



HAL
open science

Développement d'une instrumentation ultrasonore pour la mesure des vitesses des liquides au-delà de la limite de Nyquist par une approche spectrale

Stéphane Fischer

► **To cite this version:**

Stéphane Fischer. Développement d'une instrumentation ultrasonore pour la mesure des vitesses des liquides au-delà de la limite de Nyquist par une approche spectrale. Sciences de l'ingénieur [physics]. Université Louis Pasteur - Strasbourg I, 2004. Français. NNT: . tel-00952876

HAL Id: tel-00952876

<https://theses.hal.science/tel-00952876>

Submitted on 2 Mar 2014

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

THÈSE présentée pour obtenir le grade de
Docteur de l'Université Louis Pasteur (Strasbourg I)
Discipline : **Électronique, Électrotechnique, Automatique**

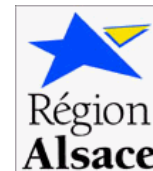
Développement d'une instrumentation ultrasonore pour la mesure des vitesses des liquides au-delà de la limite de Nyquist par une approche spectrale

soutenue publiquement le 13 décembre 2004

par

Groupement pour l'Évaluation des Mesures en Continu
dans les Eaux et en Assainissement

Stéphane FISCHER



Membres du jury :

Directeur de thèse :	Karim BEKKOUR,	Maître de Conférences,	Université Louis Pasteur
Co-directeur de thèse :	José RAGOT,	Professeur,	Institut National Polytechnique de Lorraine
Rapporteur interne :	Francis BRAUN,	Professeur,	Université Louis Pasteur
Rapporteur externe :	Georges DELAUNAY,	Professeur,	Université de Reims
Rapporteur externe :	Ulrich LEMMIN,	Adjoint scientifique,	Ecole Polytechnique Fédérale de Lausanne
Examineur :	David HURTHUR,	Chargé de recherche,	Centre national de la recherche scientifique

A mon père.

Table des matières

Remerciements	1
Résumé	2
Abstract	4
Introduction	5
I Ultrasons	7
1 Généralités	9
1.1 Nature d'une onde acoustique	9
1.2 Modes de vibrations	9
1.3 Caractéristiques liées au milieu	10
1.4 Fréquence et longueur d'onde	11
1.5 Énergie	12
2 Radiation ultrasonore	13
2.1 Transduction électromécanique	13
2.1.1 Effet piézo-électrique	14
2.1.2 Transducteur vibrant suivant son épaisseur	15
2.1.3 Bande passante d'un transducteur	17
2.1.4 Les matériaux piézo-électriques	20
2.1.5 Mesure de la bande passante	21
2.2 Formation du faisceau	22
2.2.1 Approximation de Fresnel	24
2.2.2 Approximation de Fraunhofer	26
2.2.3 Modèle cylindre-cône	26
2.2.4 Simulations	27
2.2.5 Mesures	27
2.2.6 Résultats	27
2.3 Réception d'une onde sphérique	32
2.4 Atténuation	33

2.4.1	Généralités	33
2.4.2	Mesure du coefficient	35
2.4.3	Fonction de transfert de l'absorption	36
2.5	Conclusion	37
3	Interaction ondes-particules	38
3.1	Rétrodiffusion d'une onde acoustique par une suspension de particules . . .	38
3.1.1	Diffusion par une particule fixe	38
3.1.2	Écho d'un groupe de particules	40
3.2	Effet Doppler	41
3.2.1	Historique	43
3.2.2	Cas général	44
3.2.3	Cas d'une onde sinusoïdale	46
3.3	Conclusion	47
II	Principe de la vélocimétrie Doppler par ultrasons pulsés	48
4	Sondage du milieu	50
5	Extraction du déphasage Doppler par démodulation	55
5.1	Principe	55
5.2	Démodulation en quadrature de phase	56
6	Échantillonnage et construction du signal Doppler	58
6.1	Volume de mesure	58
6.2	Signal Doppler échantillonné	58
6.3	Contrainte vitesse de Nyquist - profondeur d'exploration	61
6.4	Échantillonnage spatial	63
7	Modèle du Spectre	64
7.1	Approximation gaussienne de l'enveloppe d'un écho	64
7.2	Modélisation de l'élargissement intrinsèque du spectre	68
7.3	Densité spectrale de puissance du signal Doppler	72
7.4	Mesures de l'élargissement intrinsèque	72
7.4.1	Protocole	72
7.4.2	Résultats - discussion	73
III	Séquencement et traitement des signaux Doppler	79
8	Développement d'un instrument de mesure de profils de vitesses	81
8.1	Vélocimètre de laboratoire	81
8.1.1	Séquencement	83

8.1.2	Démodulation	83
8.1.3	Échantillonnage	83
8.2	Cahier des charges	83
8.3	Système paramétrable	84
8.3.1	Génération des signaux - séquençement	85
8.3.2	Carte d'émission - réception - démodulation : <i>PROTO_0</i>	85
8.3.3	Échantillonnage	85
8.4	Calcul des profils de vitesses	87
8.4.1	Démultiplexage des signaux Doppler	87
8.4.2	Calcul des densités spectrales de puissance	87
8.4.3	Estimation des moments	87
8.4.4	Erreur sur la mesure de vitesse	88
9	Transformation des échos parasites en bruit blanc par codage en phase aléatoire	91
9.1	Principe	91
9.2	Mise en oeuvre	94
9.3	Résultats - discussion	95
10	Identification et soustraction du bruit blanc	99
10.1	Influence du bruit sur les moments	99
10.2	Modèle du spectre Doppler	102
10.2.1	Distribution de la vitesse	102
10.2.2	Fonction d'élargissement spectrale	103
10.2.3	Bruit blanc	104
10.2.4	Modèle gaussien	105
10.3	Méthode d'identification et de suppression du bruit	105
10.3.1	Détermination des paramètres initiaux	105
10.3.2	Régression non-linéaire	105
10.3.3	Suppression du bruit	106
10.4	Mise en oeuvre - résultats	106
10.5	Discussion	106
11	Mesures de profils de vitesses	110
11.1	Protocole	110
11.2	Résultats	111
12	Extension de la vitesse maximale mesurable par l'usage de plusieurs fréquences de répétition	116
12.1	Contexte	116
12.1.1	Contraintes Physiques	116
12.1.2	Limites techniques	116
12.1.3	Solution	117
12.2	Sous-échantillonnage et repliement spectral	117

12.2.1	Échantillonnage	117
12.2.2	Théorème de Shannon	118
12.2.3	Repliement de la densité spectrale de puissance	120
12.3	Reconstruction spectrale	121
12.3.1	Principe	121
12.3.2	Choix des fréquences d'échantillonnage	124
12.3.3	Calcul des densité spectrales repliées	124
12.3.4	Description de l'algorithme de reconstruction	125
12.4	Simulation - résultats	127
12.5	Discussion	127
Conclusion générale		133
Bibliographie		138
A Bases mathématiques		139
B Effet Doppler		142
B.1	Cas d'une onde plane	144
B.2	Cas d'une onde sphérique	144
C Extraction du déphasage Doppler par démodulation		147
C.1	Multiplication	147
C.2	Filtrage	148
C.3	Démodulation en quadrature de phase	149
D Articles de conférences		152

Table des figures

1.1	Représentation des modes vibratoires (d'après Philippe Gauthier).	10
2.1	Coupe d'un transducteur électroacoustique	16
2.2	Fonction de transfert électro-acoustique	19
2.3	Fonction de transfert d'un transducteur à 2.8 MHz	22
2.4	Schéma de la radiation d'un faisceau émis par un disque.	23
2.5	Approximation de Fresnel	25
2.6	Erreur de calcul sur la simulation de la pression efficace en fonction de l'échantillonnage temporel des signaux et spatial de la pastille en éléments finis. L'erreur est donnée relativement à la pression calculée pour le dernier point de calcul (échantillonnage maximal).	28
2.7	Chaîne de mesure pour la cartographie des transducteurs.	29
2.8	Synoptique de la chaîne de mesure pour la cartographie des transducteurs.	30
2.9	Cartographie 2D du faisceau d'un transducteur de 13 mm de diamètre émettant 5 périodes à 2.8 MHz. La profondeur correspond approximativement à l'axe x et la coupe à l'axe y (l'axe du transducteur n'est pas parfaitement parallèle à celui du robot). Le transducteur est placé à la profondeur 0 et centré sur la coupe à 80 mm.	30
2.10	Comparaison des profils d'un faisceau, généré par un transducteur de 13 mm de diamètre émettant 5 périodes à 2.8 MHz, obtenu par différentes méthodes. Il s'agit de la première et de la dernière coupe de la cartographie 2D de la figure 2.9. La pression est donnée en unité arbitraire.	31
2.11	Schéma de la réception d'une onde par le transducteur.	32
2.12	Courbes d'atténuation d'une onde ultrasonore de 8MHz dans de l'eau pure et de l'eau chargée en sable.	35
2.13	Module de la fonction de transfert normalisée de l'atténuation dans l'eau donnée pour plusieurs distance d'observation du transducteur, pour $K = 3.75 \cdot 10^{-14} dB.m^{-1}.Hz^{-2}$	37
3.1	Fonction de forme	39
3.2	Intensité rétrodiffusée en fonction de la concentration	42
3.3	Christian Doppler	43
3.4	Schéma du parcours de la particule dans le repère du transducteur	44

4.1	Exemple d'un train d'ondes $s_e(t)$ constitué de quatre périodes. La durée τ_e est de 4 unité de période.	51
4.2	Exemple d'un signal rétrodiffusé par du sable	54
5.1	Synoptique du principe de la démodulation	55
6.1	Volume de mesure dans un système pulsé	60
6.2	Description de l'échantillonnage spatial	63
7.1	Enveloppe normalisée de l'écho d'une particule et son modèle gaussien	66
7.2	Enveloppe normalisée de l'écho d'une particule en champ proche et ses modèles de type gaussien	67
7.3	Evolution de l'écart-type du faisceau ultrasonore en fonction de l'éloignement du transducteur	68
7.4	Contributions intrinsèques à l'élargissement spectral relatif à la moyenne en fonction de l'éloignement du transducteur	71
7.5	Spectre représentatif de l'élargissement intrinsèque obtenu sur l'écoulement d'un gel	74
7.6	Mesure de l'écart-type relatif à la moyenne du spectre Doppler induit par l'élargissement intrinsèque	75
8.1	Façade du vélocimètre	82
8.2	Synoptique du vélocimètre	82
8.3	Façade du prototype	84
8.4	Synoptique du système de mesure	85
8.5	Signaux générés	86
9.1	Échos multiples sur les parois	92
9.2	Profil de l'énergie rétrodiffusée par le milieu	93
9.3	Influence du codage aléatoire sur un écho parasite. L'écho du même objet sans codage est présenté pour référence.	94
9.4	Transducteur monté sur une conduite de 20 cm de diamètre	95
9.5	Transformation de la composante spectrale de l'écho parasite en bruit blanc.	96
9.6	Profils de vitesses avec et sans suppression des échos parasites.	97
10.1	Erreurs relatives sur les moments biaisés par le bruit blanc	101
10.2	Distribution statistique du vecteur vitesse d'une particule	103
10.3	Différentes étapes de la méthode de suppression du bruit : spectre brut, modèle identifié, spectre filtré.	107
10.4	Identification d'un spectre pris au niveau de la paroi. Différentes étapes de la méthode : spectre brut, modèle identifié, spectre filtré.	108
10.5	Erreur d'identification liée à la présence d'un écho parasite	109
11.1	Représentation en trois dimensions de la boucle de l'IMFS	110
11.2	Transducteur de 8 MHz monté sur une boucle de 2 cm de diamètre.	111

11.3	Profils de vitesses mesurés pour différents débits	112
11.4	Comparaison de la vitesse théorique avec les mesures	113
11.5	Projection des volumes de mesures sur une section de l'écoulement	115
12.1	Transformée de Fourier d'un signal échantillonné. La fréquence est normalisée par f_e	119
12.2	Différentes périodisation d'un spectre à bande passante limitée. La fréquence est normalisée par f_M . Les facteurs de sous-échantillonnage utilisés dans le graphique du bas sont 2 et 3.	122
12.3	Synoptique de l'algorithme de reconstruction du module du spectre.	126
12.4	Comparaison du spectre Doppler reconstruit avec le spectre obtenu en respectant le théorème de Shannon, pour un spectre étroit et un rapport signal sur bruit de 100	128
12.5	Comparaison du spectre Doppler reconstruit avec le spectre obtenu en respectant le théorème de Shannon, pour un spectre étroit et un rapport signal sur bruit de 1	129
12.6	Comparaison du spectre Doppler reconstruit avec le spectre obtenu en respectant le théorème de Shannon, pour un spectre large et un rapport signal sur bruit de 1	130
12.7	Comparaison du spectre Doppler reconstruit avec le spectre obtenu en respectant le théorème de Shannon, dans le cas d'un signal démodulé uniquement en phase	131
B.1	Schéma du parcours de la particule dans le repère du transducteur	142

Liste des tableaux

1.1	Célérités des ondes acoustiques dans divers milieux (température de l'ordre de 17°C)	11
2.1	Principaux matériaux piézoélectriques	21
2.2	Dimension du champ proche x_{CP} pour différents transducteurs	24
2.3	Demi-angle d'ouverture θ du cône pour différents transducteurs	26
2.4	Coefficients d'atténuation des ondes acoustiques dans de l'eau	36
4.1	Constantes de temps des fonctions intervenant dans la formation de l'écho d'une particule	52

Liste des symboles

x, y et z	variables d'espace, dont x orienté selon l'axe de révolution du transducteur et le plan (x, y) contenant la direction de l'écoulement du fluide. L'origine des axes correspond au centre du transducteur.
d	distance à l'origine spatiale
β	angle entre la direction de l'écoulement et l'axe du transducteur
R_t	rayon du transducteur
θ	angle d'écartement à l'axe du transducteur
p	pression acoustique
ρ	masse volumique
c	célérité du son
t	variable temps
f	variable fréquence
ω	pulsation
k	nombre d'onde
f_0	fréquence d'émission
T_e	période de répétition des trains d'ondes
τ_e	durée d'un train d'ondes
v	vitesse d'une particule
ν	variable dans l'espace des vitesses
a	rayon d'une particule

Remerciements

Merci à Philippe sans qui ce travail n'aurait pu être mené aussi loin.

Merci à Benoit pour m'avoir proposé ce sujet.

Merci à Messieurs Bekkour et Ragot qui ont accepté de diriger cette thèse.

Merci à Monsieur Scrivener d'avoir mis en œuvre les moyens nécessaires à la réalisation de cette thèse.

Merci au GEMCEA et à la région Alsace d'avoir financé ce travail.

Merci enfin à tous ceux qui ont contribué, de près où de loin, à ce travail, je pense tout particulièrement à Kita, Sebastien, Tzvetomir, Pierre et Cedric.

Résumé

Le principe général de la vélocimétrie Doppler ultrasonore a été décrit par de nombreux auteurs [Tak95, AW82]. La méthode consiste, de façon alternative, à émettre un train d'ondes ultrasonores dans le milieu puis à réceptionner l'ensemble des échos rétrodiffusés par les particules en suspension dans le liquide afin d'en extraire l'information relative à la vitesse. Celle-ci est contenue dans le déphasage Doppler que l'on extrait par démodulation, en phase et en quadrature.

L'échantillonnage du signal démodulé, à la même fréquence que la répétition des trains d'ondes, permet de construire le signal Doppler d'un volume bien défini. On démontre alors, dans le cas d'un transducteur plan et circulaire, pour un écoulement homogène et uniforme dans le volume de mesure, que la densité spectrale de puissance du signal Doppler peut être modélisée par une gaussienne dont la moyenne et l'écart type sont proportionnels à la vitesse. On appelle ce phénomène l'élargissement spectral intrinsèque [GLF00].

Le signal Doppler étant échantillonné par nature, il est soumis au théorème de Shannon qui impose une vitesse maximale mesurable nommée vitesse de Nyquist. Celle-ci est directement proportionnelle à la fréquence de répétition des trains d'ondes (PRF pour *Pulse Repetition Frequency*). Le retard entre le départ du train d'ondes dans le milieu et l'instant d'échantillonnage détermine la position du volume de mesure. La profondeur d'exploration est donc directement liée à la période de répétition des trains d'ondes. Ceci impose la principale limite de cette méthode, à savoir la relation inverse liant la profondeur d'exploration et la vitesse maximale mesurable [LS02].

Contrairement aux méthodes utilisant l'autocorrélation, les méthodes spectrales d'estimation des moments ne sont pas insensibles au bruit blanc. Le calcul des moments sans traitement préalable de la densité spectrale de puissance engendre un biais considérable, en particulier lorsque le rapport signal sur bruit est faible. La méthode proposée dans ce travail consiste, pour chaque volume de mesure, à identifier, en temps réel, les différentes composantes de la densité Doppler en utilisant la méthode de régression non-linéaire de Levenberg-Marquardt [FSS04]. Le bruit blanc identifié est soustrait à la densité afin de permettre un calcul de moment non biaisé par celui-ci.

Dans certaines applications, la limite "profondeur d'exploration - vitesse de Nyquist" est pénalisante. En particulier, en réseau d'assainissement, la mesure de profils de vitesses à l'aide d'ondes ultrasonores basée sur l'effet Doppler est compromise.

Une méthode permettant des mesures de vitesse au-delà de la limite de Nyquist est proposée. Elle se base sur une technique issue du domaine des radars météorologiques [HB03] utilisant plusieurs fréquences de répétition des trains d'ondes. Le repliement différent pour chaque PRF permet l'apport d'information nécessaire à la résolution de l'ambiguïté sur la vitesse. Les méthodes utilisées actuellement en météorologie calculent les vitesses pour chaque spectre puis combinent ces vitesses pour retrouver la vitesse vraie. Cette méthode nécessite de faire l'hypothèse que les densités spectrales sont suffisamment étroites pour que la probabilité d'être coupé par le repliement, lorsque l'on observe la fenêtre fréquentielle $[-PRF/2; +PRF/2]$, soit faible.

Dans le cadre d'une approche spectrale de l'estimation de la vitesse, un algorithme original de reconstruction de la densité de puissance est nécessaire. L'algorithme proposé permet de recombinaison des spectres repliés obtenus pour chaque PRF afin de reproduire le spectre Doppler. La vitesse peut ainsi être calculée sur un spectre non déformé par le repliement. Dans notre approche, au contraire des méthodes classiques, la recombinaison de l'information est donc faite avant le calcul des vitesses.

Avec cette nouvelle méthode, la limite n'est plus donnée pour la fréquence maximale dans le spectre Doppler mais pour la largeur maximale de ce spectre. En effet, la seule contrainte est que la périodisation du spectre lié à l'échantillonnage ne provoque aucun chevauchement des répliques du spectre original [Max85].

Abstract

Doppler velocimetry by pulsed ultrasounds makes it possible to obtain the velocity profile of a fluid flow. The mean velocity estimation is carried out, for each measurement volume, from a so called Doppler signal, obtained from the retrodiffused demodulated sampled signal, whose frequency is proportional to the particle velocity. It is shown, in the case of a plane circular transducer, for a homogeneous uniform flow in the measurement volume, that the power spectral density (PSD) of this signal can be modelled by a gaussian function. An algorithm of white noise suppression, based on parametric identification of the PSD, is proposed and validated. It consists in identifying, in real-time, the PSD components of the Doppler signal by using the Levenberg-Marquardt method with a general gaussian model. The identified white noise is withdrawn from the density in order to allow a calculation of moment unbiased by this.

The Doppler signal, being sampled by nature, is subjected to the Shannon theorem which imposes a maximum measurable velocity called Nyquist velocity. This is inversely proportional to the pulse repetition frequency (PRF). The exploration depth is also related to the PRF. This imposes the principal limit of this method, namely the inverse relation binding the exploration depth and maximum measurable velocity. In some applications, this limit is penalizing. A method allowing velocity measurements beyond the Nyquist limit is proposed. It is based on the use of several PRF. Different folding up for each PRF allows information contribution necessary to the resolution of the velocity ambiguity. An original algorithm of spectral rebuilding is proposed. It makes it possible to recombine the folded up PSD obtained for each PRF in order to reproduce the PSD of the Doppler signal.

Introduction

La mesure des flux de polluants est l'un des problèmes rencontrés en gestion des eaux usées. Son intérêt est fondamental pour la gestion quotidienne des stations d'épuration. De plus, une directive européenne [Fit96] pour la protection de l'environnement prévoit la mesure des flux de pollution contenus dans les rejets industriels. Ces mesures impliquent la connaissance des débits.

Lorsqu'il s'agit d'effectuer des mesures non intrusives de vitesse ou de débit, dans des écoulements de diamètre important transportant des fluides non transparents, la plupart des techniques de mesures actuelles s'avèrent inefficaces. Seules les techniques utilisant les ultrasons restent applicables à des coûts raisonnables. Parmi ces techniques, celles utilisant l'effet Doppler par ondes pulsées présentent l'intérêt de fournir un profil de vitesse sur une corde traversant l'écoulement. Cependant, pour des applications nécessitant des mesures de vitesses importantes sur une grande profondeur, cette méthode se heurte rapidement à la limite de Nyquist qui pour une profondeur donnée impose une vitesse maximale mesurable. A l'heure actuelle, très peu de techniques ont été déployées pour mesurer des vitesses de fluide au-delà de cette limite. On peut citer une méthode d'auto-corrélation étendue [LTK97] des données temporelles et spatiales et qui permet de réduire l'ambiguïté pour des angles de tir faibles (problème spécifique au domaine médical). Une autre méthode utilise le signal haute fréquence pour résoudre l'ambiguïté [TK95] mais ceci nécessite de pouvoir échantillonner le signal à une fréquence très élevée.

Cette thèse a pour objectif le développement d'une instrumentation pour la mesure de profils de vitesses des liquides dans des conduites en charge ou à surface libre, par ondes ultrasonores pulsées utilisant l'effet Doppler, en vue de son utilisation dans un grand nombre de situations allant de l'écoulement de laboratoire aux réseaux d'assainissement. Un intérêt particulier sera donné à la mesure au-delà de la limite de Nyquist.

L'usage de la vélocimétrie ultrasonore pulsée est souvent guidé par le besoin de mesurer localement la vitesse moyenne d'un fluide. En effet, la mesure de la vitesse moyenne, réalisées sur un profil de l'écoulement, permettent d'en déduire le débit [Tak95], la viscosité [WB00], le cisaillement [Now02]. L'accès à cette grandeur locale se fait au travers du premier moment de la densité spectrale de puissance du signal Doppler.

Plusieurs méthodes numériques permettent l'estimation des moments et sont principalement répertoriées en deux catégories. La première catégorie utilise la fonction de covariance [MR72] (méthode *pulse pair*), la deuxième se base directement sur la densité spectrale de puissance (méthode spectrale).

Ce travail se focalise sur la deuxième catégorie qui permet d'avoir une vue plus complète des phénomènes dans chaque volume de mesure et qui va permettre, par la méthode de reconstruction spectrale, la mesure au-delà de la limite de Nyquist.

La première partie présentera les bases physiques concernant les ultrasons (production, propagation) et leur interaction avec les particules en suspension dans le milieu. Une attention particulière sera donnée au développement de l'effet Doppler au second ordre dont l'influence est majeure dans l'élargissement du spectre.

La deuxième partie sera une description mathématique complète et approfondie du système, depuis la génération du signal jusqu'à l'échantillonnage du signal Doppler dans chaque volume en passant par la rétrodiffusion d'un signal acoustique par un groupe de particules en mouvement. Elle a pour objectif d'aboutir à un modèle de la densité spectrale de puissance du signal Doppler. La démonstration est guidée par la description gaussienne de la densité généralement admise dans la littérature [GFJ82].

La dernière partie portera sur le développement de l'instrumentation. On présentera tout particulièrement les algorithmes de traitement numérique du signal permettant, d'une part, de supprimer les informations parasites et, d'autre part, d'étendre les limites imposées par la technique de mesure. En effet, les échos parasites (signaux non issus du volume considéré) biaisent les mesures, en particulier lorsque l'on travaille en milieu clos et que ces échos parasites sont issus d'une paroi. Une méthode permettant de supprimer ces échos est décrite et appliquée. Par ailleurs, contrairement au pulse-pair, la méthode spectrale est très sensible au bruit blanc [TIDF03]. Une technique de suppression du bruit, basée sur l'identification paramétrique du spectre, est ainsi proposée. Enfin, l'un des paramètres de base de la technique Doppler est la fréquence de répétition des trains d'onde qui correspond également à la fréquence d'échantillonnage du signal. Ceci induit la principale contrainte de cette technique, nommée limite de Nyquist, issue du théorème de Shannon et imposée par la relation inverse liant la vitesse maximale mesurable avec la profondeur d'exploration. On présentera une adaptation d'une technique issue du domaine des radars météorologiques [HB03] utilisant plusieurs fréquences de répétition des tirs et permettant aussi de dépasser la limite de Nyquist.

Un partie de ce travail fait l'objet d'un brevet [FHS⁺01].

Première partie

Ultrasons

Cette partie pose les bases des connaissances en acoustique nécessaires à la compréhension de ce travail.

Le premier chapitre rappelle les notions élémentaires d'acoustique et sera l'occasion de présenter les notations utilisées dans cet ouvrage.

Le deuxième chapitre présente le mode de production d'une onde ultrasonore par effet piézoélectrique puis traite de la propagation de l'onde sous la forme d'un faisceau et de son atténuation dans un milieu homogène et isotrope.

Enfin, le dernier chapitre de cette partie étudie l'interaction entre une onde acoustique et les particules en suspension dans un liquide. Il s'agit, d'une part, de décrire l'écho d'une particule fixe et de montrer l'effet de filtrage fréquentiel réalisé par une suspension de particules, et d'autre part, de présenter une description détaillée du déphasage de l'écho d'une particule en mouvement.

L'ensemble de ces connaissances permettra de décrire en détail, dans la partie suivante, le principe de la vélocimétrie ultrasonore et en particulier l'expression du spectre du signal Doppler.

Chapitre 1

Généralités

1.1 Nature d'une onde acoustique

Une onde acoustique est une déformation, autour d'un point d'équilibre, qui se propage dans un milieu. Elle se manifeste sous forme d'une variation de pression locale. Il s'agit d'un mouvement de va-et-vient autour d'une position de repos des éléments constituant le milieu. Chaque élément en mouvement entraîne ses voisins, permettant ainsi une propagation de l'onde de proche en proche.

Son existence nécessite un support mécanique élastique (compressibilité κ) et inertiel (masse volumique ρ). Dans un tel système, le champ de pression acoustique p suit une équation différentielle appelée équation d'onde :

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} = \kappa \rho \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} \quad (1.1)$$

avec x, y et z les variables d'espace,
et t la variable temps

Il s'agit de l'équation de propagation la plus simple, ne tenant pas compte de la viscosité du milieu.

1.2 Modes de vibrations

On peut distinguer différents types d'ondes caractérisés par le mode de vibration des particules au cours de la propagation de l'onde.

Les **ondes longitudinales** (ou de compression) sont caractérisées par le fait que la direction de la vibration des particules est parallèle à la direction de propagation de l'onde.

On leur oppose les **ondes transversales** (ou de cisaillement), lorsque la direction de vibration des particules est perpendiculaire à la direction de propagation de l'onde. Ce type d'ondes ne se transmettent pas dans les fluides.

Les ondes de surface se propagent à l'interface de deux milieux, les plus connues sont les ondes de Rayleigh et celles de Lamb.

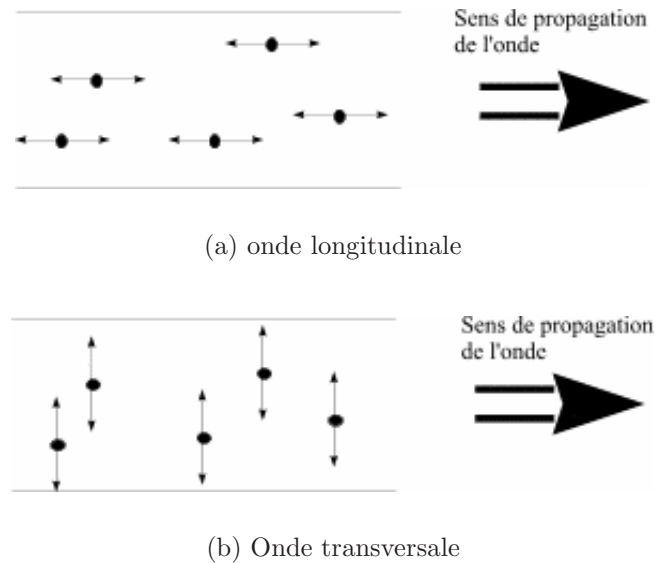


FIG. 1.1 – Représentation des modes vibratoires (d’après Philippe Gauthier).

1.3 Caractéristiques liées au milieu

La **célérité** de l’onde acoustique, notée c , est la vitesse de propagation de la variation de pression dans le milieu.

$$c = \frac{1}{\sqrt{\kappa\rho}} \quad (1.2)$$

Elle dépend uniquement des caractéristiques mécaniques du milieu. Elle est appelée célérité pour marquer la différence avec la vitesse qui est associée à une notion de déplacement d’un objet.

La célérité dans l’eau des ondes longitudinales (donnée dans le tableau 1.1 à titre indicatif) dépend particulièrement de la température T dans le milieu. Parmi les nombreuses expressions semi-empiriques de la célérité, on donne à titre indicatif celle de *Del Grosso* [Uri75] s’exprimant, pour de l’eau pure et une température T en degrés Celcius ($^{\circ}\text{C}$), sous la forme :

$$c = 1404.8 + 4.618 \cdot T - 0.00523 \cdot T^2 \quad (1.3)$$

avec T en $^{\circ}\text{C}$.

La plus ou moins grande aptitude d’un milieu donné à la pénétration des ondes acoustiques est exprimée par une constante appelée **impédance acoustique**.

$$Z = \sqrt{\frac{\rho}{\kappa}} = \rho c \quad (1.4)$$

milieu	célérité des ondes longitudinales (en m/s)	célérité des ondes transversales (en m/s)
air	340	-
huile	1340	-
eau	1480	-
aluminium	6400	3040
acier	5900	3200
cuivre	4700	2110
quartz	5700	3920

TAB. 1.1 – Célérités des ondes acoustiques dans divers milieux (température de l'ordre de 17°C)

Elle dépend de la masse volumique et de la compressibilité du milieu, c'est-à-dire de son aptitude à subir une diminution de volume. L'impédance acoustique est d'autant plus grande que la densité est importante et que la compressibilité est faible. Elle traduit la plus ou moins grande aptitude d'un milieu donné à la pénétration des ondes acoustiques et s'exprime en $kg \cdot m^{-2} \cdot s^{-1}$. Elle est faible pour l'air et très élevée pour les métaux.

1.4 Fréquence et longueur d'onde

Un son pur, décrit par une sinusoïde, est une solution de l'équation d'onde 1.1. Il s'écrit sous la forme :

$$p(x, t) = A_p \sin(\omega t - kx) \quad (1.5)$$

avec

$$\begin{array}{ll}
 x & \text{la direction de propagation de l'onde de pression,} \\
 A_p & \text{l'amplitude de l'onde,} \\
 \omega = 2\pi f & \text{la pulsation si } f \text{ est la fréquence,} \\
 k = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda} & \text{le nombre d'onde si } \lambda = \frac{c}{f} \text{ est la longueur d'onde.}
 \end{array} \quad (1.6)$$

Il en va de même pour toute combinaison linéaire de sons purs.

Dans certains cas, il peut être plus intéressant mathématiquement d'exprimer l'onde sous forme d'une exponentielle complexe :

$$p(x, t) = A_p e^{j(\omega t - kx)} \quad (1.7)$$

avec j le nombre complexe tel que $j^2 = -1$, et de ne considérer physiquement que sa partie réelle.

Pour décrire une onde, on utilise la notion de surface d'onde qui est la surface constituée par l'ensemble de toutes les particules qui sont dans le même état vibratoire (en phase).

La **fréquence** f caractérise ce que l'on appelle la "hauteur du son" ; elle lui donne son caractère grave (fréquence basse) ou aigu (fréquence élevée). C'est par rapport aux réactions de l'oreille humaine que les sons ont été classés. Le domaine d'audibilité s'étend en moyenne entre 15 Hz et 20 kHz. De part et d'autre de ce domaine audible nous avons, aux basses fréquences les infrasons et aux fréquences élevées les ultrasons, puis les hypersons. Les chauves-souris, les dauphins et les marsouins émettent et détectent des ultrasons de fréquence de l'ordre de 150 kHz, soit sous forme d'ondes continues, soit sous forme d'impulsions brèves.

La **longueur d'onde** λ correspond à la distance séparant deux surfaces d'ondes consécutives.

1.5 Énergie

L'onde acoustique propage de l'énergie sans transport de matière. La pression efficace s'écrit :

$$p_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_0^T p^2(t) dt} \quad (1.8)$$

pour une durée T suffisamment grande.

Le plus souvent, on s'intéresse à la manière par laquelle la puissance \mathcal{P} se répartit dans l'espace. L'**intensité acoustique** I est le flux énergétique de l'onde à travers une surface unitaire.

$$I = \frac{\mathcal{P}}{S} = \frac{p_{\text{eff}}^2}{Z} \quad (1.9)$$

avec S la surface sur laquelle on considère la puissance.

Pour indication, l'oreille humaine, qui est particulièrement sensible, a un seuil d'audibilité se situant vers $I_0 = 10^{-12} \text{W} \cdot \text{m}^{-2}$.

Chapitre 2

Radiation ultrasonore

2.1 Transduction électromécanique

La production d'ultrasons dans des fréquences au-delà de 500 KHz se fait principalement par la transformation d'oscillations électriques en vibrations mécaniques. Les appareils permettant de passer ainsi d'une forme d'énergie à une autre sont appelés transducteurs. Différentes méthodes de transformation de l'énergie électrique en énergie mécanique peuvent être utilisées, tels la magnétostriction ou la magnéto-induction.

Cependant, le phénomène physique le plus utilisé est la piézoélectricité, qui est un phénomène propre à certains matériaux anisotropes. L'effet piézoélectrique direct a été mis en évidence en 1880 par les frères Pierre et Jacques Curie : si l'on prend un morceau de matériau piézo électrique plane sur lequel on a vaporisé deux électrodes métalliques, et si on lui applique une contrainte mécanique (compression, extension, cisaillement), le matériau va se déformer, ce qui va entraîner une polarisation dans celui-ci, du fait de son asymétrie cristalline. On pourra alors observer une différence de potentiel aux bornes des électrodes. Inversement, si l'on applique un potentiel électrique aux bornes d'un matériau piézoélectrique, celui-ci va induire une polarisation dans le matériau qui va conduire à une modification de ses dimensions : c'est l'effet piézoélectrique inverse.

L'effet piézoélectrique présente un bon rendement, mais nécessite un contact ; c'est la seule méthode réellement utilisée pour des applications industrielles.

Différents domaines d'applications utilisent la génération d'ultrasons à partir de matériaux piézoélectriques :

- La génération de puissance ultrasonique ; elle permet par exemple le nettoyage de certains matériaux, ou encore la soudure de fils d'aluminium sur des composants en électronique pour assurer la connectique.
- Le domaine du test et de la mesure : le contrôle non destructif pour localiser des défauts dans les matériaux, ou encore la mesure d'une grandeur physique ayant une influence sur la propagation ou la forme des ultrasons.

2.1.1 Effet piézo-électrique

Aucune structure cristallographique ne se comporte de manière isotrope vis-à-vis des ondes acoustiques, même le système le plus symétrique (système cubique). La vitesse des ondes acoustiques varie donc en fonction de la direction de propagation de celles-ci. Cependant, un grand nombre de matériaux, y compris beaucoup de métaux et de céramiques, se présentent sous forme de structure polycristalline (pouvant être orientées après application de certains procédés), c'est-à-dire sous forme de conglomerat de structures monocristallines.

Si on applique une force extérieure à un matériau donné (considéré comme un continuum homogène), les distances qui séparent les différents points du matériau varient, on dit que celui-ci subit une déformation. Pour s'opposer à cette déformation, des forces internes au matériau, appelées contraintes, vont se mettre en place. Elles vont tendre à vouloir rendre à l'objet sa forme initiale [Sap94]. Contraintes et déformations sont représentées par des tenseurs de rang 2 de composantes T_{ij} et S_{kl} respectivement (i, j, k, l variant de 1 à 3).

Tant que l'on reste dans le domaine d'élasticité du matériau, on se situe dans le domaine de la linéarité et l'on peut appliquer la loi de Hooke qui lie contrainte et déformation par un tenseur d'ordre 4, appelé tenseur des rigidités :

$$T_{ij} = \sum_{kl} c_{ijkl} S_{kl} \quad (2.1)$$

Dans un milieu non piézoélectrique, tels que les verres, les matériaux amorphes ou encore les cristaux possédant un centre de symétrie, les contraintes ne dépendent que des déformations au travers du tenseur d'élasticité, et le déplacement électrique dépend uniquement du champ électrique au travers du tenseur des permittivités :

$$D_i = \sum_k \epsilon_{ik} E_k \quad (2.2)$$

ϵ_{ik} (i et k variant de 1 à 3) étant le tenseur de permittivité.

Dans un milieu piézoélectrique, l'induction électrique \vec{D} ainsi que les contraintes T_{ij} sont fonction à la fois des déformations S_{kl} et du champ électrique \vec{E} . Les équations s'écrivent alors :

$$T_{ij} = \sum_{kl} c_{ijkl} S_{kl} - \sum_k e_{kij} E_k \quad (2.3)$$

$$D_i = \sum_k \epsilon_{ik} E_k - \sum_{kl} e_{ikl} S_{kl} \quad (2.4)$$

Dans un milieu piézoélectrique, on a donc un terme supplémentaire de contrainte et de polarisation électrique. Il est plus commode de passer des composantes tensorielles de la piézoélectricité aux composantes matricielles [SB76, TG80]. On pose :

$$e_{ijk} = e_{il} \quad (2.5)$$

avec $i=1,2,3$ et $l=1,2,3,4,5,6$. Les équations de la piézoélectricité se réécrivent alors :

$$T_m = \sum_n c_{mn} S_n - \sum_k e_{km} E_k \quad (2.6)$$

$$D_i = \sum_k \epsilon_{ik} E_k - \sum_n e_{in} S_n \quad (2.7)$$

Lorsque le trièdre de référence coïncide avec les axes cristallographiques, les e_{in} correspondants sont appelés constantes piézoélectriques.

2.1.2 Transducteur vibrant suivant son épaisseur

Le système d'équations 2.8 montre que l'application d'un potentiel aux bornes d'un matériau piézoélectrique peut créer des contraintes selon différentes directions, c'est-à-dire se traduire par une compression, une extension ou un cisaillement selon des axes qui peuvent être autres que celui du champ électrique engendré par le potentiel. De même, lorsqu'une force externe est appliquée au matériau, un champ interne peut être créé dans le matériau qui ne sera pas parallèle à la contrainte appliquée.

Le dispositif le plus usité dans la génération d'ondes ultrasonores pour les milieux liquides est constitué d'une lame de matériau piézoélectrique vibrant suivant son épaisseur. Des électrodes métalliques sont déposées sur les grandes faces de la lame, auxquelles on appliquera une différence de potentiel électrique. Un côté de la lame est mis en contact avec le milieu dans lequel doivent se propager les ondes ultrasonores, et l'autre côté est en contact avec de l'air. La rupture d'impédance entre le piézoélectrique et l'air est très importante, ce qui permet de confiner les ondes dans le piézoélectrique de ce côté-ci de la lame, et d'envoyer le maximum d'énergie ultrasonore vers le milieu.

Ce type de transducteur électroacoustique est donc formé d'une couche piézoélectrique d'épaisseur h comprise entre deux électrodes grâce auxquelles on pourra soumettre le milieu à une différence de potentiel comme indiqué sur la figure 2.1.

Pour obtenir une puissance acoustique convenable, il faut travailler à la fréquence de résonance du matériau, c'est-à-dire la fréquence telle que l'épaisseur h de la lame piézoélectrique soit proche d'un nombre impair de fois la demi-longueur d'onde des ultrasons. Le fondamental ($h = \lambda/2 = c/2f_0$) est le plus utilisé car il correspond aux pertes les plus faibles dans le matériau, les harmoniques étant la plupart du temps très atténuées.

Le milieu de propagation est supposé infini pour éliminer les réflexions aux extrémités. Pour la facilité du raisonnement, toutes les couches sont supposées infinies dans les directions y et z (le référentiel x, y, z étant un trièdre orthonormé direct). Le problème est donc à une dimension suivant l'axe x . On applique une différence de potentiel sinusoïdale $\Delta V = V_1 - V_2 = V_0 e^{j\omega t}$ entre les deux électrodes, et l'on observe donc un champ \vec{E} suivant l'axe x . L'impédance acoustique à l'interface 2 vaut $Z_{0,2}$, et l'impédance acoustique à l'interface 1 vaut $Z_{0,1}$. Dans le cas où l'on considère un déplacement mécanique u_k unique suivant un des axes principaux, que l'on choisit être x ($k = x$ pour une onde acoustique longitudinale, $k = y$ ou z pour une onde transverse), les équations de base de

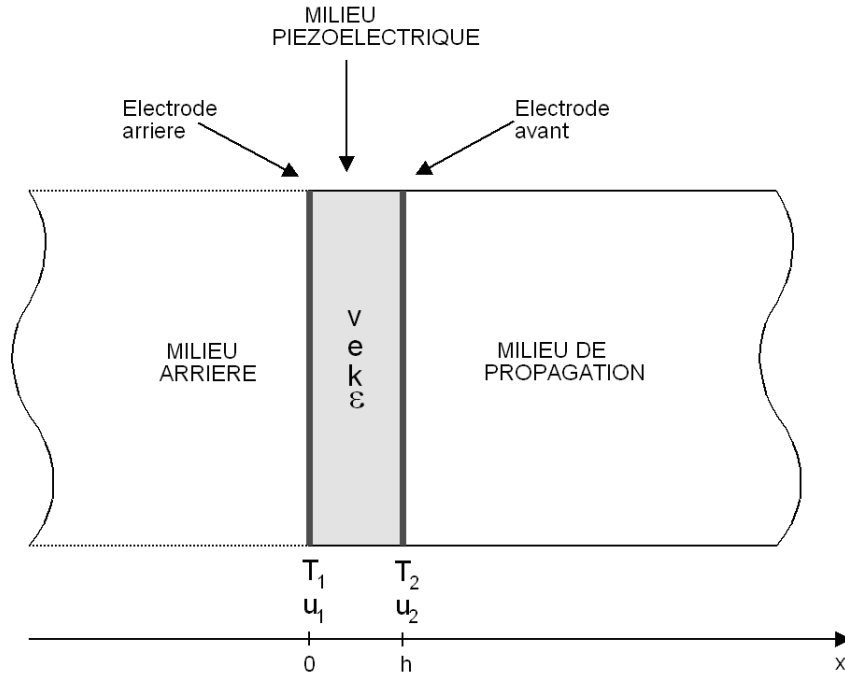


FIG. 2.1 – Coupe d'un transducteur électroacoustique

la piézoélectricité s'écrivent :

$$T_{xk} = c_{xkkx} \frac{\partial u_k}{\partial x} - e_{xxk} E \quad (2.8)$$

$$D_x = e_{xkx} \frac{\partial u_k}{\partial x} + \epsilon_{xx} E \quad (2.9)$$

D_x étant le déplacement électrique (ou induction électrique) et T_{xk} étant la contrainte mécanique. c_{xkkx} est la composante appropriée du tenseur d'élasticité à champ E constant, e_{xxk} est la composante appropriée du tenseur de piézoélectricité et ϵ_{xx} est la composante appropriée du tenseur de permittivité diélectrique à déformation S constante. La loi de Newton s'écrit :

$$\frac{\partial T_{xk}}{\partial x} = \rho \ddot{u}_k \quad (2.10)$$

avec ρ la masse volumique.

l'absence de charges en volume s'écrit :

$$\frac{\partial D}{\partial x} = 0 \quad (2.11)$$

En se focalisant plus directement sur l'étude d'ondes longitudinales se propageant selon l'axe x (seul type d'onde pouvant se propager dans l'eau), on peut se séparer de la notation tensorielle. A l'intérieur du milieu piézoélectrique, les formules suivantes s'appliquent

alors :

$$T = c \frac{\partial u}{\partial x} - eE \quad (2.12)$$

$$D = e \frac{\partial u}{\partial x} + \epsilon E \quad (2.13)$$

$$\frac{\partial T}{\partial x} = \rho \ddot{u} \quad (2.14)$$

$$\frac{\partial D}{\partial x} = 0 \quad (2.15)$$

où la constante élastique c remplace la composante appropriée du tenseur d'élasticité $c_{xk kx}$, la constante piézoélectrique e remplace la composante appropriée du tenseur de piézoélectricité e_{xxk} , et la permittivité diélectrique ϵ remplace la composante appropriée du tenseur de permittivité diélectrique ϵ_{xx} .

On peut alors exprimer l'équation donnant le déplacement u dans le milieu piézoélectrique :

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{c}{\rho} \left(1 + \frac{e^2}{c\epsilon} \right) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (2.16)$$

on pose $\bar{c} = c \left(1 + \frac{e^2}{c\epsilon} \right)$.

La quantité $\sqrt{e^2/c\epsilon}$ est appelée coefficient de couplage électromécanique et est notée k_t . C'est ce terme qui permet d'exciter mécaniquement le matériau à partir d'une tension électrique. C'est donc lui qui traduit l'effet piézoélectrique et il est le seul rajout par rapport à l'équation d'onde dans un milieu non piézoélectrique.

2.1.3 Bande passante d'un transducteur

On rappelle qu'une solution d'onde plane pour l'équation précédente s'écrit sous la forme suivante lorsqu'on applique une tension sinusoïdale aux bornes du composant :

$$u = (Ae^{jkx} + Be^{j kx}) e^{j\omega t} \quad (2.17)$$

où $k = \frac{\omega}{\nu}$ est le nombre d'onde et $\nu = \sqrt{\frac{\bar{c}}{\rho}}$ la vitesse de phase des ondes acoustiques.

On considère que le transducteur est formé d'un quartz ou d'une céramique polycristalline dont les dipôles, lors de l'application d'un champ électrique (sans contrainte mécanique), s'alignent dans la même direction que le champ, ce qui permet de passer de la notation vectorielle (tensorielle) à la notation algébrique. On peut alors calculer les contraintes dans le milieu piézoélectrique en fonction de la variation du déplacement et de l'intensité électrique qui traverse le transducteur :

$$T = \bar{c} \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{j}{\omega C_0} I \frac{e}{h} \quad (2.18)$$

On peut aussi calculer A et B en fonction des vitesses \dot{u}_1 et \dot{u}_2 des deux électrodes métalliques vaporisées sur le matériau piézoélectrique :

$$A = \frac{\dot{u}_2 - \dot{u}_1 e^{jkh}}{2\omega \sin(kh)} e^{j\omega t} \quad (2.19)$$

$$B = \frac{\dot{u}_1 e^{jkh} - \dot{u}_2}{2\omega \sin(kh)} e^{j\omega t} \quad (2.20)$$

En utilisant les conditions aux limites (impédance à l'avant et à l'arrière du matériau piézoélectrique), et en résolvant le système d'équations liant les contraintes au déplacement des électrodes et au courant dans le transducteur, on peut calculer la variation de vitesse des électrodes, c'est-à-dire la variation de pression aux bornes du transducteur [3] :

$$\dot{u}_2 - \dot{u}_1 = \frac{j I e (Z_{0,1} + Z_{0,2}) \sin(kh) - 2j Z_c (\cos(kh) - 1)}{\omega C_0 h j Z_c (Z_{0,1} + Z_{0,2}) \cos(kh) - (Z_c^2 + Z_{0,1} Z_{0,2}) \sin(kh)} \quad (2.21)$$

avec Z_c l'impédance du milieu piézoélectrique,
 $Z_{0,2}$ l'impédance à l'avant du transducteur,
 $Z_{0,1}$ l'impédance à l'arrière du transducteur,
 C_0 la capacité entre les deux électrodes du transducteur,
 I_{el} l'intensité électrique traversant le transducteur,
 e la constante piézoélectrique,
 h l'épaisseur de la lame piézoélectrique,
 k le nombre d'onde.

En posant $\mu_1 = \frac{Z_{0,1}}{Z_c}$, $\mu_2 = \frac{Z_{0,2}}{Z_c}$, $\omega_0 = \frac{\pi \nu}{h}$ et $X = \frac{\omega}{\omega_0} = \frac{\omega h}{\nu \pi} = \frac{kh}{\pi}$, on peut réécrire cette formule de la façon suivante :

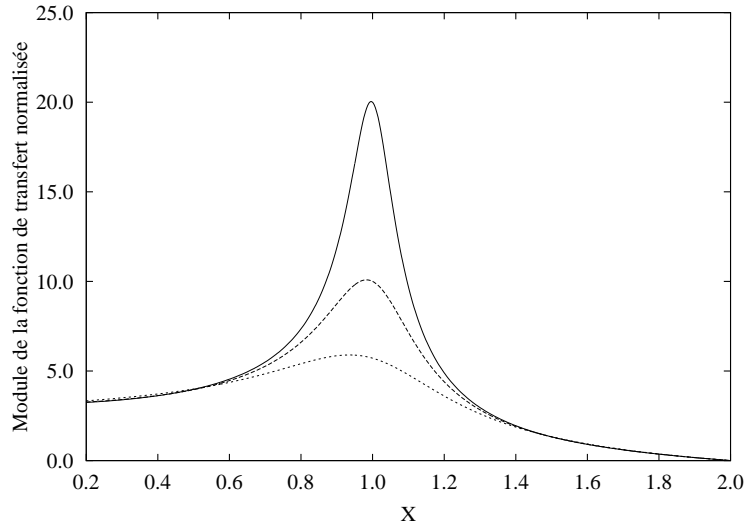
$$\frac{Z_c (\dot{u}_2 - \dot{u}_1)}{I_{el}} = \frac{1}{C_0 \omega_0} \frac{e}{h X} \frac{(\mu_1 + \mu_2) \sin(\pi X) - 2j Z_c (\cos(\pi X) - 1)}{(\mu_1 + \mu_2) \cos(\pi X) + j (1 + \mu_1 \mu_2) \sin(\pi X)} \quad (2.22)$$

La pression, qui est l'opposée de la contrainte, s'écrit $p = Z\dot{u}$. Le rapport ci-dessus (équation 2.22) exprime donc les variations de pression aux bornes du transducteur en fonction du courant traversant le transducteur. C'est cette onde de pression qui sera émise dans le milieu.

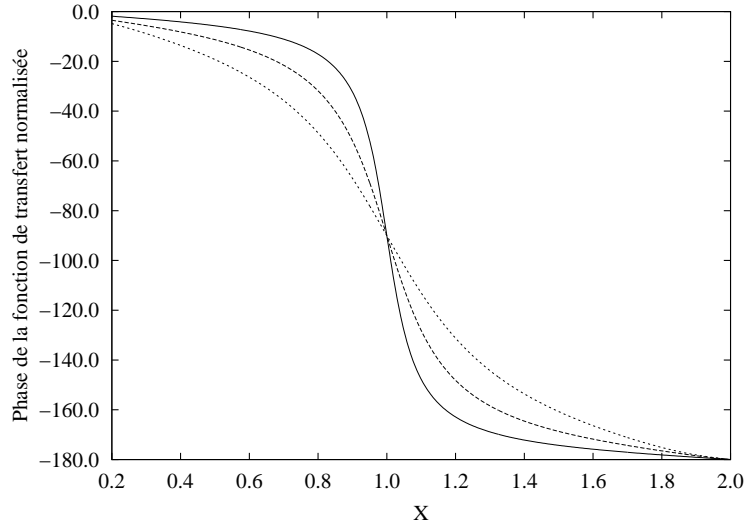
On représente sur les figures 2.2 le module et l'argument du rapport $\frac{C_0 \omega_0 h Z_c (\dot{u}_2 - \dot{u}_1)}{e I_{el}}$ en fonction de la variation de X (en fait, ω varie de $0.1\omega_0$ à $2\omega_0$).

On observe que le maximum de battement s'effectue quand $\omega = \omega_0$, c'est-à-dire à la résonance parallèle du piézoélectrique, du moment qu'on le commande en courant. Ceci provient du fait qu'à cette fréquence, l'impédance du transducteur est maximale, ce qui provoque donc un fort battement en tension.

Les différentes courbes sur les figures correspondent à différentes terminaisons (différents μ) à l'arrière du piézoélectrique (appelé *backing*). La courbe de plus forte résonance correspond à une terminaison avec de l'air. Les autres correspondent à des terminaisons



(a) Module



(b) Argument

FIG. 2.2 – Fonction de transfert électro-acoustique pour les différentes valeurs du paramètre μ

effectuées avec des matériaux d'impédance acoustique de plus en plus proches de celle du piézoélectrique. On voit alors que le rendement diminue, mais en contrepartie la bande passante augmente (bande passante mesurée à des fréquences de coupure de -3dB).

Si l'on pilote le transducteur en tension, on obtient des courbes de la même forme, mais légèrement décalée vers des fréquences plus basses ($\approx 0.8\omega_0$). Ceci vient du fait qu'à cette fréquence, l'impédance électrique est bien plus faible (résonance série du piézoélectrique). L'important est en fait de connaître l'intensité acoustique délivrée vers le milieu (proportionnelle à $C_0\omega_0(hZ_c)^2(u_2 - u_1)^2$) en fonction de la puissance électrique (proportionnelle à $e^2 I_{el} \Delta V$) envoyé sur le transducteur.

En analysant la formule 2.22, on peut constater que pour un piézoélectrique donné, le rapport de la bande passante sur la fréquence centrale reste constant : pour obtenir de larges bandes passantes on a donc intérêt à travailler à des fréquences centrales élevées.

On peut noter enfin qu'une autre technique employée pour transmettre un maximum d'énergie dans le milieu est d'utiliser des lames d'adaptation "quart d'onde" à l'avant du transducteur vers le milieu à émettre de sorte à transférer un maximum d'énergie vers celui-ci (selon la même théorie que les lames d'adaptation pour l'optique).

2.1.4 Les matériaux piézo-électriques

Parmi les premiers matériaux piézoélectriques utilisés se trouve le quartz. C'est un cristal qui présente l'avantage, après usinage, d'avoir une fréquence de résonance très stable dans le temps. Cependant, à cause de son faible rendement, le quartz n'est pratiquement plus utilisé, sauf pour les applications électroniques où la stabilité de fréquence est primordiale. Depuis de nombreuses années, les applications industrielles sont réalisées à partir de matériaux ferroélectriques [Per93]. Un matériau est dit ferroélectrique s'il contient des dipôles électriques permanents. Par interactions mutuelles, les dipôles voisins ont tendance à s'aligner parallèlement les uns aux autres par lots. Ceux-ci restent désordonnées et la polarisation globale du matériau reste nulle. Pour obtenir une polarisation permanente de celui-ci, il faut appliquer un champ électrique externe intense à une température légèrement inférieure à la température de Curie du matériau, qui va alors orienter les lots, qui resteront figés dans cette orientation lors du refroidissement. Ainsi, le matériau aura gagné ses propriétés piézoélectriques.

La plupart des matériaux ferroélectriques sont utilisés industriellement sous forme de céramiques massives ou encore de polymères composites. Ils présentent l'avantage de pouvoir s'usiner facilement (on peut ainsi obtenir des formes particulières pour des applications spécifiques), ceci pour un coût peu élevé. Les matériaux piézoélectriques les plus utilisés sont le titanate zirconate de plomb (PZT) et le métaniobate de plomb (LM).

D'autres matériaux utilisés pour fabriquer des transducteurs sont les polymères PVDF (PolyVinyliDeneFluoride). Etant un polymère, son impédance acoustique est bien plus faible que celle des céramiques, donc plus proche de l'eau, qui est très souvent le milieu dans lequel on veut transmettre les ondes ultrasonores. De plus, son coefficient de conversion lors de l'effet piézoélectrique direct est meilleur que celui des céramiques. Cependant,

son coefficient de conversion lors de l'effet piézoélectrique inverse est bien plus faible. C'est pourquoi il est peu utilisé dans les systèmes qui fonctionnent à la fois en émetteur et en récepteur d'ondes ultrasonores. Dans le Tableau 2.1, on recense les caractéristiques principales des plus importants groupes de matériaux piézoélectriques.

Caractéristique	Unité	Quartz	Titanate de baryum	PZT	LM	PVDF
Masse spécifique (ρ)	kg/m ³	2650	5700	7500	5800	
Vitesse du son (c)	m/s	5760	4400	4400	2800	
Constante diélectrique relative		4,5	1700	1250	225	10
Facteur de couplage (k_t)		0,1	0,52	0,55	0,42	0,15

TAB. 2.1 – Principaux matériaux piézoélectriques

Le besoin croissant de performances et d'adaptation à des conditions particulières engendre l'utilisation de plus en plus courante de composites. Ce sont des transducteurs formés de micro bâtonnets de céramique piézoélectrique noyés dans une matrice de polymère. La hauteur des bâtonnets, grande devant leurs dimensions latérales, permet de les faire vibrer en mode d'épaisseur au détriment du mode radial, ce qui augmente la sensibilité du transducteur. De plus, l'impédance acoustique de ces composites est plus faible que celle des céramiques massives, ce qui favorise la transmission des ondes ultrasonores dans le milieu à explorer.

2.1.5 Mesure de la bande passante

La mesure de bande passante a été réalisée pour un transducteur de type PZT, vendu par la société *Vernon*, de 13 mm de diamètre et dont la fréquence de résonance donnée est de 2.8 MHz. Les données sont obtenues par réflexion totale d'un train d'ondes sur la face plane d'un cylindre en acier placée à environ 1 cm de la surface du transducteur. On mesure l'amplitude pic-pic sur un signal stabilisé (après une dizaine de périodes).

On trouve un rendement maximal à 2.8 MHz, avec des fréquences de coupure basse et haute à -3 dB situées respectivement à 2.0 et 4.2 MHz.

Comme le montre la figure 2.3, on obtient une bonne correspondance entre les valeurs expérimentales et le modèle décrit dans la section précédente. Les valeurs des paramètres ont été déterminés par régression non-linéaire et leurs valeurs convergent vers des quantités standard pour ce type de transducteur :

$$\begin{aligned}
 k &= 0.52 \pm 0.02 \\
 \mu_1 &= 1.26 \pm 0.03 \\
 \mu_2 &= 0.53 \pm 0.03 \\
 f_c &= 3.58 \pm 0.04
 \end{aligned}$$

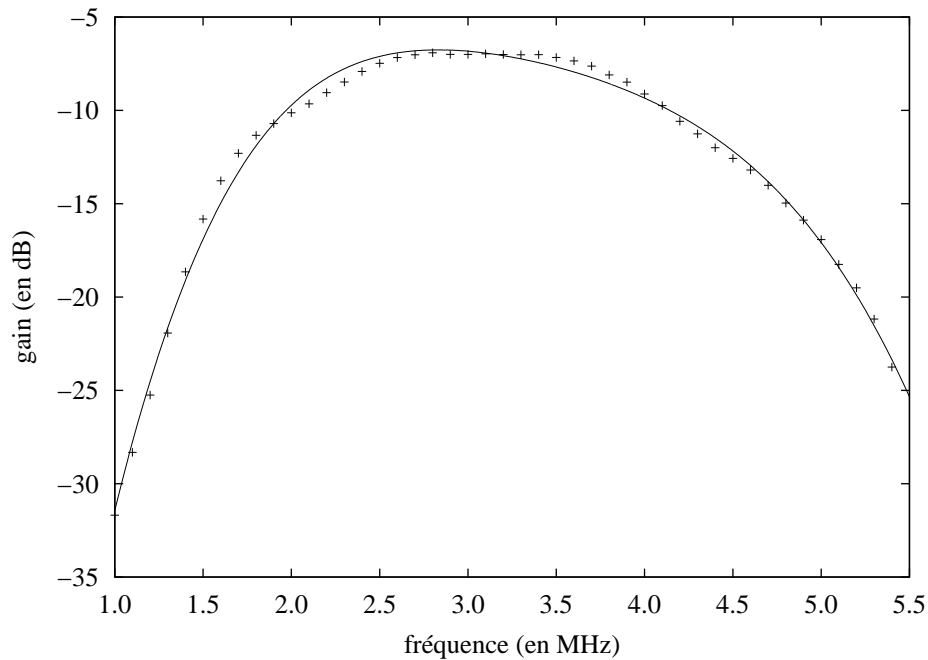


FIG. 2.3 – Fonction de transfert d’un transducteur centré sur 2.8 MHz. Les croix correspondent aux mesures expérimentales, le trait continu correspond au modèle.

2.2 Formation du faisceau

Afin de décrire la propagation d’une onde dans un milieu, on a pour habitude de définir deux ondes idéales : les ondes planes et les ondes sphériques. Une **onde plane** se propage suivant une direction unique et les surfaces d’ondes sont des plans parallèles entre eux. Une onde plane est donc générée par une surface plane vibrante de dimension importante. Une **onde sphérique** se propage suivant toutes les directions de l’espace et les surfaces d’ondes sont alors des sphères. Une onde sphérique est générée par un point ou une sphère dont la surface vibre uniformément. L’amplitude de vibration d’une onde sphérique décroît en fonction de la distance à la source.

Dans un milieu homogène isotrope et non dispersif, un faisceau acoustique, créé par une source vibrant à la manière d’un piston, se propage en restant cantonné dans un cylindre puis diverge.

La zone traversée avant la divergence est appelée **champ proche**. L’onde qui était plane au niveau de la surface du transducteur devient progressivement sphérique. La distribution des pressions dans cette zone peut être décrite, en partie, par l’approximation de Fresnel.

Au-delà de cette zone, l’onde pénètre dans le **champ lointain**, dans laquelle elle va rapidement tendre vers une onde sphérique. La distribution des pressions dans cette zone peut être décrite par l’approximation de Fraunhofer.

La formalisation mathématique de ce phénomène est issue de l'optique diffractive [BVSWW94, Gue90]. Le système de coordonnées utilisé ici est décrit par la figure 2.4.

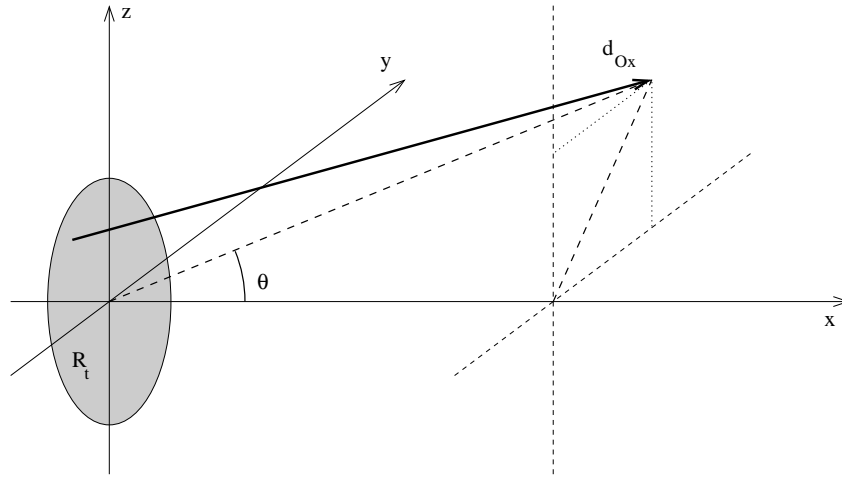


FIG. 2.4 – Schéma de la radiation d'un faisceau émis par un disque.

