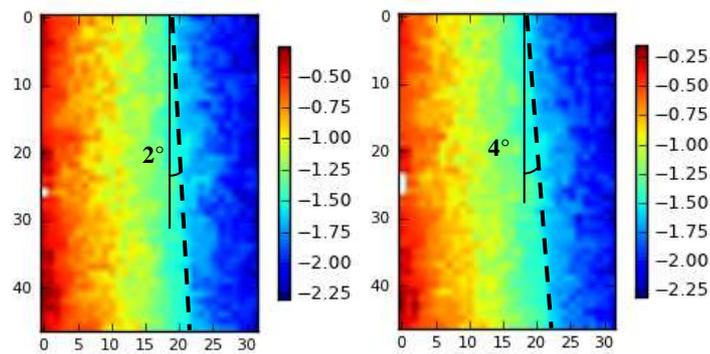


**Figure 7.38.** Chargement cyclique sinusoïdal appliqué en cisaillement  $F_{max} = 250\text{N}$ ,  $f = 10\text{Hz}$ ,  $R = -1$ .

#### 7.3.1. Evolution du déplacement

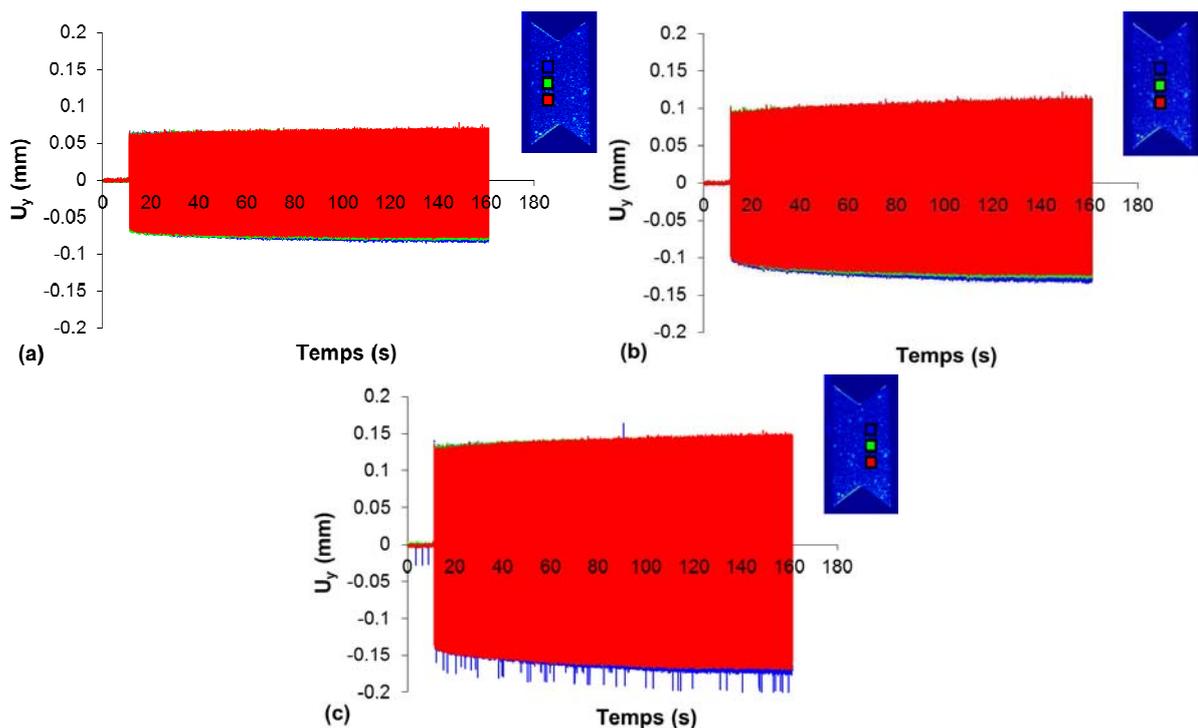
La Figure 7.39 présente la cartographie du déplacement longitudinal au début de  $2^{\text{ème}}$  et  $1000^{\text{ème}}$  cycles. Il est clair que le ligament liant les deux entailles de l'éprouvette n'est pas parallèle avec l'axe de sollicitation et l'écart devient de plus en plus important avec le temps donc avec le nombre de cycle. L'inclinaison de la direction de déplacement de l'éprouvette est de l'ordre de

2° au 2<sup>ème</sup> cycle et de l'ordre de 4° au 1000<sup>ème</sup> cycle. Cela pourrait avoir une influence sur la réponse du matériau pendant cet essai alterné.

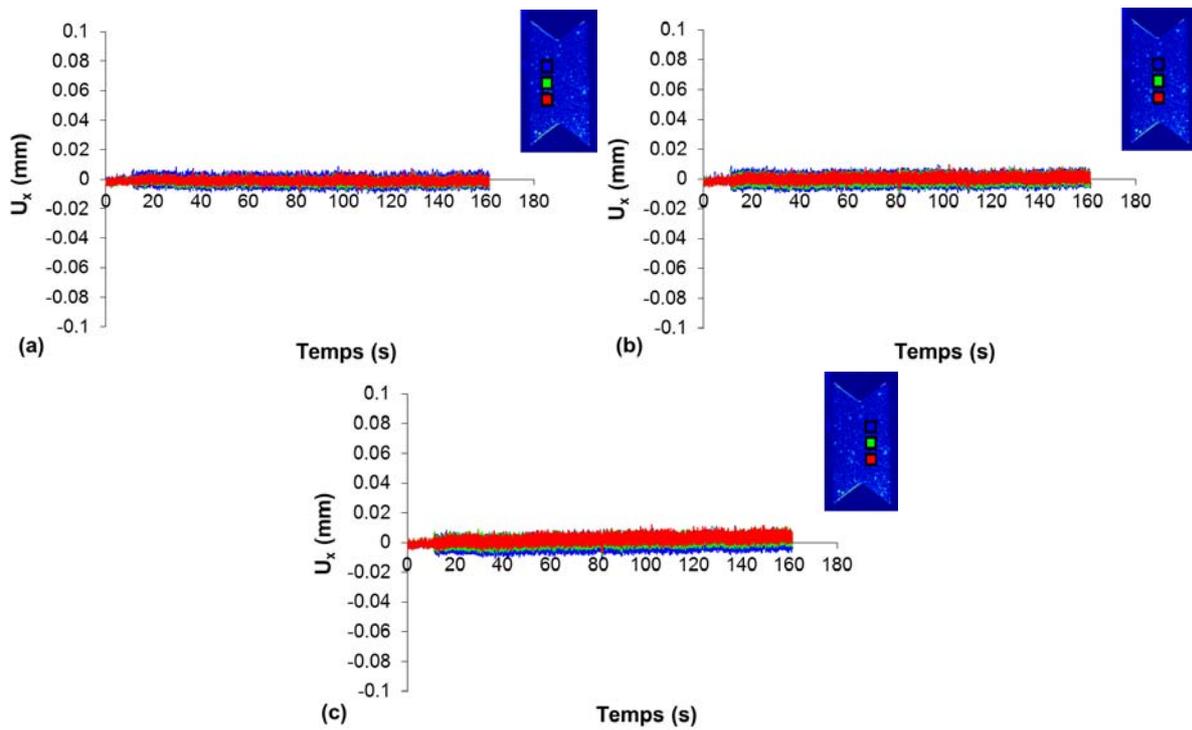


**Figure 7.39.** Cartographie du déplacement longitudinal (pixels) au début du (a) 2<sup>ème</sup> cycle et (b) 1000<sup>ème</sup> cycle de l'essai de cisaillement à  $F_{\max} = 250\text{N}$ ,  $f = 10\text{Hz}$  et  $R = -1$ .

La Figure 7.40 et la Figure 7.41 présentent l'évolution des déplacements longitudinal et transverse respectivement à différentes positions. Bien que la sollicitation soit symétrique, le non alignement de l'éprouvette modifie légèrement l'évolution du déplacement  $u_{yy}$  avec le temps. Le déplacement  $u_{xx}$  est faible et il évolue très légèrement avec le temps.



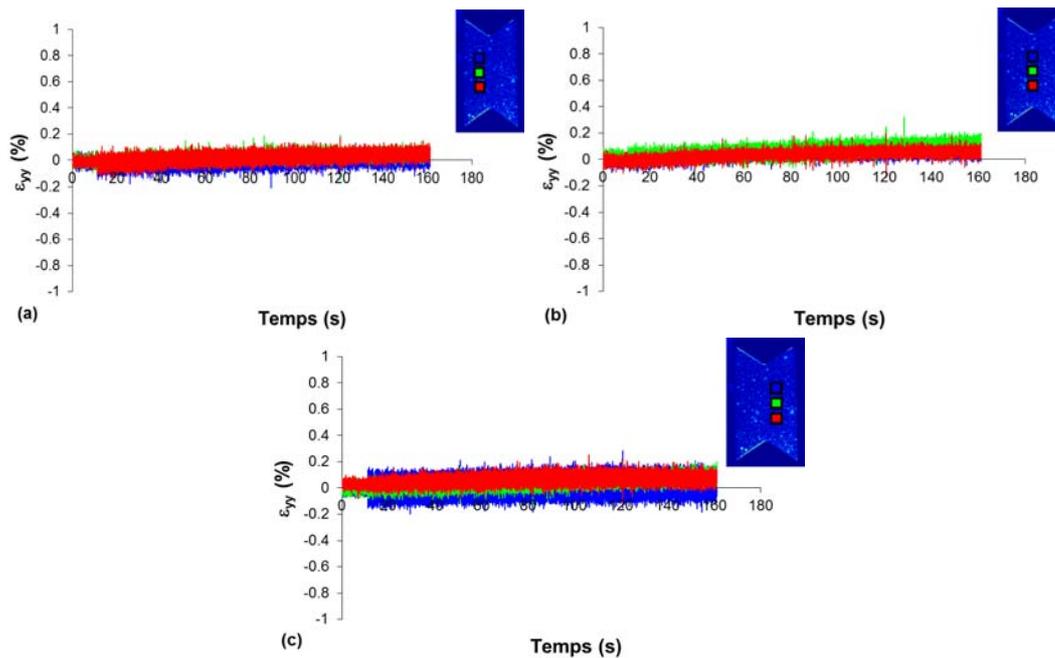
**Figure 7.40.** Evolution du déplacement longitudinal (a) à gauche, (b) au milieu et (c) à droite de l'essai de cisaillement à  $F_{\max} = 250\text{N}$ ,  $f = 10\text{Hz}$  et  $R = -1$ .



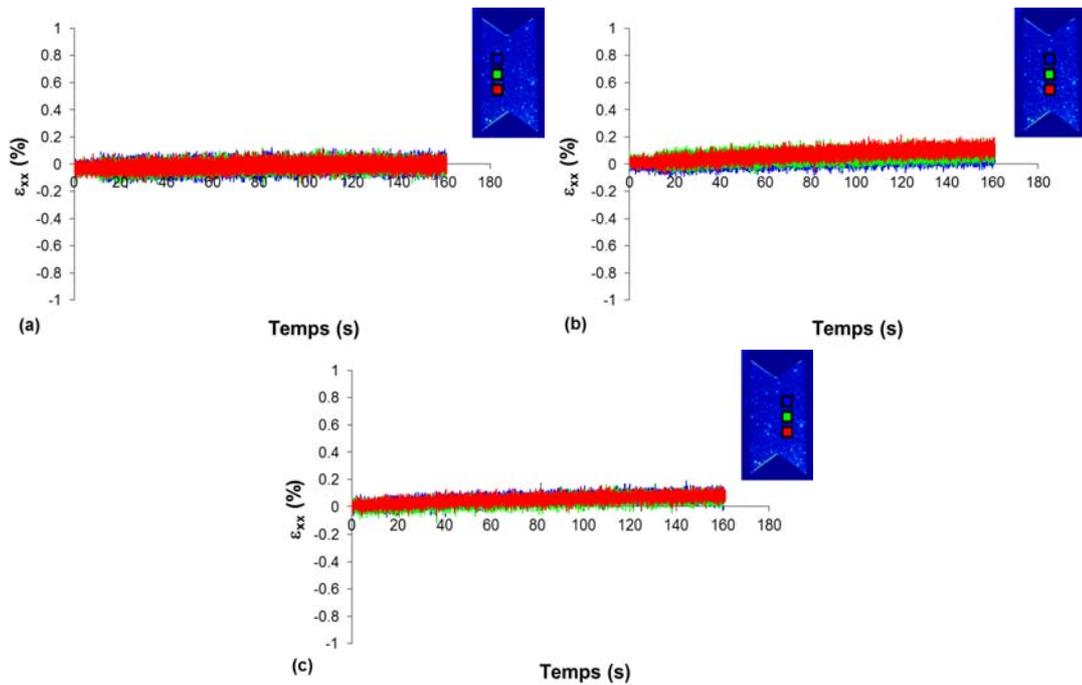
**Figure 7.41.** Evolution du déplacement transverse (a) à gauche, (b) au milieu et (c) à droite de l'essai de cisaillement à  $F_{\max} = 250\text{N}$ ,  $f = 10\text{Hz}$  et  $R = -1$ .

### 7.3.2. Evolution de la déformation

La Figure 7.42 et la Figure 7.43 présentent des évolutions des déformations longitudinale  $\epsilon_{yy}$  et transverse  $\epsilon_{xx}$  respectivement. La sollicitation symétrique génère des déformations faibles, inférieures à 0.2%. La moyenne des déformations évolue légèrement avec le temps, hormis sur la partie gauche proche du mors fixe.

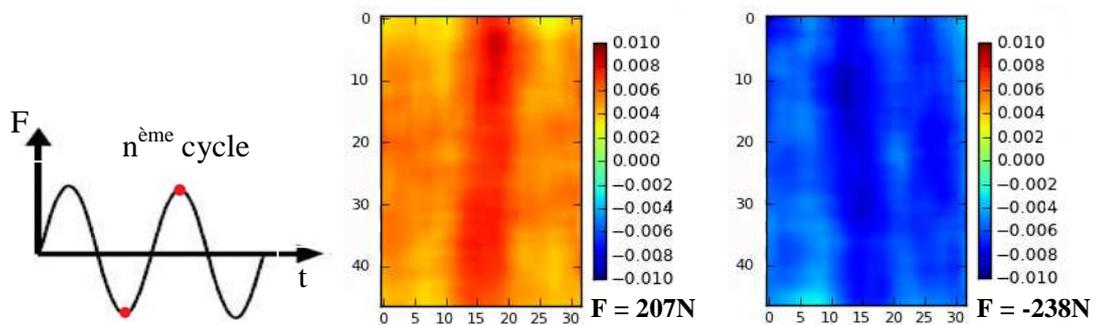


**Figure 7.42.** Evolution de la déformation longitudinale (a) à gauche, (b) au milieu et (c) à droite de l'essai de cisaillement à  $F_{\max} = 250\text{N}$ ,  $f = 10\text{Hz}$  et  $R = -1$ .



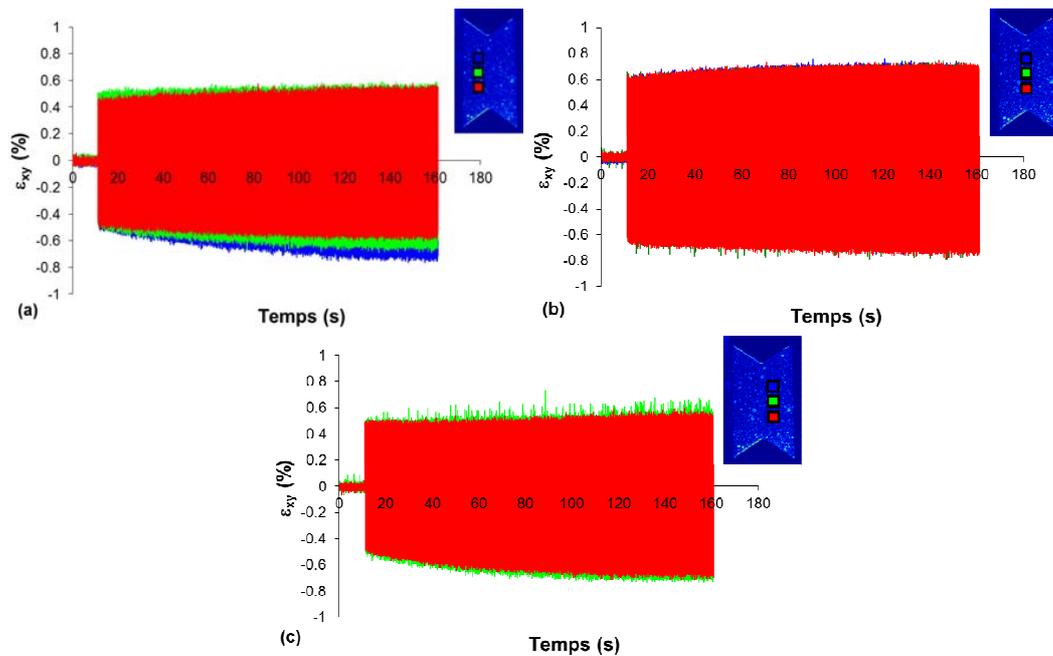
**Figure 7.43.** Evolution de la déformation transverse (a) à gauche, (b) au milieu et (c) à droite de l'essai de cisaillement à  $F_{\max} = 250\text{N}$ ,  $f = 10\text{Hz}$  et  $R = -1$ .

La Figure 7.44 présente des cartographies de la déformation de cisaillement  $\varepsilon_{xy}$  aux points d'extrémité au 1000<sup>ème</sup> cycle. La concentration de cette déformation dans cet essai est moins marquée que dans l'essai  $R = 0$ . La zone de cisaillement maximal est légèrement oblique par rapport au bâti et cette inclinaison s'inverse aux points de charge maximale positive et négative.



**Figure 7.44.** Cartographies de la déformation de cisaillement aux points d'extrémité au 1000<sup>ème</sup> cycle de l'essai de cisaillement à  $F_{\max} = 250\text{N}$ ,  $f = 10\text{Hz}$  et  $R = -1$ .

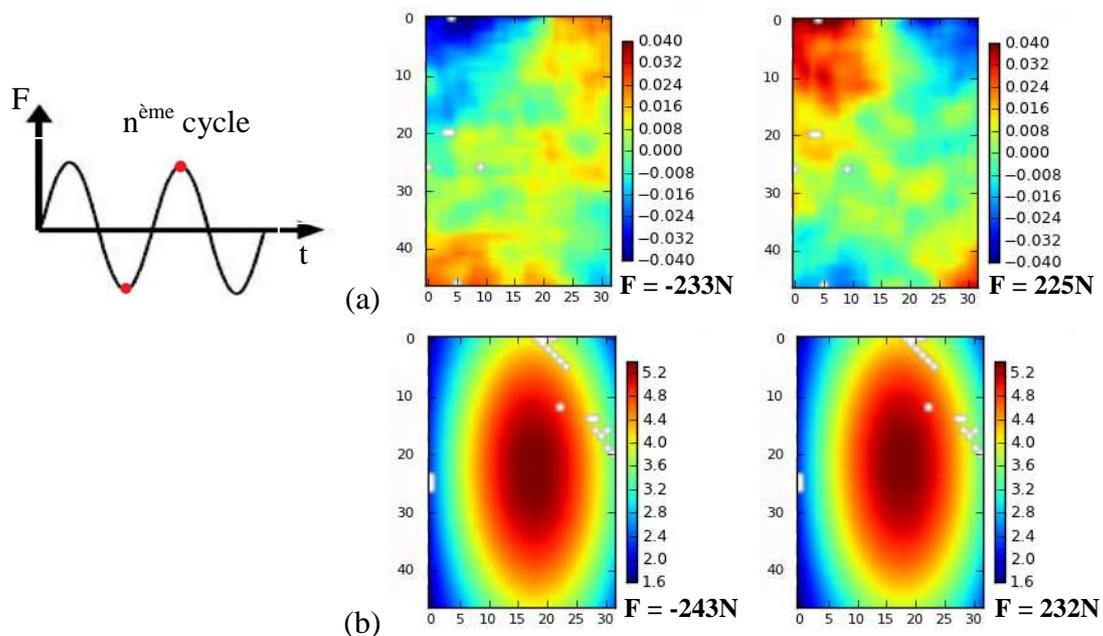
La Figure 7.45 présente l'évolution de cette déformation aux différents points d'étude. De chaque côté du ligament central une faible dissymétrie est observée. La déformation dans la partie centrale de la section la plus faible est homogène et bien symétrique. L'ordre de grandeur de la déformation de cisaillement  $\varepsilon_{xy}$  dans cet essai est plus faible que dans l'essai  $R = 0$  à cause d'une force maximale plus faible et d'une fréquence plus élevée (raideur du matériau plus grande). C'est pour cette raison qu'une moindre concentration de cette déformation dans la zone centrale est observée sur la Figure 7.40.



**Figure 7.45.** Evolution de la déformation de cisaillement (a) à gauche, (b) au milieu et (c) à droite de l'essai de cisaillement à  $F_{\max} = 250\text{N}$ ,  $f = 10\text{Hz}$  et  $R = -1$ .

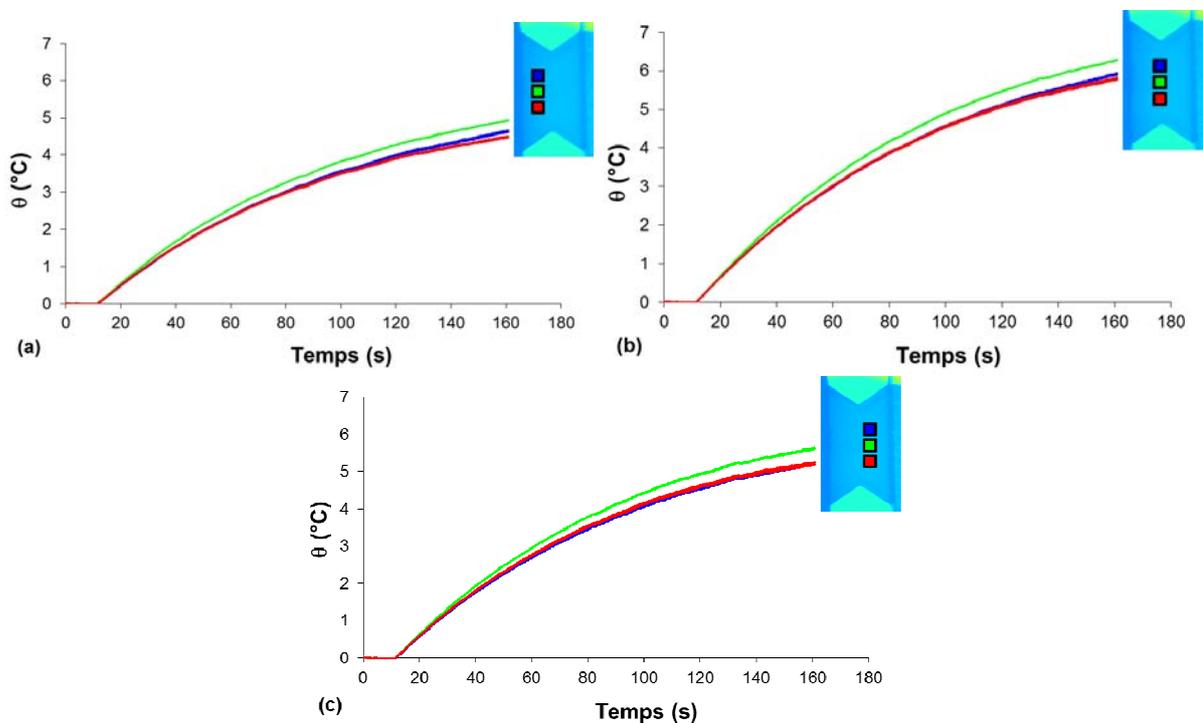
### 7.3.3. Evolution de la température

La Figure 7.46 présente les cartographies de la température aux points de force minimale et maximale des 5<sup>ème</sup> et 1000<sup>ème</sup> cycles. Les observations sont les mêmes qu'à  $R = 0$ . L'évolution est en phase avec un signe inverse au sens de la sollicitation (compaction ou dilatation) au cours des premiers cycles est visible. Par exemple, les deux coins 3 et 4 sont soumis à une dilatation sous la charge  $F = -243\text{N}$ , il en résulte un échauffement du matériau aux coins. Inversement, ces coins sont en compaction en décharge ( $F = 22\text{N}$ ), et le matériau refroidit.

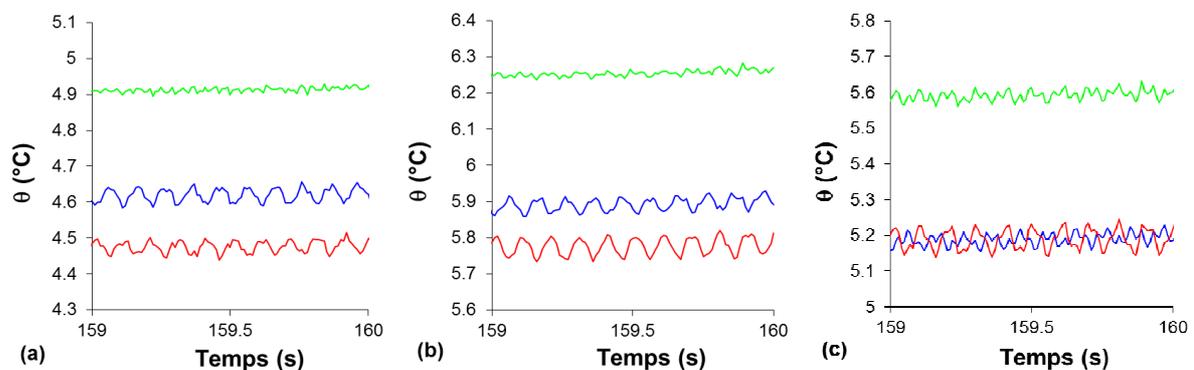


**Figure 7.46.** Cartographies de l'incrément de la température ( $^{\circ}\text{C}$ ) aux points de force minimale (à gauche) et maximale (à droite) du (a) 5<sup>ème</sup> cycle et (b) 1000<sup>ème</sup> cycle de l'essai de cisaillement à  $F_{\max} = 250\text{N}$ ,  $f = 10\text{Hz}$  et  $R = -1$ .

Au 1000<sup>ème</sup> cycle, la température se concentre dans la zone centrale de manière similaire aux points de charges maximales du cycle. On retrouve l'expression des phénomènes de dissipation générés par la déformation de cisaillement qui se cumulent dans le ligament central aux cours des cycles. La Figure 7.47 présente l'évolution de l'incrément de la température avec le temps aux différentes positions de la zone d'étude. Bien que la force maximale de la sollicitation soit plus faible par rapport à l'essai  $R = 0$  et la fréquence soit plus élevée (10 fois plus grande), l'incrément de la température à  $R = -1$  est plus important. Il n'y a pas stabilisation de la température dans cet essai mais l'augmentation de la température ralentit après 1500 cycles. L'absence de stabilisation peut être due à une augmentation progressive (ou simplement variations) des puissances calorifiques mises en jeu. Mais ici on ne peut répondre car le temps de l'essai est inférieur aux temps de stabilisation pour des sources réputées constantes estimés dans les parties précédentes. La Figure 7.48 présente les 10 derniers cycles et nous constatons que l'évolution de la température est très proche de la stabilisation. Les oscillations du signal aux coins sont moins marquées que dans le test à  $R = 0$ . Pourtant la dilatation thermique est plus importante que précédemment puisque proportionnelle avec l'incrément de la température.



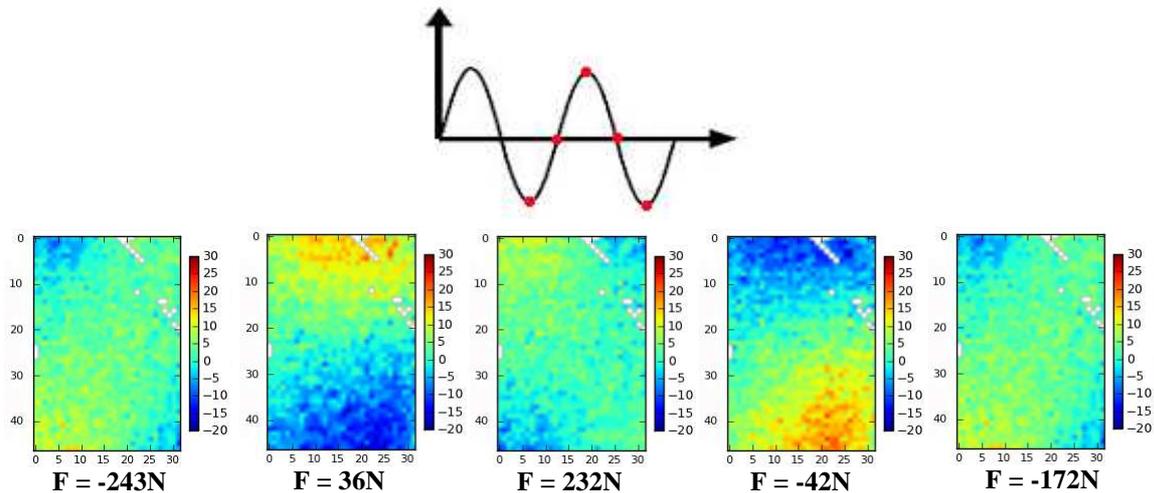
**Figure 7.47.** Evolution de la température (a) à gauche, (b) au milieu et (c) à droite de l'essai de cisaillement à  $F_{\max} = 250\text{N}$ ,  $f = 10\text{Hz}$  et  $R = -1$ .



**Figure 7.48.** Incrément de la température après grand nombre de cycles (a) à gauche, (b) au milieu et (c) à droite de l'essai de cisaillement à  $F_{\max} = 250\text{N}$ ,  $f = 10\text{Hz}$  et  $R = -1$ .

