



**HAL**  
open science

## Ondes de choc relativistes

Illya Plotnikov

► **To cite this version:**

Illya Plotnikov. Ondes de choc relativistes. Autre [cond-mat.other]. Université de Grenoble, 2013. Français. NNT : 2013GRENY024 . tel-00961589

**HAL Id: tel-00961589**

**<https://theses.hal.science/tel-00961589>**

Submitted on 20 Mar 2014

**HAL** is a multi-disciplinary open access archive for the deposit and dissemination of scientific research documents, whether they are published or not. The documents may come from teaching and research institutions in France or abroad, or from public or private research centers.

L'archive ouverte pluridisciplinaire **HAL**, est destinée au dépôt et à la diffusion de documents scientifiques de niveau recherche, publiés ou non, émanant des établissements d'enseignement et de recherche français ou étrangers, des laboratoires publics ou privés.

## THÈSE

Pour obtenir le grade de

## DOCTEUR

Spécialité : **Astrophysique**

Arrêté ministériel : 07 août 2006

Présentée par

**Illya PLOTNIKOV**

Thèse dirigée par **Guy PELLETIER** et **Gilles HENRI**  
et codirigée par **Bertrand LEMBÈGE**

préparée au sein de l'**Institut de Planétologie et Astrophysique de Grenoble (IPAG)**  
et de l' **École doctorale de Physique de Grenoble**

## Ondes de choc relativistes

**Structure, Génération de la Turbulence et Accélération de Particules**

Thèse soutenue publiquement le **30/10/2013**,  
devant le jury composé de :

**M. Alexandre MARCOWITH**

Chargé de Recherche, laboratoire Univers et Particules de Montpellier (LUPM),  
Rapporteur

**M. Philippe LOUARN**

Directeur de recherche, IRAP, Toulouse, Rapporteur

**M. Richard TAILLET**

Professeur, LAPTh, Annecy, Examineur

**M. Martin LEMOINE**

Directeur de recherche, IAP, Paris, Invité

**M. Guy PELLETIER**

Professeur émérite, Université Joseph Fourier - GRENOBLE I, Directeur de thèse

**M. Gilles HENRI**

Professeur, Université Joseph Fourier - GRENOBLE I, Directeur de thèse

**M. Bertrand LEMBÈGE**

Directeur de recherche, LATMOS, Guyancourt, Co-Directeur de thèse





# Remerciements

Une bonne dose d'entêtement et d'obsession. C'est ce qu'il faut pour finir une thèse d'Astrophysique dix ans après s'être dit que c'est quelque chose de fascinant. Du désespoir, du plaisir et de la joie d'apprendre ont tout autant été la compagnie de cette longue vadrouille. Quelques remerciements à ceux qui j'ai pu côtoyer pendant les années de thèse s'imposent à ce point.

Tout d'abord je voudrais remercier les deux rapporteurs de mon manuscrit de thèse, Alexandre Marcowith et Philippe Louarn, d'avoir accepté cette tâche et d'avoir fourni des commentaires constructifs et très utiles pour la qualité du travail. J'ajoute un grand merci à Alexandre pour m'avoir donné l'occasion de participer à une quantité de colloques et workshops qu'il organisait et animait énergiquement. Merci à Richard Taillet d'avoir été un président de jury des plus agréables lors d'un moment de tension qu'est la soutenance et d'avoir donné une touche d'humour qui met à l'aise pour la suite.

L'expression de gratitude et des remerciements particuliers sont dus à Guy, mon directeur de thèse. Son enthousiasme et optimisme m'ont guidé avec entrain pendant ces trois ans. Avec lui c'est toujours un plaisir d'aborder toute une panoplie d'aspects de la physique des plasmas et d'assister à un merveilleux "dépliage" des processus physiques à travers ses raisonnements et calculs laborieux. Un grand merci aussi pour ton soutien, autant sur le plan scientifique que humain, dans les moments difficiles.

Il est difficile de ne pas mentionner les Sherpas : Jonathan, Pop, Gilles, Guillaume, Geoffroy, Pierre-Yves, Didier ; un groupe de joyeux individus qui m'a rappelé que l'aspect humain est aussi important que le côté scientifique dans la recherche. Un grand merci pour l'ambiance conviviale qui règne dans les réunions, pendant les discussions et lors des *sherpades*.

Une place spéciale lors de la réalisation et dans le déroulement de la thèse revient à Martin Lemoine, dont la présence a été décisive à bien des égards. Cela a toujours été un plaisir d'échanger et discuter avec toi sur des sujets divers qu'ils soient liés à la Physique ou non. Un grand merci à Bertrand Lembège, devenu co-encadrant en cours de thèse et guide dans les subtilités des codes PIC. La teneur des cafés qu'il prépare dans son bureau a de quoi rendre un plasma relativiste !



Vous les anciens (Jérémy, Rémy, Astrid, Vianney et Fabrice qui n'est pas si ancien) et actuels thésards, soyez remerciés pour l'ambiance chaleureuse du deuxième étage et d'une table autour d'une bière ou d'un verre de Chartreuse. Elle aurait bien causé des ravages parmi certains d'entre nous. Une pensée pour les "co-années" Sam et Christophe qui vont soutenir très bientôt. Courage à vous deux, c'est un bon moment. Surtout lorsqu'on est rendu au pot de thèse. D'ailleurs, en pensant au pot, merci encore à Sam et Mathilde pour tous ces plats que vous avez mijoté et la tarte au citron, disparue en 30 secondes.

Vous les potes, ami-e-s, copains avec qui j'ai eu la chance de partager un pan de vie dans les joyeuses déambulations grenobloises. Tristan, Toby, Marta, Chris, Maria, Loulou, Driss... de la joie de vivre et de l'admiration c'est ce qui me vient en tête en pensant à vous. Je suis bien content de vous connaître. Stan, j'espère que tu vas toujours réussir à contenir et canaliser tes furieuses envies de pousser des cris; et toi Toby tu trouveras toujours des admirateurs (et -ices) de tes talents artistiques. Sans vous deux ces dernières années auraient été bien plus moroses. Maria, tu auras pour quelque temps apporté de la douceur et de la légèreté dans mon esprit, rempli de gravité.

Je n'en serais pas là à écrire ces mots, assis confortablement sur une chaise dans un bureau chauffé au sein d'un Institut d'Astrophysique, sans toutes ces années studieuses d'études universitaires. La possibilité de les mener à bon terme n'est due qu'au support inconditionnel d'une seule personne : mon père. Des excuses heureuses, c'est ce que je lui dois, pour ne pas avoir fait des études de droit, comme il aurait voulu, et d'avoir persévéré dans ce que je voulais faire, l'Astrophysique.

# Résumé de thèse

La formation et l'activité des objets compacts, tels que les Trous Noirs ou les étoiles à Neutrons, s'accompagne d'éjection de matière ionisée sous forme de jets à la vitesse proche de celle de la lumière (vitesses relativistes). Se propageant dans le milieu environnant, ces jets conduisent couramment à la formation d'ondes de choc relativistes. Une forte turbulence magnétique et une population d'électrons accélérés sont requises afin de tenir compte de l'émission radiative non-thermique de ces chocs. L'approche naturelle de ce problème, décrivant de manière auto-consistante la structure du choc non-collisionnel, est celle de la physique cinétique des plasmas en régime relativiste, adoptée dans cette thèse.

Ce cadre conceptuel emmène à reconsidérer le processus de transport de particules chargées autour du choc. Deux études indépendantes, effectuées pendant la thèse, montrent que les lois de diffusion en aval et amont du choc se mettent sous une forme concise, en loi de puissance en fonction de l'énergie des particules et de l'intensité de la micro-turbulence magnétique. Les coefficients de diffusion, dérivés à l'aide des simulations Monte-Carlo et analytiquement, chiffrent l'énergie maximale des protons accélérés au choc à  $10^{15}$  eV, si le facteur de Lorentz du choc est très grand devant 1. Cette limite rend les chocs relativistes comme accélérateurs de particules inefficaces aux énergies les plus extrêmes. Le rayonnement, issu de l'accélération des électrons, atteint plusieurs GeV et corrobore l'idée que les chocs externes des Sursauts Gamma émettent à de telles énergies.

L'étude des chocs à l'aide des simulations PIC m'as permis d'étudier la formation, structuration et évolution des chocs modérément relativistes dans une géométrie spatiale 1D3V. L'auto-reformation du front de choc, connue dans le régime non-relativiste, persiste dans le régime moyennement relativiste. A magnétisation basse, les électrons sont préchauffés dans le pied du choc par l'instabilité de Buneman entre protons réfléchis et électrons incidents. Leur température en aval du choc reste plus faible que celle des protons. A magnétisation croissante, l'instabilité Maser Synchrotron devient essentielle dans la structuration du front de choc avec émission d'un fort précurseur électromagnétique à partir du front de choc. Dans ce cas les électrons se mettent en équipartition avec les protons. Ces simulations 1D ne montrent pas d'évidence d'accélération des particules.



# Thesis abstract in English

The formation and activity of compact objects such as Black Holes and Neutron Stars results in the ejection of ionized matter in the form of jets with velocities close to  $c$  (relativistic). The interaction of such powerful jets with the external medium forms shocks, eventually relativistic. A strong self-generated magnetic micro-turbulence and a population of accelerated electron are required to explain the observed non-thermal radiation of these shocks. A natural approach to the study of the structure of a non-collisional shock involves kinetic treatment of plasma processes in the relativistic limit. This approach is adopted in the present thesis.

Consequently, charged particle transport laws need to be studied carefully taking into account self-consistent magnetic micro-turbulence at the shock. Two different studies of particle transport at each side of the shock (downstream and upstream) show that the diffusion laws take a concise form as a power law in energy ( $D \propto E^2$ ) and the micro-turbulence strength. Both Monte-Carlo simulations and analytic studies are in agreement and, if the shock Lorentz factor is much greater than 1, it is found that the maximum energy of accelerated protons is  $10^{15}$ eV. A physical mechanism is also provided to explain how electrons attain the equipartition with protons at the shock. Finally, the radiation from accelerated electrons at the shock can reach several GeV in a synchrotron-like spectrum.

In the second part of the thesis, I used 1D3V PIC simulations to study mildly relativistic shocks structure and their time evolution. The perpendicular shock front self-reformation, well-known in non-relativistic limit, persists at mildly relativistic speeds. At low magnetization ( $\sigma \ll 10^{-2}$ ), electrons are pre-heated in the shock precursor by the Buneman instability between reflected ions and incident electrons. At higher magnetizations ions form a coherent cyclotron loop at the front and the Maser Synchrotron Instability is essential for the shock structure by emitting a strong electromagnetic precursor, responsible for electrons heating up to equipartition with protons. No particle acceleration is seen in these 1D3V simulations.



# Table des matières

<b>1</b>	<b>Introduction</b>	<b>1</b>
1.1	Chocs relativistes en astrophysique . . . . .	2
1.1.1	NAGs . . . . .	2
1.1.2	Vents des Pulsars . . . . .	4
1.1.3	Sursauts Gamma . . . . .	6
1.2	Théories macro- et micro-physique des ondes de choc relativistes . . . . .	7
1.3	Processus de Fermi . . . . .	9
1.3.1	Principe de base de l'accélération de Fermi . . . . .	9
1.3.2	Dans les chocs relativistes . . . . .	10
1.3.3	Questions relatives aux chocs relativistes . . . . .	11
1.4	Plan de la thèse . . . . .	16
1.5	Notations du manuscrit . . . . .	17
<b>2</b>	<b>Modèle du choc relativiste</b>	<b>21</b>
2.1	Conditions de saut . . . . .	22
2.2	Plasma sans collisions . . . . .	23
2.3	Question des référentiels . . . . .	24
2.4	Effets ultra-relativistes . . . . .	25
2.4.1	Temps d'un cycle . . . . .	28
2.5	Paramètres sans dimension . . . . .	28
2.6	Micro-turbulence électromagnétique . . . . .	29
2.6.1	Les instabilités plasma . . . . .	31
2.7	Structure du choc . . . . .	34
2.7.1	Magnétisation faible . . . . .	34
2.7.2	Magnétisation forte . . . . .	37
<b>3</b>	<b>Transport de particules en aval du choc</b>	<b>41</b>
3.1	Définitions . . . . .	42
3.1.1	Interaction résonnante et non-résonnante . . . . .	43

3.2	Étude numérique . . . . .	43
3.2.1	Modélisation . . . . .	43
3.2.2	Turbulence pure, $B_0 = 0$ . . . . .	45
3.2.3	Turbulence forte, $\delta B \gg B_0$ . . . . .	47
3.3	Théorie . . . . .	51
3.3.1	Approche par la théorie des groupes de rotation aléatoires . . . . .	51
3.3.2	Comparaison des résultats . . . . .	53
3.3.3	Dérivation alternative . . . . .	53
3.4	Applications . . . . .	55
3.4.1	Aval du choc relativiste . . . . .	55
3.5	Discussion . . . . .	56
3.6	Résumé du chapitre . . . . .	57
<b>4</b>	<b>Transport de particules en amont du choc</b>	<b>59</b>
4.1	Mouvement des filaments . . . . .	60
4.2	Le repère des paquets d'onde . . . . .	62
4.3	Etude numérique du transport . . . . .	64
4.3.1	Turbulence 2D . . . . .	64
4.3.2	Turbulence 3D . . . . .	66
4.4	Etude analytique . . . . .	70
4.4.1	Turbulence 2D . . . . .	70
4.4.2	Turbulence 3D . . . . .	72
4.5	Implications au choc relativiste . . . . .	73
4.5.1	Chauffage des électrons . . . . .	73
4.5.2	Accélération de particules dans le choc externe des SG . . . . .	74
4.5.3	Accélération et rayonnement des électrons . . . . .	76
4.6	Résumé du chapitre . . . . .	78
<b>5</b>	<b>Codes PIC et chocs relativistes</b>	<b>83</b>
5.1	Principe des codes Particle-In-Cell (PIC) . . . . .	84
5.1.1	Équations maitresses . . . . .	84
5.1.2	Intérêt de macro-particules . . . . .	85
5.1.3	Le principe et fonctionnement . . . . .	86
5.1.4	Stabilité . . . . .	88
5.1.5	Avantages et inconvénients . . . . .	89
5.2	Etat de l'art . . . . .	89
5.2.1	Algorithmique . . . . .	89
5.2.2	Études 1D des chocs relativistes . . . . .	91

5.2.3	Etudes 2D-3D . . . . .	94
5.3	Remarques générales . . . . .	108
5.4	Approche dans cette thèse . . . . .	110
<b>6</b>	<b>Simulations 1D</b>	<b>113</b>
6.1	Introduction . . . . .	113
6.2	Chocs par différentes méthodes . . . . .	114
6.2.1	Piston magnétique . . . . .	114
6.2.2	Piston-mur . . . . .	116
6.2.3	Injection de faisceau dans un plasma au repos . . . . .	118
6.3	Dépendance $\gamma_b \beta_{b,x}$ . . . . .	121
6.3.1	Les conditions initiales . . . . .	121
6.3.2	Formation et structure des chocs . . . . .	123
6.3.3	Vitesse du choc . . . . .	125
6.3.4	Saut de densités . . . . .	126
6.3.5	Chauffage des électrons . . . . .	126
6.3.6	Non-stationnarité du front de choc . . . . .	128
6.4	Effet de la magnétisation . . . . .	129
6.5	Discussion et conclusions . . . . .	131
<b>7</b>	<b>Magnétisation intermédiaire</b>	<b>135</b>
7.1	Position du problème . . . . .	135
7.2	Approche MHD . . . . .	136
7.3	Approche à deux fluides . . . . .	137
7.3.1	Plasma de paires . . . . .	138
7.3.2	Plasma d'électrons - protons . . . . .	139
7.4	Résultats préliminaires des simulations PIC 2D de l'instabilité . . . . .	140
<b>8</b>	<b>Perspectives et conclusions</b>	<b>145</b>
8.1	Le précurseur radiatif . . . . .	145
8.2	Transport à long terme . . . . .	146
8.3	Chocs modérément relativistes . . . . .	147
8.4	Conclusion . . . . .	148
<b>A</b>	<b>Démonstration th. des groupes</b>	<b>151</b>
<b>B</b>	<b>Structure du code PIC 1D "UZEIN"</b>	<b>157</b>
B.1	Normalisations du code . . . . .	157
B.2	Intégration de l'équation de mouvement . . . . .	158



B.3	Intégration des équations de Maxwell . . . . .	160
B.4	Déposition de charge et du courant . . . . .	162
B.5	Version bornée pour l'étude des chocs . . . . .	162
B.5.1	Enclencher une onde de choc . . . . .	163
<b>C</b>	<b>Instabilité de courant filamentation en amont de chocs relativistes :</b>	
	<b>Article</b>	<b>165</b>

# Chapitre 1

## Introduction

LA physique des chocs relativistes suscite l'intérêt de la communauté astrophysique pour la simple raison que les chocs sont omniprésents dès qu'un processus très énergétique a lieu (tels que émission de jets, explosions stellaires, environnements d'objets compacts). Les observations du rayonnement à travers l'intégralité du spectre électromagnétique montrent l'évidence de l'émission synchrotron des électrons accélérés et émission Inverse Compton dans le spectre gamma. Le "comment" de l'accélération et de la présence des champs magnétiques intenses évoqués reste toutefois une boîte noire.

L'objectif de ce travail de thèse est d'aborder la physique des chocs relativistes en considérant des processus cinétiques d'accélération (transport de particules et dérivation des coefficients de diffusion) d'une part, et en modélisant la structure du choc en tenant compte de la non-linéarité des processus physiques d'interaction particules-champs, inhérents à la description plasma des chocs, d'autre part.

Gardons à l'esprit quelques aspects importants. Premièrement, les observations astronomiques ne sont pas assez précises et contraignantes pour élaborer des théories et modèles physiques très détaillés, des modèles de type phénoménologique sont préférés. Par exemple, l'environnement proche des trous noirs et étoiles à neutrons est très difficile à observer directement, la taille des régions centrales est très petite, pouvant être inférieure à 1 AU ( $1 \text{ AU} = 1.5 \cdot 10^{13} \text{ cm} = \text{Distance moyenne Terre-Soleil}$ )! Mentionnons tout de même l'exception de quelques étoiles à neutrons proches et du Trou Noir Galactique (Sagittarius A\*). En d'autres mots, nous voyons ces objets "à l'oeil nu" et tentons d'expliquer la dynamique microscopique sans microscope... Deuxièmement, en ce qui concerne les chocs, seuls les chocs dans le Système Solaires sont explorables *in-situ* à l'aide des missions spatiales. La qualité de telles mesures est exceptionnelle car on accède aux échelles plasma et à la résolution temporelle de la dynamique électronique (microscope disponible)! Toutefois, le nombre de Mach de ces chocs est modeste ( $\leq 10$ ) et l'extrapolation aux chocs astrophysiques ( $M_A \geq 10^3$ ) est une question intéressante,

mais délicate. Pour les chocs relativistes, malheureusement, des mesures *in situ* ne sont point envisageables et nous devons nous appuyer sur les observations astronomiques et des arguments indirects pour contraindre les modèles théoriques.

## 1.1 Chocs relativistes en astrophysique

La formation ou l'activité des objets compacts (Trous Noirs et Étoiles à Neutrons) semble conduire inéluctablement à l'existence d'écoulement ultra-relativistes (*c'est-à-dire* ayant une vitesse très proche de la vitesse de la lumière dans le vide  $c = 29979245800$  cm/s). L'existence de tels écoulements est attendue théoriquement à cause de la quantité d'énergie phénoménale, libérée par ces objets, pouvant être supérieure à  $10^{51}$  erg, en un temps allant de quelques secondes à quelques heures. La déposition d'une telle puissance dans le milieu environnant, de volume limité, conduit à l'expansion relativiste du plasma choqué.

Les observations astronomiques corroborent directement ou indirectement l'expansion à vitesse proche de  $c$  dans ces environnements. Une preuve directe en est l'observation des mouvements "superluminiques" dans les jets des Noyaux Actifs des Galaxies (NAGs) et les blazars. Toujours dans les NAGs, l'émission au GeV de variabilité rapide, par son existence et compacité de la source prouve que le mouvement propre de l'émetteur est relativiste [1]. Ainsi, la densité des photons vus par l'électron en mouvement relativiste, à une vitesse  $V$ , est divisée par le facteur de Lorentz  $\gamma = (1 - V^2/c^2)^{-1/2}$  de l'écoulement. Par conséquent le taux de production de paires est divisé par  $\gamma$  aussi. C'est le seul moyen pour que les photons de telle énergie puissent s'échapper et arriver jusque la Terre.

L'interaction de ces écoulements avec le milieu externe ou bien interne à l'écoulement lui-même, par sa vigueur et violence, conduit à la formation des fronts de choc, probablement relativistes. Pour de nombreuses raisons, la communauté astrophysique s'intéresse aux chocs relativistes mais je n'en citerais qu'une, centrale à ce travail de thèse : celle des plasmas non-collisionnels, dont une bonne compréhension est intimement liée à la question de l'origine et du mécanisme de production des Rayons Cosmiques et à l'émission X et  $\gamma$  dans l'environnement des objets compacts.

Passons en revue les différentes classes d'objets où la présence de chocs relativistes est suspectée ou mise en évidence.

### 1.1.1 NAGs

Le Noyaux Actifs des Galaxies (NAGs) forment une classe de Galaxies dont le Trou Noir super-massif central est en état d'activité. Par cela on entend qu'un disque d'accrétion, composé probablement de gaz chaud et d'étoiles, entoure et alimente par accrétion le trou noir. La structure d'accrétion - éjection se met naturellement en place en pré-

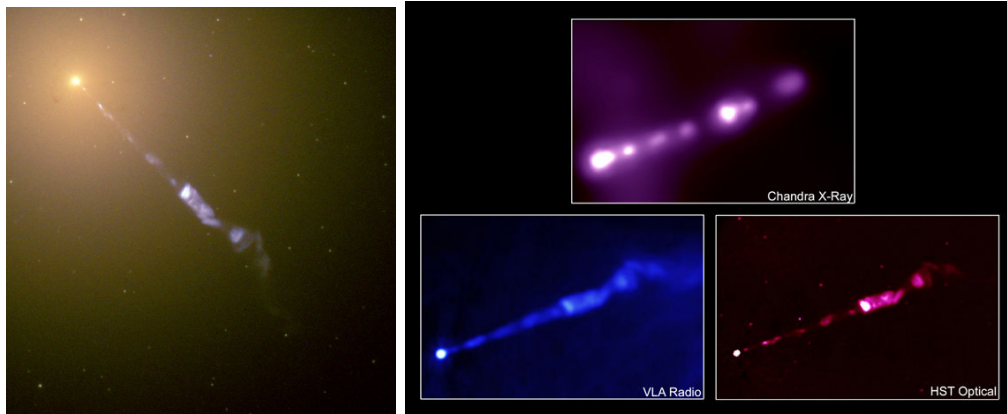
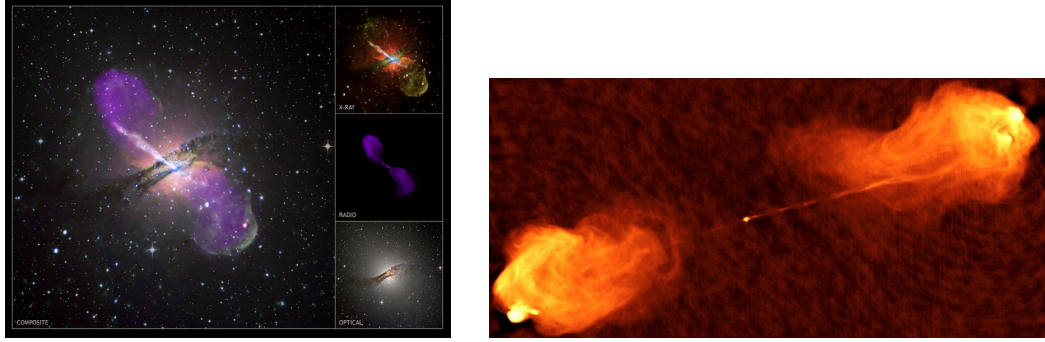


FIG. 1.1: Galaxie M87. Sources : Hubble Heritage (HST), VLA et Telescope Chandra

sence du champ magnétique dans la matière. La manifestation la plus spectaculaire de ce processus est l'observation de jets émanant du centre galactique et pouvant se propager jusque plusieurs centaines de kpc perpendiculairement au plan galactique. Les observations donnent une fraction de 10% des NAG qui présentent de tels jets. Notre propre Galaxie n'est actuellement pas active, mais il est possible qu'elle a pu l'être par le passé. L'indice en est l'observation des bulles du rayonnement gamma diffus, symétriques par rapport au plan Galactique.

La VLBI (Very Large Baseline Interferometry) révèle que les écoulements dans ces jets peuvent atteindre des facteurs de Lorentz ultra-relativistes  $\Gamma \sim 10$  dans les classes particulières des quasars et BL Lac. Ces jets sont fortement collimatés et leur ouverture angulaire est souvent inférieure à 5 degrés. Si l'angle entre la ligne de visée et l'axe du jet est petit on peut observer un mouvement apparemment supraluminique qui s'explique par l'effet d'aberration relativiste (travail de M. Rees [1]). Ce sont surtout les parties centrales, à petite échelle, des jets qui exhibent des facteurs de Lorentz aussi grands. Par exemple, dans la galaxie M87 dont l'image est donnée dans Fig.1.1, de tels mouvements ont été mis en évidence dans la partie centrale du jet à l'aide du télescope Hubble [2] sur des échelles  $\simeq 400\text{pc}$ , impliquant les vitesses apparentes de  $4c - 6c$  et donc des facteurs de Lorentz  $\Gamma \geq 6$ . Le lien entre les deux se fait à l'aide de la formule :  $\beta_{\text{app}} = \beta_{\text{propre}} \sin \theta / (1 - \beta_{\text{propre}} \cos \theta)$ , où  $\beta$  est la vitesse en unités de  $c$  et  $\theta$  est l'angle entre la ligne de visée et la direction de propagation du jet.

Ces mouvements peuvent être attribués à la propagation des chocs relativistes internes, résultant de l'activité du trou noir central de masse  $\simeq 3 \cdot 10^9 M_{\odot}$ . Les observations du télescope Chandra viennent appuyer cet argument (image de droite de Fig. 1.1). La vitesse de la partie externe du jet chute aux valeurs sub-relativistes  $\sim 0.2c$  (e.g., [3]). A



(a) Centaurus A. Image composite et en différentes longueurs d'onde (à droite de l'image). Source : Image X - NASA, CXC, R.Kraft (CfA), et al. ; Radio - NSF, VLA ; Optique - ESO

(b) Cygnus A en radio. Les lobes proéminents proviennent du choc entre le jet et milieu intergalactique. Source : VLA

FIG. 1.2: Deux exemples de Galaxies Actives (NAGs) : Centaurus A et Cygnus A.

grande échelle, les jets comme ceux de Centaurus A ou Cygnus A (Fig. 1.2) sont moyennement, voire sub-relativistes. Le choc externe contre le Milieu InterGalactique (MIG), visible sur ces images, est tout de même d'un intérêt pour ce travail de thèse puisque certains aspects d'accélération de particules aux chocs supraluminiques y sont liés.

L'émission gamma des NAGs, quant à elle, allant parfois jusque plusieurs TeV, est intéressante dans le cadre d'accélération aux chocs relativistes car elle requiert la présence d'électrons ultra-relativistes, pouvant être distribués suivant une loi en puissance en énergie à la source avec  $dN/d\epsilon \propto \epsilon^{-\alpha}$ . De telles distributions sont typiques pour les particules, accélérées aux chocs. Notons que la présence de telles distributions n'est pas universelle, par exemple, la distribution en *pile-up*  $f(\gamma) \propto \gamma^2 \exp^{-\gamma/\Delta\gamma}$  est tout aussi récurrente dans la modélisation des observations. Celle-ci résulte naturellement d'un processus où la température effective (avec  $k_B T = \Delta\gamma m_e c^2$ ) correspond au régime ultra-relativiste, c'est-à-dire qu'elle est supérieure à l'énergie de masse des électrons.

### 1.1.2 Vents des Pulsars

Le cas le plus connu et étudié des Nébuleuses des Vents de Pulsars (NVP) est certainement la Nébuleuse du Crabe, connue aussi sous le nom Messier 1. Les images en longueurs d'onde radio, IR, visible et X sont présentées dans la Fig. 1.3. Le point le plus frappant dans ces observations est la différence radicale de morphologie de la nébuleuse en rayons X par rapport aux autres longueurs d'onde. Il est possible que cette différence vienne des régions différentes de la source : le rayonnement visible met en évidence l'interaction entre l'éjectat de la SuperNova (SN) et le milieu interstellaire (MIS) tandis qu'en

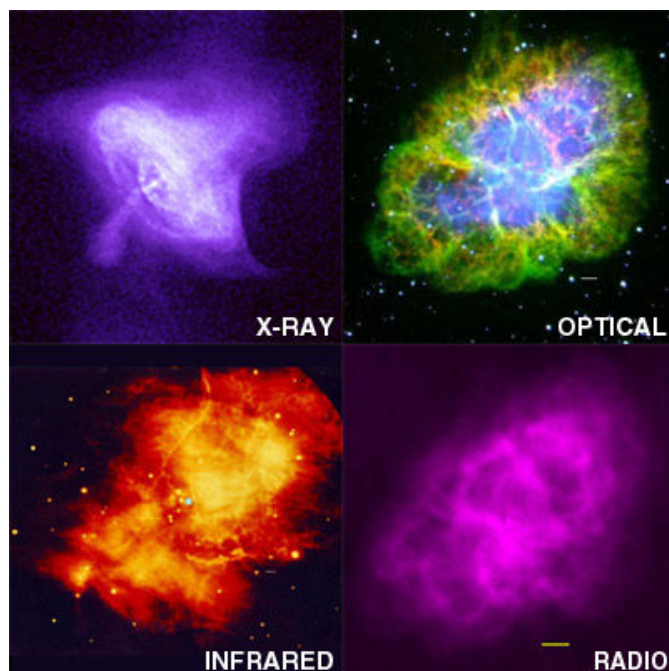


FIG. 1.3: Nébuleuse du Crabe en différentes bandes de longueurs d'onde. Crédits : x-ray (Chandra), optique (Palomar), IR (Keck), et radio (VLA).

On observe la partie interne de la nébuleuse qui reflète l'activité de l'étoile à neutrons, formée suite à l'explosion de la SN.

Un seul aspect de la physique de ces objet attire notre attention dans le cadre de la thèse : le choc terminal du vent de l'étoile à neutrons sur l'éjecta de la nébuleuse. On pense qu'il est observé dans l'anneau interne dans l'image en rayons X de la nébuleuse. Ce choc est probablement relativiste puisque le modèle de la magnétosphère des Pulsars met en jeu des facteurs de Lorentz  $\Gamma \sim 10^6$  du vent, composé de paires  $e^- - e^+$ . Le front de choc lui-même n'aura pas de vitesse aussi extrême puisque le vent est dilué alors que la matière choquée de l'éjecta de SN est dense. En effet, du point de vue de l'observateur externe le front de choc aura un facteur de Lorentz  $\gamma_{\text{sh}}$  modéré pour cette raison. On pense que ce choc, observé par *Chandra*, est le choc en retour du vent sur lui-même, alors que le choc externe est peut-être invisible (voire inexistant) car la matière de la SNR est très dense au point de se comporter comme un mur sur lequel le vent du Pulsar vient se choquer.

### 1.1.3 Sursauts Gamma

Le front de choc externe des Sursauts Gamma (SG) exhibe la propagation avec les plus grands facteurs de Lorentz connus  $\gamma_{\text{sh}} \geq 100$  (rappelons que dans le cas des NVP c'est le vent qui a des facteurs de Lorentz  $\Gamma$  très grandes et non le front de choc). A ce titre, l'accélération de particules dans de tels chocs est au centre d'intérêt de ce travail de thèse.

L'équivalent isotrope de l'énergie relâchée en rayons  $\gamma$  lors d'un sursaut est typiquement de l'ordre de  $E_{\gamma, \text{iso}} = 10^{54}$  erg. Si l'émission provient d'un jet collimaté il faut corriger cette valeur par le facteur de focalisation. Leur variabilité peut être inférieure à la seconde et la durée totale  $\sim 100$  sec.

Il existe plusieurs modèles théoriques pour décrire la phénoménologie des SG dont le plus populaire est le modèle de "Boule de Feu" (Anglais : Fireball).<sup>1</sup> Le scénario général est le suivant [4] : Dans le cas des SG longs ( $t_{\text{SG}} > 100$ sec), lors de l'effondrement d'une étoile massive ( $M \geq 10M_{\odot}$ ) un trou noir se forme et son activité alimente un jet de matière ultra-relativiste et intermittent.

Dans le cas des Sursauts courts ( $<$  quelques secondes) le jet est formé lors de la fusion entre deux objets compacts d'un système binaire, soit deux étoiles à neutrons soit étoile à neutrons + trou noir stellaire. Le sursaut lui-même provient du rayonnement synchrotron des électrons accélérés dans les chocs internes ( $10^{10}\text{cm} < R < 10^{14}\text{cm}$ ). Une fois le sursaut terminé, l'émission en rayons X, optique et radio (afterglow) doit provenir des électrons accélérés par le choc externe contre le milieu environnant ( $R > R_{\text{deceleration}} \simeq 10^{16}\text{cm}$ ). Ce scénario trouve confirmation dans l'observation de lien direct entre plusieurs Sursauts longs et des SNe. Citons, par exemple, l'observation récente du sursaut proche ( $z = 0.34$ ) GRB 130427A de durée de 163 sec., de flux  $F_{\gamma} = 2 \cdot 10^{-3}$  erg.cm<sup>-2</sup> dans la bande 10-100 keV, d'énergie maximale des photons observée par *Fermi* de 94 GeV [5] et d'une énergie  $E_{\gamma, \text{iso}} \simeq 10^{53}$  erg. Ce sursaut a rapidement été associé à la supernova SN 2013cq, dont les caractéristiques sont proches d'autres associations SG/SN.

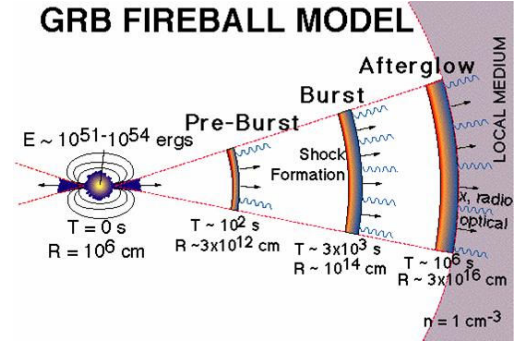


FIG. 1.4: Modèle de Boule de feu pour les SG longs. *Source* : <http://www.swift.ac.uk/about/grb.php>

<sup>1</sup>Je ne discuterai pas un autre modèle important où le sursaut est essentiellement dû à la dissipation magnétique, i.e. Lyutikov & Blandford 2003. Ces modèles ne nécessitent pas d'ondes de choc...

Le caractère relativiste des chocs dans les SG est, encore, mis en évidence par l'observation des photons au GeV. La compacité de la source exige un mouvement propre avec  $\Gamma \geq 100$  pour que l'opacité à la création de paires ne soit pas dramatique. C'est le même argument que celui de Rees mais dans le cas des SG. Un autre argument en faveur est l'observation des scintillations radio interstellaires et l'observation des courbes de lumière des rémanences, évoluant suivant la solution de Blandford-McKee, qui implique  $R(t_{\text{obs}}) \propto (E_{\text{SG}}t)^{1/4}$  [6, 7].

**Laboratoire pour l'étude des chocs relativistes.** Le relatif éloignement du choc externe par rapport au progéniteur permet de considérer que la physique du choc n'est pas influencée par ses effets gravitationnels. De ce fait, et en admettant que le milieu externe est homogène, la structure du choc est un système auto-consistant et un parfait laboratoire pour la physique relativiste.

Pour finir, récapitulons quelques informations dans le tableau suivant

	Ex. astro	Taille région	$\gamma_{\text{sh}}$
NAG	Cyg A	Mpc	2-20
Micro-Quasar	SS433	pc	$\geq 1$
Vent de Pulsar	Crabe (Messier1)	pc	$10^3 - 10^6$ (vent)
Sursaut Gamma	GRB 130427A	$10^{-2}$ pc	$\sim 100$

## 1.2 Théories macro- et micro-physique des ondes de choc relativistes

Suite à la découverte des écoulements apparemment superluminiques dans les jets des NAGs et l'explication par l'effet d'aberration, due au mouvement relativiste [1], une théorie hydrodynamique auto-similaire des chocs relativistes a été établie par Blandford & McKee [7]. La vitesse du son dans un gaz relativiste étant  $c/\sqrt{3}$ , un écoulement à la vitesse proche de  $c$  conduit à la formation des ondes de choc. Dans le cas des NAGs ces chocs peuvent être internes ou externes au jet.

Cette théorie procure l'information sur la densité, la pression, la température dans le milieu choqué en fonction de ces mêmes quantités au-devant du choc. Un autre mérite est de bien s'ajuster aux observations des rémanences radio de SG, dont le facteur de Lorentz du choc externe semble décroître avec le temps suivant la loi prédite par la théorie :  $\gamma_{\text{sh}} \propto t^{-3/2}$ .

L'inclusion du champ magnétique (donnant lieu à la Magnéto - hydrodynamique Relativiste : RMHD) dans la description fluide des chocs [8] permet de rendre compte de l'influence dynamique du champ magnétique sur les conditions de saut, le changement de



l'indice adiabatique du fluide (symétrie 2D dans le plan transverse au champ magnétique) et de l'intensité et polarisation du rayonnement synchrotron.

L'élégance avec laquelle l'hydrodynamique et la MHD incorporent la relativité, via le tenseur d'énergie-impulsion du fluide, est attractive à bien des égards. Il faut, toutefois, émettre un doute sur la capacité de cette approche à révéler les rouages physiques qui gouvernent la formation et la structure du choc relativiste. Constatons quelques points où l'approche fluide est mise en défaut :

- Le plasma dans lequel les chocs ont lieu (MIS ou MIG) est non-collisionnel. Or, la taille caractéristique du choc ainsi que l'échelle hydrodynamique est mesurée par le libre parcours moyen collisionnel. Ce dernier est plus grand que le système entier car le plasma est ténu ; l'approche hydrodynamique n'est pas adaptée. On peut essayer de contourner avec la RMHD où l'échelle caractéristique est le rayon de Larmor des protons. Ici aussi, vu la faiblesse du champ magnétique dans le MIS ( $\sigma \sim 10^{-9}$ ), cette longueur est trop grande. L'approximation fluide est définitivement inadaptée lorsqu'on veut décrire l'épaisseur du choc, normalement une échelle infinitésimale par rapport à la taille de la région choquée, définie par le libre parcours entre deux collisions des particules du fluide . Ce constat n'est pas récent. Citons à ce propos l'ouvrage [9], p.502 :

“Ainsi, la largeur des ondes de choc de grande intensité est de l'ordre de grandeur de la longueur du libre parcours des molécules du gaz. Mais en théorie macroscopique de la dynamique de gaz on assimile le gaz à un milieu continu et la longueur de libre parcours doit être posée à zero. De ce fait les méthodes de la dynamique des gaz ne conviennent pas à l'étude de la structure interne des ondes de choc de forte intensité”.

- Le rayonnement synchrotron des sources requiert un champ magnétique intense dans le milieu choqué, typiquement de 1 à plusieurs ordres de grandeur plus fort que celui de la compression du champ externe par le choc. Le formalisme fluide ne permet pas de créer du champ magnétique au choc, seulement comprimer le champ préexistant par le facteur de compression du choc. Un mécanisme cinétique est requis pour aborder le problème.
- C'est un constat universel que les chocs astrophysiques accélèrent les particules chargées. La distribution spectrale du rayonnement issu des chocs est génériquement interprétée comme de l'émission synchrotron dont le flux est en loi de puissance de la fréquence  $F_\nu \propto \nu^{-p}$ . Cela implique que la distribution des électrons à la source est en loi de puissance en énergie aussi, avec  $dN(\epsilon)/d\epsilon \propto \epsilon^{-s}$ , où  $s = 2p + 1$ . L'accélération de particules ne peut être étudié dans une approche fluide de manière auto-consistante.

Ces trois constats amènent un réel besoin en astrophysique de décrire les chocs à

l'échelle cinétique, dont la capacité à aborder l'interaction particules - champs permet de rendre pleinement compte (aux approximations et incertitudes près) de l'accélération et de la génération du champ magnétique.

## 1.3 Processus de Fermi

### 1.3.1 Principe de base de l'accélération de Fermi

Parmi les mécanismes d'accélération des particules chargées dans les milieux cosmiques le mécanisme de Fermi est à la fois le plus étudié et le plus robuste.

Décrivons brièvement l'idée originelle de Fermi [10]. On se place dans la situation suivante : la particule se propage avec une vitesse  $\mathbf{v} = c\beta_{part}$  en mouvement relatif par rapport à l'irrégularité magnétique (nuages interstellaires). Cette dernière se propage avec une vitesse  $\mathbf{v}_{irr}$ . Dans le référentiel de l'irrégularité l'interaction est élastique, seule la direction de quantité de mouvement de la particule est renversée. Le gain (ou perte) d'énergie s'effectue par un double changement de référentiel. On se place d'abord dans le référentiel de l'irrégularité ( $E'_{avant} = E'_{apres}$  et  $\cos\theta'_{avant} = -\cos\theta'_{apres}$ ), où  $\theta$  représente l'angle entre le vecteur vitesse de la particule et de l'irrégularité. Les grandeurs primées indiquent qu'on se place dans le référentiel propre de la perturbation. La transformation de Lorentz inverse donne la variation d'énergie de la particule dans le référentiel du laboratoire :

$$\frac{E_{fin}}{E_{init}} = \gamma_{irr}^2 (1 + \beta_{irr}^2 \pm 2\beta_{part}\beta_{irr} \cos\theta) \quad (1.1)$$

$E_{init}$  et  $E_{fin}$  sont respectivement l'énergie de la particule au début du cycle et à sa fin.  $\gamma_{irr}$  est le facteur de Lorentz de l'irrégularité. Le signe  $\pm$  implique une rencontre en rapprochement(+) ou en éloignement(-).

Deux variantes de ce mécanisme sont connues : gain d'ordre 1 (Fermi I), associé au terme en  $\beta_{irr}$ , et le gain d'ordre 2 (Fermi II), associé au terme en  $\beta_{irr}^2$ . Dans le cas général d'une distribution isotrope en vitesses des irrégularités magnétiques, le terme de premier ordre est nul (à cause de la moyenne sur les cosinus). D'autre part, le processus d'ordre 2 est robuste, mais lent. Sa faiblesse vient du fait qu'il est statistique et  $\beta_{irr}$  est généralement petit devant 1. En d'autres termes, les rencontres en rapprochement sont plus probables qu'en éloignement et il en résulte un gain en énergie net, mais lent. C'est alors qu'émerge le paradigme actuel d'accélération des particules dans les milieux cosmiques : la présence universelle des chocs. Magnétosphérique, héliosphérique, résidus des Supernova, NVP, systèmes binaires, SG et toute forme de jets, se terminant par une onde de choc. Ces discontinuités portent une énergie cinétique considérable et la transmettent naturellement

aux particules chargés, pour en faire des Rayons Cosmiques. Le mécanisme de Fermi I fut alors revigoré par une série d’articles [11, 12]. Une propriété du mécanisme de Fermi I dans ce cadre est d’être capable de transférer une fraction importante (le chiffrement est l’un d’intérêts de cette thèse) de l’énergie cinétique du choc dans la partie supra-thermique des fonctions de distribution des particules. Les flots choqué et du pré-choc sont convergents, dont chacun contient des irrégularités magnétiques figées dans l’écoulement. La partie “chanceuse” des particules qui participe au processus de va-et-vient des deux côtés, puise graduellement dans l’énergie cinétique des écoulements. Le gain est systématique. Le résultat est patent : sources énergétiques viables, les explosions des Supernova peuvent alimenter le rayonnement cosmique. Le mécanisme au choc externe de la bulle formée fournit une distribution des particules en loi de puissance avec le “bon” indice  $s = -2$ , proche de celui qu’on observe sur Terre, une énergie maximale pour les protons de l’ordre de  $10^{15}$ eV et 26 fois plus grande pour les noyaux de Fer (les plus stables du tableau périodique).

Ce n’est pourtant pas satisfaisant pour rendre compte du spectre entier des Rayons Cosmiques, s’étendant jusque  $10^{21}$ eV. Une éventualité pour fournir les particules aussi énergétiques est de considérer les chocs relativistes, plus violents.

### 1.3.2 Dans les chocs relativistes

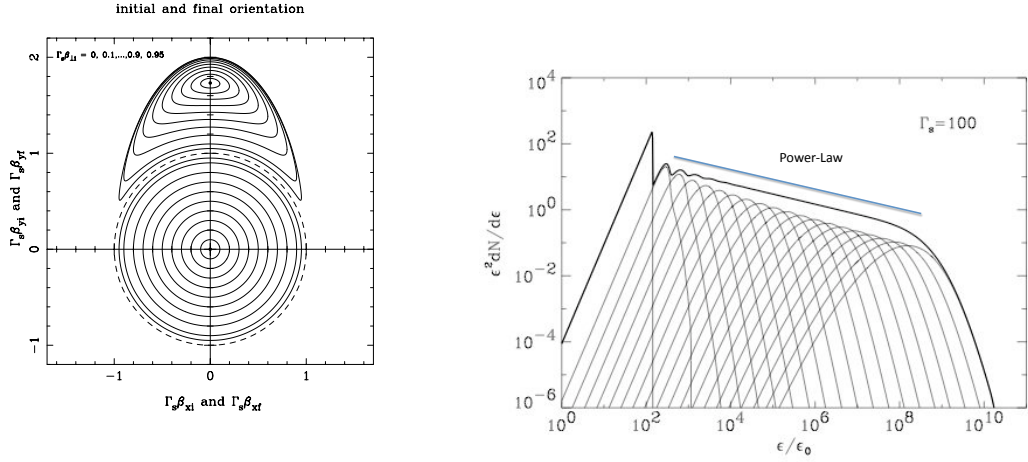
L’adaptation du mécanisme de Fermi I aux chocs relativistes a été initiée dans les années 90 et conceptuellement stabilisée au milieu des années 2000. Citons les travaux de Peacock [13], Vietri [14], Bernarz & Ostrowski [15], Gallant & Achterberg [16], Achterberg et al. [17], Lemoine & Pelletier [18], Ellison & Double [19], Niemec et al. [20], Lemoine et al. [21]. On trouve dans ces articles l’étude détaillée du fonctionnement d’accélération dans l’approximation particule-test sans rétro-action des particules accélérées sur les champs électromagnétiques. La différence par rapport aux chocs non-relativistes est une anisotropie induite par les effets relativistes et la vitesse du choc qui ne permet pas d’approximer les fonctions de distribution comme isotropes. Vietri [14] propose que le gain par cycle amont  $\rightarrow$  aval  $\rightarrow$  amont s’accompagne d’un gain en énergie  $E_{\text{fin}}/E_{\text{init}} \simeq \gamma_{\text{sh}}^2$ . Pour un choc ultra-relativiste  $\gamma_{\text{sh}} \gg 1$  et ce gain est considérable, il suffit de quelques dizaines de cycles pour que la particule atteigne l’énergie des UHECR. Toutefois, Gallant & Achterberg [16] soulignent l’importance de l’anisotropie des particules supra-thermiques en amont du front. Ce dernier rattrape les particules très rapidement et confine leur distribution dans un cône étroit autour de la normale au choc ( $\Delta\theta \sim 1/\gamma_{\text{sh}}$ ). En reprenant les conditions de passage de la particule d’un côté à l’autre du choc, ces auteurs trouvent que le gain est en  $\gamma_{\text{sh}}^2$  seulement au premier cycle et est réduit à  $E_{\text{fin}}/E_{\text{init}} \simeq 2$  à tous les cycles suivants. Cela rend le processus plus lent et l’accès aux plus hautes énergies plus

difficile, étant donné la durée de vie finie du choc. Cette anisotropie est illustrée dans la Figure de gauche de Fig.1.5, tirée de [17]. Lorsque les particules reviennent de l'aval vers l'amont du choc leur distribution est confinée dans un cône  $\Delta\theta \sim 1/\gamma_{\text{sh}}$  autour de la direction normale au front de choc. Il suffit d'une petite déflexion  $\sim 1/\gamma_{\text{sh}}$  pour qu'elles soient rattrapées par le front. L'indice spectral obtenu reste pourtant proche de celui des chocs non-relativistes  $s \simeq 2.23$  [15, 17, 18] et porte à croire que l'accélération aux chocs relativistes est prometteuse pour rendre compte des UHECRs, dont la distribution spectrale, observée sur Terre, est proche de cet indice (tenant compte de la modification du spectre lors de la propagation des particules de la source vers l'observateur). Dans la figure de droite de Fig. 1.5 le calcul de la fonction de distribution à chaque cycle d'accélération est illustré (tiré de [18]). Leur somme conduit à l'indice spectral  $s \simeq 2.23$ . Un autre point important, dégagé par [22, 21], est que l'accélération est inopérante au-delà du premier cycle si seul un champ magnétique régulier  $B_0$  est présent ou bien une turbulence préexistante en amont du choc à grande échelle (comprimée par le choc). L'origine de ce verrouillage vient d'une forte corrélation entre les conditions de passage des particules de l'amont vers l'aval et le temps, trop long, qu'elles mettent à rattraper le front. Les particules sont alors advectées par le flot aval sans pouvoir rattraper le front de choc. Ainsi, ces auteurs suggèrent l'importance d'une forte turbulence à petite échelle de variation (plus petite que le rayon de Larmor des particules) pour que l'accélération puisse fonctionner. La complication vient du fait qu'une telle micro-turbulence est enclenchée par les particules accélérées elles-mêmes et le tout devient fortement non-linéaire. L'approximation particule-test est non-valable dans ce cas. Une approche cinétique du problème est alors requise dont la discussion en détail sera présentée dans le chapitre 2.

### 1.3.3 Questions relatives aux chocs relativistes

Dans l'introduction de sa thèse, C. Hededal [23] expose 5 problèmes dans la théorie de l'accélération de Fermi aux chocs. A mon avis, chacun de ces problèmes a, depuis, reçu sinon une solution, du moins une explication partielle. Il est instructif de reprendre ces problèmes un par un pour voir comment ce domaine a évolué en moins de 10 ans.

1. *Le mécanisme n'est pas élucidé à partir des lois physiques de base. L'accélération est toujours étudiée en approximation de particules-test, sans tenir compte de leur rétroaction sur les champs.* A l'aide des simulations PIC "ab-initio" A. Spitkovsky [24] et différents groupes par la suite [25–28] ont mis en évidence que le mécanisme fonctionne de manière auto-consistante dans un choc relativiste à faible magnétisation. La partie accélérée forme une distribution en loi de puissance  $dN/d\epsilon \propto \epsilon^{-s}$ , où  $\epsilon$  est l'énergie des particules et  $s$  est l'indice spectral. La valeur de cet indice, déduite des simulations PIC, est  $\sim 2.4$  ce qui est très proche de celle qui fut dé-



(a) Achterberg et al. [17]

(b) Lemoine &amp; Pelletier [18]

FIG. 1.5: Figure de gauche [17] : Position des particules dans le plan  $\gamma_{\text{sh}}\beta_x - \gamma_{\text{sh}}\beta_y$  lorsqu'elles sont rattrapées par le front de choc en fonction de leur localisation quand elles entrent de l'aval vers l'amont. La position de particules est présentée sous forme de cercles concentriques dans le cône de pertes autour de la direction normale au front (direction  $y$ ). Le cercle en pointillés de rayon  $\gamma_{\text{sh}}\beta_{\perp} = 1$  correspond au bord du cône des pertes. Les cercles concentriques ont les rayons  $\gamma_{\text{sh}}\beta_{\perp i} = [0, 0.1, 0.2, \dots, 0.9, 0.95]$  (lignes pleines). L'origine  $\beta_{xi} = \beta_{yi} = 0$ , correspondant à une particule qui entre en amont le long de la normale, conduit au retour de la particule vers l'aval avec  $\beta_{xf} = 0$ ,  $\gamma_{\text{sh}}\beta_{yf} = \sqrt{3}$ ; sous l'effet de giration autour du champ magnétique constant  $B_0$ . La déflexion la plus grande se produit pour les particules avec  $\beta_{yi} < 0$  et  $\beta_{xi} = 0$ , avec la plus importante dans le cas  $\gamma_{\text{sh}}\beta_{yi} = -1$ . Ceci illustre la forte anisotropie des fonctions de distribution en amont du choc. Figure de droite [18] : illustre la superposition des fonctions de distribution des particules accélérées à chaque cycle de Fermi (amont  $\rightarrow$  aval  $\rightarrow$  amont) pour un choc avec  $\gamma_{\text{sh}} = 100$ . Cette distribution vient du calcul, supposant qu'il n'y a pas de champ magnétique moyen, seulement une composante turbulente  $\delta B$ . Comme l'illustre la figure, la superposition conduit à une distribution en loi de puissance  $f(\epsilon) \propto \epsilon^{-s}$  d'indice  $s \simeq 2.2$ .

duite d'après les études analytiques et simulations en approximation particules-test [15, 17, 18, 29]. Cette démonstration montre une première fois où le mécanisme de Fermi est fonctionnel de manière auto-consistante dans le choc, sans aucune approximation sur les champs turbulents.

*Conclusion* : La non-linéarité au choc relativiste à magnétisation faible conduit à l'accélération de Fermi de manière auto-consistante. Le pourquoi des bilans énergétiques reste une question ouverte, tout autant que l'énergie maximale atteignable

dans ces chocs.

2. *Interprétation par l'émission synchrotron standard des rémanences des SG ("afterglows"). Or, le champs magnétique ne devrait pas être constant et régulier à grande échelle, comme l'émission synchrotron standard exige. Le champ est plutôt turbulent à petite échelle et le rayonnement doit être différent.* Au lieu d'effectuer une giration régulière les particules se propagent de manière désordonnée dans leur cône d'émission, ce qui amène à évoquer un rayonnement de type *jitter* afin de reproduire le spectre des rémanences (i.e. théorie de Medvedev [30]). Toutefois, des travaux récents de Derishev [31], Lemoine [32] et Sironi et al. [33] montrent que le rayonnement des chocs relativistes dans une micro-turbulence magnétique peut tout à fait ajuster les observations puisque le champ magnétique turbulent est assez intense pour rapidement défléchir les particules en dehors du cône d'émission, très étroit pour les électrons de haute énergie  $\sim 1/\gamma$ , mimant ainsi l'effet d'un champ régulier. Pas besoin du champ magnétique régulier à grande échelle, si les électrons rayonnent de préférence dans une petite région autour du choc où le champ magnétique est très fort et sont diffusés dans les régions plus éloignées du choc où le champ est plus faible. Certains aspects du spectre observé ne sont toujours pas expliqués de manière satisfaisante (notamment la partie des basses fréquences où le rayonnement synchrotron classique ne marche pas) et la discussion reste ouverte.
3. *Le mécanisme aux chocs relativistes demande une pré-accélération (une quantité des particules déjà accélérées en dehors du choc) et aussi une fraction d'énergie importante dans les électrons accélérés ( $\xi_e$  grand, i.e. fraction dans les électrons accélérés par rapport à l'énergie totale). Comment ?* Dans les chocs électrons-protons, il a été montré que les électrons se mettent en sub-équipartition avec les protons [34, 27]. Par la suite, les électrons sont accélérés de la même manière que les protons, par le mécanisme de Fermi, si  $\sigma \ll 1$ . La question d'injection ne se pose donc plus, car on puise directement à partir de la partie maxwellienne de la fonction de distribution pour former une loi en puissance. La fraction d'énergie déduite des simulation est proche de  $\xi_e \sim 0.1$ , ce qui est assez faible, mais suffisant pour expliquer le rayonnement des rémanences des SG.
4. *Cas du choc terminal dans la nébuleuse du Crabe (Messier 1) : les électrons de basse énergie émettent suivant une loi en puissance en énergie  $1.3 \geq s \geq 1.1$ . Ceux de plus haute énergie émettent avec  $s \simeq 2.2$  qui est en accord avec la théorie d'accélération au choc.* Plusieurs modèles ont été proposées pour expliquer ce comportement. Citons par exemple le travail de Sironi & Spitkovsky [35]. A l'aide des simulations PIC du choc relativiste se propageant dans le vent strié du pulsar (le champ magnétique est alternatif, de séparation  $\lambda$  entre les stries). Le choc provoque alors une

reconnexion des lignes du champ et produit une population de particules d'énergie modérée avec l'indice  $\simeq 1.4$ . Les particules de plus haute énergie sont accélérées par le mécanisme de Fermi et ont une distribution en loi de puissance avec  $s \simeq 2.4$ . Dans ce modèle, les particules issues de la reconnexion émettraient à basse énergie (radio) et en optique et X, ce sont les électrons accélérés par le processus de Fermi qui émettent.

La question reste, en tout cas, ouverte et débattue aujourd'hui.

5. *Halo des rayons X attendu mais absent des observations dans les restes des Supernovae (SNRs) (Long et al. 2003). En effet, les électrons de plus en plus grande énergie peuvent s'éloigner d'avantage du front de choc et rayonner par interaction avec le milieu ambiant. La non-observation de tels halos porte un doute sur l'accélération efficace au choc. Ces chocs sont non-relativistes mais je porte ce point dans la discussion pour suivre entièrement les remarques de l'auteur.*

L'explication possible, suggérée par Hededal lui-même, est que le champ magnétique est considérablement amplifié près du choc et donc un saut en émissivité serait plus abrupt au niveau du front de choc, comme observé. Le travail de Bell [36] sur l'amplification du champ magnétique dans le pied du choc au moyen d'une instabilité non-résonnante entre les rayons cosmiques et le fluide amont est, aujourd'hui, la piste la plus plausible. Nombre d'observations des SNRs "historiques" a été réinterprété comme rayonnement des électrons accélérés au choc, en présence du champ magnétique, amplifié par l'instabilité de Bell. Ainsi, l'amplification du champ autour du front explique naturellement le saut brusque en émissivité aux rayons X autour du choc.

L'évolution du domaine ces dernières années a permis de répondre à un ensemble de questions pressantes sur l'accélération aux chocs relativistes. En fait, la théorie des chocs non-collisionnels relativistes, proprement dite, n'existait pas avant cette première décennie du XXI-ème siècle. Des avancées significatives ont été réalisées par confrontation entre les résultats des simulations numériques et la théorie. Mais de nombreuses questions demeurent. L'ensemble d'interrogations dans lequel s'est inscrit cette étude peut se regrouper en deux types de questions : relatives à la physique du processus et relatives à son impact en astrophysique des hautes énergies.

Commençons par les questions sur la physique du choc :

- **Phénomène auto-consistant.** Comment se forme le choc avec la montée de la micro-turbulence dans le précurseur ? Notamment, comment une fraction de particules incidentes est réfléchiée et quelle est leur fraction en énergie  $\xi_{cr}$  ? Cette question vient ensemble avec le niveau de turbulence atteint  $\xi_B$  et le lien physique entre les deux quantités.

- **Chauffage des électrons.** La réalisation d’un tel choc suppose que les électrons sont susceptibles d’atteindre l’équipartition avec les protons  $T_e \simeq T_i$ . Comment ? (Un mécanisme physique d’un tel chauffage est proposé dans cette thèse, Chapitre 4, à travers les oscillations relativistes des électrons dans la micro-turbulence du précurseur au choc).
- **Micro-instabilités plasma relevantes.** Il a été démontré qu’un champ magnétique moyen bloque le processus de Fermi de même que la turbulence MHD à grande échelle [21, 20]. Seules les instabilités cinétiques sont capables d’entretenir une turbulence magnétique assez forte. En dessous de quelle valeur de magnétisation le processus de Fermi se développe-t-il et grâce à quelles micro-instabilités ?
- **Transport dans une micro-turbulence magnétique intense en présence du champ magnétique externe.** Les chocs se produisent souvent dans le milieu où la magnétisation est basse. Le champ magnétique extérieur, faible, doit pourtant avoir un impact sur le transport de particules énergétiques puisque la micro-turbulence n’est pas un agent très efficace pour la diffusion angulaire des particules chargées, même si elle est très intense. Comment fonctionnent les cycles de Fermi dans ces conditions, jusques à quelle énergie maximale (sans pré-injection externe de particules accélérées) ? Les chapitres 3 et 4 ainsi que l’étude récente de Sironi et al. [33] sont dédiés à cette question.

Lorsque le processus d’accélération des particules fonctionne, l’indice spectral de la fonction de distribution est connu  $s \simeq 2.2$ . En ce qui concerne les implications en astrophysique des Hautes Énergies deux points ont attiré mon attention :

- **Scénario de production des UHECR.** Si les UHECRs <sup>2</sup> sont générés dans les chocs relativistes des SG, et leur composition est à dominante de noyaux lourds comme suggéré par les résultats de l’observatoire P.Auger [37], alors pourquoi y a-t-il une coupure à l’énergie  $\sim 10^{21}$ eV ? Comment arrive-t-on à de telles énergies ? Car la structure “ab-initio” du choc relativiste ne le permet pas, d’après l’argumentation de [38–40] et dans les chapitres 3 et 4 de cette thèse. Le point attractif du processus de Fermi aux chocs relativistes reste la distribution spectrale à la source comparable avec celle qui est vue sur Terre [41] ainsi que le potentiel énergétique à peu près suffisant pour alimenter le flux en UHECRS [42], si une énergie comparable à celle du rayonnement  $\gamma$  est transmise aux particules de Ultra Haute énergie. D’un autre point de vue, si la composition est à dominante de protons (comme le suggèrent les observations de HiReS [43]) alors ceux-ci pourraient être accélérés à des énergies arbitrairement grandes à la source. Et la coupure du flux que nous observons vers  $2 \cdot 10^{20}$ eV sera due à la coupure GZK (Grezen-Zatsepin-Kuzmin),

---

<sup>2</sup>Ultra High Energy Cosmic Rays : particules d’énergie plus grande que  $10^{18}$ eV dont le flux mesuré sur Terre est de 1 particule/km<sup>2</sup>/siècle.



causée par l'interaction des protons avec le rayonnement à 2.73 K du fond diffus cosmologique, résultant en une création dramatique de pions avec un horizon de visibilité  $\sim 100\text{Mpc}$ .

- **Accélération des électrons et signatures radiatives.** Les chocs s'avèrent être de puissants accélérateurs d'électrons, capables de produire un rayonnement de "type" synchrotron jusqu'à 1-10 GeV. Suivi d'un rayonnement Synchro-Compton à plus haute énergie, est-ce compatible avec les observations ? Ce processus est évalué dans la thèse.

Un point important, suggéré par les simulations PIC, est que le contenu énergétique du plasma choqué est dominé par une partie thermique et la fraction de particules accélérées est moindre ( $\xi_e \simeq 0.1$ ). Dans les observations, l'évidence d'une telle distribution de particules n'a pas été vue dans les rémanences des SG, ni dans les NVP. Est-ce que la partie accélérée est tellement plus efficace dans le rayonnement synchrotron qu'elle voile la présence de la partie thermique ou bien cette dernière est en réalité inexistante ?

## 1.4 Plan de la thèse

Ce manuscrit est divisé en deux parties.

Dans la première partie de cette thèse, je présente le modèle du choc relativiste sans collisions (Chapitre 2). La description des conditions de saut en approximation hydrodynamique et du rôle des interactions électromagnétiques dans l'interaction du plasma sans collisions constitue la première partie du chapitre. Ensuite une description des différentes régions du choc et un jeu de référentiels qui leur est naturel est donnée. L'introduction des instabilités plasma relevantes aux chocs relativistes, Weibel-filamentation et l'instabilité oblique à deux faisceaux, est centrale à la structuration du choc via les champs micro-turbulents qu'elles engendrent. L'inter-jeu entre les particules accélérées, la turbulence et la discontinuité du choc complète le modèle adopté. Les deux chapitres suivants portent sur l'étude de transport de particules dans le milieu choqué (Chapitre 3) et dans le milieu pré-choc (Chapitre 4). Ces études ont permis de mettre en évidence des lois de transport simples pour le transport des particules des deux côtés du choc. D'autre part, dans le chapitre 4 un mécanisme efficace de préchauffage des électrons à l'équpartition avec les protons est proposé. Ce mécanisme est basé sur le mouvement propre des filaments magnétiques dans le précurseur du choc. La micro-turbulence résultante entraîne les électrons dans des oscillations relativistes, chauffant ainsi rapidement le flot électronique.

Dans la seconde partie j'aborde l'étude des chocs relativistes au moyen des simulations Particle-In-Cell (PIC). L'intérêt de ce type de simulations provient du couplage entre les particules et les équations de Maxwell, rendant ainsi compte des processus non-linéaires dans le plasma. Ce type de simulations est un outil puissant dans l'investigation des processus plasma cinétiques et est largement utilisé dans l'étude des chocs astrophysiques.

Dans le chapitre 5, après une brève description de la méthode PIC et des équations modélisées, les principales avancées dans l'étude des chocs relativistes au moyen de ce type de codes sont exposées et discutées en détail. L'approche simplifiée, adoptant la symétrie 1D et adaptée dans cette thèse est décrite à la fin du chapitre.

Le chapitre 6 aborde des simulations PIC 1D des chocs perpendiculaires. On discute la structure du choc, obtenue par différentes méthodes numériques pour enclencher le choc. L'avantage d'utiliser plusieurs méthodes est de pouvoir se placer dans les référentiels différents (co-mobile amont ou co-mobile aval) et mettre en évidence les processus non vus dans un autre repère. Il est montré qu'une fraction d'ions est réfléchi sur le front du choc et gouverne le processus de transformation du plasma amont en plasma choqué. Ensuite, deux séries de simulations, effectuées pendant la thèse, sont présentées. Dans la première, la vitesse du faisceau à l'origine de la formation du choc est variée afin d'étudier son impact sur la vitesse, la structure et les performances d'accélération. La deuxième série est dédiée à la variation de la magnétisation du milieu, étant un paramètre essentiel dans la structuration du choc. Il est trouvé que la structure du choc change autour de  $\sigma \sim 10^{-2}$ .

Les deux derniers chapitres présentent les études en perspective et concluent sur les résultats de la thèse.

## 1.5 Notations du manuscrit

Une tableau, regroupant les notations essentielles dans le manuscrit et quelques définitions est présenté ci-dessous :

Quantité	Symbole	Définition formelle	Signification
Densité du milieu externe	$n_0$		
Champ magnétique externe	$B_0$		
Vitesse du choc	$v_{sh}$		
Facteur de Lorentz du front	$\gamma_{sh}$		
Rayon de Larmor	$\bar{r}_L$	$\frac{c}{eB_{tot}}$	
Long. de cohérence de la turbulence	$\ell_c$		Portée de la $f^{on}$ d'auto-corrélation du champ turbulent.
Nombres d'onde	$k_{t,l}$		
Pulsation plasma	$\omega_p$	$\sqrt{\frac{n_0 e^2}{4\pi m}}$	
Nombre de Mach alfvénique	$M_A$	$v_{sh}/v_A$	
Magnétisation	$\sigma$	$\frac{B_0^2}{4\pi n_0 m_p c^2}$	Flux magn./Flux d'énergie de masse
Obliquité	$\theta_B$		Importance dynamique du champ magn. externe Angle entre la direction de propagation du choc et l'orientation du champ $B_0$
Rigidité réduite	$\rho$	$\bar{r}_L/\ell_c$	
Paramètre de turbulence	$\eta$	$\frac{\delta B^2}{B_0^2 + \delta B^2}$	Importance de la turbulence / Champ total
Coefficient de diffusion	$D_{ij}$	$\langle \Delta x_i \Delta x_j \rangle / 2\Delta t$	Déplacement quadratique dans la direction spatiale "ij" par unité de temps.

## Bibliographie

- [1] M.J. Rees. Appearance of relativistically expanding radio sources. *Nature*, 211 :468, 1966.
- [2] J. A. Biretta, W. B. Sparks, and F. Macchetto. Hubble Space Telescope Observations of Superluminal Motion in the M87 Jet. *ApJ*, 520 :621–626, August 1999.
- [3] C. Ly, R. C. Walker, and W. Junor. High-Frequency VLBI Imaging of the Jet Base of M87. *ApJ*, 660 :200–205, 2007.
- [4] T. Piran. The physics of gamma-ray bursts. *Reviews of Modern Physics*, 76 :1143–1210, 2004.
- [5] T. Laskar and al. A Reverse Shock in GRB 130427A. *arXiv :1305.2453*, 2013.
- [6] E. Waxman. Gamma-ray bursts and collisionless shocks. *Plasma Physics and Controlled Fusion*, 48 :B137–B151, 2006.
- [7] R. D. Blandford and C. F. McKee. Fluid dynamics of relativistic blast waves. *Physics of Fluids*, 19 :1130–1138, 1976.
- [8] J. Kirk and Duffy P. TOPICAL REVIEW : Particle acceleration and relativistic shocks. *Journal of Physics G : Nuclear and Particle Physics*, 25 :R163–R194, 1999.
- [9] L. D. Landau and E. M. Lifshitz. *Mécanique des fluides, Physique théorique, Ed. : Mir- Ellipses, 3ème édition.* 1994.

- 
- [10] E. Fermi. On the Origin of the Cosmic Radiation. *Physical Review*, 75 :1169–1174, 1949.
- [11] R. D. Blandford and J. P. Ostriker. Particle acceleration by astrophysical shocks. *ApJL*, 221 :L29–L32, April 1978.
- [12] A. R. Bell. The acceleration of cosmic rays in shock fronts. I. *MNRAS*, 182 :147–156, 1978.
- [13] J. A. Peacock. Fermi acceleration by relativistic shock waves. *MNRAS*, 196 :135–152, July 1981.
- [14] M. Vietri. The Acceleration of Ultra-High-Energy Cosmic Rays in Gamma-Ray Bursts. *ApJ*, 453 :883, 1995.
- [15] J. Bednarz and M. Ostrowski. Energy Spectra of Cosmic Rays Accelerated at Ultrarelativistic Shock Waves. *Physical Review Letters*, 80 :3911–3914, 1998.
- [16] Y. A. Gallant and A. Achterberg. Ultra-high-energy cosmic ray acceleration by relativistic blast waves. *MNRAS*, 305 :L6–L10.
- [17] A. Achterberg, Y. Gallant, J.G. Kirk, and A.W. Guthmann. Particle acceleration by ultrarelativistic shocks : theory and simulations. *MNRAS*, 328 :393, 2001.
- [18] M. Lemoine and G. Pelletier. Particle Transport in Tangled Magnetic Fields and Fermi Acceleration at Relativistic Shocks. *ApJ*, 589 :L73, 2003.
- [19] D. C. Ellison and G. P. Double. Diffusive shock acceleration in unmodified relativistic, oblique shocks. *Astroparticle Physics*, 22 :323–338, 2004.
- [20] A. Niemiec, M. Ostrowski, and M. Pohl. Cosmic-Ray Acceleration at Ultrarelativistic Shock Waves : Effects of Downstream Short-Wave Turbulence. *ApJ*, 650 :1020, 2006.
- [21] M. Lemoine, G. Pelletier, and B. Revenu. On the Efficiency of Fermi Acceleration at Relativistic Shocks. *ApJ*, 645 :L129, 2006.
- [22] J. Niemiec and M. Ostrowski. Cosmic Ray Acceleration at Ultrarelativistic Shock Waves : Effects of a “Realistic” Magnetic Field Structure. *ApJ*, 641 :984–992, 2006.
- [23] C.B. Hededal. *Gamma-Ray Bursts, Collisionless Shocks and Synthetic Spectra*. PhD thesis, Niels Bohr Institute, 2005.
- [24] A. Spitkovsky. Particle acceleration in relativistic shocks : Fermi process at last ? *ApJ*, 682 :L5, 2008.
- [25] S. F. Martins, R. A. Fonseca, L. O. Silva, and W. B. Mori. Ion dynamics and acceleration in relativistic shocks. *ApJ*, 695 :L189–L193, 2009.
- [26] L. Sironi and A. Spitkovsky. Particle Acceleration in Relativistic Magnetized Collisionless Pair Shocks : Dependence of Shock Acceleration on Magnetic Obliquity. *ApJ*, 698 :1523, 2009.
- [27] L. Sironi and A. Spitkovsky. Particle Acceleration in Relativistic Magnetized Collisionless Electron-Ion Shocks. *ApJ*, 726 :75, 2011.

- [28] T. Haugbølle. Three-dimensional Modeling of Relativistic Collisionless Ion-electron Shocks. *ApJ*, 739 :L42–L46, 2011.
- [29] U. Keshet and E. Waxman. Energy Spectrum of Particles Accelerated in Relativistic Collisionless Shocks. *Physical Review Letters*, 94(11) :111102, 2005.
- [30] M. V. Medvedev. Theory of “Jitter” Radiation from Small-Scale Random Magnetic Fields and Prompt Emission from Gamma-Ray Burst Shocks. *ApJ*, 540 :704–714, September 2000.
- [31] E. V. Derishev. Synchrotron emission in the fast cooling regime : which spectra can be explained? *Astrophysics and Space Science*, 309 :157–161, June 2007.
- [32] M. Lemoine. Synchrotron signature of a relativistic blast wave with decaying microturbulence. *MNRAS*, 428 :845–866, January 2013.
- [33] L. Sironi, A. Spitkovsky, and Arons J. The Maximum Energy of Accelerated Particles in Relativistic Collisionless Shocks. *ApJ*, 771 :54, 2013.
- [34] A. Spitkovsky. On the structure of relativistic collisionless shocks in electron-ion plasmas. *ApJ*, 673 :L39–L42, 2008.
- [35] L. Sironi and A. Spitkovsky. Acceleration of Particles at the Termination Shock of a Relativistic Striped Wind. *ApJ*, 741 :39, 2011.
- [36] A. R. Bell. Turbulent amplification of magnetic field and diffusive shock acceleration of cosmic rays. *MNRAS*, 353 :550, 2004.
- [37] The Pierre Auger Collaboration. Measurement of the energy spectrum of cosmic rays above  $10^{18}$  eV using the Pierre Auger Observatory. *Physical Letters B*, 685 :239–246, 2010.
- [38] J. Kirk and Reville B. Radiative Signatures of Relativistic Shocks. *ApJ*, 710 :L16, 2010.
- [39] I. Plotnikov, G. Pelletier, and M. Lemoine. Particle transport in intense small-scale magnetic turbulence with a mean field. *A & A*, 532 :A68, 2011.
- [40] I. Plotnikov, G. Pelletier, and M. Lemoine. Particle transport and heating in the microturbulent precursor of relativistic shocks. *MNRAS*, 430 :1280–1293, 2013.
- [41] D. Allard, E. Parizot, A. V. Olinto, E. Khan, and S. Goriely. UHE nuclei propagation and the interpretation of the ankle in the cosmic-ray spectrum. *A & A*, 443 :L29–L32, December 2005.
- [42] E. Waxman. Cosmological Gamma-Ray Bursts and the Highest Energy Cosmic Rays. *Physical Review Letters*, 75 :386–389, July 1995.
- [43] R.U. Abbasi et al. High Resolution Fly’s Eye Collaboration. Measurement of the flux of ultra high energy cosmic rays by the stereo technique. *Astroparticle Physics*, 32 :53–60, 2009.

## Chapitre 2

# Modèle du choc relativiste

Au jour d'aujourd'hui il n'a pas été possible d'observer une onde de choc relativiste non-collisionnelle dans des conditions terrestres ou en laboratoire. Malgré un effort technologique actuel considérable où le choc est initié par un laser ultra-puissant ( $I > 10^{21} \text{W/cm}^2$ ), la vitesse du choc ne dépasse pas une fraction de  $c$ . D'autre part, il est très difficile de reproduire les conditions astrophysiques (densité extrêmement faible) en laboratoire. Nous avons donc besoin d'un modèle réaliste, physiquement cohérent et corroboré par des simulations numériques récentes pour décrire le choc.