On utilise le **principe d'Huygens** pour construire le champ de pression en un point de coordonnées (x, y, z) de l'espace. Ce principe stipule que tout point de l'espace atteint par un ébranlement ondulatoire se comporte comme une source d'ondes secondaire. La distance parcourue entre une source secondaire de coordonnées $(0, y_0, z_0)$ et le point d'observation s'écrit simplement :

$$d_{0x} = |\vec{d}_{0x}| = \sqrt{x^2 + (y_0 - y)^2 + (z_0 - z)^2} \quad (2.23)$$

et l'amplitude de l'onde acoustique de nombre d'onde k , induite par les interférences des différentes sources secondaires au point de coordonnées (x, y, z) , peut alors s'écrire à partir de **l'intégrale de Rayleigh** :

$$f_r(x, y, z) = \left| \iint_S \frac{\exp(-jk d_{0x})}{d_{0x}} \cos(\vec{x}, \vec{d}_{0x}) dS \right| \quad (2.24)$$

avec \vec{x} le vecteur directeur de l'axe du transducteur orienté selon la direction de propagation de l'onde,

\vec{d}_{0x} le vecteur directeur de la droite portée par la source secondaire et le point d'observation, également orienté selon la direction de propagation de l'onde,

$\cos(\vec{x}, \vec{d}_{0x})$ le terme d'obliquité,

et S la surface du transducteur.

Hormis pour des géométries simples de transducteur émettant des ondes sinusoïdales pures et dans les limites des approximations énoncées dans la suite de cet exposé, il est impossible de calculer cette intégrale autrement que numériquement.

Les premières approximations réalisées supposent que l'on travaille à angle faible :

$$\begin{aligned}\cos(\vec{x}, \vec{d}_{0x}) &\approx 1 \\ d_{0x} &\approx x\end{aligned}\tag{2.25}$$

2.2.1 Approximation de Fresnel

Il s'agit du premier niveau de simplification du calcul de l'intégrale. La distance parcourue d_{0x} est approximée par son développement limité à l'ordre un (voir équation A.1 en annexe) :

$$d_{0x} = x \left(1 + \frac{1}{2} \left(\frac{y_0 - y}{x} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{z_0 - z}{x} \right)^2 \right)\tag{2.26}$$

On peut alors montrer que l'amplitude de l'onde de pression varie le long de l'axe du transducteur selon (fonction illustrée par le graphique 2.5) :

$$f_r(x, 0, 0) = \frac{2\pi}{k} \sqrt{2 - 2 \cos \left(k \sqrt{R_t^2 + x^2} - x \right)}\tag{2.27}$$

avec R_t le rayon du transducteur.

La dimension du champ proche, aussi appelé zone de Fresnel, est donnée par rapport à la position x_{CP} du dernier maximum de $f_r(x, 0, 0)$ donné par :

$$x_{CP} = \frac{R_t^2}{\lambda} - \frac{\lambda}{4}\tag{2.28}$$

fréquence (en MHz)	diamètre (en mm)	x_{CP} (en cm)
1	14.5	3.5
2.8	13	7.9
8	5	3.3

TAB. 2.2 – Dimension du champ proche x_{CP} pour différents transducteurs

Dans le cas d'un transducteur dont le rayon est grand par rapport à la longueur d'onde ($R_t \gg \lambda/2$), cette distance peut être approximée par :

$$x_{CP} = \frac{R_t^2}{\lambda} = \frac{f R_t^2}{c}\tag{2.29}$$

Ainsi plus la fréquence émise est grande, plus le champ proche est long (à diamètre constant).

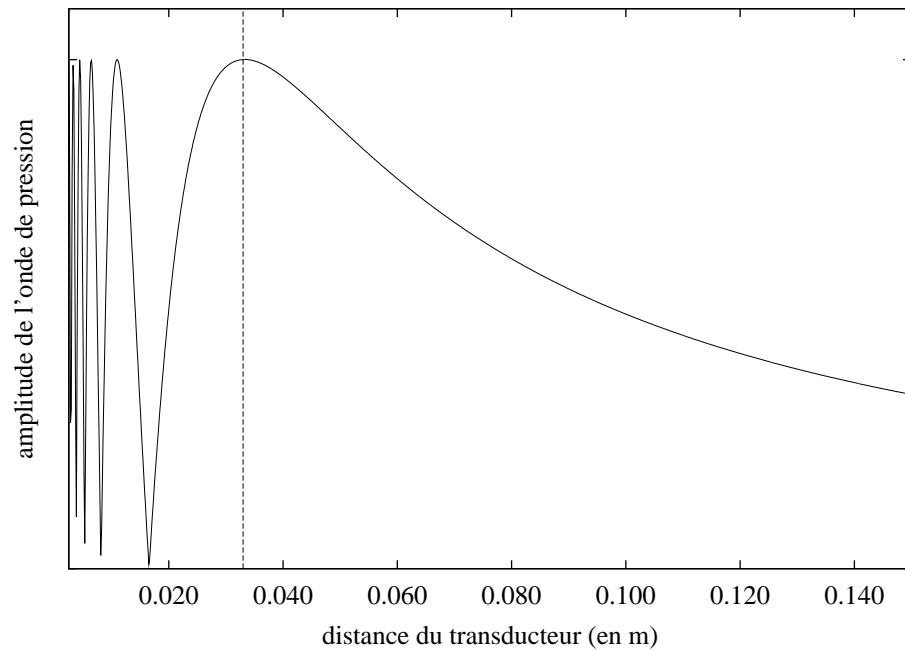


FIG. 2.5 – Amplitude (échelle arbitraire) de l'onde de pression selon l'axe du transducteur ($f_r(x, 0, 0)$) dans le cadre de l'approximation de Fresnel. Il s'agit ici d'un signal à 8 MHz émis par une pastille de 5 mm de diamètre. Le trait vertical en pointillés figure la limite entre champ proche et champ lointain.

2.2.2 Approximation de Fraunhofer

En poussant l'approximation plus loin et en considérant un point suffisamment loin du transducteur :

$$x^2 \gg R_t^2 \quad (2.30)$$

ainsi la distance parcourue devient :

$$d_{0x} = x - \frac{y_0 y + z_0 z}{x} + \frac{y^2 + z^2}{x} \quad (2.31)$$

et on montre alors que l'amplitude de l'onde de pression prise à la distance x du transducteur suit la fonction (voir figure 2.10) :

$$f_{r,\theta}(x, \theta) = \frac{\pi R_t^2}{x} \left(\frac{2J_1(kR_t\theta)}{kR_t\theta} \right) \quad (2.32)$$

avec k le nombre d'onde, R_t le rayon du transducteur, J_1 la **fonction de Bessel** du premier ordre et θ angle de la direction d'observation de l'onde avec l'axe du transducteur (voir figure 2.4). On note que :

$$f_{r,\theta} \left(x, \arccos \left(\sqrt{\frac{y^2 + z^2}{x}} \right) \right) = f_r(x, y, z) \quad (2.33)$$

2.2.3 Modèle cylindre-cône

Dans certains cas, il est intéressant de considérer le faisceau émis par un disque comme un volume constitué par l'union d'un cylindre et d'un cône dont les axes de révolutions sont confondus avec celui du transducteur. Le cylindre a le même diamètre que la surface émettrice. Le sommet du cône correspond au centre de cette même surface, avec un angle d'ouverture défini à partir du premier zéro de la fonction de Bessel du premier ordre : $J_1(1.22\pi) = 0$. On notera que le cône ainsi défini contient 90% de l'énergie du faisceau. Ainsi, en utilisant l'expression 2.32, on peut écrire simplement le demi-angle du cône :

$$\theta = \frac{1.22\pi}{kR_t} = \frac{0.61c}{fR_t} \quad (2.34)$$

fréquence f (en MHz)	diamètre $2R_t$ (en mm)	θ (en degrés)
1	14.5	7.2
2.8	13	2.9
8	5	2.6

TAB. 2.3 – Demi-angle d'ouverture θ du cône pour différents transducteurs

L'union des deux volumes constituant le modèle, correspond, dans la première partie du faisceau, au cylindre pris seul, puis dans la deuxième partie au cône seul. La transition entre ces deux volumes se fait à une distance d'environ $1.6 \cdot x_{CP}$ du transducteur.

2.2.4 Simulations

Les simulations de faisceaux ultrasonores ont été réalisées à l'aide d'un exécutable écrit en C++ à partir d'une bibliothèque de traitement du signal développée au cours de la thèse.

Il s'agit de calculer numériquement l'intégrale d'Huygens-Fresnel présentée dans l'équation 2.24. Pour cela, la pastille est divisée en éléments finis considérés chacun comme une source secondaire, selon le principe d'Huygens, émettant ce que l'on appelle une onde élémentaire. Afin de limiter les erreurs d'arrondi, l'échantillonnage temporel est réalisé le plus tard possible à savoir au niveau du point d'observation de la pression, après l'application du retard induit par la distance d_{0x} parcourue par l'onde élémentaire, avant la sommation des ondes élémentaires.

Le choix des paramètres d'échantillonnage de la pastille et des ondes élémentaires a été fait en comparant les résultats obtenus, pour différentes valeurs de ces paramètres, en un point situé dans la zone de Fraunhofer et légèrement décalé de l'axe du faisceau (3 degrés). Les résultats sont présentés figure 2.6. En ce fixant une erreur acceptable de 1%, on choisit 2000 éléments finis pour décrire la pastille et 20 échantillons par période pour les ondes élémentaires émises.

2.2.5 Mesures

Afin d'obtenir une validation expérimentale des simulations, plusieurs mesures de champs de pression ont été réalisées.

Les mesures ont été effectuées dans un bac équipé d'un robot à trois axes cartésiens (voir figure 2.7) permettant de déplacer un hydrophone. Cet hydrophone de *Precision Acoustics Ltd* est un transducteur piézo-electrique en PZT d'1 mm de diamètre, dont la bande passante va de 200 kHz à 30 Mz.

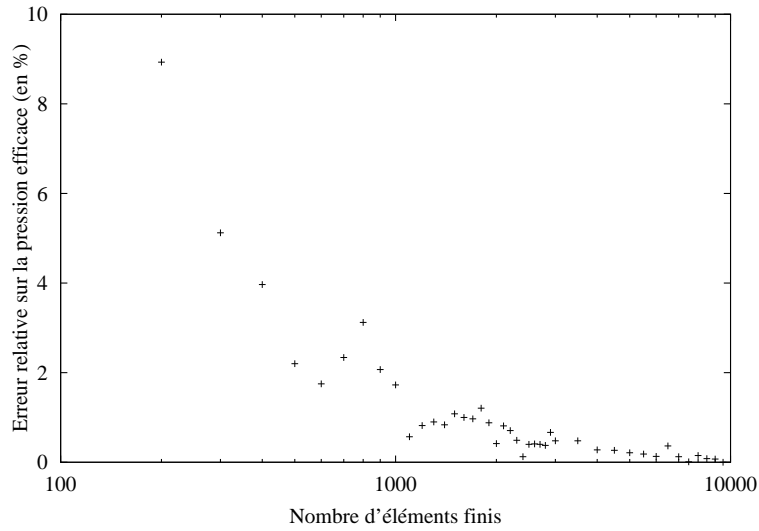
La chaîne de mesure (synoptique 2.8) est pilotée par un ordinateur de type industriel monté sur un châssis *PXI*. L'ensemble a été automatisé avec le logiciel *LabVIEW* de *National Instruments*.

Ce dispositif permet d'obtenir des mesures fines de la répartition spatiale de la pression. Un exemple de cartographie effectué sur un transducteur de 13 mm de diamètre émettant 5 périodes à 2.8 MHz fabriqué par la société *Vermon* est présenté figure 2.9.

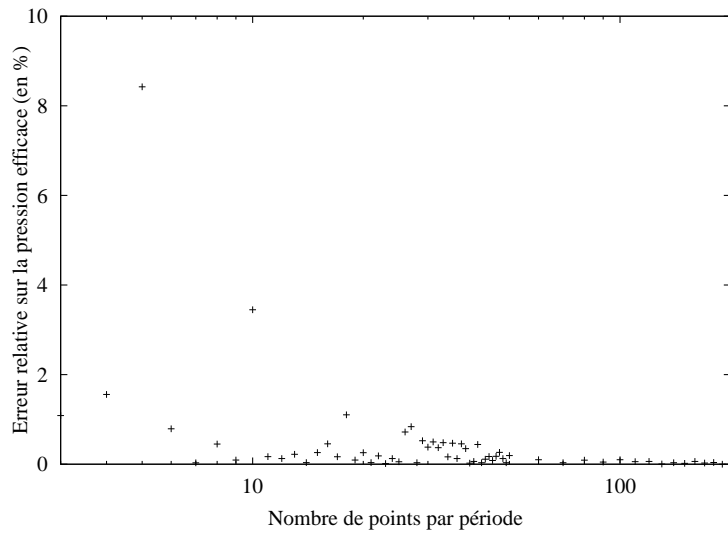
2.2.6 Résultats

La comparaison entre les différentes méthodes d'obtention du champ de pression est donnée par les graphiques présentés figure 2.10. On constate, de façon générale, une bonne adéquation entre mesures et théorie.

En ce qui concerne le modèle de Fraunhofer en champ lointain, il reproduit relativement bien les données expérimentales. Les décrochements entre les deux courbes proviennent du fait que l'approximation de Fraunhofer concerne une sinusoïde infinie, alors que l'onde émise est limitée dans le temps (5 périodes).

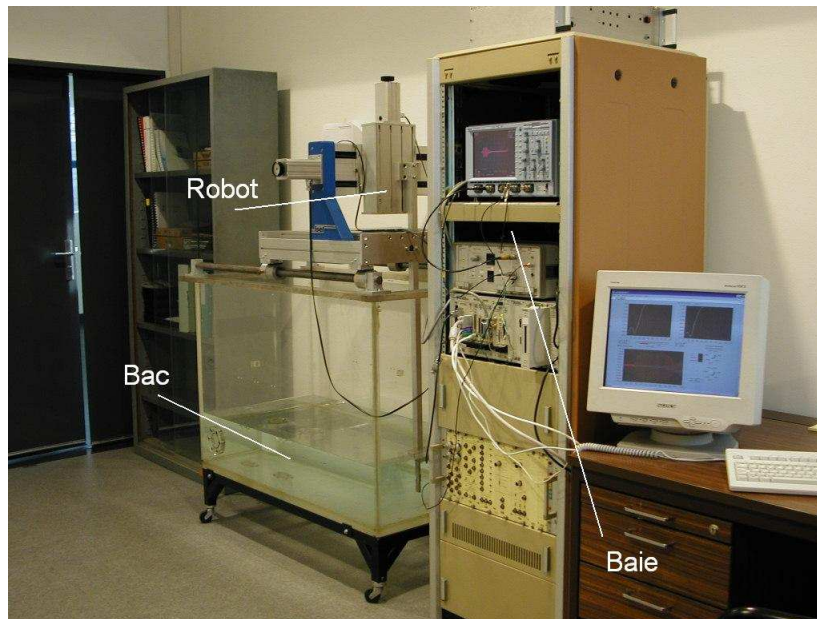


(a) influence de l'échantillonnage spatial (avec un échantillonnage temporel fixé à 40 points par période)

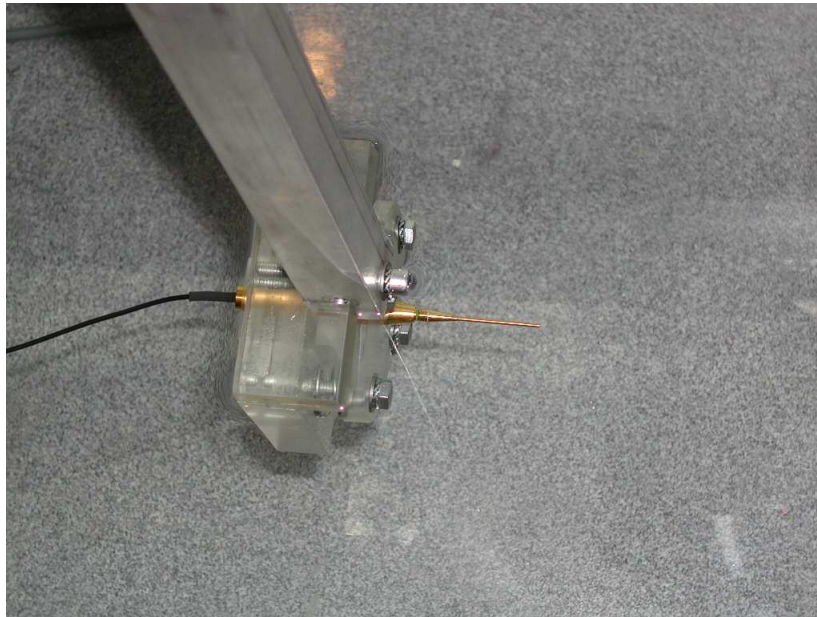


(b) influence de l'échantillonnage temporel (avec un échantillonnage spatial fixé à 7000 éléments finis sur la pastille)

FIG. 2.6 – Erreur de calcul sur la simulation de la pression efficace en fonction de l'échantillonnage temporel des signaux et spatial de la pastille en éléments finis. L'erreur est donnée relativement à la pression calculée pour le dernier point de calcul (échantillonnage maximal).



(a) Vue globale : bac, robot et baie de mesure



(b) Hydrophone : monté sur un bras

FIG. 2.7 – Chaîne de mesure pour la cartographie des transducteurs.

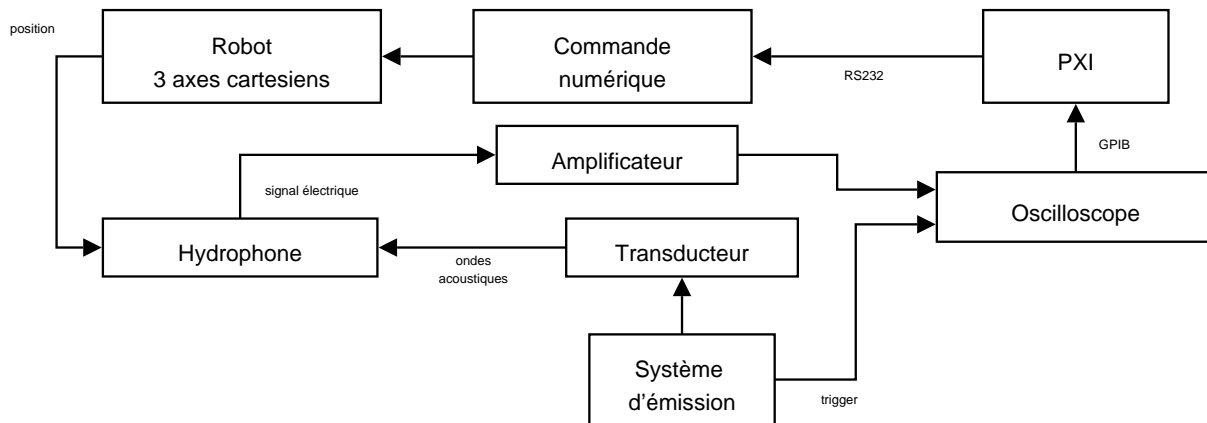


FIG. 2.8 – Synoptique de la chaîne de mesure pour la cartographie des transducteurs.

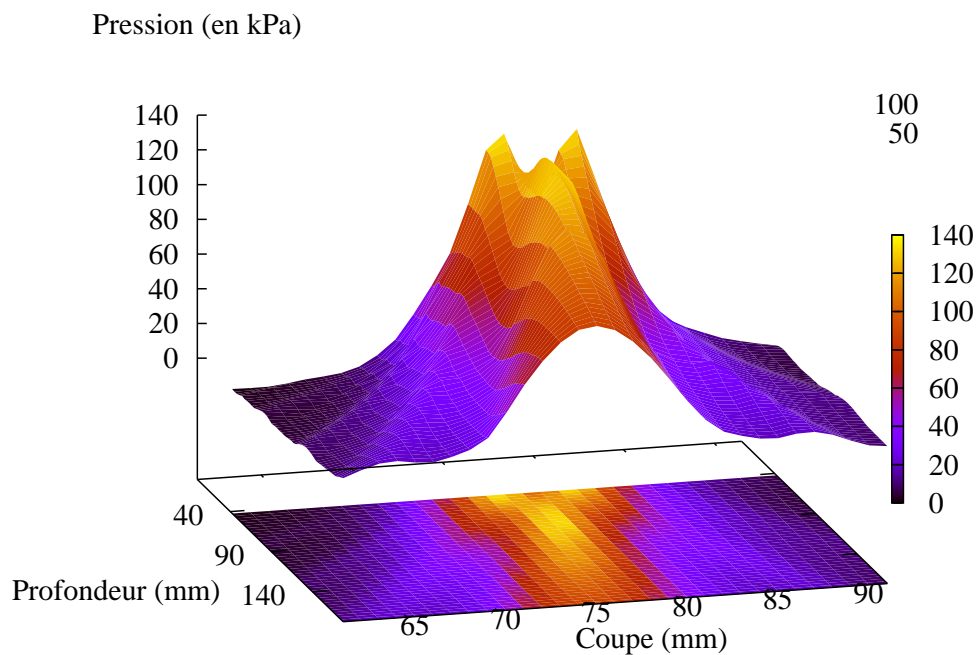
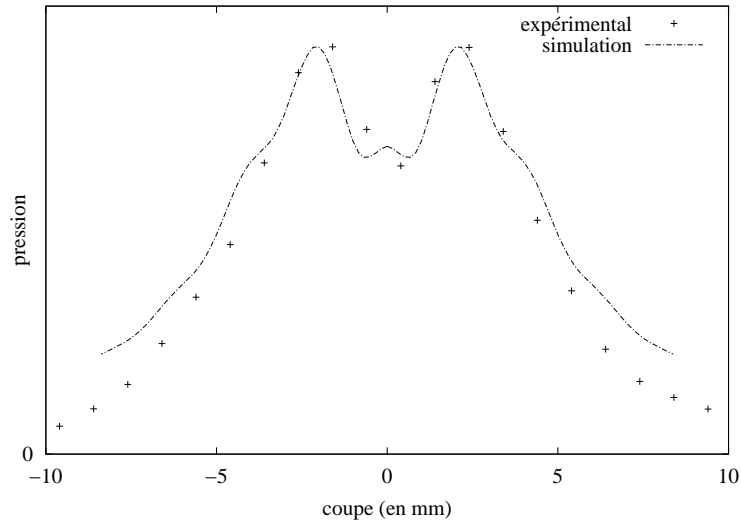
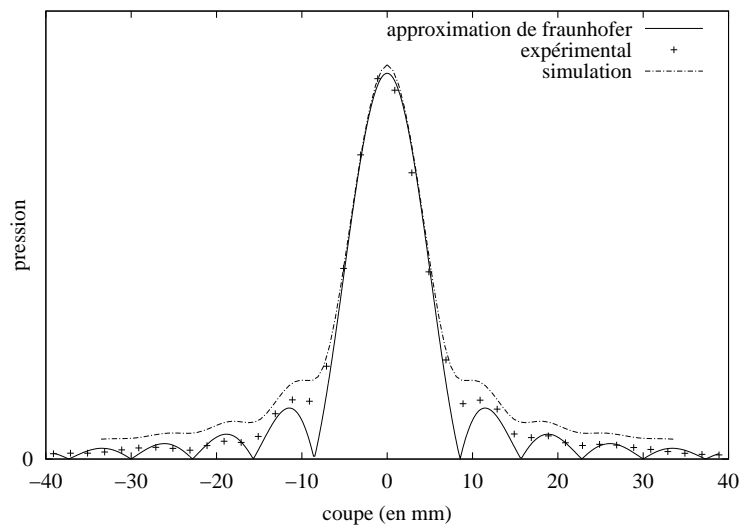


FIG. 2.9 – Cartographie 2D du faisceau d'un transducteur de 13 mm de diamètre émettant 5 périodes à 2.8 MHz. La profondeur correspond approximativement à l'axe x et la coupe à l'axe y (l'axe du transducteur n'est pas parfaitement parallèle à celui du robot). Le transducteur est placé à la profondeur 0 et centré sur la coupe à 80 mm.



(a) en champ proche (4.2 cm)



(b) en champ lointain (17 cm)

FIG. 2.10 – Comparaison des profils d'un faisceau, généré par un transducteur de 13 mm de diamètre émettant 5 périodes à 2.8 MHz, obtenu par différentes méthodes. Il s'agit de la première et de la dernière coupe de la cartographie 2D de la figure 2.9. La pression est donnée en unité arbitraire.

Les résultats du calcul numérique, par contre, tiennent bien compte de la durée du train d'ondes. En effet, les variations des courbes (numérique et expérimentale) sont conjointes. Cependant, on constate, en champ proche comme en champ lointain, un décrochement progressif entre les deux courbes, lorsque l'on s'éloigne de l'axe du transducteur.

2.3 Réception d'une onde sphérique

Il s'agit ici de décrire le phénomène de réception d'une onde sphérique émise par une particule placée aux abords du transducteur.

Comme cela a été abordé dans la section sur l'effet piézo-électrique, le transducteur intègre le champ de pression auquel il est soumis sur l'ensemble de sa surface. Pour un transducteur dont la surface est petite devant la longueur d'onde, la tension aux bornes sera proportionnelle à la valeur de la pression locale. Dans un cas général, il est nécessaire de calculer l'intégrale du champ acoustique dans le transducteur.

Pour simplifier le problème, considérons tout d'abord une onde plane (voir figure 2.11), ce qui est justifié dans le cas d'une onde sphérique émise suffisamment loin du transducteur.

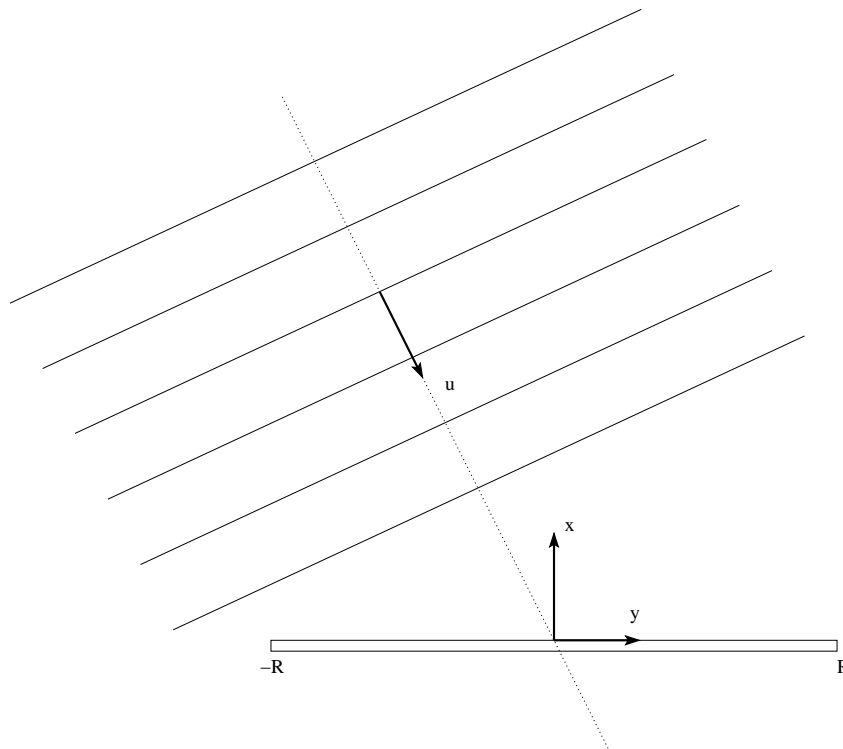


FIG. 2.11 – Schéma de la réception d'une onde par le transducteur.

Il s'agit donc de calculer :

$$f_{\theta}(\theta) = \left| \int_S \cos(ky \sin(\theta)) ds \right| \quad (2.35)$$

ce qui dans le cas d'une pastille circulaire correspond à :

$$f_{\theta}(\theta) = \left| \int_{-R_t}^{+R_t} \cos(ky \sin(\theta)) \sqrt{R_t^2 - y^2} dy \right| \quad (2.36)$$

Cette intégrale est proportionnelle à une fonction de Bessel de premier ordre (voir l'équation A.23 en annexe), ce qui n'est pas sans rappeler l'approximation de Fraunhofer pour la formation du faisceau ultrasonore (équation 2.32).

De manière plus générale, le problème de l'émission et celui de la réception s'expriment de la même façon. Dans les deux cas il s'agit de calculer l'intégrale sur la surface du transducteur d'ondes dont les retards dépendent de la distance entre le point du faisceau et l'élément de surface considérés.

Ainsi, la fonction spatiale décrivant l'amplitude acoustique reçue par le transducteur d'une source ponctuelle est égale à celle émise par ce même transducteur.

2.4 Atténuation

2.4.1 Généralités

L'atténuation décrit la diminution de l'intensité acoustique en fonction de l'éloignement de l'onde sonore par rapport à la source. Elle trouve son origine dans trois phénomènes physiques différents : l'absorption, la diffusion et la divergence du faisceau.

L'absorption est l'atténuation due aux frottements visqueux. Elle provient de la conversion de l'énergie acoustique en chaleur par frottements à l'échelle moléculaire dans le fluide. Le coefficient d'atténuation lié à l'absorption augmente rapidement avec la fréquence. La théorie ainsi que l'expérience tendent à montrer que cette relation est en f^2 au-delà du mégahertz, sans pour autant correspondre au niveau du facteur de proportionnalité.

Considérons I_0 l'intensité de l'onde pénétrant dans le milieu et I_{att} l'intensité de cette même onde après un parcours d'une distance d (en m) dans le milieu. Le coefficient d'atténuation α dû aux frottements visqueux exprimé en m^{-1} peut alors défini par :

$$I_{att}(d) = I_0 e^{-2\alpha d} \quad (2.37)$$

Dans l'expression équivalente liant les pressions, il apparaît dans l'exponentielle sans le facteur 2.

Il est souvent exprimé en dB/m grâce à la conversion, utilisant la définition d'un dB :

$$\alpha \text{ (en } dB/m) = \frac{20 \cdot \alpha \text{ (en } m^{-1})}{\ln 10} \quad (2.38)$$

Une expression approximative du coefficient d'atténuation, pour de l'eau douce, dû uniquement aux frottements visqueux pour une onde de pression purement sinusoïdale de fréquence f (en Hz), est donnée par :

$$\alpha = K f^2 \quad (2.39)$$

avec

$$K = (2.4 \cdot 10^{-3}(T - 38)^2 + 1.5) \cdot 10^{-14} \quad (2.40)$$

donné en $m^{-1}.Hz^{-2}$ avec une température T en degrés Celsius ($^{\circ}C$) [Coa90]. La viscosité de l'eau dépend de la température, il en va donc de même pour le coefficient d'atténuation qui lui est associé. A titre indicatif, K vaut $2.9 \cdot 10^{-14} dB.m^{-1}.Hz^{-2}$ à $14^{\circ}C$, ce qui correspond à $\alpha = 1.8m^{-1}$ à $8MHz$.

La diffusion des ultrasons dans toutes les directions est réalisée par les atomes, les molécules ou les microstructures constituant le milieu. La diffusion est fonction croissante de la fréquence des ultrasons et de la dimension des grains. Nous considérons ici des fluides faiblement chargés, le phénomène d'atténuation par diffusion sera donc négligé.

La divergence du faisceau ultrasonore entraîne une répartition de la puissance de l'onde acoustique sur une surface de taille croissante.

Ainsi, si l'on considère uniquement la divergence du faisceau, on peut écrire, à partir de l'équation 1.9, la conservation d'énergie de l'onde sous la forme :

$$I_{att}(d) \cdot S(d) = I_0 \cdot S(0) \quad (2.41)$$

avec $S(d)$ la surface du front d'onde à la distance d du transducteur.

En intégrant l'absorption (équation 2.37) à l'équation précédente, on obtient :

$$I_{att}(d) = I_0 \frac{S(0)}{S(d)} e^{-2\alpha d} \quad (2.42)$$

Ce que l'on peut aussi exprimer en terme de pression, sans qu'il soit d'ailleurs nécessaire de spécifier s'il s'agit de pressions instantanées, efficaces, pic à pic, *etc.* :

$$p_{att}(d) = p_0 \sqrt{\frac{S(0)}{S(d)}} e^{-\alpha d} \quad (2.43)$$

Dans le champ proche du transducteur, le diamètre du faisceau peut être considéré comme constant (voir section 2.2.3). La dispersion n'a donc pas d'effet et seul le terme en exponentielle subsiste.

$$p_{att}(d) = p_0 e^{-\alpha d} \quad (2.44)$$

En champ lointain, le faisceau diverge d'un angle θ selon l'équation 2.34. On peut ainsi réécrire l'expression de la pression acoustique en considérant le modèle cylindre-cône pour le calcul des surfaces $S(0)$ et $S(d)$:

$$p_{att}(d) = \frac{p_0 k R_t^2}{1.22 \pi d} e^{-\alpha d} \quad (2.45)$$

avec R_t le rayon du transducteur et k le nombre d'onde.

2.4.2 Mesure du coefficient

Le coefficient d'atténuation a été mesuré dans l'eau à l'aide de deux transducteurs placés face à face, l'un travaillant en émission, l'autre en réception. En faisant varier l'écartement entre ces derniers, on obtient une décroissance de la pression mesurée sur le récepteur. L'ajustement de données expérimentales sur la loi théorique en champ lointain (équation 2.45) permet ainsi d'obtenir la valeur du coefficient d'absorption α indépendamment des rendements des transducteurs. On utilise pour cela la méthode de régression non-linéaire de Levenberg-Marquard.

Les résultats obtenus pour de l'eau pure sont donnés dans le graphique 2.12 présentant la tension pic à pic mesurée sur le récepteur. A titre indicatif, celui-ci présente également le cas d'une eau chargée de sable ($100\mu m$) en suspension.

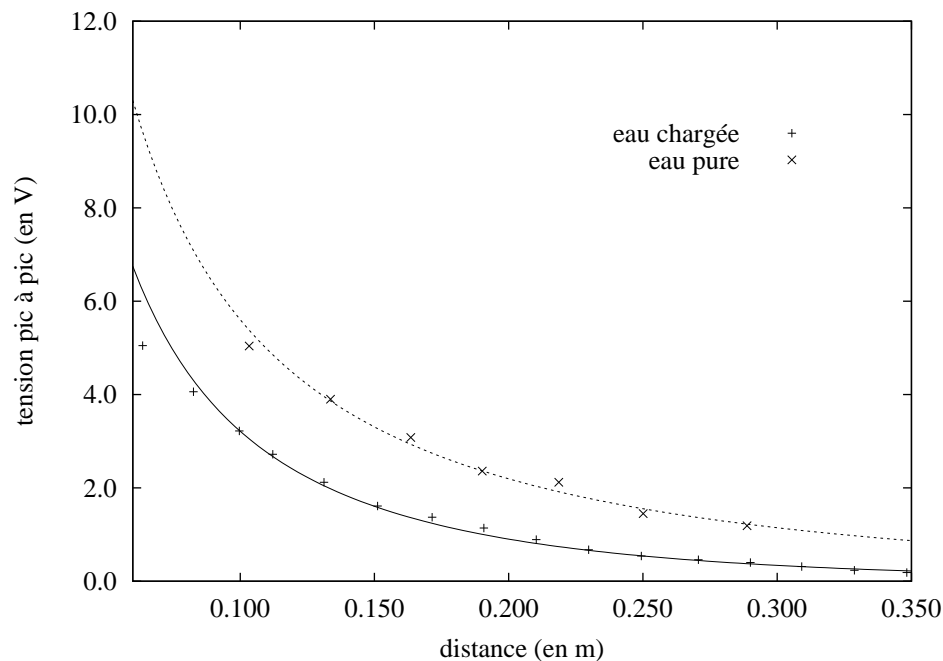


FIG. 2.12 – Courbes d'atténuation d'une onde ultrasonore de 8MHz dans de l'eau pure et de l'eau chargée en sable.

Les coefficients d'atténuation dûs aux frottements visqueux correspondant à ces deux courbes sont donnés dans le tableau 2.4.

milieu	coefficient d'absorption α (en m^{-1})	erreur (en m^{-1})
eau pure	1.9	0.4
eau chargée	3.9	0.4

TAB. 2.4 – Coefficients d'atténuation des ondes acoustiques dans de l'eau à environ 18°C. Ils sont obtenus par régression non linéaire des courbes de la figure 2.12.

Les valeurs obtenues par ajustement non-linéaire sont données avec une erreur relative importante (10 à 20%). Ceci est lié d'une part à la disponibilité des données sur une gamme étroite de distances et d'autre part à la mauvaise qualité du modèle de dispersion du faisceau, particulièrement dans la zone de transition champ proche - champ lointain. Malgré ça, le coefficient d'atténuation de l'eau pure correspond aux valeurs données dans la littérature (voir section 2.4.1). L'ajout de sable provoque naturellement une augmentation de l'absorption.

2.4.3 Fonction de transfert de l'absorption

En ne considérant que l'atténuation par frottements visqueux, une onde sinusoïdale d'amplitude A_p (décrite par l'équation 1.5) ayant parcouru une distance d à travers l'eau s'écrit :

$$p_{att}(t) = A_p e^{Kf_0^2 d} \sin\left(2\pi f_0 \left(t - \frac{d}{c}\right)\right) \quad (2.46)$$

Cependant, cette définition peut aisément être généralisée en considérant une onde $p(t)$ quelconque. En effet, l'onde $p(t)$ peut être exprimée dans le domaine fréquentiel par sa transformée de Fourier $P(\omega)$. Pour une distance donnée, l'atténuation agit sur l'ensemble des fréquences. Il s'agit donc dans le cas d'une onde quelconque d'un produit dans l'espace de Fourier :

$$P_{att}(f) = P(f) e^{-Kf^2 d} \quad (2.47)$$

L'atténuation agit donc comme un filtre dont la fonction de transfert $H_{att}(d, f)$ s'écrit :

$$H_{att}(d, f) = e^{-Kf^2 d} \quad (2.48)$$

Cette fonction est représentée figure 2.13 pour différentes valeurs des paramètres de distance et de fréquence. On note, par exemple, que pour un transducteur de 2.8MHz, l'atténuation est faible jusqu'à 20cm (moins de 10% de pertes).

La fonction de transfert de l'absorption du faisceau agit sur le signal émis comme un filtre passe-bas dont la largeur dépend de la dimension et de l'éloignement du transducteur.

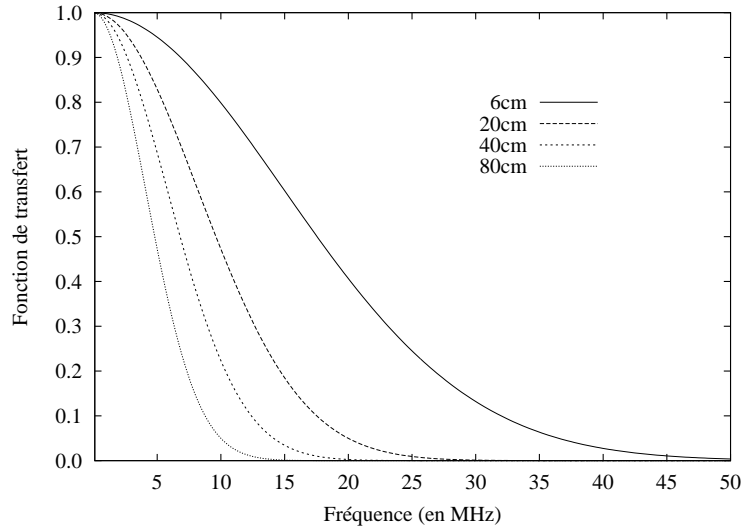


FIG. 2.13 – Module de la fonction de transfert normalisée de l'atténuation dans l'eau donnée pour plusieurs distance d'observation du transducteur, pour $K = 3.75 \cdot 10^{-14} \text{dB.m}^{-1}.\text{Hz}^{-2}$.

En notant $h_{att}(d, t)$ la réponse impulsionnelle associée, l'onde atténuée peut s'écrire dans le domaine temporel :

$$p_{att}(t) = h_{att}(d, t) \otimes p\left(t - \frac{d}{c}\right) \quad (2.49)$$

où \otimes représente le produit de convolution défini en annexe (équation A.17), et avec :

$$h_{att}(d, t) = \frac{1}{2} \frac{\pi}{Kd} e^{-\frac{1}{2} \frac{\pi^2 t^2}{Kd}} \quad (2.50)$$

2.5 Conclusion

Ce chapitre a présenté les différents aspects de la génération d'une onde ultrasonore à l'aide d'un transducteur piézo-électrique circulaire.

La bande passante du transducteur a été décrite, il s'agit d'un système passe-bande de largeur proportionnelle à la fréquence centrale. Le faisceau d'ondes ultrasonores généré par un tel système correspond à un cylindre dans le champ proche du transducteur puis diverge en formant approximativement un cône. De même, un onde ultrasonore réceptionnée par un tel transducteur est pondéré par cette même fonction selon la position spatiale de la source. Enfin, au cours de la transmission de l'onde, l'atténuation par frottements visqueux agit comme un filtre passe-bas de fréquence de coupure inversement proportionnelle à la distance parcourue.

Chapitre 3

Interaction ondes-particules

3.1 Rétrodiffusion d'une onde acoustique par une suspension de particules

3.1.1 Diffusion par une particule fixe

Une sphère rigide fixe de rayon a recevant une onde acoustique sinusoïdale plane, de nombre d'onde k et d'intensité I_0 , diffuse celle-ci dans toutes les directions de l'espace sous la forme d'une onde sphérique. L'énergie reçue par la surface (égale à πa^2) correspondant à la projection de la particule sur la surface d'onde est diffusée sur une sphère de surface $4\pi d^2$. L'intensité $I(d)$ diffusée, prise selon un angle θ par rapport à la direction de propagation de l'onde incidente à une distance d de la particule, s'exprime [Mat00, Wei97] :

$$I(d) = I_0 \cdot \frac{a^2}{4d^2} |f_\infty(ka, \theta)|^2 \quad (3.1)$$

Dans cette équation, f_∞ représente la fonction de forme (aussi appelé facteur de distribution angulaire) et s'écrit [Wei97] :

$$f_\infty(ka, \theta) = -\frac{2}{ka} \sum_{n=0}^{\infty} j^n (2n+1) \frac{j'_n(ka)}{h'_n(ka)} P_n(\cos \theta) \exp\left(-j(n+1)\frac{\pi}{2}\right) \quad (3.2)$$

avec j le nombre complexe tel que $j^2 = -1$,
 h'_n la dérivée de la fonction sphérique de Hankel d'ordre n ,
 j'_n la dérivée de la partie réelle de la fonction sphérique de Hankel d'ordre n ,
 et P_n le polynôme de Legendre d'ordre n .

Cette fonction peut être approximée de la manière suivante [MI68, Wei97] :

$$f_\infty(ka, \theta) \approx \begin{cases} \frac{2}{3}(1 - 3 \cos \theta) (ka)^2 & \text{pour } ka \ll 1 \\ \sqrt{1 + \cot^2\left(\frac{\theta}{2}\right)} J_1^2(ka \sin \theta) & \text{pour } ka \gg 1 \end{cases} \quad (3.3)$$

3.1. RÉTRODIFFUSION D'UNE ONDE ACOUSTIQUE PAR UNE SUSPENSION DE PARTICULES

Lorsqu'on utilise le même transducteur pour émettre et recevoir l'onde acoustique, on travaille en rétrodiffusion, ce qui signifie que l'angle θ est égal à π . Dans le cas de la rétrodiffusion, l'approximation se simplifie :

$$f_{\infty}(ka, \theta) \approx \begin{cases} \frac{8}{3}(ka)^2 & \text{pour } ka \ll 1 \\ 1 & \text{pour } ka \gg 1 \end{cases} \quad (3.4)$$

Ainsi, dans le cas d'une longueur d'onde très petite devant la taille de la particule ($ka \gg 1$), l'équation 3.5 s'écrit :

$$I(d) = I_0 \cdot \frac{a^2}{4d^2} \quad (3.5)$$

ce qui correspond au cas où toute l'énergie acoustique reçue par la particule est diffusée uniformément dans toutes les directions de l'espace.

La fonction de forme, dans le cas de la rétrodiffusion, est tracée dans la figure 3.1 avec son approximation pour des valeurs extrêmes de ka .

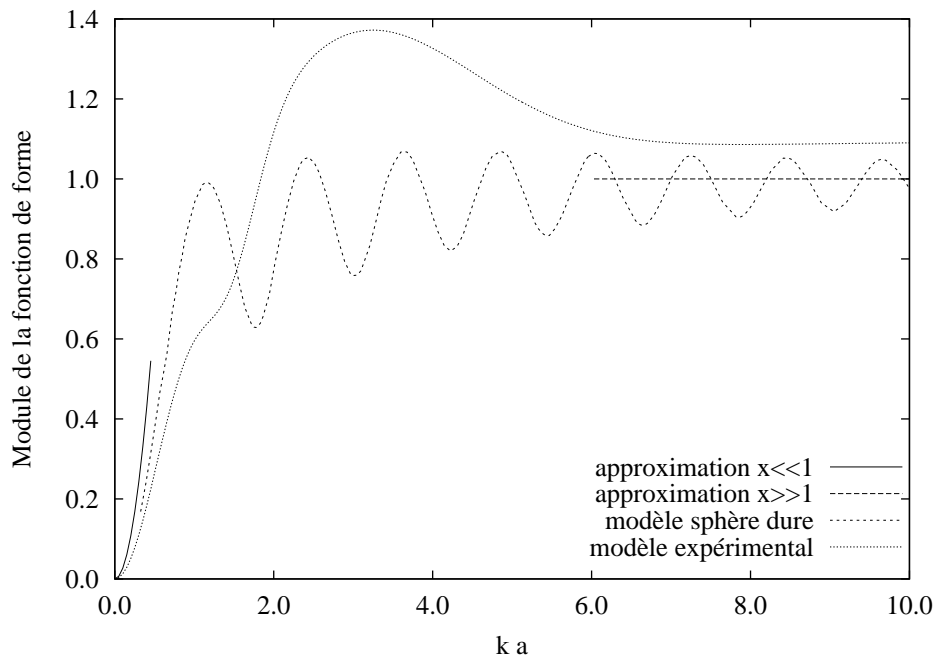


FIG. 3.1 – Fonction de forme en rétrodiffusion pour une particule de rayon a pour un nombre d'onde k . Comparaison du modèle théorique de la sphère rigide, des approximations en 0 et $+\infty$ et du modèle expérimental [TH02].

Par ailleurs, plusieurs mesures expérimentales du facteur de forme, réalisée sur des sédiments marins (composé essentiellement de quartz), ont permis de donner un modèle

simple [TH02] :

$$f_{\infty}(ka, \pi) = C_0 \frac{1.1(ka)^2}{1 + 1.1(ka)^2} \quad (3.6)$$

avec

$$C_0 = 1.1 \cdot \left(1 - 0.25 \exp \left[- \left(\frac{ka - 1.4}{0.5} \right)^2 \right] \right) \cdot \left(1 + 0.37 \exp \left[- \left(\frac{ka - 2.8}{2.2} \right)^2 \right] \right)$$

Ce modèle expérimental, présenté également dans la figure 3.1, suit globalement les tendances du modèle théorique de la sphère dure.

La figure 3.1 montre qu'en rétrodiffusion les particules agissent comme un filtre passe-haut dont la fréquence de coupure à $-3dB$ vaut environ :

$$f_g = \frac{c}{\pi a} \quad (3.7)$$

A la manière du paragraphe 2.4.3, on peut ainsi introduire une réponse impulsionnelle en rétrodiffusion pour une taille de particule donnée, qui correspond à la transformée de Fourier inverse de la fonction de forme multipliée par un terme de taille :

$$g(t) = \frac{a}{2} \mathcal{F}^{-1} \left(f_{\infty} \left(\frac{\omega a}{c}, \pi \right) \right) \quad (3.8)$$

Ainsi, la pression perçue $p_r(t)$ à une distance d de la particule, subissant une onde de pression $p_p(t)$ s'écrit :

$$p_r(t) = \frac{p_p \left(t - \frac{d}{c} \right) \otimes g(t)}{d} \quad (3.9)$$

avec le terme en $1/d$ décrivant la dispersion sphérique de l'onde, et d/c le retard lié au parcours de la distance d à la vitesse c .

3.1.2 Écho d'un groupe de particules

Lorsque l'on considère un ensemble de particules, il s'agit toujours de particules présentant une distribution granulométrique.

Considérons une suspension de particules rétrodiffusant une onde acoustique sinusoïdale. Pour une distribution homogène des particules, l'amplitude A_r de l'onde rétrodiffusée prise à un instant t s'écrit comme une somme de sinusoïdes à phase aléatoire :

$$A_r = \sum_{i=1}^{N_p} A_{p\{i\}} \sin \varphi_{\{i\}} \quad (3.10)$$

avec N_p le nombre de particules soumises à l'onde acoustique,
 $A_{p\{i\}}$ l'amplitude de l'onde rétrodiffusée par la particule $\{i\}$,
c'est une variable aléatoire de moyenne μ_{ag} et d'écart type σ_{ag} ,
et $\varphi_{\{i\}}$ le déphasage induit par la position de la particule,
c'est une variable aléatoire uniformément distribuée entre 0 et 2π .
Ainsi les espérances mathématique du sinus et du carré du sinus s'écrivent :

$$\mathbb{E}(\sin \varphi_{\{i\}}) = 0 \quad (3.11)$$

$$\mathbb{E}(\sin^2 \varphi_{\{i\}}) = \frac{1}{2} \quad (3.12)$$

D'après le théorème de Lindberg-Levy, permettant d'appliquer le théorème de la limite centrale à une somme de variables aléatoires ayant toutes la même loi statistique, A_r suit une loi normale $\mathcal{N}(\mu_A, \sigma_A)$. Les variables aléatoires $p_{p\{i\}}$ et $\varphi_{\{i\}}$ étant indépendantes, on montre que :

$$\mu_A = 0 \quad (3.13)$$

$$\sigma_A = \sqrt{N_p \frac{(\mu_{ag}^2 + \sigma_{ag}^2)}{2}} \quad (3.14)$$

Ainsi, L'intensité acoustique étant proportionnelle au carré de la pression (voir équation 1.9), l'intensité moyenne rétrodiffusée reçue par le transducteur est proportionnelle au nombre de particules et donc à la **concentration** en particules.

Ceci a été vérifié à l'aide du vélocimètre présenté dans la section 8.1. La chaîne de réception ainsi que l'opération de démodulation ayant un effet purement proportionnel, on s'attend à ce que la moyenne du carré de la tension mesurée soit elle aussi proportionnelle à la concentration en particules. La figure 3.2 présente les mesures effectuées à l'aide d'un transducteur de 5 mm de diamètre fonctionnant à 8 MHz en émission - réception. On utilise une solution aqueuse (réseau d'eau potable) de concentration croissante en bentonite (argile dont la granulométrie est de quelques dizaines de microns) circulant dans une boucle de 2 cm de diamètre (voir figure 11.1) à une vitesse moyenne de 2 m.s^{-1} .

La courbe expérimentale est très proche d'une droite affine d'ordonnée à l'origine nulle, ce qui concorde avec la théorie. On constate cependant un léger décalage pour les très faibles concentrations. Celui-ci est dû aux impuretés présentes dans l'eau du réseau potable ainsi que celles, résiduelles, présentes dans la boucle.

3.2 Effet Doppler

Ce paragraphe présente l'effet d'étalement temporel d'un écho, induit par le déplacement relatif de l'émetteur-récepteur par rapport à la cible. Cet effet porte le nom de son découvreur. Son approximation au premier ordre est bien connue, cependant, comme

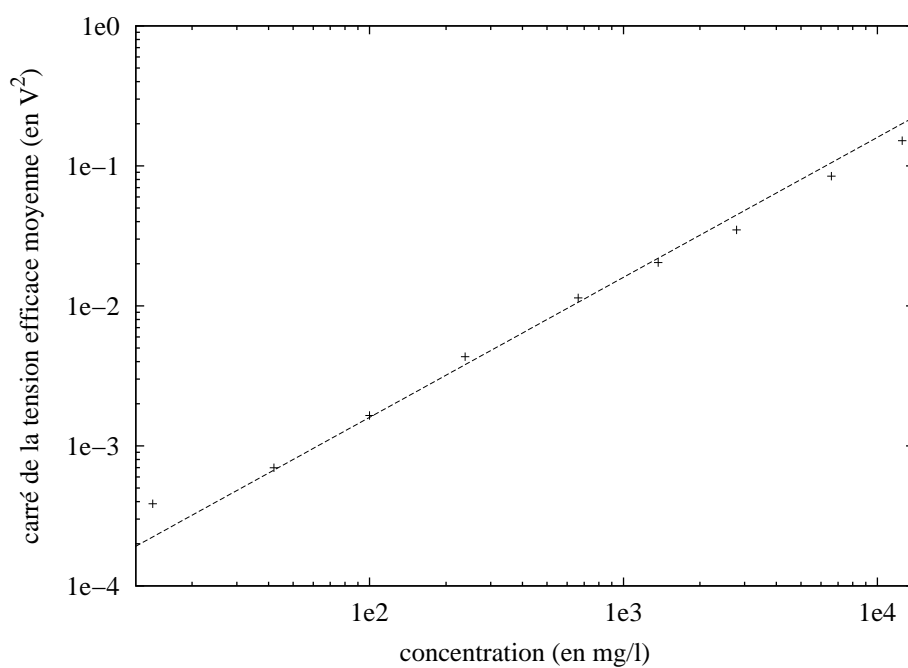


FIG. 3.2 – Intensité acoustique rétrodiffusée en fonction de la concentration en bentonite. La grandeur en ordonnées est une tension efficace (en V^2) proportionnelle à l'intensité acoustique reçue par le transducteur.

nous le verrons dans le chapitre 7, elle est dans notre cas insuffisante. On traitera donc ici de l'approximation de cet effet au deuxième ordre. On négligera l'atténuation dans le milieu ainsi que le facteur de réflexion lié aux caractéristiques de la particule, qui, pour une particule donnée, n'a qu'un caractère multiplicatif. On se limitera ici à une étude dans le plan contenant les axes d'écoulement du fluide et du faisceau d'émission des ondes ultrasonores.

3.2.1 Historique



FIG. 3.3 – Christian Andreas Doppler (29 novembre 1803 - 17 mars 1853)

Cet effet fut découvert, au XIX^{ème} siècle, par un physicien autrichien, Christian Doppler (illustration 3.3). En 1842 il publia un article décrivant ce phénomène et trois ans plus tard une expérience confirma sa théorie : quinze trompettistes furent placés dans un train et les expérimentateurs se placèrent au bord de la voie. Quand le train arriva, les trompettes retentirent et la hauteur des sons émis sembla diminuer quand le train fut passé comme l'avait prédit Doppler. Il est parfois désigné comme "effet Doppler-Fizeau" parce qu'Hippolyte Fizeau le découvrit, sans doute de façon indépendante, six ans plus tard, et en tira plusieurs conséquences importantes. Cet effet résulte en un décalage dans la fréquence d'un train d'ondes perçu par un récepteur, lorsque la source et le récepteur sont en mouvement relatif. Il trouve ainsi de nombreuses applications. En astrophysique, c'est le responsable du fameux *redshift* (ou "décalage vers le rouge") qui permet de mesurer la vitesse d'éloignement d'une galaxie. Le radar Doppler, utilisant la réflexion des ondes, est utilisé aussi bien dans le domaine militaire, qu'en météorologie ou en imagerie médicale.

3.2.2 Cas général

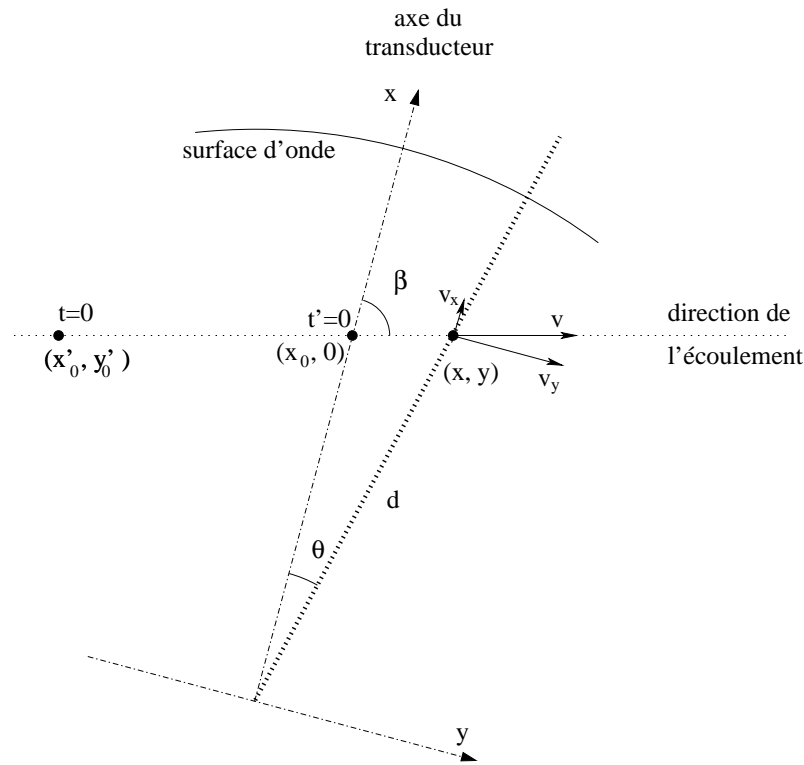


FIG. 3.4 – Schéma du parcours de la particule se déplaçant à la vitesse v dans le repère (x, y) du transducteur. La trajectoire rectiligne de la particule fait un angle β avec l'axe de révolution x du transducteur.

Soit $p(t)$ une onde acoustique émise par un transducteur de surface finie (voir figure 3.4), dont le centre correspond à l'origine des axes x et y .

Soit $x(t)$, la position de la particule considérée, selon la direction de propagation de l'onde et $y(t)$ la position de la particule selon l'axe perpendiculaire. L'axe des y est contenu dans le même plan que les axes d'émission des ondes et d'écoulement du fluide. On considère que la particule traverse le faisceau à la vitesse v selon une trajectoire rectiligne faisant un angle β avec l'axe du transducteur :

$$x(t) = x'_0 + v \cos \beta \cdot t = x'_0 + v_x t \quad (3.15)$$

$$y(t) = y'_0 + v \sin \beta \cdot t = y'_0 + v_y t \quad (3.16)$$

avec v_x et v_y les projections de la vitesse selon les axes x et y .

La particule se trouve au point (x'_0, y'_0) à l'instant $t = 0$. Celle-ci n'étant aperçue par le transducteur que lorsqu'elle pénètre dans le faisceau, posons $t' = t - \tau$, avec τ le temps mis par la particule pour intercepter l'axe des x . Ainsi :

$$y(\tau) = 0 \quad (3.17)$$

posons par ailleurs :

$$x(\tau) = x_0 \quad (3.18)$$

le point d'intersection avec l'axe des x .

Dans le cas d'une particule traversant une onde parfaitement plane, on montre (voir annexe B.1) que l'onde $p_r(t)$ reçue par le transducteur s'exprime :

$$p_r(t' + \tau) = p\left(\left(1 - \frac{2v_x}{c}\right)t' - \frac{2x_0}{c} + \tau\right) \quad (3.19)$$

L'approximation d'onde plane est celle qui est généralement utilisée sur l'ensemble du faisceau ultrasonore pour décrire l'effet Doppler. Elle se traduit simplement par un décalage en fréquence de l'onde émise. Cette approximation convient pour une particule se déplaçant très près de la surface du transducteur. Par contre elle n'est pas suffisante pour décrire le phénomène en champ lointain. Dans ce cas, le champ acoustique traversé par la particule est considéré sphérique et l'onde reçue par le transducteur (voir annexe B.2) s'écrit :

$$p_r(t' + \tau) = p\left(\left(1 - \frac{2v_x}{c}\right)t' - \frac{v_y^2}{cx_0}t'^2 - \frac{2x_0}{c} + \tau\right) \quad (3.20)$$

$$= p(t' - \Phi_D(t')) \quad (3.21)$$

avec :

$$\Phi_D(t') = \alpha_D t' + \beta_D t'^2 + t_D$$

$$\alpha_D = \frac{2v_x}{c} = \frac{2v \cos \beta}{c} \quad (3.22)$$

$$\beta_D = \frac{v_y^2}{cx_0} = \frac{v^2 \sin^2 \beta}{cx_0}$$

$$t_D = \frac{2x_0}{c} - \tau$$

L'onde a subit un étalement temporel $\alpha_D + \beta_D t'$ variant linéairement dans le temps, ainsi qu'un retard t_D .

L'écho de la particule en mouvement perçu par le transducteur à l'instant t s'exprime alors :

$$p_r(t) = p(t - \Phi_D(t)) \otimes \delta(t - \tau) \quad (3.23)$$

où \otimes représente le produit de convolution défini en annexe (équation A.17) et $\delta(t)$ l'impulsion de Dirac.

3.2.3 Cas d'une onde sinusoïdale

L'effet Doppler est souvent exploité en émettant une onde sinusoïdale :

$$p(t) = \sin(\omega_0 t + \phi_0) \quad (3.24)$$

Dans ce cas, l'écho, d'une particule en mouvement, reçu par le transducteur s'écrit :

$$p_r(t) = \sin(\omega_0(1 - \alpha_D)t - \omega_0\beta_D t^2 - \omega_0 t_D + \phi_0) \otimes \delta(t - \tau) \quad (3.25)$$

La fréquence $f(t)$ de l'onde reçue peut alors s'exprimer comme une modulation de la fréquence d'émission (ou **fréquence porteuse**) :

$$f_0 - f(t) = f_D + f_0\beta_D t \quad (3.26)$$

On retrouve ici la **fréquence Doppler** f_D définie par :

$$f_D = \frac{\alpha_D \omega_0}{2\pi} \quad (3.27)$$

$$= \frac{2f_0 v \cos \beta}{c} \quad (3.28)$$

Celle-ci correspond à la description habituelle de l'effet Doppler qui a pour effet une modulation en fréquence de l'écho par la vitesse de la particule. La fréquence de l'onde émise joue ici le rôle de fréquence porteuse. On notera que la relation entre la vitesse et la fréquence Doppler est linéaire. Cette propriété est issue de l'approximation au premier ordre de Φ_D (onde plane), en négligeant le terme du deuxième ordre ($\beta_D(t - \tau)^2 \ll (1 - \alpha_D)(t - \tau)$), dans l'équation générale 3.23.

Cette relation linéaire entre fréquence et vitesse permet de définir une variable ν de l'espace des vitesses qui est linéairement liée à l'espace des fréquences (ou espace de Fourier). On pose ainsi :

$$\nu = \frac{c}{2f_0 \cos \beta} f \quad (3.29)$$

Cette relation est donnée pour une trajectoire moyenne de particule suivant l'axe de l'écoulement. Ainsi, l'angle β correspond dans ce cas à l'angle entre l'axe de l'écoulement et celui du transducteur.

L'intérêt du développement mathématique de la section précédente est d'exprimer le **glissement fréquentiel** au cours du temps décrit par le terme du deuxième ordre :

$$f_0\beta_D = \frac{v^2 f_0 \sin^2 \beta}{c x_0} \quad (3.30)$$

Sa principale conséquence est, comme nous le verrons au chapitre 7, l'élargissement du spectre de l'écho.

