



HAL
open science

Cryptographie visuelle pour l'authentification de documents

Jacques Machizaud

► **To cite this version:**

Jacques Machizaud. Cryptographie visuelle pour l'authentification de documents. Autre. Université Jean Monnet - Saint-Etienne, 2012. Français. NNT : 2012STET4010 . tel-00956593

HAL Id: tel-00956593

<https://theses.hal.science/tel-00956593>

Submitted on 6 Mar 2014

HAL is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

Thèse présentée en vue de l'obtention du diplôme de
DOCTEUR DE L'UNIVERSITÉ JEAN MONNET
Spécialité Image, Vision et Signal

Par
Jacques MACHIZAUD

Intitulée

Cryptographie visuelle pour l'authentification de documents

Soutenue le 27 septembre 2012

Devant le jury composé de :

Patrick CALLET	Dr, Laboratoire Mathématiques Appliquées aux Systèmes Ecole Centrale de Paris	Rapporteur
Jean-Marc CHASSERY	Dir. de Rech. CNRS, GIPSA-lab ENSE ³ , Grenoble	Rapporteur
Stelvio CIMATO	Dr, Laboratorio di Crittografia e Computazione Sicura Università di Milano	Rapporteur
Jean-Paul DELAHAYE	Prof., Laboratoire d'Informatique Fondamentale de Lille Université des Sciences et Technologies de Lille	Président du Jury
Thierry FOURNEL	Prof., Laboratoire Hubert Curien Université Jean Monnet, Saint-Etienne	Directeur
Pierre CHAVEL	Dir. de Rech. CNRS, Laboratoire Hubert Curien Institut d'Optique Graduate School, Palaiseau	Co-directeur
Mathieu HÉBERT	Dr, Laboratoire Hubert Curien Institut d'Optique Graduate School Rhône-Alpes, Saint-Etienne	Co-encadrant

Résumé

La cryptographie visuelle consiste à partager entre plusieurs « Shadow Images » (SIs) un secret qui ne se révélera à l'œil de l'observateur qu'à leur superposition. Depuis les travaux de Naor et Shamir, ce procédé cryptographique a été étendu à des schémas numériques variés, adaptés à diverses problématiques. En revanche, les travaux concernant son implémentation physique sont peu nombreux à ce jour.

Cette thèse est consacrée à l'implémentation de la cryptographie visuelle sur des SIs imprimés en demi-tons en vue de l'authentification de documents. Le SI associé au document peut être imprimé sur support opaque ou transparent, les autres SIs étant imprimés sur films transparents. Nous avons résolu la difficulté de leur superposition par une méthode de Fourier permettant le recalage de la structure quasi-périodique d'un SI. La précision de cette méthode nous a permis de développer un système optique de superposition par projection.

On verra que les phénomènes physiques responsables du rendu visuel de SIs superposés sont propices à une protection contre la copie illicite du SI associé à un document. La complexité de ces phénomènes et leur dépendance au type d'impression imposent une modélisation physique pour obtenir un rendu précis. Cette approche nous a conduit à considérer la problématique de la reproduction des couleurs et à développer des modèles spectraux adaptés à la superposition de supports imprimés non diffusants et/ou diffusants, en réflexion et en transmission. La précision de ces modèles prédictifs est tout à fait satisfaisante au regard de celle habituellement obtenue dans le domaine de la reproduction des couleurs.

Cela nous a permis d'introduire une approche originale de la cryptographie visuelle par ajustement de couleur (*color matching*) : une même couleur, à une tolérance près basée sur la vision humaine, est générée par différents demi-tons imprimés sur les supports à superposer. La couleur du message peut ainsi constituer un secret partagé entre les SIs de la même façon que l'est le contenu du message. Chaque SI pris individuellement ne laisse fuir aucune information sur la couleur du message, qui ne sera révélée qu'à leur superposition. Cela peut permettre de prévenir une attaque par falsification du SI associé au document (*cheating attack*). De plus, le rendu des couleurs étant très dépendant du système d'impression utilisé, une reproduction fidèle à partir d'un système d'impression différent est difficile. La difficulté peut être encore accrue par l'utilisation de caractéristiques d'impression non standard.

Mots clés : cryptographie visuelle, authentification, rendu couleur, prédiction couleur, recalage d'images.

Laboratoire de préparation de la thèse :

Laboratoire Hubert Curien, UMR CNRS 5516

Groupe ERIS

18 Rue du Professeur Benoît Lauras

42000 Saint-Etienne

Remerciements

Je tiens à remercier Monsieur Thierry Fournel et Monsieur Pierre Chavel pour avoir dirigés cette thèse durant ces trois années. Je remercie également Monsieur Mathieu Hébert pour avoir participé à l'encadrement de ma thèse. Merci à eux pour les nombreuses discussions enrichissantes.

Je remercie les membres du jury, Monsieur Patrick Callet, Monsieur Jean-Marc Chassery, Monsieur Stelvio Cimato, pour avoir acceptés d'être rapporteur et Monsieur Jean-Paul Delahaye d'avoir présidé le jury.

Je remercie mes collègues de bureau, Andreea, Audrey, Muhammad, Patrice, Renée et les membres de l'équipe ERIS, Anthony, Isabelle, Thierry, Jean-Marie, Manuel, Michel, Corinne pour toutes les discussions que nous avons pu avoir au cours de ces années.

Je remercie également les membres du laboratoire que j'ai pu cotoyer lors de ces trois années, Anne-Laure, Patricia, Philippe, Sadouda, Jean-Yves, Eric, François, Florent, Valentin, Xavier, Chérif . . . et tout ceux qui se reconnaîtront.

Enfin, merci à ma famille pour m'avoir encouragé tout au long de mes études.

Table des matières

Résumé	3
Remerciements	5
INTRODUCTION GÉNÉRALE	11
I CRYPTOGRAPHIE VISUELLE BICHROMATIQUE	13
1 Présentation de la cryptographie visuelle	17
1.1 Principe général	17
1.2 Construction d'un (k,n)-VCS	21
1.3 Cas particulier : (n,n)-VCS	21
2 Implémentation du (2,2)-VCS	25
2.1 Cadre général pratique	25
2.2 Problématique d'alignement	28
2.3 Recalage automatique	34
2.3.1 Techniques de recalage d'images	35
2.3.2 Transformations géométriques étudiées	36
2.3.3 Recalage en translation	41
2.3.4 Recalage en rotation et homothétie	41
2.4 Méthode de recalage automatique	42
2.4.1 Analyse des shares dans une direction	43
2.4.2 Méthode de recalage automatique	49
3 Système optonumérique de cryptographie visuelle	51
3.1 Système d'impression	51
3.2 Système d'acquisition	52

3.3	Système de projection	53
3.4	Exemples de superposition automatique	55
3.5	Contextes applicatifs	60
3.5.1	SI à support spatial personnalisé	61
3.5.2	Sécurisation d'affichage	63
II MODÈLES PRÉDICTIONNELS DU RENDU COULEUR		67
4	Notions de radiométrie et de colorimétrie	71
4.1	Radiométrie	71
4.2	Radiométrie spectrale	78
4.3	Propriété optique d'un milieu	79
4.4	Propriétés optiques d'une interface entre deux milieux	79
4.5	Colorimétrie	83
5	Reproduction d'images par impression	87
5.1	Impression d'images à niveaux de gris	87
5.2	Impression d'images en couleur	91
5.3	Engraissement du point d'encre	94
5.4	Simulation d'engraisement du point pour l'impression électrophoto- graphique	96
5.4.1	Description détaillée de l'imprimante	96
5.4.2	Utilisation du modèle	100
5.5	Etude spécifique des shadow images	101
6	Modèles spectraux pour imprimés en demi-tons	105
6.1	Introduction	105
6.2	Modèles classiques en réflexion	106
6.2.1	Modèle de Neugebauer	107
6.2.2	Modèle Yule-Nielsen	107
6.2.3	Modèle Clapper-Yule	108
6.2.4	Calibration des modèles	111
6.2.5	Méthodes d'estimation de l'engraisement du point	112
6.2.6	Vérification des modèles	115
6.3	Modèle pour transparent en réflexion et transmission	117
6.3.1	Reflectance et transmittance d'un film transparent absorbant	118
6.3.2	Extension du modèle aux demi-tons	120
6.3.3	Calibration du modèle	122
6.3.4	Validation expérimentale du modèle	124
7	Modèles à deux flux pour imprimés superposés	129
7.1	Modèle pour empilements de transparents imprimés	129
7.1.1	Pile de films absorbants non-diffusants	129
7.1.2	Pile de transparents imprimés en demi-tons	132
7.1.3	Pile de films identiques	133

7.1.4	Vérifications expérimentales	134
7.2	Lien avec le modèle Kubelka-Munk	138
7.3	Modèle pour support transparent sur papier imprimés	141
7.4	Application des modèles : <i>Color matching</i>	146
III AUTHENTIFICATION VIA UN SCHÉMA ÉTENDU DE CRYPTOGRAPHIE VISUELLE EN COULEUR		153
8	Schémas de CV en couleur	157
8.1	Introduction	157
8.2	Schémas proposés par Y.-C. Hou	158
8.2.1	Description des schémas	158
8.2.2	Projection de SI en couleurs étendues	162
8.3	Schéma proposé par S.Cimato <i>et al.</i>	166
8.4	Schéma proposé par Yang et Chen	169
8.5	Notre approche	173
9	Schéma de cryptographie visuelle basé sur le <i>color matching</i>	175
9.1	Description du schéma	175
9.2	Description du contraste	177
9.3	Discussions sur la sécurité	178
9.4	Discussions sur l'opérateur de superposition des couleurs	179
9.5	Mise en œuvre	182
9.5.1	En transmission	182
9.5.2	En réflexion	182
9.5.3	Discussions	183
10	En quoi la reproduction du SI imprimé est-elle difficile ?	185
10.1	Ressources du faussaire	185
10.2	Contre mesures	188
CONCLUSION GÉNÉRALE		193
ANNEXES		195
A	Effets de la translation sur le message	197
A.1	Share monodimensionnel	197
A.2	Share bidimensionnel - subpixels répartis en carré	200
A.3	Share de forme rectangulaire	201
A.4	Translation quelconque d'un SI	202
A.5	Modification de la luminosité des subpixels	205
B	Réflectance et transmittance de transparents identiques	207

Bibliographie	211
Liste des publications	219
Index	226

Introduction générale

Avec l'accroissement des échanges internationaux, et la multiplication simultanée des contrefaçons, la sécurisation des produits manufacturés est une problématique qui touche à des degrés divers, aussi bien les fabricants que les consommateurs mais aussi les organisations étatiques. Pour le fabricant, les contrefaçons sont un manque à gagner qui peut affecter sa notoriété. Pour le consommateur, elles pourront représenter, selon le produit, un risque potentiel. Parmi les nombreux types de produits contrefaits, figurent les documents, en particulier bien sûr les documents officiels.

Les identifiants visuels tels que les dispositifs optiquement variables (connus sous le nom de OVD, OVI) attachés aux documents sont une première protection dite de niveau 1. L'authentification à proprement parlé qui vise à garantir l'origine d'un document, nécessite alors un niveau supérieur, 2 ou 3, impliquant un dispositif de lecture, respectivement standard ou non. L'enjeu est ici de montrer qu'il est possible, grâce à la cryptographie visuelle, d'authentifier un document à l'aide du seul système visuel humain, autrement dit de parvenir à une authentification au niveau visuel. Technique de partage de secret entre paires d'images à superposer pour visualiser l'information (sans recours à un quelconque dispositif), la cryptographie visuelle va ici permettre de prévenir la création de faux, voire la copie de document. Après avoir imprimée sur le document à authentifier l'une des images à superposer, l'authenticité sera vérifiée par alignement de l'image homologue stockée par ailleurs. Si cette technique, sûre d'un point de vue cryptographique, fait l'objet de nombreux développements, elle connaît peu d'applications réelles si ce n'est à échelle réduite. En pratique le frein le plus important est lié à la difficulté d'aligner les images à superposer. Employer comme moyen d'authentification, elle va nécessiter une ges-

tion particulière des images autres que celle attachée au document, qui devra être compatible avec l'application visée.

Cette thèse s'est déroulée au sein du groupe ERIS (Eclairage \ Rendu visuel, Instrumentation optique et Sécurité opto-numérique) du laboratoire Hubert Curien de Saint-Etienne. Elle s'inscrit naturellement dans l'axe consacré aux aspects Sécurité tout en utilisant notamment les compétences en Rendu visuel du groupe. Nous y abordons l'authentification de documents selon une approche de rendu couleur du message secret, dont le partage constitue un schéma original de cryptographie visuelle (chapitre 9). Notre approche se fonde sur le développement de modèles de prédiction de la couleur résultant de la superposition d'imprimés en demi-tons (chapitre 7). Elle est rendue opérationnelle grâce à une méthode de recalage des paires d'images que nous introduisons au chapitre 2.

Les chapitres du présent mémoire sont regroupés en trois parties. La première partie est dédiée à l'implémentation de la cryptographie visuelle, en particulier à l'étude du problème d'alignement. Une solution adaptée est proposée et mise en œuvre dans le cadre d'une superposition par projection optique.

L'impression en couleur de l'image associée au document invite à appréhender l'authentification sous l'angle de la reproduction du rendu des couleurs. Pouvoir modéliser le rendu des couleurs imprimées après superposition des images partageant le secret constitue une étape cruciale. La modélisation des phénomènes optiques impliqués fait l'objet de la deuxième partie. Les modèles spectraux adaptés à la superposition y sont développés.

Nous exploitons en dernière partie la précision de ces modèles et l'ajustement des couleurs (*color matching*) afin d'identifier l'origine du document : nous proposons une extension de la cryptographie visuelle où la couleur du message elle-même est partagée. Le dernier chapitre est consacré à la question de comment accroître la difficulté de reproduction fidèle de l'image en demi-tons associée au document afin de rendre sa copie difficile.

Première partie

CRYPTOGRAPHIE VISUELLE

BICHROMATIQUE

Introduction de la première partie

La cryptographie visuelle consiste à partager un secret entre plusieurs *shadow images* (dénotés SIs) pour ne le révéler à l'œil de l'observateur qu'à leur superposition. En associant un SI au document à authentifier, une vérification de son authenticité pourra être réalisée par observation directe du secret lors de la superposition des SIs valides. Depuis les travaux de Naor et Shamir [NS95], la cryptographie visuelle a été mise en œuvre essentiellement dans le domaine numérique, en décalage vis-à-vis de son objectif initial : déchiffrer visuellement sans avoir à recourir à une machine de calculs. Cette dérive s'explique en grande partie par la difficulté pratique à réaliser une superposition précise, c'est-à-dire offrant un contraste suffisant.

Dans cette première partie, la cryptographie visuelle est étudiée sous l'angle pratique de son implémentation. Cela implique de se placer au moins en partie dans le domaine physique avec l'un des SIs imprimé sur le document à authentifier. Ceci introduit donc la nécessité de pouvoir effectuer un alignement des SIs de manière automatique tout en conservant le contrôle du secret par le système visuel humain.

Cette première partie est découpée en trois chapitres. Le premier est consacré à la description de la cryptographie visuelle telle que proposée par Naor et Shamir. Nous poursuivons ensuite dans le deuxième chapitre par une implémentation de la cryptographie visuelle dans le cas particulier où le secret est partagé entre deux SIs. Nous proposons une méthode spécifique de recalage des SIs comme aide à la visualisation du secret. Enfin nous détaillons dans le troisième chapitre un système optique mettant en œuvre la cryptographie visuelle par projection d'un SI sur le SI imprimé.

Présentation de la cryptographie visuelle

Dans son principe, la cryptographie visuelle [NS95] consiste à partager un *message secret* entre plusieurs *participants* sous la forme d'images masques (*shadow images* en anglais), dénotées par la suite SIs. Prises isolément, ces images obtenues à l'aide d'un schéma de codage, ne révèlent aucune information. Le message secret peut être révélé sans l'aide d'un ordinateur au moyen du seul système visuel humain, uniquement en superposant précisément les SIs. Ce principe fut également développé par Kafri et Keren [KK87] pour un partage de secret entre deux participants. Nous décrivons le principe général de la cryptographie visuelle tel que l'ont proposé Naor et Shamir, avant de présenter les deux types de schéma qu'ils ont introduit.

1.1 Principe général

Naor et Shamir ont introduit deux types de schéma. Pour déchiffrer le message secret, le premier nécessite la superposition de k SIs parmi n , le second exactement n SIs. Ces schémas sont notés respectivement (k,n) -VCS et (n,n) -VCS, où VCS est l'acronyme de *Visual Cryptography Scheme*.

Quelque soit le type de schéma, Naor et Shamir [NS95] suggèrent d'imprimer les SIs sur des transparents afin de pouvoir les superposer manuellement et observer le message secret. Dans ce mémoire, le message secret est mis sous la forme d'une image binaire (représentée sous forme de *bits*) représentant par exemple une chaîne

de caractères ou un logo binaire.

Le schéma de cryptographie visuelle consiste à partager chaque bit de cette image secrète en k ou n *shares* respectivement. A l'issue, chaque bit du message secret sera révélé par la superposition d'au moins k ou exactement n shares selon le schéma choisi. Enfin, chaque share est subdivisé en m *subpixels*, le subpixel constituant l'entité (binaire) élémentaire d'un SI.

Nous décrivons dans le paragraphe suivant le principe de la cryptographie visuelle dans le cas général (k,n) -VCS. Un bit de donnée (1 ou 0 dans le cas d'un message secret binaire, notés respectivement bit 1 et bit 0) du message secret (I_1) est subdivisé en m subpixels. Ainsi, l'image finale et les messages codés auront m fois plus de bits que l'image I_1 . A cette subdivision est associée un vecteur ligne W_i de m bits pour le share du $i^{\text{ème}}$ SI ($i \in \{1 \dots n\}$). Aux n shares est associée une matrice S de taille $n \times m$ dont les lignes sont formées au moyen des vecteurs W_i . Superposer q SI correspond à une opération « ou » entre les subpixels d'une même colonne j des q lignes concernées, pour $j \in \{1 \dots n\}$. On note V le vecteur ligne ainsi obtenu. Nous représentons sur la figure 1.1 l'opération « ou » en codant les bits 1 par des petits carrés noirs, appelés subpixels noirs et les bits 0 par des subpixels blancs. Cela retranscrit la superposition de transparents (de rétroprojecteurs) non diffusants qui peuvent être, en un point donné, soit parfaitement opaques soit parfaitement transparents. Cette superposition s'exprime :

$$\forall j \in [1, m] V(j) = \bigvee_{i=1}^q S(l_i, j) \quad (1.1)$$

où \vee désigne le « ou » logique, l_i correspond à un ensemble contenant les indices des shares, par la suite nous ne mentionnons que le numéro du share i en supposant qu'on prend les SIs dans un certain ordre mais dont l'ordre a été choisi aléatoirement au préalable. Remarquons d'ores et déjà (figure 1.1) qu'afin de ne laisser fuir aucune information dans un SI, quel qu'il soit dans l'ensemble des n SIs, un share isolé partageant un bit 0 ne devra pouvoir être distingué d'un share partageant un bit 1.

Dans la pratique, si l'opération de cryptographie visuelle est réalisée par la superposition physique de transparents via un rétroprojecteur, l'observateur humain retient la sensation d'un niveau de gris moyen pour les m subpixels qui composent un share. Le nombre de subpixels noirs (ou de « 1 ») dans un share est donné par le poids de Hamming $H(V)$. D'après la définition du vecteur ligne V :

$$H(V) = \sum_{j=1}^m V(j) = \sum_{j=1}^m [\bigvee_{i=1}^q S(i, j)] \quad (1.2)$$

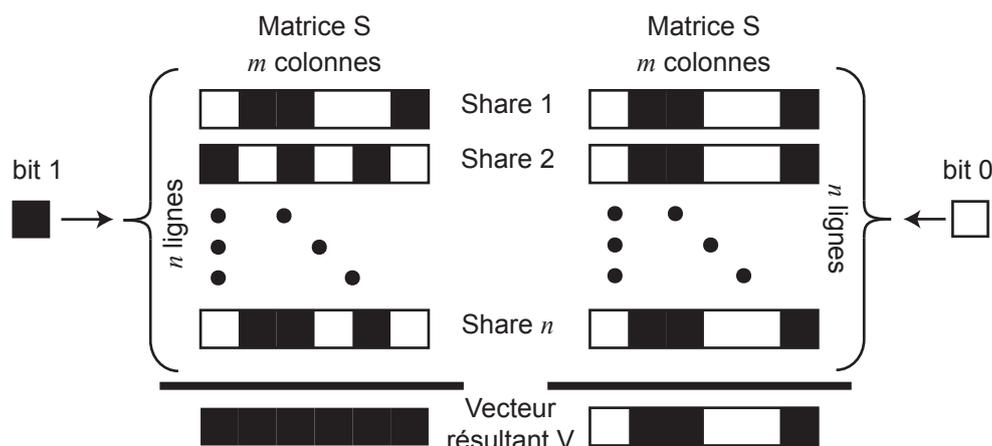


Figure 1.1 – Partage d'un bit 1 et partage d'un bit 0.

où q représente le nombre de SIs superposés. Lorsque $q < k$ (ou n) SIs sont superposés le message secret ne doit pas être révélé, c'est-à-dire que le poids de Hamming du share résultant de la superposition des q shares est le même quelque soit la valeur du bit encodé. Lorsqu'au moins k [dans un (k,n) -VCS] ou exactement n [dans un (n,n) -VCS] SIs sont superposés le message est visible, c'est-à-dire qu'il existe une différence entre le poids de Hamming du share résultant de la superposition des q shares codant un bit 1 et celui d'un bit 0. Ainsi, nous pouvons écrire les relations suivantes :

- bit 1 si $H_1(V) \geq d$,
- bit 0 si $H_0(V) < d$.

où d désigne un seuil. En normalisant la différence des poids de Hamming pour les deux valeurs de bits par le nombre total de subpixels, m , nous obtenons alors, ce que nous appellerons *contraste* d'un SI et noté α :

$$\alpha = \frac{H_1(V) - H_0(V)}{m} \quad (1.3)$$

Cette définition du contraste correspond à celle proposée par Naor et Shamir [NS95].

Lorsque tous les shares sont superposés, le contraste α ne peut pas prendre les valeurs extrémales 0 et 1. En effet, par définition le contraste ne peut être nul. D'autre part, il ne peut être égal à 1 car sinon cela signifierait que les shares partageant un bit 0 (n'auraient aucun subpixel noir) et les shares partageant un bit 1 (en auraient) seraient distinguable dans un SI isolé où le message secret serait ainsi révélé !

Nous pouvons également définir ce contraste en terme de « luminosité » norma-

lisée que nous définissons par :

$$L_{share} = \frac{1}{m} (L_{sub\ blanc} \cdot m_{blanc} + L_{sub\ noir} \cdot m_{noir}) \quad (1.4)$$

où m_{blanc} (respectivement m_{noir}) correspond au nombre de subpixels blancs (resp. noirs) d'un share isolé. Leur somme est égale m , soit le nombre total de subpixels dans le share. La luminosité d'un subpixel blanc, $L_{sub\ blanc}$ est majorée à 1 (indiquant que 100% de la lumière est réfléchiée ou transmise), et la luminosité d'un subpixel noir, $L_{sub\ noir}$ à 0 (indiquant que la lumière est absorbée à 100%). Notons que cette définition de luminosité est valable aussi bien pour un share seul que pour la superposition de shares en supposant qu'un subpixel blanc (respectivement noir) superposé à un subpixel blanc (resp. noir) donne un subpixel blanc (resp. noir) et qu'un subpixel blanc (resp. noir) superposé à un subpixel noir (resp. blanc) donne un subpixel noir (resp. noir). Ceci est obtenu en définissant la superposition comme le produit des luminosités des subpixels (qui s'apparente au produit des transmittances que nous présenterons dans le chapitre 3) et en posant $L_{sub\ blanc} = 1$ et $L_{sub\ noir} = 0$.

Le contraste entre un share codant un bit 1 et celui codant un bit 0 s'écrit alors :

$$C = L_{share\ 0} - L_{share\ 1} \quad (1.5)$$

Le nombre de subpixel blanc dans un share est lié au nombre de subpixel noir, c'est-à-dire que la luminosité du share codant un bit 0 s'écrit :

$$L_{share\ 0} = L_{sub\ blanc} \cdot \frac{m - H_0(V)}{m} \quad (1.6)$$

et pour un bit 1 :

$$L_{share\ 1} = L_{sub\ blanc} \cdot \frac{m - H_1(V)}{m} \quad (1.7)$$

Ce qui permet d'écrire le contraste, avec notamment $L_{sub\ blanc} = 1$:

$$C = \frac{H_1(V) - H_0(V)}{m} = \alpha \quad (1.8)$$

L'expression (1.5) généralise donc la définition (1.3) du contraste. Le contraste exprimé en terme de luminosité nous permettra d'appréhender la cryptographie visuelle de SIs bichromatiques tels que gris foncé – gris clair, cyan foncé – cyan clair ou encore cyan – magenta, cas où les luminosités des subpixels ne sont plus à 0 et 100%.

Après avoir défini le cadre général de la cryptographie visuelle, nous décrivons

dans le paragraphe suivant la construction d'un schéma à k (≥ 2) SIs parmi n .

1.2 Construction d'un (k,n) -VCS

Nous présentons une construction proposée par [NS95] qui consiste à créer deux collections \mathcal{C}_0 et \mathcal{C}_1 de matrices S de taille $n \times m$. Lorsqu'un bit 0 (respectivement bit 1) doit être partagé, une matrice est choisie aléatoirement dans \mathcal{C}_0 (resp. \mathcal{C}_1). La construction est valide si les conditions suivantes sont satisfaites :

- pour toute matrice S de \mathcal{C}_0 , pour tout entier k inférieur ou égal à n , $H(V) = \sum_{j=1}^m [\vee_{i=1}^k S(i, j)] < d$,
- pour toute matrice S de \mathcal{C}_1 , pour tout entier k inférieur ou égal à n , $H(V) = \sum_{j=1}^m [\vee_{i=1}^k S(i, j)] \geq d$,
- pour n'importe quel sous ensemble $\{i_1, \dots, i_q\}$ de $\{1, \dots, n\}$ avec $q < k$, les deux collections de matrices $q \times m$, E_0 et E_1 , obtenues par restriction des matrices $n \times m$ des collections \mathcal{C}_0 et \mathcal{C}_1 aux lignes $\{i_1, \dots, i_q\}$ ne sont pas distinguables dans le sens où elles contiennent les mêmes matrices avec les mêmes fréquences.

La dernière condition implique qu'il est impossible de déchiffrer le message avec moins de k SIs. Cette condition est vérifiée aisément lorsque nous prenons le cas simple 2 parmi 2 pour lequel chaque SI ne fournit aucune information sur le message secret.

Ce principe de cryptographie fait intervenir trois paramètres :

- m : nombre de subpixels dans un share (m est parfois appelé *pixel expansion* dans la littérature [NS95, WY10]),
- α : contraste entre le share codant le bit 0 et celui codant le bit 1 [voir équation (1.3)],
- r : taille des collections \mathcal{C}_0 et \mathcal{C}_1 . Il s'agit du nombre de permutations des colonnes des matrices de base S_0 et S_1 .

Une solution pour le cas général, optimale en terme de contraste, est décrite dans [NS95].

Le cas général de la cryptographie visuelle n'est pas davantage détaillé ici dans la mesure où, comme indiqué en introduction du mémoire, nous nous focalisons dans le cas à deux SIs.

1.3 Cas particulier : (n,n) -VCS

Nous décrivons dans ce paragraphe une méthode de construction d'un schéma de cryptographie visuelle (n,n) -VCS. Il repose sur la méthode introduite par [NS95]

pour optimiser le nombre de subpixels par share. La définition du schéma est la même que pour le cas général (k,n) -VCS, le nombre de SIs à superposer pour révéler le message étant ici le nombre total n de SIs. Pour construire les deux collections de matrices \mathcal{C}_0 et \mathcal{C}_1 , nous construisons deux matrices S_0 et S_1 . Nous détaillons dans ce paragraphe une construction proposée par Naor et Shamir [NS95] optimisant le contraste entre les shares codant un bit 1 et ceux codant un bit 0. Ils montrent que le nombre total de subpixel par share est égal à 2^{n-1} . Il est évident que n est pair.

Décrivons la construction de Naor et Shamir [NS95]. Soit W un ensemble constitué de n éléments, $\{e_1, \dots, e_n\}$. Soient $\pi = \cup_{j=1}^{2^{n-1}} \pi_j$ et $\sigma = \cup_{j=1}^{2^{n-1}} \sigma_j$ les sous-ensembles de l'ensemble des parties de W dont les éléments sont les parties de W ayant respectivement un cardinal pair et un cardinal impair. S_0 (resp. S_1) est construit à partir de π (resp. σ). S_0 et S_1 sont des matrices de dimension $n \times 2^{n-1}$. Ces matrices sont construites comme suit :

- pour tout entier i inférieur ou égal à n , pour tout entier j inférieur ou égal à 2^{n-1} , $S_0(i, j) = 1$ si et seulement si l'élément e_i de W appartient à l'élément π_j de π .
- pour tout entier i inférieur ou égal à n , pour tout entier j inférieur ou égal à 2^{n-1} , $S_1(i, j) = 1$ si et seulement si l'élément e_i de W appartient à l'élément σ_j de σ .

Nous obtenons une matrice binaire dont les « 1 » sont aux intersections des éléments de W énumérés en lignes et des éléments des sous parties de W énumérés en colonne. Nous illustrons cette construction pour le cas $n = 4$. Cette construction est représentée sous forme de schéma sur la figure 1.2.

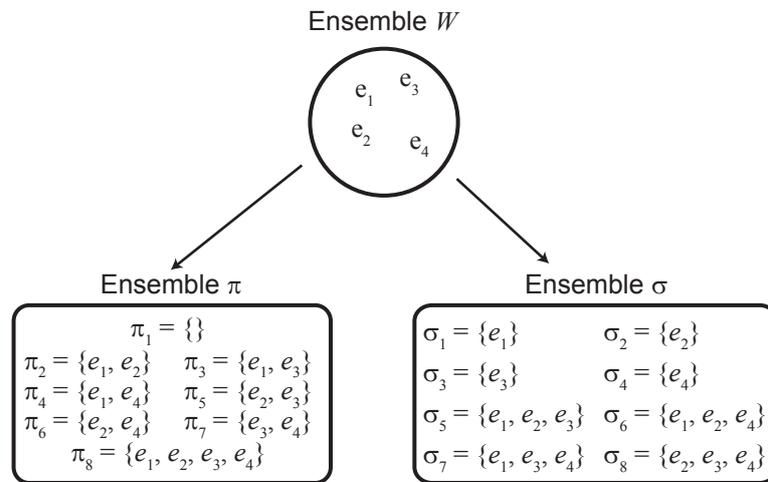


Figure 1.2 – Exemple de construction d'un $(4,4)$ -VCS.

D'après la construction de π et σ , les colonnes de la matrice S_0 (respectivement S_1) ne sont autres que les C_n^u combinaisons à $u \in \{0, 2, \dots, 2\lfloor n/2 \rfloor\}$ (respectivement $u \in \{1, 3, \dots, 2\lfloor (n-1)/2 \rfloor - 1\}$) nombres « 1 » et $n - u$ nombres « 0 ».

Ainsi pour le cas $n = 4$ (figure 1.2), nous avons pour la construction de S_0 : Le vecteur colonne (0000) est présent $C_4^0 = 1$ fois, le vecteur (0011) $C_4^2 = 6$ fois et le vecteur (1111) $C_4^4 = 1$ fois. De manière similaire, nous pouvons construire S_1 . Les matrices de base sont ainsi :

$$\begin{aligned}
 S_0 &= \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \\
 S_1 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \tag{1.9}
 \end{aligned}$$

On déduit les matrices des collections \mathcal{C}_0 et \mathcal{C}_1 par permutations des colonnes des matrices S_0 et S_1 , respectivement.

Par construction, la matrice S_0 a une colonne constituée de « 0 » et une seule (contrairement à la matrice de S_1 qui n'en a pas). La matrice S_0 (resp. S_1) possède une colonne constituée de « 1 » et une seule si et seulement si n est pair (resp. impair). De plus, le poids de Hamming des lignes de S_0 et de S_1 est de $2^{n-2} = m/2$, qui correspond au nombre de fois où un élément e_i apparaît dans un ensemble π_j (resp. σ_j). Nous avons donc pour chaque ligne, c'est-à-dire pour chaque share, une moitié de subpixels blancs.

Nous pouvons également montrer que $m = n$ ne fonctionne pas pour $n > 2$. En effet, l'information sur le message est visible si moins de n SIs sont superposés (en se plaçant dans une vision déterministe de la cryptographie visuelle). Naor et Shamir [NS95] ont par ailleurs montré que la borne supérieure du contraste pour un (n,n) -VCS est égale à $1/2^{n-1}$ et qu'elle est atteinte pour cette construction, qui est également proposée par Blundo *et al.* [BCDS06]

En conclusion, nous nous focaliserons dans la suite sur le schéma deux-parmi-deux. Pour ce schéma, nous choisissons une valeur de m , telle que le contraste soit optimal, c'est-à-dire $m = 2^{n-1}$ subpixels par share, avec une moitié de subpixels blancs et une autre noirs.

Implémentation du (2,2)-VCS

Après avoir décrit le principe général de la cryptographie visuelle et une méthode de construction des n SIs qui partagent le secret, nous proposons d'étudier la mise en œuvre pratique de la cryptographie visuelle dans le cas de deux SIs. Nous décrivons comment les créer. A ce stade, nous supposons qu'ils sont tous deux sous forme numérique. L'impression d'au moins un ou des deux SIs pose alors le problème de leur alignement. Nous proposons une méthode de recalage automatique basée sur la structure même des SIs.

2.1 Cadre général pratique

Nous avons vu dans le chapitre précédent, un algorithme pour concevoir un (n,n) -VCS. Pour réaliser un tel schéma, nous devons créer deux collections de matrices \mathcal{C}_0 et \mathcal{C}_1 , qui reposent sur deux matrices S_0 et S_1 appelées matrices de base. Les deux collections sont obtenues en permutant les colonnes des matrices de base. Nous obtenons ainsi r matrices par collection, où r peut atteindre le nombre de permutations de m éléments.

Nous avons vu au paragraphe 1.3 que les matrices S_0 et S_1 qui ont $n = 2$ lignes et ont de façon optimale $m = 2^{n-1} = 2$ colonnes. D'après la construction de S_0 et

S_1 , nous obtenons :

$$S_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad S_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.1)$$

Cependant, ces deux matrices ont l'inconvénient de modifier la forme de l'image résultant de la superposition des deux SIs. En effet, chaque bit de (l'image du) message est remplacé par 1×2 bits. L'image résultante sera alors deux fois plus large que le message. Ceci peut avoir un inconvénient lorsqu'il est préférable de conserver les proportions de l'image du message. Pour s'affranchir de ce phénomène, nous pouvons modifier de manière adéquat la taille du message original pour obtenir après superposition une proportion visuellement correcte. Nous pouvons également équilibrer les proportions des SIs en augmentant le nombre de subpixels par share. Nous prenons alors $m = 4$ et nous répartissons les quatre subpixels en un carré de deux par deux. Nous devons néanmoins respecter les trois propriétés d'un schéma de cryptographie visuelle. Nous choisissons cette option en créant les deux matrices suivantes :

$$S_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \quad S_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.2)$$

Nous constatons que ces deux matrices respectent les trois propriétés à savoir :

- on partage un bit 1 si $H_1(V) = 4$,
- on partage un bit 0 si $H_0(V) = 2$.
- si on prend un seul SI, on ne visualise pas le message (toutes les lignes des matrices S_0 et S_1 possèdent le même poids de Hamming).

Nous pouvons également vérifier que le contraste est de 50%.

Cette construction des matrices de base nous permet de créer les deux collections nécessaires à la réalisation d'un (2,2)-VCS. Les deux collections sont les suivantes :

$$\mathcal{C}_0 = \left\{ \text{Permutations des colonnes de } S_0 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \right\}$$

$$\mathcal{C}_1 = \left\{ \text{Permutations des colonnes de } S_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$$

Le nombre de permutations possibles pour chaque collection est de 24. Or les matrices de base possèdent deux colonnes identiques, ce qui réduit le nombre de

matrices à six pour chaque collection. Du fait de la forme des matrices de base, S_0 possède deux lignes identiques et S_1 possède deux lignes complémentaires. Nous obtenons à partir des permutations des colonnes des matrices $S_i, i \in \{0, 1\}$, les vecteurs lignes suivant représentants les shares possibles :

$$\begin{aligned} v_1 &= (1100); v_2 = (0011) \\ v_3 &= (1010); v_4 = (0101) \\ v_5 &= (1001); v_6 = (0110) \end{aligned} \quad (2.3)$$

Nous avons mentionné précédemment qu'il suffit de rassembler sous forme de carré les subpixels pour obtenir une image finale dont les proportions sont celles du message. A partir des vecteurs de (2.3), nous obtenons comme shares possibles :

$$\begin{aligned} sH_1 &= \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}; sH_2 = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \\ sV_1 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}; sV_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \\ sD_1 &= \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; sD_2 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (2.4)$$

L'algorithme de création à deux SIs consiste alors pour tous les bits du message à :

1. Tirer aléatoirement un share parmi ceux énoncés dans l'équation (2.4) pour créer le SI n°1.
2. Pour créer le SI n°2, si le bit du message vaut :
 - 1 alors le share complémentaire est sélectionné
 - 0 alors le même share est utilisé

Nous obtenons ainsi deux SIs ayant quatre fois plus de bits que le message mais ses proportions sont conservées. En général, le message est représenté par une matrice de N lignes et M colonnes. Les SIs sont des matrices de $2N$ lignes par $2M$ colonnes. A ce stade de la création des SIs, il n'y aucune représentation graphique des shares binaires qui les composent. Pour visualiser les deux SIs, nous pouvons décider d'assigner un subpixel blanc (resp. noir) pour représenter un « 0 » (resp. « 1 »), convention qui permet de simuler une impression noir et blanc. Nous obtenons, par exemple, les deux images de la figure 2.1. Nous travaillerons par la suite à partir de ces deux SIs.

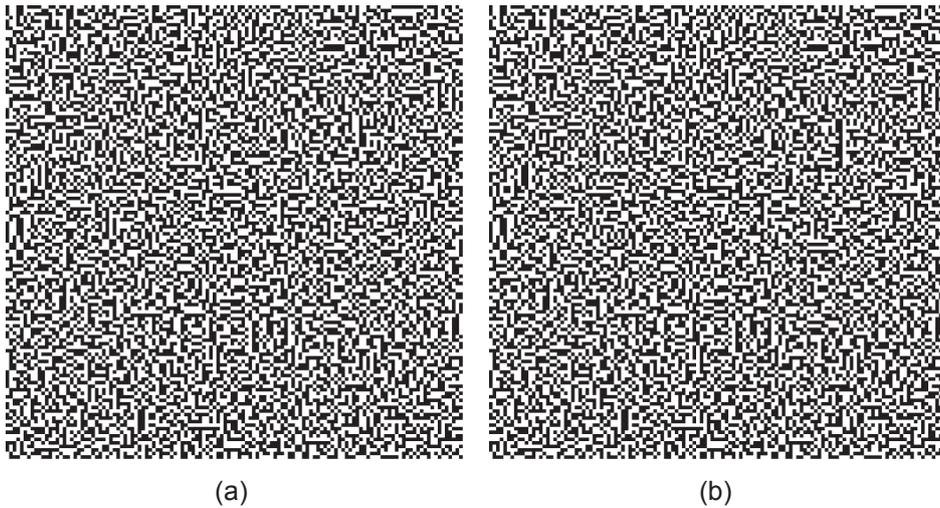


Figure 2.1 – Représentation graphique de deux SIs (a) et (b) partageant un secret selon le (2,2)-VCS de [NS95].

2.2 Problématique d’alignement

Dans l’objectif d’authentifier des documents, transmettre les SIs par deux voies différentes, l’une physique (SI1 est imprimée sur le document) et l’autre numérique (SI2 est stocké dans une base de données) ouvre des perspectives applicatives. La superposition peut alors s’effectuer après impression de SI2 sur un papier transparent : superposition physique avec SI1 ; ou bien après numérisation de SI1 : superposition numérique avec SI2. Dans les deux cas, l’un des deux SIs est imprimé. La résolution d’image exprimée en *dot per inch* (notée *dpi*, nommée point par pouce en français) définit sa taille physique sur le support en fournissant le nombre de pixel encrable par pixel de l’image pour une résolution d’impression fixée (voir chapitre 5). Dans le premier cas d’étude, SI2 sera imprimée à la résolution de SI1 de façon à obtenir une superposition (physique) optimale. Ici, nous traiterons le deuxième cas. La phase de numérisation de SI1 introduit une résolution supplémentaire liée à l’acquisition sur un capteur, typiquement une matrice ou barrette CCD ou CMOS. Son acquisition s’effectue avec un certain nombre de pixels. Sa superposition avec SI2 induit un recalage d’images de façon à corriger les transformations géométriques qui apparaissent lors de la phase d’acquisition : rotation (le SI numérisé n’est pas forcément orienté de la même manière que le SI numérique) et homothétie (les différentes résolutions d’impression et d’acquisition ne fournissent pas exactement le même nombre de pixels pour le SI numérique et le SI numérisé). Cette problématique de recalage a été présentée par Liu [LWL09] qui montre que la taille des subpixels des SIs influe sur la difficulté à recalibrer les SIs. Il montre également que pour de faibles déplace-

ments en translation le message secret reste lisible. Les auteurs de [WDL11, YPC09] proposent de modifier la taille des shares en intégrant des tailles de subpixels différentes afin d'en faciliter le recalage. Yan *et al.* [YJK04] proposent une méthode de recalage des SIs lorsque ceux-ci sont imprimés puis numérisés. Nous nous intéressons dans ce paragraphe à une méthode de recalage automatique et numérique d'un SI numérique avec un SI numérisée.

Le recalage (translation, rotation et homothétie) de SIs imprimés est un problème majeur lié à la taille des subpixels des images. Plus la taille des subpixels sera petite, plus il sera difficile d'aligner parfaitement un SI sur l'autre [LWL09]. Liu [LWL09] montre que le recalage parfait des SIs n'est pas obligatoire dans la mesure où la valeur de décalage en translation est inférieure au nombre total de subpixels par share. Nous démontrons dans ce paragraphe qu'un défaut d'alignement modifie le contraste et la visualisation du message. Kobara et Imai [KI96] ont montré pour un schéma à deux-parmi-deux et des shares carrés de quatre subpixels, qu'il y a une relation entre ce qu'ils appellent la visibilité et le déplacement dans deux directions x et y . Cependant, il faut noter que leur formules ne tiennent compte que du share considéré alors que, comme nous allons le voir, les shares voisins peuvent modifier la « densité » (terme qui désigne l'aire occupée par les subpixels noirs dans le share) du share considéré. Yang *et al.* [YPC09] ont également proposé de décrire l'effet de la translation d'un share superposé sur un autre par rapport à la quantité de subpixels noirs (ou fraction de subpixels noirs) dans le share résultant de la superposition. Ils ne présentent, cependant, leurs résultats que sur le cas où $m = 4$ et pour un schéma de cryptographie visuelle à deux-parmi-deux. Nous proposons de définir l'évolution du contraste pour le cas d'un schéma de cryptographie visuelle à deux-parmi-deux mais pour une forme rectangulaire du share et un nombre m de subpixels quelconque, dont le nombre de subpixels blancs est le même que celui des noirs ce qui implique d'avoir m pair (m peut ne pas être optimal, c'est-à-dire être plus grand que 2^{n-1}).

Nous avons défini dans le paragraphe 1.1 la luminosité d'un share. Rappelons ici l'expression de la luminosité d'un share qui fait intervenir la luminosité d'un subpixel blanc, $L_{sub\ blanc}$, et celle d'un subpixel noir, $L_{sub\ noir}$, en introduisant le nombre m_{blanc} (respectivement m_{noir}) de subpixels blancs (resp. noirs) par share :

$$L_{share} = \frac{1}{m} (L_{sub\ blanc} \cdot m_{blanc} + L_{sub\ noir} \cdot m_{noir}) \quad (2.5)$$

Il est évident que, pour $m_{blanc} = m_{noir} = m/2$, lorsqu'un seul share est considéré, la luminosité est alors égale à :

$$L_{share} = \frac{L_{sub\ blanc} + L_{sub\ noir}}{2} \quad (2.6)$$

Afin d'obtenir le contraste maximal lors de la superposition, la luminosité du share résultant de la superposition de deux shares identiques (codant un bit 0), de deux shares complémentaires (codant un bit 1) vaudront respectivement :

$$L_{share\ 0} = \frac{L_{sub\ blanc} + L_{sub\ noir}}{2} \text{ et } L_{share\ 1} = 0 \quad (2.7)$$

En présence d'un décalage relatif des SIs, la luminosité d'un share (résultant de la superposition de deux shares) dépend de la configuration des shares voisins, comme l'illustre la figure 2.2 pour un décalage inférieur à la taille du subpixel. Afin de simplifier les notations, nous proposons de nommer par *bruit* les shares codant le bit 0 et par *signal* ceux codant un bit 1. Dans une zone du bruit (resp. signal), suffisamment grande, c'est-à-dire comportant toutes les combinaisons possibles de shares, l'œil percevra une luminosité moyenne \bar{L}_{bruit} (resp. \bar{L}_{signal}), d'où un contraste moyen

$$\bar{C} = \bar{L}_{bruit} - \bar{L}_{signal} \quad (2.8)$$

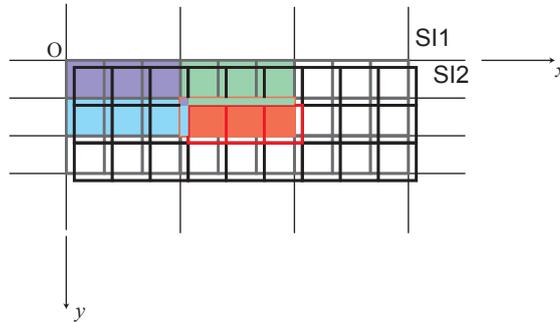


Figure 2.2 – Représentation de la superposition de deux SIs décalés l'un par rapport à l'autre dans deux directions orthogonales. Le share considéré est coloré en rouge clair. Les shares voisins qui modifient le share rouge pour un décalage dans les deux directions sont les shares bleu (à gauche), violet (au dessus à gauche) et vert (au dessus).

Considérons un share de forme rectangulaire ayant $m = h \times v$ subpixels et une moitié de subpixels blancs. Introduisons un exposant faisant référence au SI, 1 pour le premier et 2 pour le second, une lettre en indice faisant référence à sa couleur, B pour blanc, N pour noir. Par exemple L_B^1 correspondra à la luminosité du subpixel blanc de SI1. Tenir compte de la luminosité des shares est nécessaire dans le cas où les SIs sont imprimés sur un support transparent dont la transmittance intrinsèque (c'est-à-dire lorsqu'il n'est pas imprimé) est proche de 90%. Quant à l'encre noire

déposée sur le transparent, sa transmittance est proche de 5%. Par conséquent, la luminosité des subpixels blancs (resp. noirs) ne sont plus égaux à 1 (resp. 0). Avec ces notations, la luminosité moyenne du bruit \bar{L}_{bruit} en fonction du déplacement bi-directionnel (dx, dy) s'écrit (démonstrations dans l'annexe A) :

$$\begin{aligned} \bar{L}_{bruit}(dx, dy, h, v) &= \frac{L_B^1 \cdot L_B^2 + L_N^1 \cdot L_N^2}{2} \\ &- \frac{(L_B^1 - L_N^1) \cdot (L_B^2 - L_N^2)}{2} \frac{vh^2 - 1}{2h(vh - 1)} dx \\ &- \frac{(L_B^1 - L_N^1) \cdot (L_B^2 - L_N^2)}{2} \frac{hv^2 - 1}{2v(hv - 1)} dy \\ &+ \frac{(L_B^1 - L_N^1) \cdot (L_B^2 - L_N^2)}{2} \frac{hv + 1}{2hv} dx dy \end{aligned} \quad (2.9)$$

Dans le domaine numérique (sans imprimer les SIs), la luminosité d'un subpixel blanc est à 1 et celle du noir à 0 pour chacune des deux SIs et la formule (2.9) se simplifie.

La luminosité moyenne du signal se déduit de la luminosité à déplacement nulle et de celle du bruit :

$$\bar{L}_{signal}(dx, dy, h, v) = \frac{L_B^1 \cdot L_B^2 + L_N^1 \cdot L_N^2}{2} - \bar{L}_{bruit}(dx, dy, h, v) \quad (2.10)$$

Nous en déduisons alors l'expression du contraste pour un décalage bidirectionnel relatif (dx, dy) :

$$\bar{C} = \bar{L}_{bruit}(dx, dy, h, v) - \bar{L}_{signal}(dx, dy, h, v) \quad (2.11)$$

A partir de la relation donnant le contraste, nous pouvons définir la propriété suivante :

Propriété d'inversion de contraste. *Il existe un décalage relatif (une valeur dans le cas monodirectionnel, une courbe dans le cas bidirectionnel) pour lequel le contraste s'annule. Au-delà, le contraste devient négatif.* ■

Au point dx_0 [resp. en un point (dx_0, dy_0)] d'annulation du contraste, la perte de luminosité moyenne du bruit est égale au gain de luminosité moyenne du signal : la luminosité d'un share est constante, qu'il encode un bit 1 ou un bit 0, égale à 25%. Au-delà, le contraste s'inverse : le signal devient plus clair que le bruit.

Cette propriété a été identifiée par [LWL09] pour un décalage d'un subpixel. En effet, comme nous pouvons le voir sur la figure 2.3 la luminosité du signal reste plus élevée que celle du bruit pour un décalage d'un subpixel. Kobara et Imai [KI96] ont également souligné cet aspect pour un décalage inférieur au subpixel, cependant,

dans leurs calculs ils n'ont pas tenu compte des shares voisins au share considéré.

Sur le graphique 2.3, nous avons représenté un exemple de comportement de la luminosité pour le bruit et le signal dans le cas d'un share carré ($m = 2 \times 2$) et pour un déplacement horizontal. Nous pouvons observer qu'il existe effectivement un point pour lequel la luminosité du bruit et du signal sont identiques. Pour cette valeur le contraste en luminosité, tel qu'il a été défini précédemment, est nul. Lorsque nous traçons ces courbes pour différentes valeur de m , nous constatons que la valeur de luminosité pour lesquelles les courbes se croisent est toujours de 25%.

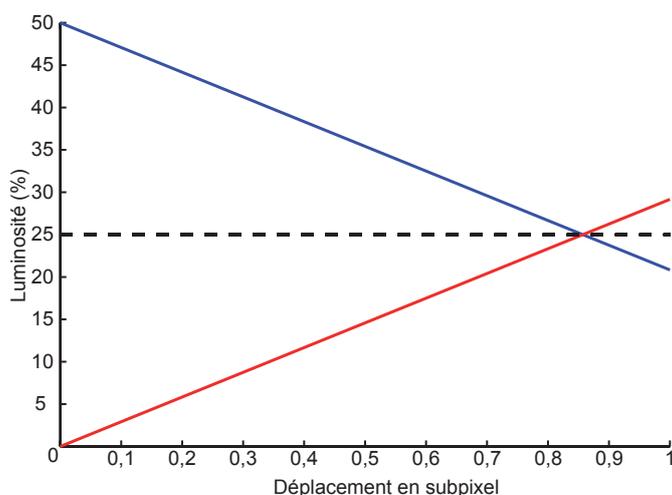


Figure 2.3 – Graphique représentant le comportement de la luminosité moyenne du bruit (resp. signal), ligne bleue (resp. rouge), pour un déplacement horizontal ($dy = 0$) de share carré ($m = 2 \times 2$ subpixels), la luminosité d'un subpixel blanc (resp. noir) étant égale à 1 (resp. 0).

A partir des relations 2.9 et 2.10, il est possible de déterminer le nombre de subpixels sur l'axe horizontal, h , et sur l'axe vertical, v , à partir de deux valeurs de luminosité moyenne du bruit obtenues pour deux translations données. Il s'agit de résoudre un système d'équation à deux inconnues. Cette information n'étant pas supposée secrète, la connaissance *a posteriori* du nombre de subpixel par share n'est pas contraignante d'un point de vue purement sécurité. Ceci peut par contre apporter une information sur la taille des shares utile lors de la phase de recalage des SIs.

Nous présentons sur les figures 2.4 et 2.5 deux exemples de simulation numérique de la superposition de deux SIs décalés l'un par rapport à l'autre.

Nous avons montré dans cette partie que la taille et la forme du share sont très importantes dans la précision du recalage des deux SIs lorsqu'un des deux a subi une translation. En définissant la luminosité d'un share dans le bruit ou le

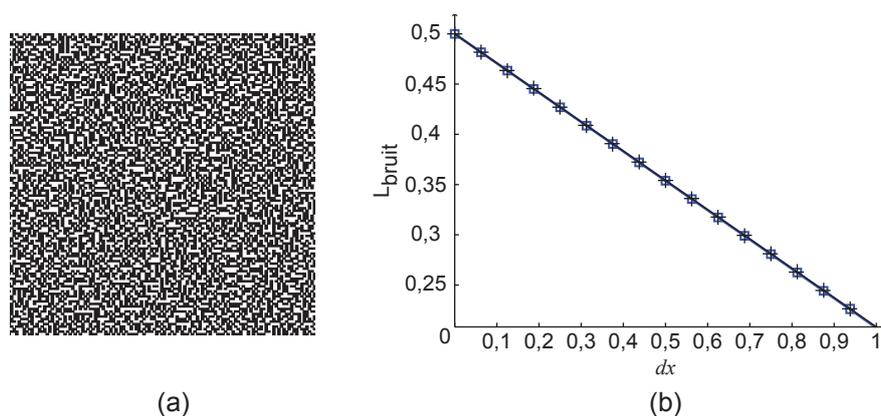


Figure 2.4 – Comparaison de l'évolution de la luminosité moyenne du bruit pour un décalage axial $dx = 7/16$ ($dy = 0$) pour des shares de taille 2×2 subpixels entre la mesure sur un décalage numérique (courbe noire avec les croix) et la représentation graphique de la formule (2.9) (courbe bleu avec les carrés), la luminosité d'un subpixel blanc (resp. noir) est égale à 1 (resp. 0).

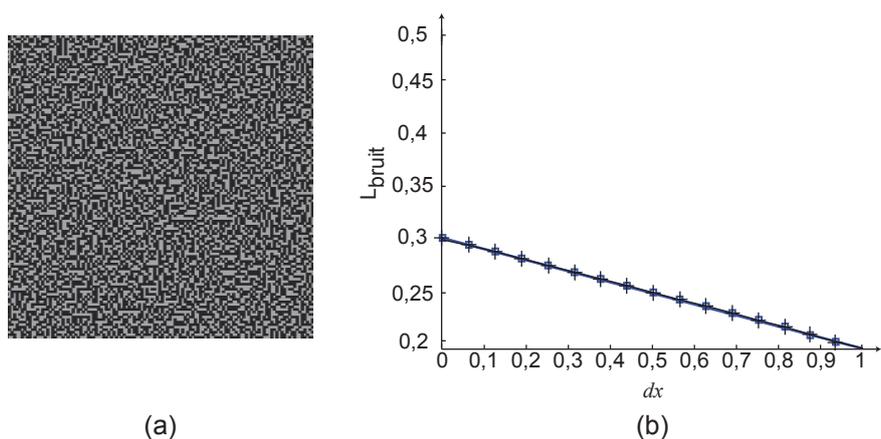


Figure 2.5 – Comparaison de l'évolution de la luminosité moyenne du bruit pour un décalage axial $dx = 7/16$ ($dy = 0$) pour des shares de taille 2×2 subpixels entre la mesure sur un décalage numérique (courbe noire avec les croix) et la représentation graphique de la formule (2.9) (courbe bleu avec les carrés), la luminosité d'un subpixel blanc (resp. noir) étant égale à 0,80 (resp. 0,13) pour S11 et 0,72 (resp. 0,17) pour S12.

signal, nous avons montré que celle-ci évolue de manière linéaire mais dépend de la forme et de la taille du share ($m = h \times v$). Il existe un déplacement bi-directionnel particulier pour lequel, le contraste, défini comme la différence de luminosité entre le bruit et le signal, s'annule. Cette valeur particulière évolue aussi en fonction de la forme et de la taille du share. Ainsi, pour chaque type de share, il est possible de caractériser sa taille puis sa forme à partir de l'analyse de l'évolution des luminosités

pour différentes petites translations (inférieures au subpixel).

2.3 Recalage automatique

Nous avons vu précédemment que la difficulté du recalage des SIs était principalement due à la taille des subpixels. D'autre part, le recalage manuel peut s'avérer long et fastidieux. Il serait ainsi judicieux d'effectuer ce recalage de manière numérique et automatique. Le possesseur du SI imprimé n'aurait plus qu'à le numériser puis recaler cette image avec le SI numérique pour visualiser le résultat de la superposition numérique soit sur un écran soit par projection du SI numérique sur le SI imprimé (cf. chapitre 3).

Pour cela, nous utilisons un montage simple d'acquisition composé d'un appareil photo numérique muni d'un objectif et d'un support pour le SI imprimé (figure 2.6). Le SI imprimé se trouve sur un support rotatif autour de l'axe optique et pouvant

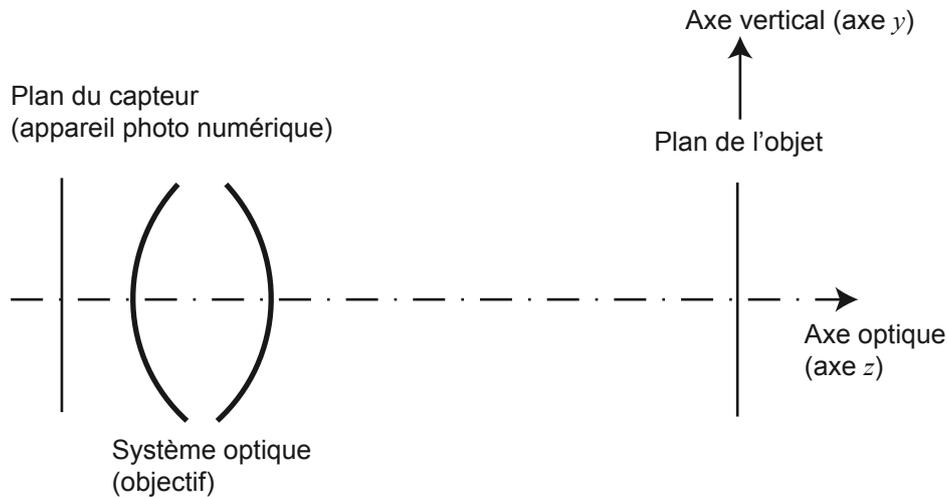


Figure 2.6 – Schéma du système optique utilisé pour le recalage numérique.

être translaté transversalement selon les directions x et y (voir figure 2.7). Ceci permet de contrôler le SI en rotation et en translation. D'autre part, le zoom de l'appareil photo ainsi que la translation selon l'axe optique permettent de modifier le facteur d'homothétie (ou facteur d'échelle) de l'image du SI imprimé.

Nous présentons tout d'abord une vue d'ensemble des techniques de recalage d'images.

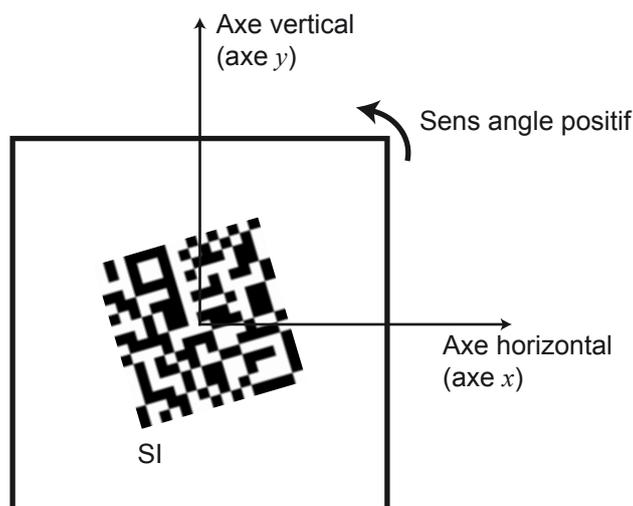


Figure 2.7 – Schéma du plan de l'objet.

2.3.1 Techniques de recalage d'images

Les différentes techniques de recalages d'images existantes peuvent être trouvées dans [Bro92, ZF03]. Un décalage entre l'image acquise et l'image de référence peut avoir différentes origines :

- des points de vue différents,
- une acquisition à des temps différents en présence d'un mouvement relatif entre objet et capteur,
- une acquisition par différents capteurs,
- un recalage entre une image et l'image modélisée.

Dans notre cas, il s'agit du dernier point pour lequel nous cherchons à recalibrer un SI imprimé avec un SI numérique. La référence [ZF03] explique qu'il n'existe aucune technique de recalage applicable à toutes les situations, mais qu'elle consiste à la réalisation de quatre étapes :

- détection des formes,
- correspondance des formes entre les deux images à recalibrer,
- estimation d'un modèle de transformation entre les formes,
- application du modèle et rééchantillonnage de l'image (interpolation).

La détection des formes peut être effectuée automatiquement par deux approches : détection des formes et non-détection des formes (*area-based methods*). Dans le cas de détection de formes, il peut s'agir de régions, de lignes ou de points. Les points caractéristiques de ces différentes formes sont appelés points de contrôle.

Dans le cas de non-détection de formes, une première méthode consiste à calculer la corrélation entre les deux images. Cette méthode n'est valide que lorsque la

transformation peut se résumer à une translation. Une deuxième méthode consiste en l'utilisation de la transformée de Fourier. La fonction de corrélation peut alors être transposée dans l'espace de Fourier, ce qui permet (lorsque le nombre de pixel de la référence est d'un ordre supérieur à 100 pixels) aussi de diminuer les temps de calcul. La présence de rotation et de changement d'échelle peut amener à utiliser la transformée de Fourier en coordonnées polaires (ou log-polaires). D'autres techniques existent pour des recalages faisant suite à des acquisitions par capteurs différents, techniques non évoquées ici.

Pour la mise en correspondance des formes détectées, une première approche consiste à faire une correspondance spatiale point à point entre points de contrôles homologues. Une deuxième approche présentée dans [ZF03] utilise des descripteurs invariants. Les aspects importants en sont : invariance (les descriptions des formes données doivent être identiques dans les deux images), unicité (deux formes différentes n'ont pas les mêmes descripteurs), stabilité (une forme légèrement déformée doit avoir des descripteurs proches de la forme non déformée) et indépendance (si la forme est un vecteur, ses composantes doivent être indépendantes).

2.3.2 Transformations géométriques étudiées

Dans un but de simplification, le recalage des SIs ne sera ici étudié que dans le cadre de transformations rigides (translation, rotation et homothétie). Les distorsions géométriques pouvant le cas échéant être corrigées en amont. Le vecteur de translation sera décomposé selon deux axes perpendiculaires à l'axe optique du système détecteur-objet. L'axe de rotation de l'objet sera supposé parallèle à l'axe optique du système. Cet axe sera aussi celui de l'homothétie – il s'agit, ici, du grandissement du système d'acquisition. Les transformations issues d'une visée oblique ou des déformations du support du SI ne seront pas traitées.

Ici, nous étudions le recalage du SI imprimé sur papier (qui sera acquis avec un appareil photo numérique) avec le SI numérique (pour référence en mémoire de l'ordinateur). Pour cela, nous pouvons étudier les transformations géométriques dans différents espaces : l'espace direct ou bien un espace transformé tel que l'espace de Fourier et l'espace de Walsh.