Le modèle que je présente dans ce chapitre s'applique à un choc plan, de vitesse  $V_{\text{sh}}$  proche de  $c$  et avec le facteur de Lorentz correspondant  $\gamma_{\text{sh}} = 1/\sqrt{1 - V_{\text{sh}}^2/c^2} \gg 1$ , se propageant dans un milieu homogène de densité  $n_0$ . La composition du plasma est soit d'électrons - positrons (plasma de paires), soit d'électrons - protons. Le milieu étant totalement ionisé et soumis à un champ magnétique externe  $\mathbf{B}_0$ , perpendiculaire à la normale. Ce champ magnétique est génériquement faible (paramètre de magnétisation petit devant 1) et n'a pas d'influence dynamique sur l'écoulement.

La théorie fondatrice est due à Sagdeev et Moiseev [1, 2] dans le cadre non-relativiste. Le rôle essentiel de la barrière de potentiel (ou magnétique dans le cas du plasma de paires) au front du choc, réflexion d'une partie de protons et l'importance de l'instabilité de Weibel [3] dans la structuration du choc y ont été proposés lorsque le champ magnétique externe  $\mathbf{B}_0$  est faible. L'instabilité de Weibel-filamentation est une instabilité transverse, purement électromagnétique qui se déclenche en cas de fortes anisotropies de la fonction de distribution, comme dans le cas de la présence d'un faisceau intense, pénétrant un plasma au repos [4, 5]. La barrière au front de choc se met en place suite à la montée en énergie de l'instabilité au niveau d'équipartition avec l'énergie cinétique du faisceau ( $\xi_B \leq 1$ ), e.g. [6]. La réflexion d'une partie de protons sur le front (ou présence de particules accélérées en amont, si la composition est  $e^- - e^+$ ) est un ingrédient universel des chocs supercritiques (nombre de Mach alfvénique  $M_A = v_{\text{sh}}/v_A \gg 1$ ) et

entraîne une brisure de symétrie du potentiel [2]. Cela a pour effet de former un train d’ondes dans le milieu post-choc. La dissipation non-collisionnelle amortit rapidement ce train d’ondes afin de satisfaire aux conditions de saut. Cette théorie a été adaptée au cas des chocs relativistes par Medvedev & Loeb 1999 [7]. Sa validité a été prouvée à l’aide des simulations PIC récentes [8–10].

Le scénario est favorable à la formation d’un choc mais seulement si l’instabilité est capable de produire une barrière électromagnétique d’amplitude assez grande pour réfléchir le flot incident et assurer la production de l’entropie caractéristique au choc. Il se trouve que le niveau de saturation naturel de cette instabilité est “celui qu’il faut”  $\frac{\text{Energie magn.}}{\text{Energie cin.}} \sim 1$  et le temps de mise en place du choc est de l’ordre de quelques dizaines de temps d’exponentiation  $\gamma_{\text{inst}}^{-1}$  [6]. Par la suite, une fraction de protons incidents est réfléchi par le front pour former le précurseur du choc. L’interaction du faisceau ainsi formé avec le plasma ambiant conduit à la filamentation et à la génération de la turbulence magnétique, indispensable à l’accélération de particules [11]. La richesse et la diversité des différents aspects de cette théorie fait objet de ce chapitre.

Dans un premier temps j’introduis le cadre de description d’un choc relativiste (conditions de saut, non-collisionnalité, les différents référentiels et les effets ultra-relativistes). Ensuite le modèle microphysique du choc est présenté dans le cadre de la physique des plasmas relativistes (émergence de la micro-turbulence et des instabilités plasma). Dans la dernière section une description synthétique de la structure du choc comme fonction de la magnétisation du milieu est proposée.

## 2.1 Conditions de saut

La première chose à faire dans l’étude des chocs est de regarder les conditions de saut de densité, de vitesse et de pression entre le milieu pré-choc (amont) et post-choc (aval); i.e. les conditions de Rankine-Hugoniot. Les lois de conservation relativistes, en se plaçant dans le référentiel du front de choc, s’écrivent :

$$\rho_1 \gamma_1 \beta_1 = \rho_2 \gamma_2 \beta_2 \quad (2.1)$$

$$w_1 \gamma_1^2 \beta_1^2 + P_1 = w_2 \gamma_2^2 \beta_2^2 + P_2 \quad (2.2)$$

$$w_1 \gamma_1^2 \beta_1 = w_2 \gamma_2^2 \beta_2 \quad (2.3)$$

Où les indices “1” et “2” tiennent pour le milieu amont et aval, respectivement.  $\rho_{(1,2)}$  est la densité de masse,  $\beta_{(1,2)}$  est la vitesse du flot en unités de la vitesse de la lumière,  $\gamma_{(1,2)}$  est le facteur de Lorentz du flot,  $P_{(1,2)}$  est la pression et  $w_{(1,2)}$  est l’enthalpie. Cette dernière quantité est la somme de la densité d’énergie interne et de la pression. Ces trois équations correspondent aux lois de conservation des moments d’ordre 0 (masse)

eq. (2.1), d'ordre 1 (impulsion) eq. (2.2) et d'ordre 2 (énergie) eq. (2.3) de la fonction de distribution maxwellienne.

Dans le cas ultra-relativiste, l'enthalpie dans chaque milieu peut s'écrire  $w_{(1,2)} = 4P_{(1,2)}$ , en vertu de l'expression du tenseur énergie-impulsion du fluide au repos. Aussi, on a  $\gamma_1\beta_1 \gg 1$ , ce qui implique qu'on peut négliger le terme  $P_1$  dans l'eq. (2.2). Simplifiant ainsi le système, la division de 2.2 par 2.3 amène à l'équation de second ordre sur  $\beta_2$  :

$$3\beta_2^2 - 4\beta_1\beta_2 + 1 = 0 \quad (2.4)$$

La seule solution physique ( $\beta_2 < \beta_1$ ) est  $\beta_2 = 1/3 - 1/(6\gamma_1^2) \rightarrow 1/3$  (pour  $\gamma_{\text{sh}} \gg 1$ ).

On en déduit aussi le saut de densité :  $n_2/n_1 = \beta_1\gamma_1/(\beta_2\gamma_2) \rightarrow 2\sqrt{2}\gamma_{\text{sh}}$ .

Dans le cas général, la résolution du système 2.1-2.3 demande de préciser l'équation d'état du fluide amont et aval. Si le fluide possède une température relativiste, l'équation d'état de Synge est tout à fait adaptée [12].

**Conditions de saut MHD :** Si le champ magnétique est dynamiquement important (magnétisation  $\sigma$  non négligeable devant 1) il faut inclure sa contribution dans les lois de conservation, les conditions de saut et l'indice adiabatique du plasma peuvent être considérablement différentes si la magnétisation est forte,  $\sigma \gg 0.1$  [13]. Dans cette thèse, pourtant, je me concentre sur le cas des chocs à faible magnétisation  $\sigma \ll 1$  où le champ magnétique externe n'est pas dynamiquement important, même s'il est présent.

Pour finir, remarquons que ces conditions de saut sont satisfaites à l'échelle fluide, loin de la région autour du front, où les effets cinétiques sont importants. Le modèle cinétique, exposé plus loin, peut exhiber des déviations par rapport aux conditions de saut. Par exemple, le champ magnétique, généré dans le pied, peut atteindre l'équipartition au niveau du front mais décroît à une valeur très faible quand on s'éloigne du choc [14, 15]. Les lois de conservation fluides imposent donc la relaxation vers les conditions de saut quand on est loin du front de choc (par loin j'entends des distances très grandes devant la longueur d'écrantage plasma  $c/\omega_p$ ).

## 2.2 Plasma sans collisions

Dans les conditions astrophysiques où les chocs se produisent le milieu est souvent très dilué et l'énergie cinétique des particules grande. Ainsi, le libre parcours moyen pour les collisions coulombiennes (binaires) est plus de 10 ordres de magnitude plus grand que la région choquée (voir, par ex. la thèse de Hededal [9]).

Donnons quelques estimations des ordres de grandeur, mis en jeu dans le cadre d'un choc externe de SG. Le rayon de décélération du choc est de l'ordre de  $10^{16}$  cm. Le



facteur de Lorentz typique du choc est  $\gamma_{\text{sh}} \sim 100$ , et l'énergie thermique des particules choquées  $\gamma_{\text{sh}} m_p c^2 \simeq 100 \text{ GeV}$ . Le libre parcours moyen par collisions Coulombiennes pour les protons de 100 GeV dans le MIS ( $n = 1 \text{ cm}^{-3}$ ) est de l'ordre de  $10^{26} \text{ cm}$  (1/100 de l'univers connu!). Cette valeur est bien trop grande pour considérer le plasma comme collisionnel. D'autre part, le rayon de Larmor dans le milieu interstellaire :  $R_{L|0} \simeq 3 \cdot 10^{16} \text{ cm}$  pour  $E = 100 \text{ GeV}$  et  $B_{\text{ISM}} \simeq 3 \mu\text{G}$ , devient comparable à la taille de la source mais est toujours trop grand pour les particules plus énergétiques. Si on considère un champ magnétique à l'équipartition avec l'énergie cinétique du choc ( $B_{\text{eq}} \sim 20 \text{ Gauss}$ ), alors le rayon de Larmor devient de l'ordre de  $10^7 \text{ cm}$ . A comparer avec l'échelle caractéristique du plasma, i.e. la longueur d'écrantage des protons  $\delta_i = c/\omega_{\text{pi}}$ . Dans l'ISM elle est de  $10^7 \text{ cm}$ . En général, le champ magnétique est en deçà de l'équipartition et il est microturbulent, ce qui implique que le libre parcours ne se mesure pas au rayon de Larmor, mais au carré de l'énergie de la particule (voir les chapitres 3 et 4 de cette thèse). Le libre parcours moyen sera alors 100 – 1000 plus grand mais reste toujours bien plus petit que la taille de la source ( $10^{15} \text{ cm}$ ).

Ces ordres de grandeur indiquent clairement que l'interaction électro - magnétique collective du plasma assure le rôle des "collisions" et non l'interaction binaire entre particules chargées. Le même raisonnement peut être appliqué à la plupart des chocs astrophysiques et il se trouve qu'ils sont *tous* non-collisionnels.

Un point de vue intéressant vient de l'approche de la théorie des chocs par l'équation de Vlasov, introduite par Tidman & Krall [16]. En décomposant toutes les quantités en une partie moyenne et une fluctuante, ils montrent que le terme des collisions effectives provient de l'interaction entre la partie fluctuante de la fonction de distribution et les fluctuations électromagnétiques. Les auteurs l'appellent "terme de collisions turbulent". Suite à la forte perturbation par le choc et la génération de la turbulence électromagnétique, ce terme permet à la fonction de distribution de relaxer vers un nouvel état stationnaire et stable dans le milieu choqué afin de satisfaire aux conditions de Rankine-Hugoniot. A la différence du terme de collisions classique (opérateur de Landau), celui-ci ne conduit pas nécessairement à une relaxation vers une distribution maxwellienne. En fait, en limite relativiste, il suffit d'isotropiser la fonction de distribution pour assurer l'existence du choc. C'est aussi ce même terme qui est responsable de la création d'entropie dans la région de transition au choc.

## 2.3 Question des référentiels

Dès qu'il s'agit des phénomènes qui mettent en jeu des vitesses proches de  $c$ , on ne peut éviter une gymnastique des transformations de Lorentz entre différents référentiels. En 1990 Begelman et Kirk [17] proposent un ensemble de référentiels pour décrire l'ac-

célération des particules aux chocs relativistes. En tout, ils en manipulent sept, chacun étant choisi pour être le plus adapté à la description du processus physique donné. Par exemple, il est plus commode de se placer dans le référentiel co-mobile du plasma choqué (aval du choc) pour suivre la trajectoire des particules qui sont physiquement dans cette région. Dans l'ensemble de cette thèse, pourtant, nous n'utiliserons que trois référentiels d'intérêt :

- Référentiel co-mobile amont (anglais : Upstream Rest Frame, URF). Dans ce référentiel le milieu pré-choc est au repos. Aussi, il peut être assimilé au référentiel du milieu interstellaire ou bien à celui de l'observateur externe. Le front de choc est vu avec une vitesse  $V_{s|u} = V_{sh} \simeq c(1 - 1/(2\gamma_{sh}^2))$ .
- Référentiel du front de choc (anglais : Shock front Rest Frame, SRF). Ici, le front de choc est repos. Le calcul des conditions de saut est souvent fait dans ce référentiel car les lois de conservation s'y réduisent à une forme simple.
- Référentiel co-mobile aval (anglais : Downstream Rest Frame, DRF). Dans ce référentiel l'écoulement post-choc est au repos, on voit le front de choc s'éloigner avec une vitesse  $V_{s|d} \rightarrow c/3$  et le flot amont arriver avec un facteur de Lorentz  $\Gamma_{d|u} \rightarrow \gamma_{sh}/\sqrt{2}$  et le facteur de compression est  $n_d/n_u = 3$ , si  $\gamma_{sh} \gg 1$ .

Il sera donc précisé dans quel référentiel on se place à chaque fois que les estimations numériques ou en ordre de grandeur seront faites.

Reprenons dans le tableau suivant les quantités caractéristiques vues dans ces référentiels :

Quantité	URF	SRF	DRF
Vitesse du front de choc $v_{sh}$	$v_s h \rightarrow c$	0	$\rightarrow 1/3$
Facteur de Lorentz	$\gamma_{sh}$	1	$3/2\sqrt{2}$
Magnétisation ( $\sigma$ )	$\frac{B_0^2}{4\pi n_0 m_p c^2}$	-	-
Énergie particules réfléchies (faisceau)	$\gamma_{sh}^2 m_p c^2$	$\gamma_{sh} m_p c^2$	$\sim \gamma_{sh} m_p c^2$

## 2.4 Effets ultra-relativistes

Dans le cas des chocs externes des SG et des NVP, on a des facteurs de Lorentz très grands  $\gamma_{sh} \gg 1$  et les effets relativistes deviennent importants. Ces effets sont la focalisation des particules accélérées dans un cône très étroit devant le front de choc, restriction des angles lors du passage des particules d'un côté à l'autre du choc et la génération d'une turbulence anisotrope.

Considérons le faisceau d'ions réfléchis sur le front du choc qui porte une densité d'énergie  $n_0 \gamma_{sh}^2 m_p c^2$  et chaque particule a une énergie  $\sim \gamma_{sh}^2 m_p c^2$  (dans l'URF). La population supra-thermique se forme à partir de cette énergie-là. Toutes les particules ainsi que celles qui reviennent du milieu aval au devant du front de choc sont focalisées

dans un cône d'extension angulaire très petits autour de la normale au choc d'angle  $\sim 1/\gamma_{\text{sh}}$ . Il suffit aux particules d'être légèrement défléchies pour être rattrapées par le front. Comme l'ont mis en évidence [18, 19] le cône de pertes le long de la normale au choc (direction  $+x$  ici) est contraint par  $1 - 2/\gamma_{\text{sh}}^2 < v_x/c < 1 - 1/\gamma_{\text{sh}}^2$ . Les particules avec la composante de vitesse le long de  $x$  plus petite ne peuvent rester devant le front. Illustrons cet effet par une simulation numérique de propagation de particules devant le front ( $\gamma_{\text{sh}} = 100$ ), en approximation particules-test. A  $t = 0$  on injecte un faisceau très anisotrope de particules en amont du choc avec  $v_x > v_{\text{sh}}$  et on enregistre dans quelles conditions celles-ci sont rattrapées par le front. Dans la Figure 2.1 je présente l'espace de phases  $\gamma_{\text{sh}}\beta_y$ .vs. $\gamma_{\text{sh}}\beta_z$  des particules entrantes (points rouges) et sortantes (points bleus) du milieu amont en 3 configurations différentes :

1. Champ magnétique régulier le long de  $z$  :  $\mathbf{B} = B_0\mathbf{e}_z$ . Les particules de charge positive, entrant dans le cône  $\Delta\theta \leq 1/\gamma_{\text{sh}}$ , sont toutes tournées dans le même sens par l'effet de giration régulière et sont rattrapées par le front en ayant des angles par rapport à la normale au front  $\theta \leq 2/\gamma_{\text{sh}}$ . Cette figure est identique à la Fig.1 dans [19], où cette anisotropie a été mise en évidence. Dans ce cas, les particules passent vers le milieu aval (points bleus) avec la composante de vitesse le long de la normale  $\beta_x \in [-1, -1/3]$  (dans le référentiel co-mobile aval, DRF), ce qui ne leur permet pas de re-attraper le front du choc, puisque le temps de faire la gyration régulière sous l'effet de  $\mathbf{B}_0$ , le front se trouve trop loin et la particule est advectée. Ce résultat peut être calculé exactement en considérant la cinématique de la particule, (e.g. voir Pelletier et al. [20]). Ainsi, un seul cycle et demi est possible, tous les cycles d'accélération suivants sont bloqués sous l'effet d'advection.
2. Champ magnétique micro-turbulent, seul :  $\mathbf{B} = \delta\mathbf{B}$ , isotrope. Le rayon de Larmor de particules est plus grand que la longueur de cohérence du champ. Dans ce cas-là, les particules sont toujours rattrapées par le front dans un angle  $\theta \leq 2/\gamma_{\text{sh}}$ , mais d'une manière aléatoire et isotrope. Elles passent vers l'aval du choc avec  $\beta_x \in [-1, 1/3]$  (dans le référentiel co-mobile aval, où le choc s'éloigne avec une vitesse  $+c/3\mathbf{e}_x$ ). Ce qui leur permet de re-attraper le front et continuer les cycles de Fermi.
3. Deux composantes, champ régulier faible + champ micro-turbulent, avec  $\delta B^2/B_0^2 = 100$  et  $\rho = \bar{r}_L/\ell_c = 1000$  (à ne pas confondre avec la densité de masse). Dans ce cas la rigidité des particules devient si grande qu'elles ne ressentent plus l'effet de la micro-turbulence et reviennent sous l'effet de la giration régulière (à comparer au cas 1 de Fig 2.1). On bloque, par conséquence, à nouveau le processus d'accélération, d'autant plus que l'énergie des particules est grande, puisque leur rayon de Larmor est alors plus grand. On tend alors vers le cas 1, où l'accélération est impossible.

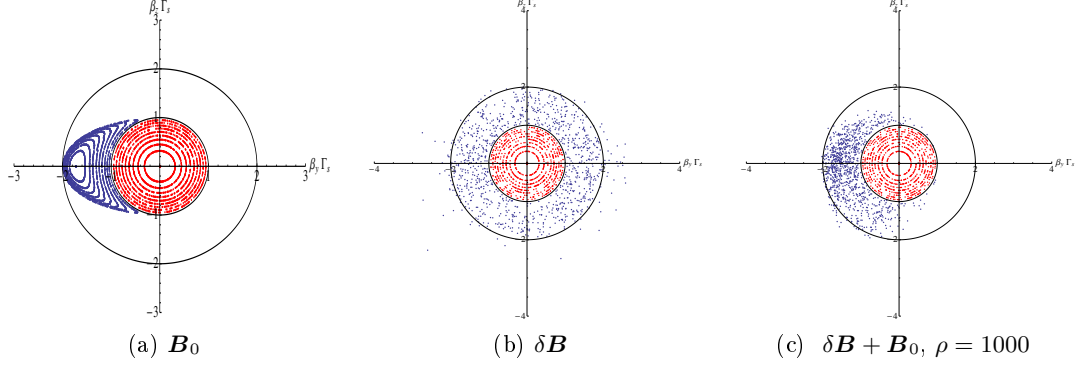


FIG. 2.1: Position des particules dans le plan  $\beta_y \gamma_{\text{sh}}$  vs  $\beta_z \gamma_{\text{sh}}$  en trois configurations de champ magnétique. Le choc se propage dans la direction  $+x$  avec la vitesse  $v_{\text{sh}}/c \simeq 1 - 1/2\gamma_{\text{sh}}^2$ . L’affichage et les calculs numériques sont faits dans le référentiel co-mobile amont (URF). Points rouges : particules entrantes (aval  $\rightarrow$  amont), points bleus : particules sortantes vers le milieu choqué. Deux cercles en traits pleins délimitent  $\gamma_{\text{sh}}\beta_{\perp} = 1$  et  $\gamma_{\text{sh}}\beta_{\perp} = 2$ . La figure de gauche est l’équivalent de la Figure 1 de Achterberg et al. [19], dont la description est donnée dans le chapitre précédent. Sauf que dans le cas ici la normale au choc est suivant  $+x$  au lieu d’être suivant  $+z$  dans [19]. La déflexion des particules est donc régulière sous l’effet du champ  $B_0 \mathbf{e}_z$  constant. La figure au centre est le résultat des simulations lorsqu’on remplace le champ magnétique régulier par une micro-turbulence pure  $\delta B$  et le rayon de Larmor effectif des particules ( $\bar{r}_L$ ) est légèrement supérieur à la longueur de cohérence  $\ell_c$  du champ turbulent. Dans ce cas, les particules passent vers l’aval du choc avec  $\beta_{x|d} \in [-1/3, 1/3]$ . Ce qui leur permet de ré-rattraper le front et continuer les cycles de Fermi. D’autant plus que la restriction cinématique du champ moyen  $B_0$  n’est pas présente. Dans le dernier cas (figure de droite), on rétablit en quelque sorte, cette restriction en prenant les deux composantes, champ moyen + forte micro-turbulence ( $\delta B/B_0 = 100$ ), mais avec une très grande rigidité des particules ( $\rho = \bar{r}_L/\ell_c = 1000$ ). Puisque la rigidité est si grande  $\rho > \delta B/B_0$ , l’effet cinématique du champ régulier est plus fort que celui de la turbulence et on tend vers le premier cas de figure, où l’accélération est bloquée.

Le plus dramatique, c'est que le résultat est le même quand on superpose une turbulence à grande échelle sur le champ moyen [21, 22]. L'effet de compression des longueurs le long de la normale fait que la turbulence se comporte comme le champ régulier et l'accélération est arrêtée. La présence d'une forte micro-turbulence est donc indispensable pour déverrouiller le processus de Fermi [21, 20], dont on peut voir le résultat dans les cas 2 et 3 de la Figure 2.1. Ce déverrouillage ne fonctionne que sur une bande définie d'énergies des particules et, comme l'illustre le cas 3, le processus est verrouillé à nouveau à des énergies trop grandes, puisque la cinématique devient la même que dans le cas 1.

### 2.4.1 Temps d'un cycle

Dans ces conditions on peut écrire le temps d'un cycle de Fermi, dans le référentiel amont comme [19, 23]

$$t_{\text{cyc}} = \frac{t_{u|u} + \sqrt{2}t_{d|d}}{\gamma_{\text{sh}}} \quad (2.5)$$

Où  $t_{u|u}/\gamma_{\text{sh}}$  est le temps de résidence en amont du choc et  $\sqrt{2}t_{d|d}/\gamma_{\text{sh}}$  est le temps de résidence en aval. La division par  $\gamma_{\text{sh}}$  dans le premier est due à la vitesse du choc (voir la discussion plus haut) et dans le deuxième cas elle est due à la transformation de Lorentz aval→amont :  $t_{d|d}^{\text{amont}} = \sqrt{2}t_{d|d}^{\text{aval}}/\gamma_{\text{sh}}$ .

Ainsi, un cycle de Fermi autour d'un choc ultra-relativiste est  $\gamma_{\text{sh}}$  fois plus rapide que dans le cas non-relativiste. Ce point fait pencher en faveur d'accélération des particules aux chocs relativistes de pair avec l'estimation la plus optimiste d'énergie maximale (critère de Hilas), amplifié par le facteur  $\gamma_{\text{sh}}$  par rapport aux chocs non-relativistes.

## 2.5 Paramètres sans dimension

A ce point, il est utile d'introduire un ensemble de paramètres sans dimension qui caractérisent la structure du choc, ses performances d'accélération et efficacité radiative.

**L'obliquité**  $\theta_B$ , définie comme angle entre la direction du champ magnétique pré-existant  $\mathbf{B}_0$  par rapport à la normale au choc, dans le référentiel URF. Il en résulte deux catégories de chocs : sub-luminiques et superluminiques. En effet, si une particule de vitesse  $c$ , se propageant le long de la ligne du champ peut aller plus vite que le choc (i.e. la projection de son vecteur vitesse suivant la normale est supérieure à  $V_{\text{sh}}$ ) alors le choc est sub-luminique. Par contre, si  $V_{\text{sh}} > c \cos \theta_B$ , alors aucune particule lié à la ligné du champ magnétique ne peut rattraper le choc. Dans ce cas le choc est superluminique. Dans le cas ultra-relativiste  $V_{\text{sh}}/c \simeq 1 - 1/(2\gamma_{\text{sh}}^2)$  et l'angle critique est  $\theta_{B,cr} \simeq 1/\gamma_{\text{sh}}$ . Si l'obliquité est plus grande, alors le choc est superluminique. Notons, que ce raisonnement est fait dans le référentiel amont, URF. Si on se place dans le plasma choqué (DRF),

alors cet angle devient  $\simeq 34^\circ/\gamma_{\text{sh}}$  (e.g. [24, 25]). Cette valeur vient du fait que le choc s'éloigne avec une vitesse  $c/3$  par rapport au plasma choqué, comme on l'a vu d'après les conditions de saut. Dans le cas superluminique aucune particule du milieu aval ne peut remonter le choc, sauf si une diffusion transverse aux lignes de champ a lieu.

**La magnétisation** du milieu (invariant dans les référentiels considérés) :

$$\sigma = \frac{B_0^2/4\pi}{n_0 m_p c^2} = \left(\frac{\omega_c}{\omega_p}\right)^2 = \frac{1}{M_A^2} \simeq \beta_A^2. \quad (2.6)$$

Ce paramètre est crucial pour la structure du choc, même si le champ magnétique n'est pas dynamiquement important. Sa valeur va contraindre la longueur du précurseur où le faisceau de particules réfléchies interagit avec le plasma de fond. Cette longueur est typiquement le rayon de Larmor des particules du faisceau divisée par le facteur de Lorentz du choc :  $\ell_{\text{prec}} = m_p c^2 / (e B_0 \gamma_{\text{sh}})$ , [11]. Si le précurseur est assez long ( $\sigma \ll 10^{-4}$ ) plusieurs instabilités plasma ont le temps de se développer et engendrer une turbulence de grande amplitude. Si le précurseur est trop petit ( $\sigma \gg 10^{-4}$ ), on inhibe les instabilités et le choc doit être conditionné par un mécanisme différent.

**Les facteurs de conversion** en particules accélérées  $\xi_{\text{cr}}$  et en turbulence magnétique  $\xi_{\text{B}}$  sont définis comme :

$$P_{\text{cr|f}} = \xi_{\text{cr}} \gamma_{\text{sh}}^2 n_0 m_p c^2 \quad (2.7)$$

$$\frac{\bar{B}_{\text{f}}^2}{4\pi} = \xi_{\text{B}} \gamma_{\text{sh}}^2 n_0 m_p c^2 \quad (2.8)$$

avec  $P_{\text{cr|f}}$  : pression des cosmiques et  $\bar{B}_{\text{f}}$  : niveau de la turbulence magnétique, mesurés dans le référentiel du front de choc. Ils représentent le contenu énergétique dans les particules supra-thermiques et le champ magnétique. (La somme de tous les  $\xi$  doit faire 1). Ces deux paramètres permettent de faire le lien entre la théorie, les simulations et l'observation. Les simulations donnent des valeurs de référence, permettant de contraindre le modèle analytique et de dire si ces valeurs sont consistantes avec les modèles paramétriques des observations. Typiquement, les observations des SG impliquent une fraction de l'ordre de 0.1 dans les électrons accélérés.

## 2.6 Émergence et structure de la micro-turbulence

Dans cette section je ne discute que le cas d'une magnétisation suffisamment faible qui permet d'omettre tout effet de giration dans le champ magnétique externe, i.e.  $\sigma \ll 1$ . Le seul rôle du champ magnétique externe est alors de limiter la longueur de pénétration du faisceau dans le précurseur du choc. Ce régime est saillant puisque l'existence même

des chocs dans ce cas est problématique, en l'absence des collisions entre les particules.

La question de génération de la micro-turbulence est intimement liée à l'interaction entre un faisceau très énergétique et le plasma de fond. Ce faisceau peut être le jet, émis suite à l'activité de l'objet compact ou bien le faisceau de particules réfléchies et accélérés par le front de choc. Ainsi, deux aspects d'une telle interaction sont importants dans le cadre de chocs relativistes. D'une part, la formation du choc lui-même est probablement due à une telle interaction et l'instabilité la plus vigoureuse a comme effet la formation du front de choc. D'autre part, une fois le front de choc formé, la dissipation d'énergie est nécessaire au maintien de la structure du front contre l'effet de raidissement (déferlement) de l'onde. Le régime étant supercritique ( $M_A \simeq 1/\sqrt{\sigma} \gg 1$ ), la dissipation est produite par la réflexion d'une fraction de protons incidents sur le front et leur interaction avec le plasma de fond [11]. Le conditionnement du milieu par cette interaction résulte en génération d'une intense turbulence électromagnétique, de chauffage et d'accélération de particules.

**Démarche générale** Naturellement, le cadre conceptuel se place dans la description plasma du système faisceau - plasma froid au repos. En toute généralité, considérons un faisceau de densité  $n_b$ , de vitesse  $\mathbf{v}_b$  et de facteur de Lorentz  $\gamma_b$  par rapport au milieu non-choqué (amont), composé de protons. L'approche linéarisée conduit à considérer la réponse du plasma à la pénétration du faisceau. Ainsi, le tenseur de susceptibilité diélectrique du faisceau peut écrire [26] :

$$\chi_{ij}^b = -\frac{4\pi e^2}{m_p \omega^2} \int \frac{d^3 p}{\gamma} f_b(\mathbf{p}) \left[ \delta_{ij} + \frac{k_i c \beta_j + k_j c \beta_i}{\omega - \mathbf{k} \cdot \boldsymbol{\beta} c} + \frac{(k^2 c^2 - \omega^2) \beta_i \beta_j}{(\omega - \mathbf{k} \cdot \boldsymbol{\beta} c)^2} \right], \quad (2.9)$$

avec  $\mathbf{p} = \boldsymbol{\beta} \gamma m_p c$  et  $f_b(\mathbf{p})$  fonction de distribution du faisceau. En première approximation le faisceau est froid [11] et se propage dans la direction  $x$ . Sa fonction de distribution est approximée comme  $\propto \delta(p_x - \gamma_b m_p c) \delta(p_\perp)$  et sa pulsation plasma est  $\omega_{pb} = \sqrt{\frac{4\pi n_b e^2}{\gamma_b m_p}}$ . L'équation 2.9 s'écrit alors :

$$\chi_{ij}^b = -\frac{\omega_{pb}^2}{\omega^2} \left[ \delta_{ij} + \frac{k_i c \beta_{bj} + k_j c \beta_{bi}}{\omega - \mathbf{k} \cdot \boldsymbol{\beta}_b c} + \frac{(k^2 c^2 - \omega^2) \beta_{bi} \beta_{bj}}{(\omega - \mathbf{k} \cdot \boldsymbol{\beta}_b c)^2} \right]. \quad (2.10)$$

Le plasma de fond, pour sa part, est au repos et a une densité  $n_0$ . On le considère froid aussi puisque la vitesse thermique est  $\ll c$ . La fréquence plasma des électrons est  $\omega_{pe} = \sqrt{\frac{4\pi n_0 e^2}{m_e}}$  et de même pour les protons.

Le tenseur diélectrique du système faisceau-plasma s'exprime dans ce cas

$$\Lambda_{ij} = \chi_{ij}^b + \left(1 - \frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2}\right) - \frac{k^2 c^2}{\omega^2} \left(1 - \frac{k_i k_j}{k^2}\right). \quad (2.11)$$

Et la relation de dispersion  $\omega = f(\mathbf{k})$  s'obtient en considérant les solutions non-triviales par  $\det \Lambda_{ij} = 0$ . Même simplifié de la sorte, il est algébriquement difficile de donner une solution générale à la relation de dispersion (polynôme d'ordre 6 en  $\omega$ ). Le procédé standard consiste à sélectionner un régime de fréquences et de nombres d'onde particulier, pour mettre en évidence l'instabilité.

### 2.6.1 Les instabilités plasma

La hiérarchie des instabilités plasma relevantes aux chocs relativistes a été analysée dans [27, 11]. Dans cette section je présenterai une analyse simplifiée des instabilités les plus vigoureuses dans le régime ultra-relativiste à  $\sigma \ll 1$ .

On distingue trois familles d'instabilités : longitudinales ( $\mathbf{k} \parallel \mathbf{v}_b$ ), transverses  $\mathbf{k} \perp \mathbf{v}_b$  et obliques  $\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_b / (k v_b) = \cos \theta$ .

**Instabilité de Weibel-filamentation.** L'instabilité de filamentation est une instabilité transverse avec  $\mathbf{k} \perp \mathbf{E} \perp \mathbf{v}_b$ . Son intérêt dans le cadre des chocs relativistes a été introduit par Medvedev & Loeb 1999 [7] et son évolution non-linéaire a été étudiée à l'aide des simulations PIC [8, 28]. Cette instabilité mérite qu'on s'y attarde un peu pour plusieurs raisons :

- Elle se déclenche en présence de fortes anisotropies de la fonction de distribution, scénario favorisé par la présence du faisceau (e.g. Fried 1959 [4]).
- Son taux de croissance est très rapide dans le régime relativiste  $\gamma_{\text{inst}} \simeq \omega_{pb} \propto \gamma_b^{-1/2}$ . L'instabilité à deux faisceaux classique ( $k_{\perp} = 0$ ) est plus lente quand  $\gamma_b \gg 1$  puisqu'elle évolue comme  $\gamma_b^{-1}$ .
- Elle est capable de générer un champ magnétique en sub-équipartition  $\xi_B \sim 0.01$ , nécessaire pour rendre l'écoulement isotrope dans le milieu choqué (thermaliser). Pas besoin de champ magnétique pré-existant.
- Enfin, elle est capable de produire la plupart de *vertus* imputés aux chocs relativistes [7] : génération de champ magnétique microturbulent, structuration du choc, agent de diffusion et accélération des particules, préchauffage des électrons à la sub-équipartition avec les protons  $T_e \leq T_i$ . D'où sa popularité dans la littérature.

Le calcul du taux de croissance linéaire à partir de l'eq. (2.11) est simplifié car les termes  $\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_b = 0$ . Ainsi la direction le long de  $y$  n'intervient pas dans le calcul et seuls les



termes  $\Lambda_{xx}$ ,  $\Lambda_{zz}$  et  $\Lambda_{xz} = \Lambda_{zx}$  sont non-nuls. La relation de dispersion s'écrit alors :

$$\Lambda_{xx}\Lambda_{zz} - \Lambda_{zx}^2 = 0 . \quad (2.12)$$

En imposant un ordering physique  $\omega, \omega_{pi} \ll \omega_{pe}$  et  $v_b \simeq c$  on déduit :

$$\omega^2(1 + k_{\perp}^2 c^2 / \omega_{pe}^2) + \frac{\omega_{pb}^2}{\omega_{pe}^2} k_{\perp}^2 v_b^2 = 0 . \quad (2.13)$$

L'une des deux solutions de cette équation est imaginaire positive, i.e. instable, avec le taux de croissance

$$\gamma_{\text{Weib.}} = k_{\perp} v_b \sqrt{\frac{\omega_{pb}^2}{\omega_{pe}^2 + k_{\perp}^2 c^2}} . \quad (2.14)$$

Dans le cas d'un faisceau ultra-relativiste nous obtenons le résultat bien connu  $\gamma_{\text{Weib.}} \simeq \omega_{pb}$ , pour  $\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_b = 0$ . Cette instabilité est aussi apériodique car la partie réelle de  $\omega$  est nulle. Son taux de croissance est maximal pour tous les nombres d'onde tels que  $k_{\perp} \geq \omega_{pe}/c$ .

Comme discuté dans [7] l'évolution linéaire et non-linéaire conduit à la formation des filaments magnétiques et en densité de taille de quelques  $c/\omega_{pe}$ , mais lorsque les électrons deviennent chauds à l'approche du choc, cette échelle migre vers celle des protons  $c/\omega_{pi}$  avec à peu près la même expression du taux de croissance (voir, e.g., [29, 30]).

**Instabilité à deux faisceaux oblique.** Même si l'instabilité de Weibel-filamentation peut reproduire les effets essentiels à l'émergence et conditionnement du choc, la présence d'autres instabilités est inévitable car certaines possèdent un taux de croissance plus grand. C'est le cas de l'instabilité à deux faisceaux oblique (OTSI) [11]. C'est une variante de l'instabilité à deux faisceaux classique mais avec le vecteur d'onde pointant en direction oblique par rapport au vecteur vitesse du faisceau.

En régime relativiste, l'instabilité purement parallèle et électrostatique, avec  $\mathbf{k} = k_{\parallel} \mathbf{e}_x$ , possède un taux de croissance qui décroît très vite  $\gamma_{\text{inst}} \propto \gamma_b^{-1}$  [5, 27] et est subdominant par rapport à l'instabilité de Weibel - filamentation. Toutefois, son taux de croissance s'avère bien plus grand si on considère un vecteur d'onde oblique [5, 11] .

On reconsidère donc l'eq. (2.11), cette fois avec  $\mathbf{k} \cdot \mathbf{v}_b = k v_b \cos \alpha$ . Avec  $\alpha$  l'angle entre les deux vecteurs. Par essence, l'instabilité à deux faisceaux sélectionne les nombres d'onde dont la composante longitudinale est  $k_{\parallel} = c/\omega_{pe}$  par résonance de Landau. En développant autour de la résonance à l'aide d'un petit paramètre  $\delta$  [11] :

$$\omega = \omega_{pe}(1 + \delta) = \beta_b k_x c(1 + \delta) ,$$

et en admettant  $\beta_b$  et  $k_z \geq k_x \simeq \omega_{pe}/c$ , les auteurs obtiennent un taux de croissance  $\gamma_{otsi} \simeq \frac{\sqrt{3}}{2^{4/3}} (\omega_{pb}^2 \omega_{pe})^{1/3} \propto \gamma_b^{-1/3}$ . Cette instabilité croît donc plus rapidement que Weibel - filamentation et donne lieu à une turbulence électrostatique.

La vertu de cette instabilité, à dominante électrostatique, dans le précurseur est la suivante [30] : elle produit un préchauffage très efficace du flot électronique amenant au ralentissement du flot des protons. C'est aussi son mécanisme de saturation, quand la température des électrons devient relativiste, l'instabilité disparaît.

### Cas : Formation du choc

Lorsque le champ magnétique externe est trop faible pour se charger de la réflexion globale du flot sur le temps dynamique de la source on a besoin d'un mécanisme plus rapide, mettant en jeu la génération du champ électromagnétique suffisant pour bâtir la barrière de potentiel (ou magnétique si plasma de paires) de l'ordre de  $\gamma_{sh} n_0 m_p c^2$ .

La question de formation du choc relativiste a récemment été étudiée par Bret et al. [6] dans le cas d'un plasma composé de paires  $e^- - e^+$  et à magnétisation nulle [6]. Il a été montré que le choc se forme après quelques temps d'exponentiation de l'instabilité de filamentation  $\gamma_{Weib}^{-1}$ . Le champ magnétique est fluctuant à l'échelle  $c/\omega_{pe}$  et il est amplifié par l'instabilité à partir du niveau des fluctuations thermiques jusqu'à l'équipartition locale  $\delta B^2 / (4\pi \gamma_{sh}^2 m_e c^2) \lesssim 1$ . Cette pointe dans le profil du champ assure le rôle du front de choc par la suite.

L'extrapolation naïve au cas électrons-protons conduirait au temps, régulé par l'inertie des protons. Et donc de quelques dizaines de  $c/\omega_{pi}$ . Il est possible que cette extrapolation ne soit pas correcte, puisque les filaments ioniques sont efficacement écrantés par les électrons (mécanisme absent pour les paires). Dans ce cas, le temps de formation devient considérablement plus long, tant que les électrons restent froids (e.g. [31]). La capacité de l'instabilité de Weibel-filamentation à former le choc dans un milieu à magnétisation nulle a même été remise en cause. Comme il a été montré par des simulations PIC [10], le choc se forme pourtant même à  $\sigma = 0$  mais un chauffage des électrons important se produit avant sa formation de sorte à permettre au filament de fusionner et amener leur destruction dans le choc. Un temps supplémentaire donc, celui de chauffage des électrons à l'équipartition avec les protons, rentre alors dans le problème.

Notons pourtant, qu'à ce jour il n'y pas de théorie auto-consistante qui expose le scénario de formation de choc dans un plasma d'électrons-ions.

### Cas : précurseur du choc

Ce qui se passe dans le précurseur est déterminant à la structuration du choc et aux performances d'accélération. La magnétisation du milieu, même si elle est faible,

limite l'étendue de la région où le faisceau de protons déclenche des instabilités. En effet, la taille du précurseur est limitée par le champ magnétique extérieur par rotation du faisceau dans le champ magnétique externe d'un angle  $1/\gamma_{\text{sh}}$ . Cet angle est suffisant pour que le front rattrape les particules. Ainsi, en tenant compte de la propagation du front pendant la rotation du faisceau, l'étendue du précurseur sera de l'ordre de :

$$\ell_{\text{prec}} \simeq \frac{m_p c^2}{\gamma_{\text{sh}} e B_0} = \frac{c}{\gamma_{\text{sh}} \omega_{ci}} . \quad (2.15)$$

Cette longueur est de  $3 \cdot 10^{10}$  cm pour un champ magnétique  $B_0 = 3 \mu\text{G}$  et  $\gamma_{\text{sh}} = 100$ . Ce qui est largement plus petit que la région du choc  $R_{\text{dec}} \sim 10^{16}$  cm où même le diamètre du disque, formé par le front du choc,  $2 \tan(\theta_{\text{jet}}) R_{\text{dec}} \simeq R_{\text{dec}}/10$ . Cette longueur est courte pour amplifier le champ magnétique aux valeurs nécessaires pour rendre l'écoulement isotrope, condition nécessaire à l'existence du choc.

L'instabilité de Weibel se développe dans le précurseur à partir du seuil  $\sigma \leq \xi_{\text{cr}} \gamma_{\text{sh}}^{-2}$  [11]. Pour un choc  $\gamma_{\text{sh}} = 100$  et  $\xi_{\text{cr}} = 0.1$  ce seuil est  $\sigma_{\text{crit}} = 10^{-5}$ . En dessous de cette valeur elle est apte à générer le niveau de micro-turbulence tel que  $\xi_{\text{B}} \sim 0.01$ . La structure de cette turbulence sera fortement anisotrope puisque seuls les  $k_{\perp}$  sont présents et forment ainsi des structures en filaments.

## 2.7 Structure du choc

Lorsque les ingrédients sont réunis (barrière de potentiel, faisceau de particules accélérées, turbulence) la structure du choc est mise en place. Ici j'en donne une description globale.

Hormis la séparation en régions amont et aval, nous avons vu que la sous-structure qu'est le précurseur du choc se met en place et conditionne la transition entre ces deux milieux. En fonction de la magnétisation, des mécanismes différents conditionnent le choc et il est utile d'étudier deux cas distincts : magnétisation faible ou forte.

### 2.7.1 Magnétisation faible

Les chocs relativistes à magnétisation faible possèdent un très grand nombre de Mach ( $V_{\text{sh}} \gg c_{\text{S}}, V_{\text{A}}$ ). Ce sera le cas pour une onde de choc sur le milieu interstellaire ( $\sigma \sim 10^{-9}$ ) ou intergalactique. Dans ce cas, la magnétisation du milieu pré-choc est si faible que le champ magnétique externe n'a pratiquement aucun impact sur la dynamique du choc. Par conséquent, le choc relativiste serait supercritique, avec le nombre de Mach Alfvénique allant à plusieurs milliers, en vertu de  $\sigma \simeq 1/M_{\text{A}}^2$ .

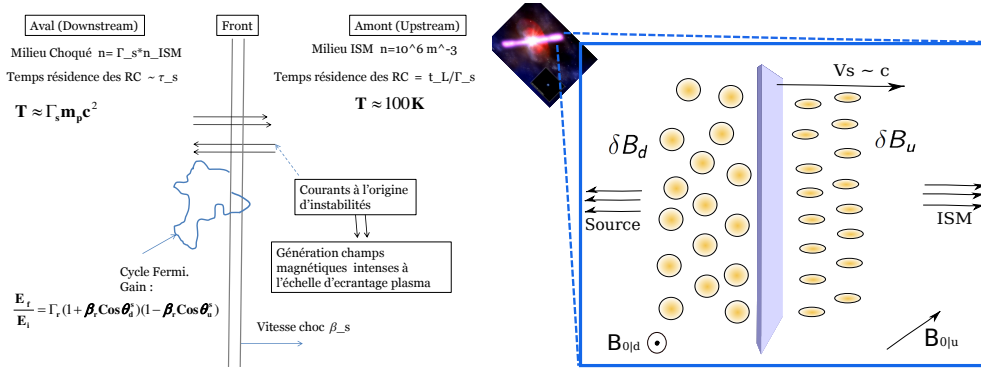


FIG. 2.2: Vision schématique du choc relativiste à  $\sigma \ll 1$ . La figure de gauche reprend les trois principaux processus mis en jeu : réflexion d'une partie de protons sur le front, enclenchement de la micro-turbulence par ce faisceau et l'accélération des particules par le processus de Fermi. La figure de droite donne une vision schématique de la topologie du champ magnétique microturbulent ainsi que l'orientation du champ magnétique moyen dans les deux régions.

La dissipation de l'énergie cinétique au front se fait alors par réflexion d'une fraction d'ions incidents et formation du précurseur. La densité d'énergie du faisceau formé par les ions réfléchis est très grande  $n_0 \gamma_{sh}^2 m_p c^2$  et son interaction avec le flot incident conditionne la zone de transition du choc. Ce conditionnement se traduit par l'émergence des instabilités, discutées dans la section précédente, et la production de la turbulence électromagnétique, anisotrope dans le précurseur du choc. Une fois que le flot est devenu isotrope dans la région aval, le choc est formé. La turbulence dans le milieu choqué est à peu près isotrope et décroissante au fur et à mesure que l'on s'éloigne du choc. Une partie des particules entame alors des cycles aléatoires en passant d'un côté à l'autre du choc et peuple la partie en loi de puissance de la fonction de distribution. Le rayonnement des électrons ainsi accélérés est alors observable comme rayonnement synchrotron ou jitter.

Une vision schématique de la région autour du choc est proposée dans la Figure 2.2. La figure de gauche reprend les trois principaux processus, mis en jeu : réflexion d'une partie de protons sur le front et formation du faisceau dans le précurseur, enclenchement de la micro-turbulence par ce faisceau, accélération des particules par le processus de Fermi I. La figure de droite donne une vision schématique de la topologie du champ magnétique microturbulent ainsi que l'orientation du champ magnétique moyen dans les deux régions.

Le point essentiel de notre modèle est l'interaction des particules accélérées avec la turbulence magnétique, que les particules ont elles-mêmes générée. Pour cela il ne suffit pas de décrire l'amplitude et la topologie de ces champs (leur symétrie et longueur de

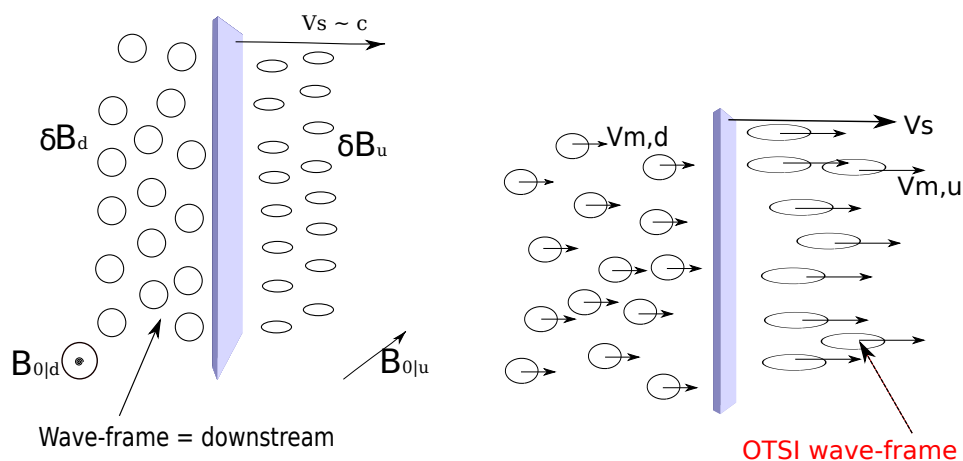


FIG. 2.3: **Figure de gauche** : Dans le référentiel du milieu choqué. Le front de choc, au milieu, se propage de gauche vers la droite à la vitesse  $V_s = c/3$ . Le milieu amont, devant le front, est peuplé par une turbulence anisotrope et un champ magnétique régulier  $B_{0,u}$ , incliné par rapport à la normale au choc. Dans le milieu choqué (aval) cette turbulence devient quasi-isotrope par effet de compression et de transformation de Lorentz. Le champ régulier  $B_{0,d}$  devient génériquement perpendiculaire à la normale au choc. Le référentiel co-mobile du fluide en aval et confondu ici avec celui des paquets d'onde car la turbulence est statique. **Figure de droite** : Dans le référentiel du précurseur (amont). Les instabilités dominantes sont l'oblique à deux faisceaux (OTSI) et Weibel-filamentation. Lorsqu'elles sont générées, les ondes ont une vitesse de phase non-nulle par rapport au front, ce qui est représenté par l'amplitude et direction des flèches. Après transmission dans le milieu choqué elles ont à peu près la même vitesse que le fluide choqué (à peu près figées dans l'écoulement).

cohérence) mais il faut préciser la vitesse de phase des modes turbulents. L'importance de la propagation des filaments magnétiques a été soulignée dans [30] et sera discutée dans le chapitre 4. Dans la Fig. 2.3 je donne une vue schématique des référentiels naturels pour la diffusion des particules, de chaque côté du choc. Dans le milieu amont, les modes turbulents se propagent avec une vitesse de phase non-nulle et du côté aval, la turbulence est essentiellement magnéto-statique et isotrope, par effet de compression au choc. Les propriétés de transport des particules dans ces champs gouvernent, en retour, l'efficacité du processus d'accélération. De ce fait, nous avons besoin de connaître les coefficients de diffusion en fonction de l'énergie des particules et de l'intensité du champ magnétique. Les chapitres 3 et 4 sont dédiés à cette question.

### 2.7.2 Magnétisation forte

Peu abordé dans cette thèse, la structure des chocs lorsque la magnétisation du milieu ambiant est forte mérite l'attention dans le cadre des environnements des vents de Pulsars.

Le mécanisme de formation de choc est sensiblement différent lorsque le champ magnétique domine la dynamique. En effet, le flot incident subit la réflexion magnétique sur le champ externe. La giration est cohérente et le plasma entier s'adapte à sa symétrie, invariante le long des lignes du champ et girotrope en direction transverse.

A l'aide des simulations PIC ([32, 33, 24, 25]) il a été montré que le choc se forme par réflexion magnétique sur le champ externe (non auto-généré par les instabilités plasma). Le plasma, comprimé au point d'inflexion, produit une pointe du champ magnétique qui assure le rôle de la barrière de potentiel. Ainsi la région de transition est une boucle cyclotron des protons, graduellement amortie en aval du choc. L'épaisseur de la transition est de l'ordre de quelques rayons de Larmor (des ions dans le cas des chocs électrons - ions et des positrons dans le cas des chocs dans un plasma de paires). Un précurseur électromagnétique sous forme d'une onde cohérente est alors émis par le front et conduit à un préchauffage très efficace des électrons en oscillation relativiste dans le sillage de l'onde (mécanisme proposé par Lyubarsky [34]). Ce chauffage conduit à la mise en équipartition entre les protons et électrons en aval du choc  $T_e \leq T_p \simeq \gamma_{\text{sh}} m_p c^2$ .

**Question d'accélération.** Dans le cas des chocs électrons-protons il a aussi été proposé que ce mécanisme accélère de manière très efficace les particules, corroboré à l'aide des simulations 1D (cf. Hoshino 2008 [35]). Le résultat contraire a été obtenu à l'aide des simulations 2D-3D [24, 25], où l'onde électromagnétique contribue à chauffer mais pas à accélérer les particules. La question d'accélération dans les chocs fortement magnétisés et superluminiques ( $\theta_B > 34^\circ/\gamma_{\text{sh}}$ ) reste ouverte. Proposons, ici, un argument heuristique en faveur du chauffage. Le choc émet continuellement une onde électromagnétique dans

le précurseur, ce n'est donc pas un processus transitoire. L'invariance temporelle, se plaçant dans le référentiel du paquet d'onde, implique que l'hamiltonien de la particule est alors indépendant du temps et on ne peut avoir d'accélération continue des particules chargées pour cette raison, plutôt un chauffage.

**Cas particulier des chocs sub-luminiques** Dans le régime relativiste, les chocs sub-luminiques sont statistiquement défavorisés puisque l'obliquité magnétique doit être très faible  $\theta_B \leq 1/\gamma_{\text{sh}}$ , dans le référentiel URF. Toutefois, leur structure est très différente du cas superluminique, notamment en terme de performances d'accélération des particules. Puisque les particules peuvent s'échapper du milieu aval vers l'amont du choc, elles effectuent naturellement des cycles de Fermi et une queue supra-thermique se forme dans la fonction de distribution [24, 25]. L'instabilité à l'origine de la turbulence magnétique, agent de déflexion des particules, est une instabilité différente du cas  $\sigma \ll 1$  : il s'agit d'une instabilité de type Bell, engendrée par un fort courant des particules accélérées en amont du choc. La pression, exercée par ce courant, peut aussi être suffisamment grande pour rendre le choc non-stationnaire et conduire à l'auto-reformation du choc, i.e. simulations de [25].

## Bibliographie

- [1] R. Z. Sagdeev. Cooperative Phenomena and Shock Waves in Collisionless Plasmas. *Reviews of Plasma Physics*, 4 :23, 1966.
- [2] S. S. Moiseev and R. Z. Sagdeev. Collisionless shock waves in a plasma in a weak magnetic field. *Journal of Nuclear Energy*, 5 :43–47, 1963.
- [3] E. S. Weibel. Spontaneously Growing Transverse Waves in a Plasma Due to an Anisotropic Velocity Distribution. *Physical Review Letters*, 2 :83–84, 1959.
- [4] B. D. Fried. Mechanism for Instability of Transverse Plasma Waves. *Physics of Fluids*, 2 :337, 1959.
- [5] A. Bret, M.-C. Firpo, and C. Deutsch. Collective electromagnetic modes for beam-plasma interaction in the whole k space. *Phys. Rev. E*, 70 :046401, 2004.
- [6] A. Bret, A. Stockem, F. Fiuza, C. Ruyer, L. Gremillet, R. Narayan, and L.O. Silva. Collisionless shock formation, spontaneous electromagnetic fluctuations, and streaming instabilities. *Physics of Plasmas*, 20 :042102, 2013.
- [7] M. Medvedev and A. Loeb. Generation of Magnetic Fields in the Relativistic Shock of Gamma-Ray Burst Sources. *ApJ*, 526 :697, 1999.
- [8] L. O. Silva, R. A. Fonseca, J. W. Tonge, J. M. Dawson, W. B. Mori, and M. V. Medvedev. Interpenetrating Plasma Shells : Near-equipartition Magnetic Field Generation and Nonthermal Particle Acceleration. *ApJL*, 596 :L121–L124, 2003.

- 
- [9] C.B. Hededal. *Gamma-Ray Bursts, Collisionless Shocks and Synthetic Spectra*. PhD thesis, Niels Bohr Institute, 2005.
- [10] A. Spitkovsky. On the structure of relativistic collisionless shocks in electron-ion plasmas. *ApJ*, 673 :L39–L42, 2008.
- [11] M. Lemoine and G. Pelletier. On instabilities at ultra-relativistic shock waves. *MNRAS*, 589 :L73, 2010.
- [12] Y. A. Gallant. Particle Acceleration at Relativistic Shocks. In A. W. Guthmann, M. Georganopoulos, A. Marcowith, and K. Manolakou, editors, *Relativistic Flows in Astrophysics*, volume 589 of *Lecture Notes in Physics*, Berlin Springer Verlag, page 24. 2002.
- [13] J. Kirk and Duffy P. TOPICAL REVIEW : Particle acceleration and relativistic shocks. *Journal of Physics G : Nuclear and Particle Physics*, 25 :R163–R194, 1999.
- [14] T. N. Kato. Saturation mechanism of the Weibel instability in weakly magnetized plasmas. *Physics of Plasmas*, 12(8) :080705, 2005.
- [15] P. Chang, A. Spitkovsky, and J. Arons. Long-Term Evolution of Magnetic Turbulence in Relativistic Collisionless Shocks : Electron-Positron Plasmas. *ApJ*, 674 :378, 2008.
- [16] D. A. Tidman and N. A. Krall. *Shock waves in collisionless plasmas*. 1971.
- [17] M. C. Begelman and J. G. Kirk. Shock-drift particle acceleration in superluminal shocks - A model for hot spots in extragalactic radio sources. *ApJ*, 353 :66–80, 1990.
- [18] Y. A. Gallant and A. Achterberg. Ultra-high-energy cosmic ray acceleration by relativistic blast waves. *MNRAS*, 305 :L6–L10.
- [19] A. Achterberg, Y. Gallant, J.G. Kirk, and A.W. Guthmann. Particle acceleration by ultrarelativistic shocks : theory and simulations. *MNRAS*, 328 :393, 2001.
- [20] G. Pelletier, M. Lemoine, and A. Marcowith. On fermi acceleration and mhd instabilities at ultra-relativistic shock waves. *MNRAS*, 393 :587–597, 2009.
- [21] M. Lemoine, G. Pelletier, and B. Revenu. On the Efficiency of Fermi Acceleration at Relativistic Shocks. *ApJ*, 645 :L129, 2006.
- [22] A. Niemiec, M. Ostrowsky, and M. Pohl. Cosmic-Ray Acceleration at Ultrarelativistic Shock Waves : Effects of Downstream Short-Wave Turbulence. *ApJ*, 650 :1020, 2006.
- [23] M. Lemoine and B. Revenu. Relativistic Fermi acceleration with shock compressed turbulence. *ApJ*, 999 :9999, 2006.
- [24] L. Sironi and A. Spitkovsky. Particle Acceleration in Relativistic Magnetized Collisionless Pair Shocks : Dependence of Shock Acceleration on Magnetic Obliquity. *ApJ*, 698 :1523, 2009.
- [25] L. Sironi and A. Spitkovsky. Particle Acceleration in Relativistic Magnetized Collisionless Electron-Ion Shocks. *ApJ*, 726 :75, 2011.



- 
- [26] D. B. Melrose. *Instabilities in Space and Laboratory Plasmas*. 1986.
- [27] A. Bret. Weibel, Two-Stream, Filamentation, Oblique, Bell, Buneman...Which One Grows Faster? *ApJ*, 699 :990, 2009.
- [28] J.T. Frederiksen, C.B. Hededal, T. Haugbølle, and Nordlund Å. Magnetic Field Generation in Collisionless Shocks : Pattern Growth and Transport. *ApJ*, 608 :L13–L16, 2004.
- [29] M. Lemoine and G. Pelletier. Dispersion and thermal effects on electromagnetic instabilities in the precursor of relativistic shocks. *MNRAS*, 417 :1148, 2011.
- [30] I. Plotnikov, G. Pelletier, and M. Lemoine. Particle transport and heating in the microturbulent precursor of relativistic shocks. *MNRAS*, 430 :1280–1293, 2013.
- [31] Y. Lyubarsky and D. Eichler. Are Gamma-Ray Burst Shocks Mediated by the Weibel Instability? *ApJ*, 647 :1250–1254, 2006.
- [32] Y. A. Gallant, M. Hoshino, A. B. Langdon, J. Arons, and C. E. Max. Relativistic, perpendicular shocks in electron-positron plasmas. *ApJ*, 391 :73–101, 1992.
- [33] A. Spitkovsky. Simulations of relativistic collisionless shocks : shock structure and particle acceleration. In T. Bulik, B. Rudak, and G. Madejski, editors, *Astrophysical Sources of High Energy Particles and Radiation*, volume 801 of *American Institute of Physics Conference Series*, pages 345–350, 2005.
- [34] Y. Lyubarsky. Electron-ion coupling upstream of relativistic collisionless shocks. *ApJ*, 652 :1297–1305, 2006.
- [35] M. Hoshino. Wakefield Acceleration by Radiation Pressure in Relativistic Shock Waves. *ApJ*, 672 :940, 2008.

## Chapitre 3

# Aval du choc : transport en micro-turbulence magnétique isotrope et statique

Dans ce chapitre nous abordons l'étude des coefficients de diffusion dans une forte micro-turbulence magnétique. Dans les études d'accélération de Fermi aux chocs relativistes s'est ressenti un besoin d'élucider le comportement diffusif des particules en présence d'une très forte micro-turbulence, comme celle engendrée par l'instabilité de Weibel dans le pied du choc. La micro-turbulence est-elle capable de maintenir un processus de Fermi ? Quel est le temps d'accélération ? Quelle est l'énergie maximale et le spectre de particules accélérées ? Nous abordons l'étude de transport afin de répondre à ces questions.

La turbulence est modélisée comme isotrope et statique dans le référentiel co-mobile en aval du choc (le choc s'éloigne à la vitesse  $c/3$  par rapport au milieu choqué). Son intensité peut être plusieurs ordres de magnitude plus grande que celle du champ régulier préexistant dans le milieu. Par exemple, si 1% de l'énergie cinétique du choc est transféré au champ turbulent alors les fluctuations peuvent être localement  $10^6$  fois plus fortes que la composante régulière du milieu interstellaire.

La présence d'un champ magnétique régulier  $\mathbf{B}_0$ , dirigé transversalement à la normale au choc, est aussi incluse dans l'étude. En effet, cette composante est importante car c'est l'aptitude des particules à diffuser à travers les lignes du champ moyen qui détermine la probabilité de retour vers l'amont du choc ; la quantité qui contrôle le processus d'accélération diffusive.

Il est aussi apparu que la littérature existante ne contenait pas d'étude analytique ou numérique dédiée à ce régime de transport, où le rayon de Larmor (noté par la suite  $r_L$ )

est toujours plus grand que la longueur de cohérence de la turbulence ( $\ell_c$ ) et, en même temps, l'intensité des fluctuations du champ turbulent est plusieurs ordres de grandeur plus grande que celle du champ moyen. Le cas le plus étudié admet  $r_L < \ell_c$  et  $\delta B \sim B_0$ , où on décrit une interaction résonnante avec une turbulence modérée. C'est le cas du vent Solaire ou du milieu interstellaire pour les particules d'énergie inférieure au PeV. Les travaux fondateurs de Parker et de Jokipii se placent dans cette lignée, citons ainsi quelques articles de référence : [1–3].

A l'autre extrême, une absence totale du champ moyen pour le cas  $r_L > \ell_c$  est étudiée dans plusieurs travaux (i.e. [4, 5]). Dans ce dernier cas on obtient aisément un coefficient de diffusion proportionnel au carré de l'énergie de la particule, mais on néglige la présence d'un champ moyen. Cette approximation semble correcte en raison de la faiblesse relative de  $B_0$  par rapport à la composante chaotique. Néanmoins, la longueur de cohérence de ce dernier peut être très petite et l'approximation isotrope doit être revue. Dans ce chapitre il sera montré que l'inclusion du champ moyen, même très faible, change le comportement des coefficients de diffusion et place une limite supérieure à la diffusion transverse aux lignes du champ moyen. L'application des résultats au choc relativiste sera discutée à la fin du chapitre.

Ce travail a fait objet d'une publication en collaboration avec Guy Pelletier et Martin Lemoine dans le journal *A&A*, 2011.

### 3.1 Définitions des quantités caractéristiques

Toute étude de transport de particules chargées dans les champs chaotiques s'évertue à résoudre l'équation de Lorentz en se donnant un ensemble de propriétés pour la champ électromagnétique. Il apparait qu'un ensemble réduit de paramètres sans dimension soit suffisant pour décrire les propriétés statistiques de transport des particules. Définissons pour l'étude qui va suivre ces quantités caractéristiques.

- Degré de turbulence du champ magnétique :  $\eta = \langle \delta B^2 \rangle / (B_0^2 + \langle \delta B^2 \rangle) = \langle \delta B^2 \rangle / B_{rms}^2$ .  
Il est égal à 0 quand il n'y a pas de turbulence  $\langle \delta B^2 \rangle = 0$  et est égal à 1 quand il n'y a pas de champ moyen  $B_0 = 0$ .
- Longueur de cohérence de la composante turbulente  $\ell_c$ . Définie comme la portée de la fonction d'auto-corrélation de la composante turbulente. Typiquement, pour une turbulence à la Kolmogorov,  $\ell_c = 0.24L_{max}$ , où  $L_{max}$  est la longueur d'onde maximale de la turbulence.
- Rayon de Larmor effectif de la particule :  $\bar{r}_L = \epsilon / (qB_{rms})$ . A comparer à la définition par rapport au champ régulier seul :  $R_{L,0} = \epsilon / (qB_0)$  qui n'est pas représentatif en présence du champ turbulent.
- Rigidité réduite de la particule :  $\rho = \bar{r}_L / \ell_c$ . Ce paramètre sans dimension délimite

deux régimes de transport différents, si sa valeur est plus petite ou plus grande que 1. Dans les simulations numériques nous utiliserons une définition alternative  $\rho' \equiv 2\pi\bar{r}_L/L_{\max}$ , car  $\ell_c$  n'est pas un paramètre numérique mais une grandeur déduite de la cascade turbulente du champ.

Les propriétés de transport et la valeur de coefficients de diffusion dépendent uniquement de deux de ces quantités :  $\eta$  et  $\rho$ , si  $\rho > 1$ .

### 3.1.1 Interaction résonnante et non-résonnante

L'importante distinction dans la panoplie des comportements est celle entre l'interaction résonnante et non-résonnante.

- Dans le cas résonnant, le rayon de Larmor de la particule trouve toujours une longueur d'onde de la turbulence qui lui est égale. Cette résonance apporte une contribution principale à l'intégrale de la section efficace d'interaction et donc à l'amplitude de diffusion de la particule. Par analogie, prenons la turbulence dans un fluide sous forme de vortex de différentes tailles. Cette résonance correspondra alors à une énergie cinétique d'une particule lagrangienne du fluide telle que sa vitesse soit égale à la vitesse de rotation du vortex.
- Dans le cas non-résonnant, il n'existe pas de longueur d'onde turbulente égale au rayon de Larmor de la particule. Si  $\bar{r}_L > L_{\max}$  alors on s'attend à une marche au hasard de la particule avec petits angles de déviation. A l'opposé, si  $L_{\min}$  est la longueur d'onde minimale de la turbulence et  $\bar{r}_L < L_{\min}$  alors la particule reste attachée à une ligne de champ donnée (l'analogie du piégeage dans un vortex fluide). Ce processus est non-markovien et on parle de sub-diffusion.

La présente étude se place dans le cas  $\rho > 1$ .

## 3.2 Étude numérique

### 3.2.1 Modélisation

Nous modélisons le champ magnétique turbulent comme étant isotrope et statique. Comme discuté précédemment, l'hypothèse d'isotropie du champ magnétique en aval du choc fait partie du modèle adopté ici et est corroborée par des simulations PIC “ab-initio” des chocs relativistes ([6–8]). D'autre part, l'approximation statique est valable tant que la vitesse des particules chargés est beaucoup plus grande que la vitesse d'Alfvén. Or, dans notre cas, les particules sont relativistes avec une vitesse très proche de  $c$  et la magnétisation faible implique  $\sigma = (v_A/c)^2 \ll 1$ . Par exemple, dans le milieu interstellaire on aura typiquement  $\sigma \sim 10^{-9}$  et elle est invariante dans le milieu choqué.

Sur l'échelle de temps de la diffusion la particule n'aura donc pas le temps de ressentir la modification du champ turbulent, par conséquent l'approximation statique est adéquate.

### Construction du champ

Le champ magnétique total est exprimé comme  $\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + \delta\mathbf{B}$ , avec la composante régulière orientée suivant  $z$  et  $\delta\mathbf{B}$  considéré comme isotrope en trois dimensions spatiales. L'algorithme numérique de construction du champ est similaire à celui de Giacalone & Jokipii [2] ou Casse et al. [3]. Il consiste à représenter la composante irrégulière en sommant sur un ensemble d'ondes planes dont on définit le nombre  $N_{\text{mod}}$ , les longueurs d'onde turbulentes allant de  $L_{\text{min}} = 1 \equiv 2\pi/k_{\text{max}}$  à  $L_{\text{max}} \equiv 2\pi/k_{\text{min}}$  et l'amplitude de chaque mode. Celle-ci est distribuée suivant une loi en puissance tronquée. On peut l'écrire de la manière suivante :

$$\delta\mathbf{B}(\mathbf{x}) = \sum_n G_n(k_n)\boldsymbol{\xi}_n \cos(\mathbf{k}_n \cdot \mathbf{x} + \beta_n). \quad (3.1)$$

Avec les modes de Fourier d'amplitude  $G_n$ , nombres d'onde  $\mathbf{k}_n = \frac{2\pi}{L_n}\mathbf{e}_k$  distribués de manière isotrope et le vecteur unitaire  $\boldsymbol{\xi}_n$  est perpendiculaire à  $\mathbf{k}_n$  pour assurer la condition de divergence nulle  $\nabla \cdot \delta\mathbf{B} = 0$ . Finalement,  $\beta_n \in [0, 2\pi]$  représente la phase aléatoire de l'onde. Le champ total est normalisé par le paramètre de turbulence  $\eta$  qui vient s'incorporer dans l'expression d'amplitude des modes suivant une loi en puissance de type Kolmogorov :  $G_n \propto k_n^{-5/3}$ .

Remarquons que le détail de la cascade turbulente n'est pas important dans le régime qui nous intéresse car le rayon de Larmor des particules est plus grand que toutes les longueurs d'onde de la turbulence. Pour les particules d'énergie "thermique" en aval  $\gamma_{\text{sh}}^2 m_p c^2$  la rigidité est de l'ordre de l'unité (i.e. simulations de [6]). Pour les particules d'énergie plus grande, celles qui participent au processus de Fermi,  $\rho$  est toujours plus grand que 1.

Suite à plusieurs tests de la portée dynamique de la turbulence ( $L_{\text{max}}/L_{\text{min}}$ ) et du nombre de modes ( $N_{\text{mod}}$ ), nous adoptons  $L_{\text{max}}/L_{\text{min}} = 10$  et  $N_{\text{mod}} = 200 - 300$  comme le meilleur compromis entre le temps de calcul et la précision numérique des résultats.

### Equation de mouvement

La propagation des particules chargées est décrite par l'équation de Lorentz-Newton

$$\frac{d\mathbf{v}}{dt} = \frac{q}{\gamma mc} \mathbf{v} \times (\mathbf{B}_0 + \delta\mathbf{B}) . \quad (3.2)$$

Où  $q$  est la charge,  $m$  est la masse et  $\mathbf{v}$  est la vitesse de la particule. Comme il n'y a pas de champ électrique, l'énergie de la particule doit être conservée (son facteur de Lorentz  $\gamma$ ). Cela conditionne le choix de l'intégrateur numérique et l'éq. (3.2) est donc résolue en utilisant le schéma de Bulirsch-Stoer (Press et al. [9]) qui permet une très bonne précision numérique et la conservation d'énergie est imposée explicitement à chaque pas de temps par le code.

### Approche Monte-Carlo

L'approche Monte-Carlo est adoptée pour le calcul des coefficients de diffusion. La démarche est la suivante : on intègre les trajectoires d'un grand nombre de particules (plusieurs milliers) sur un temps assez long pour arriver au régime diffusif. Cette dernière contrainte impose que le temps d'intégration soit supérieur à plusieurs dizaines de  $\rho^2 \ell_c / c$ . Ensuite on calcule les moyennes sur différentes trajectoires et différentes réalisations du champ turbulent, comme suit :

$$\begin{aligned} D_{ij}(t) &= \frac{1}{2N_p N_{\text{field}}} \sum_{n=1}^{N_{\text{field}}} \sum_{k=1}^{N_p} \frac{(x_i(t) - x_i(t_0))(x_j(t) - x_j(t_0))_{n,k}}{t - t_0} \\ &= \frac{\langle \Delta x_i \Delta x_j \rangle}{2\Delta t}. \end{aligned} \quad (3.3)$$

Le nombre de particules  $N_p$  et chaque réalisation du champ  $N_{\text{field}}$  doivent tous les deux être arbitrairement grands pour estimer précisément la composante  $(i, j)$  du tenseur de diffusion. Pour chaque valeur de  $\rho'$  nous prenons  $N_{\text{field}} \times N_p = 10^3$ . Quand  $t \rightarrow \infty$ , et plus précisément quand  $t$  est plus grand que le temps de diffusion,  $D_{ij}$  tend vers une valeur finie (plateau). On atteint alors le régime diffusif avec le coefficient correspondant. L'opération est répétée pour chaque couple des paramètres  $\eta$  et  $\rho'$ .

Passons maintenant aux résultats numériques en traitant deux cas distincts : turbulence pure ( $B_0 = 0$ ,  $\eta = 1$ ) et turbulence très forte ( $\delta B \gg B_0$ ).

#### 3.2.2 Turbulence pure, $B_0 = 0$

Le cas d'une micro-turbulence pure ( $B_0 = 0$ ) nous servira comme référence et test de précision des simulations. En effet, des arguments heuristiques prédisent pour les particules avec  $\rho > 1$  un coefficient de diffusion spatiale proportionnel au carré de l'énergie de la particule. Des travaux comme [3, 5, 4] trouvent ce résultat par méthodes différentes. Afin d'illustrer leur convergence, je présente ici l'exemple de ces différentes approches, avant de passer aux résultats des simulations.

1. Considérons un espace pavé par des sphères de rayon  $\ell_c$  contenant en moyenne un champ d'intensité  $\sqrt{\langle \delta B^2 \rangle}$  [5]. L'orientation du champ varie de manière aléatoire d'une sphere a l'autre. Une particule chargée, se propageant dans une telle turbulence sera alors défléchie d'un angle  $\Delta\theta \simeq \ell_c/\bar{r}_L$  sur chaque sphere. Ces déflexions étant aléatoires nous déduisons la fréquence de diffusion angulaire comme  $\nu_s = \langle \delta\theta^2 \rangle / \Delta t = c\ell_c/\bar{r}_L^2$ , où on a  $\Delta t = \ell_c/c$ . L'expression du coefficient de diffusion spatiale se déduit directement par  $D = c^2/(3\nu_{rms}) = c\bar{r}_L^2/(3\ell_c) = c\ell_c\rho^2/3$ .
2. On trouve une approche plus formelle dans [3]. Les auteurs considèrent la fonction de corrélation du champ turbulent ressenti par les particules dans leur trajectoire. Comme  $\rho > 1$ , on n'a plus de résonance avec les longueurs d'onde turbulentes et on obtient (appendice 2 de [3]) pour la fréquence de diffusion angulaire :

$$\nu_s \simeq \frac{c}{\ell_c} \sqrt{\frac{\pi}{3}} \int_{k>1/\rho} dk \frac{S(k)}{k\rho^2}. \quad (3.4)$$

Où  $S(k)$  est le spectre en énergie du champ turbulent. Comme la résonance est absente, le terme en  $\rho^{-2}$  sort de l'intégrale et on est en accord avec le résultat précédent à un facteur de l'ordre unité près.

3. La simulation numérique directe de Parizot 2004 [4] par intégration de l'équation de Lorentz, comme dans la présente étude. L'auteur retrouve bien  $D \propto \epsilon^2$  lorsque  $\rho \gg 1$ , illustrant la capacité des codes Monte-Carlo à s'attaquer à ce régime de transport.