3.3 Conclusion

Ce chapitre décrit l'interaction entre une onde de pression émise par un transducteur et un groupe de particule en mouvement rectiligne uniforme. Les particules, soumises à une onde ultrasonore, agissent comme une multitude de petits réflecteurs. Cependant, cette réflexion modifie certaines caractéristiques de l'onde émise.

En particulier, la rétrodiffusion agit comme un filtre passe-haut dont la fréquence de coupure est inversement proportionnelle à la taille des particules. Par ailleurs, l'intensité acoustique moyenne rétrodiffusée est proportionnelle à la concentration en particules. Enfin, le mouvement rectiligne d'une particule induit un retard fonction du temps. Pour un signal émis de type sinusoïdal, la traversée d'une onde plane induit un décalage en fréquence proportionnel à la vitesse de la particule (effet Doppler). Dans le cas d'une onde sphérique (champ lointain du transducteur), il s'ajoute à ce décalage un glissement fréquentiel proportionnel au carré de la vitesse de la particule. Ce glissement est lié à la variation de l'angle entre la surface d'onde et la direction de déplacement de la particule au cours de son mouvement.

Ainsi, l'onde rétrodiffusée contient un certain nombre d'informations sur les particules. Dans ce travail, nous nous intéressons tout particulièrement à l'information de vitesse.

Deuxième partie

Principe de la vélocimétrie Doppler par ultrasons pulsés

La méthode de mesure de profils de vitesses par ondes ultrasonores pulsées est basée sur l'effet Doppler. Elle consiste, de façon alternative, à émettre un train d'ondes ultrasonore dans le milieu puis à réceptionner les échos du milieu afin d'en extraire l'information relative à la vitesse. Le principe général de la vélocimétrie Doppler ultrasonore a été décrit par de nombreux auteurs [GS98, Tak95]. On trouve par ailleurs une série de développements mathématiques [TA02, Jen95, TKA94, GFJ82] concernant certains aspects de ce principe.

Le but de cette partie est d'aboutir à une description complète et approfondie des phénomènes mis en jeux dans cette technique de mesure. Une expression analytique de la densité spectrale de puissance Doppler est proposée. Cette description s'appuie sur les différents résultats généraux présentés dans la première partie. Le modèle proposé est comparé à des densités spectrales de puissances obtenues expérimentalement sur l'écoulement homogène et uniforme d'un gel de bentonite.

Le premier chapitre décrit le sondage du milieu à l'aide d'un transducteur unique émettant un train d'ondes ultrasonore (pulse) et recevant ensuite l'ensemble des échos rétrodiffusés par les particules en suspension dans le liquide.

Le deuxième chapitre présente l'extraction du déphasage Doppler par démodulation du signal rétrodiffusé par l'onde porteuse ayant servi à construire le train d'ondes.

Le troisième chapitre de cette partie montre comment l'échantillonnage du signal démodulé, à la même fréquence de répétition que celle des trains d'ondes, permet de construire le signal Doppler d'un volume bien défini. Ceci introduira la principale limite de cette méthode, à savoir la relation inverse liant la profondeur d'exploration et la vitesse maximale mesurable (vitesse de Nyquist).

Le quatrième chapitre propose un modèle de la densité spectrale de puissance du signal Doppler. L'origine et la quantification de la largeur de cette densité y est détaillée. Ce modèle est confronté aux données expérimentales obtenues sur l'écoulement d'un gel.

Cette partie est clôturée par une courte conclusion.

Chapitre 4

Sondage du milieu

Le principe de mesure est basé sur la modulation en fréquence (effet Doppler) d'une onde ultrasonore pulsée, diffusée par les particules en suspension dans le fluide. Le milieu est ainsi sondé en étant soumis à une onde ultrasonore de caractéristiques connues, puis en observant la somme des échos rétrodiffusés par les particules (voir le chapitre sur l'interaction ondes particules 3). L'émission et la réception sont réalisées par un transducteur unique. On impose un angle d'inclinaison β entre l'axe du transducteur et la direction de l'écoulement afin que l'onde émise soit soumise à l'effet Doppler décrit dans la section 3.2.

Le train d'ondes généré peut être décrit comme le produit d'une sinusoïde de fréquence f_0 et de phase ϕ_0 , avec une fonction porte $m(t)$ (figure 4.1) :

$$s_e(t) = A_0 \cdot m(t) \cdot \sin(2\pi f_0 t + \phi_0) \quad (4.1)$$

A_0 représente l'amplitude de la tension de consigne, $m(t)$ est la fonction porte de largeur τ_e .

L'onde de pression émise dans le milieu s'écrit alors comme le train d'onde $s_e(t)$ convolué (voir équation A.17 en annexe) avec la réponse impulsionnelle de la chaîne d'émission $h_e(t)$:

$$p_e(t) = h_e(t) \otimes s_e(t) \quad (4.2)$$

$$= A_0 \cdot h_e(t) \otimes (m(t) \cdot \sin(2\pi f_0 t + \phi_0)) \quad (4.3)$$

L'onde reçue par la particule s'écrit, en respectant les conventions utilisées dans la section sur l'effet Doppler (voir équation 3.22) :

$$p_p(t' + \tau) = \left[h_{att}(x_0, t') \otimes p_e \left(\left(1 - \frac{\alpha_D}{2} \right) t' - \frac{\beta_D}{2} t'^2 - \frac{x_0}{c} + \tau \right) \right] \cdot f_r(x_0, v_y t', z) \quad (4.4)$$

$h_{att}(x_0, t')$ est la réponse impulsionnelle du milieu correspondant à l'absorption de l'onde sur un parcours d'une distance x_0 de l'onde (voir section sur l'atténuation 2.4).

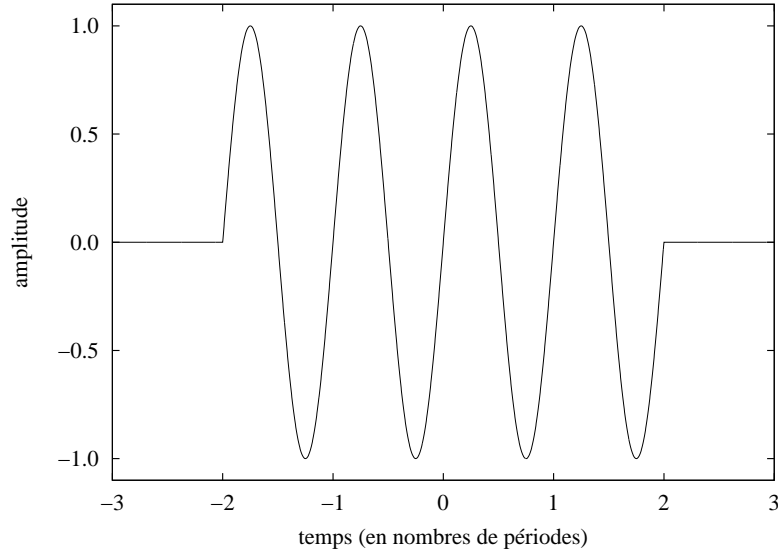


FIG. 4.1 – Exemple d'un train d'ondes $s_e(t)$ constitué de quatre périodes. La durée τ_e est de 4 unité de période.

$f_r(x_0, v_y t', z)$ représente la fonction de répartition de l'amplitude du faisceau émis (voir section 2.2), en considérant le problème dans un plan. Elle dépend de la distance x_0 à laquelle la particule traverse l'axe du faisceau et du temps t' permettant de décrire la trajectoire, considérée rectiligne, de la particule à l'intérieur du faisceau. On rappelle que $t' = 0$ lorsque la trajectoire de la particule coupe l'axe.

L'onde de pression reçue par le transducteur pour une particule unique s'écrit :

$$p_r(t' + \tau) = \left[p_p \left(t' + \tau - \frac{d(t' + \tau)}{c} \right) \otimes g(t') \otimes h_{att}(x_0, t') \right] \cdot f_r \left(x_0, v_y \left(t' - \frac{d(t' + \tau)}{c} \right), z \right) \quad (4.5)$$

$$= \left[\left[h_{att}(x_0, t') \otimes p_e(t' - \Phi_D(t')) \cdot f_r \left(x_0, v_y \left(t' - \frac{d(t' + \tau)}{c} \right), z \right) \right] \otimes g(t') \otimes h_{att}(x_0, t') \right] \cdot f_r \left(x_0, v_y \left(t' - \frac{d(t' + \tau)}{c} \right), z \right) \quad (4.6)$$

avec d la distance séparant la particule et le transducteur, $g(t')$ représente la réponse impulsionnelle en rétrodiffusion d'une particule de rayon a (voir section 3.1.1). La fonction de répartition du faisceau f_r apparaît ici deux fois, une première fois pour décrire la répartition spatiale de la pression à l'émission et une seconde fois pour décrire la réception

de l'écho d'une particule par la surface du transducteur (voir section 2.3).

Afin de simplifier les expressions qui suivent, on considère que la constante de temps de f_r est très grande devant celles de g , p_e , h_e , h_r et h_{att} . Ceci est justifié par le tableau 4.1 récapitulant les constantes de temps associées à chaque fonction dans le cas de l'utilisation d'un transducteur émettant un train d'ondes de 5 périodes à $2.8MHz$. Pour p_e la constante de temps est prise égale à la durée de la porte d'émission, pour g et h_{att} au choisi l'inverse de la fréquence de coupure, pour h_e et h_r on considère l'inverse de la largeur de la bande passante du transducteur (proportionnelle à la fréquence centrale), et enfin pour f_r on considère une constante de temps égale au temps mis par une particule pour traverser le faisceau. Les valeurs numériques de ces différentes constantes sont sous-estimées dans le cas de f_r et sur-estimées pour g , p_e , h_e , h_r et h_{att} .

Fonction du temps	Expression de la constante de temps	Valeurs des paramètres	Valeur de la constante de temps
p_e	τ_e		$2 \mu s$
h_{att}	\sqrt{Kd}	$K \approx 2 \cdot 10^{-14} m^{-1} \cdot s^2$ $d \approx 1m$	$0.15 \mu s$
g	$\frac{a}{c}$	$a \approx 1 mm$ $c \approx 1500 m/s$	$0.7 \mu s$
h_e, h_r	$\frac{1}{f_0}$	$f_0 = 2.8 MHz$	$0.35 \mu s$
f_r	$\frac{R_t}{v}$	$R_t = 6.5mm$ $v \approx 3m/s$	$2 ms$

TAB. 4.1 – Constantes de temps des fonctions intervenant dans la formation de l'écho d'une particule.

Cette approximation permet l'entrée de la fonction de répartition f_r , relative à l'émission de l'onde, dans le produit de convolution avec h_{att} :

$$p_r(t' + \tau) = \left[h_{att}(x_0, t') \otimes \left[p_e(t' - \Phi_D(t')) \cdot f_r \left(x_0, v_y \left(t' - \frac{d(t' + \tau)}{c} \right), z \right) \right] \right. \\ \left. \otimes g(t') \otimes h_{att}(x_0, t') \right] \cdot f_r \left(x_0, v_y \left(t' - \frac{d(t' + \tau)}{c} \right), z \right) \quad (4.7)$$

ainsi que l'entrée de la deuxième apparition de f_r (relative à la réception de l'onde) dans le produit de convolution avec $h_{att} \otimes h_{att} \otimes g$:

$$p_r(t) = \left[p_e(t - \Phi_D(t)) \cdot f_r^2 \left(x_0, v_y \left(t - \frac{x_0}{c} \right), z \right) \right] \\ \otimes h_{att}(2x_0, t) \otimes g(t) \otimes \delta(t - \tau) \quad (4.8)$$

en notant que $h_{att}(x_0, t) \otimes h_{att}(x_0, t) = h_{att}(2x_0, t)$.

En utilisant 4.3 et en exploitant l'approximation sur f_r afin de sortir h_e des crochets, on peut réexprimer p_r :

$$p_r(t) = A_0 \left[m(t) \cdot f_r^2 \left(x_0, v_y \left(t - \frac{x_0}{c} \right), z \right) \cdot \sin(\omega_0(t - \phi_D(t)) + \phi_0) \right] \otimes h_e(t) \otimes h_{att}(2x_0, t) \otimes g(t) \otimes \delta(t - \tau) \quad (4.9)$$

Les paramètres τ , x_0 , α_D , β_D et t_D , ainsi que la fonction g sont spécifiques de la particule considérée. Afin de les différencier dans la somme, on les notera avec l'indice $\{i\}$ relatif à la particule.

Le système envoie un train d'ondes ultrasonores dans l'écoulement, puis reçoit l'écho du milieu, qui correspond à la combinaison des échos rétrodiffusés par l'ensemble des particules rencontrées par l'onde, ainsi le signal électrique reçu s'écrit :

$$s_r(t) = h_r(t) \otimes \sum_{i=1}^N p_{r\{i\}}(t) \quad (4.10)$$

$$= A_0 \sum_{i=1}^N \left[m \left(t - \Phi_{D\{i\}}(t) \right) \cdot f_r^2 \left(x_{0\{i\}}, v_{y\{i\}} \left(t - \frac{x_{0\{i\}}}{c} \right), z_{\{i\}} \right) \cdot \sin \left(\omega_0 \left(t - \Phi_{D\{i\}}(t) \right) + \phi_0 \right) \right] \otimes h_e(t) \otimes h_r(t) \otimes h_{att}(2x_{0\{i\}}, t) \otimes g_{\{i\}}(t) \otimes \delta(t - \tau_{\{i\}}) \quad (4.11)$$

avec $h_r(t)$ la réponse impulsionnelle de la chaîne de réception.

Il s'agit d'un signal à phase aléatoire (voir figure 4.2) et dont à la fréquence d'émission modulée par le déphasage Doppler $\omega_0 \Phi_{D\{i\}}(t)$. C'est ce déphasage que l'on va chercher à mesurer afin d'en extraire l'information de vitesse qu'il contient.

Il est intéressant dans la suite de l'exposé de disposer d'une représentation du signal rétrodiffusé dans l'espace de Fourier. Pour simplifier son expression, posons les transformées de Fourier suivantes :

$$H_{\{i\}}(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} h_e(t) \otimes h_r(t) \otimes h_{att}(2x_{0\{i\}}, t) \otimes g_{\{i\}}(t) \cdot e^{-j\omega t} dt \quad (4.12)$$

$$F_{\{i\}}(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} f_r^2 \left(x_{0\{i\}}, v_{y\{i\}} \left(t - \frac{x_{0\{i\}}}{c} \right), z_{\{i\}} \right) e^{-j\omega t} dt \quad (4.13)$$

$$M_{\{i\}}(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} m \left(t - \Phi_{D\{i\}}(t) \right) e^{-j\omega t} dt \quad (4.14)$$

$$C_{OD\{i\}}(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} \cos \left(\omega_0 \Phi_{D\{i\}}(t) \right) e^{-j\omega t} dt \quad (4.15)$$

$$S_{iD\{i\}}(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} \sin \left(\omega_0 \Phi_{D\{i\}}(t) \right) e^{-j\omega t} dt \quad (4.16)$$

En notant que :

$$\begin{aligned} \sin(\omega_0(t - \Phi_{D\{i\}}(t)) + \Phi_0) &= \sin(\omega_0 t + \Phi_0) \cos(\omega_0 \Phi_{D\{i\}}(t)) \\ &\quad - \cos(\omega_0 t + \Phi_0) \sin(\omega_0 \Phi_{D\{i\}}(t)) \end{aligned} \quad (4.17)$$

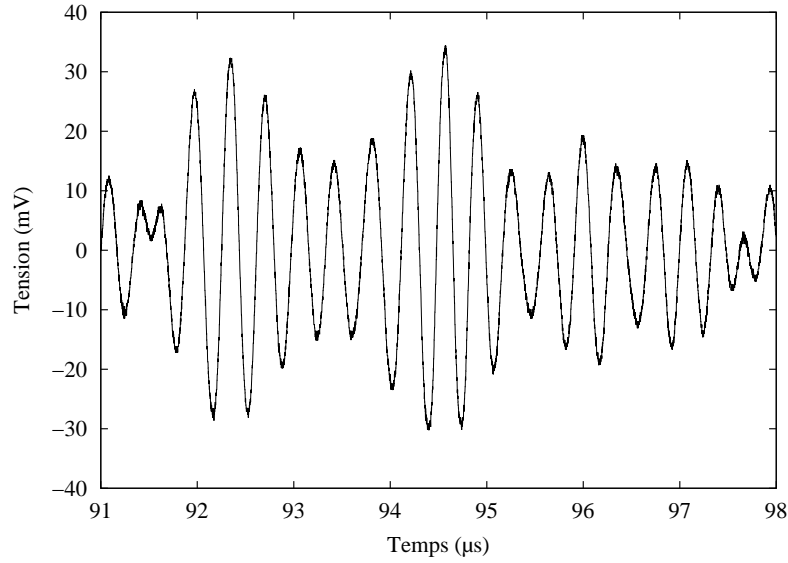


FIG. 4.2 – Exemple d'un signal rétrodiffusé par du sable d'une concentration de 1 g/l, pour un signal émis de 20 V pic à pic à 2.8 MHz. Les valeurs de tensions sont données au niveau du transducteur (on ne tient pas compte de la chaîne d'émission - réception).

et en utilisant A.11 et A.9, on peut écrire la transformée de Fourier du signal rétrodiffusé :

$$\begin{aligned}
 S_r(\omega) = & \frac{A_0}{(2\pi)^3} \sum_{i=1}^N \left[H_{\{i\}}(\omega) \cdot e^{-j\omega\tau_{\{i\}}} \cdot \left[F_{\{i\}}(\omega) \otimes M_{\{i\}}(\omega) \right. \right. \\
 & \otimes \left[\left(\frac{\pi}{j} (\delta(\omega - \omega_0) - \delta(\omega + \omega_0)) \cdot e^{-j\omega \frac{\phi_0}{\omega_0}} \right) \otimes C_{oD_{\{i\}}}(\omega) \right. \\
 & \left. \left. \left. - \left(\pi (\delta(\omega - \omega_0) + \delta(\omega + \omega_0)) \cdot e^{-j\omega \frac{\phi_0}{\omega_0}} \right) \otimes S_{iD_{\{i\}}}(\omega) \right] \right] \right] \quad (4.18)
 \end{aligned}$$

Ce signal rétrodiffusé, dont l'amplitude est proportionnelle au signal émis d'amplitude A_0 , contient l'information en vitesse dans ces termes $C_{oD_{\{i\}}}(\omega)$ et $S_{iD_{\{i\}}}(\omega)$. C'est cette information qui va être extraite par l'étape de démodulation afin d'obtenir un signal dont la fréquence est proportionnelle à la vitesse.

Chapitre 5

Extraction du déphasage Doppler par démodulation

5.1 Principe

L'écho rétrodiffusé par le milieu, suite à l'émission d'un train d'ondes, est démodulé afin de ne conserver que la modulation en fréquence f_D (ou fréquence Doppler) induite par le mouvement des particules (voir section 3.2 sur l'effet Doppler).

La démodulation permet de supprimer l'onde porteuse (l'onde émise) afin de ne conserver que l'écho Doppler. Pour cela on utilise la propriété du produit de deux sinus :

$$\sin((\omega_0 + \omega_D)t) \cdot \sin(\omega_0 t) = \frac{1}{2} (\cos(\omega_D t) - \cos((2\omega_0 + \omega_D)t)) \quad (5.1)$$

Cette opération s'effectue en deux étapes : tout d'abord la multiplication par la porteuse puis le filtrage de la deuxième harmonique présente au double de la fréquence porteuse.

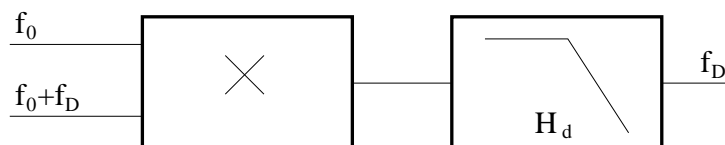


FIG. 5.1 – Synoptique du principe de la démodulation. Le signal rétrodiffusé (de fréquence $f_0 + f_D$) est multiplié par le signal de référence utilisé pour l'émission (porteuse de fréquence f_0). Après filtrage par H_d on dispose du signal Doppler à la fréquence f_D .

Ainsi, l'écho reçu (équation 4.11) est multiplié par le signal ayant permis de construire le train d'ondes émis :

$$i_m(t) = s_r(t) \cdot A_0 \sin(2\pi f_0 t + \phi_0) \quad (5.2)$$

On obtient ainsi un signal dont les composantes fréquentielles se trouvent autour de $-2\omega_0$, 0 et $2\omega_0$ (voir annexe C.1). Afin d'obtenir un signal dont la composante fréquentielle

est la fréquence Doppler, contenue dans les termes C_{oD} et S_{iD} , on applique au signal i_m un **filtre passe-bas** H_d . La fréquence de coupure de ce filtre doit être de l'ordre de ω_0 afin de supprimer les composantes en $-2\omega_0$ et $2\omega_0$ tout en étant suffisamment large pour ne pas dénaturer le signal à basse fréquence. En effet pour un angle de tir $\beta = 75^\circ$ et une vitesse de l'ordre de $v = 3m/s$, le décalage en fréquence est de l'ordre de $f_D \approx 0.1\%f_0$. De plus, la largeur de bande du signal est de $1/\tau_e < f_0$ pour un train d'onde constitué de plus d'une période. Le signal utile est donc compris entre $-\omega_0$ et ω_0 .

En supposant la bande passante du système symétrique par rapport à ω_0 (voir annexe C.2), le signal démodulé s'écrit alors :

$$i_d(t) = \frac{A_0^2}{2} \cdot \sum_{i=1}^N \cos(\omega_0 \tau_{\{i\}}) \cdot h_{\{i\}}(t) \otimes m \left(t - \frac{2x_{0\{i\}}}{c} \right) \cdot \delta(t - \tau_i) \otimes \left[f_r^2 \left(x_{0\{i\}}, v_{y\{i\}} \left(t - \frac{x_{0\{i\}}}{c} \right), 0 \right) \cdot \cos(\omega_0 \phi_{D\{i\}}(t)) \right] \quad (5.3)$$

5.2 Démodulation en quadrature de phase

Que ce soit dans le cadre de la reconstruction spectrale (voir section 12.3) ou simplement pour connaître le sens de l'écoulement, il peut être intéressant de disposer de l'expression complexe du signal rétrodiffusé [AT02].

L'opération de démodulation, présentée dans la section précédente, peut être considérée comme une projection du signal rétrodiffusé dans une dimension définie par la fonction $A_0 \sin(\omega_0 t + \phi_0)$. Comme nous l'avons vu, elle permet d'obtenir ce que l'on peut appeler la partie réelle du signal Doppler.

Ainsi, si l'on souhaite obtenir la partie imaginaire, il suffit de projeter le signal rétrodiffusé dans la dimension orthogonale définie par la fonction $-A_0 \cos(\omega_0 t + \phi_0)$.

On démontre aisément l'orthogonalité des deux fonctions en leurs appliquant mutuellement l'opération de projection :

$$(-A_0 \sin(\omega_0 t + \phi_0) \cdot A_0 \cos(\omega_0 t + \phi_0)) \otimes h_d = -\frac{A_0^2}{2} \sin(2\omega_0 t + 2\phi_0) \otimes h_d \quad (5.4)$$

$$= 0 \quad (5.5)$$

L'application du filtre passe-bas de fréquence de coupure autour de ω_0 a pour conséquence, dans l'équation 5.4 de supprimer l'unique composante issue du produit des fonctions.

On va donc pouvoir exprimer la partie imaginaire du signal Doppler en reprenant le produit 5.2 et en appliquant (voir annexe C.3) la même démarche que pour la partie réelle :

$$q_m(t) = -s_r(t) \cdot A_0 \cos(2\pi f_0 t + \phi_0) \quad (5.6)$$

Les notations i et q sont utilisées ici afin de respecter la terminologie anglo-saxonne des signaux dits "in phase" (en phase) et "quadrature" (déphasé de $\pi/2$).

Après filtrage, le signal démodulé en quadrature de phase s'écrit :

$$\begin{aligned}
 q_d(t) &= \frac{A_0^2}{2} \cdot \sum_{i=1}^N \cos(\omega_0 \tau_{\{i\}}) \cdot h_{\{i\}}(t) \otimes m\left(t - \frac{2x_{0\{i\}}}{c}\right) \\
 &\quad \cdot \delta(t - \tau_i) \otimes \left[f_r^2\left(x_{0\{i\}}, v_{y\{i\}}\left(t - \frac{x_{0\{i\}}}{c}\right), 0\right) \cdot \sin(\omega_0 \Phi_D(t)) \right]
 \end{aligned} \tag{5.7}$$

On peut alors définir un signal démodulé complexe qui s'écrit :

$$s_d(t) = i_d(t) + jq_d(t) \tag{5.8}$$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{A_0^2}{2} \cdot \sum_{i=1}^N \cos(\omega_0 \tau_{\{i\}}) \cdot h_{\{i\}}(t) \otimes m\left(t - \frac{2x_{0\{i\}}}{c}\right) \\
 &\quad \cdot \delta(t - \tau_i) \otimes \left[f_r^2\left(x_{0\{i\}}, v_{y\{i\}}\left(t - \frac{x_{0\{i\}}}{c}\right), 0\right) \cdot e^{j(\omega_0 \Phi_D(t))} \right]
 \end{aligned} \tag{5.9}$$

Il s'agit d'un signal basse fréquence dont la pulsation dépend directement de la vitesse des particules. Cependant, pour le tir d'un train d'onde ultrasonore, on reçoit un signal provenant de l'ensemble des particules rencontrées par le faisceau à différentes profondeurs (*i.e.* distances du transducteur). Le chapitre suivant traite donc de la restitution de l'information de profondeur par l'utilisation d'un échantillonnage adéquat.

Chapitre 6

Échantillonnage et construction du signal Doppler

6.1 Volume de mesure

Considérons un échantillon du signal s_d pris à l'instant $t = t_s$. La fonction porte, utilisée pour fabriquer le train d'ondes émis, est bornée, ce qui signifie que $m(t) = 0 \forall t \notin [-\tau_e/2; \tau_e/2]$. Ceci est équivalent à dire que seules les particules retardant l'onde de pression d'un temps $t_{D\{i\}} \in [t_s - \tau_e/2; t_s + \tau_e/2]$ seront incluses dans la somme (voir équation 5.9). De plus, l'écho qui leur est associé est pondéré par la fonction $m(t)$, selon son retard relatif à t_s , convoluée par la réponse impulsionnelle du système. Par ailleurs, seules les particules contenues par le faisceau ultrasonore à l'instant t_s renverront un signal pondéré par la fonction associée : f_r^2 , le carré du champ de pression du transducteur pour le train d'ondes considéré.

En considérant les particules réparties de manière homogène dans le milieu à l'échelle du volume de mesure, la pondération $\mathcal{V}_s(x, y, z)$, induite par celui-ci, peut ainsi être décrite par (voir notation du produit de convolution en annexe) :

$$\mathcal{V}_s(x, y, z)|_{t=t_s} = f_r^2(x, y, z) \cdot (h \otimes m) \left(t_s - \frac{2x}{c} \right) \quad (6.1)$$

En échantillonnant le signal démodulé, on accède donc à l'information provenant d'un volume de mesure bien défini.

6.2 Signal Doppler échantillonné

Si l'on souhaite observer l'évolution du déphasage du signal réfléchi par les particules d'un volume de mesure donné, il est nécessaire de répéter l'émission du train d'ondes. Le système fonctionne ainsi alternativement en émission et en réception.

Posons :

$$m_r(t) = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} m(t - nT_e) \quad (6.2)$$

La fréquence de répétition des trains d'ondes est très souvent notée **PRF** (pour *Pulse Repetition Frequency*). En considérant la période de répétition des trains d'ondes T_e très grande par rapport à la durée d'un train d'ondes :

$$T_e \gg \tau_e \quad (6.3)$$

Considérons le signal $s_d(t)$ (équation 5.9) échantillonné à la même fréquence que l'émission du train d'ondes, le k -ième échantillon s'écrit :

$$\begin{aligned} s_{d\{k\}}^* &= s_d(t_s + kT_e) \quad (6.4) \\ &= \frac{A_0^2}{2} \cdot \sum_{i=1}^N \cos(\omega_0 \tau_{\{i\}}) \sum_{n=-\infty}^{+\infty} h_{\{i\}}(t_s) \otimes m \left(t_s + kT_e - nT_e - \frac{2x_{0\{i\}}}{c} \right) \\ &\quad \delta(t_s - \tau_{\{i\}}) \otimes \left[f_r^2 \left(x_{0\{i\}}, v_{y\{i\}} \left((t_s + kT_e) - \frac{x_{0\{i\}}}{c} \right), z_{\{i\}} \right) \right. \\ &\quad \left. \cdot e^{j\omega_0 \Phi_{D\{i\}}(t_s + kT_e)} \right] \quad (6.5) \end{aligned}$$

$m(t)$ est non nul uniquement si :

$$-\frac{\tau_e}{2} < t_s + kT_e - nT_e - \frac{2x_0}{c} < \frac{\tau_e}{2} \quad (6.6)$$

(voir section 6.1). Le volume de mesure global ainsi obtenu peut-être comparé à un chaquet (voir figure 6.1) dont chaque perle correspond au volume décrit dans la section précédente. La position de chacune des "perles" est donnée en prenant $\tau_e = 0$ dans 6.6 :

$$x_0 = (t_s + (k - n)T_e) \frac{c}{2} \quad (6.7)$$

d'où l'on peut déduire la distance entre deux volumes de mesure :

$$\Delta x_0 = \frac{cT_e}{2} \quad (6.8)$$

Ceci signifie que, du fait que le système fonctionne en émission - réception, pour que le signal issu des deux volumes arrivent simultanément au niveau du transducteur, il faut que l'onde ait pu parcourir l'aller-retour entre les deux volumes au cours de la période T_e .

Du fait de la décroissance exponentielle de l'intensité ultrasonore, représentée par la réponse impulsionnelle h dans la description de la pondération du volume (équation 6.1), seule la contribution de la première "perle" (donnée pour $k = n$) est significative dans le signal d'écho mesuré. Ceci revient à considérer, dans l'équation 6.5, que :

$$m \left(t_s + kT_e - nT_e - \frac{2x_{0\{i\}}}{c} \right) = m \left(t_s - \frac{2x_{0\{i\}}}{c} \right) \quad (6.9)$$

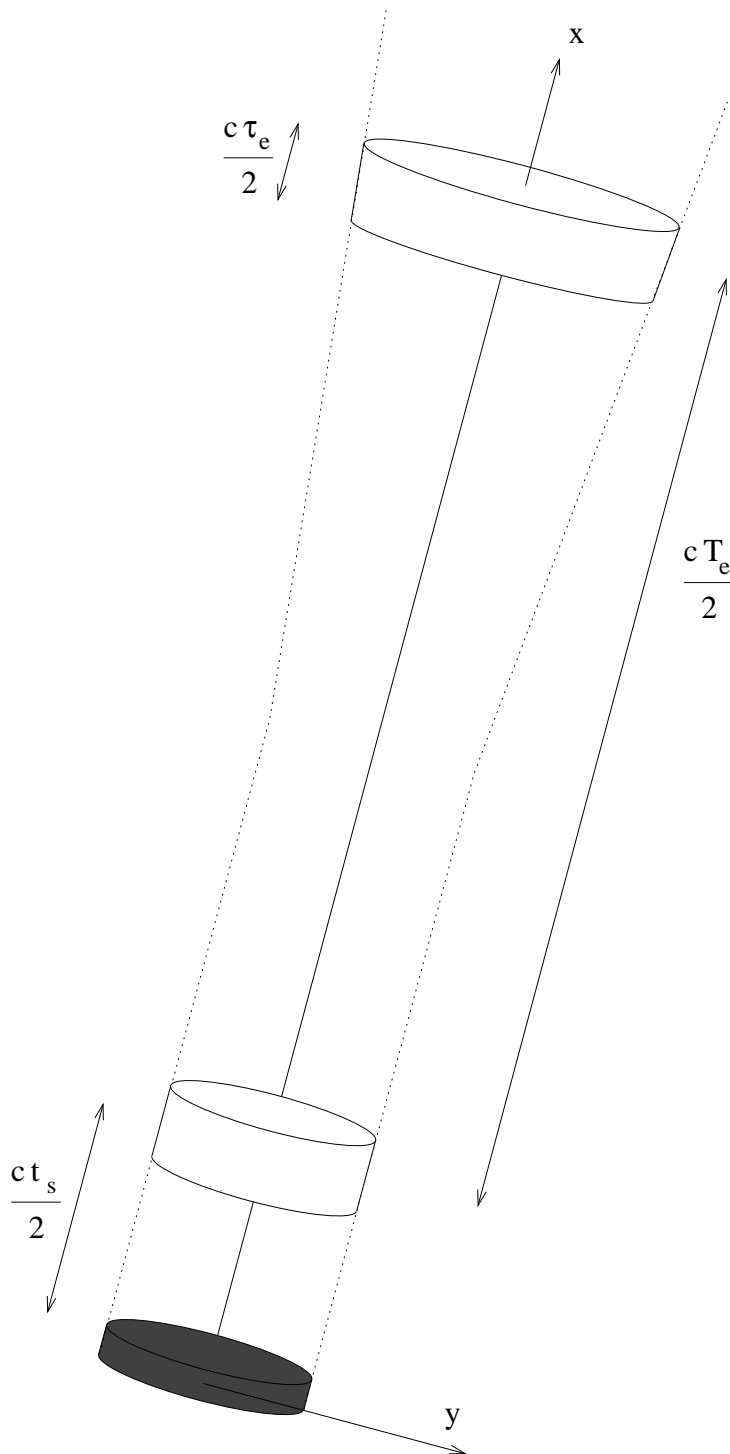


FIG. 6.1 – Le volume de mesure dans un système pulsé peut être vu comme un chapelet de volumes élémentaires distant de $\frac{cT_e}{2}$. Les deux premiers volumes élémentaires sont représentés ici, chacun d'eux ayant la même épaisseur $\frac{c\tau_e}{2}$ et un diamètre dépendant de celui du faisceau ultrasonore. Le premier volume, qui est celui auquel on s'intéresse, est distant du transducteur de $\frac{ct_s}{2}$.

d'où l'expression du k -ième échantillon du signal s_d échantillonné :

$$\begin{aligned}
 s_{d\{k\}}^* &= \frac{A_0^2}{2} \cdot \sum_{i=1}^N \cos(\omega_0 \tau_{\{i\}}) \sum_{k=-\infty}^{+\infty} h_{\{i\}}(t_s) \otimes m \left(t_s - \frac{2x_{0\{i\}}}{c} \right) \\
 &\quad \delta(t_s - \tau_i) \otimes \left[f_r^2 \left(x_{0\{i\}}, v_{y\{i\}} \left((t_s + kT_e) - \frac{x_{0\{i\}}}{c} \right), z_{\{i\}} \right) \right. \\
 &\quad \left. \cdot e^{j\omega_0 \Phi_{D\{i\}}(t_s + kT_e)} \right]
 \end{aligned} \tag{6.10}$$

Considérons alors le signal :

$$\begin{aligned}
 s_D(t) &= \frac{A_0^2}{2} \cdot \sum_{i=1}^N \cos(\omega_0 \tau_{\{i\}}) \cdot (m \otimes h_{\{i\}}) \left(t_s - \frac{2x_{0\{i\}}}{c} \right) \\
 &\quad \cdot \delta(t - \tau_i) \otimes \left[f_r^2 \left(x_{0\{i\}}, v_{y\{i\}} \left(t - \frac{x_{0\{i\}}}{c} \right), z_{\{i\}} \right) \cdot e^{j\omega_0 \Phi_{D\{i\}}(t)} \right]
 \end{aligned} \tag{6.11}$$

On constate aisément que l'échantillonnage de ce signal équivaut à celui du signal démodulé :

$$s_{D\{k\}}^* = s_{d\{k\}}^* \tag{6.12}$$

Le signal 6.11 est nommé **signal Doppler complexe**. Dans le cas d'une démodulation simple par la porteuse (en phase), le signal échantillonné correspond à la partie réelle i_d du signal 6.11.

Dans le cas d'un volume de mesure peu épais devant la distance au transducteur, c'est-à-dire $c\tau_e \ll x_0$, on peut considérer que la fonction de répartition de l'amplitude du faisceau est constante par rapport à la profondeur :

$$f_r^2 \left(x_{0\{i\}}, v_{y\{i\}} \left(t - \frac{x_{0\{i\}}}{c} \right), z_{\{i\}} \right) \approx f_r^2 \left(\frac{ct_s}{2}, v_{y\{i\}} \left(t - \frac{t_s}{2} \right), z_{\{i\}} \right) \tag{6.13}$$

Ceci permet de réécrire le signal Doppler issu du volume de mesure situé à une distance x_0 du transducteur :

$$\begin{aligned}
 s_D(t) &= \frac{A_0^2}{2} \cdot \sum_{i=1}^N \cos(\omega_0 \tau_{\{i\}}) \cdot (m \otimes h_{\{i\}}) \left(t_s - \frac{2x_{0\{i\}}}{c} \right) \\
 &\quad \cdot \delta(t - \tau_i) \otimes \left[f_r^2 \left(\frac{ct_s}{2}, v_{y\{i\}} \left(t - \frac{t_s}{2} \right), z_{\{i\}} \right) \cdot e^{j\omega_0 \Phi_{D\{i\}}(t)} \right]
 \end{aligned} \tag{6.14}$$

6.3 Contrainte vitesse de Nyquist - profondeur d'exploration

Comme nous l'avons vu dans la section précédente, le volume de mesure est en réalité un chapelet de volumes de géométries identiques mais de tailles différentes, du fait de la

dispersion du faisceau, et de pondérations différentes, du fait de l'absorption de l'énergie par frottement visqueux lors du parcours des ondes dans le milieu. De ce fait seul le premier volume est significatif ce qui induit une condition forte sur la profondeur d'exploration. Celle-ci est imposée par la distance inter-"perle" donnée par l'équation 6.8 :

$$x_0 < \frac{cT_e}{2} \quad (6.15)$$

Cette inéquation définit la profondeur d'analyse (ou d'exploration) maximale.

Ceci peut aussi s'exprimer par le fait qu'il faut attendre le retour de tous les échos du milieu avant d'effectuer le tir suivant, ceci afin de ne pas recevoir simultanément les échos de deux volumes distants de $cT_e/2$.

Par ailleurs, le signal Doppler issu d'un volume de mesure est, par nature, un signal échantillonné. De ce fait, afin de restituer correctement l'information, l'échantillonnage doit respecter le théorème de Shannon (voir son expression dans la section 12.2.2). Ainsi :

$$|\omega_{\max}| < \frac{\pi}{T_e} \quad (6.16)$$

La fréquence du signal Doppler dépendant linéairement de la vitesse des particules (voir équation 3.28), ceci détermine donc une vitesse maximale dans l'espace des vitesses (défini à la fin de la section 3.2). Cette vitesse est communément appelée **vitesse de Nyquist** [Per91, AW82, TSP02], et notée ν_{Ny} , en référence à la fréquence de Nyquist égale à la moitié de la fréquence de Shannon.

En considérant, en première approximation, que le spectre est l'expression directe de la distribution des vitesses dans le volume de mesure, on peut ainsi écrire :

$$\nu_{Ny} = \frac{c}{4T_e f_0 \cos \beta} \quad (6.17)$$

Nous verrons dans le chapitre suivant que le principe même de mesure induit un élargissement du spectre, diminuant d'autant la vitesse moyenne maximale mesurable. En effet, l'ensemble du spectre doit être en-deça de la moitié de la fréquence d'échantillonnage, donc si le spectre est élargi pour une raison quelconque, la vitesse moyenne devra nécessairement être plus faible.

A la vue des équations 6.15 et 6.17 il apparaît clairement que la vitesse de Nyquist et la profondeur d'exploration (*i.e.* la hauteur d'eau) sont inversement liés à la fréquence de répétition des trains d'ondes (PRF).

$$\nu_{Ny} < \frac{c^2 \tan \beta}{8f_0 h_{eau}} \quad (6.18)$$

avec $h_{eau} = x_0 \sin \beta$ la hauteur d'eau. Cette contrainte est très importante en vélocimétrie puisqu'il va falloir choisir de mesurer des vitesses élevées ou de "voir" loin.

6.4 Échantillonnage spatial

Entre deux émissions de train d'ondes, l'écho démodulé est échantillonné autant de fois que l'on souhaite obtenir de volumes de mesure (voir figure 6.2). En effet, ceci correspond physiquement à un échantillonnage spatial de la corde (faisceau ultrasonore) dû à la vitesse de propagation des ondes. Chaque train d'ondes émis permet d'obtenir un échantillon du signal Doppler pour chaque volume. La répétition du cycle d'émission - réception va ainsi permettre l'obtention quasi-simultanée des signaux Doppler issus des différents volumes de mesure. Ceci amènera finalement après extraction de l'information Doppler des signaux, à l'obtention d'un profil de vitesses.

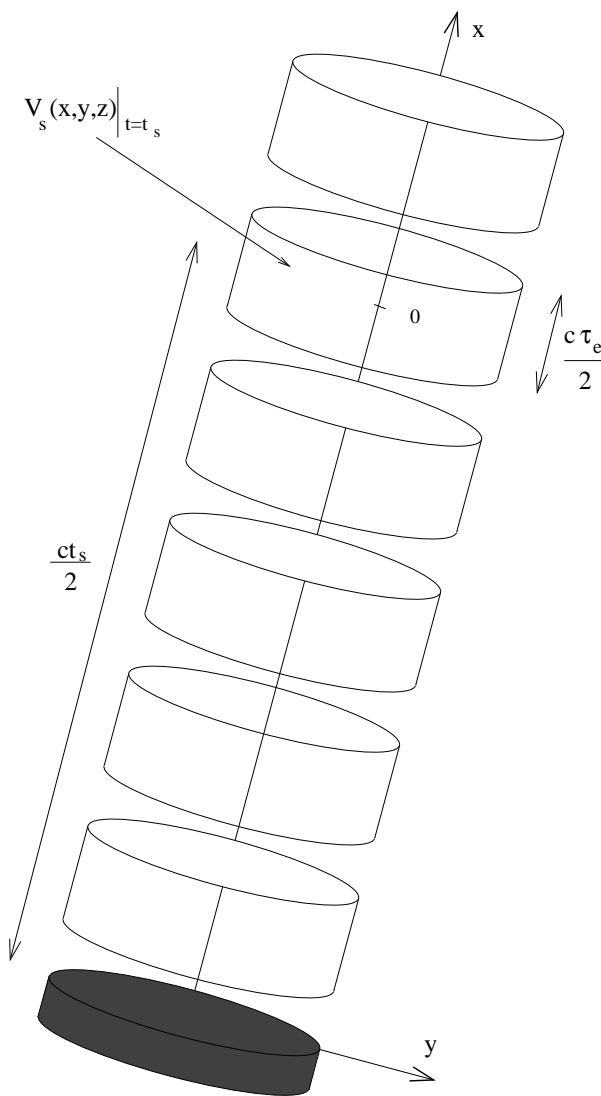


FIG. 6.2 – Description de l'échantillonnage spatial. La pastille piézo-électrique est figurée en gris et les différents volumes de mesure sont en blanc.

Chapitre 7

Modèle du Spectre

Le choix de la densité spectrale de puissance se justifie par le fait que la puissance acoustique rétrodiffusée, et par conséquent la puissance électrique mesurée, est proportionnelle à la concentration massique des particules en suspension dans le fluide (voir section 3.1.2). Ainsi, la vitesse moyenne dans le volume de mesure, donnée du moment d'ordre 1 de la densité spectrale de puissance du signal Doppler, est pondérée par la masse. La distribution des vitesses dans un volume de mesure est donc homogène à la densité spectrale de puissance du signal Doppler provenant de celui-ci.

Cependant, la répartition spectrale de la densité de puissance ne correspond pas exactement à la distribution des vitesses dans le volume de mesure. Ainsi, dans un volume de mesure où les particules ont toutes la même vitesse, la densité spectrale de puissance n'est pas une impulsion de Dirac ; elle possède une certaine largeur que l'on a l'habitude de nommer élargissement intrinsèque, car généré par la géométrie du faisceau.

L'objectif de ce chapitre est de proposer un modèle de densité spectral de puissance du signal Doppler. Ceci passe par la modélisation de l'enveloppe d'un écho, induite par la forme du faisceau ultrasonore, puis par l'intervention du glissement fréquentiel lié à l'effet Doppler (voir le terme du deuxième ordre dans la section 3.2), aboutissant ainsi à un modèle de l'élargissement intrinsèque, permettant de décrire la densité spectrale du signal Doppler.

7.1 Approximation gaussienne de l'enveloppe d'un écho

Le spectre du signal Doppler 6.14 peut s'écrire sous la forme simplifiée :

$$S_D(\omega) = \frac{A_0^2}{2} \cdot \sum_{i=1}^N \cos(\omega_0 \tau_{\{i\}}) \cdot (m \otimes h_{\{i\}}) \left(t_s - \frac{2x_{0\{i\}}}{c} \right) \cdot W_{\{i\}}(\omega) \quad (7.1)$$

avec $W_{\{i\}}(\omega)$ la transformée de Fourier de la fonction décrivant l'écho d'une particule $\{i\}$ dans le temps :

$$w_{\{i\}}(t) = f_r^2 \left(\frac{ct_s}{2}, v_{y\{i\}} \left(t - \frac{t_s}{2} \right), z_{\{i\}} \right) \cdot e^{j(\omega_0 \Phi_{D\{i\}}(t))} \quad (7.2)$$

L'exponentielle complexe décrit la pulsation à la fréquence Doppler (proportionnelle à la vitesse de la particule) et le carré de la fonction de répartition de la pression, qui agit comme une enveloppe, décrit la traversée du faisceau par la particule.

Comme nous le verrons dans la section suivante, le calcul de la transformée de Fourier de l'écho $w(t)$ (équation 7.2, en ne considérant plus ici les indices $\{i\}$ afin de ne pas surcharger l'écriture) d'une particule donnée nécessite d'approximer l'enveloppe (exprimée par le carré de la fonction de répartition du faisceau ultrasonore) par une gaussienne :

$$f_r^2 \left(\frac{ct_s}{2}, v \sin \beta \left(t - \frac{t_s}{2} \right), z \right) = \frac{f_r^2(x_0, 0, 0)}{\sigma_f \sqrt{2\pi}} \exp \left(-\frac{1}{2} \left(\frac{t - t_s/2}{\sigma_{\text{env}}} \right)^2 \right) \quad (7.3)$$

avec σ_f l'écart-type de la coupe du faisceau (domaine spatial)
 et $\sigma_{\text{env}} = \frac{\sigma_f}{v \sin \beta}$ l'écart-type de l'enveloppe d'un écho (domaine temporel).

La vitesse v lie les deux domaines.

Cette approximation est justifiée par la figure 7.1 qui représente l'enveloppe d'un écho ainsi que son modèle gaussien, pour un train d'onde de 5 périodes à 2.8 MHz émis par un transducteur d'un diamètre de 13 mm et réfléchi par une particule placée à 170 mm du transducteur. Cette enveloppe a été obtenue en normalisant le carré du profil du faisceau pris à une distance de 170 mm du transducteur. L'ajustement du modèle est obtenu par régression non-linéaire. L'erreur réalisée est inférieure à 3 %.

Cependant, lorsque l'on considère une particule passant dans le champ proche, les conditions de l'approximation de Fraunhofer (voir section 2.2.2) ne sont plus vérifiées ; de ce fait, l'approximation de l'enveloppe par une gaussienne est moins bonne. Ainsi, dans la figure 7.2, bien que l'ajustement par une gaussienne soit acceptable, on constate effectivement une moins bonne adéquation que dans le cas précédent.

Cependant, pour améliorer l'adéquation, on pourra approximer l'enveloppe par une somme de gaussiennes (figure 7.2), mais cette méthode ne sera pas développée ici.

Dans le cadre de l'approximation de Fraunhofer, on peut montrer que :

$$\sigma_f = \frac{1.32}{kR_t} x_0 \quad (7.4)$$

Considérons le transducteur de 5 mm de diamètre émettant un signal à 8 MHz. L'écart-type σ_f du faisceau en fonction de l'éloignement est donné dans la figure 7.3. Ces données ont été obtenues en ajustant le modèle gaussien aux données de cartographie du transducteur (section 2.2.5) de la même manière que pour la figure 7.1.

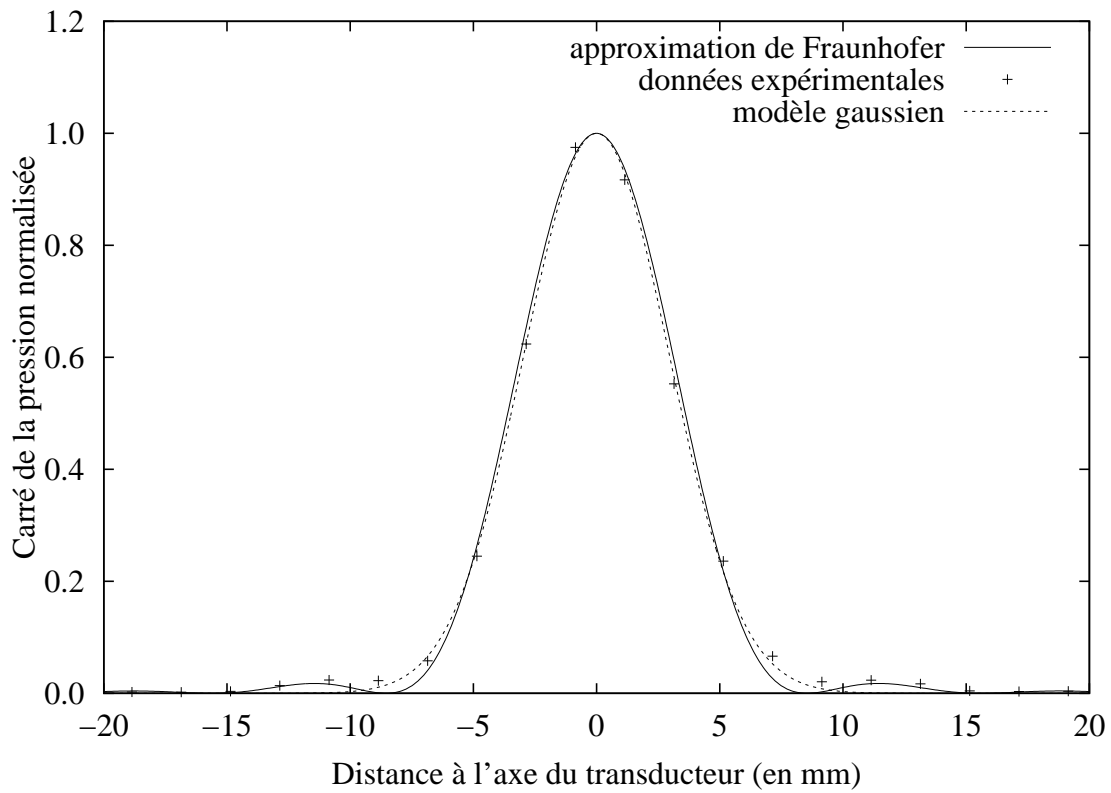


FIG. 7.1 – Enveloppe normalisée de l'écho d'une particule et son modèle gaussien ($\sigma = 2.94 \pm 0.03$ mm). Les données proviennent d'une coupe à 170 mm de la cartographie du faisceau d'un transducteur de 13 mm de diamètre fonctionnant à 2.8 MHz.

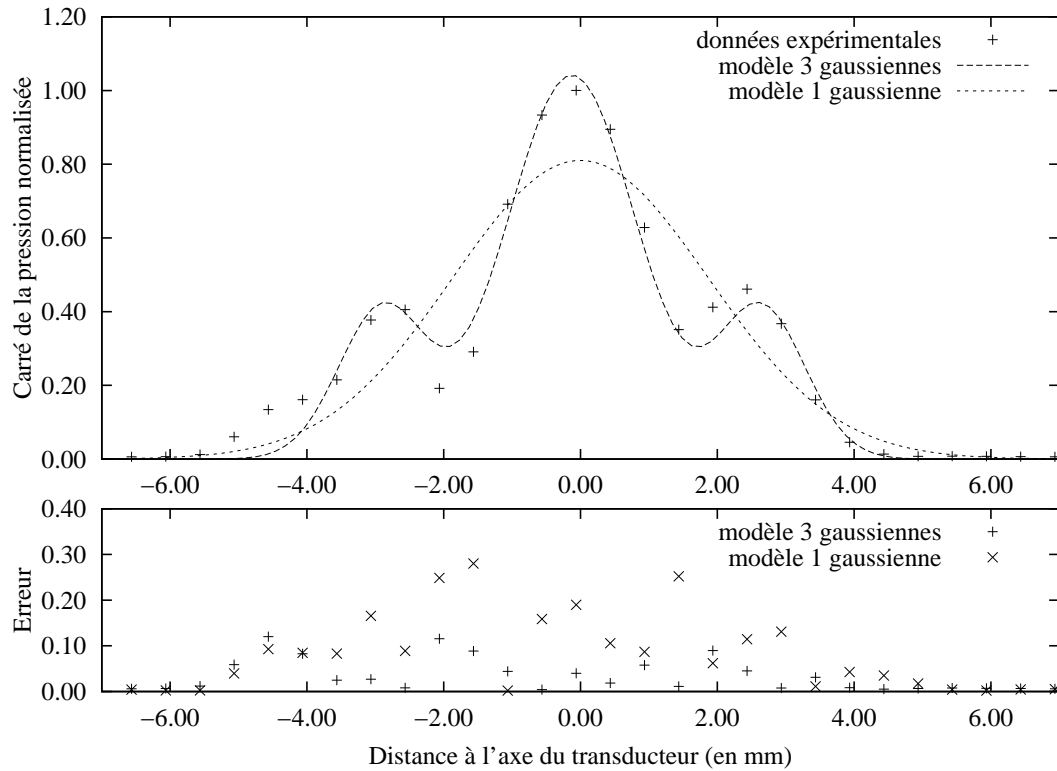


FIG. 7.2 – Enveloppe normalisée de l'écho d'une particule en champ proche (à environ 4 cm du transducteur) et ses modèles de type gaussien (une gaussienne et somme de trois gaussiennes). Les données en pointillés correspondent au carré de la fonction de répartition, d'un transducteur de 5 mm fonctionnant à 8 MHz, obtenue avec le dispositif de cartographie présenté dans la section 2.2.5. L'erreur correspond à la différence entre les données expérimentales et le modèle gaussien.

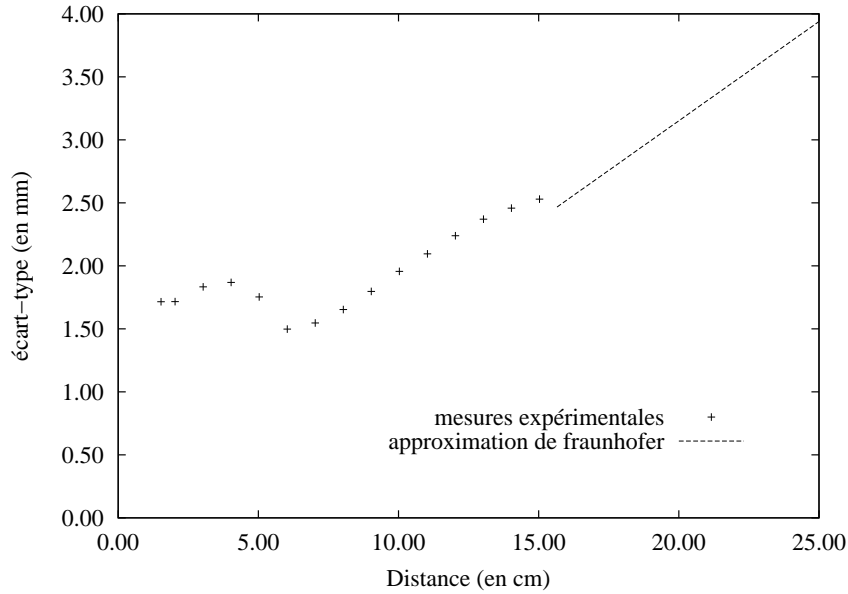


FIG. 7.3 – Evolution de l'écart-type du faisceau ultrasonore en fonction de l'éloignement du transducteur. Le transducteur, utilisé ici à 8 MHz, à un diamètre de 5 mm.

7.2 Modélisation de l'élargissement intrinsèque du spectre

En utilisant l'approximation gaussienne proposée dans la section précédente, on peut réécrire 7.2 :

$$w(t) = \delta\left(t - \frac{x_0}{c}\right) \otimes \left(\frac{f_r(x_0, 0, 0)}{\sigma_f \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{t}{\sigma_{\text{env}}}\right)^2} \right) \cdot e^{j \left(\left(\omega_D + 2\omega_0 \beta_D \frac{x_0}{c} \right) t + \omega_0 \beta_D t^2 + \omega_D \frac{x_0}{c} + \omega_0 \beta_D \frac{x_0^2}{c^2} + t_D \right)} \quad (7.5)$$

Pour simplifier cette expression, on réalise l'approximation :

$$\omega_D \gg 2\omega_0 \beta_D \frac{x_0}{c} \Leftrightarrow \left(\frac{v_y}{c}\right)^2 \ll \frac{v_x}{c} \quad (7.6)$$

en effet, d'après les équations 3.22 et 3.27 définissant ω_D et β_D , l'approximation revient à écrire :

$$\frac{v \sin^2 \beta}{c \cos \beta} \ll 1 \quad (7.7)$$

ce qui est vérifié dans notre cas, puisque ce terme est de l'ordre de $5 \cdot 10^{-4}$ avec $v_{max} = 3$ m/s, $c = 1500$ m/s et $\beta = 75^\circ$.

La transformée de Fourier de l'écho s'écrit alors :

$$W(\omega) = \frac{f_r(x_0, 0, 0)\sqrt{2\pi}}{\sigma_f} e^{j\phi_D} \cdot \mathcal{F} \left(e^{-\frac{1}{2} \frac{t^2}{\sigma_{env}^2}} e^{j\omega_0 \beta_D t^2} \right) \otimes \delta(\omega - \omega_D) \cdot e^{-j\omega \frac{x_0}{c}} \quad (7.8)$$

avec $\phi_D = \frac{\omega_D x_0}{c} + \frac{\omega_0 \beta_D x_0^2}{c^2} + t_D$

En utilisant, comme le suggère [Wil93], la formule de la transformée de Fourier A.15 donnée par Papoulis [Pap77], pour une exponentielle complexe à fréquence glissante et d'enveloppe gaussienne, on exprime :

$$\mathcal{F} \left(e^{-\frac{1}{2} \frac{t^2}{\sigma_{env}^2}} e^{j\omega_0 \beta_D t^2} \right) = \sigma_{env} \sqrt{\frac{2\pi j}{1/\sigma_{env} + j}} e^{-j \frac{1}{2} \sigma_{env}^2 \frac{\gamma}{1 + \gamma^2} \omega^2} \cdot \exp \left(-\frac{1}{2} \frac{\omega^2}{v^2 \sin^2 \beta \left(\left(\frac{2\sigma_f \omega_0}{cx_0} \right)^2 + \frac{1}{\sigma_f^2} \right)} \right) \quad (7.9)$$

avec $\gamma = \frac{cx_0}{2\sigma_{env}^2 \omega_0}$

On peut alors écrire le carré du spectre de $w(t)$:

$$|W(\omega)|^2 = \frac{f_r(x_0, 0, 0)(\sigma_{env}\sqrt{2\pi})^3}{\sigma_f \sqrt{1 + \sigma_{env}^2}} \cdot \exp \left(-\frac{1}{2} \frac{\omega^2}{\sigma_D^2} \right) \otimes \delta(\omega - \omega_D) \quad (7.10)$$

avec

$$\omega_D = v_x \frac{2\omega_0}{c} \quad (7.11)$$

et

$$\sigma_D = v_y \sqrt{2 \left(\frac{\sigma_f \omega_0}{cx_0} \right)^2 + \frac{1}{2\sigma_f^2}} \quad (7.12)$$

l'écart-type du spectre induit par l'élargissement intrinsèque (domaine fréquentiel). On note ici que l'écart-type du spectre est proportionnel à la vitesse v_y de traversée du faisceau. Cette propriété peut être utilisée [GTC⁺97, SRD⁺03, MNB95] pour l'apport d'informations supplémentaires sur la vitesse de l'écoulement. Cette propriété peut, par exemple, être utilisée dans certaines conditions, pour des mesures de vitesse indépendante de l'angle d'inclinaison β du transducteur.

Le carré du spectre de $w(t)$ s'écrit donc comme une simple gaussienne :

$$|W(\omega)|^2 = \frac{f_r(x_0, 0, 0)\sigma_{\text{env}}^2(\sqrt{2\pi})^3}{v_y\sqrt{1 + \sigma_{\text{env}}^2}} \cdot \exp\left(-\frac{1}{2}\left(\frac{\omega - \omega_D}{\sigma_D}\right)^2\right) \quad (7.13)$$

En raison du théorème de Parseval sur la conservation de l'énergie, la densité spectrale de puissance est inversement proportionnel à la vitesse de traversée du faisceau, ce que l'on retrouve dans les données expérimentales [CSD93] obtenues sur un flux stationnaire d'hématocrites (ensemble des éléments présents dans le sang).

Or si l'on considère la forme de l'écho d'une particule sans tenir compte du terme de deuxième ordre de l'effet Doppler (voir section 3.2) responsable du glissement en fréquence :

$$w_1(t) = f_r^2\left(\frac{ct_s}{2}, v \sin \beta \left(t - \frac{t_s}{2}\right), z\right) \cdot e^{j(\omega_0(\alpha_D t + t_D))} \quad (7.14)$$

le carré de son spectre s'écrit :

$$|W_1(\omega)|^2 = (2\pi)^2 e^{-\frac{1}{2}\frac{\omega^2}{\sigma_{\text{EIf}}^2}} \otimes \delta(\omega - \omega_D) \quad (7.15)$$

avec $\sigma_{\text{EIf}} = \frac{v \sin \beta}{\sigma_f \sqrt{2}} = \frac{1}{\sigma_{\text{env}} \sqrt{2}}$ le terme d'élargissement dû à la **largeur du faisceau**.

On peut ainsi réécrire l'écart-type du carré du spectre de $w(t)$ afin de mettre en évidence l'influence du terme de deuxième ordre de l'effet Doppler :

$$\sigma_D^2 = \sigma_{\text{EIf}}^2 + \sigma_{\text{EIg}}^2 \quad (7.16)$$

avec $\sigma_{\text{EIg}} = v_y \sqrt{2} \left(\frac{\sigma_f \omega_0}{cx_0}\right)$ le terme d'élargissement dû à la **glissement fréquentiel** induit par la forme sphérique de l'onde émise.

On voit ainsi nettement que le glissement fréquentiel (présenté section 3.2) à pour effet d'élargir la densité spectrale de puissance du signal Doppler. Cet élargissement à pour effet d'augmenter la largeur du spectre, induite par la fenêtre d'observation de la particule. La contribution de la largeur du faisceau, exprimée par le terme σ_f , intervient inversement dans les deux termes d'élargissement spectral.