Espace direct I. Amidror [Ami07] montre que des motifs (*Glass patterns*) apparaissent lorsque deux images corrélées entre elles sont superposées ; l'une s'exprimant comme une transformée géométrique à point fixe de l'autre (rotation, homothétie, déformations paraboliques selon une ou deux directions, etc). Il s'agit d'un phénomène de moiré que l'on peut visualiser à la superposition de telles images. Ce Glass

pattern n'apparaît pas en cas de translation. En pratique, la translation déplacera le ou les points fixes. Cela peut constituer un moyen de détecter la translation entre les deux images. Les figures 2.8 et 2.9 illustrent les Glass pattern que nous observons sur des images constituées de point noirs disposés aléatoirement sur fond blanc.

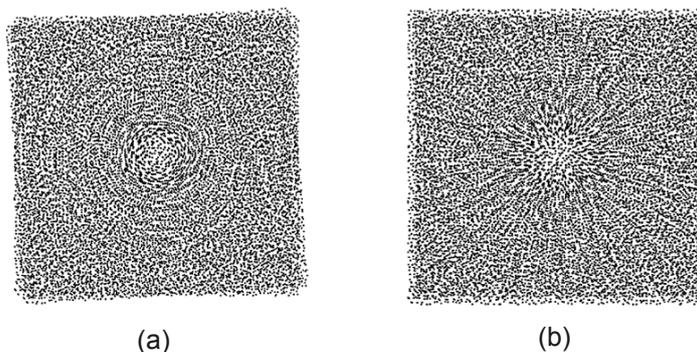


Figure 2.8 – (a) Moiré pour une rotation d'une des deux images, (b) Moiré pour une homothétie d'une des deux images.

Dans le cas de nos images, des fonctions portes sont réparties aléatoirement : nous observons un Glass pattern sur la superposition d'un SI avec le même SI ayant subi une rotation d'un petit angle θ .

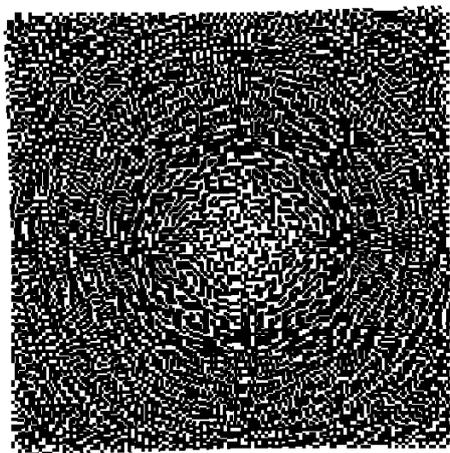


Figure 2.9 – Moiré pour une rotation d'une des deux SIs.

La détection de ces Glass patterns étant difficile à automatiser, ne serait-ce que lorsque le centre de rotation est en dehors de l'image, nous n'étudierons pas le recalage dans le domaine direct. D'autre part, les glass patterns ne sont visibles que pour des déformations de faible amplitude.

Il est aussi possible de placer un marquage en dehors du SI afin de faciliter le recalage, figure 2.10. Dans ce cas il s'agit de faire coïncider les marques sur les deux SIs préalablement détectés par une méthode de reconnaissance de forme [Bro92, ZF03]. Cependant, cette méthode peut avoir un inconvénient non négligeable lorsque le marquage est supprimé par un procédé impliqué dans la manipulation du document ou de l'objet (découpage, usinage périphérique, etc).

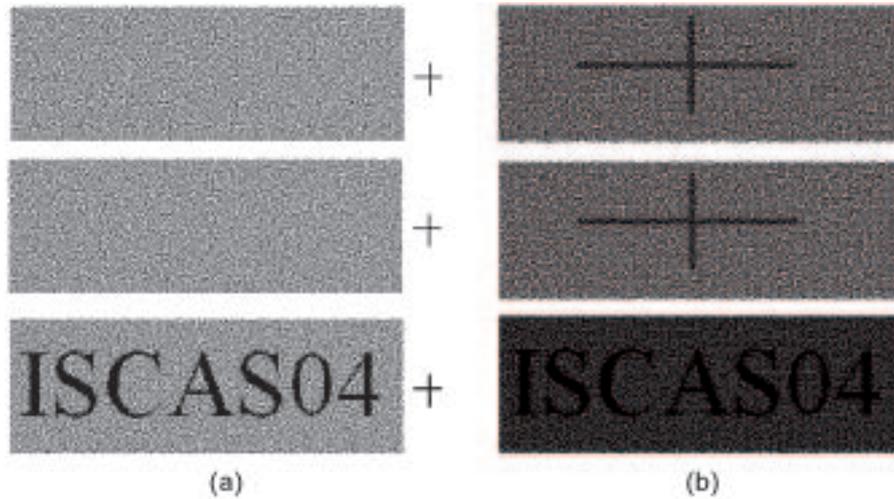


Figure 2.10 – Marquage (a) à côté du SI [YJK04], (b) via un modèle de cryptographie visuelle étendue [YJK04].

Le recalage peut éventuellement être facilité par l'ajout d'une marque directement sur les SIs par la réalisation d'un schéma de cryptographie visuelle étendue [ABDSS96a, ABDSS96b]. Ce schéma consiste à créer à partir de deux images quelconques d'une marque [ou identiques, par exemple une croix, figure 2.10(b)] des SIs qui une fois superposés font apparaître le message secret, les deux images de départ disparaissant alors.

Il est donc préférable, si un marquage doit être présent, de le placer dans un domaine autre que spatial. C'est une technique présentée dans le paragraphe suivant.

Espace de Walsh Le problème du recalage des SIs est étudié dans [YJK04]. Les auteurs montrent que le recalage peut être facilité par l'insertion d'une marque dans le domaine de Walsh. Nous rappelons brièvement la transformée de Walsh-Hadamard :

$$W_{xy}^{[f]}(u, v) = \frac{1}{N_x} \frac{1}{N_y} \sum_{y=0}^{N_y-1} \sum_{x=0}^{N_x-1} f(x, y) (-1)^{\alpha} \quad (2.12)$$

et sa transformée inverse :

$$f(x, y) = \sum_{v=0}^{N_y-1} \sum_{u=0}^{N_x-1} W_{xy}^{[f]}(u, v) (-1)^\alpha \quad (2.13)$$

où $\alpha = \sum_{r=0}^{P_x-1} x_r u_r + \sum_{s=0}^{P_y-1} y_s v_s$, $f(x, y)$ est la valeur du pixel de l'image. $W_{xy}^{[f]}$ représente la transformée de Walsh de l'image f , $N_x = 2^{P_x}$, $N_y = 2^{P_y}$ sont les dimensions de l'image (P_x et P_y étant des entiers positifs); x_r , u_r , y_s et v_s représentent les bits de la représentation binaire de x , u , y et v respectivement). La transformée de Walsh-Hadamard est utilisée dans les domaines de la cryptographie ou du traitement du signal [Umb97, SSP04].

La configuration visée par l'article [YJK04] est le processus de « scan » d'un document imprimé. Le marquage dans le domaine de Walsh permet un recalage en rotation et translation. Dans cet article, l'homothétie n'est pas traitée du fait que les deux SIs sont imprimés puis numérisés à la même résolution. Contrairement à un recalage sans marquage plusieurs étapes intermédiaires allant de la création des SIs jusqu'à leur recalage, sont nécessaires. Le calcul de la transformée de Walsh doit être faite quatre fois pour chacun des SIs. Le schéma proposé par [YJK04] est, avant impression, le suivant :

1. Création des SIs,
2. Calcul de la transformée de Walsh pour chaque SI,
3. Ajout d'une marque dans les hautes fréquences de la transformée,
4. Calcul de la transformée inverse de Walsh.

Le processus pour le recalage après avoir scanné les SIs est alors :

1. Calcul de la transformée de Walsh pour chaque SI,
2. Evaluation des paramètres de rotation et translation par alignement des marques dans le domaine de Walsh,
3. Calcul de la transformée inverse de Walsh,
4. Application des paramètres déterminés à l'étape 2,
5. Ajustement en rotation et translation par minimisation du nombre de subpixels noir lors de l'opération XOR appliquée aux deux SIs.

L'inconvénient de cette méthode réside dans l'insertion de la marque par le calcul de quatre transformées de Walsh, deux pour l'insertion de la marque et deux lors de l'alignement avec la marque. Les auteurs considèrent que les deux SIs sont imprimés. Dans le cas où seulement un des deux SIs est imprimé, il faut alors tenir compte d'un facteur d'homothétie lié au scanner. D'autre part, dans l'exemple traité, il est

fait mention de la résolution de l'imprimante (1200 *dpi*) ainsi que de celle du scanner (300 *dpi*). En revanche il n'est pas fait mention de la taille physique d'un subpixel, c'est-à-dire de la résolution d'image. Or c'est cette taille qui détermine la difficulté à recalibrer les SIs. Un avantage pratique de cette méthode est d'embarquer dans le domaine de Walsh la marque qui servira au recalage. Ceci évite une visualisation de la marque sur le SI et de sa position sur celui-ci. Nous pouvons imaginer que le message est visualisé sans positionner les SIs en faisant coïncider les coins (un des deux pourrait être décalé voire plus petit).

Espace de Fourier Le dernier espace de travail qui va nous intéresser est le domaine de Fourier. Explicitons tout d'abord pour traiter les translation, rotation et homothétie leurs transformées de Fourier (notées \tilde{f}) respectives. Soit f une image et g l'image ayant subi une de ces transformations géométriques. Nous avons :

Translation :

$$\begin{aligned} g(x, y) &= f(x + \Delta x, y + \Delta y) \\ \tilde{g}(\mu, \nu) &= \exp(-2i\pi(\nu\Delta x + \mu\Delta y)) \tilde{f}(\mu, \nu) \end{aligned} \quad (2.14)$$

Rotation :

$$\begin{aligned} g(x, y) &= f(x \cos(\theta) + y \sin(\theta), \\ &\quad -x \sin(\theta) + y \cos(\theta)) \\ \tilde{g}(\mu, \nu) &= \tilde{f}(\mu \cos(\theta) + \nu \sin(\theta), \\ &\quad -\mu \sin(\theta) + \nu \cos(\theta)) \end{aligned} \quad (2.15)$$

Homothétie :

$$\begin{aligned} g(x, y) &= f(\alpha x, \beta y) \\ \tilde{g}(\mu, \nu) &= \frac{1}{\alpha\beta} \tilde{f}\left(\frac{\mu}{\alpha}, \frac{\nu}{\beta}\right) \end{aligned} \quad (2.16)$$

Les techniques de recalage d'images utilisant la transformée de Fourier et la corrélation ont été introduites lors des traitements d'image « analogique » [MF59, Goo05] puis étendu au domaine numérique [Bro92, ZF03]. Nous pouvons traiter ces transformées soit en coordonnées cartésiennes, soit en coordonnées polaires [Bro92, ZF03]. Dans ce dernier cas, un algorithme de recalage est présenté dans [MBM97] pour des images naturelles issues de caméra placée sur un robot (notamment pour les missions de robot sur Mars). Les coordonnées polaires ont pour avantage de pouvoir transformer une rotation en une translation selon les angles. Enfin, l'usage

des coordonnées logarithmiques sur la composante radiale transforme l'homothétie en une translation. La translation peut être réalisée avec la transformée de Fourier « classique » par le calcul de la corrélation de phase.

Afin de se prémunir contre des modifications physique (découpage, etc) du support des SIs, nous n'utiliserons pas la recalage dans l'espace direct, ni dans l'espace de Walsh pour lequel plusieurs calculs de transformée sont nécessaires. Nous utiliserons donc la transformée de Fourier, en coordonnées cartésiennes afin d'éviter la conversion en coordonnées polaires et profiter pleinement de la performance de l'algorithme FFT (*Fast Fourier Transform*).

2.3.3 Recalage en translation

D'après l'équation (2.14), le vecteur de translation se retrouve dans la phase de la transformée de Fourier. Le signal que nous avons créé étant un signal aléatoire, la phase est bruitée et il est difficile d'en extraire le vecteur déplacement. Nous procéderons plutôt par corrélation. Cette corrélation peut être effectuée dans l'espace direct ou dans l'espace de Fourier. Nous choisissons de travailler dans l'espace de Fourier. En calculant la transformée de Fourier [cf. équation (2.14)] du produit de \tilde{g} et \tilde{f}^* (conjugué de \tilde{f}), nous obtenons :

$$\begin{aligned} \tilde{h}(\mu, \nu) &= \tilde{g}(\mu, \nu) \tilde{f}^* \left(\frac{\mu}{\alpha}, \frac{\nu}{\beta} \right) \\ h(x, y) &= TF \left(\tilde{g}(\mu, \nu) \tilde{f}^* \left(\frac{\mu}{\alpha}, \frac{\nu}{\beta} \right) \right) \end{aligned} \quad (2.17)$$

La fonction de corrélation entre le SI imprimé puis numérisé et le SI référence est représentée sur la figure 2.11. Le pic de corrélation situé en $(\Delta x, \Delta y)$ donne les composantes du vecteur déplacement avec une précision d'un pixel. En interpolant le pic de corrélation par une fonction gaussienne [TH86], nous obtenons une précision inférieure au pixel. Itérer ce traitement selon un schéma multigrille [WG91] permet d'éliminer l'influence du choix de la fonction d'interpolation et d'améliorer la précision.

2.3.4 Recalage en rotation et homothétie

Pour ces deux transformations géométriques, nous travaillerons sur le module de la transformée de Fourier. Cependant, d'après la construction même des SIs, il semble difficile de pouvoir extraire du module les paramètres de rotation et d'homothétie du fait du caractère aléatoire du signal, l'ensemble des fréquences devraient être présentes car on a potentiellement un bruit blanc.

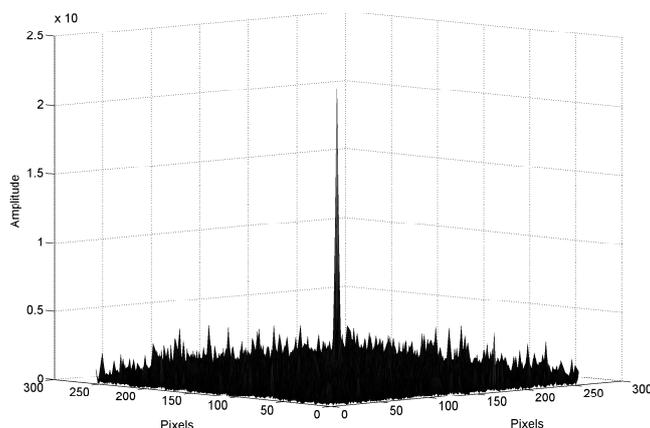


Figure 2.11 – Fonction de corrélation de l'image translatée et l'image de référence.

2.4 Méthode de recalage automatique

Nous avons vu lors de la description de l'algorithme de Naor et Shamir, qu'il existe une construction optimale pour le cas où nous souhaitons partager un message entre deux SIs. Il résulte de cet algorithme la création de SIs basés sur un ensemble de shares. Cet ensemble de shares contient six formes distinctes qui peuvent être regroupées en trois catégories : les shares horizontaux, verticaux et diagonaux (figure 2.12).

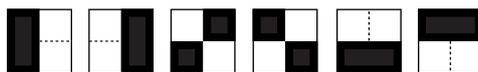


Figure 2.12 – Les six shares disponibles : verticaux, diagonaux et horizontaux.

Chacun de ces six shares se comporte comme une fonction porte de largeur w ou $2w$, où w est la taille d'un subpixel. Leurs transformées de Fourier correspondent donc à des fonctions sinus cardinal qui s'annulent aux multiples de $\frac{1}{w}$ et $\frac{1}{2w}$ respectivement. Ces positions correspondent à la fréquence introduite par la juxtaposition sur une grille de pas $2w$ des shares choisis aléatoirement parmi six. Nous avons donc une pseudo-période : $2w$. Pour un signal périodique de période $2w$, la transformée de Fourier fait apparaître dans le module des pics aux fréquences multiples de $\frac{1}{2w}$, c'est-à-dire là où s'annulent les fonctions portes liées aux shares. Pour faire ressortir les pics dans le module, une méthode consiste à modifier la largeur des fonctions

portes, par exemple en effectuant une opération morphologique d'érosion puis de dilatation faisant apparaître un contour sur les shares comme illustré sur la figure 2.13. Le SI peut être vu comme la reproduction de shares sur une grille d'échantillonnage périodique de pas $2w$.



Figure 2.13 – Les « contours » des six shares.

Nous fixons la convention de représentation graphique de l'image par noir à « 0 » et blanc à « 255 ». Dans cette partie nous considérons l'image en *niveaux de gris* telle qu'elle pourrait apparaître lors d'une acquisition ou d'un affichage sur écran.

2.4.1 Analyse des shares dans une direction

Nous nous intéressons ici au profil monodimensionnel des shares selon la direction horizontale. De par la structure des shares, l'analyse selon une direction verticale est similaire. Nous étudions le profil (en luminosité non normalisée) pour les deux subpixels supérieurs des shares (nous obtenons des résultats identiques en utilisant la deuxième ligne des shares). La figure 2.14 illustre le tracé du profil selon l'axe horizontal pour les six shares disponibles dans le schéma.



Figure 2.14 – Directions du profil sur les différents shares. De gauche à droite (les contours de) : V_0 , V_1 , D_1 , D_0 , H_1 et H_0 .

Nous obtenons pour les six shares les profils de la figure 2.15 pour lesquels l'épaisseur du contour vaut l , exprimée en nombre entier de pixels.

Analyse d'un share seul

Nous définissons plusieurs fonctions utilisées pour représenter les shares : la fonction porte définie par :

$$\Pi(x) = \begin{cases} 1 & \text{si } -\frac{1}{2} \leq x \leq \frac{1}{2} \\ 0 & \text{sinon} \end{cases} \quad (2.18)$$

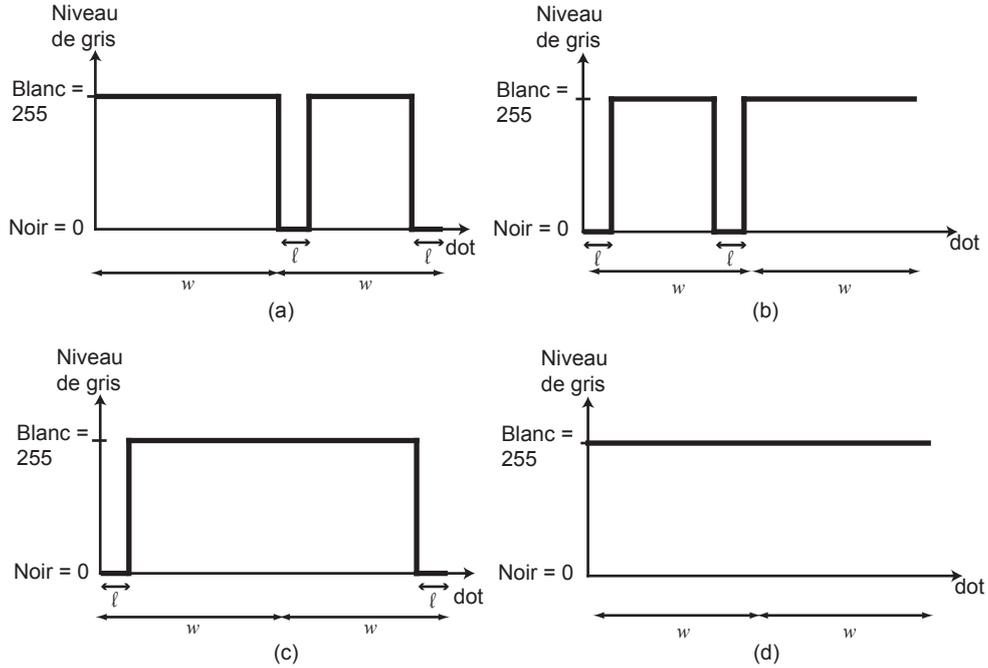


Figure 2.15 – Profil des shares (a) V_1 et D_1 , (b) V_0 et D_0 , (c) H_0 et (d) H_1

la transformée de Fourier d'une fonction f qui s'écrit :

$$\tilde{f}(\nu) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \exp(-2i\pi\nu x) dx. \quad (2.19)$$

et la fonction sinus cardinal définie par :

$$\text{sinc}(x) = \frac{\sin(x)}{x} \quad (2.20)$$

L'analyse fréquentielle est réalisée sur le share D_0 (qui correspond également à V_0). A partir des définitions précédentes, le profil en intensité du share D_0 s'écrit :

$$f_{D_0}(x) = 255 \cdot \Pi\left(\frac{x - \frac{w}{2}}{w - 2l}\right) + 255 \cdot \Pi\left(\frac{x - \frac{3w}{2}}{w}\right) \quad (2.21)$$

Nous supposons dans cette définition du profil de D_0 que l'intensité est nulle si x est négatif ou supérieur à $2w$.

La transformée de Fourier de f_{D_0} est déduite de celle de la fonction porte en

utilisant les propriétés de translation et d'homothétie de la transformée de Fourier :

$$\begin{aligned}
 \tilde{f}_{D_0}(\nu) &= 255 \cdot \tilde{\Pi}[\nu(w-2l)] \exp\left(2i\pi\nu\frac{w}{2}\right) \\
 &\quad + 255 \cdot \tilde{\Pi}[\nu w] \exp\left(2i\pi\nu\frac{3w}{2}\right) \\
 &= 255(w-2l) \operatorname{sinc}[\pi\nu(w-2l)] \exp(i\pi\nu w) \\
 &\quad + 255w \operatorname{sinc}(\pi\nu w) \exp(3i\pi\nu w)
 \end{aligned} \tag{2.22}$$

Sur la figure 2.16 est illustrée la représentation graphique du module de la transformée de Fourier du share D_0 pour lequel nous avons posé une taille de subpixel $w = 16$, une largeur de contour $l = 2$ pour un échantillonnage de la fonction \tilde{f}_{D_0} de $2^{15} + 1$ points. Les fréquences spatiales sont normalisées entre $-\frac{1}{2}$ et $\frac{1}{2}$.

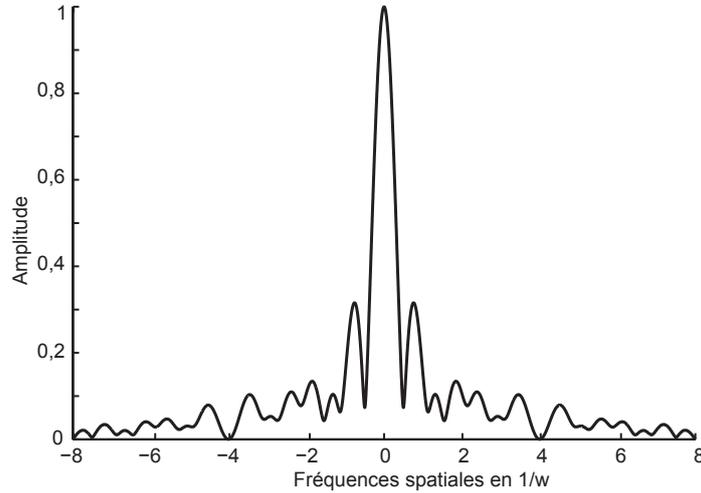


Figure 2.16 – Module de la transformée de Fourier du profil de D_0

Les deux fonctions portes qui composent le signal f_{D_0} ayant des largeurs différentes, leurs transformées de Fourier s'annulent pour des positions différentes. Cependant, il existe des positions pour lesquelles les deux sinus cardinaux s'annulent. La fonction sinus cardinal s'annule pour les positions pour lesquelles ν satisfait : $\pi\nu w = k\pi$ avec $k \in \mathbb{N}$. Pour la deuxième porte, nous avons $\pi\nu(w-2l) = k'\pi$ avec $k' \in \mathbb{N}$. Nous pouvons exprimer k' en fonction de k : $k' = \frac{w-2l}{w}k$. La fonction \tilde{f}_{D_0} s'annule donc lorsque w est multiple de $w-2l$.

Analyse d'un signal composé de shares choisis aléatoirement

A partir des shares disponibles, à l'exception du share H_1 qui ne participe pas à l'apparition des pics (car aucun contours), nous générons une séquence aléatoire

de ceux-ci. Le signal, dont la courbe représentative est illustrée sur la figure 2.17, se compose comme suit :

$$V_1 D_0 D_0 V_1 H_0 V_1 V_0 H_0 V_0 D_1 D_0 V_1 H_0 D_0 V_1$$

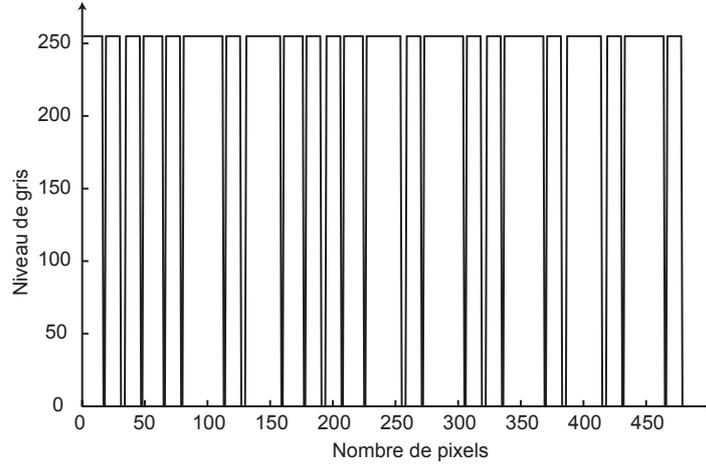


Figure 2.17 – Signal aléatoire généré à partir des shares

Nous pouvons exprimer de façon analytique ce type de signal qui correspond à des translations des profils de chaque share. Nous supposons que chaque translation est un multiple entier de $2w$. En regroupant les shares de même profil, le signal se réduit à la somme de trois fonctions translatées par des entiers multiples de $2w$ notés $k_{V_1 D_1}$, $k_{V_0 D_0}$ et k_{H_0} où l'indice fait référence au share et de transformées de Fourier respectivement :

$$\begin{aligned} \tilde{f}_{V_1 D_1}(\nu) = & 255w \exp(i\pi\nu w) \operatorname{sinc}[\pi\nu w] \\ & + 255(w - 2l) \exp(3i\pi\nu w) \operatorname{sinc}[\pi\nu(w - 2l)] \end{aligned} \quad (2.23)$$

$$\begin{aligned} \tilde{f}_{V_0 D_0}(\nu) = & 255(w - 2l) \exp(i\pi\nu w) \operatorname{sinc}[\pi\nu(w - 2l)] \\ & + 255w \exp(3i\pi\nu w) \operatorname{sinc}[\pi\nu w] \end{aligned} \quad (2.24)$$

$$\tilde{f}_{H_0}(\nu) = 255(w - 2l) \exp(2i\pi\nu w) \operatorname{sinc}[\pi\nu(2w - 2l)] \quad (2.25)$$

Nous pouvons alors écrire la transformée de Fourier du signal aléatoire comme :

$$\begin{aligned}\tilde{f}(\nu) = & \sum_{k_{V_1 D_1} \in I_1} \tilde{f}_{V_1 D_1}(\nu) \exp(2i\pi\nu k_{V_1 D_1} 2w) \\ & + \sum_{k_{V_0 D_0} \in I_2} \tilde{f}_{V_0 D_0}(\nu) \exp(2i\pi\nu k_{V_0 D_0} 2w) \\ & + \sum_{k_{H_0} \in I_3} \tilde{f}_{H_0}(\nu) \exp(2i\pi\nu k_{H_0} 2w)\end{aligned}\tag{2.26}$$

où I_1 est l'ensemble des translations des shares V_1 et D_1 , I_2 est celui des shares V_0 et D_0 et I_3 est celui du share H_0 (leurs cardinaux correspondant au nombre d'apparition des shares idoines dans le signal aléatoire). Dans un premier temps, nous traçons la courbe représentative du module de la fonction \tilde{f} (figure 2.18), pour laquelle nous avons fixé la taille du subpixel à $w = 16$ (unité arbitraire), la largeur des contours à $l = 2$ et un nombre d'échantillonnage suffisamment grand.

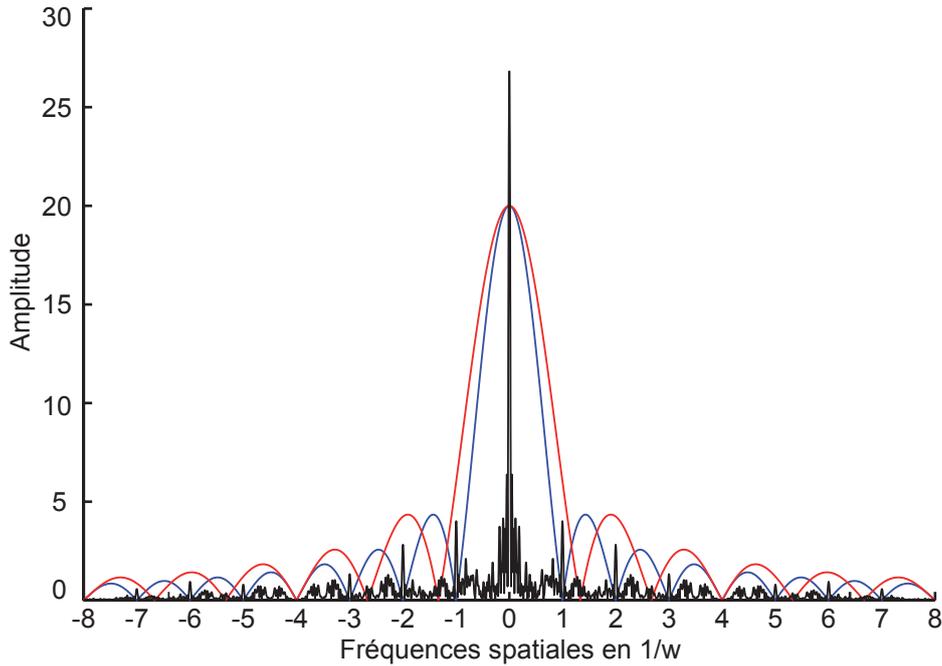


Figure 2.18 – Superposition des courbes représentatives de module des TF de deux fonctions portes de largeurs différentes et du module de la TF du signal aléatoire (courbe noire). Courbe bleue : courbe représentative de la fonction porte de largeur $L = 16$, courbe rouge : courbe représentative de la fonction porte de largeur $L = 12$.

Dans un second temps, nous calculons la transformée de Fourier discrète du

signal (discrétisé). Dans la figure 2.19, nous avons choisi un échantillonnage sur 480 points (suffisant pour le signal, environ 32 points pour chaque share, c'est-à-dire $w = 16$) du signal aléatoire permettant de visualiser la transformée de Fourier.

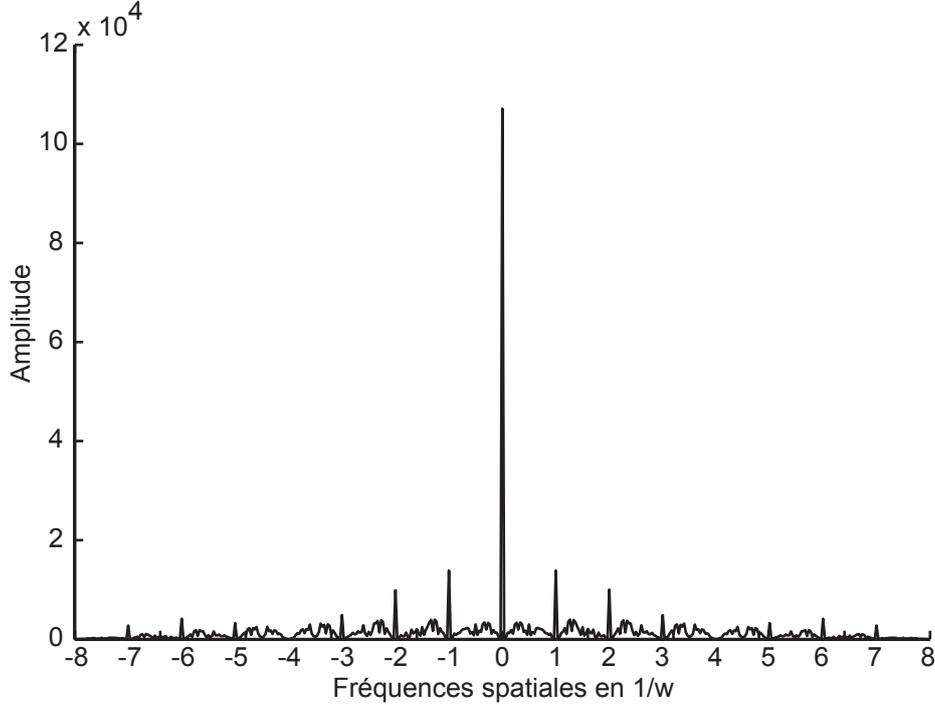


Figure 2.19 – Module de la transformée de Fourier discrète (TFD) du signal aléatoire discrétisé

Par comparaison des figures 2.18 et 2.19, nous obtenons des résultats analogues. Sur les deux figures, nous constatons que des pics apparaissent aux fréquences multiples de $\frac{1}{w}$. En effet, la transformée de Fourier du signal aléatoire est la combinaison linéaire des trois fonctions (des profils des contours des shares) translatées respectivement par multiples de $k_{V_1 D_1} 2w$, $k_{V_0 D_0} 2w$ et $k_{H_0} 2w$. Ainsi, lorsque $\nu = \frac{1}{w}$, les exponentielles liées à la translation des shares auront un argument multiple de π , elles seront égales à 1. A cette fréquence, les contributions de chacune des fonctions définies ci-dessus s'ajoutent [Eqs. (2.23) à (2.25)]. Or les fonctions $\text{sinc}[\pi\nu(2w - 2l)]$ et $\text{sinc}[\pi\nu(w - 2l)]$ ne s'annulent pas en $\nu = \frac{1}{w}$. Des pics aux fréquences multiples de $\frac{1}{w}$ apparaissent donc sur le module de la transformée de Fourier du signal aléatoire. La position des pics dans l'espace des fréquences est également interpolée par une fonction gaussienne [TH86]. Nous obtenons ainsi une précision de position du pic inférieur au pixel (ici, les nombres d'échantillons en fréquence dans les domaines spatial et fréquentiel sont identiques).

2.4.2 Méthode de recalage automatique

La méthode développée consiste à recalcr de façon automatique un SI numérisé avec un SI numérique. Le processus retenu est le suivant :

- Etape 1 : Conception
- Etape 2 : Impression
- Etape 3 : Acquisition
- Etape 4 : Vérification

La première étape consiste à créer deux SIs à partir du schéma de cryptographie visuelle exposé dans le paragraphe 2.1. Nous imprimons un des deux SIs à une certaine résolution (nous détaillons les paramètres d'impression dans le paragraphe 3.1). Le SI imprimé est ensuite numérisé (moyen mis en œuvre explicité dans le paragraphe 3.2). Le SI numérisé, noté SI1, est ensuite recalé par rapport au SI numérique, noté SI2, en suivant les six étapes qui définissent la méthode de recalage :

1. Traitement de SI1,
2. Détermination des paramètres de rotation et d'homothétie,
3. Application de ces paramètres à SI2,
4. Levée de l'indétermination de l'angle de rotation et recherche des composantes du vecteur déplacement,
5. Application des paramètres de rotation et de translation à SI2 (en cours de modification).
6. Superposition de SI2 modifié avec SI1.

Nous détaillons chaque étape de la méthode. Dans un premier temps, SI1 et SI2 sont stockés numériquement. SI1 est prétraité pour compenser les aberrations optiques du système (cf 1.3). La taille de SI1 est *a priori* différente de celle de SI2. Les calculs de TFD seront effectués sur des signaux de longueur et hauteur en puissance de deux pour pouvoir bénéficier de la performance de l'algorithme FFT. Pour détecter SI1 sur l'image acquise plusieurs approches sont envisageables. La première consiste à extraire les contours de l'image, ce qui permet entre autre d'obtenir les contours du SI qui nous seront utiles plus tard. Différentes méthodes sont disponibles pour extraire les contours d'une image [Can86, MH80, Pre70]. Nous choisissons d'utiliser une méthode de morphologie mathématique : différence entre l'image dilatée et l'image érodée. A partir de l'image des contours, nous effectuons une dilatation (les traits blancs s'élargissent) de sorte à obtenir une seule région uniforme à l'endroit où se situe le SI. Il suffit alors de détecter la position de cette région pour localiser le SI sur l'image (cette position sera utile lors de la superposition).

L'évaluation des paramètres s d'homothétie et θ de rotation est effectuée dans le module de la transformée de Fourier de l'image des contours de SI1. Nous extrayons des pics la distance entre le premier pic et le centre du module (c'est à dire la fréquence nulle), ce qui fournit le facteur d'échelle. Nous prenons le pic se situant dans le premier quadrangle du module (en haut à gauche). La valeur de l'angle de rotation, défini à 90° près, est mesuré entre la droite passant par les pics et l'axe vertical.

Nous appliquons le facteur d'échelle à SI2 et nous tournons SI1 de $-\theta$. Nous pouvons alors dans ces conditions évaluer le vecteur translation et lever l'indétermination sur la valeur de l'angle par corrélation de SI1 avec SI2. Pour lever l'indétermination, nous devons tourner SI1 d'un multiple de 90° . Pour chaque valeur de l'angle (au moins 4 itérations, au plus 8 dans le cas d'un retournement recto/verso), nous calculons la fonction de corrélation entre SI1 tourné de $k \cdot 90^\circ$ et SI2. Des quatre (ou huit) fonctions de corrélation, nous retenons celle fournissant le pic d'amplitude maximale qui détermine la rotation recherchée.

Nous appliquons l'ensemble des paramètres de transformations (dans les bonnes directions et avec les signes adéquats) à SI2. Enfin, SI2 est projeté sur SI1 (ou SI2 et SI1 sont superposés numériquement, une segmentation d'image est alors possible) pour visualiser le message secret.

Les limitations de l'implémentation pratique de la cryptographie visuelle ont pu être fortement réduites par l'emploi d'une technique de recalage d'image basée sur la structure des SIs, sans modification particulière de ceux-ci prévenant ainsi tout risque de perturbations. La méthode se substitue avantageusement au recalage manuel, d'autant plus lorsque les supports spatiaux des SIs sont différents.

Système optonumérique de cryptographie visuelle

La méthode de recalage ayant été abordée dans le chapitre précédent, nous proposons un système optonumérique pour la mettre en œuvre. Ce système se compose d'un système de numérisation couplé à un système de projection. Un des SIs est imprimé sur un support transparent ou opaque. Le SI numérique est quant à lui projeté après avoir été recalé automatiquement par rapport à la numérisation du SI imprimé. Le résultat de la superposition est soit visible par le système visuel humain ou bien reconnaissable par le système de numérisation. Nous décrivons succinctement les étapes d'impression, de numérisation et de projection. Nous présentons ensuite plusieurs exemples d'utilisation du système optonumérique et de la méthode de recalage. Pour finir, nous ciblons deux contextes applicatifs où le recalage automatique facilite considérablement la superposition des SIs.

3.1 Système d'impression

Notre objectif d'authentification requiert l'impression d'un des deux SIs. Différentes technologies peuvent être utilisées pour imprimer un document [Kip00]. Nous nous intéressons dans ce chapitre à l'impression électrophotographique (et à l'impression jet d'encre dans le chapitre suivant). Ce procédé est présenté au chapitre 1 (page 60) du *Handbook of print media* [Kip00], et présenté dans ce mémoire au chapitre 5. De cette analyse, nous montrerons que malgré une résolution d'impression de

600 *dpi* pour l'imprimante utilisée, nous devons limiter la résolution d'image à 150 *dpi*. Pour cette résolution d'image, la taille physique d'un subpixel est de 170 μm . Cette résolution définit également le nombre de subpixels pouvant être imprimés sur une longueur donnée et par conséquent le nombre de bits pour le message secret.

3.2 Système d'acquisition

Pour les essais expérimentaux, nous avons utilisé une caméra CCD (caméra monochrome PixeLink) et un appareil photo numérique réflex (Canon EOS 1000D muni d'un objectif 18-55 mm). Le SI imprimé est placé sur un support mobile en z (axe optique du système). Le support peut être translaté selon les directions perpendiculaires (axes x et y) à l'axe z et peut tourner autour de celui-ci. Le support du détecteur peut aussi être translaté selon les trois directions de l'espace (repère $O'x'y'z$ sur la figure 3.1), une rotation du capteur autour de l'axe y' permet de contrôler le parallélisme entre le plan du capteur et le plan du SI imprimé. Les huit

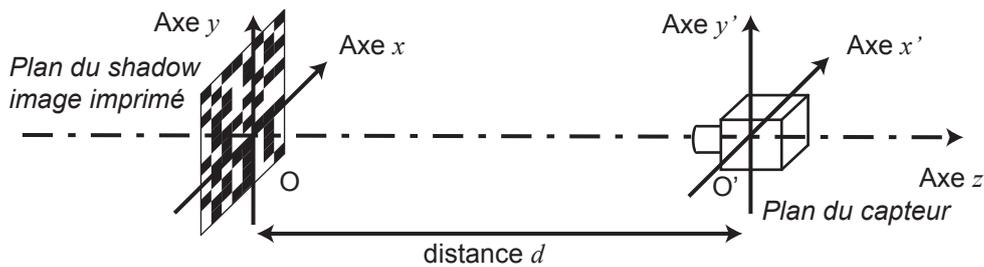


Figure 3.1 – Schéma du montage d'acquisition.

degrés de liberté du système (6 translations et 2 rotations) permettent de contrôler les transformations géométriques étudiées dans le chapitre 2 précédent à savoir la translation et la rotation du SI dans le plan Oxy relativement à la position du capteur et le grandissement du système d'acquisition (c'est-à-dire l'homothétie).

Acquisition avec un appareil photo numérique Nous commençons par un capteur 1/2" de 2592×3888 pixels permettant d'obtenir plusieurs dizaines de pixels encrables par élément du capteur, figure 3.2(a). Avoir une plus grande résolution accrue, c'est-à-dire un plus grande densité de pixels sur le capteur, permet d'obtenir un échantillonnage plus fin du SI et d'améliorer les interpolations effectuées lors du recalage (critère de Shannon-Nyquist).

Acquisition avec la caméra Nous avons effectué les mêmes opérations avec une caméra CCD PixeLINK équipée d'un capteur 3/4" de 768×1024 pixels. La caméra

peut être équipée de deux objectifs Nikon : le Nikkor 24 mm $f/2$ et le Nikkor 85 mm $f/2$, voir figure 3.2(b).



Figure 3.2 – Montage d'acquisition avec (a) l'appareil photo numérique et (b) la caméra CCD.

3.3 Système de projection

Le deuxième SI est projeté (après corrections) pour être superposé au SI imprimé. Nous avons testé la projection avec deux vidéo-projecteurs permettant d'obtenir des champs images de tailles différentes. Les systèmes de projections ne sont pas calibrés optiquement (caractérisation des aberrations), ni en termes colorimétriques. Nous supposons que les aberrations optiques introduites sont suffisamment faibles pour ne pas dégrader l'image projetée. Nous n'utilisons que la partie centrale des vidéoprojecteurs pour diminuer éventuellement l'influence de la distorsion.

Nous avons toutefois testé un montage optique basé sur la projection à partir d'une cellule LCD translucide à laquelle on adjoint un objectif d'appareil photo (figure 3.3). Nous avons utilisé l'objectif Nikkor 85 mm placé à 7,4 cm de la matrice LCD, distance entre le LCD et la bague de montage de l'objectif. Le SI imprimé est quant à lui placé à 27,2 cm de la lentille frontale de l'objectif. L'objectif n'est pas placé dans les conditions optimales d'utilisation avec un appareil photo, mais pour optimiser la surface imagée du LCD. Dans ces conditions, c'est-à-dire pour cette conjugaison objet-image, les aberrations de l'objectif ne sont pas significatives.

Le LCD est composé d'une matrice 800×600 pixels ce qui permet d'afficher au plus 600 subpixels. La résolution d'image du SI imprimé (résolution d'impression de 600 dpi) peut varier entre 75 *dpi* et 600 *dpi*, c'est-à-dire une taille de pixel de 42,3 μm à 338,4 μm . En projetant une mire, on peut mesurer la taille d'un pixel LCD imagé sur le plan du SI imprimé. On obtient une taille de 84,6 μm , ce qui signifie que

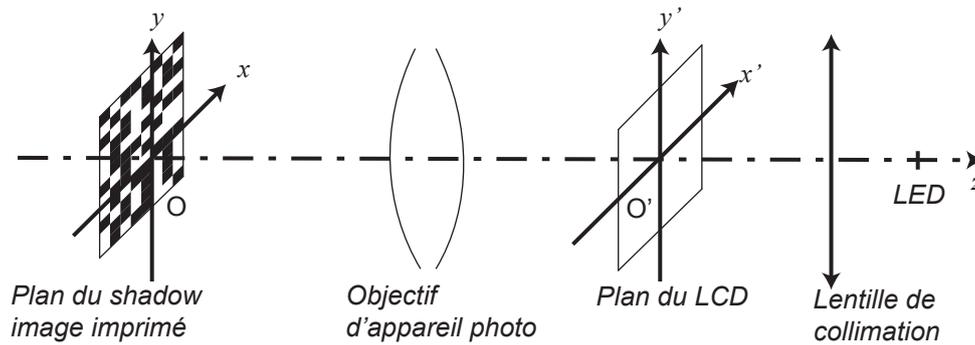


Figure 3.3 – Schéma de principe du montage d'un video-projecteur. L'objectif d'appareil photo sert d'optique d'imagerie entre le LCD et le SI imprimé.

nous ne pouvons effectuer une superposition avec cette conjugaison que pour une résolution d'image minimale de 300 *dpi*, qui correspond finalement à la résolution maximale atteignable avec l'imprimante laser (voir chapitre 5).

Afin de superposer précisément le SI imprimé avec le SI projeté, sans utilisation de la méthode de recalage, le support mécanique du SI imprimé peut se déplacer selon les trois directions x , y et z , et tourner autour de l'axe de rotation z . Nous avons testé ce montage pour plusieurs résolution d'image à imprimer (figure 3.5). Du fait de la bonne qualité de l'objectif utilisé, nous ne percevons aucune déformation géométriques, autres que celles liées à la fixation du SI imprimé sur son support mécanique. La qualité de projection est bonne pour cette conjugaison puisque le message « VC » est visible quelle que soit la résolution d'image. Pour le SI à 300 *dpi*, les défauts observés proviennent exclusivement de l'impression, réalisée dans ce cas avec l'imprimante jet d'encre.

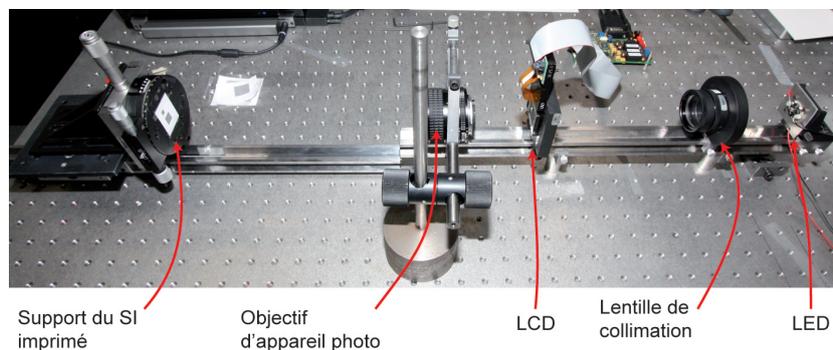


Figure 3.4 – Image du montage d'un video-projecteur. L'objectif d'appareil photo sert d'optique d'imagerie entre le LCD et le SI imprimé. Il s'agit de Nikkor 85 mm, $f/2$.

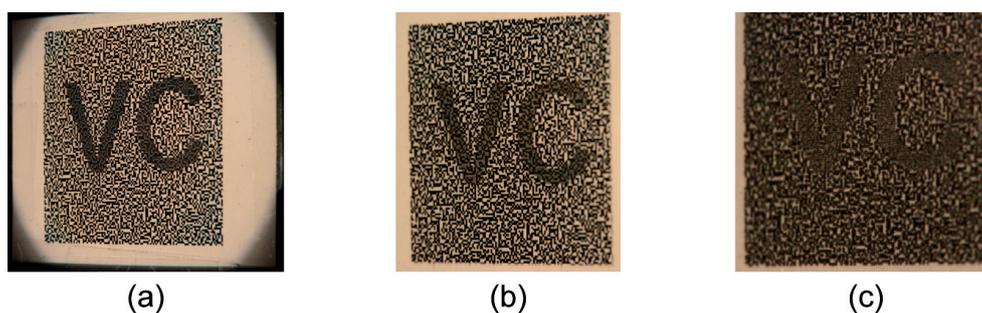


Figure 3.5 – Résultats de superposition par projection du SI numérique sur le SI imprimé dont la résolution d'image est de (a) 75 dpi, (b) 150 dpi et (c) 300 dpi.

3.4 Exemples de superposition automatique

Nous illustrons la méthode de recalage automatique à partir de trois exemples. Dans un premier temps, la méthode est appliquée sur un SI imprimé à plusieurs résolutions d'image, et est acquise avec l'appareil photo puis la caméra CCD. Le support du SI permet de placer celui-ci dans plusieurs positions, en modifiant l'angle de rotation, la translation et l'homothétie. Enfin la superposition est affichée sur un écran LCD. Pour résumer, les paramètres suivants ont été testés :

- résolutions d'image,
- distances détecteur-SI imprimé (variable dans la limite d'une absence de distorsion de l'objectif), c'est le facteur d'homothétie,
- angles de rotation pour plusieurs angles,
- décalages issus d'une translation du SI dans un plan perpendiculaire à l'axe optique de la caméra,
- taille du capteur.

La méthode a été testée sur des dizaines d'échantillons pour lesquels nous avons fait varier les paramètres. Une série de résultats est présentée sur la figure 3.6 : le même échantillon a été acquis pour diverses rotations (dont des rotations particulières, multiples de 90°). Nous pouvons constater que sur les sept images la superposition est satisfaisante. Les trois transformations géométriques ont été correctement corrigées. Sur la première image nous pouvons constater quelques erreurs de positionnement sur la partie droite principalement dues à une ondulation du papier sur le support mécanique.

Illustrons maintenant le prétraitement des SIs, depuis l'impression jusqu'à la superposition. Sur la figure 3.7 sont représentés le SI numérique et le SI imprimé à 150 dpi (chaque subpixel noir est imprimé avec 4×4 pixels encrables) puis acquis

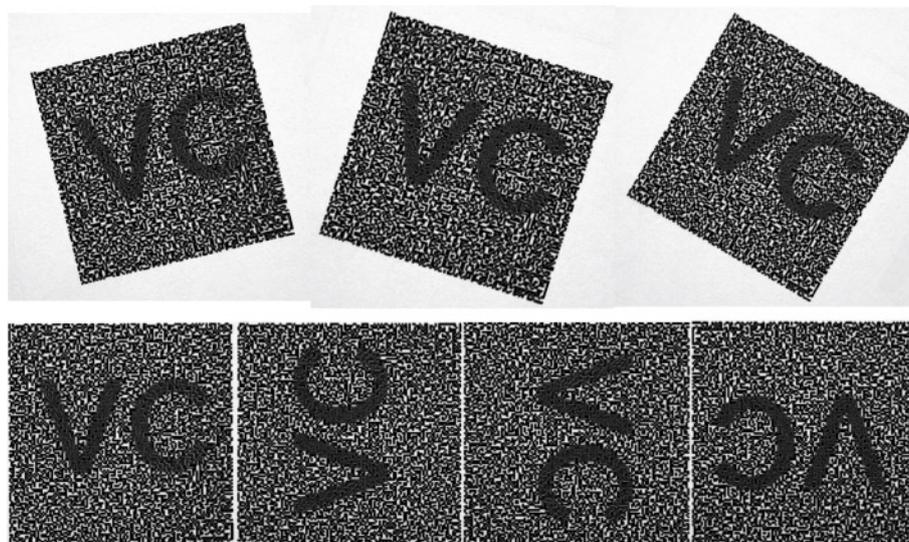


Figure 3.6 – Exemple de recalage automatique entre un SI imprimé et un SI numérique. La superposition est visualisée sur un écran LCD. Seul l'angle de rotation a varié au cours des acquisitions, la résolution d'image étant de 150 *dpi*.

par l'appareil photo numérique.

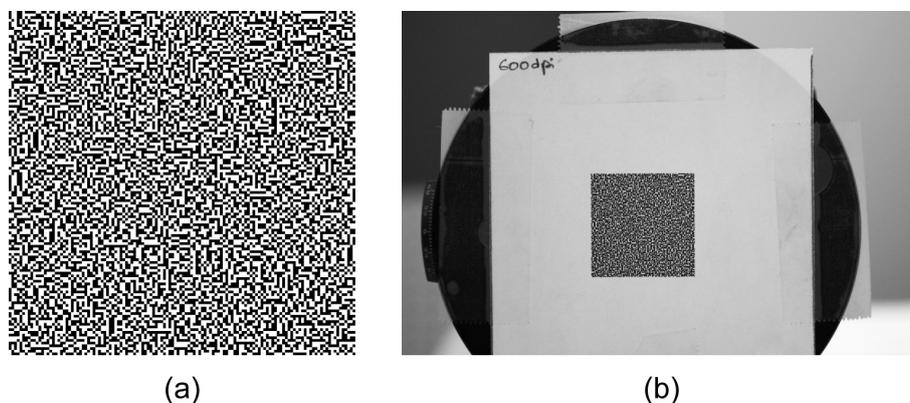


Figure 3.7 – (a) Image du SI numérique et (b) du SI numérisé.

Nous détectons ensuite les contours de l'image numérisée (figure 3.8(a)). A partir de cette image, nous calculons sa transformée de Fourier (TF) et nous affichons le module de la TF sur la figure 3.8(b). Nous pouvons remarquer les différents pics dont l'origine a été expliquée dans le paragraphe 2.4.1 du chapitre 2. De ces pics, nous extrayons les paramètres de rotation et d'homothétie. Ils sont appliqués aux SIs de sorte à extraire de leur corrélation les composantes du vecteur translation et lever l'ambiguïté sur l'angle de rotation.

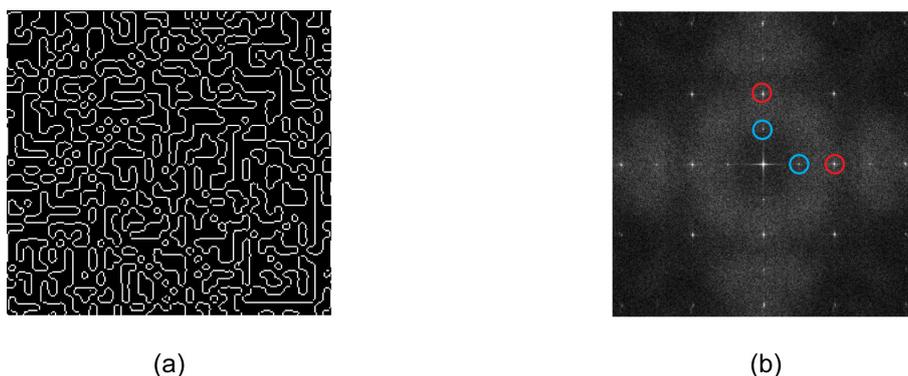


Figure 3.8 – (a) Contours de l'image du SI numérisé et (b) module de la transformée de Fourier des contours sur lequel sont encadrés les pics à la fréquence $1/w$ en rouge et $1/(2w)$ en bleu.

Les différents paramètres des transformations géométriques sont appliqués au SI numérique puis le SI modifié est alors superposé numériquement sur le SI numérisé. Le résultat est présenté sur la figure 3.9. Nous pouvons également modifier le SI numérisé et le superposer au SI numérique (l'image résultante est alors de taille identique à celle du SI numérique). Nous obtenons l'image de la figure 3.10.



Figure 3.9 – Superposition du SI numérique sur le SI numérisé.

Nous avons effectué le même test avec la caméra CCD. Le résultat obtenu est présenté sur la figure 3.11.

Nous avons également testé la méthode pour des shares de forme strictement rectangulaire. Dans cette configuration, il suffit de tenir compte de la largeur et longueur du share lorsque nous appliquons le facteur d'homothétie. Le résultat d'une superposition est présentée sur la figure 3.12.

Cette méthode est ensuite testée sur deux exemples pour lesquelles la superposition des SIs s'effectue par projection du SI numérique sur le SI imprimé. Deux

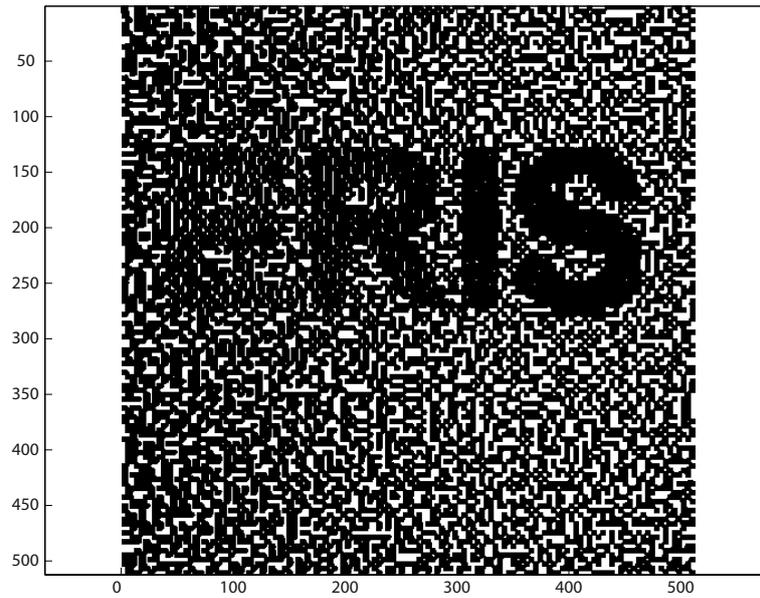


Figure 3.10 – Superposition du SI numérisé sur le SI numérique.

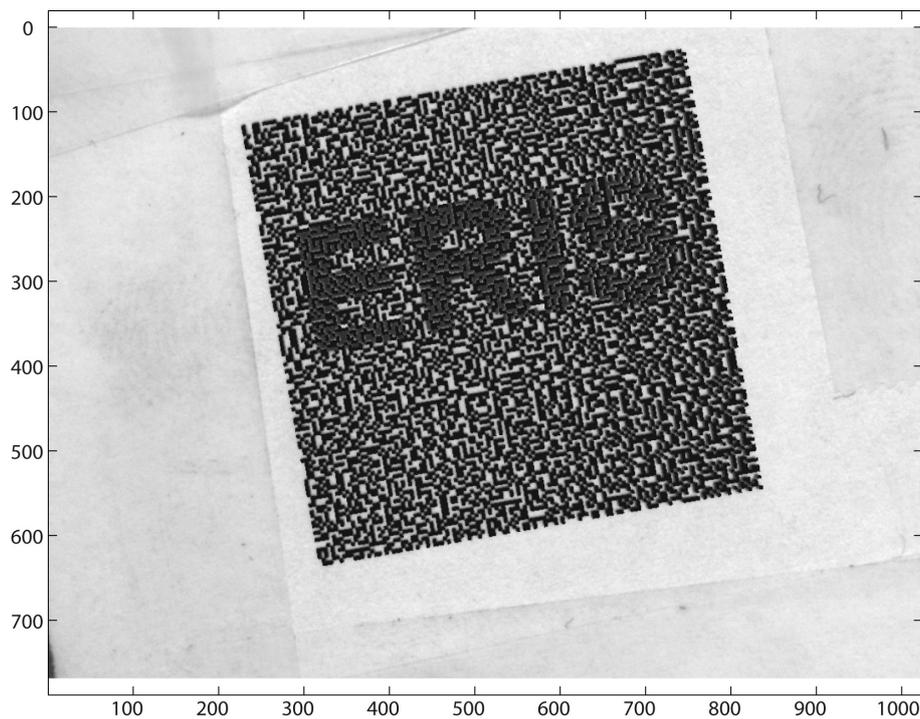


Figure 3.11 – Superposition du SI numérique sur le SI numérisé (impression à 600 dpi)

options sont possibles pour la projection. Pour la première, le SI est imprimé sur un papier et le SI numérique est projeté dessus (nous pouvons parler de mode en

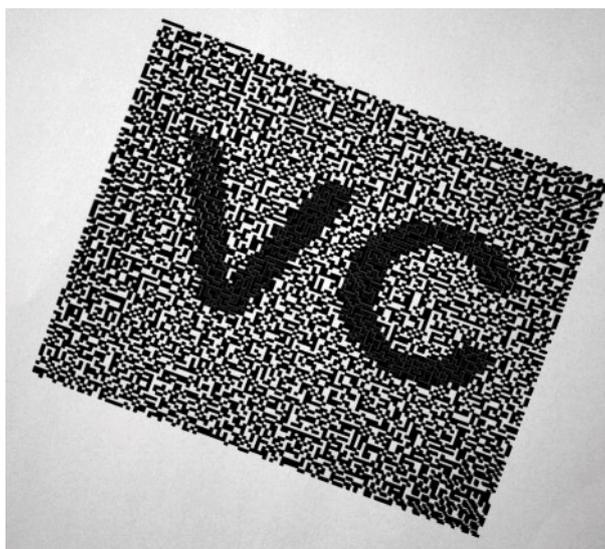


Figure 3.12 – Exemple de recalage automatique entre un SI imprimé et un SI numérique pour des shares rectangulaires.

réflexion). La deuxième solution consiste à imprimer le SI sur un film transparent, de le fixer sur un support et à projeter le SI numérique via le vidéo projecteur sur un écran semi-diffusant placé très près du SI imprimé.

L'introduction du système de projection impose une calibration de celui-ci vis-à-vis du système d'acquisition. En effet, le champ de projection du vidéo-projecteur n'a aucune raison d'avoir le centre optique confondu avec l'axe optique de visée de la caméra, que les plans capteur et projection n'aient pas un angle de rotation ; mais ces plans seront toutefois supposés parallèles (en visée oblique, il s'agirait d'introduire une transformation supplémentaire : ce cas n'est pas traité dans ce mémoire). Enfin la taille de l'image du plan projeté sur le capteur permet de définir l'homothétie, c'est-à-dire le grandissement entre l'image numérique du vidéo-projecteur (par exemple 768×1024) et l'image sur le capteur (qui peut être plus grande ou plus petite que la taille du capteur, selon que le champ projeté est plus grand ou plus petit que le champ vu par le système d'acquisition). En utilisant notre méthode de recalage sur un SI quelconque projeté via le vidéo-projecteur, nous pouvons déterminer la position relative de celui-ci par rapport à la caméra.

La résolution d'image des SIs est liée à celles du vidéo-projecteur et du système d'acquisition. Dans nos tests, nous avons utilisé deux vidéo-projecteur différents, ayant une résolution de 768×1024 et 1024×1280 pixels respectivement.

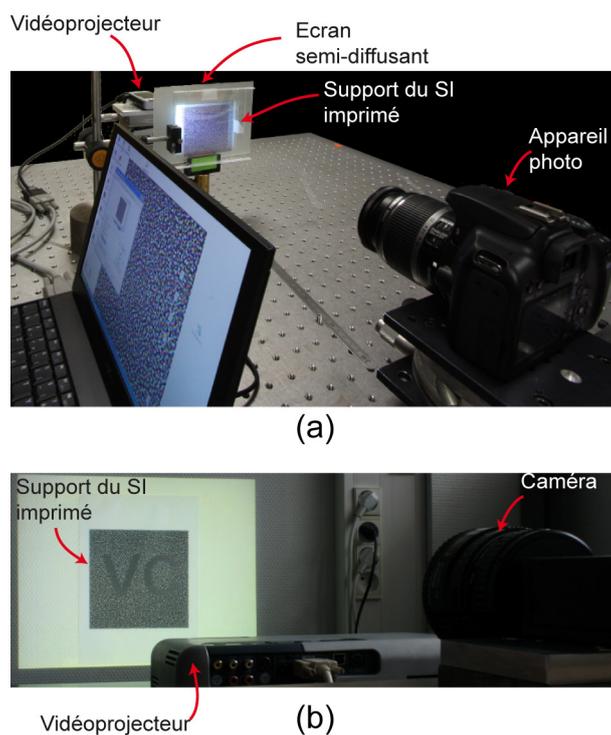


Figure 3.13 – Montage du recalage automatique de SIs par projection (a) en réflexion et (b) en transmission.

