



HAL
open science

Lumière dans des vapeurs atomiques opaques : piégeage radiatif, laser aléatoire et vols de Lévy

Quentin Baudouin

► **To cite this version:**

Quentin Baudouin. Lumière dans des vapeurs atomiques opaques : piégeage radiatif, laser aléatoire et vols de Lévy. Autre [cond-mat.other]. Université Nice Sophia Antipolis, 2013. Français. NNT : 2013NICE4077 . tel-00952969

HAL Id: tel-00952969

<https://theses.hal.science/tel-00952969v1>

Submitted on 28 Feb 2014

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

INSTITUT NON LINEAIRE DE NICE

UNIVERSITÉ DE NICE SOPHIA-ANTIPOLIS - UFR Sciences

THÈSE

présentée par

Quentin BAUDOIN

pour obtenir le titre de

DOCTEUR EN SCIENCES

DE L'UNIVERSITÉ DE NICE SOPHIA-ANTIPOLIS.

Spécialité : **PHYSIQUE**

**Lumière dans des vapeurs atomiques opaques :
piégeage radiatif, laser aléatoire et vols de Lévy**

Thèse soutenue le 17 Octobre 2013 devant le jury composé de :

Mme. Patrizia Vignolo	Présidente
M. Jean-Jacques Greffet	Rapporteur
M. Jook Walraven	Rapporteur
M. Philippe Adam	Examineur
M. Daniel Estève	Examineur
M. Marianne Faurobert	Examinatrice
M. Robin KAISER	Directeur de thèse

citation

auteur

oeuvre

Table des matières

Introduction	11
Première Partie : Transport régi par l'équation de diffusion.	17
I Diffusion dans des milieux : théorie et expérience	21
I.1 Solutions de l'équation de diffusion	21
I.1.1 Solution modale dans une sphère avec des sources homogènes . . .	22
I.1.2 Solution transverse dans un slab éclairé par un laser	23
I.1.2.1 Loi d'ohm par un simple raisonnement probabiliste . . .	24
I.1.2.2 Equation de diffusion dans l'espace de Fourier-Laplace .	25
I.1.2.3 Conditions aux bords	27
I.1.2.4 Transmission totale (quelques techniques pour la calculer)	28
I.1.2.5 Profil radial de transmission	30
I.1.2.6 Information temporelle	33
I.2 Profils transverses expérimentaux	33
I.2.1 Transmission à travers des papiers	34
I.2.2 Transmission dans du lait	36
II Etude de la diffusion multiple sur un système atomique	41
II.1 Piégeage radiatif pour des atomes à 2 niveaux	42
II.1.1 Quelques éléments théoriques	42
II.1.2 Mesure expérimentale du piégeage radiatif dans des vapeurs froides avec un seul laser	44
II.2 Piégeage radiatif pour des atomes multiniveaux soumis à 2 lasers	46
II.2.1 Explication qualitative du phénomène	47
II.2.2 Etude quantitative : équations de taux couplée à une radiation piégée incohérente diffuse	50
II.2.3 Résolution numérique	53
II.2.4 Comparaison des observations expérimentales et des résultats nu- mériques	55
II.2.5 Description de l'expérience	55

II.3	Lien avec le piégeage radiatif "hors équilibre thermodynamique local"(non-LTE, non Local Thermodynamic Equilibrium) en astrophysique	59
Deuxième Partie : Laser aléatoire à atomes froids		63
III Etude théorique : critère de Letokhov généralisé		69
III.1	Critère de Letokhov standard	69
III.1.1	Modèle diffusif et développement modal	69
III.1.2	Rajout des termes sources au modèle Letokhov	71
III.2	Etablissement du critère de Letokhov généralisé	72
III.2.1	De l'ETR au critère de Letokhov généralisé	73
III.2.2	Validité du critère de Letokhov généralisé	77
III.2.3	Forme des modes	78
III.3	Régime de différents lasers aléatoires	79
III.3.1	Notre laser aléatoire à atomes froids	80
III.3.2	Autres lasers aléatoires existants	81
III.3.3	Laser aléatoire astrophysique	84
IV Etudes numériques de 2 modèles couplant lumière et atomes dans un nuage actif d'atomes froids		87
IV.1	Description du système atomique	87
IV.1.1	Quelques rappels sur l'atome à 2 niveaux	88
IV.1.1.1	Equations de Bloch optiques	88
IV.1.1.2	Emission totale d'un atome	89
IV.1.1.3	Expression de la polarisabilité α_p et des sections efficaces	91
IV.1.1.4	Différence avec un atome réel à 2 niveaux hyperfins dégénérés	92
IV.1.2	Description du système atomique multi niveaux	94
IV.1.2.1	Choix du système atomique pour l'expérience laser aléatoire	95
IV.1.2.2	Description du système atomique	95
IV.1.2.3	Signal de photodétection et sections efficaces	98
IV.2	Modèle ASE : équations de Bloch optiques avec une propagation amplifiée balistique	99
IV.2.1	Introduction aux phénomènes d'émission spontanée amplifiée (ASE) et différences avec l'effet LASER	99
IV.2.1.1	Intensité au centre d'une sphère peuplée de sources homogènes et avec un gain balistique	100
IV.2.1.2	Réponse d'un atome aux 3 champs	101
IV.2.1.3	Modification des propriétés atomiques dues aux sources .	102

IV.2.1.4	Couplage des EBO et de l'intensité rayonnée au centre par les autres atomes	103
IV.2.1.5	Fluorescence totale en fonction du désaccord pompe . . .	106
IV.3	Modèle de Laser Aléatoire : équations de Bloch optiques itérées avec critère de seuil Letokhov	106
IV.3.1	Calcul de l'épaisseur optique seuil en fonction des différents paramètres	107
IV.3.2	Couplage des équations de Bloch optiques avec le critère Letokhov	108
IV.3.3	Limites de ce modèle	108
V	Expérience	117
V.1	Présentation générale de l'expérience Rubidium 1	117
V.2	Configuration expérimentale pour l'expérience	118
V.3	Résultats expérimentaux	122
V.4	Mesures complémentaires	125
 Troisième Partie : Quelques effets de diffusion de la lumière en vapeur chaude		 131
VI	Vols de Lévy	137
VI.1	Atomes chauds : élargissement des spectres	137
VI.1.1	Spectre d'absorption et d'émission	138
VI.1.2	Élargissement Doppler	138
VI.1.3	Élargissement collisionnel	141
VI.2	Modèle de vols de Lévy	143
VI.2.1	Résolution de l'ETR avec des atomes chauds	143
VI.2.2	ETR en régime CFR	146
VI.2.3	Description des vols de Lévy par sa distribution de longueurs de pas	148
VI.2.4	Calcul de $P(r_{\perp})$ avec l'approximation de simple diffusion dans les ailes	148
VI.2.5	Comparaison entre les différents modèles	149
VI.3	Expérience	150
VI.3.1	Schéma expérimental	151
VI.3.2	Mesure de l'opacité	153
VI.3.3	Mesure de l'intensité totale transmise	154
VI.3.4	Mesure du profil radial	154
VI.3.5	Description des résultats	155
VI.3.6	Différence entre une vapeur chaude et un verre de Lévy	155
VI.4	Redistribution complète de fréquence versus redistribution partielle de fréquence	158
VI.4.1	Redistribution complète de fréquence	158

VI.4.2	Redistribution partielle de fréquence	159
VI.4.3	Différences PFR/CFR	159
VI	Différents projets sur des vapeurs chaudes	161
VII.1	Condensation classique de la lumière	162
VII.1.1	Motivation	162
VII.1.2	Base du modèle numérique	163
VII.1.3	Effet non linéaire défocalisant sur la raie D1 du rubidium	163
VII.1.4	Principe expérimental	163
VII.1.5	Résultats préliminaires de « condensation »	164
VII.2	Polarisation et dépolarisation de la lumière diffusée	166
VII.2.1	Mesure des paramètres de Stokes	166
VII.2.2	Dépolarisation par diffusion multiple : mesure de la mémoire de la polarisation	170
VII.2.3	Polarisation par diffusion (assombrissement centre bord)	170
VII.2.4	Spectropolarimétrie	170
VII.3	Des atomes chauds qui deviennent froids	171
VII.4	Étude temporelle des vols de Lévy en vapeurs chaudes	173
VII.4.1	Différence de l'évolution temporelle de l'intensité diffuse et de Lévy	173
VII.4.2	Bruit d'intensité en régime de Lévy	174
VII.5	Apparition d'instabilités dans une vapeur chaude soumise à un champ laser intense	174
VII.6	propositions de mesures des effets étudiés en astrophysique	175
VII.6.1	Laser aléatoire en astrophysique	176
VII.6.1.1	Dans des étoiles	176
VII.6.1.2	Dans des atmosphères planétaires	176
Conclusion		177
Annexes		180
A	Eléments de physique	181
A.1	Equivalence entre les équations de taux et de Bloch optiques pour un système stationnaire à niveaux simplement éclairés	181
A.1.1	réduction des EBO en équations de taux pour un atome à deux niveaux éclairé par un laser	181
A.1.2	Non réduction des EBO dans le cas d'un niveau doublement éclairé	182
A.2	Transport de la lumière	183
A.2.1	De l'ETR à l'équation de diffusion	184
A.2.1.1	définitions des grandeurs énergétiques	184
A.2.1.2	coefficients d'absorption et de diffusion	185
A.2.1.3	Redistribution de l'énergie par diffusion	186

A.2.1.4	Bilan d'énergie radiative	187
A.2.1.5	Equation de transfert radiatif	188
A.2.1.6	Equation de conservation de l'énergie	189
A.2.1.7	Premier moment de l'ETR	189
A.2.1.8	Approximation P1	190
A.2.1.9	équation de diffusion	190
A.2.1.10	Solution de l'équation de diffusion	193
A.2.1.11	approximations, hypothèses	193
B	Nouvelles techniques expérimentales	195
B.1	système d'Offset locking	195
B.2	Implementation of an offset locking system	195
B.2.1	The experimental layout	195
B.2.1.1	Amplification	196
B.2.1.2	The repumper	197
B.2.1.3	The magnetic field	198
B.2.1.4	The probe	198
B.2.2	Principles of the offset locking scheme	199
B.2.2.1	Basic principles	199
B.2.2.2	Technical layout	200
B.2.2.3	Choosing the right frequency	202
B.3	Test du laser Quantel	204
	Bibliographie	208

Introduction

Au début du 20^e siècle, la physique atomique et l'astrophysique expérimentale étaient confondues au travers de l'étude de la spectroscopie atomique. Depuis ces disciplines se sont lentement éloignées. La physique atomique a notamment évolué vers l'étude des atomes froids et s'est rapprochée de la physique du solide, pouvant imiter des structures avec des paramètres accordables. La spectroscopie atomique, qui est l'étude expérimentale du rayonnement émis ou absorbé d'espèces atomiques en fonction de l'énergie, a été très développé en parallèle en laboratoire et en astrophysique. En effet les physiciens avaient besoin de connaître les spectres des espèces pour identifier les espèces intervenant dans les spectres des étoiles.

Les premières expériences de spectroscopie sont les expériences de dispersion avec des prismes. Newton a montré avec son expérience de double prisme que la lumière blanche du soleil n'était pas monochromatique mais bien constituée d'un spectre de couleurs monochromatiques. Cependant cette expérience n'est pas de la spectroscopie atomique puisque les spectres atomiques n'étaient pas connus (et même les atomes!).

Il a fallu deux ingrédients expérimentaux pour étudier la spectroscopie atomique : des appareils de dispersion (appelés spectromètres) et des tubes à décharge pour produire des spectres d'espèce précise. En plus de cela, il a fallu développer des théories pour comprendre ces différents spectres. Les formules phénoménologiques proposées ont été seulement comprises au début du 20^e siècle grâce à la théorie quantique. Nous pouvons ainsi lister de la découverte de la nature polychromatique de la lumière blanche par Newton jusqu'à la théorie quantique expliquant les différents phénomènes d'interaction matière rayonnement.

- 1665 : dispersion par un prisme par Newton [New72]. La lumière du soleil n'est pas monochromatique.
- 1675 : "première lampe à décharge". L'abbé français Jean Picard remarque que le tube de verre d'un baromètre au mercure devient lumineux quand on agite le mercure qu'il contient [Pic76]. Avec les frottements du mercure sur les parois en verre, des électrons sont transférés du mercure au verre. Ces électrons se recombinent avec des molécules de gaz en les faisant fluorescer.
- 1705 : première véritable lampe à décharge par Hauksbee [Hau09].

- 1808 : premier arc électrique démontré par Sir Humphry Davy [Kni98]. A partir de là, les lampes à décharge vont commencer à être très étudiées.
- 1814 : Spectre très précis de la photosphère solaire par Fraunhofer [Fra17].
- 1854 : découverte de l'analyse spectrale des éléments. David Alter publie un article : "On Certain Physical Properties of Light Produced by the Combustion of Different Metals in an Electric Spark Refracted by a Prism" [Alt54], où il montre les raies spectrales de différents métaux.
- 1856 : invention du tube à décharge par Geissler [Hir78]. C'est l'ancêtre du tube à Néon. Il était très facile de mettre une faible pression gaz pour produire le spectre des gaz nobles.

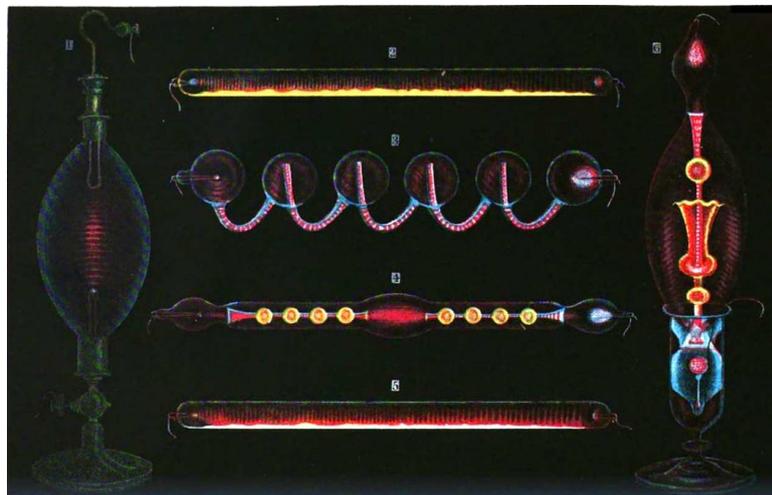


Figure A – Dessin de différentes géométries de tube Geissler réalisé par Augustin Privat Deschanel en 1869 avec plusieurs espèces atomiques : vapeur d'alcool, de calcium, d'uranium, de strontium et de sulfate de quinine.

- Débuts des années 1860 : découverte de différents éléments grâce à l'analyse spectroscopique et notamment du césium et du rubidium par Bunsen et Kirchhoff [KB61], du Thallium par Crookes [Cro62], de l'indium par Reich et Richter [RR63],...
- 1862 : Découverte de la présence d'hydrogène dans l'atmosphère du soleil par Ångström [Ång62]
- années 1860 -1900 : Identification de la plupart des raies solaires par Huggins [Hug76], Rowland [Row83],...
- années 1885 : Relation phénoménologique de Balmer pour expliquer l'écart entre les raies de l'Hydrogène [Bal85].
- années 1890 : Généralisation de la formule de Balmer par Rydberg (toujours empirique) [Ryd90]. $\frac{1}{\lambda} = R_H \left(\frac{1}{n_1^2} - \frac{1}{n_2^2} \right)$ avec $n_1 > n_2 \in \mathbb{N}$
- années 1896 : Découverte de l'effet de dédoublement de raies spectrales sous un champ magnétique par Zeeman [Zee97].

- années 1900-1905 : Notion de quantum d'énergie proposé par Planck [Pla01] et reprise par Einstein [Ein05a].
- 1913 : Modèle planétaire de l'atome par Bohr qui explique le spectre de l'atome d'hydrogène [Boh13].
- 1916 : Structure fine des raies expliquée par Sommerfeld [Som16].
- 1924 : Le spin du noyau est découvert par Pauli [Pau24] permettant de décrire la structure hyperfine des spectres atomiques.
- 1928 : Découverte de l'effet Raman [RK28]

Nous avons arrêté la chronologie par deux effets (effet raman, structure hyperfine) qui sont des ingrédients clés de notre laser aléatoire puisque le gain raman hyperfin est le mécanisme d'amplification à l'oeuvre dans notre laser.

Le lecteur intéressé par un historique plus détaillé pourra trouver plus d'informations dans la première partie du livre [Bié06]. Cette chronologie permet de montrer la nécessité des 3 éléments : techniques dispersives, techniques de tubes à décharges et théorie quantique pour comprendre les raies astrophysiques. Il est intéressant de noter que les deux périodes les plus marquantes en découverte sont les années 1860 grâce à l'invention du tube à décharge et l'entre-deux-guerres grâce à l'invention de la théorie quantique et l'amélioration des techniques expérimentales.

Le laser inventé en 1960 n'a pas amené une révolution en spectroscopie astrophysique comme le furent les tubes à décharge (même si la récente découverte des peignes de fréquences fait évoluer les techniques et aussi la spectroscopie métrologique). La raison est que la majorité du travail de spectroscopie classique avait déjà été fait avec des lampes à vapeurs. Le laser sert pourtant encore à une certaine spectroscopie mais assez détaché de l'astrophysique (métrologie, milieu biologique,...). Bien sûr il existe des exceptions, mais nous pensons que pour l'instant l'outil laser n'a pas été suffisamment utilisé par les astrophysiciens.

Les modèles de transport de la lumière dans des milieux ont été les premiers inventés par des astrophysiciens ou des physiciens s'intéressant à la physique atmosphérique au 20^e siècle. Les travaux pionniers les plus importants sont :

- pour le transfert radiatif : Schuster [Sch05] en 1905, Chandrasekhar 1952 et 1960 [Cha60]
- pour la description du processus microscopique de diffusion : Compton en 1923 [Com23] puis Milne en 1926 [Mil26] pour le transport de la lumière dans un gaz
- pour le piégeage radiatif : Holstein 1947 [Hol47]
- pour la diffusion anormale due à des effets de redistribution de fréquence, Kenty en 1932 [Ken32]

Depuis Chandrasekhar qui a formulé le transfert radiatif dans sa version moderne, du travail a été fait dans les approximations pour traiter théoriquement des problèmes ou

du travail numérique pour réussir à simuler le mieux possible le transfert radiatif dans des milieux.

Nous soulignons l'ambiguïté qu'il peut exister en français entre diffusion ("scattering") et diffusion ("diffusion"). Ainsi, dans la première partie, nous étudierons des diffusions de photons décrites par une équation de diffusion alors que la dernière partie s'intéressera à des diffusions non plus diffusives mais superdiffusives.

Cette thèse étudie des aspects de transport de la lumière dans des nuages d'atomes optiquement épais (sans forcément être denses, les photons sont diffusés plusieurs fois avant de sortir du système mais la distance interatomique est bien plus grande que la longueur d'onde). Cette étude a été réalisée par et pour des physiciens atomiques, mais aussi dans un but de contextualisation avec des systèmes astrophysiques. Néanmoins il paraît judicieux que plus de ponts se créent entre les domaines de la physique atomique et de l'astrophysique. Les astrophysiciens pourraient profiter des nouvelles techniques expérimentales utilisées par les physiciens atomistes, ces derniers pouvant bénéficier des codes et des idées des observations astrophysiques. Nous reviendrons dans le dernier chapitre sur une collaboration récente ouvrant la voie à un échange entre la physique atomique et l'astrophysique. Plus généralement, cette thèse porte sur différentes études de transport de la lumière dans des systèmes atomiques qui seront mis en perspective avec certaines situations astrophysiques.

La plus simple équation de transport de la lumière dans un régime opaque est l'équation de diffusion. Nous commencerons par une étude théorique de cette équation avant d'étudier sa validité sur deux systèmes simples de type travaux pratiques : du papier et du lait. Cette équation est aussi valable pour des atomes froids, qu'ils soient à 2 niveaux ou à structure atomique plus complexe. Cependant l'équation de diffusion n'est pas toujours valable comme nous le verrons dans les deux autres parties.

Dans la deuxième partie, nous rajouterons à ce type de système du gain amplifiant la radiation piégée. Nous traiterons aussi du cas faiblement diffusif voire balistique non traité par une équation diffusion mais par une équation de transfert radiatif. Cette approche nous permettra d'étendre le concept de bombe photonique (laser aléatoire) prédit par Letokhov en 1967 [Let68] jusqu'au régime dominé par le gain. Des résultats numériques récents [TGRS08] montrent ce régime où la forme spatiale des modes est différentes (maximum d'intensité à la périphérie du système et non en son centre comme dans le cas diffusif). Nous montrerons ensuite les modèles (chapitre (IV)) que nous avons réalisés pour identifier les différents régimes de notre laser aléatoire à atomes froids (chapitre (V)).

Dans la dernière partie, il sera discuté des expériences récentes d'interaction laser-matière chaude ($20^{\circ}C$ - $200^{\circ}C$) opaque que nous avons réalisées. Le résultat principal consiste en la compréhension du transport microscopique de la lumière dans ces systèmes seulement

à partir de mesures macroscopiques. La température et donc la vitesse des atomes invalide l'approximation de diffusion via le changement de fréquence des photons diffusés sur ces atomes. Dans ce système, les longueurs des pas des photons ne suivent plus une distribution Beer-Lambert (exponentiellement décroissante) mais de type vols de Lévy [KL36] (les pas longs dominant le trajet des photons). Nous finirons par montrer un éventail de nouveaux projets en cours sur l'étude du transport de la lumière sur des vapeurs chaudes opaques : certains devant valider une théorie comme sur la condensation de photons en milieu non linéaire, et d'autres devant être expliqués comme l'observation inattendue d'instabilités dans une vapeur chaude soumise à un laser intense. Cette dernière partie mettra en évidence la diversité d'effets intéressants sur des gaz chauds plus simples à produire mais parfois plus complexes à comprendre que des gaz froids, et de manière générale simulant mieux les situations astrophysiques.

Première Partie

Transport régi par l'équation de diffusion. Application aux atomes froids.

L'étude du transport dans un milieu désordonné intéresse les mathématiciens et les physiciens depuis le début du XX^{eme} siècle (par exemple le mouvement brownien [Bac00], [Ein05b]). L'étude du transport de la lumière dans des milieux opaques est encore un problème vaste qui intéresse entre autres l'astrophysicien (transport de la lumière dans les étoiles [Mih78]), le physicien atmosphérique (transport dans des nuages [MD05]), le biologiste (imagerie de systèmes opaques [YC95]) ou le physicien quantique (mémoire quantiques dans des vapeurs atomiques [CMJ⁺05])

Dans cette partie nous allons nous intéresser au transport de photons dans des systèmes où l'intensité est bien décrite par une équation de diffusion. Dans la dernière partie de la thèse, il sera étudié un cas de diffusion anormale de la lumière. La différence entre ces deux systèmes peut se voir dans la distribution des pas de photons. Si les photons diffusent sans effet Doppler, il est facile de montrer que la distribution est la loi exponentielle de Beer-Lambert. Une telle distribution amène macroscopiquement à une équation de diffusion. Dans le cas où l'effet Doppler décale la fréquence de sortie de photons, la distribution est obtenue en moyennant la loi de Beer-Lambert par le spectre de diffusion. Nous verrons dans la dernière partie que dans le cas d'une vapeur atomique chaude l'effet Doppler produit une Distribution en loi de puissance qui macroscopiquement donne un transport superdiffusif.

Dans cette partie nous allons nous intéresser au transport de la lumière dans des papiers, du lait et des vapeurs froides. La principale différence entre ces 3 milieux est l'absence d'absorption pour la vapeur froide. Par contre, pour ces 3 milieux, la diffusion est élastique (sans changement de fréquence) et bien décrite par une équation de diffusion.

Cette équation de diffusion peut-être dérivée de deux façons. D'une approche conservation de l'énergie à partir de l'équation de transfert radiatif et en se plaçant dans l'approximation de milieu opaque qui néglige la propagation balistique. Cette approche est reproduite en annexe et montre bien les approximations de la diffusion multiple. Une autre approche fondée sur les statistiques est basée sur une méthode de marche aléatoire à partir d'une distribution de pas exponentielle. Dans les deux cas nous obtenons l'expression du coefficient de diffusion.

Après avoir dérivé les solutions de l'équation de diffusion dans une sphère remplie de sources, et une couche ("slab") éclairée par un laser, une comparaison avec des matériaux usuels sera effectuée. Nous avons effectué des expériences de principe pour illustrer l'application de l'équation de diffusion sur la lumière traversant des feuilles de papier blanc et du lait. La comparaison avec l'équation de diffusion a été effectuée sur les signaux suivants :

- l'intensité transmise intégrée, décrite par une "loi d'ohm" pour les photons
- le profil spatial de l'intensité transmise

Les atomes froids sont aussi un milieu où l'équation de diffusion est valable pour décrire

le transport de la lumière. Nous rappellerons des expériences réalisées dans le groupe il y a une dizaine d'années sur des atomes à 2 niveaux éclairés par un laser. Ces expériences ont permis de montrer le piégeage radiatif temporel de la lumière : le temps de sortie des photons augmente avec l'opacité du système. Nous montrerons finalement une généralisation du transport diffusif aux systèmes atomiques multiniveaux. La lumière piégée influe sur l'équilibre des populations entre les deux niveaux et change la puissance de fluorescence.

Diffusion dans des milieux : théorie et expérience

La résolution des équations de Maxwell est la meilleure description de la propagation classique de la lumière dans un milieu. La résolution numérique reposant sur des techniques de différences finies dans le domaine temporel [Yee66] est cependant très coûteuse en temps de calcul et donc limitée à des temps et taille modérés mais seulement nécessaires quand la connaissance du champ doit l'être en tout point de l'espace. Lorsque les interférences ne jouent aucun rôle dans la physique étudiée, la connaissance de l'intensité s'avère suffisante. Il est intéressant de noter que même lorsque un phénomène d'interférence joue un rôle, il n'est pas toujours nécessaire de résoudre exactement les équations de Maxwell. Le cône de rétrodiffusion cohérente en est un exemple. Une approche diagrammatique perturbative tenant compte de l'interférence des chemins réciproques permet de retrouver la surintensité observée dans la direction arrière. Dans la plupart des cas le transport de l'énergie lumineuse suffit et surtout permet de faire des calculs approximatifs si nous pensons que les effets d'interférences ne peuvent modifier significativement les effets physiques. La meilleure manière de décrire ce transport est l'équation de transfert radiatif (ETR) qui décrit la conservation de l'énergie et du flux lumineux (bien que cette équation puisse aussi se dériver à partir des équations de Maxwell). Dans beaucoup de cas nous n'avons pas besoin d'utiliser l'ETR mais seulement l'équation de diffusion qui en découle aux 3 approximations suivantes : le diagramme d'émission (fonction de phase p) ne dépend que de l'angle entre les directions d'incidence et d'observation ($p(\vec{u}, \vec{u}') = p(\cos \theta)$), la luminance est quasi-isotrope et la négligence d'un terme de dérivée temporelle du flux devant le gradient de l'énergie.

I.1 Solutions de l'équation de diffusion

L'équation de diffusion est dérivée en annexe à partir de l'équation de transfert radiatif à la manière du cours de Rémi Carminati [CAR].

Certaines longueurs caractéristiques du systèmes doivent être définies, comme l_{sc} et l_a qui

sont respectivement les longueurs d'extinction du rayonnement balistique par diffusion et par absorption. Nous définissons aussi les inverses de ses longueurs, χ et α ainsi que la longueur d'extinction totale dans le tableau (I.1). La longueur de transport l_{tr} qui est une correction de la longueur de diffusion intervenant dans la définition du coefficient de diffusion due à l'anisotropie de la diffusion. Dans cette thèse nous n'étudierons que des diffuseurs isotropes ($l_{tr} = l_{sc}$).

$$\boxed{l_{sc} = \frac{1}{\chi} \quad l_a = \frac{1}{\alpha} \quad l_{ext} = \frac{1}{\alpha + \chi} \quad l_{tr} = \frac{l_{sc}}{1-g} \underset{isot \Rightarrow g=0}{=} l_{sc}}$$

Table I.1 – différentes longueurs pertinentes dans la description du transport

Le coefficient de diffusion s'exprime dans un milieu où la diffusion est isotrope $D = \frac{v_e}{3(\alpha + \chi)}$ avec α et χ les coefficients d'absorption et de diffusion respectivement, et v_e la vitesse de l'énergie dans le milieu.

Nous pouvons de manière générale écrire une équation de la diffusion qui porte sur U la densité d'énergie volumique avec de l'absorption (ou du gain si α est négatif), des sources S_0 et un coefficient de diffusion $D = \frac{v_e l_{sc}}{3}$, avec v_e la vitesse de l'énergie.

$$\frac{\partial}{\partial t} U(\vec{r}, t) - D \Delta U(\vec{r}, t) + v_e \alpha U(\vec{r}, t) = \frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} S_0 d\Omega \quad (\text{I.1})$$

De manière générale, l'absorption, la diffusion et la densité de source peuvent dépendre de la position dans le milieu mais ils seront ici considérés homogènes. Le premier terme décrit l'évolution temporelle de la densité d'énergie autour d'une position \vec{r} donnée. La vitesse de l'énergie v_e fixe l'échelle de distance $v_e dt$ jouant un rôle autour du point considéré. Le deuxième terme est le terme de diffusion et le troisième celui d'absorption. Le terme de droite est le terme source de nouveaux photons produits dans le système.

I.1.1 Solution modale dans une sphère avec des sources homogènes

Nous repartons de l'équation de diffusion (I.1) que nous étudions de manière stationnaire ($\frac{\partial}{\partial t} = 0$) et en développant le Laplacien en coordonnées sphériques. Nous cherchons des solutions à symétrie sphérique avec des sources homogènes ($S_0(r) = S_0$) donc l'équation de diffusion s'écrit :

$$D \left(\frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial}{\partial r} \right) U(r) - v_e \alpha U(r) = -S_0 \quad (\text{I.2})$$

Les solutions de cette équation sont :

$$U(r) = \frac{S_0}{v_e \alpha} + \frac{C_1}{r} \cosh \left(r \sqrt{\frac{v_e \alpha}{D}} \right) + \frac{C_2}{r} \sinh \left(r \sqrt{\frac{v_e \alpha}{D}} \right) \quad (\text{I.3})$$

Les conditions aux bords sont $U(R_e) = 0$ où R_e est le rayon d'extrapolation défini dans la section (I.1.2.3). L'autre condition que nous imposons est la non divergence de la solution : $U(r) < \infty$ en tout point r et donc aussi au centre.

$$\left\{ \begin{array}{l} U(0) < \infty \Rightarrow C_1 = 0 \\ U(R_e) = 0 \Rightarrow C_2 = \frac{-S_0 R_e}{\alpha v_e \sinh \left(\sqrt{\frac{v_e \alpha}{D}} R_e \right)} \\ \Rightarrow U(r) = \frac{S_0}{\alpha v_e} \left(1 - \frac{R_e \sinh \left(\sqrt{\frac{v_e \alpha}{D}} r \right)}{r \sinh \left(\sqrt{\frac{v_e \alpha}{D}} R_e \right)} \right) \end{array} \right. \quad (\text{I.4})$$

Plusieurs cas vont nous intéresser dans la suite : des milieux absorbants ($\alpha > 0$), des milieux à gain ($\alpha < 0$) ou des milieux sans absorption ($\alpha = 0$). La solution précédente (I.4) comprend les 3 cas. Nous pouvons vérifier que dans la cas d'un développement limité en $\alpha = 0$, cette solution redonne bien une forme parabolique solution de $\Delta U = cste$.

$$U(r) \underset{\alpha \rightarrow 0}{\approx} \frac{S_0}{D} (R_e^2 - r^2) \quad (\text{I.5})$$

Dans ce paragraphe, les sources homogènes ont été traitées. Mais il existe de nombreux systèmes sans sources intérieures et où les photons sont introduits par un rayonnement extérieur. L'équation de diffusion n'étant valable que dans le système, la prise en compte du rayonnement se fera à partir d'un terme source fictif imitant le rayonnement extérieur.

I.1.2 Solution transverse dans un slab éclairé par un laser

Dans cette partie, nous allons montrer différentes approches pour obtenir l'expression de transmission diffuse T à travers un slab opaque éclairé par un laser. Suivant les approximations faites, l'expression trouvée peut être légèrement différente mais dans tous les cas la loi d'ohm est retrouvée (la transmission diffuse est inversement proportionnelle à la taille du milieu) dans le cadre d'un système opaque et faiblement absorbant. Avant de résumer différentes approches [Bar09], [Ber07], [ZPW91], [She06] nous allons montrer que la loi d'ohm se retrouve avec un simple raisonnement statistique. Nous insisterons sur le laser extérieur qui dans chaque cas sera traité comme une source interne et sur deux grandeurs facilement mesurables : le total de la transmission diffuse T ainsi que le profil de cette transmission diffuse. En effet il suffit d'imager la face de sortie du

système d'une CCD pour obtenir cette grandeur, qu'on peut moyenner radialement pour augmenter le rapport signal sur bruit, nous noterons cette grandeur $P(r_{\perp})$. A signaler qu'il est aussi possible d'obtenir le comportement de la densité d'énergie $U(z)$ dans le système. Il a été montré que la densité d'énergie avait une décroissance en $A - Bz$ dès que la distance z est grande devant le libre parcours moyen [Ber07]. Cependant nous préférons axer notre propos sur les grandeurs mesurables et mesurées dans la suite de la thèse et surtout sur le profil radial obtenu récemment par Eduardo Pereira¹, qui est une correction de la thèse de Pierre Barthélémy. En régime de diffusion multiple, ce profil est proche d'une gaussienne près de l'axe du laser et décroît exponentiellement dans les ailes. La largeur à mi-hauteur ne dépend pas de l'épaisseur optique du système L/l_{sc} mais seulement de l'épaisseur du système L : les pas des photons peuvent être petits ou grands et n'influencent pas la tâche de diffusion qui est juste fixé par un angle à environ 45° autour de l'axe incident.

I.1.2.1 Loi d'ohm par un simple raisonnement probabiliste

Le laser extérieur est considéré comme une source interne à la distance l_{sc} de la surface d'entrée. En effet le laser balistique peut être vu au travers de sa diffusion respectant Beer-Lambert : $S_0 \propto e^{-z/l_{sc}}$. La moyenne de la densité de probabilité est l_{sc} , donc en première approximation il paraît raisonnable de simuler le laser extérieur par une source centrée au barycentre de sa distribution (dans l'idéal, il faudrait prendre de sources réparties suivant la loi de Beer-Lambert).

L'idée simple est de dire que la lumière part de la source en $z = l_{sc}$ et comme la diffusion est isotrope, sa probabilité au bout d'un temps dt d'aller à une distance l_{sc} à gauche ou à droite. L'espace est ainsi discrétisé et des problèmes peuvent donc exister notamment lorsque l'approximation de diffusion n'est pas valable (tant que l'épaisseur du système L n'est pas grande devant la largeur de diffusion).

Sur la figure (I.1), nous avons tracé les arbres de probabilités pour les premières épaisseurs de système $L = 2l_{sc}, 3l_{sc}, 4l_{sc}$ et nous avons simulé numériquement cette procédure jusqu'à des épaisseurs $L = 5000l_{sc}$ pour mettre en évidence la loi d'ohm : la transmission diffuse est inversement proportionnelle à la largeur du système. Il y a deux limites à cette simple approche : l'absorption du système n'est pas prise en compte et la source n'est pas décrite de manière réelle. Nous pourrions ajouter une probabilité d'absorption à ce raisonnement statistique mais nous préférons montrer une technique de résolution à partir de l'équation de diffusion qui permet aussi d'obtenir le profil radial de la transmission diffuse sur la face de sortie.

1. communication privée

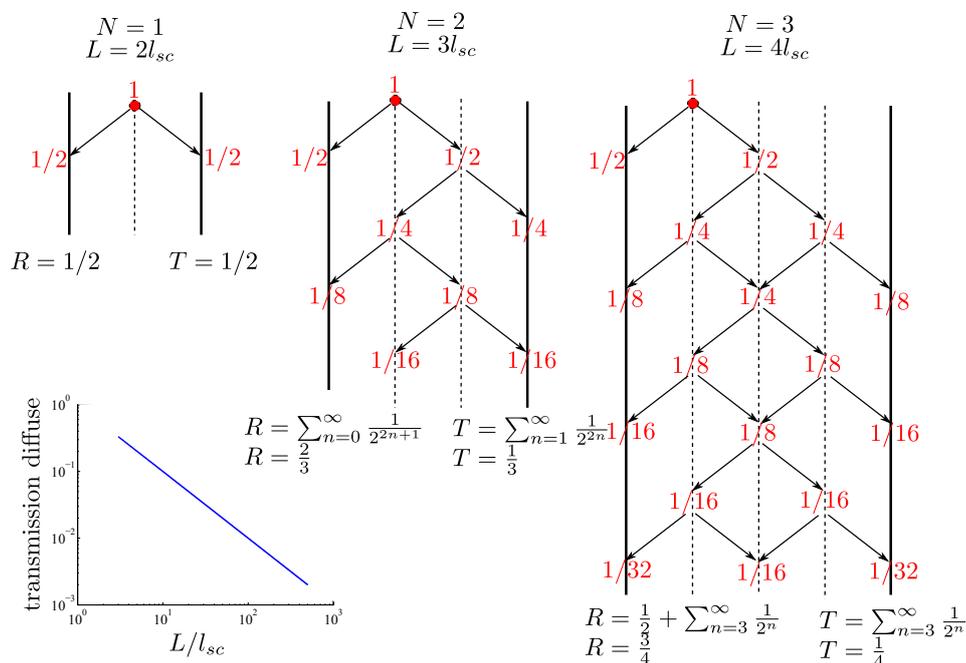


Figure I.1 – Calcul probabiliste de la transmission diffuse sortant d'un slab. Nous avons représenté la source diffusé à une distance l_{sc} de la surface entrante. Les calculs pour les slab d'épaisseurs $L = 2l_{sc}$, $L = 3l_{sc}$ et $L = 4l_{sc}$. Une procédure numérique montre que la transmission diffuse suit bien une loi en l_{sc}/L

I.1.2.2 Equation de diffusion dans l'espace de Fourier-Laplace

Nous allons considérer le cas d'un milieu de type slab optiquement épais éclairé par un spot laser. Nous recherchons quel est le profil d'intensité sur la surface de sortie en $z = L$

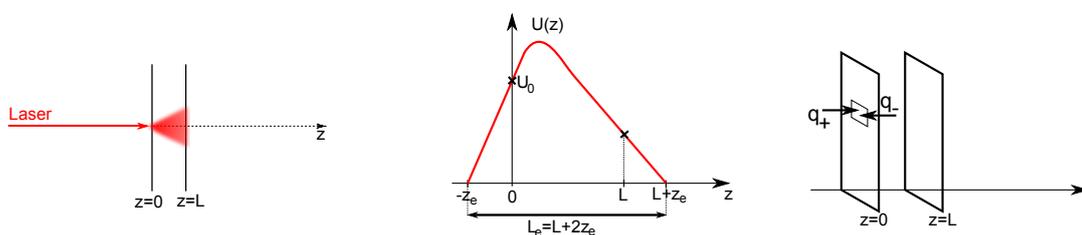


Figure I.2 – Diffusion dans un slab éclairé par un laser. Nous représentons la densité d'énergie U en fonction de la distance longitudinale. La longueur d'extrapolation z_e , l'endroit où l'énergie diffuse est nulle est l'extrapolation linéaire de la densité d'énergie à la surface du milieu diffusant.

Nous décomposons le Laplacien en une somme de sa partie transverse et de sa partie longitudinale, avec le laser extérieur exprimé comme une source interne non homogène. L'absorption est par contre considérée homogène dans le milieu et faible devant la dif-

fusion ($\alpha \ll \chi$).

$$\frac{\partial}{\partial t} U(\vec{r}_\perp, z, t) - D \frac{\partial^2 U}{\partial z^2}(\vec{r}_\perp, z, t) - D \Delta_{r_\perp} U(\vec{r}_\perp, z, t) + c\alpha U(\vec{r}_\perp, z, t) = S(\vec{r}_\perp, z, t) \quad (\text{I.6})$$

Le laser incident voit son intensité suivre la loi de Beer-Lambert : $I(\vec{r}_\perp, z, t) = I(\vec{r}_\perp, 0, t - \frac{z}{c})e^{-(\alpha+\chi)z}$. Comme le milieu est supposé opaque, le laser ne parcourt que très peu de distance avant d'être atténué complètement. Nous pouvons considérer le laser extérieur comme une source interne transverse décroissant longitudinalement avec la loi de Beer-Lambert : $S(\vec{r}_\perp, z, t) = S_0(\vec{r}_\perp, t - \frac{z}{c})e^{-(\alpha+\chi)z}$. Nous allons maintenant appliquer une transformée de Fourier (TF)-Laplace (TL) à l'équation (I.6) avec les conventions suivantes :

$$\begin{cases} \tilde{U}(k_\perp) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} U(\vec{r}_\perp) e^{-ik_\perp r_\perp} dr_\perp & , \text{ soit } TF\left[\frac{\partial U}{\partial r_\perp}\right] = ik_\perp \tilde{U} \\ \tilde{U}(s) = \int_0^{\infty} U(t) e^{-st} dt & , \text{ soit } TL\left[\frac{\partial U}{\partial t}\right] = s\tilde{U} \end{cases} \quad (\text{I.7})$$

L'équation (I.6) devient :

$$\frac{\partial^2 \tilde{U}}{\partial z^2} - \left(k_\perp^2 + \frac{s}{D} + \frac{c\alpha}{D}\right) \tilde{U} = -\frac{\tilde{S}_0 e^{-(\alpha+\chi)z}}{D} \quad (\text{I.8})$$

Une approximation supplémentaire, approximant le terme source décroissant exponentiellement comme juste une source ponctuelle longitudinalement situé à une longueur de transport du bord éclairé, est nécessaire afin de continuer les calculs de manière analytique : $S(\vec{r}_\perp, z, t) = S_0(\vec{r}_\perp, t - \frac{z}{v_e})\delta\left(z - \frac{1}{l_{ext}}\right)$. Dans ce cas l'équation précédente (I.8) devient :

$$\frac{\partial^2 \tilde{U}}{\partial z^2} - \left(k_\perp^2 + \frac{s}{D} + \frac{c\alpha}{D}\right) \tilde{U} = -\frac{\tilde{S}_0 \delta\left(z - \frac{1}{l_{ext}}\right)}{D} \quad (\text{I.9})$$

Nous définissons une longueur, d'atténuation diffuse $L_{a,d}$ tel que $L_{a,d}^2 = \frac{D}{v_e \alpha} = \frac{1}{3} \frac{c}{\alpha + \chi} \frac{1}{c\alpha} = \frac{1}{3\alpha(\alpha+\chi)}$. L'équation précédente devient :

$$\frac{\partial^2 \tilde{U}}{\partial z^2} - \underbrace{\left(k_\perp^2 + \frac{s}{D} + \frac{1}{L_{a,d}^2}\right)}_{K_\perp^2} \tilde{U} = -\frac{\tilde{S}_0 \delta(z - l_{ext})}{D} \quad (\text{I.10})$$

Il est très important de ne pas confondre cette longueur d'atténuation diffuse avec la longueur d'absorption ou d'extinction. En effet ces deux dernières sont définies à partir des propriétés balistiques et non diffuses de la lumière. La longueur d'extinction est définie par la loi de Beer-Lambert sur l'intensité incidente balistique. Nous montrons que dans le cas où $L \gg L_{a,d}$, nous retrouvons une décroissance exponentielle sur la transmission diffuse $I_{diff} \approx e^{-L/L_{a,d}}$ avec une longueur $L_{a,d}$ (longueur d'absorption diffuse) tandis que la transmission balistique est régi par $T_{bal} = e^{-L/l_{ext}}$ (avec l_{ext} la longueur d'extinction balistique). Cette dernière longueur $L_{a,d}$ peut s'écrire en fonction des autres longueurs : $L_{a,d} = \sqrt{\frac{l_{abs}l_{ext}}{3}}$. Dans le cas où l'absorption est plus importante que la diffusion, nous obtenons $l_{abs} \approx \sqrt{3}L_{a,d}$, dans le cas contraire où la diffusion est plus importante, nous obtenons $l_{abs} \approx \frac{3L_{a,d}^2}{l_{sc}}$.

I.1.2.3 Conditions aux bords

Les conditions aux bords sont données en terme de flux sur les faces. Le flux est donné par $\vec{q}(\vec{r}, t) = -D\vec{\nabla}U(\vec{r}, t)$. La condition la plus simple serait de mettre des conditions aux bords parfaitement absorbantes. Cela signifie que le flux de lumière diffuse entrant dans le système est nul et donc que l'énergie diffuse est nulle au bord, dans ce cas nous n'observerons pas de lumière provenant du système! La procédure détaillée dans [ZPW91] calcule une longueur d'extrapolation z_e où s'annule la densité d'énergie diffuse. En réalité la densité d'énergie n'est pas nulle en ce point sinon nous ne mesurerions pas d'énergie. Mais les flux calculés sur les faces du systèmes sont les mêmes pour la solution réelle ou pour cette solution où la densité d'énergie est nulle à la longueur d'extrapolation.

$$\begin{cases} U(\vec{r}_{\perp}, -z_e, t) = 0 \\ U(\vec{r}_{\perp}, L + z_e, t) = 0 \end{cases} \quad (\text{I.11})$$

La longueur d'extrapolation est donnée par : $z_e = \frac{2}{3}l_s \frac{1+R}{1-R}$ où R est le coefficient de réflexion de la face d'entrée.

Dans le cas d'adaptation de l'indice de réfraction (l'indice extérieur n_1 est le même que celui du milieu diffusant n_2), le coefficient de réflexion $R = 0$ et la longueur d'extrapolation est $z_e = \frac{2}{3}l_s$. Dans le cas contraire où $n_1 \neq n_2$, nous devons calculer le coefficient R qui se calcule en intégrant angulairement les relations de Fresnel.

Ici nous allons supposer que nous n'avons pas d'influence due au coefficient de Fresnel et utiliser $z_e = \frac{2l_s}{3}$. Les conditions aux bords peuvent aussi s'écrire (voir Annexe) en fonction de la pente de la dérivée d'énergie sur les faces, i.e. que la densité d'énergie entre les faces de sortie et les longueurs d'extrapolation est affine.

$$z_e \frac{dU}{dz} \Big|_{z=0} - U(z=0) = 0 \quad (\text{I.12})$$

$$z_e \frac{dU}{dz} \Big|_{z=L} - U(z=L) = 0 \quad (\text{I.13})$$

$$(\text{I.14})$$

Cette condition est souvent plus pratique car les réflexion et transmission diffuse s'expriment avec les flux et donc les pentes de la densité d'énergie au niveau des faces.

I.1.2.4 Transmission totale (quelques techniques pour la calculer)

Pour simplifier la résolution, il est plus simple de faire une translation de l'axe z , afin que le slab soit délimité par les plans $z = z_e$ et $z = z_e + L$ (voir figure (I.3)). Ainsi les conditions aux bords deviennent $U(0) = 0$ et $U(L_e) = 0$ où $L_e = L + 2 * z_e$. L'équation de diffusion s'écrit :

$$\frac{\partial^2 \tilde{U}}{\partial z^2} - K_{\perp}^2 \tilde{U} = -\frac{\tilde{S}_0 \delta(z - l_{ext} - z_e)}{D} \quad (\text{I.15})$$

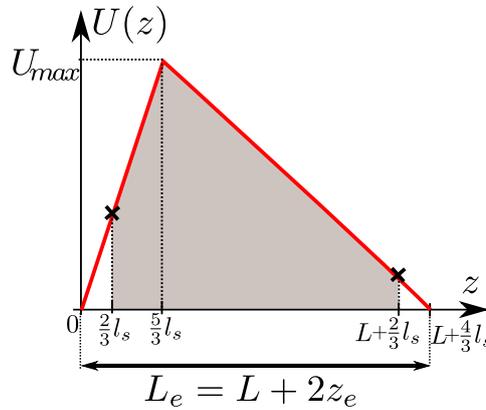


Figure I.3 – hypothèse de variation de densité d'énergie linéaire suivant l'axe longitudinal z .

Nous définissons la transmission comme le rapport entre le flux sortant à la surface de sortie et le flux entrant à la surface d'entrée :

$$T = \frac{q_{out}(z = L + z_e)}{q_{in}(z = z_e)} = \frac{-D \frac{\partial U}{\partial z} \Big|_{L+z_e}}{D \frac{\partial U}{\partial z} \Big|_{z_e}} \quad (\text{I.16})$$

Essayons de résoudre le problème par une approche de physicien. L'équation (I.10) nous montre que le problème se simplifie en une source ponctuelle situé à une distance

l_s de la surface d'entrée. Il ne paraît pas aberrant de supposer que l'intensité diffuse est maximum à cet endroit. Nous connaissons la densité d'énergie en trois endroits : $U(0) = 0$, $U(z_e + l_s) = U_{max}$ et $U(L + 2 * z_e) = 0$. L'approche la plus simple est de relier ces 3 points de manière affine et de regarder la transmission diffuse correspondante obtenue avec la transmission diffuse (I.16).

Dans ce cas, la densité d'énergie dans le milieu est :

$$\begin{cases} U(z) = \frac{U_{max}}{5/3l_s} z \text{ pour } 0 \leq z \leq \frac{5}{3}l_s \\ U(z) = -\frac{U_{max}}{L-l_s/3} (z - (L + 2z_e)) \text{ pour } \frac{5}{3}l_s \leq z \leq L + 2z_e \end{cases} \quad (\text{I.17})$$

Nous calculons la transmission diffuse à partir de sa définition (équation (I.16)).

$$T = \frac{\frac{U_{max}}{L-l_s/3}}{\frac{U_{max}}{5/3l_s}} = \frac{5/3l_s}{L-l_s/3} \approx \frac{5}{3} \frac{l_s}{L} \quad (\text{I.18})$$

Cette approche peut paraître très qualitative mais capture l'essentiel de la physique.

Traitement analytique de l'équation (I.10)

Il est possible de faire mieux. L'équation (I.10) peut se résoudre analytiquement [Bar09]. Nous supposons cependant toujours que la source est un disque source (et non une source exponentiellement décroissante suivant z). Dans ce cas l'expression de la transmission est :

$$T(K_{\perp}) = \frac{\cosh(K_{\perp} z_e) \sinh(K_{\perp} (l_{sc} + z_e))}{\sinh(K_{\perp} L_e)} \quad (\text{I.19})$$

Dans le cas où la source serait une onde plane stationnaire ($k_{\perp} \rightarrow 0$, $s \rightarrow 0$) alors l'expression précédente se simplifie avec $K_{\perp} = 1/L_{a,d}$:

$$T = \frac{\cosh\left(\frac{z_e}{L_{a,d}}\right) \sinh\left(\frac{l_s + z_e - L_e}{L_{a,d}}\right)}{\sinh\left(\frac{L_e}{L_{a,d}}\right)} \quad (\text{I.20})$$

Cette formule admet deux limites importantes. La première est la loi d'ohm qui décrit le transport dans un milieu fortement diffusant et faiblement absorbant ($l_{sc} \ll L \ll L_{a,d}$) :

$$T_{ohm} \approx \frac{l_s + z_e}{L_e} \propto \frac{1}{L} \quad (\text{I.21})$$

L'autre limite ($L_{a,d} \ll L$) est la limite que l'on pourrait appeler "Beer-Lambert diffuse". Nous ne retrouvons pas la loi de Beer-Lambert car la diffusion décrit le transport de la lumière diffuse (et non balistique) mais nous retrouvons une loi décroissance exponentielle dont la longueur d'atténuation est $L_{a,d}$.

$$T_{B-L,diffus} \approx e^{-L/L_{a,d}} \quad (\text{I.22})$$

Traitement analytique avec une source réelle de type Beer-Lambert dans un milieu sans absorption

Il existe une solution analytique avec une source réelle (Beer-Lambert) mais elle est obtenue dans un milieu sans absorption dans la thèse de Jacopo Bertolotti [Ber07]².

I.1.2.5 Profil radial de transmission

Dans cette partie, nous allons montrer que le profil radial à la surface de sortie est une gaussienne près de l'axe optique et a une décroissance exponentielle asymptotiquement. Cela a été montré par Eduardo Pereira [ea]. Repartons de la solution précédente de la transmission diffuse (équation I.19). Avant de dire $K_{\perp} = 1/L_{a,d}$, c'est à dire ne pas supposer que le laser est une onde plane d'intensité constante, la solution est :

$$T(K_{\perp}) = \frac{\cosh(K_{\perp}z_e) \sinh(K_{\perp}l_s + z_e - Le)}{\sinh(K_{\perp}Le)} \quad (\text{I.23})$$

Si nous prenons la transformée de Fourier inverse en faisant attention au fait que c'est une TF en deux dimensions et aussi à l'application du théorème des résidus avec des fonctions de Bessel, nous obtenons la solution suivante sans absorption :

$$T(r_{\perp}) = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{\pi}{L_e} \right)^2 i \left[\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} n \cos \left(n\pi \frac{z_e}{L_e} \right) \sin \left(n\pi \frac{l_s + z_e}{L_e} \right) H_0^{(1)} \left(in\pi \frac{r_{\perp}}{L_e} \right) \right]$$

2. Nous n'allons pas reprendre ses calculs mais juste signaler deux erreurs d'inattention pour le lecteur qui voudra s'y référer. Dans l'équation (I.26), le facteur $\frac{1}{D}$ est en facteur de toute l'équation. Dans l'équation (1.30), il y a un problème de signe car à grande épaisseur nous ne devons pas trouver une valeur négative pour la transmission.

(I.24)

Avec de l'absorption, les pôles de la fonction de Green réponse de l'équation (I.10) se déplacent et ne sont plus $K_{\perp} = -\frac{n\pi}{L_e}$ mais deviennent $K_{\perp} = -\frac{n\pi}{L_e} - \frac{1}{L_{a,d}}$.

Il est difficile d'avoir une expression simplifiée de la forme de cette courbe proche du centre analytiquement. Nous pouvons cependant la tracer numériquement et comparer sa forme avec les courbes standards. Il faut cependant faire attention car numériquement nous pouvons avoir une divergence en $r_{\perp} = 0$ tant que nous ne prenons pas une somme infinie. Dans les figures suivantes, nous traçons la transmission issue de la formule (I.24) pour des sommes finies de fonctions de Hankel avec n allant de 1 à 100. Nous voyons que plus nous ajoutons de termes de Hankel, plus la divergence est renvoyée à des r_{\perp} petits. Nous traçons aussi une courbe gaussienne de largeur à mi-hauteur L (où L est l'épaisseur du milieu). Nous comparons ces deux courbes en échelle linéaire (figure I.4) et en échelle semi-logarithmique (figure I.5). Nous voyons qu'à faible distance radiale, la transmission diffuse est très proche d'une loi gaussienne mais que pour des grandes distances les lois sont très différentes et nous voyons bien le comportement asymptotique exponentiel dès $R > L$.

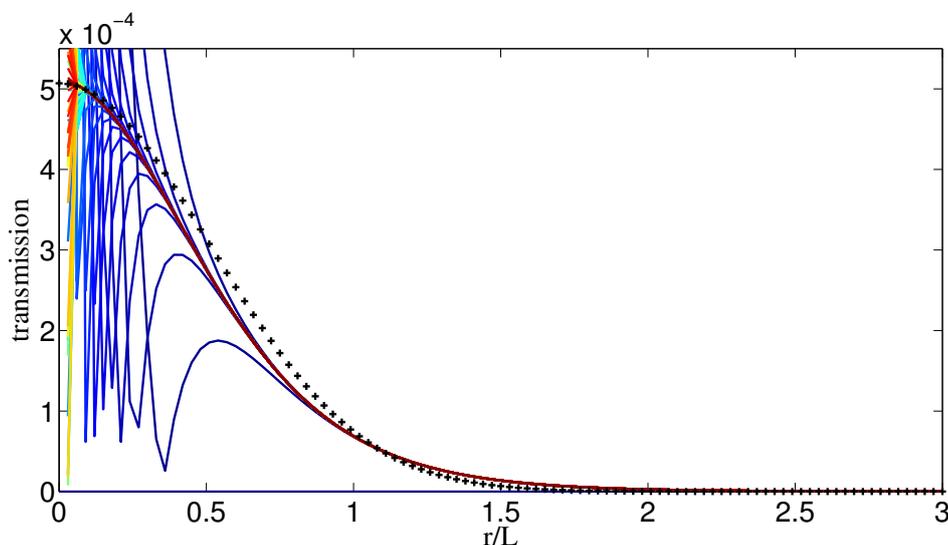


Figure I.4 – Profil radial de transmission calculée à partir de la formule (I.24). Les paramètres sont $l_{sc} = 5, L = 200$ et $L_{a,d} = 10000$. En trait plein les séries de Hankel. Nous gardons de plus en plus de termes. Nous sommes allés de $n=1$ à $n=100$. Les croix noires représentent une fonction gaussienne de demi-largeur L .

Il est intéressant de noter que la largeur de la tâche de diffusion sortante est à peu près indépendante de l'épaisseur optique pour peu que nous soyons en régime de diffusion multiple. Si la source n'est pas large transversalement alors la largeur de la tâche va être

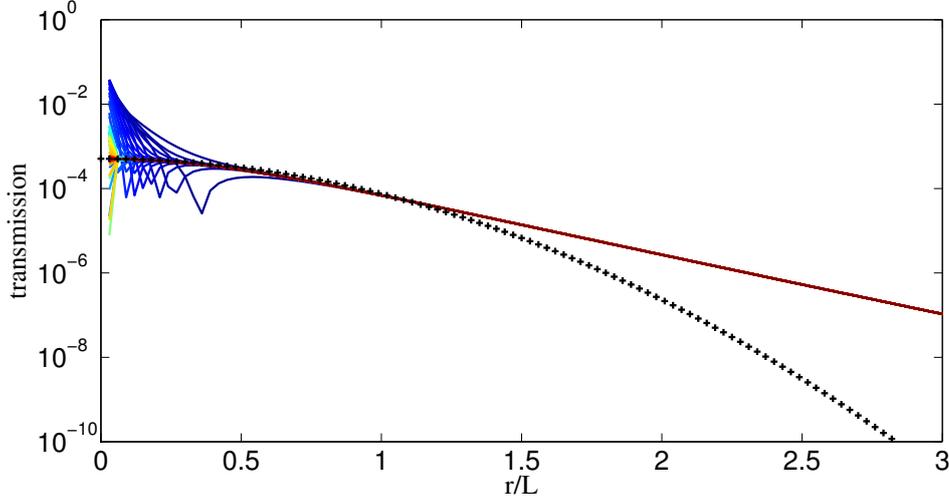


Figure I.5 – Profil radial de transmission calculée à partir de la formule (I.24) en échelle semi-logarithmique. Nous observons un comportement asymptotique exponentiellement décroissant donc linéaire en échelle semi-logarithmique. Les croix noires représentent une fonction gaussienne de demi-largeur L .

du même ordre que l'épaisseur du slab. Cela se comprend dans la mesure où la diffusion se "propage dans un cône" à 45° puisque l'étalement en z est le même que l'étalement en r_\perp .

Il est plus facile d'avoir l'asymptote pour $r_\perp \gg L_e$. En effet chaque fonction de Hankel de la série a comme asymptote :

$$iH_0^{(1)}\left(in\pi\frac{r_\perp}{L_e}\right) r_\perp \gg L_e \frac{1}{\pi} \sqrt{\frac{2L_e}{n}} r^{-1/2} e^{-n\pi\frac{r}{L_e}} \quad (\text{I.25})$$

Nous voyons que le terme dominant est une exponentielle décroissante dont la longueur de décroissance est $\frac{L_e}{n\pi}$. Le terme de la somme qui va décroître le moins vite est celui qui a la longueur de décroissance le plus petit donc $n = 1$. A une distance r_\perp suffisamment grande, nous pouvons considérer seulement le terme $n=1$ dans la somme donc :

$$T(r_\perp)r_\perp \gg L_e \frac{1}{2\pi} \left(\frac{\pi}{L_e}\right)^2 \cos\left(\pi\frac{z_e}{L_e}\right) \sin\left(\pi\frac{l_s + z_e}{L_e}\right) \frac{1}{\pi} \sqrt{2L_e} r_\perp^{-1/2} e^{-\pi\frac{r_\perp}{L_e}} \quad (\text{I.26})$$

Nous avons donc $T(r_\perp) \propto e^{-\pi\frac{r_\perp}{L_e}}$. Le comportement asymptotique dépend seulement de la taille du milieu. La conclusion est que l'étude de la transmission diffuse ne donne pas beaucoup d'informations sur l_{sc} mais seulement sur l'épaisseur du milieu L que nous pouvons mesurer plus facilement. Mesurer le profil radial nous permet seulement de vérifier si l'équation de diffusion est valide ou pas.

I.1.2.6 Information temporelle

La procédure est exactement la même pour connaître la transmission temporelle que pour le profil radial avec absorption. Cette fois-ci le pôle (de la fonction de Green solution de l'équation (I.10)) s'écrit $s = -D \left(\frac{n\pi}{L_e} \right)^2 - \frac{D}{L_{a,d}^2}$. Ainsi au lieu d'avoir l'expression (I.24), nous obtenons en temporel sans absorption, l'expression suivante :

$$T(t) = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{\pi}{L_e} \right)^2 i \left[\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} n \cos \left(n\pi \frac{z_e}{L_e} \right) \sin \left(n\pi \frac{l_s + z_e}{L_e} \right) H_0^{(1)} \left(in^2 \pi^2 \frac{D}{L_e^2} t \right) \right] \quad (\text{I.27})$$

Nous n'avons pas ici étudié expérimentalement l'information temporelle mais nous prévoyons d'étudier la transmission diffuse pour étudier la différence de réponse temporelle entre des régimes diffusifs et superdiffusifs de type Levy (voir section (VI)). Dans les deux cas, la réponse à long terme sera bien une exponentielle décroissante mais pas avec la même dépendance en épaisseur optique dans la constante de temps.

I.2 Profils transverses expérimentaux

Les lois de la diffusion sont valables dans beaucoup de systèmes usuels. Pouvons-nous facilement mesurer ces lois pour la lumière dans des objets qui nous entourent ? La loi d'Ohm pour la lumière est-elle observable dans beaucoup de matériaux ? Nous n'avons pas trouvé beaucoup de références. La plus explicite est l'expérience faite dans le groupe de Ad Lagendijk [KdVSL97] en 1997. Cette expérience a été réalisée avec une géométrie slab en augmentant l'épaisseur du système (L ici varie de 1.43 à $18\mu m$) du milieu en gardant la concentration de particules diffusantes TiO_2 (peinture blanche) constante. Nous avons vu dans la partie précédente que la loi d'Ohm standard ($T \propto 1/L$) est valable lorsque $l_{sc} \ll L \ll l_{abs}$. Chez Lagendijk $l_{sc} \approx 0.95\mu m$ et $l_a \approx 80\mu m$. Donc nous avons un grande plage d'épaisseurs (quelques μm) où la loi d'ohm doit être observée. C'est ce qui a été mesuré par ce groupe (voir fig(I.6)). Mais en réalité la peinture blanche est une exception et il est assez difficile de trouver un matériau où la loi d'Ohm peut être observée facilement. Nous allons nous intéresser ici au cas du papier et du lait qui sont deux matériaux blancs (donc diffusants) très communs et très facile à implémenter en travaux pratiques.

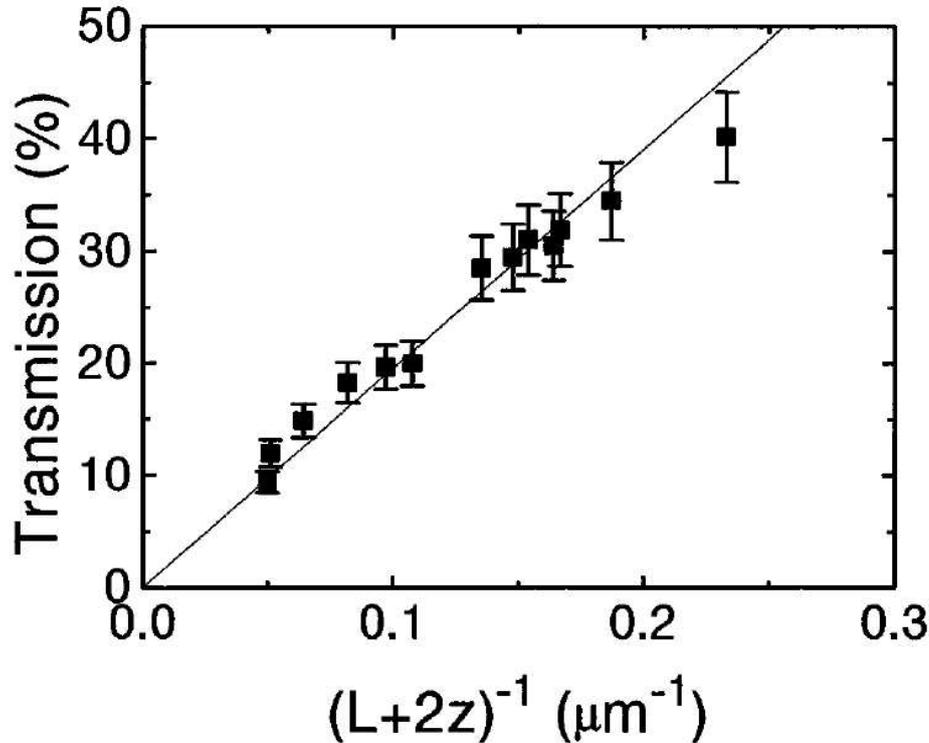


Figure 1.6 – Loi d’Ohm mesurée dans des échantillons fortement diffusant composé de TiO_2 (peinture blanche). [KdVSL97]

I.2.1 Transmission à travers des papiers

Avant de considérer la diffusion dans des vapeurs atomiques qui est le but de cette thèse, nous voulons nous intéresser à des milieux communs (que l’on rencontre tous le temps) mais qui ne sont généralement pas plus simples que les milieux atomiques. Nous voulons voir par exemple si l’intensité diffuse transmise par des feuilles de papier vérifie les lois de la diffusion démontrées précédemment et notamment voir si la loi d’ohm (ou loi d’ohm généralisée) est valable dans ces milieux. Nous allons montrer ici que la longueur d’absorption n’est pas beaucoup plus grande que l’épaisseur d’une feuille de papier et $l_{abs} \approx 10l_{sc}$, ce qui permettrait presque d’observer la loi d’ohm si nous possédions une largeur de papier inférieure à la longueur d’absorption.

Dans un premier temps, regardons expérimentalement si la loi d’ohm est vérifiée, i.e. si $T \propto \frac{1}{L}$. Nous voyons sur la figure (I.7) que cela pourrait être vrai pour 2, 3 et 4 feuilles de papier au maximum. Nous voyons sur cette figure (I.7) en échelle log-log que la pente est rapidement beaucoup plus importante même si c’était une loi de puissance qui décrirait la transmission en fonction du nombre de papiers. Nous avons représenté une courbe en L^{-1} qui pourrait expliquer les 3 premiers points mais pas les autres. Pour

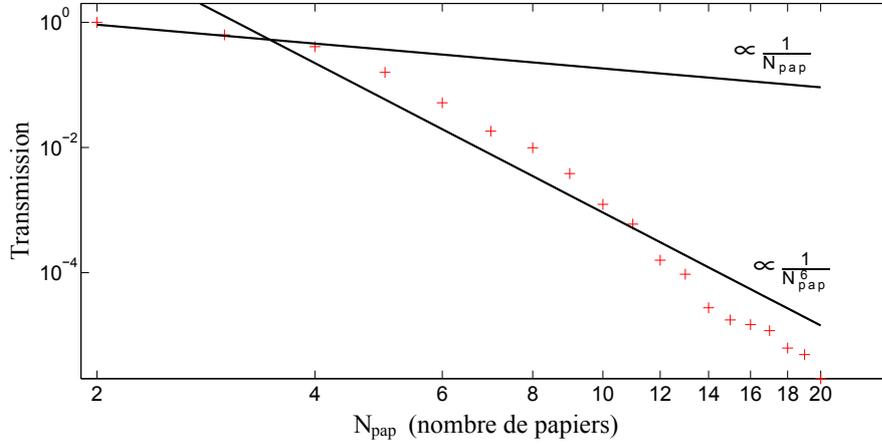


Figure I.7 – Intensité transmise à travers un certain nombre de feuilles de papier (l'épaisseur de chaque feuille est $100\mu m$).

bien voir cela nous avons ajouté une courbe en L^{-6} qui met en évidence la décroissance très rapide de la transmission pour $N_{pap} > 5$. Nous voyons que la décroissance en loi de puissance n'est pas une bonne description. Nous allons voir si la solution de l'intensité transmise diffuse avant de faire les approximations aboutissant à la loi d'ohm explique la diffusion dans ce système absorbant.

Dans un premier temps, nous allons mesurer la longueur d'absorption L_a . Rappelons la loi d'Ohm généralisée (transmission diffuse sans l'approximation $L_a \gg L \gg l_s$) :

$$T = \frac{\cosh\left(\frac{2l_s}{3L_a}\right) \sinh\left(\frac{5l_s}{3L_a}\right)}{\sinh\left(\frac{L+4/3l_s}{L_a}\right)} \quad (\text{I.28})$$

Nous pouvons mesurer $L_{a,d}$ en faisant l'hypothèse qu'au-dessus d'un certain nombre de feuilles de papier (7 ou 8), l'épaisseur de papier traversée par la lumière est grande devant la longueur d'absorption diffuse ($L_a \ll L$), elle-même grande devant la longueur de diffusion. Cela nous permet de simplifier l'expression (I.28) en $T = k_{asymp} e^{-\frac{L}{L_{a,d}}}$. Nous traçons la transmission diffuse en fonction de l'épaisseur de papier diffusé en échelle linéaire (figure (I.8)) et aussi en échelle semi-logarithmique en ordonnée (figure (I.9)) pour mettre en évidence le comportement exponentiel pour un grand nombre de papier. Nous réalisons un fit exponentiel (soit linéaire en semi-log) et en déduisons $L_{a,d} \approx 135\mu m$. L'hypothèse $L_a \ll L$ à partir de 7 ou 8 papiers avec une épaisseur de $100\mu m$ par feuille (obtenue par mesure de l'épaisseur d'une rame de feuilles).