### Résultat de la simulation

Nous prenons donc  $\eta = 1$  et procédons à la simulation avec 1000 particules pour chaque valeur de  $\rho'$  allant de 1 à 100. Le écarts quadratiques moyens par rapport aux points d'origine sont sauvegardés après le calcul de sorte à déduire le coefficient de diffusion spatiale par la formule suivante :

$$D_{\text{iso}} = \frac{\langle \Delta x^2 \rangle + \langle \Delta y^2 \rangle + \langle \Delta z^2 \rangle}{6\Delta t}. \quad (3.5)$$

Où l'équivalence de chaque direction spatiale à été vérifiée explicitement. Le résultat est présenté dans la Fig. 3.1. Le coefficient de diffusion est bien proportionnel au carré de la rigidité (donc de l'énergie),  $D_{\text{iso}} \simeq cL_{\text{max}}\rho^2/(2\pi) \propto \epsilon^2$ .

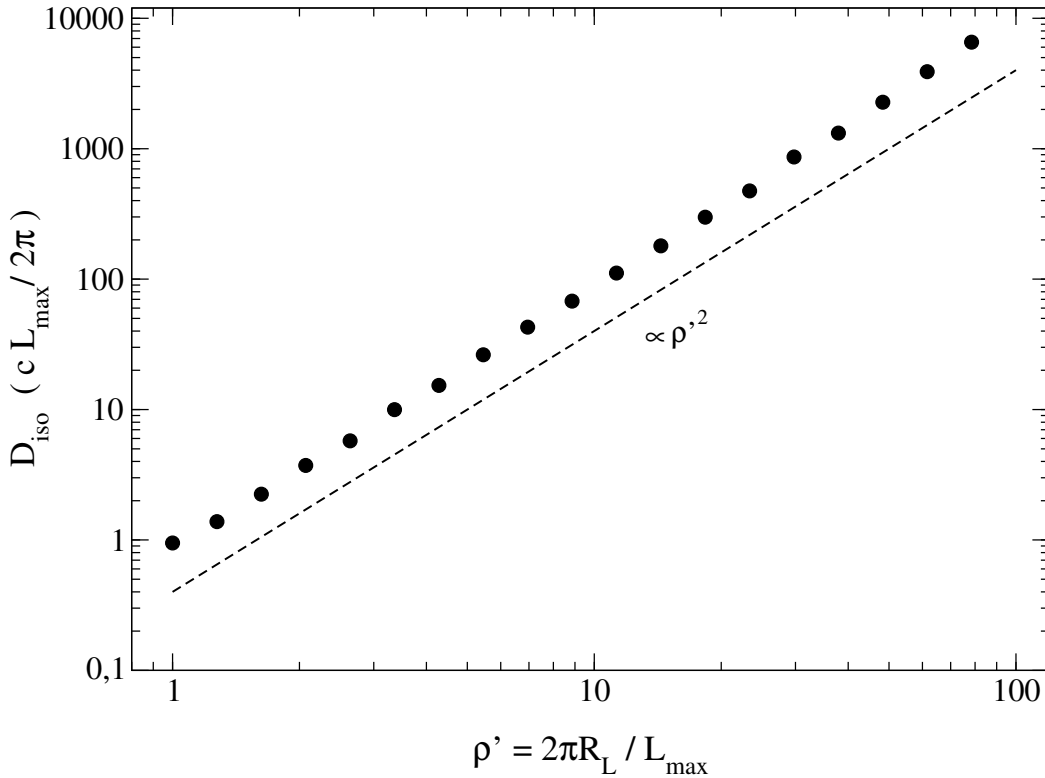


FIG. 3.1: Évolution du coefficient de diffusion dans une turbulence pure ( $D_{\text{iso}}$  en fonction de la rigidité numérique  $\rho'$ ,  $N_{\text{real}} = 10^4$ ). Le coefficient est affiché en unités de  $cL_{\text{max}}/(2\pi)$ . Une ligne en pointillé sert de guide pour la loi  $D_{\text{iso}} \propto \rho'^2$ , effectivement suivie d'après les résultats des simulations.

### 3.2.3 Turbulence forte, $\delta B \gg B_0$

L'introduction d'un champ magnétique moyen brise l'isotropie du champ total  $\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 + \delta\mathbf{B}$ . Toutefois, l'ordre de grandeur  $\delta B \gg B_0$  a conduit les études existantes sur le sujet à négliger la présence du champ moyen en supposant que l'anisotropie introduite par  $\mathbf{B}_0$  est petite. Comme on le verra plus loin cette hypothèse n'est plus valide quand la rigidité de la particule est très grande, plus exactement pour  $\rho > \delta B/B_0$ .

Une série des simulation a été effectuée en prenant  $\delta B^2/B_0^2$  allant de 1 à  $10^4$  et des rigidités allant de 1 à 100.



### Diffusion parallèle

En direction parallèle au champ moyen la giration régulière n'a pas d'effet. Nous nous attendons donc à la même loi qu'en cas de turbulence pure. Dans la figure 3.2,  $D_{\parallel}$  est tracé en fonction de la rigidité  $\rho'$  pour chaque degré de turbulence. La loi en  $\epsilon^2$  y est toujours respectée et le degré de normalisation reste le même à partir du moment où  $\delta B^2/B_0^2 \gg 1$ .

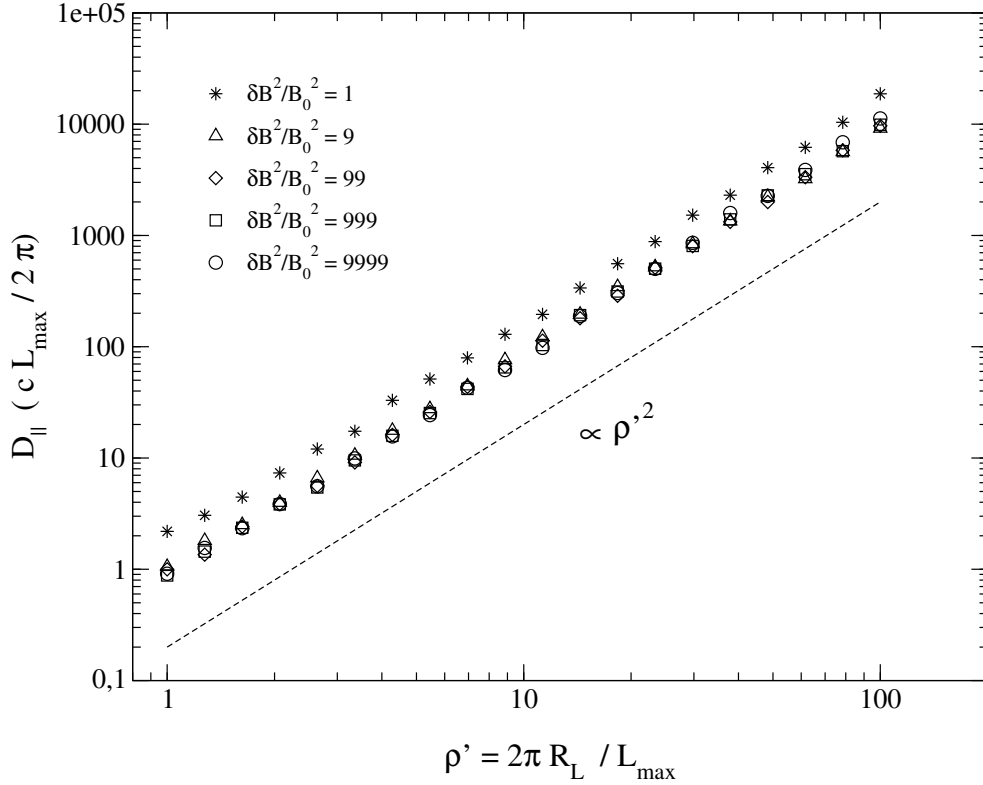


FIG. 3.2: Coefficient de diffusion parallèle  $D_{\parallel}$  en fonction de la rigidité  $\rho'$  ( $N_{\text{real}} = 10^4$  pour chaque point). Les différents symboles correspondent aux différentes valeurs du degré de turbulence entre 1 et  $10^4$ . De même que dans le cas de la turbulence pure on trouve  $D_{\parallel} \propto \rho'^2$ .

### Diffusion transverse

Le cas de figure est différent en direction transverse ( $x$  et  $y$ ). La diffusion angulaire par la turbulence rentre en compétition avec l'effet giratoire, induit par le champ moyen. Avec un bon niveau de statistique et une précision du calcul suffisante, il est donc logique

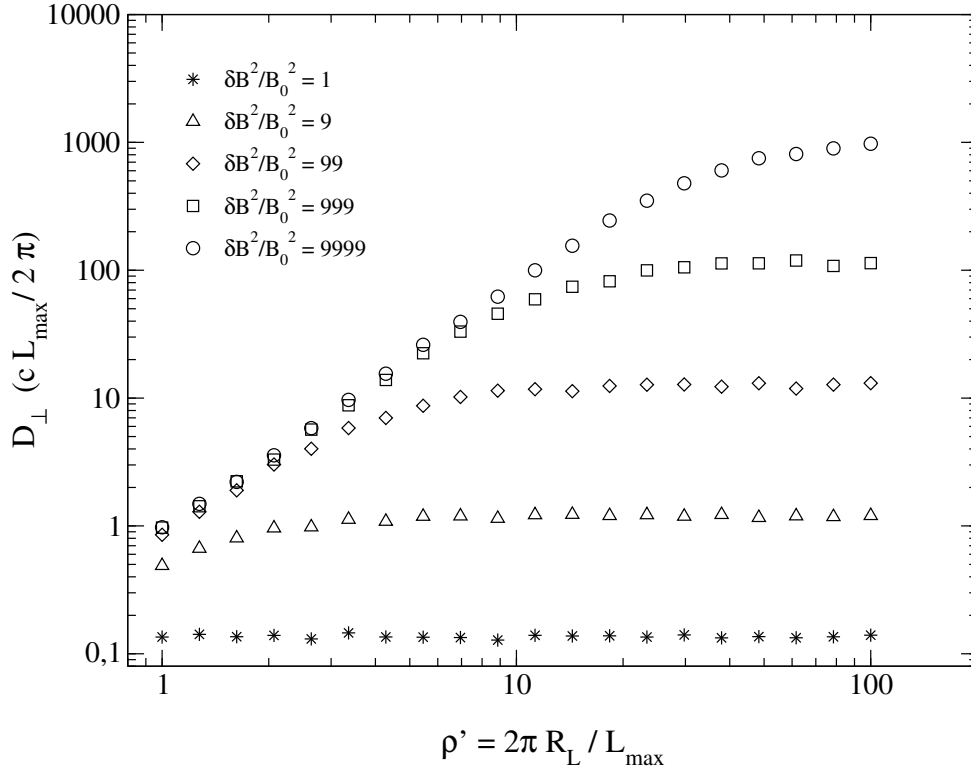


FIG. 3.3: Môme que la figure 3.2 mais pour le coefficient transverse  $D_{\perp}$ .

de s'attendre à un développement d'anisotropie  $D_{\perp}/D_{\parallel} \neq 1$ . Cependant, comme l'ont montré par le passé plusieurs travaux [2, 3] la diffusion transverse se prête difficilement à une théorie analytique simple avec plusieurs comportements possibles (blocage dans le tube du flux, subdiffusion, diffusion, superdiffusion).

Dans notre cas, la grandeur du rapport  $\delta B^2 / B_0^2$  et grande rigidité permettent d'envisager un formalisme simple mais un comportement inattendu reste possible. Pour discriminer entre ces processus la simulation numérique permet d'y voir plus clair, trancher entre ces comportements et donner un bon indice de la démarche à suivre, dans un cas physique concret.

Dans la figure 3.3 les valeurs de  $D_{\perp}$  sont affichées en fonction de  $\rho'$  pour chaque degré de turbulence. On constate que le coefficient évolue en  $\rho'^2$  au début et sature quand  $\rho' \simeq \delta B / B_0$ . Les paliers de saturation sont proportionnels à l'intensité de la turbulence et on trouve  $D_{\perp, \text{sat}} \simeq 0.1 c (L_{\max} / 2\pi) \delta B / B_0$ . Cette saturation n'est pas intuitive en vue du très grand rapport  $\delta B^2 / B_0^2$  mais trouve une explication naturelle dans la faiblesse de diffusion par la micro-turbulence quand la rigidité est assez grande, comme on le verra

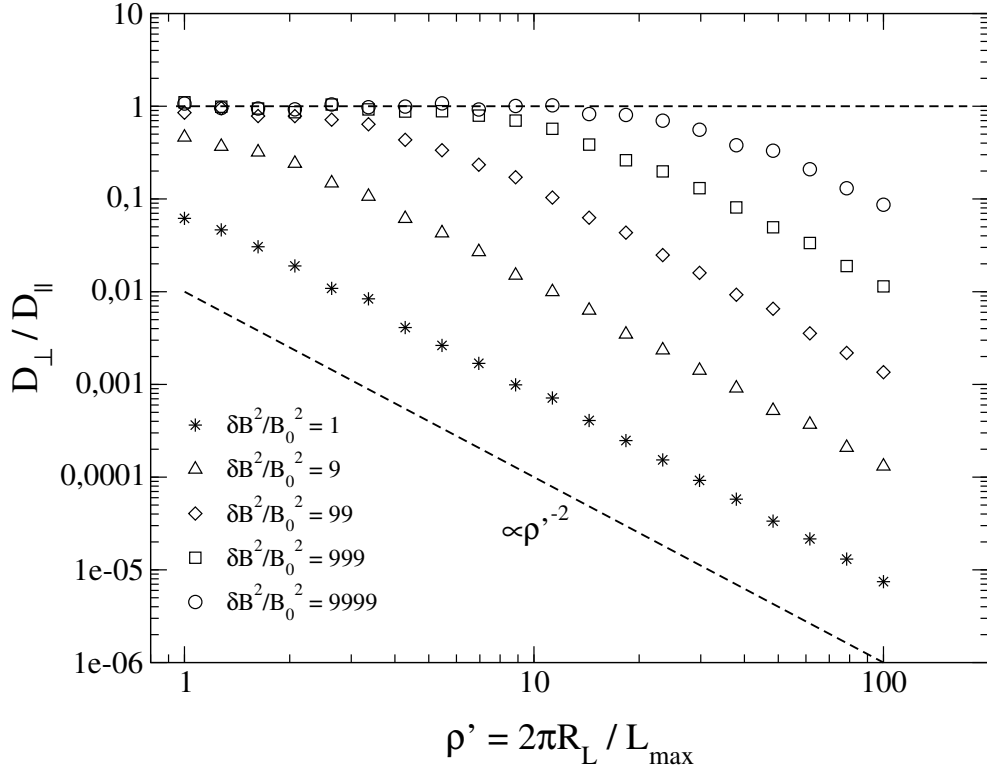


FIG. 3.4: Rapports d'anisotropie  $D_{\perp}/D_{\parallel}$  en fonction de la rigidité  $\rho'$  pour  $\delta B^2/B_0^2 \in [1, 9999]$ . La ligne en pointillé sert de guide pour  $\rho'^{-2}$  scaling.

dans la partie théorique.

Il est aussi commode d'afficher le rapport d'anisotropie  $D_{\perp}/D_{\parallel}$  comme dans la Figure 3.4, car ce paramètre est important pour l'efficacité d'accélération des particules au choc. Cette figure permet de mettre en évidence la perte d'efficacité du transport à travers le champ moyen à partir d'une certaine rigidité (quand ce rapport devient sensiblement plus petit que l'unité). Par exemple pour  $\delta B^2/B_0^2 = 10^4$  on obtient  $D_{\perp}/D_{\parallel} = 0.1$  à  $\rho' = 100$ . A cette même rigidité mais pour  $\delta B^2/B_0^2 = 1$  on a  $D_{\perp}/D_{\parallel} = 10^{-5}$ , c'est-à-dire un transport transverse pratiquement négligeable... Cette dernière estimation implique, par exemple, l'influence extrêmement faible d'une micro-turbulence plasma dans l'environnement solaire sur le transport transverse de rayons cosmiques de haute énergie. Dans ce cas, ce rôle doit être rempli par une macro-turbulence (distorsion des lignes du champ magnétique interplanétaire).

L'effet d'une telle anisotropie prend tout son sens quand on considère le transport de particules énergétiques dans un plasma faiblement magnétisé. Dans le cas des chocs

relativistes ceci implique une limitation du processus d'accélération par l'inefficacité à diffuser en direction transverse (i.e. énergie maximale bien définie).

### 3.3 Théorie

A la lumière des résultats numériques précédents une théorie exacte est proposée en se basant sur le formalisme de la théorie des Groupes. D'autre part, plus loin, je présente une dérivation alternative, basée sur des hypothèses complémentaires qui permet de retrouver ce même résultat.

#### 3.3.1 Approche par la théorie des groupes de rotation aléatoires

Lorsque  $\rho \gg 1$ , le vecteur vitesse de la particule ne change que d'un angle  $1/\rho$  à chaque temps de cohérence. Le temps de cohérence est donc (beaucoup) plus court que le temps de diffusion. Nous proposons donc de dériver le coefficient de diffusion parallèle et transverse en utilisant une description Markovienne de la trajectoire des particules.

Une modification importante du vecteur vitesse n'a lieu qu'après un temps long en comparaison au temps de cohérence.

Réécrivons l'équation de mouvement [3.2] de la manière suivante :

$$\frac{d}{dt} \mathbf{v} = [\hat{\boldsymbol{\Omega}}_0 + \delta \hat{\boldsymbol{\Omega}}(t)] \cdot \mathbf{v} . \quad (3.6)$$

Où  $\hat{\boldsymbol{\Omega}}_0$  et  $\delta \hat{\boldsymbol{\Omega}}(t)$  sont des opérateurs de rotation développés comme combinaison linéaire des générateurs de l'algèbre de Lie,  $\hat{\mathbf{L}}_1, \hat{\mathbf{L}}_2, \hat{\mathbf{L}}_3$

$$\hat{\mathbf{L}}_1 := \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \hat{\mathbf{L}}_2 := \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \hat{\mathbf{L}}_3 := \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} . \quad (3.7)$$

On peut écrire ces opérateurs comme suit :  $\hat{\boldsymbol{\Omega}}_0 = \Omega_0 B_0^i \hat{\mathbf{L}}_i / B_0$ , avec  $B_0^i$  étant  $i$ -ème composante de  $\mathbf{B}_0$  et  $\Omega_0 \equiv c/r_{L,0}$  pulsation de Larmor dans le champ moyen. Avec ces notations on a  $\hat{\boldsymbol{\Omega}}_0 \cdot \mathbf{v} = \Omega_0 \mathbf{v} \times \mathbf{B}_0 / B_0$ . L'opérateur  $\delta \hat{\boldsymbol{\Omega}}(t)$  est décomposé de la même manière que les générateurs du groupe des rotation et  $\delta \Omega \equiv c/r_L$ , où  $r_L$  est maintenant mesuré par rapport à  $\delta B$ .

Pour résoudre l'équation de mouvement on la réécrit en fonction d'une autre variable  $\mathbf{u}$  :

$$\mathbf{v}(t) \equiv \hat{\mathbf{R}}_0(t) \cdot \mathbf{u}(t), \quad (3.8)$$

où

$$\hat{\mathbf{R}}_0(t) \equiv \exp\left(t\hat{\boldsymbol{\Omega}}_0\right) . \quad (3.9)$$

On définit alors

$$\hat{\hat{\boldsymbol{\Omega}}}(t) \equiv \hat{\mathbf{R}}_0(t)^{-1} \cdot \delta\hat{\boldsymbol{\Omega}}(t) \cdot \hat{\mathbf{R}}_0(t) , \quad (3.10)$$

et l'équation pour  $\mathbf{u}(t)$  devient

$$\frac{d}{dt}\mathbf{u} = \hat{\hat{\boldsymbol{\Omega}}}(t) \cdot \mathbf{u} . \quad (3.11)$$

La solution de celle-ci est immédiate :

$$\mathbf{u}(t) = \mathcal{T} \exp\left[\int_0^t \hat{\hat{\boldsymbol{\Omega}}}(t') dt'\right] \cdot \mathbf{u}(0) . \quad (3.12)$$

La suite de la déviation est assez technique et longue ; nous nous rapportons à l'annexe A pour la démonstration complète. Reproduisons ici le résultat pour les fonctions de corrélation en vitesses :

$$\langle v_{\parallel}(0)v_{\parallel}(t) \rangle = \exp\left[-t\tau_c \left(\langle \delta\Omega^2 \rangle - \langle \delta\Omega_{\parallel}^2 \rangle\right)\right] \langle v_{\parallel}(0)^2 \rangle . \quad (3.13)$$

Et en direction transverse

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{v}_{\perp}(0) \cdot \mathbf{v}_{\perp}(t) \rangle &= \exp\left[-t\tau_c \left(\langle \delta\Omega^2 \rangle - \frac{1}{2}\langle \delta\Omega_{\perp}^2 \rangle\right)\right] \\ &\quad \times \cos(\Omega_0 t) \langle \mathbf{v}_{\perp}(0)^2 \rangle . \end{aligned} \quad (3.14)$$

Les coefficients de diffusion parallèle  $D_{\parallel}$  et transverse  $D_{\perp}$  sont obtenus directement à partir des fonctions de corrélation en moyennant sur les vitesses initiales :

$$\begin{aligned} D_{\parallel} &= \int_0^{+\infty} dt \langle v_{\parallel}(0)v_{\parallel}(t) \rangle , \\ D_{\perp} &= \frac{1}{2} \int_0^{+\infty} dt \langle \mathbf{v}_{\perp}(0) \cdot \mathbf{v}_{\perp}(t) \rangle . \end{aligned} \quad (3.15)$$

Utilisant Eqs. (3.13) and (3.14), cela mène à

$$\begin{aligned} D_{\parallel} &= \frac{1}{3} \frac{c^2}{\nu_s} , \\ D_{\perp} &= \frac{1}{3} c^2 \frac{\nu_{\perp}}{\nu_{\perp}^2 + \Omega_0^2} , \end{aligned} \quad (3.16)$$

où

$$\begin{aligned}\nu_s &= \tau_c \left( \langle \delta\Omega^2 \rangle - \langle \delta\Omega_{\parallel}^2 \rangle \right) , \\ \nu_{\perp} &= \tau_c \left( \langle \delta\Omega^2 \rangle - \frac{1}{2} \langle \delta\Omega_{\perp}^2 \rangle \right) .\end{aligned}\quad (3.17)$$

Cette expression de  $D_{\perp}$  est formellement similaire aux résultats de la théorie classique de diffusion, néanmoins ici ils sont obtenus dans le cadre physique différent (i.e. on est dans le régime de turbulence très forte).

Pour une turbulence 3D isotrope on a  $\langle \delta\Omega_{\perp}^2 \rangle = 2\langle \delta\Omega_{\parallel}^2 \rangle = \frac{2}{3}\langle \delta\Omega^2 \rangle$ , de sorte que

$$\nu_{\perp} = \nu_s = \frac{2}{3} \langle \delta\Omega^2 \rangle \tau_c = \frac{2}{3} \frac{\eta}{\rho^2} \frac{c}{\ell_c} . \quad (3.18)$$

Nous obtenons donc pour le coefficient transverse les deux limites suivantes :

$$\begin{aligned}D_{\perp} &\simeq D_{\parallel} \simeq \frac{1}{2} c \ell_c \rho^2 / \eta \quad (1 \ll \rho \ll \bar{B}/B_0) , \\ D_{\perp} &\simeq \frac{2}{9} c \ell_c \frac{\bar{B}^2}{B_0^2} \quad (\bar{B}/B_0 \ll \rho) .\end{aligned}\quad (3.19)$$

La transition entre les deux régimes se produit quand  $\rho \sim \bar{B}/B_0 \simeq \eta^{1/2}(1-\eta)^{-1/2}$ , correspondant à  $\nu_s \sim \Omega_0$ . Aux rigidités plus grandes, le coefficient transverse reste constant alors qu'en direction parallèle il continue à grimper comme  $\rho^2$ .

### 3.3.2 Comparaison des résultats

Dans la Fig. 3.5 nous comparons notre résultat théorique avec les simulations, dans le cas  $\delta B^2/B_0^2 = 99$ . On compare aussi au résultat de la théorie centre-guide non-linéaire [10], proposée pour le cas  $\delta B^2/B_0^2 \gg 1$ . L'accord est bon avec notre dérivation théorique mais pas avec [10]. En faisant la comparaison pour tous les degrés de turbulence un bon accord est toujours trouvé avec notre théorie, mais jamais avec celle de Shalchi & Dosch. Ceci peut s'expliquer par le fait que les auteurs de ce travail supposent que la particule est attachée à une ligne de champ ainsi qu'une interaction résonnante.

### 3.3.3 Dérivation alternative

Précédemment nous avons vu comment émerge la loi de diffusion transverse quasi-linéaire à partir de l'hypothèse  $\tau_s \gg \tau_c$ . On peut reformuler cette hypothèse comme : “ Les trajectoires des particules de grande rigidité en forte micro-turbulence sont des hélices régulières faiblement perturbées par la diffusion angulaire”. A partir de là on applique le

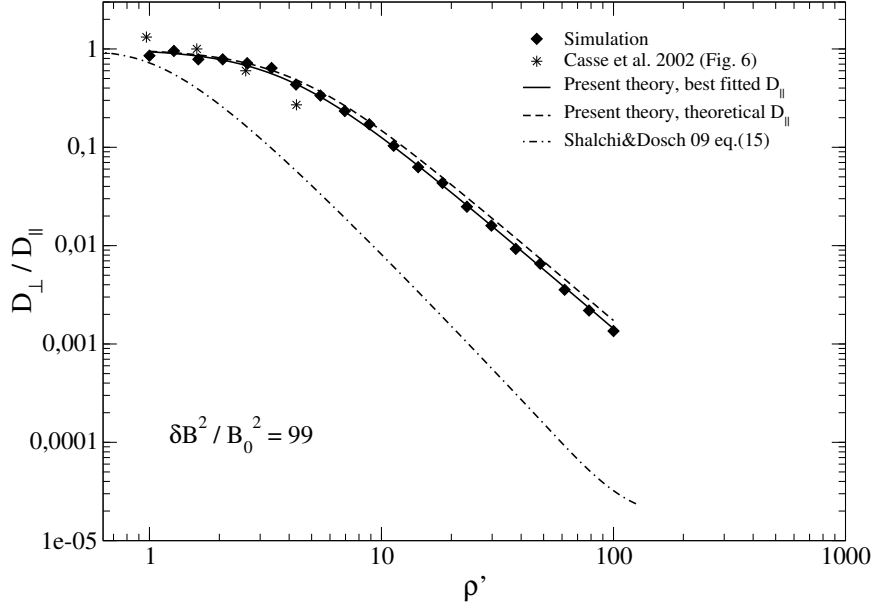


FIG. 3.5: Rapport d'anisotropie  $D_{\perp}/D_{\parallel}$  en fonction de  $\rho'$  pour  $\eta = 0.99$ . Diamants : simulations de la présente étude. Etoiles : résultats [3]. Ligne pleine et pointillé : prédiction théorique de notre étude. Ligne point-pointillée : prédiction analytique de Shalchi & Dosch [10], de leur Eq. (15).

raisonnement quasi-linéaire, en dépit de  $\delta B^2 \gg B_0^2$ . Rappelons que les théories classique et quasi-linéaire ne s'appliquent que dans le cadre d'une turbulence faible (mais à grande échelle, i.e.  $\bar{r}_L \ll \ell_c$ ). Les étapes du calcul sont les suivantes [1, 3] :

- On considère la fonction de corrélation en cosinus des angles d'attaque par rapport au champ moyen  $C(\tau) = \langle \mu(\tau)\mu(0) \rangle / \mu(0)^2 \propto e^{-\nu_s \tau}$ . La moyenne est prise sur la distribution des particules.
- L'intégration de cette fonction de 0 à l'infini nous donne le coefficient de diffusion parallèle :  $D_{\parallel} = \frac{v^2}{3\nu_s}$ .
- L'hypothèse d'hélices faiblement perturbées implique que le coefficient transverse est calculé par intégration de la fonction  $f(\tau) = C(\tau) \cos(\omega_{L,0}\tau)$ . Ce qui donne

$$D_{\perp} = \frac{c^2}{3} \int_0^{\infty} f(\tau) d\tau = \frac{v^2}{3} \frac{\nu_s}{\nu_s^2 + \omega_{L,0}^2} \quad (3.20)$$

- Il ne reste qu'à trouver le coefficient de diffusion angulaire à l'aide des arguments discutés au début du chapitre.

Finalement, notons qu'on recouvre un accord avec la théorie non-linéaire de Shalchi & Dosch [10] si on admet que la trajectoire des particules n'est influencée que par une seule longueur d'onde de la turbulence "effective" :  $\ell_c$  et le champ turbulent, ressenti par la particule, est constant sur les temps plus longs que  $\ell_c/c$ .

## 3.4 Applications

### 3.4.1 Aval du choc relativiste

Lorsque  $\gamma_{sh} \gg 1$  le champ moyen en aval du choc est toujours quasi-perpendiculaire à la normale au choc, par effet de compression et transformation de Lorentz. En effet, il suffit que le champ du milieu pré-choc soit incliné de plus d'un angle  $1/\gamma_{sh}$  pour que le champ magnétique soit quasi-perpendiculaire dans le milieu post-choc. De plus, le choc s'éloigne à une vitesse  $c/3$  quand on se place dans le repère co-mobile du milieu choqué, ce qui rend les retours de particules difficiles [11]. Dans les études de transport et d'accélération au choc relativiste antérieures [12, 13, 11] il a été noté que le processus de Fermi ne peut fonctionner plus d'un cycle et demi quand la turbulence est absente ou est à grande échelle. Cet effet se manifeste comme un verrouillage de l'espace des phases, explorable par les particules accélérées [12]. Ces travaux avaient souligné la nécessité d'une micro-turbulence intense pour rendre le processus de Fermi opérationnel. Ici nous discutons le fonctionnement et les limites du mécanisme.

La rigidité des particules "thermiques" à partir de laquelle la queue suprathermique se développe est de l'ordre de l'unité, si leur énergie est de l'ordre de  $\gamma_{sh} m_p c^2$  et la turbulence électromagnétique est en sub-équipartition  $\xi_B \sim 0.01$ . Toutes les particules suprathermiques seront alors en régime  $\rho > 1$  et la présente théorie doit s'appliquer.

### Temps de retour

C'est donc la diffusion transverse sur la micro-turbulence qui gouverne les retours de l'autre côté du choc. Le temps de retour statistique s'obtient en égalisant  $V_{sh} t_{ret} = \sqrt{2D_{\perp} t_{ret}}$ . Ce qui donne  $t_{ret} = 18D_{\perp}/c^2$ . On peut remarquer, qu'à partir d'une certaine énergie ce temps reste constant car  $D_{\perp}$  sature, faisant penser que l'accélération en sera favorisée. Néanmoins, nous n'avons pas tenu compte du nombre de particules susceptibles d'effectuer ces retours. À l'appui des simulations PIC [14] et Monte-Carlo on voit ce nombre chuter drastiquement à partir d'une certaine énergie, fixé par le rapport  $\delta B/B_0$ . En plus, l'advection du milieu choqué et une diffusion transverse moins efficace rendront l'accélération très inefficace quand  $D_{\perp}$  sature.



### Temps de diffusion et énergie maximale

Le temps de diffusion pour  $\rho < \delta B_{\text{rms}}/B_0$  est  $t_{diff} \propto \epsilon^2$  ce qui implique que l'énergie maximale augmente comme  $\sqrt{t}$ . La saturation en énergie arrive lorsque les particules ne peuvent plus rattraper le front de choc sous l'effet d'advection par le champ moyen :  $t_{ret} > \omega_{L,0}^{-1}$ . Ce qui correspond à une énergie  $\epsilon_{max} \simeq eB_0\ell_c \frac{\delta B_{\text{rms}}^2}{B_0^2}$ .

Dans le cas d'un choc de  $\gamma_{sh} = 100$  sur le milieu interstellaire  $B_0 \simeq 3\mu\text{G}$ ,  $\sigma = 10^{-9}$  et une longueur de cohérence de quelques échelles d'inertie des protons  $\ell_c \simeq 10\delta_i$ , en se servant de la définition de  $\xi_B$  on aura pour les protons l'énergie maximale de

$$\epsilon_{max} \sim 10^{15} eV \left(\frac{\gamma_{sh}}{100}\right) \left(\frac{B_0}{3\mu\text{G}}\right)^{-1} \left(\frac{\ell_c}{10\delta_i}\right) \left(\frac{\sigma}{10^{-9}}\right) \left(\frac{\xi_B}{0.01}\right) \quad (3.21)$$

Cela illustre l'incapacité des chocs relativistes dans l'ISM à accélérer les Rayons Cosmiques aux énergies extrêmes de  $10^{20}\text{eV}$ . En l'absence des sources de turbulence externe nous prédisons donc qu'un choc relativiste n'est pas un générateur efficace des UHECRS.

## 3.5 Discussion

Discutons l'impact de nos approximations sur l'interprétation dans les chocs relativistes. Tout d'abord, écartons la possibilité de décrire complètement le transport dans la globalité de l'environnement du choc avec un modèle aussi idéalisé. Des interactions non-linéaires comme le déclenchement d'instabilités par des particules supra-thermiques et l'amortissement Landau peuvent sensiblement changer la fonction de distribution locale, à proximité du front de choc, ainsi que la structure de la turbulence.

En premier lieu, nous nous sommes placés en approximation de particules-test. Ceci inhibe la prise en compte de la rétroaction sur la turbulence.

Deuxièmement, on a adopté une turbulence homogène alors qu'elle est décroissante quand on s'éloigne de plus en plus du front de choc ([6, 15]). Autrement dit, dans le référentiel co-mobile aval (DRF), la turbulence est statique et son intensité est décroissante dans le temps alors que sa longueur de cohérence augmente avec le temps. S'inspirant des résultats des simulations PIC [6, 15] on peut paramétrer la turbulence en aval du choc par rapport à la distance au front de choc  $\Delta x = x - x_{sh}$  suivant deux lois en puissance. On aura donc pour l'énergie magnétique :  $\xi_B = \xi_{B,0}(\Delta x/l_0)^{-\alpha}$  et la longueur de cohérence :  $\ell_c = \ell_{c,0}(\Delta x/l_0)^\beta$ , avec  $l_0$  est la distance caractéristique et  $\alpha, \beta$  sont deux paramètres positifs. Tant que l'accélération fonctionne, on peut exprimer le coefficient de diffusion comme

$$D = \left(\frac{\epsilon}{e\delta B}\right)^2 \frac{c}{3\ell_c} \propto \frac{1}{\xi_B\ell_c} \propto \Delta x^{\alpha-\beta} \quad (3.22)$$

Trois cas de figure se présentent alors, admettant qu'on satisfait toujours la condition  $\rho \gg 1$  :

1.  $\alpha = \beta$  : pas de changement par rapport aux lois de diffusion, trouvées pour  $\delta B$  et  $\ell_c$  homogènes.
2.  $\alpha > \beta$  : le coefficient de diffusion est croissant quand on s'éloigne du front de choc. Donc le libre parcours moyen sera plus grand et la fréquence de diffusion angulaire plus petite. Dans ces conditions l'effet du champ magnétique externe se fera sentir plus tôt et la coupure en énergie à l'accélération sera plus basse.
3.  $\alpha < \beta$  : cas inverse où le coefficient de diffusion diminue avec la distance au choc. Cela implique que les particules de plus haute énergie seront diffusées plus efficacement ( $\nu_s$  plus grand) en s'éloignant du choc. Ce comportement semble peu probable.

Une étude numérique dédiée est tout de même nécessaire pour confirmer ou infirmer cette description.

A ceci s'ajoute la question des conditions aux limites. Nous avons adopté une turbulence spatialement infinie ce qui diffère d'un cadre réaliste où celle-ci est confinée dans une région autour du choc où la micro-turbulence ne survit pas longtemps si elle n'est pas un mode propre du plasma. Du moment où la longueur de diffusion est plus petite que cette zone, les résultats obtenus restent en vigueur. Mais si on dépasse la taille de la zone turbulente alors il faut revoir l'estimation du temps de confinement et donc la valeur de l'énergie maximale.

Nous pouvons conclure que les coefficients de diffusion représentent correctement le transport aux échelles supérieures à la longueur plasma et inférieures à la taille de la zone turbulente.

### 3.6 Résumé du chapitre

Dans ce chapitre nous avons montré qu'en micro-turbulence magnétique la diffusion des particules a un coefficient  $D \propto \epsilon^2$ . Si un champ magnétique externe d'intensité faible est présent, cette loi reste valable pour la propagation parallèle. En direction perpendiculaire, le coefficient prend la forme suivante :  $D_{\perp} = \frac{c^2}{3} \frac{\nu_s}{\nu_s^2 + \omega_{L,0}^2}$ . Il en résulte la saturation de ce coefficient lorsque l'énergie de la particule est supérieure à  $\epsilon_{max} = e \frac{\delta B_{rms}^2}{B_0} \ell_c$ . Si cette turbulence est effectivement dominante en aval d'un choc relativiste dans le milieu faiblement magnétisé alors le mécanisme d'accélération diffusive (Fermi I) est inhibé à partir de cette énergie.

## Bibliographie

- [1] J.R. Jokipii. Cosmic-Ray Propagation. I. Charged Particles in a Random Magnetic Field. *ApJ*, 146 :480, 1966.
- [2] J. Giacalone and J. R. Jokipii. The Transport of Cosmic Rays across a Turbulent Magnetic Field. *ApJ*, 520 :204–214, 1999.
- [3] F. Casse, M. Lemoine, and G. Pelletier. Transport of cosmic rays in chaotic magnetic fields. *Phys. Rev. D*, 65 :023002, 2002.
- [4] E. Parizot. GZK horizon and magnetic fields. *Nuc. Phys. B*, 136 :169, 2004.
- [5] R. Aloisio and V. Berezhinsky. Diffusive Propagation of Ultra-High-Energy Cosmic Rays and the Propagation Theorem. *ApJ*, 612 :900–913, 2004.
- [6] P. Chang, A. Spitkovsky, and J. Arons. Long-Term Evolution of Magnetic Turbulence in Relativistic Collisionless Shocks : Electron-Positron Plasmas. *ApJ*, 674 :378, 2008.
- [7] A. Spitkovsky. On the structure of relativistic collisionless shocks in electron-ion plasmas. *ApJ*, 673 :L39–L42, 2008.
- [8] S. F. Martins, R. A. Fonseca, L. O. Silva, and W. B. Mori. Ion dynamics and acceleration in relativistic shocks. *ApJ*, 695 :L189–L193, 2009.
- [9] W. H. Press, B. P. Flannery, S. A. Teukolsky, and W. T. Vetterling. *Numerical Recipes. The art of scientific computing*. Cambridge : Cambridge Univ. Press, 1986.
- [10] A. Shalchi and A. Dosch. Plasma-particle interaction for strong stochastic magnetic fields : Isotropic and anisotropic scattering regimes. *Phys. Rev. D*, 79 :083001, 2009.
- [11] G. Pelletier, M. Lemoine, and A. Marcowith. On fermi acceleration and mhd instabilities at ultra-relativistic shock waves. *MNRAS*, 393 :587–597, 2009.
- [12] M. Lemoine, G. Pelletier, and B. Revenu. On the Efficiency of Fermi Acceleration at Relativistic Shocks. *ApJ*, 645 :L129, 2006.
- [13] A. Niemiec, M. Ostrowsky, and M. Pohl. Cosmic-Ray Acceleration at Ultrarelativistic Shock Waves : Effects of Downstream Short-Wave Turbulence. *ApJ*, 650 :1020, 2006.
- [14] L. Sironi and A. Spitkovsky. Particle Acceleration in Relativistic Magnetized Collisionless Electron-Ion Shocks. *ApJ*, 726 :75, 2011.
- [15] U. Keshet, B. Katz, A. Spitkovsky, and E. Waxman. Magnetic Field Evolution in Relativistic Unmagnetized Collisionless Shocks. *ApJL*, 693 :L127, 2009.

## Chapitre 4

# Amont du choc : transport en micro-turbulence anisotrope et non-statique

Une étude complémentaire de transport de particules chargées en amont du choc relativiste et faiblement magnétisé est présentée dans ce chapitre. Ici, une description de la turbulence est motivée par l'étude des instabilités dominantes dans le pied du choc ([1–3]) : instabilité de filamentation-Weibel et l'instabilité oblique à deux faisceaux (OTSI : oblique two-stream instability). Ces instabilités peuvent non seulement conditionner le choc lui-même mais aussi entretenir un niveau de turbulence électromagnétique fort dans le pied du choc. L'investigation de leurs effets sur le chauffage des électrons et accélération des particules supra-thermiques dans le choc relativiste est à l'origine de l'étude présentée ici.

L'approche que nous adoptons est, encore, celle de particules-test dans la turbulence créée par les instabilités. Pour rendre compte complètement de l'interaction turbulence-particules il nous aurait fallu effectuer des simulations de type PIC, celles-ci sont pourtant volumineuses et les effets que nous étudions seraient difficiles à sortir, vue toute la panoplie d'information que ces simulations présentent. D'autant plus que les échelles du temps en jeu peuvent devenir inaccessibles pour ce type de simulations. L'approche particules-test est d'autant plus raisonnable que le nombre de particules les plus énergétiques est très petit par rapport à celui du faisceau primaire, réfléchi sur le front. Leur influence sur la génération de la turbulence reste, à priori, faible et l'approximation que nous adoptons est satisfaisante pour cette population.

La question qui peut se poser alors est : pourquoi faire une autre étude de transport, alors qu'on vient d'en présenter une, en micro-turbulence isotrope ? Donnons-en deux

raisons :

- La distribution très anisotrope des particules énergétiques (précurseur) sous forme d’un faisceau d’ouverture angulaire  $\Delta\theta \simeq 1/\gamma_{\text{sh}} \ll 1$ . La turbulence générée est donc très intense, fortement anisotrope et non-statique dans le référentiel co-mobile du fluide amont. La théorie du chapitre précédent ne peut s’appliquer dans ce cas.
- Une forte composante électrique est présente dans les modes turbulents. On n’est plus dans le cadre d’une turbulence purement magnétique.

Nous verrons dans ce chapitre une description détaillée du transport des particules en amont du choc. Pour commencer, on va présenter le contexte physique (étude des instabilités de Weibel et OTSI) qui nous amène à considérer un modèle de turbulence particulier. Ensuite, on dérive les lois de diffusion spatiale ainsi que l’amplitude d’énergie transmise aux particules à l’aide des simulations numériques et d’une théorie qui les corrobore. Finalement, on discute les implications au choc relativiste et les conclusions.

Ce travail a fait objet d’une publication en collaboration avec Guy Pelletier et Martin Lemoine dans le journal *MNRAS*, 2013.

**Notation :** Les directions sont repérées de manière différente dans ce chapitre, par rapport au chapitre précédent. La direction parallèle  $\parallel$ , correspond à la normale au choc = direction de propagation. Alors que dans le chapitre précédent cette direction correspondait à celle du champ magnétique externe. Et la direction transverse,  $\perp$ , correspond au plan défini par le front de choc.

## 4.1 Mouvement des filaments magnétiques en amont du choc

Le modèle du choc, présenté dans le Chapitre 2 s’appuie sur le mécanisme de base dans un choc super-critique : réflexion d’une fraction des ions incidents sur une barrière de potentiel ou magnétique, ce qui fabrique le choc. Il en résulte la formation du “pied” du choc, où ce faisceau d’ions interagit avec le plasma de fond. Dans le cas relativiste, l’interaction doit être très rapide en raison de la vitesse du front. Or, certaines instabilités possèdent un taux de croissance assez rapide pour se développer pleinement dans le pied (e.g. discussion dans [1]), si la magnétisation du milieu est faible ( $\sigma < 10^{-4}$ ). Comme l’ont montré les études ([3, 1], voir aussi le Chapitre 2), les plus rapides sont l’instabilité OTSI et Weibel-filamentation. C’est sur elles que nous allons nous focaliser.

Que ce soit l’instabilité de Weibel ou l’OTSI, les champs électromagnétiques générés en phase linéaire sont très intenses et fluctuent à petite échelle (quelques  $\delta_i$ ). Le faisceau se propage à très grande vitesse par rapport au plasma amont. Le centre de masse du système faisceau-plasma amont doit avoir une vitesse non-nulle dans le référentiel de ce dernier. Il est donc logique de s’attendre à une génération d’instabilités dont la vitesse de phase longitudinale sera non-nulle, voire même proche de  $c$ .

Considérons la croissance des perturbations magnétiques sous l'effet de l'instabilité de Weibel-filamentation. Celle-ci est déclenchée par un faisceau de vitesse  $\mathbf{v}_b$  parallèle à la normale au choc, avec le facteur de Lorentz correspondant  $\gamma_b = (1 - v_b^2/c^2)^{-1/2} \sim \gamma_{sh}^2$ . Ce faisceau interagit avec le plasma ambiant (milieu amont) de densité  $n_0$ . Le faisceau porte une densité d'énergie  $\xi_{cr} \gamma_b^2 n_0 m_p c^2$  et sa fréquence plasma est  $\omega_{pb} \sim \xi_{cr}^{1/2} (m_e/m_i)^{1/2} \omega_{pe}$ , où  $\xi_{cr}$  est le facteur de conversion en particules supra-thermiques, défini dans la Section 2.5. Si les électrons du plasma ambiant sont froids alors le taux de croissance de l'instabilité est (Section 2.6.1) :

$$\gamma_{inst} \equiv \Im\omega = \omega_{pb} \frac{\beta_b k_{\perp} \delta_e}{(1 + k_{\perp}^2 \delta_e^2)^{1/2}}, \quad (4.1)$$

Et sa longueur d'exponentiation :

$$\ell_g \equiv c/\Im\omega \sim \xi_{cr}^{-1/2} \delta_i. \quad (4.2)$$

Avec  $k_{\perp}$  étant le nombre d'onde transverse à la normale au choc. La composante parallèle à la normale sera notée  $k_{\parallel}$  dans la suite.  $\delta_e$  est la longueur d'écrantage électronique ( $= c/\omega_{pe}$ ). Le point essentiel de ce travail vient de la remarque que, contrairement aux études antérieures où l'instabilité est considérée comme apériodique ( $\omega_r = 0$  et  $k_{\parallel} = 0$ ), on considère un  $k_{\parallel}$  non-nul avec  $k_{\perp} \gg k_{\parallel}$ . Il en découle que les modes de Weibel ont une fréquence réelle et une vitesse de phase non-nulle. Le calcul dans le cas d'électrons froids donne ([4]) :

$$\omega_r = k_{\parallel} v_b \left( 1 - \xi_{cr} (m_e/m_i) \frac{\gamma_b^{-2} + k_{\perp}^2 \delta_e^2}{1 + k_{\perp}^2 \delta_e^2} \right). \quad (4.3)$$

La vitesse de phase est alors  $v_m/c = \beta_m = \omega_r/(k_{\parallel} c)$ . On a négligé la dépendance en  $k_{\perp}$  car la dispersion est faible  $\Delta\beta_m/\beta_m \ll 1$ . Dans le cas d'une conversion efficace en particules supra-thermiques, i.e.  $\xi_{cr} \simeq 0.1$  [5], le facteur de Lorentz correspondant à la vitesse de phase est très grand  $\gamma_m \simeq (\xi_{cr} (m_e/m_i))^{-1/2} \sim 140$ . Ce mouvement des filaments revêt toute son importance dans l'estimation des conditions de réflexion des particules, du préchauffage des électrons et du processus de Fermi.

Si le plasma d'électrons de fond est relativistiquement chaud, on doit reprendre le calcul d'instabilité et aussi tenir compte de l'amortissement Landau qui devient important. On montre dans [4] que le taux de croissance maximal reste inchangé par rapport au cas froid  $\gamma_{inst} \simeq \omega_{pb}$ , mais la longueur d'onde de croissance maximale devient plus grande par un facteur  $\sqrt{\gamma_{th,e}}$ . Où  $\gamma_{th,e} = 1 + T_e/(m_e c^2)$ . Cette longueur tend vers  $\delta_i$  quand les électrons sont en équipartition avec les ions  $\gamma_{th,e} \rightarrow m_i/m_e$ . La vitesse de phase est

réduite et son facteur de Lorentz peut s'écrire

$$\gamma_m \simeq \left[ (\gamma_{\text{th,e}}(m_e/m_i)\xi_{\text{cr}})^{1/2} + 2\xi_{\text{cr}} \right]^{-1/2}. \quad (4.4)$$

La valeur la plus basse de ce facteur est atteinte quand les électrons sont chauffés à l'équipartition  $\gamma_m \simeq 2$ . Les filaments sont donc graduellement ralentis à fur et mesure que les électrons sont chauffés en s'approchant du choc de sorte à être en su-équipartition à la transition du choc.

**Rôle de l'OTSI** Jusqu'ici la discussion n'a porté que sur l'instabilité de Weibel. La présence d'une autre instabilité, plus rapide dans le cas froid, est inévitable. La variante oblique de l'instabilité à deux faisceaux (OTSI) est une instabilité résonnante avec sélection drastique sur les nombres d'onde le long de la normale :  $k_{\parallel} = \omega_{\text{pe}}/c$ . Elle croit beaucoup plus vite quand la composante transverse du vecteur d'onde est du même ordre de grandeur que  $k_{\parallel}$  [6]. Les modes d'onde produits sont quasi électrostatiques dans le référentiel du plasma de fond. D'après les calculs dans le cadre du choc relativiste [1], la fréquence réelle est légèrement décalée par élargissement de résonance :  $\omega_r = \omega_{\text{pe}}(1 - |\delta|/2)$  et son taux de croissance est

$$\gamma_{\text{inst}} \equiv \Im\omega = \sqrt{3}2^{-4/3}|\delta|\omega_{\text{pe}}, \quad (4.5)$$

avec  $\delta = (\xi_{\text{cr}}m_e/m_i)^{1/3}$ . La composante magnétique est  $\delta$  fois plus petite que la composante électrostatique. Notons que cette instabilité est inhibée quand les électrons du plasma de fond sont chauffés à la température ultra-relativiste [2, 7].

Maintenant, plaçons-nous dans le repère de l'onde, se propageant à la vitesse de phase  $\beta_m = 1 - |\delta|/2$  par rapport au plasma amont. Le facteur Lorentz correspondant est modéré  $\gamma_m \simeq |\delta|^{-1/2} \sim 5$ . Les paquets d'onde sont donc rapidement rattrapés par le front du choc, mais doivent jouer un rôle dans le chauffage du plasma amont.

Pour l'OTSI, lorsqu'on se place dans le repère de l'onde la dynamique des particules est gouvernée par les champs transverses d'amplitude similaire, comme c'est le cas pour les modes Weibel.

## 4.2 Le repère des paquets d'onde

Dans les deux cas nous analysons le transport des particules dans le repère des paquets d'onde (repère naturel se déplaçant à la vitesse de phase des ondes). Ce repère est caractérisé par le fait que la turbulence y est vue comme statique, en vertu de la

transformation des fréquences :

$$\omega' = \gamma_m (\omega - \mathbf{k} \mathbf{v}_\phi) = 0. \quad (4.6)$$

L'indice primé indique la quantité mesurée dans le référentiel du paquet d'onde. Pour compléter, notons que le 4-vecteur d'onde  $[\omega/c, \mathbf{k}]$  se transforme selon la transformation de Lorentz. On aura donc pour les nombres d'onde :

$$\begin{aligned} k'_\perp &= k_\perp \\ k'_\parallel &= \gamma_m (-\omega \beta_m / c + k_\parallel) \simeq k_\parallel / \gamma_m . \end{aligned} \quad (4.7)$$

Rappelons, que dans le référentiel du plasma de fond (amont) les modes Weibel présentent  $k_\perp / k_\parallel \gg 1$  et donc  $k'_\perp / k'_\parallel \gg 1$  dans le référentiel d'onde aussi. En ce qui concerne l'OTSI  $k_\perp / k_\parallel \sim 1$  et donc un nombre d'onde parallèle sélectionné par la transformation  $k'_\parallel \simeq k'_\perp / \gamma_m$ .

Pour l'étude de la dynamique des particules il nous faut aussi transformer les composantes des champs. En partant du référentiel amont vers le référentiel se mouvant à la vitesse de phase des ondes on obtient par transformation du tenseur du champ électromagnétique :

$$\mathbf{E}'_l = \mathbf{E}_l \quad (4.8)$$

$$\mathbf{E}'_t = \gamma_w (\mathbf{E}_t + \boldsymbol{\beta}_w \times \mathbf{B}_t) \simeq \gamma_w \mathbf{E}_t \quad (4.9)$$

$$\mathbf{B}'_l = \mathbf{B}_l \quad (4.10)$$

$$\mathbf{B}'_t = \gamma_w (\mathbf{B}_t - \boldsymbol{\beta}_w \times \mathbf{E}_t) \simeq -\gamma_w \boldsymbol{\beta}_w \times \mathbf{E}_t . \quad (4.11)$$

Les modes OTSI dans le référentiel co-mobile amont sont électrostatiques, ce qui implique  $|\mathbf{B}| \ll |E_t|$  avec une dominante transverse (modes obliques). On peut donc négliger la contribution de  $B_l$  et  $B_t$ . Pour les modes Weibel dans le référentiel des paquets d'onde on dérive un système similaire. En effet, les équations de mouvement des particules dans ce référentiel sont identiques pour les deux types de modes à une seule différence près : dans le cas des modes OTSI une sélection drastique des nombres d'onde parallèles autour de  $k'_z = \gamma_w (k_z - \beta_w \omega / c) \simeq k_z / 2\gamma_w$  a lieu, comme on le verra plus loin, alors que pour les modes Weibel les modes sont distribués sur une bande étroite des  $k'_z < k_z / \gamma_w$ .

Tout d'abord, nous allons donc analyser la dynamique des particules en approximation 2D ( $E'_l = 0, B'_l = 0$ ) et ensuite en 3D ( $E'_l = E'_t / \gamma_w$ ).



## 4.3 Etude numérique du transport

### 4.3.1 Turbulence 2D

Dans l'approximation 2D pour les modes OTSI, nous négligeons la faible contribution des composantes longitudinales ( $E'_l = 0$ ,  $B'_l = 0$ ). Cette approximation est justifiée par la petite valeur  $k'_z = \gamma_w(k_z - \beta_w\omega/c) \simeq k_z/2\gamma_w$ , alors que les nombres d'onde transverses restent inchangés. Le système d'équations de mouvement dans le référentiel du paquet d'onde s'écrit alors :

$$\begin{aligned}\frac{dp_x}{dt} &= qE'_x(1 + \beta_w\beta_z) \\ \frac{dp_y}{dt} &= qE'_y(1 + \beta_w\beta_z) \\ \frac{dp_z}{dt} &= -q\beta_w(\beta_x E'_x + \beta_y E'_y)\end{aligned}\tag{4.12}$$

Où la relation  $\mathbf{B}'_t = -\boldsymbol{\beta}_w \times \mathbf{E}'_t$  a été utilisée. Pour les modes Weibel les équations de mouvement prennent une forme identique.

Ce système est résolu numériquement par l'algorithme de Bulirsch-Stoer (Press et al.[8]), avec une statistique sur les champs décomposés en ondes planes de phases et polarisations aléatoires. La contrainte sur la construction de  $\mathbf{E}'_t$  est  $\mathbf{k} \parallel \mathbf{E}_t$  pour chaque mode (l'instabilité porte un champ électrique aligné avec le vecteur d'onde), impliquant  $k_{\parallel} = 0$ .

Par souci de clarté nous présentons ici seulement le cas où le vecteur vitesse initial des particules est strictement longitudinal,  $\mathbf{p}_0 = p_{\parallel,0}\mathbf{e}_z$ . Nous nous focalisons sur une configuration de type faisceau comme représentative de ce qui se passe en amont du choc. La valeur de  $p_{\parallel,0}/mc$  est variée entre 1 et  $10^4$  dans les simulations et l'intensité rms du champs turbulent est choisi de sorte à satisfaire  $eE'_t l_c \simeq mc^2$ .

Les résultats numériques sont présentés dans les Figures [4.1-4.3]. Dans la Figure [4.1] on présente l'évolution temporelle des coefficients de transport pour différents  $p_{\parallel,0}/(mc)$ . Ceux-ci étant calculés comme moyennes des déplacements quadratiques par rapport au point d'origine divisés par le laps de temps. L'analyse de ce graphe met en évidence un déplacement balistique en direction parallèle ( $\langle \Delta x_{\parallel}^2 \rangle = v_{\parallel,0}^2 t^2$ ). En direction transverse on constate un comportement caractéristique de la diffusion : pour  $t < t_{nl}$ ,  $\langle \Delta x_{\perp}^2 \rangle \propto t^4$  et  $\langle \Delta x_{\perp}^2 \rangle / \Delta t$  constant pour  $t > t_{nl}$  (plateaux de diffusion). La première phase à temps courts s'explique comme accélération de la particule par un champ électrique constant sur une cellule de cohérence de taille  $\ell_c$ . La deuxième phase indique une marche au hasard entre différentes cellules et donc un comportement diffusif. Dans la partie encapsulée de la

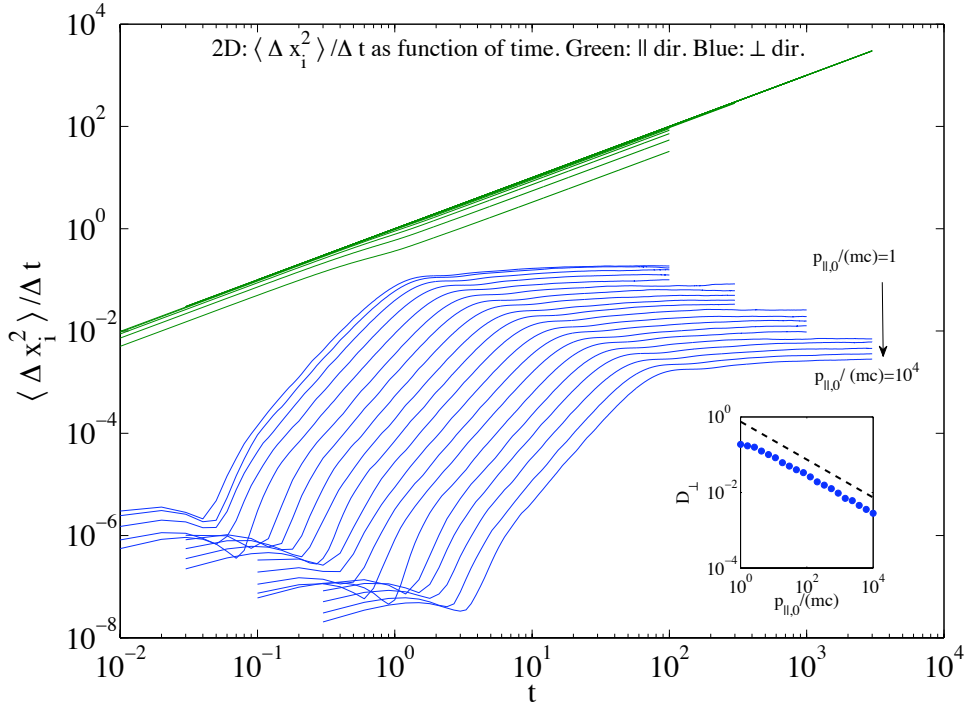


FIG. 4.1: Évolution dans le temps des coefficients de transport pour différents  $p_{||,0}/(mc)$  en géométrie 2D. Courbes en vert : direction parallèle ; En bleu : direction transverse. Les plateaux du coefficient transverse correspondent au coefficient de diffusion à un  $p_{||,0}/(mc)$  donné (c.f. graphique encapsulé).

Figure 4.1 on affiche la valeur du plateau en fonction de  $p_{||,0}$ , obtenant une dépendance en loi de puissance en  $p_{||,0}^{-1/2}$ . L'explication de ce comportement sera donnée dans la section 4.4.

Nous avons aussi testé le cas où  $p_{\perp,0}$  est non nul. Dans ce cas le piégeage dans les cellules de cohérence disparaît et un mouvement aléatoire se met en place avec un coefficient de diffusion transverse proportionnel à  $|p_0^2|$ , comme l'illustre la Figure [4.2].

La Figure [4.3] présente l'évolution temporelle des  $\langle p_i^2 \rangle / p_{||,0}^2$  pour différents  $p_{||,0}/(mc) \in [1, 10^4]$ . L'impulsion transverse (lignes bleues), initialement nulle, acquiert sur un temps  $t_{nl}$  une fraction de l'impulsion parallèle initiale suivant la loi  $\langle \delta p_{\perp}^2 \rangle \simeq eE_t' \ell_c p_{||,0} / c$  (graphe encapsulé).

Finalement, le gain en énergie des particules  $\langle \Delta \gamma \rangle$  est indépendant de  $p_{||,0}$  et s'effectue sur le même temps  $t_{nl}$ . Pour les temps plus long, l'énergie reste constante. L'amplitude moyenne du gain correspond à peu près à celle qu'un potentiel rms du champ turbulent  $eE_t' l_c$ .

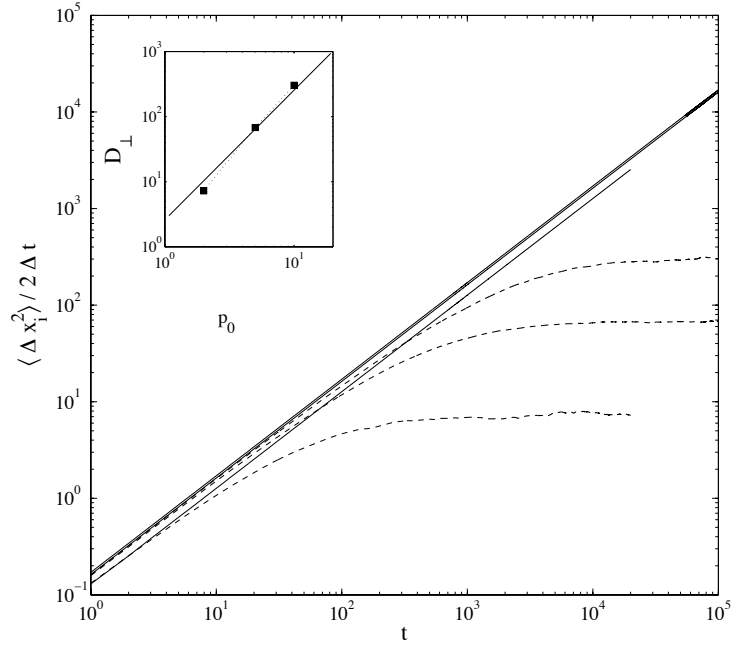


FIG. 4.2: Évolution dans le temps des coefficients de transport pour différents  $p_0/(mc)$  en géométrie 2D et configuration “thermique” :  $\mathbf{p}_0$  est orienté de manière isotrope. Courbes pleines : direction parallèle ; Lignes en pointillées : direction transverse. En direction parallèle le régime est toujours balistique. Les plateaux du coefficient transverse correspondent au coefficient de diffusion à un  $p_0/(mc)$  donné dont les valeurs en fonction de  $p_0/(mc)$  sont reportées dans le graphique encapsulé. La ligne pleine indique l’évolution en  $D_{\perp} \propto p_0^2$ .

### 4.3.2 Turbulence 3D

Comme nous avons vu précédemment la configuration purement bi-dimensionnelle de la turbulence ne permet pas de rendre la fonction de distribution isotrope et mettre en place un scattering tridimensionnel. L’invariance le long de la direction parallèle bloque le processus de transport. Par conséquent, il est nécessaire de rendre la turbulence tridimensionnelle afin de mettre en évidence une mise en diffusion, même si elle est lente.

Nous ajoutons donc une valeur finie à la composante parallèle du champ turbulent  $E'_{\parallel} = E'_{\perp}/\gamma_m$  dans le cas de OTSI, avec un seul  $k'_{\parallel}/k'_{\perp} = 1/\gamma_m$ . Pour la turbulence Weibel on inclut un ensemble de modes, en accord avec les equations d’onde originaux :

$$E'_{\parallel}(k'_{\parallel}) = -\frac{k'_{\parallel}}{k'^2_{\perp}} (\mathbf{k}'_{\perp} \times \mathbf{B}'_{\perp}) \cdot \boldsymbol{\beta}_m. \quad (4.13)$$

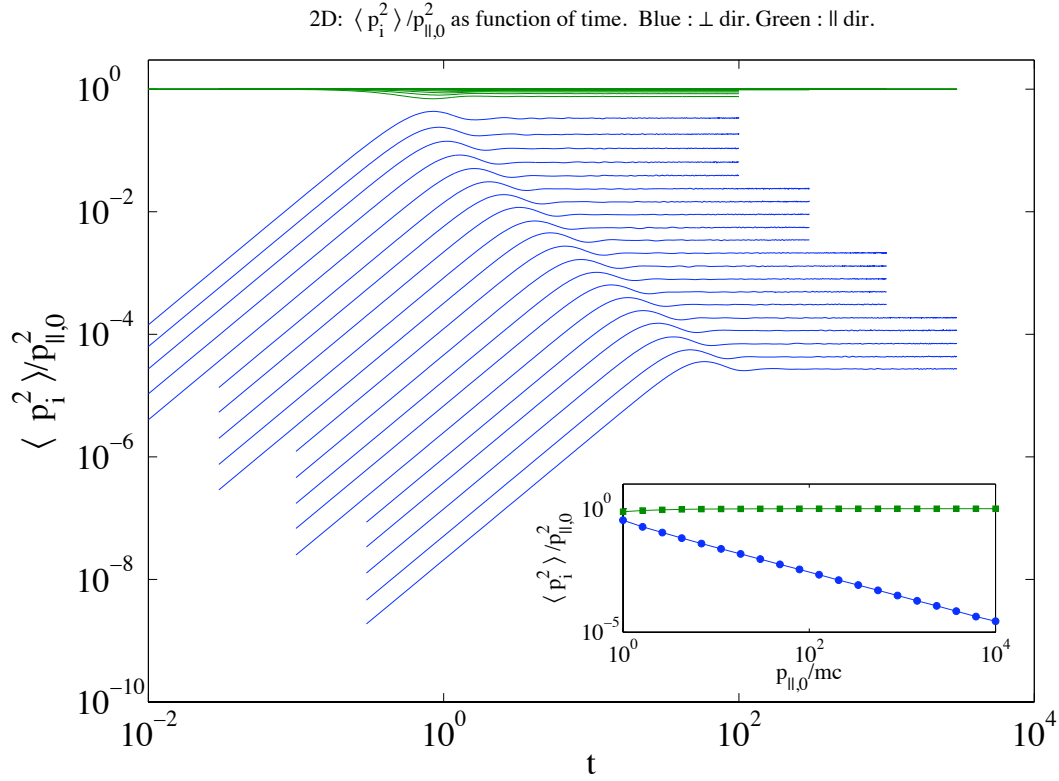


FIG. 4.3: Évolution temporelle des  $\langle p_i^2 \rangle / p_{\parallel,0}^2$  pour différents  $p_{\parallel,0}/(mc)$ , en géométrie 2D. Les conventions de couleurs sont les mêmes que dans Fig.4.1. Graphe encapsulé : valeurs asymptotiques  $\langle p_i^2 \rangle / p_{\parallel,0}^2$  en fonction de  $p_{\parallel,0}$ .

Ceci assure la conservation d'énergie totale de chaque particule (i.e. énergie cinétique + énergie du champ). Pour cet ensemble de modes Weibel  $k'_{\parallel}/k'_{\perp}$  est un petit paramètre aussi.

La plupart de calculs ont été faits avec le même temps d'intégration  $T_{\max}$  qu'en turbulence 2D.

Dans la Figure 4.4 on représente l'évolution des coefficients de diffusion spatiale pour différents  $p_{\parallel,0}/(mc)$  initiaux. On a adopté numériquement la valeur  $\gamma_m = 30$ , suffisante pour rendre le spectre anisotrope et séparer les échelles temporelles associées aux directions transverse et parallèle. Nous remarquons que le comportement est semblable au cas 2D (Figure 4.1) pour les temps courts, mais à long terme le transport transverse se dépiège. Pour conclure sur le comportement à plus long terme (atteint-on un régime stationnaire ?) il faut aller plus loin dans le temps. En effet, le temps d'évolution en direction parallèle (qu'on appellera  $t_z$ ) doit être bien plus long à cause de l'anisotropie du

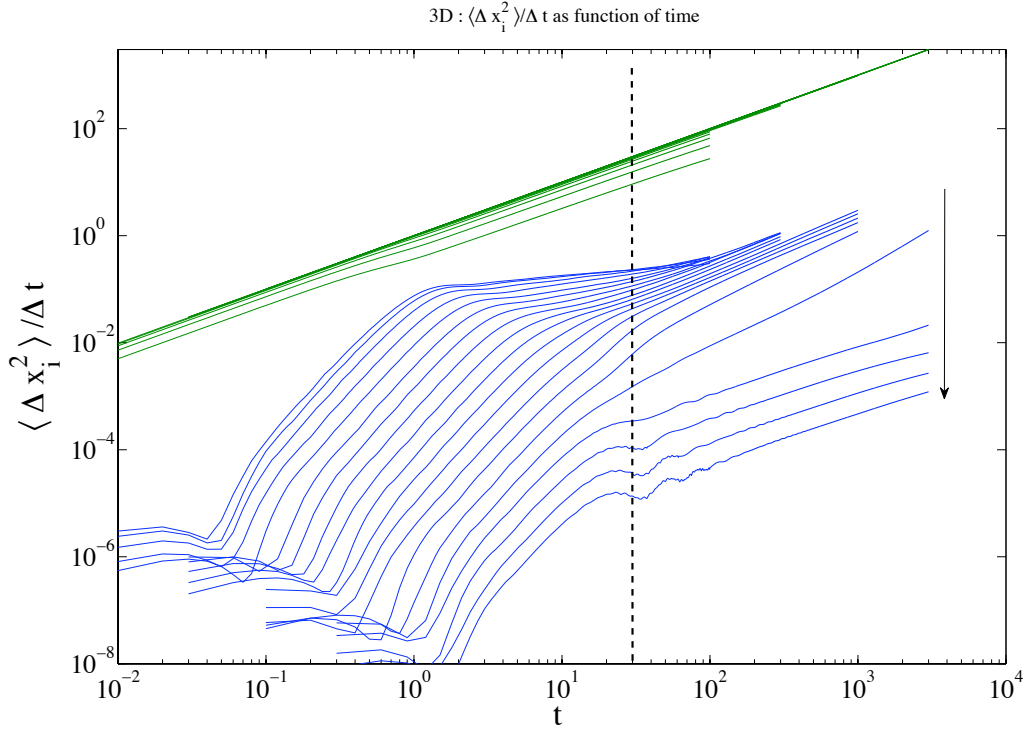


FIG. 4.4: Même que Fig.4.1 mais en turbulence 3D de type OTSI. La ligne verticale en pointillé délimite le temps de cohérence linéaire en direction  $z$  :  $t_{\parallel,c} = \ell_{c,\parallel}/c$ .

spectre.

Respectivement, la Figure 4.5 présente l'évolution de  $\langle p_i^2 \rangle / p_{\parallel,0}^2$  pour  $p_{\parallel,0}/(mc) \in [1, 10^4]$ . C'est l'équivalent 3D en turbulence OTSI de Fig. 4.3. La flèche sur la figure indique le  $p_{\parallel,0}/(mc)$  initial croissant. L'étude des résultats 3D montre que l'échange d'impulsion entre les différentes directions commence à se mettre en place pour les temps  $t_{nl} < t < t_z$ , au lieu de rester anisotrope en régime quasi-2D. Ici encore, l'isotropie  $\langle p_{\parallel}^2 \rangle = \langle p_{\perp}^2 \rangle$  n'est pas atteinte car le temps d'intégration est trop petit.

Un comportement intéressant est observé pour les impulsions initiales telles que  $t_{nl} > t_{\parallel,c}$  (4 courbes bleues de bas sur la figure). Dans ce cas,  $\langle p_{\perp}^2 \rangle$  reste bloqué à sa valeur 2D et on ne voit pas de comportement qui mène à l'isotropie des impulsions. Dans ce cas les particules ont un mouvement balistique en direction parallèle en effectuant des oscillations dans le plan transverse.

Les estimations du comportement à long terme, comme la diffusion spatiale et l'isotropie en impulsions, demandent de faire les simulations sur un temps supérieur à  $t_z$ .

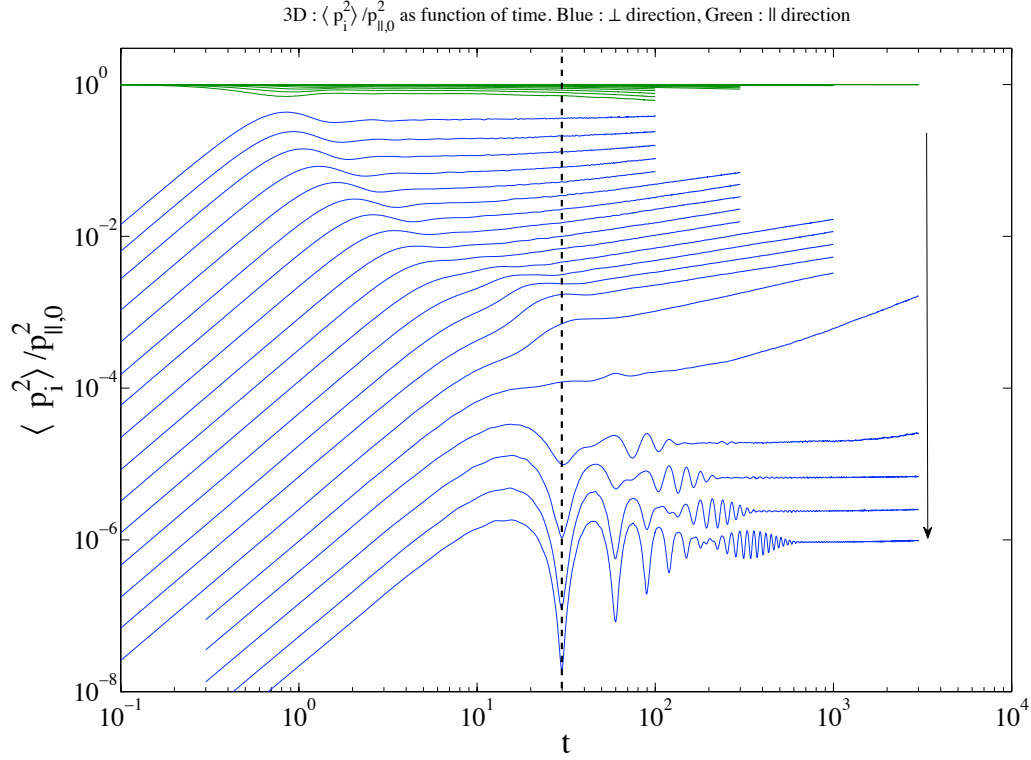


FIG. 4.5: Même que Fig.4.3 mais en turbulence 3D de type OTSI. La ligne verticale en pointillé délimite le temps de cohérence linéaire en direction  $z$  :  $t_{\parallel,c} = \ell_{c,\parallel}/c$ .

Ceci est très demandeur en temps de calcul et nous n'en avons effectué que dans le cas de  $p_{\parallel,0}/mc = 1$ . Les résultats sont présentés dans la Fig. 4.6 pour la turbulence de type OTSI (graphe de gauche) et Weibel (droite). En adoptant une valeur  $\gamma_m = 10$  pour réduire numériquement le temps  $t_z$  nous observons la mise en équipartition de toutes les impulsions  $\langle p_i^2 \rangle$ , mise en diffusion spatiale, ainsi qu'un gain énergétique de même amplitude qu'en 2D. Les deux figures sont essentiellement semblables, illustrant que la dynamique en turbulence Weibel et OTSI est semblable quand on se place dans le référentiel du paquet d'onde. En effet, les équations de mouvement se ramènent à la même forme que ce soit en 2D ou 3D. La seule différence reste la distribution d'énergie en nombres d'onde, fixée à un seul  $k_{\parallel}$  pour OTSI et distribuée sur une étroite rangée des nombres d'onde dans le cas Weibel.