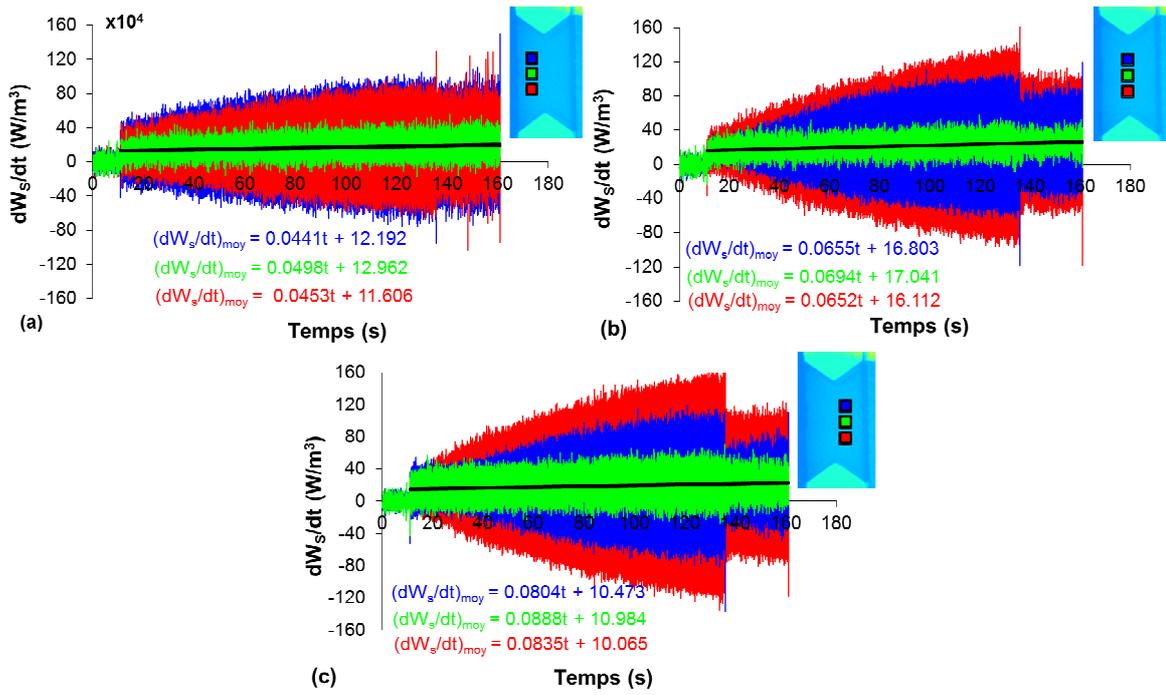
### 7.3.4. Evolution de la source de la chaleur

La Figure 7.49 présente des cartographies de la puissance de chaleur au 1000<sup>ème</sup> cycle. Il est clair qu'aux points de force minimale et maximale de chaque cycle, la puissance de chaleur est plus faible et il n'y a pas le gradient de puissance. Aux points de force moyenne, le gradient de puissance est plus marqué. Toutes ces observations sont similaires à l'essai à  $R = 0$ , hormis le gradient entre les parties haute et basse ici, qui diffère du gradient diagonal entre les coins à  $R = 0$ .

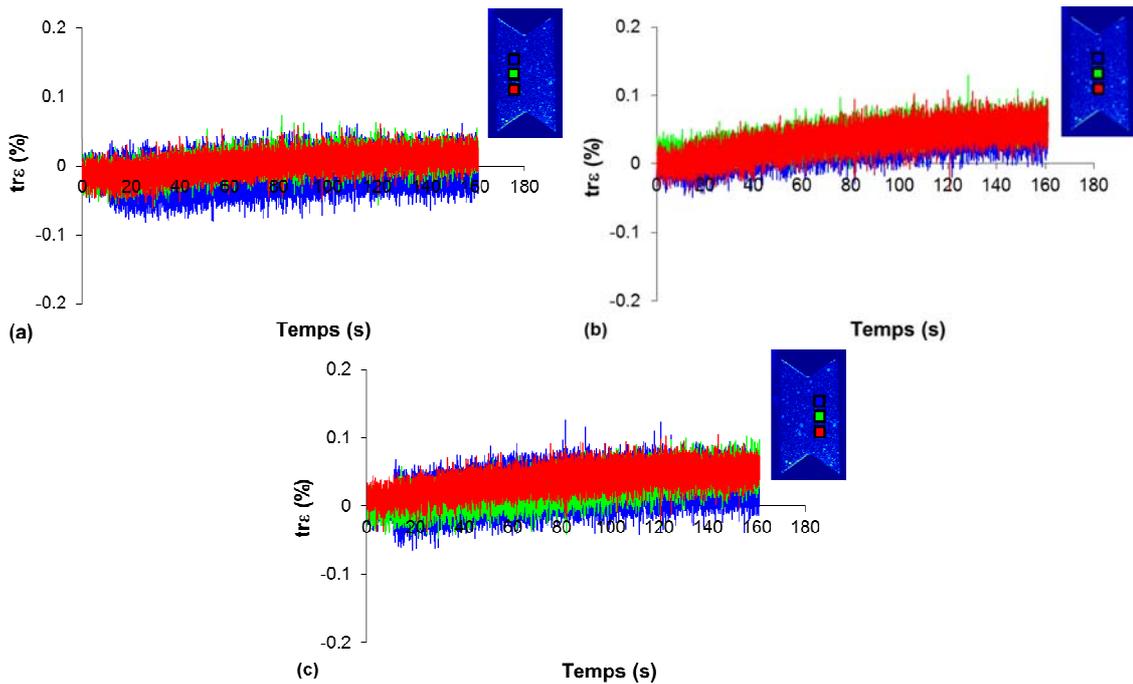


**Figure 7.49.** Cartographies de la puissance ( $\times 10^{-4} \text{ W/m}^3$ ) au 1000<sup>ème</sup> cycle de l'essai de cisaillement à  $F_{\max} = 250\text{N}$ ,  $f = 10\text{Hz}$  et  $R = -1$ .

La Figure 7.50 présente l'évolution de la puissance à différentes positions. Nous observons que l'amplitude de la puissance à mi-hauteur, l'axe de symétrie, n'évolue pas tandis qu'elle augmente aux parties haute et basse. Cette augmentation est plus importante en bas et à droite. Une chute de la puissance, inexplicable pour l'instant, est observée aux environs du 1300<sup>ème</sup> cycle. La puissance moyenne est de l'ordre de  $10 \times 10^4 \text{ W/m}^3$  et elle évolue légèrement et linéairement avec le temps. Cela est similaire avec l'évolution de la puissance moyenne en traction. Pour expliquer ceci, les déformations volumiques aux différentes positions sont présentées sur la Figure 7.51. Elle montre que ces déformations sont du même ordre que la déformation de cisaillement. Etant donné l'élévation de température et la valeur du coefficient de dilatation thermique volumique ( $30 \times 10^{-5} \text{ K}^{-1}$ ), on peut considérer que cette déformation volumique importante n'est pas le résultat de la sollicitation mécanique mais vient principalement de la dilatation thermique.

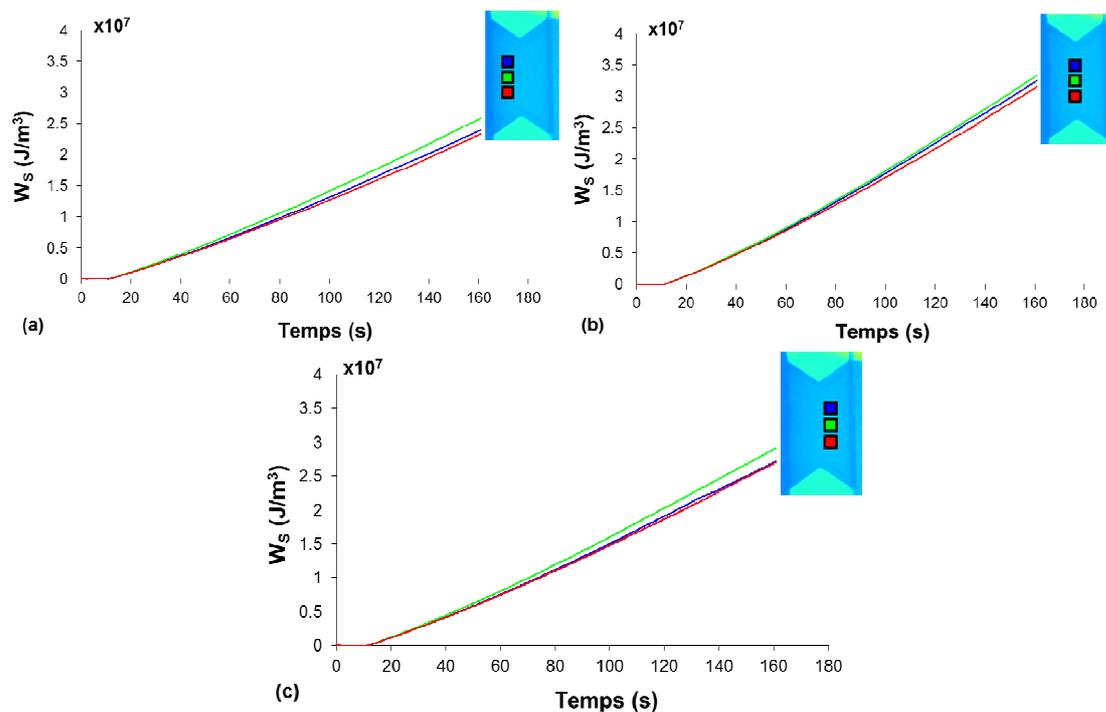


**Figure 7.50.** Evolution de la puissance de la chaleur : gauche (a) milieu (b) droite (c) de l'essai de cisaillement à  $F_{max} = 250N$ ,  $f = 10Hz$  et  $R = -1$ .



**Figure 7.51.** Déformation volumique gauche (a) milieu (b) droite (c) de l'essai de cisaillement à  $F_{max} = 250N$ ,  $f = 10Hz$  et  $R = -1$ .

La Figure 7.52 présente l'évolution de l'énergie de la source de chaleur cumulée  $w_s$  aux différentes positions de la zone d'étude. L'énergie évolue paraboliquement avec le temps, comme en traction, à cause de la déformation volumique superposée. Bien que la force maximale de la sollicitation soit plus faible par rapport à l'essai  $R = 0$  et la fréquence soit plus élevée (10 fois plus grande), l'augmentation de l'énergie avec le temps à  $R = -1$  est plus importante.



**Figure 7.52.** Evolution de l'énergie de la source de la chaleur (a) gauche (b) milieu et (c) droite de l'essai de cisaillement à  $F_{\max} = 250\text{N}$ ,  $f = 10\text{Hz}$  et  $R = -1$ .

## 7.4. Conclusions

Dans ce chapitre, le comportement thermomécanique du PEHD est analysé via des évolutions de la déformation et de la température et des énergies mises en jeu au cours du cyclage. Deux modes de sollicitations, à même condition de chargement équivalent, permettent de distinguer l'influence des parties volumique/déviatorique sur la source de chaleur.

Ces essais sont menés dans un cadre un peu différent de la partie purement mécanique précédente : les fréquences sont supérieures (1 et 10 Hz) et la contrainte équivalente maximale est de 22.5MPa au lieu de 17MPa au chapitre 3. La raison initiale de cette augmentation était d'obtenir une augmentation de la température observable à une fréquence pas trop élevée ( $f = 1\text{Hz}$ ) et de pouvoir ainsi comparer les résultats des deux campagnes d'essai. Cela s'est avéré impossible à cause des différentes rigidités des montages expérimentaux du LMGC et du DPMM.

Dans cette gamme de fréquence, la déformation moyenne à  $R = 0$  en traction et en cisaillement évolue de la même façon que dans le chapitre 3. Néanmoins, la stabilisation de la déformation n'est pas atteinte au sens du critère défini dans cette étude, même après 1500 cycles. En outre, la déformation en traction dépasse le cadre des petites déformations après 500 cycles.

Les résultats expérimentaux montrent que la puissance moyenne des sources est du même ordre dans les deux modes de sollicitation. Elle évolue linéairement en traction (avec une faible pente) et elle est quasi-constante en cisaillement. Cela est supposé venir de la déformation volumique plus importante en traction. Cela induit une augmentation de la température plus importante en traction.

Les résultats des deux essais de cisaillement à même amplitude de contrainte appliquée mais à différents rapports de charge (0 et -1) (et de ce fait, différentes fréquences) montrent que la source de chaleur -et en conséquence l'augmentation de la température- est plus importante à  $R$

= -1 qu'à  $R = 0$ . La contrainte maximale à  $R = -1$  est plus faible et la fréquence est plus élevée : la déformation est donc plus faible. La plus forte intensité de la source à  $R = -1$  doit donc être expliquée par autre facteur. En observant d'une part que la déformation volumique à  $R = -1$  est du même ordre que les autres composantes de déformation, et par analogie avec l'évolution linéaire observée en traction, une supposition est que la partie volumique joue un rôle important. Les ordres de grandeur suggèrent que la déformation volumique en cisaillement à  $R = -1$  vient principalement de la dilatation thermique. Pour pouvoir vérifier cette supposition, il faudrait réaliser un autre essai à  $R = -1$  mais à la même fréquence  $f = 1\text{Hz}$ .

A cause de la sollicitation symétrique dans l'essai de cisaillement à  $R = -1$ , la déformation de cisaillement évolue autour d'une valeur moyenne quasi-nulle au centre de l'éprouvette. Cependant, une hétérogénéité et une augmentation légère de la valeur moyenne de la déformation de cisaillement sont observées sur la côté à gauche de l'éprouvette (côté de l'encastrement).

Une différence apportée par ces résultats, en comparaison avec ceux du chapitre 3 dans un cadre supposé isotherme, concerne l'aire de boucle. A cause de l'augmentation de la température, qui génère une diminution du module élastique et une augmentation du déphasage entre la contrainte et la déformation, l'aire de boucle n'atteint pas la stabilisation. Dans ce cas, ni la déformation ni la température moyenne ne sont stabilisées. Il faudrait diminuer la gamme de travail (par exemple en traction) ou prolonger la durée d'essai (par exemple en cisaillement à  $R = 0$ ). Une difficulté en déterminer l'aire de boucle à la fréquence élevée est la précision de la fréquence d'acquisition.

Dans la partie suivante, le modèle développé dans le chapitre 4 va être étendu en thermo-viscoélasticité pour essayer de capter le comportement cyclique du matériau à fréquence plus importante.

Les résultats d'auto-échauffement au cours du cyclage à  $R = 0$  et son influence sur l'accumulation et la stabilisation de la déformation moyenne, ainsi que l'évolution de l'énergie de la source de chaleur mise en jeu vont permettre de tester la validité du modèle.

Les différences d'évolution de la température et de la puissance moyenne de la source sur deux modes de sollicitation équivalents suggère de conserver la distinction volume / déviateur dans le modèle.

L'évolution de la puissance de la source permettra de valider la prédiction des contributions des différentes sources (thermoélastique et dissipative) du modèle.

Des résultats de l'essai de cisaillement à  $R = -1$  permettront d'estimer la capacité à modéliser la réponse du matériau en compression.



# CHAPITRE 8

## MODELISATION THERMO-VISCOELASTIQUE

L'étude expérimentale a mis en évidence un auto-échauffement marqué du PEHD semi-cristallin sollicité en chargements cycliques aux fréquences importantes. L'augmentation de la température a un impact sur la réponse cyclée du fait du couplage entre comportement mécanique et température. Une modification de la rigidité est une des manifestations. Les mécanismes de dissipation intrinsèque déterminent cet auto-échauffement, lié à la déformation visqueuse qui croît avec la perte de rigidité lorsque la température croît. Le couplage est très fort (au sens où la réponse mécanique affecte la température, qui modifie en retour le comportement mécanique). Pour pouvoir prédire l'effet de rochet et l'état stabilisé dans ce cas, nous étendons le modèle viscoélastique non linéaire isotherme (présenté dans le chapitre 4) à une modélisation de comportement fortement couplée mécaniquement et thermiquement, tridimensionnelle, dans un cadre formel cohérent. L'objectif de l'étude est de mettre en place un modèle de comportement global, sur une large gamme de vitesse de chargement et de température.

### 8.1. Loi de comportement

Dans le chapitre 4, le modèle mécanique pur est écrit à une température de référence dans un cas isotherme. Pour mettre en place les couplages forts avec la thermique, il faut généraliser le modèle en ajoutant un terme d'énergie d'origine thermique dans le potentiel thermodynamique et en complétant l'écriture des lois d'évolution des variables internes avec les facteurs de glissement issus de l'équivalence temps-température pour ramener toute modification de température à la rigidité du matériau  $G^{ej}$  et  $K^{tr\epsilon j}$  (ou à la distribution des temps de relaxation  $p_j$ ) à la température de référence  $T_0$ .

Nous proposons l'expression du potentiel thermodynamique suivante :

$$\begin{aligned} \rho\psi = & \frac{1}{2} K_\infty (tr\boldsymbol{\epsilon})^2 + G_\infty (\mathbf{e} : \mathbf{e}) + \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{n^k} \frac{(z^{tr\epsilon j} - z_\infty^{tr\epsilon j})^2}{K^{tr\epsilon j}} + \sum_{j=1}^{n^g} \frac{(\mathbf{z}^{ej} - \mathbf{z}_\infty^{ej}) : (\mathbf{z}^{ej} - \mathbf{z}_\infty^{ej})}{G^{ej}} \\ & - K_\infty tr\boldsymbol{\epsilon} \alpha_T (T - T_0) - \frac{1}{2} \frac{\rho C_p}{T_0} (T - T_0)^2 \end{aligned} \quad (8.1)$$

où  $T$  et  $T_0$  sont les températures actuelle et initiale,  $\rho$  est la densité du matériau supposée constante sur la gamme de la température étudiée,  $C_p(T)$  est la capacité calorifique,  $\alpha_T(T)$  est le coefficient de dilation thermique volumique. Le terme  $-K_\infty tr\boldsymbol{\epsilon} \alpha_T (T - T_0) - \frac{1}{2} \frac{\rho C_p}{T_0} (T - T_0)^2$  représente l'énergie d'origine thermique du système à l'état relaxé. Nous considérons l'équilibre thermique local dans cette étude.

Le tenseur des contraintes de Cauchy dans (4.12) devient :

$$\begin{aligned} tr\boldsymbol{\sigma} = & \frac{\partial(\rho\psi)}{\partial tr\boldsymbol{\epsilon}} = K_0 tr\boldsymbol{\epsilon} - \sum_{j=1}^{n^k} z^{tr\epsilon j} - K_\infty \alpha_T (T - T_0) \\ \mathbf{s} = & \frac{\partial(\rho\psi)}{\partial \mathbf{e}} = 2G_0 \mathbf{e} - 2 \sum_{j=1}^{n^g} \mathbf{z}^{ej} \end{aligned} \quad (8.2)$$

Les forces thermodynamiques associées aux flux des variables d'état ne changent pas :

$$\begin{aligned}\rho A^{tr\epsilon j} &= -\frac{\partial(\rho\psi)}{\partial z^{tr\epsilon j}} = -\frac{(z^{tr\epsilon j} - z_{\infty}^{tr\epsilon j})}{K^{tr\epsilon j}} \\ \rho A^{ej} &= -\frac{\partial(\rho\psi)}{\partial \mathbf{z}^{ej}} = -2\frac{(\mathbf{z}^{ej} - \mathbf{z}_{\infty}^{ej})}{G^{ej}}\end{aligned}\quad (8.3)$$

L'entropie spécifique  $s$  est définie à partir du potentiel :

$$\rho s = -\frac{\partial(\rho\psi)}{\partial T} = K_{\infty} tr\epsilon \alpha_T + \frac{\rho C_p}{T_0}(T - T_0) \quad (8.4)$$

Les lois complémentaires d'évolution sont déduites de deux potentiels dans l'équation suivante :

$$\begin{aligned}D_1^* &= \frac{1}{2} \sum_j B^{tr\epsilon j} (\rho A^{tr\epsilon j})^2 + \frac{1}{2} \sum_j (\rho A^{ej}) : \mathbf{B}^{ej} : (\rho A^{ej}) \\ D_2^* &= \frac{1}{2} [-\mathbf{grad}T] . k . [-\mathbf{grad}T]\end{aligned}\quad (8.5)$$

où  $k$  est le coefficient de conductivité isotrope déterminant le flux de chaleur  $\mathbf{J}_q$  sous la forme :

$$\mathbf{J}_q = k [-\mathbf{grad}T] \quad (8.6)$$

Nous rappelons que  $\mathbf{B}^{ej}$  a une forme simplifiée (1 scalaire  $B^{ej}$ ).

Nous intégrons également l'influence de la température sur les processus de relaxation via les facteurs de glissement du principe d'équivalence temps-température. L'augmentation de la température favorise le mouvement des chaînes macromoléculaires. L'agitation thermique augmente et ces fluctuations d'énergie potentielle augmentent la probabilité de saut moléculaire. Cela correspond à diminution des temps caractéristiques des processus de relaxation. Cela revient à multiplier ces temps caractéristiques par un facteur de glissement  $a_{T/T_0}$  inférieur à 1. A l'opposé, la diminution de la température freine les processus de relaxation et les temps caractéristiques sont multipliés avec un facteur supérieur à 1. Dans le premier temps de l'étude, nous ne différencions pas l'influence de la température sur la distribution des temps caractéristiques entre les deux parties volumique et déviatorique.

Par rapport à l'équation (4.6) dans le chapitre 4, les paramètres  $B^{tr\epsilon j}$  et  $B^{ej}$  sont multipliés par  $1/a_T$  comme suit :

$$\begin{aligned}B^{tr\epsilon j} &= \frac{K^{tr\epsilon j}}{a_T \tau^{tr\epsilon j}} \\ B^{ej} &= \frac{G^{ej}}{2a_T \tau^{ej}}\end{aligned}\quad (8.7)$$

Alors, les vitesses de processus de relaxation sont exprimées comme suit :

$$\begin{aligned}\frac{dz^{tr\epsilon j}}{dt} &= -\frac{(z^{tr\epsilon j} - z_{\infty}^{tr\epsilon j})}{a_T \tau^{tr\epsilon j}} \\ \frac{d\mathbf{z}^{ej}}{dt} &= -\frac{(\mathbf{z}^{ej} - \mathbf{z}_{\infty}^{ej})}{a_T \tau^{ej}}\end{aligned}\quad (8.8)$$

Avec les choix présentés ci-dessus, et dans le cadre général des systèmes ouverts, la variation locale de l'entropie peut s'exprimer comme suit :

$$Tds = du - \frac{1}{\rho}(\text{tr}\boldsymbol{\sigma})d(\text{tr}\boldsymbol{\varepsilon}) - \frac{1}{\rho}\mathbf{s} : d\mathbf{e} + \sum_{j=1}^{n^K} A^{\text{tr}\varepsilon j} dz^{\text{tr}\varepsilon j} + \sum_{j=1}^{n^G} \mathbf{A}^{\text{e}j} : d\mathbf{z}^{\text{e}j} \quad (8.9)$$

où  $u$  est l'énergie interne spécifique. Cette présentation est un condensé rapide, dont le détail se trouve dans les livres de mécanique des matériaux.

En combinant le premier principe, le théorème de l'énergie cinétique et la définition de l'énergie totale, on obtient la conservation de l'énergie sous sa forme locale :

$$\rho \frac{du}{dt} = \mathbf{D} : \boldsymbol{\sigma} - \text{div}\mathbf{J}_q + r \quad (8.10)$$

où  $\mathbf{D}$  est le tenseur des taux de déformation, et  $r$  est le taux de chaleur volumique fourni par l'extérieur.

On déduit des deux relations (8.9) et (8.10) l'expression de la variation d'entropie :

$$\rho T \frac{ds}{dt} = -\text{div}\mathbf{J}_q + r + \rho \sum_{j=1}^{n^K} A^{\text{tr}\varepsilon j} \frac{dz^{\text{tr}\varepsilon j}}{dt} + \rho \sum_{j=1}^{n^G} \mathbf{A}^{\text{e}j} : \frac{d\mathbf{z}^{\text{e}j}}{dt} \quad (8.11)$$

En tenant compte de l'expression de l'entropie spécifique  $s = -\frac{\partial(\psi)}{\partial T}$ , on réécrit la variation de celle-ci :

$$\begin{aligned} \frac{ds}{dt} = & -\left(\frac{\partial^2\psi}{\partial T^2}\right) \frac{dT}{dt} - \left(\frac{\partial^2\psi}{\partial \text{tr}\boldsymbol{\varepsilon} \partial T}\right) \frac{d\text{tr}\boldsymbol{\varepsilon}}{dt} - \left(\frac{\partial^2\psi}{\partial \mathbf{e} \partial T}\right) : \frac{d\mathbf{e}}{dt} \\ & - \sum_{j=1}^{n^K} \left(\frac{\partial^2\psi}{\partial z^{\text{tr}\varepsilon j} \partial T}\right) \frac{dz^{\text{tr}\varepsilon j}}{dt} - \sum_{j=1}^{n^G} \left(\frac{\partial^2\psi}{\partial \mathbf{z}^{\text{e}j} \partial T}\right) : \frac{d\mathbf{z}^{\text{e}j}}{dt} \end{aligned} \quad (8.12)$$

L'équation de la chaleur est alors exprimée comme suit :

$$\begin{aligned} \rho C_p \frac{dT}{dt} = & -\text{div}\mathbf{J}_q + r + T \frac{\partial \text{tr}\boldsymbol{\sigma}}{\partial T} \frac{d\text{tr}\boldsymbol{\varepsilon}}{dt} \\ & + \left[ \sum_{j=1}^{n^K} \rho A^{\text{tr}\varepsilon j} - T \sum_{j=1}^{n^K} \frac{\partial \rho A^{\text{tr}\varepsilon j}}{\partial T} \right] \frac{dz^{\text{tr}\varepsilon j}}{dt} + \left[ \sum_{j=1}^{n^G} \rho \mathbf{A}^{\text{e}j} - T \sum_{j=1}^{n^G} \frac{\partial \rho \mathbf{A}^{\text{e}j}}{\partial T} \right] : \frac{d\mathbf{z}^{\text{e}j}}{dt} \end{aligned} \quad (8.13)$$

En tenant compte des équations (8.2), (8.3) et (8.8), l'équation de la chaleur est ré-exprimée :

$$\begin{aligned} \rho C_p \frac{dT}{dt} + \text{div}\mathbf{J}_q - r = & -TK_\infty \alpha_T \frac{d\text{tr}\boldsymbol{\varepsilon}}{dt} \\ & + \sum_{j=1}^{n^K} \frac{(z^{\text{tr}\varepsilon j} - z_\infty^{\text{tr}\varepsilon j})^2}{a_T \tau^{\text{tr}\varepsilon j} K^{\text{tr}\varepsilon j}} + 2 \sum_{j=1}^{n^G} \frac{(\mathbf{z}^{\text{e}j} - \mathbf{z}_\infty^{\text{e}j}) : (\mathbf{z}^{\text{e}j} - \mathbf{z}_\infty^{\text{e}j})}{a_T \tau^{\text{e}j} G^{\text{e}j}} \end{aligned} \quad (8.14)$$

Le terme  $\frac{dq_\theta}{dt} = \rho C_p \frac{dT}{dt}$  est la quantité de chaleur emmagasinée par le système thermodynamique, qui s'exprime sous forme de variation de température.

Le terme  $-\frac{dq_{\text{ech}}}{dt} = \text{div}\mathbf{J}_q - r$  est la quantité de chaleur échangée par le système thermodynamique avec l'extérieur.

Le membre de droite de l'équation (8.14) est la quantité de chaleur globale ou la source  $-\frac{dw_s}{dt}$ .

Elle comprend deux parties : une représente généralement le couplage thermoélastique

$\frac{dw_{cte}}{dt} = -TK_\infty \alpha_T \frac{dtr\epsilon}{dt}$ , une est reliée à la dissipation intrinsèque

$$\frac{dw_d}{dt} = \sum_{j=1}^{n^K} \frac{(z^{tr\epsilon j} - z_\infty^{tr\epsilon j})^2}{a_T \tau^{tr\epsilon j} K^{tr\epsilon j}} + 2 \sum_{j=1}^{n^G} \frac{(\mathbf{z}^{ej} - \mathbf{z}_\infty^{ej}) : (\mathbf{z}^{ej} - \mathbf{z}_\infty^{ej})}{a_T \tau^{ej} G^{ej}}.$$

L'équation complète de la chaleur permet de mettre en évidence les deux mécanismes, thermoélastiques et dissipatifs activés pendant les essais mécaniques. Le premier mécanisme génère une source suivant le chargement volumique, pendant que le second introduit un échauffement progressif indépendant du sens de la charge. Le Tableau 8.1 fait le bilan des différentes puissances et énergies mises en jeu lors d'un processus de déformation.

**Tableau 8.1.** Expression des puissances et énergie mises en jeu dans un bilan d'énergie d'un essai mécanique.

	Puissances	Energie
Dissipée	$\frac{dw_d}{dt} = \sum_{j=1}^{n^K} \frac{(z^{tr\epsilon j} - z_\infty^{tr\epsilon j})^2}{a_T \tau^{tr\epsilon j} K^{tr\epsilon j}} + 2 \sum_{j=1}^{n^G} \frac{(\mathbf{z}^{ej} - \mathbf{z}_\infty^{ej}) : (\mathbf{z}^{ej} - \mathbf{z}_\infty^{ej})}{a_T \tau^{ej} G^{ej}}$	$w_d = \int_{t_0}^t \frac{dw_d}{dt} dt$
Couplages thermoélastiques	$\frac{dw_{cte}}{dt} = -TK_\infty \alpha_T \frac{dtr\epsilon}{dt}$	$w_{cte} = \int_{t_0}^t \frac{dw_{cte}}{dt} dt$
Calorifique totale	$\frac{dw}{dt} = \frac{dw_d}{dt} + \frac{dw_{cte}}{dt}$	$w_s = \int_{t_0}^t \frac{dw_s}{dt} dt$

En résumé, dans le cadre des petites déformations, en dehors des 12 paramètres (hypothèse de distributions de temps de relaxation identiques sur G et K) ou 18 paramètres (différentiation des distributions de temps de relaxation identiques sur G et K) intervenant dans le modèle mécanique pur, à savoir :

- les modules de cisaillement élastique et relaxé,  $G_0$  et  $G_R$ ,
- les modules de compressibilité élastique et relaxé,  $K_0$  et  $K_R$ ,
- les paramètres de non linéarité,  $A_V$  et  $A_D$  de l'équilibre,
- les paramètres de la distribution de poids des temps de relaxation  $(\tau_{\max}, N, n, c, \mu, a)_{G, K}$ ,

la réponse thermoviscoélastique non linéaire nécessite 6 autres paramètres :

- la densité  $\rho$ ,
- la capacité calorifique  $C_p(T)$ ,
- le coefficient de dilatation thermique volumique  $\alpha_T(T)$ ,
- le coefficient de conductivité isotrope k,
- le coefficient de convection thermique h(T) pour déterminer le flux thermique par convection sur les faces de l'éprouvette,
- les facteurs de glissement  $a_{T/T_0}$ .