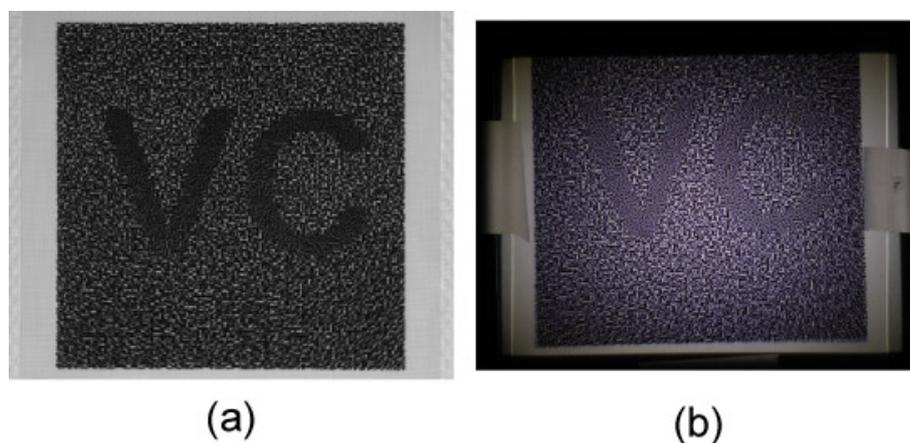


Figure 3.14 – Superposition par projection, via un vidéo-projecteur, du SI corrigé sur le SI imprimé (a) en réflexion et (b) en transmission.

3.5 Contextes applicatifs

Cette chaîne peut s'avérer grandement utile dans deux cadres applicatifs pour prévenir la falsification d'un SI par usage de supports spatiaux différents ou bien pour sécuriser l'affichage par décalage axial des SIs [YHN03].

3.5.1 SI à support spatial personnalisé

La première application renforce l'intérêt d'un recalage automatique pour superposer les SIs. Lorsque leurs supports spatiaux au sens mathématique sont différents, il n'est plus possible après impression des deux SIs de les superposer correctement et rapidement. Les astuces manuelles de recalage ne sont plus applicables : s'aider des coins, des côtés. Le phénomène de moiré étant présent, il peut toutefois être utilisé pour les recaler à condition d'être tout proche de l'alignement des SIs. Nous constatons donc que conférer des supports spatiaux différents rajoute encore de la difficulté à leur recalage manuel. La tâche de recalage peut donc être avantageusement réalisée par une méthode automatique. Nous pouvons remarquer sur la figure 3.15 qu'avec notre méthode le message est parfaitement [à l'exception des parties manquantes figure 3.15(f)] visibles sur les trois cas traités. Lorsque le support de SI2 ne contient pas suffisamment d'information, la corrélation avec SI1 peut ne fournir aucun résultat. Il faut donc s'assurer que le support de SI2 soit suffisamment grand pour être corrélé avec SI1.

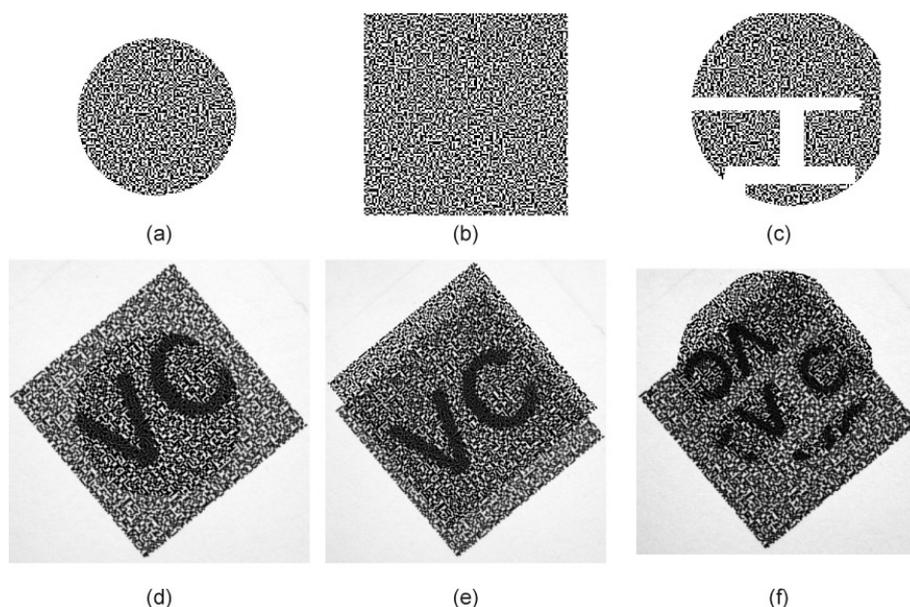


Figure 3.15 – Recalage automatique des SIs ayant des supports mathématiques différents. Sur la première ligne les supports des SI2 sont modifiés par rapport à ceux de SI1. La deuxième ligne montre la précision de recalage des SIs.

Cette technique de modification de support peut être utilisée en tant que moyen faible de détection de contrefaçon. Supposons que le message secret révélé par la superposition de SI1 et SI2 soit par exemple « VC2011 » [figure 3.16(a)]. La méthode de recalage automatique fournit l'image révélant le message secret [figure

3.16(b)]. Un faussaire n'ayant à sa disposition que SI1 souhaite modifier celui-ci afin de transmettre un nouveau message. Pour diminuer les chances de se faire détecter, il conserve la majeure partie de SI1 (car corrélé au deuxième SI qui lui est inconnu) et modifie localement SI1 (en inversant les couleurs des subpixels) pour faire apparaître le caractère « K » [figure 3.16(c)]. Lors de la superposition de SI1 (modifié par l'attaquant) avec SI2 les deux messages « VC2011 » et « K » apparaissent [figure 3.16(d)]. A ce stade, la probabilité de placer son caractère sur une zone non occupée par le vrai message secret est faible, puisque le faussaire ne sait pas où il se situe. Si le caractère frauduleux est introduit sur une zone du vrai message, comme il a inversé la couleur des subpixels (noir en blanc et vice versa) le vrai message disparaît et la contrefaçon est détectée. Pour simplifier, nous supposons que le caractère est dans une zone non occupée par le vrai message. Il suffit alors lors de la création de SI1 et SI2 de modifier le support mathématique de SI2 de telle manière que seul les zones des caractères du vrai message seront révélées. C'est-à-dire que SI2 est réduit à des petites zones isolées [figure 3.16(e)]. Le véritable message secret est alors visible tandis que tout autre caractère introduit frauduleusement n'est pas révélé [figure 3.16(f)].

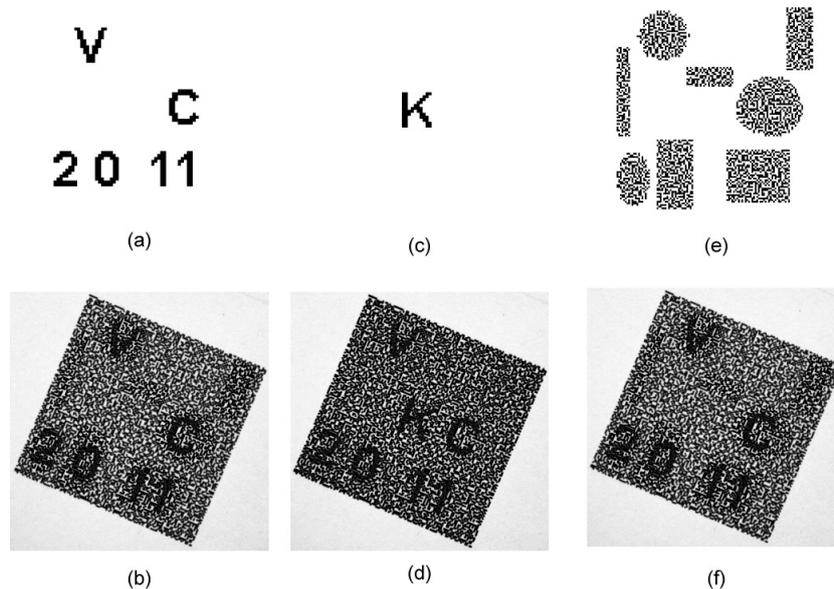


Figure 3.16 – Le message secret (a) est révélé (b) par la superposition du SI2 corrigé avec SI1 numérisé. En ajoutant un faux caractère « K » au message secret (c) en modifiant par exemple localement SI1, ce faux caractère apparaîtra également sur la superposition (d). En réduisant le support de SI2 à des fenêtres disjointes (e) le message secret « VC2011 » apparaît alors que le caractère frauduleux « K » n'est pas révélé.

3.5.2 Sécurisation d’affichage

La deuxième application consiste à utiliser la méthode de recalage pour faciliter la superposition d’un SI imprimé avec un SI projeté mais en limitant la zone de visibilité du message. Cette visibilité du message est contrôlée par la distance entre le SI imprimé et l’écran sur lequel est projeté le SI numérique. L’utilisation du décalage axial des SIs a été introduite par Yamamoto *et al.* [YHN03] pour sécuriser le contenu affiché sur un écran couleur au moyen d’un masque binaire appliqué sur l’écran.

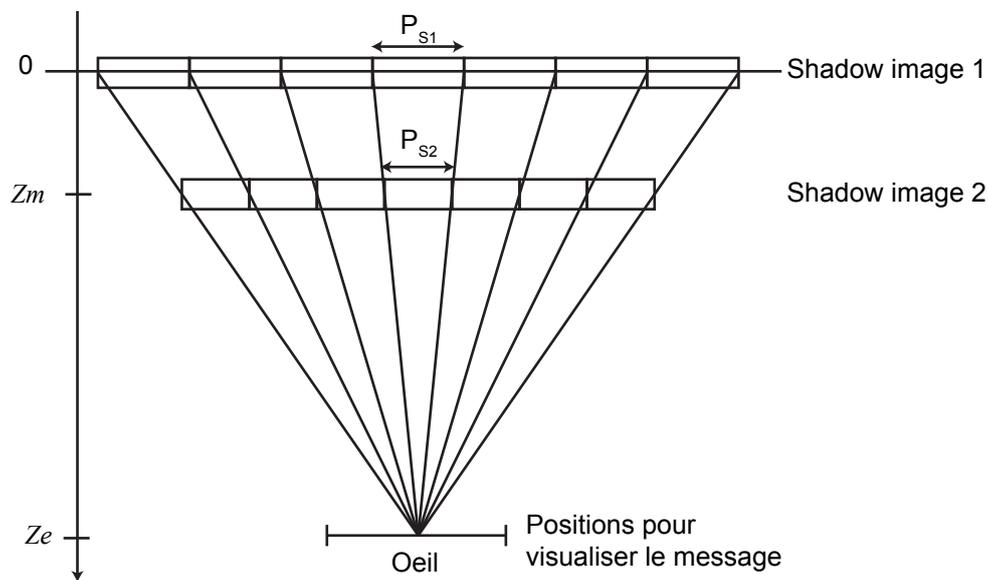


Figure 3.17 – Schéma de principe sur la limitation de l’angle de visibilité du message par superposition de deux SIs séparés par une couche d’air.

Comme nous pouvons le voir sur la figure 3.17, la distance entre les deux SIs conditionne la zone de visibilité du message. En effet, les deux SIs n’étant pas placés l’un contre l’autre, un effet de perspective est introduit. Si nous regardons à la position nominale le message apparaît. En se décalant, les subpixels des deux SIs deviennent décorrélés : le message disparaît. Nous pouvons montrer que la distance Z_e entre l’œil et l’écran de projection, les tailles P_{S1} et P_{S2} des subpixels des deux SIs et la distance Z_m entre les deux SIs sont reliées par la relation suivante :

$$Z_e = \frac{Z_m P_{S1}}{P_{S1} - P_{S2}} \quad (3.1)$$

Liu a montré dans [LWL09] qu’un décalage de $m - 1$ subpixels au plus permettait de visualiser encore le message. En transposant un décalage des SIs en un décalage

de la position de l'œil, nous en déduisons que la distance d_e maximale à la position nominale est donnée par :

$$d_e = \frac{Z_e(m-1)P_{S1}}{Z_m} \quad (3.2)$$

Nous avons appliqué cette technique pour un message secret binaire de 128×128 pixels. Un des deux SIs est imprimé sur un transparent à la résolution d'image de 75 *dpi* (nous tenons compte des caractéristiques du vidéo-projecteur mentionné dans le paragraphe sur la projection). La distance Z_m vaut 3,7cm. L'appareil photo est placé à 50cm de l'écran semi-diffusant. L'équation (3.1) donne la taille du subpixel du SI projeté : 366 μm . Sur la figure 3.18 sont représentées l'image de la superposition numérique (a), le résultat du recalage automatique (b) et la disparition du message pour un décalage d'un centimètre [calculé à partir de l'équation (3.2)] (c).

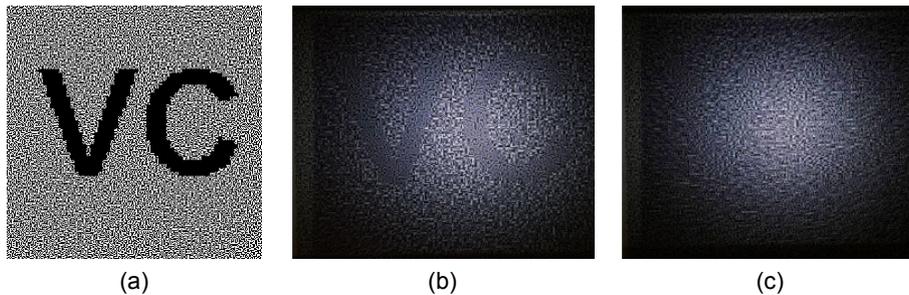


Figure 3.18 – (a) Superposition numérique des deux SIs. (b) Superposition en utilisant la méthode de recalage, le message apparaît. (c) Après superposition, le message disparaît pour une translation de l'appareil photo d'un centimètre perpendiculairement à l'axe optique.

Nous avons montré dans ce chapitre une réalisation pratique de la cryptographie visuelle basée sur un système optique de projection d'un SI numérique sur un autre imprimé sur papier. La méthode de recalage proposée dans le chapitre précédent permet la projection précise du SI numérique. La technique de sécurisation d'un affichage proposé par Yamamoto *et al.* a notamment été étudiée pour tester la méthode de recalage : la projection s'avère suffisamment précise pour permettre la visualisation du message quelque soit la distance entre le support de la projection du SI et le SI imprimé, à condition d'avoir suffisamment de profondeur de champ.

Conclusion de la première partie

La cryptographie visuelle proposée par Naor et Shamir a été étudiée dans la perspective de procéder à une vérification du SI imprimé sur le document à authentifier. Dans ce contexte, la précision de la méthode, adaptée à la structure des SIs, que nous avons introduite pour leur recalage, autorise une taille réduite du SI imprimé. Cette méthode de recalage constitue la brique essentielle d'un outil d'aide à la visualisation/reconnaissance automatique du message via une projection optique du SI numérique. Ainsi, elle rend opérationnel ce type de contrôle sur le terrain, par une autorité compétente.

En terme d'authentification, l'étape suivante est de pouvoir garantir que le SI imprimé est effectivement authentique. L'axe que nous avons choisi de suivre à ces fins est fondé sur la difficulté de reproduction du rendu des couleurs, rendu qualifiable dans notre contexte de superposition des SIs. Cela nous amène tout naturellement à étudier au préalable le processus d'impression et le rendu colorimétrique de la superposition des SIs imprimés sur des supports transparents, ou transparents et opaques (une modélisation du processus de projection serait également envisageable). La modélisation des propriétés optiques de surfaces imprimées en demi-tons constitue ainsi l'objet de la deuxième partie de ce mémoire.

Deuxième partie

MODÈLES DE RÉFLECTANCE ET
TRANSMITTANCE SPECTRALES POUR
DES EMPILEMENTS DE SUPPORTS
IMPRIMÉS EN DEMI-TON

Introduction de la deuxième partie

Nous avons décrit dans la première partie la cryptographie visuelle à partir d'images binaires. Dans l'optique d'augmenter les capacités d'information transmise ainsi que la difficulté de reproduction des images obtenues, nous proposons d'étendre la cryptographie visuelle aux images en couleur et nous nous intéressons de ce fait au rendu visuel des surfaces imprimées en couleur. Dans le domaine de la reproduction des couleurs, plusieurs modèles ont été développés dans le courant du *XX*^e siècle afin de prédire le rendu de surfaces colorées notamment par des procédés d'impression. L'impression d'images en couleur nécessite de caractériser complètement la chaîne d'impression afin d'obtenir les couleurs souhaitées. Ceci peut être fait par la mesure d'un ensemble d'échantillons imprimés et l'établissement d'une table de correspondance (« look up table ») entre paramètres d'entrée du système d'impression et les couleurs obtenues en sortie. Cette méthode de calibration peut être longue et fastidieuse dans la mesure où le nombre de mesures nécessaires à une calibration précise est très élevé, autour de 1500 couleurs pour l'impression offset à quatre encres [Nor04]. Cependant, l'utilisation d'un modèle prédictif du rendu des couleurs [Neu37, CY53, WC53, Yul67] peut faciliter la calibration du système d'impression. Contrairement à la calibration par table de correspondance, une majorité de ces modèles décrit l'interaction entre la lumière et la surface colorée. Les paramètres du modèle sont déduits à partir d'un petit ensemble d'échantillons à mesurer, permettant ainsi de prédire le rendu couleur de toute surface imprimée. Ces modèles ont d'abord été conçus pour des surfaces observées en réflexion, mais ils ont été récemment transposés à l'observation en transmission [HH06, HHS08, HH11], l'imprimé étant cette fois placé entre la source lumineuse et l'observateur. Puisque le schéma de cryptographie visuelle repose sur la superposition d'images, notre prin-

cial apport dans ce domaine réside dans l'extension des modèles aux imprimés superposés. Ces modèles sont des modèles spectraux ; il est établi depuis longtemps que leur précision est meilleure que celle des modèles colorimétriques. Nous utilisons néanmoins une métrique visuelle pour comparer les spectres prédits avec les spectres mesurés, le seuil de précision que nous souhaitons atteindre étant associé à celui de la perception humaine.

Dans un premier chapitre (chapitre 4), nous proposons de rappeler les notions de radiométrie et de colorimétrie nécessaires à la compréhension des modèles. Le chapitre suivant (chapitre 5) est consacré à la description du processus d'impression d'images. Le chapitre 6 est dédié à la description des modèles prédictifs en réflexion et en transmission. Le chapitre 7 s'intéresse enfin aux imprimés superposés, avec deux modèles originaux basés sur des approches à deux flux, l'un pour les piles de transparents imprimés et l'autre pour l'empilement d'un transparent imprimé superposé à un fond diffusant, lui aussi imprimé. Tous les modèles présentés ici ont été validés expérimentalement. Grâce aux bonnes performances des modèles, nous proposons à la fin du chapitre 7 une application où une même couleur est obtenue par plusieurs combinaisons de couleurs superposées, avec une tolérance inférieure au seuil de perceptibilité des écarts de couleur par un observateur humain.

Notions de radiométrie et de colorimétrie

Dans ce chapitre, nous rappelons quelques notions importantes de radiométrie, pour la caractérisation des rayonnements optiques, et de colorimétrie, pour les caractéristiques perceptuelles de la couleur.

4.1 Radiométrie

La radiométrie définit des grandeurs permettant de caractériser les transferts de radiation lumineuse, entre sources, surfaces et détecteurs. Ces grandeurs sont liées entre elles par des lois [ML99, BWB99]. Nous nous contenterons ici de rapporter les lois concernant la lumière incohérente, appartenant au domaine de la radiométrie géométrique, encore appelée « radiométrie des rayons ».

Afin de décrire la distribution des radiations dans l'espace, la radiométrie se base sur des grandeurs géométriques. Parmi celles-ci, l'angle solide est le rapport entre l'aire A d'une portion (convexe) de sphère et le carré de son rayon d (figure 4.1). L'angle solide, Ω , s'exprime en stéradians (sr) et s'écrit :

$$\Omega = \frac{A}{d^2} \quad (4.1)$$

Pour un objet plan dont les dimensions transversales (perpendiculaires à la ligne de visée) sont petites vis-à-vis de sa distance d au point d'observation, l'angle solide

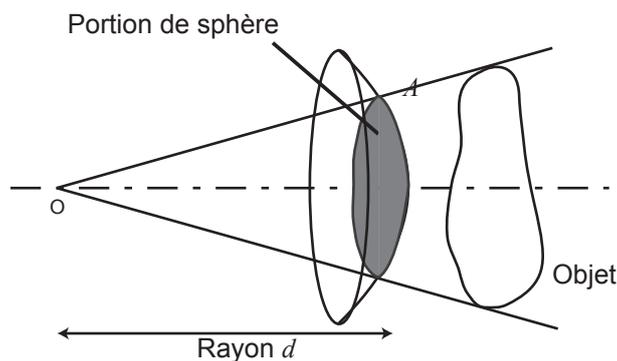


Figure 4.1 – Définition de l'angle solide d'un objet volumique.

élémentaire (figure 4.2) a pour expression :

$$d\Omega = \frac{dS' \cos \theta'}{d^2} \quad (4.2)$$

où dS' est la surface réelle de l'objet, d la distance entre le point d'observation et l'objet et θ' l'angle entre la direction d'observation et la normale à la surface de l'objet. Le terme $dS' \cos \theta'$ correspond alors à la *surface apparente* de l'objet.

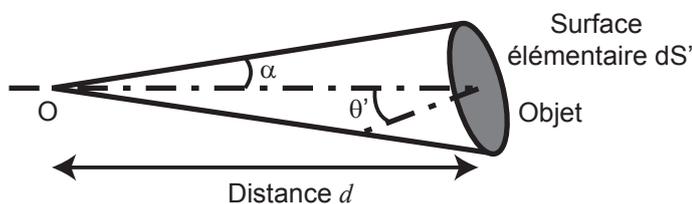


Figure 4.2 – Définition de l'angle solide infinitésimal pour un objet plan.

L'angle solide élémentaire défini par une couronne dont le rayon angulaire moyen est α et la largeur angulaire $d\alpha$, est égal à :

$$d\Omega = 2\pi \sin \alpha d\alpha \quad (4.3)$$

L'angle solide défini par un cône de révolution de demi-angle au sommet α_M est égal à :

$$\Omega_M = \int_0^{\alpha_M} 2\pi \sin \alpha d\alpha = 2\pi (1 - \cos \alpha_M) \quad (4.4)$$

A partir de cette relation (4.4), nous en déduisons la valeur de 2π sr pour l'angle solide d'un demi-espace et de 4π sr pour celui de l'espace entier.

La première grandeur radiométrique est le *flux*, F , qui désigne la puissance de la radiation par unité de temps et s'exprime en *Watts* (W).

A partir du flux, on définit l'*intensité* I (en W sr^{-1}) comme la densité de flux dF par unité d'angle solide $d\Omega$ dans une direction (θ, φ) donnée :

$$I(\theta, \varphi) = \frac{dF(\theta, \varphi, d\Omega)}{d\Omega} \quad (4.5)$$

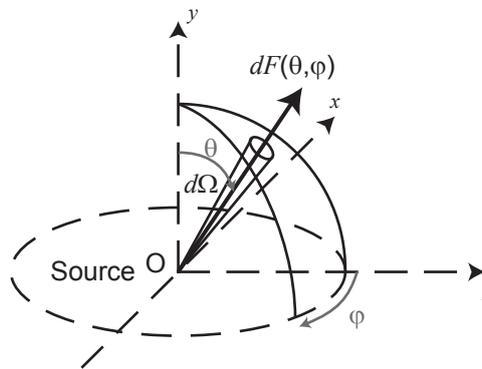


Figure 4.3 – Définition de l'intensité.

Dans le cas où l'intensité est identique quelque soit la direction d'observation, la source est dite *isotrope*. L'intensité est représentée par son *indicatrice* qui représente la valeur de l'intensité pour chaque direction d'orientation (θ, φ) en coordonnées sphériques. Pour une source isotrope, l'indicatrice d'intensité est une sphère. Une source très directive aura alors une indicatrice très allongée dans la direction d'émission. L'intensité est plutôt réservée aux sources ponctuelles.

Afin de tenir compte de l'étendue spatiale de la source, nous définissons la *luminance* L comme le rapport entre l'intensité et la surface apparente $dA_S \cos \theta_S$ de la source. Elle s'exprime en $\text{W m}^{-2} \text{sr}^{-1}$ et est égale à :

$$L(x, y, z, u, v) = \frac{dI(x, y, z, u, v)}{dA_S \cos \theta_S} \quad (4.6)$$

L'intensité étant définie à partir du flux F et de l'angle solide $d\Omega$, la luminance peut également être définie à partir de ce même flux.

L'étendue géométrique d^2G correspond à la grandeur liant le flux élémentaire

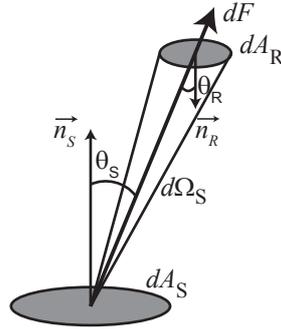


Figure 4.4 – Définition de la luminance.

d^2F et la luminance L_S de la source.

$$L_S = \frac{d^2F}{d^2G} \quad (4.7)$$

où l'étendue géométrique s'écrit à partir des équations (4.5) et (4.6) :

$$d^2G = \frac{dA_S \cos \theta_S dA_R \cos \theta_R}{d^2} \quad (4.8)$$

Nous pouvons remarquer que l'équation (4.8) donne l'égalité entre $dA_S \cos \theta_S d\Omega_S$ et $dA_R \cos \theta_R d\Omega_R$. Ainsi, dans un milieu sans perte, il y a conservation de la luminance. En effet, le flux émis par la source dans l'angle solide $d\Omega_S$ sous-tendu par le récepteur est égal au flux reçu par celui-ci en provenance de l'élément dA_S de la source :

$$L_R(x', y', z', u, v) dA_R \cos \theta_R d\Omega_R = L_S(x, y, z, u, v) dA_S \cos \theta_S d\Omega_S \quad (4.9)$$

Par conséquent, il y a égalité entre L_R et L_S .

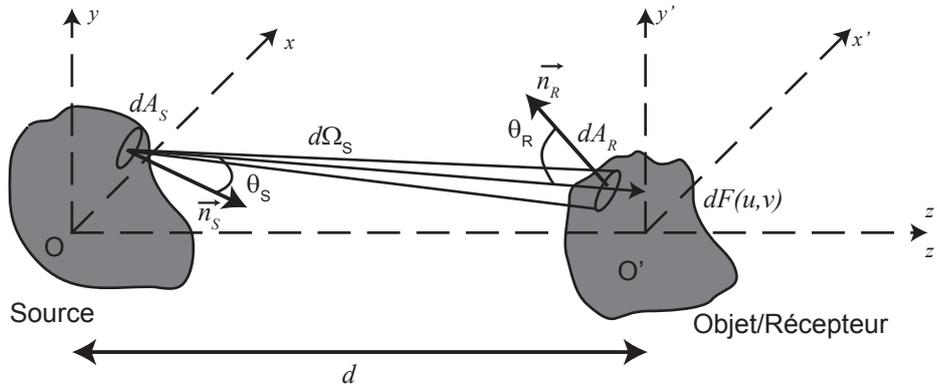


Figure 4.5 – Conservation de la luminance.

Enfin, la quatrième grandeur définie en radiométrie est l'éclairement E , densité de flux dF reçue par unité de surface dS :

$$E = \frac{dF}{dS} \quad (4.10)$$

L'éclairement s'exprime en W m^{-2} . Lorsque la lumière est incidente sur l'objet,

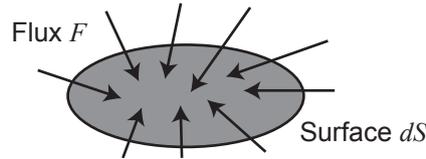


Figure 4.6 – Définition de l'éclairement.

on parle d'éclairement, tandis qu'on parle d'*exitance* lorsque la lumière part de la surface de l'objet.

A partir des définitions des grandeurs radiométriques, on peut introduire la loi de Bouguer et la loi de Lambert. La loi de Bouguer permet de définir l'éclairement d'une surface à partir de l'intensité I de la source dans la direction (u, v) et la distance d (supposée grande devant l'aire de la surface) entre les deux :

$$E = \frac{I(u, v) \cos \theta_R}{d^2} \quad (4.11)$$

où θ_R est l'angle d'incidence sous lequel la surface de l'objet est éclairée.

La loi de Lambert lie l'éclairement à la luminance dans le cas de lumière parfaitement diffuse. Soit un élément de surface dA_R éclairé par un rayonnement de luminance uniforme L_R à l'intérieur d'un angle solide $d\Omega_R$, supposé de révolution autour de la normale à la surface, de demi-angle au sommet θ_M . L'éclairement E_R de cette surface est lié à la luminance L_R par la relation :

$$E_R = \pi L_R dA_R \sin^2 \theta_M \quad (4.12)$$

Dans le cas où la luminance est uniforme sur la demi-sphère, le rapport entre l'éclairement E_R et la luminance L_R vaut π (loi de Lambert).

Une surface est dite *lambertienne* lorsque qu'elle réémet, par réflexion ou par transmission, une luminance uniforme dans toutes les directions. Lorsque la totalité du flux incident est réfléchié ou transmise, on parle de *diffuseur parfait*. Ainsi, pour un diffuseur parfait, éclairement et luminance sont reliés par la loi de Lambert :

$$E = \pi L \quad (4.13)$$

Le facteur de réflexion, communément appelé *réflectance* (respectivement facteur de transmission ou *transmittance*) est le rapport entre le flux réfléchi (respectivement transmis) par un élément de surface à travers un angle solide Ω_R donné et le flux reçu par celui-ci depuis un angle solide Ω_i donné. A chaque paire d'angles solides correspond donc une réflectance différente. Nicomedus *et al.* [NRH⁺77] regroupe les angles solides sous trois catégories : les angles solides infinitésimaux (directionnels), finis (coniques) et hémisphériques, définissant ainsi neuf géométries. Deux configurations sont utilisées dans ce mémoire : la géométrie dite hémisphérique-directionnelle et la géométrie bi-hémisphérique (voir figure 4.7).

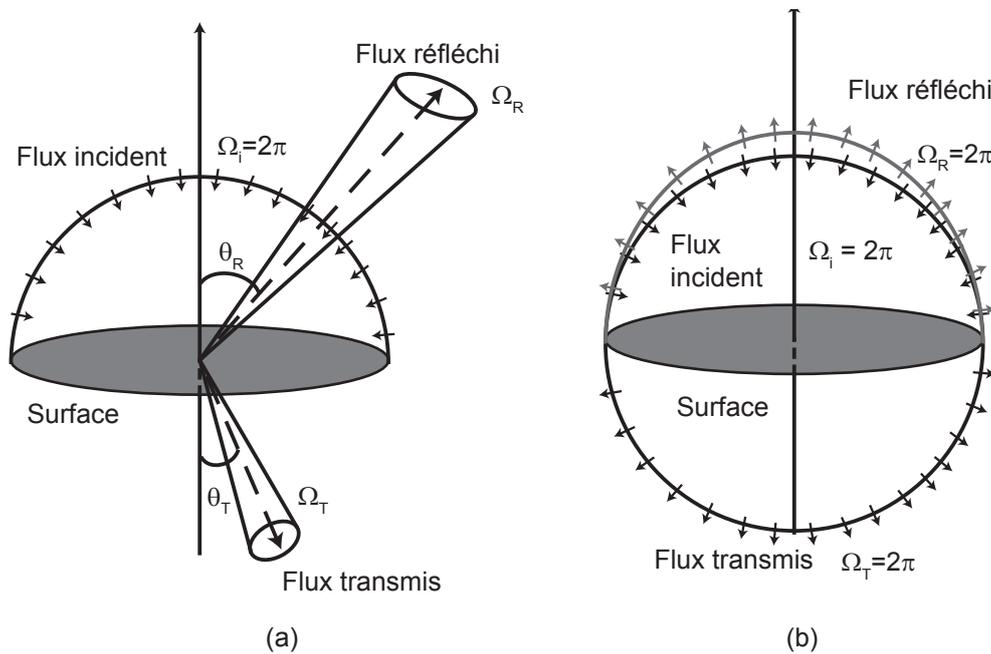


Figure 4.7 – Représentation des géométries hémisphérique-directionnelle (a) et bi-hémisphérique (b) pour les modes en réflexion et transmission.

Pour ces deux géométries, le rapport entre le flux incident sur la surface étudiée et le flux capté par le détecteur définit la réflectance et la transmittance de l'échantillon (figure 4.8). La réflectance s'écrit alors :

$$R = \frac{\Phi_D}{\Phi_A} \quad (4.14)$$

et la transmittance :

$$T = \frac{\Phi_D}{\Phi'_A} \quad (4.15)$$

où Φ_D est le flux reçu par le détecteur et Φ_A (respectivement Φ'_A) le flux émis par

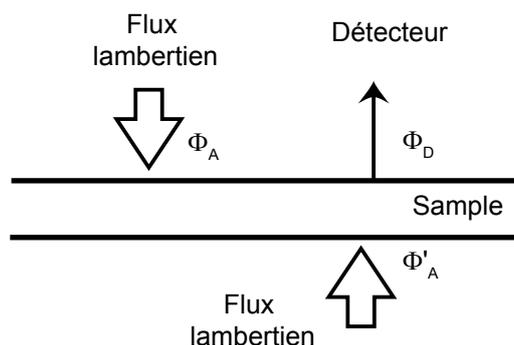


Figure 4.8 – Géométrie de mesure en mode réflexion (Φ_A est reçu par l'échantillon) et en mode transmission (Φ'_A est reçu).

la source (resp. pour la transmittance).

La géométrie de mesure, liée au spectrophotomètre utilisé pour les vérifications expérimentales, est une géométrie hémisphérique-directionnelle. Le spectrophotomètre est constitué d'une sphère intégrante permettant d'obtenir une source lambertienne (luminance uniforme sur une demi-sphère) et d'un détecteur captant un flux dans une direction à 8° de la normale à l'échantillon. Cette géométrie est notée $d:8^\circ$ [CIE95], voir figure 4.9(a). Le détecteur n'observant pas à la normale de l'échantillon, nous pouvons considérer les cas où la réflexion spéculaire est incluse (notée $di:8^\circ$ selon les recommandations de la CIE) dans la mesure de la réflectance globale ou exclue (notée $de:8^\circ$). Ceci permet de mesurer la contribution de la réflexion spéculaire d'un support diffusant à surface lisse (par exemple un papier photo brillant, un film transparent). Pour les mesures de transmittance, l'échantillon est placé entre la sphère intégrante et le détecteur, contre la sphère. Ainsi, l'arrière de l'échantillon est éclairé par une source lambertienne et le détecteur, placé à la normale de l'échantillon, capture un flux directionnel. La géométrie est alors notée $d:0^\circ$, voir figure 4.9(b). Notons toutefois que lorsque l'échantillon est non-diffusant, seule la luminance arrivant à incidence normale est détectée, et la géométrie de mesure devient $0^\circ:0^\circ$. Il en est ainsi pour le « transmetteur parfait » qu'est le vide, ou l'air. De même, lorsque l'échantillon est purement spéculaire, seule la luminance arrivant selon une direction symétrique à celle de mesure, la géométrie de mesure devient $8^\circ:8^\circ$. C'est le cas pour un miroir, par exemple.

Notons que le spectromètre (dans la géométrie de mesure $d:8^\circ$ ou $d:0^\circ$) ne mesure pas directement la réflectance (4.14) [resp. transmittance (4.15)] de l'échantillon mais un facteur de luminance \hat{R} (resp. \hat{T}) donné par :

$$\hat{R} = \frac{R}{R_{ref}} \quad (4.16)$$

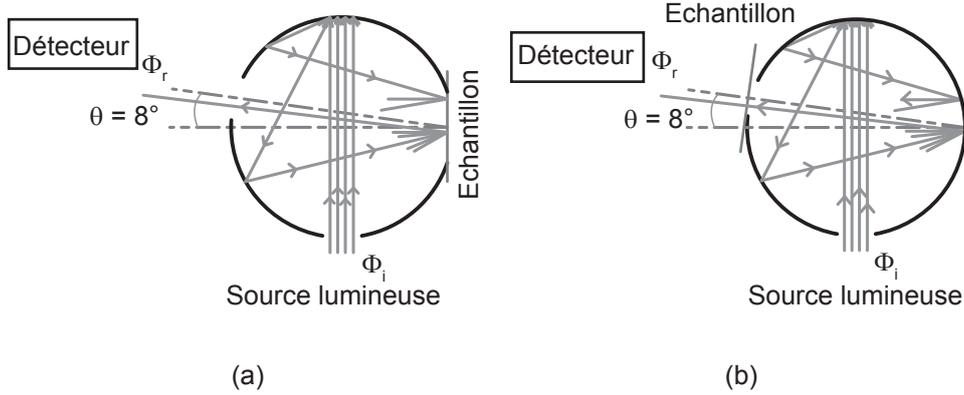


Figure 4.9 – Géométrie de mesure (a) diffus/8° pour la réflexion et (b) diffus/0° pour la transmission.

où R_{ref} est la réflectance d'un diffuseur parfait égale à $1/\pi$ (loi de Lambert), et R la réflectance de l'échantillon. Ainsi, dans la suite de ce mémoire, nous utiliserons le facteur de luminance en réflexion \hat{R} lorsque l'échantillon, supposé diffusant, est mesuré dans la géométrie $d:8^\circ$ et facteur de luminance en transmission \hat{T} pour l'échantillon mesuré dans la géométrie $d:0^\circ$. Pour un échantillon Lambertien, le facteur de luminance en réflexion (resp. transmission) est égal à la réflectance (resp. transmittance).

4.2 Radiométrie spectrale

Une source lumineuse ayant un spectre d'émission, qui peut être quasi-monochromatique ou continu sur une bande de longueurs d'onde plus ou moins étendue, on doit définir les grandeurs radiométriques précédentes sur ce spectre entre les longueurs d'onde λ et $\lambda + d\lambda$. Elles sont alors nommées *grandeurs spectrales* [ML99]. Ainsi, on définit le *flux spectrique* qui correspond donc au flux par unité de longueur d'onde : $F_\lambda = dF/d\lambda$, d'*intensité spectrique*, de *luminance spectrique* et enfin d'*éclairage spectrique*. On définit alors la réflectance spectrale, et non spectrique car il ne s'agit pas d'une densité de réflectance, par :

$$R_{\lambda_0} = \frac{F_\lambda^r \Delta\lambda}{F_\lambda^i \Delta\lambda} \quad (4.17)$$

où $F_\lambda^r \Delta\lambda$ est le flux spectrique réfléchi dans la bande de longueurs d'onde $\Delta\lambda$ centré en λ_0 et $F_\lambda^i \Delta\lambda$ est le flux spectrique incident.

De même, la transmittance spectrale est définie par :

$$T_{\lambda_0} = \frac{F_{\lambda}^t \Delta\lambda}{F_{\lambda}^i \Delta\lambda} \quad (4.18)$$

où $F_{\lambda}^t \Delta\lambda$ est le flux spectrique transmis.

Nous considérons que la lumière est naturelle, c'est-à-dire incohérente et non polarisée. Elle est modélisée par la somme de deux composantes polarisées linéairement, perpendiculaires entre elles et indépendantes. Nous supposons que les phénomènes optiques ne conduisent pas la lumière à changer de longueur d'onde au cours de son parcours ce qui exclut en particulier les phénomènes de luminescence. Les phénomènes peuvent donc être décrits de manière analogue dans toute bande spectrale.

4.3 Propriété optique d'un milieu

Dans un milieu non diffusant de coefficient d'absorption α , la lumière est atténuée exponentiellement en fonction de la longueur h parcourue. D'après la loi de Beer [PGG95], l'atténuation est :

$$t = \exp(-\alpha h) \quad (4.19)$$

Pour une couche d'épaisseur h , ce facteur t correspond à la transmittance bidirectionnelle de la couche dans la direction normale que l'on appellera *transmittance normale*. Si la direction du flux incident est différente de l'incidence normale, d'angle θ , le chemin optique traversé par la lumière vaut $h/\cos\theta$ et l'atténuation devient :

$$\exp(-\alpha h/\cos\theta) = t^{h/\cos\theta} \quad (4.20)$$

Nous considérons dans ce mémoire que les milieux étudiés sont des milieux diélectriques dont l'indice de réfraction dans le domaine des longueurs d'onde du visible est supposé réel et constant.

4.4 Propriétés optiques d'une interface entre deux milieux

A l'interface entre deux milieux d'indices de réfraction différents, un rayon incident est partiellement réfléchi, partiellement transmis dans des directions déter-

minées en fonction de l'angle d'incidence par rapport à la normale par les lois de Snell-Descartes. En appelant j et k les deux milieux, d'indices de réfraction respectifs n_j et n_k , la troisième loi dite « des sinus » permet de relier l'angle d'incidence dans un milieu et l'angle de réfraction dans l'autre milieu par (figure 4.10) :

$$n_j \sin \theta_j = n_k \sin \theta_k \quad (4.21)$$

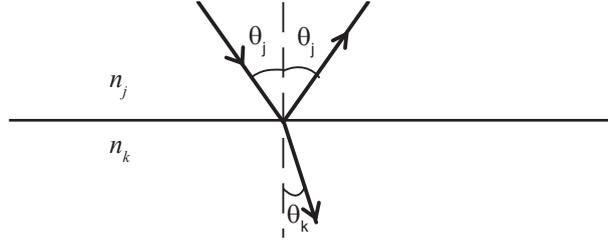


Figure 4.10 – Loi de réfraction à l'interface de deux milieux d'indices de réfraction différents.

Les proportions de flux réfléchi et transmis sont données par les formules de Fresnel [BWB99]. Pour une lumière naturelle incidente du côté du milieu j à l'angle θ_j , la réflectance angulaire est :

$$\begin{aligned} R_{jk}(\theta_j) &= \frac{1}{2} \left[\frac{n_j (n_k^2 - n_j^2 \sin^2 \theta_j)^{\frac{1}{2}} - n_k^2 \cos \theta_j}{n_j (n_k^2 - n_j^2 \sin^2 \theta_j)^{\frac{1}{2}} + n_k^2 \cos \theta_j} \right]^2 \\ &+ \frac{1}{2} \left[\frac{(n_k^2 - n_j^2 \sin^2 \theta_j)^{\frac{1}{2}} - n_j \cos \theta_j}{(n_k^2 - n_j^2 \sin^2 \theta_j)^{\frac{1}{2}} + n_j \cos \theta_j} \right]^2 \end{aligned} \quad (4.22)$$

L'interface possède la même réflectance angulaire lorsque la lumière provient du milieu k à l'angle θ_k lié à θ_j par la loi de Snell-Descartes (4.21) :

$$R_{kj}(\theta_k) = R_{jk}(\theta_j) \quad (4.23)$$

Par conservation de l'énergie aux interfaces, la transmittance angulaire $T_{jk}(\theta_j)$ est obtenue à partir de la réflectance angulaire $R_{jk}(\theta_j)$ par :

$$T_{jk}(\theta_j) = 1 - R_{jk}(\theta_j) \quad (4.24)$$

La propriété de réciprocité explicitée par l'équation (4.23) s'applique aussi pour la transmittance angulaire.

En incidence normale ($\theta_j = \theta_k = 0$), la réflectance angulaire et la transmittance angulaire ne dépendent que des indices de réfraction des deux milieux. Ainsi, la réflectance angulaire à l'interface jk s'écrit :

$$R_{jk}(0) = \left(\frac{n_k - n_j}{n_k + n_j} \right)^2 \quad (4.25)$$

Un faisceau à 8° de la normale peut être considéré comme étant normal à la surface car les facteurs angulaires de Fresnel à 0° et 8° sont quasi identiques.

Pour une source lambertienne, la réflectance bi-hémisphérique de l'interface est obtenue par calcul de l'intégrale de la réflectance angulaire sur la demi-sphère. La réflectance bi-hémisphérique (figure 4.11) pour une lumière incidente depuis le milieu j s'obtient de la manière suivante.

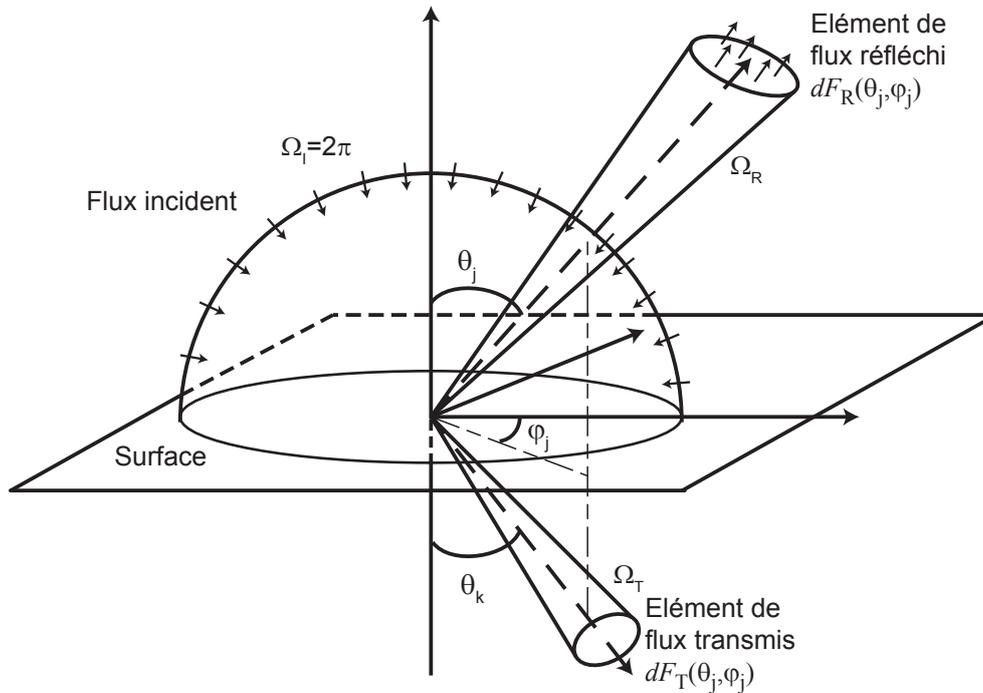


Figure 4.11 – Représentation de la géométrie bi-hémisphérique. L'élément de flux réfléchi (resp. transmis) $dF_R(\theta_j, \varphi_j)$ [resp. $dF_T(\theta_j, \varphi_j)$] est intégré sur la demi-sphère.

La luminance incidente étant supposée parfaitement diffuse, la luminance incidente dans toutes les directions est liée à l'éclairement, selon la loi de Lambert, par :

$$L_i = \frac{E_i}{\pi} \quad (4.26)$$

En utilisant les équations (4.5), (4.6) et (4.10), l'élément d'existance, d^2E_R , par la surface s'écrit alors :

$$d^2E_R = R_{jk}(\theta_j) L_i \cos \theta_j d^2\Omega_j \quad (4.27)$$

où $R_{jk}(\theta_j)$ est la réflectance pour la direction (θ_j, φ_j) et $d^2\Omega_j$ est l'angle solide sous lequel est perçu la surface éclairée, qui vaut, en coordonnées sphériques $\sin \theta_j d\theta_j d\varphi_j$. Ainsi, l'existance totale sur la demi-sphère vaut :

$$\begin{aligned} E_R &= \int_{\varphi_j=0}^{2\pi} \int_{\theta_j=0}^{\pi/2} R_{jk}(\theta_j) L_i \cos \theta_j d^2\Omega_j \\ &= \pi L_i \int_{\theta_j=0}^{\pi/2} R_{jk}(\theta_j) \sin 2\theta_j d\theta_j \end{aligned} \quad (4.28)$$

La réflectance bi-hémisphérique, r_{jk} , étant le rapport entre l'existance E_R et l'éclairement E_i , nous en déduisons :

$$r_{jk} = \int_{\theta_j=0}^{\pi/2} R_{jk}(\theta_j) \sin 2\theta_j d\theta_j \quad (4.29)$$

De même, la transmittance bi-hémisphérique s'écrit :

$$t_{jk} = \int_{\theta_j=0}^{\pi/2} T_{jk}(\theta_j) \sin 2\theta_j d\theta_j = 1 - r_{jk} \quad (4.30)$$

La propriété de réciprocité énoncée pour une lumière directionnelle [Eq. (4.23)] n'est plus valide pour un éclairage lambertien. On peut obtenir les réflectance r_{kj} et transmittance t_{kj} bi-hémisphériques à partir de la conservation de l'étendue géométrique à travers l'interface entre les deux milieux j et k . L'étendue géométrique d^2G_j dans le milieu j est relié à l'étendue géométrique d^2G_k dans le milieu k par la relation suivante, obtenue en utilisant les lois de Snell-Descartes :

$$n_j^2 d^2G_j = n_k^2 d^2G_k \quad (4.31)$$

Autrement dit, on en déduit l'égalité suivante

$$n_j^2 d^2\Omega_j = n_k^2 d^2\Omega_k \quad (4.32)$$

En utilisant (4.24), c'est-à-dire $T_{kj}(\theta_k) = T_{jk}(\theta_j)$ et à partir de (4.32), on en déduit

que

$$\begin{aligned} d^2 E_T &= T_{kj}(\theta_k) L_i \cos \theta_k d^2 \Omega_k \\ &= \left(\frac{n_j}{n_k} \right)^2 T_{jk}(\theta_j) L_i \cos \theta_j d^2 \Omega_j \end{aligned} \quad (4.33)$$

La transmittance t_{kj} en suivant le même raisonnement que pour les équations (4.28) et (4.29) s'écrit alors :

$$t_{kj} = \left(\frac{n_j}{n_k} \right)^2 t_{jk} \quad (4.34)$$

On peut alors déduire la réflectance r_{kj} par :

$$r_{kj} = 1 - t_{kj} = 1 - \left(\frac{n_j}{n_k} \right)^2 (1 - r_{jk}) \quad (4.35)$$

Par exemple, pour $n_j = 1$ et $n_k = 1,5$ et à l'incidence normale, la réflectance $R_{jk}(0)$ à l'interface jk vaut 0,04. La transmittance $T_{jk}(0)$ vaut 0,96. On obtient également $r_{jk} = 0,1$; $t_{jk} = 0,9$; $r_{kj} = 0,6$ et $t_{kj} = 0,4$.

4.5 Colorimétrie

Tout objet, éclairé par un source lumineuse émettant dans le domaine du visible, réfléchit, transmet et absorbe dans des proportions plus ou moins grandes suivant la longueur d'onde. En ce sens, un objet est coloré en fonction de la partie du spectre qu'il réfléchit ou transmet. La couleur d'un objet résulte d'une interprétation par le système visuel humain (au niveau du cortex cérébral) du signal nerveux issu de la rétine en réponse à un signal lumineux, dépendant notamment de sa distribution spectral de puissance et de l'environnement de l'objet (éclairage, objets alentour, etc). Les mécanismes de perception de la couleur ayant fait l'objet de nombreuses recherches (plusieurs ouvrages sont consacrés à leur description dont nous citons quelques uns [OR06, Ber00, Sha03]). Nous décrivons brièvement comment peut être décrite la couleur. L'interprétation moderne des lois de Grassmann, proposées au milieu du XIX^esiècle, conduisent à énoncer que la couleur peut être obtenue par une combinaison linéaire de trois couleurs primaires dont les coefficients sont appelés *color matching coefficients*[OR06] en anglais :

$$C = \bar{r}_\lambda R + \bar{g}_\lambda G + \bar{b}_\lambda B \quad (4.36)$$

où R , G et B sont les composantes primaires, \bar{r}_λ , \bar{g}_λ et \bar{b}_λ les réponses spectrales de l'œil pour les trois composantes. Ces coefficients ont été obtenus expérimentale-

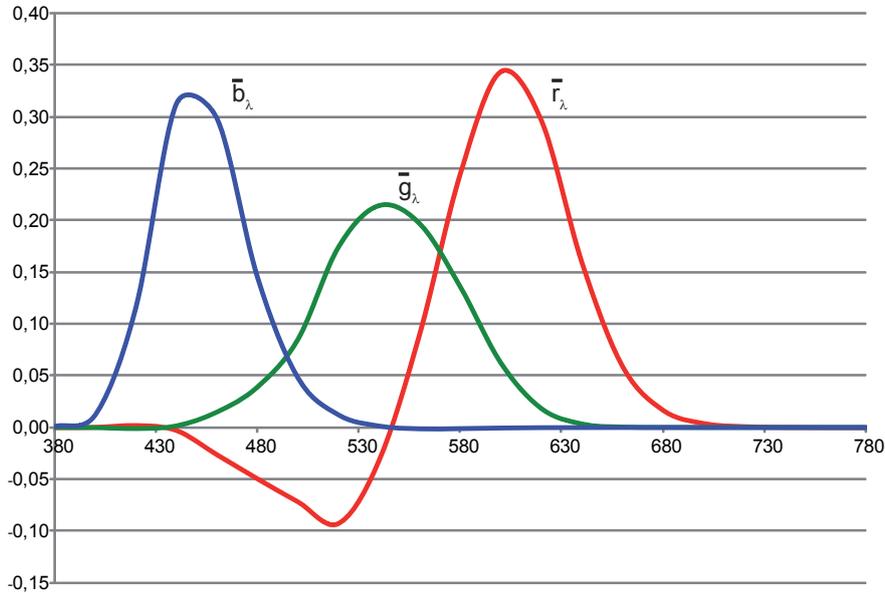


Figure 4.12 – Réponses spectrales des composantes primaires.

ment sur un panel de personnes devant moduler l'intensité de trois faisceaux colorés (rouge, vert et bleu) afin d'obtenir la même couleur que celle produite par un autre système (qui est monochromatique). Lorsque les couleurs sont identiques, les valeurs de l'intensité des trois faisceaux pour chaque couleur monochromatique test sont conservées. Lorsque la couleur testée ne peut être obtenue à partir de l'addition des trois composantes, une quantité d'une ou plusieurs composantes des primaires est ajoutée au faisceau test. Ainsi cette quantité sera comptabilisée négativement, ce qui explique la partie négative de la courbe \bar{r}_λ . Ces trois courbes reflètent la sensibilité des cônes aux longueurs d'onde de la lumière incidente. Les cônes L sont sensibles aux longues longueurs d'onde (le rouge), les cônes M aux moyennes (le vert) et les cônes S aux courtes (le bleu). À partir de ces courbes, la Commission Internationale de l'Éclairage (CIE) a introduit en 1931 [CIE31] les *color-matching functions* $\bar{x}(\lambda)$, $\bar{y}(\lambda)$ et $\bar{z}(\lambda)$ ([Ber00] p51) afin d'obtenir des valeurs positives pour toutes les longueurs d'onde.

À partir des *color-matching functions*, nous pouvons calculer les coordonnées

colorimétriques XYZ indépendantes de l'illuminant (source lumineuse) par :

$$\begin{aligned} X &= k \int_{\lambda} S(\lambda) R(\lambda) \bar{x}(\lambda) d\lambda \\ Y &= k \int_{\lambda} S(\lambda) R(\lambda) \bar{y}(\lambda) d\lambda \\ Z &= k \int_{\lambda} S(\lambda) R(\lambda) \bar{z}(\lambda) d\lambda \end{aligned} \quad (4.37)$$

où k est une constante de normalisation, $S(\lambda)$ le spectre de l'illuminant et $R(\lambda)$ le spectre en réflectance (ou en transmittance) de l'échantillon.

A partir des coordonnées colorimétriques XYZ , de nombreux espaces colorimétriques ont été introduits [Sha03]. Parmi ces espaces, nous nous intéressons plus particulièrement à deux d'entre eux : l'espace xyY et l'espace $L^*a^*b^*$. Le premier est obtenu en divisant les composantes X , Y et Z par la somme de ces composantes :

$$\begin{aligned} x &= \frac{X}{X + Y + Z} \\ y &= \frac{Y}{X + Y + Z} \end{aligned} \quad (4.38)$$

Cet espace est utilisé pour représenter le gamut d'un système d'impression ou d'affichage. Sur cet espace, une coupe à Y constant est visualisée sur le diagramme xy , appelé diagramme de chromaticité, sur lequel est représenté le *spectrum locus* correspondant aux points (x, y) associés aux lumières monochromatiques (figure 4.13).

A partir des coordonnées XYZ , nous pouvons calculer les coordonnées colorimétriques dans l'espace CIE $L^*a^*b^*$, nous prendrons la version de 1994 [CIE95]. Dans cet espace la *luminosité* (*lightness*) est définie par l'axe L^* , appelé axe achromatique (échelle des gris), la *teinte* est indiquée par un angle compris entre 0° et 360° et la *saturation* est déterminée par la distance sur le plan a^*, b^* par rapport à l'axe des gris [Ber00, OR06, Fai05]. L'axe des gris peut être vu comme une couleur ayant la même quantité de chacune des composantes R , G et B . La *teinte*, la *saturation* et la *luminosité* sont couramment employés comme attributs définissant la couleur. La *teinte* correspondant à la couleur, sa variation se traduit sur le diagramme de chromaticité xy par un déplacement sur le *spectrum locus*. La *saturation* correspond à la variation depuis la couleur pure vers l'axe achromatique. La *luminosité* correspond à la clarté de la couleur. L'espace CIELAB tel défini en 1994 présente des caractéristiques d'uniformité visuelle sur la mesure de différence de couleur. Pour déterminer l'écart colorimétrique entre deux couleurs, nous utilisons la distance notée ΔE_{94}

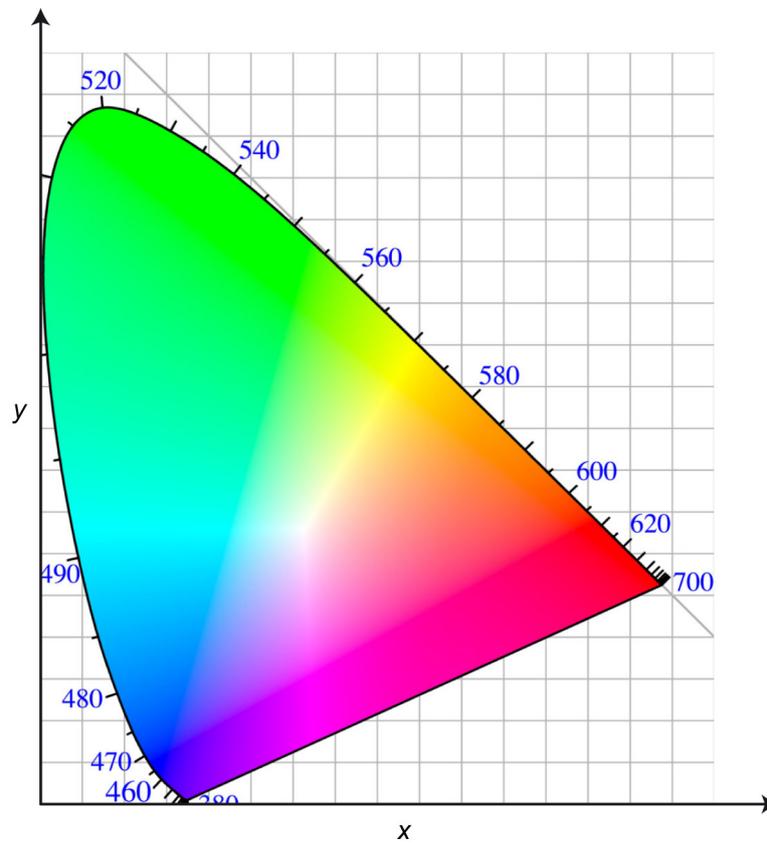


Figure 4.13 – Diagramme de chromaticité CIE (x, y) (les couleurs représentées dans le diagramme sont à titre d'illustration car le gamut du système d'impression/d'affichage limite les couleurs reproductibles).

[CIE95], définie par :

$$\Delta E_{94} = \sqrt{\left(\frac{L_1 - L_2}{K_l \cdot S_{l94}}\right)^2 + \left(\frac{C_1 - C_2}{K_c \cdot S_{c94}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta H}{K_h \cdot S_{h94}}\right)^2} \quad (4.39)$$

avec :

$$\begin{aligned} C_i &= \sqrt{a_i^2 + b_i^2}; i \in \{1, 2\} \\ \Delta H &= \sqrt{(a_1 - a_2)^2 + (b_1 - b_2)^2 - (C_1 - C_2)^2} \\ S_{c94} &= 1 + 0,0451 * \sqrt{C_1 C_2} \\ S_{h94} &= 1 + 0,015 * \sqrt{C_1 C_2} \end{aligned}$$

Les constantes K_l , K_c , K_h et S_{l94} sont égales à 1.

Nous considérons que des différences entre deux couleurs inférieures à 1 en valeur de ΔE_{94} comme étant non visuellement perceptible.

Reproduction d'images par impression

Afin d'étudier le rendu visuel de couleurs imprimées sur des supports diffusants ou non-diffusants, nous devons passer par l'étape de l'impression, qui consiste à matérialiser une image numérique. Selon la technologie d'impression (jet d'encre, offset, électrophotographique, transfert thermique, sublimation [Kip00]), plusieurs paramètres diffèrent, dont la formulation chimique des encres (sous forme de poudres, de liquides à base aqueuse ou grasses ...) et la technique de dépôt. Les images à imprimer, échantillonnées en pixels, seront imprimées par des systèmes d'impression binaires. Nous décrivons dans un premier temps les méthodes permettant de binariser des images à niveaux de gris, puis des images en couleur. Nous détaillons ensuite l'engrèvement du point d'encre dû à la répartition de l'encre à la surface ainsi qu'à la diffusion lumineuse dans le support. Nous proposons ensuite un modèle simple décrivant le dépôt d'encre en impression électrophotographique, qui sera testé sur des mires et sur les SIs.

5.1 Impression d'images à niveaux de gris

La plupart des images numériques en niveaux de gris sont représentées sur 8 bits, soit 256 niveaux. Cependant, l'imprimante est un système binaire qui dépose ou non de l'encre sur le support. Ainsi, pour représenter un niveau de gris quelconque, on doit réaliser une étape de préparation à l'impression dite de *tramage* [LA01]. Cette opération consiste à définir la répartition de l'encre sur la surface de manière à

rendre le niveau de gris souhaité lorsqu’on observe la surface d’assez loin pour ne percevoir qu’une couleur moyenne. La qualité de l’impression dépend de la taille des points d’encre et de leur distribution sur la surface. Le système visuel humain ne permet pas de distinguer, à une distance d’observation de 30 cm, plus de 60 lignes par centimètre. Au-delà, l’image est perçue comme étant uniforme [Kip00].

Le tramage classique consiste à répartir les points d’encre à imprimer selon une *trame* périodique ou irrégulière, avec des points d’encre plus ou moins gros. Il existe deux types de trame : celles à modulation de fréquence et celles à modulation d’amplitude. Il existe également des trames dites artistiques, non décrites ici, où les points correspondent à des motifs ou à du texte [OH95]. La première trame consiste à modifier la fréquence des points sur la surface pour changer le niveau de gris (figure 5.1), la taille des points étant généralement fixée. La deuxième consiste à modifier la taille des points d’encre en conservant leur position d’un niveau de gris à un autre (figure 5.1).