Connaissant L_a , nous réalisons un fit sur tous les points à partir de la loi d'ohm généralisé

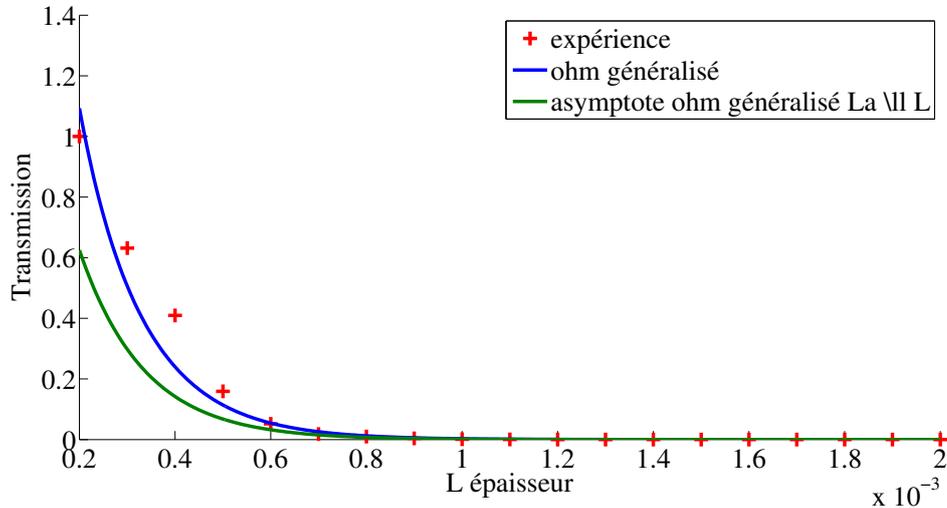


Figure 1.8 – Intensité transmise à travers un certain nombre de feuilles de papier (l'épaisseur de chaque feuille est $100\mu m$).

qui peut s'écrire $T = \frac{k_{asympt}}{\sinh\left(\frac{L+4/3l_s}{L_a}\right)}$. Ce fit donne une valeur de $l_s \approx 17\mu m$. Il nous faut réfléchir à la validité du fit. Un bon moyen d'avoir une idée est de voir quel est l'impact d'une variation de l_{sc} sur la valeur de la transmission. Prenons le cas de deux papiers. Imaginons que l_s ne soit pas $17\mu m$ mais $18\mu m$, dans ce cas, nous calculons une variation de 1.2% sur la transmission calculée avec $T = \frac{k_{asympt}}{\sinh\left(\frac{L+4/3l_{sc}}{L_a}\right)}$. Cette variation n'est pas négligeable et nous fait dire que la variation de l_{sc} est mesurable par la fonction de fit. De plus la valeur trouvée par le fit n'est pas sensible à la condition initiale donnée.

En conclusion, nous avons mesuré et calculé les longueurs de diffusion et d'absorption du papier grâce à la loi de transmission diffuse. Nous avons montré qu'au vu de l'épaisseur des feuilles, la situation de la loi d'ohm $T \propto L^{-1}$ ne pouvait être atteinte mais que nous pouvions néanmoins distinguer les situations balistiques et diffuses (même si c'est la loi d'ohm généralisée (avec absorption) qui est seulement valable). Le plus simple serait d'avoir du papier avec moins d'absorption (nous n'avons pas réussi à trouver si cela existait). Néanmoins, même avec ce papier si nous trouvions des feuilles plus fines, il existe un petit domaine de diffusion multiple où l'absorption n'est pas très importante. Nous pourrions étudier la zone de $40\mu m$ à $100\mu m$ où la loi d'ohm simple devrait être valable.

I.2.2 Transmission dans du lait

Après avoir étudié la transmission diffuse totale, nous allons nous intéresser au profil radial de transmission. Nous avons choisi d'étudier un deuxième exemple : la diffusion

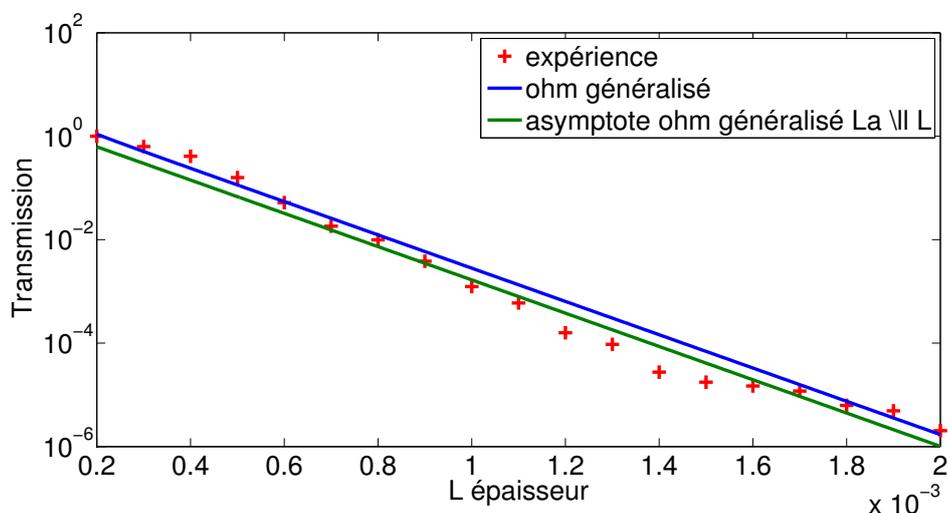


Figure I.9 – Intensité transmise à travers un certain nombre de feuilles de papier (l'épaisseur de chaque feuille est $100\mu m$).

dans du lait. L'intérêt est qu'outre des longueurs caractéristiques (l_{sc} , l_a , $L_{a,d}$) différentes, nous pouvons changer l'opacité du système sans changer l'épaisseur physique du système mais en diluant plus ou moins notre solution lactée avec de l'eau. Nous devrions donc observer que la largeur du profil de transmission est constante lorsque le régime de forte diffusion multiple est atteint.

Nous allons nous intéresser au profil radial de la transmission d'un laser diffusant dans un slab rempli de lait. Nous avons mesuré la transmission diffuse en imageant la face de sortie du slab sur une caméra CCD. Nous avons réalisé des mélanges lait-eau avec différentes concentrations de lait pour changer la longueur de diffusion du milieu. Nous pouvons rapidement comparer qualitativement ces courbes au profil radial de transmission calculée sans absorption dans l'équation (I.24). La première chose que nous remarquons est que la largeur correspond à ce que donne la transmission calculée. En effet la figure (I.4) montre que la largeur à mi-hauteur de la solution (I.24) du profil radial de l'équation de diffusion est environ L . Nous voyons sur la figure (I.10) que pour les grandes concentrations en lait, la demi-largeur à mi-hauteur est environ $0.5L$. Nous observons aussi que lorsque la concentration est suffisamment grande (nous sommes en régime suffisamment multiple) alors il n'y a plus d'élargissement des courbes. En effet les courbes *lait50%* et *lait100%* sont très proche alors que la concentration a été changée d'un facteur 2. Enfin sur la figure (I.11) en échelle semi-logarithmique nous retrouvons asymptotiquement un comportement exponentiel comme prévu. Il est par contre très difficile de faire un fit pertinent de cette courbe par la formule (I.24) dû à la série infinie de fonction de Hankel et à sa divergence en $r_{\perp} = 0$ à cause de la troncature numérique de cette série.

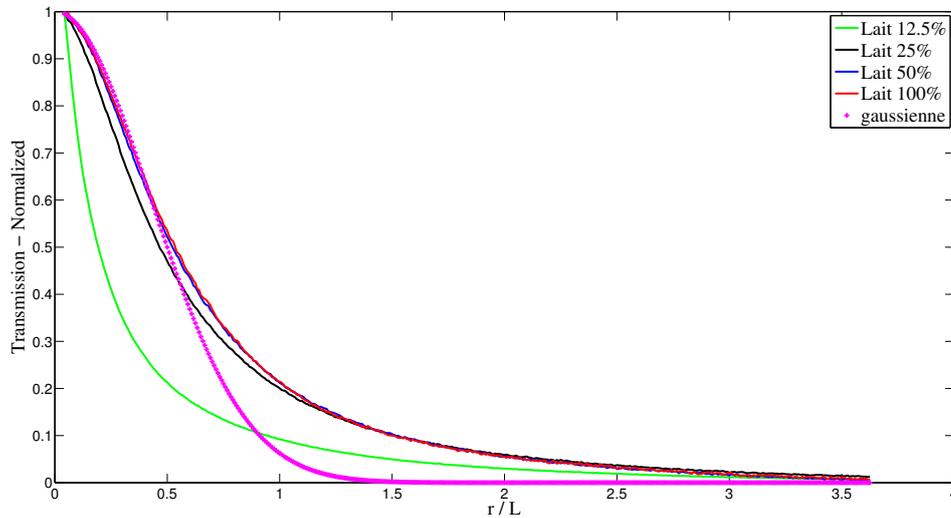


Figure I.10 – Intensité transmise à travers un slab rempli de différentes concentrations eau+lait

Qualitativement, les expériences d'étude du profil radial de transmission sur le lait retrouvent les caractéristiques de la solution (I.24) de l'équation de diffusion :

- la largeur à mi-hauteur est la bonne, l'épaisseur du système
- cette largeur sature en régime de forte diffusion multiple
- le comportement exponentiel est bien retrouvé dans les ailes du profil radial

La formule (I.24) est vérifiée mais ne permet de déterminer aucune grandeur caractéristique du milieu à part son épaisseur. Cela enlève quelque utilité à étudier le profil radial de transmission d'un système où l'équation de diffusion est valide.

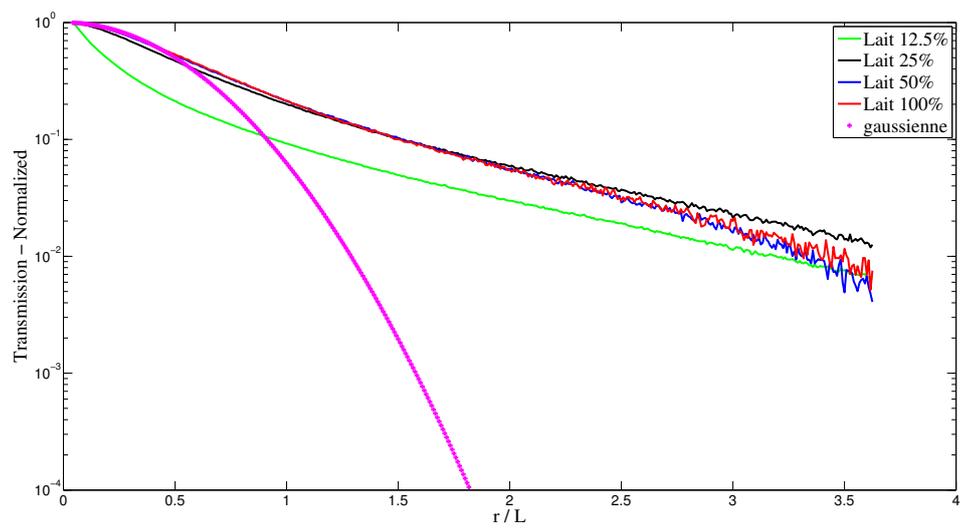


Figure I.11 – Intensité transmise à travers un slab rempli de différentes concentrations eau+lait.

Etude de la diffusion multiple sur un système atomique

Le transport de la lumière a été décrit de manière macroscopique dans le papier et le lait précédemment. La connaissance des longueurs caractéristiques permet de connaître la densité d'énergie et les différents flux (transmission et réflexion). Ces longueurs caractéristiques dépendent de la composition microscopique du milieu diffusant. Elles sont faciles à calculer dans le cas d'une vapeur atomique car nécessitent seulement la connaissance de la polarisabilité atomique, procédure décrite plus en détail dans la partie (IV). Elles sont aussi faciles à modifier dans le cas d'un gaz atomique froid et les longueurs d'absorption et diffusion peuvent même être changées différemment l'une de l'autre.

Un autre aspect est que l'étude de diffusion multiple dans un gaz d'atomes froids nous renseigne sur l'interaction matière-rayonnement en régime opaque. Comprendre le rôle et l'impact de cette lumière diffuse est très importante dans ce domaine où les Pièges Magnéto-Optiques (PMO) voient justement leur densité limitée par l'équilibre des forces de lumière pressantes et la force de répulsion inter-atomique due à la diffusion multiple induite.

Dans cette partie, deux systèmes différents possibles avec le même atome ^{85}Rb vont être présentés : le cas d'un nuage d'atomes à deux niveaux et un autre constitué d'atomes multi-niveaux avec deux niveaux fondamentaux avec une raie diffusante. Dans le cas de l'atome à deux niveaux, la raie diffusante ne rétroagit pas sur les atomes tant qu'elle n'est pas proche de l'intensité de saturation. La situation est différente dans un atome multiniveaux où les deux niveaux fondamentaux sont peuplés suivant un équilibre créé par deux lasers, chacun résonant avec un état fondamental. Dans ce cas, la radiation diffusée agit sur les populations atomiques lorsque son taux de pompage n'est plus négligeable devant ceux des lasers qui peuvent être peu intenses. Ce système se rapproche de certaines situations astrophysiques de transfert radiatif hors équilibre thermodynamique local où la radiation piégée modifie les populations des niveaux atomiques.

II.1 Piégeage radiatif pour des atomes à 2 niveaux

Le piégeage radiatif (radiation trapping en anglais) est un phénomène collectif (qui nécessite plus qu'un atome) de rediffusion d'une radiation électromagnétique par un autre atome.

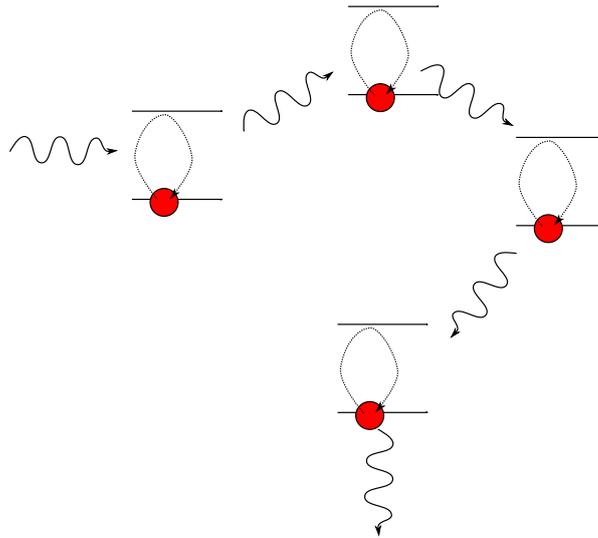


Figure II.1 – présentation de piégeage radiatif dans une collection d'atomes à 2 niveaux

Le cas le plus simple est la collection de N atomes à 2 niveaux identiques. Imaginons qu'une radiation extérieure résonante (i.e. qui peut faire passer un atome de son état fondamental à son état excité) soit diffusée par un atome (ou absorbée/réémise spontanément), alors cette radiation est déviée et passe plus de temps, en moyenne, dans le milieu.

II.1.1 Quelques éléments théoriques

Le piégeage radiatif d'une onde dans un milieu atomique se résume théoriquement en le couplage d'une équation de propagation de l'onde avec des équations décrivant l'évolution des populations et des cohérences de chaque atome. Un des modèles le plus complexe que nous puissions imaginer serait d'utiliser les équations de Maxwell avec des équations de Bloch-Langevin (et le théorème de régression quantique permettant de calculer le spectre d'émission de chaque atome). Cependant dès que le système dépasse quelques atomes, la résolution numérique devient impossible. Il faut garder à l'esprit que les processus de diffusions multiples sont très difficiles à prendre en compte et doivent souvent être traités comme des perturbations. Pour simplifier, nous allons faire des approximations sur les équations lumineuses mais aussi atomiques.

Décrivons quelques possibilités avant de montrer quelles sont les modélisations les plus adaptées aux situations rencontrées. Pour la lumière, à partir des équations de Maxwell et en négligeant les interférences ondulatoires dans le milieu, nous pouvons établir l'équation de transfert radiatif. Cette équation décrit le transfert de luminance d'un volume élémentaire à un autre, considérant le volume infinitésimal comprenant de l'absorption (ou gain si absorption négative) et de la diffusion. Il n'y a pas de mémoire de propagation de champ suivant les champs parcourus puisque la luminance est une grandeur d'intensité (proportionnelle au module du champ au carré). L'ETR est une équation intégro-différentielle qui n'est pas simple à résoudre.

Nous pouvons encore faire des approximations supplémentaires (luminance quasi-isotrope, variation temporelle typique $\tau \gg l_{tr}/v_e$ et $p(\vec{u}, \vec{u}') = p(\cos(\theta))$) et établir l'équation de diffusion à partir de l'ETR. La résolution de l'équation de diffusion est beaucoup plus simple puisque c'est seulement une équation aux dérivées partielles locales.

Quant aux atomes, la première approximation à réaliser est de savoir si nous pouvons considérer la lumière incidente comme une onde monochromatique (même si la fréquence change à chaque diffusion). Dans ce cas, nous pouvons utiliser des équations de Bloch optiques pour les atomes (même si la longueur d'onde est différente pour chaque atome).

S'il n'y a pas de redistribution en fréquence, i.e. que la fréquence de l'onde diffusée est toujours la même que la fréquence incidente, alors nous pouvons utiliser les équations de Bloch optiques toujours avec la même fréquence. Si jamais l'intensité de l'onde était indépendante de la position, alors tous les atomes seraient décrits par les mêmes équations de Bloch optiques.

Dans cette partie nous allons considérer que la fréquence ne change pas par diffusion mais par contre que l'intensité n'est pas homogène dans le milieu et suit une équation de diffusion. Les variables atomiques (populations et les cohérences) ne seront donc pas homogènes dans le système. Nous verrons dans la partie sur les vols de Levy (section (VI)) le changement de fréquence dans le cas de vapeurs atomiques chaudes et où l'effet Doppler n'est pas négligeable.

Dans des vapeurs froides, $|k\vec{v}| \ll \Gamma$, nous pouvons considérer qu'il n'y a pas de redistribution en fréquence par diffusion. En réalité il faudrait plutôt comparer $|\sqrt{N_{diff}}k\vec{v}|$ à Γ où N_{diff} est le nombre de diffusions typiques avant que la radiation ne sorte du milieu.

Calcul de $\langle N_{diff} \rangle$ en fonction de b_0 :

Le nombre de diffusion pour un photon transmis est le rapport entre le temps passé dans le milieu t_{milieu} et le temps total d'une diffusion τ_{diff} (temps de trajet du photon entre

2 diffusions + temps de diffusion atomique) :

$$N_{diff} = \frac{t_{milieu}}{\tau_{diff}} \quad (\text{II.1})$$

Pour une marche au hasard (diffusion), nous avons le déplacement quadratique moyen suivant l'axe z qui s'exprime $\langle l^2 \rangle = Dt$ avec D le coefficient de diffusion. La distance finale passé dans le milieu suivant z pour les photons transmis est la largeur du système L . Nous avons donc :

$$t_{milieu} = \frac{L^2}{D} \quad (\text{II.2})$$

Le coefficient de diffusion peut s'exprimer en fonction de la vitesse de l'énergie qui est définie ainsi $v_e = \frac{l_{sc}}{\tau_{diff}}$:

$$D = \frac{v_e l_{sc}}{3} = \frac{l_{sc}^2}{3\tau_{diff}} \quad (\text{II.3})$$

En remplaçant le coefficient de diffusion dans l'expression du temps passé dans le milieu, nous faisons apparaître l'épaisseur optique $b = \frac{L}{l_{sc}}$, rapport entre l'épaisseur physique du système et la longueur de diffusion.

$$N = \frac{t_{milieu}}{\tau_{diff}} = \frac{L^2}{D\tau_{diff}} = \frac{L^2}{l_{sc}^2} \frac{3\tau_{diff}}{\tau_{diff}} = 3 \frac{L^2}{l_{sc}^2} = 3b^2 \quad (\text{II.4})$$

Ainsi le taux de diffusion croît en b^2 ce qui est consistant avec l'idée que la tâche diffuse croît comme l'épaisseur. Ce résultat est très important car il donne un sens physique. Un processus qui croît quadratiquement en épaisseur optique (grandeur mesurable) croît linéairement avec le nombre de diffusions.

II.1.2 Mesure expérimentale du piégeage radiatif dans des va-peurs froides avec un seul laser

Exposons maintenant les résultats expérimentaux obtenus dans le groupe, il y a une dizaine d'années, pour mettre en évidence la différence avec les mesures que nous avons effectuées récemment. Le piégeage radiatif peut-être étudié de manière temporelle pour étudier le temps de piégeage ou de manière stationnaire en mesurant l'impact de ce piégeage sur la quantité de lumière diffuse réfléchi et transmise. Un premier papier [LVM⁺03] s'est intéressé au temps de piégeage alors que le suivant [LDM⁺04] s'est intéressé aux quantités stationnaires.

Les études anciennes ont porté sur un atome à 2 niveaux (transition hyperfine du rubidium : $F = 3 \rightarrow F' = 4$) soumis à un laser peu intense pour que nous puissions considérer le nuage comme un ensemble homogène d'atomes diffusants (i.e. dans leur niveau fondamental). Ces deux papiers de Labeyrie et al. mettent en évidence 2 résultats et s'inscrivent dans la lignée de travaux initiés par Fioretti et al [FMM⁺98]. Le premier et le plus explicite sur la dynamique du piégeage est que le temps de piégeage augmente avec l'épaisseur optique. Le deuxième résultat est que le temps de transport t_{tr} (égal au temps de diffusion par un atome t_{diff} + le temps de propagation entre deux diffusions t_{prop}) est une constante indépendante du désaccord par rapport à la résonance.

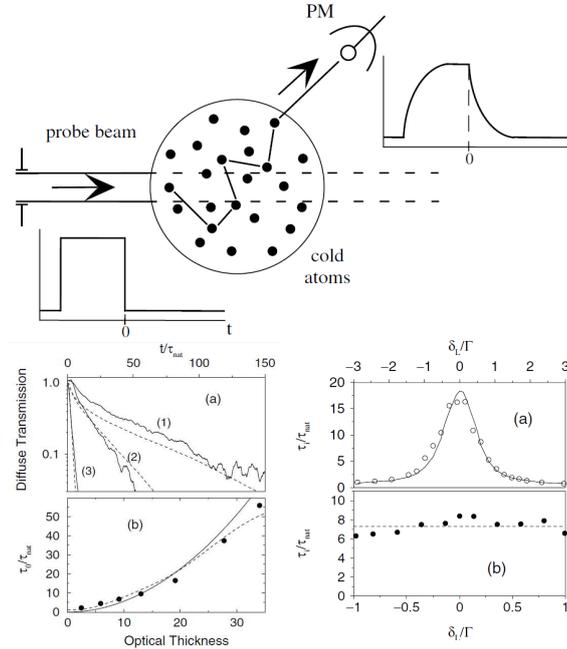


Figure II.2 – Figure 1, 2 et 3 de l'article [LVM⁺03]. En haut, le schéma expérimental montre un nuage d'atomes froids éclairé par une impulsion laser. Le signal de transmission diffuse collecté par le photomultiplicateur exhibe un comportement exponentiellement décroissant e^{-t/τ_0} avec une constante de temps τ_0 proportionnelle au carré de l'épaisseur optique (en bas à gauche). A épaisseur optique $b(\delta)$ constante, la constante de temps τ_0 ne dépend pas du désaccord δ (en as droite).

La figure (II.2) montre le résultat expérimental et les résultats obtenus lors de l'expérience [LVM⁺03]. Un nuage d'atomes froids est éclairé par un faisceau laser fin (petit devant la taille du nuage) et peu intense (loin de la saturation atomique). Des impulsions de $4\mu s$ sont envoyées sur les atomes grâce à un module acousto-optique. Un détecteur (photomultiplicateur) collecte une partie de la fluorescence de transmission diffuse qui décroît à temps long ($t \gg \tau_{nat} = 1/\Gamma$) exponentiellement e^{-t/τ_0} . Il a été mesuré que pour des épaisseurs optiques raisonnables (de 2 à 25 environ), la constante de temps τ_0 croît en b^2 . Pour des épaisseurs optiques plus grandes, une correction due à l'effet Doppler réduit l'accroissement de τ_0 .

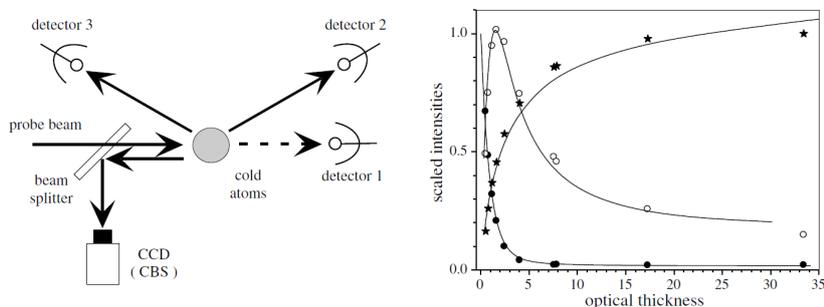


Figure II.3 – Figure 1 et 4 de l'article(II.3). A gauche, le schéma expérimental. Un nuage d'atomes froids est éclairé par un faisceau continu. Les signaux de réflexion diffuse et de transmission balistique et diffuse sont détectés. A droite : ces 3 signaux tracés en fonction de l'épaisseur optique du nuage étudié. Ces résultats sont compatibles avec la solution de l'équation de diffusion.

De plus, cette constante de temps de sortie du nuage est indépendante de l'épaisseur optique à résonance atomique et ne dépend que de l'épaisseur optique au désaccord δ considéré qui vaut $b(\delta) = \frac{b(\delta=0)}{1+4\delta^2/\Gamma^2}$. Les mesures ont montré la constance de τ_0 en ajustant le nombre d'atomes pour que $b(\delta)$ soit constante lorsque le désaccord est changé.

L'expérience de 2004 [LDM⁺04] était une expérience (contrairement à la précédente) où ils étudiaient le temps de sortie des photons piégés. Les transmissions balistique et diffuse ainsi que la réflexion diffuse ont été mesurées (figure (II.3)) en fonction de l'épaisseur optique. Ces résultats sont bien expliqués par un modèle diffusif. La réflexion diffuse augmente avec b , la transmission balistique diminue plus vite (Beer-Lambert) et donc, par conservation de l'énergie, la transmission diffuse doit commencer par augmenter jusqu'à atteindre un maximum, et décroître ensuite lorsque le régime de diffusion multiple est atteint. Nous pouvons ajouter que le groupe (ainsi que celui de Havey) a mis en évidence des corrections interférentielles du transport en mesurant le cône de rétrodiffusion cohérente.

II.2 Piégeage radiatif pour des atomes multiniveaux soumis à 2 lasers

L'expérience présentée dans cette thèse est une étude stationnaire du piégeage radiatif dans un système multiniveaux. Ces résultats publiés dans un article en 2013 [BMK13] peuvent être vus comme une extension aux atomes multiniveaux de l'expérience de 2004 [LDM⁺04]. Deux intérêts principaux ont motivé cette étude :

- l'effet laser aléatoire (étudié dans la partie II.3 de cette thèse) a été observé dans une faible fenêtre de paramètres expérimentaux (intensités et désaccords de deux lasers,

$\delta_P \approx 5\Gamma$ (avec notation figure (II.4)). Lorsque le laser pompe est proche de résonance avec le niveau $F' = 2$ ($\delta_P < 2\Gamma$) alors l'effet piégeage radiatif devient prédominant. Il devient nécessaire de bien comprendre cet effet au vu de la proximité avec l'effet premièrement recherché.

- le piégeage radiatif dans un système qui joue sur l'équilibre des populations entre deux niveaux fondamentaux est très intéressant et proche de situation astrophysique hors équilibre thermodynamique local. La lumière Diffusée dans le système change les propriétés individuelles des atomes et le nuage adopte un comportement collectif. La compréhension de ce genre de système classique est nécessaire avant l'étude d'effets coopératifs [Dic54], [BPK12] ou de mémoires quantiques [SKOH10] dans des nuages qui peuvent avoir des caractéristiques proches, afin de bien les discriminer.

II.2.1 Explication qualitative du phénomène

Chaque atome est constitué par deux systèmes à deux niveaux chacun couplé par un laser, et ces deux systèmes sont couplés par émission spontanée et aussi par la raie piégée à forte épaisseur optique. Le schéma atomique est décrit sur la figure (II.4). Un nuage d'atomes multiniveaux est éclairé par deux radiations laser, chacune agissant seulement sur un système à deux niveaux. La pompe agissant sur la transition $F = 3 \rightarrow F' = 2$ et le repompeur sur la transition $F = 2 \rightarrow F' = 3$. Ces "deux systèmes deux niveaux" sont couplés entre eux par émission spontanée. Sans effet collectif (le nuage est juste N atomes individuels), une augmentation de l'épaisseur optique (à nombre d'atomes constant) ne devrait avoir aucun impact sur la fluorescence émise par le nuage¹. Mais l'observation expérimentale (figure (II.7)) montre une augmentation de la fluorescence, et nous allons montrer que la radiation à la fréquence $F = 2 \rightarrow F' = 2$ est piégée et que son intensité diffuse augmente avec l'épaisseur optique et modifie la fluorescence émise par chaque atome et donc par le nuage.

L'explication que nous allons détailler est que l'intensité diffuse joue le rôle de deuxième repompeur et permet de peupler plus l'état $F = 3$ qu'avec seulement la pompe et le repompeur. L'intensité relative (intensité compensée par le désaccord avec la résonance) de la pompe est beaucoup plus importante que celle du repompeur (avec les paramètres expérimentaux choisis). Les deux conséquences sont qu'il y a plus d'atomes dans le niveau $F = 2$ que dans le niveau $F = 3$ et qu'un atome dans le niveau $F = 3$ diffuse plus de photons qu'un autre dans le niveau $F = 2$. L'intensité piégée sur la transition $F = 2 \rightarrow F' = 2$ modifie l'équilibre des deux lasers et augmente le nombre d'atomes dans le niveau $F = 3$ qui diffuse plus donc augmente la fluorescence du nuage.

1. Si chaque atome ne voit pas les atomes voisins alors peut importe leur distance et l'émission est indépendante de l'environnement. L'émission du nuage ne dépend que du nombre d'atomes dans le nuage.

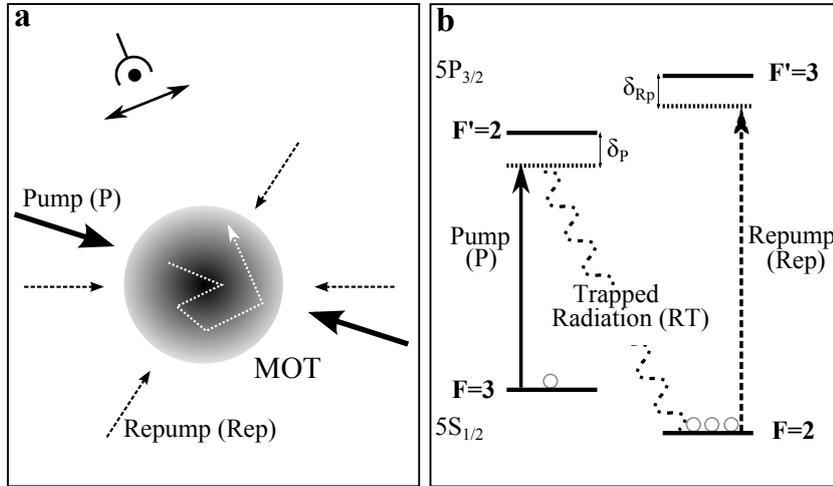


Figure II.4 – fig1 de l'article baudouinpra2013

Montrons cela simplement sur des équations de taux avec deux lasers sans lumière piégée. Nous allons étudier des équations atomiques à l'état stationnaire. Signalons ici qu'à l'état stationnaire, les équations de bloch optiques se réduisent à des équations de taux s'il n'existe pas deux radiations qui s'adressent au même niveau (voir annexe). C'est le cas si l'on ne considère pas la lumière piégée.

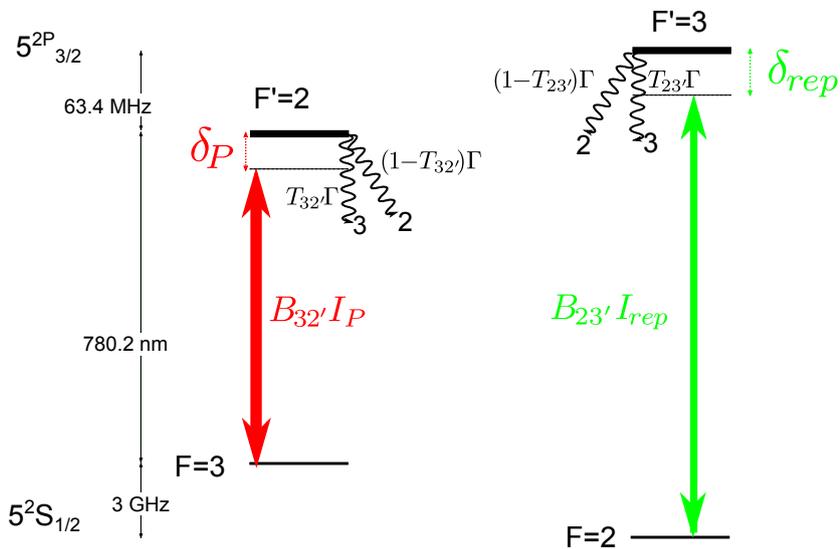


Figure II.5 – schéma atomique du système équivalent à 2 systèmes à 2 niveaux couplés par l'émission spontanée

Les équations de taux s'écrivent avec les coefficients d'Einstein B_{ij} définis par l'équation (II.8) :

$$\begin{cases} \dot{\pi}_3 = -B_{32'}(\delta_P)I_P(\pi_3 - \pi_{2'}) + \Gamma T_{32'}\pi_{2'} + \Gamma(1 - T_{23'})\pi_{3'} \\ \dot{\pi}_2 = -B_{23'}(\delta_{rep})I_{rep}(\pi_2 - \pi_{3'}) + \Gamma T_{23'}\pi_{3'} + \Gamma(1 - T_{32'})\pi_{2'} \\ \dot{\pi}_{2'} = B_{32'}(\delta_P)I_P(\pi_3 - \pi_{2'}) - \Gamma\pi_{2'} \\ \dot{\pi}_{3'} = B_{23'}(\delta_{rep})I_{rep}(\pi_2 - \pi_{3'}) - \Gamma\pi_{3'} \\ \pi_3 + \pi_2 + \pi_{2'} + \pi_{3'} = 1 \end{cases} \quad (\text{II.5})$$

Seules 3 équations de taux sont indépendantes. Avec l'équation de conservation de population, nous avons donc 4 équations indépendantes pour les 4 populations inconnues. Nous cherchons les solutions stationnaires, i.e. $\dot{\pi}_i = 0$. Ainsi nous pouvons exprimer les populations des niveaux excités en fonction des niveaux fondamentaux :

$$\pi_{3'} = \frac{B_{23'}(\delta_{rep})I_{rep}}{\Gamma + B_{23'}(\delta_{rep})I_{rep}}\pi_2 \quad \text{et} \quad \pi_{2'} = \frac{B_{32'}(\delta_P)I_P}{\Gamma + B_{32'}(\delta_P)I_P}\pi_3 \quad (\text{II.6})$$

Ce que nous mesurons dans l'expérience est la fluorescence émise par le nuage, soit une quantité proportionnelle à la somme des populations excitées [CTDRGM92]².

$$P_F \propto \pi_{3'} + \pi_{2'} = \frac{B_{23'}I_{rep}}{\Gamma + B_{23'}I_{rep}}\pi_2 + \frac{B_{32'}I_P}{\Gamma + B_{32'}I_P}\pi_3 \quad (\text{II.7})$$

Les coefficients d'Einstein sont écrits à partir des rapports de branchement T_{ij} , des niveaux hyperfins (F,F') et de la section efficace à résonance sur une transition fermée σ_0 :

$$B_{ij}(\delta) = \frac{1}{3} \frac{2F' + 1}{2F + 1} T_{ij} \frac{\sigma_0}{\hbar\omega_0} \frac{1}{1 + 4\delta^2/\Gamma^2} \quad (\text{II.8})$$

où les rapports de branchement T_{ij} sont définis à partir des $S_{FF'}$ (strength factor, [Ste]) :

$$T_{ij} = \frac{2J' + 1}{2J + 1} \frac{2F + 1}{2F' + 1} S_{FF'} \quad (\text{II.9})$$

Nous pouvons comparer la valeur des taux d'émission stimulée ($B_{ij}I$) au taux d'émission spontanée Γ .

$$B_{32'}(\delta_P = 0\Gamma)I_P = 0.061\Gamma \quad \text{et} \quad B_{23'}(\delta_{rep} = -4\Gamma)I_{rep} = 0.0027\Gamma \quad (\text{II.10})$$

Nous sommes donc dans la limite d'excitation faible, et donc nous pouvons considérer que presque tous les atomes sont dans leurs niveaux fondamentaux : $\pi_2 + \pi_3 \approx 1$. Cela implique que nous pouvons simplifier (II.7) :

$$P_F \propto B_{23'}I_{rep}\pi_2 + B_{32'}I_P\pi_3 = B_{23'}I_{rep}(1 - \pi_3) + B_{32'}I_P\pi_3 \quad (\text{II.11})$$

2. La fluorescence peut s'obtenir aussi par le nombre de photons prélevé sur les faisceaux pompes et repompeur comme nous le verrons à l'équation (II.23)

Nous avons choisi $I_P, I_{rep}, \delta_P, \delta_{rep}$ tel que $B_{23'}I_{rep} < B_{32'}I_P$, et nous avons donc $\pi_2 \gg \pi_3$ (avec les valeurs données précédemment on a $\pi_3 \approx 5\%$). Un atome dans $F = 2$ a une fluorescence de $B_{23'}I_{rep}$ très inférieure à la fluorescence d'un atome dans $F = 3$ qui est $B_{32'}I_P$. Imaginons qu'un mécanisme permette de repeupler un peu plus le niveau $F = 3$ au détriment de $F = 2$, alors pour chaque atome transféré la fluorescence augmente de $B_{32'}I_P - B_{23'}I_{rep}$. Nous pensons que c'est ce rôle qui explique l'augmentation de la fluorescence. Dans la partie suivante, nous allons montrer de manière quantitative qu'une telle explication reproduit cet effet, ce qui prouve que les ingrédients de cohérence atomique ou de champs ne sont pas nécessaires (au moins en première approximation) pour reproduire les observations.

II.2.2 Etude quantitative : équations de taux couplée à une radiation piégée incohérente diffuse

Dans la partie qualitative, des équations de taux ont été étudiées car les équations de Bloch optiques stationnaires se réduisent en des équations de taux stationnaires lorsque chaque niveau atomique n'est adressé au plus que par un champ. Si certains niveaux ont 2 transitions optiques possible alors la réduction n'est plus possible. Nous voyons bien sur la figure (II.4) que l'état $F' = 2$ est l'état final des transitions pompes $F = 3 \rightarrow F' = 2$ et radiation piégée $F = 3 \rightarrow F' = 2$. Mais en considérant la radiation piégée non comme un troisième champ mais comme un taux d'excitation incohérent, les équations de Bloch optiques stationnaires se réduisent en des équations de taux stationnaires.

Nous allons donc étudier les mêmes équations de taux que précédemment mais avec un terme de couplage supplémentaire dû à la lumière piégée qui couple $F = 2$ à $F' = 2$. Nous allons encore les étudier de manière stationnaire, les équations (II.5) deviennent (les termes en bleu sont les termes supplémentaires de radiation piégée) :

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{\pi}_3 = -B_{32'}(\delta_P)I_P(\pi_3 - \pi_{2'}) + \Gamma T_{32'}\pi_{2'} + \Gamma(1 - T_{23'})\pi_{3'} \\ \dot{\pi}_2 = -B_{23'}(\delta_{rep})I_{rep}(\pi_2 - \pi_{3'}) - B_{22'}(\delta_{RT})I_{RT}(\pi_2 - \pi_{2'}) + \Gamma T_{23'}\pi_{3'} + \Gamma(1 - T_{32'})\pi_{2'} \\ \dot{\pi}_{2'} = B_{32'}(\delta_P)I_P(\pi_3 - \pi_{2'}) + B_{22'}(\delta_{RT})I_{RT}(\pi_2 - \pi_{2'}) - \Gamma\pi_{2'} \\ \dot{\pi}_{3'} = B_{23'}(\delta_{rep})I_{rep}(\pi_2 - \pi_{3'}) - \Gamma\pi_{3'} \\ \pi_3 + \pi_2 + \pi_{2'} + \pi_{3'} = 1 \end{array} \right. \quad (\text{II.12})$$

Nous avons montré dans la partie précédente que nous étions dans la limite de faible absorption : $B_{ij}I \ll \Gamma$, donc on va supposer les intensités pompe et repompeur homogènes dans notre nuage. Par contre nous allons considérer la lumière piégée sur la transition $F = 2 \rightarrow F' = 2$ non homogène et suivant une loi de diffusion. A priori nous devrions considérer aussi la lumière diffusée sur la transition $F = 3 \rightarrow F' = 2$ mais tant que

cette radiation additionnelle est faible devant l'intensité pompe (ce qui est le cas ici) nous n'avons pas à la considérer car le niveau de dépompage du niveau $F = 3$ est très peu affecté. Par contre le taux de repompage supplémentaire dû à la lumière diffusée est lui loin d'être négligeable quand b_0 augmente. Nous pouvons calculer les différentes épaisseurs optiques pour chaque transition, et les valeurs numériques des cas extrêmes.

transition	b^{ij}	b^{ij} à $b_0 = 21$	b^{ij} à $b_0 = 68$	taux de pompage à comparer
$F = 2 \rightarrow F' = 2$	$b^{22'} \approx \frac{b_0 \pi_2}{1+4\delta_P^2/\Gamma^2}$	23	61	au repompeur
$F = 3 \rightarrow F' = 2$	$b^{32'} \approx \frac{b_0 \pi_3}{1+4\delta_P^2/\Gamma^2}$	1	7	à la pompe
$F = 2 \rightarrow F' = 3$	$b^{23'} \approx \frac{b_0 \pi_2}{1+4\delta_{rep}^2/\Gamma^2}$	0.35	1	au repompeur
$F = 3 \rightarrow F' = 3$	$b^{33'} \approx \frac{b_0 \pi_3}{1+4\delta_{rep}^2/\Gamma^2}$	0.015	0.1	à la pompe

Table II.1 – b_0 sur chaque transition avec $\delta_P = 0$ et $\delta_{rep} = -4\Gamma$ (les paramètres expérimentaux)

En vérité, ce ne sont pas les épaisseurs optiques qui expriment la nécessité de prendre en compte le piégeage sur chaque raie. L'épaisseur optique indique si la raie est en régime de diffusion multiple. La grandeur qui influe vraiment est le terme de pompage induit par cette radiation piégée par rapport à la situation avec les seuls lasers incidents. Dans la table (VII.1), la dernière colonne indique à quel taux de pompage doit être indiquée chaque radiation possiblement piégée (cela dépend juste de l'état initial de la transition). Sans calcul supplémentaire, nous savons que la radiation sur la raie $F = 2 \rightarrow F' = 2$ est celle qui a l'impact le plus important car c'est la raie qui piège le plus³ et son taux de pompage doit être comparé au repompeur qui est peu intense.

Cela nous permet de dire que nous pouvons considérer seulement la diffusion de la lumière sur la transition $F = 2 \rightarrow F' = 2$. L'intensité diffuse I_{RT} est définie comme l'intégrale de la luminance sur toutes les directions de l'espace. $I_{RT} = \int_{4\pi} L d\Omega = v_e U$ avec U la densité d'énergie (la grandeur intervenant dans l'équation de diffusion), $D = \frac{v_e}{3n\sigma_{ext}}$ le coefficient de diffusion et v_e la vitesse de l'énergie dans le milieu (plus de détails sur les différentes grandeurs en annexe).

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} - D\Delta \right) U(\vec{r}, t) = S(\vec{r}, t) \quad (\text{II.13})$$

$$\left(\frac{1}{v_e} \frac{\partial}{\partial t} - \frac{1}{3n\sigma_{ext}(\vec{r}, t)} \Delta \right) I_{RT}(\vec{r}, t) = nW(\vec{r}, t) \quad (\text{II.14})$$

$$(\text{II.15})$$

où \vec{r} est la position radiale dans le nuage. $I_{RT}(\vec{r}, t)$ est l'intensité diffuse dans le nuage. $\sigma_{ext}(\vec{r}, t)$ est la section efficace d'extinction, $S(\vec{r}, t)$ est le terme source dans le nuage et

3. $b_{22'}$ est beaucoup plus important que les autres épaisseurs optiques

$W(\vec{r}, t)$ le terme source par atome (calculé par l'équation (II.18)). Nous voyons que la vitesse de l'énergie intervient dans l'équation mais seulement devant le terme temporel. Comme nous n'allons pas nous intéresser à la dynamique de ce piègeage radiatif mais seulement à son état stationnaire, cette vitesse ne nous intéresse pas et la loi de diffusion stationnaire devient (en considérant de plus que nous avons un problème à symétrie sphérique) :

$$\frac{1}{3n\sigma_{ext}(r)}\Delta I_{RT}(r) = -nW(r) \quad (\text{II.16})$$

Définissons correctement la section efficace d'extinction, ainsi que la puissance source émis par atome. La section efficace d'extinction pour la raie $F = 2 \rightarrow F' = 2$ est donnée par le théorème optique à partir de la polarisabilité atomique, (plus de détails en annexe) : $\sigma_{ext} = \sigma_0 \frac{\Gamma}{\Omega} \text{Im}(\langle \rho_{22'} \rangle)$. Nous montrons dans l'annexe qu'en supposant l'approximation des transitions indépendantes, nous pouvons montrer que :

$$\sigma_{ext}(r) = \frac{2F' + 1}{2F + 1} \frac{T_{22'}\sigma_0}{1 + 4\delta_P^2/\Gamma^2} (\pi_{2'}(r) - \pi_2(r)) \quad (\text{II.17})$$

Le terme source $W(r)$ correspond au taux d'énergie ($J.s^{-1}$) par atome émis sur la transition $F = 2 \rightarrow F' = 2$. C'est donc le nombre total de photons émis à cette fréquence auquel on soustrait les photons qui "s'éteignent" :

$$W(r) = \hbar\omega_0 T_{22'}\Gamma\pi_{2'}(r) - \sigma_{ext}(r)I_{RT}(r) \quad (\text{II.18})$$

Avec (II.18), (II.17), (II.16) et (II.12), on peut résoudre le système de manière consistante. Par contre, nous avons expérimentalement des résultats en fonction de l'épaisseur optique b_0 , nous pouvons faire intervenir ce paramètre de manière plus explicite dans le calcul de l'équation diffuse. En effet, nous avons supposé que notre nuage était une sphère de densité homogène n contenant N atomes et de rayon R . Dans ce cas là, d'après la loi de Beer-Lambert, la transmission d'un faisceau est $e^{-2Rn\sigma_0}$, soit $b_0 = 2Rn\sigma_0$. D'autre part la densité de ce nuage est donnée par $n = \frac{N}{4/3\pi R^3}$, qui permet de relier la densité et l'épaisseur optique à nombre d'atome constant :

$$b_0 = 2\sigma_0 \left(\frac{3N}{4\pi} \right)^{1/3} \quad \text{ou} \quad n = \frac{b_0^{2/3}}{\sigma_0^{2/3}} \sqrt{\frac{\pi}{6N}} \quad (\text{II.19})$$

L'équation de diffusion (II.16) peut se réécrire de manière plus explicite en épaisseur optique :

$$\frac{2N\sigma_0^3}{\pi\sigma_{ext,b_0}(r)}\Delta I_{RT,b_0}(r) = -b_0^3 W_{b_0}(r) \quad (\text{II.20})$$

Une fois déterminée de manière auto-consistante les grandeurs optiques (I_{RT}) et atomiques (les populations et les sections efficaces), nous pouvons calculer la grandeur principale mesurée qui est l'émission totale du nuage. Cette grandeur peut se calculer de deux façons différentes :

- l'énergie sortante du système est égale à l'énergie prélevée sur les faisceaux réels (pompe et repompeur) éclairant le nuage. Dans ce cas la fluorescence émise s'écrit :

$$P_F = \int_0^R 4\pi r^2 dr n(r, b_0) \left[\underbrace{\sigma_{ext}^P(r, b_0) I_P(r) + \sigma_{ext}^{rep}(r, b_0) I_{rep}(r)}_{dP_F} \right] \quad (\text{II.21})$$

- la fluorescence totale est aussi égale aux populations excitées multipliées par leur taux respectif de désexcitation. Il convient cependant de faire attention car l'intensité diffuse ne provient pas d'un laser extérieur mais de l'émission interne du nuage. L'extinction des 3 radiations égale la radiation émise par les niveaux excités :

$$\left[\sigma_{ext}^P(r, b_0) I_P(r) + \sigma_{ext}^{rep}(r, b_0) I_{rep}(r) + \sigma_{ext}^{RT}(r, b_0) I_{RT}(r, b_0) \right] = \hbar\omega_0 \Gamma [\pi_{2'} + \pi_{3'}] \quad (\text{II.22})$$

$$dP_F = \left[\sigma_{ext}^P(r, b_0) I_P(r) + \sigma_{ext}^{rep}(r, b_0) I_{rep}(r) \right] = \hbar\omega_0 \Gamma [\pi_{2'} + \pi_{3'}] - \sigma_{ext}^{RT}(r, b_0) I_{RT}(r, b_0) \quad (\text{II.23})$$

donc nous pouvons réécrire l'émission totale du nuage avec cette dernière expression :

$$P_F = \int_0^R 4\pi r^2 dr n(r, b_0) \left[\hbar\omega_0 \Gamma [\pi_{2'} + \pi_{3'}] - \sigma_{ext}^{RT}(r, b_0) I_{RT}(r, b_0) \right] \quad (\text{II.24})$$

La vérification de cette égalité entre puissance prélevée sur les faisceaux incidents (équation (II.21)) et calcul direct de la puissance émise par les populations excitées (équation (II.24)) est un bon moyen pour vérifier la consistance de nos sections efficaces définis par l'équation (II.17).

II.2.3 Résolution numérique

Nous résolvons le système formé par (II.18), (II.17), (II.16) et (II.12), en maillant l'espace et en itérant entre calcul des populations et celui de l'intensité diffuse, sachant que nous utilisons une technique de Runge-Kutta classique pour résoudre l'équation de diffusion (II.16) à chaque itération. Lorsque l'état stationnaire est atteint (c'est à dire, que l'évolution entre chaque itération est inférieure à une petite valeur), nous calculons toutes les quantités que nous voulons en plus des quantités calculées à chaque itération qui sont les populations, les sections efficaces et l'intensité diffuse. Nous calculons la

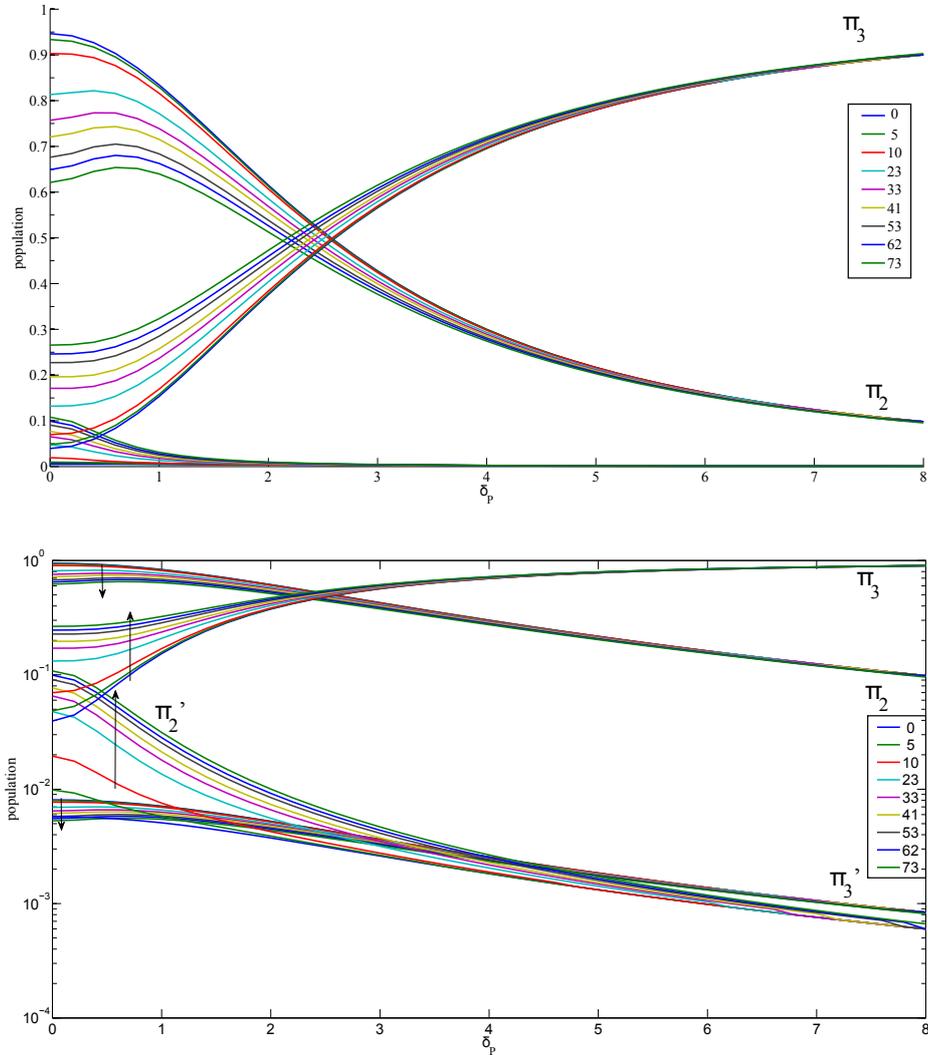


Figure II.6 – Évolution des populations des niveaux fondamentaux et excités en fonction du désaccord de la pompe δ_P pour différentes épaisseurs optiques. En haut les populations sont tracées en échelle linéaire et en échelle logarithmique en bas. L'atome unique correspond aux courbes $b_0 = 0$. Ces courbes sont symétriques par rapport à δ_P car rien dans nos équations (II.12) n'est asymétrique. En réalité cela est vrai tant que les lasers ne sont proches que d'une seule résonance atomique.

puissance totale émise P_F ainsi que la puissance émise par chaque raie. Plus de détails sur le code numérique sont donnés en annexe.

Sur la figure (II.6), nous avons tracé l'évolution en épaisseur optique des populations des 4 niveaux (π_2 , π_3 , π_2' et π_3') en fonction du désaccord de la pompe. Nous observons principalement que la population du niveau $F = 3$ augmente avec l'épaisseur optique tandis que la population du niveau $F = 2$ diminue. En ce qui concerne les états excités,

le niveau $F = 2'$ voit sa population augmenter (il est couplé au niveau $F = 3$ par la pompe) alors que le niveau $F = 3'$ couplé au repompeur voit sa population diminuer.

II.2.4 Comparaison des observations expérimentales et des résultats numériques

Les figures (II.7) et (II.8) comparent les résultats expérimentaux et numériques. Nous voyons que l'accord qualitatif est très bon et même qu'une comparaison quantitative est presque possible. Le modèle numérique est complètement ab-initio et prend seulement en entrée les valeurs d'intensité et de désaccord des faisceaux pompe et repompeur ($I_p, I_{rep}, \delta_p, \delta_{rep}$). Une hypothèse importante qui n'a pas beaucoup été discutée est la non prise en compte des 24 sous-niveaux Zeeman mais seulement de 4 niveaux hyperfins effectifs⁴.

La figure (II.7) montre bien l'accord pour la puissance totale émise par le nuage P_F entre l'expérience et la théorie. La puissance croît bien avec l'épaisseur optique validant l'explication qualitative donnée dans la section (II.2.1) lorsque la pompe est proche de résonance avec $F = 3 \rightarrow F' = 2$. Lorsque $|\delta_p| > 3\Gamma$, la fluorescence augmente très peu avec b_0 . L'évolution résiduelle étant due à un effet d'émission spontanée amplifiée (ASE) décrit dans la section (IV.12). Pour $\delta > 6\Gamma$, la fluorescence expérimentale augmente car le laser pompe se rapproche de la transition $F = 3 \rightarrow F' = 3$, qui se situe à $\delta_p \approx 10\Gamma$. Ce couplage n'est pas inclus dans le modèle.

La figure (II.8) montre l'accord qualitatif au niveau des populations. Nous injectons la fluorescence dans un Fabry-Perot qui nous permet de réaliser le spectre de la lumière émise par le nuage. Dû au faible rayonnement, il nous a fallu trouver un compromis sur la finesse du Fabry-Perot. A noter qu'à faible épaisseur optique le signal est assez faible et que nous devons réaliser un assez grand nombre de moyennes pour avoir un signal utilisable. Nous pouvons distinguer les raies hyperfines entre elles mais pas les largeurs des raies qui sont de l'ordre de Γ . Nous observons une augmentation très forte de la fluorescence sur la raie $F = 3 \rightarrow F = 2$ que nous interprétons comme une augmentation forte de la population dans le niveau $F = 3$.

II.2.5 Description de l'expérience

Le but de l'expérience est de pouvoir étudier la fluorescence sortant de notre nuage en fonction de l'épaisseur optique. Pour cela nous voulons pouvoir garder le nombre

4. Cette réduction de 24 à 4 niveaux comportent des problèmes quand à la validité des rapports de branchements, discuté dans la section (IV)

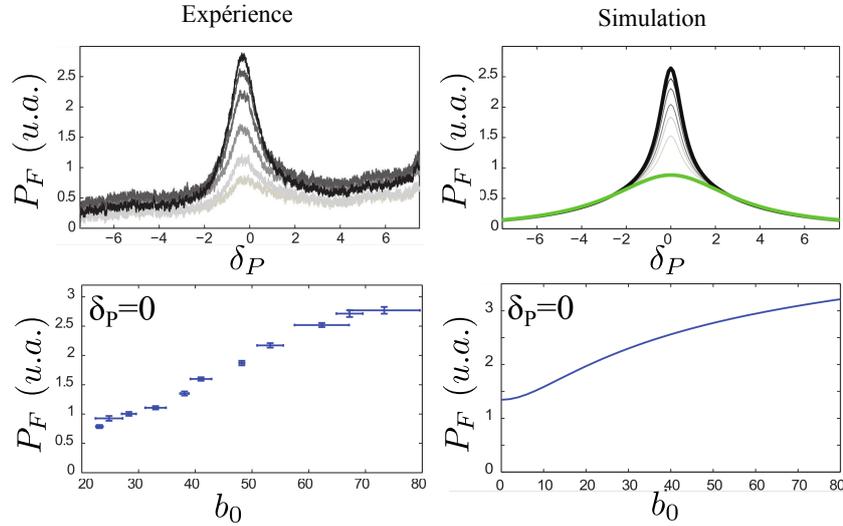


Figure II.7 – Comparaison de la puissance totale émise par le nuage entre l'expérience et la simulation numérique. **Expérience** : en haut, la fluorescence expérimentale mesurée pour différentes épaisseurs optiques (b_0 de 22 à 74) en fonction du désaccord de la pompe δ_P . En bas, coupe à $\delta_P = 0$. **Simulation** : fluorescence totale calculée avec l'équation (II.21) après résolution numérique du système équations de taux- équation de diffusion (b_0 varie de 0 à 80). Nous voyons un très bon accord qualitatif voire quantitatif. Nous insistons sur le fait qu'il n'y a aucun paramètre libre et que la simulation est ab-initio réalisée à partir des intensités et désaccords mesurées expérimentalement.

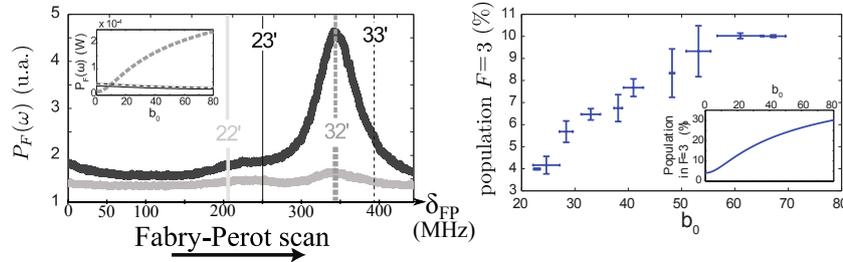


Figure II.8 – A gauche : Mesure de la population du niveau $F = 3$ et comparaison avec le modèle (inset). A droite : Spectre expérimental mettant en évidence l'augmentation de la fluorescence provenant de l'état $F' = 2$. Le résultat numérique montre aussi une forte augmentation de cette fluorescence.

d'atomes constants dans notre système. Il est évident que si le nombre d'atomes augmente alors la fluorescence va augmenter sans que cela soit un signe d'effet collectif. L'effet collectif est défini comme la différence entre la physique à N atomes et N fois la physique à 1 atome. Pour pouvoir comparer deux situations il est plus simple que N soit constant. Tout d'abord, nous décrivons rapidement les paramètres expérimentaux qui nous permettent de changer l'épaisseur optique en conservant N constant.

Nous réalisons un piège magnéto-optique (PMO) avec les techniques habituelles. Nous

utilisons 3 paires de faisceaux contrapropageantes de waist 3.4cm pour charger des atomes de ^{85}Rb d'une vapeur dans le PMO. Ces faisceaux pièges sont désaccordés de -3Γ par rapport à la transition hyperfine cyclante $F = 3 \rightarrow F' = 4$ et avec des intensités par faisceau de l'ordre de $3\text{mW}/\text{cm}^2$. La transition cyclante n'est pas parfaite et certains atomes peuvent parfois se retrouver dans le niveau hyperfin $F = 2$. pour résoudre ce problème, nous utilisons la technique habituelle de repompage sur la transition $F = 2 \rightarrow F' = 3$ qui maintient la plupart des atomes dans l'état $F = 3$. En pratique nous utilisons aussi 6 faisceaux repompeurs assez faibles résonant sur la transition $F = 2 \rightarrow F' = 3$. Nous pouvons charger entre 10^8 et 10^{11} atomes suivant la pression de vapeur dans la cellule (qui dépend principalement de l'ouverture d'une vanne du queusot de rubidium et de l'utilisation ou non de LED UV pour la désorption des parois) et du temps de chargement du PMO (de 10 à 500ms). Chaque préparation fixe le nombre d'atomes N piégés. Une fois que les atomes sont chargés, nous voulons faire changer l'épaisseur optique. Il y a deux possibilités pour cela :

- faire un dark MOT temporel de durée variable. Un dark MOT temporel consiste en diminuer l'intensité diffuse sur la transition pompe qui limite la densité du nuage par diffusion multiple [Gat08]. Pour cela il faut diminuer l'intensité relative du repompeur (en changeant son intensité et/ou désaccord) pendant un certain temps ce qui peuple plus l'état $F = 2$ et diminue donc l'épaisseur optique sur la transition pompe⁵. Cela amène à une augmentation de la densité et une diminution de la taille du nuage mais au final à une augmentation de l'épaisseur optique.
- faire un dark MOT temporel de la durée qui optimise l'épaisseur optique suivi d'un temps de vol à durée variable qui permet une expansion balistique du nuage. Le temps de vol est seulement un temps où on coupe tous les faisceaux de piégeage et où les atomes sont en propagation libre, et donc le nuage explose et sa son diamètre croit proportionnellement à sa vitesse initiale et au temps.

Dans cette expérience nous avons utilisé la première technique sans temps de vol. Nous avons obtenu des nuages de l'ordre de 10^9 atomes $\pm 10\%$ avec des épaisseurs optiques variant de 20 à 75. Après cette phase de "fabrication" de notre échantillon, nous passons à la phase expérience.

Durant la phase expérience nous éclairons le nuage avec une paire de faisceaux contrapropageants et deux paires de faisceaux repompeurs contrapropageants. Nous conservons ces noms pompes et repompeur car l'intensité effective des faisceaux pompes est plus importante que l'intensité effective des faisceaux repompeurs. En effet l'intensité totale des pompes est $3.8\text{mW}/\text{cm}^2$ ($= 2 * 1.9\text{mW}/\text{cm}^2$) à résonance avec la transition $F = 3 \rightarrow F' = 2$ alors que l'intensité totale repompeur est de $2.88\text{mW}/\text{cm}^2$ mais avec un désaccord de -4Γ par rapport à la transition $F = 2 \rightarrow F' = 3$. L'intensité effective de repompage est donc beaucoup plus faible et la plupart des atomes sont dans le niveau $F = 2$.

5. nous augmentons aussi le désaccord des faisceaux MOT pour diminuer l'épaisseur optique sur cette raie.

Le schéma expérimental est le suivant : une fois l'échantillon préparé, on l'illumine avec les lasers pompes et repompeur durant $1ms$ balayant la fréquence du laser pompe de -8Γ à $+8\Gamma$ durant ce temps là. Nous mesurons avec une photodiode la fluorescence du nuage avec un angle solide de 0.01 stéradians environ. Nous avons vérifié avec un autre détecteur placé à un autre endroit que la direction d'observation n'influe pas sur le signal observé. Nous avons vérifié que trois choses très importantes restaient constantes :

- les populations et l'épaisseur optique restent constantes pendant la milliseconde de la phase expérience. Nous n'avons pas mesuré de différences significatives d'épaisseur optiques avant et après la phase expérimentale.
- L'intensité de la pompe reste constante durant son balayage en fréquence. Nous scannons la fréquence du laser pompe grâce à un montage module acousto-optique (AOM) en double passage avant injection dans 2 amplificateurs (une diode esclave puis un MOPA) saturés. En effet l'efficacité de diffraction du montage acousto-optique varie de plus de 20% mais n'influe pas sur la puissance en sortie des amplificateurs qui sont saturés. Nous avons mesuré une variation de 0.1% sur l'intensité des pompes sur toute la plage de balayage. Cette technique de saturation de l'esclave permet aussi de ne pas être limité par l'efficacité des AOM.
- l'intensité moyenne vue par les atomes ne change presque pas entre des nuages gros (faibles b_0) et petits (fort b_0). En effet, nous faisons varier l'épaisseur optique à nombre d'atomes constant donc la taille du nuage diminue quand l'épaisseur optique augmente. Le faisceau pompe n'étant pas une onde plane mais un faisceau gaussien, l'intensité moyenne vue par les atomes va être plus importante lorsque le nuage est plus petit. Cependant nous avons un waist beaucoup plus gros que la taille du nuage (le rayon rms est de $1.18mm$ et $0.61mm$ pour des épaisseurs optiques respectives de 20 et 75 alors que le waist des pompes est $2.4cm$). Entre ces deux tailles la variation d'intensité est inférieure à 0.2%.

Il est important aussi de savoir si nous observons un phénomène stationnaire ou temporel. Nous avons vu dans la première partie sur le piégeage radiatif temporel que la lumière était piégée au maximum quelques dizaines de τ_{nat} (article labeyrie) soit de l'ordre de la microseconde. Comme le balayage en fréquence se fait sur $1ms$, la situation stationnaire est atteinte pour chaque fréquence δ_P . Nous avons vérifié cela en réalisant un balayage en deux fois plus et deux fois moins de temps, et nous n'avons observé qu'une dilatation horizontale du signal brut.

II.3 Lien avec le piégeage radiatif "hors équilibre thermodynamique local"(non-LTE, non Local Thermodynamic Equilibrium) en astrophysique

Un système à l'équilibre thermodynamique est déterminé par la connaissance de ses paramètres intensifs comme la pression ou la température T . En ce qui nous concerne pour des atomes multiniveaux, cela signifie que les niveaux atomiques sont peuplés suivant la loi de Boltzmann, i.e. $\frac{\pi_e}{\pi_g} \propto e^{-\frac{\Delta E}{k_b T}}$. En ce qui nous concerne, l'énergie de transition $\Delta E \approx 1.59 eV \approx 2.510^{-19} J$ pour des température de l'ordre de quelques dizaines de microKelvins, $k_b T \approx 10^{-28} J \approx 610^{-10} eV$. En fait notre nuage est dans un environnement à température ambiante ($\approx 300 K$) qui rayonne. Les caractéristiques de ce rayonnement à 300 K sont une énergie thermique : $k_b T \approx 410^{-21} J \approx 0.026 eV$. Cela signifie qu'à l'équilibre thermodynamique, nous avons $\pi_e \approx \pi_g e^{-\frac{1.59}{0.026}} \approx 2.8 * 10^{-27}$. Donc il n'y a pas d'atomes excités par l'environnement ambiant et comme nous voyons de la lumière sortir de nos échantillons piégés, cela est une preuve que nous ne travaillons pas à l'équilibre thermodynamique local.

En astrophysique la situation est moins dramatique car les températures sont beaucoup plus élevées. Par exemple au coeur du soleil les températures sont de l'ordre de 15 millions de degrés. Les niveaux excités sont peuplés à l'équilibre thermodynamique quand la température $k_b T$ est une fraction non négligeable de l'eV. En terme de température, $1 eV$ correspond environ à $10000^\circ C$. Cela explique que les étoiles émettent de la lumière !

Les astrophysiciens décrivent en général le transport de la lumière en utilisant l'équation de transfert radiatif où le terme source dépend de la température de la tranche (altitude) considéré. L'étoile n'est pas à l'équilibre thermodynamique (pour le soleil la température varie de $1.510^7 K$ dans son coeur à $5780 K$ pour sa photosphère) mais chaque couche peut être supposé à une température donné et donc avec une certaine puissance source émettrice. L'équation de transfert radiatif s'écrit en astrophysique souvent de manière stationnaire et exprimé spatialement non avec la distance réelle mais avec l'épaisseur optique (noté en astrophysique $\tau = \frac{l}{l_{ext}}$) :

$$\frac{dL_\omega}{d\tau} = -L_\omega + S_\omega \tag{II.25}$$

avec L_ν la luminance (intensité de rayonnement en astro) et S_ν le terme source. L'équilibre thermodynamique local est de dire que la fonction source S_ω égale B_ω la fonction de Planck $\left(\frac{\hbar\omega^3}{2\pi^2 c^2} \frac{1}{e^{\frac{\hbar\omega}{k_b T}} - 1} \right)$.

Les observations montrent que certaines raies ne sont pas à l'équilibre thermodynamique

local car leur intensité ne correspond pas à l'abondance de leur espèce (que nous pouvons connaître par d'autres méthodes ou d'autres raies de la même espèce). C'est à la fin des années 1960 que des physiciens solaires réalisèrent que beaucoup de raies du spectre solaire n'était pas expliquées par des modèles LTE. La première théorie non-LTE est bien décrite par Milahas en 1978 [Mih78] et a permis de comprendre de nombre profils de raies.