En analysant de près la Fig. 4.6 on peut voir deux phases : une phase rapide ( $t < t_{nl}$ ) où le gain en énergie sature et l'impulsion transverse reçoit un fort saut et une phase longue ( $t > t_z$ ) où toutes les impulsions ont à peu près la même valeur et la diffusion

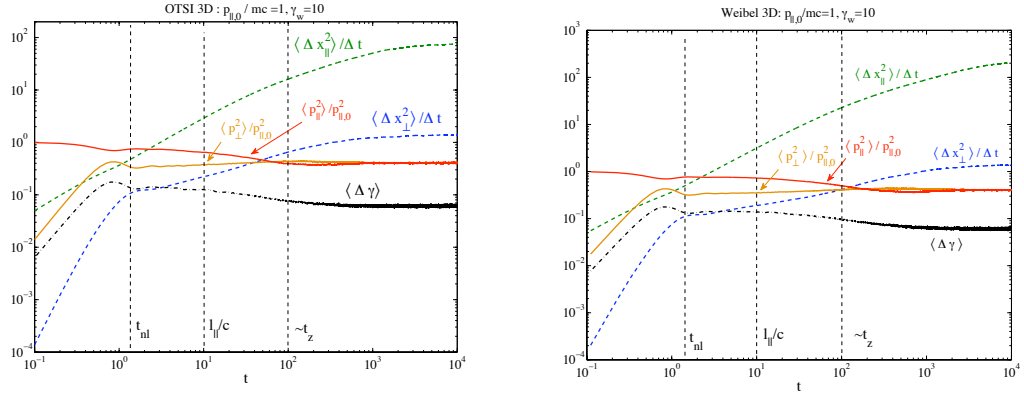


FIG. 4.6: Evolution temporelle de différentes quantités en turbulence de type OTSI 3D (gauche) et Weibel 3D (droite). Initialement,  $p_{||,0} = mc$  est pris ici. Trois temps caractéristiques sont délimités par les lignes verticales pointillées.

spatiale se met en place dans toutes les directions. Notons que le rapport entre deux coefficients de diffusion spatiale  $D_{||}/D_{\perp}$  devrait être de l'ordre de  $\gamma_m$ , comme la symétrie de la turbulence le laisserait penser. Néanmoins, la simulation donne une valeur plus grande  $55 > \gamma_m$ . Des simulations dédiées, en faisant varier  $\gamma_m$ , indiquent que  $D_{||}/D_{\perp} \propto \gamma_m^2$  pour  $p_0 = mc$  au lieu d'une évolution linéaire. L'explication que nous trouvons la plus plausible serait dans la petitesse de  $p_0$ . Une valeur plus grande donnerait un comportement linéaire attendu puisque le régime attendu ne serait pas atteint pour des valeurs de  $\gamma_w$  pas assez grandes. Pour des impulsions initiales plus grandes il ne nous a pas été possible de faire des simulations, en raison d'un temps d'intégration trop grand qu'elles demandent. Par conséquent, nous tiendrons compte de ce comportement dans un facteur  $\chi$  : si le régime linéaire, attendu, s'applique alors  $\chi \sim \gamma_m$  et, si  $\chi \sim \gamma_m^2$  le régime obtenu dans les simulations s'applique.

Passons maintenant à la description théorique du transport, qui doit corroborer les résultats des simulations.

## 4.4 Etude analytique

### 4.4.1 Turbulence 2D

Reconsidérons le système d'équations de mouvement 4.12 du point de vue analytique. A cause de la dépendance de deux coordonnées spatiales ( $x, y$ ), la dynamique des particules présente deux invariants : énergie totale de la particule sous forme de la fonction de Hamilton  $H = \epsilon(p) + q\Phi(x, y)$  et l'impulsion généralisée  $\pi_z = p_z + qA_z(x, y)/c$ . Ces

deux quantités sont reliées par l'égalité entre le potentiel vecteur et le potentiel scalaire  $A_z(x, y) = \Phi(x, y)$ , à cause de la structure des equations de mouvement 4.12 dans le référentiel du paquet d'onde. L'invariant  $\pi_z$  vient de l'équation sur  $p_z$  et l'invariant d'énergie vient du fait que le champ électromagnétique est stationnaire. Il est donc important de noter la différence entre l'énergie propre attribuée à une particule au début du calcul numérique  $\epsilon(p)$  et son énergie totale, au sens hamiltonien.

Par la suite on définit l'énergie caractéristique du champ comme  $\epsilon_0 \equiv e\bar{E}'\ell_c$ , où  $\bar{E}'$  est la variation rms du champ électrique de l'onde, mesurée dans le repère du paquet d'onde et  $\ell_c$  est la longueur de cohérence dans le plan transverse.

Les variations d'énergie sont alors bien définies à partir des propriétés du champ :  $\Delta\epsilon = \Delta p_z c = e\Delta\phi$ , où  $\Delta\phi$  est la valeur rms de l'énergie contenue dans la turbulence. L'espace des phases est confiné à une région restreinte et certains processus de diffusion sont inhibés. Par exemple, il ne peut y avoir de diffusion en direction parallèle, ni de croissance de l'énergie totale. On peut aussi dériver le gain moyen en impulsion transverse si  $p_{\perp,0} = 0$  :

$$2(\epsilon_0 - p_{z,0}c)\delta\epsilon = c^2(\delta\mathbf{p}_{\perp})^2. \quad (4.14)$$

Où on a défini  $\delta\epsilon = \epsilon - \epsilon_0$ ,  $\delta p_z = p_z - p_{z,0}$ ,  $\delta\mathbf{p}_{\perp} = \mathbf{p}_{\perp} - \mathbf{p}_{\perp,0}$ .

En ce qui concerne les électrons thermiques du plasma de fond, une telle variation d'énergie permet de leur transférer une quantité d'énergie importante, comme on le verra plus loin.

**Transport spatial** Passons à la description du transport spatial. Les mouvements transverses, dépourvus de résonance linéaire avec le spectre turbulent, sont régis par le continuum de Fourier. A chaque traversée d'une longueur de cohérence la particule subit un champ électrique à peu près constant et reçoit statistiquement un à-coup de  $c\Delta p_{\perp} \sim \epsilon_0$ . Comme celui-ci est beaucoup plus petit que  $(\epsilon_0 p_{z,0})^{1/2}$  le mouvement transverse peut être approximé par

$$\Delta\mathbf{x}_{\perp} \simeq \frac{1}{2} \frac{e\mathbf{E}_t}{p_{z,0}} ct^2 + \mathbf{v}_t(0)t, \quad (4.15)$$

avec  $\mathbf{v}_{\perp} \simeq c\mathbf{p}_{\perp}/p_{z,0}$ . On obtient ainsi le temps caractéristique non-linéaire  $t_{nl} \equiv \frac{\ell_c}{c} \left(\frac{2p_{z,0}c}{\epsilon_0}\right)^{1/2}$ , en posant  $x_{\perp} = \ell_c$ . C'est le temps mis par la particule pour traverser une longueur de cohérence quand  $p_{z,0}c \gg \epsilon_0$ . On définit ainsi l'échelle de temps pour dé-corréler la trajectoire de la particule et la défléchir d'un angle  $\theta_i$  dans le plan transverse. Après  $n$  "pas" de taille  $\ell_c$  le déplacement est celui d'une marche au hasard :

$$\langle \Delta\mathbf{x}_{\perp}^2 \rangle = \ell_c^2 \langle \cos^2 \theta_i \rangle \simeq \frac{1}{2} \ell_c^2 n, \quad (4.16)$$



avec  $n \simeq t/t_{nl}$ . Le coefficient de diffusion transverse est alors

$$D_{\perp} \simeq \frac{1}{4} \frac{\ell_c^2}{t_{nl}} \propto p_{z,0}^{-1/2}. \quad (4.17)$$

Remarquons l'existence des régimes de transport différents quand  $p_{\perp,0} > \epsilon_o$ . Dans ce cas les variations du module de  $p_{\perp}$  sont faibles mais l'angle subit des variations aléatoires de petite amplitude. Le temps de diffusion devient plus long que  $t_{nl}$ , car l'effet de piégeage dans une cellule de cohérence disparaît. La théorie de diffusion à petit angle donne alors :

$$D_{\perp} \sim \frac{1}{4} \frac{\ell_c^2}{t_{nl}} \left( \frac{p_{\perp} c}{\epsilon_o} \right)^2, \quad (4.18)$$

si  $p_{\perp,0} c \ll (\epsilon_o p_{z,0})^{1/2}$  et

$$D_{\perp} \sim \frac{1}{4} v_t \ell_c \left( \frac{p_{\perp} c}{\epsilon_o} \right)^2 \quad (4.19)$$

si  $p_t c \gg (\epsilon_o p_{z,0})^{1/2}$ .

Cette théorie est en accord avec les résultats numériques et en donne une explication physique simple.

#### 4.4.2 Turbulence 3D

Considérons maintenant le cas 3D (composante parallèle non-nulle mais d'amplitude faible). Le temps caractéristique de diffusion en direction  $z$  sera considérablement plus long en raison de la longueur d'onde  $\gamma_m$  fois plus grande et intensité  $\gamma_m$  fois plus faible. Pour l'OTSI, un seul mode longitudinal est impliqué avec  $k_z = \delta_e^{-1}$  et un continuum de nombres d'onde petits ( $k_z \leq k_{\perp}/\gamma_m$ ) pour les modes Weibel. Dans le repère du paquet d'ondes la longueur de cohérence longitudinale  $\ell'_{\parallel} \simeq \gamma_m \ell_{\parallel}$  (avec  $\ell_{\parallel} \sim \ell_{\perp}$  pour les modes OTSI dans le repère au repos). On a donc  $\ell'_{\parallel} \simeq \gamma_m \ell'_{\perp}$ . Pour les modes Weibel  $\ell_{\parallel} > \ell_{\perp}$  et donc  $\ell'_{\parallel}/\ell'_{\perp} > \gamma_m$ .

L'invariance de l'impulsion généralisé en direction  $z$  ( $\pi_z$ ) est maintenant brisée et la particule peut diffuser dans toutes les directions. Il reste pourtant la limitation énergétique car l'énergie totale est toujours conservée. Il ne peut toujours y avoir de diffusion en énergie.

Puisque  $\ell'_{\parallel} \simeq \gamma_m \ell'_{\perp}$  le mouvement spatial en direction  $z$  prendra un temps long à devenir diffusif. On peut estimer ce temps en considérant des déflexions à petits angles mais sur les cellules de cohérence de taille  $\ell'_{\parallel}$ , ce qui donne

$$t_z \simeq \frac{\ell'_{\parallel}}{c} \left( \frac{p_{\parallel,0} c}{e E'_z \ell'_{\parallel}} \right)^2 \simeq \frac{\ell'_{\parallel}}{\ell'_{\perp}} \frac{\ell'_{\perp}}{c} \left( \frac{p_{\parallel,0} c}{\epsilon_o} \right)^2 \simeq \chi \frac{\ell'_{\perp}}{c} \left( \frac{p_{\parallel,0} c}{\epsilon_o} \right)^2. \quad (4.20)$$

Avec  $E'_z \ell'_\parallel \simeq E'_\perp \ell'_\perp$  pour les modes OTSI et Weibel car  $\nabla \times \mathbf{E}' = 0$  dans le référentiel de l'onde. Le facteur  $\chi$ , issu des simulations numériques est introduit dans cette estimation.

Sur les échelles de temps courtes nous nous attendons à retrouver le même comportement qu'en 2D (diffusion transverse et régime balistique en  $z$ ). Sur des temps plus longs que  $t_z$  la diffusion dans toutes les directions doit se mettre en place, avec

$$\begin{aligned} D_\perp &= \frac{1}{3} \ell'_\perp c \left( \frac{p_\parallel c}{\epsilon_0} \right)^2 \\ D_\parallel &= \frac{\ell'_\parallel}{\ell'_\perp} D_\perp \simeq \chi D_\perp . \end{aligned} \quad (4.21)$$

Comme précédemment nous avons supposé la déflexion à petits angles sur chaque cellule de cohérence, avec  $\delta\theta \sim \epsilon_0/p_{\parallel,0}c$ .

## 4.5 Implications au choc relativiste

### 4.5.1 Chauffage des électrons

Le champ électrique des instabilités contribue à chauffer les électrons d'une part et ralentir le flot des protons incidents, d'autre part. Considérons l'effet du champ électrique des modes Weibel, dans le référentiel d'onde, sur les électrons froids du plasma amont. La température électronique augmente tant que l'énergie thermique est inférieure à  $e\Delta\Phi' = e\bar{E}'\ell_\perp$ . Ceci parce que l'énergie totale de chaque particule dans ce référentiel est conservée, comme discuté dans la section précédente. L'énergie limite est alors

$$\bar{\epsilon}' = e\bar{E}'\ell_\perp = \xi_B^{1/2} \gamma_m \frac{\ell_\perp}{\delta_i} m_p c^2 . \quad (4.22)$$

Où  $\xi_B$  est le facteur de conversion de l'énergie cinétique du choc en turbulence électromagnétique. Revenant dans le référentiel du plasma au repos (amont), cette énergie thermique correspond à une fraction non-négligeable de l'énergie cinétique des protons  $T_{e,\text{lim}} = \bar{\epsilon}'$ . La taille des filaments transverse accroît sous l'effet du chauffage électronique  $\ell_\perp = \sqrt{\gamma_{\text{th},e}} \delta_e$ . Le chauffage maximal correspond à la sub-équipartition avec

$$\begin{aligned} \ell_\perp &\sim \xi_B^{1/2} \delta_i \\ T_{e,\text{lim}} &\simeq \xi_B m_p c^2 \end{aligned} \quad (4.23)$$

Ce chauffage transitoire n'est pas un processus de diffusion mais une accélération linéaire à travers une cellule de cohérence. Il se produit sur un temps typique  $t_{nl}$  correspondant dans les cas d'électrons thermiques à  $\ell_\perp/c$ . Ce processus est un cas particulier

de chauffage électronique sous l'effet d'oscillations relativistes. Un processus similaire a lieu dans les modes turbulents de l'OTSI.

Puisque la longueur de cohérence transverse est toujours plus petite que la taille du précurseur, sur laquelle  $\xi_B$  varie, le cas de figure est le suivant : les électrons sont instantanément chauffés à la température locale, définie par l'Eq 4.23. Lorsque les électrons se rapprochent de l'équipartition avec les protons ce processus sature. Ce mécanisme est proposé pour expliquer le chauffage électronique graduel et la montée de l'énergie magnétique à travers le précurseur du choc, observé dans les simulations de Sironi & Spitkovsky [5].

Notons qu'un mécanisme différent a été proposé par Gedalin et al. [9] qui propose le chauffage électronique sous l'effet du champ électrique inductif longitudinal des filaments. Dans notre scénario les électrons oscillent transversalement. Les deux mécanismes donnent une température électronique maximale de même ordre de grandeur.

#### 4.5.2 Accélération de particules dans le choc externe des SG

La cinématique des particules en amont du choc, temps des cycles de Fermi ainsi que les performances d'accélération ont été discutés de manière complète dans Achterberg et al. [10] et Pelletier et al.[11]. Ici, nous reprenons leurs estimations en vue de l'étude du mouvement propre des filaments et des propriétés de transport. Comme discuté dans ces travaux, le temps de résidence de la particule en amont du choc est le plus petit entre le temps de giration dans le champ moyen externe et le temps de diffusion dans la micro-turbulence. En plus, il suffit de défléchir la particule d'un angle  $\sim 1/\gamma_{sh}$  pour qu'elle soit rattrapée par le front. Ce qui divise le temps de résidence en amont du choc par  $\gamma_{sh}$  dans tous les cas.

Tout d'abord, il faut reprendre le jeu des référentiels dans lesquels les irrégularités magnétiques sont au repos. Les études antérieures prennent les référentiels co-mobile aval (downstream) et co-mobile amont (upstream). Or, le repère naturel de diffusion des particules dans le milieu pré-choc n'est pas co-mobile amont mais celui des paquets d'onde. L'angle de déflexion, suffisant pour le retour de la particule en aval, devient  $\sim 1/\Gamma_{m|f}$ . Où  $\Gamma_{m|f}$  est le facteur de Lorentz relatif entre le repère du front de choc et celui d'ondes. Ce facteur peut être calculé suivant les formules standard des transformations à 3 référentiels :

$$\begin{aligned}\beta_{m|f} &\simeq \frac{\gamma_m^2 - \gamma_{sh}^2}{\gamma_m^2 + \gamma_{sh}^2} \\ \Gamma_{m|f} &= \frac{1}{2} \left( \frac{\gamma_m}{\gamma_{sh}} + \frac{\gamma_{sh}}{\gamma_m} \right).\end{aligned}\tag{4.24}$$

Dans le cas de diffusion, on peut estimer le temps de résidence d'une particule d'énergie  $\epsilon_{|m}$  comme

$$t_{\text{res},m} \sim \chi \frac{\ell_{\perp}}{c} \left( \frac{\epsilon_{|m}}{\epsilon_0} \right)^2 \frac{1}{\Gamma_{m|f}^2}. \quad (4.25)$$

Où  $\chi$  est un facteur grand devant 1. Pour les modes OTSI, les simulations ont indiqué  $\chi \sim \gamma_m^2$ . Retournant dans le référentiel co-mobile amont, le temps de résidence devient  $t_{\text{res}|f} = t_{\text{res},m}/\Gamma_{m|f}$ . Avec  $\epsilon_0 = (\gamma_m/\gamma_{\text{sh}})e\bar{B}_{|f}\ell_{\perp}$  en termes du champ magnétique turbulent dans le référentiel du front  $\bar{B}_{|f}$ , et  $\epsilon_{|f} \simeq \Gamma_{f|m}(1 - \beta_{m|f})\epsilon_m$ . On aura finalement

$$t_{\text{res}|f} \sim \frac{\ell_{\perp}}{c} \left( \frac{\epsilon_{|f}}{e\bar{B}_{|f}\ell_{\perp}} \right)^2 \frac{\chi\gamma_{\text{sh}}}{\gamma_m}. \quad (4.26)$$

Le fait que la diffusion a lieu dans un référentiel mobile à grande vitesse semble raccourcir le temps de résidence mais l'estimation est mitigée par le facteur  $\chi$ . Ce temps est à comparer au temps de résidence imposé par le champ moyen :  $t_{\text{res},0} = \epsilon_{|f}/(e\bar{B}_0)$  qui devient plus court pour les particules de très haute énergie.

**Gain par cycle** On calcule le gain par cycle de Fermi (amont  $\rightarrow$  aval  $\rightarrow$  amont) suivant la formule de double changement de référentiel entre deux milieux de chaque côté du choc [12, 10] :

$$\frac{\epsilon_{\text{fin}}}{\epsilon_{\text{init}}} = \Gamma_{\text{rel}}^2 (1 - \beta_{\text{rel}} \cos \theta_{\rightarrow\text{aval}}) (1 - \cos \theta_{\rightarrow\text{amont}}) \quad (4.27)$$

Où  $\beta_{\text{rel}}$  est la vitesse relative entre les deux milieux et  $\Gamma_{\text{rel}}$  est le facteur de Lorentz correspondant. Les facteurs relatifs amont $\leftrightarrow$ aval et repère d'ondes $\leftrightarrow$ aval sont, respectivement

$$\begin{aligned} \text{amont} \leftrightarrow \text{aval} : \quad \beta_{u|d} &= 1 - 1/\gamma_{\text{sh}}^2 \\ \Gamma_{u|d} &= \gamma_{\text{sh}}/\sqrt{2} \\ \text{ondes} \leftrightarrow \text{aval} : \quad \beta_{m|d} &= \frac{\gamma_m^2 - \gamma_{\text{sh}}^2/2}{\gamma_m^2 + \gamma_{\text{sh}}^2/2} \\ \Gamma_{m|d} &= \frac{1}{2} \left( \frac{\sqrt{2}\gamma_m}{\gamma_{\text{sh}}} + \frac{\gamma_{\text{sh}}}{\sqrt{2}\gamma_m} \right) \end{aligned} \quad (4.28)$$

Le gain sur le premier cycle est  $\Gamma_{m|d}^2$ , si celui-ci est  $\gg 1$ . Si  $\gamma_m = 1$ , il n'y a pas de changement par rapport à [10] et ce gain est de l'ordre de  $\gamma_{\text{sh}}^2$ . Par contre, dans le cas  $\gamma_m \simeq \gamma_{\text{sh}}$  l'effet d'anisotropie relativiste sur les angles de passage aval $\rightarrow$ ondes disparaissent et le gain sera de l'ordre de  $\beta_{m|d} < 1$ , comme dans le cas des chocs non-relativistes ! Ceci

vient du fait qu'il suffit de pousser le flot du précurseur à une vitesse  $\sim c/3$  par rapport au front pour que sa vitesse soit newtonienne par rapport à l'écoulement choqué. Ce comportement ne semble pas être observé dans les simulations PIC des chocs, e.g. [13, 14]. Le cas le plus probable,  $1 \ll \gamma_m < \gamma_{sh}$  qui conserve l'anisotropie relativiste  $\theta_{aval \rightarrow m}$ , donne alors  $\delta\epsilon/\epsilon \sim \Gamma_{m|d}^2$  sur ce premier cycle, avec  $1 \ll \Gamma_{m|d} < \gamma_{sh}$ .

Le gain sur les cycles suivants est aussi modifié par la propagation des centres diffuseurs. Si les centres diffuseurs sont statiques (i.e. figés dans le plasma amont) alors le gain en énergie par cycle est égal à 2, comme le donnent les études [12, 10, 15] et la moyenne sur les angles de l'éq. (4.27). Deux cas de figures sont alors envisageables : si  $\gamma_m \simeq \gamma_{sh}$  alors gain par cycle de Fermi est  $\langle \frac{\Delta\epsilon}{\epsilon_{init}} \rangle \sim \beta_{m|d} < 1$ , si  $1 \ll \gamma_m < \gamma_{sh}$  il est de l'ordre de 2.

**Énergie maximale des protons** L'énergie maximale à l'accélération des protons (ainsi que des électrons) peut être limitée par les pertes à l'expansion, pertes synchrotron, la taille finie de la région accélératrice. L'estimation la plus optimiste vient de la taille de la région (critère de Hilas). Pourtant celle-ci est déjà tout à fait limitante car le libre parcours moyen de la particule augmente comme  $\epsilon^2$  au lieu d'être égal au rayon de Larmor de la particule (régime de Bohm).

Considérons le choc terminal d'un SG en début de la phase de l'afterglow. L'énergie maximale, atteinte en égalisant le temps de résidence en amont du choc au temps des pertes par expansion ( $r_{sh}/c$ ) est :

$$\begin{aligned} E_{\max} &= 2Z\gamma_{sh}\xi_B^{1/2} \left(\frac{\gamma_m}{\chi}\right)^{1/2} \sqrt{\frac{r_{sh}}{\delta_i}} m_p c^2 \\ &\sim 3.7 \times 10^{15} \times Z \left(\frac{\gamma_m}{\chi}\right)^{1/2} \Gamma_{s,2.5} r_{s,17} n_0^{1/4} \text{ eV} . \end{aligned} \quad (4.29)$$

Cette limite est valable pour un choc non-magnétisé ( $\sigma = 0$ ), et  $r_{s,17} = r_s/10^{17}$  cm. Si le temps de résidence est gouverné par champ magnétique interstellaire, la rotation régulière dans ce champ peut faire monter l'énergie maximale à  $E_{\max,0} = Z\gamma_{sh}eB_0r_{sh} \sim 0.3 \times 10^7 \times Z \text{ GeV}$ , pour  $B_0 = 3\mu\text{G}$ ,  $\gamma_{sh} = 300$  et  $r_{sh} = 10^{17}$  cm. Une énergie de l'ordre de  $10^{16}$  eV est donc atteinte, très loin pourtant de celle des Rayons Cosmiques de Ultra Haute Énergie (UHECRS).

### 4.5.3 Accélération et rayonnement des électrons

Précédemment des arguments en faveur d'un chauffage efficace du flot électronique par la micro-turbulence ont été exposés. Cela confirme l'idée que les électrons atteignent la sub-équipartition avec les ions dans les chocs relativistes. En l'occurrence, dans le choc externe des SG où l'émission de rémanence prend lieu, ils pourraient atteindre une

température de quelques GeV. Étant donné que la température des protons est très élevée au début de la phase de rémanence et on a :

$$T_e \lesssim T_p = \frac{\gamma_{\text{sh}}}{3\sqrt{2}} m_p c^2 ; \quad (4.30)$$

ce qui correspond à quelques dizaines de GeV. D'autre part, une micro-turbulence intense se développe puisque la magnétisation du MIS est très faible  $\sigma \sim 10^{-9}$ . Quel type de rayonnement est attendu dans un champ magnétique, fluctuant à petite échelle et beaucoup plus intense que le champ externe ? Cela dépend du paramètre "wiggler"  $a$ , mesuré en aval du choc comme

$$a \equiv \frac{e\bar{B}\ell_c}{m_e c^2} \sim \xi_B^{1/2} \gamma_{\text{sh}} \frac{m_p}{m_e} . \quad (4.31)$$

Ce paramètre mesure l'aptitude du champ magnétique à défléchir un électron relativiste de facteur de Lorentz  $\gamma$  d'un angle  $1/\gamma$  (l'énergie de la particule n'apparaît pas dans la définition du paramètre pour cette raison). Quand  $a > 1$  le champ magnétique produit une seule déflexion dans le cône d'émission  $1/(2\gamma)$ , l'émission résultante est très semblable au rayonnement synchrotron standard dans un champ magnétique régulier, sauf qu'il n'y a pas de polarisation. Quand  $a < 1$  l'électron peut subir plusieurs déflexions dans le cône d'émission et le rayonnement est différent du synchrotron classique et est de type "jitter" [16]. Dans le cas présent le paramètre  $a > 1$  ce qui assure que le spectre d'émission des électrons, accélérés par le choc relativiste, est semblable au synchrotron standard avec une déviation probablement très faible [17].

Le facteur de Lorentz maximal pour les électrons supra-thermiques, mesuré dans le référentiel du front, est contraint par les pertes synchrotron (comme le temps d'accélération  $\propto \gamma^2/\bar{B}^2$  et le temps caractéristique de pertes synchrotron  $\propto \gamma/\bar{B}^2$  l'énergie maximale est indépendante de l'intensité du champ magnétique). L'estimation ici est similaire à celle de Kirk & Reville [17] quand  $\gamma_m \sim \gamma_{\text{sh}}$ , à l'exception de la dépendance en  $\gamma_m$  et  $\chi$ . Ces paramètres modifient le temps d'accélération, qu'on suppose être de l'ordre du temps de résidence en amont du choc (i.e. eq. 4.26). L'estimation dans le référentiel du front est donc :

$$\begin{aligned} \gamma_{\text{max}} &\sim \left( \frac{4\pi e^2 \ell_c}{\sigma_T m_e c^2} \frac{\gamma_m}{\chi \gamma_{\text{sh}}} \right)^{1/3} \sim \left( \frac{m_e}{m_i} n_0 r_e^3 \right)^{-1/6} \left( \frac{\gamma_m}{\chi \gamma_{\text{sh}}} \right)^{1/3} \sim \\ &\sim 7 \times 10^6 \left( \frac{\gamma_m}{\chi \gamma_{\text{sh}}} \right)^{1/3} . \end{aligned} \quad (4.32)$$

En négligeant la contribution du processus Compton Inverse, l'énergie maximale corres-

pondante des photons, reçus par un observateur externe (référentiel amont) est :

$$\begin{aligned} \epsilon_{\gamma, \max} &\sim \gamma_{\text{sh}} \gamma_{\text{max}}^2 \frac{\hbar e \bar{B}_{|f}}{m_e c^2} \sim \sqrt{\xi_B} \frac{\gamma_{\text{sh}}^{4/3} (\gamma_m / \chi)^{2/3} m_p c^2}{(\mu n r_e^3)^{-1/6} \alpha_f} \simeq \\ &\simeq 3 \times \xi_{B,-2}^{1/2} \Gamma_{s,2.5}^2 n_0^{1/2} \left( \frac{\gamma_m}{\chi \gamma_{\text{sh}}} \right)^{2/3} \text{ GeV}, \end{aligned} \quad (4.33)$$

avec la notation usuelle  $\xi_{B,-2} = \xi_B / 0.01$ ,  $\Gamma_{s,2.5} = \gamma_{\text{sh}} / 300$  et  $n_0 = n / 1 \text{ cm}^{-3}$ .  $\alpha_f \simeq 1/137$  est la constante de structure fine.

En présence du champ magnétique externe le retour des électrons de l'amont vers l'aval peut être gouvernée par la rotation régulière d'un angle  $1/\gamma_{\text{sh}}$ . Le temps de retour, dans le référentiel du front SRF, dans ce cas est  $t_{\text{res},0|f} \sim \epsilon_{|f} / (\gamma_{\text{sh}} e B_0)$ . Pour un électron au facteur Lorentz maximal, défini par l'Eq. 4.32 on a :

$$\frac{t_{\text{res},0|f}}{t_{\text{res}|f}} \sim 2 \left( \frac{\gamma_m}{\chi} \right)^{2/3} \xi_{B,-2} B_{0,-5}^{-1} n_0^{2/3} \Gamma_{s,2.5}^{1/3}, \quad (4.34)$$

avec  $B_{0,-5} = B_0 / 10 \mu\text{G}$ . Cela implique que la composante régulière du champ magnétique devient dominante pour les électrons les plus énergétiques à partir du moment où  $\gamma_m / \chi \ll 1$ . Notons que la production des photons au GeV est peu influencée par le rapport  $\gamma_m / \chi$ .

Un spectre, ressemblant au synchrotron standard, s'étendant jusque plusieurs GeV peut donc être produit ; en accord avec les observations des SG. De ce point de vue les chocs relativistes peuvent être considérés comme d'excellents convertisseurs d'énergie cinétique du choc en électrons accélérés et en rayonnement. Le facteur de conversion en rayonnement est  $\xi_{\text{rad}} \sim \xi_B \sigma_{\text{T}} n r_s \langle \gamma_e^2 \rangle$  ( $r_s$  est le rayon externe du choc). Au tout début de la phase de rémanence on aura donc  $\xi_{\text{rad}} \sim \xi_B \sim 10\%$ .

## 4.6 Résumé du chapitre

Le présent travail s'appuie sur un paradigme de la formation et le développement d'une onde de choc non-collisionnelle, l'interdépendance entre trois processus suivants

- Génération de particules accélérées,
- Génération de la turbulence magnétique,
- Construction d'une barrière de potentiel de nature électrostatique ou magnétique pour permettre la réflexion d'une partie de particules incidentes.

Une investigation théorique du transport des particules supra-thermiques et du préchauffage des électrons en amont du choc a été présentée. L'argumentation a surtout porté sur l'importance du mouvement des filaments magnétiques par rapport au plasma amont, au repos. Ce mouvement peut impliquer des facteurs de Lorentz très grands ( $2 \leq \gamma_m \leq 140$ ),

la valeur dépendant de la température des électrons de fond.

Les principaux résultats, dégagés par ce travail, sont les suivants :

- Deux instabilités plasma, OTSI et Weibel-filamentation, sont essentiellement impliquées dans la génération de la turbulence en amont du choc. Les modes d'onde qu'elles génèrent amènent à des équations de mouvement similaires pour les particules chargées, dans le référentiel de paquets d'onde.
- Il y a un préchauffage efficace des électrons incidents dans la région turbulente devant le front du choc. Leur température peut être portée à la sub-équipartition avec celle des protons, sous l'effet d'oscillation relativiste dans le potentiel électrostatique des modes d'onde turbulents. L'énergie thermique des électrons, peut atteindre  $\sim \xi_B m_p c^2$  par ce mécanisme.
- Le chauffage n'est pas homogène sur la longueur du précurseur mais local. Les électrons sont chauffés à la valeur fixée par  $\xi_B$  local. Ce paramètre étant croissant au fur et à mesure qu'on s'approche du front.
- Le transport des particules supra-thermiques : la structure en filaments de la turbulence limite la diffusion le long de la normale au choc, qui met un temps  $t_z$  à se mettre en place. Le temps d'accélération en est ralenti ainsi que le gain énergétique par cycle est plus faible. L'énergie maximale, ré-estimée donne tout de même une valeur de même ordre de grandeur que celle de [12], i.e.  $\sim 10^{16}$  eV pour les protons.
- Les estimations d'énergie maximale à l'accélération des protons donne  $E_{\max,p} \simeq 10^{15}$  eV ce qui ne fait pas du choc relativiste un accélérateur aux Ultra-Hautes énergies. En ce qui concerne les électrons, leur énergie est essentiellement limitée par les pertes synchrotron et  $E_{\max,e} \simeq 10^{12}$  eV. Le spectre d'émission, semblable au synchrotron standard peut s'étendre jusqu'à plusieurs GeV.

Dans ce chapitre nous avons donc revu les propriétés de transport des particules en amont du choc relativiste. Nous avons argumenté sur l'importance du mouvement propre des filaments magnétiques (c'est à dire des modes d'onde turbulents). L'étude du transport des particules dans le repère des paquets d'onde de la turbulence à mis en évidence des lois de diffusion à l'échelle de temps court (diffusion transverse) et longue, quand la diffusion devient tri-dimensionnelle. Le transfert d'énergie rapide de la turbulence électromagnétique aux particules constitue un mécanisme efficace pour pré-chauffer les électrons et les mettre en sub-équipartition avec les protons à l'approche du front de choc, phénomène observé dans les simulations PIC des chocs relativistes [18, 5] et corroboré par des simulations récentes [19].

Finalement, les estimations du temps de résidence, du gain par cycle et de l'énergie maximale indiquent que la propagation relativiste des modes d'onde turbulents des instabilités de Weibel et OTSI en amont du choc rend le processus de Fermi plus long, moins énergisant si  $\gamma_m \geq \gamma_{sh}$ . Si  $\gamma_m \ll \gamma_{sh}$  alors la cinématique des particules n'est pas



changée par rapport au cas standard [10, 11].

## Bibliographie

- [1] M. Lemoine and G. Pelletier. On instabilities at ultra-relativistic shock waves. *MNRAS*, 589 :L73, 2010.
- [2] M. Lemoine and G. Pelletier. Dispersion and thermal effects on electromagnetic instabilities in the precursor of relativistic shocks. *MNRAS*, 417 :1148, 2011.
- [3] A. Bret. Weibel, Two-Stream, Filamentation, Oblique, Bell, Buneman...Which One Grows Faster? *ApJ*, 699 :990, 2009.
- [4] I. Plotnikov, G. Pelletier, and M. Lemoine. Particle transport and heating in the microturbulent precursor of relativistic shocks. *MNRAS*, 430 :1280–1293, 2013.
- [5] L. Sironi and A. Spitkovsky. Particle Acceleration in Relativistic Magnetized Collisionless Electron-Ion Shocks. *ApJ*, 726 :75, 2011.
- [6] A. Bret, M.-C. Firpo, and C. Deutsch. Collective electromagnetic modes for beam-plasma interaction in the whole k space. *Phys. Rev. E*, 70 :046401, 2004.
- [7] R. Shaisultanov, Y. Lyubarsky, and D. Eichler. Stream Instabilities in Relativistically Hot Plasma. *ApJ*, 744 :182, 2012.
- [8] W. H. Press, B. P. Flannery, S. A. Teukolsky, and W. T. Vetterling. *Numerical Recipes. The art of scientific computing*. Cambridge : Cambridge Univ. Press, 1986.
- [9] M. Gedalin, E. Smolik, A. Spitkovsky, and M. Balikhin. Electron heating by filamentary instability. *EPL (Europhysics Letters)*, 97 :35002, 2012.
- [10] A. Achterberg, Y. Gallant, J.G. Kirk, and A.W. Guthmann. Particle acceleration by ultrarelativistic shocks : theory and simulations. *MNRAS*, 328 :393, 2001.
- [11] G. Pelletier, M. Lemoine, and A. Marcowith. On fermi acceleration and mhd instabilities at ultra-relativistic shock waves. *MNRAS*, 393 :587–597, 2009.
- [12] Y. A. Gallant and A. Achterberg. Ultra-high-energy cosmic ray acceleration by relativistic blast waves. *MNRAS*, 305 :L6–L10.
- [13] S. F. Martins, R. A. Fonseca, L. O. Silva, and W. B. Mori. Ion dynamics and acceleration in relativistic shocks. *ApJ*, 695 :L189–L193, 2009.
- [14] L. Sironi and A. Spitkovsky. Acceleration of Particles at the Termination Shock of a Relativistic Striped Wind. *ApJ*, 741 :39, 2011.
- [15] M. Lemoine and G. Pelletier. Particle Transport in Tangled Magnetic Fields and Fermi Acceleration at Relativistic Shocks. *ApJ*, 589 :L73, 2003.
- [16] M. V. Medvedev. Theory of “Jitter” Radiation from Small-Scale Random Magnetic Fields and Prompt Emission from Gamma-Ray Burst Shocks. *ApJ*, 540 :704–714, September 2000.

- 
- [17] J. Kirk and Reville B. Radiative Signatures of Relativistic Shocks. *ApJ*, 710 :L16, 2010.
- [18] A. Spitkovsky. On the structure of relativistic collisionless shocks in electron-ion plasmas. *ApJ*, 673 :L39–L42, 2008.
- [19] L. Sironi, A. Spitkovsky, and Arons J. The Maximum Energy of Accelerated Particles in Relativistic Collisionless Shocks. *ApJ*, 771 :54, 2013.



## Chapitre 5

# Codes PIC et chocs relativistes

Ce chapitre aborde l'étude des chocs au moyen des codes PIC qui se sont révélés être un outil puissant dans l'investigation des chocs non-collisionnels. Cette approche numérique permet de rendre compte de l'interaction non-linéaire entre les particules et le champ électromagnétique qu'elles engendrent. Toute la panoplie des fluctuations et des instabilités plasma est, virtuellement, à leur portée. Les limitations matérielles sont pourtant très restrictives puisque l'espace mémoire (plusieurs milliards de particules) et le temps de calcul (centaines de milliers de pas de temps) sont nécessaires pour étudier la structure du choc <sup>1</sup>.

Dans la première section, une présentation générale des codes PIC est donnée. Ensuite, l'état de l'art en ce qui concerne les chocs relativistes est revu sur le plan des avancées des algorithmes et principaux travaux dans la littérature. La dernière section, présente l'approche adoptée dans ce travail de thèse : utilisation d'un code PIC 1D spectral avec plusieurs méthodes pour enclencher le choc.

---

<sup>1</sup>Remarquons tout de même qu'une application réaliste sur l'échelle spatiale relevante en astrophysique ( $\sim 1$  parsec), mettant en jeu un nombre de particules supérieur au nombre d'Avogadro, et sur un temps dynamique supérieur à 100 secondes est aujourd'hui hors de portée des calculateurs. L'approche du physicien-numéricien est pourtant plus maligne : on met en évidence les lois physiques en échantillonnant la simulation aux grandeurs caractéristiques du système étudié...

## 5.1 Principe des codes Particle-In-Cell (PIC)

### 5.1.1 Équations maitresses

L'évolution du champ électromagnétique est régie par les équations de Maxwell, reproduites ici en système d'unités CGS :

$$\nabla \cdot \mathbf{E} = 4\pi\rho \quad (5.1)$$

$$\nabla \cdot \mathbf{B} = 0 \quad (5.2)$$

$$\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t} = c\nabla \times \mathbf{B} - 4\pi\mathbf{J} \quad (5.3)$$

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = -c\nabla \times \mathbf{E} . \quad (5.4)$$

$\mathbf{E}$  est le champ électrique,  $\mathbf{B}$  est le champ magnétique,  $\rho$  est la densité de charge dans le plasma et  $\mathbf{J}$  est le courant électrique.

Les champs sont définis sur une grille spatiale eulérienne (i.e. grille cartésienne fixe). Dans les codes où la résolution de ces équations se fait à l'aide des différences finies, les composantes  $E_x, E_y, E_z, B_x, B_y, B_z$  sont décalées sur le maillage les unes par rapport aux autres afin de satisfaire l'équation 5.2 automatiquement. Leur disposition dans la maille a initialement été proposée par K. Yee [1] et reste utilisée par la plupart des codes. Dans les codes pseudo-spectraux on résout les équations de Maxwell dans l'espace de Fourier et il n'y a pas besoin d'avoir recours à une maille décalée (on a toujours  $\mathbf{k} \cdot (\mathbf{k} \times \mathbf{E}) = 0$ ). Les composantes des champs ont alors la même localisation. De plus, si la divergence du champ magnétique est nulle au temps initial (l'Eq. 5.2 est satisfaite initialement), elle le sera pour tout temps ultérieur. En ce qui concerne l'équation de Maxwell-Gauss (Eq. 5.1) elle est soit résolue directement (choix du code PIC utilisé dans le chapitre 6), soit un algorithme de déposition de courant, conservant la charge, remplace la résolution de cette equation.

L'équation maitresse pour les particules est l'équation de Lorentz (version relativiste) :

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{p}_i}{dt} &= q_i \left( \mathbf{E} + \frac{\mathbf{p}_i}{\gamma_i m_i c} \times \mathbf{B} \right), \quad \text{avec} \\ \mathbf{p}_i &= \frac{m_i \mathbf{v}_i}{\sqrt{1 - (v_i^2/c^2)}} \\ \frac{d\mathbf{r}_i}{dt} &= \mathbf{v}_i \end{aligned} \quad (5.5)$$

Avec  $q_i, m_i$  : charge et masse au repos de la particule  $\mathbf{r}_i$  : sa position,  $\mathbf{v}_i$  et  $\mathbf{p}_i$  : sa vitesse et impulsion et  $\gamma_i$  est son facteur de Lorentz. Les particules peuvent avoir des positions et des impulsions arbitraires dans la boîte de simulation. Elles sont donc distribuées sur

une grille lagrangienne.

Comme l'a souligné Buneman [2] ces équations sont déjà sous forme "numérique", il suffit de les discrétiser et de se donner des conditions initiales et aux limites pour faire le calcul numérique. Cependant, pas totalement, car une étape importante consiste à coupler les deux systèmes d'équations. Le couplage intervient lorsqu'on considère la densité de charge et le courant dans le plasma. Ceci est réalisé en collectant la charge de chaque particule et leur vitesse sur les nœuds de la maille pour satisfaire les définitions :

$$\rho(\mathbf{r}, t_n) = \int qf(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t_n)d^3v \quad (5.6)$$

$$\mathbf{J}(\mathbf{r}, t_n) = \int q\mathbf{v}f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t_n)d^3v \quad (5.7)$$

Où  $t_n = n\Delta t$  est le temps de la simulation qui commence à  $n = 0$ .  $f(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$  est la fonction de distribution des particules. Normalement, la fonction de distribution est continue alors que les macro-particules sont des grandeurs discrètes, nous avons donc besoin de relier cette fonction au nuage des particules dans la boîte de simulation.

### 5.1.2 Intérêt de macro-particules

Conceptuellement, la méthode PIC consiste à discrétiser la fonction de distribution continue  $f$  le long des caractéristiques discrètes : macro-particules individuelles. Chaque macro-particule représente une composante de la fonction de distribution. Ainsi, en sommant les contributions de toutes les macro-particules, on reconstruit  $f$ . On attribue à chaque macro-particule une fonctionnelle  $f_p = S(\mathbf{r})S_v(\mathbf{v})$ , où  $S(\mathbf{r})$  et  $S_v(\mathbf{v})$  sont des facteurs de forme de la particule en position et en vitesse, respectivement. Ces facteurs de forme localisent la position de la particule dans l'espace des phases. Si ce sont des distributions de Dirac, alors la macro-particule est un point dans l'espace des phases. Cette approximation est la plus simple mais génère beaucoup de bruit numérique car la fonction de distribution, reconstruite ainsi, est granulaire. Plus généralement, la forme de la fonction  $S_v(\mathbf{v})$  n'est pas importante car il n'y pas de grille en vitesses ; seule la grille spatiale est présente pour assurer le couplage entre les macro-particules et les champs. On adopte donc une distribution de Dirac  $S_v(\mathbf{v}) = \delta(\mathbf{v})$ .

En ce qui concerne le facteur de forme spatial, la propriété importante de cette fonction est qu'elle doit être à support compact pour qu'une partie de la charge ne soit pas interpolée en dehors de la grille et sa distribution sur grille doit avoir une portée finie. Autrement dit, la charge d'une macro-particule doit être répartie sur un nombre fini de points-grille. Par exemple, le type de fonctions les plus utilisées sont des  $B$ -splines d'ordre 0, 1 et 2 dont la forme est illustrée dans la figure 5.1

On adopte rarement l'ordre 0, (déposition nommée "Nearest Grid Point", NGP) car elle génère trop de bruit numérique. Il est préférable d'aller à l'ordre supérieur, au moins l'ordre 1 (CIC) est requis pour ne pas être dominé par le bruit numérique avec un nombre de particules par grille raisonnable.

En se servant de la définition du facteur de forme et des équations continues 5.6-5.7, la densité de charge et le courant aux positions discrètes sur grille sont calculés comme :

$$\rho(\mathbf{r}_{\text{grille}}, t_n) = \sum_i q_i S(\mathbf{r}_{\text{grille}} - \mathbf{r}_i) \quad (5.8)$$

$$\mathbf{J}(\mathbf{r}_{\text{grille}}, t_n) = \sum_i q_i \mathbf{v}_i S(\mathbf{r}_{\text{grille}} - \mathbf{r}_i) \quad (5.9)$$

De cette manière on collecte sur chaque point grille la densité de charge et le courant des particules proches de ce point (proximité contrainte par le support compact des facteurs de forme  $S(\mathbf{r})$ ). Les interactions à longue distance sont négligées en vertu de l'écrantage de Debye dans le plasma. En fait la taille spatiale de chaque macro-particules est optimale quand elle est proche de  $\lambda_D$ .

### 5.1.3 Le principe et fonctionnement

L'essence de l'approche PIC est donc de reproduire la dynamique des macro-particules dans les champs auto-consistants, en couplant la grille eulérienne pour le champ électromagnétique à une grille lagrangienne pour les macro-particules. L'interpolation grille lagrangienne  $\leftrightarrow$  eulérienne se fait lors des deux opérations 5.8-5.9, à l'aide de la fonction de forme  $S(\mathbf{r})$ . Les deux opérations d'interpolation induisent un bruit statistique (i.e. niveau de fluctuations artificiellement grand) à cause de la granularité lors du remplissage de l'espace des phases par les macro-particules. Ce bruit est par essence statistique et son amplitude varie en  $1/\sqrt{N_{\text{part}}}$ . Il faut donc prendre un nombre de particules par grille suffisamment grand pour que le bruit ne soit pas dominant sur les fluctuations physiques. D'autre part, l'ordre d'interpolation (portée de la fonction  $S(\mathbf{r})$ ) est aussi important : plus il est grand, meilleur sera le lissage et le niveau de bruit sera réduit. La plupart des codes

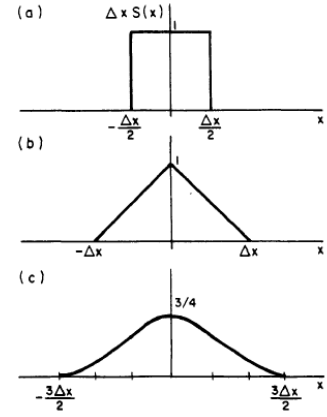


FIG. 5.1: Facteurs de forme d'ordre 0 (NGP), 1 (CIC) et 2 (quadratique), correspondant aux graphes allant de haut en bas, respectivement. Tiré de Birdsall & Langdon [3], Fig.8-5a.

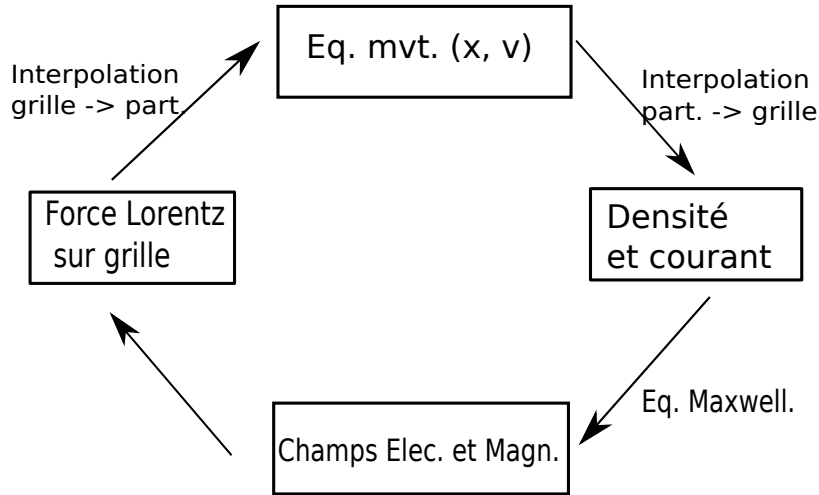


FIG. 5.2: La boucle de calcul d'un code PIC sur un pas de temps, inspiré de [3].

PIC utilisent des splines d'ordre 1 (linéaire) et 2 (quadratique) dont le support est à  $2^D$  et  $3^D$  points grille, respectivement.  $D$  est la dimensionnalité spatiale de la simulation ( $D = 1$  pour une simulation, dite 1D spatiale).

Dans la figure 5.2, les principales étapes d'un code PIC sur un pas de temps sont décrites. Après avoir donné les conditions initiales (distribution spatiale et en vitesses des particules, valeurs initiales des champs  $\mathbf{E}$  et  $\mathbf{B}$ ) on avance tour-à-tour les particules et les champs, le couplage entre les deux étant assuré par l'interpolation de la densité de charge et du courant.

Mentionnons que seulement deux equations de Maxwell sont résolues en pratique, Eq.5.3 et Eq.5.4. Pour que le système soit physiquement correct il faut donc que la divergence nulle de  $\mathbf{B}$  soit implicitement satisfaite à tout temps et que la charge soit localement conservée. Le premier ne pose pas de souci car les algorithmes existants conservent la condition de divergence nulle si elle est satisfaite au temps initial. Un autre point important est de satisfaire l'équation de Maxwell-Gauss et donc assurer la conservation de charge. En effet, déposer directement la vitesse des particules sur les points grille proches à un temps donné, sans tenir compte de son mouvement en travers de la grille pendant le pas de temps pose le problème de ne pas satisfaire à l'équation de continuité  $\partial_t \rho + \nabla \cdot \mathbf{J} = 0$  et, par conséquent, celle de Maxwell-Gauss (e.g. voir [3]). Le résultat numérique fournit un champ électrique  $\mathbf{E}'$  incorrect. Une méthode populaire consiste à



soustraire la composante artificielle en calculant la densité de charge au temps  $t_n$  donné suivant la formule :  $\mathbf{E} = \mathbf{E}' - \nabla\delta\phi$ . La résolution de  $\nabla^2\delta\phi = \nabla\mathbf{E}' - \rho$  procure la correction nécessaire. C'est la correction de Boris [3]. Toutefois, cette solution n'est pas tout à fait satisfaisante puisque la correction est itérative, il faut parfois plusieurs dizaines d'itérations avant d'arriver à la précision machine et cela est coûteux en temps de calcul. Des méthodes de déposition de courant, conservant la charge et satisfaisant l'équation de continuité, ont aussi été élaborées. Par exemple, citons celles de Villasenor-Buneman [4] et de Esirkepov [5].

#### 5.1.4 Stabilité

L'effet du pas de temps et du pas de la grille finis peuvent conduire à des instabilités numériques dans les simulations. Un code PIC explicite doit remplir généralement plusieurs conditions pour être stable [6].

1. La première condition à remplir est celle de Courant-Friederichs-Lévi (CFL) qui implique qu'aucune onde (ou particule) ne doit pouvoir se propager sur une distance supérieure au pas de la grille ( $\Delta x$ ) sur un pas de temps ( $\Delta t$ ). Généralement, la vitesse limite est celle de la lumière et la condition de stabilité s'écrit :  $c\Delta t < \alpha\Delta x$ . Où  $\alpha$  est une constante, dépendante de la dimensionnalité et de la géométrie du système. Dans un code 1D :  $\alpha = 1$ .
2. Le pas de temps doit être assez petit pour résoudre les vibrations les plus rapides du système, i.e. la pulsation plasma électronique. Cela implique que  $\Delta t < 2\omega_{pe}^{-1}$  pour être stable. Pour que la précision numérique soit satisfaisante cette contrainte est encore plus sévère :  $\Delta t < 0.2\omega_{pe}^{-1}$  (e.g. [3] pour la discussion de ce point).
3. Dans tous les cas, un code PIC explicite ne conserve pas l'énergie totale du système et le plasma chauffe légèrement avec le temps [7]. Ce chauffage vient du fait que l'augmentation de l'énergie électromagnétique  $(\Delta E^2 + \Delta B^2)/8\pi$  sur un pas de temps est en moyenne supérieure au travail des champs sur les particules  $(\mathbf{E}^n \cdot \mathbf{J}^n \Delta t)$ . L'effet est plus ou moins prononcé si la longueur de Debye est plus grande ou plus petite que le pas de grille. On peut donc diminuer cet effet en prenant un pas de la grille adapté. Le pas de la grille  $\Delta x$  doit être comparable à la longueur de Debye dans le plasma, typiquement  $\Delta x \leq 3 - 10 \lambda_D$  [6, 7]. Si cette condition n'est pas satisfaite ( $\lambda_D \ll \Delta x$ ), un fort auto-chauffage du plasma se produit le ramenant à l'état  $\Delta x \sim \lambda_D$ .

Ces conditions sont minimales, les satisfaire n'implique pas nécessairement la stabilité numérique. Par exemple, la dérive du plasma par rapport à la grille fixe peut causer l'instabilité dite de "streaming" si le faisceau est parfaitement mono-énergétique. Une dispersion en vitesses transverse est nécessaire afin d'éviter la résonance entre le faisceau

et la grille. De manière générale, un soin est donc porté à chaque type de conditions initiales dans la simulation pour que la simulation soit stable sur des temps longs ( $t \gg \omega_{pe}^{-1}$ ).

### 5.1.5 Avantages et inconvénients

Physiquement les codes PIC peuvent résoudre toutes les échelles spatio-temporelles à partir de l'échelle électronique. C'est à la fois avantageux mais nécessite de moyens importants en termes de mémoire et temps de calcul. En plus, la structure basique du code est relativement simple à programmer.

L'avantage est de pouvoir étudier le comportement du plasma jusqu'au plein développement des effets non-linéaires, régime difficilement accessible analytiquement. Les codes PIC se sont révélés très fructueux dans l'étude des instabilités plasma, interaction laser-plasma ou dans l'étude des chocs.

Les besoins matériels de telles simulations entraînent certaines contraintes de la méthode. Pour les études à long terme du plasma il faut plusieurs centaines de milliers de pas de temps avec des boîtes de plusieurs milliers de points grille et allant jusqu'à plusieurs  $10^9$  particules (en 2D ou 3D) pour diminuer le bruit numérique.

## 5.2 Etat de l'art

Cette section porte sur la présentation et analyse de principaux travaux sur les chocs relativistes utilisant les codes PIC. Après une brève présentation du problème numérique très important dans le cas d'écoulements relativistes (émission Cerenkov artificielle) je présente et discute les travaux récents importants. Le choix est de les présenter dans l'ordre chronologique, ce qui peut paraître incommode à la lecture mais m'a semblé le plus naturel.

### 5.2.1 Algorithmique

Le régime relativiste comporte plusieurs contraintes sur les codes PIC. En premier lieu l'intégrateur de l'équation de Lorentz doit être relativiste et tenir compte de la variation du facteur  $\gamma$  des particules à chaque pas de temps. L'algorithme standard, utilisé par la plupart de codes, est celui de Buneman-Boris [3]. Il consiste à découpler la partie électrique et magnétique dans le pousseur des particules.

La principale difficulté dans l'étude d'un flot relativiste (ou températures relativistes) dans la simulation est l'**instabilité de Cerenkov**. Cette instabilité vient du fait que la relation de dispersion numérique pour les ondes électromagnétiques du vide n'est pas exactement  $\omega = kc$ . Aux grands nombres d'onde, des algorithmes aux différences finies

ont toujours  $\omega \leq kc$ . En ce qui concerne les particules, leur vitesse est limitée par  $c$  mais, dans le cas relativiste, une quantité importante d'entre-elles peuvent présenter une vitesse supérieure à la vitesse de phase numérique des ondes électromagnétiques du vide :  $v_{\text{part}} \geq v_{\phi}$  dont la résonance conduit à l'instabilité. Il existe plusieurs solutions, non-définitives pourtant, pour atténuer l'effet de cette instabilité :

1. Utiliser un algorithme pseudo-spectral pour la résolution des équations de Maxwell. Ceci permet de contraindre exactement  $\omega = kc$ , quel que soit  $k$ . Toutefois, l'instabilité persiste à cause des interpolations particules  $\leftrightarrow$  grille : la représentation des facteurs de forme dans l'espace de Fourier  $S(\mathbf{r}) \rightarrow \tilde{S}(\mathbf{k})$  implique des valeurs non-nulles dans la région  $k\Delta x \geq \pi$ . Il en résulte une résonance entre les particules et la grille pour les  $k \geq \pi/\Delta x$ . Cela nécessite des facteurs de forme d'ordre élevé et de procéder à un filtrage de certaines longueurs d'onde pour que l'effet soit faible. D'autre part, l'utilisation des codes pseudo-spectraux dans l'étude des chocs requiert certains soins, comme on le verra dans le chapitre suivant.
2. Utiliser un algorithme aux différences finies d'ordre élevé (i.e. au-delà de l'ordre 2) pour les équations de Maxwell. Par exemple, un schéma d'ordre 4 a été proposé par Greenwood et al. [8]. Dans le cadre des chocs relativistes, ce schéma a été adopté par Spitkovsky et collaborateurs ([9–11]), en modifiant le code TriStan, aux différences finies.
3. Utiliser un algorithme aux différences finies implicite et aller à un ordre élevé dans le développement en séries de Taylor (solution du groupe de Copenhague, allant jusqu'à l'ordre 6). Ce type d'intégrateur amortit l'énergie des ondes [12] et permet d'atténuer l'effet de l'instabilité.

Le principal objectif est de pouvoir suivre le choc pendant une durée longue, car le temps de formation du front et le processus d'accélération peuvent être lents et la vitesse du choc proche de  $c$ . Cela nécessiterait des boîtes de simulation extrêmement grandes. Pour cette raison, les auteurs [11] développent une technique d'injecteur mouvant à la vitesse  $\simeq c$  qui permet d'agrandir la boîte pendant la simulation sans altérer la structure du choc. Une solution encore plus économique est une fenêtre glissante [13], centrée sur le front de choc. Cela permet de suivre son évolution pendant plus longtemps. Cette méthode est pourtant restrictive puisque la taille de la boîte reste relativement petite, ne permettant donc pas aux particules de diffuser sur les échelles spatiales plus grandes, d'où une limitation du processus d'accélération.

Passons maintenant aux travaux récents. L'ordre étant chronologique, la lecture se fait parfois "par sauts". Quelques informations basiques pour chaque travail sont regroupées dans le tableau ci-dessous, afin d'orienter la lecture. Les travaux sont rangés par l'ordre de présentation.

Auteur(s)	Compos.	Dimen <sup>on</sup>	Choc formé?	$\sigma$	$\theta_B, (^\circ)$
Langdon et al. 1988 [14]	$e^- - e^+$	1D	oui	[0.1; 13.3]	90
Gallant et al. 1992 [15]	$e^- - e^+$	1D	oui	$[3 \cdot 10^{-5}; 5]$	90
Lyubarsky 2006 [16]	$e^- - ion$	1D	oui	$3 \cdot 10^{-3}$	90
Hoshino 2008 [17]	$e^- - ion$	1D	oui	$2 \cdot 10^{-3}$	90
Dieckmann et al. 2008 [18]	$e^- - ion$	1D,2D	oui	$2,5 \cdot 10^{-3}$	$\simeq 10$
Nishikawa et al. 2003 [19]	$e^- - ion$	3D	non	0	-
Frederiksen + 2004 [20]	$e^- - ion$	3D	non	0	-
Hededal + 2004 [21]	$e^- - ion$	3D	non	0	-
Spitkovsky 2005 [9]	$e^- - e^+$	3D	oui	[0; 0.1]	90
Kato 2007 [22]	$e^- - e^+$	2D	oui	0	-
Chang + 2008 [10]	$e^- - e^+$	2D	oui	0	-
Spitkovsky 2008a [23]	$e^- - ion$	2D	oui	0	-
Spitkovsky 2008b [24]	$e^- - e^+$	2D	oui	0	-
Keshet + 2009 [25]	$e^- - e^+$	2D	oui	0	-
Martins + 2009 [26]	$e^- - ion$	2D	oui	0	-
Sironi & Spit. 2009 [11]	$e^- - e^+$	2D	oui	0.1	[0; 90]
Sironi & Spit. 2011 [27]	$e^- - ion$	2D,3D	oui	$[10^{-5}; 0.1]$	[0; 90]
Haugbølle 2011 [13]	$e^- - ion$	2D,3D	oui	0	-
Sironi + 2013 [28]	$e^- - e^+, e^- - ion$	2D,3D	oui	[0; 0.1]	90
Bret + 2013 [29]	$e^- - e^+$	2D	oui	0	-

Où  $\sigma$  est la magnétisation totale du plasma. Les parenthèses [] indiquent qu'un ensemble de valeurs, comprises entre celles qui sont indiquées à l'intérieur, est exploré.

### 5.2.2 Études 1D des chocs relativistes

**Langdon et al. 1988 [14]** : Les auteurs présentent des simulations 1D de chocs perpendiculaires dans un plasma de paires  $e^- - e^+$ , à magnétisation allant de 0.1 à 13.3 et facteurs de Lorentz des chocs  $\gamma_{sh} \in [20, 40]$  et nombre de Mach Alfvéniques du choc résultant, allant de 24 à 154. La taille des boites de simulation va de quelques dizaines de  $r_L$  ( $\sigma = 0.1$ ) à quelques centaines de  $r_L$  ( $\sigma = 13.3$ ). C'est la première étude des chocs relativistes au moyen des codes PIC. Le choc est enclenché lorsque le plasma, injecté du côté gauche, est réfléchi sur le mur droit et l'interaction entre les deux (injecté + réfléchi) produit le choc. Le référentiel au repos de ces simulations est celui du plasma aval, DRF (voir la section 2.3 de cette thèse pour sa définition).

La structure du front de choc est comparée à la théorie de solitons relativistes dans un plasma de paires magnétisé de Alsop & Arons [30]. L'accord semble raisonnable pour  $\sigma \geq 1.0$ <sup>2</sup> et le soliton contient une seule boucle de particules réfléchies sur le front de choc. À  $\sigma \ll 1$  la structure du front est plus chaotique. Cette région assure la transition

<sup>2</sup>Le paramètre de magnétisation est défini dans cette étude comme  $\sigma = \frac{\text{Flux de Poynting}}{\text{Flux d'énergie de masse}} = \frac{B_0^2}{8\pi mn_0 \gamma_{inj}^2 c^2}$

entre le milieu amont et aval. Dans le plasma aval, le train d'ondes est rapidement amorti par les effets non-linéaires de façon à former une onde de choc.

Les principaux résultats du travail sont les suivants :

- Des chocs relativistes non-collisionnels dans un plasma de paires existent et sont stationnaires.
- La barrière pour la formation du choc est purement magnétique car il n'y a pas d'effets de charge d'espace dans un plasma de paires.
- Présence d'un précurseur électromagnétique sous forme d'une onde, correspondant au mode extra-ordinaire (appelé aussi mode X). Ce précurseur résulterait de l'instabilité maser-synchrotron de la distribution en anneau des particules au front. L'amplitude de ce mode relativement à celle du champ magnétique en aval est la plus grande pour  $\sigma = 0.1$ . Dans tous les cas, le plasma aval contient une fraction d'énergie significative dans ces fluctuations électromagnétiques, qui ne sont pas totalement amorties à la fin des simulations.
- La fonction de distribution dans le plasma aval est une maxwellienne. Pas de partie accélérée, en loi de puissance.

Le mérite de ce travail est une illustration claire de l'existence des chocs relativistes dans un plasma sans collision. Il manque toutefois, une théorie quantitative qui explique l'amplitude du précurseur électromagnétique et son mécanisme d'interaction avec le plasma amont.

La théorie des solitons magnéto-soniques n'est plus applicable à  $\sigma \ll 1$  et les auteurs décrivent la structure du choc dans ce cas comme plus chaotique. La question persistante issue de ce travail : quel est le processus plasma, responsable de la formation et entretien du choc à  $\sigma \ll 1$ , régime le plus intéressant du point de vue astrophysique ?

**Gallant et al. 1992 [15] :** Dans la continuité du travail précédent, cette étude est plus détaillée. Elle contient une étude systématique des conditions de saut obtenues (densité, température), de la structure du choc en fonction de la magnétisation  $\sigma \in [3 \cdot 10^{-3}, 5]$ . Le facteur de Lorentz du plasma injecté à partir de l'injecteur est fixe  $\gamma_{inj} = 10^6$  avec le code ZOHAR ou  $\gamma_{inj} = 40$  avec le code STARFIELD. Tous les deux sont des codes PIC 1D aux différences finies.

Les conditions de saut MHD, sont ré-exprimées dans le référentiel aval (i.e. référentiel de la simulation). Ces conditions sont sensiblement différentes des relations de Blandford-McKee, décrites dans le chapitre 2 de cette thèse, puisque  $\sigma$  peut être grand et influe dynamiquement sur le flot. Un accord raisonnable est trouvé entre les conditions de saut dans les simulations et la prédiction de la MHD idéale (Figures 4-5 de l'article). Les auteurs ont aussi tenu compte de l'énergie transmise aux fluctuations électromagnétiques (i.e. terme fluctuant de  $\mathbf{E} = \langle \mathbf{E} \rangle + \delta \mathbf{E}$  et  $\mathbf{B} = \langle \mathbf{B} \rangle + \delta \mathbf{B}$ ). Cependant, cette dernière

analyse n'est pas entièrement auto-consistante.

Dans les régimes étudiés, le choc se forme toujours par réflexion magnétique de toutes les particules, localement. L'émission d'un précurseur électromagnétique intense par le front est confirmée et les propriétés de ce précurseur sont étudiées plus en détail que dans [14]. L'efficacité de conversion de l'énergie du choc en précurseur électromagnétique est maximale pour  $\sigma \sim 0.1$  et une fraction  $\sim 1/10$  de l'énergie du choc se retrouve dans le précurseur.

En ce qui concerne l'accélération des particules par le choc, aucune partie supra-thermique n'est observée dans ces simulations, confirmant les résultats de [14]. L'accélération des particules par les chocs relativistes reste remise en question suite à ces études. La question persistante est donc soit l'accélération est totalement absente dans un plasma de paires, en étudiant le choc de manière auto-consistante, soit le temps des simulations est insuffisant ou bien la géométrie 1D, adoptée, est insuffisante pour capturer le mécanisme physique responsable de l'accélération.

**Lyubarsky 2006 [16] :** Ce travail explore l'effet du fort précurseur et de l'instabilité maser-synchrotron dans les chocs électrons-ions à magnétisation moyenne (électrons fortement magnétisés mais pas les ions). Le choc est perpendiculaire  $\theta_B = 90^\circ$ . Le niveau d'énergie dans le précurseur est une fraction d'énergie de masse incidente  $\simeq \gamma_{sh}^2 n_0 m_p c^2$ , dominée par les ions. Un mécanisme de fort couplage entre les ions et électrons est présenté (oscillations relativistes des électrons dans le sillage d'une forte onde électromagnétique) qui résulte en un chauffage d'électrons à l'équipartition avec les ions.

Ce modèle est validé par une simulation PIC 1D dédiée avec les paramètres suivants : rapport de masses  $m_i/m_e = 200$ ,  $\gamma_{inj} = 50$ ,  $\sigma_i = 0.003$ ,  $\sigma_e = 0.6$ . En raison de la masse des ions, la boîte de simulation doit être 200 fois plus grande par rapport au cas du plasma de paires,  $m_i = m_e$ . La taille de la boîte de simulation est donc de  $8.6R_{L,i} = 204000\Delta$ . Une fois le choc formé, un fort précurseur électromagnétique est émis par le front, le flot d'électrons est accéléré au dépens du flot des ions, ralenti. L'onde électromagnétique cohérente semble donc être un médiateur efficace pour mettre les électrons en équipartition avec les ions dans le plasma aval. L'article explore des  $\gamma_{inj} \in [2, 50]$ .

Comme dans les études 1D précédentes, la distribution des particules dans le milieu aval est une maxwellienne, pas de partie supra-thermique, même dans le cas d'un plasma électrons-ions.

**Hoshino 2008 [17] :** Étudie d'avantage l'idée de Lyubarsky et propose que l'instabilité maser-synchrotron soit à l'origine d'accélération de particules dans le choc relativiste.

Les paramètres de la simulation 1D sont les suivants : le choc est perpendiculaire

$\theta_B = 90^\circ$ , la boîte est  $N_x = 5300\delta_e$ ,  $n_0 = 100\text{part/grille}$ ,  $m_i/m_e = 50$   $\sigma = 2 \cdot 10^{-3}$ ,  $\gamma_{inj} = 10$  et  $T_{\max} = 5431\omega_{pe}^{-1}$ .

La formation du choc est suivie par l'émission d'une onde électromagnétique de grande amplitude par le front (précurseur). Dans le sillage de l'onde (wakefield) le champ électrostatique induit une accélération des particules. Dans le plasma aval les électrons sont en équipartition avec les ions, confirmant le modèle de Lyubarsky. Les protons sont accélérés jusque  $\gamma_{max,i} = 8\gamma_{inj}$  et électrons jusque  $\gamma_{max,e} = 250\gamma_{inj}$ .

Ce résultat contraste avec celui de Lyubarsky, qui trouve une distribution purement maxwellienne dans des conditions similaires, et avec ceux de Sironi & Spitkovsky [27] (simulations 2D, discutées plus loin) qui ne trouvent pas d'accélération mais un fort chauffage.

**Dieckmann et al. 2008 [18] :** Étudient la formation d'un choc modérément relativiste et fortement magnétisé, à 2D et 1D. Les simulations 2D sont petites et courtes et ne servent essentiellement qu'à contraindre le régime où l'approximation 1D est correcte pour s'y focaliser à l'aide des simulations 1D.

Les auteurs modélisent la collision de deux faisceaux de densités différentes ( $n_1/n_2 = 10$ ) avec un facteur de Lorentz relatif  $\gamma_c = 2.3$ . Le plasma est chaud ( $T_e = 100\text{keV}$ ) et magnétisé ( $\sigma \sim m_e/m_i$ ) afin de s'approcher au mieux des conditions physiques inhérentes aux chocs internes des SG. La normale au choc est quasi-parallèle à la direction du champ magnétique externe. Le paramètre  $\beta$  du plasma est proche de 1 et la température est relativiste. Le nombre de Mach n'est donc pas très élevé.

Dans ces conditions, les simulations exhibent une structure électromagnétique de grande amplitude devant le front de choc, onde whistler, responsable d'accélération des particules. Les électrons se mettent en équipartition avec les ions dans le plasma aval, mais le mécanisme est différent de celui qui s'opère dans les chocs ultra-relativistes. En effet, les ions ne sont que moyennement relativistes alors que les électrons atteignent des facteurs de Lorentz de 100 et sont distribués suivant une loi en puissance  $N(E) \propto E^{-2.7}$ .

Ce travail, explorant les chocs moyennement relativistes, met en évidence que la dynamique des ondes whistler peut être dominante dans un régime magnétisé s'étendant probablement aux chocs avec  $\gamma_{sh} \gg 1$ . Cette question attend toujours une réponse définitive.

Passons maintenant aux études multi-dimensionnelles.

### 5.2.3 Etudes 2D-3D

Un pan important de la physique des plasmas s'ouvre lorsque la multi-dimensionnalité du plasma est mise en jeu dans des simulations auto-consistantes. En effet, aborder la

compétition des modes plasma purement longitudinaux à la normale au front ( $k_\ell$  seul) et des modes transverses ( $k_t$  seul) est d'autant plus important quand la symétrie 1D n'est pas contrainte ni par la géométrie du système ni par le champ magnétique, trop faible. Le régime le plus intéressant  $\sigma \ll 1$  n'exhibe probablement pas la symétrie 1D par translation le long des lignes du champ magnétique externe. Par exemple, les instabilités transverses, telles que l'instabilité de Weibel, ne sont pas abordables par une simulation 1D du choc puisque le nombre d'onde de l'instabilité est transverse à la normale au choc. Les structures filamentaires en densité et en champ magnétique semblent être un aspect important de la physique des chocs relativistes à faible magnétisation, comme proposé par Medvedev & Loeb [31]. Plusieurs études numériques à 2D et 3D récentes vont dans ce sens et une revue détaillée est présentée ci-dessous.

**Nishikawa et al. 2003 [19] :** Au moyen des simulations PIC 3D (code TriStan), l'importance de l'instabilité de Weibel est mis en avant quand un jet, composée d'électrons - ions, est injecté dans un plasma au repos avec un facteur de Lorentz  $\gamma_{jet} = 5$ . Notons, que la boîte de simulation est très petite :  $[15 \times 8 \times 8]\delta_e^3$ , le rapport de masse est  $m_i/m_e = 20$  et le temps de la simulation est court :  $T_{max} = 23.4\omega_{pe}^{-1} = 5.23\omega_{pi}^{-1}$ . Seulement sont simulées la phase initiale de l'instabilité, la filamentation électronique ainsi que l'accélération des électrons. Les auteurs décrivent ce processus comme accélération mais on ne peut exclure que c'est un processus qui mène à la thermalisation, une fois que les ions rentrent en phase de filamentation aussi et l'instabilité sature. Le choc, proprement dit, entre le milieu ambiant et le jet n'est pas formé (voir leur Figure 9(a) où le saut de densités est égal à 2, différent des conditions de Rankine-Hugoniot). Pour cela des simulations avec  $T_{max}$  allant à plusieurs centaines de  $\omega_{pi}^{-1}$  sont requises.

**Frederiksen et al. 2004 [20] :** Effectuent des simulations PIC 3D de la collision de deux nuages plasma électrons - ions avec densités différentes  $n_{inj}/n_0 = 3$  et  $\Gamma_{inj} = 3$ . Il n'y a pas de champ magnétique externe  $\sigma = 0$ . Le rapport de masses est réduit  $m_i/m_e = 16$ , la boîte de simulation est assez "petite" :  $L_x \times L_y \times L_z = [200 \times 200 \times 800]\Delta^3 = [10 \times 10 \times 40]\delta_i^3$ . Le temps de la simulation est  $T_{max} = 480\omega_{pe}^{-1} = 120\omega_{pi}^{-1}$ . Le nombre de particules dans la simulation est  $N_p = 8 \cdot 10^8$ , donc 25 particules/ $\Delta$ . Le code utilisé est un code PIC aux différences finies semi-implicite dans l'intégration des équations de Maxwell.

Le résultat principal de l'article est la filamentation électronique et ionique, avec la croissance de la taille des filaments de  $\delta_e$  vers  $\sim \delta_i$  pendant la simulation. Le champ magnétique auto-généré est essentiellement solénoïdal dans le plan perpendiculaire aux filaments, en accord avec la structure en filaments des courants électroniques  $\rightarrow$  ioniques. A la fin de la simulation la population électronique est thermalisée (distribution maxwel-



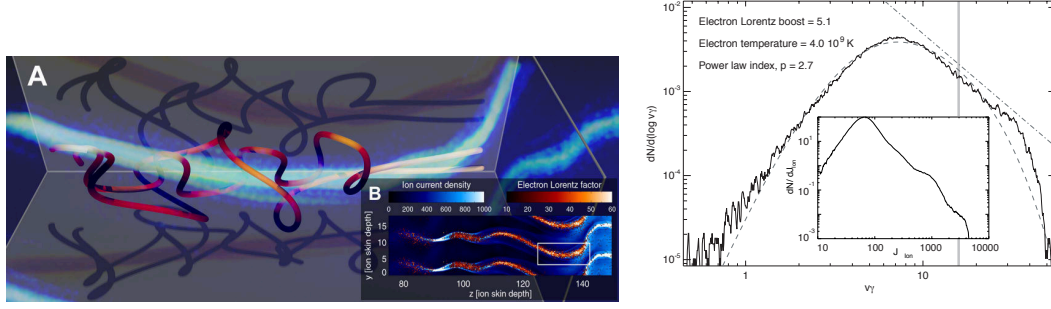


FIG. 5.3: Simulation 3D de la filamentation lors de la collision relativiste d'un faisceau d'électrons-ions dense sur le plasma au repos. Les canaux ioniques (en bleu clair sur la figure de gauche) sont écrantés par les électrons, ligne rouge, en accélération et décélération locale. A droite, la fonction de distribution des électrons exhibe une partie suprathermique dont une loi en puissance est  $f(E) \propto E^{-2.7}$ . Figures issues de [21].

lienne sans partie en loi de puissance), mais pas la population ionique, comme l'illustrent les figures 5 et 6 de l'article. En analysant leur Figure 5, on voit que la phase d'instabilité ionique vient à peine de saturer en champ magnétique à la fin de la simulation et le champ électrique continue à croître, ce qui expliquerait pourquoi les ions n'ont pas eu le temps de s'isotropiser (Figure 6). La taille des filaments à la fin de la simulation est de l'ordre de  $\delta_i = c/\omega_{pi}$ . Il est donc difficile de prévoir s'ils garderont cette taille ou la croissance continuera.