Les paramètres  $\rho$ ,  $C_p(T)$ ,  $\alpha_T(T)$  et  $a_{T/T_0}$  peuvent être déterminés expérimentalement. Les paramètres k et h(T) peuvent être identifiés par analyse numérique inverse d'un essai de retour à l'équilibre thermique comme montré dans le chapitre 6.

## 8.2. Conclusion

Le modèle thermodynamique fortement couplé est développé à partir d'une approche purement viscoélastique basée sur une description énergétique du comportement. Les choix dans sa construction ont permis de conserver au mieux un certain sens physique tout en essayant de contenir le nombre de paramètres. Tous les paramètres nécessaires à la détermination du comportement thermique peuvent être identifiés expérimentalement. Les autres paramètres, liés au comportement mécanique sont identifiés avec la stratégie présentée dans le modèle purement mécanique. Un bilan énergétique permet d'introduire les sources de couplage thermoélastique et de dissipation visqueuse.



# CHAPITRE 9

## CONFRONTATION DU MODELE THERMOMECHANIQUE

Dans ce chapitre, l'accent est mis sur la validation du modèle couplée thermomécanique présenté au chapitre 8 à l'échelle de la structure. La validation consiste :

- à comparer les composantes du tenseur de déformations issues de la mesure de champ cinématique et prédites par le modèle
- à comparer la mesure et la prédiction de l'évolution de la température sur la surface de l'éprouvette
- à analyser le bilan énergétique établi sur la base de notre modélisation 3D et évalué numériquement
- à comparer notre bilan avec celui obtenu à partir du champ de température en surface et de l'expression 2D de l'équation de la chaleur.

Les paramètres de comportement mécanique sont ceux identifiés au chapitre 5 dans le cas d'une même distribution de temps caractéristiques pour le module de cisaillement et pour le module de compressibilité. Les caractéristiques thermiques sont celles mesurées et identifiées au chapitre 6. Deux modes de sollicitation sont analysés, traction et cisaillement, ils permettent d'évaluer le rôle joué par les parts volumique et déviatorique, ce qui est un point essentiel dans le comportement thermomécanique. Les essais de cisaillement à deux rapports de charge,  $R = 0$  et  $R = -1$  sont analysés afin de mettre en exergue l'effet de rochet dans le comportement thermomécanique.

### 9.1. Essai de traction

La réponse thermo-mécanique d'un huitième d'éprouvette haltère a été simulée sur Abaqus®. Les conditions aux limites, initiales et de symétrie appliquées sont illustrées sur la Figure 9.1. Les propriétés thermiques du matériau massif que sont le coefficient de dilatation thermique linéaire  $\alpha$ , la capacité calorifique  $C_p$ , le coefficient de conductivité  $k$ , le coefficient d'échange de chaleur  $h$  et la densité  $\rho$  sont celles déterminées au chapitre 6. Leur dépendance en température est tabulée dans Abaqus®. Le comportement thermo-mécanique du matériau est décrit par le modèle qui a été présenté au chapitre 8. Les paramètres mécaniques du modèle sont ceux identifiés au chapitre 5 pour le cas d'une même distribution de temps caractéristiques pour le module de cisaillement et pour le module de compressibilité. Les coefficients du principe d'équivalence temps-température sont ceux identifiés expérimentalement au chapitre 6. Nous rappelons toutes les caractéristiques thermiques dépendantes de la température et des paramètres du modèle dans le Tableau 9.1 et le Tableau 9.2.

Comme illustré sur la partie gauche de la Figure 9.1, trois des surfaces du huitième d'éprouvette sont dotées de conditions de symétrie mécaniques (les composantes du déplacement normales au plan de symétrie sont fixées à zéro) et thermiques (le flux de chaleur est nul à travers la surface de symétrie). La face en contact avec les mors ne se déplace que sur la direction Y.

La tête d'éprouvette, qui se trouve dans les mors, est maintenue pendant toute la durée de l'essai à la température ambiante initiale. Les faces libres sont soumises à un phénomène de convection caractérisé par trois coefficients  $h$  différents selon la face considérée :  $h_{\text{face}}$  sur les faces avant de l'éprouvette,  $h_{\text{ver}}$  sur les faces latérales et  $h_{\text{hor}}$  sur le haut de l'éprouvette.

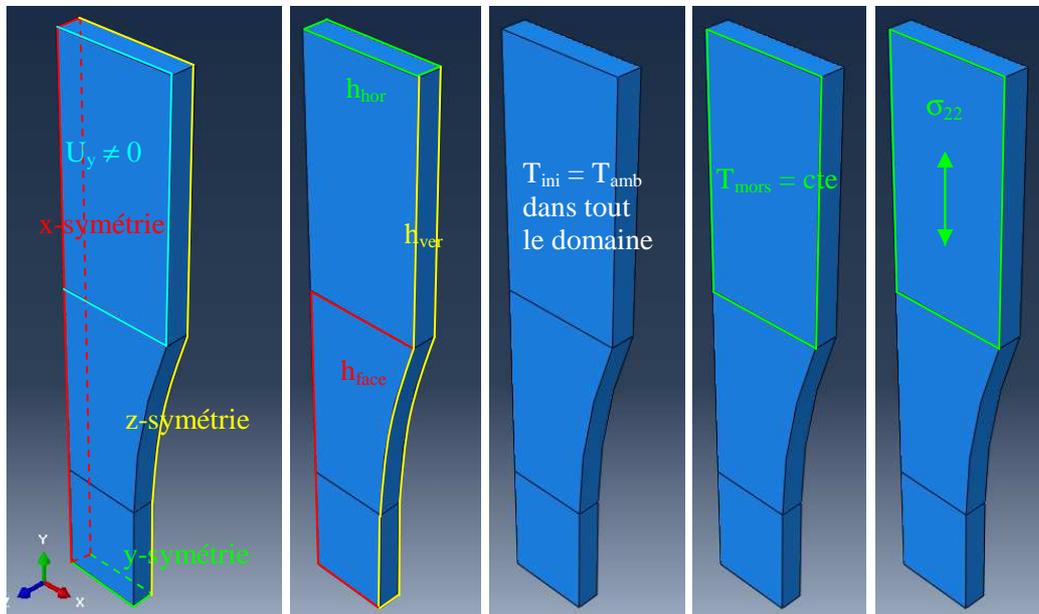
A l'instant initial, l'ensemble de l'éprouvette est à température imposée de 25°C. La température sur la face en contact avec les mors est constamment fixée à la température initiale pendant que les autres faces sont laissées libres d'évoluer.

**Tableau 9.1.** Caractéristiques thermiques mesurées et identifiées pour PEHD.

$\rho$ (kg/m <sup>3</sup> )	950				
$C_p$ (J/kg.°C)	$C_p(T) = 9.2T + 1366.6$				
$\alpha$ (1/°C)	$\alpha(T) = (0.0677T + 9.1677) \times 10^{-5}$				
$a_{T/T0}$	$\log a_T(T) = -\frac{26.5(T-24)}{91+(T-24)}$				
$k$ (W/m.°C)	0.45				
$h$ (W/m <sup>2</sup> .°C)	T (°C)	Face	Horizontale	Verticale	Diagonale $\alpha = 55^\circ$
	25	11.019	21.375	15.492	19.087
	30	13.772	26.34	18.789	23.403
	35	16.615	31.776	22.667	28.233
	40	18.645	35.659	25.437	31.684
	45	20.309	35.842	27.707	34.512
	50	21.76	41.616	29.687	36.977
55	23.07	44.121	31.474	39.203	

**Tableau 9.2.** Paramètres du modèle thermo-mécanique en traction.

$G_0$ (MPa)	$K_0$ (MPa)	$G_R$ (MPa)	$K_R$ (MPa)	$A_D$	$A_V$	n	N	$\tau_{max}$ (s)	$\mu$	c	a
549	8606	468	7328	1.1	0	50	5.475	30000	-100	600	16

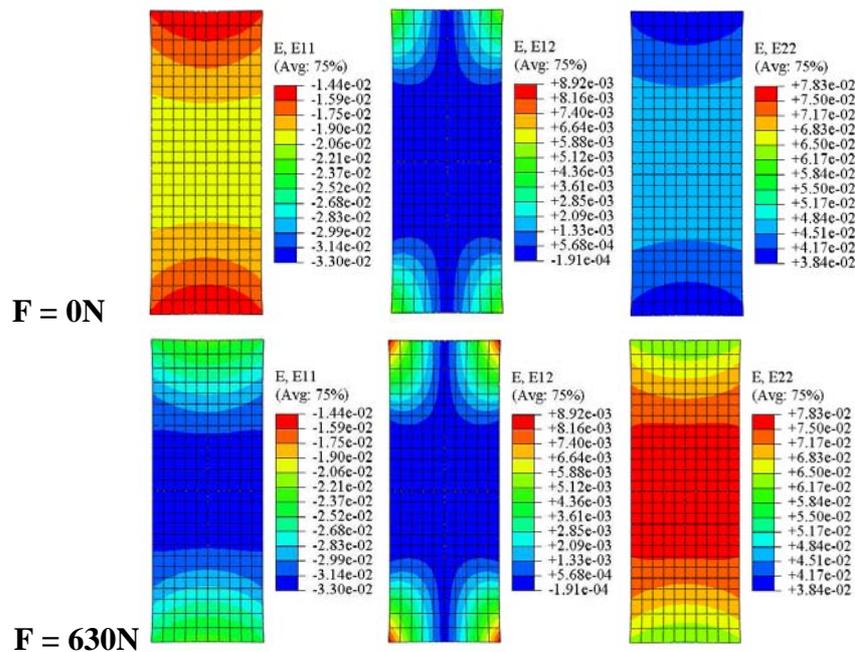


**Figure 9.1.** Modèle numérique de l'essai de traction.

La tête d'éprouvette est soumise à une charge surfacique tangente à la direction Y dont la résultante est en accord avec la force mesurée expérimentalement. Les déplacements dans les autres directions sur cette face sont interdits ce qui schématise l'interaction avec le mors supposé infiniment rigide. Hormis les surfaces de symétrie et la face en contact avec les mors, tous les déplacements sont libres.

### 9.1.1. Prédiction de la déformation

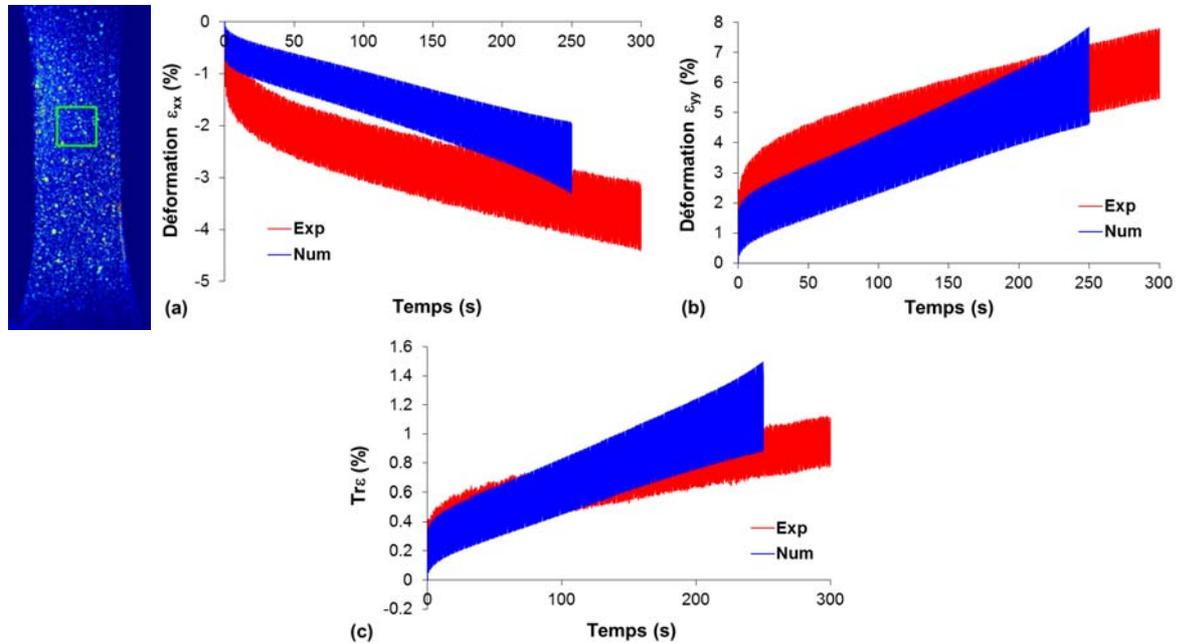
La Figure 9.2 présente les cartographies des déformations transverses  $\epsilon_{xx}$ , longitudinale  $\epsilon_{yy}$  et de cisaillement  $\epsilon_{xy}$  dans la partie utile de l'éprouvette aux points de force minimale et maximale du 250<sup>ème</sup> cycle. La zone sélectionnée pour présenter les résultats numériques est identique avec celle des analyses des mesures expérimentales présentées au chapitre 7. Les champs de déformation simulés sont similaires avec ceux mesurés expérimentalement comme présentés sur la Figure 7.4. Il y a des concentrations des déformations  $\epsilon_{xx}$  et  $\epsilon_{yy}$  au centre de l'éprouvette, alors que la déformation  $\epsilon_{xy}$  est très faible dans cette zone.



**Figure 9.2.** Cartographies des déformations simulées aux points de force minimale (en haut) et maximale (en bas) de l'essai de traction à  $F_{\max} = 630\text{N}$ ,  $f = 1\text{Hz}$  et  $R = 0$ .

La Figure 9.3 présente la comparaison de l'évolution des composantes transverses et longitudinales et volumique de la déformation mesurées expérimentalement et simulées numériquement. Il est important de souligner que ces déformations sont moyennées sur la même fenêtre que celle de la mesure expérimentale au centre de l'éprouvette. On constate que la sous-estimation de la déformation transverse est plus importante que celle de la déformation longitudinale. Cette sous-estimation est toutefois raisonnable puisque dans le modèle sont utilisés les paramètres des caractéristiques mécaniques identifiés par des essais réalisés avec le montage plus raide du DPMM et dans des états isothermes. Les évolutions de ces déformations calculées sont parallèles avec celles mesurées expérimentalement au cours des 100 premiers cycles ensuite une croissance est prédite par le modèle numérique. L'augmentation de l'amplitude de la déformation prédite est une conséquence de la température, qui est plus importante que celle mesurée expérimentalement. L'ordre de grandeur de la déformation de cisaillement calculée est de  $10^{-5}$ , elle est très faible en comparaison avec celle de l'expérience ( $10^{-3}$ ). La simulation est réalisée dans le cadre virtuel d'une traction idéale où la composante de cisaillement n'est pas nature très faible dans la zone centrale. Bien que les déformations transverse et longitudinale soient sous-estimées, les déformations volumiques, déduite par l'équation 7.3 utilisant l'hypothèse de la plaque (contrainte normale nulle), sont très proches. Toutefois, la simulation numérique prédit une accélération plus forte de la déformation volumique moyenne ainsi que de l'amplitude. L'augmentation plus importante des amplitudes des composantes de déformation obtenue numériquement est liée à la viscosité et à la

température qui évolue. La comparaison des réponses numériques et expérimentales suggère que les caractéristiques thermique et mécanique sont dans le bon ordre de grandeur. Toutefois les coefficients d'échange de la chaleur au niveau des surfaces extérieures sont incertain et si on les sous-estime, la chaleur générée par la viscoélasticité ne pourra être dissipée et va conduire à une chute des raideurs donc une augmentation des amplitudes.

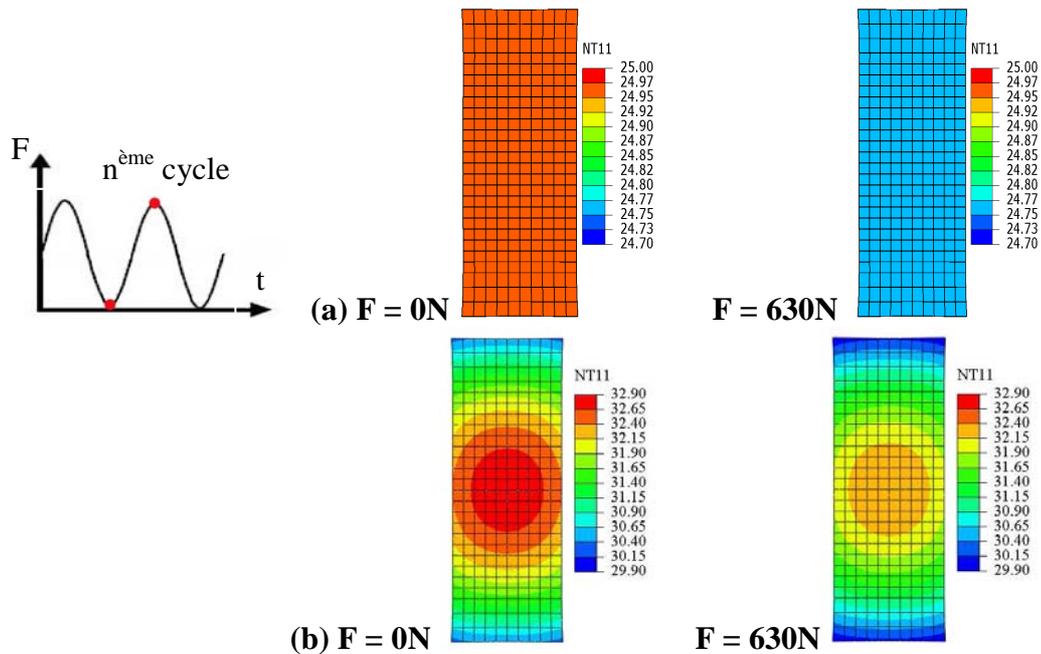


**Figure 9.3.** Evolution de la déformation simulée (a) transverse, (b) longitudinale et (c) volumique de l'essai de traction à  $F_{\max} = 630\text{N}$ ,  $f = 1\text{Hz}$  et  $R = 0$ .

Des résultats similaires sont obtenus sur les zones inférieure et supérieure de la partie utile de l'éprouvette (qui sont identiques dans cette simulation ou une symétrie est imposée).

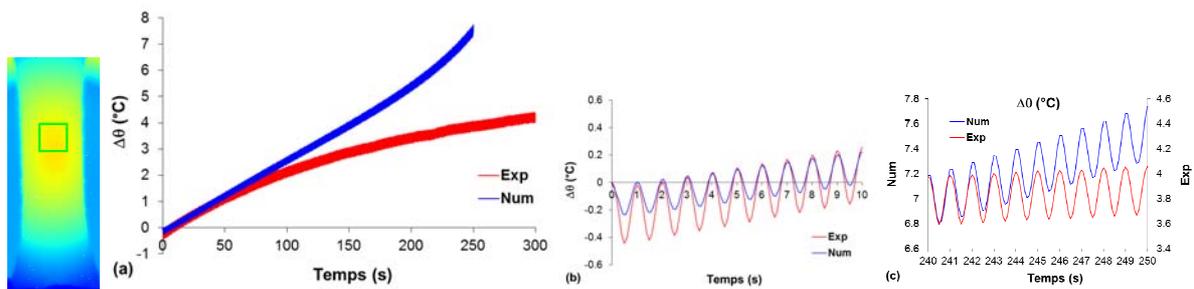
### 9.1.2. Prédiction de la température

La Figure 9.4 présente les cartographies de la température aux points de force minimale et maximale des 1<sup>er</sup> et 250<sup>ème</sup> cycles. Les observations expérimentales sont retrouvées. Sur le 1<sup>er</sup> cycle, la température est homogène dans la zone d'étude. Toute l'éprouvette refroidit en charge. Après 250 cycles, la forme du champ de température a changé comparativement au 1<sup>er</sup> cycle : il apparait une concentration de la température au centre de l'éprouvette.



**Figure 9.4.** Cartographies numériques de la température ( $^{\circ}\text{C}$ ) aux points de force minimale (à gauche) et maximale (à droite) du (a) 1<sup>er</sup> cycle et (b) 250<sup>ème</sup> cycle de l'essai de traction à  $F_{\text{max}} = 630\text{N}$ ,  $f = 1\text{Hz}$  et  $R = 0$ .

La Figure 9.5 présente la prédiction de l'évolution de l'augmentation de la température qui est moyennée sur la même fenêtre que la mesure expérimentale au centre de l'éprouvette. L'incrément de température simulé évolue suivant une forme exponentielle et diffère de celui en expérience qui croît plus lentement avec le temps donc avec les cycles. La concentration de la température simulée au centre de l'éprouvette est trop importante, une augmentation de  $7^{\circ}\text{C}$  est obtenue après 250 cycles. Pourtant sur quelques cycles au début, l'amplitude de la température simulée est plus faible que celle mesurée expérimentalement. Au contraire après 250 cycles, ces amplitudes sont identiques. L'incrément de la température est alors en opposition de phase avec la sollicitation au cours du cyclage comme dans l'expérience.

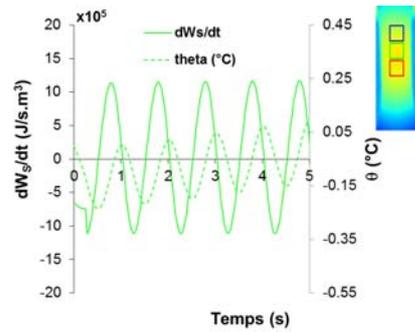


**Figure 9.5.** Evolution de la température simulée (a) au cours de 250 cycles, (b) au début et (c) à long temps de l'essai de traction à  $F_{\text{max}} = 630\text{N}$ ,  $f = 1\text{Hz}$  et  $R = 0$ .

Les résultats sur les parties inférieure et supérieure conduisent à des conclusions similaires.

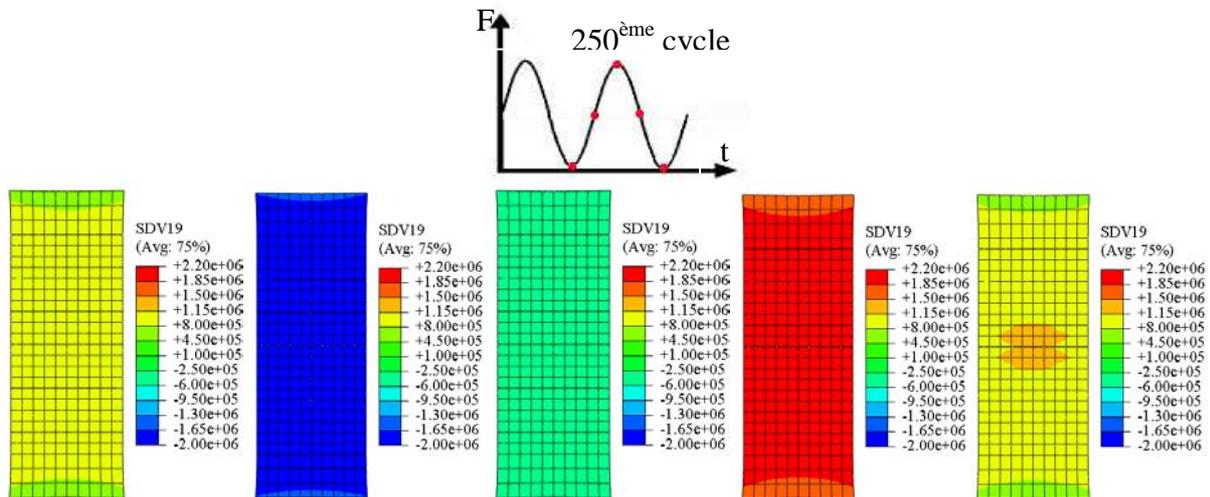
### 9.1.3. Prédiction du bilan d'énergie

La Figure 9.6 présente le déphasage entre la puissance de la source de chaleur générée et la variation de la température au point situé au centre de l'éprouvette (carré vert). Nous observons une avance de phase de l'ordre de  $\pi/2$  de la puissance, comme montrée en expérience sur la Figure 7.10.



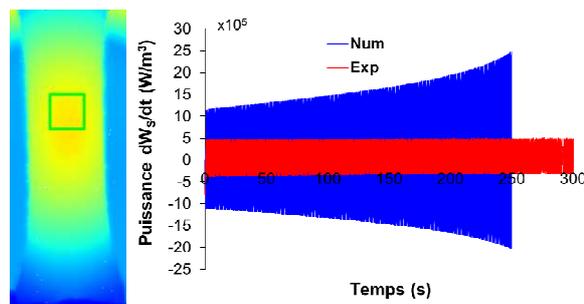
**Figure 9.6.** Déphasage entre la puissance de chaleur générée et l'incrément de la température au centre de l'éprouvette de l'essai de traction à  $F_{\max} = 630\text{N}$ ,  $f = 1\text{Hz}$  et  $R = 0$ .

La Figure 9.7 présente les cartographies de la puissance thermique du 250<sup>ème</sup> cycle. Nous retrouvons l'évolution de la source générée par le couplage thermoélastique *sur un cycle* comme dans l'expérience : l'évolution de la source générée par le couplage thermoélastique est du premier ordre comparativement à celle de la source dissipative.



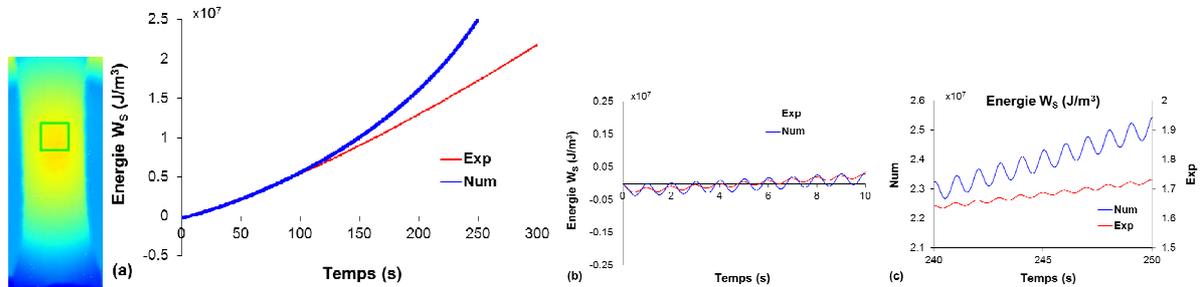
**Figure 9.7.** Cartographies de la puissance ( $\text{W/m}^3$ ) du 250<sup>ème</sup> cycle de l'essai de traction à  $F_{\max} = 630\text{N}$ ,  $f = 1\text{Hz}$  et  $R = 0$ .

La Figure 9.8 présente la puissance de chaleur totale  $dw_s/dt$  moyennée sur la même fenêtre de mesure expérimentale au centre de l'éprouvette. Nous observons que l'amplitude de la puissance simulée est bien plus élevée que dans l'expérience et elle augmente fortement avec le temps. En revanche, les puissances moyennes simulée et expérimentale sont similaire.



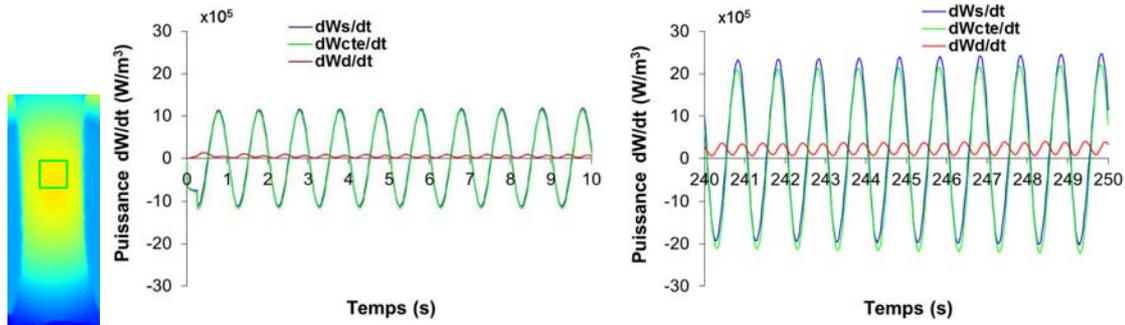
**Figure 9.8.** Evolution de la puissance de la source de chaleur de l'essai de traction à  $F_{\max} = 630\text{N}$ ,  $f = 1\text{Hz}$  et  $R = 0$ .

La Figure 9.9 présente l'évolution de l'énergie générée par la source de chaleur  $w_s$  correspondante. Comme la puissance moyenne est similaire dans l'expérience et dans la simulation il en résulte des énergies du même ordre (intégrale). L'énergie simulée évolue plus rapidement après 150s. L'amplitude de la puissance simulée surestimée conduit à une fluctuation plus marquée de l'énergie. Cette fluctuation augmente avec le temps en correspondance avec l'augmentation de l'amplitude de la puissance simulée.



**Figure 9.9.** Evolution de l'énergie simulée de la source de chaleur (a) au cours de 250 cycles, (b) au début et (c) à long temps de l'essai de traction à  $F_{\max} = 630\text{N}$ ,  $f = 1\text{Hz}$  et  $R = 0$ .

La Figure 9.10 illustre l'évolution des différentes puissances mises en jeu au cours du cyclage. Par souci de lisibilité, les 10 premiers et les 10 derniers cycles seront représentés. Nous observons qu'en traction, il y a un accord entre l'énergie thermique  $w_s$  et l'énergie générée par le couplage thermoélastique  $w_{cte}$ . Ces puissances sont en avance de phase de  $\pi/2$  par rapport à l'incrément de la température, c'est-à-dire en retard de phase de  $\pi/2$  par rapport à la sollicitation. La puissance dissipative  $dw_d/dt$  est faible, environ 6 fois moins intense que les autres énergies, et évolue avec une fréquence 2 fois plus élevée (2Hz). Elle est toujours positive, et l'énergie dissipative croît constamment comme montrée plus loin sur la Figure 9.11. Toutes les puissances fluctuent autour une valeur moyenne de l'ordre de  $10^5 \text{W/m}^3$ .