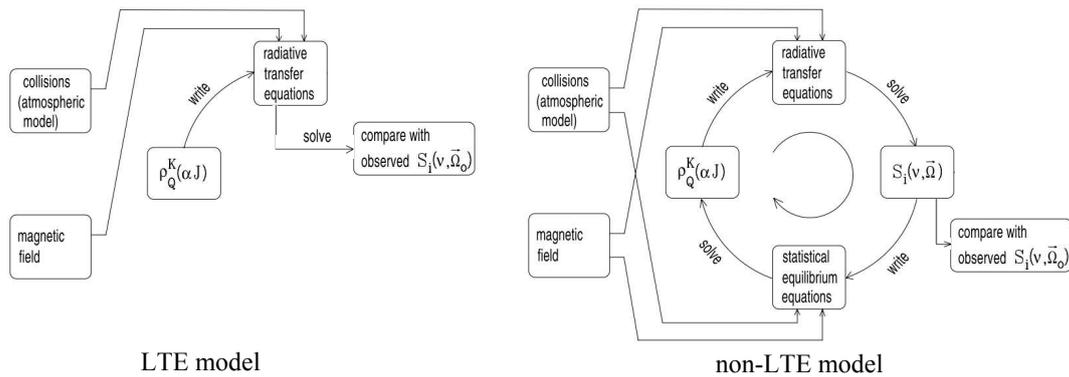


Figure II.9 – Schéma de principe des modèles LTE et non-LTE en astrophysique (extrait du livre [DL04]). Notre modèle de piégeage radiatif est similaire non-LTE. Nous couplons des équations de taux (appelées en astrophysique équations d'équilibre statistique) et une équation de transport pour la lumière (pour nous équation de diffusion et ici équation de transfert radiatif). A signaler que nous pourrions prendre d'autres ingrédients en compte s'ils étaient importants comme ici les collisions et le champ magnétique. Le modèle LTE est juste un calcul du nombre d'atomes excités peuplé par la distribution de Boltzmann suivi du calcul du transport de la lumière émise par ses sources. Il n'y pas de contre réaction de l'émission de ces atomes sur leur population.

Sur les schémas (II.9), nous voyons que notre modèle de piégeage radiatif se trouve en fait être un modèle non-LTE astrophysique. Cette identification nous fait penser que nous pourrions tester expérimentalement certains codes astrophysiques. Nous pouvons de plus tenir compte de l'effet Doppler (travailler avec des atomes chauds et non plus froids), des collisions (avec un gaz tampon (buffer) par exemple), un champ magnétique contrôlé... L'important est de voir ce que les codes astrophysiques n'expliquent pas ou ce qu'ils expliquent mais qui aurait besoin d'être validé expérimentalement. Les modèles non-LTE sont de plus en plus utiles pour avoir des modèles réalistes de transport qui permettent de déterminer des abondances d'espèces très précisément. Par exemple dans les atmosphères des étoiles supergéantes rouges [BKW⁺13] où l'amélioration des observations expérimentales va bientôt permettre de distinguer les corrections dû à l'effet non-LTE. Il serait intéressant que des astrophysiciens puissent dire quels systèmes d'astrophysiques de laboratoire peuvent valider leur modèle en attendant les observations astrophysiques. Nous pensons que des nuages d'atomes froids pourraient permettre de tester au moins certaines parties de leurs codes sans effet Doppler. Nous avons présenté une expérience et un modèle permettant l'étude en laboratoire du transfert radiatif dans un système multiniveaux (situation bien connue en astrophysique). L'intérêt pour les effets d'inter-

différences entre transitions hyperfines, étudiées en astrophysique [FAVF01] [Ste82] et en physique atomique [Gar00] montre que les nuages d'atomes froids sont intéressants pour la compréhension d'observation astrophysique.

Deuxième Partie

Laser aléatoire à atomes froids

Introduction

Nous allons maintenant étudier le transport dans des milieux avec du gain. L'équation de diffusion est toujours valide et permet de décrire les milieux opaques absorbants ou avec du gain comme montré dans la première partie. L'effet laser aléatoire va être spécifiquement étudié dans cette partie dans un système diffusant mais nous montrerons que cet effet est aussi possible dans les systèmes faiblement diffusants. L'amplification étant balistique (sans aucune rétroaction) le gain total maximum est fixé par la taille du milieu amplificateur. Pour produire un effet d'oscillation laser, il est nécessaire comme pour l'effet Larsen que le signal après amplification soit remis en entrée du système. Un laser standard est constitué d'un milieu amplificateur placé dans une cavité optique constituée de deux miroirs. Si le gain en photons par passage dans le milieu amplificateur est supérieur aux pertes de la cavité, alors le nombre de photons intracavité augmente exponentiellement jusqu'à saturation (en physique une croissance infinie n'existe pas). Un laser aléatoire est un laser sans miroir et donc l'effet contre-réactif est dû à la diffusion multiple dans le milieu.

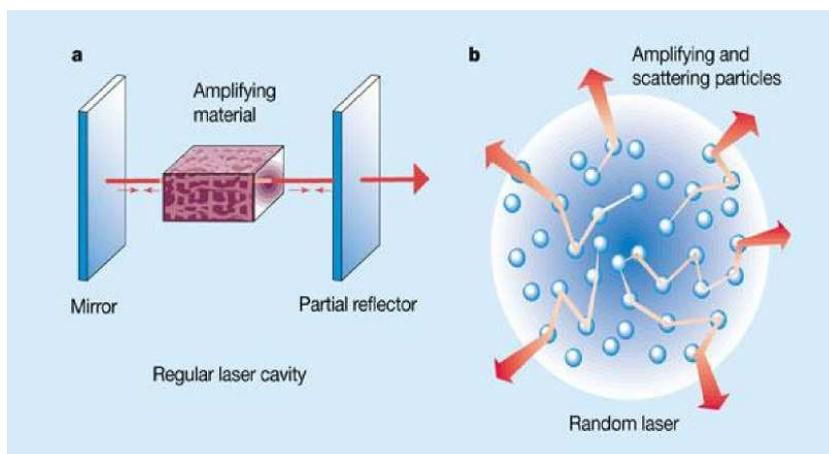


Figure B – Schéma issu de [Wie00] montrant les différences entre un laser à cavité et un laser aléatoire.

Comme l'amplification se déroule dans tout le volume et grâce à la diffusion multiple, le gain est proportionnel à R^3 (avec R le rayon du nuage sphérique). Les pertes du système se situent à la surface du système et sont donc proportionnelles à R^2 . Si la taille du système est augmentée (sans changement des longueurs de gain et de diffusion) alors le gain total croît plus vite que les pertes. Il existe donc une taille critique du système où le gain sera supérieur aux pertes : cette taille est le seuil d'un laser aléatoire.

Avant d'introduire notre travail, nous allons décrire un peu le vocabulaire. Cela peut paraître simpliste mais permet d'éviter des incompréhensions (mais aussi d'autres rai-

sons non comprises [Vul13]⁶). Dans le premier paragraphe nous avons déjà décrit deux phénomènes appelés par le même nom laser. Avant de passer à plus aléatoire, partons du bon laser.

Hui Cao le rappelle bien dans l'introduction de sa revue [Cao05]. LASER est un acronyme signifiant : Light Amplification by Stimulated Emission of Radiation inventé par Gould en 1957 [Gou59]. Il ne faut pas confondre amplification laser et oscillation laser :

- amplification laser : la lumière incidente est amplifiée quand le gain est supérieur à l'absorption. Pour un atome cela signifie qu'il y a une inversion de population entre deux niveaux [Sie86].
- oscillation laser : le nombre de photons créés par le système est supérieur au nombre de photons perdus. Dans ce cas le nombre de photons croît infiniment dans le système (en fait le système à gain sature et le nombre de photons aussi). Une notion de seuil apparaît avec le critère $Gain > pertes$

Si le système d'amplification laser ne reçoit aucune entrée, il émet quand même des photons spontanés qui sont amplifiés. On parle d'émission spontanée amplifiée (ASE, amplified spontaneous emission). Cette émission peut être directive si le matériau amplificateur a une géométrie allongée ou isotrope si le milieu amplificateur est à symétrie sphérique.

Les propriétés spectrales et temporelles de l'ASE peuvent être les mêmes que celles d'un oscillateur laser. Ce qui différencie l'ASE d'une oscillation laser est le seuil. La plupart des oscillateurs lasers sont des cavités Fabry-Perot. Les miroirs permettent une contre-réaction (feedback) et l'oscillation apparaît si le gain simple passage par le milieu amplificateur est supérieur aux pertes par transmission des miroirs (si il n'y a pas d'autres pertes). La première cavité autre que des miroirs fut réalisée en 1966 par Ambartsumyan et al [ABKL66] avec une cavité faite d'un miroir et d'un réflecteur diffusant. L'étape suivante était la possibilité de réaliser un « résonateur » sans aucune cavité et où la diffusion permettrait suffisamment de feedback pour être au dessus du seuil. Cette idée fut proposée en 1968 par Letokhov [Let68].

La dernière définition à introduire est celle de laser aléatoire cohérent et incohérent que certains appellent aussi respectivement résonant et non résonant (ce qui ici n'est pas une bonne idée, il vaut mieux garder ces mots pour les interactions atomiques). La définition que nous allons retenir dans ce manuscrit est qu'un laser cohérent nécessite une description de la lumière par son champ alors qu'une description en intensité suffit pour un laser aléatoire incohérent (comme tout système est classique tant que la nécessité d'utiliser un modèle quantique n'a pas été démontré). Ce type de laser est aussi appelé peut-être avec moins d'ambiguïté bombe photonique par analogie avec une bombe nucléaire (la lumière remplaçant les neutrons).

Dans cette partie, nous allons montrer notre résultat expérimental de laser aléatoire

6. Dans sa présentation de notre travail, Vuletic parle de 3 états fondamentaux alors que notre système atomique ne possède que deux niveaux hyperfins fondamentaux comme nous le présenterons plus tard (section (V))

incohérent. Notre laser aléatoire est incohérent car pour l'instant nous n'avons pas mesuré de signal mettant en défaut des modèles d'intensité.

Dans cette partie nous allons tout d'abord définir le cadre théorique à partir du modèle de Letokhov que nous essaierons d'étendre au système faiblement diffusif. Nous décrirons ensuite notre expérience en insistant sur le fait que des modèles ASE n'arrivent pas à reproduire nos signaux expérimentaux. Finalement nous ouvrirons sur quelques idées de mesure de cohérence de notre laser mais qui nous paraissent néanmoins difficiles vu les expériences infructueuses déjà essayées.

Etude théorique : critère de Letokhov généralisé

Le critère de Letokhov est la formulation du critère gain>pertes d'un laser aléatoire. Comme pour les lasers standard, ce seuil critique ne suffit pas à décrire toutes les propriétés d'un laser mais permet de calculer une valeur de seuil laser. Après avoir rappelé le critère de Letokhov original, nous proposerons une extension de ce critère aux milieux non diffusifs. Nous finirons par une comparaison de ces prédictions avec des lasers aléatoires existants.

III.1 Critère de Letokhov standard

III.1.1 Modèle diffusif et développement modal

Le critère de Letokhov provient d'une décomposition modale de l'équation de diffusion. Nous considérons une équation de diffusion avec un terme source :

$$\frac{1}{c} \frac{\partial u}{\partial t} = D\Delta u + S(u) \tag{III.1}$$

Dans son papier de 1967, Letokhov considère $S(u)$ seulement comme un terme de gain, $S(u) = -\alpha u$. (III.1) devient donc :

$$\frac{1}{c} \frac{\partial u}{\partial t} = D\Delta u - \alpha u \tag{III.2}$$

Nous cherchons des solutions (autres que la solution triviale $u = 0$) modales séparables en espace et temps de la forme : $u_n(r, t) = \psi_n(r)e^{st}$. Il existe peut-être d'autres solutions dont la forme spatiale du mode varie au cours du temps, nous ne les étudions pas ici. En injectant cette solution dans l'équation (III.2), nous obtenons :

$$\frac{s}{c}\psi_n(r)e^{st} = D\Delta\psi_n(r)e^{st} - \alpha\psi_n(r)e^{st} \quad (\text{III.3})$$

$$\frac{s}{c}\psi_n(r) = D\Delta\psi_n(r) - \alpha\psi_n(r) \quad (\text{III.4})$$

$$s = \left(D\frac{\Delta\psi_n(r)}{\psi_n(r)} - \alpha\right)c \quad (\text{III.5})$$

Dans son papier Letokhov note $B_n^2 = -\frac{\Delta\psi_n(r)}{\psi_n(r)} > 0$ car $\psi_n(r)$ est attendu comme étant une fonction du type laplacien positif comme représenté sur la figure (III.1). B_n ne dépend que de la géométrie du milieu.

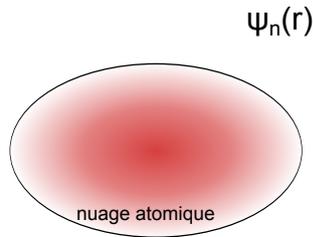


Figure III.1 – Forme spatiale typique des modes

La détermination du seuil laser aléatoire correspond au fait qu'un des modes va diverger temporellement :

$$e^{st} \xrightarrow{t \rightarrow +\infty} +\infty \Rightarrow s > 0 \Rightarrow -\alpha > DB_n^2 \quad (\text{III.6})$$

Déterminons B_n dans le cas d'une sphère de rayon R . Nous pouvons réécrire l'équation (III.4) avec $B_n^2 = -\frac{\Delta\psi_n(r)}{\psi_n(r)} = \frac{1}{D}(-\alpha - \frac{s}{c})$ d'après (III.5) :

$$\Delta\psi_n(r) + B_n^2\psi_n(r) = 0 \quad (\text{III.7})$$

Nous développons le Laplacien dans le cas d'un problème à symétrie sphérique :

$$\frac{d^2\psi_n}{dr^2} + \frac{2}{r}\frac{d\psi_n}{dr} + B_n^2\psi_n(r) = 0 \quad (\text{III.8})$$

La solution de cette équation est : $\psi_n(r) = \frac{1}{r} \sin(B_n r)$. La condition au bord $\psi_n(R_e) = 0$ impose $B_n = \frac{n\pi}{R_e}$ où R_e est le rayon d'extrapolation. Dans la suite nous supposons que $l_{sc} \ll R$ et donc que le rayon d'extrapolation est approximativement le rayon du nuage ($R_e = R$)

Ensuite nous pouvons déterminer le seuil Letokhov du laser aléatoire (avec ce terme $S(u) = -\alpha u$) en fonction des longueurs de diffusion $l_{sc} = \frac{1}{\chi}$ et de gain $l_g = -\frac{1}{\alpha}$ avec le mode B_1 (le mode qui a le seuil le plus bas). Nous introduisons ces grandeurs dans l'équation (III.6).

$$\frac{v}{l_g} \geq \frac{\pi v l_{sc}}{3R^2} \text{ i.e. } \boxed{R \geq \pi \sqrt{\frac{l_g l_{sc}}{3}}} \quad (\text{III.9})$$

Cette expression que nous appelons seuil Letokhov peut se retrouver qualitativement (au facteur $\frac{\pi}{\sqrt{3}}$ près). Le chemin moyen parcouru par un photon dans une boule diffuse est une longueur dépliée L_{dep} égale au nombre de diffusions (calculé dans un slab à l'équation (II.4)) multiplié par la longueur entre deux diffusions :

$$L_{dep} = N l_{sc} \approx b^2 l_{sc} \approx \frac{R^2}{l_{sc}} \quad (\text{III.10})$$

Le nombre de photons va augmenter dans le milieu si chaque photon sortant du milieu a créé plus d'un photon par amplification durant son piégeage dans le milieu. Cette condition revient à dire que $L_{dep} > l_g$:

$$\frac{L_{dep}}{l_g} \approx \frac{R^2}{l_{sc} l_g} > 1 \Rightarrow R > \sqrt{l_{sc} l_g} \quad (\text{III.11})$$

Cette approche qualitative montre que le critère Letokhov, qui est une explosion temporelle du nombre de photons, signifie aussi que le chemin déplié est plus long que la longueur de gain, c'est-à-dire que les gains sont supérieurs aux pertes .

III.1.2 Rajout des termes sources au modèle Letokhov

Dans la plupart des systèmes expérimentaux, des sources existent. Dans un laser standard, l'émission spontanée source permet le démarrage mais est aussi à l'origine de l'effet ASE (section (IV.12)) qui adoucit la rupture de variation de l'intensité au seuil. Les sources ont un impact sur un seuil laser standard et nous aimerions avoir une idée de l'impact des sources sur le seuil Letokhov.

Nous reprenons l'équation de diffusion (III.1) avec cette fois $S(u) = S_0 + \alpha u$. Il faut donc rajouter un terme constant à l'équation (III.2).

$$\frac{\partial u}{\partial t} = D\Delta u - \alpha u + S_0 \quad (\text{III.12})$$

Nous pouvons essayer de résoudre l'équation (III.12) avec le même ansatz que sans source : $u_n(r, t) = \psi_n(r)e^{st}$. L'équation (III.12) devient :

$$\frac{s}{c}\psi_n(r)e^{st} = D\Delta\psi_n(r)e^{st} - \alpha\psi_n(r)e^{st} + S_0 \quad (\text{III.13})$$

$$\Delta\psi_n(r) + \frac{1}{D}\left(-\alpha - \frac{s}{c} + \frac{S_0}{\psi_n e^{st}}\right)\psi_n(r) = 0 \quad (\text{III.14})$$

Nous définissons toujours $B_n^2 = -\frac{\Delta\psi_n(r)}{\psi_n(r)}$, on obtient : $B_n^2 = \frac{1}{D}\left(-\alpha - \frac{s}{c} + \frac{S_0}{\psi_n e^{st}}\right)$, on retrouve une équation de la même forme que (III.7) mais avec un coefficient B_n variant spatialement et temporellement.

Nous pouvons aussi écrire la condition de seuil $s \geq 0$ qui devient ici :

$$\underbrace{\alpha \geq -D \frac{\Delta\psi_n}{\psi_n}}_{\text{critère sans source}} \quad \underbrace{- \frac{S_0}{\psi_n e^{st}}}_{\text{sources}} \quad (\text{III.15})$$

S_0 étant positif le terme en $-S_0/u_n$ signifie qu'une présence de sources semble abaisser le seuil du laser aléatoire¹. Cette approche modale suppose la séparation des variables spatiales et temporelles : $u_n(r, t) = \psi_n(r)e^{st}$. Mais un mode laser dont la forme spatiale varie au cours du temps est possible et nous ne pouvons avec cette approche ni prédire la valeur de seuil de tels modes, ni déterminer si la présence de sources abaisserait ou augmenterait le seuil.

III.2 Etablissement du critère de Letokhov généralisé

L'équation de diffusion n'est pas toujours valable, notamment dans le cas où la longueur de diffusion n'est plus négligeable devant l'épaisseur du milieu. Dans ce cas là, le critère

1. comme l'injection d'un laser standard

Letokhov n'est plus valable [FPGCK09] et on peut se demander si le seuil d'un laser aléatoire existe toujours.

Ici nous allons présenter un résultat nouveau étendant le critère Letokhov au régime non diffusif à partir de l'équation de transfert radiatif. Les approximations faites ne sont pas complètement contrôlées (pas de critère de validité pour une grandeur devant une autre) et la validité du seuil trouvée dans les cas quasi-balistiques n'est pas démontrée. Cependant, une expérience numérique récente [TGRS08] semble accréditer ce résultat.

III.2.1 De l'ETR au critère de Letokhov généralisé

Nous rappelons l'équation de transfert radiatif avec sources démontré dans l'annexe :

$$\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} L(\vec{r}, \vec{u}, t) + \vec{u} \vec{\nabla} L(\vec{r}, \vec{u}, t) = -(\alpha + \chi)L(\vec{r}, \vec{u}, t) + S_0 + \frac{\chi}{4\pi} \int_{4\pi} p(\vec{u}, \vec{v}) L(\vec{r}, \vec{v}, t) d\Omega_v \quad (\text{III.16})$$

On écrit l'équation de transfert radiatif en coordonnées sphériques (pour des boules homogènes) en fonction de r et de θ ou encore de r et μ avec $\mu = \cos \theta$. En développant le gradient et en supposant l'indicatrice constante ($p(\vec{u}, \vec{v}) = 1$) (et sans source juste par souci de simplification), on obtient :

$$\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} L + \cos \theta \frac{\partial L}{\partial r} - \frac{\sin \theta}{r} \frac{\partial L}{\partial \theta} = -(\alpha + \chi)L + \frac{\chi}{4\pi} \int_{4\pi} L d\Omega \quad (\text{III.17})$$

$$\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} L + \mu \frac{\partial L}{\partial r} - \frac{1 - \mu^2}{r} \frac{\partial L}{\partial \mu} = -(\alpha + \chi)L + \frac{\chi}{4\pi} \int_{4\pi} L d\Omega \quad (\text{III.18})$$

On cherche une solution de la forme : $L(\vec{r}, \vec{v}, t) = L_t(t) L_{sp}(r, \theta)$. L'ETR sphérique donne en séparant les variables :

$$\frac{\partial L_t}{\partial t} = c * \frac{1}{L_{sp}} \underbrace{\left(-\cos \theta \frac{\partial L_{sp}}{\partial r} + \frac{\sin \theta}{r} \frac{\partial L_{sp}}{\partial \theta} - (\alpha + \chi)L_{sp} + \frac{\chi}{4\pi} \int_{4\pi} L_{sp} d\Omega \right)}_S L_t \quad (\text{III.19})$$

On a donc une équation de la forme : $\frac{\partial L_t}{\partial t} = cSL_t$. C'est ici qu'intervient la condition laser aléatoire de Letokhov. On définit le seuil comme $S = 0$ car c'est la limite avant que le mode n'explose exponentiellement avec le temps. Ce critère $S = 0$ donne l'équation suivante :

$$\cos \theta \frac{\partial L_{sp}}{\partial r} - \frac{\sin \theta}{r} \frac{\partial L_{sp}}{\partial \theta} = (\alpha + \chi)L_{sp} + \frac{\chi}{4\pi} \int_{4\pi} L_{sp} d\Omega \quad (\text{III.20})$$

Nous allons maintenant réaliser l'approximation d'Eddington [US66]. Nous discuterons plus tard la validité numérique de cette expression. Nous allons réécrire l'équation (III.20) avec le changement de variable $\mu = \cos \theta$, soit $\partial\mu = -\sin \theta \partial\theta$. Nous allons définir les différents moments de la luminance en μ . L'approximation d'Eddington consiste à supposer que la luminance est une fonction linéaire en μ : $L(\mu, r) = a(r) + b(r)\mu$. Les différents moments deviennent alors :

$$L_0 = \frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} L_{sp} d\Omega = \frac{1}{4\pi} \int_0^{2\pi} d\phi \int_0^\pi L_{sp} \sin \theta d\theta = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 L_{sp} d\mu = a(r) \quad (\text{III.21})$$

$$L_1 = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 L_{sp} \mu d\mu = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 a(r)\mu + b(r)\mu^2 d\mu = \frac{b(r)}{3} \quad (\text{III.22})$$

$$L_2 = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 L_{sp} \mu^2 d\mu = \frac{1}{2} \int_{-1}^1 a(r)\mu^2 + b(r)\mu^3 d\mu = \frac{a(r)}{3} \quad (\text{III.23})$$

$$(\text{III.24})$$

Nous avons donc $L_0 = 3L_2$.

L'équation (III.20) devient :

$$\mu \frac{\partial L_{sp}}{\partial r} + \frac{1 - \mu^2}{r} \frac{\partial L_{sp}}{\partial \mu} = -(\alpha + \chi)L_{sp} + \chi L_0 \quad (\text{III.25})$$

Intégrons cette équation sur 4π stéradians, i.e. $\frac{1}{2} \int_{-1}^1 d\mu$:

$$\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial r} \int_{-1}^1 \mu L_{sp} d\mu + \frac{1}{2} \int_{-1}^1 \frac{1 - \mu^2}{r} \frac{\partial L_{sp}}{\partial \mu} d\mu = -(\alpha + \chi)L_0 + \chi L_0 \quad (\text{III.26})$$

$$\frac{\partial L_1}{\partial r} + \frac{b(r)}{2r} \left[\mu - \frac{\mu^3}{3} \right]_{-1}^1 = -\alpha L_0 \quad (\text{III.27})$$

$$\frac{\partial L_1}{\partial r} + \frac{2L_1}{r} = -\alpha L_0 \quad (\text{III.28})$$

Ensuite nous multiplions par μ l'équation (III.20) et nous intégrons sur les 4π stéradians pour avoir une autre équation reliant $a(r)$ et $b(r)$ (soit L_0 et L_1) :

$$\frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial r} \int_{-1}^1 \mu^2 L_{sp} d\mu + \frac{1}{2} \int_{-1}^1 \frac{\mu - \mu^3}{r} \frac{\partial L_{sp}}{\partial \mu} d\mu = -(\alpha + \chi)L_1 \quad (\text{III.29})$$

$$\frac{\partial L_2}{\partial r} + \frac{b(r)}{2r} \left[\frac{\mu^2}{2} - \frac{\mu^4}{4} \right]_{-1}^1 = -(\alpha + \chi)L_1 \quad (\text{III.30})$$

$$\frac{\partial L_2}{\partial r} = -(\alpha + \chi)L_1 \quad (\text{III.31})$$

Ensuite nous injectons cette dernière équation dans la précédente en la multipliant par $-(\alpha + \chi)$:

$$\frac{\partial^2 L_2}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial L_2}{\partial r} = \alpha(\alpha + \chi)L_0 \quad (\text{III.32})$$

$$\frac{\partial^2 L_0}{\partial r^2} + \frac{2}{r} \frac{\partial L_0}{\partial r} = 3\alpha(\alpha + \chi)L_0 \quad (\text{III.33})$$

$$\frac{1}{r} \frac{\partial^2 r L_0}{\partial r^2} = 3\alpha(\alpha + \chi)L_0 \quad (\text{III.34})$$

$$\frac{\partial^2 r L_0}{\partial r^2} - 3\alpha(\alpha + \chi)r L_0 = 0 \quad (\text{III.35})$$

Pour simplifier les signes, nous définissons le coefficient de gain linéique $g = -\alpha = 1/l_g$. La dernière équation devient donc :

$$\frac{\partial^2 r L_0}{\partial r^2} + \underbrace{3g(\chi - g)}_{\beta^2} r L_0 = 0 \quad (\text{III.36})$$

Nous considérons un système avec du gain, i.e. $g > 0$ ($\alpha < 0$). Si $g < \chi$, alors le milieu diffuse plus qu'il n'amplifie et l'équation précédente est celle d'un oscillateur harmonique : $\frac{\partial^2 r L_0}{\partial r^2} + \beta^2 r L_0 = 0$ avec $\beta^2 = 3g(\chi - g) > 0$. Dans le cas où $g > \chi$, i.e. quand il y a plus de gain que de diffusion, nous avons la même équation mais avec β^2 négatif, donc β imaginaire pur. Nous avons donc soit une solution sinusoïdale soit hyperbolique sinusoïdale. Pour simplifier la suite de la résolution, nous étendons la fonction sinus au plan complexe tel que $\sin(i|y|) = i \sinh |y|$. Nous définissons la fonction tangente de la même manière telle que $\tan(i|y|) = i \tanh |y|$.

La solution de cette équation (III.36) de seuil de type diffuse est : $L_0(r) = cste \frac{\sin \beta r}{r}$ (car $r L_0(r)$ est la solution d'un oscillateur harmonique). Pour trouver le rayon seuil, c'est à dire la taille du milieu, nous écrivons les conditions aux bords grâce à la continuité de la luminance au bord en $r = R_{cr}$: $L_0(R_{cr}) = -\frac{2}{3} \frac{1}{\chi - g} \left. \frac{\partial L_0}{\partial r} \right|_{R_{cr}}$ [CAR].

$$\frac{\sin \beta R_{cr}}{R_{cr}} = -\frac{2}{3(\chi - g)} \frac{\beta R_{cr} \cos \beta R_{cr} - \sin \beta R_{cr}}{R_{cr}^2} \quad (\text{III.37})$$

$$\sin \beta R_{cr} (3(\chi - g)R_{cr} - 2) = -2\beta R_{cr} \cos \beta R_{cr} \quad (\text{III.38})$$

$$\tan \beta R_{cr} = \frac{-2\alpha \beta R_{cr}}{-2 + 3R_{cr}(\chi - g)} \quad (\text{III.39})$$

$$\boxed{\tan \beta R_{cr} = \frac{2g\beta R_{cr}}{2g - \beta^2 R_{cr}}} \quad (\text{III.40})$$

C'est cette dernière formule (III.40) que nous appelons la formule de Letokhov généralisée. A partir de cette formule, on peut retrouver dans le cas limite de forte diffusion devant le gain ($\chi \gg g$) la formule de Letokhov standard (III.9). Le calcul explicité ci-dessous montre que le terme de droite de l'équation (III.40) est petit devant 1 et donc la tangente est nulle. Une tangente vaut zéro quand son argument vaut zéro modulo π . Nous choisissons la première valeur non nulle qui correspond ainsi au rayon critique le plus petit.

$$\chi \gg g \Rightarrow \beta^2 R_{cr} \gg 2g \text{ car on suppose } R_{cr} \propto \frac{1}{\sqrt{\chi g}} \text{ (vérifié à la fin)} \quad (\text{III.41})$$

$$\Rightarrow \tan(\beta R_{cr}) = \frac{2g\beta R_{cr}}{-\beta^2 R_{cr}} = \frac{2g}{-\beta} = -\frac{2}{\sqrt{3}} \sqrt{\frac{g}{\chi}} \underbrace{\ll}_{\text{car } \chi \gg g} 1 \quad (\text{III.42})$$

$$\Rightarrow \tan(\beta R_{cr}) = 0 \underbrace{\Rightarrow}_{1^{er} \text{ mode}} R_{cr} \approx \frac{\pi}{\sqrt{3g\chi}} \quad (\text{III.43})$$

Nous pouvons aussi prendre la limite dans l'autre sens $g \gg \chi$. Par contre nous n'avons pas encore montré dans quelle mesure cette formule était valable dans l'approximation d'Eddington. Nous pouvons noter que Letokhov [LJ08] donne une formule limite en $R_{cr} \approx g/\chi^2$ qui n'est pas la bonne. Détaillons ce calcul, en repartant de l'équation (III.40) et en utilisant $g \gg \chi$. Nous avons $\beta^2 = 3g(\chi - g) \approx -3g^2 < 0$ donc β est imaginaire et $\tan(\beta R_{cr}) \approx \pm i \tanh(\sqrt{3g} R_{cr})$. Nous ne connaissons pas encore la valeur R_{cr} (résultat du calcul) mais supposons que $gR_{cr} \gg 1$, nous vérifierons cette hypothèse une fois connue l'expression du R_{cr} correspondant. Avec cette supposition $\tan(\beta R_{cr}) \rightarrow \pm i$ (car $\tanh(\sqrt{3g} R_{cr}) \xrightarrow{gR_{cr} \gg 1} 1$) donc nous avons le membre de droite de l'équation (III.40) qui vaut $\pm i$:

$$\frac{2g\beta R_{cr}}{2g - \beta^2 R_{cr}} = \pm i \quad (\text{III.44})$$

$$2g\beta R_{cr} = \pm i (2g - \beta^2 R_{cr}) \quad (\text{III.45})$$

$$R_{cr} = \frac{\pm 2ig}{2g\beta \mp i\beta^2} = \frac{\pm 1}{-ig\beta \mp \frac{\beta^2}{2g}} \underbrace{\approx}_{\text{choix } R_{cr} > 0} \boxed{\frac{1}{(\sqrt{3} - \frac{3}{2})g}} \quad (\text{III.46})$$

Ce résultat est surprenant car le seuil asymptotique (III.46) ne dépend plus du tout de la diffusion mais seulement du gain.

Nous donnons quelques mots sur la résolution numérique de l'équation tangente (III.40). L'idée de base est de trouver le premier zéro de la fonction $\tan \beta R_{cr} - \frac{2g\beta R_{cr}}{2g - \beta^2 R_{cr}} = 0$. Il faut bien faire attention à la discrétisation (horizontale et verticale) pour ne pas oublier le zéro le plus petit. Les divergences d'un infini à l'autre peuvent compliquer la recherche

de la première bonne solution. Il faut donc changer la discrétisation suivant les valeurs des paramètres g et χ .

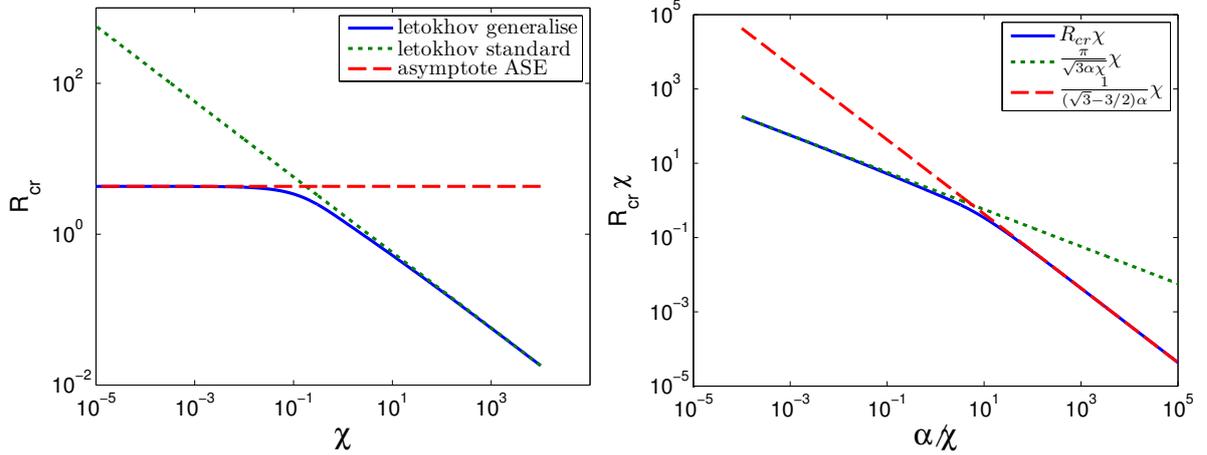


Figure III.2 – Comparaison entre le résolution du critère de Letokhov généralisé et ses asymptotes. A gauche, le rayon critique R_{cr} en fonction de l'inverse de la longueur de diffusion χ pour un coefficient de gain α qui vaut 1. A droite, le produit $R_{cr}\chi$ en fonction du rapport α/χ . Les deux asymptotes (diffusive et amplification balistique) interpolent très bien le vrai rayon critique. Sur la figure gauche la non dépendance de R_{cr} en régime de fort gain $\alpha \gg \chi$ est bien mis en évidence

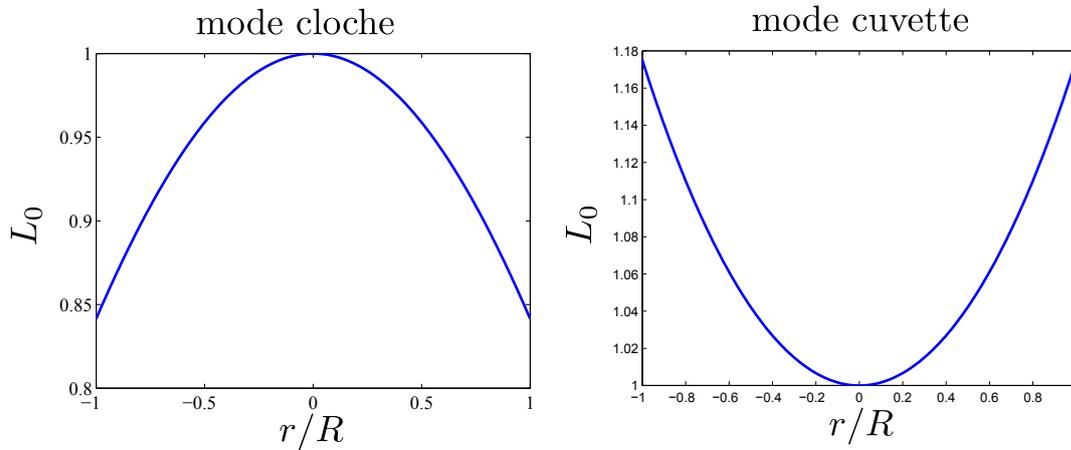
III.2.2 Validité du critère de Letokhov généralisé

L'estimation précise du domaine de validité de (III.40) est difficile à obtenir. En effet, nous ne contrôlons pas l'approximation d'Eddington et nous ne pouvons pas vraiment déterminer quel est le régime de validité mathématique de notre solution. Par contre, nous savons que l'approximation d'Eddington est, a priori, valable lorsque les sources sont isotropes. Cela est vrai dans un milieu fortement diffusant quelque soit l'éclairement lumineux mais cela reste valable dans un milieu ballistique éclairé par des sources internes isotropes. Notre laser aléatoire à atomes froids correspond à cette situation. Sur la figure (III.8) qui représente diagrammatiquement l'établissement des deux critères Letokhov, nous avons essayé de mettre les deux approximations en évidence. L'établissement de l'équation de transfert radiatif nous fait perdre toutes les informations d'interférence du transport. Ensuite nous avons la décomposition modale et enfin l'approximation d'Eddington. Nous n'avons pas trouvé d'article qui étudie spécifiquement les conditions de validité de l'approximation d'Eddington dans notre géométrie et dans un milieu à gain. En suivant [WJ77], nous notons que cette approximation n'est pas contrôlée de manière générale au sens mathématique du terme mais que numériquement elle reste valable pour les milieux quasi-balistiques.

III.2.3 Forme des modes

Nous pouvons aussi nous intéresser à la forme des modes en fonction des paramètres α et χ . Les modes sont solutions de l'équation (III.36). Les solutions sont bien connues et dépendent du signe de β^2 . Avec la condition supplémentaire d'une luminance symétrique et positive, nous avons :

- $L_0 \propto \frac{\sin(\beta r)}{r}$ si $\beta^2 > 0$. Les solutions sont des modes cloches.
- $L_0 \propto \frac{\sinh(|\beta|r)}{r}$ si $\beta^2 < 0$. Les solutions sont des modes cuvettes.



Nous pouvons montrer que les modes sont des bosses dans la zone plus diffuseuse alors que ce sont des creux (minimum au centre du nuage) dans la zone avec plus de gain. Les modes laser aléatoires étaient précédemment pensés soit comme des modes bosses (Letokhov standard) ou comme des modes localisés. Ce changement de forme se comprend assez aisément. Sans diffusion et sans gain, l'intensité va être plus importante au centre car c'est l'endroit qui reçoit le plus de rayonnement source. La diffusion va encore plus renforcer cet effet. Par contre, le gain a l'effet contraire car il donne plus de poids aux photons parcourant le plus de trajet en les amplifiant exponentiellement avec la distance parcourue. Le rayonnement source observé à un point \vec{r}_0 est donné par $S_{vu}(\vec{r}_0) \propto \int_{\text{boule}} \frac{e^{g|\vec{r}_0-\vec{r}|}}{|\vec{r}_0-\vec{r}|^2} d\vec{r}$. C'est au bord que la lumière a parcouru le plus de trajet. Donc si cette pondération avec la longueur des trajets (due au gain) est suffisamment importante, elle peut dépasser le surplus de sections de sources vues au centre. Il y aura plus d'intensité dans ce cas sur les bords du système.

Ce raisonnement qualitatif explique pourquoi pour les lasers aléatoires à fort gain devant la diffusion, nous devons nous attendre à des modes spatiaux cuvettes avec le maximum d'intensité sur les bords. Pour parfaire notre raisonnement, nous avons codé (en deux dimensions) l'intensité source vue à chaque point d'un disque peuplé de sources homo-

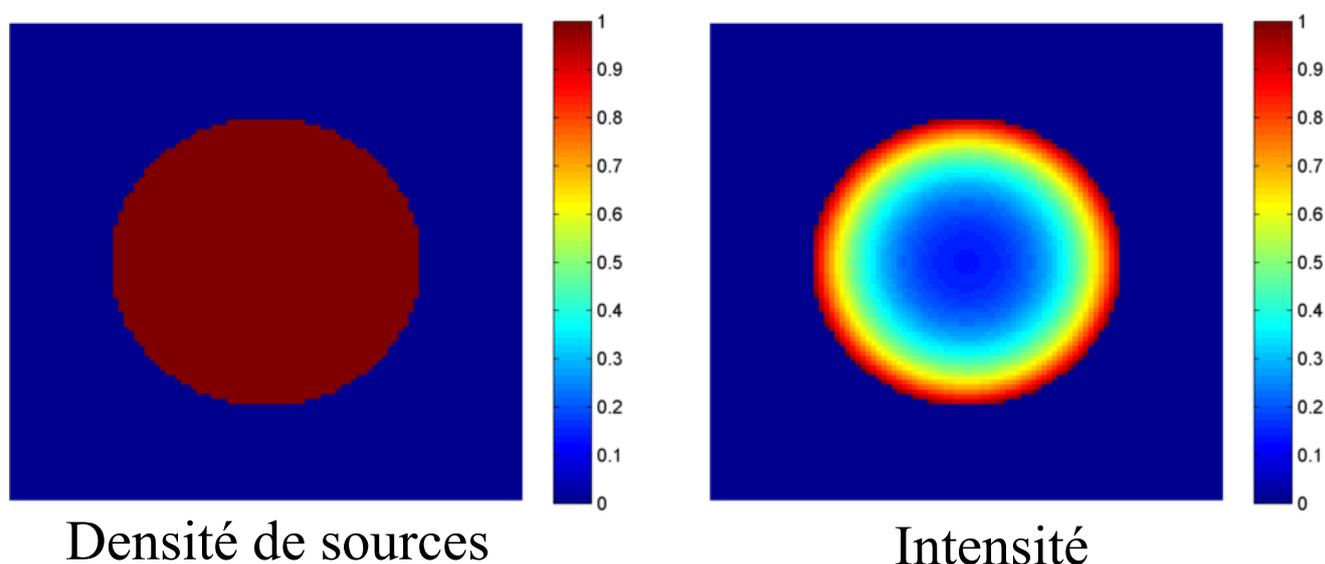


Figure III.4 – L'intensité au centre va être inférieure à l'intensité sur les bords quand le gain linéique devient suffisamment grand devant la taille du milieu.

gènes (et sans diffusion). La figure (III.4) montre le résultat de cette petite simulation. La valeur du seuil critique n'est donc pas la seule prédiction de notre critère Letokhov généralisé, mais nous avons aussi une prédiction sur la forme spatiale des modes suivant la hiérarchie gain/diffusion étudiée.

III.3 Régime de différents lasers aléatoires

Même s'il est loin d'être parfait, le critère Letokhov permet de savoir si, à partir de deux longueurs caractéristiques (longueurs de gain et de diffusion), le seuil laser est atteint. Nous voyons avec la figure (III.5) que nous pouvons aussi classer les lasers en fonction de ces longueurs dans des familles de lasers aléatoires. Deux systèmes peuvent (dans leur réalisation expérimentale) être a priori très différents mais avec ces longueurs très proches. Ou alors deux systèmes peuvent être de taille très différente mais avec des régimes de laser de même rapport gain-diffusion qui les font se ressembler. Nous allons positionner notre laser aléatoire à atomes froids dans ce diagramme, sachant que le modèle numérique permettant la connaissance de ces longueurs (section (D)) admet des limites et notamment la non prise en compte de l'effet ASE. Nous placerons aussi sur ce diagramme 3 autres lasers : 2 expérimentaux et un numérique.

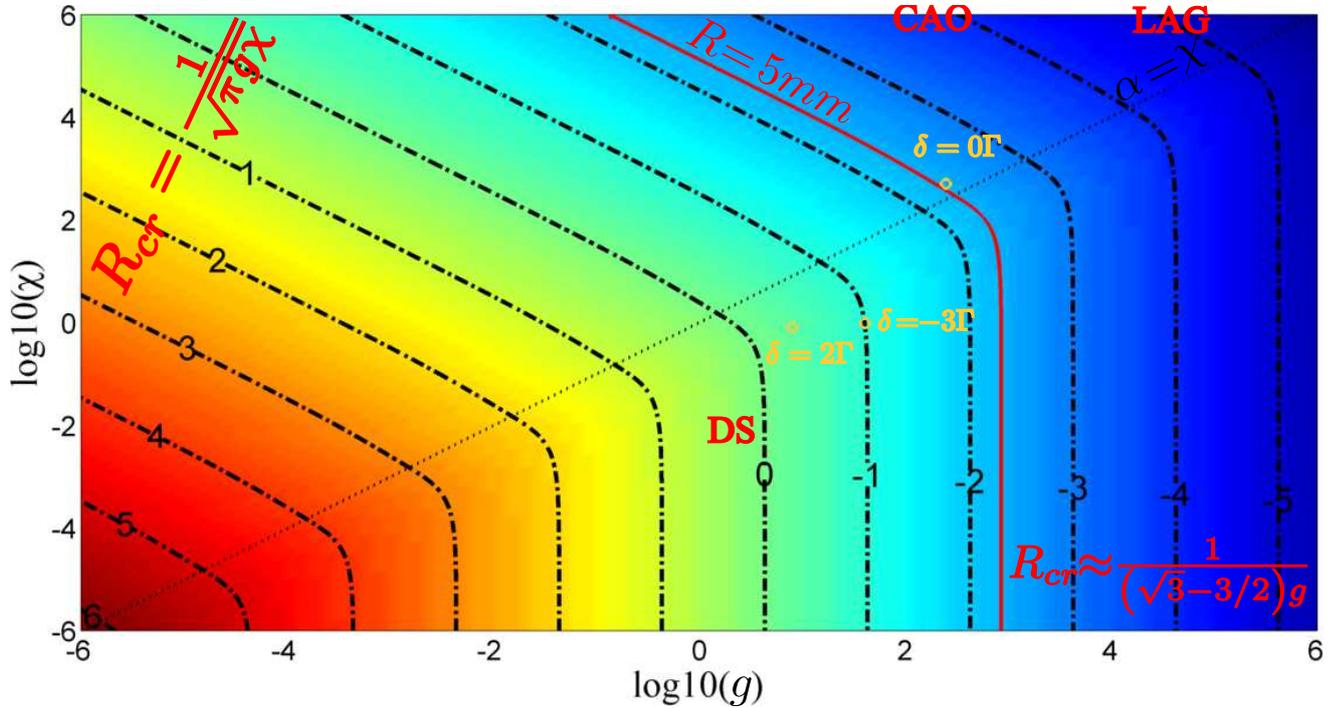


Figure III.5 – Résolution numérique du critère de Letokhov généralisé suivant χ et α . Nous ne disons pas jusqu'à où ce critère est valide en faible diffusion. Nous voyons les deux asymptotes, forte diffusion, $R_{cr} = \frac{\pi}{\sqrt{3g\chi}}$ (critère classique de Letokhov) et faible diffusion $R_{cr} = \frac{1}{(\sqrt{3-\frac{3}{2}})g}$ (où le critère devient indépendant de la diffusion). Nous avons rajouté sur la courbe la zone où nous observons notre laser, ainsi que la zone $l_{sc} - l_g$ que nous balayons avec le désaccord δ du laser Raman (résultats décrits dans le chapitre (V)). L'effet laser commence quand le $b_{0,cr}$ devient plus petit que le $b_{0,exp}$ (trait rouge). Nous avons placé aussi tous les lasers aléatoires dont les longueurs sont connues. Deux lasers aléatoires expérimentaux diffusifs de Cao (CAO [CZH⁺99]) et Legendijk (LAG [VdMTML07]) et un laser aléatoire numérique fonctionnant en régime très peu diffusif de Stone (DS [TGRS08]).

III.3.1 Notre laser aléatoire à atomes froids

Nous avons réalisé expérimentalement un laser aléatoire dans un nuage d'atomes froids que nous décrirons dans le chapitre (V). L'expérience est la suivante : nous créons différents nuages de même nombre d'atomes mais avec des tailles différentes. Pour chaque taille de nuage, nous balayons la fréquence d'un laser qui change les longueurs de diffusion et de gain. Nous estimons ces longueurs à partir des modèles développés dans la partie (IV). Nous pouvons donc estimer sur le diagramme 2D du critère Letokhov généralisé où se situe notre laser aléatoire (en terme de compromis gain-diffusion). Comme c'est une approche qualitative, nous avons relié les points estimés par ces modèles par une zone floue sur la figure (III.5). La ligne rouge est la taille approximative du nuage lorsque le seuil est atteint (nous faisons varier le nuage de 9 mm à 2 mm de rayon).

Nous voyons que pour certains paramètres ($\delta = 0$, avec les notations de la figure (IV.6)) le rayon critique R_{cr} est inférieur au rayon du nuage, l'effet laser aléatoire décrit par le modèle Letokhov doit apparaître.

Nous voyons que l'effet laser aléatoire dans notre expérience apparaît dans un milieu légèrement plus diffusif qu'amplificateur ($g > \chi$). Nous pourrions imaginer d'autres modes d'opération de laser aléatoire basés sur des milieux surtout amplificateurs. Il serait intéressant d'étudier des lasers aléatoires pour différentes combinaisons gain-diffusion (figure (III.5) tant que le critère de Letokhov reste valable).

III.3.2 Autres lasers aléatoires existants

Il serait intéressant de pouvoir comparer tous les types de laser avec leurs longueurs de gain et de diffusion. Malheureusement la plupart des articles n'utilisent pas ce vocabulaire et se réfèrent à Letokhov comme la première idée de laser aléatoire mais pas comme un modèle utilisable. Nous allons discuter de trois lasers aléatoires complètement différents, deux expérimentaux dans des poudres semiconductrices, l'un du ZnO et l'autre du GaP et un troisième laser aléatoire qui est une simulation numérique. Nous commencerons par discuter des études numériques effectuées par Douglas Stone.

- Le groupe de Douglas Stone travaille notamment dans la simulation de laser aléatoire. Dans l'article que nous présentons [TGRS08], une étude de résolution numérique de Maxwell-Bloch dans un système en deux dimensions est réalisée. Le système est un disque avec un gain uniforme et les diffuseurs sont des nanoparticules disposées de manière aléatoire. Nous pensons, au vu de la figure (III.6), qu'ils pourraient se trouver dans un système avec plus de gain que de diffusion. En effet la forme globale de l'intensité ressemble à un mode cuvette. Nous avons réussi à obtenir les longueurs de gain et de diffusion de leur système² ainsi que le rayon critique du laser aléatoire. Ces données sont $R_{cr,num} = 1$, $l_{sc} = 95$ et $l_g = 0.25$. Comme $l_g \ll l_{sc}$, nous pouvons utiliser la forme asymptotique avec gain (formule III.46) de la solution Letokhov généralisée : $R_{cr} = \frac{1}{(\sqrt{3}-\frac{3}{2})g}$. Avec $g = 1/l_g = 4$, nous trouvons $R_{cr} \approx 1.08$. Ce résultat est surprenant car nous ne nous attendions pas à un aussi bon accord entre notre modèle en intensité naïf 3D (nous avons à contrôler si des changements apparaissent en 2D) et une résolution numérique des équations de Maxwell dans un système 2D.
- H. Cao est une des pionnières de l'étude expérimentale de l'effet laser aléatoire. Dans son papier [CZH⁺99], elle a étudié l'effet de laser aléatoire dans une poudre de semiconducteurs (poudre de ZnO). $l_{sc} = 0.8\lambda \approx 305nm$ est déterminé en mesurant la largeur du cône de rétrodiffusion cohérente (coherent backscattering CBS en anglais). L'échantillon est assez plat ($6\mu m$ d'épaisseur) et va être pompé par un laser dans la

2. Nous remercions Stefan Rotter qui nous les a procurés.

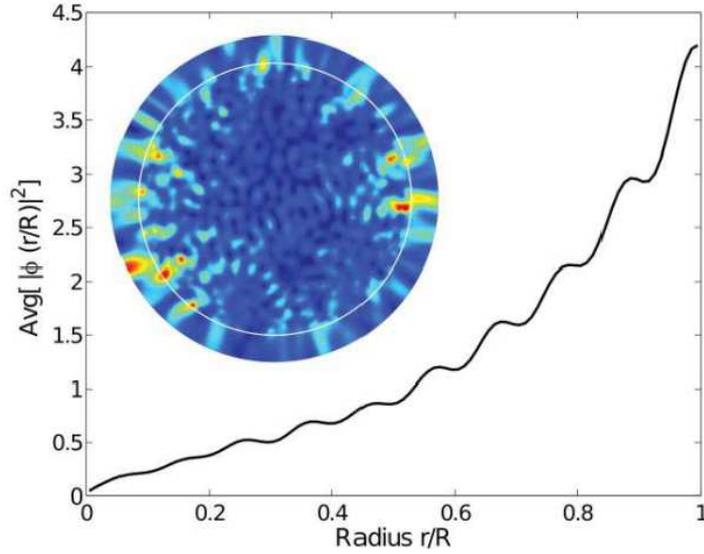


Figure III.6 – Figure extraite de [TGRS08]. Module carré du champ électrique en fonction de la distance radiale au centre. Nous voyons que le maximum d'intensité est au bord du système ce qui paraît cohérent avec notre théorie sur les modes spatiaux de laser aléatoire en régime de gain (ici $g \gg \chi$).

direction normale au disque. Le volume éclairé peut être contrôlé. Suivant le volume éclairé, le seuil laser ne va pas être atteint pour la même valeur de longueur de gain (qui varie avec l'intensité de la pompe). Leur critère Letokhov donne une valeur du même ordre même si elle est quantitativement différente. Cela n'est pas étonnant dans le sens où Letokhov utilise une sphère pompée homogènement alors qu'on a ici un cylindre pompé de manière réelle. En plus la formule donnée par Cao est $V_{cr} \approx (l_{sc}l_g)^{3/2}$ (pour une sphère le volume critique Letokhov est $V_{cr} = \frac{4\pi}{3}R_{cr} \approx 4.8(l_{sc}l_g)^{3/2}$).

Nous pouvons aussi faire le calcul exact du critère Letokhov standard pour un cylindre de hauteur $h = 6\mu m$. Nous allons cependant montrer que cette approche prédit qu'un laser aléatoire ne peut pas exister dans le système de Cao car l'épaisseur est trop faible par rapport aux longueurs de gain et de diffusion données. Repartons de l'expression (III.6) avec B_n ne dépendant que de la géométrie considérée. Dans le cas d'un cylindre [Let68], Letokhov donne l'expression de $B_1^2 = \left[\left(\frac{2.4}{R} \right)^2 + \left(\frac{\pi}{h} \right)^2 \right]$. Le critère Letokhov (valable dans les conditions de validité de l'équation de diffusion) $\frac{1}{l_g} > \frac{1}{3}l_{sc}B_1^2$ devient dans cette géométrie :

$$\left(\frac{2.4}{R} \right)^2 + \left(\frac{\pi}{h} \right)^2 < \frac{3}{l_g l_{sc}} \quad (\text{III.47})$$

Cette équation fait apparaître que l'effet laser aléatoire dans un cylindre n'est pas possible si la hauteur h est trop faible. Le critère sur la hauteur pour l'existence d'un laser aléatoire (au sens critère Letokhov) donné par l'équation (III.47) est :

$h > h_{min} = \frac{\pi}{\sqrt{3}} \sqrt{l_g l_{sc}}$. Si la hauteur est plus faible alors le terme de gauche de l'équation (III.47) est plus grand que le terme de droite même pour un rayon infini et le seuil laser aléatoire n'est pas atteignable. Avec les longueurs de gain et de diffusion donnés par Cao [CZH⁺99], $l_{sc} = 0.3\mu m$ et $l_g = 750\mu m$, $h_{min} = 27.2\mu m$. Donc la hauteur expérimentale de [CZH⁺99] ne permet pas d'avoir un laser aléatoire au sens Letokhov. Un raisonnement qualitatif permet de comprendre que si la hauteur est trop faible, alors augmenter le rayon ne permet pas d'atteindre le seuil laser aléatoire. Le gain G est proportionnel au volume $G \propto \pi R^2 h$ et les pertes L proportionnelles à la surface : $L \propto (\pi R^2 + 2\pi R h)$. Le seuil existe forcément dans une sphère car accroître le rayon augmente le rapport gain sur pertes. Ce rapport s'écrit ici :

$$\frac{G}{L} \propto \frac{R^2 h}{\pi R^2 + 2\pi R h} \xrightarrow{h \ll R} cste \quad (III.48)$$

La formule (III.48) permet de comprendre que les pertes s'accroissent autant que le gain lorsque nous augmentons R (h est un paramètre fixé).

Même si dans cette expérience $h < h_{min}$, nous allons donner le critère de Letokhov cylindrique valable quand $h > h_{min}$:

$$R^2 > \frac{2.4^2 h^2 l_g l_{sc}}{3h^2 - \pi^2 l_g l_{sc}} \quad (III.49)$$

Cette formule ne peut pas être appliquée dans cette expérience et Hui Cao utilise un critère Letokhov grossier (car ne prenant pas en compte la géométrie du système) $V_{cr} \approx (l_{sc} l_g)^{3/2}$ qui reproduit qualitativement ce qu'il se passe. Ce laser aléatoire est très fortement diffusant ($\chi \approx 310^6 m^{-1}$, $g \approx 10^3 m^{-1}$). Ma conclusion est que les effets de cohérence existant dans le laser de Cao ne sont pas pris en compte par le modèle de Letokhov. Ainsi même si la valeur du seuil Letokhov doit être qualitativement proche, il n'est pas étonnant que le préfacteur ne soit pas correct.

- Un autre type de laser aléatoire utilise un semiconducteur poreux rempli d'un liquide à colorant. L'énorme différence d'indice entre les deux milieux fait diffuser la lumière et le gain est dû aux colorants dans le fluide. Dans son article [VdMTML07], Lagendijk utilise du phosphide de gallium poreux rempli par une solution fortement dosée en rhodamine. La longueur de diffusion est mesurée toujours par une expérience de cône CBS, $l_{sc} = 600nm \pm 300nm$. La longueur de gain est de l'ordre de $10\mu m$ donc nous avons un laser diffusant mais beaucoup moins que celui de Cao ($\chi \approx 1.510^6 m^{-1}$, $g \approx 10^5 m^{-1}$). Nous situons deux lasers aléatoires à des endroits différents sur le diagramme (III.5) qui pourrait servir de cartographie des lasers aléatoires vérifiant assez bien le critère Letokhov généralisé.

III.3.3 Laser aléatoire astrophysique

Le laser aléatoire est un objet de laboratoire comme nous venons de le montrer. Mais Letokhov et Johanson [JL07] se sont demandés si ce n'était pas un objet existant à l'état naturel en astrophysique. Leur idée principale est que certaines raies sont observées en astrophysique avec une intensité plus forte que celle attendue. Ces raies sont sur des niveaux atomiques pouvant comporter des inversions de populations et donc un effet laser paraît possible. Distinguons deux types d'objets astrophysique « lasant » : l'ASE (appelé maser dans le domaine micro-onde) et les lasers aléatoires.

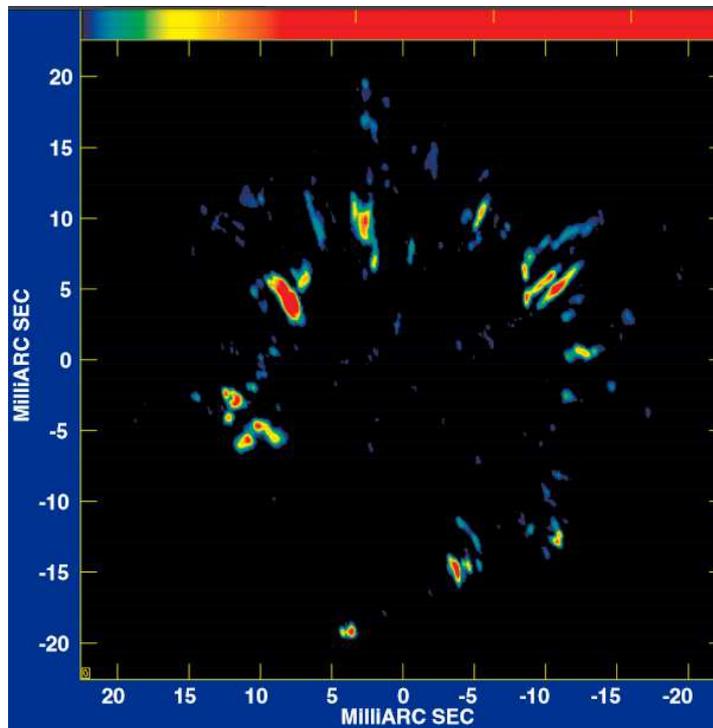


Figure III.7 – Figure extraite de [JRJP05]. Observation d'un maser à 43 GHz (SiO) dans l'étoile TX cam. La puissance spectrale est mesurée par l'interféromètre astronomique VLBI (Very Long Baseline Interferometry). Nous voyons la forme spatiale caractéristique d'un milieu à fort gain et faible diffusion.

- **ASE** : des observations astronomiques dans le domaine micro-onde ont permis de découvrir des raies spectrales anormalement brillantes. Ces intensités inattendues sont dues à de l'émission stimulée balistique (appelé MASER en astrophysique), et ont été bien comprises dans les 1970 [RM81], [Eli82]. En optique cet effet d'amplification stimulée balistique a été observé dans le proche infrarouge (raie CO_2 à $10\mu m$) dans les atmosphères de Mars et Vénus [JBM⁺76],[MBC⁺81] et aussi dans des atmosphères stellaires pour l'infrarouge lointain (hydrogène) [SHS⁺96].
- l'existence de laser aléatoire (au sens oscillation avec un vrai feedback dû à la diffusion

multiple) est encore une question ouverte. L'observation de laser avec feedback dans le domaine optique a été proposé par Letokhov et Johanson pour expliquer des raies de Fe II et de OI dans η -carinae. La réponse n'est pas très claire mais une chose est sûre, les ingrédients nécessaires pour un laser aléatoire (gain et diffusion multiple) existent dans les gaz stellaires.

Nous concluons cette partie astrophysique en disant que les analogies entre les systèmes de laboratoires et stellaires font penser que des études numériques et en laboratoire ne sont pas dénuées d'intérêt. La comparaison entre les figures (III.7) et (III.6) fait penser que les répartitions d'intensité dans ces 2 milieux ne dépendent pas des tailles physiques mais bien de l'appartenance à la même famille gain > pertes.

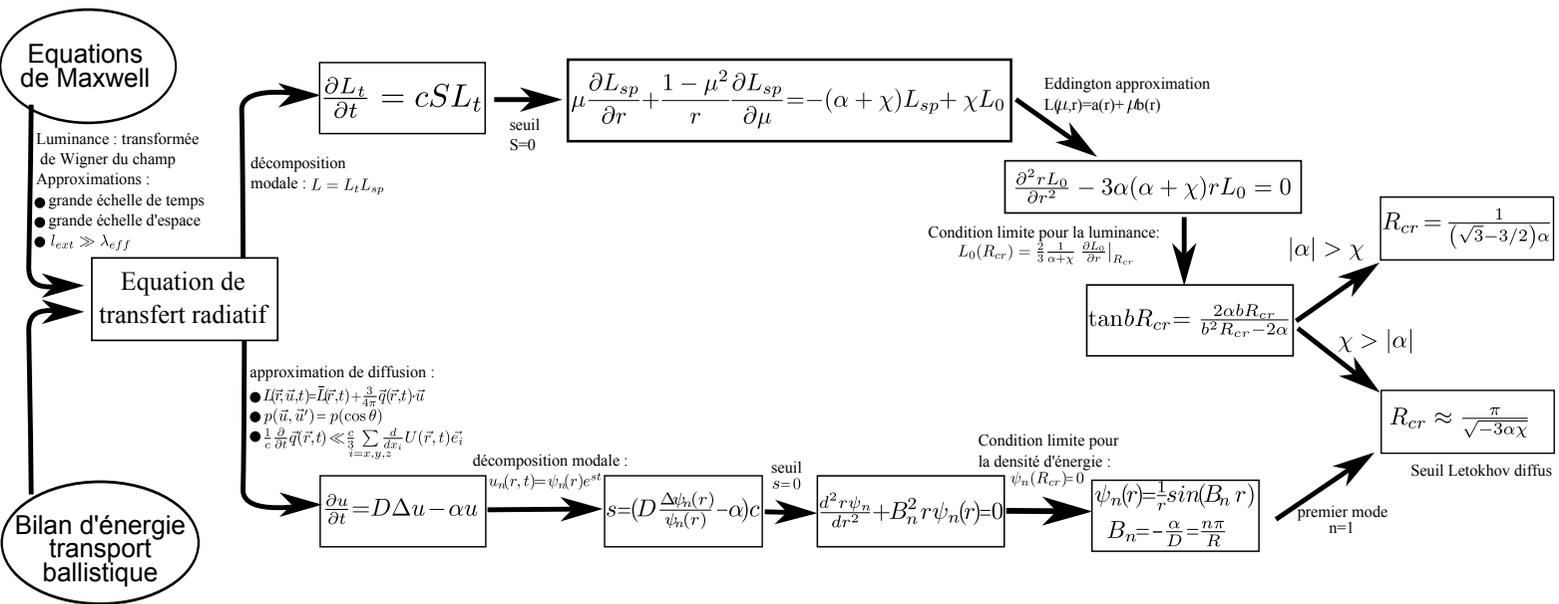


Figure III.8 – Comparaison des deux approches pour trouver le seuil Letokhov. Le chemin de gauche est l'établissement du critère Letokhov standard alors que le chemin droite permet d'arriver au critère de Letokhov généralisé. Dans l'asymptote diffuse, $\chi \gg g$ permet de retourner $R > \pi \sqrt{\frac{1}{3} \frac{g l_{sc}}{3}}$ (critère de Letokhov standard) mais reste a priori valable dans des régimes moins diffusants.

Etudes numériques de 2 modèles couplant lumière et atomes dans un nuage actif d'atomes froids

Le chapitre précédent a montré qu'un système opaque avec suffisamment de gain permettait d'atteindre le seuil d'un laser aléatoire. Plusieurs mécanismes de gains atomiques sont possibles : gain standard avec inversion (type laser 4 niveaux), gain Mollow, gain sans inversion, etc. et nous avons choisi le gain Raman hyperfin car il permettait une combinaison intéressante avec la diffusion multiple (voir section (D)). Pour les simulations, nous devons réussir à ajouter de l'amplification dans le modèle microscopique de la première partie étudiant la diffusion multiple dans un atome multiniveaux alors que 2 effets différents, à ne pas confondre, apparaissent avec de l'amplification :

- le régime ASE, amplification en régime balistique
- le régime laser aléatoire, gain et diffusion sont suffisants pour produire un effet d'explosion photonique.

Après avoir décrit les propriétés atomiques du système choisi (et notamment le gain Raman choisi), deux modèles numériques de couplage à la lumière seront proposés pour simuler l'ASE et l'effet laser aléatoire.

IV.1 Description du système atomique

L'atome à 2 niveaux soumis à un seul laser est étudié très souvent, dû à la simplicité du système mais aussi car cette situation existe expérimentalement. Par exemple, les faisceaux de refroidissement laser sur le rubidium agissent sur un atome à 2 niveaux hyperfins ($F = 3 \rightarrow F = 4$ pour la raie $D2$ du ^{85}Rb). Pour notre effet laser aléatoire, nous utiliserons un modèle atomique plus compliqué pour combiner astucieusement gain et diffusion multiple.

Après avoir introduit l'atome à 2 niveaux, nous étendrons les propriétés sur la fluorescence et les sections efficaces à un système multiniveaux. Nous discuterons aussi le sens

physique de la modélisation choisie entre diverses possibilités.

IV.1.1 Quelques rappels sur l'atome à 2 niveaux

Cette partie sur l'atome à 2 niveaux est en grande partie une reformulation des résultats principaux résultats du chapitre V du livre "processus d'interactions entre atomes et photons" [CTDRGM92] et de la thèse de Nicolas Mercadier [Mer11].

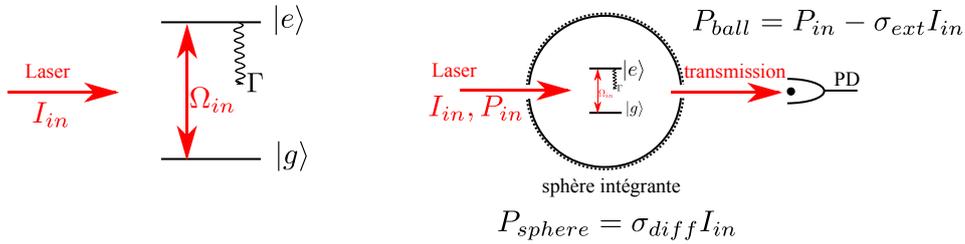


Figure IV.1 – L'atome le plus simple à 2 niveaux. La lumière ne peut pas être réellement absorbée (pas de pertes de photons à la fréquence incidente en régime non saturant). Les photons qui sont "éteints" dans l'axe du laser sont donc diffusés. $P_{in} = P_{ball} + P_{diff}$.

Un atome à 2 niveaux $|g\rangle, |e\rangle$ est éclairé par un laser d'intensité I_{in} et est placé dans une sphère intégrante. La figure (IV.1) définit les sections efficaces :

- σ_{ext} : la section efficace de signal prélevé sur le mode incident. La puissance transmise est la puissance incidente moins la puissance prélevée : $\sigma_{ext} I_{in}$.
- σ_{sc} : la section efficace de signal diffusé dans tous les autres modes.

La seule forme de désexcitation étant un mode optique à la fréquence incidente (atome non saturé), l'absorption (et sa section efficace σ_{abs}) est nulle. Le signal est soit transmis, soit éteint et diffusé dans un autre mode donc $\sigma_{ext} = \sigma_{sc}$ pour un atome à 2 niveaux non saturé.

IV.1.1.1 Equations de Bloch optiques

L'établissement des équations de Bloch optiques (EBO) est réalisé dans de nombreux cours [CTDRGM92], [AGF97]. Le calcul est principalement le développement du terme d'interaction matière-rayonnement $-\vec{d} \left(\vec{E}_{champ} + \vec{E}_{vide} \right)$ (avec \vec{d} le moment dipolaire de l'atome, \vec{E}_{champ} et \vec{E}_{vide} respectivement les champs électriques du laser et du vide). La partie \vec{E}_{champ} aboutissant aux termes en Ω et \vec{E}_{vide} aux termes en Γ dans le système (IV.1).

$$\begin{aligned}
\frac{d\rho_{ee}}{dt} &= -\Omega \operatorname{Im}(\tilde{\rho}_{eg}) - \Gamma\rho_{ee} \\
\frac{d\tilde{\rho}_{eg}}{dt} &= \left(i\delta - \frac{\Gamma}{2}\right)\tilde{\rho}_{eg} + i\frac{\Omega}{2}(\rho_{ee} - \rho_{gg})
\end{aligned}
\tag{IV.1}$$

avec $\Omega = \frac{\vec{d}\cdot\vec{E}_{champ}}{\hbar}$ la pulsation de Rabi, ρ_{ii} la population du niveau $|i\rangle$ et $\tilde{\rho}_{eg}$ la cohérence atomique dans la base tournante avec le champ entre le niveau $|e\rangle$ et $|g\rangle$. La conservation des populations complète le système : $\rho_{ee} + \rho_{gg} = 1$.

Les solutions stationnaires du système s'écrivent en définissant le paramètre de saturation $s = \frac{2\Omega^2/\Gamma^2}{1+4\delta^2/\Gamma^2}$:

$$\begin{aligned}
\rho_{ee,st} &= \frac{1}{2} \frac{s}{1+s} \\
\rho_{eg,st} &= \frac{s}{1+s} \left(\frac{\delta}{\Omega} + i\frac{\Gamma}{2\Omega} \right)
\end{aligned}
\tag{IV.2}$$

A faible saturation ($s \rightarrow 0$), la population excitée et les cohérences sont nulles. Sans laser, tous les atomes sont dans leur niveau fondamental et aucune cohérence n'est excitée. A forte saturation, $\rho_{ee,st} \rightarrow 1/2$ et les cohérences $\tilde{\rho}_{eg,st} \rightarrow 0$. La population excitée croît monotonement et sature vers une population égale à l'état fondamental lorsque l'émission spontanée est négligeable (les équations (IV.1) deviennent symétriques en e et g). Les cohérences (complexes) augmentent à faible saturation et le maximum de cohérence en module est atteint pour $\Omega = \frac{\sqrt{\Gamma^2+4\delta^2}}{\sqrt{2}}$ avant de décroître lentement vers 0 (voir figure (IV.2)).