Si l'on s'intéresse à l'évolution de l'écart-type du spectre en fonction de l'éloignement du volume de mesure par rapport à la surface du transducteur, en utilisant la relation 7.12, on constate que celui-ci a tendance à diminuer (figure 7.4). De plus, cette figure montre que, pour le transducteur considéré, le terme de variation de l'angle de tir est prédominant sur l'enveloppe de l'écho.

On retrouve ici les mêmes tendances que pour les données mesurées [GLF00] sur le mouvement rectiligne d'une sphère dans le champ du transducteur.

Il est intéressant de noter que le rapport entre l'écart-type et la moyenne de la densité spectrale de puissance du signal Doppler est indépendant de la vitesse :

$$\frac{\sigma_D}{\omega_D} = \frac{\tan \beta}{2} \sqrt{\frac{2\sigma_f^2}{x_0^2} + \frac{c^2}{2\sigma_f^2\omega_0^2}} \quad (7.17)$$

Cette constance a été mesurée expérimentalement [CSD93] sur un flux stationnaire d'hématocrites.

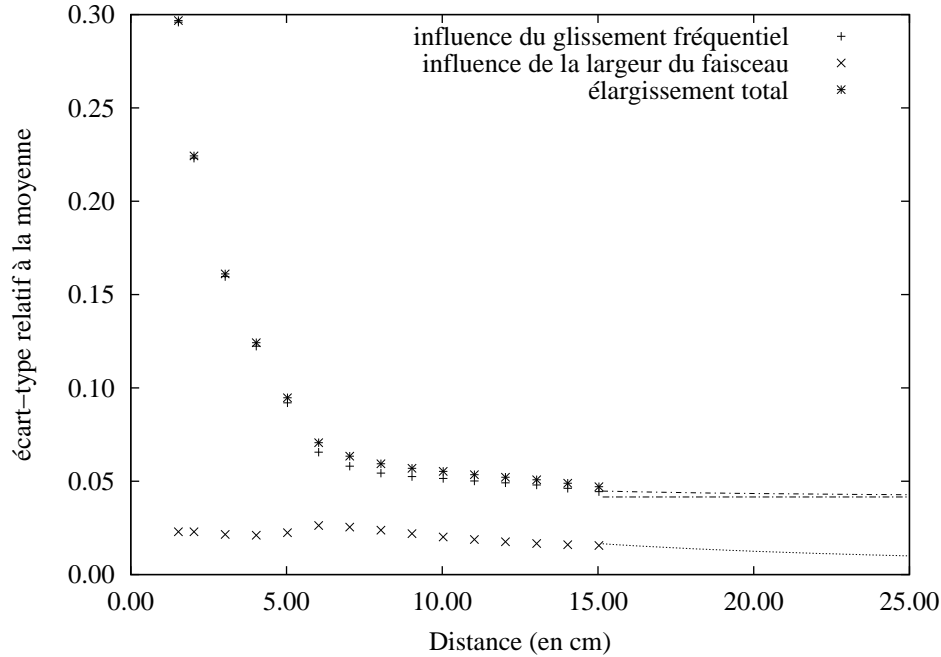


FIG. 7.4 – Représentation des contributions géométriques à l'élargissement spectral en fonction de l'éloignement du transducteur. L'évolution du rapport entre l'écart-type et la moyenne de la densité spectrale de puissance du signal Doppler σ_D/ω_D , est donnée ici pour un transducteur de 5 mm de diamètre émettant à 8 MHz, en fonction de l'éloignement du transducteur.

On constate que si l'on se place suffisamment loin du transducteur ($x_0 \gg x_{CP}$) que le terme d'élargissement lié au glissement devient grand face au terme dû à la largeur du faisceau. De ce fait, l'élargissement 7.17 peut s'écrire plus simplement (en intégrant l'expression 7.4) :

$$\frac{\sigma_D}{\omega_D} = \frac{c \tan \beta}{6.73 \cdot f_0 R_t} \quad (7.18)$$

Ceci s'explique par le fait que le diamètre du faisceau augmente avec l'éloignement du transducteur. La porte temporelle appliquée à l'écho d'une particule lors de sa traversée du faisceau étant proportionnelle au diamètre, la largeur de la transformée de Fourier de cette porte, en considérant le théorème de Parseval, diminue donc avec l'éloignement du transducteur. Par contre, le glissement fréquentiel dépend, en champ lointain, de l'angle d'ouverture du faisceau, il ne varie donc pas avec la distance au transducteur ; c'est ainsi qu'il devient prédominant dans la densité spectrale de puissance de l'écho d'une particule.

7.3 Densité spectrale de puissance du signal Doppler

La densité spectrale de puissance du signal Doppler s'écrit à partir de l'expression 7.1 du spectre :

$$\begin{aligned} G_D(\omega) &= \lim_{T \rightarrow +\infty} \frac{1}{T} E(|S_D(\omega, T)|^2) \\ &= \lim_{T \rightarrow +\infty} \frac{1}{T} E(S_D(\omega, T) \cdot \overline{S_D}(\omega, T)) \end{aligned} \quad (7.19)$$

$$\begin{aligned} \widehat{G_D}(\omega) &= \frac{A_0^4}{4} \cdot E \left(\sum_{i=1}^N \sum_{k=1}^N \cos(\omega_0 \tau_{\{i\}}) \cdot \cos(\omega_0 \tau_{\{k\}}) \right. \\ &\quad \cdot (m \otimes h_{\{i\}}) \left(t_s - \frac{2x_{0\{i\}}}{c} \right) \cdot (m \otimes h_{\{k\}}) \left(t_s - \frac{2x_{0\{k\}}}{c} \right) \\ &\quad \left. \cdot W_{\{i\}}(\omega) \cdot \overline{W_{\{k\}}}(\omega) \right) \end{aligned} \quad (7.20)$$

La distribution des particules dans le fluide étant considérée comme uniforme, $\tau_{\{i\}}$ peut être considéré comme une variable aléatoire de distribution statistique uniforme entre $-\infty$ et $+\infty$. On peut ainsi noter que :

$$E \left(\cos(\omega_0 \tau_{\{i\}}) \cdot \cos(\omega_0 \tau_{\{k\}}) \right) = \begin{cases} 0 & \text{pour tout } i \neq k \\ 1/2 & \text{pour tout } i = k \end{cases} \quad (7.21)$$

L'espérance mathématique étant une opération linéaire et les variables aléatoires $\tau_{\{i\}}$, $x_{0\{i\}}$ et $v_{\{i\}}$ étant indépendantes, on peut donc écrire celle de densité du signal Doppler :

$$\widehat{G_D}(\omega) = \frac{A_0^4}{8} \sum_{i=1}^N E \left((m \otimes h_{\{i\}})^2 \left(t_s - \frac{2x_{0\{i\}}}{c} \right) \right) \cdot E \left(|W_{\{i\}}|^2 \right) (\omega) \quad (7.22)$$

$$= \frac{N A_0^4}{8} E \left((m \otimes h)^2 \left(t_s - \frac{2x_0}{c} \right) \right) \cdot E \left(|W|^2 \right) (\omega) \quad (7.23)$$

7.4 Mesures de l'élargissement intrinsèque

7.4.1 Protocole

La mesure de la fonction d'élargissement spectrale intrinsèque nécessite de disposer d'un volume de mesure à l'intérieur duquel toutes les particules ont la même vitesse et se déplacent dans la même direction. Dans une telle configuration la densité de l'écho d'une particule est égale à la moyenne des densités spectrales dans le volume :

$$E \left(|W|^2 \right) (\omega) = |W|^2 (\omega) \quad (7.24)$$

Ainsi, en plaçant l'équation 7.13 dans 7.23, la densité spectrale de puissance du signal Doppler issu du volume centré en x_0 s'écrit :

$$G_D(\omega) = \frac{NA_0^4}{8} E \left((r \otimes h)^2 \left(t_s - \frac{2x_0}{c} \right) \right) \cdot \lim_{T \rightarrow +\infty} \frac{1}{T} |W(\omega, T)|^2 \quad (7.25)$$

On obtient ainsi, à un facteur près, la fonction d'élargissement spectrale $|W|^2(\omega)$.

Une méthode permettant d'obtenir un écoulement rectiligne et homogène des particules est d'utiliser un gel. En effet, les interactions à l'intérieur d'un gel font que les distances entre les particules qui le constituent sont constantes et l'écoulement se fait à la manière d'un piston.

La mesure a ainsi été réalisée sur une solution aqueuse de bentonite à 2% dont le caractère thixotropique permet la formation d'un gel au repos. Cependant, ce même caractère fait que le gel est dénaturé par les contraintes de cisaillement, la mesure doit donc être effectuée sur une courte durée, lors la mise en route de la pompe. Les mesures ont été réalisées sur un écoulement de 2 cm de section de la boucle de l'IMFS présentée figure 11.1 par le vélocimètre décrit dans le section 8.1.

Le transducteur ultrasonore utilisé pour l'émission et la réception des ondes ultrasonores fonctionne à 8 MHz. Pour des raisons de contraintes mécaniques, la zone du faisceau incluse dans l'écoulement est comprise 1,5 et 3,5 cm du transducteur, c'est à dire, si l'on se réfère au tableau 2.2 en fin de champ proche.

On calcule, pour chaque volume inclus dans l'écoulement, la moyenne et l'écart-type de la densité spectrale de puissance du signal Doppler mesuré, en ayant pris soin de supprimer le bruit blanc selon la méthode présentée au chapitre 10.

7.4.2 Résultats - discussion

La figure 7.5 présente la densité spectrale de puissance obtenue par la mesure sur l'écoulement du gel. Du fait de la proportionnalité entre la densité spectrale et son erreur [BP71] (voir paragraphe 8.4.2) les puissances sont présentées en échelle logarithmique avec leurs barres d'erreur correspondantes (barre verticales sur la courbe du haut). L'échelle des abscisses est graduée en vitesse, celle-ci étant lié à la fréquence selon la relation linéaire de l'effet Doppler donnée par l'équation 3.28.

La densité spectrale mesurée est comparée avec son modèle gaussien auquel on a ajouté une constante pour modéliser la densité du bruit. Du fait de l'échelle logarithmique, la gaussienne prend l'allure d'une parabole inversée. La courbe du bas présente ainsi la différence sur l'échelle logarithmique entre la densité spectrale mesurée et son modèle. Cette erreur de modélisation est calculée en effectuant la différence des logarithmes des deux densités.

On constate ainsi une très bonne adéquation entre le modèle gaussien et la mesure expérimentale de la densité spectrale de puissance de l'écho d'une particule ayant une trajectoire rectiligne à travers le faisceau. Ceci confirme l'hypothèse généralement admise

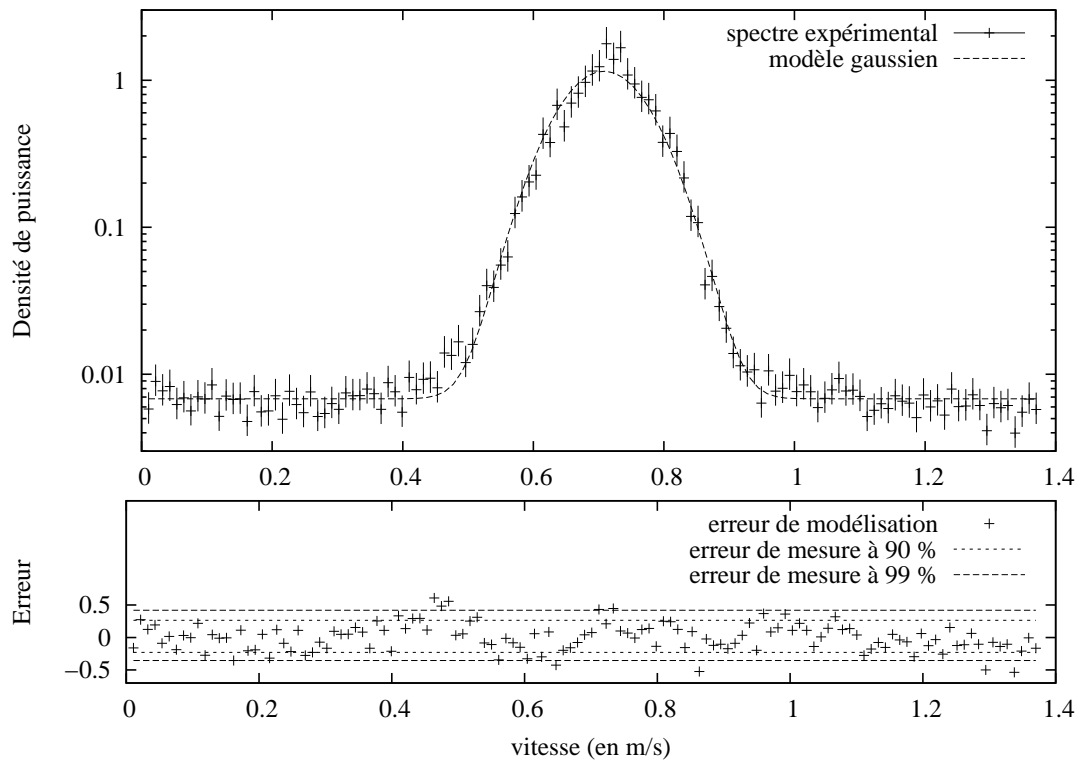


FIG. 7.5 – Densité spectrale de puissance représentative de l'élargissement intrinsèque obtenu sur l'écoulement d'un gel de bentonite à 2 %. La densité obtenue par la mesure est comparée avec le modèle gaussien sur une échelle logarithmique des puissances. L'erreur logarithmique (différence des logarithmes du modèle et des données expérimentales) est présentée sous le spectre.

[GFJ82] qui suppose que la fonction d'élargissement spectrale peut être assimilée à une gaussienne.

La figure 7.6 présente le rapport entre la moyenne et l'écart-type de la densité spectrale de puissance du signal Doppler mesuré. En effet, pour un volume de mesure donné, ce rapport, modélisé par l'équation 7.17, est constant et dépend uniquement des caractéristiques du faisceau ultrasonore.

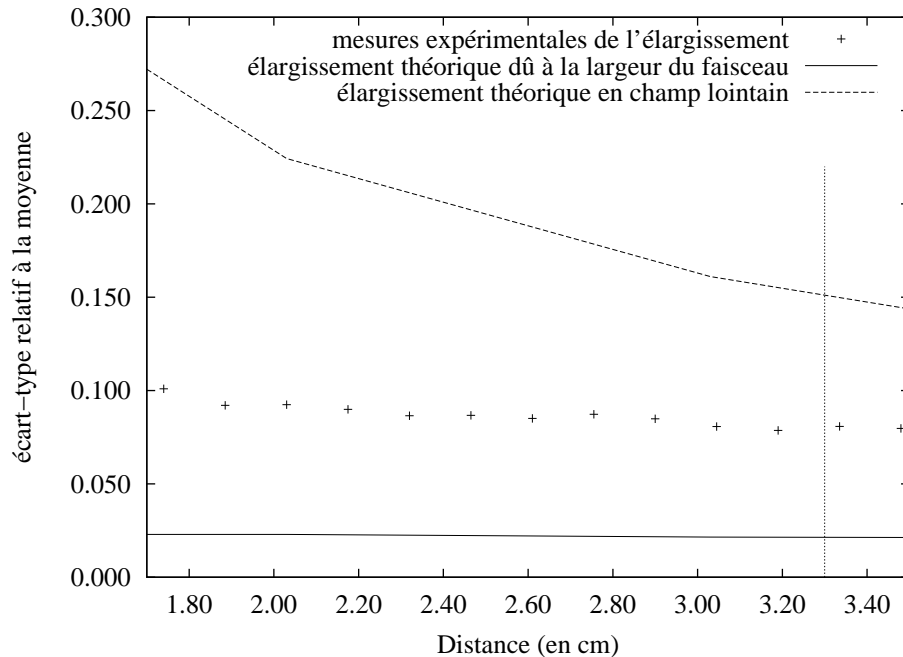


FIG. 7.6 – Mesure sur un écoulement de type piston de l'écart-type relatif à la moyenne du spectre Doppler induit par l'élargissement intrinsèque. Les mesures sont réalisées dans la zone de transition champ proche - champ lointain du transducteur sur l'écoulement d'un gel de bentonite à 2%. La barre verticale correspond à la limite x_{cp} du champ proche.

La mesure expérimentale de l'élargissement intrinsèque donne des valeurs environ deux fois inférieures aux valeurs théoriques, dans la zone étudiée. Elle est quasiment constante dans cette zone, avec une valeur trois fois supérieure à la valeur théorique de l'influence de la largeur du faisceau prise sans l'influence du glissement fréquentiel.

Ce manque de correspondance résulte des approximations réalisées et qui nécessite de considérer des volumes suffisamment loin du transducteur.

Ainsi, bien que les ordres de grandeur correspondent, il est nécessaire de modéliser, de manière plus fine, l'effet Doppler en champ proche afin d'être plus prédictif. En effet, la modélisation de l'effet Doppler (section 3.2) a supposé une onde sphérique, émise depuis le centre du transducteur, afin de décrire la variation de distance entre le transducteur et la particule dans le temps. Cette approche devient aberrante lorsqu'on se trouve très

près du transducteur où l'onde est parfaitement plane et parallèle à la surface de celui-ci. Il serait donc nécessaire de disposer d'un modèle algébrique des surfaces d'ondes dans la zone de transition champ proche - champ lointain du transducteur.

Par ailleurs, comme le montre la figure 7.2, l'approximation de la densité spectrale de puissance de l'écho d'une particule, passant en champ proche, peut être améliorée par l'utilisation d'une somme de plusieurs gaussiennes.

Conclusion

Cette partie a permis de présenter de manière globale et approfondie le principe de la vélocimétrie par ondes ultrasonores pulsées et de proposer une modélisation de la densité spectrale de puissance du signal Doppler.

Ainsi le signal rétrodiffusé par les particules en suspension dans le fluide, suite à l'émission d'un train d'ondes ultrasonores, contient l'information en vitesse de celles-ci sous forme d'un léger décalage de la fréquence d'émission (effet Doppler). Cette information est extraite par l'étape de démodulation afin d'obtenir un signal complexe (phase et quadrature) dont la fréquence centrale est directement proportionnelle à la vitesse. L'échantillonnage, synchrone avec l'émission des trains d'ondes successifs, permet d'obtenir un signal Doppler issu d'un volume de mesure bien déterminé. En échantillonnant de cette façon l'ensemble du signal rétrodiffusé suite à l'émission de chaque train d'ondes, on définit un ensemble de volumes de mesures le long de l'axe du transducteur. La fréquence centrale des signaux Doppler est spécifique à chacun des volumes ainsi définis, ce qui permet d'accéder à un profil de vitesses.

Du fait de cet échantillonnage, il existe une relation inverse entre la profondeur d'exploration (le volume le plus éloigné que l'on va analyser) et la vitesse maximale mesurable (dans le cadre du théorème de Shannon). Cette contrainte définie, pour une profondeur d'exploration donnée, la limite de Nyquist qui correspond à la vitesse maximale acceptable que peut atteindre le fluide. Si la vitesse est susceptible de dépasser cette limite, il y a une ambiguïté lors de la détermination de la valeur de la vitesse. C'est cette ambiguïté que l'on souhaite lever en utilisant plusieurs fréquences de répétition (voir chapitre 12).

L'analyse du signal Doppler d'un volume donné permet de proposer un modèle relativement simple de sa densité spectrale de puissance. En effet, le choix de la fonction gaussienne, généralement admise dans la littérature [TKA94, GFJ82], pour modéliser le carré de la fonction de répartition du faisceau ultrasonore permet d'aboutir à un spectre de nature gaussienne. Ainsi la validité de la fonction gaussienne pour décrire la contribution des propriétés géométriques du faisceau dans la forme de la densité spectrale de puissance a été validée expérimentalement. En effet, des mesures sur l'écoulement d'un gel permettent de disposer d'une vitesse homogène et uniforme dans la totalité du volume de mesure, ce qui permet de mettre en évidence l'influence de la géométrie de l'onde dans le volume de mesure indépendamment d'une quelconque distribution des vitesses. Cependant la prédiction quantitative de l'écart type de cette gaussienne c'est avérée médiocre (environ deux fois supérieure à la valeur mesurée) dans la portion de faisceau étudiée. L'ensemble du modèle est basé sur des approximations de champ lointain (onde sphérique

et approximation de fraunhofer), hors, pour des raisons techniques, les mesures ont été réalisées dans la zone de transition champ proche - champ lointain. Dans cette zone, la surface d'onde passe d'une forme sphérique (champ lointain) à une forme plane (champ proche), ce qui a pour effet de réduire le glissement fréquentiel et donc la largeur de la densité spectrale de puissance. Quoiqu'il en soit, les propriétés de la densité spectrale du signal Doppler peuvent être utilisées afin de distinguer le signal du bruit et donc de distinguer ce dernier pour éventuellement améliorer l'estimation de la vitesse moyenne dans le volume (voir chapitre 10).

Troisième partie

Séquencement et traitement des signaux Doppler

En vélocimétrie des fluides, l'objectif est de fournir les premiers moments (ordre 1 et 2) de la vitesse dans le volume de mesure considéré, en particulier la moyenne et l'écart type. Dans le cas de la vélocimétrie Doppler par ultrasons pulsés, plusieurs méthodes permettent l'extraction des moments. Les plus courantes se divisent en deux catégories. La première catégorie utilise la fonction de covariance (méthodes dites *pulse pair*), la deuxième se base directement sur la densité spectrale de puissance (méthodes que l'on nommera spectrales).

Du fait de sa faible sensibilité au bruit blanc [TIDF03], la méthode *pulse pair* est largement utilisée dans le domaine de l'application à la mécanique des fluides (systèmes vendus par les sociétés *Met-Flow*, *Signal Processing*, *Nortek*, ...). Cependant, comme nous le verrons dans le dernier chapitre, l'approche spectrale permet, grâce à la méthode proposée, de mesurer des vitesses au-delà de la limite de Nyquist. Ainsi l'ensemble de ce travail porte sur cette approche.

Le premier chapitre de cette partie présente la mise en œuvre du principe d'obtention du signal Doppler décrit et analysé dans la partie précédente. L'instrumentation pour la mesure des spectres Doppler en différents volumes le long de l'axe du transducteur y est décrit. Celui-ci se base sur un système existant pour aboutir à la réalisation d'un prototype hautement paramétrable. Le calcul des moments ainsi que l'erreur sur la vitesse moyenne y seront également présentés.

Le chapitre suivant présente une technique permettant de supprimer les échos parasites ne provenant pas du volume considéré et biaisant la mesure de vitesse dans ce volume.

Contrairement aux méthodes dites *pulse pair*, les méthodes spectrales ne sont pas insensibles au bruit blanc. C'est ce que montre le troisième chapitre de cette partie. Une méthode de suppression du bruit blanc par identification des composantes du spectre est proposée.

Le chapitre qui suit présente quelques résultats expérimentaux généraux montrant en particulier la justesse de l'instrument développé.

La partie précédente décrit une des limites de la vélocimétrie par ultrasons pulsés liée à l'échantillonnage imposant la vitesse de Nyquist comme vitesse maximale mesurable dans le cadre du théorème de Shannon. Nous verrons dans le dernier chapitre que cette limite est trop contraignante dans le cadre applicatif visé et qu'il sera nécessaire de faire appel à une technique dite MPRF (pour *Multiple Pulse Repetition Frequency*) utilisant l'information issue de plusieurs échantillonnages différents. Dans ce cas, les fréquences d'échantillonnages, imposées par la profondeur d'exploration ne respectent pas le théorème de Shannon énoncé pour un signal à bande de base. Le choix de la méthode spectrale pour le calcul des moments s'y trouve justifié par l'utilisation d'une méthode originale de reconstruction du spectre Doppler à partir d'un ensemble de spectre repliés, celle-ci doit permettre de résoudre le problème d'ambiguïté induit par le sous-échantillonnage.

Chapitre 8

Développement d'un instrument de mesure de profils de vitesses

Deux prototypes ont été utilisés dans ce travail : un vélocimètre développé antérieurement au sein du laboratoire, dimensionné pour des conduites de faibles diamètres (de l'ordre de quelques centimètres), puis un système hautement paramétrable développé au cours de la thèse.

8.1 Vélocimètre de laboratoire

Il s'agit d'un système développé au sein de l'IMFS et dédié à la mesure non intrusive dans des conduites de quelques centimètres de diamètre. Il a été réalisé [Hur95] sur les bases d'un système dédié à l'usage médical fonctionnant à 8 MHz (Echovar Doppler pulse F8, Alvar Electronic, Montreuil, France). Son synoptique est décrit par la figure 8.2.

Il est entièrement cadencé par un oscillateur permettant la génération de l'onde porteuse à 8 MHz, la définition de la durée (0.5, 1 ou 2 μs) et de la fréquence de répétition des trains d'ondes (31.25, 15.6 ou 7.8 kHz), ainsi que la distance entre volumes de mesure. Tous ces paramètres sont réglables manuellement sur la façade du vélocimètre (figure 8.1)

Le vélocimètre est constitué de six unités (visibles figure 8.1) :

- logique de commande
- oscillateur et circuit de mise en forme des signaux de cadencement
- module d'émission - réception haute fréquence
- démodulateur analogique
- module de réglage des paramètres de mesure
- alimentation

L'acquisition et le traitement numérique des données sont réalisés par un ordinateur de type PC.

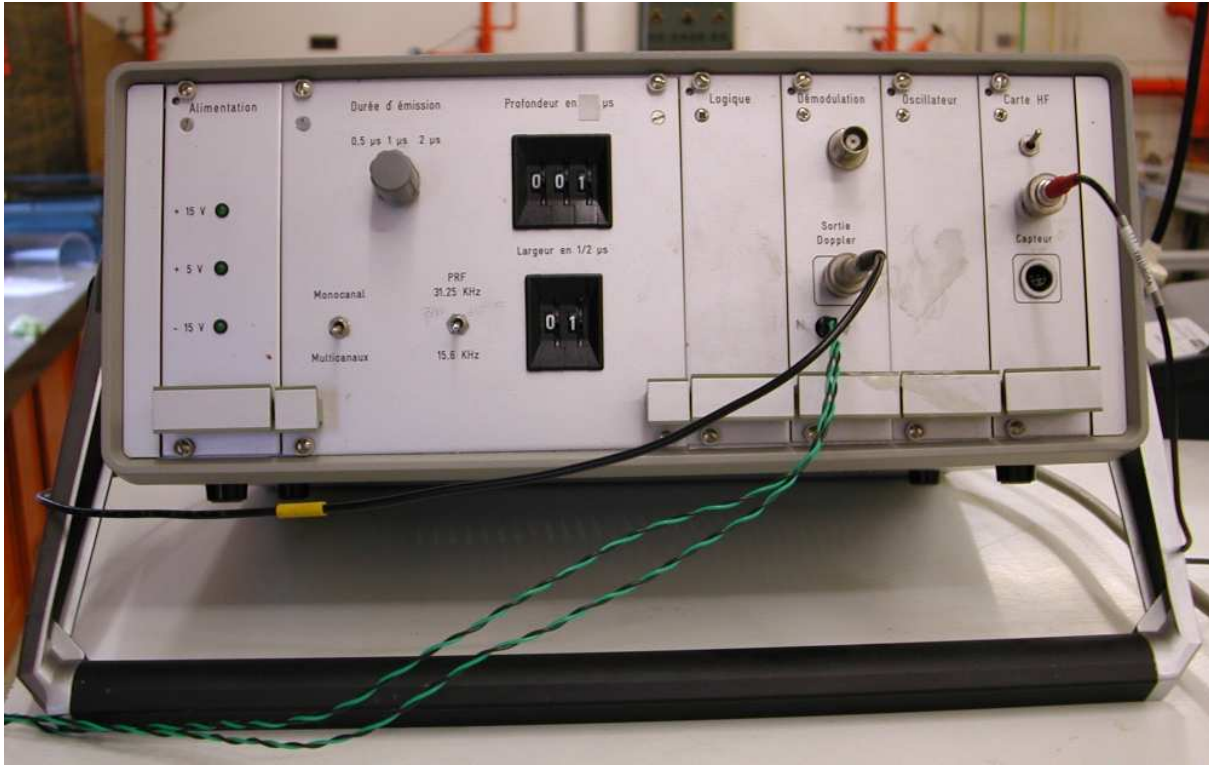


FIG. 8.1 – Vue de la face avant du vélocimètre.

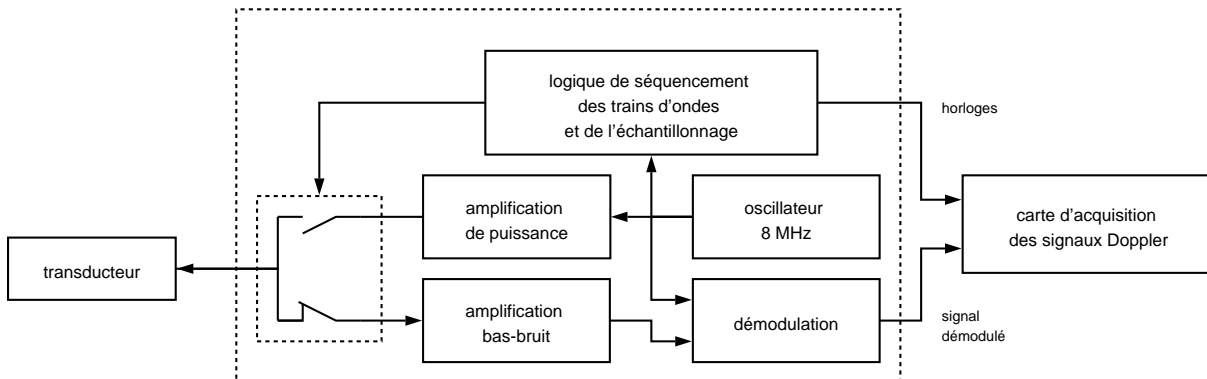


FIG. 8.2 – Synoptique du vélocimètre.

8.1.1 Séquencement

La logique de séquencement est cadencée par l'oscillateur (voir figure 8.2). Elle permet de commander l'alternance de l'émission des trains d'onde au mode réception des échos à une fréquence définie par le *PRF* (voir section 6.2). Ce signal est aussi fourni en sortie du vélocimètre pour le déclenchement de l'acquisition, c'est l'horloge de déclenchement. D'autre part elle fournit un signal d'échantillonnage de l'écho du milieu permettant de découper le faisceau en un ensemble de volumes de mesure (voir section 6.4), c'est l'horloge d'échantillonnage.

8.1.2 Démodulation

L'étape de démodulation (décrite au chapitre 5) permet de supprimer l'onde porteuse à 8 MHz en ne conservant qu'un signal à la fréquence Doppler. Cette opération est réalisée en deux étapes : une multiplication par la porteuse (effectuée ici par le composant *MPY 634 KP* du constructeur *Burr-Brown*) et un filtrage passe bas de type Butterworth passif du second ordre de fréquence de coupure à -3 dB fixée à 1 MHz .

8.1.3 Échantillonnage

L'échantillonnage - blocage de la partie réelle du signal Doppler (tel qu'il est décrit par l'équation 6.14) est réalisée par une carte d'acquisition *NI MIO 16E1* de type *PCI* du constructeur *National Instruments*.

Le déclenchement, qui correspond au départ d'un train d'ondes dans le milieu, ainsi que l'horloge d'échantillonnage, définissant la position des volumes de mesures le long de l'axe du transducteur (voir section 6.4), sont fournis par le vélocimètre en externe.

Le bloc de données acquis est transféré en DMA (pour *Direct Memory Access*, une méthode de transfert de données dans un ordinateur évitant d'avoir à utiliser le processeur). Du fait de l'échantillonnage en parallèle dans les différents volumes de mesure, les données stockées correspondent au mélange des signaux Doppler issus des différents volumes.

Le pilotage de la carte est réalisé à l'aide du logiciel *LabVIEW*.

8.2 Cahier des charges

L'instrument de mesure doit fournir un profil de vitesses en temps réel, au sens où le temps de traitement des données doit être inférieur au temps mis pour les collecter. Il doit être adaptable à différentes situations allant de l'écoulement de laboratoire à la conduite dans un réseau d'assainissement.

Le cadre de l'application à l'assainissement correspond au dimensionnement le plus critique. En effet, dans une conduite d' 1 m de diamètre à capacité hydraulique (permettant

l'écoulement d'un débit maximal en étant remplie à environ 80% de sa hauteur), la vitesse maximale est de $3m/s$ pour une pente de 0.5%.

8.3 Système paramétrable

Dans une vision orientée vers le développement d'instrumentation, un second prototype est basé sur une architecture très ouverte (voir le synoptique figure 8.4). Il est composé de quatre modules placés dans un châssis de type *PXI* du constructeur *National Instruments* (en partie visibles figure 8.3) :

- générateur arbitraire
- module SCXI d'émission - réception - démodulation
- carte d'acquisition
- ordinateur de contrôle et de traitement

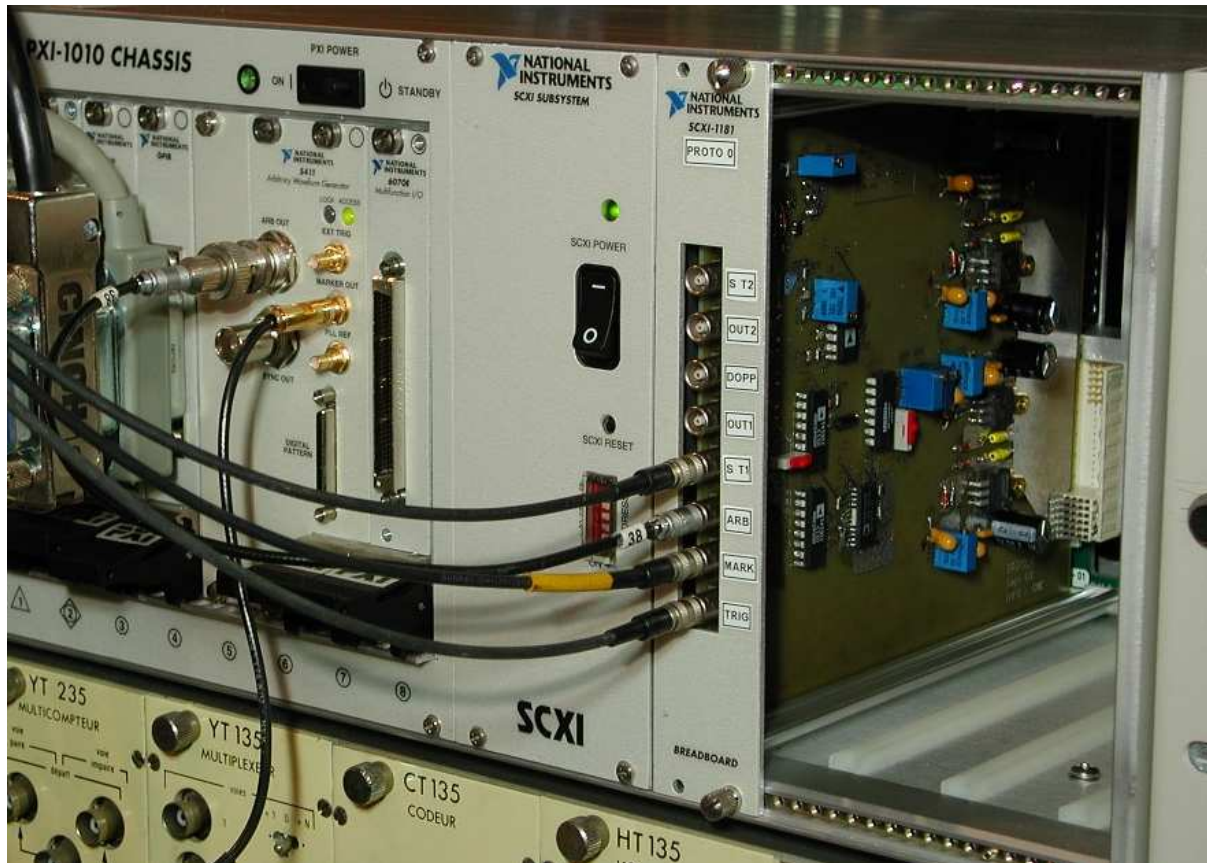


FIG. 8.3 – Vue de la face avant du prototype.

Il permet de générer des trains d'ondes d'émission de formes, de fréquences et d'amplitudes paramétrables par logiciel. Le pilotage de l'ensemble du système est réalisé par l'ordinateur et est programmé à l'aide du logiciel *LabVIEW*.

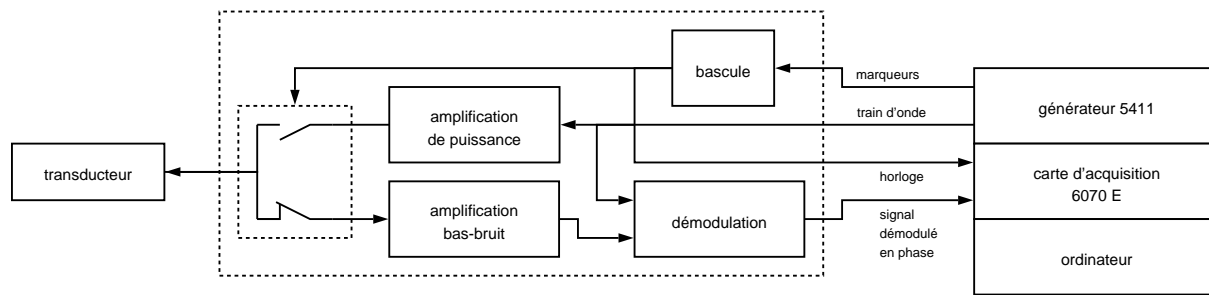


FIG. 8.4 – Synoptique du système de mesure.

8.3.1 Génération des signaux - séquençement

Le générateur de signaux arbitraires *PXI 5411* envoie de façon synchrone un signal analogique par sa sortie *ARB OUT* et deux pulses logiques sur sa sortie *MARKER OUT* (voir figure 8.5). Le premier pulse démarre la séquence d'émission, le second l'arrête et bascule la carte en mode réception.

La forme des chronogrammes de séquençement pour émettre et recevoir des ondes ultrasonores est décrite par la figure 8.5.

8.3.2 Carte d'émission - réception - démodulation : *PROTO_0*

Ce prototype, développé par la cellule de métrologie électronique de l'IMFS, prend place dans la partie *SCXI* du châssis (voir photographie 8.3).

Pendant la séquence d'émission, le signal analogique délivré par le générateur arbitraire est amplifié en puissance par l'émetteur situé sur la carte, et envoyé sur le transducteur. En mode réception, le signal provenant du transducteur traverse l'interrupteur analogique et est amplifié par une électronique bas bruit. Il aboutit, d'une part, sur une sortie pour le visualiser à l'oscilloscope, et, d'autre part, sur un bloc de démodulation permettant d'extraire l'information Doppler. Ce bloc est constitué d'un multiplieur (composant *MPY 634 KP* du constructeur *Burr-Brown*) et d'un filtre passe bas de type Butterworth passif du second ordre dont la fréquence de coupure à -3 dB est fixée à 2 MHz .

Les deux pulses logiques servent également à fabriquer le signal de déclenchement (voir figure 8.5) pouvant être utilisé pour synchroniser les signaux sur l'oscilloscope. Une seconde voie analogique (non présentée sur le synoptique 8.4), équipée uniquement d'une électronique de réception, permet de brancher un second transducteur, pour observer éventuellement le signal diffusé à un angle donné. Ce signal de durée T_e est mémorisé et généré de façon cyclique.

8.3.3 Échantillonnage

L'échantillonnage est réalisé par une carte d'acquisition équivalente à celle du vélocimètre mais spécifique au châssis : *PXI 6070 E*.

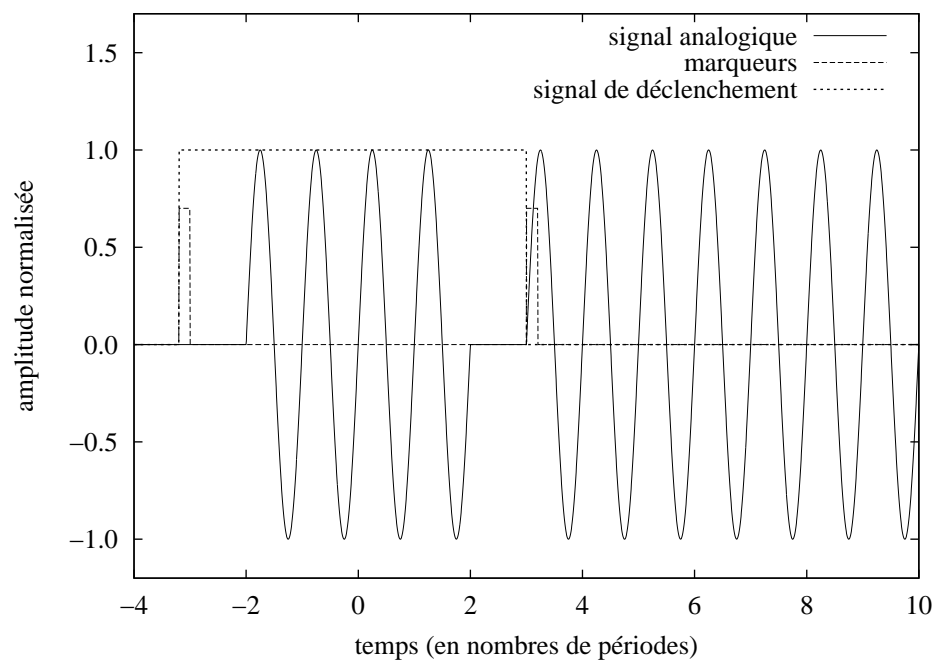


FIG. 8.5 – Signaux générés par le système. Le signal analogique ainsi que les marqueurs sont fournis de façon synchrone par le générateur de signaux arbitraires. Le signal de déclenchement est construit à partir des marqueurs par une bascule.

Son séquençage est partiellement différent. L'horloge d'échantillonnage est prise en interne, et seule l'horloge de déclenchement est fournie par la carte *PROTO_0*.

8.4 Calcul des profils de vitesses

8.4.1 Démultiplexage des signaux Doppler

Comme l'a introduit la section 8.1.3, l'échantillonnage spatial de l'écho rétrodiffusé en un ensemble de volumes de mesures (voir section 6.4) et temporel des signaux Doppler de chacun des volumes est réalisé de façon croisée. Un bloc de données échantillonnées correspond donc au mélange entrelacé des signaux Doppler issus de chaque volume.

La première étape du traitement est donc d'extraire les données relatives à chaque volume afin de disposer pour chaque volume d'un tableau contenant le signal Doppler qui lui est associé.

8.4.2 Calcul des densités spectrales de puissance

Le calcul d'une Transformée de Fourier Discrète (TFD), nécessite une grande quantité d'opérations (il faut calculer N_e^2 sinus et cosinus, si N_e est le nombre d'échantillons) ce qui le rend très lent. Il existe une façon de calculer la même chose autrement, c'est l'algorithme de Transformée de Fourier Rapide (FFT). Le principe de l'algorithme initial (FFT en radix 2 développé par James W. Cooley and John W. Tukey) est le suivant : il faut, au départ, que le nombre N_e soit une puissance de deux ($N_e = 2^n$ avec n entier positif). On remplace alors le calcul sur N_e échantillons par deux calculs sur $N_e/2$ échantillons (un avec les points pairs, l'autre avec les points impairs), on obtient deux résultats que l'on peut combiner en quelques opérations pour retrouver la TFD du signal entier. Le processus est répété sur chacun des deux calculs précédents, et ainsi de suite, jusqu'à ce que chaque calcul de TFD soit facile (calcul de la TFD sur 2 échantillons). La FFT permet de ramener le calcul de la transformée de Fourier discrète de N_e^2 à $N_e \log N_e$ opérations.

Comme il a été montré dans la section 3.1.2, le signal Doppler est un signal aléatoire gaussien. Ainsi, du fait de la linéarité de la transformée de Fourier, le carré de la transformée de Fourier du signal Doppler échantillonné est une fonction aléatoire dont la distribution statistique suit une loi en χ_2^2 (Khi carré d'ordre 2) [BP71]. Pour obtenir une bonne estimation de la densité spectrale de puissance, il est donc nécessaire de calculer plusieurs FFT puis de cumuler les carrés des modules (méthode de Welsh).

8.4.3 Estimation des moments

On considère l'expression 3.28 de la fréquence Doppler pour établir la relation entre le spectre du signal Doppler et son expression en fonction de la vitesse que l'on nommera la distribution en vitesse du signal Doppler. Cette distribution ne doit en aucun cas être confondue avec la distribution des vitesses dans le volume de mesure comme cela a été

montré dans le chapitre 7. Ainsi la distribution en vitesse du signal Doppler s'écrit :

$$\mathcal{D}_S(\nu) = G_D \left(\frac{2\omega_0 \cos \beta}{c} \nu \right) \quad (8.1)$$

avec ν la variable dans l'espace des vitesses (voir section 3.2.3).

Ainsi les moments en vitesse du spectre Doppler s'écrivent :

$$\mathcal{M}_n = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} \nu^n \mathcal{D}_S(\nu) d\nu}{\int_{-\infty}^{+\infty} \mathcal{D}_S(\nu) d\nu} \quad (8.2)$$

Puisqu'on ne dispose que d'échantillons sur G_D , les estimateurs des moments s'écrivent :

$$\widehat{\mathcal{M}}_n = \frac{\sum_k \nu_{\{k\}}^n \widehat{G}_{D\{k\}}}{\sum_k \widehat{G}_{D\{k\}}} \quad (8.3)$$

avec $\widehat{G}_{D\{k\}}$ le k -ième échantillon de l'estimation de la densité spectrale de puissance $G_D(\omega)$.

Ainsi la vitesse moyenne dans le volume de mesure s'écrit :

$$\mu = \widehat{\mathcal{M}}_1 \quad (8.4)$$

et l'écart type du spectre s'écrit :

$$\sigma = \sqrt{\widehat{\mathcal{M}}_2 - \widehat{\mathcal{M}}_1^2} \quad (8.5)$$

8.4.4 Erreur sur la mesure de vitesse

La densité spectrale de puissance du signal Doppler étant une fonction aléatoire, la moyenne en vitesse, calculée selon 8.4 et 8.3 à partir de la densité échantillonnée (les échantillons $\widehat{G}_{D\{k\}}$ de $G_D(\omega)$), est elle aussi une variable aléatoire. Pour déterminer l'erreur sur l'estimation de cette grandeur, il est nécessaire de calculer la différentielle de cette variable par rapport à l'ensemble des variables aléatoires dont elle dépend ¹ :

$$d\mu = \sum_k \frac{\partial \mu}{\partial \widehat{G}_{D\{l\}}} d\widehat{G}_{D\{k\}} \quad (8.6)$$

$$= \sum_k \left(\frac{\nu_{\{k\}} - \mu}{\sum_l \widehat{G}_{D\{l\}}} \right) d\widehat{G}_{D\{k\}} \quad (8.7)$$

¹merci Tzvet

On peut alors écrire le carré de la différentielle :

$$(d\mu)^2 = \sum_{k_1} \sum_{k_2} \frac{(\nu_{\{k_1\}} - \mu)(\nu_{\{k_2\}} - \mu)}{\left(\sum_l \widehat{G}_{D\{l\}}\right)^2} d\widehat{G}_{D\{k_1\}} d\widehat{G}_{D\{k_2\}} \quad (8.8)$$

En prenant la variance de la moyenne

$$\text{var}(\mu) = (d\mu)^2 \quad (8.9)$$

et la covariance des échantillons de la densité spectrale Doppler

$$\text{cov}(\widehat{G}_{D\{k_1\}}, \widehat{G}_{D\{k_2\}}) = d\widehat{G}_{D\{k_1\}} d\widehat{G}_{D\{k_2\}} \quad (8.10)$$

l'équation 8.8 s'écrit :

$$\text{var}(\mu) = \sum_{k_1} \sum_{k_2} \frac{(\nu_{\{k_1\}} - \mu)(\nu_{\{k_2\}} - \mu)}{\left(\sum_l \widehat{G}_{D\{l\}}\right)^2} \text{cov}(\widehat{G}_{D\{k_1\}}, \widehat{G}_{D\{k_2\}}) \quad (8.11)$$

Or les différents échantillons de la densité spectrale sont des variables indépendantes, donc :

$$\text{cov}(\widehat{G}_{D\{k_1\}}, \widehat{G}_{D\{k_2\}}) = \begin{cases} \text{var}(\widehat{G}_{D\{k\}}) & \forall k_1 = k_2 \\ 0 & \forall k_1 \neq k_2 : \end{cases} \quad (8.12)$$

On peut ainsi réécrire la variance de la moyenne :

$$\text{var}(\mu) = \frac{\sum_k (\nu_{\{k\}} - \mu)^2 \text{var}(\widehat{G}_{D\{k\}})}{\left(\sum_l \widehat{G}_{D\{l\}}\right)^2} \quad (8.13)$$

Selon l'expression des moments d'une variable distribuée en $\chi_{2N_c}^2$ on peut écrire [BP71] la variance normalisée de la densité :

$$\frac{\text{var}(\widehat{G}_{D\{k\}})}{\mu^2(\widehat{G}_{D\{k\}})} = \frac{1}{N_c} \quad (8.14)$$

avec N_c le nombre de densités cumulées pour calculer S_D .

En intégrant cette expression dans l'équation 8.13 on obtient :

$$\text{var}(\mu) = \frac{1}{N_c} \frac{\sum_k (\nu_{\{k\}} - \mu)^2 \mu^2(\widehat{G}_{D\{k\}})}{\left(\sum_l \widehat{G}_{D\{l\}}\right)^2} \quad (8.15)$$

En approximant la moyenne par son estimation $\mu \approx \hat{\mu}$ et la moyenne d'un échantillon de la densité par la valeur d'un échantillon $\mu(\hat{G}_{D\{k\}}) \approx \hat{G}_{D\{k\}}$, on peut donner une estimation de la variance de la moyenne spectrale :

$$\widehat{\text{var}}(\mu) = \frac{1}{N_c} \frac{\sum_k (\nu_{\{k\}} - \hat{\mu})^2 \hat{G}_{D\{k\}}^2}{\left(\sum_l \hat{G}_{D\{l\}} \right)^2} \quad (8.16)$$

On montre facilement que dans le cas d'une densité spectrale ayant une allure gaussienne (voir chapitre 10), la variance sur la moyenne s'exprime simplement sous la forme :

$$\widehat{\text{var}}(\mu) = \frac{\sigma}{2N_c\sqrt{\pi}} \quad (8.17)$$

Chapitre 9

Transformation des échos parasites en bruit blanc par codage en phase aléatoire

9.1 Principe

La période de répétition T_e des trains d'onde est fixée par la profondeur d'exploration souhaitée (voir chapitre 6). On a ainsi considéré que le signal provenant du volume situé en $\frac{ct_s}{2}$ est prédominant (du fait de la décroissance exponentielle) devant celui des volumes suivants $\frac{c(t_s+kT_e)}{2}$ (avec $k > 0$) qui sont ainsi négligés.

Or, on trouve des situations dans lesquelles cette approximation n'est pas valable. En particulier, la paroi et la surface libre sont susceptibles de renvoyer un écho de forte amplitude après une durée supérieure à la période T_e séparant deux trains d'ondes (voir figure 9.1).

Dans l'exemple (figure 9.2) d'énergie rétrodiffusé mesuré entre les tirs successifs de trains d'ondes, on note la présence d'échos parasites dans les volumes de mesure 19 à 21. Il s'agit de l'écho du fond de la conduite après réflexion sur la surface libre. On retrouve ainsi (courbe en pointillés dans la figure 9.5), deux composantes spectrales dans le signal Doppler issu du volume 20. La première, aux alentours de $0.1m/s$ correspond à la vitesse effective dans le volume considéré alors que la deuxième, proche de zéro, correspond à la vitesse au niveau du fond. Il est donc fondamental de supprimer cette composante spectrale avant le calcul des moments.

La technique utilisée ici est basée sur le même concept que le codage *SZ* [FDSZ02] utilisé pour résoudre l'ambiguïté vitesse - profondeur dans les radars météorologiques. Son application à la vélocimétrie par ultrasons pulsés a été proposée et validé pour des mesures de vitesse par *pulse pair* par Weidong [Wei97].

Le principe du codage des trains d'ondes est basé sur l'utilisation de phases aléatoires binaires. Ainsi, à chaque tir, on change la phase du signal de référence (celui permettant de

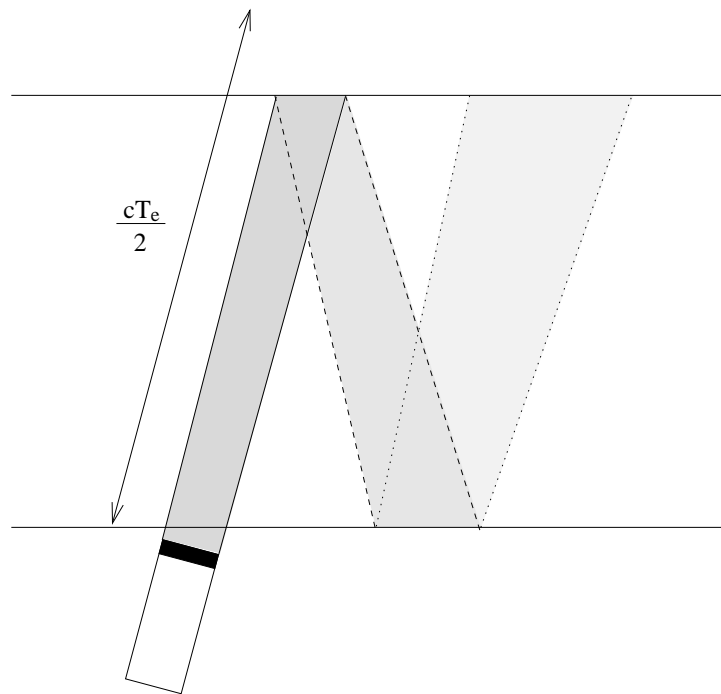


FIG. 9.1 – Échos multiples sur les parois. Le transducteur, placé dans le fond de l'écoulement émet une onde ultrasonore réfléchi par les parois. L'onde est partiellement atténuée à chaque réflexion.

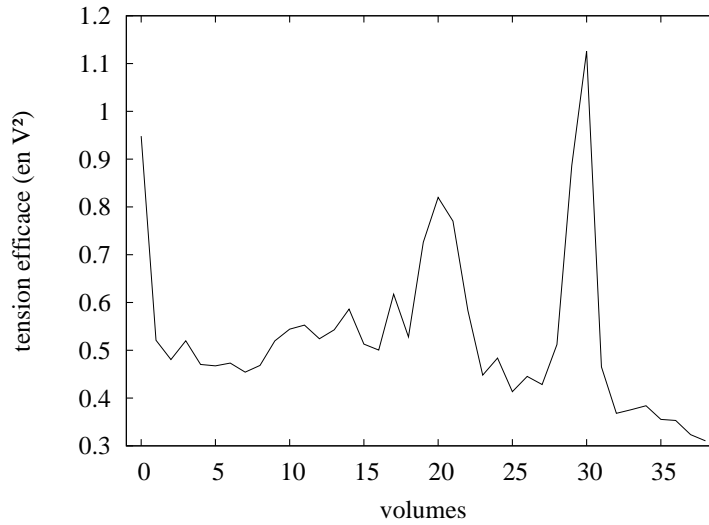


FIG. 9.2 – Profil de l'énergie rétrodiffusée par le milieu mesuré entre l'émission (tir) de trains d'ondes successifs. Le premier pic dans le volume 1 correspond aux échos des particules se déplaçant, par saltation ou charriage, dans le fond de l'écoulement. Le dernier pic correspond à l'énergie diffusée par la surface libre. le pic central (volumes 19 à 21) est issu du tir précédent diffusé par les particules se déplaçant au fond de l'écoulement après réflexion sur la surface libre.

générer le train d'ondes ainsi que signal de démodulation) en lui appliquant un déphasage de 0 ou π choisi selon une séquence pseudo-aléatoire.

Ainsi, seuls les échos issus des particules situées à une distance inférieure à $cT_e/2$ du transducteur seront systématiquement en phase avec le signal de démodulation. En effet, c'est parce que le train d'ondes et le signal de démodulation sont en phase que ϕ_0 disparaît de l'équation ???. De même, les échos issus des particules situées au delà de $cT_e/2$ sont déphasés aléatoirement par rapport au signal de démodulation.

Ainsi, en considérant la première étape de la démodulation, décrite par l'équation 5.2, dans le cas de l'écho d'un signal d'émission en déphasage aléatoire avec le signal de démodulation, on écrit :

$$i_m^R(t) = s_r(t) \cdot A_0 \sin(2\pi f_0 t + \phi_0 + \phi_R) \quad (9.1)$$

avec ϕ_R une variable aléatoire de Bernoulli telle que la probabilité $\mathbb{P}(\phi_R = 0) = \mathbb{P}(\phi_R = \pi) = 0.5$.

En notant que $e^{j\phi_R} = e^{-j\phi_R}$ quelque soit ϕ_R , on trouve que la transformée de Fourier du produit 9.1 s'écrit :

$$I_m^R(\omega) = A_R I_m(\omega) \quad (9.2)$$

avec $A_R = e^{j\phi_R}$ une variable aléatoire de Bernoulli telle que la probabilité $\mathbb{P}(A_R = -1) = \mathbb{P}(A_R = 1) = 0.5$.

On montre ainsi, en faisant de même pour la démodulation en quadrature de phase, que le signal démodulé complexe d'un signal rétrodiffusé dans une zone au-delà de la limite spatiale $cT_e/2$ (écho parasite) s'écrit :

$$s_d^R(\omega) = A_R s_d(\omega) \quad (9.3)$$

Comme à chaque émission de train d'ondes correspond une nouvelle épreuve de Bernoulli (tirage de la nouvelle valeur $\phi_{R\{k\}}$ de la variable aléatoire ϕ_R), le signal Doppler d'un écho parasite s'écrit :

$$s_{D\{k\}}^R(\omega) = A_{R\{k\}} s_{D\{k\}}(\omega) \quad (9.4)$$

Ceci a pour effet de transformer l'écho en un bruit blanc de puissance identique comme l'illustre le graphique 9.3, alors qu'un écho issu de la zone $[0; cT_e/2]$ est conservé.

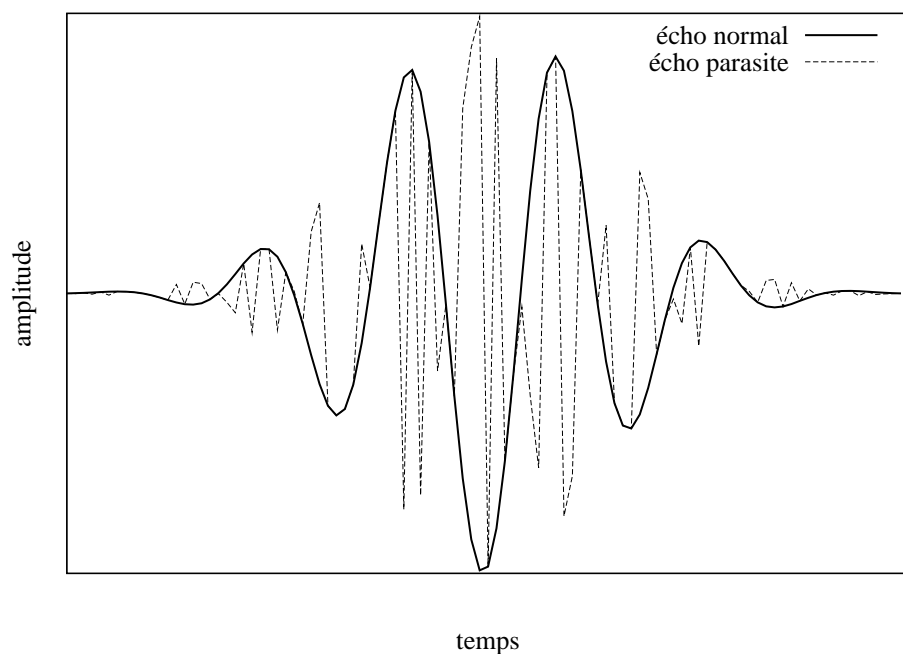


FIG. 9.3 – Influence du codage aléatoire sur un écho parasite. L'écho du même objet sans codage est présenté pour référence.

Ce blanchissement de l'écho (*i.e.* sa transformation en bruit blanc) par modification aléatoire de la phase a pour effet de répartir uniformément l'énergie dans l'espace des fréquences, et ainsi de faire disparaître la composante spectrale indésirable.

9.2 Mise en oeuvre

La validation de la méthode a été réalisée sur la boucle de la plate-forme hydraulique du LEGTA. Le transducteur est placé en fond de conduite (voir figure 9.4), faisant un

angle de 75 degrés avec l'axe de l'écoulement. La hauteur d'eau est fixée à 18.3 cm pour une vitesse moyenne de 0.22 m/s.



FIG. 9.4 – Transducteur monté sur une conduite de 20 cm de diamètre. Écoulement d'eau claire à surface libre. Le transducteur est placé sous la conduite.

Les mesures ont été réalisées à l'aide du système paramétrable présenté en section 8.3. Il s'agit de générer le signal analogique, décrit par la figure 8.5, avec une phase aléatoire de 0 ou π à chaque tir. Pour cela, une suite de signaux analogiques de phases aléatoires sont stockés dans la mémoire du générateur arbitraire. Pour une raison de taille mémoire limitée, seuls 128 de ces signaux sont stockés et générés en boucle.

9.3 Résultats - discussion

La figure 9.5 présente les spectres Doppler issus d'un volume dans les mêmes conditions avec et sans application de la méthode présentée dans ce chapitre.

La composante spectrale liée aux échos diffusés par le fond de la conduite (et reflétés la surface libre) a disparu du spectrogramme pour être transformée en bruit blanc par ce

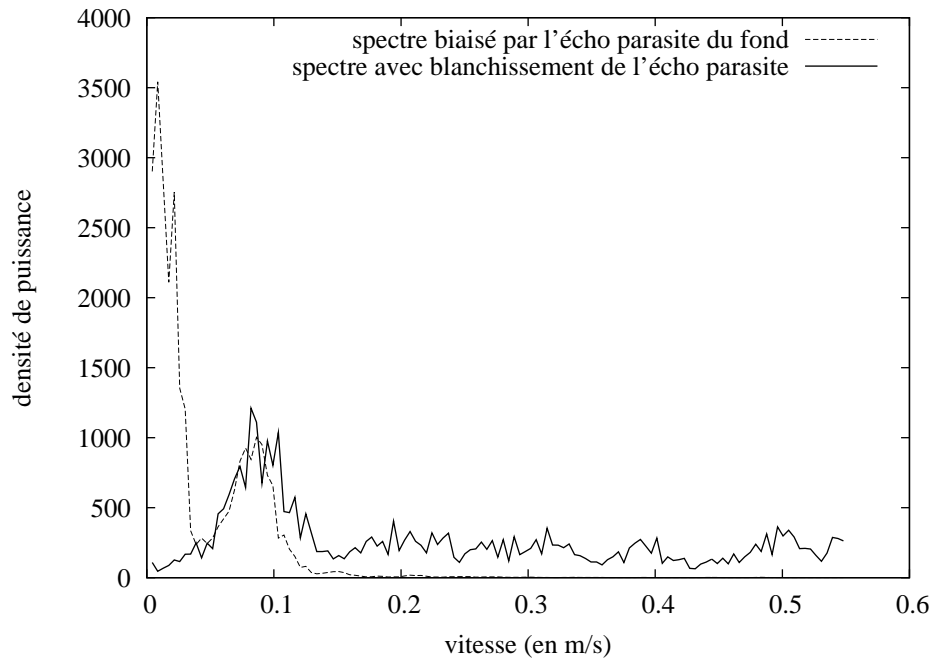


FIG. 9.5 – Transformation de la composante spectrale de l'écho parasite en bruit blanc. La courbe en pointillés correspond au spectre Doppler obtenu avec la méthode classique. La courbe en trait plein correspond au spectre Doppler obtenu avec la méthode de blanchissement des échos parasites.

procédé. Il ne reste plus ainsi que la composante aux alentours de 0.1m/s qui correspond à la vitesse effective dans le volume considéré.