**Figure 9.10.** Evolution des puissances simulées de l'essai de traction à  $F_{\max} = 630\text{N}$ ,  $f = 1\text{Hz}$  et  $R = 0$ .

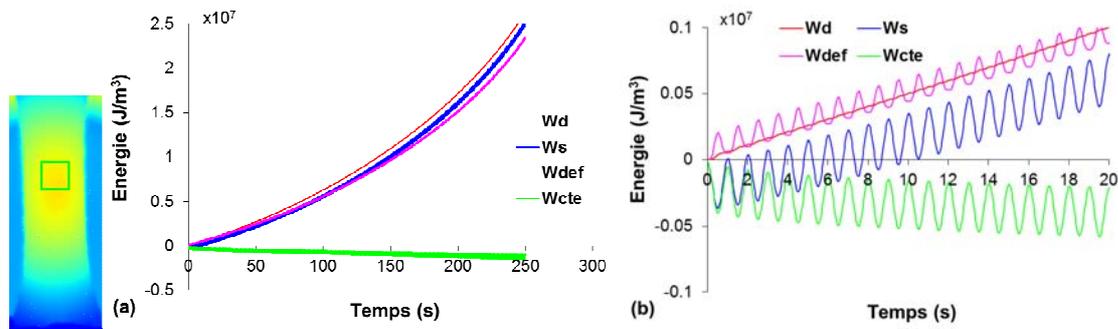
L'énergie de déformation volumique  $w_{def}$  est égale à la somme de l'énergie dissipative intrinsèque, de l'énergie élastique et de l'énergie de stockée. Les deux principes de thermodynamique fournissent l'expression de cette énergie comme suit (Chrysochoos, 2012a) :

$$w_{def} = w_d + w_{cte} + \int_{t_0}^t (\rho \dot{e} - \rho C \dot{T}) dt \quad (9.1)$$

où  $e$  est l'énergie interne spécifique,  $\rho$  est la densité,  $C$  la capacité calorifique,  $T$  la température.

La Figure 9.11 représente l'évolution des différentes énergies mises en jeu au cours du cyclage. Les énergies thermique  $w_s$  et thermoélastique  $w_{cte}$  sont en opposition de phase avec la

sollicitation tandis que l'énergie de déformation volumique  $w_{def}$  est en phase. L'énergie du couplage thermoélastique ne revient pas à zéro en fin de décharge compte tenu de la présence d'une déformation résiduelle à chaque fin de cycle. Au cours des 20 premiers cycles, les valeurs moyennes des quatre différentes énergies sont du même ordre, l'énergie  $w_{def}$  est plus élevée que l'énergie dissipative. Ensuite, le cumul de l'énergie dissipative  $w_d$  devient majoritaire avec l'augmentation du nombre de cycles. Cela est cohérent avec la discussion sur l'évolution du champ de la température au chapitre 7.

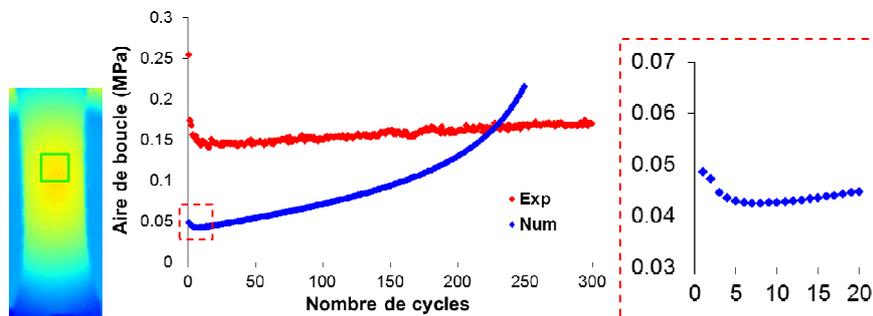


**Figure 9.11.** Evolution des énergies simulées (a) au cours de 250 cycles et (b) 20 premiers cycles de traction à  $F_{max} = 630N$ ,  $f = 1Hz$  et  $R = 0$ .

Des résultats similaires sont obtenus sur les parties inférieure et supérieure.

#### 9.1.4. Prédiction de l'évolution de l'aire de boucle

La Figure 9.12 présente l'évolution de l'aire de boucle en fonction du nombre de cycles. Comme dans l'expérience, l'aire de boucle simulée diminue au cours des 6 premiers cycles. Ensuite elle croît linéairement jusqu'à environ 150 cycles et évolue très fortement après 200 cycles. Il n'y a pas une période de stabilisation entre 20 et 50 cycles comme dans l'expérience. L'aire de boucle simulée est bien trop sous-estimée au cours des premiers cycles et elle dépasse l'aire expérimentale après environ 230 cycles. Avec les paramètres mesurés et identifiés, le modèle ne peut pas capter correctement l'évolution de l'aire de boucle et par conséquent le bilan d'énergie prédit n'est pas en accord avec les évaluations expérimentales.



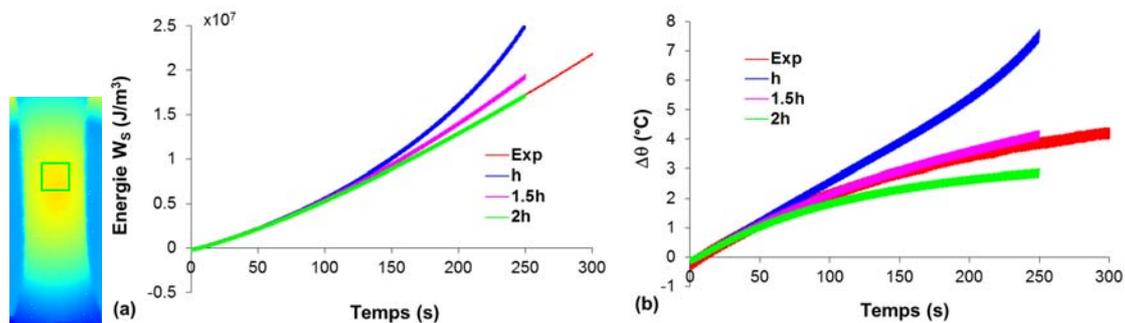
**Figure 9.12.** Evolution de l'aire de boucle de traction à  $F_{max} = 630N$ ,  $f = 1Hz$  et  $R = 0$ .

Des résultats similaires sont obtenus sur les parties inférieure et supérieure.

### 9.1.5. Sensibilité au coefficient d'échange de chaleur

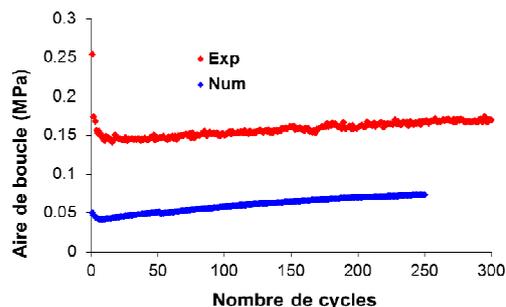
En constatant que l'amplitude de la déformation et l'incrément de la température prédits augmentent très vite avec le temps, il est évident que le modèle thermomécanique est à mettre en cause, mais le coefficient d'échange de chaleur identifié au chapitre 6 par l'essai de retour à l'équilibre thermique est un paramètre difficile à identifier. Nous avons modélisé cet essai idéalement : l'éprouvette et le champ calculé est symétrique, la condition initiale est uniforme ce qui n'est pas exactement le cas dans l'expérience comme montrée sur la Figure 6.11. De plus il n'y a pas la distinction des coefficients d'échange de chaleur sur la surface supérieur et inférieur de l'éprouvette, le rapport de forme des surfaces verticales n'est pas pris en compte. Il est judicieux avant de statuer sur le modèle thermomécanique d'étudier la sensibilité à ce coefficient de la réponse.

Deux modélisations sont réalisées avec des coefficients d'échange de chaleur de 1.5 ou de 2 fois plus grands en conservant identiques tous les autres paramètres du modèle. La Figure 9.13 présente la sensibilité de la modélisation de l'énergie et de l'incrément de la température au coefficient d'échange de chaleur. Nous observons que l'augmentation de ce coefficient diminue les cinétiques de l'énergie de la source de chaleur et de la température. La modélisation avec les coefficients d'échange de chaleur 2 fois plus grands que ceux identifiés au chapitre 6 capte bien l'énergie de la source, mais l'incrément de la température est sous-estimé. La modélisation avec les coefficients de 1.5 fois plus grands prédit une cinétique de l'incrément de la température proche à l'expérience mais une cinétique de l'énergie plus parabolique. Il est clair que la modélisation est très sensible à ce coefficient d'échange. Pour pouvoir identifier plus précisément ce coefficient, il faut un champ de température initiale uniforme ou tenir compte du gradient de ce champ dans la simulation mise en œuvre pour l'identification.



**Figure 9.13.** Sensibilité de la modélisation thermomécanique de l'essai de traction au coefficient d'échange de chaleur.

La modélisation avec des coefficients d'échanges double ( $2 \cdot h$ ), capte bien l'évolution de l'énergie de la source, prédit une cinétique de l'aire de boucle parallèle avec celle de l'expérience comme montrée sur la Figure 9.14.



**Figure 9.14.** Evolution de l'aire de boucle de traction dans la modélisation de  $2h$ .

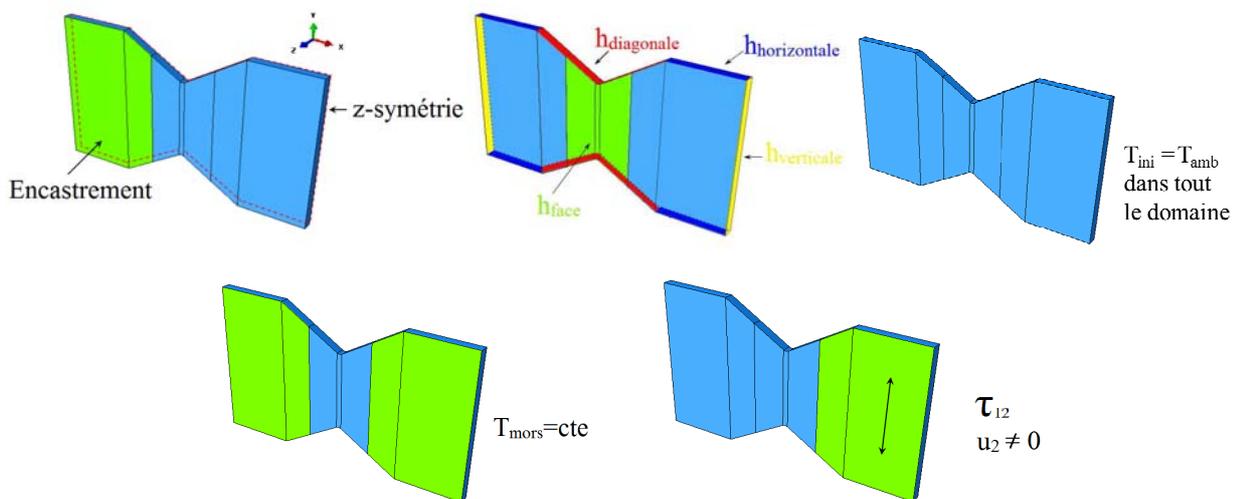
## 9.2. Essai de cisaillement à $R = 0$

L'essai de cisaillement est modélisé avec les caractéristiques thermiques données dans le Tableau 9.1 et des paramètres du modèle du Tableau 9.3.

**Tableau 9.3.** Paramètres du modèle thermo-mécanique en cisaillement.

$G_0$ (MPa)	$K_0$ (MPa)	$G_R$ (MPa)	$K_R$ (MPa)	$A_D$	$A_V$	n	N	$\tau_{max}$ (s)	$\mu$	c	a
549	8606	447	7000	1.5	0	50	5.475	30000	-100	305	26

Une moitié de l'éprouvette est simulée de la même manière que dans la partie de conception de la géométrie au chapitre 2. Les deux mors parallèles distants de 15mm maintiennent par encastrement l'éprouvette aux deux extrémités et la charge est appliquée suivant la direction y.



**Figure 9.15.** Modélisation de l'essai de cisaillement.

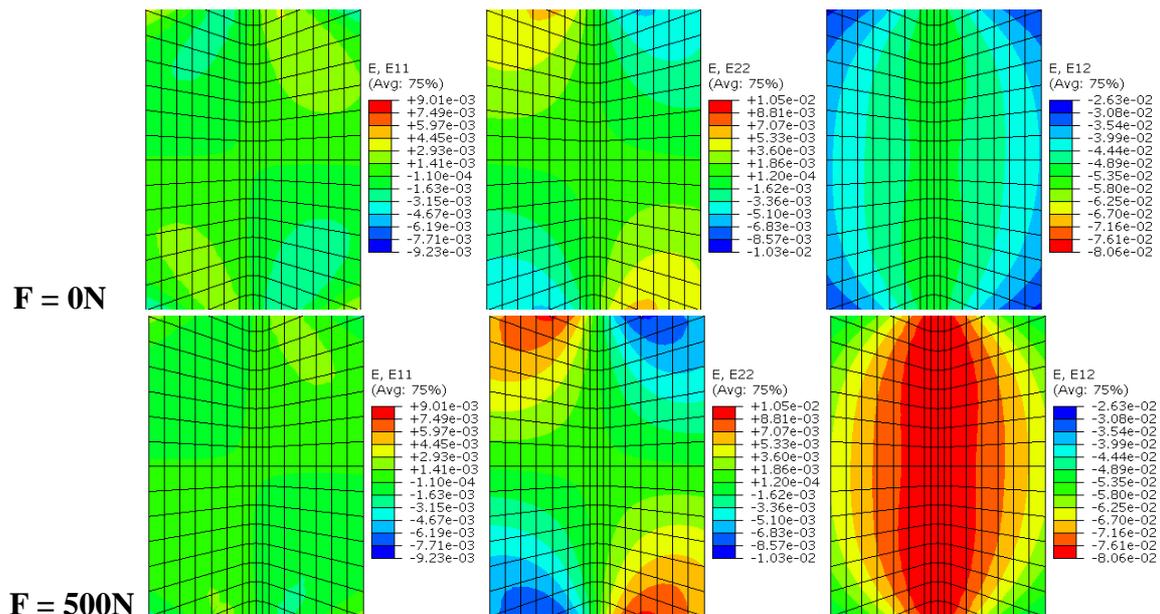
Comme illustré sur la Figure 9.15, la surface moyenne de l'éprouvette est dotée de conditions de symétrie mécanique (composante normale du déplacement est fixée à zéro) et thermique (le flux de chaleur est nul à travers la surface de symétrie).

Les conditions aux limites sont similaires au modèle du chapitre 6 dans la partie d'identification du coefficient d'échange de chaleur. La tête d'éprouvette, correspondant à la partie entre les mors, est maintenue constamment à la température ambiante initiale pendant toute la durée de l'essai. Les faces libres sont soumises à un phénomène de convection caractérisé par quatre coefficients  $h$  différents selon la face considérée :  $h_{face}$  sur les faces avant de l'éprouvette,  $h_{ver}$  sur les faces latérales,  $h_{diag}$  sur les surfaces diagonales et  $h_{hor}$  sur le haut de l'éprouvette. Nous rappelons que les coefficients identifiés par l'essai sur l'éprouvette de traction sont utilisés pour décrire le transfert de la chaleur dans l'éprouvette de cisaillement. A l'instant initial, l'ensemble de l'éprouvette est à température imposée de 25°C.

La tête d'éprouvette est soumise à une contrainte tangente dans la direction Y en accord avec la force mesurée expérimentalement au long. Les déplacements dans les autres directions sur cette face sont interdits. Hors des surfaces de symétrie et de la face en contact avec les mors, tous les déplacements sont libres.

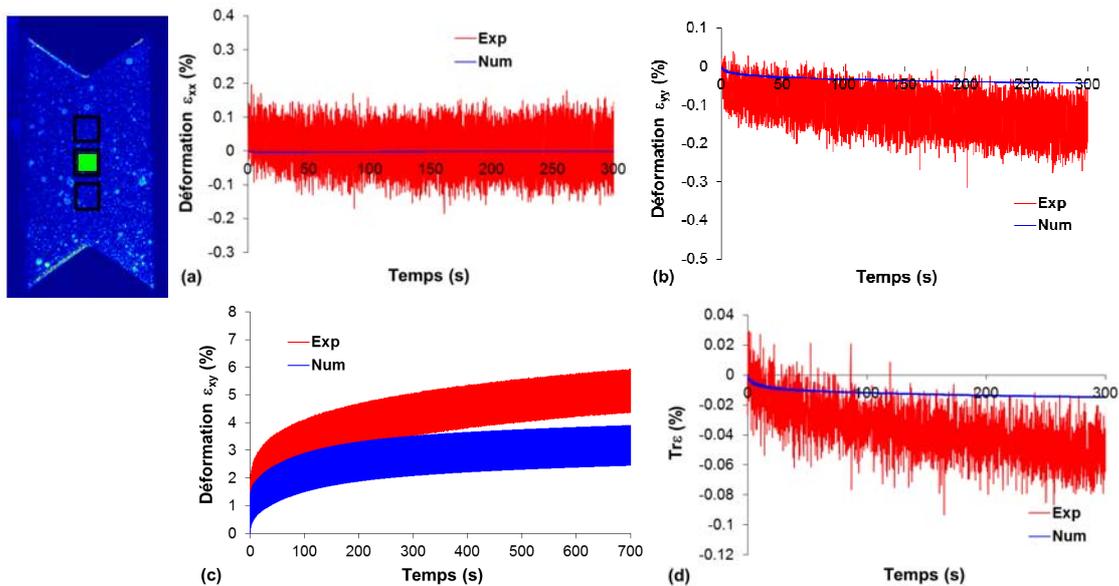
### 9.2.1. Prédiction de la déformation

La Figure 9.16 présente les cartographies simulées des déformations traverse  $\varepsilon_{xx}$ , longitudinale  $\varepsilon_{yy}$  et de cisaillement  $\varepsilon_{xy}$  dans la partie centrale de l'éprouvette aux points de force minimale et maximale du 700<sup>ème</sup> cycle. La zone de présentation de la prédiction numérique est identique avec celle des mesures expérimentales présentées au chapitre 7. Des champs de déformation simulés sont similaires avec ceux mesurés expérimentalement comme présentés sur les Figure 7.20, Figure 7.23 et Figure 7.25. Il y a des concentrations de la déformation  $\varepsilon_{yy}$  aux coins de la zone d'intérêt de l'éprouvette et des concentrations de déformation  $\varepsilon_{xy}$  au milieu de l'éprouvette. La déformation  $\varepsilon_{xx}$  est très faible et quasi-homogène dans cette zone.



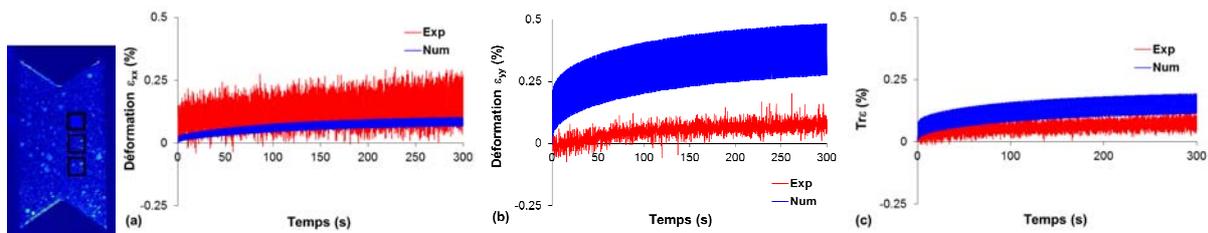
**Figure 9.16.** Cartographies numériques des déformations aux points de force minimale (en haut) et maximale (en bas) du 700<sup>ème</sup> cycle de l'essai de cisaillement à  $F_{\max} = 500\text{N}$ ,  $f = 1\text{Hz}$  et  $R = 0$ .

La Figure 9.17 présente la comparaison de l'évolution des trois composantes de déformation et de la déformation volumique mesurées expérimentalement et simulées numériquement. Ces déformations sont moyennées sur la même fenêtre de mesure expérimentale au centre de l'éprouvette. La déformation transverse simulée au centre de l'éprouvette est quasi-nulle tandis que les déformations longitudinale et de cisaillement simulées sont sous-estimées. Cela conduit une sous-estimation sur la déformation volumique simulée. Cette sous-estimation est raisonnable en utilisant les paramètres de caractéristique mécanique identifiés par les essais réalisés avec le montage plus raide du DPMM et par un modèle mécanique pur isotherme. En outre, la simulation est idéale : le serrage entre les mors et l'éprouvette est parfait, le montage est bien aligné, l'éprouvette se comporte symétriquement au long de l'épaisseur. L'ordre de la déformation de cisaillement est plus 100 fois plus élevé que les autres déformations. Ces résultats numériques confirment un cisaillement pur. Il n'y a pas de fluctuations sur les déformations  $\varepsilon_{xx}$ ,  $\varepsilon_{yy}$  et  $tr\varepsilon$  comme dans l'expérience. L'accumulation de la déformation de cisaillement numérique est plus faible que dans l'expérience mais son amplitude est bien captée, l'écart maximal entre les amplitudes numérique et expérimentale est moins de 2%.

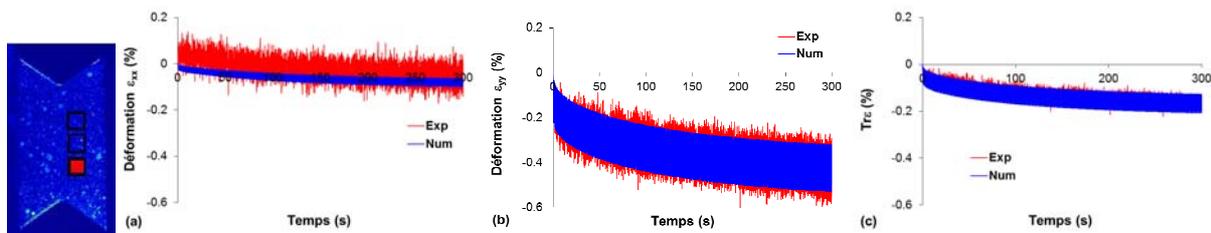


**Figure 9.17.** Evolution de la déformation simulée (a) longitudinale, (b) transverse, (c) de cisaillement et (d) volumique au centre de l'essai de cisaillement à  $F_{\max} = 500\text{N}$ ,  $f = 1\text{Hz}$  et  $R = 0$ .

Il y a une concentration de la déformation longitudinale aux coins et de la déformation transverse au niveau de l'entaille. La Figure 9.18 et la Figure 9.19 présentent les évolutions des déformations transverse et longitudinale aux coins en haut et en bas de la partie à droite respectivement. La simulation idéale produit des champs de déformation transverse et longitudinale quasi-symétriques par rapport à l'axe vertical comme montrés sur la Figure 9.16. Nous retrouvons ce résultat sur les Figure 9.18 et Figure 9.19. Toutefois, cette symétrie n'apparaît pas dans l'expérience. L'amplitude de ces déformations est soit sous-estimée ou surestimée sauf la déformation longitudinale à droite en bas. L'ordre de grandeur de la déformation volumique déduite de ces déformations est plus important que celui évalué expérimentalement.



**Figure 9.18.** Evolution de la déformation simulée (a) transverse et (b) longitudinale et (c) volumique à droite en haut de l'essai de cisaillement à  $F_{\max} = 500\text{N}$ ,  $f = 1\text{Hz}$  et  $R = 0$ .

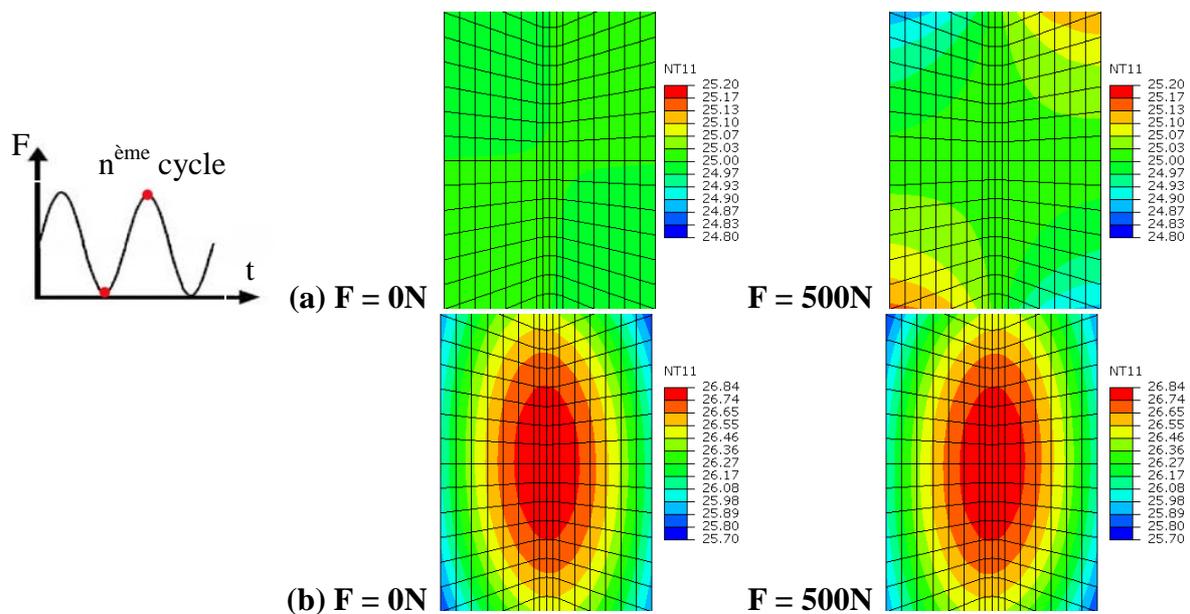


**Figure 9.19.** Evolution de la déformation simulée (a) transverse et (b) longitudinale et (c) volumique à droite en bas de l'essai de cisaillement à  $F_{\max} = 500\text{N}$ ,  $f = 1\text{Hz}$  et  $R = 0$

Des résultats tout à fait similaires sur les parties à gauche.

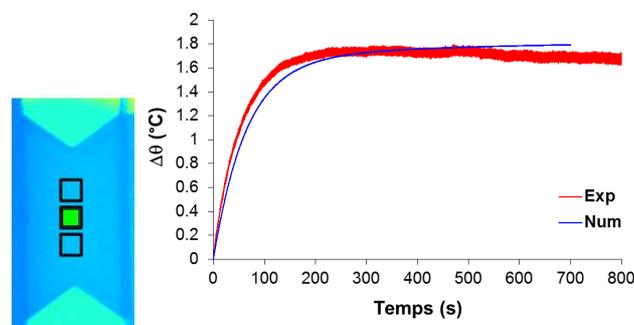
### 9.2.2. Prédiction de la température

La Figure 9.20 présente les cartographies de la température aux points de force minimale et maximale des 1<sup>er</sup> et 700<sup>ème</sup> cycles. Les observations expérimentales sont en partie retrouvées. Sur le 1<sup>er</sup> cycle, la température est plus intense aux quatre coins de la zone d'étude. Dans ces zones particulières les différences sont la conséquence des champs de déformations issus du modèle numérique idéalisé qui ne rend pas parfaitement compte de la cinématique de l'essai. Après 250 cycles, la forme du champ de température a changé par rapport au 1<sup>er</sup> cycle : on retrouve une concentration de la température au centre de l'éprouvette.



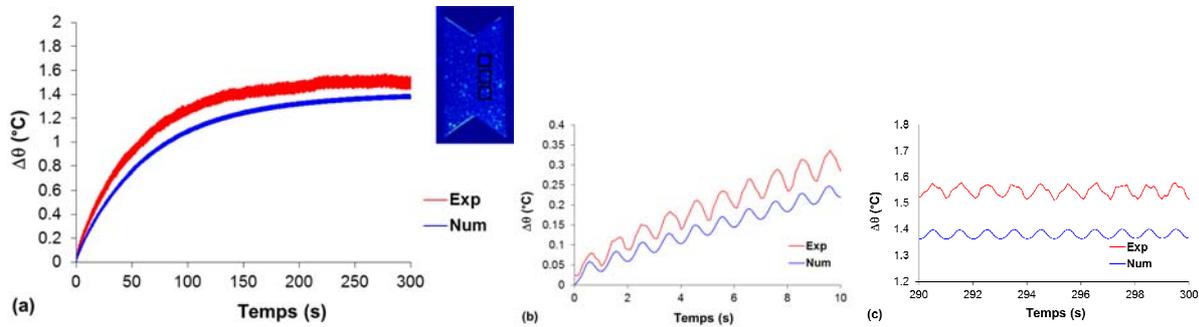
**Figure 9.20.** Cartographies numériques de la température (°C) aux points de force minimale (à gauche) et maximale (à droite) du (a) 1<sup>er</sup> cycle et (b) 700<sup>ème</sup> cycle de l'essai de cisaillement à  $F_{max} = 500N$ ,  $f = 1Hz$  et  $R = 0$ .

La Figure 9.21 présente la prédiction de l'évolution de l'incrément de la température qui est moyennée sur la même fenêtre que celle de la mesure expérimentale au centre de l'éprouvette. L'évolution de l'incrément est très bien captée. Toutefois, il n'y a pas de fluctuation sur l'incrément de la température. Cela est cohérent avec la déformation volumique que le modèle numérique sous-estime. Le modèle interprète bien la stabilisation de la température comme dans l'expérience.