Ce travail met donc en évidence le rôle dominant de l'instabilité de filamentation lorsque deux nuages plasma rentrent en collision avec un facteur de Lorentz modéré  $\Gamma_{inj} = 3$ . Du point de vue analytique, la relation de dispersion de deux faisceaux homogènes en collision avec ce facteur de Lorentz conduit naturellement à l'instabilité transverse (filamentation). Comme le montrent des calculs, e.g. Bret et al. [32], l'instabilité transverse devient dominante pour  $\gamma_{relatif} > \sqrt{3/2}$  sur l'instabilité à deux faisceaux longitudinale.

Toutefois, ce travail n'aborde pas vraiment la physique du choc relativiste puisque les ions ne sont pas thermalisés et le choc n'est pas formé à la fin de la simulation.

**Hededal et al. 2004 [21] :** Même code que dans le travail précédent. Simulation 3D plus grande et 3 fois plus longue ( $T_{max} = 360\omega_{pi}$ ), mais  $\Gamma_{inj} = 15$ , 5 fois plus grand. La magnétisation est toujours nulle et le rapport de masses est  $m_i/m_e = 16$ . Le point essentiel ici est la formation de canaux ioniques (filaments), autour desquels les électrons sont accélérés et décélérés localement, en traversant le filament, (i.e. figure 1 de l'article, reproduite dans la Fig.5.3 ici) et formant une distribution en loi de puissance

$f(E) \propto E^{-2.7}$ . Ce mécanisme est différent de tous les mécanismes, proposés jusqu'ici, en raison de sa localisation.

Je renouvelle ici la même critique que pour le travail précédent, car le choc proprement dit n'est pas formé à la fin de la simulation.

**Spitkovsky 2005 [9] :** Aborde l'étude des chocs relativistes dans un plasma de paires  $e^- - e^+$  à différentes magnétisations  $\sigma \in [0, 0.1]$  avec  $\gamma_{inj} = 15$ , utilisant des simulations PIC 3D. Le code numérique est la version optimisée du code public TriStan [2]. De cette manière, une seule échelle temporelle est relevante : l'inverse de la pulsation plasma électronique (ou celle des positrons, les deux étant égales)  $\omega_p^{-1}$ .

Le choc est enclenché par réflexion du plasma sur mur, le référentiel de la simulation est donc co-mobile aval (DRF). N'ayant pas le problème de séparation d'échelles (électronique  $\rightarrow$  ionique) l'auteur a pu étudier la formation et le développement du choc avec à peu près le même set-up numérique que les travaux précédents [20, 21] : taille de la boîte  $[2000 \times 400 \times 400] \Delta^3 = [200] \delta_e^3$ , le nombre de particules  $N_p = 10^9$  et temps des simulations non-indiqué (allant probablement à plusieurs centaines de  $\omega_p^{-1}$ ).

Dans le cas d'une magnétisation nulle l'instabilité initiale lors de l'interaction entre le flot incident et réfléchi sur le mur conduit à la filamentation avec un taux de croissance  $\sim 10\omega_p^{-1}$  et la taille de filaments  $\sim c/\omega_p$ . La ségrégation en filaments continue jusqu'à ce que l'intensité du courant atteigne le courant d'Alfvén. A ce point les courants deviennent instables et le front de choc se forme. Pendant la formation du choc, le rapport de compression aval/amont évolue graduellement de 2 (superposition de deux flots) vers  $n_2/n_1 \simeq \Gamma/(\Gamma - 1) = 4$ , où  $\Gamma$  est l'indice adiabatique du gaz ( $4/3$  pour le gaz relativiste en 3D). Le front s'éloigne du mur avec la vitesse  $c(\Gamma - 1) = c/3$ , en accord avec les conditions de Rankine-Hugoniot relativistes. L'épaisseur de la région de transition (front) est  $\sim 70c/\omega_p$ . La densité et le champ magnétique forment des structures filamentaires dans le précurseur du choc et l'énergie magnétique pique au niveau du front du choc avec  $\xi_B \simeq 0.16$ . Dans le milieu choqué la densité d'énergie magnétique décroît quand on s'éloigne du front en dessous du niveau de bruit numérique. Celui-ci étant élevé on ne peut prédire si l'intensité du champ magnétique tombe à zéro loin du choc ou bien un niveau faible persiste.

Dans le cas de magnétisation grande  $\sigma = 0.1$  l'instabilité de filamentation disparaît et le choc se forme par réflexion magnétique (i.e. Figure 5.4 de droite illustre la structure en densité du choc). Lors de la réflexion les particules sont soumises à la dérive en  $\mathbf{E}_0 \times \mathbf{B}_0$  qui crée un courant fort, bâtissant ainsi la barrière magnétique du front de choc. Les conditions de saut sont différentes car l'indice adiabatique du gaz est différent ( $\Gamma = 3/2$ ), étant essentiellement 2D sous l'effet du champ magnétique externe. Un précurseur sous forme d'onde électromagnétique de grande amplitude est émis par le front de choc, en

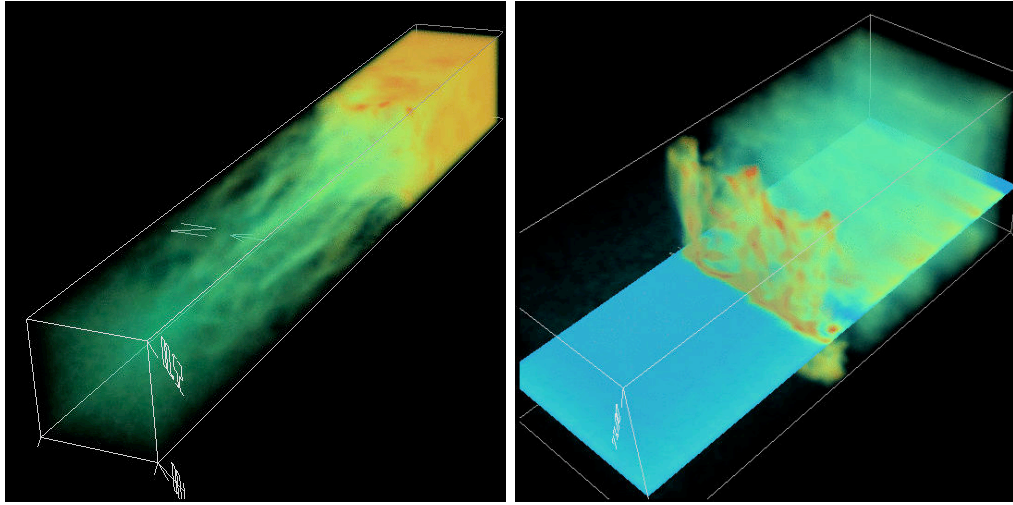


FIG. 5.4: Structure en densité tri-dimensionnelle de choc relativiste développé dans un plasma de paires à magnétisation nulle (gauche) et à  $\sigma = 0.1$  (droite). Le champ magnétique externe est perpendiculaire à la normale au front. Le code de couleur va de densités basses, en vert, aux densités fortes, en jaune. Tiré de [9].

accord avec les simulations 1D [14, 15]. L'auteur suggère que la transition entre les deux cas (chocs non-magnétisés et magnétisés) se produit autour de  $\sigma \sim 10^{-2}$ , en argumentant que le taux de croissance de l'instabilité de Weibel devient plus grand que la fréquence cyclotron dans le champ magnétique externe pour  $\sigma$  plus petit. Une analyse plus poussée a été faite par la suite dans [33] donnant une valeur  $\sigma_{\text{critique}} \sim 10^{-4}$ , tenant compte de l'étendue finie du précurseur. Le fait que la transition se fait à un  $\sigma$  pas très faible suggère que les codes PIC 1D ne représentent pas le cadre physique correct à  $\sigma < \sigma_{\text{critique}}$ , n'étant pas capables de suivre l'instabilité de Weibel de manière auto-consistante.

Finalement, dans tous les cas, l'auteur ne trouve aucune évidence d'une partie supra-thermique dans les fonctions de distribution, suggérant que l'accélération est soit trop lente, soit inexistante dans ces simulations. Des simulations plus longues sont nécessaires pour trancher la question.

**Kato 2007 [22] :** Modélise le choc relativiste dans un plasma de paires non-magnétisé en 2D. La taille de la boîte de simulation est  $N_x \times N_y = [4096 \times 512]\Delta^2 = [480 \times 60]\delta_e^2$ ,  $N_p = 6.4 \cdot 10^8$  part. et le temps de la simulation est  $T_{\text{max}} = 233\omega_p^{-1}$ . La nature du pousseur des champs n'est pas précisée par l'auteur (différences finies ou spectral?).

Le choc est enclenché aussi par réflexion du plasma sur mur mais avec un facteur de Lorentz plus petit  $\gamma_{inj} = 2.24$ . En accord avec les simulations du travail précédent [9]  $\sigma = 0$ , l'instabilité de Weibel - filamentation semble être à l'origine de la formation du

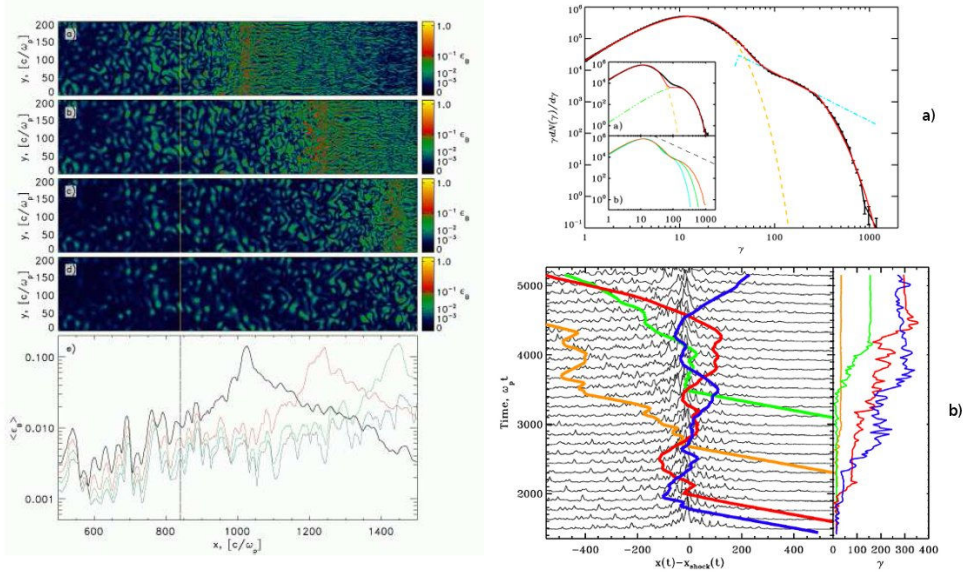


FIG. 5.5: Évolution de la turbulence magnétique dans le temps et fonction de distribution dans un choc relativiste ( $\gamma_{inj} = 15$ ) composé de  $e^- - e^+$  et à magnétisation nulle. La figure de gauche illustre la décroissance de la turbulence magnétique en aval du choc en fonction du temps (de haut en bas le temps est croissant). La figure de droite présente la fonction de distribution des électrons en aval du choc (haut) et trajectoire de 4 particules représentatives autour du front de choc avec leur évolution en énergie. Tiré de [10] (graphe de gauche) et de [24] (graphe de droite).

choc avec l'épaisseur de la région de transition de l'ordre de  $50c/\omega_p$ . Le niveau du champ magnétique au front est comparable aussi, avec  $\xi_B = 0.14$  ici et  $0.16$  dans [9]; et décroît plus loin en aval du choc.

La conclusion du travail en termes d'accélération est la même : pas d'accélération, la fonction de distribution dans le milieu aval est une maxwellienne relativiste, dont la température ajuste les conditions de saut  $T \simeq \gamma_{sh} m_e c^2$ .

**Chang et al. 2008 [10] :** Toujours dans les simulations des chocs dans le plasma de paires à  $\sigma = 0$ , ce travail se focalise sur la question de survie du champ magnétique auto-généré loin derrière le choc, en procédant aux simulations longues ( $T_{max} = 5300\omega_p^{-1}$ ). Le code utilisé est le même que dans [9] avec  $\gamma_{inj} = 15$ ,  $N_x \times N_y = [5000 \times 205]\delta_e^2$  et 64 particules/ $\Delta$  pour diminuer l'amplitude du bruit numérique.

Comme indiqué par les travaux antérieurs, le choc se forme suite à la filamentation initiale et le champ magnétique pique au niveau du front avec  $\xi_B \simeq 0.15$ . Dans le pré-curseur la structure du plasma forme des filaments magnétiques dont la disruption au

niveau du front conduit à la formation des îlots magnétiques en aval du front de choc (voir la Figure 5.5 de gauche, montrant l'évolution des structures magnétiques en aval du front). La taille de ces îlots grandit et l'intensité du champ magnétique décroît quand on s'éloigne du choc.

Un modèle, basé sur la réponse linéaire du plasma, est proposé par les auteurs pour décrire la décroissance du champ magnétique sous l'effet d'amortissement des courtes longueurs d'onde dans le champ magnétique. Leur modèle prédit la décroissance de l'énergie magnétique en loi de puissance  $\xi_B \propto \delta B^2/8\pi \propto (x_{\text{choc}} - x)^{-q}$ , avec  $q = 2/3$ . Leurs simulations suggèrent pourtant que  $q = 1$  près du front et s'approche de  $2/3$  plus loin.

**Spitkovsky 2008a [23] :** Premières simulations 2D des chocs relativistes électrons-ions pleinement formés et à long terme (ions thermalisés) pour des chocs avec  $\gamma_{inj} = 15$ , rapports de masse  $m_i/m_e = 16, 30, 100, 500, 1000$ . La magnétisation du plasma amont est nulle  $\sigma = 0$ . La taille des boîtes de simulation va jusque  $400 \times 10^3 \delta_i^2$  avec 2 particules/grille. Le choc est enclenché par réflexion du plasma en dérive sur mur.

Le scénario suivant est décrit par l'auteur en ce qui concerne la formation du choc. Indépendamment du rapport de masse, le choc se forme suite à la filamentation initiale (instabilité de Weibel) et disruption des filaments ioniques au front de choc. Au début de la filamentation, les électrons sont froids et fournissent un ecrantage efficace aux filaments de courant ionique. Avec le temps, le courant porté par les filaments augmente et les électrons sont accélérés - décélérés (plutôt chauffés) par un mécanisme semblable à celui de [21]. Ce processus d'accélération - décélération est normalement réversible. En s'approchant du front de choc, les électrons deviennent très énergétiques, l'ecrantage n'est plus très efficace et les filaments ioniques fusionnent en laissant s'échapper une population énergétique d'électrons, chauffés ainsi à la sub - équipartition avec les ions. A ce niveau le champ magnétique est en équipartition locale, au niveau du front, et isotropise la fonction de distribution des ions aussi. L'épaisseur du choc, ainsi formé, est de  $10 c/\omega_{pi}$ .

Le résultat intéressant de ces simulations est que plusieurs aspects des chocs relativistes dans un plasma  $e^- - e^+$  se retrouvent imputables aux chocs électrons - ions. Notamment, le plasma aval exhibe une température électronique comparable à la température ionique  $T_e \simeq T_i = \gamma_{sh} m_p c^2$ . Ainsi, tout comme dans le cas  $e^- - e^+$ , une seule fréquence plasma  $\omega_{p*} = \omega_{pi} \simeq \omega_{pe}$  définit l'échelle du temps caractéristique dans le milieu aval. Une turbulence magnéto-statique et décroissante est donc observée dans cette région. La taille caractéristique des îlots magnétiques juste après le front est de l'ordre de quelques  $c/\omega_{p*}$  et augmente plus loin.

A part la présence d'un nuage des particules énergétiques dans le précurseur du choc, aucune partie supra-thermique dans les fonctions de distribution n'est observée à ce point.

Les fonctions de distribution en aval du choc sont des Maxwelliennes.

La description du mécanisme de chauffage des électrons et de la mise en place de front de choc reste toutefois empirique et un modèle détaillé et quantitatif est nécessaire.

**Spitkovsky 2008b [24] :** Ce travail présente une démonstration de fonctionnement du processus de Fermi de manière auto-consistante dans un choc relativiste non-magnétisé, pour un plasma de paires  $e^- - e^+$ . L’auteur utilise le même code PIC que dans [9, 23] avec une boîte allant jusque  $N_x \times N_y \leq [10^5 \times 4000]\Delta^2 = [10^4 \times 400]\delta_e^2$ , la taille en direction  $x$  étant croissante dans le temps. Le temps de la simulation est  $T_{\max} = 10^4 \omega_p^{-1}$  et une résolution de 8 part./grille est utilisée. Cette simulation est la plus longue effectuée jusqu’ici.

Dans les temps intermédiaires la structure du choc est tout à fait identique à celle des travaux [22, 10]. Pourtant, à des temps ultérieurs, il est montré qu’une population supplémentaire de particules se met en place, avec un mécanisme semblable au processus de Fermi I, où les particules rebondissent des deux cotés du front de choc et gagnent graduellement de l’énergie. Le gain par cycle est  $\Delta E \sim \gamma_{\text{sh}} E$  (référentiel DRF) au premier cycle et  $\Delta E \sim E$  aux cycles suivants, comme attendu dans les chocs relativistes (voir e.g. le chapitre 2 de cette thèse). Ce mécanisme et les fonctions de distribution sont illustrés dans la Figure 5.5 à droite. La partie accélérée emporte typiquement 1% de particules en nombre et 10% en énergie (donc  $\xi_e \simeq 0.1$ ).

**Keshet et al. 2009 [25] :** Au moyen de la plus longue simulation à jour ( $N_x \times N_y = [6300 \times 1024]\delta_e^2$ ,  $T_{\max} = 12600 \omega_{pe}^{-1}$ ) ces auteurs dégagent un point important dans le développement temporel du choc relativiste non-magnétisé : les particules sont accélérées continuellement et aux énergies de plus en plus grandes. La taille du précurseur n’est pas limitée par le champ magnétique externe et grandit avec le temps. Parallèlement à l’accélération, la zone de turbulence magnétique devient de plus en plus étendue, contient des fluctuations magnétiques de plus en plus grande amplitude et leur longueur de cohérence augmente.

La taille de la zone turbulente s’étend à plusieurs  $10^3 \delta_e^{-1}$  autour du choc, à la fin de la simulation, et continue de croître. L’amplitude moyenne des champs magnétiques générés est  $\epsilon_B \sim 1\%$  (10% au front de choc) et la fraction d’énergie transmise aux particules accélérées est  $\sim 10\%$ . Le champ magnétique fort semble survivre sur des distances supérieures à  $10^4 \delta_e$  dans la région aval. Sans évidence de saturation, ce sont donc des limites minimales pour un choc non-magnétisé, qui semble être un accélérateur efficace de particules.

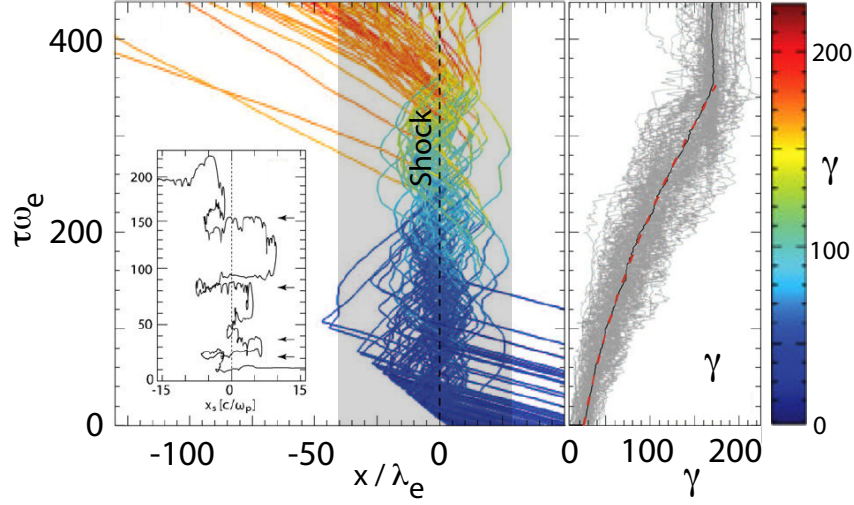


FIG. 5.6: Illustre les trajectoires des particules les plus énergétiques dans la simulation du choc relativiste  $e^- - i$  ( $m_i/m_e = 32$ ),  $\gamma_{inj} = 20$ . Dans le graphe de gauche les trajectoires de particules les plus énergétiques sont représentés, illustrant que le mécanisme est encore semblable à Fermi I (graphe encapsulé). La figure de droite montre l'évolution temporelle de l'énergie des particules les plus énergétiques. Figure 3 de Martins et al. 2009 [26].

**Martins et al. 2009 [26] :** Reprennent l'investigation du processus de Fermi, cette fois pour un choc relativiste dans un plasma composé d'électrons et d'ions ( $m_i/m_e = 32$ ). Le code PIC-2D utilisé (OSIRIS) est un code aux différences finies explicite.

Le mécanisme observé est en tout point semblable aux chocs électrons - positrons, présenté dans [24], comme l'illustre la Figure 3 de leur article et reproduite ici dans Fig. 5.6. Dans le graphe de gauche les trajectoires des particules les plus énergétiques sont représentées, illustrant que le mécanisme est encore semblable à Fermi I. Ceci confirme la suggestion de [23] que les chocs relativistes électrons - ions se comportent comme un choc dans le plasma de paires, mais la dynamique est dominée par l'échelle spatio-temporelle des ions. Le va-et-vient des deux côtés du choc est bien le mécanisme responsable de l'accélération avec l'énergie maximale croissante dans le temps comme  $E(t)/E_0 \propto 2^{t/\tau_{coll}}$ . Cette évolution est plus rapide que  $E_{max} \propto \sqrt{t}$ , attendu si la diffusion des particules se fait en régime de scattering à petits angles. Le temps assez court de la simulation  $T_{max} = 500\omega_{pi}^{-1}$  laisse penser que ce régime n'est pas encore atteint dans la simulation.

**Sironi & Spitkovsky 2009 [11] :** Même si les chocs relativistes sont génériquement quasi-perpendiculaires (si  $\gamma_{sh} \gg 1$ , il suffit d'une inclinaison du champ magnétique par rapport à la normale  $\geq 1/\gamma_{sh}$ , dans le référentiel co-mobile amont, pour que le choc soit

quasi-perpendiculaire dans le référentiel du front) l'obliquité  $\theta_B$  est un paramètre important dans la physique des chocs. Les auteurs étudient donc la structure et la performance d'accélération des chocs relativistes  $e^- - e^+$  magnétisés  $\sigma = 0.1$  en fonction de l'obliquité du champ magnétique par rapport à la normale au choc  $\theta_B$ . Le code numérique utilisé est le même que dans [10, 9, 23–25] et les simulations sont suffisamment longues et larges pour voir le plein développement du choc. Le facteur de Lorentz du plasma injecté est fixe  $\gamma_{inj} = 15$ . Pour une magnétisation aussi élevée, contrairement au cas de magnétisation nulle, les chocs ne se forment pas suite à la filamentation du plasma mais par réflexion du flot incident sur une barrière magnétique (effets électrostatiques négligeables dans un plasma de paires).

Dans cette étude une distinction importante dans la structure du choc est faite entre les chocs sub-luminiques ( $\theta_B \leq \theta_c = 34^\circ/\gamma_{sh}$ , dans le référentiel aval au repos DRF) et superluminiques ( $\theta_B > \theta_c$ ). Le long des lignes du champ les particules ne peuvent s'échapper vers l'amont du choc que lorsque la configuration est sub-luminique. Sinon, une vitesse plus grande que  $c$  est requise. Dans le cas sub-luminique donc, la libre circulation des particules de deux côtés du choc permet au processus d'accélération de se développer directement à partir de la partie maxwellienne de la fonction de distribution. Le rôle d'agents diffuseurs est assumé par la génération d'ondes obliques en amont du choc, suite à l'interaction du faisceau énergétique avec le plasma amont. L'analyse détaillée du type d'ondes impliqué n'est pas présentée dans l'étude. L'indice  $\alpha$  de la loi en puissance de la queue supra-thermique ( $dN/dE \propto E^{-\alpha}$ ) est compris entre 2.2 et 2.8. Le mécanisme d'accélération n'est pas uniquement celui de type diffusif (Fermi I). Une contribution majeure semble venir du mécanisme appelé *Shock Drift Acceleration* (SDA, accélération de dérive) où le gain en énergie a lieu lors de la dérive des particules dans le champ électrique motionnel  $E_y$  le long du front de choc. Ce mécanisme est plus rapide pour les angles  $\theta_B$  supérieurs à 0 mais plus petits que l'angle critique  $\theta_c$ . La contribution de SDA grandit quand  $\theta_B$  augmente de 0 à  $\theta_c$ , allant de  $\sim 30\%$  à  $\sim 90\%$ , respectivement. Le cas  $\theta_B = 0^\circ$  est un cas particulier où le SDA ne fonctionne pas puisque le champ électrique de convection  $E_y$  est nul.

En ce qui concerne les chocs supraluminiques ( $\theta_B > \theta_c$ ), l'accélération semble être inopérante suite au verrouillage de l'espace des phases par le champ magnétique externe. Le niveau de turbulence auto-générée par le choc est insuffisant pour permettre aux particules de s'échapper du milieu aval. La région, remplie par les particules réfléchies au front, devient plus petite et disparaît pour  $\theta_B \gg \theta_c$ . L'émission d'une onde électromagnétique (mode extra-ordinaire), émis à partir du front, permet au flot incident de se thermaliser et assurer la transition au choc.

Une remarque s'impose : l'absence d'accélération dans les choc superluminiques est non-seulement due à l'obliquité du champ magnétique mais aussi à son intensité. En



effet, une magnétisation aussi forte ( $\sigma = 0.1$ ) restreint la taille du précurseur à une longueur très petite ( $\ell_p \propto \sigma^{-1/2}$ , [33]), ne permettant donc pas aux instabilités de type faisceau-plasma de se développer.

**Haugbølle 2011 [13] :** Simulations 2D et 3D d'un choc électrons-ions non-magnétisé, avec un rapport de masses  $m_i/m_e = 16$ . L'évolution du choc à long terme est suivie à l'aide d'une fenêtre de simulation glissante qui reste centrée sur le front de choc. Cette technique permet de réduire la taille de la boîte de simulation tout en suivant le front.

L'auteur souligne plusieurs différences dans la physique du choc entre les cas 2D et 3D : indice adiabatique du gaz relativiste est différent (2/3 en 2D et 4/3 en 3D), les conditions de saut, la pente spectrale de la partie supra-thermique des fonctions de distribution (2.2 au lieu de 2.4, plus en accord avec la prédiction théorique, e.g [34, 35]). En comparant aux simulations 2D, dans la simulation 3D les filaments de courant en amont du choc sont plus stables, le champ électrique longitudinal est plus fort et le niveau de turbulence magnétique est plus faible au niveau du front (8% au lieu de 16% en 2D). Tous ces aspects amènent une différence quantitative et qualitative par rapport aux simulations 2D, comme suggéré par l'auteur.

**Sironi & Spitkovsky 2011 [27] :** Suite du travail [11], pour un plasma composé d'électrons et d'ions. Une grande partie des résultats est comparable à ceux de [11] puisque les chocs électrons - ions se comportent de manière similaire au chocs  $e^- - e^+$  en aval du front, suite à la mise en équipartition des électrons avec les ions. Notons que les effets de charge d'espace et un champ électrostatique fort au niveau du front sont caractéristiques aux chocs  $e^-$ -ions.

Toutefois, les auteurs varient en plus la magnétisation du milieu  $\sigma \in [10^{-5}, 0.1]$  et le facteur de Lorentz  $\gamma_{inj} \in [3, 50]$ . Des résultats nouveaux émergent :

- Si la magnétisation est assez élevée ( $\sigma > 10^{-3}$ ) la même distinction entre chocs sub ou super - luminiques se manifeste. L'équipartition des électrons avec les ions semble universelle et implique que les chocs sont semblables aux chocs dans un plasma de paires. En s'approchant du choc, le potentiel électrostatique induit le ralentissement du flot d'ions et accélération du flot d'électrons. Permettant ainsi un échange d'énergie efficace entre les deux.
- Si la magnétisation est faible ( $\sigma < 10^{-3}$ ), le choc devient non-magnétisé, sa structure est gouvernée par l'instabilité de filamentation à l'échelle ionique, dont les propriétés sont décrites dans [23, 26].
- Instabilité de Bell est identifiée dans les chocs sub-luminiques et à magnétisation forte.

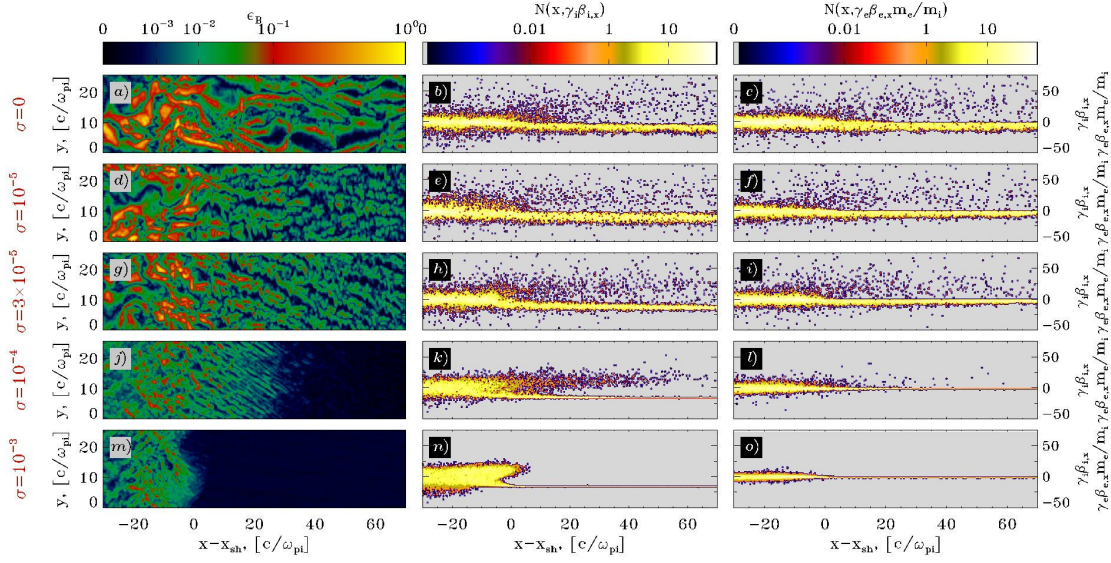


FIG. 5.7: Structure du choc perpendiculaire électrons-ions pour 5 simulations 2D ( $m_i/m_e = 25$ ) au temps  $t = 11250 \omega_{pe}^{-1}$ , avec la magnétisation variable de  $\sigma = 0$  (figures de haut) à  $\sigma = 10^{-3}$  (figures de bas). La première colonne montre la fraction d'énergie magnétique  $\epsilon_B = \delta B^2 / (8\pi \gamma_{inj} n_i m_i c^2)$  dans le plan de la simulation, la seconde montre l'espace de phase longitudinal  $x - \gamma_i \beta_{i,x}$  des ions et la troisième colonne montre la même chose pour les électrons. Figure issue de [28].

- Fixant  $\sigma = 0.1$ , dans le cas sub-luminique, la structure et propriétés d'accélération au choc ne dépendent pas du facteur de Lorentz  $\gamma_{inj}$ , à part le fait de décaler toute la distribution maxwellienne du plasma aval suivant  $\gamma_{sh} m_i c^2$ , pour  $\gamma_{sh} \in [4, 71]$ . Cette propriété est attribuée à l'importance de l'instabilité de Bell, dont le taux de croissance ne dépend pas de  $\gamma_{sh}$  (dans le référentiel de la simulation). Dans le cas super-luminique, il semble que la mise en équipartition des électrons ne se produit que pour les facteurs de Lorentz  $\gamma_{inj} > (m_i/m_e)^{1/3}$  afin de permettre à l'instabilité maser-synchrotron, responsable du fort couplage entre les électrons et ions, de se déclencher. Pour  $\gamma_{inj}$  plus faible la température électronique sature à  $\gamma_{sh} m_e c^2$ ,  $m_i/m_e$  fois en dessous de l'équipartition puisque le mécanisme d'oscillations électroniques relativiste n'est pas présent.

En termes d'accélération dans les chocs super-luminiques ce travail a dégagé donc une importante différence entre magnétisations faibles et fortes. A faible magnétisation la structure filamentaire et la micro-turbulence produit une population de particules accélérés. A forte magnétisation, le choc se forme par réflexion magnétique et l'accélération est verrouillée.

**Sironi et al. 2013 [28]** : Au moyen des simulations 2D et 3D ce travail fait une investigation détaillée de l'évolution dans le temps de l'énergie maximale des particules accélérés et de la structure des chocs perpendiculaires. Ceci en variant la composition du plasma (paires ou électrons-ions), magnétisations ( $\sigma \in [0, 0.1]$ ) et facteurs de Lorentz du choc ( $\gamma_{inj} = [3, 240]$ ).

Le premier résultat à souligner est que l'évolution d'énergie maximale des particules suit la loi  $\gamma_{\max} \propto (\omega_{pe}t)^{1/2}$ , pour toute magnétisation  $\sigma < 0.1$  et pour les deux compositions. Ce résultat découle directement du régime de transport de particules aux petits angles de déflexion (fréquence de diffusion  $\nu_s \propto \gamma^{-2}$  et le coefficient de diffusion  $D \propto \gamma^2$ ). Le temps d'accélération au choc est proportionnel à  $D$ , en prenant par exemple le temps de retour d'une particule aval  $\rightarrow$  amont :  $t = 18D/c^2$ , d'où la dépendance  $\gamma_{\max} \propto \sqrt{t}$ . L'observation de ce régime dans les simulations PIC vient confirmer nos résultats sur le transport en micro-turbulence ([36] et Chapitre 3). D'après leurs simulations, cette évolution n'est pas indéfinie et quand  $\sigma > 0$  l'énergie des particules sature à  $\epsilon_{\text{sat}} \sim \sigma^{-1/4} \gamma_{inj} m_i c^2$  ( $m_i$  est soit la masse des positrons, soit des ions en fonction de la composition).

Pour comprendre cette loi il faut regarder la structure du choc et les propriétés de la micro-turbulence en fonction de la magnétisation. En effet, les auteurs trouvent que la taille de la région turbulente en amont du choc (étendue du pied de choc) varie comme  $L_B \propto \sigma^{-1/2} \propto B_0^{-1}$ . En d'autres mots, c'est une fraction  $\sim 1/\gamma_{\text{sh}}$  du rayon de Larmor des particules du faisceau primaire, réfléchi sur le front de choc. L'énergie des particules de ce faisceau est  $\sim \gamma_{\text{sh}} m_i c^2$  (dans le référentiel des simulations : aval. Dans le réf. amont, i.e. observateur, cette énergie est  $\sim \gamma_{\text{sh}}^2 m_i c^2$ ). Si l'énergie maximale est contrainte par cette taille, alors la condition est  $D/c \leq L_B$  implique  $\gamma_{\text{sat}} \propto \gamma_{inj} \sigma^{-1/4}$ . Revenant à la structure du choc, il est trouvé que la transition se fait autour de  $\sigma_c \simeq 10^{-3}$  pour le plasma de paires et autour de  $\sigma_c \simeq 3 \cdot 10^{-5}$  pour un plasma  $e^- - p$ . Quand  $\sigma < \sigma_c$  les chocs se comportent comme non-magnétisés et leur structure est dictée par l'instabilité de Weibel-filamentation. Quand  $\sigma \gg 10^{-2}$  l'onde électromagnétique cohérente est produite par le front, sous l'effet de l'instabilité de Maser Synchrotron, et le choc n'accélère pas de particules. La situation dans le régime intermédiaire  $0.1 > \sigma > \sigma_c$  n'est pas très claire. Les simulations indiquent que la taille du pied (région turbulente) rétrécit à magnétisation croissante et les particules sont accélérées aux énergies plus basses (suivant la loi  $\gamma_{\text{sat}} \propto \sigma^{-1/4}$ ). Les différentes structures du choc en fonction de la magnétisation pour le plasma  $e^- - p$  sont illustrés dans la Figure 5.7, (figure 10 de l'article).

Discutons brièvement ces résultats. La saturation en énergie, obtenue par les auteurs,  $\gamma_{\text{sat}} \propto \gamma_{inj} \sigma^{-1/4}$  est en désaccord avec l'estimation, dérivée dans les études de transport dans cette thèse ([36] et chapitre 3) où la limite est imposée par l'incapacité des particules à diffuser efficacement en travers les lignes du champ moyen :  $\epsilon_{\text{sat}} \simeq e \ell_c \delta B^2 / B_0 \propto \sigma^{-1/2}$ .

Cette limite est intrinsèque au processus de transport et s'avère moins restrictive que la limite par la taille de la région turbulente, du moins en régime des magnétisations étudiées  $\sigma \geq 10^{-5}$ . Ces magnétisations sont intermédiaires et il est probable que  $\sigma \sim 10^{-5}$  se situe juste à la limite où la turbulence de Weibel-filamentation se développe pleinement, le critère étant  $\sigma < \xi_{cr}/\gamma_{sh}^2 \simeq 10^{-5}$  [33]. Par exemple à magnétisation nulle il n'y a pas de limite à l'énergie maximale, vue dans leurs simulations. La question est de savoir si la limitation en  $\sigma \propto^{-1/4}$  persiste aux magnétisations plus basses. En ce qui concerne le régime de la magnétisation intermédiaire  $10^{-5} < \sigma \leq 0.1$  il est plus probable que ce n'est pas l'instabilité de Weibel-filamentation qui structure le choc mais un fort courant transverse à la normale et au champ magnétique externe. Ce courant est enclenché par la giration dans les sens opposés des particules réfléchies sur le front, suivant si la charge est positive où négative. Un tel courant ne peut être déclenché que si le champ magnétique externe est présent et est assez fort, si son intensité est trop faible l'instabilité de Weibel-filamentation se développe avant sa mise en place. Le diagnostic des courants n'a pas été effectué par les auteurs du travail et sa présence reste à confirmer, même s'il est attendu d'après les arguments physiques. L'investigation théorique plus détaillée de ce point sera présentée dans le chapitre 7 de la thèse.

**Bret et al. 2013 [29] :** Étudient le processus de formation du choc relativiste dans un plasma de paires à magnétisation nulle. La théorie analytique est appuyée par des simulations PIC 2D dédiées. L'importante question de fluctuations électromagnétiques du plasma à partir duquel l'instabilité amplifie le champ ainsi que sa représentation avec les codes PIC, y sont abordées. Dans le cas parfaitement symétrique de deux faisceaux de même densité et vitesse en collision ( avec  $\gamma_{inj} \gg 1$ ), la formation de choc est gouvernée par l'instabilité de Weibel-filamentation. Le taux de croissance des fluctuations et leur saturation lors de la collision correspondent très bien à celui de l'instabilité. Le choc se forme après quelques temps d'exponentiation de l'instabilité.

Pour terminer cette revue, regroupons les différents paramètres des simulations 2D dans le tableau suivant :

Auteur(s)	$m_i/m_e$	$L_{\parallel} \times L_{\perp}$ (en $\delta_e \times \delta_e$ )	$N_p$	$n_0$ <sup>3</sup>	$\gamma_{inj}$	$T_{sim}$ (en $\omega_{pe}^{-1}$ )
Kato 2007 [22]	1	480 × 60	$6 \cdot 10^8$		2.24	350
Chang + 2008 [10]	1	5000 × 205		64	15	5300
Spitkovsky 2008a [23]	$\leq 1000$	$400 \times 10^4$		2	15	$10^4$
Spitkovsky 2008b [24]	1	$10^4 \times 400$		8	15	$10^4$
Dieckmann + 2008 [18]	400	714 × 11		64	2.3	209
Keshet + 2009 [25]	1	6300 × 402	$2 \cdot 10^{10}$	8	15	$1.2 \cdot 10^4$
Martins + 2009 [26]	32	1600 × 280		2	20	2800
Sironi & Spit. 2009 [11]	1	5000 × 100	$\geq 10^8$	2	15	9000
Sironi & Spit. 2011 [27]	<b>16</b> , $\leq 1000$	40000 × 100	$\sim 10^9$	2	[ <b>15</b> , 1000]	20250
Haugbølle 2011 [13]	16	1000 × 70			15	2250
Haugbølle + 2013 [12]	1	?	$5 \cdot 10^9$	12	10	5000
Sironi + 2013 [28]	1 & <b>25</b> , $\leq 1600$	18000 × 128	$\sim 10^9$	2	[ <b>3</b> , <b>15</b> , 240]	$1.5 \cdot 10^4$
Bret + 2013 [29]	1	125 × 5		8	[25, $10^4$ ]	

La convention relativiste pour  $\omega_{pe}$  et  $\delta_e = c/\omega_{pe}$  est adoptée ici, i.e.  $\omega_{pe} = \sqrt{4\pi n_0 e^2 / (\gamma_{inj} m_e)}$ .  
Et les paramètres des simulations 3D, pour leur part :

Auteur(s)	$m_i/m_e$	$L_{\parallel} \times L_{\perp}$ (en $\delta_e \times \delta_e$ )	$N_p$	$n_0$	$\gamma_{inj}$	$T_{sim}$ (en $\omega_{pe}^{-1}$ )
Nishikawa et al. 2003 [19]	20	15 × 8	$\leq 10^8$	27	5	23.4
Frederiksen + 2004 [20]	16	160 × 40	$8 \cdot 10^8$	25	3	480
Hededal + 2004 [21]	16	600 × 37.5	$8 \cdot 10^8$		15	1360
Spitkovsky 2005 [9]	1	200 × 40	$\sim 10^9$		15	$\geq 100$
Sironi & Spit. 2009 [11]	1	5000 × 6.4		2	15	9000
Haugbølle 2011 [13]	16	500 × 18	$1.6 \cdot 10^{10}$	6	15	2250
Sironi + 2013 [28]	1,25	2250 × 64 <sup>4</sup>	$\leq 10^{10}$	1	15	3000

### 5.3 Remarques générales

En premier lieu reconsidérons les valeurs des tableaux, données plus haut, mais en unités numériques. Une simulation de choc en 2D requiert une boîte de dimension  $N_x \times N_y = 400000 \times 1024$  points grille avec au moins 1 particule par grille par espèce et évoluée sur au moins  $10^5$  pas de temps. En supposant que le temps de calcul par particule sur un processeur est de  $1\mu\text{sec}$ , alors il faudra 26 ans de calcul sur un processeur et, en sauvegardant à chaque pas de temps, cela demanderait  $\sim 600$  Tera Octets de mémoire. . . D'où le fait que des serveurs de calcul intensif sont requis pour ce genre de tâches et une sauvegarde incomplète de la simulation, ce qui est le cas de tous les travaux présentés dans la section précédente.

Passons aux remarques d'ordre physique. Les simulations, dans la globalité, sont très petites si on veut extrapoler directement leur résultat en observable astrophysique. Par exemple, les plus longues vont jusque  $\sim 10^4 \omega_{pe}^{-1}$ . Ce qui fait  $10^{-3}$  fois le temps dynamique d'un SG. La taille longitudinale des simulations est  $\sim 10^3 \delta_e$ , étant  $10^8$  fois plus petit que

la région englobée par le sursaut. C’est encore plus drastique par rapport aux autres environnements astrophysiques. Le terme “microphysique des chocs” est tout à fait adaptée à ces investigations. Comme il a été souligné par Bykov & Treumann [37], l’extrapolation aux échelles astrophysiques est délicate et doit être prise avec précaution. Par exemple, l’extraction du rayonnement directement à partir de la dynamique des macro-particules (e.g. thèse de Hededal [21]) peut être physiquement délicate, puisqu’une macro-particule dans la simulation représente plus de  $10^6$  particules réelles, i.e. une sphère de Debye. Les particules rayonnent une par une et la dynamique interne à la sphère de Debye n’est pas résolue.

Malgré ces critiques, ces simulations ont dégagé un ensemble de résultats importants dans la physique des chocs relativistes :

- Les chocs non-magnétisés sont des accélérateurs efficaces de particules (plasma de paires *et* électrons - ions). L’instabilité de filamentation permet la formation de choc, génération d’une turbulence magnétique intense  $\xi_B \geq 0.01$  et la fraction d’énergie, transmise aux particules accélérées est  $\geq 10\%$ . Le processus d’accélération celui de Fermi I (DSA). L’évolution de la turbulence magnétique dans le milieu choqué, à long terme, est une question non-résolue.
- Dans les chocs fortement magnétisés une distinction en deux catégories s’impose : chocs sub-luminiques ( $\theta_B \leq 34^\circ/\gamma_{sh}$ ) et superluminiques. Dans les chocs sub-luminiques les particules peuvent retourner du milieu choqué vers l’amont en suivant les lignes du champ magnétique, une instabilité non-résonnante entre les Rayons Cosmiques et plasma amont permet aux particules d’être diffusées. Le processus de Fermi en est naturellement facilité et un fort précurseur du choc se forme, la pression des particules accélérées peut aussi conduire au processus d’auto-reformation du front de choc.

Dans le cas des chocs super-luminiques le processus d’accélération est bloqué par le champ magnétique externe et l’étendue du précurseur trop petite. D’autre part, l’émission d’une onde électromagnétique par le front (mode extra-ordinaire) permet aux électrons d’être chauffées à l’équipartition avec les ions.

- A magnétisation moyenne,  $\sigma_{crit} < \sigma < 0.1$ , l’instabilité (dont la nature est à préciser) semble se développer dans le précurseur du choc, mais sa taille est très limitée par le champ magnétique externe. Il en résulte que l’accélération des particules est limitée à une énergie maximale, contrainte par la taille de la région turbulente.
- Le cadre de figure est plus compliqué dans les chocs modérément relativistes,  $\gamma_{sh} \geq 1$ .

## 5.4 Approche dans cette thèse

Dans cette thèse, je me suis restreint à l'utilisation d'un code PIC 1D pseudo-spectral dont la description est donnée dans l'annexe B. Cela permet d'étudier en détail des processus plasma longitudinaux dans le pied du choc, en négligeant toute variation transverse. Cette approche nous a emmené à reconsidérer certaines questions de la physique des chocs non-collisionnels en partant du régime non-relativiste et tendant graduellement vers le régime relativiste.

La transition du régime non-relativiste au régime ultra-relativiste (i.e. régime moyennement relativiste) est mal comprise aujourd'hui et c'est dans ce régime que les simulations se placeront. Les questions, au cœur d'interrogations, sont les suivantes :

- Comment l'énergie du faisceau d'ions réfléchis sur le front est dissipée? Quelles instabilités y ont lieu? Comment les électrons sont chauffés dans cette région?
- La reformation du front de choc, bien connue dans le régime non-relativiste, persiste-t-elle quand la vitesse du choc s'approche de  $c$ ?

## Bibliographie

- [1] K. Yee. Numerical solution of initial boundary value problems involving maxwell's equations in isotropic media. *IEEE Trans. Antennas Prop.*, 14 :302, 1966.
- [2] O. Buneman. TRISTAN : The 3D Electromagnetic PIC code. In H. Matsumoto and Y. Omura, editors, *Computer Space Plasma Physics*, pages 67–84. 1993.
- [3] A. Birdsall and B. Langdon. *Plasma Physics via computer simulation*. Institute of Physics, 1991.
- [4] J. Villasenor and O. Buneman. Rigorous charge conservation for local electromagnetic field solvers. *Computer Physics Communications*, 69 :306–316, March 1992.
- [5] T. Z. Esirkepov. Exact charge conservation scheme for Particle-in-Cell simulation with an arbitrary form-factor. *Computer Physics Communications*, 135 :144–153, 2001.
- [6] J. M. Dawson. Particle simulation of plasmas. *Reviews of Modern Physics*, 55 :403–447, 1983.
- [7] J. U. Brackbill and D. W. Forslund. An implicit method for electromagnetic plasma simulation in two dimensions. *Journal of Computational Physics*, 46 :271–308, 1982.
- [8] A. D. Greenwood, K. L. Cartwright, J. W. Luginsland, and E. A. Baca. On the elimination of numerical Cerenkov radiation in PIC simulations. *Journal of Computational Physics*, 201 :665–684, December 2004.
- [9] A. Spitkovsky. Simulations of relativistic collisionless shocks : shock structure and particle acceleration. In T. Bulik, B. Rudak, and G. Madejski, editors, *Astrophysical*

- Sources of High Energy Particles and Radiation*, volume 801 of *American Institute of Physics Conference Series*, pages 345–350, 2005.
- [10] P. Chang, A. Spitkovsky, and J. Arons. Long-Term Evolution of Magnetic Turbulence in Relativistic Collisionless Shocks : Electron-Positron Plasmas. *ApJ*, 674 :378, 2008.
- [11] L. Sironi and A. Spitkovsky. Particle Acceleration in Relativistic Magnetized Collisionless Pair Shocks : Dependence of Shock Acceleration on Magnetic Obliquity. *ApJ*, 698 :1523, 2009.
- [12] T. Haugbølle, J. T. Frederiksen, and A. Nordlund. Photon-plasma : A modern high-order particle-in-cell code. *Physics of Plasmas*, 20(6) :062904, 2013.
- [13] T. Haugbølle. Three-dimensional Modeling of Relativistic Collisionless Ion-electron Shocks. *ApJ*, 739 :L42–L46, 2011.
- [14] A. B. Langdon, J. Arons, and C. E. Max. Structure of relativistic magnetosonic shocks in electron-positron plasmas. *Physical Review Letters*, 61 :779–782, 1988.
- [15] Y. A. Gallant, M. Hoshino, A. B. Langdon, J. Arons, and C. E. Max. Relativistic, perpendicular shocks in electron-positron plasmas. *ApJ*, 391 :73–101, 1992.
- [16] Y. Lyubarsky. Electron-ion coupling upstream of relativistic collisionless shocks. *ApJ*, 652 :1297–1305, 2006.
- [17] M. Hoshino. Wakefield Acceleration by Radiation Pressure in Relativistic Shock Waves. *ApJ*, 672 :940, 2008.
- [18] M. E. Dieckmann, P. K. Shukla, and L. O. C. Drury. The Formation of a Relativistic Partially Electromagnetic Planar Plasma Shock. *ApJ*, 675 :586–595, 2008.
- [19] K.-I. Nishikawa, P. Hardee, G. Richardson, R. Preece, H. Sol, and G. J. Fishman. Particle Acceleration in Relativistic Jets Due to Weibel Instability. *ApJ*, 595 :555–563, 2003.
- [20] J.T. Frederiksen, C.B. Hededal, T. Haugbølle, and Nordlund Å. Magnetic Field Generation in Collisionless Shocks : Pattern Growth and Transport. *ApJ*, 608 :L13–L16, 2004.
- [21] C. B. Hededal, T. Haugbølle, J. Trier Frederiksen, and A. Nordlund. Non-Fermi Power-Law Acceleration in Astrophysical Plasma Shocks. *ApJ*, 617 :L107–L110, 2004.
- [22] T. N. Kato. Relativistic Collisionless Shocks in Unmagnetized Electron-Positron Plasmas. *ApJ*, 668 :974–979, 2007.
- [23] A. Spitkovsky. On the structure of relativistic collisionless shocks in electron-ion plasmas. *ApJ*, 673 :L39–L42, 2008.
- [24] A. Spitkovsky. Particle acceleration in relativistic shocks : Fermi process at last ? *ApJ*, 682 :L5, 2008.
- [25] U. Keshet, B. Katz, A. Spitkovsky, and E. Waxman. Magnetic Field Evolution in



- Relativistic Unmagnetized Collisionless Shocks. *ApJL*, 693 :L127, 2009.
- [26] S. F. Martins, R. A. Fonseca, L. O. Silva, and W. B. Mori. Ion dynamics and acceleration in relativistic shocks. *ApJ*, 695 :L189–L193, 2009.
- [27] L. Sironi and A. Spitkovsky. Particle Acceleration in Relativistic Magnetized Collisionless Electron-Ion Shocks. *ApJ*, 726 :75, 2011.
- [28] L. Sironi, A. Spitkovsky, and Arons J. The Maximum Energy of Accelerated Particles in Relativistic Collisionless Shocks. *ApJ*, 771 :54, 2013.
- [29] A. Bret, A. Stockem, F. Fiuza, C. Ruyer, L. Gremillet, R. Narayan, and L.O. Silva. Collisionless shock formation, spontaneous electromagnetic fluctuations, and streaming instabilities. *Physics of Plasmas*, 20 :042102, 2013.
- [30] D. Alspop and J. Arons. Relativistic magnetosonic solitons with reflected particles in electron-positron plasmas. *Physics of Fluids*, 31 :839–847, 1988.
- [31] M. Medvedev and A. Loeb. Generation of Magnetic Fields in the Relativistic Shock of Gamma-Ray Burst Sources. *ApJ*, 526 :697, 1999.
- [32] A. Bret, M.-C. Firpo, and C. Deutsch. Collective electromagnetic modes for beam-plasma interaction in the whole k space. *Phys. Rev. E*, 70 :046401, 2004.
- [33] M. Lemoine and G. Pelletier. On instabilities at ultra-relativistic shock waves. *MNRAS*, 589 :L73, 2010.
- [34] A. Achterberg, Y. Gallant, J.G. Kirk, and A.W. Guthmann. Particle acceleration by ultrarelativistic shocks : theory and simulations. *MNRAS*, 328 :393, 2001.
- [35] U. Keshet and E. Waxman. Energy Spectrum of Particles Accelerated in Relativistic Collisionless Shocks. *Physical Review Letters*, 94(11) :111102, 2005.
- [36] I. Plotnikov, G. Pelletier, and M. Lemoine. Particle transport in intense small-scale magnetic turbulence with a mean field. *A & A*, 532 :A68, 2011.
- [37] A. M. Bykov and R. A. Treumann. Fundamentals of collisionless shocks for astrophysical application, 2. Relativistic shocks. *The Astronomy and Astrophysics Review*, 19 :42, 2011.

# Chapitre 6

## Simulations 1D

### 6.1 Introduction

DANS ce chapitre les simulations PIC des chocs dans un plasma, composé d'électrons et ions, sont présentées. En contraste par rapport à la plupart des études récentes, multi-dimensionnelles, nous revenons à une approximation uni-dimensionnelle. Cette approximation implique que seules les variations des quantités physiques le long de la direction de propagation du choc (normale au front) seront suivies. On suppose implicitement que le front du choc est parfaitement planaire et que toute quantité physique est invariante le long du plan transverse. Les processus longitudinaux de variation de pression, densité, champ magnétique et des instabilités longitudinales seront prises en compte de manière auto-consistante. Cette approche 1D s'est révélée fructueuse dans l'analyse des chocs non-relativistes en partant des nombres de Mach alfeniques modérés aux chocs super-critiques ( $M_A \gg 1$ ); e.g. les travaux [1–6].

Un autre impact de cette approche est la possibilité d'inclure un champ magnétique externe non-nul. Sinon on ne peut former des chocs à nombre de Mach très grand, régime que nous étudions. En l'absence d'effets multi-dimensionnels le choc devra être purement électrostatique et il existe une valeur limite assez basse d'existence de chocs électrostatiques dans un plasma d'électrons-ions ( $M_{\text{crit}} \simeq 2.3$ , voir e.g. [7]). Ici, nous adoptons donc un champ magnétique perpendiculaire d'intensité contrôlable par l'utilisateur.

L'intérêt de notre étude est dans la transition du régime non-relativiste vers un régime relativiste des chocs perpendiculaires non-collisionnels, en tenant compte de la magnétisation du plasma.

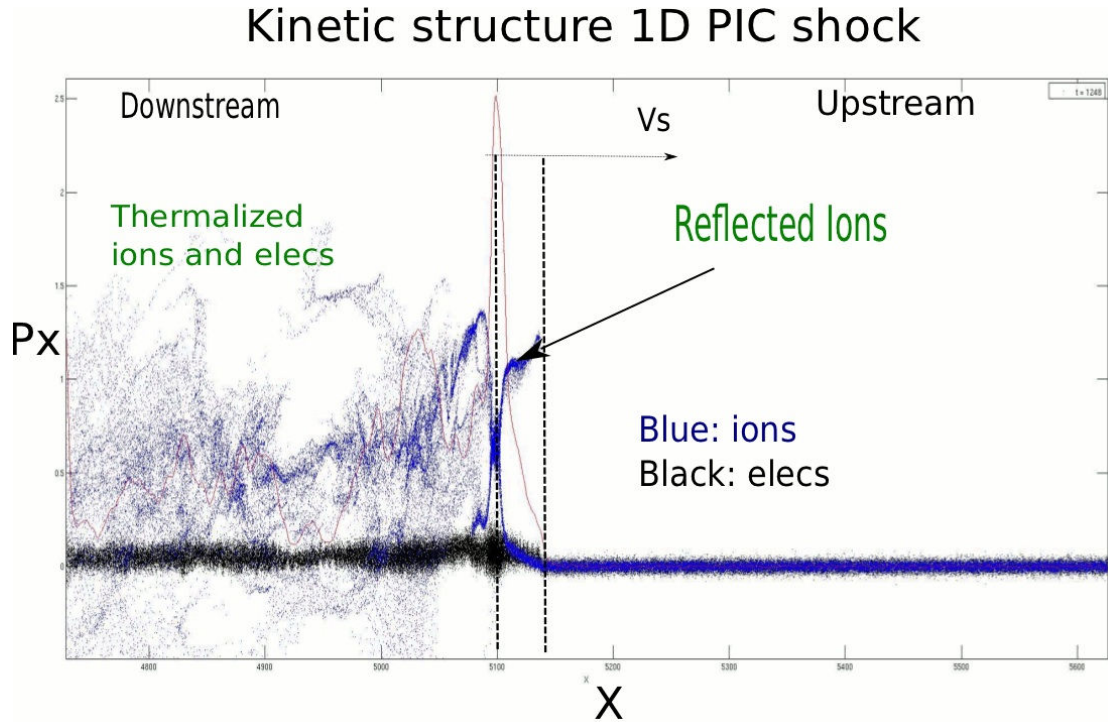


FIG. 6.1: Choc créé par la méthode du piston magnétique dans un plasma d'électrons (points noirs) et ions (points bleus). L'espace des phases  $X - P_x$  est présenté ici pour un choc avec  $M_A = 3$  et  $v_{sh}/c = 0.15$  (rapport de masse  $m_i/m_e = 100$ ,  $\omega_{pe}/\omega_{ce} = 2$ , paramètre du plasma  $\beta = 0.022$ ). On distingue l'amont du choc à droite, le front du choc est délimité par les lignes pointillées (la rampe et le pied) et le plasma aval dans la partie gauche de la boîte. Le choc obtenu vérifie naturellement aux conditions de saut en densité, température et champ magnétique.

## 6.2 Chocs par différentes méthodes

Définissons la boîte de la simulation dans la direction  $x$  et analysons la structure du choc en adoptant trois méthodes numériques différentes pour le fabriquer (voir, e.g. [8] pour un résumé).

### 6.2.1 Piston magnétique

Cette méthode, utile pour sa simplicité (divisant le plasma en deux parties : remplie par le plasma et partie vide), consiste à appliquer un courant  $J_{y,0}$  externe, localisé dans la partie vide de la boîte en dehors du plasma [3]. Ce courant induit un pulse en champ magnétique dont la propagation agit comme un piston sur le bord gauche du plasma. La

partie gauche du plasma se trouve graduellement poussée par le piston, se propageant à la vitesse  $v_p$  et, si l'amplitude de celui-ci est grande, conduit à la formation du choc qui se sépare du piston à une vitesse  $v_{sh}$  de l'ordre de  $v_p$ . Le schéma de ce processus est donné dans l'annexe B, Fig. B.2. Il se déroule en trois étapes : enclenchement du piston, poussée du plasma et interaction non-linéaire avec le plasma au repos, conduisant à la formation du choc. Le plasma amont étant au repos dans cette méthode, le référentiel de la simulation est donc co-mobile amont (URF).

Une fois le choc formé et sa vitesse fixée, la dynamique du front devient auto-consistante et le plasma aval s'adapte graduellement aux lois de conservation (conditions de Rankine-Hugoniot) par le jeu mutuel entre les particules et champs. Dans la figure 6.1, l'espace de phases  $X - P_x$  est représenté pour un choc avec  $M_A = 3$  et  $v_{sh}/c = 0.15$  (rapport de masse  $m_i/m_e = 100$ ,  $\omega_{pe}/\omega_{ce} = 2$ , paramètre du plasma  $\beta = 0.022$ ). Les ions sont représentés par des points bleus et électrons par des points noirs ( $P_x$  divisé par  $\sqrt{m_i/m_e}$  pour que la dispersion en vitesses dans le milieu amont soit la même que celle des ions). On distingue l'amont du choc à droite, le front du choc, délimité par les lignes pointillées et le plasma aval dans la partie gauche de la boîte. Le choc satisfait naturellement aux conditions de saut en densité, température et champ magnétique. En aval du choc, les électrons, subissant une simple compression adiabatique, ne sont pas chauffés à l'équipartition avec les ions et on a  $T_i \gg T_e$ .

Pour modéliser un choc relativiste se propageant dans le milieu interstellaire l'ordre de grandeur en vitesses est le suivant :  $c/v_A \sim 10^4$ ,  $c/c_S \sim 10^4$ ,  $v_{sh}/c \simeq 1$ . Cela implique  $M_A \sim 10^4$  ce qui est techniquement difficile, nécessitant une boîte de simulation et temps de calcul extrêmement élevés. Dans un premier temps j'ai donc adopté une vitesse de son et d'Alfvén élevées ( $c/v_A, c_S \simeq 20$ ) pour essayer d'atteindre le régime de choc relativiste en augmentant graduellement l'intensité du piston magnétique.

**Effet du  $J_0$**  En partant des mêmes paramètres plasma que dans Hada et al. [4], l'intensité du piston magnétique a été augmentée sur deux ordres de grandeur, donnant lieu aux chocs dont le nombre de Mach va de 2.3 à 16.8 et vitesses  $v_{sh}/c$  de 0.1 à 0.9. La vitesse du choc n'évolue pas linéairement avec  $J_0$  et semble plutôt saturer aux valeurs faiblement relativistes. L'effet escompté d'atteindre le régime relativiste n'a pas fonctionné, car des effets numériques néfastes se manifestent lorsque le pulse magnétique est trop fort et rapide, tels que des striations dans l'espace de phases. Ces effets peuvent être importants et altérer la physique de la formation du choc. Notons aussi que le contrôle de la vitesse du choc est aussi contrôlable par la densité et la magnétisation du plasma.

D'autres méthodes ont donc été essayées.

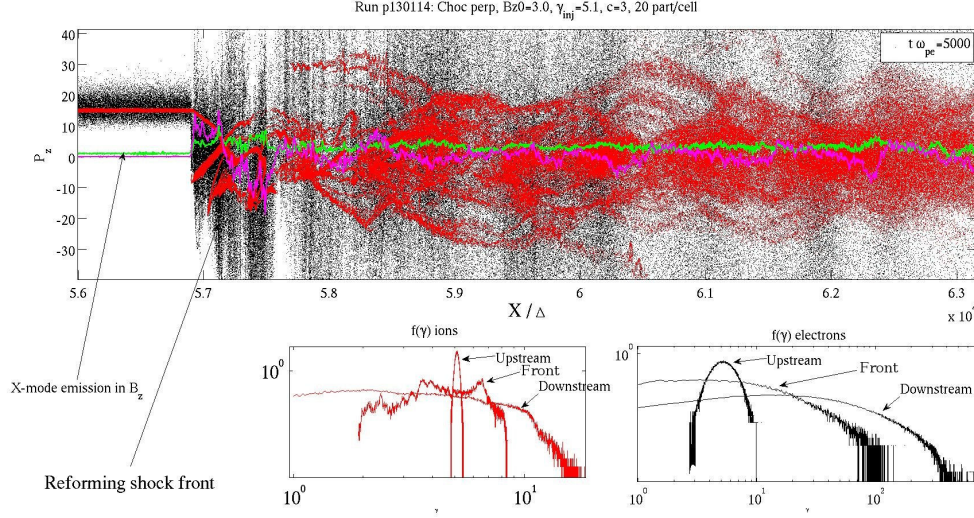


FIG. 6.2: Choc par réflexion sur le mur droit. Espace des phases  $X - P_x$  des ions (rouge) et électrons (noir). Les figures du bas présentent les fonctions de distribution des ions, à gauche, et des électrons, à droite, aux emplacements différents dans la boîte.

### 6.2.2 Piston-mur

Cette méthode est très répandue dans la littérature, aussi à cause de sa simplicité. On réfléchit le plasma incident, en dérive globale dans la direction  $+x$ , sur le mur droit. Les champs électromagnétiques passent le mur librement et sont graduellement amorties dans la partie vide de la boîte afin de ne pas les laisser ressortir de l'autre côté. Le flot de particules réfléchies, se dirigeant suivant  $-x$ , interagit avec le plasma incident et le mélange des deux populations conduit à la formation d'un choc, ayant le milieu aval globalement immobile par rapport à la boîte de simulation. Le choc se propage en direction  $-x$  à la vitesse proche de  $c/2$  (si le régime est relativiste et le champ magnétique est dynamiquement non important), l'indice adiabatique du gaz bi-dimensionnel étant égal à  $3/2$ . Le référentiel de la simulation, par cette méthode, est donc celui du milieu aval (DRF).

Cette méthode compte deux avantages pour les chocs relativistes. Le premier est d'être placé dans le référentiel DRF, inutile de soustraire dérivées et effets Doppler pour diagnostiquer une partie supra-thermique dans la fonction de distribution du plasma aval. Le deuxième est la maîtrise de la vitesse et du facteur de Lorentz du choc obtenu : on contraint strictement la vitesse du plasma amont et le diagnostic de la vitesse du choc est simple car, dans ce référentiel, sa vitesse est une fraction de  $c$ . Pour comparaison, lorsque la simulation se fait dans le référentiel URF la vitesse du front relativiste est très

proche de  $c$ . Le diagnostic précis de  $\gamma_{sh}$  est donc difficile.

Considérons une simulation représentative avec la 4-vitesse du plasma injecté  $p_{inj} = \gamma_{inj}\beta_{x,inj} = 5.1$  et les autres paramètres :  $m_i/m_e = 100$ ,  $T_e = T_i$ ,  $\theta_B = 90^\circ$ ,  $\omega_{pe}/\omega_{ce} = 2$ . La structure du choc à la fin de la simulation ( $T_{max} = 5000\omega_{pe}^{-1}$ ) est présentée dans la Figure 6.2. Le front de choc se situe à  $X/\Delta \sim 5.75 \cdot 10^4$ . Le flot amont (plasma injecté) est à gauche de la figure, sa vitesse moyenne est non nulle puisque le référentiel de la simulation est celui du plasma aval au repos (partie droite de la figure). Un effet de charge d'espace (profil du champ électrostatique  $E_x$ , subissant une forte variation, en magenta) apparaît dans le front du choc. C'est dans cette région que la dissipation a lieu, les électrons sont chauffés et le choc subit une auto-reformation, dont le mécanisme est détaillé plus loin. En ligne verte, le profil du champ magnétique est représenté (unités arbitraires). Le saut en champ magnétique entre l'amont et l'aval est égal au saut en densités, comme les conditions de Rankine-Hugoniot l'exigent. Les deux graphes du bas de la figure présentent les fonctions de distribution des ions (gauche) et des électrons (droite) dans trois régions représentatives : amont=upstream, front du choc (rampe + pied)= front et aval = downstream. D'après ces figures, on voit que la distribution froide des ions amont est chauffée, surtout au niveau du front de choc et tend vers les conditions de saut dans la région aval. Le chauffage des électrons est plus modéré, leur dispersion thermique en amont du choc étant assez grande. Les fonctions de distribution dans le milieu aval sont compatibles avec des distribution de Maxwell relativistes, sans évidence d'une partie supra-thermique.

L'étude systématique des chocs relativistes à l'aide de cette méthode n'a pourtant pas pu être réalisée actuellement à cause d'une difficulté technique, inhérente au code spectral.

**Problème du mode  $k = 0$ .** Ce problème a été soulevé et analysé par [9] faisant part d'effets non-physiques dans un code spectral borné. Discutons son impact quand on simule le choc par réflexion sur le mur droit.

Dans la méthode du piston-mur, une composante moyenne du champ électrique doit être appliquée lorsque le plasma est magnétisé et est en dérive globale : la condition du champ figé dans la matière qui se lit  $\mathbf{E} + \mathbf{v}_d \times \mathbf{B} = 0$ . Cela implique que, si un champ magnétique  $B_z$  constant est imposé au temps initial et le plasma dérive suivant  $\mathbf{v}_d = v_d \mathbf{e}_x$ , alors il faut imposer un  $E_y$  non-nul sur toute la boîte. L'application de cette composante moyenne (composante  $k = 0$  dans l'espace de Fourier) s'est révélé néfaste pour la stabilité du code vis-à-vis des chocs forts.

Le code numérique est spectral, donc les conditions aux limites périodiques sont inhérentes à sa structure. La structure du choc, pour sa part, est non-périodique car les particules ou les ondes qui sortent d'un côté de la boîte (amont du choc) ne doivent pas

rentrer de l'autre côté (aval : plus chaud, dense...) dans les mêmes conditions. Deux solutions sont possibles : changer d'algorithme de résolution des équations de Maxwell pour un schéma aux différences finies ou adopter une solution maligne : briser la périodicité pour les particules en incluant deux murs à l'intérieur de la boîte et amortir les ondes dans les parties artificiellement vides. C'est cette dernière solution qui est adaptée et elle marche bien pour des chocs "pas très forts" (i.e. nombre de Mach pas trop élevé et vitesse du front pas très proche de  $c$ ). Dans ces conditions les sauts en quantités physiques, telles que la densité et température, ne sont pas très brusques et la barrière de potentiel électrostatique au choc n'est pas très grande. Les effets de la brisure de périodicité sont alors faibles et n'altèrent pas la physique du plasma. Dans le régime qui nous intéresse le nombre de Mach doit être très élevé et les fluctuations électrostatiques au front sont de grande amplitude. La contrainte du mode  $k = 0$  implique que la composante moyenne sur la boîte ( $\langle E_x \rangle$ , par exemple, ou  $\langle B_z \rangle = B_{z,0}$ ) du champ doit être nulle ou fixée par les conditions initiales. Dans le cas des fluctuations locales de grande amplitude, à l'intérieur de la partie remplie par le plasma, on ne satisfait pas toujours à la condition stricte  $\langle E_x \rangle = 0$  et la composante moyenne est nivelée globalement, en appliquant un champ électrostatique  $E_x$  non-nul dans la partie amont du choc... Son amplitude est d'autant plus grande que le saut électrostatique à la formation du front de choc est grand. Il en résulte des oscillations et chauffage global, artificiel du plasma.

Il peut y avoir plusieurs techniques pour amoindrir cet effet, en prenant une boîte beaucoup plus grande par exemple. Toutefois, le problème ne disparaît pas totalement.

### 6.2.3 Injection de faisceau dans un plasma au repos

Une méthode alternative a donc été implémentée dans le code. On injecte graduellement un faisceau au niveau du bord gauche dans un plasma au repos. Contrôlant la vitesse et densité du faisceau injectée, on a alors un meilleur contrôle de l'intensité et de la vitesse du choc résultant que dans la méthode du piston magnétique. D'autre part, le problème de la gestion du mode  $k = 0$  ne se pose plus en l'absence de la dérive globale du plasma. Un croquis, présentant les différentes étapes de la mise en place du choc par cette méthode est présenté dans la Figure 6.3. Les figures de droite représentent l'espace des phases  $X - P_x$  des ions (points bleus) et électrons (points noirs). Ces derniers étant plus légers, leur dispersion thermique est plus grande. Lorsque la simulation est avancée, le choc avant ainsi qu'une discontinuité de contact sont formés. Dans nos investigations, nous allons nous focaliser sur le choc avant, se situant dans la partie droite de la boîte.

Le référentiel de la simulation est par définition le réf. amont (upstream). Cette méthode ressemble fortement à la technique du piston magnétique à la différence qu'on

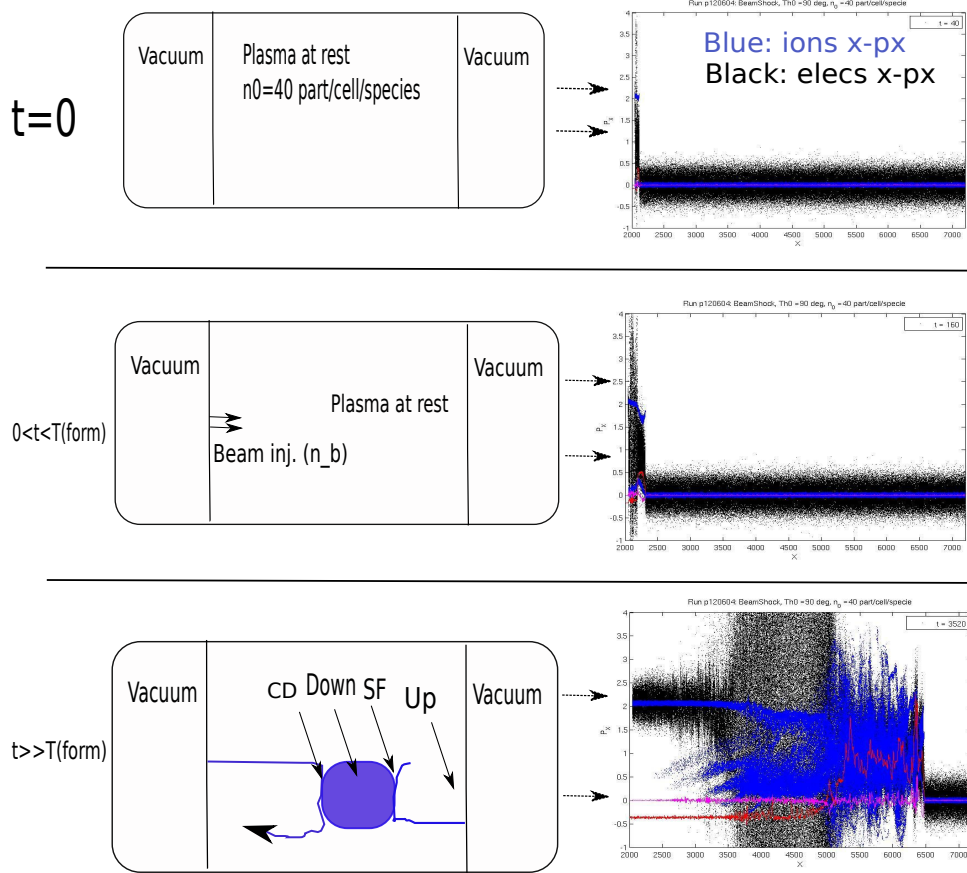


FIG. 6.3: Schéma du processus d'enclenchement et déroulement du choc par Beam Method. Signification des abréviations dans l'étape 3 : CD : discontinuité de contact, Down : plasma aval, SF : front de choc, Up : plasma amont (ambient). Le référentiel de la simulation est donc le réf. amont (upstream). Les snapshots sont pris dans le run p120604.

contrôle directement la vitesse et la densité du faisceau injecté et on forme un faisceau-retour (faisceau injecté, réfléchi sur la discontinuité de contact).