En utilisant la méthode de suppression du bruit blanc présentée au chapitre suivant puis en estimant le moment spectral d'ordre 1 pour chaque volume de mesure on trace les profils de vitesses donnés par la figure 9.6. Pour estimer la densité spectrale de puissance dans chaque volume on utilise 600 FFT cumulées.

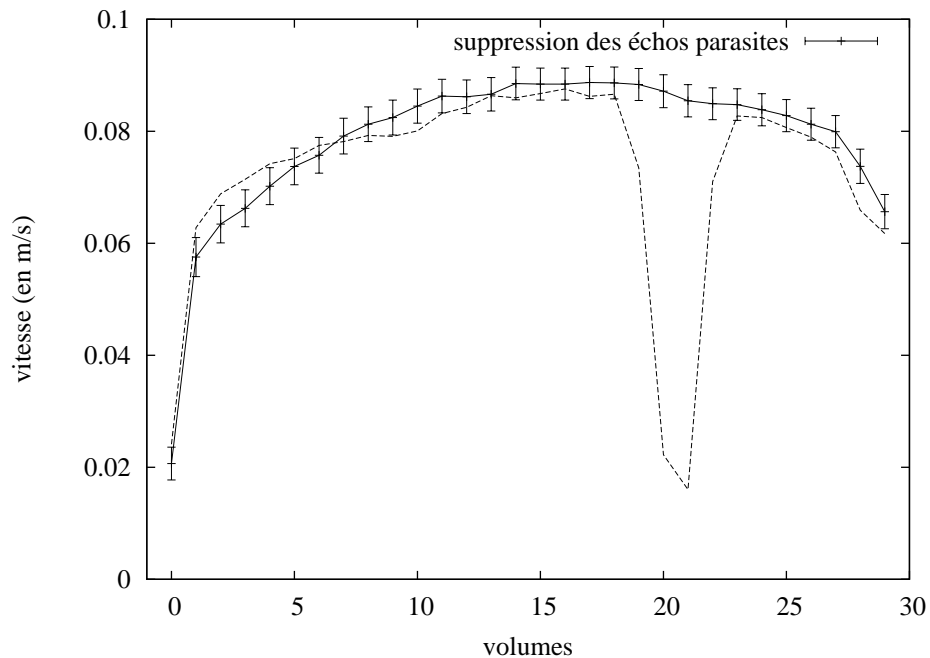


FIG. 9.6 – Profils de vitesses avec et sans suppression des échos parasites. Les volumes 0 et 29 correspondent respectivement au fond de l'écoulement et à la surface libre.

L'écho parasite du fond de la conduite induit un biais considérable sur la mesure de vitesse. On constate ainsi un décrochement (profil en pointillés), dans les volumes 17 à 22, par rapport au profil attendu. Par contre, le profil obtenu suite à l'application de la méthode de blanchissement correspond tout à fait au profil caractéristique d'un écoulement à surface libre.

Par ailleurs, la méthode met en évidence de légers biais de la vitesses en différents points du profil. Les erreurs, calculées selon l'équation 8.17, montre que ces différences sont significatives. Ces biais, imperceptibles dans les spectres avant l'application de la méthode, sont issus d'autres volumes. Leur influence est bien plus faible qu'en cas de présence d'une paroi dans le volume parasitant.

La méthode de transformation des échos parasites en bruit blanc par codage en phase aléatoire des trains d'ondes permet donc de ne pas être biaisée par les signaux ne provenant

pas du volume de mesure considéré.

Chapitre 10

Identification et soustraction du bruit blanc

Contrairement à la méthode *Pulse - Pair*, qui utilise l'autocorrélation du signal Doppler afin d'obtenir directement les moments de la densité spectrale de puissance non biaisée par le bruit blanc, le calcul des moments directement à partir de la densité spectrale de puissance, telle qu'elle est présentée dans la section 8.4.3, est très sensible au rapport signal sur bruit [TIDF03].

Ce type de situation est rencontré dans un grand nombre d'applications. Dans le cas des fluides faiblement chargés (très peu de rétrodiffusion) que l'on trouve par exemple dans l'assainissement, ainsi que dans celui des fluides fortement chargés (absorption importante) rencontrés, entre autres, dans l'agro-alimentaire, le signal est faible. Dans d'autres cas, l'amplitude du bruit est importante en raison d'une pollution sonore produite, par exemple, par la présence de moteurs (ventilations, pompes) ou de fortes turbulences dans l'environnement du transducteur. A cela s'ajoute le bruit blanc électronique dont la densité dépend de la chaîne de mesure.

Le calcul des moments est réalisé sur la distribution statistique en vitesses extraite du spectre. Bien que certains auteurs effectuent un simple seuillage du spectre [CSD93] pour supprimer le bruit blanc, dans la plus part des cas, le spectre est lui même considéré comme la distribution des vitesses. Or le calcul de ces moments sans traitement préalable du spectre engendre un biais considérable, en particulier lorsque le rapport signal sur bruit est faible. La méthode proposée consiste, pour chaque volume de mesure, à identifier les différentes composantes du spectre du signal Doppler en utilisant la méthode d'ajustement non linéaire de Levenberg-Marquardt. Le bruit peut alors être soustrait du spectre mesuré.

10.1 Influence du bruit sur les moments

Soit $\widehat{\mathcal{D}}(\nu) = \mathcal{D}_B(\nu) + \mathcal{D}_S(\nu)$ la distribution en vitesses obtenue à partir du spectre estimé, avec $\mathcal{D}_B(\nu)$ la densité du bruit acoustique et électronique et $\mathcal{D}_S(\nu)$ la distribution en vitesses du signal Doppler affecté par l'élargissement spectral. Ces distributions sont données pour $\nu \in [0; \nu_{Ny}]$ (domaine de sommation des équations 10.1 à 10.3), avec ν_{Ny} la

vitesse Nyquist, vitesse maximale mesurable dans le cadre du théorème de Shannon (voir équation 6.17). Le moment d'ordre n de la distribution $\widehat{\mathcal{D}}(\nu)$ s'écrit :

$$\widehat{\mathcal{M}}^n = \frac{\sum \nu^n \widehat{\mathcal{D}}(\nu)}{\sum \widehat{\mathcal{D}}(\nu)} \quad (10.1)$$

$$= \mathcal{M}_B^n \cdot \frac{\sum \mathcal{D}_B(\nu)}{\sum \mathcal{D}_B(\nu) + \sum \mathcal{D}_S(\nu)} + \mathcal{M}_S^n \cdot \frac{\sum \mathcal{D}_S(\nu)}{\sum \mathcal{D}_B(\nu) + \sum \mathcal{D}_S(\nu)} \quad (10.2)$$

avec \mathcal{M}_B^n le moment d'ordre n du bruit et \mathcal{M}_S^n le moment d'ordre n en vitesse du signal Doppler.

Soit $\sum \mathcal{D}_B(\nu)$ l'énergie du bruit et $\sum \mathcal{D}_S(\nu)$ l'énergie du signal Doppler. Le rapport signal à bruit ξ peut s'écrire sous la forme :

$$\xi = \frac{\sum \mathcal{D}_S(\nu)}{\sum \mathcal{D}_B(\nu)} \quad (10.3)$$

L'équation 10.2 prend alors la forme :

$$\widehat{\mathcal{M}}^n = \mathcal{M}_S^n \cdot \frac{\xi}{\xi + 1} + \mathcal{M}_B^n \cdot \frac{1}{\xi + 1} \quad (10.4)$$

On assimile la densité $\mathcal{D}_B(\nu)$ à celle d'un bruit blanc uniforme, dont les moments statistiques s'écrivent :

$$\mathcal{M}_B^n = \frac{\int_0^{\nu_{Ny}} (\nu^n) \cdot A_B d\nu}{\int_0^{\nu_{Ny}} A_B d\nu} = \frac{(\nu_{Ny})^n}{n + 1} \quad (10.5)$$

L'équation 10.4 s'écrit alors :

$$\widehat{\mathcal{M}}^n = \mathcal{M}_S^n \cdot \frac{\xi}{\xi + 1} + \frac{\nu_{Ny}^n}{n + 1} \cdot \frac{1}{\xi + 1} \quad (10.6)$$

On note bien que l'estimation directe des moments en vitesses du signal Doppler par les moments en vitesses du signal brut est doublement biaisée, par un biais constant $\frac{\nu_{Ny}^n}{n+1} \cdot \frac{1}{\xi+1}$ ainsi que par un biais proportionnel $\frac{\xi}{\xi+1}$.

A partir de l'équation 10.6 on peut écrire la moyenne :

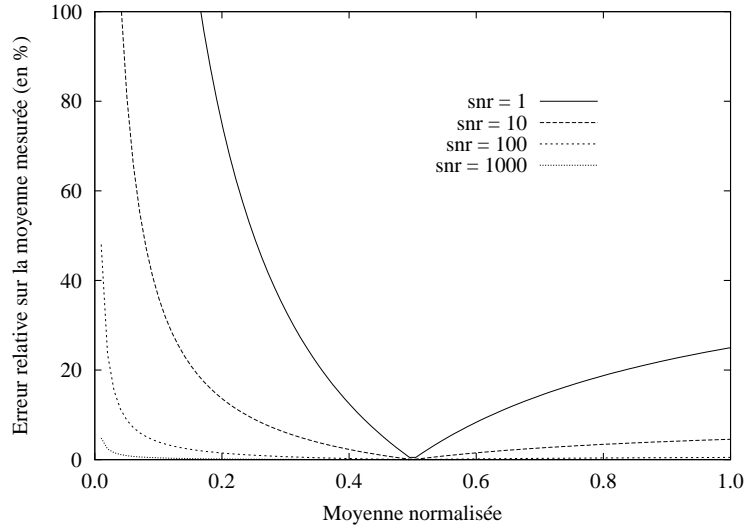
$$\widehat{\mu} = \widehat{\mathcal{M}}^1 \quad (10.7)$$

$$= \mu_S \cdot \frac{\xi}{\xi + 1} + \frac{\nu_{Ny}}{2} \cdot \frac{1}{\xi + 1} \quad (10.8)$$

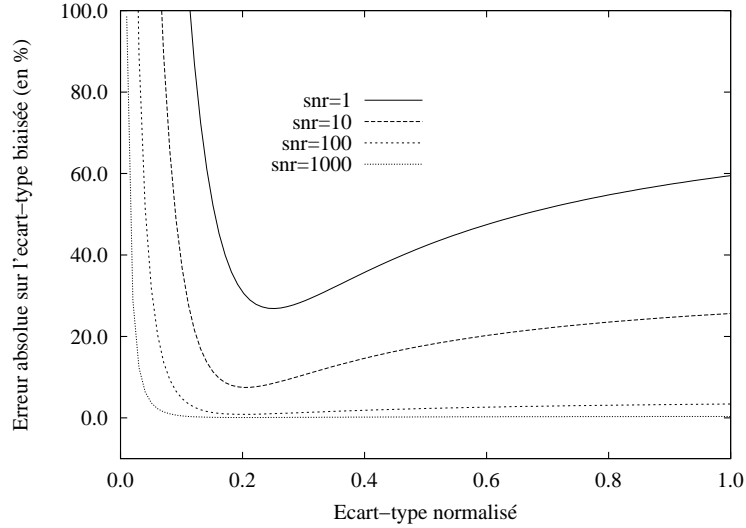
et la variance :

$$\widehat{\sigma}^2 = \mathcal{M}_{S+B}^2 - \widehat{\mu}^2 \quad (10.9)$$

$$= \sigma_S^2 \cdot \frac{\xi}{\xi + 1} + \frac{\nu_{Ny}^2}{12} \cdot \frac{1}{\xi + 1} + \left(\mu_S - \frac{\nu_{Ny}}{2} \right)^2 \cdot \frac{\xi}{(\xi + 1)^2} \quad (10.10)$$



(a) Moyenne



(b) Écart type

FIG. 10.1 – Erreurs relatives sur les moments biaisés par le bruit blanc pour différentes valeurs du rapport signal sur bruit ξ (noté *snr* dans les graphiques).

Afin de mettre en évidence l'erreur commise sur les moments sans suppression du bruit, il est intéressant de tracer l'erreur relative en fonction du moment normé. Ainsi la figure 10.1(a) présente l'erreur sur la moyenne :

$$\frac{|\hat{\mu} - \mu_S|}{\mu_S} = \frac{\left| \frac{1}{2\mu_S/\nu_{Ny}} - 1 \right|}{\xi + 1} \quad (10.11)$$

présentée en fonction de la vitesse moyenne normalisée par la vitesse de Nyquist μ_S/ν_{Ny} . De même, la figure 10.1(a) présente l'erreur sur l'écart type :

$$\frac{|\hat{\sigma} - \sigma_S|}{\sigma_S} = \sqrt{\frac{\xi}{\xi + 1} + \frac{1}{12(\sigma_S/\nu_{Ny})^2} \cdot \frac{1}{\xi + 1} + \left(\frac{1}{r} - \frac{1}{2\sigma_S/\nu_{Ny}} \right)^2 \cdot \frac{\xi}{(\xi + 1)^2} - 1} \quad (10.12)$$

présentée en fonction de l'écart type de la distribution normalisé par la vitesse de Nyquist σ_S/ν_{Ny} . Le terme r représente rapport entre l'écart type et la moyenne de la distribution.

Les équations 10.8 et 10.10 montrent que le calcul direct des moments à partir des spectres mesurés peut aisément engendrer des erreurs de quelques dizaines de pourcent. Il est donc fondamental de supprimer le bruit blanc, en particulier lorsque le rapport signal à bruit est mauvais.

10.2 Modèle du spectre Doppler

Le spectre du signal Doppler issu d'un volume de mesure peut s'écrire sous la forme d'une combinaison de plusieurs fonctions d'origines physique différentes : la distribution statistique de la vitesse des particules dans le volume de mesure, la fonction d'élargissement spectrale et le bruit blanc.

10.2.1 Distribution de la vitesse

La première de ces fonctions est celle qui intéresse l'utilisateur d'un vélocimètre, il s'agit de la distribution statistique de la vitesse des particules dans le volume de mesure. Sa largeur est proportionnelle au gradient de vitesse et à l'intensité turbulente dans le volume. Son moment d'ordre 1 correspond à la vitesse moyenne dans le volume de mesure. Dans un volume dont la dimension selon le rayon de l'écoulement est suffisamment petite, le gradient peut être considéré comme nul ; c'est l'hypothèse qui est faite ici. Par ailleurs, on considère la turbulence comme étant isotrope et homogène dans le volume de mesure considéré ; dans ce cas la forme de la densité de probabilité de la vitesse peut, en première approximation, être assimilée à une gaussienne [GMA00] dont l'écart-type σ_v est le même dans toutes les directions.

La distribution des vitesses \mathcal{D}_v dans le volume de mesure peut donc être approximée par une gaussienne :

$$\mathcal{D}_v(v_x, v_y) = \frac{1}{\sigma_v \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \frac{(v_x - \bar{v}_x)^2 + (v_y - \bar{v}_y)^2}{\sigma_v^2}} \quad (10.13)$$

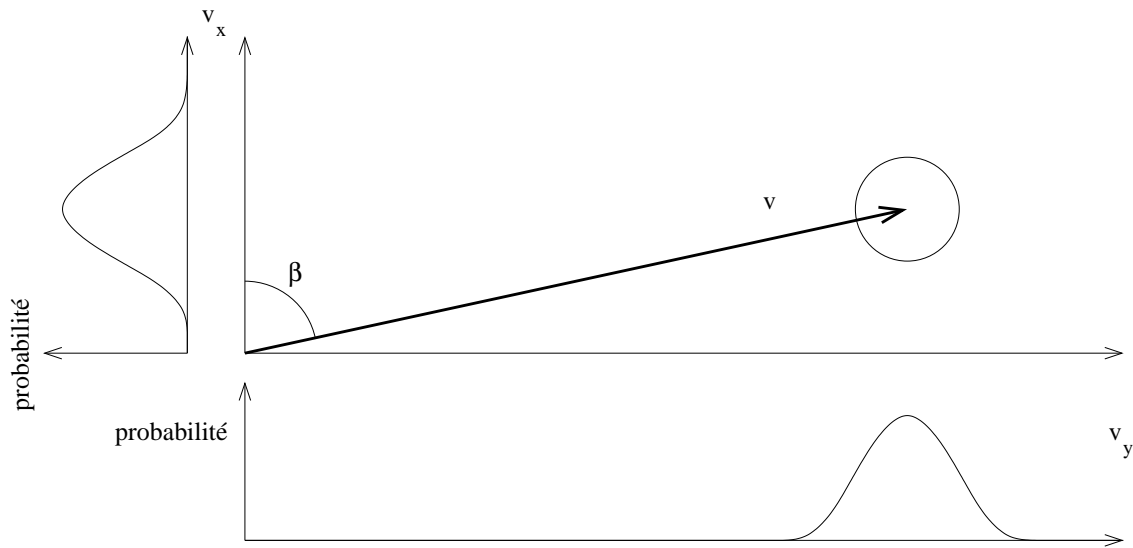


FIG. 10.2 – Distribution statistique du vecteur vitesse d’une particule, dans le plan (x,y) du transducteur contenant l’axe de l’écoulement. En première approximation elle est considérée gaussienne (cercle de rayon égal à l’écart type σ_v) et de symétrie circulaire (turbulence isotrope). La distribution décrite est donnée pour une intensité turbulente de l’ordre de 8 %. La direction de l’écoulement fait un angle β de 75 degrés avec l’axe du transducteur.

La figure 10.2 présente une telle distribution représentée dans le référentiel du transducteur. Cependant, afin de disposer d’un modèle simple pour effectuer la régression non-linéaire, on considère l’écart type σ_v suffisamment petit devant la valeur moyenne de la projection v_y du vecteur vitesse pour être négligeable. v_y n’est ainsi plus considéré comme une variable aléatoire.

Cette approximation est motivée par la figure 10.2. En effet, la configuration angulaire présentée dans cette figure correspond à une valeur standard utilisée lors des mesures. Par ailleurs, les conditions de turbulence qu’elle présente sont proches de la limite fixée pour ce travail (voir section 8.2).

La distribution des vitesses \mathcal{D}_v dans le volume de mesure devient alors une gaussienne mono-dimensionnelle :

$$\mathcal{D}_v(v_x) = \frac{1}{\sigma_v \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{1}{2} \frac{(v_x - \bar{v}_x)^2}{\sigma_v^2}} \quad (10.14)$$

10.2.2 Fonction d’élargissement spectrale

La géométrie du volume de mesure traversée par les particules à un effet d’élargissement spectral indésirable (*ISB* pour *Intrinsic Spectral Broadening*). Son origine est intrinsèque à la méthode de mesure et dépend de la géométrie du volume de mesure. D’après les

développements théoriques et les résultats expérimentaux du chapitre 7, il est raisonnable d'assimiler la fonction d'élargissement spectrale à une gaussienne.

Reprenons l'équation 7.23 de la densité de probabilité du signal Doppler. Puisque l'on dispose d'un modèle de la densité de probabilité de la vitesse dans le volume de mesure, il est possible de calculer l'espérance mathématique de la densité spectrale $|W(\omega)|^2$ d'un écho.

En exprimant la densité de l'écho, on obtient :

$$E \left(\left| W \left(\frac{2\omega_0 \cos \beta}{c} v \right) \right|^2 \right) = \int_{-\infty}^{+\infty} \left| W \left(\frac{2\omega_0 \cos \beta}{c} \nu \right) \right|^2 \cdot \mathcal{D}_v(v \cos \beta) \cos \beta dv \quad (10.15)$$

$$= \frac{f_r(x_0, 0, 0) \sigma_{\text{env}}^2 (\sqrt{2\pi})^3}{v_y \sqrt{1 + \sigma_{\text{env}}^2}} \cdot \frac{\cos \beta}{\sigma_v \sqrt{2\pi}} \quad (10.16)$$

$$\int_{-\infty}^{+\infty} \exp \left(-\frac{1}{2} \left(\frac{\nu - v}{\frac{c\sigma_D}{2\omega_0 \cos \beta}} \right)^2 \right) \cdot \exp \left(-\frac{1}{2} \left(\frac{v - \mu_v}{\frac{\sigma_v}{\cos \beta}} \right)^2 \right) dv$$

Ainsi, dans le cadre des approximations réalisées ici, la fonction d'élargissement spectral agit sur la distribution des vitesses à travers un produit de convolution dont le résultat est lui aussi une gaussienne. On peut ainsi donner un modèle pour décrire la distribution en vitesse décrite par l'équation 8.1 :

$$\mathcal{D}_S(\nu) = A_S e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{\nu - \mu_S}{\sigma_S} \right)^2} \quad (10.17)$$

avec A_S l'amplitude de la distribution du spectre en vitesse,
 $\mu_S = \mu_v$ sa moyenne
 et $\sigma_S^2 = \left(\frac{\sigma_v}{\cos \beta} \right)^2 + \left(\frac{c\sigma_D}{2\omega_0 \cos \beta} \right)^2$ sa variance.

10.2.3 Bruit blanc

A la distribution des vitesses élargie s'ajoute un bruit blanc. Étant donné que les grandeurs manipulées sont des énergies, celui-ci apparaît au niveau spectral comme une constante additionnée au signal.

Le bruit blanc prédominant est d'origine acoustique. Il peut être généré par la rotation de moteurs électrique ainsi que par de fortes turbulences. La densité de ce bruit dépend donc de l'environnement dans lequel fonctionne le système de mesure.

Le bruit blanc d'origine électronique est un bruit thermique propre à la chaîne de mesure. Sa densité est constante.

La troisième source de bruit blanc est liée au codage en phase aléatoire (voir chapitre précédent). L'énergie provient des échos parasites blanchis par cette technique. Sa densité peut être très élevée en cas de présence d'un écho parasite issu d'une paroi.

10.2.4 Modèle gaussien

Un modèle du spectre obtenu par vélocimétrie Doppler pulsé peut donc s'écrire comme la somme d'une constante et d'une gaussienne :

$$\mathcal{D}_M(\nu) = A_B + A_S e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{\nu - \mu_S}{\sigma_S} \right)^2} \quad (10.18)$$

avec A_B l'amplitude du bruit, A_S celle de la gaussienne, μ_S sa moyenne et σ_S son écart type.

10.3 Méthode d'identification et de suppression du bruit

10.3.1 Détermination des paramètres initiaux

La méthode de Levenberg-Marquardt [PTVF92] permet un ajustement non-linéaire d'un modèle à des données expérimentales, basé sur une descente de gradient. Elle nécessite une initialisation des paramètres à des valeurs proches de leurs valeurs vraies. Pour cela, on va préalablement lisser le spectre de manière à obtenir une courbe approchée, qui a l'allure d'un pic, dont on va extraire certaines caractéristiques :

- la valeur minimale donne une première estimation de la densité du bruit A_B ,
- la valeur maximale : $A_B + A_S$, permet de calculer la valeur initiale de l'amplitude de la gaussienne,
- la position du pic donne naturellement la valeur initiale de la moyenne μ_S
- la largeur au tiers de la hauteur vaut environ $2\sqrt{2 \ln 2} \cdot \sigma_S$, permettant ainsi de calculer une première estimation de l'écart type.

10.3.2 Régression non-linéaire

Pour ajuster le modèle gaussien avec les données expérimentales on utilise la méthode de régression non-linéaire de Levenberg-Marquardt [PTVF92]. L'algorithme implémenté utilise les expressions analytiques du modèle gaussien (équation 10.18) et de ses dérivées partielles par rapport aux paramètres A_B , A_S , μ_S et σ_S .

La méthode nécessite également une pondération des différents points expérimentaux, pour cela on utilise une valeur inversement proportionnelle à l'erreur sur chaque point. Le signal Doppler étant aléatoire gaussien, l'erreur sur la densité spectrale est proportionnelle à la densité elle-même (voir section 8.4.2). De ce fait, chaque valeur est pondérée par son inverse.

Ainsi, la fonction de mérite χ^2 que l'on cherche à minimiser s'écrit :

$$\chi^2(A_B, A_S, \mu_S, \sigma_S) = \left[\left(\mathcal{D}_M(\nu_{\{k\}}) - \widehat{G}_D \left(\frac{2\omega_0 \cos \beta}{c} \nu_{\{k\}} \right) \right) \widehat{G}_D \left(\frac{2\omega_0 \cos \beta}{c} \nu_{\{k\}} \right) \right]^2$$

(10.19)

La convergence est obtenue en moins d'une dizaine de cycles.

10.3.3 Suppression du bruit

Une fois le modèle identifié, la constante A_B associée au bruit blanc est retranché au spectre brut, les points du spectre en-dehors de l'intervalle $[\mu_S - 3\sigma_S; \mu_S + 3\sigma_S]$ sont mis à zéro. Les moments sont alors recalculés à partir du spectre ainsi obtenu. Le moment d'ordre 1 donne une estimation, quasi non biaisée par le bruit, de la vitesse moyenne dans le volume de mesure. L'intensité turbulente peut être calculée à partir du moment centré d'ordre 2, moyennant la connaissance de la fonction d'élargissement spectrale.

10.4 Mise en oeuvre - résultats

Les mesures ont été effectuées sur de l'eau du réseau potable, chargée en bentonite, dans un écoulement de 2 cm de diamètre (voir chapitre 11). Le système de mesure utilisé est le vélocimètre présenté au paragraphe 8.1. La fréquence d'émission des ultrasons était de 8 MHz, sur un transducteur céramique de 5 mm de diamètre utilisé en-dehors du champ proche.

Les résultats montrent que la méthode, utilisant la régression non-linéaire de Levenberg - Marquardt, permet de supprimer correctement le bruit. Ces traitements ont permis d'effectuer des mesures de profils de vitesses avec moins de 5% d'erreur (voir chapitre 11)

La durée de traitement d'un spectre sur un ordinateur (processeur *pentium IV* à 2.4 GHz et 512 Mo de mémoire *RAM*) est de l'ordre de 3 ms.

10.5 Discussion

Dans la plupart des situations expérimentales, le bruit est mieux identifié que le signal. Ceci est lié à la pondération des échantillons du spectre (décrite paragraphe 10.3.2) qui privilégie les valeurs les plus faible du spectre, c'est-à-dire les queues de la distribution et le bruit. Ceci est un avantage étant donné que l'on cherche avant tout à déterminer avec exactitude le niveau de bruit et la bande passante du signal. Cette méthode de filtrage du bruit blanc est donc bien adaptée, malgré une connaissance théorique approximative de la distribution spectrale du signal.

L'approximation du gradient nul dans le volume n'est plus valable aux abords des parois. Cependant, ici aussi, la pondération joue en faveur des faibles valeurs, ce qui entraîne une identification médiocre de la gaussienne mais correcte du bruit. Ceci conduit également à de bons résultats (voir figure 10.4). Ici aussi, on pourrait améliorer le modèle en utilisant une somme de plusieurs gaussiennes.

Il est nécessaire pour que l'algorithme fonctionne correctement que la densité spectrale de puissance ne contienne qu'un seul pic. En effet, dans le cas de la présence d'échos parasites, tel que le présente la figure 10.5, l'algorithme choisi le pic de plus forte énergie.

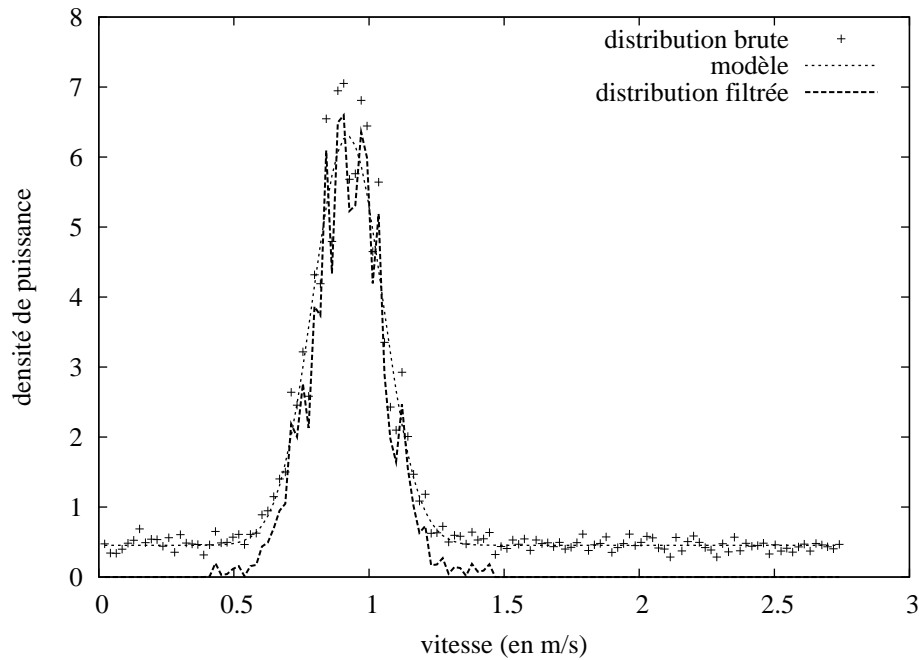


FIG. 10.3 – Différentes étapes de la méthode : spectre brut, modèle identifié, spectre filtré, pour une suspension de bentonite à environ 250 mg/l, avec $\nu_{Ny} = 2.74$ m/s. On mesure $\xi = 1.6$, $\widehat{\mu}_S = 0.92$ m/s, $\widehat{\mu} = 1.10$ m/s, $\widehat{\sigma}_S = 0.14$ m/s, $\widehat{\sigma} = 0.55$ m/s.

Par ailleurs, cette méthode permet une mesure de vitesses en temps réel. En effet, elle est rapide et robuste face à un spectre de qualité médiocre (peu de FFT cumulées).

Cette méthode permet de se rapprocher du spectre Doppler réel par suppression du bruit blanc identifié, et ce quel que soit la géométrie du faisceau, le régime de l'écoulement et la pollution acoustique. Elle permet d'améliorer nettement la justesse des mesures de vitesses moyennes, en particulier lorsque le rapport signal à bruit est faible.

Cette méthode présente l'avantage d'être indépendante de l'intensité du bruit contrairement aux méthodes à seuil qui nécessitent selon la situation d'ajuster la valeur du seuil.

L'algorithme, relativement simple, peut être appliqué à une mesure en temps réel.

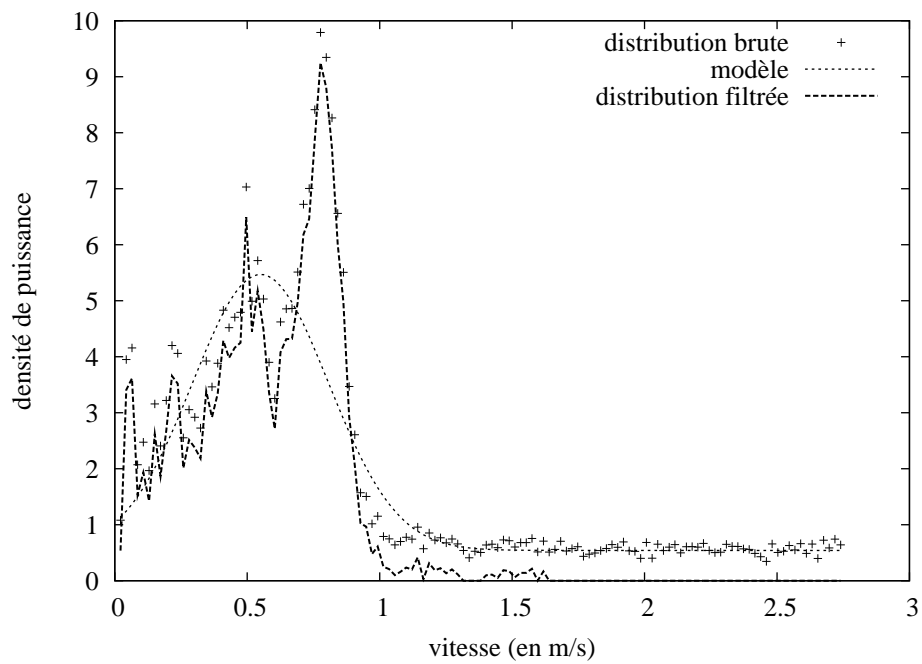


FIG. 10.4 – Identification d'un spectre pris au niveau de la paroi. Différentes étapes de la méthode : spectre brut, modèle identifié, spectre filtré, pour une suspension de bentonite à environ 250 mg/l, avec $\nu_{Ny} = 2.74$ m/s. On mesure $\xi = 2.5$, $\widehat{\mu}_S = 0.54$ m/s, $\widehat{\mu} = 0.81$ m/s, $\widehat{\sigma}_S = 0.27$ m/s, $\widehat{\sigma} = 0.61$ m/s.

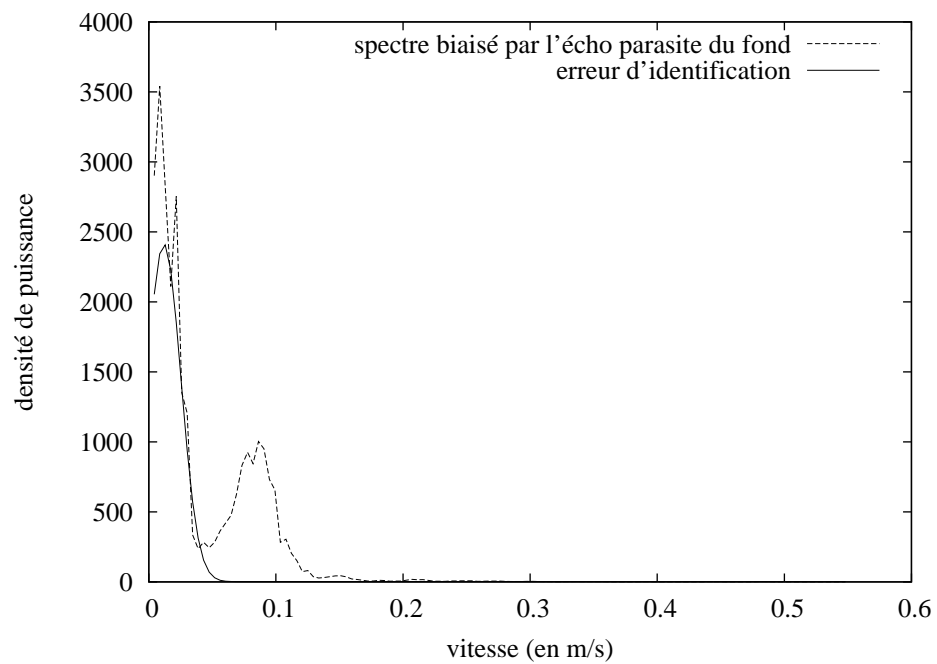


FIG. 10.5 – Erreur d'identification liée à la présence d'un écho parasite. La gaussienne s'ajuste sur le pic de plus forte énergie, c'est-à-dire celui correspondant au fond de l'écoulement, alors que la composante issue du volume considéré est supprimée.

Chapitre 11

Mesures de profils de vitesses

11.1 Protocole

La validation des mesures de profils de vitesses a été réalisée à l'aide du vélocimètre décrit dans la section 8.1 et en appliquant la méthode de suppression du bruit blanc par identification (voir chapitre précédent).

Les mesures ont été réalisées sur l'écoulement en charge d'une solution de bentonite à 0.01% (100 mg/l) sur une section rectiligne de 2 cm de diamètre de la boucle de l'IMFS (décrite par la figure 11.1) à 2 m d'un coude. Le transducteur de diamètre 5 mm, émettant à 8 MHz, fait un angle de 73.8° par rapport à l'axe de l'écoulement (voir figure 11.2) ; le tir est réalisé à contre courant.



FIG. 11.1 – Représentation en trois dimensions de la boucle de l'IMFS.

La fréquence de répétition des trains d'ondes est de $PRF=15625$ Hz, la durée du train d'ondes est de $0.5\mu s$ et la période d'échantillonnage spatial des volumes de mesure est de $2\mu s$. Les distributions de vitesses sont obtenues par accumulation sur 40 FFT, ce qui permet d'avoir une erreur d'estimation de la moyenne négligeable (de l'ordre de 0.1%).

Les données expérimentales sont comparées avec un modèle turbulent lisse [Gra95] paramétré par la vitesse moyenne mesurée à l'aide d'un débitmètre électromagnétique (modèle DS41F du constructeur ABB) faisant office de référence.

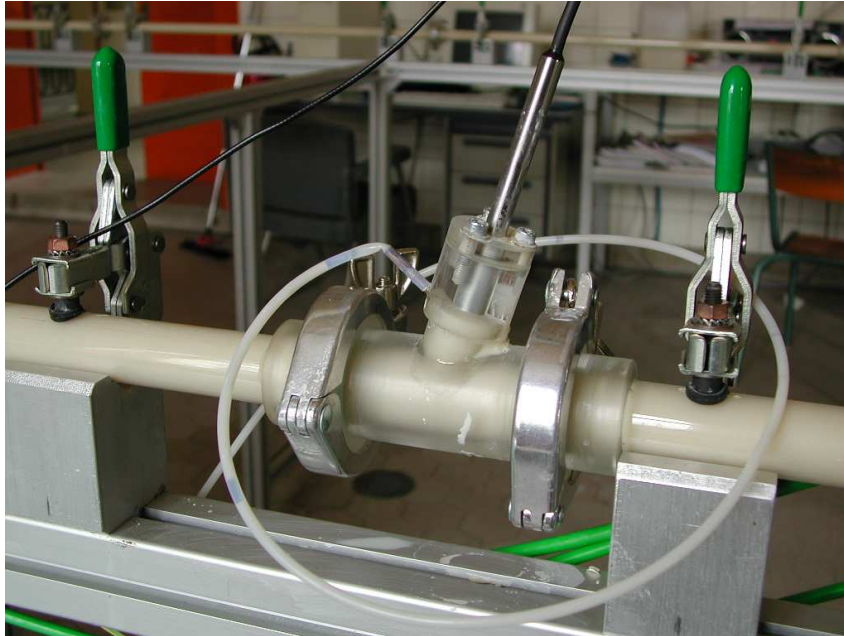


FIG. 11.2 – Transducteur de 8 MHz monté sur une boucle de 2 cm de diamètre. Le support est réalisé de manière à ce que l'écoulement ne traverse pas le champ proche du transducteur.

11.2 Résultats

La figure 11.3 présente les profils de vitesse obtenus à différents débits. Les vitesses moyennes imposées s'étalent de 0.1 à 2.0 m/s .

La correspondance entre les données théoriques, paramétrées par le débitmètre électromagnétique, et expérimentales est bonne. En effet, la forme des profils mesurés ainsi que les valeurs des vitesses sont en adéquation avec la théorie. L'erreur de mesure sur la fréquence Doppler, calculée selon l'équation 8.17 est inférieure à 3%.

On constate cependant des biais systématiques. Si l'on considère les volumes au centre de l'écoulement, on surestime la valeur des vitesses. Inversement, au niveau des parois,

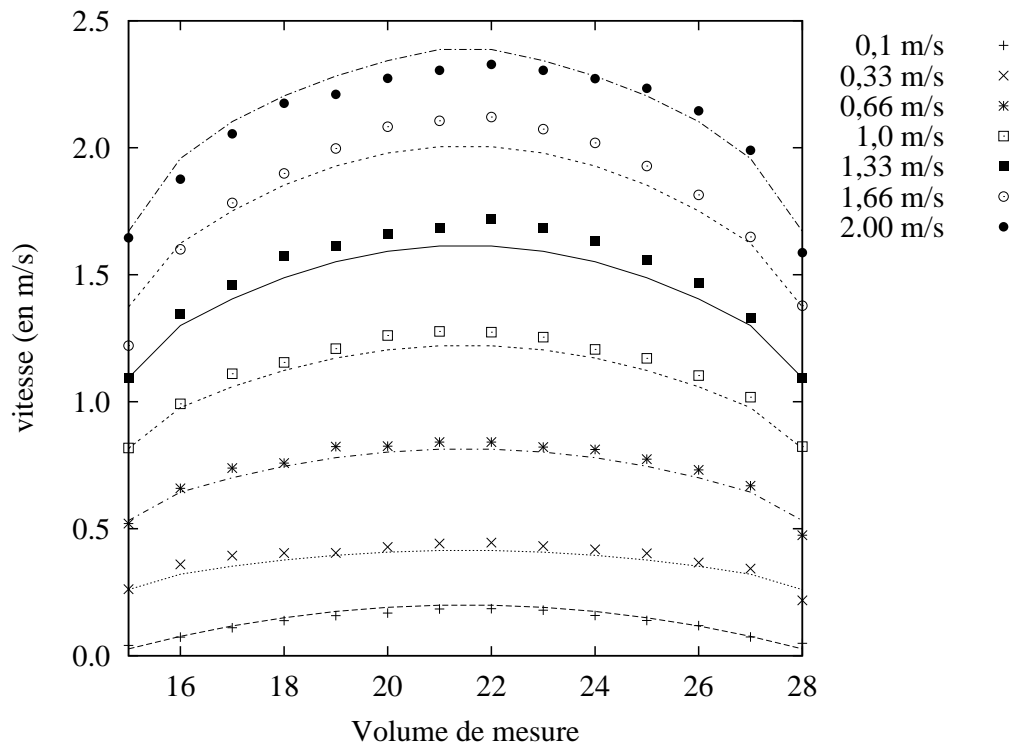


FIG. 11.3 – Profils de vitesses mesurés pour différents débits avec leurs modèles théoriques associés.

le système de mesure ultrasonore a tendance à sous-estimer légèrement les valeurs de vitesses.

On retrouve ces caractéristiques, dans une représentation différente des mêmes données, dans la figure 11.4.

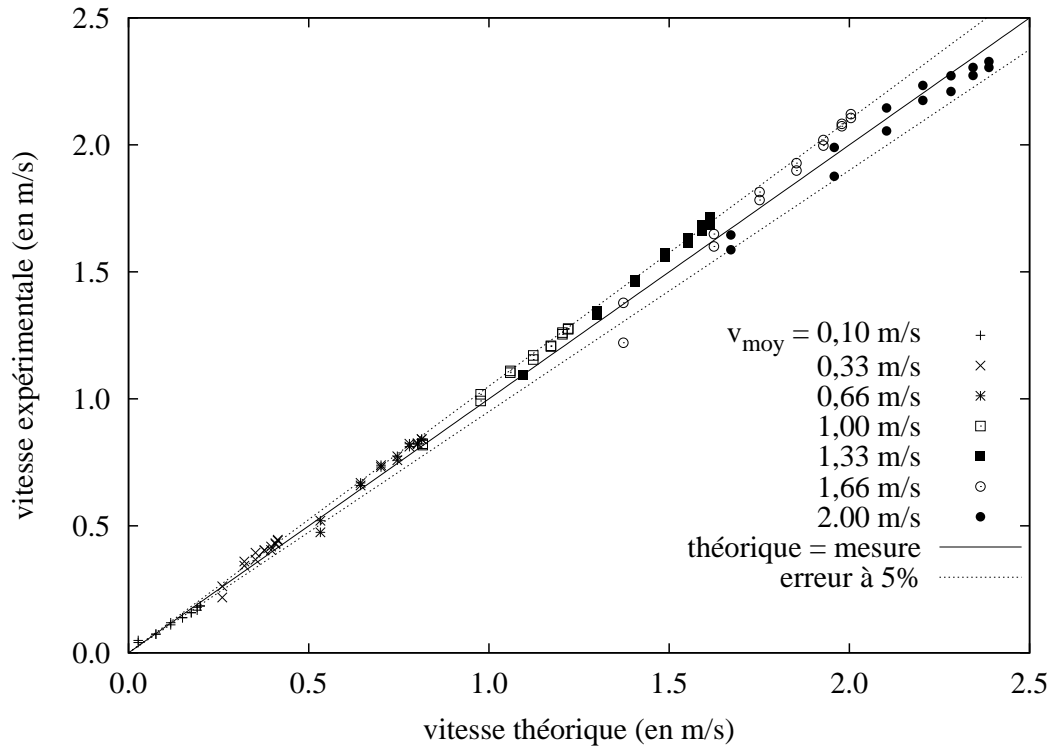


FIG. 11.4 – Profils de vitesses mesurés pour différents débits.

Trois sources d'erreurs sont à l'origine ce biais. D'une part le calcul de la vitesse expérimentale selon la formule de l'effet Doppler, d'autre part le calcul ponctuel de la vitesse théorique, et enfin le repliement spectral pour les vitesses élevées.

L'erreur liée au calcul de la vitesse expérimentale à partir de la formule 3.29 liant la fréquence f à la vitesse v , s'exprime (à partir de la différentielle de v) :

$$\frac{\Delta v}{v} = \frac{\Delta c}{c} + \frac{\Delta f_0}{f_0} + \tan \beta \cdot \Delta \beta + \frac{\Delta f_D}{f_D} \quad (11.1)$$

Les paramètres c (célérité du son), f_0 (fréquence émise) et β (angle d'émission) sont donnés comme des constantes, elles induisent donc un biais linéaire et proportionnel sur la mesure de vitesse. Ainsi, une erreur de 2% sur c et f_0 ainsi qu'une erreur de 0.5% sur β suffisent à induire un biais proportionnel de 6% sur la vitesse mesurée. D'après la figure 11.4, ce biais semble inférieur à 5%.

La vitesse théorique est calculée ponctuellement, ce qui s'oppose à la mesure expérimentale dans un volume (voir figure 11.5 et section 6.1). Pour faire correspondre les profils, la vitesse théorique est calculée au centre du volume. La vitesse expérimentale correspond (section 8.4.3) à la moyenne dans le volume. Ainsi si la vitesse au centre du volume de mesure ne correspond pas à la vitesse moyenne dans le volume, on assistera à un biais entre vitesse expérimental et vitesse théorique. On comprend aisément que ce biais sera d'autant plus grand dans les zones de fort gradient, c'est-à-dire au niveau des parois.

La dernière source de biais est liée au repliement du spectre lorsque celui-ci ne respecte plus le théorème de Shannon, C'est la limite de Nyquist présentée dans la section 6.3. En effet, dans ce cas, l'énergie au-delà de la moitié de la fréquence d'échantillonnage se trouve déplacée à des fréquences plus faibles provoquant ainsi une sous-estimation de la vitesse moyenne. Ceci se voit très nettement dans la figure 11.4 pour des vitesses au-delà de $2m/s$. Ce biais introduit, en partie, la nécessité du développement présenté au chapitre suivant.

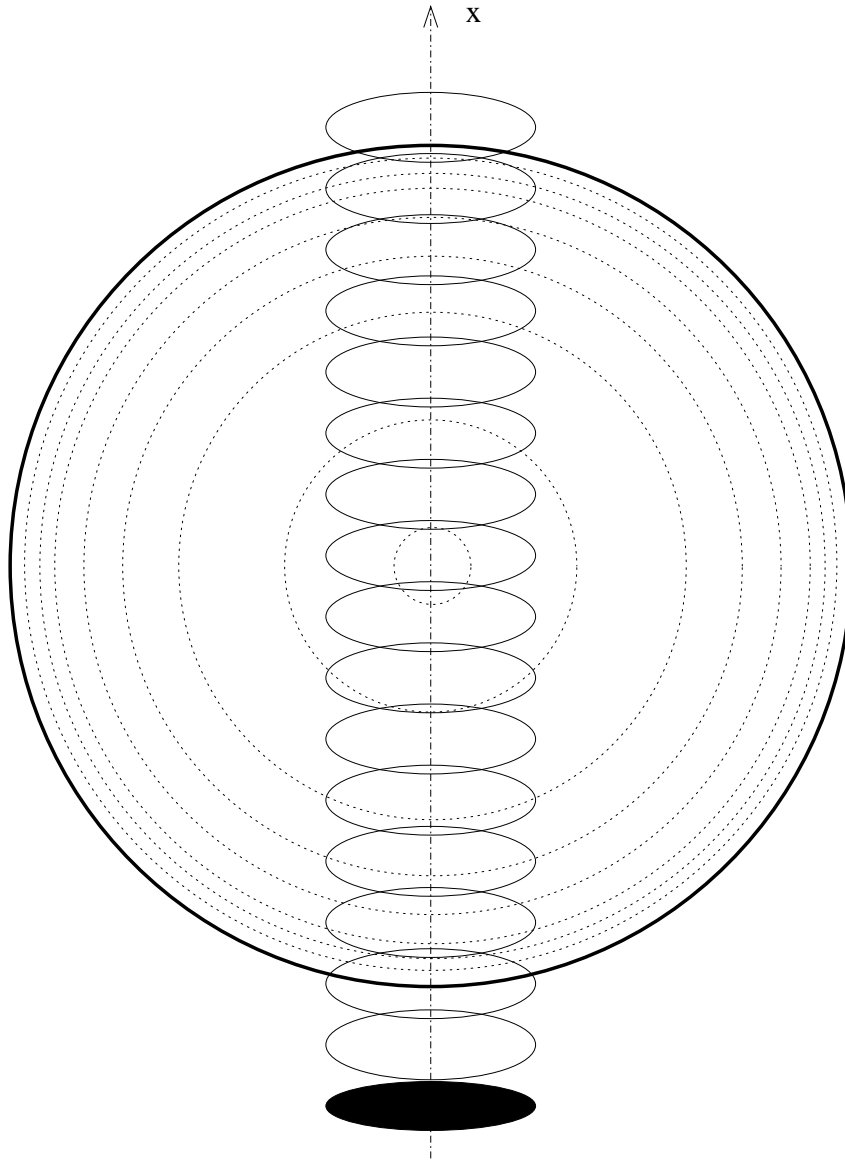


FIG. 11.5 – Projection des volumes de mesures (ellipses) sur une section de l'écoulement. L'axe du transducteur (dont la surface est en noir) est présenté verticalement. Les lignes concentriques en pointillés correspondent aux isométriques de vitesses.

Chapitre 12

Extension de la vitesse maximale mesurable par l'usage de plusieurs fréquences de répétition

12.1 Contexte

12.1.1 Contraintes Physiques

On se fixe comme objectif de couvrir des diamètres d'écoulement allant jusqu'à $1m$ (voir cahier des charges 8.2). Cette limite permet d'englober une grande partie des conduites présentes dans les réseaux d'assainissement.

Si l'on considère alors une pente de 0.5% dans une telle conduite, la vitesse maximale est susceptible d'atteindre $3m.s^{-1}$.

Dans les ouvrages hydrauliques considérés, les particules d'un rayon supérieur à $750\mu m$ se déplacent par saltation et sont, de ce fait, de mauvais traceurs pour les ultrasons.

12.1.2 Limites techniques

Dans le cadre de la limite de Nyquist induite par le procédé de mesure (voir chapitre 7), la méthode ne permet pas d'atteindre les objectifs fixés. En effet, les caractéristiques de la conduite ou du canal imposent une profondeur d'exploration, de ce fait la vitesse de Nyquist (vitesse maximale mesurable) est essentiellement imposée par la fréquence d'émission (voir équation 6.18). Hors, la technique Doppler (basée sur la rétrodiffusion de l'onde émise) nécessite la présence de particules dont la taille doit être suffisamment grande devant la longueur d'onde (voir section 3.1.1). Ceci impose donc (en considérant des particules de diamètre inférieur à $750\mu m$) une fréquence d'émission supérieure à $1MHz$ et ainsi une vitesse de Nyquist de l'ordre de $1m/s$, ce qui est trois fois inférieure à la limite visée.

12.1.3 Solution

L'utilisation de plusieurs fréquences de répétition, afin de résoudre l'ambiguïté vitesse - profondeur, a été proposée dans le domaine des radars météorologiques par Sirmans [SZB76], d'une part, et Dazhang [DGJ⁺84], d'autre part.

Cette technique est exclusivement appliquée en complément de l'algorithme *pulse-pair* [HB03, TSUG01, LWT03, JRAH01]. Elle se base sur le calcul, pour chaque *PRF*, de la vitesse moyenne, puis combine ces vitesses afin de recalculer la vitesse réelle dans le volume. L'estimation de la fréquence moyenne du spectre est faite sur l'intervalle $[-PRF/2; PRF/2]$ pour chaque *PRF*. L'inconvénient de cette méthode est que pour un spectre aux abords des fréquences $(k + 1/2)PRF$ (avec k entier), l'estimation de la vitesse est entachée par la présence aléatoire d'un biais de $\pm PRF$. La probabilité de présence de ce biais est d'autant plus grande que le spectre est large et le rapport signal à bruit faible.

Selon les auteurs, ce principe porte les noms de *staggered PRT*, *MPDA* (*Multi PRF Dealiasing Algorithm*), *Dual PRF*.

Cette thèse se concentre sur l'approche spectrale de l'estimation de la vitesse. Ainsi, ce chapitre décrit une méthode permettant de reconstruire le spectre Doppler réel à partir d'un ensemble de spectres repliés obtenus à partir du signal Doppler sous-échantillonné à plusieurs fréquences de répétition différentes. Après quelques rappels généraux sur la théorie de l'échantillonnage, cette section présentera la méthode de reconstruction proposée par ce travail. Ceci amènera aux résultats obtenus à l'aide d'une simulation.

12.2 Sous-échantillonnage et repliement spectral

12.2.1 Échantillonnage

Pour transformer un signal analogique en un signal numérique, il faut le discrétiser. On va donc prélever régulièrement des échantillons du signal analogique pour le rendre discret et permettre ainsi sa numérisation.

On prend ainsi des valeurs de $s(t)$ à un intervalle de temps T_e (période d'échantillonnage) correspondant à une fréquence $f_e = \omega_e/2\pi = 1/T_e$ dite fréquence d'échantillonnage.

Suite à cet échantillonnage, on quantifie chaque échantillon afin de le stocker sur un support numérique.

L'opération mathématique associée à cette discrétisation revient à multiplier le signal $s(t)$ par un peigne de Dirac :

$$s^*(t) = s(t) \cdot \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - kT_e) \quad (12.1)$$

avec k entier.

On peut ainsi calculer la transformée de Fourier $S^*(\omega)$ du signal échantillonné en utilisant les propriétés du peigne de Dirac ainsi que celles du produit de convolution (voir les équations A.14 et A.18 en Annexe) :

$$S^*(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} s^*(t)e^{-j\omega t} dt \quad (12.2)$$

$$= \frac{2\pi}{T_e} S(\omega) \otimes \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(\omega - k\omega_e) \quad (12.3)$$

$$= \frac{1}{T_e} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} S(\omega - k\omega_e) \quad (12.4)$$

Échantillonner le signal $s(t)$ dans le domaine temporel revient donc à recopier dans le domaine fréquentiel sa transformée de Fourier $S(\omega)$ tous les ω_e . La transformée de Fourier d'un signal échantillonné est donc une combinaison linéaire entre la transformée de Fourier du signal continu (le spectre "original" correspondant au signal non échantillonné) et d'un ensemble infini de "répliques", qui correspondent aux répliques décalées en fréquences du spectre "original".

12.2.2 Théorème de Shannon

Si le spectre du signal complexe continu a une largeur inférieure à ω_e , on peut écrire :

$$S^*(\omega) = S(\omega) \text{ pour tout } |\omega| < \frac{\omega_e}{2} \quad (12.5)$$

Dans ce cas, il est possible de retrouver le spectre du signal continu à partir du spectre du signal échantillonné en ne considérant que l'intervalle $[-\frac{\omega_e}{2}; \frac{\omega_e}{2}]$. Ceci peut être réalisé simplement par un filtre passe-bas.

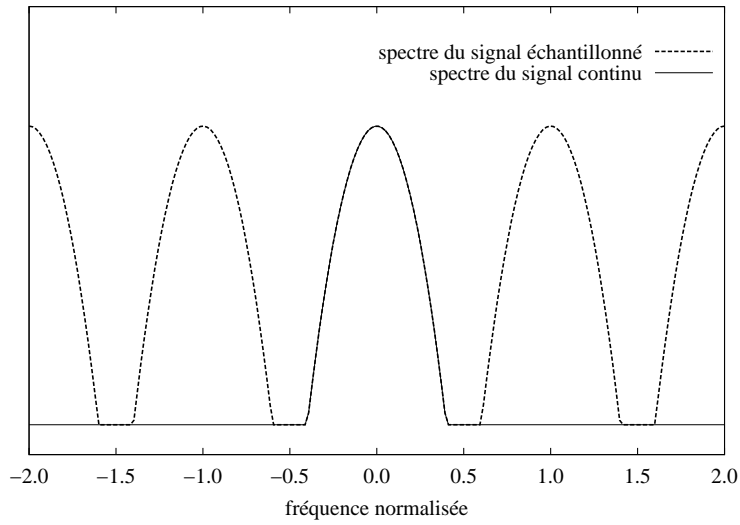
Si le spectre du signal continu a une largeur supérieure à ω_e , on a ce qu'on appelle un repliement de spectre, ce qui signifie que les répliques empiètent l'intervalle $[-\frac{\omega_e}{2}; \frac{\omega_e}{2}]$. On a ainsi une perte d'information et on ne peut plus retrouver le spectre du signal continu par simple filtrage.

C'est ce que stipule le théorème de Shannon :

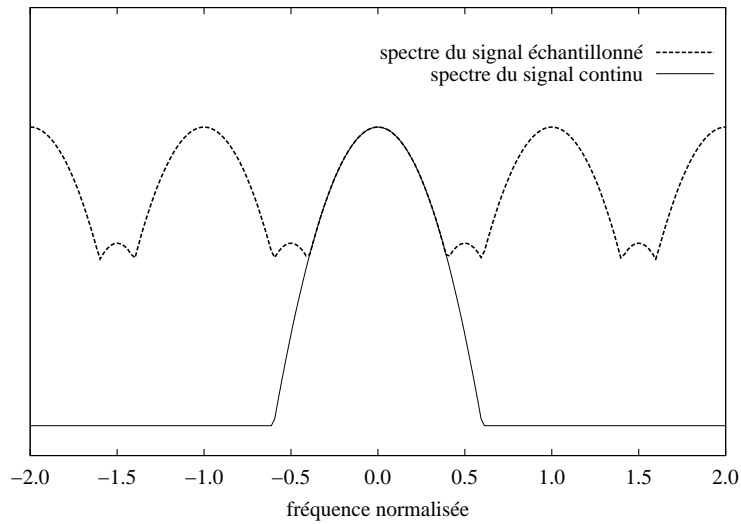
Pour échantillonner un signal de spectre limité à la bande de fréquence $[-f_M; f_M]$, il faut utiliser une fréquence d'échantillonnage f_e telle que :

$$f_e > 2f_M \quad (12.6)$$

le signal originel est alors restitué par simple filtrage passe-bas.



(a) respect du théorème de Shannon



(b) repliement spectral

FIG. 12.1 – Transformée de Fourier d'un signal échantillonné. La fréquence est normalisée par f_e .

Lorsque la fréquence d'échantillonnage choisie ne respecte pas le théorème de Shannon, on dit que le signal est sous-échantillonné.

Les figures 12.1 représentent la transformée de Fourier d'un signal échantillonné, dans deux conditions d'échantillonnage. En abscisse est représentée la fréquence normalisée par la fréquence d'échantillonnage, c'est-à-dire un nombre sans dimension f/f_e . En ordonnée est représentée la transformée de Fourier d'un signal temporel. Celle-ci étant une fonction dans l'espace des complexes, la figure est susceptible de représenter la partie réelle ou la partie imaginaire de la transformée de Fourier. On voit bien dans la figure 12.1(a) la correspondance parfaite, sur l'intervalle $[-1; 1]$, entre les transformées de Fourier des signaux continu et échantillonné. En effet, ce cas respecte le théorème de Shannon avec $f_M = 0.4 \cdot f_e$. La figure 12.1(b) présente un cas de repliement spectral avec $f_M = 0.6 \cdot f_e$. Il est évident ici qu'il est difficile de retrouver le spectre "original" sans l'apport d'information supplémentaire.

12.2.3 Repliement de la densité spectrale de puissance

Le signal Doppler est un signal à phase aléatoire (voir section 6.14), on s'intéresse donc plutôt à sa densité spectrale de puissance. On considère ici un cas tout à fait général d'une densité $G(\omega)$ d'un signal à phase aléatoire $s(t)$ décrit précédemment :

$$G(\omega) = \lim_{T \rightarrow +\infty} \frac{1}{T} E(S(\omega) \cdot \bar{S}(\omega)) \quad (12.7)$$

avec $\bar{S}(\omega)$ le conjugué dans l'espace des complexes de $S(\omega)$. On peut également exprimer $G^*(\omega)$ la densité spectrale de puissance du signal échantillonné :

$$G^*(\omega) = \lim_{T \rightarrow +\infty} \frac{1}{T} E(S^*(\omega) \cdot \bar{S}^*(\omega)) \quad (12.8)$$

$$= \lim_{T \rightarrow +\infty} \frac{1}{T} E \left(\frac{1}{T_e^2} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \sum_{l=-\infty}^{+\infty} S(\omega - k\omega_e) \cdot \bar{S}(\omega - l\omega_e) \right) \quad (12.9)$$

L'espérance mathématique étant linéaire :

$$G^*(\omega) = \frac{1}{T_e^2} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \sum_{l=-\infty}^{+\infty} \lim_{T \rightarrow +\infty} \frac{1}{T} E(S(\omega - k\omega_e) \cdot \bar{S}(\omega - l\omega_e)) \quad (12.10)$$

$s(t)$ étant un signal à phase aléatoire, $S(\omega_1)$ et $\bar{S}(\omega_2)$ sont des variables aléatoires indépendantes pour $\omega_1 \neq \omega_2$, ainsi :

$$G^*(\omega) = \frac{1}{T_e^2} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} G(\omega - k\omega_e) \quad (12.11)$$

Si l'on considère l'extension du théorème de Shannon pour les signaux à bandes étroites [Max85], il est possible de retrouver le spectre initial si l'encombrement spectral de celui-ci est inférieur à la fréquence d'échantillonnage :

$$\Delta\omega < \omega_e \quad (12.12)$$

Le spectre du signal continu est obtenu en multipliant le spectre du signal échantillonné par une fonction porte centrée sur la fréquence centrale du signal Doppler et de largeur f_e .

Dans ce cas, tout le problème est de déterminer la fréquence centrale du signal. Ceci est l'objet de la méthode présentée dans ce chapitre.

12.3 Reconstruction spectrale

12.3.1 Principe

Comme nous l'avons vu dans la section précédente, le sous-échantillonnage induit une perte d'information. Cependant, dans le cas d'un signal à bande passante limitée, cette perte peut être compensée par l'utilisation de plusieurs spectres du même signal échantillonné à plusieurs fréquences différentes.

On considère un spectre $S(\omega)$ à bande passante limitée, de pulsation centrale ω_{med} et de largeur $\Delta\omega$. C'est le cas du spectre d'un signal Doppler, comme l'a montré le chapitre 7. Dans le cas d'un signal Doppler démodulé uniquement en phase, le spectre est pair, c'est-à-dire constitué de deux composantes de même largeur $\Delta\omega$, situés en ω_{med} et en $-\omega_{med}$.