IV.1.1.2 Emission totale d'un atome

La puissance émise par un atome P est égale à la puissance éteinte sur le champ incident P_{ext} . Le travail se calcule à partir de la force de Lorentz qu'exerce le champ incident $\vec{E}_{champ} = \vec{E}_0 \cos(\omega t)$ sur l'électron du dipôle atomique. En effet dans le modèle atomique de Lorentz, l'atome est un noyau avec un électron satellite de charge q , le dipôle s'écrit juste $\vec{d} = q\vec{r}$. La force de Lorentz est donc $\vec{F} = q\vec{E}$ et le travail :

$$dW = \vec{d} \cdot \vec{E}_0 \cos(\omega t) \tag{IV.3}$$

La puissance P_{ext} s'écrit en prenant la moyenne quantique et la moyenne sur une période optique [CTDRGM92] en faisant attention aux changements de variable tournante ($\tilde{\rho}_{ab}$)

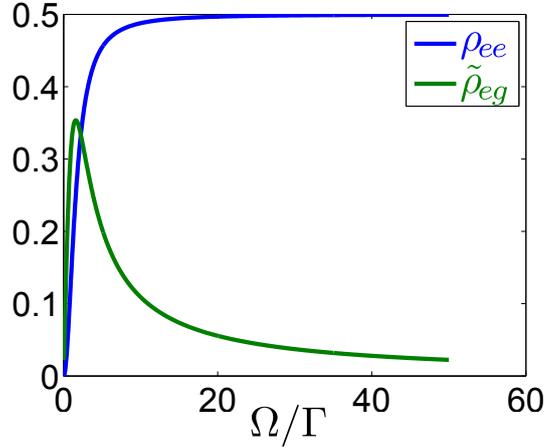


Figure IV.2 – Population stationnaire de l'état excité $\rho_{ee,st}$ et module de la cohérence stationnaire $\tilde{\rho}_{eg,st}$ donné par les équations (IV.1) avec $\delta = \Gamma$.

ou non (ρ_{ab}) :

$$\begin{aligned}
 P_{ext} &= \left\langle \frac{d\bar{W}}{dt} \right\rangle = 2\vec{d}_{eg} \cdot \vec{E}_0 \omega_l (\cos^2(\omega_l t) \text{Im}(\tilde{\rho}_{eg}) + \sin(\omega_l t) \cos(\omega_l t) \text{Re}(\tilde{\rho}_{eg})) \\
 P_{ext} &= \hbar \Omega \omega_l \text{Im}(\tilde{\rho}_{eg})
 \end{aligned}
 \tag{IV.4}$$

La puissance stationnaire est donné simplement par l'équation (IV.4) et en remplaçant avec l'expression (IV.2), on a (à $\delta = 0$) :

$$\text{Im}(\rho_{eg,st}) = \frac{\Gamma}{\Omega} \frac{1}{2} \frac{s}{1+s} = \frac{\Gamma}{\Omega} \rho_{ee,st}
 \tag{IV.5}$$

et en remplaçant dans (IV.4), nous obtenons la proportionnalité entre la puissance émise par un atome et sa population excitée dans le cas stationnaire :

$$P = \hbar \omega_l \Gamma \rho_{ee,st}
 \tag{IV.6}$$

Ceci est la puissance totale émise par un atome stationnaire. Cette puissance totale s'écrit comme la somme d'une contribution cohérente et incohérente (voir [CTDRGM92]) :

$$P = \underbrace{\frac{\hbar \omega_l \Gamma}{2} \frac{s}{(1+s)^2}}_{P_{coh}} + \underbrace{\frac{\hbar \omega_l \Gamma}{2} \frac{s^2}{(1+s)^2}}_{P_{inc}}
 \tag{IV.7}$$

Dans la suite, nous allons travailler à suffisamment faible intensité pour que la partie incohérente soit négligeable.

IV.1.1.3 Expression de la polarisabilité α_p et des sections efficaces

La polarisation atomique moyenne p est la moyenne quantique de l'opérateur dipôle.

$$p(r, t) = \langle \vec{D} \rangle = Tr(\rho D) = D_{eg}(\rho_{eg} + \rho_{ge}) = D_{eg}(\tilde{\rho}_{eg}e^{-i\omega t} + \rho_{ge}\tilde{e}^{i\omega t}) \quad (\text{IV.8})$$

En passant dans l'espace de Fourier, cette relation donne :

$$p(\omega) = 2D_{eg}\tilde{\rho}_{eg}(\omega) \quad (\text{IV.9})$$

D'autre part, en régime linéaire, la polarisation oscille seulement à la fréquence incidente et est donc directement proportionnelle au champ via la polarisabilité α_p :

$$p(r, \omega) = \epsilon_0\alpha_p(\omega)E_0(r, \omega) \quad (\text{IV.10})$$

En identifiant les équations (IV.9) et (IV.10), la polarisabilité atomique s'écrit alors :

$$\alpha_p(\omega) = \frac{2d_{eg}\tilde{\rho}_{eg}(\omega)}{\epsilon_0 E_0(r, \omega)} \quad (\text{IV.11})$$

Les sections efficaces de diffusion et d'extinction se trouvent grâce à leur définition du rapport respectivement de la puissance diffusée P_{sc} et éteinte P_{ext} sur l'intensité incidente. L'intensité incidente est donné par le module du vecteur de Poynting, qui s'écrit pour une onde plane :

$$|\Pi| = \frac{|\vec{E}_0|^2}{2c\mu_0} \quad (\text{IV.12})$$

Or la puissance rayonnée par un dipôle est connue par la formule de Larmor [JF99] qui devient avec l'expression (IV.11) de la polarisabilité :

$$|P_{sc}| = \frac{\omega^4}{12\pi\epsilon_0 c^3} |p|^2 = \frac{\omega^4 |\alpha_p|^2 \epsilon_0}{12\pi c^3} |\vec{E}_0|^2 \quad (\text{IV.13})$$

La puissance éteinte a déjà été calculé par le travail de la force de Lorentz sur l'électron. En repartant de l'équation (IV.4) et en utilisant la formule (IV.11) pour faire apparaître

la polarisabilité¹ :

$$P_{ext} = \omega_l \hbar \Omega \frac{\epsilon_0 E_0}{2d_{eg}} \text{Im}(\alpha_p) = \frac{\omega_l \epsilon_0 |E_0|^2}{2} \text{Im}(\alpha_p) \quad (\text{IV.14})$$

Les sections efficaces s'expriment donc² :

$$\boxed{\sigma_{sc} = \frac{P_{sc}}{I_{in}} = \frac{k_l^4}{6\pi} |\alpha_p|^2} \quad (\text{IV.15})$$

$$\boxed{\sigma_{ext} = k \text{Im}(\alpha_p)} \quad (\text{IV.16})$$

Il est intéressant de signaler que le théorème optique [Pie07] exprimant la conservation de l'énergie : $\sigma_{ext} = \sigma_{sc} + \sigma_{abs}$ relie pour un atome à 2 niveaux non saturés la partie imaginaire et le module de la polariabilité comme il n'y a pas de réelle absorption ($\sigma_{abs} = 0$) :

$$\text{Im}(\alpha_p) = \frac{k_l^3}{6\pi} |\alpha_p|^2 \quad (\text{IV.17})$$

La connaissance de la diffusion est permise par une simple mesure de transmission pour un atome à 2 niveaux.

IV.1.1.4 Différence avec un atome réel à 2 niveaux hyperfins dégénérés

Nous imaginons un atome à 2 niveaux hyperfins $|F\rangle$ et $|F'\rangle$. Chaque niveau est dégénéré en $2F + 1$ (F' respectivement) sous-niveau Zeeman noté $|F, m_F\rangle$. Le système serait trop compliqué à étudier avec la prise en compte de tous les sous-niveaux Zeeman (nous allons travailler entre autre avec $F = 2$ (5 niveaux) et $F' = 3$ (7 niveaux)). La solution que nous avons choisi est de traiter seulement des niveaux hyperfins moyens. L'élément de dipôle de la transition hyperfine d_{eg} dépend de ce nombre de sous-niveaux au travers du facteur de transition (« strength factor ») $S_{FF'}$ comme défini dans [Ste]. L'élément de dipôle s'exprime pour un atome hyperfin éclairé par un laser incident avec une polarisation isotrope³ :

$$|d_{FF'}|^2 = \frac{1}{3} S_{FF'} |d_{JJ'}|^2 \quad (\text{IV.18})$$

1. et en se rappelant que la définition de la fréquence de Rabi est : $\hbar\Omega = dE_0$
 2. avec $k_l = \frac{\omega_l}{c}$ le nombre d'onde et $\epsilon_0\mu_0c^2 = 1$
 3. formule (42) de [Ste]

avec $d_{JJ'}$ qui est l'élément de dipôle fin de transition (constant pour tous les niveaux du système étudié). $d_{JJ'}$ et les $S_{FF'}$ sont des grandeurs tabulées que l'on trouve dans la littérature [Ste]. Les expressions des sections pour un atome à 2 niveaux calculées précédemment montrent une relation proportionnelle à α_p pour l'extinction (formule (IV.16)) et à α_p^2 pour la diffusion (formule (IV.15)). La formule (IV.11) montre que la polarisabilité est proportionnelle à l'élément de dipôle $d_{FF'}$ et donc à $\sqrt{S_{FF'}}$. Donc nous avons :

$$\sigma_{ext} \propto \sqrt{S_{FF'}} \text{ et } \sigma_{sc} \propto S_{FF'} \quad (\text{IV.19})$$

Les deux sections atomiques doivent-elles rester égales ? La réponse est non, il est vrai qu'aucune désexcitation à une fréquence différente n'est possible mais la diffusion à une autre polarisation est comptée comme une perte. Nous ne savons pas vraiment dans quelle mesure cette approche effective est fautive mais à moins de considérer tous les sous-niveaux Zeeman, il n'est pas possible d'avoir une solution exacte.

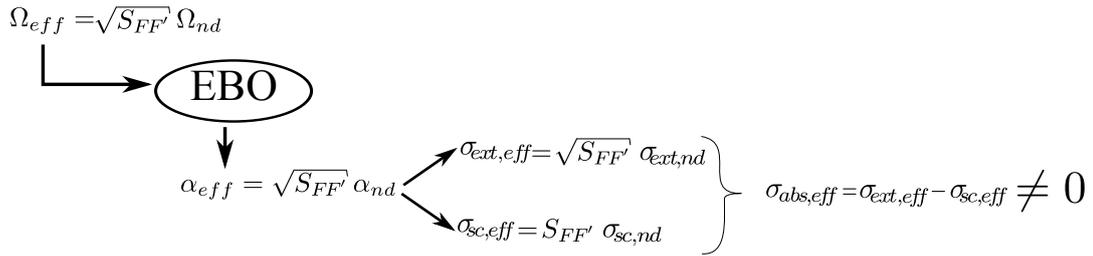


Figure IV.3 – Schéma de la résolution numérique des équations de Bloch optiques dans le cas de sous-niveaux dégénérés traités par un atome à deux niveaux effectifs. L'indice nd signifie non dégénéré.

Nous présentons rapidement la procédure et les différentes formules que nous avons choisi pour la résolution d'un système hyperfin effectif sur la figure (IV.3). Nous avons changé le dipôle non dégénéré d_{nd} par un dipôle effectif donc :

- $d_{eff} = \sqrt{S_{FF'}} d_{nd}$,
- la fréquence de Rabi effective est : $\Omega_{eff} = \frac{d_{eff} E}{\hbar} = \sqrt{S_{FF'}} \Omega_{nd}$,
- la polarisabilité : $\alpha_{p,eff} = \frac{2d_{eff} \hat{p}_{eg}}{\epsilon_0 E_0} = \sqrt{S_{FF'}} \alpha_{p,nd}$,
- la section d'extinction : $\sigma_{ext,eff} = k \text{Im}(\alpha_{p,eff}) = \sqrt{S_{FF'}} \sigma_{ext,nd}$
- la section de diffusion : $\sigma_{sc,eff} = \frac{k_l^4}{6\pi} |\alpha_{p,eff}|^2 = S_{FF'} \sigma_{sc,eff}$

Le facteur de transition $S_{FF'} < 1$ car $\sum_{F'} S_{FF'} = 1$. Pour $S_{FF'} \rightarrow 1$, nous retrouvons le cas non dégénéré. Par contre si la raie est moins puissante ($S_{FF'}$ petit) alors l'extinction est plus faible et la diffusion encore plus faible que le cas dégénéré. Comme

la diffusion décroît plus vite que l'extinction, cela signifie que la section efficace d'absorption augmente et que nous avons de plus en plus de « pertes » dues à la structure multiniveaux.

Cette absorption non nulle pose des problèmes expérimentaux. Cela signifie que contrairement à un atome à 2 niveaux non dégénérés, nous ne pouvons plus calculer la section efficace de diffusion à partir de l'extinction du faisceau. Une approche atome hyperfin n'est donc valable en première approche que pour un atome à deux niveaux et a fortiori encore moins valable pour un atome multiniveaux (fins).

IV.1.2 Description du système atomique multi niveaux

En réalité nous pouvons choisir non pas un atome à 2 niveaux mais un atome multi-niveaux. De plus chacun des niveaux est dégénéré et chacune des transitions verra ses dégénérescences traitées comme dans la partie sur l'atome à 2 niveaux. Par contre, une autre perte que la polarisation existe pour le photon qui peut être diffusé à une autre fréquence. Dans un système Λ par exemple (figure IV.4), la lumière peut être diffusée sur la transition du laser mais aussi sur l'autre niveau fondamental. Dans ce cas le photon est considéré comme absorbé. La conservation de l'énergie devant être conservée, cela signifie que chaque photon éteint sur le laser incident est soit diffusé à la même fréquence soit absorbé (ici cela signifie diffusé à une autre fréquence).

$$\sigma_{ext}(\omega) = \sigma_{diff}(\omega) + \sigma_{abs}(\omega) \tag{IV.20}$$

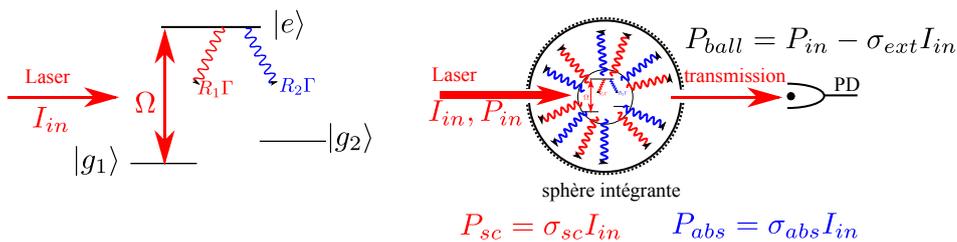


Figure IV.4 – L'atome à 3 niveaux en configuration Λ éclairé par un laser. La lumière incidente est soit transmise, soit éteinte. Dans le cas de l'extinction le photon est soit diffusé à la même fréquence soit absorbé pour cette fréquence et réémis à une autre fréquence. La somme des rapports de branchement $R_1 + R_2 = 1$ car la largeur du niveau excité est toujours Γ . En réalité un autre terme d'absorption existe dû au caractère effectif de nos niveaux : certains photons diffusés sur la transition $|g_1\rangle \rightarrow |e\rangle$ sont donc aussi perdus.

L'existence d'une telle transition ouverte pose le même problème qu'un atome 2 niveaux non dégénéré et la diffusion élastique ne peut plus être connue à partir de l'extinction.

IV.1.2.1 Choix du système atomique pour l'expérience laser aléatoire

Nous cherchons à réaliser un laser aléatoire mono-espèce (la même espèce atomique devant à la fois produire du gain et de la diffusion) mais en essayant de conserver la flexibilité d'avoir une espèce diffusante et une autre avec du gain. Dans ce type de système, la diffusion et le gain peuvent être modifiés indépendamment (le gain en augmentant la puissance de pompage, la diffusion en augmentant la concentration de diffuseurs). Avec un seul atome, les deux effets sont a priori antagonistes :

- augmenter le gain signifie accroître l'inversion de population et donc de peupler plus le niveau du haut de la transition laser.
- augmenter la diffusion signifie accroître le nombre d'atomes dans le niveau du bas de la transition diffusante.

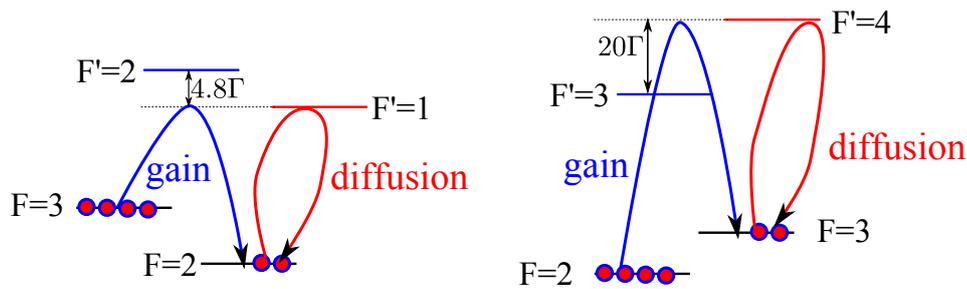


Figure IV.5 – 2 structures atomiques hyperfines qui peuvent combiner astucieusement gain et diffusion sur la raie $D2$ du ^{85}Rb .

Dans le système choisi, le paradoxe a été levé en remarquant que le niveau haut de l'inversion de population peut-être différent du niveau haut de la transition diffusante. La seule contrainte est que les photons produits par le gain doivent être à la fréquence diffusante. Avec du gain provenant d'une transition à deux photons, il est possible d'avoir un état fondamental comme niveau haut pour l'inversion de population et les règles de sélection (transition autorisée $\Delta F = 0, \pm 1$) doivent permettre que le niveau haut de la diffusion ne modifie pas le gain. En observant la structure atomique de la raie $D2$ du ^{85}Rb , deux configurations validant ces conditions sont possibles (voir figure (IV.5)), la diffusion additionnelle faite par l'état $|F' = 1\rangle$ ou $|F' = 4\rangle$. Le choix de la structure $|F' = 1\rangle$ paraît plus judicieux car le gain Raman sera plus important puisque l'écart en fréquence entre $F' = 1$ et $F' = 2$ est beaucoup plus faible que celui entre $F' = 3$ et $F' = 4$.

IV.1.2.2 Description du système atomique

Décrivons le système atomique choisi précédemment.

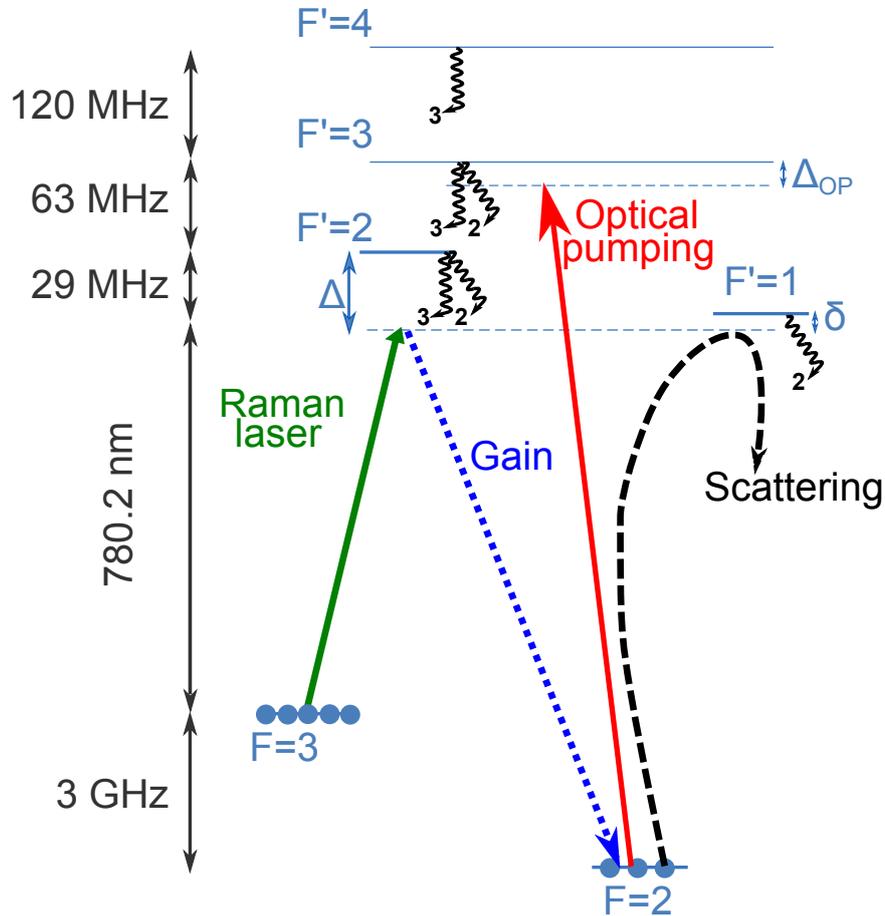


Figure IV.6 – Schéma atomique des transitions hyperfines proches des deux lasers de l'expérience et de la radiation extérieure fictive qui représentera la radiation anti-stokes piégée.

Nous considérons un système à 5 niveaux : deux états fondamentaux $|F = 2\rangle$ et $|F = 3\rangle$ ainsi que 3 niveaux excités $|F' = 1\rangle$, $|F' = 2\rangle$ et $|F' = 3\rangle$ (appelé respectivement dans la suite $(|2\rangle, |3\rangle, |1'\rangle, |2'\rangle$ et $|3'\rangle$). Ces niveaux sont couplés par 3 champs : les lasers externes Raman Ra et pompage optique OP (repompeur) ainsi que la radiation générée par le milieu à la fréquence correspondant à la transition Raman à 2 photons. Cette radiation n'est pas extérieure au système et donc les photons de ce laser fictif éteints par l'atome ne devront pas être comptés deux fois dans le signal de photodétection. Cela est réalisé en soustrayant à l'émission du nuage éclairé par les 3 lasers, la quantité de photons éteints à la fréquence RL : $\sigma_{ext,RL} I_{RL}$. Le laser Raman est désaccordé de Δ_{Ra} de la transition $|3\rangle \rightarrow |2'\rangle$, le laser de pompage optique est désaccordé de Δ_{OP} et la radiation produite que l'on note RL est désaccordée de Δ_{RL} par rapport à la transition $|2\rangle \rightarrow |2'\rangle$.

Nous ne résolvons pas les équations de Bloch optiques pour notre système à 5 niveaux car les contributions des transitions $|2\rangle \rightarrow |2'\rangle$ et $|2\rangle \rightarrow |1'\rangle$ interfèrent et créent des

variations brutales de la section efficace de diffusion avec la fréquence [Mer11].

L'hypothèse d'un modèle incohérent pour le rajout du niveau $|F' = 1\rangle$ est motivé par une probable décohérence en diffusion multiple. Nous pensons que l'interférence entre les niveaux $|F' = 2\rangle$ et $|F' = 1\rangle$ est détruite par la diffusion multiple de la lumière RL . Nous avons été guidé par les signaux expérimentaux de laser aléatoire qui semblent en accord avec les prédictions du modèle incohérent.

Pour le modèle incohérent, nous résolvons les équations de Bloch optiques à 4 niveaux et prendrons en compte le niveau $|1'\rangle$ de manière incohérente seulement comme un terme supplémentaire de diffusion dans la partie (D).

Les équations de Bloch optiques pour notre atome à 4 niveaux sont :

$$\frac{d\rho_{22}}{dt} = \Gamma t_{2'2}\rho_{2'2'} + \Gamma t_{3'2}\rho_{3'3'} + i\frac{\Omega_{OP}}{2}(\tilde{\rho}_{23'} - \tilde{\rho}_{32'}) + i\frac{\Omega_{RL}}{2}(\tilde{\rho}_{22'} - \tilde{\rho}_{2'2}) \quad (\text{IV.21})$$

$$\frac{d\rho_{2'2'}}{dt} = -\Gamma\rho_{2'2'} - i\frac{\Omega_{Ra}}{2}(\tilde{\rho}_{32'} - \tilde{\rho}_{2'3'}) - i\frac{\Omega_{RL}}{2}(\tilde{\rho}_{22'} - \tilde{\rho}_{2'2}) \quad (\text{IV.22})$$

$$\frac{d\rho_{3'3'}}{dt} = -\Gamma\rho_{3'3'} - i\frac{\Omega_{OP}}{2}(\tilde{\rho}_{23'} - \tilde{\rho}_{3'2'}) \quad (\text{IV.23})$$

$$1 = \rho_{22} + \rho_{33} + \rho_{2'2'} + \rho_{3'3'} \quad (\text{IV.24})$$

$$\frac{d\tilde{\rho}_{23'}}{dt} = i\frac{\Omega_{OP}}{2}(\rho_{22} - \rho_{3'3'}) - i\frac{\Omega_{RL}}{2}\tilde{\rho}_{23} - \tilde{\rho}_{2'3}(\gamma/2 - i\Delta_{Ra}) \quad (\text{IV.25})$$

$$\frac{d\tilde{\rho}_{2'3'}}{dt} = i\frac{\Omega_{Ra}}{2}(\rho_{2'2'} - \rho_{33}) - i\frac{\Omega_{RL}}{2}\tilde{\rho}_{2'3'} - \tilde{\rho}_{23'}(\gamma/2 + i\Delta_{OP}) \quad (\text{IV.26})$$

$$\frac{d\tilde{\rho}_{22'}}{dt} = i\frac{\Omega_{RL}}{2}(\rho_{22} - \rho_{2'2'}) + i\frac{\Omega_{Ra}}{2}\tilde{\rho}_{23} - i\frac{\Omega_{OP}}{2}\tilde{\rho}_{3'2'} - \tilde{\rho}_{22'}(\gamma/2 + i\Delta_{RL}) \quad (\text{IV.27})$$

$$\frac{d\tilde{\rho}_{23}}{dt} = -i\frac{\Omega_{OP}}{2}\tilde{\rho}_{3'3} + i\frac{\Omega_{RL}}{2}\tilde{\rho}_{3'2} + i\frac{\Omega_{Ra}}{2}\tilde{\rho}_{22'} - i\tilde{\rho}_{23}(\Delta_{RL} - \Delta_{Ra}) \quad (\text{IV.28})$$

$$\frac{d\tilde{\rho}_{3'2'}}{dt} = -i\frac{\Omega_{Ra}}{2}\tilde{\rho}_{23} + i\frac{\Omega_{RL}}{2}\tilde{\rho}_{3'2} - i\frac{\Omega_{OP}}{2}\tilde{\rho}_{22'} - \tilde{\rho}_{3'2'}(\Gamma/2 + i(\Delta_{RL} - \Delta_{OP})) \quad (\text{IV.29})$$

$$\frac{d\tilde{\rho}_{3'3}}{dt} = i\frac{\Omega_{Ra}}{2}\tilde{\rho}_{3'2'} - i\frac{\Omega_{OP}}{2}\tilde{\rho}_{23} - \tilde{\rho}_{3'3'}(\Gamma/2 + i(\Delta_{RL} - \Delta_{OP} - \Delta_{Ra})) \quad (\text{IV.30})$$

$$(\text{IV.31})$$

En première approximation, Δ_{RL} et Δ_{Ra} sont égaux car les photons produits doivent respecter la conservation de l'énergie. En réalité, dû aux déplacements lumineux, le rayonnement laser aléatoire ne sera pas exactement à la résonance de la base nue mais de la base habillée car les deux niveaux fondamentaux sont couplés à des champs différents. Nous laisserons donc le désaccord de la radiation produite « libre » et l'ajusterons en optimisant un critère suivant le modèle : pour l'ASE, là où le gain est maximum et pour le modèle laser aléatoire là où le critère Letokhov est le plus bas. Comme nous le

verrons cela correspond à un changement en fréquence très faible mais indispensable à prendre en compte car le gain varie rapidement en fréquence (voir figure (IV.11)). Nous noterons $\Delta = \Delta_{Ra} \approx \Delta_{RL}$ et $\delta = \omega_{22'} - \omega_{RL}$.

Nous résolvons les équations de Bloch optiques en régime stationnaire de manière numérique. Pour cela nous réécrivons les équations précédentes sous forme matricielle $M\rho = C$

avec $\rho = \begin{pmatrix} \rho_{22} \\ \rho_{2'2'} \\ \rho_{3'3'} \\ \vdots \\ \tilde{\rho}_{3'3} \end{pmatrix}$. Nous inversons le système pour déterminer les populations et les cohérences.

IV.1.2.3 Signal de photodétection et sections efficaces

De la même manière que pour un atome à 2 niveaux, la fluorescence totale émise est proportionnelle à la somme des populations excités multipliés par leurs taux de désexcitation spontanée [Mer11].

4 raies atomiques peuvent fluorescer : les 3 avec les lasers dans les EBO et aussi la transition $F = 3 \rightarrow F' = 3$. Cette transition est importante car elle permet de pomper les atomes dans le niveau $F = 3$. La puissance de fluorescence émise sur une raie est la population excitée multipliée par le taux relatif à chaque raie ($\Gamma t_{F'F}$) sauf pour la raie $F = 2 \rightarrow F' = 2$ où la lumière de fluorescence est dans le modèle une sortie mais aussi une entrée (laser fictif)⁴. Les différentes fluorescences s'écrivent donc :

$$P_{32'} = \hbar\omega t_{32'}\Gamma\rho_{2'2'} \quad P_{23'} = \hbar\omega t_{23'}\Gamma\rho_{3'3'}P_{33'} = \hbar\omega t_{33'}\Gamma\rho_{3'3'} \quad P_{22'} = \hbar\omega t_{22'}\Gamma\rho_{2'2'} - \sigma_{ext,RL}I_{RL} \quad (IV.32)$$

avec $\sigma_{ext,RL}$ la section efficace d'extinction du laser « fictif » RL . La fluorescence totale s'écrit comme la somme des fluorescences sur chaque raie (à laquelle on prélève les photons fictifs injectés dans les EBOs) :

$$P_F = \hbar\omega\Gamma(\rho_{2'2'} + \rho_{3'3'}) - \sigma_{ext,RL}I_{RL} \quad (IV.33)$$

Par conservation de l'énergie, la puissance totale émise est aussi la puissance prélevée sur les 2 lasers extérieurs et peut donc s'écrire :

$$P_F = \sigma_{ext,32'}I_{Ra} + \sigma_{ext,23'}I_{OP} \quad (IV.34)$$

4. De la même manière que la puissance produite par un amplificateur laser est $P_{out} - \sigma_{ext}I_{in}$.

Pour chaque raie nous pouvons calculer les sections efficaces d'extinction et de diffusion à partir de la polarisabilité de la transition (modifiée de la même manière que pour un atome à deux niveaux par la nature dégénérée des sous-niveaux) :

$$\alpha_{p,FF'} = \frac{2d_{eff}\tilde{\rho}_{FF'}}{\epsilon_0 E_0} \quad (\text{IV.35})$$

$$\sigma_{sc,FF'} = \frac{k_l^4}{6\pi} |\alpha_{p,FF'}|^2 \quad (\text{IV.36})$$

$$\sigma_{ext,FF'} = k \text{Im}(\alpha_{p,FF'}) \quad (\text{IV.37})$$

$$\sigma_{abs,FF'} = \sigma_{ext,FF'} - \sigma_{sc,FF'} \quad (\text{IV.38})$$

Il est important de souligner que $\sigma_{abs,FF'}$ peut-être négatif dans certaines situations et signifie alors du gain. Nous noterons dans ce cas $\sigma_{g,FF'} = -\sigma_{abs,FF'}$ et nous allons dans la suite nous intéresser à deux situations où $\sigma_{g,22'} > 0$ dû au gain raman sur la transition à 2 photons $F = 3 \rightarrow F' = 2 \rightarrow F = 2$:

- ASE : le laser Raman est accordé loin de la transition interdite $F = 3 \rightarrow F' = 1$. Ainsi les photons anti-Stokes produits se propagent de manière balistique dans le nuage.
- laser aléatoire : le laser Raman est accordé sur la transition interdite $F = 3 \rightarrow F' = 1$. Les photons anti-Stokes produits se propagent de manière diffuse dans ce système amplificateur.

IV.2 Modèle ASE : équations de Bloch optiques avec une propagation amplifiée balistique

IV.2.1 Introduction aux phénomènes d'émission spontanée amplifiée (ASE) et différences avec l'effet LASER

Dans cette partie, nous allons expliquer notre définition de l'ASE et de l'effet laser. Nous discuterons aussi les différentes définitions du laser, et notre distinction entre laser cohérent et incohérent. L'ASE est l'amplification par émission stimulée (dans un milieu à gain) de premiers photons émis par émission spontanée. Ces photons émis par émission spontanée sont émis de manière isotrope et se déplacent ensuite balistiquement sans être déviés. Ils peuvent juste être amplifiés par émission stimulée (1 photon $\vec{k} + 1$ atome excité $\Rightarrow 2$ photons $\vec{k} + 1$ atome désexcité) mais en gardant le même vecteur d'onde. Dès que nous rajoutons suffisamment de feedback pour dépasser le seuil Gain = pertes, alors nous parlons d'effet laser. Pour nous l'effet laser est vraiment déterminé par la condition gain supérieur aux pertes et pas du tout aux propriétés de cohérence de la lumière émise.

Un problème conceptuel existe avec de l'ASE dans un barreau dont la longueur tend vers l'infini. Nous pouvons avoir un gain supérieur aux pertes sans effet de feedback. Devons-nous appeler cela laser? Dans la précédente partie nous avons déterminé au travers du seuil de Letokhov généralisé, un seuil indépendant de la diffusion dans le cas où $l_{sc} \gg l_g$. Le seuil dans ce cas s'écrit : $R_{cr} \approx \frac{1}{(\sqrt{3-\frac{3}{2}})|\alpha_p|}$. Ici le feedback ne joue aucun rôle et nous avons pourtant un seuil, i.e. le gain supérieur aux pertes. Nous ne pensons pas qu'il y ait forcément de bonne solution dans un problème de vocabulaire.

Pour le problème de cohérence des lasers aléatoires, nous partons du fait que la cohérence ne définit pas l'effet laser et qu'il existe deux classes de laser : les lasers cohérents et les lasers incohérents. Les lasers cohérents affichent des propriétés de cohérence différente qu'une lumière thermique incohérente. Le concept de cohérence n'est pas binaire, on peut quantifier les cohérences spatiales et temporelles par un critère continu chiffré entre 0 et ∞ .

IV.2.1.1 Intensité au centre d'une sphère peuplée de sources homogènes et avec un gain balistique

Nous supposons un milieu en régime balistique où la lumière émise par une source est seulement amplifiée par un gain g (m^{-1}) = $1/l_g$.

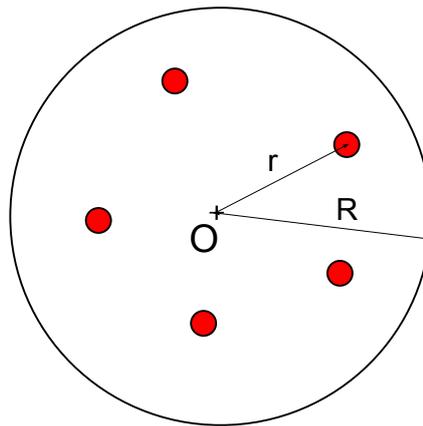


Figure IV.7 – Sphère avec des sources

Chaque atome source émet une puissance P_0 . L'intensité reçue au centre de la sphère par une source à une distance r du centre est : $= \frac{P_0}{4\pi r^2} e^{gr}$. Pour connaître l'intensité totale reçue au centre, il faut intégrer l'intensité reçue de chaque source multipliée par la densité d'atomes sources sur tout le volume de la sphère. Si nous supposons que les

sources sont réparties de façon homogène avec une densité n_{at} dans la sphère alors :

$$I_{tot}(0) = \iiint_{boule} P_0 n_{at} \frac{e^{gr}}{4\pi r^2} r^2 \sin(\theta) dr d\phi d\theta = P_0 n_{at} \int_0^R e^{gr} dr = \frac{P_0 n_{at}}{g} (e^{gR} - 1) \quad (IV.39)$$

Un développement à l'ordre 0 en $gR \ll 1$: nous donne l'expression suivante indépendante du gain : $I_{tot}(0) = P_0 n_{at} R$

IV.2.1.2 Réponse d'un atome aux 3 champs

Ici nous allons nous intéresser à la réponse d'un atome soumis à un faisceau Raman (I_{Ra} , Δ_{Ra}), une pompe optique (I_{OP} , Δ_{OP}) et une sonde imitant une radiation piégée (I_{RL} , Δ_{RL}). Pour un couple Raman-pompe optique donné, nous allons regarder la section efficace de gain, la puissance totale émise par cet atome ainsi que la puissance émise à la fréquence sonde.

La section efficace de gain σ_g est aussi une grandeur très importante puisque son calcul permet de déduire le gain linéique g de l'amplification. En fait il n'est pas forcément évident que σ_g soit positif. En fonction des paramètres de la radiation piégée nous avons plus ou moins de gain, ou même de l'absorption. La figure (IV.9) montre à gauche (pour les mêmes paramètres que la fig (IV.8)) cette section efficace en fonction des paramètres intensité et désaccord de la radiation piégée. La ligne rouge correspond à l'isocourbe $\sigma_g = 0$ et est la frontière entre amplification balistique et absorption linéaire dans notre modèle ASE. A droite de cette figure nous avons représenté le maximum de σ_g sur les paramètres de la radiation piégée pour des valeurs différentes de désaccord du laser Raman. Nous voyons que proche de la résonance $F = 3 \rightarrow F' = 2$, il n'y a pas de gain raman et nous avons donc absorption. Pour $\Delta_{Ra} \approx -2\Gamma$, nous avons $\sigma_g = 0$ et le maximum est atteint pour -7Γ environ et ensuite le gain décroît monotonement en désaccordant plus.

Nous voyons sur cette courbe que le maximum de gain se situe proche de la résonance Raman et à la puissance sonde la plus faible possible. Le trait rouge étant la ligne de niveau $\sigma_g = 0$.

En choisissant le maximum de gain pour différents désaccords pompe, nous pouvons obtenir la courbe suivante (cette courbe dépend des paramètres pompe et repompeur). Nous voyons que proche de résonance $max(\sigma_g) < 0$ donc nous avons seulement de l'absorption. Vers $\delta_D = -1.5\Gamma$, nous avons $max(\sigma_g) = 0$. Ensuite, $max(\sigma_g)$ augmente et atteint son maximum vers $\delta_D = -7\Gamma$. Ensuite nous observons une décroissance lente avec le désaccord.

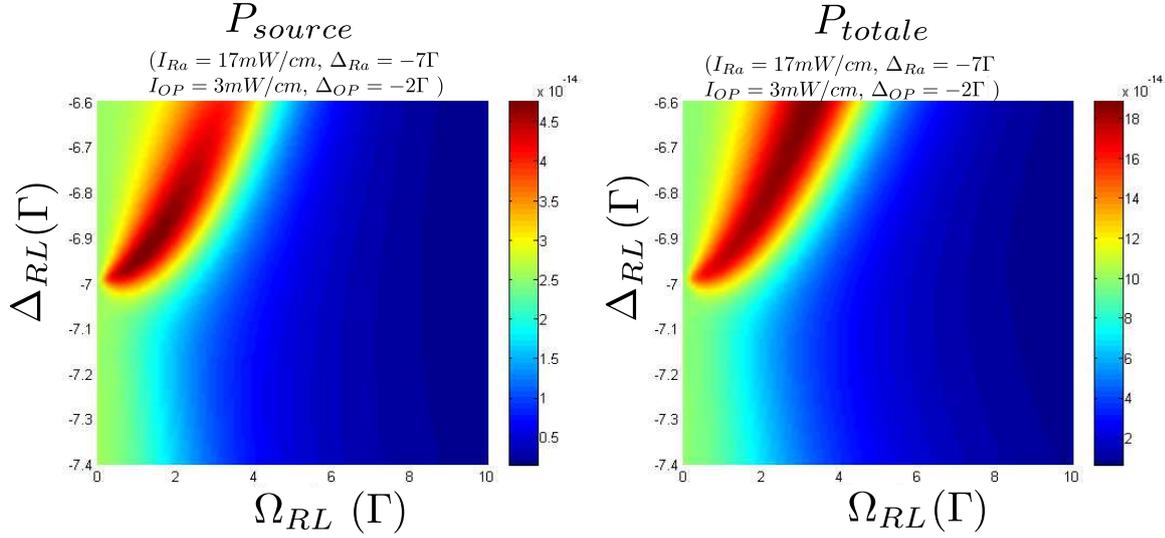


Figure IV.8 – La puissance d'émission des sources $P_0 = \hbar\omega_0 T_{22'} \Gamma \rho_{2'2'} - \sigma_{ext}^{RL} I_{RL}$ et la puissance totale émise par le nuage $P_F = \hbar\omega_0 \Gamma [\rho_{2'2'} + \rho_{3'3'}] - \sigma_{ext}^{RL} I_{RL}$ en fonction des paramètres de la radiation piégée. Nous voyons que l'optimum pour maximiser les puissances n'est pas à intensité nulle de la radiation piégée, donc la contre réaction de la radiation n'est pas seulement une saturation. Nous voyons aussi le déplacement en fréquence dû à l'habillage des niveaux par la puissance piégée.

La puissance qu'émet un atome seul (c'est à dire $\Omega_{RL} = 0$ dans les EBO) sur la transition 22' est :

$$P_0 = \hbar\omega_0 \Gamma \rho_{2'2'} t_{2'2} - \sigma_{ext} I_{RL} \quad (IV.40)$$

Pour le cas d'un atome isolé, I_{RL} est nul et donc nous avons seulement la puissance proportionnelle à la population de l'état excité : $P_{source0} = \hbar\omega_0 \Gamma \rho_{2'2'} t_{2'2}$

IV.2.1.3 Modification des propriétés atomiques dues aux sources

Nous considérons un atome au centre d'un nuage d'épaisseur optique à résonance $b_0 = 1$ avec $N = 6.9 \cdot 10^8$ atomes. Nous pouvons déduire de b_0 et de N , le rayon R et la densité atomique n_{at} en considérant le nuage sphérique homogène ($R = 9.78$ mm et $n_{at} = 1.761 \cdot 10^{14} m^{-3}$). L'intensité au centre du nuage (sans gain : $gR = 0$) est : $I = \frac{P_0 n_{at}}{g} (e^{gR} - 1) = P_0 n_{at} R = 0.043 W/m^2$ ($\Omega_{RL} = 0.036 \Gamma$) sachant que $P_0 = 2.51 \cdot 10^{-14} W$ pour un atome ne voyant pas les autres.

Pour ces paramètres pompe et repompeur (ceux de l'expérience et donnés sur la figure (IV.8)), cette puissance source n'est pas suffisante pour nous faire sortir de la zone

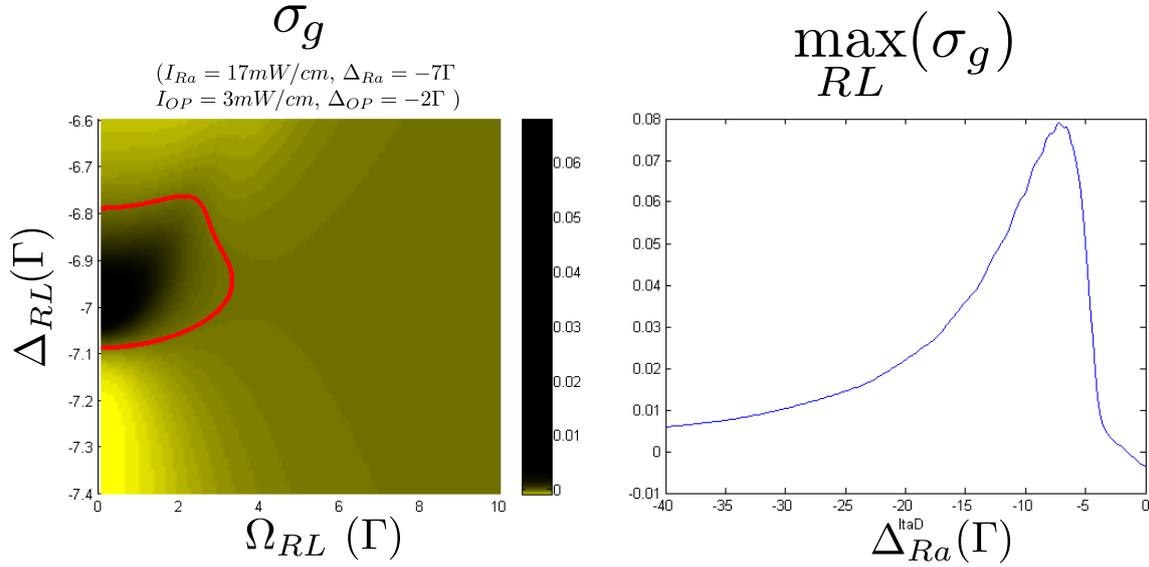


Figure IV.9 – Section efficace de gain σ_g (en unité de σ_0). A gauche, pour des paramètres Raman et pompe optique donnés (ceux de l'expérience présenté dans la section (V)), la section efficace de gain est tracée en fonction des paramètres du laser RL (de son intensité Ω_{RL} et de son désaccord δ_{RL}). Le trait rouge est la courbe d'isogain $\sigma_g = 0$. Pour chaque Δ_{Ra} , nous enregistrons le maximum de gain et la courbe de droite représente l'évolution du $\max(\sigma_g)$ avec le désaccord

de fort gain (voir figure de droite de (IV.10) et (IV.11)). Nous voyons aussi sur ces deux figures que nous sommes dans une zone où le gain diminue avec Ω_{RL} et où P_{source} augmente avec Ω_{RL} . L'intensité que nous avons calculée précédemment est l'intensité minimale qu'il peut y avoir dans le nuage (puisque la présence de source augmente la fluorescence).

IV.2.1.4 Couplage des EBO et de l'intensité rayonnée au centre par les autres atomes

Le but est de connaître la puissance totale émise par l'atome à toutes les fréquences. Mais nous avons vu que cette puissance dépendait fortement des propriétés de la lumière émise sur la transition $22'$ (intensité et désaccord). L'idée est de dire que la solution stationnaire du système correspondra à une situation où en entrant Ω_{RL} en entrée des équations des EBO, on obtient σ_g et P_0 correspondant au centre du nuage à une intensité de même Ω_{RL} .

Nous bouclons le calcul de la puissance source P_0 , de la section efficace de gain σ_g et de l'intensité balistique comme expliqué sur le schéma (IV.12).

Le sens physique de ce couplage est de réaliser l'intersection entre deux surfaces :

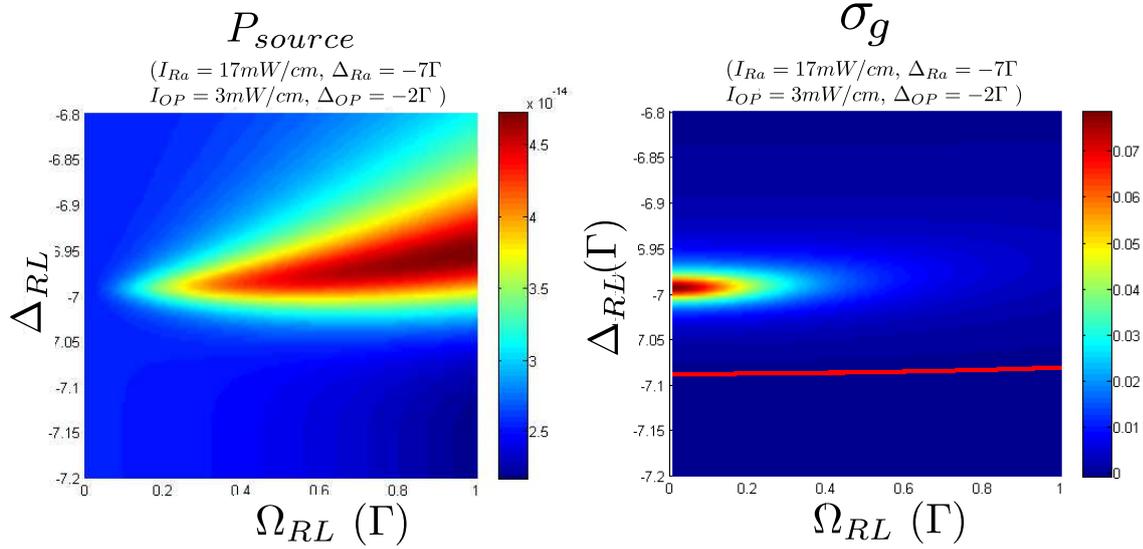


Figure IV.10 – Zoom des figures (IV.8)(gauche) et (IV.9)(gauche) représentant la puissance source et la section efficace de gain. Sans atome l'intensité au centre du nuage (de la transition $F = 2 \rightarrow F' = 2$) est $\Omega_{RL} = 0.036\Gamma$, la figure de droite montrant que c'est dans une zone de fort gain.

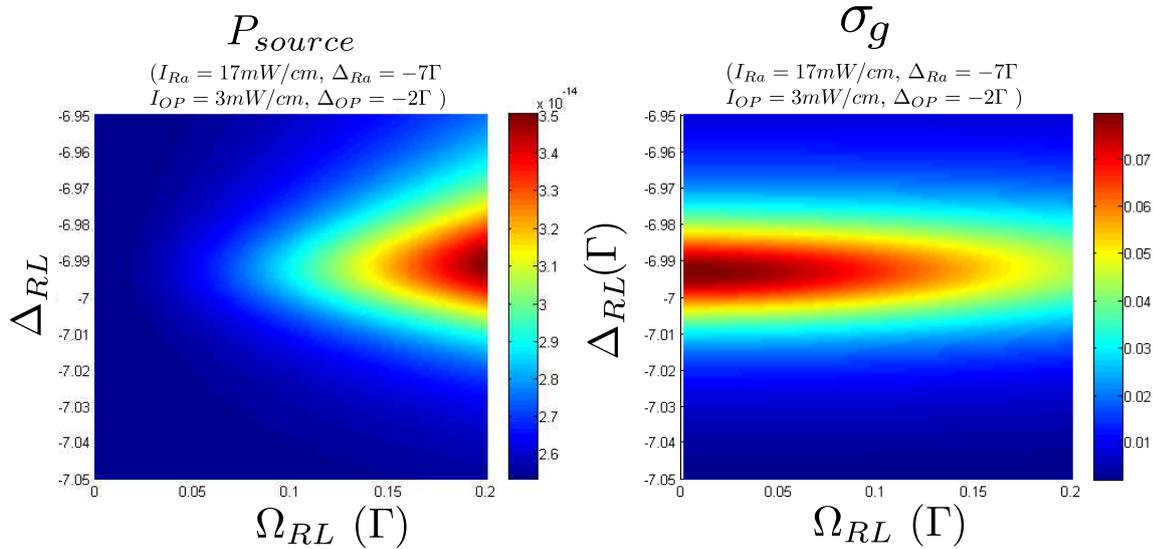


Figure IV.11 – Zoom encore plus fort des figures (IV.8)(gauche) et (IV.9)(gauche) représentant la puissance source et la section efficace de gain. La figure de gauche montre qu'à l'intensité source sans gain ($\Omega_{RL} = 0.036\Gamma$), la puissance source croît avec Ω_{RL} . Cela signifie que la rétroaction des sources sur le rayonnement est positive.

$\tilde{\Omega}_{RL}(\delta_{RL}, \Omega_{RL})$, intensité vue au centre du nuage émise par les autres atomes soumis à une sonde d'intensité Ω_{RL} et de désaccord δ_{RL} . (sachant que $\tilde{I}_{RL} = \frac{P_{0nat}}{g}(e^{gR} - 1)$)

et $f(\delta_{RL}, \Omega_{RL}) = \Omega_{RL}$ qui est la surface telle que l'intensité initiale que voient les atomes

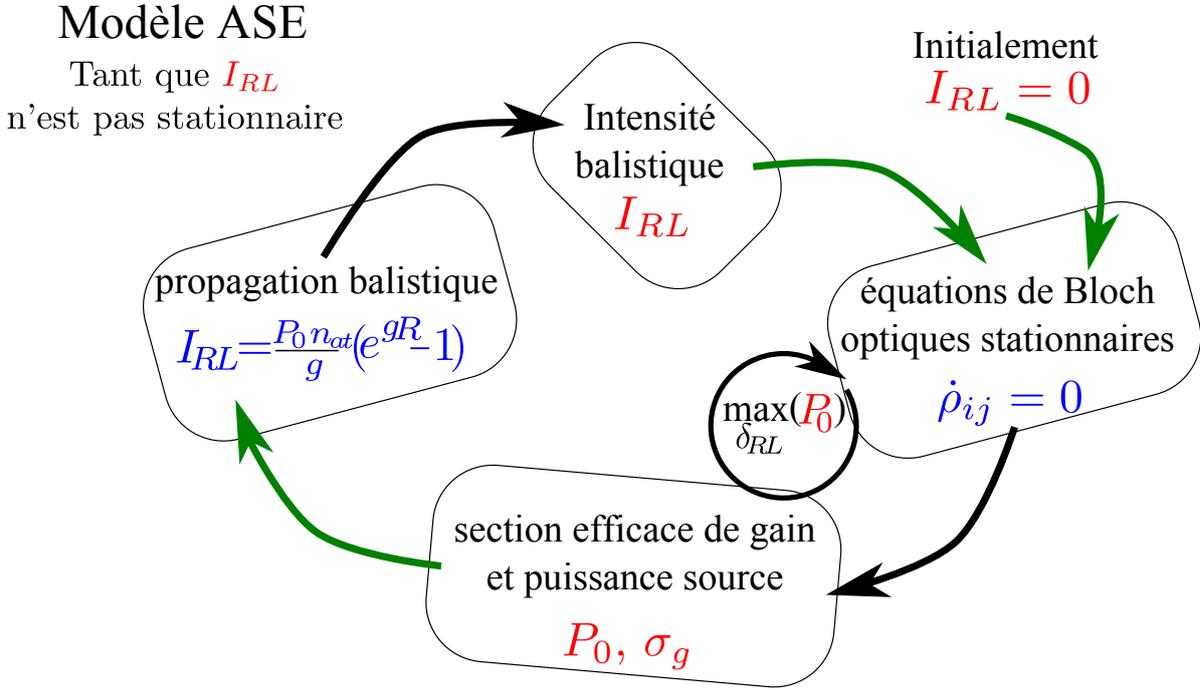


Figure IV.12 – Principe du modèle ASE. L'idée est de coupler les EBO stationnaire et l'équation de propagation balistique jusqu'à trouver une intensité piégée I_{RL} stationnaire. Une hypothèse importante est dire que tous les atomes du nuage ont la même réponse qu'un atome au centre (alors que nous savons que l'intensité ASE n'est pas homogène dans le nuage (voir figure (III.4))

est la même que l'intensité produite par ces atomes au centre du nuage. (condition de bouclage).

Nous pouvons comparer pour différents b_0 (ie $b_0=1, 10, 40$ et 100) $\tilde{\Omega}_{RL}$ et $\tilde{\Omega}_{RL} - \Omega_{RL}$ (voir figure (IV.13)).

La formule $I_{RL} = \frac{P_0 n_{at}}{g} (e^{gR} - 1)$ à l'ordre 1 en gR devient : $I_{RL} = P_0 n_{at} R$ et donc $\tilde{\Omega}_{RL}$ ⁵ doit être proportionnel à la racine de P_0 pour un b_0 petit, et est indépendant du gain. Une conséquence est qu'à faible b_0 le choix de la fréquence δ_{RL} n'est pas critique.

Par contre lorsque b_0 augmente, $\tilde{\Omega}_{RL}$ devient de plus en plus sensible au gain. Dans ce cas il est important de sélectionner la bonne fréquence δ_{RL} pour ne pas faire une erreur sur la puissance RL . La figure (IV.13)) montre qu'avec une erreur de 0.1Γ , l'intensité Ω_{RL} est modifié de plus de 30%.

Comme la fréquence où l'intensité RL est maximale dépend de l'intensité RL en entrée des EBO, il est important pour chaque intensité d'entrée de réaliser un balayage de la fréquence δ_{RL} et de choisir celle qui maximise l'intensité source émise. (voir schéma

5. nous rappelons que $\tilde{\Omega}_{RL} = \frac{dE_{RL}}{\hbar} = \frac{d}{\hbar} \sqrt{\frac{2I_{RL}}{c\epsilon_0}}$

(IV.12))

IV.2.1.5 Fluorescence totale en fonction du désaccord pompe

En prenant le maximum (en Ω_{RL}) de la courbe d'intersection, nous pouvons déduire le désaccord et l'intensité de la « sonde ». Connaissant cela nous pouvons connaître la puissance totale émise par cet atome (au centre du nuage).

Nous avons représenté sur les courbes de la figure (IV.14) la fluorescence totale en fonction de Δ_{Ra} pour différentes épaisseurs optiques et une coupe de cette courbe à $\Delta_{Ra} = -8\Gamma$. Lorsque le laser Raman est loin de la transition résonante $F = 3 \rightarrow F' = 2$, la fluorescence émise par le nuage augmente avec l'épaisseur optique. Par contre lorsque $\Delta_{Ra} < 3\Gamma$, le gain étant négatif, le modèle ASE tend à diminuer la fluorescence émise. Nous allons voir qu'expérimentalement (section V) la fluorescence augmente avec b_0 mais les prédictions de ce modèle doivent être fausses lorsque ces conditions de validité (transport balistique) ne sont plus vérifiées. L'effet expérimental d'augmentation de la fluorescence est de type deuxième repompeur diffusif comme expliqué dans la section (II.2). Sinon ce modèle reproduit qualitativement les observations du chapitre (V) à part autour de $\Delta_{Ra} = -4.8\Gamma$ où le niveau $F = 1$ non compris dans ce modèle rend le transport diffusif et non plus balistique. L'addition de cette diffusion à un système comprenant du gain Raman aboutit à l'effet laser aléatoire.

IV.3 Modèle de Laser Aléatoire : équations de Bloch optiques itérées avec critère de seuil Letokhov

Lorsque la fréquence du laser Raman est proche de la fréquence $\omega_{31'}$ ($\delta_{Ra} \approx 0$), la lumière diffusée anti-stokes (proche de la fréquence $\omega_{21'}$) n'est plus en régime balistique mais en régime de diffusion multiple à cause de la transition $F = 2 \rightarrow F' = 1$. Pour décrire cette diffusion multiple nous couplons les EBOs à une équation décrivant le transport diffusif, le critère de Letokhov.

IV.3.1 Calcul de l'épaisseur optique seuil en fonction des différents paramètres

La formule (III.9) $R \geq \pi \sqrt{\frac{l_g l_{sc}}{3}}$ peut être réécrite en unité de physiciens atomistes :

$$b_{0,cr} = \frac{2\pi\sigma_0}{\sqrt{3\sigma_g\sigma_{sc,tot}}} \quad (IV.41)$$

avec les sections efficaces s'écrivant : $\sigma_{sc,tot} = \frac{1}{nl_{sc,tot}}$ et $\sigma_g = \frac{1}{nl_g}$ où n est la densité atomique dans le milieu. Les sections efficaces sont obtenues par la résolution des équations (IV.31) (EBO 4 niveaux avec 3 lasers) qui nous donnent la cohérence $\rho_{22'}$ et les sections efficaces de diffusion $\sigma_{sc,22'}$ et de gain $\sigma_{g,22'}$. Pour prendre en compte la diffusion supplémentaire ajoutée de manière incohérente par le niveau $F' = 1$, nous ajoutons un terme à la section efficace de diffusion :

$$\sigma_{sc,tot}(\delta) = \sigma_{sc,22'}(\delta) + \frac{1}{5}\rho_{22'} \frac{1}{1 + 4\delta^2/\Gamma^2} \quad (IV.42)$$

avec le facteur $\frac{1}{5}$ correspond au couplage moyen entre les états $F = 2$ et $F' = 1$ en supposant une mixture statistique des sous-niveaux Zeeman⁶.

Nous traçons sur les figures (IV.15) et (IV.16) les épaisseurs optiques critiques minimum obtenues avec les paramètres expérimentaux. Pour chaque figure nous faisons varier un paramètre expérimental autour de la valeur mesurée. Nous constatons que les valeurs expérimentales sont très proches d'être les valeurs qui minimisent l'épaisseur optique critique du modèle, ce qui démontre un certain pouvoir prédictif du modèle.

Nous allons utiliser notre modèle d'équations de Bloch optiques couplé au critère de Letokhov décrit dans la section (III) précédente. Premièrement nous allons tracer la fluorescence P_F émise en fonction de l'épaisseur optique du milieu. Nous voyons sur la figure (IV.17) que notre modèle ne permet de donner les variations de la puissance émise en dessous du seuil. Ici le seuil est à $b_0 = 26$. En dessous, nous avons la puissance qui est la puissance individuelle (sans présence des autres atomes). Au dessus du seuil, la puissance calculée est celle de l'atome voyant les lasers Raman repompeur et un troisième imitant la radiation piégée et dont l'intensité est celle permettant d'être à l'égalité du seuil Letokhov. Dans ce cas nous observons une fluorescence totale augmentée avec notre modèle.

6. $\frac{1}{5} = \frac{1}{3} \frac{2F'+1}{2F+1}$

IV.3.2 Couplage des équations de Bloch optiques avec le critère Letokhov

La limite de ce modèle est le fait que ce soit un modèle de seuil, il ne va ainsi pas décrire la physique de notre système en dessous du seuil. L'effet d'émission spontanée amplifiée n'est pas compris dans ce modèle. Le critère de Letokhov basé sur l'équation de diffusion ne décrit pas l'amplification balistique.

La résolution numérique est simple. Les lasers Raman et pompage optique sont fixés à leurs valeur expérimentale. L'épaisseur optique expérimentale $b_{0,exp}$ est connue. Nous commençons avec le champ RL d'intensité nulle ($\Omega_{RL} = 0$) et calculons le $b_{0,cr}$ correspondant. Tant que $b_{0,cr} < b_{0,exp}$, Ω_{RL} est augmenté et la procédure est poursuivie. A chaque itération, le désaccord Δ_{RL} est laissé libre afin de choisir la valeur de seuil la plus basse. La valeur de Δ_{RL} est très proche de la condition à résonance mais comme le gain est très fin spectralement en Δ_{RL} , nous devons laisser ce paramètre libre pour l'optimisation du minimum du seuil. Lorsque $b_{0,cr} = b_{0,exp}$, le seuil est trouvé et toutes les quantités intéressantes sont calculées. Fondamentalement, cette procédure décrit le processus d'un laser standard. Le système a plus de gain que de pertes donc le signal laser est amplifié saturant un peu le gain jusqu'à ce que le seuil gain=perte soit atteint. Le critère Letokhov est l'équation Gain=Pertes d'une bombe photonique.

Ce modèle nous permettra la comparaison avec les résultats expérimentaux présentés dans la prochaine section (V).

IV.3.3 Limites de ce modèle

Ce modèle comporte plusieurs limites :

- modèle de seuil. En dessous du seuil rien n'est prévu.
- même au dessus du seuil rien n'est prévu pour la composante ASE. Il faudrait coupler les OBEs avec le critère de Letokhov généralisé (formule (III.40)).
- A priori au lieu de coupler des équations atomiques et un critère lié au transport, il faudrait coupler les OBEs directement avec une équation de transport. Le problème est qu'il est difficile de traiter la diffusion en fréquence par chaque diffuseur. Contrairement au cas du piégeage radiatif où l'aspect fréquentiel n'était pas important car nous piégeons un « taux de pompage incohérent ». Dans le cas large, nous avons de la diffusion inélastique (forte intensité à résonance) et donc un spectre large de diffusion. Ici c'est le contraire nous avons un spectre fin de diffusion ainsi qu'une zone de gain très fine non centrée sur le spectre d'émission. C'est un problème très fortement non linéaire auquel il faut ajouter que le spectre d'émission change avec l'intensité piégée. C'est un véritable travail que nous n'avons pas pu effectuer parce qu'il était difficile.

La formulation Letokhov est plus simple dans sa réalisation pratique mais aussi dans son interprétation physique bien que cela reste un modèle qualitatif.

En conclusion, 2 modèles couplant le nuage atomique et le transport de la lumière (ballistique ou diffusif) ont été présentés. L'expérience qui a été réalisée (présentée dans la section (V)) est une observation de l'évolution de la fluorescence du nuage avec l'épaisseur optique en regardant pour différentes fréquences Raman, et donc pour différents régimes de transport. Lorsque le laser Raman est à la fréquence de la transition interdite seulement diffusante, le transport doit être diffusif et nous nous attendons à un comportement de laser aléatoire si le gain est suffisant. Par contre lorsque la fréquence laser est suffisamment éloignée d'un niveau afin que les photons anti-Stokes produits par effet Raman ne soient résonnants avec aucune transition ($F = 2 \rightarrow F' = 1$ ou $F = 2 \rightarrow F' = 2$), alors le modèle ASE devrait correspondre qualitativement aux observations expérimentales.

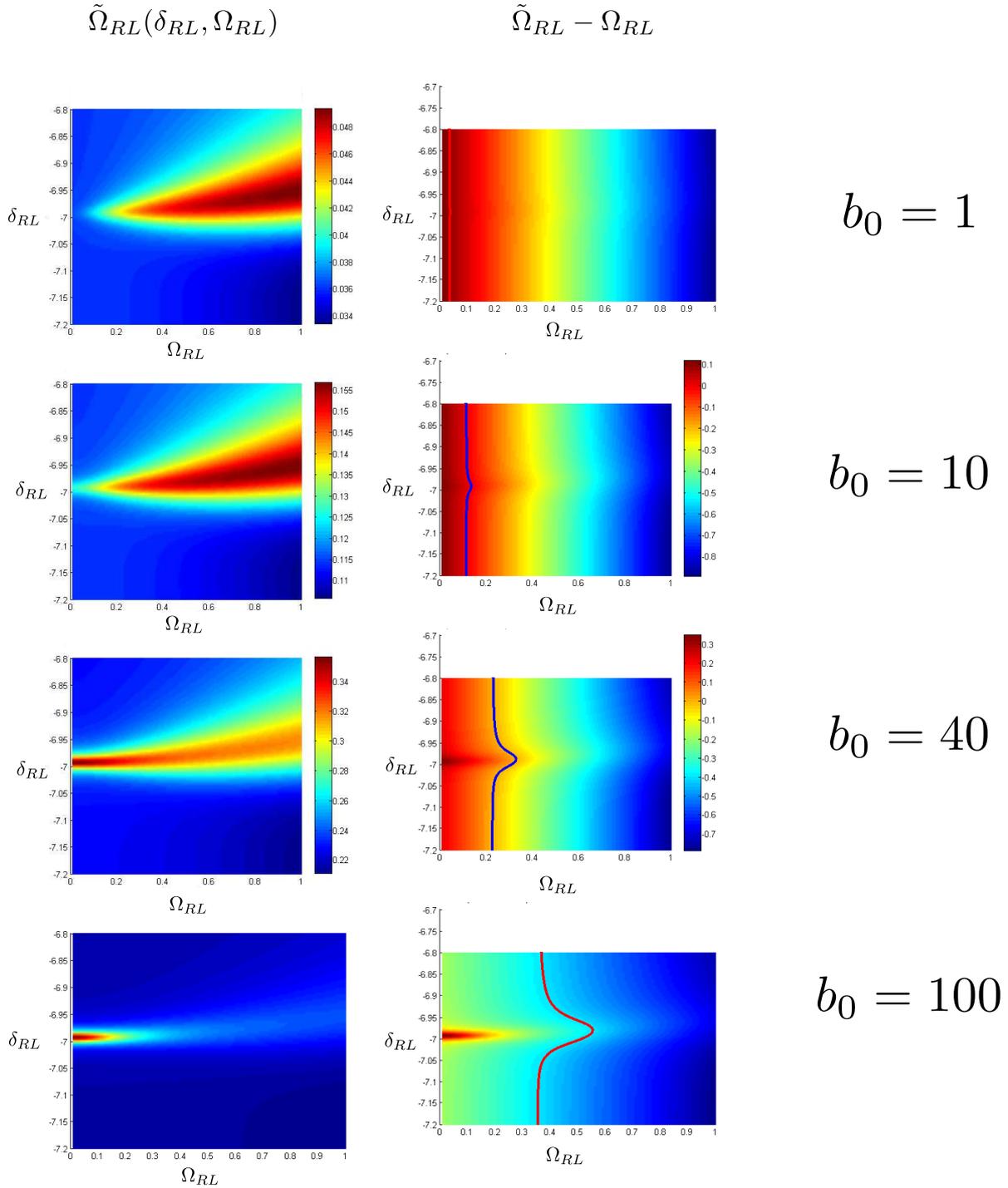


Figure IV.13 – A gauche : $\tilde{\Omega}_{RL}$. A droite : $\tilde{\Omega}_{RL} - \Omega_{RL}$. La ligne continue (bleue ou rouge) représente l'égalité de $\tilde{\Omega}_{RL}$ et Ω_{RL} , c'est à dire la solution stationnaire de notre système. Nous avons un ensemble de points qui forme une courbe de solutions, nous allons choisir la solution stationnaire avec la plus forte intensité Ω_{RL} . Les paramètres sont : $I_{Ra} = 17mW/cm$, $\Delta_{Ra} = -7\Gamma$, $I_{OP} = 3mW/cm$, $\Delta_{OP} = -2\Gamma$

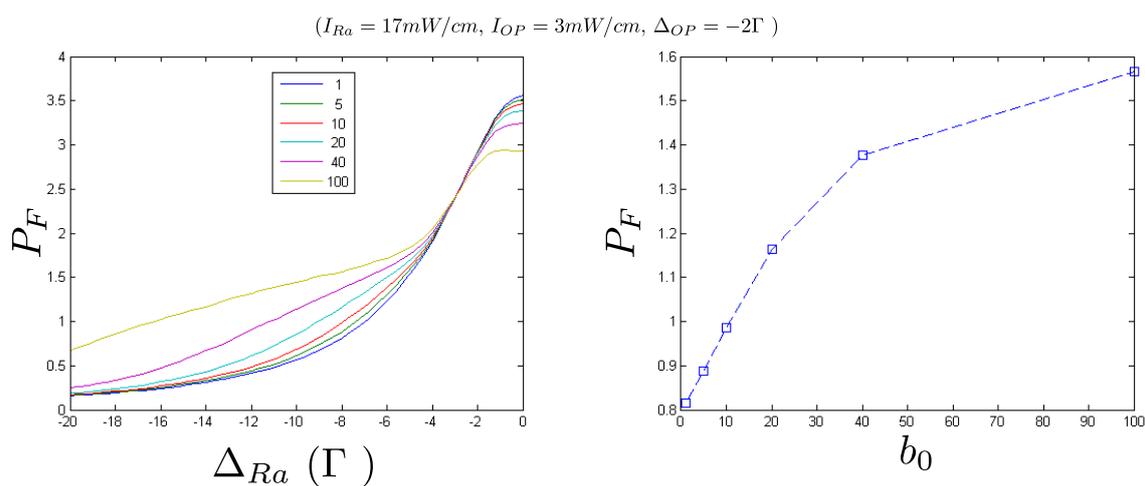


Figure IV.14 – Fluorescence totale P_F émise en fonction du désaccord du faisceau raman (à gauche) en variant l'épaisseur optique et coupe de cette courbe à $\Delta_{Ra} = -8\Gamma$.