**Benchmarks de la méthode** La méthode étant nouvelle, plusieurs simulations de vérification ont été effectuées, se basant sur les résultats connus dans la littérature. Pour commencer la simulation de référence de Hada et al. [4] a été reproduite. Rappelons ici les paramètres du plasma correspondants :  $m_i/m_e = 84$ ,  $T_e/T_i = 1.58$ ,  $\omega_{pe}/\omega_{ce} = 2$ ,  $\theta_B = 90^\circ$  et  $v_{th,e} = 0.015$ . En injectant un faisceau avec  $\gamma_b \beta_b = 0.3$  le choc est supercritique avec  $M_A = 3.5$ . On observe une auto-reformation cyclique du front de choc sous l'effet de



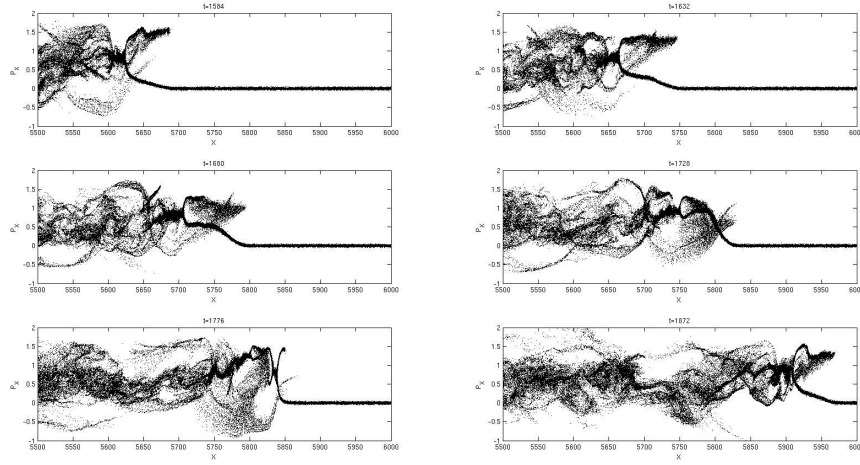


FIG. 6.4: Espace de phases des ions  $X - P_x$  à différents temps de reformation, correspondant à la première simulation de Hada et al. L’affichage est zoommé sur le front. Le cycle de reformation a une période  $T_{\text{ref}} \simeq \tau_{\text{ci}}/3$ .

la suppression des ions réfléchis sur le front de choc avec une fréquence  $\sim 2\omega_{\text{ci}}^{-1}$ . Toutes ces caractéristiques ont été reproduites et la Figure 6.4 présente l’espace de phases des ions à différents temps du cycle de reformation obtenu. L’accord avec le travail [4] est très bon.

D’autres simulations comparatives des chocs non-relativistes ont été faites : Biskamp & Welter 1972 [1], Scholer & Matsukiyo 2004 [6], Hoshino & Shimada 2002 [5]. L’accord qualitatif a été retrouvé dans tous les cas et la méthode semble suffisamment stable pour s’attaquer au régime modérément relativiste. Dans la Figure 6.5 la comparaison entre résultats de Scholer & Matsukiyo [6] (méthode de piston-mur) et ma simulation avec la méthode d’injection de faisceau est présentée. La même instabilité (Modified Two-Stream Instability) a été diagnostiquée dans les deux cas et est responsable de l’auto-reformation du front de choc ici.

Se basant sur ces résultats, plusieurs séries de simulations ont été conduites afin d’étudier la structure du choc en fonction de la vitesse et densité du faisceau injecté et de la magnétisation du plasma.

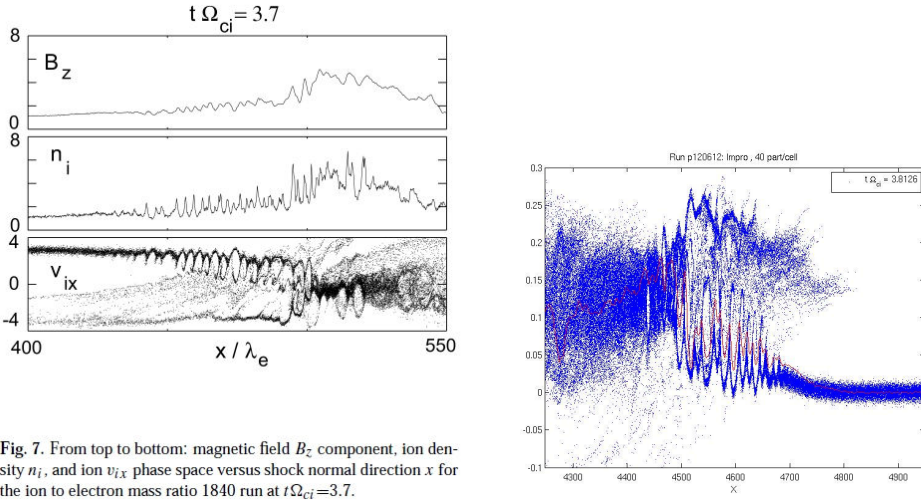


Fig. 7. From top to bottom: magnetic field  $B_z$  component, ion density  $n_i$ , and ion  $v_{ix}$  phase space versus shock normal direction  $x$  for the ion to electron mass ratio 1840 run at  $t\Omega_{ci}=3.7$ .

FIG. 6.5: Comparaison qualitative entre les résultats de Scholer & Matsukiyo [6] (méthode de piston-mur) et ma simulation avec la méthode d'injection de faisceau. Le choc est presque perpendiculaire  $\theta_B = 87^\circ$ , pourtant une instabilité de type Deux-Faisceaux se déclenche dans le pied du choc puisque celui-ci n'est pas parfaitement perpendiculaire. Les caractéristiques essentielles de cette instabilité, comme la longueur d'onde et le temps de reformation du choc, sont reproduites dans ma simulation (figure de droite où l'espace de phases des ions est affiché).

### 6.3 Dépendance $\gamma_b/\beta_{b,x}$

#### 6.3.1 Les conditions initiales

Le plasma est confiné entre deux murs (LPLX=2048  $\Delta$  et LPRX=(NCX-2048)  $\Delta$ , avec NCX=16384  $\Delta$ ). Initialement, on remplit la boîte avec un plasma au repos de densité  $n_0 = 40$  part./ $\Delta$ /grille, ensuite on injecte graduellement un plasma avec une 4-vitesse  $p_{dx} = \gamma_d v_{dx}$  suivant  $x$  au niveau du mur gauche (LPLX). La densité du faisceau injecté est notée  $n_b$ , tous les autres paramètres étant identiques au plasma au repos.

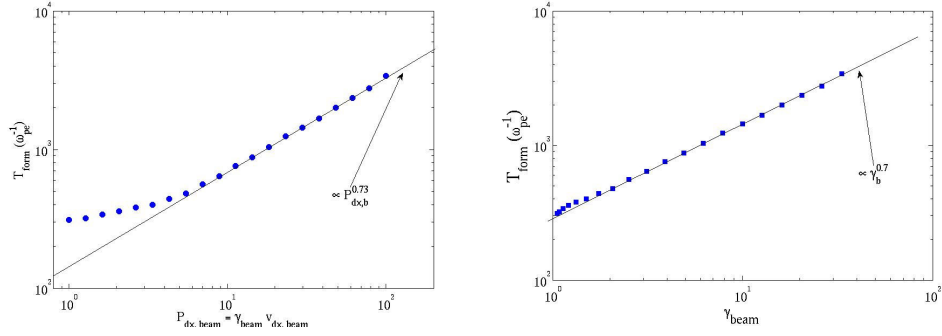


FIG. 6.6: Temps de formation du front de choc en fonction de  $p_{dx}$  (gauche) et de  $\gamma_b$  (droite). Dans les deux cas on a un comportement en loi de puissance :  $T_{form} \propto p_{dx}^{0.73}$ , et  $T_{form} \propto \gamma_b^{0.7}$ .

Param.	Valeur	Quant.	Valeur
$\Delta x$	1	$\tilde{r}_{L,e}$	0.4
$\Delta t$	$0.1 \omega_{pe}^{-1}$	$\tilde{r}_{L,i}$	4
$\tilde{c}$	3	$\tilde{\omega}_{pe}$	1
$n_0$	40 part/ $\Delta$ /spec	$\tilde{\omega}_{pi}$	0.1
$n_b$	40 part/ $\Delta$ /spec	$\tilde{\lambda}_D$	0.2
$B_0$	1.5	$\tilde{\omega}_{ce}$	0.5
$\theta_B$	90	$\tilde{\omega}_{ci}$	0.005
$m_i/m_e$	100	$\tilde{V}_A$	0.149
$T_e/T_i$	1	$\beta_e = \beta_i$	0.0356

Les deux colonnes de gauche sont des paramètres numériques, imposés initialement dans la simulation. Les colonnes de droite sont des paramètres physiques, déduits des paramètres numériques. Précisons que  $\tilde{r}_{L,e}$  et  $\tilde{r}_{L,i}$  sont le rayon de Larmor des électrons et ions, respectivement, en se basant sur la vitesse thermique en amont, et non sur la vitesse du faisceau injecté.

Reformulant en paramètres sans dimensions on a :  $\omega_{ce}/\omega_{pe} = 0.5$ ,  $\sigma_e = 0.25$ ,  $\sigma_{tot} = 2.5 \cdot 10^{-3}$ ,  $v_A/c = 0.05$  et  $c_S/c = 0.067$ . Ce sont donc des chocs à magnétisation modérée et à  $\beta$  du plasma faible. Les simulations sont conduites sur un temps  $T_{max} = 4000\omega_{pe}^{-1} = 20\omega_{ci}^{-1}$ . On fait varier l'impulsion du faisceau injecté sur  $p_{dx}/c = \gamma_b \beta_b \in [0.33, 33]$  sur 20 simulations.

### 6.3.2 Formation et structure des chocs

En première phase d'interaction entre le faisceau et le plasma les deux flots électroniques chauffent fortement à la température  $T_e \sim \gamma_b \beta_b m_e c^2$  par l'instabilité à deux faisceaux. Le faisceau ionique se propage donc dans un bain d'électrons chauds et ralentit graduellement avec la distance parcourue. La partie des ions au repos se trouve accélérée d'autant plus que les ions du faisceau sont ralentis. Notons que l'instabilité à deux faisceaux ionique est stabilisée par le bain d'électrons chauds et c'est la réflexion magnétique du faisceau, combinée avec l'accélération des ions amont, qui produit la surpression nécessaire à l'établissement de la barrière électrostatique et du front de choc. Dans tous les cas, le choc se forme sur un temps inférieur au temps cyclotron des ions du faisceau  $\tau_{ci,b} = \tilde{r}_{Li,beam}/\tilde{c}$ , avec  $\tilde{r}_{Li,beam} = (p_{dx}/v_{th,i})\tilde{r}_{L,i}$ .

Le temps de formation du front ( $T_{form}$ ) est défini comme le temps où une barrière électrostatique (repérée aussi par une pointe en champ magnétique  $B_z$ ) commence à réfléchir la première population d'ions amont, incidents. Ce temps varie en fonction de la vitesse du faisceau injecté, du rapport de masses, de la magnétisation et du rapport des densités  $n_b/n_0$ , chacun jouant sur le temps cyclotron des ions du faisceau. Ici on regarde l'influence de la variation du  $p_{dx}$  sur le temps de formation, en fixant  $n_b = n_0$ ,  $m_i/m_e = 100$  et  $\sigma = 2.5 \cdot 10^{-3}$ . Dans la Fig.[6.6] on présente ce temps en fonction de  $p_{dx}$  (gauche) et de  $\gamma_b$  (droite), sur les 20 simulations. Dans les deux cas on a un comportement en loi de puissance :  $T_{form} \propto p_{dx}^{0.73}$ , et  $T_{form} \propto \gamma_b^{0.7}$ . Une série de simulations complémentaires où j'ai varié le rapport de masses  $m_i/m_e$  entre 100 et 400 en fixant  $\gamma_b \beta_b = 3$  donne  $T_{form} \propto m_i/m_e$ , confirmant que la formation du choc est gouvernée par la dynamique des ions à l'échelle du temps cyclotron <sup>1</sup>. Ces résultats serviront à extrapoler le temps de formation du choc pour des vitesses du faisceau arbitrairement grandes. Permettant ainsi de prévoir une taille de boîte de simulation convenable.

En ce qui concerne la structure des chocs formés, elle est semblable dans toutes les simulations. Le pied du choc est caractérisé par la présence d'ions réfléchis et un fort chauffage d'électrons. La Figure [6.7] présente l'espace de phases  $X - P_x$  d'électrons et d'ions, zoomé sur le front, à la fin des simulations ( $T_{end}$ ). On repère le front par la pointe dans le profil du champ magnétique et du champ électrostatique, ce qui procure la barrière électrostatique caractéristique. En aval, il faut attendre une distance de plusieurs rayons de Larmor des ions pour que les fluctuations soient amorties et le plasma thermalisé. Les chocs étant perpendiculaires, non ou moyennement relativistes et à  $\beta$  faible, le processus d'auto-reformation du front est observé et le pied du choc est une structure non-stationnaire reformant un nouveau front de manière cyclique. Ce processus sera

<sup>1</sup>En variant la magnétisation  $\sigma$  (section suivante) le temps de formation varie comme  $T_{form} \propto \omega_{ci}^{-1} \propto \tau_{ci}$ , en accord avec la formation par réflexion magnétique.

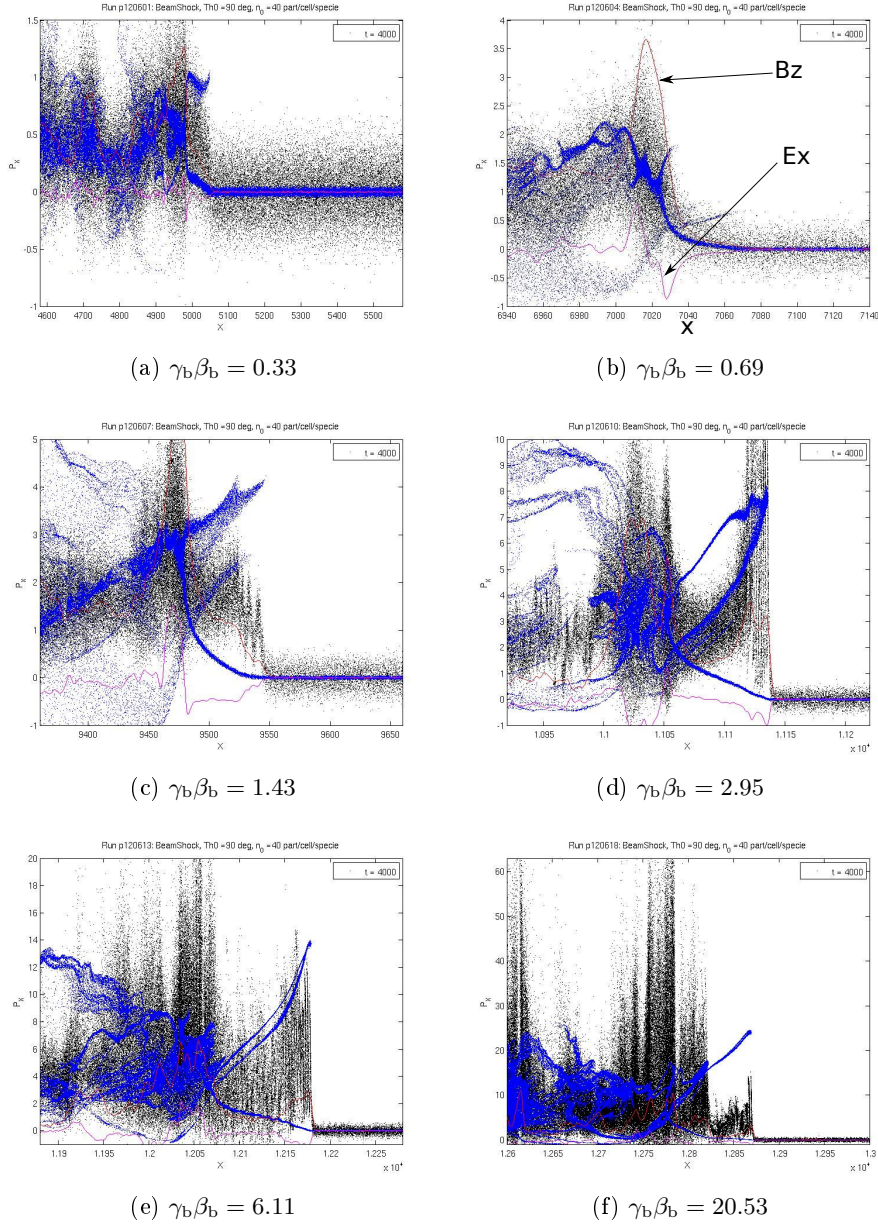


FIG. 6.7: Zoom sur le front de choc à la fin des simulations 1,4,7,10,13 et 18 correspondant aux  $\gamma_b \beta_b = \{0.33, 0.69, 1.43, 2.95, 6.11, 20.53\}$  et  $\gamma_{sh} \beta_{sh} = \{0.26, 0.45, 0.82, 1.17, 1.55, 2.30\}$ . Points bleus : ions; points noirs : électrons; courbe rouge :  $B_z/4$ ; courbe magenta :  $E_x/4$ . La partie amont est à droite, avec la dispersion thermique des électrons plus grande que pour les ions par un facteur  $\sqrt{m_i/m_e}$  car  $T_e = T_i$  en amont. La partie aval est à gauche de chaque figure. Au centre on distingue la présence du pied du choc (ions réfléchis) et le front est défini par la pointe dans les profils de  $B_z$  et  $E_x$ , i.e. barrière électrostatique.

discuté plus en détail plus loin. En ce qui concerne l'accélération des particules, les fonctions de distribution dans la région aval n'exhibent pas de partie en loi de puissance et le processus d'accélération sur plusieurs ordres de grandeur en énergie n'a pas été identifié.

### 6.3.3 Vitesse du choc

Le diagnostic de la vitesse du choc se fait sur les profils de  $B_z$  à deux temps différents (en prenant le plus grand écart temporel à partir du moment où le choc est formé). La pointe du profil du champ repère très bien la position du front, permettant de faire une mesure précise de sa vitesse.

Dans la Figure 6.8, le facteur de Lorentz du choc est tracé en fonction du  $\gamma_b$ . Le  $\gamma_{sh}$  sature à des valeurs modérées autour de 3 pour un faisceau dont le facteur de Lorentz va jusque 30. Cette évolution est sub-linéaire ce qui signifie qu'une augmentation de  $\gamma_b$  par 10 donne une augmentation en  $\gamma_{sh}$  beaucoup plus petite que 10. En fait, le facteur de Lorentz du choc évolue à peu près comme racine de  $\gamma_b$ . Cela était attendu d'après l'équation de conservation de l'impulsion. Le raisonnement approximatif est le suivant. Soit un faisceau de densité de masse  $m_p n_{b|0}$ , de facteur de Lorentz  $\gamma_b$  et de vitesse  $\beta_b$ , pénétrant dans un plasma au repos, de densité  $m_p n_0$ . L'évolution du système produit un plasma choqué avec une pression cinétique  $P_d$  (vu du référentiel co-mobile amont : URF), une pression magnétique  $P_m$  et se propageant avec une 4-vitesse  $\gamma_{d|u}\beta_{d|u}$ . En négligeant la pression du plasma amont par rapport à celle du plasma aval (dans le référentiel URF), l'équation de conservation de l'impulsion entre le faisceau, le plasma au repos et le plasma aval peut s'écrire :

$$w_b \gamma_b^2 \beta_b^2 \simeq w_d \gamma_{d|u}^2 \beta_{d|u}^2 + P_d + P_m, \quad (6.1)$$

où  $w_b$  est l'enthalpie du faisceau et  $w_d$  est celle du plasma aval. Dans le cas fortement relativiste on peut approximer  $w_b \simeq m_p n_{b|0} c^2$  (la pression interne du faisceau est négligeable),  $w_d = 4P_d$  (pression interne dominante),  $\gamma_b \gg 1$ ,  $\beta_b \rightarrow 1$  et  $\gamma_{d|u} > 1$ . A faible magnétisation ( $\sigma \simeq 10^{-3}$ ) la pression magnétique est négligeable et on a :

$$m_p n_{b|0} \gamma_b^2 c^2 \simeq P_d (1 + \gamma_{d|u}^2 \beta_{d|u}^2). \quad (6.2)$$

Sachant que  $\gamma_{d|u} \rightarrow \gamma_{sh}/\sqrt{2} \gg 1$  et  $\beta_{d|u} \rightarrow 1$  dans le cas fortement relativiste (voir

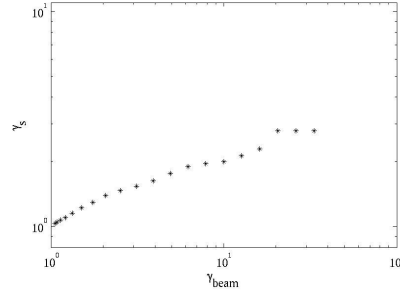


FIG. 6.8: Gamma de Lorentz du choc  $\gamma_{sh}$  est tracé en fonction du  $\gamma_b$ .

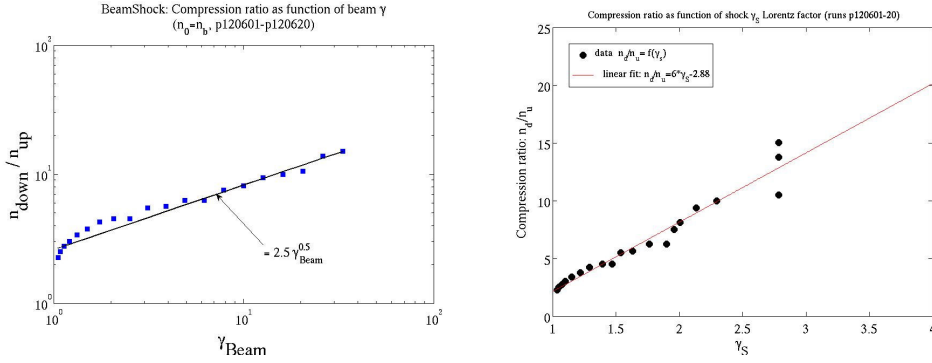


FIG. 6.9: Rapports de compression en fonction de  $\gamma_b$  (gauche) et de  $\gamma_{sh}$  (droite). Le rapport de compression évolue comme racine de  $\gamma_b$  (graphe de gauche) et linéairement en fonction de  $\gamma_{sh}$  (graphe de droite). Dans les dernières simulations le choc n'est pas totalement développé à  $T\omega_{pe} = 4000$  et le diagnostic précis de sa vitesse n'a pas pu être fait. Notons que le régime très relativiste n'est pas atteint, et on ne peut en tirer de relation asymptotique.

Chapitre 2), en vertu de la transformation de Lorentz, et  $P_d \simeq m_p n_0 \gamma_{sh}^2 c^2$ , on a alors :

$$m_p n_{b|0} \gamma_b^2 \simeq m_p n_0 \gamma_{sh}^2 c^2 (1 + \gamma_{sh}^2 \beta_{d|u}^2 / 2) \quad (6.3)$$

et l'évolution obtenue  $\gamma_b^2 \propto \gamma_{sh}^4$  correspond bien à celle qui est vue dans les simulations :  $\gamma_{sh} \propto \sqrt{\gamma_b}$ .

### 6.3.4 Saut de densités

Le saut de densités entre le milieu amont et le milieu aval a été analysé pour toutes les simulations. Le rapport de compression  $n_d/n_u$  varie entre 2.25 ( $V_{sh} = 0.77$ ,  $M_A \sim 5$ ) et 16 ( $V_S = 2.8$ ). Dans la Figure 6.9 sont tracés les rapports de compression en fonction de  $\gamma_b$  (graphe de gauche) et de  $\gamma_{sh}$  (graphe de droite). On estime que le rapport de compression évolue comme racine de  $\gamma_b$  et linéairement en fonction de  $\gamma_{sh}$ . Dans le régime fortement relativiste on s'attend à avoir  $n_d/n_u \simeq \gamma_{sh}$ , étant dans le référentiel amont, URF. On voit que même dans le régime modérément relativiste on atteint déjà un ordre de grandeur, attendu pour le régime ultra-relativiste.

### 6.3.5 Chauffage des électrons

Le chauffage des électrons dans le pied du choc est non-adiabatique, le plasma étant non-collisionnel et une instabilité étant à son origine. Le pied est composé d'une seule population d'électrons incidents (notée par la suite :  $I_e$ ) et de plusieurs populations

d'ions : partie incidente froide (Ii) et la fraction d'ions réfléchis (R). Dans le référentiel de la simulation le courant totale est nul dans le pied. Le choc se propage avec une vitesse  $+V_{sh}e_x$  et les ions réfléchis acquièrent une 4-vitesse  $\simeq 2\gamma_{sh}V_{sh}e_x$ . Leur dispersion thermique est négligeable. Cette configuration est instable et l'interaction la plus rapide est entre les électrons Ie et les ions R : il s'agit de l'instabilité de Buneman en présence d'un champ magnétique externe. En principe l'instabilité de Buneman se déclenche quand la vitesse de dérive entre ions et électrons est plus grande que la vitesse thermique des électrons. C'est le cas dans la plupart des simulations puisque la vitesse thermique des électrons est  $\tilde{v}_{th,e} = 0.2$  et la vitesse des chocs est toujours supérieure à cette valeur. On peut le voir dans la figure 6.7 où l'impulsion des ions R est toujours au dessus du niveau des électrons thermiques en amont.

Le choix du rapport de masse artificiel vient jouer un rôle aussi, en abaissant le critère d'instabilité aux plus basses vitesses de dérive si  $m_i/m_e$  est plus petit que le rapport réel. Si on revient au critère de base :  $\left(\frac{v_d}{v_{thx,e}}\right)^2 \frac{m_e}{m_i} > 1$ , on trouve que l'instabilité se déclenche quand  $v_d > 2$ , ce qui est en accord avec les simulations. Pour un rapport de masse réaliste, l'argument en faveur de la présence de l'instabilité de Buneman dans les chocs aussi rapides est que notre rapport  $c/c_s$  est petit. Dans le cas réaliste, il sera réduit par un facteur 100 et un choc avec  $V_{sh}/c \geq 0.1$  réunit toutes les conditions pour que l'instabilité soit présente.

Dans les présentes simulations, le choix de la vitesse de la lumière  $\tilde{c} = 3$  et du champ magnétique  $B_0 = 1.5$  (vitesse d'Alfvén  $V_A = 0.15$ ) implique que le nombre de Mach Alfvénique maximal est 20. Ce nombre limite sensiblement le niveau de l'instabilité de Buneman; le chauffage que nous observons est une limite à forte magnétisation. Des simulations dédiées à l'instabilité de Buneman, prenant une composante ionique en forte dérive par rapport au plasma au repos, montrent que les électrons sont moins chauffées quand le milieu est magnétisé ( $\omega_{pe}/\omega_{ce} = 2$ ) que lorsque le champ magnétique est absent (résultats non montrés ici).

Un chauffage électronique relativement important est pourtant observé dans le pied du choc et dans le milieu aval on a systématiquement  $T_e/T_i \ll 1$  (compris entre 0.01 et 0.1); les électrons n'atteignent jamais l'équipartition avec les ions. Le niveau de chauffage observé étant de l'ordre de  $T_{e,aval} \sim \gamma_{sh}m_e c^2$ . Par ailleurs, je n'observe pas d'onde électrostatique solitaire, vue dans les simulations de Hoshino & Shimada 2002 [5]. C'est encore un effet du champ magnétique externe qui ne permet pas la formation de ces structures (i.e. confirmé par les simulations périodiques dédiées, voir aussi [10]). A magnétisation plus basse et vitesse de choc identique le chauffage sera plus fort.



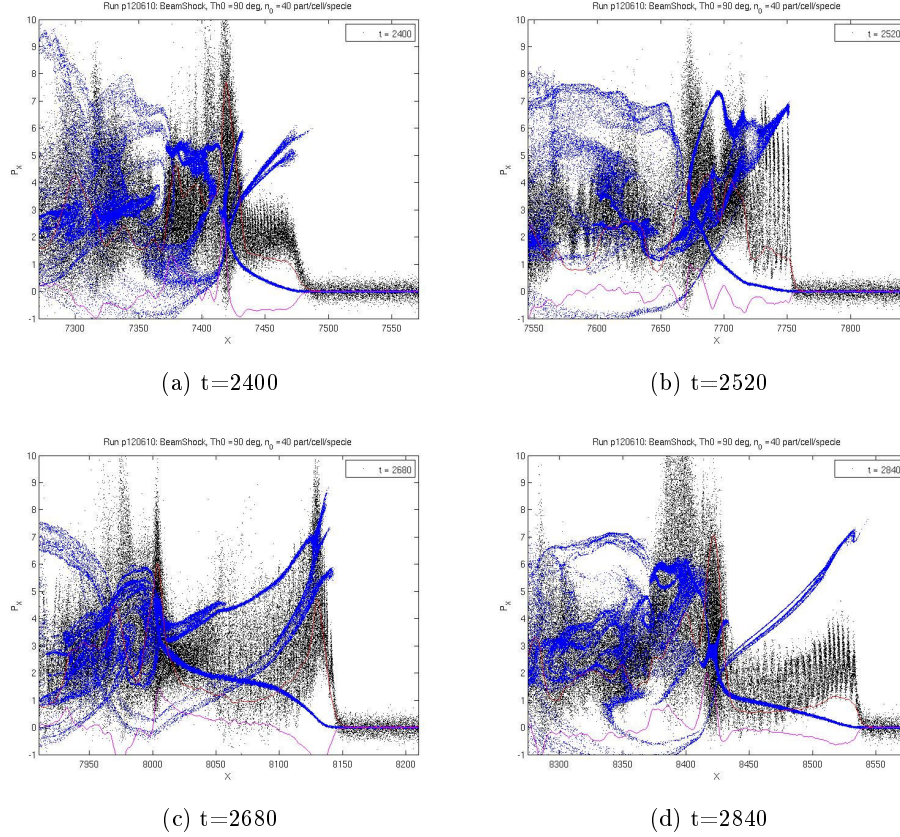


FIG. 6.10: Quatre étapes d'auto-reformation pour le choc  $V_{sh}/c = 0.76$ , dont on présente l'espace des phases  $X - P_x$ . Les ions sont en points bleus et électrons en points noirs.

### 6.3.6 Non-stationnarité du front de choc

La phase suivante de l'interaction entre le faisceau d'ions réfléchis et le plasma amont met en jeu les ions incidents. La surpression, due à la présence d'ions R, exercée sur le milieu amont, conduit à l'accélération et thermalisation de la partie des ions incidents (Ii). Ce processus conduit à l'auto-reformation du front de choc. Dans les simulations présentes, le processus de reformation suit les mêmes étapes que dans Lembège & Dawson [3] et Hada et al.[4] ( pour un choc non-relativiste). Décrivons-les plus en détail.

- a Initialement, une fois le choc formé, les ions commencent à se réfléchir au niveau de la rampe. Les ions du cycle précédent sont graduellement rattrapés par le choc.
- b Accumulation de ces ions dans le pied.
- c La surpression exercée conduit à l'accélération globale des ions incidents (dérive d'ensemble dans le profil de l'espace des phases au niveau du pied), accompagnée du raidis-

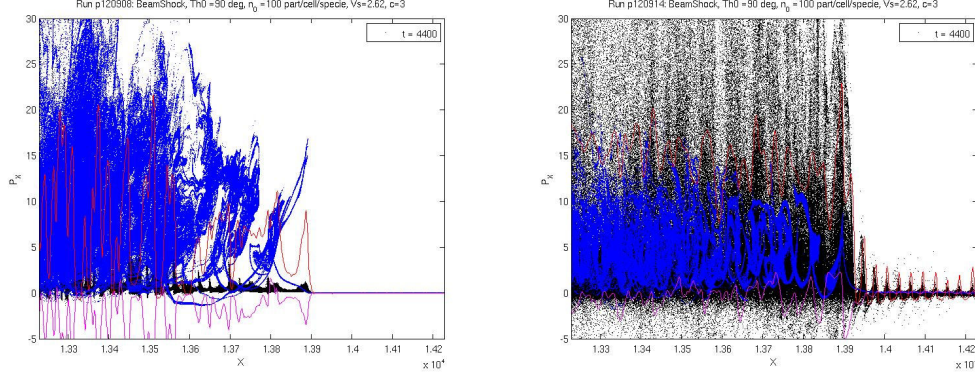


FIG. 6.11: Espace des phases  $X - P_x$ , zoomé sur front de choc à la fin des simulations avec  $\sigma = 3.4 \cdot 10^{-3}$  (gauche) et  $\sigma = 0.07$  (droite). L'amplitude des  $P_x$  des électrons (points noirs) est divisée par  $\sqrt{m_i/m_e}$  afin de mettre la dispersion en vitesses en amont au même niveau avec les ions.

sement du bord amont du pied et formation d'une nouvelle rampe. Début de formation de nouveau front.

d) Collapse de l'ancien rampe, les ions anciennement réfléchis se font rattraper par le nouveau front et un nouveau cycle commence.

Ces quatre étapes sont représentées dans la figure 6.10 pour le choc avec  $V_{sh}/c = 0.76$ ,  $\gamma_{sh} = 1.53$  et  $M_A = 15.4$ .

Le temps de reformation est une fraction du temps de Larmor des ions amont :  $\tau_{ref} \sim \tau_{ci}/3 \simeq 2\omega_{ci}$ . L'étendue maximale du pied est une fraction de rayon de Larmor des ions amont  $\simeq \bar{r}_{Li,amont}/5$ . Ces quantités semblent varier peu avec la vitesse du choc mais le processus devient plus complexe quand  $V_{sh} \rightarrow c$  avec la formation de sous-fronts.

Dans la limite ultra-relativiste le pied du choc devient très court  $\simeq \bar{r}_{Li,amont}/\gamma_{sh}^3$  (voir e.g. [11]) et les effets transverses devraient devenir importants dans le processus de dissipation.

## 6.4 Effet de la magnétisation

L'autre paramètre important pour la structure du choc est la magnétisation du milieu ambiant  $\sigma = B^2/(8\pi m_p c^2) = (\omega_{ci}/\omega_{pi})^2$ . Une série de simulations différentes a été menée en variant ce paramètre sur deux ordres de grandeur pour voir son influence sur la structure du choc. La méthode est toujours celle d'injection du faisceau dans le plasma au repos. Les paramètres pour les simulations sont les suivants :  $m_i/m_e = 200$ ,  $T_i/T_e = 2/3$ ,  $\theta_B = 90^\circ$ ,  $n_0 = 100$  part./ $\Delta$ /espèce,  $n_b = 200$  et le faisceau est injecté avec  $\gamma_b\beta_b = 10$  dans la direction  $+x$ .

Le choc se forme toujours par ralentissement du faisceau et accélération du plasma au repos : réflexion magnétique ; et le temps de sa formation est proportionnel au temps cyclotron des ions  $T_{\text{form}} \propto \omega_{ci}^{-1}$ . Tous les chocs ont à peu près la même vitesse et  $\gamma_{\text{sh}} \simeq 2$  avec un léger ralentissement à forte magnétisation. On est donc dans un régime modérément relativiste.

Lorsque la magnétisation est faible  $\sigma \sim 10^{-3}$  la structure du choc est la même que dans l'étude précédente : la rampe et pied du choc, caractérisé par un faisceau d'ions réfléchis, conditionne la transition au choc, le chauffage des électrons et l'auto-reformation du choc. A magnétisation croissante, le front est défini par un boucle cyclotron ionique cohérente, accompagnée de l'émission d'une onde électromagnétique de grande amplitude. On retrouve ici la même structure du choc que celle, prédite dans le cas de plasma électrons-positrons par Alsop & Arons [12] et simulée par Gallant et al. [13]. Sauf que la boucle cohérente se fait à l'échelle ionique. Le milieu aval se met en place par amortissement et destruction de la boucle cyclotron cohérente, en une distance de quelques rayons de Larmor. Un précurseur électromagnétique est émis par le front, se propageant à la vitesse de la lumière dans le milieu amont, préchauffant les électrons. Le mécanisme à l'origine de l'émission est l'instabilité Maser Synchrotron. L'amplitude du précurseur grandit avec la magnétisation, en accord avec l'estimation de Lyubarsky [14] où le taux de croissance de l'instabilité est proportionnel à  $\omega_{ci}^{2/3}$ , dans la limite  $\omega_{ci} \gg \omega_{pi}$ . Le chauffage des électrons devient très important en aval du choc et les électrons sont en sub-équipartition avec les ions à  $\sigma = 0.11$  et  $\gamma_{\text{sh}} \simeq 2$  :  $T_e \sim 0.5T_i$ . Ce chauffage est beaucoup plus fort que dans les cas à magnétisation plus faible, où les électrons sont chauffés par l'instabilité de Buneman.

La transition entre les deux régimes de magnétisation se fait autour de  $\sigma \sim 10^{-2}$ , ce qui est un ordre de grandeur plus haut que la valeur donnée par [15]. Toutefois, les simulations sont bi-dimensionnelles de [15] et sont faites à  $\gamma_{\text{sh}} \gg 1$ . A basse magnétisation les chocs sont gouvernés par l'instabilité de filamentation (non accessibles dans une simulation 1D) alors qu'ici une structure différente est en place. Pour un choc modérément relativiste, l'importance de l'instabilité de Weibel est moindre car son taux de croissance devient plus faible et comparable à celui de l'instabilité à deux faisceaux (entre les ions réfléchis et ions incidents/électrons incidents) et de Buneman, toutes les deux purement longitudinales. D'autre part, dans le cas non-relativiste, l'instabilité de Weibel devient sous-dominante. La présente étude suggère que le régime de choc obtenu ici est relevant dans le cas des chocs à magnétisation assez grande  $\sigma \gg 10^{-4}$  et facteur de Lorentz modéré. Toutefois, il faudra procéder à une investigation multi-dimensionnelle dans ce régime pour trancher la question.

La fonction de distribution électronique, mesurée en aval du choc, (Fig. 6.12) ne montre pas d'évidence d'accélération et est compatible avec une maxwellienne relativiste.

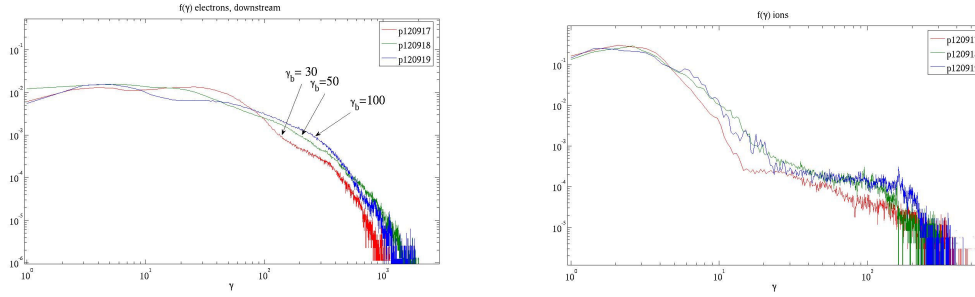


FIG. 6.12: Fonctions de distribution  $f(\gamma)$  dans le milieu aval pour les chocs à forte magnétisation et  $\sigma = 0.11$  et  $\gamma_{\text{sh}} = 2.72, 3.01$  et  $4.11$  pour les indexes 17, 18 et 19, respectivement. Électrons dans le graphe de gauche et ions dans le graphe de droite.

Celle des ions semble former une loi en puissance sur un ordre de grandeur en énergie mais la distribution des ions en aval, à la fin des simulations, n'a pas eu le temps de thermaliser. Il est donc difficile de distinguer si cette partie est due à un processus d'accélération persistant ou bien si elle disparaîtra une fois que la distribution a relaxé loin en aval.

## 6.5 Discussion et conclusions

Dans ce chapitre, des simulations PIC 1D des chocs ont été présentées. Le régime des chocs perpendiculaires ( $\theta_B = 90^\circ$ ) dans un plasma d'électrons - ions, en partant du régime non-relativiste au moyennement relativiste et du faiblement magnétisé au fortement magnétisé a été analysé. Avant de résumer les principaux résultats, dégagés par ces simulations, discutons les approximations et limites de cette approche.

Il est important de noter que tout processus d'accélération diffusive au choc (Fermi I) est inaccessible ici, puisque la diffusion angulaire spatiale des particules  $y$  est primordiale. La géométrie multi-dimensionnelle est requise et le processus de Fermi semble  $y$  fonctionner à basse magnétisation  $\sigma \leq 10^{-3}$ , e.g. [16]. La question est de savoir si ce processus est fonctionnel dans le cas modérément relativiste.

Les simulations 1D excluent toute contribution des fluctuations et instabilités transverses dans la structure et la dynamique du choc. Or, les effets transverses, comme la présence de l'instabilité de filamentation, deviennent dominants à magnétisation très faible et dans le régime relativiste  $\gamma_{\text{sh}} \gg 1$ . Le calcul de dispersion dans la limite de magnétisation nulle montre que l'instabilité de Weibel-filamentation [17] est la plus rapide pour  $\gamma_{\text{sh}} \geq \sqrt{3/2}$  par rapport à la variante oblique de l'instabilité à deux faisceaux. Si on compare à l'instabilité à deux faisceaux purement longitudinale,  $k_\perp = 0$ , alors la filamentation commence à dominer dans le régime non-relativiste, i.e. pour  $v_{\text{sh}} \geq 0.7c$ . Toutefois, si le champ magnétique perpendiculaire au front est assez fort, la filamentation

est inhibée alors que la variante magnétisée des instabilités longitudinales persiste. C'est cette approximation que nous avons adoptée ici, laissant de côté un ensemble d'applications astrophysiques comme le choc externe des SG et les chocs dans les NAGs, faiblement magnétisés. Les résultats obtenus ici, peuvent s'avérer pertinents pour les chocs internes des SG (moyennement relativistes et magnétisés) ou pour les chocs terminaux des jets des micro-quasars, si le champ magnétique préexistant est quasi-perpendiculaire.

La présence d'ondes whistler, linéaires et non-linéaires, est bien connue dans les chocs non-relativistes (observation dans les magnétosphères planétaires du Système Solaire). L'importance de ces ondes a été montrée dans les chocs moyennement relativistes et quasi-parallèles par Dieckmann et al. [18], observant aussi une importante accélération de particules. Toutefois, elles sont inexistantes si le choc est parfaitement perpendiculaire  $\theta_B$  car ce sont des ondes à propagation oblique. Leur impact sur les chocs ici a donc été négligé par contrainte géométrique. Il est tout à fait probable qu'en obliquité inférieure à  $90^\circ$  on les verrait apparaître.

Discutons maintenant, point par point, les principaux résultats de la présente étude :

- Les chocs se forment par réflexion magnétique et l'existence du champ magnétique est nécessaire pour former un choc à un nombre de Mach  $\gg 1$  puisque la géométrie de la simulation est 1D. Comme montré dans l'étude [19] ce mécanisme de formation du choc n'est valable qu'à magnétisation assez élevée ( $\sigma > 10^{-3}$ ), sinon les fluctuations transverses sont dominantes. Toutes nos simulations sont donc placées à magnétisation suffisamment grande.
- Les fonctions de distribution sont maxwelliennes, pas de processus d'accélération efficace observé. Ce constat est récurrent dans les simulations 1D des chocs puisque le processus de diffusion spatiale en angles d'attaque n'y est pas présent. L'accélération de Fermi est donc inhibée et il faut aller aux géométries multi-dimensionnelles pour y avoir accès.
- A magnétisation faible et  $\beta$  faible, les chocs à  $M_A \gg 1$  sont non-stationnaires et sont soumis à l'auto-reformation cyclique de période  $\simeq 2\omega_{ci,amont}^{-1}$ , dans un processus semblable à celui de Hada et al. [4] mais s'étendant au régime moyennement relativiste. Le faisceau d'ions réfléchis sur le front est très énergétique ( $\gamma\beta \simeq 2\gamma_{sh}\beta_{sh}$ ) et froid. L'instabilité de Buneman est omniprésente dans le pied du choc et contribue à fortement chauffer les électrons. Toutefois, dans le milieu choqué,  $T_e/T_i \ll 1$ . Notons que des études 2D [20, 21] ont mis en évidence l'instabilité de Buneman dans le pied du choc. Pour les nombres de Mach Alfvénique 10 fois supérieurs aux simulations présentes, les électrons sont chauffés à  $T_e/T_i \sim 0.3$ . Ce qui indique que le chauffage est plus efficace à magnétisation plus faible (point confirmé ici par des simulations périodiques de l'instabilité). La reformation du choc peut disparaître si le faisceau d'ions réfléchis est chaud (i.e. dispersion en vitesses importante). Un

tel chauffage peut se produire pour  $M_A \gg 10$  si le  $\beta$  du plasma est grand (dans l'étude [20] il est égal à 26, alors qu'ici il est de 0.022).

- Pour les chocs modérément relativistes ( $\gamma_{\text{sh}} \simeq 2$ ) à forte magnétisation le pied du choc disparaît et le front est constitué d'une boucle cyclotron ionique cohérente, semblable à la structure des chocs  $e^- - e^+$  magnétisés mais à l'échelle ionique. L'émission d'un fort précurseur électromagnétique préchauffe les électrons et la température électronique dans le milieu choqué est comparable à celle des ions  $T_e \geq 0.5T_i$ .
- La transition entre les deux structures de choc se fait vers  $\sigma \sim 10^{-2}$ , pour les  $\gamma_{\text{sh}} \geq 1$ . Cette valeur est susceptible d'être différente dans les chocs ultra-relativistes, où on trouve plutôt  $\sigma_{\text{crit}} \sim 10^{-4}$  [15]. Se basant sur une analyse des instabilités transverses dans le pied [11], la magnétisation critique dans ce régime est  $\sigma_{\text{crit}} \sim \xi_{\text{cr}}/\gamma_{\text{sh}}^2$ . Ici, pourtant le régime n'est pas ultra-relativiste et les instabilités transverses ne sont pas présentes.
- Finalement, le régime ultra-relativiste n'a pas été atteint dans cette étude, principalement à cause des limitations matérielles : le temps de formation de choc croît comme  $\gamma_b^{0.7}$  et des boîtes de simulation très grandes sont requises.

## Bibliographie

- [1] D. Biskamp and H. Welter. Ion Heating in High-Mach-Number, Oblique, Collisionless Shock Waves. *Physical Review Letters*, 28 :410–413, 1972.
- [2] R. L. Tokar, C. H. Aldrich, D. W. Forslund, and K. B. Quest. Nonadiabatic electron heating at high-Mach-number perpendicular shocks. *Physical Review Letters*, 56 :1059–1062, 1986.
- [3] B. Lembège and J. M. Dawson. Self-consistent study of a perpendicular collisionless and nonresistive shock. *Physics of Fluids*, 30 :1767–1788, 1987.
- [4] T. Hada, M. Oonishi, B. Lembège, and P. Savoini. Shock front nonstationarity of supercritical perpendicular shocks. *Journal of Geophysical Research (Space Physics)*, 108 :1233, 2003.
- [5] M. Hoshino and N. Shimada. Nonthermal Electrons at High Mach Number Shocks : Electron Shock Surfing Acceleration. *ApJ*, 572 :880–887, 2002.
- [6] M. Scholer and S. Matsukiyo. Nonstationarity of quasi-perpendicular shocks : a comparison of full particle simulations with different ion to electron mass ratio. *Annales Geophysicae*, 22 :2345–2353, July 2004.
- [7] R. Z. Sagdeev. Cooperative Phenomena and Shock Waves in Collisionless Plasmas. *Reviews of Plasma Physics*, 4 :23, 1966.
- [8] B. Lembège. Numerical simulations of collisionless shocks. In W. Brinkmann, A. C.

- Fabian, and F. Giovannelli, editors, *NATO ASIC Proc. 300 : Physical Processes in Hot Cosmic Plasmas*, pages 81–139, 1990.
- [9] B. Lembege, J. M. Dawson, and S.T. Ratliff. The  $k=0$  mode Contribution in Periodic and Bounded Particle Simulation Code. *UCLA Plasma Physics Group report*, 1984.
- [10] N. Shimada and M. Hoshino. Electron heating and acceleration in the shock transition region : Background plasma parameter dependence. *Physics of Plasmas*, 11 :1840–1849, 2004.
- [11] M. Lemoine and G. Pelletier. On instabilities at ultra-relativistic shock waves. *MNRAS*, 589 :L73, 2010.
- [12] D. Alsop and J. Arons. Relativistic magnetosonic solitons with reflected particles in electron-positron plasmas. *Physics of Fluids*, 31 :839–847, 1988.
- [13] Y. A. Gallant, M. Hoshino, A. B. Langdon, J. Arons, and C. E. Max. Relativistic, perpendicular shocks in electron-positron plasmas. *ApJ*, 391 :73–101, 1992.
- [14] Y. Lyubarsky. Electron-ion coupling upstream of relativistic collisionless shocks. *ApJ*, 652 :1297–1305, 2006.
- [15] L. Sironi and A. Spitkovsky. Particle Acceleration in Relativistic Magnetized Collisionless Electron-Ion Shocks. *ApJ*, 726 :75, 2011.
- [16] L. Sironi, A. Spitkovsky, and Arons J. The Maximum Energy of Accelerated Particles in Relativistic Collisionless Shocks. *ApJ*, 771 :54, 2013.
- [17] A. Bret, A. Stockem, F. Fiuza, C. Ruyer, L. Gremillet, R. Narayan, and L.O. Silva. Collisionless shock formation, spontaneous electromagnetic fluctuations, and streaming instabilities. *Physics of Plasmas*, 20 :042102, 2013.
- [18] M. E. Dieckmann, P. K. Shukla, and L. O. C. Drury. The Formation of a Relativistic Partially Electromagnetic Planar Plasma Shock. *ApJ*, 675 :586–595, 2008.
- [19] A. Spitkovsky. Simulations of relativistic collisionless shocks : shock structure and particle acceleration. In T. Bulik, B. Rudak, and G. Madejski, editors, *Astrophysical Sources of High Energy Particles and Radiation*, volume 801 of *American Institute of Physics Conference Series*, pages 345–350, 2005.
- [20] T. N. Kato and H. Takabe. Nonrelativistic Collisionless Shocks in Weakly Magnetized Electron-Ion Plasmas : Two-dimensional Particle-in-cell Simulation of Perpendicular Shock. *ApJ*, 721 :828–842, 2010.
- [21] Y. Matsumoto, T. Amano, and M. Hoshino. Electron Accelerations at High Mach Number Shocks : Two-dimensional Particle-in-cell Simulations in Various Parameter Regimes. *ApJ*, 755 :109, 2012.

## Chapitre 7

# Étude du régime de magnétisation intermédiaire

Lorsque le champ magnétique dans le milieu pré-choc est assez faible, mais pas suffisamment pour le considérer négligeable ( $10^{-5} < \sigma \ll 0.1$ ) l'effet de la giration régulière des particules supra-thermiques dans le précurseur peut s'avérer le plus important dans la structuration du choc, via les instabilités de courant produites. A magnétisation plus basse les instabilités cinétiques, telles que Weibel-filamentation, sont dominantes [1, 2] et à magnétisation forte  $\sigma \geq 0.1$  c'est le mécanisme d'émission d'onde électromagnétique par le front, sous l'effet de l'instabilité de Maser Synchrotron, qui structure le choc [3, 4]. Dans le régime intermédiaire, la situation est différente puisque le précurseur est trop court pour permettre à la filamentation de se développer et l'émission du précurseur électromagnétique est de trop basse amplitude. Les simulations récentes de Sironi et al. [5] dans ce régime montrent que le précurseur se raccourcit à  $\sigma$  croissant mais proposent que c'est l'instabilité de Weibel magnétisée qui s'y développe suite à la dérive longitudinale du faisceau par rapport au flot amont. Pourtant les critères physiques ne sont pas remplis pour que cette instabilité puisse croître et un effet physique non analysé dans leurs simulations doit être responsable de la structure du choc. Nous proposons ici que c'est l'effet du courant transverse à la normale au choc et au champ magnétique externe qui est important dans ce régime de magnétisations ; les éléments de calcul, présentés plus loin, en donnent l'argumentation.

### 7.1 Position du problème

Soit une onde de choc relativiste, se propageant en direction  $+x$  avec un facteur de Lorentz  $\gamma_{sh}$ , en présence d'un champ magnétique externe perpendiculaire  $\mathbf{B}_0 = B_0 \mathbf{e}_z$



et magnétisation  $\sigma = B_0^2/(4\pi n_0 m_i c^2)$ , dans le référentiel co-mobile amont (URF). Par giration dans les sens opposées les particules, réfléchies sur le front, induisent un fort courant transverse dans le pied du choc :  $\mathbf{J}_0 = J_0 \mathbf{e}_y = \frac{c}{4\pi} k_c B_0 \mathbf{e}_y$ . L'énergie des particules du faisceau réfléchi, froid, est de l'ordre de  $\gamma_{\text{sh}}^2 m_i c^2$  et l'amplitude du courant est donc  $\sim \xi_{\text{cr}} \gamma_{\text{sh}}^2 n_0 e c$ , où  $n_0$  est la densité du plasma au repos dans URF. La longueur du précurseur est assez courte  $l_p \simeq m_i c^2 / (\gamma_{\text{sh}} e B_0)$  mais dans un premier temps nous allons faire l'approximation que le courant est constant le long de la direction  $x$ .

## 7.2 Approche MHD

La première approche, approximative, est d'évaluer la stabilité du système du point de vue des équations de la MHD classique :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}) &= 0 \\ \rho \left[ \frac{\partial \mathbf{v}}{\partial t} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} \right] &= -\nabla P + \mathbf{J} \times \mathbf{B} \\ \frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} &= \nabla \times (\mathbf{v} \times \mathbf{B}) \end{aligned}$$

On adopte ici une approximation isotherme :  $P = \rho c_S^2$ , où  $c_S$  est la vitesse du son. Considérons un plasma au repos (URF) :  $\mathbf{v}_0 = 0$  et, en écrivant les quantités en partie constante et fluctuante ( $\mathbf{B} = B_0 \mathbf{e}_z + \delta \mathbf{B}$ ,  $\mathbf{J} = J_0 \mathbf{e}_y + \delta \mathbf{J}$ ,  $\rho = \rho_0 + \delta \rho$  et  $\mathbf{v} = \delta \mathbf{v}$ ), le système linéarisé s'écrit :

$$\begin{aligned} \frac{\partial \delta \rho}{\partial t} &= -\nabla \cdot (\rho_0 \delta \mathbf{v}) \\ \frac{\partial \delta \mathbf{v}}{\partial t} &= -c_S^2 \frac{\nabla \delta \rho}{\rho_0} + \delta \mathbf{J} \times \mathbf{B}_0 + \mathbf{J}_0 \times \delta \mathbf{B} \\ \frac{\partial \delta \mathbf{B}}{\partial t} &= \nabla \times (\delta \mathbf{v} \times \mathbf{B}_0) \end{aligned}$$

Se servant de l'équation d'Ampère on a l'identité :  $\delta \mathbf{J} \times \mathbf{B}_0 = [\nabla(\delta \mathbf{B} \cdot \mathbf{B}_0) + (\mathbf{B}_0 \cdot \nabla) \delta \mathbf{B}] / 4\pi$ . Passant dans l'espace de Fourier on obtient la matrice de dispersion  $\Lambda$  et la relation de dispersion s'obtient par  $\det \Lambda = 0$ . Après un peu d'algèbre, celle-ci peut s'écrire :

$$\omega^6 - a\omega^4 + b\omega^2 + d = 0, \quad (7.1)$$

avec les notations :

$$\begin{aligned} a &= v_A^2(k^2 + k_z^2) + c_S^2 k^2 + iCk_y \\ b &= v_A^2(v_A^2 + 2c_S^2)k_z^2 k^2 + iv_A^2 Ck_y k_z^2 \\ d &= c_S^2 C^2 k_x^2 k_z^2 - c_S^2 v_A^4 k_z^4 k^2 \end{aligned}$$

Où  $\omega$  est la pulsation de l'onde perturbatrice,  $\mathbf{k} = \{k_x, k_y, k_z\}$  est le vecteur d'onde correspondant,  $v_A = B_0/\sqrt{4\pi\rho_0}$  est la vitesse d'Alfvén et la quantité  $C = J_0 B_0/\rho_0$ . En résolvant numériquement la relation de dispersion (trois branches de solution en  $\omega^2$ ) on obtient les solutions de forme  $\omega = f(\mathbf{k})$ . Les solutions instables apparaissent le plus clairement lorsqu'on se place à l'échelle limite de la MHD :  $k_x = k_y = k_z = 2\pi/\delta_i$ , où  $\delta_i = c/\omega_{pi}$  est la longueur d'inertie des ions. Toutes les trois branches exhibent des solutions instables, mais pour deux d'entre-elles la partie imaginaire positive de  $\omega$  ( $\Im(\omega)$ ) est très faible par rapport à la partie réelle  $\omega_r$  et n'aura probablement pas le temps de croître dans le précurseur. La troisième branche présente une solution fortement instable  $\Im(\omega) \gg \Re(\omega)$  pour des courants tels que  $k_c \delta_i > 2\pi$  et  $\Im(\omega) \propto \sqrt{k_c} v_A$ . Cela indique que c'est la branche alfvénique ou magnéto-sonique qui est déstabilisée. Un calcul à dimensionnalité réduite, négligeant toute variation en  $y$  ( $\partial/\partial y = 0$ ,  $k_y = 0$ ) donne la relation de dispersion suivante :

$$\omega^4 - k^2(v_A^2 + c_S^2 + ik_c k_x v_A^2)\omega^2 + k_z k^2 V_A^2 c_S^2 = 0 \quad (7.2)$$

Donnant lieu à la déstabilisation du mode magnéto-sonique rapide  $\Re(\omega^2) \simeq k^2(v_A^2 + c_S^2)$  avec le taux de croissance  $\gamma_{inst} \sim \sqrt{k_c k_x} v_A$ , en accord avec la solution numérique du système complet. Pourtant cette instabilité n'a lieu que pour  $k_c \delta_i > 2\pi$  et on est à la limite de l'approximation MHD, ce qui indique qu'il nous faut aller à l'échelle spatiale plus petite pour confirmer l'existence de l'instabilité. Un autre élément important, issu de cette étude MHD, est que les modes d'Alfvén purs (pas de perturbation en densité) sont stables dans cette configuration de courant, ce qui souligne l'importance de la perturbation en densité.

### 7.3 Approche à deux fluides

Adoptant une description à deux fluides, on accède à la bande de fréquence intermédiaire  $\omega_c \ll \omega \ll \omega_p$  et permettant une description convenable des échelles supérieures à l'échelle d'inertie mais pouvant être inférieures au rayon de Larmor. Ici, nous ne tiendrons pas compte des variations le long de  $y$  (direction de courant externe), l'approche est ainsi simplifiée en gardant l'essentiel de la physique. Deux cas sont à distinguer : plasma de

paires  $e^- - e^+$  avec  $m_i = m_e$  et le plasma électrons - protons avec  $m_i \gg m_e$ .

### 7.3.1 Plasma de paires

La présence d'un fort courant externe produit une dérive d'électrons et positrons en sens opposés et de même amplitude ( $\pm v_0$ ) par rapport au centre de masse du système. Cette dérive construit le courant de réponse afin de satisfaire à la condition d'annulation du courant total dans le plasma. Ce courant de compensation, perturbé par les fluctuations de densité, couple le mode extraordinaire avec les fluctuations soniques. Ce mécanisme est à l'origine de l'instabilité.

A magnétisation faible on recherche des modes avec  $|\omega|^2 \gg \omega_c^2$  et on peut donc négliger la contribution du champ magnétique moyen à l'onde. Il est commode de définir deux quantités relevantes : la fluctuation en densité globale  $\delta n = (\delta n^- + \delta n^+)/2$  et le potentiel vecteur (seule composante le long de  $y$ )  $A = A_y$ , de façon à satisfaire l'équation de Maxwell  $E_y = -\partial_t A/c$ . Le système d'équations à deux fluides, couplé aux équations de Maxwell se ramène au système simplifié :

$$(\partial_t^2 + \omega_p^2 - c^2 \Delta)A = 2 \times 4\pi e c v_0 \delta n \quad (7.3)$$

$$(\partial_t^2 - c_s^2 \Delta)\delta n = -\frac{n_0 e v_0}{m c} (\partial_{xx} A + \partial_{zz} A) \quad (7.4)$$

Pour une dérive telle que  $v_0 > c_S \sqrt{1 + k_z c/\omega_p}$  et  $k^2 c^2/\omega_p^2 \geq 1$ , on obtient un mode instable avec le taux de croissance  $\simeq v_0 \omega_p/c$  :

$$\omega^2 = k^2 c_S^2 - \omega_p^2 \frac{k^2 v_0^2}{\omega_p^2 + k^2 c^2}, \quad (7.5)$$

similaire à celui de l'instabilité de Weibel. Sauf que dans le cas de l'instabilité de Weibel le courant de réponse est neutre, alors qu'ici il ne l'est pas. Les structures, produites par l'instabilité sont des filaments aussi. Contrairement à la filamentation de l'instabilité de Weibel où les polarités des filaments sont alternées, ici chaque filament aura la même polarité et donc un développement non-linéaire différent, soumis à une rapide coalescence de filaments. Ce point sera testé à l'aide des simulations numériques, un peu plus loin (sous-section 7.4). La présente instabilité est donc nommée *Instabilité de Courant-Filamentation* (ICF).

Revenons au critère de déclenchement de l'instabilité dans le précurseur du choc (la taille de celui-ci est petite :  $c/\gamma_{sh}\omega_c$ ). Il faut que  $v_0 \omega_c/c > \gamma_{sh}\omega_c$  ou  $\sigma < 1/\gamma_{sh}^2$ . Rappelons que le seuil pour l'instabilité de Weibel est plus bas :  $\sigma < \xi_{cr}/\gamma_{sh}^2$ , avec  $\xi_{cr} \sim 0.01 - 0.1$ . La ICF se met donc en place dans le régime de magnétisations intermédiaires :  $\xi_{cr}/\gamma_{sh}^2 < \sigma \leq 1/\gamma_{sh}^2$ .

A magnétisation finie (plus haute), le calcul de l'instabilité est plus compliqué. Le couplage entre  $A$ ,  $\delta n$  et le déplacement global du plasma  $\zeta_x$  en direction  $x$  est requis, en tenant compte du courant de réponse des cosmiques et du courant de compensation, tous les deux. On obtient un système de trois équations de  $2^{nd}$  ordre couplées en  $A$ ,  $\zeta_x$  et  $\delta n$ . Ce calcul ne sera pourtant pas abordé ici mais dans un travail, soumis au journal MNRAS (Lemoine, Pelletier, Gremillet, Plotnikov 2013) et reproduit intégralement dans l'Annexe C. Mentionnons que cette approche permet de décrire le ralentissement graduel du flot dans le précurseur, avec la montée de l'instabilité. Les régimes, allant de magnétisation basse  $\ll \gamma_{sh}^2$  à la magnétisation élevée  $\sigma \sim 0.1$  sont abordables et donnent des résultats en accord avec les simulations PIC récentes de [5]. Dans le régime de grandes longueurs d'onde ( $k^2 c^2 / \omega_p^2 \gg 1$ ) et basse magnétisation on retrouve le résultat MHD à un fluide  $\Im(\omega) \simeq \sqrt{k_c k_x} v_A$ .

### 7.3.2 Plasma d'électrons - protons

Ce cas est différent en raison de la grande masse des ions et séparation d'échelles électronique et ionique. La difficulté supplémentaire est de mettre en mouvement les ions, beaucoup plus inertes que les positrons dans le cas du plasma de paires. En toute logique, les modes excités vont être différents du cas  $e^- - e^+$ . Deux familles de modes peuvent être enclenchés par le courant : à croissance très rapide ou modes se propageant presque à la même vitesse que le front de choc. Ces derniers requièrent la condition de résonance  $\omega = k_x v_{sh}$  et sont quasi-statiques dans le référentiel du front de choc, ce qui leur alloue un temps de croissance supérieur au temps de traversée du précurseur. Puisque le courant est transverse (en direction  $y$ ) seuls les modes extraordinaires peuvent contribuer. Il apparaît que trois types d'ondes sont attendus :

1. Branche haute du mode extraordinaire  $\omega^2 \gg \omega_{HX}^2$ , qui est super-luminique mais connue pour exciter l'effet maser pour des magnétisations hautes.
2. Ondes whistler dans la bande de fréquences  $\omega_{ci} < \omega < \omega_{ce}$  avec  $k_x \sim l_p^{-1} \sim \gamma_{sh} \omega_{ci} / v_{sh}$  et  $k_z \sim \sqrt{\gamma_{sh}} \omega_{pi} / c$ . Ces ondes ne sont excitées que dans un plasma de  $e^- - p$  (séparation d'échelles) quand  $\gamma_{sh} < m_p / m_e$ .
3. Ondes magnéto-soniques avec la vitesse de phase  $v_m \ll v_{sh}$ .

Considérons l'effet du mode whistler, le moins connu dans les chocs relativistes. Même en l'absence du courant déstabilisant, il y a un courant associé à la dérivé électronique :  $\mathbf{J}_w = -n_0 e c \mathbf{E} \times \mathbf{B}_0 / B_0^2$ . Sans perturbation de densité on aura  $\nabla \cdot \mathbf{E} = 0$  et deux équations de Maxwell, induction et Ampère, conduisent à la relation de dispersion

$$(\omega^2 - c^2 k^2)^2 - \left( \omega^2 \frac{\omega_{pe}^2}{\omega_{ce}} \right) = 0 \quad (7.6)$$

Les quatre branches de solutions sont réelles (ondes pures) avec  $\omega_{1,2} \simeq \pm\omega_{pe}^2/\omega_c$  et  $\omega_{3,4} = \pm k^2 c^2 \omega_c / \omega_{pe}^2$ . Pour ces dernières, la vitesse de phase est dispersive  $v_\phi = \pm c^2 k \omega_{ce} / \omega_{pe}^2$  ainsi que la vitesse de groupe  $v_g = 2v_\phi$ , d'où la dénomination *whistlers* (siffleurs).

Si on tient compte du courant excitateur externe, le courant de compensation par une perturbation en densité électronique  $\delta n_e$  s'écrit :  $\mathbf{J}_{pc} = ev_0 \delta n_e \mathbf{e}_y$ . On a aussi  $\nabla \cdot \mathbf{E} = -4\pi e \delta n_e \neq 0$  dont il faut tenir compte. La réponse du courant excitateur est déduite à partir des équations de mouvement des électrons. En approximant  $\delta n_e / n_0 \ll \delta B_z / B_0$ , on obtient ainsi le système linéarisé de deux équations portant sur  $E_x$  et  $E_y$ . Ensuite, on sépare le système en parties rapidement oscillante et lentement oscillante. La partie rapidement oscillante correspond aux ondes whistler à polarisation circulaire droite ( $E_y = iE_x$ ), se propageant à la vitesse du front, et la partie lentement oscillante met en évidence l'instabilité avec le taux de croissance  $\gamma_w \sim \omega_w v_0 / v_{sh}$ , où  $\omega_w = \omega_{ce} k_z^2 c^2 / \omega_{pe}^2 \sim \gamma_{sh} \omega_{ci}$ . Cette instabilité est toujours présente, quel que soit  $\sigma$  et  $\gamma_{sh}$  puisque les modes sont quasi-stationnaires par rapport au front. Toutefois, elle requiert une température électronique pas trop élevée  $T_e < m_i c^2 / \gamma_{sh}$ . Cette condition est probablement remplie dans la partie externe du précurseur et, près du front, ces modes ne sont pas présents dans le plasma d'électrons chauds.

Seules les grandes lignes des raisonnements ont été présentées ici. Et l'approche détaillée du problème des instabilités de courant au choc relativiste est présentée dans l'article soumis à MNRAS, par Martin Lemoine (IAP), Guy Pelletier et Laurent Gremillet (CEA) et moi-même, reproduit dans l'Annexe C. Une étude numérique de l'instabilité est en cours dont quelques éléments, préliminaires, sont donnés dans la sous-section qui suit.

## 7.4 Résultats préliminaires des simulations PIC 2D de l'instabilité

Afin d'asseoir les prévisions de l'évolution non-linéaire de l'ICF dans un plasma de paires on procède aux simulations PIC 2D avec conditions aux limites périodiques dans toutes les directions. Le code 2D étant en développement, les résultats présentés sont préliminaires mais assez représentatifs du comportement général des instabilités<sup>1</sup>.

<sup>1</sup>Notons qu'il est possible de simuler l'instabilité avec une version 1D du code PIC, en imposant une dérive ou un courant transverse à la boîte de simulation. Ceci a été fait avec le code UZEIN 1D à l'aide d'une série de simulations où le plasma en dérive transverses à la boîte donne des comportements

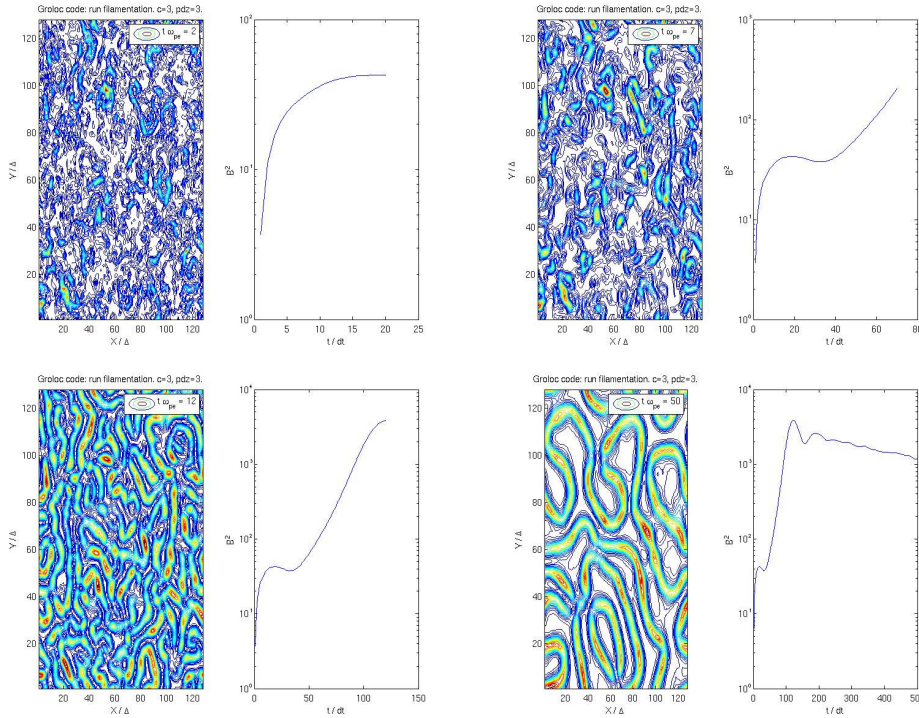


FIG. 7.1: Simulation de l'instabilité de Weibel en 2D à quatre temps de simulation :  $t\omega_{pe} = 2, 7, 12, 50$  pour  $\gamma_d\beta_d = 1$ . Les graphes de gauche sur chaque figure représentent les isoniveaux de l'énergie magnétique en fonction de la position dans la boîte  $(x, y)$ . Les graphes de droite : évolution de l'énergie magnétique en fonction du temps (échelle linéaire - log). A  $t = 2$  le champ est au niveau des fluctuations thermiques, à  $t = 7$  on est en phase de croissance, à  $t = 12$  on atteint la saturation d'énergie magnétique et  $t = 50$  est la fin de la simulation. Dans la phase non-linéaire  $t > 12$  la taille des filaments grandit lentement.

La boîte est en  $x \times y$  et la dérive des positrons et électrons suivant  $z$ , transversale à la boîte de simulation. Deux cas sont étudiés : la dérive satisfaisant au courant neutre (moitié électrons dérive avec la vitesse  $v_0$  suivant  $+z$ , l'autre moitié dérive suivant  $-z$  et de même pour les positrons ; les deux sont donc neutres) et dérive donnant lieu à un courant net (*tous* les électrons suivant  $-z$  et tous les positrons suivant  $+z$ ). Le premier cas donne lieu à l'instabilité de Weibel et le deuxième - à l'ICF. Pour simplifier, la magnétisation est nulle dans les deux cas et il n'y a pas de champ magnétique externe ( $B_0 = 0$ ). On choisit la dérive telle que  $\gamma_0 v_0/c = 1$ , en limite moyennement relativiste.

---

différents si la dérive est à courant net nul (filaments stables) que si elle est à courant non-nul (fusion du plasma en un bloc). Je ne discuterai pas d'avantage ces simulations ici puisque les simulations 2D en retrouvent toutes les caractéristiques (et plus).

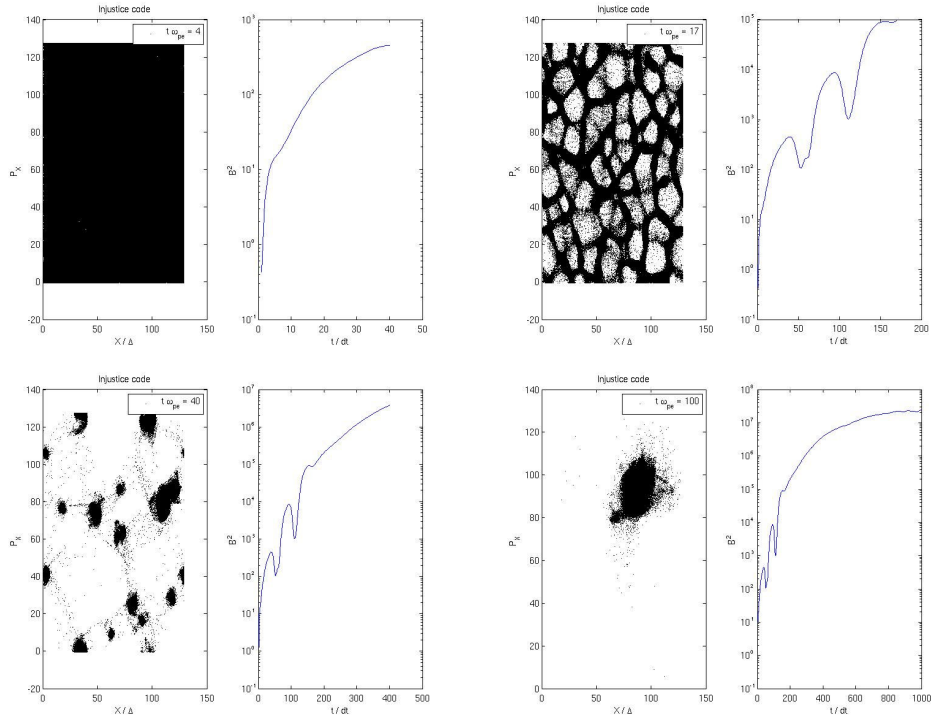


FIG. 7.2: Simulation de l'instabilité de Courant filamentation en 2D à quatre temps de simulation  $t\omega_{pe} = 4, 17, 40, 100$  (l'ordre de lecture : de gauche à droite).

Le résultat de la simulation à courant neutre est présenté Fig 7.1. La structure du champ magnétique (graphes de gauche) et l'évolution temporelle de l'énergie magnétique (graphes de droite) sont présentés à quatre temps de simulation : fluctuations thermiques ( $t = 2\omega_{pe}^{-1}$ , haut à gauche), en phase de croissance ( $t = 7\omega_{pe}^{-1}$ , haut à droite), saturation ( $t = 12\omega_{pe}^{-1}$ , bas à gauche) et fin de la simulation ( $t = 50\omega_{pe}^{-1}$ , bas à droite). A la saturation l'échelle des fluctuations est de l'ordre de  $c/\omega_p$  et ensuite croit lentement au fur et à mesure que l'énergie du champ décroît jusqu'à la fin de la simulation (e.g., la simulation semblable de Gruzinov [6]). C'est une évolution type de l'instabilité de Weibel-filamentation.