Par ailleurs, on considère que la vitesse du fluide ne peut pas dépasser une valeur maximale, donc :

$$S(\omega) = 0 \text{ pour tout } |\omega| \geq \omega_{max} \quad (12.13)$$

$\omega_{max} = 2\pi f_{max} = \omega_{med} + \frac{\Delta\omega}{2}$ étant la pulsation maximale.

Soit $M(\omega)$ une combinaison des spectres du signal sous échantillonné à différentes fréquences. On cherche une expression de $M(\omega)$, ainsi qu'un critère sur $M(\omega)$ permettant de déterminer l'origine spectrale de l'énergie.

Comme nous l'avons vu dans la section précédente, le spectre du signal échantillonné peut être décrit comme la somme entre le spectre du signal continu et un ensemble d'images de ce spectre décalées en fréquence (répliques). Ce décalage fréquentiel dépend uniquement de la fréquence d'échantillonnage. Ainsi pour plusieurs fréquences d'échantillonnage différentes, seuls les répliques auront été déplacés, alors que la partie du spectre correspondant au signal continu sera toujours à la même place (voir figure 12.2). Si l'on considère le produit des spectres, il est clair que sa valeur est maximale là où les maxima

des spectres coïncident. Cette coïncidence est systématique au niveau du spectre "original". Dans le reste du spectre la coïncidence va dépendre de la position du (ou des) maximum dans le spectre "original" et des fréquences d'échantillonnage utilisées.

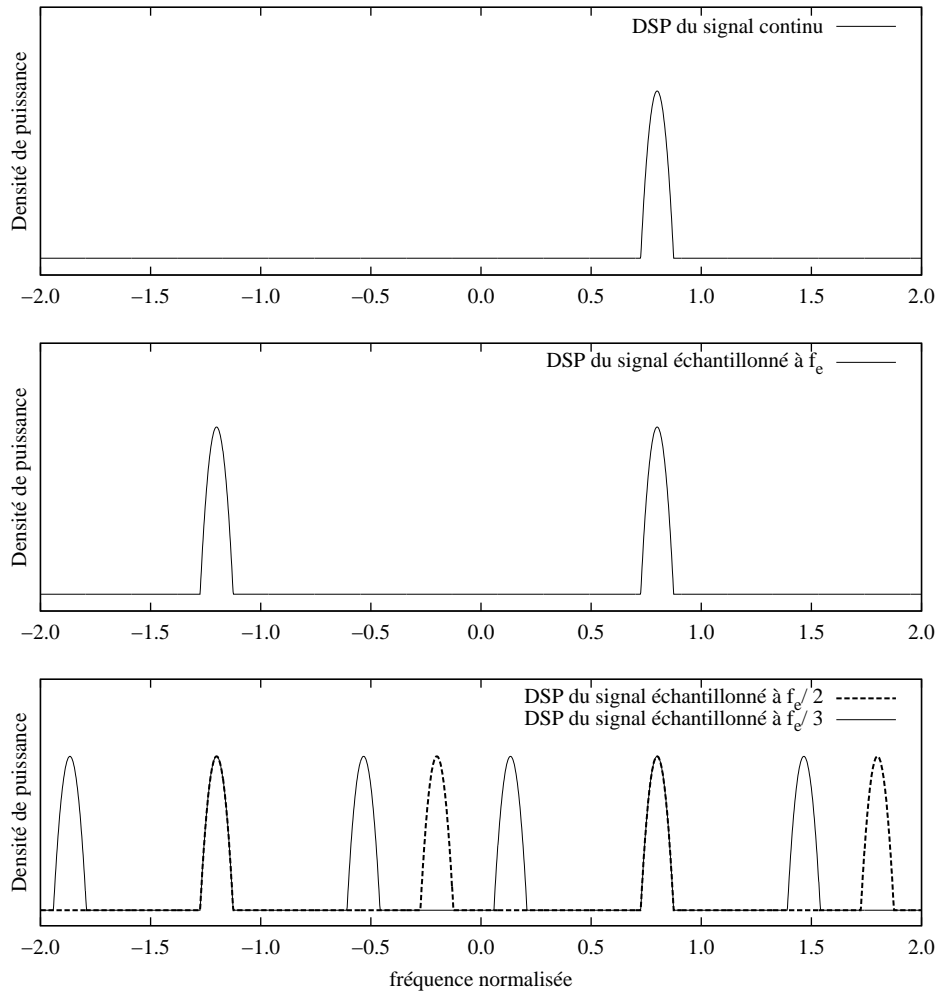


FIG. 12.2 – Différentes périodisation d'un spectre à bande passante limitée. La fréquence est normalisée par f_M . Les facteurs de sous-échantillonnage utilisés dans le graphique du bas sont 2 et 3.

L'utilisation du signal Doppler complexe, plutôt que le signal uniquement démodulé en phase, présente ici un avantage considérable puisqu'il limite le chevauchement des spectres. Le spectre "original" sera ainsi d'autant plus facile à retrouver.

Considérons deux fréquences d'échantillonnage $f_{e1} = 2\pi\omega_{e1}$ et $f_{e2} = 2\pi\omega_{e2}$ ainsi que les densités spectrales de puissance $G_1^*(\omega)$ et $G_2^*(\omega)$ du signal sous-échantillonné qui leurs

sont associées. Soit $M(\omega)$ le produit de ces densités :

$$M(\omega) = E(G_1^*(\omega)) \cdot E(G_2^*(\omega)) \quad (12.14)$$

$$= \frac{1}{T_{e1}^2 T_{e2}^2} \sum_{k_1=-\infty}^{+\infty} \sum_{k_2=-\infty}^{+\infty} G(\omega - k_1 \omega_{e1}) \cdot G(\omega - k_2 \omega_{e2}) \quad (12.15)$$

Il s'agit alors de déterminer les conditions sur les fréquences d'échantillonnage ainsi que leur nombre pour que seules les parties correspondant aux spectres originaux dans les spectres obtenus aient leurs maximums qui coïncident. C'est-à-dire les conditions telles que :

$$\omega_{Smax} = \operatorname{argmax}(M(\omega)) = \operatorname{argmax}(G^2(\omega)) = \operatorname{argmax}(G(\omega)) \quad (12.16)$$

avec l'opérateur *argmax* donnant la position fréquentielle du maximum.

En identifiant le maximum du produit des densités du signal échantillonné à diverses fréquences, et en considérant les conditions réalisées, on dispose ainsi d'une indication sur la localisation spectrale du maximum d'énergie dans le signal continu.

La première solution qui vient à l'esprit est d'utiliser le spectre obtenu avec la plus grande fréquence d'échantillonnage, et de lui appliquer un filtre passe-bande autour du maximum d'énergie. Cependant, dans le cas d'un mauvais rapport signal sur bruit et d'un spectre large, l'estimation de ω_{med} par ω_{Smax} est mauvaise du fait de l'erreur sur les spectres mesurés (voir section 8.4.2).

Imaginons que l'on puisse soustraire une portion de l'énergie à cette fréquence de façon à ce que le maximum soit déplacé. En recalculant le produit des spectres du signal sous-échantillonné et en localisant la position du nouveau maximum, on peut localiser la présence d'énergie à une fréquence autre que celle du maximum initial. Il est alors possible d'appliquer cette propriété de manière récursive afin de reconstruire la densité spectrale de puissance originale.

Concrètement, ce traitement étant numérique, on ne peut appliquer directement la soustraction au spectre du signal continu, par contre celle-ci peut se traduire par la soustraction d'un peigne au spectre du signal échantillonné :

$$\frac{1}{T_e^2} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} G(\omega - k\omega_e) - \epsilon \delta(\omega_{Smax} - k\omega_e) \quad (12.17)$$

$$= E(G^*(\omega)) - \frac{\epsilon}{T_e^2} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(\omega_{Smax} - k\omega_e) \quad (12.18)$$

La reconstruction de la densité spectrale de puissance du signal continu est réalisée en partant d'une densité nulle puis en accumulant à chaque étape de la récurrence une portion de l'énergie identifiée à la fréquence du maximum détecté.

12.3.2 Choix des fréquences d'échantillonnage

La contrainte de la profondeur d'exploration (voir paragraphe 6.3 et 9.1) est la première à intervenir dans le cadre du choix des fréquences d'échantillonnage. Ainsi quel que soit ω_e , il faut respecter :

$$\frac{cT_{e\{i\}}}{2} > x_{0\max} \quad (12.19)$$

ce qui est équivalent à :

$$\omega_e < \frac{c\pi}{x_{0\max}} \quad (12.20)$$

La condition imposée par l'algorithme est déduite de l'équation 12.15 :

$$|k_1\omega_{e1} - k_2\omega_{e2}| > \Delta\omega \text{ pour tout } k_1 \text{ et } k_2 \text{ entiers tels que } \begin{cases} |k_1\omega_{e1}| \leq \omega_M \\ |k_2\omega_{e2}| \leq \omega_M \end{cases} \quad (12.21)$$

On définit pour chaque fréquence d'échantillonnage, un facteur de sous-échantillonnage k_{se} tel que :

$$2\omega_M = k_{se\{i\}}\omega_{e\{i\}} \quad (12.22)$$

Ce facteur correspond au rapport entre la fréquence d'échantillonnage qu'il faudrait utiliser pour respecter le théorème de Shannon ($2\omega_M$), et la fréquence d'échantillonnage effective ($\omega_{e\{i\}}$).

Ne connaissant pas *a priori* la largeur $\Delta\omega$ du spectre, on cherche à maximiser l'écart entre les différentes composantes (les repliques) des spectres repliés. En imposant k_{se1} tel que la contrainte de profondeur soit respectée, k_{se2} ($> k_{se1}$) est déterminé (en introduisant la définition 12.22 dans la condition 12.21) en maximisant :

$$\operatorname{argmax}_{k_{se2}} \left(\min_{k_1, k_2} \left| \frac{k_1}{k_{se1}} - \frac{k_2}{k_{se2}} \right| \right) \quad (12.23)$$

avec k_1 et k_2 entiers tels que :

$$\begin{cases} 2k_1 \leq k_{se1} \\ 2k_2 \leq k_{se2} \end{cases} \quad (12.24)$$

Ainsi en prenant $k_{se1} = 2$, on obtient $k_{se2} = 3$ et une largeur spectrale maximale $\Delta\omega = \frac{\omega_M}{3}$.

12.3.3 Calcul des densité spectrales repliées

Les spectres sont calculés à partir d'un algorithme de calcul numérique de la transformée de Fourier (voir section 8.4.2). Étant donné que l'on souhaite réaliser des opérations

algébriques entre des spectres obtenus à partir de fréquences d'échantillonnage différentes ($f_{e\{i\}}$), il est nécessaire de choisir convenablement les nombres d'échantillons $N_{e\{i\}}$ utilisés afin d'obtenir, dans tout les cas, la même résolution fréquentielle. Ainsi :

$$\delta f_e = \frac{f_{e\{i\}}}{N_{e\{i\}}} \quad (12.25)$$

L'algorithme initial de transformée de Fourier rapide nécessite un nombre d'échantillons qui est une puissance de deux (voir section 8.4.2). Dans le cas de l'utilisation de deux fréquences d'échantillonnage, l'équation 12.25 permet d'écrire :

$$f_{e\{i\}} = 2^{n_{\{i\}} - n_{\{j\}}} f_{e\{j\}} \quad (12.26)$$

Dans ce cas, en appliquant la condition 12.21 à l'équation précédente, la condition devient :

$$f_{e\{i\}} > f_{max} \quad (12.27)$$

Cette condition est trop restrictive par rapport aux objectifs que l'on se fixe ici (voir introduction du chapitre). Dans ce cadre, les nombres d'échantillons imposés par la transformée de Fourier rapide standard ne satisfont pas les conditions. Il est donc nécessaire d'utiliser une version améliorée de l'algorithme de transformée de Fourier rapide, dite en papillons mélangés (*mixed radix*), permettant de travailler avec un nombre d'échantillons quelconque.

On cherche à retrouver le spectre sur l'intervalle $[-\omega_M; \omega_M]$, or le calcul d'une FFT donne les valeurs de la transformée de Fourier du signal échantillonné sur l'intervalle $[0; \omega_{e\{i\}}]$. Il est donc nécessaire au préalable de dupliquer ces valeurs sur l'intervalle $[-\omega_M; \omega_M]$ pour chaque spectre sous-échantillonné afin d'obtenir des blocs de même dimension.

12.3.4 Description de l'algorithme de reconstruction

Pour démarrer l'algorithme, on dispose de plusieurs versions du signal échantillonné à des fréquences différentes. Pour chaque version, on calcule, par transformée de Fourier rapide, la densité spectrale de puissance des signaux sous-échantillonnés.

Lors de la première itération, la soustraction des peignes de Dirac n'est pas effectuée.

L'étape suivante consiste à faire le produit entre les spectres repliés, puis à rechercher la position du maximum dans ce produit.

On ajoute alors une portion ϵ de l'énergie identifiée à la même position $argmax(M_{ii}(\omega))$ dans le spectre en cours de reconstruction, dont la densité initiale est uniformément nulle :

$$G_{Rii+1}(\omega) = G_{Rii}(\omega) + \epsilon \delta(argmax(M_{ii}(\omega))) \quad (12.28)$$

La fonction δ représente l'impulsion de Dirac, l'indice ii correspond à l'indice d'itération. On considère alors l'effet de repliement spectral sur cette portion d'énergie, il s'agit d'un

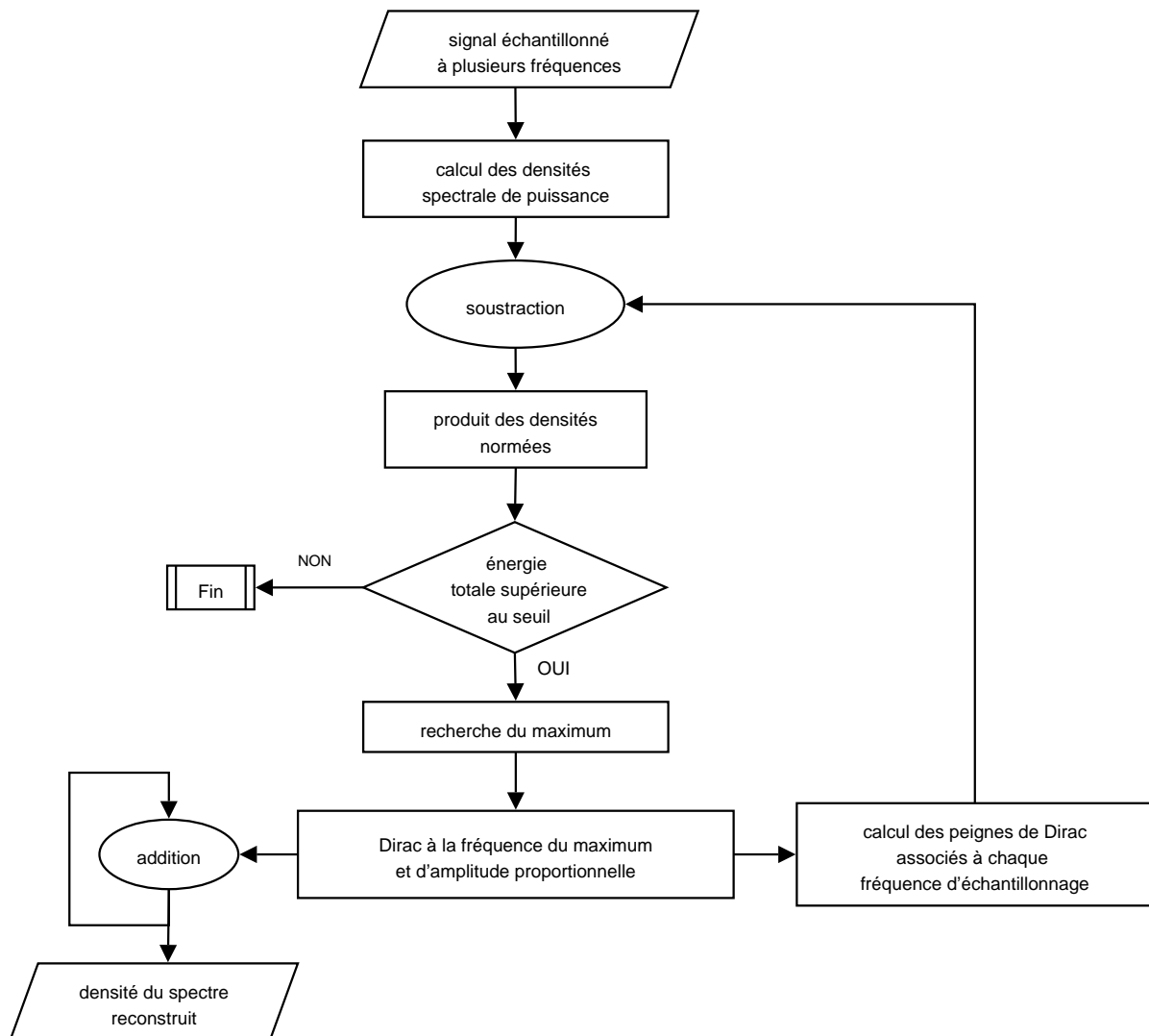


FIG. 12.3 – Synoptique de l’algorithme de reconstruction du module du spectre.

peigne de Dirac (voir équation 12.17). On soustrait alors ce peigne au spectre obtenu avec la même fréquence d'échantillonnage :

$$G_{ii+1}(\omega) = G_{ii}(\omega) - \frac{\epsilon}{T_e^2} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(\operatorname{argmax}(M_{ii}(\omega)) - k\omega_e) \quad (12.29)$$

Cette séquence, décrite par la figure 12.3, est répétée jusqu'à obtenir des spectres repliés d'intensité inférieure à un seuil. On prendra, par exemple, le niveau de bruit électronique dont la densité, pour un système donné, est connue.

Ainsi, à mesure que les spectres repliés sont rongés par l'algorithme, le spectre du signal Doppler est progressivement reconstruit.

12.4 Simulation - résultats

Les paramètres nécessaires à la génération du signal sont la fréquence centrale du spectre, son écart type ainsi que le rapport signal sur bruit.

Le signal temporel est généré à partir de la sommation d'un grand nombre d'échos de particules. Pour chaque écho, on génère une sinusoïde de phase aléatoire à la fréquence souhaitée. Celle-ci est multipliée par une gaussienne d'écart type inverse à celui du spectre. Une fois l'ensemble des échos sommés, on calcule l'énergie totale du signal afin de calculer la densité de bruit nécessaire à l'obtention du rapport signal sur bruit souhaité.

Le signal ainsi généré est utilisé pour calculer le spectre de référence (ou spectre original). Ce même signal est sous échantillonné aux différents facteurs k_{se} en prenant un échantillon sur k_{se} pour obtenir les différents signaux sous échantillonnés. C'est à cet ensemble de signaux sous échantillonnés que l'on applique l'algorithme présenté dans la section précédente.

L'algorithme de reconstruction spectrale permet de restituer correctement le spectre original. Ainsi les figures 12.4 à 12.6 présentent quelques exemples de reconstruction spectrale avec les étapes intermédiaires dans différentes situations de bruit et d'écart type. Seule la vitesse ne change pas dans les figures car l'algorithme est indépendant de ce paramètre.

On constate par ailleurs que la qualité de la restitution du spectre dépend du rapport signal sur bruit et de la largeur du spectre.

12.5 Discussion

La durée de traitement sur un ordinateur (processeur *pentium IV* à 2.4 GHz et 512 Mo de mémoire *RAM*) dans le cas de la combinaison de deux spectres donnés sur 420 échantillons est d'environ 20ms et passe à 0.8ms pour 48 échantillons. Ce temps de calcul permet un traitement en temps réel.

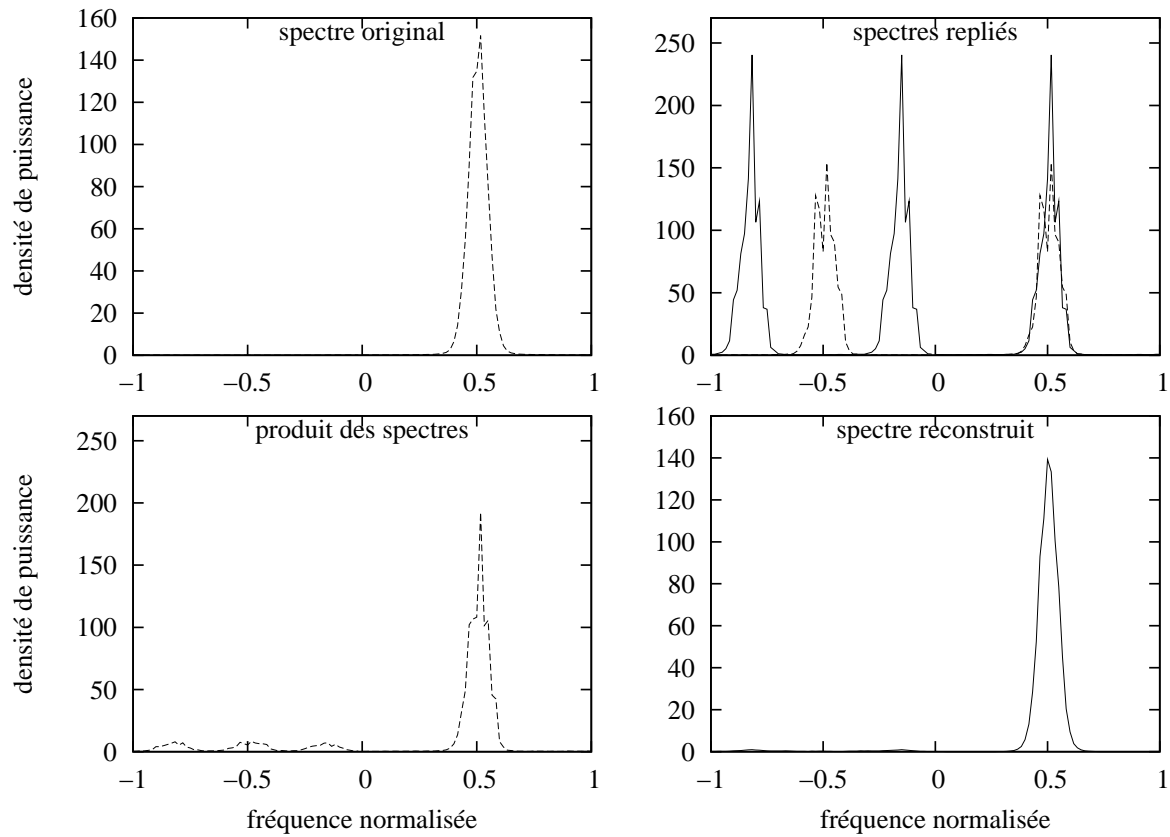


FIG. 12.4 – Comparaison du spectre Doppler reconstruit avec le spectre obtenu en respectant le théorème de Shannon. La fréquence est normalisée par f_M . Spectre Doppler reconstruit à partir de deux fréquences de répétition de facteurs de sous-échantillonnage 2 et 3, pour un rapport signal sur bruit de 100.

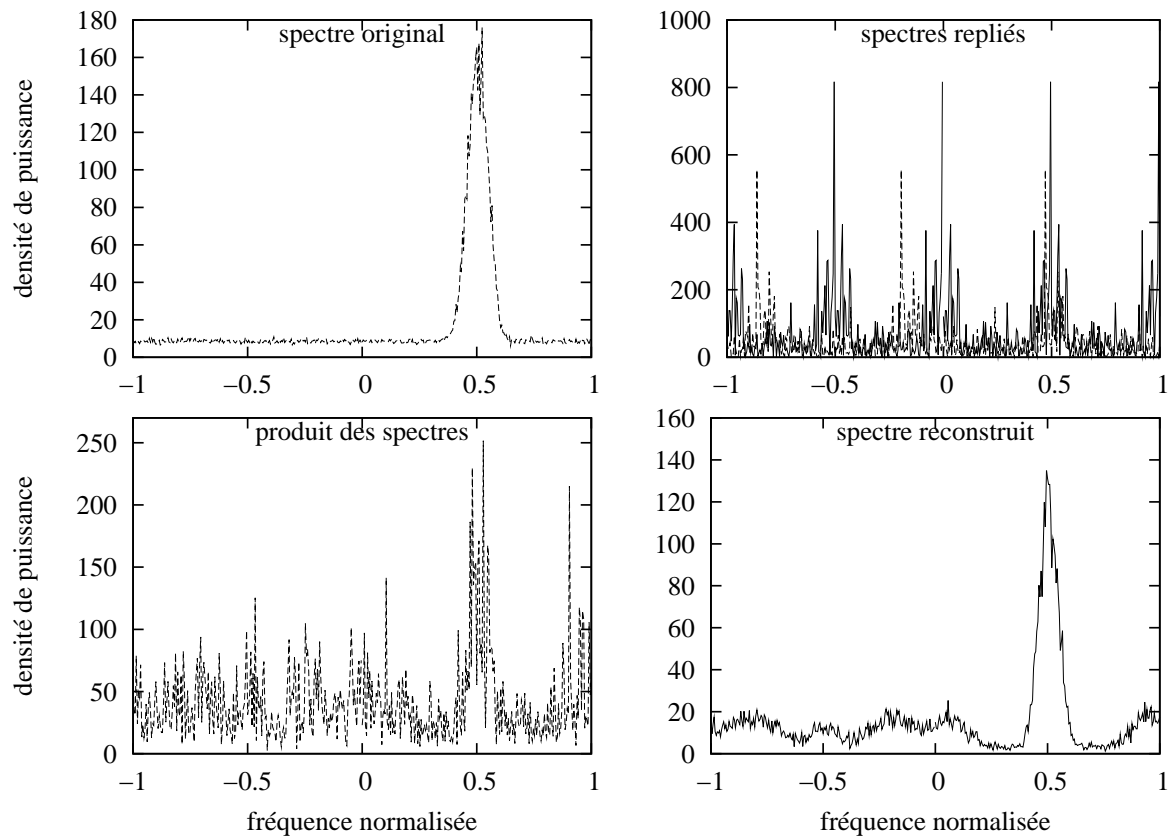


FIG. 12.5 – Comparaison du spectre Doppler reconstruit avec le spectre obtenu en respectant le théorème de Shannon. La fréquence est normalisée par f_M . Spectre Doppler reconstruit à partir de deux fréquences de répétition de facteurs de sous-échantillonnage 2 et 3, pour un rapport signal sur bruit de 1.

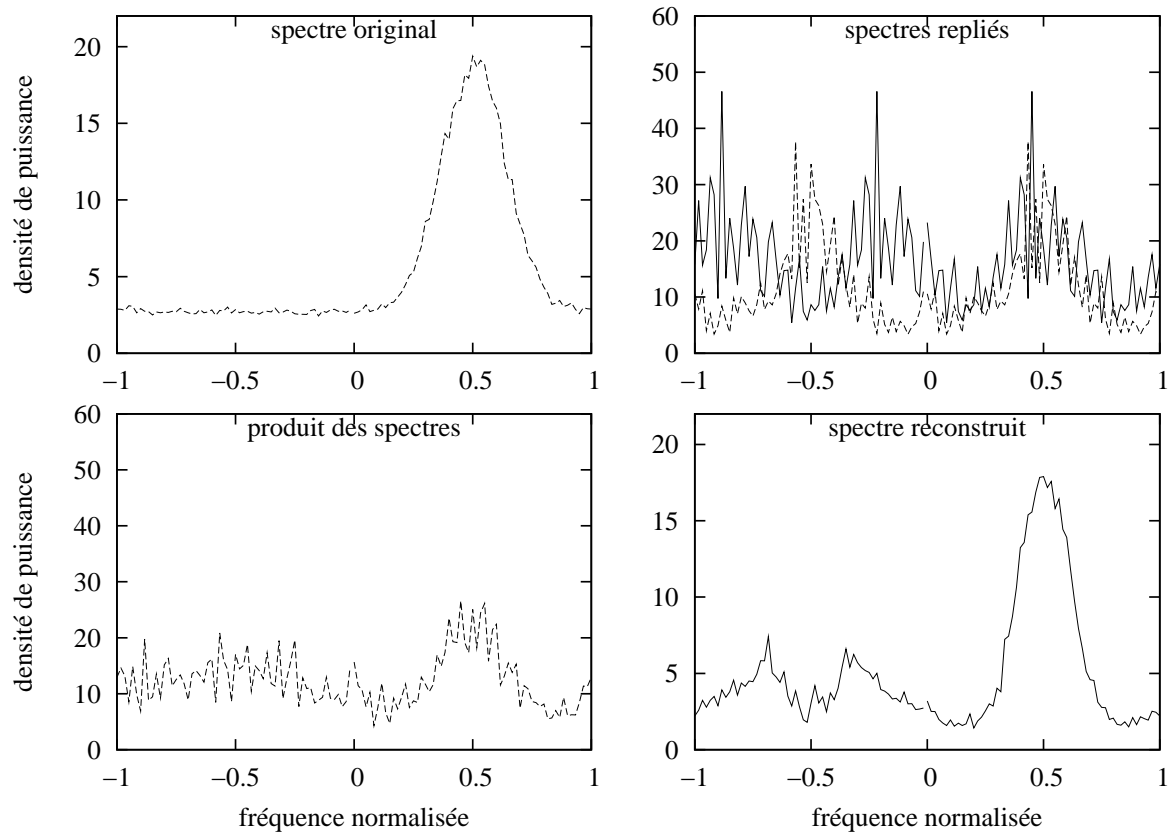


FIG. 12.6 – Comparaison du spectre Doppler reconstruit avec le spectre obtenu en respectant le théorème de Shannon. La fréquence est normalisée par f_M . Spectre Doppler reconstruit à partir de deux fréquences de répétition de facteurs de sous-échantillonnage 2 et 3, pour un rapport signal sur bruit de 1.

Bien que l'utilisation du signal Doppler complexe soit plus confortable dans le cadre de la reconstruction du spectre, la technique présentée ici fonctionne également dans le cas d'un signal démodulé uniquement en phase (voir figure 12.7). Cependant, dans ce cas, les conditions sur la largeur du spectre sont plus strictes et dépendent de la fréquence centrale. Cet aspect ne sera pas développé ici car son intérêt est relativement limité.

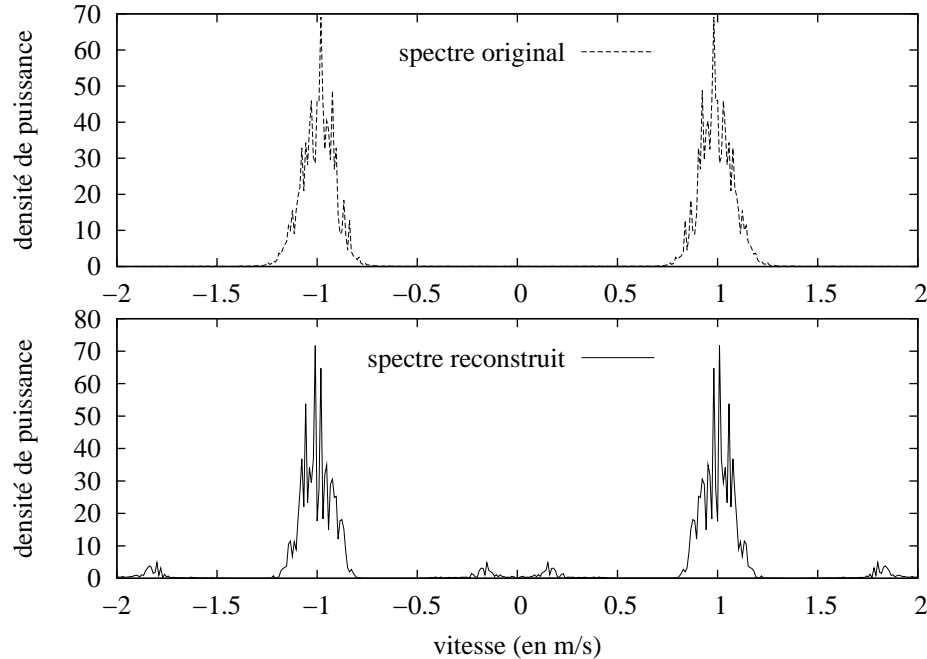


FIG. 12.7 – Comparaison du spectre Doppler reconstruit avec le spectre obtenu en respectant le théorème de Shannon. La fréquence est normalisée par f_M . Spectre Doppler reconstruit à partir de deux fréquences de répétition de facteurs de sous-échantillonnage 3 et 4, pour un rapport signal sur bruit de 100, dans le cas d'un signal démodulé uniquement en phase.

Le facteur limitant de cette méthode est la largeur du spectre. Ainsi la limite au-delà de laquelle l'information spectrale est perdue se trouve aux alentours de :

$$\Delta\omega < \frac{\omega_e}{k_{se}} \quad (12.30)$$

avec k_{se} le plus petit des facteurs de sous échantillonnage utilisés.

Ceci peut également s'exprimer à la manière de la limite de Nyquist en fonction de la hauteur d'eau h_{eau} :

$$\Delta f < \frac{c \sin \beta}{h_{eau}} \quad (12.31)$$

Comme le montrent les figures 12.4 à 12.6, la qualité de la restitution du spectre dépend du rapport signal sur bruit et de la largeur du spectre. En effet, on constate la résurgence des répliques du spectre dans des zones où il n'est pas sensé y avoir de l'énergie (présence de pics parasites). Ceci intervient lors du produit des spectres et est dû d'une part à la présence de bruit blanc et d'autre part au chevauchement des répliques du spectre original, issues des différents sous échantillonnage.

Afin d'améliorer la qualité de la restitution du spectre original, il est intéressant ici d'utiliser la méthode de suppression du bruit par identification du spectre présenté au chapitre 10. Celle-ci permet en particulier de supprimer les pics parasites.

On peut envisager d'utiliser la position du spectre reconstruit comme indicateur de la position du spectre original et de l'utiliser pour extraire le spectre original du spectre replié. Ceci est réalisé en observant uniquement une fenêtre de largeur f_e/k_{se} centrée sur la position du spectre reconstruit dans le spectre obtenu sur le signal de facteur k_{se} .

La position du spectre reconstruit est un indicateur bien plus consistant que le maximum du produit des spectres sous échantillonnés. En effet, contrairement au maximum, il est basé sur l'ensemble de l'information spectrale.

Conclusion générale

Une compréhension approfondie des caractéristiques du signal Doppler a permis de proposer et d'appliquer plusieurs méthodes de traitement et de séquençement améliorant la qualité de la mesure de vitesse par méthode spectrale.

Les deux premières parties ont présenté en détail les fondements physiques puis le principe de la vélocimétrie Doppler par ultrasons pulsés, et ceci indépendamment de la méthode d'estimation de la vitesse. On y trouve l'expression de la limite de Nyquist qui relie inversement la vitesse maximale mesurable et la profondeur d'exploration. Par ailleurs, on aboutit à un modèle gaussien de la densité spectrale de puissance du signal Doppler pour un mouvement rectiligne des particules en suspension dans le fluide. Ce modèle généralement admis dans la littérature a été validé expérimentalement en champ proche par des mesures sur l'écoulement d'un gel.

Un instrument de mesure de vitesses a été développé. Il est constitué d'une électronique d'émission - réception d'ondes ultrasonores largement paramétrable, ainsi que d'un ensemble d'algorithmes de séquençement et de traitement des signaux.

Une méthode de transformation des échos parasites en bruit blanc par codage en phase aléatoire des trains d'ondes a été appliquée. Elle permet, si l'estimateur de la vitesse est insensible au bruit blanc, de ne pas être biaisé par les signaux ne provenant pas du volume de mesure considéré. Son utilisation peut également être envisagée afin d'augmenter la profondeur d'exploration.

Dans le cadre d'une approche spectrale de l'estimation des moments de la vitesse, une méthode d'identification de la densité de puissance visant à soustraire le bruit blanc a été proposée et appliquée. Cette méthode permet de se rapprocher du spectre Doppler par suppression du bruit blanc identifié, et ce quel que soit la géométrie du faisceau et le régime de l'écoulement. L'utilisation du modèle gaussien proposé à partir de considération théorique est particulièrement bien adapté à la méthode. L'algorithme, relativement simple, peut être appliqué à une mesure en temps réel. Il permet d'améliorer nettement la justesse des mesures de vitesses moyennes, en particulier lorsque le rapport signal à bruit est faible.

Afin de s'affranchir de la limite de Nyquist, une technique basée sur l'utilisation de plusieurs fréquences de répétition des trains d'ondes a été proposée. Elle utilise un algorithme original de reconstruction spectrale par combinaison des informations obtenues pour chacune des fréquences. Les simulations montrent l'applicabilité de cette méthode dans un grande variété de situations. Cependant on constate l'apparition d'une nouvelle

limite reliant cette fois la largeur du spectre Doppler avec la profondeur d'exploration.

Bibliographie

- [AT02] Martin E. ANDERSON et Gregg E. TRAHEY : A seminar on k-space applied to medical ultrasound. *Department of Biomedical Engineering, Duke University*, 2002.
- [AW82] Peter ATKINSON et John P. WOODCOCK : *Doppler ultrasound and its use in clinical measurement*. Academic Press, 2nd édition, 1982.
- [BP71] J. S. BENDAT et A. G. PIERSOL : *Random Data : Analysis and Measurements Procedures*. Wiley-Interscience, 1971.
- [BVSWW94] Michael BASS, Eric W. VAN STRYLAND, David R. WILLIAMS et William L. WOLFE : *Handbook of Optics : Fundamentals, Techniques, and Design Volume 1*. McGraw-Hill, 2nd édition, 1994.
- [Coa90] R.F.W. COATES : *Underwater Acoustic Systems*. Macmillan, 1990.
- [CSD93] G. CLOUTIER, K. K. SHUNG et L.-G. DURAND : Experimental evaluation of intrinsic and nonstationary ultrasonic doppler spectral broadening in steady and pulsatile flow loop models. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, 40(6):786–795, 1993.
- [DGJ+84] T. DAZHANG, S. G. GEOTIS, R. E. Passarelli JR., A. L. HANSEN et C. L. FRUSH : Evaluation of an alternating-prf method for extending the range of unambiguous doppler velocity. Dans *22nd conference on Radar Meteorology*, pages 523–527, Zürich, Switzerland, 1984. Amer. Meteor. Soc.
- [FDSZ02] C. FRUSH, R. J. DOVIK, M. SACHIDANANDA et D. S. ZRNIĆ : Application of the sz phase code to mitigate range - velocity ambiguities in weather radars. *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology*, 19:413–430, 2002.
- [FHS+01] S. FISCHER, D. HURTER, P. SCHMITT, B. SCHWALLER et O. SCRIVENER : Procédé et dispositif de mesure des vitesses des liquides dans des conduites et des canaux. brevet 01 08346, ULP, 2001.
- [Fit96] E. FITZGERALD : Integrated pollution prevention and control. directive 96/61/EC, Council of Europe, octobre 1996.
- [FSS04] Stéphane FISCHER, Philippe SCHMITT et Benoît SCHWALLER : Suppression du bruit par identification en vélocimétrie ultrasonore pulsée. Dans *Instrumentation, aspects fondamentaux (C2I 2004 Volume 1)*. Hermes, 2004.

- [GFJ82] Joseph L. GARBINI, Fred K. FORSTER et Jens E. JORGENSEN : Measurement of fluid turbulence based on pulsed ultrasound techniques. part 1 & 2. *Journal of Fluid Mechanics*, 118:445–505, 1982.
- [GLF00] G. GUIDI, C. LICCIARDELLO et S. FALTERI : Intrinsic spectral broadening (isb) in ultrasound doppler as a combination of transit time and local geometrical broadening. *Ultrasound in Med. & Biol.*, 26(5):853–862, 2000.
- [GMA00] N. GRATIOT, M. MORY et D. AUCHÈRE : An acoustic doppler velocimeter (adv) for the characterisation of turbulence in concentrated fluid mud. *Cont. Shelf Res.*, 20:1551–1567, 2000.
- [Gra95] Walter H. GRAF : *Hydrodynamique - Une introduction*. Presses polytechniques et universitaires romandes, 2nd édition, 1995.
- [GS98] Inan GÜLER et Yilmaz SAVAŞ : Design parameters of pulsed wave ultrasonic doppler blood flowmeter. *Journal of Medical Systems*, Volume 22(4):273–278, 1998.
- [GTC⁺97] G. GUIDI, P. TORTOLI, Y. CHABRIA, D. RIGHI, P. PIGNOLI et V. L. NEWHOUSE : Transverse doppler in-vivo spectrograms. *European Journal of Ultrasound*, 5:179–189, 1997.
- [Gue90] Robert D. GUENTHER : *Modern Optics*. Wiley, 1990.
- [HB03] Iwan HOLLEMAN et Hans BEEKHUIS : Analysis and correction of dual-prf velocity data. *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology*, 20:443–453, 2003.
- [Hur95] David HURTHER : Conception d'un vélocimètre à ultrasons pulsées. Mémoire de D.E.A., Institut de Mécanique des Fluides, Université Louis Pasteur, 1995.
- [Jen95] Jørgen Arendt JENSEN : An analysis of pulsed wave ultrasound systems for blood velocity estimation. *Acoustical Imaging*, 22:377–384, 1995.
- [JRAH01] C. N. JAMES et Jr. R. A. HOuze : A real-time four-dimensional doppler dealiasing scheme. *J. Atmos. Oceanic Technol.*, 18:1674–1683, 2001.
- [LS02] J. L. LACY et C. R. SHERWOOD : Accuracy of a pulse-coherent acoustic doppler profiler in a wave-dominated flow. *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology*, submitted, 2002.
- [LTK97] Xiaoming LAI, Hans TORP et Kjell KRISTOFFERSEN : An extended auto-correlation method for estimation of blood velocity. *IEEE transactions on ultrasonics, ferroelectrics, and frequency control*, 44(6):1332–1342, 1997.
- [LWT03] Shuyuan LIU, Hongqing WANG et Zuyu TAO : A simple algorithm for eliminating doppler velocity aliasing. Dans *31st International Conference on Radar Meteorology*, Seattle, WA, 2003. Amer. Meteor. Soc.
- [Mat00] Jérôme MATHIEU : *Contribution à la réalisation d'un appareil de mesure en continu et in-situ de taux de matière en suspension dans les systèmes*

- d'eau et d'assainissement*. Thèse de doctorat, Université Henri Poincaré, Nancy I, 2000.
- [Max85] Jacques MAX : *Méthodes et techniques de traitement du signal et applications aux mesures physiques*. Masson, 4th édition, 1985.
- [MI68] Philip M. MORSE et K. Uno INGARD : *Theoretical Acoustics*. McGraw-Hill, 1968.
- [MNB95] Andrew MCARDLE, Vernon L. NEWHOUSE et Kirk W. BEACH : Demonstration of three-dimensional vector flow estimation using bandwidth and two transducers on a flow phantom. *Ultrasound in Medicine & Biology*, 21(5):679–692, 1995.
- [MR72] K.S. MILLER et M.M. ROCHWARGER : A covariance approach to spectral moment estimation. *IEEE Transactions on Information Theory*, IT-18:588–596, 1972.
- [Now02] M. NOWAK : Wall shear stress measurement in a turbulent pipe flow using ultrasound doppler velocimetry. *Experiments in Fluids*, 33:249–255, 2002.
- [Pap77] A. PAPOULIS : *Signal Analysis*. McGraw-Hill, 1977.
- [Per91] P. PERONNEAU : *Vélocimétrie Doppler : Applications en pharmacologie cardiovasculaire animale et clinique*. INSERM, 1991.
- [Per93] Jean PERDIJON : *Le contrôle non destructif par ultrasons*. Hermès sciences publications, 1993.
- [PTVF92] William PRESS, Saul A TEUKOLSKY, William T VETTERLING et Brian P FLANNERY : *Numerical Recipes in C*. Cambridge University Press, 2ème édition, 1992.
- [Sap94] Jacques SAPRIEL : *Ultrasons*. Techniques de l'Ingénieur, e1910 édition, 1994.
- [SB76] Jacques SAPRIEL et Maurice BERNARD : *L'acousto-optique*. Masson, 1976.
- [SRD⁺03] R. STEEL, K. RAMNARINE, F. DAVIDSON, P.J. FISH et P.R. HOSKINS : Angle-independent estimation of maximum velocity through stenoses using vector doppler ultrasound. *Ultrasound in Medicine and Biology*, 29:575–84, 2003.
- [SZB76] D. SIRMANS, D. ZRNIĆ et B. BUMGARNER : Extension of maximum unambiguous doppler velocity by use of two sampling rates. Dans *17th conference on Radar Meteorology*, pages 23–28, Seattle, WA, 1976. Amer. Meteor. Soc.
- [TA02] R.S. THOMPSON et G.K. ALDIS : Spectral power density calculations for pulsed doppler. *Ultrasonics*, 39:703–714, 2002.
- [Tak95] Yasushi TAKEDA : Velocity profile measurement by ultrasonic doppler method. *Experimental Thermal and Fluid Science*, 10:444–453, 1995.
- [TG80] J. TICHY et G. GAUTSCHI : *Piezo-elektrische Messtechnik*. Springer-Verlag, 1980.

- [TH02] Peter D. THORNE et Daniel M. HANES : A review of acoustic measurement of small-scale sediment processes. *Continental Shelf Research*, (22):603–632, 2002.
- [TIDF03] S. TANELLI, E. IM, S.L. DURDEN et L. FACHERIS : Analyses of spaceborne doppler radar system performance on measuring vertical rainfall velocity. Dans *Proceedings of the 83rd AMS Annual Meeting*, Long Beach CA, USA, 2003.
- [TK95] Hans TORP et Kjell KRISTOFFERSEN : Velocity matched spectrum analysis : A new method for suppressing velocity ambiguity in pulsed-wave doppler. *Ultrasound in Medicine & Biology*, 21(7):937–944, 1995.
- [TKA94] H. TORP, K. KRISTOFFERSEN et B. ANGELSEN : Autocorrelation techniques in color flow imaging. signal model and statistical properties of the autocorrelation estimates. *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, 41(5):604–612, 1994.
- [TSP02] Pierre TABARY, Georges SCIALOM et Alain PROTAT : Un radar météorologique doppler : pour quoi faire? *La Météorologie*, (38):30–44, 2002.
- [TSUG01] Pierre TABARY, Georges SCIALOM et 2001 U. GERMANN : Real-time retrieval of the wind from aliased velocities measured by doppler radars. *J. Atmos. Oceanic Technol.*, (18):875–882, 2001.
- [Uri75] Robert J. URICK : *Principles of underwater sound*. McGraw-Hill, 2nd édition, 1975.
- [WB00] Th. WUNDERLICH et P.O. BRUNN : A wall layer correction for ultrasound measurement in tube flow : comparison between theory and experiment. *Flow Measurement and Instrumentation*, 11:63–69, 2000.
- [Wei97] Shen WEIDONG : *An acoustic instantaneous sediment flux profiler for turbulent flow*. Thèse de doctorat, Ecole Polytechnique fédérale de Lausanne, 1997.
- [Wil93] J. E. WILHJELM : Bandwidth of gaussian weighted chirp. *Electronics Letters*, 29(25):2161–2162, 1993.

Annexe A

Bases mathématiques

Développements limités autour de zéro :

$$(1+x)^\alpha = 1 + \alpha x + \dots + \alpha(\alpha-1)\dots(\alpha-n+1)\frac{x^n}{n!} + o(x^n) \quad (\text{A.1})$$

$$\arctan(x) = x - \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{5}x^5 + \dots + (-1)^n \frac{1}{2n+1}x^{2n+1} + o(x^{2n+2}) \quad (\text{A.2})$$

$$\cos(x) = 1 - \frac{1}{2!}x^2 + \frac{1}{4!}x^4 + \dots + (-1)^n \frac{1}{(2n)!}x^{2n} + o(x^{2n+1}) \quad (\text{A.3})$$

$$\frac{1}{1-x} = x + x^2 + x^3 + \dots + x^n + o(x^n) \quad (\text{A.4})$$

Définition de la transformée de Fourier :

$$\mathcal{F}[f(t)] = F(\omega) \quad (\text{A.5})$$

$$= \int_{-\infty}^{+\infty} f(t)e^{-j\omega t} dt \quad (\text{A.6})$$

et de la transformée de Fourier inverse :

$$f(t) = \mathcal{F}^{-1}[F(\omega)] \quad (\text{A.7})$$

$$= \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} F(\omega)e^{j\omega t} d\omega \quad (\text{A.8})$$

Transformée de Fourier d'un sinus :

$$\mathcal{F}[\sin(\omega_0 t + \Phi_0)] = -j\pi (\delta(\omega - \omega_0)e^{j\Phi_0} - \delta(\omega + \omega_0)e^{-j\Phi_0}) \quad (\text{A.9})$$

$$= \frac{\pi}{j} (\delta(\omega - \omega_0) - \delta(\omega + \omega_0)) e^{j\frac{\omega}{\omega_0}\Phi_0} \quad (\text{A.10})$$

Transformée de Fourier d'un cosinus :

$$\mathcal{F}[\cos(\omega_0 t + \Phi_0)] = \pi (\delta(\omega - \omega_0)e^{j\Phi_0} + \delta(\omega + \omega_0)e^{-j\Phi_0}) \quad (\text{A.11})$$

$$= \pi (\delta(\omega - \omega_0) + \delta(\omega + \omega_0)) e^{j\frac{\omega}{\omega_0}\Phi_0} \quad (\text{A.12})$$

Transformée de Fourier d'une gaussienne :

$$\mathcal{F} \left[e^{-\frac{1}{2}\frac{t^2}{\sigma^2}} \right] = \sigma \sqrt{2\pi} e^{-\frac{1}{2}\sigma^2\omega^2} \quad (\text{A.13})$$

Transformée de Fourier d'un peigne de Dirac :

$$\mathcal{F} \left[\sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - kT_e) \right] = \frac{2\pi}{T_e} \sum_{n=-\infty}^{+\infty} \delta \left(\omega - n\frac{2\pi}{T_e} \right) \quad (\text{A.14})$$

Transformée de Fourier du produit d'une gaussienne et d'une exponentielle de fréquence glissante :

$$\mathcal{F} \left[e^{-\alpha t^2} \cdot e^{j\beta t^2} \right] = \sqrt{\frac{j\pi}{\beta + j\alpha}} e^{-j\omega^2/4\beta_1} \cdot e^{-\alpha_1(\omega/2\beta)^2} \quad (\text{A.15})$$

avec

$$\alpha_1 = \frac{\alpha}{1 + \alpha^2/\beta^2} \text{ et } \beta_1 = \beta \left(1 + \frac{\alpha^2}{\beta^2} \right) \quad (\text{A.16})$$

Définition du produit de convolution :

$$(a \otimes b)(t) = a(t) \otimes b(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} a(t - t') \cdot b(t') d t' \quad (\text{A.17})$$

Propriété de la transformée de Fourier d'un produit :

$$\begin{aligned} \mathcal{F} [a(t) \cdot b(t)] &= \mathcal{F} [a(t)] \otimes \mathcal{F} [b(t)] \\ &= \frac{1}{2\pi} A(\omega) \otimes B(\omega) \end{aligned} \quad (\text{A.18})$$

Propriété de la transformée de Fourier d'un produit de convolution :

$$\mathcal{F} [a(t) \otimes b(t)] = A(\omega) \cdot B(\omega) \quad (\text{A.19})$$

Produit de convolution avec un dirac dans l'espace de Fourier :

$$F(\omega) \otimes \delta(\omega - \omega_0) = \int_{-\infty}^{+\infty} F(\omega - \omega') \cdot \delta(\omega' - \omega_0) d \omega' \quad (\text{A.20})$$

$$= 2\pi F(\omega - \omega_0) \quad (\text{A.21})$$

Fonctions de Bessel :
Pour ν réel positif, on pose :

$$J_\nu(x) = \left(\frac{x}{2}\right)^\nu \sum_{p=0}^{+\infty} \frac{(-1)^p}{p! \Gamma(p + \nu + 1)} \left(\frac{x}{2}\right)^{2p} \quad (\text{A.22})$$

Représentation intégrale

$$J_\nu(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi} \Gamma(\nu + 1/2)} \left(\frac{x}{2}\right)^\nu \int_0^1 \cos(tx) (1 - t^2)^{\nu-1/2} dt \quad (\text{A.23})$$

$$= \frac{1}{\sqrt{\pi} \Gamma(\nu + 1/2)} \left(\frac{x}{2}\right)^\nu \int_{-1}^1 e^{-itx} (1 - t^2)^{\nu-1/2} dt \quad (\text{A.24})$$

Fonction Gamma : Pour z un complexe de partie réelle strictement positive, on définit :

$$\Gamma(z) = \int_0^{+\infty} t^{z-1} e^{-t} dt \quad (\text{A.25})$$

Annexe B

Effet Doppler

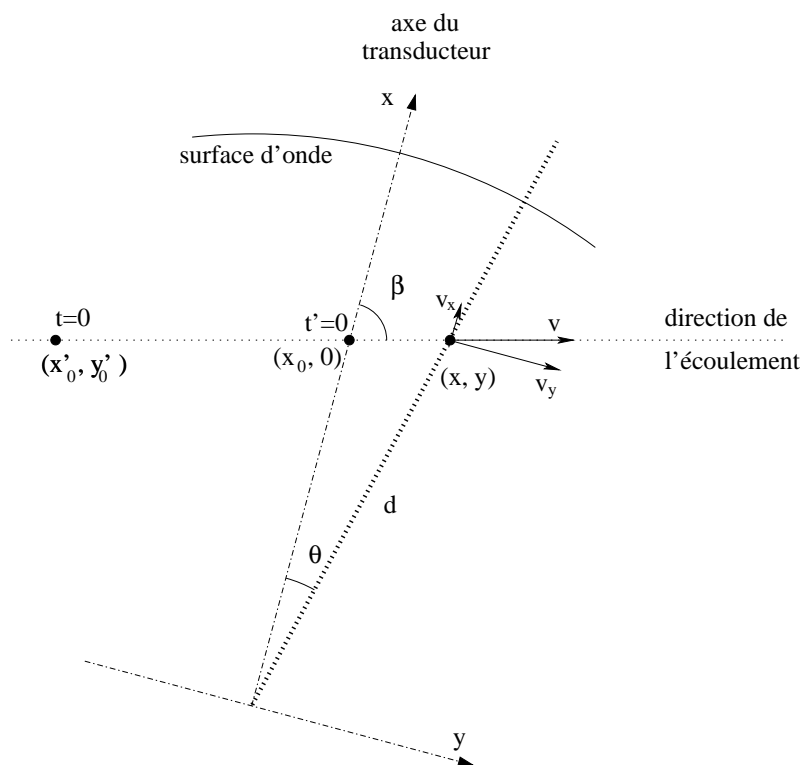


FIG. B.1 – Schéma du parcours de la particule se déplaçant à la vitesse v dans le repère (x, y) du transducteur. La trajectoire rectiligne de la particule fait un angle β avec l'axe de révolution x du transducteur.

Soit $p(t)$ une onde acoustique émise par un transducteur de surface finie (voir figure B.1), dont le centre correspond à l'origine des axes x et y .

Soit $x(t)$, la position de la particule considérée, selon la direction de propagation de l'onde et $y(t)$ la position de la particule selon l'axe perpendiculaire. L'axe des y est

contenu dans le même plan que les axes d'émission des ondes et d'écoulement du fluide. On considère que la particule traverse le faisceau à la vitesse v selon une trajectoire rectiligne faisant un angle β avec l'axe du transducteur :

$$x(t) = x'_0 + v \cos \beta \cdot t = x'_0 + v_x t \quad (\text{B.1})$$

$$y(t) = y'_0 + v \sin \beta \cdot t = y'_0 + v_y t \quad (\text{B.2})$$

avec v_x et v_y les projections de la vitesse selon les axes x et y .

La particule se trouve au point (x'_0, y'_0) à l'instant $t = 0$. Celle-ci n'étant aperçue par le transducteur que lorsqu'elle pénètre dans le faisceau, posons $t' = t - \tau$, avec τ le temps mis par la particule pour intercepter l'axe des x . Ainsi :

$$y(\tau) = 0 \quad (\text{B.3})$$

posons par ailleurs :

$$x(\tau) = x_0 \quad (\text{B.4})$$

le point d'intersection avec l'axe des x . Les équations de position de la particule (équations B.1 et B.2) deviennent alors :

$$\begin{aligned} x(t' + \tau) &= x'_0 + v_x \cdot \tau + v_x \cdot t' \\ &= x_0 + v_x \cdot t' \end{aligned} \quad (\text{B.5})$$

$$\begin{aligned} y(t' + \tau) &= y'_0 + v_y \cdot \tau + v_y \cdot t' \\ &= y_0 + v_y \cdot t' \\ &= v_y \cdot t' \end{aligned} \quad (\text{B.6})$$

L'effet Doppler est perceptible sous forme d'une variation de phase, au cours du temps, induite par une variation de la distance entre la cible et l'émetteur. Il s'agit donc de décrire cette variation et de l'exprimer sous forme d'un retard.

Soit $p(t)$ l'onde émise par le transducteur ; l'onde $p_p(t)$ reçue par la particule est réfléchiée en direction du transducteur et s'écrit (en négligeant la fonction de réflexion de la particule) :

$$p_p(t) = p \left(t - \frac{d(t)}{c} \right) \quad (\text{B.7})$$

avec $d(t)$ la distance séparant la particule et le transducteur, c'est-à-dire la distance parcourue par la surface d'onde depuis la source jusqu'à la cible en mouvement.

L'onde doit maintenant re-parcourir la même distance pour atteindre le transducteur, mais avec un nombre d'onde différent. L'onde $p_r(t)$ reçue par le transducteur s'exprime :

$$p_r(t) = p_p \left(t - \frac{d(t)}{c} \right) \quad (\text{B.8})$$

$$= p \left(t - \frac{d(t)}{c} - \frac{d \left(t - \frac{d(t)}{c} \right)}{c} \right) \quad (\text{B.9})$$

B.1 Cas d'une onde plane

L'approximation d'onde plane est celle qui est généralement utilisée sur l'ensemble du faisceau ultrasonore pour décrire l'effet Doppler. Elle se traduit simplement par un décalage en fréquence de l'onde émise, mais comme nous le verrons dans la section suivante, elle n'est pas suffisante pour décrire le phénomène en champ lointain. Par contre, pour une particule se déplaçant très près de la surface, l'onde perçue est plane et la distance parcourue par la surface d'onde est donnée par l'abscisse x de la particule dans le repère du transducteur :

$$d(t) = x(t) \quad (\text{B.10})$$

On en déduit aisément, en combinant cette équation avec B.1, B.2 et B.9, l'expression de l'onde rétrodiffusée :

$$p_r(t' + \tau) = p \left(\left(1 - \frac{2v_x}{c} \right) t' - \frac{2x_0}{c} + \tau \right) \quad (\text{B.11})$$

B.2 Cas d'une onde sphérique

On suppose ici que la particule est suffisamment loin du transducteur, afin que localement, les ondes puissent être considérées planes et émises par le centre du transducteur.

Pour un particule se déplaçant en champ lointain, l'onde perçue est sphérique et le trajet parcouru par l'onde est pris par rapport au centre du transducteur :

$$d(t) = \frac{x(t)}{\cos(\theta(t))} \quad (\text{B.12})$$

l'angle θ d'écartement à l'axe d'émission s'écrit :

$$\tan(\theta(t)) = \frac{y(t)}{x(t)} \quad (\text{B.13})$$

Dans le cadre du calcul du spectre Doppler (chapitre 7), l'approximation du déphasage Doppler par un développement limité est nécessaire à l'obtention d'une solution analytique. En raison des propriétés du faisceau (voir la section 2.2 sur les faisceaux), la particule ne subit l'onde ultrasonore que pour les valeurs de t' autour de zéro.

Considérons, à un instant t donné, une particule évoluant en champ lointain, l'angle θ d'écartement à l'axe d'émission étant petit, on peut réaliser un développement limité de l'inverse de la tangente autour de zéro.

$$\begin{aligned} \theta &= \arctan\left(\frac{y}{x}\right) \\ &= \frac{y}{x} + o\left(\frac{y^2}{x^2}\right) \end{aligned} \quad (\text{B.14})$$

En réalisant successivement un développement limité à l'ordre 2 du cosinus et de la fonction $\frac{1}{1-u}$ autour de zéro, l'équation B.12 devient :

$$d = \frac{x}{1 - \frac{\theta^2}{2}} + o(\theta^2) \quad (\text{B.15})$$

$$\begin{aligned} &= x \left(1 + \frac{\theta^2}{2} + o(\theta^2) \right) \\ &= x \left(1 + \frac{y^2}{2x^2} + o\left(\frac{y^2}{x^2}\right) \right) \end{aligned} \quad (\text{B.16})$$

On peut ainsi écrire l'évolution de d au cours du temps :

$$d(t' + \tau) = x(t' + \tau) \left(1 + \frac{y^2(t' + \tau)}{2x^2(t' + \tau)} \right) \quad (\text{B.17})$$

en insérant les expressions B.5 et ??, il vient :

$$d(t' + \tau) = (x_0 + v_x t') \left(1 + \frac{(v_y t')^2}{2(x_0 + v_x t')^2} \right) \quad (\text{B.18})$$

En considérant $x_0 \gg v_x \cdot t'$ et en conservant un développement limité à l'ordre 2, on peut approximer simplement l'évolution de la distance d en fonction du temps :

$$d(t' + \tau) = x_0 + v_x t' + \frac{v_y^2}{2x_0} t'^2 \quad (\text{B.19})$$

L'onde p_p reçue, et donc réfléchiée par la particule, se situant à une distance d du transducteur, s'écrit, d'après B.7 :

$$p_p(t' + \tau) = p \left(\left(1 - \frac{v_x}{c} \right) t' - \frac{v_y^2}{2cx_0} t'^2 - \frac{x_0}{c} + \tau \right) \quad (\text{B.20})$$

L'onde p_r reçue par le transducteur au point origine s'exprime alors en utilisant les équations B.9, B.19 et B.20, tout en conservant un développement à l'ordre 2 :

$$\begin{aligned} p_r(t' + \tau) &= p \left(\tau - \frac{2x_0}{c} \left[1 - \frac{v_x}{2c} + \frac{v_y^2}{4c^2} \right] \right. \\ &\quad \left. + \left[1 - \frac{2v_x}{c} \left(1 - \frac{v_x}{2c} - \frac{v_y^2}{2v_x c} + \frac{v_y^2}{2c^2} \right) \right] t' \right. \\ &\quad \left. - \frac{v_y^2}{cx_0} \left[1 - \frac{3v_x}{2c} + \frac{v_x^2 + v_y^2}{2c^2} \right] t'^2 \right) \end{aligned} \quad (\text{B.21})$$

Lorsque la vitesse de la particule est très petite devant celle du son dans le milieu, plusieurs approximations peuvent être effectuées. Dans notre cas, $v_{max} = 3m.s^{-1}$ et $c = 1500m.s^{-1}$, ainsi la valeur maximale du rapport entre les vitesses vaut :

$$\frac{v}{c} < \frac{v_{max}}{c} = 0.2\% \ll 1 \quad (\text{B.22})$$

En réalisant ces approximations, on obtient une expression plus simple de l'onde reçue :

$$p_r(t' + \tau) = p \left(\left(1 - \frac{2v_x}{c} \right) t' - \frac{v_y^2}{cx_0} t'^2 - \frac{2x_0}{c} + \tau \right) \quad (\text{B.23})$$

$$= p(t' - \Phi_D(t')) \quad (\text{B.24})$$

avec :

$$\Phi_D(t') = \alpha_D t' + \beta_D t'^2 + t_D$$

$$\alpha_D = \frac{2v_x}{c} = \frac{2v \cos \beta}{c} \quad (\text{B.25})$$

$$\beta_D = \frac{v_y^2}{cx_0} = \frac{v^2 \sin^2 \beta}{cx_0}$$

$$t_D = \frac{2x_0}{c} - \tau$$

L'onde a subit un étalement temporel $\alpha_D + \beta_D t'$ variant linéairement dans le temps, ainsi qu'un retard t_D .