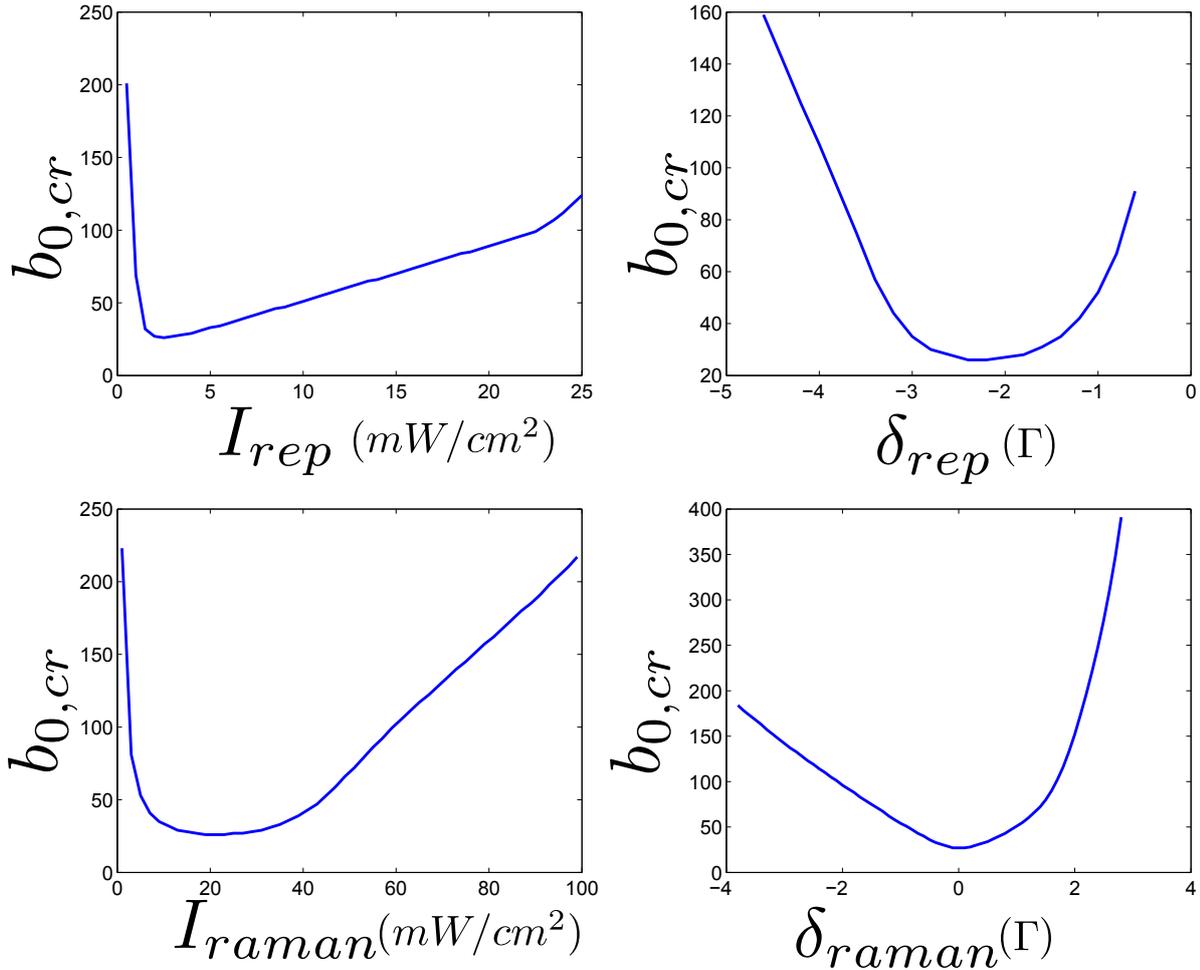


Figure IV.15 – Epaisseur optique seuil $b_{0,cr}$ pour les paramètres expérimentaux de l'expérience du chapitre suivant. Ces paramètres sont pour les faisceaux Raman : $I_{raman} = 17mW/cm^2$, $\delta_{raman} = 0\Gamma$ et pour les faisceaux repompeur $I_{rep} = 3mW/cm^2$, $\delta_{rep} = -3\Gamma$. Nous gardons 3 des paramètres constants et faisons varier le dernier pour voir si son impact est important sur la valeur du seuil critique. Nous voyons que les paramètres expérimentaux sont très proches de ceux qui optimisent le seuil critique.

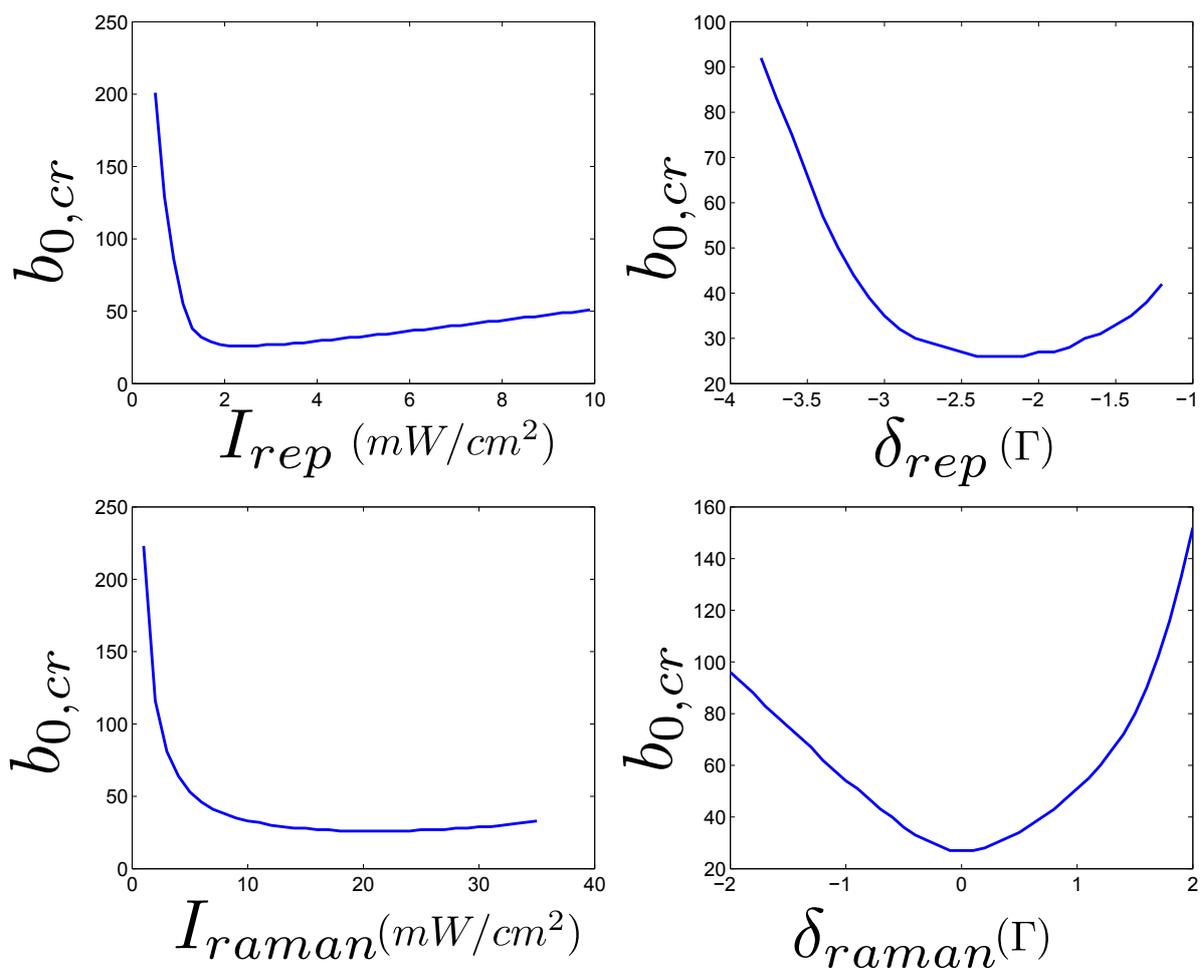


Figure IV.16 – Zoom de la figure (IV.15) précédente. Epaisseur optique seuil $b_{0,cr}$ pour les paramètres expérimentaux de l'expérience du chapitre suivant. Ces paramètres sont pour les faisceaux Raman : $I_{raman} = 17mW/cm^2$, $\delta_{raman} = 0\Gamma$ et pour les faisceaux repompeur $I_{rep} = 3mW/cm^2$, $\delta_{rep} = -3\Gamma$. Nous gardons 3 des paramètres constants et faisons varier le dernier pour voir si son impact est important sur la valeur du seuil critique. Nous voyons que les paramètres expérimentaux sont très proches de ceux qui optimisent le seuil critique.

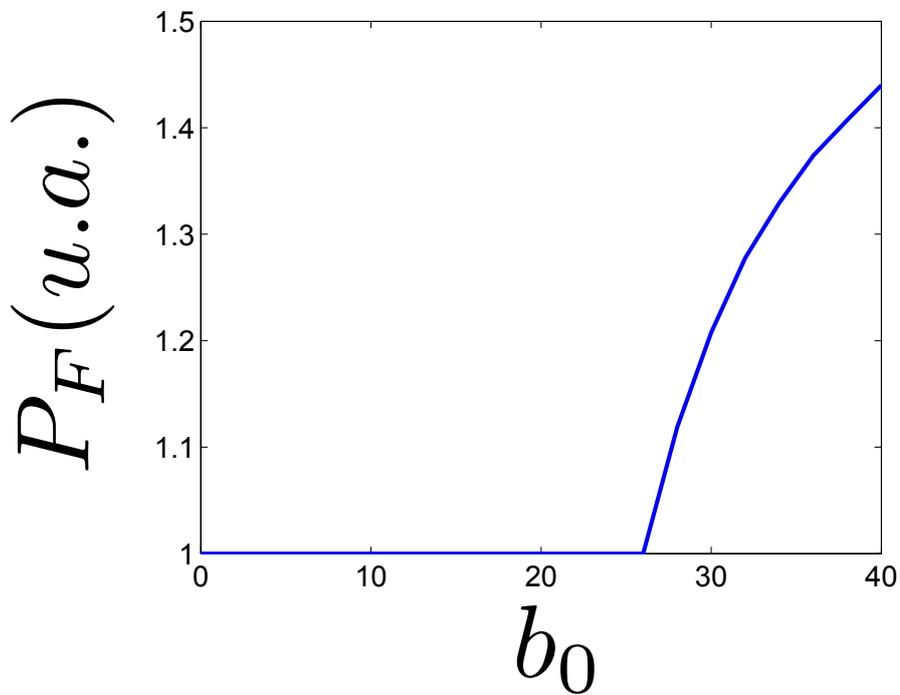


Figure IV.17 – Fluorescence totale émise par le nuage en fonction de l'épaisseur optique b_0 pour les paramètres expérimentaux de l'expérience du chapitre suivant. Ces paramètres sont pour les faisceaux Raman : $I_{raman} = 17mW/cm^2$, $\delta_{raman} = 0\Gamma$ et pour les faisceaux repompeur $I_{rep} = 3mW/cm^2$, $\delta_{rep} = -3\Gamma$. Nous voyons que le seuil critique est $b_0 = 26$.

Modèle Laser aléatoire

Tant que le seuil n'est pas atteint

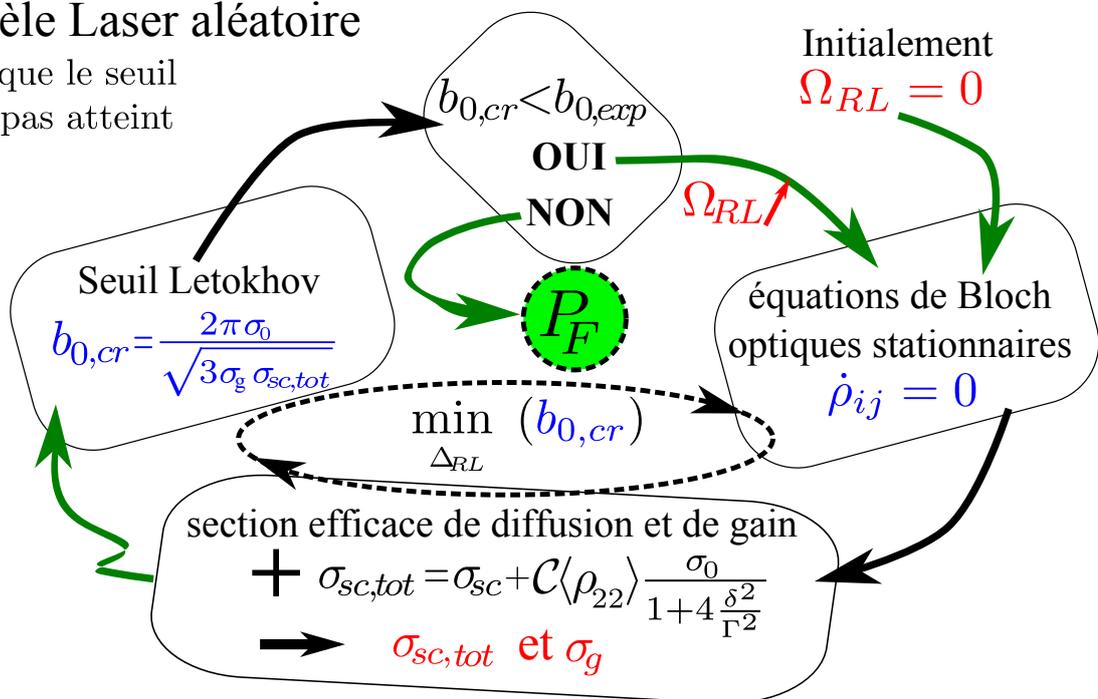


Figure IV.18 – Principe du modèle laser aléatoire. Tant que le seuil Letokhov n'est pas atteint, le système est itéré en augmentant l'intensité laser aléatoire. Si pour Ω_{RL} , $b_{0,cr} > b_{0,exp}$ (au-dessous du seuil, Gain < pertes) alors le programme s'arrête de suite et les quantités calculées sont les mêmes que celles d'un atome individuel.

Expérience

V.1 Présentation générale de l'expérience Rubidium 1

Dans le groupe d'atomes froids de Nice, nous avons deux expériences de pièges magnéto optiques (PMO ou MOT en anglais) de Rubidium : la mienne, l'expérience « historique » (plus de 15 ans) qui piège le ^{85}Rb et l'expérience plus récente qui piège le ^{87}Rb . Nous n'allons pas revenir ici sur les techniques de refroidissement et de piégeage d'atomes neutres très bien expliquées [MVdS99],[Dal05].

Sur le schéma global expérimental, nous allons seulement parler des changements notables intéressants comparés à la thèse précédente réalisé sur cette expérience [Mer11]. Des détails généraux sur le montage peuvent être trouvés justement dans la précédente thèse. Les deux principaux problèmes de l'expérience étaient sa stabilité mécanique à long terme et la stabilité du système maître-esclave pour la production des faisceaux MOT.

Pour améliorer la partie stabilité, nous avons remplacé la partie séparation des 6 faisceaux qui se faisait à l'air libre par une séparation fibrée. En effet la séparation en 6 faisceaux se faisait après l'amplificateur optique avec des bras pouvant dépasser les 3 mètres de long. Maintenant nous utilisons un beamsplitter 6 faisceaux de la marque Oz optics qui injecte environ 7% dans chaque fibre.

L'ancien montage était formé d'une diode DBR de largeur nominale 2 MHz injectant une diode laser (large spectralement sans injection) émettant suffisamment de puissance pour injecter un amplificateur optique (20 mW en entrée, 1 Watt ou 2 Watts en sortie). Le problème du laser esclave était que la diode maître émettait une puissance très faible (inférieure à 2mW) et donc la taille du faisceau injectant l'esclave devait être suffisamment petite pour dépasser l'intensité minimale d'injection. La stabilité du système n'était donc pas optimale et cette injection ne tenait pas une semaine (ordre de grandeur). L'avantage du système maître-esclave par rapport à une seule diode (diode sur réseau, DFB) suffisamment fine spectralement et puissante pour injecter l'amplificateur

optique, est la possibilité de changer de manière contrôlée la fréquence du laser sans varier la puissance. En effet, en utilisant un module acousto-optique en configuration double passage entre le maître et l'esclave, nous pouvions désaccorder le laser d'une dizaine de largeurs naturelles ($\Gamma = 6MHz$) puis saturer l'esclave pour obtenir en sortie une intensité constante. Le problème est qu'une configuration double passage même très bien réglée modifie légèrement la direction du faisceau de sortie en changeant la fréquence de diffraction. Avec la puissance déclinante de notre laser maître (plus de 15 ans de loyaux services), le système devait être changé. Nous avons le choix entre reproduire le système existant ou concevoir un nouveau système qui devait avoir ces caractéristiques :

- la fréquence du laser doit être accordable sur la plus grande plage de fréquence possible (et au minimum $60MHz$).
- l'intensité du laser doit être indépendante de sa fréquence
- la fréquence du laser doit être stable à une précision inférieure à sa largeur $\approx \Gamma/2$

Sur la figure (V.1), nous présentons le schéma expérimental du laser maître dans sa nouvelle configuration et avec le détail d'offset locking. Plus de détails sur la technique d'offset locking se trouve en annexe C.

La figure (V.2) montre une comparaison de la stabilité en intensité pour deux systèmes de balayage en fréquence :

- module acousto-optique (AOM) en configuration double passage. L'AOM est un cristal dans lequel un réseau de diffraction peut être créé par une onde acoustique (de fréquence ω_{ac}). Si le faisceau incident arrive avec le bon angle, alors une partie de l'onde est diffractée et la fréquence de sortie est décalée de $+\omega_{ac}$ (pour l'accord avec l'ordre 1). Afin de pouvoir balayer ce système en fréquence, le laser est réfléchi et repasse une deuxième fois dans l'AOM. Ainsi le faisceau final est décalé de $2\omega_{ac}$ en fréquence et n'est plus dévié angulairement. Sur la figure (V.2), le laser a été balayé de 16Γ en $500\mu s$. L'intensité varie énormément durant le scan (presque 100%)
- technique d'asservissement par offset locking. Nous asservissons notre laser grâce à cette technique détaillée sur la figure (V.1) et en annexe. Le laser a été balayé de 40Γ en $500\mu s$. La variation d'intensité est inférieure à 5%.

V.2 Configuration expérimentale pour l'expérience

Nous allons décrire la préparation des échantillons permettant de faire l'expérience laser aléatoire. Cette expérience a été réalisée avant les changements du beamsplitter fibré et du nouveau système d'asservissement de type offset lock. Pour avoir plus de signal, l'expérience a été réalisée de manière cyclique, les signaux ont été moyennés. Au départ nous avons optimisé les paramètres pour obtenir l'épaisseur optique la plus importante

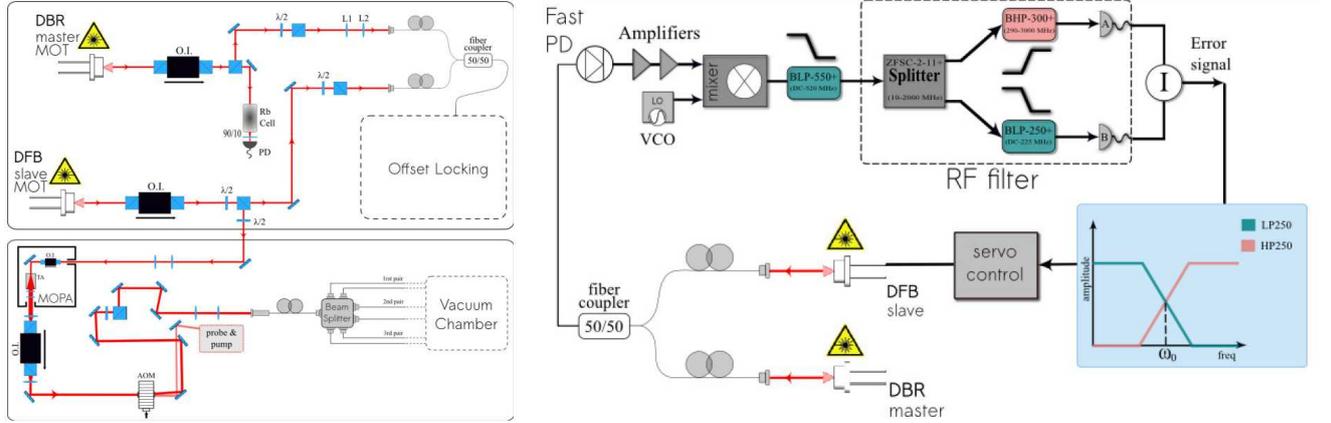


Figure V.1 – A gauche, le système laser MOT. Une première diode DBR est asservie sur une cellule d'absorption saturée. Cette diode va servir de référence pour le système d'Offset Locking. Une deuxième diode de type DFB est séparée en deux faisceaux. Une partie va battre avec la DBR et servir au contrôle de la fréquence via un système d'offset locking. L'autre partie injecte un amplificateur optique (noté MOPA) qui permet d'obtenir plus de 1 W d'intensité. Le faisceau sortant va être divisé en 6 faisceaux afin de réaliser le piège magnéto-optique. Le faisceau repompeur n'a pas été présenté afin d'alléger la figure. A droite, le système d'offset locking est détaillé. Un détecteur rapide (jusqu'à 2GHz) mesure les battements entre les deux lasers. Ce signal est mixé avec un signal provenant d'un VCO géré par une carte de l'ordinateur de contrôle. Ce signal passe dans un filtre RF permettant de déterminer si sa fréquence est au dessus ou au dessous de la fréquence d'asservissement. Le signal de sortie sert de signal de correction pour l'alimentation de la diode. Comme la fréquence de lock est fixée, il suffit de changer la fréquence du VCO pour changer la fréquence de la diode DFB.

possible avec notre montage expérimental. Le maximum que nous avons atteint a été de l'ordre de 300. Finalement, nous avons observé l'effet laser aléatoire avec des épaisseurs optiques de l'ordre de la dizaine. L'effet laser aléatoire est un effet collectif (influence des atomes sur leurs voisins) sensible à la taille optique du système. Pour mettre cela en évidence, il est nécessaire de travailler à nombre d'atomes constants (une des conséquences triviales de l'augmentation du nombre d'atomes est la hausse de la puissance émise par le nuage) et de pouvoir faire varier au maximum l'épaisseur optique. Un modèle simple de nuage à densité sphérique n homogène de rayon R montre qu'augmenter l'épaisseur optique consiste à diminuer le rayon du nuage. La section efficace d'extinction est mesurée sur la transition hyperfine cyclante $F = 3 \rightarrow F' = 4$. Nous mesurons par transmission T d'une sonde faible non saturante :

$$b_0 = -\ln(T) = 2n\sigma_{34}R = \frac{3N}{2\pi R^2} \quad (\text{V.1})$$

La mesure d'absorption n'a de sens que lorsque le signal transmis est suffisamment important. Par exemple nous ne pouvons pas mesurer une épaisseur optique de 300

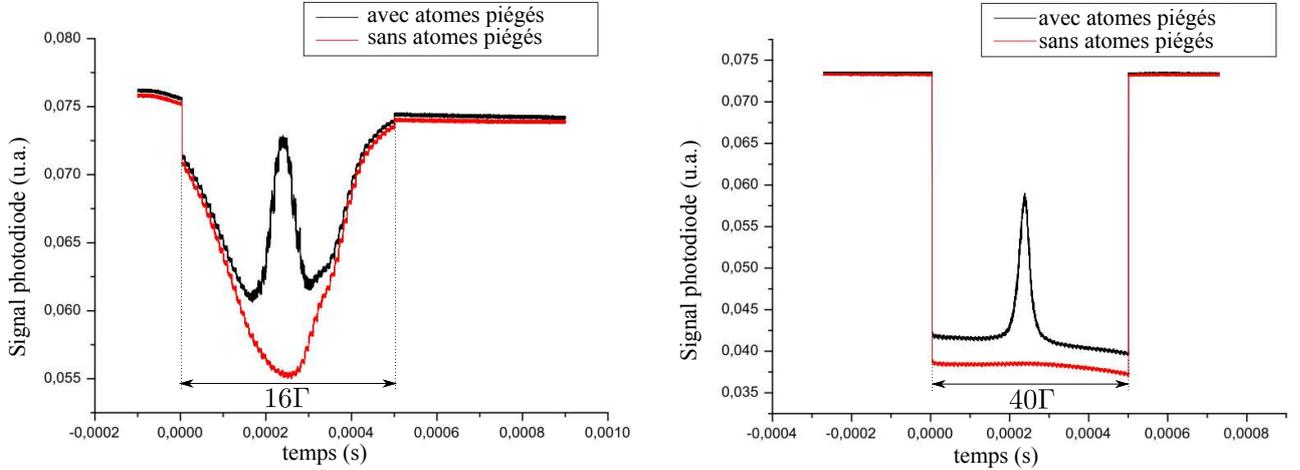


Figure V.2 – Comparaison de balayage en fréquence avec une technique de double passage dans un module acousto-optique (à gauche) et avec la technique d'offset locking. Nous observons le signal de transmission d'une sonde à travers un petit nuage d'atomes froids (en rouge) et sans atomes piégés (en noir). Le système d'offset locking permet de balayer sur une très grande plage de fréquence et avec une très faible variation d'intensité.

avec un laser à résonance car la transmission devrait être de l'ordre de 10^{-131} ! Pour s'affranchir de ce problème, nous désaccordons le laser d'une fréquence δ suffisante pour avoir une épaisseur optique $b(\delta) \leq 1$. Dans ce cas, le signal transmis est suffisant, et nous remontons à l'épaisseur optique à résonance par la formule :

$$b(\delta) = \frac{b_0}{1 + 4(\delta/\Gamma)^2} \quad (\text{V.2})$$

L'épaisseur optique augmente lorsque nous comprimons le nuage à nombre d'atomes constant. La compression se fait grâce à un piège noir temporel (temporal dark MOT). Plus les intensités effectives des faisceaux MOT et repompeur sont importantes (sans saturation), plus le nombre d'atomes piégés est important. Le temps de chargement et de vie de ce nuage est de l'ordre de la seconde. Par contre il a été montré [SWW91] que la densité est limitée par une force répulsive induite par diffusion multiple. L'échelle de temps caractéristique de la diffusion multiple est b^2/Γ ce qui représente quelques microsecondes. Il est donc possible, en diminuant l'intensité effective des faisceaux MOT ou/et repompeur, de diminuer le taux de diffusion de photons sans diminuer le nombre d'atomes. La dernière condition à vérifier est le temps du dark MOT pour que les atomes de la périphérie aient le temps d'aller au centre du nuage. Prenons le modèle simple d'un atome en périphérie du nuage à la distance Δr du centre poussé par une force de pression de radiation [Dal05] : $F_{PR} = \frac{\hbar k_L \Gamma}{2} s(\delta)$ avec $s(\delta) = \frac{\Omega^2/2}{\delta^2 + \Gamma^2/4} \ll 1$. Nous avons, en appliquant les lois de Newton, $\Delta t = \sqrt{\frac{2m\Delta r}{F}}$. Une application numérique avec

$\Delta r = 5mm$ et $s = 10^{-3}$ donne $\Delta t = 7ms$. Il suffit donc que le temps de Dark MOT soit au moins de cet ordre pour que la compression ait le temps de se dérouler. Si le temps de dark MOT est trop long, les atomes sont mal piégés et des pertes d'atomes sont visibles. Les pertes deviennent significatives ($\approx 15\%$) au delà d'un temps de dark MOT de 25 ms. Pour nos mesures (figure (V.5)), nous avons préféré utiliser un temps de dark MOT court de 5 ms puis un temps de vol (TOF, time of flight, on laisse le nuage s'étendre librement) à durée variable. Nous avons trouvé que cette technique avec un temps de vol permettait d'avoir des nuages plus symétriques tout en gardant le nombre d'atomes constant.¹

Le cycle utilisé pour l'expérience présenté (figure (V.3)) est :

- phase MOT : 300ms
- phase dark MOT : 5ms
- TOF : de 0 à 18 ms avec des épaisseurs optiques b_0 correspondantes de 27 à 2.

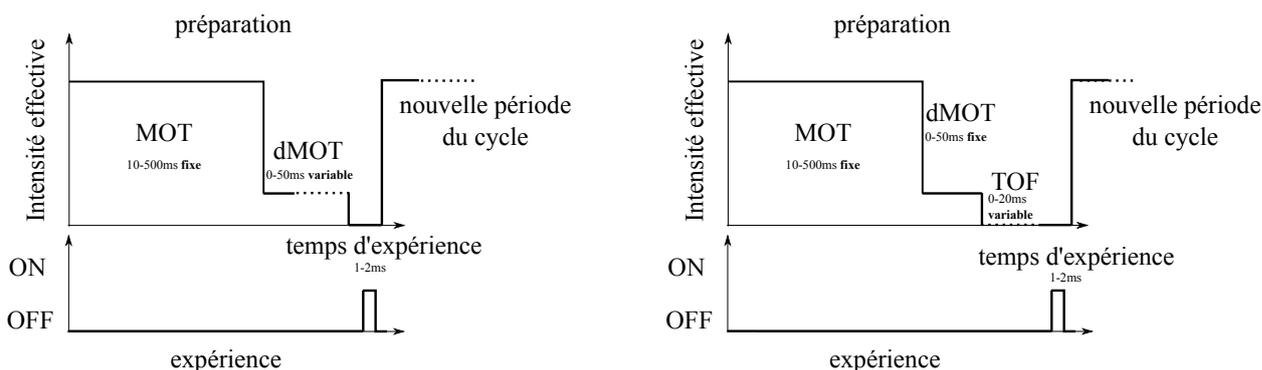


Figure V.3 – 2 cycles différents possibles pour obtenir des nuages à nombre d'atomes constant. Pour les données présentées (figure (V.5) et (V.6)), nous avons choisi d'utiliser la technique de dark MOT temporel constant de durée 5ms et de laisser le nuage s'étendre avec des temps de TOF variant de 0 à 18ms

Sur la figure (V.4), les schémas atomique et expérimental sont représentés. Nous travaillons toujours sur la raie $D2$ du ^{85}Rb . Trois paires de faisceaux contrapropageants avec un waist de 3.4cm chargent les atomes d'un fond de vapeur atomique. Les faisceaux de pièges sont désaccordés à -3Γ de la transition hyperfine $F = 3 \rightarrow F' = 4$. Pour maintenir les atomes principalement dans le niveau $F = 3$, nous utilisons six faisceaux repompeur proche de la transition hyperfine $F = 2 \rightarrow F' = 3$. Ensuite, nous réalisons la phase de dark MOT de 5 ms puis le temps de vol à durée variable. Cette étape de préparation de l'échantillon étant finie, nous coupons le champ magnétique et les faisceaux de piégeage.

1. Dans le papier [BMG⁺13], il est malencontreusement signalé dans la section methods que l'échantillon a été réalisé avec des temps de dark MOT variable alors que c'est avec des temps de TOF variable.

Le nuage est alors éclairé par 2 faisceaux Raman contrapropageants de 2.4cm de waist, de polarisation linéaire croisée et de 4.25 mW cm^{-2} d'intensité chacun. Les trois paires de pompes optiques ont des waists de 3.4cm et des intensités de 0.48 mW cm^{-2} (pour chacun des 6 faisceaux) et des polarisations σ^+/σ^- contrapropageantes. Ces lasers ont un diamètre beaucoup plus large que la taille du nuage et assurent que l'intensité effective est indépendante de l'épaisseur optique. En effet, le changement d'épaisseur optique provient d'une compression et donc d'une taille plus petite du nuage à nombre d'atomes constant. Il est possible qu'à des grandes épaisseurs optiques (petit rayon du nuage), l'intensité effective soit plus grande car le nuage est concentré sur la partie la plus intense du faisceau gaussien. Nous avons vérifié numériquement que l'intensité effective (moyenne de l'intensité gaussienne du faisceau sur la taille du nuage considéré) des faisceaux Raman et pompes variait de moins de 1% entre le nuage d'épaisseur optique $b_0 = 2$ et le nuage d'épaisseur optique $b_0 = 27$.

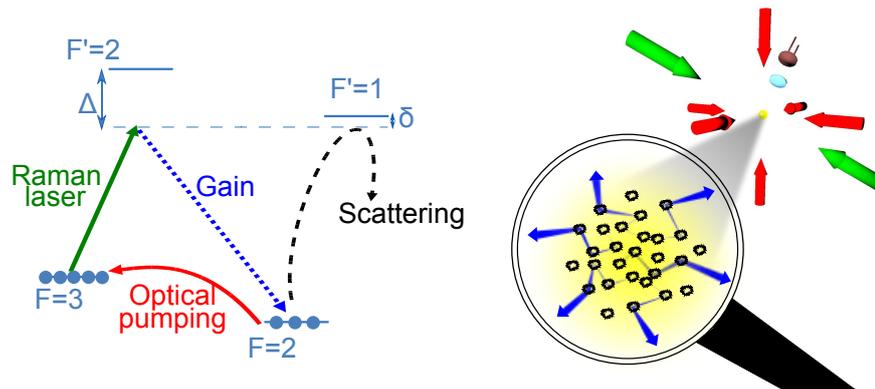


Figure V.4 – A gauche, structure atomique d'intérêt : niveaux hyperfins de la raie $D2$ du ^{85}Rb . Le laser Raman est désaccordé de δ par rapport à la transition interdite $F = 3 \rightarrow F' = 1$. Cette ligne ne change pas le gain Raman contrairement à la diffusion des photons anti-Stokes qui ont leur diffusion augmentée par cette raie. La pompe optique permet de maintenir une inversion de population entre $F = 3$ et $F = 2$. A droite, schéma de la phase expérience. Le nuage d'atomes froids est éclairé par les faisceaux Raman (vert) et pompes optiques (rouge). Une partie de sa fluorescence est collectée par une lentille et détectée par une photodiode. Dans le zoom sur le nuage, la lumière bleue (fréquence $F = 2 \rightarrow F' = 1$) est diffusée par les atomes dans le niveau $F = 2$ et amplifiée par les atomes dans l'état $F = 3$ (fond jaune).

V.3 Résultats expérimentaux

Le signe de notre laser aléatoire incohérent est obtenu dans notre système sur la lumière totale émise par le nuage. Les deux preuves expérimentales d'une bombe photonique sont la bosse apparaissant (V.6) lorsque le laser Raman est sur la transition interdite (et donc

la radiation anti-stokes produite est fortement piégée par la résonance $F = 2 \rightarrow F' = 1$) et le comportement de seuil (V.8) en épaisseur optique de cette fluorescence totale.

Mais l'effet bombe photonique n'est pas le seul effet collectif (à nombre d'atomes constant, variation d'une quantité avec l'épaisseur optique ou la densité). Pour $\delta < -1\Gamma$, la fluorescence augmente aussi avec l'épaisseur optique. Nous attribuons cela à de l'amplification d'émission spontanée et notre modèle ASE reproduit bien cette évolution ne nécessitant pas la prise en compte de diffusion dans le système. Pour $\delta \approx +4.8\Gamma$ (proche de la transition $F = 3 \rightarrow F' = 2$), la fluorescence augmente aussi avec b_0 . Cela est dû à un changement d'équilibre des populations des états fondamentaux $F = 2$ et $F = 3$ comme décrit dans la section (II).

Nous présentons les données « brutes » de l'expérience sur la figure V.5. Une photodiode acquiert le signal de fluorescence du nuage pendant que nous balayons la fréquence du laser Raman autour de la transition interdite. Lors de l'acquisition de ces données, une moyenne a été réalisée sur 4000 réalisations pour augmenter le rapport signal sur bruit. C'est l'avantage d'avoir une expérience qui se répète relativement vite. Il est important de souligner que le signal de bosse autour de la transition interdite est déjà visible sur une seule acquisition (sans moyenne) de fluorescence.

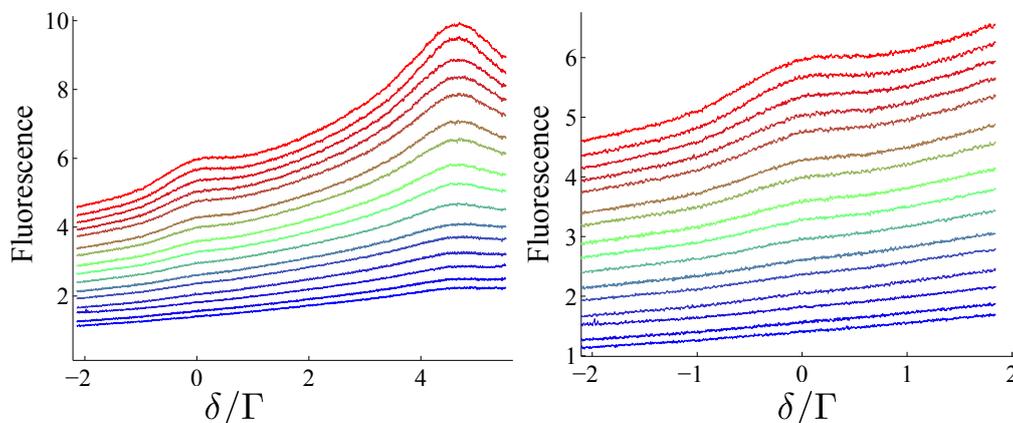


Figure V.5 – Fluorescence détectée après 4000 moyennes. Nous avons vérifié que la position du détecteur n'avait qualitativement pas d'impact sur l'apparition du signal de bosse autour de $\delta = 0$. Sur ces données, nous voyons que le signal identifié comme laser aléatoire est un petit effet comparé aux effets de piégeage radiatif sur la raie $F = 2 \rightarrow F' = 2$ (section (II.2)) et de l'effet ASE (section (IV.12)). Cet effet est néanmoins visible et seul un modèle mêlant gain et diffusion peut l'expliquer. A droite, nous avons seulement sélectionné la partie où les deux seuls effets visibles sont l'ASE et l'effet laser aléatoire. Cette figure est reproduite sur la figure (V.6) en identifiant les différentes zones.

Il est important d'insister sur le fait que cette bosse est une preuve indirecte d'effet bombe photonique. En effet sans calcul numérique, il est dur de prévoir si un effet laser aléatoire va diminuer, augmenter ou ne pas avoir d'impact sur le signal de fluorescence.

Par exemple, le modèle le plus simple d'un laser standard 4 niveaux ne prévoit pas une augmentation de l'émission totale du milieu à gain mais seulement une redirection des photons spontanés dans le mode stimulé [Sie86].

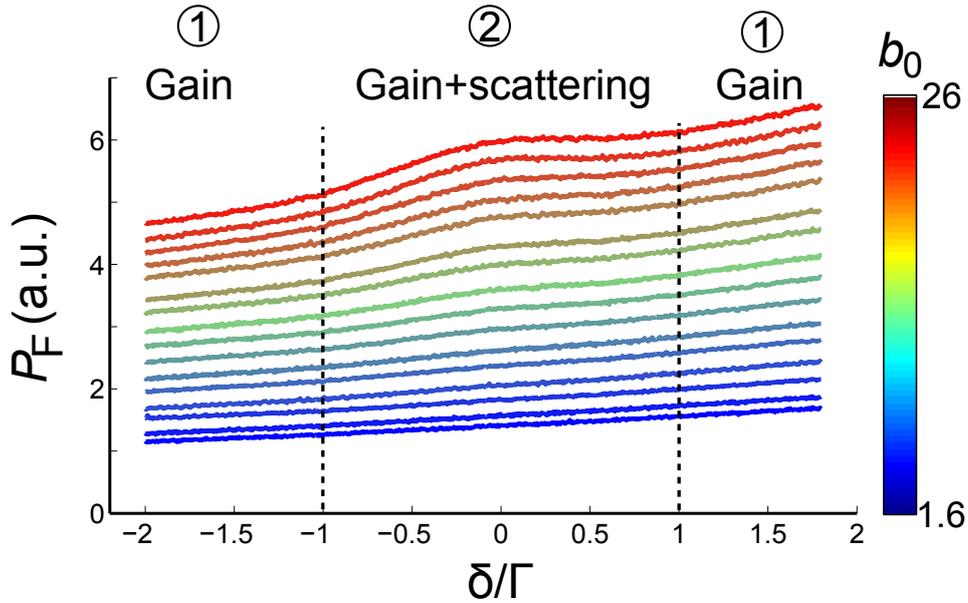


Figure V.6 – Fluorescence totale P_F en fonction du désaccord Raman $\delta = \omega_{Ra} - \omega_{31'}$ pour des épaisseurs optiques b_0 variant de 1.6 à 26. Le nombre d'atomes est gardé constant $N = 7 \cdot 10^8$. Deux effets collectifs sont visibles. Dans la région 1, une augmentation globale de la fluorescence avec b_0 due à l'effet d'ASE. Dans la région 2 ($\delta \approx 0$) une bosse supplémentaire apparaît pour des grosses épaisseurs optiques. La combinaison de gain Raman et de diffusion multiple additionnelle fournie par la transition $F = 2 \rightarrow F' = 1$ explique cette augmentation de fluorescence.

Nous pouvons déjà montré que l'ASE à un comportement sans seuil qui est bien reproduit par le modèle simple ASE que nous avons proposé à la section (IV.12).

Notre hypothèse de trois effets²(piégeage radiatif sur $F = 2 \rightarrow F' = 2$, ASE et laser aléatoire) indépendants est bien sûre inexacte. Par exemple, les deux derniers effets partagent le même gain et donc, en quelque sorte, l'ASE « saturer » le gain de l'effet laser aléatoire. Néanmoins, dans cette hypothèse, nous pouvons enlever les ailes en faisant une interpolation quadratique entre $\delta \approx -1.5\Gamma$ et $\delta \approx -1.5\Gamma$. Cette procédure permet d'obtenir les courbes de la figure (V.8). Les courbes de fluorescence en fonction du balayage de la fréquence Raman paraissent étonnamment « esthétiques » et symétriques. Nous avons comparé sur la figure (V.9) que ces courbes étaient très proches de fonctions gaussiennes (nous n'avons pas d'explications particulières à cette forme).

Deux signes expérimentaux significatifs sont :

2. et leur impact sur le signal de fluorescence total.

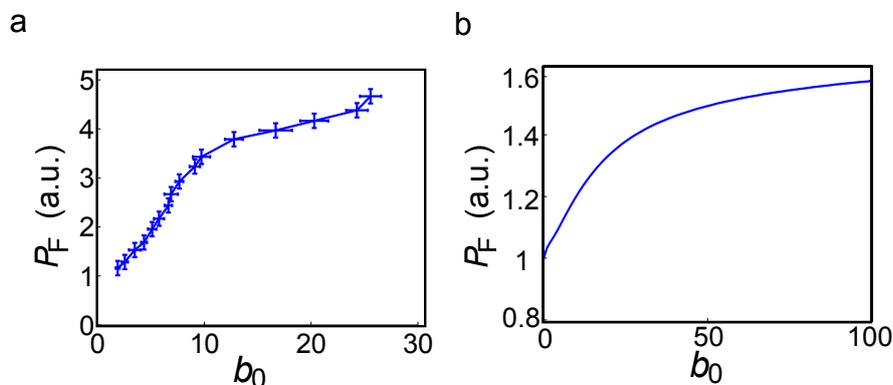


Figure V.7 – Comparaison entre les données de la (V.6) (coupe à $\delta = -2\Gamma$ et l'évaluation du modèle ASE (section (IV.12)) avec les paramètres expérimentaux. Avec ce désaccord la diffusion due au niveau $F' = 1$ est faible et le modèle ASE paraît justifié. Nous voyons que le modèle et l'expérience sont sans seuil avec une certaine saturation à grand b_0 .

- la coupe à $\delta = 0$ laisse penser qu'un phénomène à seuil existe même s'il est noyé dans une augmentation totale de la fluorescence due à l'ASE. Dans un laser standard, l'ASE peut aussi changer le seuil en saturant le gain.
- Pour une courbe de forte épaisseur optique ($b_0 > 7$), l'évolution de la fluorescence avec δ n'est pas monotone. Cela est visible sur les données brutes et a fortiori sur les courbes travaillées (figure V.8). Ce comportement prouve que la diffusion supplémentaire due au niveau $F' = 1$ est nécessaire pour expliquer les signaux expérimentaux et qu'un seul effet ASE ne le permet pas.

V.4 Mesures complémentaires

L'idée serait de mesurer des grandeurs qui nous permettraient de montrer qu'en fait un modèle à la Letokhov ne permet pas d'expliquer les propriétés de la lumière. Principalement je vois trois types de mesures (présentées sur la figure (V.10)) et toutes me paraissent assez difficiles, deux mesures spectrales et une temporelle.

- affinement spectral mesuré à l'aide d'un Fabry-Pérot.
- affinement spectral mesuré à l'aide de battement entre la lumière laser aléatoire et un faisceau repompeur spectralement fin. Le spectre de bruit devrait s'affiner au-dessus du seuil laser aléatoire.
- autocorrélation temporelle. Il faudrait voir si le $g^2(0) = 1$. En pratique, il faudrait plutôt voir si le temps de cohérence augmente avec l'effet laser aléatoire. Une lumière thermique possède un $g^2(0) = 2$ alors qu'une lumière laser cohérente possède un $g^2(0) = 1$. Cet effet a déjà été mesuré dans des lasers aléatoires à semi-conducteur

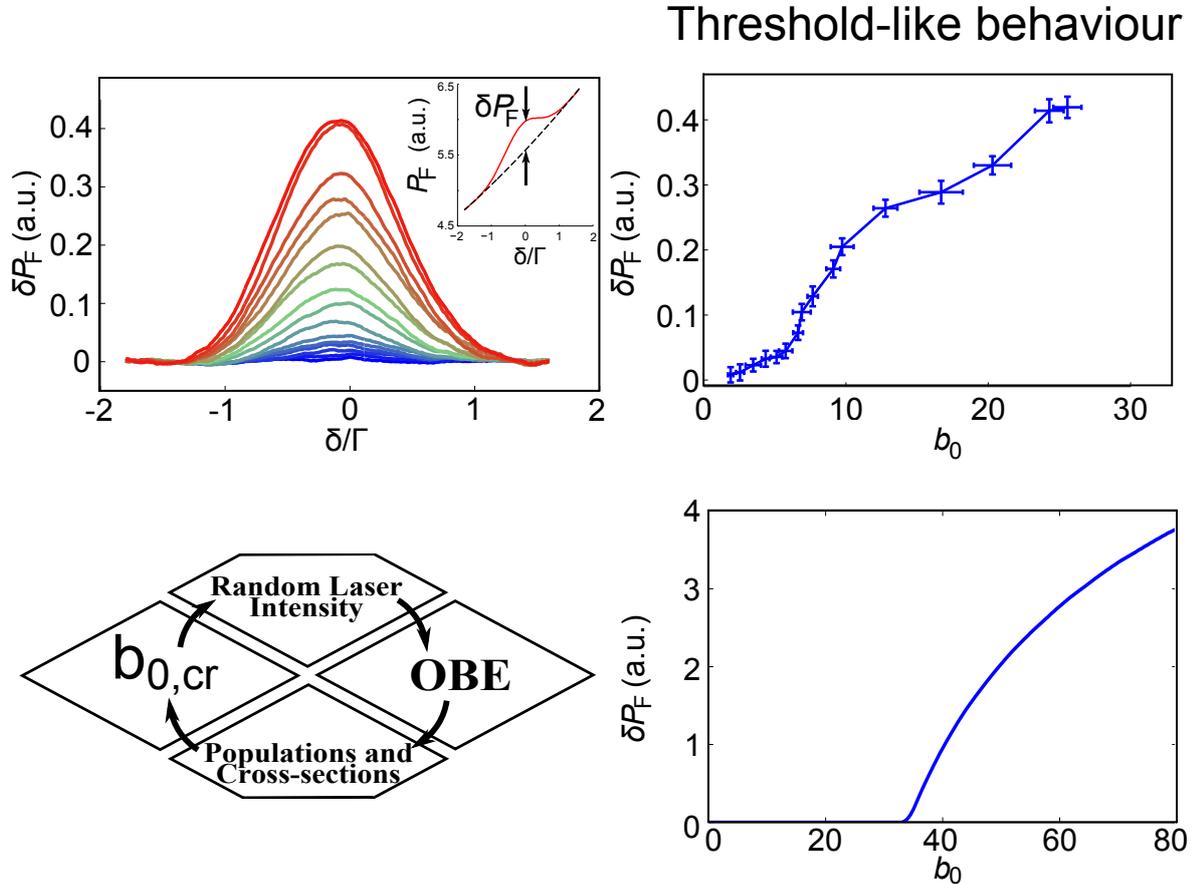


Figure V.8 – a) et b) sont obtenus après traitement des données brutes représentées sur la figure (V.6). c) est une explication schématique du modèle numérique laser aléatoire décrit dans la section (D). d) représente les résultats numériques de notre modèle ab-initio laser aléatoire (section (D)) avec comme seules entrées les puissances et désaccords des lasers Raman et pompage optique. a) Fluorescence supplémentaire δP_F due à l'effet bombe photonique en fonction du désaccord Raman δ . Les données sont les mêmes que la figure (V.6) où nous avons soustraits les ailes ASE. L'inset montre la procédure d'ajustement. Les données ont été lissé avec une résolution de 0.3Γ . b) L'amplitude du pic supplémentaire pour $\delta = 0$ (laser Raman accordé sur la transition interdite). Un comportement de type seuil est visible pour $b_0 \approx 6$. Les barres d'erreur verticales sont les amplitudes rms du bruit de la figure (V.6). Les erreurs horizontales décrivent les fluctuations de b_0 puisque nous moyennons sur plusieurs cycles. c)

[CLX⁺01]. Dans cette article, le passage d'une statistique poissonnienne à une statistique de Bose pour le temps d'arrivée des photons est aussi un exemple de mesure prouvant la cohérence laser que nous pourrions essayer d'imiter.

Le problème de ces trois mesures est de réussir à coupler suffisamment de photons dans le Fabry-Perot ou dans des fibres optiques. Il nous faudrait préalablement observer un

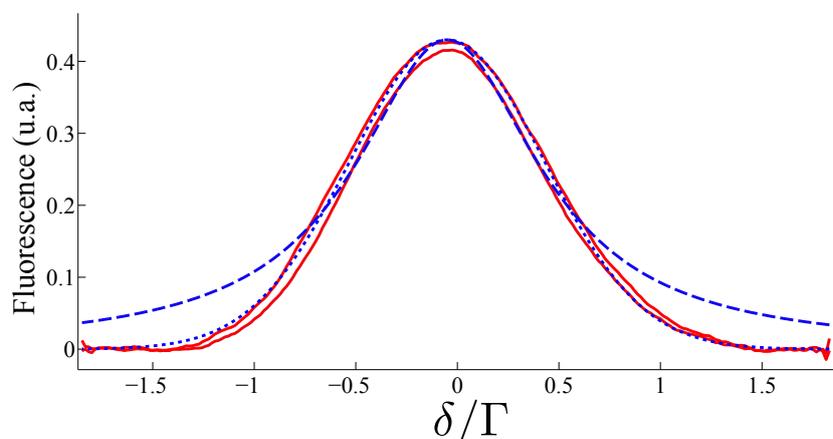


Figure V.9 – La figure (V.8) avec les courbes expérimentales auxquelles nous avons enlevé une interpolation quadratique (le résultat est quasiment le même pour une interpolation linéaire) entre $\delta \approx -1.5\Gamma$ et $\delta \approx 1.5\Gamma$ est étonnamment symétrique. Nous avons voulu voir si ces bosses avaient une forme usuelle, i.e. gaussienne ou lorentzienne. Sur cette courbe nous avons conservé, par souci de clarté, seulement 2 courbes expérimentales (en rouge) et avons superposé une courbe gaussienne (pointillé) et une courbe lorentzienne (tiret) d’amplitude similaire de largeur comparable. La courbe lorentzienne n’interpole pas du tout les bosses observées alors que la courbe gaussienne colle assez bien. Nous n’avons pas d’explication à cette forme et n’avons pas l’impression que ce soit notre traitement numérique qui fait apparaître cette forme symétrique.

laser aléatoire dans d’autres conditions, avec un seuil à plus forte épaisseur optique et beaucoup plus d’atomes. (Nous savons avoir des nuages avec 10 fois plus d’atomes).

Nous avons réalisé des spectres avec le Fabry-Perot de résolution de 30MHz qui nous a permis de faire les spectres de l’expérience de piégeage radiatif (figure (II.8)). En scannant l’intervalle spectral libre (ISL) sur une période expérimentale de cycle (1ms), nous obtenions un nombre inférieur à 10 photons pour des nuages autour du seuil de l’expérience (V.8) (le détecteur derrière est un compteur de photons). En intégrant sur quelques milliers de cycles, nous avons pu reconstituer le poids de chaque raie. Un premier problème est que le temps d’intégration de l’ordre de la demi-heure nous rend sensible aux dérives lentes du Fabry-Perot. Le deuxième problème est que nous ne voulons pas une résolution de l’ordre de 5Γ mais d’au plus $\Gamma/5$, pour mesurer un affinement de spectre !

En conclusion, nous pouvons dire que l’intérêt particulier de ce système est de pouvoir posséder une explication microscopique de cet effet bombe photonique. C’est pour l’instant un des problèmes. Nous avons besoin de la théorie pour affirmer que nous avons cet effet là car l’augmentation de l’émission totale du système n’est pas une évidence (et même non obligatoire). Il est difficile de comparer notre système aux autres car en général nous ne mesurons pas la même chose. Hui Cao [CXZ⁺00] a tracé l’émission totale intégrée spectralement (le signal que nous mesurons) et a montré une courbe à seuil

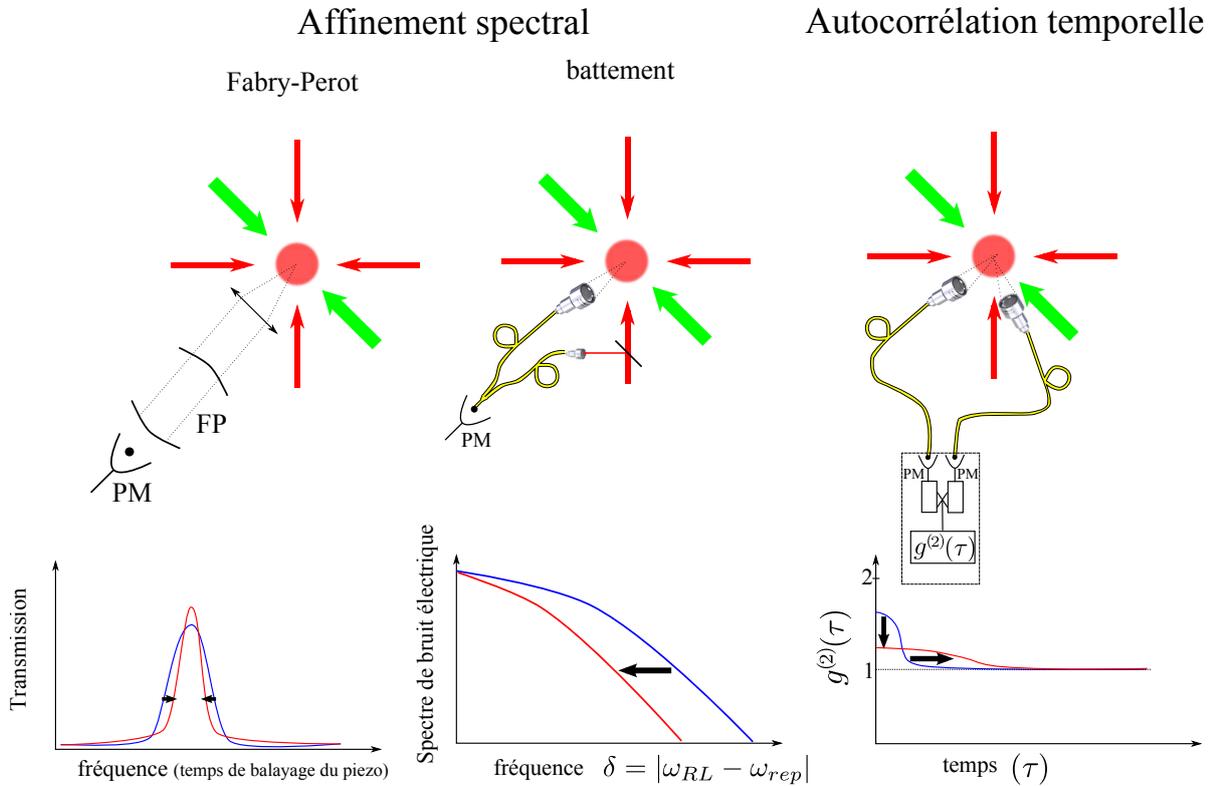


Figure V.10 – Idées de mesures de cohérence de notre laser aléatoire. A gauche, mesure d'affinement spectral optique, au centre, diminution du bruit de battements optique entre la fluorescence du nuage et une partie du faisceau Raman. A droite, abaissement du $g^{(2)}(0)$ dû à l'effet laser. Sur le schéma est représenté un corrélateur. Pour réaliser l'autocorrélation expérimentalement, nous utilisons soit une seule fibre et un seul détecteur et réalisons l'opération $g^{(2)}(\tau) \propto \frac{\langle I(t)I(t+\tau) \rangle}{\langle I(t) \rangle^2}$. En pratique l'afterpulsing [ZJC⁺03] oblige l'utilisation de deux détecteurs différents (avec le même signal d'entrée) pour avoir du signal inférieur typiquement à $\tau \approx 1\mu s$. En bleu, le signal qui serait observé pour $b_0 < b_{0,cr}$ et en rouge le signal attendu si notre laser aléatoire est cohérent avec $b_0 > b_{0,cr}$.

mais en fonction de l'énergie incidente de pompage. Les expériences de lasers aléatoires ne présentent pas de courbes en fonction de l'épaisseur optique (qui modifie le feedback et le gain) mais en variant l'énergie de pompage (qui modifie le gain). Que ce soit dans un laser aléatoire ou à cavité, le seuil correspond à l'égalité du gain et des pertes. Pour passer ce seuil, la plupart des systèmes augmente le gain mais on pourrait aussi diminuer les pertes. L'expérience type travaux pratiques sur les lasers à cavité est l'observation du seuil en fonction de la puissance de pompage (gain) et non de la réflectivité d'un miroir (pertes). Cette expérience se rapproche plus de la variation de la réflectivité du miroir même si le couplage atomique/lumière diffuse rend plus difficile la compréhension avec l'épaisseur optique.

Les perspectives de cette expérience : nous pensons que le plus important serait de pouvoir mesurer un effet cohérent de ce laser aléatoire. Les difficultés sont doubles. Nous avons vu que la détection de ce type de signal (statistique de photons, affinement spectral,...) est un challenge technique mais pourrait être possible. L'autre difficulté est que nous ne savons pas d'avance si notre laser aléatoire est cohérent ou incohérent.

Il peut aussi être intéressant d'étudier si d'autres gains et d'autres configurations atomiques permettent d'atteindre le seuil Letokhov généralisé (figure (III.5)) pour différents rapports gain/diffusion, et notamment essayer d'atteindre le régime de fort gain non exploré expérimentalement par les autres systèmes. Ce régime de gain supérieur à la diffusion est peut-être plus proche des éventuels lasers astronomiques.

Troisième Partie

Quelques effets de diffusion de la
lumière en vapeur chaude

Introduction

Dans la première partie, nous avons vu des exemples de traitement du transport de la lumière dans des milieux opaques par l'équation de diffusion. Dans la seconde partie, le rajout de gain dans cette équation a été traité avec l'établissement du critère Letokhov et nous avons vu comment étendre ce critère au milieu quasi-balistique où l'équation de diffusion n'est plus valable. Dans cette dernière partie nous allons nous intéresser à un autre exemple de violation de l'équation de diffusion. Les milieux considérés seront bien opaques mais le changement de fréquence induit par l'effet Doppler lors de la diffusion de la lumière sur des atomes chauds ne permet plus la description du transport par l'équation de diffusion.

Dans les deux premières parties, nous avons principalement étudié des propriétés de transport de la lumière dans des atomes froids. Mais ici les gaz froids sont un milieu désordonné presque comme un autre, car nous n'utilisons aucune des propriétés quantiques collectives de la matière qui peuvent être étudiées après refroidissement (condensation de Bose-Einstein [PS03], coopérativité entre atomes [Bie11]). La première partie a montré que la principale différence entre le transport dans ce nuage refroidi et des milieux tels que du papier ou du lait est l'absence d'absorption. En effet, dans les gaz atomiques toutes les pertes sont radiatives contrairement aux autres milieux énoncés. La raison qui fait que le transport de la lumière est le même dans des atomes froids à 2 niveaux non saturés et un papier idéal sans absorption est la diffusion élastique (c'est à dire sans redistribution en fréquence). C'est une condition sine qua non pour l'utilisation de l'équation de diffusion qui n'est valable que si chaque pas entre deux diffusions est régi par la même distribution de Beer-Lambert.

Dans les vapeurs chaudes, la condition de non redistribution en fréquence est violée par l'effet Doppler. Un atome va pouvoir diffuser des photons décalés de la largeur Doppler (de l'ordre de $kv \approx 500\text{MHz} \gg \Gamma$ pour des gaz à température ambiante). Dans ce cas là l'équation de diffusion ne peut pas s'appliquer. L'équation (I.24) donnant le profil radial de la transmission diffuse d'un slab n'est plus valide. En effet nous allons montrer que la distribution des longueurs de pas suivis par ces photons n'est pas une loi exponentielle mais une loi de puissance (de type vols de Lévy). Beaucoup plus de photons suivent donc des longs pas, et donc les ailes du profil radial vont être changées. Nous montrerons aussi que la loi d'Ohm n'est plus valable pour ces photons.

L'existence de vols de Lévy dans le transport de la lumière dans des vapeurs chaudes a déjà été mesurée dans le groupe [?]. La technique utilisée était une mesure directe de la taille des pas avant la première diffusion décrite sur la figure (C).

Dans le chapitre (??), nous mesurons ces vols de Lévy par une méthode macroscopique s'inspirant de l'étude des verres de Lévy [?]. Cette technique est beaucoup plus simple

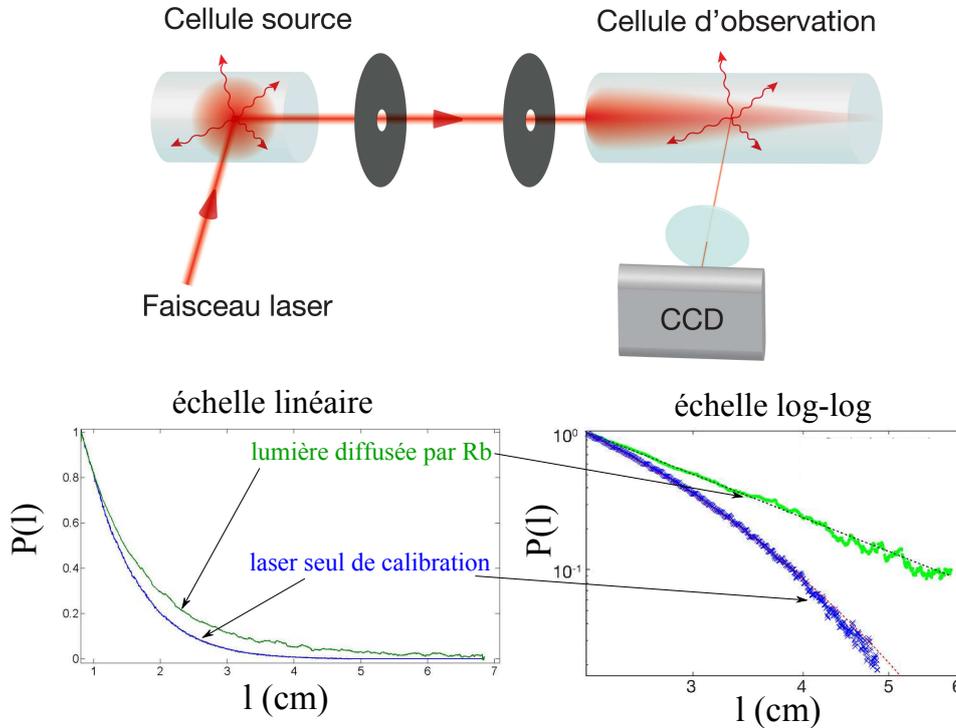


Figure C – Présentation de la première expérience du groupe [?] qui a permis de mettre en évidence le transport superdiffusif (statistique de type vols de Lévy) de la lumière dans des vapeurs chaudes. L'expérience consiste en une mesure directe de la distribution microscopique de la longueur du pas avant la première diffusion. Un laser résonant avec une transition hyperfine du rubidium éclaire une cellule de Rb. Une partie de la fluorescence est collimatée grâce à deux diaphragmes. Ce « faisceau » éclaire une deuxième cellule qui possède une densité suffisamment faible pour quasiment interdire les processus de diffusion double. L'image longitudinale est réalisée sur une caméra CCD et permet de connaître la distance que les photons ont parcourue avant leur diffusion. Une coupe de ce signal a été tracée (en vert) en échelle linéaire et en échelle log-log. En échelle linéaire, ce signal exhibe plus de pas long que le signal de référence bleu (obtenu par envoi direct d'un laser sur la deuxième cellule) qui suit la loi de Beer-Lambert. En échelle log-log, la distribution de pas mesurée est très bien interpolée par une loi de puissance alors que la loi exponentielle de Beer-Lambert reproduit bien le signal de calibration.

et courte (la présence de vols de Lévy est mesuré en 1ms contre des prises de données de quelques dizaines de minutes pour l'expérience précédente [?]). Par contre, cette technique macroscopique est plus indirecte et nécessite une comparaison à des modèles analytiques et numériques réalisés par Romain Pierrat (Institut Langevin). Notre milieu est très différent des vols de Lévy car sans corrélation entre position et longueur des pas, et avec un cut-off dans la distribution $P(l)$ seulement limité par la taille du système.

Le système expérimental est très simple et peut permettre d'autres études en rajoutant des collisions, un champ magnétique, un laser très saturant...

La compréhension de ces systèmes intéresse des astrophysiciens qui simulent numériquement ce genre de systèmes mais qui ne disposent pas forcément d'expérience de validation avec des paramètres ajustables.

Ainsi après un premier chapitre consacré à cette nouvelle expérience sur les vols de Lévy, il sera discuté de plusieurs projets d'interaction laser-matière chaude (sans être des plasmas) qui ne sont plus trop étudiés (à part pour les effets de mémoire quantique et de lumière ralentie). La raison en est que l'effet Doppler brouille la plupart des propriétés intrinsèques atomiques et qui sont étudiables depuis une petite trentaine d'années avec des vapeurs refroidies. La bibliographie montre sûrement cette évolution. Après avoir fait une recherche des articles publiés sur arXiv, on peut montrer (figure (D)) une évolution importante du nombre d'articles sur les vapeurs froides en physique atomique et alors que les publications restaient constantes pour des vapeurs chaudes (leur nombre reste très faible et plus ou moins constant). Après on aurait sûrement réussi à montrer le contraire en le voulant, c'est l'avantage de décider la réponse avant la question.

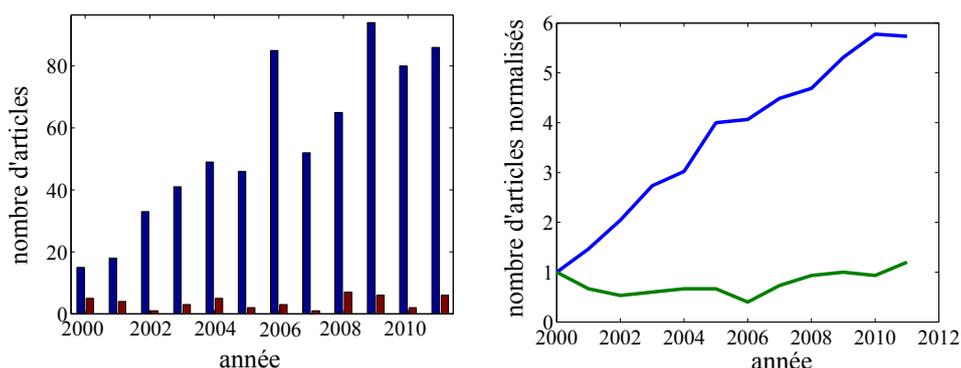


Figure D – Évolution du nombre d'articles publiés sur arXiv de 2000 à 2011. Le nombre d'articles pour les vapeurs froides est trouvé en recherchant sur arXiv 'cold' en titre et 'atomic' dans le résumé (en bleu sur les figures). Pour les vapeurs chaudes 'hot' en titre et 'atomic' dans le résumé (en rouge ou vert sur les figures). A gauche : nombre absolu de papiers par an avec les mots clés définis ci-dessus. A droite nombre de papiers lissé sur 3 ans normalisé par leur nombre en 2000.

Il y a des expériences très intéressantes à réaliser sur des vapeurs chaudes et nous pensons que plus d'études sur ces systèmes serait nécessaire, que ce soit dans un but de compréhension de la physique atomique, ou de modélisation d'un milieu désordonné avec de l'effet Doppler. Nous allons essayer de présenter des pistes de projets possibles plus ou moins aboutis.

CHAPITRE VI

Vols de Lévy

Après avoir étudié des atomes froids où l'approximation de non redistribution de fréquence est suffisamment valable, nous allons étudier des vapeurs chaudes avec une forte épaisseur optique. Ce que nous appelons vapeurs chaudes ici sont les températures expérimentales que nous atteignons, c'est à dire de 20°C à 200°C .

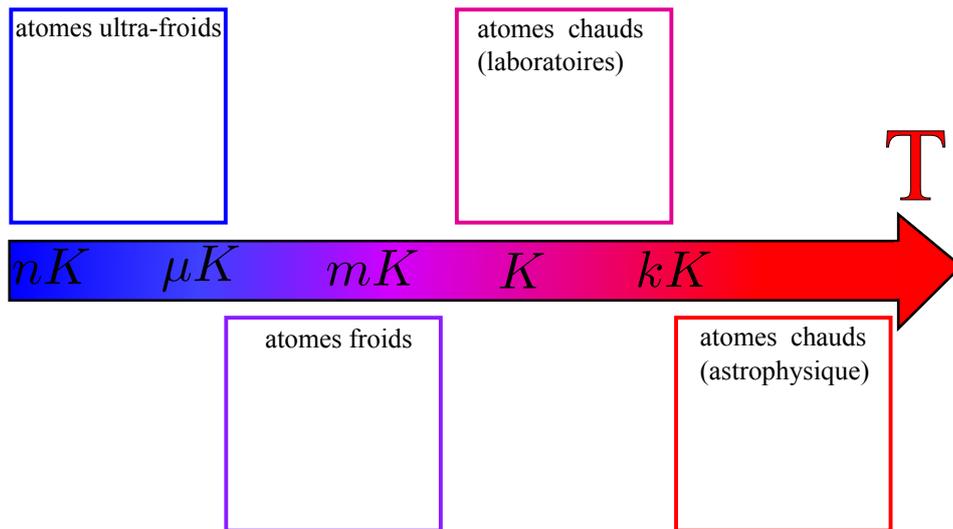


Figure VI.1 – Température des différents systèmes atomiques.