Le résultat de la simulation avec un courant net est présenté Fig. 7.2. Cette fois ce sont les positions des particules dans la boîte qui sont affichées dans les graphes de gauche, au lieu de la structure du champ magnétique, à quatre temps  $t\omega_p = 4, 17, 40$  et 100. Initialement, le plasma filamente aussi et cette phase sature à  $t = 15\omega_{pe}^{-1}$ . L'énergie du champ continue pourtant à croître suite à la coalescence rapide des filaments dont un seul subsiste à la fin de la simulation  $t = 100\omega_{pe}^{-1}$ . Le comportement en phase non-linéaire est donc très différent de l'instabilité de Weibel en raison de la polarité alignée

des filaments de courant.

Rappelons aussi, qu'on s'attend à ce que le taux de croissance de l'ICF soit le même que celui de Weibel, à dérive  $v_0$  égale. Ce résultat est validé par deux séries de simulations 1D, en variant  $v_0$  on trouve le même taux de croissance pour les deux, du régime non-relativiste à l'ultra-relativiste :  $\gamma_{\text{inst}} \simeq v_0 2^{1/2} \omega_p / c \propto \beta_0 / \sqrt{\gamma_0}$ , avec  $\omega_p = \sqrt{4\pi n_0 e^2 / (\gamma_0 m_e)}$ . La différence dans le développement non-linéaire est visible à 1D aussi. Les filaments (nappes à 1D) fusionnent rapidement pour l'ICF et restent stables suite à l'instabilité de Weibel.

## Bibliographie

- [1] M. Lemoine and G. Pelletier. On instabilities at ultra-relativistic shock waves. *MNRAS*, 589 :L73, 2010.
- [2] A. Bret. Weibel, Two-Stream, Filamentation, Oblique, Bell, Buneman...Which One Grows Faster? *ApJ*, 699 :990, 2009.
- [3] L. Sironi and A. Spitkovsky. Particle Acceleration in Relativistic Magnetized Collisionless Pair Shocks : Dependence of Shock Acceleration on Magnetic Obliquity. *ApJ*, 698 :1523, 2009.
- [4] L. Sironi and A. Spitkovsky. Particle Acceleration in Relativistic Magnetized Collisionless Electron-Ion Shocks. *ApJ*, 726 :75, 2011.
- [5] L. Sironi, A. Spitkovsky, and Arons J. The Maximum Energy of Accelerated Particles in Relativistic Collisionless Shocks. *ApJ*, 771 :54, 2013.
- [6] A. Gruzinov. Gamma-Ray Burst Phenomenology, Shock Dynamo, and the First Magnetic Fields. *ApJL*, 563 :L15–L18, 2001.





## Chapitre 8

# Perspectives et conclusions

Dans ce chapitre quelques travaux en perspective et continuité du travail de thèse sont présentés ainsi que la conclusion générale.

### 8.1 Le précurseur radiatif

Lors d'un SG, le flash en rayons  $\gamma$  du sursaut lui-même constitue un fort précurseur du choc externe qui se propage à la vitesse légèrement inférieure à  $c$ . Ce flash est émis dans une zone compacte, produisant une pression radiative sur le plasma pré-choc par effet de roquette Compton (diffusion des photons par les électrons donnant lieu à un échange net de quantité de mouvement). Cette poussée peut être importante même si le plasma est globalement transparent au flux  $\gamma$ , surtout à cause de la densité du rayonnement. Considérons les ordres de grandeur d'un sursaut "standard" :

- Énergie rayonnée en gamma :  $E_\gamma = 10^{51}$ erg
- Durée apparente pour l'observateur :  $\Delta t_{obs} \simeq 1$ sec.
- Angle d'ouverture du jet :  $\theta_j \simeq 0.1$ rad
- Facteur de Lorentz du choc externe :  $\gamma_{sh} = 100$
- Distance du choc :  $r_{sh} \simeq 10^{16}$ cm.
- Rayon du disque formé par le front :  $a = r_{sh} = 10^{15}$ cm
- Durée réelle dans le référentiel du MIS :  $\Delta t = \Delta t_{obs}/(1 - \beta_{sh}) \sim 10^4$ sec.

On obtient alors un flux d'énergie  $E/\Delta t \sim 10^{47}$ erg/s, flux de Poynting  $S = L/(\pi a^2) \sim 3 \cdot 10^{16}$ erg/s/cm<sup>2</sup>. L'intensité de la force radiative est  $F_{rad} = \sigma_T S/c \sim 0.7 \cdot 10^{-18}$  dyne, où  $\sigma_T = 2e^2/(3m_e^2 c^4)$  est la section efficace de diffusion Compton.

Cette force (sur les électrons essentiellement) produit une dérive électronique par rapport aux ions et doit être compensée par le plasma. La transmission de la force aux ions se fait via le champ électrique ou bien une friction collisionnelle.

**Équilibrage de la force.** Considérons que la force radiative est équilibrée. Ainsi l'équation de conservation de la charge s'exprimerait comme  $\nabla \cdot \mathbf{J} = 0$ . Par symétrie la seule coordonnée relevante est le long de la normale au choc  $x$ . On obtient donc  $J(x = x_{\text{precurs}}) = J(x \rightarrow \infty) = 0$  puisque le courant très loin devant le choc (Milieu Interstellaire) doit être nul. L'équilibrage passe donc par l'établissement d'un champ électrique qui met en mouvement les ions. Celui-ci compense la poussée globale sur le flot électronique mais ne peut compenser la composante thermique et supra-thermique des électrons à la fois.

Afin de chiffrer le processus une investigation détaillée est prévue avec des simulations PIC dédiées. D'après les premières tentatives avec un code PIC 1D périodique, un courant s'établit dans la simulation suite à la poussée radiative au lieu du champ électrique. La difficulté réside dans les conditions aux bords périodiques de la simulation, inadaptés au cadre physique. Une adaptation adéquate et, probablement, nécessite de passer en 2D pour étudier l'évolution du plasma.

## 8.2 Transport sur échelles spatio-temporelles longues

Dans les études de transport, entrepris dans cette thèse, il a été admis que la turbulence a une étendue infinie et est homogène. Or, les simulations PIC [1–3] suggèrent que la turbulence se développe sur une région finie autour du choc : son intensité est maximale au niveau du front et décroît suivant deux lois en puissance différentes du côté amont et aval du choc. Comme il a été montré dans [3] l'étendue de la région turbulente est déterminante dans le processus d'accélération en posant une limite sur l'énergie maximale que les particules atteignent au choc ( $\gamma_{\text{max}} \propto \sigma^{-1/4}$ ). A magnétisation croissante la région turbulente devient de moins en moins étendue et l'énergie maximale devient plus basse. Une énergie maximale différente est dérivée à partir des limites propres d'efficacité du transport des particules a été présentée dans cette thèse (Chapitres 3 et 4) : ( $\gamma_{\text{max}} \propto \sigma^{-1/2}$ ). Pour les énergies plus grandes, les particules sont advectées par le champ magnétique régulier en aval du choc. Cette limite est plus haute que la précédente. Notons qu'à magnétisation nulle la région turbulente est a priori très grande, aucune simulation PIC à ce jour n'a vu de saturation de la taille de la région, e.g. [2]. Dans ces conditions la limitation en énergie vient de la taille astrophysique de la région d'accélération.

Une étude de transport, tenant compte de la décroissance de l'intensité de la turbulence électromagnétique et de l'étendue de la région turbulente en fonction de la magnétisation doit mettre en lumière le processus de limitation en énergie des particules : taille de la région turbulente ou intrinsèque au processus de transport en travers les lignes du champ magnétique externe. Ce type d'étude est difficilement réalisable avec des simulations PIC, trop coûteuses. Une approche plus directe peut s'inspirer des Chapitres 3 et 4

de cette thèse en effectuant des simulations Monte-Carlo. Cette fois la turbulence ne sera pas homogène et il faudra prescrire un profil décroissant de chaque côté du choc pour sa densité d'énergie.

### 8.3 Chocs modérément relativistes

Les chocs modérément relativistes  $1 \leq \gamma_{\text{sh}} < 5 - 10$  sont courants dans les Jets des NAGs, micro-quasars, les jets internes des SG et probablement dans les phases initiales des Supernovae SN trans-relativistes. A part quelques études numériques, leur structure est encore très peu étudiée et mal comprise. Les simulations PIC de Dieckmann et al. [4] montrent qu'une structure électromagnétique de forte amplitude, probablement ondes whistler, se forme dans le précurseur du choc quasi-parallèle et fortement magnétisé et contribue à chauffer les électrons à l'équipartition avec les ions et accélérer les électrons suivant une loi en puissance  $N(E) \propto E^{-2.7}$ . Toutefois on ne sait pas quelle est la structure du choc si la magnétisation varie et l'obliquité du choc augmente. L'approche analytique, pour sa part, est difficile dans ce régime puisque aucune limite en vitesse du choc ne peut être adoptée : ni  $v_{\text{sh}} \ll c$ , ni  $\gamma_{\text{sh}} \gg 1$ . L'algèbre est compliquée et l'apport des simulations numériques sera le bienvenu pour indiquer les régimes importants et la démarche analytique à suivre.

Présentons quelques arguments qualitatifs. Le précurseur du choc sera plus long que dans le cas ultra-relativiste et les instabilités cinétiques pourraient être relayés par les instabilités à l'échelle MHD (instabilité de Bell est probablement très forte si le choc est quasi-parallèle et contribuerait à modifier sa structure). En termes d'accélération des particules : d'une part, les limitations ultra-relativistes sur le transport de particules et leur focalisation dans un cône de pertes très étroit en amont du choc est relaxée. La diffusion angulaire des particules dans une turbulence MHD sera aussi plus efficace que dans une micro-turbulence inhérente aux choc ultra-relativistes. D'autre part, si on extrapole à partir des chocs non-relativistes, on sait que l'efficacité d'accélération augmente avec la vitesse du choc, i.e.  $M_A \gg 1$ . Ces deux points indiquent que les chocs trans-relativistes sont des vigoureux accélérateurs de particules, sous la réserve que le temps d'accélération ne soit pas trop long (i.e. champ magnétique amplifié ou généré au niveau  $\delta B \gg B_0$ ). Le temps d'accélération reste à chiffrer.

Dans cette thèse, quelques éléments de réponse ont été apportés concernant le régime moyennement relativiste des chocs perpendiculaires ( $\theta_B$ ) et à magnétisation assez forte ( $\sigma \geq 10^{-3}$ ) dans le chapitre 6. Toutefois, une investigation multi-dimensionnelle et avec  $\theta_B < 90^\circ$  semble importante pour chiffrer l'efficacité à l'accélération des particules, si le processus de Fermi est opérant.

Concluons par la remarque que la physique des chocs sera probablement pleine de

surprises, tenant compte de forts effets non-relativistes, extrapolés à  $v_{\text{sh}} \rightarrow c$ , et la prise en compte des effets relativistes, émergents.

## 8.4 Conclusion

Les dernières années ont apporté des éléments de réponse à des questions importantes concernant la physique des chocs relativistes et ses conséquences en astrophysique des Hautes Énergies. Le fonctionnement auto-consistant du mécanisme de Fermi dans les chocs non-magnétisés et ses performances à magnétisation non-nulle ont permis de relier la physique microscopique des chocs aux observables astrophysiques. Des avancées importantes dans la compréhension de la structure du choc mettent l'accent sur le rôle déterminant des instabilités plasma dans le précurseur du choc (ou dans le pied, si  $\sigma \neq 0$ ). Elles gouvernent la formation du front, la génération de la micro-turbulence et l'accélération des particules dans un processus non-linéaire.

Cette thèse a contribué à apporter une partie de ces réponses, notamment sur les points suivants :

- L'efficacité de la génération de la micro-turbulence magnétique, produite par la pénétration du faisceau de protons énergétiques  $\gamma \simeq \gamma_{\text{sh}}^2 m_p c^2$  dans le plasma amont a été confirmée. La description des instabilités conduit naturellement au niveau du champ magnétique turbulent maximal, dont l'énergie est comparable à l'énergie cinétique du flot  $\xi_B \sim 1$ . La barrière magnétique correspondante est indispensable pour assurer l'isotropisation des fonctions de distribution dans le milieu choqué et l'existence du choc.
- Le transport de particules chargées dans la micro-turbulence électromagnétique a été étudié et nous avons souligné l'importance de la tri-dimensionnalisation de cette dernière pour que les particules diffusent le long de la normale au choc. En amont du choc, les coefficients de diffusion sont proportionnels à  $\epsilon^2$ . En direction normale au choc les particules diffusent beaucoup plus lentement qu'en direction transverse ( $D_\ell \gg D_t$ ). En aval du choc, la turbulence est statique, magnétique est sa longueur de cohérence est courte  $\ell_c \sim 10\delta_i$ . Lorsque les rigidités ne sont pas trop élevées, les particules diffusent efficacement en travers les lignes du champ magnétique externe avec  $D_\perp \sim D_\parallel \propto \epsilon^2$ . Mais aux rigidités grandes,  $\rho = \bar{r}_L/\ell_c \gg \delta B/B_0$ , le coefficient perpendiculaire sature et les particules sont advectées avec le fluide aval, limitant ainsi l'énergie des particules à  $\epsilon_{\text{max}} \sim e \frac{\delta B^2}{B_0} \ell_c$  eV.
- Le chauffage des électrons jusqu'à la sub-équipartition avec les protons aux chocs relativistes a été établi. L'étude du transport des particules en micro-turbulence du précurseur a mis en évidence un fort chauffage des électrons. Ce chauffage se fait en deux étapes : excitation de la forte micro-turbulence par le faisceau des pro-

tons réfléchis (instabilité de Weibel et OTSI), ensuite les électrons sont rapidement chauffés par échange d'énergie avec le champ turbulent. Dans ce scénario, les électrons sont chauffés localement à la température, fixée par le niveau de turbulence local dans le précurseur  $\xi_e \propto \xi_B$ , et arrivent en sub-équipartition avec les protons au niveau du front de choc.

- L'étude a permis de chiffrer l'efficacité de l'accélération. Les protons peuvent atteindre l'énergie de quelques  $10^{15}$  eV, ce qui amène à la conclusion que les chocs ultra-relativistes ne sont pas des accélérateurs efficaces jusqu'aux Ultra-Hautes Énergies ( $\sim 10^{20}$  eV). L'énergie des électrons est limitée par pertes radiatives et peut atteindre  $\sim 10^{12}$  eV. Notre théorie des chocs permet de rendre compte du rayonnement synchrotron sur le champ turbulent des électrons, dont l'énergie maximale atteint  $\sim$  GeV, corroborant l'idée que les photons aux GeV des SG, observées par Fermi-LAT, peuvent être produits par le choc externe. Ce rayonnement constitue aujourd'hui l'unique diagnostic de la micro-turbulence à l'aide des observations. Des éléments récents indiquent en plus qu'un processus Synchro-Compton se développe pour les énergies de photons supérieures au GeV et sa contribution est visible dans les SG les plus brillants.

Dans la deuxième partie de la thèse, j'ai abordé l'étude des chocs perpendiculaires ( $\theta_B = 90^\circ$ ) à l'aide des simulations PIC 1D. Allant du régime non-relativiste au moyennement relativiste, il a été observé que le processus de reformation du choc, bien connu dans le cas non-relativiste, subsiste dans le régime  $\gamma_{\text{sh}} - 1 \simeq 1$ . L'instabilité de Buneman, longitudinale, permet un fort chauffage d'électrons dans le pied du choc lorsque la magnétisation n'est pas très grande  $\sigma < 0.01$ . La température des électrons restant toutefois assez modérée  $T_e/T_i \ll 1$  en aval du choc. Lorsque la magnétisation est forte, le choc est structuré par une boucle ionique cohérente au front de choc et émission d'un fort précurseur électromagnétique. Ainsi, les électrons sont chauffés à la sub-équipartition avec les ions  $T_e \leq T_i$ . La transition entre ces deux structures de chocs est observée autour de  $\sigma_c \simeq 0.01$ . Toutefois, en tenant compte des effets transverses (instabilités dans le précurseur), non visibles dans ces simulations, et en présence d'une population de particules supra-thermiques, la prédiction analytique indique que le choc change de structure autour de  $\sigma \sim \xi_{\text{cr}}^2/\gamma_{\text{sh}}^2$ . Je n'ai pas observé de parties supra-thermique développées dans les fonctions de distribution et l'étude d'accélération consistante nécessiterait des simulations multi-dimensionnelles, en préparation.

L'étude, analytique et numérique, des chocs modérément relativistes ( $\gamma_{\text{sh}} - 1 \simeq 1$ ) est d'autant plus importante que la question de la production des UHECRs demeure ouverte. De tels chocs sont courants dans les jets des NAGs, micro-quasars et les jets internes des SG. Les soupçons se resserrent autour des chocs modérément relativistes, dont la physique

est largement mal-comprise et reste à faire. Les simulations effectuées dans le chapitre 6 indiquent que l'accélération n'est pas très efficace pour les chocs perpendiculaires à magnétisation assez forte  $\sigma > 10^{-3}$ . Une étude multi-dimensionnelle aux obliquités  $< 90^\circ$  et aux magnétisation plus basses devrait permettre de chiffrer l'efficacité à l'accélération ( $\xi_{cr}$ ) et l'énergie maximale des particules.

## Bibliographie

- [1] P. Chang, A. Spitkovsky, and J. Arons. Long-Term Evolution of Magnetic Turbulence in Relativistic Collisionless Shocks : Electron-Positron Plasmas. *ApJ*, 674 :378, 2008.
- [2] U. Keshet, B. Katz, A. Spitkovsky, and E. Waxman. Magnetic Field Evolution in Relativistic Unmagnetized Collisionless Shocks. *ApJL*, 693 :L127, 2009.
- [3] L. Sironi, A. Spitkovsky, and Arons J. The Maximum Energy of Accelerated Particles in Relativistic Collisionless Shocks. *ApJ*, 771 :54, 2013.
- [4] M. E. Dieckmann, P. K. Shukla, and L. O. C. Drury. The Formation of a Relativistic Partially Electromagnetic Planar Plasma Shock. *ApJ*, 675 :586–595, 2008.

## Annexe A

# Solution de l'équation de mouvement par le groupe des rotations aléatoires

Dans cet appendice la démonstration complète des coefficients de diffusion (Eq. 3.16) en turbulence magnétique isotrope est donnée. Certains détails qui pourraient manquer peuvent être trouvés dans Plotnikov et al. 2011.

Réécrivons l'équation de mouvement[3.2] de la manière suivante :

$$\frac{d}{dt}\mathbf{v} = \left[ \hat{\boldsymbol{\Omega}}_0 + \delta\hat{\boldsymbol{\Omega}}(\mathbf{t}) \right] \cdot \mathbf{v} . \quad (\text{A.1})$$

Où  $\hat{\boldsymbol{\Omega}}_0$  et  $\delta\hat{\boldsymbol{\Omega}}(\mathbf{t})$  sont des opérateurs de rotation développés comme combinaison linéaire des générateurs de l'algèbre de Lie,  $\hat{\mathbf{L}}_1, \hat{\mathbf{L}}_2, \hat{\mathbf{L}}_3$

$$\hat{\mathbf{L}}_1 := \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \hat{\mathbf{L}}_2 := \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \hat{\mathbf{L}}_3 := \begin{pmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} . \quad (\text{A.2})$$

On peut écrire ces opérateurs comme suit :  $\hat{\boldsymbol{\Omega}}_0 = \Omega_0 B_0^i \hat{\mathbf{L}}_i / B_0$ , avec  $B_0^i$  étant  $i$ -ème composante de  $\mathbf{B}_0$  et  $\Omega_0 \equiv c/r_{L,0}$  pulsation de Larmor dans le champ moyen. Avec ces notations on a  $\hat{\boldsymbol{\Omega}}_0 \cdot \mathbf{v} = \Omega_0 \mathbf{v} \times \mathbf{B}_0 / B_0$ . L'opérateur  $\delta\hat{\boldsymbol{\Omega}}(\mathbf{t})$  est décomposé de la même manière que les générateurs du groupe des rotation et  $\delta\Omega \equiv c/r_L$ , où  $r_L$  est maintenant mesuré par rapport à  $\delta B$ .

Pour résoudre l'équation de mouvement on la réécrit en fonction d'une autre variable  $\mathbf{u}$  :

$$\mathbf{v}(\mathbf{t}) \equiv \hat{\mathbf{R}}_0(\mathbf{t}) \cdot \mathbf{u}(\mathbf{t}), \quad (\text{A.3})$$



où

$$\hat{\mathbf{R}}_0(t) \equiv \exp\left(t\hat{\mathbf{\Omega}}_0\right) . \quad (\text{A.4})$$

On définit alors

$$\hat{\hat{\mathbf{\Omega}}}(t) \equiv \hat{\mathbf{R}}_0(t)^{-1} \cdot \delta\hat{\mathbf{\Omega}}(t) \cdot \hat{\mathbf{R}}_0(t) , \quad (\text{A.5})$$

et l'équation pour  $\mathbf{u}(t)$  devient

$$\frac{d}{dt}\mathbf{u} = \hat{\hat{\mathbf{\Omega}}}(t) \cdot \mathbf{u} . \quad (\text{A.6})$$

La solution de celle-ci est immédiate :

$$\mathbf{u}(t) = \mathcal{T} \exp \left[ \int_0^t \hat{\hat{\mathbf{\Omega}}}(t') dt' \right] \cdot \mathbf{u}(0) . \quad (\text{A.7})$$

Puisque l'opérateur dans l'exposant est indépendant du temps on doit introduire un opérateur d'ordonnancement temporel  $\mathcal{T}$ , pour préserver le caractère exponentiel de la solution.

En notant que  $\mathbf{u}(0) = \mathbf{v}(0)$ , donc la solution pour  $\mathbf{v}$  est donnée par

$$\mathbf{v}(t) = \hat{\mathbf{R}}_0(t) \cdot \mathcal{T} \exp \left[ \int_0^t \hat{\hat{\mathbf{\Omega}}}(t') dt' \right] \cdot \mathbf{v}(0) . \quad (\text{A.8})$$

La partie régulière du champ génère la matrice de rotation régulière  $\hat{\mathbf{R}}_0(t)$  alors que l'exponentielle rend compte de l'effet du champ turbulent. L'opérateur d'ordonnancement temporel  $\mathcal{T}$  maintient l'ordre chronologique des produits dans le non-commutatif  $\hat{\hat{\mathbf{\Omega}}}(t_k)$ , en développant l'opérateur exponentiel, i.e.

$$\begin{aligned} \mathcal{T}\hat{\mathbf{\Omega}}(t_1) \cdot \hat{\mathbf{\Omega}}(t_2) &= \hat{\mathbf{\Omega}}(t_1) \cdot \hat{\mathbf{\Omega}}(t_2) \text{ if } t_1 > t_2 , \\ &= \hat{\mathbf{\Omega}}(t_2) \cdot \hat{\mathbf{\Omega}}(t_1) \text{ if } t_2 > t_1 , \end{aligned} \quad (\text{A.9})$$

Et de même pour les produits d'ordre supérieur. Alternativement, le développement ordonné en temps, peut s'écrire sous forme des séries de Dyson :

$$\begin{aligned} \mathcal{T} \exp \left[ \int_0^t \hat{\hat{\mathbf{\Omega}}}(t') dt' \right] &\equiv 1 + \\ &\sum_{n=1}^{n=+\infty} \int_0^t dt_1 \dots \int_0^{t_{n-1}} dt_n \hat{\hat{\mathbf{\Omega}}}(t_1) \dots \hat{\hat{\mathbf{\Omega}}}(t_n) . \end{aligned} \quad (\text{A.10})$$

Maintenant, utilisons le théorème suivant, valable pour un processus Gaussien sta-

tionnaire et aléatoire dans la limite du bruit blanc :

$$\left\langle \mathcal{T} \exp \left[ \int_0^t \hat{\hat{\Omega}}(t') dt' \right] \right\rangle = \mathcal{T} \exp \left[ \frac{1}{2} \int_0^t dt_1 \int_0^t dt_2 \langle \hat{\hat{\Omega}}(t_1) \cdot \hat{\hat{\Omega}}(t_2) \rangle \right]. \quad (\text{A.11})$$

On peut considérer des propriétés différentes du champ turbulent : isotrope avec ou sans hélicité, ou bien anisotrope avec l'invariance par rotation autour du champ moyen. Tous les cas peuvent être traités exactement, mais focalisons-nous sur le cas de la turbulence 3D isotrope

On définit les opérateurs de projection  $\hat{\pi}_\perp$  sur le plan transverse à  $\mathbf{B}_0$  et  $\hat{\pi}_\parallel$  le long de  $\mathbf{B}_0$ . La fonction de corrélation des matrices de rotation aléatoire  $\delta\hat{\hat{\Omega}}$  est

$$\langle \delta\hat{\hat{\Omega}}(t_1) \delta\hat{\hat{\Omega}}(t_2) \rangle = \langle \delta\Omega^i(t_1) \delta\Omega^j(t_2) \rangle \hat{\mathbf{L}}_i \hat{\mathbf{L}}_j, \quad (\text{A.12})$$

avec

$$\langle \delta\Omega^i(t_1) \delta\Omega^j(t_2) \rangle = 2\tau_c \delta(t_1 - t_2) \left[ \frac{1}{2} \langle \delta\Omega_\perp^2 \rangle \hat{\pi}_\perp^{ij} + \langle \delta\Omega_\parallel^2 \rangle \hat{\pi}_\parallel^{ij} \right]. \quad (\text{A.13})$$

Les scalaires  $\langle \delta\Omega_\parallel^2 \rangle$  et  $\langle \delta\Omega_\perp^2 \rangle$  caractérisent l'intensité relative entre les direction parallèle à  $\mathbf{B}_0$  et transverse. En particulier, pour une turbulence 3D isotrope, on a  $\langle \delta\Omega_\perp^2 \rangle = 2\langle \delta\Omega_\parallel^2 \rangle$ ,

Utilisant les propriétés de  $\hat{\pi}_\perp$ ,  $\hat{\pi}_\parallel$  et  $\hat{\mathbf{L}}_i$ , on trouve

$$\begin{aligned} \langle \delta\hat{\hat{\Omega}}(t_1) \delta\hat{\hat{\Omega}}(t_2) \rangle &= -2\tau_c \delta(t_1 - t_2) \\ &\times \left[ \langle \delta\Omega^2 \rangle \hat{\mathbf{1}} - \langle \delta\Omega_\parallel \rangle^2 \hat{\pi}_\parallel - \frac{1}{2} \langle \delta\Omega_\perp^2 \rangle \hat{\pi}_\perp \right], \end{aligned} \quad (\text{A.14})$$

où  $\langle \delta\Omega^2 \rangle \equiv \langle \delta\Omega_\parallel \rangle^2 + \langle \delta\Omega_\perp^2 \rangle$ . On note que la corrélation précédente est valable pour  $\delta\hat{\hat{\Omega}}$ ; qui ne doit pas être confondue avec  $\hat{\hat{\Omega}}$  (quantité impliquée dans le calcul des propriétés de transport, exprimée dans l'éq. (A.11)). Toutefois,

$$\langle \hat{\hat{\Omega}}(t_1) \hat{\hat{\Omega}}(t_2) \rangle = e^{-t_1 \hat{\hat{\Omega}}_0} \langle \delta\hat{\hat{\Omega}}(t_1) e^{-(t_2-t_1) \hat{\hat{\Omega}}_0} \delta\hat{\hat{\Omega}}(t_2) \rangle e^{t_2 \hat{\hat{\Omega}}_0}, \quad (\text{A.15})$$

et, puisque  $[\hat{\pi}_\parallel, e^{t \hat{\hat{\Omega}}_0}] = [\hat{\pi}_\perp, e^{t \hat{\hat{\Omega}}_0}] = 0$ , la fonction de corrélation pour  $\hat{\hat{\Omega}}$  est la même que pour  $\delta\hat{\hat{\Omega}}$ .

Utilisant l'Eq. (A.11), on trouve alors la solution pour  $\mathbf{v}$  :

$$\langle \mathbf{v}(t) \rangle = \hat{\mathbf{R}}_0(t) \cdot \exp \left[ \frac{1}{2} \int_0^t dt_1 \int_0^t dt_2 \langle \hat{\hat{\Omega}}(t_1) \hat{\hat{\Omega}}(t_2) \rangle \right] \mathbf{v}(0), \quad (\text{A.16})$$

où la moyenne est prise sur les différentes réalisations du champ turbulent. Cela mène à :

$$\langle \mathbf{v}(t) \rangle = \hat{\mathbf{R}}_0(t) \cdot \exp \left[ -t\tau_c \left( \langle \delta\Omega^2 \rangle - \langle \delta\Omega_{\parallel}^2 \rangle \hat{\boldsymbol{\pi}}_{\parallel} - \frac{1}{2} \langle \delta\Omega_{\perp}^2 \rangle \hat{\boldsymbol{\pi}}_{\perp} \right) \right] \mathbf{v}(0). \quad (\text{A.17})$$

Utilisant les propriétés de  $\hat{\boldsymbol{\pi}}_{\parallel}$  et de  $\hat{\boldsymbol{\pi}}_{\perp}$ , on peut réécrire comme

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{v}(t) \rangle &= \hat{\mathbf{R}}_0(t) \cdot \left\{ \exp \left[ -t\tau_c \left( \langle \delta\Omega^2 \rangle - \langle \delta\Omega_{\parallel}^2 \rangle \right) \right] \hat{\boldsymbol{\pi}}_{\parallel} \right. \\ &\quad \left. + \exp \left[ -t\tau_c \left( \langle \delta\Omega^2 \rangle - \frac{1}{2} \langle \delta\Omega_{\perp}^2 \rangle \right) \right] \hat{\boldsymbol{\pi}}_{\perp} \right\} \mathbf{v}(0). \end{aligned} \quad (\text{A.18})$$

On dérive alors les résultats généraux

$$\langle v_{\parallel}(0)v_{\parallel}(t) \rangle = \exp \left[ -t\tau_c \left( \langle \delta\Omega^2 \rangle - \langle \delta\Omega_{\parallel}^2 \rangle \right) \right] \langle v_{\parallel}(0)^2 \rangle. \quad (\text{A.19})$$

Dans la direction transverse :

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{v}_{\perp}(0) \cdot \mathbf{v}_{\perp}(t) \rangle &= \exp \left[ -t\tau_c \left( \langle \delta\Omega^2 \rangle - \frac{1}{2} \langle \delta\Omega_{\perp}^2 \rangle \right) \right] \\ &\quad \times {}^T \mathbf{v}_{\perp}(0) \cdot \hat{\mathbf{R}}_0 \cdot \mathbf{v}_{\perp}(0) \\ &= \exp \left[ -t\tau_c \left( \langle \delta\Omega^2 \rangle - \frac{1}{2} \langle \delta\Omega_{\perp}^2 \rangle \right) \right] \\ &\quad \times \cos(\Omega_0 t) \langle \mathbf{v}_{\perp}(0)^2 \rangle. \end{aligned} \quad (\text{A.20})$$

La dernière égalité vient en développant l'exponentielle  $\hat{\mathbf{R}}_0 = \exp(t\hat{\boldsymbol{\Omega}}_0)$ , en notant que  $\hat{\boldsymbol{\Omega}}_0 = \Omega_0 \hat{\mathbf{L}}_3$  pour  $\mathbf{B}_0$  dirigé le long de  $z$ ,  $\hat{\mathbf{L}}_3^{2n} = (-1)^n \hat{\boldsymbol{\pi}}_{\perp}$ ,  $\hat{\mathbf{L}}_3^{2n+1} = (-1)^n \hat{\mathbf{L}}_3$ ,  ${}^T \mathbf{v}_{\perp}(0) \cdot \hat{\boldsymbol{\pi}}_{\perp} \cdot \mathbf{v}_{\perp}(0) = \langle \mathbf{v}_{\perp}(0)^2 \rangle$ , et  ${}^T \mathbf{v}_{\perp}(0) \cdot \hat{\mathbf{L}}_3 \cdot \mathbf{v}_{\perp}(0) = 0$ .

Les coefficients de diffusion parallèle  $D_{\parallel}$  et perpendiculaire  $D_{\perp}$  sont obtenus directement à partir des fonction de corrélation en vitesses, après avoir effectué la moyenne sur les vitesses initiales :

$$\begin{aligned} D_{\parallel} &= \int_0^{+\infty} dt \langle v_{\parallel}(0)v_{\parallel}(t) \rangle, \\ D_{\perp} &= \frac{1}{2} \int_0^{+\infty} dt \langle \mathbf{v}_{\perp}(0) \cdot \mathbf{v}_{\perp}(t) \rangle. \end{aligned} \quad (\text{A.21})$$

Utilisant les Equations A.19 et A.20 cela mène à

$$\begin{aligned} D_{\parallel} &= \frac{1}{3} \frac{c^2}{\nu_s}, \\ D_{\perp} &= \frac{1}{3} c^2 \frac{\nu_{\perp}}{\nu_{\perp}^2 + \Omega_0^2}, \end{aligned} \quad (\text{A.22})$$

où

$$\begin{aligned} \nu_s &= \tau_c \left( \langle \delta\Omega^2 \rangle - \langle \delta\Omega_{\parallel}^2 \rangle \right), \\ \nu_{\perp} &= \tau_c \left( \langle \delta\Omega^2 \rangle - \frac{1}{2} \langle \delta\Omega_{\perp}^2 \rangle \right). \end{aligned} \quad (\text{A.23})$$

Pour une turbulence 3D isotrope on a  $\langle \delta\Omega_{\perp}^2 \rangle = 2\langle \delta\Omega_{\parallel}^2 \rangle = \frac{2}{3}\langle \delta\Omega^2 \rangle$ , d'où :

$$\nu_{\perp} = \nu_s = \frac{2}{3} \langle \delta\Omega^2 \rangle \tau_c = \frac{2}{3} \frac{\eta}{\rho^2} \frac{c}{\ell_c}. \quad (\text{A.24})$$

On peut noter que l'expression de  $\nu_s$  correspond à celle que l'on déduit de la marche aléatoire de l'angle d'attaque de la particule dans la limite  $\bar{r}_L \gg \ell_c$ . Notons aussi que le calcul présenté ici peut être appliqué dans la limite  $\rho \ll 1$  si le temps de cohérence est plus court que le temps de diffusion. Cela est vrai dans le cas  $\nu_s = (2/3)\eta\rho^{\beta-2}$  (résultat de la théorie quasi-linéaire). Toutefois, ces résultats ne peuvent être étendus au coefficient perpendiculaire dans la limite  $\rho \ll 1$  puisqu'on n'a pas tenu compte du chaos des lignes de champ.

On aura donc les comportements suivants pour  $D_{\perp}$  quand  $\rho \gg 1$  :

$$\begin{aligned} D_{\perp} &\simeq D_{\parallel} \simeq \frac{1}{2} c \ell_c \rho^2 / \eta \quad (1 \ll \rho \ll \bar{B}/B_0), \\ D_{\perp} &\simeq \frac{2}{9} c \ell_c \frac{\bar{B}^2}{B_0^2} \quad (\bar{B}/B_0 \ll \rho). \end{aligned} \quad (\text{A.25})$$

La transition entre les deux se produit quand  $\rho \sim \bar{B}/B_0 \simeq \eta^{1/2}(1-\eta)^{-1/2}$ , correspondant à  $\nu_s \sim \Omega_0$ . Aux rigidités plus grandes, le coefficient transverse reste constant alors qu'en direction parallèle il continue à croître comme  $\rho^2$ .



## Annexe B

# Structure du code PIC 1D “UZEIN”

Le code Particle-In-Cell (PIC) utilisé dans cette thèse a été écrit par Bertrand Lembège [1]. Ce code a été amplement utilisé dans l'étude des ondes plasma non-linéaires et ondes choc non-collisionnelles à nombre de Mach modéré ( $\leq 10$ ), dans le contexte des chocs dans la magnétosphère terrestre ou l'héliosphère.

C'est un code pseudo-spectral où les équations de Maxwell sont résolues dans l'espace de Fourier et les particules sont avancées par la force de Lorentz.

Le couplage entre les particules et champs est fait via la déposition de densité de charge et du courant sur grille. Ces quantités servent ensuite à avancer dans le temps le champ électromagnétique. Les nouvelles valeurs du champ sont ensuite utilisées pour pousser les particules une par une. Le procédé est cyclique sur un nombre de pas de temps donné.

### B.1 Normalisations du code

On commence par les quantités de normalisation. Le temps est normalisé par  $\omega_{pe}^{-1}$ . Les distances sont normalisées par le pas de la grille  $\Delta$ . La charge élémentaire est celle de l'électron, donc  $q_e = 1$ .

Toutes les normalisations s'écrivent :

$$\begin{aligned} \tilde{x} &= \frac{x}{\Delta}; & \tilde{t} &= \omega_{pe} t; & \tilde{v} &= \frac{v}{\omega_{pe} \Delta}; & \tilde{p}_\alpha &= \frac{p_\alpha}{m_\alpha \omega_{pe} \Delta}; \\ \tilde{E} &= \frac{qE}{m_e \omega_{pe}^2 \Delta}; & \tilde{B} &= \frac{qB}{m_e \omega_{pe}^2 \Delta}; & \tilde{J} &= \frac{J}{q \omega_{pe} \Delta}; & & \left( \text{et non } \frac{J}{n_0 q \omega_{pe} \Delta} \right). \end{aligned}$$

Où  $\Delta$  est le pas de la grille,  $\omega_{pe}$  est la pulsation plasma des électrons,  $m_\alpha$  est la masse au repos pour chaque espèce (soit électrons  $\alpha = e$ , soit ions  $\alpha = i$ ),  $n_0$  est le densité (i.e. nombre de particules par point grille par espèce).

Comme on peut le voir, la vitesse de la lumière n'est pas une constante de normalisation, contrairement à la plupart des codes PIC relativistes. Il faut donc donner une valeur numérique pour la vitesse  $c$  en unités de  $\omega_{pe}\Delta$ . D'autre part, le nombre de particules par grille  $n_0$  ne change aucune quantité physique, car  $\omega_{pe}$  est une constante de normalisation. Il ne sert donc qu'à moduler le niveau de bruit numérique.

Les conditions initiales du code prennent donc les paramètres suivants :  $\Delta t$ ,  $\tilde{c}$ ,  $\theta_B$ ,  $B_0$ ,  $v_{th,e}$ ,  $m_e/m_i$ ,  $T_e/T_i$ . Notons que les conventions d'adimensionnement, adoptées dans le code, impliquent que le nombre de particules par point-grille n'influe sur aucune quantité "physique" ( $v_A, c_S, \rho_{L,e}, \rho_{L,i}, \lambda_D$ ) ! Le rôle de  $n_0$  est de contrôler le niveau du bruit numérique dans la simulation : plus  $n_0$  est grand, plus petit le niveau de bruit sera.

## B.2 Intégration de l'équation de mouvement

Pour chaque particule on calcule l'impulsion, vitesse et position à partir de l'équation de Lorentz :

$$\begin{aligned} \frac{d\mathbf{p}_i}{dt} &= q_i \left( \mathbf{E} + \frac{\mathbf{p}_i}{\gamma_i m_i c} \times \mathbf{B} \right), \quad \text{avec} \\ \mathbf{p}_i &= \frac{m_i \mathbf{v}_i}{\sqrt{1 - (v_i^2/c^2)}} \\ \frac{d\mathbf{x}_i}{dt} &= \mathbf{v}_i \end{aligned}$$

Où  $i$  est l'indice de la macro-particule et  $\gamma_i$  est son facteur de Lorentz. Comme on peut le voir, on utilise la version relativiste de l'équation. Elle est résolue numériquement par un schéma aux différences finies centré en temps (i.e. le calcul des positions est décalé d'un demi pas de temps par rapport aux vitesses). Les positions sont enregistrées aux temps entiers et les vitesses aux pas de temps demi-entiers. L'algorithme est celui de Kwan 1978 [2], dont on donne la description ici.

Étant donné que la méthode de "saute-mouton" (Anglais : leap-frog) est utilisée, on doit connaître les positions des particules aux pas de temps entiers ( $0, 1, 2, \dots, n, n+1, \dots, n_{end}$ ), les impulsions aux pas de temps demi-entiers ( $-1/2, +1/2, \dots, n-1/2, n+1/2, \dots, n_{end}-1/2$ ) et les énergies  $\gamma^n$  aux pas de temps entiers. Après discrétisation, le système d'équations précédent devient :

$$\frac{\mathbf{p}_i^{n+1/2} - \mathbf{p}_i^{n-1/2}}{\Delta t} = q_i \left( \mathbf{E}^n + \frac{(\mathbf{p}_i^{n-1/2} + \mathbf{p}_i^{n+1/2})}{2\gamma_i^n m_i c} \times \mathbf{B}^n \right) \quad (\text{B.1})$$

$$\frac{\mathbf{x}_i^{n+1} - \mathbf{x}_i^n}{\Delta t} = \mathbf{v}_i^{n+1/2} \quad (\text{B.2})$$

Ce schéma est précis à l'ordre  $(\Delta t)^2$  en temps en vertu du développement en série de Taylor :  $f^{n+1/2} = f^{n-1/2} + \Delta t \frac{df}{dt}|_{t=t_n} + \epsilon((\Delta t)^2)$ .

Pour pouvoir avancer la particule d'un pas de temps  $n$  à  $n+1$  en positions on a aussi besoin de connaître les champs électrique et magnétique à la position de la particule. Comme il sera décrit plus loin, les équations de Maxwell sont résolues avec un schéma décentré en temps pour  $\mathbf{E}$  et  $\mathbf{B}$  de sorte que le champ électrique est connu aux pas de temps entiers et le champ magnétique aux pas de temps demi-entiers. On suppose aussi que l'interpolation a été faite et on connaît  $\mathbf{E}^n$ ,  $\mathbf{B}^{n-1/2}$  et  $\mathbf{B}^{n+1/2}$ . Néanmoins, l'algorithme aura besoin des  $\mathbf{B}^n$  qu'on calcule préalablement avec une interpolation linéaire  $\mathbf{B}^n = (\mathbf{B}^{n-1/2} + \mathbf{B}^{n+1/2})/2$ .

On connaît donc, initialement, la position  $x^0$  et  $\mathbf{p}^{-1/2}$  (en général  $x^n$  et  $\mathbf{p}^{n-1/2}$ ). Et on veut déduire  $x^1$  et  $\mathbf{p}^{1/2}$  (respectivement  $x^{n+1}$  et  $\mathbf{p}^{n+1/2}$ ). Premièrement, on définit deux variables intermédiaires :

$$\begin{aligned} \mathbf{p}_1^* &= \mathbf{p}^{n-1/2} + q\mathbf{E}^n \Delta t/2 \\ \mathbf{p}_2^* &= \mathbf{p}^{n+1/2} - q\mathbf{E}^n \Delta t/2 \end{aligned}$$

L'équation B.1 devient alors :

$$\mathbf{p}_2^* = \mathbf{p}_1^* + \frac{q\Delta t}{2m_0c} (\mathbf{p}_1^* + \mathbf{p}_2^*) \times \frac{\mathbf{B}^n}{\gamma^n}$$

où  $m_0$  est la masse au repos de la particule. Le gamma de la particule au pas de temps entier est calculé dans une étape intermédiaire comme  $\gamma^n = \sqrt{1 + (\mathbf{p}_1^*)^2 / (m_0^2 c^2)}$ ; c'est un paramètre fixe du calcul. Il faut donc connaître  $\mathbf{p}_2^*$  en fonction de  $\mathbf{p}_1^*$ . Le problème est la présence de termes en  $\mathbf{p}_2^*$  du côté droit de l'équation et il va falloir résoudre le système linéaire. Écrivons le système le long de chaque direction  $x, y, z$  :

$$\begin{aligned} p_{2x}^* &= p_{1x}^* + \frac{q\Delta t}{2m_0c\gamma^n} (p_{1y}^* B_z^n - p_{1z}^* B_y^n + p_{2y}^* B_z^n - p_{2z}^* B_y^n) \\ p_{2y}^* &= p_{1y}^* + \frac{q\Delta t}{2m_0c\gamma^n} (p_{1z}^* B_x^n - p_{1x}^* B_z^n + p_{2z}^* B_x^n - p_{2x}^* B_z^n) \\ p_{2z}^* &= p_{1z}^* + \frac{q\Delta t}{2m_0c\gamma^n} (p_{1x}^* B_y^n - p_{1y}^* B_x^n + p_{2x}^* B_y^n - p_{2y}^* B_x^n) . \end{aligned}$$

En passant tous les termes en  $p_{2(x,y,z)}^*$  du côté gauche, on se retrouve avec un système linéaire que l'on peut mettre sous la forme  $\hat{A}\mathbf{p}_2^* = \hat{B}\mathbf{p}_1^*$ .  $\hat{A}$  et  $\hat{B}$  sont deux matrices



suivantes :

$$\hat{A} = \begin{pmatrix} 1 & -Z & Y \\ Z & 1 & -X \\ -Y & X & 1 \end{pmatrix}, \hat{B} = \begin{pmatrix} 1 & Z & -Y \\ -Z & 1 & X \\ Y & -X & 1 \end{pmatrix}. \quad (\text{B.3})$$

Où on a posé :  $X = q\Delta t B_x^n / (2m_0 c \gamma^n)$ ,  $Y = q\Delta t B_y^n / (2m_0 c \gamma^n)$  et  $Z = q\Delta t B_z^n / (2m_0 c \gamma^n)$ .

La résolution du système passe par l'inversion de la matrice  $\hat{A}$  et multiplication  $\hat{A}^{-1}\hat{B}$ . La matrice étant assez petite  $3 \times 3$  et la méthode la plus rapide consiste à calculer la transposée de sa co-matrice :

$$\hat{A}^{-1} = \frac{{}^t \text{com} \hat{A}}{\det \hat{A}} \quad (\text{B.4})$$

On calcule  $\det \hat{A} = 1 + X^2 + Y^2 + Z^2$ . Après application de l'éq. B.4 et multiplication par  $\hat{B}$  on obtient le système suivant :

$$\begin{pmatrix} p_{2x}^* \\ p_{2y}^* \\ p_{2z}^* \end{pmatrix} = \frac{1}{\det \hat{A}} \begin{pmatrix} 1 + X^2 - Y^2 - Z^2 & 2(XY + Z) & 2(XZ - Y) \\ 2(XY - Z) & 1 - X^2 + Y^2 - Z^2 & 2(X + YZ) \\ 2(XZ + Y) & 2(YZ - X) & 1 - X^2 - Y^2 + Z^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} p_{1x}^* \\ p_{1y}^* \\ p_{1z}^* \end{pmatrix}. \quad (\text{B.5})$$

Ce système sert à faire tourner le vecteur impulsion de la particule par le champ  $\mathbf{B}^n$  à chaque pas de temps. Finalement, les étapes de l'intégrateur sur un pas de temps sont les suivantes :

1. Demi-avancée par le champ électrique, donnant  $\mathbf{p}_1^* = \mathbf{p}^{n-1/2} + q\Delta t \mathbf{E}^n / 2$ .
2. Calcul de  $\gamma^n$ .
3. Rotation par le système B.5. On obtient  $\mathbf{p}_2^*$  à partir de  $\mathbf{p}_1^*$
4. Deuxième demi-avancée par le champ électrique, donnant  $\mathbf{p}^{n+1/2} = \mathbf{p}_2^* + q\Delta t \mathbf{E}^n / 2$ .
5. Calcul de la vitesse de la particule  $v_x^{n+1/2} = p_x^{n+1/2} / \sqrt{1 + (\mathbf{p}^{n+1/2})^2 / (m_0^2 c^2)}$  et avancement de la position de la particules le long de la seule dimension spatiale  $x$  par :  $x^{n+1} = x^n + v_x^{n+1/2} \Delta t$ .

### B.3 Intégration des équations de Maxwell

Écrivons les equations de Maxwell dans l'espace de Fourier :

$$\begin{aligned}
i\mathbf{k}\mathbf{E}(\mathbf{k}) &= 4\pi\rho(\mathbf{k}) \\
i\mathbf{k}\mathbf{B}(\mathbf{k}) &= 0 \\
i\mathbf{k} \times \mathbf{B}(\mathbf{k}) &= \frac{4\pi}{c}\mathbf{j}(\mathbf{k}) + \frac{1}{c}\frac{\partial\mathbf{E}(\mathbf{k})}{\partial t} \\
i\mathbf{k} \times \mathbf{E}(\mathbf{k}) &= -\frac{1}{c}\frac{\partial\mathbf{B}(\mathbf{k})}{\partial t}
\end{aligned}$$

Pour un code 1D, la résolution numérique de ces équations ne retient que la contribution en direction  $x$  du vecteur d'onde. Le système précédent se réduit alors à :

$$\begin{aligned}
E_x(k_x) &= -i4\pi\rho(k_x)/k_x \\
\frac{\partial E_y(k_x)}{\partial t} &= -ick_x B_z(k_x) - 4\pi J_y(k_x) \\
\frac{\partial E_z(k_x)}{\partial t} &= ick_x B_y(k_x) - 4\pi J_z(k_x) \\
\frac{\partial B_y(k_x)}{\partial t} &= ick_x E_z(k_x) \\
\frac{\partial B_z(k_x)}{\partial t} &= -ick_x E_y(k_x)
\end{aligned}$$

Et, après discrétisation temporelle ( $t_n = n\Delta t$ ), le développement en séries de Taylor tronqué à l'ordre 1 donne :

$$\begin{aligned}
E_x^{n+1}(k_x) &= -i4\pi\rho(k_x)^{n+1}/k_x \\
\frac{E_y^{n+1}(k_x) - E_y^n(k_x)}{\Delta t} &= -ick_x B_z^{n+1/2}(k_x) - 4\pi J_y^{n+1/2}(k_x) \\
\frac{E_z^{n+1}(k_x) - E_z^n(k_x)}{\Delta t} &= ick_x B_y^{n+1/2}(k_x) - 4\pi J_z^{n+1/2}(k_x) \\
\frac{B_y^{n+1/2}(k_x) - B_y^{n-1/2}(k_x)}{\Delta t} &= ick_x E_z^n(k_x) \\
\frac{B_z^{n+1/2}(k_x) - B_z^{n-1/2}(k_x)}{\Delta t} &= -ick_x E_y^n(k_x)
\end{aligned}$$

L'erreur de l'algorithme est donc en  $(\Delta t)^2$  qui est un petit paramètre car  $\Delta t \omega_{pe}^{-1} \ll 1$ .

Comme les courants sont définis dans l'espace de Fourier, la résolution de ces équations se réduit à une opération algébrique, pour chaque composante  $m$  de Fourier (avec la définition  $k_x = m\pi/L_x$  et  $m = 0, 1, \dots, L_x - 1$ ). Aussi, la divergence du champ magnétique est automatiquement nulle dans cette approche, si c'est le cas au pas de temps initial.

Tous les champs étant définis dans l'espace des nombres d'onde, il faut effectuer

une transformation de Fourier inverse ( $k_x \rightarrow x$ ) pour pousser les particules. Celles-ci étant toujours dans l'espace direct. L'opération est faite en utilisant les transformées de Fourier discrètes (FFT) dont une grande quantité d'implémentations numériques peut être trouvée. Citons par exemple la FFTW (adresse web : <http://www.fftw.org/>) ou la librairie NAG. C'est cette dernière qui est utilisée dans le code.

## B.4 Déposition de charge et du courant

On utilise l'algorithme SUDS ([3]) pour faire la déposition de charge des particules et du courant sur la grille. Cette technique consiste à faire un développement dipolaire de la densité de charge autour du point grille le plus proche de la particule, en partant de l'équation 5.8 dans la Section subsect :eqPIC. Ainsi, la dérivée à l'ordre 1 de la fonction  $S(x)$  intervient dans le calcul de charge. En approximant par les différences centrées, le schéma se réduit aux opérations suivantes (à 1D) :

1. On dépose la totalité de charge ( $q$ ) de la particule sur le point grille le plus proche.
2. Soit le déplacement de la particule dans la cellule est  $d = x_{\text{part}} - X_g$  et la taille de la cellule est  $\Delta$ . Alors on ajoute une charge  $(d/\Delta)q$  sur le point-grille supérieur et on ajoute  $-(d/\Delta)q$  sur le point-grille inférieur.

Physiquement, cette opération consiste à considérer deux particules de charges contraires, espacées de  $2d$  autour du point-grille le plus proche. Le support de la particule vis-à-vis de la grille est donc à 3 points grille (1D).

Le courant est déposé de la même manière, sauf que les termes  $q$  sont remplacés par  $qv_i$ . Cette déposition n'est pas conservative et une résolution explicite de l'équation de Maxwell-Poisson est nécessaire afin de satisfaire la condition de conservation de charge.

## B.5 Version bornée pour l'étude des chocs

Par défaut, le code adopte les conditions aux limites périodiques. Ceci, car les champs sont calculés dans l'espace de Fourier. Ce type de conditions aux limites s'avère très pratique pour l'étude des instabilités plasma ou de propagation d'ondes. Toutefois, pour étudier une onde de choc la brisure de périodicité est requise (e.g. une particule qui sort de la boîte du côté amont du choc ne doit pas rentrer du côté aval car les conditions physiques y sont différentes). Pour cette raison la technique suivante est appliquée : on pose à l'intérieur de la boîte deux murs réfléchissants pour les particules et les champs se propagent librement dans les parties vides de la boîte tout en étant amortis à l'aide d'une fonction "masque" [1]. Dans la figure B.1, la valeur de cette fonction en fonction de la position  $x$  est donnée. Notamment, les champs ne sont pas affectés lorsqu'on est dans

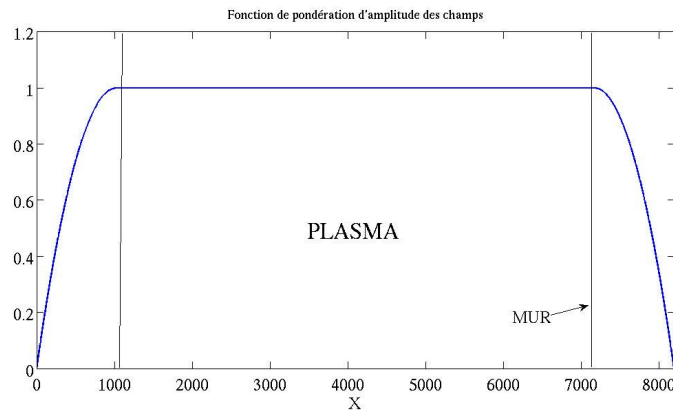


FIG. B.1: Fonction masque (courbe bleue) qui sert à amortir les champs électromagnétiques dans la partie vide de la boîte. Les murs réfléchissants pour les particules sont indiqués par des lignes verticales.

la région où le plasma est présent. Dans le vide les champs sont graduellement amortis pour éviter que les ondes du vide ne réapparaissent de l'autre côté de la boîte.

Cette manipulation permet de briser la périodicité pour les particules et l'étude des chocs peut être effectuée. Il existe pourtant un certain nombre d'effets, causés par la périodicité inhérente aux champs.

### B.5.1 Enclencher une onde de choc

Les différentes méthodes qui ont été présentées au chapitre 6 :

1. Piston magnétique
2. Injection d'un faisceau dans le plasma au repos.
3. Piston mur

## Bibliographie

- [1] B. Lembège and J. M. Dawson. Self-consistent study of a perpendicular collisionless and nonresistive shock. *Physics of Fluids*, 30 :1767–1788, 1987.
- [2] B. Lembège. Communication privée.
- [3] W. L. Kruer, J. M. Dawson, and B. Rosen. The Dipole Expansion Method for Plasma Simulation. *Journal of Computational Physics*, 13 :114, 1973.

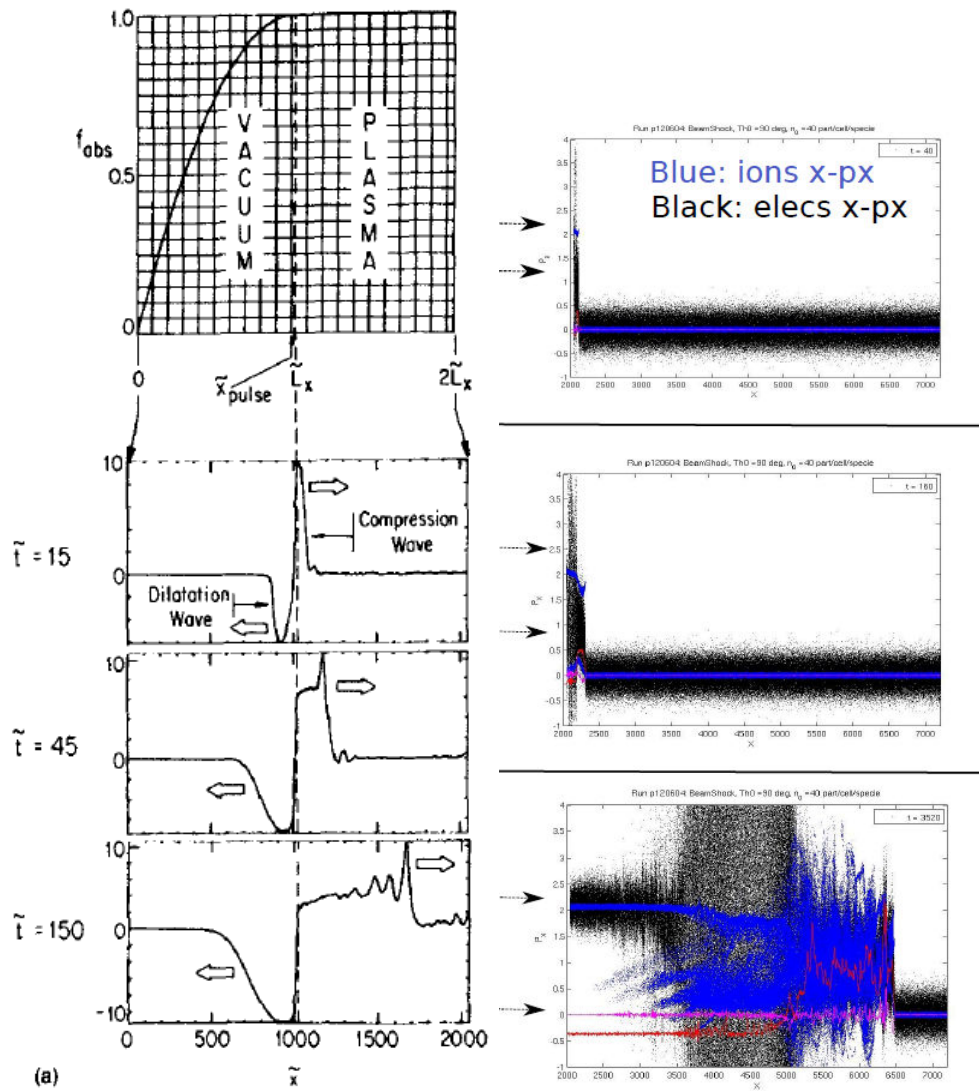


FIG. B.2: Enclenchement d'un choc par la méthode du piston magnétique. La figure de gauche retrace les étapes d'enclenchement du choc par méthode du piston magnétique, tirée de [1]. Celle de droite retrace les étapes pour la méthode d'injection du faisceau dans un plasma au repos.

Annexe C

**Instabilité de courant filamentation  
en amont de chocs relativistes :  
Article**

# Current-driven filamentation upstream of magnetized relativistic collisionless shocks

Martin Lemoine<sup>1\*</sup>, Guy Pelletier<sup>2†</sup>, Laurent Gremillet<sup>3‡</sup>, Illya Plotnikov<sup>2§</sup>

<sup>1</sup> Institut d'Astrophysique de Paris, CNRS, UPMC, 98 bis boulevard Arago, F-75014 Paris, France

<sup>2</sup> UJF-Grenoble 1 / CNRS-INSU, Institut de Planétologie et d'Astrophysique de Grenoble (IPAG) UMR 5274, F-38041 Grenoble, France

<sup>3</sup> CEA, DAM, DIF, F-91297 Arpajon, France

## ABSTRACT

The physics of instabilities in the precursor of relativistic collisionless shocks is of broad importance in high energy astrophysics, because these instabilities build up the shock, control the particle acceleration process and generate the magnetic fields in which the accelerated particles radiate. Two crucial parameters control the micro-physics of these shocks: the magnetization of the ambient medium and the Lorentz factor of the shock front; as of today, much of this parameter space remains to be explored. In the present paper, we report on a new instability upstream of electron-positron relativistic shocks and we argue that this instability shapes the micro-physics at moderate magnetization levels and/or large Lorentz factors. This instability is seeded by the electric current carried by the accelerated particles in the shock precursor as they gyrate around the background magnetic field. The compensation current induced in the background plasma leads to an unstable configuration, with the appearance of charge neutral filaments carrying a current of the same polarity, oriented along the perpendicular current. This “current-driven filamentation” instability grows faster than any other instability studied so far upstream of relativistic shocks, with a growth rate comparable to the plasma frequency. Furthermore, the compensation of the current is associated with a slow-down of the ambient plasma as it penetrates the shock precursor (as viewed in the shock rest frame). This slow-down of the plasma implies that the “current driven filamentation” instability can grow for any value of the shock Lorentz factor, provided the magnetization  $\sigma \lesssim 10^{-2}$ . We argue that this instability explains the results of recent particle-in-cell simulations in the mildly magnetized regime.

**Key words:** Acceleration of particles – Shock waves

## 1 INTRODUCTION

The physics of particle acceleration at relativistic collisionless shock waves plays a key role in the description of a number of powerful astrophysical objects, e.g. blazars, pulsar wind nebulae, gamma-ray bursts etc. One of the lessons learned in the past decade in this field of research, is the importance of the non-linear relationship that ties the acceleration process and the generation of micro-turbulence in the shock vicinity. It was anticipated early on that the self-generation of micro-turbulence on length scales much smaller than the gyroradius of the accelerated particles is a necessary condition for the proper development of the relativistic Fermi process (Lemoine et al. 2006), in agreement with test particle Monte Carlo simulations (Niemić et al. 2006). This small-scale nature of the turbulence comes with a number of important consequences, most

notably the limited maximal energy of particles accelerated at ultra-relativistic shock waves, e.g. Kirk & Reville (2010), Bykov et al. (2012), Plotnikov et al. (2013a).

The particle-in-cell (PIC) numerical simulations of Spitkovsky (2008a,b) have confirmed the validity of these arguments and offered a more exhaustive picture of the acceleration process in the ultra-relativistic unmagnetized limit. These simulations have shown that the accelerated (supra-thermal) particle population excites filamentation instabilities upstream of unmagnetized shock waves (meaning, shock waves propagating in an unmagnetized medium), see also Nishikawa et al. (2009); these instabilities build up a magnetic barrier on plasma scales  $c/\omega_p$  and at the same time serve as scattering centers for the acceleration process. As the magnetic field energy density grows to an equipartition fraction  $\epsilon_B \sim 10^{-1}$  ( $\epsilon_B$  denotes the fraction of incoming kinetic energy flux in the shock front rest frame stored in magnetic energy), incoming particles can be isotropized on a coherence length scale of the order of  $\sim 10c/\omega_p$ , thereby initiating the shock transition. The gyroradius of accelerated particles remains larger than this length scale and the Fermi acceleration process

\* e-mail:lemoine@iap.fr

† e-mail:guy.pelletier@obs.ujf-grenoble.fr

‡ e-mail:laurent.gremillet@cea.fr

§ e-mail:illya.plotnikov@obs.ujf-grenoble.fr

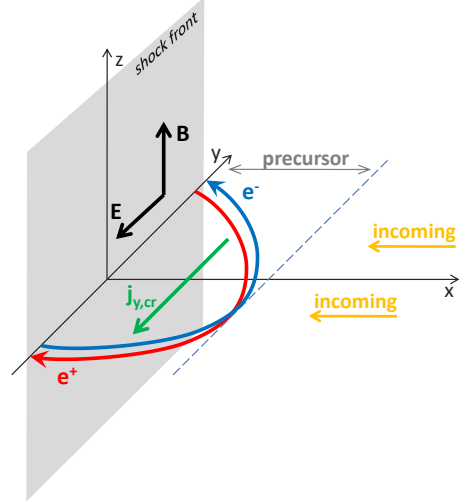
develops as anticipated. These simulations have been confirmed, and followed by further PIC simulations with different conditions, in particular regarding the degree of magnetization of the upstream (background) plasma, the obliquity of the magnetic field and the nature (pairs vs electron-proton) of the incoming flow (e.g. Keshet et al. 2009, Martins et al. 2009, Sironi & Spitkovsky 2009, 2011, Haugbølle 2011, Sironi et al. 2013).

The physics of the electromagnetic instabilities that lead to the formation of a ultra-relativistic collisionless shock and to the self-sustenance of the shock have naturally received a lot of attention: e.g. Hoshino & Arons (1991), Hoshino et al. (1992) and Gallant et al. (1992) for magnetized shock waves; for weakly magnetized shock waves, see e.g. Medvedev & Loeb (1999), Wiersma & Achterberg (2004), Lyubarsky & Eichler (2006), Milosavljević & Nakar (2006), Achterberg & Wiersma (2007), Achterberg et al. (2007), Pelletier et al. (2009), Lemoine & Pelletier (2010, 2011), Bret et al. (2010), Rabinak et al. (2011) and Shaisultanov et al. (2012). To summarize in a few lines the current understanding, the Weibel/filamentation instability appears to play a leading role in the generation of the small-scale magnetic field in the weakly magnetized shock limit, although electrostatic oblique modes and Buneman modes retain their importance in pre-heating the electrons away from the shock front; see the discussion in Lemoine & Pelletier (2011). At strongly magnetized shock waves, the synchrotron maser instability is recognized as the leading agent of dissipation, e.g. Hoshino & Arons (1991), Hoshino et al. (1992) and Gallant et al. (1992).

However, at intermediate magnetizations and/or very large Lorentz factors, the physics remains poorly known. Indeed, the filamentation instability and other two stream modes cannot be excited in these regions of parameter space, because the timescale on which the incoming particles cross the precursor becomes shorter than the timescale on which such instabilities can be excited (Lemoine & Pelletier 2010, 2011). Therefore, how the shock is structured in such conditions remains an open question.

Following up on Lemoine et al. (2013), we report here on a new current-driven instability which is likely to emerge as the dominant instability in this range of magnetization and at very large Lorentz factors. The electric current is carried by the suprathermal particles (or shock reflected particles) and results from their gyration in the background magnetic field: assuming that the magnetic field is oriented along the  $z$  axis, while the incoming plasma flows along  $-x$  in the shock rest frame, the current is generated along  $-y$ , since the Lorentz force deflects positive and negative suprathermal particles in opposite directions. As the ambient plasma penetrates the precursor, it develops a compensating current along  $+y$ . This configuration is found to be unstable, because a current fluctuation can couple to a density fluctuation and excite a combination of extraordinary modes and compressive modes of the ambient plasma. This will be made explicit further on.

As viewed from the rest frame of the ambient plasma, this perpendicular electric current is extraordinarily large: if one writes  $\xi_{cr}$  the fraction of incoming kinetic energy flux carried by the suprathermal particles (with  $\xi_{cr} \sim 0.1$  indicated by PIC simulations),  $\gamma_{sh} \gg 1$  the Lorentz factor of the shock wave in the ambient plasma frame and  $n_u$  the proper density of the ambient plasma, the induced current reads  $j_{y,cr} \sim \gamma_{sh} \xi_{cr} n_u e c$ . For  $\gamma_{sh} \xi_{cr} \gtrsim 1$ , as expected in ultra-relativistic shocks, this current *cannot* be compensated by the ambient plasma at rest. As we will demonstrate, the latter is actually accelerated to relativistic velocities relatively to its initial rest frame and it is squashed to an apparent density  $\sim \gamma_{sh} \xi_{cr} n_u$  in the frame in which there is no bulk motion along



**Figure 1.** Sketch of the precursor of a relativistic magnetized pair shock, as viewed in the shock front rest frame. The reflected/shock-accelerated suprathermal particles (in red and blue) gyrate in the background magnetic field and accelerate parallel to the convective electric field, thereby generating a net perpendicular current  $j_{y,cr}$ . The incoming plasma must compensate this current as it penetrates the precursor.

$x$  (denoted  $\mathcal{R}$  in the following); then, particle motion at relativistic velocities along  $y$  leads to current compensation.

In this work, we focus on an electron-positron shock; in electron-ion shocks, a similar current develops but excites other modes, in particular Whistler waves. This case will be discussed in a forthcoming paper. In Section 2, we discuss the physics of the instability at the linear level, using a relativistic two fluid model for the ambient plasma. In Section 3, we discuss the relevance of this instability in relativistic collisionless shocks and compare it to results of recent PIC simulations. We discuss the structure of the precursor in Appendix A and provide conclusions in Sec. 4.

## 2 CURRENT-DRIVEN FILAMENTATION INSTABILITY

We describe the shock precursor as follows, in the shock front rest frame. The incoming plasma flows with 4-velocity  $u_x < 0$ , carrying magnetic field  $\mathbf{B} = B_z \mathbf{z}$  and convective electric field  $\mathbf{E} = \gamma_{sh} \beta_{sh} B_u \mathbf{y}$ , with  $\beta_{sh} < 0$  the velocity of the incoming background plasma in the shock rest frame in units of  $c$ , i.e.  $\gamma_{sh} \equiv (1 - \beta_{sh}^2)^{-1/2}$ . In principle,  $B_z$  depends on  $x$ , while  $B_u$  corresponds to the upstream magnetic field measured in the upstream rest frame well beyond the precursor. The precursor also contains a population of suprathermal particles, which rotate around  $\mathbf{B}$  and thereby induce a current along  $\mathbf{y}$ ,  $\mathbf{j}_{cr} \sim -\gamma_{sh} \xi_{cr} n_u e c \mathbf{y}$ . The spatial profile of this current and the overall structure of the precursor are described in detail in App. A; Fig. 1 offers a sketch of the precursor. The typical size of the precursor is  $c/\omega_c$ , with  $\omega_c = e B_u / (m c)$  the upstream cyclotron frequency; this size also corresponds to the typical gyration radius  $r_L$  of the suprathermal particles in the shock front rest frame, whose typical Lorentz factor  $\sim \gamma_{sh}$ .

As the incoming particles cross the precursor, they are deflected along  $\mathbf{y}$  in order to compensate the cosmic ray perpendicular current. Positrons drift towards  $+\mathbf{y}$  while electrons drift towards  $-\mathbf{y}$ . The absolute value of the 4-velocity  $y$ -component for both



fluids is equal,  $|u_y| \sim \gamma_{\text{sh}} \xi_{\text{cr}}$  (in units of  $c$ ), hence  $|u_y| \gtrsim 1$  is expected for relativistic shocks, possibly  $|u_y| \gg 1$ .

The deflection of the incoming flow along  $\mathbf{y}$  implies a substantial deceleration of the flow along  $\mathbf{x}$ , which has drastic consequences regarding the development of the instability. The profile of the velocity of the flow is discussed in detail in App. A, but one can apprehend this slow-down as follows: the total Lorentz factor of the flow remains large, in particular the total 3-velocity  $|\beta| \sim 1$ , up to corrections of order  $\gamma_{\text{sh}}^{-2}$ ; however, a transverse velocity develops with magnitude  $|\beta_y| \simeq \xi_{\text{cr}}$ ; the combination of these two facts implies that  $\beta_x$  deviates from unity by quantities of order  $\gamma_{\text{sh}}^{-2}$  or  $\xi_{\text{cr}}^2$ , whichever is larger. In other words, assuming that  $\gamma_{\text{sh}} \xi_{\text{cr}} \gg 1$ , as expected in ultra-relativistic shocks, leads to  $|\beta_x| \simeq 1 - \xi_{\text{cr}}^2/2$ . If  $\gamma_{\text{sh}} \xi_{\text{cr}} \ll 1$ ,  $\beta_x$  remains unchanged compared to the asymptotic value outside the precursor.

This is a quite remarkable feature: the compensation of the current slows down the incoming plasma down to the (longitudinal) velocity  $\beta_x$ ; thus, the  $\mathcal{R}$  frame which corresponds to the instantaneous rest frame of the plasma, in which there is no bulk motion along  $\mathbf{x}$ , moves with velocity  $\beta_{\mathcal{R}|\text{sh}} = \beta_x$  relative to the shock front rest frame. At large values of the current,  $\gamma_{\text{sh}} \xi_{\text{cr}} \gg 1$ , the relative Lorentz factor between the  $\mathcal{R}$  frame and the shock front rest frame becomes of the order of  $1/\xi_{\text{cr}}$ , independent of the far upstream Lorentz factor. In this sense, the shock precursor plays the role of a buffer, with important consequences for the physics of the shock, discussed in Sec. 3.

The Lorentz factor that corresponds to the relative velocity between this new rest frame  $\mathcal{R}$  and the *far upstream* rest frame is easily calculated and well approximated by:

$$\gamma_{\mathcal{R}|\text{u}} \simeq \max(1, \gamma_{\text{sh}} \xi_{\text{cr}}/2). \quad (1)$$

In the following, we analyze the evolution of the instability in the linear regime by adopting a two-fluid description of the incoming plasma, neglecting the response of the cosmic rays. The latter assumption is discussed in Sec. 3. We write and solve the system in the instantaneous rest frame  $\mathcal{R}$  of the plasma, in which there is no bulk motion along  $\mathbf{x}$ . In such a rest frame, the instability is expected to be absolute (vs convective), provided the growth rate exceeds the inverse crossing time of the precursor. In the  $\mathcal{R}$  frame,  $u_{x|\mathcal{R}} = 0$  (henceforth, all quantities concern the incoming plasma), but the (unperturbed) background electric and magnetic fields read

$$B_{z|\mathcal{R}} = \gamma_{\mathcal{R}|\text{u}} B_u, \quad E_{y|\mathcal{R}} = -\gamma_{\mathcal{R}|\text{u}} \beta_{\mathcal{R}|\text{u}} B_u. \quad (2)$$

## 2.1 Linear analysis

For simplicity, we assume the plasma and the velocity profile to be uniform throughout the precursor. It is possible to incorporate the terms associated to the variation of the profile by writing the system first in the shock front frame, then boosting it to the instantaneous rest frame of the incoming plasma. The new terms that appear contain spatial derivatives (along  $x$ ) of the various unperturbed quantities. The typical magnitude of these inhomogeneous terms relative to the other terms is of order  $\omega_c/\omega$  in Fourier variables; therefore, the above assumption will be justified provided  $|\omega| \gg \omega_c$ .

We perturb all variables of the incoming flow and the electromagnetic structure. The perturbed system then reads:

$$\begin{aligned} u_{\pm}^{\mu} \partial_{\mu} \left( \frac{\delta n_{\pm}}{n} \right) + \partial_{\mu} \delta u_{\pm}^{\mu} &= 0 \\ u_{\pm}^{\mu} \partial_{\mu} \delta u_{\pm}^{\nu} + \beta_s^2 \partial^{\nu} \left( \frac{\delta n_{\pm}}{n} \right) &= \pm \frac{e}{m} \delta u_{\pm}^{\sigma} F_{\sigma}^{\nu} \pm \frac{e}{m} u_{\pm}^{\sigma} \delta F_{\sigma}^{\nu}, \end{aligned} \quad (3)$$

together with the Maxwell equations. We have implicitly assumed a cold background plasma limit, although we incorporate temperature effects through the sound velocity  $\beta_s$ .

We recombine the two fluid variables  $\delta n_{\pm}$  (the index refers to the particle species) and  $\delta u_{\pm}^{\mu}$  into:<sup>1</sup>

$$\delta n \equiv \frac{\delta n_+ + \delta n_-}{2}, \quad \delta \rho \equiv \frac{\delta n_+ - \delta n_-}{2} \quad (4)$$

$$\delta u^{\mu} \equiv \frac{\delta u_+^{\mu} + \delta u_-^{\mu}}{2}, \quad \Delta u^{\mu} \equiv \frac{\delta u_+^{\mu} - \delta u_-^{\mu}}{2}. \quad (5)$$

Of course, to zeroth order,  $n_- = n_+ \equiv n$ ,  $u_-^0 = u_+^0 \equiv u^0$ ,  $u_{+,y} = -u_{-,y} \equiv u_y$ . Furthermore,  $(u_{\pm}^{\mu} + \delta u_{\pm}^{\mu})(u_{\pm\mu} + \delta u_{\pm\mu}) = -1$  implies

$$\delta u^0 = \beta_y u^0 \Delta u_y, \quad \Delta u^0 = \beta_y u^0 \delta u_y, \quad (6)$$

with  $\beta_y \equiv u_y/u^0$ . In the  $\mathcal{R}$  frame, in which we are working here,  $u^0 = (1 + u_y^2)^{1/2}$ ; therefore  $u_y \sim \gamma_{\text{sh}} \xi_{\text{cr}} \gg 1$  at large shock Lorentz factors implies  $|\beta_y| \sim 1$ . In the limit  $\gamma_{\text{sh}} \xi_{\text{cr}} \gg 1$  (but  $\xi_{\text{cr}} \ll 1$ ), the parameters  $\gamma_{\mathcal{R}|\text{u}}/u^0 \simeq 1/2$  and  $\beta_{\mathcal{R}|\text{u}} \simeq 1$ .