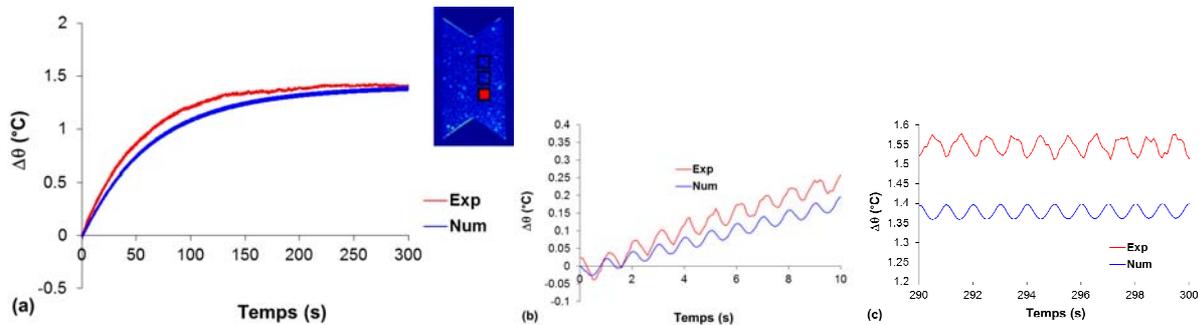


**Figure 9.21.** Evolution de la température simulée au cours de 700 cycles au centre de l'essai de cisaillement à  $F_{max} = 500N$ ,  $f = 1Hz$  et  $R = 0$ .

La cinétique de l'incrément de la température aux coins de la zone d'étude est aussi captée, comme montré sur la Figure 9.22 et la Figure 9.23. La présence de la déformation volumique dans ces coins génère une fluctuation de l'incrément de la température. Les amplitudes numérique et expérimentale sont similaires mais le changement de phase observée dans l'expérience n'est pas complètement retrouvé dans la modélisation.



**Figure 9.22.** Evolution de la température simulée au cours de 300 cycles à droite en haut (a) au cours de 300 cycles, (b) 10 premiers cycles et (c) 10 derniers cycles de l'essai de cisaillement à  $F_{\max} = 500\text{N}$ ,  $f = 1\text{Hz}$  et  $R = 0$ .



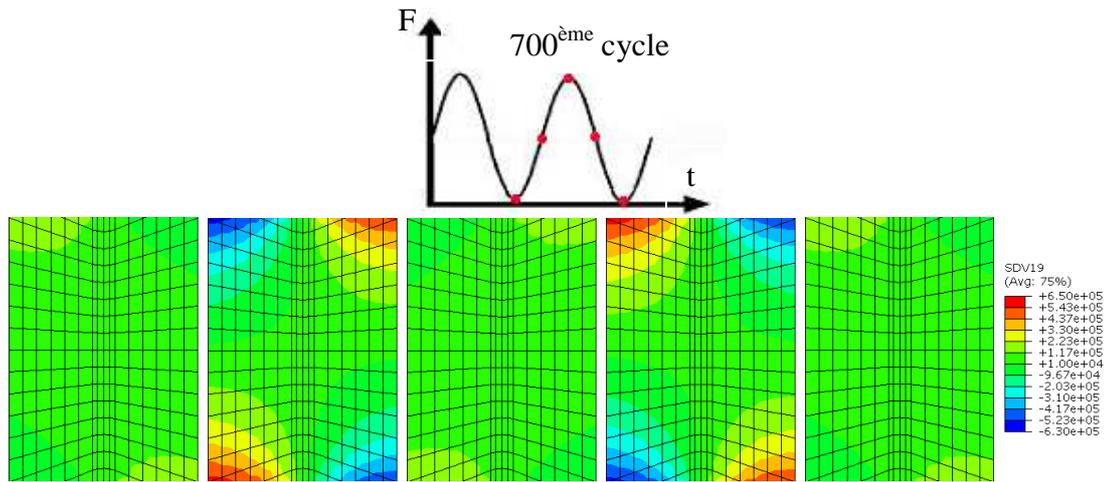
**Figure 9.23.** Evolution de la température simulée au cours de 300 cycles à droite en bas (a) au cours de 300 cycles, (b) 10 premiers cycles et (c) 10 derniers cycles de l'essai de cisaillement à  $F_{\max} = 500\text{N}$ ,  $f = 1\text{Hz}$  et  $R = 0$ .

Les résultats sont tout à fait similaires sur les parties à gauche.

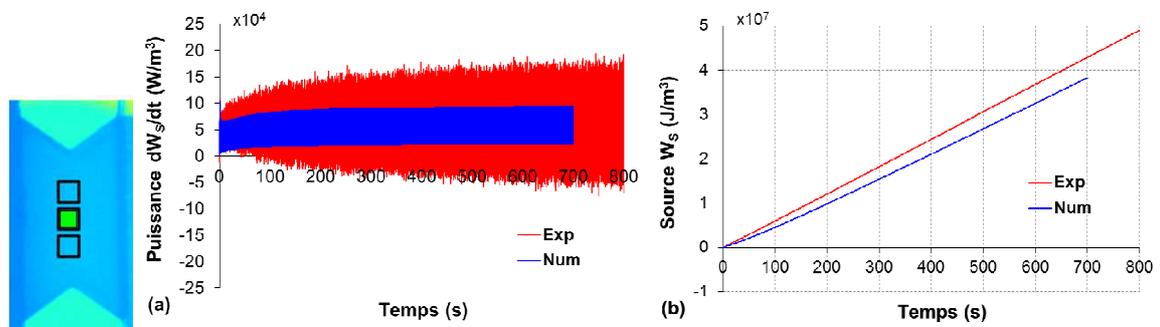
### 9.2.3. Prédiction du bilan d'énergie

La Figure 9.24 présente les cartographies de la puissance thermique du 700<sup>ème</sup> cycle. Nous retrouvons l'évolution de la source issue du couplage thermoélastique *sur un cycle* : elle est plus forte que celle de la source dissipative. Le refroidissement et l'échauffement aux coins correspondent alors au sens de sollicitation.

La Figure 9.25 présente la puissance  $dw_s/dt$  et l'énergie  $w_s$  de la chaleur totale dégagée moyennée sur la fenêtre de mesure au centre de l'éprouvette identique à celle choisie pour le traitement des données expérimentales. Nous observons que l'amplitude de la puissance simulée est plus faible que dans l'expérience et elle n'évolue pas avec le temps. Toutefois, les puissances moyennes simulée et expérimentale sont similaires (environ de  $6 \times 10^4 \text{ W/m}^3$ ). L'énergie prédite est du même ordre que celle estimée dans l'expérience, elle est légèrement sous-estimée et évolue de la même manière.

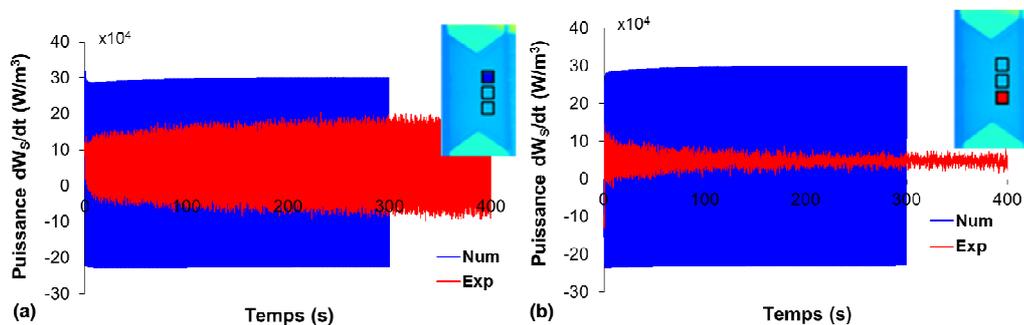


**Figure 9.24.** Cartographies de la puissance ( $\text{W/m}^3$ ) du 700<sup>ème</sup> cycle de l'essai de cisaillement à  $F_{\text{max}} = 500\text{N}$ ,  $f = 1\text{Hz}$  et  $R = 0$ .



**Figure 9.25.** Evolution de (a) puissance et (b) énergie de la source de chaleur au centre de l'essai de cisaillement à  $F_{\text{max}} = 500\text{N}$ ,  $f = 1\text{Hz}$  et  $R = 0$ .

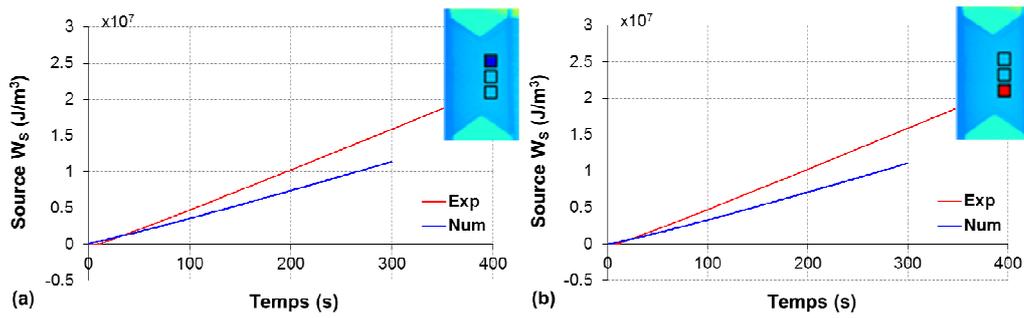
La Figure 9.26 présente l'évolution de la puissance en haut et en bas de la partie droite de l'éprouvette. Les écarts des évolutions de la puissance entre la partie haute et basse visible dans l'expérience ne sont pas captés par le modèle. La puissance prédite est symétrique par rapport à l'axe vertical à mi-hauteur de l'éprouvette. La puissance moyenne est légèrement sous-estimée à une valeur environ de  $2 \times 10^4 \text{ W/m}^3$ .



**Figure 9.26.** Evolution de la puissance de la source de chaleur simulée au cours de 300 cycles à droite (a) en haut et (b) en bas de l'essai de cisaillement à  $F_{\text{max}} = 500\text{N}$ ,  $f = 1\text{Hz}$  et  $R = 0$ .

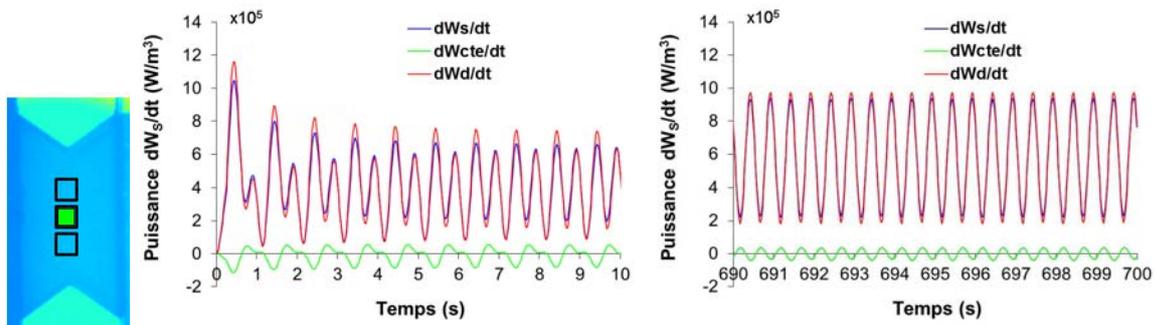
La Figure 9.27 présente l'évolution de l'énergie en haut et en bas de la partie droite de l'éprouvette. La sous-estimation de la puissance moyenne génère des énergies plus faibles. L'écart entre l'énergie expérimentale et simulée au centre est finalement bien plus faible qu'aux

coins. Cet écart est de  $0.28 \times 10^7 \text{ W/m}^3$  au centre et de  $0.47 \times 10^7 \text{ W/m}^3$  aux coins après 300 cycles. Il n'y a pas des fluctuations sur l'énergie simulée comme dans l'expérience.



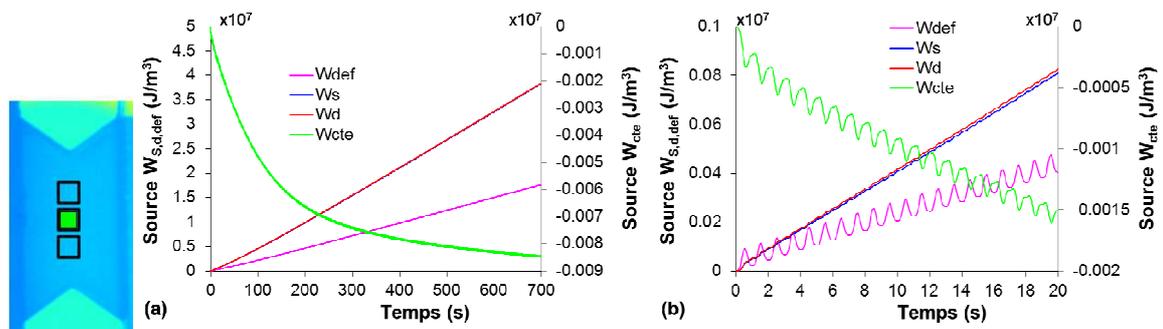
**Figure 9.27.** Evolution de l'énergie de la source de chaleur simulée au cours de 300 cycles à droite (a) en haut et (b) en bas de l'essai de cisaillement à  $F_{\max} = 500\text{N}$ ,  $f = 1\text{Hz}$  et  $R = 0$ .

La Figure 9.28 illustre l'évolution des différentes puissances mises en jeu au cours du cyclage. Par souci de lisibilité, les 10 premiers et les 10 derniers cycles seront représentés. Nous observons qu'en cisaillement, au cours des premiers cycles, l'évolution des puissances est très particulière. Après un grand nombre de cycles, ces énergies évoluent avec une forme sinusoïdale mais à une fréquence 2 fois plus élevée (2Hz) que celle de la sollicitation. Il y a une domination marquante de la puissance dissipative dans la puissance totale. La puissance du couplage thermoélastique est faible, environ 8 fois moins intense que l'autre partie, et fluctue autour la valeur à zéro.



**Figure 9.28.** Evolution des puissances simulées de l'essai de cisaillement à  $F_{\max} = 500\text{N}$ ,  $f = 1\text{Hz}$  et  $R = 0$ .

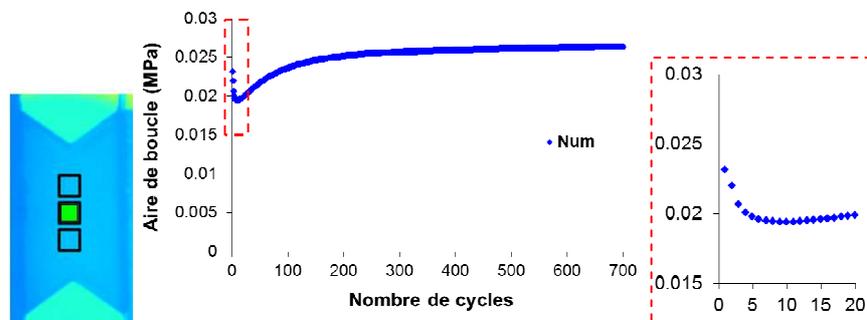
La Figure 9.29 représente l'évolution des différentes énergies mises en jeu au cours du cyclage. L'énergie thermoélastique  $w_{cte}$  est en opposition de phase avec la sollicitation tandis que l'énergie dissipative  $w_d$  et thermique  $w_s$  ne fluctuent pas et l'énergie de déformation volumique  $w_{def}$  est en phase. L'énergie du couplage thermoélastique est 100 fois plus faible qu'autre énergies. L'énergie  $w_{def}$  est plus faible que l'énergie dissipative. Le cumul de l'énergie de dissipation est majoritaire au cours du cyclage. Cela est cohérent avec la discussion du champ de la température au chapitre 7.



**Figure 9.29.** Evolution des énergies simulées (a) au cours de 700 cycles et (b) 20 premiers cycles de cisaillement à  $F_{\max} = 500\text{N}$ ,  $f = 1\text{Hz}$  et  $R = 0$ .

#### 9.2.4. Prédiction de l'évolution de l'aire de boucle

La Figure 9.30 présente l'évolution de l'aire de boucle en fonction du nombre de cycles au centre de l'éprouvette. Dans la simulation, l'aire de boucle simulée diminue au cours des 6 premiers cycles. Ensuite elle croît jusqu'à environ 200 cycles pour se stabiliser après 500 cycles.



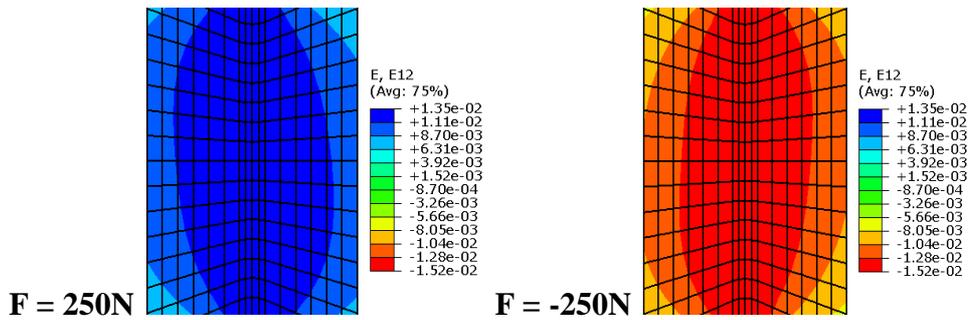
**Figure 9.30.** Evolution de l'aire de boucle de cisaillement à  $F_{\max} = 500\text{N}$ ,  $f = 1\text{Hz}$  et  $R = 0$ .

### 9.3. Essai de cisaillement à $R = -1$

Dans cette partie, nous présentons des résultats de modélisation de l'essai de cisaillement à  $R = -1$ .

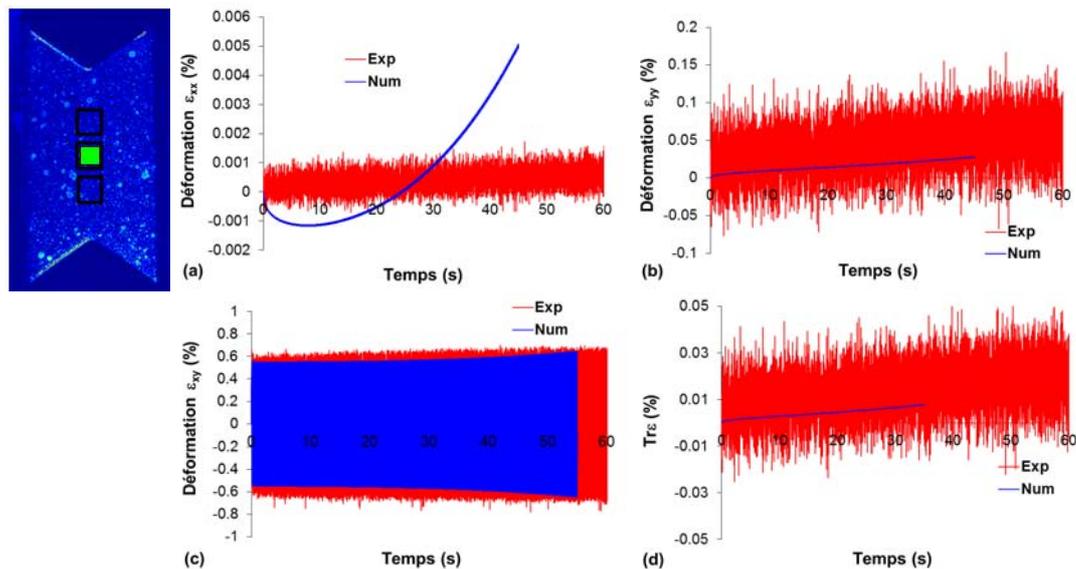
#### 9.3.1. Prédiction de la déformation

Les répartitions simulées des déformations traverse  $\epsilon_{xx}$  et longitudinale  $\epsilon_{yy}$  dans la partie centrale de l'éprouvette aux points de force minimale et maximale du cycle sont similaires avec celles dans l'essai à  $R = 0$ . La cinématique du montage semble fonctionner dans les deux sens du déplacement de la traverse. La cartographie déformation de cisaillement calculée est similaire avec celle mesurée expérimentalement ; elle est légèrement oblique par rapport au bâti et cette inclinaison s'inverse aux points de charge maximale positive et négative comme présentés sur la Figure 9.31 pour le 550<sup>ème</sup> cycle.



**Figure 9.31.** Cartographies numériques des déformations de cisaillement aux points de force minimale et maximale du 550<sup>ème</sup> cycle de l'essai de cisaillement à  $F_{\max} = 250\text{N}$ ,  $f = 10\text{Hz}$  et  $R = -1$ .

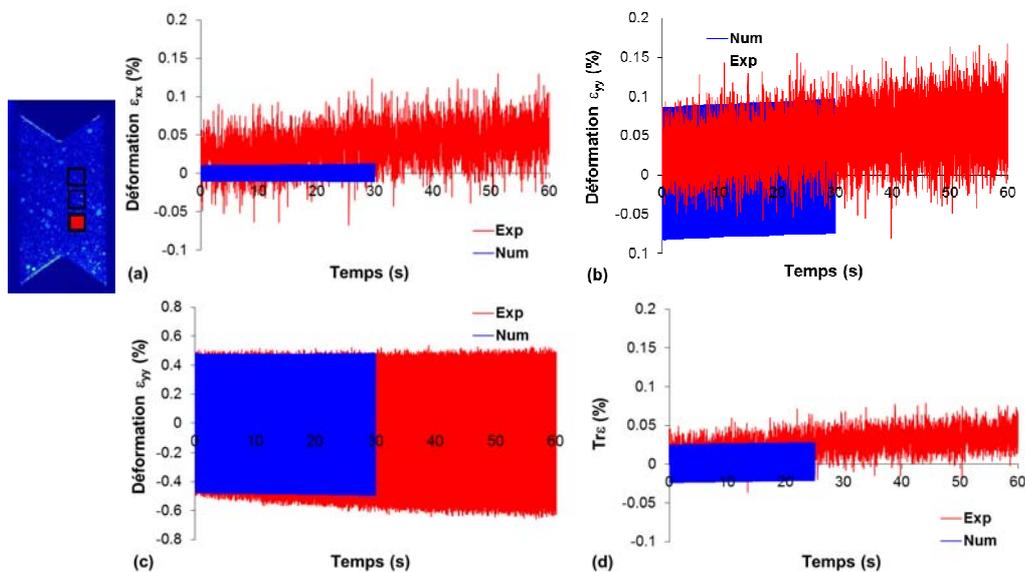
La Figure 9.32 présente la comparaison de l'évolution des trois composantes de déformation et de la déformation volumique mesurées expérimentalement et simulées numériquement. Ces déformations sont moyennées sur la même fenêtre de mesure expérimentale située au centre de l'éprouvette. La déformation transverse simulée est faible (de  $10^{-5}$ ), elle diminue au cours des 10 premiers cycles et ensuite elle ne cesse de croître. La cinétique des déformations longitudinale et volumique est sous-estimée. L'ordre de la déformation de cisaillement est plus 100 fois plus élevé que les autres déformations. Ces résultats numériques confirment un état de déformation en cisaillement pur. Il n'y a pas de fluctuations sur les déformations  $\epsilon_{xx}$ ,  $\epsilon_{yy}$  et  $tr\epsilon$  comme dans l'expérience. La déformation de cisaillement numérique moyenne n'évolue pas, cela reste cohérent avec l'expérience. L'amplitude simulée de  $\epsilon_{xy}$  est du même ordre que la mesure expérimentale mais elle augmente plus vite avec le temps et ne tend pas à se stabiliser.



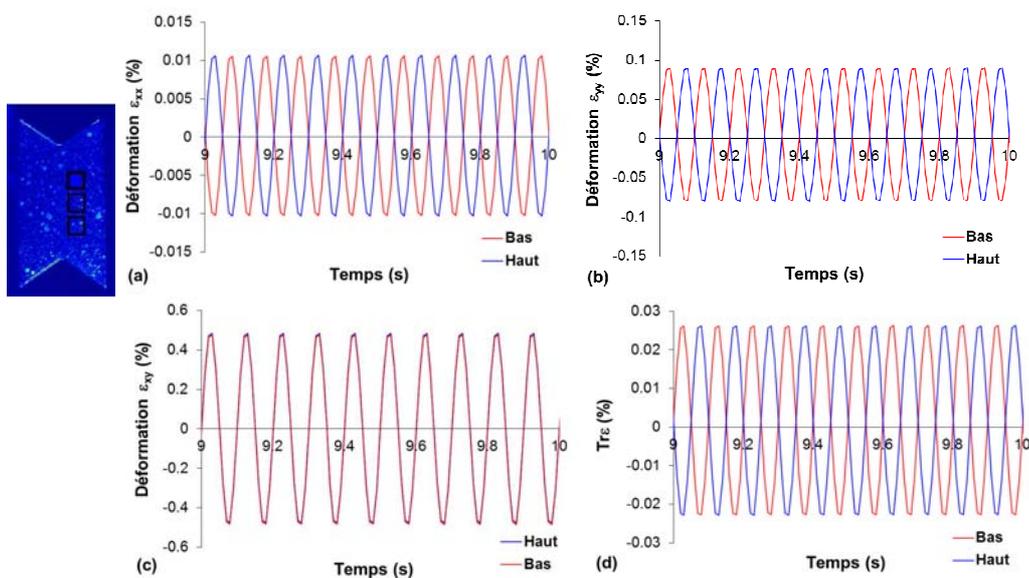
**Figure 9.32.** Evolution de la déformation simulée (a) longitudinale, (b) transverse, (c) de cisaillement et (d) volumique au centre de l'éprouvette de l'essai de cisaillement à  $F_{\max} = 250\text{N}$ ,  $f = 10\text{Hz}$  et  $R = -1$ .

La Figure 9.33 présente les évolutions des trois composantes de déformation et de la déformation volumique aux coins en bas de la partie à droite. La modélisation ne capte pas le faible effet de rochet observé sur les déformations expérimentales des coins. La simulation s'appuie sur une vision idéale et symétrique de l'essai. La Figure 9.34 présente la comparaison des différentes déformations en haut et en bas de la partie à droite. La déformation de cisaillement sur ces deux positions est identique. Numériquement la déformation transverse est supérieure à la déformation longitudinale (rapport 10) qui évolue en opposition de phase. Ce rapport ne se retrouve pas dans l'expérience et en plus on peut observer une légère dissymétrie.

En résumé le champ cinématique est assez bien appréhendé par le modèle en ce qui concerne le cisaillement mais la vision 'idéale' de l'essai ne permet pas de rendre compte de l'interaction mors éprouvette.



**Figure 9.33.** Evolution de la déformation simulée (a) transverse et (b) longitudinale (c) de cisaillement (d) volumique à droite en bas de l'éprouvette de l'essai de cisaillement à  $F_{\max}=250\text{N}$ ,  $f=10\text{Hz}$  et  $R=-1$ .



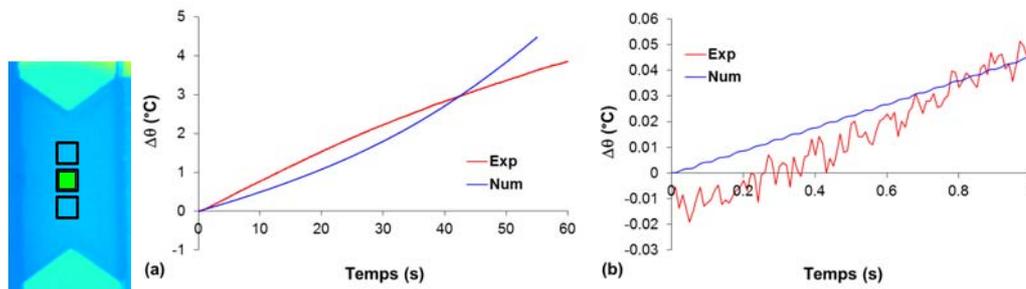
**Figure 9.34.** Symétrie de la déformation simulée (a) transverse et (b) longitudinale (c) de cisaillement et (d) volumique à droite en haut et en bas de l'éprouvette de l'essai de cisaillement à  $F_{\max} = 250\text{N}$ ,  $f = 10\text{Hz}$  et  $R = -1$ .

Des résultats tout à fait similaires sont obtenus sur les parties à gauche.

### 9.3.2. Prédiction de la température

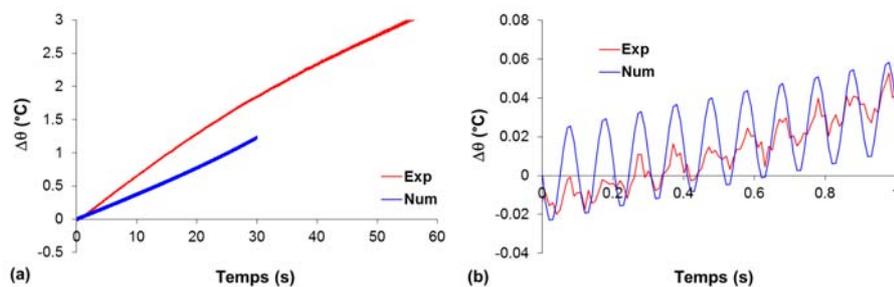
Des résultats similaires de la répartition et du changement du champ de température simulé au 1<sup>er</sup> cycle et au dernier cycle dans l'essai de cisaillement à  $R = 0$  sont retrouvés. Ce résultat est donné dans l'annexe.

La Figure 9.35 présente la prédiction de l'évolution de l'incrément de la température qui est moyennée sur la même fenêtre que celle de la mesure expérimentale au centre de l'éprouvette. L'incrément croît assez fortement avec le temps et il ne tend pas à ralentir. Il n'y a pas de fluctuation sur l'incrément de la température. Cela est cohérent avec la déformation volumique que le modèle numérique sous-estime.



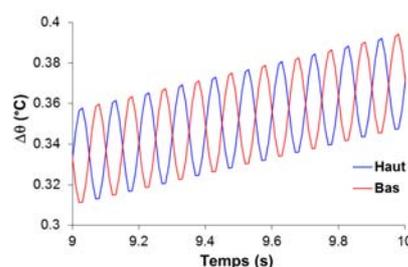
**Figure 9.35.** Evolution de la température simulée au cours de 550 cycles au centre de l'essai de cisaillement à  $F_{\max} = 250\text{N}$ ,  $f = 10\text{Hz}$  et  $R = -1$ .

Comme montré sur la Figure 9.36 pour le coin en bas de la partie à droite, une évolution exponentielle avec le temps de l'incrément de la température est aussi observée. Les écarts modèle-simulation numérique sont identiques à ceux constatés au centre. La présence de l'amplitude de la déformation volumique dans ces coins génère une fluctuation de l'incrément de la température. L'amplitude numérique est captée mais plus élevée que l'expérience.