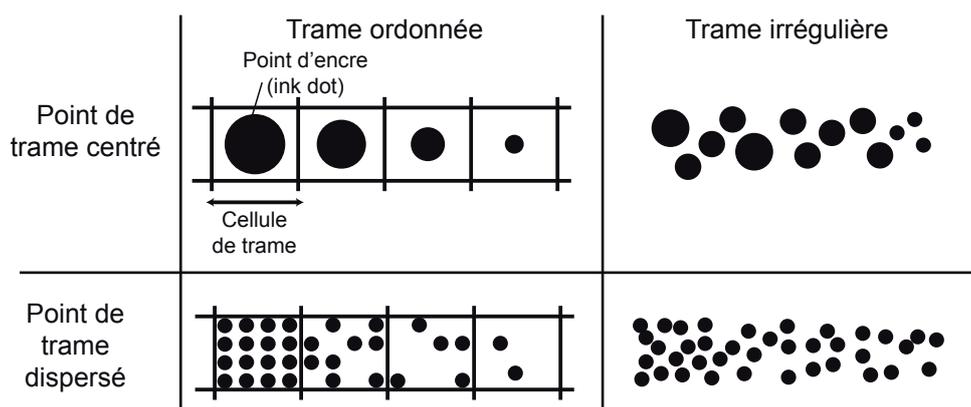


Figure 5.1 – Reproduction de niveaux de gris avec des trames à modulation d’amplitude (première ligne) et à modulation de fréquence (deuxième ligne). Les trames de la première colonne sont dites ordonnées, et celle de la deuxième colonne sont dites irrégulières.

La méthode de tramage consiste à faire correspondre les pixels de l’image à tramer avec les pixels encrables de l’imprimante, plus petite portion de la surface sur laquelle l’encre sera déposée. Rassembler les pixels encrables donne lieu à une *cellule de trame* dont la taille dépend de la *linéature* (en *lpi*). La linéature correspond donc au nombre de cellules par unité de longueur, donc à la fréquence des lignes de points sur la surface. La *résolution d’impression* correspond au nombre de pixels encrable par unité de longueur. Le rapport entre la résolution d’impression et la linéature définit le nombre de pixels qu’on peut affecter à chaque cellule de trame (voir figure 5.2). On définit alors le nombre de niveaux de gris G représentable avec

la résolution d'impression A et la linéature L par :

$$G = \left(\frac{A}{L}\right)^2 + 1 \quad (5.1)$$

Par exemple, pour une résolution d'impression pour une résolution A de 600 *dpi* et une linéature de 150 *lpi*, le nombre de niveaux de gris atteignable est de 17.

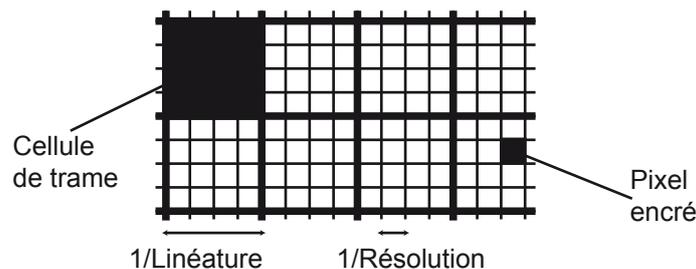


Figure 5.2 – Représentation d'une trame ordonnée. Le maillage à trait épais représente la disposition des cellules de trame. A l'intérieur de celle-ci se trouvent les pixels qui seront ou non encrés. La taille physique de ce pixel est donnée par l'inverse de la résolution, tandis que la taille de la cellule de trame est donnée par l'inverse de la linéature.

La résolution d'image correspond à la taille physique du pixel (numérique) de l'image : le rapport entre la résolution d'image et la résolution d'impression définit le nombre de pixels encrables pour chaque pixel de l'image. La figure 5.3 schématise le tramage d'une image. Les niveaux de gris des pixels de l'image sont représentés par la courbe grise (ici, nous avons supposé que la résolution de l'image est de 600 *dpi*). La courbe noire représente la fonction de seuillage théorique de l'étape de tramage pour une trame ordonnée à point centré. En considérant que la résolution d'impression est de 600 *dpi* et qu'une cellule de trame est constitué de 5 (resp. 10) pixels encrables, la linéature est donc de 120 *lpi* pour la courbe rouge (resp. 60 *lpi* pour la courbe bleue). La courbe de seuillage est échantillonnée en fonction du ratio de la résolution d'impression sur la linéature et permet donc de déterminer si le pixel encrable doit être ou non encré en fonction de la valeur du niveau de gris du pixel de la manière suivante :

- lorsque le niveau de gris du pixel de l'image est supérieur à la valeur du seuil à cet emplacement, l'imprimante ne dépose pas d'encre,
- lorsque le niveau de gris du pixel de l'image est inférieur à la valeur du seuil à cet emplacement, l'imprimante dépose de l'encre.

En suivant ce principe, nous avons représenté l'image tramée en dessous du graphique sur la figure 5.3. Dans le cas bidimensionnel, on vient faire correspondre la matrice

de seuillage, définie par la résolution d'impression et la linéature, avec la matrice de pixels de l'image à tramée.

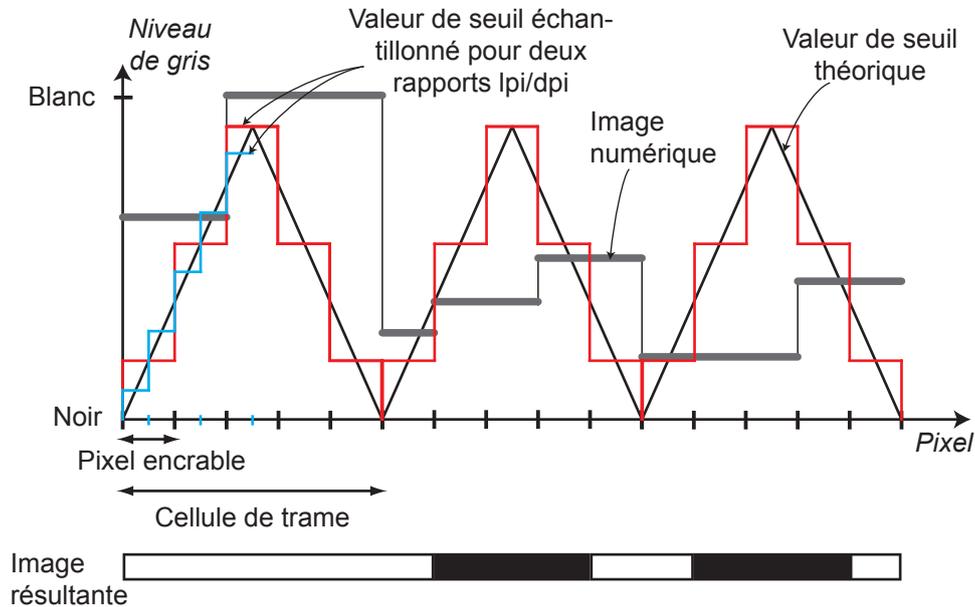


Figure 5.3 – Représentation du tramage d'une image (trait gris) pour une trame ordonnée à point centré (trait noir). La discrétisation de la trame est fonction du rapport lpi/dpi . Plus ce rapport est grand, plus le nombre de pixels à encrer est important (traits bleu et rouge). Lorsque le niveau du signal est supérieur (resp. inférieur) à la valeur du seuil de la trame, le pixel en sortie n'est pas encré (resp. est encré).

Chaque type de trame possède des avantages et inconvénients qui déterminent le choix de la trame selon l'utilisation et l'image à imprimer. Par exemple, pour une trame irrégulière à points dispersés, la qualité de l'image tramée est accrue notamment pour les basses résolutions car les points imprimés sont plus petits que ceux d'une trame à points centrés, et la répartition aléatoire des points d'encre supprime les artéfacts introduits par la trame ordonnée.

D'autre part, la superposition de deux trames ordonnées dont l'une d'entre elles est tournée, introduit un nouveau motif périodique : c'est ce qu'on appelle le phénomène de *moiré*. Lorsque deux images de lignes périodiques sont superposées avec un angle non-nul, un nouveau motif périodique apparaît (figure 5.4) [Ami09]. Le moiré peut être évité par l'utilisation de deux trames irrégulières différentes (des trames irrégulières et identiques superposées feraient apparaître un *Glass pattern* [Ami07]), également appelées trames stochastiques. Ostromoukhov [OH99] décrit la construction d'une trame stochastique pour laquelle le point de trame est centré et

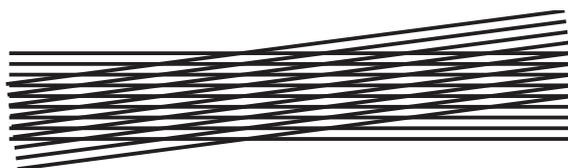
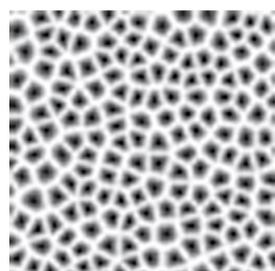
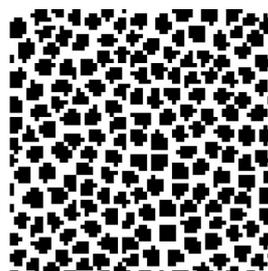


Figure 5.4 – Phénomène de moiré entre deux signaux périodiques. Une des deux images est tournée d'angle θ . Leur superposition fait apparaître une nouvelle structure périodique dont la direction et la période peuvent être déterminés à partir des périodes des deux images et de θ .

la répartition de la cellule de trame est aléatoire. Pour cette trame, la quantification des niveaux de gris est plus délicate puisqu'aucune cellule n'a la même taille, mais en moyenne, nous pouvons déterminer l'aire de la cellule de trame et le nombre de points d'encres possibles, dont on déduit un nombre moyen de niveaux de gris. La figure 5.5 présente un exemple de trame aléatoire que nous avons généré et utilisé dans les expériences présentées par la suite ; l'image de gauche représente la matrice de tramage et celle de droite le niveau de gris 128 tramé.



Matrice de seuillage



Niveau de gris 50%

Figure 5.5 – Exemple de trame aléatoire.

5.2 Impression d'images en couleur

Dans la pratique, la reproduction des couleurs repose sur une étape de *séparation des couleurs* qui consiste à associer à des encres primaires des niveaux de gris qui seront ensuite convertis en trames se superposant les unes aux autres. La fraction d'aire occupée par chaque encre est appelé *taux de couverture*. Nous notons, c , m et y les taux de couvertures associés aux primaires cyan, magenta et jaune. Ce système de synthèse des couleurs est appelé synthèse soustractive, puisqu'il repose sur l'absorption de la lumière par les encres dans des bandes spectrales distinctes, contrairement à la synthèse additive basée sur la superposition de lumières colo-

rées. Nous avons représenté sur la figure 5.6 les spectres idéaux et réels des encres cyan, magenta et jaune. L’encre cyan absorbe les grandes longueurs d’onde (au delà de 570 nm environ), l’encre magenta absorbe les longueurs d’onde moyennes (entre 500 et 570 nm environ), tandis que l’encre jaune absorbe les courtes longueurs d’onde (en dessous de 500 nm environ). La superposition des trois « filtres » idéaux conduit à l’absorption totale de la lumière, donc à une couleur noire. En pratique, avec des encres réelles, une surface imprimée avec une couche uniforme des trois encres (noir polychrome) réfléchit environ 10% de la lumière sur toutes les longueurs d’onde.

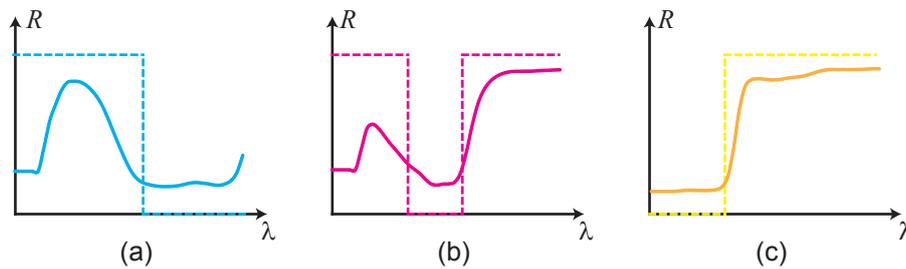


Figure 5.6 – Réflectance spectrale des encres (a) cyan, (b) magenta et (c) jaune. Les courbes idéales sont représentées par des pointillés tandis que les spectres mesurés sont en trait plein.

Nous avons vu que la superposition de trames périodiques de même période provoque l’apparition de motifs de moirés. Afin d’en limiter les effets, une solution consiste à orienter les trames à différents angles. L’optimum étant obtenu pour des trames orientées à 30° l’une de l’autre (voir chapitre 6 de l’ouvrage de Sharma [Sha03]). Prenons l’exemple, d’une image en couleur dont l’intensité de chaque primaire est de 64 [figure 5.7(a)]. Nous avons choisi de reproduire les orientations classiques de trames utilisées en impression offset : 75° pour le cyan [figure 5.7(b)], 45° pour le magenta [figure 5.7(c)] et 15° pour le jaune [figure 5.7(d)].

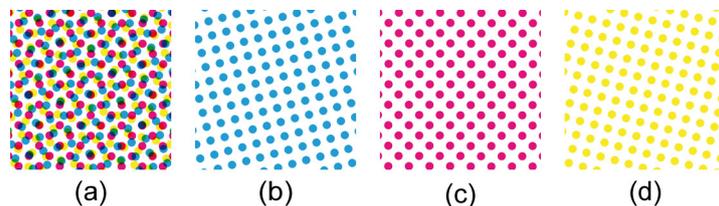


Figure 5.7 – (a) Image tramée en couleur. Composante (b) cyan orientée à 75° , (c) magenta à 45° et (d) jaune à 15° .

Nous avons simulé l’impression de deux images tramées avec des trames non orientées [figure 5.8(a-b)] et orientées [figure 5.8(c-d)], les trames ayant la même

période. Nous avons ensuite simulé un défaut d'alignement des trames qui pourrait se produire lors de l'impression. Nous pouvons constater sur la figure 5.8(b) que le défaut d'alignement introduit un moiré. Les points semblent non-circulaires et de nouvelles structures périodiques apparaissent. Tandis que la figure 5.8(d) ne semble pas différente de (c) alors que les trois trames n'ont plus le même alignement. L'utilisation d'une trame orientée diminue donc les risques de non-alignement des trames et limite l'effet de moiré en rejetant la période du moiré à l'infinie.

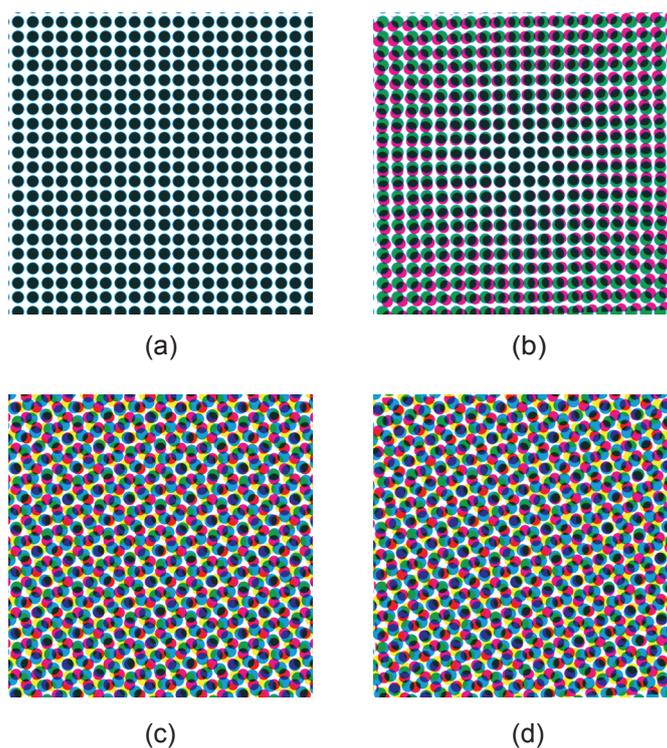


Figure 5.8 – Comparaison de la même image tramée selon deux orientations (a) sans angles pour les trois trames (c) avec les orientations de la figure 5.7. Simulation d'un défaut d'alignement des trames (b) et (d) : la trame du magenta est tournée d'un angle faible (3°).

En 1937, Neugebauer a constaté qu'à partir de trois encres, huit couleurs étaient localement présentes sur la surface [Neu37]. Ces huit couleurs (blanc, cyan, magenta, jaune, rouge, bleu, vert et noir), souvent appelées *Neugebauer primaries* dans la littérature ou encore *colorants*, terme que nous adoptons, sont obtenues soit par l'absence d'encre (blanc), ou par l'impression d'une encre seule ou superposée à une autre encre ou enfin la superposition des trois encres. Un imprimé en *demi-ton* est donc constitué d'une mosaïque de ces huit colorants (figure 5.9) dont le taux de couverture sur l'imprimé est noté a_i , l'indice i faisant référence au colorant considéré.

Demichel [Dem24, AH00] a démontré que pour une trame aléatoire le taux de

couverture d'un colorant est obtenu à partir du produit des probabilités de présence de chacune des trois encres notées c , m et y . Ainsi, le taux de couverture de chaque colorant est obtenu de la manière suivante :

$$\begin{aligned}
 \text{Blanc} : a_1 &= (1 - c)(1 - m)(1 - y) \\
 \text{Cyan} : a_2 &= c(1 - m)(1 - y) \\
 \text{Magenta} : a_3 &= (1 - c)m(1 - y) \\
 \text{Jaune} : a_4 &= (1 - c)(1 - m)y \\
 \text{Rouge} : a_5 &= (1 - c)my \\
 \text{Vert} : a_6 &= c(1 - m)y \\
 \text{Bleu} : a_7 &= cm(1 - y) \\
 \text{Noir} : a_8 &= cmy
 \end{aligned} \tag{5.2}$$

(le raisonnement se généralise à N encres) Amidror a également démontré que ces équations restent valables pour des trames orientées à 30° les unes des autres, la probabilité de présence de chaque colorant étant numériquement très proche de son taux de couverture.

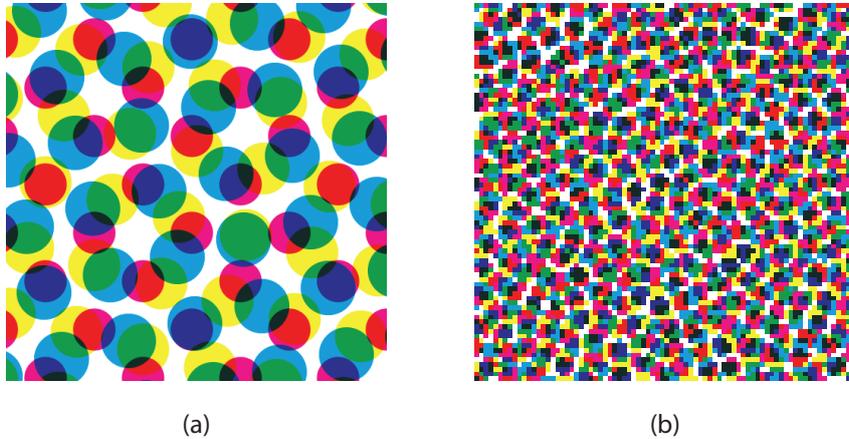


Figure 5.9 – Observation de la superposition de trois trames (a) périodiques et orientés et (b) stochastiques.

5.3 Engraisement du point d'encre

Lorsque le point d'encre est déposé sur le support, celui-ci a tendance à s'étaler sur le support. Ce phénomène appelé engraisement mécanique du point, ou *dot*

gain en anglais, entraîne une augmentation de la surface couverte par le point et par conséquent un changement du niveau de gris obtenu. Pour une impression jet d'encre, l'encre étant liquide, le phénomène d'étalement du point est d'autant plus important que le support est absorbant, l'encre s'étalant par capillarité. Pour l'impression laser (processus électrophotographique), le processus d'inscription laser sur le rouleau d'impression (voir paragraphe 5.4.1) introduit une augmentation du point à imprimer, le faisceau laser étant interpolé par un faisceau gaussien dont la largeur est légèrement plus grande que la taille du point d'encre numérique. Sur la figure 5.10, nous avons représenté deux images : une image numérique de petits carrés noirs espacés d'une quantité égale à la taille du carré et son acquisition après impression. Nous pouvons constater que la taille des point d'encre est plus grande que sur la première. Nous décrivons dans paragraphe 5.4, le phénomène d'étalement du point pour une impression laser.

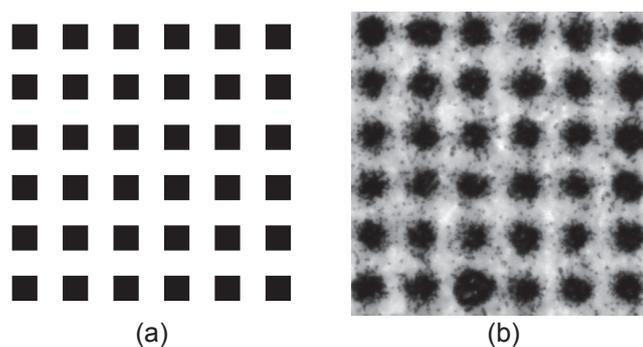


Figure 5.10 – Effet de l'engraisement : (a) image numérique de carré, (b) image imprimée à 300 *dpi* et acquise avec un microscope.

L'étalement du point est fortement dépendant des paramètres de trame, puisque selon la circonférence et l'aire du point d'encre, le phénomène est plus ou moins prononcé.

Yule et Nielsen ont montré que la lumière entrant dans le point d'encre pouvait par des effets de diffusion dans le substrat ressortir en des points non encrés et réciproquement [YN51, Arn97]. Ce phénomène, communément appelé *effet Yule-Nielsen*, contribue à l'engraisement du point par le fait qu'il paraît plus grand qu'il ne l'est en réalité. La combinaison de ces phénomènes optiques a donné lieu à l'expression « *optical dot gain* » très usitée dans la littérature, synonyme d'effet Yule-Nielsen, par opposition au « *mechanical dot gain* » lié à l'étalement de l'encre. Ces deux phénomènes sont représentés sur la figure 5.11 : le dessin à gauche montre l'engraisement mécanique du point, tandis que celui de droite montre l'engraisement optique dû à la propagation de la lumière dans le substrat.

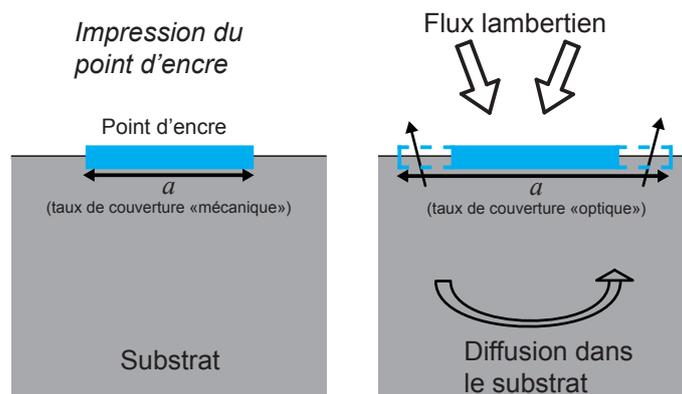


Figure 5.11 – Effet de l'engraissement optique et mécanique.

5.4 Simulation d'engraissement du point pour l'impression électrophotographique

Nous décrivons dans ce paragraphe, grâce à un modèle simple de simulation d'impression, comment estimer l'engraissement mécanique de l'encre en impression électrophotographique (« laser ») sur support lambertien (papier de bureau).

5.4.1 Description détaillée de l'imprimante

Détaillons les éléments importants d'une imprimante « laser ». Sur la figure 5.12 est représentée une coupe transversale de l'imprimante qui peut être subdivisée en plusieurs parties ayant chacun un rôle particulier dans le processus d'impression :

- le *laser* modifie la charge électrique du photoconducteur aux positions correspondantes aux pixels de l'image,
- le *corona wire* rétablit la charge électrique du photoconducteur,
- le *toner hopper* délivre les particules de *toner* (appelé *encre en poudre* en français) qui se fixent sur le photoconducteur aux endroits dont la charge électrique a été modifiée par le laser,
- le *fuser* permet la fixation définitive des particules de toner sur le papier par fusion ou pression.

Un modèle de simulation d'impression électrophotographique nécessite donc de caractériser les quatre éléments de l'imprimante. Une modélisation approfondie des phénomènes se produisant aux différentes étapes de l'impression a été proposée par Hoffmann [Hof04]. Nous nous limitons à modéliser uniquement le processus d'inscription laser qui procure un modèle suffisamment simple pour simuler l'impression complète.

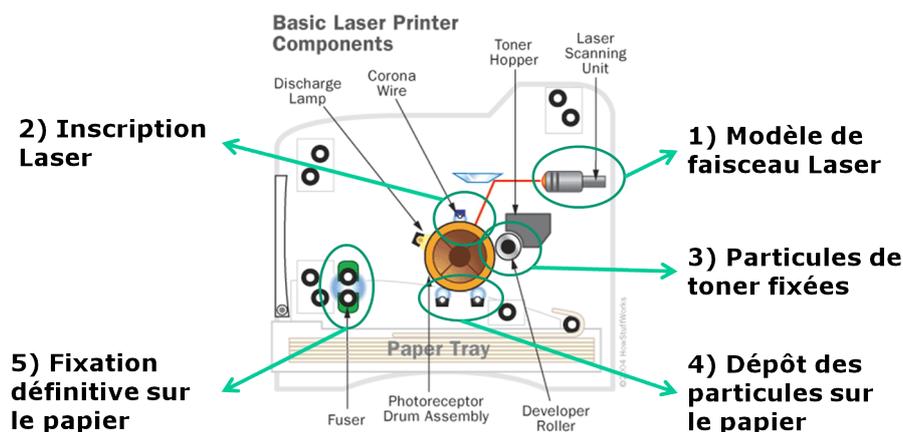


Figure 5.12 – Coupe d'une imprimante laser.

Nous supposons que le faisceau laser possède un profil en intensité gaussien, centré, d'écart-type σ [Hof04]. Ainsi lors de l'inscription sur le photoconducteur, la répartition (ou modification) des charges à sa surface suit une loi de distribution gaussienne. Les paramètres de la gaussienne sont interpolés à partir de l'observation avec un microscope, en l'occurrence le ProScope de la société Bodelin, équipé d'objectifs interchangeables ayant des grossissements différents. Nous dessinons un ensemble de mires constituées soit de lignes horizontales, soit de lignes verticales, soit par des damiers ou encore par des points espacés dans les deux directions. L'espacement entre points ou lignes varie de 1 à 5 pixels encrables, soit environ 42,3 μm pour une résolution d'impression à 600 dpi . La taille des lignes (en épaisseur) et celle des points dépend de la résolution d'image que nous souhaitons simuler. Ainsi pour une résolution d'image de la mire de 300 dpi , l'épaisseur d'une ligne sera de deux points encrables.

Nous supposons qu'en moyenne les particules de toner ont une forme quasi circulaire (un paramètre de circularité peut éventuellement être défini) et possède une taille d'environ 10 μm . L'ensemble des simulations sera donc réalisé à partir d'une grille de pas 42,3 μm . L'écart-type de la fonction gaussienne du spot laser est modulable et exprimé en fonction du pas de la grille. Ensuite, l'inscription laser est modélisée par un jet aléatoire de x photons répartis aléatoirement sur le photoconducteur avec une distribution gaussienne (celle du faisceau laser). Pour établir la correspondance entre la quantité de particule déposée sur le photoconducteur et le nombre d'impacts de photon sur celui-ci, nous établissons une courbe paramétrable basée sur les observations et les mesures. Enfin, le dépôt des particules de toner sur le photoconducteur entraîne la création de macro particules aux endroits marqués par le laser en épaisseur et largeur ou longueur.

A partir de la distribution gaussienne de la répartition des photons, nous simulons l’impression d’un pixel encrable. La taille des particules est modifiable en fonction des mesures effectuées sur des mires imprimées. La distribution gaussienne est également ajustable en fonction de ces observations afin d’optimiser l’inscription du laser sur le photoconducteur ainsi que le dépôt de particules de toner sur ce dernier. D’après les premières observations et mesures, on peut remarquer que la largeur d’un pixel encrable est supérieure à $42,3 \mu\text{m}$. La première approximation est donc d’établir une correspondance entre l’écart type de la distribution gaussienne et la largeur mesurée (réelle) d’un pixel encrable (figure 5.13). Il apparaît sur cette figure des points d’encre éloignés du pixel encrable, appelés *satellites*. Ces points sont très visibles pour des résolutions d’image voisines de 600 dpi , et le sont moins pour des résolutions d’image de l’ordre de 150 dpi .

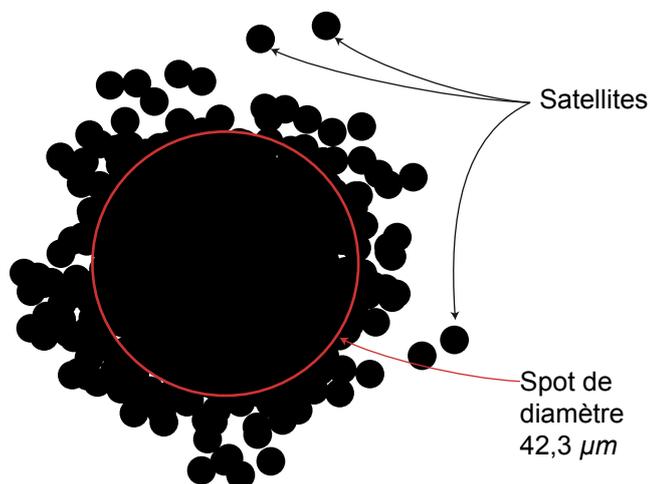


Figure 5.13 – Simulation de l’impression d’un pixel encrable à 600 dpi en impression laser.

Un paramètre essentiel dans la simulation est le nombre de particules de toner qui se fixent sur le photoconducteur pour chaque pixel encrable. Ce paramètre est finalement lié à la charge du photoconducteur induite lors de l’inscription laser.

La figure 5.14 représente l’intérieur de l’imprimante (image extraite de [Hof04]). Dans ce schéma, trois étapes sont à distinguer. La première consiste à charger la surface photoconducteur. L’inscription se décrit par une intensité lumineuse (qui peut être convertie en énergie) dont sa répartition spatiale est définie par une fonction de répartition gaussienne. Lorsque l’intensité du laser est suffisante, la génération de charge a lieu. Il s’agit de la courbe d’exposition (*exposure curve* [Hof04]) qui relie la tension du laser et l’énergie à la surface du photoconducteur. Du fait du balayage

du spot laser ainsi que du mouvement du photoconducteur, le spot laser n'est pas parfaitement circulaire mais plutôt elliptique. Chaque position des pixels encrables sur le photoconducteur est chargée en fonction de l'intensité du laser à cette position. L'épaisseur de la surface du photoconducteur est telle que la distribution des charges pour un pixel encrable n'est pas influencée par le pixel encrable voisin. Il existe donc une relation entre l'intensité lumineuse du faisceau laser et de la charge au niveau du photoconducteur.

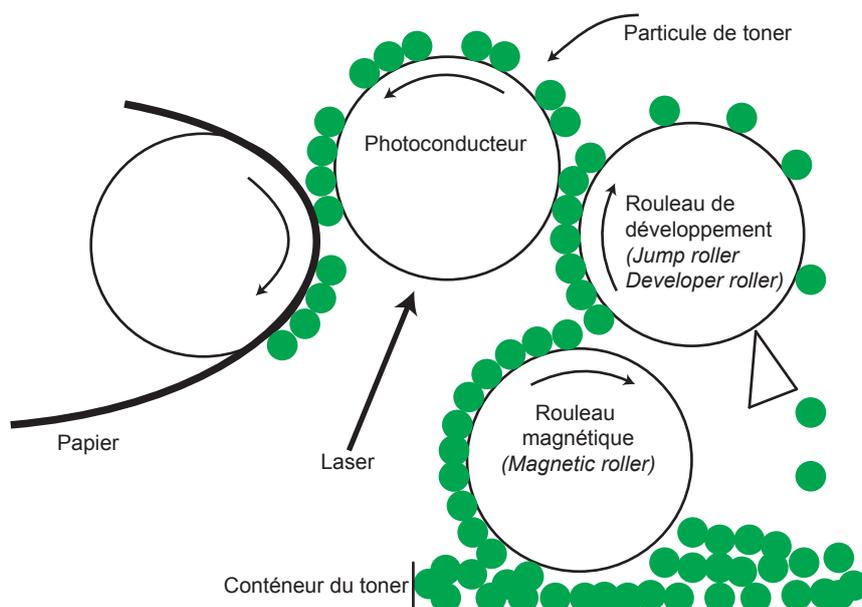


Figure 5.14 – Schéma de principe des étapes de l'inscription laser et du dépôt des particules de toner sur le papier.

Le deuxième point important dans la modélisation de l'impression se situe au niveau du transfert des particules de toner depuis le réservoir jusqu'au rouleau de développement. C'est cette étape qui génère les *satellites* et les phénomènes de bords (bordures avec une épaisseur d'encre plus importantes que sur une zone étendue). Lors de cette étape, les particules de toner fixées sur le rouleau magnétique sont arrachées par effets électrostatique par le rouleau de développement et se fixent alors dessus.

La dernière étape consiste en la fixation des particules de toner sur le photoconducteur depuis le rouleau de développement. Les particules effectuent un parcours entre les deux rouleaux, se percutant entre elles avant de se fixer sur le photoconducteur. De par le champ électrostatique créé par les charges sur le photoconducteur,

des charges s’accumulent aux frontières entre les charges positives et charges négatives du photoconducteur augmentant ainsi localement l’épaisseur d’encre.

Nous ne détaillerons pas plus en détails le modèle d’impression et utilisons donc un modèle d’inscription laser à profil gaussien en supposant qu’il représente suffisamment l’imprimante pour ne pas considérer les autres contributions à la dispersion des particules. D’autre part, nous considérons que l’étape de fusion contribue faiblement à l’étalement des particules de toner et n’est donc dû qu’à l’inscription laser.

5.4.2 Utilisation du modèle

Dans un premier temps, nous avons créé des mires composées de lignes verticales périodiques dont la largeur varie entre un et cinq pixels encrables, c’est-à-dire entre $42\ \mu\text{m}$ et $130\ \mu\text{m}$ environ et sont espacées de $42\ \mu\text{m}$. Nous avons ensuite imprimé les mires à $600\ \text{dpi}$ puis nous les avons numérisées avec le ProScope avec l’objectif $\times 100$ (champ objet de largeur $36\ \text{mm}$ capturé par 1600 pixels). Nous avons représenté sur la figure 5.15 les profils (sur une direction perpendiculaires aux lignes) des différentes mires espacées de (a) un à (e) cinq pixels encrables. Les profils des mires imprimées puis numérisées (resp. mires numériques) sont représentées en bleu (resp. rouge). Nous pouvons remarquer que les lignes blanches ne sont pas visible pour le cas (a), où les lignes encrées sont séparées par une ligne d’une largeur d’un pixel encrable. Les particules d’encre se déposent donc sur une surface plus grande que la grille nominale de l’imprimante. Nous avons ensuite analysé la mire de lignes espacées de trois pixels encrables imprimées à $600\ \text{dpi}$. Nous avons simulé l’impression de cette mire avec le modèle d’imprimante décrit précédemment. Nous avons ensuite ajusté les paramètres de la fonction gaussienne du faisceau laser en fonction des données mesurées et simulées. Nous avons tracé le profil de ces deux images, représentées sur la figure 5.16. Nous avons choisi l’écart-type de la gaussienne de manière à optimiser la ressemblance des courbes. Nous pouvons constater d’une part que les profils sont très similaires, les largeurs à mi-hauteur étant très proches entre mesure et simulation. D’autre part, du fait d’un éclairage non corrigé, les pixels noirs (resp. blancs) sont plus clairs (resp. foncés), ce qui modifie le contraste des lignes. Nous pouvons également remarquer que n’ayant pas tenu compte de l’action de « fusion » des particules de toner sur le papier, les lignes simulées sont plus uniformes que celles imprimées puis numérisées. Enfin, les satellites sont davantage présents dans l’impression réelle que dans la simulation. Là encore, le modèle proposé ne tient pas compte des effets électrostatiques ni des mouvements des particules lors de leur dépôt sur le photoconducteur ou éventuellement de particules en suspension au moment de

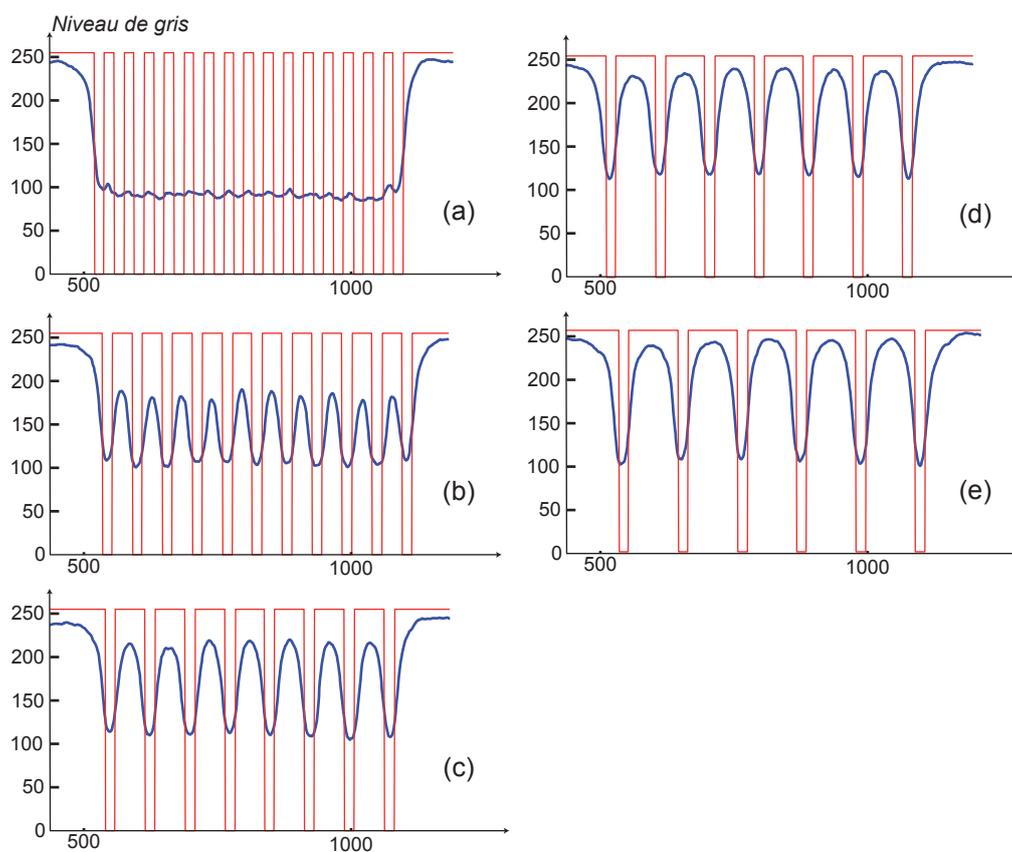


Figure 5.15 – Comparaison des profils de mires imprimées à 600 *dpi* puis numérisées (en rouge) et leurs images correspondantes numériques (en bleu). Chaque mire correspond à des lignes de largeur un pixel encrable ($42.3\ \mu\text{m}$) espacées de 1 à 5 pixels encrables.

la « fusion ». Néanmoins, le modèle reflète, en première approche, le comportement de l'impression laser sur un papier standard – papier de bureau.

5.5 Etude spécifique des shadow images

Dans un deuxième temps, nous appliquons le modèle d'imprimante aux shadow images (SIs) créés pour la cryptographie visuelle. Les SIs sont constitués de subpixels qui seront discrétisés en un certain nombre de pixels encrables en fonction de la résolution d'image choisie. Nous rappelons que les SIs sont des images binaires qui n'ont donc pas besoin d'être tramées dans la mesure où nous disposons d'un driver permettant d'envoyer à l'imprimante une image binaire à 600 *dpi*, c'est-à-dire qu'on s'affranchit d'un éventuel processus de tramage interne à l'imprimante.

Nous pouvons constater sur la figure 5.17 qu'à partir de 300 *dpi*, les subpixels

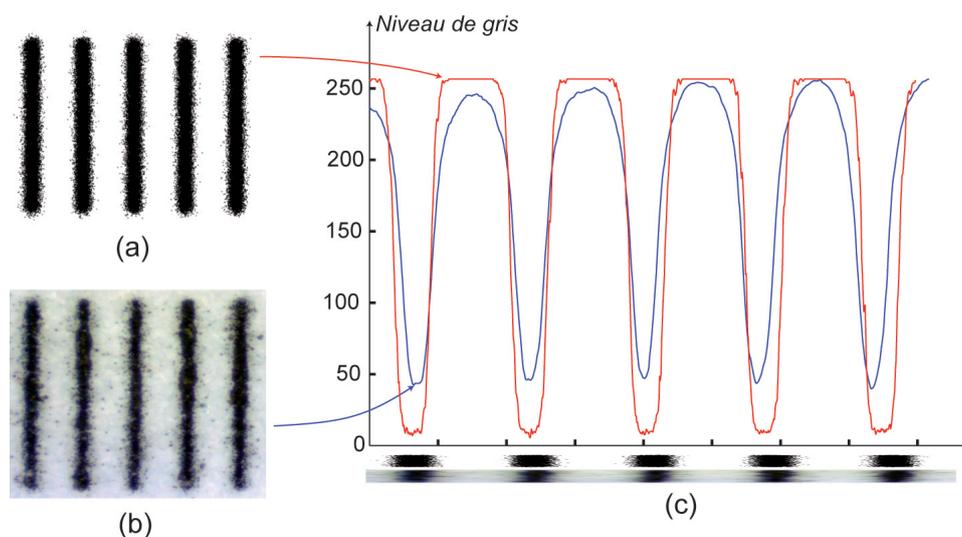


Figure 5.16 – Comparaison entre une mire composée de lignes de largeur d'un pixel encrable (a) simulée avec le modèle d'imprimante et (b) après observée par ProScope sur une version imprimée 600 *dpi*, (c) comparaison des profils des deux mires.

blancs sont partiellement, voire intégralement recouverts par les subpixels noirs. Le modèle simple de simulation d'impression donne des résultats satisfaisants aux résolutions testées. Nous pouvons toutefois remarquer, comme pour les mires, qu'à 300 *dpi* les subpixels simulés sont plus gros que les subpixels imprimés.

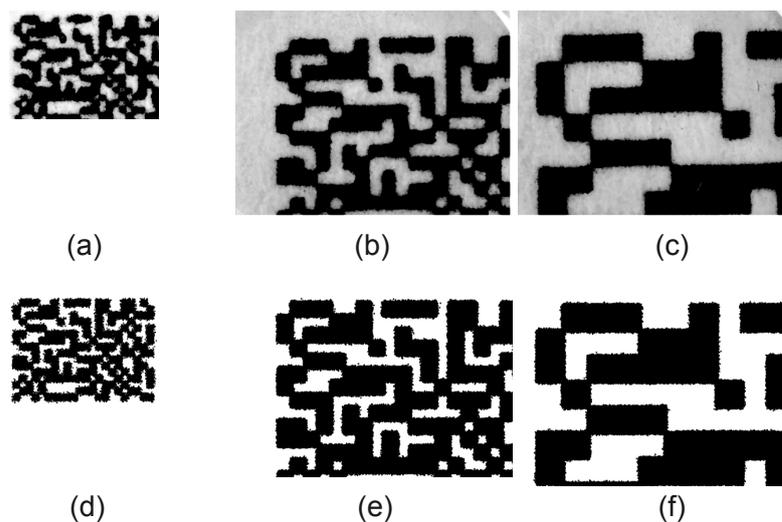


Figure 5.17 – Comparaison entre les SIs imprimés puis numérisés et les mêmes SIs dont l'impression a été simulée. Les résolutions d'impression sont de (a,d) 300 *dpi*, (b,e) 150 *dpi* et (c,f) 75 *dpi*.

Nous pouvons dès à présent justifier l'utilisation d'une résolution d'image d'au plus 300 *dpi*, puisqu'au delà il sera difficile de distinguer les subpixels blancs des subpixels noirs et par conséquent de pouvoir appliquer notre méthode de recalage.

CONCLUSION

A partir de l'analyse au ProScope, nous pouvons déterminer la résolution limite à partir de laquelle on ne peut plus distinguer un pixel blanc d'un pixel noir. Pour l'imprimante utilisée au cours de la thèse, la résolution d'image optimale est de 150 *dpi*. Au delà de cette résolution, l'impression reste possible, mais la méthode de recalage proposée dans la première partie est moins performante dans la mesure où la forme des subpixels est plus proche du disque que du carré.

Le modèle simple de simulation de l'impression laser fournit en première approximation des résultats probants, notamment pour des résolutions d'image inférieures à 300 *dpi*, typiquement 150 et 75 *dpi*, pour lesquelles les effets électrostatiques et de « fusion » engendrant les effets de bords et les satellites ne sont pas les plus déterminants. Une modélisation plus approfondie permettrait d'améliorer la précision de la simulation pour les hautes résolutions, où quantité et forme des particules d'encres influencent la forme du point d'encre.

Nous n'avons modélisé que l'impression laser alors que nous utilisons également une imprimante jet d'encre. Ce processus d'impression à base d'encre liquide aqueuse est très différent de l'impression électrophotographique qui, au contact du substrat (papier ou transparent), agit différemment selon sa porosité. Sur la figure 5.18 est représentée une image numérisée avec le proscope muni de l'objectif $\times 400$, permet-

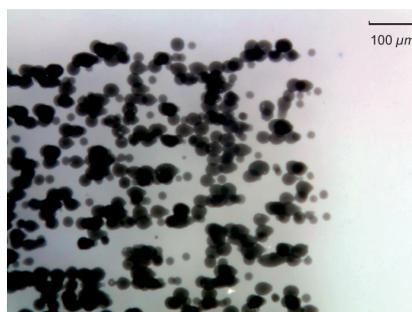


Figure 5.18 – Acquisition de l'impression avec une imprimante jet d'encre n'utilisant que l'encre noire à 600 *dpi* et acquise au ProScope avec l'objectif $\times 400$. Les gouttelettes d'encre les plus petites mesurent entre 10 et 15 μm , les plus grosses jusqu'à 30 μm .

tant de voir des détails d'une dizaine de micromètres, d'un imprimé à 600 *dpi* dont

les éléments sont issus d’un SI. Contrairement à un SI également imprimé à 600 *dpi*, mais sur une imprimante laser, nous pouvons continuer à distinguer les zones blanches des zones noires. Nous pouvons par conséquent utiliser la résolution maximale de 600 *dpi* de l’imprimante jet d’encre Canon utilisée dans nos vérifications expérimentales des deux chapitres suivants. De plus, nous avons mentionné qu’un phénomène d’engraissement optique est présent, ce qui introduit une erreur dans la modélisation de la répartition de l’encre sur la surface. Le processus d’impression en jet d’encre nécessite donc l’emploi de modèles autres que celui décrivant seul l’engraissement mécanique du point [Uki10], que nous abordons dans le prochain chapitre.

Modèles spectraux pour imprimés en demi-tons

Nous présentons dans ce chapitre les modèles classiques de prédiction du rendu des couleurs pour des imprimés étudiés en réflexion et leur extension à la transmission. Les paramètres nécessaires à la prédiction des couleurs sont déterminés lors d'une procédure de calibrage que nous présentons en détail. Nous proposons ensuite un modèle dédié aux supports non-diffusants et une validation expérimentale des modèles pour supports diffusants et non-diffusants.

6.1 Introduction

Contrairement à la synthèse additive des couleurs pour laquelle l'intensité des trois primaires et la couleur des mélanges ont une relation linéaire (lois de Grassmann), le lien entre couleur et encres en synthèse soustractive est fortement non-linéaire. La synthèse soustractive est basée sur l'absorption sélective de la lumière. De plus, l'effet Yule-Nielsen décrit dans la section 6.2.2 est un effet non-linéaire. Par conséquent, la prédiction du rendu des couleurs par des modèles colorimétriques sont très imprécis. C'est le cas des premiers modèles prédictifs de rendu de couleurs imprimées, tels le modèle de Neugebauer [Neu37] basé sur les lois de Grassmann sur les composantes XYZ de chaque colorant dont les coefficients correspondent aux taux de couverture nominaux (sans tenir compte des deux origines de l'engraissement du point d'encre), ni de son extension par Yule et Nielsen, qui eux tiennent compte de l'engraissement optique du point d'encre. La transposition des modèles Neugebauer

et Yule-Nielsen aux réflectances spectrales au lieu des coordonnées colorimétriques XYZ proposée par Viggiano [Vig90] dans les années 1990 améliore notablement leur précision. Ces modèles sont appelés « modèles de surface » car ils ne décrivent pas l'interaction lumière-imprimé dans le volume des matériaux. Il existe aussi des modèles phénoménologiques, notamment celui de Clapper-Yule [CY53]. Plus récemment, une modélisation plus précise de l'engraissement du point par Hersch et Créte [HC05] a permis d'accroître les précisions des modèles prédictifs spectraux.

Dans un premier temps, nous décrivons les modèles de Neugebauer spectral, Yule-Nielsen spectral et Clapper-Yule. Nous supposons que les encres utilisées sont purement absorbantes et que les supports sont très diffusants (papiers) ou bien non-diffusants (transparentes).

6.2 Modèles classiques en réflexion

Considérons une surface sur laquelle est imprimée une couche continue d'encre dont la réflectance spectrale est notée $R_s(\lambda)$. La réflectance spectrale de la surface non-imprimée est notée $R_g(\lambda)$. Lorsque l'encre est déposée selon une trame de demi-ton, elle couvre une fraction a de la surface, le reste n'étant pas recouvert. La réflectance spectrale du demi-ton est par conséquent la somme des réflectances spectrales $R_s(\lambda)$ et $R_g(\lambda)$ pondérée par le taux de couverture de la surface par les colorants correspondants :

$$R(\lambda) = (1 - a)R_g(\lambda) + aR_s(\lambda) \quad (6.1)$$

Cette relation est souvent écrite sous la forme d'une densité de réflectance spectrale : $D(\lambda) = -\log_{10} R(\lambda)$. L'équation (6.1) est appelée équation de Murray-Davis [Yul67] :

$$D(\lambda) = -\log_{10} [(1 - a)10^{-D_g(\lambda)} + a10^{-D_s(\lambda)}] \quad (6.2)$$

En 1937, Neugebauer a introduit le premier modèle prédictif du rendu des couleurs de surfaces imprimées en demi-ton partant du constat qu'à partir de trois encres, huit *colorants* étaient localement présentes sur la surface [Neu37]. Les formules précédentes peuvent être généralisées pour un système d'impression à N encres, donnant ainsi 2^N colorants. Par exemple, pour quatre encres (cyan, magenta, jaune et noir, notées respectivement c , m , y et k), on a 16 colorants, et les

équations de Demichel deviennent :

$$\begin{array}{ll}
 a_1 = (1 - c)(1 - m)(1 - y)(1 - k) & a_9 = (1 - c)(1 - m)(1 - y)k \\
 a_2 = c(1 - m)(1 - y)(1 - k) & a_{10} = c(1 - m)(1 - y)k \\
 a_3 = (1 - c)m(1 - y)(1 - k) & a_{11} = (1 - c)m(1 - y)k \\
 a_4 = (1 - c)(1 - m)y(1 - k) & a_{12} = (1 - c)(1 - m)yk \\
 a_5 = (1 - c)my(1 - k) & a_{13} = (1 - c)myk \\
 a_6 = c(1 - m)y(1 - k) & a_{14} = c(1 - m)yk \\
 a_7 = cm(1 - y)(1 - k) & a_{15} = cm(1 - y)k \\
 a_8 = cmy(1 - k) & a_{16} = cmyk
 \end{array}$$

6.2.1 Modèle de Neugebauer

Le modèle colorimétrique proposé par Neugebauer est basé sur les lois de Grassmann sur les coordonnées colorimétriques XYZ de chaque colorant. Son extension à la réflectance spectrale donne la relation suivante pour calculer la réflectance d'un demi-ton :

$$R(\lambda) = \sum_{i=1}^{2^N} a_i R_i(\lambda) \quad (6.3)$$

et la transmittance :

$$T(\lambda) = \sum_{i=1}^{2^N} a_i T_i(\lambda) \quad (6.4)$$

où $R_i(\lambda)$ et $T_i(\lambda)$ sont les réflectances et transmittances des colorants seuls imprimés continument (100% de la surface est recouverte par le colorant).

Lorsque l'engraissement du point d'encre est pris en compte, ce modèle est parfois nommé *Ink Spreading enhanced Spectral Neugebauer*, IS-SN [HC05]. Nous décrivons ce modèle dans la section 6.2.5.

6.2.2 Modèle Yule-Nielsen

Yule et Nielsen ont montré que la lumière entrant dans le point d'encre pouvait par des effets de diffusion dans le substrat ressortir en des points non encrés, et réciproquement [YN51]. Cet *effet Yule-Nielsen* contribue à l'engraissement du point. Pour prendre en compte ce phénomène optique, Yule et Nielsen ont introduit le

paramètre n dans l'équation de Murray-Davis (équation 6.2) :

$$D(\lambda) = -n \log_{10} \left[(1-a) 10^{-\frac{D_g(\lambda)}{n}} + a 10^{-\frac{D_s(\lambda)}{n}} \right] \quad (6.5)$$

La version spectrale de l'équation 6.5 proposée par Viggiano [Vig90] aussi appelée *n-modified spectral Neugebauer equation* s'écrit :

$$R(\lambda) = \left(\sum_{i=1}^{2^N} a_i R_i(\lambda)^{1/n} \right)^n \quad (6.6)$$

Des travaux plus récents sur le modèle Yule-Nielsen [HC05] permettent une précision accrue des prédictions de réflectances spectrales par une prise en compte globale de l'engraissement du point d'encre basée à la fois sur l'estimation des taux de couvertures et l'ajustement du paramètre n . Il existe un certain couplage entre les valeurs prises par a et n lorsque l'un est ajusté et l'autre fixé (voir l'étude complète dans la référence [HH10]), ce qui contredit l'idée que le taux de couverture caractérisait l'engraissement mécanique et l'effet Yule-Nielsen l'engraissement optique. Ce modèle est nommé *Ink Spreading enhanced Yule-Nielsen modified Spectral Neugebauer*, IS-YNSN.

Ce modèle est également valide pour prédire la transmittance d'un imprimé en demi-tons [HH11] :

$$T(\lambda) = \left(\sum_{i=1}^{2^N} a_i T_i(\lambda)^{1/n_T} \right)^{n_T} \quad (6.7)$$

où $T(\lambda)$ est la transmittance du demi-ton, $T_i(\lambda)$ la transmittance du colorant i . En général, le facteur de Yule-Nielsen n_T pour la transmittance est différent de celui obtenu pour la réflectance.

6.2.3 Modèle Clapper-Yule

Clapper et Yule ont proposé de modéliser les interactions de la lumière avec le support imprimé sur une base radiométrique comprenant la réflexion spéculaire de la lumière par la surface supposée lisse, la transmission à travers la surface et les encres et les réflexions diffuses par le substrat du papier [CY53].

Détaillons le processus de réflexions multiples se produisant à l'intérieur du substrat imprimé (figure 6.1). La réflectance de l'interface air-imprimé (qui peut être nulle suivant la géométrie de mesure considérée) est noté r_s , la réflectance interne est notée r_i , la réflectance intrinsèque du substrat (sans réflexions à la surface) est

notée ρ_g et la transmittance (pour une incidence normale de la lumière) de l'encre est notée t . A l'exception des reflectances et transmittances de Fresnel relatives à l'interface air-imprimé, tous les paramètres dépendent de la longueur d'onde mais pour simplifier l'écriture des équations la variable λ est omise dans ce paragraphe. Une fraction r_s du flux incident sur l'imprimé est réfléchi, tandis qu'une fraction T_{in}

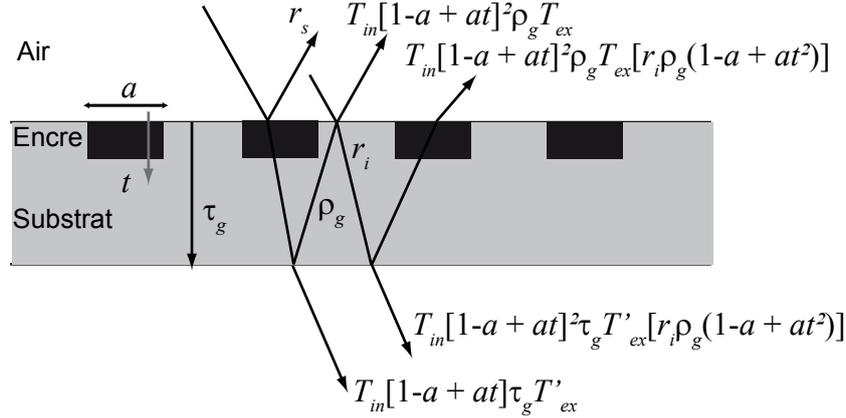


Figure 6.1 – Réflexions et transmissions pour un support imprimé en demi-tons.

traverse l'interface air-imprimé. Cette fraction est atténuée d'un facteur $1 - a + at$ qui correspond à la traversée ou non du point d'encre de taux de couverture a et de transmittance t . Le flux se trouvant dans le substrat est alors réfléchi dans une proportion ρ_g puis traverse l'interface imprimé-air avec une atténuation d'un facteur $T_{in}(1 - a + at)$ ou bien est réfléchi dans une proportion $r_i(1 - a + at^2)$.

Ce modèle suppose toutefois qu'il n'y a aucune corrélation entre le colorant où la lumière rentre dans le substrat et celui où la lumière en ressort.

Les quatre termes T_{in} , T_{ex} , T'_{ex} et r_s dépendent de la géométrie de mesure. Pour chacun de ces termes, le flux incident peut être collimaté ou lambertien et le flux-sortant est capté dans une direction ou dans toutes les directions par une sphère intégrante [HH07]. Nous considérons que la géométrie de mesure est la géométrie hémisphérique-directionnelle : $d:8^\circ$, qui est proche de la géométrie $d:0^\circ$ pour la réflectance. Dans cette géométrie les quatre termes s'expriment comme suit.

T_{in} correspond à la fraction de flux diffus issu de la source traversant l'interface air-imprimé et donné par les équations (4.24) et (4.30) :

$$T_{in} = \int_0^{\pi/2} T_{jk}(\theta_j) \sin 2\theta_j d\theta_j \simeq 0,90 \quad (6.8)$$

où l'indice j fait référence à l'air d'indice de réfraction égal à 1, et l'indice k au

substrat du papier d'indice de réfraction 1,5. Nous en déduisons, après calculs, que T_{in} vaut 0,90.

T_{ex} correspond au rapport entre la luminance captée à 0° ou 8° par le détecteur et le flux diffus présent dans le substrat du papier, prêt à traverser l'interface. Seule la luminance orientée de manière à atteindre le détecteur est concernée, ce qui introduit un facteur $1/\pi$ (d'après la loi de Lambert). Cette luminance est atténuée d'un facteur $T_{jk}(0^\circ)$ et se trouve diminuée d'un facteur $(n_j/n_k)^2$ à cause de la réfraction. Ainsi,

$$T_{ex} = \frac{1}{\pi} \left(\frac{n_j}{n_k} \right)^2 T_{kj}(0^\circ) = \frac{0,04}{\pi} \quad (6.9)$$

Quant à r_s , cette réflectance correspondant à la fraction du flux incident diffus réfléchi par la surface vers le détecteur. Seule la luminance se trouvant à $8^\circ \simeq 0^\circ$ est concernée, ce qui introduit un facteur $1/\pi$ et la réflectance correspondante est $R_{jk}(0^\circ)$:

$$r_s = \frac{1}{\pi} R_{jk}(0^\circ) = \frac{1}{\pi} \cdot 0,04 \quad (6.10)$$

Lorsque la composante spéculaire est exclue, r_s est effectivement nulle.

Le flux diffus réfléchi par la surface côté papier est situé dans une zone encrée ou non et traverse deux fois l'encre (atténuation t^2) ou ne la traverse pas du tout (atténuation 1). Compte tenu du taux de couverture de l'encre, la réflectance moyenne de la surface encrée côté papier est donc $(1 - a + at^2)r_i$ où r_i est la réflectance diffuse de la surface seule, donnée par l'équation (4.29) et vaut généralement 0,6 dans le cas d'imprimés, dont l'indice est proche de 1,5. En décrivant le processus de réflexions multiples entre la surface et le substrat, nous obtenons la formule suivante pour la réflectance de l'imprimé en demi-ton :

$$\hat{R} = r_s + T_{in}T_{ex} \frac{\rho_g (1 - a + at)^2}{1 - r_i \rho_g (1 - a + at^2)} \quad (6.11)$$

Dans le cas de plusieurs encres générant un demi-ton à N colorants, l'équation de Clapper-Yule s'écrit [Rog00, HECC05, HH05] :

$$\hat{R} = r_s + T_{in}T_{ex} \frac{\rho_g \left(\sum_{i=1}^N a_i t_i \right)^2}{1 - r_i \rho_g \left(\sum_{i=1}^N a_i t_i^2 \right)} \quad (6.12)$$

D'après l'extension présentée dans [HH05], le modèle de Clapper-Yule appliqué

à la transmittance donne :

$$\hat{T} = T_{in} T'_{ex} \frac{\tau_g (1 - a + at)}{1 - r_i \rho_g (1 - a + at^2)} \quad (6.13)$$

où $\tau_g(\lambda)$ représente la transmittance intrinsèque du support et T'_{ex} la transmittance à l'interface substrat-air côté opposé à celui imprimé. Dans le cas où la même géométrie d'observation est utilisée en mode réflexion et en mode transmission, T'_{ex} et T_{ex} sont équivalents. L'extension aux demi-tons s'effectue de la même manière qu'avec l'équation (6.12) de la réflectance.

Le spectrophotomètre mesurant un facteur de luminance $\hat{R} = \frac{R}{R_{ref}}$, où R_{ref} correspond à la réflectance d'un diffuseur parfait, c'est-à-dire $1/\pi$, les termes $1/\pi$ présents dans (6.9) et (6.10) s'annulent.

6.2.4 Calibration des modèles

Un modèle de réflectance ou transmittance spectrale pour imprimés en demi-tons comme ceux présentés ci-dessus nécessite de déterminer les taux de couverture de chaque colorant ainsi que leur propriétés spectrales. D'autres paramètres spécifiques à chaque modèle doivent également être déterminés (réflectance du substrat, des interfaces, ou facteur n du modèle Yule-Nielsen ...). La *calibration* du modèle, valable pour un système d'impression donné (encres comprises), un type de trame (classique, stochastique ...), une linéature, une résolution et un type de support (papier, transparent ou autre), est nécessaire pour prédire par la suite le spectre de n'importe quel demi-ton imprimé dans ces mêmes conditions.

Dans les trois modèles spectraux présentés précédemment (Neugebauer, Yule-Nielsen, Clapper-Yule), nous devons déterminer le taux de couvertures a_k de chacun des colorants k . Pour cela, nous utilisons le nuancier présenté sur la figure 6.2, formé par l'impression des trois encres cyan, magenta et jaune aux taux nominal de couverture 0, 0,25, 0,50, 0,75 et 1, en mesurant la réflectance (le cas échéant la transmittance) des 44 patches de calibration, puis en prédisant la réflectance spectrale (ou transmittance) et en utilisant les relations (6.16) et (6.19).