VI.1 Atomes chauds : élargissement des spectres

Le spectre d'un atome unique au repos sans champ magnétique est son spectre hyperfin. Comme la largeur naturelle Γ est plus petite que l'écart entre niveaux, le spectre est juste la somme de Lorentzienne de largeur Γ et de hauteur proportionnelle aux populations et aux différents coefficients de Clebsch-Gordan. Nous allons parler de différents spectres : absorption, émission, diffusion, transmission que nous allons définir dans la suite et aussi montrer leurs expressions en fonction des hypothèses réalisées.

VI.1.1 Spectre d'absorption et d'émission

Pourquoi y a-t-il une différence entre spectre d'absorption du photon et de réémission ? Par exemple, considérons un atome non saturé restant au repos, nous pourrions nous dire ingénument que le spectre d'absorption est une lorentzienne de largeur naturelle et de même pour le spectre de réémission. Mais si la fréquence d'émission est différente de la fréquence initiale, alors l'énergie n'est pas conservée et ce processus n'est pas envisageable.

Une des conditions à respecter obligatoirement est la conservation de l'énergie. C'est à dire que la somme de l'énergie de l'atome (interne + externe) et du champ doit être conservée. Dans notre situation, nous avons initialement un photon et un atome au repos. Le photon est diffusé (que nous pouvons voir naïvement comme absorbé puis réémis) et la situation finale est un atome au repos avec un photon dans un autre mode que celui incident.

Le spectre transmis est la mesure que nous appellerons « spectre » dans la suite de ce chapitre. C'est la transmission d'une sonde de faible intensité traversant le système étudié balayé en fréquence. Nous définissons sur la figure (VI.2) les différents processus spectraux : spectre d'absorption, d'émission, de diffusion et de transmission.

VI.1.2 Elargissement Doppler

Le spectre d'absorption d'un atome immobile à 2 niveaux est une lorentzienne dont la largeur à mi-hauteur est l'inverse de la durée de vie. Pour les différentes raies du ^{85}Rb et ^{87}Rb considérées, $\Gamma = 2\pi * 6.0666\text{MHz}$. Si nous considérons toutes les raies hyperfines indépendantes, alors le spectre d'absorption est la somme de ces lorentziennes dont la profondeur est pondérée par la population dans le niveau fondamental, la force de la transition et la densité de chaque isotope. Soit $\sigma(\omega)$, la section efficace d'extinction d'un atome à la pulsation ω , R_i le rapport de branchement de chaque raie hyperfine de la raie D2 des deux isotopes, et π_i la population dans l'état fondamental i qui est égal au produit de la proportion naturelle des deux isotopes (nous n'utilisons pas de cellules isotopiques) et du ratio de la population entre chaque niveau fondamental dû aux valeurs des nombres hyperfins des niveaux.

En scannant le laser autour de la raie D2 du rubidium, nous observons les 4 creux d'absorption des raies hyperfines des deux isotopes (répartis suivant leur abondance naturelle : 72.2% pour ^{85}Rb et 27.8% pour ^{87}Rb car l'élargissement Doppler réunit les raies de même niveau fondamental dans un seul creux Doppler. Intéressons nous d'abord aux cas d'atomes qui seraient froids. Nous pouvons déterminer ab-initio les poids relatifs des différentes raies hyperfines et calculer la section efficace à 0K comme la somme de

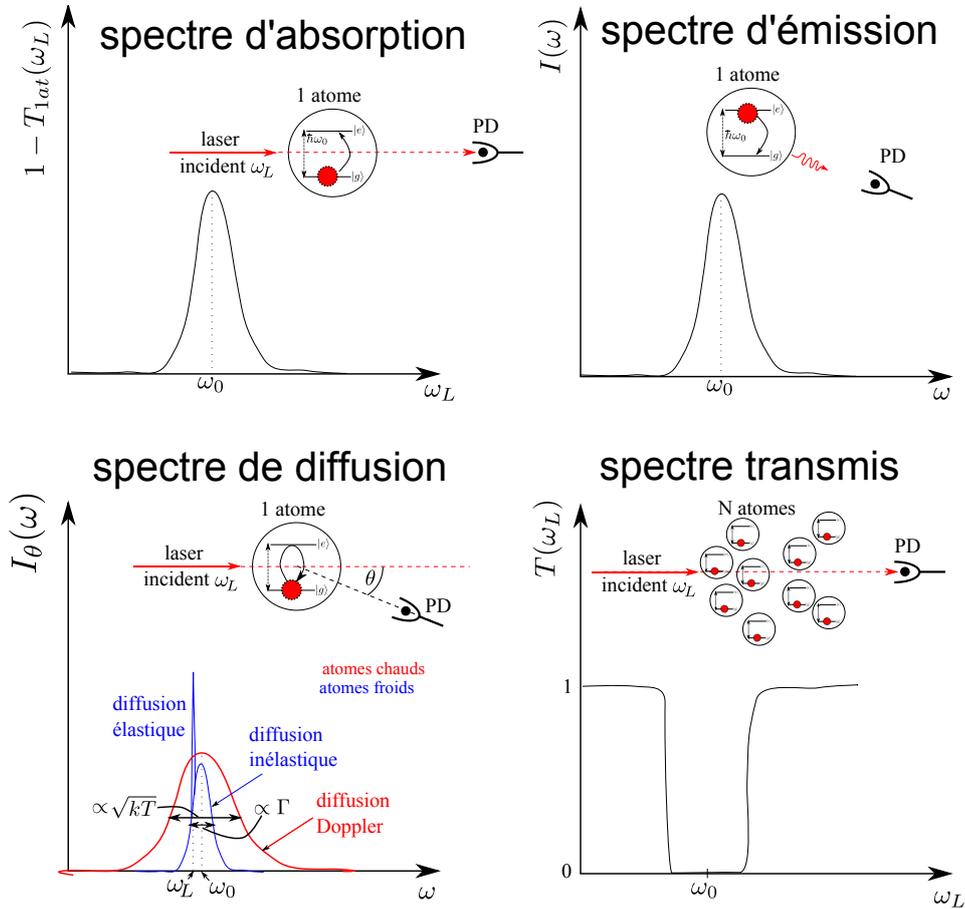


Figure VI.2 – Description des différents phénomènes que nous pouvons nommer spectres dans cette thèse. Il faut principalement distinguer deux types de spectres. Les spectres d'émission et de diffusion qui sont l'intensité sortante d'un atome tracé en fonction de la fréquence de sortie de la lumière. Les spectres d'absorption et de transmission sont la transmission (ou son complémentaire) d'un faisceau laser à travers un atome ou un nuage d'atomes en fonction de la fréquence incidente du laser. A signaler que le spectre de diffusion est le seul à avoir une différence qualitative entre atomes chauds et atomes froids (pour les autres seules les largeurs des spectres changent entre froid et chaud). Pour le spectre de diffusion, les contributions élastiques et inélastiques sont visibles spectralement pour un nuage d'atomes froids. Les atomes chauds convoluent les deux distributions par le Doppler. La largeur Doppler étant beaucoup plus large que celle du spectre inélastique, les spectres élastiques et inélastiques convolus possèdent la même largeur.

lorentzienne de largeur Γ .

$$\sigma_{0K}(\omega) = \sum_i R_i \pi_i \frac{\sigma_0}{1 + 4 \left(\frac{\omega - \omega_{0,i}}{\Gamma} \right)^2} \quad (\text{VI.1})$$

avec R_i le rapport de branchement et π_i les populations relatives des différents états

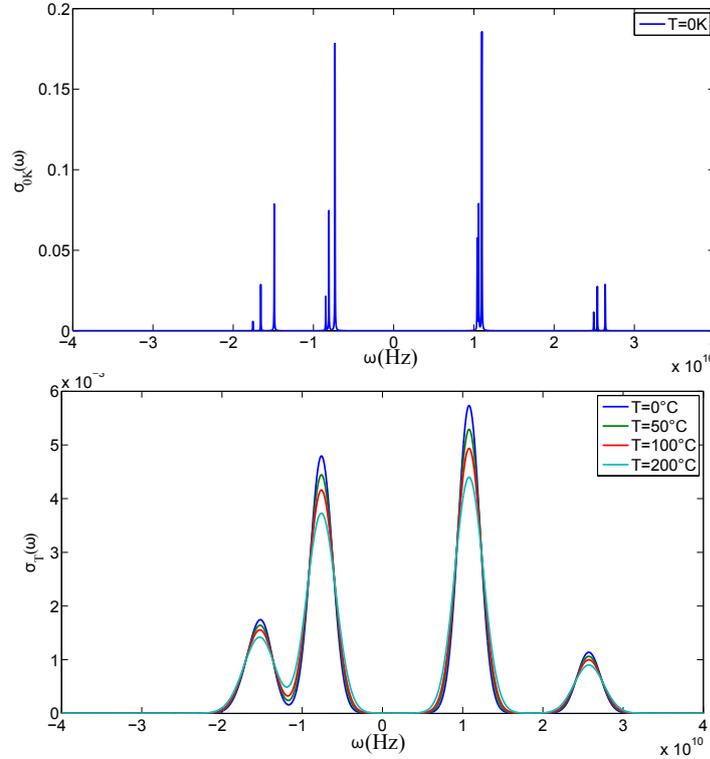


Figure VI.3 – Sections efficaces d'extinction à température nulle (haut) et à différentes températures (respectivement $T = 0^{\circ}C, 50^{\circ}C, 100^{\circ}C, 200^{\circ}C$). A $0K$, la section efficace est donnée par la somme des lorentziennes de chaque transition (formule (VI.1)) et à une température T comme la convolution de la section froide et de la gaussienne Doppler (formule (VI.1))

des deux isotopes (c'est le produit de l'abondance naturelle de chaque espèce et de la proportion d'atome dans chaque niveau hyperfin pour chaque espèce). Nous avons tracé $\sigma(\omega)$ en haut de la figure (VI.3). Nous voyons que chaque niveau fondamental hyperfin est couplé à 3 niveaux hyperfins excités $\Delta F = 0$ ou ± 1 . Ces 3 raies sont très proches entre elles [Ste] et l'écart entre elles est inférieur à l'élargissement Doppler kv à température ambiante. La convolution de chacune des 3 raies produit « une seule » raie dont la largeur dépend de la température T du système considéré. La largeur des raies Doppler est :

$$d\nu = \frac{\sqrt{8 * \ln(2)}}{\lambda} \sqrt{\frac{k * T}{m}} \quad (\text{VI.2})$$

en considérant que la vitesse des atomes suit une loi de Maxwell-Boltzmann. A $20^{\circ}C$, la largeur à mi-hauteur de l'élargissement spectral est environ $500MHz$ donc plus grand que l'écart entre les raies hyperfines du même groupe (écart maximal $\approx 266MHz$) et beaucoup plus grand que la largeur naturelle des niveaux excités ($\approx 6MHz$).

La section efficace du spectre à température T s'écrit comme la convolution de $\sigma_{0K}(\omega)$

et de la gaussienne de l'élargissement Doppler. La distribution Doppler s'écrit en vitesse : $P(v)dv = \sqrt{\frac{m}{2\pi kT}} e^{-\frac{mv^2}{2kT}} dv$. Nous pouvons convertir cette distribution en fréquence sachant que la vitesse qui permet de faire un déplacement Doppler de ω_0 à ω est : $v = c \left(\frac{\omega}{\omega_0} - 1 \right)$. La distribution Doppler peut se réécrire :

$$P(\omega)d\omega = \sqrt{\frac{mc^2}{2\pi kT\omega_0^2}} e^{-\frac{mc^2}{2kT} \left(\frac{\omega}{\omega_0} - 1 \right)^2} d\omega \quad (\text{VI.3})$$

La section efficace à température non nulle s'écrit donc :

$$\sigma_T(\omega) = \int_{-\infty}^{+\infty} d\omega' \sigma_{0K}(\omega') P(\omega' - \omega) \quad (\text{VI.4})$$

Nous voyons que l'élargissement Doppler (figure (VI.3)) entre $0^\circ C$ et $200^\circ C$ est assez faible car croît en \sqrt{T} avec T en kelvins.

VI.1.3 Elargissement collisionnel

La statistique de Lévy que suivent les pas des photons est fixée par la redistribution Doppler comme nous allons le voir par la suite. Il pourrait être intéressant de changer le coefficient de Lévy de la vapeur atomique chaude en introduisant un autre type d'élargissement. Nous avons acheté deux cellules comprenant du Rubidium dans sa composition isotopique naturelle, ainsi que de l'Hélium comme gaz tampon (buffer) pour créer un élargissement spectral collisionnel. Il est important de souligner que la pression de vapeur saturante du rubidium, même à une température élevée (par exemple $170^\circ C$) ne permet pas d'avoir des densités suffisamment importantes pour tenir compte de l'élargissement collisionnel rubidium-rubidium. A $170^\circ C$, la pression de rubidium est $17mPa$, soit $\approx 0.13mtorr$ et $2.7 \cdot 10^{12}$ atomes/ cm^3 . A ces densités là, l'élargissement collisionnel dû aux atomes de rubidium eux-même est négligeable. Nous pouvons voir les densités de pression de rubidium dans la cellule sans gaz tampon (buffer) sur la figure (VI.4).

Par contre avec le gaz buffer, cet élargissement spectral peut devenir comparable voire supérieur à l'élargissement Doppler. Pour la cellule avec 50 torr d'Hélium, nous avons observé un élargissement légèrement supérieur à l'élargissement Doppler, et surtout un comportement « normal ». Par là, nous voulons dire que la transmission se creuse de manière monotone avec l'augmentation de la température. Pour la cellule avec 500 torr d'Hélium, l'évolution du spectre de transmission avec la température n'a pas été comprise et l'élargissement était trop large pour être balayé entièrement par notre diode laser.

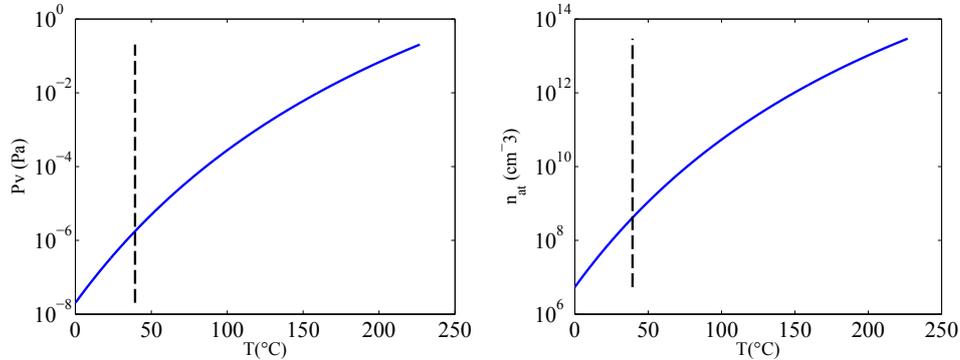


Figure VI.4 – Pression de vapeur saturante et densité d'atomes de rubidium en fonction de la température de la cellule [Ste]. Le trait vertical est la température de fusion du Rubidium.

Dans la littérature, nous avons trouvé les valeurs d'élargissement collisionnel dues à la présence de différents gaz buffers. Dans [RP97], nous avons précisé les valeurs d'élargissements et de décalage de la raie D2 du rubidium avec de l'hélium comme gaz buffer (élargissement de 20MHz/torr et un décalage fréquentiel de 0.37MHz/torr). Ces valeurs sont valables (et ont été mesurées) pour des pressions de gaz buffer allant de 0 à 300 torr. Pour notre cellule à 50 torr ($\approx 66\text{mbar}$), cela correspond à un élargissement de 1Ghz et un shift de 18.5MHz.

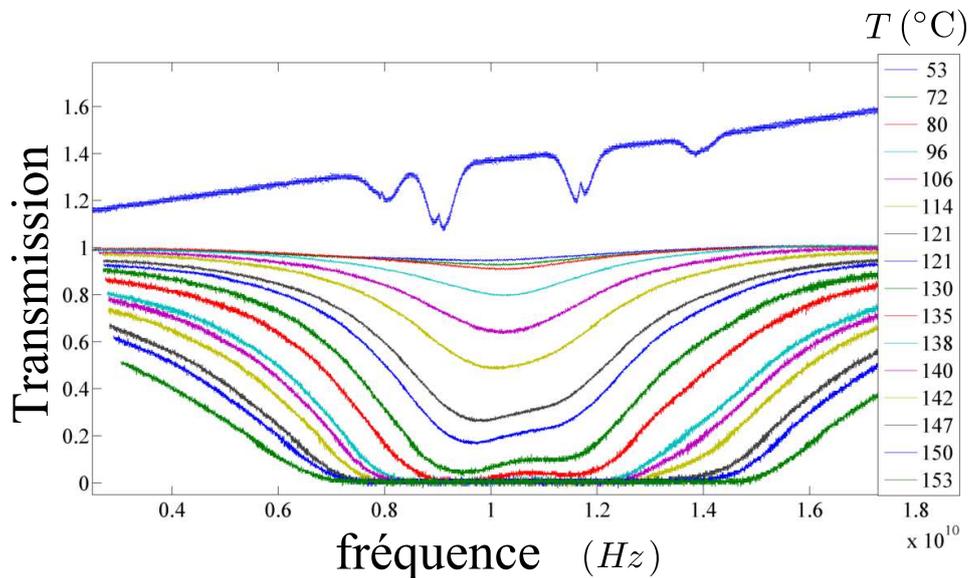


Figure VI.5 – Spectre élargi par collisions. En haut, le spectre d'absorption saturée de référence. Différentes transmissions de sondes balayées en fréquence pour des températures variant de 50°C à 150°C . L'élargissement collisionnel est plus grand que l'élargissement Doppler. Les différentes raies hyperfines sont dans le même creux.

Qualitativement nous pouvons observer (figure VI.5) au travers de la transmission de

cette cellule, un profil où toutes les raies sont confondues en une seule et ce creux augmente toujours avec la température. Nous avons le comportement voulu, une largeur des profils due non à l'effet Doppler mais aux collisions et une transmission diminuant avec la température. Ce signal n'est pas pleinement compris et il est étonnant d'observer à température faible ($T < 100^\circ C$), un seul creux de largeur 2 ou 3 GHz et non pas le signal sans collision convolué par une largeur de 2GHz. A plus forte température cette convolution a par contre l'air de devenir visible. Cette cellule possède la bonne pression de gaz buffer pour être étudiable même si nous ne comprenons pas encore pleinement son spectre de transmission.

VI.2 Modèle de vols de Lévy

Cette partie montre les résultats expérimentaux mesurés qui sont principalement :

- $T_{diff}(O)$: la transmission diffuse totale en fonction de l'opacité du système. La violation de la loi d'Ohm va être mise en évidence.
- $P(r_\perp)$: le profil radial de la transmission diffuse. L'image de la face de sortie est imagée sur une caméra et moyennée angulairement. Une loi de puissance caractéristique des vols de Lévy va être observée alors qu'un système diffusif décroît exponentiellement dans les ailes ($r_\perp > L$).

Ces expériences vont être comparées à des calculs analytiques et numériques que nous allons présenter. Le diagramme (VI.6) permet de montrer les 3 différentes méthodes numériques d'obtenir $T_{diff}(O)$ et P_{r_\perp} et une méthode analytique pour obtenir P_{r_\perp} . Ces méthodes peuvent être classées selon leur degré d'approximation en commençant par la moins approximée :

- l'ETR pour une vapeur chaude, i.e. avec l'approximation $kv \gg \Gamma$ (ETR chaude)
- l'ETR pour une vapeur chaude avec des pas orthogonaux. Ce trajet orthogonal implique une redistribution complète de fréquence à chaque diffusion (ETR CFR).
- Simulation Monte-Carlo à partir d'un $P(l)$ choisi arbitrairement avec des vols de Lévy ou déduit de la résolution numérique de l'ETR (simulation $P(l)$).
- L'hypothèse de simple diffusion à partir de l'ETR CFR permet de relier analytiquement $P(r_\perp)$ et $P(l)$.

VI.2.1 Résolution de l'ETR avec des atomes chauds

Nous allons donner quelques détails sur l'établissement de l'ETR dans notre cas particulier et de sa résolution numérique. Ce travail a été effectué par Romain Pierrat de l'ESPCI. Dans l'article [PGD09], il est établi l'équation (22) qui décrit le transport dans

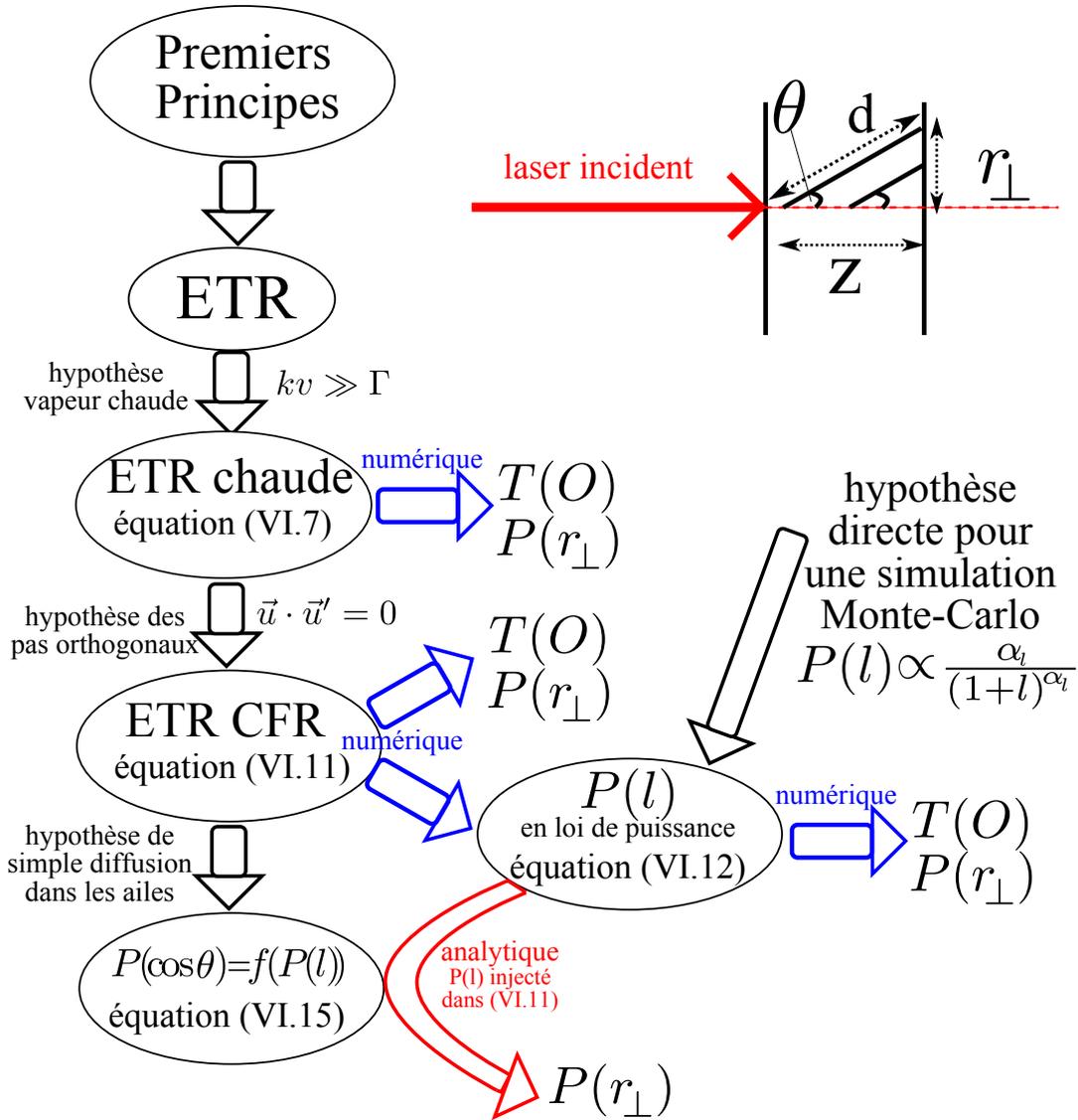


Figure VI.6 – Différentes manières d’obtenir la distributions de la taille des pas $P(l)$, le profil radial $P(r_{\perp})$ et la transmission $T(O)$.

une vapeur atomique exprimée avec des fonctions de Green moyennes (sans hypothèse ultrafroide ($\Gamma \gg kv$) ni chaude ($\Gamma \ll kv$)).

De cette équation (22) obtenue à partir des équations de Maxwell, nous pouvons déduire une équation sur le transport de la luminance. Nous écrivons cette équation dans son régime non stationnaire dans le régime des fréquences :

$$\begin{aligned}
& \left[-\frac{i\Omega}{c_0} + \mathbf{u} \cdot \nabla_{\mathbf{r}} + \int_{\mathbf{v}} \mu_e(\delta - k_0 \mathbf{u} \cdot \mathbf{v}, \Omega) g(\mathbf{v}) d\mathbf{v} \right] I(\mathbf{u}, \mathbf{r}, \delta, \Omega) \\
& = \frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} \int_{\mathbf{v}} \int_{-\infty}^{\infty} \mu_s(\delta - k_0 \mathbf{u} \cdot \mathbf{v}, \Omega) \delta(\delta' - \delta - k_0(\mathbf{u}' - \mathbf{u}) \cdot \mathbf{v}, \Omega) g(\mathbf{v}) I(\mathbf{u}, \mathbf{r}, \delta, \Omega) d\mathbf{u}' d\mathbf{v} d\delta'
\end{aligned} \tag{VI.5}$$

avec le désaccord $\delta = \omega - \omega_0$,

le coefficient d'extinction $\mu_e(\delta - k_0 \mathbf{u} \cdot \mathbf{v}, \Omega) = \frac{i\rho}{2k_0} \left[t\left(\omega - k_0 \mathbf{u} \cdot \mathbf{v} + \frac{\Omega}{2}\right) - t^*\left(\omega - k_0 \mathbf{u} \cdot \mathbf{v} - \frac{\Omega}{2}\right) \right]$,

et le coefficient de diffusion (au sens changement de mode) $\mu_s(\delta - k_0 \mathbf{u} \cdot \mathbf{v}, \Omega) = \frac{\rho}{4\pi} t\left(\omega - k_0 \mathbf{u} \cdot \mathbf{v} + \frac{\Omega}{2}\right) t$

exprimé en fonction de l'opérateur de diffusion scalaire : $t(\omega) = \frac{4\pi}{k_0} \frac{\Gamma/2}{\delta + i\Gamma/2}$ et de la distribution

de Maxwell-Boltzmann $g(\mathbf{v}) = \frac{1}{[\sqrt{2\pi}\bar{v}]^3} \exp\left(-\frac{\mathbf{v}^2}{2\bar{v}^2}\right)$.

Contrairement à l'article [PGD09], où l'effet Doppler était très petit, ici c'est la largeur naturelle des niveaux atomiques qui est négligeable devant l'élargissement fréquentiel Doppler ($\Gamma \ll k\bar{v}$) avec une vapeur chaude. Avant de faire cette approximation nous pouvons regarder le comportement temporel asymptotique avec un développement en série en $\Omega \ll \delta, \Gamma, k_0\bar{v}$. Avec ce développement, nous pouvons simplifier les coefficients de diffusion et d'extinction qui ne dépendent pas du temps :

$$\begin{aligned}
& \left[\mathbf{u} \cdot \nabla_{\mathbf{r}} + \left(1 + \frac{1}{\Gamma} \frac{\partial}{\partial t}\right) \int_{\mathbf{v}} \mu_e(\delta - k_0 \mathbf{u} \cdot \mathbf{v}, 0) g(\mathbf{v}) d\mathbf{v} \right] I(\mathbf{u}, \mathbf{r}, \delta, t) \\
& = \frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} \int_{\mathbf{v}} \mu_s(\delta - k_0 \mathbf{u} \cdot \mathbf{v}, 0) g(\mathbf{v}) I(\mathbf{u}', \mathbf{r}, \omega + k_0(\mathbf{u}' - \mathbf{u}) \cdot \mathbf{v}, t) d\mathbf{u}' d\mathbf{v} \tag{VI.6}
\end{aligned}$$

Nous pouvons simplifier les intégrales des coefficients d'extinction et de diffusion (multipliés par la distribution de Maxwell-Boltzmann $g(\mathbf{v})$) avec l'approximation des fortes vitesses qui amènent à :

$$\begin{aligned}
& \int_{\mathbf{v}} \mu_e(\delta - k_0 \mathbf{u} \cdot \mathbf{v}, \Omega) g(\mathbf{v}) d\mathbf{v} = \frac{\Gamma}{2l_0 k_0 \bar{v}} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \exp\left(-\frac{\delta^2}{2k_0^2 \bar{v}^2}\right) \\
& \int_{\mathbf{v}} \mu_s(\delta - k_0 \mathbf{u} \cdot \mathbf{v}, \Omega) \delta(\delta' - \delta - k_0(\mathbf{u} - \mathbf{u}') \cdot \mathbf{v}, \Omega) g(\mathbf{v}) d\mathbf{v} = \\
& \frac{\Gamma}{2l_0 k_0 \bar{v}} \frac{1}{\sqrt{\frac{\pi}{2}} \sqrt{2\pi k_0 \bar{v}} \sqrt{1 - (\mathbf{u} \cdot \mathbf{u}')^2}} \exp\left(-\frac{(\delta' \mathbf{u}' - \delta \mathbf{u})^2}{2k_0^2 \bar{v}^2 (1 - (\mathbf{u} \cdot \mathbf{u}')^2)}\right) \tag{VI.7}
\end{aligned}$$

Alors l'équation de transfert de luminance devient en faisant apparaître le rapport du coefficient de diffusion et celui d'extinction ($p(\delta, \delta', \mathbf{u}, \mathbf{u}') = \frac{\mu_s(\delta, \delta', \mathbf{u}, \mathbf{u}')}{\mu_e(\delta)}$) :

$$\left[\mathbf{u} \cdot \nabla_{\mathbf{r}} + \left(1 + \frac{1}{\Gamma} \frac{\partial}{\partial t} \right) \mu_e(\delta) \right] I(\mathbf{u}, \mathbf{r}, \delta, t) = \frac{\mu_e(\delta)}{4\pi} \int p(\delta, \delta', \mathbf{u}, \mathbf{u}') I(\mathbf{u}', \mathbf{r}, \delta', t) d\mathbf{u}' d\delta' \quad (\text{VI.8})$$

Cette équation permet une résolution numérique par une intégration de type Monte-Carlo car c'est une équation intégrale fermée. La résolution se déroule de la manière suivante. Nous tirons un angle \mathbf{u} avec une probabilité uniforme, un désaccord δ qui vérifie la distribution $p(\delta, \delta', \mathbf{u}, \mathbf{u}')$ et une distance s qui vérifie la distribution $\mu_e(\delta) \exp(-\mu_e(\delta) s)$. Romain Pierrat utilise cette équation (VI.8) pour les simulations. Nous calculons numériquement la dépendance dans les ailes du flux total diffusé versus l'opacité du système et nous trouvons : $T(O) \propto O^{-0.53}$. Nous calculons aussi la dépendance radiale du flux sortant et nous trouvons une loi de puissance dans les ailes : $r_{\perp}^{-4.16}$.

VI.2.2 ETR en régime CFR

Nous pouvons aussi continuer les calculs analytiques en faisant l'hypothèse : $\mathbf{u} \cdot \mathbf{u}' = 0$ dans l'équation (VI.8). C'est une approximation parce que nous savons qu'en moyenne la diffusion est isotrope et donc $\langle \mathbf{u} \cdot \mathbf{u}' \rangle = 0$. Ici nous supposons que le trajet d'un photon est constitué uniquement de segments orthogonaux. Dans ce cas, μ_s , μ_e et $p(\delta, \delta', \mathbf{u}, \mathbf{u}')$ se simplifient dans l'équation (VI.7) qui s'écrit :

$$\mu_s = \frac{\Gamma l_0}{(2l_0 k_0 \bar{v})^2} \sqrt{\frac{\pi}{2}} e^{-\frac{-\delta^2}{2k_0^2 \bar{v}_0^2}} e^{-\frac{-\delta'^2}{2k_0^2 \bar{v}_0^2}} \quad (\text{VI.9})$$

$$\mu_e = \frac{\Gamma}{2l_0 k_0 \bar{v}} \sqrt{\frac{\pi}{2}} e^{-\frac{-\delta^2}{2k_0^2 \bar{v}_0^2}} \quad (\text{VI.10})$$

$$p(\delta') = \frac{\Gamma l_0}{\sqrt{2\pi} k_0 \bar{v}} e^{-\frac{-\delta'^2}{2k_0^2 \bar{v}_0^2}} \quad (\text{VI.11})$$

Les expressions de μ_e et μ_s sont gaussiennes et montrent bien que le profil de Voigt initialement présent dans l'équation (VI.5) a été perdu. Avec un laser à résonance, ce problème n'est pas grave mais avec un laser fortement désaccordé la partie lorentzienne des coefficients d'extinction et de diffusion ne peut être négligée. Nous réécrivons l'équation (VI.8) dans une géométrie slab avec cette dernière hypothèse (équations (VI.9),(VI.10),(VI.11)). Nous obtenons en posant $\mu = \cos(\theta)$:

$$\left[\mu \frac{\partial}{\partial z} + \left(1 + \frac{1}{\Gamma} \frac{\partial}{\partial t} \right) \mu_e(\delta) \right] I(\mu, z, \delta, t) = \frac{\mu_e(\delta)}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \int_{-1}^{+1} p(\delta') I(\mu', z, \delta', t) d\mu' d\delta' \quad (\text{VI.12})$$

Il n'y a plus de terme qui dépende en même temps de δ et δ' , donc la fréquence de sortie ne sera pas influencée par la fréquence d'entrée. Cette approximation ($\mathbf{u} \cdot \mathbf{u}' = 0$) implique en fait l'hypothèse de redistribution complète de fréquence (CFR).

Nous pouvons déduire de cette dernière formule (VI.12), des informations sur les statistiques des trajectoires des photons. Nous pouvons déduire de manière numérique comme précédemment les différentes quantités intéressantes : la distribution de la longueur des pas $P(l)$, la dépendance du flux sortant avec l'épaisseur,... mais aussi analytiquement avec une hypothèse supplémentaire (décomposition modale) il est possible d'obtenir la dépendance temporelle et le profil radial du flux sortant de la cellule. Nous sommes très intéressés par ce que nous avons déjà mesuré, i.e. la dépendance en épaisseur du flux sortant ainsi que le profil radial du flux sortant et ce sont les prédictions théoriques de ces grandeurs qui vont être regardées.

Premièrement, nous vérifions que nous avons bien des vols de Lévy. Pour nous, cela signifie que la distribution de la taille des pas arbore une loi de puissance dans les ailes avec un exposant inférieur à 3. Nous trouvons numériquement

$$P(l \rightarrow \infty) \propto x^{\alpha_l+1} = x^{2.16} \quad (\text{VI.13})$$

donc $\alpha_l = 1.16$ ce qui est bien compris entre 0 et 2, donc ce système possède des vols de Lévy. Ce résultat est consistant avec les mesures expérimentales macroscopiques présentées dans la partie (VI.3) mais aussi avec les mesures microscopiques où les mesures ont donné $\alpha_l \approx 1.1$ [MCGK13].

Maintenant que nous savons que les équations montrent que ce système doit exhiber des vols de Lévy, nous pouvons prédire les résultats sur des grandeurs mesurables et mesurées par deux modèles de transfert radiatif.

Pour le flux total transmis, nous trouvons le même comportement numérique en fonction de l'épaisseur, avec ou sans l'approximation $\mathbf{u} \cdot \mathbf{u}' = 0$. Dans les 2 cas nous trouvons une loi de puissance avec un coefficient légèrement inférieur à -0.5 (sans approximation, nous avons $r^{-0.53}$). Il est important de signaler que ce résultat est en accord avec le résultat de Davis et Marshark [DM97] qui donne la dépendance en épaisseur de la transmission connaissant le coefficient α_l . Ils ont montré que $T(0) \propto O^{-\alpha_l/2}$ à partir d'un raisonnement de marche aléatoire avec une statistique de vols de Lévy. Ils ont principalement utilisé le résultat de Frisch et Frisch [FF95] sur la probabilité de sortie d'un photon dans un slab semi-infini après un certain nombre de pas donné.

Un modèle a plus d'hypothèses physiques que l'autre et comme ces modèles donnent le même résultat dans le cas d'un laser à résonance, nous pouvons en déduire que la perte de mémoire de la fréquence du photon incident ne joue aucun rôle dans ce problème.

VI.2.3 Description des vols de Lévy par sa distribution de longueurs de pas

Concurremment au modèle ETR (ou prenant comme entrée un $P(l)$ numérique calculé avec un modèle ETR), nous pouvons décrire un modèle microscopique basé sur une distribution de probabilité des pas. La différence principale est que nous savons que des vols de Lévy existent et nous construisons une distribution de taille des pas qui vérifie le comportement asymptotique $P(l) \propto l^{-(1+\alpha_l)}$. Nous avons observé numériquement que les résultats dans le calcul de la transmission et des ailes du profil radial n'étaient pas très influencés par le cut-off à courte distance. Nous avons donc choisi le modèle le plus simple qui ne diverge pas en $l = 0$

$$P(l) = \frac{\alpha_l}{(1+l)^{1+\alpha_l}} \text{ avec } 0 < \alpha_l < 2 \quad (\text{VI.14})$$

Ce modèle ne nous apprend a priori rien de plus que le modèle microscopique. La différence principale est que dans les modèles PFR et CFR, nous prenons tous les photons à la même fréquence et donc le premier pas suit une loi de Beer-Lambert alors que ce modèle Monte-Carlo commence avec une distribution de type Lévy même pour la première diffusion. Nous verrons que cela implique une différence sur la partie axiale du profil radial.

En conclusion, nous disposons de 3 types de modèles numériques. Un modèle complet avant approximation, appelé modèle ETR chaud, un modèle qui vient après l'approximation $\vec{u} \cdot \vec{u}' = 0$ que l'on appellera modèle ETR CFR et un modèle Monte Carlo qui ont les mêmes prédictions (à quelques pourcents près) pour la transmission diffuse totale en fonction de l'opacité (voir figure VI.7) et pour le profil radial (voir figure (VI.8)) :

$$\begin{cases} T \propto O^{-0.5} \\ P(r_{\perp}) \propto r^{-4} \end{cases} \quad (\text{VI.15})$$

VI.2.4 Calcul de $P(r_{\perp})$ avec l'approximation de simple diffusion dans les ailes

Nous pouvons maintenant calculer de manière « physique » (analytique mais avec hypothèse), le comportement asymptotique du profil radial. L'idée est que la diffusion normale exhibant un profil radial exponentiel dans les ailes, ne va pas participer à ces ailes si à la fin du calcul nous trouvons une loi asymptotique décroissant moins rapidement. Supposons donc que dans les ailes du profil radial seul le dernier pas de diffusion

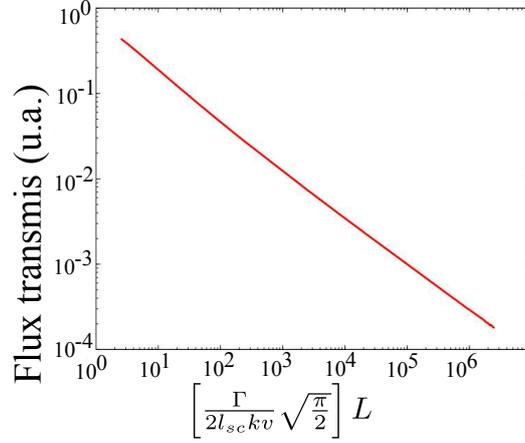


Figure VI.7 – Transmission diffuse totale en fonction de l'opacité calculée numériquement avec le modèle ETR chaud. L'axe des abscisses est une épaisseur du système normalisée par les paramètres atomiques.

est important et que les premiers n'ont pas fait sortir le photon de l'axe du laser. Nous écrivons :

$$T(\mu)d\mu = \int_0^\infty dlP(l)H(l-d) \quad (\text{VI.16})$$

avec H la fonction de Heaviside. Les différentes grandeurs sont définies sur la figure (VI.6), nous effectuons le changement de variable $d^2 = r_\perp^2 + (L-z)^2$ et $\mu = \frac{L-z}{\sqrt{r_\perp^2 + (L-z)^2}}$ et obtenons :

$$T(r)rdr \propto \frac{dr}{r^{2+\alpha_l}} \rightarrow T(r) \propto r^{-3-\alpha_l} \quad (\text{VI.17})$$

ce qui est en parfait accord avec les résultats numériques trouvés précédemment avec les 3 modèles (équation VI.15).

VI.2.5 Comparaison entre les différents modèles

Lorsque nous étudions le cas d'un laser résonant incident sur le système, les 4 modèles prédisent quantitativement (à moins de 5%) les mêmes pentes de loi de puissance pour la transmission diffuse $T(O)$ et l'aile du profil radial $P(r_\perp)$. Pourtant, une différence importante est visible (voir figure (VI.8)) au centre du profil radial $P(r_\perp = 0)$ piqué à l'origine dans le cas du modèle $P(l)$ et pas dans le cas des solutions ETR avec un laser fin. Cette différence sera expliquée précisément dans la partie (VI.3.6) et provient du traitement différent du premier pas avant la diffusion (statistique de Lévy dans le cas $P(l)$, statistique diffusive (Beer-Lambert) pour l'ETR).

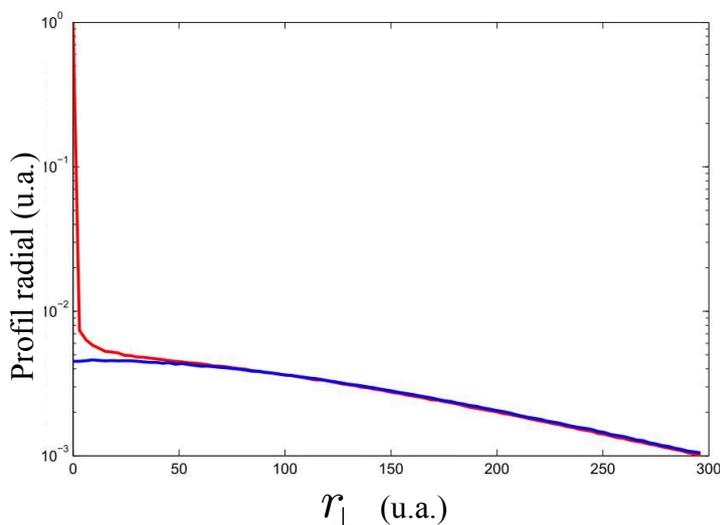


Figure VI.8 – Comparaison entre le profil radial obtenu à partir d'un modèle $P(l)$ (rouge) et d'une résolution numérique directe de l'ETR pour vapeurs chaudes (bleu). Les deux méthodes donnent le même résultat dans les ailes mais pas au centre où le modèle $P(l)$ est piqué. La raison est que les photons incidents monochromatiques avant diffusion suivent une loi de Beer-Lambert non prise en compte par le modèle $P(l)$.

Le laser à résonance ne semble pas provoquer de grandes différences entre le modèle à rediffusion partielle de fréquence (ETR chaud) et les deux modèles à redistribution complète de fréquence (ETR CFR et modèle $P(l)$). A grand désaccord et à milieux faiblement opaques, nous pouvons nous attendre à de grandes différences entre PFR et CFR. En effet un photon avec un désaccord δ deviendra à résonance après une diffusion dans un modèle CFR alors qu'il ne « sera à résonance » qu'après environ $\left(\frac{\delta}{kv}\right)^2$ diffusions en moyenne (marche aléatoire de la fréquence avec des pas de longueurs kv en moyenne). Cette différence fait qu'il est raisonnable d'attendre des différences entre les prédictions PFR/CFR.

VI.3 Expérience

Dans cette section, nous allons expliquer comment s'effectuent les différentes mesures et les différents traitements. Pour les codes utilisés nous renverrons le lecteur aux annexes correspondantes. Nous décrirons ensuite les résultats qui correspondent très bien aux prédictions théoriques réalisées dans la partie précédente.

VI.3.1 Schéma expérimental

Les différents éléments de l'expérience (voir figure VI.11) sont une diode laser, une cellule de rubidium plate (géométrie « camembert ») placée dans un four, une photodiode pour la transmission et une caméra CCD pour imager la face de sortie de la cellule.

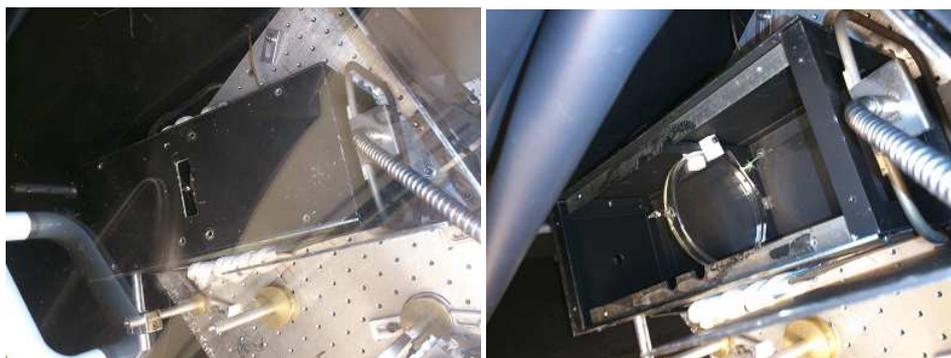


Figure VI.9 – Photographie du four fermé à gauche et ouvert à droite. Le four est chauffé par des bandes chauffantes et une résistance annulaire. La cellule camembert est placée au centre avec le queusot à l'extérieur pour que ce soit la zone la plus froide et donc le point de condensation du rubidium. Cette géométrie empêche que le rubidium ne condense sur les parois de la cellule en formant un miroir.

La source laser est une diode DFB (Distributed Feedback Laser) de largeur spectrale d'environ 2MHz dont la puissance est de quelques dizaines de mW. Pour ne pas saturer les atomes nous utilisons des densités avant l'injection dans une fibre optique pour n'avoir que quelques dizaines de μW arrivant sur les atomes sur une section de quelques mm^2 . La fibre optique monomode a 2 rôles : le filtrage spatial du laser afin d'avoir un beau mode et d'augmenter la distance entre le laser et le four, pouvant chauffer à $200^\circ C$, pour ainsi éviter des problèmes sur la régulation de température du laser. Le laser est collimaté et le waist est proche de 2mm. La cellule « camembert » est en pirex, son diamètre est de 10 cm, son épaisseur interne de 5mm avec des parois de 3mm chacune. Cette cellule contient un mélange naturel de Rubidium 85 et 87. Le four (voir figure (VI.9)) permet de chauffer la cellule jusqu'à $200^\circ C$. Typiquement nous avons pris des données pour des températures allant de $40^\circ C$ à $170^\circ C$, ce qui correspond à des densités de $6 \cdot 10^9 at/cm^3$ à $2 \cdot 10^{14} at/cm^3$. Le chauffage nous permet de bien contrôler l'opacité en changeant simplement la température.

Une partie du laser incident est utilisée pour réaliser une spectroscopie d'absorption saturée de référence, qui permet aussi l'asservissement en fréquence du laser sur le crossover $F = 2 \rightarrow F' = 2 - F' = 4$ de la raie D_2 du rubidium 85. Le laser possède un piédestal en fréquence (voir fig (VI.10)) de puissance 0.4% de la puissance totale. Nous avons caractérisé cette puissance dans le piédestal simplement comme le rapport entre la puissance résiduelle à résonance et la puissance hors résonance avec une épaisseur op-

tique suffisamment élevée pour que nous soyons sûrs que les photons à résonance aient une probabilité infinitésimale de passer (exemple $e^{-100} \approx 10^{-44}$!).

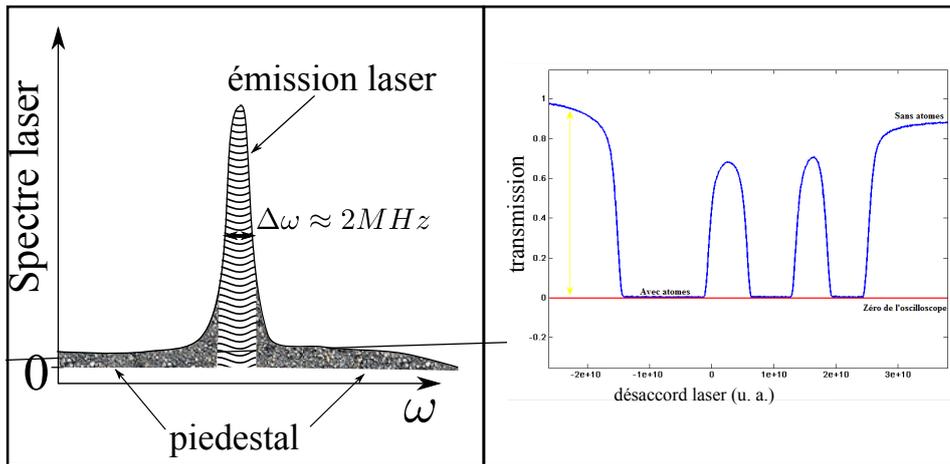


Figure VI.10 – A gauche, schéma du spectre du laser. Le laser est large de 2MHz avec une puissance spectrale supérieure de plusieurs dizaines de dB par rapport au piédestal rouge. Nous ne pouvons mesurer précisément ce spectre car nous ne disposons pas d'un spectromètre avec une si bonne résolution. Le fond a un niveau très bas mais peut-être très large (plusieurs nanomètres). Cette largeur fait que la puissance dans ce fond peut-être mesurée. Nous voyons cette puissance dans la figure de droite. Nous mesurons la transmission avec une cellule très chaude (épaisseur optique à résonance supérieure à 100). De la lumière est quand même transmise car elle n'est pas à la fréquence d'absorption des atomes. Cette méthode nous permet d'estimer la puissance dans le fond à moins de 0.4% de la puissance totale du laser.

Ce piédestal peut-être un problème car ses fréquences hors résonance sont diffusées par le verre et non absorbées par le rubidium. Cette diffusion par le verre est très faible mais peut gêner car nous voulons connaître les ailes du profil radial où le signal d'intérêt est peu important. La caméra est placée sur un axe faisant un angle de 3° avec l'axe du laser. Nous imageons la fluorescence sur la CCD avec une lentille de focale 50mm. Nous ajoutons un iris pour supprimer le problème de diffusion du piédestal sur la face d'entrée. La profondeur de champ est inversement proportionnelle à l'ouverture numérique. Cela signifie qu'en fermant l'iris, la profondeur de champ est augmentée et donc nous réduisons la taille du spot de l'image de la diffusion sur la face d'entrée. Donc cette diffusion est imagée au centre de l'image et pas dans les ailes. Au centre nous avons beaucoup de signal et nous ne sommes pas sensibles au faible signal diffusé par la face d'entrée. Le profil radial mesuré (avec un laser hors résonance) par la caméra réduit brutalement à 1 cm avec une ouverture numérique (0.25) limité par la lentille de diamètre 1 pouce. Si on met un iris au niveau de la lentille de diamètre 1cm, la chute arrive dès 2mm (ouverture numérique de 0.1). Nous voyons cela sur la figure de gauche de fig (VI.14).

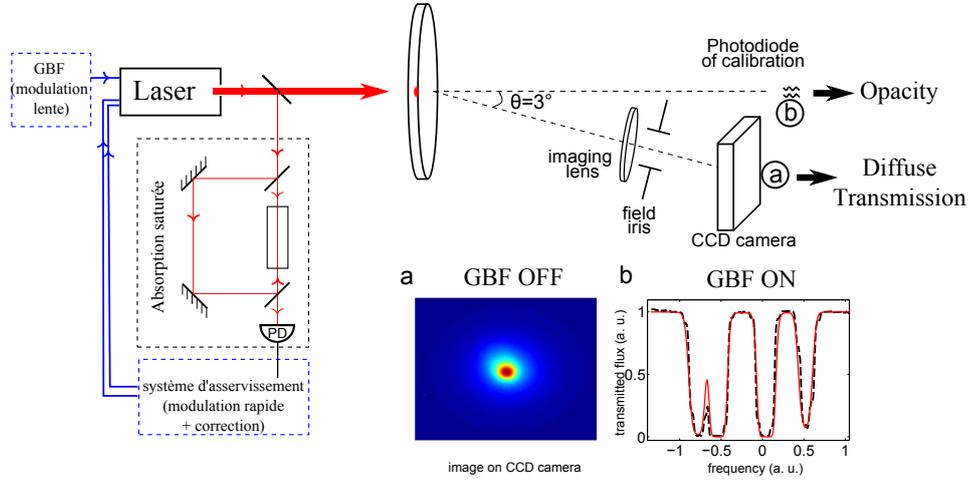


Figure VI.11 – schéma du montage expérimental : mesure du profil de radial de la diffusion multiple dans une vapeur chaude

VI.3.2 Mesure de l'opacité

Nous utilisons une photodiode pour mesurer la transmission balistique du faisceau à travers la cellule de rubidium. Nous allons repartir des résultats obtenus dans la partie VI.1.2 sur l'élargissement Doppler. Nous pouvons exprimer la transmission du faisceau en fonction de la section efficace σ_T qui est la section efficace atomique convoluée par l'effet Doppler.

$$T(\omega) = e^{-nL\sigma(\omega)} = e^{-O\frac{\sigma_T(\omega)}{\sigma_0}} \quad (\text{VI.18})$$

Attention à ne pas confondre épaisseur optique ($b = nL\sigma(\omega)$) et opacité (O). L'épaisseur optique est vraiment la même mesure que la transmission : $T(\omega) = e^{-b(\omega)}$ alors que l'opacité est : $T(\omega) = e^{-O\frac{\sigma_T(\omega)}{\sigma_0}}$. Nous avons donc $b(\omega) = O\frac{\sigma_T(\omega)}{\sigma_0}$ et le lien entre les deux dépend un peu de la température mais très légèrement car l'élargissement Doppler croît en \sqrt{T} . A 40°C , le maximum (à résonance de la raie la plus intense) de $\frac{\sigma_T(\omega)}{\sigma_0} = 0.005$; à 170°C , le maximum de $\frac{\sigma_T(\omega)}{\sigma_0}$ vaut 0.0045 donc la température n'influe que très peu sur le coefficient entre épaisseur optique et opacité dans notre gamme de température. Nous avons $O \gtrsim 200b$.

En pratique nous enregistrons la transmission de la sonde scannée sur le Doppler. Ensuite nous utilisons les programmes fournis en annexe. Ces programmes permettent dans un premier temps d'enlever la rampe due au scan en fréquence qui est réalisée avec un balayage en courant de la diode laser. Ensuite on réalise un fit avec 3 paramètres : 1 est physique (l'opacité O_{fit}) et les deux autres sont juste des paramètres d'ajustement : la

translation en fréquence δ_{fit} et la dilatation en fréquence k_{fit} (qui dépend de la vitesse de balayage). Avec des paramètres initiaux adaptés, le fit converge correctement et nous pouvons en déduire l'opacité de notre système.

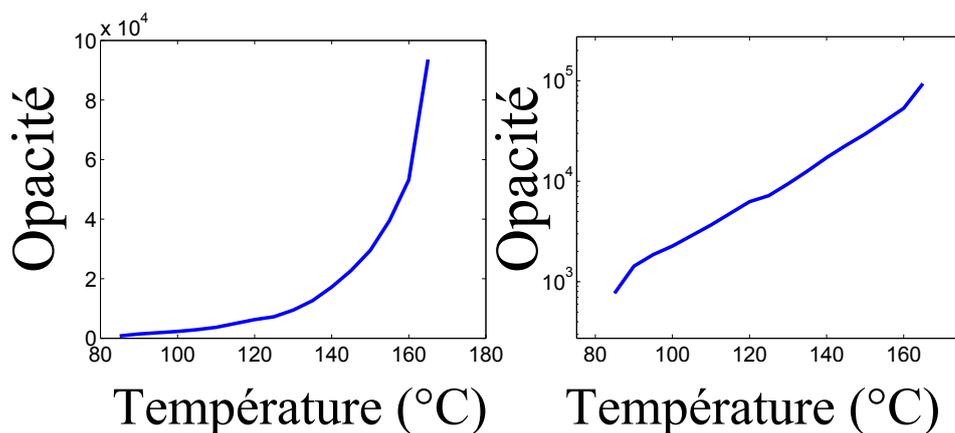


Figure VI.12 – Opacité mesurée en fonction de la température en échelle linéaire à gauche et semi-logarithmique à droite. L'augmentation exponentielle de l'opacité avec la température est observée.

VI.3.3 Mesure de l'intensité totale transmise

Nous utilisons la même caméra CCD que ce soit pour l'intensité diffuse transmise ou pour le profil radial. Cette caméra est placée sur un axe formant un angle de 3° avec l'axe du laser (voir fig VI.11). Nous enregistrons l'image et nous sommes les pixels après avoir enlevé le fond. La procédure nous ayant paru la plus fiable était de moyenner les pixels périphériques et de considérer cette valeur comme le fond. La somme des pixels nous donne la transmission diffuse totale que l'on connaît pour une opacité précise que nous avons mesuré grâce à la transmission. En faisant varier la température du four, nous augmentons donc la densité de rubidium dans la cellule et donc l'opacité. Nous pouvons donc tracer la courbe $T(O)$ comme le montre la figure (VI.13 b). Afin d'extraire une loi de puissance, nous traçons la courbe en coordonnées log-log et réalisons un fit linéaire. Nous voyons que cette interpolation linéaire est valable sur une grande gamme d'opacité.

VI.3.4 Mesure du profil radial

Le profil radial est mesuré grâce à la caméra CCD. Nous imageons la sortie de la cellule sur la caméra. Nous réalisons la même procédure que précédemment dans la soustraction du fond. Ensuite nous repérons le centre du spot et moyennons angulairement pour augmenter le rapport signal sur bruit. La moyenne angulaire est effectuée grâce à une

rotation de l'image d'un certain angle et d'une interpolation 2D pour remplir la matrice d'origine. Ces codes se trouvent en annexe.

Comme indiqué précédemment, le diaphragme sur l'axe d'imagerie suffisamment obturé est nécessaire pour que le profil radial mesuré ne soit pas pollué par la diffusion du piédestal laser par la première face de la cellule.

Nous voyons la coupure nette de ce signal sur la figure (VI.14, gauche), le parasite ASE du laser diffusé sur les parois ne gêne plus la mesure de la pente. Sans ce diaphragme fermé, ce ne serait pas le cas.

VI.3.5 Description des résultats

Les mesures effectuées sont vraiment très proches des prédictions. Principalement nous avons prédit et mesuré qu'en régime de diffusion multiple, la transmission diffuse variait en $O^{-1/2}$, les ailes du profil radial en r_{\perp}^{-4} et cela pour une large plage d'opacité tant que nous sommes en régime de diffusion multiple. Ces résultats sont illustrés sur la figure (VI.13). La figure droite (VI.14) montre que l'exposant de -4 dans l'aile du profil radial est valable pour toute la plage d'opacité que nous pouvons parcourir.

VI.3.6 Différence entre une vapeur chaude et un verre de Lévy

Le profil radial dans un système physique non diffusif mais de type vol de Lévy a déjà été étudié dans le groupe de Wiersma [BBW08]. Le milieu fabriqué est constitué de billes de verre de taille contrôlée insérées dans un milieu diffusant. La lumière suit des chemins balistiques dans le verre et la distribution des rayons des microbilles permet de construire la distribution de taille de pas voulue. Un problème est que la taille des billes minimale et maximale tronquent la loi de Lévy. Avec les vapeurs atomiques il n'y a pas de troncature de pas, ou plutôt les seules troncatures sont la largeur de la cellule considérée et, au niveau microscopique, une échelle très petite (submicron) sûrement liée à la validité d'une approche corpusculaire et donc liée à la longueur d'onde. La violation de la loi d'Ohm a été mesurée avec le bon coefficient de Lévy. Par contre le profil radial mesuré est complètement différent du nôtre pour deux raisons :

- Le profil radial est piqué au centre dans l'expérience réalisée par le groupe de Wiersma. Ce comportement n'est pas observé dans l'expérience avec des vapeurs chaudes. Les simulations effectuées avec Romain Pierrat reproduisent le comportement observé. Le modèle complet PFR et après l'approximation $\vec{u} \cdot \vec{u}'$ (modèle CFR) reproduisent l'expérience atomique et n'ont pas de pic au centre. Le modèle Monte Carlo, lui, ne reproduit pas notre expérience mais celle de Wiersma avec le pic au centre. En fait la

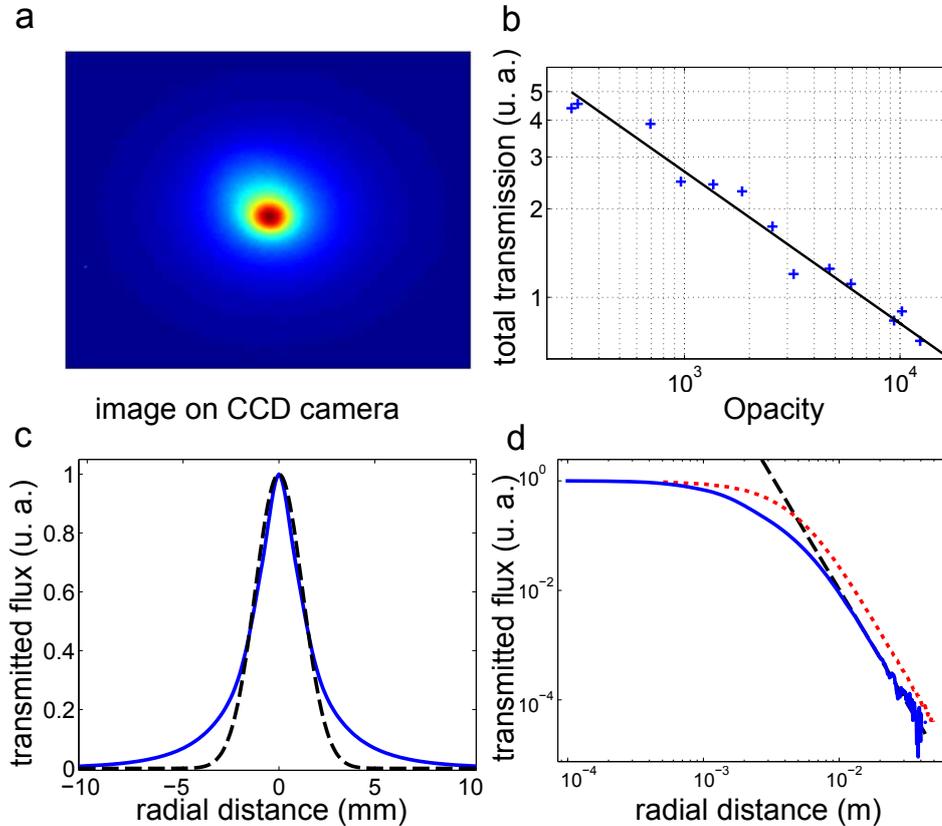


Figure VI.13 – Les paramètres expérimentaux sont une température $T = 114^{\circ}\text{C}$, une opacité $O = 1.15 \cdot 10^4$ et une épaisseur optique $b = 540$. a) Image sur la caméra CCD. b) Transmission totale en fonction de l'opacité. Chaque point est la somme des pixels de l'image a) à une opacité donnée. Les données expérimentales (en bleu) sont tracées en échelle loglog. Un comportement en loi de puissance est mis en évidence. Une courbe de fit est représentée qui est $y \propto r^{-0.516}$ avec un R-square de 0.9742. c) Profil radial de la lumière transmise. Le profil expérimental (en bleu) n'est pas gaussien prouvant que nous ne sommes pas dans un régime de diffusion (courbe gaussienne de même largeur à mi-, en noir tireté). Les ailes expérimentales sont lentement décroissantes. Au centre, le profil n'est pas piqué contrairement au papier [BBW08]. d) Profil radial en échelle loglog. Les données expérimentales (en bleu) décroissent asymptotiquement en loi de puissance. La courbe noire est $\propto r_{\perp}^{-4}$ et correspond très bien à l'expérience. La dynamique verticale est de 4 ordres de grandeur. Le cut-off à grande distance est a priori limité par l'épaisseur de la cellule. Les pointillés rouges correspondent à la simulation PFR. Il n'a pas été observé de différence notable avec la simulation CFR.

physique est différente dans notre système et dans les verres de Lévy. Notre premier pas, étant celui d'un spectre monochromatique, possède une distribution exponentielle. Les pas suivants seront eux spectralement larges et nous retrouverons une distribution de Lévy.

Pourquoi un pic au centre dans le cas d'un spectre large initialement ?

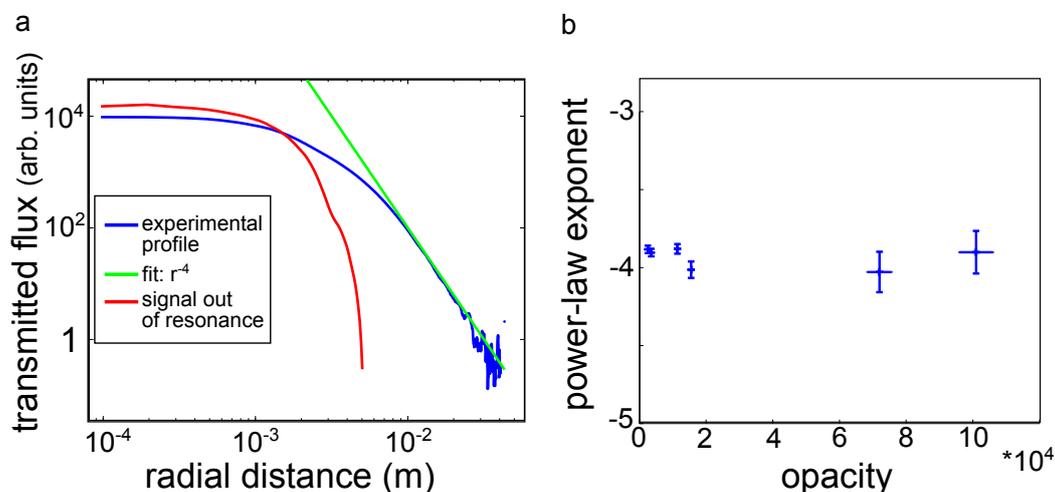


Figure VI.14 – a) Profil radial en échelle loglog. Les données expérimentales (en bleu) sont bien décrites par une loi en r^{-4} (en vert) dans les ailes du profil radial. En rouge, signal hors résonance. Quand le désaccord du laser est plus grand que l'élargissement Doppler, l'image sur la caméra CCD est juste la diffusion sur les vitres et est imagé seulement au centre quand l'ouverture numérique est faible grâce au diaphragme. b) Evolution de l'exposant de la loi de puissance de l'aile des profils radiaux. Cet exposant est environ -4 , constant en fonction de l'opacité sur une large plage d'opacité (dans la mesure où nous sommes en diffusion multiple). Les barres d'erreur verticales correspondent à un intervalle de confiance de 95% du fit et les barres d'erreur horizontales sont $\pm 5\%$ de l'opacité (l'erreur maximum que nous avons estimé faire sur la connaissance de l'opacité grâce à la procédure décrite dans la partie précédente).

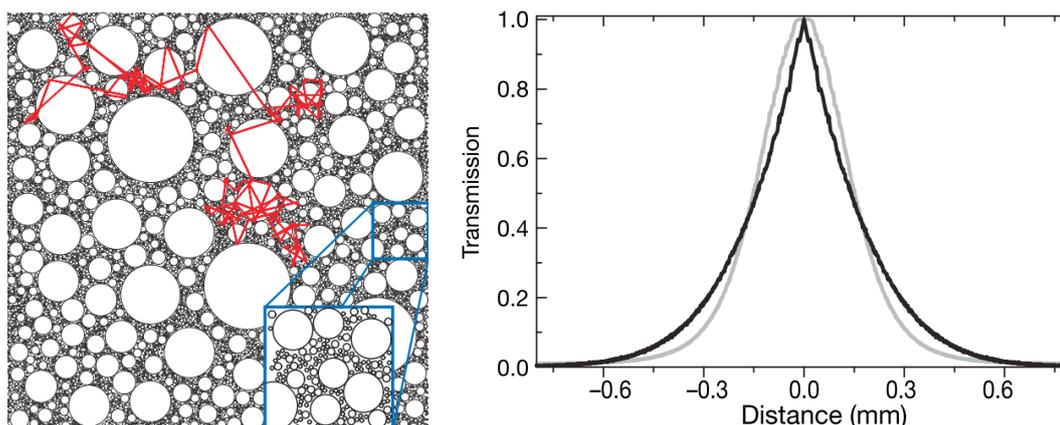


Figure VI.15 – Figures extraites de [BBW08]. A gauche, schéma du dispositif expérimental avec en rouge le parcours diffusif d'un photon réalisé par une simulation Monte-Carlo. A droite, comparaison expérimentale dans le cas Lévy (gris) et dans le cas diffusif (noir). Le profil Lévy est beaucoup plus piqué au centre

Nous pouvons nous dire qu'au bout d'un pas de diffusion, le laser monochromatique se retrouve large et nous devons nous retrouver dans la situation décrite par un spectre large initialement et donc trouver un pic au centre du profil radial. Non, car nous allons avoir un spectre large mais avec des diffusions isotropes de photons contrairement à la situation d'un éclairage initial large spectralement mais collimaté.

Pour que la géométrie de la radiation incidente n'ait pas d'impact sur la sortie dans un milieu opaque, il faut que la taille du système L soit grande devant le libre parcours moyen l_{sc} (moyenne de la distribution de probabilité) mais aussi de son écart-type. Dans le cas de l'équation de diffusion, l'écart-type est égal à la variance et cette condition est juste la condition de diffusion multiple $L/l_{sc} \gg 1$. Dans le cas d'un transport de type vol de Lévy, la variance n'est pas définie et la source initiale ne peut pas être ignorée (voir figure (VI.8)).

- Les ailes du profil radial ne sont pas étudiées dans les verres de Lévy à cause du cut-off en grande taille. Dans le papier il est signalé que le cut-off en grande taille est lié à l'épaisseur de l'échantillon. En effet, le cut-off est vraiment déterminé par les tailles minimale et maximale des microbilles. Leur diamètre est typiquement de $5\mu m$ à $550\mu m$ (dans le matériel supplémentaire de [BBW08]) soit une dynamique de deux ordres de grandeur en vol de Lévy. Nous n'avons pas estimé le nôtre expérimentalement mais nous pensons qu'il est meilleur car les atomes n'ont pas de cut-off supérieur.
- Une dernière différence est que dans notre système notre désordre n'est pas « gelé » (« quenched »). Cela signifie qu'il n'y a pas de corrélation entre la position du début de diffusion et de sa longueur. Dans les verres de Lévy, la corrélation est très forte dû au caractère figé de l'emplacement des longs pas (dans les grosses microbilles). Notre résultat en cela peut répondre à des questionnements formulés par Beenaker [GAB12],[BGA09].