Annexe C

Extraction du déphasage Doppler par démodulation

C.1 Multiplication

On multiplie l'écho reçu (équation 4.11) avec le train d'ondes émis

$$i_m(t) = s_r(t) \cdot A_0 \sin(2\pi f_0 t + \phi_0) \quad (\text{C.1})$$

ce qui correspond, dans l'espace de Fourier, à :

$$I_m(\omega) = \frac{1}{2\pi} S_r(\omega) \otimes \left(\frac{A_0 \pi}{j} \cdot (\delta(\omega - \omega_0) - \delta(\omega + \omega_0)) \cdot e^{-j\omega \frac{\phi_0}{\omega_0}} \right) \quad (\text{C.2})$$

$$= \frac{A_0}{2j} (S_r(\omega - \omega_0) \cdot e^{-j\phi_0} - S_r(\omega + \omega_0) \cdot e^{j\phi_0}) \quad (\text{C.3})$$

En utilisant l'expression 4.18 de $S_r(\omega)$, on peut écrire :

$$\begin{aligned} I_m(\omega) &= \left(\frac{A_0}{4\pi} \right)^2 \sum_{i=1}^N \left[H_{\{i\}}(\omega - \omega_0) \cdot e^{-j(\omega - \omega_0)\tau_{\{i\}}} \cdot F_{\{i\}}(\omega) \otimes M_{\{i\}}(\omega) \right. \\ &\quad \otimes \left[\left((-\delta(\omega - 2\omega_0) + \delta(\omega)) \cdot e^{-j\omega \frac{\phi_0}{\omega_0}} \cdot e^{j\phi_0} \right) \otimes Co_{D\{i\}}(\omega) \right. \\ &\quad \left. \left. + \left(j(\delta(\omega - 2\omega_0) + \delta(\omega)) \cdot e^{-j\omega \frac{\phi_0}{\omega_0}} \cdot e^{j\phi_0} \right) \otimes Si_{D\{i\}}(\omega) \right] \right] \cdot e^{-j\phi_0} \\ &\quad - \left(\frac{A_0}{4\pi} \right)^2 \sum_{i=1}^N \left[H_{\{i\}}(\omega + \omega_0) \cdot e^{-j(\omega + \omega_0)\tau_{\{i\}}} \cdot F_{\{i\}}(\omega) \otimes M_{\{i\}}(\omega) \right. \\ &\quad \otimes \left[\left((-\delta(\omega) + \delta(\omega + 2\omega_0)) \cdot e^{-j\omega \frac{\phi_0}{\omega_0}} \cdot e^{-j\phi_0} \right) \otimes Co_{D\{i\}}(\omega) \right. \\ &\quad \left. \left. + \left(j(\delta(\omega) + \delta(\omega + 2\omega_0)) \cdot e^{-j\omega \frac{\phi_0}{\omega_0}} \cdot e^{-j\phi_0} \right) \otimes Si_{D\{i\}}(\omega) \right] \right] \cdot e^{j\phi_0} \quad (\text{C.4}) \end{aligned}$$

Le train d'ondes d'émission et le signal de démodulation sont en phase, de ce fait leurs phases ϕ_0 se compensent et disparaissent de l'équation C.4.

C.2 Filtrage

Afin d'obtenir un signal dont la composante fréquentielle est la fréquence Doppler, contenue dans les termes Co_D et Si_D , on applique au signal i_m un **filtre passe-bas** H_d . La fréquence de coupure de ce filtre doit être de l'ordre de ω_0 afin de supprimer les composantes en $-2\omega_0$ et $2\omega_0$ tout en étant suffisamment large pour ne pas dénaturer le signal à basse fréquence. En effet pour un angle de tir $\beta = 75^\circ$ et une vitesse de l'ordre de $v = 3m/s$, le décalage en fréquence est de l'ordre de $f_D \approx 0.1\%f_0$. De plus, la largeur de bande du signal est de $1/\tau_e < f_0$ pour un train d'onde constitué de plus d'une période. Le signal démodulé s'écrit alors :

$$I_d(\omega) = I_m \cdot H_d(\omega) \quad (C.5)$$

$$\begin{aligned} &= \left(\frac{A_0}{4\pi}\right)^2 \sum_{i=1}^N \left[H_{\{i\}}^-(\omega - \omega_0) \cdot H_d(\omega) \cdot e^{-j(\omega - \omega_0)\tau_{\{i\}}} \cdot F_{\{i\}}(\omega) \otimes M_{\{i\}}(\omega) \right. \\ &\quad \left. \otimes (Co_{D\{i\}}(\omega) + j Si_{D\{i\}}(\omega)) \right] \\ &+ \left(\frac{A_0}{4\pi}\right)^2 \sum_{i=1}^N \left[H_{\{i\}}^+(\omega + \omega_0) \cdot H_d(\omega) \cdot e^{-j(\omega + \omega_0)\tau_{\{i\}}} \cdot F_{\{i\}}(\omega) \otimes M_{\{i\}}(\omega) \right. \\ &\quad \left. \otimes (Co_{D\{i\}}(\omega) - j Si_{D\{i\}}(\omega)) \right] \end{aligned} \quad (C.6)$$

avec $H_{\{i\}}^+(\omega)$ la fonction de transfert du système (constitué par la chaîne d'émission - réception, l'atténuation du milieu et la réflexion de la particule) pour les fréquences positives et $H_{\{i\}}^-(\omega)$ pour les fréquences négatives, tels que :

$$H_{\{i\}}(\omega) = H_{\{i\}}^+(\omega) + H_{\{i\}}^-(\omega) \quad (C.7)$$

Le filtrage a ainsi supprimé les composantes de $H_{\{i\}}$ décalées par la multiplication en $2\omega_0$ et en $-2\omega_0$.

On peut alors réécrire le signal démodulé dans l'espace de Fourier :

$$\begin{aligned} I_d(\omega) &= \left(\frac{A_0}{4\pi}\right)^2 \sum_{i=1}^N \left[2 \cos(\omega_0 \tau_{\{i\}}) \cdot \frac{H_{\{i\}}^+(\omega + \omega_0) + H_{\{i\}}^-(\omega - \omega_0)}{2} \cdot H_d \cdot e^{-j\omega \tau_{\{i\}}} \right. \\ &\quad \left. \cdot F_{\{i\}}(\omega) \otimes M_{\{i\}}(\omega) \otimes Co_{D\{i\}}(\omega) \right] \\ &- j \left(\frac{A_0}{4\pi}\right)^2 \sum_{i=1}^N \left[2 \cos(\omega_0 \tau_{\{i\}}) \cdot \frac{H_{\{i\}}^+(\omega + \omega_0) - H_{\{i\}}^-(\omega - \omega_0)}{2} \cdot H_d \cdot e^{-j\omega \tau_{\{i\}}} \right. \\ &\quad \left. \cdot F_{\{i\}}(\omega) \otimes M_{\{i\}}(\omega) \otimes Si_{D\{i\}}(\omega) \right] \end{aligned} \quad (C.8)$$

et dans le domaine temporel, en ne conservant que la partie réelle qui correspond

effectivement au signal physique mesuré :

$$i_d(t) = \frac{A_0^2}{2} \cdot \sum_{i=1}^N \cos(\omega_0 \tau_{\{i\}}) \cdot \delta(t - \tau_i) \otimes h_{\{i\}}(t) \otimes \left[m(t - t_{D\{i\}}) \cdot f_r^2 \left(x_{0\{i\}}, v_{y\{i\}} \left(t - \frac{x_{0\{i\}}}{c} \right), 0 \right) \cdot \cos(\omega_0 \Phi_{D\{i\}}(t)) \right] \quad (\text{C.9})$$

avec :

$$h_{\{i\}}(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{H_{\{i\}}^+(\omega + \omega_0) + H_{\{i\}}^-(\omega - \omega_0)}{2} \cdot H_d \cdot e^{j\omega t} d\omega \quad (\text{C.10})$$

En réalisant le même type d'approximation que dans la section précédente, en considérant la bande passante de $h_{\{i\}}$ très grande devant celle de f_r^2 et du $\cos(\omega_0 \phi_D(t))$, on peut écrire :

$$i_d(t) = \frac{A_0^2}{2} \cdot \sum_{i=1}^N \cos(\omega_0 \tau_{\{i\}}) \cdot h_{\{i\}}(t) \otimes m \left(t - \frac{2x_{0\{i\}}}{c} \right) \cdot \delta(t - \tau_i) \otimes \left[f_r^2 \left(x_{0\{i\}}, v_{y\{i\}} \left(t - \frac{x_{0\{i\}}}{c} \right), 0 \right) \cdot \cos(\omega_0 \phi_{D\{i\}}(t)) \right] \quad (\text{C.11})$$

C.3 Démodulation en quadrature de phase

L'opération de démodulation, présentée dans la section C.1, peut être considérée comme une projection du signal rétrodiffusé dans une dimension définie par la fonction $A_0 \sin(\omega_0 t + \phi_0)$. Comme nous l'avons vu, elle permet d'obtenir ce que l'on peut appeler la partie réelle du signal Doppler.

Ainsi, si l'on souhaite obtenir la partie imaginaire, il suffit de projeter le signal rétrodiffusé dans la dimension orthogonale définie par la fonction $-A_0 \cos(\omega_0 t + \phi_0)$.

On démontre aisément l'orthogonalité des deux fonctions en leurs appliquant mutuellement l'opération de projection :

$$(-A_0 \sin(\omega_0 t + \phi_0) \cdot A_0 \cos(\omega_0 t + \phi_0)) \otimes h_d = -\frac{A_0^2}{2} \sin(2\omega_0 t + 2\phi_0) \otimes h_d \quad (\text{C.12})$$

$$= 0 \quad (\text{C.13})$$

L'application du filtre passe-bas de fréquence de coupure autour de ω_0 a pour conséquence, dans l'équation C.12 de supprimer l'unique composante issue du produit des fonctions.

On va donc pouvoir exprimer la partie imaginaire du signal Doppler en reprenant le produit C.1 et en appliquant la même démarche que pour la partie réelle :

$$q_m(t) = -s_r(t) \cdot A_0 \cos(2\pi f_0 t + \phi_0) \quad (\text{C.14})$$

ce qui correspond, dans l'espace de Fourier, à :

$$\begin{aligned}
 Q_m(\omega) &= -\frac{A_0}{2} S_r(\omega - \omega_0) \cdot e^{-j\phi_0} - \frac{A_0}{2} S_r(\omega + \omega_0) \cdot e^{j\phi_0} & (C.15) \\
 &= \left(\frac{A_0}{4\pi}\right)^2 \sum_{i=1}^N \left[H_{\{i\}}(\omega - \omega_0) \cdot e^{-j(\omega - \omega_0)\tau_{\{i\}}} \cdot F_{\{i\}}(\omega) \otimes M_{\{i\}}(\omega) \right. \\
 &\quad \otimes \left[\left(j(\delta(\omega - 2\omega_0) - \delta(\omega)) \cdot e^{-j\omega \frac{\phi_0}{\omega_0}} \right) \otimes Co_{D\{i\}}(\omega) \right. \\
 &\quad \left. \left. + \left((\delta(\omega - 2\omega_0) + \delta(\omega)) \cdot e^{-j\omega \frac{\phi_0}{\omega_0}} \right) \otimes Si_{D\{i\}}(\omega) \right] \right] \\
 &\quad + \left(\frac{A_0}{4\pi}\right)^2 \sum_{i=1}^N \left[H_{\{i\}}(\omega + \omega_0) \cdot e^{-j(\omega + \omega_0)\tau_{\{i\}}} \cdot F_{\{i\}}(\omega) \otimes M_{\{i\}}(\omega) \right. \\
 &\quad \otimes \left[\left(j(\delta(\omega) - \delta(\omega + 2\omega_0)) \cdot e^{-j\omega \frac{\phi_0}{\omega_0}} \right) \otimes Co_{D\{i\}}(\omega) \right. \\
 &\quad \left. \left. + \left((\delta(\omega) + \delta(\omega + 2\omega_0)) \cdot e^{-j\omega \frac{\phi_0}{\omega_0}} \right) \otimes Si_{D\{i\}}(\omega) \right] \right] & (C.16)
 \end{aligned}$$

Les notations i et q sont utilisées ici afin de respecter la terminologie anglo-saxonne des signaux dits "in phase" (en phase) et "quadrature" (déphasé de $\pi/2$).

En filtrant de la même manière (voir paragraphe C.2) le signal $q_m(t)$ correspondant à la partie imaginaire du signal, on obtient :

$$\begin{aligned}
 Q_d(\omega) &= \frac{A_0^2}{4} \sum_{i=1}^N \left[H_{\{i\}}^-(\omega - \omega_0) \cdot H_d \cdot e^{-j(\omega - \omega_0)\tau_{\{i\}}} \cdot F_{\{i\}}(\omega) \otimes M_{\{i\}}(\omega) \right. \\
 &\quad \left. \otimes (Si_{D\{i\}}(\omega) - j Co_{D\{i\}}(\omega)) \right] \\
 &\quad + \frac{A_0^2}{4} \sum_{i=1}^N \left[H_{\{i\}}^+(\omega + \omega_0) \cdot H_d \cdot e^{-j(\omega + \omega_0)\tau_{\{i\}}} \cdot F_{\{i\}}(\omega) \otimes M_{\{i\}}(\omega) \right. \\
 &\quad \left. \otimes (Si_{D\{i\}}(\omega) + j Co_{D\{i\}}(\omega)) \right] & (C.17)
 \end{aligned}$$

ce qui, en réalisant les mêmes approximations que pour la partie réelle, donne :

$$\begin{aligned}
 Q_d(\omega) &= \frac{A_0^2}{2} \sum_{i=1}^N \left[\cos(\omega_0\tau_{\{i\}}) \cdot e^{-j\omega\tau_{\{i\}}} \cdot \frac{H_{\{i\}}^+(\omega + \omega_0) + H_{\{i\}}^-(\omega - \omega_0)}{2} \cdot H_d \right. \\
 &\quad \left. \cdot \left[F_{\{i\}}(\omega) \otimes M_{\{i\}}(\omega) \otimes Si_{D\{i\}}(\omega) \right] \right] \\
 &\quad - j \frac{A_0^2}{2} \sum_{i=1}^N \left[\cos(\omega_0\tau_{\{i\}}) \cdot e^{-j\omega\tau_{\{i\}}} \cdot \frac{H_{\{i\}}^+(\omega + \omega_0) - H_{\{i\}}^-(\omega - \omega_0)}{2} \cdot H_d \right. \\
 &\quad \left. \cdot \left[F_{\{i\}}(\omega) \otimes M_{\{i\}}(\omega) \otimes Co_{D\{i\}}(\omega) \right] \right] & (C.18)
 \end{aligned}$$

et dans le domaine temporel, la partie réelle de la transformée de Fourier inverse de Q_d correspondant au signal physique mesuré :

$$q_d(t) = \frac{A_0^2}{2} \cdot \sum_{i=1}^N \cos(\omega_0 \tau_{\{i\}}) \cdot h_{\{i\}}(t) \otimes m\left(t - \frac{2x_{0\{i\}}}{c}\right) \cdot \delta(t - \tau_i) \otimes \left[f_r^2\left(x_{0\{i\}}, v_{y\{i\}}\left(t - \frac{x_{0\{i\}}}{c}\right), 0\right) \cdot \sin(\omega_0 \Phi_D(t)) \right] \quad (\text{C.19})$$

Le signal démodulé complexe peut alors s'écrire :

$$s_d(t) = i_d(t) + jq_d(t) \quad (\text{C.20})$$

$$= \frac{A_0^2}{2} \cdot \sum_{i=1}^N \cos(\omega_0 \tau_{\{i\}}) \cdot h_{\{i\}}(t) \otimes m\left(t - \frac{2x_{0\{i\}}}{c}\right) \cdot \delta(t - \tau_i) \otimes \left[f_r^2\left(x_{0\{i\}}, v_{y\{i\}}\left(t - \frac{x_{0\{i\}}}{c}\right), 0\right) \cdot e^{j(\omega_0 \Phi_D(t))} \right] \quad (\text{C.21})$$

Il s'agit d'un signal basse fréquence dont la pulsation dépend directement de la vitesse des particules. Cependant, pour le tir d'un train d'onde ultrasonore, on reçoit un signal provenant de l'ensemble des particules rencontrées par le faisceau à différentes profondeurs (*i.e.* distances du transducteur). Le chapitre suivant traite donc de la restitution de l'information de profondeur par l'utilisation d'un échantillonnage adéquat.

Annexe D

Articles de conférences

Suppression du bruit par identification en vélocimétrie ultrasonore pulsée

Méthode pour l'amélioration du calcul des moments de vitesses

Stéphane Fischer – Philippe Schmitt – Benoît Schwaller

*Institut de Mécanique des Fluides et des Solides
équipe EFCA de l'UMR 7507 ULP-CNRS
2, rue Boussingault
F-67000 STRASBOURG
stephane.fischer@convergence.u-strasbg.fr*

RÉSUMÉ. En vélocimétrie des fluides, l'objectif est de fournir les premiers moments de la vitesse dans le volume de mesure considéré, en particulier la moyenne et l'écart type. La vélocimétrie Doppler par ultrasons pulsés permet d'obtenir la distribution des vitesses en différents points d'une corde transversale à l'écoulement au travers de la densité spectrale de puissance du signal Doppler rétrodiffusé. Or le calcul de ces moments sans traitement préalable du spectre engendre un biais considérable, en particulier lorsque le rapport signal sur bruit est faible. La méthode proposée consiste, pour chaque volume de mesure, à estimer le spectre du signal Doppler par transformée de Fourier Rapide, à le convertir en une distribution de vitesses, puis à identifier les différentes composantes de cette distribution en utilisant la méthode d'ajustement non linéaire de Levenberg-Marquardt. Le bruit peut alors être soustrait du signal mesuré.

ABSTRACT. In fluid velocimetry, the objective is to provide the first moments of the velocity in the considered measurement volume, in particular the average and the standard deviation. Doppler velocimetry by pulsed ultrasounds makes it possible to obtain the velocity distribution in various points of a transverse cord to the flow through the power spectral density of the retrodiffused Doppler signal. However the calculation of these moments without preliminary spectrum treatment generates a considerable skew, in particular when the signal to noise ratio is weak. The method suggested consists, for each measurement volume, to estimate the spectrum of the Doppler signal by fast Fourier transform, to convert it into a distribution of velocities, then to identify the various components of this distribution by using the method of nonlinear adjustment of Levenberg-Marquardt. The noise can then be withdrawn from the measured signal.

MOTS-CLÉS : Doppler, spectre, bruit, ultrasons, fluide.

KEYWORDS: Doppler, spectrum, noise, ultrasound, fluid.

1. Introduction

L'usage de la vélocimétrie ultrasonore pulsée est souvent guidé par le besoin de mesurer localement la vitesse moyenne d'un fluide ainsi que son écart type. En effet, ces mesures, réalisées sur un profil de l'écoulement, permettent d'en déduire le débit, la viscosité, le cisaillement, l'intensité turbulente etc. [TAK 95] [WUN 00]. L'accès à ces deux grandeurs locales se fait au travers des deux premiers moments de la densité spectrale de puissance du signal Doppler. Plusieurs méthodes permettent l'extraction des moments, les plus courantes se divisent en deux catégories. La première catégorie utilise la fonction de covariance (méthodes dites "pulse pair"), la deuxième se base directement sur la densité spectrale de puissance (méthodes que l'on nommera spectrales). La technique proposée ici s'applique à la deuxième catégorie.

Le calcul direct des moments de la densité spectrale de puissance engendre un biais considérable, en particulier lorsque le rapport signal sur bruit est faible. Ce type de situation est rencontré dans un grand nombre d'applications. C'est le cas des fluides faiblement chargés (très peu de rétrodiffusion) que l'on trouve par exemple dans l'assainissement, c'est aussi celui des fluides fortement chargés (absorption importante) rencontrés, entre autres, dans l'agro-alimentaire.

Cet article rappellera la méthode d'obtention de la densité spectrale de puissance de chaque volume de mesure. Il présentera ensuite un modèle de spectre qui sera utilisé pour l'ajustement non-linéaire. L'application de cette méthode à un écoulement de laboratoire permettra de présenter quelques résultats et d'amener à une discussion.

2. Distribution des vitesses

2.1. Mesure dans un volume

Le principe de mesure est basé sur la modulation en fréquence (effet Doppler) d'une onde ultrasonore pulsée, diffusée par les particules en suspension dans le fluide. Le système fonctionne alternativement en émission et en réception. Il envoie un train d'ondes ultrasonores dans l'écoulement, puis reçoit l'écho du milieu, qui correspond à la combinaison des échos rétrodiffusés par les particules. Ceci constitue une mesure sur une corde de l'écoulement. Cet écho est alors démodulé afin de ne conserver que la modulation en fréquence f_D (ou fréquence Doppler) induite par le mouvement des particules. Cette modulation est liée à la vitesse v des particules par la formule classique de l'effet Doppler :

$$v = \frac{c \cdot f_D}{2f_0 \cdot \cos\beta} \quad [1]$$

avec f_0 la fréquence de l'onde émise (ou fréquence porteuse), c la célérité du son dans le milieu, v la vitesse des particules selon l'axe de l'écoulement et β l'angle entre l'axe de tir et l'axe de l'écoulement.

L'écho démodulé est échantillonné-bloqué en autant de portion temporelles que de volumes de mesures souhaités. Ceci correspond physiquement à un échantillonnage spatial de la corde dû à la vitesse de propagation des ondes. Chaque train d'onde émis permet d'obtenir un échantillon du signal Doppler pour chaque volume. Le cycle d'émission-réception est répété plusieurs fois, à une fréquence noté PRF ("pulse repetition frequency"), de manière à obtenir, pour chaque volume, le signal Doppler échantillonné dans le temps.

La distribution des vitesses dans un volume de mesure est directement proportionnelle à la densité spectrale de puissance du signal Doppler. En effet, la puissance acoustique rétrodiffusée [THO 02], et par conséquent la puissance électrique mesurée, est proportionnelle à la concentration massique des particules en suspension dans le fluide. La démodulation a, elle aussi, un effet purement proportionnel sur l'amplitude. Par conséquent, pour chaque volume de mesure, on calcule le spectre par accumulations successives des modules au carré de la transformée de Fourier rapide (FFT) du signal Doppler de la tranche considérée [FIS 01] [BEN 71]. On transforme ensuite le spectre fréquentiel en un histogramme des vitesses en réalisant une homothétie selon l'équation 1.

2.2. *Modèle du spectre*

Le spectre du signal Doppler issu d'un volume de mesure peut s'écrire sous la forme d'une combinaison de plusieurs fonctions d'origines physique différentes : la distribution statistique de la vitesse des particules dans le volume de mesure, la fonction d'élargissement spectrale et le bruit blanc.

La première de ces fonctions est celle qui intéresse l'utilisateur d'un vélocimètre, il s'agit de la distribution statistique de la vitesse des particules dans le volume de mesure. Sa largeur est proportionnelle au gradient de vitesse et à l'intensité turbulente dans le volume. Son moment d'ordre 1 correspond à la vitesse moyenne dans le volume de mesure. Dans un volume dont la dimension selon le rayon de l'écoulement est suffisamment petite, le gradient peut être considéré comme nul ; c'est l'hypothèse qui est faite ici. Par ailleurs, on considère la turbulence comme étant homogène isotrope ; dans ce cas la forme de la densité de probabilité de la vitesse est communément assimilée à une gaussienne. La distribution des vitesses peut donc aussi être approximée par une gaussienne.

La géométrie du volume de mesure traversée par les particules à un effet d'élargissement spectral indésirable (ISB pour "Intrinsic Spectral Broadening"). Son origine est intrinsèque à la méthode de mesure et dépend de la géométrie du volume de mesure. D'après les résultats théoriques et expérimentaux obtenus par différents auteurs ([GUI 00], [PAP 77], [GRO 95] et [TOR 94]), il est raisonnable d'assimiler la fonction d'élargissement spectrale à une gaussienne. Cette fonction agit sur la distribution des vitesses à travers un produit de convolution dont le résultat est lui aussi une gaussienne.

A cela s'ajoute un bruit blanc d'origine électronique et acoustique. Etant donné que les grandeurs manipulées sont des énergies, le bruit apparaît au niveau spectral comme une constante sommée.

Un modèle du spectre obtenu par vélocimétrie Doppler pulsé peut donc s'écrire comme la somme d'une constante et d'une gaussienne :

$$\mathcal{D}_M = A_B + A_S \exp - \frac{1}{2} \left(\frac{v - \mu_S}{\sigma_S} \right)^2 \quad [2]$$

avec A_B l'amplitude du bruit, A_S celle de la gaussienne, μ_S sa moyenne et σ_S son écart type.

2.3. Influence du bruit blanc sur les moments

Soit $\widehat{\mathcal{D}}(v) = \mathcal{D}_B(v) + \mathcal{D}_S(v)$ la distribution des vitesses obtenue à partir du spectre estimé, avec $\mathcal{D}_B(v)$ la densité du bruit acoustique et électronique et $\mathcal{D}_S(v)$ la distribution en vitesses du signal Doppler affecté par l'élargissement spectral. Ces distributions sont données pour $v \in [0; v_{Ny}]$ (domaine de sommation), avec $v_{Ny} = \frac{c \cdot PRF}{4f_0 \cdot \cos\beta}$ la vitesse Nyquist, vitesse maximale mesurable dans le cadre du théorème de Shannon (voir équation 1). Le moment d'ordre n de la distribution $\widehat{\mathcal{D}}(v)$ s'écrit :

$$\widehat{\mathcal{M}}^n = \frac{\sum v^n \widehat{\mathcal{D}}(v)}{\sum \widehat{\mathcal{D}}(v)} \quad [3]$$

$$= \mathcal{M}_B^n \cdot \frac{\sum \mathcal{D}_B(v)}{\sum \mathcal{D}_B(v) + \sum \mathcal{D}_S(v)} + \mathcal{M}_S^n \cdot \frac{\sum \mathcal{D}_S(v)}{\sum \mathcal{D}_B(v) + \sum \mathcal{D}_S(v)} \quad [4]$$

avec \mathcal{M}_B^n le moment d'ordre n du bruit et \mathcal{M}_S^n le moment d'ordre n en vitesse du signal Doppler.

Soit $\sum \mathcal{D}_B(v)$ l'énergie du bruit et $\sum \mathcal{D}_S(v)$ l'énergie du signal Doppler. Le rapport signal à bruit ξ peut s'écrire sous la forme :

$$\xi = \frac{\sum \mathcal{D}_S(v)}{\sum \mathcal{D}_B(v)} \quad [5]$$

L'équation 4 prend alors la forme :

$$\widehat{\mathcal{M}}^n = \mathcal{M}_S^n \cdot \frac{\xi}{\xi + 1} + \mathcal{M}_B^n \cdot \frac{1}{\xi + 1} \quad [6]$$

On assimile la densité $\mathcal{D}_B(v)$ à celle d'un bruit blanc uniforme, dont les moments statistiques s'écrivent :

$$\mathcal{M}_B^n = \frac{\int_0^{v_{Ny}} v^n \cdot A_B dv}{\int_0^{v_{Ny}} A_B dv} = \frac{v_{Ny}^n}{n + 1} \quad [7]$$

L'équation 6 s'écrit alors :

$$\widehat{\mathcal{M}}^n = \mathcal{M}_S^n \cdot \frac{\xi}{\xi+1} + \frac{v_{Ny}^n}{n+1} \cdot \frac{1}{\xi+1} \quad [8]$$

On note bien que l'estimation directe des moments en vitesses du signal Doppler par les moments en vitesses du signal brut est doublement biaisée, par un biais constant $\frac{v_{Ny}^n}{n+1} \cdot \frac{1}{\xi+1}$ ainsi que par un biais proportionnel $\frac{\xi}{\xi+1}$.

A partir de l'équation 8 on peut écrire la moyenne :

$$\widehat{\mu} = \widehat{\mathcal{M}}^1 \quad [9]$$

$$= \mu_S \cdot \frac{\xi}{\xi+1} + \frac{v_{Ny}}{2} \cdot \frac{1}{\xi+1} \quad [10]$$

et la variance :

$$\widehat{\sigma}^2 = \mathcal{M}_{S+B}^2 - \widehat{\mu}^2 \quad [11]$$

$$= \sigma_S^2 \cdot \frac{\xi}{\xi+1} + \frac{v_{Ny}^2}{12} \cdot \frac{1}{\xi+1} + \left(\mu_S - \frac{v_{Ny}}{2} \right)^2 \cdot \frac{\xi}{(\xi+1)^2} \quad [12]$$

Les équations 10 et 12 montrent que le calcul brutal des moments à partir des spectres mesurés peut aisément engendrer des erreurs de quelques dizaines de pourcent. Il est donc fondamental de supprimer le bruit blanc, en particulier lorsque le rapport signal à bruit est mauvais.

3. Méthode de suppression du bruit par identification

La méthode de Levenberg-Marquardt [PRE 92] permet un ajustement non-linéaire d'un modèle à des données expérimentales, basé sur une descente de gradient. Elle nécessite une initialisation des paramètres à des valeurs proches de leurs valeurs vraies. Pour cela, on va préalablement lisser le spectre de manière à pouvoir en extraire la largeur du pic. Cette largeur permet de donner une première estimation de l'écart type σ_S ; la position du pic donne naturellement la valeur initiale de la moyenne μ_S . La valeur minimale du spectre lissé donne l'amplitude du bruit A_B , la différence entre la valeur maximale et minimale donne l'amplitude A_S de la gaussienne. La méthode nécessite également une pondération des différents points expérimentaux. On utilise pour cela une valeur inversement proportionnel à l'erreur sur le spectre [BEN 71]. La méthode utilise les expressions analytiques du modèle gaussien (équation 2) et de ses dérivées partielles par rapport aux paramètres A_B , A_S , μ_S et σ_S . La convergence est obtenue en moins d'une dizaine de cycles.

Une fois le modèle identifié, la constante A_B associée au bruit blanc est retranché au spectre brut, les points du spectre en-dehors de l'intervalle $[\mu_S - 3\sigma_S ; \mu_S + 3\sigma_S]$ sont mis à zéro. Les moments sont alors recalculés à partir du spectre ainsi obtenu. Le

moment d'ordre 1 donne une estimation, quasi non biaisée par le bruit, de la vitesse moyenne dans le volume de mesure. L'intensité turbulente peut être calculée à partir du moment centré d'ordre 2, moyennant la connaissance de la fonction d'élargissement spectrale.

4. Mise en oeuvre - résultats

Les mesures ont été effectuées sur de l'eau du réseau potable, chargée en bentonite, dans un écoulement de 2 cm de diamètre. La fréquence d'émission des ultrasons était de 8 MHz, sur un transducteur céramique de 5 mm de diamètre utilisé en-dehors du champ proche. L'acquisition a été faite avec une plate-forme PXI équipée du logiciel LabView et les traitements ont été réalisés par une librairie dynamique (DLL) écrite en C++ et intégrée au logiciel.

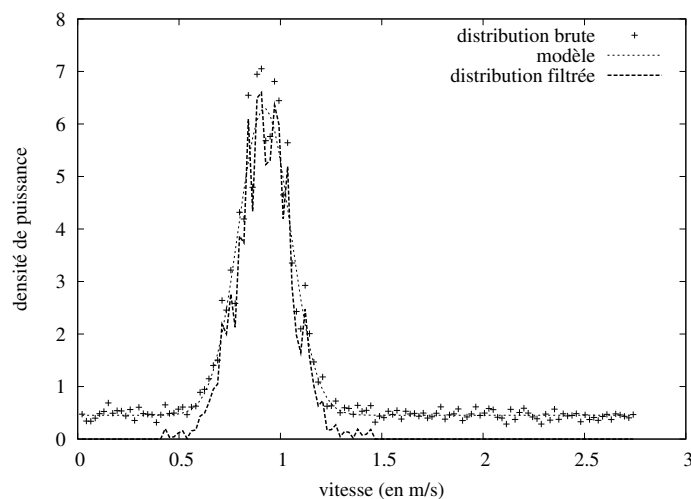


Figure 1. Différentes étapes de la méthode : spectre brut, modèle identifié, spectre filtré, pour une suspension de bentonite à environ 250 mg/l, avec $V_{Ny} = 2.74$ m/s. On mesure $\xi = 1.6$, $\mu_S = 0.92$ m/s, $\hat{\mu} = 1.10$ m/s, $\sigma_S = 0.14$ m/s, $\hat{\sigma} = 0.55$ m/s.

Les résultats montrent que la méthode, utilisant la régression non-linéaire de Levenberg - Marquardt, permet d'améliorer considérablement la justesse des estimateurs des moments. La qualité de l'estimateur est en adéquation parfaite avec la partie théorique présentée au paragraphe 2.3. Sur l'exemple présentés figure 1, la relation 10 donne $\hat{\mu} = 1.09$ contre 1.10 expérimentalement. Pour l'écart type, la mesure de $\hat{\sigma} = 0.55$ concorde parfaitement avec sa valeur calculée avec la relation 12. Ces traitements ont permis d'effectuer des mesures de profils de vitesses avec moins de 5% d'erreur (la référence est un débitmètre électromagnétique ABB DS41F).

5. Discussion

Dans la plupart des situations expérimentales, le bruit est mieux identifié que le signal. Ceci est lié à la pondération des échantillons du spectre (décrite paragraphe 3) qui privilégie les valeurs les plus faibles du spectre, c'est-à-dire les queues de la distribution et le bruit. Ceci est un avantage étant donné que l'on cherche avant tout à déterminer avec exactitude le niveau de bruit et la bande passante du signal. Cette méthode de filtrage du bruit blanc est donc bien adaptée, malgré une connaissance théorique approximative de la distribution spectrale du signal.

Ainsi, on constate par exemple que la fonction d'élargissement spectral est plus "pointue" et a des "queues" plus large qu'une gaussienne. On pourrait donc éventuellement envisager d'améliorer la qualité du modèle par l'adjonction d'une deuxième gaussienne de moyenne identique et d'écart type différent.

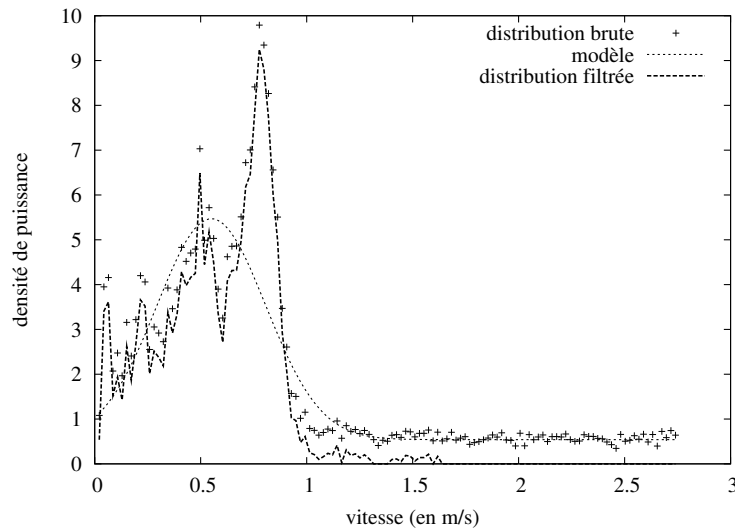


Figure 2. Identification d'un spectre pris au niveau de la paroi. Différentes étapes de la méthode : spectre brut, modèle identifié, spectre filtré, pour une suspension de bentonite à environ 250 mg/l, avec $V_{Ny} = 2.74$ m/s. On mesure $\xi = 2.5$, $\mu_S = 0.54$ m/s, $\hat{\mu} = 0.81$ m/s, $\sigma_S = 0.27$ m/s, $\hat{\sigma} = 0.61$ m/s.

L'approximation du gradient nul dans le volume n'est plus valable aux abords des parois. Cependant, ici aussi, la pondération joue en faveur des faibles valeurs, ce qui entraîne une identification médiocre de la gaussienne mais correcte du bruit. Ceci conduit également à de bons résultats (voir figure 2). Ici aussi, on pourrait améliorer le modèle en utilisant une somme de plusieurs gaussiennes.

Par ailleurs, cette méthode permet une mesure de vitesses en temps réel. En effet, elle est rapide et robuste face à un spectre de qualité médiocre (peu de FFT cumulées).

6. Conclusion

Cette méthode permet de se rapprocher du spectre Doppler réel par suppression du bruit blanc identifié, et ce quel que soit la géométrie du faisceau et le régime de l'écoulement. L'algorithme, relativement simple, peut être appliqué à une mesure en temps réel. Elle permet d'améliorer nettement la justesse des mesures de vitesses moyennes, en particulier lorsque le rapport signal à bruit est faible. Afin d'obtenir la distribution des vitesses dans le volume de mesure, il s'agirait de déconvoluer le spectre obtenu afin de supprimer l'effet de la fonction d'élargissement spectrale. Ceci permettrait entre autre de calculer l'intensité turbulente.

Remerciements

Ce travail a pu être réalisé grâce au soutien financier du GEMCEA (groupement pour l'évaluation des mesures en continues en eau et assainissement).

7. Bibliographie

- [BEN 71] BENDAT J. S., PIERSOL A. G., *Random Data : Analysis and Measurements Procedures*, Wiley-Interscience, 1971.
- [FIS 01] FISCHER S., HURTER D., SCHMITT P., SCHWALLER B., SCRIVENER O., « Procédé et dispositif de mesure des vitesses des liquides dans des conduites et des canaux », brevet n° 01 08346, 2001, ULP.
- [GRO 95] GRONNINGSÆTER A., ANGELSEN B., GRESLI A., TORP H., LINKER D., « Blood noise reduction in intravascular ultrasound imaging », *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, vol. 42, n° 2, 1995, p. 200-209.
- [GUI 00] GUIDI G., LICCIARDELLO C., FALTERI S., « Intrinsic spectral broadening (ISB) in ultrasound Doppler as a combination of transit time and local geometrical broadening », *Ultrasound in Med. & Biol.*, vol. 26, n° 5, 2000, p. 853-862.
- [PAP 77] PAPOULIS A., *Signal Analysis*, McGraw-Hill, 1977.
- [PRE 92] PRESS W., TEUKOLSKY S. A., VETTERLING W. T., FLANNERY B. P., *Numerical Recipes in C*, Cambridge University Press, 2ème édition, 1992.
- [TAK 95] TAKEDA Y., « Velocity profile measurement by ultrasonic Doppler Method », *Experimental Thermal and Fluid Science*, vol. 10, 1995, p. 444-453.
- [THO 02] THORNE P. D., HANES D. M., « A review of acoustic measurement of small-scale sediment processes », *Continental Shelf Research*, n° 22, 2002, p. 603-632.
- [TOR 94] TORP H., KRISTOFFERSEN K., ANGELSEN B., « Autocorrelation Techniques in Color Flow Imaging. Signal model and statistical properties of the Autocorrelation estimates », *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, vol. 41, n° 5, 1994, p. 604-612.
- [WUN 00] WUNDERLICH T., BRUNN P., « A wall layer correction for ultrasound measurement in tube flow : comparison between theory and experiment », *Flow Measurement and Instrumentation*, vol. 11, 2000, p. 63-69.

SPECTRAL RECONSTRUCTION METHOD FOR LIQUID VELOCITY MEASUREMENT BEYOND THE NYQUIST LIMIT

Stéphane FISCHER*, Philippe SCHMITT**, Benoît SCHWALLER***

IMFS, UMR 7507 ULP-CNRS
IUT Louis Pasteur
allée d'Athènes
67300 SCHILTIGHEIM

* stephane.fischer@convergence.u-strasbg.fr,
** philippe.schmitt@convergence.u-strasbg.fr,
*** benoit.schwaller@convergence.u-strasbg.fr

ABSTRACT

In pulsed Doppler velocimetry, one of the main constraints is the opposite relation binding the exploration depth and the maximum measurable velocity (Nyquist velocity). Thus for a value higher than the Nyquist limit, the Doppler spectrum is aliased (Shannon Theorem) and the estimated velocity is false. In some applications, this limit is penalizing. Especially, the ultrasonic velocity profiles measurement in sewerage is compromised.

A method allowing velocity measurements beyond the Nyquist limit is proposed. It is based on a technique from weather radars using multiple pulse repetition frequency (PRF). Each spectral folding, which is different for each PRF, adds information in order to resolve the velocity ambiguity. The proposed algorithm recombines the aliased spectra obtained for each PRF in order to reproduce the original Doppler spectrum. Velocity can thus be calculated on a non aliased spectrum.

With this new method, the limit is not given any more for the maximum frequency in the Doppler spectrum but for the maximum width of this spectrum. Indeed, the only constraint is that the periodisation of the spectrum, which is related to the sampling, does not cause any overlapping of the copies of the original spectrum.

Keywords: range-velocity ambiguity, pulsed ultrasonic Doppler velocimetry, multiple pulse repetition frequency, Power Spectrum Density (PSD)

INTRODUCTION

With the use of ultrasonic Doppler Method for velocity measurements, the pulse repetition frequency (PRF) gives both the exploration depth and the sample rate of the Doppler wave. This results in a relationship between the maximum detectable velocity and the exploration depth, also known as range-velocity ambiguity.

The maximum velocity, known as the Nyquist velocity v_{Ny} is determined, for the situation shown in figure 1 by equation:

$$v_{Ny} = \frac{c^2 \tan \beta}{8 f_0 h} \quad (1)$$

with:

- h : water height,
- β : angle between flow and transducer axis,
- c : acoustic velocity,
- f_0 : ultrasound frequency.

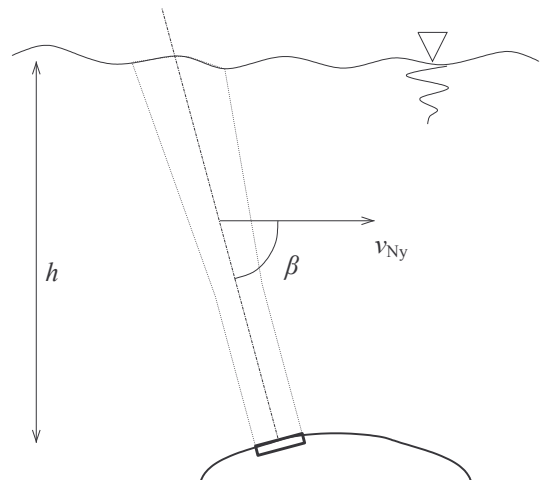


Fig. 1 Principle of flow scan. The transducer sends an ultrasonic burst into the pipe (height h) with an angle β compared to the flow direction (represented by velocity vector v_{Ny}).

The fixed goal is the development of a fluxmeter able to deliver velocity information up to 3 m/s in a 1m depth pipe. These limits cover the majority of situations for most pipes present in sewer networks.

In these hydraulic flows, the particles with a radius greater than 750 μ m move by saltation, and are thus inappropriate ultrasound tracers.

Moreover, reflection on a particle target implies that ultrasound wavelengths are small compared to the particle size [2]. Thus, an emission frequency of 1MHz is an adequate solution. According to equation (1), and with a angle of $\beta=75^\circ$, the Nyquist limit is about 1 m/s, which is three times smaller than the desired value.

In order to solve the range-velocity ambiguity, the use of different repetition frequencies has been proposed in the Doppler weather radar domain [3, 4].

This technique, also named *Staggered PRT*, *MPDA (Multi PRF Dealiasing Algorithm)* or *Dual PRF* is used in addition to *pulse-pair* algorithms. It is based on the calculation of the mean velocity for every PRF, followed by the combination of these velocities in order to retrieve the true velocity in the considered spatial volume.

Spectrum mean frequency estimated by the *pulse-pair* method is determined, for a given PRF, in the $[-PRF/4; PRF/4]$ interval. Thus, a disadvantage of this method is the biasing of the velocity estimation to a value of $PRF/2$ for frequencies near on the values $\left(k + \frac{1}{2}\right) \frac{PRF}{2}$ (k integer). The probability to observe this bias increases for large spectra and small signal-to-noise ratios.

This paper focuses on velocity estimation by spectral analysis. The true Doppler spectrum is extrapolated from a batch of aliased spectra obtained by undersampling the Doppler signal at different PRF. First results obtained with simulation are discussed.

PRINCIPLE

Signal characteristics

The Doppler signal resulting from the echo demodulation in phase and quadrature from particles present in the fluid is noted $s(t)$. It is a complex signal with random phase, available only in its sampled form $s^*(t)$ at the sampling frequency:

$$f_e = \frac{1}{T_e} = \frac{\omega_e}{2\pi} \quad (2)$$

$G(\omega)$ is the power spectral density (PSD) of the continuous signal $s(t)$. The PSD of the sampled signal (Figure 2) can be written as:

$$G^*(\omega) = \frac{1}{T_e^2} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} G(\omega - k\omega_e) \quad (3)$$

This density has a limited bandwidth $\Delta\omega$, centered on the Doppler pulsation ω_{Dmed} , proportional to the fluid velocity according to the Doppler effect [9]:

$$G(\omega) = 0 \quad \forall \omega \notin \left] \omega_{Dmed} - \frac{\Delta\omega}{2}; \omega_{Dmed} + \frac{\Delta\omega}{2} \right[\quad (4)$$

Moreover, the velocity of the fluid is considered to be contained in a specific range, corresponding to a spectral band of $2\omega_M$. We consider:

$$G(\omega) = 0 \quad \forall \omega \notin \left] -\omega_M; \omega_M \right[\quad (5)$$

General description of the method

Within the traditional framework of the Shannon theorem, the sampling frequency is choose such as :

$$\omega_e > 2\omega_M \quad (6)$$

Thus, in figure 2, the middle graph presents the PSD of the signal sampled at a frequency f_e respecting this theorem. The PSD of the continuous signal (in the upper graph) can be obtained when considering the interval $\left] -\omega_M; \omega_M \right[$.

On the other hand, when using smaller sampling rates, the signal is undersampled and its spectrum is aliased. When considering the interval $\left] -\omega_M; \omega_M \right[$ (interval $\left] -1; +1 \right[$ in the lower graph, figure 2), there is an ambiguity on which spectrum is the right one.

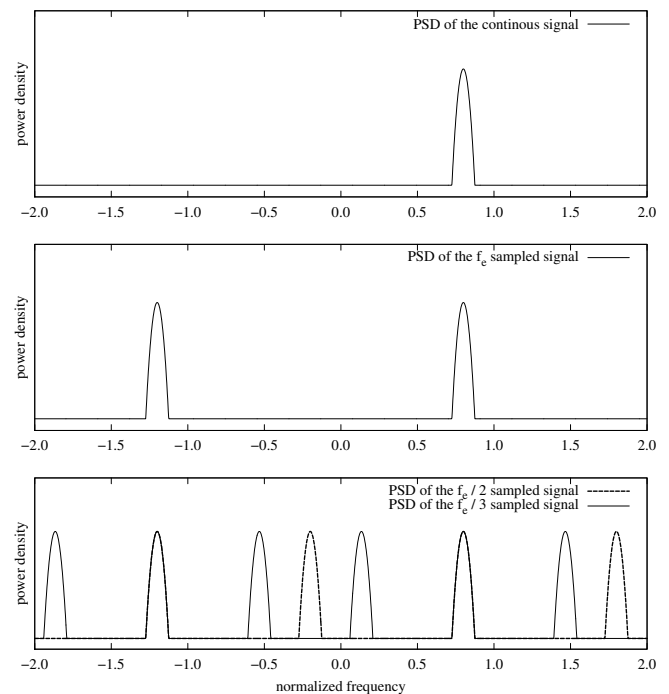


Fig. 2 Effect of aliasing according to various sampling rates. The frequency is normalized by f_M , the undersampling factors are 2 and 3.

Undersampling induces a loss of information. Nevertheless, in the case of a signal with limited bandwidth, this loss can be compensated by the use of several spectral densities of the same signal resulting from a sampling at different frequencies. $M(\omega)$ is a combination of the spectral densities of the undersampled signal at various frequencies. An expression of $M(\omega)$ is searched, as well as a criterion on $M(\omega)$ indicating the spectral origin of the energy.

As shown in equation (3), the PSD of the sampled signal can be described as the sum of the spectrum of the continuous signal and the infinity of images of this spectrum shifted in frequency (copies). These spectral shifts only depend on the sampling frequency. Thus for several different sample frequencies, only the copies will have been moved, whereas

the part of the spectrum corresponding to the continuous signal is always at the same position. When considering the multiplication of the spectra, it is clear that the resulting spectral function has its maximum value where the maxima of the different PSDs coincide. This coincidence is systematic at the position of the original spectrum. Elsewhere, the spectrum coincidence will depend on the position(s) of the maximum(s) in the original spectrum and on the sampling rates used.

We consider two sampling rates as well as their associated PSD of the undersampled signal:

$$\begin{cases} f_{e1} = \frac{\omega_{e1}}{2\pi}, & G_1^*(\omega) \\ f_{e2} = \frac{\omega_{e2}}{2\pi}, & G_2^*(\omega) \end{cases} \quad (7)$$

$M(\omega)$ is the product of these densities:

$$\begin{aligned} M(\omega) &= G_1^*(\omega) \cdot G_2^*(\omega) \\ &= \frac{1}{T_{e1}^2 T_{e2}^2} \sum_{k1=-\infty}^{+\infty} \sum_{k2=-\infty}^{+\infty} G(\omega - k_1 \omega_{e1}) \cdot G(\omega - k_2 \omega_{e2}) \end{aligned} \quad (8)$$

The conditions on the sampling rates have to be determined so that only the parts corresponding to the original power density in the densities obtained by undersampling have their maxima which coincide. So, the maximum of energy takes place at the noted pulsation ω_{Dmax} defined by:

$$\omega_{Dmax} = \arg \max_{\omega} (M(\omega)) = \arg \max_{\omega} (G(\omega)) \quad (9)$$

By identifying the maximum of the multiplication of the densities from the signal, sampled at various frequencies, and by considering the conditions carried out, one has an indication on the spectral localization of the maximum of energy in the continuous signal.

The subtraction of a portion of energy (represented by a Dirac impulse δ) at this frequency is considered. This implies that the maximum of the spectral density is moved. By recomputing the product and by locating the position of the new maximum, one can locate the presence of energy at another frequency than that of the initial maximum. It is then possible to apply this property in a recursive way in order to rebuild the original power spectral density.

Because this process is numeric, the subtraction cannot be applied directly to the spectrum of the continuous signal. On the other hand this one can result in the subtraction of a Dirac

comb, defined by $sha_{\omega_e} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(\omega - k\omega_e)$, to the spectrum of

the sampled signal. Thus, the operation of subtraction:

$$G(\omega) - \varepsilon \delta(\omega - \omega_{Dmax}) \quad (10)$$

results in:

$$\begin{aligned} & \frac{1}{T_e^2} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} G(\omega - k\omega_e) - \varepsilon \delta(\omega - k\omega_e - \omega_{Dmax}) \\ &= G^*(\omega) - \frac{\varepsilon}{T_e^2} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(\omega - k\omega_e - \omega_{Dmax}) \\ &= G^*(\omega) - \frac{\varepsilon}{T_e^2} sha_{\omega_e}(\omega - \omega_{Dmax}) \end{aligned} \quad (11)$$

The rebuilding of the power spectral density of the continuous signal is carried out by starting with a null density, then by accumulating at each stage of the recurrence a portion of the energy identified at the frequency of the detected maximum. Conversely, the densities of the undersampled signals are gradually cut down by the algorithm. The iteration

is stopped when the remaining energy in these densities is close to zero.

Sampling frequency determination

The depth of exploration is the first constraint on the choice of the sampling rates. This constraint acts through the time of flight of the wave. Thus, whatever the $\omega_{e\{i\}}$, it is necessary to respect:

$$\frac{cT_{e\{i\}}}{2} > \frac{h}{\sin \beta} \quad (12)$$

The condition imposed by the algorithm is deduced from the equations (8) and (9), by introducing the conditions (4) and (5) and by stipulating that the copies should not be superimposed, such that:

$$|k_1 \omega_{e1} - k_2 \omega_{e2}| > \Delta \omega \quad (13)$$

for all k_1 and k_2 integers such as: $\begin{cases} |k_1 \omega_{e1}| < \omega_M \\ |k_2 \omega_{e2}| < \omega_M \end{cases}$

An undersampling factor $k_{se\{i\}}$ (real number) is defined for each sampling frequency, such as:

$$2\omega_M = k_{se\{i\}} \omega_{e\{i\}} \quad (14)$$

This factor links the sampling frequency that would be necessary to respect the Shannon theorem ($2\omega_M$) and the effective sampling frequency ($\omega_{e\{i\}}$), respecting the depth constraint described by equation (12).

As the spectrum width $\Delta \omega$ is *a priori* unknown, the distance between the various components (copies) of the aliased spectra have to be maximized. By imposing k_{se1} such that the constraint of depth is respected, $k_{se2} > k_{se1}$ is determined such as (by introducing equation (14) in condition (13)):

$$\arg \max_{k_{se2}} \left(\min_{k_1, k_2} \left(\left| \frac{k_1}{k_{se1}} - \frac{k_2}{k_{se2}} \right| \right) \right) \quad (15)$$

for all k_1 and k_2 integers such that: $\begin{cases} |2k_1| < k_{se1} \\ |2k_2| < k_{se2} \end{cases}$

Thus, taking an undersampling factor $k_{se1} = 2$, induces

$k_{se2} = 3$ and the limiting spectrum width $\Delta \omega = \frac{\omega_M}{3}$.

Spectral density computing

In practice, the spectra are computed with the numerical algorithm of Fast Fourier Transform (FFT). Since algebraic operations have to be carried out between spectra obtained from different sampling frequencies ($f_{e\{i\}}$), it is necessary to choose for each sampling rate the suitable sample numbers $N_{e\{i\}}$ in order to obtain, in each case, the same spectral resolution δf_e . This implies:

$$\delta f_e = \frac{f_{e\{i\}}}{N_{e\{i\}}} \quad (16)$$

The standard algorithm of the Fast Fourier Transform (FFT), initially proposed by Cooley and Tuckey, requires a sample number which is a power of two. This implies that the sampling rates are multiples, as well as the undersampling

factors, which is in disagreement with the condition (15). Within this framework, the sample numbers imposed by the standard Fast Fourier Transform do not satisfy the conditions. It is therefore necessary to use an improved version of the FFT algorithm called Mixed Radix Fast Fourier Transform, making it possible to work with an unconstrained number of samples.

In addition, the FFT computation gives the values of the Fourier transform of the sampled signal on the interval $[0; \omega_{e\{i\}}]$. Because the interval of interest is $]-\omega_M; \omega_M[$, the result of the FFT has to be duplicated on it, in order to obtain, for each undersampled spectrum, the same block dimension.

Reconstruction algorithm description

Let us define l the index of iteration of this recurrent algorithm. The computing starts with several versions of the sampled signal at different frequencies $\omega_{e\{i\}}$. For each version, the power spectral density $G_{\{i,l=0\}}^*(\omega)$ is calculated, by Fast Fourier Transform, followed by the duplication on the interval $]-\omega_M; \omega_M[$.

In the next step, it is necessary to multiply the several duplicated power spectral densities and search for the position of the maximum $\omega_{D\max\{l\}}$ in the product. A tiny part ε (a few tenths of percent) of the identified energy is added to the power spectrum $\hat{G}_{\{l\}}(\omega)$, which has a null initial density and will become the reconstructed PSD:

$$\hat{G}_{\{l+1\}}(\omega) = \hat{G}_{\{l\}}(\omega) + \varepsilon \delta(\omega - \omega_{D\max}) \quad (17)$$

The duplication, caused by the sampling, is then applied to this part of energy, which results in a Dirac comb (see equation (11)). The subtraction of this comb from the PSD obtained at the same sampling rate is then computed:

$$G_{\{i,l+1\}}^*(\omega) = G_{\{i,l\}}^*(\omega) - \frac{\varepsilon}{T^2} sha_{\omega_{e\{i\}}}(\omega - \omega_{D\max\{l\}}) \quad (18)$$

This sequence, described by figure (3), is repeated until obtaining aliased spectra of energy lower than a threshold. One will take, for example, the electronic noise level of which the density, for a given system, is known.

Thus, as the aliased spectra are reduced by the algorithm, the spectrum of the Doppler signal is gradually rebuilt.

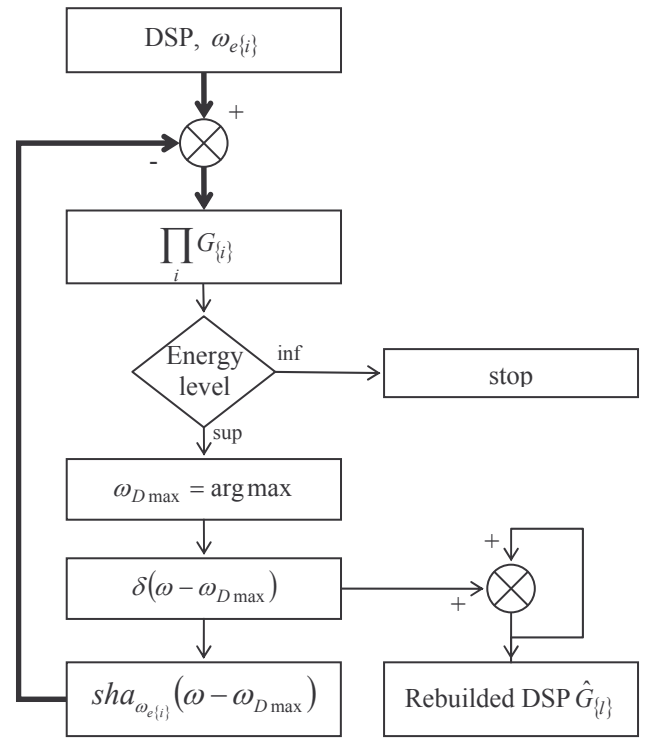


Fig. 3 Synoptic of the reconstruction algorithm. The thick lines represent the parallel processing on each spectral density of index $\{i\}$.

Simulation

In order to validate the functionality of the method, a Doppler signal is simulated on a computer. Various undersampling frequencies are used in order to apply the algorithm and rebuild the power spectral density of the generated signal.

The parameters needed for the signal generation are the central frequency of the spectrum, the bandwidth as well as the signal to noise ratio. The power spectral density is considered to be a Gaussian function of standard deviation taken as equal to $\Delta\omega/6$.

The temporal signal is generated starting from the sum of many particle echoes. Each echo consist in a random phase sinusoid with the desired frequency, multiplied by a Gaussian function of standard deviation equal to the inverse of that of the spectrum. Once the individual echoes are summed, the whole energy is calculated in order to define the density of noise according to the desired signal to noise ratio. This noise is then added to the whole particle echoes.

The signal thus generated is used to calculate the reference spectrum (or original spectrum). This same signal is undersampled with various factors $k_{se\{i\}}$ by taking, in the temporal signal, a sample each $k_{se\{i\}}$ in order to obtain the various undersampled signals. The reconstruction algorithm, presented in the preceding section, is then applied to the batch of undersampled signals.

RESULTS AND DISCUSSION

The spectral reconstruction algorithm allows the proper reconstitution of the original PSD. Figures (4) to (6) present several examples of spectral rebuilding in different noise and

signal bandwidth situations. Velocity is identical for all curves because the reconstruction only depends on the spectrum's shape, and not on the velocity value.

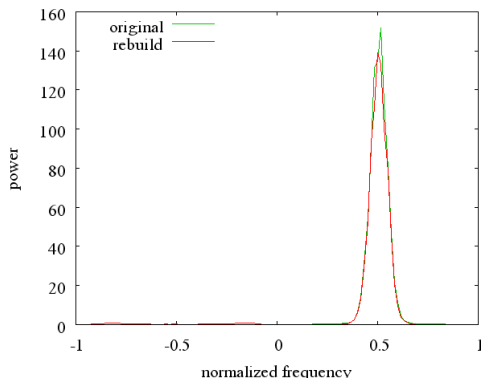


Fig. 4 Comparison between the reconstructed PSD and the one obtained respecting the Shannon theorem for a narrow simulated input spectrum with a signal to noise ratio of 100. Frequency is normalized with respect to f_M , and undersampling factors are 2 and 3.

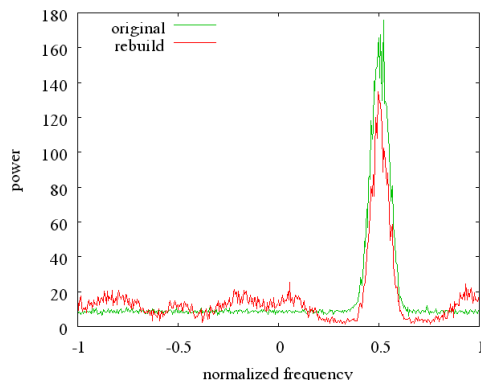


Fig. 5 Comparison between the reconstructed PSD and the one obtained respecting the Shannon theorem for a narrow simulated input spectrum with a signal to noise ratio of 1. Frequency is normalized with respect to f_M , and undersampling factors are 2 and 3.

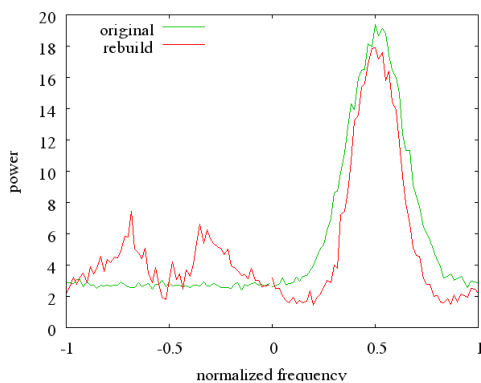


Fig. 6 Comparison between the reconstructed PSD and the PSD obtained respecting the Shannon theorem for a broad simulated input spectrum (condition (11) not respected) with a signal to noise ratio of 1. Frequency is normalized with respect to f_M , and undersampling factors are 2 and 3.

The quality level of the reconstructed spectrum depends strongly on signal to noise ratio and on spectrum broadness.

In the case of combination of two spectrum dropped down afterwards to 420 samples, the computing duration (*pentium IV* platform at 2.4 GHz with 512 Mo of RAM) is close to 20ms.

This time equals 0.8ms when 48 samples are needed. According to these values, real time processing is possible.

This theory has demonstrated that the boundary factor of this method is the spectrum broadness. Thereby, figure (4) to (6) show that the quality of the reconstructed PSD depends strongly on signal-to-noise ratio and on the spectrum fitness. Indeed, without respect to this criterion, parts of the spectrum images grow up in different frequency bands where normally no energy exists (presence of parasitic peaks). This phenomenon is generated during spectral products, and comes first from white noise, and second from the overlapping of the spectrum copies, issued from the different undersamplings. Additional sampling frequencies can increase the quality of the reconstructed spectrum.