**Figure 9.36.** Evolution de la température simulée au cours de 300 cycles à droite en bas (a) au cours de 300 cycles, (b) 10 premiers cycles de l'essai de cisaillement à  $F_{\max} = 250\text{N}$ ,  $f = 10\text{Hz}$  et  $R = -1$ .

Comme pour la déformation, l'évolution de l'incrément de la température est symétrique par rapport à l'axe horizontal à mi-hauteur de l'éprouvette. La Figure 9.37 présente l'évolution de l'incrément de la température simulée dans les coins en haut et en bas de la partie à droite. L'opposition de phase avec la sollicitation de l'incrément de la température est retrouvée.



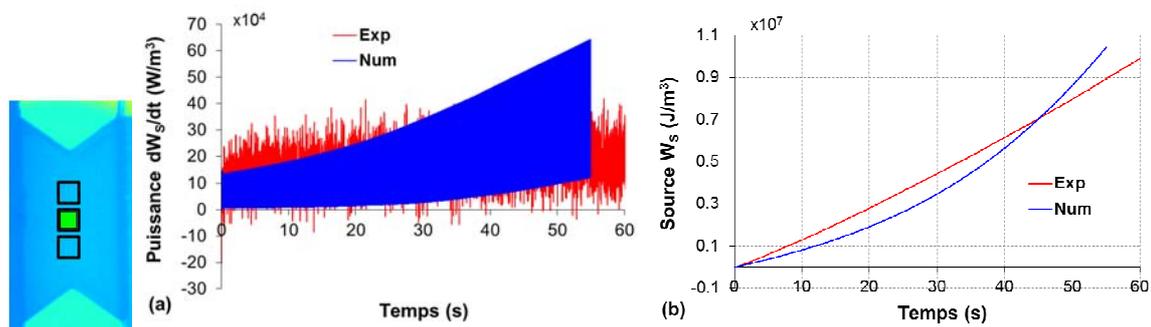
**Figure 9.37.** Evolution de la température simulée au cours des 10 premiers cycles à droite en bas et en haut de l'essai de cisaillement à  $F_{\max} = 250\text{N}$ ,  $f = 10\text{Hz}$  et  $R = -1$ .

Les résultats sont tout à fait similaires sur les parties à gauche.

### 9.3.3. Prédiction du bilan d'énergie

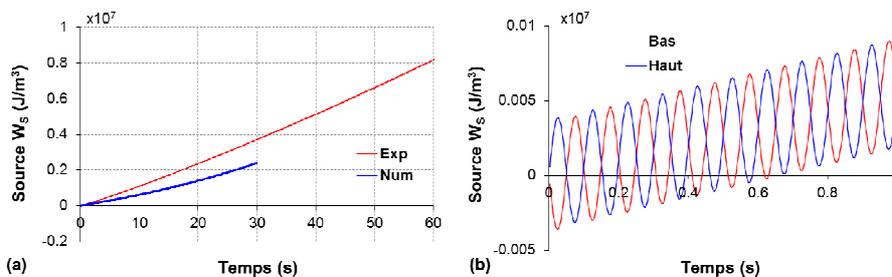
Comme dans l'exploitation de l'essai de cisaillement à  $R = 0$ , l'évolution de la source issue du couplage thermoélastique *sur un cycle* est retrouvée. Ce résultat est donné dans l'annexe.

La Figure 9.38 présente la puissance  $dw_s/dt$  et l'énergie  $w_s$  de la chaleur totale dégagée moyennée sur la fenêtre de mesure au centre de l'éprouvette, zone identique à celle choisie pour le traitement des données expérimentales. Nous observons que l'amplitude de la puissance simulée au cours des premiers cycles est de même ordre de grandeur que identifiée dans l'expérience. Ensuite, elle évolue fortement avec le temps. La puissance moyenne simulée est alors de plus en plus importante que celle de l'expérience. Cela génère une cinétique d'évolution de l'énergie prédite plus rapide que celle estimée dans l'expérience.



**Figure 9.38.** Evolution de (a) puissance et (b) énergie de la source de chaleur au centre de l'essai de cisaillement à  $F_{\max} = 250\text{N}$ ,  $f = 10\text{Hz}$  et  $R = -1$ .

La Figure 9.39 présente l'évolution de l'énergie en haut et en bas de la partie droite de l'éprouvette. La cinétique de l'énergie prédite plus rapide que celle estimée dans l'expérience. L'énergie prédite est symétrique par rapport à l'axe horizontal à mi-hauteur de l'éprouvette.

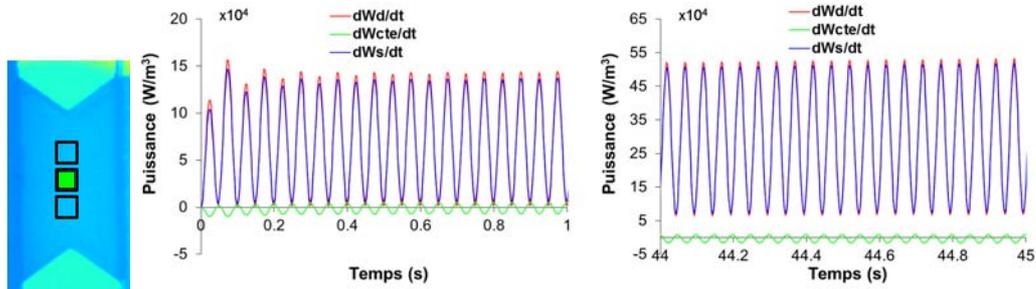


**Figure 9.39.** Evolution l'énergie de la source de chaleur simulée (a) au cours de 300 cycles à droite en bas et (b) symétrie par rapport de l'axe horizontal de l'essai de cisaillement à  $F_{\max} = 250\text{N}$ ,  $f = 10\text{Hz}$  et  $R = -1$ .

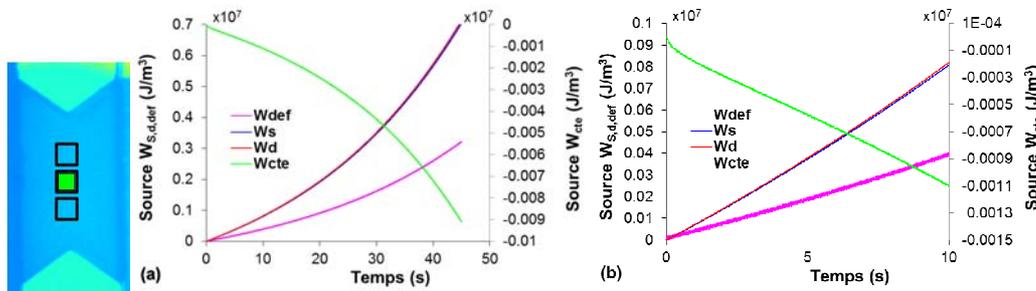
La Figure 9.40 illustre l'évolution des différentes puissances mises en jeu au cours du cyclage. Par souci de lisibilité, les 10 premiers et les 10 derniers cycles seront représentés. Nous observons qu'en cisaillement, ces puissances évoluent avec une forme sinusoïdale mais à une fréquence 2 fois plus élevée (2Hz) que celle de la sollicitation. Il y a une domination marquante de la puissance dissipative dans la puissance totale. La puissance du couplage thermoélastique est faible, environ 15 fois moins intense que l'autre partie, et fluctue autour la valeur à zéro.

La Figure 9.41 représente l'évolution des différentes énergies mises en jeu au cours du cyclage. L'énergie du couplage thermoélastique est 100 fois plus faible que les autres énergies et elle

décroit rapidement avec le temps. L'énergie  $w_{def}$  est plus faible que l'énergie dissipative. Le cumul de l'énergie de dissipation est majoritaire au cours du cyclage. L'amplitude de l'énergie thermoélastique  $w_{cte}$  et l'énergie de déformation volumique  $w_{def}$  est très faible à cause d'une amplitude de la déformation volumique quasi-nulle.



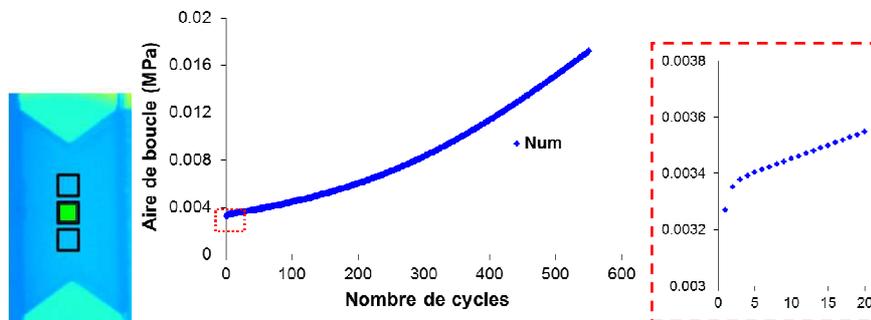
**Figure 9.40.** Evolution des puissances simulées de l'essai de cisaillement à  $F_{max} = 250N$ ,  $f = 10Hz$  et  $R = -1$ .



**Figure 9.41.** Evolution des énergies simulées (a) au cours de 450 cycles et (b) 20 premiers cycles de cisaillement à  $F_{max} = 250N$ ,  $f = 10Hz$  et  $R = -1$ .

### 9.3.4. Prédiction de l'évolution de l'aire de boucle

La Figure 9.42 présente l'évolution de l'aire de boucle en fonction du nombre de cycles au centre de l'éprouvette. Dans la simulation, la cinétique d'évolution de l'aire de boucle simulée est assez similaire à l'évolution de la déformation observable en fluage. Elle augmente vite au cours des 3 premiers cycles. Ensuite elle croît avec une vitesse plus faible et presque constante jusqu'à environ 250 cycles. Puis, elle augmente de plus en plus.



**Figure 9.42.** Evolution de l'aire de boucle de cisaillement à  $F_{max} = 250N$ ,  $f = 10Hz$  et  $R = -1$ .

## 9.4. Conclusion

En utilisant le modèle thermoviscoélastique non-linéaire décrit au chapitre précédent, sans modification de paramètre ni correction la plupart des phénomènes qui nous intéressent dans le comportement cyclique du PEHD sont captés qualitativement ou quantitativement. Le jeu de paramètres est identifié simplement : les paramètres mécaniques sont identifiés sur un mode de sollicitation dans le cadre proposé isotherme par des essais réalisés avec un montage plus raide, les coefficients de conductivité thermique et d'échange de chaleur sont identifiés avec un modèle idéal de l'essai de retour à l'équilibre thermique en traction en supposant une condition initial uniforme. Ces coefficients sont utilisés à la fois sur l'éprouvette de traction et de cisaillement et malgré toutes ces imperfections le modèle est assez fiable.

Plus précisément, le modèle capte qualitativement les champs de déformation, de température et de puissance de la source de chaleur en traction et en cisaillement. Une grande majorité des déformations est certes sous-estimée à cause des paramètres mécaniques surestimés. Mais en plus, les modélisations numériques des essais sont idéales : il n'y a pas de déformation de cisaillement en traction et les déformations transverse et longitudinale sont faibles en cisaillement. Finalement le champ de déformation calculé est légèrement différent par rapport à celui mesuré dans l'expérience et cela impacte de manière non négligeable le bilan d'énergie.

L'évolution de l'incrément de la température et de l'énergie totale en traction est surestimée avec l'augmentation du nombre de cycles. Cette évolution est sensible à la valeur du coefficient d'échange de chaleur. Un coefficient de 1.5 ou de 2 fois plus important permet de mieux prédire cette évolution. Bien que les coefficients d'échange dans la modélisation de cisaillement soient identifiés par l'essai de traction, une bonne prédiction de l'évolution de l'incrément de la température et l'énergie est obtenue pour l'essai de cisaillement à  $R = 0$ . Ce résultat n'est pas général puisque les évolutions prédites à  $R = -1$  sont plus rapides que les observations expérimentales. Les dominations de l'énergie thermoélastique en traction ou dissipative en cisaillement sont bien interprétées. Le modèle relève que l'énergie dissipative évolue avec une fréquence 2 fois plus importante que celle de la sollicitation.

Le modèle ne capte pas l'évolution de l'aire de boucle en traction pour le jeu de paramètres utilisé. Une stabilisation de l'aire de boucle en cisaillement à  $R = 0$  est prédite, qui est cohérente avec une stabilisation de l'incrément de la température dans cet essai.

Les résultats particuliers de l'expérience comme le changement de phase de l'incrément de la température aux coins ou la dissymétrie de la déformation et de la puissance par rapport à l'axe horizontal à mi-hauteur ne sont pas captés.



## CONCLUSION ET PERSPECTIVE

Dans cette étude, nous avons réalisé une étude expérimentale et numérique de l'effet de rochet d'un polymère semi-cristallin. Le but est de décrire et de prédire un état stabilisé (de déformation moyenne et de la boucle d'hystérésis elle-même) duquel des paramètres d'entrée d'un critère de fatigue puissent être extraits.

Dans la première partie, deux modes de sollicitation cyclique uniaxiaux (traction et cisaillement) ont été étudiés sur une gamme de faible fréquence. Les phénomènes de rochet (cinétique d'accumulation et stabilisation de la déformation moyenne) et la sensibilité aux caractéristiques de chargement (fréquence, rapport de charge) en traction sont similaires avec ceux rapportés dans la littérature en traction. Des caractéristiques similaires sont observées ici sur l'effet de rochet dans le mode de cisaillement. Ceci est également cohérent avec les résultats de la littérature à la différence près que ces derniers sont pilotés en déformation. Ce résultat en contrainte de cisaillement imposée est plus nouveau.

L'accumulation de la déformation en cyclage est plus importante qu'en fluage pour tous les deux modes de sollicitation. Ceci est également cohérent avec la littérature.

La comparaison ces deux modes permet de comprendre des contributions volumique/déviatorique dans le comportement cyclique. Il n'existe pas beaucoup d'études dans un cadre multiaxial dans la littérature, en particulier basées sur ce type d'essais. Les observations expérimentales montrent que les différents modes de sollicitation et les différents trajets de chargement influencent majoritairement la cinétique de stabilisation de la déformation de rochet *équivalente* mais n'influencent pas significativement la cinétique de stabilisation de la boucle *équivalente*.

Il est rare que les études expérimentales sur le comportement cyclique comportent des essais de recouvrance. Les essais de recouvrance de la déformation menés ici après différentes conditions de cyclage ont permis de mieux comprendre les contributions à la déformation de rochet. Dans la gamme de déformation explorée, ils ont montré qu'une part très importante de la déformation de rochet était recouvrable. Ceci vient en contradiction avec les modèles élasto-(visco)plastiques proposés par la littérature. La cinétique de recouvrance est classique pour les polymères.

Par souci de proposer un modèle captant au maximum la phénoménologie de l'accommodation cyclique mais le plus simple possible pour s'adapter au calcul de structures, nous avons proposé un modèle purement viscoélastique, non-linéaire. Il est écrit dans le cadre classique de la TPI par variables internes, en petites déformations et, dans un premier temps, en isotherme. De façon un peu alternative par rapport à la littérature, la non-linéarité porte sur l'écriture de l'état relaxé, sous une forme extraite des lieux (contrainte-déformation)<sub>moyenne</sub> des boucles stabilisées expérimentales.

En faisant l'hypothèse d'une même distribution de temps de relaxation sur les modules de cisaillement et de compressibilité, et avec un jeu de paramètres identifié sur un mode de sollicitation uniquement, le modèle peut prédire correctement la sensibilité de l'effet de rochet et de la stabilisation de la déformation moyenne, ainsi que de la boucle elle-même aux caractéristiques de chargement (fréquence, rapport de charge positif) pour ce même mode de chargement mais pas pour l'autre. En différenciant les distributions et en les identifiant en cisaillement pour G puis en traction pour K, on obtient une distribution de temps caractéristiques du module de cisaillement plus large que celle du module de compressibilité. Ceci est cohérent avec la littérature sur d'autres approches expérimentales et améliore les prédictions du modèle. La capacité à prédire de façon satisfaisante l'évolution et la stabilisation de la boucle sous un

spectre aussi large de conditions, sur 1000 cycles à chaque fois, est un progrès dans la modélisation du comportement cyclique.

Dans la deuxième partie, l'étude expérimentale et théorique est étendue au cadre thermo-mécanique. Cette extension est cruciale car le comportement viscoélastique est fortement couplé avec la température. Dans ce contexte, la partition volume / déviateur est d'autant plus importante. Le même type d'essais de traction et cisaillement (traction à  $R=0$  et cisaillement à  $R=0$  et  $R=-1$ ) ont été réalisés par le LMGC de Montpellier, avec une métrologie différente : la mesure de champs de température et déformation au cours de l'essai permet de calculer les différents termes de l'équation de diffusion de la chaleur et d'accéder aux bilans complets d'énergie de la source de chaleur.

Les mesures de champs de déformation montrent que les essais de « cisaillement » (de fait des essais de glissement) comportent une composante de traction-compression latérale. Néanmoins, toutes les composantes de la déformation de surface sont prises en compte dans l'analyse de ces deux essais. Les résultats expérimentaux montrent que la déformation moyenne évolue avec le temps pour des essais à  $R = 0$  et n'évolue pas à  $R = -1$ . La température moyenne augmente vite au cours des premiers cycles ; ensuite cette augmentation ralentit et elle peut s'annuler.

A l'échelle du cycle, dans les premiers stades de cyclage, la température est en opposition de phase avec la sollicitation. Ces résultats sont cohérents avec la littérature. Les cartographies de la puissance de la source de chaleur montrent clairement la contribution de la partie de couplage thermoélastique dans la source totale.

A la fin de l'essai de cisaillement à  $R=0$  en revanche, l'évolution de la température est désormais en phase avec le chargement au cours du cycle (échauffement en charge et refroidissement en décharge). La raison de ce phénomène n'est pas claire à ce jour.

On observe également une chute de la puissance de la source de la chaleur en cisaillement à  $R = -1$ , qui reste inexplicée.

Le modèle précédent est étendu en thermo-viscoélasticité. Un terme couplant la différence de température et la déformation volumique est ajouté dans le potentiel et les temps de relaxation de la loi d'évolution des variables internes visqueuses sont modifiés par un facteur de glissement issu du principe d'équivalence temps-température. Le modèle réutilise les paramètres mécaniques identifiés dans le cadre isotherme, avec les mêmes distributions de temps de relaxation pour les modules de cisaillement et compressibilité. Les jeux de paramètres identifiés dans le cadre purement mécanique, soit en traction, soit en cisaillement, sont appliqués au cadre thermo-viscoélastique sur le *même* mode de chargement. Les paramètres thermiques identifiés en traction sont utilisés pour les deux modes. Le modèle prédit bien l'évolution de la déformation, de la température et de l'énergie totale des sources pour l'essai de cisaillement à  $R = 0$ . Les prédictions en traction à  $R=0$  et cisaillement à  $R=-1$  ne sont pas satisfaisantes. Les calculs montrent une très grande sensibilité au coefficient d'échange, à la fois de l'évolution de la température mais également des amplitudes de température et déformation cycliques.

Cette étude a présenté quelques nouveaux résultats intéressants à la fois en expérience et en modélisation. Toutefois, il existe encore beaucoup de questions. Pour résoudre ces questions et développer l'étude, nous proposons quelques perspectives.

- Les réponses du matériau soumis à des chargements cycliques à force imposée et à déplacement imposé sont différentes. Il est intéressant de vérifier la capacité du modèle de prédire la relaxation du matériau soumis à un chargement à déformation imposée.
- Les deux différents modes de sollicitations uniaxiaux testés peuvent guider le modèle à développer en fonction des grandeurs attendues en entrée du critère de fatigue. Par exemple, dans le cas de grandeurs calculées sur la boucle elle-même, les grandeurs de Von Mises unifient bien les deux chargements, à la différence de la déformation de rochet. L'étude des sollicitations multiaxiales est encore rare dans la littérature. Il a besoin donc de réaliser des

études pour ce type de sollicitation afin d'élargir la connaissance de effet de rochet dans des polymères et de vérifier la proposition d'utiliser les valeurs équivalentes. Les études à venir devront prendre en compte les chargements combinés.

- Pour obtenir une connaissance plus approfondie sur la nature et la contribution des différentes sources de chaleur (dissipative et thermoélastique), il est nécessaire d'analyser les essais déjà réalisés dans le cadre thermomécanique aux autres fréquences et rapports de charge, et de les confronter au modèle.

Plus généralement, la base d'essais thermo-mécaniques pourrait être à la base d'une autre façon de penser la loi de comportement viscoélastique.

- Le modèle viscoélastique isotherme ne peut pas encore capter la recouvrance de la déformation en traction et la déformation résiduelle. Pour ce faire, il faudrait probablement introduire un terme (visco)plastique dans le modèle. Si le critère de fatigue ultérieur requiert cette distinction, ceci constitue une perspective importante. Dans le cas contraire, il paraît important de conserver un formalisme opérable pour le calcul de structures.
- La contrainte maximale étudiée est en dessous de la limite d'endurance. Pour étudier la fatigue du matériau, il est nécessaire de peut-être étendre le modèle en transformations finies.



## BIBLIOGRAPHIE

- Arieby, R., 2007. Caractérisation mécanique et modélisation thermodynamique du PEHD. Université Nancy.
- Asundi, A., Chiang, F.P., 1982. Theory And Applications Of The White Light Speckle Method For Strain Analysis. *Opt. Eng.* 21, 570–580.
- Ayadi, Z., Pilvin, P., Cunat, C., 1998. Modélisation du comportement mécanique d'un alliage base nickel par une approche thermodynamique de la relaxation des milieux continus. *Comptes Rendus Académie Sci. - Ser. Iib - Mech.-Phys.-Astron.* 326, 815–820.
- Baquet, E., 2011. Modélisation thermomécanique visco-hyperélastique du comportement d'un polymère semi-cristallin: application au cas d'une matrice polyamide 6.6.
- Bari, S., Hassan, T., 2002. An advancement in cyclic plasticity modeling for multiaxial ratcheting simulation. *Int. J. Plast.* 18, 873–894.
- Bascoul, A., Benaija, E.H., Berthaud, Y., Torrenti, J.M., Zizi, Z., 1993. Analysis of localization in concrete through stereophotogrametry, speckle laser and replica. *Cem. Concr. Res.* 23, 1340–1350.
- Berrehili, A., 2010. Comportement cyclique et tenue en fatigue sous chargement multiaxial d'un polyéthylène : expérience et critère d'endurance. Pprime, DPMM.
- Berthaud, Y., Paraskevas, D., Taroni, M., (France), G. pour l'avancement des méthodes d'analyses des contraintes, 1995. *Photomécanique 95: Étude du comportement des matériaux et des structures*, Journées organisées à l'École normale supérieure de Cachan, 14-16 mars 1995... Eyrolles.
- Billon, N., 2003. Effet de couplage thermomécanique dans la caractérisation du comportement de polymères solides. *Mécanique Ind.* 4, 357–364.
- Boulanger, T., Chrysochoos, A., Mabru, C., Galtier, A., 2004. Calorimetric analysis of dissipative and thermoelastic effects associated with the fatigue behavior of steels. *Int. J. Fatigue* 26, 221–229.
- Bouvet, G., 2013. Fluorescence spectroscopy applied to study cyclic creep behaviour and internal stresses of semi-crystalline high-density polyethylene. *J. Appl. Phys.*
- Brillaud, J., Lagattu, F., 2002. Limits and possibilities of laser speckle and white-light image-correlation methods: theory and experiments. *Appl. Opt.* 41, 6603–6613.
- Caborgan, R., 2011. Contribution à l'analyse expérimentale du comportement thermomécanique du caoutchouc naturel. Montpellier II, LMGC.
- Castagnet, S., 2009. High-temperature mechanical behavior of semi-crystalline polymers and relationship to a rubber-like “relaxed” state. *Mech. Mater.* 41, 75–86.
- Chan, A., Liu, X.L., Chiu, W.K., 2006. Viscoelastic interlaminar shear modulus of fibre reinforced composites. *Compos. Struct.* 75, 185–191.
- Chen, G., Chen, X., Niu, C.-D., 2006. Uniaxial ratcheting behavior of 63Sn37Pb solder with loading histories and stress rates. *Mater. Sci. Eng.* 421, 238–244.

- Chen, X., Hui, S., 2005. Ratcheting behavior of PTFE under cyclic compression. *Polym. Test.* 24, 829–833.
- Chen, X., Jiao, R., Kim, K.S., 2005. On the Ohno–Wang kinematic hardening rules for multiaxial ratcheting modeling of medium carbon steel. *Int. J. Plast.* 21, 161–184.
- Chevalier, L., Calloch, S., Hild, F., Marco, Y., 2001. Digital image correlation used to analyze the multiaxial behavior of rubber-like materials. *Eur. J. Mech. Asolids* 20, 169–187.
- Chivers, R.A., Barham, P.J., Martinez-Salazar, J., Keller, A., 1982. A new look at the crystallization of polyethylene. II. Crystallization from the melt at low supercoolings. *J. Polym. Sci. Polym. Phys. Ed.* 20, 1717–1732.
- Chrysochoos, A., 2012a. Thermomechanical Analysis of the Cyclic Behavior of Materials. *Procedia Iutam* 4, 15–26.
- Chrysochoos, A., 2012b. Infrared thermography applied to the analysis of material behavior: a brief overview. *Quant. Infrared Thermogr. J.* 9, 193–208.
- Chrysochoos, A., Louche, H., 2000. An infrared image processing to analyse the calorific effects accompanying strain localisation. *Int. J. Eng. Sci.* 38, 1759–1788.
- Chu, T.C., Ranson, W.F., Sutton, M.A., 1985. Applications of digital-image-correlation techniques to. *Exp. Mech.* 25, 232–244.
- Constable, I., Williams, J.G., Burns, D.J., 1970. Fatigue and Cyclic Thermal Softening of Thermoplastics. *J. Mech. Eng. Sci.* 12, 20–29.
- Darabi, M.K., Abu Al-Rub, R.K., Masad, E.A., Little, D.N., 2012. A thermodynamic framework for constitutive modeling of time- and rate-dependent materials. Part II: Numerical aspects and application to asphalt concrete. *Int. J. Plast.* 35, 67–99.
- Dealy, J.M., Plazek, D., 2009. Time-Temperature Superposition - a Users Guide. *Rheol. Bull.* 78(2), 16–21, 30–31.
- Djimli, L., 2010. Analyse du phénomène de rochet : essais et modélisation. Université Mentouri.
- Doumalin, P., Bornert, M., 2000. Micromechanical Applications of Digital Image Correlation Techniques, in: Jacquot, P.D.P., Fournier, D.J.-M. (Eds.), *Interferometry in Speckle Light*. Springer Berlin Heidelberg, pp. 67–74.
- Drozdo, A.D., 2010a. Cyclic thermo-viscoplasticity of high density polyethylene. *Int. J. Solids Struct.* 47, 1592–1602.
- Drozdo, A.D., 2010b. Linear thermo-viscoelasticity of polypropylene. *Mech. Res. Commun.* 37, 690–695.
- Drozdo, A.D., Agarwal, S., Gupta, R.K., 2004. Linear thermo-viscoelasticity of isotactic polypropylene. *Comput. Mater. Sci.* 29, 195–213.
- Drozdo, A.D., Christiansen, J. deC., 2008. Thermo-viscoelastic and viscoplastic behavior of high-density polyethylene. *Int. J. Solids Struct.* 45, 4274–4288.
- DSC, 1996. Manuel d'utilisation de l'analyseur enthalpique différentiel DSC 2920 CE.
- Edwards, S.F., Vilgis, T., 1986. The effect of entanglements in rubber elasticity. *Polymer* 27, 483–492.

- Farren, W.S., Taylor, G.I., 1925. The Heat Developed during Plastic Extension of Metals. Proc. R. Soc. Math. Phys. Eng. Sci. 107, 422–451.
- Ferry, J.D., 1980. Viscoelastic properties of polymers, 3rd Edition. John Wiley & Sons Inc., New York.
- Frederick, C.O., Armstrong, P.J., 2007. A mathematical representation of the multiaxial Bauschinger effect. Mater. High Temp. 24, 1–26.
- Gamonpilas, C., McCuiston, R., 2012. A non-linear viscoelastic material constitutive model for polyurea. Polymer 53, 3655–3658.
- Gentilleau, B., 2012. Modélisation et validation expérimentale du comportement thermomécanique de multicouches polymère-composite bobiné application au stockage d'hydrogène hyperbaré.
- Germaneau, A., Doumalin, P., Dupré, J.C., 2007. Full 3D Measurement of Strain Field by Scattered Light for Analysis of Structures. Exp. Mech. 47, 523–532.
- Germaneau, A., Dupre, J.C., 2007. Thermal Exchanges and Thermomechanical Couplings in Amorphous Polymers. Polym. Polym. Compos. 16, 9–17.
- Gigliotti, M., Olivier, L., Vu, D.Q., Grandidier, J.-C., Christine Lafarie-Frenot, M., 2011. Local shrinkage and stress induced by thermo-oxidation in composite materials at high temperatures. J. Mech. Phys. Solids 59, 696–712.
- Grassia, L., D'Amore, A., 2009. The relative placement of linear viscoelastic functions in amorphous glassy polymers. J. Rheol. 53, 339.
- Grassia, L., D'Amore, A., Simon, S.L., 2010. On the viscoelastic Poisson's ratio in amorphous polymers. J. Rheol. 54, 1009–1022.
- Grédiac, M., 2004. The use of full-field measurement methods in composite material characterization: interest and limitations. Compos. Part Appl. Sci. Manuf. 35, 751–761.
- Guozheng Kang, Q.K., 2007. Constitutive modeling for uniaxial time-dependent ratcheting of SS304 stainless steel. Mech. Mater. 488–499.
- Guozheng Kang, Y.L., 2006. Experimental study on ratcheting-fatigue interaction of SS304 stainless steel in uniaxial cyclic stressing. Mater. Sci. Eng. -Struct. Mater. Prop. Microstruct. Process. - Mater Sci Eng -Struct Mater 435, 396–404.
- Hassan, T., Kyriakides, S., 1992. Ratcheting in cyclic plasticity part I: uniaxial behavior. Int. J. Plast. 8, 91–116.
- Honorat, V., 2006. Analyse thermomécanique par mesure de champs des élastomères. Montpellier II, LMGC.
- Jaravel, J., 2008. Etude du comportement cyclé du polyéthylène haute densité. Pprime, DPMM.
- Jeon, H.-J., Ryu, S., Pyo, S., Choi, S., Song, H.H., 2011. In-situ Determination of Structural Changes in Polyethylene upon Creep and Cyclic Fatigue Loading. Polymer(Korea) 36, 88–92.
- Juan, Z., Guozheng, K., Qing, G., Yujie, L., 2012. Experimental study on creep-ratcheting-fatigue interaction of SS304 stainless steel at room and high temperatures.