Dans le cas du modèle Clapper-Yule, deux paramètres intrinsèques au support doivent être déterminés : $\rho_g(\lambda)$ et $\tau_g(\lambda)$. La réflectance intrinsèque $\rho_g(\lambda)$ du substrat est obtenue à partir de l'équation (6.11) en considérant la réflectance $R(\lambda)$ du papier non imprimé :

$$\rho_g(\lambda) = \frac{R(\lambda) - r_s}{T_{in} T_{ex} + r_i [R(\lambda) - r_s]} \quad (6.14)$$

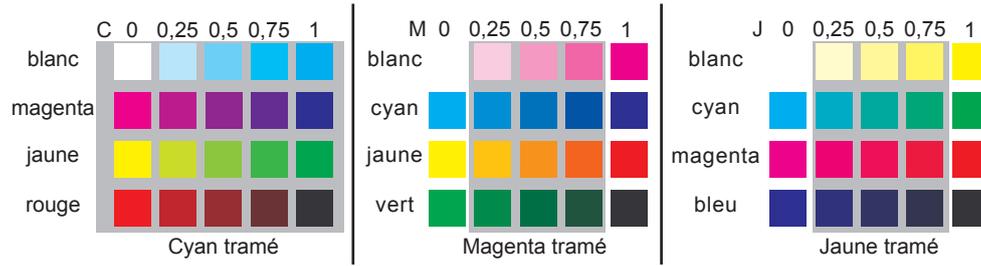


Figure 6.2 – Nuancier de 44 patches de calibration pour une imprimante à trois encres.

De même, à partir de la relation (6.13), nous en déduisons à partir de la transmittance mesurée $T(\lambda)$ du papier non-imprimé, la transmittance intrinsèque $\tau_g(\lambda)$:

$$\tau_g(\lambda) = \frac{T(\lambda)[1 - r_i \rho_g(\lambda)]}{T_{in} T'_{ex}} \quad (6.15)$$

Quant aux paramètres T_{in} , T_{ex} ou T'_{ex} en transmission, r_i et r_s , ils ne dépendent que de la géométrie de mesure et de l'indice effectif du système support-encres (voir paragraphe 6.2.3).

6.2.5 Méthodes d'estimation de l'engraissement du point d'encre

Il existe deux méthodes permettant d'estimer l'engraissement des points d'encre. La première consiste à ne considérer qu'une encre tramée sur le support vierge. À partir de la mesure de la réflectance de plusieurs demi-tons dont les taux de couvertures sont échantillonnés entre 0 et 1, nous en déduisons les taux de couvertures effectifs des encres tramées par minimisation de l'écart quadratique entre les réflectances spectrales prédites et mesurées. Cette méthode permet d'estimer l'engraissement mécanique et optique du point d'encre, mais suppose que le comportement des encres se déposant sur la surface est le même quand la surface est nue ou déjà encrée après dépôt d'une précédente encre.

Hersch et Crété [HC05] ont modélisé l'influence de l'impression d'une encre en demi-ton sur une surface uniformément encrée. Ceci constitue la deuxième méthode d'estimation de l'engraissement, qui est une extension de la première. En effet, lorsqu'une encre est déposée sur une autre encre, l'étalement de la première n'est pas la même que sur le substrat non-imprimé. Dans cette méthode, le nombre de mesures requis est plus élevé : il faut mesurer la réflectance spectrale d'une encre tramée (1) sur le substrat sans encre (première ligne sur la figure 6.2), (2) sur le substrat avec une couche d'encre (deuxième et troisième lignes sur la figure 6.2) et (3) avec

plusieurs couche d'encre superposées (dernière ligne sur la figure 6.2).

Pour chaque échantillon, on mesure sa réflectance spectrale, que l'on peut également prédire avec le modèle choisi. On estime le taux de couverture effectif a' par la minimisation de la différence quadratique entre les spectres prédits et mesurés :

$$a' = \arg \min_{0 < a < 1} \sum_{\lambda} \left[S_{mesuré}(\lambda) - S_{prédit}(a, \lambda) \right]^2 \quad (6.16)$$

Nous pouvons également effectuer la minimisation non plus sur la différence des spectres, mais sur la différence des logarithmes des spectres :

$$a' = \arg \min_{0 < a < 1} \sum_{\lambda} \left\{ \log [S_{mesuré}(\lambda)] - \log [S_{prédit}(a, \lambda)] \right\}^2 \quad (6.17)$$

Ceci a pour effet d'augmenter le poids des faibles valeurs spectrales dans la minimisation, en accord avec la sensibilité du système visuel humain, qui discrimine plus facilement des petites variations spectrales dans des bandes spectrales où l'intensité est faible que dans celle où elle est élevée. Il est également possible d'effectuer directement la minimisation sur l'écart colorimétrique CIELAB ΔE_{94} entre la couleur prédite et la couleur mesurée :

$$a' = \arg \min_{0 < a < 1} \sum_{\lambda} \left\{ \Delta E_{94} [S_{mesuré}(\lambda), S_{prédit}(a, \lambda)] \right\}^2 \quad (6.18)$$

Les trois méthodes ne sont pas tout à fait équivalentes, sauf s'il existe un taux de couverture tel que la prédiction coïncide parfaitement avec la mesure. Dans le cas contraire, les écarts quadratiques tendent à distribuer les écarts de manière homogènes sur tout le spectre, alors que l'écart colorimétrique tend à privilégier les spectres prédits présentant le meilleur degré de métamérie par rapport au spectre mesuré sous l'illuminant considéré dans la définition du ΔE_{94} .

Après avoir calculé le taux de couverture de chaque encre u sur chaque colorant colorant v , on définit la courbe d'engraisement $f_{u/v}(a)$ où u est l'encre tramée, v le colorant sur lequel est imprimé l'encre u et a est le taux de couverture nominal de l'encre.

La problématique d'interpolation des taux de couvertures effectifs a été largement étudiée dans la littérature [Bal99, HC05, BBH08, BH11]. La multiplication du nombre de demi-ton n'est pas forcément pertinent et la mesures de demi-ton imprimés aux taux 0,25, 0,50 et 0,75 sont suffisants pour obtenir des précisions de prédiction similaire même lorsque l'interpolation est linéaire [HC05]. D'autres interpolations sont possibles, par exemple l'interpolation parabolique à partir de la seule

mesure des demi-tons à 0,50 [BH11]. Là encore, la précision des prédictions reste similaire au cas d'une interpolation linéaire. Nous privilégions donc l'interpolation linéaire, comme indiqué dans la figure 6.3.

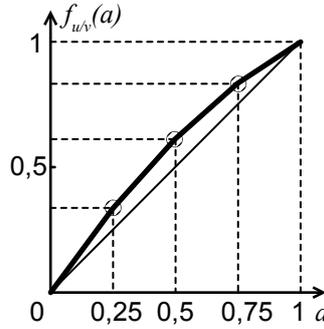


Figure 6.3 – Exemple de courbe d'engraisement $f_{u/v}(a)$.

Considérons maintenant un demi-ton défini par les taux de couvertures des trois encres, c_0 , m_0 et y_0 . Pour tenir compte de l'engraisement des points d'encre en supposant que dans un demi-ton, l'aire totale occupée par l'encre e_1 est obtenue à partir de la somme de l'aire $f_{e_1/\text{blanc}}$ occupée par cette encre sur le substrat non-imprimé, plus l'aire f_{e_1/e_2} occupée par cette encre sur une couche de l'encre e_2 plus l'aire occupée par cette encre sur tout autre combinaisons d'encres. Ainsi pour une imprimante à trois encres, cyan, magenta et jaune, on effectue quelques itérations des équations suivantes, en prenant comme valeurs initiales $c = c_0$, $m = m_0$ et $y = y_0$:

$$\begin{aligned}
 c &= (1 - m)(1 - y)f_{c/w}(c_0) + m(1 - y)f_{c/m}(c_0) \\
 &\quad + (1 - m)yf_{c/y}(c_0) + myf_{c/m+y}(c_0) \\
 m &= (1 - c)(1 - y)f_{m/w}(m_0) + c(1 - y)f_{m/c}(m_0) \\
 &\quad + (1 - c)yf_{m/y}(m_0) + cyf_{m/c+y}(m_0) \\
 y &= (1 - m)(1 - c)f_{y/w}(y_0) + m(1 - c)f_{y/m}(y_0) \\
 &\quad + (1 - m)cf_{y/c}(y_0) + mcf_{y/c+m}(y_0)
 \end{aligned} \tag{6.19}$$

Après quelques itérations, typiquement 4 ou 5, le système est stabilisé. Nous obtenons alors les taux de couverture effectifs des encres. Pour obtenir ceux des colorants, il suffit de les insérer dans les équations de Demichel (5.2).

6.2.6 Vérification des modèles

Nous avons testé les modèles de Neugebauer, Yule-Nielsen, Clapper-Yule, ainsi que le modèle pour un transparent seul en imprimant les supports avec une imprimante jet d'encre Canon PixmaPro 9500 Mark II. Les trois encres (cyan, magenta et jaune) sont imprimées aux taux de couverture nominaux de 0, 0,25, 0,50, 0,75 et 1, ce qui permet d'obtenir 125 patches (voir figure 6.4). Nous disposons de plusieurs types de papier : le papier de bureau (80 g m^{-2}), le papier photo mat Canon MP101, le papier photo brillant Canon PP201 et le papier APCO (papier supercalendé et non fluorescent). La référence des transparents pour jet d'encre utilisé est CG3460 de la marque 3M. Le modèle pour un transparent seul est testé pour l'impression laser couleur avec l'imprimante Brother HL-4150CDN en utilisant des film transparent de référence Tartan 901 de la marque 3M.

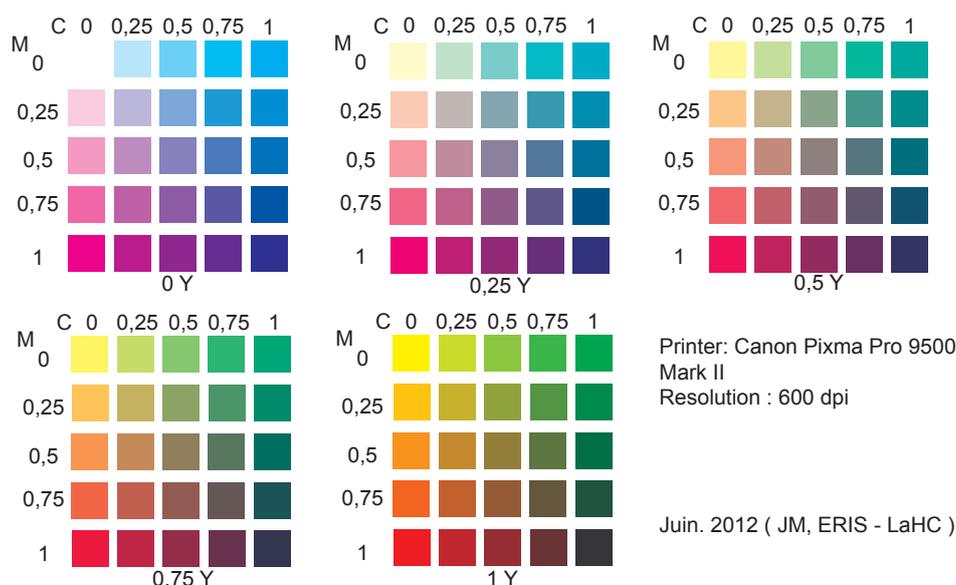


Figure 6.4 – Nuancier de 125 couleurs à imprimer.

Les mesures sont effectuées avec le spectrophotomètre Color i7 de X-rite. Cet instrument permet des mesures en réflexion et en transmission. Il possède une sphère intégrante permettant d'éclairer l'échantillon avec une source lambertienne en réflexion et en transmission. Rappelons que les géométries de mesures sont les géométrie $di:8^\circ$ ou $(de:8^\circ)$ en réflexion et $0^\circ:0^\circ$ en transmission.

L'écart colorimétrique ΔE_{94} défini dans le paragraphe 4.5 sert de métrique pour mesurer la précision des prédictions. Nous rappelons que la prédiction est jugée satisfaisante quand l'écart colorimétrique ΔE_{94} est inférieure à 1. Nous utilisons

également le 95-quantile, noté 95-Q, qui représente la borne supérieure de 95% des échantillons.

Nous avons testé une série de 125 patchs dont la trame est périodique (il s'agit d'une trame ordonnée à point centré) de linéature 150 *lpi*, et de résolution d'impression de 600 *dpi*. Ces patchs ont été imprimés sur les quatre papiers puis ont été mesurés en réflexion. Pour chaque papier nous avons testé les modèles de Neugebauer, Yule-Nielsen et Clapper-Yule. Nous avons enfin calculé les écarts colorimétriques entre les mesures et les prédictions. Les résultats sont rassemblées dans la table 6.1.

Table 6.1 – Précision des écarts entre les couleurs prédites et les couleurs mesurées pour quatre types de papiers.

Papier	Neugebauer		<i>n</i>	Yule-Nielsen		Clapper-Yule	
	ΔE_{94}	95-Q		ΔE_{94}	95-Q	ΔE_{94}	95-Q
MP101	1,19	2,37	10	0,35	0,63	0,42	0,78
PP201	2,06	4,61	5	0,67	1,36	0,93	1,86
APCO	0,43	0,86	6	0,32	0,74	0,31	0,73
Bureau	1,11	2,51	10	0,75	1,29	0,80	1,39

Pour les quatre papiers imprimés, nous constatons que le modèle de Neugebauer est le moins précis (table 6.1). Les deux autres modèles, Yule-Nielsen modified Neugebauer spectral et Clapper-Yule, fournissent des résultats similaires et très bons (en moyenne inférieurs à 1). Les résultats obtenus avec les modèles Yule-Nielsen et Clapper-Yule sont quasi identiques dans la mesure où ces deux modèles tiennent compte, quoique différemment des effets de propagation de la lumière entre point d'encre (l'effet Yule-Nielsen). Dans ce tableau, nous indiquons la valeur optimale du paramètre *n* de la transformée de Yule-Nielsen, obtenue par essais successifs sur les patchs de calibrage comme celui qui minimise l'écart entre les mesures et les prédictions sur ces patchs. La valeur de *n* est limitée à 10 dans le cas où sa valeur optimale tend asymptotiquement vers l'infini. Pour la superposition d'un transparent et d'un papier imprimé, la réflectance et la transmittance de l'un et de l'autre seront prédits par le modèle Yule-Nielsen (noté YN-SN).

Nous avons également testé l'influence de la trame sur trois types de papier : APCO, PP201 et MP101. Nous pouvons constater (table 6.2) que pour un papier considéré l'influence de la trame sur la précision du modèle est très faible, moyennant une augmentation du paramètre *n* lorsque la linéature augmente. Ceci montre, comme nous pouvons nous y attendre, que l'effet Yule-Nielsen est plus importante

Table 6.2 – Précision des écarts entre les couleurs prédites et les couleurs mesurées pour trois types de papiers en utilisant le modèle Yule-Nielsen.

Papier	100 <i>lpi</i>			150 <i>lpi</i>			Stochastique		
	<i>n</i>	ΔE_{94}	95- <i>Q</i>	<i>n</i>	ΔE_{94}	95- <i>Q</i>	<i>n</i>	ΔE_{94}	95- <i>Q</i>
MP101	3	0,52	1,22	10	0,50	1,32	10	0,51	1,16
APCO	3	0,33	0,78	6	0,32	0,74	3	0,30	0,64
PP201	3	0,49	1,26	5	0,67	1,36	3	0,63	1,43

à haute linéature, là où les points d'encre sont plus rapprochés.

Nous avons également testé les modèles YN-SN et Clapper-Yule en transmission. Cette étude n'a porté que sur le papier APCO dont l'opacité n'est pas trop importante pour pouvoir mesurer la transmittance avec une précision suffisante. Les résultats obtenus sont résumés dans la table 6.3. Nous pouvons constater que les

Table 6.3 – Précision des écarts colorimétriques entre les spectres prédits et mesurés pour le papier APCO en mode transmission.

Modèle	<i>n</i>	ΔE_{94}	95- <i>Q</i>
YN-SN	10	0.45	1.00
Clapper-Yule	—	0.44	0.92

deux modèles fournissent des résultats identiques et très satisfaisants puisque les différences colorimétriques entre les couleurs prédites et mesurées sont inférieures à 1. Les deux modèles prennent donc en compte les effets optiques (effet Yule-Nielsen) de manière comparable.

6.3 Modèle pour transparent en réflexion et transmission

Comme son nom l'indique, un transparent n'est pas diffusant. Lorsqu'on l'imprime, pourvu que les encres ne soient pas diffusantes, le transparent reste non diffusant. Ses propriétés optiques sont donc très différentes de celles d'un papier imprimé. Nous introduisons dans ce paragraphe un modèle prédictif spectral en réflexion et en transmission inspiré d'un modèle introduit par Hébert [HHS08] pour des transparents uniformément colorés (feuille d'acétate teintée dans la masse) dont nous rappelons ici les grandes lignes.

6.3.1 Reflectance et transmittance d'un film transparent absorbant

Un transparent non-diffusant est composé de deux interfaces planes entourant un milieu non-diffusant d'indice de réfraction n_1 et l'air (indice $n_0 = 1$). Comme représenté sur la figure 6.5, un faisceau de lumière collimatée arrivant sur l'interface supérieure du transparent est réfléchi plusieurs fois à l'intérieur du transparent entre ses deux surfaces. Nous considérons que l'épaisseur du transparent est plus grande que la longueur de cohérence de la source utilisée de sorte qu'aucun effet d'interférence ne se produit. Dans le cas d'une lame en verre, les polarisations parallèle et perpendiculaire auraient la même trajectoire mais la réflectance angulaire des surfaces pour chacune d'elles serait différente. Cependant, sans doute à cause du caractère fortement biréfringent des films plastiques, prendre en compte la polarisation ne modifie pas significativement la précision de prédiction. Nous considérons donc que la lumière est temporellement incohérente et non-polarisée à chaque réflexion ou transmission aux interfaces.

En traversant le substrat du transparent, la lumière est atténuée d'un facteur $t_t^{1/\cos\theta_1}(\lambda)$ d'après l'équation (4.20), où $t_t(\lambda)$ désigne la *transmittance normale* du transparent, c'est-à-dire la transmittance définie pour un faisceau perpendiculaire à la couche, et θ_1 l'orientation de la lumière dans le transparent. Comme $\theta_1 = \arcsin(\sin\theta_0/n_1)$, nous obtenons :

$$\frac{1}{\cos\theta_1} = \left(1 - \frac{\sin^2\theta_0}{n_1^2}\right)^{1/2} \quad (6.20)$$

En sommant les contributions des composantes sortant de chaque côté du transparent, on obtient ainsi une série géométrique exprimant la réflectance spectrale $R_{010}(\theta_0, t_t, \lambda)$ du transparent et sa transmittance spectrale $T_{010}(\theta_0, t_t, \lambda)$ pour l'angle d'incidence θ_0 considéré :

$$R_{010}(\theta_0, t_t, \lambda) = R_{01}(\theta_0) + \frac{T_{01}^2(\theta_0) R_{01}(\theta_0) t_t^{2/\cos\theta_1}(\lambda)}{1 - R_{01}^2(\theta_0) t_t^{2/\cos\theta_1}(\lambda)} \quad (6.21)$$

et

$$T_{010}(\theta_0, t_t, \lambda) = \frac{T_{01}^2(\theta_0) t_t^{1/\cos\theta_1}(\lambda)}{1 - R_{01}^2(\theta_0) t_t^{2/\cos\theta_1}(\lambda)} \quad (6.22)$$

Dans le cas où le transparent est uniformément imprimé avec un colorant (une couche d'encre ou plusieurs couches d'encres superposées), les formules (6.21) et (6.22) restent valides en remplaçant la transmittance normale $t_t(\lambda)$ du transparent

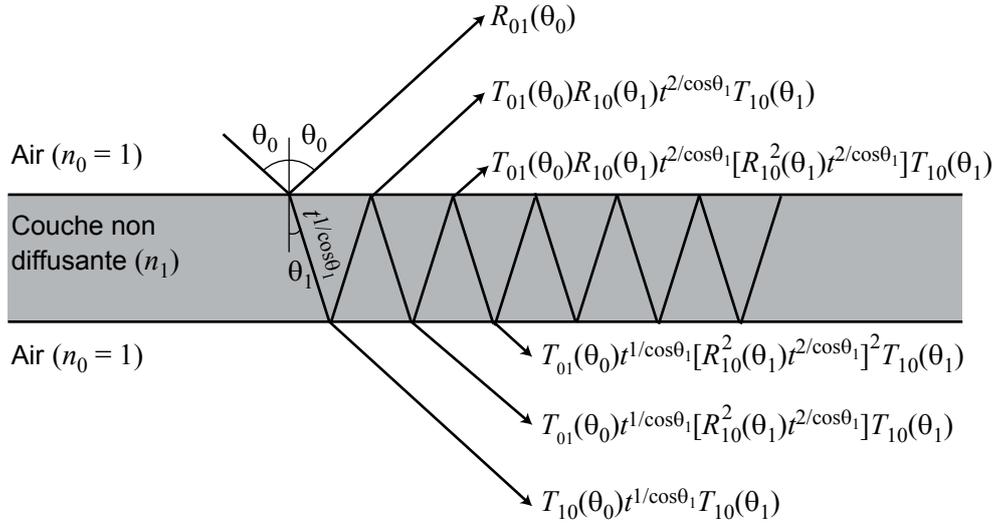


Figure 6.5 – Réflexion et transmission de lumière collimatée par une lame non diffusante.

non-imprimé par la transmittance normale $t_k(\lambda)$ du transparent imprimé avec ce colorant.

A l'incidence normale, en notant r_0 la réflectance de l'interface à l'incidence normale donnée par la formule (4.25), on obtient :

$$R_{010}(0, t_k, \lambda) = r_0 + \frac{(1 - r_0)^2 r_0 t_k^2(\lambda)}{1 - r_0^2 t_k^2(\lambda)} \quad (6.23)$$

et :

$$T_{010}(0, t_k, \lambda) = \frac{(1 - r_0)^2 t_k(\lambda)}{1 - r_0^2 t_k^2(\lambda)} \quad (6.24)$$

Le transparent n'étant pas diffusant, le détecteur placé selon la normale de l'échantillon ne capte que le faisceau incident normal à la surface, la lumière oblique étant réfléchié ou transmise à côté du détecteur. Ainsi, même lorsque la source lumineuse incidente est diffuse, la géométrie de mesure est bien une géométrie bi-directionnelle $0^\circ:0^\circ$ (voir remarque chapitre 4, section 4.1 page 77).

La transmittance normale $t_k(\lambda)$ du colorant k peut être déduite de la mesure de $R_{010}(0, t_k, \lambda)$ ou de $T_{010}(0, t_k, \lambda)$. Cependant, la réflectance d'un transparent étant faible (de l'ordre de 0,1), la mesure est plus sensible au bruit et donc moins précise. Dans ce cas, nous privilégions la mesure de $T_{010}^{(k)}(\lambda)$ pour calculer la transmittance

normale de chaque colorant à partir de la relation (6.24) :

$$t_k = \frac{\left[(1 - r_0)^4 + 4r_0^2 \left(T_{010}^{(k)} \right)^2 \right]^{1/2} - (1 - r_0)^2}{2r_0^2 T_{010}^{(k)}} \quad (6.25)$$

6.3.2 Extension du modèle aux demi-tons

Pour un transparent imprimé en demi-ton, nous n'avons logiquement pas d'effet Yule-Nielsen puisque le support n'est pas diffusant. Nous pouvons donc simplement appliquer le modèle de Neugebauer (équation 6.3) en prenant comme réflectance (transmittance) pour le colorant k , la réflectance $R_{010}(0, t_k, \lambda)$ (respectivement la transmittance $T_{010}(0, t_k, \lambda)$). Nous obtenons alors pour la réflectance :

$$R_{010}(\theta_0, a_k, t_k, \lambda) = \sum_{k=1}^8 a_k R_{010}(\theta_0, t_k, \lambda) \quad (6.26)$$

et pour la transmittance :

$$T_{010}(\theta_0, a_k, t_k, \lambda) = \sum_{k=1}^8 a_k T_{010}(\theta_0, t_k, \lambda) \quad (6.27)$$

Cependant, nous avons observé expérimentalement qu'un léger phénomène similaire à l'effet Yule-Nielsen se produit, dû à la transition de la lumière d'un colorant à un autre pendant le processus de réflexions multiples, notamment lorsque la lumière est légèrement diffusée par une encre ou une impureté et devient oblique. Nous proposons donc d'appliquer la transformée Yule-Nielsen aux équations (6.26) et (6.27) :

$$R_{010}(\theta_0, a_k, t_k, \lambda) = \left[\sum_{k=1}^8 a_k R_{010}^{1/n}(\theta_0, t_k, \lambda) \right]^n \quad (6.28)$$

et :

$$T_{010}(\theta_0, a_k, t_k, \lambda) = \left[\sum_{k=1}^8 a_k T_{010}^{1/n}(\theta_0, t_k, \lambda) \right]^n \quad (6.29)$$

Comme pour les imprimés sur papier, le paramètre n est généralement différent en réflectance et en transmittance. L'amélioration de la précision de prédiction est montrée dans la table 6.4 du paragraphe 2.4.1.

Jusqu'à présent, nous avons supposé que le transparent et les encres étaient non-diffusants. Cependant, en pratique, une faible diffusion de lumière par les encres est

perceptible en réflexion. Nous pouvons observer sur la figure 6.6 que la réflectance d'un transparent imprimé est plus grande que celle du transparent non-imprimé alors qu'elle devrait être plus faible si les encres étaient purement absorbantes. Afin de tenir compte de la diffusion par les encres, nous introduisons une composante supplémentaire, notée ρ et supposée lambertienne. Pour simplifier l'écriture des équations à suivre, nous ajoutons un coefficient multiplicatif K à cette composante, K valant 0 lorsque la diffusion est ignorée et 1 lorsqu'elle est prise en compte. Nous supposons également que cette composante diffuse est indépendante de la composante directionnelle R_{010} . Nous considérons que le transparent reçoit un flux lambertien Φ_A . La

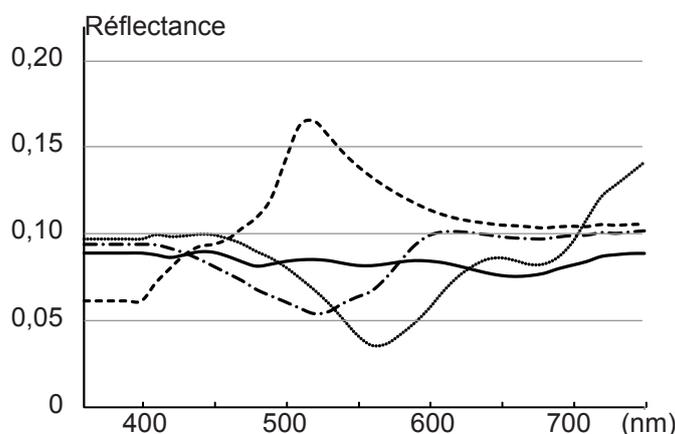


Figure 6.6 – Réflectance spectrale d'une couche d'encre imprimée sur un transparent : cyan (ligne en pointillée), magenta (ligne point-trait), jaune (ligne discontinue) et aucune encre (ligne pleine).

partie non-diffusante et la partie lambertienne du transparent vont interagir différemment avec le flux reçu. Une fraction $K\rho(\lambda)$ de Φ_A est diffusée et le flux $K\rho(\lambda)\Phi_A$ est captée par le détecteur. Le flux $R_{010}(0, a_k, t_k, \lambda)\Phi_A$ réfléchi par le transparent est également capté par le détecteur. La réflectance spectrale du transparent est donnée par :

$$\hat{R}(\lambda) = R_{010}(0, a_k, t_k, \lambda) + K\rho(\lambda) \quad (6.30)$$

A cause de cette faible diffusion, nous ne pouvons plus affirmer que la géométrie de mesure est bi-directionnelle. Nous devons donc considérer une géométrie bi-directionnelle pour la composante directionnelle, et une géométrie hémisphérique-directionnelle pour la composante diffuse. Dans ce cas, seule une fraction $1/\pi$ du flux lambertien incident est réfléchi pour la composante spéculaire et seule la fraction 1π du flux lambertien réfléchi par la composante diffuse est capté par le détecteur. En divisant ensuite par la réflectance du diffuseur parfait, on obtient \hat{R} . En effectuant

des mesures sans composante spéculaire (géométrie $de:8^\circ$), nous mesurons un facteur de réflexion qui est égal à la réflectance diffuse $K\rho(\lambda)$ avec $K = 1$ puisque le réflecteur considéré ici est Lambertien. Dans le cas d'un imprimé en demi-tons, nous pouvons prédire la réflectance diffuse $\rho(\lambda)$ à partir des réflectances $\rho_k(\lambda)$ mesurées pour les différents colorants k :

$$\rho(\lambda) = \sum_{k=1}^8 a_k \rho_k(\lambda). \quad (6.31)$$

L'équation (6.31) suppose implicitement que la contribution de chaque colorant est proportionnelle à son taux de couverture. Nous supposons également que la réflectance d'un transparent est la même des deux côtés, ce qui n'est généralement vrai qu'en première approximation. Le principe de retour inverse de la lumière stipule l'égalité entre les réflectances mesurées dans les géométries $0^\circ:d$ et $d:0^\circ$ [Gla95].

6.3.3 Calibration du modèle

La calibration consiste à déterminer par la mesure les paramètres a_k , $t_k(\lambda)$ et $\rho_k(\lambda)$. A partir des huit patches contenant un seul colorant et de leur transmittance $Q_t^{(k)}(\lambda)$ mesurée à 0° et de leur réflectance $\hat{P}_t^{(k)}(\lambda)$ mesurée à 8° en excluant la composante spéculaire, nous déduisons les transmittance normales $t_k(\lambda)$ d'après l'équation (6.25), et les réflectances $\rho_k(\lambda)$ directement égales aux réflectances mesurées. Nous calculons ensuite les fonctions d'engraisement et les taux de couverture effectifs des encres, puis des colorants selon la méthode décrite dans la section 6.2.5.

Reprenons cette méthode dans le cas des transparents imprimés. Tout d'abord, on imprime les 36 patches où une encre est tramée à un taux de couverture nominal de 0,25, 0,5 ou 0,75 et superposée à chacun des colorants ne contenant pas cette encre. La transmittance de chacun de ces patches est :

$$T_t^{(u/v)}(a, \lambda) = \left\{ a \left[\frac{(1-r_0)^2 t_z(\lambda)}{1-r_0^2 t_z^2(\lambda)} \right]^{1/n} + (1-a) \left[\frac{(1-r_0)^2 t_v(\lambda)}{1-r_0^2 t_v^2(\lambda)} \right]^{1/n} \right\}^n \quad (6.32)$$

où $t_z(\lambda)$ est la transmittance normale du colorant z résultant de la superposition de l'encre u et du colorant v , $t_v(\lambda)$ est celle du colorant v et a le taux de couverture du colorant z . Le taux de couverture a est estimé par minimisation de la différence quadratique entre le spectre prédit, $T_t^{(u/v)}(a, \lambda)$, et le spectre mesuré, $Q_t^{(u/v)}(\lambda)$:

$$a'_{u/v} = \arg \min_a \sum_{\lambda} \left[T_t^{(u/v)}(a, \lambda) - Q_t^{(u/v)}(\lambda) \right]^2 \quad (6.33)$$

Ces taux étant théoriquement indépendants de la géométrie de mesure, ceux-ci devraient être également valides pour le modèle en réflectance. Cependant, les taux de couverture effectifs déduits des mesures en réflexion, à partir du modèle de réflectance correspondant, sont sensiblement différents. Ce phénomène a déjà été souligné pour des imprimés sur papier (voir [HH11]). Ceci est probablement dû au fait que les taux de couverture effectifs tiennent compte de phénomènes optiques non modélisés ici. Nous notons alors $b_{u/v}$ le taux effectif de couverture obtenue en réflexion. Ces taux sont déterminés par la minimisation de la différence quadratique entre le spectre mesuré $\hat{P}_t^{(u/v)}(\lambda)$ et le spectre prédit :

$$b'_{u/v} = \arg \min_b \sum_{\lambda} \left[b\rho_z(\lambda) + (1-b)\rho_v(\lambda) - \hat{P}_t^{(u/v)}(\lambda) \right]^2 \quad (6.34)$$

où $\rho_z(\lambda)$ est la réflectance diffuse du colorant z résultant de la superposition de l'encre u et du colorant v , $\rho_v(\lambda)$ celle du colorant v et b est le taux de couverture nominal de l'encre u .

A partir des valeurs de $a'_{u/v}$ et $b'_{u/v}$ obtenus, nous en déduisons les fonctions d'engraissement $f_{u/v}(a)$, respectivement $g_{u/v}(b)$. Ensuite, pour n'importe quel demi-ton, nous calculons le taux de couverture effectifs $\{a_c, a_m, a_y\}$ et $\{b_c, b_m, b_y\}$ des trois encres en itérant les formules (6.19), puis les taux de couverture effectifs des colorants a_k et b_k en utilisant les équations de Demichel (5.2). Enfin, la réflectance spectrale est donnée par :

$$\hat{R}(\theta_0, a_k, t_k, b_k, \rho_k, \lambda, K) = \left[\sum_{k=1}^8 a_k R_{010}^{1/n}(\theta_0, t_k, \lambda) \right]^n + K \sum_{k=1}^8 b_k \rho_k(\lambda) \quad (6.35)$$

et la transmittance, par :

$$T(\theta_0, a_k, t_k, \lambda) = \left[\sum_{k=1}^8 a_k T_{010}^{1/n}(\theta_0, t_k, \lambda) \right]^n \quad (6.36)$$

Dans le cas d'une géométrie bi-hémisphérique, d'après l'équation (4.29), la réflectance du transparent imprimé s'écrit :

$$r(a_k, t_k, b_k, \rho_k, \lambda, K) = \int_{\theta_0=0}^{\pi/2} \hat{R}(\theta_0, a_k, t_k, b_k, \rho_k, \lambda, K) \sin 2\theta_0 d\theta_0 \quad (6.37)$$

et d'après l'équation (4.30), la transmittance s'écrit :

$$t(a_k, t_k, \lambda) = \int_{\theta_0=0}^{\pi/2} T(\theta_0, a_k, t_k, \lambda) \sin 2\theta_0 d\theta_0 \quad (6.38)$$

6.3.4 Validation expérimentale du modèle

Intéressons nous maintenant au cas du transparent imprimé en demi-ton. Nous imprimons les 125 patchs colorés de la figure 6.2 avec deux types de trame : une trame périodique [un exemple est donné sur la figure 5.9(a)] à 150 *lpi* et une trame stochastique [un exemple est donné sur la figure 5.9(b)]. la table 6.4 rassemble les résultats pour la prédiction des couleurs imprimées sur un transparent. Le modèle de

Table 6.4 – Précision des écarts entre les couleurs prédites et les couleurs mesurées pour le transparent 3M CG3460 imprimé en jet d'encre, en mode réflexion et transmission.

Mode	Géom.	Model	Trame périodique			Trame stochastique		
			n	ΔE_{94}	95-Q	n	ΔE_{94}	95-Q
R	$de:8^\circ$	IS-SN	–	0,28	0,82	–	0,29	0,99
	$de:8^\circ$	IS-YNSN	10	0,25	0,70	10	0,24	0,84
	$di:8^\circ$	(6.35) $K = 1$	–	2,07	2,57	–	1,99	2,60
	$di:8^\circ$	(6.35) $K = 0$	–	2,02	2,53	–	1,90	2,48
	$di:8^\circ$	IS-YNSN	4	0,16	0,41	2	0,15	0,48
T	$d:0^\circ$	IS-SN	–	0,70	1,59	–	0,54	1,27
	$d:0^\circ$	IS-YNSN	2	0,63	1,64	2	0,34	0,87

réflectance est basé sur deux géométries différentes : $de:8^\circ$ (les deux premières lignes du tableau) et $di:8^\circ$ (les trois suivantes). Nous avons testé le modèle de Neugebauer (*Ink Spreading enhanced Spectral Neugebauer model*, noté IS-SN) et le modèle Yule-Nielsen (*Ink Spreading enhanced Yule-Nielsen modified Spectral Neugebauer model*, noté IS-YNSN) pour chaque géométrie. Lorsque la composante spéculaire est exclue (deux premières lignes), les deux modèles donnent des résultats très satisfaisants avec un écart colorimétrique ΔE_{94} moyen sur les 125 patchs inférieur à 0,3. Lorsque la composante spéculaire est incluse, le modèle utilisé pour prédire le spectre en réflectance est donné par la formule (6.35). La prise en compte de la légère diffusion de la lumière par les encres est indiquée par $K = 1$, dans le cas contraire $K = 0$. Nous pouvons remarquer que ce modèle donne des résultats mauvais sur l'ensemble des mesures avec un écart colorimétrique moyen supérieur à 2. Ces mauvaises prédictions proviennent probablement d'une mauvaise estimation des taux de couverture effectifs des colorants déduits des mesures en transmittance (voir paragraphe 6.3.3). Les paramètres de calibration obtenus en mode transmission ne sont pas adaptés à la prédiction des réflectances [HH11]. Nous obtenons de meilleurs résultats en appliquant simplement le modèle IS-YNSN, en calibrant le modèle à partir de la mesure

des patches de calibration en réflectance.

Le transparent imprimé est ensuite analysé en transmission. Dans cette configuration, nous pouvons appliquer le modèle de Neugebauer ou le modèle IS-YNSN. Dans les deux cas, les résultats obtenus sont également très satisfaisants, l'écart colorimétrique moyen étant inférieur à 0,7 pour les deux types de trame. Le modèle IS-YNSN améliore légèrement la précision des prédictions. Là encore, l'effet Yule-Nielsen est plus important sur la trame stochastique pour laquelle les points d'encre sont plus petits, si on en juge par la valeur de n optimale, laquelle est déduite des mesures de patches de calibration.

Intéressons-nous à présent à l'impression électrophotographique en couleur avec l'imprimante Brother HL-4150CDN. Nous imprimons le nuancier sur un film transparent dédié aux imprimantes « laser », film 3M Tartan 901. Nous testons les différents modèles pour ce transparent. Nous avons mesuré la réflectance au recto (encre côté détecteur) et au verso. Nous avons rassemblé les résultats sur les écarts colorimétriques moyens sur les couleurs du nuancier sur la table 6.5. Concernant la

Table 6.5 – Précision des écarts entre les couleurs prédites et les couleurs mesurées pour le transparent 3M Tartan 901 imprimé en laser, en mode réflexion et transmission.

Mode	Géom.	Model	Recto			Verso		
			n	ΔE_{94}	$95-Q$	n	ΔE_{94}	$95-Q$
R	$de:8^\circ$	IS-SN	–	2,35	5,83	–	0,30	1,01
	$de:8^\circ$	IS-YNSN	2	2,41	6,20	2	0,34	1,02
	$di:8^\circ$	(6.35) $K = 1$	–	4,14	5,61	–	1,10	2,09
	$di:8^\circ$	(6.35) $K = 0$	–	0,40	0,83	–	1,46	3,78
	$di:8^\circ$	IS-YNSN	6	0,08	0,28	–	0,38	1,05
T	$d:0^\circ$	IS-SN ^b	–	1,08	2,44	–	1,15	2,51
	$d:0^\circ$	IS-YNSN	2	1,00	2,44	2	1,30	2,70

transmittance, les écarts moyens obtenus pour le recto et le verso sont inférieurs à 1,30, néanmoins plus élevé que pour les transparents imprimés sur jet d'encre. Ceci peut s'expliquer par une diffusion plus importante par les poudres utilisées dans l'impression électrophotographie et la géométrie de mesure utilisée pour effectuer les mesures ($d:0^\circ$). Pour la réflectance, les résultats sont plus ou moins bons en fonction du modèle et du côté analysé. Prenons le cas de la mesure excluant la composante spéculaire. Les écarts moyens obtenus pour le recto sont proches de 2,3 alors qu'ils sont inférieurs à 0,3 pour le verso. Là encore, la géométrie de mesure et la position de l'encre vis-à-vis du détecteur modifient l'influence de la diffusion

des encres. Pour le cas où la composante spéculaire est incluse dans la mesure, le modèle IS-YNSN donne les meilleures prédictions (écarts moyen inférieurs à 0,4). Alors que le modèle incluant la diffusion est très bon pour le verso, $\Delta E_{94} = 1,10$, il est moins bon pour le recto ($\Delta E_{94} = 4,14$). En effet, la composante diffuse ($K = 1$) provient de la prédiction de la réflectance en mode spéculaire exclue qui est moins bonne pour le recto que pour le verso. Notons enfin que le modèle de prédiction de la réflectance, incluant la réflectance incluse mais sans tenir compte de la diffusion ($K = 0$), obtenue à partir des mesures en transmittance donne de très bons résultats pour le recto ($\Delta E_{94} = 0,40$) par rapport au verso ($\Delta E_{94} = 1,46$).

Nous avons calculé l'écart colorimétrique moyen entre les mesures côtés verso et recto pour les deux types d'impression et pour les deux géométries de mesures pour 44 échantillons mesurés. Nous pouvons remarquer sur la table 6.6 que l'écart moyen ΔE_{94} est supérieur à 3 pour la réflectance, quelle que soit l'imprimante. On peut

Table 6.6 – Précision des écarts entre les couleurs mesurées au verso et au recto, pour les techniques d'impressions laser et jet d'encre.

Mode	Laser		Jet d'encre	
	ΔE_{94} moyen	ΔE_{94} max	ΔE_{94} moyen	ΔE_{94} max
R	4,6	11,4	3,3	6,6
T	1,6	4,5	0,8	2,0

également constater que l'écart moyen entre la transmittance au recto et au verso est inférieur à 1 pour l'impression jet d'encre alors qu'il est de 1,6 pour l'impression laser. Notons toutefois que le transparent non-imprimé pour l'impression laser ou jet d'encre à un écart ΔE_{94} inférieur à 0,06 entre le recto et le verso. La différence observée entre recto et verso provient donc des encres ou toners utilisés. Ceci peut s'expliquer par de la diffusion lumineuse due aux encres et à la rugosité de l'interface air-encre, et par le fait que la géométrie de mesure, en réflexion et transmission, est hémisphérique-directionnelle. Par le principe de retour inverse de la lumière, le détecteur capte un flux provenant d'un angle solide d'autant plus large que l'encre est disposée côté détecteur (figure 6.7, le « lobe » coloré en gris). Pour l'impression en laser, il s'agit d'une diffusion de la lumière par la surface de l'encre en poudre.

Pour compléter ces résultats, nous avons tracé sur la figure 6.8, les réflectances spectrales (dans les conditions où la composante spéculaire est incluse) des poudres cyan, magenta et jaune de l'imprimante laser, ainsi que celle du transparent 3M Tartan 901 non-imprimé pour les configurations recto et verso. Pour le transparent non-imprimé ou imprimé avec la poudre cyan, nous ne constatons quasiment aucune

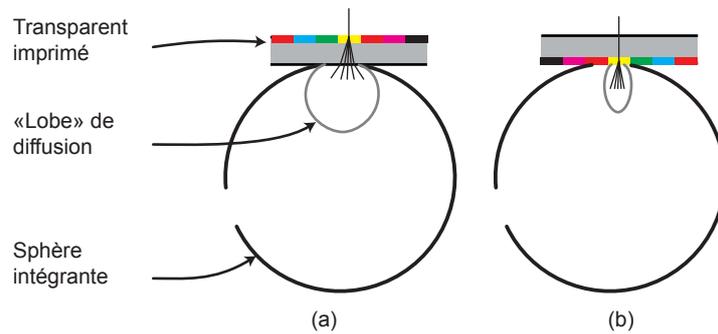


Figure 6.7 – Configurations de mesures en transmission pour les transparents imprimés en laser : (a) le côté imprimé (recto) et (b) le côté non-imprimé sont orientés face au détecteur. Le « lobe » de diffusion, déterminé par retour inverse de la lumière, est représenté en gris.

différence entre les spectres mesurés au recto et au verso. Par contre, on peut noter une différence notable pour les spectres des poudres jaune et magenta sur une large bande du spectre où elles sont non-absorbantes.

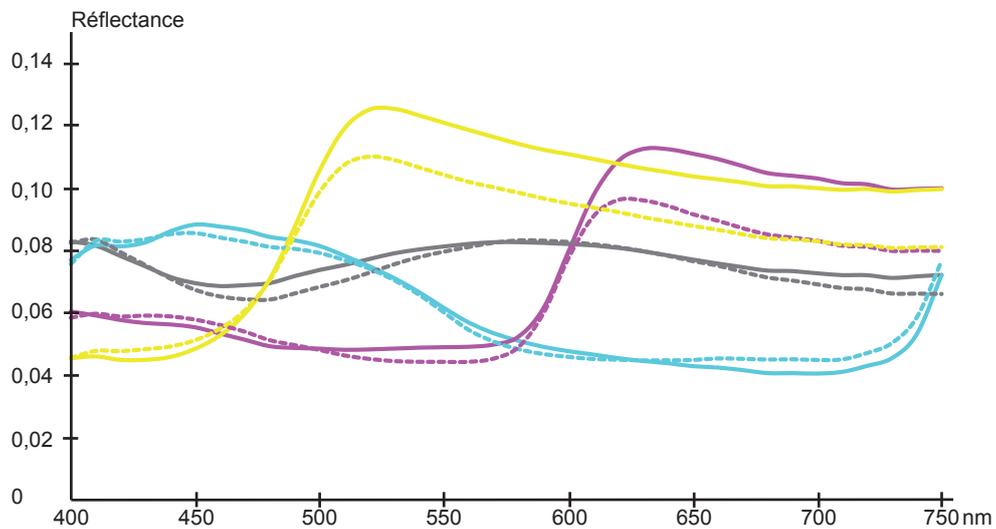


Figure 6.8 – Réflectances spectrales mesurées à 0° des toners cyan, magenta et jaune (représentées selon leur couleur) et celle du transparent non-imprimé (courbe grise). Les lignes continues (resp. discontinues) représentent les spectres dont le côté encre (resp. non-encre) est orienté vers la sphère.

CONCLUSION

Que ce soit pour des imprimés sur papier ou sur transparent, les prédictions de réflectances et transmittances spectrales sont bonnes, notamment celles données par le modèle IS-YNSN. C'est par conséquent ce modèle que nous utiliserons par la suite pour déterminer les réflectances et transmittances individuelles d'imprimés lorsque ceux-ci seront superposés.

Modèles à deux flux pour imprimés superposés

Dans ce chapitre, nous nous intéressons à la couleur d'imprimés superposés, notamment les empilements de transparents imprimés en demi-tons, et les transparents imprimés posés sur papier imprimé. Ces deux configurations ont été choisies car elles peuvent être associées à un schéma de cryptographie visuelle. Chaque modèle est vérifié par une série de tests expérimentaux. Le modèle développé pour les transparents imprimés présente sur le plan conceptuel une analogie intéressante avec le modèle Kubelka-Munk.

7.1 Modèle pour empilements de transparents imprimés

La réflectance et la transmittance d'une pile de transparents imprimés en demi-tons peuvent être modélisées par extension d'un modèle développé par Hébert *et al.* [HHS08] pour une pile de films non-diffusants colorés. Nous proposons de rappeler ce modèle dans ses grandes lignes avant de présenter son extension aux imprimés en demi-ton.

7.1.1 Pile de films absorbants non-diffusants

Considérons une pile de films absorbants non-diffusants ayant le même indice n_1 séparés entre eux par une mince couche d'air d'indice de réfraction $n_0 = 1$. Le modèle décrit dans le paragraphe 6.3 permet de prédire la réflectance spectrale

(équation 6.21) et la transmittance spectrale (équation 6.22) d'un film. Pour simplifier les expressions, nous notons $R_i(\theta_0)$ la réflectance du transparent i et $T_i(\theta_0)$ sa transmittance. On suppose dans un premier temps que les films sont de couleur différente.

On numérote les films dans la pile dans l'ordre croissant de succession en partant du recto, c'est-à-dire de celui qui est le plus proche du détecteur. Pour deux films, la réflectance et la transmittance sont données par les relations suivantes :

$$R_{12}(\theta_0) = R_1(\theta_0) + \frac{T_1^2(\theta_0) R_2(\theta_0)}{1 - R_1(\theta_0) R_2(\theta_0)} \quad (7.1)$$

et

$$T_{12}(\theta_0) = \frac{T_1(\theta_0) T_2(\theta_0)}{1 - R_1(\theta_0) R_2(\theta_0)} \quad (7.2)$$

Ces relations proviennent d'une description du processus de réflexions multiples qui se produit entre les deux films absorbants non-diffusants (figure 7.1). Pour chaque

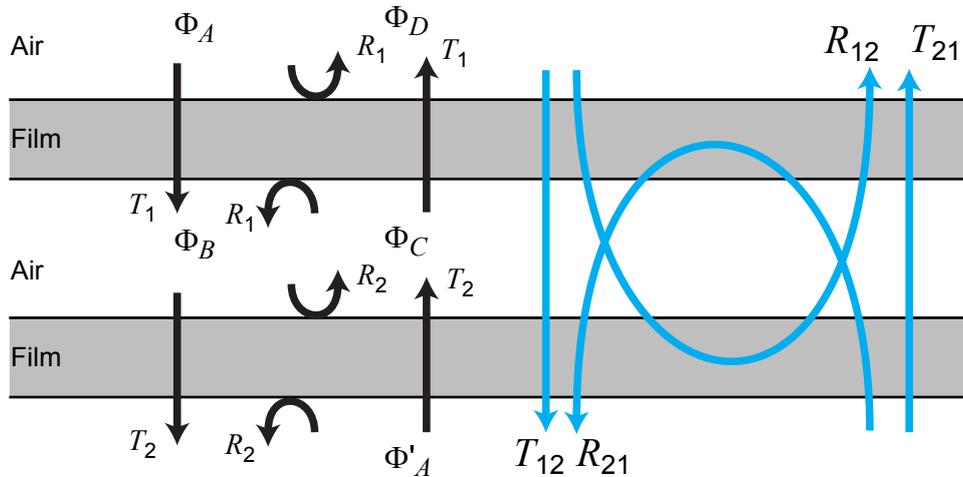


Figure 7.1 – Réflexions et transmission entre deux films absorbants non-diffusants.

angle d'incidence θ_0 , tandis qu'une fraction $R_1(\theta_0)$ du flux incident Φ_A est réfléchi par le premier, une autre fraction $T_1(\theta_0)$ est transmise et contribue au flux Φ_B . Une fraction $R_2(\theta_0)$ du flux Φ_B entre les deux films est réfléchi par le deuxième film contribuant également à ce flux Φ_B et par conséquent au processus de réflexions multiples. Une fraction $T_2(\theta_0)$ est quant à elle transmise par ce deuxième film et contribue au flux Φ'_A . Une fraction, $R_1(\theta_0)$, du flux Φ_B est réfléchi par le premier film et une fraction $T_1(\theta_0)$ de Φ_B est transmise. En sommant les contributions, nous

obtenons une série géométrique de raison $R_1(\theta_0)R_2(\theta_0)$ pour la réflectance et la transmittance aboutissant aux équations précédentes.

En considérant la source et le détecteur du côté du deuxième film, la réflectance vaut :

$$R_{21}(\theta_0) = R_2(\theta_0) + \frac{T_2^2(\theta_0)R_1(\theta_0)}{1 - R_2(\theta_0)R_1(\theta_0)} \quad (7.3)$$

Quant à la transmittance $T_{21}(\theta_0)$, elle est égale à la transmittance $T_{12}(\theta_0)$. Nous pouvons remarquer que les réflectances des deux côtés sont différentes, ce qui est logique puisque l'ensemble est dissymétrique, les réflectances de chaque film sont différentes.

Lorsque nous ajoutons un troisième film à la suite du deuxième, la réflectance et la transmittance sont obtenues en suivant un raisonnement similaire à celui développé pour deux film, en considérant les deux premiers films d'une part et le troisième d'autre part. Ce raisonnement s'étend à l'ajout d'un film $i+1 = j$ à la pile de i films. Par itération depuis les deux premiers films, nous obtenons la réflectance au recto d'une pile de j films :

$$R_{1\dots ij}(\theta_0) = R_{1\dots i}(\theta_0) + \frac{T_{1\dots i}^2(\theta_0)R_j(\theta_0)}{1 - R_{i\dots 1}(\theta_0)R_j(\theta_0)} \quad (7.4)$$

sa réflectance au verso

$$R_{ji\dots 1}(\theta_0) = R_j(\theta_0) + \frac{T_j^2(\theta_0)R_{i\dots 1}(\theta_0)}{1 - R_{i\dots 1}(\theta_0)R_j(\theta_0)} \quad (7.5)$$

et sa transmittance au recto

$$T_{1\dots ij}(\theta_0) = \frac{T_{1\dots i}(\theta_0)T_j(\theta_0)}{1 - R_{i\dots 1}(\theta_0)R_j(\theta_0)} \quad (7.6)$$

et sa transmittance au verso

$$T_{ji\dots 1}(\theta_0) = \frac{T_{i\dots 1}(\theta_0)T_j(\theta_0)}{1 - R_{i\dots 1}(\theta_0)R_j(\theta_0)} \quad (7.7)$$

Ayant constaté que $T_{21}(\theta_0)$ et $T_{12}(\theta_0)$ sont équivalents, on peut montrer que $T_{ji\dots 1}$ et $T_{1\dots ij}$ sont identiques.

7.1.2 Pile de transparents imprimés en demi-tons

L'extension aux demi-tons que nous proposons est la suivante : pour chaque transparent imprimé en demi-tons, nous prédisons sa réflectance spectrale et sa transmittance spectrale à partir des relations (6.28) et (6.29) respectivement. Nous supposons que la diffusion de la lumière par les encres est faible ne tenons donc pas compte de la correction de l'équation (6.28) par ajout d'une réflectance diffuse. Ce modèle suppose que le processus de réflexions multiples s'établit entre les demi-tons et non entre les points d'encre, sans quoi il faudrait sommer les contributions de chaque colorant après le processus de réflexions multiples.

Nous avons observé expérimentalement que pour des transparents imprimés en demi-tons, la réflectance spectrale côté non-imprimé est différente de celle du côté non-imprimé que ce soit pour l'impression laser couleur ou jet d'encre. Quant aux transmittances spectrales, la différence côté imprimé et côté non-imprimé est plus importante pour l'impression laser que pour l'impression jet d'encre. Afin de tenir compte de ces différences, nous introduisons la réflectance spectrale $R'(\theta_0)$ du côté non-imprimée, la transmittance spectrale $T'(\theta_0)$ du transparent illuminé côté imprimé et observé côté non-imprimé (figure 7.2). On peut alors en déduire que la

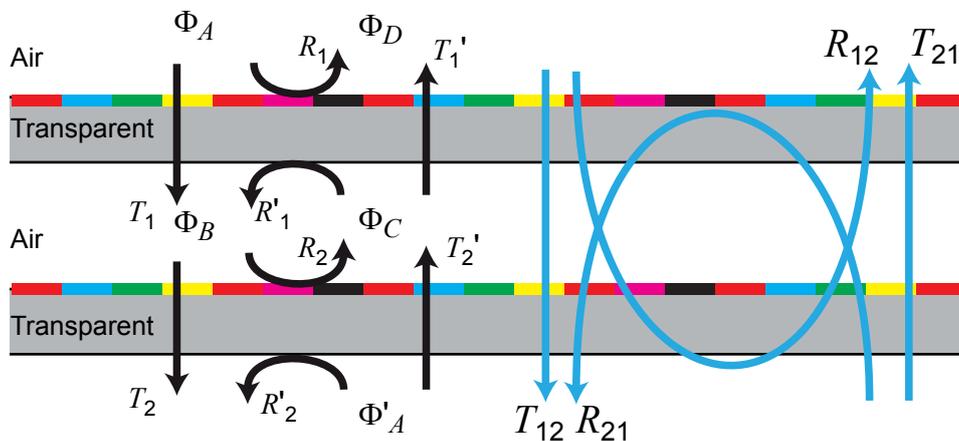


Figure 7.2 – Réflexions et transmission entre deux transparents imprimés en demi-tons.

réflectance de la superposition de deux transparents imprimés s'écrit

$$R_{12}(\theta_0) = R_1(\theta_0) + \frac{T_1 T'_1(\theta_0) R_2(\theta_0)}{1 - R'_1(\theta_0) R_2(\theta_0)} \quad (7.8)$$

et sa transmittance

$$T_{12}(\theta_0) = \frac{T'_1(\theta_0) T'_2(\theta_0)}{1 - R'_1(\theta_0) R_2(\theta_0)} \quad (7.9)$$

Quant aux réflectance et transmittance de l'autre côté, on obtient :

$$R_{21}(\theta_0) = R'_2(\theta_0) + \frac{T_2 T'_2(\theta_0) R'_1(\theta_0)}{1 - R'_1(\theta_0) R_2(\theta_0)}, \quad (7.10)$$

$$T_{21}(\theta_0) = \frac{T_2(\theta_0) T_1(\theta_0)}{1 - R'_1(\theta_0) R_2(\theta_0)}. \quad (7.11)$$

Pour obtenir les réflectances et transmittances d'une pile de transparents imprimés, il suffit de suivre les mêmes explications que pour le cas de films absorbants, en tenant compte des réflectances et transmittances des deux côtés. Ensuite, les réflectance et transmittance spectrales de chaque transparent sont mesurées directement ou modélisées avec la transformée de Yule-Nielsen sont insérées dans les équations correspondantes afin de les prédire. La réflectance au recto s'écrit alors :

$$R_{1\dots ij}(a_k, \theta_0) = R_{1\dots i}(a_k, \theta_0) + \frac{T_{1\dots i}^2(a_k, \theta_0) R_j(a_k, \theta_0)}{1 - R_{i\dots 1}(a_k, \theta_0) R_j(a_k, \theta_0)} \quad (7.12)$$

sa réflectance au verso

$$R_{ji\dots 1}(a_k, \theta_0) = R_j(a_k, \theta_0) + \frac{T_j^2(a_k, \theta_0) R_{i\dots 1}(a_k, \theta_0)}{1 - R_{i\dots 1}(a_k, \theta_0) R_j(a_k, \theta_0)} \quad (7.13)$$

et sa transmittance au recto

$$T_{1\dots ij}(a_k, \theta_0) = \frac{T_{1\dots i}(a_k, \theta_0) T_j(a_k, \theta_0)}{1 - R_{i\dots 1}(a_k, \theta_0) R_j(a_k, \theta_0)} \quad (7.14)$$

et sa transmittance au verso

$$T_{ji\dots 1}(a_k, \theta_0) = \frac{T_{i\dots 1}(a_k, \theta_0) T_j(a_k, \theta_0)}{1 - R_{i\dots 1}(a_k, \theta_0) R_j(a_k, \theta_0)} \quad (7.15)$$

7.1.3 Pile de films identiques

Considérons à présent que les films sont identiques, donc de même couleur. Leurs réflectance et transmittance sont notées R et T quand la lumière éclaire leur face recto, et R' et T' quand la lumière éclaire leur face verso. Les formules (7.4) à (7.7) se simplifient grâce à l'utilisation de fractions continues (voir annexe B). Les

réflectances et transmittances de la pile sont données par des formules analytiques dépendant seulement des réflectances et transmittances d'un film. Côté recto, la réflectance s'exprime :

$$R_N = \left[a - b \left(1 - \frac{2}{1 - \left[\frac{1-(a+b)R}{1-(a-b)R} \right]^N} \right) \right]^{-1} \quad (7.16)$$

et la transmittance s'exprime

$$T_N = \frac{2bT^N}{(a+b)[1-(a-b)R]^N - (a-b)[1-(a+b)R]^N} \quad (7.17)$$

avec

$$a = \frac{1 + RR' - TT'}{2R} \quad (7.18)$$

et

$$b = \sqrt{a^2 - \frac{R}{R'}} \quad , \quad (7.19)$$

Côté verso, la réflectance de la pile peut être définie à partir de celle côté recto :

$$R'_N = R_N \frac{R'}{R} \quad (7.20)$$

De même, la transmittance peut être définie à partir de celle côté recto :

$$T'_N = T_N \left(\frac{T'}{T} \right)^2 \quad (7.21)$$

Noter que les R , T , R' , T' , R'_N , T'_N , R_N , T_N dépendent de la longueur d'onde.

7.1.4 Vérifications expérimentales

Le modèle décrivant la réflectance et la transmittance d'une pile de transparents imprimés en demi-tons a été testé avec les transparents 3M sur 25 patches. De la même manière que pour la vérification des modèles exposés dans le précédent chapitre, les transparents sont imprimés avec une imprimante jet d'encre Canon PixmaPro 9500 mark II. Les transparents sont mesurés avec le spectrophotomètre Color i7 en géométrie $0^\circ:0^\circ$ (resp. $8^\circ:8^\circ$) pour la transmittance (resp. réflectance). Les différences entre les mesures et les prédictions sont mesurées à partir de l'écart colorimétrique

CIELAB ΔE_{94} . Les résultats sont présentés dans la table 7.1.

Nous avons testé le modèle pour un empilement de 2, 3 et 4 transparents dont les reflectances et transmittances spectrales ont été préalablement prédites à l'aide du modèle présenté dans le paragraphe 6.3. Les demi-tons ont été générés par des trames stochastiques pour éviter l'apparition de moirés lors de la superposition des différentes trames, celle-ci devenant critique lorsque plus de trois trames périodiques sont superposées. Nous pouvons remarquer que les résultats obtenus sont satisfai-

Table 7.1 – Précision de prédiction pour une pile de N transparents imprimés en mode transmission.

Nombre de transparents	ΔE_{94}	95-Q	Nombre de mesures
2	0,55	2,03	90
3	0,69	1,36	30
4	0,86	1,36	30

sants puisque les ΔE_{94} moyens sont tous inférieurs à 1. Nous pouvons également remarquer que plus le nombre de transparent augmente, plus la valeur moyenne du ΔE_{94} augmente. Ceci est dû au fait que les réflectances et transmittances ont été supposées identiques au recto et au verso de chaque transparent afin de limiter le nombre de mesures nécessaires au calibrage du modèle, et à l'accumulation des incertitudes liées à la prédiction de ces reflectances et transmittances individuelles de chaque transparent. Compte tenu de ces incertitudes, nous pouvons néanmoins considérer que la diminution de la précision lorsque le nombre de transparents augmente est très modérée. A partir de 5 transparents empilés, il serait judicieux de tenir compte de la différence de réflectance et de transmittance entre le recto et le verso des transparents, comme cela a été le cas dans l'expérience suivante.

Le modèle pour empilements de transparents identiques a été testé sur quatre sortes de transparents différents, imprimés avec quatre couleurs que nous appelons « vert », « bleu », « jaune » et « magenta ». Ils ont été imprimés en jet d'encre à partir de quatre encres cyan, magenta, jaune et verte, aux taux de couverture respectifs (0, 0, 0, 0.5) pour le « vert », (0.35, 0.15, 0, 0) pour le « bleu », (0, 0.70, 0, 0) pour le « jaune » et (0.10, 0.10, 0.80, 0) pour le « magenta ». Les réflectance R et transmittance T coté recto, et les réflectance R' et transmittance T' coté verso de chaque sorte de transparent sont mesurées, de même que celles de piles allant de 2 à 16 films identiques, ce qui forme 15 piles différentes pour chaque sorte de transparent. Les spectres mesurés et prédits par le modèle sont présentés dans les figures 7.3 et 7.4. Nous assimilons le côté encré au côté recto. Les écarts colorimétriques moyens pour

les différentes géométries et les différents sortes de transparents sont montrés dans la table 7.2, où l'écart maximal est noté entre parenthèses. Nous pouvons remarquer

Table 7.2 – Ecart colorimétrique moyen en ΔE_{94} pour une pile de 16 transparents imprimés.