Another way to extract the original PSD is to use the position of the rebuilt density as indicator of the position of the original density, and use it for extracting the original PSD from the aliased one.

This can be done by observing a window of width ω_{e1} , centered on this position indicator, in the density obtained from the signal undersampled with the factor k_{se1} .

Indeed, although the rebuilt spectrum is denatured beyond the limit given by the condition (13), its position ω_{Dmed} is available until the surrounding of:

$$\Delta\omega < \omega_{e1} \quad (19)$$

with:

ω_{e1} : highest sampling pulsation used.

Moreover, the position of the reconstructed spectral density is much more consistent than the maximum of the product of the PSD obtained by undersampling. Indeed, unlike the maximum, it is based on the whole spectral information.

Thus, in the case of undersampling factors of 2 and 3, this method would make it possible to pass from a limiting spectrum width of $\omega_M/3$ to ω_M .

CONCLUDING REMARKS

In order to measure velocities beyond the Nyquist limit, a technique based on the use of multiple PRF was proposed. It uses an original algorithm of spectral reconstruction by combining the information obtained for each sampling rate. Simulations show the applicability of this method in a large variety of situations. However one notes the appearance of a new limit connecting the width of the Doppler spectrum (instead of the maximum frequency) with the exploration depth.

REFERENCES

1. P. Atkinson and J. P. Woodcock, 1982, Doppler ultrasound and its use in clinical measurement, 2nd edition, *Academic Press*.
2. S. Weidong, 1997, An acoustic instantaneous sediment flux profiler for turbulent flow, Phd thesis, *Ecole Polytechnique fédérale de Lausanne*.
3. Sirmans, D. and D. Zrnica and B. Bumgarner, 1976, Extension of Maximum Unambiguous Doppler Velocity by Use of Two Sampling Rates, 17th conference on Radar Meteorology, *Amer. Meteor. Soc.*, Seattle, WA, pp. 23-28.
4. T. Dazhang, S. G. Geotis, R. E. Passarelli Jr., A. L.

Hansen and C. L. Frush, 1984, Evaluation of an Alternating-PRF Method for Extending the Range of Unambiguous Doppler Velocity., 22nd conference on Radar Meteorology, *Amer. Meteor. Soc.*, Zürich, Switzerland, pp.523-527

5. I. Holleman and H. Beekhuis, 2003, Analysis and Correction of Dual-PRF Velocity Data, *Journal of Atmospheric and Oceanic Technology*, 20, pp.443-453.
6. P. Tabary and G. Scialom and U. Germann, 2001, Real-time retrieval of the wind from aliased velocities measured by Doppler radars, *J. Atmos. Oceanic Technol.*, 18, pp. 875-882.
7. S. Liu, H. Wang and Z. Tao, 2003, A simple algorithm for eliminating Doppler velocity aliasing, 31st International Conference on Radar Meteorology, *Amer. Meteor. Soc.*, Seattle, WA

8. C. N. James and R. A. Houze, Jr., 2001, A real-time four-dimensional Doppler dealiasing scheme, *J. Atmos. Oceanic Technol.*, 18, pp. 1674-1683.
9. G. Cloutier, K. K. Shung and L.-G. Durand, 1993, Experimental Evaluation of Intrinsic and Nonstationary Ultrasonic Doppler Spectral Broadening in Steady and Pulsatile Flow Loop Models, *IEEE Transactions on Ultrasonics, Ferroelectrics, and Frequency Control*, 40, pp. 786-795.

ACKNOWLEDGEMENT

This work could be realized thanks to the financial support of the *GEMCEA* (organization for the evaluation of the continuous measurements in water and sewer networks), of the French *Région Alsace* and of the French ministry of industry.

Annexe E

Présentation de la soutenance

13 décembre 2004

**Développement
d'une instrumentation ultrasonore
pour la mesure des vitesses des liquides
au-delà de la limite de Nyquist
par une approche spectrale**



FISCHER Stéphane

Institut de Mécanique
des Fluides et des Solides de
Strasbourg

UMR 7507 ULP-CNRS

Introduction

- Mesure de débit de liquide ($\varnothing \rightarrow 1\text{m}$)
- Ultrasons pulsés : mesure d'un profil de vitesse, non intrusif, faible coût

- Estimation de la fréquence Doppler moyenne
- Problème des échos parasites
- Limite de Nyquist : gamme de mesure

- Contribution à la mesure de vitesse par une approche spectrale

Plan de la Présentation

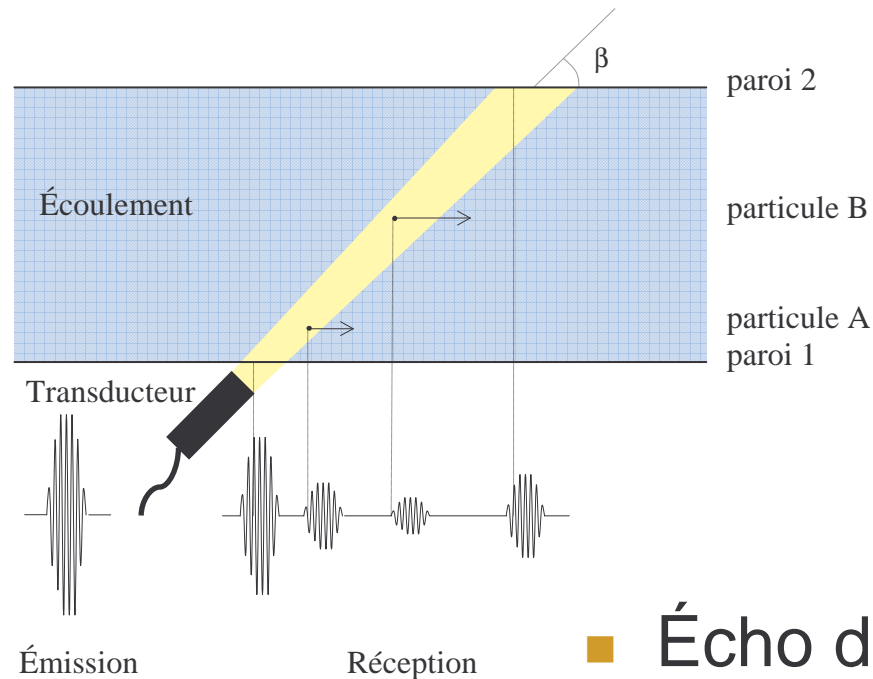
- Introduction
- Principe de mesure – Prototypes
- Modèle du signal Doppler
- Estimation de la vitesse par méthode spectrale
- Élimination des échos parasites par codage en phase aléatoire
- Extension de la vitesse limite par Multi – PRF
- Conclusion & perspectives

tel-00011601, version 1 - 14 Feb 2006

Développement d'une instrumentation ultrasonore pour la mesure des vitesses des liquides au-delà de la limite de Nyquist par une approche spectrale

Principe de mesure - Prototype

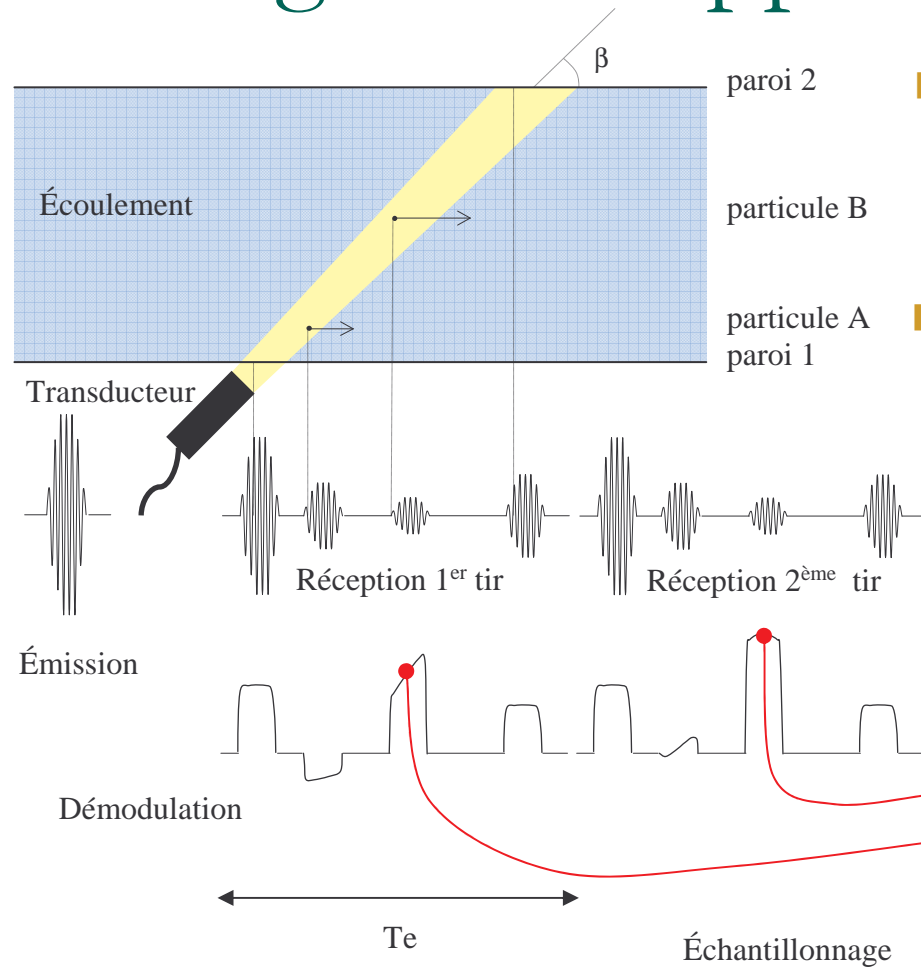
Principe de la vélocimétrie Doppler par ondes ultrasonores pulsée



- Transducteur ultrasonore :
 - Émission d'un train d'ondes
 - Réception des échos rétro-diffusés

- Écho d'une particule :
 - Retard \Rightarrow Position
 - Amplitude \Rightarrow Concentration
 - Fréquence \Rightarrow Vitesse (effet Doppler)

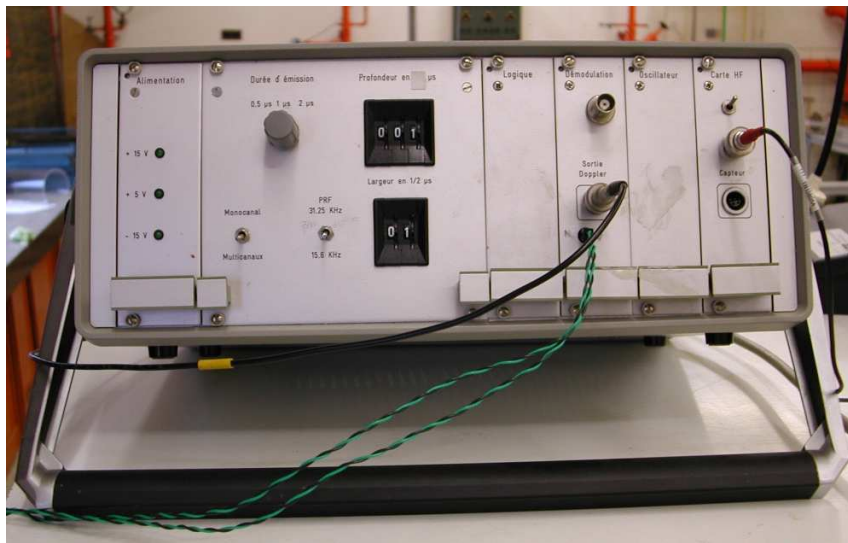
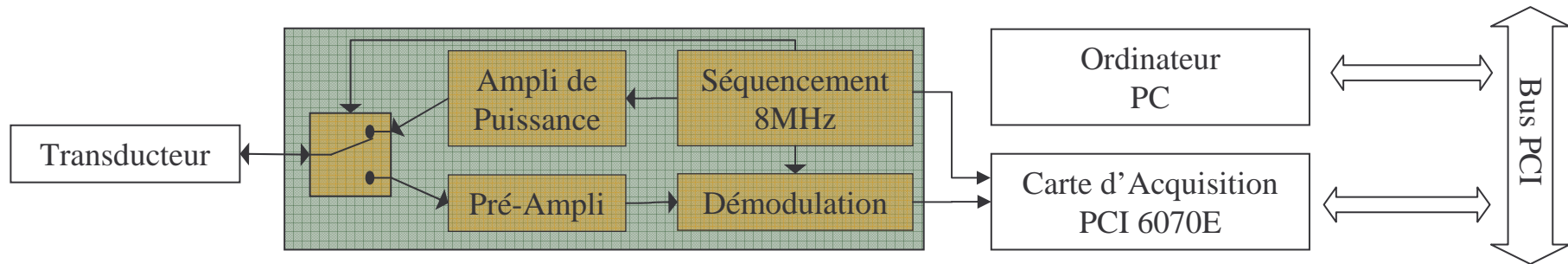
Échantillonnage spatial et temporel des signaux Doppler



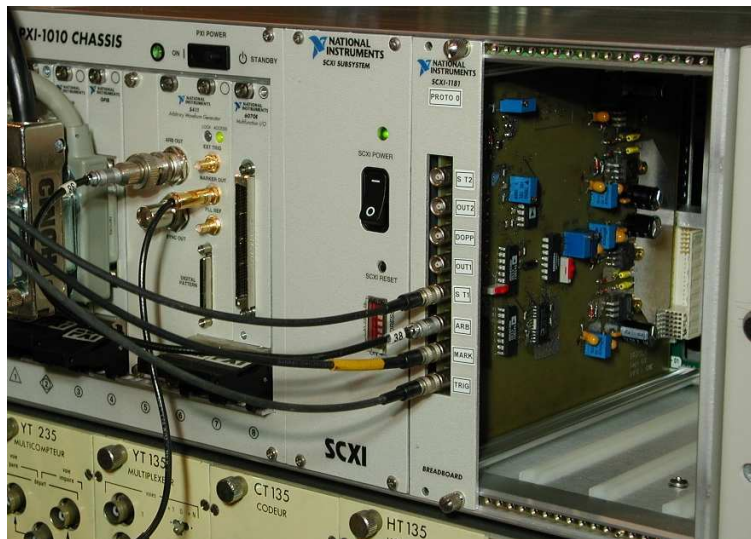
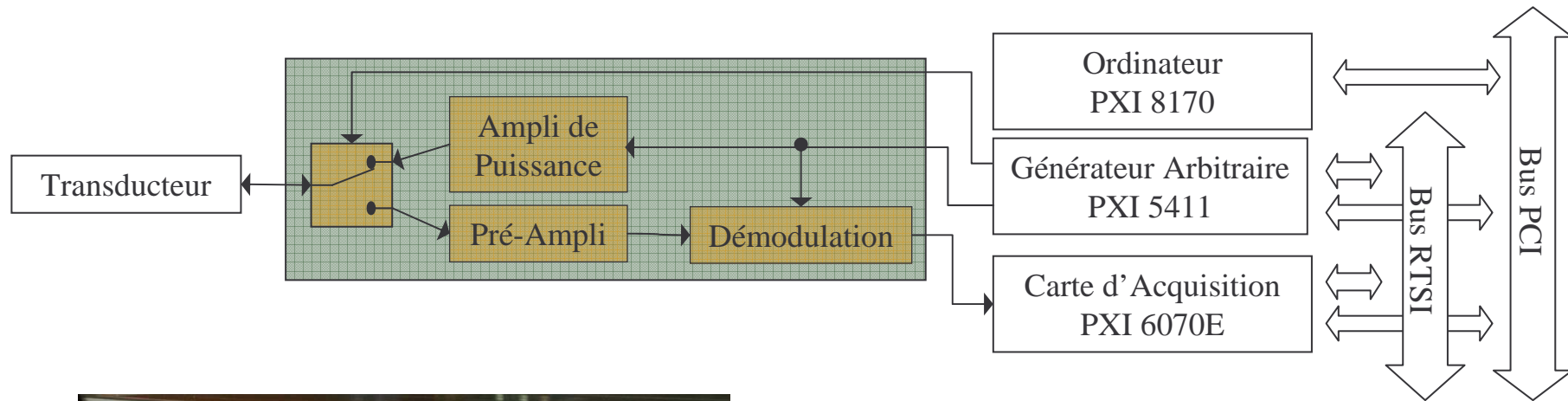
- Échantillonnage spatial :
 - Découpage du faisceau en volumes de mesures
- Échantillonnage temporel :
 - Spécifique à un volume
 - Signal Doppler de fréquence :

$$f_D = \frac{2f_0 v \cos \beta}{c}$$

Vélocimètre 8MHz

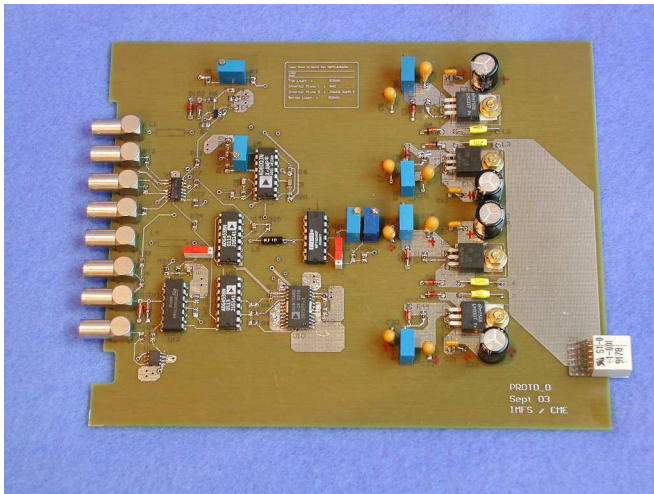
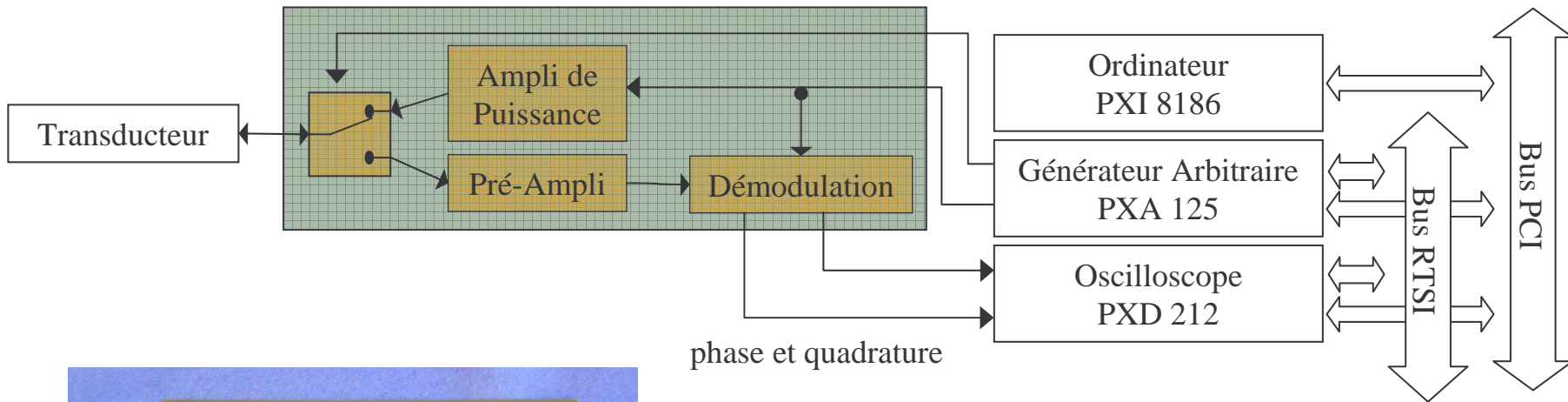


Prototype 0



Prototype 0 bis

NOUVEAU !

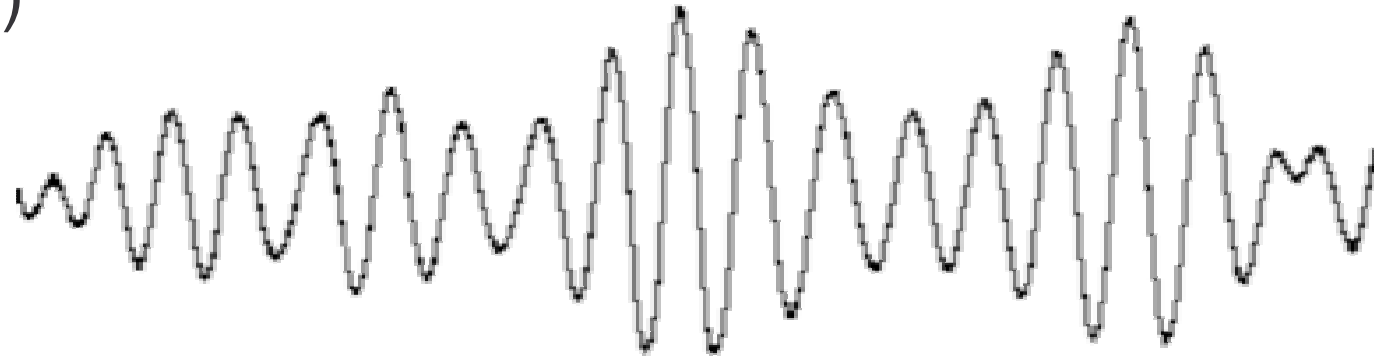


**Développement
d'une instrumentation ultrasonore
pour la mesure des vitesses des liquides
au-delà de la limite de Nyquist
par une approche spectrale**

Modèle du signal Doppler

Signal théorique

- Signal à phase aléatoire (distribution aléatoire des particules)



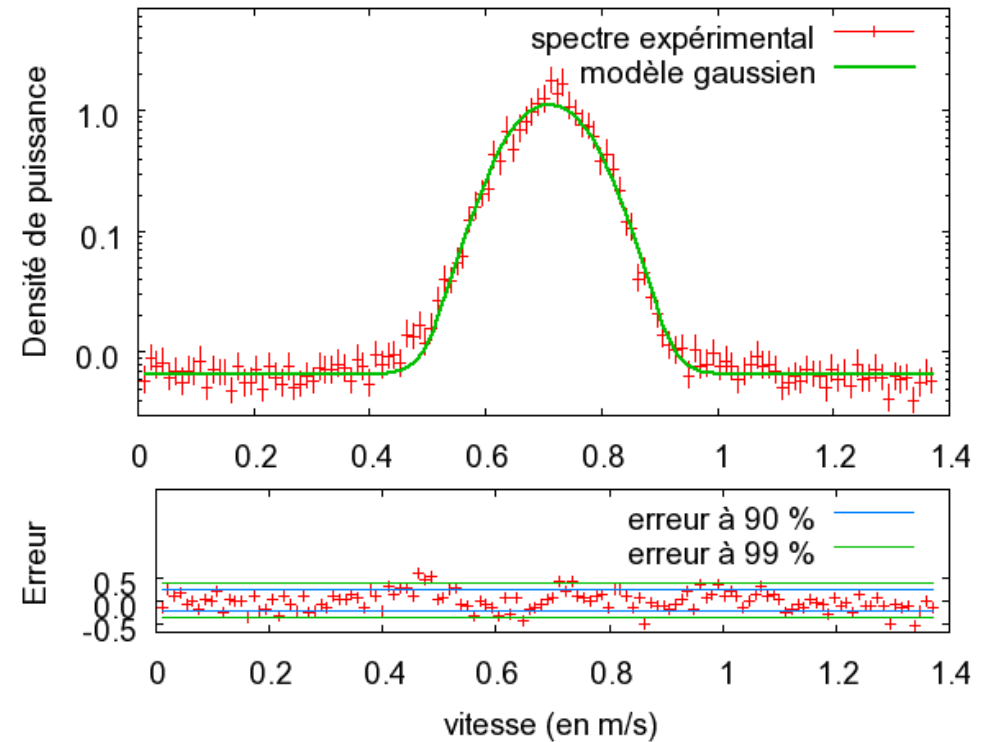
- Densité spectrale de puissance : ~~Dirac~~ ?

- Centré sur la fréquence Doppler
- Géométrie du faisceau \Rightarrow Gaussienne *
- Turbulence \otimes distribution des vitesses
- Bruit blanc + constante

*Garbini et al., Journal of Fluid Mechanics, 1982

Mesure expérimentale de l'élargissement spectral dû à la géométrie du faisceau

- Écoulement d'un gel de bentonite
- Champ de vitesse uniforme
- Validation du modèle gaussien



tel-00011601, version 1 - 14 Feb 2006

**Développement
d'une instrumentation ultrasonore
pour la mesure des vitesses des liquides
au-delà de la limite de Nyquist
par une approche spectrale**

**Estimation de la vitesse par
méthode spectrale**

Méthodes d'estimation

- Approche temporelle : Pulse-Pair
 - Calcul de corrélation sur le signal Doppler complexe
 - Peu sensible au bruit blanc gaussien
 - Calcul rapide

- Approche spectrale :
 - Utilisation de l'algorithme de Transformée de Fourier Rapide
 - Calcul du moment d'une densité
 - Très sensible à la présence de bruit *

*Tanelli et al., AMS Annual Meeting, 2003

Méthode de suppression du bruit blanc par identification

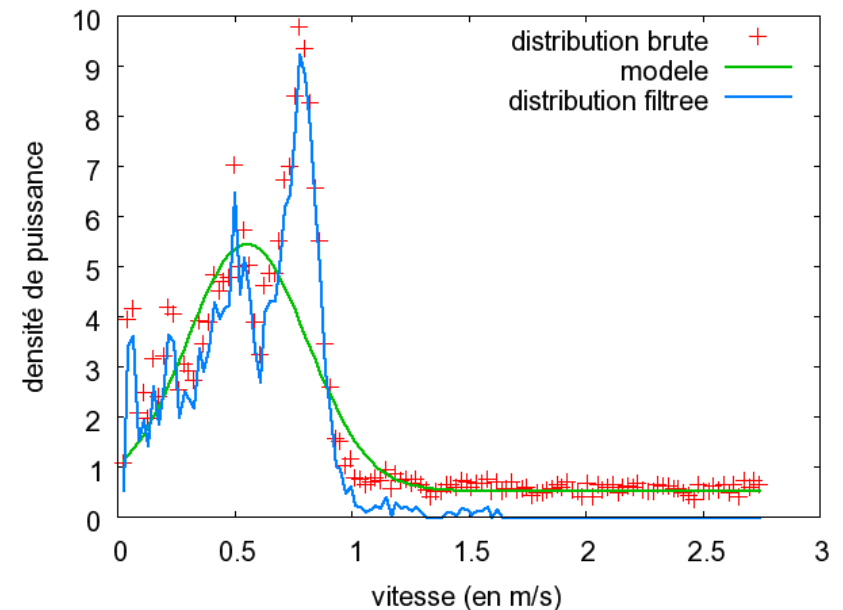
■ Modèle :

$$\mathcal{D}_M = A_B + A_S \exp - \frac{1}{2} \left(\frac{v - \mu_S}{\sigma_S} \right)^2$$

■ Principe :

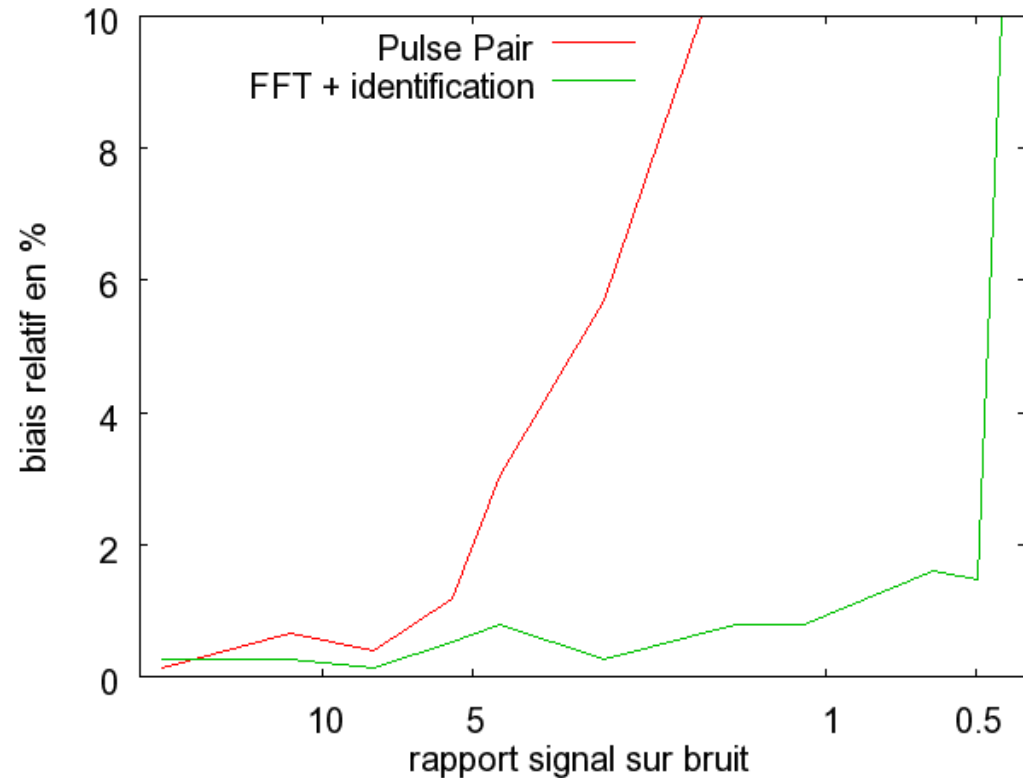
- Lissage → initialisation
- Ajustement (Levenberg-Marquardt)
- Soustraction de la densité du bruit
- Mise à zéro des valeur en-dehors de l'intervalle $[\mu - 3\sigma; \mu + 3\sigma]$

■ Suppression efficace



Expérience - Résultats

- Régime turbulent lisse établi, $\varnothing = 20$ cm
- PRF = 3125 Hz, $f_0 = 2.8$ MHz
- Estimation de la vitesse au centre sur 5 blocs de 32 points
- Addition d'un bruit blanc gaussien
- Gain d'environ une décade



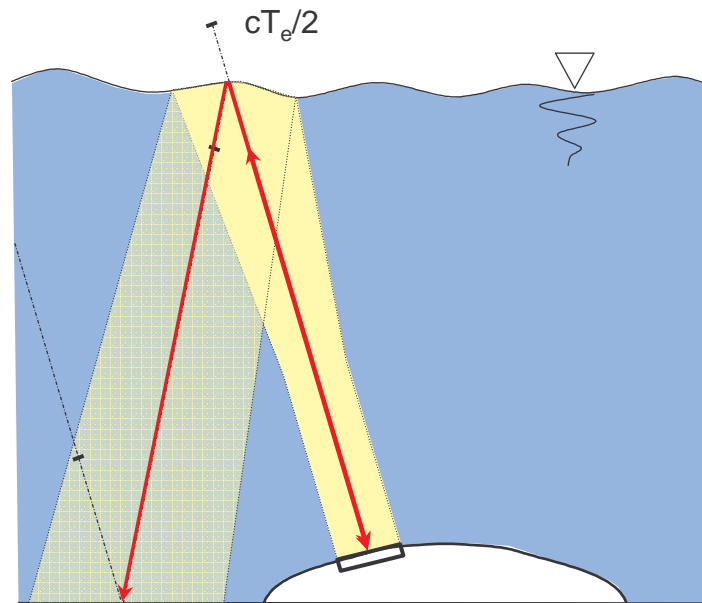
tel-00011601, version 1 - 14 Feb 2006

**Développement
d'une instrumentation ultrasonore
pour la mesure des vitesses des liquides
au-delà de la limite de Nyquist
par une approche spectrale**

Élimination des échos parasites
par codage en phase aléatoire

Échos parasites

- Relation retard \Leftrightarrow profondeur
- Réflexion aux interfaces
- Répétition des tirs \Rightarrow superposition de volumes



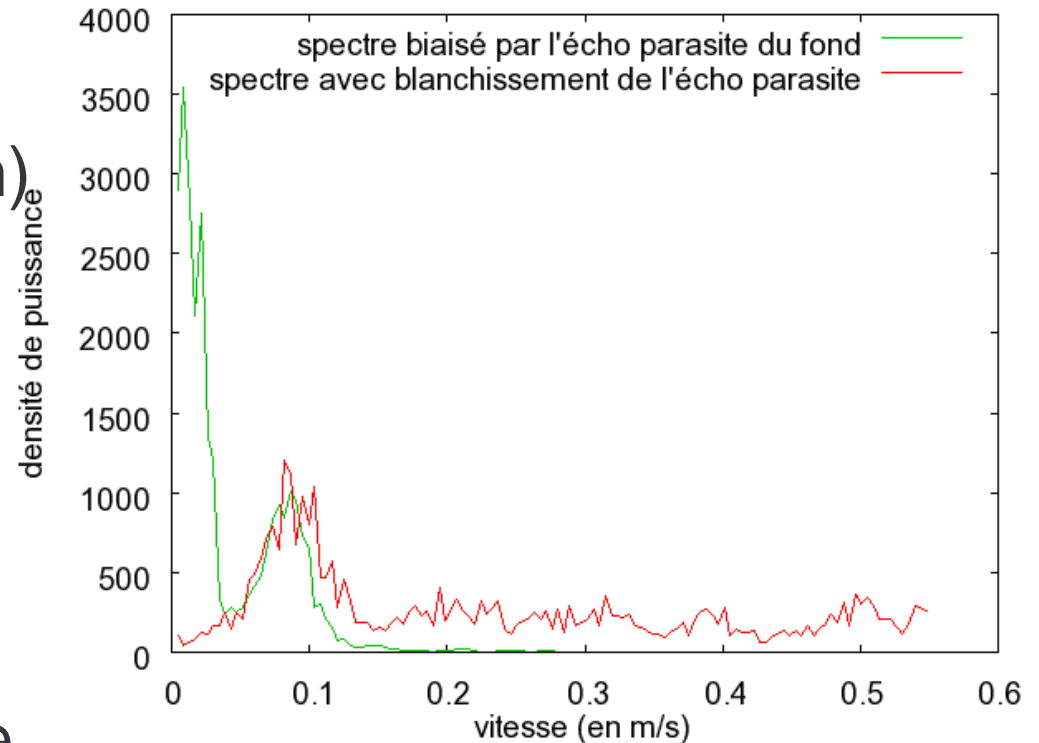
Principe du Codage

- Chaque cycle d'émission – réception : tirage d'une nouvelle phase aléatoire (0 ou π) * :
Seul le signal provenant du volume d'intérêt est en phase avec la porteuse
- Le signal issu des volumes superposés est transformé en bruit blanc

*Shen, PHD thesis, EPFL, 1997

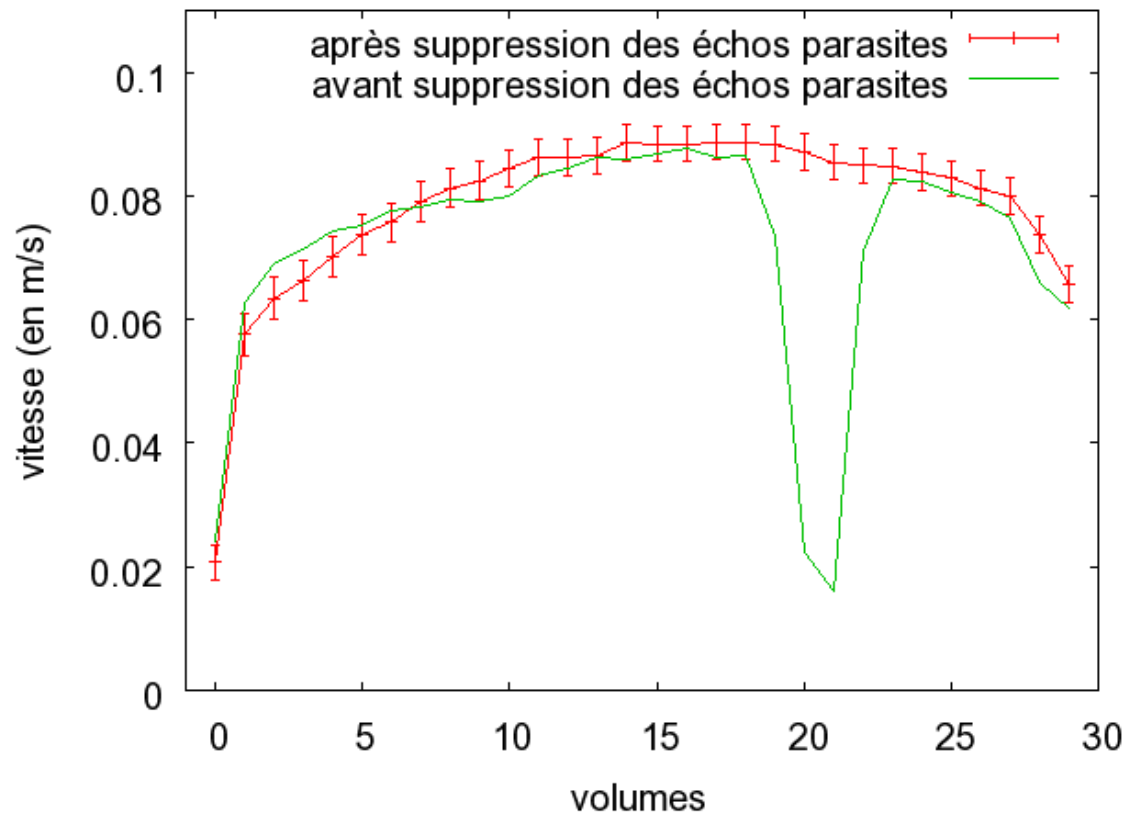
Résultats

- Écoulement en surface libre ($\varnothing = 20$ cm, $h=13$ cm)
- Volume contenant un échos de paroi parasite
- Estimation biaisée de la vitesse moyenne
- Codage en phase :
Pic parasite \rightarrow constante



Résultats

- Suppression des échos de paroi (21)
- Suppression de l'influence des échos d'autres volumes
- Utilisation du principe pour une mesure en profondeur par section



tel-00011601, version 1 - 14 Feb 2006

Développement d'une instrumentation ultrasonore pour la mesure des vitesses des liquides au-delà de la limite de Nyquist par une approche spectrale

Extension de la vitesse limite
par Multi - PRF

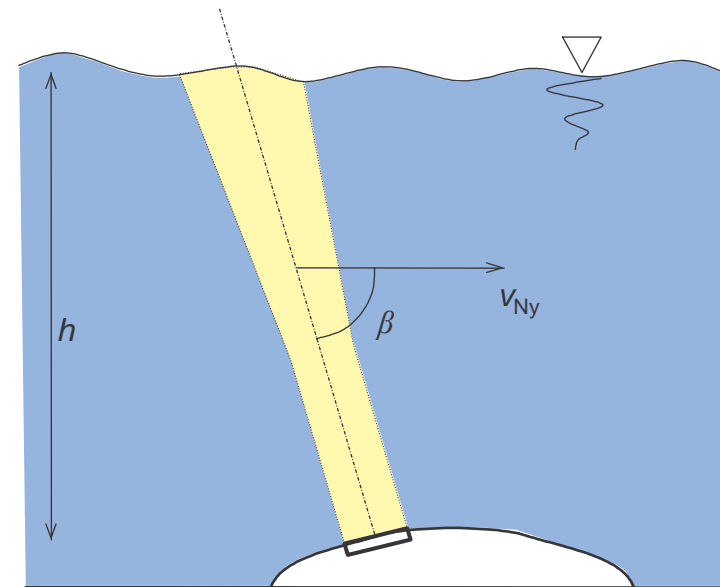
La limite de Nyquist

- Fréquence de répétition des tir (PRF) :
 - Fréquence maximale (Shannon)
 - Profondeur d'exploration
- Relation vitesse maximale - profondeur

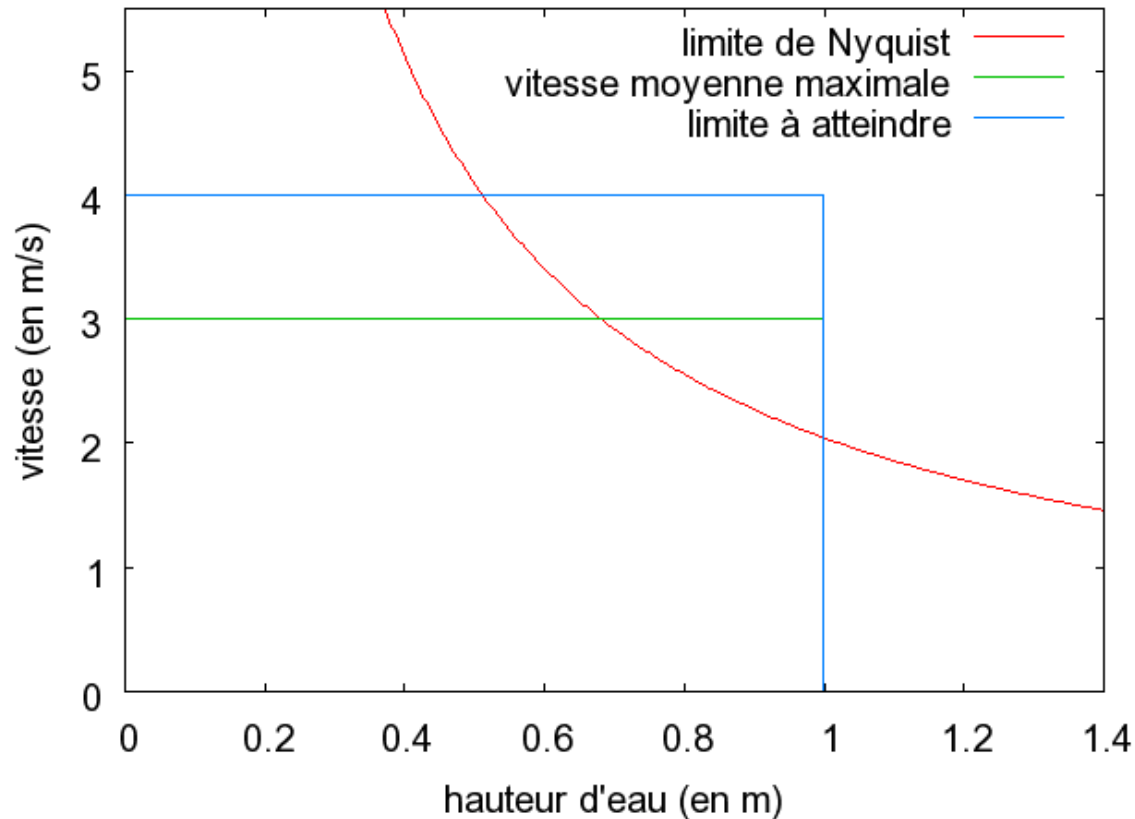
$$v_{Ny} = \frac{c^2 \tan \beta}{8 f_0 h} \quad -v_{Ny} < v < v_{Ny}$$

avec:

- v : vitesse du fluide,
- v_{Ny} : vitesse de Nyquist,
- h : hauteur d'eau,
- β : angle écoulement - transducteur,
- c : vitesse du son,
- f_0 : fréquence émise.



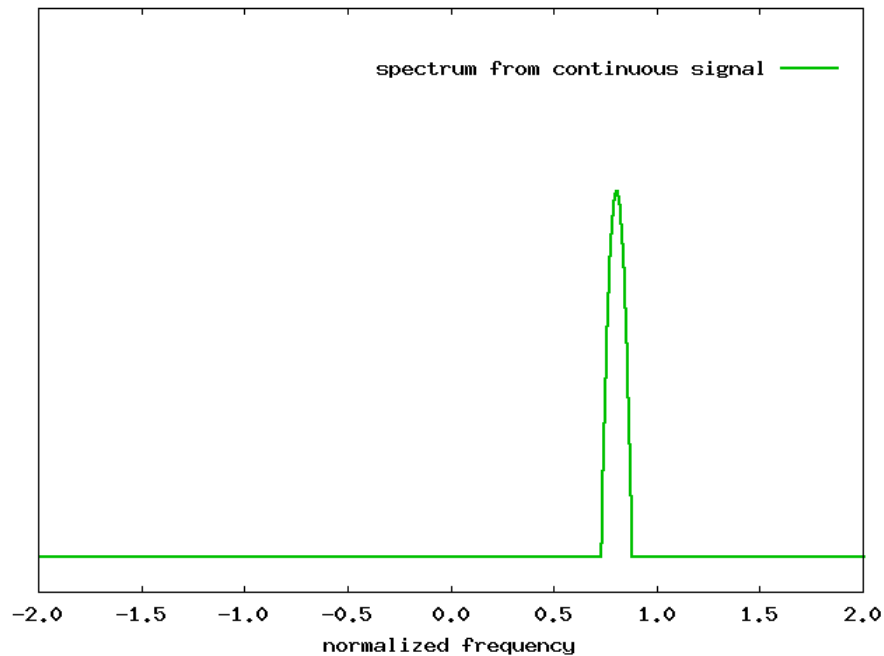
La limite de Nyquist



angle écoulement – transducteur
vitesse du son
fréquence émise

$\beta = 75^\circ$;
 $c = 1480\text{m/s}$,
 $f_0 = 1\text{MHz}$.

Échantillonnage et repliement



- Caractéristiques de la Densité Spectrale de Puissance :

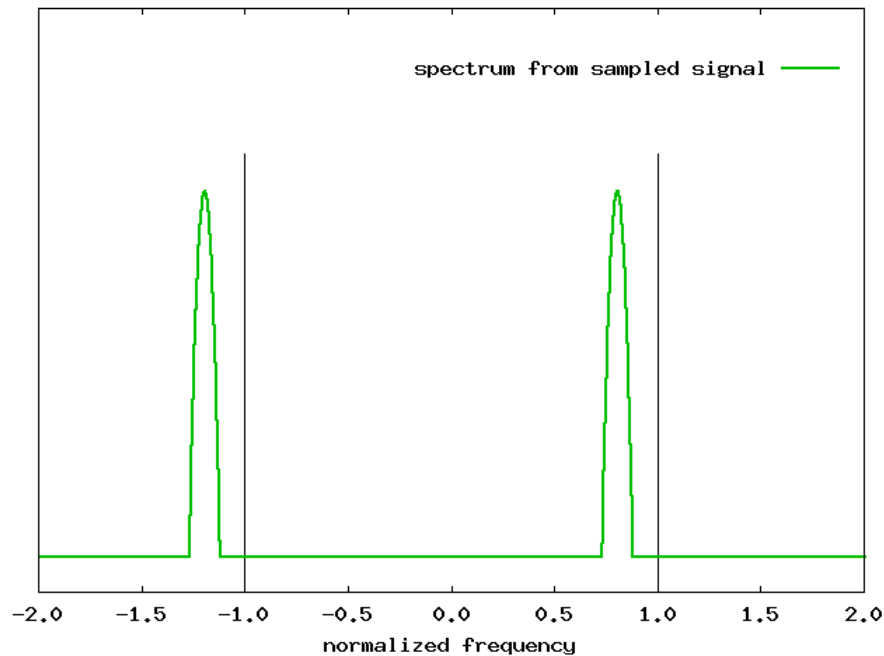
$$\omega_D, \Delta\omega$$

- Normalisation du spectre: fréquence maximale probable



vitesse maximale attendue
dans l'écoulement

Échantillonnage et repliement



- Échantillonnage à la pulsation:

$$\omega_e = 2\pi f_e$$

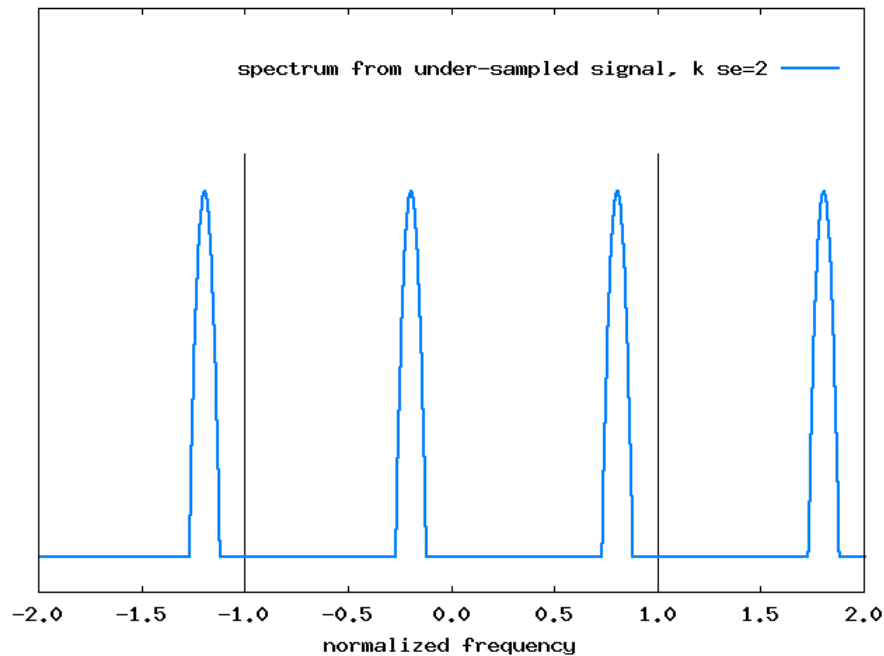
- Réplication spectrale :

$$G^*(\omega) = \frac{1}{T_e^2} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} G(\omega - k\omega_e)$$

- Théorème de Shannon :

$$\begin{cases} \omega_D + \Delta\omega/2 < \omega_e/2 \\ \omega_D - \Delta\omega/2 > -\omega_e/2 \end{cases}$$

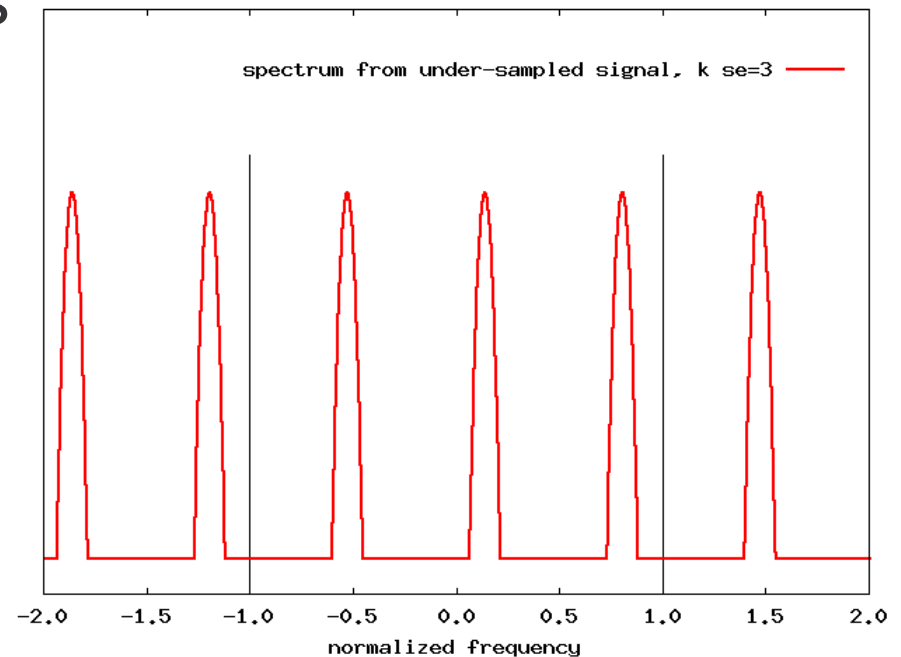
Échantillonnage et repliement



- Hauteur d'eau
→ diminution du PRF
→ sous-échantillonnage
→ $\nu > \nu_{Ny}$
- Réplication spectrale :
 ω_e / k_{se}
- Apparition de k_{se} copies dans l'intervalle $[-1;1]$
- Réplication → Ambiguïté

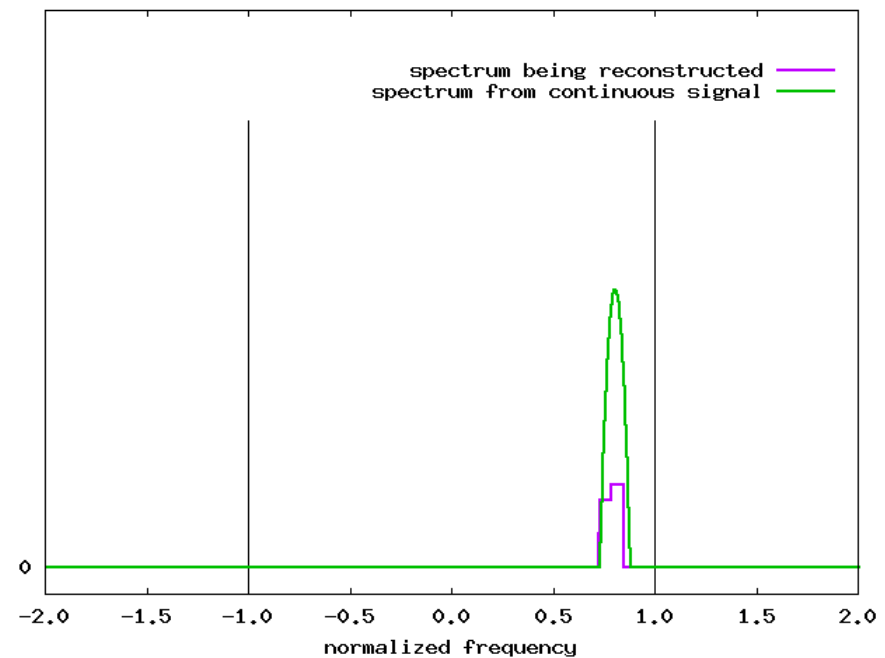
Résolution de l'ambiguïté

- Modification de la fréquence d'échantillonnage (différentes valeurs de k_{se}):
 - Homothétie des répliques
 - Invariance de la partie associé au signal continu
- Combinaison de l'information obtenue à plusieurs PRF



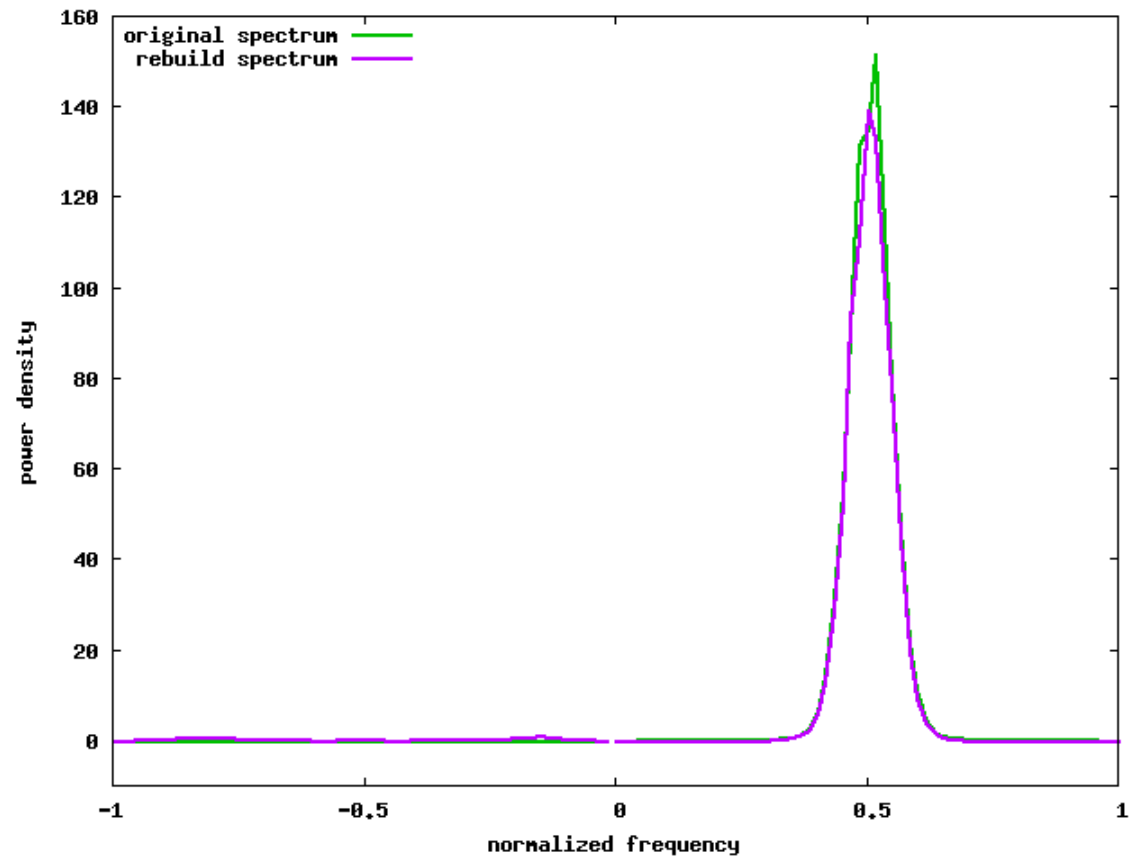
Principe de reconstruction

- Multiplication des spectres répliqués
- Détection de l'origine spectrale de l'énergie à la position du maximum
- Soustraction de la réplification de cette portion d'énergie
- Nouveau maximum
- Récursif



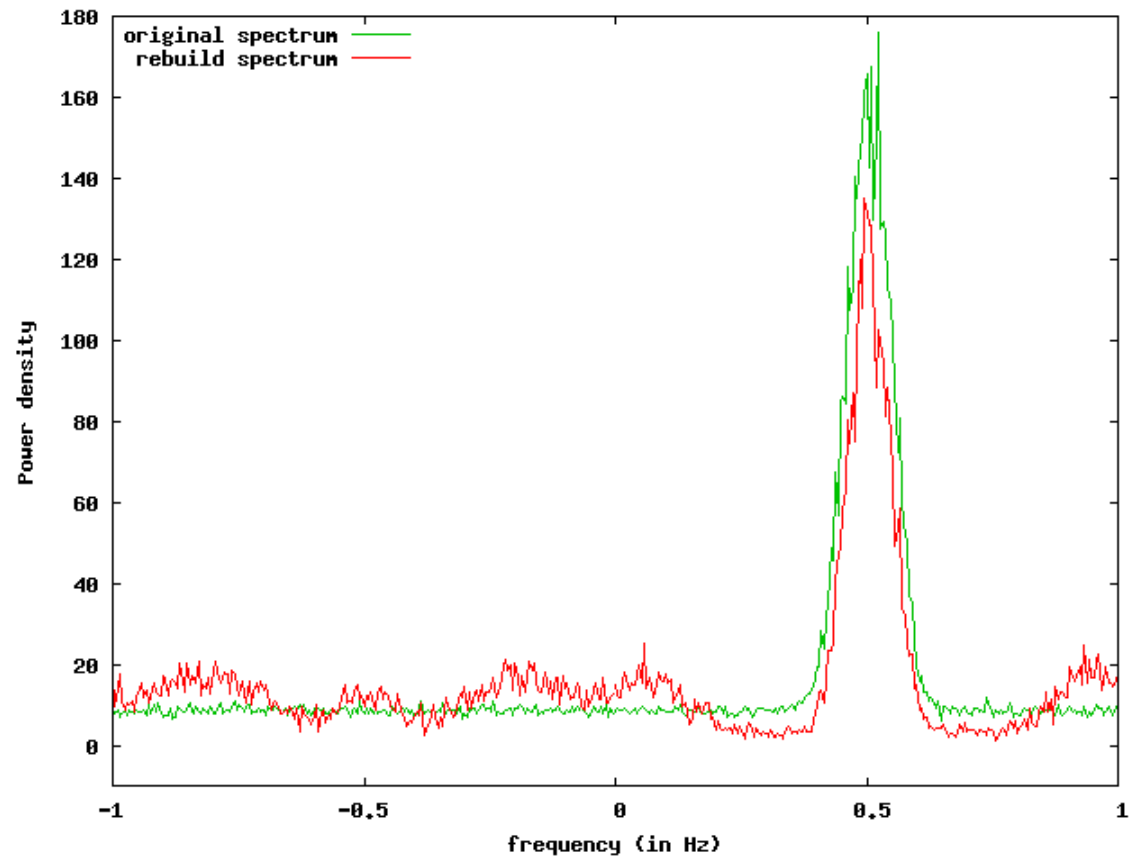
Multi PRF : Résultats des Simulations

- **Sans bruit** (rapport signal à bruit = 100)



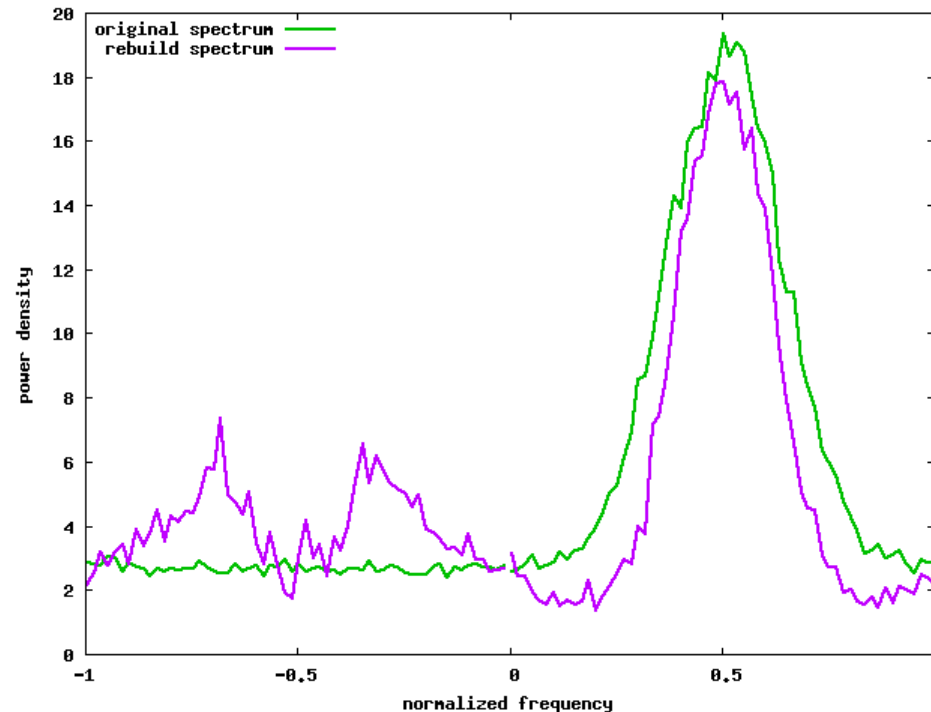
Multi PRF : Résultats des Simulations

- Avec **bruit** blanc (rapport signal à bruit = 1)



Multi PRF : Résultats des Simulations

- Avec bruit blanc et spectre large bande



- Permet de doubler la gamme de mesure
- $\Delta\omega < 2\omega_D / 3 \Rightarrow v \in [0; 3\text{m/s}]$

Conclusions

- Méthode d'estimation de la vitesse moyenne plus robuste au bruit
- Suppression des échos parasites par codage en phase aléatoire
- Augmentation de la gamme de mesure par l'utilisation de plusieurs fréquences de répétition des trains d'ondes
- Brevet européen 01 08346
- Projet Riteau MES-flux (ministère de l'industrie)

Perspectives

- Moment d'ordre 2 de la densité spectrale
⇔ turbulence
- Amélioration des performances de la méthode de suppression du bruit
- Comparaison approfondie des méthodes d'estimation de la vitesse
- Validation expérimentale du Multi-PRF

Remerciements

- Conseil Régional d'Alsace



- GEMCEA (Groupement pour l'Évaluation des Mesures en Continu en Eau et en Assainissement)