- Kaïs, M., 2003. Comportement mécanique en grandes déformations du polyéthylène haute densité : Approche thermodynamique de l'état relaxé.
- Kaiya, N., Takahara, A., Kajiyama, T., 1989. Fatigue Fracture Behavior of Solid-state Extruded High-Density Polyethylene. *Polym. J.* 21, 523–531.
- Kang, G., Liu, Y., Wang, Y., Chen, Z., Xu, W., 2009. Uniaxial ratchetting of polymer and polymer matrix composites: Time-dependent experimental observations. *Mater. Sci. Eng.* 523, 13–20.
- Kang, G., Ohno, N., Nebu, A., 2003. Constitutive modeling of strain range dependent cyclic hardening. *Int. J. Plast.* 19, 1801–1819.
- Klimkeit, B., 2009. Etude expérimentale et modélisation du comportement en fatigue multiaxiale d'un polymère renforcé pour application automobile. Pprime, DPMM.
- Kovacs, A.J., 1958. La contraction isotherme du volume des polymères amorphes. *J. Polym. Sci.* 30, 131–147.
- Kultural, S.E., Eryurek, I.B., 2007. Fatigue behavior of calcium carbonate filled polypropylene under high frequency loading. *Mater. Des.* 28, 816–823.
- Li, S., Wang, H., Wang, Y., Wang, C., Niu, H., Yang, J., 2013. Uniaxial ratchetting behaviour of cerium oxide filled vulcanized natural rubber. *Polym. Test.* 32, 468–474.
- Lin, Y.C., Chen, X.-M., Zhang, J., 2011. Uniaxial ratchetting behavior of anisotropic conductive adhesive film under cyclic tension. *Polym. Test.* 30, 8–15.
- Liu, W., Gao, Z., Yue, Z., 2008. Steady ratcheting strains accumulation in varying temperature fatigue tests of PMMA. *Mater. Sci. Eng.* 492, 102–109.
- Liu, Y., Kang, G., Gao, Q., 2010. A multiaxial stress-based fatigue failure model considering ratchetting–fatigue interaction. *Int. J. Fatigue* 32, 678–684.
- Louche, H., 1999. Analyse par thermographie infrarouge des effets dissipatifs de la localisation dans des aciers.
- Ma, J., Gao, H., Gao, L., Chen, X., 2011. Uniaxial ratcheting behavior of anisotropic conductive adhesive film at elevated temperature. *Polym. Test.* 30, 571–577.
- Mallick, P., Zhou, Y., 2004. Effect of mean stress on the stress-controlled fatigue of a short E-glass fiber reinforced polyamide-6,6. *Int. J. Fatigue* 26, 941–946.
- Marklund, E., Eitzenberger, J., Varna, J., 2008. Nonlinear viscoelastic viscoplastic material model including stiffness degradation for hemp/lignin composites. *Compos. Sci. Technol.* 68, 2156–2162.
- Maurel-Pantel, A., Baquet, E., Bikard, J., Billon, N., 2011. Coupled Thermo Mechanical Characterisation of Polymers Based on Inverse Analyses and IR Measurements. *Appl. Mech. Mater.* 70, 393–398.
- McAdams, W.H., 1954. Heat transmission, 3rd ed. McGraw-Hill Book Company, New York.
- Moreau, S., 2004. Etude calorimétrique par thermographie infrarouge de la thermo-visco-élasticité de quatre polymères thermoplastiques. Montpellier II, LMGC.

- Moreau, S., Chrysochoos, A., Muracciole, J.-M., Wattrisse, B., 2005. Analysis of thermoelastic effects accompanying the deformation of PMMA and PC polymers. *Comptes Rendus Mécanique* 333, 648–653.
- Mrabet, K., Rahouadj, R., Cunat, C., 2004. An irreversible thermodynamic model for semicrystalline polymers submitted to multisequence loading at large strain. *Polym. Eng. Sci.* 45, 42–51.
- Muracciole, J.-M., Wattrisse, B., Chrysochoos, A., 2008. Energy Balance of a Semicrystalline Polymer During Local Plastic Deformation. *Strain* 44, 468–474.
- Ohno, N., 1990. Recent Topics in Constitutive Modeling of Cyclic Plasticity and Viscoplasticity. *Appl. Mech. Rev.* 43, 283–295.
- Ohno, N., 1997. Recent progress in constitutive modeling for ratchetting. *Mater. Sci. Res. Int.* 3, 1–9.
- Pan, D., Kang, G., Zhu, Z., Liu, Y., 2010. Experimental study on uniaxial time-dependent ratcheting of a polyetherimide polymer. *J. Zhejiang Univ. Sci.* 11, 804–810.
- Reese, S., Govindjee, S., 1997. Theoretical and Numerical Aspects in the Thermo-Viscoelastic Material Behaviour of Rubber-Like Polymers. *Mech. Time-Depend. Mater.* 1, 357–396.
- Rittel, D., 2000. An investigation of the heat generated during cyclic loading of two glassy polymers. Part I: Experimental. *Mech. Mater.* 32, 131–147.
- Rodríguez, R.F., Haro, M.L. de, Manero, O., 1988. A thermodynamic approach to non-linear viscoelasticity. *Rheol. Acta* 27, 217–223.
- Roguet, E., Castagnet, S., Grandidier, J.C., 2008. The Relaxed State in a Semicrystalline Polymer: Experimental Characterization and Modeling, in: *Polymer Science. Series A, Chemistry, Physics. Presented at the International Colloquium Structure-Sensitive Mechanics of Polymer Materials: Physical and Mechanical Aspects*, Springer, pp. 514–522.
- Sarkar, A., Nagesha, A., Sandhya, R., Mathew, M.D., 2013. Effect of Temperature on Ratcheting Behaviour of 316LN SS. *Procedia Eng.* 55, 650–654.
- Schapery, R.A., 1997. Nonlinear Viscoelastic and Viscoplastic Constitutive Equations Based on Thermodynamics. *Mech. Time-Depend. Mater.* 1, 209–240.
- Schapery, R.A., 1999. Nonlinear viscoelastic and viscoplastic constitutive equations with growing damage. *Int. J. Fract.* 97, 33–66.
- Schapery, R.A., Park, S.W., 1999. Methods of interconversion between linear viscoelastic material functions. Part II—an approximate analytical method. *Int. J. Solids Struct.* 36, 1677–1699.
- Shariati, M., Hatami, H., Yarahmadi, H., Eipakchi, H.R., 2012. An experimental study on the ratcheting and fatigue behavior of polyacetal under uniaxial cyclic loading. *Mater. Des.* 34, 302–312.
- Shen, X., Xia, Z., Ellyin, F., 2004. Cyclic deformation behavior of an epoxy polymer. Part I: Experimental investigation. *Polym. Eng. Sci.* 44, 2240–2246.
- Simon, S.L., 2001. Temperature-modulated differential scanning calorimetry: theory and application. *Thermochim. Acta* 374, 55–71.

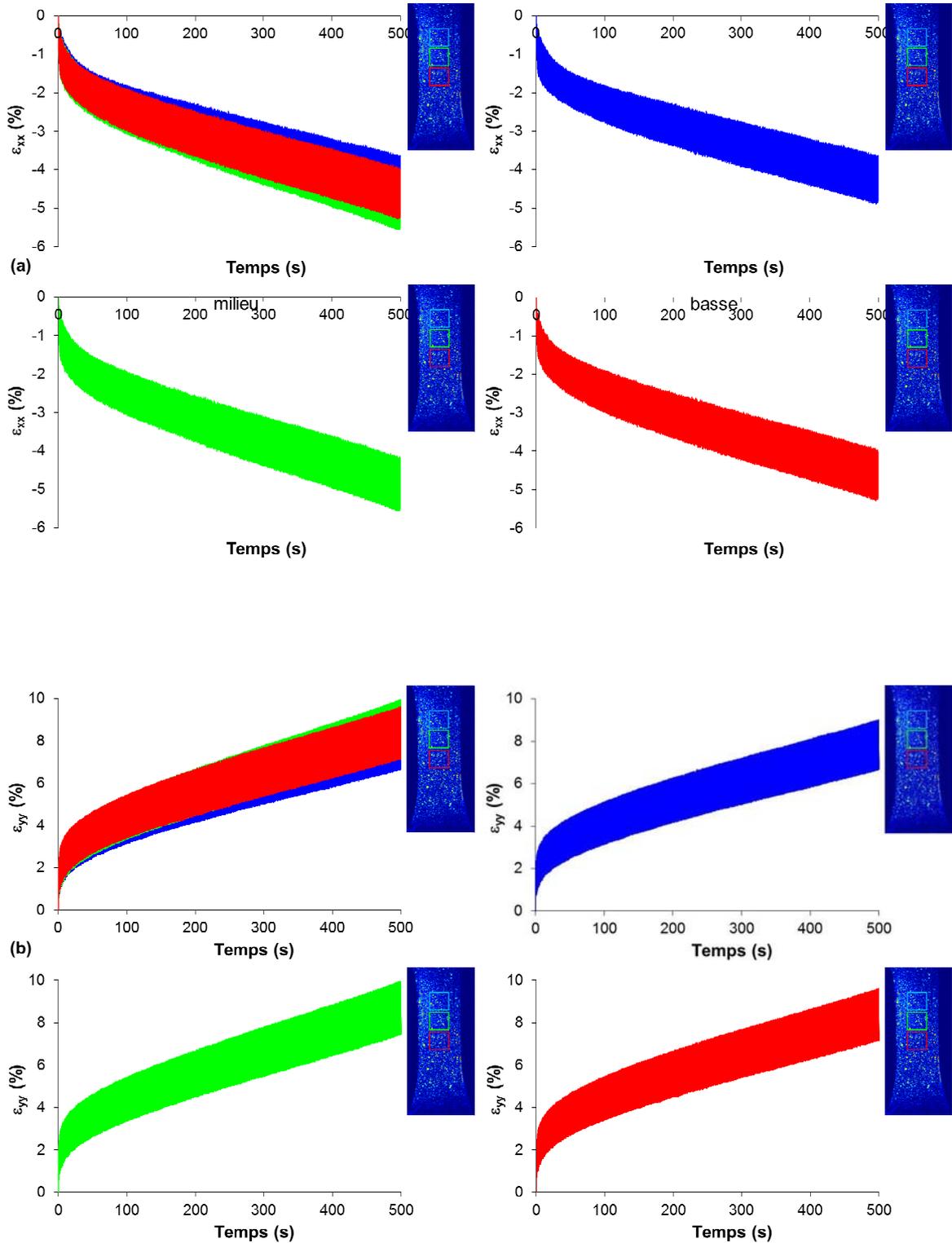
- Struik, L.C.E., 1978. Physical aging in amorphous polymers and other materials. Elsevier Scientific Pub. Co.; distributors for the U.S. and Canada, Elsevier North-Holland, Amsterdam; New York: New York.
- Tao, G., Xia, Z., 2007a. Ratcheting behavior of an epoxy polymer and its effect on fatigue life. *Polym. Test.* 26, 451–460.
- Tao, G., Xia, Z., 2007b. Mean stress/strain effect on fatigue behavior of an epoxy resin. *Int. J. Fatigue* 29, 2180–2190.
- Tao, G., Xia, Z., 2008. Fatigue behavior of an epoxy polymer subjected to cyclic shear loading. *Mater. Sci. Eng.* 486, 38–44.
- Tao, G., Xia, Z., 2009. Biaxial fatigue behavior of an epoxy polymer with mean stress effect. *Int. J. Fatigue* 31, 678–685.
- Tauchert, T.R., 1967. The temperature generated during torsional oscillations of polyethylene rods. *Int. J. Eng. Sci.* 5, 353–365.
- Tauchert, T.R., Afzal, S.M., 1967. Heat Generated during Torsional Oscillations of Polymethylmethacrylate Tubes. *J. Appl. Phys.* 38, 4568.
- Teixeira-Pinto, J., 2012. Analyse expérimentale et numérique multi-échelles des champs mécaniques dans un polymère semi-cristallin.
- Vinogradov, A.M., Schumacher, S., 2001. Cyclic Creep of Polymers and Polymer-Matrix Composites. *Mech. Compos. Mater.* 37, 29–34.
- Vu, Q.H., 2006. Étude du comportement cyclique du Polyéthylène Haute Densité en vue de la définition d'un état de référence pour le dimensionnement en fatigue. Pprime, DPMM.
- Wang, Y., Chen, X., Yu, W., Yan, L., 2009. Experimental study on multiaxial ratcheting behavior of vulcanized natural rubber. *Polym. Engineering Sci.*
- Wang, Y.P., Yu, W.W., Yan, L., Chen, X., 2007. Ratcheting behaviour of nitrile butadiene rubber material. *Plast. Rubber Compos. Process. Appl.* 36, 134–140.
- Wattrisse, B., Chrysochoos, A., Muracciole, J.-M., Némoz-Gaillard, M., 2001. Analysis of strain localization during tensile tests by digital image correlation. *Exp. Mech.* 41, 29–39.
- Wattrisse, B., Muracciole, J.-M., Chrysochoos, A., 2002. Thermomechanical effects accompanying the localized necking of semi-crystalline polymers. *Int. J. Therm. Sci.* 41, 422–427.
- Wu, Z., Glockner, P.G., 1996. Thermo-mechanical coupling applied to plastics. *Int. J. Solids Struct.* 33, 4431–4448.
- Wunderlich, B., 1973. *Macromolecular Physics, Volume 1: Crystal Structure, Morphology, Defects.* Academic Press.
- Xu, W., Gao, H., Gao, L., Chen, X., Wang, Y., 2013. Tensile ratcheting behaviors of bronze powder filled polytetrafluoroethylene. *Front. Chem. Sci. Eng.* 7, 103–109.
- Yaguchi, M., Takahashi, Y., 2005. Ratcheting of viscoplastic material with cyclic softening, part I: experiments on modified 9Cr–1Mo steel. *Int. J. Plast.* 21, 43–65.

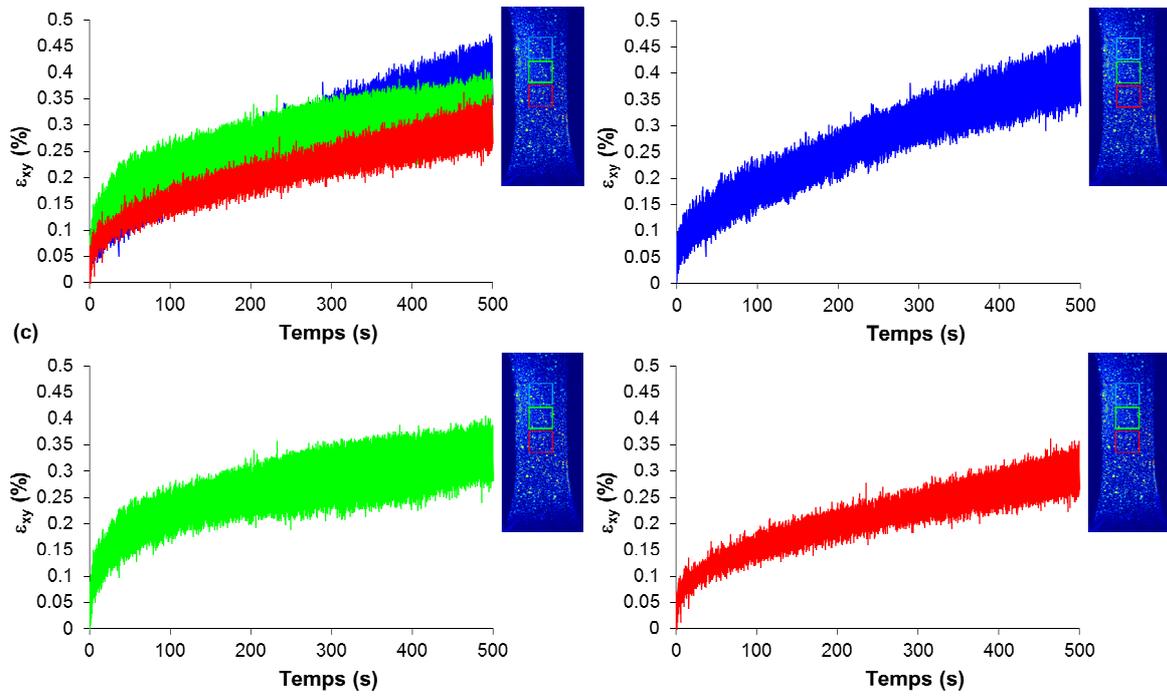
- Yakimets, I., Lai, D., Guigon, M., 2007. Model to predict the viscoelastic response of a semi-crystalline polymer under complex cyclic mechanical loading and unloading conditions. *Mech. Time-Depend. Mater.* 11, 47–60.
- Yu, W., Chen, X., Wang, Y., Yan, L., Bai, N., 2008. Uniaxial ratchetting behavior of vulcanized natural rubber. *Polym. Eng. Sci.* 48, 191–197.
- Zhang, Y., Huang, Z.-P., 2004. A model for the non-linear viscoelastic behavior of amorphous polymers. *Mech. Res. Commun.* 31, 195–202.
- Zhang, Z., Chen, X., 2009. Multiaxial ratcheting behavior of PTFE at room temperature. *Polym. Test.* 28, 288–295.
- Zhang, Z., Chen, X., Wang, T., 2008. A simple constitutive model for cyclic compressive ratchetting deformation of polytetrafluoroethylene (PTFE) with stress rate effects. *Polym. Eng. Sci.* 48, 29–36.
- Zhang, Z., Chen, X., Wang, Y., 2010. Uniaxial ratcheting behavior of polytetrafluoroethylene at elevated temperature. *Polym. Test.* 29, 352–357.



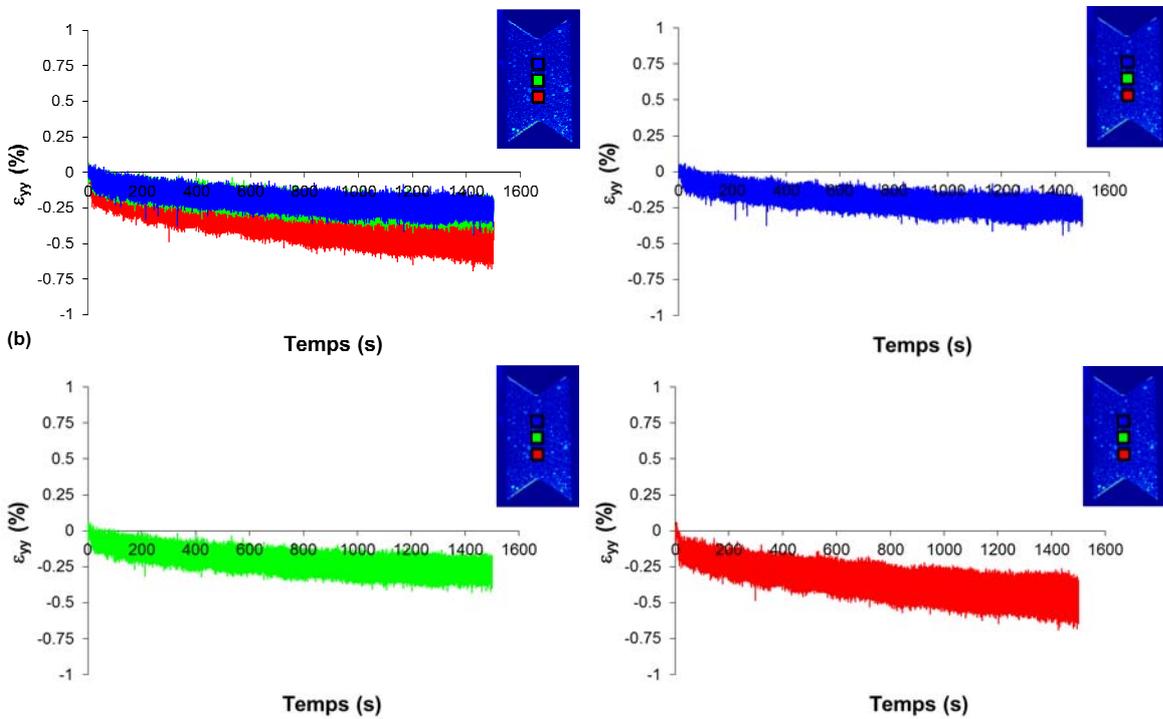
ANNEXE A  
Séparation des courbes superposées

**Figure A7.5.** Evolution de la déformation (a) transverse, (b) longitudinale et (c) de cisaillement de l'essai de traction à  $F_{\max} = 630\text{N}$ ,  $f = 1\text{Hz}$  et  $R = 0$

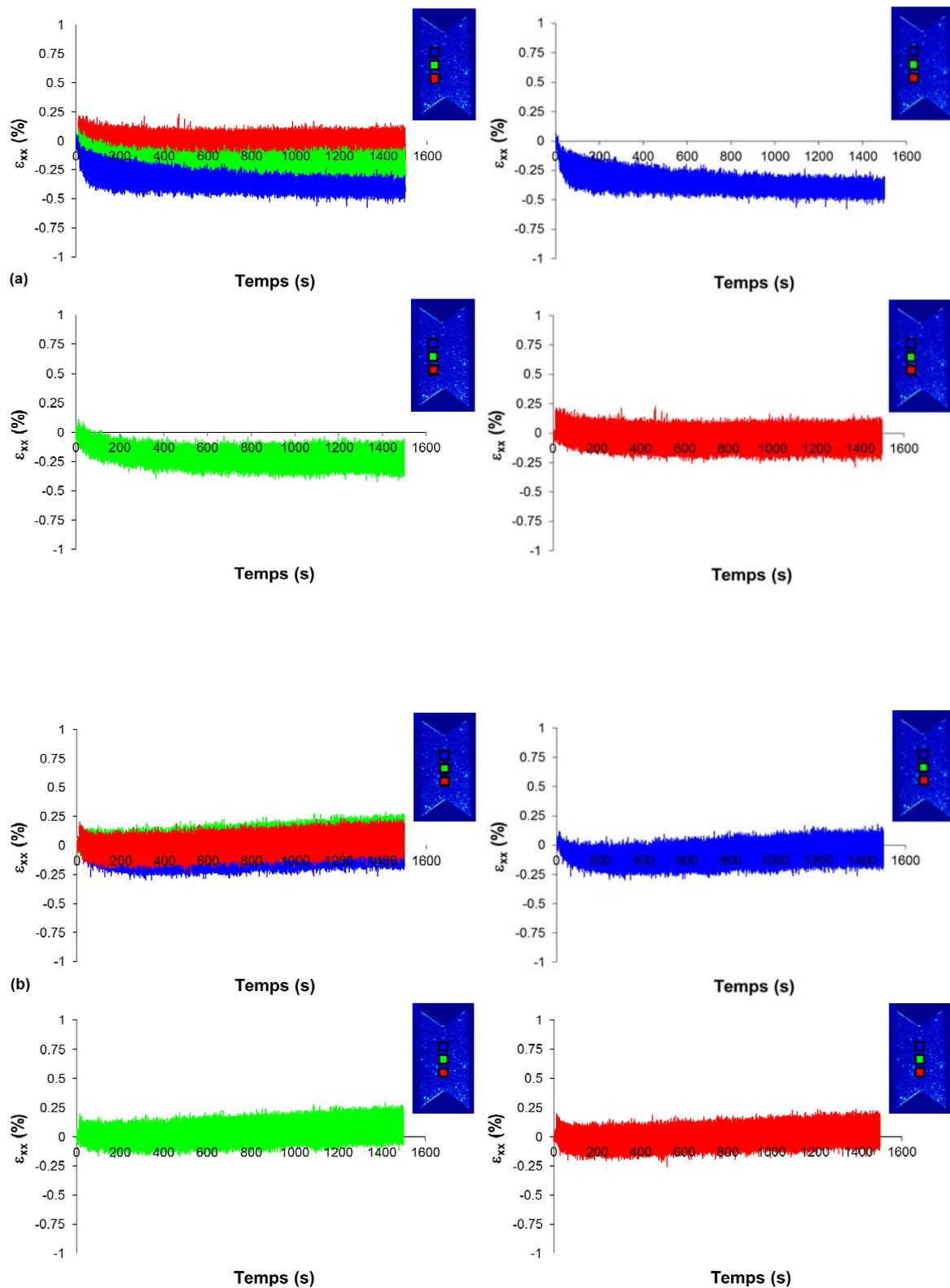


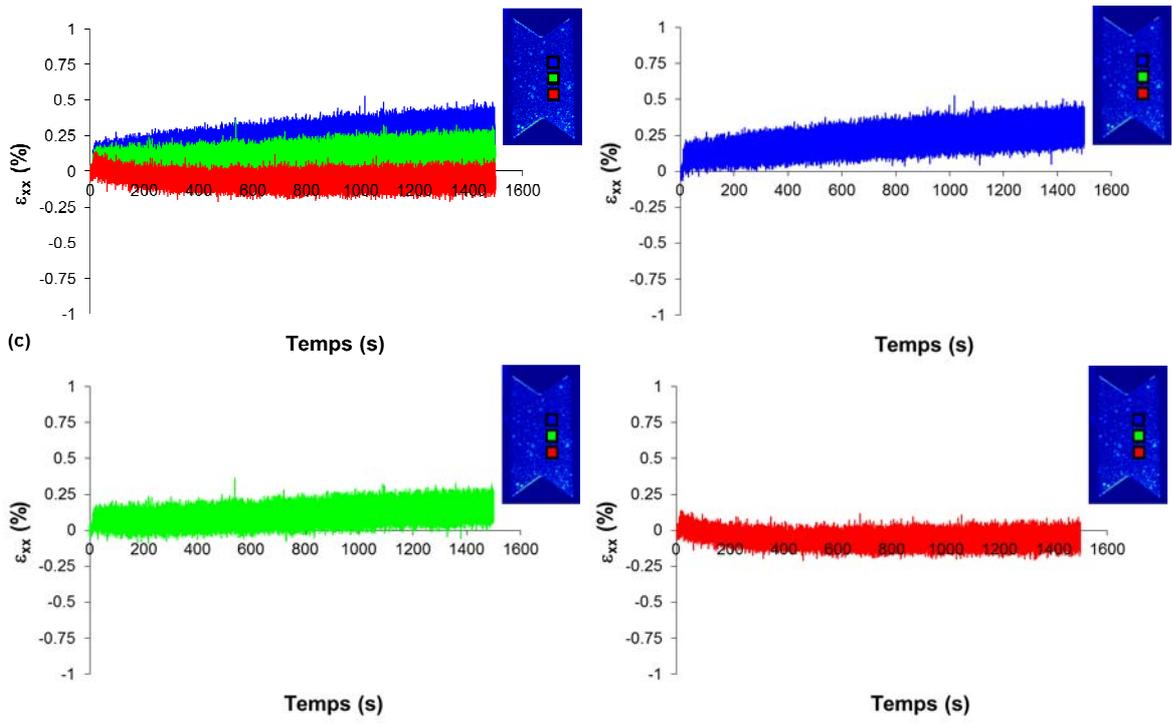


**Figure A7.22.** Evolution de la déformation longitudinale (a) à gauche, (b) au milieu et (c) à droite de la zone d'étude de l'essai de cisaillement à  $F_{\max} = 500\text{N}$ ,  $f = 1\text{Hz}$  et  $R = 0$ .