Couleur des transparents	R_N	R'_N	T_N
Vert	0,12 (0,23)	0,45 (0,64)	0,49 (0,96)
Bleu	0,24 (0,30)	0,50 (0,63)	0,35 (0,74)
Magenta	0,39 (0,43)	0,20 (0,24)	1,21 (1,68)
Jaune	0,55 (0,68)	0,97 (1,17)	2,41 (3,94)

que les prédictions pour la réflectance du côté imprimé (R_N) sont satisfaisantes puisqu'elles sont inférieures à 1. En ce qui concerne la réflectance côté non-imprimé, on constate que les prédictions sont moins bonnes pour les couleurs contenant de l'encre cyan et/ou jaune, celles-ci étant dérivées de la réflectance prédite côté encré. Pour les transparents imprimés en jaune, le modèle semble un peu moins précis. Cela s'explique par deux phénomènes que notre modèle ne prend pas en compte : la diffusion d'une part, l'encre jaune étant plus diffusante que les autres encres, et la fluorescence, nettement observée en éclairant les transparents avec de la lumière bleue (vers 470 nm). Le caractère fluorescent de cette encre transparait notamment sur les courbes de réflectance spectrale des piles avec le léger maximum local observé à 520 nm, que l'on ne retrouve pas sur les courbes de transmittance spectrale correspondantes. On constate qu'à cette longueur d'onde, les valeurs de réflectances prédites sont légèrement surévaluées par rapport aux mesures. La prise en compte de la fluorescence nécessiterait une extension du modèle proposé par Hersch [Her08]. Quant à la diffusion, un modèle physique basé sur une approche à quatre flux (deux flux collimatés, deux flux diffus), à N flux [MLG84, MR71], ou basé sur la théorie du transfert radiatif s'avère nécessaire [Cha60, Kli71, Cal98].

On constate que pour toutes les couleurs de transparents et toutes les longueurs d'onde, la réflectance augmente avec le nombre N de transparents alors que la transmittance diminue. L'augmentation de la réflectance est due au fait que chaque transparent ajouté apporte deux interfaces air-transparent supplémentaires à la pile jouant chacune le rôle de réflecteur. Cette augmentation, maximale dans les bandes spectrales où l'encre n'absorbe pas, peut devenir très réduite, voire nulle dans les bandes spectrales où l'encre absorbe le plus.

A la limite où N tend vers l'infini, la réflectance tend asymptotiquement vers

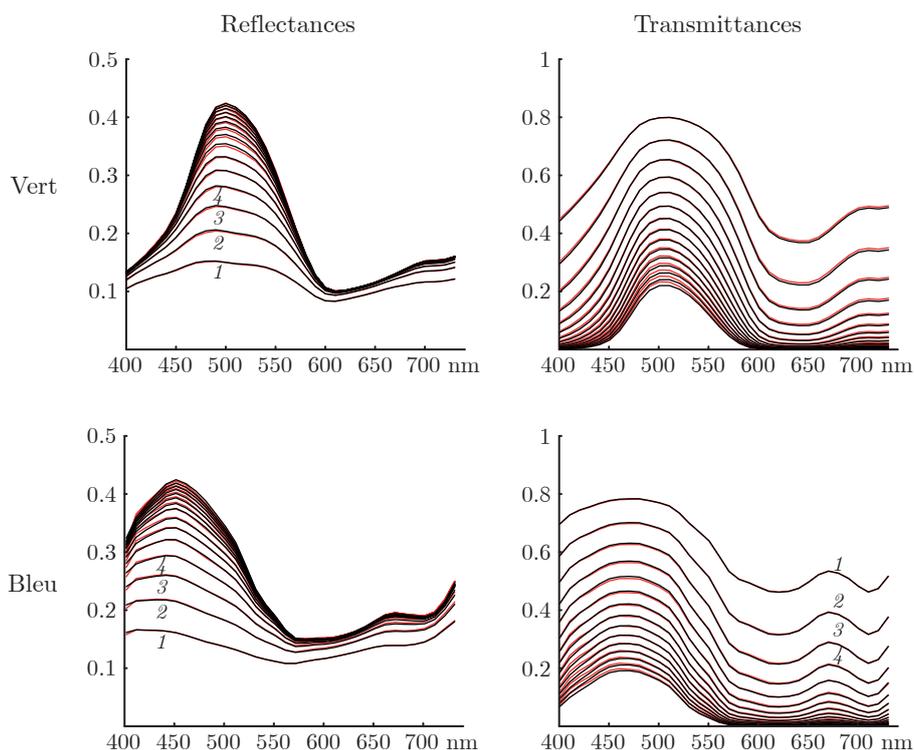


Figure 7.3 – Réflectances et transmittances spectrales prédites et mesurées pour des empilements de 1 à 16 transparents identiquement imprimés avec les couleurs verte et bleue.

$R_\infty(\lambda)$:

$$R_\infty = (a - b) \frac{R}{R'} = \frac{1}{a + b} \quad (7.22)$$

Cette expression est issue de l'équation suivante, issue de (7.8) en considérant le fait qu'une pile infinie plus un transparent reste une pile infinie :

$$R_\infty = R + \frac{TT'R_\infty}{1 - R'R_\infty} \quad (7.23)$$

En considérant que la transmittance au recto est équivalente à celle au verso, on obtient les résultats présentés dans la table 7.3. Pour les différentes piles de transparents testées, on remarque que les prédictions sont moins bonnes avec cette hypothèse, ce qui montre la nécessité de tenir compte des transmittances différentes côtés recto et verso. Nous pouvons remarquer par exemple pour le vert que le ΔE_{94} moyen pour la pile en réflexion au recto est de 0,67 avec $T = T'$ au lieu de 0,12 ; au verso, le ΔE_{94} moyen est de 1,13 au lieu de 0,45 au verso.

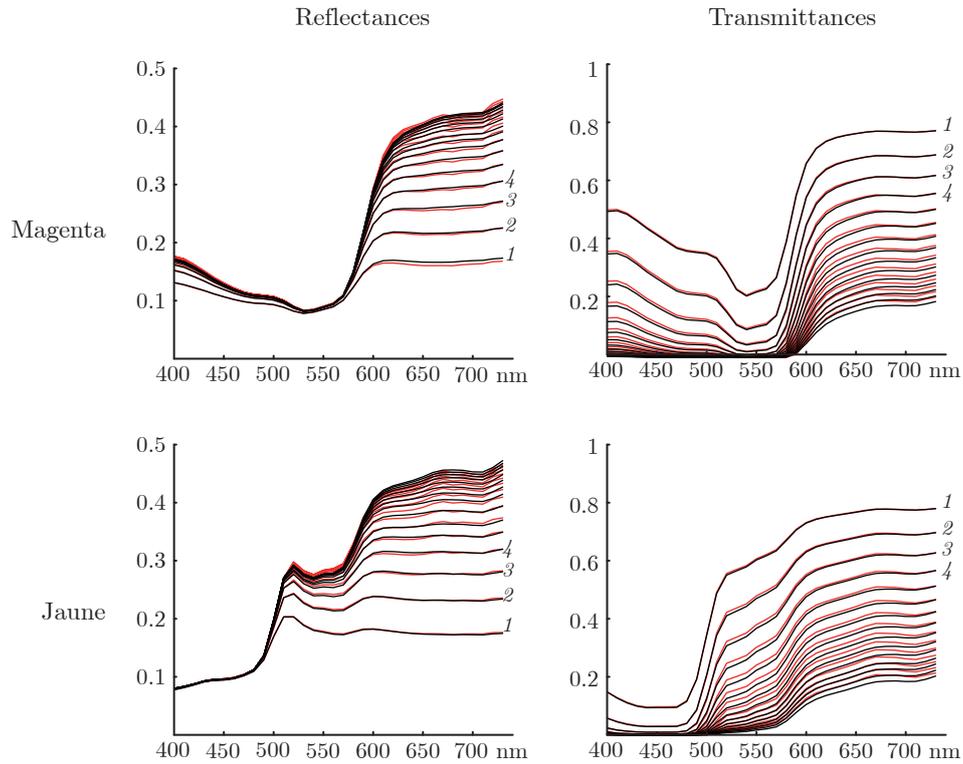


Figure 7.4 – Réflectances et transmittances spectrales prédites et mesurées pour des empilements de 1 à 16 transparents identiquement imprimés avec les couleurs magenta et jaune.

Table 7.3 – Ecart colorimétrique moyen en ΔE_{94} pour une pile de 16 transparents imprimés.

Couleur des transparents	R_N	R'_N	T_N
Vert	0,67 (1,21)	1,13 (1,69)	0,54 (1,14)
Bleu	0,71 (0,99)	0,75 (1,05)	0,42 (0,98)
Magenta	0,62 (0,88)	0,47 (0,71)	1,25 (1,68)
Jaune	1,15 (1,53)	1,41 (1,83)	2,52 (4,20)

7.2 Lien avec le modèle Kubelka-Munk

Le modèle présenté ci-dessus pour les piles de transparents présente une analogie avec le modèle de Kubelka s'appliquant aux couches fortement diffusantes [Kub54]. En effet, les deux modèles sont basés sur une approche à deux-flux, lesquels sont collimatés dans le cas des transparents, diffus dans le cas des couches diffusantes.

L'approche à deux flux est valable dans ces deux cas (et dans ces deux cas seulement [HHB07]) du fait que la distribution angulaire de la lumière reste identique après chaque réflexion et transmission : ainsi, chaque fois que la lumière atteint un même élément du multicouche au cours du processus de réflexions multiples, elle est réfléchiée et transmise de la même manière et donne lieu à des réflectances et transmittances identiques. C'est ce qui permet d'obtenir les formules analytiques fractionnelles (7.8), (7.9), (7.10), (7.11) pour les réflectances et transmittances globales du multicouche, présentées sous une forme équivalente par Kubelka, qui considère des réflectances et transmittances diffuses à la place de nos réflectances et transmittances angulaires.

L'analogie se poursuit avec l'empilement de transparents identiques, l'équivalent diffusant étant une superposition de couches identiques, donc une couche diffusante plus épaisse. C'est donc le modèle Kubelka-Munk qui prévaut dans ce cas [Kub48]. Avant de montrer l'analogie mathématique entre les deux modèles, rappelons le modèle Kubelka-Munk. En notant dx l'épaisseur d'une couche (diffusante) fine, une fraction Sdx est réfléchiée par le haut de la surface de cette couche, une fraction Kdx est absorbée et par conséquent une fraction $1 - (K + S)dx$ est transmise par la couche (voir figure 7.5). En considérant les variations de flux dI et dJ associées à

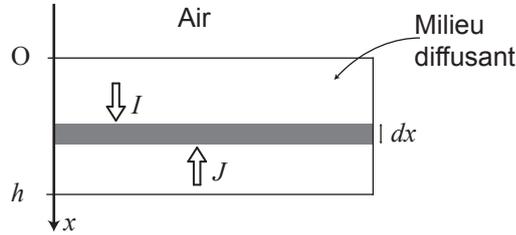


Figure 7.5 – Modélisation du modèle Kubelka-Munk.

chaque direction, on obtient le système aux équations différentielles suivant :

$$\begin{aligned} -dI &= -KI dx - SId x + sJ dx \\ dJ &= -KJ dx - SJ dx + SId x \end{aligned} \quad (7.24)$$

En posant, $a = 1 + K/S$ et $b = \sqrt{a^2 - 1}$, une solution générale [Cal98] de ce système s'écrit :

$$\begin{aligned} I(x) &= I(0) \cosh(bSx) + \frac{1}{b} [J(0) - aI(0)] \sinh(bSx) \\ J(x) &= J(0) \cosh(bSx) + \frac{1}{b} [aJ(0) - I(0)] \sinh(bSx) \end{aligned} \quad (7.25)$$

Une couche diffusante d'épaisseur h a pour réflectance R_{km} , qui correspond au rapport entre le flux sortant J en $x = 0$ et le flux entrant I en $x = 0$, on a :

$$R_{km} = \frac{\sinh(bSh)}{b \cosh(bSh) + a \sinh(bSh)} \quad (7.26)$$

De même, la transmittance T_{km} de la couche diffusante, qui correspond au rapport entre le flux sortant I en $x = h$ et le flux entrant I en $x = 0$, s'écrit :

$$T_{km} = \frac{b}{b \cosh(bSh) + a \sinh(bSh)} \quad (7.27)$$

On peut montrer que les formules fractionnelles (7.16) et (7.17) permettent de retrouver ces formules (7.26) et (7.27) du modèle Kubelka-Munk, si on considère la couche d'épaisseur h comme un empilement de N couches diffusantes identiques et symétriques d'épaisseur h/N , en faisant tendre N vers l'infini de sorte que ces couches soient bien infinitésimales. La réflectance de l'empilement est alors donnée par :

$$R_{km}(h) = \lim_{N \rightarrow \infty} R_N = \lim_{N \rightarrow \infty} \left[a - b \left(1 - \frac{2}{1 - \left[\frac{1-(a+b)R}{1-(a-b)R} \right]^N} \right) \right]^{-1} \quad (7.28)$$

et

$$T_{km}(h) = \lim_{N \rightarrow \infty} T_N = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{2bT^N}{(a+b)[1-(a-b)R]^N - (a-b)[1-(a+b)R]^N} \quad (7.29)$$

Selon le modèle Kubelka-Munk, la réflectance de chacune des couches élémentaires correspond à la fraction de flux retrodiffusé $R = R' = Sh/N$, et sa transmittance est la fraction de flux qui n'est ni rétrodiffusée, ni absorbée : $T = T' = 1 - (K + S)h/N$. On retrouve ainsi l'expression bien connue du paramètre a dans le modèle Kubelka-Munk :

$$a = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1 + (Sh/N)^2 - [1 - (K + S)h/N]^2}{2Sh/N} = \frac{K + S}{S} \quad (7.30)$$

ainsi que celle de b , dans le cas où $R = R'$

$$b = \sqrt{a^2 - 1} \quad (7.31)$$

Selon un résultat classique associé à la fonction exponentielle [Str86], on a

$$\lim_{N \rightarrow \infty} \left(1 - \frac{x}{N}\right)^N = e^{-x}, \quad (7.32)$$

ce qui, appliqué à l'équation (7.26), donne la formule de réflectance attendue

$$R_{km}(h) = \left[a - b \left(1 - \frac{2}{1 - e^{-2bSh}} \right) \right]^{-1} = \frac{\sinh(bSh)}{a \sinh(bSh) + b \cosh(bSh)} \quad (7.33)$$

De même, l'équation (7.27) donne la formule de transmittance attendue

$$\begin{aligned} T_{km}(h) &= \frac{2be^{-aSh}}{(a+b)e^{-(a-b)Sh} - (a-b)e^{-(a+b)Sh}} \\ &= \frac{2b}{a \sinh(bSh) + b \cosh(bSh)} \end{aligned} \quad (7.34)$$

La réflectance d'une couche d'épaisseur infinie s'exprime comme dans le modèle pour transparents (dans le cas particulier où $R = R'$)

$$R_{\infty} = a - b = 1/(a + b)$$

La ressemblance entre les modèles implique que les termes K et S peuvent être utilisés pour des films non-diffusants (pour un certain angle d'incidence θ), en considérant le paramètre S comme la rétro-réflectance au lieu de la diffusion. L'influence de l'épaisseur de la couche diffusante est, ici, assimilée à la superposition de plusieurs films. Quant aux phénomènes faisant intervenir K et S , ils sont discernables. L'insertion de liquide entre les films modifie la valeur de la réflectance de chaque interface, c'est-à-dire S , sans modifier K . Ce phénomène a été étudié par Hébert *et al.* [HHS08] pour l'empilement de films non-diffusants. De même, la modification de la couleur des films ne modifie que le paramètre K . Ainsi, la modification des paramètres K et S permet expérimentalement d'étudier les variations de la réflectance et de la transmittance.

7.3 Modèle pour support transparent sur papier imprimés

Nous introduisons un nouveau modèle permettant de prédire le spectre obtenu par superposition de deux imprimés en demi-ton, l'un sur transparent, l'autre sur papier. La différence avec le modèle précédent vient du fait que le papier est diffusant,

ce qui modifie les trajectoires angulaires de la lumière. Les parcours de flux lumineux entre le transparent et le papier sont décrits par la figure 7.6.

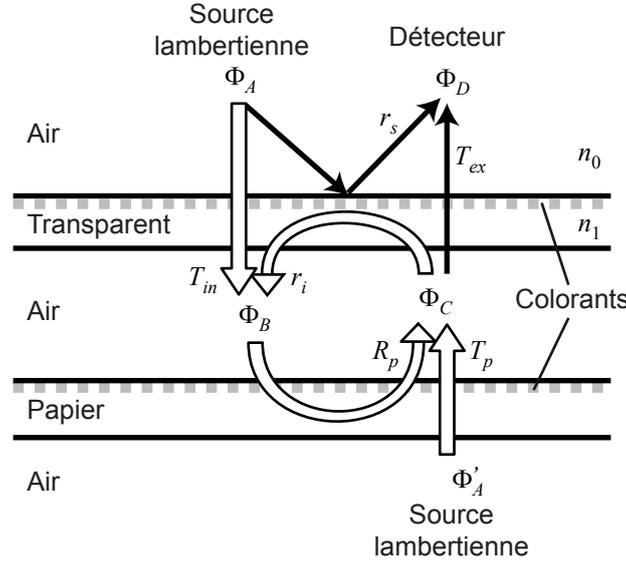


Figure 7.6 – Réflexion et transmission de la lumière par un transparent imprimé superposé à un papier imprimé.

Les flux incidents Φ'_A et Φ_A , lambertiens, éclairent le verso du papier, respectivement le recto du transparent. Les encres sont déposées sur le recto des supports (papier et transparent), c'est-à-dire du côté du détecteur. Celui-ci capte un flux directionnel Φ_D . Une fraction r_s du flux Φ_A est réfléchi par le transparent et contribue à Φ_D . Une partie T_{in} de Φ_A est transmise par le transparent, incluant l'atténuation par les colorants et par le substrat du transparent et contribue au flux Φ_B . Ce flux est partiellement réfléchi par le papier (réflectance R_p) et contribue au flux Φ_C . Le flux Φ'_A provenant du verso du papier est atténué d'un facteur T_p par le papier, incluant l'atténuation par les colorants et par le substrat du papier et contribue également à Φ_C . Tandis qu'une fraction T_{ex} du flux Φ_C est transmise par le transparent, une autre fraction r_i est réfléchi par le verso du transparent et contribue au flux Φ_B . Les termes T_{in} , T_{ex} , r_i et r_s sont relatifs au transparent, et les termes T_p et R_p sont relatifs au papier. Tous ces termes dépendent de la longueur d'onde, mais pour simplifier les formules, nous omettons la variable λ . Il en résulte un système à trois équations, valide pour chacune des longueurs d'onde :

$$\begin{aligned}
 \Phi_B &= T_{in}\Phi_A + r_i\Phi_C \\
 \Phi_C &= T_p\Phi'_A + R_p\Phi_B \\
 \Phi_D &= r_s\Phi_A + T_{ex}\Phi_C
 \end{aligned}
 \tag{7.35}$$

Pour un flux provenant uniquement du recto du transparent (soit $\Phi'_A = 0$), la fraction Φ_D/Φ_A correspond à la réflectance de l'échantillon, notée R_{t+p} . Lorsque le flux provient uniquement du verso du papier (soit $\Phi_A = 0$), la fraction Φ_D/Φ'_A correspond à la transmittance, T_{t+p} . Des équations (7.35), nous déduisons :

$$R_{t+p} = r_s + \frac{T_{in}T_{ex}R_p}{1 - r_iR_p} \quad (7.36)$$

et

$$T_{t+p} = \frac{T_pT_{ex}}{1 - r_iR_p} \quad (7.37)$$

Explicitons les six termes, T_{in} , T_{ex} , r_i , r_s , T_p et R_p en supposant que transparent et papier sont imprimés avec des demi-ton différents. L'indice k se réfère aux colorants imprimés sur le transparent et l'indice j à ceux sur le papier.

T_{ex} correspond à la fraction du flux lambertien Φ_C capté par le détecteur à une incidence normale ($\theta = 0^\circ$) atténuée par la transmittance du transparent imprimé donnée par l'équation (6.36) :

$$T_{ex} = \frac{1}{\pi}T(0, a_k, t_k, \lambda) \quad (7.38)$$

T_{in} correspond à la fraction du flux incident Φ_A qui est transmis en direction du papier. Ce terme correspond à la transmittance bi-hémisphérique donnée par la relation (6.38).

Le terme r_s correspond à la réflectance du transparent dans la géométrie de mesure considérée. Dans le cas où la composante spéculaire est incluse, son expression est similaire à la réflectance donnée par l'équation (6.35) :

$$r_s = \frac{1}{\pi} \left[\sum_{k=1}^8 a_k R_{010}^{1/n}(\theta_0, t_k, \lambda) \right]^n + \frac{K}{\pi} \sum_{k=1}^8 b_k \rho_k(\lambda). \quad (7.39)$$

Lorsque la composante spéculaire est exclue, la composante directionnelle de la réflectance est omise, le terme r_s devient alors :

$$r_s = \frac{K}{\pi} \sum_{k=1}^8 b_k \rho_k(\lambda) \quad (7.40)$$

Le terme r_i correspond à la fraction de flux lambertien Φ_C réfléchi par le verso du transparent (le côté faisant face au papier). Il s'agit donc de la réflectance bi-hémisphérique $r_{010}(a_k, t_k, b_k, \rho_k, \lambda, K)$ dont l'expression est donnée par l'équation

(6.37).

La réflectance du papier R_p est prédite par le modèle *ink spreading enhanced Yule-Nielsen modified spectral Neugebauer*, c'est-à-dire la relation (6.6). La transmittance du papier T_p est prédite à partir de la formule (6.7).

Notons qu'en divisant la réflectance R_{p+t} par la réflectance $1/\pi$ d'un réflecteur parfait mesuré avec la même géométrie, on obtient un facteur de luminance \hat{R}_{p+t} ayant une expression similaire à R_{p+t} en supprimant les facteurs $1/\pi$ apparaissant dans les équations (7.38) and (7.39) ou (7.40). Ceci vaut également pour la transmittance T_{p+t} , la transmittance du vide étant également $1/\pi$.

Vérifications expérimentales Nous présentons maintenant la validité expérimentale du modèle de réflectance spectrale d'un transparent imprimé sur un papier imprimé. Le transparent utilisé est le 3M CG3460, les papiers testés étant le papier photo Canon MP101, le Canon PP201 et le papier APCO. Les demi-tons ont été générés selon des trames périodiques ainsi que des trames stochastiques. Les supports sont imprimés avec l'imprimante jet d'encre Canon PixmaPro 9500 mark II. Les mesures sont effectuées avec le spectrophotomètre Color i7. La précision des prédictions est exprimée en CIELAB ΔE_{94} calculés à partir des spectres mesurés et prédits. Le modèle faisant intervenir deux supports, dont l'un est non-diffusant (le transparent) et comme nous avons remarqué dans le chapitre 6 que la composante non spéculaire des transparents n'était pas nulle, nous testons donc le modèle pour les deux géométries possibles en réflexion (prise en compte ou non de la composante spéculaire). Ayant introduit une correction pour la diffusion de la lumière par les encres pour le transparent, nous choisissons d'en tenir compte ($K = 1$) ou non ($K = 0$) dans nos prédictions. Afin d'étudier l'influence des moirés apparaissant lors de la superposition de trames périodiques, nous testons le modèle pour des trames périodiques et des trames stochastiques pour les deux supports. Enfin, nous testons le modèle dans la configuration transmission en utilisant le papier APCO, celui-ci étant le moins opaque des papiers à notre disposition.

Les résultats obtenus sont présentés dans la table 7.4. Lorsque $K = 1$, uniquement la diffusion de la lumière par l'encre jaune est prise en compte : en prenant en compte cette diffusion uniquement pour les patches contenant l'encre jaune, les prédictions des couleurs sont améliorées. Par exemple, pour un patch jaune à 100% imprimé sur le transparent et superposé au papier non imprimé (Canon MP101), la différence entre la couleur mesurée et la couleur prédite vaut $\Delta E_{94} = 1,76$ quand $K = 0$, alors qu'elle vaut 0,85 quand $K = 1$ (voir figure 7.7). En ce qui concerne le papier, les résultats obtenus sont meilleurs avec le papier mat MP101 qu'avec le papier brillant PP201. Ceci est dû au fait que le papier mat vérifie l'hypothèse

Table 7.4 – Valeur moyenne des écarts entre les couleurs prédites et les couleurs mesurées pour le transparent imprimé superposé à un papier imprimé en mode réflexion et transmission.

Support		Type de		$K = 0$		$K = 1^a$		Nombre de mesures
T + P	Mode	Géom.	trame	ΔE_{94}	95-Q	ΔE_{94}	95-Q	
CG3460	R	$di:8^\circ$	Stoch.	0,83	1,51	0,83	1,51	68
+ MP101			Period.	0,93	1,84	0,90	1,69	101
CG3460	R	$di:8^\circ$	Stoch.	0,92	2,02	0,89	1,77	42
+ PP201			Period.	1,16	1,96	1,13	1,85	101
CG3460	R	$de:8^\circ$	Stoch.	1,01	1,92	1,01	1,92	68
+ MP101			Period.	0,99	1,39	0,96	1,83	101
CG3460	R	$de:8^\circ$	Stoch.	1,27	2,39	1,21	2,28	42
+ PP201			Period.	1,26	3,01	1,21	2,59	101
CG3460								
+ APCO II	T	$d:0^\circ$	Stoch.	0,58	1,04	0,64	1,12	98

^a $K = 1$ est appliqué lorsque les couleurs contiennent l'encre jaune, et $K = 0$ pour les autres couleurs.

sous-jacente au modèle d'un support lambertien. Dans le cas du papier brillant, la surface lisse de ce papier devrait plutôt être agrégé au transparent pour former un multicouche non diffusant incluant le transparent et la couche d'air entre celui-ci et le papier. L'élément diffusant serait alors le substrat du papier, sans sa surface. La différence entre ce modèle, qui n'a pas été testé, et le modèle présenté ci-dessus, semble suffisamment significative pour que les résultats obtenus avec le modèle pour papier mat soit moins performant avec un papier brillant. Nous avons mentionné que des trames périodiques superposées introduisaient un effet de moiré entre elles. Nous pouvons remarquer que cet effet a peu d'influence sur l'écart entre les couleurs puisque les écarts sont similaires à ceux obtenus avec les trames stochastiques. Par conséquent, un alignement approximatif des patches colorés à trame périodique suffit pour obtenir des prédictions acceptables. Notons toutefois que la taille des patches imprimés est d'une dizaine de millimètre, ce qui peut également limité l'influence du moiré sur la couleur.

En mode transmission, nous avons testé le modèle sur une centaine de patches colorés obtenus par superposition d'un transparent 3M imprimé et d'un papier APCO imprimé. Les résultats sont très satisfaisants avec un écart moyen (ΔE_{94}) entre les mesures et les prédictions inférieures à 0,7.

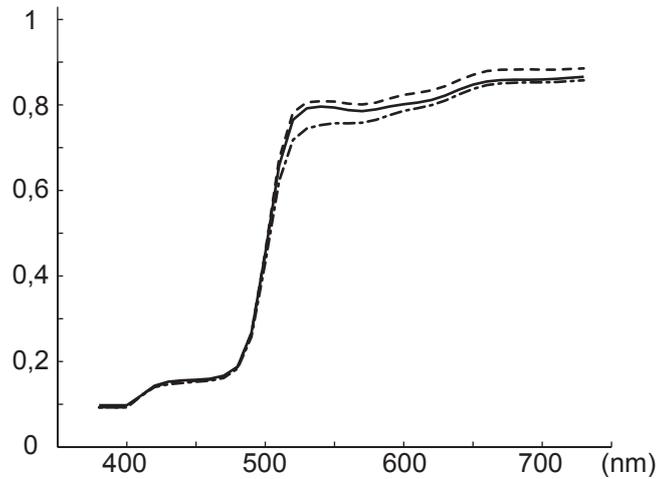


Figure 7.7 – Spectre en réflectance d'un patch jaune à 100% imprimé sur un transparent et superposé à un papier non imprimé (MP101) dans la géométrie de mesure $di:8^\circ$. Le spectre mesuré est représenté par la ligne continue, le spectre prédit avec $K = 1$ par la ligne discontinue (au dessus de la ligne continue) et le spectre prédit avec $K = 0$ par la ligne point-trait (en dessous)

7.4 Application des modèles : *Color matching*

Les différents modèles présentés dans ce chapitre permettent de prédire le spectre de n'importe quel papier ou transparent imprimés en demi-tons, ou bien d'un transparent superposé à un papier, ou encore plusieurs transparents empilés. Dans ces deux derniers cas, il paraît évident qu'une même couleur (appelée *couleur cible* par la suite) peut être obtenue à partir de plusieurs combinaisons de demi-tons imprimés sur les différents supports. Pour comparer la couleur cible et les couleurs obtenues par superposition, nous utilisons la distance colorimétrique CIELAB ΔE_{94} . Nous considérons que la couleur cible est atteinte quand la distance de la couleur de l'empilement à la couleur cible est inférieure au seuil de perception visuelle, c'est-à-dire quand $\Delta E_{94} < 1$.

Décrivons le processus de recherche des couleurs à imprimer sur N transparents observés à incidence normale en transmission pour obtenir la couleur cible. La transmittance correspondante est notée $T_{cible}(\lambda)$. Supposons que cette transmittance puisse être obtenue par la superposition de $N - 1$ transparents vierges et d'un transparent imprimé avec les taux de couverture nominaux c_p , m_p et y_p pour les encres cyan, magenta et jaune. Nous cherchons à reproduire $T_{cible}(\lambda)$, ou au moins à trouver une transmittance spectrale métamère sous un illuminant donné. Pour cela, une première méthode consiste à tester l'ensemble des taux de couvertures c_i , m_i et y_i associés aux trois encres pour chaque transparent i . A la première itéra-

tion de cette méthode, on incrémente le taux de couverture de chaque encre l'une après l'autre sur le premier transparent, en fixant les taux de couverture des encres sur les autres transparents. Nous calculons ensuite la transmittance spectrale de la pile et calculons son ΔE_{94} avec la transmittance cible. Si celui-ci est inférieur à 1, les taux de couverture nominaux des encres sur les différents transparents sont conservés. Nous testons ensuite un autre taux de couverture en les incrémentant successivement pour chaque encres, et ainsi de suite jusqu'à tester l'ensemble des combinaisons possibles. Avec un système d'impression à trois encres et une trame capable d'imprimer p taux de couverture par encre, un total de p^{3N} combinaisons peut être essayé.

Cette méthode nécessitant de calculer toutes les combinaisons demande un temps de calcul important. En écartant les combinaisons absurdes, on peut cependant réduire considérablement le temps de calcul. On suppose que la quantité de chaque encre déposée pour prédire $T_{cible}(\lambda)$ est proche de la quantité de chaque encre déposée sur les N transparents de la combinaison testée. Ainsi,

$$\sum_{i=1}^N c_i \simeq c_p \quad \sum_{i=1}^N m_i \simeq m_p \quad \sum_{i=1}^N y_i \simeq y_p \quad (7.41)$$

De plus, on peut supposer que les taux de couverture c_i , m_i et y_i ne peuvent être supérieurs à c_p , m_p et y_p respectivement, sans quoi l'absorption serait trop importante. On choisit arbitrairement des c_i , m_i et y_i pour les $N - 1$ premiers transparents, vérifiant les contraintes suivantes :

$$\forall i \in \{1, \dots, N - 1\} \quad , \quad c_i < c_p \quad m_i < m_p \quad y_i < y_p \quad \text{et} \\ \sum_{i=1}^{N-1} c_i \simeq c_p \quad \sum_{i=1}^{N-1} m_i \simeq m_p \quad \sum_{i=1}^{N-1} y_i \simeq y_p \quad (7.42)$$

Ensuite, on détermine une valeur initiale des taux de couverture sur les $N - 1$ premiers transparents, les taux de couverture associés au $N^{ième}$ transparents :

$$c_N = c_p - \sum_1^{N-1} c_i \quad m_N = m_p - \sum_1^{N-1} m_i \quad y_N = y_p - \sum_1^{N-1} y_i \quad (7.43)$$

Enfin, on fait varier à pas fin les valeurs de c_N , m_N et y_N jusqu'à trouver un triplet de valeurs tel que le spectre donné par le modèle et $T_{cible}(\lambda)$ aient un écart $\Delta E_{94} < 0,5$, la valeur 0,5 est choisie plutôt que 1 pour la raison suivante : si on réalise plusieurs combinaisons de couleurs superposées ayant toutes un écart inférieur à 0,5 de la couleur cible, alors elles seront toutes contenues dans l'espace CIELAB dans une

boule de rayon 1, ce qui assure que la distance maximale entre elles soit de 1, donc imperceptible.

Nous créons un *color matching* (que nous pourrions traduire par « correspondance de couleur »). Les spectres, sous un illuminant donné, pourraient être différents mais avoir une couleur identique (couleurs métamères).

Pour illustrer la méthode, nous avons ciblé une couleur à atteindre par superposition de 2 transparents, une autre couleur pour 3 transparents superposés et une autre couleur pour 4 transparents empilés. L'illuminant utilisé est le D65 obtenu par une table lumineuse. La figure 7.8 montre les résultats de trois exemple de *color matching*. Les images sont acquises avec un appareil photo placé selon la normale

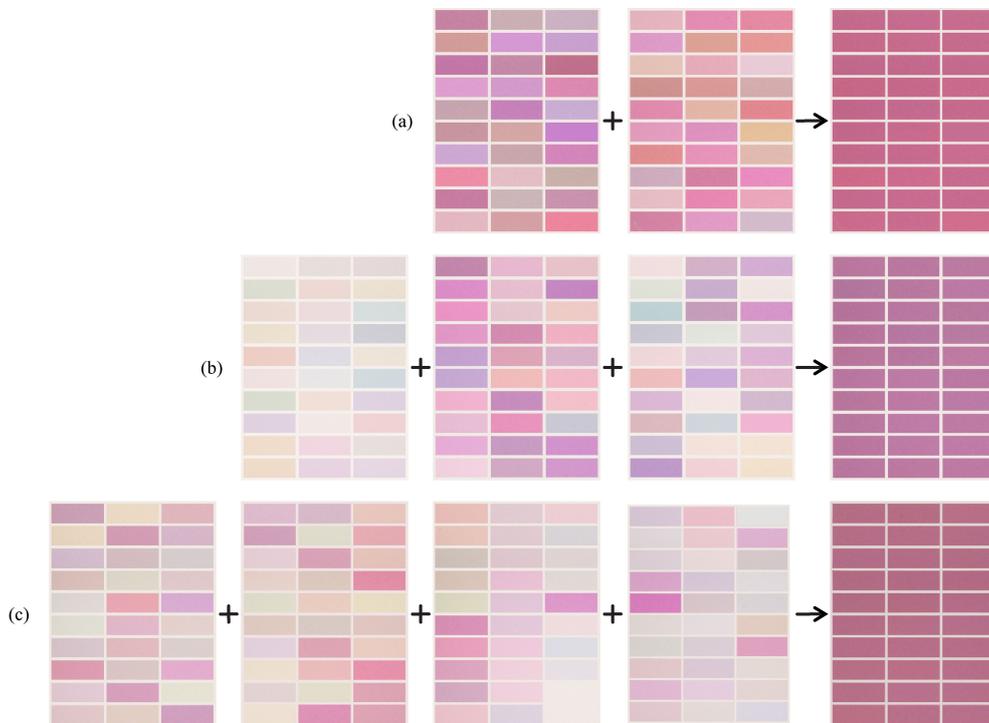


Figure 7.8 – Illustration de l'application de *color matching* avec (a) deux, (b) trois et (c) quatre transparents. Sur la gauche de la flèche, les transparents seuls sont acquis sur une table lumineuse. Sur la droite de la flèche, le résultat de la superposition éclairé par la table lumineuse

aux échantillons. Les images des transparents individuels montrent la diversité des couleurs permettant d'obtenir la couleur cible après superposition. Les transparents sont placés à quelques centimètres de la table lumineuse, le contact provoquerait des réflexions multiples entre la table et les transparents, réflexions non prises en compte dans le modèle. Nous pouvons remarquer sur les images que les couleurs obtenues par superposition sont quasiment uniformes. Sur l'ensemble des 30 patches

Table 7.5 – Différence entre les couleurs obtenues par la superposition de N transparents imprimés en mode transmission sur un ensemble de 30 patches

Nombre de transparent	ΔE_{94}	95- Q	Ecart maximal
2	0,38	0,85	1,11
3	0,58	1,33	1,87
4	0,29	0,68	0,92

reproduisant la couleur cible, l'écart moyen entre celle-ci et les 30 couleurs est inférieur à 0,4 pour deux et quatre transparents superposés, ce qui est inférieur à la tolérance définie de 0,5. L'écart maximal est d'environ 1, puisque la couleur cible se situe au centre d'une sphère de rayon 0,5 (centrée sur les coordonnées CIELAB de la couleur cible). Dans le cas de trois transparents imprimés, l'écart entre les couleurs obtenues est légèrement plus élevé que pour les deux autres cas. Cette différence est principalement due à des défauts d'impression, puisque le retrait des quatre couleurs les plus distantes permet d'obtenir un écart moyen de 0,5.

Conclusion de la deuxième partie

La reproduction des couleurs par impression peut être modélisée par des modèles de manière relativement simple puisqu'ils sont basés sur des formules analytiques faciles à implémenter prenant en compte les phénomènes optiques se produisant dans les imprimés. Les récentes avancées dans la modélisation ont permis de créer de nouveaux modèles prédictifs pour des combinaisons de supports non-diffusants et diffusants, et d'étendre des modèles existants pour des supports continument colorés à des supports imprimés en demi-tons. Ces modèles ont également permis d'introduire une application de synthèse de couleur à partir d'un ensemble de combinaisons de couleurs différentes imprimées sur les supports à superposer. Cette application ouvre la voie à l'utilisation de ces modèles dans le domaine de cryptographie visuelle en couleur, qui fait l'objet de la troisième partie de ce mémoire.

Troisième partie

AUTHENTIFICATION VIA UN SCHÉMA ÉTENDU DE CRYPTOGRAPHIE VISUELLE EN COULEUR

Introduction de la troisième partie

Le schéma de Naor et Shamir appréhendé en première partie a très vite été étendu à des images de messages en couleur. L'objet de cette partie est d'aller plus loin en considérant la physique de la superposition des SIs. Les modèles de prédiction du rendu des couleurs développés en deuxième partie ont permis de modéliser le rendu des couleurs pour des configurations d'empilement de supports diffusants et/ou non-diffusants. A partir de ces modèles, nous avons pu décrire un *color matching*, c'est-à-dire obtenir une couleur au moyen de diverses combinaisons de couleurs imprimées sur des supports à superposer. Dans cette troisième partie, nous conjuguons *color matching* et cryptographie visuelle pour aboutir à un nouveau schéma. Le choix d'une couleur cible permettra d'identifier l'origine des SIs. De plus, l'impression du SI associé au document permettra d'analyser son caractère authentique alors que le rendu de la couleur cible est sensible au choix des supports et des encres.

Nous décrivons dans un premier temps une liste non exhaustive mais représentative des principaux schémas de cryptographie visuelle en couleur, et les plus en adéquation avec notre objectif de superposition de SIs imprimés en couleur. A titre d'illustration, un de ces schémas est utilisé pour sécuriser l'affichage d'une image couleur par décalage des SIs, extension de la sécurisation vue en partie I. A partir de l'analyse de ces schémas, nous introduisons alors notre schéma de cryptographie visuelle en couleur basé sur le *color matching*. Nous nous focalisons enfin sur comment rendre difficile la copie du SI imprimé.

Schémas de cryptographie visuelle en couleur

Nous décrivons différents modèles de cryptographie visuelle en couleur. L'analyse de ces modèles nous sera utile, à la lumière de la modélisation développée en partie II pour introduire notre approche.

8.1 Introduction

La cryptographie visuelle a été présentée au chapitre 1 via le schéma de Naor et Shamir [NS95] pour le partage de message secret binaire (noir et blanc). Une extension du schéma aux messages en niveaux de gris y est également proposée. Par la suite, de nombreux autres schémas permettant de coder des images à niveaux de gris seront introduits [BDSN00, LT03, LP05, ZADC06, MST06, MTMT07], de tels schémas sont principalement basés sur des techniques de tramage d'images. La transmission d'images en couleur étant une évolution naturelle, un des premiers articles introduisant un schéma de cryptographie visuelle en couleur fut celui de Rijmen et Preneel [RP96], reprenant l'idée décrite par Verheul et Tilborg [VVT97] pour le cas à deux images. Dans leur schéma, chaque share est divisé en block de 2×2 subpixels colorés en rouge, vert, bleu et blanc (transparent). Ainsi par permutation, on obtient au total 24 couleurs par share, cette couleur étant perçue par l'observateur comme la moyenne des couleurs des subpixels. On parle alors de *couleur moyenne* – terme utilisé dans la suite de ce chapitre pour mentionner la couleur du share avant ou après superposition. Par superposition de deux shares, il en résulte 24^2 couleurs

possibles, correspondant alors au nombre maximal de couleurs constituant l'image secrète. Le schéma de Verheul et Tilborg [VVT97] a par ailleurs été étendu par Yang et Laih [YL00] en optimisant le nombre de subpixels par share. Les schémas introduits par la suite décomposent la couleur de l'image secrète sur une base tridimensionnelle et se rapproche du cas à niveaux de gris, voire du noir et blanc.

8.2 Schémas proposés par Y.-C. Hou

Décrivons à présent les schémas de cryptographie visuelle en couleur introduit par Y.-C. Hou [Hou03]. D'après Y.-C. Hou, la méthode introduite par Rijmen et Preneel [RP96] n'est pas appropriée en terme de synthèse des couleurs avec l'utilisation de subpixels rouge, vert et bleu. D'autre part, la couleur d'une superposition de deux couleurs est identique à celle des couleurs superposées en ordre inverse. Par exemple, un patch de couleur cyan superposé à un patch de couleur magenta donne un patch de couleur bleue, identique à la superposition du patch magenta sur le patch cyan. Il ne peut donc pas produire 24^2 couleurs pour le message.

8.2.1 Description des schémas

Les schémas de Y.-C. Hou sont basés sur le schéma de cryptographie visuelle classique (sécurité, décodage avec le système visuel), la séparation des couleurs et le tramage. Le modèle proposé par Y.-C. Hou pour des images à niveaux de gris consiste en une étape de tramage (binarisation de l'image, voir figure 8.1) puis en l'application du schéma de cryptographie visuelle sur l'image tramée constituée uniquement de pixels blancs et noirs). Cette méthode permet d'obtenir deux SIs ne



Figure 8.1 – (a) Image en niveau de gris et (b) image tramée avec une trame périodique.

révélant aucune information sur le message [figure 8.2(a) et (b)]. L'image tramée

est alors observable par leur superposition [figure 8.2(c)]. Y.-C. Hou suggère alors

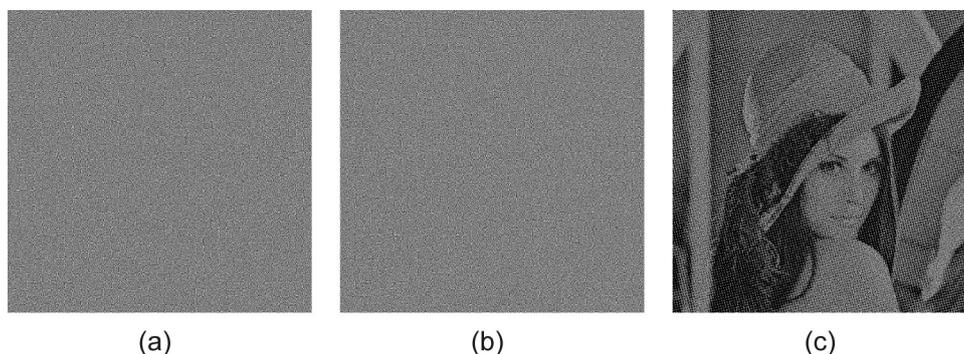


Figure 8.2 – (a) et (b) shadow images (c) superposition des deux shadow images.

de remplacer le subpixel blanc par un subpixel noir dans la méthode de Rijmen et Preneel [RP96], puisque l'ajout de blanc à n'importe quelle couleur, en synthèse additive donne du blanc. Il propose également d'utiliser conjointement la synthèse soustractive de façon à rendre toutes les couleurs accessibles.

L'image en couleur est alors décomposée sur le système *CMJ* (cyan, magenta et jaune) en trois images monochromatiques sur une échelle en niveaux de gris (en pratique chaque canal est codé sur 8 bits, de 0 à 255), figure 8.3. Nous avons vu dans le chapitre 5 une méthode de tramage d'images en couleur. A partir de l'image en couleur, on obtient trois images tramées ayant des points d'encre respectivement cyan et blanc, magenta et blanc et jaune et blanc. En recombinaison ces trois images en une image trichromatique, on obtient une image possédant huit colorants.

Pour la superposition de deux couleurs, Y.-C. Hou fait les hypothèses suivantes :

- une couleur (choisie parmi tous les colorants) superposée à elle-même donne la même couleur,
- le colorant blanc ne modifie pas la couleur sur laquelle il est superposé (qu'il soit au-dessus ou en-dessous),
- le résultat de la superposition du colorant noir avec n'importe quel colorant donne le colorant noir.

Dans la première méthode qu'il décrit dans [Hou03], il introduit un masque de shares ayant des subpixels blancs et noirs comme SI destiné à masquer les couleurs non pertinentes dans la superposition des SIs cyan/blanc, magenta/blanc et jaune/blanc respectivement. Ces trois derniers SIs sont obtenus de la façon suivante : pour chaque pixel $P_{i,j}$ (huit colorants) de l'image secrète tramée, figure 8.4, sa couleur est partagée en trois shares de $m = 2 \times 2$ subpixels colorés, un en cyan et blanc, un autre en magenta et blanc et un dernier en jaune et blanc. Le share utilisé dans

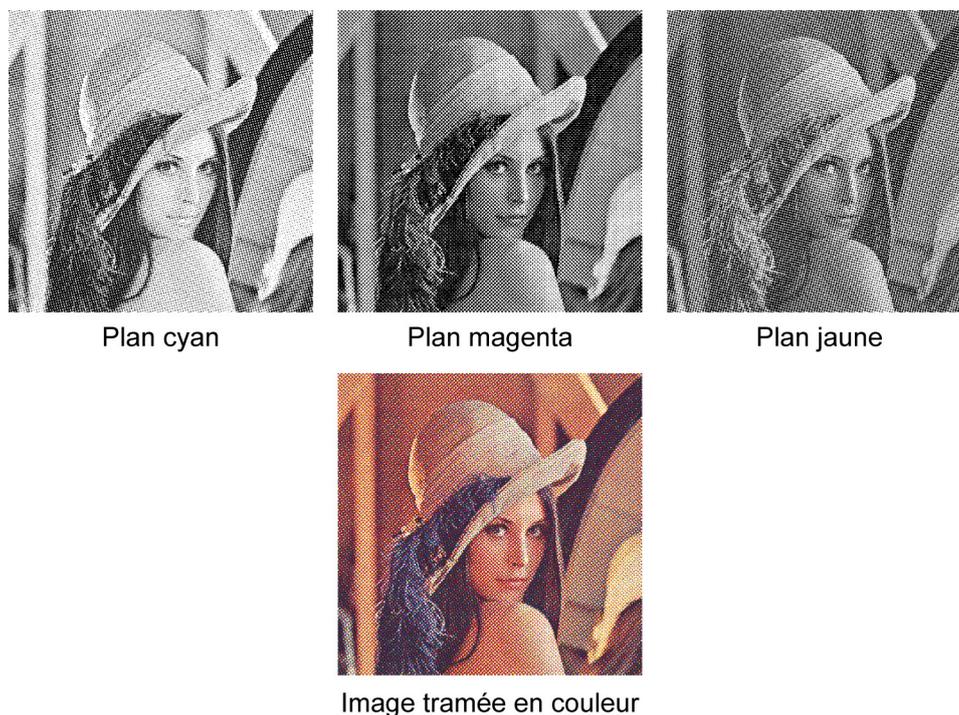


Figure 8.3 – Image tramée et ses plans couleurs.

le canal c , m ou j est choisi parmi les six combinaisons (présentées sur la figure 2.12 du chapitre 1) comme le share du masque. Ainsi, par exemple, pour partager un pixel blanc (première ligne de la figure 8.4), on choisit trois shares dont la position des subpixels dans ceux-ci sont identiques pour les trois SIs colorés, et ayant la même position que ceux dans le share du masque. L'inconvénient de cette méthode provient du masque noir et blanc qui diminue le contraste de l'image puisque 50% des subpixels de l'image révélée seront noirs.

Partant de ce constat, Y.-C. Hou propose une variante dans laquelle l'image est partagée entre deux SIs colorés dont les shares possèdent des subpixels cyan, magenta, jaune et transparent (équivalent au blanc en synthèse soustractive). Pour partager un pixel blanc, le share obtenu par superposition possède quatre subpixels de couleurs différentes (cyan, magenta, jaune et transparent), c'est-à-dire que les shares sur les deux SIs sont identiques. Pour partager un pixel cyan, le share superposé possède deux subpixels cyan, un subpixel magenta et un jaune. Et ainsi de suite pour les autres couleurs de pixel. L'exemple de la figure 8.5 montre qu'aucune information sur le message secret n'est visible sur les SIs observés individuellement. L'image de la superposition est montrée sur la figure 8.5(c). Nous pouvons remarquer que l'absence de subpixel noir tel qu'introduit par le masque dans la méthode précédente révèle une image plus claire, mais avec un contraste encore plus faible,

Masque	Couleur du pixel du message	Share 1	Share 2	Share 3	Superposition
	Blanc				
	Cyan				
	Magenta				
	Jaune				
	Bleu				
	Rouge				
	Vert				
	Noir				

Figure 8.4 – Un exemple de codage des pixels de l'image. Le share utilisé pour le masque se trouve sur la première colonne. En fonction de ce masque et de la couleur du pixel, les shares pour les trois canaux *CMJ* sont choisis de telle sorte que le share obtenu par superposition des trois shares colorés et du masque corresponde à la couleur codée.

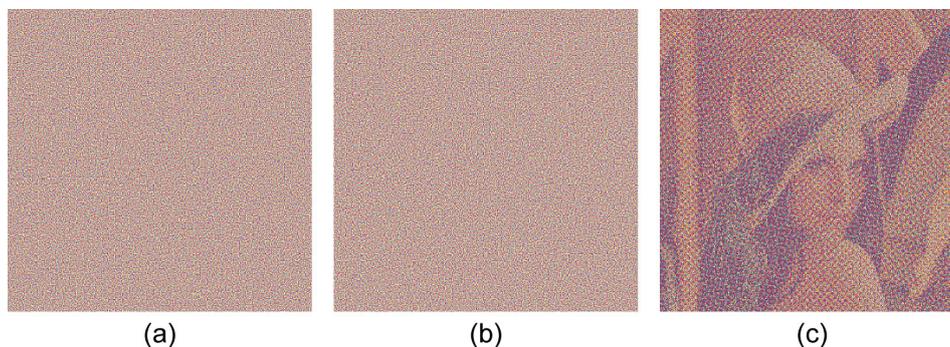


Figure 8.5 – Illustration de la deuxième méthode de Y.-C. Hou. (a) et (b) S1s (c) superposition des deux S1s.

de 25% seulement. Ici, le contraste est évalué en terme de nombre de subpixels dont la couleur correspond à la couleur du pixel partagé, divisé par le nombre total de subpixel dans le share. Ce contraste est identique à celui de Naor et Shamir pour le cas de subpixels noir et blanc.

Pour tenir compte des inconvénients des deux premières méthodes, Y.-C. Hou propose alors une troisième méthode basée sur le tramage puis le codage comme un schéma de cryptographie visuelle classique. En effet, chaque plan couleur après séparation et tramage correspond à une image binaire à laquelle nous pouvons ap-

plier le schéma de cryptographie visuelle classique. Ainsi pour un pixel de l'image de départ nous obtenons deux SIs également colorés. Nous illustrons la méthode sur la figure 8.6. Comme nous pouvons le constater, l'image révélée est plus sombre

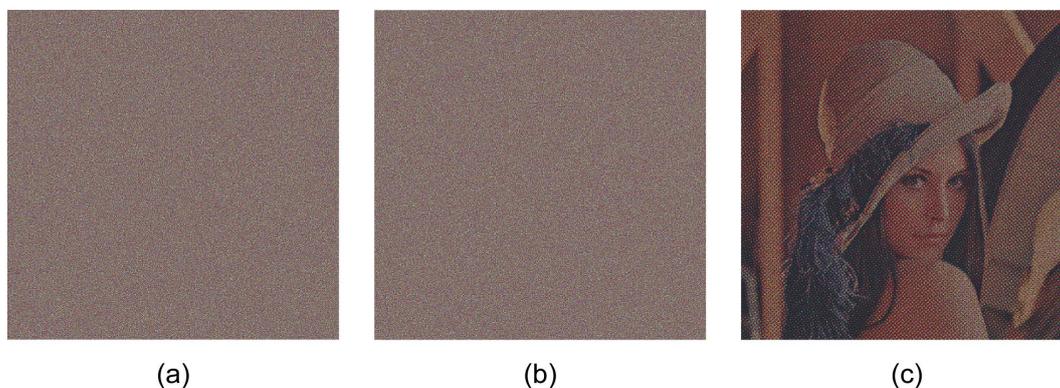


Figure 8.6 – Illustration de la troisième méthode de Y.-C. Hou. (a) et (b) SIs (c) superposition des deux SIs.

que dans la deuxième méthode et n'introduit pas de subpixels noirs comme dans la première méthode, pour un contraste au final plus faible.

Y.-C. Hou a été l'un des premiers à mettre en relation la cryptographie visuelle et les techniques de tramage dans le but de construire une extension à la couleur, et notamment aux images imprimées. Nous utiliserons le troisième schéma de Y.-C. Hou lors de l'extension d'un procédé de sécurisation d'un affichage à l'écran.

8.2.2 Projection de SI en couleurs étendues

Nous avons présenté dans la première partie une sécurisation de l'affichage par cryptographie visuelle proposée par Yamamoto *et al.* [YHN03]. Cette technique a été étendue à des images en couleur [YHN04] : le SI est affiché à l'écran est coloré, tandis que le deuxième SI imprimé en noir et blanc est placé à distance de l'écran de sorte que l'alignement ne reste valide que pour une zone limitée de points de vue du fait de la perspective (figure 8.7).

Le SI noir et blanc sert en fait de masque pour bloquer les couleurs non contenues dans le message. Ainsi, ce schéma permet de coder au plus 8 couleurs : les couleurs primaires de l'écran LCD, c'est-à-dire le rouge, le vert et le bleu, les couleurs secondaires (magenta, jaune et cyan) ainsi que le blanc et le noir (voir figure 8.8). Les autres couleurs qui peuvent être obtenues par modulation de l'intensité émise par l'écran LCD ne sont pas atteignables dans la mesure où le SI affiché par le LCD ferait fuir l'information de couleur (et éventuellement le message) : les frontières entre les zones d'intensité différentes seraient perceptibles.

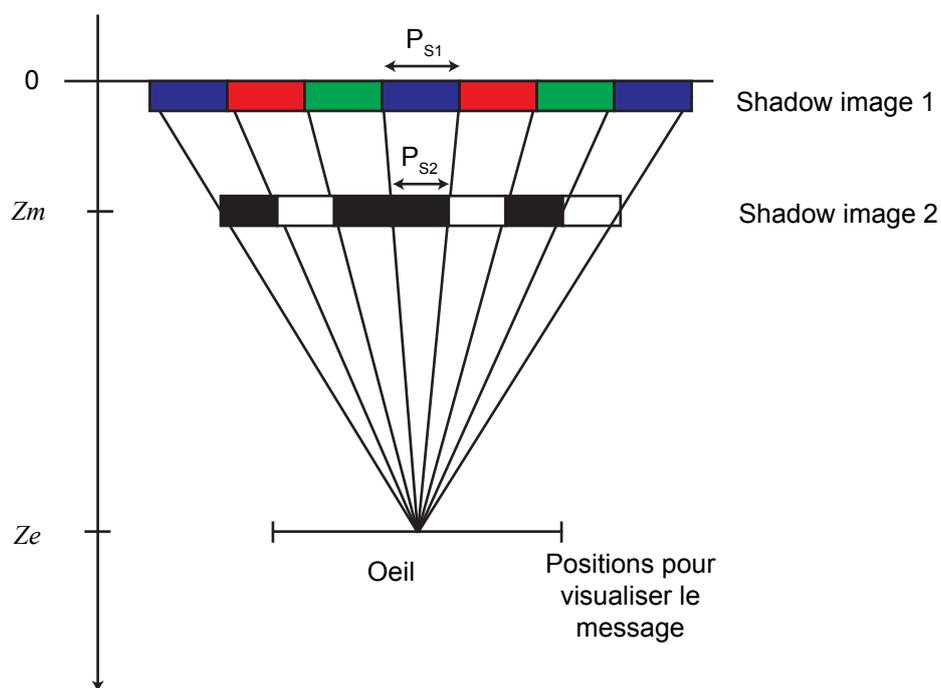


Figure 8.7 – Schéma de principe sur la limitation de l'angle de visibilité du message par superposition de deux SIs en couleur.

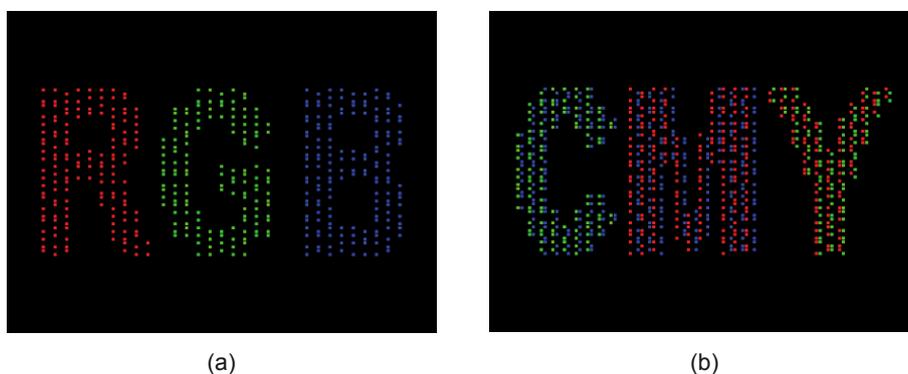


Figure 8.8 – Exemple de résultat de superposition en utilisant le schéma de cryptographie visuelle en couleur proposé par Yamamoto *et al.* Le message secret ne contient que (a) les couleurs primaires (b) ou secondaires.

Dans le but de pouvoir afficher davantage de couleur dans le message secret, nous utilisons le schéma de la deuxième méthode de Y.-C. Hou [Hou03]. Dans ces conditions, les deux SIs sont constitués de huit couleurs (rouge, vert, bleu, cyan, magenta, jaune, noir et blanc) contrairement à ceux de Yamamoto *et al.* Nous avons testé la technique avec un écran LCD affichant le premier SI et un SI imprimé sur une imprimante jet d'encre. Nous pouvons visualiser le résultat sur la figure 8.9 :

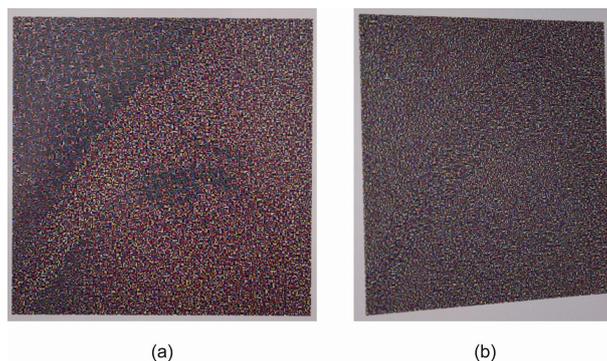


Figure 8.9 – Superposition d'un SI imprimé en couleur sur un SI affiché par l'écran LCD (a) à la position nominale de visibilité et (b) à une position angulaire telle que le message ne soit plus visible.

(a) pour la position nominale (message visible) et (b) pour une position angulaire trop oblique (message non visible). Pour cet exemple, l'écran utilisé est un écran LCD DELL (référence 2007FP) de résolution 1600×1200 , dont la taille du pixel RVB est de $255 \mu\text{m}$. Compte tenu que les deux SIs sont considérés comme quasiment accolés, la taille d'un pixel imprimé doit être d'environ $255 \mu\text{m}$, ce qui correspond à une résolution d'image de 100 dpi . Les deux SIs numériques ont une taille de 256×256 pixels (soit un message après tramage de 128×128 pixels). Pour assurer un meilleur rendu visuel, chaque pixel du SI affiché est échantillonné par deux pixel du LCD, soit $500 \mu\text{m}$ par pixel du SI. La résolution d'image du deuxième SI est par conséquent de 50 dpi (la résolution d'impression étant de 600 dpi) afin d'obtenir la même taille d'image. Le SI imprimé est ensuite fixé sur l'écran LCD et positionné le plus précisément possible (d'où l'intérêt de pixel un peu plus grand que le pixel de l'écran). Le message secret est alors révélé. Les images sont acquises avec l'appareil photo numérique Canon EOS 1000D muni d'un objectif 18-55 mm.

Nous avons ensuite remplacé l'écran LCD par un vidéo-projecteur afin d'appliquer la méthode de recalage à des images couleurs. Nous avons appliqué cette technique pour une image 64×64 pixels. Le message est composé de quatre zones colorées en rouge, vert, bleu et jaune. Un des deux SIs est imprimé à la résolution de 75 dpi . Le SI imprimé est placé sur un support translucide à $3,7 \text{ cm}$ de l'écran sur lequel est projeté le deuxième SI. L'appareil photo est placé à 50 cm de l'écran semi-diffusant. Sur la figure 8.10 est représentée (a) l'image obtenue par superposition des deux SIs numériques, (b) l'image acquise de la superposition par projection et (c) l'image acquise après un décalage latéral d'environ 2 cm . Nous pouvons constater que les quatre zones colorées sont correctement restituées sur l'image (b). Le message disparaît en dehors de la zone de visibilité (c). Une illustration similaire

est présentée à la figure 8.11 : l'image acquise permet de visualiser simultanément le message secret à travers l'écran LCD de l'appareil photo placé à la position nominale et l'absence de message depuis le point de prise de vue de la scène, lequel se trouve au-delà de la zone de visibilité du message.

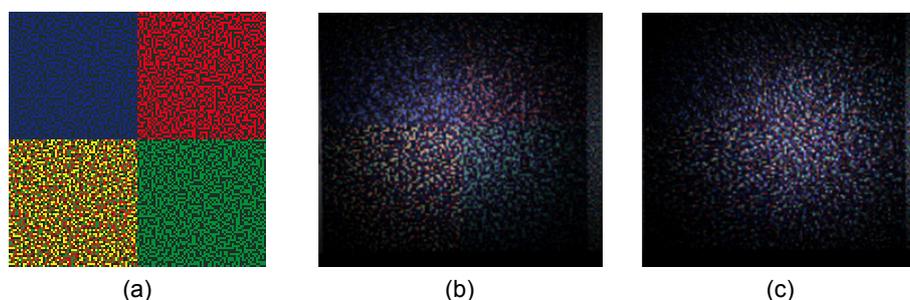


Figure 8.10 – (a) Superposition numérique des deux SIs. (b) Superposition en utilisant la méthode de recalage, le message apparaît. (c) Après superposition, le message disparaît pour une translation de l'appareil photo de 2 centimètres perpendiculairement à l'axe optique.

Les principales limitations de l'extension de la technique de Yamamoto *et al.* aux autres schémas de cryptographie visuelle en couleur proviennent de la résolution d'impression d'une part et de la résolution d'affichage et/ou projection d'autre part. Dans le cas d'un recalage manuel du SI imprimé sur le SI affiché (par un écran LCD), un subpixel du SI affiché, SI1, peut être échantillonné par un seul pixel de l'écran. Le message est alors visible si le SI imprimé, SI2, est correctement placé. Néanmoins, plus le subpixel de SI1 est de petite taille, plus il est difficile de positionner SI2. De plus, la taille du subpixel de SI1 conditionne celui de SI2 qui doit pouvoir être imprimé. Les résolutions d'impression actuelles étant très supérieures à celles de l'affichage, la limitation par la résolution d'impression est quasiment négligeable.