VI.4 Redistribution complète de fréquence versus redistribution partielle de fréquence

VI.4.1 Redistribution complète de fréquence

L'hypothèse CFR assume que la fréquence d'émission d'un photon est indépendante de la fréquence d'absorption du photon incident. Quelle que soit la fréquence incidente du photon diffusé, la distribution de probabilité de fréquence de sortie est le Doppler gaussien. Faire cette approximation est très souvent valable dans l'étude de piégeage radiatif. Cependant l'effet mémoire en fréquence (PFR) peut changer certaines prédictions.

L'équation du modèle de piégeage radiatif de Holstein (1947) est un modèle CFR. Cependant Holstein [Hol47] discuta de l'influence de la PFR et notamment du facteur de

piégage.

VI.4.2 Redistribution partielle de fréquence

La redistribution partielle signifie que le photon garde une petite mémoire de sa fréquence incidente. La densité de probabilité de fréquence de sortie est le Doppler gaussien mais centré sur la fréquence incidente. Si la lumière incidente est déjà dans le Doppler alors elle thermalise très rapidement vers le spectre CFR. Par contre si le désaccord initial est grand $\delta \gg kv$ alors la thermalisation va être lente et il est certain que l'hypothèse CFR/PFR ne sera pas valable.

VI.4.3 Différences PFR/CFR

Les différences PFR/CFR sont d'autant plus notables que la thermalisation est lente. Nous nous attendons à de grandes différences à grand désaccord.

Imaginons un laser initial à très grand désaccord devant le Doppler avec une longueur de diffusion initiale qui est la moitié de l'épaisseur de cellule. Si nous faisons l'hypothèse CFR (fausse ici) après cette première diffusion, le spectre est instantanément thermalisé et la longueur de diffusion devient très courte, la lumière rentre dans un transport de diffusion multiple. En fait, le photon voit sa fréquence changer seulement de kv au maximum et la longueur de diffusion ne change presque pas. Ainsi un modèle CFR semblerait prédire un système très fortement diffusant alors qu'un modèle PFR prédirait un régime de diffusion simple voire double. L'impact sur les ailes du profil radial est par contre plus difficile à prévoir et nécessite de réaliser des calculs numériques.

L'étude macroscopique des vols de Lévy permet une approche et une compréhension différentes de l'étude microscopique. Par exemple la différence du pic à l'origine entre verres de Lévy et atomes chauds a été découverte numériquement avant d'être comprise ; cette question n'avait pas été ouverte par l'étude microscopique.

Cette technique macroscopique est de plus très simple (et très rapide) et de nombreux paramètres du système (intensité laser, collisions avec gaz buffer,...) qui sont variables peuvent permettre d'explorer d'autres régimes non simulés numériquement pour le moment.

Différents projets sur des vapeurs chaudes

Nous avons beaucoup de projets en cours ou prévus sur les expériences d'atomes chauds. Dans cette partie nous allons essayer de décrire ces projets pour garder une trace de ces projets. En effet une idée (qu'elle soit bonne ou mauvaise) peut vite s'effacer sans trace écrite. Certaines de ces idées ont une base théorique forte et doivent être des mesures de vérification. La plupart d'entre elles, par contre, n'ont pas de théories sous-jacentes encore bien élaborées. La physique expérimentale n'est pas qu'une confirmation des théories mais aussi une source d'inspiration pour ces dernières et ce chapitre doit être vu comme un éventail d'idée. Peut-être souvent fausses, mais il en suffit d'une intéressante pour justifier le tout. Ce chapitre peut-être lu comme une compilation sans théorie précise, mais cela reflète aussi une grande partie du travail effectué par l'expérimentateur. Il n'est pas simplement exécutant du théoricien mais aussi fournisseur d'idées plus ou moins valides.

Pour la continuation des expériences sur les statistiques de Lévy, nous planifions une étude temporelle de la transmission diffuse totale. Cette étude temporelle doit nous permettre de mesurer par une autre manière le coefficient α_l de Lévy. Nous aimerions aussi en apprendre plus sur la statistique du bruit due aux vols de Lévy.

Un des projets que nous aimerions vraiment creuser serait de pouvoir étudier expérimentalement un laser aléatoire dans des vapeurs chaudes. Cela serait un premier pas vers les lasers aléatoires astrophysiques prédits par Letokhov il y a plus de 40 ans [LJ08]. Nous ne pouvons pas juste reprendre le système laser aléatoire à atomes froids dû au phénomène de redistribution de fréquence dans des atomes chauds. Nous avons à trouver un nouveau système où gain et diffusion se combinent bien pour dépasser le seuil Letokhov. Des premières simulations numériques ont été effectués dans le groupe.

Un autre projet porte sur la condensation des photons dans des vapeurs chaudes. L'idée de ce projet est basée sur des travaux théoriques d'Antonio Picozzi [CJP⁺05]. L'idée est d'arriver avec une lumière chaude (étalée en vecteur \vec{k} grâce à un diffuseur) et d'utiliser un effet non linéaire des atomes pour thermaliser voire condenser cette lumière.

Un autre de nos buts est de réfléchir et concevoir des expériences qui arrivent à montrer clairement quelles sont les limitations d’une redistribution complète de fréquence (CFR) et tester la validité des approches de redistribution partielle.

Le dernier axe que nous voudrions étudier est la polarisation et la dépolarisation de la lumière dans des vapeurs chaudes optiquement denses d’atomes multiniveaux. Cette étude nous paraît doublement intéressante, que ce soit dans un but de meilleure compréhension physique ou dans un but de validation/amélioration de codes astrophysiques de spectropolarimétrie.

VII.1 Condensation classique de la lumière

La condensation de Bose-Einstein pour les atomes a été observée pour la première fois en 1995 [AEM⁺95],[DMA⁺95] et pour des photons en 2010 [KSVW10]. La condensation qui va être étudiée ici n’est pas une onde quantique mais bien une onde classique. Ici nous allons nous intéresser au front d’onde de la lumière. La condensation d’ondes classiques est l’observation de structures cohérentes stables au sein d’un milieu turbulent. La théorie a notamment été développée par Antonio Picozzi [PR08] qui a montré qu’il était ”thermodynamiquement avantageux pour l’onde optique de générer une structure cohérente pour atteindre l’état d’équilibre le plus désordonné”.

VII.1.1 Motivation

Cette condensation de photons a été observée récemment dans des cristaux photoréfractifs [SJB⁺12] mais nous pensons (et d’autres aussi [SR13]) que des artefacts techniques auraient pu contrefaire la condensation. Les mesures principales de [SJB⁺12] sont un rétrécissement du spectre en champ lointain (apparition d’un pic pour $k_{perp} \approx 0$) et une observation d’une pente en k^{-2} dans les ailes. Ces deux observations peuvent avoir facilement des origines techniques. Un très faible écart de la caméra avec le plan image peut faire apparaître le pic central alors que les ailes en k^{-2} peuvent provenir du mauvais alignement des optiques d’imagerie ou même de la diffraction sur les pixels carrés du modulateur à cristaux liquides servant à produire le speckle. Ces problèmes potentiels ont motivé le renouvellement de l’expérience en choisissant cette fois une vapeur chaude comme milieu non linéaire.

VII.1.2 Base du modèle numérique

La théorie d'Antonio Picozzi est basé sur l'équation de Schrödinger non linéaire :

$$i \frac{\partial \psi}{\partial z} = -\nabla^2 \psi + g |\psi|^2 \psi \quad (\text{VII.1})$$

avec g le coefficient Kerr (en optique) qui doit être positif (et donc un effet défocalisant) pour que la théorie thermodynamique utilisée soit valable. Nous devons rechercher un effet d'interaction non linéaire défocalisant dans la raie $D1$ du rubidium que nous utilisons. Bien entendu cet effet doit être le plus fort avec le moins d'absorption de lumière. L'équation de Schrödinger non linéaire peut s'écrire pour une onde optique ψ dans une vapeur atomique défocalisante [SW05] :

$$i \frac{\partial \psi}{\partial z} = -\nabla^2 \psi + \underbrace{\frac{\eta |\psi|^2}{1 + \eta |\psi|^2}}_{\text{nonlinéaire}} \psi - \underbrace{\frac{i}{|\delta| (1 + \eta |\psi|^2)}}_{\text{absorption}} \psi \quad (\text{VII.2})$$

avec η le paramètre d'interaction non linéaire et δ le désaccord entre la fréquence de l'onde et la résonance atomique. La propagation numérique d'un speckle dans l'équation (VII.2) a montré que les deux signes de la condensation (apparition d'un pic pour $k_{\perp} = 0$ et ailes en k^{-2}) pourraient être visibles (figure (VII.1)) expérimentalement si la non linéarité atomique adéquate était trouvée.

VII.1.3 Effet non linéaire défocalisant sur la raie D1 du rubidium

Guillaume Coppola, un stagiaire du groupe, a réalisé une étude systématique de la caractérisation de l'effet non linéaire en fonction de la fréquence autour de la raie D1 du rubidium. Cette étude a permis de montrer que le flanc bleu de la raie Doppler $F = 3$ du ^{85}Rb en étudiant les facteurs de grandissement dû à l'effet Kerr était défocalisant. Quelques exemples d'image en champ proche en fonction de la fréquence sont données sur la figure (VII.2).

VII.1.4 Principe expérimental

Le schéma de l'expérience est juste l'imagerie en champ lointain (et proche) de la sortie après propagation dans un milieu non linéaire d'un speckle incident. Le speckle est

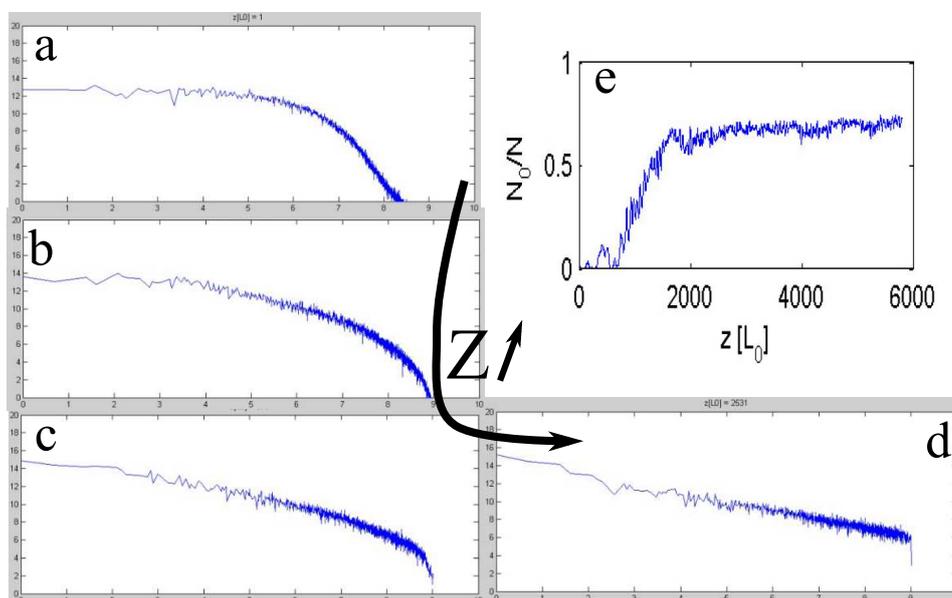


Figure VII.1 – Simulation de la condensation dans une vapeur atomique avec apparition des 2 marqueurs de la condensation si la propagation dans un milieu non linéaire est suffisante. Un speckle incident est envoyé dans une cellule de vapeur chaude de longueur croissante. a),b),c),d) Coupe radiale d’une image en champ lointain de l’intensité de sortie de la cellule. L’aile en k^{-2} se développe au cours de la propagation. e), la fraction de la part condensée augmente bien avec la distance parcourue dans le milieu non linéaire.

produit par un diffuseur à grains disposé de manière aléatoire et peu divergent (0.5°). L’épaisseur optique peut être changée en modifiant la température de la cellule de vapeur saturée. Les contraintes expérimentales les plus fortes sont d’augmenter l’effet non linéaire en focalisant le speckle dans la cellule et de ne pas avoir beaucoup d’absorption (s’arranger pour que la distance de Rayleigh ne soit pas petite devant la longueur de la cellule, pour ne pas avoir des intensités peu élevées dans la cellule et donc plus d’absorption (formule (VII.2))). Il nous faut donc trouver un compromis sur la focale de la lentille focalisant dans la cellule. Actuellement nous avons choisi $f = 100\text{mm}$. Nous pourrions utiliser des focales plus courtes en remplaçant la cellule de 7 cm de long par une cellule plus courte et en augmentant la température pour conserver la même épaisseur optique.

VII.1.5 Résultats préliminaires de « condensation »

Les premières images en champ lointain (figure (VII.3)) après propagation d’un speckle dans un milieu opaque défocalisant montrent un accroissement d’intensité d’un grain de speckle proche de $k_\perp = 0$. C’est peut-être un premier indice de condensation.

Une étude plus systématique devrait poursuivre ce travail pour mieux caractériser le

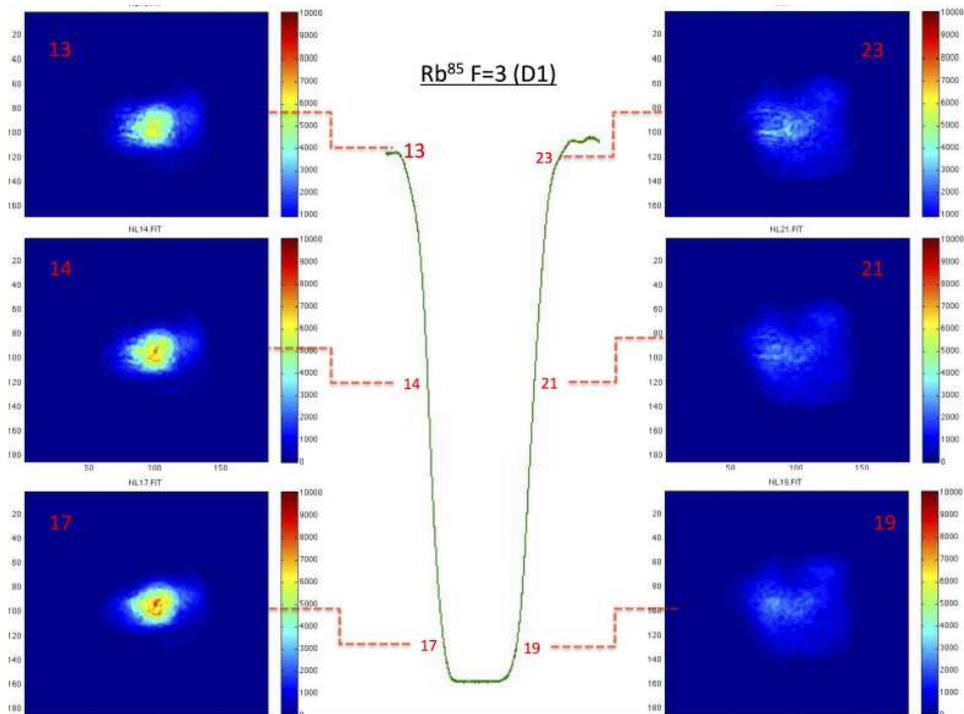


Figure VII.2 – Image en champ proche après propagation d'un faisceau gaussien dans une vapeur atomique avec un laser accordé en différentes fréquences autour de la raie $F = 3$ de la raie D1 du ^{85}Rb .

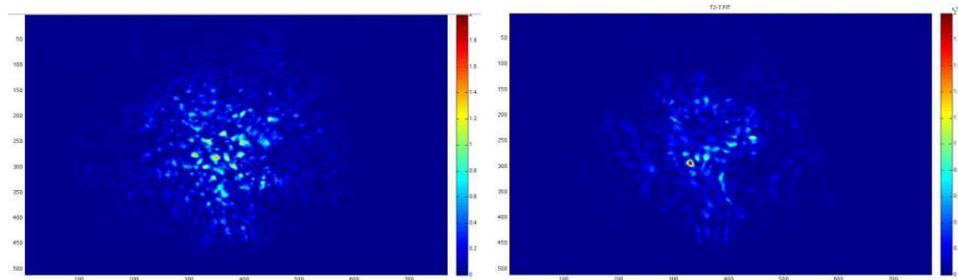


Figure VII.3 – Image en champ lointain après propagation d'un speckle dans une vapeur atomique avec un laser accordé, loin hors résonance à gauche, et à droite sur le flan bleu de la raie $F = 3$ de la raie D1 du ^{85}Rb .

champ lointain (au centre mais aussi dans les ailes) après une réflexion nécessaire pour améliorer le dispositif expérimental (taille de la cellule, système de chauffage, calibration exacte du champ lointain,...).

VII.2 Polarisation et dépolarisation de la lumière diffusée

La diffusion par un dipôle (classique ou quantique) polarise le rayonnement en fonction de la direction d'observation. C'est la raison pour laquelle la lumière diffusée dans l'atmosphère est polarisée. Apparemment, les premiers à avoir compris cet effet furent les explorateurs vikings qui se servaient d'une pierre d'héliotite comme analyseur de polarisation pour trouver la direction croisée de la polarisation et donc la direction du soleil lorsque le temps était très mauvais.

VII.2.1 Mesure des paramètres de Stockes

Nous allons décrire les paramètres de Stockes qui permettent de définir complètement la polarisation de la lumière. La polarisation est la direction de vibration du champ électrique \vec{E} :

- le champ vibre de manière aléatoire : lumière non polarisée
- le champ \vec{E} vibre dans un plan. Sa projection dans le plan orthogonal à la propagation de la lumière est un segment. On parle de polarisation linéaire.
- dans ce plan orthogonal à la propagation, le champ électrique fait un cercle : polarisation circulaire.
- si la projection du champ électrique réalise des ellipses : polarisation elliptique

Nous voulons caractériser ces différents états de polarisation de la lumière. Nous ne pouvons pas seulement utiliser un polariseur linéaire pour les distinguer. Par exemple, quel que soit l'axe du polariseur, rien ne distinguera une lumière circulaire d'une lumière dépolarisée.

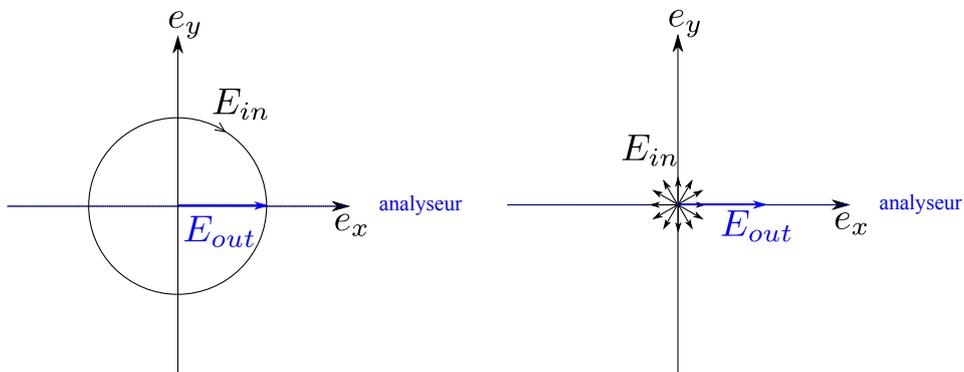


Figure VII.4 – Nous observons la même projection de la lumière polarisée circulairement et dépolarisée quelle que soit l'orientation de l'analyseur.

Les paramètres de Stockes sont définis pour mesurer le degré de polarisation de la lumière et aussi mesurer les parties rectilignes et circulaires. La polarisation de la lumière est exactement définie connaissant les 4 paramètres de Stockes. Il est important de comprendre que les paramètres de Stockes ne mesurent pas l'effet rotatoire du système mais juste la polarisation en sortie du système atomique lorsque nous l'éclairons avec une lumière polarisée linéairement horizontalement (par exemple). Pour connaître complètement l'effet polarisant du système, il est nécessaire de connaître la matrice de Mueller du système, mesurable en reproduisant 4 fois l'expérience de mesure des paramètres de Stockes avec successivement en entrée I_X , I_Y , I_{45} et I_{circ} définis sur la figure(VII.5) :

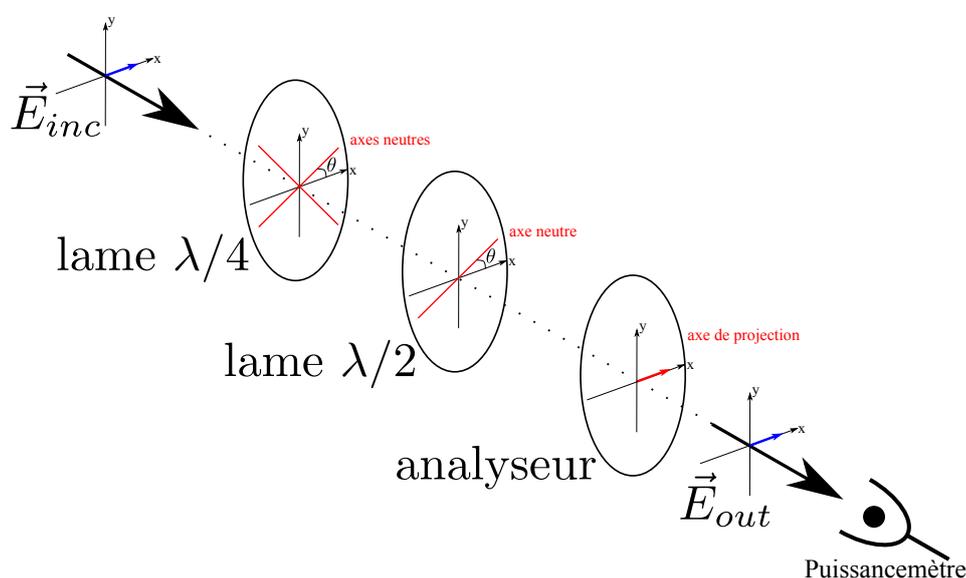


Figure VII.5 – Schéma explicatif de la mesure des paramètres I_X , I_Y , I_{45} et I_{circ} permettant de calculer les paramètres de Stockes. I_X signifie une polarisation linéaire suivant l'axe X , I_Y une polarisation linéaire suivant l'axe Y , I_{45} une polarisation linéaire suivant la bissectrice au repère et I_{circ} une polarisation circulaire.

Pour une configuration de polarisation donnée entrante, les paramètres de Stockes sont donnés en mesurant I_X , I_Y , I_{45} et I_{circ} et en effectuant les opérations suivantes :

$$\begin{cases} S_0 = I_X + I_Y \\ S_1 = I_X - I_Y \\ S_2 = I_{45} - S_0 \\ S_3 = 2I_{circ} - S_0 \end{cases} \quad (\text{VII.3})$$

Nous voyons que notre base de mesure (I_X , I_Y , I_{45} , I_{circ}) permet de trouver les paramètres de Stockes avec une amplitude maximale. Cela veut dire que nos résultats sont d'autant moins sensibles au bruit de mesure. Une lumière imparfaitement polarisée a un $p = \frac{S_1^2 + S_2^2 + S_3^2}{S_0^2}$ inférieur à 1, sachant que $p=0$ signifie une lumière totalement dépolarisée.

		I_X	I_Y	I_{45}	I_{circ}
\tilde{S}_0	S_0/S_0	1	1	1	1
\tilde{S}_1	S_1/S_0	1	-1	0	0
\tilde{S}_2	S_2/S_0	0	0	1	0
\tilde{S}_3	S_3/S_0	0	0	0	1
p		1	1	1	1

Table VII.1 – les 4 paramètres de Stockes normalisés par l'intensité totale S_0 pour des lumières incidentes précises : I_X , I_Y , I_{45} et I_{circ} .

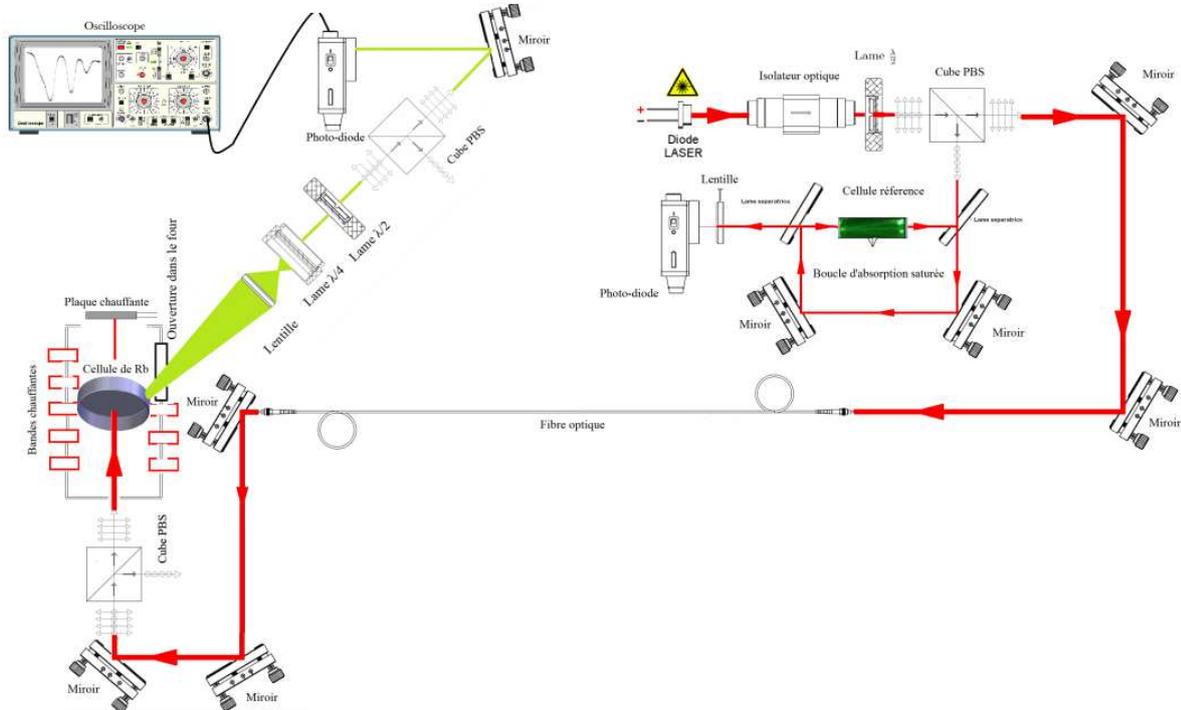


Figure VII.6 – schéma expérimental pour l'analyse de la polarisation. La simplicité de ce schéma par rapport à des expériences d'atomes froids nous a permis de représenter tous les éléments d'optique (même les miroirs) utilisés pour donner une idée au lecteur. Ces expériences en atomes chauds sont d'autant plus simples que nous utilisons des cellules scellées de rubidium et non une chambre avec une pompe. La difficulté principale est, pour nous, le contrôle précis de la température.

Le schéma expérimental a été mis en place et les mesures de polarisabilité doivent être réalisées proprement. La seule difficulté de l'expérience est la dérive de température. Les mesures doivent être faites en tournant à chaque fois une lame de polarisation et pour cela nous devons ouvrir l'expérience qui est chaude ce qui entraîne des variations de température. Les mesures sont très sensibles car la densité croît exponentiellement avec la température dans une pression de vapeur saturante et surtout les quantités calculées

sont des différences entre deux grandeurs mesurées séparées de quelques secondes. Ces mesures seront réalisées en balayant spectralement le laser pour avoir les composantes de Stokes en fonction du spectre. Nous allons donc faire des différences et des rapports de spectres de transmission, il faut donc s'assurer sur l'absorption saturée de référence que le laser est exactement à la même fréquence au même endroit avant opération pour ne pas faire apparaître des "dispersions artificielles".

Nous avons des résultats préliminaires : des I_X , I_Y , I_{45} et I_{circ} . Cependant les variations de température n'ont pas été suffisamment contrôlées pour que nous puissions en déduire précisément les paramètres de Stokes.

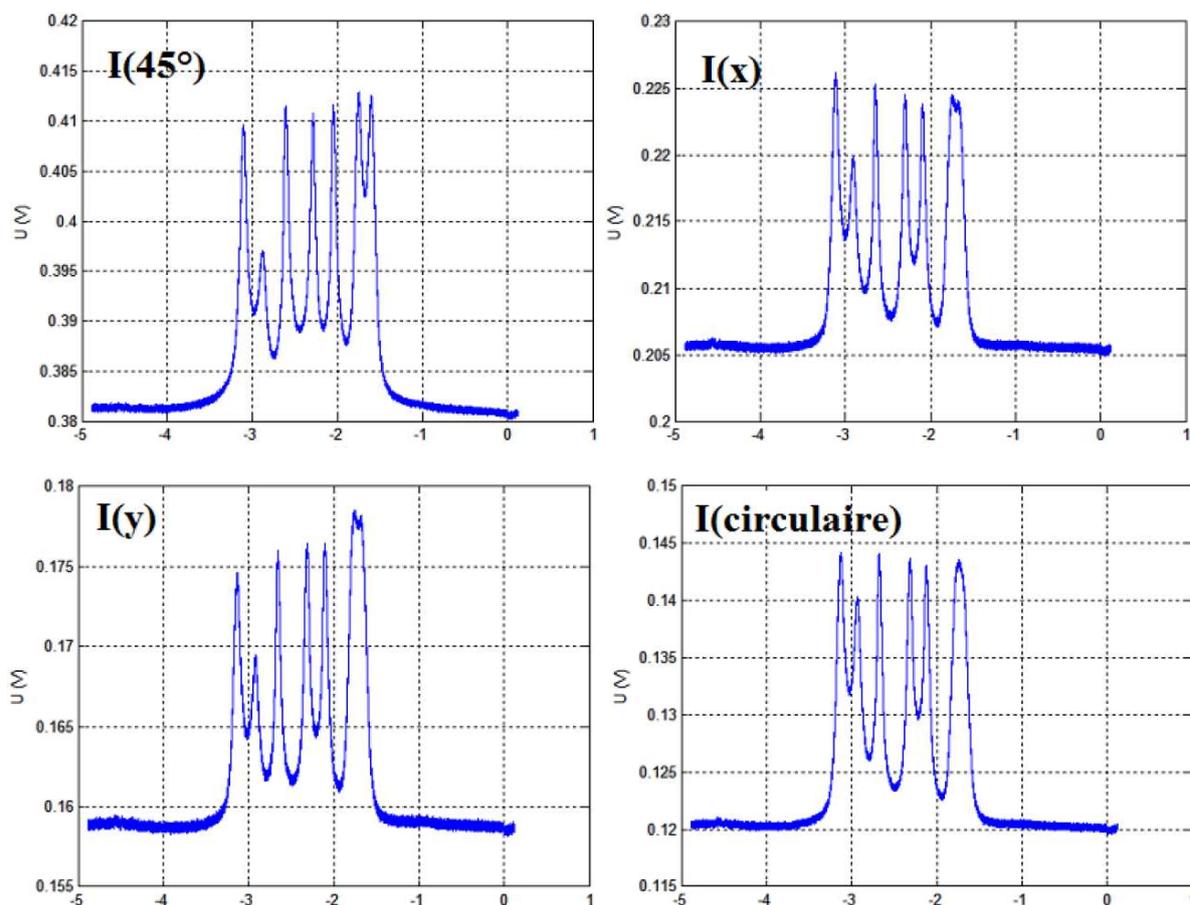


Figure VII.7 – Mesures préliminaires des grandeurs I_X , I_Y , I_{45} et I_{circ} . La variation de température enregistrée ne permet pas un calcul des paramètres de Stokes.

Les mesures doivent être faites délicatement mais l'expérience est en place.

VII.2.2 Dépolarisation par diffusion multiple : mesure de la mémoire de la polarisation

L'idée naïve que nous pouvons avoir est qu'en l'absence de processus polarisant, chaque diffusion va perdre un peu plus la polarisation initiale. Cette valeur de dépolarisation va dépendre de la structure atomique. Une première approche serait de dire que chaque diffusion dépolarise et qu'il reste k pourcents de photons encore polarisés. Après N diffusions il y a encore k^N pourcents des photons qui possèdent la polarisation originale. Bien sûr cette approche ne peut-être valable qu'en première approximation. Par exemple il nous faut regarder la fluorescence vers l'avant pour ne pas être sensible à l'effet de géométrie de la cellule (assombrissement par bord).

Il nous faudrait faire des simulations numériques avec un modèle de type PFR avec des atomes multiniveaux (ce qui n'était pas le cas des expériences sur les vols de Lévy) pour confirmer cette idée et obtenir le vrai taux de dépolarisation en fonction de l'épaisseur optique ou du nombre de diffusions.

Cette mesure pourrait nous apprendre deux informations que nous trouvons intéressantes. La présence de l'effet mémoire en diffusion multiple et son importance pour différentes structures atomiques. L'autre effet intéressant serait de faire des images de profils radiaux de la transmission diffuse en regardant la conservation de la polarisation. A priori si le profil radial permet un filtrage sur les pas longs, nous pouvons peut-être obtenir différents taux de dépolarisation suivant la distance à l'axe. Nous devons faire premièrement une simulation numérique montrant le nombre de diffusion suivant la distance au centre. Dans le modèle naïf en dépolarisation comme suite géométrique, en connaissant la valeur de k , nous pourrions revenir au nombre de diffusions suivant la distance à l'axe du laser : $N = \frac{\ln(k)}{\ln(T(r))}$.

VII.2.3 Polarisation par diffusion (assombrissement centre bord)

Les photons qui sortent de la vapeur sont principalement la diffusion des atomes sur la dernière couche (d'épaisseur le libre parcours moyen l_{sc}) du système.

VII.2.4 Spectropolarimétrie

La spectropolarimétrie est la mesure des composantes de polarisation du spectre émis d'un système. Via l'effet Hanle [TB02],[DL04] précédemment décrit, un champ magnétique appliqué aux atomes change la polarisation du diagramme d'émission. Donc avec un modèle correct, la mesure de cette polarisation permet de calculer le champ magné-

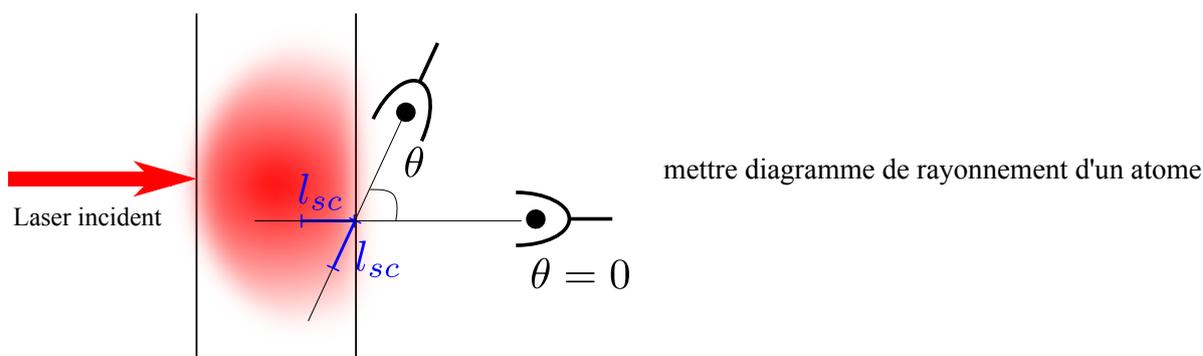


Figure VII.8 – Idée de principe de l’assombrissement centre bord. La direction d’observation influe sur la puissance diffuse collectée car l’intensité mesurée est approximativement la puissance émise sur la dernière longueur de diffusion. Avec un angle $\theta = 0$, nous observons donc des couches plus profondes où la puissance source est plus importante donc l’intensité mesurée est plus importante. Dû à cet effet les atomes de la dernière couche ne voient pas non plus un rayonnement isotrope mais un surplus d’amplitude du champ avec $\theta = 0$. Cela aligne en partie les dipôles dans le plan parallèle à la face de sortie. Un dipôle n’émet pas une polarisation isotrope et donc une polarisation va être mesurée et croître avec l’angle θ

tique local.

- Cette technique est utilisée pour connaître le champ magnétique dans les protubérances solaires où le champ magnétique est assez faible [FAVF01],[Ste82]. Pour les champs magnétiques intenses (autres parties du soleil), la technique utilisée est celle du déplacement Zeeman des niveaux hyperfins se répercutant sur le spectre d’émission.
- En laboratoire, l’effet Hanle a été très fortement étudié mais très peu dans des systèmes opaques (on trouve malgré tout quelques références dans les années 1960 [Omo65],[Bar59]). Comme la connaissance quantitative du champ magnétique dans ces protubérances solaires dépend du degré de précision de la mesure de polarisation mais aussi de la précision du modèle, il paraît intéressant de réaliser l’expérience. L’expérience serait d’appliquer un champ magnétique contrôlé et mesuré à une vapeur atomique dont l’opacité serait variable, et de mesurer les paramètres de Stockes à différents angles.

VII.3 Des atomes chauds qui deviennent froids

Dans notre groupe nous n’utilisons pas spécialement les propriétés quantiques des atomes froids mais plutôt les aspects faible décohérence, milieu désordonné sans corrélation et faible diffusion spectrale (peu d’effet Doppler et donc l’équation de diffusion est valide). Existe-t-il des conditions pour qu’une vapeur chaude possède ces 3 aspects? Dans ce

cas là, au moins pour certains aspects du transport de la lumière, notre vapeur serait "froide".

En fait si le désaccord $\delta \gg kv$ mais que nous arrivons à toujours être en milieu opaque, ce système a-t-il été « refroidi » ? Si la réponse est affirmative alors le désaccord initial du laser permet de « refroidir » continûment nos atomes. Les spectres d'absorption et d'émission des atomes sont des profils de Voigt (spectre naturel Lorentzien étroit convolué par un spectre Doppler gaussien large). Ce spectre résultant est gaussien au centre et ne redevient Lorentzien que au-delà de 1 GHz (voir figure (VII.9)).

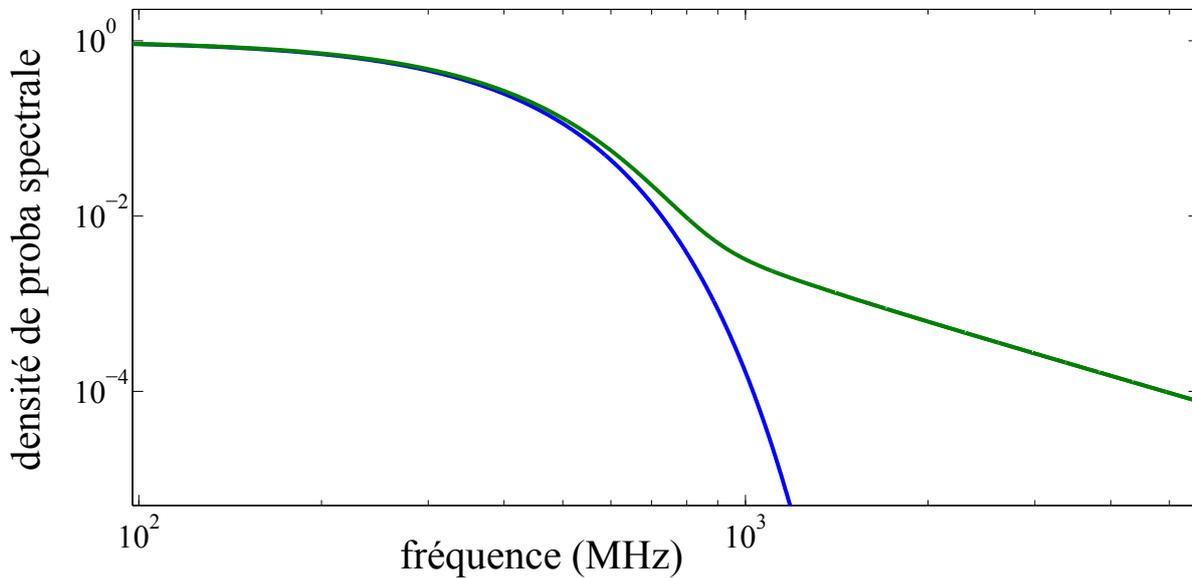


Figure VII.9 – Différence entre une distribution spectrale de Voigt (vert) et de Gauss (bleu). A grand désaccord, le spectre Voigt redevient lorentzien alors qu'il est gaussien au centre. Tracé numérique pour une largeur gaussienne à mi-hauteur de 400MHz et de 6MHz pour la lorentzienne.

Si initialement le laser est à une fréquence telle que $N = \frac{\delta}{kv} \gg 1$, alors le système va devoir subir de l'ordre de N^2 diffusions avant d'avoir une distribution gaussienne. Tant que nous ne sommes pas dans ce cas, la distribution est lorentzienne et donc la distribution de la taille des pas suit Beer-Lambert et notre système est diffusif (comme les atomes froids). Nous rappelons que c'est le spectre gaussien convolué avec Beer-Lambert qui fait apparaître une distribution en loi de puissance de la longueur des pas et donc des vols de Lévy. En désaccordant le laser nous avons donc retrouvé une composante de notre nuage d'atomes froids. Pouvons-nous observer les effets de rétrodiffusion cohérente (coherent backscattering, CBS) de la lumière observé sur des nuages d'atomes froids [LDTB⁺99] ? Pour cela il y a une autre condition à vérifier qui est que les atomes ne se soient pas trop déplacés durant le temps d'énergie de la lumière.

Le groupe étudie aussi les effets coopératifs dans des nuages d'atomes froids. Des travaux

numériques en cours semblent montrer que les deux conditions pour les observer sont de ne pas avoir de processus de décohérences entre les dipôles atomiques et d'avoir des grandes épaisseurs optiques $b \gg 1$. L'idée est qu'un laser éclairant un nuage va pouvoir mettre ces dipôles atomiques en phase et l'interférence des différents diagrammes d'émission ne va plus être négligeable. Cet effet n'est pas nouveau. Ce qui est nouveau, c'est que ce n'est pas la distance entre les atomes qui joue un rôle (pas un effet de densité) mais seulement l'épaisseur optique dans le milieu (car nous avons une interaction dipolaire en $1/r$). Cet effet n'est pas visible dans du papier car la décohérence avec des phonons doit détruire cette mise en phase des dipôles. Dans des vapeurs atomiques à résonance, l'effet Doppler doit jouer le rôle de déphaseur. Par contre avec des lasers fortement désaccordés, nous ne savons pas si cet effet peut-être observé ou non.

La condition sine qua non pour étudier l'existence de tous ces effets liés au "refroidissement" effectif d'une vapeur chaude par le désaccord incident est de pouvoir combiner $\frac{\delta}{kv} \gg 1$ et $b \gg 1$. Au vu de nos données antérieures nous pensons pouvoir être dans le régime de diffusion multiple jusqu'à $\frac{\delta}{kv} = 3$ ou 4. Même si ces effets existent ce n'est peut-être pas suffisant.

VII.4 Étude temporelle des vols de Lévy en vapeurs chaudes

VII.4.1 Différence de l'évolution temporelle de l'intensité diffuse et de Lévy

Le terme de piégeage radiatif donne envie de réaliser des expériences temporelles. Il serait intéressant de comparer l'évolution temporelle du piégeage radiatif en régime diffus et en régime de vols de Lévy. Dans les deux cas, la décroissance attendue est exponentielle e^{-st} mais pas avec la même dépendance du coefficient en épaisseur optique. En régime diffus, le temps de piégeage est connu et a déjà été mesuré. Dans la première partie, nous parlons d'une expérience de piégeage radiatif dans une vapeur atomique froide de rubidium [LVM⁺03] et nous avons vu que $s \propto b^{-2}$.

En régime de Lévy nous pouvons introduire le temps dans le modèle décrit dans le chapitre précédent. Une résolution numérique de ce modèle montre une décroissance exponentielle avec une variation de s en $b^{-\alpha_l}$.

La mesure à faire serait de couper rapidement un faisceau laser et de regarder le signal de transmission diffuse. Il peut paraître astucieux de ne pas regarder tout le signal diffus mais seulement le signal sortant loin de l'axe. Nous avons vu dans le chapitre précédent qu'un filtrage en r_{\perp} sélectionnait les photons qui avaient réalisé des grands pas. Le

problème dans les mesures de sorties temporelles de lumière est la dynamique verticale (en intensité). Ce filtrage spatial devrait faciliter l'expérience.

VII.4.2 Bruit d'intensité en régime de Lévy

Les propriétés moyennes des systèmes diffusifs sont connues et mesurées, tout comme leurs moments d'ordre supérieur. Par exemple la variance d'un système diffusif est connue. Imaginons un slab en régime de diffusion, nous regardons l'intensité sortant d'un grain de speckle. Cette intensité est connue : $I(t) = \bar{I} + \delta I(t)$ tel que la densité de distribution de probabilité d'intensité soit centrée sur \bar{I} . Nous avons la variance qui croît comme l'intensité : $\Delta I^2 \propto \bar{I}$ et donc l'incertitude relative (rapport de l'écart-type) qui décroît comme $\Delta I = \frac{1}{\sqrt{\bar{I}}}$.

La variance de l'intensité dans notre système n'est pas connue et n'est peut-être pas homogène en fonction de la position de sortie du photon sur le slab. L'expérience que nous voulons faire est de mesurer la trace temporelle d'une position (petite zone imagée sur le détecteur) de sortie avec un détecteur rapide (bande passante 2GHz) et calculer la distribution d'intensité pour différentes intensités. L'évolution de cette largeur en fonction de l'épaisseur optique devrait nous renseigner sur le bruit de Lévy. L'évolution de ce bruit d'intensité sera mesurée aussi en fonction de la distance r_{\perp} .

VII.5 Apparition d'instabilités dans une vapeur chaude soumise à un champ laser intense

Une partie très annexe de ce travail de thèse a été l'étude et le test d'un laser en cours de fabrication par l'entreprise française Quantel. Ce laser (nommé Elysa) est un laser télécom à 1560 nm qui passe par deux étages d'amplification avant de traverser un cristal doubleur pour produire une radiation à 780nm avec 1 Watt de puissance sortant d'une fibre. En plus d'identifier certains problèmes techniques (voir annexe technique), nous avons identifié deux effets physiques qui nous semblent inconnus. Notre première idée était d'observer l'évolution des vols de Lévy en régime fortement saturant. Donc le laser a été mis en place sur l'expérience Lévy. Finalement nous avons focalisé notre étude sur les deux effets nouveaux observés :

- création de lumière bleue à partir d'un laser unique sans cavité. Les vapeurs de rubidium ont déjà servi [MWS⁺06] à produire des photons à 420 nm grâce à la transition à 2 photons 776 nm et 780 nm (figure (VII.10)). Avec deux lasers, la radiation produite était directive dû à la condition d'accord de phase. Ici nous observons un phénomène

de production de photons bleus avec un seul laser à 780nm. Notre explication est que le déficit d'énergie de 4 nm pour la condition à deux photons peut venir du self-pooling. La lumière bleue produite serait diffuse car le 780nm est lui fortement diffus (un article récent discute de self-pooling mais aussi de la coopérativité pour expliquer ce bleu observé dans quasiment les mêmes conditions expérimentales que les nôtres [WBV⁺13]).

- l'autre effet plus marquant est l'apparition d'instabilités dans une gamme de température très faible (de l'ordre de 2-3 degrés) autour de $T = 171 - 172^\circ\text{C}$. Ces instabilités sont visibles sur le signal de fluorescence (bleue et rouge, qui sont en phase) et aussi sur le signal de transmission (en opposition de phase, un pic dans la fluorescence correspond à un creux dans la transmission). De tels effets ont déjà été observés mais pour des vapeurs dans des cavités optiques [LGC95]. Nous aimerions pouvoir expliquer cet effet de la même manière, la diffusion multiple jouant le rôle de cavité. Mais la condition de résonance dans une cavité optique n'existe pas de la même façon dans une "cavité" diffusion multiple.

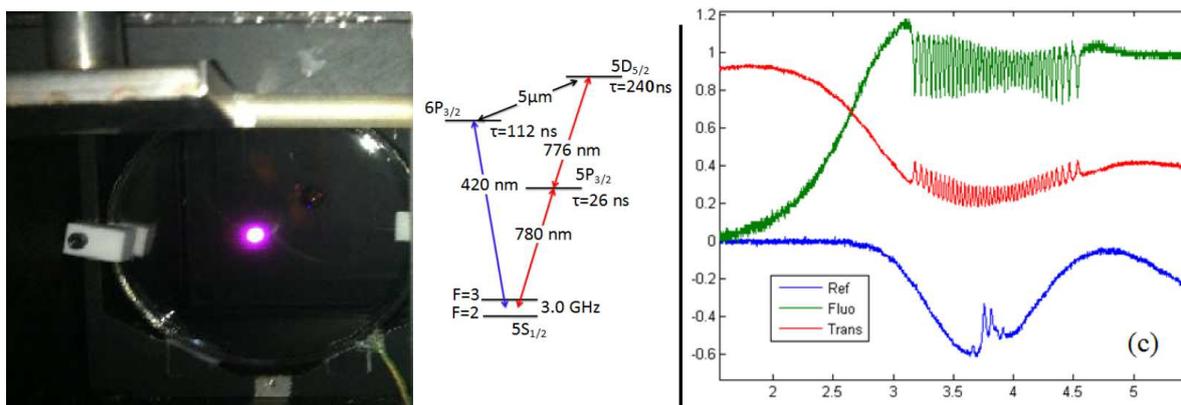


Figure VII.10 – A gauche, photo prise à température $T \approx 170^\circ\text{C}$, la diffusion de photons bleus apparaît clairement. Le schéma atomique (au centre) peut expliquer cela.

VII.6 2 propositions de mesures des effets étudiés en astrophysique

Des petites expériences de physique atomique peuvent permettre de valider des codes astrophysiques. D'un autre côté l'étude de la physique atomique peut être un lieu d'idées nouvelles pour les mesures astrophysiques. Notre travail sur les vols de Lévy et le laser aléatoire peut aller dans ce sens et nous pensons que ces deux mécanismes sont mesurables dans des systèmes astrophysiques.

VII.6.1 Laser aléatoire en astrophysique

Cette idée a été proposée par Letokhov pour expliquer les intensités trop importantes des raies de Fer dans η -Carinae. Nous pensons que cet effet pourrait exister dans certaines atmosphères par exemple planétaire où du fort gain est déjà mesuré, par exemple sur Mars [MBC⁺81].

VII.6.1.1 Dans des étoiles

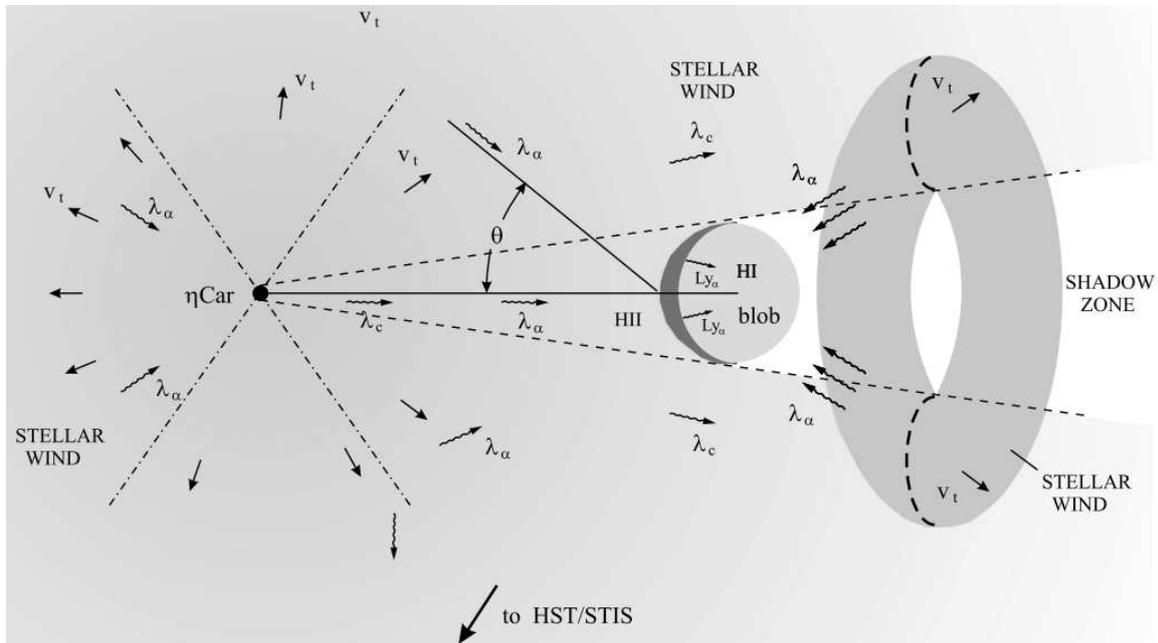


Fig. 20. The geometry of η Carinae and the Weigelt blob that blocks the Lyman continuum radiation so that the front part (the HII region) is completely ionized and the back part (the HI region) contains Fe^+ ions. The Fe^+ ions are selectively photoexcited by $\text{Ly}\alpha$ photons that diffuse either from the HII region of the blob or from the nearly torus-shaped region of the stellar wind of η Carinae behind the blob, which is also ionized by the Lyman continuum.

Figure VII.11 – figure extraite de [LJ08]

VII.6.1.2 Dans des atmosphères planétaires

Du gain est observé pour la raie du CO_2 à $10 \mu\text{m}$ dans l'atmosphère de Mars. Nous savons qu'il existe des nuages diffusants. Est-ce que cette diffusion pourrait être suffisante ?

Conclusion

L'étude du transport dans des vapeurs atomiques est très intéressante que ce soit pour la communauté du transport ou pour celle de la physique atomique. En effet, les vapeurs sont fascinantes car elles sont des milieux désordonnés, auto-moyennants sur les réalisations, sans « quenched disorder » et avec ou sans effet Doppler qui change qualitativement la nature du transport. En physique atomique, et notamment dans les atomes froids, la diffusion multiple fut longtemps un ennemi à battre car limitant la densité des pièges obtenus par pression de radiation. En fait de nos jours, elle est très étudiée pour un aspect théorique, la compréhension de l'effet de la localisation d'Anderson et pour un aspect technique qui est de piéger les propriétés quantiques de la lumière pour réaliser des mémoires quantiques, élément indispensable à de futurs réseaux de communication quantique mais aussi pour la réalisation d'un ordinateur quantique.

Dans cette thèse nous avons étudié principalement 3 effets de transports :

- le piégeage radiatif sur une assemblée opaque d'atomes multiniveaux froids. Cet effet n'a été étudié pour lui-même qu'après avoir été observé dans les expériences de laser aléatoire qui était le projet principal. Cette expérience permet une comparaison quantitative entre un modèle simple (équations de taux couplé à une diffusion incohérente sur une raie) et les résultats expérimentaux. Mais le plus intéressant pour moi est que cette expérience a une interprétation physique plus qualitative, mais avec plus de sens. La radiation piégée joue le rôle de second repompeur et transfère plus d'atomes dans le niveau moins peuplé plus diffusant. En augmentant l'épaisseur optique, l'effet second repompeur s'accroît et la fluorescence totale émise par le nuage aussi.
- l'effet de bombe photonique dans un nuage d'atomes froids. Ce projet a été commencé il y a plusieurs années dans le groupe. La configuration utilisée avec la diffusion additionnelle due à la transition interdite pour le gain mais autorisée pour la lumière piégée n'est que l'aboutissement de plusieurs essais. Les premières études ont été la caractérisation de différents mécanismes de gain (Mollow, Raman Zeeman, Mélange à 4 ondes) et la réalisation de lasers standards en cavité avec ces systèmes [GMK08]. Ces systèmes n'ont pas abouti car le seuil Letokhov était trop haut et ne pouvait pas être atteint. Finalement notre nouveau système de combinaison de gain et de diffusion a permis l'observation de l'effet de bombe photonique prédit par Letokhov. Le critère de Letokhov généralisé, même si il n'est pas contrôlé, permet d'imaginer l'exploration de nouveaux paramètres où le gain serait plus important que la diffusion comme cela

existe dans certains lasers à cavité.

- la présence de vols de Lévy dans des vapeurs atomiques chaudes. Cette activité a été commencée en parallèle de l'activité principale du groupe sur les atomes froids. Les vols de Lévy existent dans des vapeurs atomiques pour une raison simple mathématiquement et très esthétique. La convolution du spectre gaussien (dû à l'effet Doppler dans des vapeurs chaudes) par la loi de Beer-Lambert ne redonne pas une loi exponentielle mais une loi de puissance. La variance de cette distribution en loi de puissance diverge, ou physiquement les pas très longs sont suffisamment nombreux pour que l'écart quadratique moyen soit infini. Cette présence de vols de Lévy avait été mesurée par le doctorant précédent en mesurant de manière astucieuse directement la distribution de la taille des pas. Cette distribution comme attendu était bien une loi de puissance permettant la mesure du coefficient de Lévy. Ces mesures étaient longues et suite au calcul de Romain Pierrat, à partir des premiers principes, il est apparu qu'une mesure macroscopique permettait de mettre en évidence les vols de Lévy et de mesurer le paramètre de Lévy. La loi de puissance dans les ailes du profil radial et la violation de la loi d'Ohm pour la lumière ont permis de remesurer expérimentalement le coefficient de Lévy tout en permettant des raisonnements supplémentaires sur l'impact de la largeur spectrale de la source sur le centre du profil radial.

Nous avons ensuite réalisé un chapitre d'ouverture, pour présenter une partie importante de notre travail qui fut de réfléchir à des expériences et de commencer à les mettre en oeuvre pour certaines comme l'étude de la condensation de photons, de polarimétrie ou la découverte de phénomènes inattendus comme la production de bleu à un seul laser et des instabilités en diffusion multiple. Ce chapitre, décrivant diverses idées, reflète un peu la liberté et la confiance qui m'ont été octroyées, ainsi que le côté fureteur et passionné de la physique dans notre groupe.

Annexes

Eléments de physique

A.1 Equivalence entre les équations de taux et de Bloch optiques pour un système stationnaire à niveaux simplement éclairés

Dans cette section, nous allons montrer que les EBO et les équations de taux sont strictement équivalentes dans un cas bien précis :

- l'équation de cohérence atomique doit être stationnaire
- chaque niveau est éclairé au maximum par une radiation lumineuse.

Nous allons montrer que cette équivalence est bien vérifiée pour un atome à deux niveaux éclairé par un laser avant de montrer quels termes empêchent cette réduction des cohérences dans le cas où un niveau serait doublement éclairé.

A.1.1 réduction des EBO en équations de taux pour un atome à deux niveaux éclairé par un laser

Les équations de Bloch optiques pour un atome à 2 niveaux $|e\rangle$ et $|g\rangle$.

$$\begin{aligned} \frac{d\rho_{ee}}{dt} &= -\Omega\mathcal{I}(\tilde{\rho}_{eg}) - \Gamma\rho_{ee} \\ \frac{d\tilde{\rho}_{eg}}{dt} &= \left(i\delta - \frac{\Gamma}{2}\right)\tilde{\rho}_{eg} + i\frac{\Omega}{2}(\rho_{ee} - \rho_{gg}) \end{aligned} \tag{A.1}$$

En écrivant l'équation de cohérence stationnaire $\frac{d\tilde{\rho}_{eg}}{dt} = 0$, nous obtenons :

$$\left(i\delta - \frac{\Gamma}{2}\right)\tilde{\rho}_{eg} = -i\frac{\Omega}{2}(\rho_{ee} - \rho_{gg}) \tag{A.2}$$

Nous prenons la partie réelle de l'équation (A.2) :

$$-\frac{\Gamma}{2}\mathcal{R}[\tilde{\rho}_{eg}] - \delta\mathcal{I}[\tilde{\rho}_{eg}] = 0 \implies \mathcal{R}[\tilde{\rho}_{eg}] = -\frac{2\delta}{\Omega}\mathcal{I}[\tilde{\rho}_{eg}] \quad (\text{A.3})$$

La partie imaginaire de l'équation (A.2) donne en remplaçant la partie réelle de $\tilde{\rho}_{eg}$ avec l'équation (A.3) :

$$\delta\mathcal{R}[\tilde{\rho}_{eg}] - \frac{\Gamma}{2}\mathcal{I}[\tilde{\rho}_{eg}] = -\frac{\Omega}{2}(\rho_{ee} - \rho_{gg}) \quad (\text{A.4})$$

$$-\left(\frac{2\delta^2}{\Gamma} + \frac{\Gamma}{2}\right)\mathcal{I}[\tilde{\rho}_{eg}] = -\frac{\Omega}{2}(\rho_{ee} - \rho_{gg}) \quad (\text{A.5})$$

$$\mathcal{I}[\tilde{\rho}_{eg}] = \frac{\Omega}{2} \frac{2\Gamma}{\Gamma^2 + 4\delta^2} (\rho_{ee} - \rho_{gg}) \quad (\text{A.6})$$

En injectant cette équation (A.6), dans l'équation d'évolution des populations (A.1), nous retrouvons l'équation de taux du niveau $|e\rangle$:

$$\frac{d\rho_{ee}}{dt} = -\Gamma\rho_{ee} - \frac{\Omega^2}{2} \frac{2\Gamma}{\Gamma^2 + 4\delta^2} (\rho_{ee} - \rho_{gg}) \quad (\text{A.7})$$

$$\frac{d\rho_{ee}}{dt} = -\Gamma\rho_{ee} - \frac{\Omega^2/\Gamma}{1 + 4\delta^2/\Gamma^2} (\rho_{ee} - \rho_{gg}) \quad (\text{A.8})$$

Cette dernière équation est une équation de taux que nous pouvons écrire avec le coefficient d'Einstein (voir section(II.2) en identifiant $B_{eg}I = \frac{\Omega^2/\Gamma}{1+4\delta^2/\Gamma^2}$.

A.1.2 Non réduction des EBO dans le cas d'un niveau doublement éclairé

Prenons l'exemple d'un système atomique en Λ avec un niveau excité $|e\rangle$, couplé par deux lasers à deux niveaux fondamentaux $|g\rangle$ et $|f\rangle$. Les équations de Bloch optiques s'écrivent alors :

$$\frac{d\rho_{ee}}{dt} = -\Omega_g \mathcal{I}(\tilde{\rho}_{eg}) - \Omega_f \mathcal{I}(\tilde{\rho}_{ef}) - (\Gamma_g + \Gamma_f) \rho_{ee} \quad (\text{A.9})$$

$$\frac{d\rho_{gg}}{dt} = \Omega_g \mathcal{I}(\tilde{\rho}_{eg}) + \Gamma_g \rho_{ee} \quad (\text{A.10})$$

$$\frac{d\rho_{ff}}{dt} = \Omega_f \mathcal{I}(\tilde{\rho}_{ef}) + \Gamma_f \rho_{ee} \quad (\text{A.11})$$

$$\frac{d\tilde{\rho}_{eg}}{dt} = \left(i\delta_g - \frac{\Gamma_g}{2} \right) \tilde{\rho}_{eg} + i\frac{\Omega_g}{2} (\rho_{ee} - \rho_{gg}) + i\frac{\Omega_f}{2} \tilde{\rho}_{gf} \quad (\text{A.12})$$

$$\frac{d\tilde{\rho}_{ef}}{dt} = \left(i\delta_f - \frac{\Gamma_f}{2} \right) \tilde{\rho}_{ef} + i\frac{\Omega_f}{2} (\rho_{ee} - \rho_{ff}) + i\frac{\Omega_g}{2} \tilde{\rho}_{fg} \quad (\text{A.13})$$

$$\frac{d\tilde{\rho}_{gf}}{dt} = i(\delta_g - \delta_f) \tilde{\rho}_{gf} + i\frac{\Omega_g}{2} \tilde{\rho}_{fe} - i\frac{\Omega_f}{2} \tilde{\rho}_{ge} \quad (\text{A.14})$$

$$(\text{A.15})$$

Les parties imaginaires de $\tilde{\rho}_{eg}$ et $\tilde{\rho}_{ef}$ doivent être exprimé en fonction seulement de termes de population pour que les équations d'évolution des populations ($\frac{d\rho_{ee}}{dt} =$, $\frac{d\rho_{gg}}{dt} =$, $\frac{d\rho_{ff}}{dt} =$) soient des équations de taux. Dans la partie précédente la simplification en équation de taux avait été possible car les équations de cohérences stationnaires permettaient cette réduction en exprimant la partie réelle et la partie imaginaire de la cohérence. Cette fois les termes supplémentaires (en bleu) dus à la cohérence entre les deux niveaux fondamentaux $\tilde{\rho}_{gf}$ empêchent cette réduction.

A.2 Transport de la lumière

Dans cette partie nous allons rappeler des résultats bien connu sur le transport de la lumière et notamment la simplification de l'équation de transfert radiatif. L'intérêt de cette démonstration (très bien réalisée dans le cours de Rémi carinati [CAR]) est de donner au lecteur la démonstration avec les notations de la thèse et de pouvoir rapidement vérifier quelles sont les approximations nécessaires. Ici l'ETR est dérivée à partir d'un bilan d'énergie. La dérivation de cette équation à partir des premiers principes de l'électromagnétisme peut se trouver dans l'annexe A de la thèse de Romain Pierrat [Pie07]

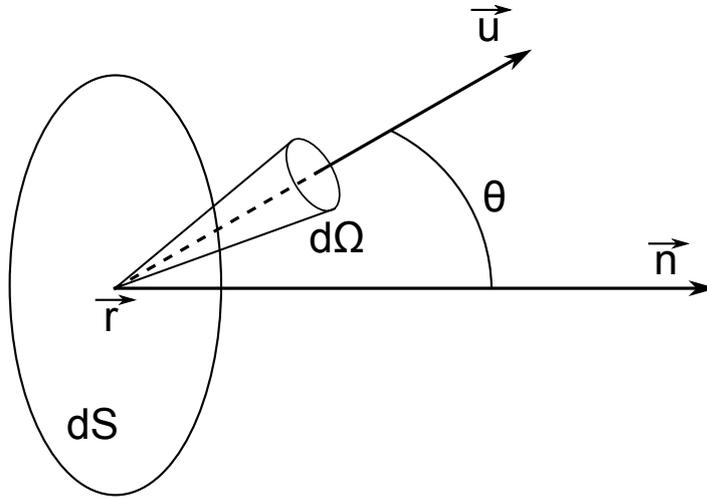


Figure A.1 – définitions des différentes grandeurs

A.2.1 De l'ETR à l'équation de diffusion

A.2.1.1 définitions des grandeurs énergétiques

Soit $P(\vec{r}, \vec{u}, t)$, le flux d'énergie radiative traversant un élément de surface dS centré au point \vec{r} , dans un angle solide $d\Omega$ centré sur la direction \vec{u} au temps t . On peut définir une grandeur, la luminance (specific intensity en anglais) tel que :

$$P(\vec{r}, \vec{u}, t) = L(\vec{r}, \vec{u}, t) \vec{u} \cdot \vec{n} dS d\Omega \quad (\text{A.16})$$

On peut aussi définir le vecteur flux radiatif \vec{q} (s'identifiant au vecteur de Poynting en électromagnétisme) en fonction de la luminance :

$$\vec{q}(\vec{r}, t) = \int_{4\pi} L(\vec{r}, \vec{u}, t) \vec{u} d\Omega \quad (\text{A.17})$$

La dernière quantité est la densité d'énergie. On la relie à la luminance dans le cas où c la vitesse de propagation de l'énergie est constante :

$$U(\vec{r}, t) = \int_{4\pi} \frac{L(\vec{r}, \vec{u}, t)}{c} d\Omega \quad (\text{A.18})$$

Nous pouvons aussi définir la luminance moyenne $\bar{L}(\vec{r}, t) = \int_{4\pi} L(\vec{r}, \vec{u}, t) d\Omega$ qui correspond à : $\bar{L}(\vec{r}, t) = \frac{cU(\vec{r}, t)}{4\pi}$

Une quantité utile dans le but d'établir un bilan d'énergie est la densité d'énergie directionnelle u_{dir} . Elle représente la densité d'énergie d'un volume provenant d'un flux de direction \vec{u} . Son unité est $J.m^{-3}.sr^{-1}$

$$u_{dir}(\vec{r}, \vec{u}, t) = \frac{L(\vec{r}, \vec{u}, t)}{c} \quad (A.19)$$

grandeurs	symboles	unités	valeur pour L isotrope
Flux d'énergie	$P(\vec{r}, \vec{u}, t)$	W	$L(\vec{r}, t) \cos(\theta) dS d\Omega$
Luminance	$L(\vec{r}, \vec{u}, t)$	$W.m^{-2}.sr^{-1}$	$L(\vec{r}, t)$
vecteur flux radiatif	$\vec{q}(\vec{r}, t)$	$W.m^{-2}$	0
denstité d'énergie	$U(\vec{r}, t)$	$J.m^{-3}$	$4\pi L(\vec{r}, t)/c$

Table A.1 – récapitulatif des différentes grandeurs

A.2.1.2 coefficients d'absorption et de diffusion

Soit s l'abscisse curviligne le long de la direction \vec{u} de la luminance. On définit le coefficient d'absorption α par le flux d'énergie absorbé sur un élément de longueur ds suivant \vec{u} :

$$dP_{abs}(s + ds, \vec{u}, t) = -\alpha P(s, \vec{u}, t) ds \quad (A.20)$$

De même on définit le coefficient de diffusion χ par le flux d'énergie absorbé sur un élément de longueur ds suivant \vec{u} :

$$dP_{dif}(s + ds, \vec{u}, t) = -\chi P(s, \vec{u}, t) ds \quad (A.21)$$

On peut définir le coefficient d'extinction totale comme la somme de l'absorption et de la diffusion : $\sigma = \alpha + \chi$. On a alors

$$dP_{tot}(s + ds, \vec{u}, t) = P(s + ds, \vec{u}, t) - P(s, \vec{u}, t) = -(\alpha + \chi)P(s, \vec{u}, t) ds = -\sigma P(s, \vec{u}, t) ds \quad (A.22)$$

A noter que ces 3 coefficients sont en m^{-1} et nous pouvons donc définir des longueurs d'absorption, de diffusion et d'extinction en prenant leur inverse. On peut de manière

équivalente écrire ces équations d'absorption, de diffusion et d'extinction sur la densité d'énergie directive :

$$du_{dir,tot}(s+ds, \vec{u}, t) = u_{dir}(s+ds, \vec{u}, t) - u_{dir}(s, \vec{u}, t) = -(\alpha + \chi)u_{dir}(s, \vec{u}, t)ds = -\sigma u_{dir}(s, \vec{u}, t)ds \quad (\text{A.23})$$

L'avantage de cette écriture est qu'elle montre que la décroissance exponentielle se fait avec un taux qui est le rapport de 2 longueurs : ds , le chemin parcouru et $l_{ext} = \frac{1}{\sigma}$ qui est la longueur d'extinction.