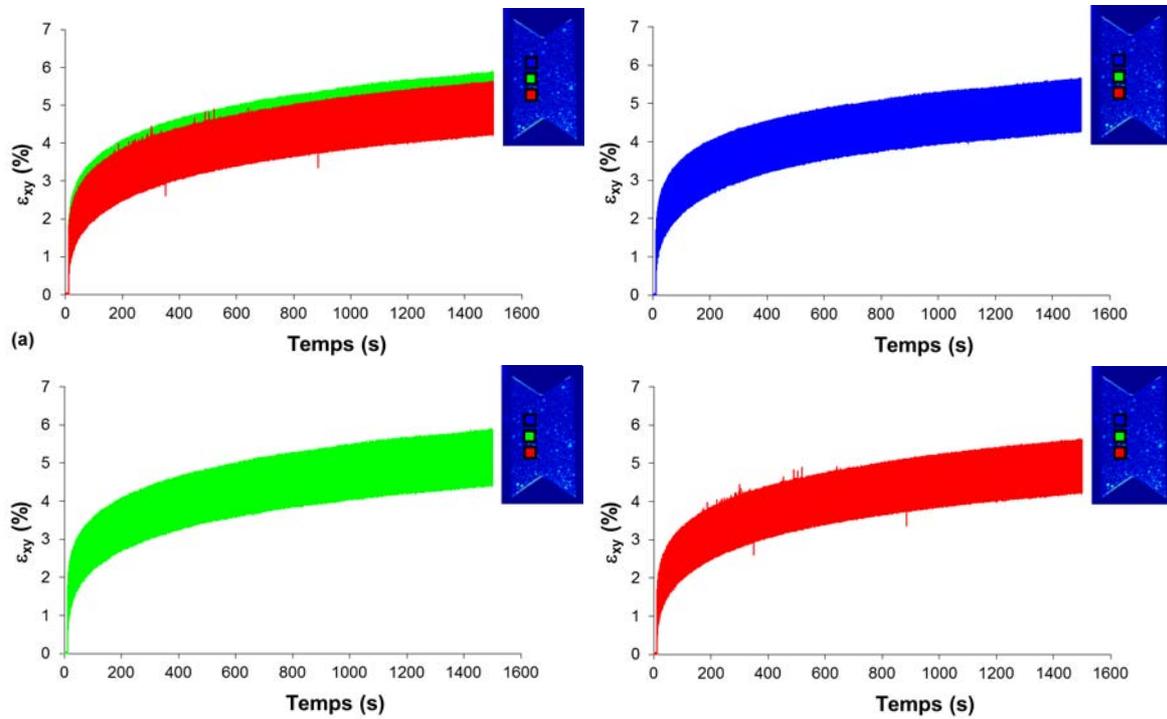


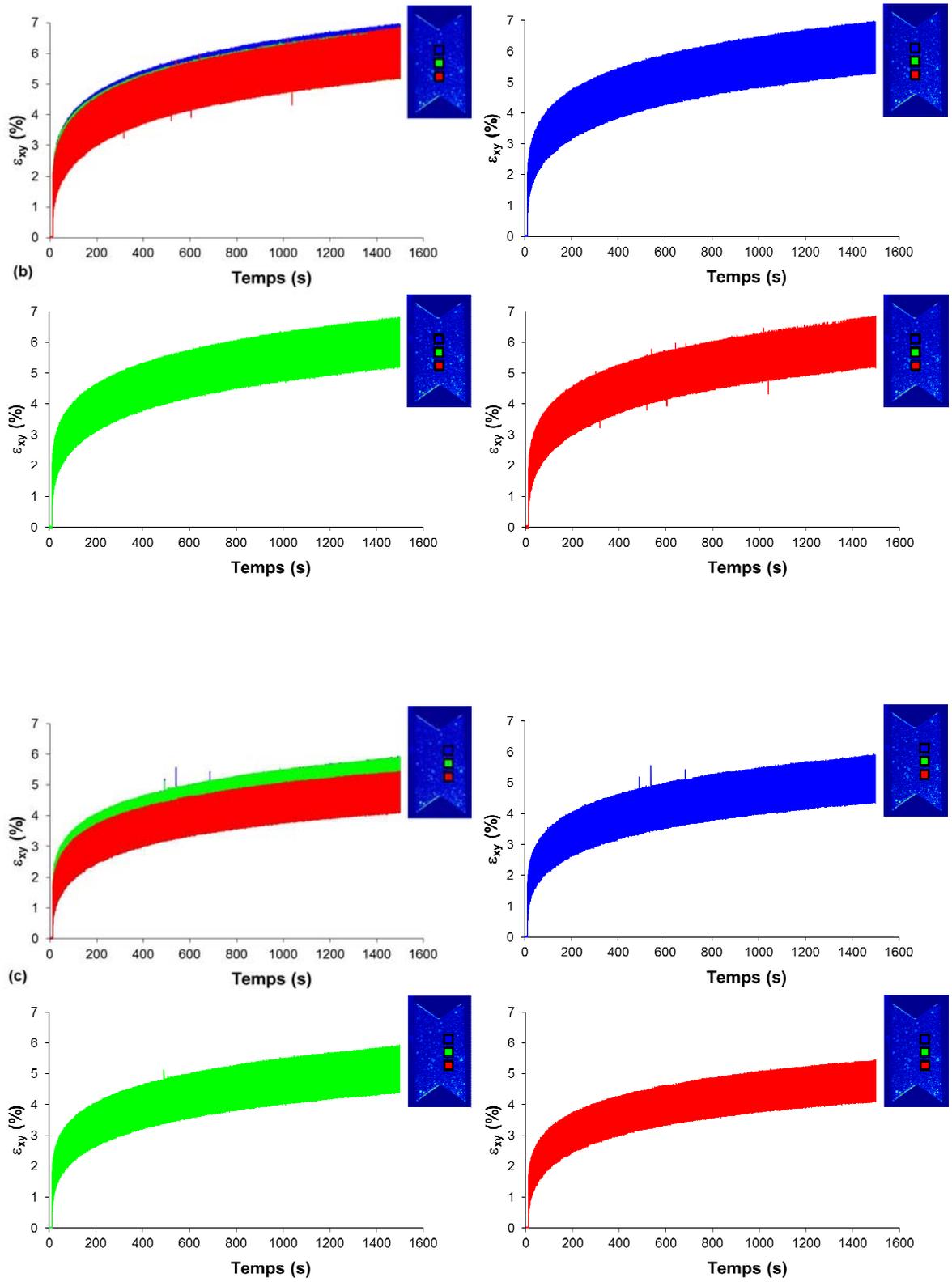
**Figure A7.24** Evolution de la déformation transverse (a) à gauche, (b) au milieu et (c) à droite de la zone d'étude de l'essai de cisaillement à  $F_{\max} = 500\text{N}$ ,  $f = 1\text{Hz}$  et  $R = 0$ .



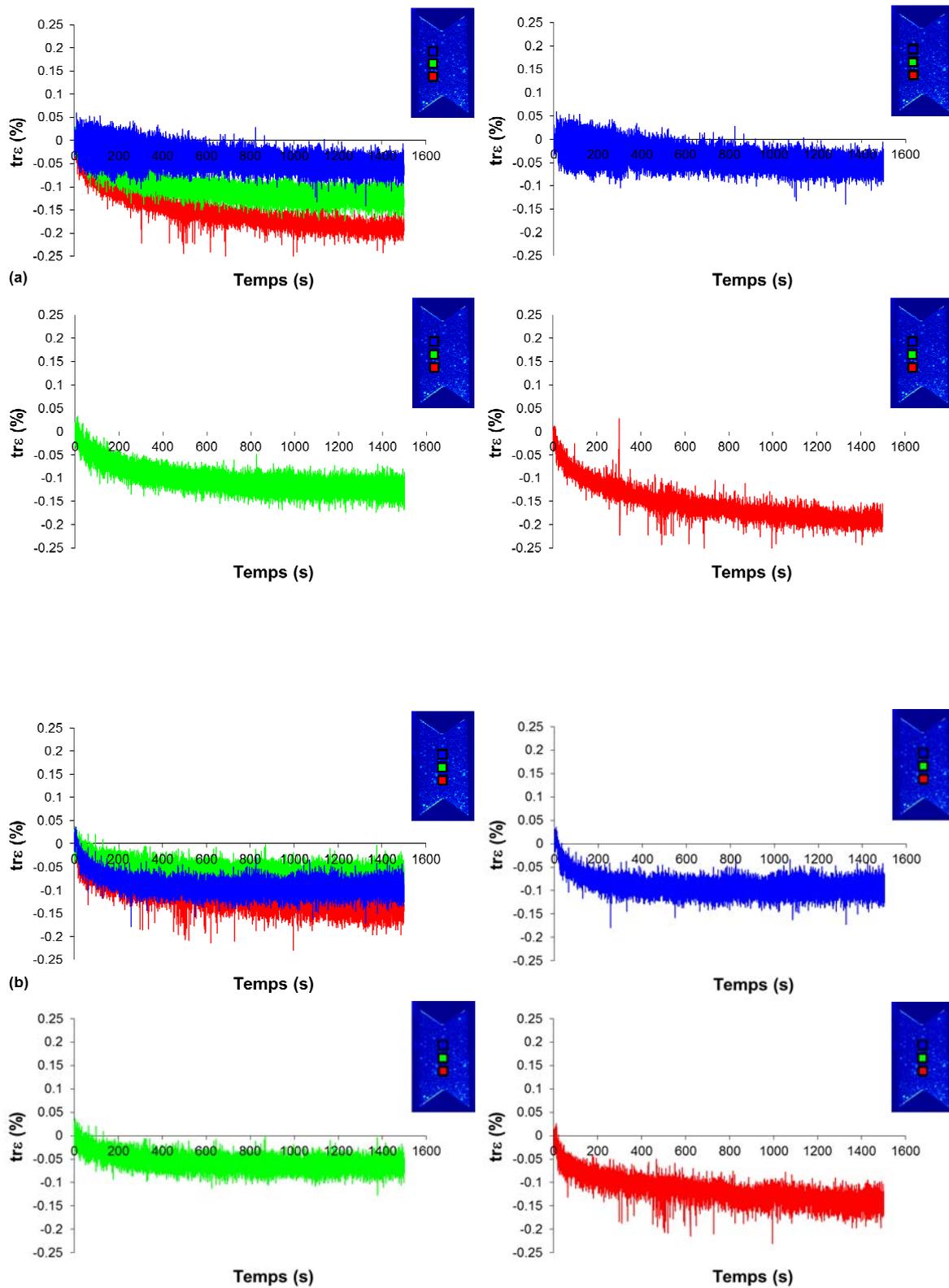


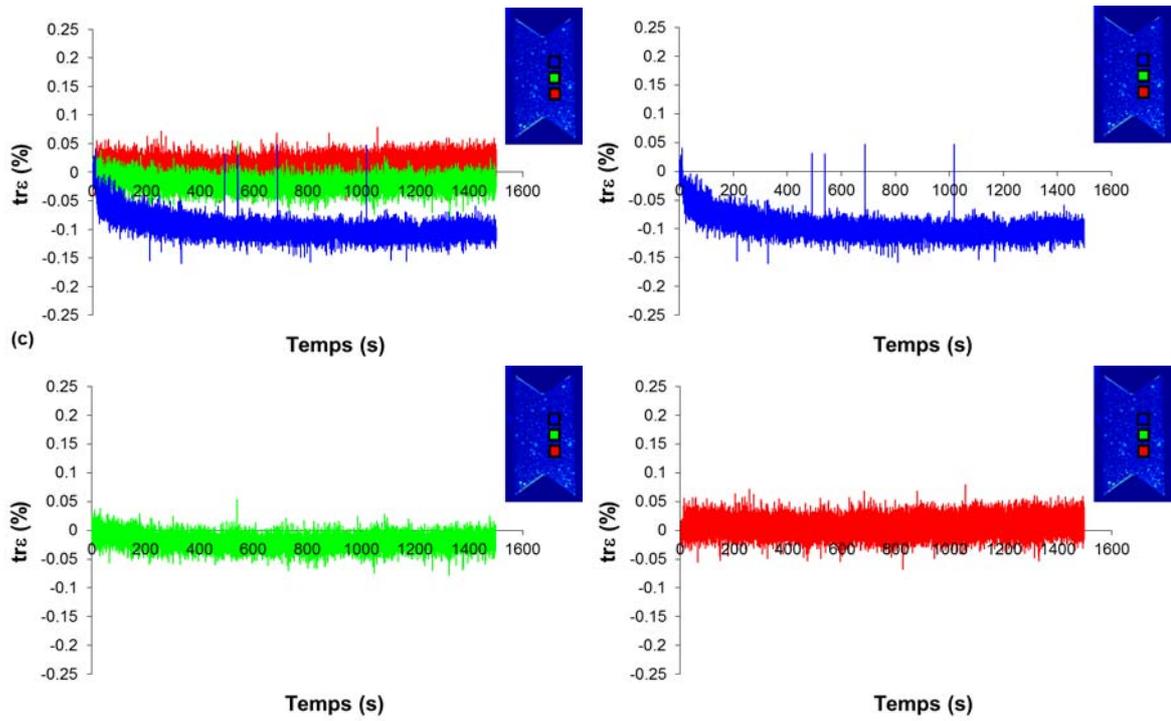
**Figure A7.26.** Evolution de la déformation de cisaillement (a) à gauche, (b) au milieu et (c) à droite de la zone d'intérêt de l'essai de cisaillement à  $F_{\max} = 500\text{N}$ ,  $f = 1\text{Hz}$  et  $R = 0$ .



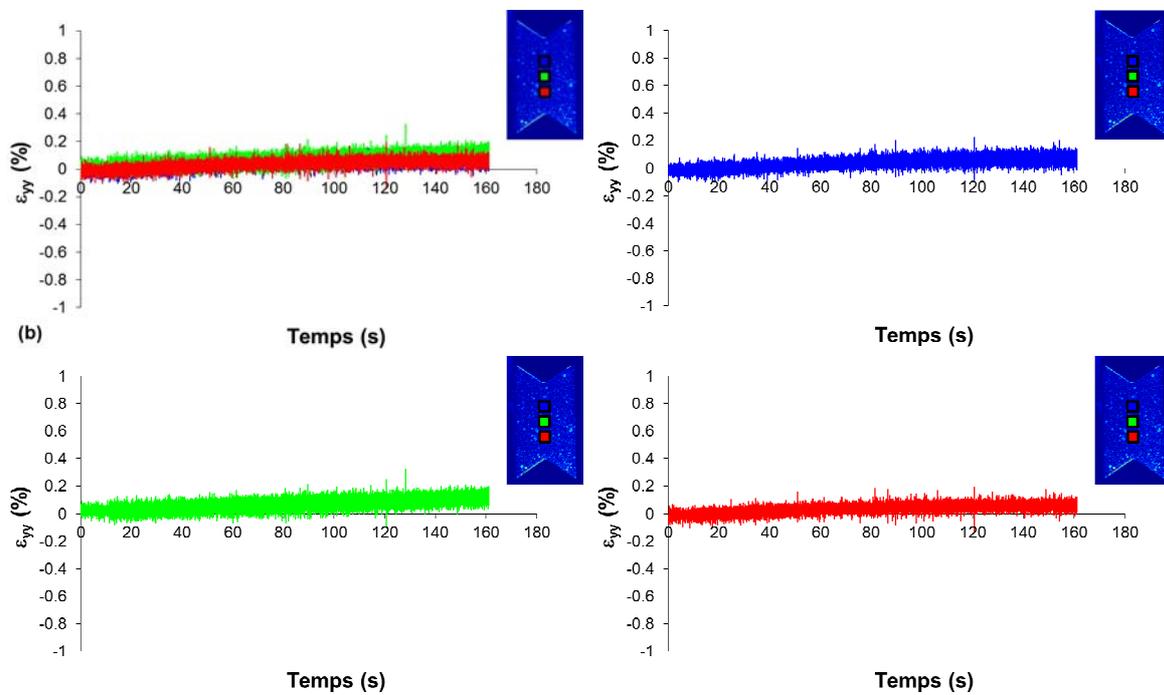


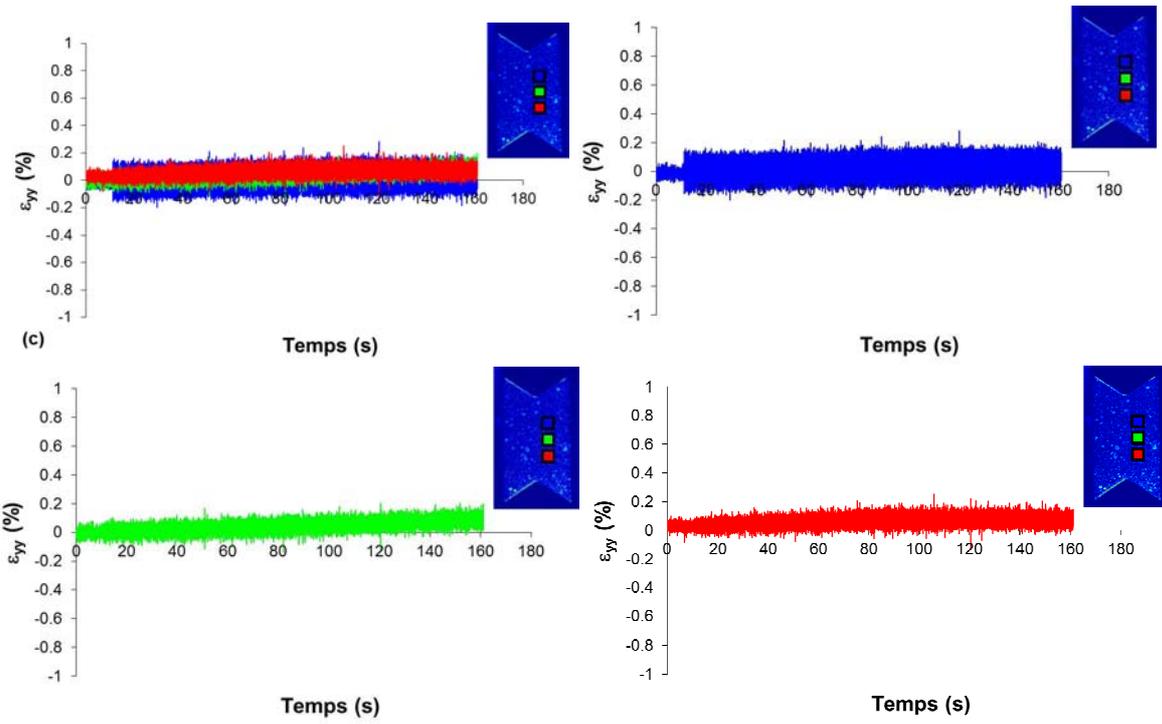
**Figure A7.28.** Evolution de la déformation volumique (a) à gauche, (b) au milieu et (c) à droite de l'essai de cisaillement à  $F_{\max} = 500\text{N}$ ,  $f = 1\text{Hz}$  et  $R = 0$ .



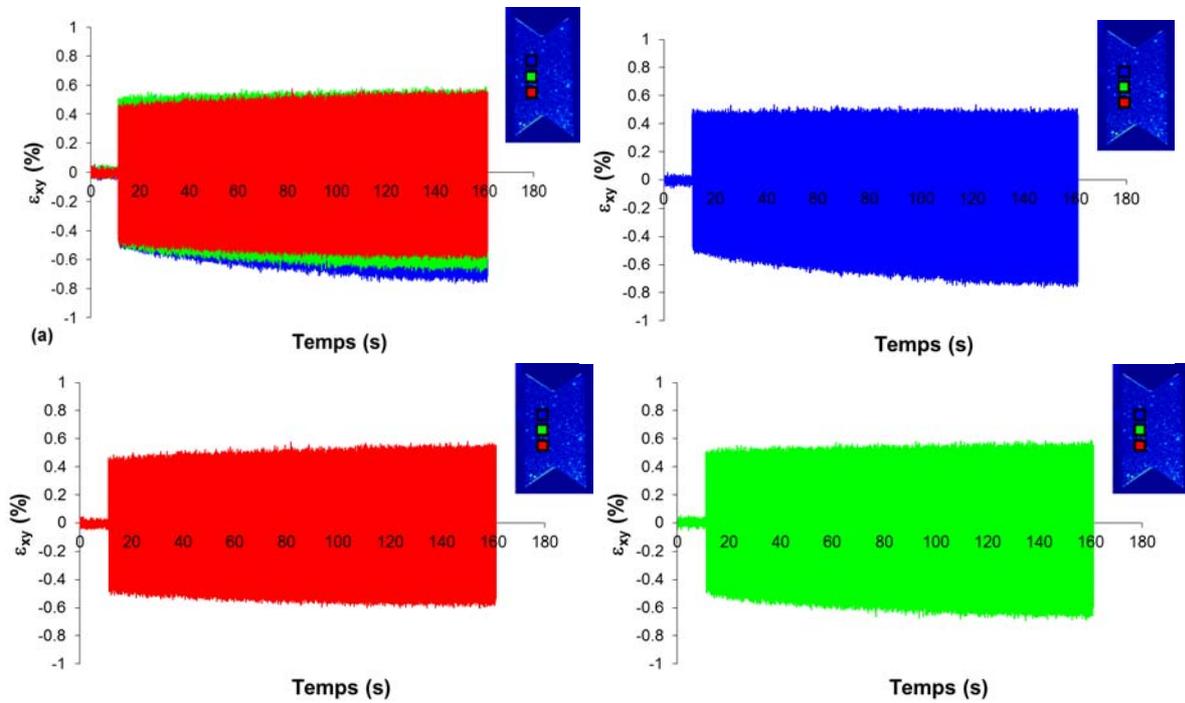


**Figure A7.42.** Evolution de la déformation longitudinale (a) à gauche, (b) au milieu et (c) à droite de l'essai de cisaillement à  $F_{max} = 500N$ ,  $f = 10Hz$  et  $R = -1$ .



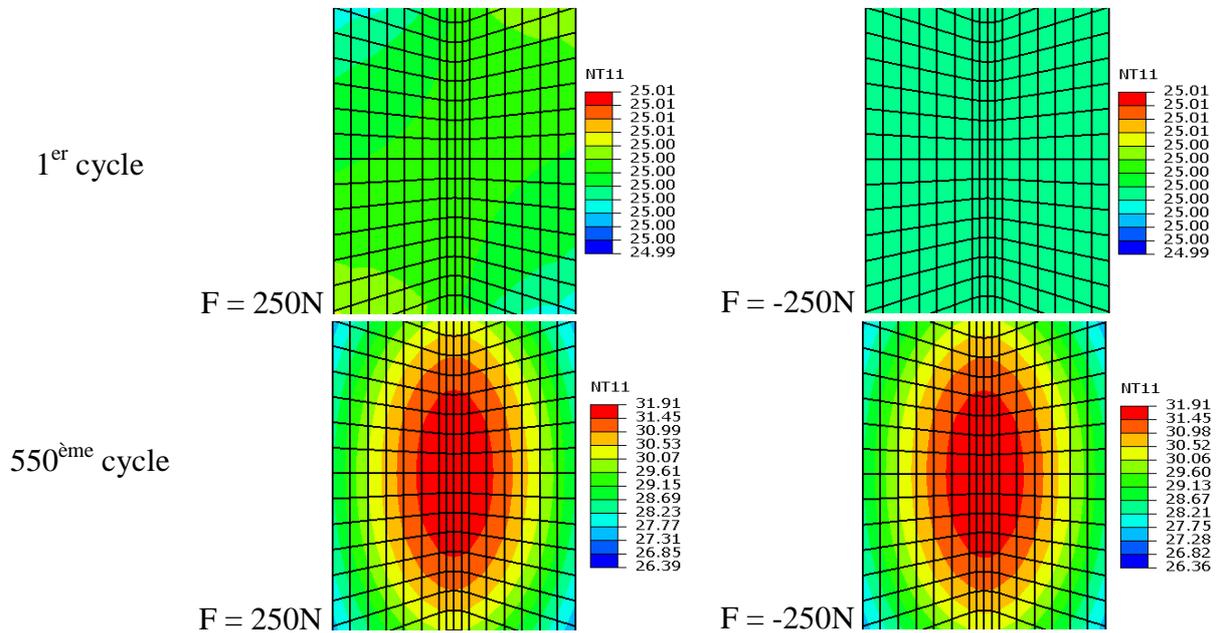


**Figure A7.45.** Evolution de la déformation de cisaillement (a) à gauche, (b) au milieu et (c) à droite de l'essai de cisaillement à  $F_{\max} = 500\text{N}$ ,  $f = 10\text{Hz}$  et  $R = -1$ .

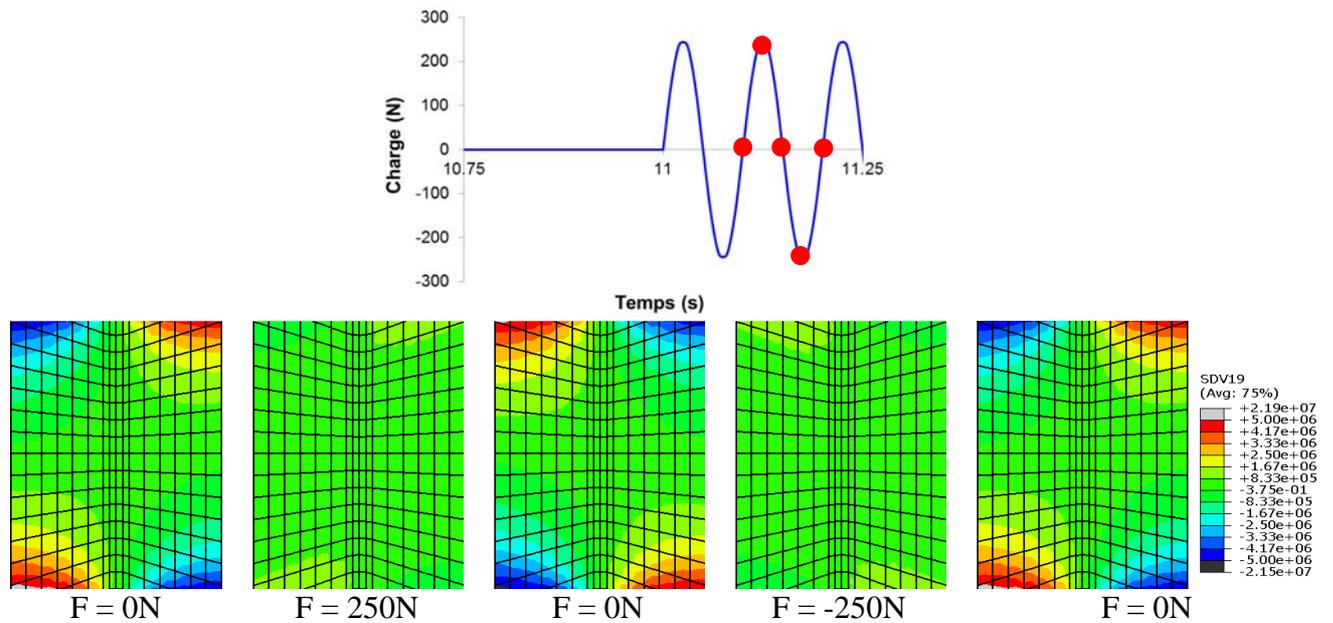


## ANNEXE B

### B.1. Champ de température simulé aux 1<sup>er</sup> et 550<sup>ème</sup> cycles dans l'essai de cisaillement à R = -1



### B.2. Cartographies de la puissance simulée de chaleur au 550<sup>ème</sup> cycle dans l'essai de isaillement à R = -1







# Caractérisation expérimentale et modélisation thermo-mécanique de l'accommodation cyclique du polyéthylène.

## Résumé

Dans une approche de dimensionnement en fatigue basée sur un critère multiaxial, les paramètres d'entrée du critère (contraintes, déformations, termes énergétiques) sont généralement calculés sur un état stabilisé. Dans les métaux, il s'agit souvent du premier cycle, en supposant que le matériau se comporte élastiquement ou présente des processus de plasticité très localisés. Dans les matériaux viscoélastiques comme les polymères, l'évolution significative de la raideur en début de cyclage soulève la question de la stabilisation du cycle sur lequel les paramètres mécaniques devraient être calculés. Un enjeu majeur est donc de définir et prédire cet état stabilisé, c'est à dire non seulement l'évolution de la déformation moyenne qui accompagne le cyclage mais aussi la boucle stabilisée elle-même et les contributions énergétiques pertinentes. Pour être applicable à des structures, le modèle doit conserver un formalisme aussi maniable que possible.

Dans cette étude, réalisée sur les 1000 premiers cycles de la vie d'un polyéthylène, il est montré, par des essais de recouvrance, que la contribution viscoélastique à l'évolution de la déformation moyenne est majoritaire. Un intérêt particulier est donc porté à la caractérisation expérimentale et à la modélisation macroscopique de cet aspect du comportement.

La première partie du travail est menée dans un cadre purement mécanique. L'accumulation cyclique est étudiée expérimentalement au cours des premiers 1000 cycles à force contrôlée et faible fréquence, à la température ambiante. L'influence de la fréquence et du rapport de charge sur la réponse viscoélastique est étudiée. La comparaison d'essais de traction et de cisaillement de type Iosipescu permet de discuter les parts volumique et déviatorique. Un modèle viscoélastique non linéaire isotherme en petites déformations est proposé dans le cadre de la Thermodynamique des Processus Irréversibles.

Dans la deuxième partie, l'étude expérimentale et théorique est étendue au cadre thermo-mécanique. La température est en effet intrinsèquement couplée à la viscoélasticité dans les polymères ; cet effet peut conduire à des auto-échauffements importants. Les mêmes essais de traction et cisaillement sont réalisés par le LMGC de Montpellier avec une métrologie différente : la mesure de champs de température et déformation au cours de l'essai permet de calculer les différents termes de l'équation de diffusion de la chaleur et d'accéder aux sources de chaleur. Ces résultats expérimentaux sont analysés et confrontés à une extension du modèle thermo-viscoélastique du modèle dans laquelle le couplage est introduit via la thermo-élasticité (par la déformation volumique) et via la dissipation visqueuse (sur la base du principe d'équivalence temps-température).

**Mots clés :** Polyéthylène, Essais (technologie), Thermodynamique irréversible, Viscoélasticité, Thermocinétique, Effet de rochet, Semi-cristallin

## Experimental characterization and thermo-mechanical modeling of cyclic behavior of polyethylene

### Abstract

Fatigue design approaches based on fatigue life criteria require as an input mechanical parameters (stress or strain components or equivalent measurements, energetic terms) usually calculated over the first cycle, assuming that the material behaves elastically or exhibits highly localized plasticity processes. In viscous materials like polymers, such approaches raise the question of the stabilization of the cycle over which the mechanical parameters should be computed. The challenge is not only to predict the ratcheting strain but also the stabilized loop itself and the relevant energetic contributions, within a formalism as simple as possible to be used for structure simulations.

In this study conducted in polyethylene, a special interest is paid on the viscoelastic contribution, expected to highly contribute in the low stress range of high-cycle fatigue. A challenge is to accurately capture two time scales, i.e. the long term scale of strain ratcheting and the short term scale of the cycle itself.

In the first part, cyclic accommodation is experimentally investigated over the first thousand cycles of force-controlled tests at room temperature. Viscoelasticity tackles in a specific way the frequency and mean stress sensitivity which are both varied in the experiments. Viscoelasticity also questions the volume / deviator partition: tension and shear tests are compared to highlight this point.

After establishing from recovery tests that viscoelasticity mainly contributes to the ratcheting strain in both experiments series, a small-strain non-linear viscoelastic model is proposed in the framework of Thermodynamics of Irreversible Processes. The aim is to capture the ratcheting strain evolution and recovery kinetics, as well as the stabilized loop area and dynamic modulus. The mean strain kinetics and non-recoverable term appear underestimated, due to the fact that inelastic strain parts are not taken into account in the model. On the other hand, the loop area and rigidity are reasonably predicted.

Volume / deviatoric contributions are on two counts an open issue, because of their different contribution to thermoelastic coupling. Thermo-mechanical coupling is examined in the last part of the presentation, by coupling the above described model to temperature and analyzing the resulting heat sources evolution.

**Key words:** Polyethylene, irreversible thermodynamics, viscoelasticity, thermal kinetic, ratcheting.