Dans le cas où le SI est projeté sur un écran et sur lequel est positionné SI2, la résolution du vidéo-projecteur doit être suffisante pour visualiser le message par superposition. Dans cette configuration, le recalage manuel est plus difficile mais la méthode de recalage introduite dans la partie 1 simplifie ce problème. Ce recalage automatique faisant intervenir des opérations de rotation et d'homothétie pour des images échantillonnées (puisque numériques), il faut tenir compte du critère de Shannon-Nyquist dans l'échantillonnage de la projection du SI. La résolution d'impression n'est pas critique dans notre cas puisque nous pouvons imprimer des subpixels de $42\ \mu\text{m}$ de longueur de même que la résolution d'acquisition qui dépend du grandissement du système optique et de la taille d'un pixel du capteur du système d'acquisition. Afin de maximiser la surface utile du vidéo-projecteur, et compte tenu du critère de Shannon-Nyquist, nous ne pouvons utiliser des images après tramage

de plus de 64×64 pixels. L'utilisation d'un vidéo-projecteur ayant une plus grande résolution, ainsi que des pixels « projetés » plus petits, permettrait de coder des images au contenu informationnel plus grand.

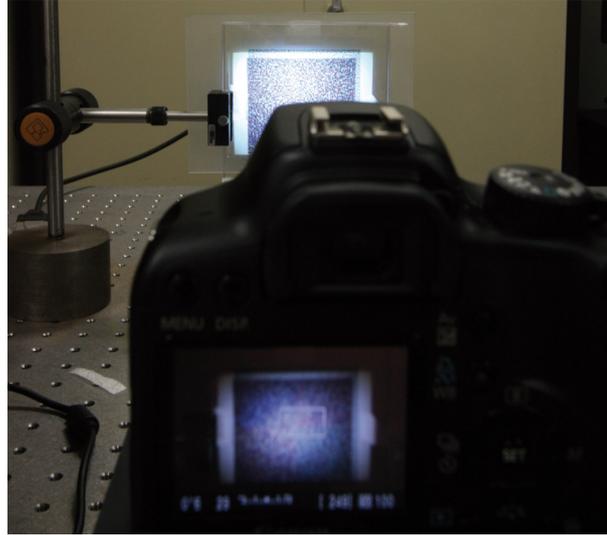


Figure 8.11 – Visualisation du message secret sur l'écran LCD de l'appareil photo situé à la position nominale. Vue par dessus : on constate que le message n'est plus visible.

8.3 Schéma proposé par S.Cimato *et al.*

Cimato *et al.* [CDPDS07] font le constat qu'une couleur superposée à elle-même ne donne pas la même couleur, mais une couleur plus foncée. Les auteurs proposent d'utiliser des subpixels colorés et des subpixels noirs et blancs. Le subpixel noir sert de masque, dans la mesure où toute couleur superposée au noir donne la couleur noire. Le subpixel blanc sert de « transparent », dans la mesure où une couleur est inchangée lorsqu'elle est superposée au blanc.

D'un point de vue opératoire, les couleurs C sont codées entre 0 et $L = 100$ (ou de les coder sur 8 bits). Une couleur est représentée dans un espace tri-dimensionnel par ses coordonnées (x, y, z) . Les coordonnées de la couleur noire N sont $(0, 0, 0)$, de la couleur blanche B $(100, 100, 100)$. Une couleur grise possède trois coordonnées identiques, la valeur donnant l'intensité du niveau de gris. A partir de ces hypothèses, les auteurs introduisent un opérateur, *add*, pour modéliser la superposition de deux couleurs C_1 et C_2 , qui est le suivant :

$$\text{add}(C_1, C_2) = \left[\text{int} \left(\frac{x_1 x_2}{L} \right), \text{int} \left(\frac{y_1 y_2}{L} \right), \text{int} \left(\frac{z_1 z_2}{L} \right) \right] \quad (8.1)$$

où int représente la fonction qui renvoie la partie entière de son argument. Cette opération est commutative et vérifie les trois propriétés énoncées : $add(C, C)$ donne une couleur plus foncée que C , $add(C, B)$ donne B et $add(C, N)$ donne N . Il s'avère que cet opérateur est une bonne approximation du comportement réel de la superposition de transparents imprimés. La figure 8.12 montre une illustration de l'opérateur add sur trois superpositions de deux couleurs.

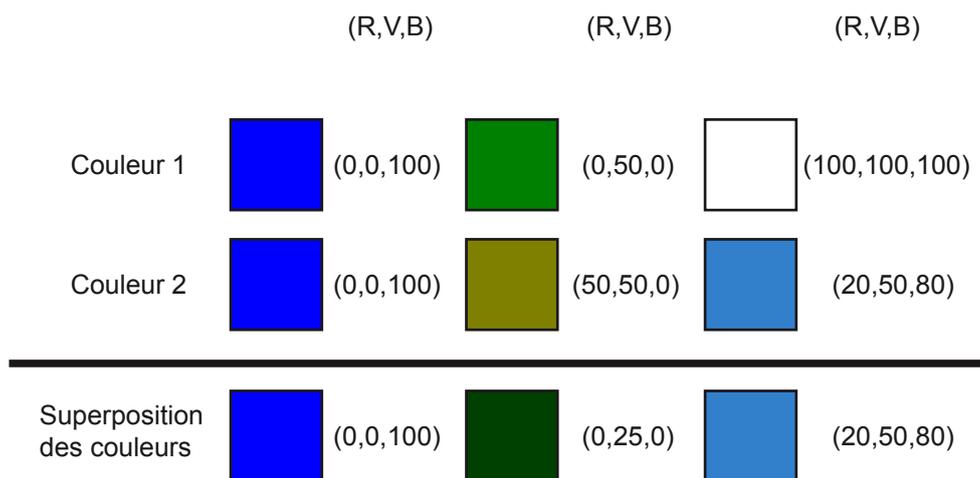


Figure 8.12 – Exemples de superpositions de couleurs avec l'opérateur add .

Les auteurs proposent également l'utilisation de cet opérateur pour une pile de $n > 2$ transparents imprimés. La superposition d'une couleur à elle-même (excepté blanc, noir et les couleurs « pures », celles ayant des composantes uniquement à 0 et 100) donne une couleur dont les valeurs des composantes se rapprochent de 0 : c'est le problème d'assombrissement (*darkening problem* [CDPDS07]).

Le subpixel noir est utilisé pour masquer les couleurs indésirables dans le codage de la couleur du pixel du message secret. Lorsque la couleur noire du message est codée, elle peut être assimilée au noir qui neutralise les couleurs des subpixels superposés. D'autre part l'ajout d'un subpixel noir diminue le contraste puisqu'il ne participe pas directement au codage de l'image, le système visuel humain doit l'ignorer.

Le schéma proposé par Cimato *et al.* [CDPDS07] est un (k,n) -VCS. L'image secrète peut posséder jusqu'à c couleurs, notées $\{1, 2, \dots, c\}$, auquel sont ajoutés le (colorant) noir, symbolisé par \bullet et le (colorant) blanc, symbolisé par \circ . Un pixel de l'image secrète est partagé par un share de m subpixels. L'opérateur add est étendu à un vecteur (colonne) γ de p couleurs qui renvoie donc le résultat de la superposition de ces p couleurs. De même, l'application de l'opérateur add à une matrice M ayant c colonnes, correspond à réaliser l'opérateur add sur chaque colonne

donnant comme résultat un vecteur (ligne) de c couleurs. Le poids généralisé de Hamming $w_i(\Psi)$ détermine le nombre de couleur dans le vecteur Ψ ayant la couleur i , $i \in \{\bullet, \circ, 1, 2, \dots, c\}$. En posant, X un vecteur d'indices entiers naturels et M une matrice, nous notons par $M|X$ la sous matrice de M dont les lignes sont définies par les éléments de X . Par exemple, si M a 5 lignes, et $X = \{2, 4\}$, la matrice $M|X$ est constituée par la deuxième et quatrième ligne de M .

Considérons l'ensemble des c couleurs $\{1, 2, \dots, c\}$, et deux entiers naturels h et g tels que $0 \leq g < h \leq m$. Un schéma de cryptographie visuelle à k parmi n , en couleur, noté c -color (k, n) -VCS, consiste en c collections de $n \times m$ matrices $\mathcal{C}^1, \mathcal{C}^2, \dots, \mathcal{C}^c$, dont les éléments sont dans l'ensemble $\{\bullet, \circ, 1, 2, \dots, c\}$ telles que :

- Pour un vecteur X , de cardinal égal à k , pour n'importe quelle matrice M appartenant à \mathcal{C}^i , le poids de Hamming $w_i(\text{add}(M|X))$ est supérieur ou égal à h et pour $j \neq i$, le poids de Hamming $w_j(\text{add}(M|X))$ est inférieur ou égal à g .
- Pour un vecteur X , de cardinal $\#X$ inférieur à k , les c collections de matrices de taille $\#X \times m$ \mathcal{D}^i , $i \in \{1, 2, \dots, c\}$ qui consistent en des matrices $M|X$, pour tout $M \in \mathcal{C}^i$, sont égales.
- Pour toute colonne Ψ dans toute matrice de toute collection, nous avons :
 $w_\bullet(\Psi) + w_\circ(\Psi) = n - 1$.

Pour partager un pixel de couleur i , une matrice est choisie aléatoirement dans la collection \mathcal{C}^i et la ligne j est distribuée au participant j , c'est-à-dire les couleurs des m colonnes correspondent aux m subpixels du share du participant j . Les trois propriétés définissent respectivement le contraste, la sécurité et l'obtention après superposition de la couleur du pixel du message.

Les auteurs proposent une construction calquée sur celle pour un schéma de Naor et Shamir en noir et blanc à $k - 1$ parmi $k - 1$. Les matrices de base codant un bit à 0 (resp. bit à 1) sont notées S_{k-1}° (resp. S_{k-1}^\bullet). L'opérateur de concaténation de matrices ayant le même nombre de lignes est noté $+$. La construction d'un tel schéma est la suivante. Les matrices de base sont définies pour chacune des couleurs $i \in \{1, 2, \dots, c\}$:

$$\begin{aligned} B^i &= F_{k,n}(1, S_{k-1}^\bullet) + \dots + F_{k,n}(i-1, S_{k-1}^\bullet) \\ &+ F_{k,n}(i, S_{k-1}^\circ) + F_{k,n}(i+1, S_{k-1}^\bullet) + \dots + F_{k,n}(c, S_{k-1}^\bullet) \end{aligned} \quad (8.2)$$

où $F_{k,n}(i, S_{k-1}^\phi)$ avec $2 \leq k \leq n$ et $\phi \in \{\bullet, \circ\}$, est une matrice de taille $n \times \binom{n}{k} m$ construite à partir de $\binom{n}{k}$ sous-matrices, appelées « blocs », de taille $n \times m$ contenant $n - k$ lignes de m éléments \bullet (c'est-à-dire des lignes ne contenant que des subpixels noirs), les k lignes restantes étant formées avec une ligne de subpixels à la couleur i

suivie des lignes de S_{k-1}^ϕ .

Prenons l'exemple avec $c = 3$ couleurs et $k = n = 5$. Les matrices S_4^ϕ sont données par le schéma (4,4)-VCS de Naor et Shamir :

$$S_{k-1}^\circ = \begin{pmatrix} \circ & \circ & \circ & \bullet & \circ & \bullet & \bullet & \bullet \\ \circ & \circ & \bullet & \circ & \bullet & \circ & \bullet & \bullet \\ \circ & \bullet & \circ & \circ & \bullet & \bullet & \circ & \bullet \\ \circ & \bullet & \bullet & \bullet & \circ & \circ & \circ & \bullet \end{pmatrix} S_{k-1}^\bullet = \begin{pmatrix} \circ & \circ & \circ & \bullet & \circ & \bullet & \bullet & \bullet \\ \circ & \circ & \bullet & \circ & \bullet & \circ & \bullet & \bullet \\ \circ & \bullet & \circ & \circ & \bullet & \bullet & \circ & \bullet \\ \bullet & \circ & \circ & \circ & \bullet & \bullet & \bullet & \circ \end{pmatrix} \quad (8.3)$$

En suivant la construction proposée pour les matrices de base B^i , nous obtenons pour B^1 :

$$\left[\begin{array}{cccccccc|cccccccc|cccccccc} 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 2 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 & 3 \\ \circ & \circ & \circ & \bullet & \circ & \bullet & \bullet & \bullet & \circ & \circ & \circ & \bullet & \circ & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \circ & \circ & \circ & \bullet & \circ & \bullet & \bullet & \bullet \\ \circ & \circ & \bullet & \circ & \bullet & \circ & \bullet & \bullet & \circ & \circ & \bullet & \circ & \bullet & \circ & \bullet & \bullet & \bullet & \bullet & \circ & \circ & \bullet & \circ & \bullet & \circ & \bullet & \bullet \\ \circ & \bullet & \circ & \circ & \bullet & \bullet & \circ & \bullet & \circ & \bullet & \circ & \circ & \bullet & \bullet & \circ & \bullet & \bullet & \bullet & \circ & \bullet & \circ & \circ & \bullet & \bullet & \circ & \bullet \\ \circ & \bullet & \bullet & \bullet & \circ & \circ & \circ & \bullet & \bullet & \circ & \circ & \circ & \bullet & \bullet & \bullet & \circ & \bullet & \bullet & \bullet & \circ & \circ & \circ & \bullet & \bullet & \bullet & \circ \end{array} \right]$$

La matrice de base B^2 (resp. B^3) s'obtient de manière similaire en laissant une colonne de \circ en dessous du 2 (resp. 3).

Ce schéma est basé sur la synthèse soustractive de la couleur, prenant en compte des aspects optiques de la couleur dans l'opération de superposition des couleurs.

8.4 Schéma proposé par Yang et Chen

Le troisième modèle abordé est celui de Yang et Chen [YC08]. Ce schéma est basé sur la synthèse additive (rouge, vert et bleu) ainsi que sur le fait que pour des pixels colorés très petits, le système visuel humain moyenne la couleur des pixels ne retenant donc qu'une couleur moyenne. Leur schéma combine les propriétés de la synthèse additive avec un schéma probabiliste de cryptographie visuelle. Nous rappelons la définition d'un schéma probabiliste avant de présenter le schéma de Yang et Chen.

Un schéma probabiliste repose sur le principe qu'un share codant un bit à 0 code également un bit à 1 et que la superposition des shares des différents transparents donne un share noir pour les pixels de bit 1 et un share noir ou blanc pour les pixels de bit 0. Par exemple, pour un deux parmi deux, un share peut être constitué d'un seul subpixel qui est soit noir soit blanc. Les shares sont identiques pour coder les bits à 0 : share noir (respectivement blanc) est superposé à un share noir (resp. blanc). Ils sont complémentaires pour coder un bit à 1 : share noir (resp. blanc)

superposé à un share blanc (noir). Ce schéma permet de conserver les proportions du message secret lors de la superposition des SIs.

Yang et Chen propose à partir d'un tel schéma et de la synthèse additive un schéma de cryptographie visuelle pour le cas général de t parmi n . Dans ce schéma, un pixel du message secret est codé par un share de trois subpixels (rouge, vert et bleu) dont la probabilité d'apparition du niveau entre 0 et 255 de chaque composante (R_i, V_j, B_k) est noté respectivement p_R^i, p_V^j et p_B^k . Pour une probabilité nulle, il n'y a pas de couleur, c'est-à-dire le subpixel est transparent pour l'impression et noir pour l'affichage. Les auteurs définissent l'opérateur L pour représenter la synthèse additive. La couleur F est alors décrite par :

$$F = L(R_i, V_j, B_k) \quad (8.4)$$

avec i, j et k dans $[0, 255]$.

Dans le cas du schéma probabiliste, la couleur F obtenue par la synthèse de rouge, de vert et de bleu de probabilités de présence respectives p_R^i, p_V^j et p_B^k vaut :

$$F = MIX(R(p_R^i), V(p_V^j), B(p_B^k)) \quad (8.5)$$

Par exemple pour avoir la couleur cyan, il faut que le rouge soit à 0 et que le vert et le bleu soient à 255, c'est-à-dire :

$$Cyan = MIX(R(p_R^0), V(p_V^{255}), B(p_B^{255}))$$

Reprenons l'exemple de Yang et Chen, avec $p_R^0 = p_V^0 = p_B^0 = 0,5$ et $p_R^{255} = p_V^{255} = p_B^{255} = 1$ pour lequel seuls deux niveaux d'intensité pour les trois canaux sont atteignables. Dans cette configuration, 8 couleurs sont possibles, et sont codés sur la figure 8.13. Les sous-figures [de (a) à (d)] annotées par « 1 » représentent les subpixels tels qu'ils apparaissent après superposition. Les sous-figures [de (a) à (d)] annotées par « 2 » représentent les mêmes subpixels à une échelle plus petite, de sorte que le système visuel humaine moyenne l'intensité de chaque canal (R, V et B) percevant ainsi la couleur codée. Les sous-figures (e-1) et (e-2) représentent le message secret et l'image révélée après superposition.

Yang et Chen propose un schéma (t, n) -CVCS pour N couleurs dans le message secret. N est obtenu par le produit du nombre de niveaux pour chaque composante RVB . La probabilité d'apparition de chacune des primaires est donnée par p_X^i , où X représente la composante primaire (R, V ou B), et i le niveau de cette composante à coder. Ils introduisent une matrice booléenne qui permet de choisir la couleur (si valeur à 1) de probabilité p_X^i ou le noir (niveau de la couleur à 0) de probabilité

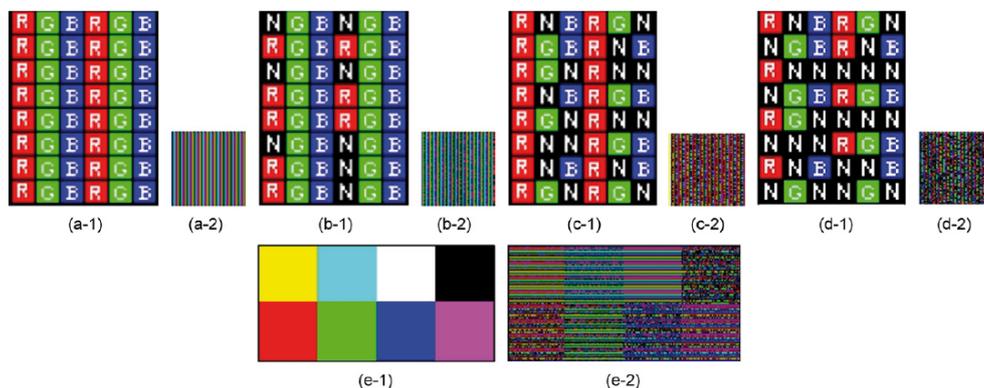


Figure 8.13 – Exemple d'application du schéma de Yang et Chen. (a) La couleur blanche est codée, (b) le cyan, (c) le rouge, (d) le blanc et (e) l'ensemble des huit colorants

$1 - p_X^i$. Le nombre de lignes dans la matrice booléenne correspond au nombre total de SIs, c'est-à-dire n .

Le schéma proposé est le suivant. Trois collections de matrices \mathcal{C}_R^i , \mathcal{C}_V^j et \mathcal{C}_B^k contenant des matrices booléennes de taille $n \times 1$ permettent de coder un message secret de N couleurs. Pour partager la couleur F parmi n SIs, une colonne d'une matrice de \mathcal{C}_R^i est choisie pour attribuer la composante rouge (allumée à un niveau L_R ou éteinte) aux n SIs, c'est-à-dire chaque ligne étant attribuée à un SI, et de même pour les composantes verte et bleue. Pour être valide, les conditions suivantes doivent être satisfaites :

- l'opérateur « ou » appliqué aux t SIs donnant les probabilités de chacune des composantes doivent être proportionnelles aux niveaux des composantes de la couleur codée F ,
- si moins de t SIs sont superposés, les probabilités de chaque composante sont identiques.

La construction des collections \mathcal{C}_R^i , \mathcal{C}_V^j et \mathcal{C}_B^k est basé sur les collections \mathcal{C}_\circ et \mathcal{C}_\bullet d'un schéma probabiliste de cryptographie visuelle. Le nombre de niveaux de chaque composante primaire est noté L_X , notons x le niveau codé par la collection \mathcal{C}_X^x , soit $x = 255 * i / (L_X - 1)$, i valant 0 ou $L_X - 1$. On ne considère que le cas à deux niveaux par canal, mais une généralisation à plus de deux niveaux est proposée par les auteurs. Ainsi, la collection \mathcal{C}_X^x s'écrit :

$$\mathcal{C}_X^x = \left\{ \underbrace{\mathcal{C}_\circ \cup \dots \cup \mathcal{C}_\circ}_{L_X - 1 - i} \cup \underbrace{\mathcal{C}_\bullet \cup \dots \cup \mathcal{C}_\bullet}_i \right\} \quad (8.6)$$

Les matrices des collections \mathcal{C}_\circ et \mathcal{C}_\bullet étant constituées de 1 et de 0, la notation suivante est appliquée : 1 correspond à la composante X et 0 correspond au noir.

Nous reprenons l'exemple de Yang et Chen pour $t = n = 2$, deux niveaux pour chaque composante, $L_X = 2$ et $N = 8$. Les collections de matrices \mathcal{C}_\circ et \mathcal{C}_\bullet sont basées sur celles du (2,2)-VCS de Naor et Shamir pour un schéma probabiliste, c'est-à-dire

$$\mathcal{C}_\circ = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \end{pmatrix} \right\} \quad \text{et} \quad \mathcal{C}_\bullet = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix} \right\} \quad (8.7)$$

A partir de la définition de \mathcal{C}_X^x , nous obtenons :

$$\begin{aligned} \mathcal{C}_R^0 &= \left\{ \begin{pmatrix} R \\ R \end{pmatrix} \begin{pmatrix} N \\ N \end{pmatrix} \right\} & \text{et} & \mathcal{C}_R^{255} &= \left\{ \begin{pmatrix} R \\ N \end{pmatrix} \begin{pmatrix} N \\ R \end{pmatrix} \right\} \\ \mathcal{C}_V^0 &= \left\{ \begin{pmatrix} V \\ V \end{pmatrix} \begin{pmatrix} N \\ N \end{pmatrix} \right\} & \text{et} & \mathcal{C}_V^{255} &= \left\{ \begin{pmatrix} V \\ N \end{pmatrix} \begin{pmatrix} N \\ V \end{pmatrix} \right\} \\ \mathcal{C}_B^0 &= \left\{ \begin{pmatrix} B \\ B \end{pmatrix} \begin{pmatrix} N \\ N \end{pmatrix} \right\} & \text{et} & \mathcal{C}_B^{255} &= \left\{ \begin{pmatrix} B \\ N \end{pmatrix} \begin{pmatrix} N \\ B \end{pmatrix} \right\} \end{aligned} \quad (8.8)$$

Nous pouvons remarquer qu'en prenant chaque ligne, la probabilité d'obtenir le niveau 0 (resp. 255) pour la composante X est de 0,5 (resp. 0,5) – un subpixel sur les deux sera noir, l'autre de couleur X . Par contre, à la superposition, c'est-à-dire en « sommant » les lignes, on obtient des colonnes différentes pour le niveau 0 (probabilité d'avoir le niveau 0 vaut 0,5) et le niveau 255 pour lequel les deux subpixels sont de couleur X (probabilité d'avoir le niveau 255 vaut 1). On a donc à la superposition : $p_R^0 = p_V^0 = p_B^0 = 0,5$ et $p_R^{255} = p_V^{255} = p_B^{255} = 1$

Sur la figure 8.14 est représenté le message secret contenant les 8 couleurs obtenues à partir des combinaisons des trois couleurs primaires (rouge, vert et bleu). Les shadow images créés à partir du modèle de Yang et Chen pour le cas particulier à deux SIs, sont représentés individuellement, figure 8.14(b-c) puis après superposition figure 8.14(d). Nous pouvons remarquer que les subpixels étant très petits, les couleurs obtenus sont proches des couleurs de l'image originale mais paraissent plus sombre à cause de la présence du noir et d'autres couleurs primaires dans chacune des couleurs codées.

Ce troisième schéma repose sur un modèle de cryptographie visuelle probabiliste ainsi que sur la synthèse additive.

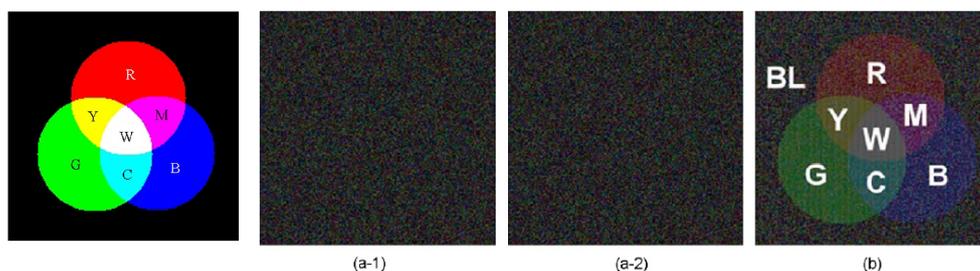


Figure 8.14 – Exemple d’application du schéma de Yang et Chen. (a) message secret composé des couleurs primaires et secondaires, (b-c) les deux shadow images ne révélant aucune information sur le message et (d) superposition des deux SIs révélant le message secret

8.5 Notre approche

Lorsqu’une couleur est imprimée sur un support transparent, celle-ci joue un rôle de filtre spectral vis-à-vis de la lumière. Ainsi, comme nous l’avons vu dans la partie II, la superposition d’une couleur sur elle-même ne fournit pas la même couleur puisque la transmittance de leur superposition est différente de leur propre transmittance. Ce type de comportement à la superposition des couleurs est souligné par Cimato *et al.* [CDPDS07] qui introduisent un opérateur simulant la superposition. Néanmoins, cet opérateur implique qu’un colorant superposé à lui-même donne le même colorant. Or, il s’agit d’une superposition de filtres qui conduit à diminuer la transmittance. En ce sens, l’approximation faite par Cimato *et al.* peut ne pas être suffisante. Nous pouvons avec moins d’approximation remplacer cet opérateur par le produit des transmittances des couleurs à superposer. Nous constatons là que la modélisation du comportement d’une couleur imprimée vis-à-vis de la lumière devient important.

Dans l’optique d’utiliser les techniques de reproduction des couleurs, Y.-C. Hou [Hou03] introduit des schémas basés sur les techniques de tramage en demi-tons des images couleurs. Cependant, de la même manière que les deux autres schémas présentés, il introduit des shares ayant *plusieurs* subpixels colorés (cyan, magenta, jaune) auxquels sont adjoints des subpixels *blanc* (transparent) et/ou *noir* servant d’élément neutre ou d’élément bloquant à la superposition.

Nous proposons un schéma de cryptographie visuelle en couleur innovant basé sur la technique de *color matching*. Nous avons présenté dans la partie II, la possibilité d’atteindre une couleur prédéfinie par diverses combinaisons de couleurs à superposées. Comme pour Y.-C. Hou [Hou03], nous basons notre modèle sur la synthèse soustractive et le tramage des images.

Nous proposons au contraire de n'utiliser qu'un seul subpixel coloré par share (la notion de subpixel ne peut alors plus être distinguée de celle du share). Nous pouvons également nous affranchir de l'introduction de subpixel blanc ou noir. La figure 8.15 illustre notre approche : un pixel binaire du message est partagé en un share à m subpixels, blanc et noir dans le schéma de Naor et Shamir [NS95], figure 8.15(a) ; cyan, magenta, jaune, blanc ou noir dans un schéma classique en couleur [VVT97, YL00, Hou03, CDPDS07, YC08, Shy06], figure 8.15(b) ; en un share à 1 subpixel en demi-tons, figure 8.15(c).

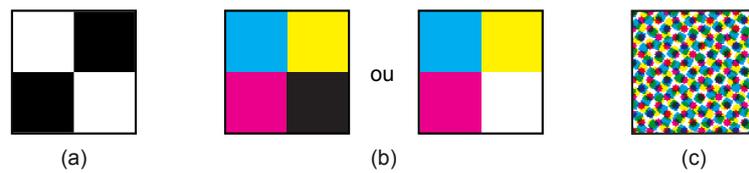


Figure 8.15 – (a) un share noir et blanc qui code un pixel du message binaire du schéma de Naor et Shamir de cryptographie visuelle, (b) un share coloré (subpixels cyan, jaune, magenta, noir ou blanc) qui code un pixel du message coloré pour un schéma de cryptographie visuelle en couleur et (c) un share en demi-ton qui code un pixel du message secret dans notre proposition de schéma en couleur.

Schéma de cryptographie visuelle basé sur le *color matching*

Le schéma proposé est basé sur le *color matching*, c'est-à-dire sur la reproduction d'une même couleur à partir de la superposition de diverses combinaisons de couleurs. La précision de l'effet de *color matching* est généralement optimale pour un illuminant et des conditions d'observation prédéfinis. Lorsque deux couleurs A et B sont imprimées sur un transparent et superposées l'une sur l'autre, la couleur obtenue notée $\varphi(A, B)$ résulte d'une opération de superposition des couleurs où l'opérateur φ est basé sur un modèle prédictif de la reproduction des couleurs (voir partie II). Le schéma proposé, baptisé CM-VCS (*two-out-of-two Color Matching based Visual Cryptography Scheme*) sera étudié dans le cadre d'un deux-parmi-deux.

9.1 Description du schéma

Nous supposons, là encore, que le message secret à partager est binaire, composé de pixels à 0 et de pixels à 1.

En se basant sur la proposition de Naor et Shamir [NS95], une solution du schéma à deux parmi deux de cryptographie visuelle basée sur le *color matching* consiste à créer deux collections de couleurs Γ_0 et Γ_1 et une *couleur cible* E . Pour partager un bit de donnée à 1 (1-bit) respectivement un bit à 0 (0-bit), une paire de couleur

est choisie aléatoirement dans Γ_1 , respectivement Γ_0 . Toute solution est considérée comme valide si les conditions suivantes sont satisfaites :

1. pour partager un 1-bit, les paires de couleurs $(C^{(1)}, C^{(2)})$ choisies dans Γ_1 reproduisent la couleur cible E , c'est-à-dire que la différence de couleur entre la couleur obtenue par superposition et la couleur cible est imperceptible : $\Delta E_{94} [E, \varphi (C^{(1)}, C^{(2)})] < d_1$, où ΔE_{94} est la distance entre deux couleurs dans l'espace CIELAB 1994 [CIE98], et les exposants (1) et (2) réfèrent au premier et deuxième SI,
2. pour partager un 0-bit, les paires de couleurs $(C^{(1)}, C^{(2)})$ choisies dans Γ_0 fournissent une couleur dont la distance à la couleur cible est : $\Delta E_{94} [E, \varphi (C^{(1)}, C^{(2)})] > d_0$,
3. pour chaque SI, les couleurs qui codent un bit 0 doivent être les mêmes que celles codant un bit 1 et leurs probabilités d'apparition doivent être identiques.

Le seuil de tolérance d_1 est défini de sorte qu'il n'y ait pas de différence colorimétrique visuellement perceptible, c'est-à-dire la valeur de ΔE_{94} est inférieure à 1.

Les conditions 1 (*color matching*) et 2 sont liées au contraste entre les bits 1 et 0 du message. Ce contraste détermine la visibilité du message lorsque les SIs sont superposés. Le seuil d_0 est défini de telle sorte que les shares codant le 0-bit, après superposition, diffèrent visuellement de la couleur cible, c'est-à-dire la valeur de ΔE_{94} est largement plus grande que 1. Parmi les paires $(C_i^{(1)}, C_i^{(2)})$ qui satisfont la condition 1, nous retenons les paires « croisées » $(C_i^{(1)}, C_j^{(2)})$ qui satisfont la condition 2 où $i, j \in I$, $i \neq j$ et I sont des ensemble d'indices. La collection Γ_0 peut s'écrire : $\Gamma_0 = \left\{ \left(C_i^{(1)}, C_j^{(2)} \right) \text{ où } i, j \in I, i \neq j, \text{ t.q. } \Delta E_{94} [E, \varphi (C_i^{(1)}, C_j^{(2)})] > d_0 \right\}$, ce qui permet d'obtenir la collection Γ_1 avec $\Gamma_1 = \left\{ \left(C_i^{(1)}, C_i^{(2)} \right) \text{ où } i \in I \text{ t.q. } \Delta E_{94} [E, \varphi (C_i^{(1)}, C_i^{(2)})] < d_1 \right\}$. Les cardinaux des collections Γ_0 et Γ_1 qui sont notés $\#\Gamma_0$ et $\#\Gamma_1$, vérifient alors l'inégalité suivante :

$$2 \leq \#\Gamma_1 \leq \#\Gamma_0 \leq \#\Gamma_1 (\#\Gamma_1 - 1) \quad (9.1)$$

En ce qui concerne la limite inférieure, il est évident que de part la construction des collections, cette borne vaut 2. L'augmentation de la valeur de d_0 élimine des paires de couleur dont la superposition donne une couleur similaire à la couleur cible E . De ce fait, le cardinal des collections Γ_1, Γ_0 diminue. Dans une approche probabiliste, la condition 2 est plus souple, puisque la couleur cible peut également coder un 0-bit.

La condition 2 fournit une construction des deux collections.

La condition 3 se rapporte à la sécurité. Elle indique qu'aucune information sur le message ou la couleur cible n'est visible si les SIs sont pris séparément.

Une illustration de ce schéma est donnée sur la figure 9.1. Nous avons sélectionné deux couleurs $C^{(1)}$ *magenta clair* et *magenta* qui sont imprimées sur le premier support, et deux couleurs $C^{(2)}$ *marron* et *jaune clair* imprimées sur le second support. Les bits à 1 sont codés par une couleur marron clair (un rouge désaturé) qui correspond à la couleur cible E (voir les cas 1,2 sur la figure 9.1). La différence de couleur acceptable entre les deux réalisations est définie à $d_1 = 0,5$. Les bits à 0 sont révélés par du jaune clair (cas 3) ou par du marron foncé (cas 4), ces deux couleurs étant très distantes de la couleur cible. Les paires de couleur (*magenta clair*, *marron*) et (*magenta*, *jaune clair*) constituent la collection Γ_1 tandis que les paires de couleur (*magenta*, *marron*) et (*magenta clair*, *jaune clair*) forment la collection Γ_0 .

Secret Message	Colors $C^{(1)}$	Colors $C^{(2)}$	Stacked Colors	
1-bit				(1)
				(2)
0-bit				(3)
				(4)

Figure 9.1 – Un schéma (2,2)-CM-VC : la couleur magenta clair superposée au marron donne la couleur cible, marron clair, associée au codage des bits à 1 (cas 1). La même couleur avec la superposition du magenta et du jaune clair (cas 2). L'inversion des couleurs à superposer fournit les cas 3 et 4 codant pour les bits à 0. Ces couleurs affichées sur un écran calibré correspondent à celles imprimées sur un transparent.

9.2 Description du contraste

Les conditions 1 et 2 définissent le contraste du schéma. Ce contraste doit avoir une valeur nulle lorsque les SIs sont observés individuellement, une valeur non-nulle lorsqu'ils sont superposés. Nous transposons la définition du contraste proposée par Naor et Shamir, en définissant le contraste comme la différence de couleur exprimée

par la distance colorimétrique CIELAB ΔE_{94} pour les ensembles $\Gamma_0^{(k)}$ et $\Gamma_1^{(k)}$ des couleurs imprimées sur le SI k , ($k = 1, 2, 3$ désignant respectivement le premier SI, le second SI et la superposition des deux SIs). Nous définissons le contraste normalisé par :

$$\alpha^{(k)} = \frac{\min_{a \in \Gamma_1^{(k)}, b \in \Gamma_0^{(k)}} \left[\Delta E_{94}(a, b) \right]}{\max_{a \in \Gamma_1^{(k)}, b \in \Gamma_0^{(k)}} \left[\Delta E_{94}(a, b) \right]}, \quad k = \{1, 2, 3\} \quad (9.2)$$

Nous pouvons remarquer que le contraste $\alpha^{(k)}$ pour un SI observé individuellement est nul puisque $\Gamma_0^{(k)} = \Gamma_1^{(k)} = \{C_i^{(k)}, i \in I\}$, ($k = \{1, 2\}$) en accord avec la condition 3. Lorsque les SIs sont superposés, $\Gamma_0^{(3)} = \{\varphi(C_i^{(1)}, C_j^{(2)}), i, j \in I, i \neq j\}$, $\Gamma_1^{(3)} = \{\varphi(C_i^{(1)}, C_i^{(2)}), i \in I\}$, la distance entre les couleurs du bit 0 et la couleur cible E (couleur du bit 1) est plus grande que d_0 , en accord avec la condition 2 : le contraste $\alpha^{(3)}$ est donc non nul et inférieur à 1 par normalisation. Nous pouvons remarquer que la valeur maximale n'est atteinte que pour une couleur unique codant les bits à 0.

9.3 Discussions sur la sécurité

La sécurité du contenu du message secret est assurée par la condition 3. En effet, cette condition requiert que chaque couleur présente dans le SI code aussi bien un bit à 1 qu'un bit à 0 et que leur probabilité d'apparition soit la même pour toutes les couleurs.

Ce schéma de cryptographie visuelle en couleur ajoute un paramètre supplémentaire (la couleur cible) à la détection de faux SIs. La robustesse de ce schéma repose sur la probabilité pour un faussaire de trouver la couleur cible à partir de divers tests. Plus cette probabilité sera faible plus grande sera la difficulté à reproduire la couleur cible.

Nous décrivons les paramètres à optimiser pour diminuer la probabilité de trouver la couleur cible à partir de la connaissance d'un des deux SIs. Nous supposons qu'un faussaire dispose d'un des deux SI, noté SI1, et qu'il désire fabriquer un deuxième SI, SI2, permettant de réaliser un (faux) message avec la vraie couleur cible. Partant des N ($2 \leq N \leq \#\Gamma_1$) couleurs imprimées sur SI1, le faussaire peut donc avoir accès à leur spectre en réflectance et en transmittance. Ne connaissant pas celles imprimées sur SI2, il doit donc imprimer toutes les couleurs possibles (gamut de son système d'impression) et mesurer la superposition de chacune de ces couleurs

avec les N couleurs de SI1. En pratique, le gamut de son système d'impression sera discrétisé, il y a donc un ensemble fini de couleur reproductible). Ainsi, ces superpositions fournissent N gamut G_i , $i \in \{1 \dots N\}$ de couleurs superposées qui sont individuellement plus petit que le gamut du système d'impression. La seule certitude du faussaire est l'appartenance de la couleur cible à tous ces gamuts G_i , c'est-à-dire à leur intersection. C'est donc cette intersection qui doit être la plus grande possible afin de réduire les chances du faussaire de trouver la couleur cible.

Cette intersection est à maximiser au moment de la construction des collections en optimisant N , d_0 et d_1 . Les deux seuils d_0 et d_1 limitent le cardinal des deux collections Γ_0 et Γ_1 . Le seuil d_0 définissant la distance entre les shares codant les bits à 0 et ceux à 1, il est évident que cette distance doit être la plus grande possible (qui maximise donc le contraste). Néanmoins, augmenter cette distance implique la diminution de l'intersection des gamuts G_i et par conséquent la couleur cible devient plus facile à trouver. La valeur de d_0 est donc obtenue par un compromis entre sécurité et contraste (visibilité du message). En ce qui concerne d_1 , cette distance n'a d'influence que sur l'uniformité de la couleur codant les bits à 1. En imposant un seuil inférieure à 1, nous nous assurons qu'aucune différence visuelle n'est perçue sur ces couleurs. Augmenter ou diminuer d_1 ne limite que la taille de la collection Γ_1 . Nous devons quand même choisir N couleurs à imprimer parmi les $\#\Gamma_1$ couleurs de la collection et la probabilité de trouver la couleur cible est inchangée. Quant au paramètre N , qui correspond au nombre de couleurs imprimé sur chaque SI a une importance plus grande. Plus N est grand plus l'intersection des gamuts des superpositions de ces N couleurs avec le gamut du système d'impression diminue, la probabilité de trouver la couleur cible augmente. Par conséquent, la valeur de N doit être la plus faible possible, soit la borne inférieure des collections : $N = 2$.

Il faut noter que pour des transparents et encres identiques, et pour deux couleurs A et B imprimées sur les deux transparents, les couleurs $\varphi(A, B)$ et $\varphi(B, A)$ obtenues par superposition de A sur B et B sur A sont identiques. Afin de s'assurer que la couleur cible ne soit pas facile à trouver (comme dans ce cas), nous supposons que la couleur cible ne peut pas être obtenue par les couleurs imprimées sur un même SI.

9.4 Discussions sur l'opérateur de superposition des couleurs

L'opérateur de superposition de couleurs, φ , modélise la propagation de la lumière entre les deux supports imprimés. Nous pouvons exploiter ici les modèles de

prédiction des couleurs imprimées en demi-tons développés dans la partie II, chapitre 7).

Tout d'abord, lorsque la superposition met en jeu deux transparents imprimés, observés par dessus avec un éclairage lambertien provenant du dessous, les couleurs imprimées, qui se comportent comme des filtres spectraux, peuvent être décrites par leur transmittance spectrale [voir figure 9.2(a)]. Dans un premier temps, nous supposons que la transmittance de la superposition est donnée par le produit des transmittances de chaque couleur. Dans ce cas, l'opérateur φ s'exprime comme :

$$T_{\varphi(A,B)}(\lambda) = T_A(\lambda) T_B(\lambda) \quad (9.3)$$

où $T_A(\lambda)$ et $T_B(\lambda)$ sont les transmittances du transparent imprimé avec les couleurs A et B , respectivement, et $T_{\varphi(A,B)}(\lambda)$ est la transmittance de la couleur $\varphi(A, B)$ obtenue par la superposition de couleurs A et B . Cette expression suppose que

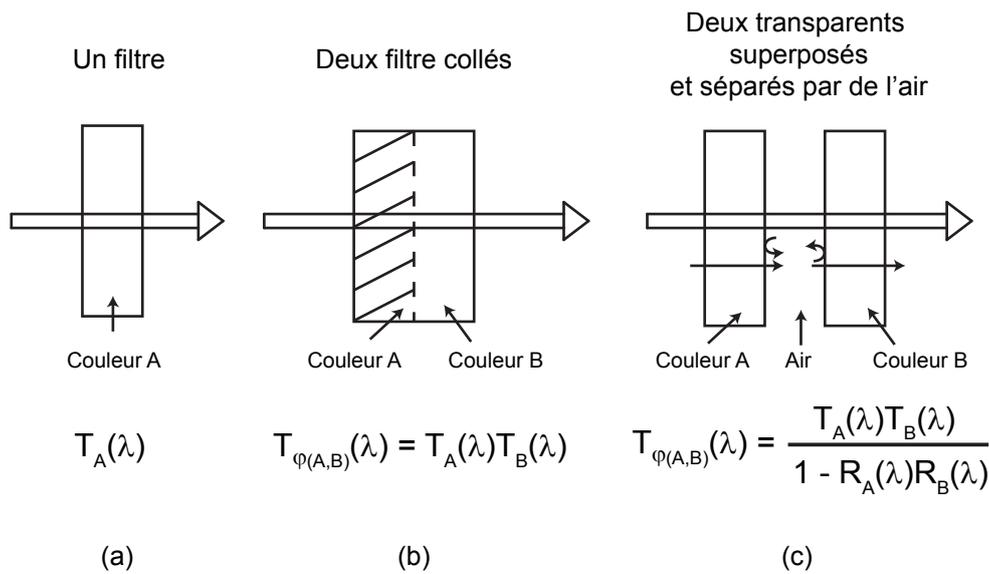


Figure 9.2 – (a) Transmittance de deux filtres accolés. (b) Transmittance de deux filtres superposés sans tenir compte de l'air entre les transparents. (c) Transmittance de deux transparents superposés avec une fine couche d'air entre eux.

les deux couleurs sont superposées sans changement d'indice entre leurs interfaces comme présenté sur la figure 9.2(b). Cependant lorsque les deux transparents sont superposés, une fine couche d'air est présente entre eux créant ainsi un changement d'indice de réfraction. Dans ce cas, la lumière traversant le premier transparent sera partiellement réfléchi et transmise par le deuxième transparent selon les coefficients de Fresnel [BWB99]. Un processus de réflexions multiples entre les deux transparents

se produit [voir Fig. 9.2(c)]. La superposition de deux transparents imprimés est donc plus complètement décrite par un modèle en transmittance prenant en compte le processus de réflexions multiples. D'après la partie II, l'opérateur, φ peut s'exprimer :

$$T_{\varphi(A,B)}(\lambda) = \frac{T_A(\lambda) T_B(\lambda)}{1 - R_A(\lambda) R_B(\lambda)} \quad (9.4)$$

où $R_A(\lambda)$ et $R_B(\lambda)$ sont les réflectances des transparents imprimés avec les couleurs A et B respectivement.

Nous pouvons remarquer que l'équation (9.3) est l'approximation à l'ordre zero de l'équation Eq. (9.4), qui est valide dans le cas où le produit $R_A(\lambda) R_B(\lambda)$ est très petit devant 1. Cette approximation est valable dans le cas à deux transparents imprimés et superposés.

Dans le cas où l'un des supports est un support papier, l'observation se fait usuellement en réflexion, l'opérateur φ s'exprime dans ce cas (partie II, chapitre 7) :

$$R_{\varphi(A,B)}(\lambda) = R_A(\lambda) + \frac{T_A(\lambda) T_{in}(\lambda) R_B(\lambda)}{1 - r_i(\lambda) R_B(\lambda)} \quad (9.5)$$

où R_A est la réflectance et T_A la transmittance imprimé avec la couleur A , R_B la réflectance du papier imprimé avec la couleur B . T_{in} est la transmittance bi-hémisphérique et r_i la réflectance bi-hémisphérique du transparent.

Une observation en transmission conduit à considérer la superposition d'un transparent avec un papier dont la transmittance (chapitre 7) est donnée par :

$$T_{\varphi(A,B)}(\lambda) = \frac{T_A(\lambda) T_{in}(\lambda)}{1 - r_i(\lambda) R_B(\lambda)} \quad (9.6)$$

où les divers paramètres sont les mêmes qu'en mode réflexion.

Selon les conditions d'observation (réflexion, transmission) et les types de supports utilisés (transparents, papier, combinaison des deux), nous pouvons prédire le résultat obtenu pour la superposition de ces supports imprimés en demi-tons. La précision des modèles, impliqués dans les expressions de l'opérateur φ de superposition a été décrite dans le chapitre 7. Nous présentons dans le paragraphe suivant les résultats obtenus suite à des superpositions dans le contexte de la CM-VCS en transmission et en réflexion.

9.5 Mise en œuvre

Le schéma de cryptographie visuelle basé sur le *color matching* a été expérimenté sur des transparents 3M CG3460 et du papier photo Canon MP101. Les impressions ont été réalisées avec une imprimante Canon PixmaPro 9500 mark II. Les superpositions sont observées à l'aide d'une table lumineuse éclairant les supports avec l'illuminant D65. Comme suggéré dans le chapitre précédent, les couleurs sont tramées à l'aide d'une trame stochastique pour limiter les effets de moiré à la superposition. Les mesures des spectres des couleurs sont effectuées à partir du spectrophotomètre Color i7 de X-Rite. Pour chaque couleur du SI, nous avons imprimé séparément un patch de suffisante pour être mesurable avec ce spectrophotomètre. Les spectres sont ensuite convertis dans l'espace CIELAB.

9.5.1 En transmission

Dans cette réalisation, deux couleurs ($N = 2$) sont imprimées sur chaque transparent. Pris isolément, les transparents ne font fuir aucune information sur le contenu ni sur la couleur cible du message secret [voir figure 9.3(a) et 9.3(b)]. Le message ainsi que la couleur sont révélés lorsque les deux transparents sont précisément superposés [figure 9.3(c)]. Dans cet exemple, le seuil de tolérance d_1 a été fixé à $\Delta E_{94} = 0,5$ et d_0 à 3. L'illuminant D65 utilisé correspond à la lumière naturelle (lumière du jour); l'utilisation d'une table lumineuse reproduisant un illuminant D65 aurait donné des résultats similaires. L'uniformité de la couleur cible repose sur la proximité des couleurs obtenues par superposition des transparents. L'uniformité est visuellement parfaite si la différence entre les pixels colorés est inférieure à 1. Dans notre exemple, la mesure des couleurs à l'intérieur du message (couleur cible) donne un écart maximal de 0,87. D'autre part, la visibilité du message repose sur le contraste entre les bits 1 et les bits à 0, dont leur écart couleur doit être le plus grand possible. Dans l'exemple, la distance la plus faible entre ces bits est de $\Delta E_{94} = 16$.

9.5.2 En réflexion

Dans la seconde réalisation, le transparent imprimé est superposé à un papier imprimé. Là encore, pris isolément, le transparent et le papier ne font fuir aucune information sur le contenu ni sur la couleur cible du message secret [voir figure 9.4(a) et 9.4(b)]. Le message ainsi que la couleur sont révélés lorsque les deux supports imprimés sont parfaitement superposés [figure 9.4(c)]. Les valeurs des paramètres N , d_1 et d_0 utilisées en transmission ont été réutilisées pour les essais en réflexion. L'uniformité du message est assurée par un écart maximal entre les couleurs codant

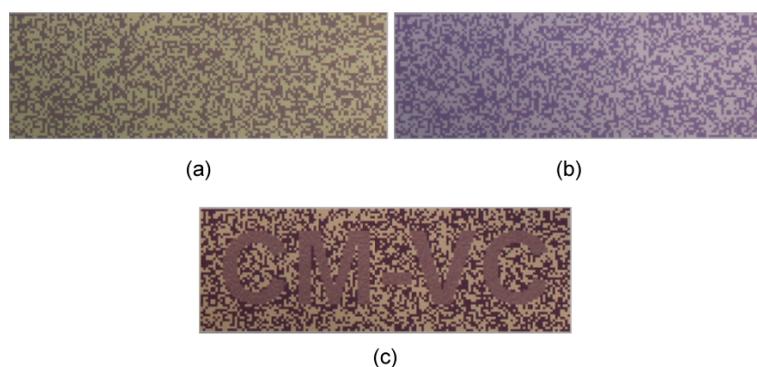


Figure 9.3 – Exemple du schéma CM-VC pour le message secret « CM-VC » dont la couleur correspond à un rouge désaturé. Ni le message, ni la couleur cible ne sont visibles sur les transparents imprimés observés seul (a) et (b). Le message secret et sa couleur sont révélés lors de la superposition des transparents (c) avec la lumière naturelle comme illuminant.

les bits 1 d'une valeur de $\Delta E_{94} = 1,02$. Le contraste entre les bits 1 et les bits 0 est assuré par un écart minimal de $\Delta E_{94} = 20$ entre les couleurs les représentant.

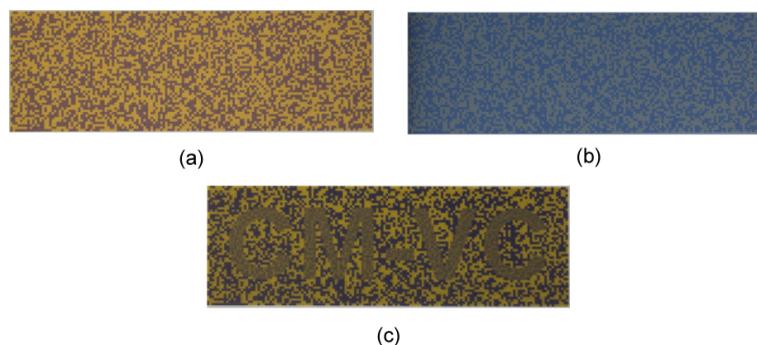


Figure 9.4 – Exemple du schéma CM-VC pour le message secret « CM-VC » dont la couleur correspond à un rouge désaturé. Ni le message, ni la couleur cible ne sont visibles sur le transparent imprimé observé seul ou sur le papier seul (a) et (b). Le message secret et sa couleur sont révélés lors de la superposition du transparent sur le papier (c) avec la lumière naturelle comme illuminant et observée en réflexion.

9.5.3 Discussions

Concernant la couleur cible, nous pouvons utiliser n'importe quelle couleur du gamut de superposition des supports imprimés. La sécurité n'est pas affectée par le choix de la couleur cible, cependant le contraste en dépend. En effet, si la couleur cible est claire, la quantité d'encre sur les deux transparents sera faible. De façon

analogue, pour une couleur cible foncée, la quantité d'encre sera importante. Dans les deux cas, les couleurs codant les bits 0 et celles codant les bits à 1 seront alors proches, ce qui diminue le contraste.

En comparaison avec les schémas existants de cryptographie visuelle en couleur [VVT97, YL00, Hou03, CDPDS07, YC08, Shy06], notre approche ne nécessite pas l'emploi de subpixels noirs pour masquer des couleurs inutiles. La couleur du share dans un SI est obtenue par une décomposition sur trois couleurs de base. Les points d'encre étant suffisamment petits, le système visuel humain perçoit une couleur uniforme (parfois texturée) et qui repose sur un modèle de prédiction de la couleur.

Dans ce chapitre, nous avons proposé un schéma de cryptographie visuelle en couleur original basé sur le *color matching* permettant de partager un secret dont la couleur peut également être considérée comme secrète. Ce schéma fait appel aux modèles de prédiction du rendu des couleurs exposés dans la partie II. Cela permet de mettre en œuvre à la fois les modèles et le *color matching* dans le domaine de la sécurité optonumérique. La réalisation pratique de ce schéma a été montré dans deux configurations, en réflexion et en transmission.

En quoi la reproduction du SI imprimé est-elle difficile ?

Nous avons choisi la cryptographie visuelle comme moyen d'authentification de documents. Grâce aux modèles de prédiction de rendu des couleurs (partie II), nous avons pu introduire au chapitre 9 un nouveau schéma de cryptographie visuelle en couleur, basé non plus sur la synthèse additive des couleurs, mais sur le *color matching* (synthèse soustractive) : deviner la couleur du message secret à partir du seul SI imprimé pour créer une paire de faux SIs relève désormais du hasard. La copie du SI imprimé reste néanmoins possible. Nous proposons de discuter de contres mesures liées à l'impression, face aux moyens à disposition du faussaire.

10.1 Ressources du faussaire

Nous supposons dans ce paragraphe que le faussaire a accès à un des SIs imprimé en demi-tons, qui sera noté SI_1 . Son objectif est de créer une copie *parfaite* de SI_1 afin de dupliquer frauduleusement le document. Cette attaque vise à obtenir une différence colorimétrique inférieure à 1 entre les couleurs de SI_1 et celles de la copie.

Dans l'hypothèse où les encres et supports sont accessibles au faussaire, plus les moyens mis en œuvre par le faussaire seront importants, plus il paraît évident que la copie sera « proche » de l'original. La comparaison peut être faite visuellement. D'une autre façon, équipé d'un scanner calibré [Kan92, Joh96, VT99, Shi02], le faus-

saire aura, cette fois, la capacité de faire la comparaison entre les valeurs RGB de l'original et celle de sa copie qu'il pourra comparer à condition de ne pas résoudre la trame des points d'encre. En utilisant une imprimante calibrée, il réalisera plusieurs impressions afin de minimiser après numérisation la différence en valeur absolue des écarts entre composantes RGB (une étude pourrait être menée pour déterminer un nombre moyen d'essais à effectuer avant de converger vers l'original). Avec l'aide d'un scanner calibré, le faussaire peut donc aboutir à un écart colorimétrique réduit vis-à-vis d'une métrique visuelle. L'analyse spectrale des couleurs imprimées du SI_1 constitue, pour le faussaire, une troisième voie d'investigation. Si la taille du (sub)pixel est supérieure à la plus petite des ouvertures du spectrophotomètre (3mm environ pour l'i1 de X-Rite), le faussaire sera alors en capacité d'optimiser l'impression de façon à obtenir des couleurs dont la réflectance ou transmittance spectrale est proche de celle mesurée, au sens du ΔE_{94} ou d'un écart quadratique minimal entre spectres. Enfin, pour s'assurer que la copie de SI_1 est correcte, il suffit de superposer la copie à SI_2 et de visualiser la couleur du message. Dans le cas où la copie est parfaite, du point de vue colorimétrique ou spectral, le *color matching* sera réalisé, on ne pourra pas détecter que c'est une copie.

Dans le cas où la copie est correcte, d'un point de vue colorimétrique mais incorrecte d'un point de vue spectral, qu'en est-il de la distance colorimétrique à la couleur cible et la superposition de la copie avec SI_2 ? Avant de considérer ce qui se passe à la superposition d'une copie de SI_1 avec SI_2 , nous nous intéressons au préalable à la duplication de SI_1 au moyen d'un autre système d'impression.

Nous avons simulé, à partir d'un modèle de prédiction des couleurs (chapitre 6) l'impression d'un nuancier de 125 patches (figure 6.4) sur le film transparent 3M CG3460 avec l'imprimante jet d'encre Canon PixmaPro 9500 mark II, sur le film transparent 3M Tartan 901 avec l'imprimante laser couleur Brother HL-4150CDN. Nous avons choisi de prédire la réflectance et transmittance spectrales avec le modèle IS-YNSN (*Ink Spreading enhanced Yule-Nielsen modified Spectral Neugebauer*) retenu au chapitre 6. la table 10.1 rassemble les écarts colorimétriques ΔE_{94} obtenus pour les 125 patches comparés patch à patch. Nous pouvons remarquer que l'écart colorimétrique moyen est proche de 14 pour la réflectance et 6 pour la transmittance. Nous observons donc des différences significatives entre les couleurs imprimées avec l'imprimante laser et celle avec l'imprimante jet d'encre. L'écart colorimétrique entre les deux types de transparents non-imprimés est de 0,51 en transmission et de 11 en réflexion.

Intéressons-nous maintenant à la reproduction de couleurs imprimées avec l'imprimante jet d'encre en simulant l'utilisation de l'imprimante laser couleur avec le modèle IS-YNSN. Pour chaque patch du nuancier, on recherche la couleur à im-

Table 10.1 – Différence entre les couleurs obtenues par impression laser et jet d'encre sur les 125 patchs, patch à patch.

Mode	ΔE_{94} minimal	ΔE_{94} moyen	ΔE_{94} maximal
R	8,5	14,0	23,2
T	0,5	6,0	13,4

primer en laser qui minimise l'écart colorimétrique ΔE_{94} entre les transmittances spectrales de ce patch et du patch reproduit. On obtient alors les taux de couverture des encres à imprimer. On utilise ces taux pour prédire la réflectance du patch reproduit. Les résultats sont donnés dans la table 10.2. Nous pouvons remarquer que l'écart colorimétrique moyen entre les impressions jet d'encre et les impressions laser est inférieur à 1,5 en transmission, alors qu'il est proche de 13 en réflexion. Ce dernier résultat s'explique du fait qu'on réalise la minimisation sur la transmittance sans se préoccuper de la réflectance. Au contraire, en optimisant les écarts sur la réflectance, les écarts colorimétriques en transmission sont très mauvais (tableau 10.3) sans pour autant améliorer significativement les résultats en réflexion avec un écart moyen qui reste élevé à 11. Les écarts élevés en réflexion sont principalement dus à la forte diffusion des encres utilisées par l'imprimante laser.

Table 10.2 – Différence entre les couleurs obtenues par impression laser et jet d'encre sur 125 patchs. Optimisation sur la transmittance.

Mode	ΔE_{94} minimal	ΔE_{94} moyen	ΔE_{94} maximal
R	8,50	13,85	22,95
T	0,08	1,26	6,96

Table 10.3 – Différence entre les couleurs obtenues par impression laser et jet d'encre sur 125 patchs. Optimisation sur la réflectance.

Mode	ΔE_{94} minimal	ΔE_{94} moyen	ΔE_{94} maximal
R	6,15	10,49	17,45
T	2,04	11,22	29,08

Partant du constat qu'il est impossible, même avec un modèle calibré d'obtenir la réflectance spectrale d'un patch imprimé en jet d'encre avec l'imprimante laser,

on a de grandes chances que le *color matching*, c'est-à-dire obtenir la couleur cible E en reprenant la notation du chapitre 9, ne soit pas correctement observé après superposition du SI reproduit et de SI_2 .

10.2 Contre mesures

Nous proposons d'examiner trois dispositions permettant d'augmenter la difficulté de reproduction de SI_1 .

Tramer les images en couleur avec des trames stochastiques peut être un moyen de complexifier la recherche du taux de couverture de chaque colorant. Nous avons représenté sur la figure 10.1 une image d'un magenta de niveau 0,25 tramé avec une trame stochastique. A gauche, se trouve l'image numérique et à droite, l'image après impression et vue au microscope. On se rend compte qu'il devient difficile de discerner la forme des points de trame. Par conséquent, une étude microscopique ne fournit pas forcément le taux de couverture utilisé notamment à cause des phénomènes d'engraissement du point d'encre. Les tentatives proposées à ce jour [Uki10] pour déduire les taux de couverture à partir d'image au microscope butte sur le problème du seuillage de l'image, une mesure spectrale reste nécessaire : l'effet d'engraissement du point modifiant la forme des points d'encre, retrouver le taux de couverture demande de seuiller l'image dont la valeur est difficilement accessible. On peut donc considérer qu'aujourd'hui, obtenir les taux de couvertures à partir d'image est très difficile.

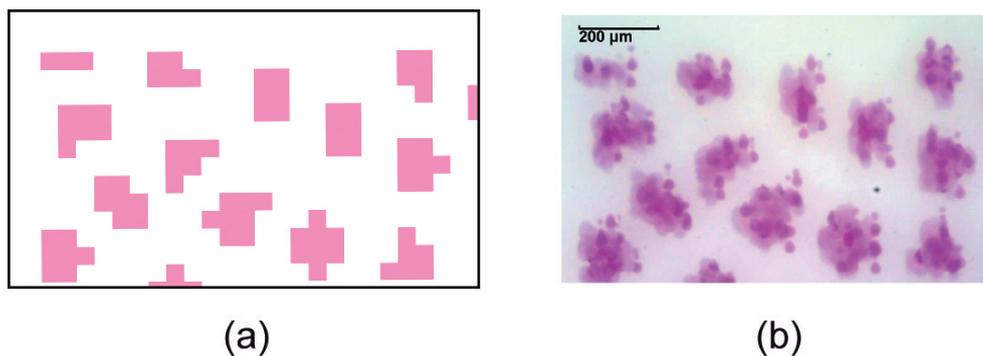


Figure 10.1 – Trame stochastique (a) numérique et (b) imprimée.

Par ailleurs, l'utilisation d'encre non-standard, par exemple de l'encre rouge, verte ou grise disponibles dans l'imprimante jet d'encre Canon PixmaPro 9500 mark II, ou bien une couleur Pantone imprimable en offset, peut permettre de s'assurer que la couleur obtenue avec ces encres ne peut l'être avec des combinaisons d'autres

encres, fournissant ainsi un gamut élargi notamment utile pour l'impression de photos. L'utilisation d'encre non-standard peuvent permettre d'avoir des spectres non reproductibles par les encres d'une imprimante jet d'encre, par exemple. Du fait que les modèles de superposition sont spectraux, même si la copie SI_1 et SI_1 ont des spectres métamères, c'est-à-dire une même couleur, la superposition de SI_1 avec SI_2 et celle de la copie de SI_1 avec SI_2 donne également des spectres métamères, voire amplifie les écarts entre SI_1 et sa copie. Lors de la recherche des couleurs établissant le *color matching*, on peut maximiser de telles déviations. De plus, l'utilisation d'encre non-standard peuvent donner des couleurs en dehors du gamut des couleurs imprimables par l'imprimante du faussaire, ce qui augmente encore la difficulté à les reproduire.