A.2.1.3 Redistribution de l'énergie par diffusion

Apparté sur sur l'accroissement du flux selon \vec{u} dû à la diffusion d'un flux se propageant initialment dans une direction \vec{v} . On va quantifier cet effet par la fonction de phase (spherical indicatrix en anglais) qui définit l'accroissement entre s et $s+ds$ dû à la diffusion :

$$dP(s + ds, \vec{u}, t) = \frac{\chi}{4\pi} \int_{4\pi} p(s, \vec{u}, \vec{v}) P(s, \vec{v}, t) d\Omega_v ds \quad (\text{A.24})$$

Cette fonction de phase est normalisé : $\frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} p(\vec{u}, \vec{v}) d\Omega_v = 1$ et se réduit à $p(\vec{u}, \vec{v}) = 1$ en cas de diffusion isotrope.

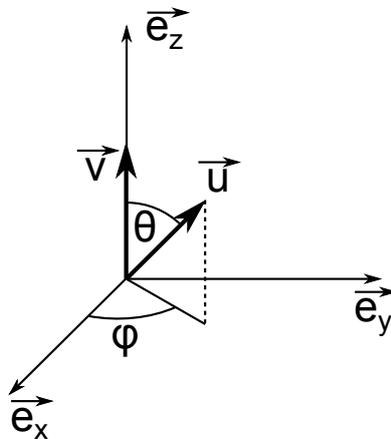


Figure A.2 – définition des coordonnées

Cas particulier : si $p(\vec{u}, \vec{v})$ dépend seulement de l'angle entre \vec{u} et \vec{v} , c'est à dire ne dépend pas de la direction d'incidence, ni de sortie mais seulement de l'angle entre les deux directions. C'est le cas par exemple pour la diffusion sur des particules sphériques. Dans ce cas, on a : $\frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} p(\vec{u}, \vec{v}) \vec{u} \vec{v} d\Omega = \frac{1}{4\pi} \int_{4\pi} p(\cos \theta) \cos \theta d\Omega = \langle \cos \theta \rangle \equiv g$.

Calculons la quantité : $\int_{4\pi} p(\vec{u}, \vec{v}) \vec{u} d\Omega$ en choisissant $\vec{v} = v \vec{e}_z$ et en exprimant \vec{u} en coordonnées sphériques : $\vec{u} = \sin \theta \cos \phi \vec{e}_x + \sin \theta \sin \phi \vec{e}_y + \cos \theta \vec{e}_z$. On vérifie qu'on a bien $\vec{u} \cdot \vec{v} = \cos \theta$ et donc on peut faire l'intégration sur ϕ ne dépend que de \vec{u} : $\int_{2\pi} \vec{u} d\phi = \int_{2\pi} (\sin \theta \cos \phi \vec{e}_x + \sin \theta \sin \phi \vec{e}_y + \cos \theta \vec{e}_z) d\phi = 2\pi \cos \theta \vec{e}_z$. Et donc : $\int_{4\pi} p(\vec{u}, \vec{v}) \vec{u} d\Omega = \vec{v} \int_{4\pi} p(\cos \theta) \cos \theta d\Omega = 4\pi g \vec{v}$. Ce résultat sera utile plus tard pour écrire l'ETR avec des flux radiatifs.

A.2.1.4 Bilan d'énergie radiative

Pour faire un bilan d'énergie il nous faut définir un volume et regarder ce qui entre, ce qui sort et ce qui est produit à l'intérieur (les sources).

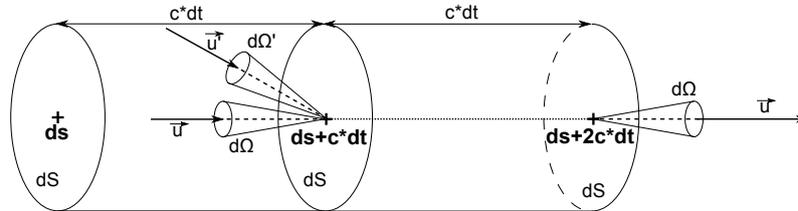


Figure A.3 – volume pour l'établissement du bilan d'énergie

Nous considérons comme volume le cylindre de droite de volume $dV = dS * cdt$ où cdt est la distance parcourue par l'énergie durant une période dt . On s'intéresse à l'évolution de la la quantité $u_{dir}(s, \vec{u}, t)$ qui est la densité d'énergie selon la direction \vec{u} au temps t et à la position. On veut savoir après un temps dt , quelle est la densité d'énergie directionnelle, il nous faut donc regarder la densité d'énergie directionnelle $u_{dir}(s + cdt, \vec{u}, t + dt)$. Pour avoir une énergie par angle solide ($J \cdot sr^{-1}$), il suffit de multiplier par l'élément de volume dV . Il y a deux contributions positives et deux négatives en énergie. Les contributions négatives sont l'absorption et la diffusion de $u_{dir}(s, \vec{u}, t)$ et les contributions positives sont l'émission des sources dans ce volume et la diffusion provenant de l'extérieur de ce volume qui va diffuser dans la direction \vec{u} . Description de chaque terme :

$$\text{Pertes Absorption} \quad : -\alpha u_{dir}(s, \vec{u}, t) dV c * dt \quad (\text{A.25})$$

$$\text{Diffusion} \quad : -\chi u_{dir}(s, \vec{u}, t) dV c * dt \quad (\text{A.26})$$

$$\text{Gain Sources} \quad : S_0(s, \vec{u}, t) dV dt \quad (\text{A.27})$$

$$\text{Diffusion} \quad : \frac{\chi}{4\pi} \int_{4\pi} p(\vec{u}, \vec{u}') u_{dir}(s, \vec{u}', t) d\Omega' dV c * dt \quad (\text{A.28})$$

$$(\text{A.29})$$

où S_0 est la densité d'émission des sources dans la direction \vec{u} et s'exprime en $W.m^{-3}.sr^{-1}$. La densité d'émission des sources est : $S(r, t) = \int_{4\pi} S_0(r, \vec{u}, t) d\Omega$.

Ecrivons le bilan d'énergie :

$$u_{dir}(s + cdt, \vec{u}, t + dt) dV = u_{dir}(s, \vec{u}, t) dV \quad (\text{A.30})$$

$$- \alpha u_{dir}(s, \vec{u}, t) dV c * dt - \chi u_{dir}(s, \vec{u}, t) dV c * dt \quad (\text{A.31})$$

$$+ S_0(s, \vec{u}, t) dV dt + \frac{\chi}{4\pi} \int_{4\pi} p(\vec{u}, \vec{u}') u_{dir}(s, \vec{u}', t) d\Omega' dV c * dt \quad (\text{A.32})$$

A.2.1.5 Equation de transfert radiatif

En exprimant $u_{dir}(\vec{r}, \vec{u}, t) = \frac{L(\vec{r}, \vec{u}, t)}{c}$ et en réarrangeant les termes, on obtient :

$$\frac{L(s + cdt, \vec{u}, t + dt) - L(s, \vec{u}, t)}{cdt} = -(\alpha + \chi)L(s, \vec{u}, t) + S_0 + \frac{\chi}{4\pi} \int_{4\pi} p(\vec{u}, \vec{u}') L(s, \vec{u}', t) d\Omega' \quad (\text{A.33})$$

La dérivée totale de la luminance s'écrit en fonction de ses dérivées partielles : $dL = \frac{\partial L}{\partial t} dt + \frac{\partial L}{\partial s} ds$ et comme $ds = cdt$, nous arrivons à : $\frac{1}{c} \frac{dL}{dt} = (\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial s}) L$. la dérivée par rapport à l'abscisse curviligne est le produit scalaire entre le gradient et le vecteur \vec{u} de la trajectoire. Nous avons finalement $\frac{1}{c} \frac{dL}{dt} = (\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} + \vec{u} \cdot \vec{\nabla}) L$. Si l'on prend la limite $dt \rightarrow 0$ dans l'équation (A.33) et que l'on remplace la dérivée totale en sa décomposition en dérivées partielles, on obtient l'équation de transfert radiatif (ETR) :

$$\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} L(\vec{r}, \vec{u}, t) + \vec{u} \cdot \vec{\nabla} L(\vec{r}, \vec{u}, t) = -(\alpha + \chi)L(\vec{r}, \vec{u}, t) + S_0 + \frac{\chi}{4\pi} \int_{4\pi} p(\vec{u}, \vec{v}) L(\vec{r}, \vec{v}, t) d\Omega_v \quad (\text{A.34})$$

A.2.1.6 Equation de conservation de l'énergie

L'ETR est une équation de conservation de l'énergie pour le rayonnement qui se propage suivant \vec{u} (établit sur la densité d'énergie directionnelle). Si l'on veut une équation sur la densité d'énergie il suffit d'intégrer (A.34) sur $d\Omega$ (car $U(\vec{r}, t) = \int_{4\pi} \frac{L(\vec{r}, \vec{u}, t)}{c} d\Omega$).

$$\int_{4\pi} \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} L(\vec{r}, \vec{u}, t) d\Omega + \int_{4\pi} \vec{u} \cdot \vec{\nabla} L(\vec{r}, \vec{u}, t) d\Omega = -(\alpha + \chi) \int_{4\pi} L(\vec{r}, \vec{u}, t) d\Omega + \int_{4\pi} S_0 d\Omega + \frac{\chi}{4\pi} \int_{4\pi} \int_{4\pi} L(\vec{r}, \vec{v}, t) d\Omega_v \quad (\text{A.35})$$

$$\frac{\partial}{\partial t} U(\vec{r}, t) + \vec{\nabla} \cdot \vec{q}(\vec{r}, t) = -(\alpha + \chi) c U(\vec{r}, \vec{u}, t) + \int_{4\pi} S_0 d\Omega + \chi \int_{4\pi} L(\vec{r}, \vec{v}, t) d\Omega_v \quad (\text{A.36})$$

$$\text{car } \int_{4\pi} p(\vec{u}, \vec{v}) d\Omega = 4\pi \text{ et } \vec{u} \cdot \vec{\nabla} L = \vec{u} \cdot \sum \frac{\partial}{\partial x_i} L \vec{e}_i = \sum \frac{\partial}{\partial x_i} L u_i = \vec{\nabla} \cdot (L \vec{u}) \quad (\text{A.37})$$

$$\frac{\partial}{\partial t} U(\vec{r}, t) + \vec{\nabla} \cdot \vec{q}(\vec{r}, t) = -c\alpha U(\vec{r}, \vec{u}, t) + \int_{4\pi} S_0 d\Omega \quad (\text{A.38})$$

A.2.1.7 Premier moment de l'ETR

Si l'on veut obtenir une équation sur les flux radiatifs il nous faut multiplier (A.34) par \vec{u} et intégrer sur $d\Omega$. En faisant cela et en commutant comme cela nous arrange, l'ETR devient :

$$\begin{aligned} \frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \int_{4\pi} L(\vec{r}, \vec{u}, t) \vec{u} d\Omega + \int_{4\pi} \vec{u} \vec{u} \cdot \vec{\nabla} L(\vec{r}, \vec{u}, t) d\Omega &= -(\alpha + \chi) \int_{4\pi} L(\vec{r}, \vec{u}, t) \vec{u} d\Omega + \int_{4\pi} S_0 \vec{u} d\Omega \\ &+ \frac{\chi}{4\pi} \int_{4\pi} \int_{4\pi} \vec{u} p(\vec{u}, \vec{v}) d\Omega L(\vec{r}, \vec{v}, t) d\Omega_v \end{aligned} \quad (\text{A.39})$$

$$\quad (\text{A.40})$$

En supposant que la fonction de phase ne dépend que de θ , on peut faire apparaître g et en introduisant des $\vec{q}(\vec{r}, t) = \int_{4\pi} L(\vec{r}, \vec{u}, t) \vec{u} d\Omega$:

$$\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \vec{q}(\vec{r}, t) + (\alpha + \chi(1 - g)) \vec{q}(\vec{r}, t) = - \int_{4\pi} \vec{u} (\vec{u} \cdot \vec{\nabla} L(\vec{r}, \vec{u}, t)) d\Omega + \int_{4\pi} S_0 \vec{u} d\Omega \quad (\text{A.41})$$

A.2.1.8 Approximation P1

Pour l'instant la seule hypothèse que nous avons faites est : $p(\vec{u}, \vec{v}) = p(\cos \theta)$. Nous allons faire l'approximation P1 qui consiste à supposer que la luminance est quasi-isotrope. Ce n'est vrai que pour un milieu où l'absorption est faible devant la diffusion (qui assure l'isotropie). Faisons l'hypothèse que nous pouvons écrire la luminance comme un terme isotrope plus un terme proportionnel à la composante du vecteur flux suivant \vec{u} .

$$L(\vec{r}, \vec{u}, t) = \bar{L}(\vec{r}, t) + A\vec{q}(\vec{r}, t) \cdot \vec{u} \quad (\text{A.42})$$

Nous rappelons la luminance moyenne $\bar{L}(\vec{r}, t) = \int_{4\pi} L(\vec{r}, \vec{u}, t) d\Omega$, le vecteur flux $\vec{q}(\vec{r}, t) = \int_{4\pi} L(\vec{r}, \vec{u}, t) \vec{u} d\Omega$ et A est une constante à déterminer. Déterminons cette constante en injectant (A.42) dans la définition du vecteur flux :

$$q(\vec{r}, t) = \vec{q}(\vec{r}, t) \cdot \vec{v} = \int_{4\pi} L(\vec{r}, \vec{u}, t) \vec{u} d\Omega \cdot \vec{v} \quad (\text{A.43})$$

$$= \int_{4\pi} \bar{L}(\vec{r}, t) \vec{u} d\Omega \cdot \vec{v} + A \int_{4\pi} (\vec{q}(\vec{r}, t) \cdot \vec{u}) \vec{u} d\Omega \cdot \vec{v} \quad (\text{A.44})$$

$$= \bar{L}(\vec{r}, t) \int_{4\pi} \vec{u} d\Omega \cdot \vec{v} + A \int_{4\pi} (q(\vec{r}, t) \vec{v} \cdot \vec{u}) \vec{u} d\Omega \cdot \vec{v} \quad (\text{A.45})$$

$$= 0 + Aq(\vec{r}, t) * 2\pi \int_0^\pi \cos \theta \cos \theta \sin \theta d\theta \cdot \vec{v} \quad (\text{A.46})$$

$$= Aq(\vec{r}, t) * 2\pi \left[\frac{\cos^3 \theta}{3} \right]_\pi^0 = \frac{4\pi}{3} Aq(\vec{r}, t) \quad (\text{A.47})$$

Donc $A = \frac{3}{4\pi}$. (A.48) s'écrit donc :

$$L(\vec{r}, \vec{u}, t) = \bar{L}(\vec{r}, t) + \frac{3}{4\pi} \vec{q}(\vec{r}, t) \cdot \vec{u} \quad (\text{A.48})$$

A.2.1.9 équation de diffusion

Nous injectons cette luminance quasi-isotrope dans (A.41). Pour faire ce calcul nous allons écrire $\vec{u} = u_x \vec{e}_x + u_y \vec{e}_y + u_z \vec{e}_z = \sum_{i=x,y,z} u_i \vec{e}_i = \sum_{x_i} u_i \vec{e}_i$. Calculons le terme $\int_{4\pi} \vec{u} (\vec{u} \cdot \vec{\nabla} L(\vec{r}, \vec{u}, t)) d\Omega$ de (A.41) avec cette approximation de luminance quasi-isotrope :

$$\int_{4\pi} \vec{u}(\vec{u} \cdot \vec{\nabla} L(\vec{r}, \vec{u}, t)) d\Omega = \int_{4\pi} \sum_{i,j=x,y,z} \vec{e}_j u_j u_i \frac{d}{dx_i} L(\vec{r}, \vec{u}, t) d\Omega \quad (\text{A.49})$$

$$= \int_{4\pi} \sum_{i,j=x,y,z} \vec{e}_j u_j u_i \frac{d}{dx_i} \bar{L}(\vec{r}, t) d\Omega + \frac{3}{4\pi} \int_{4\pi} \sum_{i,j=x,y,z} \vec{e}_j u_j u_i \frac{d}{dx_i} (\vec{q}(\vec{r}, t) \cdot \vec{u}) d\Omega \quad (\text{A.50})$$

$$= \sum_{i,j=x,y,z} \frac{d}{dx_i} \bar{L}(\vec{r}, t) \int_{4\pi} \vec{e}_j u_j u_i d\Omega + \frac{3}{4\pi} \sum_{i,j=x,y,z} \frac{d}{dx_i} q(\vec{r}, t) \int_{4\pi} \vec{e}_j u_j u_i u_z d\Omega \quad (\text{A.51})$$

Calculons ces deux intégrales (ce qui revient à montrer de manière plus générale que pour tout vecteur \vec{A} , on a : $\int_{4\pi} \vec{u}(\vec{u} \cdot \vec{A}) d\Omega = \frac{4\pi\vec{A}}{3}$ et $\int_{4\pi} \vec{u}(\vec{u} \cdot \vec{\nabla}(\vec{A} \cdot \vec{u})) d\Omega = 0$).

$$\begin{aligned} \sum_{i,j=x,y,z} \int_{4\pi} \vec{e}_j u_j u_i d\Omega &= \int_0^\pi \int_0^{2\pi} (\cos \theta \vec{e}_z + \sin \theta \cos \phi \vec{e}_x + \sin \theta \sin \phi \vec{e}_y) (\cos \theta + \sin \theta \cos \phi + \sin \theta \sin \phi) d\phi d\theta \\ &= \int_0^\pi (2\pi \cos^2 \theta \sin \theta \vec{e}_z + \pi \sin^3 \theta \vec{e}_x + \pi \sin^3 \theta \vec{e}_y) d\theta \\ &= \frac{4\pi}{3} (\vec{e}_z + \vec{e}_x + \vec{e}_y) \end{aligned}$$

D'autre part, on a :

$$\begin{aligned} \sum_{i,j=x,y,z} \int_{4\pi} \vec{e}_j u_j u_i u_z d\Omega &= \int_0^\pi \int_0^{2\pi} (\cos \theta \vec{e}_z + \sin \theta \cos \phi \vec{e}_x + \sin \theta \sin \phi \vec{e}_y) (\cos \theta + \sin \theta \cos \phi + \sin \theta \sin \phi) \cos \theta d\phi d\theta \\ &= \int_0^\pi (2\pi \cos^3 \theta \sin \theta \vec{e}_z + \pi \cos \theta \sin^3 \theta \vec{e}_x + \pi \cos \theta \sin^3 \theta \vec{e}_y) d\theta \\ &= \vec{0} \end{aligned}$$

(A.51) devient donc :

$$\int_{4\pi} \vec{u}(\vec{u} \cdot \vec{\nabla} L(\vec{r}, \vec{u}, t)) d\Omega = \frac{4\pi}{3} \sum_{i=x,y,z} \frac{d}{dx_i} \bar{L}(\vec{r}, t) \vec{e}_i = \frac{c}{3} \sum_{i=x,y,z} \frac{d}{dx_i} U(\vec{r}, t) \vec{e}_i \quad (\text{A.52})$$

Nous pouvons donc réécrire (A.41) avec ce terme :

$$\frac{1}{c} \frac{\partial}{\partial t} \vec{q}(\vec{r}, t) + (\alpha + \chi(1-g)) \vec{q}(\vec{r}, t) = -\frac{c}{3} \sum_{i=x,y,z} \frac{d}{dx_i} U(\vec{r}, t) \vec{e}_i + \int_{4\pi} S_0 \vec{u} d\Omega \quad (\text{A.53})$$

Soit :

$$\vec{q}(\vec{r}, t) = -\frac{1}{c(\alpha + \chi(1-g))} \frac{\partial}{\partial t} \vec{q}(\vec{r}, t) - \frac{c}{3(\alpha + \chi(1-g))} \sum_{i=x,y,z} \frac{d}{dx_i} U(\vec{r}, t) \vec{e}_i + \frac{1}{\alpha + \chi(1-g)} \int_{4\pi} S_0 \vec{u} d\Omega \quad (\text{A.54})$$

La deuxième principale approximation est le négligement du terme en variation temporelle du flux devant le gradient de la densité d'énergie. Supposons que l'ordre de grandeur de u est q/c . Dans ce cas le premier terme (gradient densité d'énergie) est plus grand que le terme en variation temporelle du flux devient avec l_{typ} et τ , respectivement la distance typique de variation du flux ou de la densité d'énergie et le temps typique : $c/l_{typ} \gg 1/\tau$. Cela signifie qu'on peut négliger les variations temporelles si $\tau \gg l_{typ}/c$. Par exemple si l_{typ} vaut 3 cm et c la vitesse de la lumière, l'approximation est valable tant que le temps de variation est supérieur à la nanoseconde.

Donc nous faisons cette approximation et obtenons la loi de Fick (avec sources) :

$$\vec{q}(\vec{r}, t) = -\frac{c}{3(\alpha + \chi(1-g))} \sum_{i=x,y,z} \frac{d}{dx_i} U(\vec{r}, t) \vec{e}_i + \frac{1}{\alpha + \chi(1-g)} \int_{4\pi} S_0 \vec{u} d\Omega \quad (\text{A.55})$$

On peut définir un coefficient de diffusion $D = \frac{c}{3(\alpha + \chi(1-g))}$ et réécrire la dernière équation de manière plus compacte :

$$\vec{q}(\vec{r}, t) = -D \vec{\nabla} U(\vec{r}, t) + \frac{cD}{3} \int_{4\pi} S_0 \vec{u} d\Omega \quad (\text{A.56})$$

En injectant cette dernière équation dans (A.38), on obtient l'équation de diffusion :

$$\frac{\partial}{\partial t} U(\vec{r}, t) - D \Delta U(\vec{r}, t) + \frac{cD}{3} \int_{4\pi} S_0 \vec{\nabla} \cdot \vec{u} d\Omega + c\alpha U(\vec{r}, \vec{u}, t) = \int_{4\pi} S_0 d\Omega \quad (\text{A.57})$$

Et finalement :

$$\frac{\partial}{\partial t} U(\vec{r}, t) - D \Delta U(\vec{r}, t) + c\alpha U(\vec{r}, \vec{u}, t) = \int_{4\pi} S_0 d\Omega \quad (\text{A.58})$$

A.2.1.10 Solution de l'équation de diffusion

A.2.1.11 approximations, hypothèses

ETR : vitesse de propagation de l'énergie constante, c

DIFFUSION :

1. $p(\vec{u}, \vec{u}') = p(\cos \theta)$
2. Luminance quasi-isotrope : $L(\vec{r}, \vec{u}, t) = \bar{L}(\vec{r}, t) + \frac{3}{4\pi} \vec{q}(\vec{r}, t) \cdot \vec{u}$
3. Négligement de $\frac{1}{c(\alpha+\chi(1-g))} \frac{\partial}{\partial t} \vec{q}(\vec{r}, t)$ devant $\frac{c}{3(\alpha+\chi(1-g))} \sum_{i=x,y,z} \frac{d}{dx_i} U(\vec{r}, t) \vec{e}_i$.

Nouvelles techniques expérimentales

Dans cette partie, je vais décrire des détails techniques autour de deux points :

- le nouveau système d’asservissement pour le contrôle de fréquence du laser principal de l’expérience d’atomes froids
- l’essai d’un laser Eylsa prêté par l’entreprise Quantel.

B.1 système d’Offset locking

Le détail de ce nouveau système a été très bien décrit dans le rapport de stage de master 2 de Djeylan Aktas. Nous avons fait le choix de disposer la partie de son rapport de stage concernant le montage plutôt que de le citer (car ce rapport de stage est difficilement trouvable).

B.2 Implementation of an offset locking system

B.2.1 The experimental layout

In our scheme to demonstrate that random lasing is possible in cold atom ensembles, we exploit the hyperfine structure of Rb^{85} atoms as it also presents several interesting properties for cooling purposes.

We prepare our atomic sample by loading a MOT from a dilute vapour of Rb^{85} using laser diodes set as shown in FIGURE B.1. The MOT trapping beams are slightly detuned to the red of the $F = 3 \rightarrow F' = 4$ transition. The repumper beams are tuned to the $F = 2 \rightarrow F' = 3$ in order to ensure that the hyperfine ground level $F = 3$ is not depleted.

As cooling down atom demands a stable coherent light with a very narrow spectral bandwidth, we have to use a laser source with weak power emissions by design. When

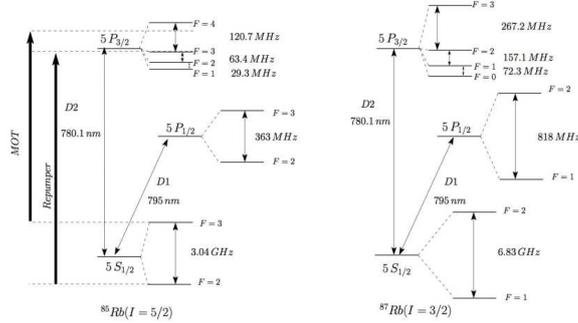


Figure B.1 – Rubidium D transitions, with frequency splittings between the hyperfine energy levels. The laser frequencies of MOT and repumper beams are reported.

we have managed to create a suitable source with classical locking systems (see saturated absorption appendix), we can then inject it in a tapered amplifier to resolve our power issue, much needed because trapping a large number of atoms means having a large waist for the MOT beams.

In our set-up we decided to use a master/slave configuration for two reasons, first it allows us to transfer the good spectral quality of a Distributed Bragg Reflector (DBR) master frequency-stabilized diode into a more powerful Distributed FeedBack laser diode (DFB), secondly having two laser sources is, indeed, a requirement to implement our offset locking system. An offset locking system is useful to us since it allows to shift the frequency in a very stable sweep, which is much needed if we want the detuning parameter with a certain dynamic. The previous set-up that was put in place was using an AOM (Acousto Optic Modulator) in a double pass configuration to offset lock the slave laser. The downside of this set-up resides in the fact that it doesn't allow a very wide range of frequency shifting as it's limited by the double pass AOM system and furthermore it induces a change of intensity while shifting the frequency, due to the varying diffraction efficiency.

B.2.1.1 Amplification

The slave laser having inherited frequency stability from the master DBR laser diode without preventing us from choosing an arbitrary offset value, we can now use a part of his output to be amplified because as I mentioned earlier, the cooling process demands beams with a large waist in order to trap as many atoms as possible.

As shown in FIGURE B.2 we use a MOPA (Master Oscillator Power Amplifier) device to this purpose. This tapered amplifier is capable to produce up to 1 Watt when injected

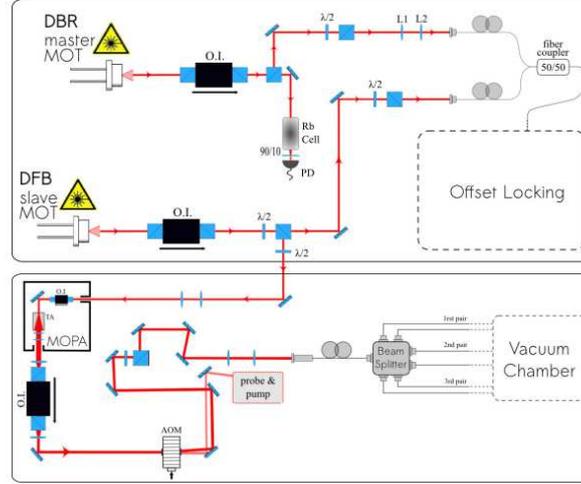


Figure B.2 – Laser system and optical bench layout

with 20 mW. The downside of using such a device is in the form of the spatial mode that makes it very difficult to properly couple it with an optical fiber. The figure shows that we use an optical isolator after the MOPA to prevent parasite reflections, followed by an AOM (Acoustic Optical Modulator) where the output is optimized for the order +1 and the order 0 is used to provide a source for probing purposes discussed later on. The half-wavelength plates put along the way serve as polarization controllers or allow us to regulate the power transmitted when they are placed before a Polarization Beam-Splitter (PBS). The bad spatial profile of the beam and the need for a well collimated beam with the proper size for efficient fiber injection demanded the presence of lenses. A research of a combination of lenses best suited for the job took a while but I finished by using a pair of 100 mm lenses. In the end, starting with an 540 mW input, I managed to obtain an output of 25 mW in each of the six fibers.

B.2.1.2 The repumper

The beam coming from the repumper is also injected in the fibred beam-splitter. This repumper is needed because there is a chance when we excite the transition $F = 3 \rightarrow F' = 4$ with a certain detuning parameter, that we in fact, end up exciting the $F = 3 \rightarrow F' = 3$ transition. Then since it is an open transition, atoms will populate the level $F = 2$. To prevent the depletion of the hyperfine ground state $F = 3$ we set a repumper laser on the $F = 2 \rightarrow F' = 3$ transition. To this end we use a DFB laser diode (Toptica SN.AC.03992) with 80mW output power and an indicated spectral width of 2-3 MHz. After using a part of the light for a servo-lock system, based on classical saturated absorption technique, we are left with 12mW to be injected inside the same fiber than the one used for the MOT beams. As illustrated in FIGURE B.3, the beam first has to

pass through a double pass and a single pass AOM. The first, used to tune the frequency, changes it by adding 142 MHz and the second to switch on and off the beam subtract 101 MHz.

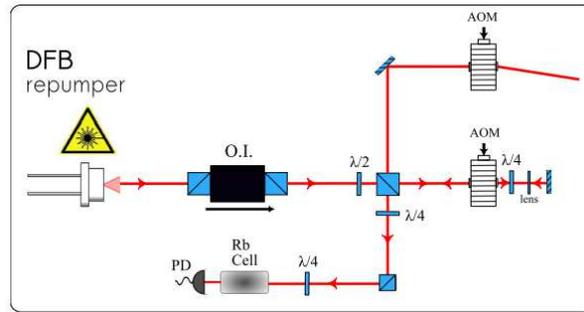


Figure B.3 – Repumper laser beams.

B.2.1.3 The magnetic field

The magnetic field gradient needed to trap our atoms is obtained with two magnetic coils in an anti-Helmoltz configuration that gives typically around 10 Gauss/cm with a current supply of approximately 3 A. The current supply of the coils can be control with a TTL input so it can be switched on and off with the computer used to drive all the electronics in the experiment.

B.2.1.4 The probe

The probe I used to measure the transmission originates from the light path taken by the zeroth order coming out of the first single pass AOM placed after the MOPA. In fact, after having spatially separated both orders, I have put an half-wavelength plate and a PBS along the path of the zeroth order allowing us to use a part of the light for optical pumping in our random laser experiment and to pick up another part for our probe. After that, as it was designed in the old set-up, the beam goes through an AOM in a double pass configuration then through another one in simple pass mode. Every time there is an AOM in a double pass configuration (like in FIGURE B.3) we can use it to shift the frequency without disturbing any kind of alignment further down the line. The downside of such systems is that by changing the frequency we also change the efficiency of diffraction (and by doing so the power output changes too) and generally the range of frequency covered by an AOM is limited (to ~ 100 MHz). Anyway, since there is no issue of power regarding the probe, I kept the same line of optical path for the probe. I have just changed the value of the AOMs (because now the light coming from the zeroth order is not at the same frequency since I have implemented a new locking

system compared to the old set-up) and I had of course to modified a bit the MatLab functions used to control them.

B.2.2 Principles of the offset locking scheme

B.2.2.1 Basic principles

Since phase coherence between the master and the slave laser is not required, we can implement an offset locking scheme based on frequency filtering. We begin by interfering the two lasers at a beamsplitter and detecting the beat-note ω_{BN} with a fast photodiode. We can then fix the value of this beat-note using an active feedback, meaning that we are left with a constant offset between the two lasers. In order to be able to chose an arbitrary value that we can control at will (within the scope of our locking scheme) we need to mix the obtained beat-note signal with an external controllable local oscillator ω_{LO} . A servo controller loop ensures a stabilized offset locked frequency between both lasers. The main distinction between most offset locking schemes reside in the method used for generating the error signal to servo-lock the slave laser to the master one. Here we follow the procedure described in [?] where the error signal is generated from the response of a home-built RF electronic filter. The great advantage of such layout is that the bandwidth is only limited by the electronic components we chose to use and furthermore the scheme proposed here is based on commercially available electronics.

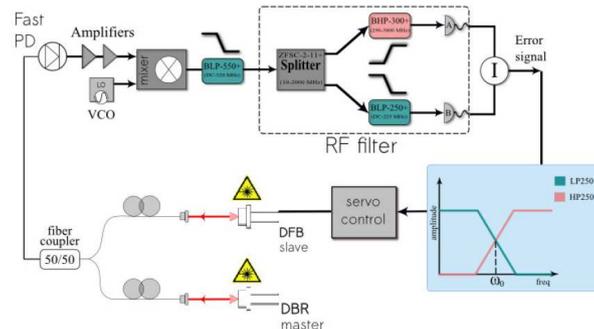


Figure B.4 – Lasers offset-lock system. After being detected by a fast photodiode, the beat-note signal is mixed with a voltage controlled oscillator frequency and passes through a home-made RF filter which generate an error signal by doing the difference between the output of the power detectors A and B.

The FIGURE B.4 describes the offset locking scheme. It shows that the home-made radio frequency filter is built with two filters, one high pass and one low pass. This way insures that we have an absolute value for ω_{filter} of roughly 250 MHz and not a relative one that we would get from using only one filter. It's better this way since we can get rid of a procedure where we should have had to tune an offset parameter.

B.2.2.2 Technical layout

In order to detect the beat-note between the two lasers, coupled in a fiber, we use a fast photodiode Thorlabs SV2-FC made of silicium functioning in a wavelength range of 320 to 1100 nm with a bandwidth of 2 GHz. The photodetector being a current source, one needs to use a 50Ω load resistor at the end of the cable before plugging it into an oscilloscope. Another precaution needed, to save battery and not damage the photodetector (damage threshold is 200 mW), is to use weak optical power input. Indeed, since the responsivity of our biased photodetector is 0.5 A/W, if the power of the light illuminating it is, for example, 1 mW so the photo-current would be 0.5 mA and then the battery will last $190mAh/0.5 = 380$ hrs, which represents approximately 16 days of continuous use. Considering the need for a minimum of power for our beat-note signal and the limitation mentioned above, I decided to use $\sim 400 \mu\text{W}$ and to make an habit of masking the incident light when detecting the beat-note is not necessary. As shown in FIGURE B.4, the signal detected is then amplified with two consecutive ZX60-3018-G-S+ very low noise amplifiers. At this point I checked to see if a beat-note was indeed discernible using a spectrum analyser and as expected, I was able to detect one up to 2 GHz, with an amplitude decreasing from 0 to -20 dBm (the noise level being around -55 dBm). As explain in the first section of this paper the signal is then mixed with a local oscillator, for that I used a VCO (Voltage Controlled Oscillator) ZX95-1300-S+ and a radio-frequency mixer ZFM-11-S+. The VCO was chosen to function at high frequencies since it allows for higher modulation (bandwidth ~ 30 MHz) and determine the amount of which we can shift frequency in our scheme. In order to control the VCO with the computer (using a MatLab interface) I had to calibrate the device (see FIGURE B.5). The VCO need an input tension between 0 and 20 V to be used at his full potential but the NI cards used to interface with the computer only gives us an output between 0 and 10 V. I used a home-made electronic circuit, which function is to add two input given signals to double the amplitude of the control signal.

The signal after the mixer is the convolution of the two incoming frequencies ω_{BN} and ω_{vco} , so we should obtain both sum and difference frequency $\omega_+ = \omega_{BN} + \omega_{vco}$ and $\omega_- = |\omega_{BN} - \omega_{vco}|$ but we have implemented a low pass filter (BLP-550+) to get rid of the sum frequency ω_+ while still letting a signal in the range of our RF filter go through. After that the signal goes inside a RF splitter (ZFSC-2-11+) so one part goes through a low pass filter (BLP-250+) and the other part through a high pass filter (BHP-300+). Both signals are then detected by two RF power meters (ZX47-LN-S+) and again we use home-made electronics to subtract them, giving us the error signal we want.

While implementing the scheme, I realized that directly plugging the obtained error signal into the laser was not sufficient. Indeed, I had to install a PID device (Proportional Integrator Derivative) so I could input a cleaner correction into the laser. After setting the appropriate gain for proportional amplification and integration I was able to offset

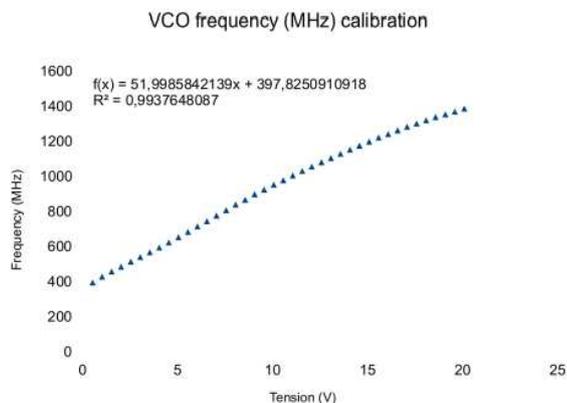


Figure B.5 – 3 sets of data were taken to calibrate the VCO using the NI card to control it, the graphic represent the frequency the VCO deliver for a given tension.

lock my laser. I used the spectrum analyser to measure the frequency of the beat-note just after the fast photodiode, so I'm looking at ω_{BN} before it goes through the offset locking part of the system. This way if the closed loop provides the necessary feedback we should observe a drastic decrease of fluctuations for the beat-note frequency.

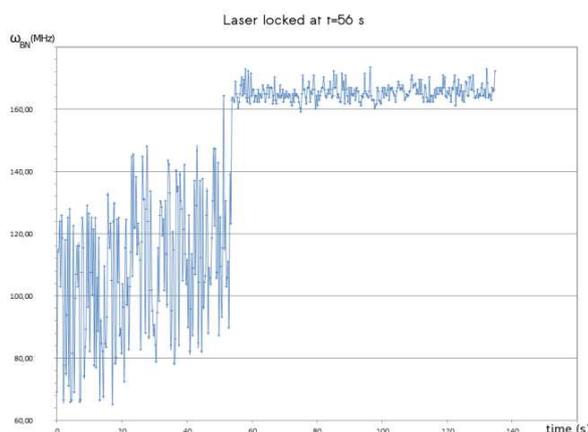


Figure B.6 – Lock signature, frequency of the beat-note during a few second (the lock is turned on at t=56 s).

That's exactly what we observe in FIGURE B.6, I chose to lock here with a small offset (165 MHz) at the beginning since that's where we get a stronger beat-note.

B.2.2.3 Choosing the right frequency

The main goal of the offset locking scheme improvement is, actually, to lock the DFB diode on the ^{85}Rb while having previously locked the DBR on the ^{87}Rb . The purpose of this configuration is to keep a stable frequency by jumping roughly 1 GHz from one isotope to the other. This way, considering our resonance is define at $F = 3 \rightarrow F' = 4$ of the ^{85}Rb isotope, we are able to use the range of our offset locking system for scanning at least all the red detuning and some of the blue. In that case, considering that the easiest way to lock the DBR is on the cross-over (CO_{23}) of the $F = 2 \rightarrow F' = 3 / F = 2 \rightarrow F' = 2$ transitions, we can calculate the amount from which we have to jump with the offset locking system. Rubidium data line tables gives us :

$$5^2S_{1/2} \rightarrow 5^2P_{3/2} \begin{cases} ^{87}\text{Rb} : 384,2304845(62) \text{ THz} \\ ^{85}\text{Rb} : 384,230406373(14) \text{ THz} \end{cases}$$

If we add and subtract the proper amount for both isotopes we get :

$$\omega_{34'}^{85} = \omega_{\text{CO}_{23}}^{87} + \underbrace{1259,813(7)}_{\omega_{\text{vco}} + \omega_{\text{filter}} + \omega_{\text{aom}}}$$

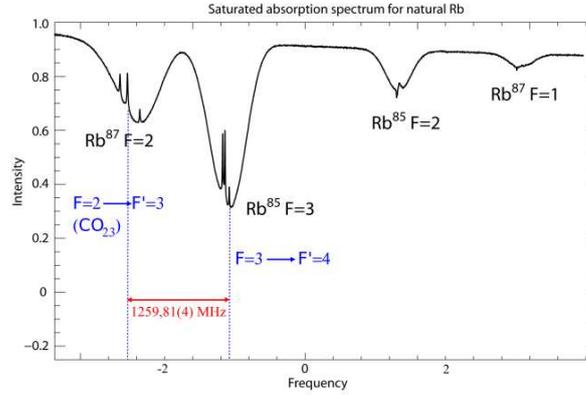


Figure B.7 – Overview of a wide scan of a saturated absorption signal to point out the offset amount we want to get.

I have characterized $\omega_{\text{filter}} = 253 \text{ MHz}$ which is determined by the low and high pass filter we are using (see FIGURE B.8). I have studied the response of the home-made RF filter to make sure that the value doesn't depend of the input power. Also I chose ω_{aom}^1 to be +100 MHz since we need to do a pretty big jump to reach the 85 rubidium D2 desired transition for the MOT.

1. This is the frequency shift due to the first single pass AOM placed just after the MOPA to insure the ability to cut off the MOT beams at will.

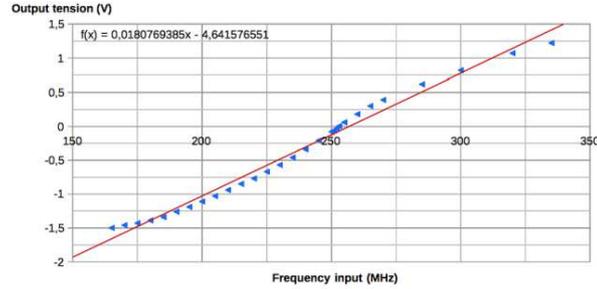


Figure B.8 – Characterization of the home-made RF filter. The input frequency was set with a synthesizer, in blue the tensions measured at the output of the subtractor which is null at 253 MHz and in red the linear regression.

As a consequence, we need :

$$\Rightarrow \begin{cases} \omega_{vco} = 907 \text{ MHz}, \delta = 0 \\ \omega_{vco} = 889 \text{ MHz}, \delta = -3\Gamma \end{cases}$$

A good evidence that my calculation are correct comes from looking at the saturated absorption signal, of the DFB slave laser, as well as the error signal in open loop. As we can see on FIGURE B.9 the error signal seems to be linear and cross zero where we were expecting it, but not only there. In fact the absolute value in the $\omega_- = |\omega_{BN} - \omega_{vco}|$ implies a duality for ω_{BN} , so we can decide to use either one of them to offset lock our laser. We decided to use the second one since it allows for a bigger jump, much needed to go all the way to the bottom of the 85 Rb dip.

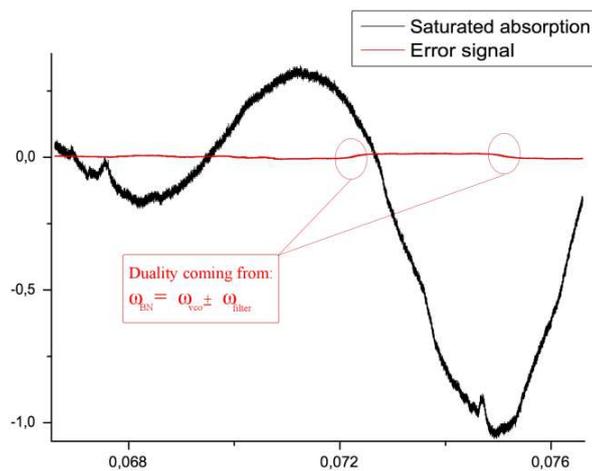


Figure B.9 – Error signal and saturated absorption of the DFB slave laser during an open servo loop of the locking scheme.

If we look more closely to the error signal, see FIGURE B.10, we can check that the

zero crossing of the error signal fit together with our calculation since it occurs at the wanted frequency detuned of the $F = 3 \rightarrow F' = 4$ transition marked by the first peak of transmission on the saturated absorption curve.

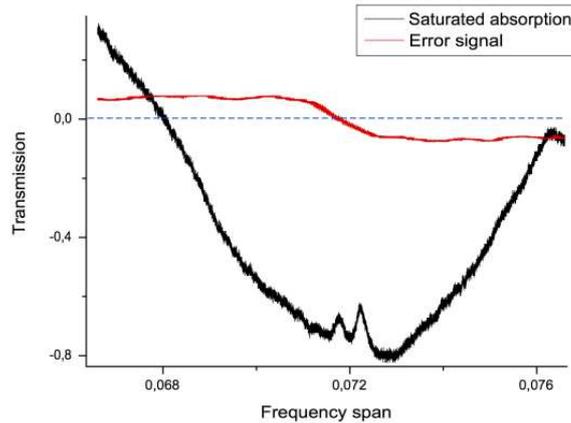


Figure B.10 – Zoom on the error signal and saturated absorption of the DFB slave laser.

B.3 Test du laser Quantel

Quantel développe un nouveau laser pour le refroidissement d'atomes de Rubidium. L'idée nouvelle était de partir d'un laser télécom à 1560 nm, de l'amplifier à la fréquence télécom avant de le doubler à 780nm.

Nous avons identifié lors de l'utilisation de ce laser des problèmes techniques ainsi que certaines limitations gênant l'utilisation du laser. Les problèmes techniques qui ont été identifiés sont :

- des bruits en fréquence à 5 kHz et 10 kHz. En regardant le spectre de bruit d'une photodiode éclairé par le laser, nous avons identifié deux pics de bruit à 5kHz et à 10 kHz. L'entreprise Quantel nous a signalé que ce bruit devait provenir des ventilateurs. Le problème devait être réglé rapidement.
- un hystérésis en fréquence lors de la modulation de la fréquence du laser. La diode laser peut être modulé via son contrôle en courant par un générateur avec une rampe par exemple. Nous avons observé la fréquence du laser modulé grâce à un signal d'une absorption saturée avec le laser modulé. Sans hystérésis, nous nous attendions que la fréquence du laser ne dépende pas du sens de la rampe (montante ou descendante) mais seulement de la valeur du courant d'entrée. Étonnamment, cette absence d'hystérésis n'est mesurée que pour une très faible plage de fréquence de modulation, de 100Hz à 120Hz.



Figure B.11 – Photographie du laser Eylsa de Quantel

- les protections du laser se déclenchent très souvent et coupent le laser sans que la cause soit très bien comprise. Apparemment un des problèmes majeurs viendrait du contrôle de la puissance et de son asservissement.

Les limitations que nous avons observé sont une puissance hors du pic principal laser plus importante que nous pensions ne pas trouver avec cette technique de doublage et une utilisation peu pratique sur une expérience d'atomes froids. Nous avons étudiés ce laser sur le montage d'atomes avec la cellule de vapeur chaude de type "slab" (montage Levy, section (VI)).

OPTICAL CHARACTERISTICS		
Wavelength ¹	nm	780
Polarization	dB	Linear, > 1:100
Linewidth ²	MHz	< 2.5
Spectral tuning range	GHz	100
Mean power	W	1
Power stability (1 hour)	%	< 1
RMS Noise (DC to 100 MHz)	%	< 0.5
BEAM CHARACTERISTICS		
Output connector ³		FC/APC
Beam quality (4 sigma)		< 1.2
Beam profile		TEM00
Pointing stability (over 2 hours)	μrad	< 10
Fiber delivery type		Single mode PM fiber
Fiber delivery length	m	2
WAVELENGTH LOCKING		
Bandwidth	kHz	Up to 100
Setting accuracy	kHz	Low noise analog electronic
Fine setting range	GHz	10
Coarse tuning range	GHz	100
FACILITY REQUIREMENTS		
Supply voltage	VAC	110 - 240
Power consumption	W	< 400
Cooling		Air cooled
Operating temperature	°C	5 - 35
Laser box type		19" rack, 3U
Laser box dimension	mm	445x420x148

Figure B.12 – Caractéristiques du laser Eylsa données par le constructeur Quantel

%

Bibliographie

- [ABKL66] RV Ambartsumyan, NG Basov, PG Kryukov, and VS Letokhov. Laser with nonresonant feedback. *JETP*, 3 :167–169, 1966.
- [AEM⁺95] Mike H Anderson, Jason R Ensher, Michael R Matthews, Carl E Wieman, and Eric A Cornell. Observation of bose-einstein condensation in a dilute atomic vapor. *science*, 269(5221) :198–201, 1995.
- [AGF97] Alain Aspect, G Grynberg, and C Fabre. *Introduction aux lasers et à l'optique quantique*. 1997.
- [Alt54] D. Alter. On certain physical properties of light produced by the combustion of different metals in the electric spark, refracted by a prism. *Am. J. Sci. Arts*, 18 :55–57, 1854.
- [Ång62] AJ. Ångström. I. on the fraunhofer-lines visible in the solar spectrum. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, 24(158) :1–11, 1862.
- [Bac00] Louis Bachelier. *Théorie de la spéculation*. Gauthier-Villars, 1900.
- [Bal85] Johann Jakob Balmer. Notiz über die spectrallinien des wasserstoffs. *Annalen der Physik*, 261(5) :80–87, 1885.
- [Bar59] Jean-Pierre Barrat. Étude de la diffusion multiple cohérente de la lumière de résonance optique. application au niveau 6 p1 du mercure.-i. étude théorique.(1re partie). *J. Phys. Radium*, 20(5) :541–548, 1959.
- [Bar09] Pierre Barthelemy. *Anomalous Transport of Light*. PhD thesis, PhD thesis, LENS (European Laboratory of Nonlinear Spectroscopy), 2009.
- [BBW08] Pierre Barthelemy, Jacopo Bertolotti, and Diederik S Wiersma. A lévy flight for light. *Nature*, 453(7194) :495–498, 2008.
- [Ber07] Jacopo Bertolotti. *Light transport beyond diffusion*. PhD thesis, PhD thesis, Università degli studi di Firenze, 2007.
- [BGA09] CWJ Beenakker, CW Groth, and AR Akhmerov. Nonalgebraic length dependence of transmission through a chain of barriers with a lévy spacing distribution. *Physical Review B*, 79(2) :024204, 2009.
- [Bié06] Emile Biémont. *Spectroscopie atomique : Instrumentation et structures atomiques*. De Boeck Supérieur, 2006.

- [Bie11] Tom Bienaimé. *Effets coopératifs dans les nuages d'atomes froids*. PhD thesis, 2011.
- [BKW⁺13] Maria Bergemann, Rolf-Peter Kudritzki, Matthias Würzl, Bertrand Plez, Ben Davies, and Zach Gazak. Red supergiant stars as cosmic abundance probes. ii. nlte effects in j-band silicon lines. *The Astrophysical Journal*, 764(2) :115, 2013.
- [BMG⁺13] Q. Baudouin, N. Mercadier, V. Guarrera, W. Guerin, and R. Kaiser. A cold-atom random laser. *Nature Physics*, 9(6) :357–360, 2013.
- [BMK13] Quentin Baudouin, Nicolas Mercadier, and Robin Kaiser. Steady-state signatures of radiation trapping by cold multilevel atoms. *Physical Review A*, 87(1) :013412, 2013.
- [Boh13] Niels Bohr. I. on the constitution of atoms and molecules. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, 26(151) :1–25, 1913.
- [BPK12] Tom Bienaimé, Nicola Piovella, and Robin Kaiser. Controlled dicke superradiance from a large cloud of two-level systems. *Physical Review Letters*, 108(12) :123602, 2012.
- [Cao05] Hui Cao. Review on latest developments in random lasers with coherent feedback. *Journal of Physics A : Mathematical and General*, 38(49) :10497, 2005.
- [CAR] Rémi CARMINATI. Ondes en milieux complexes.
- [Cha60] S Chandrasekhar. *Radiative transfer*. Dover Publications, New York, 1960.
- [CJP⁺05] Colm Connaughton, Christophe Josserand, Antonio Picozzi, Yves Pomeau, and Sergio Rica. Condensation of classical nonlinear waves. *Physical review letters*, 95(26) :263901, 2005.
- [CLX⁺01] H Cao, Y Ling, JY Xu, CQ Cao, and Prem Kumar. Photon statistics of random lasers with resonant feedback. *Physical Review Letters*, 86(20) :4524, 2001.
- [CMJ⁺05] T Chaneliere, DN Matsukevich, SD Jenkins, S-Y Lan, TAB Kennedy, and A Kuzmich. Storage and retrieval of single photons transmitted between remote quantum memories. *Nature*, 438(7069) :833–836, 2005.
- [Com23] Arthur H Compton. A quantum theory of the scattering of x-rays by light elements. *Physical Review*, 21(5) :483, 1923.
- [Cro62] W. Crookes. Preliminary researches on thallium. *Proceedings of the Royal Society of London*, 12 :150–159, 1862.
- [CTDRGM92] Claude Cohen-Tannoudji, Jacques Dupont-Roc, Gilbert Grynberg, and Pierre Meystre. Atom-photon interactions : Basic processes and applications. *Physics Today*, 45 :115, 1992.

- [CXZ⁺00] H Cao, JY Xu, DZ Zhang, SH Chang, ST Ho, EW Seelig, X Liu, RPH Chang, et al. Spatial confinement of laser light in active random media. *Physical Review Letters*, 84(24) :5584–5587, 2000.
- [CZH⁺99] Hui Cao, YG Zhao, ST Ho, EW Seelig, QH Wang, and RPH Chang. Random laser action in semiconductor powder. *Physical Review Letters*, 82(11) :2278, 1999.
- [Dal05] J Dalibard. Atomes ultra-froids. 2005.
- [Dic54] RH Dicke. Coherence in spontaneous radiation processes. *Physical Review*, 93(1) :99, 1954.
- [DL04] E.L. Degl’Innocenti and M. Landolfi. *Polarization in Spectral Lines*. Astrophysics and Space Science Library : a series of books on the recent developments of space science and of general geophysics and astrophysics. Springer, 2004.
- [DM97] A Davis and A Marshak. Lévy kinetics in slab geometry : Scaling of transmission probability, 1997.
- [DMA⁺95] KB Davis, M-O Mewes, MR van Andrews, NJ Van Druten, DS Durfee, DM Kurn, and W Ketterle. Bose-einstein condensation in a gas of sodium atoms. *Physical Review Letters*, 75(22) :3969, 1995.
- [ea] Baudouin et al. Supplementary material of ‘macroscopic evidence of lévy flights’ in writing.
- [Ein05a] Albert Einstein. On a heuristic viewpoint concerning the production and transformation of light. *Annalen der Physik*, 17 :132–148, 1905.
- [Ein05b] Albert Einstein. On the movement of small particles suspended in stationary liquids required by the molecular-kinetic theory of heat. *Annalen der Physik*, 17(549-560) :16, 1905.
- [Eli82] Moshe Elitzur. Physical characteristics of astronomical masers. *Reviews of Modern Physics*, 54(4) :1225, 1982.
- [FAVF01] M Faurobert, J Arnaud, J Vigneau, and H Frisch. Investigation of weak solar magnetic fields. *A&A*, 378 :627–634, 2001.
- [FF95] Uriel Frisch and Hélène Frisch. Universality of escape from a half-space for symmetrical random walks. In *Lévy Flights and Related Topics in Physics*, pages 262–268. Springer, 1995.
- [FMM⁺98] A Fioretti, AF Molisch, JH Müller, P Verkerk, and M Allegrini. Observation of radiation trapping in a dense cs magneto-optical trap. *Optics communications*, 149(4) :415–422, 1998.
- [FPGCK09] Luis S Froufe-Pérez, William Guerin, Rémi Carminati, and Robin Kaiser. Threshold of a random laser with cold atoms. *Physical review letters*, 102(17) :173903, 2009.

- [Fra17] J. Fraunhofer. Determination of the refractive and color-dispersing power of different types of glass, in relation to the improvement of achromatic telescopes. *Memoirs of the Royal Academy of Sciences in Munich*, (5) :193–226, 1717.
- [GAB12] CW Groth, AR Akhmerov, and CWJ Beenakker. Transmission probability through a lévy glass and comparison with a lévy walk. *Physical Review E*, 85(2) :021138, 2012.
- [Gar00] Jean Claude Garreau. Raman subrecoil cooling using quantum interference. *Physical Review A*, 61(1) :4865, 2000.
- [Gat08] Giovanni Luca Gattobigio. *Manipulation of a Large Magneto-Optical Trap : Application to Four-Wave Mixing*. PhD thesis, PhD thesis, Université de Nice-Sophia Antipolis, 2008.
- [GMK08] William Guerin, Franck Michaud, and Robin Kaiser. Mechanisms for lasing with cold atoms as the gain medium. *Phys. Rev. Lett.*, 101 :093002, Aug 2008.
- [Gou59] R Gordon Gould. The laser, light amplification by stimulated emission of radiation. In *The Ann Arbor Conference on Optical Pumping, the University of Michigan*, volume 15, page 128, 1959.
- [Hau09] F. Hauksbee. *Physico-Mechanical Experiments on Various Subjects*. 1709.
- [Hir78] M. Hirsh. *Gaseous electronics*. Elsevier, 1978.
- [Hol47] To Holstein. Imprisonment of resonance radiation in gases. *Physical Review*, 72(12) :1212, 1947.
- [Hug76] William Huggins. Note on the photographic spectra of stars. *Proceedings of the Royal Society of London*, 25(171-178) :445–446, 1876.
- [JBM⁺76] MA Johnson, AL Betz, RA McLaren, CH Townes, and EC Sutton. Non-thermal 10 micron co2 emission lines in the atmospheres of mars and venus. *The Astrophysical Journal*, 208 :L145–L148, 1976.
- [JF99] John David Jackson and Ronald F Fox. *Classical electrodynamics*, volume 67. 1999.
- [JL07] S Johansson and VS Letokhov. Astrophysical lasers and nonlinear optical effects in space. *New Astronomy Reviews*, 51(5) :443–523, 2007.
- [JRJP05] Jiyune Yi, R. S. Booth, J. E. Conway, and P. J. Diamond. Sio masers in tx cam. *A&A*, 432(2) :531–545, 2005.
- [KB61] G Kirchhoff and R Bunsen. Xlii. chemical analysis by spectrum-observations.âĀĀsecond memoir. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, 22(148) :329–349, 1861.

- [KdVSL97] Rik HJ Kop, Pedro de Vries, Rudolf Sprik, and Ad Lagendijk. Observation of anomalous transport of strongly multiple scattered light in thin disordered slabs. *Physical review letters*, 79(22) :4369, 1997.
- [Ken32] Carl Kenty. On radiation diffusion and the rapidity of escape of resonance radiation from a gas. *Physical Review*, 42(6) :823, 1932.
- [KL36] A Ya Khinchine and Paul Lévy. Sur les lois stables. *Comptes rendus hebdomadaires des seances de lâAcadémie des sciences. Académie des science (France). Serie A. Paris*, 202 :374–376, 1936.
- [Kni98] D. Knight. *Humphry Davy : Science and Power*. Blackwell science biographies. Cambridge University Press, 1998.
- [KSVW10] Jan Klaers, Julian Schmitt, Frank Vewinger, and Martin Weitz. Bose-einstein condensation of photons in an optical microcavity. *Nature*, 468(7323) :545–548, 2010.
- [LDM⁺04] Guillaume Labeyrie, Dominique Delande, Cord A Mueller, Christian Miniatura, and Robin Kaiser. Multiple scattering of light in a resonant medium. *Optics communications*, 243(1) :157–164, 2004.
- [LDTB⁺99] G Labeyrie, F De Tomasi, J-C Bernard, CA Müller, Ch Miniatura, and R Kaiser. Coherent backscattering of light by cold atoms. *arXiv preprint physics/9911010*, 1999.
- [Let68] V S Letokhov. Generation of light by a scattering medium with negative resonance absorption. *Soviet Journal of Experimental and Theoretical Physics*, 26(4) :835–840, 1968.
- [LGC95] Astrid Lambrecht, Elisabeth Giacobino, and Jean-Michel Courty. Optical nonlinear dynamics with cold atoms in a cavity. *Optics communications*, 115(1) :199–206, 1995.
- [LJ08] Vladilen Letokhov and Sveneric Johansson. *Astrophysical lasers*. Oxford University Press, 2008.
- [LVM⁺03] Guillaume Labeyrie, E Vaujour, Cord A Mueller, Dominique Delande, Christian Miniatura, David Wilkowski, and Robin Kaiser. Slow diffusion of light in a cold atomic cloud. *Physical review letters*, 91(22) :223904, 2003.
- [MBC⁺81] MICHAEL J MUMMA, David Buhl, Gordon Chin, Drake Deming, Fred Espenak, Theodor Kostiuk, and David Zipoy. Discovery of natural gain amplification in the 10-micrometer carbon dioxide laser bands on mars : a natural laser. *Science*, 212(4490) :45–49, 1981.
- [MCGK13] N. Mercadier, M. Chevroliier, W. Guerin, and R. Kaiser. Microscopic characterization of lévy flights of light in atomic vapors. *Phys. Rev. A*, 87 :063837, Jun 2013.

- [MD05] Alexander Marshak and A Anthony B Davis. *3D radiative transfer in cloudy atmospheres*. Springer, 2005.
- [Mer11] Nicolas Mercadier. *Diffusion rsonante de la lumière : Laser alatoire Āă atomes froids et vols de Lévy des photons*. PhD thesis, ThĀĀlse de doctorat, Université de Nice-Sophia Antipolis, 2011.
- [Mih78] Dimitri Mihalas. Stellar atmospheres. *San Francisco, WH Freeman and Co., 1978. 650 p.*, 1, 1978.
- [Mil26] EA Milne. The diffusion of imprisoned radiation through a gas. *Journal of the London Mathematical Society*, 1(1) :40–51, 1926.
- [MVdS99] Harold J Metcalf and Peter Van der Straten. *Laser cooling and trapping*. Springer, 1999.
- [MWS⁺06] T Meijer, JD White, B Smeets, M Jeppesen, and RE Scholten. Blue five-level frequency-upconversion system in rubidium. *Optics letters*, 31(7) :1002–1004, 2006.
- [New72] I. Newton. Weak localization and coherent backscattering of photons in disordered media. *Philosophical Transactions of the Royal Society*, (80) :3075, 1672.
- [Omo65] Alain Omont. Étude théorique du déplacement des raies de résonance magnétique causé par la diffusion multiple cohérente de la lumière de résonance. *Journal de Physique*, 26(10) :576–586, 1965.
- [Pau24] Wolfgang Pauli. Zur frage der theoretischen deutung der satelliten einiger spektrallinien und ihrer beeinflussung durch magnetische felder. *Naturwissenschaften*, 12(37) :741–743, 1924.
- [PGD09] Romain Pierrat, Benoît Grémaud, and Dominique Delande. Enhancement of radiation trapping for quasiresonant scatterers at low temperature. *Physical Review A*, 80(1) :013831, 2009.
- [Pic76] J. Picard. Expérience fait à l’Observatoire sur la Baromètre simple touchant un nouveau Phénomene qu’on y a découvert. *Journal des Savants*, page 112, 1676.
- [Pie07] Romain Patrick Pierrat. *Propagation et émission du rayonnement en milieu diffusant*. PhD thesis, 2007.
- [Pla01] Max Planck. Ueber das gesetz der energieverteilung im normalspectrum. *Annalen der physik*, 309(3) :553–563, 1901.
- [PR08] Antonio Picozzi and S Rica. Coherence absorption and condensation induced by thermalization of incoherent nonlinear fields. *EPL (Europhysics Letters)*, 84(3) :34004, 2008.
- [PS03] Lev P Pitaevskii and Sandro Stringari. *Bose-einstein condensation*. Number 116. Oxford University Press, 2003.

- [RK28] CV Raman and KS Krishnan. A new type of secondary radiation. *Nature*, 121(3048) :501–502, 1928.
- [RM81] Mark J Reid and James M Moran. Masers. *Annual Review of Astronomy and Astrophysics*, 19(1) :231–276, 1981.
- [Row83] Henry A Rowland. Xxix. on concave gratings for optical purposes. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, 16(99) :197–210, 1883.
- [RP97] Matthew D Rotondaro and Glen P Perram. Collisional broadening and shift of the rubidium $d_{1/2}$ and $d_{3/2}$ lines ($5d_{5/2}$, $5d_{3/2}$) by rare gases, $h_{2/2}$, $d_{2/2}$, $n_{2/2}$, $ch_{4/2}$ and $cf_{4/2}$. *Journal of Quantitative Spectroscopy and Radiative Transfer*, 57(4) :497–507, 1997.
- [RR63] F. Reich and Th. Richter. Ueber das indium. *Journal für Praktische Chemie*, 90(1) :172–176, 1863.
- [Ryd90] JR Rydberg. Xxxiv. on the structure of the line-spectra of the chemical elements. *The London, Edinburgh, and Dublin Philosophical Magazine and Journal of Science*, 29(179) :331–337, 1890.
- [Sch05] Arthur Schuster. Radiation through a foggy atmosphere. *The astrophysical journal*, 21 :1, 1905.
- [She06] Ping Sheng. *Introduction to wave scattering, localization, and mesoscopic phenomena*, volume 88. Springer, 2006.
- [SHS+96] Vladimir Strel'nitski, Michael R Haas, Howard A Smith, Edwin F Erickson, Sean WJ Colgan, and David J Hollenbach. Far-infrared hydrogen lasers in the peculiar star mwc 349a. *Science*, 272(5267) :1459–1461, 1996.
- [Sie86] Anthony E Siegman. *Lasers*. University Science Books, 1986.
- [SJB+12] Can Sun, Shu Jia, Christopher Barsi, Sergio Rica, Antonio Picozzi, and Jason W Fleischer. Observation of the kinetic condensation of classical waves. *Nature Physics*, 8(6) :470–474, 2012.
- [SKOH10] IM Sokolov, DV Kupriyanov, RG Olave, and MD Havey. Light trapping in high-density ultracold atomic gases for quantum memory applications. *Journal of Modern Optics*, 57(19) :1833–1840, 2010.
- [Som16] Arnold Sommerfeld. Zur quantentheorie der spektrallinien. *Annalen der Physik*, 356(17) :1–94, 1916.
- [SR13] Pierre Suret and Stephane Randoux. Far field measurement in the focal plane of a lens : a cautionary note. *arXiv preprint arXiv :1307.5034*, 2013.

- [Ste] Daniel A Steck. Rubidium 85 d line data (2008). URL <http://steck.us/alkalidata/rubidium85numbers.pdf>. *Rubidium*, 85.
- [Ste82] JO Stenflo. The hanle effect and the diagnostics of turbulent magnetic fields in the solar atmosphere. *Solar Physics*, 80(2) :209–226, 1982.
- [SW05] Mark Saffman and Yingxue Wang. Mutual self-focusing and modulational instability in cold atomic vapors. In *Nonlinear Guided Waves and Their Applications*. Optical Society of America, 2005.
- [SWW91] David W Sesko, TG Walker, and Carl E Wieman. Behavior of neutral atoms in a spontaneous force trap. *JOSA B*, 8(5) :946–958, 1991.
- [TB02] Javier Trujillo-Bueno. Atomic polarization and the hanle effect. *arXiv preprint astro-ph/0202328*, 2002.
- [TGRS08] Hakan E Türeci, Li Ge, Stefan Rotter, and a Douglas Stone. Strong interactions in multimode random lasers. *Science (New York, N.Y.)*, 320(5876) :643–646, 2008.
- [US66] W Unno and EA Spiegel. The eddington approximation in the radiative heat equation. *Publications of the Astronomical Society of Japan*, 18 :85, 1966.
- [VdMTML07] Karen L Van der Molen, R Willem Tjerkstra, Allard P Mosk, and Ad Lagendijk. Spatial extent of random laser modes. *Physical review letters*, 98(14) :143901, 2007.
- [Vul13] Vladan Vuletic. Lasers : Amplified by randomness. *Nature Physics*, 2013.
- [WBV⁺13] L. Weller, R. J. Bettles, C. L. Vaillant, M. A. Zentile, R. M. Potvliege, C. S. Adams, and I. G. Hughes. Cooperative Enhancement of Energy Transfer in a High-Density Thermal Vapor. *ArXiv e-prints*, August 2013.
- [Wie00] Diederik Wiersma. Laser physics : The smallest random laser. *Nature*, 406(6792) :132–135, 2000.
- [WJ77] WJ Wiscombe and JH Joseph. The range of validity of the eddington approximation. *Icarus*, 32(3) :362–377, 1977.
- [YC95] Arjun Yodh and Britton Chance. Spectroscopy and imaging with diffusing light. *Physics Today*, 48 :34, 1995.
- [Yee66] Kane Yee. Numerical solution of initial boundary value problems involving maxwell’s equations in isotropic media. *Antennas and Propagation, IEEE Transactions on*, 14(3) :302–307, 1966.
- [Zee97] P. Zeeman. The effect of magnetisation on the nature of light emitted by a substance. *Nature*, 55(11), 1897.
- [ZJC⁺03] Ming Zhao, Lei Jin, Bo Chen, Yao Ding, Hui Ma, and Dieyan Chen. Afterpulsing and its correction in fluorescence correlation spectroscopy experiments. *Applied optics*, 42(19) :4031–4036, 2003.

- [ZPW91] JX Zhu, DJ Pine, and DA Weitz. Internal reflection of diffusive light in random media. *Physical Review A*, 44(6) :3948, 1991.

RÉSUMÉ

L'interaction matière-lumière dans des milieux opaques donne lieu à des phénomènes collectifs nécessitant le couplage d'équations atomiques et d'une équation de transport. Le piégeage de la lumière dans un système atomique multi-niveaux sera étudié expérimentalement dans une vapeur froide et théoriquement avec le couplage des paramètres atomiques à une équation de diffusion. Ensuite, du gain sera ajouté dans ce nuage d'atomes froids multi niveaux. Nous montrerons théoriquement qu'un seuil laser existe dans ce type de système combinant gain et diffusion et qu'expérimentalement le gain Raman associé à de la diffusion sur une raie résonante a permis l'observation d'un laser aléatoire à atomes froids. La validité de l'équation de diffusion nécessite une non redistribution en fréquence et donc des atomes suffisamment froids pour s'affranchir de l'effet Doppler. Finalement nous étudierons le transport dans une vapeur atomique chaude ($20^{\circ}C - 180^{\circ}C$) opaque. L'effet Doppler invalide la loi de Beer-Lambert pour la longueur des pas des photons entre des diffusions qui suivent alors une statistique de Lévy.

MOTS CLÉS

ATOMES FROIDS – DIFFUSION – PIÉGEAGE RADIATIF – LASER ALÉATOIRE – VOLS DE LÉVY – EMISSION SPONTANÉE AMPLIFIÉE

ABSTRACT

The matter-light interaction in opaque media gives rise to collective effects which may be explained by the coupling between atomic equations and light transfer equation. The trapping of light in an opaque multi-levels atomic system will be studied experimentally in a cold vapour and theoretically. Then, this vapour will be in situation with gain and amplification of light occurs. We will show that a laser threshold exists with this kind of system. Experimentally, the mixing of Raman gain and multiple scattering on a resonant line allowed the observation a cold-atom random laser. The validity of diffusion equation needs a non frequency shift and so the temperature of atoms should be sufficiently cold to avoid Doppler effect. Finally we study the transport of light in an opaque hot atomic vapour ($20^{\circ}C - 180^{\circ}C$). The Doppler effect breaks the Beer-Lambert law for photons step size distribution which is then a Levy flight.

KEY WORDS

COLD ATOMS – LIGHT SCATTERING – LÉVY FLIGHTS – RANDOM LASER – RADIATION TRAPPING – AMPLIFIED SPONTANEOUS EMISSION