The perturbed current  $\delta j^{\mu} = \delta j_+^{\mu} + \delta j_-^{\mu}$  reads

$$\delta j^0 = 2nec (\Delta u^0 + u^0 \delta \rho/n), \quad (7)$$

$$\delta j_x = 2nec \Delta u_x, \quad (8)$$

$$\delta j_y = 2nec (\Delta u_y + \beta_y u^0 \delta n/n), \quad (9)$$

$$\delta j_z = 2nec \Delta u_z. \quad (10)$$

We define the plasma frequency following:  $\omega_p^2 = \omega_{p+}^2 + \omega_{p-}^2 = 8\pi n e^2/m_e$ , and the magnetization parameter:

$$\sigma = \frac{B_u^2}{8\pi n m_e c^2} = \frac{\omega_c^2}{\omega_p^2}. \quad (11)$$

The full dispersion relation is calculated from the linear system discussed in App. B, by going through Fourier variables, then taking the determinant of the matrix using the Mathematica package. This dispersion relation is too lengthy to be reported here.

However, it can be given in the following form in the 1D approximation  $k_y = k_z = 0$ , cold plasma limit  $\beta_s = 0$ :

$$\begin{aligned} &\omega^5 + i\beta_{\mathcal{R}|\text{u}} \beta_y \kappa \omega_c \omega^4 \\ &- [k_x^2 c^2 + \kappa^2 \omega_c^2 + (1 - \beta_y^2) \omega_p^2] \omega^3 - i\beta_{\mathcal{R}|\text{u}} \beta_y \kappa k_x^2 c^2 \omega_c \omega^2 \\ &+ (\kappa^2 k_x^2 c^2 \omega_c^2 - \beta_y^2 k_x^2 c^2 \omega_p^2 - i\kappa \beta_y^3 k_x c \omega_c \omega_p^2) \omega \\ &- i\beta_{\mathcal{R}|\text{u}} \beta_y^3 \kappa k_x^2 c^2 \omega_c \omega_p^2 = 0 \end{aligned}$$

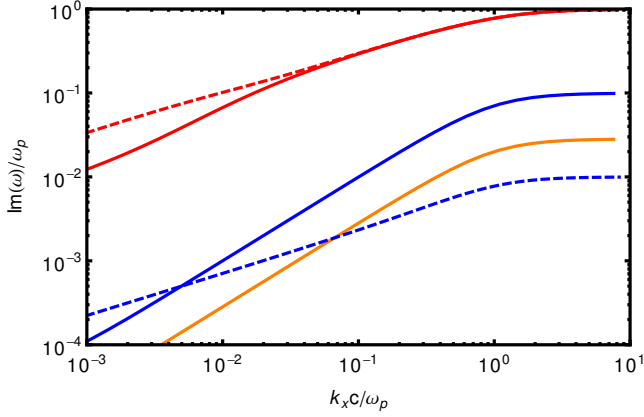
We recall here the definition  $\kappa \equiv \gamma_{\mathcal{R}|\text{u}}/u^0$ , see App. B. The growth rate is represented as a function of  $k_x$  for various values of the parameters  $\beta_y$  and  $\sigma$  in Fig. 2. The global trend that emerges is a maximal growth rate

$$\Im \omega \sim \beta_y \omega_p \quad (k_x c \sim \omega_p, \beta_y \gg \sqrt{\sigma}, \beta_y \gg \beta_s). \quad (12)$$

The growth rate collapses as soon as one of the conditions indicated in the brackets is no longer satisfied. The last condition  $\beta_y \gg \beta_s$  is typical of current-driven instabilities: as the temperature rises and the thermal velocity exceeds the drift velocity, the instability disappears. However, we do not expect this situation in ultra-relativistic pair shocks with  $\gamma_{\text{sh}} \xi_{\text{cr}} \gg 1$ , since  $\beta_y \sim 1$  in that limit, while the heating of the incoming flow inside the precursor remains limited to sub-relativistic velocities, see e.g. Lemoine & Pelletier (2011) for a discussion and Spitkovsky (2008a) for PIC simulations.

In the 2D  $k_y = 0$ , cold plasma ( $\beta_s = 0$ ), and small current

<sup>1</sup> We use a metric with signature  $(-, +, +, +)$ .



**Figure 2.** Growth rate  $\Im\omega/\omega_p$  vs  $k_x c/\omega_p$  for  $k_y = k_z = 0$ . In solid lines,  $\sigma = 10^{-4}$ ,  $\beta_s = 0$  and from top to bottom,  $\beta_y = 0.99$  (red, corresponding to  $u_y = \gamma_{sh}\xi_{cr} \simeq 7.0$ ),  $\beta_y = 0.1$  (blue, corresponding to  $\gamma_{sh}\xi_{cr} = 0.1$ ), and  $\beta_y = 0.03$  (orange,  $\gamma_{sh}\xi_{cr} = 0.03$ ). In dashed lines, same as above for  $\sigma = 10^{-2}$  (the growth is strongly suppressed for  $\beta_y = 0.03$  in this case).

limit ( $\xi_{cr}\gamma_{sh} \ll 1$ , in which case  $\beta_{\mathcal{R}|u} \sim 0$  and  $u^0 \sim 1$ ), the dispersion relation also reduces to the compact form:

$$\begin{aligned} & \omega^6 - \omega^4 (\omega_p^2 + \omega_c^2 + k_x^2 c^2 + k_z^2 c^2 - \beta_y^2 \omega_p^2) \\ & + \omega^2 [(k_x^2 + k_z^2) c^2 \omega_c^2 - \beta_y^2 (k_x^2 + k_z^2) c^2 \omega_p^2 - i\beta_y^3 k_x c \omega_p^2 \omega_c] \\ & + \beta_y^2 k_z^2 c^2 \omega_c^2 \omega_p^2 = 0. \end{aligned} \quad (13)$$

In this limit, the instability can be shown to result from a coupling between the high frequency branch of the extraordinary mode with the acoustic mode, as discussed in the following Sec. 2.2.

We now present numerical solutions of this dispersion relation in the various 2D planes:  $(k_x, k_z)$  in Fig. 3 assuming  $k_y = 0$ ;  $(k_x, k_y)$  in Fig. 4 assuming  $k_z = 0$ ; and  $(k_y, k_z)$  in Fig. 5 assuming  $k_x = 0$ .

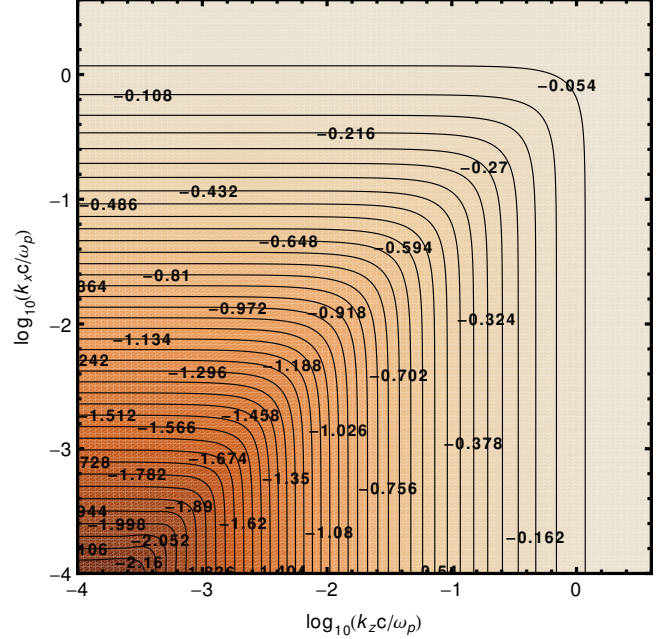
The global trend that emerges from these numerical simulations is, here as well, a maximum growth rate of order  $\beta_y \omega_p$  at wavenumbers  $\sim \omega_p$ , provided the thermal dispersion velocity  $\beta_s$  remains much smaller than the drift velocity  $\beta_y$ .

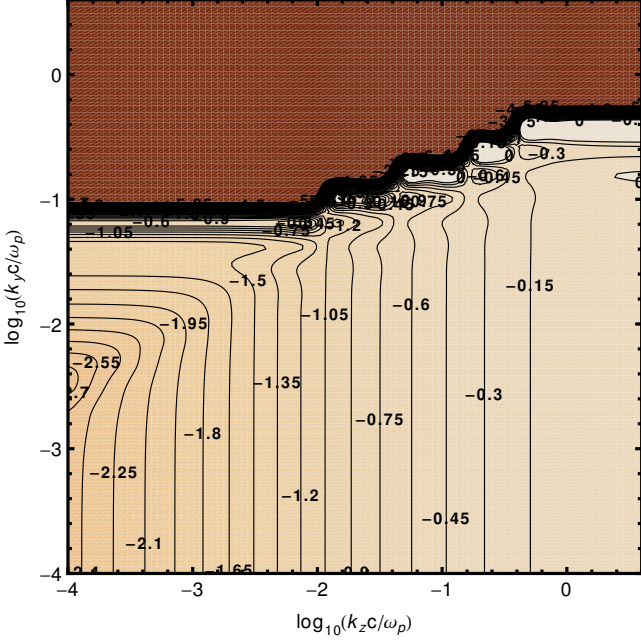
## 2.2 Interpretation and analytical approximations

The above instability can be best understood in the limit  $k_y = 0$ , in the non-relativistic regime  $\beta_y \ll 1$ , which formally corresponds to  $\gamma_{sh}\xi_{cr} \ll 1$ . In this limit, one can neglect the acceleration of the plasma relative to the far upstream,  $\beta_{\mathcal{R}|u} \sim 0$ , so that the convective electric field can be neglected; furthermore,  $\kappa = \gamma_{\mathcal{R}|u}/u^0 \sim 1$ . Although relativistic shock waves should rather lead to  $\gamma_{sh}\xi_{cr} \gtrsim 1$ , we find little difference in the growth rate between the above approximation and the numerical calculation, suggesting that it remains a good approximation.

In this  $\beta_y \ll 1$  regime, the instability involves only velocity fluctuations  $\delta u_x, \delta u_z$ , a density fluctuation  $\delta n$ , and electromagnetic perturbations  $\delta B_x, \delta B_z$  and  $\delta E_y$ . One then finds that a combination of the acoustic mode along  $B_z$  and the high frequency superluminal branch of the extraordinary mode is destabilized by the drift motion that results from the compensation of the current  $j_y$ .

To see this, we use the perturbed  $y$ -component of the electromagnetic vector potential  $\delta A_y$  and the displacement  $\xi$  of the





**Figure 5.** Same as Fig. 3, in the plane  $(k_y, k_z)$ , for  $k_x = 0$ . The growth rate vanishes at large values of  $k_y$ .

also that  $u^0 \sim 1$  because we work here in the rest frame of the ambient plasma under the approximation  $\gamma_{\text{sh}}\xi_{\text{cr}} \ll 1$ .

The response current  $\delta j_y^{(r)}$  evolves according to the dynamical equation:

$$\partial_t \delta j_y^{(r)} = \frac{\omega_p^2}{4\pi} (\delta E_y - \delta u_x B_u) \quad (17)$$

The perturbed bulk velocity can be written:  $\delta \mathbf{u} = \partial_t \xi$ , and  $\delta E_y = -\partial_t \delta A_y / c$ . Thus we obtain the simple relation

$$\delta j_y^{(r)} = -\frac{\omega_p^2}{4\pi c} (\delta A_y + B_u \xi_x). \quad (18)$$

The dynamics of the center of mass is governed by a MHD-type equation (with  $\rho = 2n m$ ):

$$\rho \partial_t \delta \mathbf{u} + \rho c_s^2 \nabla \frac{\delta n}{n} = \frac{1}{c} \mathbf{j} \times \delta \mathbf{B} + \frac{1}{c} \delta \mathbf{j}^{(r)} \times \mathbf{B}_u, \quad (19)$$

with of course,  $\mathbf{j} \equiv 2nec u_y \mathbf{y}$ . Note that  $\delta j^{(c)}$  does not contribute to the Lorentz force because the term in  $\delta n$  cancels out with the equilibrium condition. Note also that  $\delta B_x = -\partial_z \delta A_y$  and  $\delta B_z = \partial_x \delta A_y$ . In particular the  $x$ -component reads:

$$\rho \partial_t^2 \xi_x + \rho c_s^2 \partial_x \frac{\delta n}{n} = \frac{1}{c} j_y \delta B_z + \frac{1}{c} \delta j_y^{(r)} B_u, \quad (20)$$

which can be rewritten as (introducing  $\delta \tilde{A}_y \equiv \delta A_y / B_u$ ):

$$\partial_t^2 \xi_x + c_s^2 \partial_x \frac{\delta n}{n} = \omega_c \beta_y c \partial_x \delta \tilde{A}_y - \omega_c^2 (\delta \tilde{A}_y + \xi_x). \quad (21)$$

One can use also the  $z$ -component, however it turns out that the equation for sound evolution is more convenient; we obtain it by taking the divergence of the dynamical equation:

$$(\partial_t^2 - c_s^2 \Delta) \frac{\delta n}{n} = \omega_c^2 \partial_x (\delta \tilde{A}_y + \xi_x) - \omega_c \beta_y c \Delta \delta \tilde{A}_y. \quad (22)$$

Therefore we have obtained three dynamical equations of second order in time derivative that couple  $\delta A_y$ ,  $\delta n$  and  $\xi_x$ . Equation (14)

for  $\delta A_y$  can be rewritten as

$$c^2 \Delta \delta \tilde{A}_y - \partial_t^2 \delta \tilde{A}_y - \omega_p^2 \delta \tilde{A}_y - \omega_p^2 \xi_x + \frac{\omega_p^2}{\omega_c} \beta_y \frac{\delta n}{n} = 0. \quad (23)$$

This system leads to the following dispersion relation:

$$[P_X(\omega^2) - \beta_y^2 \omega_p^2 k^2 c^2] \omega^2 + \beta_y^2 \omega_p^2 \omega_c^2 k_z^2 c^2 - k^2 c_s^2 \left[ P_X(\omega^2) + \frac{k_x^2}{k^2} \omega_c^2 (\omega^2 - k^2 c^2) \right] = 0 \quad (24)$$

with

$$P_X(\omega^2) \equiv \omega^4 - (\omega_p^2 + \omega_c^2 + k^2 c^2) \omega^2 + \omega_c^2 k^2 c^2, \quad (25)$$

and  $k^2 = k_x^2 + k_z^2$ ;  $P_X(\omega^2) = 0$  gives the dispersion relation of the extraordinary mode in the cold plasma limit.

This dispersion relation matches well Eq. (13) up to relativistic corrections in  $\beta_y$ . Let us discuss Eq. (24) in several limits of interest.

### 2.2.1 Cold and weakly magnetized: $\beta_s^2 \ll \sigma \ll 1$

Let us analyze the instability in the cold plasma limit, and at small values of  $\sigma$ , however not necessarily smaller than  $\beta_y^2$  when this parameter is small. The dispersion relation reduces to:

$$P_X(\omega^2) - \omega_p^2 k^2 \beta_y^2 c^2 = 0. \quad (26)$$

This leads to a negative root in  $\omega^2$ :

$$\omega_-^2 = -(\beta_y^2 - \sigma) \omega_p^2 F(k^2 \delta^2), \quad (27)$$

with  $\delta \equiv c/\omega_p$ , and

$$F(k^2 \delta^2) = \frac{2k^2 \delta^2}{1 + k^2 \delta^2 + [(1 + k^2 \delta^2)^2 + 4(\beta_y^2 - \sigma)k^2 \delta^2]^{1/2}}. \quad (28)$$

In the latter expression, the contribution of  $\sigma$  must be kept when it is no longer negligible compared to  $\beta_y^2$ . For  $k^2 \delta^2 \ll 1$ ,  $F(k^2 \delta^2) \simeq k^2 \delta^2$  and

$$\omega_-^2 \simeq -\omega_p^2 (\beta_y^2 - \sigma) k^2 \delta^2. \quad (29)$$

For  $k^2 \delta^2 \gg 1$ ,  $F(k^2 \delta^2) \simeq 1$  and

$$\omega_-^2 \simeq -\omega_p^2 (\beta_y^2 - \sigma); \quad (30)$$

which gives the maximum growth rate. Clearly the instability occurs at low magnetization, precisely when  $\sigma < \beta_y^2$ , in very good agreement with the analysis of the previous Section.

### 2.2.2 Long wavelength modes, $k^2 \delta^2 \ll 1$ and finite $\sigma$

In this limit  $k^2 \delta^2 \ll 1$ , we find

$$\omega_-^2 \simeq -\beta_y \omega_p^2 \sqrt{\frac{\sigma}{1 + \sigma}} k_z \delta; \quad (31)$$

i.e. a growth rate for small  $\sigma$

$$\Im \omega \simeq \sqrt{\omega_c k_z \beta_y c}; \quad (32)$$

which extends previous results obtained in Pelletier et al. (2009) and in Casse et al. (2013) in the MHD regime for similar configurations; it thus indicates that this instability has a kinetic origin and that the MHD solution describes its long wavelength behaviour.

2.2.3 Warm plasma with  $\sigma \ll \beta_s^2$ 

From the general dispersion relation we find:

$$\omega_-^2 = -\omega_p^2 [\beta_y^2 - \beta_s^2(1 + k^2\delta^2)] F_s(k^2\delta^2, \beta_s), \quad (33)$$

where

$$F_s(k^2\delta^2, \beta_s) = 2k^2\delta^2 \left\{ 1 + (1 + \beta_s^2)k^2\delta^2 + \left[ 1 + (1 + \beta_s^2)k^2\delta^2 \right]^2 + 4(\beta_y^2 - \beta_s^2(1 + k^2\delta^2)k^2\delta^2) \right\}^{-1/2}, \quad (34)$$

which can be well approximated by

$$F_s(k^2\delta^2) \simeq \frac{k^2\delta^2}{1 + k^2\delta^2}, \quad (35)$$

The main conclusion is that temperature effects quench the instability when  $\beta_s \gtrsim \beta_y$ , as reported in the previous Section.

## 2.3 Description and evolution

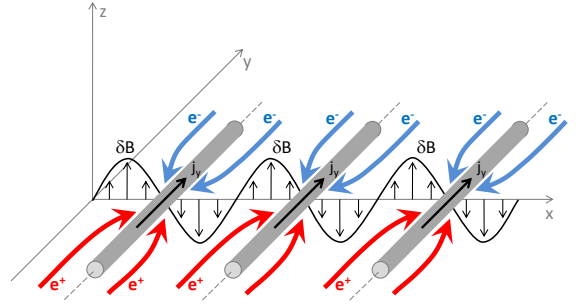
The instability presents the character of a common current instability that is triggered when the drift velocity is larger than the sound velocity and also the character of a Weibel type electromagnetic instability when the threshold is strongly overstepped. The growth rate can reach values as large as  $\omega_p$  and makes the instability faster than all instabilities previously studied, including the filamentation instability triggered by the reflected particles ( $\Im\omega \simeq \sqrt{\xi_{cr}}\omega_p$ ), the oblique two stream instability ( $\Im\omega \simeq \xi_{cr}^{1/3}\omega_p$ ) etc.

We find that this instability is quenched at high temperatures, when  $\beta_y \lesssim \beta_s \sim \sqrt{kT/mc^2}$ . However, in the precursor of relativistic shocks, one expects  $\beta_y \sim 1$  and for pair shocks, the preheating inside the precursor remains moderate. Therefore, such temperature effects are not expected to contribute strongly.

In the 2D setting  $k_y = 0$ , this instability leads to filamentation of the plasma in a way similar to the standard Weibel-filamentation instability, with some noticeable differences. In particular, the current perturbation is here produced by a global charge neutral density variation,  $\delta j_y^{(c)} = \beta_y \delta n e c$ , not by a charge perturbation as in the Weibel/filamentation instability. This density variation is itself produced by the compression effect associated to the Lorentz force, derived from the drift  $\beta_y$ . In contrast, the perturbed current in the Weibel/filamentation instability  $\delta j^{(w)} = \beta_w \delta \rho e c$ , with  $\beta_w$  the drift velocity of two  $e^-$  counterstreaming beams (assuming that charge neutralization is ensured, e.g. by ions) and  $\delta \rho e$  the charge perturbation (as before). The Lorentz force then couples this charge perturbation to the electromagnetic potential through

$$\partial_t^2 \delta \rho = -\beta_w \frac{\omega_p^2}{4\pi e c} \Delta \delta A_y. \quad (36)$$

In this counterstreaming (symmetric) situation, the Weibel instability gives rise to small scale magnetic perturbations with a growth rate similar to that of the current-driven filamentation instability. The difference pointed above, namely charge perturbation vs density perturbation, brings in a major difference between these two instabilities, which is related to the polarity of the current filaments. While in the Weibel instability, the counterstreaming beams contain particles of similar charge, which thus deviate in a perturbed magnetic field in different directions to form filaments of opposite current, in the current-driven filamentation instability, the beams contain particles of opposite charge, which thus deviate in the same



**Figure 6.** Sketch of the development of the current-driven filamentation instability in 1D, with a perturbation along  $x$ . The current carried by the suprathermal particles, oriented along  $-y$ , is not indicated here. Electrons and positrons of the ambient plasma flow in opposite directions to compensate this current; if present, a magnetic fluctuation along  $z$  leads to density enhancements along filaments, thereby creating a current perturbation which feeds back positively on the magnetic fluctuation.

direction and create filaments with a current oriented in the same direction, i.e. so as to compensate the current of the suprathermal particles. This picture is sketched in Fig. 6. Current driven filamentation is thus subject to coalescence and reconnection. The non-linear evolution of this instability will be addressed in a forthcoming study (Plotnikov et al. 2013b).

## 3 DISCUSSION

In our treatment of the instability, we have neglected the response of the plasma of suprathermal particles. This choice is dictated by simplicity, as including the response involves doubling the number of fluid variables, which renders the problem untractable. However, one should expect this approximation to be valid at maximal growth rate, since  $\Im\omega$  then becomes larger than the plasma frequency of the suprathermal particles,  $\omega_{pb} = \xi_{cr}^{1/2}\omega_p$ , with  $\omega_p$  the plasma frequency of the ambient (upstream) plasma.

## 3.1 Relevance to relativistic shocks

Let us now discuss why the current-driven filamentation instability is likely to play a central role in shaping the precursor, the shock and the acceleration process in the relativistic mildly magnetized regime.

Advection through the shock front provides a crucial limitation for the growth of instabilities upstream of a relativistic shock front. In the upstream plasma rest frame, this can be understood as follows: the precursor extends at most to a distance  $c/(\gamma_{sh}\omega_c)$  (e.g. Milosavljević & Nakar 2006, Pelletier et al. 2009), because the suprathermal particles only rotate by an amount  $1/\gamma_{sh}$  before being caught back by the shock front; this takes a time  $t_u \sim \gamma_{sh}\omega_c^{-1}$ , but the distance between the shock front and the tip of this precursor does not exceed  $t_u(1 - \beta_{sh}^2) \sim t_u/(2\gamma_{sh}^2)$ . Therefore, as measured in the upstream plasma rest frame (indicated by  $|_u$ ), any instability whose growth rate  $\Im\omega|_u \lesssim \gamma_{sh}\omega_c$  cannot grow on the crossing time of the precursor. For the filamentation instability,  $\Im\omega|_u \sim \xi_{cr}^{1/2}\omega_p$ , therefore the instability can grow only if  $\gamma_{sh}^2\sigma\xi_{cr}^{-1} \lesssim 1$  (Lemoine & Pelletier 2010, 2011). This indicates that mildly magnetized and/or large Lorentz factor shock waves



cannot be mediated by the Weibel-filamentation instability, as mentioned in the introduction.

The present current-driven filamentation instability modifies this picture, because it grows faster than any of the other instabilities discussed in the context of relativistic shocks, and mostly because of the impact of the current on the incoming plasma in the shock front frame: as discussed in App. A and Sec. 2, if  $\gamma_{\text{sh}}\xi_{\text{cr}} \gtrsim 1$ , the upstream cannot compensate the current at rest; it is therefore accelerated along  $x$  to a Lorentz factor  $\gamma_{\mathcal{R}|u} \sim \gamma_{\text{sh}}\xi_{\text{cr}}/2$  in the upstream rest frame, and its apparent density increases by a similar amount. In the shock front frame, the incoming plasma is slowed down to velocities  $\beta_{x,\text{in}} \sim -(1 - \xi_{\text{cr}}^2/2)$ , which means that the rest frame of the plasma effectively moves with a Lorentz factor (along  $-x$ ):  $\gamma_{\mathcal{R}|\text{sh}} \sim 1/\xi_{\text{cr}}$ . This change of rest frame, relative to far infinity, strongly modifies the criterion under which the instability has or does not have time to grow. In the  $\mathcal{R}$  frame, which defines the rest frame of the background plasma after its acceleration phase, the shock front moves with a Lorentz factor  $\gamma_{\mathcal{R}|\text{sh}}$ , therefore the precursor size extends to  $c/(\gamma_{\mathcal{R}|\text{sh}}\omega_c)$  and the timescale for a plasma mode to cross this precursor now reads

$$t_{x|\mathcal{R}} \simeq \frac{1}{\gamma_{\mathcal{R}|\text{sh}}|\beta_{\mathcal{R}|\text{sh}}\omega_c}, \quad (37)$$

so that the instability can grow whenever  $\Im\omega t_{x|\mathcal{R}} \gtrsim 1$ , or

$$\sigma \lesssim \xi_{\text{cr}}^2, \quad (38)$$

For typical values  $\xi_{\text{cr}} \sim 0.1$ , this implies that growth is possible up to magnetization levels  $\sigma \sim 10^{-2}$ , *irrespective of the Lorentz factor of the shock*. The latter point is of importance, because it guarantees the growth of instabilities at large  $\gamma_{\text{sh}}$ , for which the precursor becomes very short in the upstream rest frame. This result appears compatible with recent PIC simulations, as we argue in Sec. 3.3.

Once micro-turbulence grows upstream of a relativistic collisionless shock, one may expect the Fermi process to develop (e.g. Lemoine et al. 2006, Niemiec et al. 2006) although how well it develops depends on the relative efficiency of scattering in the micro-turbulence relatively to advection in the large scale field (Pelletier et al. 2009, Lemoine & Pelletier 2010). To discuss this on quantitative grounds, we write the scattering frequency in the downstream rest frame

$$\nu_s \sim c\lambda_{\delta B}/r_g^2 \sim \epsilon_{B,d}(\lambda_{\delta B}\omega_p/c)\omega_p, \quad (39)$$

$\epsilon_{B,d}$  denoting an average value of the equipartition fraction of the magnetic field downstream of the shock,  $\lambda_{\delta B}$  representing the coherence length of the field; the above equation holds for typical supra-thermal particles of Lorentz factor  $\gamma_{\text{sh}}$  in the downstream frame. As discussed in Lemoine & Pelletier (2010), scattering beats advection, hence the Fermi process develops, when

$$\nu_s \gg \omega_c \Leftrightarrow \sigma \ll \epsilon_{B,d}^2(\lambda_{\delta B}\omega_p/c)^2. \quad (40)$$

PIC simulations suggest  $\epsilon_{B,d} \sim 0.01$  and  $\lambda_{\delta B} \sim 1 - 10c/\omega_p$  with some degree of uncertainty. Nevertheless, the above result indicates that the current driven instability that we are discussing here must also play a key role in the switch-on of the Fermi process, by building up the micro-turbulence for any value of the shock Lorentz factor, up to magnetization levels as high as  $\sigma \lesssim 10^{-2}$ .

### 3.2 current-driven instability vs Weibel/filamentation

At very low magnetization levels, one must expect this current-driven filamentation to gradually disappear, once the other more

standard (Weibel-filamentation, two stream etc.) instabilities can grow. To see this, consider the extreme  $\sigma \rightarrow 0$  limit: the Weibel/filamentation instability then grows, excites turbulence which scatters the supra-thermal particles; since this turbulence has no preferred direction in the transverse plane ( $y, z$ ), no net perpendicular current arises and current-driven filamentation does not take place.

At finite magnetization, the average current does not vanish, but it may be randomized by the micro-turbulence. This effect has not been taken into in the present calculations, which work at linear order. In order to quantify the magnitude of the back-reaction of the turbulence on the particle trajectories, one must compare the upstream residence time derived under the assumption that microturbulence controls the scattering process with that derived assuming a coherent gyration in the background field. Furthermore, this comparison must be made upstream, in the proper frame of the micro-turbulence. In what follows, we assume that this frame corresponds to  $\mathcal{R}$ . In this  $\mathcal{R}$  frame, the turbulent magnetic field strength  $\delta B_{\mathcal{R}} \simeq \delta B/\gamma_{\mathcal{R}|\text{sh}}$  relatively to that measured in the shock front; similarly, the typical Lorentz factor of a supra-thermal particle can be written  $\bar{\gamma}_{\mathcal{R}} \simeq \gamma_{\mathcal{R}|\text{sh}}\gamma_{\text{sh}}$ ; the background field has a strength  $B_{z|\mathcal{R}} \simeq \gamma_{\mathcal{R}|u}B_u$  (see Eq. 1). In this  $\mathcal{R}$  frame, return to the shock takes place once the particle has been scattered by an angle  $\delta\theta_{\mathcal{R}} \sim 1/\gamma_{\mathcal{R}|\text{sh}}$  (see the discussion in Milosavljević & Nakar 2006, Plotnikov et al. 2013a). If the supra-thermal particles gyrate coherently in the background electromagnetic field, return occurs on a timescale  $t_{r|\mathcal{R}} \sim \delta\theta_{\mathcal{R}}/\omega_{\mathcal{R}}$ , with  $\omega_{\mathcal{R}} \simeq (\gamma_{\mathcal{R}|u}/\bar{\gamma}_{\mathcal{R}})\omega_c$ . If micro-turbulence controls the scattering with scattering frequency  $\nu_{s|\mathcal{R}} \sim c\lambda_{\delta B|\mathcal{R}}/r_{g|\mathcal{R}}^2$ , return takes place on a timescale  $t_{r\nu|\mathcal{R}} \sim \delta\theta_{\mathcal{R}}^2/\nu_{s|\mathcal{R}}$ . Comparing the two timescales leads to a critical magnetization level:

$$\sigma_c \sim \xi_{\text{cr}}^2 \epsilon_{B,u}^2 (\lambda_{\delta B|\mathcal{R}}\omega_p/c)^2. \quad (41)$$

The quantity  $\epsilon_{B,u}$  denotes the typical level of micro-turbulence, upstream of the shock, as measured in the shock front frame. The factor  $\xi_{\text{cr}}$  appears in this formula because the comparison has been made in the  $\mathcal{R}$  frame. If the upstream magnetization  $\sigma \lesssim \sigma_c$ , then micro-turbulent scattering efficiently randomizes the trajectories in the shock front plane, hence the perpendicular current as well. Conversely, if  $\sigma \gtrsim \sigma_c$ , the return trajectories maintain their coherence, hence the current-driven instability develops efficiently.

An interesting question is what happens at large Lorentz factors and low magnetization levels  $\sigma \ll \sigma_c$ , where feedback from the turbulence should not be neglected, but where the Weibel-filamentation instability does not have time to grow (in the absence of slow-down of the plasma, see below). This area of parameter space corresponds to  $\sigma\gamma_{\text{sh}}^2\xi_{\text{cr}}^{-1} \gtrsim 1$  and  $\sigma \lesssim \sigma_c$ . Our analysis suggests that the current-driven instability must develop at the tip of the precursor, where the turbulence is sufficiently weak that its back-reaction can be neglected. Furthermore, the deceleration of the plasma, which results from current compensation, now allows the Weibel/filamentation instability to grow: Eq. 37 indicates that growth becomes possible in the  $\mathcal{R}$  frame whenever  $\sigma \lesssim \xi_{\text{cr}}^3$ . This instability may then step over closer to the shock front, where the back-reaction of the turbulence strongly randomizes the return trajectories of the supra-thermal particles.

Nevertheless, one expect the precursor to be shaped by the size  $c/\omega_c$  if the current-driven instability shapes the precursor, or even the tip of the precursor: beyond that length scale, the turbulence must die away quickly, because the plasma has not yet slowed down and instabilities cannot grow there; inside the precursor, one may expect some form of equilibrium to be reached between the level

of the turbulence, the slow-down of the plasma and the growth rate of the instabilities. Its detailed study lies beyond the present work.

This description contrasts with what one expects in the region of parameter space in which the Weibel-filamentation instability can grow without the slow-down imposed by the current, i.e.  $\sigma\gamma_{\text{sh}}^2\xi_{\text{cr}}^{-1} \lesssim 1$  and  $\sigma \ll 10^{-5}$ . There, as discussed above, the current is mostly randomized by the near isotropicity of the trajectories of suprathermal particles in the shock front plane. In this limit, the precursor extends to a scale  $\epsilon_B^{-1} (\lambda_{\delta B}\omega_p/c)^{-1} c/\omega_p$ , smaller than  $c/\omega_c$ , since the return of suprathermal particles is controlled by the scattering in the small-scale turbulence (Milosavljević & Nakar 2006, Pelletier et al. 2009). This situation actually matches the unmagnetized shock limit; hence, one may expect to find a universal precursor profile, independent of the magnetization parameter. The detailed discussion of the profile in this regime is also left open for further study.

### 3.3 Comparison to PIC simulations

Particle-in-cell simulations offer valuable tools to probe the physics of relativistic collisionless shock waves. So far, most studies have discussed the unmagnetized or strongly magnetized limit and few have addressed the mild magnetization regime, of interest here. We thus confront our findings to the recent simulations of Sironi et al. (2013), which have explored the regime of moderate magnetizations  $\sigma = 10^{-4} \rightarrow 10^{-2}$  at various shock Lorentz factors  $\gamma_{\text{sh}} = 5 \rightarrow 200$ . Such simulations are performed in the downstream plasma rest frame, which does not differ much from the shock rest frame. In this rest frame, the slow-down of the plasma along  $x$  is difficult to measure, because the relative modification of  $u_{x,\text{in}}$  is only of order  $\xi_{\text{cr}}$ , see App. A.

However, their Fig. 7 is particularly interesting, because it reveals a precursor whose profile does not depend on  $\sigma$ , provided one rescales the distances by  $\sigma^{1/2} = \omega_c/\omega_p$ , i.e. provided the distances are expressed in units of  $c/\omega_c$ . It is actually possible to infer directly from their figure the typical scale height of the precursor,  $\sim 2c/\omega_c$ , with a rough exponential dependence. For the parameters probed in this figure,  $\gamma_{\text{sh}} = 21$  ( $= \sqrt{2}\gamma_0$  with their  $\gamma_0 = 15$ ) and  $\sigma = 10^{-4} \rightarrow 10^{-3}$ , the Weibel-filamentation instability cannot grow without the slow-down of the plasma imparted by the current-driven filamentation. Therefore these simulations directly probe the region of parameter space discussed above, in which the current-driven filamentation instability plays the central role. The structure of the precursor conforms well to the expectations, with a size  $\sim c/\omega_c$ .

In their Fig. 5, these authors show the magnetic structure of the precursor in 3D simulations for similar parameters; the magnetic field appears to be structured in sheets parallel to the  $x - y$  plane rather than filaments oriented along  $x$ , which would be expected for a standard Weibel/filamentation instability. Finally, they report no dependence on the shock Lorentz factor, whereas a rather strong dependence is expected if the Weibel-filamentation instability alone shapes the precursor: as the line  $\sigma\gamma_{\text{sh}}^2\xi_{\text{cr}}^{-1} = 1$  is crossed, one expects to transit in a region in which the Weibel-filamentation instability can no longer grow. This independence relative to the Lorentz factor directly results from the slow-down imposed by the current compensation in the  $\gamma_{\text{sh}}\xi_{\text{cr}} \gg 1$  limit: inside the precursor, everything happens as if the shock were moving relative to upstream with the Lorentz factor  $\gamma_{\mathcal{R}|\text{sh}} \sim 1/\xi_{\text{cr}}$ , so that all memory of the initial  $\gamma_{\text{sh}}$  is lost.

These trends strongly suggest that the present current-driven

filamentation instability shapes the precursor and the shock of weakly magnetized ( $\sigma \ll 1$ ) relativistic shock waves.

Finally, the picture that we have elaborated in Sec. 3.1 also allows to understand, at least qualitatively, the results of Sironi et al. (2013) concerning the development of Fermi acceleration. Their simulations indicate that Fermi acceleration develops for any value of the shock Lorentz factor, for magnetization levels  $\sigma \lesssim 10^{-5}$ . This conforms well with Eq. 40 and the discussion in Lemoine & Pelletier (2010). There, current-driven filamentation can grow, irrespectively of the shock Lorentz factor; it builds up turbulence and, because  $\sigma \lesssim 10^{-5}$ , scattering in the micro-turbulence downstream of the shock front beats advection, hence the Fermi process develops. At larger values of  $\sigma$ , the same simulations indicate that Fermi acceleration develops in a restricted dynamic range, with a maximum energy scaling as  $\sigma^{-1/4}$ . Eq. 40, taken at face value, would indicate that Fermi acceleration should not develop in this limit. However, this argument assumes a homogeneous micro-turbulence downstream of the shock, of strength  $\epsilon_{B,d}$ , whereas the micro-turbulence seen in PIC simulations actually decreases away from the shock front. If the law of evolution of  $\epsilon_B$  were known, one could improve on Eq. 40 by comparing the scattering time in this evolving micro-turbulence and the gyration time in the background field. In the absence of such a well-defined law, one can nevertheless understand on a qualitative level the scaling of the maximal energy: as the magnetization increases beyond  $10^{-5}$ , the condition  $\sigma \lesssim \epsilon_{B,d}^2$  remains true only in a finite layer close to the shock front; since the scattering length-scale evolves as the square of the particle energy, the restricted size of this layer leads to the existence of a maximal energy. Let us note, that if this layer were of infinite extent, there would nevertheless be a maximal energy, scaling as  $\sigma^{-1/2}$ , as discussed in Pelletier et al. (2009).

### 3.4 Consequences

The above discussion directly impacts our understanding of shock structuration and of particle acceleration. For instance, Sironi et al. (2013) argue that in front of the shock, there exists a layer of size  $\sim c/\omega_c$  filled with Weibel turbulence at a level  $\epsilon_B \sim 10^{-2}$ ; this observation is based on the simulations reported above, in the range  $\sigma = 10^{-4} \rightarrow 10^{-2}$ . According to the above discussion, this layer actually reflects the constrained growth of current-driven filamentation and Weibel-filamentation instabilities in the precursor, whose size is set by the current profile, which extends on  $c/\omega_c$ , and the turbulence is not of Weibel origin.

These authors then extrapolate their results to the regime of low magnetization  $\sigma \ll 10^{-5}$  to discuss the maximal energy of particles accelerated at relativistic shocks. The above arguments indicate that such an extrapolation is not justified, because the physics of the precursor are likely to change as one transits from the region controlled by the current-driven filamentation instability to that controlled solely by the Weibel-filamentation mode. In particular, as  $\sigma \rightarrow 0$ , the diverging scale  $c/\omega_c$  must decouple and one expects the precursor profile to be entirely controlled by the micro-turbulence, as in the unmagnetized limit. The above discussion indicates that this transition takes place close to the line  $\sigma\gamma_{\text{sh}}^2\xi_{\text{cr}}^{-1} \sim 1$  and  $\sigma \sim 10^{-5}$  to  $10^{-4}$ ; for  $\gamma_{\text{sh}} = 21$  as used in these simulations, both limits reduce to the latter  $\sigma \sim 10^{-5}$  to  $10^{-4}$ .

## 4 CONCLUSIONS

This work reports on a new current-driven filamentation instability upstream of a magnetized relativistic collisionless shock front. As viewed in the shock front frame, the suprathermal particles, which are reflected on the shock front, or accelerated at the shock, gyrate around the perpendicular magnetic field in the shock precursor, thereby depositing a strong current  $j_{\text{cr}} \sim \xi_{\text{cr}} \gamma_{\text{sh}} n_{\text{u}} e c$ , which is both perpendicular to the magnetic field and to the shock normal. As the incoming plasma enters the precursor, it seeks to compensate this current within a few skin depth scales. If  $\xi_{\text{cr}} \gamma_{\text{sh}} \gtrsim 1$ , which is a likely situation for highly relativistic shocks, the incoming plasma cannot compensate this current in the upstream rest frame; it is thus accelerated to a large Lorentz factor  $\sim \xi_{\text{cr}} \gamma_{\text{sh}} / 2$  (relative to far upstream), which increases the apparent density of the plasma by a similar factor; particles then drift at relativistic velocities in the perpendicular direction to achieve current compensation, electrons and positrons drifting in opposite directions. In the shock front rest frame, the incoming plasma is decelerated along the shock normal at the same time as it is accelerated in this perpendicular direction.

As we have argued, this current destabilizes a combination of the high frequency branch of the extraordinary mode and of the acoustic mode along the magnetic field. In a 2D configuration, in which one neglects perturbations along the direction of the current, this instability bears some resemblance to the Weibel-filamentation instability. However, in the present case, the electromagnetic perturbation couples to a density fluctuation, not to a charge fluctuation, because the counterstreaming electrons and positrons carry opposite charges. This leads to the formation of current filaments of a same polarity, all currents being oriented so as to compensate the cosmic ray current induced in the precursor. We find that this instability has a very fast growth rate, of order  $\Im \omega \sim \beta_y \omega_{\text{p}}$  on skin depth scales, with  $\beta_y \sim 1$  the drift velocity. This instability is likely to play a key role in shaping the precursor of weakly magnetized relativistic collisionless shocks, in which the growth of other instabilities is very often impeded by the fast transit across the precursor.

In particular, we have shown that this instability can grow at any value of the Lorentz factor, provided the magnetization parameter  $\sigma \lesssim \xi_{\text{cr}}^2 \sim 10^{-2}$ . The relative independence to the Lorentz factor of the shock, which controls the size of the precursor  $c/(\gamma_{\text{sh}} \omega_c)$  (upstream rest frame), stems from the deceleration that the incoming plasma suffers inside the precursor: the relative Lorentz factor between the shock front frame and the rest frame of the plasma now falls to  $\gamma_{\mathcal{R}|\text{sh}} \sim 1/\xi_{\text{cr}}$ , independent of  $\gamma_{\text{sh}}$ . In this picture, the shock foot plays the role of a buffer that transforms the interaction with the fast incoming flow into a more moderate regime, depending on the parameter  $\xi_{\text{cr}}$ , over a well defined distance  $\xi_{\text{cr}} c/\omega_c$  (in the instantaneous rest frame of the incoming plasma).

In previous studies, we have argued that the filamentation, oblique two stream modes etc., can grow only at small values of  $\sigma$  and moderate values of  $\gamma_{\text{sh}}$ , e.g. such that  $\sigma \gamma_{\text{sh}}^2 \xi_{\text{cr}}^{-1} \lesssim 1$  for the Weibel-filamentation mode (Lemoine & Pelletier 2010, 2011). Otherwise, the incoming plasma transits faster across the precursor than a growth time of the instability. Therefore, the current-driven filamentation instability emerges as the leading instability outside this region of parameter space. At very low magnetizations,  $\sigma \ll 10^{-5}$ , and in the region where the standard filamentation mode can grow, the current-driven filamentation instability should gradually disappear, as the turbulent small scale electromagnetic fields randomize the return trajectories of the suprathermal particles

in the shock front plane. In this limit, one transits to the unmagnetized limit, in which the precursor size is no longer controlled by the background magnetic field, but by the profile of the microturbulence.

Outside this region, up to  $\sigma \sim 10^{-2}$ , the current driven filamentation instability is likely to play a dominant role. The interesting physics of the shock at low magnetizations and at Lorentz factor so large that the standard Weibel-filamentation mode cannot grow, deserves close scrutiny. In this region, the current filamentation instability can grow in the absence of strong microturbulence; however the very growth of this instability and of the filamentation mode, thanks to the deceleration of the plasma, builds up the small scale turbulence, which then back reacts on the current profile. The profile of the precursor in this regime is left open for further study.

Our analysis at linear level indicates that the growth rate of the current-driven filamentation instability is maximal on plasma skin depth scales. This does not affect previous results concerning the maximal energy of accelerated particles, which assume microturbulence set on skin depth scales, e.g. Kirk & Reville (2010), Bykov et al. (2012), Plotnikov et al. (2013a). However, we have shown that the present instability extends into the MHD regime, which has been addressed by Pelletier et al. (2009) and Casse et al. (2013) in somewhat similar configurations; therefore, the physics of the shock on much longer temporal timescales also requires close scrutiny.

## REFERENCES

- Achterberg, A., Gallant, Y., Kirk, J. G., Guthmann, A. W., 2001, MNRAS 328, 393
- Achterberg, A., Wiersma, J., 2007, AA, 475, 19
- Achterberg, A., Wiersma, J., Norman, C. A., 2007, AA, 475, 1
- Alsop, D., Arons, J., 1988, Phys. Fluids, 31, 839
- Bret, A., Gremillet, L., Bénisti, D., 2010, Phys. Rev. E, 81, 036402
- Bykov, A., Gehrels, N., Krawczynski, H., Lemoine, M., Pelletier, G., Pohl, M., 2012, Space Sci. Rev., 173, 309
- Casse, F., Marcowith, A., Keppens, R., 2013, MNRAS, 433, 940
- Gallant, Y.A., Hoshino M., Langdon A.B., Arons J., Max C.E. 1992, ApJ, 391, 73
- Haugbølle, T., 2011, ApJ, 739, L42
- Hoshino, M., Arons, J., 1991, Phys. Fluids B, 3, 818
- Hoshino, M., Arons, J., Gallant, Y. A., Langdon, A. B., 1992, ApJ 390, 454
- Keshet, U., Katz, B., Spitkovsky, A., Waxman E., 2009, ApJ, 693, L127
- Kirk, J., Reville, B., 2010, ApJ, 710, 16
- Lemoine, M., Pelletier, G., Revenu, B., 2006, ApJ, 645, L129
- Lemoine, M., Pelletier, G., 2010, MNRAS, 402, 321
- Lemoine, M., Pelletier, G., 2011, MNRAS, 417, 1148
- Lemoine, M., Pelletier, G., Gremillet, L., Plotnikov, I., 2013, PRL, submitted
- Lyubarsky, Y., Eichler, D., 2006, ApJ, 647, L1250
- Martins, S. F., Fonseca, R. A., Silva, L. O., Mori, W. B., 2009, ApJ, 695, L189
- Medvedev, M. V., Loeb, A., 1999, ApJ, 526, 697
- Melrose, D. B., 1986, "Instabilities in Space and Laboratory Plasmas", Cambridge University Press.
- Milosavljević, M., Nakar, E., 2006, ApJ, 651, 979
- Niemiec, J., Ostrowski, M., Pohl, M., 2006, ApJ, 650, 1020
- Nishikawa, K.-I., Niemiec, J., Hardee, P. E., Medvedev, M., Sol, H., Mizuno, Y., Zhang, B., Pohl, M., Oka, M., Hartmann, D. H., 2009, ApJ, 698, L10
- Pelletier, G., Lemoine, M., Marcowith, A., 2009, MNRAS, 393, 587
- Plotnikov, I., Pelletier, G., Lemoine, M., 2013a, MNRAS, 430, 1208
- Plotnikov, I., Pelletier, G., Lemoine, M., Gremillet, L., 2013b, in prep.
- Rabinak, I., Katz, B., Waxman, E., 2011, ApJ, 736, 157

Shaisultanov R., Lyubarsky Y., Eichler D., 2012, ApJ, 744, 182  
 Sironi, L., Spitkovski, A., 2011, ApJ, 726, 75  
 Sironi, L., Spitkovski, A., Arons, J., 2013, ApJ, 771, 54  
 Spitkovsky, A., 2008a, ApJ 673, L39  
 Spitkovsky, A., 2008b, ApJ 682, L5  
 Wiersma, J., Achterberg, A., 2004, AA, 428, 365

## APPENDIX A: PROFILE OF THE PRECURSOR

### A1 Cold plasma limit

We construct here the profile of the precursor in the cold plasma limit, in the shock rest frame. We consider the following populations of particles: the incoming particles, denoted by the subscript  $_{in}$ , and the suprathermal particle population, which we divide into two sub-populations, those moving toward  $+x$  from the shock front up to the tip of the precursor (subscript  $_{r+}$ ) and those moving toward  $-x$  from the tip of the precursor toward the shock front (subscript  $_{r-}$ ). We set the shock front at  $x = 0$  and the tip of the precursor at  $x_1$ .

Alsop & Arons (1988) have described the structure of the precursor of a strongly magnetized relativistic shock; they do so by solving the fluid and Maxwell equations with one population of incoming particles, which gyrate in the compressed magnetic field. The present description is slightly different: we set a boundary at  $x = 0$ , corresponding to the shock transition, into which the incoming population flows and out of which the suprathermal particle population emerges, with no specific relation between these two populations.

In the cold plasma limit, the coherent rotation of the suprathermal particles at the tip of the precursor implies  $\beta_{x,r\pm}(x_1) = 0$ , therefore  $n_{r\pm}(x_1) \rightarrow +\infty$ , and consequently  $|j_y(x_1)| \rightarrow \infty$ . This singular behaviour disappears of course when warm plasma effects are introduced. Indeed, the suprathermal particle population should be described in the present shock rest frame as a relativistically hot plasma with mean Lorentz factor  $\sim \gamma_{sh}$  and roughly isotropic distribution function. Such effects are discussed in the next Section. The cold plasma approximation, which we use here, has the advantage of providing quantitative estimates for the various quantities used in the manuscript.

The structure of the precursor is specified by the spatial dependence of several functions:  $B_z = \gamma_{sh} B_u(1+b)$ , the current  $j_y$  and the four-velocities of the respective fluids. In the stationary state, the magnetic field does not possess other components, as a result of  $\nabla \cdot \mathbf{B} = 0$  and  $\partial_y = \partial_z = 0$ . The continuity equations imply that at each point:  $n_{in}u_x = n_{\infty}u_{\infty}$  with  $u_{\infty} = \gamma_{sh}\beta_{sh} < 0$ ,  $n_{r+}u_{x,r+} = \xi_{cr}n_{\infty}u_{x,r+,0}$ ,  $n_{r-}u_{x,r-} = -\xi_{cr}n_{\infty}u_{x,r+,0}$ . The quantity  $n_{\infty}$  represents the proper particle density as  $x \rightarrow +\infty$ , while  $u_{x,r\pm,0}$  represents the  $x$ -component of the 4-velocity of species  $r\pm$  at the shock front.

The profile of the precursor can be solved as a shooting problem, with three parameters to be determined by the boundary conditions:  $b_1$ ,  $\gamma_{r1}$ , corresponding respectively to the deviation from  $B_u$ , the Lorentz factor of suprathermal particles at the tip of the precursor, and  $x_1$ . The boundary conditions are:

$$\begin{aligned} u_{x,r+,0} &= u_{sh}, \quad u_{y,r+,0} = 0, \\ n_{r-,0}u_{y,r-,0} &= -n_{in,0}u_{y,in,0}. \end{aligned} \quad (\text{A1})$$

The first two conditions specify the initial data for the suprathermal particle population: we have chosen here a normal incidence to the shock front and a Lorentz factor  $\gamma_{sh}$ , as expected at rela-

tivistic shocks. The third condition imposes a vanishing net flux of particles along the shock front in the  $y$  direction.

Given the above three parameters, the following equations, which determine the spatial profiles, must be matched to the boundary conditions. Inside the precursor:

$$\begin{aligned} \beta_x \partial_x \beta_x &= \frac{\omega_c}{c} [(1+b) - \beta_x \beta_{sh}] \beta_y, \\ \beta_x \partial_x \beta_y &= \frac{\omega_c}{c} [\beta_{sh}(1 - \beta_y^2) - \beta_x(1+b)], \\ \beta_x \partial_x \gamma &= \frac{\omega_c}{c} \gamma \beta_y \beta_{sh}, \\ \partial_x b &= -\frac{\omega_c}{\sigma \gamma_{sh} n_{\infty} c} (n_{in} u_{y,in} + n_{r+} u_{y,r+} + n_{r-} u_{y,r-}), \end{aligned} \quad (\text{A2})$$

with  $\omega_c \equiv eB_u/(mc)$  the upstream cyclotron frequency, which sets the spatial scale  $c/\omega_c$  of the precursor. The equations for the velocities and Lorentz factor pertain to each positively charged component of each species and the subscript have been dropped for convenience.

Numerical examples of the profile are represented in Fig. A1. We have set  $\sigma = 0.01$ ,  $\xi_{cr} = 0.1$  and  $\gamma_{sh} = 10^3$ , but the profile does not depend on  $\gamma_{sh}$  in the ultra-relativistic limit; it is entirely controlled by  $\sigma$  and  $\xi_{cr}$ .

One can obtain an approximation to the above profile as follows. In the vicinity of  $x_1$ ,  $n_{r\pm}(x) \gg n_{in}(x)$ , therefore the incoming particle contribution to Ampère's law can be neglected. Furthermore, one can approximate the motion of  $r+$  particles close to  $x_1$  as uniform deceleration, implying  $\beta_x \simeq [2|\dot{\beta}_x(x_1)|(x-x_1)]^{1/2}$ , with  $|\dot{\beta}_x(x_1)| = \omega_c(1+b_1)\beta_{y,r+}(x_1)$  given that  $\beta_x(x_1) = 0$ . This allows to determine the singular profile of the density close to  $x_1$ , using the continuity equation. Plugging this result and the similar estimate for  $r-$  particles into Ampère's law, one derives

$$b \simeq b_1 \left[ 1 + \frac{\xi_{cr}}{\sigma} \frac{|\beta_{x,r+}(0)| \sqrt{|\beta_{y,r+}(x_1)|}}{\sqrt{2}(1+b_1)^{1/2} b_1} \omega_c^{1/2} (x-x_1)^{1/2} \right]. \quad (\text{A3})$$

The term in the brackets determine the scale over which  $b$  varies close to  $x_1$ ,  $\Delta x \sim \sigma^2 \xi_{cr}^{-2} b_1^3 c / (\sqrt{2} \omega_c)$ . Using Ampère's law with  $\partial_x b \sim b_1 / \Delta x$  and assuming  $b \gg 1$  leads to

$$b_1 \sim \left( \frac{\xi_{cr}}{\sigma} \right)^{1/2}. \quad (\text{A4})$$

The above turns out to provide the correct scaling seen in the numerical calculations. In turn, this leads to  $\Delta x \sim \sigma^{1/2} \xi_{cr}^{-1/2} c / \omega_c \sim \xi_{cr}^{-1/2} c / \omega_p$ : current compensation takes place on skin depth scales, as anticipated in Lemoine & Pelletier (2011).

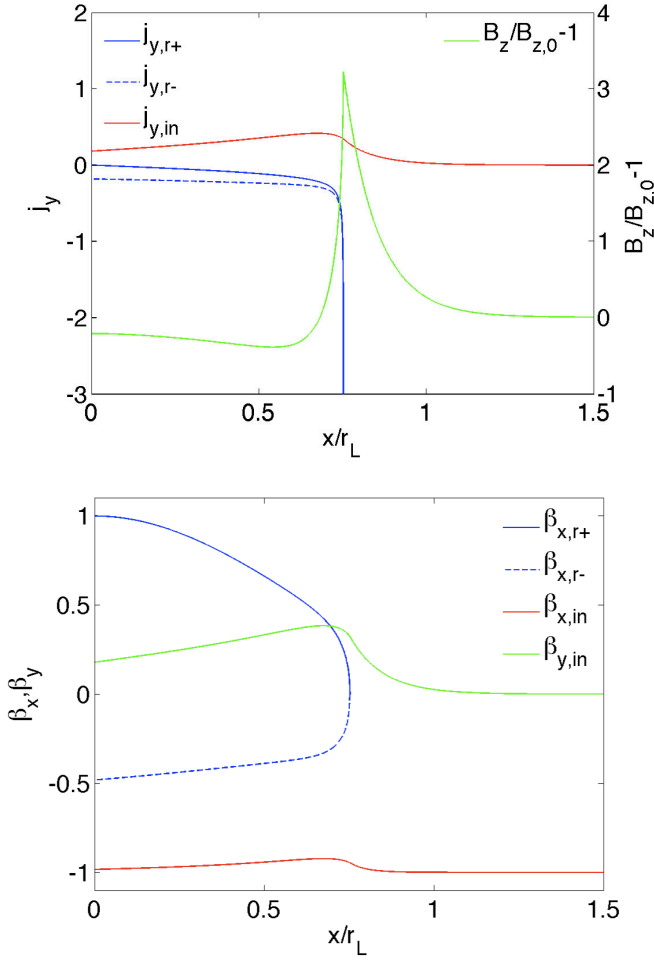
Outside the precursor, the field goes down to its asymptotic far upstream value on skin depth scales as well. Equations A2 can be used in this region, with  $n_{r\pm} \rightarrow 0$  in Ampère's law. As discussed in Alsop & Arons (1988), the system then admits the two integrals of motion

$$\begin{aligned} \gamma_{in} &= \gamma_{sh}(1 - \sigma b), \\ u_{x,in} &= u_{\infty} \left[ 1 - \frac{\sigma}{2\beta_{sh}^2} b(b+2) \right]. \end{aligned} \quad (\text{A5})$$

These two integrals, combined with Eqs. A2 allow to derive the following equation for the profile of  $b$ :

$$\partial_x b = -\frac{\omega_c}{\sqrt{\sigma} c} \frac{[b^2 - \sigma b^2 / (\gamma_{sh}^2 \beta_{sh}^2) - \sigma b^3 / \beta_{sh}^2 - \sigma b^4 / (4\beta_{sh}^2)]^{1/2}}{1 - \sigma b(b+2) / (2\beta_{sh}^2)}. \quad (\text{A6})$$





**Figure A1.** Structure of the precursor for  $\sigma = 0.01$ ,  $\xi_{cr} = 0.1$  and  $\gamma_{sh} = 1000$  ( $r_L \equiv c/\omega_c$ ). Top panel: spatial profiles of the  $y$ -current carried by the suprathermal particle population in units of  $en_u c$  (in blue), and of the compensating current carried by the inflowing ambient plasma (in red); in green, the spatial profile of the perturbed magnetic field  $b = B_z/B_{z,0} - 1$ . Bottom panel: spatial profiles of the  $x$ -velocities of the suprathermal particle population (in blue), of the inflowing background plasma (in red), and of the  $y$ -velocity of the background plasma positrons (in green).

This equation reveals the length scale of the profile:  $c/\omega_p$ , and allows to solve for  $b$ , by integrating from  $b_1$  up to  $+\infty$ , then for  $u_{in}$ .

Using the integrals of motion, one computes the typical change in Lorentz factor at the entrance into the precursor,

$$\gamma(x_1) = \gamma_{sh} \left(1 - \sqrt{\sigma \xi_{cr}}\right), \quad (\text{A7})$$

$$u_{x,in}(x_1) \simeq u_\infty (1 - \xi_{cr}/2), \quad (\text{A8})$$

$$|u_{y,in}(x_1)| \simeq -u_\infty \sqrt{\xi_{cr}}. \quad (\text{A9})$$

The variation in Lorentz factor is small compared to that of  $u_x$  and  $u_y$ , but the slow-down along  $x$  is substantial: at  $x_1$ , the particles move at velocity  $\beta_{x,in}(x_1) \simeq 1 - \xi_{cr}/2$  in the shock front frame. This slow-down is obvious in Fig. A1.

Inside the precursor, current compensation implies  $|u_{y,in}| \sim \xi_{cr} \gamma_{sh}$  up to a numerical prefactor of the order of unity. The dynamics of incoming particles is given by Eq. A2 with  $b \ll 1$  outside the peak at the tip of the precursor, which implies that the flow is slowed by an amount  $\Delta u_{x,in} \sim \xi_{cr} \gamma_{sh}$  close to the shock front, and similarly  $\Delta \gamma_{in} \sim -\gamma_{sh} \xi_{cr}$ . Thus the Lorentz factor

of both flows remains large after its modification by the Lorentz force. In terms of 3-velocity, this implies that  $\beta^2$  remains close to unity, up to  $1/(2\gamma_{sh}^2)$ ; since  $|\beta_y| \simeq \xi_{cr}$ , the flow along  $x$  slows to  $\beta_{x,in} \sim -(1 - \xi_{cr}^2/2)$  compared to the value derived at the entrance into the precursor, assuming  $\gamma_{sh} \xi_{cr} \gg 1$ . In the opposite limit,  $\gamma_{sh} \xi_{cr} \ll 1$ , one finds that  $\beta_{x,in}$  remains unaffected, i.e. the slow-down is sub-relativistic and can be neglected.

Assuming that  $\gamma_{sh} \xi_{cr} \gg 1$ , the relative Lorentz factor between the shock front frame and the frame  $\mathcal{R}$  in which the incoming is at rest along  $x$ , i.e.  $u_{x,|\mathcal{R}} \equiv 0$ , has fallen from  $\gamma_{sh}$  outside the precursor down to

$$\gamma_{\mathcal{R}|\text{sh}} \simeq \frac{1}{\xi_{cr}}. \quad (\text{A10})$$

As viewed in the upstream rest frame, the ambient plasma has been picked up by the current layer and accelerated towards  $+x$  a Lorentz factor

$$\gamma_{\mathcal{R}|u} \simeq \gamma_{sh} \frac{\xi_{cr}}{2} \quad (\gamma_{sh} \xi_{cr} \gg 1). \quad (\text{A11})$$

Finally, in the  $\mathcal{R}$  frame in which the ambient plasma is at rest, the particles move with velocity  $|\beta_{y,in}|\mathcal{R}| \sim 1$  with bulk Lorentz factor  $\sim \gamma_{sh} \xi_{cr}/2$ , provided of course that  $\gamma_{sh} \xi_{cr} \gg 1$ . In the opposite (weak current) limit,  $\gamma_{sh} \xi_{cr} \ll 1$ , one finds  $|\beta_{y,in}|\mathcal{R}| \sim \gamma_{sh} \xi_{cr}$ ,  $\beta_{\mathcal{R}|u} \sim 0$  and  $\gamma_{\mathcal{R}|u} \sim 1$ ; similarly,  $\gamma_{\mathcal{R}|\text{sh}} \sim \gamma_{sh}$ .

## A2 Warm plasma limit

The above discussion assumed a cold plasma of returning particles, with initial momentum (on the shock surface) directed along the shock normal. Here we introduce the effects of angular dispersion of the beam of returning particles. For simplicity, we neglect the dispersion in Lorentz factor of the returning particles; this dispersion can be taken into account but it should not modify strongly the overall shape of the current profile.

The number density of returning particles at the shock front (considering  $e^+/e^-$  species altogether), with momentum oriented within a solid angle element  $d\Omega_i$ , is written  $dn_{r+,i}(\Omega_i)$ . The magnitude of the current deposited by those particles in the precursor can be written:

$$dj_{y,r+}(x) = |\beta_y(x)| dn_{r+}(x, \Omega_i) ec. \quad (\text{A12})$$

Assuming that the particle population  $r-$  deposit the same amount of current as  $r+$ , and using the equation of conservation for the number density of  $r+$  particles, the total current element deposited by supra-thermal particles emitted in the  $\Omega_i$  direction reads:

$$dj_y(x) \simeq 2 \frac{|\beta_{y,r+}(x)|}{\beta_{x,r+}(x)} \beta_{x,r+,i} dn_{r+,i}(\Omega_i) ec, \quad (\text{A13})$$

$\beta_{x,r+,i}$  denoting the initial  $x$ -component of the 3-velocity of  $r+$  particles. This equation can be simplified using the result of the previous section, which indicate that  $\beta_{x,r+}(x) \simeq \left|2\dot{\beta}_{x,r+}(x_1)(x - x_1)\right|^{1/2}$  in the vicinity of the turning point  $x_1$ , so that most of the current  $dj_y(x)$  is deposited at  $x_1$ . Note that  $x_1$  depends on the initial direction  $\Omega_i$ . We then approximate the spatial profile of the current element Eq. (A13) with a delta function in  $x$ :

$$dj_y(x) \simeq \mathcal{A} \delta(x - x_1) dF_{r+,i}(\Omega_i) e \quad (\text{A14})$$

with  $dF_{r+,i}(\Omega_i) = \beta_{x,r+,i} c dn_{r+,i}(\Omega_i)$  the initial flux element.

The prefactor is calculated by normalizing the integrated current element along  $x$  in Eq. (A14) to that obtained in Eq. (A13).

In order to express  $\mathcal{A}$  as a function of the initial velocities  $\beta_{x,r+,i}$  and  $\beta_{y,r+,i}$ , one needs to express the quantity  $|\beta_{y,r+}(x)/\beta_{x,r+}(x)|$  in the vicinity of  $x_1$  using the equations of motion. These equations of motion must be written in the upstream rest frame then Lorentz transformed to the shock frame. We compute the trajectories of the returning particles in the background electromagnetic field, neglecting in particular the perturbed component of the magnetic field; this should remain a good approximation, given that the overall effect of the angular dispersion of the beam is to spread out over the precursor length scale the current profile. One then obtains first the turning point:

$$x_1(\Omega_i) = \frac{c}{\omega_{c,0}} \gamma_{\text{sh}}^3 (1 - \beta_{\text{sh}} \beta_{x,r+,i}) \times [\beta_{x,i|u} \sin \varpi_1 + \beta_{y,i|u} (1 - \cos \varpi_1) + \beta_{\text{sh}} \varpi_1], \quad (\text{A15})$$

as a function of the upstream-frame initial velocities

$$\beta_{x,i|u} = \frac{\beta_{x,r+,i} - \beta_{\text{sh}}}{1 - \beta_{x,r+,i} \beta_{\text{sh}}}, \quad \beta_{y,i|u} = \frac{\beta_{y,r+,i}}{\gamma_{\text{sh}} (1 - \beta_{x,r+,i} \beta_{\text{sh}})}, \quad (\text{A16})$$

and the quantity  $\varpi_1$ , which is defined implicitly by:

$$\beta_{x,i|u} \cos \varpi_1 + \beta_{y,i|u} \sin \varpi_1 = -\beta_{\text{sh}}. \quad (\text{A17})$$

Recall that  $\beta_{\text{sh}} < 0$  in our present notations. The initial cyclotron frequency of the returning particles reads  $\omega_{c,0} = e\gamma_{\text{sh}} B_u / (\gamma_{0,r+} mc)$ , with  $\gamma_{0,r+} \simeq \gamma_{\text{sh}}$  their initial Lorentz factor. One derives eventually:

$$\mathcal{A} = 2\sqrt{2} (x_1 c / \omega_{c,0})^{1/2} [\gamma_{\text{sh}} (1 - \beta_{\text{sh}} \beta_{x,r+,i})]^{1/2} \times |(\beta_{x,r+,i} \sin \varpi_1 - \beta_{y,r+,i} \cos \varpi_1)|^{1/2}. \quad (\text{A18})$$

Finally, the flux is normalized through  $\int dF_{r+,i}(\Omega_i) = \gamma_{\text{sh}} \xi_{\text{cr}} n_{\infty} c$ .

In the limit  $\gamma_{\text{sh}} \rightarrow +\infty$ , all above quantities reach finite asymptote values, as it should; we use these asymptotic values in the numerical calculation of the integral over the angular variables. One finally obtains the current profile depicted in Fig. A2.

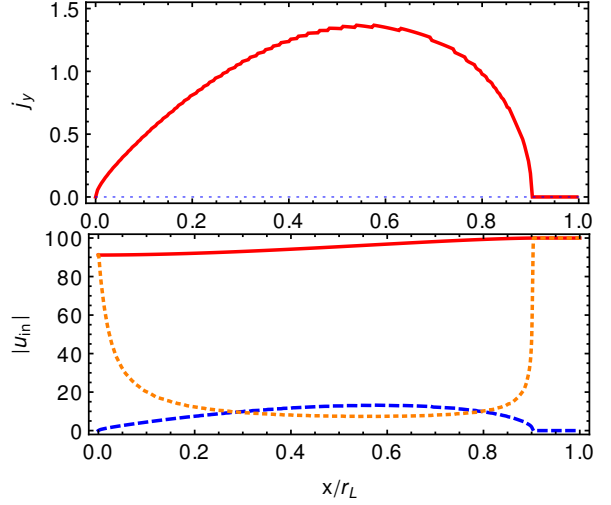
This profile allows to estimate the velocity profile of the incoming plasma inside the foot. As in the cold plasma limit, current compensation imposes the following scalings inside the precursor

$$|u_{y,\text{in}}| \sim \xi_{\text{cr}} \gamma_{\text{sh}}, \quad u_{x,\text{in}} \sim -(1 - \xi_{\text{cr}}) \gamma_{\text{sh}}, \quad (\text{A19})$$

so that the relative Lorentz factor between the shock front frame and the frame  $\mathcal{R}$  in which the incoming is at rest along  $+x$  is, as before,  $\gamma_{\mathcal{R}|\text{sh}} \simeq 1/\xi_{\text{cr}}$  if  $\gamma_{\text{sh}} \xi_{\text{cr}} \gg 1$ . Figure A2 shows a numerical calculation of the evolution of  $u_{x,\text{in}}$ ,  $|u_{y,\text{in}}|$  and  $\gamma_{\mathcal{R}|\text{sh}}$  inside the precursor (assuming  $|b| \ll 1$ ) for  $\gamma_{\text{sh}} = 100$  and  $\xi_{\text{cr}} = 0.1$ , which confirms the above scalings.

## APPENDIX B: LINEAR SYSTEM

We explicit here the linear system used to compute the dispersion relation, for reference. We rescale the time and space derivatives by  $\omega_c$  (cyclotron frequency in the upstream rest frame):  $\partial_{\tilde{t}} \equiv \omega_c^{-1} \partial_t$ ,  $\partial_{\tilde{x}} \equiv c\omega_c^{-1} \partial_x$  etc. We rescale all electromagnetic fields by the background value  $B_z \mathcal{R}$  (e.g.  $\delta \tilde{B}_x \equiv \delta B_x / B_z \mathcal{R}$ ) and we introduce the notations:  $\kappa \equiv \gamma_{\mathcal{R}|\text{sh}} / u^0$ ,  $\tilde{\beta}_s^2 \equiv \beta_s^2 / u^{0,2}$ ,  $\delta_n \equiv \delta n / n$ ,  $\delta_\rho \equiv \delta \rho / n$ , and we rescale  $\delta u^\mu$  and  $\Delta u^\mu$  by  $u^0$ , e.g.  $\delta \tilde{u}^\mu \equiv \delta u^\mu / u^0$ .



**Figure A2.** Upper panel: profile of  $j_y$  (in units of  $\gamma_{\text{sh}} \xi_{\text{cr}} n_{\infty} e c$ ) carried by returning particles as a function of  $x/r_L$  ( $r_L = c/\omega_c$ ) in the limit  $\gamma_{\text{sh}} \gg 1$ , including the effects of angular dispersion at the shock. Lower panel: modulus of the 4-velocity components  $|u_{x,\text{in}}|$  (solid red),  $|u_{y,\text{in}}|$  (dashed blue) and  $\gamma_{\mathcal{R}|\text{sh}}$  (dotted orange); the lower panel assumes  $\gamma_{\text{sh}} = 100$  and  $\xi_{\text{cr}} = 0.1$ .

This leads to the following adimensioned system

$$\begin{aligned} \partial_{\tilde{t}} \delta_n + \beta_y \partial_{\tilde{y}} \delta_\rho + \beta_y \partial_{\tilde{t}} \Delta \tilde{u}_y + \partial_{\tilde{x}} \delta \tilde{u}_x + \partial_{\tilde{y}} \delta \tilde{u}_y + \partial_{\tilde{z}} \delta \tilde{u}_z &= 0 \\ \partial_{\tilde{t}} \delta_\rho + \beta_y \partial_{\tilde{y}} \delta_n + \beta_y \partial_{\tilde{t}} \delta \tilde{u}_y + \partial_{\tilde{x}} \Delta \tilde{u}_x + \partial_{\tilde{y}} \Delta \tilde{u}_y + \partial_{\tilde{z}} \Delta \tilde{u}_z &= 0 \\ \partial_{\tilde{t}} \delta \tilde{u}_x + \beta_y \partial_{\tilde{y}} \Delta \tilde{u}_x + \tilde{\beta}_s^2 \partial_{\tilde{x}} \delta_n - \kappa \Delta \tilde{u}_y - \beta_y \kappa \delta \tilde{B}_z &= 0 \\ \partial_{\tilde{t}} \Delta \tilde{u}_x + \beta_y \partial_{\tilde{y}} \delta \tilde{u}_x + \tilde{\beta}_s^2 \partial_{\tilde{x}} \delta_\rho - \kappa \delta \tilde{u}_y - \kappa \delta \tilde{E}_x &= 0 \\ \partial_{\tilde{t}} \delta \tilde{u}_y + \beta_y \partial_{\tilde{y}} \Delta \tilde{u}_y + \tilde{\beta}_s^2 \partial_{\tilde{y}} \delta_n + \beta_{\mathcal{R}|u} \kappa \beta_y \delta \tilde{u}_y + \kappa \Delta \tilde{u}_x &= 0 \\ \partial_{\tilde{t}} \Delta \tilde{u}_y + \beta_y \partial_{\tilde{y}} \delta \tilde{u}_y + \tilde{\beta}_s^2 \partial_{\tilde{y}} \delta_\rho + \beta_{\mathcal{R}|u} \kappa \beta_y \Delta \tilde{u}_y &= 0 \\ -\kappa \delta \tilde{E}_y + \kappa \delta \tilde{u}_x &= 0 \\ \partial_{\tilde{t}} \delta \tilde{u}_z + \beta_y \partial_{\tilde{y}} \Delta \tilde{u}_z + \tilde{\beta}_s^2 \partial_{\tilde{z}} \delta_n + \beta_y \kappa \delta \tilde{B}_x &= 0 \\ \partial_{\tilde{t}} \Delta \tilde{u}_z + \beta_y \partial_{\tilde{y}} \delta \tilde{u}_z + \tilde{\beta}_s^2 \partial_{\tilde{z}} \delta_\rho - \kappa \delta \tilde{E}_z &= 0 \\ \partial_{\tilde{t}} \delta \tilde{B}_x + \partial_{\tilde{y}} \delta \tilde{E}_x - \partial_{\tilde{z}} \delta \tilde{E}_y &= 0 \\ \partial_{\tilde{t}} \delta \tilde{B}_y + \partial_{\tilde{z}} \delta \tilde{E}_x - \partial_{\tilde{x}} \delta \tilde{E}_z &= 0 \\ \partial_{\tilde{t}} \delta \tilde{B}_z + \partial_{\tilde{x}} \delta \tilde{E}_y - \partial_{\tilde{y}} \delta \tilde{E}_x &= 0 \\ \partial_{\tilde{t}} \delta \tilde{E}_x - \partial_{\tilde{y}} \delta \tilde{B}_z + \partial_{\tilde{z}} \delta \tilde{B}_y + \frac{1}{\kappa \sigma} \Delta \tilde{u}_x &= 0 \\ \partial_{\tilde{t}} \delta \tilde{E}_y - \partial_{\tilde{z}} \delta \tilde{B}_x + \partial_{\tilde{x}} \delta \tilde{B}_z + \frac{1}{\sigma} \Delta \tilde{u}_y + \frac{1}{\kappa \sigma} \beta_y \delta_n &= 0 \\ \partial_{\tilde{t}} \delta \tilde{E}_z - \partial_{\tilde{x}} \delta \tilde{B}_y + \partial_{\tilde{y}} \delta \tilde{B}_x + \frac{1}{\kappa \sigma} \Delta \tilde{u}_z &= 0 \end{aligned} \quad (\text{B1})$$