Nous avons testé l'encre verte et rouge disponibles au niveau de l'imprimante jet d'encre Canon Pixma Pro 9500 mark II, en imprimant sur un film transparent (3M CG3460) des patches ayant un taux de couverture de 100%. Nous avons ensuite cherché les combinaisons des encres cyan/jaune pour l'encre verte, respectivement magenta/jaune pour l'encre rouge, qui permettent de minimiser l'écart colorimétriques entre les couleurs obtenues et mesurées. Pour l'encre verte, la combinaison la plus proche donne un $\Delta E_{94} = 5,9$ qui correspond à un taux de cyan de 50% et un taux de jaune de 33%. Quant à l'encre rouge, la meilleure combinaison nécessite 73% de jaune et 76% de magenta avec un écart colorimétrique de $\Delta E_{94} = 2,9$. On constate que les encres rouge et verte ne peuvent être obtenues avec les encres « classiques » cyan, magenta et jaune, qu'avec une précision ΔE_{94} supérieure à 3, ce qui se traduit par des différences de couleur perceptibles. Pour l'imprimante laser couleur, l'écart entre l'encre verte (resp. rouge) et la meilleure combinaison d'encres jaune et cyan (resp. magenta) est de 4,6 (resp. 4,5), voir figure 10.2 pour les spectres.

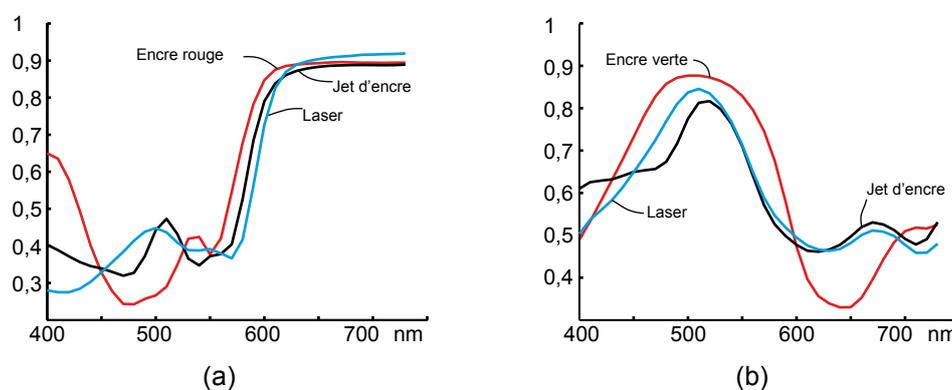


Figure 10.2 – Transmittances spectrales des encres (a) rouge et (b) verte.

Une troisième piste exploitable consisterait à imprimer des (sub)pixels suffisam-

ment petits pour rendre difficile la mesure des spectres, dans la mesure où les modèles spectraux restent valides.

Conclusion de la troisième partie

Nous avons conjugué la cryptographie visuelle avec le *color matching* pour aboutir à un nouveau schéma appelé CM-VCS. Ce schéma, basé sur la modélisation des phénomènes physiques (partie II), apporte une nouvelle dimension à la cryptographie visuelle par une extension au domaine de la reproduction des couleurs. Bien que plusieurs schémas de cryptographie visuelle « classiques » en couleur aient été appliqués à des images imprimées, notre modèle ne nécessite plus un partage en sub-pixels : le share est considéré non plus comme une juxtaposition de couleurs mais comme un demi-ton, mosaïque de colorants.

La méthode de recalage des SIs, introduite au chapitre 2, pourra fonctionner dans le cadre du CM-VCS pourvu que l'on étalonne, d'un point de vue colorimétrique, la projection du SI numérique. En effet, la méthode de recalage a été appliquée à un schéma « classique » de cryptographie visuelle en couleur par projection d'un SI numérique coloré sur un SI imprimé en demi-ton. Les résultats très satisfaisants obtenus dans le contexte de la sécurisation de l'affichage couleur par décalage axial de SIs montre la faisabilité d'une telle projection.

Enfin, l'utilisation de la couleur et du *color matching* accroissent la difficulté de duplication d'un SI authentique alors que les mesures utiles à la prédiction par des modèles spectraux sont rendues délicates ou encore que les supports et/ou encres sont non standard.

Conclusion générale

Moyen de sécuriser une information à transmettre sans avoir recours à une machine, la cryptographie visuelle a depuis l'origine essentiellement été développée dans le domaine numérique. Ainsi les applications concrètes telles que dans le secteur bancaire, la diffusion d'un mot de passe [ZADC06, HCT06], sont peu nombreuses. L'implantation de la cryptographie visuelle renvoie à une première difficulté, d'ordre pratique celle de l'alignement des shadow images lors de leur superposition. Cette opération doit être suffisamment précise pour révéler le secret qui nous permettra d'authentifier le document porteur du SI imprimé. Notre méthode automatique de recalage constitue en cela une assistance précieuse, en particulier lors de la superposition de SIs imprimés à haute résolution. La précision obtenue permet d'étendre l'opération à la superposition optique de SIs numériques (stockés en base de données) destinée par exemple à protéger l'affichage de données à l'écran. Cette capacité à aligner les SIs de façon précise devient essentielle pour authentifier un document par rendu d'une couleur cible introduite comme solution d'identification de leur origine.

Dans le schéma de cryptographie visuelle en couleur que nous proposons, la couleur cible est partagée entre les SIs et révélée comme le contenu du message, à leur superposition via un ajustement des couleurs (*color matching*). De plus, l'impression en demi-tons des SIs conjuguée à l'opération de superposition mettent en jeu des phénomènes optiques propices à une protection contre la copie illicite. La complexité de ces phénomènes, responsables du rendu visuel des SIs superposés, et leur dépendance au type d'impression imposent une modélisation physique pour obtenir un rendu précis. Cette approche nous a conduit à considérer la problématique de la reproduction des couleurs. Nous avons ainsi, à partir des modèles classiques, développé un modèle destiné aux transparents imprimés en demi-tons, puis développé des mo-

dèles spectraux dédiés à la superposition de supports imprimés non-diffusants et/ou diffusants, en réflexion et en transmission. La précision de ces modèles prédictifs est tout à fait satisfaisante au regard de celle habituellement obtenue dans le domaine de la reproduction des couleurs, nous permettant ainsi de réaliser l'ajustement des couleurs pour une superposition de plusieurs transparents imprimés en demi-tons. Cet ajustement permet d'obtenir un ensemble de combinaisons de couleurs imprimées sur des transparents à superposer dont la couleur résultante (pour les différentes combinaisons) est uniforme, au sens d'une métrique basée sur la perception visuelle.

Exploiter ce principe au niveau de la couleur cible du schéma de cryptographie visuelle induit de concevoir le share non plus comme une juxtaposition de subpixels colorés mais comme une mosaïque de colorants. D'un point de vue sécurité, le schéma proposé est sûr concernant la transmission du contenu du message. Il hérite cette qualité du schéma de Naor et Shamir en noir et blanc sur lequel il se fonde. La couleur du message constitue également un élément de sécurité introduisant du hasard au niveau du rendu de la superposition vis-à-vis d'une attaque du schéma par un faussaire. Une telle extension de la cryptographie visuelle fonctionne en pratique grâce à la précision des modèles de prédiction du rendu des couleurs. Ce rendu peut même permettre une authentification du document porteur du SI imprimé en demi-tons en se plaçant dans les bonnes conditions d'impression. La reproduction *fidèle* du SI sera d'autant plus difficile que les matériaux (supports, encres) utilisés à la fabrication des SIs seront d'un accès difficile pour le faussaire.

Si ces travaux contribuent au progrès de la cryptographie visuelle avec une vérification supplémentaire de la couleur, ils en favorisent dès aujourd'hui le déploiement sur le terrain applicatif. Les perspectives offertes s'inscrivent dans de nouvelles perspectives pour la cryptographie visuelle. Elles concernent directement plusieurs axes : tout d'abord la sécurité avec l'extension de procédés en liens avec les milieux multicouches, mais aussi le rendu visuel avec le développement de modèles de prédiction adaptés à d'autres types de milieux (notamment les milieux semi-diffusants) ou à d'autres configurations de superposition (projection optique) et enfin la conception du système opto-numérique de projection de manière à le rendre compact et portable.

ANNEXES

Effets de la translation sur le message

Nous avons montré dans le chapitre 1 qu'un décalage en translation d'un des deux shadow images (SIs) pouvait être analysé par la modification de la *luminosité* des shares après superposition. Nous détaillons dans cette annexe, les démonstrations des formules d'évolution de la luminosité présentées dans le chapitre 1.

Nous avons défini la luminosité d'un share par :

$$L_{share} = \frac{1}{m} (L_{sub\ blanc} \cdot m_{blanc} + L_{sub\ noir} \cdot m_{noir}) \quad (\text{A.1})$$

où m_{blanc} (respectivement m_{noir}) correspond au nombre de subpixels blancs (resp. noir) et dont la somme $m_{blanc} + m_{noir}$ est égale au nombre total, m , de subpixels dans le share. De plus, nous supposons qu'il y a autant de subpixels noirs que de subpixels blancs, c'est-à-dire $m_{blanc} = m_{noir} = m/2$.

Pour les démonstrations des formules, nous supposons également que la luminosité d'un subpixel blanc (resp. noir) vaut 1 (resp. 0), sauf dans le paragraphe A.5, où nous supposons que la luminosité d'un subpixel blanc (resp. noir) peut être inférieure ou égale à 1 (resp. supérieure ou égale à 0). Nous imposons de plus que la luminosité du subpixel blanc soit supérieure à celle du subpixel noir.

A.1 Share monodimensionnel

Dans le cas général où un share est divisé en m subpixels répartis selon un axe, nous montrons que l'évolution de la luminosité moyenne d'une zone représentant le

bruit (bit 0) s'écrit :

$$\bar{L}(dx, m) = \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \frac{m+1}{2m} dx \quad (\text{A.2})$$

et pour une zone représentant le signal (bit 1) s'écrit :

$$\bar{L}(dx, m) = \frac{1}{2} \frac{m+1}{2m} dx \quad (\text{A.3})$$

La luminosité d'un share lorsque la superposition est parfaite vaut 0 pour le signal et 0,5 pour le bruit. L'évolution (perte ou gain) s'écrit donc :

$$d\bar{L}(dx, m) = \frac{1}{2} \frac{m+1}{2m} dx \quad (\text{A.4})$$

L'équation A.4 peut être démontrée en considérant que l'évolution de la luminosité moyenne est uniquement liée aux subpixels blancs. Si des subpixels blancs sont recouverts par des subpixels noirs, la luminosité diminue. Prenons l'exemple d'un share à deux subpixels. Nous disposons de quatre combinaisons pour une suite de deux shares. Nous avons représenté sur la figure A.1 l'une de ces quatre combinaisons. La probabilité d'apparition de chacune d'entre elles est de $1/4$. SI1 est représenté sur la première ligne et SI2 traduit de dx sur la deuxième ligne. La taille d'un subpixel est arbitrairement fixé à une unité et la représentation graphique est celle définie dans le premier chapitre (subpixel à 0 = blanc, subpixel à 1 = noir).

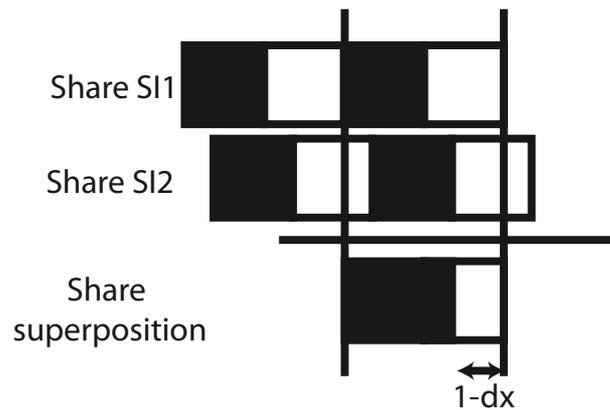


Figure A.1 – Superposition de deux SIs dont l'un est traduit de dx .

Nous pouvons alors mesurer l'aire du subpixel qui devrait être blanche pour chacune des combinaisons : $A_{10-10} = \frac{1-dx}{2}$, $A_{01-10} = \frac{1-dx}{2}$, $A_{01-01} = \frac{1-dx}{2}$ et $A_{10-01} = \frac{1}{2}$. Seule la combinaison A_{10-01} ne modifie pas la luminosité. Les trois autres combinai-

sous contribuent à la modification de la luminosité d'une quantité :

$$d\bar{L} = \frac{1}{4} * 3 * \frac{1 - dx}{2} = \frac{3}{8} dx \quad (\text{A.5})$$

Remarquons que l'équation A.4 vérifie ce résultat pour $m = 2$.

Nous définissons l'évolution de la luminosité moyenne comme le rapport entre le nombre de subpixels blanc Nb_{blanc} qui modifieront la luminosité et le nombre total Nb_{tot} de subpixels dans toutes les possibilités de share, pondéré par la probabilité que le subpixel considéré soit blanc ($1/2$) et par le décalage dx . Nb_{blanc} peut être vu comme Nb_{tot} auquel on soustrait le nombre de subpixels blancs Nb_{00} qui ne modifieront pas la luminosité. Nous avons donc :

$$d\bar{L} = \frac{1}{2} \frac{Nb_{tot} - Nb_{00}}{Nb_{tot}} dx \quad (\text{A.6})$$

Démonstration. Pour déterminer Nb_{00} , nous décrivons le comportement de la luminosité moyenne par la perte (pour le bruit) et par le gain (pour le signal) de subpixel blanc d'un point de vue combinatoire. Nous devons tenir compte de l'ensemble des combinaisons possibles du share $i - 1$ et du share i . Il y a en $m! * m!$. Cependant, lorsqu'un subpixel blanc est permuté avec un autre subpixel blanc, une même combinaison est obtenue. Nous pouvons alors en déduire qu'il reste $\frac{m!}{(\frac{m}{2})!(\frac{m}{2})!} = C_m^{m/2}$ combinaisons distinctes. Le nombre total de subpixels blanc est donc :

$$Nb_{tot} = \frac{m}{2} (C_m^{m/2})^2 \quad (\text{A.7})$$

Pour qu'un subpixel blanc ne modifie pas la luminosité moyenne après translation il faut et il suffit que le subpixel précédent soit également blanc. Ainsi, pour le share i quelque soit le share $i - 1$, il y a : $\frac{(m-1)!}{(\frac{m}{2}-2)!(\frac{m}{2})!}$ subpixels blancs dans cette configuration. En effet, en posant un premier subpixel blanc dans le share, il ne reste que $(m - 1)!$ possibilités pour placer les $\frac{m}{2}$ subpixels noirs et les $\frac{m}{2} - 1$ subpixels blancs. Cependant, il faut tenir compte de toutes les permutations de subpixels noirs entre eux qui seront redondantes, soit $(\frac{m}{2})!$ possibilités. De plus, il faut deux subpixels blanc successifs, ceci entraîne la suppression de la permutation des $\frac{m}{2} - 2$ subpixels blancs. Il en résulte que nous devons supprimer $(\frac{m}{2} - 2)!$ possibilités. Ce qui nous donne finalement : $\frac{(m-1)!}{(\frac{m}{2}-2)!(\frac{m}{2})!}$ possibilités de ne pas recouvrir un subpixel blanc quelque soit le share précédent, soit $C_m^{m/2} * \frac{(m-1)!}{(\frac{m}{2}-2)!(\frac{m}{2})!}$ possibilités au total.

Une deuxième contribution provient du premier subpixel du share i qui, lorsqu'il est blanc, ne modifie pas la luminosité moyenne lorsque le dernier subpixel du share $i - 1$ est également blanc, soit au total : $\frac{1}{2} C_m^{m/2} * \frac{1}{2} C_m^{m/2}$ possibilités.

Nous déduisons alors que le nombre total de subpixels blancs recouverts par un subpixel blanc est de :

$$Nb_{00} = \frac{1}{2}C_m^{m/2} * \frac{1}{2}C_m^{m/2} + C_m^{m/2} * \frac{(m-1)!}{(\frac{m}{2}-2)!(\frac{m}{2})!} \quad (\text{A.8})$$

En utilisant les formules A.6, A.7 et A.8, nous obtenons :

$$d\bar{L}(dx, m) = \frac{1}{2} * \frac{m+1}{2m} dx \quad (\text{A.9})$$

□

A.2 Share bidimensionnel - subpixels répartis en carré

Nous supposons dans ce paragraphe que le nombre de subpixels dans un share est de $m = q^2$ répartis en carré $q \times q$. Le nombre de subpixels blancs par share est toujours égal au nombre de subpixels noirs dans un share. Il y a donc $\frac{q^2}{2}$ subpixels blancs par share. Nous démontrons que le comportement de la luminosité moyenne en fonction de la taille m des shares et le déplacement dx s'écrit :

$$d\bar{L}(dx, m) = \frac{1}{2} * \frac{m + \sqrt{m} + 1}{2(m + \sqrt{m})} dx \quad (\text{A.10})$$

Démonstration. Nous distinguons les subpixels blancs qui seront recouverts par des subpixels noirs du même share (seulement les lignes) de ceux qui le seraient par le share précédent (la première colonne). Comme pour le cas d'un share axial (paragraphe A.1), nous calculons le nombre de subpixels blancs qui ne seront pas recouverts par un subpixel noir.

Cas des subpixels du même share Chaque ligne apporte au plus $\sqrt{m} - 1$ subpixels blancs non modifiables. Les $\frac{m}{2} - 2$ subpixels restant sont à placer parmi les $m - 2$ subpixels restant dans le shares et ce \sqrt{m} fois. Nous obtenons donc :

$$Nb_{00,L} = (\sqrt{m} - 1) * C_{\frac{m}{2}-2}^{\frac{m}{2}} * \sqrt{m} * C_m^{\frac{m}{2}} \quad (\text{A.11})$$

Cas des subpixels du share précédent Nous traitons le cas de subpixels blancs du share $i - 1$ précédent venant se superposer aux subpixels blancs du share i . Il en résulte que seule la première colonne du share i et la dernière colonne du share $i - 1$

sont à considérées. Nous obtenons :

$$Nb_{00,C} = \sqrt{m} C_{m-1}^{\frac{m}{2}-1} C_{m-1}^{\frac{m}{2}-1} \quad (\text{A.12})$$

En effet, en comptabilisant un subpixel blanc sur une des \sqrt{m} lignes, il faut placer les $\frac{m}{2} - 1$ subpixels blancs restant parmi les $m - 1$ subpixels restant pour les deux shares et ce \sqrt{m} fois.

Nous pouvons alors en déduire de A.11 et A.12 que l'évolution de la luminosité moyenne s'écrit :

$$\begin{aligned} d\bar{L}(dx, m) &= \frac{1}{2} * \frac{Nb_{tot} - (Nb_{00,L} + Nb_{00,C})}{Nb_{tot}} dx \\ &= \frac{1}{2} * \frac{m + \sqrt{m} + 1}{2(m + \sqrt{m})} dx \end{aligned} \quad (\text{A.13})$$

□

A.3 Share de forme rectangulaire

Nous avons vu que pour un share axial et carré, un raisonnement ensembliste sur le nombre de subpixels blancs recouverts par d'autres subpixels blancs donne les résultats obtenus par dénombrement. Dans le cas où le share est rectangulaire, en conservant la propriété du share, à savoir la moitié des subpixels est composée de subpixels blancs, nous généralisons les cas précédents.

Nous considérons des shares rectangulaires à $h \times v$ subpixels (h selon l'horizontal et v selon la verticale). Nous imposons donc que le nombre total de subpixels dans le share s'exprime $m = h \times v = 2k$, avec k entier.

Par généralisation des relations A.11 et A.12, nous obtenons pour les v lignes du share :

$$Nb_{00,h} = (h - 1) * C_{m-2}^{\frac{m}{2}-2} * v * C_m^{\frac{m}{2}} \quad (\text{A.14})$$

Il en est de même pour la première colonne avec la relation A.12 :

$$Nb_{00,v} = v * C_{m-1}^{\frac{m}{2}-1} C_{m-1}^{\frac{m}{2}-1} \quad (\text{A.15})$$

Nous pouvons alors en déduire que la perte de luminosité moyenne pour le bruit

ou le gain pour le signal vaut :

$$\begin{aligned}
d\bar{L}(dx, h, v) &= \frac{1}{2} * \frac{Nb_{tot} - Nb_{00}}{Nb_{tot}} dx \\
&= \frac{1}{2} * \frac{Nb_{tot} - (Nb_{00,h} + Nb_{00,v})}{Nb_{tot}} dx \\
&= \frac{1}{2} * \frac{v * h^2 - 1}{2 * h (v * h - 1)} dx
\end{aligned} \tag{A.16}$$

A.4 Translation quelconque d'un SI

Nous supposons dans ce paragraphe que le share est constitué de m subpixels répartis en rectangle de côtés h et v . L'un des deux SIs subit une translation (dx, dy) . Ces déplacements axiaux sont inférieurs au subpixel de sorte que les deux SIs restent corrélés à la superposition et que le signal reste a priori toujours visible. L'évolution de la luminosité moyenne s'écrit :

$$\begin{aligned}
d\bar{L}(dx, dy, h, v) &= \frac{1}{2} \frac{vh^2 - 1}{2h(vh - 1)} dx + \frac{1}{2} \frac{hv^2 - 1}{2v(hv - 1)} dy \\
&- \frac{1}{2} * \frac{hv + 1}{2hv} dxdy
\end{aligned} \tag{A.17}$$

La luminosité moyenne du bruit est alors obtenue par :

$$\bar{L}_{bruit} = \frac{1}{2} - d\bar{L}(dx, dy, h, v) \tag{A.18}$$

Démonstration. Pour une translation de vecteur (dx, dy) supposée sans perdre la généralité être dans la direction sud-est, les shares à prendre en compte dans la superposition avec le share $Sh_{i,j}$ seront les shares $Sh_{i,j-1}$, $Sh_{i-1,j}$ et $Sh_{i-1,j-1}$, où i représente l'indice sur la position horizontale et j pour la position verticale. Cette disposition de share entraîne ainsi l'apparition de cas pour lesquels un ou plusieurs des shares voisins sont à prendre en compte. Les subpixels du share $Sh_{i,j}$ subissent l'influence des subpixels des shares voisins comme suit :

- Le subpixel en haut à gauche sera modifié par un subpixel de $Sh_{i,j-1}$, de $Sh_{i-1,j}$ et de $Sh_{i-1,j-1}$
- La première ligne (à l'exception du premier subpixel) sera modifiée par la dernière ligne du share du dessus $Sh_{i,j-1}$
- La première colonne (à l'exception du premier subpixel) sera modifiée par la dernière colonne du share de gauche $Sh_{i-1,j}$

Pour tous les autres subpixels de $Sh_{i,j}$, les subpixels des shares voisins n'inter-

Pour le terme croisé $dxdy$ nous devons considérer que le subpixel en haut à gauche (la partie hachurée en rouge sur la figure A.2) pour lequel nous distinguons sa provenance.

- Si le subpixel considéré se situe sur la première case en haut à gauche de $Sh_{i,j}$, il faut compter les cas où le dernier subpixel de $Sh_{i-1,j-1}$ est blanc quelque soit les autres shares $Sh_{i,j-1}$ et $Sh_{i-1,j}$, soit $\left(C_{\frac{m}{2}}\right)^2 * \left(C_{\frac{m}{2}-1}\right)^2$ possibilités.
- Si le subpixel appartient à la première ligne du share $Sh_{i,j}$, il suffit de compter les cas pour lesquels le subpixel de $Sh_{i,j}$ et de $Sh_{i,j-1}$ sont blancs pour toutes les positions restantes du subpixels de $Sh_{i,j}$, à savoir $(h-1)$ fois. Il y a ainsi : $(h-1) * \left(C_{\frac{m}{2}}\right)^2 * \left(C_{\frac{m}{2}-1}\right)^2$ possibilités.
- Si le subpixel appartient à la première colonne du share $Sh_{i,j}$, il suffit de compter les cas pour lesquels le subpixel de $Sh_{i,j}$ et de $Sh_{i-1,j}$ sont blancs pour toutes les positions restantes du subpixels de $Sh_{i,j}$, à savoir $(v-1)$ fois. Il y a ainsi : $(v-1) * \left(C_{\frac{m}{2}}\right)^2 * \left(C_{\frac{m}{2}-1}\right)^2$ possibilités.
- Si le subpixel appartient au reste du share $Sh_{i,j}$, il suffit de compter les cas pour lesquels deux subpixels de $Sh_{i,j}$ positionnés en diagonale sont blancs et pour toutes les positions restantes du subpixels de $Sh_{i,j}$, à savoir $(h-1) * (v-1)$ fois. Il y a ainsi : $(h-1) * (v-1) * \left(C_{\frac{m}{2}}\right)^3 * C_{\frac{m}{2}-2}$ possibilités.

Ceci permet d'obtenir le nombre de subpixels susceptibles de ne pas être recouverts par un subpixel noir. Par calcul, nous obtenons la quantité de luminosité perdue lors d'un décalage (dx, dy) pour le terme croisé :

$$dL_1(dx, dy, h, v) = \frac{1}{2} * \frac{v^2 h^2 + 1 - h - v}{2hv(vh-1)} dxdy + dL_0(dx, dy, h, v) \quad (\text{A.22})$$

Ce qui donne après calculs :

$$dL_{diag} = dL_1(dx, dy, h, v) = -\frac{1}{2} * \frac{hv+1}{2hv} dxdy \quad (\text{A.23})$$

Nous en déduisons finalement que :

$$dL(dx, dy, h, v) = dL_{horiz} + dL_{vert} + dL_{diag} \quad (\text{A.24})$$

□

A.5 Modification de la luminosité des subpixels

Les formules précédentes doivent pouvoir intégrer que les luminosités des subpixels noirs et blancs ne sont pas respectivement à 0 et 1. En reprenant les notations introduites dans le chapitre 1, à savoir que l'exposant fait référence au SI noté 1 pour le premier et 2 pour le second, la lettre en indice fait référence au subpixel blanc (resp. noir) soit B (respectivement N). Par exemple L_B^1 correspond à la luminosité du subpixel blanc de SI1.

Lorsqu'il n'y a pas de décalage, dans une zone correspondant au codage du bruit, les subpixels du share résultant de la superposition des shares de SI1 et SI2 sont obtenus par la superposition des subpixels « blancs » (resp. « noirs ») de SI1 avec les subpixels « blancs » (resp. « noirs ») de SI2. La luminosité du share résultant est donnée par :

$$L_{share}^{bruit}(0, 0, h, v) = \frac{L_B^1 \cdot L_B^2 + L_N^1 \cdot L_N^2}{2} \quad (\text{A.25})$$

tandis que pour le signal, nous avons :

$$L_{share}^{signal}(0, 0, h, v) = \frac{L_B^1 \cdot L_N^2 + L_N^1 \cdot L_B^2}{2} \quad (\text{A.26})$$

Lorsqu'un share de SI2 est décalé par rapport à un share de SI1, un subpixel blanc (resp. noir) de SI2, pourra être superposé à un subpixel blanc ou noir (resp. noir ou blanc) de SI1. Ainsi, nous pouvons noter que la luminosité moyenne sera donc modifiée par la perte de luminosité moyenne $d\bar{L}(dx, dy, h, v)$ [Eq. (A.17)] pondérée par le facteur $(L_B^1 \cdot L_B^2 + L_N^1 \cdot L_N^2)$ et par le gain $d\bar{L}(dx, dy, h, v)$ pondéré par le facteur $(L_B^1 \cdot L_N^2 + L_N^1 \cdot L_B^2)$. Nous en déduisons donc que la luminosité du bruit est :

$$\begin{aligned} \bar{L}_{bruit}(dx, dy, h, v) &= L_{share}^{bruit}(0, 0, h, v) \\ &- (L_B^1 \cdot L_B^2 + L_N^1 \cdot L_N^2) \cdot d\bar{L}(dx, dy, h, v) \\ &+ (L_B^1 \cdot L_N^2 + L_N^1 \cdot L_B^2) \cdot d\bar{L}(dx, dy, h, v) \\ &= L_{share}^{bruit}(0, 0, h, v) \\ &- (L_B^1 - L_N^1) \cdot (L_B^2 - L_N^2) d\bar{L}(dx, dy, h, v) \end{aligned} \quad (\text{A.27})$$

Réflectance et transmittance de transparents identiques

Les formules (7.16), (7.17), (7.20) and (7.21) exprimant les réflectances et transmittances faces recto et verso de piles de transparents identiques sont issues d'un raisonnement faisant appel aux fractions continues et à un formalisme matriciel que nous proposons de détailler ici.

D'après l'équation (7.8), la réflectance face recto d'un empilement de N transparents ($N \geq 2$) peut s'écrire :

$$R_N = R + \frac{TT'}{-R' + \frac{1}{R_{N-1}}}. \quad (\text{B.1})$$

On peut remplacer R_{N-1} par une expression similaire faisant apparaître R_{N-2} et ainsi de suite. Ceci génère une fraction continue, qui dépend uniquement de R , R' , T and T' . Toute fraction continue finie

$$q_0 + \frac{p_1}{q_1 + \frac{p_2}{q_2 + \dots + \frac{p_k}{q_k}}} \quad (\text{B.2})$$

peut être réduite sous la forme d'une fraction simple, appelée $k^{\text{ième}}$ convergent de la fraction continue, dont les numérateur P et dénominateur Q s'obtiennent par la

relation matricielle suivante [Yap00] :

$$\begin{pmatrix} \dots & P \\ \dots & Q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & q_0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & p_1 \\ 1 & q_1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & p_2 \\ 1 & q_2 \end{pmatrix} \dots \begin{pmatrix} 0 & p_k \\ 1 & q_k \end{pmatrix} \quad (\text{B.3})$$

Les numérateur P et dénominateur Q du $N^{\text{ième}}$ convergent de la fraction continue (7.16) sont alors donnés par

$$\begin{pmatrix} \dots & P \\ \dots & Q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & R \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \cdot \left[\begin{pmatrix} 0 & TT' \\ 1 & -R' \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & R \end{pmatrix} \right]^{N-1} \quad (\text{B.4})$$

ou encore, après remaniement de (B.4)

$$\begin{pmatrix} \dots & P \\ \dots & Q \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & -R' \\ R & TT' - RR' \end{pmatrix}^{N-1} \cdot \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & R \end{pmatrix} \quad (\text{B.5})$$

Appelons \mathbf{M} la matrice portée à la puissance $N - 1$. Celle-ci a deux valeurs propres distinctes, $e_1 = 1 - (a + b)R$ et $e_2 = 1 - (a - b)R$, où a et b sont les paramètres définis par les équations (7.18) et (7.19). La diagonalisation de \mathbf{M} permet décrire

$$M = E \cdot \begin{pmatrix} e_1 & 0 \\ 0 & e_2 \end{pmatrix} \cdot E^{-1} \quad (\text{B.6})$$

et, selon un résultat bien connu des matrices diagonalisables [Str86]

$$M^{N-1} = E \cdot \begin{pmatrix} e_1^{N-1} & 0 \\ 0 & e_2^{N-1} \end{pmatrix} \cdot E^{-1} \quad (\text{B.7})$$

avec

$$E = \begin{pmatrix} a - b & a + b \\ 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad (\text{B.8})$$

La relation matricielle (B.5) devient alors :

$$\begin{pmatrix} \dots & P \\ \dots & Q \end{pmatrix} = \frac{1}{-2b} \begin{pmatrix} \dots & e_1^N - e_2^N \\ \dots & (a - b)e_1^N - (a + b)e_2^N \end{pmatrix}. \quad (\text{B.9})$$

On en déduit le convergent de la fraction continue, c'est-à-dire la réflectance

$$R_N = \frac{e_1^N - e_2^N}{(a - b)e_1^N - (a + b)e_2^N}, \quad (\text{B.10})$$

qui peut également se mettre sous la forme :

$$R_N = \frac{1}{a - b \left(1 - \frac{2}{1 - (e_1/e_2)^N}\right)} \quad (\text{B.11})$$

Par un raisonnement similaire pour la face verso, on obtient la réflectance R'_N , où les réflectances R' et R sont mutuellement mises l'une à la place de l'autre, de même que les transmittances T et T' . On obtient ainsi :

$$a' = \frac{1 - RR' + TT'}{2R'} = a \frac{R}{R'}, \quad (\text{B.12})$$

$$b' = \sqrt{a'^2 - \frac{R}{R'}} = b \frac{R}{R'}, \quad (\text{B.13})$$

alors que les valeurs propres restent inchangées :

$$e'_{1,2} = 1 - (a' \pm b') R' = e_{1,2}. \quad (\text{B.14})$$

Ceci donne finalement l'expression (7.20).

Concernant la transmittance face recto, on part de l'équation (7.9) permettant de relier les transmittances de N et $N - 1$ transparents empilés :

$$\frac{T_N}{T_{N-1}} = \frac{T}{1 - R_{N-1}R'}. \quad (\text{B.15})$$

Si on remplace R_{N-1} par son expression fractionnelle conformément à la formule (B.10), après avoir remarqué que $(a - b)e_1 = a - b - R'$ et $(a + b)e_1 = a + b - R'$, on peut mettre l'équation (B.15) sous la forme

$$\frac{T_N}{T_{N-1}} = T \frac{u_{N-1}}{u_N} \quad (\text{B.16})$$

où u_k est défini pour tout entier k par :

$$u_k = (a - b)e_1^k - (a + b)e_2^k. \quad (\text{B.17})$$

Notons que $u_1 = -2b$. En écrivant cette relation pour $k = 2$ à N et multipliant toutes ces égalités membre à membre, on obtient l'égalité suivante

$$T \left(\frac{T_N}{T_{N-1}} \cdot \frac{T_{N-1}}{T_{N-2}} \cdots \frac{T_2}{T} \right) = T^N \left(\frac{u_{N-1}}{u_N} \cdot \frac{u_{N-2}}{u_{N-1}} \cdots \frac{u_1}{u_2} \right), \quad (\text{B.18})$$

le membre de gauche étant égal à T_N et celui de droite à $T^N(-2b/u_N)$:

$$T_N = T^N \left(\frac{-2b}{u_N} \right). \quad (\text{B.19})$$

On obtient donc :

$$T_N = \frac{2bT^N}{(a+b)e_2^N - (a-b)e_1^N}. \quad (\text{B.20})$$

Côté verso, l'expression de T'_N est similaire, en remplaçant T par T' , donc T^N par T'^N , ce qui revient à la formule (7.21).

Bibliographie

- [ABDSS96a] G. Ateniese, C. Blundo, A. De Santis, and D. R. Stinson. Extended schemes for visual cryptography. *Theoretical Computer Science*, 250 :1–16, 1996.
- [ABDSS96b] G. Ateniese, C. Blundo, A. De Santis, and D.R. Stinson. Visual cryptography for general access structures. *Inf. Comput.*, 129(2) :86–106, 1996.
- [AH00] I. Amidror and R.D. Hersch. Neugebauer and demichel : dependence and independence in n-screen superpositions for colour printing. *Color Research & Application*, 25(4) :267–277, 2000.
- [Ami07] I. Amidror. *The Theory of the Moiré Phenomenon, Volume II : Aperiodic Layers*. Springer, 2007.
- [Ami09] I. Amidror. *The Theory of the Moiré Phenomenon : Periodic Layers*, volume 1. Springer Verlag, 2009.
- [Arn97] J.S. Arney. A probability description of the yule-nielsen effect, I : Tone reproduction and image quality in the graphic arts. *The Journal of imaging science and technology*, 41(6) :633–636, 1997.
- [Bal99] R. Balasubramanian. Optimization of the spectral neugebauer model for printer characterization. *Journal of Electronic Imaging*, 8 :156–166, 1999.
- [BBH08] T. Bugnon, M. Brichon, and R.D. Hersch. Simplified ink spreading equations for cmyk halftone prints. In *Proc. SPIE*, volume 6807, pages 680717–1, 2008.

- [BCDS06] C. Blundo, S. Cimato, and A. De Santis. Visual cryptography schemes with optimal pixel expansion. *Theoretical Computer Science*, 369(1) :169–182, 2006.
- [BDSN00] C. Blundo, A. De Santis, and M. Naor. Visual cryptography for grey level images. *Inf. Process. Lett.*, 75(6) :255–259, 2000.
- [Ber00] R.S. Berns. *Billmeyer and Saltzman's principles of color technology*. Wiley New York, 2000.
- [BH11] T. Bugnon and R.D. Hersch. Constrained acquisition of ink spreading curves from printed color images. *IEEE Trans. Image Processing*, 20(2) :513–522, 2011.
- [Bro92] L.G. Brown. A survey of image registration techniques. *ACM Comput. Surv.*, 24(4) :325–376, 1992.
- [BWB99] M. Born, E. Wolf, and A.B. Bhatia. *Principles of optics : electromagnetic theory of propagation, interference and diffraction of light*. Cambridge Univ Pr, 1999.
- [Cal98] P. Callet. *Couleur-lumière, couleur-matière : Interaction lumière-matière et synthèse d'images*. Sciences en actes. Diderot éditeur, Arts et sciences, 1998.
- [Can86] J. Canny. A computational approach to edge detection. *IEEE Trans. Pattern Analysis and Machine Intelligence*, (6) :679–698, 1986.
- [CDPDS07] S. Cimato, R. De Prisco, and A. De Santis. Colored visual cryptography without color darkening. *Theoretical Computer Science*, 374(1) :261–276, 2007.
- [Cha60] S. Chandrasekhar. *Radiative Transfert*. Dover, New-York, 1960.
- [CIE31] *Commission Internationale de l'Eclairage Proceedings*. Cambridge University Press, Cambridge, 1931.
- [CIE95] CIE. Industrial color difference evaluation. *CIE Publication*, No. 116-1995, 1995.
- [CIE98] CIE. *Colorimetry*. CIE Technical Report, 3rd Edition, 1998.
- [CY53] F.R. Clapper and J.A.C. Yule. The effect of multiple internal reflections on the densities of half-tone prints on paper. *J. Opt. Soc. Am.*, 43(7) :600–603, 1953.
- [Dem24] M.E. Demichel. Le procede. 26 :17–21, 1924.
- [Fai05] M.D. Fairchild. *Color Appearance Models*. The Wiley-IS&T Series in Imaging Science and Technology. John Wiley & Sons, 2005.

- [Gla95] A.S. Glassner. *Principles of digital image synthesis*, volume 2. Kaufmann, 1995.
- [Goo05] J. Goodman. *Introduction to Fourier optics*. Roberts & Company Publishers, 2005.
- [HC05] R.D. Hersch and F. Cr  t  . Improving the yule-nielsen modified spectral neugebauer model by dot surface coverages depending on the ink superposition conditions. volume 5667, pages 434–445. Proc. SPIE, 2005.
- [HCT06] G. Horng, T. Chen, and D.S. Tsai. Cheating in visual cryptography. *Designs, Codes and Cryptography*, 38(2) :219–236, 2006.
- [HECC05] R.D. Hersch, P. Emmel, F. Collaud, and F. Cr  t  . Spectral reflection and dot surface prediction models for color halftone prints. *Journal of Electronic Imaging*, 14 :033001, 2005.
- [Her08] R.D. Hersch. Spectral prediction model for color prints on paper with fluorescent additives. *Applied Optics*, 47 :6710–6722, 2008.
- [HH05] M. Hébert and R.D. Hersch. Extending the clapper-yule model to rough printing supports. *J. Opt. Soc. Am. A*, 22(9) :1952–1967, 2005.
- [HH06] M. Hébert and R.D. Hersch. Reflectance and transmittance model for recto-verso halftone prints. *J. Opt. Soc. Am. A*, 23(10) :2415–2432, 2006.
- [HH07] M. Hébert and R.D. Hersch. Deducing ink-transmittance spectra from reflectance and transmittance measurements of prints. volume 6493, pages 649314–1. Proc. SPIE, 2007.
- [HH10] M. Hébert and R.D. Hersch. Analyzing halftone dot blurring by extended spectral prediction models. *J. Opt. Soc. Am. A*, 27(1) :6–12, 2010.
- [HH11] M. Hébert and R.D. Hersch. Yule–nielsen based recto–verso color halftone transmittance prediction model. *Applied Optics*, 50(4) :519–525, 2011.
- [HHB07] M. Hébert, R.D. Hersch, and J.M. Becker. Compositional reflectance and transmittance model for multilayer specimens. *J. Opt. Soc. Am. A*, 24(9) :2628–2644, 2007.
- [HHS08] M. Hébert, R.D. Hersch, and L. Simonot. Spectral prediction model for piles of nonscattering sheets. *J. Opt. Soc. Am. A*, 25(8) :2066–2077, 2008.

- [Hof04] R. Hoffmann. *Modeling and simulation of an electrostatic image transfer*. PhD thesis, Technische Universität München, Universitätsbibliothek, 2004.
- [Hou03] Y.-C. Hou. Visual cryptography for color images. *Pattern Recognition*, 36(7) :1619–1629, 2003.
- [Joh96] T. Johnson. Methods for characterizing colour scanners and digital cameras. *Displays*, 16(4) :183–191, 1996.
- [Kan92] H.R. Kang. Color scanner calibration. *Journal of imaging science and technology*, 36(2) :162–170, 1992.
- [KI96] K. Kobara and H. Imai. Limiting the visible space visual secret sharing schemes and their application to human identification. In *Advances in Cryptology*, volume 1163, pages 185–195. ASIACRYPT, 1996.
- [Kip00] H. Kipphan. *Handbook of print media*. Springer-Verlag New York Inc, 2000.
- [KK87] O. Kafri and E. Keren. Encryption of pictures and shapes by random grids. *Optics Letters*, 12(6) :377–379, 1987.
- [Kli71] K. Klier. absorption and scattering in plane parallel turbid media. *J. Opt. Soc. Am.*, 62 :882–885, 1971.
- [Kub48] P. Kubelka. New contributions to the optics of intensely light-scattering materials. part i. *J. Opt. Soc. Am.*, 38(5) :448–448, 1948.
- [Kub54] P. Kubelka. New contributions to the optics of intensely light-scattering materials. part ii : Nonhomogeneous layers. *J. Opt. Soc. Am.*, 44(4) :330–334, 1954.
- [LA01] D. Lau and G. Arce. *Modern digital halftoning*. Marcel Dekker, Inc. New York, 2001.
- [LP05] R. Lukac and K.N. Plataniotis. Bit-level based secret sharing for image encryption. *Pattern Recognition*, 38(5) :767–772, 2005.
- [LT03] C.C. Lin and W.H. Tsai. Visual cryptography for gray-level images by dithering techniques. *Pattern Recognition Letters*, 24(1-3) :349–358, 2003.
- [LWL09] F. Liu, C.K. Wu, and X.J. Lin. The alignment problem of visual cryptography schemes. *Designs, Codes Cryptography*, 50(2) :215–227, 2009.
- [MBM97] B. Marcel, M. Briot, and R. Murrieta. Calcul de translation et rotation par la transformation de fourier. *Traitement du signal*, 14(2) :135–149, 1997.

- [MF59] A. Maréchal and M. Francon. *Diffraction, structure des images. Influence de la cohérence de la lumière*. Masson, 1959.
- [MH80] D. Marr and E. Hildreth. Theory of edge detection. *Proceedings of the Royal Society of London. Series B. Biological Sciences*, 207(1167) :187–217, 1980.
- [ML99] J.L. Meyzonnette and T. Lépine. *Bases de radiométrie optique*. Cépaduès, 1999.
- [MLG84] B. Maheu, J.N. Letouzan, and G. Gouesbet. Four-flux models to solve the scattering transfer equation in terms of lorentz-mie parameters. *Applied Optics*, 23 :3353–3362, 1984.
- [MR71] P.S. Mudgett and L.W. Richards. Multiple scattering calculations for technology. *Applied Optics*, 10 :1485–1502, 1971.
- [MST06] E. Myodo, S. Sakazawa, and Y. Takishima. Visual cryptography based on void-and-cluster halftoning technique. In *Image Processing*, pages 97–100. IEEE, 2006.
- [MTMT07] E. Myodo, K. Takagi, S. Miyaji, and Y. Takishima. Halftone visual cryptography embedding a natural grayscale image based on error diffusion technique. In *Multimedia and Expo*, pages 2114–2117. IEEE, 2007.
- [Neu37] H.E.J. Neugebauer. Die theoretischen grundlagen des mehrfarbenbuchdrucks. *Zeitschrift für Wissenschaftliche Photographie Photophysik und Photochemie*, 36(4) :73–89, 1937.
- [Nor04] ISO Norm. 12647-2, 2004.
- [NRH⁺77] F. Nicodemus, J. Richmond, J. Hsia, I. Ginsberg, and T. Limperis. *Geometrical considerations and nomenclature for reflectance*. Washington, DC, 1977.
- [NS95] M. Naor and A. Shamir. Visual cryptography. *Lecture Notes in Computer Science*, 950(01) :1–12, 1995.
- [OH95] V. Ostromoukhov and R.D. Hersch. Artistic screening. In *Computer graphics and interactive techniques*, pages 219–228. ACM, 1995.
- [OH99] V. Ostromoukhov and R.D. Hersch. Stochastic clustered-dot dithering. *Journal of Electronic Imaging*, 8 :439–445, 1999.
- [OR06] N. Ohta and A. Robertson. *Colorimetry : Fundamentals and Applications*. The Wiley-IS&T Series in Imaging Science and Technology. John Wiley & Sons, 2006.

- [PGG95] H.H. Perkampus, H.C. Grinter, and R. Grinter. *Encyclopedia of spectroscopy*. VCH Weinheim, 1995.
- [Pre70] J.M.S. Prewitt. *Object enhancement and extraction*, volume 75. Academic Press, New York, 1970.
- [Rog00] G. Rogers. A generalized clapper–yule model of halftone reflectance. *Color Research & Application*, 25(6) :402–407, 2000.
- [RP96] V. Rijmen and B. Preneel. Efficient colour visual encryption for shared colors of benetton. 1996.
- [Sha03] G. Sharma. *Digital Color Imaging Handbook*. CRC Press, 2003.
- [Shi02] G. Shi, M. and Healey. Using reflectance models for color scanner calibration. *J. Opt. Soc. Am. A*, 19(4) :645–656, 2002.
- [Shy06] S.J. Shyu. Efficient visual secret sharing scheme for color images. *Pattern Recognition*, 39(5) :866–880, 2006.
- [SSP04] R.K. Sadykhov, V.A. Samokhval, and L.P. Podenok. Face recognition algorithm on the basis of truncated walsh-hadamard transform and synthetic discriminant functions. In *Automatic Face and Gesture Recognition*, pages 219–222. IEEE, 2004.
- [Str86] G. Strang. *Applied Mathematics*. MIT Press, 1986.
- [TH86] Q. Tian and M. N. Huhns. Algorithms for subpixel registration. *Computer Vision, Graphics, and Image Processing*, 35 :220–233, 1986.
- [Uki10] M. Ukishima. *Prediction and evaluation of color halftone print quality based on microscopic measurement*. PhD thesis, Ph. D. thesis, University of Eastern Finland, 2010.
- [Umb97] S.E. Umbaugh. *Computer Vision and Image Processing : A Practical Approach Using Cviptools with Cdrom*. Prentice Hall PTR, 1997.
- [Vig90] J.A.S. Viggiano. Modeling the color of multi-colored halftones. volume 42, pages 44–62. Proc. TAGA, 1990.
- [VT99] M.J. Vrhel and H.J. Trussell. Color device calibration : A mathematical formulation. *IEEE Trans. Image Processing*, 8(12) :1796–1806, 1999.
- [VVT97] E.R. Verheul and H.C.A. Van Tilborg. Constructions and properties of k out of n visual secret sharing schemes. *Designs Codes Cryptography*, 11(2) :179–196, 1997.
- [WC53] F.C. Williams and F.R. Clapper. Multiple internal reflections in photographic color prints. *J. Opt. Soc. Am.*, 43(7) :595–597, 1953.

- [WDL11] D. Wang, L. Dong, and X. Li. Towards shift tolerant visual secret sharing schemes. *IEEE Trans. Information Forensics and Security*, 6(2) :323–337, 2011.
- [WG91] C.E. Willert and M. Gharib. Digital particle image velocimetry. *Experiments in fluids*, 10(4) :181–193, 1991.
- [WY10] J. Weir and W.Q. Yan. A comprehensive study of visual cryptography. *IEEE Trans. Data hiding and multimedia security V*, pages 70–105, 2010.
- [Yap00] C.K. Yap. *Fundamental problems of algorithmic algebra*. Oxford University Press, 2000.
- [YC08] C.N. Yang and T.S. Chen. Colored visual cryptography scheme based on additive color mixing. *Pattern Recognition*, 41(10) :3114–3129, 2008.
- [YHN03] H. Yamamoto, Y. Hayasaki, and N. Nishida. Securing information display by use of visual cryptography. *Optics Letters*, 28(17) :1564–1566, 2003.
- [YHN04] H. Yamamoto, Y. Hayasaki, and N. Nishida. Secure information display with limited viewing zone by use of multi-color visual cryptography. *Optics Express*, 12(7) :1258–1270, 2004.
- [YJK04] W.Q. Yan, D. Jin, and M.S. Kankanhalli. Visual cryptography for print and scan applications. volume 5, pages 572–575. Proceedings of the 2004 International Symposium on Circuits and Systems, 2004.
- [YL00] C.N. Yang and C.S. Laih. New colored visual secret sharing schemes. *Designs, Codes Cryptography*, 20(3) :325–336, 2000.
- [YN51] J.A.C. Yule and W.J. Nielsen. The penetration of light into paper and its effect on halftone reproduction. volume 3, pages 65–76. Proc. TAGA, 1951.
- [YPC09] C.-N. Yang, A.-G. Peng, and T.-S. Chen. MTVSS : (M)isalignment (T)olerant (V)isual (S)ecret (S)haring on resolving alignment difficulty. *Signal Processing*, 89(8) :1602–1624, 2009.
- [Yul67] J.A.C. Yule. *Principles of color reproduction, applied to photomechanical reproduction, color photography, and the ink, paper, and other related Industries*. Wiley, 1967.
- [ZADC06] Z. Zhou, G.R. Arce, and G. Di Crescenzo. Halftone visual cryptography. *IEEE Trans. Image Processing*, 15(8) :2441–2453, 2006.

- [ZF03] B. Zitova and J. Flusser. Image registration methods : a survey. *Image and Vision Computing*, 21(11) :977–1000, 2003.

Liste des publications

J. Machizaud, P. Chavel, and T. Fournel, Fourier-based automatic alignment for improved visual cryptography schemes, *Optics Express* 19(23) :22709-22722, 2011

J. Machizaud and M. Hébert, Spectral transmittance model for stacks of transparencies printed with halftone colors, volume 8292, pages 829212, Proc. SPIE, 2012.

J. Machizaud and T. Fournel, Combining perspective and color visual cryptography for securing color image display, volume 8384, pages 83840B, Proc. SPIE, 2012.

J. Machizaud and M. Hebert, Spectral reflectance and transmittance prediction model for stacked transparency and paper both printed with halftone colors, *J. Opt. Soc. Am. A* 29(8) :1537–1548 (2012).

J. Machizaud and T. Fournel, Evolution of the contrast with misalignment in visual cryptography, Proc. IEEE on the 2012 Workshop on Information Optics, 2012

J. Machizaud and T. Fournel, Two-out-of-two color matching based visual cryptography schemes, *Optics Express*, 20(20) :22847-22859, 2012.

M. Hébert and J. Machizaud, Spectral reflectance and transmittance of stacks of nonscattering films printed with halftone colors, *J. Opt. Soc. Am. A* 29(11) :2498–2508 (2012).

Table des figures

1.1	Partage d'un bit 1 et partage d'un bit 0.	19
1.2	Exemple de construction d'un (4,4)-VCS.	22
2.1	Représentation graphique de deux SIs	28
2.2	Représentation d'un décalage relatif des SIs	30
2.3	Evolution de la luminosité moyenne des shares	32
2.4	Comparaison de l'évolution de la luminosité moyenne du bruit	33
2.5	Comparaison de l'évolution de la luminosité des subpixels gris	33
2.6	Schéma du système optique utilisé pour le recalage numérique.	34
2.7	Schéma du plan de l'objet.	35
2.8	Phénomène de moiré	37
2.9	Moiré pour une rotation d'une des deux SIs.	37
2.10	Marquage à côté du SI	38
2.11	Détermination de la translation d'une image	42
2.12	Les shares possibles	42
2.13	Les « contours » des six shares.	43
2.14	Direction du profil	43
2.15	Profil des shares (a) V_1 et D_1 , (b) V_0 et D_0 , (c) H_0 et (d) H_1	44
2.16	Module de la transformée de Fourier du profil de D_0	45
2.17	Signal aléatoire généré à partir des shares	46
2.18	Module de la TF de fonctions portes	47
2.19	Module de la TFD d'un signal aléatoire	48
3.1	Schéma du montage d'acquisition.	52

3.2	Montage d'acquisition	53
3.3	Schéma du montage de projection optique	54
3.4	Image du montage de projection optique	54
3.5	Résultats de superposition par projection	55
3.6	Superposition numérique d'un SI imprimé et d'un SI numérique	56
3.7	(a) Image du SI numérique et (b) du SI numérisé.	56
3.8	Analyse du SI numérisé	57
3.9	Superposition du SI numérique sur le SI numérisé.	57
3.10	Superposition du SI numérisé sur le SI numérique.	58
3.11	Superposition en utilisant la caméra	58
3.12	Superposition avec des shares rectangulaires	59
3.13	Superposition par projection	60
3.14	Illustration de la superposition par projection	60
3.15	Superposition pour des supports mathématiques différents	61
3.16	Illustration d'une attaque pour des supports différents	62
3.17	Schéma de principe de limitation de l'angle de visibilité	63
3.18	Superposition de SIs par projection	64
4.1	Définition de l'angle solide d'un objet volumique.	72
4.2	Définition de l'angle solide infinitésimal pour un objet plan.	72
4.3	Définition de l'intensité.	73
4.4	Définition de la luminance.	74
4.5	Conservation de la luminance.	74
4.6	Définition de l'éclairement.	75
4.7	Représentation des deux géométries étudiées	76
4.8	Géométries de mesure	77
4.9	Géométries de mesure du spectrophotomètre	78
4.10	Loi de réfraction à l'interface de deux milieux	80
4.11	Représentation de la géométrie bi-hémisphérique	81
4.12	Réponses spectrales des composantes primaires.	84
4.13	Diagramme de chromaticité CIE (x, y)	86
5.1	Tramage de niveaux de gris	88
5.2	Représentation d'une trame ordonnée	89
5.3	Représentation du tramage d'une image	90
5.4	Phénomène de moiré entre deux signaux périodiques	91
5.5	Exemple de trame aléatoire.	91
5.6	Réflectance spectrale des encres primaires	92

5.7	Orientation des trames	92
5.8	Comparaison de l'effet d'une rotation sur les trames	93
5.9	Observation de la superposition de trois trames différentes	94
5.10	Effet de l'engraissement	95
5.11	Effet de l'engraissement optique et mécanique.	96
5.12	Coupe d'une imprimante laser.	97
5.13	Simulation de l'impression à 600 <i>dpi</i> d'une impression laser	98
5.14	Schéma de principe des étapes principales	99
5.15	Comparaison des profils de mires imprimées puis numérisées	101
5.16	Etude du modèle sur une mire	102
5.17	Comparaison entre simulation et impression sur des SIs	102
5.18	Motif imprimé à 600 <i>dpi</i>	103
6.1	Caractéristiques optiques d'un imprimé en demi-tons	109
6.2	Nuancier de 44 patchs de calibration	112
6.3	Exemple de courbe d'engraissement $f_{u/v}(a)$	114
6.4	Nuancier de 125 couleurs à imprimer.	115
6.5	Caractéristiques optiques d'un transparent en demi-ton	119
6.6	Réflectance d'un transparent imprimé	121
6.7	Configurations de mesures en transmission pour les transparents	127
6.8	Réflectances spectrales des poudres au recto et au verso	127
7.1	Réflexions et transmission entre deux films absorbants non-diffusants.	130
7.2	Réflexions et transmission entre deux transparents imprimés	132
7.3	Réflectances et transmittances spectrales pour empilements	137
7.4	Réflectances et transmittances spectrales pour empilements	138
7.5	Modélisation du modèle Kubelka-Munk.	139
7.6	Caractéristiques optiques d'un transparent sur un papier	142
7.7	Influence de la diffusion par les encres	146
7.8	Illustration de l'application de <i>color matching</i>	148
8.1	Image originale et tramée	158
8.2	Illustration du schéma à niveau de gris de Y.-C. Hou	159
8.3	Image tramée et ses plans couleurs.	160
8.4	Coloration des subpixels pour le schéma de Y.-C. Hou	161
8.5	Illustration du schéma 3 de Y.-C. Hou	161
8.6	Illustration du schéma 3 de Y.-C. Hou	162
8.7	Schéma de principe de limitation de l'angle de visibilité	163
8.8	Schéma de CV en couleur de Yamamoto <i>et al.</i>	163

8.9	Comparaison de visibilité du message sur écran LCD	164
8.10	Superposition de SIs colorés par projection	165
8.11	Comparaison de visibilité du message	166
8.12	Exemples de superpositions de couleurs avec l'opérateur <i>add.</i>	167
8.13	Illustration du schéma de Yang et Chen	171
8.14	Illustration du schéma de Yang et Chen	173
8.15	Différentes manières de colorer un share	174
9.1	Exemple de schéma CM-VC avec deux transparents	177
9.2	Différents modèles de superposition	180
9.3	Illustration de CM-VC en transmission	183
9.4	Illustration de CM-VC en réflexion	183
10.1	Trame stochastique (a) numérique et (b) imprimée.	188
10.2	Transmittances spectrales des encres (a) rouge et (b) verte.	189
A.1	Superposition de deux SIs dont l'un est translaté de dx	198
A.2	Représentation du décalage en subpixels.	203

Liste des tableaux

6.1	Précision des modèles pour des imprimés sur papier	116
6.2	Précision du modèle YN-SN pour des imprimés sur papier	117
6.3	Précision du modèle pour un papier imprimé (en transmission)	117
6.4	Précision du modèle pour un transparent imprimé	124
6.5	Précision du modèle pour un transparent imprimé	125
6.6	Comparaison du recto et du verso d'un transparent imprimé	126
7.1	Précision du modèle pour une pile de transparents imprimés	135
7.2	Ecart colorimétrique moyen en ΔE_{94} pour une pile de 16 transparents imprimés.	136
7.3	Ecart colorimétrique moyen en ΔE_{94} pour une pile de 16 transparents imprimés.	138
7.4	Précision du modèle pour la superposition d'un transparent et d'un papier	145
7.5	Uniformité de la couleur cible	149
10.1	Différence entre les couleurs obtenues par impression laser et jet d'encre sur les 125 patches, patch à patch.	187
10.2	Uniformité de la couleur cible	187
10.3	Différence entre les couleurs obtenues par impression laser et jet d'encre sur 125 patches. Optimisation sur la réflectance.	187

Index

- Alignement, 26, 27
Angle solide, 69
Appareil photo numérique, 50
Authentifier, 26

Bruit, 28

Calibration, 67, 109
Caméra, 50
Color matching, 144, 171, 173
 coefficients, 81
 functions, 82
Colorant, 91
Colorimétrie, 81
Composante
 diffuse, 119
 spéculaire, 120
Contraste, 17, 174
 Inversion de, 29
Contrefaçon, 60
Corrélation, 39
Couleur cible, 173
Cryptographie visuelle, 15
 en couleur, 153
 Etendue, 36
 Schéma de, 16

Détecteur, 69
Demi-ton, 91
Demichel, 91
Diffuseur parfait, 73
Diffusion, 119

Ecart colorimétrique, 83
Eclairement, 73
Engraissement, 92
 mécanique, 93
 optique, 93
Espace colorimétrique
 $L^*a^*b^*$, 83
 XYZ , 83
 xyY , 83
Etendue géométrique, 71

Flux, 71
Fresnel, formules de, 78

Gamut, 83
gamut, 176
Glass pattern, 34

Homothétie, 26
Illuminant, 146

- D65, 146
- Impression
 - électrophotographique, 49
 - jet d'encre, 49
 - offset, 67
- Intensité, 71
- Isotrope, 71
- Linéature, 86
- Loi
 - de Bouguer, 73
 - de Lambert, 73
 - de Grassmann, 81, 103
 - de Snell-Descartes, 78
- Lumière
 - incohérente, 69
- Luminance, 71
- Luminosité, 17, 83, 195
- Message secret, 15
- Modèle
 - à deux flux, 127
 - Clapper-Yule, 106
 - colorimétrique, 68
 - de Neugebauer, 105
 - Kubelka-Munk, 137
 - pour empilements, 127
 - Yule-Nielsen, 105
- Modulation
 - d'amplitude, 86
 - de fréquence, 86
- Moiré, 34
- Neugebauer, 91, 104
 - primaries, 91
- Niveau de gris, 41
- Nuancier, 109
- Numérisation, 26
- Papier, 115
- Pixel encrable, 26
- Pixels encrables, 86
- Projection, 51
- Réflectance, 74
 - angulaire, 78
 - bi-hémisphérique, 79
 - diffuse, 120
 - spectrale, 76
- Réflexions
 - multiples, 118
- Réfraction, indice de, 116
- Résolution, 26
 - d'acquisition, 26
 - d'impression, 26, 86
- Radiométrie, 69
- Recalage
 - d'images, 26
 - en homothétie, 39
 - en rotation, 39
 - en translation, 39
 - méthode de, 162
- Recto, 123
- Rotation, 26
- Sécurisation d'affichage, 61, 160
- Sécurité, 175
- Séparation des couleurs, 89
- Saturation, 83
- Shadow image, 15
- Share, 16
 - Diagonal, 40
 - Horizontal, 40
 - Vertical, 40
- Signal, 28
- Source, 69
- Source lambertienne, 75
- Spectrophotomètre, 75
- Subpixel, 16

- Support
 - diffusant, 103
 - non-diffusant, 103
- Surface, 69
 - lambertienne, 73
- Synthèse
 - additive, 89
 - soustractive, 89
- Système
 - de numérisation, 49
 - de projection, 49
 - optonumérique, 49
- Système visuel humain, 15
- Taux de couverture, 89
 - nominal, 111
- Teinte, 83
- Tramage, 85
- Trame, 86
 - stochastique, 88
- Transformée
 - de Fourier, 38
 - de Walsh-Hadamard, 36
- Translation, 27
- Transmittance, 74
 - angulaire, 78
 - bi-hémisphérique, 80
 - normale, 77
 - spectrale, 77
- Transparent, 15, 115
- Verso, 123
- Vidéo-projecteur, 51
- Yule-Nielsen
 - effet, 93, 105

Abstract

In this thesis, we will focus on the physical implementation of visual cryptography, which consists in sharing a secret message between several unmeaning images, so-called shadow images, at least one of them being printed. By the principle of the method, no information leaks about the message until the images are properly stacked together. As the alignment of the shadow images hampers the deployment of the visual cryptography in practice, we develop a dedicated image registration method. In contrast with existing methods, ours is not intrusive. We make use of the particular shape of the elementary constituents of the shadow images, the shares, to extract in the Fourier domain the main parameters of the geometrical transformations occurring between the superposed images. We prove that this method allows subpixel accuracy in shadow images registration.

We benefit from such ability by implementing visual cryptography in an image projection configuration : the digital shadow image is projected onto the printed one. In this way, the registration is performed automatically by using a digital camera (the resulting superposition being observable by the eye). For the purpose of authentication, one has to deal with specific attacks : the shadow image attached to a given document could be tampered with or copied. In order to prevent such attacks, we have increased the difficulty to reproduce the shadow image by considering color. This approach requires a complete management of colors. Thanks to recent advances in color reproduction, we are able to predict the reflectance and transmittance spectra of supports printed in color. In this thesis, we develop new spectral prediction models namely for piles of printed transparencies as well as for transparencies stacked onto papers, all printed in color. Thus, we are able to predict the color of each share in a shadow image to be printed and to achieve color matching i.e. we are able to reach a color by various combinations of superposed colors.

Such a prediction allowed us to introduce a new approach in visual cryptography : color matching when revealing the secret message to be shared into two (or more) shadow images, in order to authenticate the shadow images provider. As the prediction models are sensitive to the calibration of the printing system (printer, inks, supports, halftoning and geometry measurement conditions), the use of special materials will increase the difficulty to generate visually acceptable fake pairs of shadow images.

Keywords : visual cryptography, authentication, color matching, color prediction, images registration.